POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Mechanical Engineering

Tesi di Laurea Magistrale

Caratterizzazione numerico sperimentale di inserti porosi per pattini pneumostatici

Relatori:

Prof. Raparelli Terenziano

Ing. Lentini Luigi

Prof. Andrea Trivella

Candidato:

Salice Andrea

Anno accademico 2024/2025
Torino

Abstract

Grazie all'assenza di attrito, i pattini pneumostatici rappresentano una soluzione innovativa per applicazioni ad alta precisione, come la metrologia, la movimentazione di macchine utensili e i sistemi per la simulazione di microgravità. Il loro funzionamento si basa sulla formazione di un sottile strato d'aria pressurizzata, chiamato meato, che separa le superfici in movimento. Questo garantisce l'assenza di usura e una lunga durata operativa. Tuttavia, i pattini pneumostatici tradizionali presentano alcune criticità, tra cui bassa rigidezza e ridotto smorzamento. Per superare questi problemi, sono stati sperimentati diversi sistemi di alimentazione con l'obiettivo di ottimizzare la distribuzione della pressione dell'aria e migliorare il comportamento dinamico del pattino.

Le principali tipologie di alimentazione analizzate includono il sistema a foro singolo, in cui l'aria viene immessa nel meato tramite un unico foro. Questo genera un picco localizzato attorno al punto di alimentazione, con una conseguente distribuzione della pressione non uniforme e una scarsa capacità di carico. Le tasche, cavità create a valle del foro di alimentazione, aumentano la pressione media nel meato e di conseguenza la capacità di carico, ma riducono la stabilità a causa dell'aumento del volume del meato d'aria. In base allo stesso principio, le ragnature permettono di ottenere una distribuzione della pressione più alta ed una maggiore rigidezza del supporto. L'uso di microfori, fori con diametro inferiore agli 0.1 mm, permette di ottenere buoni valori di rigidezza ed aumentare la stabilità mantenendo un consumo di aria contenuto. Considerando una superficie porosa come una superficie con un numero infinito di fori di alimentazione, l'introduzione di un inserto poroso nel pattino rappresenta la soluzione più promettente. Questo incrementa la pressione media nel meato e, di conseguenza, la capacità di carico del pattino. Inoltre, senza aumentare il volume del meato, garantisce un'ottima stabilità, con vantaggi quali maggiore rigidezza, miglior smorzamento e minore consumo d'aria. L'implementazione e l'utilizzo non sono però privi di sfide. In particolare, la ricerca si incentra sulla scelta dei materiali e sulla preparazione dell'inserto poroso.

Visti i benefici di questa tecnologia, il presente studio si concentra sulla caratterizzazione numerico-sperimentale degli inserti porosi in grafite per pattini pneumostatici. Per far ciò, sono stati progettati e realizzati sei pattini pneumostatici circolari con inserto poroso in grafite. Il pattino, costruito in alluminio con un diametro di 50 mm, presenta un inserto in grafite, di diametro di 37 mm, progettato con una sede profonda 0,25 mm per migliorare l'adesione al corpo del pattino e garantire uno spessore minimo di materiale adesivo. Oltre alla configurazione con superfici piane, è stata sviluppata una variante con cave circolari per valutare eventuali effetti sulla distribuzione dell'aria.

La caratterizzazione dei pattini è iniziata con la misurazione della rugosità superficiale dell'inserto in grafite utilizzando due macchinari appositi: un profilometro e un rotondimetro. I risultati hanno evidenziato valori di rugosità media superiori agli 0,8 µm richiesti, mentre le concavità massime registrate hanno raggiunto valori potenzialmente critici per la stabilità del sistema.

Per lo studio della permeabilità, è stato sviluppato un banco di misura innovativo, in grado di analizzare la permeabilità del pattino intero piuttosto che del solo materiale utilizzato per l'inserto. Permettendo di validare le leggi di Darcy e Darcy-Forchheimer come strumenti per l'analisi della permeabilità di mezzi porosi.

Successivamente, è stato realizzato un banco prova dedicato ai test di caratterizzazione statica e dinamica. Per l'analisi statica, è stato applicato un carico statico attraverso un pistone cilindrico alimentato ad aria e regolabile tramite valvole ad azionamento manuale. Da ciò è stato possibile determinare la capacità di carico e il consumo d'aria in modo da confermare il corretto funzionamento del pattino. Per l'analisi dinamica, al banco è stato affiancato un generatore di funzioni per effettuare prove in sweep, ossia in un range di frequenze prestabilito. Ciò ha permesso di studiare la risposta dinamica del pattino all'applicazione di una forzante sinusoidale, trasmessa attraverso uno shaker elettromagnetico collegato al pistone con cui viene applicato il carico. I risultati ottenuti hanno permesso di valutare la rigidezza e lo smorzamento dinamico del prototipo.

Parallelamente, è stato implementato un modello numerico 2D in Matlab per la simulazione delle prestazioni del pattino. Basato sul metodo delle differenze finite, il modello è stato impiegato sia per l'analisi statica (capacità di carico, del consumo d'aria e della rigidezza), che per una caratterizzazione dinamica. Data l'assial-simmetria del problema studiato, è stata realizzata anche una versione 1D per migliorare l'efficienza computazionale del modello.
Al termine di tutto il lavoro, la validazione sperimentale ha mostrato una buona corrispondenza tra i dati numerici e quelli ottenuti dai test. I risultati confermano che i pattini con inserto poroso rappresentano una soluzione efficace per migliorare la stabilità e le prestazioni dei sistemi pneumostatici. Tuttavia, è emerso che la finitura superficiale e l'occlusione di porosità interne degli inserti gioca un ruolo cruciale nella distribuzione della pressione, nella capacità di carico e nella riduzione del consumo d'aria. Per sviluppi futuri, sarebbe utile approfondire lo studio delle finiture superficiali, delle occlusioni e testare materiali con diversa permeabilità o con un miglior livello di lavorazione, al fine di ottimizzare e comprendere ulteriormente le prestazioni del sistema.

Sommario

Indice figure

Indice tabelle

Capitolo 1

1.1 Introduzione

I pattini pneumostatici sono una tipologia di supporti a fluido in cui la capacità portante viene ottenuta grazie alla presenza di un sottilissimo strato d'aria in pressione, chiamato meato. Questo è solitamente dell'ordine della decina di μm e serve a separare la parte fissa e mobile del pattino. L'utilizzo di aria rispetto ad un qualsiasi altro tipo di lubrificante ha numerosi vantaggi, tra cui l'estrema pulizia, un basso impatto ambientale e la possibilità di realizzare moti con totale assenza di attrito e usura.
Grazie all'assenza di attrito questa tecnologia trova applicazione in campi in cui sono fondamentali movimenti estremamente fluidi e precisi. L'assenza di usura garantisce la possibilità di avere componenti con una maggiore durata di vita e complessivamente un sistema più affidabile.
Alcuni dei settori applicativi più noti sono: la metrologia, la movimentazione di macchine utensili, sistemi per la simulazione di condizioni di microgravità oppure sistemi per testare circuiti elettronici e schede elettriche.
Per spiegare più dettagliatamente il funzionamento di questa tipologia di supporti si fa riferimento agli schemi funzionali mostrati in *Figura 1.1* e *Figura 1.2*. Nelle sue condizioni di lavoro nominale, (figura a sinistra in *Figura 1.1*) il pattino supporta un carico F a cui corrisponde una determinata altezza di meato h e consumo d'aria Q. In presenza di un aumento di carico, entra in gioco un meccanismo di compensazione caratteristico dei pattini pneumostatici per cui l'altezza del meato si regola autonomamente in base al carico applicato. Andando più nel dettaglio, con l'incremento del carico ΔF, l'altezza del meato si abbassa di Δh. Questa riduzione di altezza a sua volta produce una diminuzione della portata d'aria scaricata ΔQ. Inoltre, si ha un incremento della pressione media nel meato Δp, con cui si compensa questa variazione di carico. In conclusione, la nuova forza applicata F+ΔF viene bilanciata da una corrispondente distribuzione di pressione p+Δp, portando alla condizione di equilibrio illustrata a destra di *Figura 1.1*.

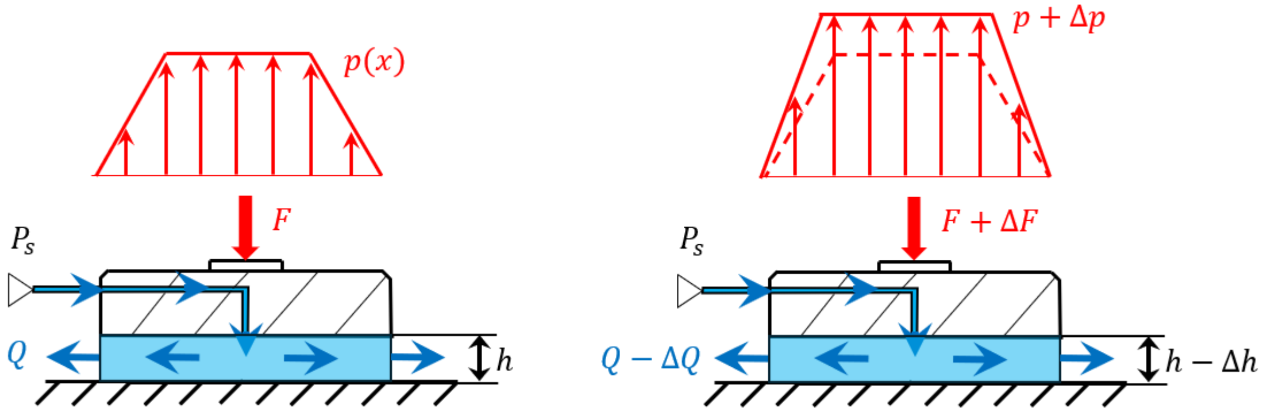

Figura 1.1.1 Schema funzionale nel caso di aumento di carico

Invece, nel caso di una diminuzione di carico accade l'opposto. Quindi, il meato diventa più spesso, la portata aumenta e la pressione media diminuisce.

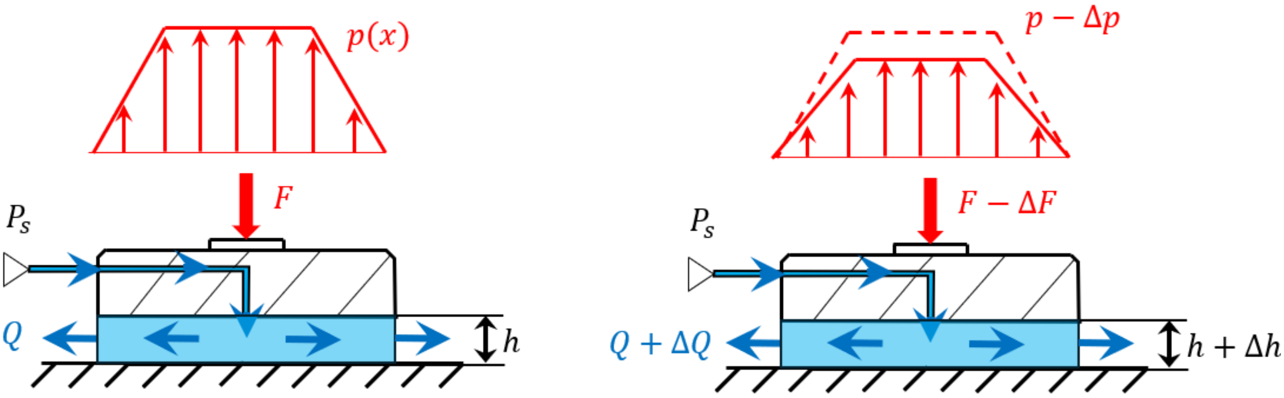

Figura 1.1.2 Schema funzionale nel caso di diminuzione di carico

Per comprendere ancora meglio il principio di funzionamento è utile considerare il percorso seguito dall'aria di alimentazione a partire dalla sorgente di pressione. Il pattino viene alimentato con aria compressa ad una pressione di alimentazione P_s, l'aria passa poi tramite il foro di alimentazione dove si avrà una prima caduta di pressione. Successivamente, dopo aver attraversato il meato ed aver raggiunto un valore di pressione pari alla pressione ambiente P_a, viene espulsa. Alla luce di quanto detto, il cuscinetto può essere schematizzato mediante lo schema pneumatico di *Figura 1.3*. Esso è costituito da due resistenze pneumatiche, la prima rappresenta la resistenza che si ha in corrispondenza del foro di alimentazione Δp_f, mentre la seconda rappresenta la resistenza variabile incontrata dall'aria quando attraversa il meato Δp_m. Tra le due resistenze vi è inoltre una capacità di volume V_0, all'interno della quale insiste una pressione P_0.

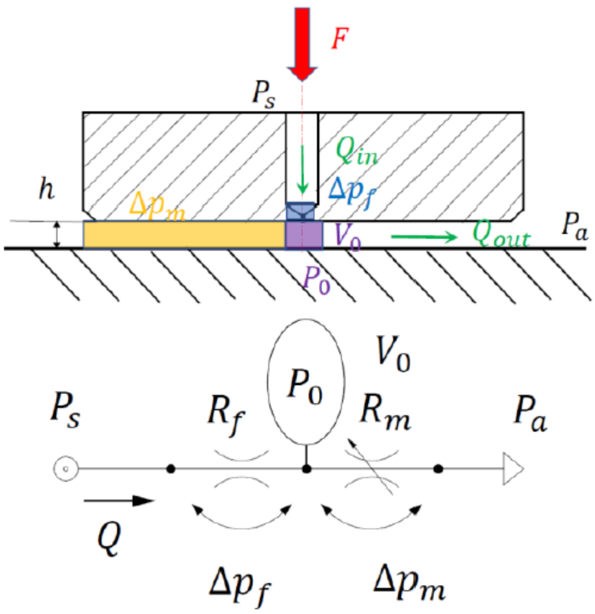

Figura 1.1.3 Schema pneumatico

Le prestazioni statiche di un pattino pneumostatico vengono riassunte tramite le curve di portanza, consumo d'aria e rigidezza di *Figura 1.4*.

Le curve di portanza riportano la capacità di carico in funzione dell'altezza del meato. Dalle curve si evince come all'aumentare dell'altezza di meato la capacità di carico abbia un andamento decrescente. Le curve di consumo riportano la portata di aria consumata in funzione dell'altezza del meato. Come si vede dalle curve, all'aumentare dell'altezza di meato il consumo d'aria ha un andamento crescente. Questo si spiega con il fatto che, con l'inspessimento del meato, la resistenza che si oppone al flusso d'aria al di sotto del pattino diminuisce. A questo segue una riduzione della pressione di uscita del foro di alimentazione del meato, provocando così un aumento della portata. Fino a quando non si arriva ad uno spessore troppo alto, per cui si entra nella condizione in cui la portata rimane constante. Infine, le curve di rigidezza riportano l'andamento della rigidezza in funzione dell'altezza del meato. La rigidezza consiste nel rapporto tra la variazione di carico rispetto alla variazione dell'altezza h del meato $k = -\frac{dF}{dh}$. Il segno negativo deve essere introdotto poiché gli incrementi di carico positivi corrispondono a riduzioni dell'altezza del meato. Le curve di rigidezza presentano un andamento differente, presentano un massimo centrale anche se in generale la forma di questa caratteristica può cambiare a seconda della tipologia del sistema di alimentazione utilizzato.

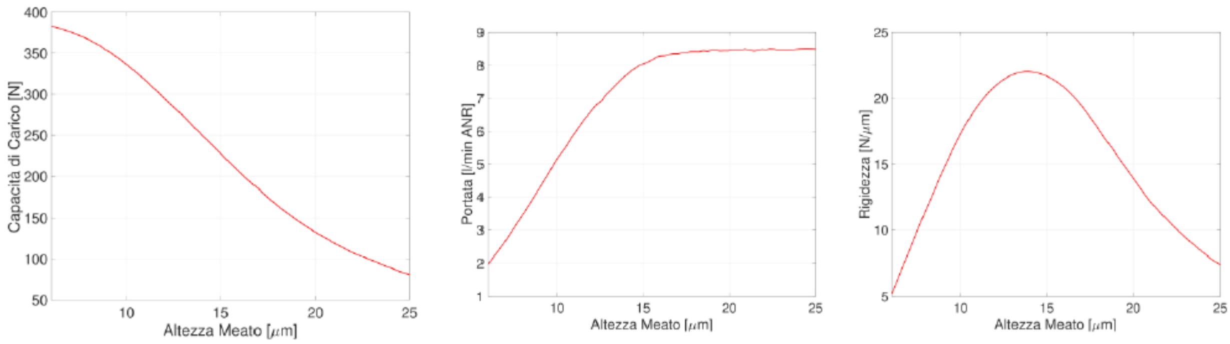

Figura 1.1.4 Curve caratteristiche statiche

Per quantificare le prestazioni in condizioni dinamiche si utilizzano le curve di rigidezza e smorzamento al variare della frequenza di eccitazione *f*. Le curve di rigidezza riportano la rigidezza *k*, ossia la capacità di opporsi alla deformazione sotto un carico oscillante, in funzione della frequenza di eccitazione mostrando un andamento crescente al crescere della frequenza. Ciò è dovuto alla riduzione del tempo di risposta del sistema rispetto alle variazioni di carico. Le curve di smorzamento riportano lo smorzamento *c*, ossia la capacità di dissipare l'energia, in funzione della frequenza di eccitazione mostrando invece un andamento decrescente al crescere della frequenza. Perché, all'aumentare della frequenza, la distribuzione di pressione del pattino non ha un tempo sufficiente a riadattarsi alle variazioni di meato.

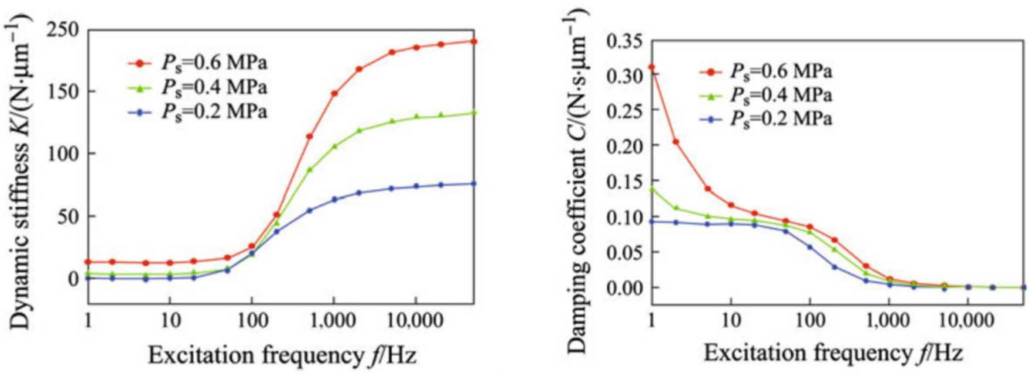

Figura 1.1.5 Curve caratteristiche dinamiche[1]

Sia le prestazioni statiche che quelle dinamiche sono influenzate dalla tipologia di sistema di alimentazione integrato nel pattino.

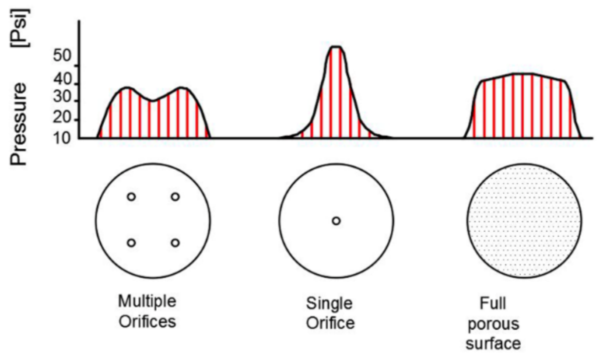

Figura 1.1.6 Distribuzione di pressione in funzione della tipologia di alimentazione

Il sistema a foro singolo è il più semplice tra i sistemi di alimentazione. In questa soluzione un singolo foro viene utilizzato per introdurre l'aria compressa nel meato. Al di sotto del foro la pressione è più alta, determinando una distribuzione superficiale della pressione altamente disuniforme e questo limita la capacità di carico del pattino.

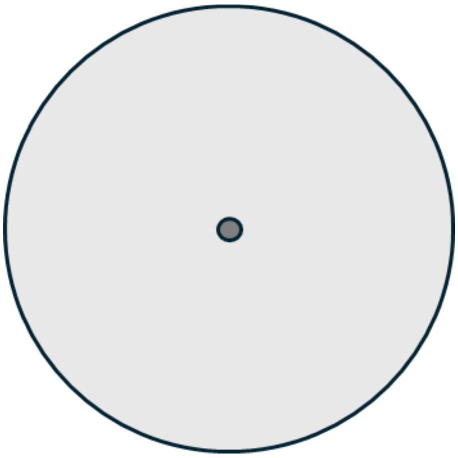

Figura 1.1.7 Pattino con foro singolo

I sistemi a tasche rappresentano un miglioramento rispetto al foro singolo. Le tasche sono piccole cavità create a valle del foro. Questo design migliora la distribuzione di pressione, rendendola mediamente più alta rispetto al foro singolo. Le tasche possono anche aumentare la rigidezza, migliorando la capacità del pattino di sostenere carichi. Purtroppo, le tasche aumentano il volume del meato riducendo quindi le caratteristiche dinamiche del pattino, che diventa così maggiormente incline a manifestare il fenomeno del "pneumatic hammer".

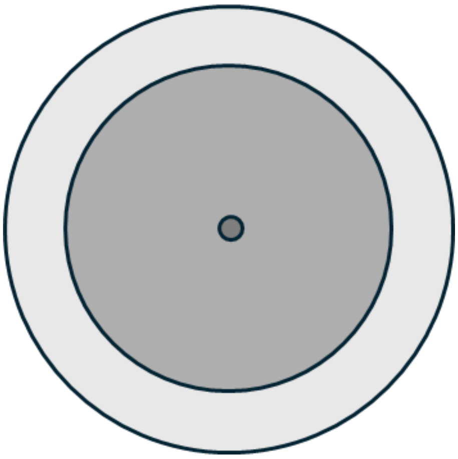

Figura 1.1.8 Pattino con tasca

L'utilizzo di ragnatura è una soluzione tecnica che si basa sul principio di funzionamento delle tasche per ottenere distribuzioni di pressione mediamente più elevate ed una maggiore rigidezza del supporto. Le ragnature vengono solitamente realizzate con sezioni triangolari o rettangolari e sono realizzate in maniera tale da mettere in collegamento i vari fori di alimentazione del pattino.

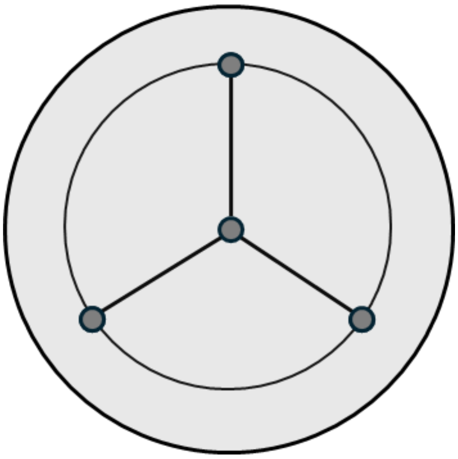

Figura 1.1.9 Pattino con ragnatura

I sistemi a microfori utilizzano numerosi piccoli fori, per definizione di diametro inferiore a 0,1 mm, distribuiti uniformemente sulla superficie del pattino. Questo approccio fornisce una distribuzione dell'aria più uniforme ed una maggiore capacità di carico rispetto alle soluzioni già viste. Inoltre, essendo il volume del meato più piccolo si ha anche una migliore stabilità.

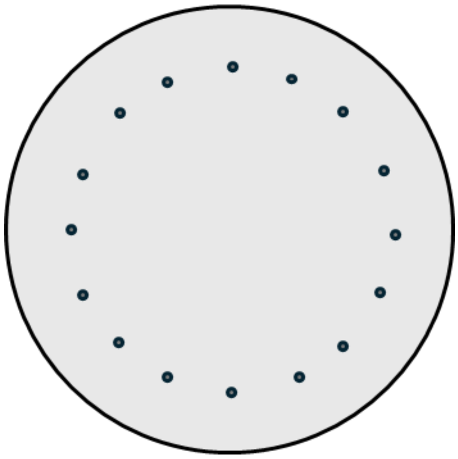

Figura 1.1.10 Pattino con microfori

L'utilizzo di materiali porosi rappresenta una soluzione molto interessante. In quanto, una superficie porosa si può considerare come una superficie dotata di un numero infinito di fori di alimentazione. Questo fa sì che la pressione media nel meato e di conseguenza la capacità di carico del pattino siano ancora più alte in confronto alle soluzioni precedentemente viste. In aggiunta, non aumentando il volume del meato si ottiene anche un'ottima stabilità. Altri vantaggi sono una maggiore rigidezza, un maggiore smorzamento ed un minore consumo di aria.

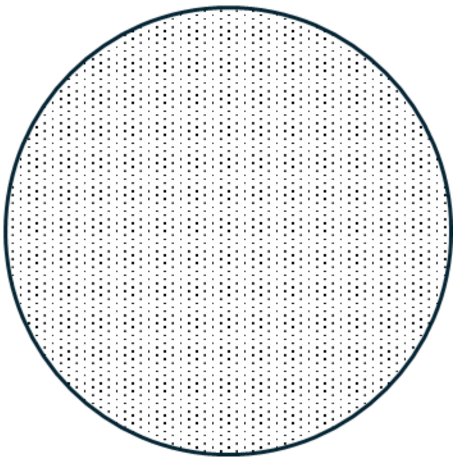

Figura 1.1.11 Pattino poroso

Per caratterizzare il comportamento di un cuscinetto poroso bisogna identificare due caratteristiche principali dei suoi inserti: la porosità e la permeabilità.
La porosità viene definita come la frazione del volume totale del materiale che è occupata dai pori o spazi vuoti. Matematicamente:

$$\phi = \frac{V_p}{V_t} \tag{1}$$

Dove V_p rappresenta il volume dei pori, V_t il volume totale del materiale e ϕ la porosità.
Inoltre, in base alle caratteristiche dei pori, si identificano due tipologie di porosità: la porosità aperta quando i pori sono interconnessi permettendo il passaggio di fluidi attraverso il materiale, la porosità chiusa quando i pori sono isolati l'uno dall'altro non consentendo il flusso di fluidi attraverso il materiale.

Oltre la porosità è importate analizzare la permeabilità K del materiale. La permeabilità è la capacità di un materiale di essere attraversato da dei fluidi. Questi due parametri sono fondamentali in quanto vanno ad influire significativamente sia sulle caratteristiche statiche che su quelle dinamiche del cuscinetto. La porosità fornisce una misura della quantità di spazio vuoto disponibile per il fluido, mentre la permeabilità descrive quanto facilmente quel fluido può muoversi attraverso il materiale.
Storicamente l'uso dell'equazione di Darcy-Forchheimer ha permesso di ottenere buoni risultati analitici verificati da quelli sperimentali. Nello specifico, la legge di Darcy viene utilizzata quando la velocità del fluido è bassa a tal punto da poter trascurare gli effetti inerziali. Essa consente di ottenere, tenendo conto solo dei termini viscosi del fluido, la portata che attraversa il mezzo poroso. Tutto ciò tramite l'equazione:

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{\mu \nu}{K} \tag{2}$$

Dove $\frac{\Delta p}{\Delta x}$ è il gradiente di pressione attraverso il mezzo poroso (Pa/m), μ è la viscosità dinamica del fluido (Pa·s), infine ν è la velocità media con cui il fluido attraversa il mezzo poroso (m/s).
La legge di Forchheimer invece, viene utilizzata quando le velocità del fluido sono elevate a tal punto da non poter trascurare gli effetti inerziali.

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{\mu \nu}{K} + c \, \frac{\rho \nu^2}{\sqrt{K}} \tag{3}$$

Con ρ densità del fluido (kg/m³), ma soprattutto c coefficiente inerziale adimensionale che dipende dalla geometria del mezzo poroso e dalle caratteristiche del flusso.

1.2 Banchi prova per misure di permeabilità

Come detto, la permeabilità è una delle caratteristiche principali dell'inserto poroso nei pattini pneumostatici. Per eseguirne la misurazione è necessario disporre di opportuni banchi prova. Nel caso specifico di questa tesi si è scelto di utilizzare un banco già presente in laboratorio, in passato adoperato per studiare il comportamento di materiale poroso in bronzo sinterizzato [2].

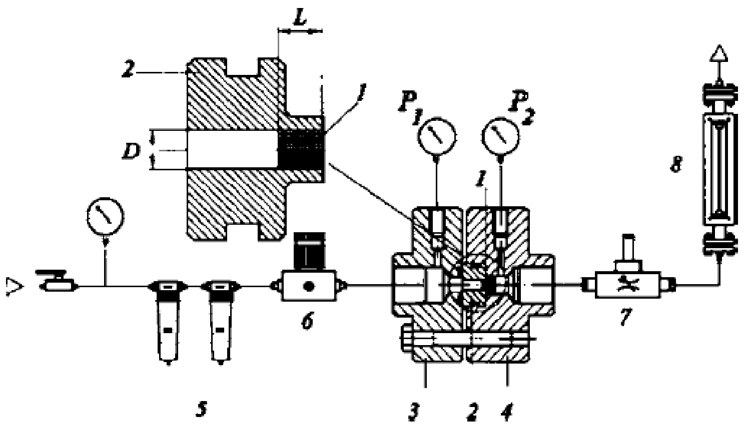

Figura 1.2.1 Schema banco prova permeabilità inserto[2]

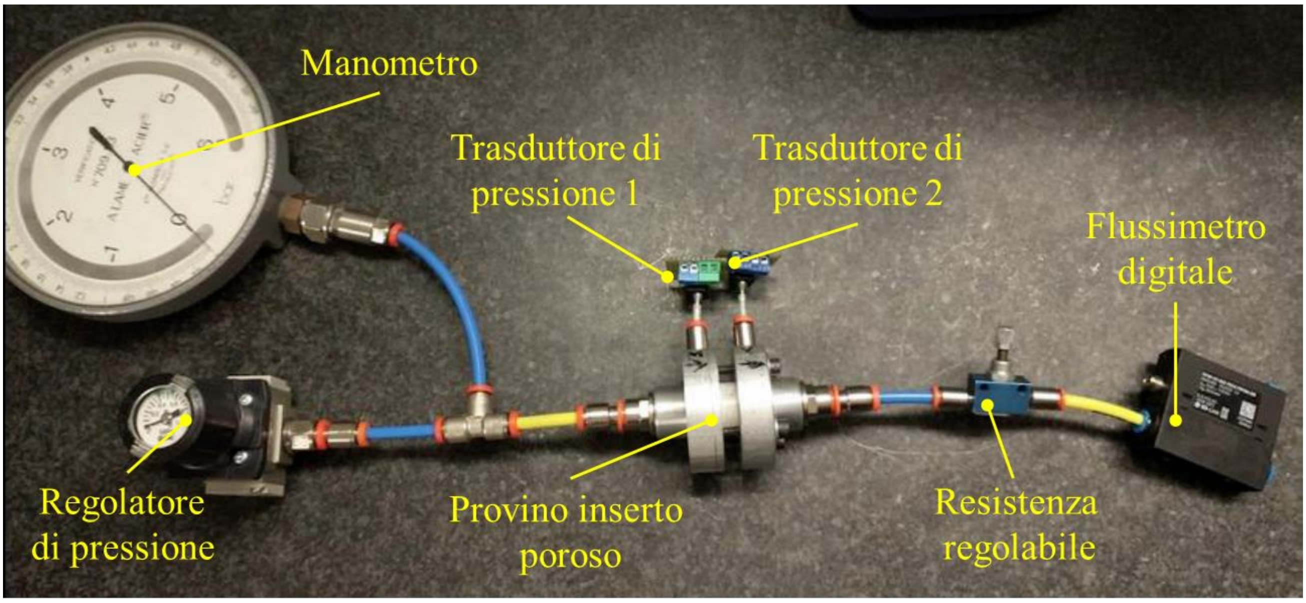

Figura 1.2.2 Foto banco prova permeabilità inserto

Il provino da testare è interposto tra due flange, ognuna dotata di due bocche. La prima per il collegamento di un trasduttore di pressione, la seconda è necessaria per il collegamento dei tubi di mandata o scarico. Inoltre, le flange hanno una sede circolare da 25 mm di diametro alta 1 mm in cui alloggia il porta provino e un'apposita gola per due o-ring di tenuta da 20x1.5 mm. Infine, le flange sono strette tra loro tramite quattro viti M5.

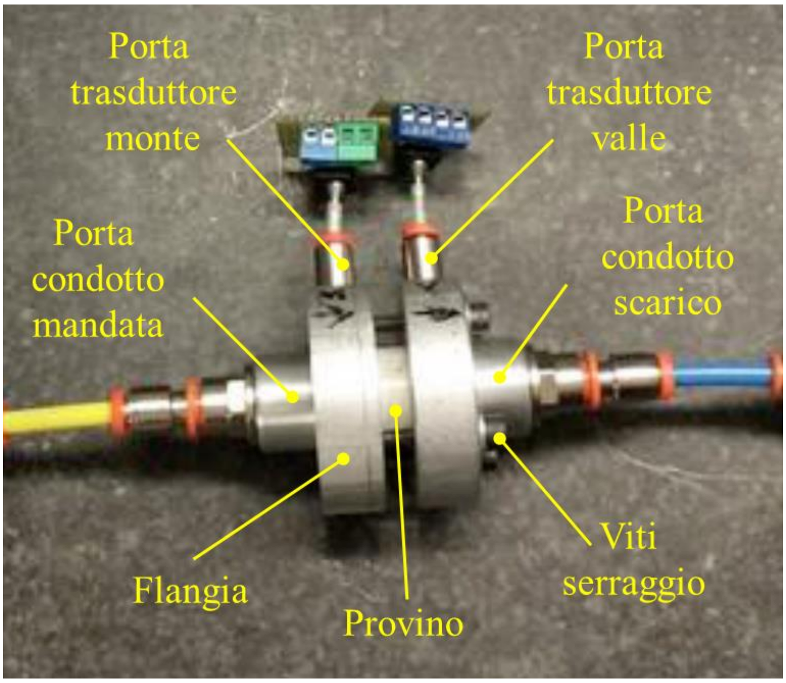

Figura 1.2.3 Foto montaggio provino

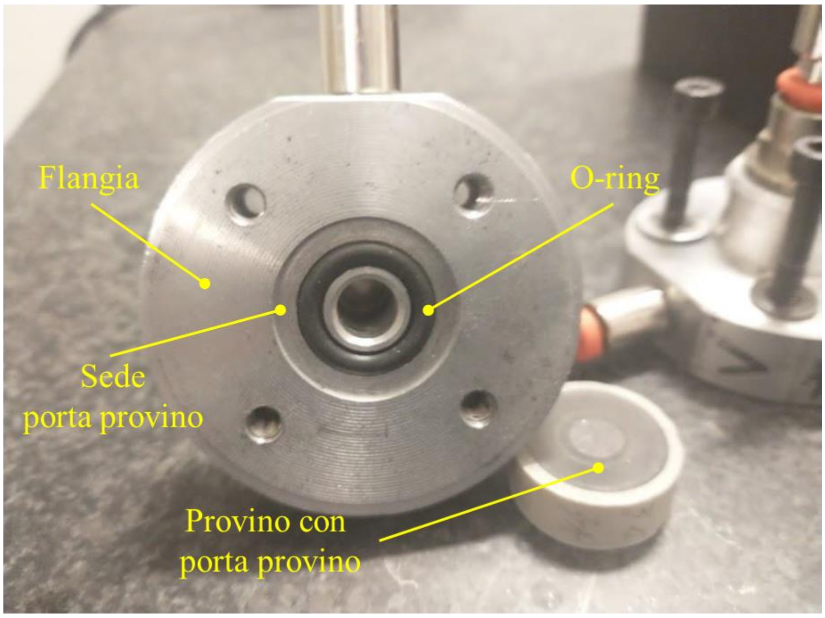

Figura 1.2.4 Foto sede provino con guarnizione di tenuta

Dando uno sguardo allo schema pneumatico di *Figura 1.2.4*, si può comprendere ancora meglio la struttura del banco prova.
Si parte dall'alimentazione, a sinistra, per poi passare attraverso un sistema di filtraggio, un regolatore di pressione e un manometro, ossia il gruppo FRL. Successivamente, vi è un trasduttore di pressione per controllare la pressione di monte dell'elemento da studiare.
Continuando, subito dopo il secondo trasduttore di pressione, sono montate una resistenza regolabile e un flussimetro.

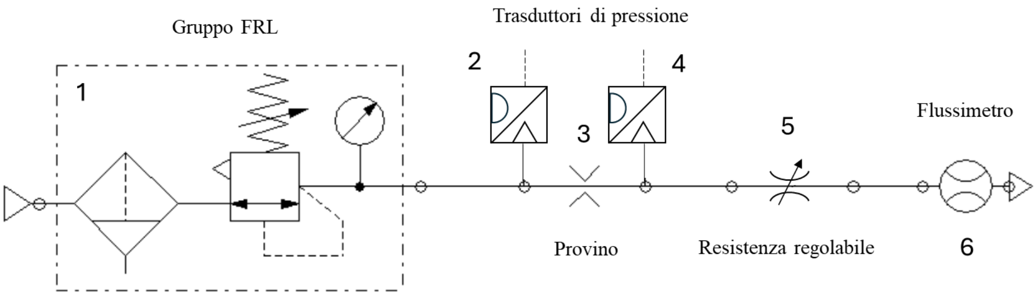

Figura 1.2.5 Schema pneumatico banco prova permeabilità

Per la valutazione della pressione di valle e di monte si utilizzano dei trasduttori di pressione della Honeywell modello 40PC150G, che richiede una tensione di alimentazione di 5V. Questi sono stati saldati su una apposita scheda elettronica e dotati di una morsettiera con i terminali di alimentazione e di trasmissione dei dati.

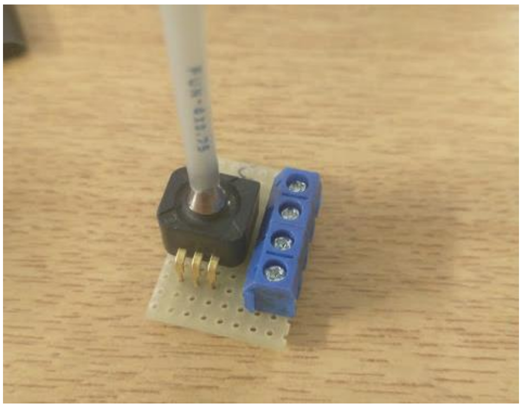

Figura 1.2.6 Foto trasduttore di pressione

					OUTPUT PERFORMANCE AT 25°C AND 5.00±.01 VDC SUPPLY	
CATALOG LISTING	LEAD STYLE	PRESSURE RANGE	OVER-PRESSURE	SENSITIVITY	NULL (0 PSIG) VDC	SPAN VDC
40PC150G2A	2	0 TO 150 PSI	300 PSI	26.6 mV/PSI TYP	.500±.040	4.000±.070

Figura 1.2.7 Specifiche trasduttore di pressione

Per la resistenza regolabile si utilizza il modello FESTO (GRO-M5) vista l'ottima risoluzione.

Figura 1.2.8 Foto resistenza regolabile

Come flussimetro si adoperano in combinazione i modelli FESTO (SFAH-0.1U-Q6S) e FESTO (SFAH-0.5U-Q6S), che richiedono una tensione di alimentazione tra i 22 e i 26 V, mentre i range di misura sono rispettivamente compresi tra i 0,002 - 0,1 l/min per il primo e 0,01 - 0,5 l/min per il secondo. Entrambi dotati di display digitale attraverso cui si possono leggere i valori rilevati. La combinazione dei due flussimetri è necessaria, in quanto quello con fondo scala più basso è caratterizzato da una sensibilità più elevata, ottimale per rilevare i valori di portata quando la differenza tra la pressione di monte e di valle del provino è molto bassa.

Figura 1.2.9 Foto flussimetro

Riguardo il funzionamento del banco, una volta montato:

- Si inizia dal gruppo di alimentazione e filtraggio (1) che permette di impostare e mantenere pressione;
- Successivamente i trasduttori di pressione a monte e a valle (2) e (4) permettono di rilevare in continuo la pressione dell'aria in entrata e in uscita dal provino. Ottenuti i dati di pressione da questi due sensori, tramite la loro differenza si ricavano informazioni sulla resistenza del campione al flusso d'aria;
- Infine, il flusso che passa per la resistenza regolabile (5) arriva al flussimetro (6) con cui si ha un monitoraggio continuo del volume di aria che passa attraverso il provino.
- Si eseguono le misure iniziando con la resistenza regolabile chiusa. Dopo di che si inizia ad aprire la resistenza regolabile fino a quando non si legge un cambiamento sul valore del flussimetro. Lo stesso procedimento va eseguito fino ad arrivare con la pressione di valle del provino pari a quella ambiente.

Tramite la legge di Darcy-Forchheimer, utilizzando i dati di differenza di pressione, del flusso d'aria e delle dimensioni del campione, si ottiene la permeabilità. Si parte dall'equazione di Darcy

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{\mu v}{K}$$

Successivamente si definisce la velocità media con cui il fluido attraversa il mezzo poroso v, in funzione della portata massica G, la densità dell'aria ρ, e l'area della sezione di passaggio del provino attraverso cui passa l'aria A.

$$v = \frac{G}{\rho A}$$

E la portata massica G come prodotto tra la portata volumetrica Q e la densità dell'aria ambientale ρ.

$$\mathrm{G} = \mathrm{Q}\rho$$

Sostituendo nell'equazione di Darcy la velocità media con cui il fluido attraversa il mezzo poroso v, si ottiene la portata massica G espressa in funzione della variazione di pressione lungo lo spessore del provino x.

$$\mathrm{G} = \frac{\rho K A}{\mu}\frac{dp}{dx}$$

Integrandola lungo la lunghezza L.

$$\int_0^L G dx = \int_{p_1}^{p_2} \frac{\rho K A}{\mu} dp = \int_{p_1}^{p_2} \frac{p}{R_g T}\frac{KA}{\mu} dp$$

E sostituendo l'espressione della densità $\rho = P/R_g T$ nel caso di trasformazione isoterma, si ottiene.

$$G = \frac{(p_1^2 - p_2^2)KA}{2L\mu R_g T}$$

Si ricava infine l'equazione di, con cui si valuterà la permeabilità sperimentale K.

$$\mathrm{K} = \frac{2\mu G L R_g T}{A(p_1^2 - p_2^2)}$$

Per ciò che riguarda la legge di Forchheimer invece:

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{\mu v}{K} + c\,\frac{\rho v^2}{\sqrt{K}}$$

Il cui coefficiente inerziale c si ottiene calcolando prima il numero di Reynolds Re e il coefficiente di attrito f_k.

$$\mathrm{R}e = \frac{\rho_m v \sqrt{K}}{\mu}$$

$$f_k = \frac{\Delta p \sqrt{K}}{\Delta x\, \rho_m v^2}$$

Per poi poter ricavare il coefficiente inerziale c.

$$c = f_k - \frac{1}{\mathrm{R}e}$$

Sostituendo i valori sperimentali $\frac{\Delta p}{\Delta x}$, ρ, v, della permeabilità K e del coefficiente inerziale c nella legge di Forchheimer, si ottiene l'equazione del secondo ordine con incognita la portata teorica G_{th}.

$$\alpha \mathrm{G}_{th}^2 + \beta G_{th} + \varepsilon = 0$$

I cui coefficienti $\alpha, \beta, \varepsilon$ sono:

$$\alpha = \frac{32 c R T}{\pi^2 D^4 \sqrt{K}}$$

$$\beta = \frac{8\mu RT}{\pi D^2 K}$$

$$\varepsilon = -\frac{(P_1^2 - P_2^2)}{L}$$

Risolvendo l’equazione di secondo grado si ottiene l’espressione della portata teorica G_{th}.

$$G_{th} = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\varepsilon}}{2\alpha}$$

Questi risultati vengono confrontati con i valori di riferimento o i requisiti specifici per determinare se il campione è conforme. Essenzialmente i valori di permeabilità ottenuti vengono confrontati con standard o specifiche tecniche e se il campione rientra nei limiti desiderati viene considerato idoneo per l'uso. Mentre eventuali variazioni nei risultati possono indicare problemi nel processo di produzione o nelle caratteristiche del materiale, che quindi devono essere analizzate per apportare eventuali correzioni.

Tabella 1.1 Tabella nomenclatura banco prova permeabilità

Simbolo	Descrizione	Valore	Unità di misura
m	Massa	-	kg
L	Lunghezza provino	-	m
D	Diametro provino	-	m
p_1	Pressione assoluta monte	-	Pa
p_2	Pressione assoluta valle	-	Pa
Δp	P_1-P_2	-	Pa
Q	Portata volumetrica	-	l/min
A	Area passaggio aria inserto	$5.026\cdot10^{-5}$	m^2
μ	Viscosità dinamica dell'aria in condizioni normali	1.77·10-5	$N\cdot s/m^2$
R_g	Costante di stato del gas	287.1	J/kg·K
T	Temperatura ambiente	293	K
ρ_a	Densità aria ambiente	-	Kg/m^3
ρ	Densità aria	-	Kg/m^3
G	Portata massica	-	Kg/s
ν	Velocità	-	m/s
K	Permeabilità	-	m^2
R*e*	Numero di Reynolds	-	-
f_k	Fattore di attrito	-	-
c	Coefficiente inerziale	-	-
G_{th}	Portata massica teorica	-	Kg/s

Per ciò che riguarda lo studio del pattino pneumostatico poroso finito, ossia quando l’inserto poroso è già inserito nel corpo, il montaggio nel banco prova cambia. Complessivamente il banco non cambia nelle componenti principali e nel funzionamento, l’innovazione principale sta nel fatto che in questo caso il banco serve a caratterizzare la permeabilità di un componente, in questo caso il pattino, piuttosto che un materiale. È costituito essenzialmente da una piastra di fissaggio e una flangia, tra cui va inserito il pattino. La flangia presenta due porte, una per lo scarico dell'aria e l'altra per il montaggio di un trasduttore di pressione. Mentre l'altro trasduttore di pressione e il condotto di mandata dell'aria sono montati direttamente dul pattino. La flangia inoltre è dotata di un alloggiamento per l'o-ring da 38x2 mm per consentire un accoppiamento ermetico con il pattino. Infine la piastra, che grazie a quattro viti M5, conclude il bloccaggio del pattino nella flangia.

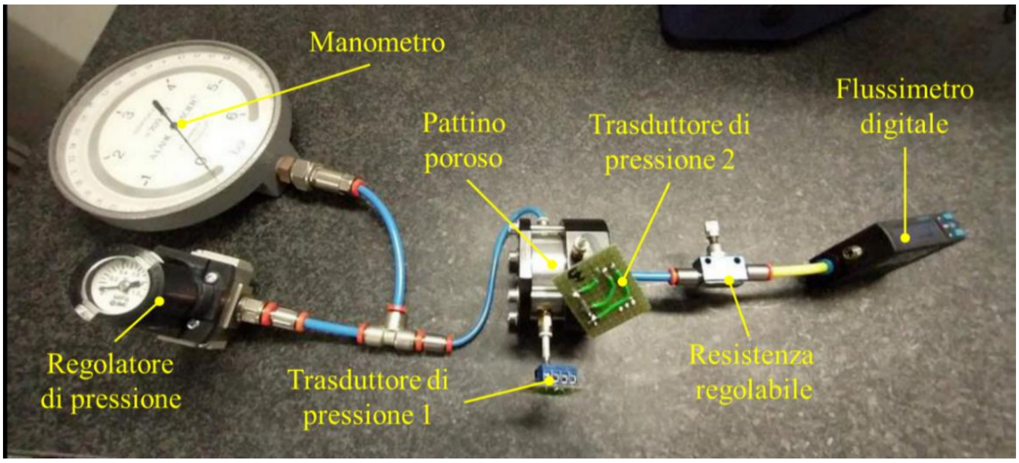

Figura 1.2.10 Foto banco prova permeabilità pattino

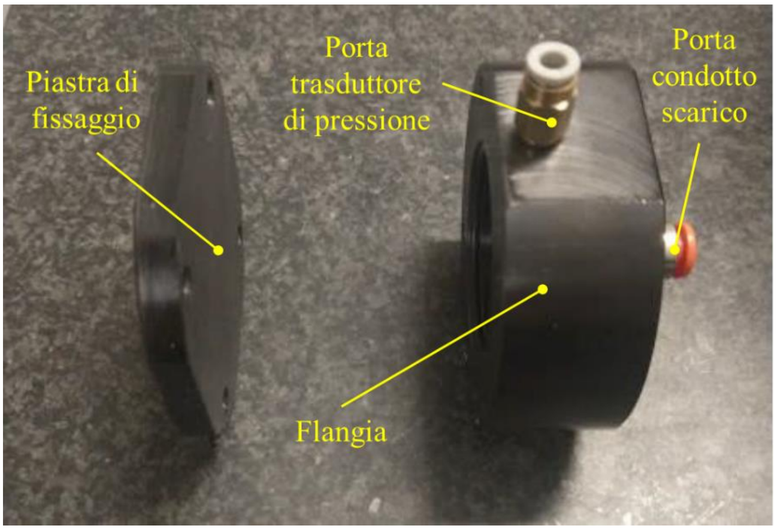

Figura 1.2.11 Foto struttura di montaggio pattino, a sinistra la piastra di fissaggio a destra la flangia

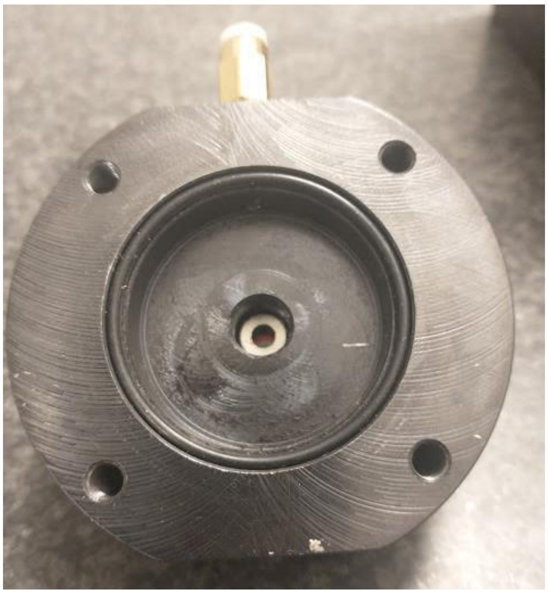

Figura 1.2.12 Foto flangia di alloggiamento del pattino e dell'o-ring di tenuta

Un esempio diverso di banco è quello realizzato presso la TU Kaiserslautern [3], sviluppato per identificare la permeabilità K e il coefficiente inerziale c della legge di Darcy- Forchheimer:

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{\mu \nu}{K} + c\ \frac{\rho \nu^2}{\sqrt{K}}$$

In questo caso si analizza un inserto realizzato con matrice in carbonio e fibre rinforzate sempre in carbonio C/C, di forma circolare. Il campione questa volta è tenuto in posizione da un anello di gomma, inoltre nel coperchio sono presenti diverse viti per sigillarlo evitando perdite. È importante assicurarsi che l'anello di gomma non sia troppo stretto, in modo tale che la gomma non subentri all'interno del canale. Ciò va evitato perché influirebbe sul coefficiente di permeabilità. In aggiunta, per ricreare la stessa situazione iniziale, è stata utilizzata una chiave dinamometrica per serrare tutte le viti con una coppia fissa.

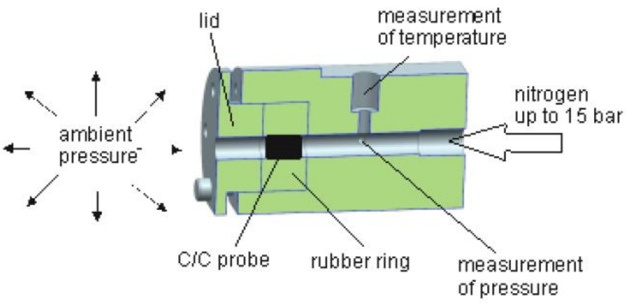

Figura 1.2.13 Banco prova provino C/C

Come fluido di lavoro viene utilizzato l'azoto, che è fornito da una bombola di gas e può essere regolato fino a 15 bar verso l'ingresso del banco di prova grazie al gruppo di alimentazione e filtraggio rappresentato dell'elemento 1 di *Figura 1.24*. Dopo aver regolato l'alimentazione, all'interno del banco di prova ci sono due sensori per la pressione e per la temperatura di monte, rispettivamente elementi 2 e 3. Infine, per controllare la portata viene utilizzato un flussimetro

MFC203 della società Teledyne Hastings, elemento 4. A valle, dopo che il fluido ha superato il provino, si ha pressione ambiente costante.

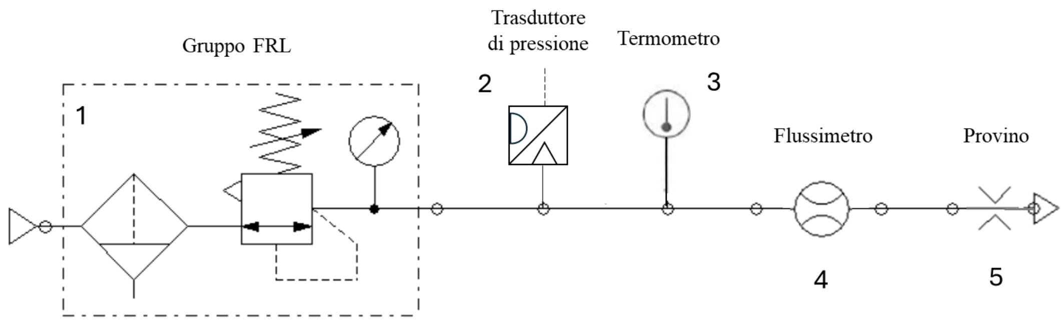

Figura 1.2.14 Schema pneumatico banco prova TU Kaiserslautern

Il processo di misurazione consiste nella variazione della portata in ingresso, al variare della quale sono state misurate la pressione e la temperatura tramite gli appositi sensori. Con i parametri di pressione e temperatura determinati, viene calcolata l'equazione di Darcy-Forchheimer dalla quale si ricavano i parametri K e *c*.

1.3 Problematiche della realizzazione degli inserti porosi

Fino ad ora sono stati esposti i vantaggi dell'utilizzo di questa tecnologia, ma l'implementazione e l'utilizzo non sono privi di sfide. In particolare, la ricerca si incentra sulla scelta dei materiali e sulla preparazione dell'inserto poroso. Si cerca infatti di scegliere materiali che abbiano determinate caratteristiche meccaniche e di permeabilità. Ugualmente importanti sono le procedure di preparazione delle superfici porose. Queste procedure di solito includono la regolazione della porosità e l'occlusione dei volumi chiusi. Da non trascurare sono le lavorazioni di finitura superficiali richieste (ad esempio la lappatura) necessarie al fine di ottenere un meato con dimensioni adeguate. In pratica tutto ciò che può essere aggiunto o modificato per cercare di avere un funzionamento ottimale. Stesso ragionamento va fatto con il processo di realizzazione dell'inserto, durante il quale il monitoraggio di specifici parametri porta ad avere delle determinate caratteristiche nel materiale finale.

1.3.1 Tipologie di materiali da utilizzare

La scelta dei materiali è un passaggio importante per il corretto funzionamento. In quanto è necessario che questa sia il più possibile accurata tenendo in considerazione sia le proprietà strutturali, che la permeabilità. Ad esempio, si valuta un materiale per la sua rigidezza per evitare un'eccessiva deformazione dell'inserto poroso. Questa situazione potrebbe portare all'occlusione o comunque al restringimento del meato, alterando di conseguenza le proprietà del pattino [4]. Infatti, se è vero che da un lato ciò potrebbe comportare un aumento della capacità di carico, dall'altro si potrebbe avere una distribuzione di pressione nel meato molto irregolare oppure problemi di instabilità.
Altro requisito fondamentale è la porosità, intesa sia come dimensione dei pori, che deve cercare di essere il più uniforme possibile. Da non trascurare la distribuzione uniforme degli stessi. Di fatti

sono criteri necessari per garantirne i corretti coefficienti di permeabilità e di conseguenza l'omogeneità nella diffusione di aria nel meato.
Nel processo di scelta del materiale è importante non dimenticare l'applicazione specifica, considerando fattori come il carico da sostenere, la precisione richiesta e l'ambiente operativo.
I quattro gruppi da cui solitamente si attinge sono i metalli sinterizzati, le ceramiche porose, i polimeri porosi e la grafite.
I metalli sinterizzati, principalmente il bronzo sinterizzato, sono tra i materiali più diffusi. Il processo di sinterizzazione è una tecnica di produzione utilizzata per creare oggetti solidi a partire da polveri metalliche, comprimendole e poi riscaldandole fino a temperature elevate, ma inferiori al punto di fusione del materiale base. Questo metodo sfrutta fenomeni di diffusione atomica per legare tra loro le particelle. Questa tecnica permette di ottenere materiali con una struttura porosa controllata, ideale per una diffusione omogena dell'aria. Inoltre, offrono un'elevata resistenza meccanica, rendendoli duraturi e stabili anche sotto carichi elevati. A loro discapito, il processo di sinterizzazione può essere costoso ma ciò è spesso giustificato dalle prestazioni superiori che questi materiali offrono. I metalli sinterizzati tendono anche ad essere pesanti, il che può limitare il loro impiego in alcune applicazioni dove il peso è un fattore critico.
Tra i materiali più interessanti ci sono le ceramiche porose, come l'allumina, specialmente per la loro capacità di resistere a temperature molto elevate e agli ambienti chimicamente aggressivi. Infatti, sono ideali per applicazioni in ambienti severi, come i forni industriali o le applicazioni aerospaziali. Tuttavia, le ceramiche porose sono generalmente più fragili rispetto ai metalli e ai polimeri, il che richiede una maggiore attenzione nella loro manipolazione e installazione. Da non trascurare è la loro scarsa capacità di lavorazione e modellazione, il che può rappresentare una sfida in alcune applicazioni. Oltretutto le ceramiche porose possono essere costose, sia per la materia prima che per il processo di produzione.
I polimeri porosi, come il polietilene e il poliuretano porosi, sono invece utilizzati meno frequentemente per i pattini pneumostatici. La loro leggerezza è un vantaggio significativo in applicazioni dove il peso è un fattore cruciale, a cui si aggiungono una buona resistenza chimica e il fatto che sono facili da lavorare e modellare. Essendo materiali molto leggeri e facili da lavorare spesso hanno dei contenuti costi di produzione e installazione. Mentre tra i fattori che portano ad un utilizzo ridotto c'è sicuramente una resistenza meccanica inferiore rispetto ai metalli e alle ceramiche, il che limita il loro uso in applicazioni ad alto carico. Anche la loro stabilità termica è inferiore, rendendoli meno adatti per ambienti ad alte temperature.
Infine la grafite, conosciuta per le sue eccellenti proprietà autolubrificanti e resistenza alla corrosione. Da sottolineare la capacità di mantenere le sue proprietà meccaniche e chimiche a temperature elevate, rendendola utile in ambienti aggressivi. Tuttavia, la grafite è più fragile rispetto ai metalli e ai polimeri e può essere costosa a causa della complessità della sua produzione.
Ogni materiale ha quindi le sue caratteristiche principali, perciò a volte si opta per avere una combinazione delle diverse proprietà unendo due materiali o uno stesso materiale ma in due forme diverse. Un esempio è l'introduzione di fibre rinforzate al carbonio in un inserto poroso, sempre al carbonio, che consentono di avere una maggiore resistenza senza compromettere la permeabilità complessiva [3].

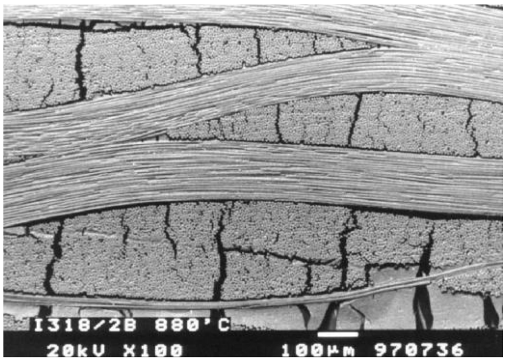

Figura 1.3.1 Fotografia inserto con matrice in carbonio e fibre rinforzate in carbonio C/C

1.3.2 Procedure di preparazione inserto

Oltre alla scelta dei materiali anche la preparazione dell'inserto poroso è un passaggio cruciale nel processo di realizzazione del pattino, necessario per ottenere il funzionamento e i risultati desiderati.
Uno dei processi utilizzati è quello della miscelazione, specialmente per i metalli sinterizzati (bronzo o acciaio) e le ceramiche porose. Già dalla scelta dalle polveri originali che vengono utilizzate e da come vengono miscelate si possono determinare molte delle proprietà dell'inserto. Infatti, in base al tempo e alla velocità con cui si mescolano si possono stabilire la quantità di pori e la loro distribuzione. Questa velocità di miscelazione però deve essere controllata, per evitare la formazione di bolle o imperfezioni che potrebbero compromettere la qualità dell'inserto. Una volta miscelato, il materiale viene spesso mantenuto a temperature elevate per un certo periodo di tempo per ottenere un processo di sinterizzazione. Questo trattamento termico è cruciale per stabilizzare la struttura del materiale e ottenere le caratteristiche meccaniche e fisiche desiderate. La temperatura e il tempo di permanenza devono essere attentamente monitorati per evitare deformazioni o alterazioni indesiderate nel materiale [5].
Un'altra tecnica è la polimerizzazione fase-gas, che serve a creare materiali polimerici con una struttura porosa come il polietilene e il poliuretano. Si parte con un monomero, che viene poi portato allo stato gassoso e depositato su una superficie o matrice solida. Una volta che il gas si è stabilizzato sulla superficie, viene fatta partire una reazione chimica che trasforma il monomero gassoso in una solida rete polimerica. Durante questa trasformazione, si creano dei piccoli spazi vuoti, o pori, all'interno della struttura.
La schiumatura è una tecnica utilizzata principalmente per polimeri e ceramiche porose, in cui si formano delle bolle d'aria o di gas all'interno di un materiale liquido o semi-liquido per creare una struttura piena di pori. Un agente schiumogeno, che può essere un gas o una sostanza chimica che rilascia gas, viene mescolato nel materiale base. Quando il materiale si solidifica, le bolle rimangono intrappolate, formando una struttura porosa.
L'elettrodeposizione è un processo tipico dei metalli sinterizzati (es. rame, nichel), che usa l'elettricità per far depositare uno strato di metallo su una superficie. In questo caso, si utilizza un bagno elettrolitico, cioè una soluzione che contiene particelle di metallo cariche elettricamente. Quando si immerge un oggetto conduttore nel bagno e si applica una corrente elettrica, le particelle metalliche si depositano sulla superficie dell'oggetto, formando uno strato solido. Per ottenere una struttura porosa, si regola il processo in modo che il deposito non sia completamente compatto, ma lasci spazi vuoti tra le particelle, creando dei pori.
Il processo sol-gel, o gelificazione, è una tecnica chimica usata per creare materiali porosi, soprattutto ceramiche porose (ossidi metallici, silice). Si parte da un "sol", una soluzione liquida che contiene piccole particelle (spesso ossidi metallici). Questo sol, con il passare del tempo o attraverso una reazione chimica, si trasforma in un "gel", che è una rete tridimensionale di particelle

che trattiene il liquido. Una volta ottenuto il gel, viene essiccato e riscaldato per eliminare il liquido e consolidare la struttura solida. Durante questo processo si formano dei pori, poiché le particelle si dispongono in modo da lasciare piccoli spazi vuoti.
La carbonatazione è un processo chimico che può essere utilizzato per formare materiali porosi. Si basa sulla reazione tra una sostanza, come la calce (ossido di calcio), e l'anidride carbonica (CO_2). Quando la calce reagisce con l'anidride carbonica, si trasforma in carbonato di calcio, formando una struttura solida e porosa.
La levigazione per fusione con agenti volatili è un metodo in cui si aggiunge al materiale un agente volatile, ovvero una sostanza che evapora facilmente quando il materiale viene riscaldato. Durante la fusione del materiale (ad esempio, una plastica o un metallo), l'agente volatile evapora, lasciando dietro di sé delle cavità, o pori, all'interno del materiale. Una volta che il materiale si solidifica, questi pori restano, formando una struttura porosa.
Il Powder Injection Molding è un processo usato per materiali come i metalli o le ceramiche. Inizia mescolando una polvere fine del materiale di base con un legante polimerico, che tiene insieme le particelle. Questa miscela viene riscaldata e iniettata in uno stampo che dà forma all'oggetto. Una volta che l'oggetto si è raffreddato e ha preso forma, il legante polimerico viene rimosso attraverso un processo di riscaldamento o dissoluzione chimica. Questo lascia una struttura fatta solo di polvere metallica o ceramica. Infine, l'oggetto viene sottoposto a sinterizzazione per fondere le particelle tra loro, lasciando comunque dei pori.
Una volta realizzato il materiale finale si possono apportare modifiche che consentono di adattare il prodotto alle varie esigenze. Ad esempio la lappatura, che contribuisce a ottenere una superficie liscia e uniforme, riducendo le variazioni nella distribuzione dell'aria e aumentando la stabilità del sistema.
Da non sottovalutare uno degli aspetti più studiati nel processo di preparazione, in particolare in relazione alla ripetibilità del processo, ossia l'occlusione dei volumi chiusi. Questi volumi possono influenzare negativamente la dinamica del sistema causando instabilità e variazioni indesiderate nella distribuzione dell'aria. L'occlusine avviene tramite sostanze additive che vengono sciolte sulla superficie dell'inserto e successivamente, sfruttando i pori, si inoltrano all'interno del volume occludendone alcune cavità. Alcuni dei materiali utilizzati in questo ambito sono le resine acriliche [6].
Nonostante l'adozione di tutte le precauzioni possibili, l'inserto del pattino può comunque subire danni a causa di diversi fattori. Un'errata lavorazione, un utilizzo prolungato, o persino le fasi di installazione, trasporto e variazioni nell'alimentazione dell'aria possono compromettere la sua integrità. In generale, i danni riscontrabili si dividono in due categorie principali: la scalfittura e l'occlusione delle porosità. Entrambe le tipologie di danneggiamento incidono in modo significativo sulle prestazioni del pattino, poiché determinano una riduzione sia della capacità di carico che della rigidezza. Le scalfitture, ovvero piccole fratture o abrasioni sulla superficie dell'inserto, possono alterare la distribuzione della pressione e compromettere la portata d'aria, mentre l'occlusione delle porosità, causata dall'accumulo di impurità o da una deformazione del materiale, ostacola il corretto passaggio del flusso d'aria, riducendo l'efficacia del pattino pneumatico. Questi aspetti devono essere attentamente monitorati, poiché influiscono direttamente sul comportamento del pattino durante il funzionamento[7].

1.4 Obbiettivi

L'obbiettivo principale di questa tesi è quello di caratterizzare numericamente e sperimentalmente gli inserti porosi utilizzati nei pattini pneumostatici ad aria, con l'intento di comprendere come le proprietà dei materiali, le tecniche di lavorazione e la configurazione ne influenzino le prestazioni.

Ci si concentrerà maggiormente sui pattini pneumostatici con inserto poroso in grafite viste le loro ottime proprietà. Successivamente si entrerà nella parte sperimentale di questo lavoro, in quanto verranno utilizzati i banchi prova per le caratterizzazioni statiche e dinamiche e per le misure di permeabilità. Come step successivo si realizzerà un modello numerico con Matlab. Infine, si effettuerà un confronto tra i risultati sperimentali ottenuti dai banchi e quelli numerici ottenuti dai modelli, in modo tale da verificare la validità dei modelli realizzati.
L'obiettivo finale è ottenere una comprensione approfondita delle prestazioni e del funzionamento dei pattini pneumostatici con inserto poroso.

Capitolo 2

2.1 Banchi prova e procedure di misura

L'acquisizione delle misure sperimentali rappresenta un elemento cardine di questo studio, indispensabile per analizzare il comportamento del pattino pneumostatico. Oltre al banco prova specifico per la misurazione della permeabilità, descritto nel capitolo precedente, vengono impiegati altri strumenti di primaria importanza. Tra questi troviamo il rotondimetro e il profilometro, utilizzati per valutare con precisione il livello di finitura superficiale dell'inserto poroso. In aggiunta, viene eseguita la prova a getto libero, che offre un metodo alternativo per determinare la permeabilità del pattino pneumostatico, fornendo al contempo una conferma della coerenza e affidabilità dei dati sperimentali raccolti con gli altri strumenti e del corretto funzionamento del pattino. Infine, viene introdotto il banco prova dotato di cilindro pneumatico e shaker, necessario per eseguire una dettagliata caratterizzazione statica e dinamica del pattino.

2.1.1 Test di rugosità superficiale effettuati con Rotondimetro e Profilometro

Lo scopo della presente analisi è quello di determinare la rugosità media, la rugosità picco-picco e rilevare l'eventuale presenza di concavità sulla superficie di pattini pneumostatici circolari con inserto poroso in grafite. Questi parametri sono fondamentali per garantire il corretto funzionamento dei pattini, poiché eventuali irregolarità superficiali possono compromettere il flusso d'aria e la distribuzione di pressione nel meato e, di conseguenza, la capacità di carico del pattino.
La procedura consiste nella misurazione della superficie dei pattini mediante un profilometro e un rotondimetro per caratterizzarne la rugosità e verificare la presenza di eventuali difetti superficiali. I dati raccolti vengono analizzati e confrontati per verificarne la qualità e stabilire il corretto funzionamento del pattino.

2.1.1.1 Procedure

I materiali e i macchinari utilizzati sono nel dettaglio:

- 6 pattini pneumostatici circolari con inserto poroso in grafite anch'esso circolare.

Figura 2.1.1 Foto pattino pneumostatico con inserto poroso in grafite

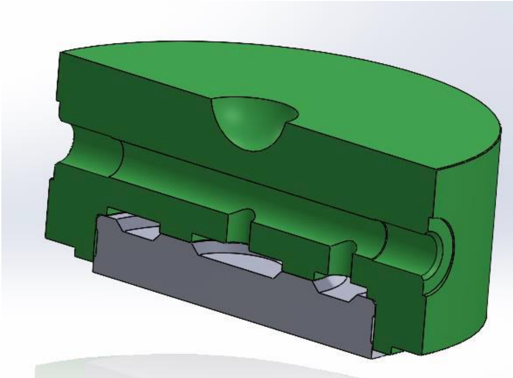

Figura 2.1.2 Sezione pattino pneumostatico con inserto poroso

Il pattino è realizzato in alluminio e presenta una forma cilindrica con un diametro di 50 mm. Sulla superficie superiore è stata ricavata una sede per l’alloggiamento di una sfera con diametro di 10 mm, necessaria per specifiche prove sperimentali. Sulla superficie laterale, in posizione simmetrica, sono presenti due aperture dedicate all’alimentazione. Nella superficie inferiore, è stato dimensionato un alloggiamento per l’inserto cilindrico in grafite di diametro 37 mm.

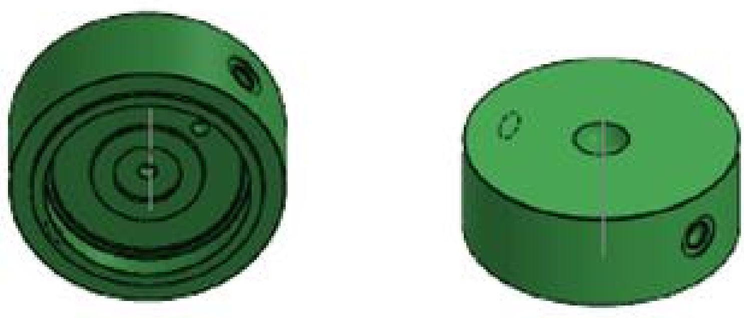

Figura 2.1.3 Corpo pattino senza inserto

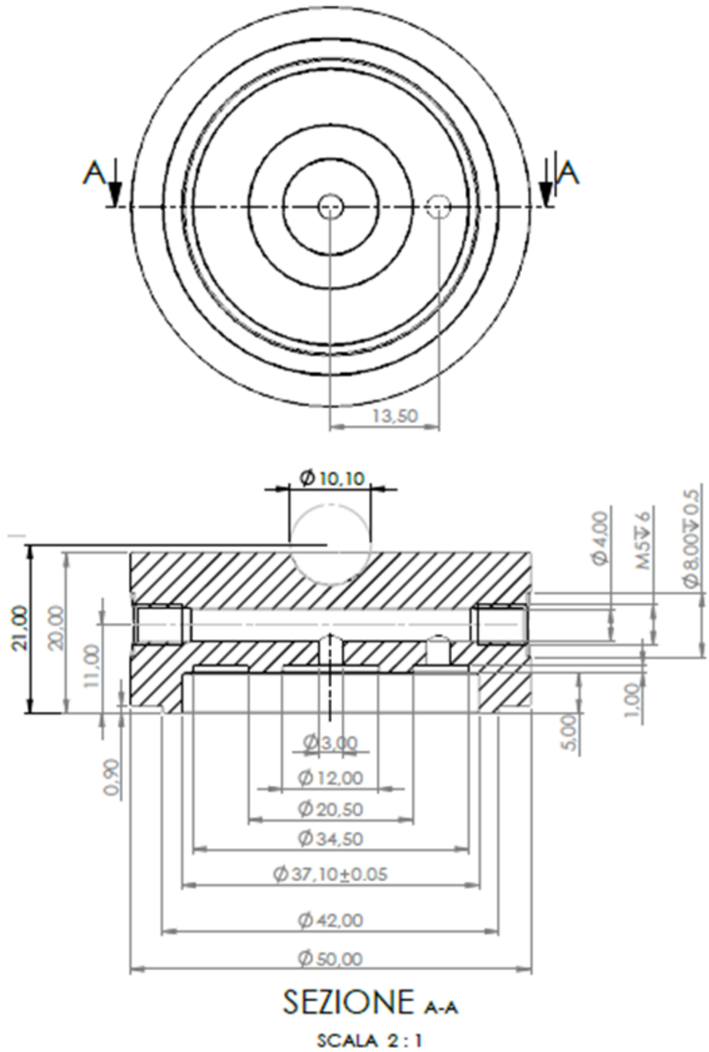

Figura 2.1.4 Quotatura corpo pattino

L'inserto in grafite è stato progettato con una sede profonda 0,25 mm per migliorare l'adesione al corpo del pattino e garantire uno spessore minimo di materiale adesivo. Oltre alla versione con superfici superiore e inferiore piane, è stato sviluppato un inserto con cave circolari, al fine di valutare eventuali variazioni nelle prestazioni legate alla distribuzione dell'aria.

Figura 2.1.5 Foto inserto con e senza cave circolari

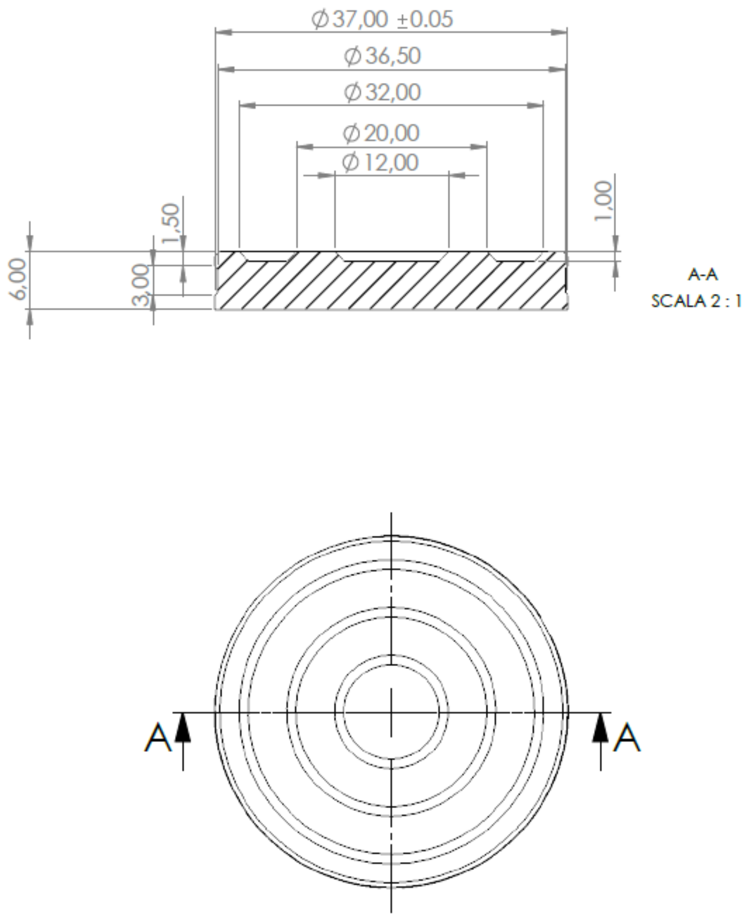

Figura 2.1.6 Quotatura inserto con cave circolari

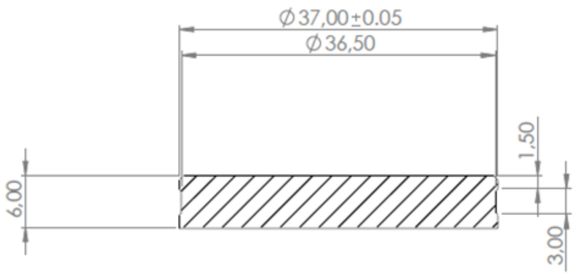

Figura 2.1.7 Quotatura inserto senza cave circolari

La manifattura dei componenti è stata affidata a una ditta esterna, in particolare la lappatura della superficie dell'inserto poroso.

- Rotondimetro R100 SM Instruments.

Figura 2.1.8 Foto Rotondimetro R100

- Profilometro PSG 200 SM Instruments.

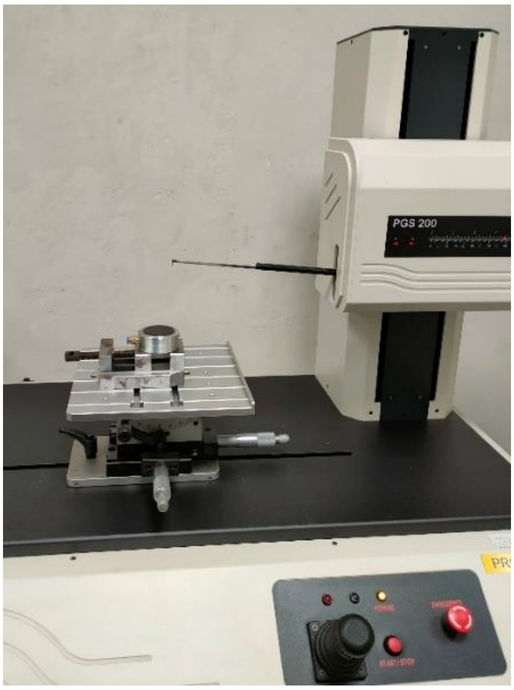

Figura 2.1.9 Foto Profilometro PSG 200

In tutto sono stati analizzati 5 pattini anziché 6, in quanto una volta fornita pressione di alimentazione superiore a 2 bar relativi, l’inserto del pattino 2 è stato espulso dal corpo a causa di un non perfetto incollaggio.

2.1.1.2 Rotondimetro

Il rotondimetro R100 di SM Instruments è un macchinario per la misurazione delle geometrie circolari, progettato per operare con una logica "all in one". Grazie a un braccio di misura motorizzato o manuale, dotato di puntalino, la macchina acquisisce dati precisi su parametri geometrici come rotondità, planarità, cilindricità, concentricità e altri. È disponibile in configurazioni con colonne manuali o motorizzate e supporta cicli di misurazione automatizzati per aumentare l'efficienza e ridurre i tempi operativi. Il sistema è integrato con il software Circom, che consente una visualizzazione intuitiva dei risultati in formato tabellare e grafico. Le rappresentazioni grafiche includono viste in pianta, prospettiche o rettilinee. Il software permette inoltre di escludere automaticamente o manualmente le interruzioni sulle superfici misurate, garantendo analisi accurate.
Prima di procedere con la misurazione, è necessario posizionare correttamente il pattino sulla piastra dedicata, fissandolo tramite il supporto di bloccaggio.

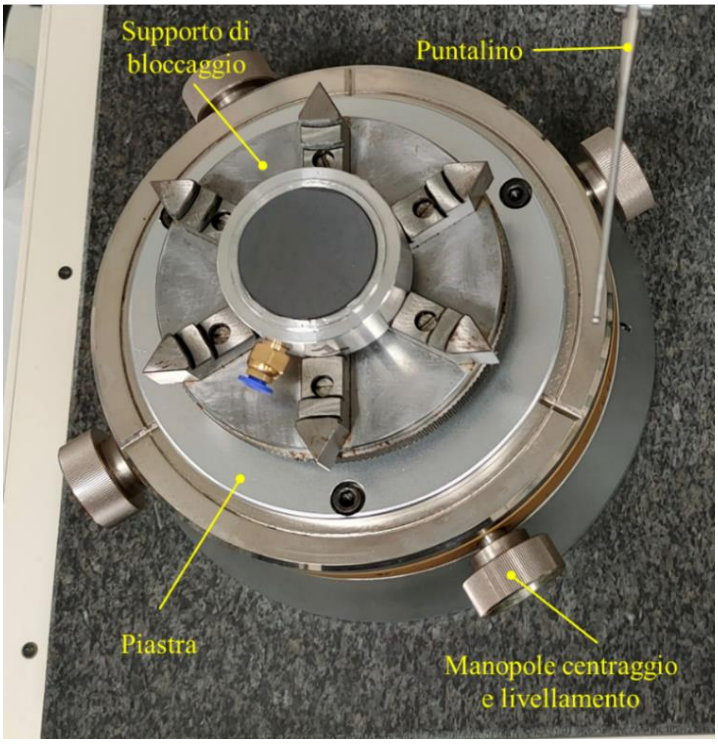

Figura 2.1.10 Foto piastra con supporto di bloccaggio

Successivamente, si eseguono le operazioni di centraggio e livellamento. Per il centraggio, si orienta il puntalino in modo che entri in contatto con la superficie laterale cilindrica del pattino, prestando attenzione a evitare collisioni con fori o bocchette durante la rotazione automatica. Si avvia quindi la procedura automatica di centraggio, che allinea il pattino al centro della piastra.

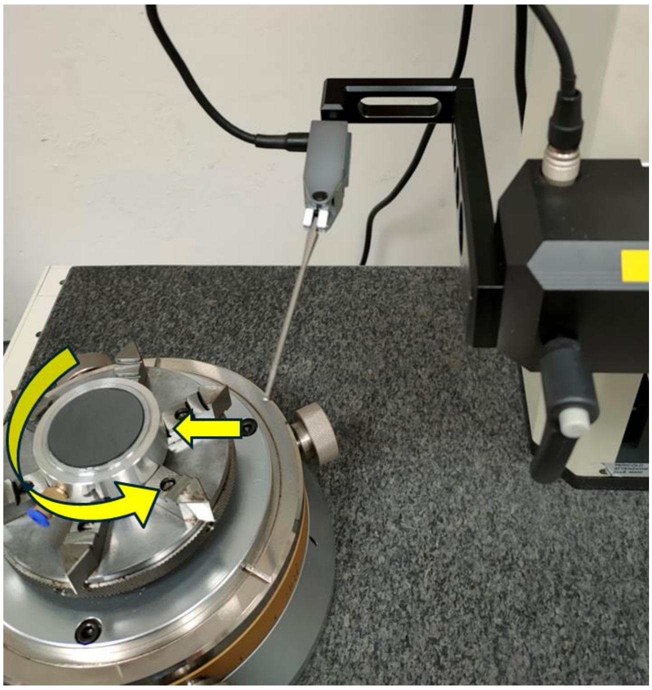

Figura 2.1.11 Configurazione centraggio

Completato il centraggio, si procede al livellamento. Il puntalino viene orientato verso la superficie superiore dell'inserto in grafite da analizzare e portato a contatto con essa in un punto centrale.

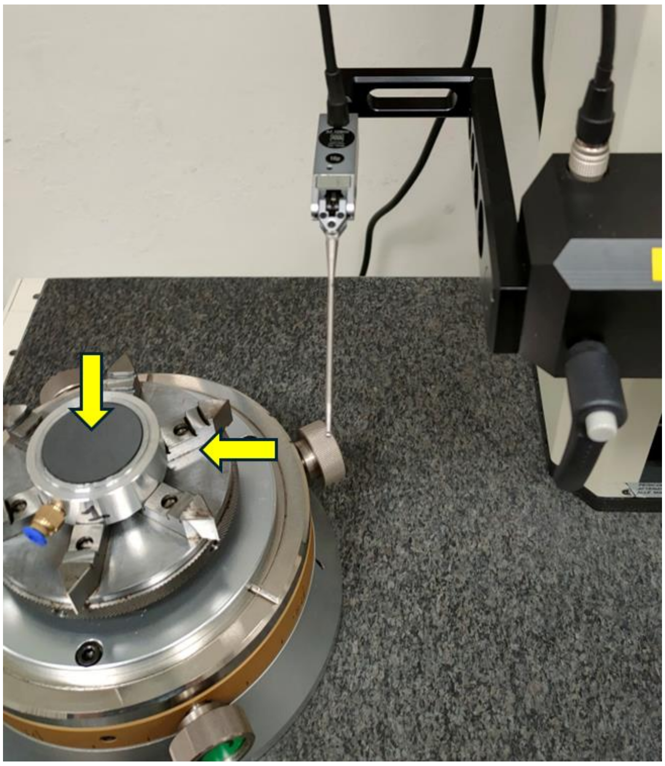

Figura 2.1.12 Configurazione livellamento

Si può adesso avviare la procedura automatica di livellamento, durante la quale il pattino ruota automaticamente e, quando richiesto, si interviene sulle manopole alla base della piastra di bloccaggio contrassegnate con i colori verde (C, centraggio) e rosso (L, livellamento).

Al termine delle operazioni, il pattino è correttamente posizionato e pronto per la misurazione. Selezionando il comando di misurazione della planarità si comanda al sistema di effettuare 30 circonferenze di misurazione sul pattino, partendo da quella più interna fino a quella più esterna. In questo caso si parte da quella più interna di raggio 2 mm e in seguito ad uno spostamento radiale totale di 15 mm del puntalino si arriva a quella più esterna di raggio 17 mm.
L'acquisizione fornisce i dati dei vari dislivelli della superficie, suddividendoli per ognuna delle 30 circonferenze di misurazione. Inoltre, per ognuna di esse fornisce i valori dell'errore di planarità superiore, inferiore e complessivo (ossia la distanza tra i due). Il software propone anche una loro rappresentazione grafica, sempre suddivisa per circonferenze, che risulta molto efficace per individuare eventuali imperfezioni superficiali.

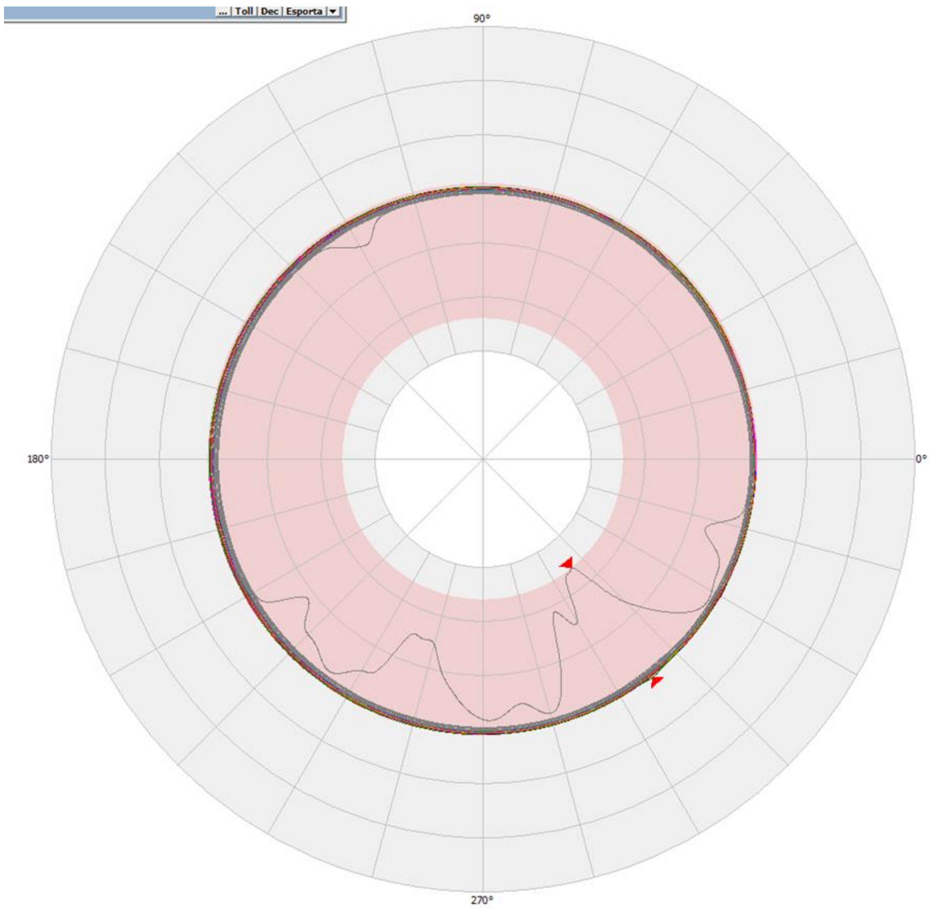

Figura 2.1.13 Scremata grafico Circom rappresentazione vista in pianta

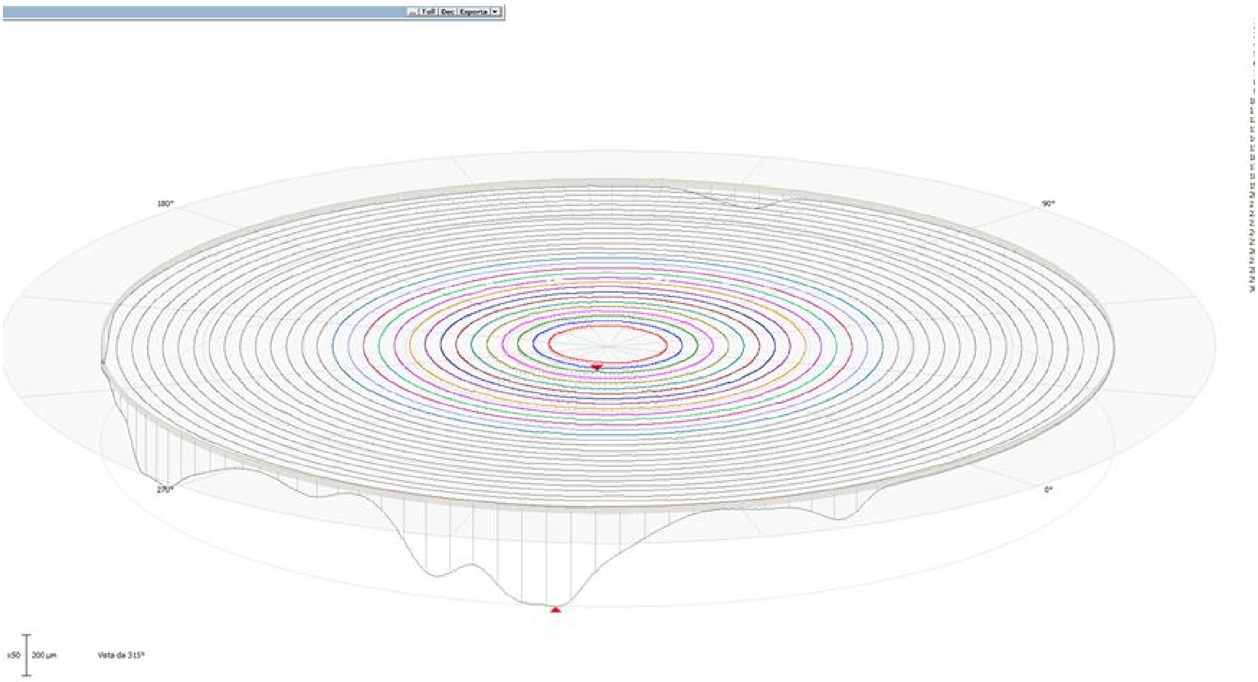

Figura 2.1.14 Scremata grafico Circom rappresentazione vista in prospettiva

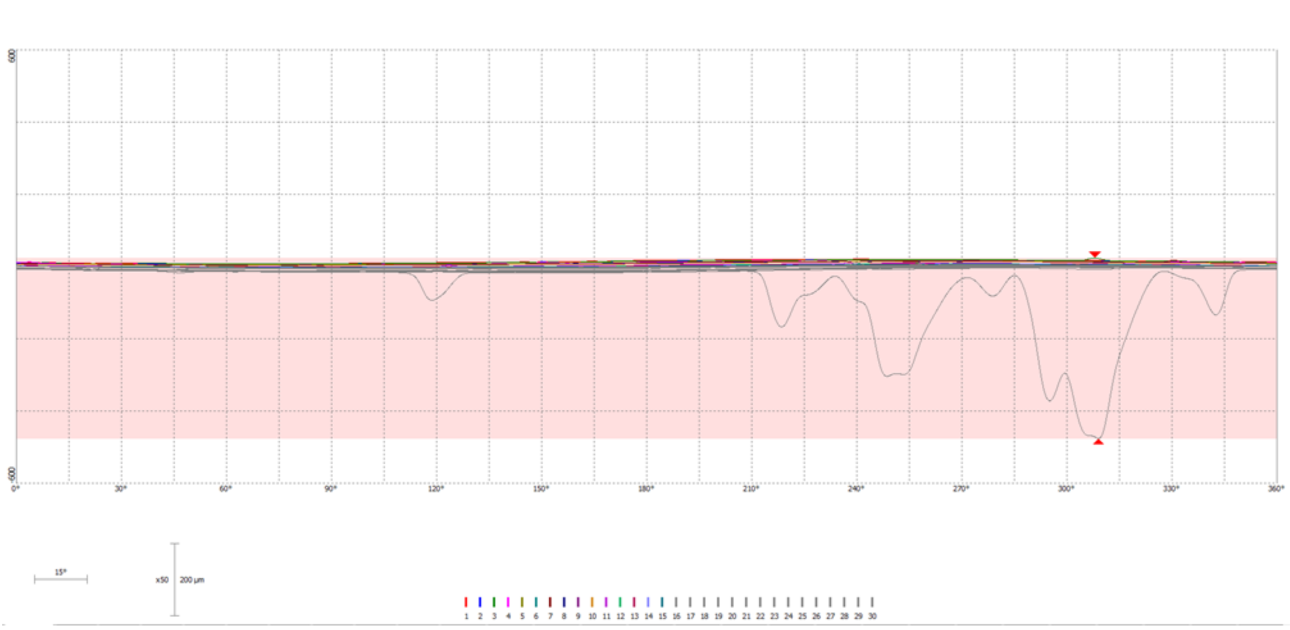

Figura 2.1.15 Scremata grafico Circom rappresentazione vista rettilinea

2.1.1.3 Profilometro

Il profilometro PGS 200 di SM Instruments è uno strumento avanzato per la caratterizzazione del profilo superficiale, progettato per garantire precisione ed efficienza. È dotato di una base di fissaggio per il posizionamento del campione e di una colonna motorizzata per il movimento dell'asta di misura, che termina con una punta ad alta sensibilità. Questa configurazione consente di eseguire misurazioni accurate grazie a risoluzioni di 0,5 µm sull'asse X e 0,1 µm sull'asse Z, con una velocità di misura regolabile tra 0,2 e 2 mm/s. Il software Profile Studio integrato facilita l’analisi e la rappresentazione grafica dei dati raccolti, offrendo una gestione dinamica e modificabile delle entità geometriche. Questa capacità risulta particolarmente utile per test su geometrie complesse. Il movimento dell’asta è limitato a quello di rientro e fuoriuscita, di conseguenza l’unica misurazione che si può effettuare in questo caso è lungo il diametro del pattino.

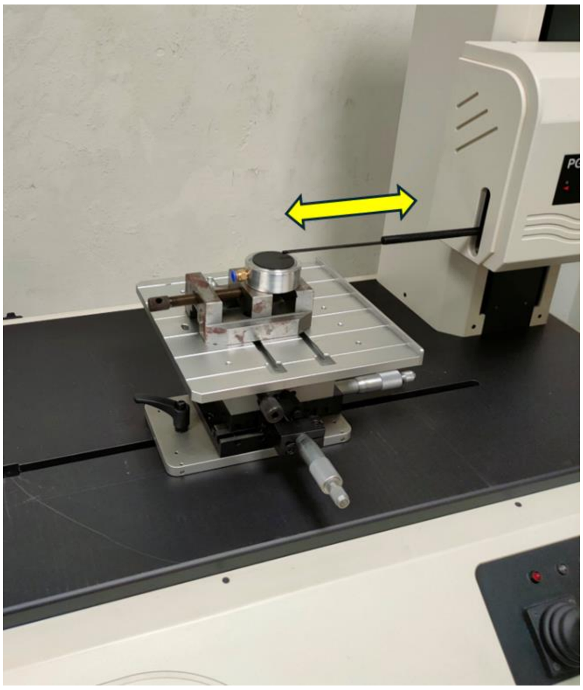

Figura 2.1.16 Movimento asta di misurazione profilometro

Per cercare di avere un’idea della rugosità sull’intera superficie del pattino è perciò preferibile effettuare quattro misurazioni su ognuno. Dopo ogni singola misurazione si ruota il pattino di 45° in modo tale da acquisire valori su quattro diametri diversi. Si possono osservare le quattro disposizioni in *Figura 2.1.17*.

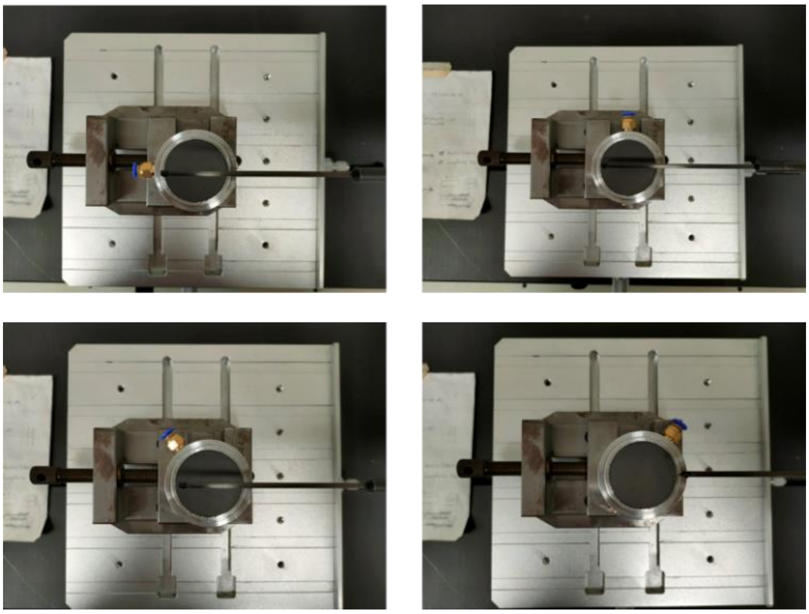

Figura 2.1.17 Quattro orientamenti del pattino nel profilometro

Prima di iniziare l'acquisizione è importante non solo posizionare bene il pattino, ma anche l'asta. In modo tale che sia il meno inclinata possibile e disposta sul bordo più lontano dell'inserto poroso. Così che, una volta avviata la misurazione che porta l'asta a rientrare, si raggiunga infine il bordo opposto come si può vedere in *Figura 2.1.18*. Una volta raggiunto, tramite il pulsante di STOP si arresta il movimento e l'acquisizione.

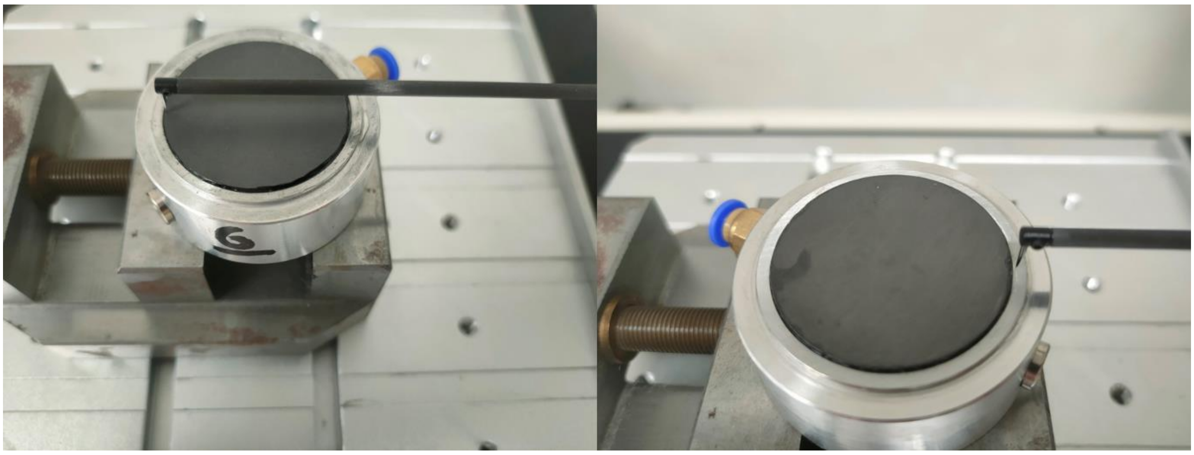

Figura 2.1.18 Foto a sinistra inizio misurazione, a destra fine misurazione

I dati acquisiti vengono visualizzati sul software Profile Studio come un profilo lineare su cui si identificano i vari picchi e valli. Tramite delle apposite funzionalità si individuano il picco più alto e la valle più bassa, la loro distanza dalla linea mediana e la distanza tra loro.

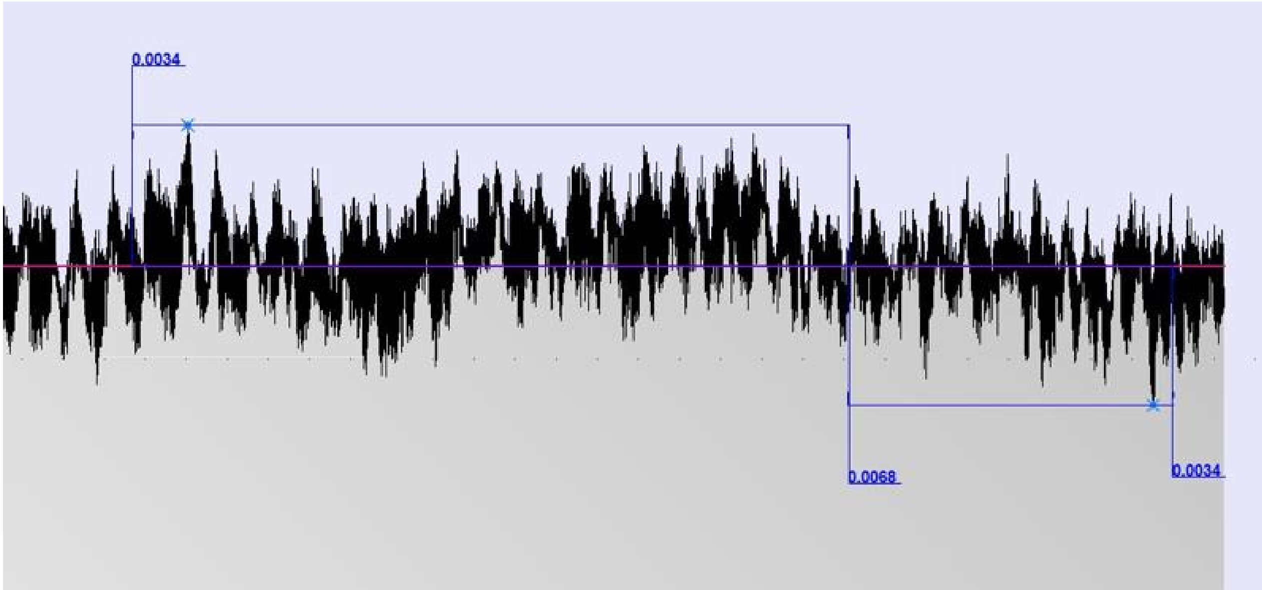

Figura 2.1.19 Schermata Profile Studio

2.1.1.4 Risultati e Analisi

Una volta completate le misurazioni con entrambi i macchinari, i dati raccolti vengono analizzati e confrontati tra loro. L'obiettivo ideale è ottenere una rugosità media di circa 0,8 µm, tenendo conto che lo spessore del meato varia tra 5 e 10 µm. Questo confronto permette di valutare l'efficacia delle misurazioni e di verificare se i risultati rientrano nei parametri ottimali richiesti per garantire la funzionalità e la precisione dei pattini analizzati.

2.1.1.4.1 Rotondimetro

L'utilizzo del rotondimetro ha incontrato alcune difficoltà a causa di malfunzionamenti nel processo di centraggio e livellamento del macchinario. Di conseguenza, molte misurazioni hanno prodotto risultati non attendibili e sono state scartate. Le uniche misurazioni valide, in quanto il centraggio e il livellamento sono stati eseguiti correttamente, riguardano i pattini 5 e 6. Queste misurazioni sono particolarmente significative poiché evidenziano le concavità presenti sul bordo dell'inserto.
Per questi due pattini, i valori medi degli errori di planarità superiore, inferiore e complessivi sono compresi tra 1 e 5 µm, come riportato rispettivamente in *Tabella 2.1* per il pattino 5 e *Tabella 2.2* per il pattino 6. I valori massimi registrati raggiungono 9 µm, mentre i minimi 1 µm. Si ha invece una rugosità media dell'ordine dei 5 µm. Nonostante le procedure di misurazione siano state eseguite correttamente, i valori di rugosità media si discostano significativamente dal valore ottimale di 0,8 µm, certificando una finitura superficiale di scarsa qualità.

Tabella 2.1 Valori rotondimetro pattino 5

Pattino 5			
Circonferenza di misurazione	Errore di planarità (µm)	Errore di planarità inferiore (µm)	Errore di planarità superiore (µm)
1	13,448	1,623	11,825
2	9,681	0,848	8,833
3	1,303	0,533	0,77
4	1,488	0,738	0,75
5	4,958	0,983	3,975
6	3,258	0,836	2,422
7	3,128	0,604	2,524
8	3,451	0,616	2,835
9	6,501	1,283	5,217
10	5,835	0,934	4,901
11	1,544	0,732	0,812
12	2,285	0,895	1,391
13	2,996	0,962	2,034
14	3,402	1,262	2,14
15	4,876	1,207	3,669
16	5,351	1,302	4,049
17	2,261	1,251	1,01
18	2,286	1,243	1,043
19	4,645	0,944	3,701
20	10,7	1,723	8,978
21	9,855	1,556	8,298
22	4,285	1,516	2,769
23	9,911	1,219	8,692
24	3,982	1,248	2,734
25	5,751	1,344	4,408
26	4,854	0,99	3,863

27	6,244	1,12	5,033
28	6,417	1,157	5,26
29	56,539	9,723	46,817
30	182,53	173,881	8,649
TOTALE	244,241	197,091	47,15
MEDIA	4,69	1,04	3,65

Tabella 2.2 Valori rotondimetro pattino 6

Pattino 6			
Circonferenza di misurazione	**Errore di planarità (µm)**	**Errore di planarità inferiore (µm)**	**Errore di planarità superiore (µm)**
1	2,656	1,405	1,25
2	2,32	1,485	0,835
3	8,654	1,563	7,09
4	5,423	2,037	3,386
5	4,896	2,082	2,814
6	3,051	1,725	1,326
7	7,842	1,41	6,432
8	3,677	1,123	2,554
9	2,786	1,706	1,08
10	3,196	1,448	1,748
11	5,318	1,653	3,665
12	3,585	1,847	1,738
13	2,979	1,579	1,4
14	3,011	1,537	1,473
15	3,319	1,694	1,625
16	3,651	1,801	1,85
17	4,353	1,646	2,707
18	3,114	1,675	1,439
19	5,576	1,913	3,663
20	2,699	1,726	0,973
21	5,892	1,545	4,347
22	11,693	1,735	9,957
23	2,806	1,39	1,416
24	3,365	1,818	1,547
25	3,134	1,544	1,59
26	5,38	1,775	3,605
27	3,155	1,653	1,502
28	3,071	1,455	1,617
29	8,321	3,369	4,925
30	460,282	334,861	125,421

TOTALE	501,907	477,085	24,822
MEDIA	4,45	1,70	2,74

Nelle tabelle, la riga denominata "TOTALE" presenta gli errori di planarità superiore e inferiore massimi rilevati tra tutte le circonferenze, accompagnati dall'errore complessivo di planarità, fornendo una panoramica dei dislivelli più rilevanti. Da notare come per entrambi i pattini le circonferenze 29 e 30, ossia quelle più esterne, riportino dei valori di molto diversi rispetto agli altri. Di fatti non sono incluse nel calcolo dei valori medi finali nella riga denominata "MEDIA". Queste differenze sono dovute a difetti presenti sul bordo della grafite visibili in *Figura 2.1.20* per il pattino 5 e *Figura 2.1.21* per il pattino 6.

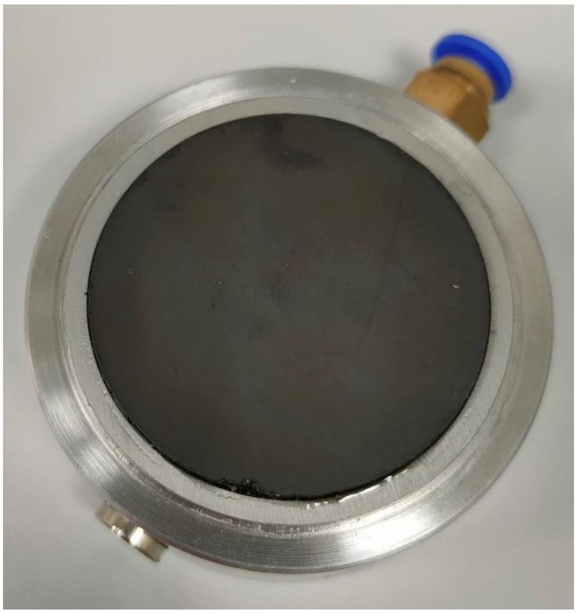

Figura 2.1.20 Foto difetti pattino 5

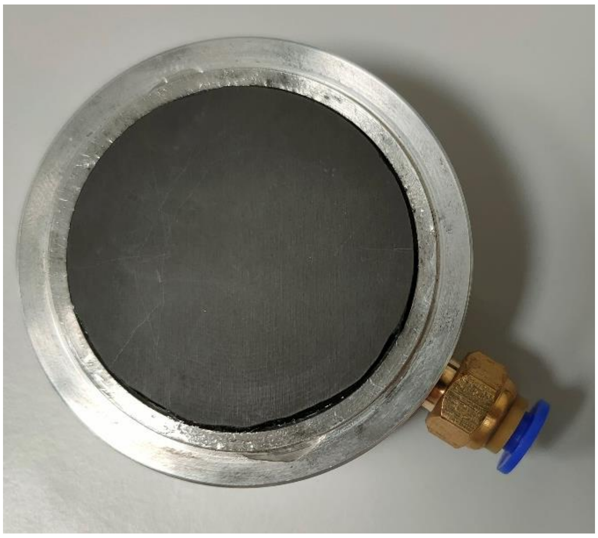

Figura 2.1.21 Foto difetti pattino 6

I difetti sono riscontrabili anche dalle rappresentazioni in prospettiva realizzate dal rotondimetro con i dati acquisiti, visibili in *Figura 2.1.22* per il pattino 5 e *Figura 2.1.23* per il pattino 6.

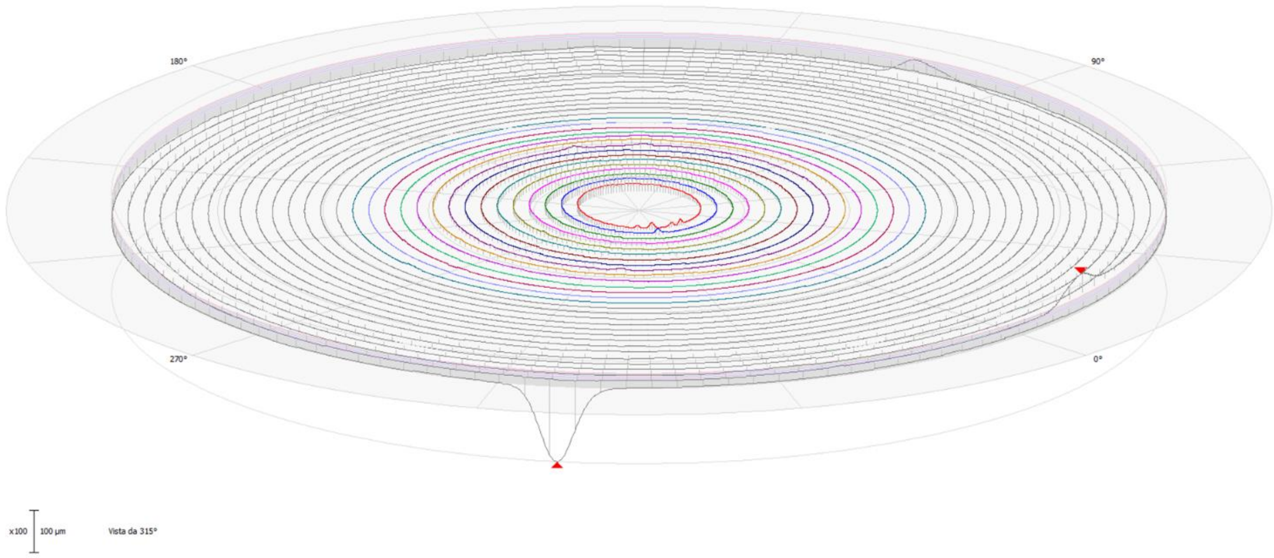

Figura 2.1.22 Rappresentazione in prospettiva del pattino 5 con il rotondimetro

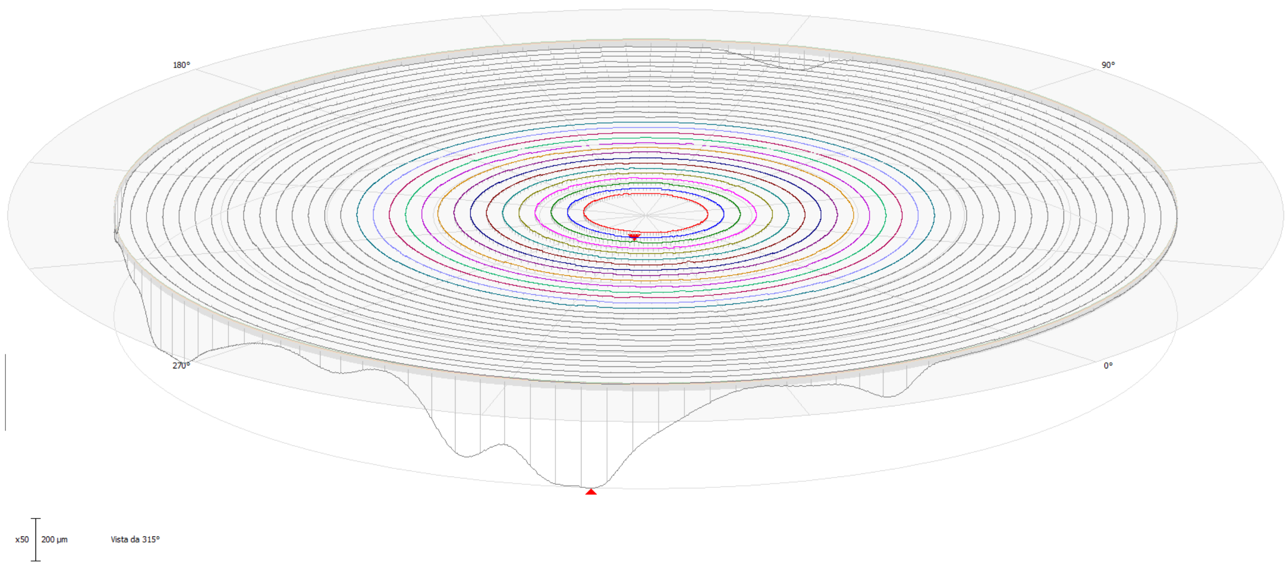

Figura 2.1.23 Rappresentazione in prospettiva del pattino 6 con il rotondimetro

Le concavità registrate sui pattini 5 e 6 presentano valori massimi di 173,8 µm e 334 µm rispettivamente. Di conseguenza queste deformazioni, di entità significativa, potrebbero avere un impatto negativo sulle prestazioni complessive del sistema.

2.1.1.4.2 Profilometro

A differenza del caso precedente, l'uso del profilometro ha permesso di ottenere misurazioni attendibili su tutti e cinque i pattini. I valori rilevati per picchi, valli e rugosità picco-picco si attestano nell'intervallo di 3-8 µm per tutti i campioni analizzati. La rugosità superficiale media, invece, si aggira intorno ai 3 µm. Più bassa rispetto ai 5 µm ottenuti col rotondimetro. Nonostante la maggiore affidabilità delle misurazioni rispetto al rotondimetro, anche in questo caso i risultati si discostano significativamente dal valore ottimale di rugosità media di 0,8 µm. Confermando così la pessima finitura superficiale degli inserti.

Tabella 2.3 Valori profilometro pattino 1

Orientamento Pattino	Picchi (µm)	Valli (µm)	Rugosità picco-picco (µm)	Rugosità media totale (µm)
1.1	3,2	5,2	8,4	
1.2	3	4,5	7,5	
1.3	2,6	4,5	7,1	
1.4	4,1	6,1	10,2	
Medie	3,2	5,1	8,3	2,65

Tabella 2.4 Valori profilometro pattino 3

Orientamento Pattino	Picchi (µm)	Valli (µm)	Rugosità picco-picco (µm)	Rugosità media totale (µm)
3.1	3,7	4,2	7,9	
3.2	4,1	4,6	8,7	
3.3	3,8	3,5	7,3	
3.4	4,9	6,5	11,4	
Medie	4,1	4,7	8,8	2,58

Tabella 2.5 Valori profilometro pattino 4

Orientamento Pattino	Picchi (µm)	Valli (µm)	Rugosità picco-picco (µm)	Rugosità media totale (µm)
4.1	3,8	4,6	8,4	
4.2	4,1	4,5	8,6	
4.3	4,4	7,3	11,7	
4.4	3,1	3,8	6,9	
Medie	3,9	5,1	8,9	3,09

Tabella 2.6 Valori profilometro pattino 5

Orientamento Pattino	Picchi (µm)	Valli (µm)	Rugosità picco-picco (µm)	Rugosità media totale (µm)
5.1	2,1	3,2	5,3	
5.2	2,5	3,3	5,8	
5.3	2,4	3,7	6,1	
5.4	2,6	4,6	7,2	
Medie	2,4	3,7	6,1	2,98

Tabella 2.7 Valori profilometro pattino 6

Orientamento Pattino	Picchi (µm)	Valli (µm)	Rugosità picco-picco (µm)	Rugosità media totale (µm)
6.1	3,5	4,6	8,1	
6.2	3,4	3,9	7,3	
6.3	4,8	6	10,8	
6.4	3,4	3,4	6,8	
Medie	3,775	4,475	8,25	2,84

Nelle tabelle, ciascuna dedicata a un singolo pattino, le prime quattro righe rappresentano i diversi orientamenti con cui il pattino è stato disposto durante ogni misurazione. Per i pattini 5 e 6, i valori riportati non includono gli errori dovuti alle concavità. Durante il processo di acquisizione, infatti, si è scelto di interrompere il movimento dell'asta di misurazione prima che questa raggiungesse tali aree, evitando così di influenzare i risultati.

2.1.1.5 Conclusioni

In conclusione, la qualità della finitura superficiale degli inserti in grafite risulta insufficiente, dato che le rugosità medie rilevate con il rotondimetro e il profilometro si attestano sui 5 µm e 3 µm, valori nettamente superiori agli 0,8 µm richiesti. Nonostante questa discrepanza, i pattini, una volta alimentati, riescono comunque a mantenersi in galleggiamento.
Per quanto riguarda le concavità, si registrano valori massimi di 173,8 µm per il pattino 5 e 334 µm per il pattino 6. Tali valori, particolarmente elevati, potrebbero influire negativamente nel tempo sul flusso d'aria e sulla distribuzione delle pressioni. Questo rischio è particolarmente rilevante per il pattino 6, dove quasi la metà del bordo esterno dell'inserto risulta danneggiata, aggravando potenzialmente le condizioni operative.

2.2 Prova a getto libero

La prova a getto libero ha l'obiettivo di verificare che il pattino, per diversi valori di pressione di alimentazione, generi portate d'aria coerenti con il numero e le dimensioni dei fori di alimentazione.

Questo tipo di verifica è particolarmente importante poiché, dopo lunghi periodi di inattività, i fori di alimentazione potrebbero subire occlusioni parziali, alterando il comportamento del sistema. Sebbene sia già disponibile un banco prova specifico per la misura della permeabilità, la prova a getto libero risulta un complemento prezioso. Essa permette di ottenere un'ulteriore conferma della coerenza dei risultati ottenuti e di validare non solo il corretto funzionamento del banco prova ma anche quello del pattino stesso. Tale approccio riduce il rischio di errori dovuti a possibili anomalie non rilevate nei test di permeabilità precedenti, garantendo una maggiore affidabilità dei dati sperimentali raccolti.

2.2.1 Descrizione banco

Questa tipologia di test si effettua rovesciando il pattino in modo che i fori di alimentazione scarichino a pressione ambiente. Come sorgente di alimentazione fissa si adopera un riduttore (impostandolo a 7 bar relativi) a valle del quale deve essere montato un circuito pneumatico costituito da un flussimetro, un regolatore di flusso, un sensore di pressione e il pattino in prova. Il flussimetro serve per misurare il consumo d'aria del pattino, il regolatore di flusso per generare una caduta di pressione ed ottenere una regolazione fine della pressione a monte del pattino che viene misurata mediante un sensore di pressione. Questo sensore va posto a monte e quanto più possibile vicino al pattino in prova. Sia il flussimetro che il sensore di pressione essendo dei sensori di tipo attivo (che necessitano di essere alimentati in tensione) presentano due terminali elettrici (un + ed un -) che dovranno essere collegati ad un alimentatore a 24 V. Nel sistema di alimentazione del pattino pneumostatico sono presenti due valvole 2/2 strategicamente posizionate prima e dopo il serbatoio. La prima valvola, quando attivata, avvia la fase di carica, consentendo il riempimento iniziale del serbatoio e successivamente del pattino. La seconda valvola, invece, viene attivata durante la fase di scarica, permettendo il rilascio controllato della pressione all'interno del sistema. Questo processo è essenziale per gestire in modo preciso il ciclo di alimentazione e scarico, assicurando un funzionamento stabile e riproducibile del pattino.

2.2.2 Procedura di prova

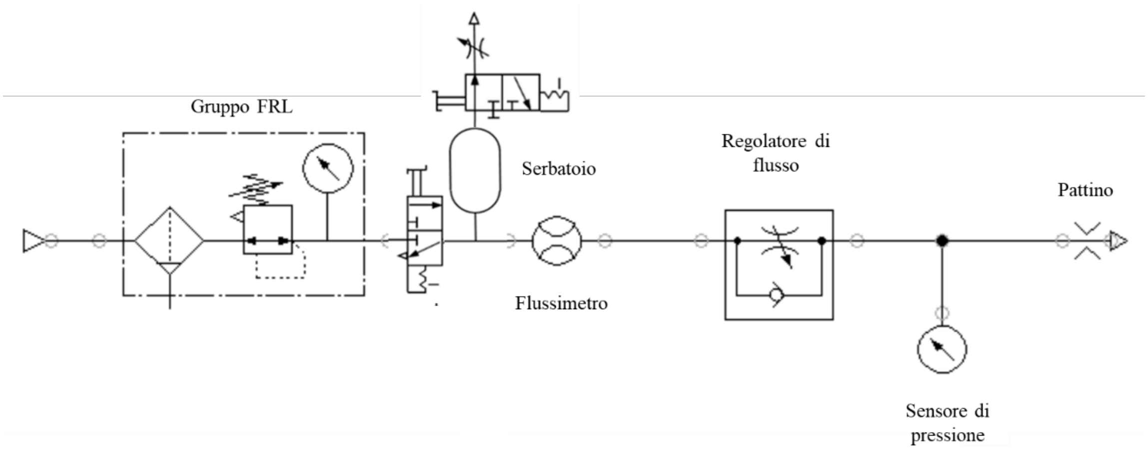

Figura 2.2.1 Schema pneumatico banco prova getto libero

Una volta allestito il setup sperimentale, il cui schema è riportato in *Figura 2.2.1*, la prova dovrà essere condotta variando la pressione di alimentazione del pattino mediante il regolatore di flusso. Utilizzando un programma Labview, si potrà visualizzare graficamente l'andamento della portata in funzione della pressione di alimentazione. Il grafico ottenuto fornisce una mappa del massimo consumo d'aria del pattino alle diverse pressioni di alimentazione, come visibile in *Figura 2.2.2* sottostante.

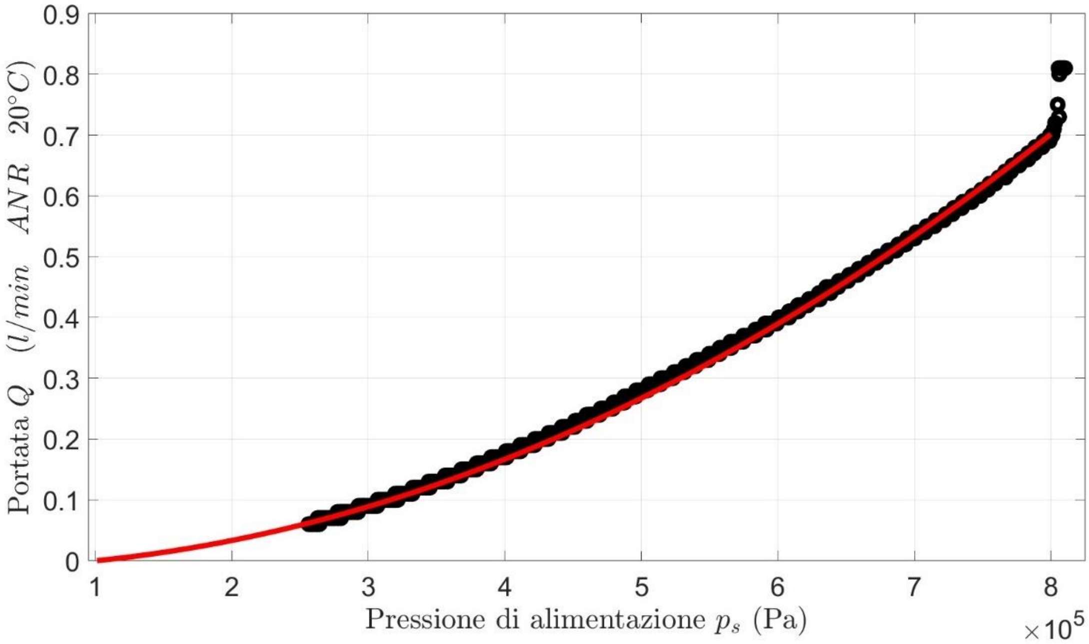

Figura 2.2.2 Grafico consumo d'aria banco prova getto libero

Anche in questo caso, partendo dall'equazione di Darcy.

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{\mu v}{K}$$

Successivamente si definisce la velocità media con cui il fluido attraversa il mezzo poroso v, in funzione della portata massica G, la densità dell'aria ρ, e l'area della sezione di passaggio del provino attraverso cui passa l'aria A.

$$v = \frac{G}{\rho A}$$

E la portata massica G come prodotto tra la portata volumetrica Q e la densità dell'aria ambientale ρ.

$$\mathrm{G} = \mathrm{Q}\rho$$

Sostituendo nell'equazione di Darcy la velocità media con cui il fluido attraversa il mezzo poroso v, si ottiene la portata massica G espressa in funzione della variazione di pressione lungo lo spessore del provino x.

$$\mathrm{G} = \frac{\rho K A}{\mu}\frac{dp}{dx}$$

Integrandola lungo la lunghezza L.

$$\int_0^L G dx = \int_{p_1}^{p_2} \frac{\rho K A}{\mu} dp = \int_{p_1}^{p_2} \frac{p}{R_g T} \frac{KA}{\mu} dp$$

E sostituendo l'espressione della densità $\rho = P/R_g T$ nel caso di trasformazione isoterma, si ottiene.

$$G = \frac{(p_1^2 - p_2^2)KA}{2L\mu R_g T}$$

Si ricava infine l'equazione con cui, grazie ad un codice Matlab apposito, si valuta automaticamente la permeabilità sperimentale K.

$$\mathrm{K} = \frac{2\mu G L R_g T}{A(p_1^2 - p_2^2)}$$

2.3 Banco prova caratterizzazione statica e dinamica

Come detto in precedenza, per analizzare il funzionamento del pattino pneumostatico ci si basa sullo studio delle caratteristiche statiche e dinamiche. Da un punto di vista pratico, per ottenerle è necessario un apposito banco prova. In questo lavoro è stato utilizzato il banco in *Figura 2.3.1* presente nel laboratorio LAQ-IBIS del DIMEAS del Politecnico di Torino.

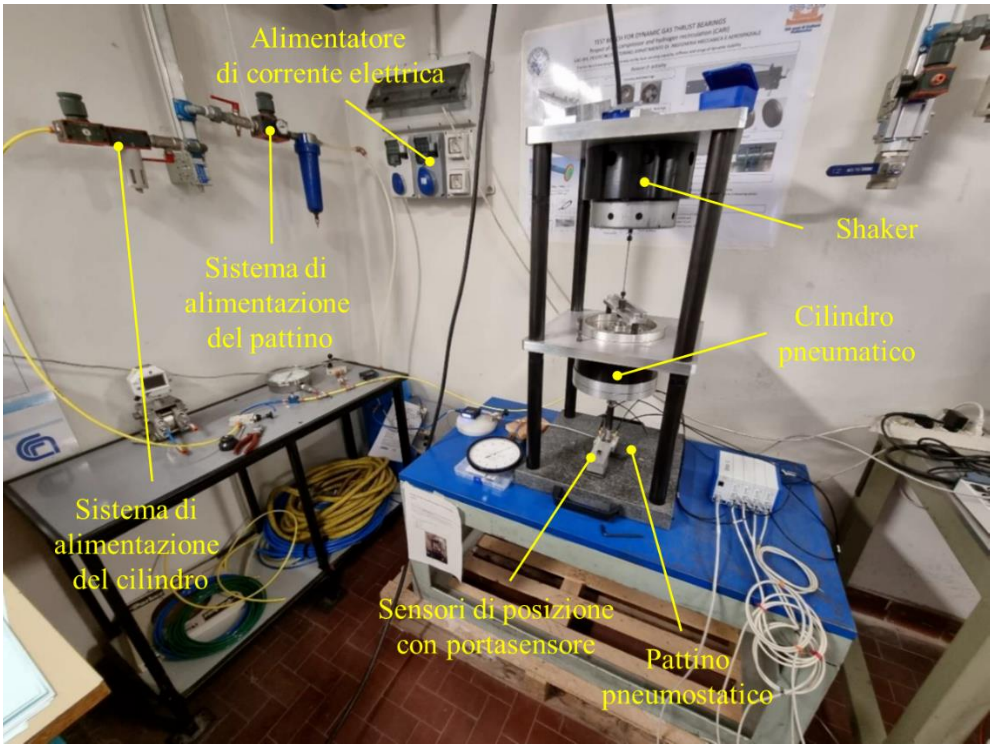

Figura 2.3.1 Foto banco prova caratterizzazione statica e dinamica

2.3.1 Descrizione banco

La struttura del banco è costituita alla base da una lastra di granito, ai quattro angoli della quale sono posizionate delle colonne portanti. Queste colonne sostengono due piastre, quella inferiore che fa da supporto per un cilindro pneumatico e quella superiore per uno shaker elettromagnetico.
Il cilindro pneumatico viene utilizzato nella prova statica per caricare il pattino. Da come si può osservare in *Figura 2.3.2* è costituito da:

A. Un coperchio superiore, di fissaggio del cilindro alla piastra;
B. Due molle di richiamo, grazie alla quale in fase di scarico il sistema tende a ritornare verso la posizione di riposo;
C. Una piastra di fissaggio per il cilindro;
D. Due membrane in silicone, con cui la camera del cilindro viene sigillata;
E. Un pistone, ossia la parte mobile del cilindro con cui si deforma la membrana inferiore;
F. Un foro filettato, con cui la camera del cilindro viene collegata all'alimentazione;
G. Uno stelo passante, collegato in alto allo stinger e in basso alla cella di carico, il quale risulta essere solidale al pistone;

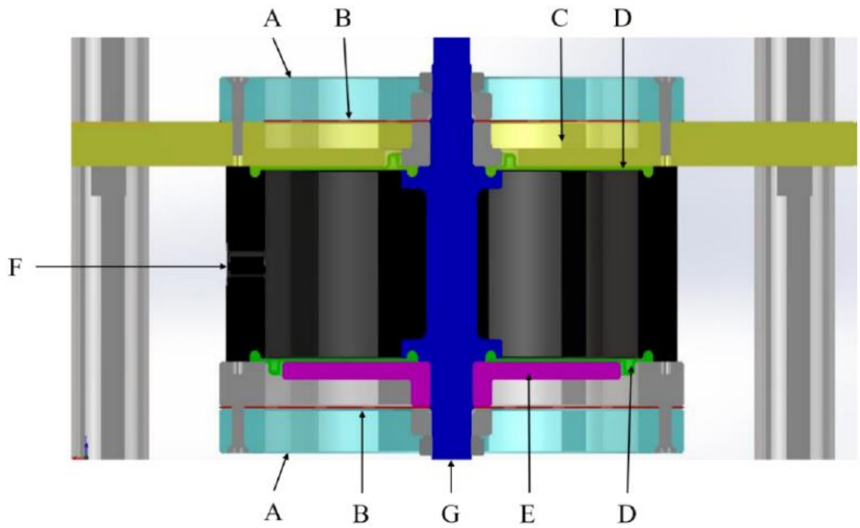

Figura 2.3.2 Cilindro pneumatico

Al di sotto del cilindro troviamo una cella di carico collegata a sua volta con un puntalino, con cui si trasmette al pattino la forza generata dal cilindro pneumatico. Il puntalino può avere una forma e dimensione specifica in base alla tipologia di interfaccia del pattino in prova, alcuni esempi sono mostrati in *Figura 2.3.3*.

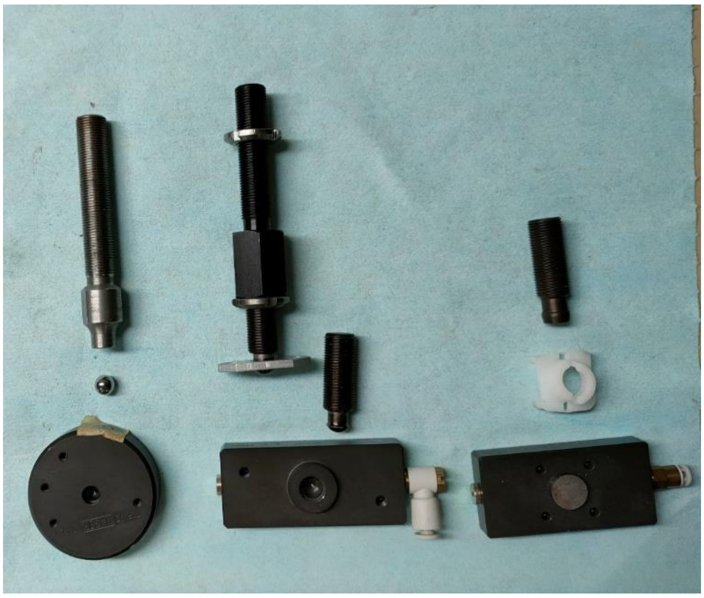

Figura 2.3.3 Foto diverse tipologie di interfacce con i rispettivi puntalini

Lo shaker invece, accoppiato con lo stringer, viene utilizzato per le prove dinamiche. Questo elemento genera la componente dinamica della forzante, che può essere di tipo diverso a seconda della funzione fornita da un generatore di funzione. Infine, lo stringer ha il compito di trasmetterla allo stelo del cilindro e di conseguenza al pattino.
Per ciò che riguarda il pattino, questo viene fissato al centro della piastra di granito tramite il puntalino specifico per la sua configurazione. Al di sopra del pattino vengono anche montati quattro sensori capacitivi, fissati al loro portasensore, per registrare la posizione relativa tra la superficie superiore del pattino rispetto al sensore. A parità di precarico, facendo la differenza tra la posizione rilevata dai sensori a pattino alimentato e non alimentato, si ottiene lo spessore del meato.

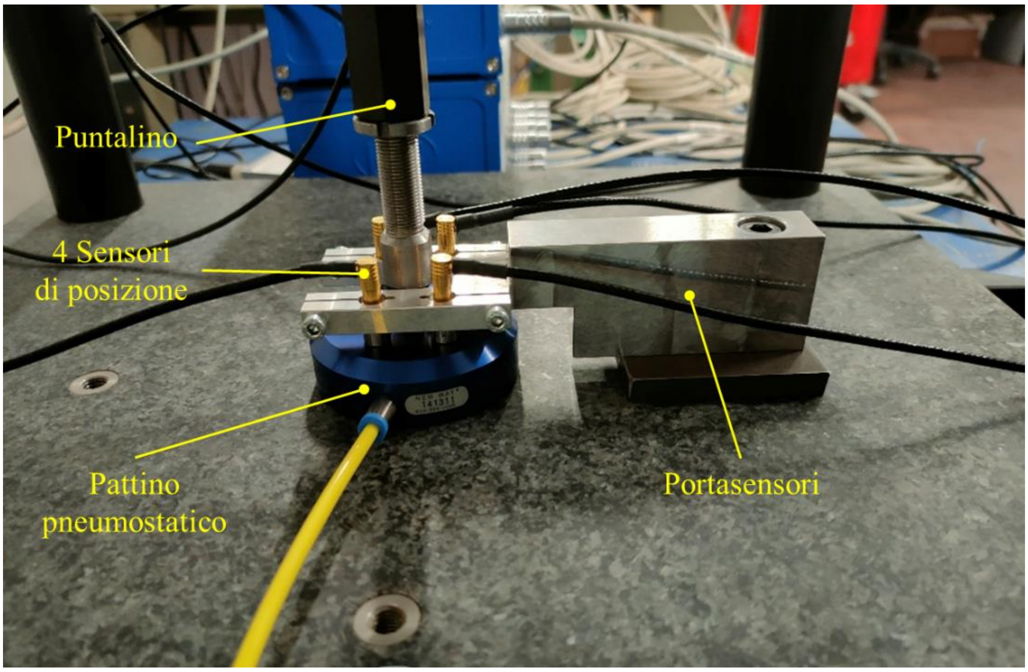

Figura 2.3.4 Foto montaggio pattino con sensori

Oltre il banco stesso, ci sono anche due sistemi di alimentazione separati per il cilindro pneumatico e per il pattino. Si possono visualizzare meglio tramite lo schema pneumatico di *Figura 2.3.5*.

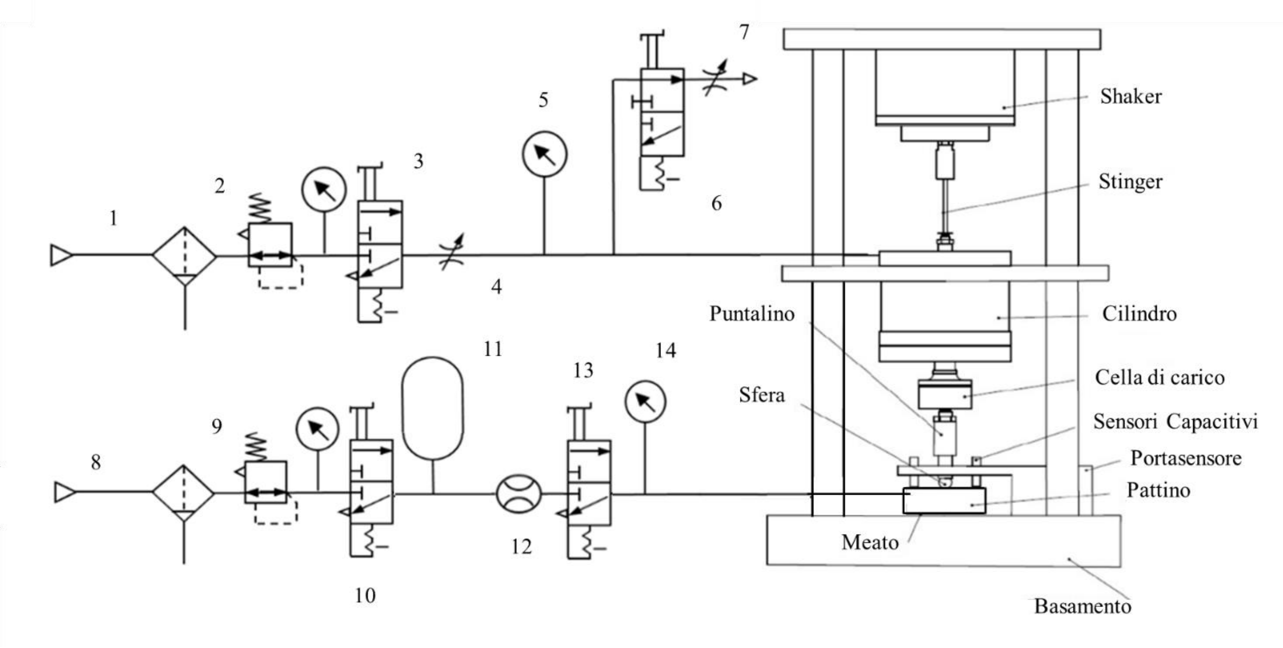

Figura 2.3.5 Schema pneumatico banco prova

Il sistema di alimentazione del cilindro è costituito in ordine da:

1. Sorgente d'alimentazione;
2. Gruppo di alimentazione e filtraggio costituito da un filtro separatore di condensa, un riduttore di pressione e un manometro analogico;

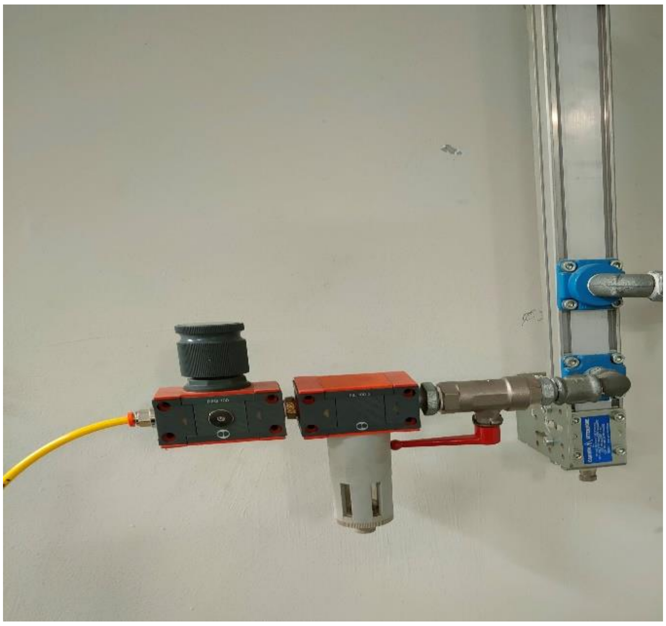

Figura 2.3.6 Foto gruppo di alimentazione e filtraggio cilindro

3. Una valvola 3/2 bistabile a comando manuale, con cui si controlla l'alimentazione del cilindro;

Figura 2.3.7 Foto valvola 3/2 bistabile a comando manuale per controllo alimentazione cilindro

4. Un regolatore di flusso unidirezionale;
5. Un manometro differenziale;

Figura 2.3.8 Foto manometro alimentazione cilindro

6. Una valvola 3/2 bistabile a comando manuale, per lo scarico della pressione del cilindro;

Figura 2.3.9 Foto valvola 3/2 bistabile a comando manuale per lo scarico della pressione del cilindro

7. Un regolatore di flusso unidirezionale, per la regolazione nella fase di scarico;

Il sistema di alimentazione del pattino è costituito rispettivamente da:

8. Sorgente d’alimentazione;
9. Gruppo di alimentazione e filtraggio costituito da un filtro separatore di condensa, un riduttore di pressione e un manometro analogico;

Figura 2.3.10 Foto gruppo di alimentazione e filtraggio pattino

10. Una valvola 3/2 bistabile a comando manuale, con cui si controlla l’alimentazione del circuito;
11. Un serbatoio, con cui si garantisce stabilità di pressione al pattino;

Figura 2.3.11 Foto serbatoio

12. Un flussimetro digitale, con cui si rileva il consumo di aria compressa nel pattino;

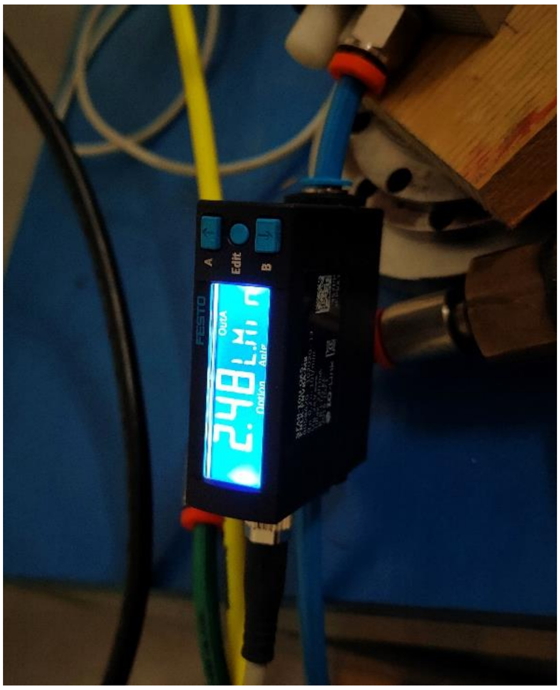

Figura 2.3.12 Foto flussimetro digitale

13. Una valvola 3/2 bistabile a comando manuale, con cui si alimenta o meno il pattino;

Figura 2.3.13 Foto valvola 3/2 bistabile a comando manuale per controllo alimentazione pattino

14. Un manometro analogico, con cui si visualizza la pressione di alimentazione del pattino.

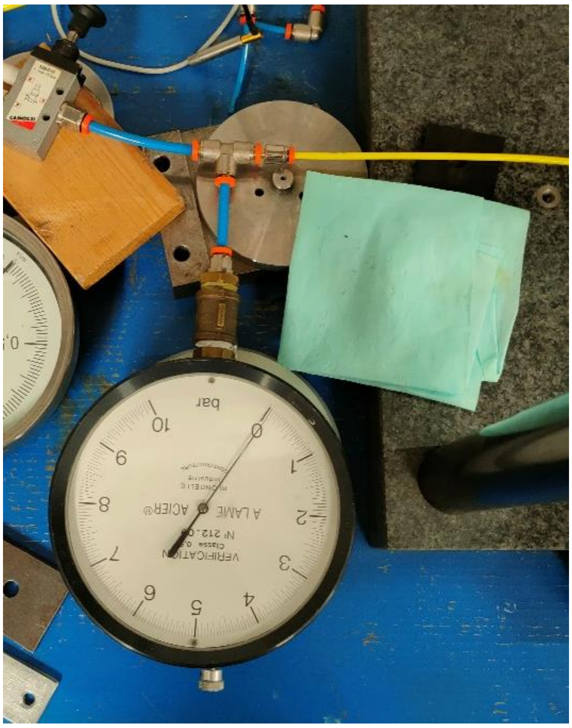

Figura 2.3.14 Foto manometro alimentazione pattino

Le componenti del banco sono elencate nel dettaglio in *Tabella 2.8*.

Tabella 2.8 Componenti banco prova

Elemento	Quantità	Marca	Modello	Caratteristiche operative
Manometro analogico	3			
Manometro differenziale	1			P_{max} = 10 bar
Valvola 3/2 bistabile	2	Metal Work	70100000200	P_{max} = 10 bar
Valvola 3/2 bistabile	1	Camozzi	338-910	
Regolatore di flusso unidirezionale	2	Metal Work		
Regolatore di flusso bidirezionale	1	Metal Work		
Serbatoio	1	A.S.T.R.A.	NW50X	Capacità: 24 l P_{max} = 11 bar
Flussimetro digitale	1	Festo	SFAH-10U-Q65-PLNK-PNVBA-M8	Portata nominale: 0,2÷10 l/min
Sensori capacitivi	4	Micro-Epsilon	CS05	Campo di misura: 0÷500 µm
Cella di carico	1	HBM	K-U9C-05K0-01M5-VA1-S	
Convertitore digitale-analogico	1	Micro-Epsilon		
Scheda di acquisizione	1	National Instruments	BNC 2120	Input: ±5 V
Alimentatore	1	Voltcraft		Output: 24 V
Computer	1			Programma Labview

In aggiunta è presente una valvola, inserita in un secondo momento nei pressi del cilindro pneumatico, con l'obiettivo di evitare perdite lungo la linea e ridurre il volume nel cilindro.

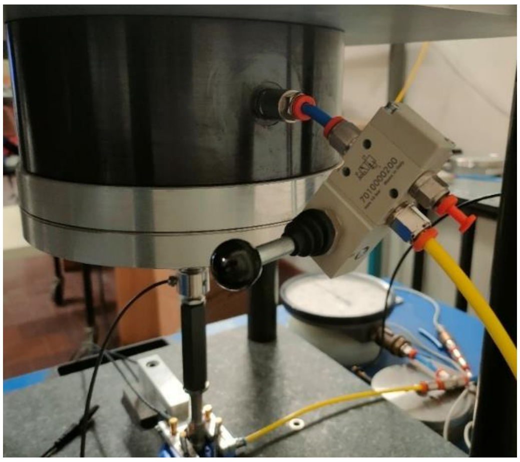

Figura 2.3.15 Foto valvola aggiuntiva inserita

Riguardo i sensori presenti, quelli sul banco producono un segnale analogico in tensione nel campo ± 10 V, mentre i sensori capacitivi montati sul pattino generano dei segnali in tensione nel campo 0-10V all'interno di un range di misura di 0÷500μm. Ovviamente vi è un alimentatore che fornisce corrente elettrica ai componenti elettronici. Questi segnali successivamente vengono registrati e inviati al software da una scheda di acquisizione National Instruments collegata ai sensori.

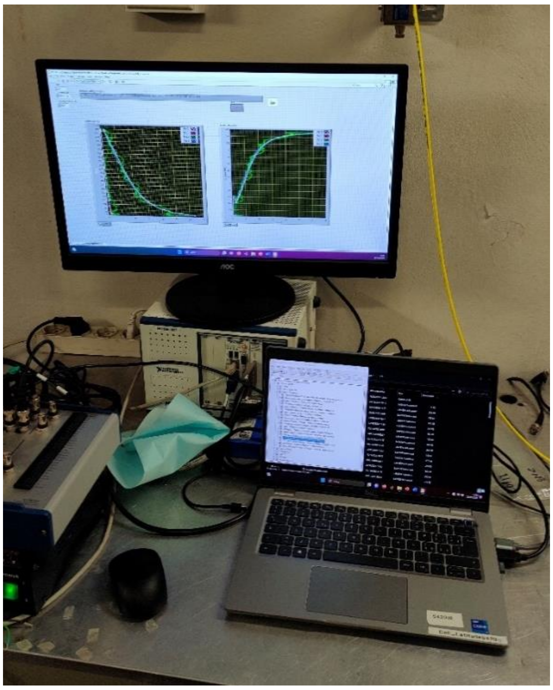

Figura 2.3.16 Foto computer con programma Labview

Il software in questione è costituito da due differenti programmi realizzati con Labview. Il primo permette la visualizzazione in tempo reale dei dati rilevati da ciascun sensore, quindi gli spostamenti x_1,x_2,x_3,x_4, la forza F e la portata Q.

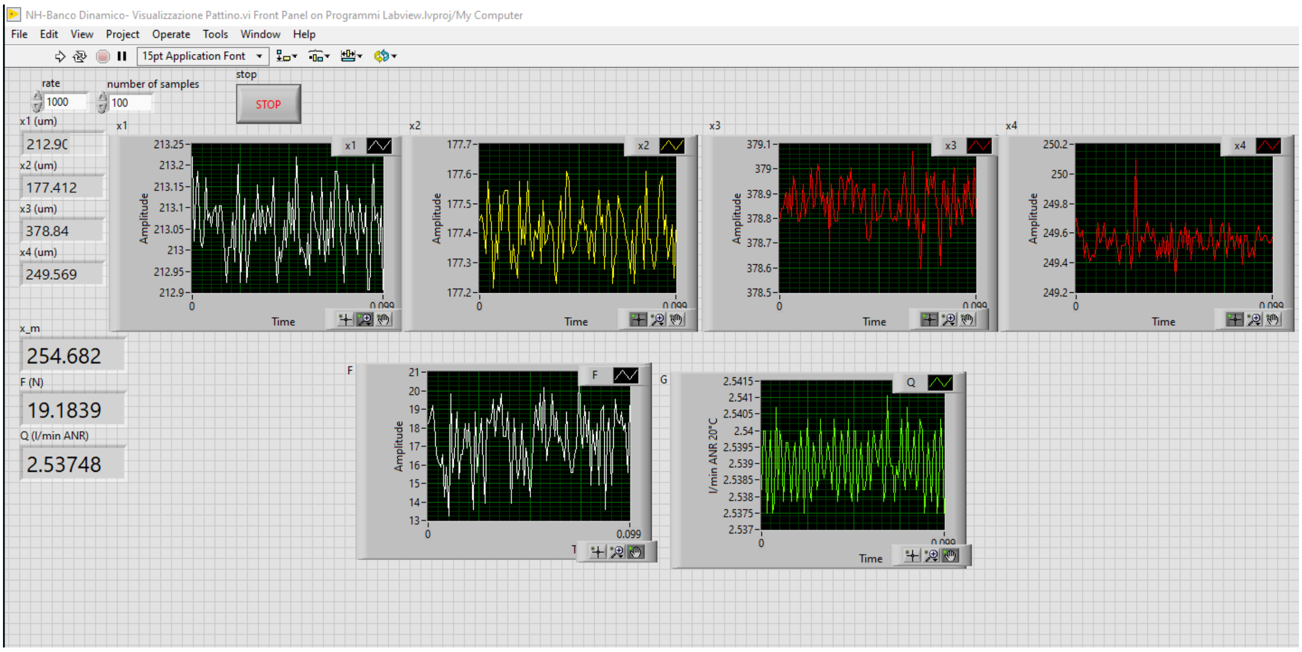

Figura 2.3.17 Schermata Labview programma 1

Il secondo permette l’acquisizione dei segnali, la loro visualizzazione grafica rappresentando il carico F e il consumo d’aria Q in funzione dello spostamento medio x, ed infine il salvataggio degli stessi in un file di testo.

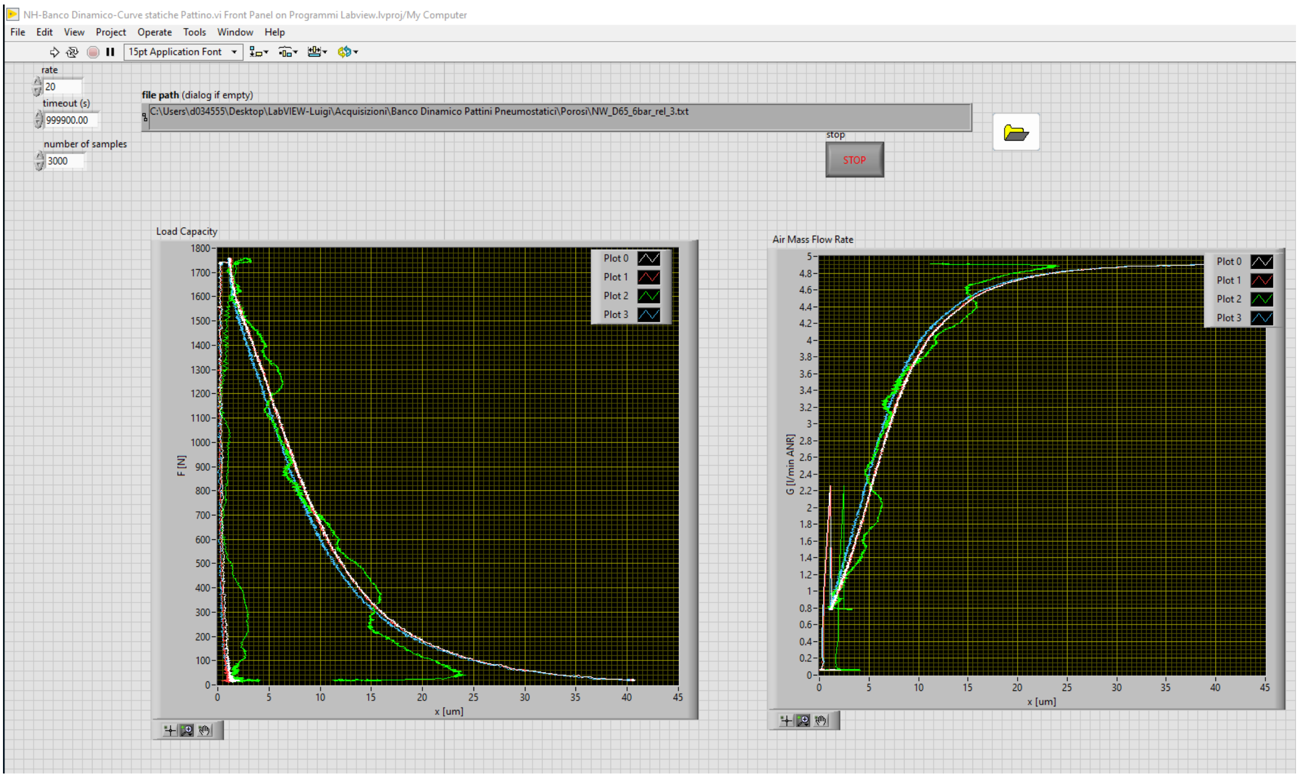

Figura 2.3.18 Schermata Labview programma 2

2.3.2 Procedura di prova caratterizzazione statica

Prima di procedere alla prova è importate montare correttamente ogni componente del banco, per evitare perdite o errori di posizionamento. Innanzitutto, scegliere il puntalino adatto per bloccare il pattino. Poi, è necessario che il pattino venga inserito ad alimentazione attiva per evitare di graffiare il basamento. Da non trascurare è la scelta di sensori adatti, ad esempio l’uso di un flussimetro che presenti un fondo scala coerente con il massimo consumo d’aria del pattino. Inoltre, posizionare ad una giusta distanza i sensori di posizione montati direttamente sul pattino, avvitando il supporto per cercare di avere per tutti e quattro un valore compreso tra i 200 e i 300 μm. Questo perché nella zona centrale la curva caratteristica dei sensori capacitivi è più lineare. Infine, è necessario salvare il valore di F registrato dal sensore appena il pattino viene montato, poco prima che venga alimentato, per verificare la presenza di un offset legato ad un cambiamento dello zero della cella. Questo valore dovrebbe essere negativo e verrà considerato successivamente nell’analisi dei risultati della prova.

L’ultimo passaggio prima di iniziare la prova è quello di configurare la condizione di inizio misurazione. Per il pattino è necessario che agisca solo il precarico e che sia alimentato. Per alimentarlo, innanzitutto tramite il riduttore di pressione 9 si imposta la pressione che si preferisce. Poi, commutando la valvola 10 si riempie il serbatoio 11. Quando il serbatoio è completamente pieno si attiva la valvola 13 in modo da alimentare il pattino. Per il cilindro pneumatico bisogna impostare i regolatori di flusso 4 e 7 in base alle proprie esigenze, commutare la valvola 6 in modo

tale che non scarichi e chiudere l'alimentazione tramite la valvola 3 per non far aumentare il carico statico sul pattino.
Adesso è possibile iniziare la prova, quindi come prima cosa si avvia la misurazione dal programma. Si procede con l'alimentazione del cilindro aprendo la valvola 3, in modo tale da applicare un carico statico crescente sul pattino. Questo carico preme sul pattino, abbassando l'altezza del meato e aumentando la sua resistenza pneumatica. Di fatti osservando il flussimetro 12 si nota come la portata diminuisca all'aumentare del carico. Questo passaggio lo si può osservare nei grafici di *Figura 2.3.19* e *Figura 2.3.20*, rappresentato dalla curva 1-2. Una volta raggiunta una portata quasi nulla, corrispondente alla capacità di carico massima del pattino, si interrompe l'alimentazione del cilindro commutando nuovamente la valvola 3, avendo così una forza costante che agisce sul pattino. Subito dopo si toglie l'alimentazione anche al pattino azionando la valvola 13. Fase indicata dal tratto 2-3 nei grafici. Infine, si scarica il cilindro e quindi il carico applicato commutando la valvola 6. Graficamente visibile con la curva 3-4. Si ha la condizione di fine misurazione quando sul pattino agisce solo il precarico iniziale.

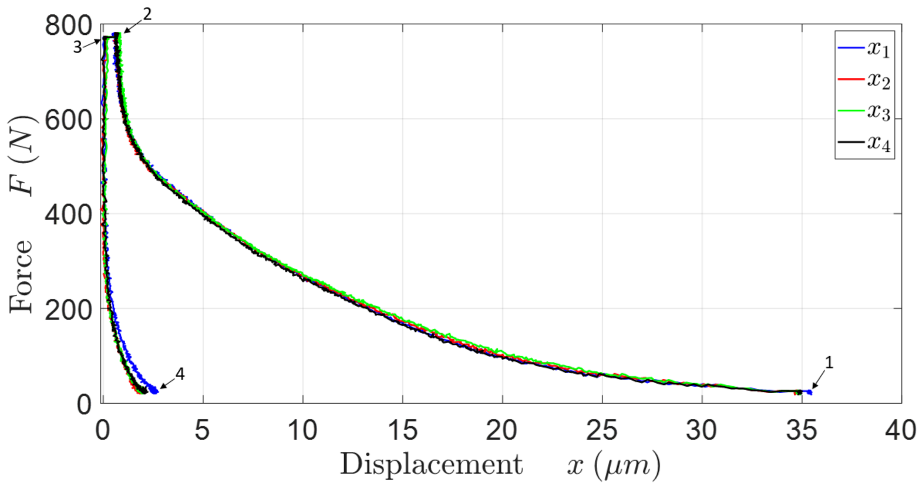

Figura 2.3.19 Grafico capacità di carico F in funzione dell'altezza del meato x

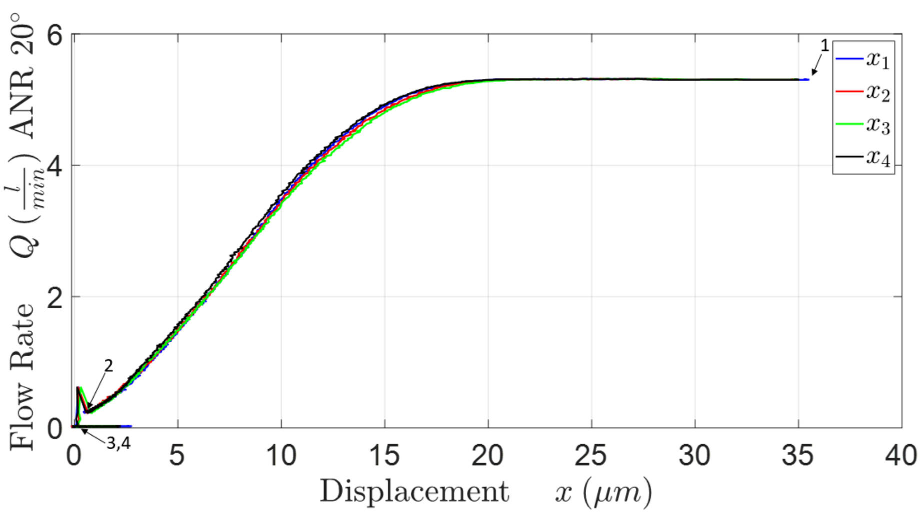

Figura 2.3.20 Grafico consumo d'aria Q in funzione dell'altezza del meato x

2.3.3 Procedura di prova caratterizzazione dinamica

La prova dinamica, a differenza di quella statica, consente di caratterizzare il comportamento del pattino pneumostatico sotto carico oscillante tramite due metodologie principali: a frequenza costante o in sweep. Entrambe condividono l'utilizzo di un generatore di funzione per creare un segnale sinusoidale. Questo segnale viene poi trasmesso a uno shaker, il quale produce una forza oscillante specifica. Successivamente, questa forza viene trasferita al pistone tramite lo stinger, che a sua volta la applica al pattino, permettendo di studiarne il comportamento in condizioni di carico dinamico. La differenza tra le due metodologie consiste nell'approccio alla frequenza della forza applicata. Nel caso della prova a frequenza costante, la forza oscillante viene applicata a una frequenza fissa per tutta la durata della prova. Questo metodo offre un'elevata accuratezza nella caratterizzazione del comportamento del pattino per una frequenza specifica, ma richiederebbe un numero elevato di prove per coprire un ampio intervallo di frequenze, rendendolo un approccio dispendioso in termini di tempo e risorse. Dall'altro lato, la metodologia in sweep varia la frequenza all'interno di un intervallo prestabilito durante la prova. Questo consente di ottenere una caratterizzazione del comportamento del pattino su un range più ampio di frequenze in modo più compatto ed efficiente. Inoltre, la prova in sweep permette di identificare con chiarezza il punto in cui il sistema raggiunge la risonanza. Per bilanciare efficienza e accuratezza, si è scelto di adottare la caratterizzazione in sweep, poiché fornisce una visione completa del comportamento dinamico del pattino riducendo il numero totale di prove necessarie. Questo approccio garantisce la possibilità di esplorare un'ampia gamma di frequenze e di ottenere informazioni utili per migliorare la caratterizzazione e la comprensione del comportamento del pattino in condizioni dinamiche.
Il setup è progettato per eseguire prove dinamiche in sweep con un controllo preciso dei parametri di eccitazione e delle condizioni operative. La generazione del segnale di eccitazione in sweep viene realizzata con un range di frequenza inizialmente compreso tra 0 Hz e 100 Hz. Tuttavia, a causa della risposta instabile del sistema e delle difficoltà riscontrate nel mantenere il pattino in equilibrio a frequenze elevate, il range di frequenza è stato ridotto a 0–60 Hz, garantendo così una prova più stabile e ripetibile. Si hanno anche un numero totale di campioni pari a 120.000 e un'ampiezza dell'onda sinusoidale impostata a 1, infine il segnale è configurato con un sample rate di 10.000 samp/s. Tutti questi i parametri vengono definiti tramite un programma LabVIEW di generazione sweep installato su un primo computer collegato al modulo NI PXIe-1071.

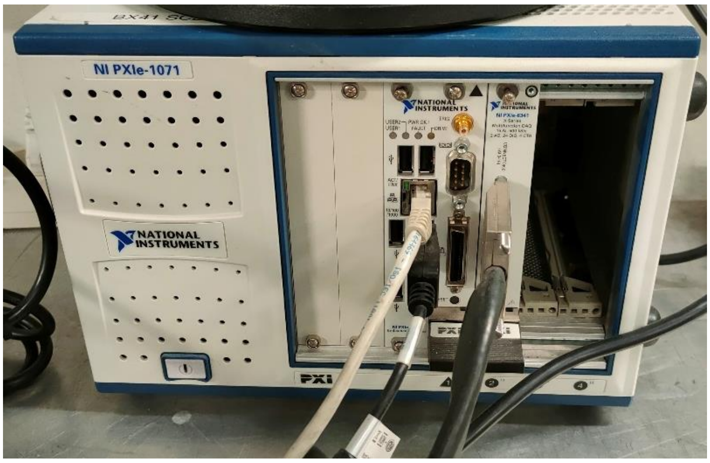

Figura 2.3.21 Foto modulo NI PXIe-1071

Il segnale generato viene trasmesso a un generatore di funzioni sintetizzato, il GW Instek SFG-2104, che in combinazione con un amplificatore di potenza Power Amplifier Type 2732 della Bruel & Kjaer, consente di regolare la frequenza e l'ampiezza del segnale manualmente. Si cerca di avere un'ampiezza minima pari a uno, garantendo così che il segnale applicato abbia l'intensità necessaria per sollecitare adeguatamente il sistema. Successivamente invia il segnale sinusoidale al sistema meccanico tramite lo shaker elettromagnetico del banco prova.

Figura 2.3.22 Foto generatore di funzioni GW Instek SFG-2104 in alto e generatore di potenza Power Amplifier Type 2732 in basso

Di conseguenza lo shaker applica una forza oscillante controllata al pattino pneumostatico, passando per lo stinger ed infine il pistone. La risposta dinamica del pattino viene acquisita tramite una scheda NI USB-6341, che riceve i segnali dai sensori installati sul banco prova.

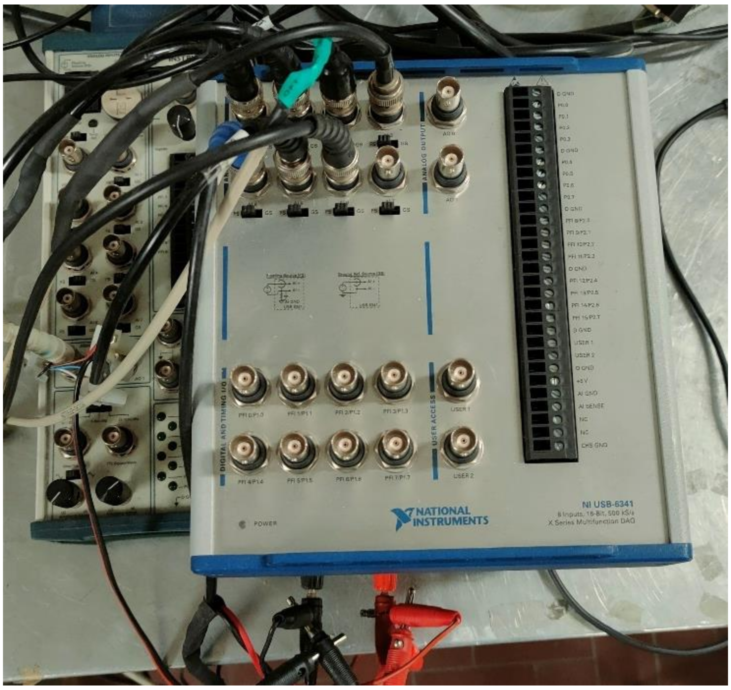

Figura 2.3.23 Foto scheda NI USB-6431

Questi sensori, gli stessi utilizzati nella procedura di caratterizzazione statica, rilevano parametri fondamentali tra cui lo spostamento del pattino, la forza applicata e la portata. La scheda di acquisizione trasmette i dati a un secondo PC su cui è installato un programma LabVIEW dedicato all'acquisizione dei dati. Questo programma permette di acquisire in tempo reale, con una frequenza di campionamento f_s di 2000 Hz, i segnali relativi all'andamento della forza applicata, dell'altezza del meato e della portata d'aria. Tali dati vengono registrati e rappresentati come funzioni del tempo, consentendo di osservare le variazioni di ampiezza dei segnali nel corso dello sweep di frequenza. I dati acquisiti vengono successivamente elaborati utilizzando un codice MATLAB dedicato, che esegue la Trasformata di Fourier (FFT) sui segnali registrati. L'elaborazione consente di calcolare la funzione di trasferimento $H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)}$, dove $X(\omega)$ rappresenta lo spostamento del pattino e $F(\omega)$ la forza applicata nel dominio della frequenza. Attraverso la funzione di trasferimento, vengono estratti i parametri dinamici del sistema: la rigidezza dinamica $k(\omega)$, ottenuta dalla parte reale dell'inverso della funzione di trasferimento, e lo smorzamento dinamico $c(\omega)$, calcolato dalla parte immaginaria dividendo per la pulsazione ω.

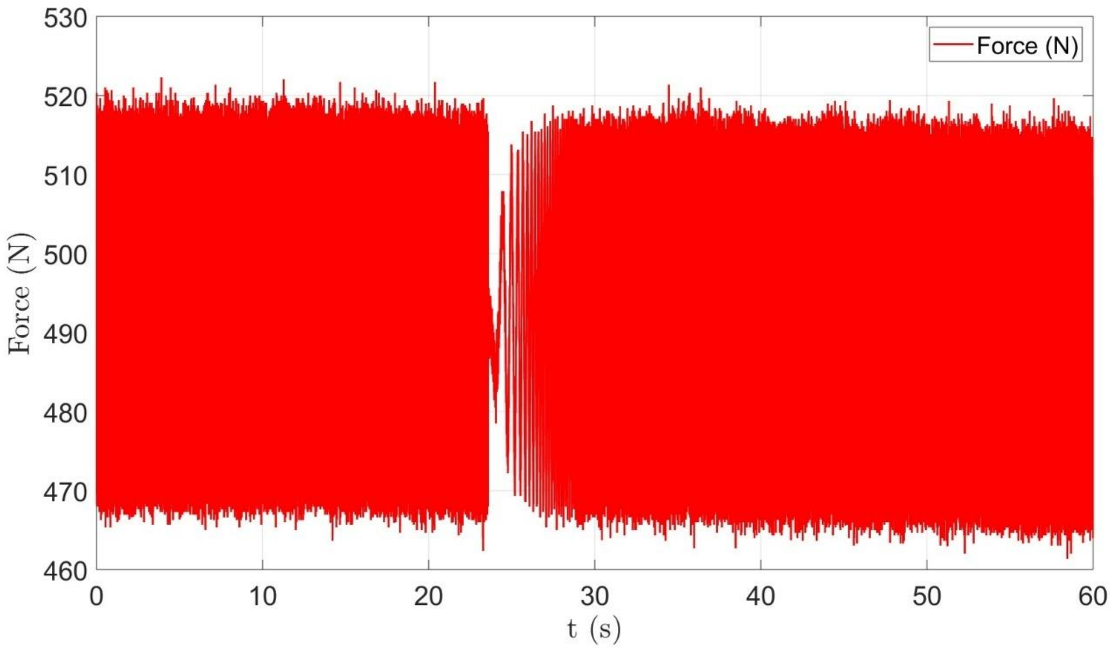

Figura 2.3.24 Grafico F-t

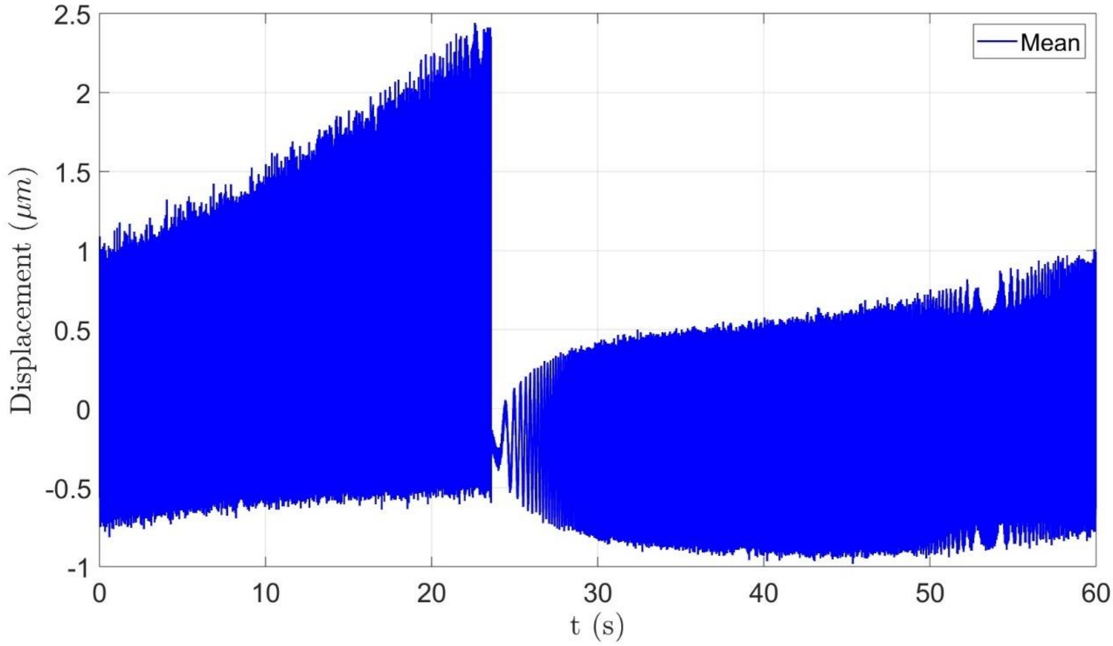

Figura 2.3.25 Grafico x-t

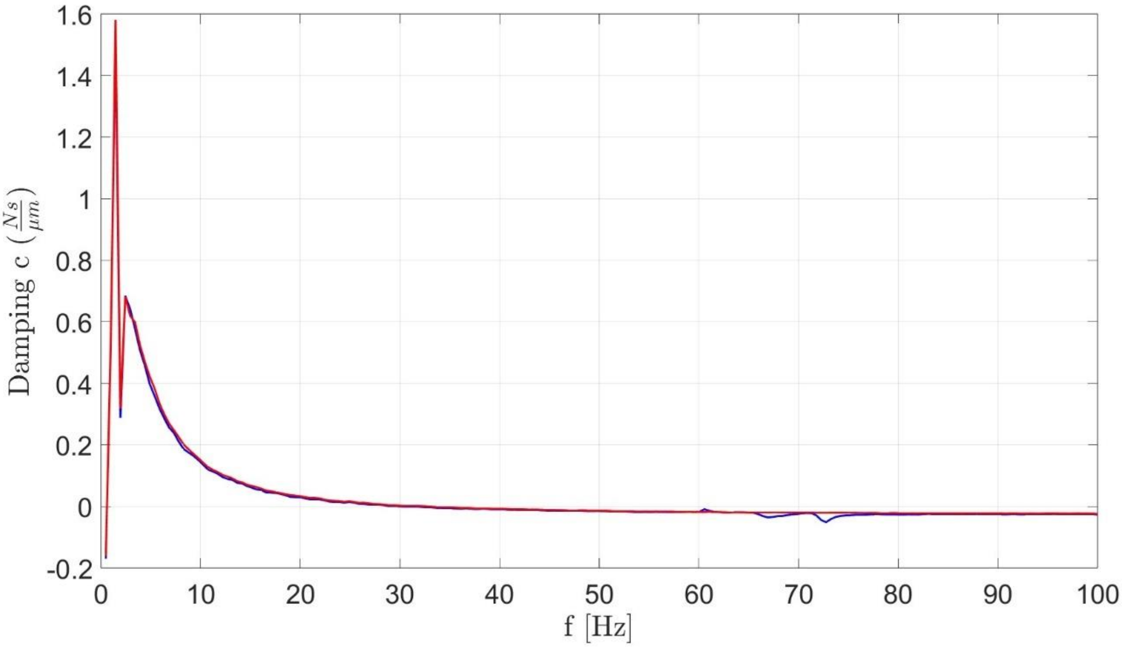

Figura 2.3.26 Grafico smorzamento c in funzione della frequenza

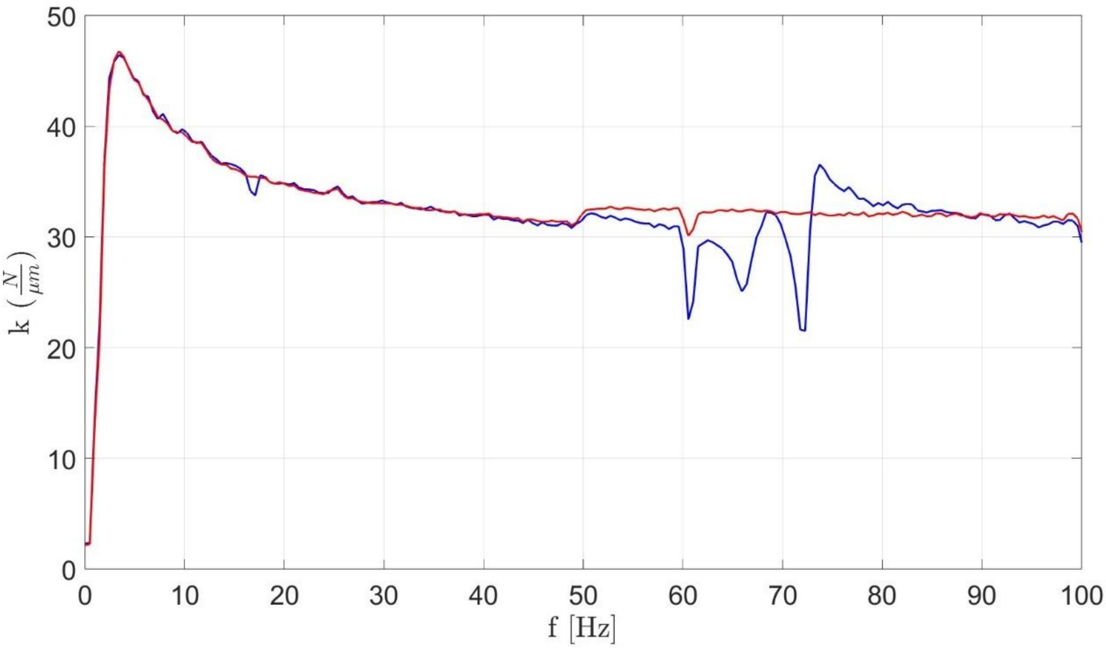

Figura 2.3.27 Grafico rigidezza k in funzione della frequenza

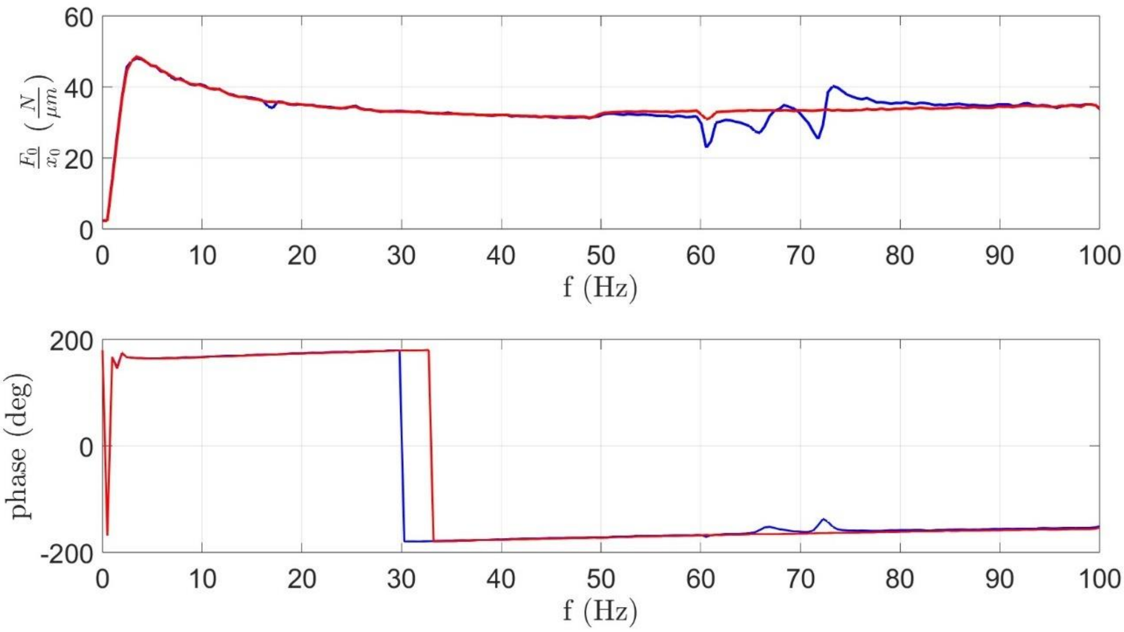

Figura 2.3.28 Grafico fase

La procedura di prova viene condotta incrementando gradualmente la pressione di alimentazione del pattino, partendo da 2 bar nella prima prova fino a raggiungere 5 bar nell'ultima. Prima di avviare la prova, viene scelta un’altezza del meato specifica all’interno dell’intervallo operativo del pattino, compreso tra 6 µm e 14 µm. I valori di meato generalmente selezionati durante le prove sono 6, 8, 10, 12 e 14 µm. Una volta definita l’altezza del meato, si utilizza la curva di capacità di carico ottenuta dalla prova statica per individuare la corrispondente forza portante a quella specifica

altezza e pressione di alimentazione. Parallelamente, dalla schermata di acquisizione Labview, si determina il valore della portata associata al meato selezionato. Quindi, aprendo la valvola di alimentazione del cilindro pneumatico, si aumenta il carico applicato sul pattino fino ad arrivare alla forza necessaria per ottenere l'altezza di meato voluta. Per assicurarsi che l'altezza del meato sia corretta, si esegue un semplice controllo aprendo e chiudendo la valvola di alimentazione del pattino. Durante questa operazione, si registrano i valori medi dell'altezza del meato sia prima che dopo l'apertura della valvola. Calcolando la differenza tra questi due valori medi, è possibile verificare se l'altezza effettiva del meato corrisponde a quella desiderata. Una volta definite le condizioni iniziali e regolata l'ampiezza del segnale sinusoidale tramite i macchinari dedicati, è possibile avviare la prova dinamica in sweep.
Questa procedura consente di caratterizzare in modo completo il comportamento dinamico del pattino pneumostatico, fornendo informazioni essenziali sulle variazioni di rigidezza e smorzamento in funzione della frequenza e delle condizioni operative imposte.

Capitolo 3

3.1 Modellazione numerica

Dopo aver eseguito tutte le prove sperimentali sui rispettivi banchi prova, si entra nella fase di modellazione numerica. Tramite l'utilizzo di Matlab si realizzano tre modelli numerici con cui simulare le caratteristiche statiche, dinamiche e di permeabilità di un pattino pneumostatico circolare con inserto poroso, anch'esso circolare. Una volta ottenuti i risultati numerici, questi verranno confrontati con i risultati sperimentali in modo tale da verificare o meno i modelli. Ciò è importante perché, una volta verificati, i modelli consentono di essere usati per predire la dipendenza dei parametri ed il comportamento di un pattino poroso.

3.1.1 Implementazione modello Matlab

Nella fase di modellazione in Matlab, tutti i modelli realizzati si basano su una discretizzazione del dominio in 2D. Questa discretizzazione avviene sui parametri raggio r e angolo θ, permettendo di rappresentare e analizzare ogni punto della superficie circolare del pattino.
I tre modelli sono organizzati in:

- Modello "Statico" 0: viene utilizzato per trovare la relazione tra la capacità di carico e l'altezza del meato h alle varie pressioni di alimentazione P_s. In pratica, imponendo un'altezza h costante, per ogni pressione P_s si determinano la capacità di carico e il consumo d'aria a quella specifica altezza. Queste caratteristiche rappresentano le condizioni iniziali che verranno utilizzate come punto di partenza nei due modelli successivi.
- Modello "Dinamico" 1 a gradino: partendo dalle condizioni iniziali ottenute dal modello statico, si applicano gradini di forza decrescenti. Considerando diverse masse, per ogni gradino vengono studiati il fattore di smorzamento ξ e la frequenza angolare ω. Successivamente, utilizzando metodi come il decremento logaritmico o quello della mezza potenza, si ricavano la rigidezza e lo smorzamento dinamici.
- Modello "Dinamico" 2 a sinusoide/sweep: anche in questo caso si parte dalle stesse condizioni iniziali ricavate dal modello statico e si applicano gradini di forza decrescenti. Tuttavia, per ogni gradino viene introdotta una forzante sinusoidale a frequenza variabile, e attraverso strumenti matematici avanzati, come le trasformate di Fourier, si determina la funzione di trasferimento del sistema. Da questa funzione si possono ricavare i valori di rigidezza e smorzamento dinamici a diverse altezze di meato.

Infine, oltre ad una versione 2D è stata implementata una versione 1D dei modelli, nel quale si effettua la discretizzazione solo lungo il raggio r per poi moltiplicare il tutto per 2π così da ottenere una distribuzione circolare. Questo viene fatto per alleggerire i modelli e renderli quindi più veloci.

3.1.1.1 Nomenclatura

In *Tabella 3.1* è riportato un elenco dei simboli utilizzati nella trattazione, i quali sono gli stessi che vengono utilizzati nei modelli matematici di riferimento, con di fianco una breve descrizione degli stessi e la loro rispettiva unità di misura.

Tabella 3.1 Nomenclatura modello Matlab

Simbolo	Descrizione	Unità di misura
R_g	Costante di stato del gas	J/kg·K
Temp	Temperatura	K
mu0 ($\mu 0$)	Viscosità a 273.15 K	Pa·s
T0	Temperatura di riferimento	K
S	Costante di Sutherland	K
mu (μ)	Viscosità dinamica dell'aria μ	Pa·s
pa (P_a)	Pressione ambiente P_a	Pa
ps (P_s)	Pressione alimentazione P_s	Pa
rho (ρ)	Densità dell'aria ρ	kg/m^3
dt (Δt)	Time step Δt	s
cG	Fattore di conversione portata massica G - volumica Q	m^3/kg
M	Numero nodi in direzione radiale	-
N	Numero nodi in direzione circonferenziale	-
R1	Raggio interno	m
R2	Raggio esterno	m
dr	Intervallo discretizzazione raggio Δr	m
dtheta	Intervallo discretizzazione angolo $\Delta\theta$	rad
permeability (k)	Permeabilità	m^2
L	Spessore strato poroso	m
omega (ω)	Velocità angolare ω	rad/s
R	Raggio iterazione $r_{i,j}$	m
h0 ($h_{i,j}$)	Altezza meato $h_{i,j}$	m
h0_dot	Variazione del meato nell' intervallo di tempo	m/s
ii	indice nodi direzione radiale	-
jj	indice nodi direzione circonferenziale	-
Pold ($p^t_{i,j}$)	Pressione iterazione attuale $p^t_{i,j}$	Pa
Pnew ($p^{t+1}_{i,j}$)	Pressione iterazione successiva $p^{t+1}_{i,j}$	Pa
Gi_new ($G_{in\ i,j}$)	Portata in ingresso ai nodi $G_{in\ i,j}$	kg/s
GN	Portata in uscita dai nodi in direzione radiale a Nord	kg/s
GS	Portata in uscita dai nodi in direzione radiale a Sud	kg/s
gO	Portata per unità di profondità in uscita dai nodi in direzione circonferenziale a Ovest	kg/(m·s)

gE	Portata per unità di profondità in uscita dai nodi in direzione circonferenziale a Est	kg/(m·s)
Gout (G_{out})	Portata in uscita dai nodi interni G_{out}	kg/s
F1	Capacità di carico sviluppata dal pattino	N
fext	Carico esterno applicato sul pattino	N
G1in	Portata in ingresso totale	kg/s
G1out	Portata in uscita totale	kg/s
Ac	Area spicchio volume centrale	m^2
ks	Rigidezza statica	N/µm
kdyn	Rigidezza dinamica	N/µm
damp	Smorzamento dinamico	N·s/µm
Phi	fase	rad

3.1.1.2 Equazione di Reynolds

L'equazione di Reynolds, elemento cardine della modellazione, si ottiene a partire dell'equazione di Navier-Stokes semplificata e dalla conservazione della massa. Da un punto di vista fisico, l'equazione di Navier-Stokes descrive la dinamica di un elemento fluido di volume infinitesimo basandosi sulla legge di conservazione della quantità di moto. Le equazioni di Navier-Stokes sono ottenute sotto le seguenti ipotesi:

1. Forze di volume trascurabili (inerzia e gravità)
2. Flusso laminare
3. Fluido newtoniano

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \tag{15}$$

4. Pareti impermeabili
5. Nessuno scorrimento a parete
6. Una delle 3 dimensioni è trascurabile rispetto alle altre due ($h \ll R, L$)

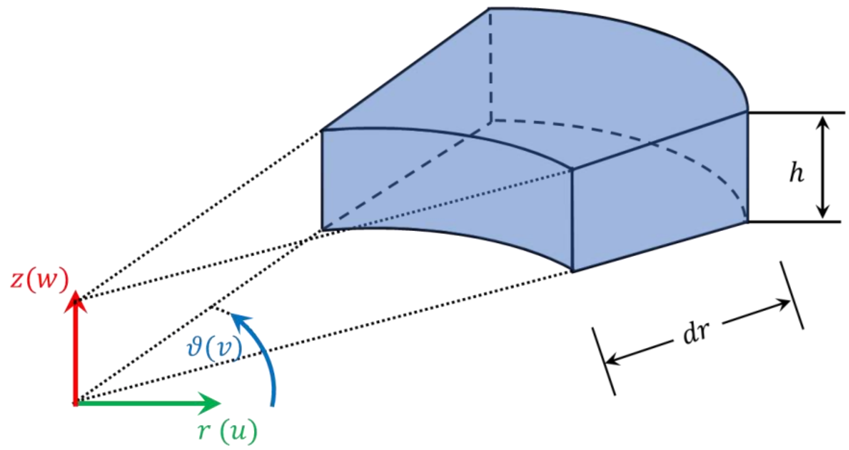

Figura 3.1.1 Elemento di fluido nel meato del pattino

Alla luce dell'ipotesi 6 e della *Figura 3.1.1*, si avrà quindi che:

- La pressione p e la viscosità μ potranno essere considerate costanti lungo l'altezza del meato: $\mu = \mu(r,\theta)$; $p = p(r,\theta)$
- I gradienti di velocità lungo le direzioni r e θ risulteranno essere trascurabili rispetto a quelli lungo l'altezza z del meato

$$\frac{\partial(\cdot)}{\partial r}, \frac{\partial(\cdot)}{\partial \theta} \ll \frac{\partial(\cdot)}{\partial z} \tag{16}$$

I passaggi necessari per ottenere l'equazione di Reynolds consistono nel ricavare l'espressione analitica dei profili delle componenti di velocità, $u(z)$ e $v(z)$, per poter arrivare ad un'espressione dell'equazione di conservazione della massa che risulti essere integrabile lungo la direzione dell'altezza del meato. L'espressione dei profili delle componenti di velocità può essere ricavata a partire dalle equazioni di equilibrio di un volume infinitesimo di fluido ottenute sotto le ipotesi prima descritte.
Partendo dall'equilibrio lungo la direzione circonferenziale θ in un elementino infinitesimo di fluido appartenente al meato, *Figura 3.1.2*, si ottiene l'equazione di equilibrio di eq. (17).

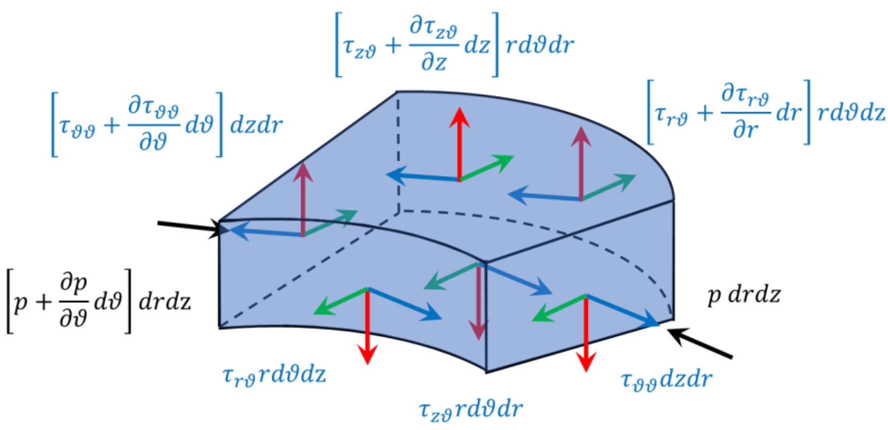

Figura 3.1.2 Equilibrio lungo θ di un volume infinitesimo del meato

$$\left[\tau_{r\vartheta}+\frac{\partial\tau_{r\vartheta}}{\partial r}dr\right]rd\vartheta dz+\left[\tau_{\vartheta\vartheta}+\frac{\partial\tau_{\vartheta\vartheta}}{\partial\vartheta}d\vartheta\right]dzdr+\left[\tau_{z\vartheta}+\frac{\partial\tau_{z\vartheta}}{\partial z}dz\right]rd\vartheta dr$$

$$-\tau_{r\vartheta}rd\vartheta dz-\tau_{\vartheta\vartheta}dzdr-\tau_{z\vartheta}rd\vartheta dr=\left[p+\frac{\partial p}{\partial\vartheta}d\vartheta\right]drdz-p\,drdz$$

$$\left[\frac{\partial\tau_{r\vartheta}}{\partial r}dr\right]rd\vartheta dz+\left[\frac{\partial\tau_{\vartheta\vartheta}}{\partial\vartheta}d\vartheta\right]dzdr+\left[\frac{\partial\tau_{z\vartheta}}{\partial z}dz\right]rd\vartheta dr=\frac{\partial p}{\partial\vartheta}d\vartheta drdz \tag{17}$$

Considerando le equazioni costitutive di un fluido newtoniano e le altre condizioni precedentemente introdotte, in particolare che i gradienti di velocità lungo le direzioni r e θ sono trascurabili rispetto a quelli lungo l'altezza z del meato, gli sforzi tangenziali risultano essere:

$$\tau_{r\vartheta}=\mu\left(\frac{\partial u}{\partial\vartheta}+\frac{\partial v}{\partial r}\right)\approx 0 \tag{18}$$

$$\tau_{\vartheta\vartheta}=2\mu\left(\frac{\partial v}{\partial\vartheta}\right)\approx 0$$

$$\tau_{z\vartheta}=\mu\left(\frac{\partial w}{\partial\vartheta}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)\approx\mu\frac{\partial v}{\partial z}$$

Ipotizzando la viscosità costante lungo l'altezza del meato:

$$\frac{\partial\tau_{z\vartheta}}{\partial z}rd\vartheta drdz=\frac{\partial p}{\partial\vartheta}d\vartheta drdz \tag{19}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu\frac{\partial v}{\partial z}\right)=\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial\vartheta}$$

$$\mu\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}=\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial\vartheta}$$

Successivamente, integrando ciò che si è ottenuto due volte, si ricava l'espressione della componente di velocità del fluido all'interno del meato:

$$\mu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \vartheta}$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{z}{\mu r}\frac{\partial p}{\partial \vartheta} + C_1$$

$$v = \frac{z^2}{2\mu r}\frac{\partial p}{\partial \vartheta} + C_1 z + C_2 \tag{20}$$

Per ricavare i valori delle costanti di integrazione C_1 e C_2 è necessario introdurre le condizioni al contorno che si hanno nel caso di differenti velocità tra le due superfici. Bisogna considerare come il fluido interagisce con le due superfici tra cui è compreso, una ferma e una rotante. Sul lato della superficie rotante, ossia la superficie inferiore del pattino, il fluido aderisce ad essa secondo il principio di non scivolamento. Questo porta alla condizione che la velocità del fluido al punto più vicino alla superficie rotante, quindi ad h, sarà uguale alla velocità tangenziale della superficie stessa, quindi $v(h) = \omega r$. Sempre per lo stesso principio di non scivolamento, essendo la superficie inferiore ferma di conseguenza $v(0) = 0$.

$$v(0) = 0, \ \rightarrow C_4 = 0$$

$$v(h) = \omega r, \ \rightarrow C_3 = \frac{\omega r}{h} - \frac{h}{2\mu r}\frac{\partial p}{\partial \vartheta}$$

Infine, sostituendo le due costanti d'integrazione nell'equazione (20), si ottiene l'espressione della componente di velocità $v(z)$:

$$v = \frac{z^2}{2\mu r}\frac{\partial p}{\partial \vartheta} - \frac{zh}{2\mu r}\frac{\partial p}{\partial \vartheta} + \omega r \frac{z}{h} \tag{21}$$

Considerando adesso l'equilibrio lungo la direzione radiale r dello stesso elementino infinitesimo appartenente al meato, *Figura 3.1.3*, si ottiene l'equazione di equilibrio di eq. (22).

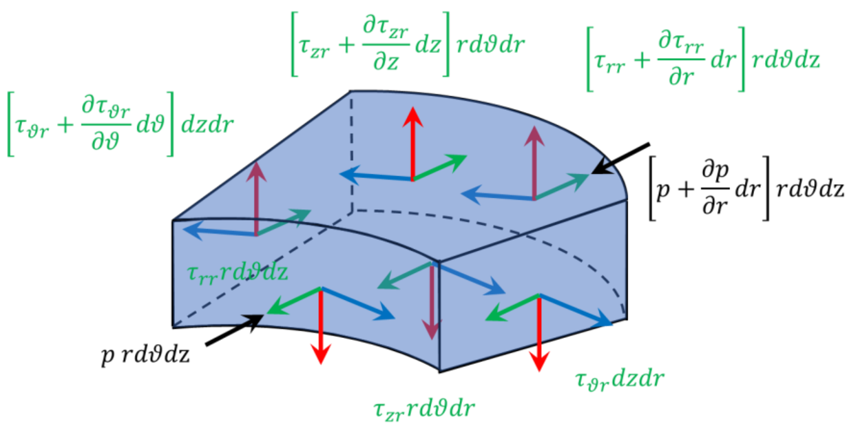

Figura 3.1.3 Equilibrio lungo r di un volume infinitesimo del meato

$$\left[\tau_{rr}+\frac{\partial\tau_{rr}}{\partial r}dr\right]rd\vartheta dz+\left[\tau_{\vartheta r}+\frac{\partial\tau_{\vartheta r}}{\partial\vartheta}d\vartheta\right]dzdr+\left[\tau_{zr}+\frac{\partial\tau_{zr}}{\partial z}dz\right]rd\vartheta dr$$

$$-\tau_{rr}rd\vartheta dz-\tau_{\vartheta r}dzdr-\tau_{zr}rd\vartheta dr=\left[p+\frac{\partial p}{\partial r}dr\right]rd\vartheta dz-p\,rd\vartheta dz$$

$$\left[\frac{\partial\tau_{rr}}{\partial r}dr\right]rd\vartheta dz+\left[\frac{\partial\tau_{\vartheta r}}{\partial\vartheta}d\vartheta\right]dzdr+\left[\frac{\partial\tau_{zr}}{\partial z}dz\right]rd\vartheta dr=\frac{\partial p}{\partial\vartheta}d\vartheta drdz \tag{22}$$

Seguendo gli stessi identici passaggi del caso precedente, ossia considerando le equazioni costitutive di un fluido newtoniano e le altre condizioni precedentemente introdotte, in particolare che i gradienti di velocità lungo le direzioni r e θ sono trascurabili rispetto a quelli lungo l'altezza z del meato, gli sforzi tangenziali risultano essere:

$$\tau_{rr}=2\mu\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)\approx 0 \tag{23}$$

$$\tau_{\vartheta r}=\mu\left(\frac{\partial u}{\partial\vartheta}+\frac{\partial v}{\partial r}\right)\approx 0$$

$$\tau_{zr}=\mu\left(\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)\approx\mu\frac{\partial u}{\partial z}$$

Avendo ipotizzato la viscosità costante lungo l'altezza del meato:

$$\frac{\partial\tau_{zr}}{\partial z}rd\vartheta drdz=\frac{\partial p}{\partial r}rd\vartheta drdz \tag{24}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial z}\right)=\frac{\partial p}{\partial r}$$

$$\mu\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=\frac{\partial p}{\partial r}$$

Integrando due volte:

$$\mu\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=\frac{\partial p}{\partial r}$$

$$\frac{\partial u}{\partial z}=\frac{z}{\mu}\frac{\partial p}{\partial r}+C_1$$

$$u = \frac{z^2}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial r} + C_3 z + C_4 \tag{25}$$

Considerando le condizioni al contorno che si hanno nel caso di differenti velocità tra le due superfici, si ottengono le rispettive costanti di integrazione.

$$u(0) = 0, \ \rightarrow C_2 = 0$$

$$u(h) = 0, \ \rightarrow C_1 = -\frac{h}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial r}$$

Infine, sostituendo le due costanti d'integrazione nell'equazione (25), si ottiene l'espressione della componente di velocità $u(z)$:

$$u = \frac{z^2}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial r} - \frac{zh}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial r} \tag{26}$$

Partendo dalle espressioni analitiche dei profili di velocità $u(z)$ e $v(z)$, integrando lungo l'altezza del meato è possibile ricavare le espressioni delle portate volumetriche, $q_r \ e \ q_\vartheta$, e massiche, $g_r \ e \ g_\vartheta$, per unità di profondità:

$$\begin{aligned} q_r &= \int_0^h u\,dz = -\frac{h^3}{12\mu}\frac{\partial p}{\partial r} \\ g_r &= \int_0^h \rho u\,dz = -\frac{\rho h^3}{12\mu}\frac{\partial p}{\partial r} \\ q_\vartheta &= \int_0^h v\,dz = \frac{\omega r h}{2} - \frac{h^3}{12\mu r}\frac{\partial p}{\partial \vartheta} \\ g_\vartheta &= \int_0^h \rho v\,dz = \frac{\rho \omega r h}{2} - \frac{\rho h^3}{12\mu r}\frac{\partial p}{\partial \vartheta} \end{aligned} \tag{27}$$

Applicando poi la legge della conservazione della massa all'elemento di fluido di volume dV rappresentato in *Figura 3.1.4*

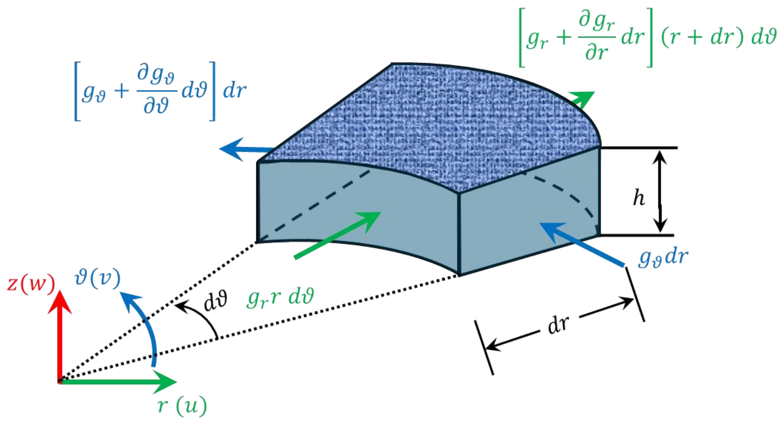

Figura 3.1.4 Elemento di fluido per legge conservazione della massa

Si ottiene l'equazione (28), i cui termini presenti nella parte sinistra corrispondono alle portate massiche nette entranti all'interno del volume di controllo infinitesimo $dV = hrd\vartheta dr$ in un intervallo di tempo infinitesimo dt, mentre il termine a destra è la corrispondente variazione di massa all'interno del volume stesso $\frac{dm}{dt}$.

$$-\left[g_\vartheta + \frac{\partial g_\vartheta}{\partial \vartheta} d\vartheta\right] dr - \left[g_r + \frac{\partial g_r}{\partial r} dr\right](r + dr)d\vartheta + g_r + g_\vartheta = \left(h\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho\frac{\partial h}{\partial t}\right) rd\vartheta dr \tag{28}$$

Sostituendo i valori di g_ϑ *e* g_r precedentemente trovati, diventa:

$$-\frac{\partial}{\partial \vartheta}\left(\frac{\rho\omega rh}{2} - \frac{\rho h^3}{12\mu r}\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right) d\vartheta dr - \frac{\partial}{\partial r}\left(-\frac{\rho h^3}{12\mu}\frac{\partial p}{\partial r}\right)(r + dr)\ drd\vartheta = \left(h\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho\frac{\partial h}{\partial t}\right) rd\vartheta dr$$

Infine, ipotizzando che ci si trovi in condizioni di flusso isotermo.

$$\rho = \frac{p}{R_g T}$$

L'equazione di Reynolds finale risulterà:

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta}\left(\frac{ph^3}{12\mu R_g T r}\frac{\partial p}{\partial \vartheta} + \frac{\rho\omega rh}{2}\right) d\vartheta dr + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{ph^3}{12\mu R_g T}\frac{\partial p}{\partial r}\right)(r + dr)\ drd\vartheta = \tag{29}$$
$$= \left(\frac{h}{R_g T}\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{p}{R_g T}\frac{\partial h}{\partial t}\right) rd\vartheta dr$$

3.1.1.3 Discretizzazione alle differenze finite

Per l'implementazione del modello su MATLAB si è partiti da una discretizzazione in 2D del dominio mediante la tecnica delle differenze finite. È stata creata una griglia computazionale in modo tale che la superficie circolare del pattino risulti divisa in base alla lunghezza del raggio r e all'angolo θ. Per visualizzarla meglio viene mostrata in *Figura 3.1.5*.

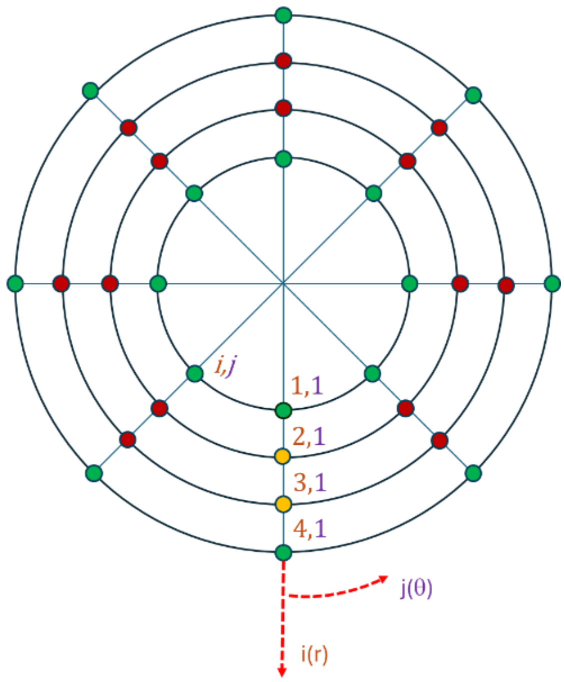

Figura 3.1.5 Struttura griglia differenze finite

Da questa griglia è stato possibile creare la matrice in *Figura 3.1.6*.

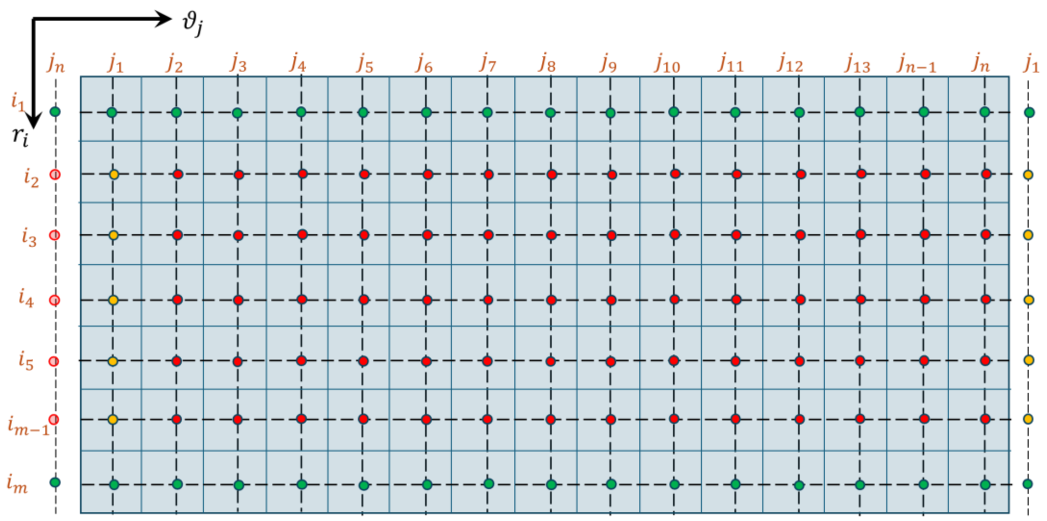

Figura 3.1.6 Matrice computazionale

Si tratta di una matrice originariamente costituita da $(M \times N)$ elementi, M nella direzione radiale r_i e N in quella circonferenziale θ_j. Successivamente si aggiungono altre due colonne all'inizio e alla fine, diventando così una matrice $(M \times N + 2)$. Ciò viene fatto per garantire la continuità circolare, avendo l'ultima colonna uguale alla seconda e la penultima uguale alla prima. Per capire meglio basta immaginare di richiudere il rettangolo costituito dalla matrice per cercare di formare una griglia cicolare con un foro centrale come in *Figura 3.1.5*. La prima riga costituisce la circonferenza interna e l'ultima riga la circonferenza esterna, entrambe contraddistinte dai punti verdi. Mentre le prime due colonne si sovrappongono con le ultime due per chiudere la figura.

Prendendo un generico elemento di fluido *Figura 3.1.7*, è stato possibile riscrivere l'equazione di Reynold alle differenze finite in condizioni isoterme.

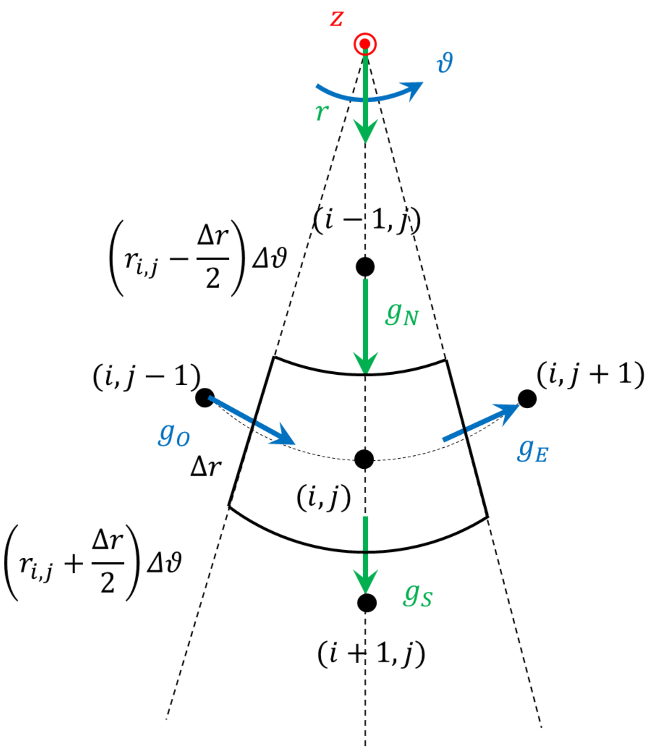

Figura 3.1.7 Generico elemento di fluido con indici di cella

$$g_{r_{i-\frac{1}{2},j}} = g_N$$
$$g_{r_{i,+\frac{1}{2}j}} = g_S$$
$$g_{\vartheta_{i,j+\frac{1}{2}}} = g_E$$
$$g_{\vartheta_{i,j-\frac{1}{2}}} = g_O$$

$$g_N = g_{r_{i-\frac{1}{2},j}} = -\frac{p_{i-\frac{1}{2},j}h^3_{i-\frac{1}{2},j}}{12\,\mu R_g T}\frac{\partial p}{\partial r}\bigg|_{i-\frac{1}{2},j}$$
$$g_S = g_{r_{i+\frac{1}{2},j}} = -\frac{p_{i+\frac{1}{2},j}h^3_{i+\frac{1}{2},j}}{12\mu R_g T}\frac{\partial p}{\partial r}\bigg|_{i+\frac{1}{2},j}$$

$$g_O = g_{\vartheta_{i,j-\frac{1}{2}}} = -\frac{p_{i,j-\frac{1}{2}}h^3_{i,j-\frac{1}{2}}}{12\mu R_g T r_{i,j-\frac{1}{2}}}\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\bigg|_{i,j-\frac{1}{2}} + \frac{p_{i,j-\frac{1}{2}}r_{i,j-\frac{1}{2}}h_{i,j-\frac{1}{2}}\omega}{2R_g T}$$
$$g_E = g_{\vartheta_{i,j+\frac{1}{2}}} = -\frac{p_{i,j+\frac{1}{2}}h^3_{i,j+\frac{1}{2}}}{12\mu R_g T r_{i,j+\frac{1}{2}}}\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\bigg|_{i,j+\frac{1}{2}} + \frac{p_{i,j+\frac{1}{2}}r_{i,j+\frac{1}{2}}h_{i,j+\frac{1}{2}}\omega}{2R_g T}$$

$$g_N\left(r_{i,j}-\frac{\Delta r}{2}\right)\Delta\vartheta - g_S\left(r_{i,j}+\frac{\Delta r}{2}\right)\Delta\vartheta + (g_O - g_E)\Delta r = \frac{\Delta m}{\Delta t}$$

$$g_N r_{i-\frac{1}{2},j}\Delta\vartheta - g_S r_{i+\frac{1}{2},j}\Delta\vartheta + (g_O - g_E)\Delta r = \frac{\Delta m}{\Delta t}$$

$$g_N r_{i-\frac{1}{2},j}\Delta\vartheta - g_S r_{i+\frac{1}{2},j}\Delta\vartheta + (g_O - g_E)\Delta r = \left(\frac{h_{i,j}^t}{R_g T}\ \frac{p_{i,j}^{t+1}-p_{i,j}^t}{\Delta t} + \frac{p_{i,j}^t}{R_g T}\dot{h}_{i,j}^t\right)\mathrm{r_{i,j}}\Delta\vartheta\Delta\mathrm{r} \tag{30}$$

$$G_N = -\frac{p_{i-\frac{1}{2},j}h^3_{i-\frac{1}{2},j}}{12\,\mu R_g T}\left.\frac{\partial p}{\partial r}\right|_{i-\frac{1}{2},j} r_{i-\frac{1}{2},j}\Delta\vartheta =$$

$$= -\frac{\left(p_{i-1,j}h^3_{i-1,j}r_{i-1,j} + p_{i,j}h^3_{i,j}r_{i,j}\right)}{24\,\mu R_g T}\frac{\left(p_{i,j}-p_{i-1,j}\right)}{\Delta r}$$

$$G_S = -\frac{p_{i+\frac{1}{2},j}h^3_{i+\frac{1}{2},j}}{12\,\mu R_g T}\left.\frac{\partial p}{\partial r}\right|_{i+\frac{1}{2},j} r_{i+\frac{1}{2},j}\Delta\vartheta =$$

$$= -\frac{\left(p_{i,j}h^3_{i,j}r_{i,j} + p_{i+1,j}h^3_{i+1,j}r_{i+1,j}\right)}{24\,\mu R_g T}\frac{\left(p_{i+1,j}-p_{i,j}\right)}{\Delta r}$$

$$g_O = -\frac{p_{i,j-\frac{1}{2}}h^3_{i,j-\frac{1}{2}}}{12\mu R_g T r_{i,j-\frac{1}{2}}}\left.\frac{\partial p}{\partial\vartheta}\right|_{i,j-\frac{1}{2}} + \frac{p_{i,j-\frac{1}{2}}r_{i,j-\frac{1}{2}}h_{i,j-\frac{1}{2}}\omega}{2R_g T} =$$

$$= -\frac{\left(p_{i,j-1}h^3_{i,j-1} + p_{i,j}h^3_{i,j}\right)}{12\mu R_g T\left(r_{i,j-1}+r_{i,j}\right)}\frac{\left(p_{i,j}-p_{i,j-1}\right)}{\Delta\vartheta} + \frac{\left(p_{i,j-1}h_{i,j-1}r_{i,j-1} + p_{i,j}h_{i,j}r_{i,j}\right)\omega}{4R_g T}$$

$$g_E = -\frac{p_{i,j+\frac{1}{2}}h^3_{i,j+\frac{1}{2}}}{12\,\mu R_g T r_{i,j+\frac{1}{2}}}\left.\frac{\partial p}{\partial\vartheta}\right|_{i,j+\frac{1}{2}} + \frac{p_{i,j+\frac{1}{2}}r_{i,j+\frac{1}{2}}h_{i,j+\frac{1}{2}}\omega}{2R_g T} =$$

$$= -\frac{\left(p_{i,j}h^3_{i,j} + p_{i,j+1}h^3_{i,j+1}\right)}{12\mu R_g T\left(r_{i,j}+r_{i,j+1}\right)}\frac{\left(p_{i,j+1}-p_{i,j}\right)}{\Delta\vartheta} + \frac{\left(p_{i,j}h_{i,}r_{i,j} + p_{i,j+1}h_{i,j+1}r_{i,j+1}\right)\omega}{4R_g T}$$

3.1.1.4 Integrazione equazione di Darcy

Per tenere conto delle portate entranti da eventuali fori di alimentazione presenti sulla superficie superiore del pattino, essendo inoltre dotato di un inserto poroso, si applica la legge di Darcy lungo lo spessore della superficie porosa.
Quindi, partendo dalla legge di Darcy:

$$\frac{dp}{dz} = \frac{\mu v}{K} \tag{31}$$

Si definiscono la velocità media con cui il fluido attraversa il mezzo poroso ν, la densità dell'aria ρ e la portata massica G.

$$\nu = \frac{G}{\rho A} \tag{32}$$

$$\rho = \frac{p}{R_g T}$$

$$\mathrm{G} = \mathrm{Q}\rho$$

Si sostituisce nell'equazione di Darcy la velocità media con cui il fluido attraversa il mezzo poroso ν definita dall'equazione (32), ottenendo la portata massica G espressa in funzione della variazione di pressione lungo lo spessore del meato z.

$$\mathrm{G} = \frac{\rho K A}{\mu}\frac{dp}{dz} \tag{33}$$

Si integra lungo l'altezza del meato e sostituendo l'espressione della densità $\rho = P/R_g T$ nel caso di trasformazione isoterma.

$$\int_{z_1}^{z_2} G dz = \int_{P_s}^{P_{i,j}} \frac{\rho_m K A}{\mu} dp = \int_{p_1}^{p_2} \frac{p}{R_g T}\frac{KA}{\mu} dp$$

Arrivando infine all'espressione delle portate entrati da eventuali fori di alimentazione sulla superficie superiore del pattino $G_{in\,i,j}$.

$$G_{in i,j} = \frac{\left(P_s^2 - P_{i,j}^2\right) K A_{i,j}}{2 L \mu R_g T} \tag{34}$$

$$A_{i,j} = \Delta\theta r_{i,j} \Delta \mathrm{r} \tag{35}$$

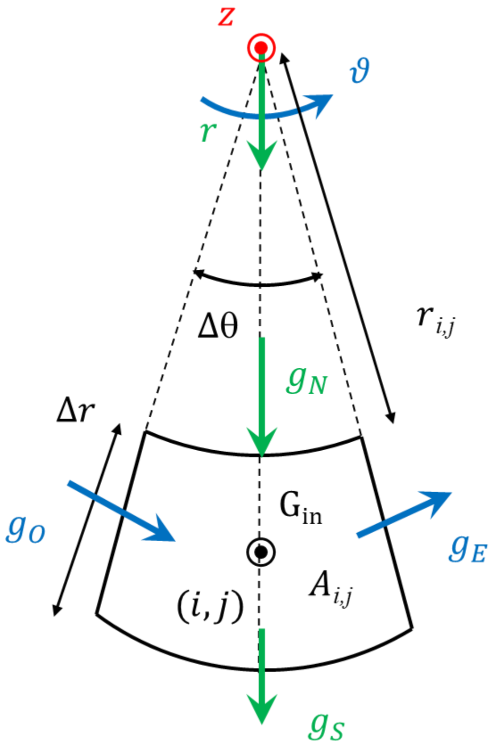

Figura 3.1.8 Area passaggio G_{in} attraverso l'inserto poroso

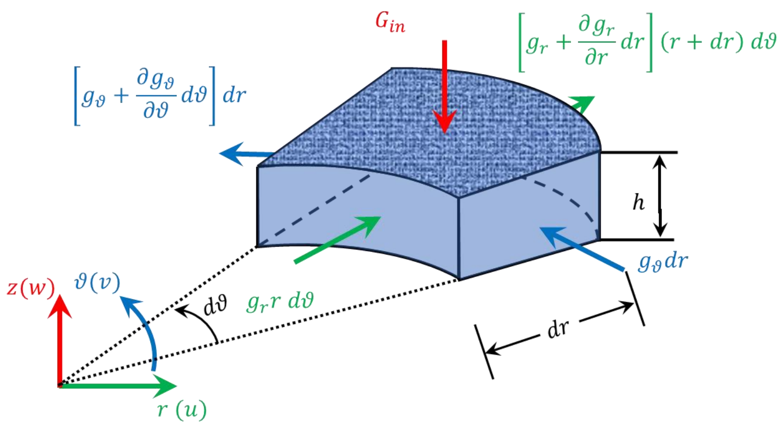

Figura 3.1.9 Elemento di fluido per bilancio portate entranti

Effettuando adesso il bilancio delle portate entranti, considerando anche la portata entrate dal foro di alimentazione, si ottiene un'equazione del tipo:

$$G_{in_{i,j}} + (G_N - G_S)\Delta\vartheta + (g_O - g_E)\Delta r = \left(\frac{h_{i,j}^t}{R_g T}\frac{p_{i,j}^{t+1} - p_{i,j}^t}{\Delta t} + \frac{p_{i,j}^t}{R_g T}\dot{h}_{i,j}^t\right)\mathrm{r_{i,j}}\Delta\vartheta\Delta\mathrm{r} \tag{36}$$

$$-G_{out} = (G_N - G_S) + (g_O - g_E)\Delta r$$

Dalla quale si può ricavare la pressione all'iterazione successiva $p_{i,j}^{t+1}$:

$$\frac{\left[G_{in_{i,j}} + (G_N - G_S)\Delta\vartheta + (g_O - g_E)\Delta r\right]}{\mathrm{r_{i,j}}\Delta\vartheta\Delta \mathrm{r}} - \frac{p_{i,j}^t}{R_g T}\dot{h}_{i,j}^t = \frac{h_{i,j}^t}{R_g T}\frac{p_{i,j}^{t+1} - p_{i,j}^t}{\Delta t}$$

$$p_{i,j}^{t+1} = p_{i,j}^t + \left\{\frac{\left[G_{in_{i,j}} + (G_N - G_S)\Delta\vartheta + (g_O - g_E)\Delta r\right]}{\mathrm{r_{i,j}}\Delta\vartheta\Delta \mathrm{r}} - \frac{p_{i,j}^t}{R_g T}\dot{h}_{i,j}^t\right\}\frac{R_g T\Delta t}{h_{i,j}^t} \tag{37}$$

Tabella 3.2 Tabella nomenclatura Darcy

Simbolo	Descrizione	Unità di misura
m	Massa	kg
L	Lunghezza provino	m
P_s	Pressione alimentazione	Pa
$P_{i,j}$	Pressione in punto generico	Pa
Q	Portata volumica	l/min
$G_{ini,j}$	Portata entrante fori alimentaz.	kg/s
$A_{i,j}$	Area passaggio aria inserto	m^2
z	Altezza meato	m
T	Temperatura ambiente	K
ρ	Densità aria ambiente	kg/m^3
R_g	Costante di stato del gas	J/kg·K
v	Velocità	m/s
K	Permeabilità	m^2
μ	Viscosità dinamica dell'aria in condizioni normali	$N·s/m^2$

3.1.1.5 Boundary conditions

Il modello prevede l'applicazione di condizioni al contorno di Dirichlet, sia sull'area centrale che sul bordo esterno della superficie. Questo è per riformulare l'equazione di Reynolds in modo da descrivere accuratamente il profilo di pressione all'interno del volume centrale del pattino pneumostatico. In particolare, questa porzione centrale corrisponde al volume delimitato dalla circonferenza definita dalla prima riga i_1 della matrice computazionale. La scelta delle condizioni di Dirichlet consente di imporre valori di pressione noti in corrispondenza di specifici bordi o superfici, rendendo possibile una soluzione stabile e ben definita dell'equazione di Reynolds. In questo contesto, tali condizioni al contorno permettono di descrivere con precisione il comportamento della pressione nella regione interessata, garantendo la coerenza del modello con i fenomeni fisici reali.

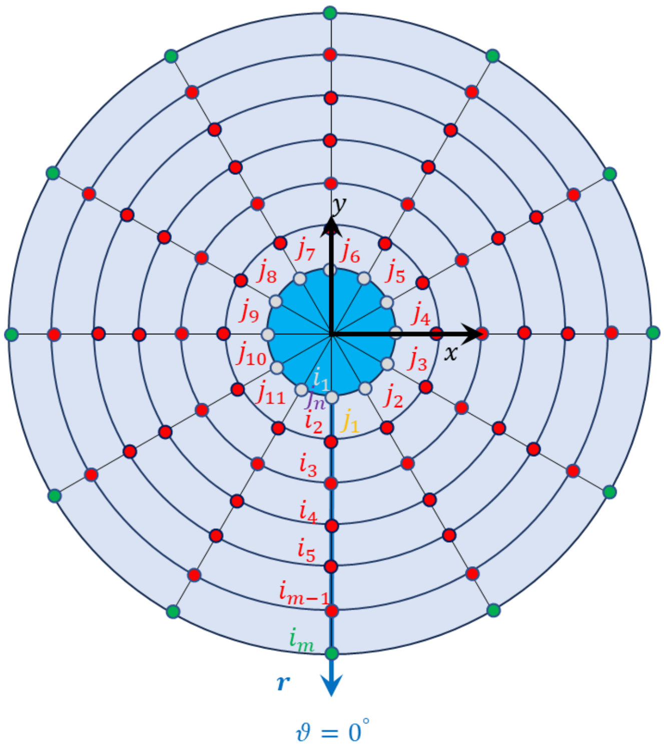

Figura 3.1.10 Griglia modello con volume centrale evidenziato

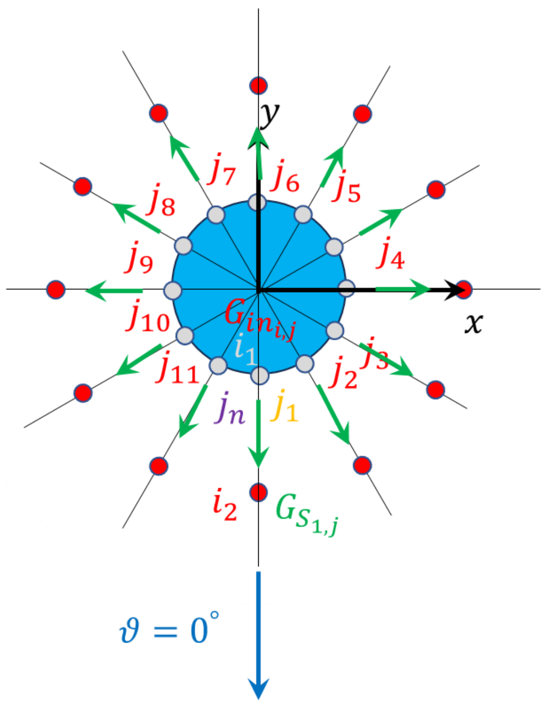

Figura 3.1.11 Griglia volume centrale

Per garantire una distribuzione uniforme dei punti di calcolo e mantenere coerenza nella discretizzazione dell'intero dominio, si suddivide il volume centrale in spicchi di uguali dimensioni, ciascuno avente un'area A_c. Il raggio R_1 viene calcolato in modo tale da ottenere una suddivisione del volume centrale con caratteristiche geometriche simili a quelle del resto della griglia computazionale. L'obiettivo di questa suddivisione è ottenere una rappresentazione accurata del comportamento della pressione e della portata d'aria, assicurando che il volume centrale sia trattato con un livello di dettaglio equivalente al resto della griglia, vista la sua posizione centrale e il suo ruolo chiave nell'analisi del pattino. Tale tecnica migliora la precisione del modello, evitando distorsioni legate a una rappresentazione non uniforme del dominio

$$A_c = \frac{\pi R_1^2}{N-1}$$
$$R_1 = \min A_{i,j} = R_1 \Delta\vartheta \Delta r, \quad \rightarrow R_1 = \frac{2R_2}{M-1}$$

Nella formulazione dell'equazione di Reynolds, viene operata una semplificazione considerando il flusso nel modo seguente: La componente di flusso proveniente da nord $G_N$viene trascurata, poiché al nodo centrale non è previsto un flusso in entrata da quella direzione. Invece, l'unico flusso che attraversa i nodi centrali lungo quella direzione è il contributo in uscita verso sud G_S. Gli unici contributi di flusso in ingresso sono rappresentati dalla portata d'aria fornita dall'alimentazione G_{in} secondo l'equazione di Darcy e dalla componente di flusso proveniente da ovest g_O. Dall'altro lato, i flussi in uscita comprendono la componente verso sud G_S e quella verso est g_E. Questa semplificazione tiene conto della geometria e delle condizioni di flusso peculiari dei nodi nel volume centrale, consentendo di adattare l'equazione di Reynolds.

$$G_{S_{1+\frac{1}{2},j}} = -\frac{\left(p_{1,j}h_{1,j}^3 r_{1,j} + p_{2,j}h_{2,j}^3 r_{2,j}\right)}{24\,\mu R_g T} \frac{\left(p_{2,j} - p_{1,j}\right)}{\Delta r}$$
$$G_{in_{1,j}} = \frac{kA_c\left(p_S^2 - p_{1,j}^2\right)}{2\mu R_g T L}$$
$$G_{in_{1,j}} - G_{S_{1+\frac{1}{2},j}} \Delta\vartheta + (g_O - g_E)\Delta r = \frac{h_{1,j}^t A_c}{R_g T} \frac{p_{1,j}^{t+1} - p_{1,j}^t}{\Delta t} + \frac{p_{1,j}^t A_c}{R_g T} \dot{h}_{1,j}^t$$

$$p_{1,j}^{t+1} = p_{1,j}^t + \left(G_{1,in_j} - G_{S_{1+\frac{1}{2},j}} \Delta\vartheta + (g_O - g_E)\Delta r - \frac{p_{1,j}^t A_c}{R_g T} \dot{h}_{1,j}^t\right) \frac{R_g T \Delta t}{h_{1,j}^t A_c}$$

La circonferenza esterna del dominio, che corrisponde al bordo più esterno del volume studiato, viene trattata con una condizione al contorno specifica. In questo caso, la pressione lungo la circonferenza esterna viene fissata pari alla pressione ambiente. Questa scelta riflette la condizione reale in cui il flusso d'aria, uscendo dal pattino, si dissipa verso l'esterno e raggiunge lo stato di equilibrio con l'atmosfera circostante. Questa semplificazione consente di impostare una condizione di Dirichlet per i nodi che si trovano sull'ultima riga della matrice computazionale i_m.

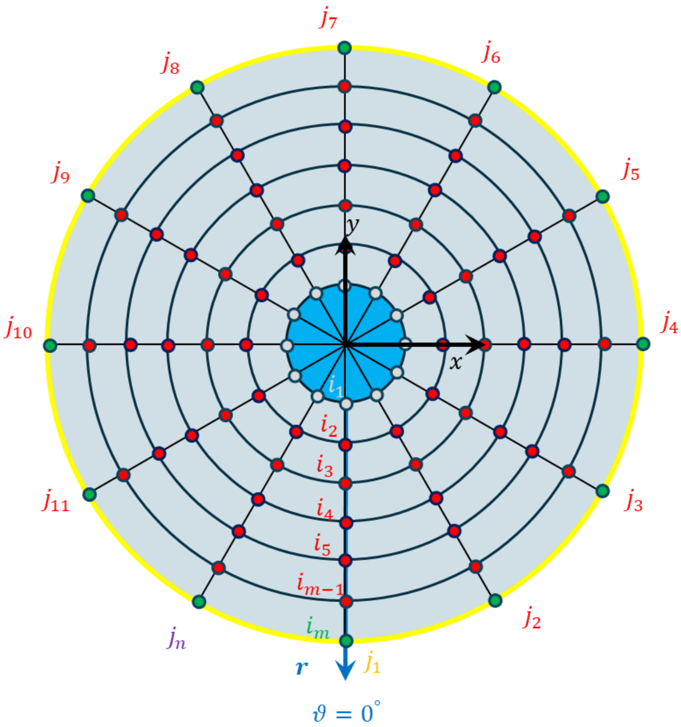

Figura 3.1.12 Griglia modello con bordo esterno evidenziato

3.1.1.6 Capacità di carico

Oltre allo studio della distribuzione di pressione nel meato e del consumo d'aria, è possibile valutare la capacità di carico del pattino. Questa può essere descritta considerando le forze in gioco durante il suo funzionamento. Il carico esterno applicato al pattino è indicato come F^e, mentre F^p rappresenta la forza generata dal pattino per contrastare tale carico. La differenza tra queste due forze determina la capacità di carico del pattino. Se il pattino non riesce a bilanciare completamente il carico esterno, si verifica un movimento descritto dalla forza d'inerzia $m\ddot{x}$, che causa una variazione nell'altezza del meato.

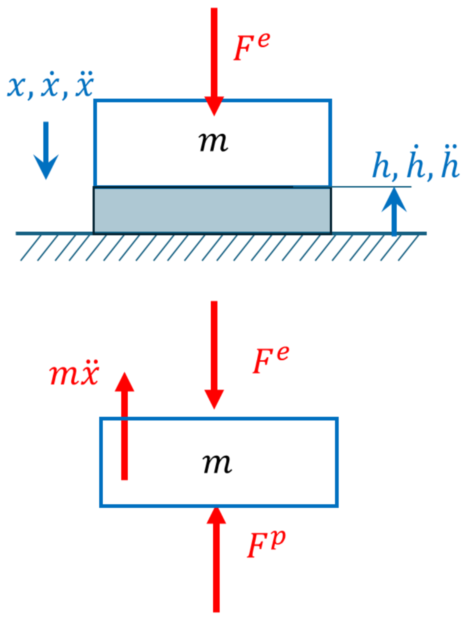

Figura 3.1.13 Schema calcolo capacità di carico

Quindi, l'equazione di corpo libero risulterà:

$$m\ddot{x}(t) + F^p(t) = F^e(t)$$

$$m\ddot{h}(t) = F^p(t) - F^e(t)$$

Con:

$$\begin{cases} m\ddot{h}(t) = F^p(t) - F^e(t) \\ \dot{h}(0) = \dot{h}_0 \\ h(0) = h_0 \end{cases}$$

Concentrandosi sulla rappresentazione della velocità di variazione del meato, intesa come differenza dell'altezza del meato tra due istanti distinti, iniziale e finale, rapportata all'intervallo di tempo in cui tale variazione si verifica, e applicando un'analoga definizione per l'accelerazione, si giunge alla formulazione delle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} \dfrac{\dot{h}_1 - \dot{h}_0}{\Delta t} \approx \ddot{h}_0 = \dfrac{1}{m}\left(F_0^p - F_0^e\right) \\ \dfrac{h_1 - h_0}{\Delta t} \approx \dot{h}(0) = \dot{h}_0 = \dot{h}_0 \\ h(0) = h_0 \end{cases}$$

Da cui infine si ricavano le equazioni che verranno utilizzate nel ciclo iterativo del modello per calcolare passo per passo la nuova altezza del meato e la velocità con cui cambia.

$$\begin{cases} \dot{h}_1 = \dot{h}_0 + \dfrac{\Delta t}{m}\left(F_0^p - F_0^e\right) \\ h_1 = h_0 + \dot{h}_0 \Delta \mathrm{t} \\ h(0) = h_0 \end{cases}$$

Nel codice, la capacità di carico totale F_1 è calcolata come la somma delle capacità di carico delle diverse porzioni del pattino. Essa comprende la capacità di carico del corpo principale e un contributo aggiuntivo derivante dal volume centrale F_c.

$$F_c = \sum p_{1,jj}\, A_c$$

$$F_1 = \sum(p_{i,j}^{t+1} - p_a)\, \Delta r\, \Delta\theta r_{i,j} + F_c$$

3.1.2 Modello "Statico" 0

Il modello, sfruttando la discretizzazione dell'equazione di Reynolds introdotta, è realizzato con lo scopo di permettere la simulazione del comportamento del sistema in esame a fronte dell'applicazione di un carico esterno statico al pattino. Inizialmente si definiscono i parametri fisici e geometrici del pattino, la pressione di alimentazione e si imposta un'altezza di meato desiderata. Successivamente, entrando nel ciclo iterativo, si procede al calcolo dell'errore sulla portanza del pattino tra due iterazioni successive e sulla portata d'aria elaborata e lo si ripete fino a che questo non arriva a convergenza, ovvero quando entrambi sono inferiori ad una certa soglia.

$$\begin{cases} err_G = \dfrac{G_{in} - G_{out}}{G_{out}} < 10^{-4} \\ err_{F_p} = \dfrac{F_p^i - F_p^{i-1}}{F_p^i} < 10^{-5} \end{cases}$$

Così facendo, utilizzando le equazioni precedente viste per il calcolo della portata e della pressione, si ottiene un grafico 3D in cui è visibile la distribuzione di pressione nel meato per una determinata altezza dello stesso.

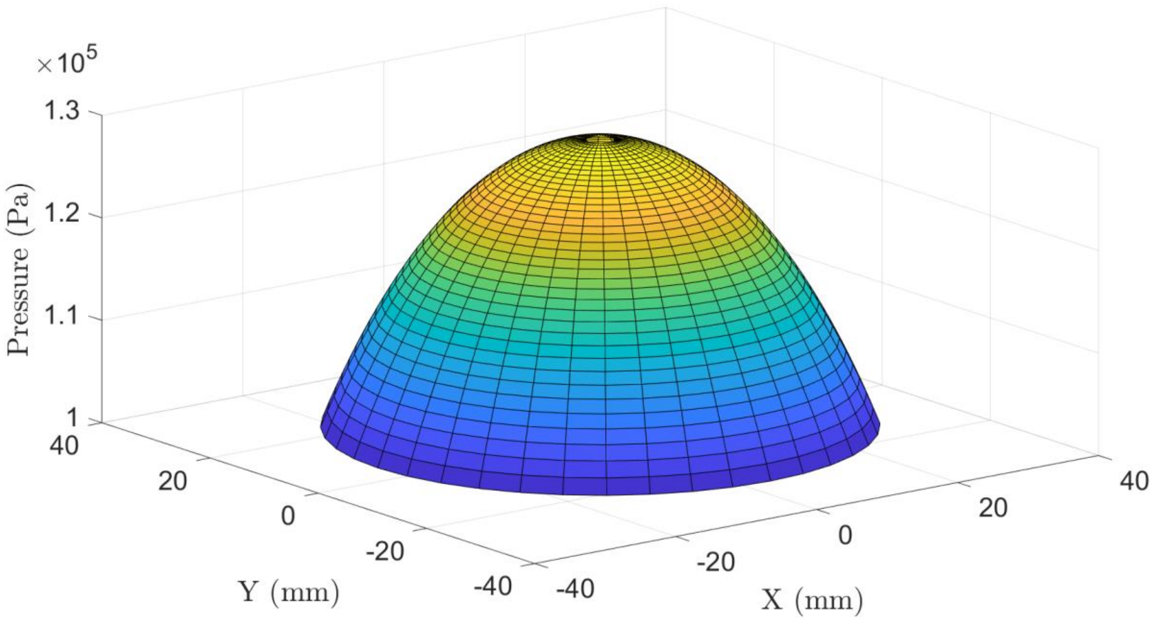

Figura 3.1.14 Grafico distribuzione di pressione nel meato

Infine, includendo il calcolo della capacità di carico, si determina l'andamento delle caratteristiche di funzionamento statiche del pattino, tramite le curve di portanza, consumo d'aria e rigidezza statica. Viene poi effettuato un confronto con i valori sperimentali per confermare la validità dei calcoli.

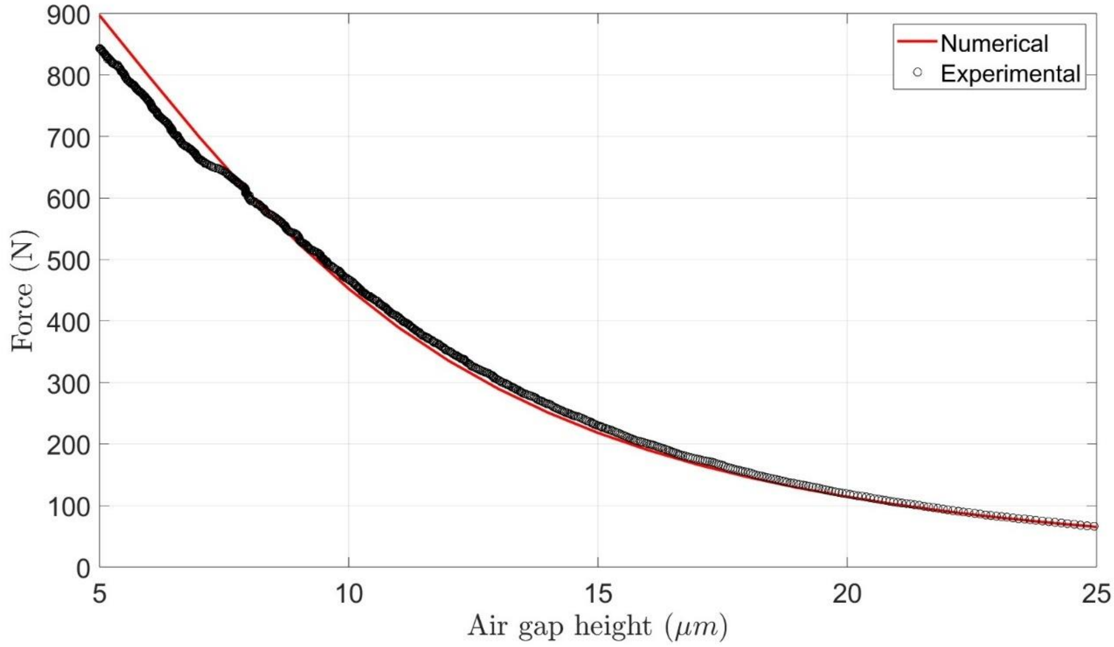

Figura 3.1.15 Grafico validazione capacità di carico

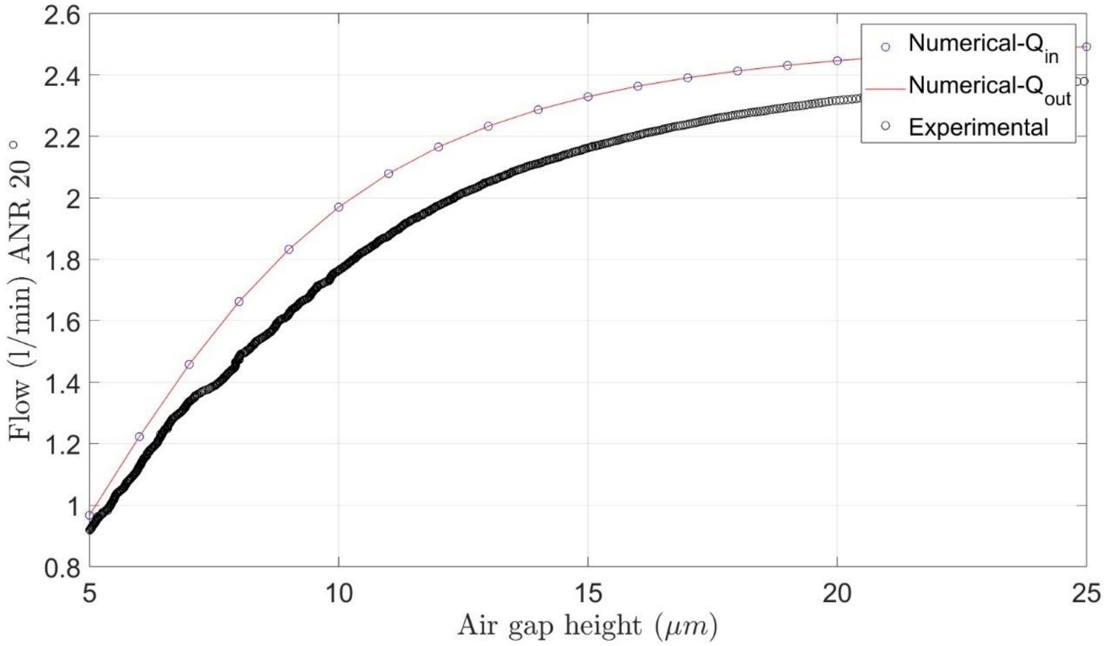

Figura 3.1.16 Grafico validazione consumo d'aria

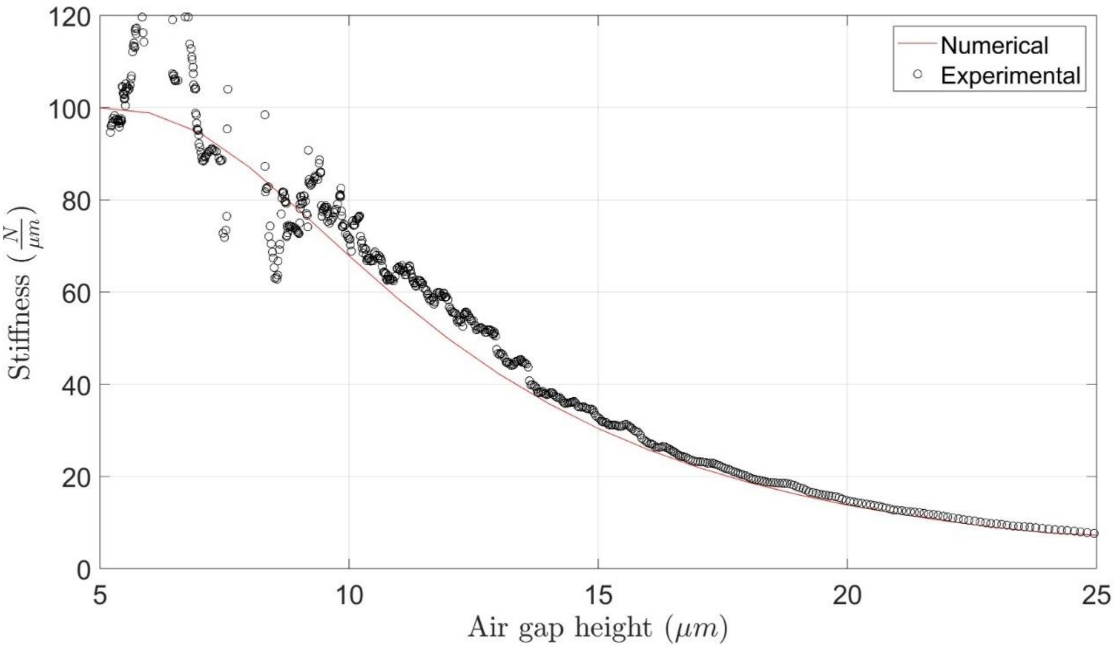

Figura 3.1.17 Grafico validazione rigidezza statica

3.1.3 Modello “Dinamico” 1 a gradino

Partendo dalle condizioni inziali ricavate dal modello 0, il modello 1 permette di studiare le caratteristiche dinamiche del pattino. La peculiarità di questo modello è di studiare, per una determinata altezza di meato e massa, la risposta del sistema ad un gradino di forza decrescente, partendo dalla capacità di carico ricavata dal modello 0 fino ad arrivare ad un valore di forza minima. Il codice si divide in due sequenze iterative, una statica del tutto identica a quella del modello 0 con cui si ottengono le condizioni iniziali, e una dinamica. In quella dinamica, partendo dal valore di carico iniziale F_{p0} vengono sottratti dei gradini di forza esterna ΔF.

$$F_{ext}(i) = F_{p0} - i\Delta F$$

Il valore i serve ad indicizzare ciascun gradino di forza esterna che viene applicato. Ovviamente, la risposta del sistema al gradino non è istantanea, si avrà quindi un transitorio di forza di pressione e altezza di meato, che vengono raffigurati in *Figura 3.1.19* e *3.1.20*.

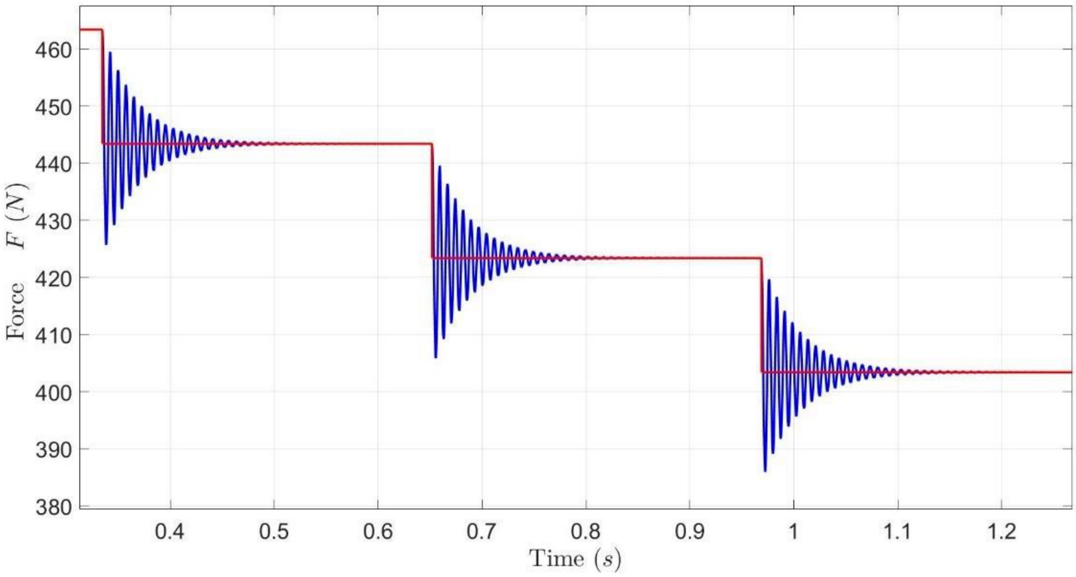

Figura 3.1.18 Grafico gradino forza esterna e transitorio di forza di pressione

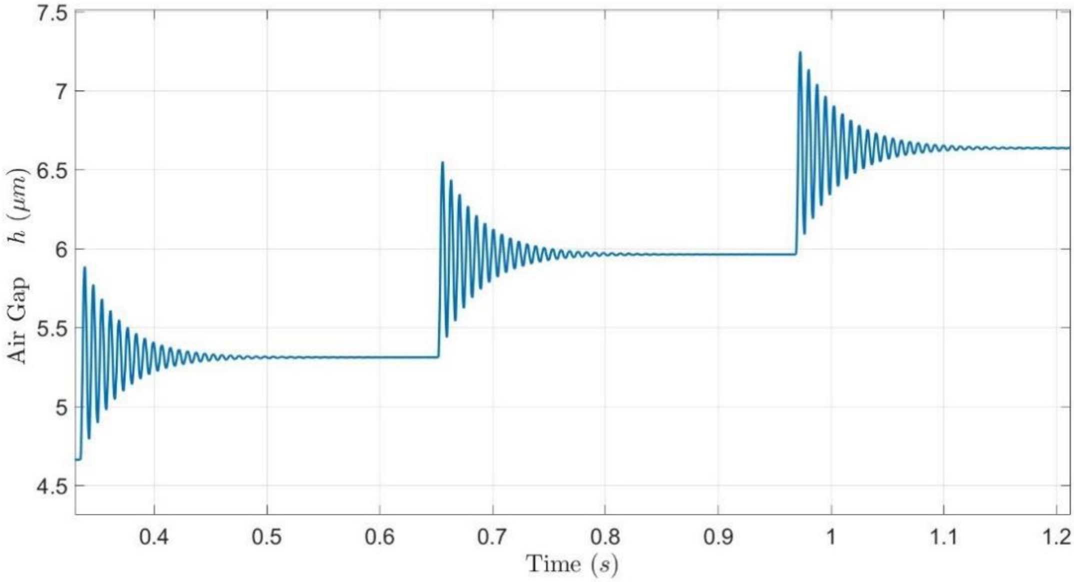

Figura 3.1.19 Grafico transitorio altezza meato

Anche in questo caso le iterazioni proseguono fino a quando gli errori di portanza e altezza di meato sono sotto al valore di tolleranza. Per ogni gradino vengono studiati il fattore di smorzamento ξ e la frequenza angolare ω. Successivamente, utilizzando metodi come il decremento logaritmico o quello della mezza potenza, si ricavano la rigidezza e lo smorzamento dinamici. L'intera procedura si conclude quando sono stati analizzati tutti i gradini di forza imposti.

3.1.4 Modello "Dinamico" 2 a sinusoide/sweep

Il secondo modello dinamico, è stato realizzato per valutare il comportamento del sistema a fronte dell'applicazione di una forzante esterna di tipo sinusoidale al variare della frequenza, ossia in sweep. Anche in questo modello vengono considerati gli stessi parametri fisici e geometrici definiti

nei modelli, inoltre utilizza lo stesso ciclo iterativo per determinare le caratteristiche statiche utilizzate come condizioni iniziali.
In questo caso, il secondo ciclo iterativo per la caratterizzazione dinamica del pattino inizia con la definizione di parametri chiave come la frequenza, il numero di cicli e la semi-ampiezza della forzante. Prendendo come riferimento lo schema di *Figura 3.1.21*, i parametri dinamici del sistema vengono ottenuti a partire dal diagramma di corpo libero del pattino, considerandolo come un sistema massa-molla-smorzatore, dove le componenti elastiche e di smorzamento sono date dal meato sottostante ad esso.

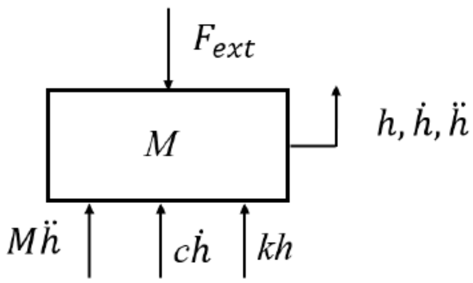

Figura 3.1.20 Diagramma di corpo libero del pattino

Ne consegue che l'equazione di corpo libero del sistema è data da:

$$M\Delta\ddot{h} + c\Delta\dot{h} + k\Delta h = \Delta F_{ext}$$

La risoluzione dell'equazione utilizza il metodo dei vettori rotanti. Altezza e sue derivate vengono calcolate a partire dalla legge sinusoidale:

$$\Delta h = \Delta h e^{j\omega t}$$

$$\Delta\dot{h} = j\Delta h\omega e^{j\omega t}$$

$$\Delta\ddot{h} = -\Delta h\omega^2 e^{j\omega t}$$

Mentre, della forza viene considerata solo la componente variabile:

$$\Delta F_{ext} = \Delta F e^{j\omega t}$$

Sostituendo, si ottiene:

$$-M\Delta h\omega^2 e^{j\omega t} + j\omega c\Delta h e^{j\omega t} + k\Delta h e^{j\omega t} = \Delta F e^{j\omega t}$$

Questa formula si può rappresentare graficamente come:

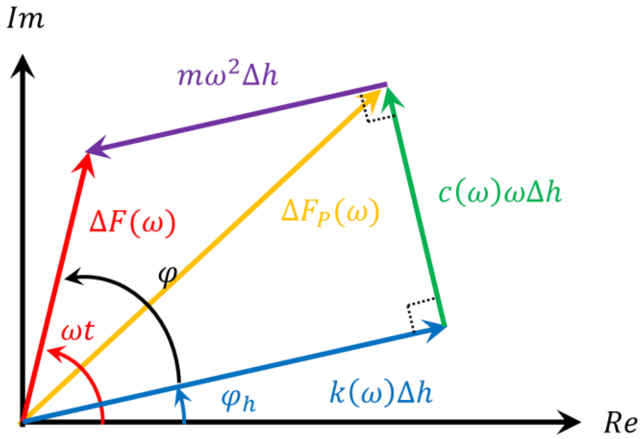

Figura 3.1.21 Diagramma fasoriale equlibrio vettori

I valori di rigidezza dinamica e smorzamento che ne derivano si calcolano come:

$$\Delta F\cos\varphi = k(\omega)\Delta h - m\omega^2\Delta h$$

$$\Delta F\sin\varphi = c(\omega)\omega\Delta h$$

$$k(\omega) = \frac{\Delta F\cos\varphi + m\omega^2\Delta h}{\Delta h}$$

$$c(\omega) = \frac{\Delta F\sin\varphi}{\omega\Delta h}$$

Per poter valutare correttamente rigidezza dinamica e smorzamento è necessario conoscere il valore dello sfasamento φ. Si procede, quindi, analizzando lo spettro in frequenza dell'andamento della forza di pressione e dell'altezza di meato nel tempo. Per fare ciò si utilizza la trasformata di Fourier, grazie alla quale è possibile rappresentare le funzioni nel dominio della frequenza invece che del tempo e identificare le armoniche e le ampiezze di oscillazione delle funzioni. Successivamente si ricava il valore dello sfasamento φ come differenza tra φ_F e φ_h. questo valore viene quindi utilizzato per il calcolo di rigidezza dinamica e smorzamento

$$\varphi = \varphi_F - \varphi_h$$

La procedura è di tipo iterativo, a partire dalle condizioni iniziali, si applica un primo gradino di forza e ne si determinano le condizioni di equilibrio, successivamente vengono considerati i parametri dinamici definiti e vengono ricavate le caratteristiche dinamiche per ogni frequenza studiata. Questo procedimento viene applicato per ogni gradino di forza che viene definito. Le caratteristiche dinamiche vengono ricavate solo per il numero di periodi definito a priori, questo perché non si ha una condizione di convergenza che definisce la fine dello step di forza considerato. Il numero di campioni che vengono simulati può essere ricavato dato il numero di periodi e dalla discretizzazione temporale. L'espressione analitica della forzante esterna sarà quindi:

$$F_{ext} = F_p + \Delta F \cdot sin\,(\omega t)$$

Dove F_p è il valore medio di portanza, ΔF è la semi-ampiezza della sinusoide, ω è la pulsazione e t il tempo. Pulsazione e frequenza sono legate dalla relazione:

$$\omega = 2\pi f$$

Da non trascurare l'importanza della definizione di una massa adeguata. Un valore troppo piccolo, come quello che considera la sola massa del pattino, potrebbe alterare significativamente il diagramma fasoriale, complicando il calcolo di rigidezza e smorzamento dinamici. Per evitare queste problematiche, si adotta l'espressione:

$$m = \frac{F_{ext}}{g}$$

3.1.5 Discretizzazione 1D

Per realizzare il modello 1D, si considera l'elemento infinitesimale di fluido come una linea. In questa configurazione, tutte le componenti nella direzione circonferenziale θ vengono trascurate. Nella computazione dell'equazione di Reynolds, le portate ad ovest g_O ed est g_E non risultano nel bilancio di portata complessivo, perché trattandosi della portata entrante ed uscente da uno stesso punto di conseguenza coincidono.

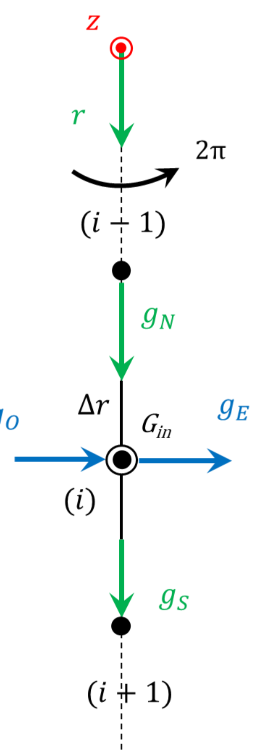

Figura 3.1.22 Generico elemento di fluido 1D

$$G_{in_{i,j}} + (G_N - G_S) = \left(\frac{h_{i,j}^t}{R_g T}\frac{p_{i,j}^{t+1} - p_{i,j}^t}{\Delta t} + \frac{p_{i,j}^t}{R_g T}\dot{h}_{i,j}^t\right) \mathrm{r_{i,j}} \Delta \mathrm{r}$$

Infine, una volta ottenuta la distribuzione di pressione lungo il raggio, si moltiplica il tutto per 2π in modo tale da ottenere la distribuzione di pressione complessiva su tutta la superficie circolare. Lo stesso fattore moltiplicativo viene introdotto nel calcolo della capacità di carico e della portata di scarico, per ottenerne l'intera distribuzione superficiale.

Capitolo 4

4.1 Risultati misurazioni sperimentali

Nei capitoli precedenti sono stati descritti i tre banchi prova utilizzati in questo lavoro: il primo dedicato alla misurazione della permeabilità del pattino pneumostatico , il secondo focalizzato sulle sue caratteristiche statiche e dinamiche e il terzo incentrato sulla prova a getto libero. È stato inoltre approfondito il loro principio di funzionamento.
In questo capitolo, invece, l'attenzione si sposta sull'analisi dettagliata dei risultati ottenuti dalle prove sperimentali. Ogni serie di dati viene interpretata graficamente per evidenziare come influiscano sulle prestazioni complessive dei pattini, offrendo una visione più approfondita del loro comportamento e delle potenziali implicazioni operative.

4.1.1 Risultati banco prova per misura di permeabilità

Ogni campione è stato sottoposto a tre test, ciascuno eseguito a pressioni di alimentazione differenti: 6 bar, 5 bar e 4 bar. Per ogni prova, una volta selezionata la pressione desiderata sono iniziate le misurazioni con la resistenza regolabile completamente chiusa. Successivamente, la resistenza regolabile è stata progressivamente aperta fino a rilevare una variazione nei valori del flussimetro. Questa procedura è stata ripetuta fino a quando la pressione di valle del campione non ha raggiunto la pressione atmosferica.

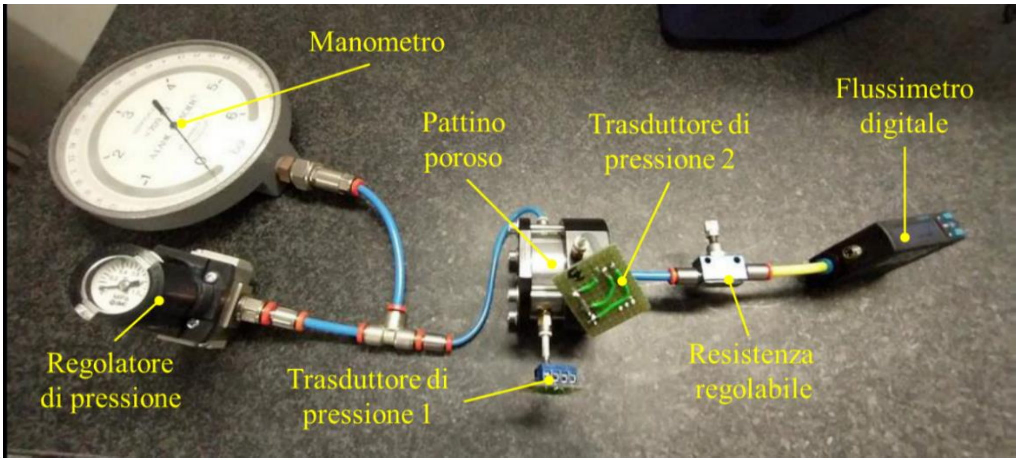

Figura 4.1.1 Foto banco prova permeabilità pattino

I dati ottenuti durante le prove sono stati sistemati e raccolti in una tabella Excel. La massa di ciascun campione è stata stimata utilizzando il prodotto del volume, approssimato a quello di un cilindro ideale, e della densità della grafite ($\rho_g = 2265 \frac{kg}{m^3}$). Nonostante le prove siano state condotte su ogni pattino, risultati validi sono stati ottenuti esclusivamente sui pattini 1, 5 e 6. Nelle tabelle e nei grafici questi pattini saranno identificati con i codici P1, P5 e P6 rispettivamente. Nei restanti campioni, il parziale scollamento dell'inserto ha compromesso l'integrità delle misurazioni, rendendo i dati raccolti inutilizzabili.
Utilizzando i dati di differenza di pressione, del flusso d'aria e delle dimensioni del campione, tramite la legge di Darcy-Forchheimer si ottiene la permeabilità. Si parte dall'equazione di Darcy.

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{\mu \nu}{K}$$

Successivamente si definisce la velocità media con cui il fluido attraversa il mezzo poroso ν, in funzione della portata massica G, la densità dell'aria ρ, e l'area della sezione di passaggio del provino attraverso cui passa l'aria A.

$$\nu = \frac{G}{\rho A}$$

E la portata massica G come prodotto tra la portata volumetrica Q e la densità dell'aria ambientale ρ.

$$\mathrm{G} = \mathrm{Q}\rho$$

Sostituendo nell'equazione di Darcy la velocità media con cui il fluido attraversa il mezzo poroso ν, si ottiene la portata massica G espressa in funzione della variazione di pressione lungo lo spessore del provino x.

$$\mathrm{G} = \frac{\rho K A}{\mu} \frac{dp}{dx}$$

Integrandola lungo la lunghezza L.

$$\int_0^L G dx = \int_{p_1}^{p_2} \frac{\rho K A}{\mu} dp = \int_{p_1}^{p_2} \frac{p}{R_g T} \frac{K A}{\mu} dp$$

E sostituendo l'espressione della densità $\rho = P/R_g T$ nel caso di trasformazione isoterma, si ottiene.

$$G = \frac{(p_1^2 - p_2^2) K A}{2 L \mu R_g T}$$

Si ricava infine l'equazione con cui si valuterà la permeabilità sperimentale K.

$$\mathrm{K} = \frac{2 \mu G L R_g T}{A(p_1^2 - p_2^2)}$$

I dati ricavati sono presentati in due tabelle: la *Tabella 4.1* riporta i valori medi di permeabilità calcolati sui primi 10 valori registrati a velocità più basse, mentre la *Tabella 4.2* include i valori di permeabilità misurati alla differenza di pressione massima.

Tabella 4.1 Valore medio permeabilità per i primi 10 valori a velocità più bassa

K media [m^2]	4 bar	5 bar	6 bar
P1	$4{,}23\cdot10^{-16}$	$4{,}13\cdot10^{-16}$	$3{,}92\cdot10^{-16}$
P5	$4{,}92\cdot10^{-16}$	$4{,}61\cdot10^{-16}$	$4{,}56\cdot10^{-16}$
P6	$6{,}55\cdot10^{-16}$	$6{,}15\cdot10^{-16}$	$5{,}05\cdot10^{-16}$

Tabella 4.2 Valore permeabilità a differenza di pressione massima

K finale [m^2]	4 bar	5 bar	6 bar
P1	$4{,}86\cdot10^{-16}$	$4{,}65\cdot10^{-16}$	$4{,}62\cdot10^{-16}$
P5	$5{,}01\cdot10^{-16}$	$4{,}88\cdot10^{-16}$	$4{,}78\cdot10^{-16}$
P6	$7{,}29\cdot10^{-16}$	$6{,}95\cdot10^{-16}$	$5{,}24\cdot10^{-16}$

Analizzando i dati raccolti emerge un comportamento comune per tutti i pattini, ossia la permeabilità diminuisce all'aumentare della pressione di alimentazione. Inversamente, a parità di pressione la permeabilità aumenta gradualmente dal pattino 1 al 5 e successivamente al 6. Questo comportamento potrebbe essere da attribuire ai danni presenti sulla superficie degli inserti in grafite. In particolare, il pattino 5 mostra un lieve danneggiamento concentrato in un'estremità, mentre il pattino 6 presenta una concavità più estesa, distribuita su una porzione significativa del diametro esterno dell'inserto. Solamente il pattino 1 risulta perfettamente integro. Questi difetti superficiali potrebbero influire negativamente sui valori di permeabilità registrati. Infatti, i risultati indicano che la grafite utilizzata presenta una permeabilità molto bassa, distante dai valori tipici richiesti per pattini pneumostatici porosi, che si collocano generalmente nell'intervallo tra $1\cdot10^{-16}$ e $1\cdot10^{-14}$ m^2.

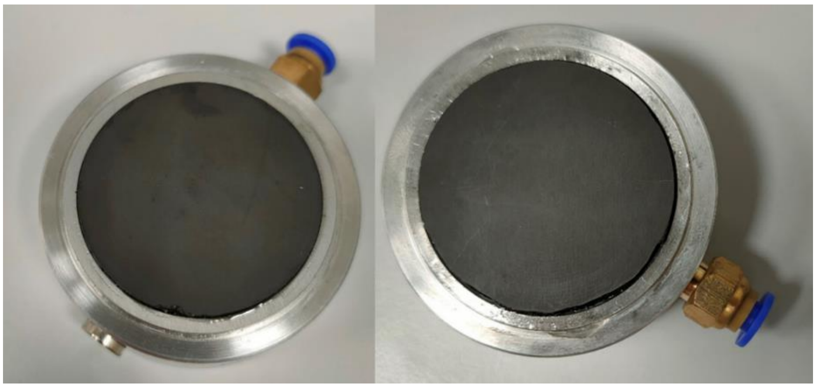

Figura 4.1.2 Foto danneggiamenti a sinistra pattino 5 e a destra pattino

I grafici riportati di seguito illustrano chiaramente l'andamento decrescente della permeabilità per ciascun pattino al crescere della pressione di alimentazione.

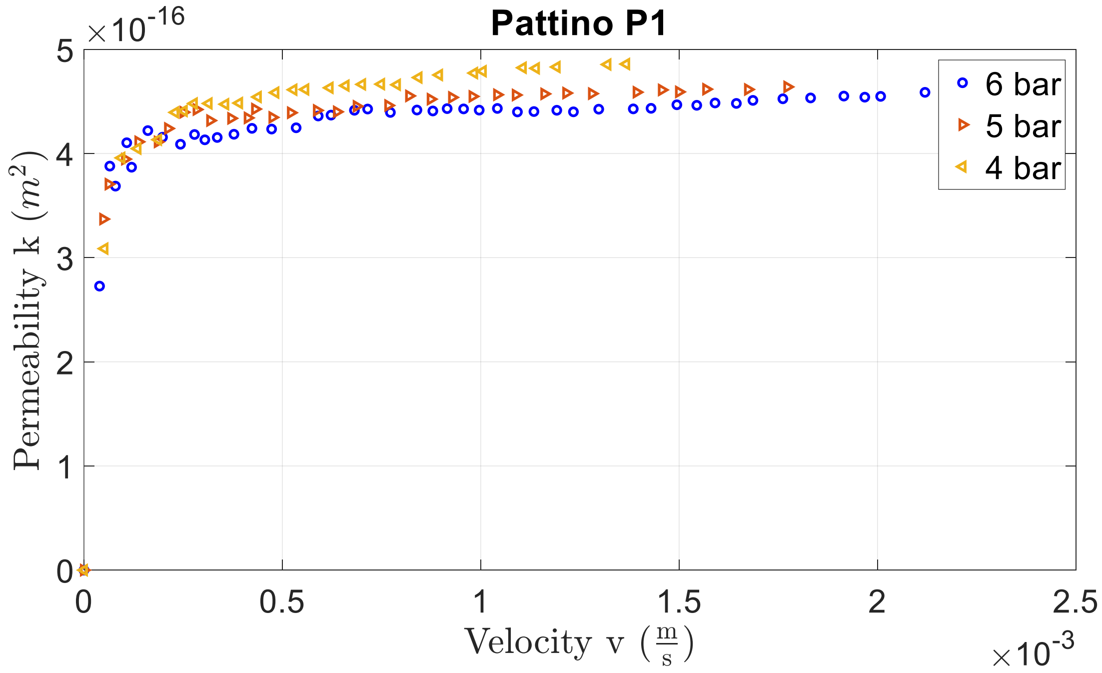

Figura 4.1.3 Grafico permeabilità pattino 1 per differenti pressioni

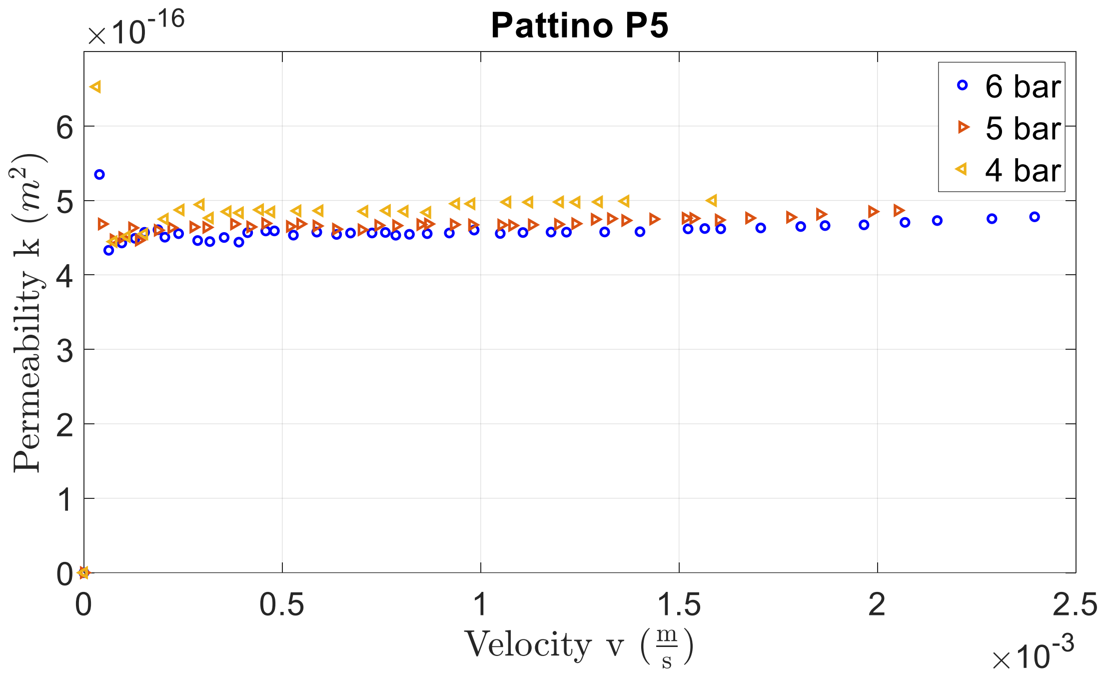

Figura 4.1.4 Grafico permeabilità pattino 5 per differenti pressioni

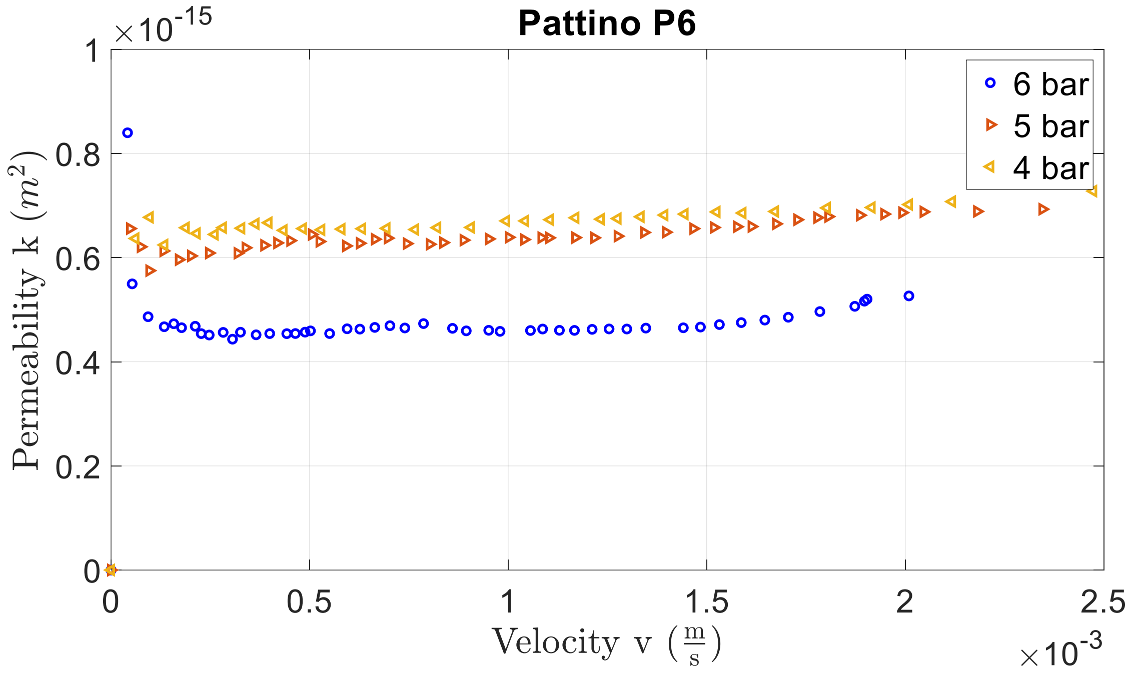

Figura 4.1.5 Grafico permeabilità pattino 6 per differenti pressioni

Mentre i grafici successivi mostrano come, a parità di pressione di alimentazione, la permeabilità tenda ad aumentare progressivamente passando dal pattino 1 al 5, fino al pattino 6.

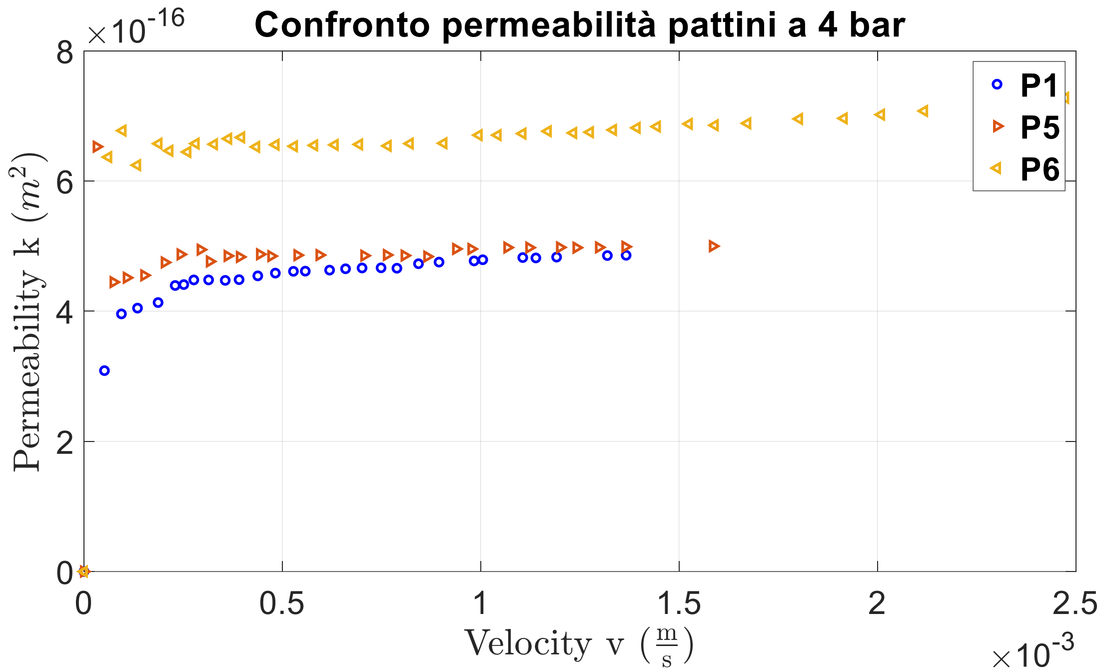

Figura 4.1.6 Grafico permeabilità di ogni pattino a 4 bar

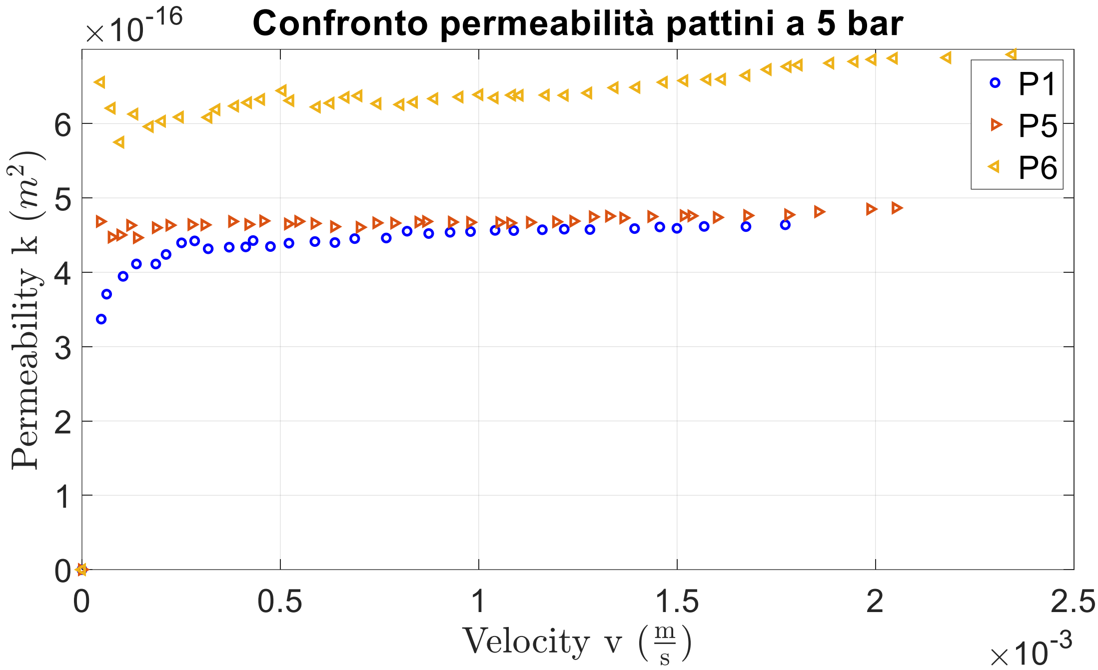

Figura 4.1.7 Grafico permeabilità di ogni pattino a 5 bar

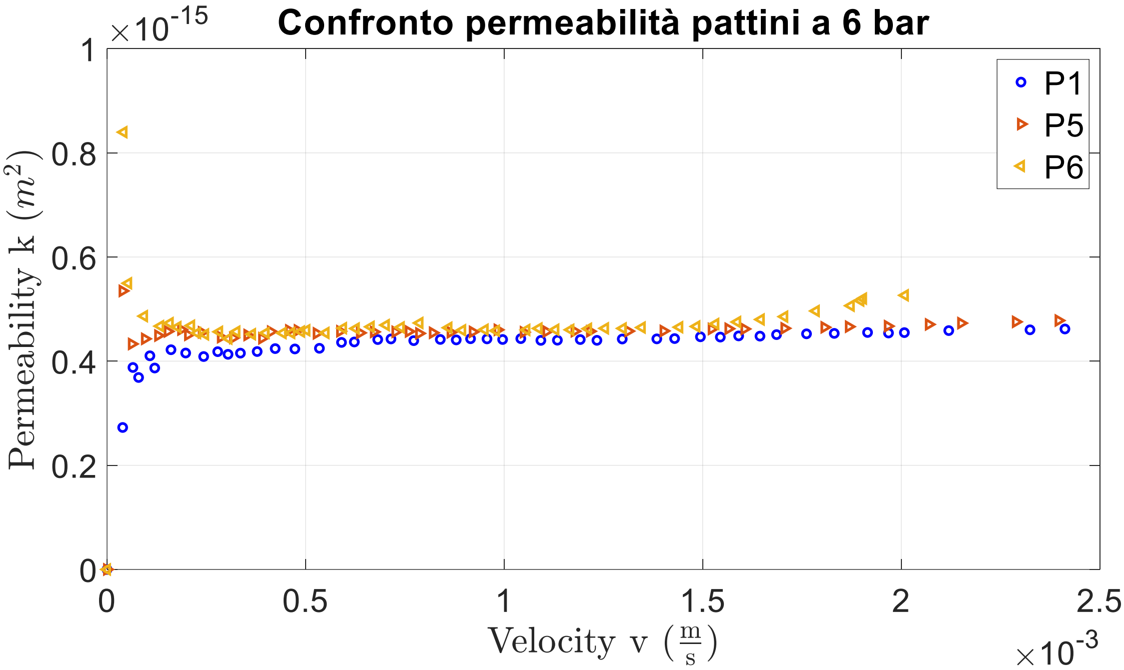

Figura 4.1.8 Grafico permeabilità di ogni pattino a 6 bar

Per la modellazione della portata teorica G_{th} si utilizza invece la legge di Forchheimer.

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{\mu v}{K} + c\,\frac{\rho v^2}{\sqrt{K}}$$

Il cui coefficiente inerziale c si ottiene calcolando prima il numero di Reynolds Re e il coefficiente di attrito f_k.

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho_m v \sqrt{K}}{\mu}$$

$$f_k = \frac{\Delta p \sqrt{K}}{\Delta x \, \rho_m v^2}$$

Per poi poter ricavare il coefficiente inerziale c.

$$c = f_k - \frac{1}{\mathrm{Re}}$$

Tabella 4.3 Valore coefficiente inerziale calcolato a portata massima

c	4 bar	5 bar	6 bar
P1	$-2{,}03 \cdot 10^4$	$-1{,}21 \cdot 10^4$	$-1{,}15 \cdot 10^4$
P5	$-2{,}49 \cdot 10^3$	$-4{,}99 \cdot 10^3$	$-3{,}11 \cdot 10^3$
P6	$-7{,}74 \cdot 10^3$	$-7{,}08 \cdot 10^3$	$-2{,}81 \cdot 10^3$

Nei grafici di *Figura 4.1.9 – 4.1.12* sono rappresentati i risultati relativi ai valori di $\mathrm{R}e$ e f_k. Per calcolare questi parametri è stata utilizzata una permeabilità sperimentale corrispondente alla media dei dieci valori registrati con la minima differenza di pressione. L'analisi dei grafici mostra che, per ciascun pattino, f_k tende a stabilizzarsi su valori costanti quando il numero di Reynolds raggiunge livelli sufficientemente elevati. Per i pattini 1 e 5, tale andamento rimane invariato al variare della pressione di alimentazione. Al contrario, nel pattino 6 si osserva una variazione significativa, indicando che i suoi parametri sono maggiormente influenzati dalla pressione di alimentazione.

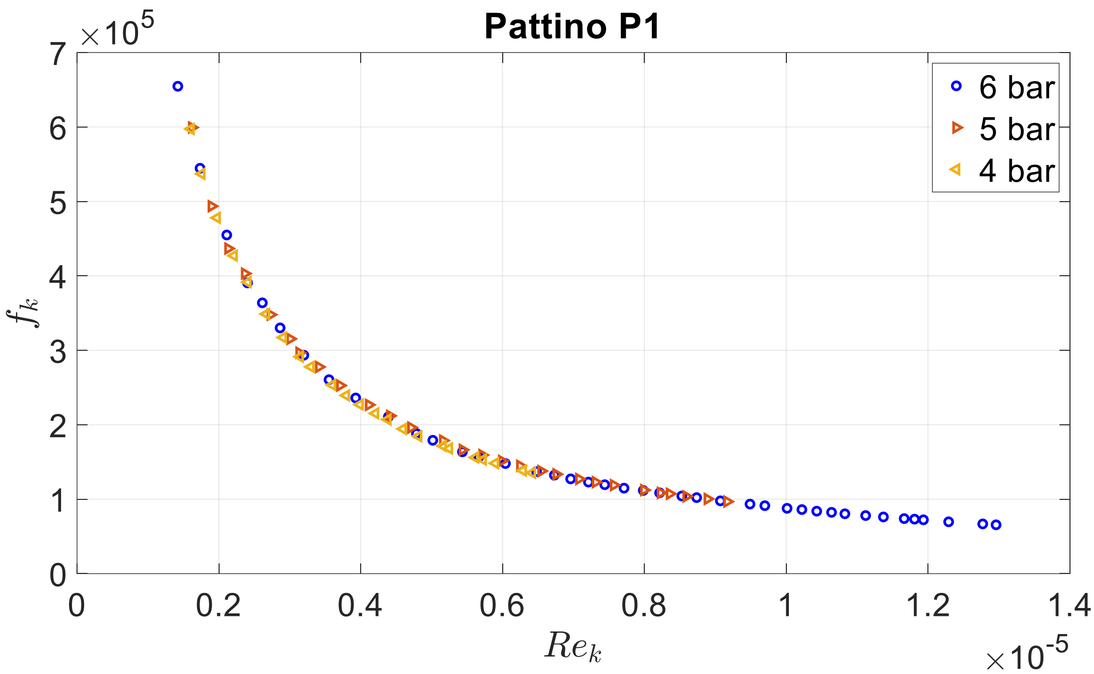

Figura 4.1.9 R_{ek} e f_k per pattino 1 a pressioni di alimentazione differenti

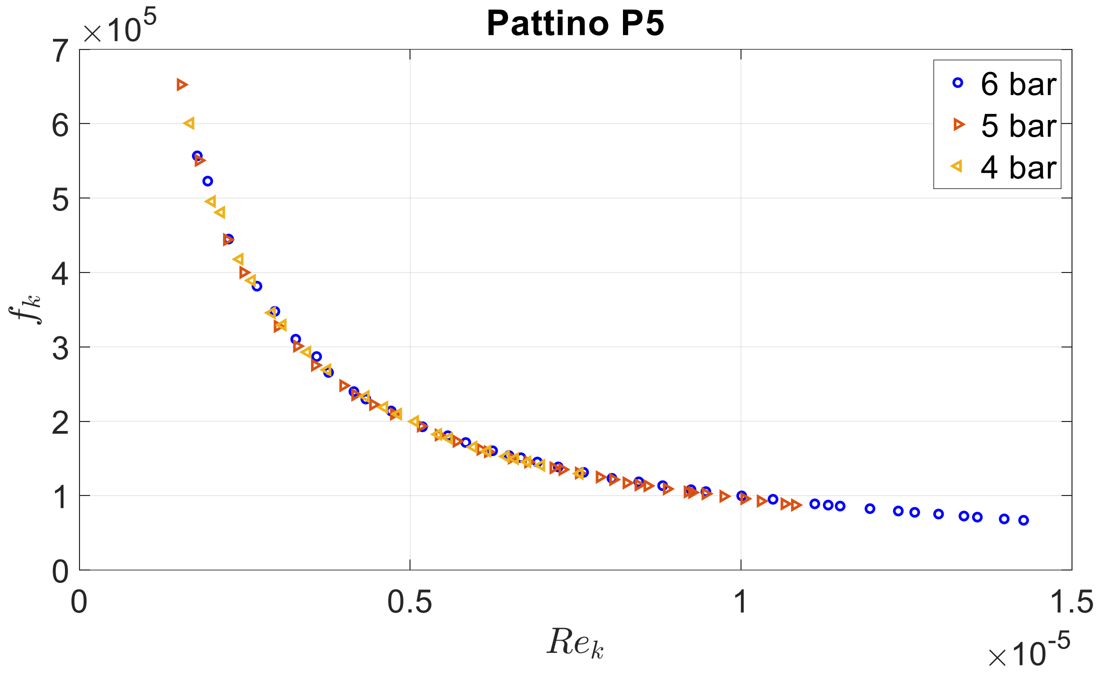

Figura 4.1.10 R_{ek} e f_k per pattino 5 a pressioni di alimentazione differenti

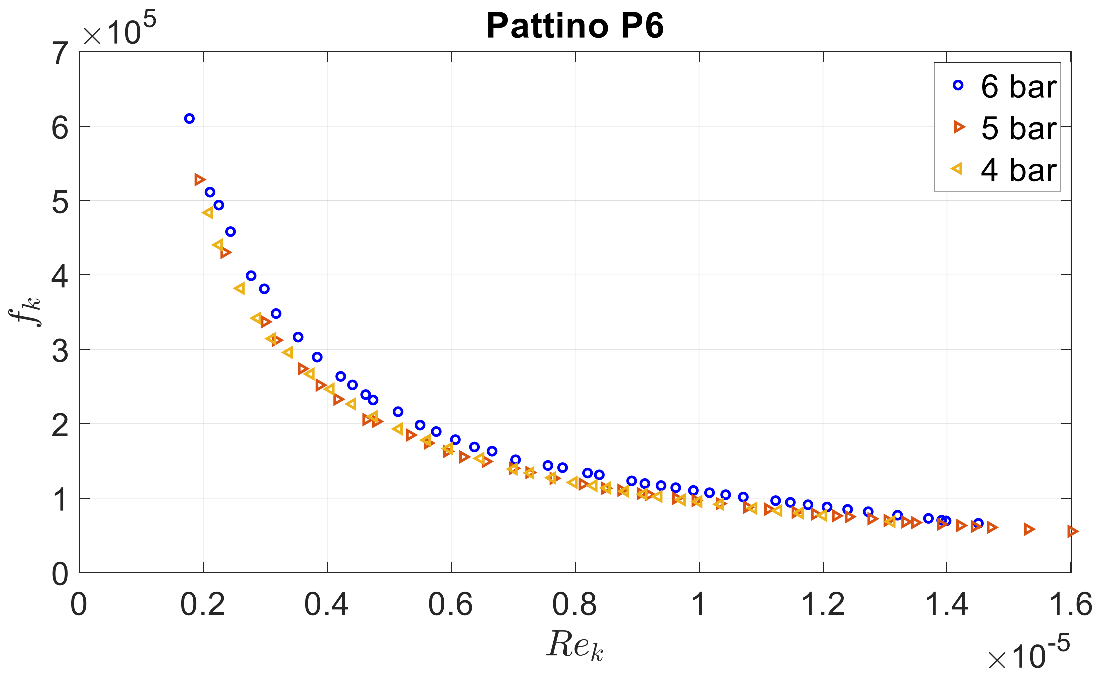

Figura 4.1.11 R_{ek} e f_k per pattino 6 a pressioni di alimentazione differenti

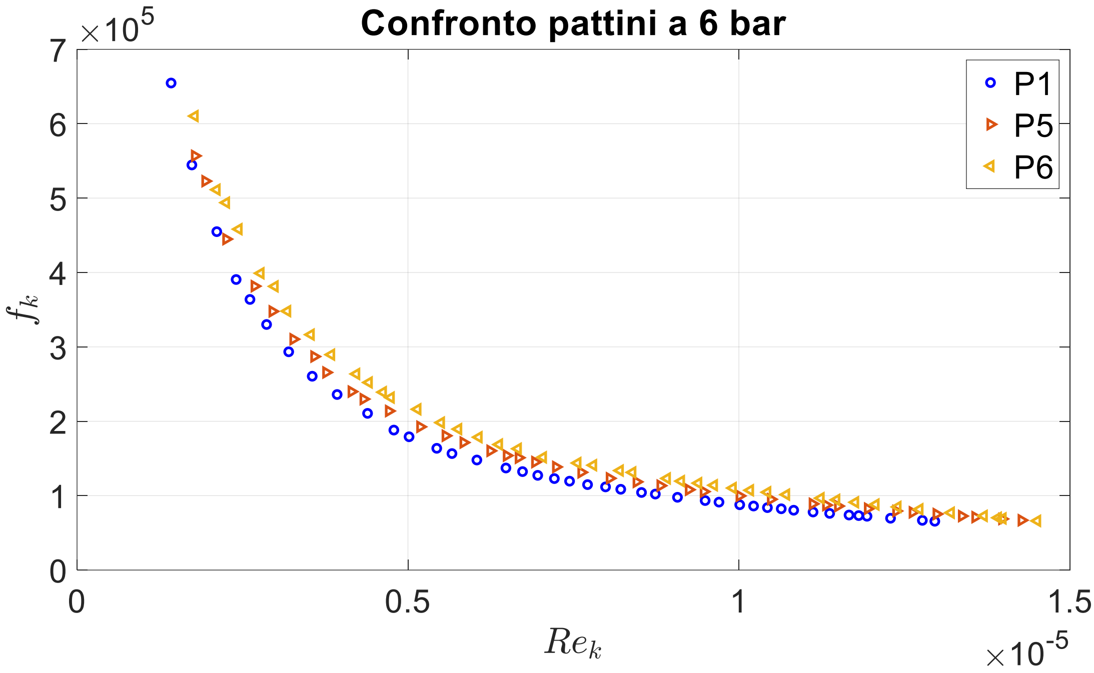

Figura 4.1.12 R_{ek} e f_k per tutti i pattini a pressione di alimentazione 6 bar

Sostituendo i valori sperimentali $\frac{\Delta p}{\Delta x}$, ρ, v, della permeabilità K e del coefficiente inerziale c nella legge di Forchheimer, si ottiene l'equazione del secondo ordine con incognita la portata teorica G_{th}.

$$\alpha G_{th}^2 + \beta G_{th} + \varepsilon = 0$$

I cui coefficienti α, β,ε sono:

$$\alpha = \frac{32cRT}{\pi^2 D^4 \sqrt{K}}$$

$$\beta = \frac{8\mu RT}{\pi D^2 K}$$

$$\varepsilon = -\frac{(P_1^2 - P_2^2)}{L}$$

Risolvendo l'equazione di secondo grado si ottiene l'espressione della portata teorica G_{th}.

$$G_{th} = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\varepsilon}}{2\alpha}$$

Nei grafici di *Figura 4.1.13 – 4.1.16* sono mostrati i valori della portata massica sperimentale confrontati con quelli teorici calcolati utilizzando il modello di Forchheimer. L'analisi conferma la validità del modello come strumento efficace per lo studio del comportamento della portata nei pattini pneumostatici.

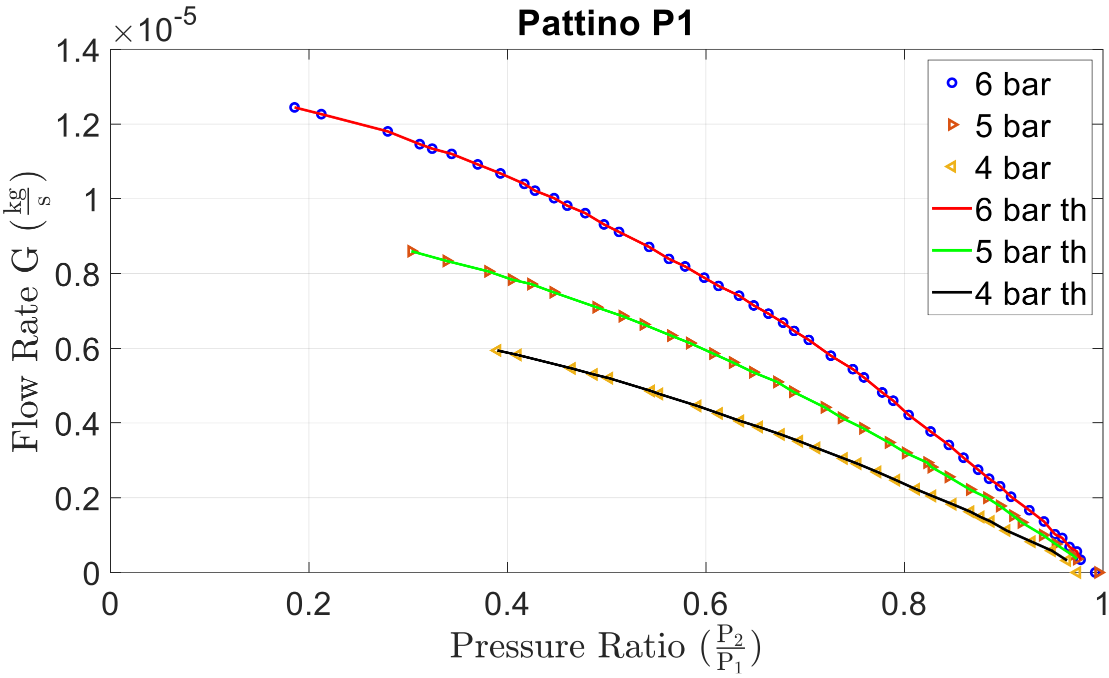

Figura 4.1.13 Portata sperimentale e teorica per pattino 1

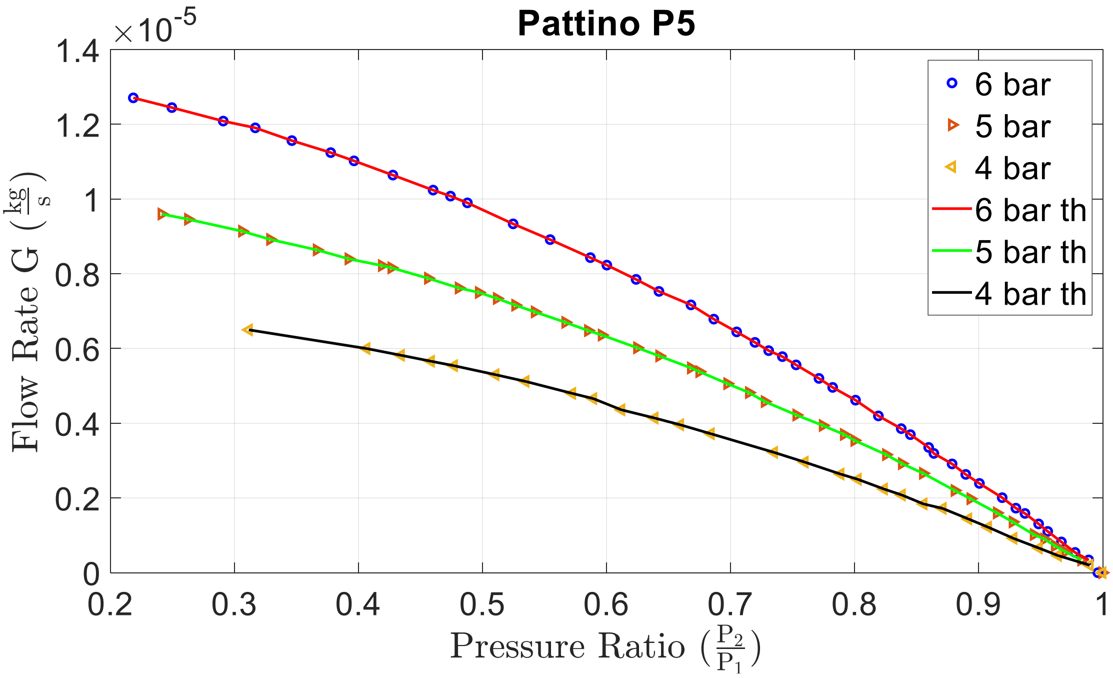

Figura 4.1.14 Portata sperimentale e teorica per pattino 5

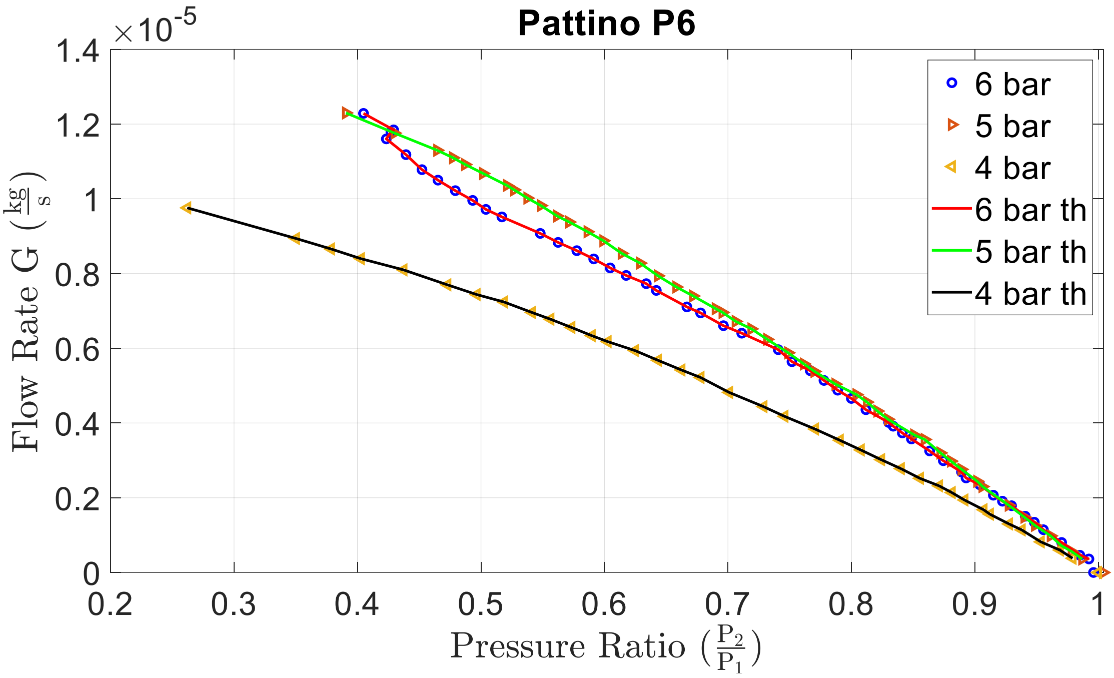

Figura 4.1.15 Portata sperimentale e teorica per pattino 6

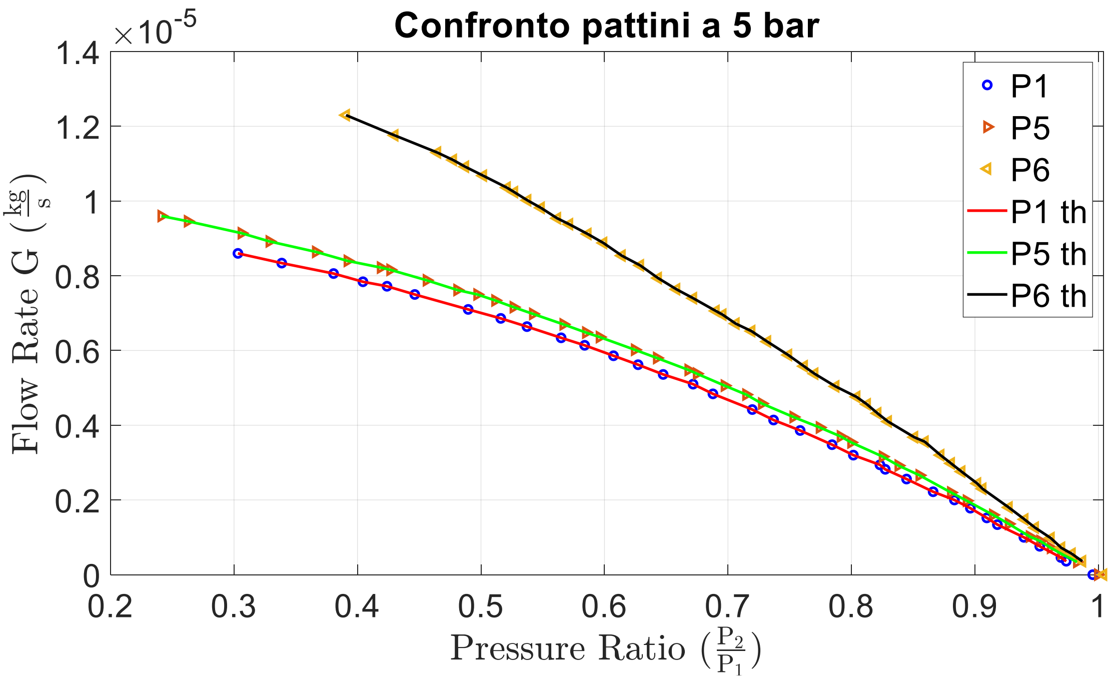

Figura 4.1.16 Portata sperimentale e teorica per tutti i pattini a pressione di alimentazione 5 bar

Infine in *Figura 4.1.18 – 4.1.19* viene illustrato il confronto tra le curve teoriche di portata ottenute applicando la legge di Forchheimer e quella di Darcy, basandosi sulla permeabilità calcolata alla differenza di pressione massima. Dall'analisi si nota che le due curve teoriche risultano molto simili. Ciò indica che la legge di Darcy rappresenta una buona approssimazione nei casi di permeabilità molto bassa. Tuttavia, per valori di permeabilità più elevati, il modello di Forchheimer fornisce una descrizione più accurata del comportamento della portata.

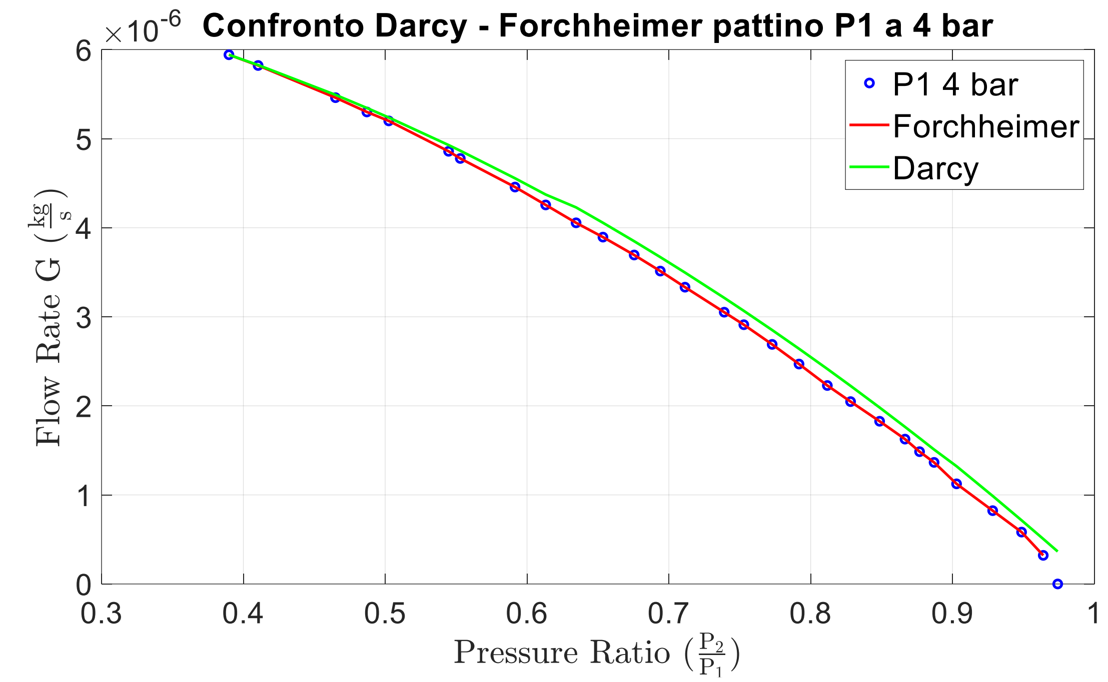

Figura 4.1.17 Portata sperimentale e teorica per pattino 1 a 4 bar confrontando il modello di Darcy con quello di Forchheimer

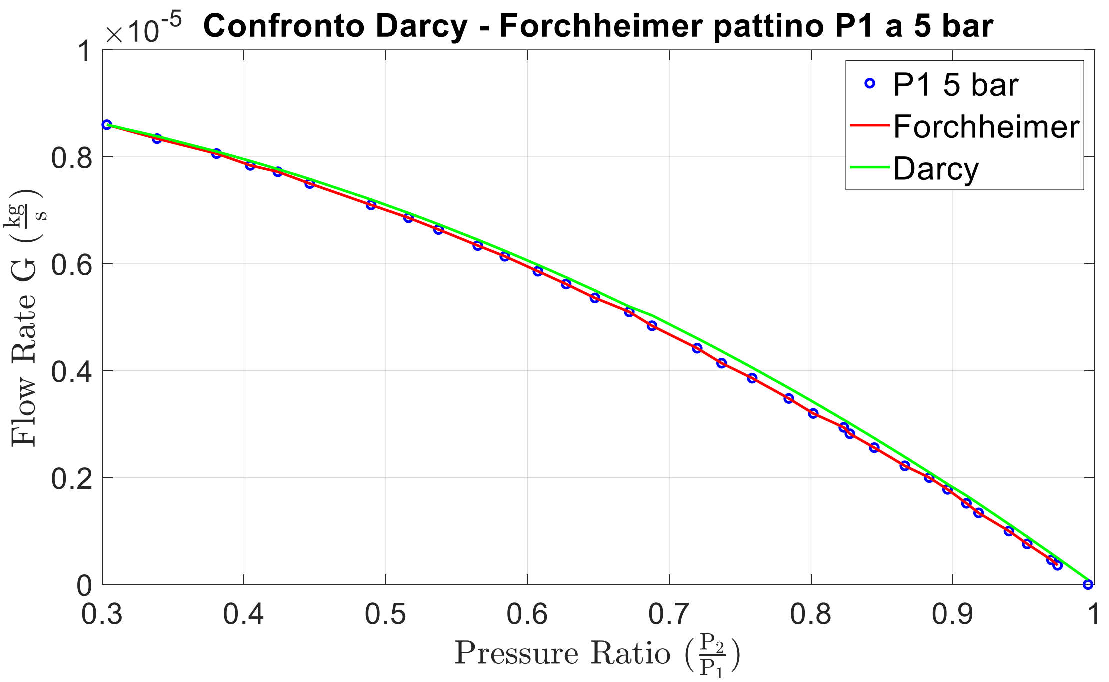

Figura 4.1.18 Portata sperimentale e teorica per pattino 1 a 5 bar confrontando il modello di Darcy con quello di Forchheimer

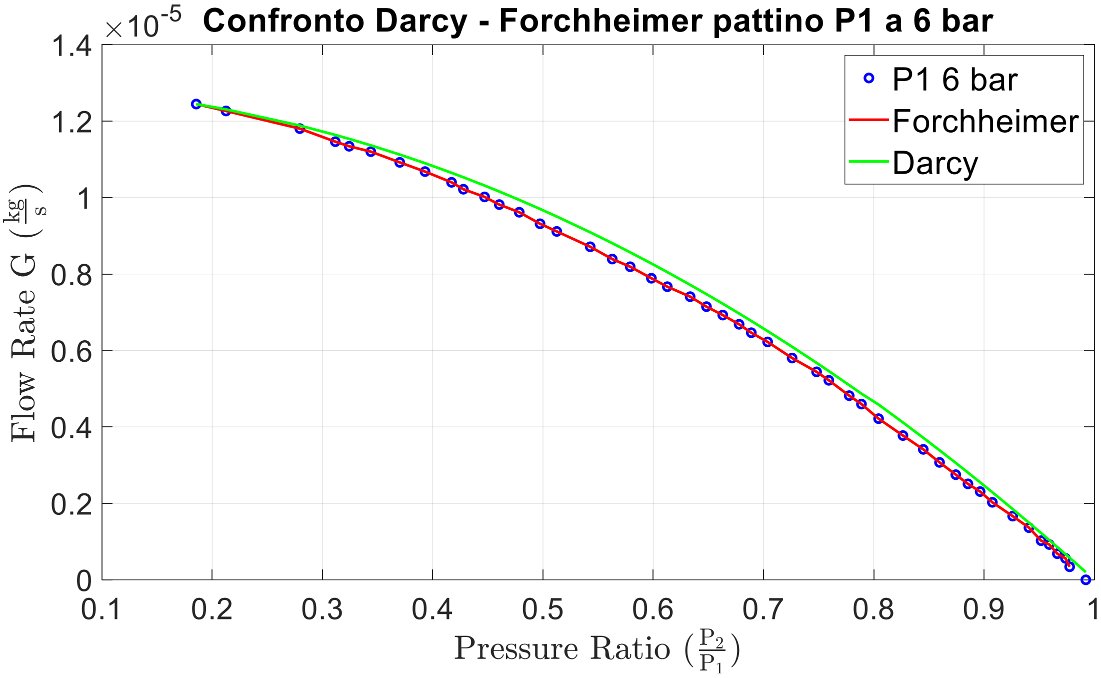

Figura 4.1.19 Portata sperimentale e teorica per pattino 1 a 6 bar confrontando il modello di Darcy con quello di Forchheimer

4.1.2 Risultati banco prova getto libero

Le prove sono state condotte esclusivamente sui pattini 1 e 5, gli unici che sono rimasti integri in seguito alle fasi di test della permeabilità precedente. Durante l'esperimento, la pressione è stata incrementata gradualmente fino a raggiungere i 7 bar relativi. Per ogni pattino sono state effettuate quattro prove, permettendo così di raccogliere un set di dati significativo per l'analisi delle loro prestazioni in condizioni controllate.
Durante questa tipologia di test, il pattino viene rovesciato affinché i fori di alimentazione scarichino direttamente a pressione ambiente. Per garantire un corretto svolgimento della prova, si impiegano diversi strumenti di misura tra cui un flussimetro, indispensabile per quantificare il consumo d'aria del pattino e un regolatore di flusso che consente di generare una caduta di pressione e ottenere una regolazione fine della pressione a monte del pattino. Quest'ultima viene poi misurata con precisione mediante un sensore di pressione, assicurando così la coerenza dei dati raccolti durante l'esperimento. Nel sistema di alimentazione del pattino pneumostatico sono presenti anche due valvole 2/2 strategicamente posizionate prima e dopo il serbatoio. La prima valvola, quando attivata, avvia la fase di carica, consentendo il riempimento iniziale del serbatoio e successivamente del pattino. La seconda valvola, invece, viene attivata durante la fase di scarica, permettendo il rilascio controllato della pressione all'interno del sistema. Questo processo è essenziale per gestire in modo preciso il ciclo di alimentazione e scarico, assicurando un funzionamento stabile e riproducibile del pattino.

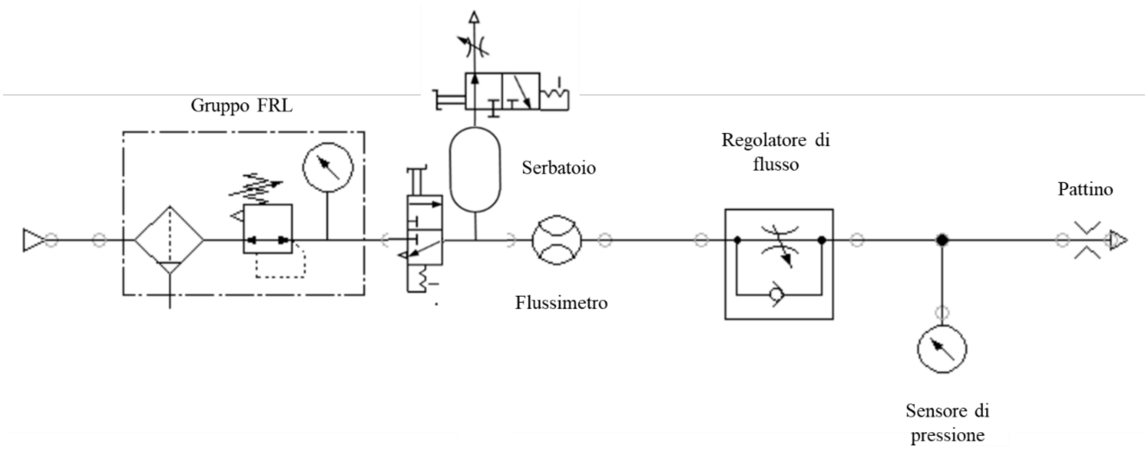

Figura 4.1.20 Schema pneumatico banco prova getto libero

Dopo aver predisposto il setup sperimentale, la prova viene eseguita regolando la pressione di alimentazione del pattino tramite il regolatore di flusso. Durante l'esperimento, un programma LabVIEW permette di monitorare l'andamento della prova, fornendo una rappresentazione grafica della portata consumata al variare della pressione. Successivamente, i dati acquisiti vengono elaborati con Matlab, consentendo un confronto tra i risultati sperimentali e quelli teorici. Questo confronto permette di determinare con precisione la permeabilità del pattino. Grazie sempre dalla formula ricava dall'equazione di Darcy.

$$\mathrm{K} = \frac{2\mu G L R_g T}{A(p_1^2 - p_2^2)}$$

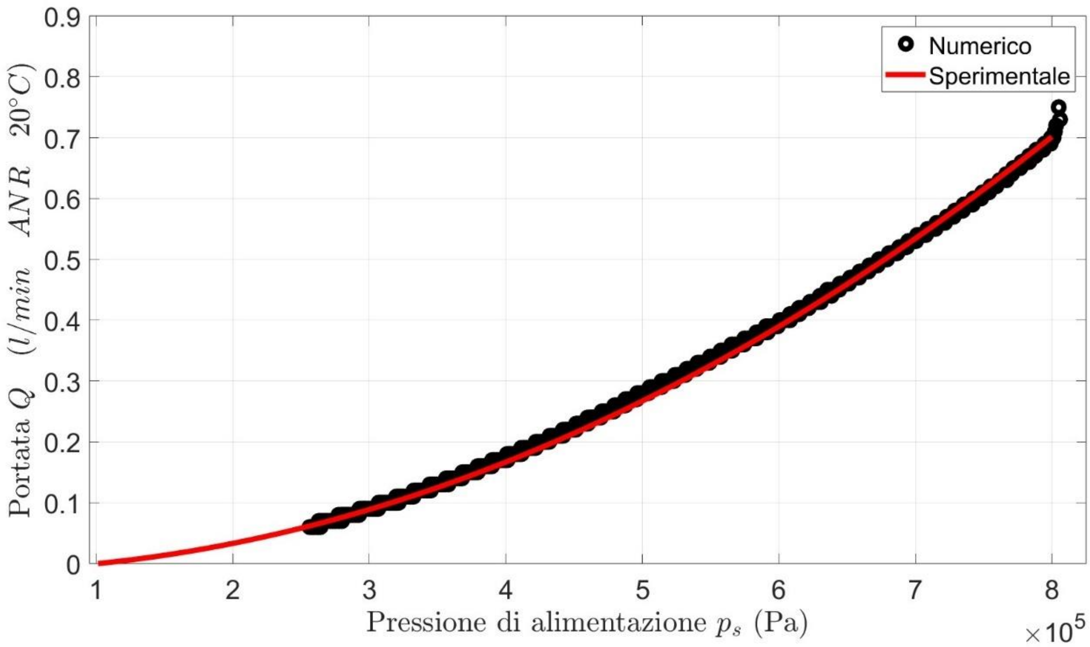

Figura 4.1.21 Grafico consumo d'aria banco prova getto libero

I risultati delle quattro prove effettuate su entrambi i pattini confermano la coerenza dei valori di permeabilità con quelli ottenuti attraverso il banco prova specifico. Questo riscontro non solo attesta l'affidabilità del metodo di misurazione adottato, ma dimostra anche la riproducibilità dei risultati indipendentemente dalla tipologia di test utilizzata. L'accordo tra i dati sperimentali suggerisce che il processo di acquisizione e analisi delle misure è stato condotto con precisione, garantendo una valutazione accurata delle caratteristiche del pattino pneumostatico.

Tabella 4.4 Tabella permeabilità prova getto libero

K [m^2]	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Prova 4
P1	$3{,}8\cdot10^{-16}$	$3{,}8\cdot10^{-16}$	$3{,}8\cdot10^{-16}$	$3{,}8\cdot10^{-16}$
P5	$4\cdot10^{-16}$	$3{,}6\cdot10^{-16}$	$4{,}3\cdot10^{-16}$	$4{,}1\cdot10^{-16}$

4.1.3 Risultati banco prova caratterizzazione statica

Su questo banco, ogni campione è stato sottoposto a quattro test distinti, effettuati a diverse pressioni di alimentazione: 5 bar, 4 bar, 3 bar e 2 bar.

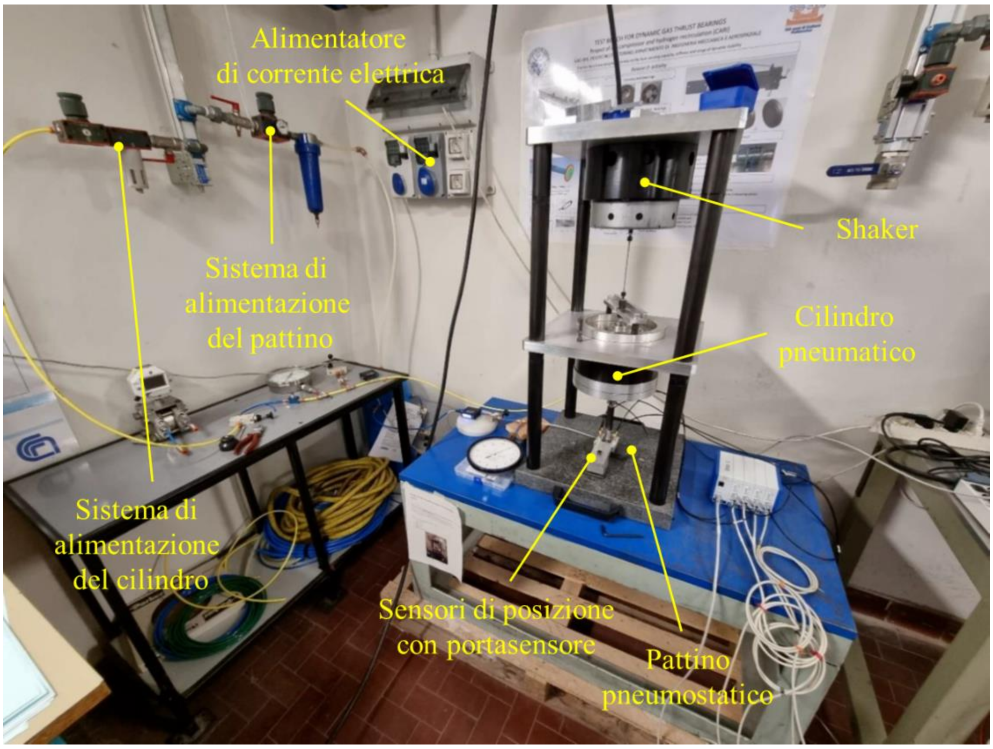

Figura 4.1.22 Foto banco prova cilindro pneumatico

Una volta montato correttamente ogni componente del banco, il puntalino adeguato e il pattino stesso, l’ultimo passaggio prima di iniziare la prova è quello di configurare la condizione di inizio misurazione. Questa prevede l’applicazione del solo precarico e l’alimentazione per il pattino. Osservando lo schema pneumatico di *Figura 4.1.23*, la pressione desiderata viene impostata tramite il riduttore di pressione 9, e successivamente, attivando la valvola 10, il serbatoio 11 viene riempito. Una volta pieno, si aziona la valvola 13 per alimentare direttamente il pattino.
Parallelamente, per il cilindro pneumatico, è necessario regolare i flussi tramite i regolatori 4 e 7, bloccare lo scarico agendo sulla valvola 6, e chiudere l’alimentazione con la valvola 3, garantendo che il carico statico sul pattino non aumenti durante la configurazione.
La prova inizia con l'avvio della misurazione tramite il programma LabView. Successivamente, aprendo la valvola 3, si alimenta il cilindro pneumatico, applicando un carico statico crescente sul pattino. Questo fa abbassare l’altezza del meato, aumentando la resistenza pneumatica del sistema.

La diminuzione della portata, visibile sul flussimetro 12, conferma l'aumento del carico. Quando la portata diventa quasi nulla, corrispondente alla capacità di carico massima del pattino, si interrompe l'alimentazione del cilindro agendo di nuovo sulla valvola 3, stabilizzando così la forza applicata.
A questo punto, l'alimentazione del pattino viene disattivata tramite la valvola 13. Infine, il cilindro pneumatico viene scaricato, rimuovendo il carico tramite la valvola 6. La condizione finale della misurazione si ottiene quando sul pattino resta solo il precarico iniziale.

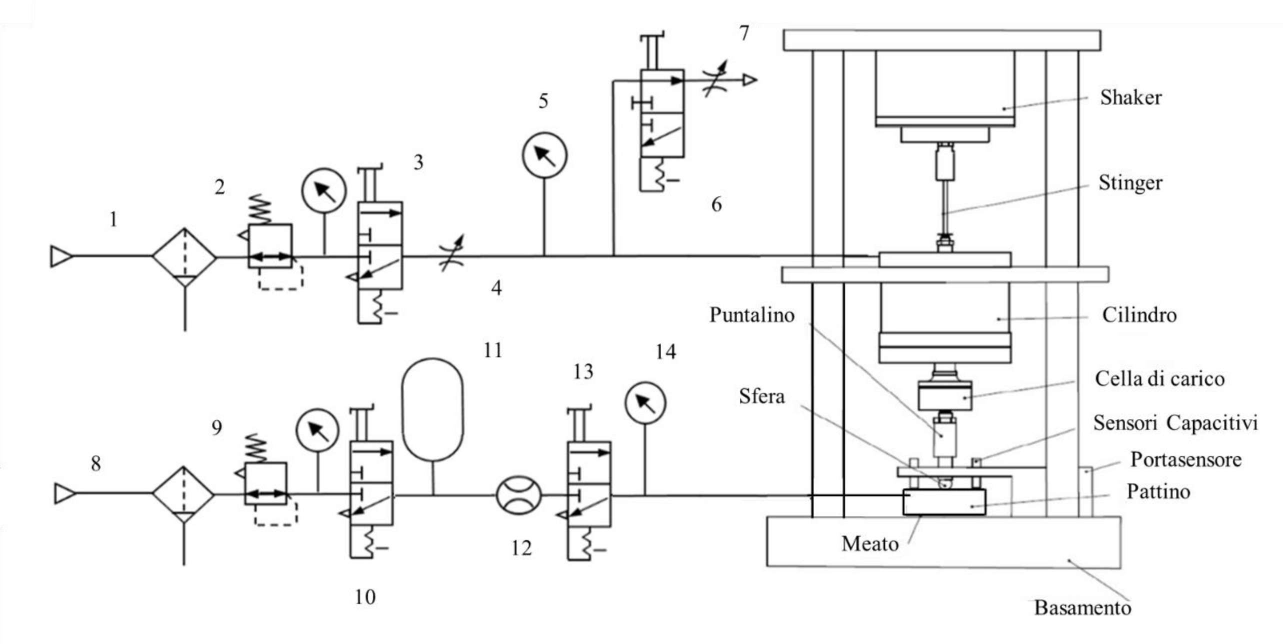

Figura 4.1.23 Schema pneumatico banco prova

I dati sperimentali acquisiti tramite file .txt utilizzando il codice implementato in LabView vengono successivamente elaborati con un codice Matlab. La prima fase di elaborazione prevede il filtraggio dei dati, effettuato con un filtro a media mobile implementato tramite la funzione smooth di Matlab. Successivamente, viene calcolata una media dei valori forniti dai quattro sensori capacitivi, ottenendo così un valore medio di spostamento, indicato come x_m. Tuttavia, i sensori capacitivi misurano la distanza tra la loro posizione e la base superiore del pattino. Per determinare l'altezza effettiva del meato, è necessario impostare uno zero di riferimento. Questo viene fatto individuando il valore minimo di $-x_m$ all'interno del dataset e sottraendolo da ciascun vettore x_1,x_2,x_3,x_4, allineando così i dati al nuovo sistema di riferimento. Il passo successivo consiste nell'isolare le porzioni di curva d'interesse. Durante i test sperimentali, il pattino può a entrare in contatto con il basamento, generando un'alterazione nei dati. Questa condizione è evidente nei grafici che rappresentano il carico F in funzione del meato, dove si nota un brusco incremento di F e della rigidezza quando il pattino tocca il basamento, nonostante la portata Q non sia pari a zero. Per garantire l'accuratezza dei risultati, è necessario rimuovere manualmente i punti in cui si verifica il contatto. Le porzioni di curva risultanti, filtrate e prive di alterazioni, sono quelle utilizzate per l'analisi, come evidenziato nei grafici di seguito. Questi passaggi sono fondamentali per ottenere un'interpretazione accurata delle caratteristiche meccaniche e pneumatiche del sistema studiato.

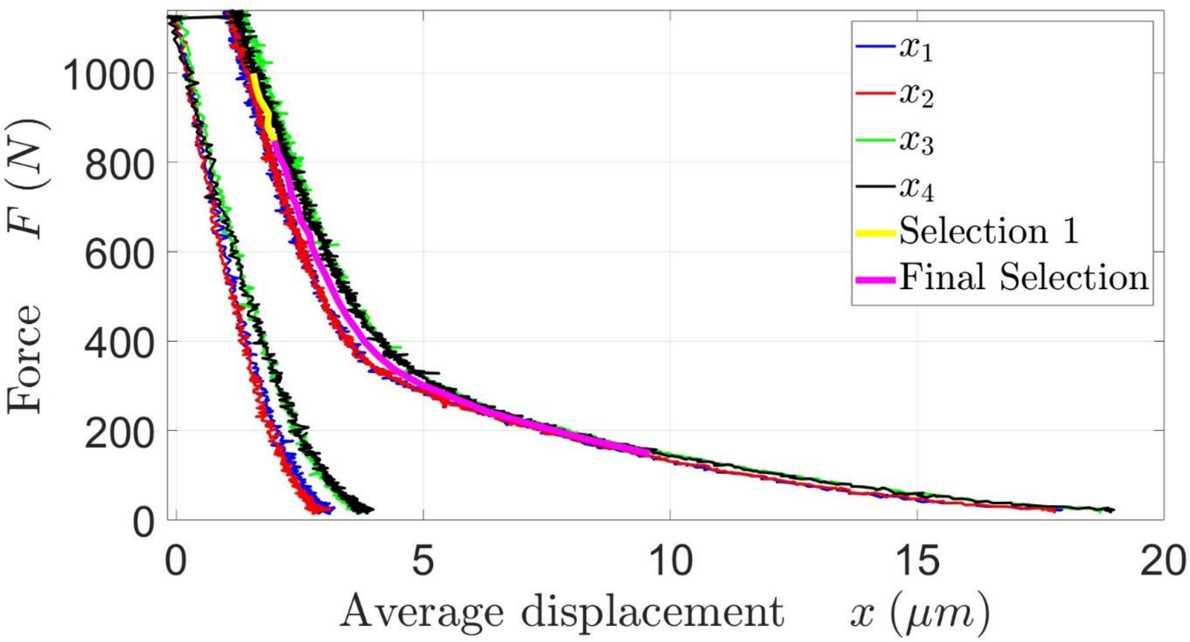

Figura 4.1.24 Selezione finale capacità di carico in funzione dell'altezza del meato

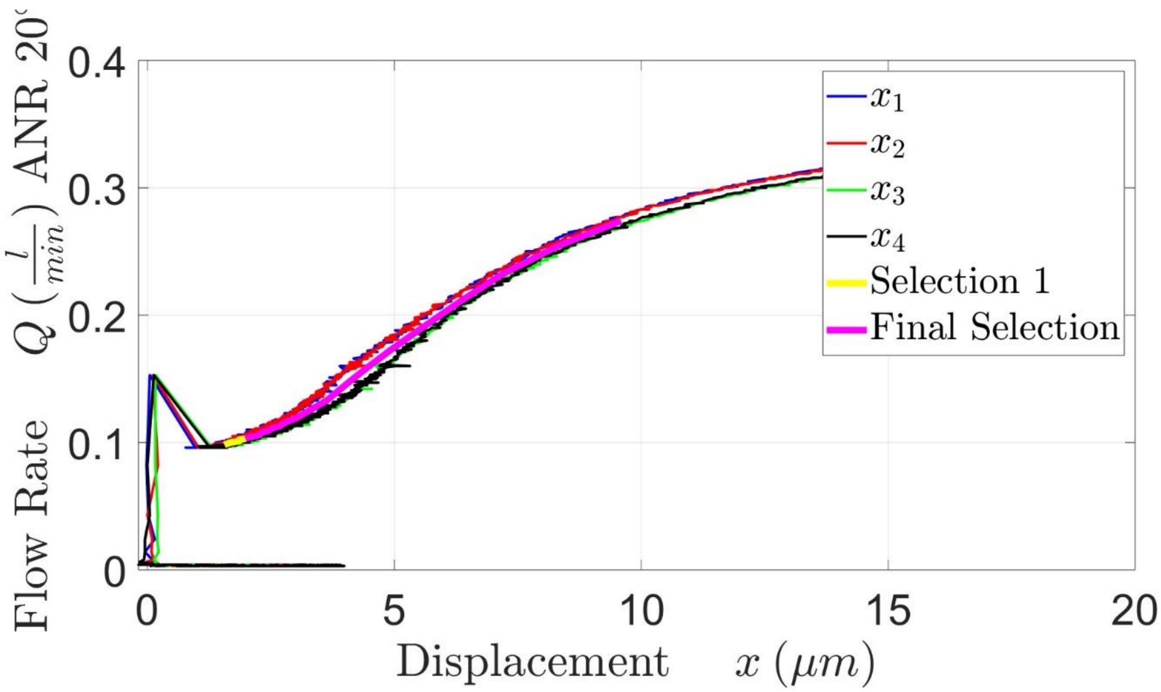

Figura 4.1.25 Selezione finale consumo d'aria in funzione dell'altezza del meato h

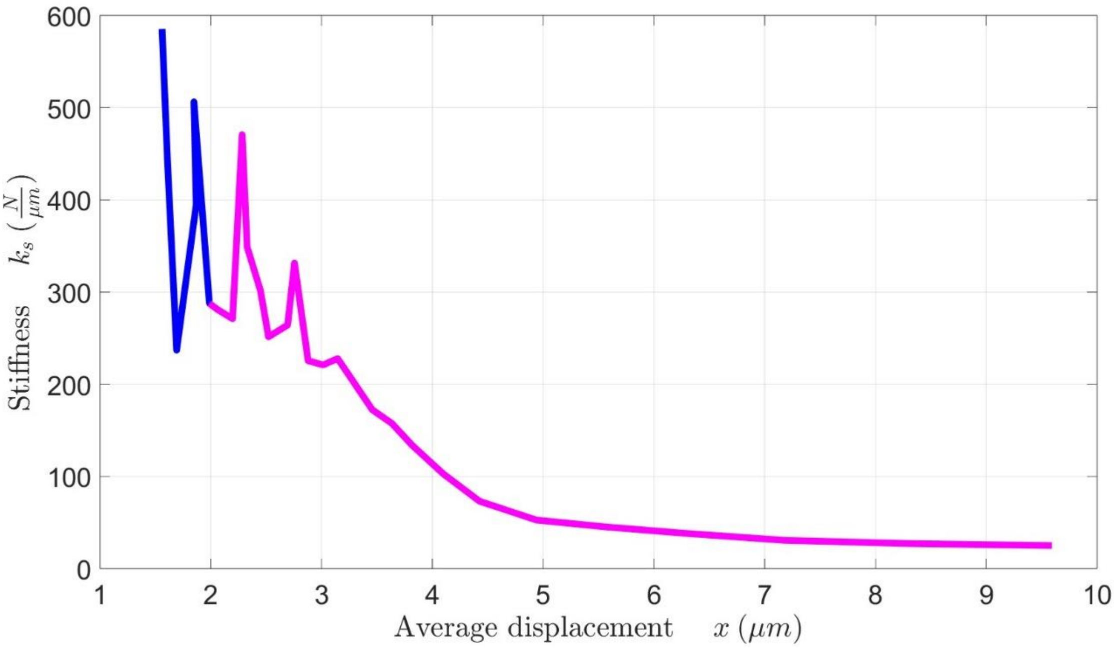

Figura 4.1.26 Selezione finale rigidezza in funzione dell'altezza del meato h

Le prove effettuate hanno evidenziato un comportamento simile tra i pattini 1 e 5, confermandone il corretto funzionamento. Tuttavia, lo stesso non si può affermare per il pattino 6, che ha mostrato anomalie nonostante avesse funzionato regolarmente nel test precedente sul banco prova dedicato alla misurazione della permeabilità. Dall'analisi dei grafici ottenuti, si è osservato che, oltre un certo valore di carico applicato, iniziano a manifestarsi comportamenti anomali. Questo fenomeno è attribuibile allo scollamento parziale dell'inserto, un difetto non visibile quando il pattino è scarico ma che influisce significativamente sulle sue prestazioni sotto carico.

4.1.4 Risultati banco prova caratterizzazione dinamica

La procedura di prova viene condotta incrementando gradualmente la pressione di alimentazione del pattino, partendo da 2 bar nella prima prova fino a raggiungere 5 bar nell'ultima. Prima di avviare la prova, viene scelta un'altezza del meato specifica all'interno dell'intervallo operativo del pattino, compreso tra 6 μm e 14 μm. I valori di meato generalmente selezionati durante le prove sono 6, 8, 10, 12 e 14 μm.
Una volta definita l'altezza del meato, si utilizza la curva di capacità di carico ottenuta dalla prova statica per individuare la corrispondente forza portante a quella specifica altezza e pressione di alimentazione. Parallelamente, dalla schermata di acquisizione Labview, si determina il valore della portata associata al meato selezionato. Quindi, aprendo la valvola di alimentazione del cilindro pneumatico, si aumenta il carico applicato sul pattino fino ad arrivare alla forza necessaria per ottenere l'altezza di meato voluta. Per assicurarsi che l'altezza del meato sia corretta, si esegue un semplice controllo aprendo e chiudendo la valvola di alimentazione del pattino. Durante questa operazione, si registrano i valori medi dell'altezza del meato sia prima che dopo l'apertura della valvola. Calcolando la differenza tra questi due valori medi, è possibile verificare se l'altezza effettiva del meato corrisponde a quella desiderata.

Tabella 4.5 Dati prova dinamica

P_s rel [bar]	Q [l/min]	F [N]	x0 [µm]	x1 [µm]	h [µm]	freq [Hz]	f_S [Hz]
2	0,92	88	274,3	260,4	13,9	sweep	2000
2	0,89	110	274,3	261,7	12,6		
2	0,8	175	274,3	264,7	9,6		
2	0,73	230	274,3	266,3	8		
2	0,61	305	274,3	268,2	6,1		
3	1,39	130	274,4	260,3	14,1		
3	1,32	180	274,4	262,6	11,8		
3	1,26	220	274,4	264,1	10,3		
3	1,11	310	274,6	266,4	8,2		
3	0,94	415	274,6	268,2	6,4		
4	2,42	200	274,6	260,2	14,4		
4	2,34	258	274,6	262	12,6		
4	2,15	360	274,6	264,4	10,2		
4	1,93	480	274,6	266,3	8,3		
4	1,6	630	274,6	268,2	6,4		
5	3,2	250	274,7	260,1	14,6		
5	3,07	345	274,7	262,4	12,3		
5	2,81	485	274,7	264,9	9,8		
5	2,59	601	274,7	266,4	8,3		
5	2,21	756	274,7	268,2	6,5		

Una volta definite le condizioni iniziali e regolata l'ampiezza del segnale sinusoidale tramite i macchinari dedicati, è possibile avviare la prova dinamica in sweep. I dati acquisiti vengono successivamente elaborati utilizzando un codice MATLAB dedicato, che esegue la Trasformata di Fourier (FFT) sui segnali registrati. L'elaborazione consente di calcolare la funzione di trasferimento $H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)}$, dove $X(\omega)$ rappresenta lo spostamento del pattino e F(ω) la forza applicata nel dominio della frequenza. Attraverso la funzione di trasferimento, vengono estratti i parametri dinamici del sistema: la rigidezza dinamica k(ω), ottenuta dalla parte reale dell'inverso della funzione di trasferimento, e lo smorzamento dinamico c(ω), calcolato dalla parte immaginaria dividendo per la pulsazione ω. Attraverso un altro codice è invece possibile confrontare i risultati per una specifica pressione di alimentazione. Andando nel dettaglio dei risultati ottenuti a 2 bar, osservando l'andamento della rigidezza e dello smorzamento in funzione della frequenza di eccitazione per diversi carichi applicati, ossia per diverse altezze del meato, si può osservare un comportamento coerente con le aspettative. Per quanto riguarda la rigidezza, si nota un andamento altamente decrescente alle basse frequenze, fino a circa 15 Hz. A basse frequenze, infatti, il sistema ha il tempo necessario per bilanciare le variazioni di carico grazie al flusso d'aria che si redistribuisce nel meato. Tuttavia, all'aumentare della frequenza, il pattino non riesce più a seguire perfettamente le variazioni di carico a causa della limitata velocità di risposta del flusso d'aria. Questo porta a una diminuzione della rigidezza, poiché il film d'aria non riesce a mantenere lo stesso livello di sostegno dinamico. Per frequenze più elevate, la decrescita della rigidezza si stabilizza su un valore pressoché costante. In questa condizione, il flusso d'aria non riesce più a compensare le rapide variazioni di carico, e il sistema si comporta come se il pattino poggiasse su uno strato d'aria "incomprimibile". La rigidezza raggiunge quindi un valore costante che riflette il limite massimo della capacità del cuscinetto di reagire dinamicamente alle eccitazioni. In altre parole, il sistema non riesce più a deformarsi ulteriormente in risposta agli incrementi di frequenza, stabilizzando il valore di rigidezza.

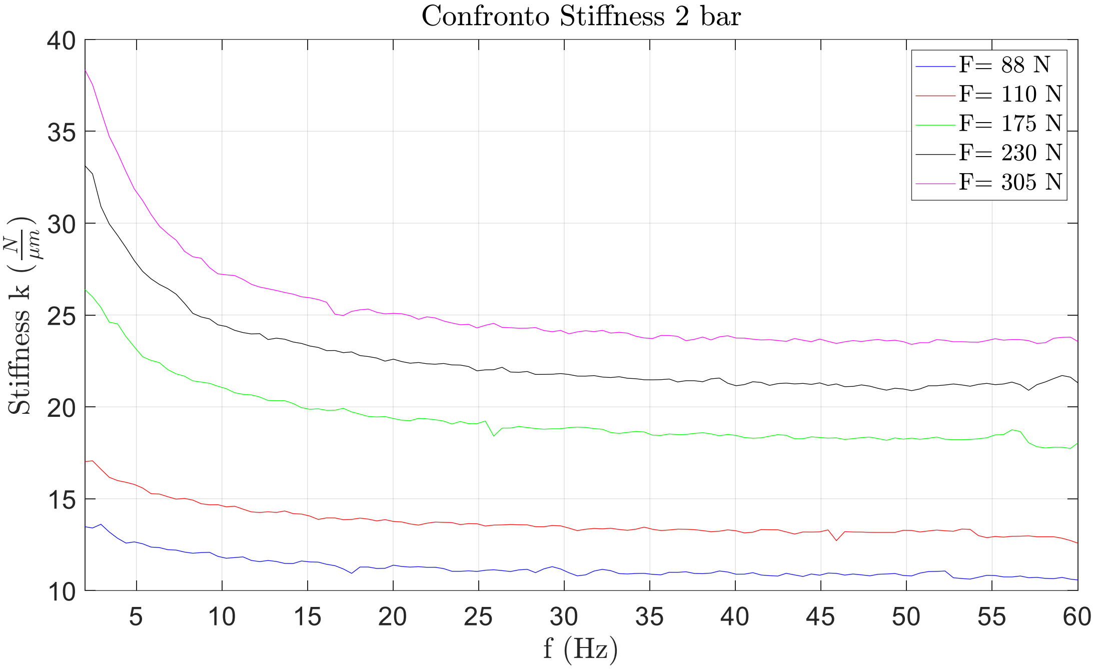

Figura 4.1.27 Grafico confronto rigidezza a 2 bar in funzione della frequenza

Ugualmente per lo smorzamento, a basse frequenze il flusso d'aria riesce a seguire le oscillazioni del pattino. Anche in questo caso, all'aumentare della frequenza, il flusso non riesce più a rispondere istantaneamente ai rapidi cambiamenti di pressione e velocità, riducendo progressivamente l'efficacia dello smorzamento. Questo è il motivo per cui si osserva una diminuzione graduale dello smorzamento fino a circa 25 Hz. A frequenze più elevate, il sistema raggiunge una condizione limite in cui il flusso d'aria diventa praticamente insensibile alle rapide variazioni imposte dalla forzante. In questo regime, il meato agisce come un elemento con smorzamento costante, e l'energia dissipata per attrito viscoso non varia più significativamente con la frequenza.

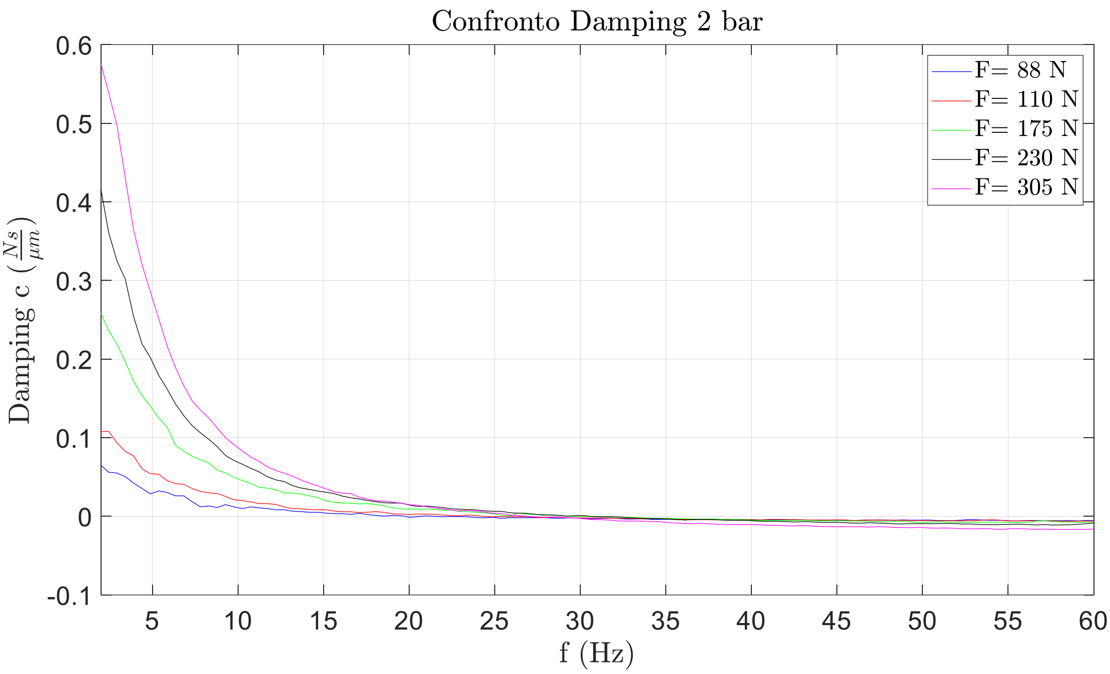

Figura 4.1.28 Grafico confronto smorzamento a 2 bar in funzione della frequenza

Successivamente, il diagramma di Bode, ossia una rappresentazione della risposta in frequenza di un sistema, mostra come esso reagisce a segnali sinusoidali a diverse frequenze. In particolare, permette di visualizzare la magnitudo, ossia il guadagno del sistema in funzione della frequenza, per capire come il pattino amplifica o attenua le vibrazioni a diverse frequenze. Ad esempio, se c'è una risonanza a una certa frequenza. In questo caso, l'assenza di un picco evidente suggerisce che non si raggiunge una condizione di risonanza marcata entro il range di frequenze testato.

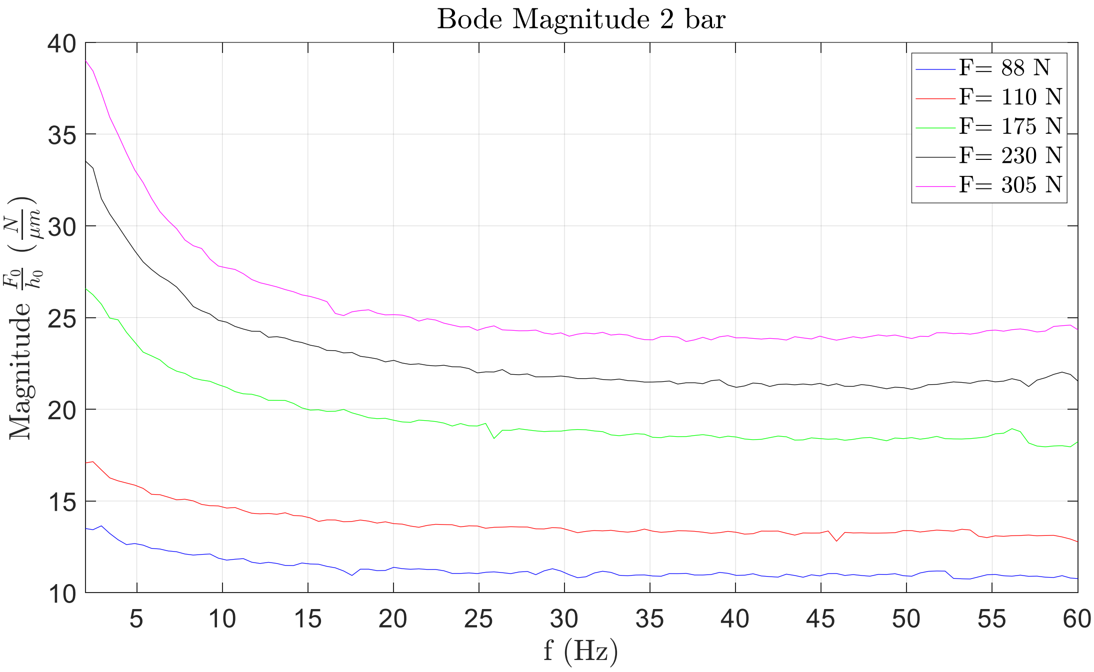

Figura 4.1.29 Grafico confronto Magnitudo diagramma di Bode a 2 bar

È possibile visualizzare anche la fase, ossia lo sfasamento introdotto dal sistema tra l'ingresso e l'uscita in funzione della frequenza, per vedere come cambia lo sfasamento tra le forze applicate e la risposta del pattino. Un forte sfasamento può infatti influire sulla stabilità del pattino. È visivamente evidente come tra i 20 e i 30 Hz, per tutte le configurazioni, ci sia inversione di fase dove il sistema passa da una risposta anticipata a una risposta in ritardo. In pratica la fase non riesce più a mantenersi e inverte la polarità della risposta, ciò è indicativo di un regime dinamico dominato dall'inerzia del pattino e dalle limitazioni del flusso d'aria nel meato.

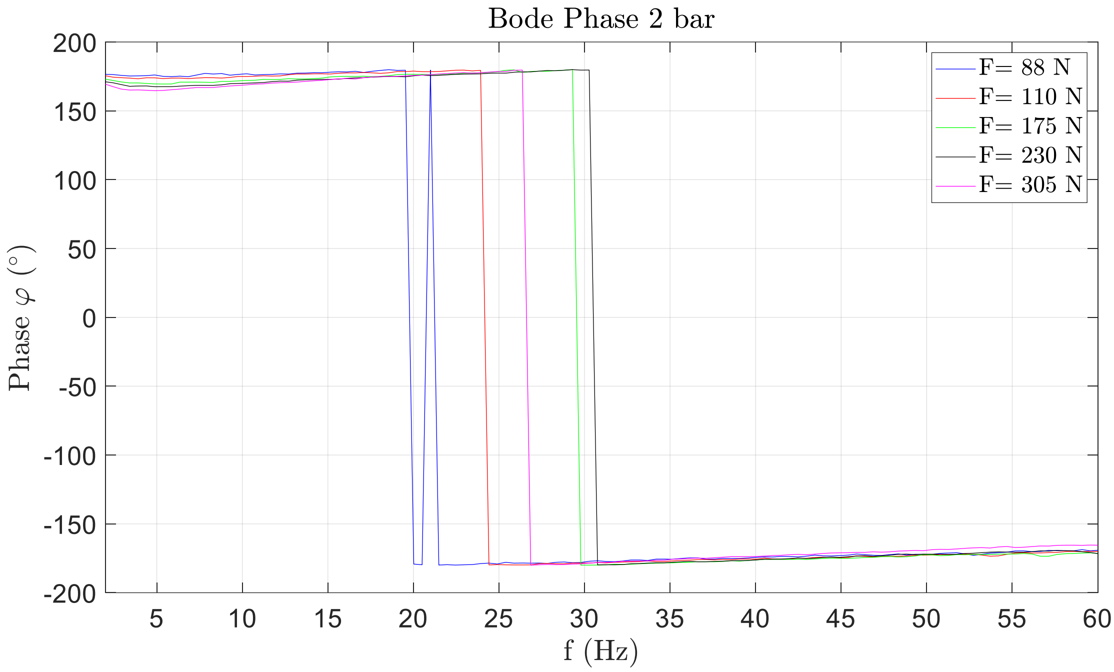

Figura 4.1.30 Grafico confronto Fase diagramma di Bode a 2 bar

Infine, osservando l'andamento della rigidezza e dello smorzamento in funzione dell'altezza del meato, per diverse frequenze nell'intervallo di sweep, è possibile comprendere come si comporta il sistema ad una determinata altezza di meato. L'andamento decrescente della rigidezza conferma il comportamento osservato precedentemente, con una decrescita più accentuata per basse frequenze.

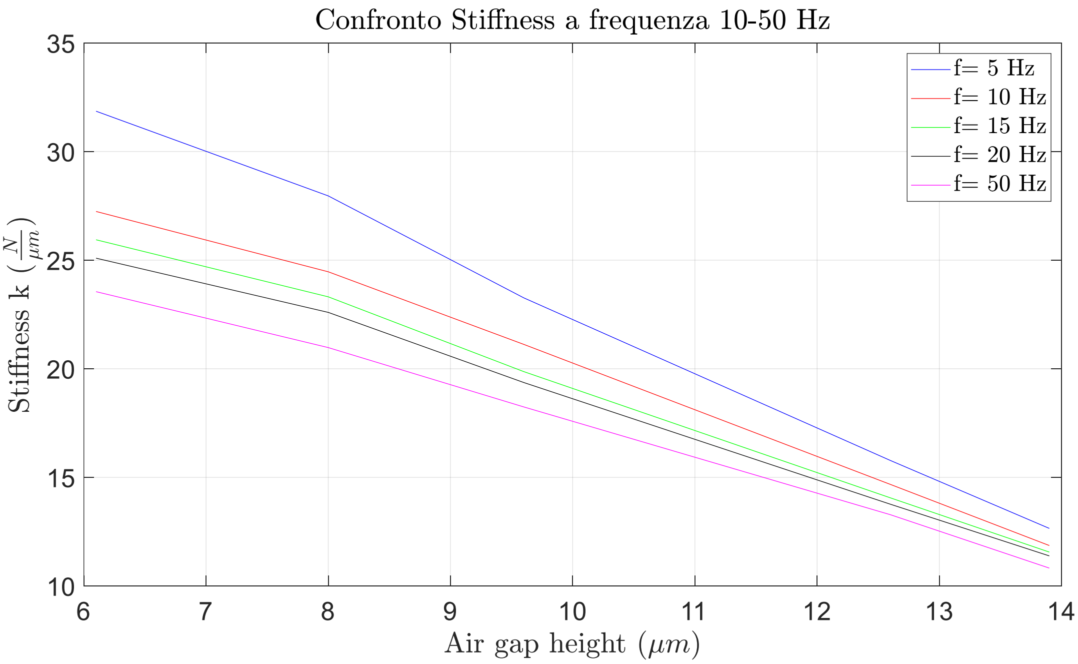

Figura 4.1.31 Grafico confronto rigidezza a 10-50 Hz in funzione dell'altezza di meato

L'analisi dello smorzamento in funzione della frequenza di eccitazione rivela un comportamento complesso e variabile con la frequenza. A circa 5 Hz, si osserva un decremento significativo dello smorzamento al crescere dell'altezza del meato. A 10 Hz, lo smorzamento continua a decrescere con l'altezza del meato, ma in modo molto meno marcato rispetto ai 5 Hz. Questo comportamento può essere spiegato dal fatto che, a frequenze più elevate, il flusso d'aria non riesce più a seguire con la stessa efficacia le rapide oscillazioni del pattino. Di conseguenza, l'effetto di dissipazione energetica dovuto all'attrito viscoso si riduce, determinando un decremento dello smorzamento meno evidente. Per frequenze ancora più alte, lo smorzamento tende a stabilizzarsi o a decrescere leggermente. Addirittura a 50 Hz lo smorzamento assume valori negativi. In questo regime l'influenza dell'altezza del meato diventa meno rilevante. L'energia dissipata dal sistema si stabilizza, e la risposta dinamica del pattino non varia più significativamente al crescere della frequenza o dell'altezza del meato. Questo suggerisce che il sistema raggiunge un limite oltre il quale ulteriori aumenti di frequenza non producono variazioni apprezzabili nella dissipazione energetica.
In sintesi, l'andamento dello smorzamento mostra una dipendenza complessa dalla frequenza di eccitazione e dall'altezza del meato, con un massimo di dissipazione osservabile intorno ai 5 Hz e una progressiva stabilizzazione o leggera diminuzione alle frequenze più elevate.

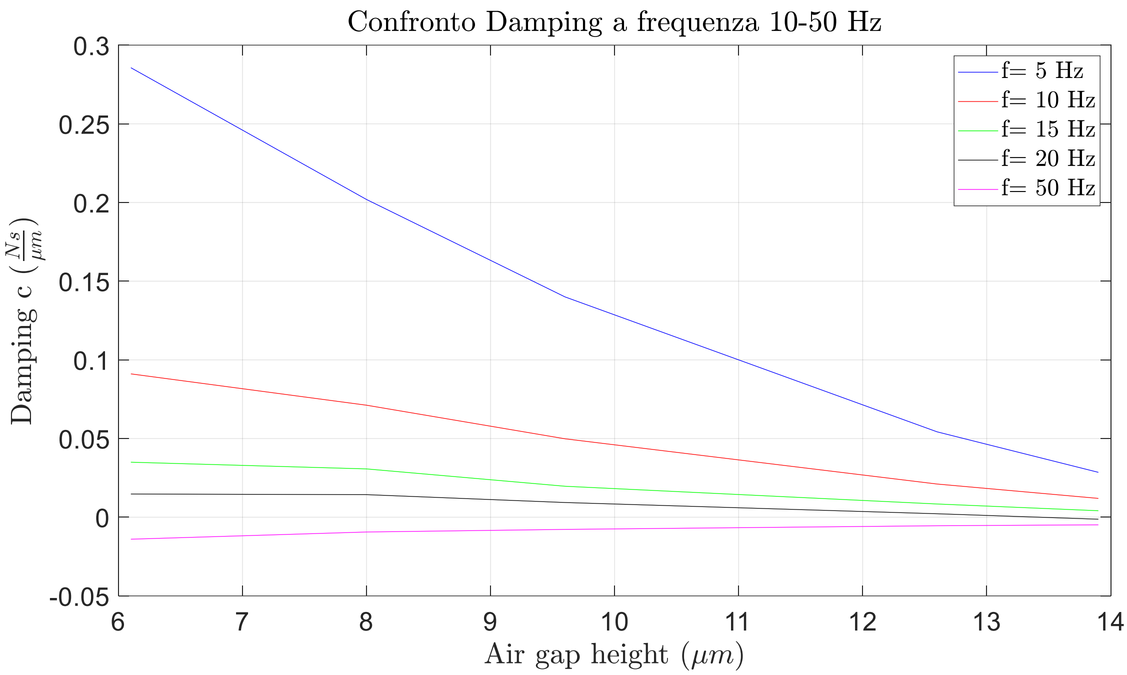

Figura 4.1.32 Confronto smorzamento a 10-50 Hz in funzione dell'altezza di meato

Capitolo 5

5.1 Verifica

Al termine della fase di acquisizione sperimentale, il presente lavoro si conclude con la validazione dei modelli matematici sviluppati sulla base dei dati raccolti durante l'analisi.
Per quanto concerne la caratterizzazione statica, entrambi i modelli generano curve di portanza, consumo d'aria e rigidezza in linea con i risultati sperimentali ottenuti mediante il banco prova dotato di cilindro pneumatico.
Come mostrato in *Figura 5.1.1*, i valori numerici riproducono con elevata precisione l'andamento della curva sperimentale relativa alla capacità di carico. L'unica discrepanza si manifesta per valori di meato particolarmente bassi, inferiori a 8 μm. Tale divergenza potrebbe essere attribuita agli effetti dovuti alla rugosità superficiale del pattino, che, per meati di piccola entità, esercita un'influenza più marcata sul comportamento reale del sistema.

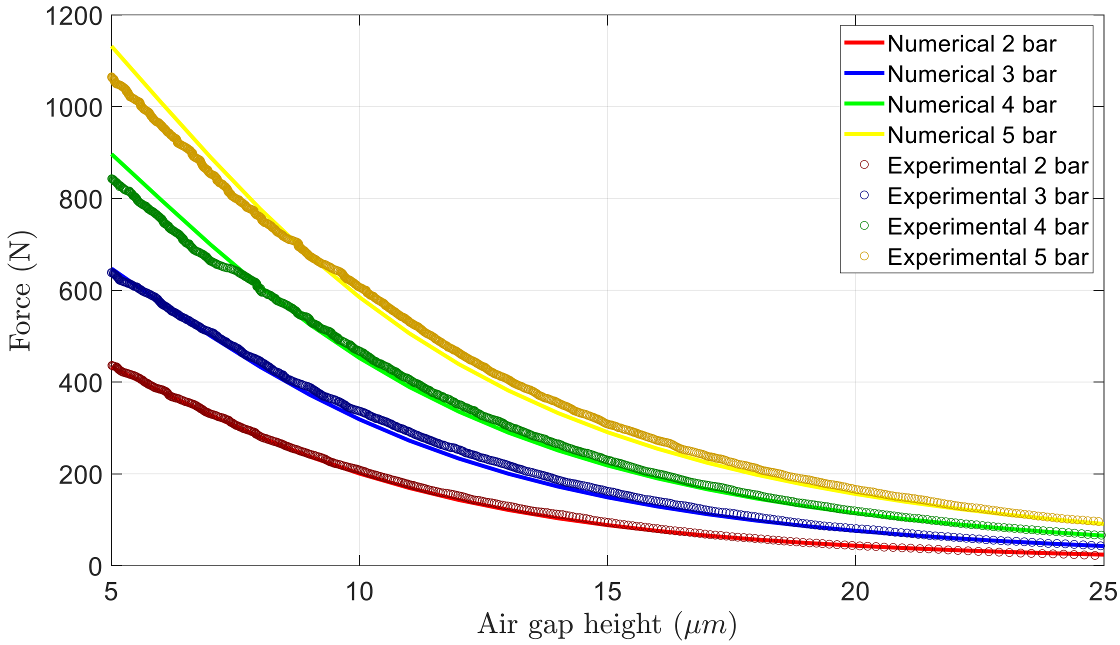

Figura 5.1.1 Confronto curve capacità di carico a diversa pressione di alimentazione

Anche la curva numerica relativa al consumo d'aria riproduce correttamente l'andamento della curva sperimentale. A differenza della capacità di carico, in questo caso si osservano lievi discrepanze nei singoli valori. Tuttavia, tali differenze risultano trascurabili se considerate rispetto alla scala adottata per l'analisi.

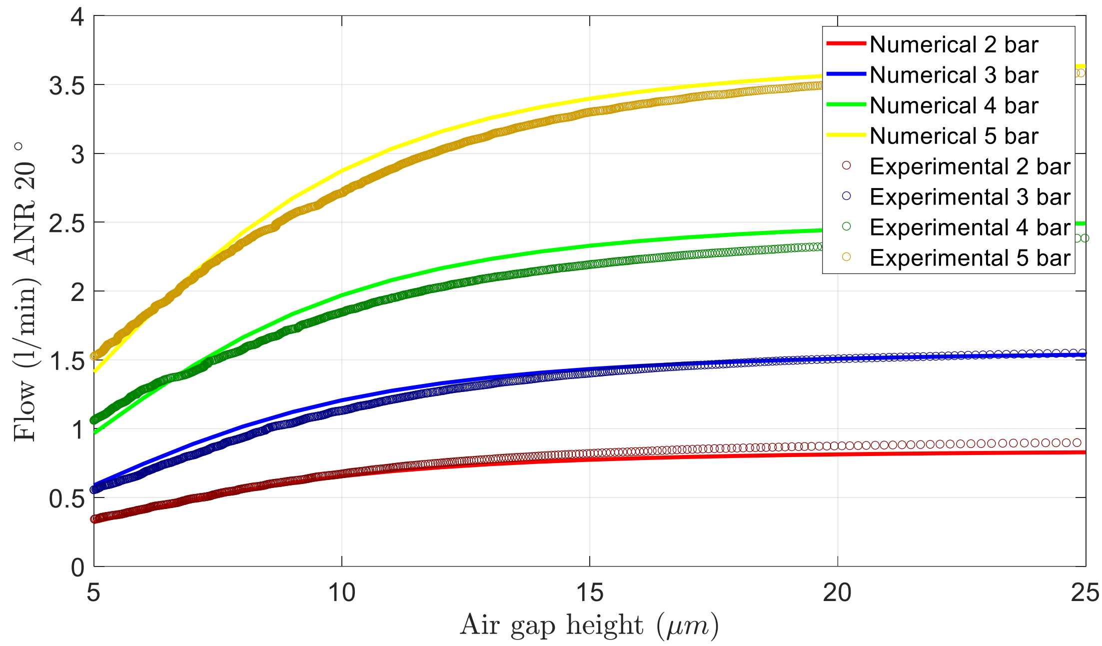

Figura 5.1.2 Confronto curve di consumo d'aria a diversa pressione di alimentazione

Infine, le curve di rigidezza mostrano, analogamente a quelle relative alla capacità di carico, un'ottima concordanza con i dati numerici fino a un valore di altezza del meato pari a 8 µm. Oltre tale valore, si osserva una parziale dispersione dei dati sperimentali, che risulta comunque coerente con l'andamento generale della curva numerica.

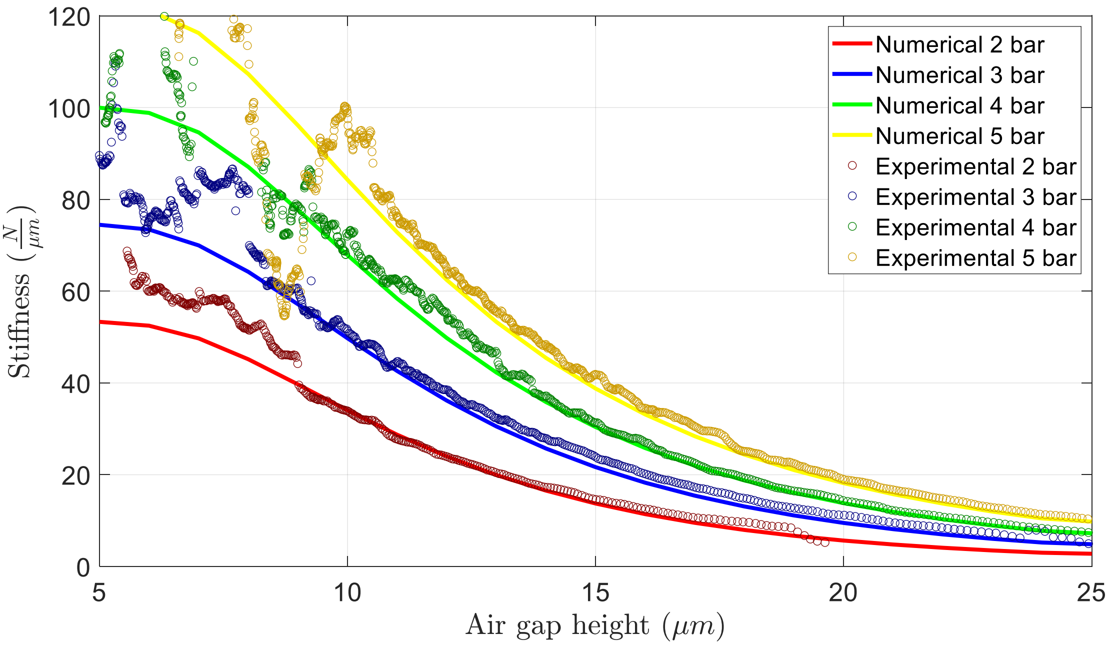

Figura 5.1.3 Confronto curve rigidezza statica a diversa pressione di alimentazione

Per quanto riguarda la dinamica, sono emersi alcuni problemi legati agli effetti della massa e del volume sul comportamento del pattino, che risultano più significativi rispetto alla fase statica. In particolare, osservando il grafico della rigidezza, si nota che per meati più piccoli il comportamento sperimentale si discosta ancora di più da quello teorico. Questo fenomeno può essere attribuito all’influenza di eventuali volumi chiusi all'interno della matrice porosa dell'inserto, che incidono maggiormente in queste condizioni.

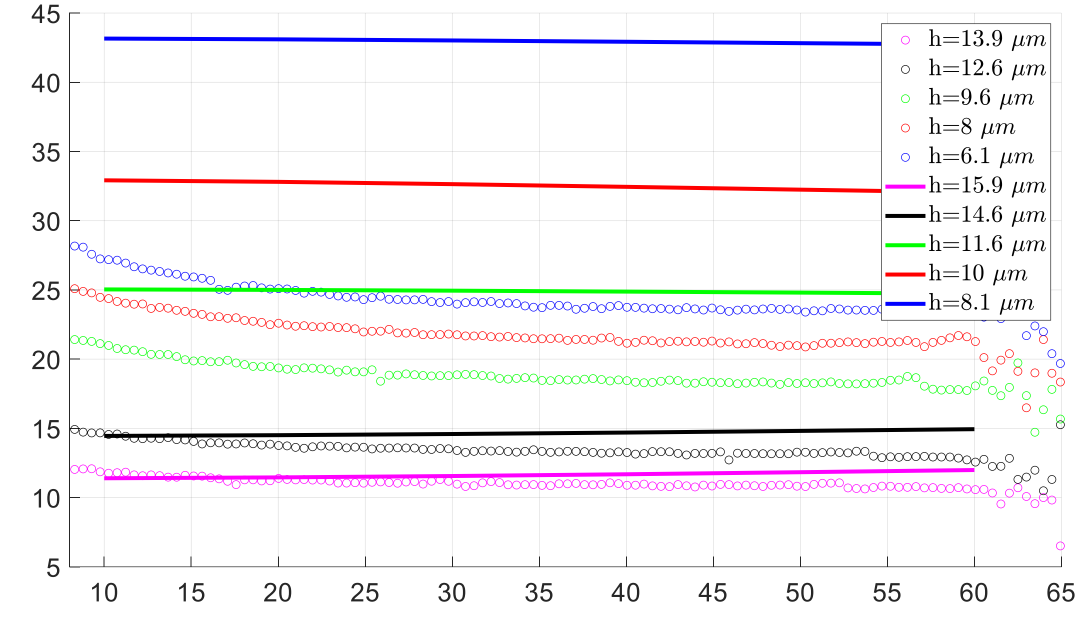

Figura 5.1.4 Confronto rigidezza dinamica per diverse altezze del meato

Lo stesso discorso vale per la simulazione dello smorzamento dinamico.

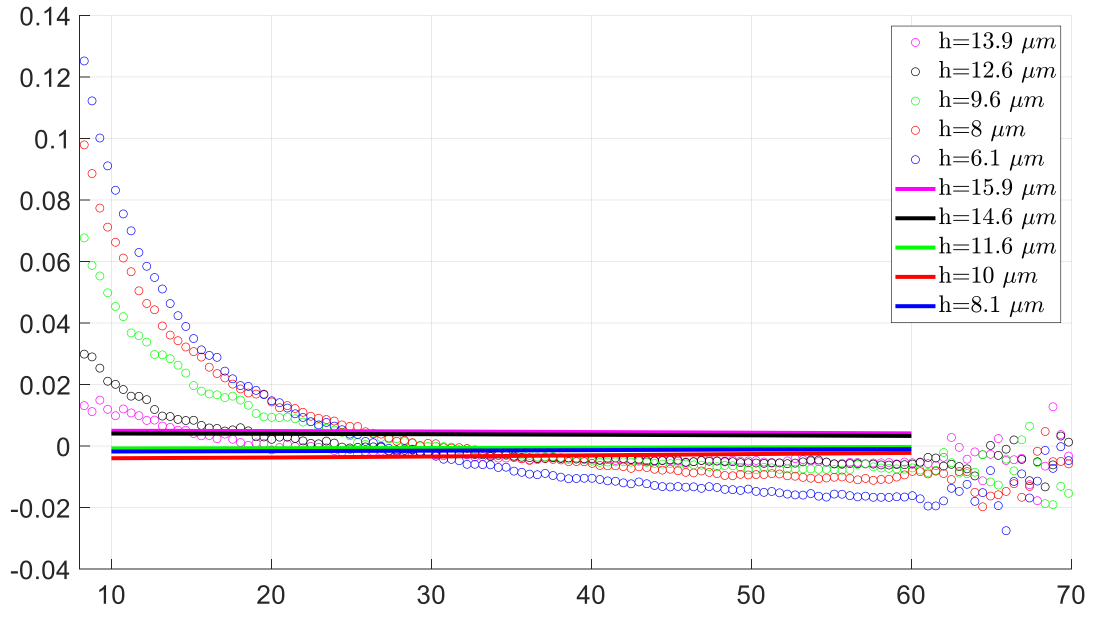

Figura 5.1.5 Confronto smorzamento dinamica per diverse altezze del meato

Capitolo 6

6.1 Conclusioni e sviluppi futuri

Il presente lavoro ha permesso di approfondire lo studio degli inserti porosi in grafite per pattini pneumostatici, analizzandone la permeabilità e le caratteristiche statiche e dinamiche attraverso prove sperimentali e modellazioni numeriche. La costruzione di un banco di misura dedicato, utilizzato in contemporanea a quello più tradizionale a getto libero, ha consentito di ottenere dati accurati sulla permeabilità dei provini e sulla capacità di carico dei pattini, permettendo una migliore comprensione del comportamento del sistema. Inoltre, il banco di caratterizzazione statica è stato utilizzato anche per la caratterizzazione dinamica, permettendo un'analisi più completa delle prestazioni del pattino.

I risultati hanno confermato che la qualità della finitura superficiale degli inserti gioca un ruolo determinante nelle prestazioni del pattino. La rugosità rilevata, misurata mediante rotondimetro e profilometro, si è rivelata superiore agli standard richiesti, influenzando negativamente la distribuzione della pressione nel meato e il consumo d'aria. A questo si aggiungono i danneggiamenti superficiali che sono stati rilevati. Tuttavia, i pattini testati hanno mostrato una capacità di galleggiamento adeguata, evidenziando il potenziale utilizzo degli inserti porosi in grafite per applicazioni industriali.

Le prove sperimentali hanno validato la legge di Darcy e il modello numerico implementato ha dimostrato di essere un valido strumento per la previsione delle caratteristiche statiche e dinamiche del pattino. Il modello Matlab, oltre a essere stato impiegato per l'analisi statica, è stato utilizzato anche per la caratterizzazione dinamica attraverso il modello a gradino e con forzante. La buona corrispondenza tra i dati sperimentali e le simulazioni numeriche ha permesso di definire con maggiore precisione i parametri di permeabilità da utilizzare nella modellazione.

Per sviluppi futuri, un miglioramento della finitura superficiale degli inserti potrebbe essere ottenuto attraverso un processo di lappatura di maggiore qualità, con l'obiettivo di ridurre la rugosità e migliorare la stabilità del pattino. Sarebbe utile introdurre uno studio dettagliato della finitura superficiale dell'inserto, in particolare nell'analisi dei danni presenti come scalfitture o occlusioni di porosità, per comprendere che influenza hanno nel funzionamento. Inoltre, sarebbe interessante testare materiali con diversa permeabilità, al fine di valutare il loro impatto sulle prestazioni statiche e dinamiche del sistema, oppure modificare la permeabilità degli inserti tramite tecniche di trattamento superficiale. Rappresentano campi di ricerca promettenti, che potrebbero consentire una maggiore adattabilità del sistema a specifiche esigenze applicative

Infine, un ulteriore passo potrebbe consistere nell'integrazione della legge di Forchheimer nel modello numerico, per tenere conto degli effetti inerziali del flusso d'aria attraverso il materiale poroso.

Bibliografia

[1] X.-D. Chen, J.-C. Zhu, e H. Chen, «Dynamic characteristics of ultra-precision aerostatic bearings», *Adv. Manuf.*, vol. 1, fasc. 1, pp. 82–86, mar. 2013, doi: 10.1007/s40436-013-0013-6.

[2] G. Belforte, T. Raparelli, V. Viktorov, e A. Trivella, «Permeability and inertial coefficients of porous media for air bearing feeding systems», 2007, Consultato: 25 luglio 2024. [Online]. Disponibile su: https://asmedigitalcollection.asme.org/tribology/article-abstract/129/4/705/468579?casa_token=-5gpjvhvDv8AAAAA:mnMEcJnxRWWx6mgeOM77XEcfJydwbVgJyc4Jm6Kf21-vFK7hwWwmhDgXAFYQd_JakSx1uDJ7

[3] S. Fleder, B. Gwiasda, M. Appel, M. Böhle, M. Ortelt, e H. Hald, «Design and testing of radial gas bearings with porous media, using fiber-reinforced C/C composites», 2016, Consultato: 19 agosto 2024. [Online]. Disponibile su: https://elib.dlr.de/109614/

[4] W. Wang, X. Cheng, M. Zhang, W. Gong, e H. Cui, «Effect of the deformation of porous materials on the performance of aerostatic bearings by fluid-solid interaction method», *Tribol. Int.*, vol. 150, p. 106391, 2020.

[5] Z. de C. Silveira, R. Nicoletti, C. A. Fortulan, e B. de M. Purquerio, «Ceramic matrices applied to aerostatic porous journal bearings: material characterization and bearing modeling», *Cerâmica*, vol. 56, pp. 201–211, 2010.

[6] J. Zhu, S. G. Kapoor, R. E. DeVor, e J.-K. Park, «A porous-restricted aerostatic lead screw actuator for high performance microscale machine tools», *J. Manuf. Sci. Eng.*, vol. 135, fasc. 1, p. 011002, 2013.

[7] W. Li, S. Wang, e K. Feng, «Numerical and experimental study on the effect of surface damages on the performances of porous aerostatic bearings», *Tribol. Int.*, vol. 175, p. 107791, 2022.