

POLITECNICO DI TORINO

Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica



Tesi di Laurea Magistrale

**Progetto e Comparazione di Architetture
Sospensive In Ottica Performance
Mediante Modelli Multibody**

Relatore

Prof. Mauro VELARDOCCHIA

Dott. Antonio TOTA

Dott. Luca DIMAURO

Candidato

Littorino STIEVEN

Marzo/Aprile 2025

Sommario

Il presente elaborato si propone di progettare e confrontare sistemi di sospensioni in ottica performance, avvalendosi di modelli *Multibody* per analizzare in dettaglio il comportamento cinematico e dinamico di diverse configurazioni sospensive. Il lavoro inizia con un'introduzione generale al tema delle sospensioni, offrendo una panoramica delle tipologie più comuni presenti in letteratura e analizzando i principali parametri caratteristici che influenzano le performance del veicolo.

Lo studio prosegue con l'approfondimento delle architetture Pushrod e Double Wishbone. In questa fase, viene condotta una caratterizzazione analitica della cinematica della sospensione, formulando equazioni trigonometriche che descrivono in maniera univoca i movimenti dei componenti del sistema. Parallelamente, una caratterizzazione statica, supportata dall'utilizzo di diagrammi di corpo libero, permette di analizzare le forze sollecitanti, nelle condizioni di utilizzo più comuni.

Successivamente, si procede con una comparazione cinematica tra le due architetture. L'impiego di modelli *Multibody* del gruppo sospensivo consente di simulare e ottenere le curve caratteristiche della cinematica del veicolo, permettendone una valutazione comparativa. Il lavoro prosegue con l'implementazione di un modello Multibody di un veicolo completo, su cui vengono eseguite analisi dinamiche con particolare attenzione agli aspetti legati al *comfort* e all'*handling*. Come in precedenza, sono effettuati confronti tra le architetture Pushrod e Double Wishbone, al fine di evidenziare vantaggi e criticità.

La parte conclusiva del lavoro di Tesi si concentra sulla geometria Pushrod,

esplorando la possibilità di integrare uno smorzatore di tipo rotativo nel sistema sospensivo. Vengono, dunque, analizzati diversi scenari, considerando varie ripartizioni degli smorzamenti tra il dispositivo lineare e quello rotativo, al fine di ottimizzare le prestazioni della sospensione. A valle di tale analisi, viene presentato un dimensionamento preliminare del suddetto elemento. Questo consente di valutarne il potenziale contributo nell'ottimizzazione del comportamento della sospensione, ponendo le basi per futuri sviluppi del tema.

Le conclusioni del lavoro sottolineano l'efficacia dell'approccio Multibody nell'analisi e nella comparazione delle architetture sospensive, fornendo un contributo significativo alla progettazione dei sistemi sospensivi e aprendo nuove prospettive per futuri studi e applicazioni nel campo della dinamica del veicolo.

Ringraziamenti

Tabella dei Contenuti

Elenco delle figure	IX
1 Introduzione	1
1.1 Introduzione al tema delle sospensioni	1
1.2 Tipologie di sospensioni	2
1.2.1 Sistemi di sospensione ad asse rigido	2
1.2.2 Sistemi di sospensione indipendenti	3
1.3 Architettura <i>Double Wishbone</i>	5
1.4 Architettura <i>Pushrod</i>	7
1.5 Parametri geometrici	8
1.5.1 Inclinazione dell'Asse di Sterzo - <i>Kingpin Inclination</i>	9
1.5.2 Angolo di Incidenza - <i>Caster Angle</i>	9
1.5.3 Raggio di Scrub - <i>Scrub Radius</i>	10
1.5.4 Angolo di Campanatura - <i>Camber Angle</i>	10
1.5.5 Angolo di Convergenza - <i>Toe Angle</i>	11
2 Caratterizzazione Analitica	13
2.1 Caratterizzazione cinematica <i>Pushrod</i>	14
2.2 Caratterizzazione cinematica <i>Double Wishbone</i>	16
2.3 Analisi statica della sospensione	19

3	Analisi cinematica	25
3.1	Generalità sui sistemi <i>Multibody</i>	25
3.2	Descrizione del modello	27
3.3	Descrizione dei segnali stradali	30
3.4	Definizione del sistema di riferimento	31
3.5	Analisi preliminare	32
3.6	Analisi cinematica	36
3.6.1	Recupero cinematico della sospensione	36
3.6.2	Recupero cinematico con input sterzante	40
3.6.3	Gradienti cinematici	42
4	Analisi Dinamica	45
4.1	Descrizione del modello di base	45
4.2	Integrazione del sistema di sospensione	48
4.3	Creazione dei profili stradali	50
4.3.1	Profilo Sinusoidale	51
4.3.2	Profilo Svergola-telaio	52
4.4	Attuazione del veicolo	53
4.5	Analisi dinamica	55
4.5.1	Calcolo delle funzioni di trasferimento	60
5	Rotary Damper	65
5.1	Rapporti di installazione	65
5.1.1	IR Ammortizzatore lineare	66
5.1.2	IR Ammortizzatore rotativo	68
5.1.3	Rapporto tra gli smorzamenti	69
5.2	Modellazione Multibody	71
5.2.1	Smorzatore non lineare	72
5.2.2	Smorzatore tri-lineare	75
5.3	Modellazione matematica	79

5.4 Dimensionamento	82
6 Conclusioni	84
6.1 Discussione dei risultati	84
6.2 Sviluppi futuri	86
Bibliografia	87

Elenco delle figure

1.1	Sospensione <i>Double Wishbone</i>	5
1.2	Sospensione <i>Pushrod</i>	7
1.3	Angolo di Kingpin	9
1.4	Angolo di Caster	10
1.5	Angolo di <i>camber</i>	11
1.6	Angolo di <i>toe</i>	12
2.1	Schema <i>Multibody</i> e schema cinematico	14
2.2	Schemi cinematici 2D <i>Pushrod</i>	16
2.3	Schema <i>Multibody</i> e schema cinematico Double Wishbone	17
2.4	Schema cinematico 2D <i>Double Wishbone</i>	18
2.5	Schema statico forza verticale	20
2.6	Schema statico <i>Lower Wishbone</i>	21
2.7	Schema statico forza laterale	21
2.8	Triangoli di forza nel caso della forza laterale	22
2.9	Schema statico forza longitudinale	23
2.10	Triangoli di forza nel caso della forza longitudinale	23
3.1	Vehicle Suspension System Template	27
3.2	Sospensioni in ambiente Simscape	28
3.3	Schema globale della sospensione	31
3.4	Profili stradali	33

3.5	Scuotimento verticale del telaio	33
3.6	Rollio del telaio	33
3.7	Variazione di camber per la ruota sinistra	35
3.8	Variazione di toe per la ruota sinistra	35
3.9	Segnale stradale rampa	37
3.10	Compensazione di camber	37
3.11	Compensazione di toe	38
3.12	Compensazione del centro ruota	39
3.13	Compensazioni cinematiche delle due architetture al variare dell'angolo di sterzo	41
3.14	Confronto gradiente di camber	42
3.15	Confronto gradiente di Toe	43
3.16	Gradienti cinematici delle due architetture al variare dell'angolo di sterzo	44
4.1	Template MATLAB 'Car with Heave and Roll'[12]	46
4.2	Modello <i>Multibody</i> 'Car with Heave and Roll'	47
4.3	Modello <i>Multibody</i> finale	49
4.4	Profilo sinusoidale	52
4.5	Profilo svergolatelai	53
4.6	Schema del controllo di velocità	55
4.7	Stima della funzione di trasferimento e della coerenza	56
4.8	Quarter Car Model	57
4.9	T.F. accelerazione verticale al variare dello smorzamento in configurazione <i>Pushrod</i>	59
4.10	T.F. accelerazione verticale al variare dello smorzamento in configurazione <i>Double Wishbone</i>	59
4.11	T.F. Accelerazione verticale Double Wishbone	60
4.12	T.F. Accelerazione verticale Pushrod	61
4.13	T.F. forza verticale Double Wishbone	61

4.14	T.F. forza verticale Pushrod	62
4.15	T.F. Rollio Double Wishbone	62
4.16	T.F. Rollio Pushrod	63
4.17	T.F. beccheggio Double Wishbone	64
4.18	T.F. beccheggio Pushrod	64
5.1	Punto di rotazione del <i>Rocker</i> nel sistema <i>Multibody</i>	66
5.2	Schema architettura <i>Pushrod</i>	67
5.3	Confronto tra i valori calcolati con la funzione ' <i>diff</i> ' e attraverso le equazioni cinematiche implementate	70
5.4	Generica funzione di trasferimento di un modello di veicolo con due gradi di libertà	72
5.5	Implementazione dello smorzatore bi-lineare nel modello	73
5.6	T.F. Accelerazione verticale e forza scaricata a terra: confronto tra le tre condizioni c_{opt} , $0.5c_{opt}$, $2c_{opt}$ e caratteristica non lineare con smorzamento ridotto del 50% dopo la prima frequenza di taglio . . .	74
5.7	Curve caratteristiche dello smorzamento per entrambi gli ammortizzatori	75
5.8	Confronto T.F. con frequenze di cut	77
5.9	Confronto T.F. con caratteristica bilineare ($1f_{cut}$) e trilineare ($2f_{cut}$)	78
5.10	Confronto T.F. con caratteristica lineare, bilineare e trilineare per un generico modello 2 DOF	78
5.11	Flusso viscoso incomprimibile tra piastre parallele con la piastra superiore in movimento [13]	80

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Introduzione al tema delle sospensioni

Il sistema di sospensione rappresenta uno dei componenti fondamentali dei veicoli, progettato per garantire due obiettivi principali: il comfort degli occupanti e la stabilità dinamica del mezzo. La sua funzione primaria consiste nel ridurre le accelerazioni verticali trasmesse all'abitacolo causate dalle irregolarità del manto stradale, migliorando così le condizioni di viaggio (*Comfort*). Al contempo, il sistema deve preservare l'aderenza degli pneumatici al suolo, assicurando il controllo e la sicurezza del veicolo in ogni condizione operativa (*Handling*). Dal punto di vista funzionale, le sospensioni operano come un'interfaccia meccanica tra il corpo del veicolo, definito anche come 'massa sospesa' e le ruote 'masse non sospese', utilizzando elementi elastici e dissipativi per filtrare le sollecitazioni esterne. Il loro progetto rappresenta un compromesso ingegneristico tra cedevolezza, necessaria per assorbire le vibrazioni, e rigidità, essenziale per limitare movimenti come rollio e beccheggio. Tale dualità è stata analizzata in letteratura come un problema di ottimizzazione multi-obiettivo, dove ogni scelta progettuale incide direttamente su parametri come comfort e stabilità [1]. L'evoluzione delle sospensioni è il risultato di un continuo perfezionamento delle soluzioni progettuali. Dai primi

sistemi basati su balestre, si è passati all'introduzione delle molle elicoidali nei veicoli, fino alle moderne configurazioni 'Multilink'. Oggi, le tecnologie avanzate, come i fluidi magnetoreologici e i controlli adattativi basati su algoritmi *PID* (*Proportional-Integral-Derivative*), permettono di regolare in tempo reale parametri fondamentali come rigidità e smorzamento [2]. Tali sviluppi sono supportati da modelli matematici consolidati, che descrivono con vari gradi di complessità il comportamento dinamico dei sistemi sospensivi. La progettazione delle sospensioni affronta due principali categorie di disturbi:

1. Disturbi stradali, che includono un ampio spettro di frequenze, dalle asperità macroscopiche come dossi e avvallamenti, fino alle micro-irregolarità.
2. Disturbi dinamici di carico, generati da forze inerziali durante frenate, accelerazioni o manovre di sterzata.

La scelta dell'architettura sospensiva – *McPherson*, *Multilink* o bracci oscillanti – dipende da un trade-off tra compattezza, comportamento cinematico e costi. Le *McPherson*, per esempio, sono le architetture sospensive più semplici ed economiche, mentre le configurazioni *Multilink* garantiscono una migliore regolazione dei parametri geometrici dell'architettura e, di conseguenza, delle caratteristiche cinematiche e dinamiche.

1.2 Tipologie di sospensioni

Le sospensioni possono essere generalmente suddivise in due categorie principali: assi rigidi e sospensioni indipendenti. Ogni tipologia presenta caratteristiche funzionali diverse che saranno analizzate in maniera separata.

1.2.1 Sistemi di sospensione ad asse rigido

Le sospensioni a ponte rigido, o ad assale rigido, sono caratterizzate dal collegamento rigido delle ruote dello stesso asse tramite un elemento portante trasversale. Questo

elemento viene denominato assale se ha una funzione puramente strutturale, mentre è chiamato ponte quando include anche semiassi e differenziale per la trasmissione della trazione.

Tale configurazione è particolarmente adatta per il trasporto di carichi pesanti, grazie alla sua robustezza e affidabilità. Tuttavia, presenta lo svantaggio di non consentire il movimento indipendente delle due ruote dello stesso asse, generando un trasferimento diretto degli effetti dinamici da una ruota all'altra. Tale rigidità implica una limitata capacità di assorbimento delle asperità del terreno, in particolare per quelle ad alta frequenza, con conseguente riduzione della tenuta laterale del veicolo su superfici irregolari [3].

Un altro limite di questa configurazione è il controllo del rollio della cassa: tale movimento non viene contrastato direttamente dall'assale, ma solo dagli elementi elastici. Nell'inserimento del veicolo in curva, la forza laterale genera un movimento trasversale del corpo vettura, che comporta un trasferimento di peso e un cambiamento della risposta dello sterzo. Nonostante questi svantaggi, l'elevata rigidità strutturale delle sospensioni ad asse rigido presenta alcuni aspetti positivi. In particolare, si garantisce un controllo accurato della geometria delle ruote, mantenendo costanti gli angoli caratteristici (campanatura, convergenza e inclinazione) rispetto al piano stradale anche in presenza di rollio della massa sospesa. Questo aspetto consente di minimizzare l'usura degli pneumatici e di assicurare un comportamento cinematico e dinamico prevedibile del veicolo. Questa tipologia di sospensione, sebbene massiva e caratterizzata da elevati ingombri, trova ampio impiego nei veicoli commerciali e nei veicoli fuoristrada con alte capacità di carico.

1.2.2 Sistemi di sospensione indipendenti

A differenza delle sospensioni a ponte rigido, le sospensioni indipendenti permettono a ciascuna ruota di muoversi verticalmente in modo autonomo rispetto all'altra, garantendo una maggiore versatilità e una migliore capacità di adattamento alle

irregolarità del terreno. Questa configurazione rappresenta oggi lo standard per la maggior parte delle autovetture e dei veicoli commerciali leggeri, soprattutto sull'asse anteriore, grazie ai suoi vantaggi legati al comfort, alla stabilità e alla precisione dinamica.

Uno dei principali punti di forza delle sospensioni indipendenti risiede nella loro geometria complessa, costituita da più bracci di controllo che non solo migliorano la risposta del veicolo, ma permettono anche una regolazione precisa dei parametri cinematici e dinamici [4]. Tali regolazioni includono parametri quali la campanatura, la convergenza, il centro di rollio e il rapporto di leva delle sospensioni, consentendo di ottimizzare il comportamento cinematico e dinamico del veicolo. Inoltre, l'ampia escursione verticale consentita dalle sospensioni indipendenti assicura un comportamento adattabile a diverse condizioni di marcia.

Nel corso degli anni sono stati sviluppati numerosi tipi di sospensioni indipendenti, tra cui *MacPherson*, *Trailing Arm*, *Swing Axle*, *Multi-Link* e *Double Wishbone*. Tuttavia, soprattutto le sospensioni a doppio braccio oscillante (o *Short-Long Arm*, *SLA*) e le sospensioni *MacPherson* hanno trovato un successo diffuso grazie alla loro efficienza e adattabilità a diverse configurazioni di veicoli. In alcuni casi, esistono varianti delle sospensioni a doppio braccio che utilizzano diversi sistemi per trasmettere il moto al sistema molla-smorzatore, come nel caso delle sospensioni denominate *Pushrod*.

Tra quelle indipendenti, la sospensione a doppio braccio oscillante si distingue per la capacità di agire sui gradienti cinematici della ruota, intervenendo direttamente sulla lunghezza dei bracci costituenti. Tuttavia, questa maggiore complessità geometrica comporta una maggiore sensibilità alla progettazione rispetto ad altre configurazioni più semplici. Le sospensioni indipendenti, quindi, rappresentano un equilibrio tra complessità ingegneristica e prestazioni elevate, rendendole una soluzione ottimale per veicoli di alta gamma, autovetture e applicazioni sportive.

1.3 Architettura *Double Wishbone*

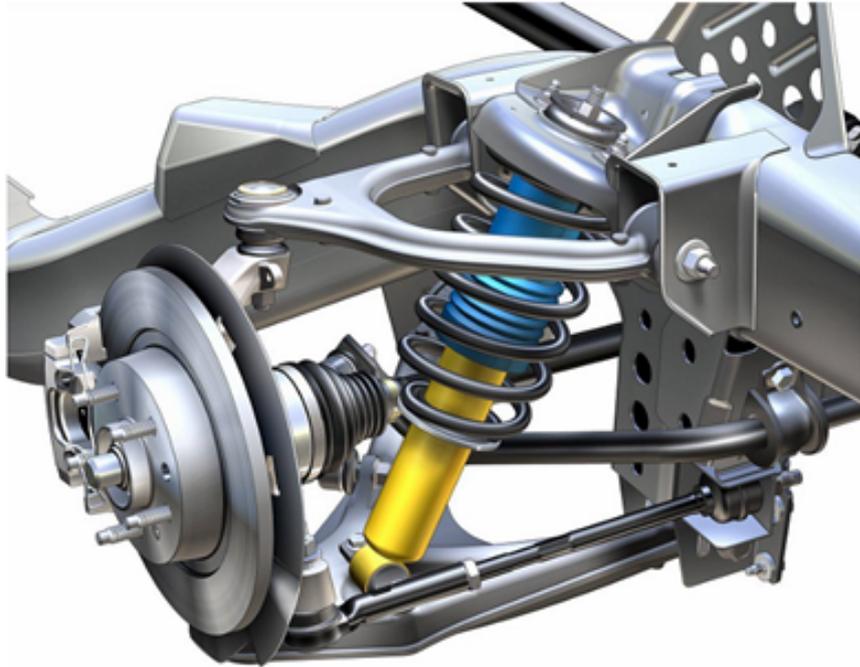


Figura 1.1: Sospensione *Double Wishbone*

La sospensione a doppio braccio oscillante, comunemente nota come '*Double Wishbone*', si basa su una configurazione composta da due bracci triangolari sovrapposti: uno inferiore e uno superiore. Questi bracci formano un quadrilatero articolato che consente un controllo preciso della cinematica della ruota. Ogni braccio è collegato al telaio tramite giunti mobili, mentre la giunzione tra i bracci e la ginocchiera che sostiene il gruppo ruota è assicurata da snodi sferici, permettendo una completa libertà di movimento. In questo schema, l'ammortizzatore e la molla elicoidale, montati coassialmente, non svolgono una funzione strutturale, a differenza di altre configurazioni come la sospensione *MacPherson*.

La caratteristica distintiva della sospensione a doppio braccio oscillante è la sua capacità di mantenere un contatto ottimale tra pneumatico e superficie stradale durante tutto il movimento della sospensione. Questo risultato si ottiene variando l'angolo di *camber* in modo da compensare il rollio del veicolo in curva, garantendo

una maggiore aderenza e stabilità [5]. In particolare, la differente lunghezza dei due bracci, con il braccio superiore generalmente più corto di quello inferiore, consente di ottenere un recupero ottimale del *camber*, mantenendo lo pneumatico in posizione ideale in diverse condizioni dinamiche.

Un ulteriore vantaggio di questa configurazione è rappresentato dalla flessibilità progettuale. La posizione dei punti di ancoraggio al telaio può essere ottimizzata per rispondere a diverse esigenze di layout e prestazioni. Questa caratteristica rende il sistema adatto non solo alle vetture stradali, ma anche a quelle da competizione, dove la precisione del controllo delle forze gioca un ruolo fondamentale. La possibilità di progettare geometrie *'anti-dive'* e *'anti-squat'* aggiunge ulteriore valore, permettendo di ridurre il *'dive'* dell'avantreno in frenata e controllare l'abbassamento del retrotreno in accelerazione.

La sospensione a doppio braccio oscillante offre anche significativi benefici strutturali. La configurazione a quadrilatero garantisce un'elevata rigidità, riducendo le deformazioni indesiderate sotto carico [5]. Inoltre, l'inerzia delle masse non sospese può essere ridotta grazie alla distribuzione ottimizzata dei componenti, migliorando la risposta dinamica della sospensione. Tuttavia, questa sofisticazione tecnica non è priva di svantaggi. La maggiore complessità costruttiva, rispetto a soluzioni più semplici come la sospensione *MacPherson*, richiede un numero superiore di componenti e una progettazione accurata, aumentando i costi di produzione. La sensibilità agli errori di montaggio, in particolare negli attacchi al telaio, può compromettere significativamente le prestazioni, rendendo necessarie tolleranze di costruzione adeguate.

Nonostante queste limitazioni, il doppio braccio oscillante rimane una delle soluzioni più versatili e performanti. Grazie alla sua capacità di gestire elevati carichi dinamici e di ottimizzare la cinematica della ruota, è ampiamente utilizzato nelle vetture sportive e nei veicoli da competizione, dove precisione, aderenza e reattività sono fondamentali per garantire prestazioni di alto livello.

1.4 Architettura *Pushrod*



Figura 1.2: Sospensione *Pushrod*

Il sistema di sospensione *pushrod* non rappresenta un'architettura indipendente, ma piuttosto una configurazione per collegare il gruppo molla-ammortizzatore al sistema di sospensione principale. In questo schema, un elemento rigido, denominato *Push-Rod*, è collegato al braccio inferiore della sospensione. Il movimento verticale della ruota viene trasmesso attraverso la *Push-Rod* a un bilanciante, chiamato '*Rocker*', che a sua volta aziona la molla e l'ammortizzatore, solitamente collocati in posizione centrale e bassa nel veicolo per abbassarne il baricentro.

Tra i principali vantaggi di questa configurazione, spicca la possibilità di posizionare l'ammortizzatore e la molla al centro del telaio, riducendo le masse non sospese e abbassando il baricentro del veicolo. Questa disposizione migliora le performance dinamiche e aerodinamiche del mezzo, rendendo il sistema particolarmente adatto

ai veicoli da competizione come le monoposto. La posizione centrale consente anche di ottimizzare il layout, riducendo gli ingombri nella zona della ruota e migliorando il flusso aerodinamico attorno al telaio [6].

Un ulteriore vantaggio risiede nella capacità di regolare con precisione il rapporto di installazione dell'ammortizzatore, il che permette di ottimizzare la rigidità della sospensione. Questo rapporto, definito come il rapporto tra lo spostamento verticale dello pneumatico e quello della molla, offre grande flessibilità progettuale.

Tuttavia, il sistema presenta alcune criticità, tra cui una maggiore complessità meccanica rispetto alle configurazioni tradizionali. Il numero di componenti aggiuntivi, come i bilancieri e i leveraggi, richiede una progettazione accurata per evitare fenomeni indesiderati come giochi, stick-slip e carichi non ottimali sui componenti. L'elevata sensibilità alle tolleranze e la necessità di cuscinetti di alta qualità rappresentano ulteriori sfide tecniche. Infine, la rigidità complessiva del sistema dipende fortemente dalla qualità costruttiva di tutti i suoi elementi, inclusi i bilancieri e i braccetti, che devono essere progettati con particolare attenzione per garantire un funzionamento ottimale.

1.5 Parametri geometrici

Dal punto di vista cinematico, un sistema di sospensione può essere definito come una combinazione di leve e giunti. Le variazioni di posizione e orientazione della ruota durante le fasi di compressione (*bump*) e rilascio (*rebound*) vengono descritte tramite parametri cinematici fondamentali, determinati in fase di progettazione. L'ottimizzazione di questi parametri è cruciale per migliorare le prestazioni del veicolo in termini di maneggevolezza, tenuta di strada e comfort di guida. Tra i principali parametri cinematici delle sospensioni si annoverano: angolo di campanatura (*camber*), angolo di incidenza (*caster*), inclinazione dell'asse di sterzo (*Kingpin inclination*), raggio di scrub (*scrub radius*) e convergenza (*toe*).

1.5.1 Inclinazione dell'Asse di Sterzo - *Kingpin Inclination*

L'inclinazione dell'asse di sterzo, nota anche come angolo di *Kingpin*, è l'angolo formato tra l'asse di sterzo e la verticale, osservato sul piano frontale del veicolo. Questo angolo influisce sull'innalzamento del veicolo durante la rotazione delle ruote attorno all'asse di sterzo inclinato. Di conseguenza, più è grande l'angolo di *Kingpin* e maggiore è il momento auto-allineante dello sterzo, a causa della forza di gravità che tende a far tornare le ruote nella posizione iniziale. Inoltre, l'inclinazione dell'asse di sterzo determina una correlazione tra l'angolo di sterzo e la campanatura, provocando l'inclinazione verso l'esterno della parte alta della ruota, al variare dell'angolo di sterzo.

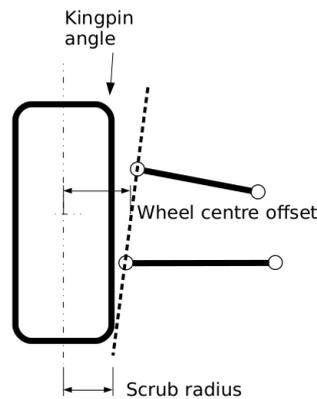


Figura 1.3: Angolo di Kingpin

1.5.2 Angolo di Incidenza - *Caster Angle*

L'angolo di incidenza è l'angolo formato tra l'asse di sterzo e la verticale, osservato sul piano laterale del veicolo. Un caster positivo si verifica quando il punto di contatto della ruota con il suolo si trova dietro l'asse di sterzo (Figura 1.4), generando un effetto di auto-allineamento che migliora la stabilità direzionale e riduce lo sforzo necessario per mantenere il veicolo in linea retta. Al contrario, un caster negativo porta a una riduzione della stabilità, aumentando il rischio di

sovrasterzo in curva. Valori eccessivamente elevati di caster possono introdurre coppie sterzanti indesiderate e compromettere la manovrabilità del veicolo.

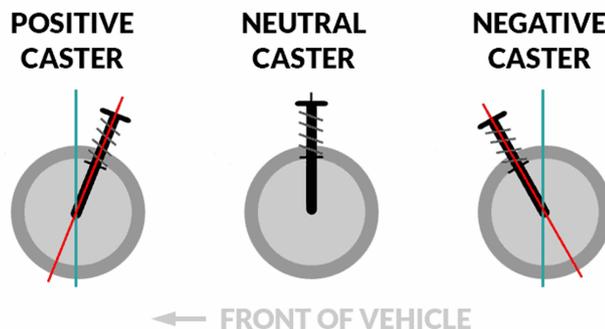


Figura 1.4: Angolo di Caster

1.5.3 Raggio di Scrub - *Scrub Radius*

Il raggio di *scrub* è il parametro che descrive la distanza tra il punto in cui l'asse di sterzo interseca il suolo e il centro dell'impronta a terra dello pneumatico. Se questa intersezione cade all'interno della carreggiata, il raggio di *scrub* è positivo, viceversa, è negativo. Un valore negativo genera un momento che tende a far sterzare la ruota verso l'interno del veicolo, anche in condizioni di moto rettilineo. Questo fenomeno è particolarmente rilevante in caso di perdita di aderenza di uno degli pneumatici, poiché induce una reazione opposta che contrasta il momento di imbardata del veicolo. Viceversa, un raggio di *scrub* positivo provoca un effetto contrario. È fondamentale che questo parametro non cambi di segno con gli effetti dinamici indotti dalla marcia del veicolo per evitare fenomeni di instabilità.

1.5.4 Angolo di Campanatura - *Camber Angle*

L'angolo di campanatura è l'angolo formato tra il piano della ruota e la verticale del veicolo. Un *camber* positivo si ha quando la parte superiore della ruota è inclinata verso l'esterno, mentre un *camber* negativo si verifica quando è inclinata verso l'interno Figura 1.5. Le sospensioni dipendenti tendono a mantenere il *camber*

invariato durante il rollio del veicolo, mentre le sospensioni indipendenti possono essere progettate per ottimizzare il contatto dello pneumatico con il suolo nelle diverse condizioni di guida. Un *camber* negativo migliora l'aderenza in curva, ma può causare un'usura irregolare degli pneumatici e una maggiore resistenza al rotolamento. Un *camber* positivo, invece, riduce l'usura degli pneumatici in rettilineo, ma penalizza la tenuta di strada in curva.

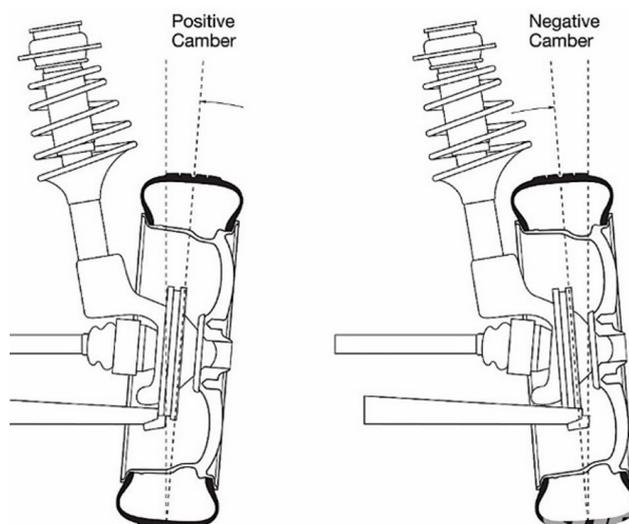


Figura 1.5: Angolo di *camber*

1.5.5 Angolo di Convergenza - *Toe Angle*

L'angolo di convergenza è l'angolo formato tra il piano mediano della ruota e l'asse longitudinale del veicolo. Se le ruote convergono verso l'interno, si parla di *'toe-in'* (convergenza positiva), mentre se divergono verso l'esterno, si ha *'toe-out'* (convergenza negativa). La convergenza influisce sulla stabilità direzionale e sull'usura degli pneumatici. Un *toe-in* migliora la stabilità a velocità elevate, mentre un *toe-out* favorisce l'agilità nei cambi di direzione. Le sospensioni dipendenti tendono a mantenere un angolo di convergenza costante, mentre quelle indipendenti possono subire variazioni significative in funzione del carico e dell'assetto del veicolo. Inoltre, l'angolo di convergenza ha un impatto diretto sulla forza laterale generata

dallo pneumatico a terra, influenzando così la risposta del veicolo in dinamica laterale.

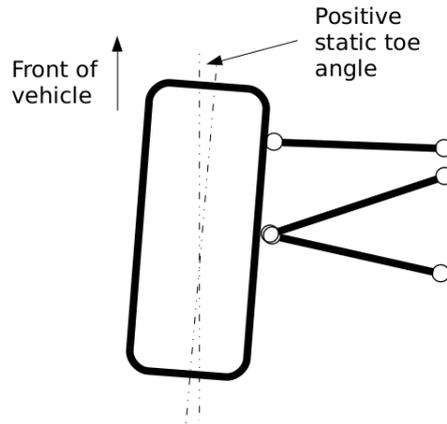


Figura 1.6: Angolo di *toe*

Capitolo 2

Caratterizzazione Analitica

In questo capitolo vengono caratterizzate, dal punto di vista cinematico e statico, le due architetture di sospensione oggetto di questo lavoro di Tesi: la *Double Wishbone* e la *Pushrod*. L'analisi si articolerà in due sezioni principali. Nella prima parte verranno implementate le equazioni trigonometriche che descrivono il comportamento cinematico delle due configurazioni, valutando i gradi di libertà e definendo le equazioni necessarie a caratterizzare il movimento dei vari componenti. Verrà applicata la formula di Grübler per determinare i gradi di libertà del sistema e si definiranno i principali parametri progettuali, come le lunghezze dei bracci della sospensione e gli angoli caratteristici.

Nella seconda parte verrà affrontato lo studio delle forze agenti sui bracci delle sospensioni attraverso l'analisi dei diagrammi di corpo libero. Per ciascuna architettura saranno considerate le componenti di forza verticale, laterale e longitudinale, applicando il principio di sovrapposizione degli effetti e valutando l'equilibrio statico dei singoli componenti. Saranno quindi calcolati i carichi trasmessi agli elementi della sospensione.

Questa caratterizzazione permette di comprendere dettagliatamente il comportamento delle due sospensioni e fornire una base solida per le successive analisi cinematiche e dinamiche con l'ausilio di modelli Multibody.

2.1 Caratterizzazione cinematica *Pushrod*

L'analisi cinematica prende avvio dalla semplificazione dello schema della sospensione, partendo dal modello *Multibody* e semplificandolo in un sistema di aste e giunti. Questo approccio permette di studiare in modo più chiaro i movimenti relativi tra i componenti e di applicare le equazioni cinematiche in modo sistematico.

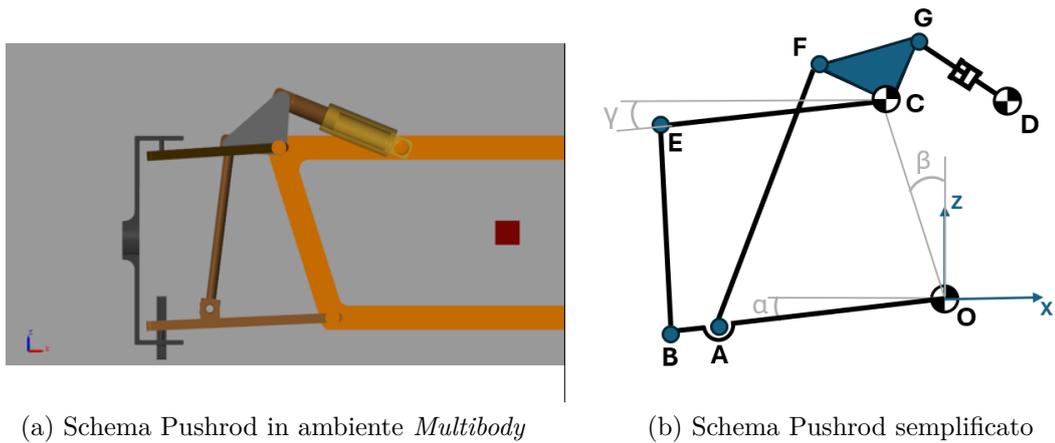


Figura 2.1: Schema *Multibody* e schema cinematico Pushrod

Per ottenere le equazioni cinematiche della sospensione, il primo passo consiste nella valutazione dei gradi di libertà del sistema nel piano. A tale scopo, si utilizza il criterio di *Chebyshev-Grübler-Kutzbach* [7], che consente di determinare il numero di gradi di libertà di una catena cinematica. Per un sistema piano, la formula di Grübler si esprime come:

$$F = 3(n - 1) - 2l - h \quad (2.1)$$

dove:

- F è il numero di gradi di libertà,
- n è il numero di corpi (incluso il telaio),
- l è il numero di coppie cinematiche inferiori (giunti rotoidali o prismatici),

- h è il numero di coppie cinematiche superiori (giunti con due gradi di libertà).

Nel caso della geometria *Pushrod* con $n = 7 + 1$, $l = 9 + 1$, $h = 0$, si ottiene $F = 1$. Dunque, il sistema può essere descritto da un singolo parametro. Viene scelto come grado di libertà l'angolo α , che rappresenta l'inclinazione del braccio inferiore della sospensione rispetto al piano stradale.

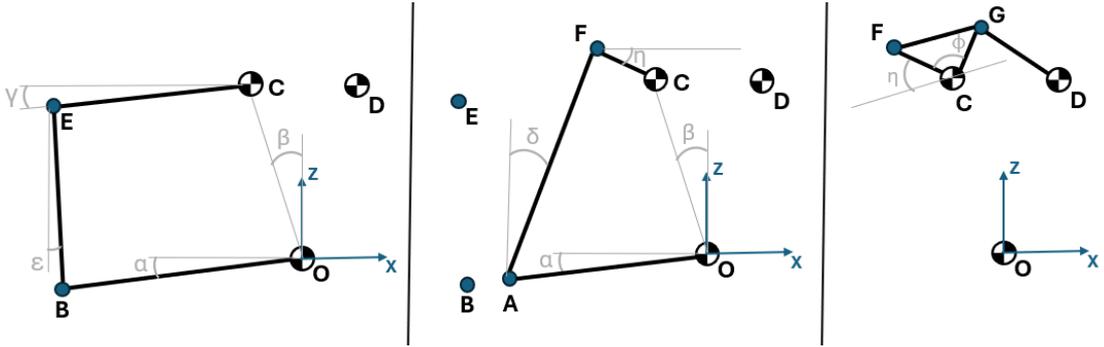
Per ricavare le equazioni cinematiche è necessario definire i parametri di progetto principali, ovvero la lunghezza degli elementi costitutivi della sospensione, comprendenti i bracci, il tirante, il *rocker* e gli altri componenti, l'angolo geometrico formato dal *rocker* ($\phi = F\hat{C}G$), e l'angolo formato dal telaio con la direzione verticale (β), che influenza il posizionamento e la cinematica complessiva della sospensione. Fissati tali parametri, si procede alla determinazione delle equazioni di posizione per ciascun punto significativo del sistema, indicati con le lettere *A-G*. Tali equazioni vengono derivate a partire dall'analisi degli schemi cinematici della sospensione, considerando la posizione relativa dei corpi rigidi e applicando le relazioni geometriche e trigonometriche tra i punti caratteristici.

Le equazioni delle posizioni per ciascun punto vengono espresse in termini delle coordinate cartesiane e degli angoli di rotazione dei singoli elementi. Questo approccio consente di descrivere in modo completo la cinematica del sistema e di derivare le relazioni necessarie per l'analisi del moto.

$$\begin{cases} x_A = -OA \cos \alpha \\ z_A = -OA \sin \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} x_B = -OB \cos \alpha \\ z_B = -OB \sin \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} x_C = -OC \sin \beta \\ z_C = OC \cos \beta \end{cases} \quad \begin{cases} x_D = x_C + CD \\ z_D = z_C \end{cases} \quad (2.2)$$

Per ricavare le equazioni dei successivi punti è necessario individuare gli angoli costitutivi del sistema e risolvere le equazioni trigonometriche derivanti:

$$\begin{cases} OC \cos \beta + OB \sin \alpha = EC \sin \gamma + BE \cos \epsilon \\ BE \sin \epsilon + OB \cos \alpha = OC \sin \beta + EC \cos \gamma \end{cases} \quad (2.3)$$


 Figura 2.2: Schemi cinematici 2D *Pushrod*

$$\begin{cases} FA \sin \delta + FC \cos \eta + OC \sin \beta = AO \cos \alpha \\ FA \cos \delta = FC \sin \eta + CO \cos \beta + AO \sin \alpha \end{cases} \quad (2.4)$$

Risolvendo le equazioni (2.3), (2.4) si ottengono i restanti punti caratteristici della sospensione:

$$\begin{cases} x_E = x_C - EC \cos \gamma \\ z_E = z_C - EC \sin \gamma \end{cases} \quad \begin{cases} x_F = x_C - CF \cos \eta \\ z_F = z_C + CF \sin \eta \end{cases} \quad \begin{cases} x_G = x_C + CG \cos(\pi - \eta - \phi) \\ z_G = z_C + CG \sin(\pi - \eta - \phi) \end{cases} \quad (2.5)$$

2.2 Caratterizzazione cinematica *Double Wishbone*

In modo analogo a quanto descritto nella sezione precedente, si effettua la caratterizzazione della seconda geometria analizzata, la *Double Wishbone*. Anche in questo caso si procede dapprima alla semplificazione del modello *Multibody* in un modello piano adatto all'analisi cinematica.

In questo caso il sistema risulta essere più semplice, non essendo presente il meccanismo di trasmissione del moto del tirante *push* e il relativo *rocker*. Anche in

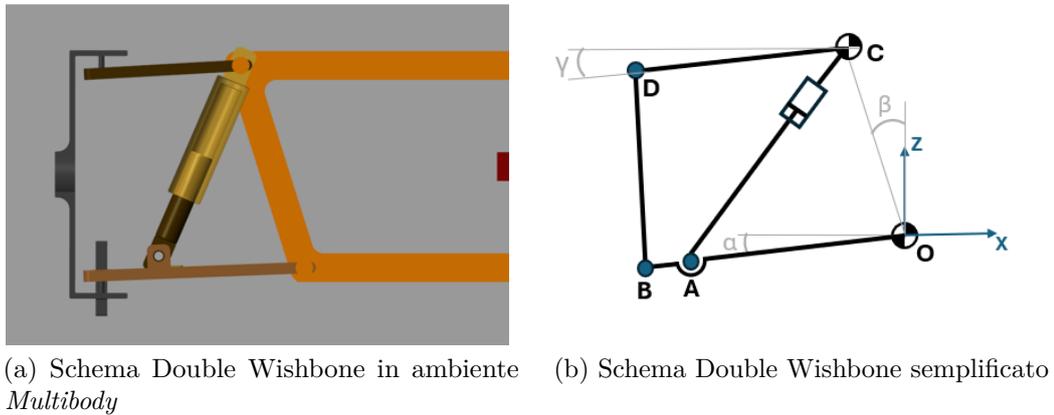
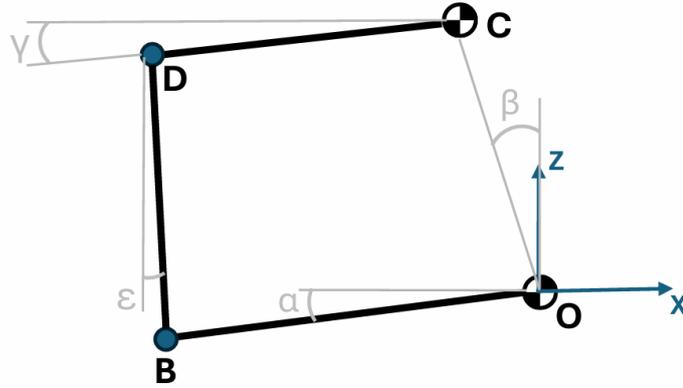


Figura 2.3: Schema *Multibody* e schema cinematico Double Wishbone

questo caso viene utilizzata la formula di *Grubler* per la determinazione dei gradi di libertà del sistema (2.1). I parametri di progetto, necessari per la definizione iniziale del sistema, sono i medesimi descritti in precedenza. Particolarizzando l'equazione (2.1) si ottiene:

- n : aste 6 + telaio 1,
- l : coppie rotoidali 5 + coppia primastica 1
- h : coppie cinematiche superiori 0.

Dunque, si ottiene $F = 1$. Viene scelto, per coerenza con quanto fatto con l'architettura *Pushrod*, il parametro α . È sufficiente un singolo quadrilatero (Figura 2.4) per l'individuazione dei punti della sospensione. Le equazioni utilizzate e lo schema cinematico sono riportati di seguito:


 Figura 2.4: Schema cinematico 2D *Double Wishbone*

$$\begin{cases} x_A = -OA \cos \alpha \\ z_A = -OA \sin \alpha \end{cases} \begin{cases} x_B = -OB \cos \alpha \\ z_B = -OB \sin \alpha \end{cases} \begin{cases} x_C = -OC \sin \beta \\ z_C = OC \cos \beta \end{cases} \begin{cases} x_D = x_C - DC \cos \gamma \\ z_D = z_C - DC \sin \gamma \end{cases} \quad (2.6)$$

$$\begin{cases} OC \cos \beta + OB \sin \alpha = DC \sin \gamma + BD \cos \epsilon \\ BD \sin \epsilon + OB \cos \alpha = OC \sin \beta + DC \cos \gamma \end{cases} \quad (2.7)$$

Risolvendo il sistema di equazioni (2.7) si ottengono gli angoli γ ed ϵ per la determinazione della posizione dei punti (2.6).

L'intera caratterizzazione 2D è stata, successivamente, risolta con l'implementazione di uno script Matlab che individua i punti caratteristici della sospensione al variare del grado di libertà α . Tale approccio ha permesso di verificare graficamente la coerenza delle equazioni cinematiche utilizzate e di effettuare una breve animazione bidimensionale che simula il movimento di entrambe le configurazioni sospensive.

2.3 Analisi statica della sospensione

In questa sezione viene analizzata la procedura di calcolo statico che permette di valutare le forze agenti sui vari bracci della sospensione. La metodologia si basa sulla scomposizione vettoriale delle forze agenti sul punto di contatto ruota-terreno e sulla loro trasmissione ai punti di attacco della sospensione, considerando separatamente i tre scenari operativi principali. Ogni caso viene risolto applicando le equazioni fondamentali della statica e sfruttando le relazioni geometriche del sistema sospensivo [8].

I bracci delle sospensioni vengono analizzati come una struttura reticolare con giunti ideali a cerniera. Questo modello semplificato si basa sull'ipotesi che i collegamenti tra i membri siano perfettamente incernierati, il che significa che i nodi non possono trasmettere momenti flettenti o torsionali, ma solo forze assiali lungo la direzione dei membri stessi. Questa ipotesi semplificativa implica che le forze agenti sugli elementi possano essere considerate esclusivamente di trazione o compressione lungo il loro asse, senza la presenza di momenti flettenti o torsionali. In questa fase si trascura l'influenza di dettagli geometrici più complessi della sospensione, come l'angolo di incidenza (*caster*), il raggio di *scrub*, e la campanatura (*camber*). Tale analisi richiede la considerazione delle componenti di forza lungo i tre assi cartesiani x, y, z per ciascun nodo.

La risoluzione del sistema risultante fornisce le forze interne in ciascun membro, che possono poi essere utilizzate per il dimensionamento e la verifica strutturale.

Per una sospensione anteriore, le tre sollecitazioni principali sono:

- Forza longitudinale derivante dalla frenata (F_{long});
- Forza verticale esercitata dal contatto pneumatico-terreno (F_{vert});
- Forza laterale nell'inserimento in curva (F_{lat}).

Si suppone, per semplicità, che il braccio inferiore della sospensione (*lower wishbone*) sia parallelo al terreno. Inoltre, si sfrutta il principio di sovrapposizione degli effetti per analizzare separatamente le tre condizioni di forza.

Nel caso della massima forza verticale, essa risulta bilanciata dal *lower wishbone* e dall'asta *pushrod* (AB). Scomponendo la forza F_{push} nel piano z, y , risulta evidente che la componente F_{push_z} bilanci interamente la forza verticale, per cui la componente residua F_{push_y} sollecita il *lower wishbone* (triangolo ACD).

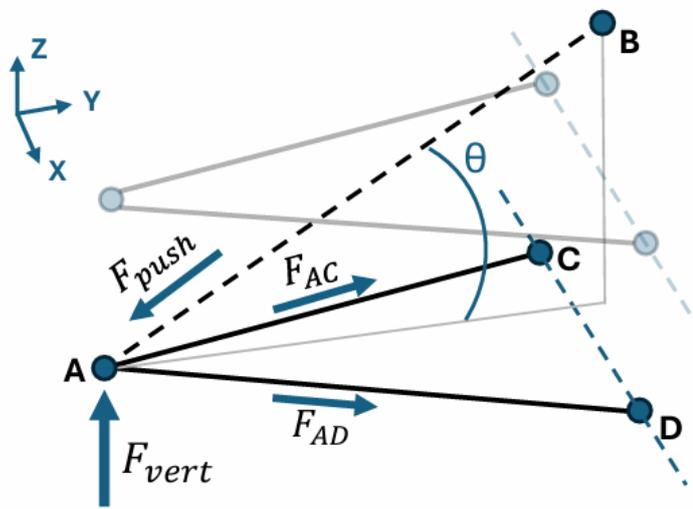


Figura 2.5: Schema statico forza verticale

Sono riportate, dunque, le equazioni di equilibrio. Nota la forza verticale è possibile ricavare la componente che sollecita il braccio AB.

$$F_{push_z} = F_{vert} \qquad F_{push_y} = F_{AB} \cdot \cos \theta \qquad (2.8)$$

$$F_{push_z} = F_{AB} \cdot \sin \theta \qquad (2.9)$$

$$F_{AB} = \frac{F_{vert}}{\sin \theta} \qquad (2.10)$$

La forza F_{push_y} si ripartisce nelle aste del braccio inferiore AC e AD. Per determinare le singole componenti è necessario risolvere il triangolo di forze, nota la geometria.

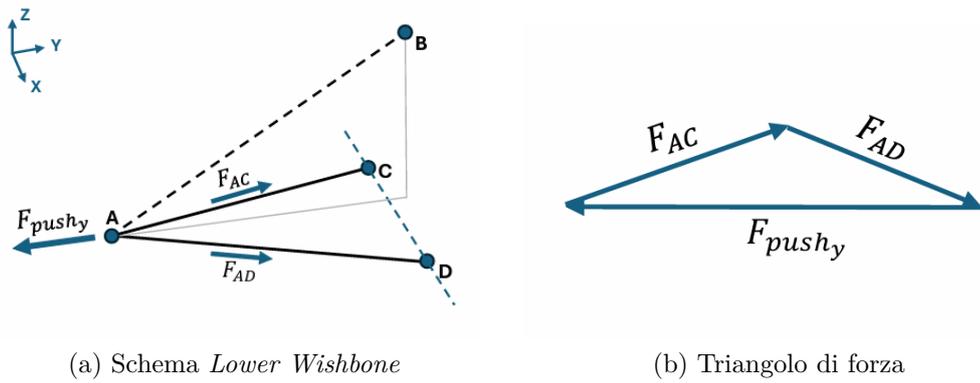


Figura 2.6: Schema statico *Lower Wishbone*

Nel caso della forza laterale, essendo applicata nel punto di contatto ruota-terreno, genera un momento nel piano yz . È necessario risolvere l'equilibrio alla rotazione rispetto ai nodi A ed E per calcolare le forze che sollecitano il braccio superiore e inferiore.

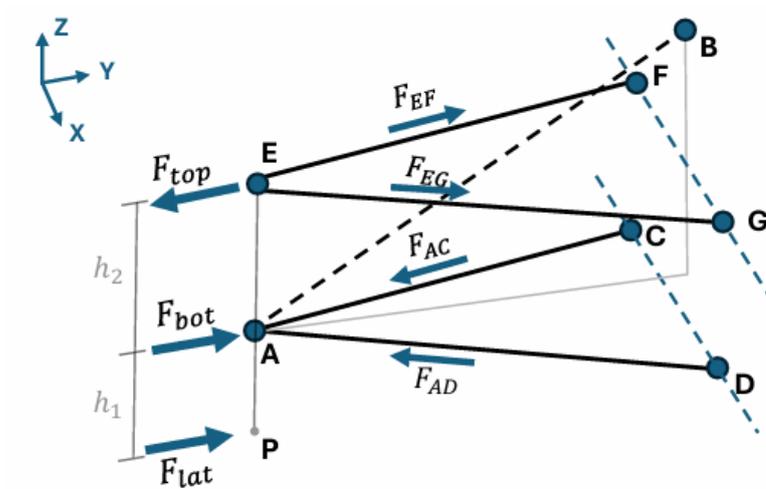


Figura 2.7: Schema statico forza laterale



(a) Triangolo di forza *lower wishbone*

(b) Triangolo di forza *upper wishbone*

Figura 2.8: Triangoli di forza nel caso della forza laterale

Equilibrio nodo A

$$F_{top} \cdot h_2 = F_{lat} \cdot h_1$$

$$F_{top} = \frac{h_1}{h_2} \cdot F_{lat}$$

Equilibrio nodo E

$$F_{bot} \cdot h_2 = F_{lat} \cdot (h_1 + h_2) \quad (2.11)$$

$$F_{bot} = F_{lat} \cdot \frac{h_1 + h_2}{h_2} \quad (2.12)$$

Per il calcolo delle reazioni dell' *upper wishbone* e *lower wishbone* generate rispettivamente da F_{top} e F_{bot} , è necessario risolvere i due triangoli di forza (Figura 2.8).

In modo analogo, vengono analizzate le sollecitazioni indotte dalla forza longitudinale. Anche in questo caso la forza, esplicitata dallo pneumatico, è applicata nel punto di contatto ruota-terreno. Essa genera un momento nel piano xz . Di seguito vengono mostrati i diagrammi di corpo libero, le equazioni di equilibrio e i triangoli di forza necessari per l'individuazione delle sollecitazioni dei singoli componenti(Figura 2.9, Figura 2.10).

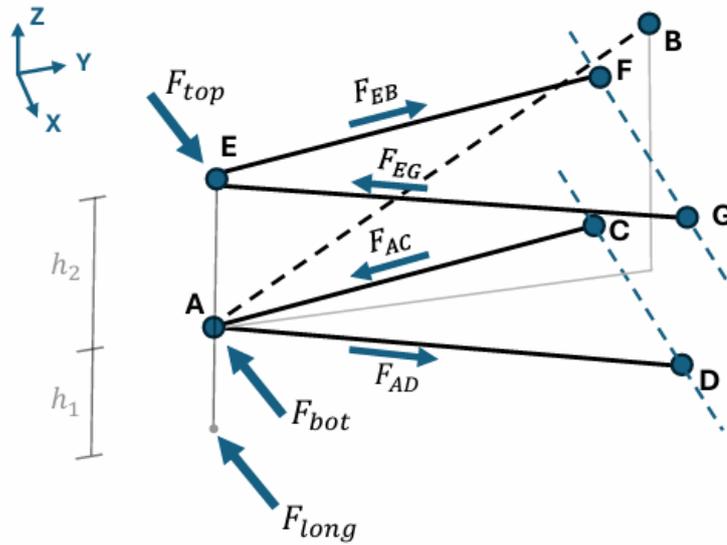


Figura 2.9: Schema statico forza longitudinale

Equilibrio nodo A

$$F_{top} \cdot h_2 = F_{long} \cdot h_1$$

$$F_{top} = \frac{h_1}{h_2} \cdot F_{long}$$

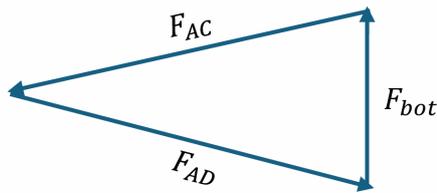
Equilibrio nodo E

$$F_{bot} \cdot h_2 = F_{long} \cdot (h_1 + h_2)$$

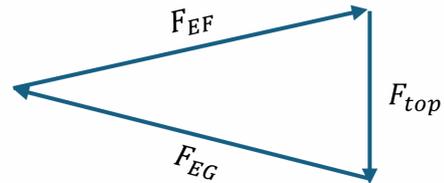
$$F_{bot} = F_{long} \cdot \frac{h_1 + h_2}{h_2}$$

(2.13)

(2.14)



(a) Triangolo di forza *lower wishbone*



(b) Triangolo di forza *upper wishbone*

Figura 2.10: Triangoli di forza nel caso della forza longitudinale

Per il calcolo della forza totale agente sui singoli elementi della sospensione è sufficiente sommare gli effetti derivanti dai singoli casi analizzati, secondo il

principio di sovrapposizione degli effetti con ipotesi di linearità. La trattazione espressa è valida sia per l'architettura *Double Wishbone* che *Pushrod*. Nel primo caso, l'asta AB rappresenta il sistema molla-smorzatore dell'ammortizzatore; al contrario, nel caso *Pushrod* l'asta AB fa parte del leveraggio che trasmette il moto al *rocker* e, infine, all'ammortizzatore.

Capitolo 3

Analisi cinematica

Nel seguente capitolo viene affrontata l'analisi cinematica delle due architetture analizzate nei capitoli precedenti: *Double Wishbone* e *Pushrod*. Per condurre l'analisi è stato adottato un approccio Multibody utilizzando un template predefinito di MATLAB Simscape. La trattazione presenta, inizialmente, un'introduzione ai modelli Multibody che ne descrive i principi generali. Successivamente viene analizzato il template adottato, effettuate le simulazioni cinematiche e presentati i risultati.

3.1 Generalità sui sistemi *Multibody*

I sistemi *Multibody* rappresentano un approccio estremamente flessibile e completo per la modellazione e l'analisi di sistemi meccanici complessi, caratterizzati dalla presenza di più corpi interconnessi e soggetti a movimenti articolati nello spazio. In tale contesto, ogni corpo può essere considerato, a seconda delle specifiche esigenze applicative, come un elemento rigido o flessibile: nel primo caso, le deformazioni sono trascurabili e il corpo mantiene inalterata la sua geometria durante il moto, mentre nel secondo, la capacità di deformarsi permette di rappresentare gli effetti elastici che possono influenzare il comportamento dinamico complessivo del sistema. La

principale caratteristica dei sistemi Multibody risiede nei vincoli cinematici imposti dalle giunzioni, che regolano il movimento relativo tra i vari corpi, consentendo la realizzazione di movimenti sia traslazionali che rotazionali di ampio raggio, e al contempo limitando le libertà in maniera funzionale. Tali vincoli, si manifestano attraverso diverse tipologie di giunti che possono limitare i movimenti in base alle esigenze. In quest'ottica, strumenti software come Simscape Multibody di MATLAB si rivelano efficaci, poiché offrono una piattaforma integrata per la simulazione della dinamica Multibody, replicando fedelmente sistemi reali complessi. Un modello implementato in Simscape Multibody è composto da corpi, giunti, vincoli, forze, coppie e sensori, elementi che, assemblati in modo coerente, permettono di simulare sia i movimenti articolati che le interazioni forzanti [9].

Il modello viene costruito attraverso la creazione di sottosistemi che rappresentano i suoi elementi principali. L'assemblaggio dei corpi in una struttura complessa avviene collegando questi sottosistemi mediante blocchi di giunti e vincoli, che definiscono i gradi di libertà consentiti e stabiliscono le relazioni cinematiche tra le parti. Ad esempio, blocchi come il *Prismatic Joint* o il *Revolute Joint* permettono di modellare, rispettivamente, movimenti lineari e rotatori, mentre altri blocchi creati *ad-hoc* facilitano la rappresentazione di relazioni complesse. L'uso di blocchi di trasformazione rigida (Rigid Transform) nei collegamenti garantisce il corretto posizionamento e orientamento relativo tra i vari elementi costitutivi, permettendo di comporre, in maniera modulare, sistemi articolati rispetto ad un *World Frame*.

Parallelamente alla definizione delle relazioni cinematiche, Simscape Multibody consente di integrare le forze, le coppie e gli input di movimento, per guidare la simulazione dinamica del modello. Attraverso appositi blocchi è possibile simulare fenomeni di contatto, ad esempio utilizzando blocchi in grado di riprodurre forze di interazione tra pneumatici e superfici stradali. Inoltre, i sensori, come il *Transform Sensor*, permettono di misurare i movimenti relativi e le forze applicate, fornendo i dati necessari alle analisi.

In conclusione, l'approccio *Multibody*, offre una cornice analitica e applicativa

completa, in grado di integrare in un'unica struttura la descrizione dei movimenti, dei vincoli e delle forze in gioco. Questo, non solo facilita la modellazione e la simulazione di sistemi meccanici complessi, ma rappresenta anche uno strumento indispensabile per la progettazione, l'ottimizzazione e il controllo.

3.2 Descrizione del modello

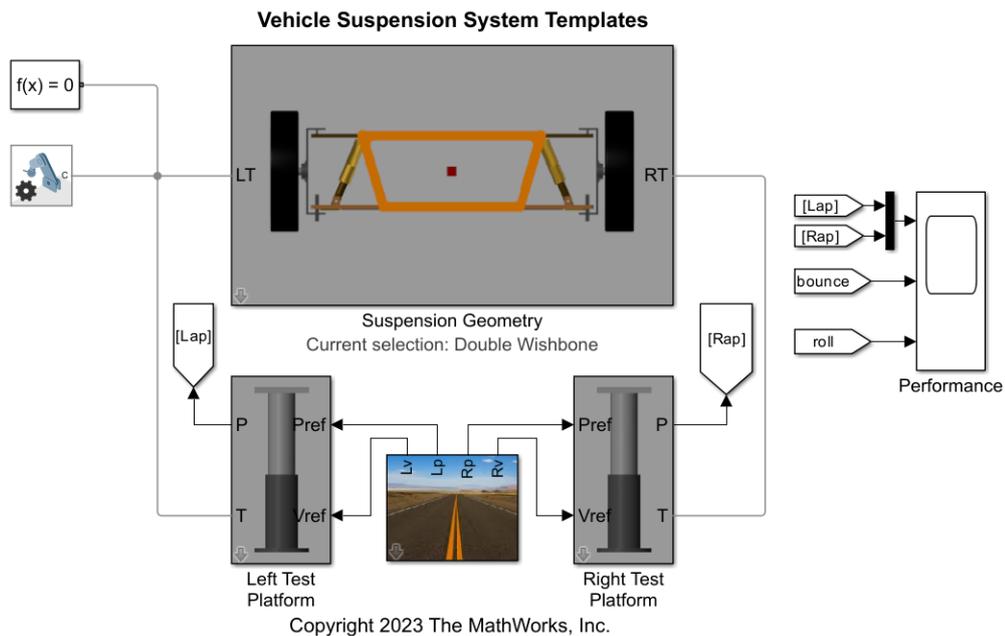


Figura 3.1: Vehicle Suspension System Template

Per l'analisi cinematica è stato impiegato un modello Multibody disponibile tra i template di base di Simulink. Denominato *'Vehicle Suspension System Templates'*, il modello include tre tipologie comuni di sospensioni automobilistiche: *Double Wishbone*, *MacPherson* e *Pushrod* [10]. Inizialmente viene descritto il modello di base, successivamente verranno implementate e descritte le modifiche necessarie a rendere il modello adatto allo scopo del presente lavoro di Tesi.

Nel modello originario, ogni pneumatico, collegato alla sospensione, è posto su una piattaforma che può muoversi verticalmente in modo indipendente. Grazie a

un controllore PD su ciascuna piattaforma, è possibile riprodurre un profilo stradale desiderato. Questo consente di analizzare gli effetti sul rollio e sul rimbalzo del telaio in risposta a coppie di profili stradali specifici.

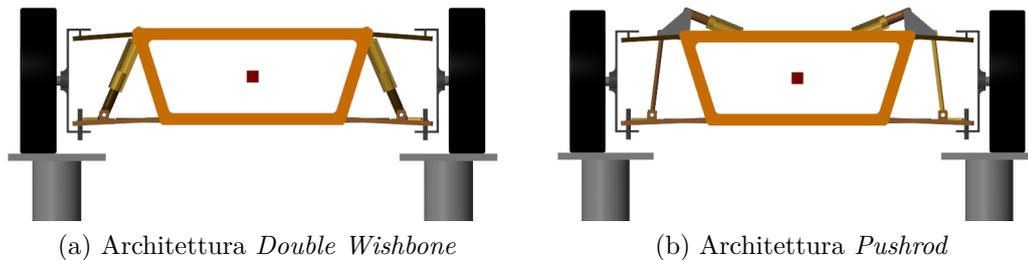


Figura 3.2: Sospensioni in ambiente Simscape

Lo schema Multibody della sospensione è implementato all'interno della maschera '*Suspension Geometry*', con cui è possibile effettuare la scelta della tipologia di sospensione da simulare. Nelle successive analisi verranno utilizzate due delle tre architetture presenti: *Double Wishbone* e *Pushrod* per effettuare un confronto prestazionale. La struttura centrale, rappresentativa della massa sospesa del veicolo, è costituita da *link* collegati rigidamente ad un *frame*. In aggiunta alla massa propria degli elementi è presente una massa concentrata, posta al centro dello *chassis*, pari a 600kg (blocco *Load*). Questa, rappresenta la massa che agisce sull'assale anteriore o posteriore. Come spiegato nella sezione dedicata ai modelli multibody, è necessario definire i gradi di libertà consentiti di un corpo rispetto al sistema di riferimento globale. Dunque, lo chassis è stato collegato al World Frame attraverso un Castesian Joint, che permette il movimento nel piano xz e la rotazione intorno all'asse y (Rollio del telaio).

Il sistema di sospensione è modellato all'interno del blocco Suspension Assembly, in cui sono implementati i bracci superiori e inferiori. Questi componenti sono vincolati allo chassis mediante giunti rotoidali, consentendo la rotazione attorno agli assi predefiniti. Le estremità dei bracci superiori e inferiori sono collegate al montante (*knuckle*) tramite giunti sferici, i quali permettono i movimenti necessari

per il corretto funzionamento del gruppo ruota.

Il sistema ruota è modellato come un insieme di corpi rigidi connessi tra loro. Questo non permette di valutare gli effetti di deformazione e smorzanti dello pneumatico. Per questo, il modello descritto è utilizzato solo per un'analisi e un confronto prestazionale di tipo cinematico. Successivamente, verrà creato un modello completo di veicolo per le analisi dinamiche. Nel presente modello, ognuna delle due ruote è connessa alla piattaforma di test attraverso un *6DOF Joint*. Questo permette di simulare correttamente i gradi di libertà caratteristici del gruppo ruota.

Il sistema di sterzo è implementato all'interno del sottosistema *Steering System*. Esso è composto da una cremagliera che può traslare parallelamente alla direzione trasversale del veicolo. Inoltre, è presente un cinematismo che collega la traslazione della cremagliera alla rotazione delle ruote attraverso un elemento conosciuto nei sistemi sospensivi come 'quinto braccetto'. Il risultato di questo cinematismo è una sterzata alla Ackermann convergente, analizzabile graficamente ponendosi in una vista superiore e fissando la direzione di marcia del veicolo.

Infine è presente la piattaforma di test. Questa, consiste in due cilindri coassiali (uno fisso l'altro mobile) con sistema di attuazione e controllo di tipo PD. La piattaforma riceve in input i segnali stradali come posizione e velocità e li converte in forza attraverso la seguente formulazione:

$$k_p \cdot (P_{ref} - P) + k_d \cdot (V_{ref} - V) = F \quad (3.1)$$

dove:

- k_p, k_d sono, rispettivamente, il coefficiente proporzionale e derivativo del controllore,
- P_{ref}, V_{ref} rispettivamente, la posizione di riferimento (segnale strada) e velocità di riferimento,
- P, V rispettivamente, la posizione e la velocità misurata dal giunto.

Dall'equazione (3.1), con $k_p = 10^4$ e $k_d = 100$, si ottiene la forza F di attuazione della piattaforma.

3.3 Descrizione dei segnali stradali

La piattaforma di test, sulla quale è poggiato il sistema sospensivo, viene sollecitata mediante segnali stradali. Questi rappresentano le successive posizioni della piattaforma in dominio tempo e in maniera indipendente per le due ruote. Dunque, è possibile simulare eccitazioni sincrone o asincrone per le ruote destra e sinistra della sospensione. In dettaglio, vengono simulati dei profili in serie, ognuno della durata di 5.5s, con buffer tra i segnali di 1s. I segnali implementati comprendono:

1. Sinusoide a bassa frequenza con segnale destro e sinistro in fase
2. Sinusoide a bassa frequenza con segnale destro e sinistro fuori fase
3. Sinusoide a media frequenza con segnale destro e sinistro in fase
4. Sinusoide ad alta frequenza con segnale destro e sinistro in fase
5. Sinusoide ad alta frequenza con segnale destro e sinistro fuori fase
6. Step con segnale destro e sinistro in fase
7. Step con segnale destro e sinistro fuori fase
8. Impulso con segnale destro e sinistro in fase
9. Impulso con segnale destro e sinistro fuori fase

Nelle successive simulazioni verranno utilizzati alcuni di questi segnali, in relazione al comportamento della sospensione che si vuole analizzare. In questa fase, i parametri geometrici non subiscono modifiche, garantendo un'analisi coerente delle sospensioni così come da progetto iniziale.

La trattazione appena effettuata ha descritto il modello di default utilizzato. In seguito, verranno effettuate e spiegate le modifiche necessarie alle analisi.

3.4 Definizione del sistema di riferimento

Nel contesto dell'analisi delle sospensioni e della cinematica del veicolo, gli angoli di *camber* e *toe* giocano un ruolo fondamentale per descrivere l'orientamento delle ruote rispetto al veicolo e alla superficie stradale. Per ottenere dei dati numericamente coerenti si fa riferimento alla norma ISO 885-2011 [11]. L'angolo di *camber* è definito positivo quando la parte superiore della ruota è inclinata verso l'esterno rispetto alla verticale; negativo quando è inclinata verso l'interno. L'angolo di *toe* è definito positivo (*toe-in*) quando le ruote convergono nella parte anteriore del veicolo; negativo (*toe-out*) quando divergono.

Il sistema di riferimento globale è mostrato in figura (Figura 3.3). La direzione di marcia del veicolo è definita lungo l'asse Y positiva, mentre le ruote sono identificate come *Right Tyre* o *Left Tyre* rispetto al centro del telaio.

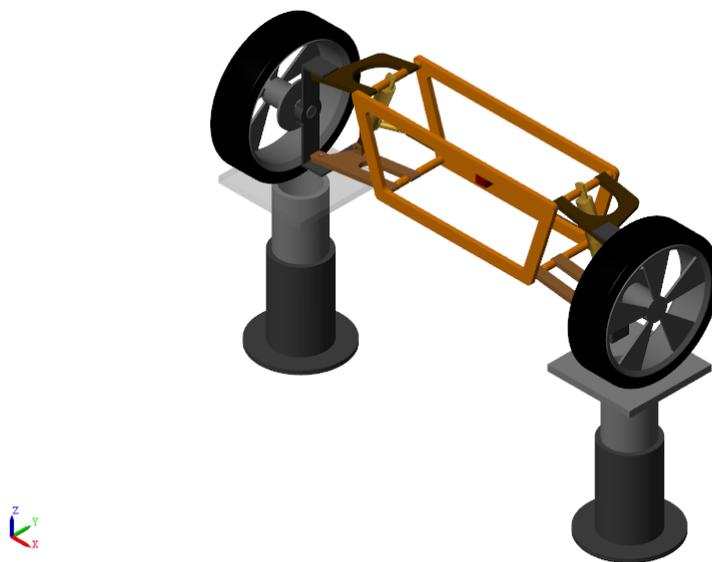


Figura 3.3: Schema globale della sospensione

Questa scelta garantisce la coerenza con la nomenclatura del modello base. Le analisi successive saranno coerenti con tale rappresentazione e con le convenzioni geometriche presentate.

3.5 Analisi preliminare

Le analisi preliminari sono state utilizzate per valutare le performance del modello utilizzato. Le quantità monitorate inizialmente sono estratte dallo scope 'Performance' (Figura 3.1) e includono:

- Profili stradali per le ruote destra (*Lap*) e sinistra (*Rap*),
- Scuotimento verticale del telaio (*bounce*),
- Rollio del telaio (*roll*).

Analizzando lo scuotimento verticale, per basse frequenze del profilo stradale le differenze tra le due configurazioni sospensive sono trascurabili. Tuttavia, a frequenze medie e alte, la sospensione Pushrod mostra uno scuotimento significativamente maggiore (Figura 3.5). Il rollio risulta evidente quando i segnali della ruota destra e sinistra sono fuori fase. In questo caso, le variazioni tra le due architetture sono limitate (Figura 3.6).

Successivamente, si analizzano i gradi di libertà della ruota caratteristici della cinematica del veicolo. All'interno del modello, il movimento della ruota è garantito da un giunto con sei gradi di libertà '6-DOF Joint', che collega le due porte Simulink *T* e *LT* (Figura 3.1). Queste rappresentano, rispettivamente, la base della piattaforma di test e il punto di contatto della ruota. Il blocco '6-DOF Joint' restituisce i tre gradi di libertà traslazionali separatamente, come traslazioni lungo gli assi x, y e z. Al contrario, i gradi di libertà rotazionali sono ottenuti come quaternioni. Per ottenere separatamente i tre gradi di libertà rotazionali, si convertono i quaternioni in angoli di Eulero attraverso l'implementazione di una

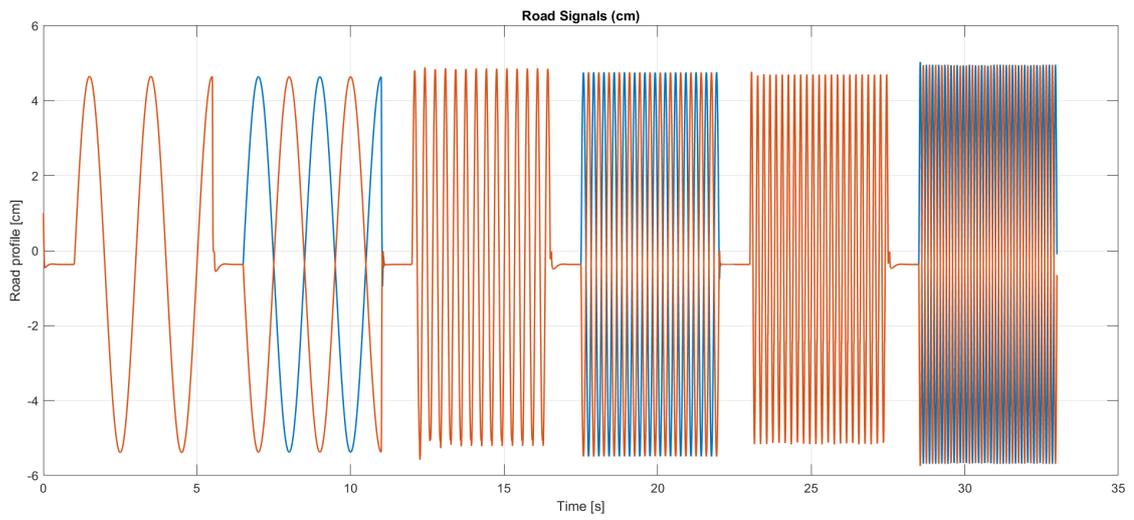


Figura 3.4: Profili stradali

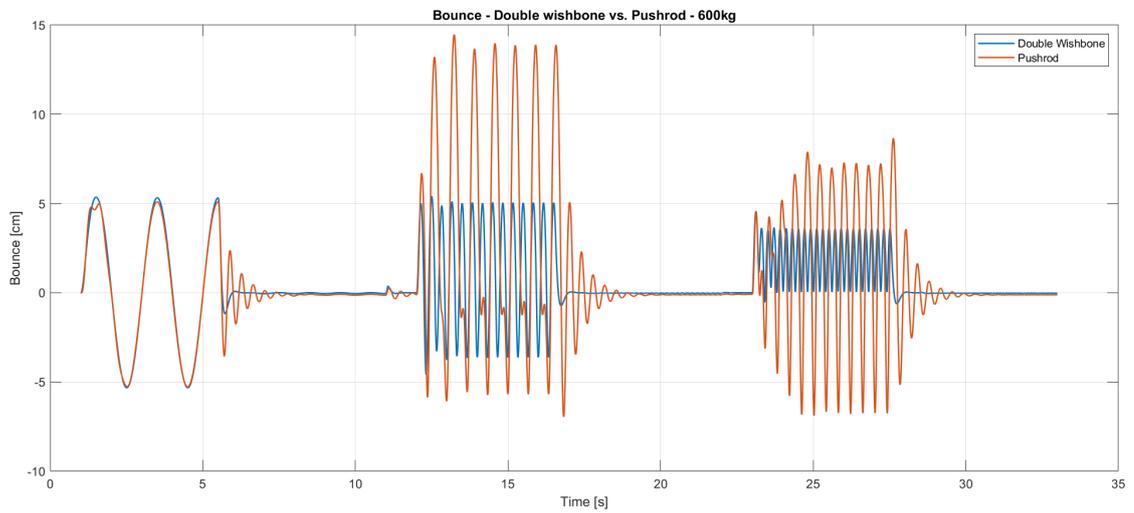
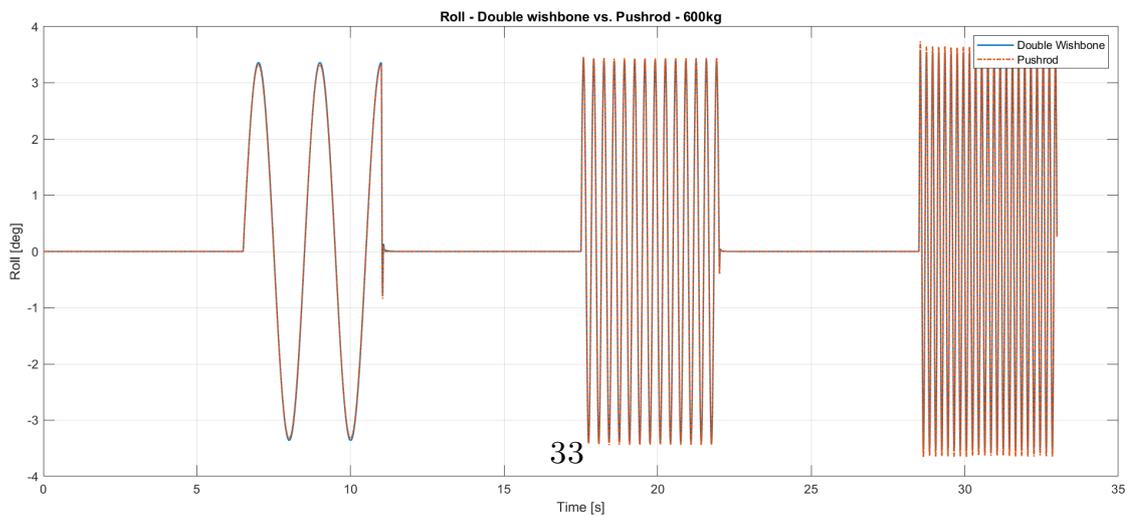


Figura 3.5: Scuotimento verticale del telaio



33

Figura 3.6: Rollio del telaio

Matlab Function (Listing 3.1) . Questa riceve in input i quaternioni e restituisce in output gli angoli di rollio, beccheggio e imbardata.

Listing 3.1: Conversione dei quaternioni

```

1  function eulerXYZ = quaternionToEulerXYZ(quat)
2  % Estrazione delle componenti dei quaternioni
3  q0 = quat(1);
4  q1 = quat(2);
5  q2 = quat(3);
6  q3 = quat(4);
7
8  % Conversione in angoli di Eulero(roll , pitch , yaw)
9  % Roll (Rotazione asse X)
10 roll = atan2(2 * (q0 * q1 + q2 * q3), 1 - 2 * (q1^2 + q2^2));
11 % Pitch (Rotazione asse Y)
12 sinp = 2 * (q0 * q2 - q3 * q1);
13 if abs(sinp) >= 1
14     pitch = sign(sinp) * (pi / 2);
15 else
16     pitch = asin(sinp);
17 end
18 % Yaw (Rotazione asse Z)
19 yaw = atan2(2 * (q0 * q3 + q1 * q2), 1 - 2 * (q2^2 + q3^2));
20
21 % Output come vettore [roll , pitch , yaw]
22 eulerXYZ = [roll , pitch , yaw];
23 end

```

Questa rappresentazione, nel sistema di riferimento globale del veicolo, definisce rispettivamente gli angoli di *Caster*, *Camber* e *Toe*. In modo analogo a quanto effettuato per i movimenti del telaio, in una prima fase si valutano gli andamenti in dominio tempo degli angoli di *Camber* e *Toe* e viene effettuato un confronto tra le due architetture (Figura 3.7 e Figura 3.8).

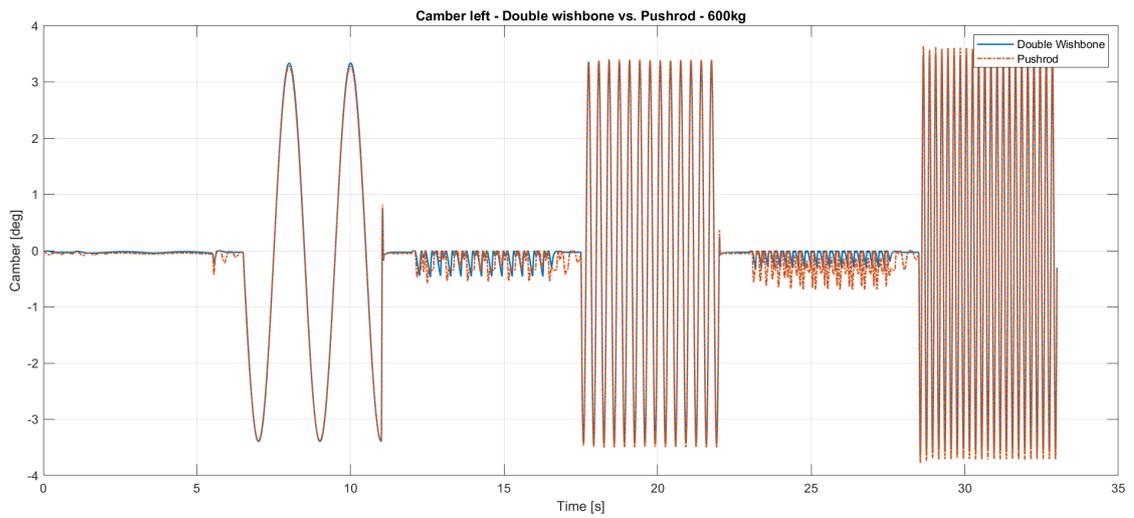


Figura 3.7: Variazione di camber per la ruota sinistra

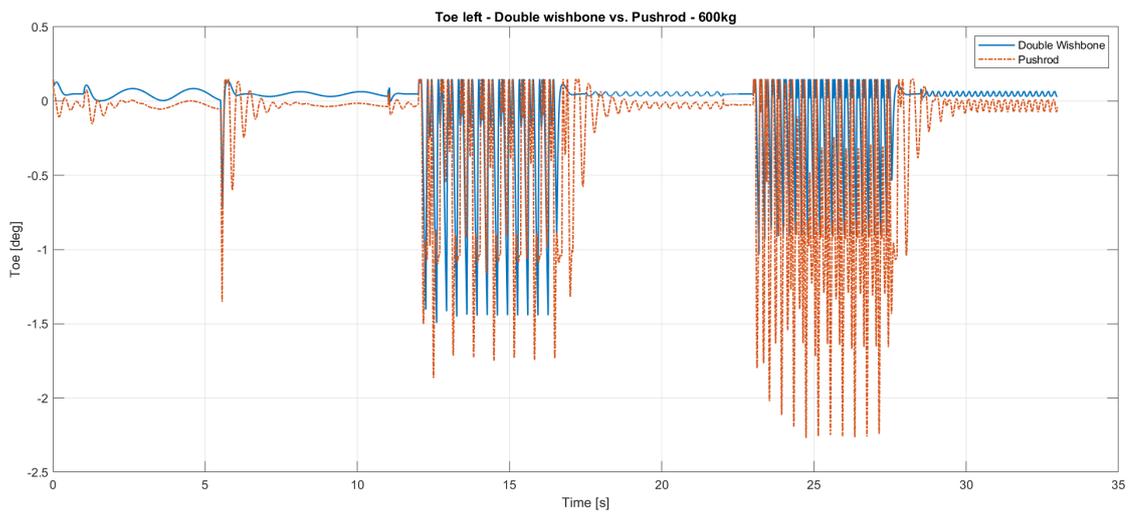


Figura 3.8: Variazione di toe per la ruota sinistra

Per l'angolo di *camber* i valori più elevati si registrano quando i segnali stradali sono in opposizione di fase, a causa del rollio del veicolo. In queste condizioni, non si osservano variazioni marcate tra le due architetture. Al contrario, con i segnali stradali in fase si ottengono degli angoli di *camber* molto piccoli ($<0.5^\circ$), ma si osservano delle variazioni dell'angolo più fitte per la geometria Pushrod, suggerendo possibili vibrazioni eccessive della ruota. Analizzando l'angolo di *toe* si osservano

dei picchi più pronunciati nella configurazione Pushrod, indicando una maggiore reattività della sospensione.

Tuttavia, va sottolineato che i risultati di tali analisi (sezione 3.5) sono fortemente influenzati dalle proprietà elastiche e smorzanti del sistema sospensivo. Per isolare gli effetti puramente cinematici della geometria sospensiva, sono state condotte ulteriori analisi, come descritto nei paragrafi successivi.

3.6 Analisi cinematica

In questa fase, è stato eliminato l'effetto delle caratteristiche elastico-smorzanti del sistema, concentrandosi esclusivamente sul comportamento geometrico della sospensione. Per valutare correttamente i parametri cinematici di un sistema sospensivo è necessario riferirsi al movimento relativo tra il telaio e il gruppo sospensione. Dunque, all'interno del modello Multibody è stato bloccato il movimento del telaio, rispetto al sistema di riferimento globale attraverso l'imposizione di un limite superiore e inferiore nella traslazione del *Cartesian Joint*, che simula il movimento dello chassis. In questo modo, l'attuazione fornita dalla piattaforma di test fornisca un movimento del solo gruppo sospensivo. Un'ulteriore modifica al modello richiede la sostituzione dei segnali stradali di default con un segnale di tipo rampa, rappresentativo di uno scuotimento verticale positivo e negativo del punto di contatto ruota-terreno.

3.6.1 Recupero cinematico della sospensione

Una volta modificato il sistema Multibody, viene valutata la capacità di recupero cinematico di entrambe le sospensioni e effettuata una comparazione. Si definisce *Camber Compensation* la capacità della sospensione di compensare le variazioni di camber dovute al moto della ruota. Da questo parametro dipende un incremento o un decremento della forza trasversale che lo pneumatico scambia con la strada. Un decremento di questa forza durante una curva porta ad una minor capacità

del veicolo di contrastare le azioni inerziali a cui è sottoposto. Analogamente, si definisce *Toe Compensation*, la capacità cinematica della sospensione di variare l'angolo di convergenza in relazione al moto della ruota. Come nel caso precedente, tale parametro influenza direttamente la forza laterale trasmissibile a terra.

Nei grafici seguenti, il parametro Δz rappresenta la traslazione verticale del punto di contatto ruota-piattaforma di test. Sono, dunque, riportati i segnali di input e le caratteristiche cinematiche.

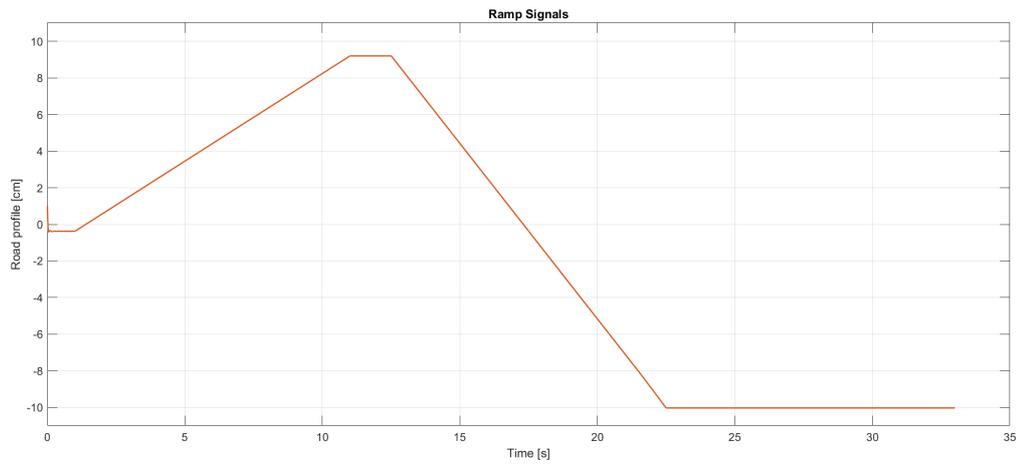


Figura 3.9: Segnale stradale rampa

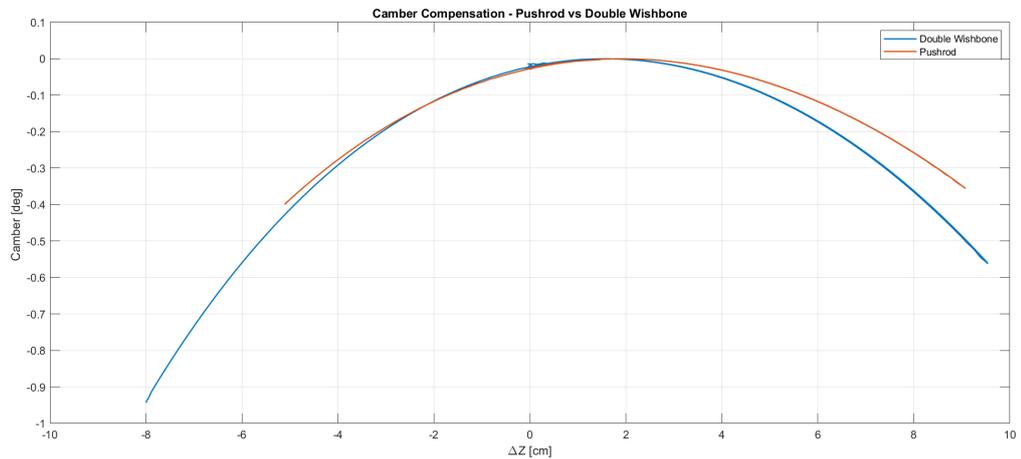


Figura 3.10: Compensazione di camber

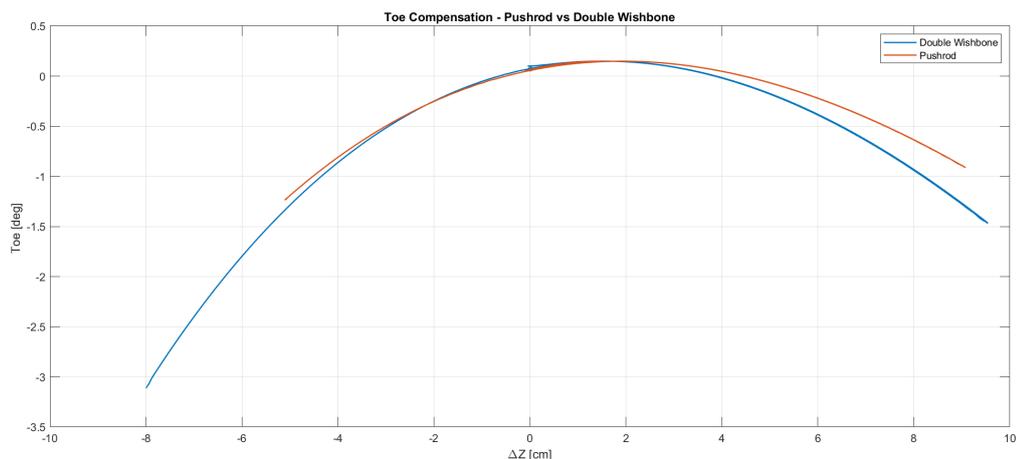


Figura 3.11: Compensazione di toe

Per analizzare i grafici ci si riferisce al punto di progetto della sospensione come il valore iniziale del punto di contatto ruota-piattaforma al tempo $t = 0$. Inoltre, viene analizzata separatamente la zona degli scuotimenti positivi e negativi.

- *Compensazione di campanatura*: a partire dal punto di progetto, nella zona degli scuotimenti positivi si ottiene un incremento negativo del *camber* in compressione, e un ritorno a zero estensione; al contrario, per uno scuotimento negativo si osserva un aumento negativo di *camber* in estensione e un ritorno a zero in compressione.
- *Compensazione di convergenza*: per uno scuotimento positivo si ottiene un incremento del *toe* in compressione e un decremento in estensione; viceversa, per uno scuotimento negativo si osserva un incremento di *toe* in estensione e un decremento in compressione.

Entrambe le architetture presentano una caratteristica piuttosto simmetrica rispetto al punto di progetto. La sospensione Pushrod presenta una variazione meno marcata di entrambi gli angoli analizzati. Questo suggerisce un comportamento più prevedibile che massimizza la stabilità del veicolo con lo scuotimento della ruota. Al contrario, la sospensione *Double Wishbone* presenta una variazione più marcata di tali angoli e, allo stesso tempo, garantisce la risposta a scuotimenti

significativamente più ampi. Successivamente, si analizzano le traslazioni del centro ruota per valutare le variazioni di passo e di carreggiata del veicolo. I risultati ottenuti vengono mostrati in accordo con le convenzioni e con il sistema di riferimento definito nei paragrafi precedenti. Inoltre, i grafici seguenti, sono relativi alla ruota sinistra e il punto di progetto viene impostato al tempo $t = 0$.

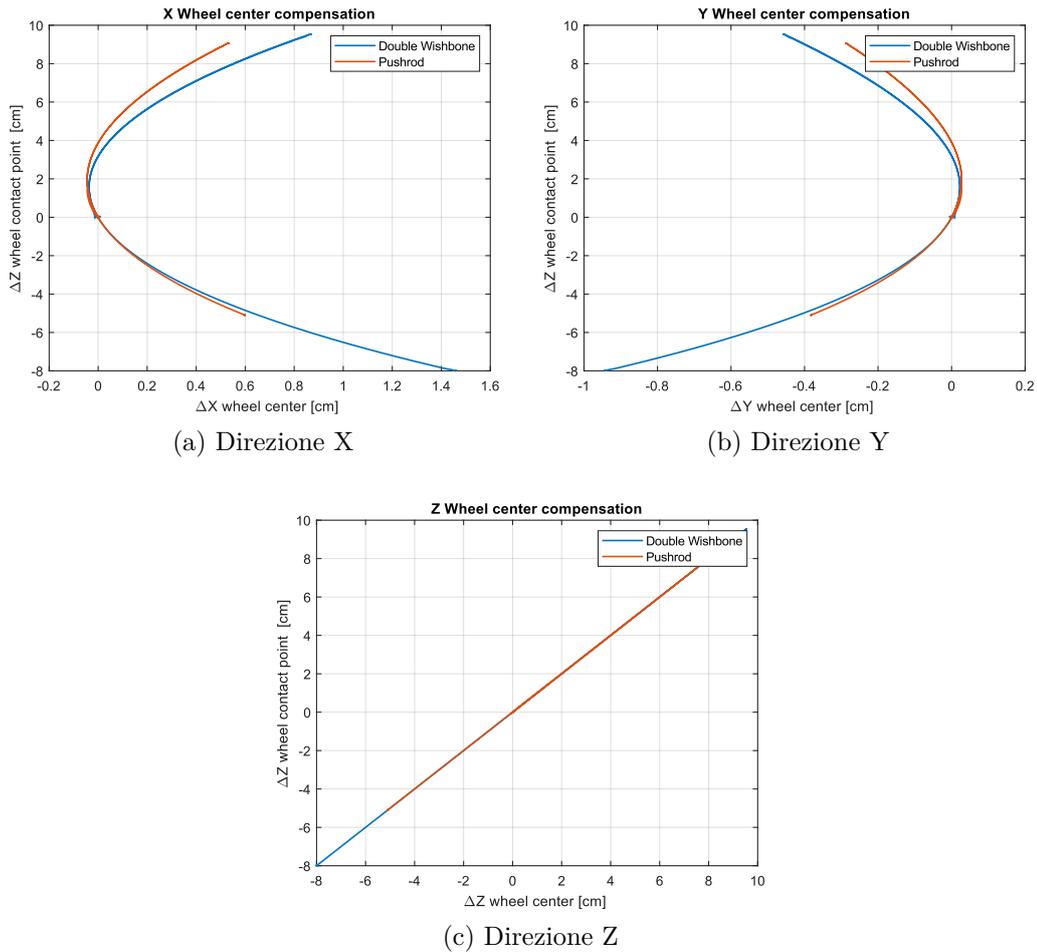


Figura 3.12: Compensazione del centro ruota

- Traslazione X del centro ruota: in accordo con la cinematica di una sospensione a doppio braccio oscillante, il centro ruota segue una traiettoria “pseudo-circolare”. Per uno scuotimento al di sopra del punto di progetto, si osserva un

aumento della semicarreggiata in compressione e una riduzione in estensione. Viceversa, per scuotimenti che avvengono al di sotto del punto di progetto si osserva un aumento della semicarreggiata in estensione e una riduzione in compressione.

- Traslazione Y del centro ruota: al di sopra del punto di progetto, si osserva una riduzione del passo in compressione e un aumento del passo in estensione. Viceversa, per scuotimenti negativi rispetto alla posizione di progetto, si osserva una riduzione del passo in estensione e un aumento in compressione.
- Traslazione Z del centro ruota: segue perfettamente lo scuotimento verticale del punto di contatto con il piano stradale. Questo comportamento è una conseguenza dell'ipotesi di pneumatico rigido adottata nel modello, che esclude gli effetti della deformabilità radiale dello pneumatico.

Confrontando le due architetture, si osserva che la *Double Wishbone* garantisce delle variazioni di carreggiata e di passo notevolmente superiori. Inoltre, al di sopra del punto di progetto e a parità di scuotimento considerato, si osserva un gradiente maggiore per la configurazione Double Wishbone, sia per la carreggiata che per il passo.

3.6.2 Recupero cinematico con input sterzante

Viene fornito un input sterzante al sistema sospensivo e se ne valuta la risposta in termini di recupero cinematico, come analizzato in precedenza. Poiché il modello iniziale non dispone di un asse di sterzo, è stato introdotto uno spostamento lineare sull'elemento '*Steer Rack*', il quale è connesso al quinto braccetto della sospensione. Questa configurazione consente di simulare la rotazione del gruppo ruota attraverso il movimento della cremagliera sterzante. All'interno del modello Simulink, l'input viene applicato all'accoppiamento prismatico tra gli elementi '*Steer Rack*' e '*Rack Bracket*' ed è stato definito come segue:

$$lin_{steer_{in}} = [0 \ 2 \ 5 \ 10]$$

I valori indicati sono espressi in *cm* e permettono di simulare il sistema in diverse condizioni di angolo volante. Le risposte del sistema vengono analizzate per entrambe le tipologie di sospensione, al variare dello spostamento lineare della cremagliera sterzante. I risultati ottenuti sono mostrati nelle figure successive:

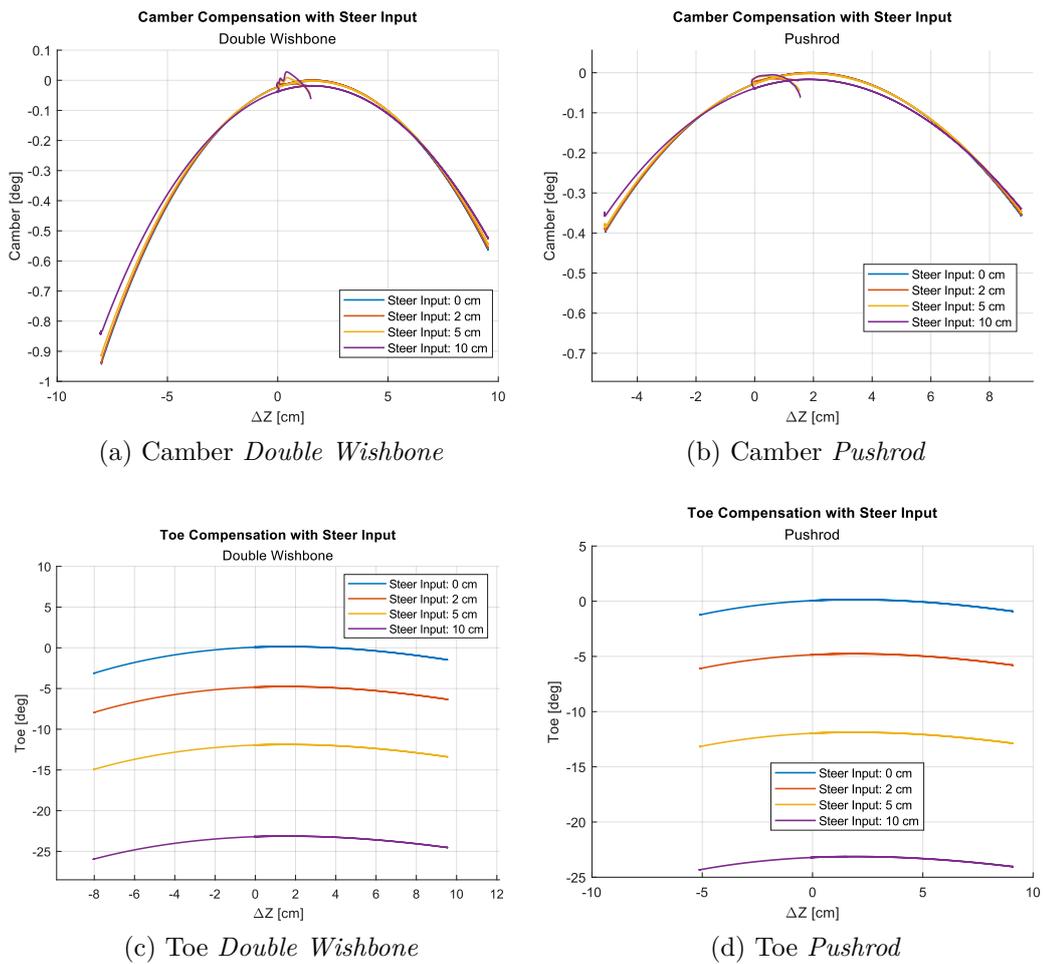


Figura 3.13: Compensazioni cinematiche delle due architetture al variare dell'angolo di sterzo

Si osserva che il range di scuotimento che la sospensione riesce a garantire non è influenzato dall'angolo di sterzo (il range orizzontale del grafico risulta costante)

sia nel caso della convergenza che della campanatura. Inoltre, si osserva un leggero decremento del recupero di camber all'aumentare dell'angolo di sterzo, ma non significativo, in entrambe le configurazioni. Invece, le curve caratteristiche della convergenza sono influenzate dalla posizione iniziale dell'angolo volante, che viene registrata dalla simulazione come angolo di toe iniziale. Per questo successivamente si valutano le curve caratteristiche in termini di gradienti. Dai grafici analizzati non si osservano influenze significative dell'angolo volante per entrambe le architetture. Successivamente

3.6.3 Gradienti cinematici

Parallelamente alla variazione delle quantità mostrate in precedenza, si valutano le quantità note come 'gradienti cinematici'. Di seguito, vengono mostrati i gradienti cinematici fondamentali per la progettazione e l'ottimizzazione delle sospensioni. In particolare, si analizzano le derivate del *camber* (campanatura) e *toe* (convergenza) in funzione dello scuotimento verticale del punto di contatto ruota-terreno.

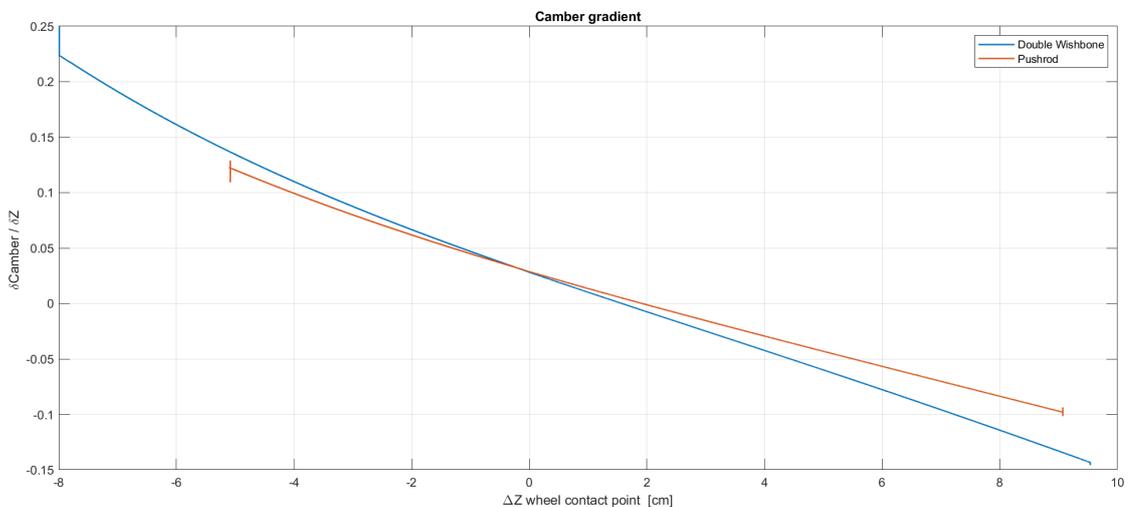


Figura 3.14: Confronto gradiente di camber

- Gradiente di *Camber*: Si osserva un gradiente più elevato nel caso dell'architettura Double Wishbone suggerendo una variazione maggiore della campanatura

durante l'escursione verticale della ruota. In questo caso la differenza tra le due architetture non è particolarmente marcata.

- Gradiente di *Toe*: in questo caso si osserva chiaramente un gradiente molto più elevato nell'architettura *Double Wishbone*. Nel caso *Pushrod*, invece, risulta piuttosto piatto. Dunque, quest'ultima garantisce un comportamento più regolare in condizioni operative differenti.

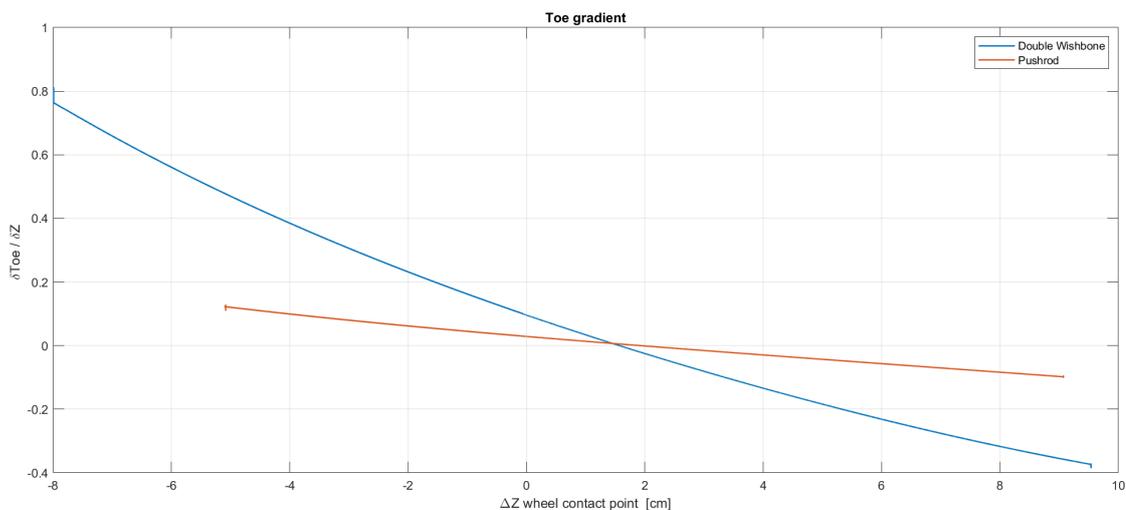


Figura 3.15: Confronto gradiente di Toe

Come effettuato nella sezione precedente per le compensazioni cinematiche, si valuta la variazione dei gradienti in funzione dell'angolo di sterzo. I grafici ottenuti sono riportati di seguito:

In entrambe le configurazioni sospensive i gradienti cinematici diminuiscono progressivamente con l'aumento dell'angolo di sterzo. La variazione non eccessivamente marcata, sia nel caso del *camber* che del *toe* è da imputare al criterio di progettazione delle sospensioni utilizzate per l'analisi. Nel confronto tra le due sospensioni, si osserva che i gradienti sono più costanti nel caso dell'architettura *Pushrod*, in particolare per il *camber* dove si osservano andamenti quasi lineari.

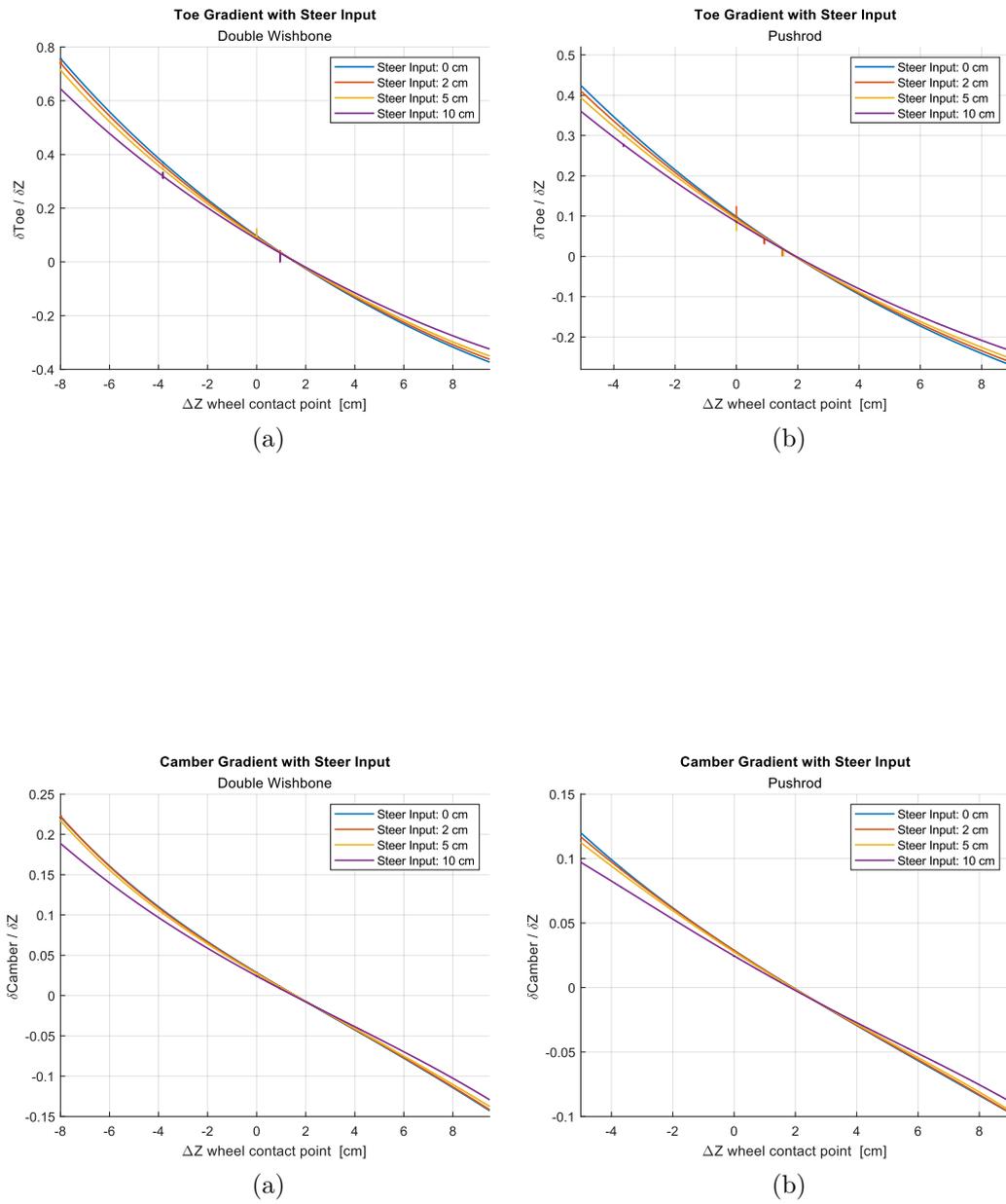


Figura 3.16: Gradienti cinematici delle due architetture al variare dell'angolo di sterzo

Capitolo 4

Analisi Dinamica

Nel seguente capitolo l'analisi viene estesa ad un veicolo completo. Si introduce inizialmente il modello di base utilizzato, seguito dall'integrazione del sistema sospensivo. Questo permette di giungere alla creazione di un modello completo di veicolo adatto ai successivi scopi del lavoro di Tesi. Il modello consente di simulare il comportamento dinamico realistico del sistema, includendo i gradi di libertà principali del veicolo e gli effetti legati ai trasferimenti di carico e alle interazioni terreno-pneumatico.

Successivamente, utilizzando il modello *Multibody*, si effettuano analisi dinamiche comparative tra le diverse architetture sospensive e si discute la progettazione dei parametri di *comfort* ed *handling*.

4.1 Descrizione del modello di base

Come punto di partenza è stato utilizzato il modello Multibody preesistente '*Vehicle Dynamics - Car with Heave and Roll*'[12], disponibile tra i template di MATLAB. Questo modello è stato modificato per integrare le sospensioni analizzate, ovvero le architetture *Pushrod* e *Double Wishbone*, descritte nei capitoli precedenti. Questa integrazione ha richiesto modifiche significative al modello di base, al fine di

adattarlo alle esigenze specifiche di questo lavoro di Tesi, mantenendo un livello di complessità adeguato agli obiettivi dell'analisi.

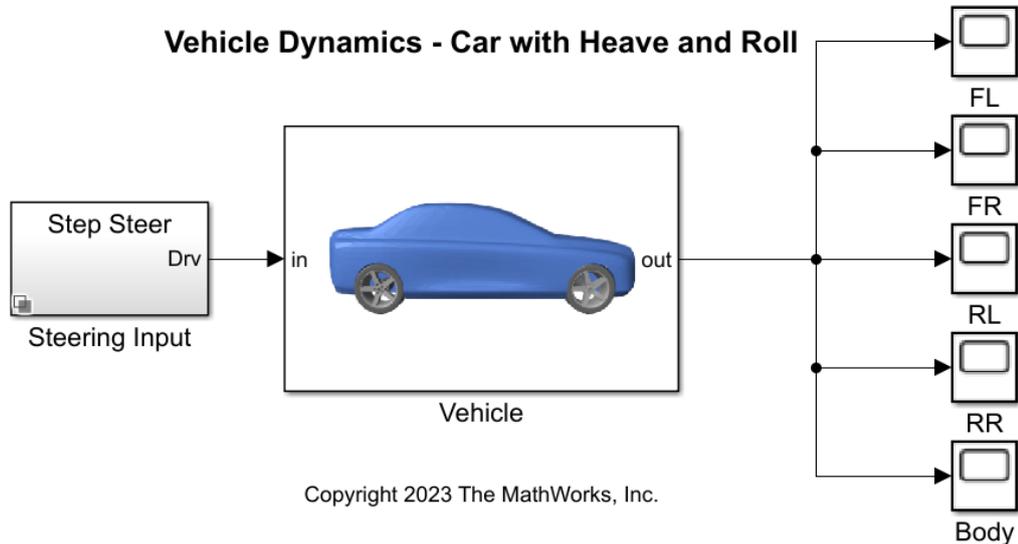


Figura 4.1: Template MATLAB 'Car with Heave and Roll'[12]

Il modello di base simula la dinamica di un veicolo con quattordici gradi di libertà, risultanti dalla combinazione di diversi componenti. Il corpo principale del veicolo è rappresentato come un corpo rigido con sei gradi di libertà, permettendo la simulazione di traslazioni lungo gli assi x , y , z e rotazioni attorno agli stessi. Gli assi anteriore e posteriore sono modellati con gradi di libertà specifici per il movimento verticale (*heave*) e per il rollio (*roll*), mentre le ruote anteriori includono la capacità di sterzare seguendo la geometria di Ackermann.

Il modello presenta un corpo solido centrale, rappresentativo dello *chassis* del veicolo, che possiede sei gradi di libertà rispetto al *World Frame*. La massa sospesa è collegata ad un sottosistema che contiene una geometria semplificata della sospensione, modellata attraverso un giunto prismatico con i parametri di rigidità e smorzamento. Inoltre, una modellazione matematica della sterzata alla Ackermann permette di simulare la rotazione delle ruote anteriori.

Un aspetto fondamentale del modello iniziale è la rappresentazione realistica

delle forze generate dagli pneumatici. Questa è stata ottenuta utilizzando il blocco 'Magic Formula Tire Force and Torque' della libreria Simscape Multibody, che calcola le forze e le coppie nel punto di contatto tra pneumatico e terreno. Le equazioni utilizzate si basano sul modello di Pacejka, garantendo una descrizione accurata dell'interazione suolo-pneumatico, essenziale per le successive analisi dinamiche.

Il modello permette di eseguire diverse manovre, configurabili dall'utente, simulando così scenari dinamici realistici e utili per l'analisi del comportamento del veicolo in condizioni di guida specifiche.

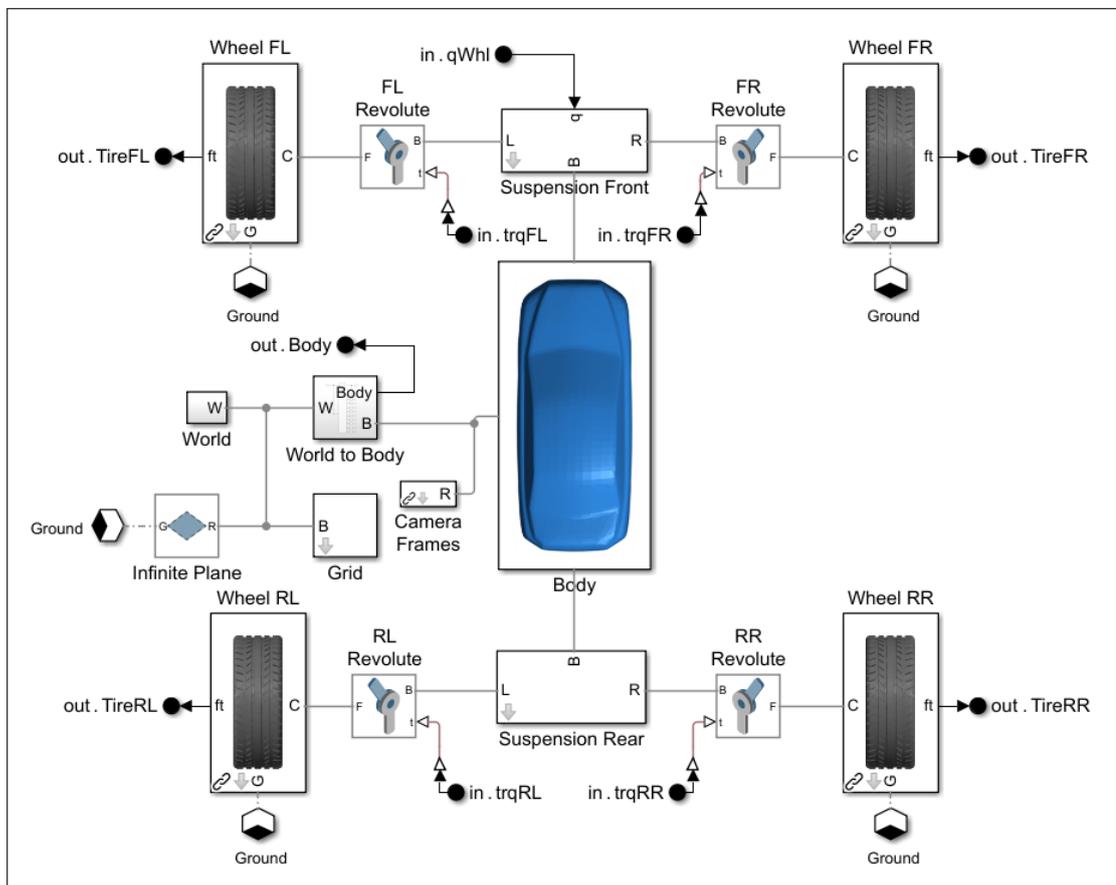


Figura 4.2: Modello *Multibody* 'Car with Heave and Roll'

4.2 Integrazione del sistema di sospensione

Successivamente, si apportano le modifiche per ottenere un modello completo e adatto alle analisi da effettuare. L'integrazione dello schema sospensivo descritto nei capitoli precedenti, nel modello di veicolo, ha rappresentato un processo complesso finalizzato a combinare in modo coerente due sistemi inizialmente modellati separatamente. Come primo passo, si procede con l'eliminazione dei blocchi denominati '*Suspension Front*' e '*Suspension Rear*' presenti nel modello di base. In sostituzione, è stato introdotto il sottosistema denominato '*Suspension Geometry*', ricavato dal primo modello analizzato (Capitolo 3). Tale sottosistema include i componenti delle due architetture, permettendo una rappresentazione accurata dei movimenti relativi tra le diverse parti del sistema sospensivo.

Di seguito, sono riportati, sinteticamente, gli interventi effettuati per ottenere una corretta integrazione dei due template utilizzati:

- Rimozione dei blocchi '*Tyre*' presenti nel modello di sospensione. Questo ha permesso di evitare duplicazioni e conflitti con i blocchi pneumatici già presenti nel modello di destinazione.
- Collegamento rotoidale tra il centro della ginocchiera della sospensione e il centro ruota, sfruttando poi il modello di Pacejka per la simulazione delle forze di contatto.
- Connessione rigida del frame dei sistemi di sospensione (anteriore e posteriore) al corpo centrale del veicolo, che è caratterizzato da sei gradi di libertà rispetto al terreno.
- Sostituzione del piano stradale '*infinite plane*' con una mesh per la creazione di diversi profili stradali.
- Sostituzione dell'input sterzante modellato attraverso le equazioni di Ackermann, con l'attuazione della cremagliera sterzante della sospensione anteriore. Questo rende il modello adatto a simulare prove di dinamica laterale.

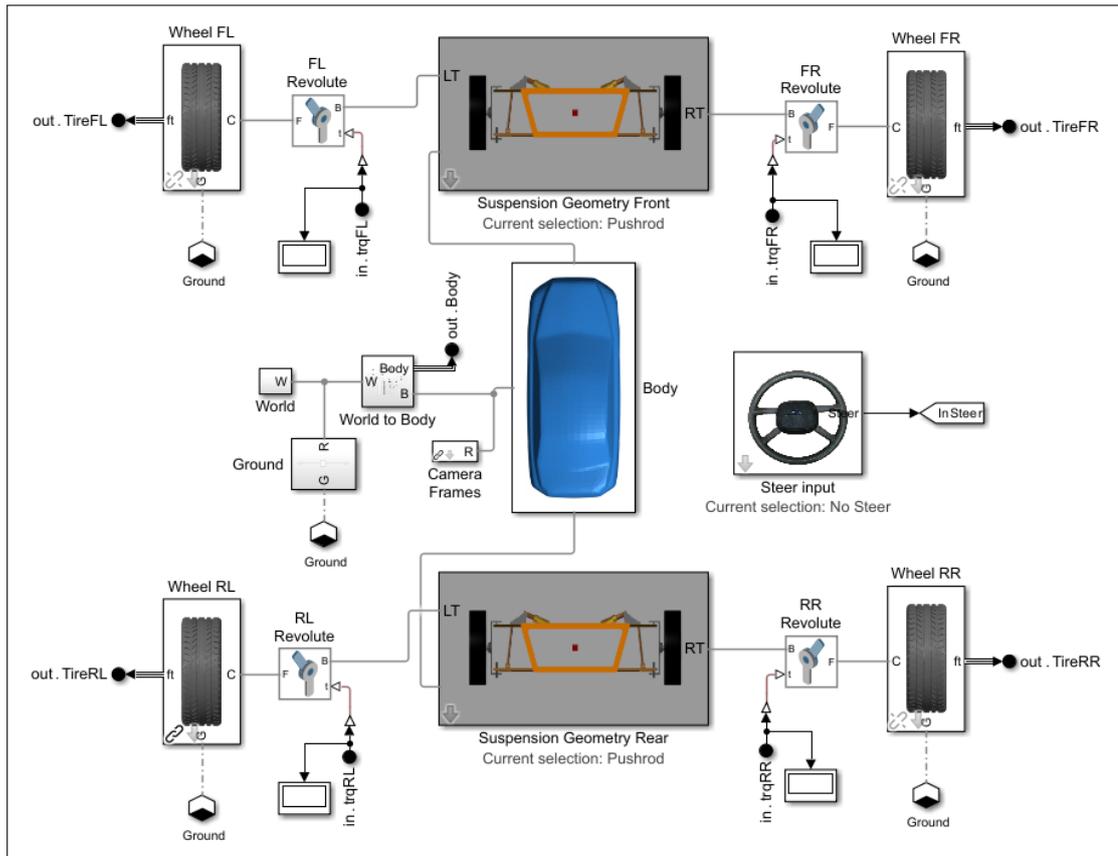


Figura 4.3: Modello *Multibody* finale

Il risultato finale è un modello che comprende quattro elementi principali:

1. *Body*: il corpo rigido del veicolo, che include le proprietà inerziali e rappresenta la massa sospesa del sistema. L'oggetto è stato importato in ambiente Simscape attraverso un file solido '.stl'.
2. *Suspension System*: il sottosistema che contiene l'assemblaggio della sospensione anteriore e posteriore, configurabile nelle versioni 'Double Wishbone' o 'Pushrod'.
3. *Tyre*: i blocchi che rappresentano le ruote indipendenti, modellate utilizzando le equazioni di Pacejka per simulare l'interazione pneumatico-terreno. I

parametri caratteristici dello pneumatico, da fornire al blocco 'Magic Formula Tire Force and Torque', sono contenuti all'interno di un file 'tir'.

4. *Ground*: il piano stradale ottenuto attraverso una *mesh grid* che permette di simulare diversi profili tridimensionali.

Le modifiche apportate garantiscono che le sospensioni modellate possano integrare in modo coerente con il resto del veicolo, permettendo di studiare gli effetti combinati dei cinematismi sospensivi, dei trasferimenti di carico e dell'interazione pneumatico-terreno nelle simulazioni.

4.3 Creazione dei profili stradali

Nel modello base 'Car with Heave and Roll', il contatto tra le ruote e il terreno è gestito da un 'Infinite Plane', una mesh piatta che non consente modifiche geometriche. Per simulare interazioni più realistiche con diverse condizioni stradali, è stato introdotto il blocco 'Grid Surface' in Simscape. Questo elemento discretizza una superficie in un sistema di coordinate cartesiane, definita tramite una griglia rettangolare nel piano xy e un valore di elevazione Z associato a ciascun punto della griglia. La griglia è definita in formato *NDGRID* di Matlab. I vettori X e Y della griglia corrispondono rispettivamente alle righe e alle colonne della matrice Z . In particolare:

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_m], \quad Y = [y_1, y_2, \dots, y_n]$$

Sono vettori reali con $m, n > 2$ e strettamente monotoni crescenti, che definiscono le coordinate lungo gli assi x e y . La matrice Z di dimensione $m \times n$ contiene i valori delle elevazioni in corrispondenza dei punti (x_i, y_j) , modellando così in forma discreta una funzione $z = f(x, y)$. Questo approccio consente non solo la modellazione di superfici uniformi e piatte, ma anche di griglie non uniformi e di interfacciarsi con blocchi dinamici come quello di *Pacjeka* per l'analisi dei problemi di contatto.

La generazione dei vettori da fornire in input alla mesh è stata effettuata con uno script Matlab. L'utente può selezionare la tipologia del profilo stradale attraverso un menu, scegliendo tra un profilo sinusoidale, un profilo piatto o un profilo denominato 'svergolatelai'. Per il profilo sinusoidale, la funzione rappresenta un'onda sinusoidale dipendente dalla posizione longitudinale (X), con un offset e una profondità regolabili. Nel caso del profilo 'svergolatelai', l'elevazione dipende sia dalla posizione longitudinale che da quella trasversale (Y), generando un effetto di torsione lungo l'asse longitudinale del veicolo.

4.3.1 Profilo Sinusoidale

La funzione utilizzata è costante lungo la direzione y , dunque la mappa tridimensionale è definita dalla funzione:

$$z(x) = \frac{\text{depth}}{2} \cdot \sin\left(g \cdot \frac{\pi x}{\text{wheelbase}} + \text{phase}\right) \quad (4.1)$$

La funzione è caratterizzata da:

- $\text{depth}/2$: Ampiezza complessiva del profilo, che definisce l'altezza massima e minima della strada,
- g : Parametro di guadagno che modifica l'ampiezza dell'onda sinusoidale,
- $\frac{\pi x}{\text{wheelbase}}$: Determina la lunghezza d'onda e la periodicità dell'onda sinusoidale,
- Phase : Fase iniziale dell'onda, che sposta la curva lungo l'asse longitudinale x .

Profilo Stradale Sinusoidale

Lunghezza [m]	Larghezza [m]	Fase [rad]	Lunghezza d'onda [m]	Altezza picco [m]
2600	50	$\frac{\pi}{2}$	$\lambda = \frac{2 \cdot \text{wheelbase}}{g}$	0.01

Tabella 4.1: Caratteristiche geometriche della strada sinusoidale

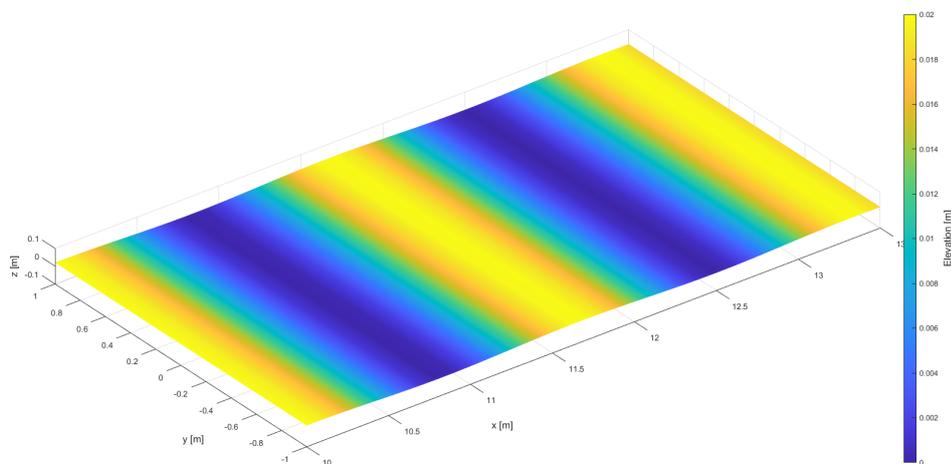


Figura 4.4: Profilo sinusoidale

4.3.2 Profilo Svergola-telaio

In questo caso, la funzione della mesh tridimensionale dipende sia da x che da y :

$$z(x, y) = \frac{\text{depth}}{\text{width}/2} \cdot y \cdot \sin\left(g \cdot \frac{2\pi}{\text{wheelbase}} \cdot x\right) \quad (4.2)$$

- $\frac{\text{depth}}{\text{width}/2} \cdot y$: Modula l'altezza in base alla posizione laterale lungo la carreggiata. L'ampiezza è massima agli estremi laterali della strada, decresce verso il centro fino ad annullarsi. Questo garantisce la continuità della mesh rispetto al piano longitudinale mediano,
- g : Parametro di guadagno che modifica l'ampiezza dell'onda sinusoidale,
- $\frac{x}{\text{wheelbase}}$: Determina la lunghezza d'onda e la periodicità dell'onda sinusoidale lungo l'asse longitudinale x .

Questo profilo consente di studiare la dinamica longitudinale del veicolo, con la progettazione dei coefficienti di smorzamento e la valutazione delle funzioni di trasferimento.

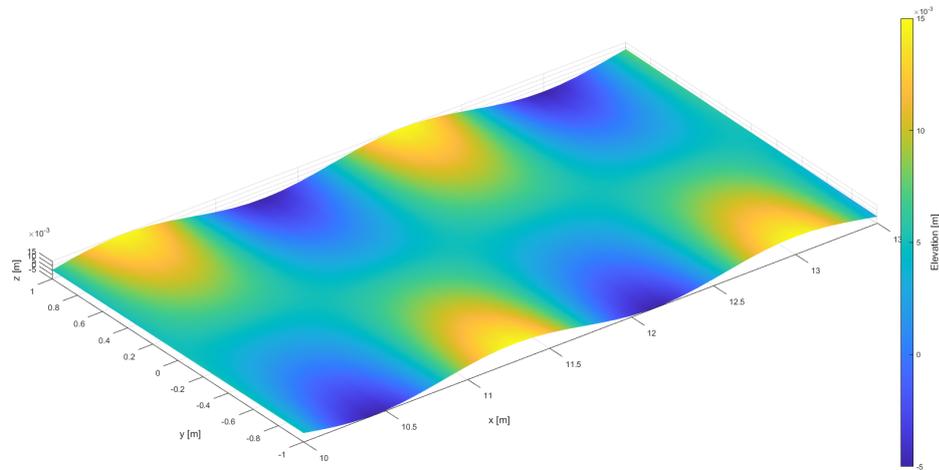


Figura 4.5: Profilo svergotelalai

Profilo Stradale Svergotelalai

Lunghezza [m]	Larghezza [m]	Fase [rad]	Lunghezza d'onda [m]	Altezza picco [m]
2600	2	0	$\lambda = \frac{\text{wheelbase}}{g}$	0.01

Tabella 4.2: Caratteristiche geometriche della strada svergotelalai

Questo profilo permette di studiare il movimento di rollio del veicolo e le funzioni di trasferimento associate.

4.4 Attuazione del veicolo

Per l'attuazione del veicolo, è stato implementato un sistema di controllo della velocità che permette di selezionare tra due differenti segnali di riferimento, utilizzabili attraverso uno switch. Il primo tipo di segnale rappresenta una velocità costante, fissata a $20m/s$, che rimane invariata per l'intera durata della simulazione. Questo segnale è particolarmente utile per analizzare il comportamento del sistema in condizioni stazionarie. Il secondo tipo di segnale è una rampa lineare che

parte da un valore nullo e cresce gradualmente fino a raggiungere un valore limite specificato. Questo segnale è stato utilizzato nelle successive analisi dinamiche del veicolo. In particolare, combinandolo con un profilo stradale caratterizzato da una lunghezza d'onda costante, è stato possibile sottoporre il veicolo a uno *sweep* di frequenze: man mano che la velocità del veicolo cresce linearmente, la frequenza di eccitazione indotta dalle asperità del terreno aumenta, consentendo di analizzare il comportamento del sistema su un ampio spettro di frequenze. Questo approccio ha permesso di valutare la risposta dinamica del veicolo in modo efficace.

Entrambi i segnali di velocità vengono utilizzati come input per un controllore proporzionale-derivativo (PD), progettato per minimizzare l'errore tra la velocità desiderata e la velocità effettiva del veicolo. Il controllore PD elabora il segnale di errore, generando un'uscita di coppia proporzionale alla combinazione lineare dell'errore istantaneo (azione proporzionale) e della derivata temporale dell'errore (azione derivativa). Ciò permette di ottenere una risposta rapida al cambiamento del riferimento, limitando oscillazioni indesiderate e garantendo la stabilità del sistema.

In ambiente Simulink è stato utilizzato il blocco '*PID Controller*', modellato come segue:

$$P + I\frac{1}{s} + D\frac{N}{1 + N\frac{1}{s}}$$

Parametro	Valori	
	Vel. costante	Vel. lineare
P (Proportional)	3000	2000
I (Integrative)	0	10
D (Derivative)	100	100
N (Filter - Default)	100	100

Tabella 4.3: Parametri dei controllori PID per velocità costante e velocità lineare

Il segnale di coppia prodotto dal controllore PD viene quindi equamente suddiviso in quattro contributi distinti, ciascuno dei quali è fornito come input a ognuna delle quattro ruote del veicolo. Ogni ruota è connessa con un giunto rotoidale, che riceve il valore della coppia per generare il movimento del veicolo.

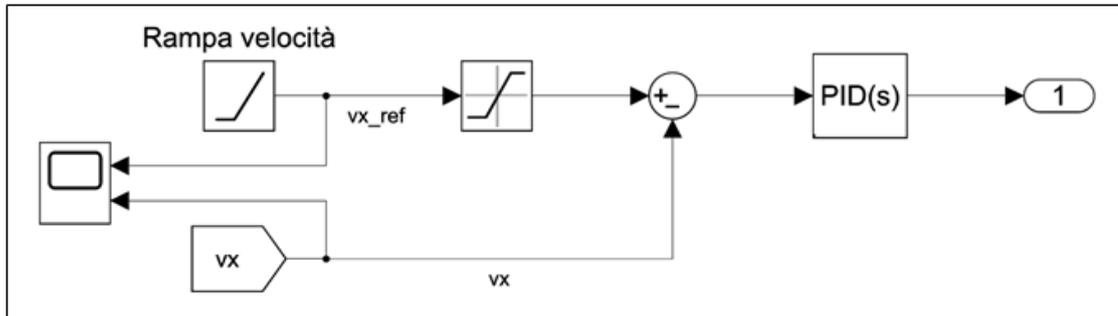


Figura 4.6: Schema del controllo di velocità

4.5 Analisi dinamica

L'analisi dinamica del veicolo è stata condotta utilizzando il segnale di attuazione a rampa lineare precedentemente descritto. Tale approccio consente di investigare il comportamento dinamico del sistema su uno spettro di frequenze compreso tra 0 e 22Hz. Per la stima delle funzioni di trasferimento, è stata utilizzata la funzione MATLAB *'tfestimate'*. Questa funzione calcola una stima della funzione di trasferimento lineare di un sistema non lineare, come nel caso del modello sviluppato, sfruttando le relazioni tra segnali di ingresso e uscita in termini di densità spettrale. La precisione della stima è stata valutata tramite la funzione *'mscohere'*, che calcola la *coherence* tra ingresso e uscita del segnale. Un valore di *coherence* prossimo all'unità indica una buona stima della funzione di trasferimento, suggerendo che il sistema risponde in maniera coerente al segnale di ingresso.

Come prima analisi, sono state esaminate le funzioni di trasferimento legate alla dinamica longitudinale del veicolo. In particolare, è stato analizzato il rapporto tra l'accelerazione verticale della cassa del veicolo $a_z(t)$ (output) e l'andamento verticale $z(t)$ del profilo stradale (input) in funzione della frequenza di eccitazione del profilo.

Per questa analisi, sono stati utilizzati i valori di smorzamento predefiniti nei modelli delle architetture *Pushrod* e *Double Wishbone*. Le funzioni di trasferimento stimate hanno mostrato due frequenze naturali distinte, in accordo con la teoria di un modello a quattro gradi di libertà per la dinamica longitudinale del veicolo.

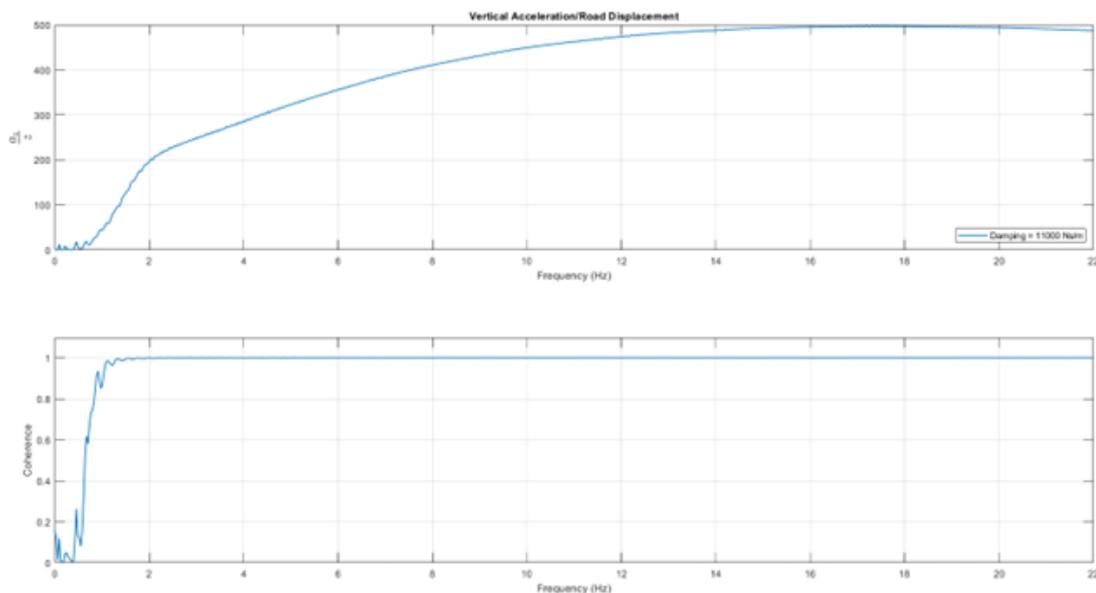


Figura 4.7: Stima della funzione di trasferimento e della coerenza

Il passo successivo consiste nella determinazione del coefficiente di smorzamento ottimale, il quale rappresenta un compromesso tra la minimizzazione dell’accelerazione verticale del veicolo in corrispondenza delle frequenze di risonanza e la riduzione della variazione della forza trasmessa al suolo dallo pneumatico.

Nel contesto dell’analisi dinamica longitudinale del veicolo, il sistema presenta due frequenze di risonanza principali: una associata alla massa sospesa e una alla massa non sospesa. L’incremento del coefficiente di smorzamento tende a ridurre l’ampiezza di entrambi i picchi di risonanza, migliorando il comfort verticale del veicolo. Tuttavia, un valore di smorzamento eccessivo può comportare una maggiore variazione della forza di contatto tra pneumatico e suolo, con effetti negativi sulla tenuta di strada e sulla manovrabilità.

Analiticamente, il calcolo del coefficiente ottimo di smorzamento può essere effettuato seguendo il 'Quarter Car Model', una semplificazione largamente adottata in letteratura che riduce la complessità della dinamica del veicolo allo studio di un singolo assale. In questo modello, la dinamica viene rappresentata attraverso due gradi di libertà: uno associato alla massa sospesa m_s e l'altro relativo alla massa non sospesa m_{ns} . La sospensione è modellata mediante una molla e uno smorzatore posizionati tra la massa sospesa e quella non sospesa, che definiscono la rigidezza totale degli ammortizzatori k e il coefficiente di smorzamento c . Parallelamente, il comportamento del pneumatico viene rappresentato tramite una molla e uno smorzatore che collegano il profilo stradale alla massa non sospesa, definendo così rispettivamente la rigidezza radiale dello pneumatico k_p e lo smorzamento c_p inerente al contatto pneumatico-stradale .

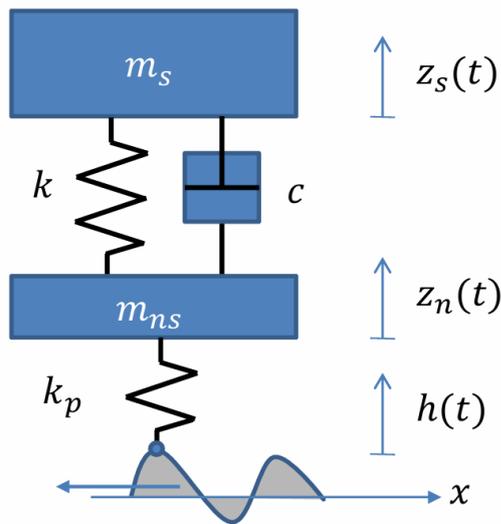


Figura 4.8: Quarter Car Model

Le equazioni del moto che descrivono la dinamica del sistema sono le seguenti:

$$\begin{cases} m_s \ddot{z}_s + c_s (\dot{z}_s - \dot{z}_n) + k_s (z_s - z_n) = 0, \\ m_n \ddot{z}_n + c_s (\dot{z}_n - \dot{z}_s) + k_s (z_n - z_s) - c_n (\dot{z}_n - \dot{h}) - k_p (h - z_n) = 0 \end{cases} \quad (4.3)$$

Seguendo il modello descritto, il coefficiente ottimo di smorzamento può essere calcolato con la seguente formula:

$$C_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{m_s \cdot k}{2}} \cdot \sqrt{\frac{k_p + 2k}{k_p}} \quad (4.4)$$

Con:

- k : Rigidezza totale degli ammortizzatori
- k_t : Rigidezza totale radiale degli pneumatici
- m_s : Massa sospesa del veicolo

Tuttavia, considerata la complessità del sistema Multibody utilizzato, si effettua la stima del coefficiente analizzando graficamente le funzioni di trasferimento ottenute simulando il sistema. Convenzionalmente, la determinazione del coefficiente di smorzamento ottimale viene effettuata valutando la zona in cui la funzione di trasferimento dell'accelerazione verticale attraversa il punto invariante con tangente orizzontale. Questa condizione garantisce una variazione nulla dell'accelerazione verticale in corrispondenza della frequenza naturale della massa sospesa, contribuendo così a bilanciare efficacemente il comfort del veicolo e la stabilità della forza trasmessa al suolo.

Di conseguenza, la simulazione è stata ripetuta per diversi valori del coefficiente di smorzamento fino a individuare quello ottimale. La determinazione di questo coefficiente è fondamentale per il confronto tra differenti architetture, in quanto permette di analizzare il comportamento di ciascuna soluzione a pari condizioni obiettivo. Per questo motivo, il calcolo è stato esteso a entrambe le architetture considerate nel modello.

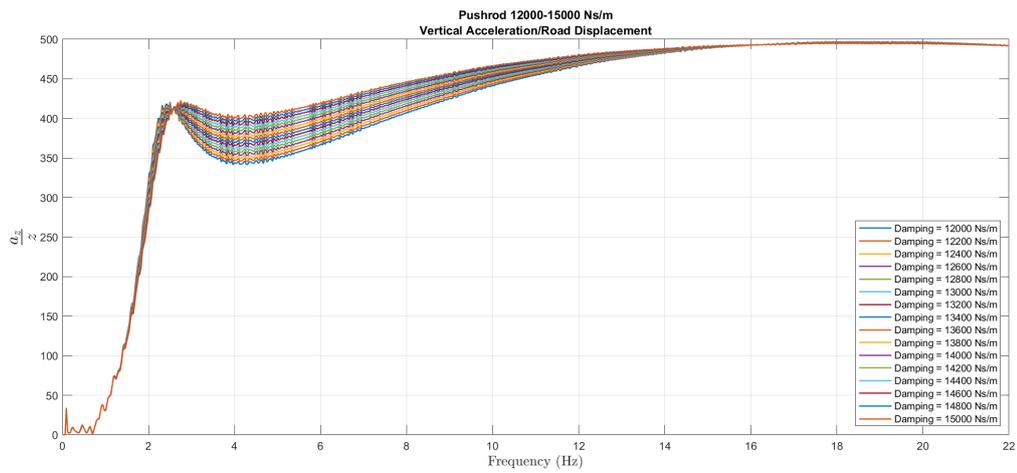


Figura 4.9: T.F. accelerazione verticale al variare dello smorzamento in configurazione *Pushrod*

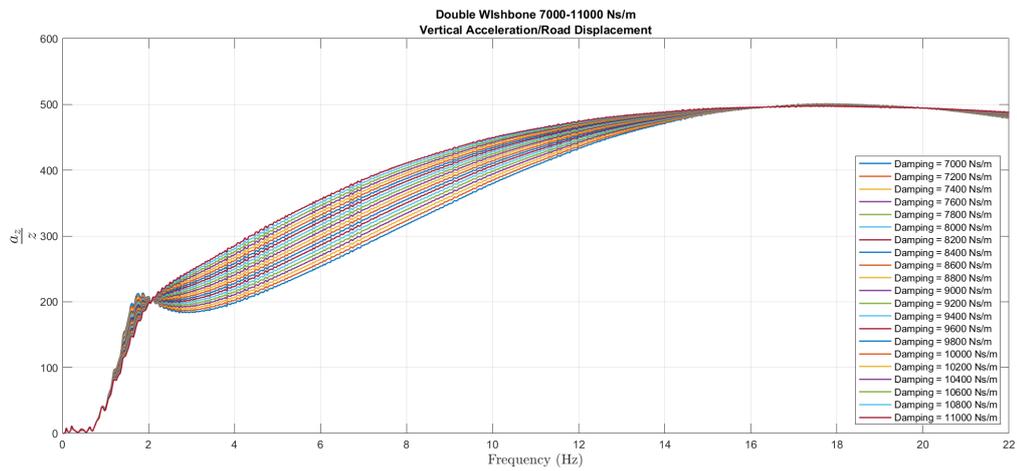


Figura 4.10: T.F. accelerazione verticale al variare dello smorzamento in configurazione *Double Wishbone*

Architettura	C_{opt} [Ns/m]
Double Wishbone	8400
Pushrod	13400

Tabella 4.4: Coefficienti ottimi di smorzamento per le diverse configurazioni di sospensione

4.5.1 Calcolo delle funzioni di trasferimento

Di seguito sono presentate le funzioni di trasferimento calcolate per entrambe le configurazioni sospensive. L'analisi è stata condotta considerando tre diversi valori di smorzamento: c_{opt} , $0.5 \cdot c_{opt}$, $2 \cdot c_{opt}$, dove il valore di smorzamento ottimale è specifico per ciascuna configurazione di sospensione. In particolare, sono state analizzate le seguenti funzioni di trasferimento:

- a_z/z : Accelerazione verticale del centro di massa rispetto all'altezza del profilo stradale z ,
- θ/z : Beccheggio della massa sospesa rispetto all'altezza del profilo stradale z ,
- F_z/z_{FR} : Forza verticale dello pneumatico rispetto all'altezza del punto di contatto z_{FR} ,
- ϕ/z_{FR} : Rollio della massa sospesa rispetto all'altezza del punto di contatto ruota strada z_{FR} .

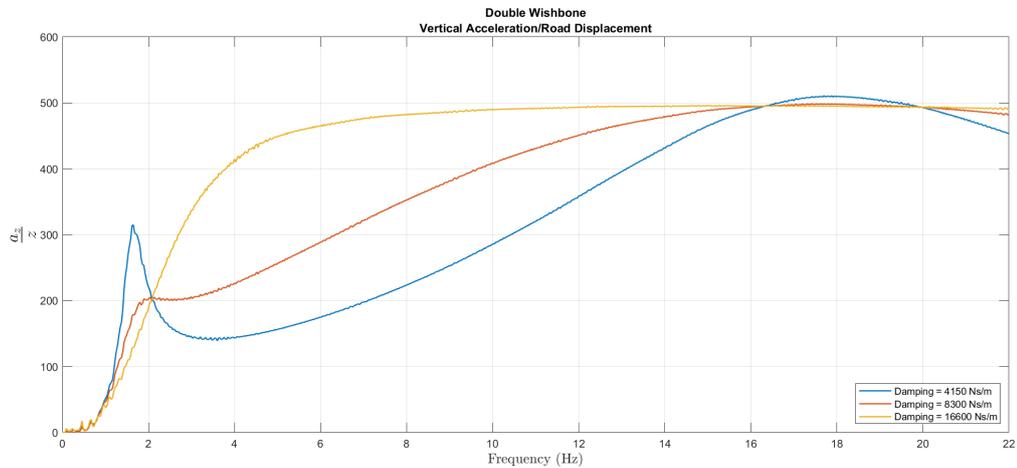


Figura 4.11: T.F. Accelerazione verticale Double Wishbone

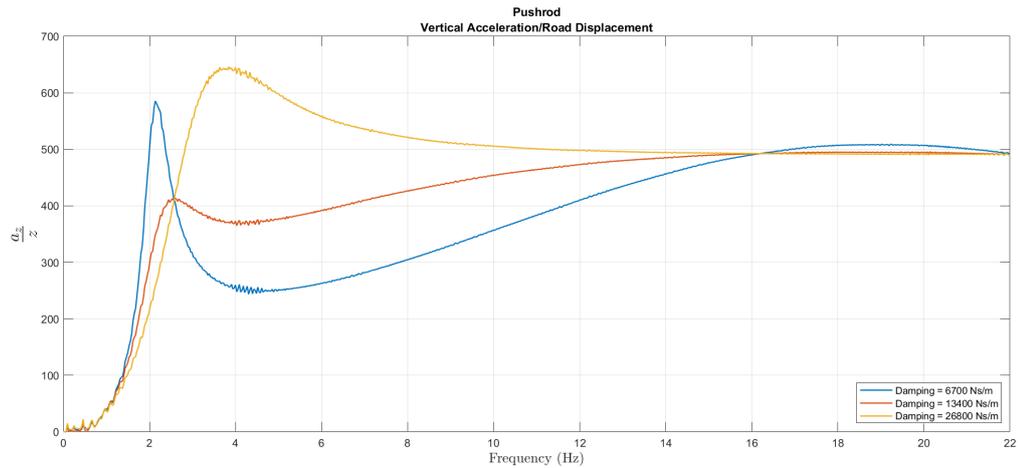


Figura 4.12: T.F. Accelerazione verticale Pushrod

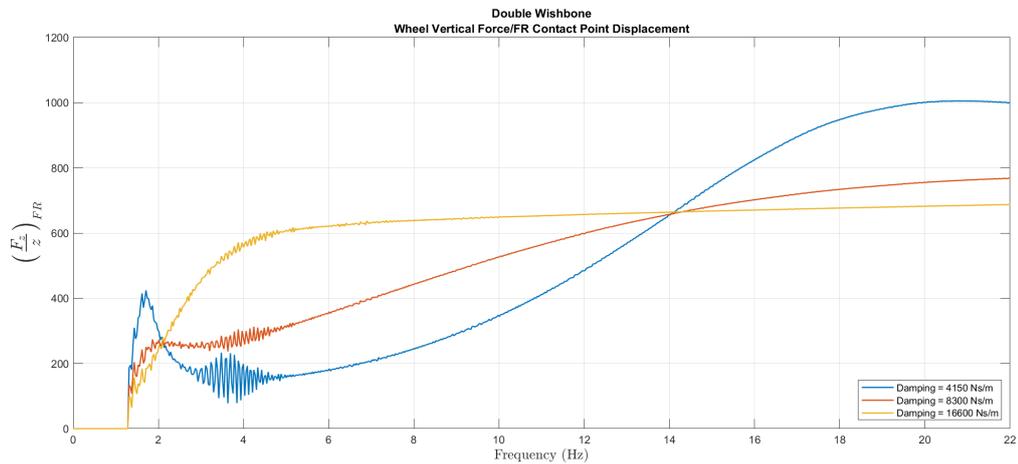


Figura 4.13: T.F. forza verticale Double Wishbone

I grafici relativi all'accelerazione verticale, alla forza verticale e al beccheggio sono stati ottenuti simulando il veicolo sul profilo stradale sinusoidale (sottosezione 4.3.1). Al contrario, per valutare le funzioni di trasferimento del rollio, è stato utilizzato il profilo svergola-telaio (sottosezione 4.3.2).

Di seguito sono riportate le analisi comparative relative ai grafici ottenuti:

- *Accelerazione verticale:* La funzione di trasferimento dell'accelerazione verticale presenta due picchi corrispondenti alle frequenze naturali del sistema, situate

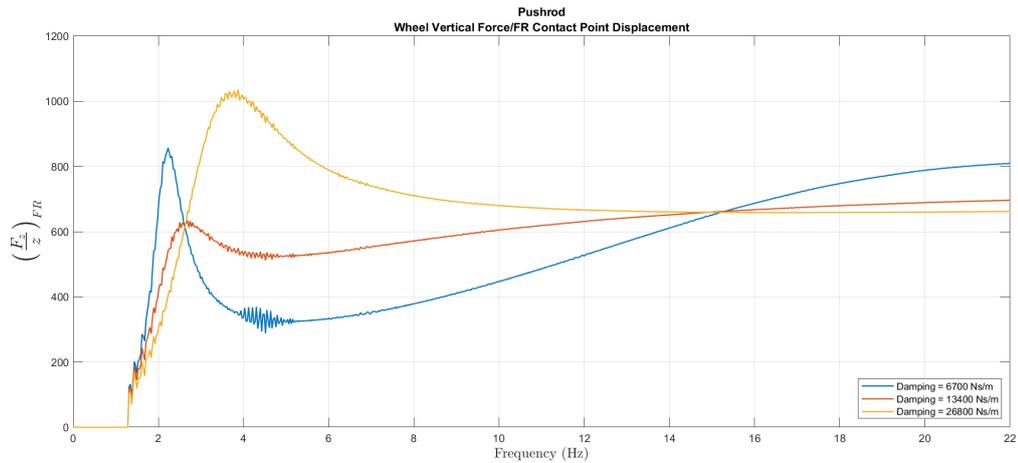


Figura 4.14: T.F. forza verticale Pushrod

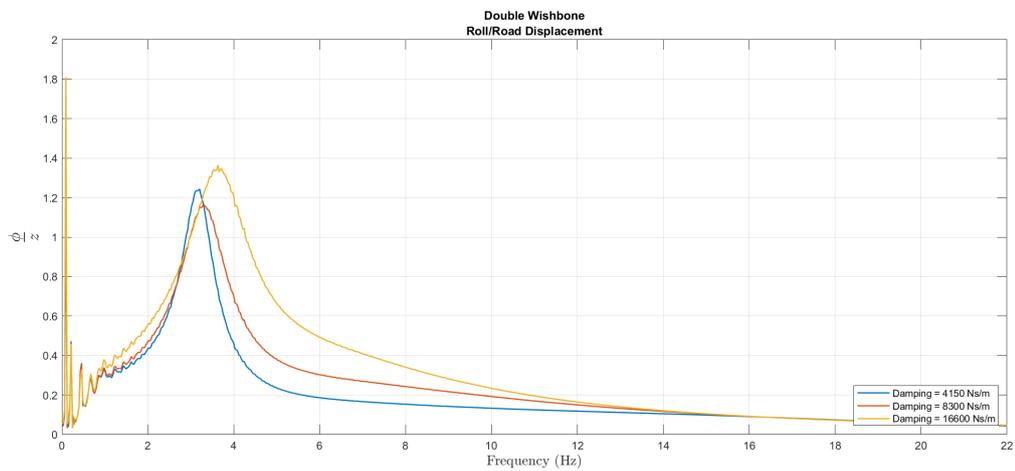


Figura 4.15: T.F. Rollio Double Wishbone

rispettivamente a circa $2Hz$ (massa sospesa) e $18Hz$ (massa non sospesa). Confrontando le due configurazioni sospensive, ciascuna con il proprio coefficiente di smorzamento ottimale, si osserva che l'accelerazione verticale della massa sospesa nella configurazione pushrod è circa il doppio rispetto a quella della *double wishbone*. Questo risultato suggerisce che l'architettura *double wishbone* sia più orientata al comfort di marcia (Figura 4.11, Figura 4.12).

- *Forza verticale trasmessa al suolo*: Anche in questo caso emergono due picchi in corrispondenza delle frequenze naturali delle due masse caratteristiche

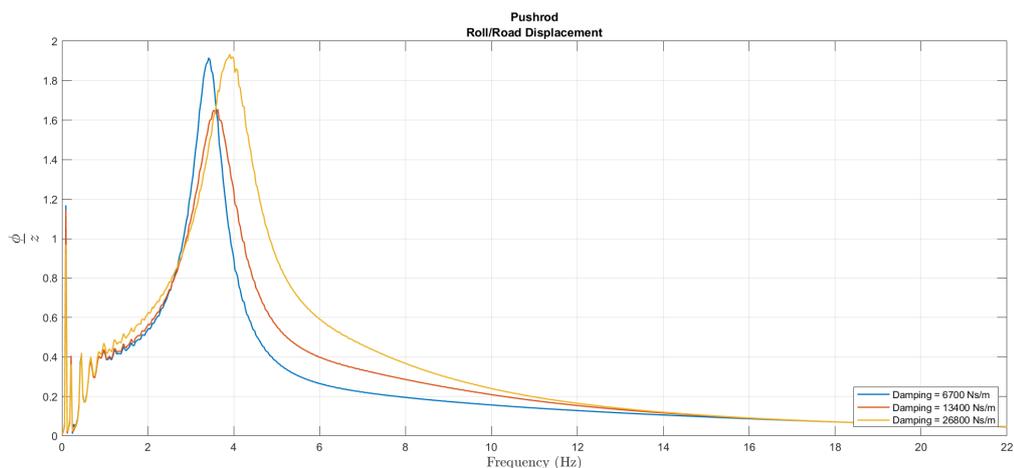


Figura 4.16: T.F. Rollio Pushrod

del veicolo. Analizzando il primo picco, si riscontra che, analogamente al caso dell’accelerazione verticale, la configurazione pushrod genera una forza circa doppia rispetto alla double wishbone. Tuttavia, la geometria pushrod mostra un comportamento più costante nel range di frequenze $2 - 22Hz$, caratterizzato da una variazione contenuta della forza trasmessa al suolo. Questa peculiarità indica che l’architettura pushrod offre una maggiore stabilità nel contatto pneumatico-strada, risultando più adatta a condizioni di guida impegnative, come l’utilizzo su terreni sconnessi o in ambito sportivo (Figura 4.13, Figura 4.14).

- *Beccheggio e rollio*: Entrambe le funzioni di trasferimento evidenziano un’unica frequenza naturale associata alla massa sospesa del veicolo. In condizioni di smorzamento ottimale, i valori di picco risultano inferiori per l’architettura double wishbone, confermando nuovamente la sua maggiore propensione al comfort rispetto alla pushrod.

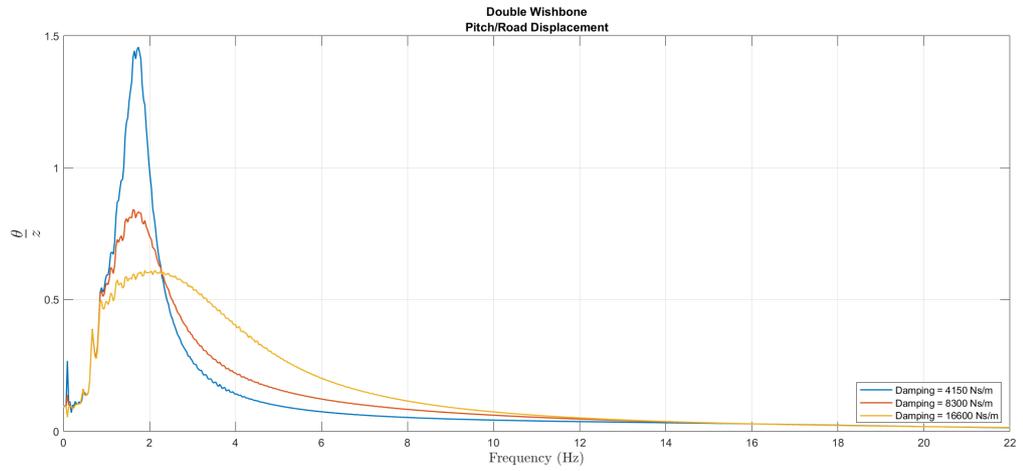


Figura 4.17: T.F. beccheggio Double Wishbone

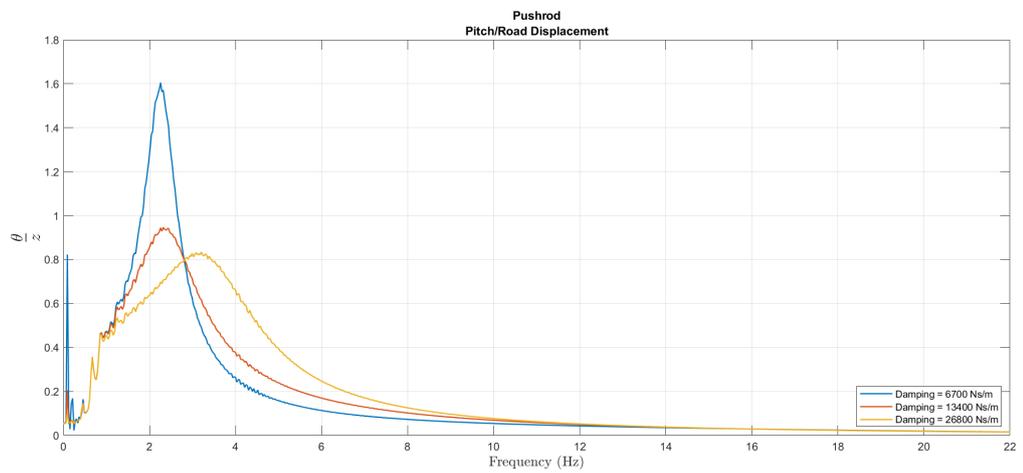


Figura 4.18: T.F. beccheggio Pushrod

Capitolo 5

Rotary Damper

Nel presente capitolo ci si concentra sull'architettura *Pushrod*, con una sostanziale modifica progettuale al sistema sospensivo. L'obiettivo principale consiste nello sfruttare il leverage caratteristico di questa architettura, per aggiungere un ulteriore grado di taratura dello smorzamento. Inizialmente, viene individuato il punto di rotazione adeguato all'installazione di uno smorzatore secondario di tipo rotativo. A seguire, viene discusso il dimensionamento dello smorzatore, supportato da un'analisi dei rapporti di installazione della sospensione. Inoltre, si discutono gli effetti benefici su *comfort* ed *handling*, illustrando le variazioni apportate al modello *Multibody* per l'integrazione dello smorzatore. Il capitolo si conclude con un dimensionamento preliminare, che rispecchia le caratteristiche e le soluzioni progettuali descritte nelle sezioni precedenti.

5.1 Rapporti di installazione

Per l'installazione dello smorzatore rotativo, è stato individuato il punto di rotazione più adatto nel componente '*Rocker*', l'elemento che collega l'asta *pushrod* all'ammortizzatore lineare. Nel modello *Multibody*, il *rocker* effettua una rotazione intorno all'asse definito da un giunto rotoidale. Su questo asse è stato installato lo

smorzatore rotativo, sfruttando il suo moto per ottenere l'effetto desiderato.

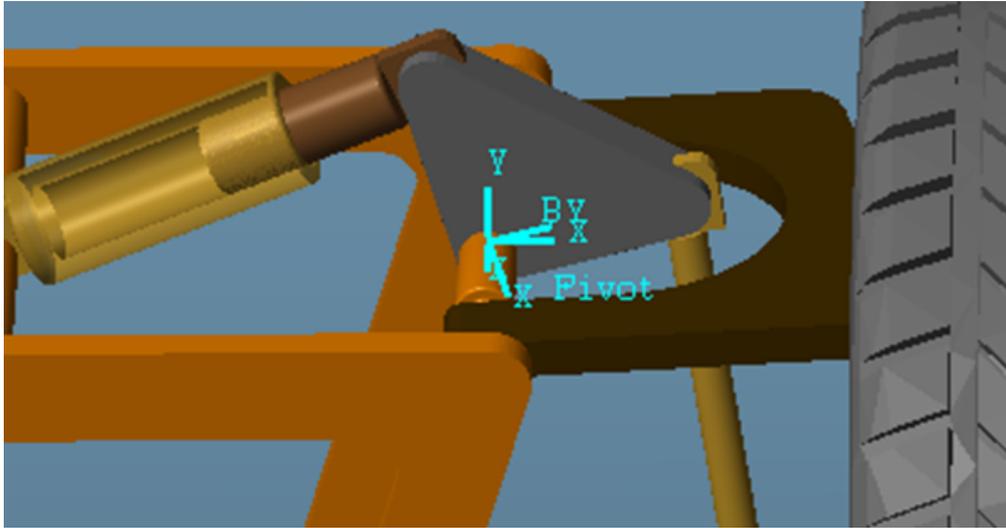


Figura 5.1: Punto di rotazione del *Rocker* nel sistema *Multibody*

Per valutare la conversione tra l'ammortizzatore lineare a quello rotativo, sono stati calcolati i rapporti di installazione dello schema sospensivo. Questo consente un confronto diretto tra lo smorzamento fornito dalla configurazione lineare e quello ottenuto con la soluzione rotativa. Il rapporto di installazione è definito come il rapporto tra lo spostamento verticale della ruota e la corsa dell'ammortizzatore:

$$IR = \frac{\text{Corsa ammortizzatore}}{\text{Corsa ruota}}$$

Tale relazione viene particolarizzata sia nel caso dell'ammortizzatore lineare che nel caso rotativo, seguendo la caratterizzazione analitica sviluppata nel Capitolo 2.

5.1.1 IR Ammortizzatore lineare

Di seguito, viene calcolato il rapporto di installazione (IR) della sospensione con l'ammortizzatore posto in configurazione lineare. Considerando lo schema in figura, analizzato nel Capitolo 2, si assume che la ruota si muova verticalmente in corrispondenza del punto B. Si definisce il rapporto di installazione della sospensione

lineare come:

$$IR = \frac{\Delta GD}{\Delta z_B}$$

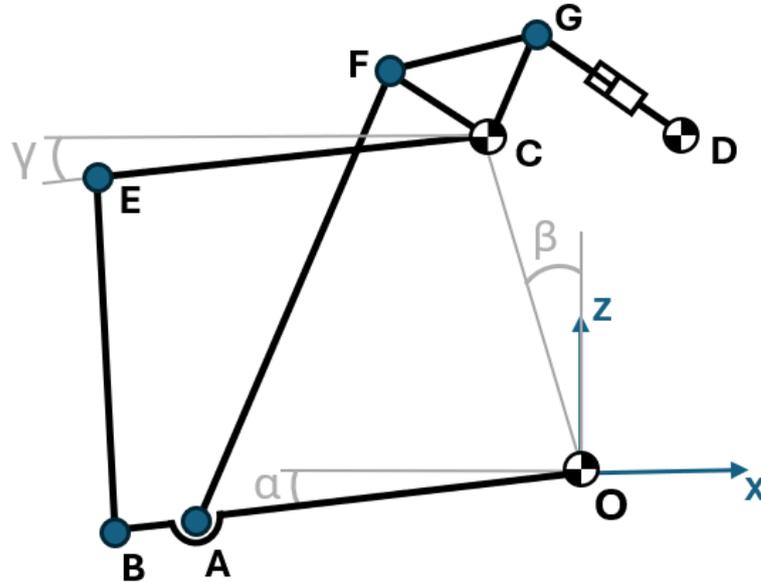


Figura 5.2: Schema architettura Pushrod

In continuità con l'approccio adottato in precedenza, il parametro α viene selezionato come grado di libertà. Di conseguenza, si calcolano le derivate composte delle grandezze z_B e ΔGD in funzione del parametro scelto. Utilizzando le equazioni ricavate nel Capitolo 2, la definizione del rapporto di installazione si esprime nella forma specifica:

$$z_B = -OB \sin(\alpha)$$

$$\frac{\partial z_B}{\partial \alpha} = -OB \cos(\alpha)$$

$$GD = \sqrt{(x_G - x_D)^2 + (z_G - z_D)^2}$$

$$GD = \sqrt{CG^2 + CD^2 + 2 \cdot CD \cdot CG \cos(\eta + \phi)}$$

$$\frac{\partial GD}{\partial \alpha} = \frac{\partial GD}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial \alpha}$$

$$\frac{\partial GD}{\partial \eta} = -\frac{CD \cdot CG \sin(\eta + \phi)}{GD}$$

La quantità $\partial GD/\partial\eta$ si ricava derivando il sistema di equazioni (Equazione 2.4, Capitolo 2):

$$\begin{cases} FA \cos \delta \cdot \frac{\partial \delta}{\partial \alpha} - FC \sin \eta \cdot \frac{\partial \eta}{\partial \alpha} = -AO \sin \alpha, \\ -FA \sin \delta \cdot \frac{\partial \delta}{\partial \alpha} - FC \cos \eta \cdot \frac{\partial \eta}{\partial \alpha} = AO \cos \alpha. \end{cases} \quad (5.1)$$

Dalle relazioni precedenti si ottiene la formula finale del rapporto di installazione per l'ammortizzatore in configurazione lineare:

$$IR_{\text{lin}} = \frac{CG \cdot CD \cdot OA \sin(\eta + \phi) \cos(\delta + \alpha)}{GD \cdot CF \cdot OB \cos(\alpha) \cos(\delta - \eta)} \quad (5.2)$$

5.1.2 IR Ammortizzatore rotativo

In questo caso, si considera che l'azione di smorzamento sia affidata al giunto rotoidale del *rocker* (punto C, Figura 5.2). Si vuole calcolare il rapporto tra lo spostamento verticale del punto B e la rotazione del *rocker* in C. In questo caso il rapporto di installazione risulta:

$$IR = \frac{\Delta\eta}{\Delta z_B}$$

In funzione del grado di libertà α :

$$IR = \frac{\partial\eta/\partial\alpha}{\partial z_B/\partial\alpha}$$

Le equazioni necessarie sono state già ricavate nel caso lineare, da cui il rapporto di installazione nel caso rotativo risulta essere:

$$IR_{\text{rot}} = \frac{OA \cos(\delta + \alpha)}{CF \cdot OB \cos(\delta - \eta) \cos(\alpha)} \quad (5.3)$$

Le equazioni (5.2) e (5.3) determinano in modo univoco i due rapporti di installazione, consentendo la transizione tra le disposizioni lineare e rotativa.

5.1.3 Rapporto tra gli smorzamenti

Una volta definito il meccanismo di conversione tra il sistema lineare e quello rotativo, si procede al calcolo del rapporto tra gli smorzamenti nelle due configurazioni. A tal fine, si impone l'uguaglianza tra le energie dissipate da entrambi gli smorzatori.

$$E_{\text{lin}} = c_{\text{lin}} \cdot (\dot{GD})^2 \cdot \Delta t \quad E_{\text{rot}} = c_{\text{rot}} \cdot (\dot{\eta})^2 \cdot \Delta t \quad (5.4)$$

$$c_{\text{lin}} \cdot (\dot{GD})^2 = c_{\text{rot}} \cdot (\dot{\eta})^2 \quad (5.5)$$

$$\dot{GD} = \text{IR}_{\text{lin}} \cdot \dot{z}_B \quad \dot{\eta} = \text{IR}_{\text{rot}} \cdot \dot{z}_B \quad (5.6)$$

$$c_{\text{lin}} \cdot (\text{IR}_{\text{lin}} \cdot \dot{z}_B)^2 = c_{\text{rot}} \cdot (\text{IR}_{\text{rot}} \cdot \dot{z}_B)^2 \quad (5.7)$$

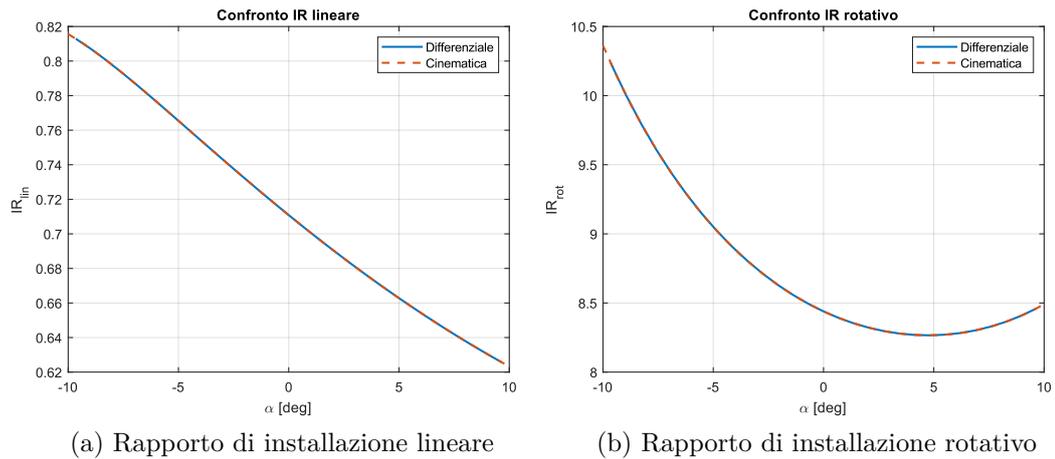
In questo modo è possibile ricavare il rapporto tra lo smorzamento lineare e quello rotativo:

$$c_{\text{rot}} = c_{\text{lin}} \left(\frac{\text{IR}_{\text{lin}}}{\text{IR}_{\text{rot}}} \right)^2 \quad (5.8)$$

Infine, per validare la coerenza dei rapporti di installazione calcolati, è stato sviluppato uno script MATLAB denominato '*CinematicaPush*'. Questo script implementa le equazioni cinematiche necessarie per analizzare il movimento della sospensione (Capitolo 2), includendo le relazioni utili per la determinazione dell'*Installation Ratio* (IR).

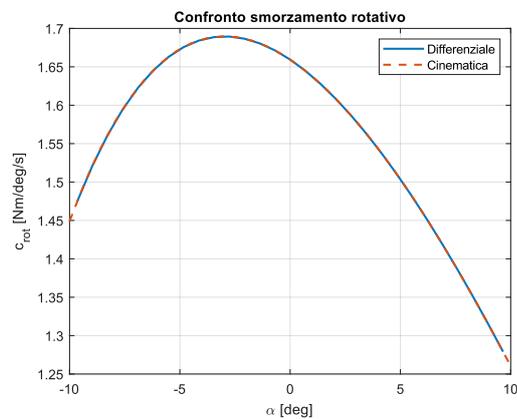
Il calcolo dell'IR si basa sulla posizione dei punti della sospensione ed è eseguito mediante la funzione *diff* di MATLAB, che consente di determinare il rapporto tra le variazioni dei segmenti di interesse. In particolare, l'*Installation Ratio* viene valutato come:

- Il rapporto tra la variazione della lunghezza del segmento GD e la variazione della coordinata z_G , nel caso dell'ammortizzatore lineare,
- Il rapporto tra la variazione dell'angolo η e la variazione della coordinata z_G , nel caso dell'ammortizzatore rotativo



(a) Rapporto di installazione lineare

(b) Rapporto di installazione rotativo



(c) Smorzamento rotativo in funzione di α

Figura 5.3: Confronto tra i valori calcolati con la funzione 'diff' e attraverso le equazioni cinematiche implementate

I grafici riportati (Figura 5.3) mostrano una perfetta corrispondenza tra le quantità calcolate attraverso il rapporto incrementale dei segmenti e le equazioni cinematiche. Questo conferma la coerenza delle equazioni sviluppate. Inoltre, i

grafici hanno permesso di osservare che il rapporto di installazione dello smorzatore lineare ha un andamento pressoché lineare in funzione dell'angolo di escursione della sospensione α ; invece, lo smorzatore rotativo mostra un IR parabolico, con un gradiente maggiore.

La figura 5.3c mostra il calcolo del coefficiente di smorzamento rotativo al variare del parametro α . Numericamente, il calcolo è stato eseguito utilizzando il coefficiente di smorzamento ottimo lineare, pari a $13400N \cdot s/m$, progettato nel Capitolo 4.

5.2 Modellazione Multibody

Le analisi dinamiche condotte fino a questo punto hanno considerato un coefficiente di smorzamento costante rispetto alla velocità di traslazione dello smorzatore. Tuttavia, nelle moderne soluzioni progettuali è diffuso l'utilizzo di smorzatori passivi con una caratteristica di smorzamento bi-lineare. Dal punto di vista dinamico, per basse frequenze di eccitazione prevalgono i moti di cassa (prima frequenza naturale) ed è preferibile avere un elevato smorzamento; al contrario, per frequenze di eccitazione maggiori, si preferisce avere una riduzione dell'effetto smorzante per assorbire le irregolarità stradali in modo più efficace. Analizzando una generica funzione di trasferimento di un modello di veicolo con due gradi di libertà (Figura 5.4), si osserva che una caratteristica di smorzamento non lineare permette di limitare l'accelerazione verticale fino a circa 10 Hz, garantendo un comfort superiore rispetto all'uso di un coefficiente di smorzamento costante ottimale. Inoltre, la forza trasmessa al suolo rimane contenuta fino alla stessa soglia di frequenza, migliorando l'*handling* del veicolo.

Per evidenziare i vantaggi di questa soluzione e proporre un'ulteriore ottimizzazione basata sulla combinazione degli smorzatori lineare e rotativo, il modello *Multibody* descritto nel Capitolo 4 è stato modificato di conseguenza.

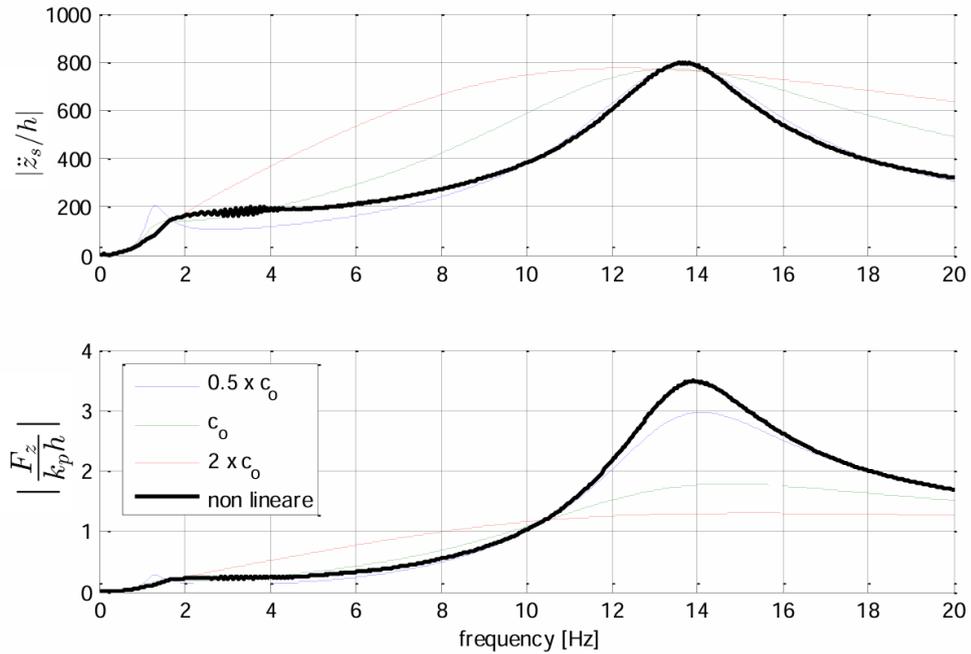


Figura 5.4: Generica funzione di trasferimento di un modello di veicolo con due gradi di libertà

5.2.1 Smorzatore non lineare

In ambiente Simscape, non è disponibile un blocco specifico per la modellazione diretta di uno smorzatore con caratteristica non lineare. Di conseguenza, non è possibile assegnare direttamente una legge di smorzamento variabile né al giunto prismatico (che rappresenta lo smorzatore lineare) né al giunto rotoidale (che simula lo smorzatore rotativo). Per ovviare a questa limitazione, lo smorzamento viene implementato applicando una forza viscosa del tipo $F(v) = c(v) \cdot v$. Dove il coefficiente di smorzamento $c(v)$ varia in funzione della velocità relativa dello smorzatore, garantendo sempre un'azione dissipativa opposta al moto dell'ammortizzatore. Per ottenere un effetto bi-lineare, la curva caratteristica $F - v$ della forza deve presentare due tratti a pendenza differente. In particolare, il primo tratto presenta una pendenza maggiore per garantire un elevato smorzamento alle basse frequenze, mentre il secondo tratto, con una pendenza ridotta, consente di diminuire l'effetto smorzante alle alte frequenze.

L'approccio scelto prevede l'utilizzo di una lookup table 1D, la quale riceve in input la velocità misurata dal giunto. La tabella definisce la relazione tra la forza F e il coefficiente di smorzamento c , suddividendo il comportamento in due regioni delimitate da una velocità di taglio.

$$F = \begin{cases} c \cdot v, & \text{se } |v| \leq v_{\text{taglio}} \\ c' \cdot v, & \text{se } |v| > v_{\text{taglio}} \end{cases}$$

La forza calcolata dalla *Lookup Table* viene poi applicata al giunto come forza di attuazione, ma, essendo sempre opposta alla direzione del moto, si configura come una forza dissipativa (Figura 5.5).

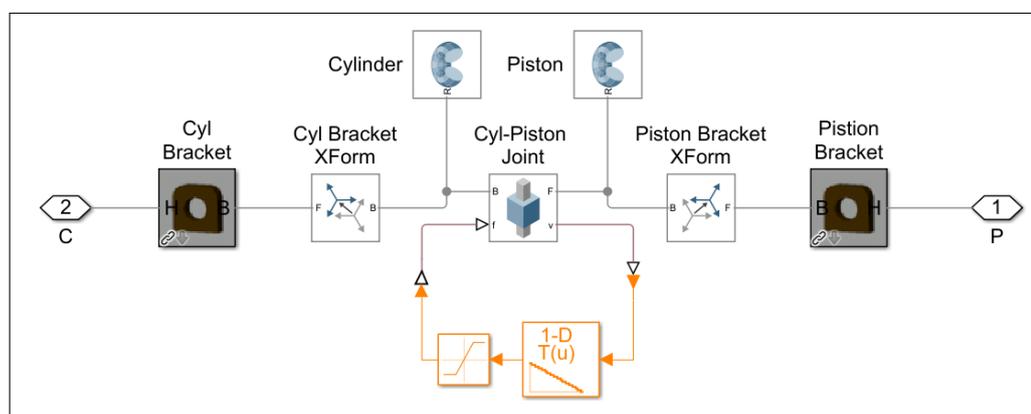


Figura 5.5: Implementazione dello smorzatore bi-lineare nel modello

L'effetto della caratteristica bi-lineare, applicato inizialmente solo all'ammortizzatore in configurazione lineare, conferma i benefici discussi nella sezione precedente in termini di comfort e handling.

In particolare, la velocità di taglio è scelta in modo da corrispondere a una frequenza di circa 3 Hz, legata all'eccitazione del profilo stradale:

- Frequenze < 3 Hz: smorzamento impostato al valore ottimale,
- Frequenze > 3 Hz: coefficiente di smorzamento ridotto del 50%.

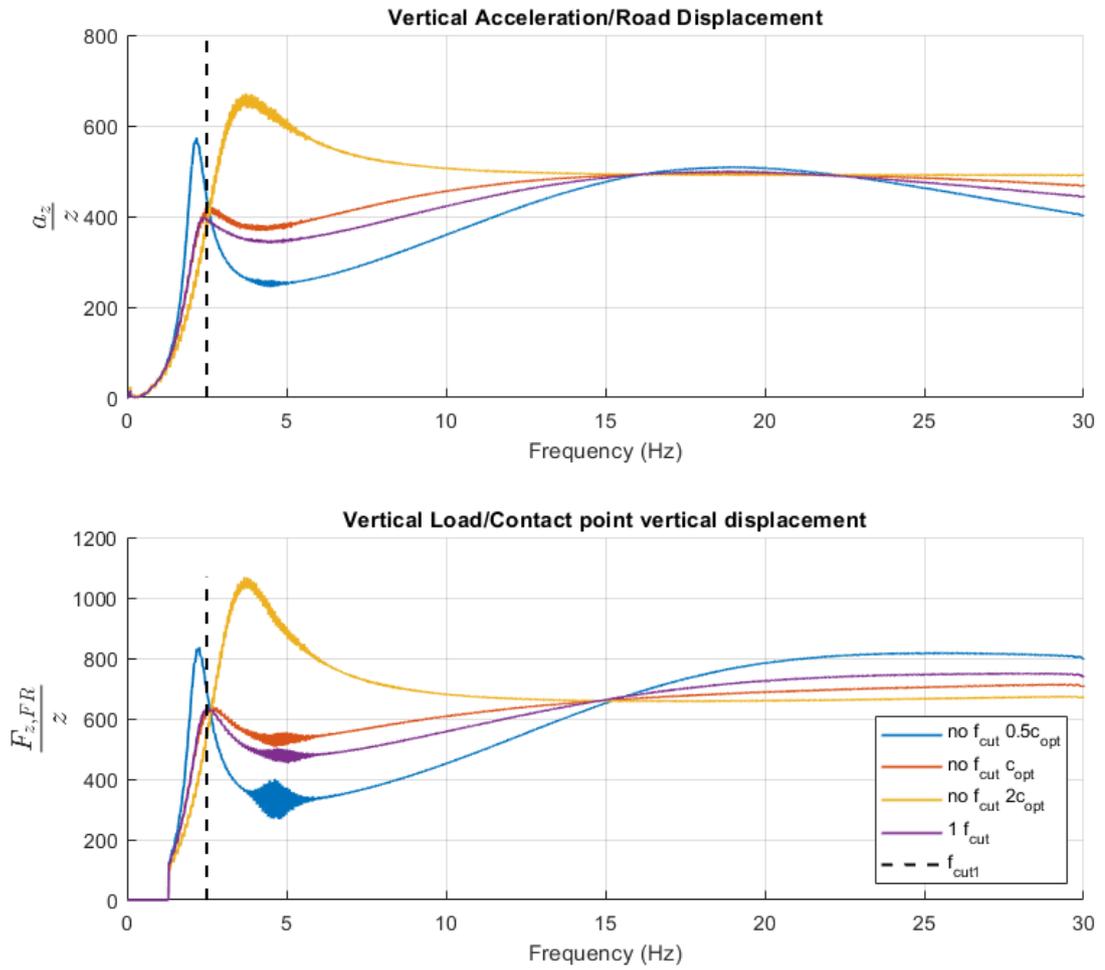


Figura 5.6: T.F. Accelerazione verticale e forza scaricata a terra: confronto tra le tre condizioni $c_{opt}, 0.5c_{opt}, 2c_{opt}$ e caratteristica non lineare con smorzamento ridotto del 50% dopo la prima frequenza di taglio

Come evidenziato all'inizio del presente paragrafo e mostrato nella Figura 5.4, l'adozione di una caratteristica di smorzamento bi-lineare consente di migliorare il comfort per frequenze maggiori della prima frequenza del sistema.

5.2.2 Smorzatore tri-lineare

La procedura di implementazione descritta può essere utilizzata sia nel caso dello smorzatore lineare, con una caratteristica di tipo $F(v) = c(v) \cdot v$, sia all'ammortizzatore rotativo, descritto dalla relazione $M(\omega) = c(\omega) \cdot \omega$. Dove $M(\omega)$ rappresenta la coppia viscosa e ω la velocità di rotazione relativa dello smorzatore.

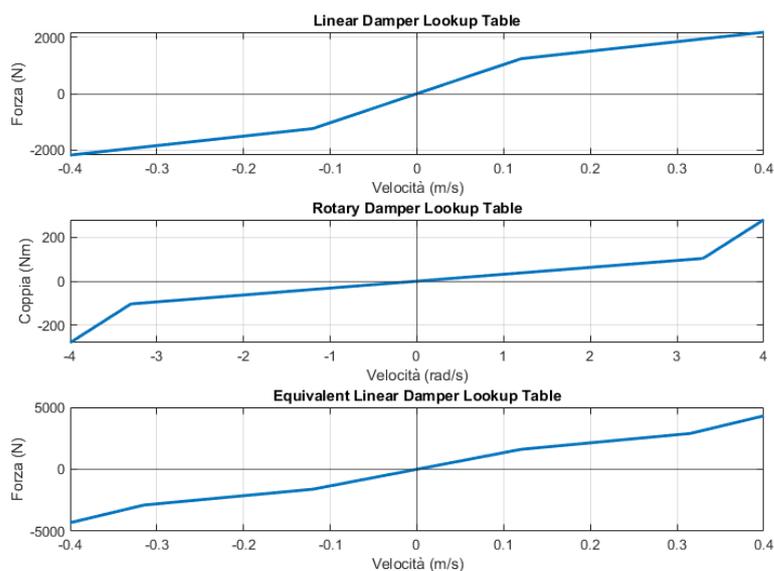


Figura 5.7: Curve caratteristiche dello smorzamento per entrambi gli ammortizzatori

A questo punto, si introduce la soluzione finale. Osservando le funzioni di trasferimento di accelerazione verticale e forza scaricata a terra si osserva che l'ottimizzazione dinamica può essere suddivisa in tre zone di frequenza:

- Basse frequenze: ($<3\text{Hz}$) in questa regione predominano i moti di cassa. Per ridurre l'ampiezza di tali movimenti è necessario adottare un elevato smorzamento.
- Medie frequenze: è preferibile avere un basso smorzamento per ridurre l'accelerazione verticale trasmessa all'abitacolo e migliorare il comfort.

- Alte frequenze: un aumento dello smorzamento in questa regione permette di limitare il secondo picco di oscillazione, migliorando la tenuta di strada e l'handling del veicolo.

Per raggiungere questo obiettivo, si sfruttano entrambi gli smorzatori, lineare e rotativo, combinando i loro effetti per ottenere una caratteristica $F - v$ equivalente tri-lineare. Questa configurazione consente di modulare lo smorzamento in modo differenziato nei tre intervalli di frequenza individuati, adattandosi alle esigenze dinamiche del sistema sospensivo.

L'implementazione di una caratteristica tri-lineare richiede l'integrazione dei due ammortizzatori e la definizione di due frequenze di taglio, che determinano le transizioni tra i diversi livelli di smorzamento. In particolare:

- Ammortizzatore lineare: fornisce un elevato smorzamento fino alla prima frequenza di taglio, corrispondente alla prima frequenza naturale del sistema (~ 3 Hz), per contenere i moti di cassa. Superata questa soglia, il suo smorzamento viene ridotto per favorire il comfort fino alle alte frequenze,
- Ammortizzatore rotativo: mantiene un basso smorzamento fino alla seconda frequenza di taglio (~ 13 Hz), per non influenzare negativamente il comfort. Oltre questa frequenza, il suo contributo aumenta, fornendo un elevato smorzamento che aiuta a ridurre le variazioni della forza di contatto a terra e migliorare l'handling del veicolo.

Grazie a questa strategia, entrambi gli smorzatori presentano individualmente una caratteristica bi-lineare, ma la loro combinazione, con due differenti frequenze di taglio, genera una risposta tri-lineare complessiva (Figura 5.7). Questo approccio consente di ottenere un sistema ottimizzato su uno spettro più ampio di frequenze.

Dunque, viene valutato l'effetto di una caratteristica di smorzamento trilineare sulle funzioni di trasferimento, come discusso in precedenza.

In Figura 5.8 si osserva che, al di sopra della seconda frequenza di taglio si ha un effetto di abbassamento dell'accelerazione verticale e una riduzione del picco della

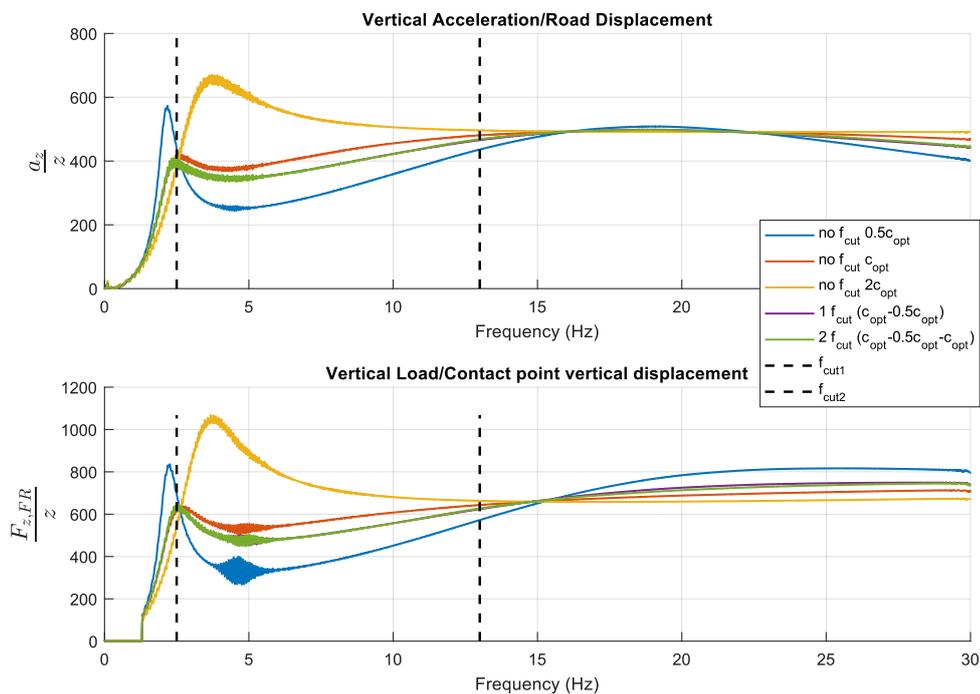


Figura 5.8: Confronto T.F. con frequenze di cut

forza scaricata a terra. Essendo quest'ultimo l'obiettivo dichiarato, inizialmente viene riportato un confronto tra la T.F. della forza verticale nel caso bi-lineare (una frequenza di taglio) e nel caso tri-lineare (due frequenze di taglio). Per mostrare meglio l'effetto che, in questa architettura, non risulta particolarmente elevato, si isola solo la porzione di grafico interessata dall'analisi (Figura 5.9).

Per chiarire il confronto mostrato in (Figura 5.9), la curva blu è stata calcolata utilizzando un singolo smorzatore con caratteristica bilineare. In questo caso, lo smorzamento è pari a quello ottimale per frequenze inferiori alla prima frequenza di taglio (3 Hz) e si riduce alla metà per frequenze superiori. Al contrario, la curva rossa presenta una caratteristica di smorzamento trilineare, ottenuta con la combinazione dei due smorzatori. Lo smorzamento è impostato sul valore ottimo fino alla prima frequenza di taglio, viene ridotto alla metà di questo valore tra la prima e la seconda frequenza di taglio, per poi tornare nuovamente ottimo oltre la

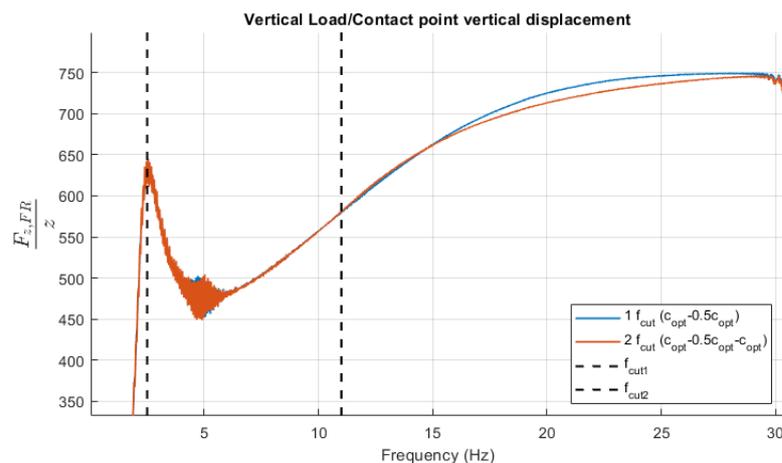


Figura 5.9: Confronto T.F. con caratteristica bilineare ($1f_{cut}$) e trilineare ($2f_{cut}$)

seconda frequenza di taglio. Per validare l'ipotesi, è stato analizzato un modello a due gradi di libertà con il confronto tra una caratteristica di smorzamento lineare, bi-lineare e trilineare. Come si osserva dalla figura, in questo caso i parametri progettuali utilizzati permettono di ottenere un effetto della caratteristica trilineare maggiormente apprezzabile.

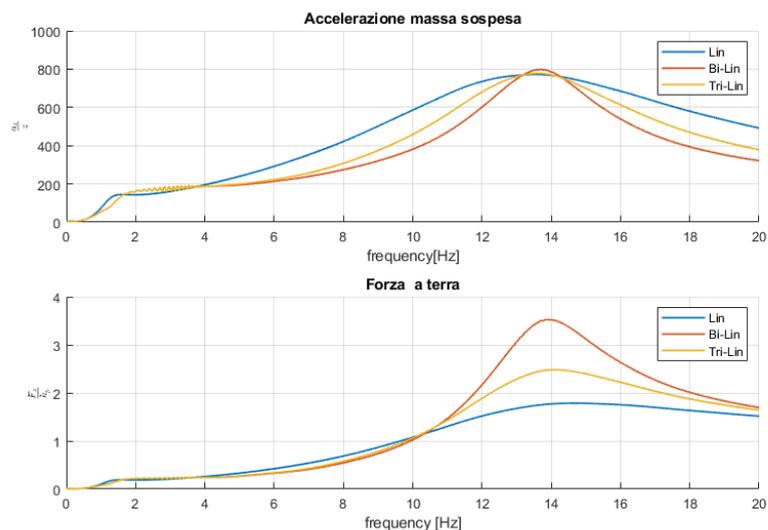


Figura 5.10: Confronto T.F. con caratteristica lineare, bilineare e trilineare per un generico modello 2 DOF

5.3 Modellazione matematica

Dopo aver evidenziato i benefici introdotti dall'impiego di un secondo smorzatore rotativo, che aggiunge un ulteriore parametro di taratura utile all'ottimizzazione dinamica del sistema, si procede con la modellazione matematica necessaria per il dimensionamento preliminare del componente.

In particolare, si considera un smorzatore rotativo viscoso continuo, basato sul principio di funzionamento degli smorzatori con due cilindri contro-rotanti. In questo tipo di dispositivi, l'azione dissipativa è ottenuta grazie alla presenza di un fluido viscoso confinato in uno spazio molto ristretto tra le superfici di due cilindri che si muovono in senso opposto.

Il meccanismo di dissipazione dell'energia avviene attraverso lo sforzo di taglio esercitato dal fluido ed è descritto matematicamente dalla relazione tra lo sforzo di taglio, la viscosità dinamica del fluido e il gradiente di velocità lungo lo spessore dello strato fluido. Tale relazione costituisce il punto di partenza per definire il coefficiente di smorzamento in funzione della geometria del sistema.

È necessario cercare una relazione tra il coefficiente di smorzamento e la geometria da utilizzare per la progettazione. Per modellare la coppia resistente generata dal movimento relativo tra i due elementi del damper, si considerano i seguenti parametri:

- Statore: cilindro fisso, con un gap t tra rotore e statore lungo la superficie cilindrica e un gap h tra le due superfici di base,
- Rotore: cilindro di raggio r e lunghezza assiale L , che ruota con velocità angolare ω ,
- Fluido: caratterizzato da una viscosità dinamica μ .

Si considera che l'azione smorzante venga effettuata parallelamente dal gap presente tra le due superfici di base dei cilindri, e dalle superfici laterali in contro-rotazione. Questa modellazione permette di individuare una relazione diretta tra il

coefficiente di smorzamento e i parametri geometrici dello smorzatore, rendendo possibile un'ottimizzazione del design in base ai requisiti dinamici del sistema sospensivo.

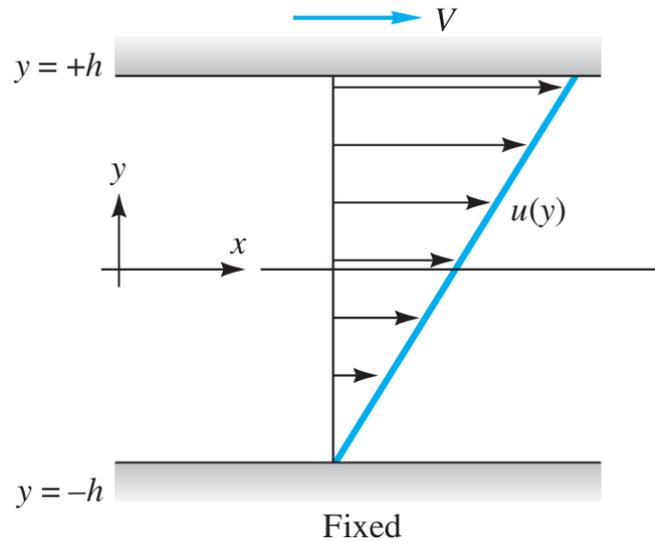


Figura 5.11: Flusso viscoso incomprimibile tra piastre parallele con la piastra superiore in movimento [13]

Per il calcolo sulla superficie cilindrica, il fenomeno può essere descritto attraverso il flusso di *Couette* [13], che descrive il moto laminare di un fluido viscoso tra due superfici in movimento (Figura 5.11). La velocità tangenziale del fluido varia in modo lineare lungo lo spessore dello strato fluido:

$$u(r) = \omega r \quad (5.9)$$

$$\frac{du}{dy} = \frac{\omega r}{t} \quad (5.10)$$

Lo sforzo di taglio segue la legge di Newton per i fluidi viscosi:

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy} = \mu \cdot \frac{\omega r}{t} \quad (5.11)$$

In corrispondenza di $r = R$, ovvero sulla superficie esterna del rotore, lo sforzo di taglio è costante e vale:

$$\tau = \mu \cdot \frac{\omega R}{t} \quad (5.12)$$

Per calcolare il momento torcente generato dallo sforzo di taglio è necessario integrare τ sulla superficie cilindrica.

$$T = \mu \cdot \frac{\omega R}{t} \cdot 2\pi R L \cdot R = \frac{2\pi\mu\omega LR^3}{t} \quad (5.13)$$

A questo punto, è possibile calcolare il coefficiente di attrito viscoso:

$$c_{\text{cyl}} = \frac{T}{\omega} = \frac{2\pi\mu LR^3}{t} \quad (5.14)$$

Analogamente, si calcola lo sforzo di taglio sulla superficie di base dei due cilindri. Ci si riferisce ad un flusso di *Couette* con la velocità varia linearmente con il raggio r . Il gap tra le due superfici di base viene imposto pari ad h .

$$\tau(r) = \mu \cdot \frac{\omega r}{h} \quad (5.15)$$

Successivamente, integrando il contributo torcente sull'area del disco (con elemento d'area $dA = 2\pi r \, dr$) si ottiene:

$$dT = \tau(r) \cdot r \cdot dA = \mu \left(\frac{\omega r}{h} \right) \cdot r \cdot (2\pi r \, dr) = \frac{2\pi\mu\omega}{h} r^3 \, dr \quad (5.16)$$

$$T = \int_0^R \frac{2\pi\mu\omega}{h} r^3 \, dr = \frac{2\pi\mu\omega}{h} \cdot \frac{R^4}{4} = \frac{\pi\mu\omega R^4}{2h} \quad (5.17)$$

Infine, il coefficiente di smorzamento generato dalle superfici di base risulta:

$$c_{\text{flat}} = \frac{T}{\omega} = \frac{\pi\mu R^4}{2h} \quad (5.18)$$

Lo smorzamento totale fornito dallo smorzatore equivale alla somma dei due contributi:

$$c_{\text{tot}} = c_{\text{flat}} + c_{\text{cyl}} = \frac{2\pi\mu LR^3}{t} + \frac{\pi\mu R^4}{2h} \quad (5.19)$$

Una volta selezionato il fluido da utilizzare e definita la lunghezza assiale dello smorzatore, è possibile modulare la capacità di smorzamento intervenendo sullo spessore del meato fluido tra i due cilindri.

5.4 Dimensionamento

In questo paragrafo conclusivo, sono presentati i dati geometrici fondamentali che definiscono lo smorzatore rotativo utili a ricreare la caratteristica bi-lineare crescente evidenziata nelle sezioni precedenti.

Di seguito, sono riportati i valori di smorzamento che associati allo smorzatore lineare e a quello rotativo per ottenere la caratteristica equivalente tri-lineare nei tre range di frequenza.

Valori di smorzamento	
$c_{\text{opt,lin}}$	13400 Ns/m
$c_{\text{opt,rot}}$	2.2 Nm/deg/s

Tabella 5.1: Valori di smorzamento ottimali

Range frequenze	$f < 3 \text{ Hz}$	$3 < f < 13 \text{ Hz}$	$f > 13 \text{ Hz}$
c_{lin}	$c_{\text{opt,lin}}/1.3$	$c_{\text{opt,lin}}/4$	$c_{\text{opt,lin}}/4$
c_{rot}	$c_{\text{opt,rot}}/4$	$c_{\text{opt,rot}}/4$	$c_{\text{opt,rot}}$
c_{global}	$\sim c_{\text{opt}}$	$\sim c_{\text{opt}}/2$	$\sim 1.25 c_{\text{opt}}$

Tabella 5.2: Tabella dei coefficienti di smorzamento da associare allo smorzatore rotativo e lineare in funzione del range di frequenza

Utilizzando la modellazione matematica ricavata nel paragrafo precedente, vengono presentati i dati geometrici per la modellazione dello smorzatore.

Parametro	Valore	Note
Raggio esterno rotore	$r = 205 \text{ mm}$	
Gap tra le superfici cilindriche	$t_1 = 5 \text{ mm}$	Frequenza $< 13 \text{ Hz}$
	$t_2 = 0.1 \text{ mm}$	Frequenza $> 13 \text{ Hz}$
Gap tra le superfici di base	$h = 0.2 \text{ mm}$	
Viscosità dinamica fluido	$\mu = 1 \text{ mPa}\cdot\text{s}$	

Tabella 5.3: Parametri geometrici e fisici dello smorzatore

Con i dati presentati nella Tabella 5.3 e utilizzando l'equazione Equazione 5.19 si ottiene un coefficiente di smorzamento pari a circa 0.55Ns/m/deg per frequenze minori di 13Hz e circa 2.2Ns/m/deg per frequenze maggiori. Dal punto di vista progettuale, per ottenere una caratteristica bilineare con smorzamento crescente, si potrebbero impiegare dei fluidi con viscosità variabile per ottenere una variazione dello smorzamento e mantenere le caratteristiche geometriche dello smorzatore costanti. In alternativa, soluzioni progettuali studiate *ad-hoc* possono prevedere l'utilizzo di valvole che permettano la commutazione del fluido viscoso attraverso due circuiti paralleli, ognuno con la propria caratteristica di smorzamento.

Capitolo 6

Conclusioni

Il lavoro di Tesi ha rappresentato un'approfondita esplorazione delle architetture sospensive *Pushrod* e *Double Wishbone*, analizzate mediante un approccio multidisciplinare che ha integrato modellazione *Multibody*, analisi cinematica e dinamica, oltre a proposte innovative per l'ottimizzazione delle prestazioni. I risultati ottenuti non solo confermano l'efficacia delle metodologie adottate, ma aprono nuove prospettive per la progettazione di sistemi sospensivi sempre più performanti, capaci di bilanciare comfort, stabilità e adattabilità a diverse condizioni operative.

6.1 Discussione dei risultati

L'inizio del lavoro di Tesi ha introdotto il tema delle sospensioni, evidenziandone il ruolo fondamentale nel garantire il comfort e la stabilità dinamica del veicolo. È stata presentata una panoramica delle principali tipologie, con particolare attenzione alle architetture *Double Wishbone* e *Pushrod*, mettendone in luce le caratteristiche distintive e i parametri geometrici rilevanti. Questo capitolo ha costituito la base teorica e ha definito gli obiettivi del lavoro, orientando le successive analisi.

La caratterizzazione analitica delle due architetture ha permesso di derivare le equazioni trigonometriche in grado di descrivere in maniera completa e coerente il

moto di ogni punto della sospensione, fornendo informazioni essenziali sulle posizioni e sulle velocità. Contestualmente, l'analisi statica, supportata da diagrammi di corpo libero, ha offerto una valutazione delle forze agenti sui bracci delle sospensioni in differenti condizioni operative.

Il terzo capitolo ha approfondito l'analisi cinematica mediante l'utilizzo di modelli multibody in ambiente Simscape. Le simulazioni hanno consentito un confronto puntuale tra le prestazioni delle due architetture, valutando le variazioni degli angoli caratteristici e i relativi gradienti cinematici. I risultati hanno evidenziato che la Double Wishbone assicura una maggiore variazione dei parametri durante l'escursione verticale, rendendola particolarmente adatta a veicoli stradali dove il comfort è prioritario; al contrario, la Pushrod ha manifestato un comportamento più lineare e prevedibile, suggerendo una maggiore stabilità in condizioni dinamiche impegnative.

In seguito, l'analisi è stata estesa a un modello completo di veicolo, integrando le sospensioni in un contesto dinamico più realistico. Le simulazioni dinamiche hanno confermato che la configurazione Double Wishbone offre un compromesso ottimale tra comfort e handling, riducendo l'accelerazione verticale della carrozzeria e mantenendo una forza di contatto più stabile con il suolo.

L'ultima parte del lavoro ha rappresentato il nucleo innovativo del lavoro di Tesi, proponendo l'integrazione di uno smorzatore rotativo all'interno dell'architettura Pushrod. Attraverso un'analisi dei rapporti di installazione e delle energie dissipate, è stato possibile progettare un sistema duale che combina smorzatori lineari e rotativi, ottenendo una caratteristica di smorzamento tri-lineare. Questo approccio ha consentito di modulare la risposta del veicolo su tre distinti range di frequenza, migliorando sia il comfort che la tenuta di strada. Il dimensionamento preliminare dello smorzatore rotativo, basato su equazioni fluidodinamiche, ha fornito una solida base teorica per futuri sviluppi e perfezionamenti del sistema.

6.2 Sviluppi futuri

Nel proseguimento di questo lavoro emergono numerose prospettive che potrebbero ampliare in modo significativo le potenzialità del modello completo di veicolo sviluppato. Una direzione di ricerca consiste nell'estendere le simulazioni alla dinamica laterale, analizzando in dettaglio le risposte del veicolo durante manovre di sterzata, così da ottenere comparazioni sulle diverse configurazioni delle sospensioni. In quest'ottica, la validazione sperimentale risulta essenziale per verificare la coerenza tra i comportamenti simulati e quelli osservati in condizioni reali, contribuendo a perfezionare ulteriormente la calibrazione dei modelli numerici. Parallelamente, si prospetta di perfezionare lo smorzatore rotativo, attualmente definito attraverso un dimensionamento preliminare, integrandolo in ambienti di simulazione fluidodinamica e idraulica. Questo approccio permetterebbe di ottimizzare la geometria e le prestazioni del sistema, approfondendo l'analisi delle relazioni fluidodinamiche in gioco. Un ulteriore sviluppo potrebbe riguardare l'esplorazione dell'impiego di fluidi magnetoreologici, in grado di variare le proprie proprietà in risposta a campi magnetici, per realizzare una caratteristica di smorzamento bi-lineare rotativa capace di adattarsi alle diverse condizioni operative. Infine, l'applicazione di algoritmi di ottimizzazione multi-obiettivo potrebbe contribuire a individuare compromessi migliori tra le varie esigenze dinamiche del veicolo, favorendo l'adozione di soluzioni progettuali sempre più performanti.

Bibliografia

- [1] Ryan Rodrigues Moreira Resende da Silva, Igor Lucas Reinaldo, Daniel Pinheiro Montenegro, Gustavo Simão Rodrigues e Elias Dias Rossi Lopes. «Optimization of vehicle suspension parameters based on ride comfort and stability requirements». In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering* 235.7 (2021), pp. 1920–1929 (cit. a p. 1).
- [2] Abd El-Nasser S Ahmed, Ahmed S Ali, Nouby M Ghazaly e GT Abd el-Jaber. «PID controller of active suspension system for a quarter car model». In: *International journal of advances in engineering & technology* 8.6 (2015), p. 899 (cit. a p. 2).
- [3] TH Sanders. «The Suspension of Road Vehicles». In: *Proceedings of the Institution of Automobile Engineers* 28.2 (1934), pp. 410–438 (cit. a p. 3).
- [4] DMA Lee, DM Pascoe e WH ElMaraghy. «An analysis of the multi-link independent suspension system». In: *International Journal of Vehicle Design* 14.1 (1993), pp. 44–58 (cit. a p. 4).
- [5] Faisal O Mahroogi e S Narayan. «Design and analysis of Double Wishbone suspension systems for automotive applications». In: *International Journal of Mechanical and Production Engineering Research and Development (IJMPERD)* 9.4 (2019), pp. 1433–1442 (cit. a p. 6).

-
- [6] Y Samant Saurabh, Santosh Kumar, Kaushal Kamal Jain, Sudhanshu Kumar Behera, Dhiraj Gandhi, Sivapuram Raghavendra e Karuna Kalita. «Design of suspension system for formula student race car». In: *Procedia Engineering* 144 (2016), pp. 1138–1149 (cit. a p. 8).
- [7] E. Funaioli, A. Maggiore e U. Meneghetti. *Lezioni di meccanica applicata alle macchine, prima parte*. Bologna: Pàtron, 2005 (cit. a p. 14).
- [8] Derek Seward. *Race Car Design*. Bloomsbury Publishing PLC, 2014 (cit. a p. 19).
- [9] Carmine Maria Pappalardo, Marco Del Giudice, Emanuele Baldassarre Oliva, Littorino Stieven e Alessandro Naddeo. «Computer-aided design, multibody dynamic modeling, and motion control analysis of a quadcopter system for delivery applications». In: *Machines* 11.4 (2023), p. 464 (cit. a p. 26).
- [10] MathWorks. *Independent Suspension System Templates*. URL: <https://it.mathworks.com/help/sm/ug/independent-suspension-system-templates.html> (cit. a p. 27).
- [11] *Road vehicles – Vehicle dynamics and road-holding ability – Vocabulary*. 2011 (cit. a p. 31).
- [12] MathWorks. *Car with Heave and Roll - MATLAB & Simulink*. URL: <https://it.mathworks.com/help/sm/ug/car-heave-roll.html> (cit. alle pp. 45, 46).
- [13] Frank M. White. *Fluid Mechanics*. 8th. McGraw-Hill, 2016 (cit. a p. 80).
- [14] Thomas Gillespie. *Fundamentals of vehicle dynamics*. SAE international, 2021.
- [15] MB Gerrard. *Roll Centres and Jacking Forces in Independent Suspensions-A First Principles Explanation and a Designer's Toolkit*. Rapp. tecn. SAE Technical Paper, 1999.
- [16] MB Gerrard. *Kinematic suspension linkages-A model for their behaviour and a procedure for their design*. Rapp. tecn. SAE Technical Paper, 2002.