

POLITECNICO DI TORINO

Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale



Simulazione numerica del guado in acqua di veicoli, indagine basata su un modello tridimensionale con particelle (SPH Smoothed Particle Hydrodynamics method)

Relatori

Prof. Andrea Ferrero
Prof. Andrea Tonoli



Candidato

Alessandro Capalbo

Supervisore aziendale:

Gabriele Velenich

Anno accademico 2024-2025

Indice

1	Passaggio in guado di veicoli	2
1.1	Introduzione	2
2	Smoothed Particle Hydrodynamics method	4
2.1	Approccio tradizionale ed approccio SPH	4
2.1.1	Esempi di funzioni Kernel	6
2.2	Discretizzazione dell'equazione di continuità	9
2.3	Bilancio di quantità di moto	10
2.3.1	Gradiente di pressione e termini viscosi	10
2.3.2	Tensione superficiale	11
2.4	Possibili condizioni al contorno	12
3	Casi test di validazione: modello SPH e risultati sperimentali	15
3.1	Water lateral sloshing	15
3.1.1	Riproduzione del setup sperimentale	16
3.1.2	Setup SPH	17
3.1.3	Tempi di calcolo e scelta del time-step	19
3.1.4	Analisi degli output: SPH vs sperimentale	20
3.2	Oil lateral sloshing	23
3.2.1	Riproduzione del setup sperimentale	23
3.2.2	Setup SPH	24
3.2.3	Tempi di calcolo e scelta del time-step	24
3.2.4	Analisi al variare della viscosità delle boundary particles	25
3.2.5	Analisi degli output: SPH vs sperimentale	26
3.3	3D Dambreak test	28
3.3.1	Riproduzione del setup sperimentale	28
3.3.2	Effetto del raggio delle particelle sui tempi di calcolo	30
3.3.3	Analisi degli output: SPH vs sperimentale	31
3.3.4	Analisi degli output: effetto del raggio delle particelle	34
3.3.5	Stima dell'altezza della superficie libera del fluido	34
4	Fuel tank sloshing	37
4.1	Fuel tank sloshing: confronto VOF ed SPH	37
4.1.1	VOF vs SPH: differenze di modello	38
4.1.2	VOF vs SPH: analisi degli output	39
4.2	Fuel tank sloshing: accelerazioni misurate in pista	41
4.2.1	Setup SPH	41
4.2.2	Analisi degli output SPH	42

5	Passaggio in guado del modello di vettura DrivAer	45
5.1	Setup del veicolo	45
5.2	Setup SPH e scelta del raggio di discretizzazione spaziale	47
5.2.1	Effetto del raggio delle particelle sui tempi di calcolo	49
5.3	Analisi dei carichi per diverse altezze del guado	51
5.3.1	Effetto del numero di Froude sulla scia	51
5.3.2	Analisi degli output	53
6	Passaggio in guado: analisi con sottocofano dettagliato	55
6.1	Setup simulazione	56
6.2	Modello di sospensioni a un DOF	57
6.3	Analisi di convergenza	59
6.3.1	Analogia con l'estrapolazione di Richardson	60
6.3.2	Scelta della grandezza obiettivo	60
6.3.3	Analisi dei risultati ottenuti	61
6.3.4	Effetto del raggio delle particelle sui tempi di calcolo	64
6.4	Analisi di wetting dell'AIS: effetto della porosità del radiatore	66
6.4.1	Modello di porosità	66
6.4.2	Analisi dei risultati	68
7	Conclusioni finali	72
	Bibliografia	75

Elenco delle tabelle

3.1	Water lateral sloshing: proprietà del fluido utilizzate.	18
3.2	Water lateral sloshing: tempi di calcolo della simulazione SPH utilizzando una singola GPU NVIDIA RTX 4000.	19
3.3	Oil lateral sloshing: proprietà del fluido utilizzate	24
3.4	Oil lateral sloshing: rapporto tra la viscosità delle particelle del fluido e la viscosità delle particelle del solido.	24
3.5	Oil lateral sloshing: tempi di calcolo della simulazione SPH utilizzando una singola GPU NVIDIA RTX 4000.	24
3.6	Dambreak test: tempi di calcolo e time-step al variare del raggio delle particelle.	30
4.1	Fuel sloshing: VOF vs SPH. Caratteristiche del carburante e livello di riempimento del serbatoio.	38
4.2	Raggio delle particelle e proprietà del fuel.	42
4.3	Livello iniziale del fluido e parametri della simulazione.	42
5.1	DrivAer model: valori di massa assegnati.	46
5.2	DrivAer water wading: proprietà del fluido utilizzate.	47
6.1	Distribuzione della massa del veicolo.	57
6.2	Valori di lunghezza a riposo, precarico, rigidità e smorzamento equivalenti.	58
6.3	Analisi di convergenza: valore massimo di <i>wetting</i> della coppa dell'olio.	62
6.4	Water wading: tempi di calcolo e time-step al variare del raggio delle particelle.	65

Elenco delle figure

1.1	Esempio di <i>wading test</i> effettuato da Volvo[2]. Altezza del guado pari a 400 mm e velocità del veicolo di circa 12 km/h.	2
1.2	Esempio di <i>wading test</i> effettuato da Jaguar Land Rover JLR[3].	2
2.1	Esempio di cella computazione: CFD ai volumi finiti	4
2.2	Esempio di funzione Kernel: SPH method[5].	5
2.3	Esempio di funzione Kernel e della sua derivata prima: spline cubica[6].	8
2.4	Esempio di funzione Kernel e della sua derivata prima: spline del quinto ordine[6].	8
2.5	Pianale della vettura con sottocofano dettagliato.	12
2.6	Pianale della vettura con sottocofano dettagliato: discretizzazione SPH con particelle di raggio pari a 5 mm.	12
2.7	Esempio di velocità artificiale assegnata alle boundary particles (<i>no-slip BC</i>), Morris [7]	12
2.8	Generica sfera di influenza di una particella fluida in prossimità di una parete solida[10].	13
3.1	Water lateral sloshing: serbatoio utilizzato [12]. Per chiarezza è stato aggiunto un colorante all'acqua utilizzata.	15
3.2	Water lateral sloshing: dimensioni del serbatoio. Lo spessore nella terza dimensione è pari a 62 mm[12].	16
3.3	Posizione della sonda 1 di pressione [12].	16
3.4	Roll angle ϕ : confronto tra sperimentale e dinamica realizzata su ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland).	17
3.5	Velocità angolare ω : confronto tra sperimentale e dinamica realizzata su ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland).	17
3.6	Confronto tra caso sperimentale e simulazione SPH effettuata con ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland). Le immagini fanno riferimento a tre precisi istanti temporali della simulazione. Rispettivamente da sinistra verso destra: $t = 1.87s, t = 2.6s, t = 5.57s$	20
3.7	Confronto della pressione in corrispondenza del sensore numero 1: in verde i risultati sperimentali e in blu i risultati SPH.	20
3.8	Area lungo lo spessore del serbatoio presa a riferimento	21
3.9	Water later sloshing: variabilità dei valori di pressione massima misurata dal primo picco: andamento di una gaussiana.	22
3.10	Oil lateral sloshing: serbatoio utilizzato [12]	23
3.11	Roll angle ϕ : confronto tra sperimentale e dinamica realizzata su ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland).	23
3.12	Velocità angolare ω : confronto tra sperimentale e dinamica realizzata su ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland).	23
3.13	Oil lateral sloshing: Caso A. Confronto tra SPH results e sperimentale.	25
3.14	Oil lateral sloshing: Caso B. Confronto tra SPH results e sperimentale.	25

3.15	Oil lateral sloshing: Caso C. Confronto tra SPH results e sperimentale.	25
3.16	Oil lateral sloshing: caso C. Andamento SPH e confronto con risultati sperimentali. Applicazione di un Butterworth filter per tagliare le frequenze al di sopra di una frequenza di cut-off.	26
3.17	Confronto tra caso sperimentale e simulazione SPH effettuata con ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland). Le immagini fanno riferimento a tre precisi istanti temporali della simulazione. Rispettivamente da sinistra verso destra: $t = 2.82s, t = 3.30s, t = 5.24s$	26
3.18	Oil lateral sloshing: variabilità dei valori di pressione massima misurata dal primo picco: andamento di una gaussiana.	27
3.19	Setup sperimentale del dambreak test fatto al MARIN [11]. L'acqua si trova in condizioni di riposo all'inizio dell'esperimento (camera in alto a destra). Una volta aperta la porta, il fluido impatta per gravità contro l'oggetto.	28
3.20	Dimensioni serbatoio dambreak test [16].	29
3.21	Posizione sonde di pressione [16].	29
3.22	Riproduzione del Dambreak test in ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland): $t = 0 s$	29
3.23	Riproduzione del Dambreak test in ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland): $t = 0.88 s$	29
3.24	Dambrek test: andamento del tempo di calcolo [min] al variare del raggio delle particelle [mm].	30
3.25	Dambreak test: confronto tra caso test sperimentale e soluzione ottenuta in ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland). Istanti temporali presi a riferimento dall'alto verso il basso: $t = 0.7 s, t = 0.93 s$	31
3.26	Andamento della pressione sperimentale (sinistra) e degli SPH results (destra) per le prime quattro sonde (P1,P2,P3,P4).	31
3.27	Dambreak: sovrapposizione pressioni misurate sperimentalmente (verde) ed SPH results (blu).	32
3.28	Dambreak: applicazione di un Butterworth filter per tagliare le frequenze al di sopra di una frequenza di cut-off (circa 3 volte la frequenza di campionamento).	32
3.29	Risultati SPH ottenuti da A. Di Monaco nello studio di condizioni al contorno semi-analitiche a parete [10]. Lo stesso ritardo viene registrato nella simulazione effettuata.	33
3.30	Confronto andamenti di pressione tra SPH results ottenuti in ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland) e andamenti sperimentali, al variare del raggio delle particelle. A sinistra è riportata la sonda P1, a destra la sonda P3.	34
3.31	Stima dell'altezza del pelo libero dell'acqua: superficie porosa.	35
3.32	Dambreak: wetting della superficie porosa (sinistra) e confronto dell'altezza del pelo libero con i risultati sperimentali per la sonda H2 (destra).	35
4.1	Fuel sloshing: VOF vs SPH. Dimensioni del serbatoio utilizzato.	37
4.2	Fuel sloshing: livello iniziale del carburante.	37
4.3	Fuel sloshing: VOF vs SPH. Accelerazione sinusoidale imposta al fluido.	38
4.4	Fuel sloshing: VOF vs SPH. Output della simulazione rispettivamente per $t = 0.21 s; t = 0.345 s; t = 0.745; t = 0.97 s$. Per ogni istante fissato, in alto viene riportata la soluzione VOF e in basso quella SPH.	39
4.5	Fuel sloshing: VOF vs SPH. Output della simulazione rispettivamente per $t = 0.24 s; t = 0.54 s; t = 0.665; t = 0.995 s$. Per ogni istante fissato, in alto viene riportata la soluzione VOF e in basso quella SPH.	40

4.6	Fuel sloshing: VOF vs SPH, rispettivamente $t = 0.26 s$; $t = 0.465 s$. Serbatoio senza paratie. Per ogni istante fissato, in alto viene riportata la soluzione VOF e in basso quella SPH.	41
4.7	Serbatoio: livello iniziale del carburante.	41
4.8	Accelerazioni longitudinali e laterali del serbatoio misurate durante i 73.5 s secondi in pista.	42
4.9	Fuel sloshing: soluzione SPH in ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland). Soluzioni ottenute rispettivamente per $t = 1.799 s$ e $t = 70, 38 s$	43
4.10	Forza totale esercitata sul tank (componente x in rosso e y in blu). I carichi sono stati adimensionalizzati con il valor massimo del carico y registrato.	43
4.11	Wetting percentuale delle pompe durante la simulazione (in verde la pompa sinistra e in blu la pompa destra).	44
5.1	DrivAer model: pianale dettagliato e griglie di raffreddamento anteriori.	45
5.2	DrivAer water wading: dimensioni del guado simulato.	46
5.3	DrivAer water wading: corpi rigidi della vettura.	46
5.4	DrivAer water wading: andamento della velocità traslazionale della vettura ed effetto della resistenza del fluido, <i>two way coupling analysis</i>	47
5.5	Carico verticale sull' <i>underbody</i> durante la simulazione (12.5 s) per i tre raggi di discretizzazione utilizzati.	48
5.6	DrivAer water wading: wetting del radiatore al variare del raggio delle particelle.	48
5.7	DrivAer water wading: $r = 5 mm$ e $t = 8.2 s$	49
5.8	DrivAer water wading: $r = 5 mm$ e $t = 8.2 s$, sezione laterale.	49
5.9	Scelta del raggio di discretizzazione: dimensione minima di passaggio del fluido circa pari a 5 cm.	49
5.10	DrivAer water wading: tempi di calcolo al variare del raggio delle particelle.	50
5.11	DrivAer water wading: effetto del Froude supercritico sulla scia. $h = 300 mm$; $t \simeq 6.2 s$	51
5.12	DrivAer water wading: effetto del Froude supercritico sulla scia. $h = 400 mm$; $t \simeq 6.2 s$	52
5.13	DrivAer water wading: effetto del Froude sulla scia: $h = 200 mm$, $t \simeq 6.2 s$	52
5.14	DrivAer water wading: carico totale in direzione x sul carbody, effetto dell'altezza del guado.	53
5.15	DrivAer water wading: carico totale z sul pianale, effetto dell'altezza del guado.	53
5.16	Andamento del valor medio del carico x sul <i>carbody</i> al variare dell'altezza h del guado simulato.	54
5.17	Andamento del valor medio del carico z sull' <i>underbody</i> al variare dell'altezza h del guado simulato.	54
6.1	Water wading: componenti del sottocofano. In viola viene raffigurato il condotto dell'AIS.	55
6.2	Water wading: dimensioni guado.	56
6.3	Two way Coupling analysis: effetto della resistenza del fluido sulla velocità traslazionale del carbody.	56
6.4	Distribuzione del peso della vettura. Il precarico delle molle anteriori è stato imposto circa il doppio rispetto al precarico sul posteriore.	58
6.5	Posizionamento della coppa dell'olio (in viola). $t = 0 s$	61
6.6	Nella condizione più critica, il componente posizionato più in basso (coppa dell'olio) verrà ricoperto dall'acqua. $t = 6.4 s$	61
6.7	Analisi di convergenza: andamento del <i>wetting</i> della coppa dell'olio al variare del raggio delle particelle.	61

6.8	Analisi di convergenza: errore di discretizzazione (<i>wetting</i> coppa dell'olio). Su scala bi-logaritmica la pendenza della retta indica l'ordine di convergenza p . . .	62
6.9	Analisi di convergenza: <i>wetting</i> della griglia superiore. $t = 0 s$	63
6.10	Analisi di convergenza: <i>wetting</i> della griglia superiore. $t = 3.14 s$	63
6.11	Analisi di convergenza: <i>wetting</i> della griglia superiore al variare del raggio di discretizzazione.	64
6.12	Analisi di convergenza: errore di discretizzazione (<i>wetting</i> griglia superiore). . . .	64
6.13	Water wading: andamento del tempo di calcolo [h] al variare del raggio delle particelle [mm].	65
6.14	Modello di porosità del radiatore. Da sinistra verso destra: $p = 0.1$ e $p = 0.3$. . .	66
6.15	Modello di porosità del radiatore: $p = 0.6$	66
6.16	Effetto della porosità: forza totale in direzione del moto scambiata tra il fluido e il radiatore.	67
6.17	Effetto della porosità del radiatore: pressione esercitata sul radiatore, sezione laterale. Da sinistra verso destra $p = 0.15$, $p = 0.3$. $t = 2.62 s$	67
6.18	Effetto della porosità del radiatore: pressione esercitata sul radiatore, sezione laterale. $p = 0.6$. $t = 2.62 s$	67
6.19	Analisi di wetting: effetto della porosità del radiatore.	68
6.20	Effetto della porosità: il livello dell'acqua raggiunto nell'underbody rimane circa lo stesso per tutti i casi. Rispettivamente da sinistra verso destra: $p = 0.15$, $p = 0.3$. . .	68
6.21	Effetto della porosità: il livello dell'acqua raggiunto nell'underbody rimane circa lo stesso per tutti i casi: $p = 0.6$	68
6.22	Water wading: dettaglio delle aperture del passaruota e del pianale.	69
6.23	Water wading: <i>wetting</i> dell'alternatore.	69
6.24	Water wading: sezione laterale. L'alternatore viene raffigurato in giallo. $t = 2.29 s$	70
6.25	Water wading: <i>wetting</i> del condotto di aspirazione aria del motore.	70
6.26	Water wading: sezione laterale. L' AIS (in arancione) posizionato nella parte superiore, non viene bagnato dal fluido.	70

Sommario

Il passaggio in guado di un veicolo fa riferimento ad una particolare condizione in cui la vettura deve essere in grado di attraversare una strada allagata, senza compromettere il normale funzionamento dei suoi componenti. Questa condizione di avanzamento, all'interno di un fluido come l'acqua, potrebbe da una parte danneggiare alcuni componenti elettronici e dall'altra potrebbe far insorgere nuovi carichi sulla vettura. Più in generale, il *water wading* rappresenta una condizione di avanzamento pericolosa per ogni tipologia di veicolo, che sia un motore a combustione interna, un veicolo elettrico o una configurazione ibrida.

Dunque, in questo lavoro di tesi l'obiettivo è quello di realizzare una simulazione numerica tridimensionale del passaggio in guado di un veicolo, sfruttando l'SPH (*Smoothed Particle Hydrodynamics*) come metodo di simulazione. L'SPH rappresenta un metodo diverso di poter risolvere le equazioni di governo di un fluido. In contrapposizione alle classiche simulazioni ai volumi finiti, le proprietà del fluido vengono calcolate per ogni singola particella, seguita nel proprio moto in ottica lagrangiana all'interno del dominio fluidodinamico. Con questo approccio, è possibile affrontare una simulazione tridimensionale come il passaggio in guado di una vettura con tempi di calcolo ragionevoli.

Le simulazioni SPH sono state condotte con il solver SPH all'interno di ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland), evidenziandone potenzialità e limiti di modello.

In particolare, ci si pone come obiettivo finale quello di andare a studiare un eventuale ingresso di acqua all'interno del condotto di aspirazione dell'aria, per una vettura con motore a combustione interna.

Per farlo, il seguente lavoro di tesi è organizzato nel seguente modo. Il primo capitolo è dedicato ad una introduzione al problema del *water wading*. Il secondo capitolo ha lo scopo di introdurre i concetti di base dell'SPH, evidenziando alcuni possibili modi di discretizzare le equazioni di governo e di gestire le condizioni al contorno. Il terzo capitolo è dedicato alla riproduzione con approccio SPH di due casi test sperimentali, in modo da validare i modelli SPH che verranno utilizzati per lo studio del passaggio in guado del veicolo. In particolare, verranno riprodotti due casi test sperimentali di *sloshing* di un fluido all'interno di un serbatoio. Nel quarto capitolo, vengono trattati due casi applicativi di *fuel sloshing*, confrontando i risultati SPH con una analisi tradizionale ai volumi finiti (VOF). In questo modo, è stato possibile evidenziare i vantaggi dell'SPH per quanto riguarda i tempi di calcolo. Il quinto capitolo è dedicato allo studio del passaggio in guado, utilizzando come modello di riferimento una vettura semplificata (*DrivAer model*). L'ultimo capitolo è dedicato alla simulazione SPH del passaggio in guado di una vettura con *underhood* dettagliato, in modo da analizzare il comportamento del fluido all'interno del sottocofano.

Infine, vengono tratte dalle conclusioni dal lavoro di tesi, riassumendo i risultati ottenuti e mostrando le potenzialità e i limiti della metodologia SPH.

Capitolo 1

Passaggio in guado di veicoli

1.1 Introduzione

Un problema da dover considerare nell'industria automobilistica riguarda la capacità di una vettura di poter attraversare un eventuale allagamento, senza riscontrare possibili danni. Con il termine *water wading* si fa riferimento al passaggio attraverso l'acqua di una vettura, in condizioni di diverse altezze del fluido e in condizioni di diverse velocità di ingresso del veicolo[1].

Per quanto il passaggio in guado non rappresenti ancora un test obbligatorio dal punto di vista normativo, esso viene svolto da diverse industrie automobilistiche (soprattutto nei veicoli *off-road*) per testare le capacità della vettura e l'integrità dei singoli componenti. Il passaggio in guado, infatti, rappresenta un possibile pericolo per ogni tipologia di vettura: sia per veicoli dotati di motore a combustione interna (ICE), sia per veicoli alimentati a batterie (EV) e sia per altre configurazioni ibride.

L'obiettivo di simulare un passaggio un guado è necessario, dunque, per prevedere possibili mal-funzionamenti di componenti elettronici nel sottocofano della vettura. Per motori a combustione interna, è fondamentale prevedere l'ingresso di acqua nell'*air induction system* o AIS, affinché non venga introdotta una percentuale troppo elevata di acqua nel condotto di aspirazione dell'aria. Dall'altra parte il guado potrebbe rappresentare anche un possibile pericolo per il vano batterie delle macchine elettriche, tipicamente posizionato nella parte inferiore del pianale. Inoltre, è bene verificare che i carichi che il fluido esercita sulla vettura non comportino dei danni dal punto di vista strutturale.



Figura 1.1: Esempio di *wading test* effettuato da Volvo[2]. Altezza del guado pari a 400 mm e velocità del veicolo di circa 12 km/h.



Figura 1.2: Esempio di *wading test* effettuato da Jaguar Land Rover JLR[3].

Determinare un'altezza massima di guado ammissibile per una vettura, in modo che non riscontri danni permanenti, richiede una serie di test sperimentali. Con una indagine SPH (*smoothed particle hydrodynamics*) lo scopo è proprio quello di ridurre i tempi e i costi previsti per simulare realmente il passaggio in guado. Nell'ambito della *computational fluid dynamics*, l'SPH si dimostra particolarmente favorevole per simulare geometrie complesse, dove la dimensione più piccola della griglia di calcolo di una simulazione ai volumi finiti richiederebbe dei tempi di calcolo non sostenibili.

Nei prossimi capitoli, dunque, ci si concentrerà gradualmente sui seguenti aspetti. Il primo aspetto riguarda il modo con cui vengono discretizzate le equazioni di governo in ottica SPH, sottolineando alcune analogie e differenze rispetto ad una classica analisi CFD ai volumi finiti. Successivamente, due casi sperimentali di *sloshing* verranno sottoposti a confronto con i risultati SPH ottenuti in ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland). I due casi test verranno utilizzati come validazione dei risultati ottenuti. Successivamente, altri casi più applicativi di *fuel sloshing* verranno simulati sia con una analisi ai volumi finiti sia con l' SPH, mostrando per quest'ultima metodologia i vantaggi riscontrati sui tempi di calcolo. Infine, ci si concentrerà sul passaggio in guado di due vetture (un modello DriVaer semplificato ed un modello con sottocofano più dettagliato).

Capitolo 2

Smoothed Particle Hydrodynamics method

2.1 Approccio tradizionale ed approccio SPH

In questo capitolo ci si pone come obiettivo quello di introdurre i principi di base di una simulazione SPH. Il modo con cui vengono discretizzate le equazioni di governo segue un approccio diverso rispetto ad una classica simulazione ai volumi finiti. In quest'ultimo caso, l'idea è quella di discretizzare il dominio di calcolo in una serie di celle più piccole all'interno delle quali valutiamo, in ottica euleriana, come cambiano nel tempo le grandezze conservative del fluido. Se scriviamo infatti la generica espressione di una legge di governo in forma integrale:



Figura 2.1: Esempio di cella computazione: CFD ai volumi finiti

$$\frac{\partial}{\partial t} \int U dV + \int \vec{F} \cdot \vec{n} dS = 0$$

Dove con U si intende la generica grandezza conservativa del fluido (ad esempio il valor medio della densità del fluido all'interno della cella). Essa cambierà nel tempo in base ai flussi \vec{F} che attraversano le interfacce della cella. Ipotizzando, ad esempio, di prendere il valor medio \bar{U} della grandezza conservativa, discretizziamo gli integrali di volume e di superficie:

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot (\bar{U} \Delta V) + \sum_{i=1}^{N_{inter\ face}} \vec{F}_i \cdot \vec{n}_i \Delta S_i = 0.$$

Il modo di procedere, dunque, è quello di discretizzare il continuo con un numero sufficiente di celle, inizializzare il campo di moto, calcolare i flussi con un opportuno metodo numerico ed, infine, aggiornare nel tempo le variabili conservative. In questo modo, in ottica *euleriana*, è stata fissata una porzione del dominio, e ne abbiamo valutato cosa avviene al suo interno calcolando la sommatoria dei flussi attraverso la sua superficie.

L'approccio SPH, invece, ha come scopo quello di valutare le grandezze fluidodinamiche associate ad una generica particella fluida, seguendola nello spazio in ottica *lagrangiana*[4]. In SPH, il fluido viene discretizzato attraverso un numero sufficientemente ampio di particelle. A questo punto le proprietà della particella i -esima vengono valutate con una media pesata delle proprietà delle particelle j -esime circostanti. Se venisse utilizzata una funzione Dirac, ad esempio:

$$U(r_i) = \int U(r_j)\delta(r_i - r_j)dr_j \quad (2.1)$$

Questa funzione assumerebbe un valore diverso da zero esclusivamente in posizione r_i dove si vuole calcolare la proprietà della particella. Dal punto di vista pratico, utilizzare una funzione impulsiva porterebbe ad avere una grande fonte di errore numerico. Per questo motivo, in SPH viene adottata una *funzione peso* W , o anche chiamata **funzione kernel**, continua e derivabile all'interno del proprio dominio di supporto:

$$U(r_i) \simeq \int U(r_j)W(r_i - r_j)dr_j \quad (2.2)$$

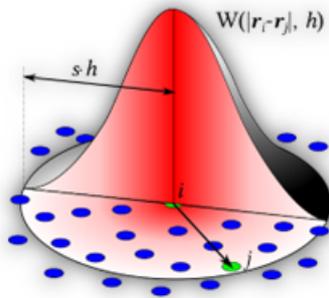


Figura 2.2: Esempio di funzione Kernel: SPH method[5].

Il numero di particelle j -esime che vengono prese in considerazione dipende dal dominio di supporto della funzione kernel che viene utilizzata. La funzione kernel $W(r)$ segue qualitativamente l'andamento di una gaussiana, in modo tale da assumere valore massimo in corrispondenza della particella i -esima che si vuole studiare. Il suo dominio di supporto, come si vede in figura 2.2, dipende da una grandezza h chiamata *smoothing length*. Nella maggior parte dei codici SPH essa dipende linearmente, tramite una generica costante, dal raggio di particelle scelto (nell'ipotesi che la *smoothing length* sia costante su tutto il dominio):

$$h(r) = k \cdot r$$

Dall'equazione 2.2, successivamente, si discretizza al solito l'integrale come una sommatoria delle j particelle all'interno della sfera di influenza:

$$U(r_i) \simeq \sum_{j=1}^{N_{particelle}} \frac{m_j}{\rho_j} U(r_j) W(r_i - r_j, h) \quad (2.3)$$

Dove il rapporto tra m_j e ρ_j indica il volume occupato dalla j -esima particella circostante. In questo modo, le particelle più vicine (dove la funzione Kernel assume valori maggiori) avranno un peso maggiore nella stima della grandezza U associata alla particella i -esima.

Dalle approssimazioni fatte per scrivere le equazioni 2.2 e 2.3 si evince, quindi, che la stima della generica proprietà U_i sia affetta da due tipologie di approssimazioni:

- L'uso di una funzione Kernel, diversa dal δ di Dirac, tale per cui[4]:

$$\lim_{h \rightarrow 0} W(r, h) = \delta(r) \quad (2.4)$$

- La discretizzazione in un numero finito di particelle j , dove chiaramente:

$$\lim_{r \rightarrow 0} N_{particelle} = \infty \quad (2.5)$$

Per quanto riguarda il primo punto, la tipologia di funzione Kernel influisce sull'errore commesso nel passare dall'equazione esatta 2.1 all'equazione approssimata 2.2. Ad esempio, espandendo $W(r, h)$ in serie di Taylor, nell'ipotesi che sia una funzione simmetrica tale per cui $W(r_i - r_j) = W(r_j - r_i)$, è possibile dire che[4]:

$$U(r_i) = \int_V U(r_j)W(r_i - r_j)dr_j + o(h^2) \quad (2.6)$$

In realtà, elaborando funzioni Kernel più accurate si possono ottenere anche errori dell'ordine di $o(h^4)$ [4]. Tuttavia, questo dipende dal tipo di problema in esame. Funzioni Kernel più elaborate possono avere alcune regioni in cui assumono valore negativo e questo può portare alla stima di un valore negativo di densità della particella[4].

In entrambi gli approcci, CFD ai volumi finiti e SPH, la prima fonte di errore è data dalla discretizzazione del continuo. Nel primo caso tramite una griglia di calcolo, nel secondo caso tramite un numero finito di particelle di cui sarà composto il fluido.

2.1.1 Esempi di funzioni Kernel

In questa sezione ci si concentra su alcune tipologie di *smoothing function* maggiormente utilizzate e su alcune proprietà che quest'ultime devono rispettare.

Per passare dall'equazione 2.1 (che restituirebbe una stima esatta) all'equazione 2.2 (che vede l'utilizzo di una *smoothing function* W) è necessario quindi fare un'approssimazione. Per questo, le caratteristiche di W influiscono sull'*ordine di consistenza* che avremo nel fare questa approssimazione. Il ragionamento è analogo a quello che si fa nelle analisi alle differenze finite. La consistenza del metodo mi dice quanto discretizziamo bene le equazioni di partenza. Allora l'errore che viene commesso nel passare dall'equazione 2.1 di partenza all'equazione 2.2 dipenderà da come è costruita la funzione kernel $W(r, h)$ e dal relativo ordine di consistenza.

Affinché quindi l'approssimazione SPH riproduca fedelmente una funzione, la *smoothing function* W deve avere un certo grado di consistenza[6]. Un modo per stabilire l'ordine di consistenza è quello di sostituire alla generica funzione $U(r_i)$ la sua espansione in serie di Taylor, all'interno della (2.2). In questo modo possiamo capire quanto l'approssimazione SPH valuti bene le equazioni di partenza. Nella condizione limite per cui il numero di particelle tende ad infinito [6] e prendendo l'equazione (2.2):

$$U(r_i) \simeq \int U(r_j)W(r_i - r_j)dr_j$$

Sostituendo e facendo le derivate di U fino all'ordine necessario, è possibile ottenere le *condizioni di consistenza* della funzione W [6]. Ad esempio, la *zero condition consistency* che deve rispettare W per approssimare una funzione costante di grado zero sarà:

$$\int W(r, h)dr = 1 \quad (2.7)$$

Questa condizione che W deve rispettare, infatti, risulta coerente con il fatto che debba comportarsi come un impulso di Dirac, il cui integrale risulta unitario.

Derivando la funzione U più volte e sostituendone di nuovo la sua espansione in serie di Taylor si otterranno altre condizioni di consistenza, ma di ordine superiore. Per esempio in CFD si ha

bisogno di derivare U due volte, quando si scrivono i termini viscosi all'interno del bilancio di quantità di moto. Derivando allora la funzione U più volte si otterranno ulteriori condizioni di consistenza da rispettare. Per questo motivo, le funzioni kernel rispettano alcune condizioni[5]:

- La funzione kernel deve essere normalizzata: $\int W(r, h)dr = 1$
- La funzione kernel deve assumere valore nullo al di fuori del proprio dominio di supporto: $W(r, h) = 0$ se $r > kh$.
- La funzione kernel deve essere positiva all'interno del proprio dominio di supporto: $W(r_i - r_j) \geq 0$ se $r \leq kh$.
- La funzione kernel deve essere monotonamente decrescente[6].
- La funzione kernel deve approssimare la funzione delta di Dirac quando la *smoothing length* tende a zero.
- La funzione kernel deve essere una funzione pari (simmetrica)[5] tale per cui $W(r_i - r_j) = W(r_j - r_i)$.

Soddisfando quindi diverse condizioni di consistenza, è possibile realizzare diverse funzioni Kernel. Nelle simulazioni di fluidodinamica, dove le particelle fluide occupano un certo volume e possiedono una massa finita, è necessario che la funzione kernel non assuma valori negativi. Se lo facesse, potrebbe portare a stimare dei valori di densità negativa per una generica particella[5]. Questo, chiaramente, non avrebbe alcun significato fisico. Funzioni Kernel che risultano sempre positive all'interno del proprio dominio di supporto, soddisfano condizioni di consistenza fino al secondo ordine. Per questo motivo, per metodologie SPH applicate a problemi di fluidodinamica, le funzioni Kernel sono limitate ad un ordine di consistenza del secondo ordine:

$$U(r_i) = \int_V U(r_j)W(r_i - r_j)dr_j + o(h^2)$$

È bene specificare che le condizioni di consistenza analizzate finora valgono nella forma integrale, come visto per l'equazione numero (2.2). Nella pratica, gli integrali vengono approssimati con delle sommatorie fatte sul numero di particelle presenti all'interno del dominio di supporto di W , come visto nell'equazione (2.3). Questo non garantisce sempre, quindi, che la funzione Kernel soddisfi a pieno le condizioni di consistenza trovate per la forma integrale[6]. In quei casi, è necessario ristabilire la consistenza della funzione Kernel, trovandone una nuova espressione ed aumentando il costo computazionale dell'operazione.

Si riportano, a titolo d'esempio, alcune tradizionali funzioni kernel adottate. La prima idea che verrebbe in mente è quella di utilizzare proprio una funzione gaussiana, tale per cui[4]:

$$W(r, h) = 1/(h^3 \cdot \pi^{\frac{3}{2}}) \cdot e^{-x^2} \quad (2.8)$$

Dove:

$$x = \frac{r}{h}$$

Utilizzando però questa funzione, il suo costo computazionale scalerebbe con $o(N^2)$ dove N è il numero di particelle nell'intero dominio della simulazione[4]. Quello che conviene fare, invece, è limitare il costo computazionale ad un $o(N \cdot N_{neigh})$. In questo caso N_{neigh} indica il numero di particelle vicine all'interno della *smoothing length*. Ciò significa limitare la funzione Kernel ad un dominio più piccolo, al di fuori del quale essa assume valor nullo. Una tipologia di Kernel

molto utilizzata, ad esempio, è funzione polinomiale definita a tratti: una *spline*. Si riporta, ad esempio, una delle spline cubiche più utilizzate[6] in letteratura SPH:

$$W(S, h) = \alpha_d \times \begin{cases} \frac{2}{3} - S^2 + \frac{1}{2}S^3, & 0 \leq S < 1, \\ \frac{1}{6}(2 - S)^2, & 1 \leq S < 2, \\ 0, & S \geq 2. \end{cases} \quad \alpha_d = f\left(\frac{1}{h}, \frac{1}{h^2}, \frac{1}{h^3}\right) \quad (2.9)$$

Dove[6]:

$$S = (r_i - r_j)/h$$

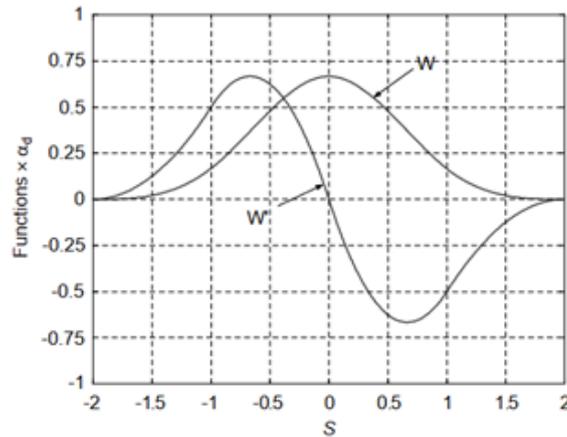


Figura 2.3: Esempio di funzione Kernel e della sua derivata prima: spline cubica[6].

Un altro tipo di spline molto usata in regime incomprimibile[6]:

$$W(S, h) = \alpha_d \times \begin{cases} (3 - S)^5 - 6(2 - S)^5 + 15(1 - S)^5, & 0 \leq S < 1, \\ (3 - S)^5 - 6(2 - S)^5, & 1 \leq S < 2, \\ (3 - S)^5, & 2 \leq S < 3, \\ 0, & S > 3. \end{cases} \quad (2.10)$$

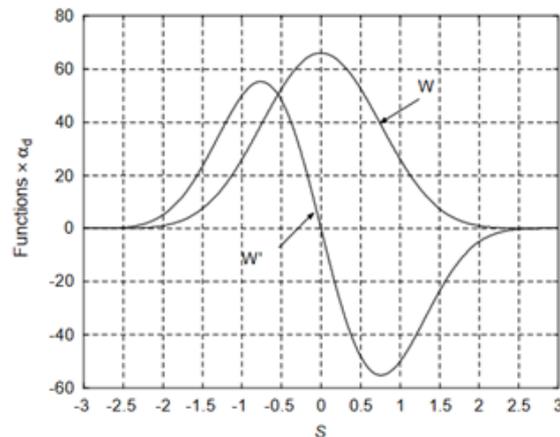


Figura 2.4: Esempio di funzione Kernel e della sua derivata prima: spline del quinto ordine[6].

2.2 Discretizzazione dell'equazione di continuità

In questa sezione ci si pone come obiettivo quello di vedere uno dei modi con cui discretizzare l'equazione di bilancio della massa[4], utilizzando i concetti di base dell'SPH. Richiamando quanto ricavato dall'equazione (2.3), è stata scritta una generica grandezza U per una particella i -esima, in funzione delle particelle j -esime circostanti all'interno del dominio di supporto della funzione Kernel:

$$U(r_i) \simeq \sum_{j=1}^{N_{particelle}} \frac{m_j}{\rho_j} U(r_j) W(r_i - r_j, h)$$

Questa approssimazione può essere scritta per la densità della particella i -esima[4]:

$$\rho_i \simeq \sum_{j=1}^{N_{part}} m_j W(r_i - r_j, h) = \sum_{j=1}^{N_{part}} m_j W_{ij} \quad (2.11)$$

Dove per semplicità di notazione $W(r_i - r_j, h) = W_{ij}$. Come anticipato, l'SPH si basa sul seguire l'evoluzione delle singole particelle in ottica lagrangiana. Per cui la derivata totale, o lagrangiana, della densità della i -esima particella fluida sarà stimata come[4]:

$$\frac{D}{Dt}(\rho_i) \simeq \sum_{j=1}^{N_{part}} m_j \left[\frac{\partial W_{ij}}{\partial r_j} \cdot \frac{\partial r_j}{\partial t} + \frac{\partial W_{ij}}{\partial r_i} \cdot \frac{\partial r_i}{\partial t} + \frac{\partial W_{ij}}{\partial h} \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \right] \quad (2.12)$$

Nell'ipotesi che la *smoothing length* rimanga costante¹, l'ultimo termine assume valore nullo. Riscrivendo[4]:

$$\begin{cases} \frac{\partial r_i}{\partial t} = \vec{v}_i \\ \frac{\partial r_j}{\partial t} = \vec{v}_j \end{cases}$$

Come anticipato, le funzioni Kernel rispettano alcune caratteristiche affinché il metodo abbia un certo ordine di consistenza. Tra queste, la funzione kernel risulta simmetrica nel proprio dominio di supporto. Ciò significa, come si può intuire dalla figura 2.2, che il suo gradiente risulta *anti-simmetrico*[4]:

$$\nabla W_{ij} = -\nabla W_{ji}$$

Da cui si ottiene una forma finale del tipo[4]:

$$\frac{D}{Dt}(\rho_i) \simeq \sum_{j=1}^{N_{part}} m_j (\vec{v}_i - \vec{v}_j) \nabla_i W_{ij} \quad (2.13)$$

Il termine RHS appena ricavato, non è nient'altro che una riformulazione della divergenza del campo di velocità di un fluido, discretizzata su un numero finito di particelle:

$$\frac{D(\rho_i)}{Dt} = -\rho_i \nabla_i \cdot \vec{v}_i \quad (2.14)$$

Se il campo di velocità fosse un campo vettoriale solenoidale a divergenza nulla (come avviene nei flussi a Mach sufficiente basso) non si avrebbero variazioni nel tempo della densità.

Una cosa che possiamo notare dall'equazione (2.13) è che in SPH i gradienti si spostano necessariamente anche sulla funzione Kernel, che dovrà essere continua e derivabile una volta per descrivere i termini di natura convettiva e due volte per descrivere i termini di natura diffusiva (ad esempio i termini viscosi del bilancio di quantità di moto).

¹Alcuni codici SPH, invece, utilizzano una *smoothing length* variabile nel tempo e nello spazio. In questo modo è possibile realizzare degli infittimenti localizzati all'interno del dominio.

2.3 Bilancio di quantità di moto

Anche in questo caso, esistono diversi modi per poter trattare i termini all'interno del bilancio di quantità di moto[4]. In funzione della tipologia di flusso che si va a trattare, è possibile trovare in letteratura modi diversi di riscrivere i gradienti di pressione e i termini viscosi.

2.3.1 Gradiente di pressione e termini viscosi

Uno dei modi più utilizzato per riscrivere il gradiente di pressione è stato ricavato da Monaghan utilizzando l'equazione di Eulero-Lagrange[4] e ottenendo che, nell'ipotesi di flusso isentropico[7] e senza l'azione di forze esterne:

$$\frac{D\vec{v}_i}{Dt} = - \sum_j m_j \left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} \right) \nabla W_{ij}, \quad (2.15)$$

Con questa scrittura, due particelle che esercitano tra di loro una pressione uguale e opposta, andranno ad annullare il proprio contributo nel termine ∇p . Nella maggior parte dei casi, è chiaro che l'ipotesi di flusso isentropico non sia sufficiente per descriverne il comportamento. Per questo motivo, molti codici SPH introducono dei termini di viscosità artificiale. Monaghan, ad esempio, ha introdotto un termine di dissipazione per flussi comprimibili e in presenza di onde d'urto[7]. Questo termine dissipativo, veniva inserito all'interno del bilancio di quantità di moto [4]:

$$\frac{d\vec{v}_i}{dt} = - \sum_j m_j \left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} + \Pi_{ij} \right) \nabla_i W_{ij}. \quad (2.16)$$

Dove[4]:

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} \frac{-\alpha_{SPH} \cdot \bar{c}_{ij} \cdot \mu_{ij} + \beta_{SPH} \cdot \mu_{ij}^2}{\bar{\rho}_{ij}} & \text{se } \vec{v}_{ij} \cdot \vec{r}_{ij} < 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (2.17)$$

Dove $\bar{\rho}_{ij}$ indica il valore medio della densità tra due particelle i e j . Con \bar{c}_{ij} si indica il valore medio della velocità del suono. Il termine μ_{ij} [4]:

$$\mu_{ij} = \frac{h \vec{v}_{ij} \cdot \vec{r}_{ij}}{|\vec{r}_{ij}|^2 + \epsilon \cdot h^2} \quad (2.18)$$

Dove $\epsilon \cdot h^2$ assume un valore molto piccolo per evitare una possibile singolarità numerica[4]. I termini α_{SPH} e β_{SPH} rappresentano invece delle costanti adimensionali. I loro valori possono cambiare in base al tipo di simulazione che si sta facendo. Per esempio, dai test effettuati da Monaghan [4], si è visto che variando i valori di α e di β sono stati ottenuti buoni risultati sia in presenza di deboli onde d'urto ma anche nello studio di flussi non affetti da onde d'urto[4]. Inoltre, questo termine dissipativo viene introdotto esclusivamente quando $\vec{v}_{ij} \cdot \vec{r}_{ij} < 0$, ovvero quando si sta verificando una compressione da parte del fluido. Nel caso contrario di espansione, non viene introdotto alcun termine dissipativo.

I modi per introdurre gli effetti della viscosità sono molteplici. Il termine di viscosità artificiale introdotto precedentemente, non è sempre in grado di valutare la viscosità nel caso di flussi a basso numero di Reynolds. In quel caso, il contributo dato dalle forze di inerzia è equiparabile al contributo delle azioni viscosi. Ad esempio, nello studio di flussi incomprimibili (a basso Mach) e a basso numero di Reynolds, Morris introduce direttamente una stima dei termini viscosi[6]:

$$\frac{D\vec{v}_i}{Dt} = - \sum_j m_j \left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} \right) \nabla W_{ij} + \sum_j \frac{m_j (\mu_i + \mu_j) \vec{v}_{ij}}{\rho_i \rho_j} \cdot \left(\frac{1}{r_{ij}} \frac{\partial W_{ij}}{\partial r_i} \right) + \vec{F}_i \quad (2.19)$$

Dove con \vec{F}_i si indica il generico termine di forza di volume agente sulla particella i -esima[7]. In conclusione, è possibile stimare in ottica SPH i termini presenti all'interno del bilancio di quantità di moto. Esistono diversi modi per rappresentare i termini viscosi e diversi modi per introdurre termini di viscosità artificiale, in base al tipo di fluido che si sta trattando. Ad esempio, il solver SPH sviluppato da BETA CAE Systems e utilizzato durante questa attività di tesi, implementa un ulteriore modello per la viscosità, come riportato nel relativo manuale di validazione. Il *viscosity-solver* è stato testato attraverso un classico *benchmark test* molto utilizzato per validare codici CFD: *lid driven cavity*[8].

2.3.2 Tensione superficiale

Infine, all'interno dell'equazione di bilancio della quantità di moto, si inseriscono i termini legati alla tensione superficiale. Se si dovessero considerare più fasi, si dovrebbe aggiungere un nuovo termine rappresentativo delle tensioni superficiali in corrispondenza della superficie libera del fluido[9]. In passato questi modelli prevedevano un bilancio di forze all'interfaccia tra il tensore degli stress e la tensione superficiale [2]. Questo metodo prendeva il nome di metodo CSF (*continuum surface force*) ma aveva due problematiche. La prima era legata all'introduzione di troppa viscosità artificiale (dall'approssimazione delle derivate seconde) e la seconda era legata al costoso algoritmo di ricerca delle particelle posizionate all'interfaccia ad ogni istante temporale.

Un altro modello utilizzato prende il nome di metodo PF (*pairwise forces*[2]), dove le forze scambiate all'interfaccia vengono sostituite con delle forze di volume equivalenti. Queste forze devono avere caratteristiche precise, in modo da assumere valore nullo nel cuore del fluido e assumere valore diverso da zero all'interfaccia.

In questa tesi, tratteremo solo flussi monofase. Tuttavia, in alcuni codici SPH l'effetto dell'aria può essere riprodotto in maniera artificiale, in modo da catturare correttamente la curvatura del fluido (ad esempio risolvendo l'equazione di Young-Laplace [8]). Analogamente, per catturare il comportamento del fluido su una superficie solida (costituita anch'essa da particelle), vengono introdotti dei modelli di tensione superficiale. Questi modelli introducono nuove forze di adesione in grado di contrastare le forze di coesione che tengono insieme le particelle di fluido. In questo modo, è possibile ricavare l'angolo di contatto che c'è tra il fluido e la superficie solida, definendone un comportamento idrofobico oppure idrofilo.

In questo lavoro di tesi si andranno a trattare casi principalmente in regime incomprimibile, motivo per cui non verrà riportato un modo per discretizzare l'equazione di bilancio dell'energia.

2.4 Possibili condizioni al contorno

In questa sezione ci si concentra sui modi in cui possono essere trattate le superfici solide (rigide) all'interno di una simulazione SPH. Innanzitutto, in SPH, la maggior parte delle volte anche le superfici solide verranno discretizzate con un certo numero di particelle. Nel caso più semplice, queste particelle avranno lo stesso raggio delle particelle con cui viene discretizzato il fluido.

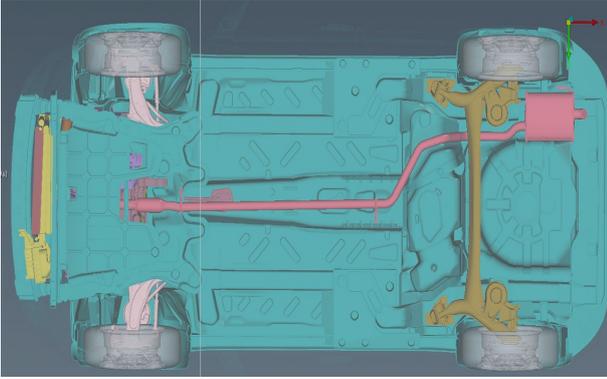


Figura 2.5: Pianale della vettura con sotto-cofano dettagliato.

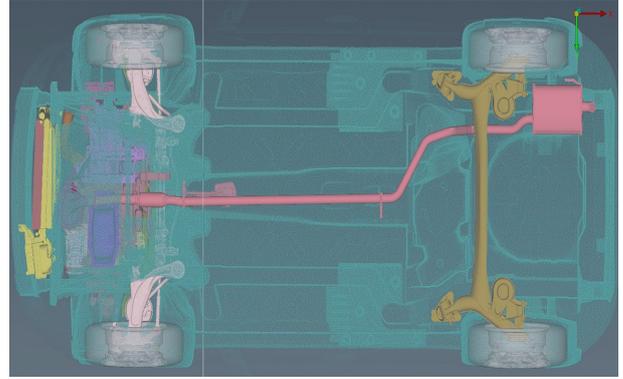


Figura 2.6: Pianale della vettura con sotto-cofano dettagliato: discretizzazione SPH con particelle di raggio pari a 5 mm.

Come riportato da A. Di Monaco, esistono diversi modi per trattare le condizioni al contorno. Raggruppandoli in diverse categorie[10]:

- **Ghost particles:** questo metodo crea delle particelle in corrispondenza del solido specchiando le particelle fluide in prossimità della parete [10]. A queste particelle andranno assegnate opportune condizioni al contorno, ad esempio imponendo alle particelle solide una velocità uguale opposta a quella del fluido (impenetrabilità) [7]. A queste particelle, inoltre, bisognerà assegnare delle condizioni al contorno di pressione e di viscosità. Questo modo di trattare le particelle solide potrebbe risultare molto semplice nei casi 2D e molto più problematico in presenza di geometrie complesse tridimensionali [10].
- **Boundary particles:** in questo caso la superficie esterna dei solidi viene direttamente discretizzata con particelle, fisse o in movimento [10]. Le particelle scambieranno delle forze con il fluido, in funzione della loro distanza reciproca. Anche in questo caso andranno assegnate opportune condizioni al contorno sulla velocità e sulla pressione. Esistono diversi modi per assegnare condizioni di velocità, pressione e viscosità alle particelle solide. Un modo potrebbe essere quello di assegnare alle particelle solide la stessa pressione esercitata dalle particelle di fluido. Sulla velocità, ad esempio, per valutare flussi a basso Reynolds Morris utilizza il seguente metodo:

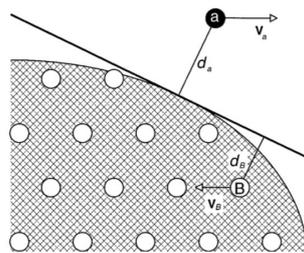


Figura 2.7: Esempio di velocità artificiale assegnata alle boundary particles (*no-slip BC*), Morris [7]

Con questo metodo, la velocità artificiale della particella solida b sarà funzione della velocità delle particelle di fluido a . La distanza d_a normale alla superficie solida definisce un piano tangente (o una linea in un caso 2D come in figura). Rispetto a questo piano, la distanza d_b viene presa in direzione normale. Per cui [7]:

$$\vec{v}_{ab} = \beta \vec{v}_a \quad (2.20)$$

Dove [7]:

$$\beta = \min(\beta_{max}, 1 + \frac{d_b}{d_a}); \quad \beta_{max} \simeq 1.5$$

Chiaramente se la superficie solida è in movimento, la velocità della particella \vec{v}_a sarà quella relativa rispetto alla parete. La velocità della particella solida, può essere utilizzata per calcolare ad esempio i termini viscosi dal bilancio di quantità di moto [7].

- **Semi-analytical technique:** A. di Monaco ha proposto invece un approccio semi-analitico dove viene valutato il contributo della porzione di solido all'interno della sfera di influenza di una generica particella fluida:

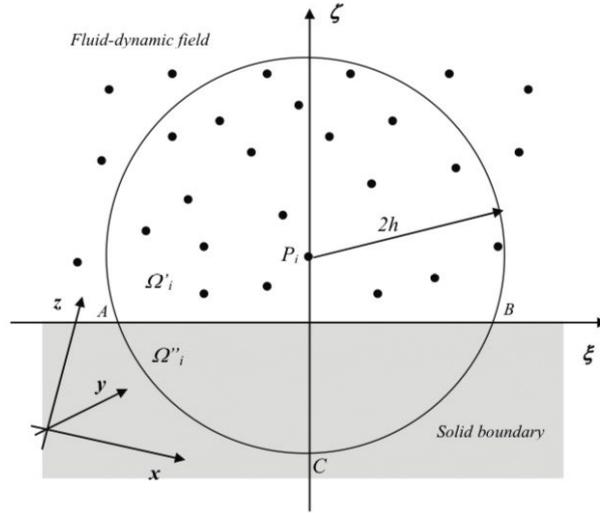


Figura 2.8: Generica sfera di influenza di una particella fluida in prossimità di una parete solida[10].

L'idea alla base è quella di suddividere la sfera di influenza in due regioni. Una prima regione Ω'_i costituita da altre particelle fluide. La seconda regione Ω''_i , invece, si trova all'interno del dominio solido. Come visto fin ora, una generica grandezza in SPH viene valutata attraverso le proprietà delle particelle vicine, utilizzando una media pesata con la distanza:

$$U(r_i) \simeq \int U(r_j)W(r_i - r_j)dr_j$$

Questo integrale verrà suddiviso in due contributi. Il primo contributo all'interno del fluido viene discretizzato in ottica SPH come già visto. Il secondo contributo, in Ω''_i viene trattato separatamente [10]. Ad esempio, come già visto per la conservazione della massa, avremo [10]:

$$\frac{D}{Dt}(\rho_i) \simeq \sum_{j=1}^{N_{part}} m_j(\bar{v}_i - \bar{v}_j)\nabla_i W_{ij} + \int_{\Omega''_i} \rho(x)(\vec{v}_i - \vec{v}(x))\nabla_i W(x)d\Omega \quad (2.21)$$

Per il calcolo del contributo dei cosiddetti *integral boundary terms* si dovranno assegnare proprietà all'interno del dominio solido. Una delle idee più semplici, ad esempio, è quella

di poter assegnare una distribuzione uniforme di densità e velocità all'interno di Ω_i'' [10]. Allo stesso modo, avremo un integrale da dover considerare nel bilancio di quantità di moto. Questi termini, dunque, non vengono discretizzati come sommatorie ma vengono trattati come una regione continua, con una certa distribuzione di velocità e pressione. Questo metodo è stato validato seguendo i dati sperimentali del *dambreak test* [10].

In conclusione, abbiamo visto con degli esempi alcune delle possibili condizioni al contorno che possono essere implementate in un codice SPH. In questo modo, risulterà più chiaro perchè verranno assegnate alcune proprietà alle particelle di cui è composto il solido (in base alle tipologie di *boundary conditions* utilizzate).

Capitolo 3

Casi test di validazione: modello SPH e risultati sperimentali

In questo capitolo l'obiettivo è quello di replicare alcuni casi test sperimentali, in modo tale da esplorare potenzialità e limiti dell'SPH, confrontando direttamente gli output ottenuti con dei risultati sperimentali. In particolare, verranno replicati due casi test molto ricorrenti e utilizzati spesso per validare codici SPH. Tutti i dati relativi al *setup* e a gli output dei test sperimentali sono stati presi dalla raccolta di *benchmark test* fatta da SPHERIC (SPH rEsearch and engineerRing International Community) [11].

Il primo caso consiste in un caso di *sloshing* di un serbatoio, contenente liquido ed aria in condizioni standard, messo opportunamente in movimento tramite un motore elettrico. I test sperimentali sono stati fatti prima con acqua e successivamente con un liquido più viscoso come l'olio di girasole.

Il secondo caso, comunemente noto come *3D dambreak test*, studia l'impatto di un fluido (in questo caso acqua) contro un oggetto, all'interno di un serbatoio. Sull'oggetto vengono inserite diverse sonde di pressione per poter misurare in più zone la pressione esercitata dal fluido. All'interno del serbatoio, vengono inserite ulteriori sonde per poter misurare durante tutto l'esperimento il livello del pelo libero dell'acqua.

3.1 Water lateral sloshing

Il serbatoio in esame, realizzato in plexiglass, consiste in una sezione rettangolare di un serbatoio LNG (liquefied natural gas). La riproduzione del *vessel* è opportunamente scalata in modo da studiare il problema di impatto di un fluido all'interno del serbatoio.

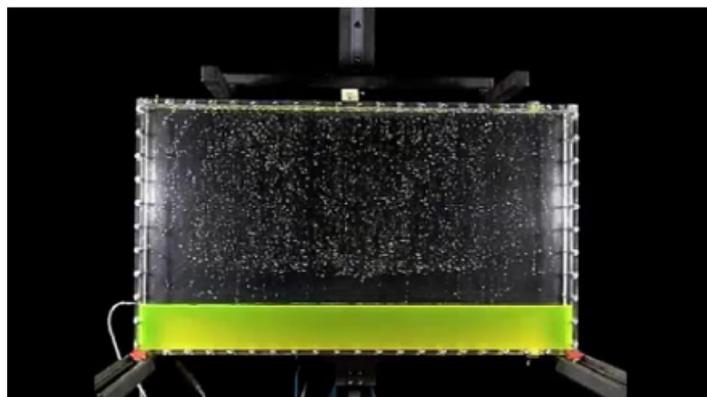


Figura 3.1: Water lateral sloshing: serbatoio utilizzato [12]. Per chiarezza è stato aggiunto un colorante all'acqua utilizzata.

Gli esperimenti sono stati replicati per 3 diversi spessori del serbatoio. Prenderemo a riferimento solo uno di questi spessori e faremo una simulazione SPH 3D. Le sonde di pressione sono state inserite esattamente a metà dello spessore del serbatoio, con lo scopo iniziale di rendere l'esperimento più vicino possibile ad un caso circa bi-dimensionale. In realtà, i risultati ottenuti per diversi spessori del serbatoio hanno evidenziato una forte variabilità sui picchi di pressione registrati [13]. Per questo motivo, prenderemo a riferimento uno degli spessori del *tank*.

I dati di input forniti riguardano le caratteristiche del fluido, la velocità angolare e il *roll angle* del serbatoio. Inoltre, i test sperimentali sono stati effettuati 100 volte[13], con un intervallo di 3 minuti tra un test e l'altro al fine di riavere il fluido in condizioni di riposo per il test successivo. I valori di pressione misurati e presi a riferimento sono quelli più probabili e ottenuti con maggior frequenza. Chiaramente, sui 100 esperimenti, i valori di pressione misurati dalla sonda seguono una tipica gaussiana [13].

3.1.1 Riproduzione del setup sperimentale

Le dimensioni del serbatoio sperimentale vengono riportate in figura 3.2:

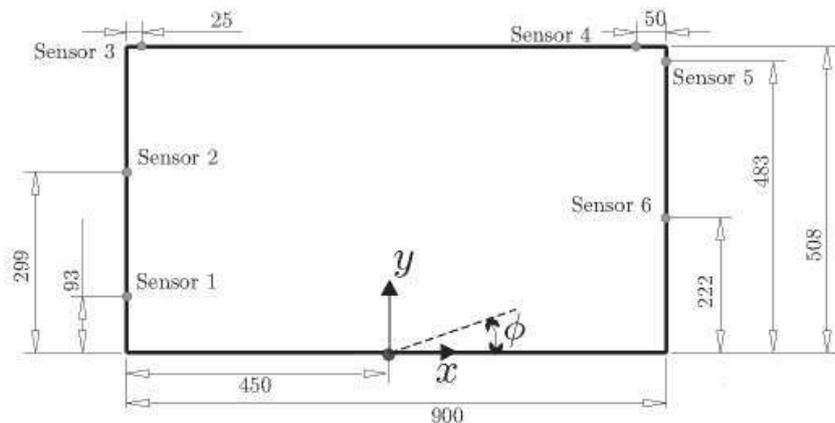


Figura 3.2: Water lateral sloshing: dimensioni del serbatoio. Lo spessore nella terza dimensione è pari a 62 mm[12].

In questa analisi faremo riferimento alle pressioni misurate dalla sonda numero 1, posizionata in corrispondenza del pelo libero dell'acqua all'istante iniziale della simulazione. Il serbatoio, infatti, è stato riempito fino a 93 mm di altezza (circa il 18 % considerando i 508 mm totali di altezza del serbatoio).

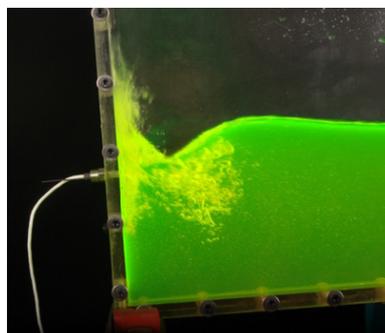


Figura 3.3: Posizione della sonda 1 di pressione [12].

Facendo riferimento alla figura 3.2, il serbatoio possiede come grado di libertà la rotazione rispetto all'asse z . L'angolo ϕ viene fatto oscillare con andamento circa sinusoidale tra un valore

massimo di 4° e un valore minimo di -4° . Il setup sperimentale è stato riprodotto su ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland). Combinando una funzione gradino ed una funzione sinusoidale, è stato imposto il movimento oscillatorio dato dal motore elettrico nel caso sperimentale:

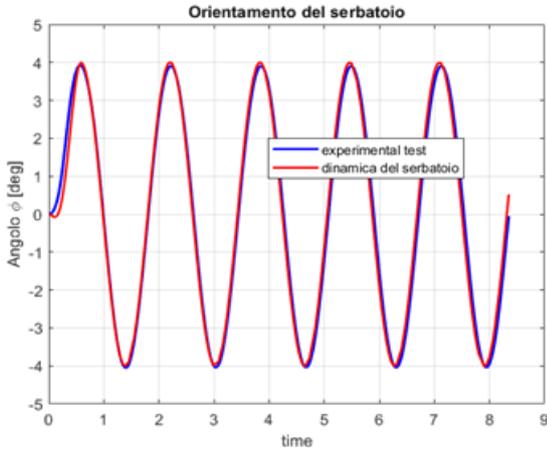


Figura 3.4: Roll angle ϕ : confronto tra sperimentale e dinamica realizzata su ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland).

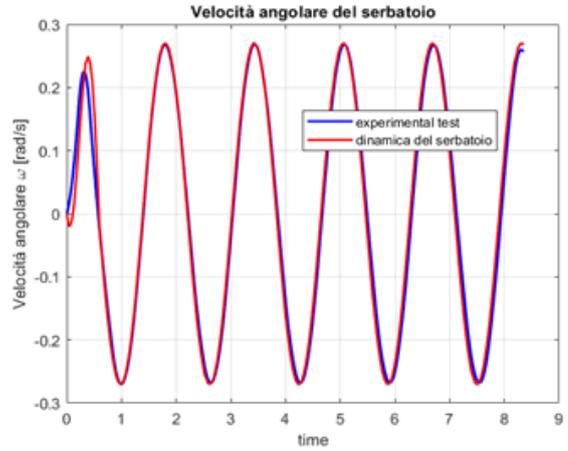


Figura 3.5: Velocità angolare ω : confronto tra sperimentale e dinamica realizzata su ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland).

Il serbatoio viene fatto oscillare con una frequenza precisa e circa pari alla frequenza di dispersione delle onde in condizioni di acqua poco profonda (*shallow water dispersion relation*)[12]. Il periodo di oscillazione è pari a[13]:

$$T = 0.85 \cdot T_o = 0.85 \cdot 2\pi \left(\sqrt{\frac{\pi g}{L} \tanh\left(\frac{\pi H}{L}\right)} \right)^{-1} = 1.629 \text{ s} \quad (3.1)$$

Dove H rappresenta l'altezza del pelo libero iniziale dell'acqua ed L è la dimensione caratteristica lungo cui l'onda propaga durante la simulazione (in questo caso L è quindi la lunghezza del serbatoio pari a 900 mm). Il fattore 0.85 è stato scelto per avere una frequenza di eccitazione in grado di dare un alto valore di pressione, durante il primo impatto del fluido sulla parete del tank[13].

3.1.2 Setup SPH

Come anticipato, il fluido viene discretizzato con un certo numero di particelle di raggio r . La sfera di influenza di una generica particella i -esima dipende dalla *smoothing length* utilizzata. Nella maggior parte dei casi la sfera di influenza è una funzione diretta del raggio di discretizzazione scelto delle particelle. In generale, la *smoothing length* può essere variabile nel dominio e nel tempo. In quel caso, quando si vanno a calcolare i gradienti della funzione kernel $W = f(r, h)$, nascono dei nuovi termini all'interno delle equazioni di bilancio. Nel solver SPH implementato in ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland) si utilizzeranno le seguenti ipotesi:

- Il solver lavora nell'incompressibile. Per cui i casi test presi a riferimento sono tutti casi a basso numero di Mach.
- La sfera di influenza di una generica particella è di circa 4 volte il raggio della stessa.
- Il raggio di discretizzazione delle particelle, e dunque anche la *smoothing length*, è costante.

- I corpi all'interno della simulazione, che siano fissi o in movimento, sono rigidi e la loro superficie viene discretizzata da particelle di raggio analogo a quello scelto per discretizzare il fluido.
- La simulazione è stata effettuata nell'ipotesi di flusso monofase (in questo caso la fase liquida di acqua all'interno del tank).

Si riportano in tabella le proprietà del fluido e delle particelle solide utilizzate:

N° part.	Raggio part.	Densità fluido	Viscosità fluido	Viscosità tank	c.Adesione
77625	2 mm	998 $\frac{kg}{m^3}$	0.000894 $Pa \cdot s$	0.000894 $Pa \cdot s$	0.5

Tabella 3.1: Water lateral sloshing: proprietà del fluido utilizzate.

La scelta del raggio delle particelle influisce sia sulla bontà della discretizzazione del dominio fluido sia sul numero di particelle di cui è composta la superficie solida. Maggiore è il numero di particelle della superficie solida, più accurata sarà la stima delle forze scambiate tra fluido e parete. In questo caso è stato preso un raggio di discretizzazione sufficientemente piccolo rispetto alla dimensione minima del serbatoio.

La viscosità dell'acqua è stata presa considerando che essa si trova all'interno del serbatoio ad una temperatura di circa 19°C. Come visto nelle possibili condizioni al contorno che possono essere applicate, vengono assegnate proprietà (velocità, pressione, viscosità) anche alle particelle solide. In questo caso, dove il fluido trattato è acqua, il comportamento a parete viene ben catturato utilizzando un rapporto unitario tra la viscosità delle particelle del fluido e la viscosità delle particelle del solido:

$$\mu_{fluido}/\mu_{solido} = 1$$

Come anticipato, tipicamente a parete viene implementato un modello di tensioni superficiali. In questo modo è possibile catturare il comportamento idrofobo o idrofilo del fluido a parete. Il coefficiente di adesione, come riportato nel relativo manuale di validazione dell'SPH solver [8], viene utilizzato per calcolare l'angolo di contatto statico θ tra una goccia di fluido e la parete. Valori bassi del coefficiente di adesione portano ad avere grandi angoli di contatto e descrivono un comportamento idrofobo della parete [8]. Al contrario, valori alti del coefficiente di adesione portano a dei valori bassi dell'angolo di contatto e descrivono un comportamento più idrofilo della parete [8]:

$$\theta = \cos^{-1}(2 \cdot Adhesion - 1) \quad (3.2)$$

3.1.3 Tempi di calcolo e scelta del time-step

Si riportano i tempi di calcolo relativi alla simulazione effettuata. Il solver utilizzato, ha lavorato attualmente su una singola GPU, le cui caratteristiche vengono riportate in tabella sottostante:

Tempo simulazione	Tempo di calcolo	Time-step	single-GPU
8.35 s	9 min	$100 \cdot 10^{-6} s$	NVIDIA RTX 4000

Tabella 3.2: Water lateral sloshing: tempi di calcolo della simulazione SPH utilizzando una singola GPU NVIDIA RTX 4000.

Per quanto riguarda il passo di discretizzazione temporale, è stato scelto un Δt fisso e non adattivo. La scelta del Δt , in maniera analoga ad una classica simulazione ai volumi finiti, influisce sulla stabilità del metodo. Tipicamente, anche nei codici SPH viene implementato qualcosa di simile ad una condizione di CFL (*Courant-Friedrichs-Lewy*)[4]:

$$\Delta t \propto CFL \cdot \left(\frac{h}{|\vec{v}_c|} \right) \quad (3.3)$$

La formulazione precisa adottata dipende poi da caso a caso. Ad ogni modo, la condizione CFL permette di mantenere stabilità numerica, andando a prendere informazioni all'interno del dominio senza superare lo spazio fisico occupato da una particella che si muove ad una certa velocità caratteristica \vec{v}_c . In altre parole, il dominio di dipendenza numerico (dato dalla *smoothing length* h) dovrà essere maggiore del dominio di dipendenza fisico (dato dallo spazio percorso dal fluido ad una certa velocità caratteristica). La formulazione precisa adottata dipenderà da caso a caso, in funzione anche di eventuali termini diffusivi o in presenza di viscosità artificiale introdotta all'interno delle equazioni di bilancio [4]. In base al numero di Reynolds del fluido che stiamo trattando, i termini diffusivi avranno un ruolo più o meno comparabile ai termini convettivi nelle equazioni di bilancio. Da questo dipenderà, dunque, come viene implementata la condizione di stabilità CFL.

3.1.4 Analisi degli output: SPH vs sperimentale

In questa sezione si prenderanno i valori sperimentali di pressione e si metteranno a confronto con la simulazione SPH effettuata. Si riportano alcuni istanti della simulazione a confronto e i risultati ottenuti dalla simulazione con raggio pari a 2 mm:

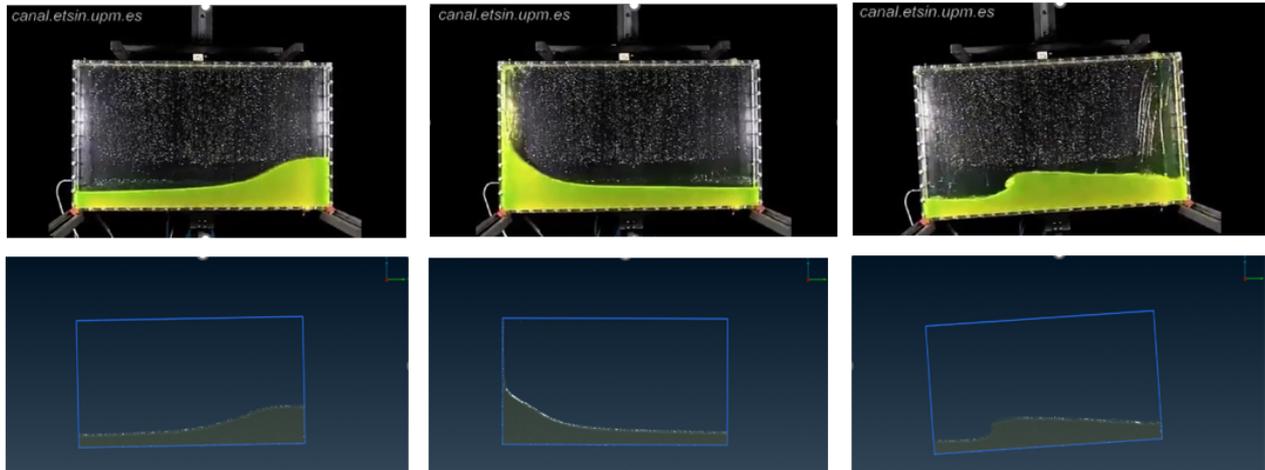


Figura 3.6: Confronto tra caso sperimentale e simulazione SPH effettuata con ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland). Le immagini fanno riferimento a tre precisi istanti temporali della simulazione. Rispettivamente da sinistra verso destra: $t = 1.87s$, $t = 2.6s$, $t = 5.57s$.

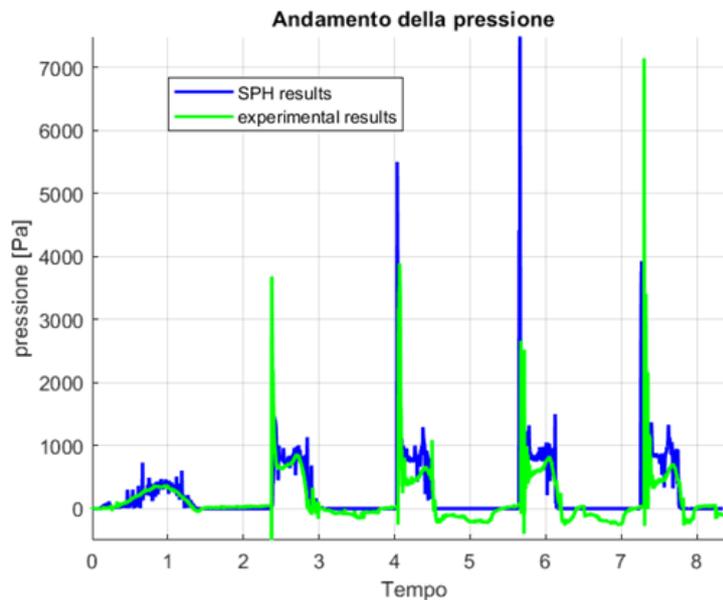


Figura 3.7: Confronto della pressione in corrispondenza del sensore numero 1: in verde i risultati sperimentali e in blu i risultati SPH.

I risultati ottenuti mostrano come, anche con un raggio di particelle di primo tentativo, la simulazione SPH segua i valori di pressione misurati sperimentalmente. Osservando i risultati ottenuti è possibile trarre alcune conclusioni:

- Nel caso reale all'interno del serbatoio sono presenti la fase liquida e l'aria in condizioni standard. Nel modello SPH viene risolta solo la fase liquida. Questa ipotesi è ancora

valida nel momento in cui non si verificano grandi zone di ricircolo delle due fasi all'interno del serbatoio, motivo per cui i primi due secondi di simulazione vengono catturati meglio dal modello SPH.

- Nei risultati sperimentali vengono riportate le pressioni relative considerando la pressione esercitata dall'aria. Per questo motivo, durante le oscillazioni del serbatoio, vengono registrate delle pressioni negative. Al contrario, nella simulazione SPH, quando non si ha contatto tra particelle fluide e particelle solide di cui è composto il serbatoio, non vi sarà alcuno scambio di forze e verrà registrato un valore di pressione nullo.
- I risultati sperimentali sono stati ottenuti attraverso una sonda posizionata a metà dello spessore del serbatoio. Dai risultati SPH, invece, è stato possibile ricavare la media delle forze scambiate tra particelle di fluido e particelle di solido. Per cui è stata presa a riferimento, in maniera arbitraria, una regione sufficientemente grande lungo lo spessore del serbatoio. Quest'area, riportata in rosso nella figura sottostante, è stata usata per ricavare una pressione in Pascal:

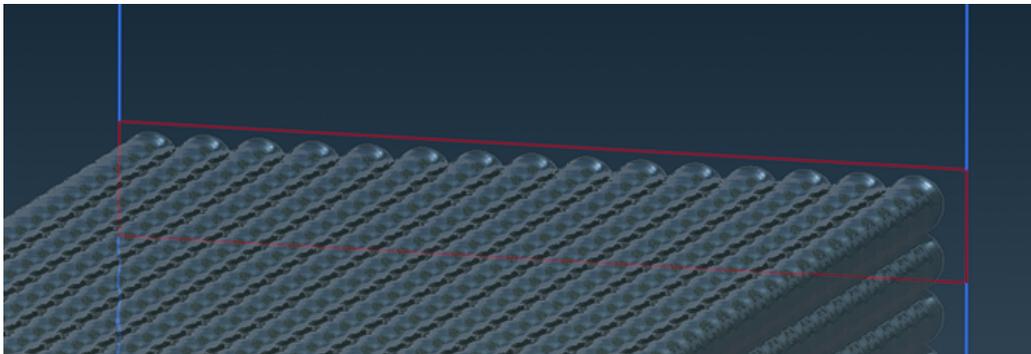


Figura 3.8: Area lungo lo spessore del serbatoio presa a riferimento

- Come anticipato, il raggio di discretizzazione viene usato sia per il fluido sia per la superficie esterna del solido. Riducendo ancora di più il raggio, la stima della forza scambiata a contatto con il solido migliora. Questo permetterebbe di ridurre l'errore percentuale nella stima della pressione massima ad ogni picco.
- I risultati sperimentali presi a riferimento sono comunque affetti da una certa variabilità. Il test di circa 8 secondi è stato ripetuto 100 volte, con un intervallo di 3 minuti tra un test e il successivo. Prendendo a riferimento il valore di pressione massimo del primo dei quattro picchi di pressione, possiamo vedere la misurazione ottenuta dalla sonda durante i vari esperimenti[13]:

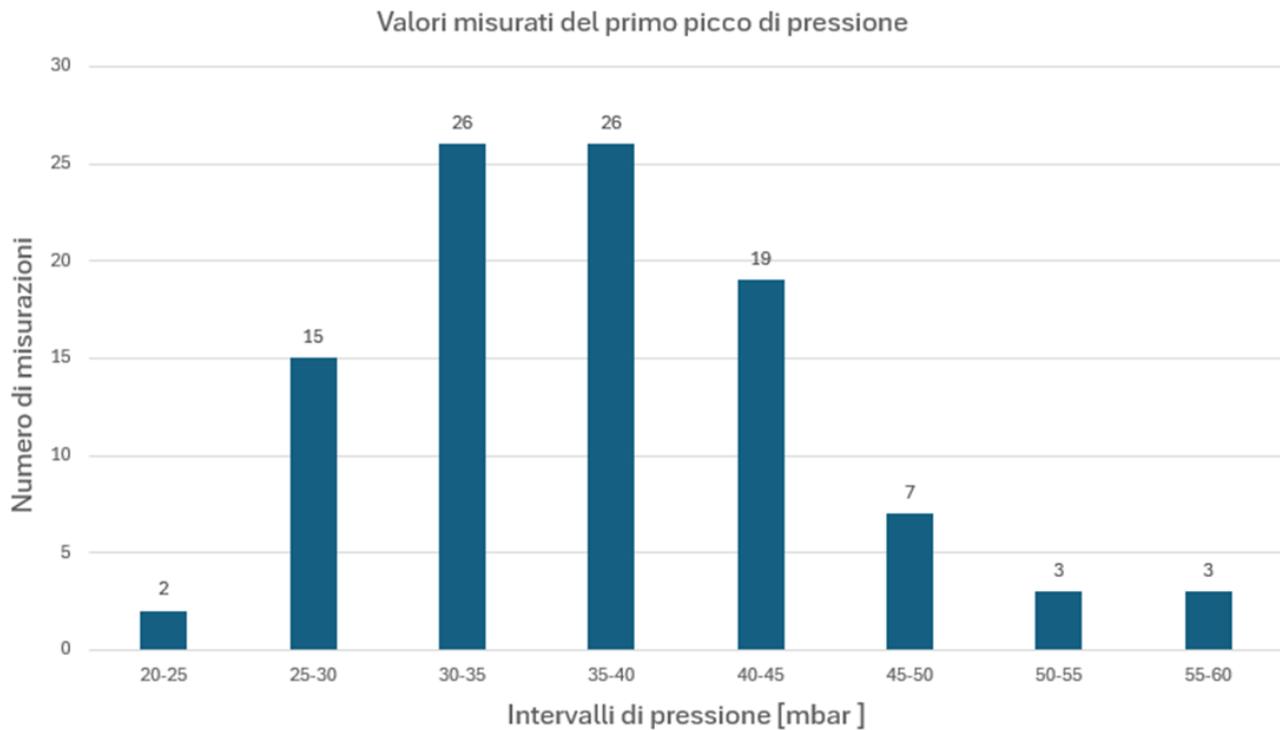


Figura 3.9: Water later sloshing: variabilità dei valori di pressione massima misurata dal primo picco: andamento di una gaussiana.

Sull'asse delle ascisse viene riportato il range di pressione misurata in mBar. Sull'asse delle ordinate viene riportato il numero di volte (tra i 100 esperimenti) in cui è stato ottenuto quel range di pressione. L'andamento richiama l'andamento di una gaussiana [13]. I risultati in figura 3.7 fanno riferimento ai risultati più probabili che sono stati ottenuti.

In conclusione, con una simulazione SPH è stato possibile ricalcare i risultati del test sperimentale con tempi di calcolo estremamente bassi¹. L'ipotesi di modello monofase è stata comunque adatta per il caso di *sloshing*. I risultati ottenuti, potrebbero essere stimati con più accuratezza riducendo il raggio delle particelle. In questo modo, anche il serbatoio rigido verrebbe discretizzato con maggior accuratezza e la stima della pressione risulterebbe più precisa.

¹Con la possibilità in futuro di ridurre ancora di più i tempi di calcolo lavorando su più GPU in parallelo.

3.2 Oil lateral sloshing

Lo stesso serbatoio utilizzato per lo studio dell'impatto dell'acqua è stato utilizzato successivamente per studiare l'impatto di un liquido più viscoso. In particolare, è stato utilizzato un olio di girasole[11]. Anche in questo caso, il livello del liquido all'istante iniziale era pari al 18% dell'altezza totale.

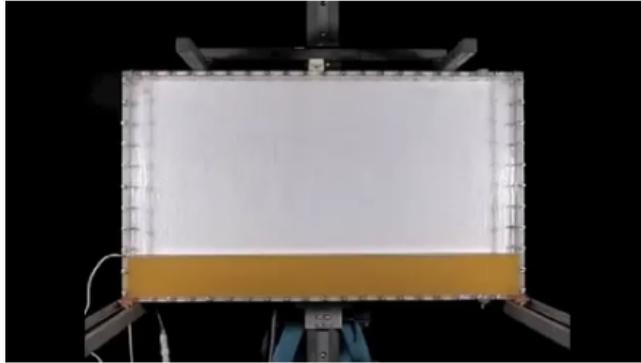


Figura 3.10: Oil lateral sloshing: serbatoio utilizzato [12]

Come visto per il caso precedente, anche in questo caso verranno assegnate proprietà alle particelle solide con cui viene discretizzata la superficie del tank. Sono stati presi a riferimento, dunque, tre diversi valori di viscosità delle particelle del solido, con lo scopo di monitorare l'effetto di questo parametro sull'aderenza a parete del fluido.

3.2.1 Riproduzione del setup sperimentale

Anche in questo caso, il motore elettrico permette al serbatoio di oscillare intorno all'asse z entrante del riferimento in figura 3.2. La frequenza di oscillazione viene assegnata come input del problema. In questo modo, è stato possibile ricalcare in maniera accurata la dinamica del serbatoio in ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland):

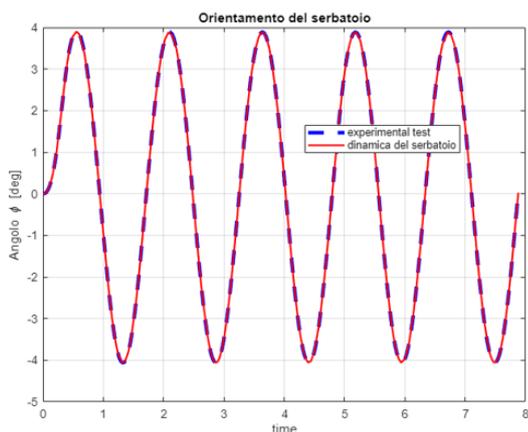


Figura 3.11: Roll angle ϕ : confronto tra sperimentale e dinamica realizzata su ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland).

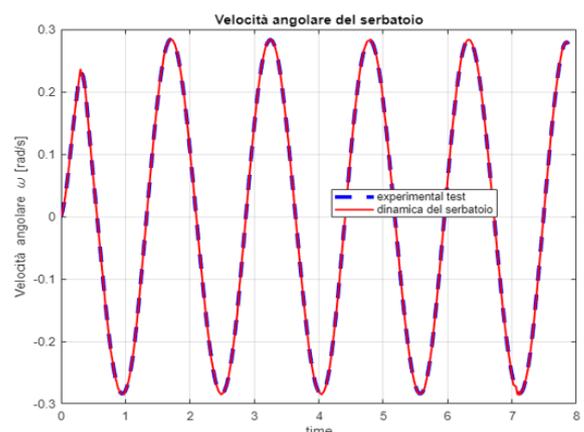


Figura 3.12: Velocità angolare ω : confronto tra sperimentale e dinamica realizzata su ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland).

Anche in questo caso il serbatoio oscilla con andamento sinusoidale. Il suo grado di libertà ϕ varia tra un massimo di 4° e un minimo di -4° .

Rispetto al caso precedente fatto con acqua, l'olio preso in esame ha una viscosità circa due ordini di grandezza più grande. In questo modo il numero di Reynolds sarà molto più basso[13]. Per questo motivo, la frequenza di oscillazione sarà diversa rispetto al caso precedente, in modo da apprezzare comunque una dinamica di impatto del fluido in corrispondenza della sonda di pressione.

3.2.2 Setup SPH

Sul modello SPH, valgono le stesse ipotesi fatte per il caso precedente. Si riportano le proprietà dell'olio utilizzato [13]:

N° part.	Raggio part.	Densità fluido	Viscosità fluido
77625	2 mm	$900 \frac{kg}{m^3}$	$0.045 Pa \cdot s$

Tabella 3.3: Oil lateral sloshing: proprietà del fluido utilizzate

A parità di volume di riempimento del serbatoio, fissato lo stesso raggio di particelle, avremo anche lo stesso numero di particelle del caso precedente. Chiaramente le singole particelle avranno una densità diversa e una massa m_i diversa rispetto al caso precedente. Per quanto riguarda la viscosità delle particelle del serbatoio, sono stati presi a riferimento tre diversi rapporti:

	Caso A	Caso B	Caso C
μ_{tank}/μ_{fluido}	1	2.2	6.66

Tabella 3.4: Oil lateral sloshing: rapporto tra la viscosità delle particelle del fluido e la viscosità delle particelle del solido.

Come anticipato, in SPH non è possibile inserire una vera e propria condizione di *no-slip velocity* all'interno di uno strato limite, come tipicamente si impone nella classica CFD. Tuttavia al contorno vengono assegnate proprietà alle particelle solide in modo da riprodurre il comportamento del fluido a parete. In questo caso, aumentando il rapporto tra la viscosità delle particelle del serbatoio e la viscosità delle particelle del fluido, aumenteremo il contributo delle forze di aderenza a parete. Per questo motivo, con un fluido più viscoso come l'olio, quello che ci si aspetta è che i risultati sperimentali vengano seguiti meglio all'aumentare di questo rapporto.

3.2.3 Tempi di calcolo e scelta del time-step

Anche in questo caso, è stato adottato un time-step costante e non adattivo. Fissato il raggio delle particelle, e dunque anche la sua sfera di influenza h , viene fissato anche il passo di discretizzazione temporale. Come nel caso precedente, la relazione applicata si basa su una condizione CFL di stabilità numerica. Si riportano anche in questo caso i tempi di calcolo ottenuti con singola GPU:

Tempo simulazione	Tempo di calcolo	Time-step	single-GPU
7.88 s	9 min	$100 \cdot 10^{-6} s$	NVIDIA RTX 4000

Tabella 3.5: Oil lateral sloshing: tempi di calcolo della simulazione SPH utilizzando una singola GPU NVIDIA RTX 4000.

3.2.4 Analisi al variare della viscosità delle boundary particles

Si riportano i risultati sperimentali e i risultati SPH ottenuti per i tre casi presi in esame. Come nel test precedente, si prende a riferimento il risultato di pressione più probabile (tra i 100 esperimenti) in corrispondenza della sonda numero uno:

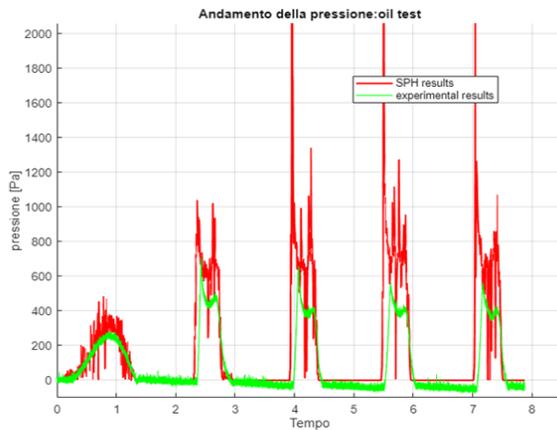


Figura 3.13: Oil lateral sloshing: Caso A. Confronto tra SPH results e sperimentale.

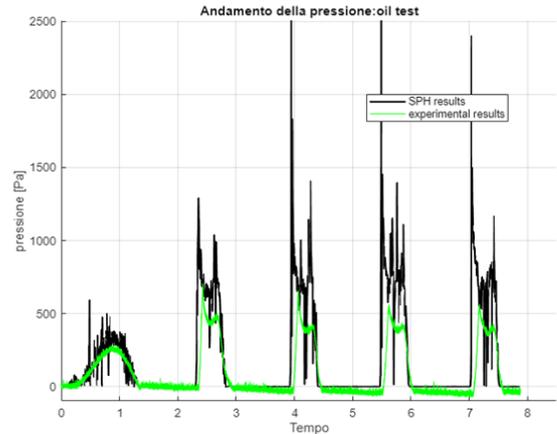


Figura 3.14: Oil lateral sloshing: Caso B. Confronto tra SPH results e sperimentale.

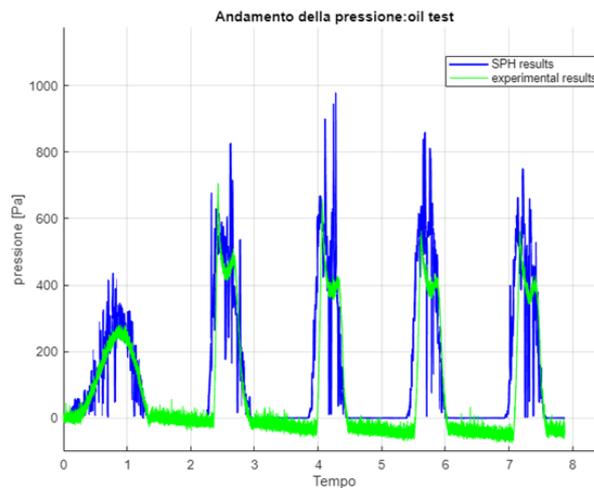


Figura 3.15: Oil lateral sloshing: Caso C. Confronto tra SPH results e sperimentale.

Come è possibile vedere per i tre casi, aumentando il valore di viscosità delle particelle del solido si avrà un maggior contributo dato dalle forze di adesione a parete. In questo modo, è possibile riprodurre meglio il comportamento di un fluido più viscoso come l'olio preso in esame. Il caso C, dunque, rappresenta il caso più vicino ai test sperimentali. All'aumentare del rapporto μ_{tank}/μ_{fluido} , i valori di picco di pressione misurati si avvicinano di più ai risultati sperimentali.

3.2.5 Analisi degli output: SPH vs sperimentale

Prendendo ora a riferimento il caso più accurato (caso C), possiamo fare delle considerazioni sui risultati ottenuti. Come è possibile vedere in figura 3.15, la simulazione registra delle oscillazioni di pressione immediatamente dopo l'impatto del fluido sulla parete. In corrispondenza dell'impatto dell'olio ci aspetta però di avere il valore massimo registrato di pressione (come mostrato dai risultati sperimentali). Queste oscillazioni sono quindi dovute ad un errore intrinseco di discretizzazione, che può essere abbattuto invece riducendo il raggio delle particelle. Per apprezzare meglio l'andamento qualitativo, è possibile tagliare alcune frequenze del segnale attraverso un *Butterworth filter*[14]. Esso costruisce una funzione di trasferimento e filtra il segnale di partenza imponendo una frequenza limite di *cut-off*:

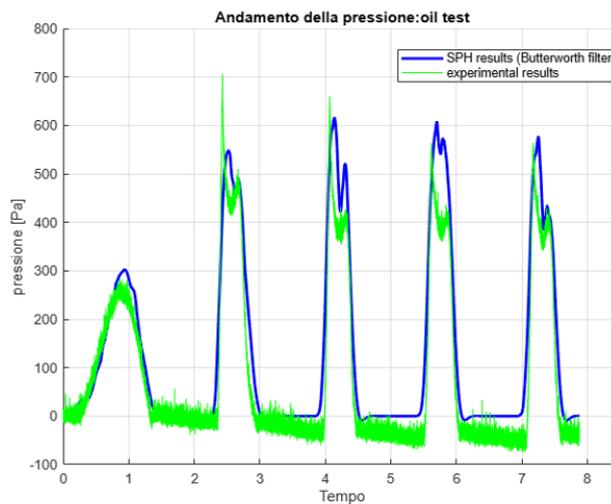


Figura 3.16: Oil lateral sloshing: caso C. Andamento SPH e confronto con risultati sperimentali. Applicazione di un Butterworth filter per tagliare le frequenze al di sopra di una frequenza di cut-off.

In questo caso, è stata presa come frequenza di campionamento l'inverso dell'intervallo di tempo che intercorre tra una misurazione e l'altra della pressione durante la simulazione SPH. La frequenza di cut-off, invece, è stata presa pari a 2 volte la frequenza di campionamento. Si riportano inoltre alcuni istanti precisi della simulazione nel confronto sperimentale ed SPH:

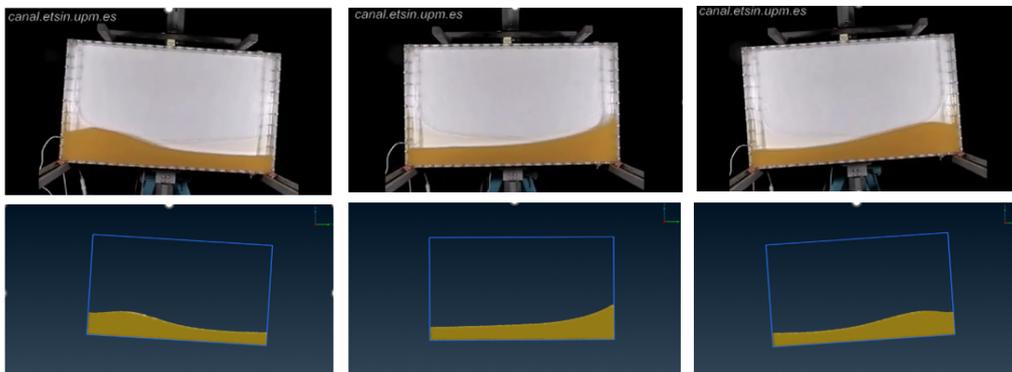


Figura 3.17: Confronto tra caso sperimentale e simulazione SPH effettuata con ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland). Le immagini fanno riferimento a tre precisi istanti temporali della simulazione. Rispettivamente da sinistra verso destra: $t = 2.82s$, $t = 3.30s$, $t = 5.24s$.

Osservando quanto ottenuto in figura 3.16, si evince che:

- Come nel caso precedente, il modello monofase è adatto a descrivere il comportamento del fluido all'interno del serbatoio.
- La pressione negativa registrata dalla sonda non può essere replicata in assenza di aria all'interno del serbatoio.
- L'errore percentuale sul valore di picco di pressione può essere ridotto discretizzando meglio la superficie solida (riducendo il raggio delle particelle).
- Come visto in precedenza, la stima della pressione è stata ottenuta dividendo la forza totale scambiata per un'area scelta arbitrariamente lungo tutto lo spessore del serbatoio.
- I risultati ottenuti sono più accurati rispetto al test case con acqua. Questo può essere anche dovuto alla variabilità molto meno marcata ottenuta dai test sperimentali durante i 100 esperimenti effettuati[13]:

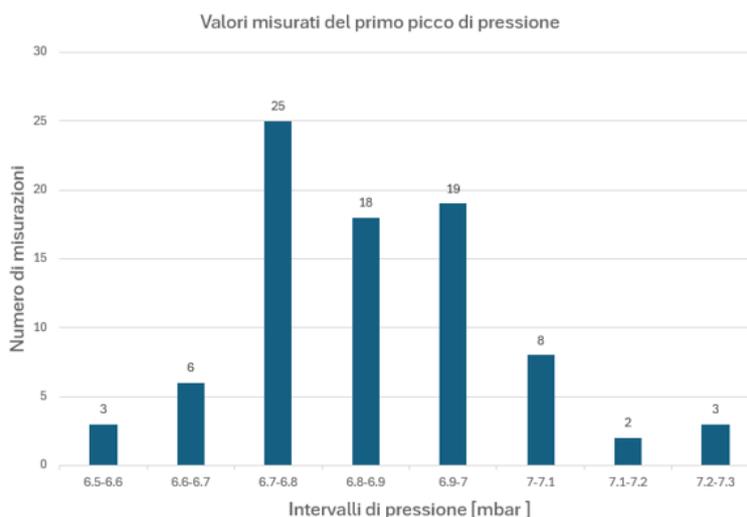


Figura 3.18: Oil lateral sloshing: variabilità dei valori di pressione massima misurata dal primo picco: andamento di una gaussiana.

Come è possibile vedere in figura, la variabilità del valore massimo di pressione registrato nel primo dei quattro picchi risulta molto più bassa rispetto al test case con acqua. Infatti, i valori di pressione rimangono all'interno di un range ridotto tra i 6 e i 7 mBar. Chiaramente, i valori sperimentali utilizzati per il confronto in figura 3.16 fanno riferimento alla misurazione più probabile, al centro della gaussiana.

In conclusione, le simulazioni SPH effettuate hanno mostrato come, con tempi di calcolo estremamente ridotti, è stato possibile stimare l'andamento dei carichi esercitati da un fluido in movimento all'interno di un serbatoio. L'ipotesi di flusso incomprimibile è adatta a flussi di questo genere (dove le velocità in gioco sono estremamente basse rispetto alla velocità di propagazione dei segnali all'interno del fluido stesso). Inoltre, finché non si manifestano forti zone di ricircolo e mescolamento della fase liquida e dell'aria, il modello monofase è in grado di seguire in maniera accurata i risultati sperimentali.

3.3 3D Dambreak test

In questa sezione ci si pone come obiettivo quello di andare a riprodurre il Dambreak test sperimentale effettuato al MARitime Research Institute Netherlands (MARIN)[15]. Questo caso test ha un setup molto semplice ed è molto utilizzato per la validazione di codici CFD [15]. Il Dambreak test riproduce una versione semplificata e in scala dell'impatto dell'acqua su un oggetto (ad esempio posizionato sulla parte superiore di una nave)[16]. Questo test case, ad esempio, è stato riprodotto da:

- Kleefsman [3] nella realizzazione di un codice ai volumi finiti in grado di seguire correttamente la superficie libera del fluido.
- R.Issa e D.Violeau dal centro di ricerca Laboratoire National d'Hydraulique et Environnement [16] all'interno del gruppo EDF (Électricité de France), con lo scopo di riprodurre i risultati sperimentali con un codice SPH.

Ci si pone come obiettivo quello di andare a riprodurre in ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland) il setup sperimentale, confrontando i risultati ottenuti con i risultati sperimentali. L'analisi viene proposta per tre diversi raggi di particelle diversi, con lo scopo sia di osservare un'eventuale convergenza dei risultati sia di vedere l'effetto sui tempi di calcolo.

3.3.1 Riproduzione del setup sperimentale

In questa sezione si fa riferimento al setup estratto da [16]. Il test prevede un serbatoio di dimensione $3.22 \times 1 \times 1$ m. La parte destra del serbatoio viene riempita con acqua fino ad una altezza di 0.55 m. Il fluido si trova all'inizio della simulazione in condizioni di riposo, finché una porta non trasla verticalmente. In questo modo, il fluido per gravità andrà ad impattare sull'oggetto posizionato all'interno del serbatoio:

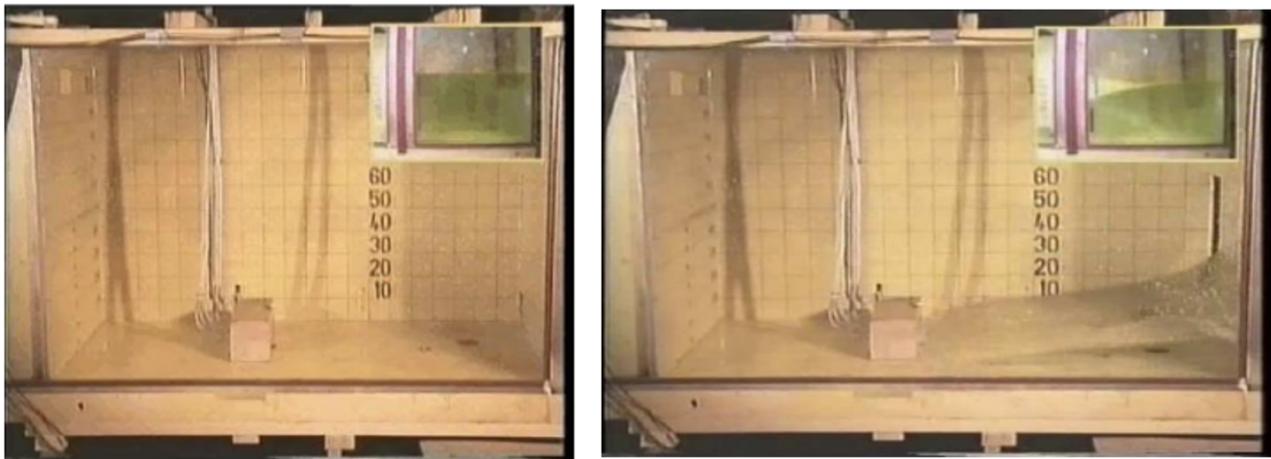


Figura 3.19: Setup sperimentale del dambreak test fatto al MARIN [11]. L'acqua si trova in condizioni di riposo all'inizio dell'esperimento (camera in alto a destra). Una volta aperta la porta, il fluido impatta per gravità contro l'oggetto.

Come è possibile vedere in figura, il test prevede una serie di sonde di pressione sul parallelepipedo. Quattro di queste sono posizionate sulla parte frontale e altre quattro sono posizionate sulla parte superiore dell'oggetto. La posizione dell'oggetto e la posizione delle sonde di pressione viene riportata in figura [16]:

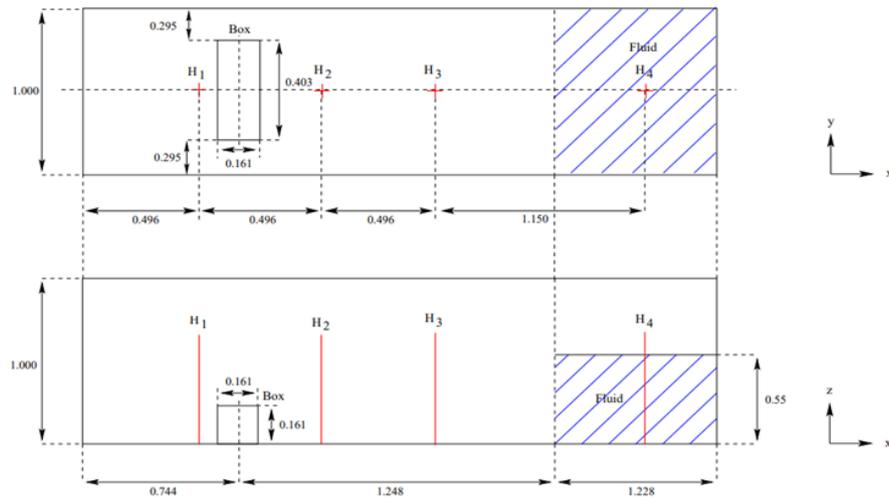


Figura 3.20: Dimensioni serbatoio dambreak test [16].

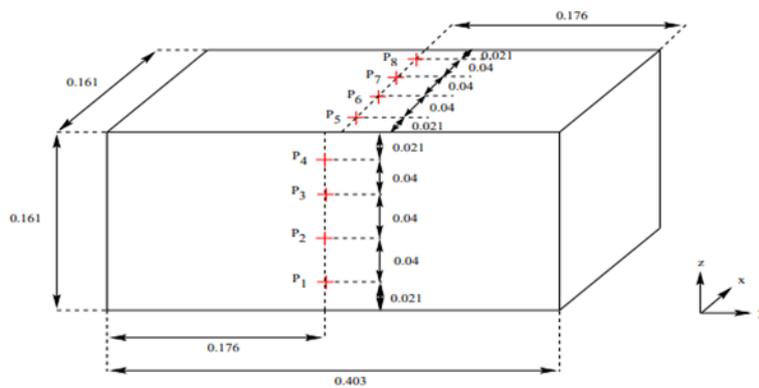


Figura 3.21: Posizione sonde di pressione [16].

Inoltre, come è possibile vedere in figura 3.20, all'interno del serbatoio sperimentale sono presenti ulteriori quattro sonde verticali (H1,H2,H3,H4) con le quali viene misurata l'altezza del pelo libero dell'acqua durante il test. Il setup è stato riprodotto in ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland), sfruttando l'accoppiamento tra il solver della cinematica e il solver SPH:

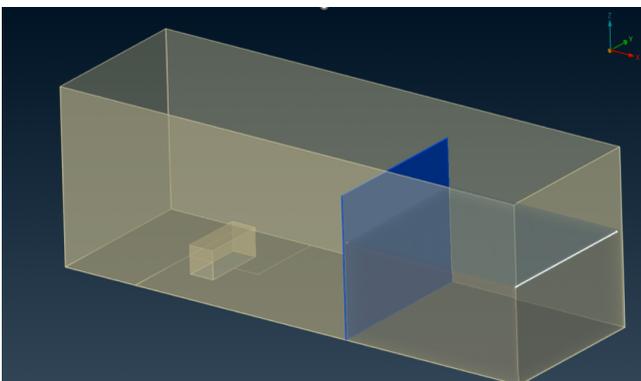


Figura 3.22: Riproduzione del Dambreak test in ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland): $t = 0 s$

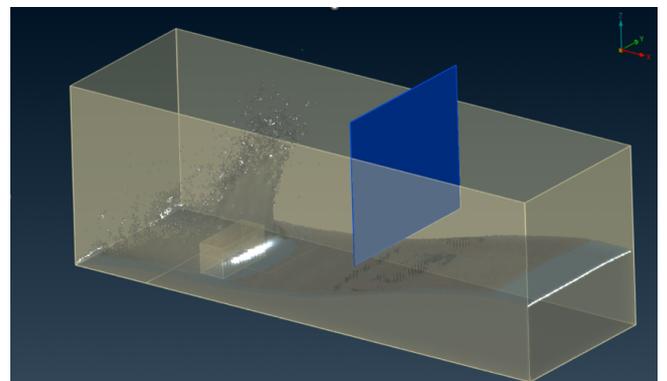


Figura 3.23: Riproduzione del Dambreak test in ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland): $t = 0.88 s$

3.3.2 Effetto del raggio delle particelle sui tempi di calcolo

Le simulazioni sono state effettuate riducendo progressivamente il raggio. In questo modo è possibile vedere quanto si discostano tra di loro i risultati ottenuti per questo case test. Per prima cosa si riportano i tempi di calcolo e l'ampiezza del passo di discretizzazione temporale per ciascuno dei tre casi:

Raggio particelle	N° particelle	Tempo simulazione	Tempo di calcolo ²	Time-step
6 mm	376 272	6 s	4 min	$500 \cdot 10^{-6} s$
3.8 mm	1 518 481	6 s	20 min	$316 \cdot 10^{-6} s$
2.4 mm	6 022 860	6 s	128 min	$200 \cdot 10^{-6} s$

Tabella 3.6: Dambreak test: tempi di calcolo e time-step al variare del raggio delle particelle.

In generale, il fluido viene discretizzato con N particelle di forma sferica. Il volume occupato da ogni particella dipenderà dunque dal raggio alla terza potenza ($V \propto r^3$). Quando si dimezza quindi il raggio delle particelle, fissato il volume totale di fluido da dover riempire, il numero di particelle all'interno del dominio aumenterà di circa 8 volte. Come è possibile vedere in tabella 3.6, il time-step fisso che è stato preso ha una dipendenza lineare dal raggio. Questa dipendenza è in accordo con una implementazione di una condizione CFL, dove la *smoothing length* h viene presa in funzione del raggio:

$$\Delta t \propto CFL \frac{h}{|\vec{v}_c|} \propto CFL \frac{r}{|\vec{v}_c|}$$

Si riporta l'andamento ottenuto sui tempi di calcolo:

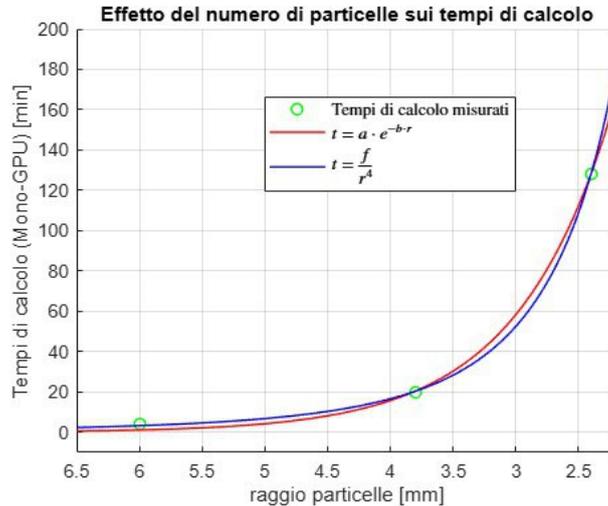


Figura 3.24: Dambrek test: andamento del tempo di calcolo [min] al variare del raggio delle particelle [mm].

Come possiamo vedere, i tempi di calcolo ottenuti vengono ben interpolati in generale da una funzione inversamente proporzionale alla quarta potenza del raggio delle particelle. In questo range di raggi, la funzione è ben approssimata anche da un andamento esponenziale. Per cui,

²Al solito i risultati in ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland) sono stati ottenuti con una singola GPU: NVIDIA RTX 4000.

man mano che il raggio di discretizzazione scende, i tempi di calcolo aumenteranno seguendo una relazione del tipo:

$$t_{calcolo} \propto \frac{1}{r^4} \quad (3.4)$$

3.3.3 Analisi degli output: SPH vs sperimentale

In questa sezione si riportano i risultati ottenuti per r pari 2.4 mm:

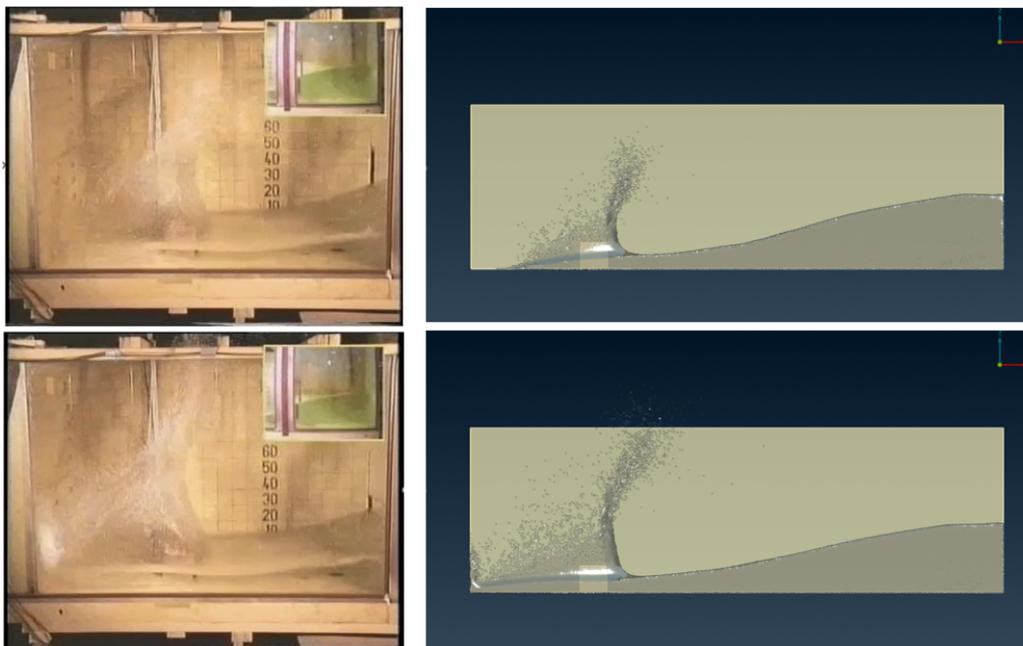


Figura 3.25: Dambreak test: confronto tra caso test sperimentale e soluzione ottenuta in ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland). Istanti temporali presi a riferimento dall'alto verso il basso: $t = 0.7 s$, $t = 0.93 s$

Prendendo a riferimento le prime quattro sonde di pressione (posizionate sulla parte anteriore dell'oggetto):

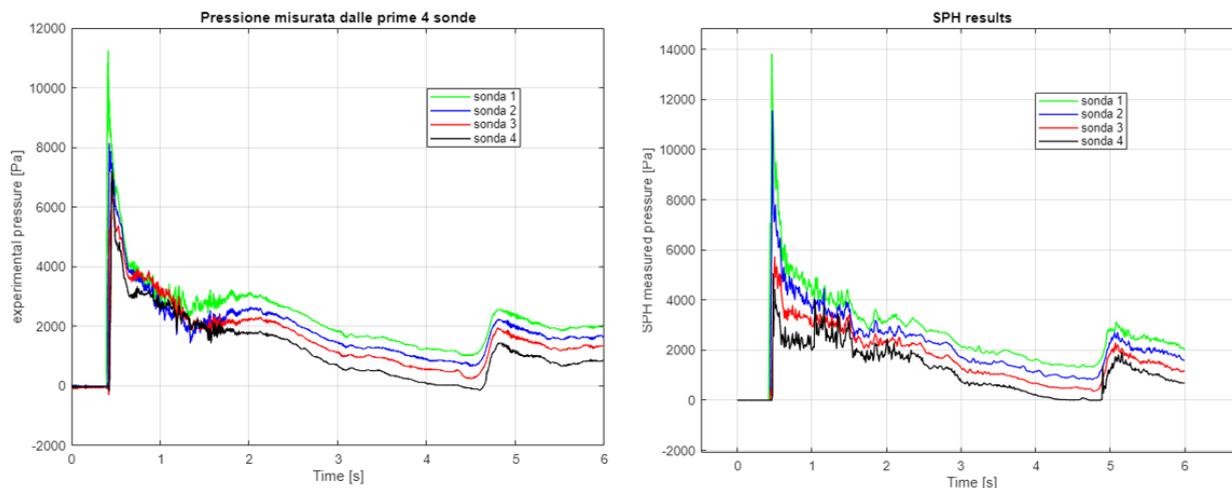


Figura 3.26: Andamento della pressione sperimentale (sinistra) e degli SPH results (destra) per le prime quattro sonde (P1,P2,P3,P4).

L'andamento qualitativo della pressione ottenuta segue l'andamento sperimentale ottenuto al MARIN [11]. Andando a sovrapporre gli andamenti, è possibile fare alcune considerazioni. Si riportano a confronto i risultati ottenuti per la sonda P1,P3,P4,P5 e i loro andamenti filtrati (Butterworth filter):

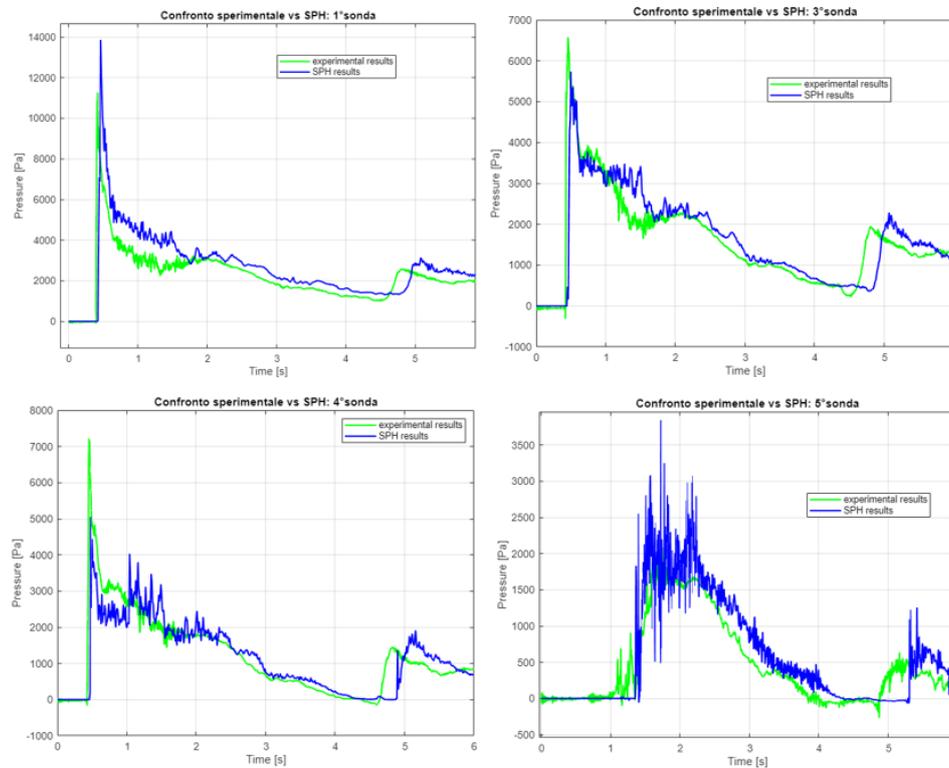


Figura 3.27: Dambreak: sovrapposizione pressioni misurate sperimentalmente (verde) ed SPH results (blu).

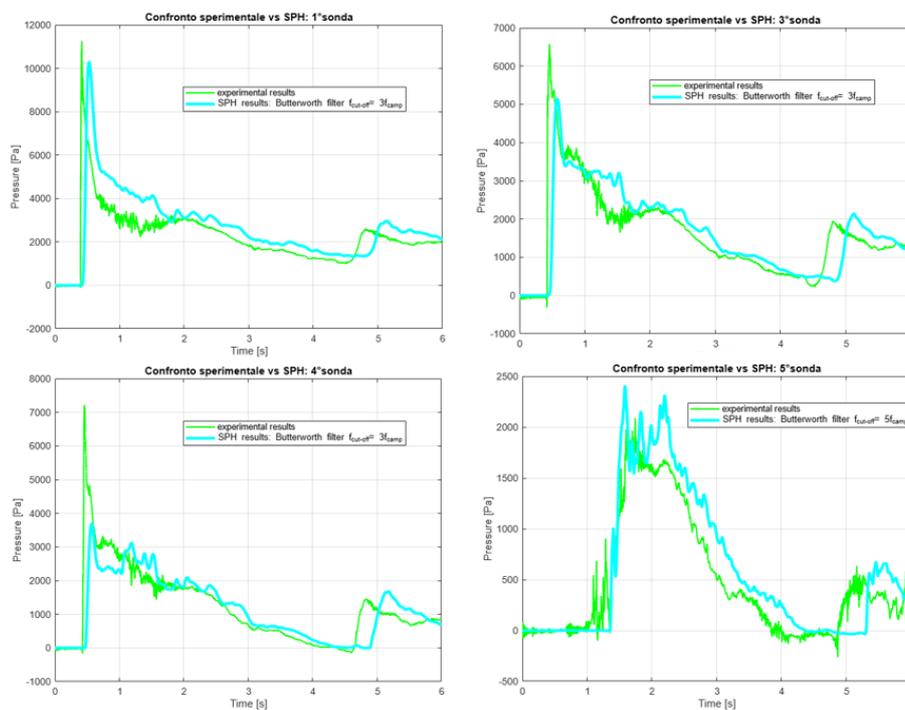


Figura 3.28: Dambreak: applicazione di un Butterworth filter per tagliare le frequenze al di sopra di una frequenza di cut-off (circa 3 volte la frequenza di campionamento).

- Anche in questo test case, il modello monofase è in grado di seguire correttamente la superficie libera del flusso durante tutta la simulazione.
- La pressione in output è stata ottenuta dividendo la forza scambiata tra il fluido e la parete (misurata nell'intorno di una piccola area di influenza in base alla *smoothing length* h) con una superficie circolare arbitraria e di raggio pari al raggio delle particelle ($A = \pi \cdot r^2$).
- Il ritardo che si accumula intorno ai 4.5 s tra i risultati sperimentali e i risultati SPH è stato riscontrato, come si vedrà in seguito, per tutti i raggi di discretizzazione utilizzati. Inoltre, è possibile riscontrare lo stesso ritardo nei risultati ottenuti dalla simulazione SPH effettuata da A. Di Monaco nello studio di condizioni al contorno semi-analitiche [10]:

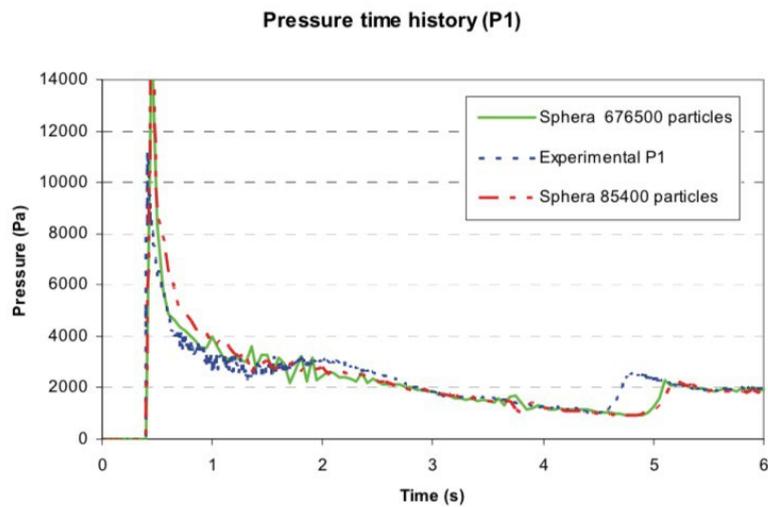


Figura 3.29: Risultati SPH ottenuti da A. Di Monaco nello studio di condizioni al contorno semi-analitiche a parete [10]. Lo stesso ritardo viene registrato nella simulazione effettuata.

Per questi motivi, il ritardo accumulato a fine simulazione dipende esclusivamente dal diverso setup tra il caso sperimentale e il caso SPH riprodotto. Il flusso viene infatti ostacolato a causa delle otto sonde di pressione e delle quattro sonde per la stima dell'altezza della superficie libera, presenti nel setup sperimentale.

3.3.4 Analisi degli output: effetto del raggio delle particelle

In questa sezione si riportano i risultati ottenuti per la sonda P1 e la sonda P3 al variare del raggio delle particelle:

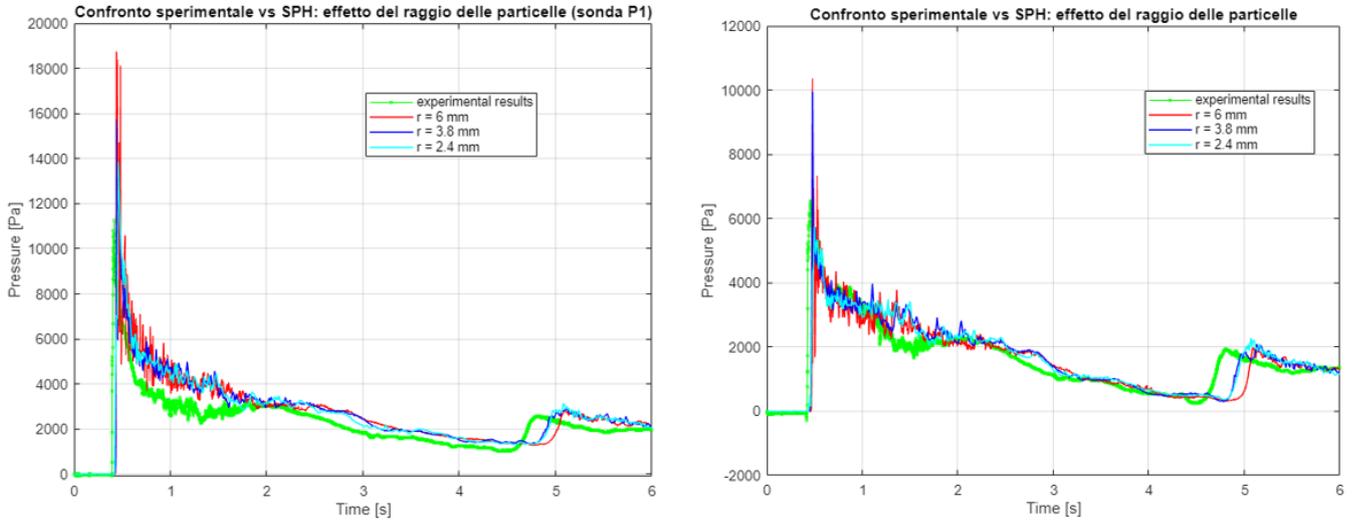


Figura 3.30: Confronto andamenti di pressione tra SPH results ottenuti in ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland) e andamenti sperimentali, al variare del raggio delle particelle. A sinistra è riportata la sonda P1, a destra la sonda P3.

Dal caso $r = 6$ mm al caso $r = 2.4$ mm, si nota un miglioramento esclusivamente nella stima del primo picco iniziale di pressione. Gli andamenti risultato sovrapponibili in tutti e tre i casi. Anche i risultati ottenuti da A. Di Monaco [10], come mostrato in figura 3.29, sono comunque molto simili con diverse *particle resolutions*. Per questo motivo, possiamo dire di aver raggiunto la convergenza sulla scelta del raggio, dove le soluzioni rimangono simili man mano che l'errore di discretizzazione scende. Tuttavia, riducendo il raggio delle particelle è stata discretizzata in maniera più accurata anche la sfera di influenza del solido nell'intorno del sensore di pressione. Per questo motivo, la stima del primo picco risulta più accurata nell'ultimo caso.

3.3.5 Stima dell'altezza della superficie libera del fluido

Un altro tipo di output fornito dalle sonde sperimentali (in posizione H1,H2,H3,H4) è l'altezza del livello dell'acqua durante la simulazione. In generale, esistono diversi modi per tracciare la superficie libera del fluido. Ad esempio, in una simulazione ai volumi finiti (VOF) con flusso bifase, uno dei modi è quello di andare a scrivere le equazioni di governo in funzione di grandezze mediate con il rapporto α delle due fasi [17]:

$$\rho = \alpha \cdot \rho_{water} + (1 - \alpha)\rho_{air} \quad (3.5)$$

La funzione scalare α prende anche il nome di *color function* [18] e rappresenta la frazione volumetrica di una certa fase. Per $\alpha = 1$ sarà presente solo la fase d'acqua e per $\alpha = 0$ sarà presente solo la fase d'aria. Alle equazioni di governo, dunque, si aggiunge una equazione di iperbolica non lineare del tipo[18]:

$$\frac{\partial(\alpha)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha \cdot u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (3.6)$$

Dove è stata utilizzata la notazione di Einstein e dove con u_i si indicano le componenti del vettore velocità del fluido. In altre parole, l'equazione 3.6, nel caso di flusso incomprimibile

(campo di velocità a divergenza nulla), ritorna ad essere la semplice equazione di trasporto convettivo, tale per cui la funzione α si conserva nel moto con il fluido.

$$\frac{D\alpha}{Dt} = \frac{\partial(\alpha)}{\partial t} + u_i \frac{\partial(\alpha)}{\partial x_i} = 0 \quad (3.7)$$

Chiaramente, nel caso più generale, questo metodo ha come criticità la discretizzazione del termine convettivo non lineare dell'equazione 3.6 [18].

Nel nostro caso, invece, abbiamo a che fare con un flusso monofase la cui posizione delle particelle viene aggiornata in ottica lagrangiana ad ogni time-step successivo. Fissata la posizione (x-y) corrispondente alla posizione della sonda verticale, un'idea potrebbe essere quella di prendere la coordinata z massima di tutte le particelle che transitano in quella posizione. Un altro modo di procedere molto più semplice è stato quello di sfruttare la percentuale di superficie bagnata di un corpo inserito all'interno del serbatoio. Prendendo come riferimento la simulazione con $r = 6$ mm, è stata inserita una superficie con porosità unitaria³ in posizione H2:

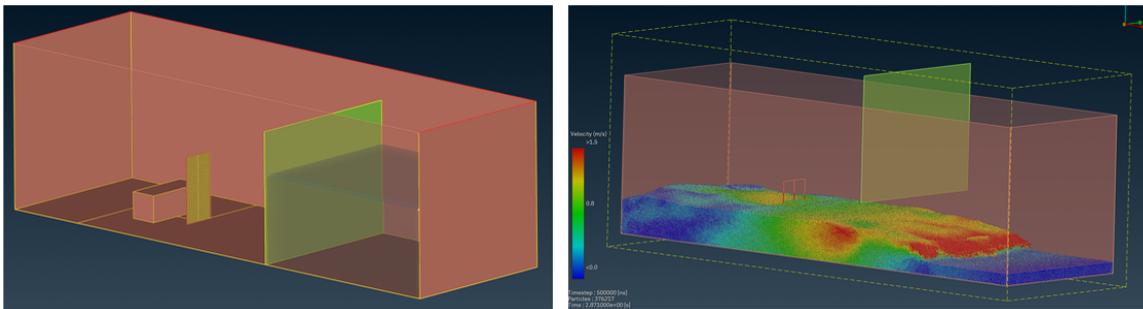


Figura 3.31: Stima dell'altezza del pelo libero dell'acqua: superficie porosa.

L'area originale della superficie rettangolare inserita ($A = b \cdot L$) è nota. Dal contatto tra particelle solide e particelle di fluido (che passeranno in maniera indisturbata attraverso la superficie) è possibile stimare il *wetting* della superficie. Dal rapporto tra la superficie bagnata dal fluido e la superficie originaria, è possibile stimare l'altezza h che il fluido occupa lungo la superficie. Si riportano, dunque, i risultati del *wetting* (rapporto superficie bagnata su superficie originale) e della stima dell'altezza h della superficie libera:

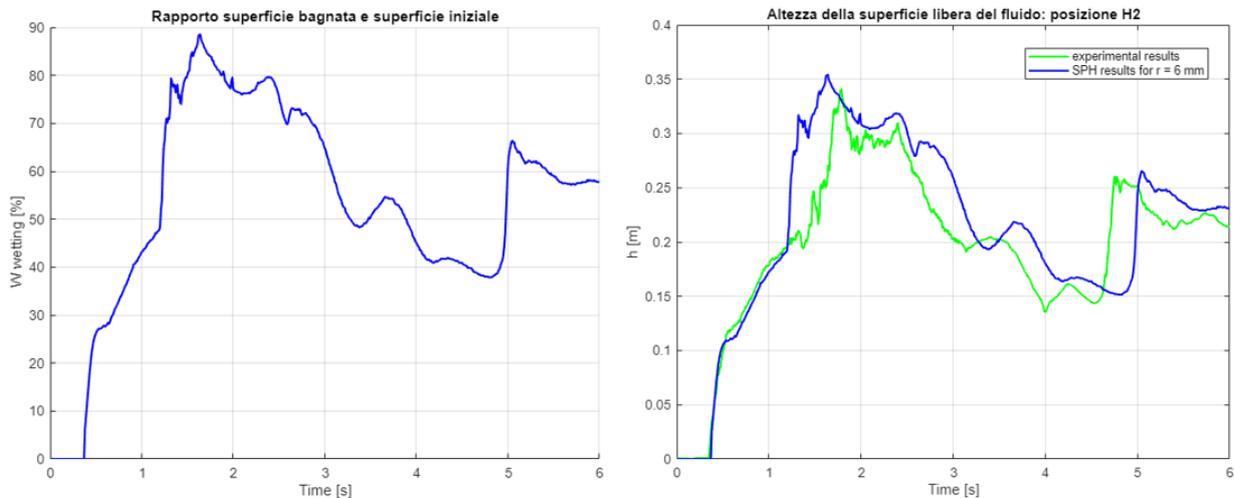


Figura 3.32: Dambreak: wetting della superficie porosa (sinistra) e confronto dell'altezza del pelo libero con i risultati sperimentali per la sonda H2 (destra).

³In questo modo, la superficie esterna non ha interferito con il fluido.

Chiaramente, questa stima è stata possibile nell'ipotesi che la base della superficie porosa fosse sempre bagnata dal liquido e, dunque, nel caso in cui il fluido mantenesse costante il proprio livello lungo la coordinata y entrante. Rispetto al caso sperimentale, questa differenza porta ad un margine di errore. La stima è stata fatta con un raggio di particelle pari a 6 mm, in modo da ridurre i tempi di calcolo. Come visto dai risultati di pressione ottenuti, per questo caso test, già con 6 mm si raggiunge una convergenza sulla scelta del raggio delle particelle.

Capitolo 4

Fuel tank sloshing

In questo capitolo ci si pone come obiettivo quello di andare a confrontare, per un caso di *fuel sloshing*, le soluzioni ottenute con analisi ai volumi finiti (VOF) e con metodologia SPH. In particolare, ci si concentrerà sul comportamento del fluido all'interno del serbatoio, sulle differenze di modello utilizzate e sui vantaggi SPH ottenuti in termini di tempi di calcolo.

Dopo aver effettuato delle analisi di confronto con casi test sperimentali di *sloshing*, all'interno del capitolo 3, ci si concentra ora su due casi più applicativi. Nel primo test è stata presa a riferimento una simulazione ai volumi finiti di *sloshing*, con accelerazione sinusoidale imposta sul fluido, ed è stata sviluppata con metodologia SPH. Nel secondo test, invece, sono state prese a riferimento le accelerazioni misurate su un serbatoio di una vettura, durante un giro di pista di 73 secondi. Una simulazione del genere, che richiederebbe grandi tempi di calcolo con una analisi VOF, è stata fatta agevolmente con approccio SPH.

4.1 Fuel tank sloshing: confronto VOF ed SPH

In questo primo test è stata presa a riferimento una simulazione ai volumi finiti di un serbatoio, le cui dimensioni vengono riportate in figura sottostante, cercando di riprodurre lo stesso setup in ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland).

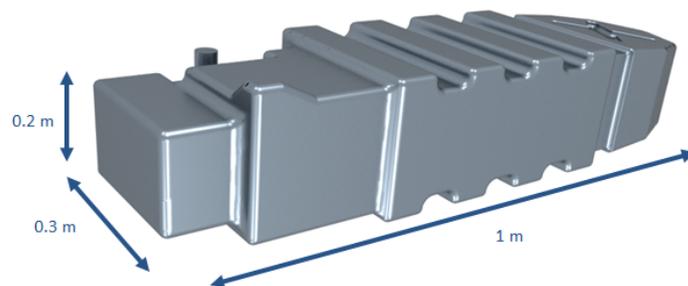


Figura 4.1: Fuel sloshing: VOF vs SPH. Dimensioni del serbatoio utilizzato.

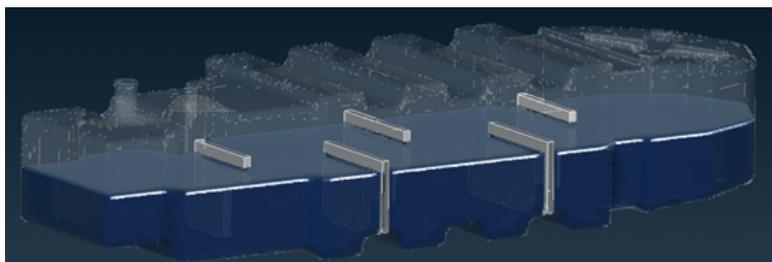


Figura 4.2: Fuel sloshing: livello iniziale del carburante.

Il serbatoio è stato simulato in due versioni, con e senza paratie interne anti-sloshing. In entrambi i casi, è stata imposta come input un'accelerazione sinusoidale al carburante:

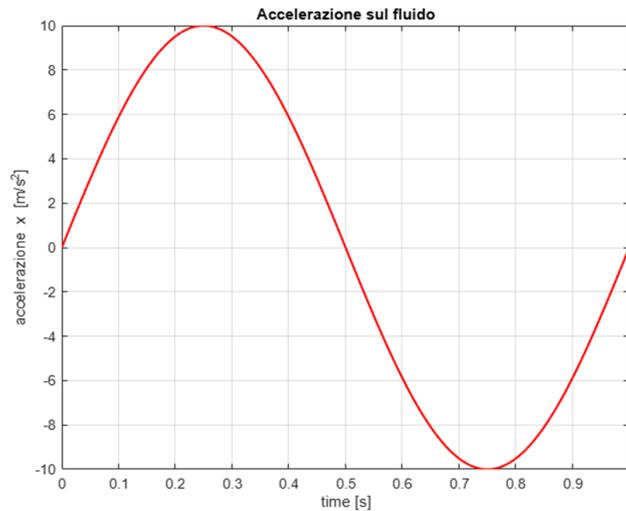


Figura 4.3: Fuel sloshing: VOF vs SPH. Accelerazione sinusoidale imposta al fluido.

$$a_x(t) = 10 \cdot \sin(2\pi \cdot t)$$

Il periodo della sinusoide, e dunque della simulazione, è di 1 secondo. In tabella vengono riportate le caratteristiche del carburante e il livello iniziale di riempimento del serbatoio:

Densità fluido	Viscosità fluido	Volume fluido iniziale
$720 \frac{kg}{m^3}$	$0.000323 Pa \cdot s$	$\approx 0.024 m^3$

Tabella 4.1: Fuel sloshing: VOF vs SPH. Caratteristiche del carburante e livello di riempimento del serbatoio.

4.1.1 VOF vs SPH: differenze di modello

Le simulazioni sono state fatte su STAR-CCM+, per l'analisi CFD classica, e in ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland), per l'analisi SPH. Si riportano le differenze nei modelli utilizzati:

- La simulazione VOF utilizza un modello euleriano multifase (fuel+aria). Viene fatta una simulazione RANS, con modello di turbolenza $k - \epsilon$. L'analisi SPH condotta, utilizza un modello lagrangiano monofase (fuel) ed un coefficiente artificiale di tensione superficiale ($\sigma = 0.02N/m$).
- Nel VOF la mesh comprende 70 000 celle (trimmed cell con dimensione minima di 2.5 mm e dimensione massima di 10 mm) e 4 prism layer (con *prism layer total thickness* di 6 mm e *prism layer near wall thickness* di 1 mm). La simulazione SPH discretizza il dominio fluido con raggio costante e pari a 2 mm. Il numero di particelle è di circa 495 000.
- La simulazione VOF usa un modello incompressibile e un *surface tension force model* tra le due fasi. Anche il solver SPH lavora nell'incompressibile, per cui la densità del fuel è costante. Le *boundary particles* avranno viscosità analoga a quella del fluido.

- Nel VOF l'integrazione temporale è implicita e con $\Delta t = 10^{-3} s$. Nella simulazione SPH, l'integrale temporale è esplicita con $\Delta t = 166 \cdot 10^{-6} s$, avendo applicato una condizione CFL di stabilità.

4.1.2 VOF vs SPH: analisi degli output

Si riporta il comportamento del fluido in alcuni istanti, prendendo una sezione laterale del serbatoio dotato di paratie:

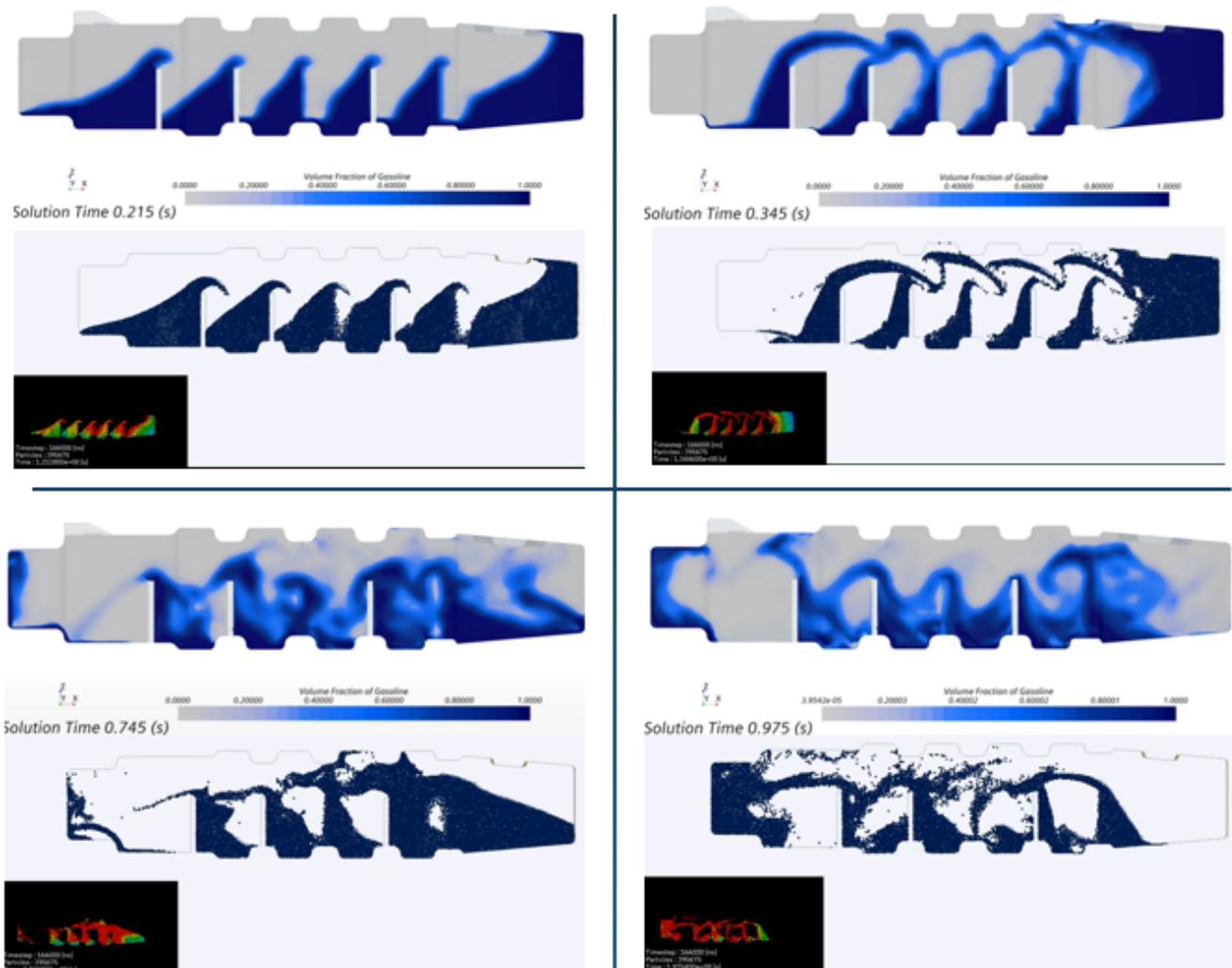


Figura 4.4: Fuel sloshing: VOF vs SPH. Output della simulazione rispettivamente per $t = 0.21 s$; $t = 0.345 s$; $t = 0.745 s$; $t = 0.97 s$. Per ogni istante fissato, in alto viene riportata la soluzione VOF e in basso quella SPH.

Nella simulazione bifase ai volumi finiti, possiamo visualizzare la *volume fraction* del carburante. Sulla scala, un valore unitario indica la presenza del solo carburante. Al contrario, un valore nullo indicherà la presenza solo dell'aria. In SPH, invece, visualizziamo in ottica lagrangiana le singole particelle, seguendole nel loro moto.

Come è possibile vedere, le due soluzioni sono in accordo tra di loro e il movimento macroscopico del carburante viene ben descritto dalla simulazione SPH. Si riportano i risultati prendendo a riferimento altri istanti temporali:

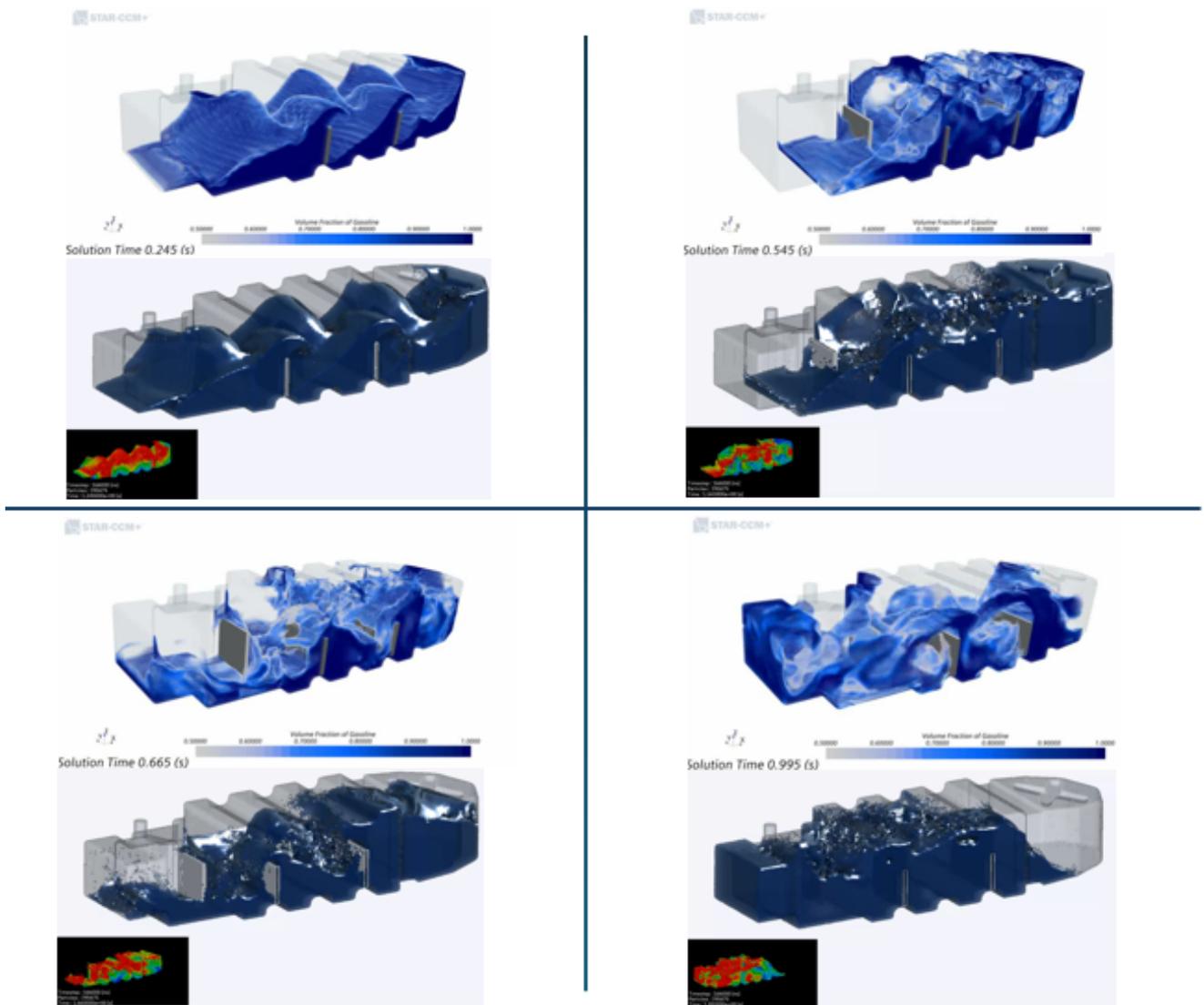


Figura 4.5: Fuel sloshing: VOF vs SPH. Output della simulazione rispettivamente per $t = 0.24\text{ s}$; $t = 0.54\text{ s}$; $t = 0.665\text{ s}$; $t = 0.995\text{ s}$. Per ogni istante fissato, in alto viene riportata la soluzione VOF e in basso quella SPH.

Durante la maggior parte della simulazione, dunque, i risultati sono in accordo tra di loro. Le soluzioni iniziano a divergere tra di loro durante gli ultimi istanti della simulazione, questo per due motivi principali:

- Differenze sostanziali di modello della simulazione (nel VOF viene risolta la turbolenza con delle RANS) e differenze nel tipo di integrazione temporale. Queste differenze di modello fanno necessariamente allontanare le due soluzioni nel tempo.
- Il modello monofase SPH non vede delle eventuali zone di ricircolo tra le due fasi.

Se da una parte la simulazione ai volumi finiti ha impiegato circa $2h$ lavorando con 64 cores, dall'altra la simulazione SPH ha impiegato 7 minuti, lavorando al solito su una singola GPU NVIDIA RTX 4000. I tempi di calcolo del modello SPH sono, dunque, estremamente favorevoli e il modello può rappresentare una valida soluzione per stimare la posizione del fuel all'interno del serbatoio. E' bene considerare, durante una simulazione SPH, anche il tempo necessario per poter discretizzare il dominio fluido in N particelle di raggio r . Tuttavia, quando il numero di particelle non risulta così elevato, come in questo caso, il tempo necessario per la discretizzazione

risulta decisamente trascurabile. Considerazioni analoghe valgono per lo stesso test case, in cui il serbatoio non prevede le paratie anti-sloshing:

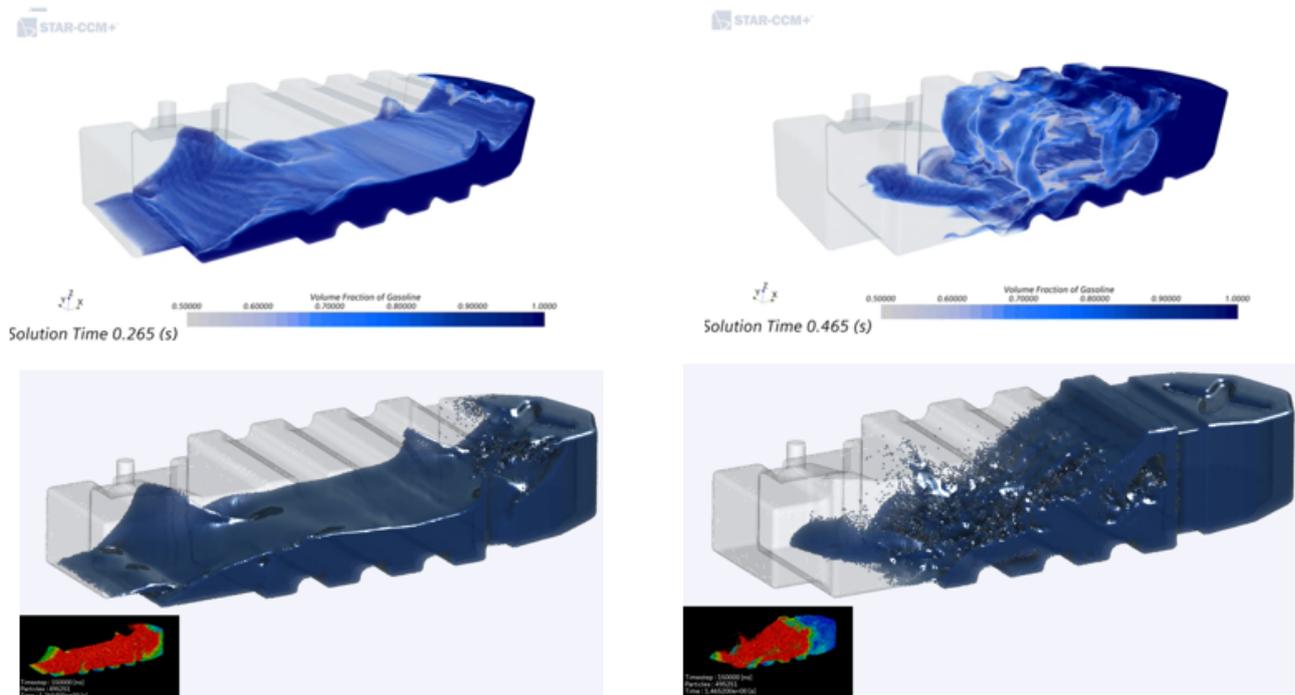


Figura 4.6: Fuel sloshing: VOF vs SPH, rispettivamente $t = 0.26 s$; $t = 0.465 s$. Serbatoio senza paratie. Per ogni istante fissato, in alto viene riportata la soluzione VOF e in basso quella SPH.

4.2 Fuel tank sloshing: accelerazioni misurate in pista

Fino ad ora sono stati affrontati diversi casi di *sloshing* con metodologia SPH, confrontando risultati ottenuti sia con casi sperimentali sia con simulazioni ai volumi finiti. Uno dei grandi vantaggi dell'approccio SPH sta nella velocità con cui sono state effettuate le simulazioni. In questa sezione ci si pone come obiettivo, dunque, di utilizzare l'SPH per un caso più applicativo. In particolare, l'obiettivo è quello di verificare se, in una condizione limite di riempimento del serbatoio, date le accelerazioni misurate in pista come input, esistono dei momenti in cui il carburante non viene aspirato.

4.2.1 Setup SPH

Si riporta la geometria del serbatoio in esame e la condizione iniziale di riempimento:

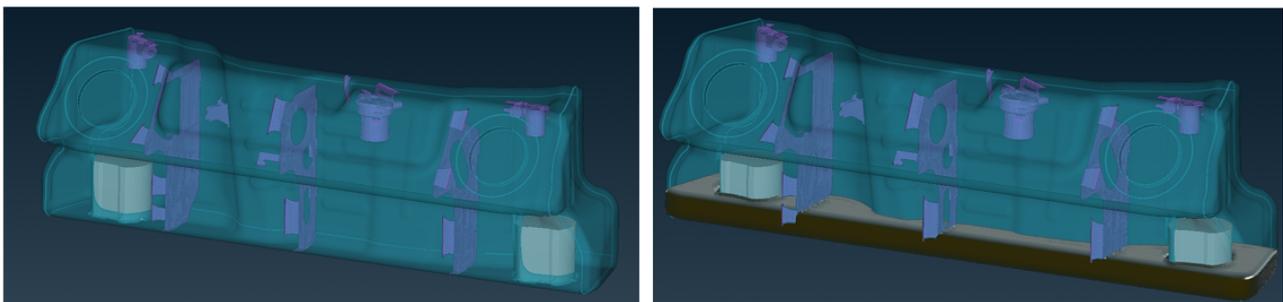


Figura 4.7: Serbatoio: livello iniziale del carburante.

In corrispondenza dei due elementi laterali, vengono posizionate le pompe di aspirazione. Le accelerazioni del serbatoio sono state misurate durante un giro di pista, della durata di circa 73 s.

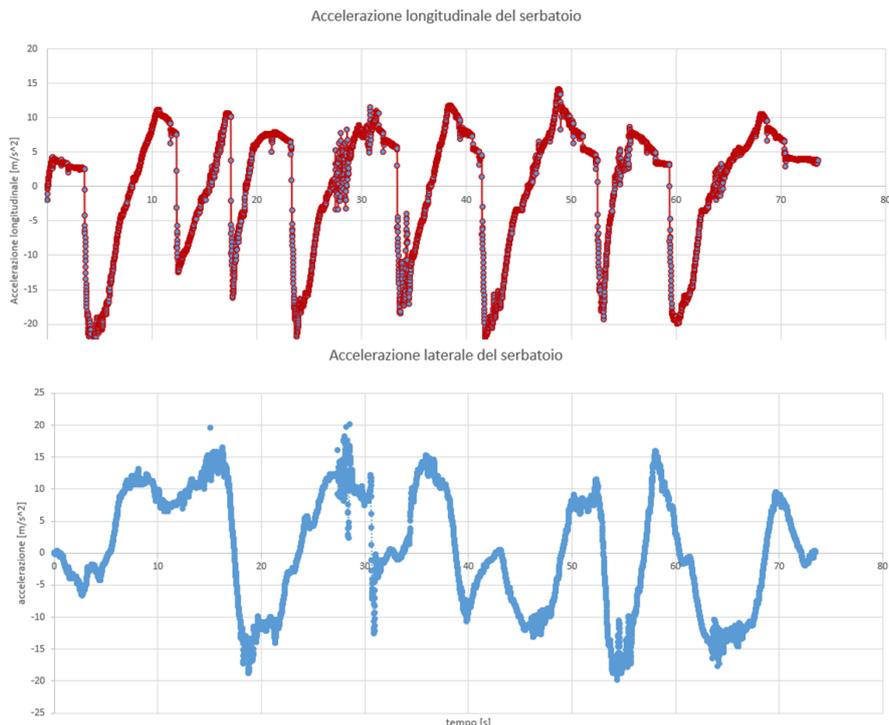


Figura 4.8: Accelerazioni longitudinali e laterali del serbatoio misurate durante i 73.5 s secondi in pista.

Durante la simulazione, le accelerazioni del serbatoio sono state applicate con segno uguale e opposto direttamente alle particelle con cui viene discretizzato il fluido. Si riportano in tabella le caratteristiche del fluido e il numero di particelle utilizzato:

Raggio particelle	N° particelle	Densità fuel	Viscosità fuel	Tensione superficiale
1 mm	912 154	751 kg/m ³	0.00029 Pa · s	0.021 N/m

Tabella 4.2: Raggio delle particelle e proprietà del fuel.

Si riportano in tabella anche i parametri della simulazione SPH:

Volume fluido iniziale	Volume totale serbatoio	Tempo simulazione	Tempo di calcolo	Time-step
10 L	90 L	73.53 s	17 h	50 · 10 ⁻⁶ s

Tabella 4.3: Livello iniziale del fluido e parametri della simulazione.

4.2.2 Analisi degli output SPH

Date le accelerazioni misurate sul serbatoio come input, ci si chiede se c'è la possibilità che il carburante non venga aspirato, in condizioni di riempimento minimo. Per fare questa valutazione, l'idea è quella di monitorare il *wetting* percentuale delle due pompe di aspirazione semplificate, mostrate in figura 6.7. Nel momento in cui entrambi i valori di *wetting*, della pompa di sinistra e della pompa di destra, assumono valor nullo, si avrebbe certamente una condizione di mancata aspirazione del fuel.

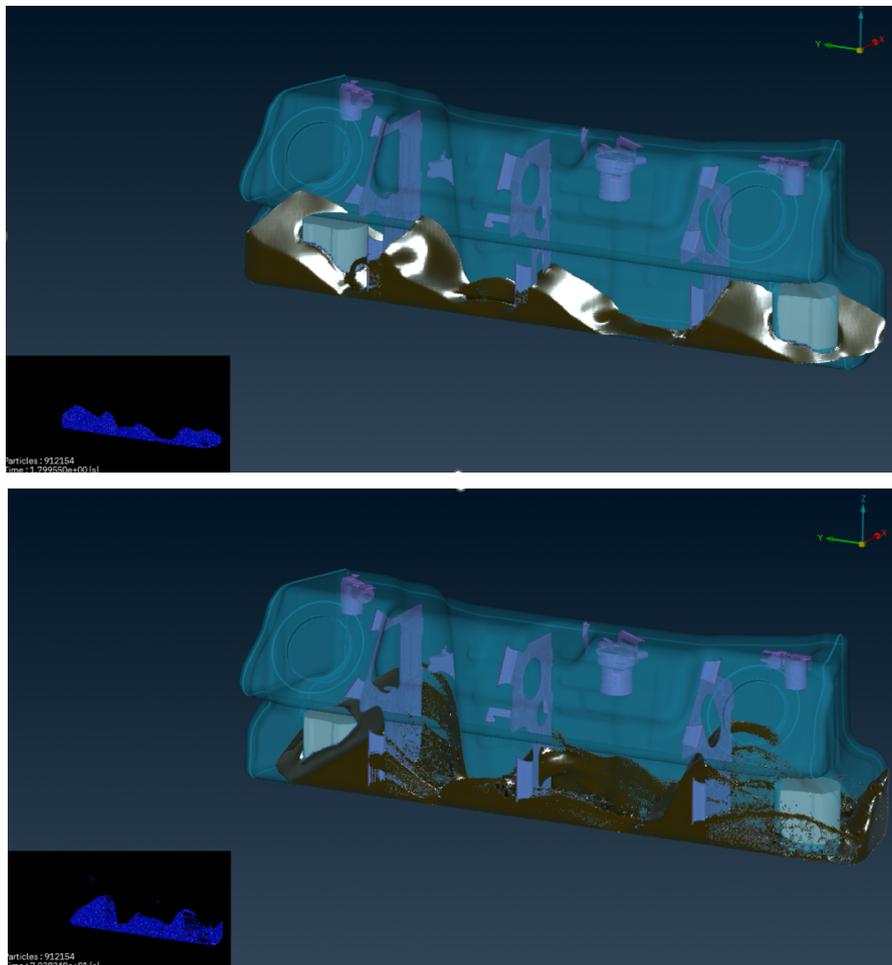


Figura 4.9: Fuel sloshing: soluzione SPH in ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland). Soluzioni ottenute rispettivamente per $t = 1.799\text{ s}$ e $t = 70,38\text{ s}$.

Si riportano:

- Gli andamenti ottenuti del carico totale lungo x e lungo y , adimensionalizzati entrambi con il valor massimo del carico y registrato durante la simulazione.
- Il valore percentuale di *wetting* della pompa destra e della pompa sinistra.

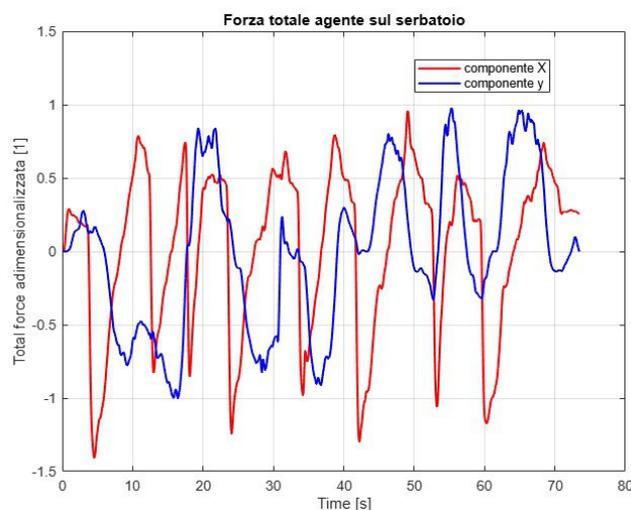


Figura 4.10: Forza totale esercitata sul tank (componente x in rosso e y in blu). I carichi sono stati adimensionalizzati con il valor massimo del carico y registrato.

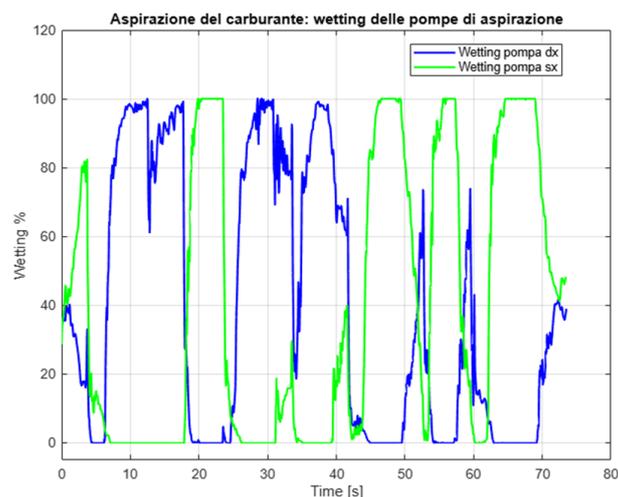


Figura 4.11: Wetting percentuale delle pompe durante la simulazione (in verde la pompa sinistra e in blu la pompa destra).

Come ci si aspettava, la forza totale esercitata nelle due direzioni segue l'andamento delle accelerazioni imposte. Le accelerazioni laterali sono tali da portare il fluido da una parte all'altra del serbatoio. Come è possibile vedere dagli andamenti speculari del wetting delle pompe, quando non c'è aspirazione da una ci sarà comunque aspirazione del carburante dall'altra. Tuttavia, esistono comunque dei piccoli istanti in cui entrambi i sensori di wetting restituiscono valori molto bassi.

In conclusione, questo tipo di analisi ci permette di capire se esiste un livello di riempimento al di sotto del quale non è possibile scendere, in funzione delle accelerazioni misurate. Nonostante il tempo fisico della simulazione sia molto elevato (più di un minuto), con una simulazione SPH la valutazione è possibile in tempi ragionevoli (in questo caso con circa 17 ore di calcolo).

Capitolo 5

Passaggio in guado del modello di vettura DrivAer

In questo capitolo viene approcciato un primo caso di *water wading* con tecnica SPH per una vettura semplificata. Sono state svolte due analisi. Nella prima, in cui la dinamica del veicolo è accoppiata agli output della fluidodinamica (*two way coupling analysis*), ci si pone come obiettivo quello di stabilire un criterio con cui scegliere opportunamente il raggio di discretizzazione. Quest'ultimo, da una parte sarà legato alla dimensione minima delle aperture della vettura, e dall'altra sarà limitato dai tempi di calcolo della simulazione. La seconda analisi, invece, è stata fatta mantenendo una velocità costante della vettura durante tutto il passaggio in guado. Fissata la velocità del veicolo, sono state simulate diverse altezze di guado, con lo scopo di andare a monitorare l'entità dei carichi agenti sul pianale e sul *carbody*. Per semplicità del CAD utilizzato, un'analisi più accurata di intrusione di acqua all'interno del sottocofano è stata svolta con un'altra vettura nel capitolo successivo.

5.1 Setup del veicolo

Il veicolo DrivAer viene utilizzato spesso come modello preliminare per studi di aerodinamica esterna[19]. In questo caso è stato utilizzato il modello nella versione F-D-wM-wW-wL.¹

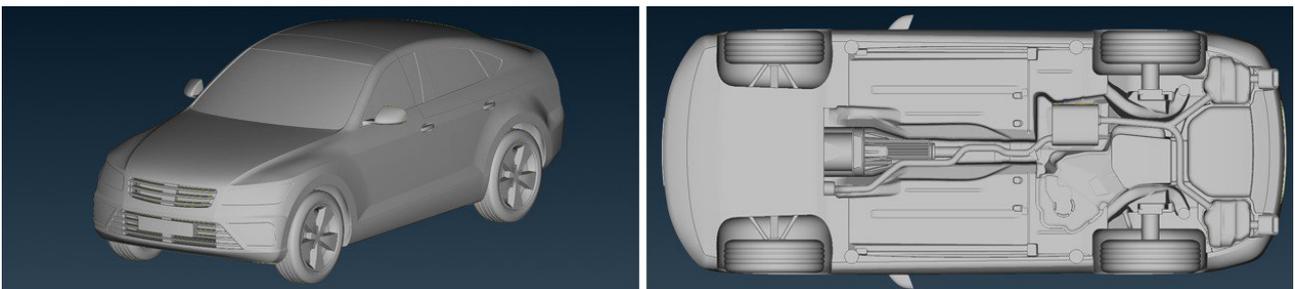


Figura 5.1: DrivAer model: pianale dettagliato e griglie di raffreddamento anteriori.

Il guado utilizzato, riportato in figura 4.2, prevede una vasca centrale di lunghezza pari a 12.5 m e larghezza pari a 7.5 m . Le rampe di ingresso e uscita sono inclinate di 4° e la loro lunghezza orizzontale è di circa 8.6 m . In questo modo, la vasca centrale sarà di circa tre volte la dimensione principale del veicolo (la cui lunghezza è di circa 4 m).

¹La nomenclatura indica la versione del CAD utilizzata[19]: F: fastback configuration, D: detailed underbody, wM: with mirrors, wW: with wheels, wL: with leakage around the cooler.

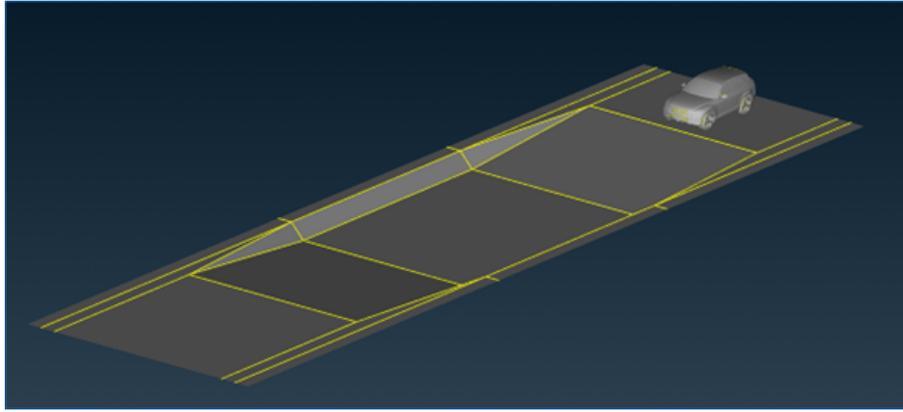


Figura 5.2: DrivAer water wading: dimensioni del guado simulato.

La vettura è stata suddivisa successivamente in più componenti rigidi, cinematicamente collegati tra di loro:

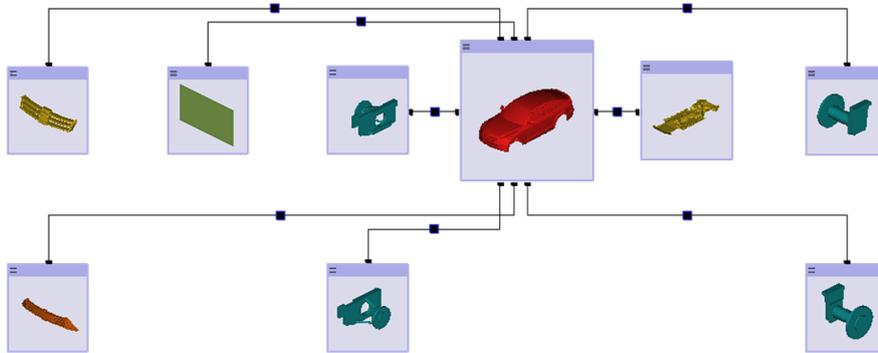


Figura 5.3: DrivAer water wading: corpi rigidi della vettura.

Le griglie di raffreddamento, il radiatore semplificato e l'*underbody* sono stati resi solidali ai gradi di libertà del *carbody* (riportato in rosso). Ai pneumatici è stato assegnato il grado di libertà rotazionale intorno al loro asse di minima inerzia. I supporti, riportati in verde, possono traslare lungo la direzione verticale insieme al *carbody*. Le masse dei corpi rigidi sono state assegnate in modo da riprodurre un peso totale a vuoto del veicolo realistico:

	Carbody (compreso di vano motore)	Underbody	Griglia inferiore e superiore	Singola sospensione	Singolo pneumatico
Massa [kg]	1200	84.77	8	9.89	12.88

Tabella 5.1: DrivAer model: valori di massa assegnati.

Il peso statico della vettura è equilibrato ai quattro *corner* da un carico equivalente tra le sospensioni e il *carbody*. L'entità del carico dipende dal tratto lineare delle curve caratteristiche di rigidezza e smorzamento equivalenti di ogni singola sospensione. In prima approssimazione, è stata presa una sospensione equivalente sufficientemente rigida da poter bilanciare staticamente il peso della vettura. Nel capitolo 6, per lo studio di un *water wading* di una vettura realistica, viene riportato nel dettaglio il carico equivalente agente tra la sospensione e il *carbody*.

5.2 Setup SPH e scelta del raggio di discretizzazione spaziale

Come anticipato, la prima analisi è stata fatta accoppiando la dinamica del veicolo e i risultati della fluidodinamica. La resistenza dell'acqua, dunque, rallenta la vettura all'interno del guado. L'altezza del guado utilizzato per questa analisi è pari a 200 mm . Una coppia costante pari a 150 Nm è applicata alle ruote motrici. La vettura, inizialmente ferma, accelera e raggiunge una velocità di ingresso di circa 3.5 m/s :

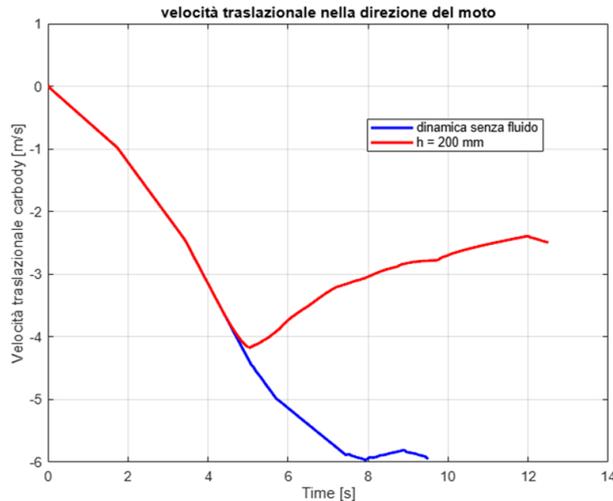


Figura 5.4: DrivAer water wading: andamento della velocità traslazionale della vettura ed effetto della resistenza del fluido, *two way coupling analysis*.

Le proprietà del fluido vengono riportate in tabella:

Densità fluido	Viscosità fluido	Viscosità tank	C.tensione superficiale
$998 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$0.000894 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	$0.000894 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	$0.072 \frac{\text{N}}{\text{m}}$

Tabella 5.2: DrivAer water wading: proprietà del fluido utilizzate.

Per capire quale raggio di discretizzazione del dominio fluido e delle superfici solide fosse opportuno, sono stati simulati tre diversi casi. Il raggio delle particelle, dunque, è stato progressivamente dimezzato:

r_1	r_2	r_3
20 mm	10 mm	5 mm

Quando riduciamo il raggio di discretizzazione, e dunque anche la *smoothing length* della funzione Kernel, aumentiamo progressivamente il numero di particelle e rendiamo l'approssimazione SPH sempre più accurata:

$$U(r_i) \simeq \sum_{j=1}^{N^{\text{particelle}}} \frac{m_j}{\rho_j} U(r_j) W(r_i - r_j, h)$$

Quello che ci si aspetta, quindi, è di trovare progressivamente un range asintotico di convergenza in cui le soluzioni siano molto simili tra di loro nonostante il numero di particelle stia aumentando. Dunque, è stato preso a riferimento l'andamento del carico verticale esercitato dal fluido sul pianale della vettura durante la simulazione. Si riportano gli andamenti ottenuti per i tre raggi di discretizzazione:

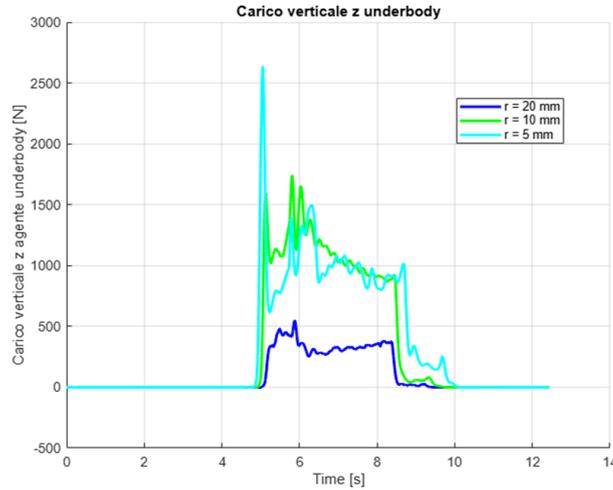


Figura 5.5: Carico verticale sull'*underbody* durante la simulazione (12.5 s) per i tre raggi di discretizzazione utilizzati.

Come è possibile osservare in figura (4.5), quando il raggio delle particelle si avvicina ad un range asintotico, gli andamenti dei carichi verticali misurati sul pianale tendono a sovrapporsi. Nel capitolo 6, nello studio di *water wading* della vettura dettagliata, questo concetto verrà sfruttato per fare una analisi di convergenza dei risultati ottenuti.

Al di fuori del range asintotico, per $r = 20\text{ mm}$, il carico verticale verrebbe sottostimato. In SPH anche la superficie dei corpi rigidi viene discretizzata con particelle sferiche, per cui tanto più il raggio sarà piccolo tanto più verrà stimata bene la forza totale scambiata tra fluido e parete solida. Inoltre, un raggio di primo tentativo, pari a 20 mm , non sarebbe in grado di far passare le particelle attraverso le aperture delle griglie anteriori della vettura. Si riportano, infatti, i risultati di superficie bagnata, o *wetting* percentuale, della *cooling area* rappresentativa del radiatore:

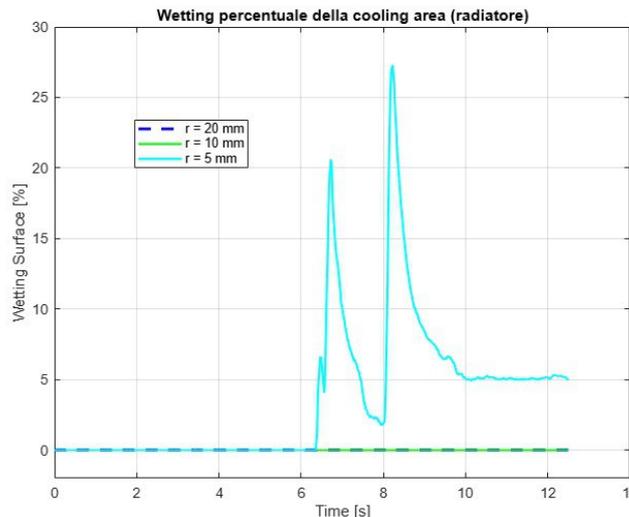


Figura 5.6: DrivAer water wading: wetting del radiatore al variare del raggio delle particelle.

Per questa vettura, non essendoci aperture nel passaruota, l'unico modo che il fluido ha per raggiungere il radiatore è quello di attraversare le griglie di raffreddamento. Sia per $r = 20\text{ mm}$ che per $r = 10\text{ mm}$, il radiatore semplificato non viene bagnato dal fluido. Al contrario, per $r = 5\text{ mm}$ si ha una dimensione sufficientemente piccola da poter far passare il fluido attraverso le griglie anteriori:

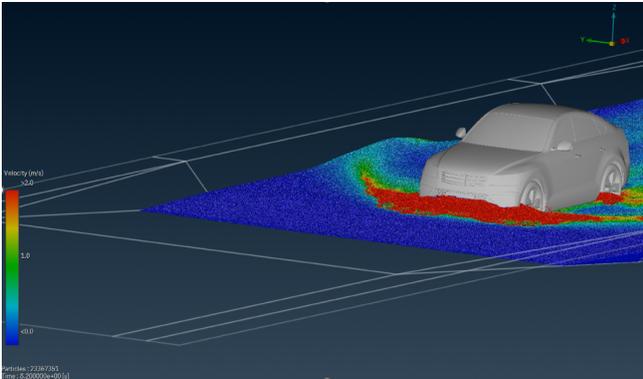


Figura 5.7: DrivAer water wading: $r = 5\text{ mm}$ e $t = 8.2\text{ s}$.

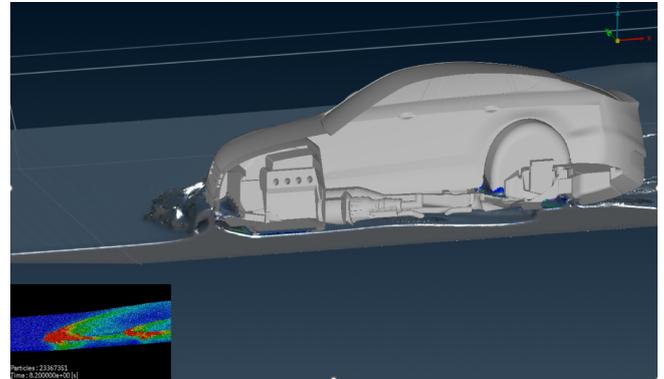


Figura 5.8: DrivAer water wading: $r = 5\text{ mm}$ e $t = 8.2\text{ s}$, sezione laterale.

In conclusione, per definire un criterio con cui fissare il raggio delle particelle della simulazione, possiamo osservare la dimensione minima attraverso la quale il fluido può trafilare, in questo caso specifico le griglie di raffreddamento:

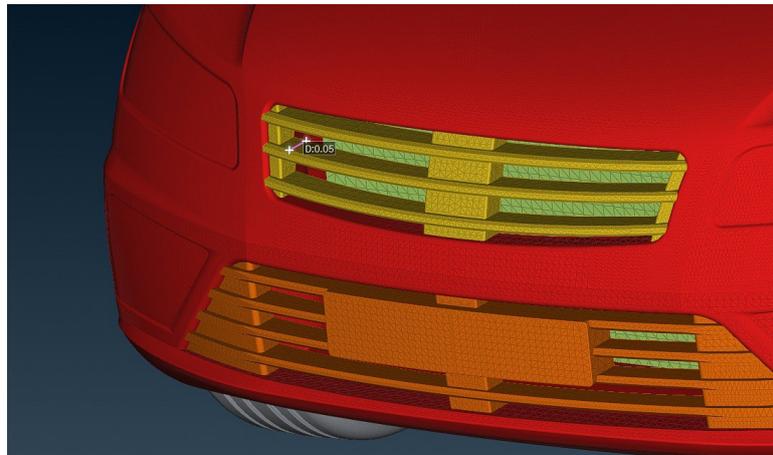


Figura 5.9: Scelta del raggio di discretizzazione: dimensione minima di passaggio del fluido circa pari a 5 cm .

La dimensione minima di passaggio misura circa 5 cm . Per cui, scegliere un raggio delle particelle più piccolo di un fattore circa 10, può essere un buon criterio con cui discretizzare il dominio fluido.

5.2.1 Effetto del raggio delle particelle sui tempi di calcolo

Si riportano, per le tre simulazioni effettuate, il numero di particelle e i tempi di calcolo:

Raggio particelle	N° particelle	Tempo simulazione	Tempo di calcolo ²	Time-step
20 mm	270 090	12.5 s	0.75 h	$1000 \cdot 10^{-6} s$
10 mm	2 546 309	12.5 s	1.7 h	$500 \cdot 10^{-6} s$
5 mm	23 367 351	12.5 s	19.5 h	$250 \cdot 10^{-6} s$

Anche in questo caso, i tempi di calcolo ottenuti possono essere ben interpolati da una funzione inversamente proporzionale alla quarta potenza del raggio:

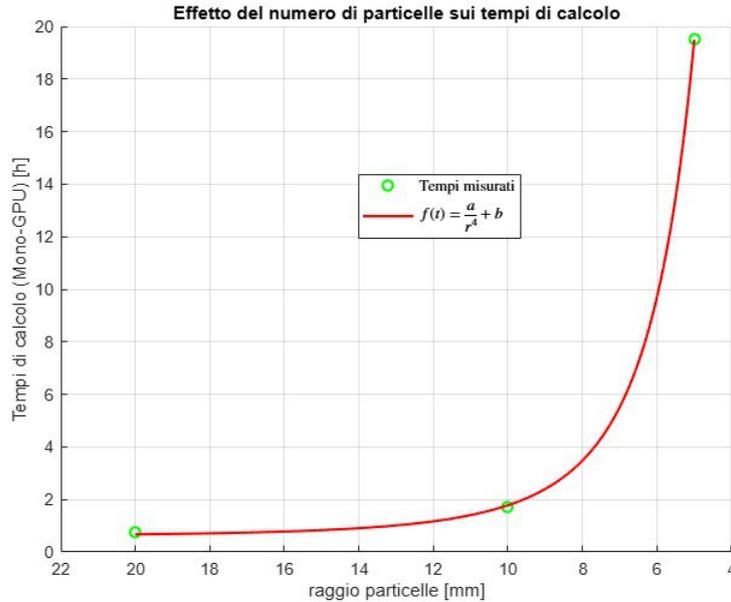


Figura 5.10: DrivAer water wading: tempi di calcolo al variare del raggio delle particelle.

Con le costanti dell'interpolazione, per lo specifico test case simulato, è possibile stimare il tempo di calcolo necessario se si volesse ridurre il raggio di discretizzazione. Ad esempio, sarebbe possibile stimare il tempo di calcolo necessario se si volesse simulare con un rapporto maggiore di dieci, tra la dimensione minima di passaggio del fluido e il raggio delle particelle.

²Al solito i risultati in ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland) sono stati ottenuti con una singola GPU: NVIDIA RTX 4000.

5.3 Analisi dei carichi per diverse altezze del guado

In questa sezione l'obiettivo è quello di simulare il passaggio in guado, per la vettura DrivAer, mantenendo costante la velocità di avanzamento e monitorando i carichi esercitati dal fluido per diverse altezze del guado. Il caso in cui la vettura mantiene una velocità costante rappresenta il caso più vicino al *water wading* test fatto dalle aziende automobilistiche, in cui la velocità viene mantenuta costante con un margine di circa 3 km/h rispetto al valore nominale. Le simulazioni sono state fatte per tre diverse altezze del guado:

h_1	h_2	h_3
200 mm	300 mm	400 mm

5.3.1 Effetto del numero di Froude sulla scia

La vettura, in tutti i casi, mantiene una velocità costante e circa pari a 3.33 m/s . Per tutti e tre i casi simulati, dunque, il numero di Froude supera sempre il valore unitario. In questo caso si parla di numero di Froude supercritico. Il Froude rappresenta, infatti, il rapporto che c'è tra le forze di inerzia e le forze gravitazionali del fluido:

$$Fr = \frac{|\vec{v}|}{\sqrt{gh}} = \begin{cases} Fr_1 = 2.37 \\ Fr_2 = 1.94 \\ Fr_3 = 1.68 \end{cases} \quad (5.1)$$

Quando il Froude assume valore inferiore ad 1, e il regime di moto è subcritico, le onde possono propagare in ogni direzione. Al contrario, come in questo caso, quando il regime viene detto supercritico le onde propagano più velocemente rispetto alla loro perturbazione (la vettura). Per questo motivo, davanti alla vettura si viene a formare un fronte d'onda che propaga nella direzione d'avanzamento:

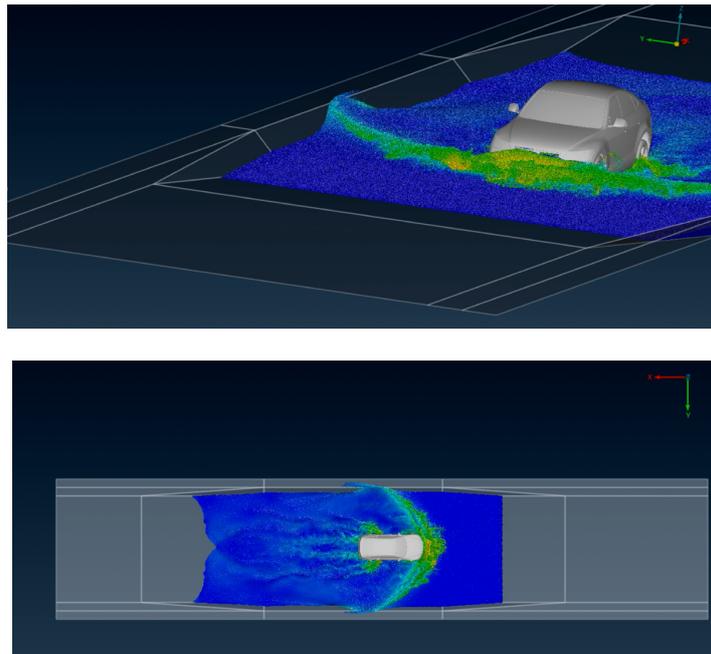


Figura 5.11: DrivAer water wading: effetto del Froude supercritico sulla scia. $h = 300\text{ mm}$; $t \simeq 6.2\text{ s}$.

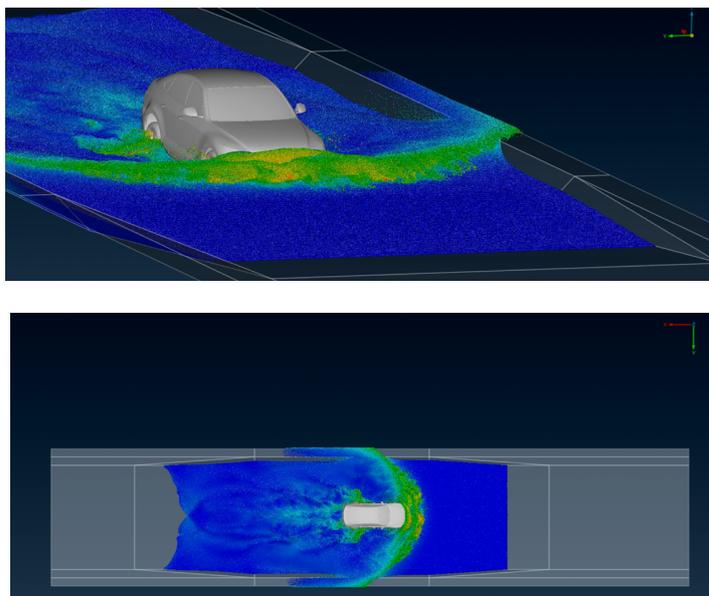


Figura 5.12: DrivAer water wading: effetto del Froude supercritico sulla scia.
 $h = 400 \text{ mm}; t \simeq 6.2 \text{ s}$.

Dove è stato considerato l'istante di simulazione più vicino alle condizioni stazionarie, in cui il fronte d'onda mantiene la propria forma per n tempi caratteristici della simulazione. Per entrambi i casi, come è possibile vedere in figura, il fronte d'onda propaga nella direzione d'avanzamento. Se la vettura viaggiasse ad una velocità tale da rendere il Froude inferiore ad 1, il dominio di influenza delle onde comprenderebbe tutti i 360° .

Il meccanismo è lo stesso con cui viene descritto il dominio di dipendenza e il dominio di influenza dei segnali al variare del numero di Mach. Questa analogia, infatti, in condizioni di *shallow water*, viene spesso utilizzata per descrivere il comportamento delle onde d'urto per flussi compressibili ad alto numero di Mach.

L'analogia, tra onde di Froude ed onde di Mach lungo cui propaga un segnale, dipende semplicemente dal fatto che la struttura delle equazioni di governo per un flusso supersonico risulta formalmente simile alla struttura delle equazioni che descrivono la variazione dell'altezza del pelo libero h dell'acqua, in condizioni di *shallow water*.

Esattamente come in un'onda d'urto curva per un flusso ad alto numero di Mach, dunque, l'onda che si crea di fronte al veicolo tenderà a fasciare maggiormente la vettura all'aumentare della sua velocità e del numero di Froude, a parità di h . Questa analogia si può facilmente osservare nel momento in cui la vettura interagisce con il fluido di altezza inferiore, rendendo il numero di Froude sarà più alto. L'onda di propagazione, infatti, tende a fasciare maggiormente la vettura, rendendo più piccolo il dominio di influenza:

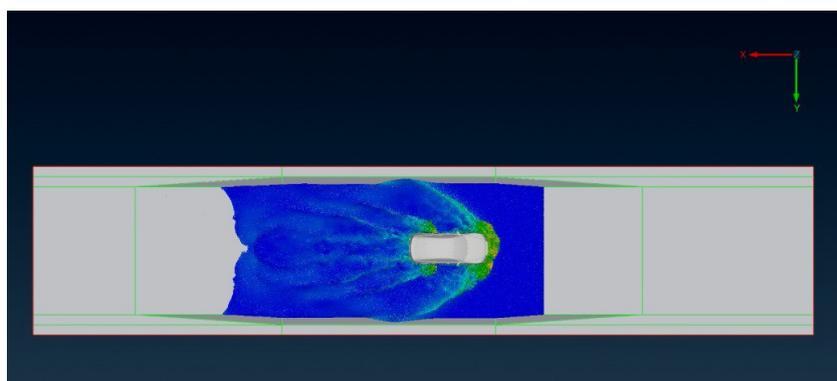


Figura 5.13: DrivAer water wading: effetto del Froude sulla scia: $h = 200 \text{ mm}, t \simeq 6.2 \text{ s}$.

5.3.2 Analisi degli output

Fissata la velocità di avanzamento della vettura, per le diverse altezze del guado sono stati misurati i carichi totali esercitati dal fluido sulla scocca esterna e sul pianale della vettura. Per quanto riguarda i carichi sul *carbody*, è stata estratta la componente x lungo la direzione d'avanzamento. Per quanto riguarda l'*underbody*, è stata estratta la componente z verticale. Si riportano, dunque, i risultati ottenuti:

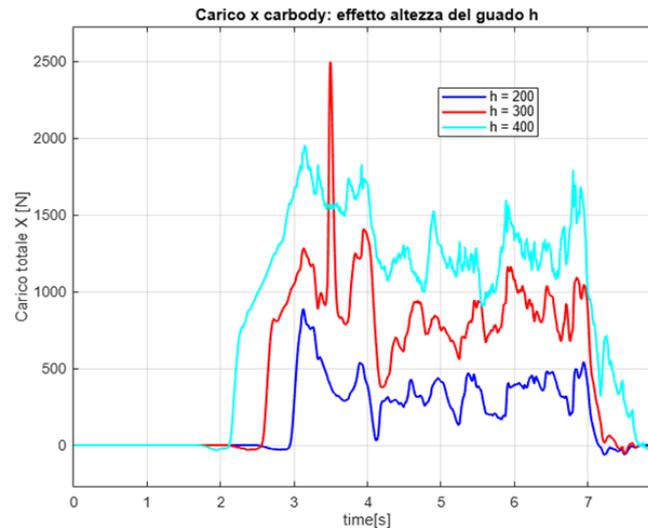


Figura 5.14: DrivAer water wading: carico totale in direzione x sul carbody, effetto dell'altezza del guado.

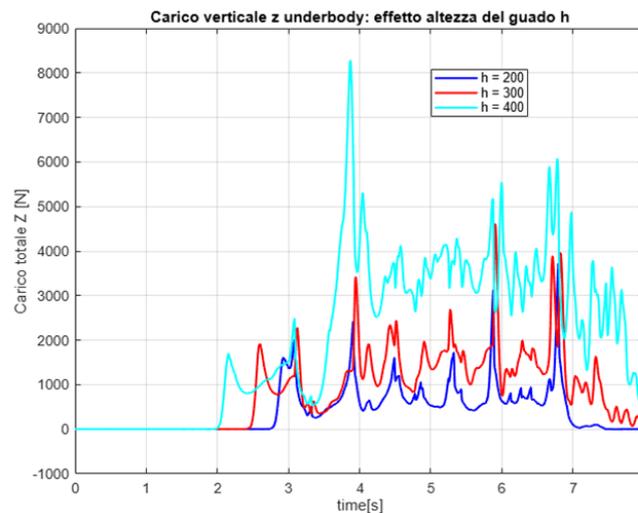


Figura 5.15: DrivAer water wading: carico totale z sul pianale, effetto dell'altezza del guado.

Come ci si aspettava, in entrambi i casi, i carichi esercitati sono più grandi quando l'altezza del guado aumenta. L'entità dei carichi in gioco dovrà essere monitorata per preservare l'integrità strutturale dei componenti. Per ridurre il numero di test di cui si avrebbe bisogno per valutare l'entità dei carichi, l'analisi SPH ci permette di relazionare i carichi ottenuti con l'altezza del guado. Infatti, prendendo a riferimento il valore medio dell'andamento del carico misurato durante la simulazione:

$$v.m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F(t_i)$$

Possiamo riportare il valor medio del carico ottenuto per le tre simulazioni, in funzione dell'altezza del guado corrispondente:

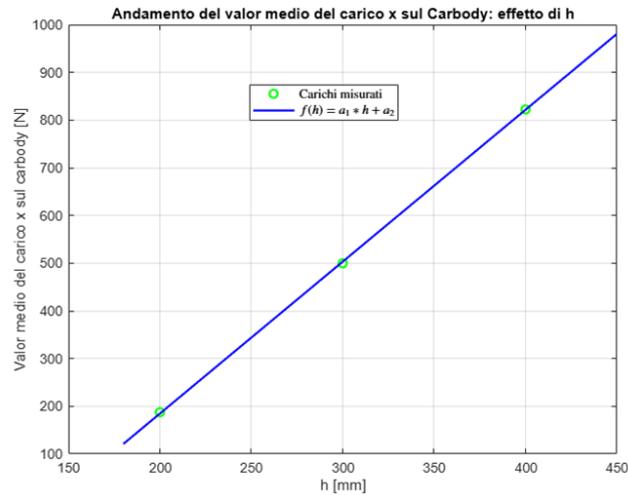


Figura 5.16: Andamento del valor medio del carico x sul *carbody* al variare dell'altezza h del guado simulato.

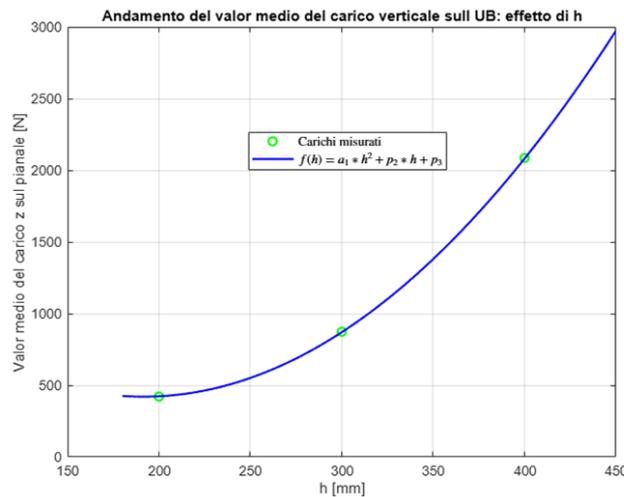


Figura 5.17: Andamento del valor medio del carico z sull' *underbody* al variare dell'altezza h del guado simulato.

La prima cosa che possiamo notare è che, aumentando il livello dell'acqua, il carico in x (responsabile della resistenza all'avanzamento della vettura) aumenta linearmente. Questo risultato è in linea con quanto ci si aspettava, dato che il livello dell'acqua, fissato il C_D (geometria del veicolo) e fissata la velocità del veicolo, contribuisce linearmente all'aumento del carico:

$$C_D = \frac{F_x}{\frac{1}{2}\rho v^2 S(h)}$$

Raddoppiando h , l'ordine di grandezza del valor medio del carico F_x raddoppierà di conseguenza. Per quanto riguarda il carico verticale agente sul pianale, la funzione che meglio interpola i risultati ottenuti è un polinomio di secondo grado. La relazione trovata, quindi, permette di stimare facilmente l'ordine di grandezza del valor medio del carico z . Raddoppiando infatti l'altezza del guado, l'entità del carico tenderà a diventare circa quattro volte più grande, secondo una relazione quadratica.

Capitolo 6

Passaggio in guado: analisi con sottocofano dettagliato

In questo capitolo ci si pone come obiettivo quello di andare a simulare il passaggio in guado per una vettura con motore a combustione interna e *underhood* più dettagliato. Rispetto al caso test DrivAer, è stato implementato un modello di sospensione ad un grado di libertà, necessario per valutare le variazioni di assetto della vettura durante il passaggio in guado. Per la vettura in esame, si vuole fare una analisi di *wetting* dei componenti del sottocofano, in modo da osservare l'infiltrazione dell'acqua nei componenti più critici.

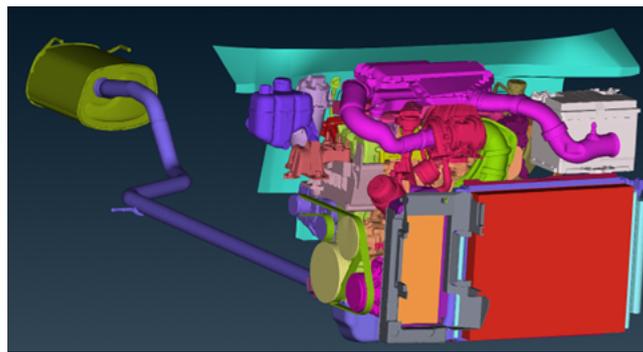


Figura 6.1: Water wading: componenti del sottocofano. In viola viene raffigurato il condotto dell'AIS.

L'unica semplificazione effettuata sul CAD, è stata quella di eliminare i cavi presenti. Questi infatti, essendo di dimensione molto piccola, avrebbero imposto un raggio di particelle troppo piccolo per la loro discretizzazione. Per evitare quindi di dover scendere al di sotto di un raggio accettabile dal punto di vista dei tempi di calcolo, i cavi sono stati rimossi.

Come è possibile vedere in figura, intercooler e radiatore assumono una forma semplificata. Il radiatore, per avvicinarsi ad una condizione reale, è stato simulato per diverse porosità. In questo modo, solo una parte delle particelle d'acqua passerà attraverso il componente.

Inoltre, i risultati ottenuti sono stati affiancati da una analisi di convergenza al variare del raggio delle particelle. In questo modo, è stata stimata una velocità di convergenza, al variare del raggio, in linea con gli ordini di grandezza teorici trovati per simulazioni SPH in campo fluidodinamico.

6.1 Setup simulazione

In questo caso, le simulazioni sono state fatte accoppiando il solver della dinamica del veicolo e il solver SPH in ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland). Con questa analisi, chiamata *two way coupling*, è stato possibile considerare l'effetto della resistenza offerta dal fluido sulla vettura. Il guado utilizzato, viene riportato in figura:

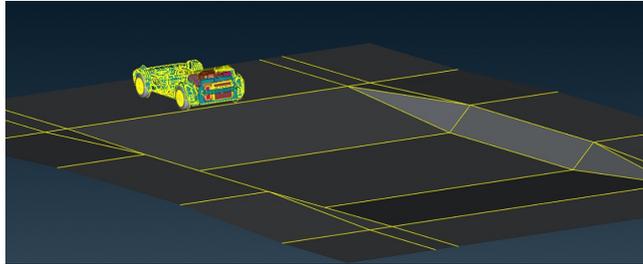


Figura 6.2: Water wading: dimensioni guado.

La dimensione principale della vasca centrale è di 7 metri, circa il doppio della lunghezza della vettura utilizzata (3.6 metri). L'inclinazione delle rampe è di 4° e la loro lunghezza in direzione orizzontale è di 5.7 metri. L'altezza del livello dell'acqua utilizzata è pari a 300 mm. La dinamica viene risolta accoppiando la resistenza data dai carichi che il fluido esercita sulla vettura. Alle ruote motrici (anteriori) viene applicata una coppia costante e pari a 200 Nm . Per semplicità del modello, in assenza di attrito la coppia costante permette alla vettura (inizialmente ferma) di accelerare. Inoltre, la prima rampa permette alla vettura di accelerare grazie alla componente della forza peso del veicolo lungo direzione del moto. Si riporta allora la velocità traslazionale della vettura risolta prima senza fluido e successivamente risolta accoppiando la resistenza del fluido:

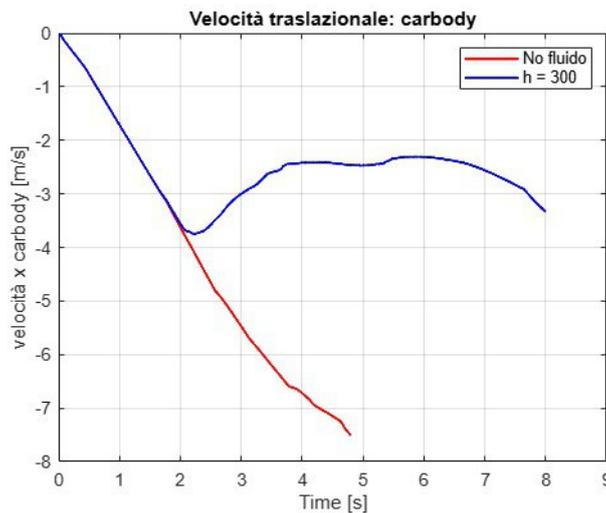


Figura 6.3: Two way Coupling analysis: effetto della resistenza del fluido sulla velocità traslazionale del carbody.

La velocità della vettura in ingresso al guado è di circa 3.7 m/s , ovvero circa 13.3 km/h . La vettura tenderà a rallentare nell'impatto con il fluido e ad accelerare nuovamente in uscita dalla seconda rampa. Le forze scambiate tra il pneumatico e la strada vengono risolte indipendentemente dalla presenza del fluido. Il modello non permette quindi di osservare un eventuale slittamento dovuto all'acqua (*aquaplaning* tra pneumatico e strada). Tuttavia, l'ipotesi semplificativa può essere ancora valida per l'altezza del guado simulata.

6.2 Modello di sospensioni a un DOF

Durante la simulazione è stato implementato un modello di sospensione basato su un carico equivalente verticale agente lungo la direzione z . L'entità del carico, dipende dal tratto lineare della curva caratteristica di rigidità e smorzamento del sistema a 1 DOF implementato[20]:

$$f_z = -k(x - l_o) + c(\dot{x}) + f_o \quad (6.1)$$

Il carico verticale f_z agisce come una forza di azione e reazione tra la sospensione e la scocca esterna. Una eventuale forza f_z positiva tenderà a distanziare il *carbody* dalla sospensione, simulandone la sua estensione. Al contrario, un carico negativo tenderà ad avvicinare il *carbody* e la sospensione, simulandone la compressione. I termini dell'equazione (5.1) rappresentano rispettivamente:

- k e c rappresentano la rigidità e lo smorzamento equivalenti della sospensione.
- l_o rappresenta la lunghezza della sospensione a riposo.
- x rappresenta la distanza verticale tra i due *marker* lungo cui agisce il carico equivalente. Un *marker* appartiene alla sospensione ed un altro appartiene alla scocca.
- \dot{x} rappresenta la velocità relativa dei due *marker*.
- f_o rappresenta il precarico della molla.

All'istante iniziale della simulazione, ad esempio, dove la distanza tra i due componenti è pari alla lunghezza della sospensione a riposo e dove non ci sarà alcuna velocità relativa, i primi due contributi della (5.1) risulteranno nulli. La forza peso della vettura, dovrà essere contrastata dal precarico f_o della molla. Per stimare il precarico, dunque, è stata presa a riferimento la massa totale dei corpi rigidi ed è stata suddivisa ai quattro *corner*, considerando maggior peso sull'anteriore della vettura. Si riportano le masse dei singoli corpi rigidi e la massa totale della vettura a vuoto:

	Underbody (pianale)	Carbody (scocca)	Griglie+ intercooler+ radiatore	Pneumatici (anteriori+posteriori)
Massa [kg]	200	500	13.36	43.2

	Gruppo Scarico	Underhood	Gruppo sospensioni (anteriore+ posteriore)	TOTALE
Massa [kg]	6	111	22.3	890

Tabella 6.1: Distribuzione della massa del veicolo.

Il precarico delle quattro molle equivalenti, quindi, bilancia il peso statico della vettura. Si riportano, inoltre, i valori di lunghezza a riposo, di rigidità e di smorzamento equivalenti utilizzati:

	Lunghezza a riposo	k_{eq}	c_{eq}	f_0
Ammortizzatori anteriori	0.22 m	35 000 N/m	2700 $\frac{N \cdot s}{m}$	2 600 N
Ammortizzatori posteriori	0.20 m	30 000 N/m	2500 $\frac{N \cdot s}{m}$	1 300 N

Tabella 6.2: Valori di lunghezza a riposo, precarico, rigidezza e smorzamento equivalenti.

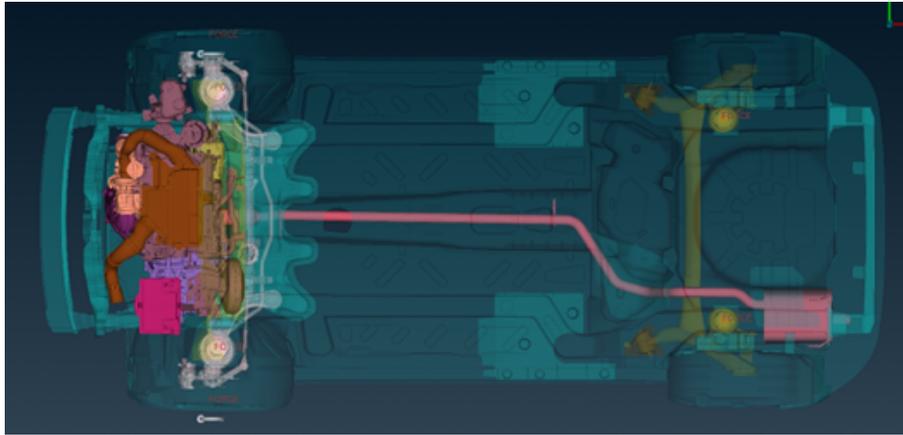


Figura 6.4: Distribuzione del peso della vettura. Il precarico delle molle anteriori è stato imposto circa il doppio rispetto al precarico sul posteriore.

Come ci si aspettava, i valori di rigidezza e smorzamento equivalenti sono tali da avere una frequenza propria di oscillazione del sistema ad un DOF tipica, intorno ai 2 Hz:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{eq}}{m_{corner}}}$$

Per cui:

$$f_{anteriore-sx/dx} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{35000}{300}} \simeq 1.7 \text{ Hz}$$

$$f_{posteriore-sx/dx} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{30000}{180}} \simeq 2 \text{ Hz}$$

6.3 Analisi di convergenza

In questa sezione ci si pone come obiettivo quello di dare una barra di errore ai risultati ottenuti. In assenza di un caso di *water wading* sperimentale da riprodurre, oltre ai casi test di validazione effettuati, l'idea è quella di stimare l'errore di discretizzazione delle simulazioni effettuate. Nell'ambito della classica CFD ai volumi finiti, uno dei possibili modi per stimare l'errore di discretizzazione è dato dall'estrapolazione di Richardson.

Quest'ultima consiste nel simulare lo stesso caso test per diverse ampiezze del passo di discretizzazione spaziale. Raffinando la mesh e riducendo la sua lunghezza caratteristica, l'idea è quella di osservare come cambia una certa grandezza obiettivo. La grandezza obiettivo può essere scelta arbitrariamente, come ad esempio la norma dell'entropia sul campo fluidodinamico. Quando la mesh si trova in un certo range asintotico, anche riducendo la sua lunghezza caratteristica, si otterranno sempre gli stessi risultati (convergenza). In questo modo, è possibile stimare l'errore di discretizzazione, dato dalla differenza tra la soluzione numerica ottenuta e la soluzione esatta che ci si aspetta. Quando la griglia di calcolo si trova in un range asintotico, nella CFD ai volumi finiti è possibile dire che:

$$E_h = u_h - u_{es} = k(h)^p + \dots + \quad (6.2)$$

Ovvero che l'errore E_h scende con l'ampiezza del passo di discretizzazione spaziale h tramite una costante k e scende tanto più velocemente tanto più l'esponente p sarà grande. L'esponente p , infatti, definisce l'ordine di convergenza della mesh. Quando la mesh si trova in range asintotico, i termini di ordine superiore dell'equazione (5.2) possono essere trascurati. Al di fuori del range asintotico, la grandezza caratteristica h della mesh sarà ancora troppo grande e i termini di ordine $p + n$ non potranno essere trascurati.

Ricavare l'errore di discretizzazione dalla simulazione risulta, quindi, molto semplice nel momento in cui si conosce la soluzione esatta. Ipotizziamo ad esempio di studiare un flusso isentropico, dove si trascura l'attrito e si ipotizza non ci sia nè adduzione nè sottrazione di calore. In questo caso, una soluzione esatta che ci si aspetta è quella di avere una norma dell'entropia nulla all'interno del campo fluidodinamico. Aver discretizzato il dominio con una mesh, ha introdotto necessariamente un errore rispetto alla soluzione esatta della grandezza obiettivo u_{es} . Più in generale, la soluzione esatta non è nota a priori. Tuttavia è possibile raffinare progressivamente la griglia di calcolo e mettere a sistema l'equazione (5.2) per diverse ampiezze caratteristiche h . Con questa tecnica, chiamata estrapolazione di Richardson, è possibile estrarre una stima della soluzione esatta e l'ordine di convergenza con cui viene abbattuto l'errore di discretizzazione.

6.3.1 Analogia con l'estrapolazione di Richardson

In SPH le simulazioni vengono definite *meshless*, non dovendo realizzare separatamente una mesh di calcolo. Tuttavia, la discretizzazione del continuo fluido e dei corpi solidi con particelle più piccole introduce chiaramente un errore tra una eventuale soluzione numerica e la soluzione esatta che si sta cercando. Come visto precedentemente, l'approssimazione SPH delle grandezze conservative introduce un errore che può essere abbattuto inserendo un numero di particelle sempre più grande e riducendo il dominio di supporto della funzione kernel che stiamo adottando:

$$U(r_i) \simeq \sum_{j=1}^{N_{particelle}} \frac{m_j}{\rho_j} U(r_j) W(r_i - r_j, h)$$

L'analogia adottata consiste quindi nel considerare come lunghezza caratteristica il raggio delle particelle con cui viene discretizzato il fluido, esattamente come l'ampiezza del passo di discretizzazione spaziale nelle simulazioni ai volumi finiti. In analogia, scriveremo anche in SPH che l'errore di discretizzazione scende quando riduciamo il raggio delle particelle, secondo la relazione (5.2):

$$E_h = u_h - u_{es} = k(h)^p + \dots +$$

Dove h , la lunghezza caratteristica, sarà proprio il raggio delle particelle o la *smoothing length*. Come anticipato, questi due parametri sono in genere linearmente dipendenti tramite una costante. Dunque, sono state effettuate tre simulazioni per tre diversi raggi di particelle, dimezzandone progressivamente il valore di partenza:

r_1	r_2	r_3
16 mm	8 mm	4 mm

In questo modo, è possibile mettere facilmente a sistema l'equazione (5.2):

$$\begin{cases} E_{h_4} = u_{h_4} - u_{es} = k(h_4)^p \\ E_{h_8} = u_{h_8} - u_{es} = k \cdot 2^p (h_4)^p \\ E_{h_{16}} = u_{h_{16}} - u_{es} = k \cdot 4^p (h_4)^p \end{cases} \quad (6.3)$$

Il prossimo passo è quello di scegliere una grandezza obiettivo u_h , misurarne il valore ottenuto dalle diverse simulazioni, stimare la soluzione esatta e l'ordine di convergenza p .

6.3.2 Scelta della grandezza obiettivo

Nel caso di una simulazione instazionaria come il passaggio in guado della vettura, chiaramente non si conosce una possibile soluzione esatta. L'idea è quella di osservare il valore di *wetting* del componente posizionato più in basso nel sottocofano della vettura: la coppa dell'olio.

Si sceglie, dunque, di simulare ipotizzando il radiatore e l'*intercooler* come mezzi infinitamente porosi, attraverso i quali l'acqua può fluire senza ostacolo. Questa condizione, puramente legata al modello e non fisica, rappresenta la condizione più critica da simulare. In questo modo, avremo la certezza che durante il passaggio in guado di altezza pari a 300 mm, il componente posizionato più in basso sarà completamente ricoperto dal fluido.

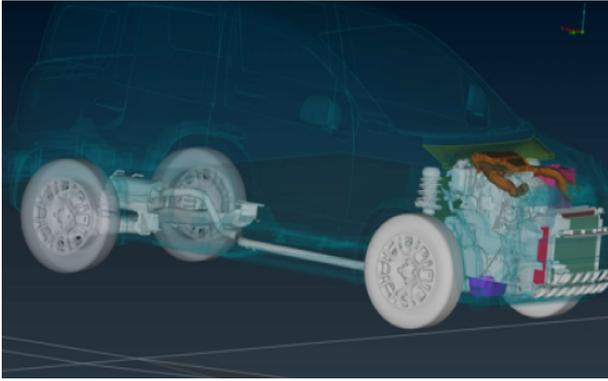


Figura 6.5: Posizionamento della coppa dell'olio (in viola). $t = 0 s$

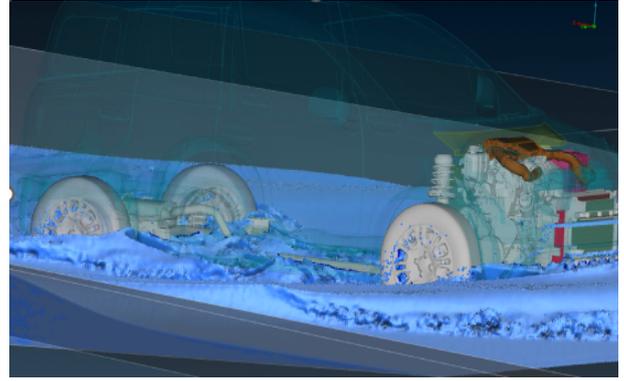


Figura 6.6: Nella condizione più critica, il componente posizionato più in basso (coppa dell'olio) verrà ricoperto dall'acqua. $t = 6.4 s$

Osservando come cambia il valore massimo di *wetting* percentuale del componente, ci si aspetta (nella condizione peggiore di radiatore poroso) di ottenere una soluzione esatta pari al 100 %.

6.3.3 Analisi dei risultati ottenuti

Si riportano gli andamenti ottenuti, per le tre simulazioni da 8 secondi l'una, sul *wetting* percentuale:

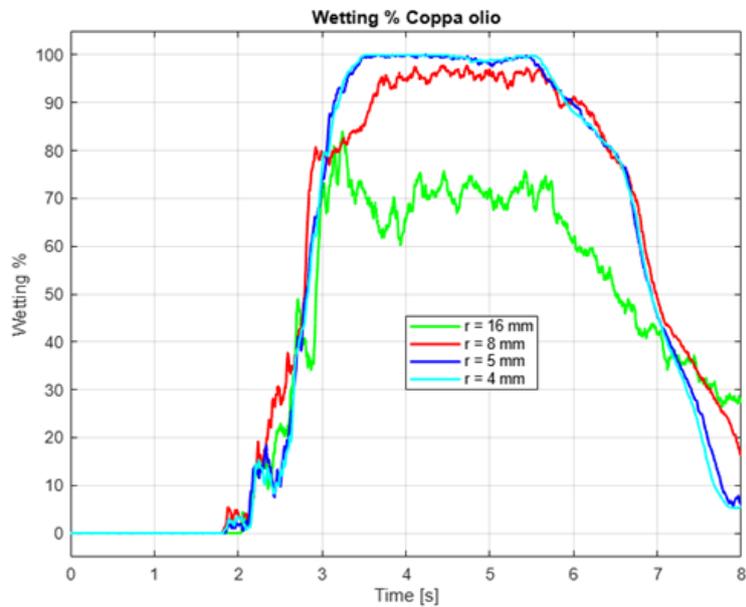


Figura 6.7: Analisi di convergenza: andamento del *wetting* della coppa dell'olio al variare del raggio delle particelle.

In figura viene riportato anche l'andamento ottenuto per $r = 5 mm$. Quest'ultimo risulta praticamente sovrapposto al caso $r = 4 mm$, indice del fatto che si stia raggiungendo una convergenza sulla scelta del raggio di discretizzazione. Si riporta il valor massimo di *wetting* del componente:

	$r = 16 \text{ mm}$	$r = 8 \text{ mm}$	$r = 4 \text{ mm}$
Wetting max	0.838	0.978	1

Tabella 6.3: Analisi di convergenza: valor massimo di *wetting* della coppa dell'olio.

A questo punto, è possibile risolvere il sistema (5.3) di tre equazioni e tre incognite (la costante k , la stima della soluzione esatta u_{es} e l'ordine di convergenza p), ottenendo:

$$\begin{cases} p = \ln\left(\frac{u_{h16}-u_{h8}}{u_{h8}-u_{h4}}\right) = 2.69 \\ u_{es} = u_{h4} - \frac{u_{h8}-u_{h4}}{2^p-1} = 1.004 \end{cases}$$

Dai valori di soluzione numerica ottenuti dalle simulazioni, ora è possibile dare una stima dell'errore di discretizzazione:

$$E_h = u_h - u_{es}$$

I risultati vengono tipicamente riportati su scala bi-logaritmica in funzione del raggio di particelle utilizzato. Su scala bi-logaritmica, infatti, la pendenza della retta rappresenta proprio l'ordine di convergenza p stimato:

$$\ln(E_h) = \ln(k) + p \cdot \ln(h)$$

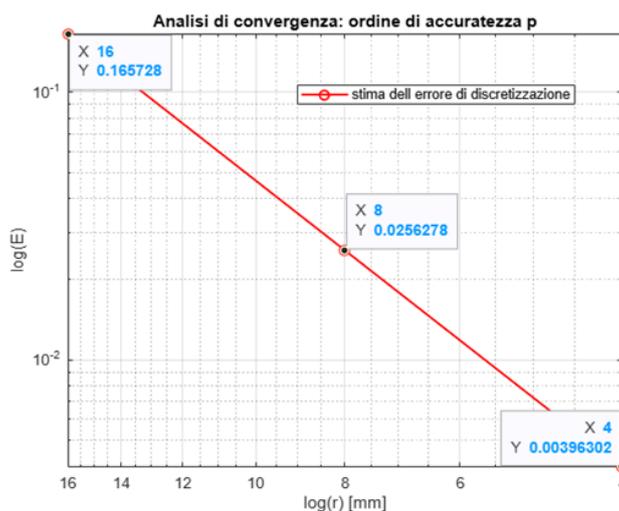


Figura 6.8: Analisi di convergenza: errore di discretizzazione (*wetting* coppa dell'olio). Su scala bi-logaritmica la pendenza della retta indica l'ordine di convergenza p .

Dai risultati ottenuti è possibile fare alcune considerazioni:

- L'ordine di convergenza p è in linea con gli ordini di consistenza trovati in letteratura (essi porterebbero anche alla convergenza in analogia con il teorema di equivalenza di LAX se il problema fosse lineare). Infatti, come anticipato, nelle simulazioni SPH applicate alla fluidodinamica le funzioni Kernel costruite hanno tipicamente ordine di consistenza pari a due, in modo da non creare regioni a densità negativa[6] che non avrebbero alcun significato fisico.
- I risultati che si ottengono da questa analisi sono comunque dipendenti dalla scelta della grandezza obiettivo. Infatti ci possono essere grandezze che raggiungono la convergenza più velocemente di altre. Ciò influisce quindi sulla stima del valore dell'ordine di convergenza p .

- Fin ora è stato ipotizzato che, in analogia con una simulazione ai volumi finiti, si potesse scrivere l'errore di discretizzazione trascurando i termini di ordine superiore:

$$E_h = u_h - u_{es} = k(h)^p + \dots +$$

Questo è vero solo quando l'ampiezza del passo di discretizzazione spaziale risulta sufficientemente piccola da poter trascurare i termini di ordine $p + n$. Altrimenti si andrebbero a trascurare dei termini che contribuiscono alla stima dell'ordine di convergenza.

- La stima della soluzione esatta ottenuta chiaramente ha un margine di errore, in questo caso sulla terza cifra decimale, in quanto supera il valore unitario. Ciò influisce sul valore di errore di discretizzazione E_h ottenuto nell'ultima simulazione da 4 mm.
- Le curve ottenute per $r = 5 \text{ mm}$ ed $r = 4 \text{ mm}$ si sovrappongono, indice del fatto di aver raggiunto una convergenza sul raggio delle particelle. Tuttavia, in questo range asintotico, come visto per altri casi test, la differenza nei tempi di calcolo può cambiare significativamente, poiché:

$$t_{\text{calcolo}} \propto 1/r^4$$

L'analisi appena descritta è stata effettuata anche considerando il *wetting* della griglia superiore della vettura, ricavando lo stesso ordine di grandezza sull'ordine di convergenza. Anche in questo caso, quando la vettura impatta con un guado di altezza pari a 300 mm, ci si aspetta che la griglia superiore sia interamente bagnata dal fluido e, dunque, un valor massimo di *wetting* pari a 100.

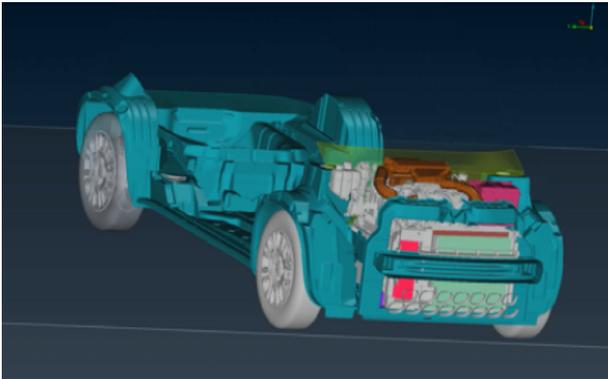


Figura 6.9: Analisi di convergenza: *wetting* della griglia superiore. $t = 0 \text{ s}$

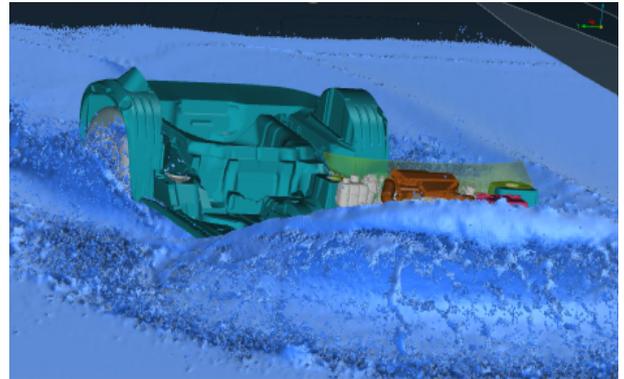


Figura 6.10: Analisi di convergenza: *wetting* della griglia superiore. $t = 3.14 \text{ s}$

Risolvendo ancora una volta il sistema (5.3) per gli stessi raggi di particelle si ottiene:

$$\begin{cases} p = \ln\left(\frac{u_{h16} - u_{h8}}{u_{h8} - u_{h4}}\right) = 2.31 \\ u_{es} = u_{h4} - \frac{u_{h8} - u_{h4}}{2^{p-1}} = 1.01 \end{cases}$$

Anche in questo caso, l'ordine di grandezza di p è comparabile con quanto ci si aspettava. Si riportano gli andamenti ottenuti sul *wetting* della griglia superiore:

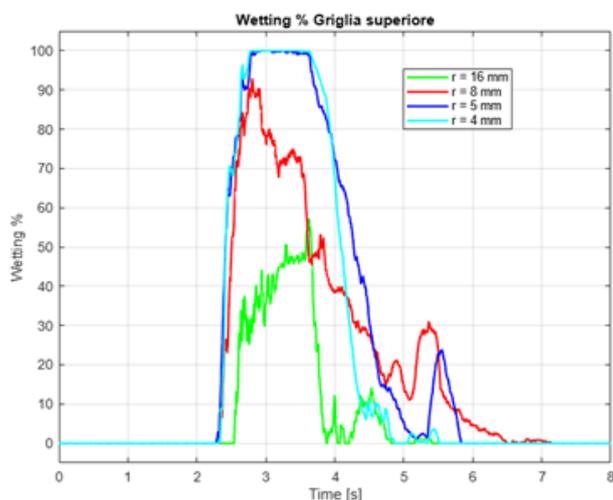


Figura 6.11: Analisi di convergenza: *wetting* della griglia superiore al variare del raggio di discretizzazione.

Viene riportato l'andamento anche per $r = 5\text{ mm}$. Quest'ultimo risulta sovrapposto al caso $r = 4\text{ mm}$ fino a quando la vettura non esce dal guado. Da quel momento, un raggio di discretizzazione più accurato permette a più particelle di fluido di fuoriuscire dalla griglia, riducendone così il valore di superficie bagnata.

Anche in questo caso si riporta l'errore di discretizzazione al variare del raggio delle particelle. In scala bi-logaritmica, la pendenza della retta indica l'ordine di convergenza p ottenuto:

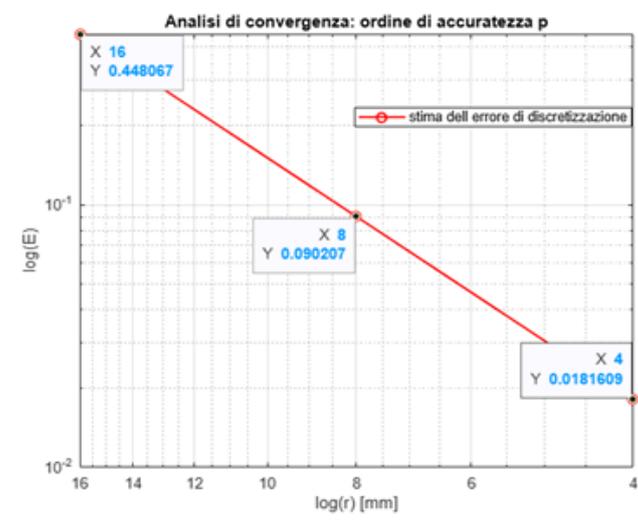


Figura 6.12: Analisi di convergenza: errore di discretizzazione (*wetting* griglia superiore).

6.3.4 Effetto del raggio delle particelle sui tempi di calcolo

Come anticipato nell'analisi di convergenza, riducendo il raggio di discretizzazione ci si aspetta che i risultati convergano verso la stessa soluzione. Tuttavia, i tempi di calcolo possono cambiare significativamente al variare della lunghezza caratteristica. Come visto per i casi test di validazione, si riportano in tabella il numero di particelle e i tempi di calcolo per le tre simulazioni effettuate:

Raggio particelle	N° particelle	Tempo simulazione	Tempo di calcolo ¹	Time-step
16 mm	702 290	8 s	0.25 h	$1333 \cdot 10^{-6} s$
8 mm	6 100 503	8 s	1.167 h	$666 \cdot 10^{-6} s$
4 mm	49 363 916	8 s	49.5 h	$333 \cdot 10^{-6} s$

Tabella 6.4: Water wading: tempi di calcolo e time-step al variare del raggio delle particelle.

In questo caso è evidente come il numero di particelle, a parità di volume di fluido da riempire, aumenti di un fattore circa pari ad otto nel momento in cui viene dimezzato il raggio di discretizzazione. Questo perchè ogni singola particella sferica occupa un volume proporzionale al cubo del proprio raggio.

Il time-step, implementando una condizione CFL di stabilità, decresce linearmente con il raggio. Se si dimezza il raggio delle particelle, il time-step viene dimezzato di conseguenza:

$$\Delta t \propto CFL\left(\frac{h}{|\vec{v}_c|}\right) \propto CFL\left(\frac{r}{|\vec{v}_c|}\right)$$

Interpolando i tempi di calcolo si ottengono degli andamenti analoghi a quanto ricavato per i casi test di validazione:

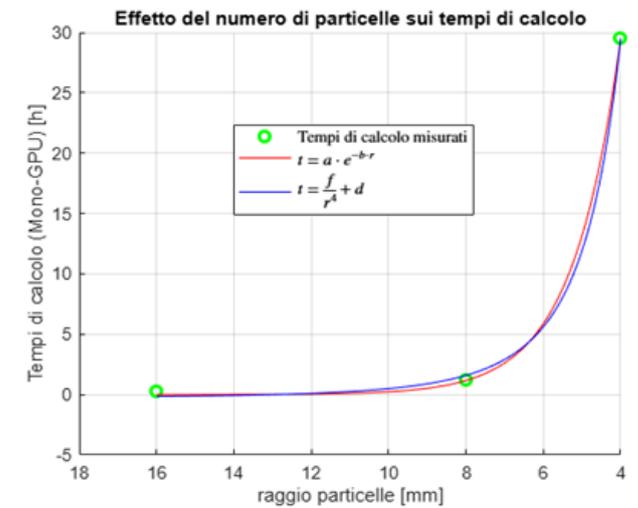


Figura 6.13: Water wading: andamento del tempo di calcolo [h] al variare del raggio delle particelle [mm].

Anche in questo caso test, se si volesse stimare quanto tempo impiegherebbe un'ulteriore simulazione con un raggio di discretizzazione più piccolo, l'andamento del tempo di calcolo segue una relazione inversamente proporzionale alla quarta potenza di r .

¹Al solito i risultati in ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland) sono stati ottenuti con una singola GPU: NVIDIA RTX 4000.

6.4 Analisi di wetting dell'AIS: effetto della porosità del radiatore

Con questa simulazione ci si pone come obiettivo di verificare l'eventuale intrusione di acqua all'interno del sottocofano della vettura. In particolare, è stata fatta una analisi di *wetting* di alcuni componenti critici (come l'*air induction system*) quando la vettura effettua il passaggio in guado, modificando progressivamente il modello di radiatore utilizzato.

6.4.1 Modello di porosità

Un componente complicato da dover riprodurre è il radiatore, posizionato a valle rispetto alle griglie anteriori. Esso fa da ostacolo per l'acqua in ingresso ma non può essere considerato come una parete rigida. Le simulazioni sono state effettuate assegnando tre diversi valori di porosità p al radiatore, dove:

$$0 \leq p \leq 1$$

In SPH le pareti solide vengono discretizzate con particelle, in questo caso di dimensione analoga alle particelle di fluido. Le particelle solide interagiscono con quelle fluide, applicando opportunamente delle condizioni al contorno. La porosità, dunque, viene implementata riducendo progressivamente il numero di particelle con cui viene discretizzato il radiatore:

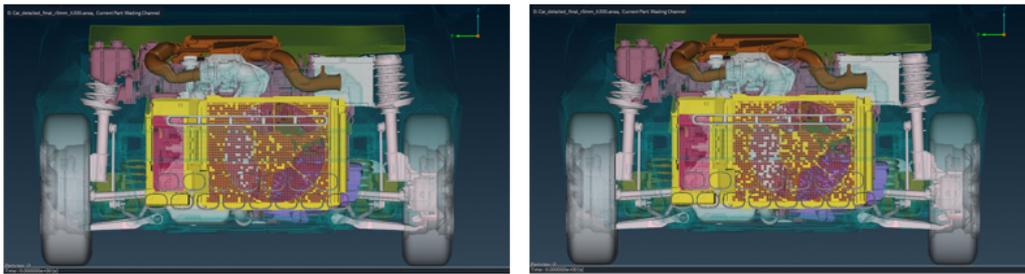


Figura 6.14: Modello di porosità del radiatore. Da sinistra verso destra: $p = 0.1$ e $p = 0.3$.



Figura 6.15: Modello di porosità del radiatore: $p = 0.6$.

In questo modo, le particelle fluide potranno interagire con il radiatore (scambiare quantità di moto e rallentare) e una parte di fluido sarà in grado di passare attraverso gli spazi vuoti. Infatti, si riportano gli andamenti ottenuti della forza totale scambiata in direzione del moto tra il fluido e il radiatore:

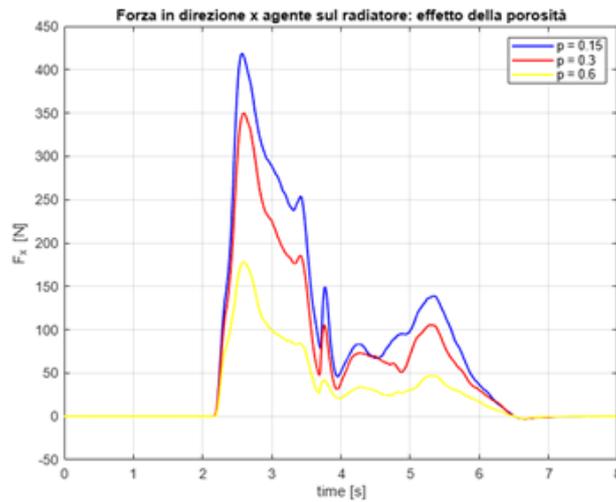


Figura 6.16: Effetto della porosità: forza totale in direzione del moto scambiata tra il fluido e il radiatore.

Quando la porosità si riduce e il radiatore ostacola maggiormente il passaggio del fluido, il carico totale agente tenderà ad aumentare. Al contrario, quando il numero di particelle sulla superficie del radiatore si riduce, il fluido passerà più facilmente attraverso gli spazi vuoti, scambiando meno quantità di moto.

Si riporta una sezione laterale per i tre casi di porosità ad un determinato istante di tempo della simulazione. Sul radiatore viene riportato un contour di pressione. Quando la porosità è bassa, il fluido rimane sulla parte anteriore del radiatore senza trafilare. In quel caso il fluido accumulato eserciterà una maggiore pressione sulla parete.

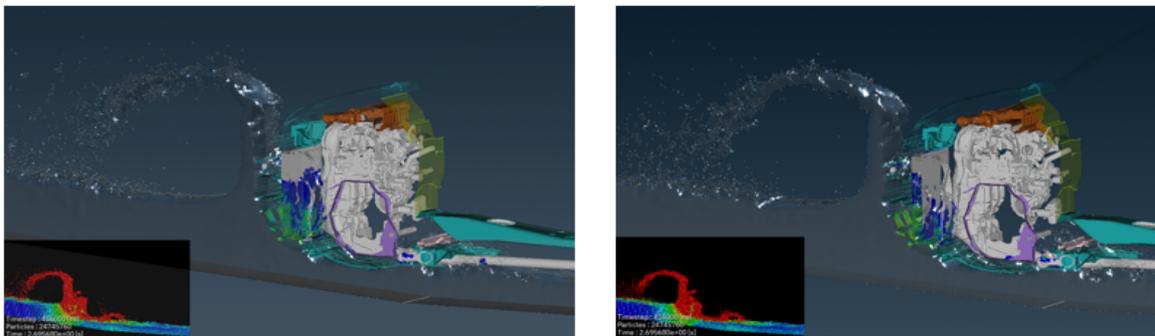


Figura 6.17: Effetto della porosità del radiatore: pressione esercitata sul radiatore, sezione laterale. Da sinistra verso destra $p = 0.15$, $p = 0.3$. $t = 2.62$ s.

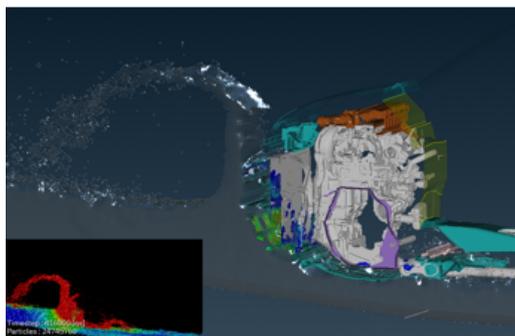


Figura 6.18: Effetto della porosità del radiatore: pressione esercitata sul radiatore, sezione laterale. $p = 0.6$. $t = 2.62$ s.

6.4.2 Analisi dei risultati

Una prima considerazione che può essere fatta riguarda il modello di radiatore implementato. L'analisi di *wetting* dei componenti ci dice comunque che l'effetto della porosità del radiatore è secondario nello studio di una eventuale intrusione di acqua nel sottocofano. Si riportano, dunque, i risultati di *wetting* ottenuti del componente più in basso del sottocofano (coppa dell'olio) :

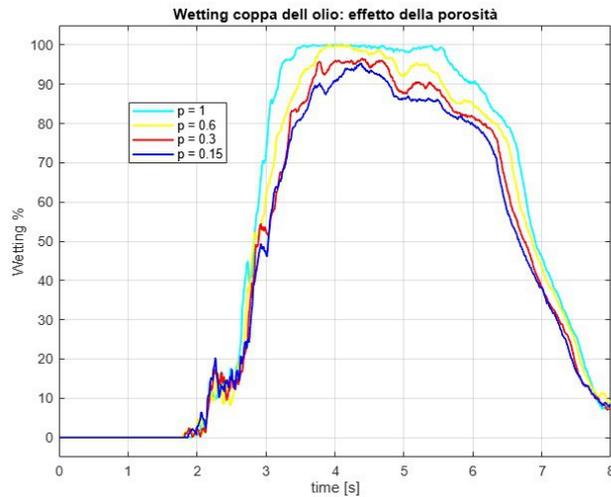


Figura 6.19: Analisi di wetting: effetto della porosità del radiatore.

I risultati ottenuti sono molto vicini tra loro, così come il livello dell'acqua raggiunto nel sottocofano durante il passaggio in guado. Considerando l'istante $t = 3.39 s$ in cui i valori di *wetting* assumono valor massimo:

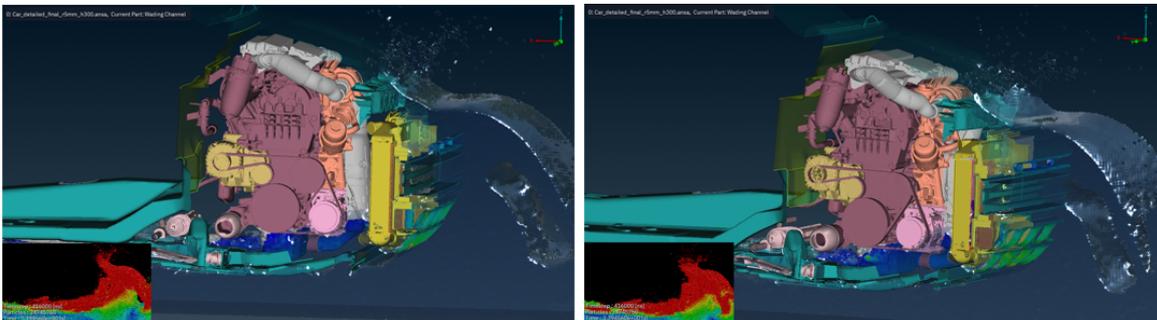


Figura 6.20: Effetto della porosità: il livello dell'acqua raggiunto nell'underbody rimane circa lo stesso per tutti i casi. Rispettivamente da sinistra verso destra: $p = 0.15$, $p = 0.3$.

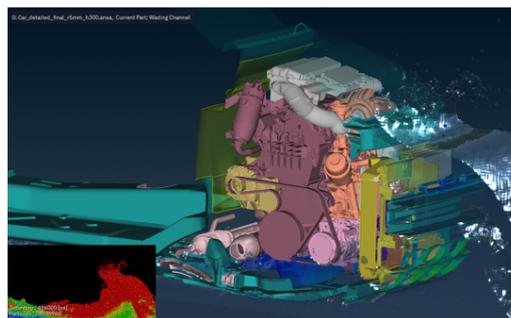


Figura 6.21: Effetto della porosità: il livello dell'acqua raggiunto nell'underbody rimane circa lo stesso per tutti i casi: $p = 0.6$.

Il modello di porosità rappresenta quindi un effetto secondario per l'intrusione di acqua nel sottocofano della vettura. L'effetto principale è dato dalle aperture nel passaruota e nel pianale inferiore:

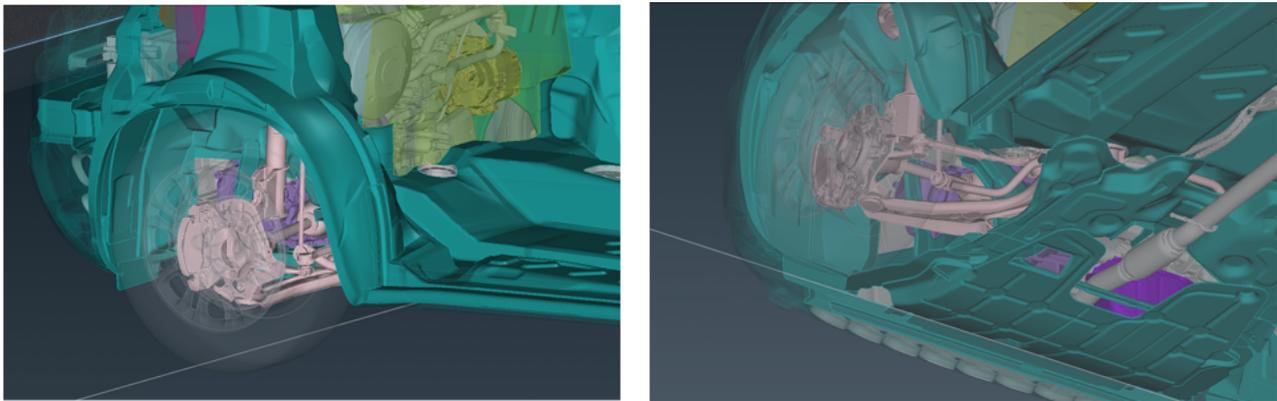


Figura 6.22: Water wading: dettaglio delle aperture del passaruota e del pianale.

Indipendentemente dall'incertezza sul modello di porosità da adottare, in assenza di dati sperimentali, l'intrusione di acqua dipende principalmente dalle aperture del passaruota e del pianale. Queste aperture, quando la vettura impatta all'interno del guado, causano piccole percentuali di superficie bagnata anche per alcuni componenti a metà altezza del sottocofano. Prendendo a riferimento i risultati ottenuti sull'alternatore:

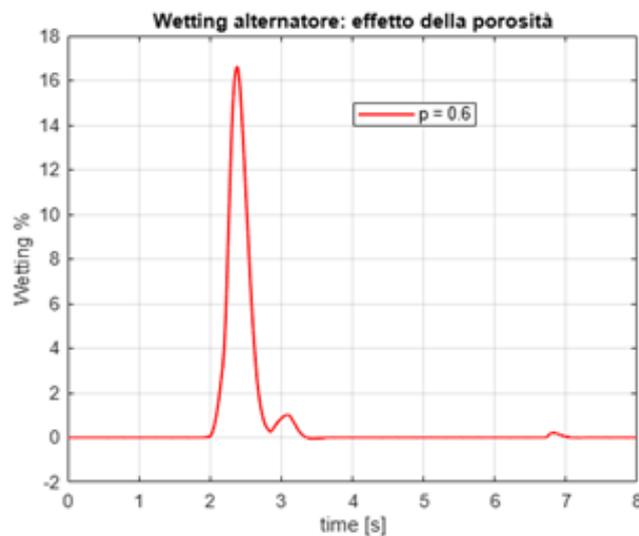


Figura 6.23: Water wading: *wetting* dell'alternatore.

Dunque, le aperture nel pianale e nel passaruota causano una percentuale di wetting non trascurabile anche per i componenti a metà altezza del sottocofano, esclusivamente nel momento in cui la vettura impatta all'interno del guado.

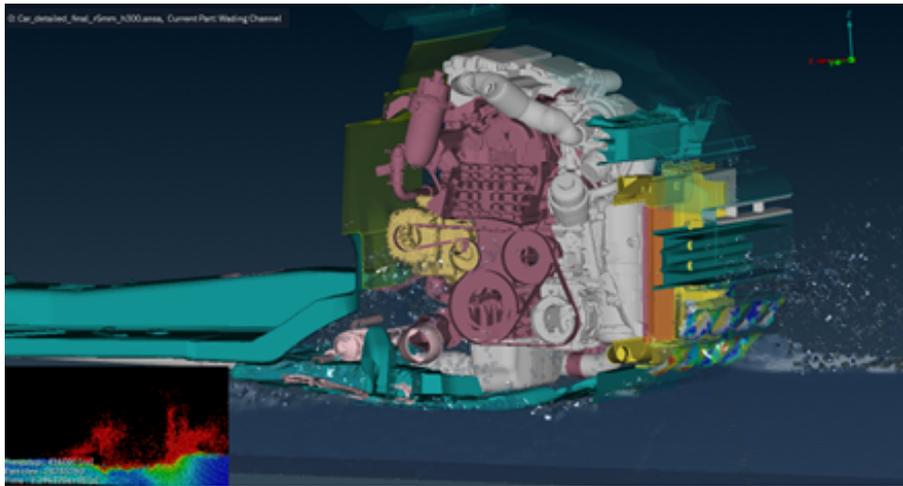


Figura 6.24: Water wading: sezione laterale. L'alternatore viene raffigurato in giallo. $t = 2.29 s$

Si riportano ora i risultati di *wetting* ottenuti per l'AIS, posizionato nella parte più alta del sottocofano:

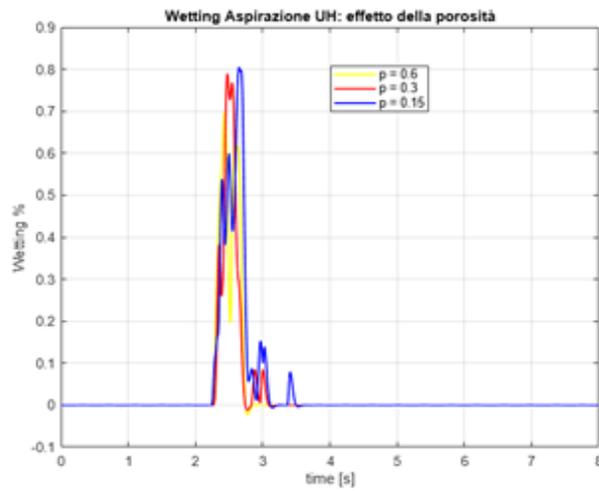


Figura 6.25: Water wading: *wetting* del condotto di aspirazione aria del motore.

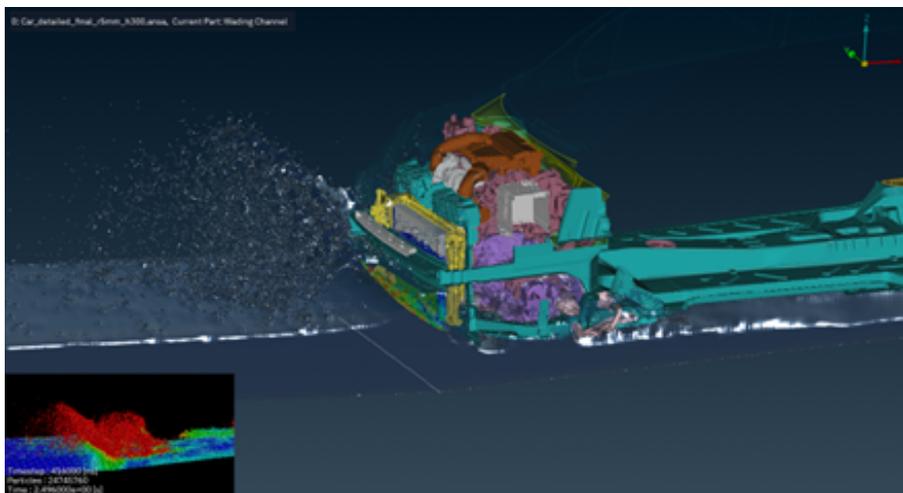


Figura 6.26: Water wading: sezione laterale. L'AIS (in arancione) posizionato nella parte superiore, non viene bagnato dal fluido.

Per queste condizioni e indipendentemente dai tre modelli di porosità adottati, il condotto di aspirazione posizionato nella parte più alta del sottocofano non viene mai a contatto con il fluido, se non in minima parte (trascurabile) nel primo impatto con l'acqua.

Capitolo 7

Conclusioni finali

Ripercorrendo quanto svolto durante l'attività di tesi, è possibile trarre delle conclusioni finali. Con il presente lavoro di tesi ci si è posto come obiettivo quello di indagare le potenzialità dell'approccio SPH, nell'ambito della *computational fluid dynamics*. In particolare, con questa metodologia l'obiettivo era quello di condurre una analisi tridimensionale del passaggio in guado di un veicolo. Per fare ciò, sono stati sviluppati progressivamente e in maniera propedeutica diversi casi. Le simulazioni SPH sono state condotte in ANSA pre-processor (BETA CAE Systems, Switzerland).

Innanzitutto, sono stati delineati i concetti di base con cui può essere sviluppata una simulazione SPH. Sono stati analizzati diversi approcci, infatti, con cui possono essere discretizzate le equazioni di governo in ottica SPH, mostrando le principali differenze con le classiche simulazioni ai volumi finiti.

Per poter validare i risultati ottenuti, sono stati riprodotti due casi test sperimentali di *sloshing*. I risultati sperimentali vengono seguiti correttamente anche con l'ipotesi di flusso monofase del modello SPH utilizzato. Per quanto riguarda il primo test, i risultati di pressione misurati sperimentalmente vengono seguiti correttamente sia per il caso di acqua, sia per un fluido più viscoso come l'olio. Per quest'ultimo caso, è stata condotta una analisi al variare della viscosità delle particelle con cui viene discretizzato il dominio solido. All'aumentare del rapporto tra la viscosità delle particelle solide e della viscosità delle particelle fluide, è stata simulata con maggior accuratezza l'aderenza a parete dell'olio, avvicinandosi maggiormente ai risultati sperimentali.

Anche per quanto riguarda il secondo test (3D Dambreak), i risultati sperimentali vengono seguiti correttamente dai risultati SPH. Sono state condotte tre simulazioni al variare del raggio di discretizzazione spaziale, e i risultati mostrano come sia stato raggiunto un range di convergenza asintotica. Sui tempi di calcolo, estremamente vantaggiosi in SPH, è stata evidenziata una dipendenza dall'inverso della quarta potenza del raggio.

I vantaggi in termini di tempi di calcolo dell'SPH sono risultati evidenti nei casi simulati di *fuel sloshing*, dove la soluzione SPH è stata messa direttamente a confronto con la soluzione VOF. Pur essendo diversi i modelli adottati, i risultati dei due approcci sono in accordo. Da una parte l'analisi VOF richiedeva tempi di calcolo dell'ordine delle ore, e dall'altra l'analisi SPH richiedeva tempi di calcolo dell'ordine di qualche minuto. Con questi ordini di grandezza, è stato possibile simulare un caso di *fuel sloshing* di 73.5 secondi, dove le accelerazioni del serbatoio sono state misurate in un giro di pista. L'analisi, fatta in condizioni critiche di riempimento del serbatoio, ha evidenziato che non ci fossero momenti in cui il carburante non viene aspirato.

Successivamente è stato simulato un primo caso di *water wading* con vettura DrivAer. Simulando per diversi raggi di discretizzazione e monitorando i carichi agenti sul pianale, è stato definito un criterio generale per scegliere il raggio delle particelle. Scegliere un raggio circa 10 volte più piccolo rispetto alla dimensione minima attraverso cui deve passare il fluido, ha permesso di raggiungere un range asintotico di convergenza, dove al variare del raggio i risultati ottenuti erano molto vicini tra di loro.

Inoltre, da una analisi al variare dell'altezza del guado, fissata la velocità del veicolo, è stato possibile trovare una correlazione tra l'altezza h del fluido e il valor medio nel tempo dei carichi misurati su *carbody* e *underbody*. Come ci si aspettava, la resistenza all'avanzamento sulla scocca dipende linearmente dall'altezza del guado. I carichi verticali agenti sul pianale del veicolo seguono, invece, una relazione quadratica. Al variare dell'altezza h , è stata monitorata la forma del fronte d'onda davanti alla vettura per diversi numeri di Froude supercritici, sfruttando l'analogia tra onde di Mach e onde di Froude in condizioni di *shallow water*.

Infine, è stato simulato il passaggio in guado per una vettura con sottocofano dettagliato. Sfruttando l'analogia con l'estrapolazione di Richardson per le simulazioni VOF, è stata condotta una analisi di convergenza dei risultati ottenuti. Stimando una soluzione esatta, è stato monitorato l'andamento dell'errore di discretizzazione al variare del raggio delle particelle. Gli ordini di convergenza stimati sono circa del secondo ordine e sono in linea con gli ordini di consistenza delle funzioni Kernel trovati in letteratura. Come per i casi precedenti, l'andamento dei tempi di calcolo per diversi raggi di discretizzazione va con l'inverso della quarta potenza di r . L'approccio SPH, *meshless*, ci ha permesso di discretizzare facilmente geometrie complesse all'interno del sottocofano. Per cui è stato possibile monitorare l'intrusione di acqua nell'*underhood*, al variare della porosità assegnata al radiatore. Dai risultati di *wetting* dei componenti, la porosità del radiatore rappresenta un effetto secondario e l'ingresso di acqua dipende principalmente dalle aperture nel pianale e nel passaruota. Il condotto di aspirazione dell'aria (AIS), posizionato nella parte più alta dell'*underhood*, non viene bagnato dal fluido durante il passaggio in guado, se non in minima parte (trascurabile) durante l'impatto con il fluido.

Bibliografia

- [1] P Khapane et al. «Deep water wading simulation of automotive vehicles». In: *Proceedings of NAFEMS world congress*. 2015.
- [2] Johan Idoffsson. «Wading–Evaluation of SPH-based simulations versus traditional Finite Volume CFD». In: (2019).
- [3] Prashant Khapane, Uday Ganeshwade e Kevin Carvalho. *State of the Art Water Wading Simulation Method to Design Under-Body Components*. Rapp. tecn. SAE Technical Paper, 2015.
- [4] Joseph Monaghan. «Smoothed Particle Hydrodynamics». In: *Reports on Progress in Physics* 68 (lug. 2005), p. 1703. DOI: 10.1088/0034-4885/68/8/R01.
- [5] Numerical Simulations of Red-Blood Cells in Fluid Flow: A Discrete Multiphysics Study - Scientific Figure on ResearchGate. URL: https://www.researchgate.net/figure/Schematic-of-the-SPH-method-representing-the-interaction-between-particles-through-the_fig1_352925354.
- [6] MB Liu, GR Liu e KY Lam. «Constructing smoothing functions in smoothed particle hydrodynamics with applications». In: *Journal of Computational and applied Mathematics* 155.2 (2003), pp. 263–284.
- [7] Joseph P. Morris, Patrick J. Fox e Yi Zhu. «Modeling Low Reynolds Number Incompressible Flows Using SPH». In: *Journal of Computational Physics* 136.1 (1997), pp. 214–226. ISSN: 0021-9991. DOI: <https://doi.org/10.1006/jcph.1997.5776>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999197957764>.
- [8] Switzerland BETA CAE Systems. *SPH Solver Reference Manual*. Manuale non pubblicato. 2024.
- [9] Alexandre M. Tartakovsky e Alexander Panchenko. «Pairwise Force Smoothed Particle Hydrodynamics model for multiphase flow: Surface tension and contact line dynamics». In: *Journal of Computational Physics* 305 (2016), pp. 1119–1146. ISSN: 0021-9991. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2015.08.037>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999115005641>.
- [10] Antonio Monaco et al. «SPH Modeling of Solid Boundaries Through a Semi-Analytic Approach». In: *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics* 5 (mar. 2011), pp. 1–15. DOI: 10.1080/19942060.2011.11015348.
- [11] *SPH rEsearch and engineeRing International Community*. SPHERIC. URL: <https://www.spheric-sph.org/> (visitato il giorno 07/02/2025).
- [12] Elkin Botia Vera et al. *Case 1: Wave Impact Problem*. 2010. URL: http://canal.etsin.upm.es/ftp/SPHERIC_BENCHMARKS/case_1/index.html (visitato il giorno 07/02/2025).
- [13] Elkin Botia Vera et al. «Three SPH Novel Benchmark Test Cases for free surface flows.» In: (2010).

- [14] MathWorks. *butter - Butterworth filter design*. Documentazione MATLAB, R2024a. 2024. URL: <https://www.mathworks.com/help/signal/ref/butter.html>.
- [15] K.M.T. Kleefsman et al. «A Volume-of-Fluid based simulation method for wave impact problems». In: *Journal of Computational Physics* 206.1 (2005), pp. 363–393. ISSN: 0021-9991. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2004.12.007>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999104005170>.
- [16] *SPH European Research Interest Community SIG, Test-case 2, 3D dambreaking*. SPHERIC ERCOFTAC Special Interest Group. URL: https://9449af45-2363-44f6-8b03-03b6b7c2aee5.usrfiles.com/ugd/9449af_93d8784fff08416ab9a3227af6476b4f.pdf (visitato il giorno 07/02/2025).
- [17] Elin Olsson. «CFD Modeling of Wading with Electric Vehicles. Development of a Simulation Method Using OpenFOAM.» In: (2018).
- [18] Vinay R. Gopala e Berend G.M. van Wachem. «Volume of fluid methods for immiscible-fluid and free-surface flows». In: *Chemical Engineering Journal* 141.1 (2008), pp. 204–221. ISSN: 1385-8947. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cej.2007.12.035>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1385894708000028>.
- [19] *Institute of Aerodynamics and Fluid Mechanics, Technische Universität München*. Technical University of Munich. URL: <https://www.epc.ed.tum.de/en/aer/research-groups/automotive/drivaer/geometry/> (visitato il giorno 04/03/2025).
- [20] Switzerland BETA CAE Systems. *ANSA User Guide*. Manuale non pubblicato.