

POLITECNICO DI TORINO
CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA MECCANICA

Tesi di Laurea Magistrale



**Predizione della Vita a Fatica
in Componenti Saldati con Difetti
di Mancata Penetrazione**

Relatore:
Prof.ssa Sesana Raffaella
Correlatore:
Santoro Luca

Candidato:
Daniele Lazzaroni

Contents

1	Introduzione	3
1.1	Scopo del lavoro	3
1.2	Obiettivo Tesi	4
1.3	Meccanica della Frattura	5
1.3.1	Raggio Plastico	6
1.3.2	Tenacità a frattura	8
1.3.3	K_I analitico	9
2	La saldatura laser nel settore ferroviario: tecnica, vantaggi e difettologia	12
2.1	Introduzione alla saldatura laser	12
2.2	Applicazioni e importanza della saldatura laser nel settore ferroviario . . .	13
2.3	Principali difetti nella saldatura laser	14
2.4	Focus sulla mancata penetrazione	15
2.4.1	Cause della mancata penetrazione	15
2.4.2	Conseguenze meccaniche della mancata penetrazione	15
3	Tecniche di simulazione numerica nella meccanica della frattura	17
3.1	ASED	18
3.1.1	Metodo ASED per cricche da difetti di mancata penetrazione . . .	18
3.2	XFEM	20
3.2.1	Approccio XFEM	21
3.2.2	Limitazioni di XFEM	22
3.3	J-Integral	22
3.3.1	Definizione matematica	23
3.3.2	Calcolo della tenacità alla frattura	23
3.4	Punti di forza del metodo J-integral	24
3.5	Limitazioni del metodo J-integral	24
3.6	Smart Crack Growth	25
4	Materiali e Metodi	29
4.0.1	Descrizione del provino	29
4.0.2	Alluminio 6060 T6	30
4.0.3	Analisi delle Prove Sperimentali: Metodologie e Risultati	35
5	Simulazioni numeriche	39
5.0.1	Modello matematico	39
5.0.2	Rapporto di carico	42

5.0.3	Integrale di Interazione	43
5.0.4	Setup della simulazione in ANSYS	47
5.0.5	Definizione della cricca	49
5.1	SMART crack growth	53
5.1.1	Gestione dell'incremento di crescita della cricca nel metodo SMART	54
5.1.2	Incrementi di Estensione della Cricca in uno step	55
5.1.3	Criterio MTSC	56
6	Risultati	60
6.0.1	Grafici a tensione nominale di 29MPa	60
6.0.2	Fattore di intensificazione delle tensioni	62
6.0.3	Velocità crescita cricca	64
6.0.4	Tensioni massime	65
6.0.5	Distribuzione tensioni di von mises	66
6.0.6	Wholer	67
6.0.7	Limite LEFM	68
6.0.8	Fattore di concentrazione a fatica	69
7	Discussione	71
7.1	Aspetti generali e influenza della plasticità alla punta della cricca	71
7.2	Effetto short crack e confronto tra cricche di diversa profondità iniziale	72
7.3	Prevalenza del Modo I di propagazione e ruolo del rapporto di carico R	72
7.4	Effetti di gradiente di carico, contrazione plastica e fenomeni locali	73
7.5	Raccordo fra simulazioni e dati sperimentali: convergenze e discrepanze	73
7.6	Effetto R, transizione a cricca lunga e ruolo del Modo I predominante	74
8	Conclusioni	76
8.1	Conclusioni e prospettive future	76

Chapter 1

Introduzione

1.1 Scopo del lavoro

In questo lavoro di tesi è stato analizzato il comportamento a fatica di giunti saldati testa a testa in presenza di un difetto di “mancata penetrazione” in alluminio 6060 T6. In presenza di prove sperimentali effettuate su provini saldati marchiati tramite EDM, si è andati a ricercare il metodo computazionale migliore per simulare le prove. Si è visto che la Smart Crack Growth di ANSYS dava risultati soddisfacenti.

Nell’ambito della progettazione meccanica avanzata, la meccanica della frattura riveste un ruolo fondamentale nello studio del comportamento dei materiali sottoposti a carichi ciclici, condizioni critiche o ambienti severi. Con l’evoluzione delle tecnologie e delle esigenze industriali, il controllo e la previsione della propagazione delle cricche sono diventati aspetti imprescindibili per garantire sicurezza, affidabilità e sostenibilità dei componenti e delle strutture.

La meccanica della frattura si colloca al crocevia tra scienza dei materiali, ingegneria strutturale e progettazione meccanica, offrendo strumenti teorici e pratici per analizzare fenomeni di cedimento e fatica. Essa consente di rispondere a domande cruciali, quali la resistenza residua di un componente con difetti preesistenti, il tempo di vita previsto in condizioni operative e il comportamento di un materiale sottoposto a condizioni di carico estreme.

In un contesto ingegneristico sempre più orientato all’ottimizzazione, l’analisi della meccanica della frattura non solo permette di identificare i limiti progettuali dei materiali, ma promuove anche l’adozione di soluzioni innovative, quali materiali avanzati, tecniche di lavorazione moderne e approcci predittivi. In particolare, la capacità di modellare e simulare la propagazione delle cricche mediante strumenti computazionali come il software ANSYS ha rivoluzionato il modo in cui vengono progettati e analizzati i componenti critici. Attraverso questa analisi, si intende sottolineare come un approccio basato sulla meccanica della frattura rappresenti non solo un requisito indispensabile per il rispetto delle normative e degli standard di sicurezza, ma anche una chiave di innovazione per la progettazione di componenti all’avanguardia.

1.2 Obiettivo Tesi

L'obiettivo principale di questa tesi è sviluppare un'analisi approfondita della meccanica della frattura applicata a componenti realizzati in leghe di alluminio, con particolare attenzione al comportamento dei materiali in presenza di difetti e alla simulazione della propagazione delle cricche attraverso approcci numerici avanzati. Il lavoro mira a integrare metodi teorici, sperimentali e simulativi per fornire un quadro completo e accurato delle dinamiche di cedimento e delle strategie per prevenirlo. Questo studio è stato condotto in collaborazione con Alstom, azienda leader nel settore dei trasporti, si propone di valutare l'utilizzo di software agli elementi finiti, in particolare Ansys Mechanical, come possibile metodo di analisi alternativo e/o integrativo per strutture e stati tensionali. Lo studio è focalizzato sulla propagazione della cricca su geometrie elementari, quali piastre piane, al variare delle condizioni di carico e della tipologia di difetto.

Nello specifico, il progetto di tesi si propone di:

1. Caratterizzare il comportamento del materiale:

- Analizzare le proprietà meccaniche e la risposta a fatica di leghe di alluminio (6060T6 e 6061T6), ampiamente utilizzate nel settore industriale per la loro combinazione di leggerezza, resistenza e lavorabilità.
- Studiare gli effetti di difetti di mancanza di penetrazione nella saldatura

2. Simulare la propagazione delle cricche:

- Utilizzare strumenti di calcolo avanzati, come ANSYS 2023 R2, per modellare il fenomeno di crescita della cricca attraverso il metodo SMART Crack Growth.
- Validare i risultati numerici confrontandoli con dati sperimentali, al fine di ottimizzare i parametri di simulazione.

3. Valutare l'impatto dei difetti sui componenti:

- Studiare l'influenza di parametri geometrici e di carico sulla crescita delle cricche e sulla resistenza residua del componente.
- Identificare le condizioni critiche che accelerano la propagazione delle cricche e compromettono l'integrità strutturale.

Limitazioni

La principale limitazione di questo progetto è che tutti i dati sperimentali sono forniti da una serie di poche prove con risultati significativi. Di conseguenza, la limitazione risiede nel fatto che l'accuratezza dell'applicazione del criterio della legge di Paris come criterio di fatica dipende fortemente dall'accuratezza dei risultati sperimentali ricevuti.

1.3 Meccanica della Frattura

Il fenomeno della frattura viene analizzato studiando il comportamento del materiale nelle immediate vicinanze della cricca. Per trattare la propagazione delle cricche da fatica, è stato sviluppato il metodo della Meccanica della Frattura Lineare Elastica (LEFM). Le tecniche LEFM sono state ampiamente accettate per cricche lunghe con caratteristiche di piccolo dominio plastico alla punta della cricca, ovvero nel regime di Paris. I Fattori di Intensità di Tensione (SIF), nel contesto della LEFM, sono utilizzati per determinare lo stato di propagazione della cricca, vale a dire se essa progredisce o meno. La propagazione interna delle cricche riveste un ruolo cruciale nella pratica ingegneristica, influenzando significativamente le prestazioni e la stabilità delle strutture ingegneristiche. Di conseguenza, la previsione del percorso di propagazione delle cricche è fondamentale per garantire la affidabilità strutturale.

Utilizzando gli strumenti propri della meccanica del continuo, la LEFM permette di calcolare l'intensità e la distribuzione delle tensioni vicino all'apice del difetto in funzione della tensione nominale, nonché delle dimensioni, forma e orientamento del difetto stesso. In particolare, nell'ambito della meccanica della frattura lineare elastica, lo stress nelle vicinanze della cricca è descritto dalla seguente equazione 1.1

$$\sigma_{ij} = \left(\frac{k}{\sqrt{r}} \right) f_{ij}(\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m r^{\frac{m}{2}} g_{ij}^{(m)}(\theta) \quad (1.1)$$

dove:

- σ_{ij} : Tensore degli sforzi;
- r : distanza dalla punta della cricca
- θ : angolo rispetto al piano della cricca
- k : constant
- f_{ij} : funzione adimensionale di θ

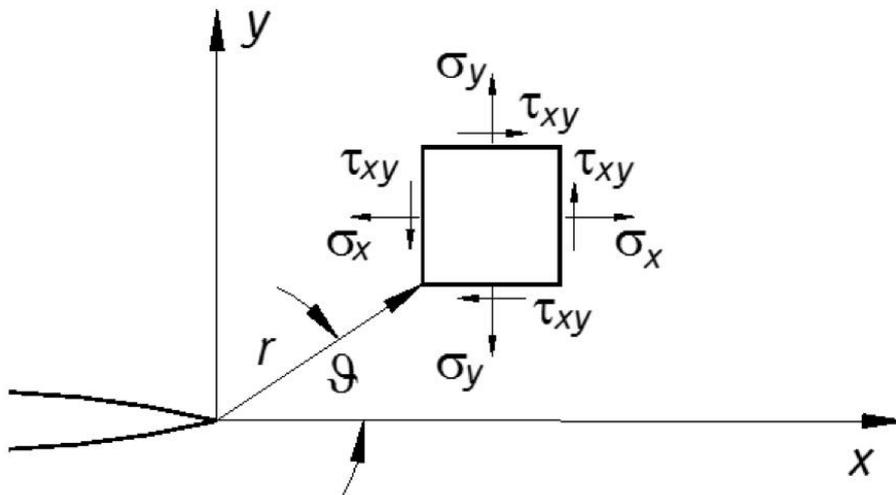


Figure 1.1: Definizione coordinate polari utilizzate in eq1.1

I termini di ordine superiore A_m e g_{ij} verranno trascurati in questo caso, poiché l'attenzione si concentra sulla regione vicina alla punta della cricca. Man mano che r si avvicina a 0, il termine principale tende all'infinito, mentre gli altri termini dell'equazione tendono a 0. Pertanto, l'equazione vicino alla punta della cricca si riduce a:

$$\sigma_{ij} = \left(\frac{k}{\sqrt{r}} \right) f_{ij}(\theta) \quad (1.2)$$

Dove la tensione vicino alla punta della cricca è proporzionale a $\frac{1}{\sqrt{r}}$. Questo porta all'introduzione del fattore di intensità di tensione, dove $K = k\sqrt{2\pi}$. Esistono tre modi di frattura, che sono apertura, taglio nel piano e taglio fuori dal piano, indicati rispettivamente come K_I , K_{II} e K_{III} .

In ciascun modo di caricamento, la singolarità $\frac{1}{\sqrt{r}}$ sarà presente alla punta della cricca, ma il fattore di intensità di tensione e la funzione $f_{ij}(\theta)$ varieranno per i diversi modi. Le funzioni per i campi di tensione davanti alla punta della cricca possono essere trovate in [1]. I tre modi di frattura possono essere visti in Figura 1.2

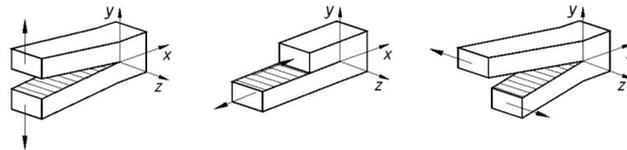


Figure 1.2: Modi di Frattura

1.3.1 Raggio Plastico

Dall'analisi dell'equazione 1.2 abbiamo detto come nell'intorno dell'apice del difetto per $r \rightarrow 0$ la tensione al limite tende a infinito; a causa di ciò nell'intorno dell'apice si avrà la presenza di una regione plasticizzata. Infatti il valore della tensione viene limitato dallo snervamento σ che comporta una redistribuzione dello stato di energia nel materiale e questo implica una traslazione della curva K_I uguale a se stessa, in modo che la quantità di energia plastica si ridistribuisce nel corpo rispettando la condizione che le due aree 1 e 2 rappresentate nella Figura 1.3 siano uguali. Questa condizione si viene ad avere solo se il valore del raggio plastico r_p , indicante la parte non lineare del sistema, sia più piccolo della lunghezza del difetto in modo da riuscire a rimanere in campo lineare elastico cosicché la curva K_I non cambi di forma.

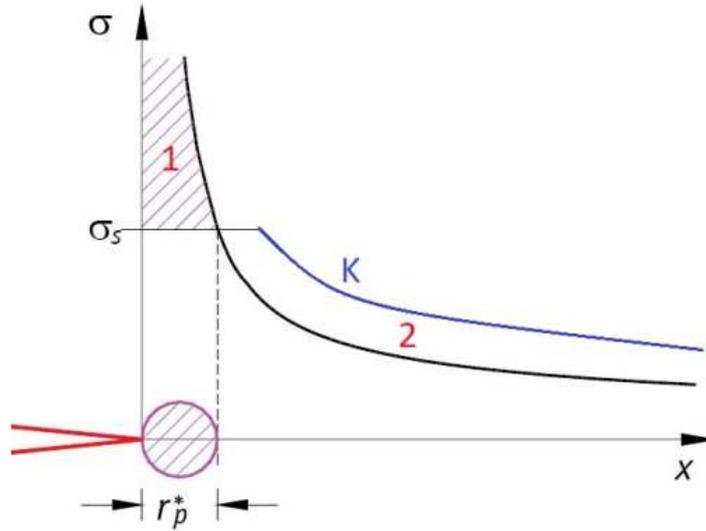


Figure 1.3: Ridistribuzione dello stato di tensione nell'intorno del difetto

Per il calcolo del raggio plastico si procede con la formula inversa del σ andando a imporre:

- $r = r_p$;
- $\sigma = \sigma_Y$, cioè il valore della tensione è pari allo snervamento;

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{ys}} \right)^3 \quad (1.3)$$

Per la valutazione del fattore $K = Y\sigma\sqrt{\pi}$ si può ipotizzare un valore del fattore di forma Y costante, cioè pari a $\sqrt{\pi}$, e andando a sostituire il tutto nella formula precedente si ritrova:

$$r_p = \frac{a}{2} \left(\frac{\sigma}{\sigma_{ys}} \right)^3 \quad (1.4)$$

Queste formulazione finora ricavate si riferiscono a uno stato di tensione piano, cioè quando il valore della tensione $\sigma_z = 0$ e le condizioni di snervamento si hanno quando la $\sigma_x = \sigma_y$; un procedimento analogo può essere condotto anche in condizioni di stato di deformazione piano, cioè quando il valore della deformazione $\epsilon_z = 0$ e all'apice del difetto avremo uno stato di tensione dato da:

$$\sigma_x = \sigma_y \quad (1.5)$$

$$\sigma_z = \mu(\sigma_x + \sigma_y) = 2\mu\sigma_y \quad (1.6)$$

$$\sigma_y \approx 3\sigma_{ys} \quad (1.7)$$

In uno stato di deformazione piano si ottiene quindi un valore di snervamento che è circa tre volte il valore trovato in uno stato di tensione piano e il valore del raggio plastico risulta quindi essere più piccolo pari a:

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{3\sigma_{ys}} \right)^2 \quad (1.8)$$

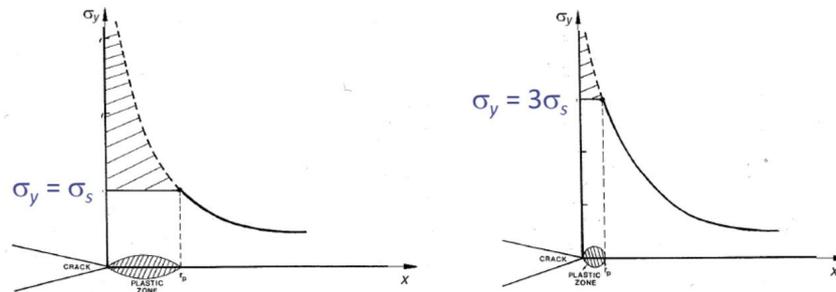


Figure 1.4: Raggio plastico in tensione piana vs deformazione piana

In genere all'interno di un materiale non è possibile avere uno stato di deformazione piano puro, poiché esso si presenta maggiormente nella parte centrale del fronte della cricca dove le superfici sono vincolate alla deformazione lungo z , mentre nelle parti più estreme dove ho superfici libere il corpo non è vincolato e si presenterà uno stato di tensione piano con raggio plastico maggiore. Irwin ha stimato la tensione di snervamento effettiva in un componente in prevalente stato di deformazione più piccolo rispetto a $3\sigma_{ys}$ pari a $\sqrt{3}$.

$$r_{Ip} = \frac{1}{6\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{ys}} \right)^2 \quad (1.9)$$

La zona plastica varia lungo il fronte della cricca e in generale più è grande maggiore sarà l'energia che il materiale riesce ad assorbire, mentre se è minore il materiale assorbe meno energia e si comporta come fragile.

1.3.2 Tenacità a frattura

La tenacità alla frattura, K_{IC} , rappresenta il parametro critico utilizzato per confrontarsi con il fattore di intensificazione delle tensioni. Una volta superato questo valore, come precedentemente menzionato, la cricca inizia a propagarsi in maniera instabile all'interno del componente, senza richiedere ulteriori apporti energetici esterni. Questa caratteristica, K_{IC} , è intrinseca al materiale stesso.

Tipicamente, la tenacità alla frattura, K_{IC} , è influenzata da tre fattori principali:

- **Temperatura:** con l'incremento della temperatura, K_{IC} tende ad aumentare dato che il materiale può assorbire più energia durante la deformazione, risultando in una zona plastica più ampia; al contrario, a temperature ridotte, il materiale diventa più fragile, riducendo così il valore di K_{IC} .
- **Velocità di applicazione del carico:** maggiore è la velocità con cui il carico è applicato maggiore sarà il valore del K_{IC} .

- **Spessore del componente:** man mano che lo spessore aumenta, K_{IC} tende a diminuire, avvicinandosi a una condizione di deformazione piano dove il materiale mostra una maggiore fragilità..

Questa ultima variabile, lo spessore del componente, riveste un ruolo cruciale nel caso di studio analizzato. La Meccanica della Frattura Lineare Elastica (MFLE) parte dall'assunzione che il materiale sia in uno stato di deformazione piana, presupponendo quindi un comportamento essenzialmente elastico.

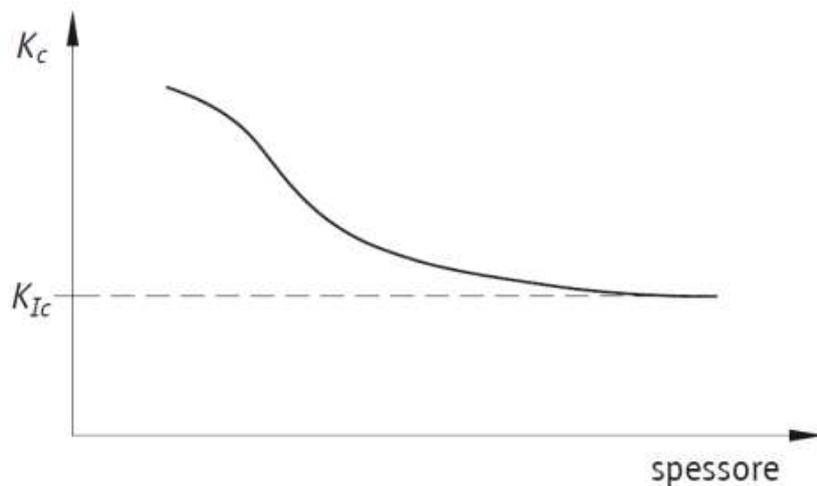


Figure 1.5: Andamento di K_{IC} in funzione dello spessore

Per garantire un prevalente stato di deformazione piana lo spessore deve essere un multiplo delle dimensioni della zona plastica. Le norme ASTM e UNI prevedono il seguente valore:

$$B \geq 2.5 \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_{ys}} \right)^2 \quad (1.10)$$

lo spessore del provino risulta quindi circa 50 volte il raggio della zona plastica in condizioni di stato di deformazione piano:

$$\frac{B}{r_{lp}} = \frac{2.5 (K_{IC}/\sigma_s)^2}{\frac{1}{6\pi} (K_{IC}/\sigma_s)^2} \approx 2.65(6\pi) = 47 \quad (1.11)$$

Nel capitolo dedicato al metodo di analisi, verrà discusso i limiti di applicabilità della teoria e di come il materiale manifesti una transizione verso il comportamento plastico in fase di cedimento, allontanandosi così dall'ipotesi di frattura fragile. Questa discussione chiarirà l'importanza dello spessore nella determinazione del regime di risposta del materiale.

1.3.3 K_I analitico

Quando si tratta di determinare analiticamente i fattori di intensità di tensione (SIFS), esistono alcune soluzioni in forma chiusa. I parametri necessari per calcolare i SIFS sono la geometria della cricca e il carico remoto applicato.

Un esempio viene illustrato qui di seguito: si considera una cricca laterale a tutto spessore in una piastra infinita sottoposta a pure bending. Questo scenario è una rappresentazione approssimativa del caso studio essendo che il carico a pure bending rappresenta bene anche la condizione di carico di flessione a quattro punti. Secondo il fattore di intensità di tensione (SIFS) risulta:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} F\left(\frac{a}{b}\right) \quad (1.12)$$

Dove:

- σ è la tensione remota applicata.
- a è la metà della lunghezza della cricca.
- $F\left(\frac{a}{b}\right)$ è un fattore geometrico definito dal grafico 1.6

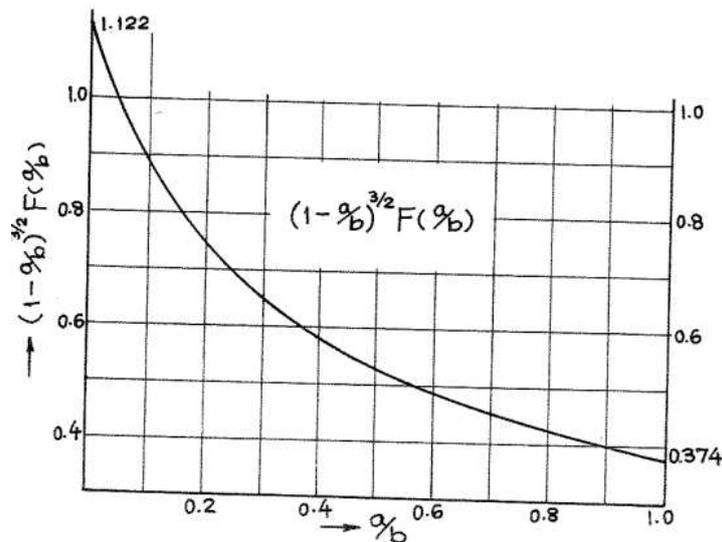


Figure 1.6: Fattore geometrico

Questa formula può essere trovata in [2]. La geometria della cricca può essere vista in Figura 1.7.

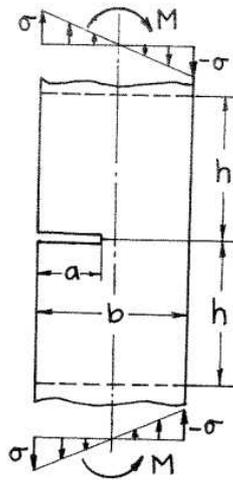


Figure 1.7: Pure Bending

Non è sempre possibile derivare una soluzione analitica in forma chiusa per il fattore di intensità di tensione.

Questo porta all'utilizzo di metodi numerici per stimare i SIFS, argomento che verrà approfondito nei capitoli successivi.

Chapter 2

La saldatura laser nel settore ferroviario: tecnica, vantaggi e difettologia

2.1 Introduzione alla saldatura laser

La saldatura a laser (Laser Beam Welding, LBW) è una tecnica di giunzione che utilizza un fascio laser ad alta intensità per fondere i lembi dei giunti metallici. Il processo sfrutta la concentrazione di energia in un'area estremamente ristretta, garantendo alte velocità di saldatura, ridotto apporto termico e una zona termicamente alterata (ZTA) molto limitata.

Il fascio laser può operare in due modalità principali:

- *Modalità conduzione*, quando la densità di potenza è inferiore a circa 10^6 W/cm² e la fusione interessa solo lo strato superficiale;
- *Modalità keyhole*, quando la densità di potenza supera la soglia critica e il metallo evapora localmente, formando una cavità stabile (keyhole) che consente la penetrazione profonda.

La figura 2.1 illustra la configurazione operativa.

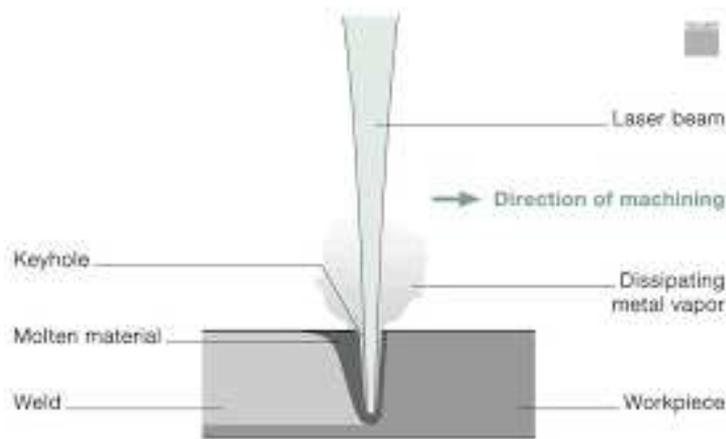


Figure 2.1: Modalità keyhole nella saldatura laser

Le sorgenti più utilizzate sono i laser a fibra (con lunghezze d'onda intorno a $1 \mu\text{m}$), che offrono elevata efficienza, buona qualità del fascio e possibilità di trasporto tramite fibra ottica. Nei settori industriali, il laser viene utilizzato per saldare acciai, leghe di alluminio e altri materiali metallici, garantendo saldature strette, profonde e con deformazioni minime.

2.2 Applicazioni e importanza della saldatura laser nel settore ferroviario

Nel settore ferroviario, la saldatura laser ha trovato ampio impiego nella produzione di componenti strutturali leggeri e di alta qualità, in particolare per le casse dei veicoli e i pannelli delle carrozze. I principali vantaggi di questa tecnologia includono:

- Elevata velocità di saldatura, riducendo i tempi di produzione.
- Minimo apporto termico e ridotte distorsioni, preservando la planarità dei pannelli.
- Possibilità di saldare spessori medio-sottili con completa penetrazione in singola passata.
- Facilità di automazione e integrazione in linee robotizzate.
- Eccellente qualità estetica del cordone, con ridotto sovrametallo.

La figura 2.2 mostra un esempio di pannelli di cassa ferroviaria assemblati tramite saldatura laser.

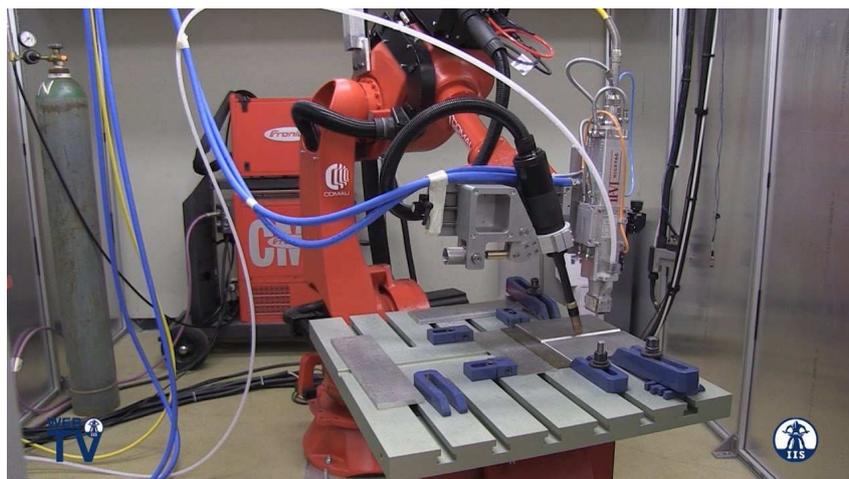


Figure 2.2: Pannelli di una cassa ferroviaria assemblati tramite saldatura laser

L'elevata precisione e la qualità meccanica delle saldature laser hanno permesso una significativa riduzione del peso dei rotabili, migliorando l'efficienza energetica e le prestazioni dinamiche dei treni ad alta velocità e dei convogli regionali. La tecnologia è ormai parte integrante dei moderni processi produttivi in ambito ferroviario.

2.3 Principali difetti nella saldatura laser

Nonostante i vantaggi, la saldatura laser è soggetta a difetti tipici che devono essere controllati per garantire la conformità ai requisiti di sicurezza e durata richiesti nel settore ferroviario. Tra i principali difetti troviamo:

- Porosità: cavità gassose intrappolate durante la solidificazione.
- Cricche a caldo: fessurazioni causate dalla solidificazione non uniforme.
- Mancata fusione laterale: non completa fusione dei lembi laterali.
- Mancata penetrazione: mancata fusione completa attraverso lo spessore.

La tabella 2.1 riassume i principali difetti e le loro cause.

Table 2.1: Principali difetti nella saldatura laser e relative cause.

Difetto	Causa principale
Porosità	Contaminanti o gas intrappolati nel bagno fuso
Cricche a caldo	Contrazioni e segregazioni durante la solidificazione
Mancata fusione laterale	Errato allineamento o potenza insufficiente
Mancata penetrazione	Potenza insufficiente, velocità eccessiva o geometria non ottimale

2.4 Focus sulla mancata penetrazione

La mancata penetrazione è un difetto critico, particolarmente rilevante nei giunti strutturali ferroviari, dove è spesso richiesta la piena penetrazione. Questo difetto si verifica quando il metallo fuso non attraversa completamente lo spessore del giunto, lasciando una zona non fusa alla radice.

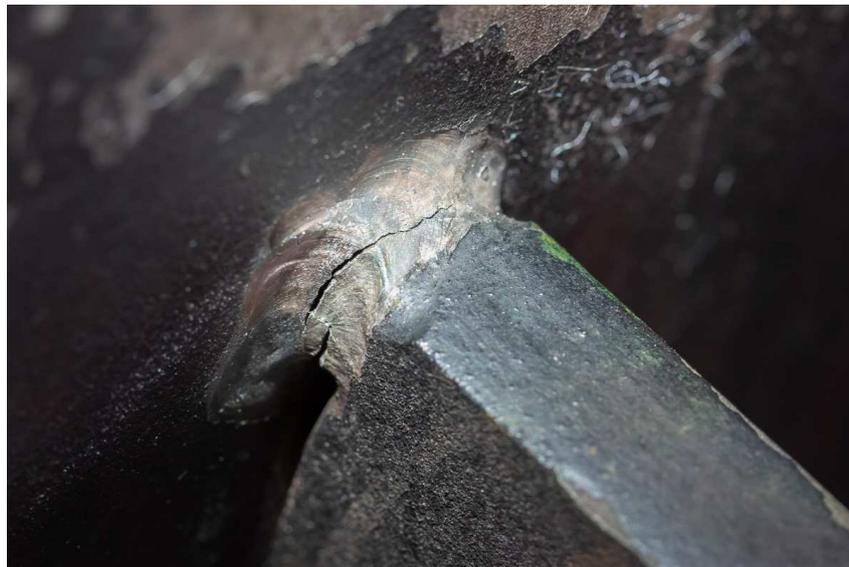


Figure 2.3: Difetto di mancata penetrazione

2.4.1 Cause della mancata penetrazione

Le cause principali includono:

- Potenza laser insufficiente rispetto allo spessore da saldare.
- Eccessiva velocità di saldatura, che riduce il tempo di interazione termica.
- Disallineamento del fascio rispetto al giunto.
- Presenza di contaminanti o ossidi refrattari.
- Preparazione inadeguata del giunto (gap eccessivo o troppo stretto).

2.4.2 Conseguenze meccaniche della mancata penetrazione

La *mancata penetrazione* in un giunto saldato laser rappresenta un difetto di rilievo, poiché introduce una discontinuità acuta (zona non fusa alla radice) che agisce da concentratore di tensioni. In termini di resistenza meccanica e comportamento a fatica, le principali conseguenze possono essere riassunte come segue:

1. **Riduzione della sezione resistente:** Se si indichino con A_{nom} e A_{eff} , rispettivamente, la sezione nominale del giunto e la sezione effettiva al netto del difetto, si verifica un aumento della tensione media nominale σ_{nom} proporzionale al rapporto

$$\frac{A_{\text{nom}}}{A_{\text{eff}}}.$$

In altri termini, l'area non fusa non partecipa al trasferimento del carico, generando un aggravio di sollecitazione sulla zona fusa.

2. **Concentrazione di tensioni e facilitazione dell'innesco di cricche:** La zona incompletamente fusa si comporta come una cricca incipiente o notch, con un raggio di curvatura estremamente piccolo. In meccanica della frattura lineare elastica (LEFM), ciò corrisponde a un fattore di intensità di tensione K localmente elevato:

$$\Delta K = \Delta \sigma \sqrt{\pi a} Y,$$

dove a indica la dimensione (profondità) del difetto e Y un fattore di forma. Se la ΔK supera la soglia ΔK_{th} , la cricca può propagare in regime di fatica secondo la legge di Paris:

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K)^m, \quad (2.1)$$

riducendo sensibilmente la vita a fatica del componente.

3. **Possibile frattura statica locale:** In condizioni di carico elevato, il fattore di intensità K_{max} per il difetto può avvicinarsi alla tenacità a frattura del materiale, K_{IC} . Superata tale soglia, il giunto può subire una rottura improvvisa per propagazione instabile della cricca, anche se il materiale appare globalmente duttile.
4. **Deformazioni localizzate e riserva di duttilità ridotta:** La parte non fusa può dare luogo a plasticizzazioni disuniformi nella zona termicamente alterata (ZTA) e nella radice. Tale comportamento può manifestarsi sotto forma di:

$$\sigma_{\text{loc}} \gg \sigma_{\text{nom}},$$

con conseguente incremento del rischio di micro-fessurazioni secondarie e di perdita di capacità di assorbimento dell'energia (fenomeni di tipo fragile locale).

In definitiva, la mancata penetrazione compromette integrità e durata a fatica dei giunti, costituendo un innesco precoce di cricche e riducendo le prestazioni attese del componente. Nei prossimi capitoli, verranno analizzati gli effetti di tale difettologia mediante:

- modellazione numerica basata sulla meccanica della frattura;
- confronti sperimentali su provini saldati laser con difetti di penetrazione controllati;
- simulazioni di propagazione di cricca in regime di carico ciclico.

Chapter 3

Tecniche di simulazione numerica nella meccanica della frattura

La simulazione numerica rappresenta un elemento imprescindibile nell'analisi della meccanica della frattura, offrendo strumenti avanzati per prevedere il comportamento di materiali e strutture in presenza di difetti. In particolare, la scelta di una metodologia di simulazione appropriata costituisce un passaggio critico per garantire accuratezza nei risultati, efficienza computazionale e aderenza alle specifiche del caso studio. Nel contesto di questa tesi, il focus è stato posto sull'individuazione del metodo di simulazione più adatto a descrivere in modo realistico e quantitativo la propagazione delle cricche in leghe di alluminio soggette a carichi ciclici, con particolare attenzione a componenti saldati.

L'obiettivo principale di questo capitolo è esplorare le principali tecniche di simulazione numerica utilizzate nella meccanica della frattura, analizzandone i principi fondamentali, i punti di forza e le limitazioni. Tali tecniche includono approcci consolidati e innovativi come il criterio di Average strain energy density (ASED), il Metodo degli Elementi Finiti Estesi (XFEM), l'Integrale J (J-Integral) infine, la Smart Crack Growth, una metodologia computazionale integrata nel software ANSYS.

Il criterio di selezione del metodo ottimale per il caso studio si è basato su un compromesso tra diversi fattori:

- Accuratezza nella modellazione della propagazione delle cricche.
- Analisi tridimensionale.
- Efficienza computazionale.
- Flessibilità nell'adattarsi alle condizioni del problema, quali presenza di difetti iniziali e comportamento subcritico.
- Validazione dei risultati numerici rispetto ai dati sperimentali disponibili.

In particolare, questa ricerca si è concentrata su metodi specificamente utilizzati per l'analisi di componenti saldati. Le saldature, infatti, rappresentano un punto critico per la propagazione delle cricche, essendo caratterizzate da difetti intrinseci e variazioni microstrutturali che influenzano il comportamento a fatica. L'applicazione di tecniche

numeriche avanzate consente di modellare accuratamente questi fenomeni, fornendo indicazioni fondamentali per la progettazione e l'ottimizzazione dei giunti saldati. Ciascuna delle metodologie elencate verrà approfondita nei sottocapitoli successivi, con un'analisi dettagliata dei loro principi teorici e applicazioni pratiche. Questa panoramica non solo pone le basi per comprendere le metodologie di simulazione numerica, ma evidenzia anche il ruolo cruciale che queste tecniche rivestono nell'ottimizzazione della progettazione meccanica, fornendo un approccio integrato e scientificamente rigoroso per affrontare le sfide della meccanica della frattura.

3.1 ASED

Il metodo della Densità Media di Energia Deformativa (*Average Strain Energy Density*, ASED) è una tecnica analitica fondamentale impiegata nella meccanica della frattura per prevedere i carichi di frattura nei materiali affetti da difetti come quello di mancata penetrazione. Il metodo ASED si distingue per l'incorporazione dei principi del comportamento lineare elastico e della densità di energia, consentendo di valutare in modo efficace il potenziale di frattura sotto condizioni di carico variabili [3]. Il criterio di *Average Strain Energy Density* (ASED), sviluppato da Lazzarin e Zambardi [4], si basa sul concetto di densità di energia deformativa mediata su un'area di controllo (CA) di raggio r_c attorno alla punta di una cricca.

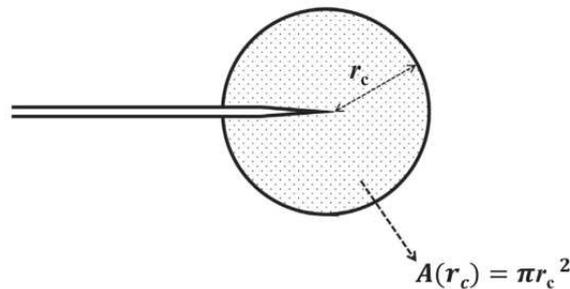


Figure 3.1: Control area (CA) di raggio r_c attorno alla punta della cricca.

L'ASED è utile per valutare l'inizio della frattura fragile o della fatica nei componenti meccanici:

$$E(r_c) = \int_A \frac{dW}{dA} dA = \int_{r_c}^0 \int_{\pi}^{-\pi} \left(\frac{dW}{dA} r \right) dr d\theta \quad (3.1)$$

dove $E(r_c)$ rappresenta l'energia elastica mediata e dW/dA è la funzione di densità di energia deformativa.

3.1.1 Metodo ASED per cricche da difetti di mancata penetrazione

Il metodo ASED è un approccio predittivo utilizzato nell'analisi della frattura, applicabile anche ai materiali che presentano difetti di mancata penetrazione. Questo

metodo risulta particolarmente utile nella valutazione dell'integrità strutturale dei componenti, prevedendo i carichi di frattura in condizioni specifiche.

Metodologia

Il criterio ASED si basa sul principio che i materiali sviluppano un comportamento lineare elastico sotto determinate condizioni di carico. Nel caso di difetti come la mancata penetrazione, il materiale potrebbe mostrare caratteristiche non lineari, rendendo necessaria una correzione del modello ASED per tenere conto di tale comportamento. Il criterio ASED è spesso combinato con altri concetti, come il Concetto di Materiale Equivalente (EMC) e il Concetto di Materiale Fittizio (FMC), per migliorare la previsione della risposta a frattura dei materiali con difetti intrinseci [3].

Formulazione per Giunti Saldati

La variazione totale della densità di energia deformativa per giunti saldati è data da:

$$\Delta W = \frac{e_1}{E} \left(\frac{\Delta K_{N1}}{R_c^{1-\lambda_1}} \right)^2 + \frac{e_2}{E} \left(\frac{\Delta K_{N2}}{R_c^{1-\lambda_2}} \right)^2 \quad (3.2)$$

dove e_1 e e_2 sono funzioni della geometria e K_{N1} è il range del fattore di intensità nominale.

Relazione tra ASED e Fattore di Intensità di Tensione (SIF)

Il metodo ASED può essere usato per derivare il *Stress Intensity Factor* (SIF):

$$K_I = \sqrt{2\pi r} \sigma_{\text{tip}} \quad (3.3)$$

L'energia mediata ciclica può essere espressa come:

$$\Delta \bar{E} = \frac{(1 - R^2)(K_I)^2}{16\pi r_c G_m} (2\kappa - 1) \quad (3.4)$$

dove G_m è il modulo di taglio e κ è un parametro legato alla geometria e al materiale.

Implementazione

Nella pratica, il metodo ASED viene applicato eseguendo test di frattura su provini contenenti intagli a forma di U. Questi test vengono condotti su diverse configurazioni, variando il raggio e l'orientazione degli intagli. Analizzando i risultati, si possono derivare previsioni sui carichi di frattura e validare l'accuratezza del modello ASED confrontandolo con dati empirici [3].

Vantaggi

Uno dei principali vantaggi del metodo ASED è la sua capacità di fornire un approccio sistematico per la previsione dei carichi di frattura nei materiali con profili di difetto complessi. L'integrazione con i concetti EMC e FMC aiuta a gestire il comportamento non lineare, migliorando le capacità predittive del criterio ASED. Inoltre, l'affidabilità

del metodo si basa su principi di densità di energia misurabili, consentendo una comprensione più dettagliata dell'influenza dei difetti sui rischi di frattura [3].

Svantaggi

Nonostante i suoi punti di forza, il metodo ASED presenta delle limitazioni. La sua accuratezza dipende dalle ipotesi formulate sul comportamento del materiale sotto differenti condizioni di carico. Se il materiale non segue l'assunzione di comportamento lineare elastico o se le caratteristiche del difetto non vengono adeguatamente rappresentate, le previsioni possono risultare meno affidabili. Inoltre, il metodo è stato criticato per la necessità di un ampio numero di dati sperimentali per la completa validazione delle sue previsioni, il che potrebbe non essere sempre praticabile in applicazioni reali [3].

3.2 XFEM

Il Metodo degli Elementi Finiti Esteso (XFEM) è una tecnica computazionale avanzata impiegata per l'analisi di discontinuità come cricche e difetti nei materiali ingegneristici. Estendendo le capacità del metodo degli elementi finiti classico (FEM), XFEM introduce funzioni di arricchimento che permettono di modellare con precisione le singolarità alla punta delle cricche senza la necessità di rimodellare la mesh del dominio computazionale. Questo approccio innovativo rende XFEM particolarmente utile nei campi della meccanica della frattura, dell'analisi strutturale e dei materiali multifase, dove i metodi tradizionali incontrano limiti significativi a causa di geometrie complesse e comportamenti di propagazione delle cricche[5, 6].

I principali vantaggi di XFEM includono una maggiore capacità di gestire discontinuità in modo efficiente, una maggiore accuratezza nella modellazione della propagazione delle cricche e una maggiore versatilità in scenari tridimensionali complessi. XFEM mantiene una mesh fissa durante le simulazioni, riducendo così il carico computazionale associato al rimodellamento della mesh, caratteristica essenziale negli ambienti dinamici dove i percorsi di propagazione delle cricche possono evolvere in modo imprevedibile. Inoltre, il metodo ha dimostrato tassi di convergenza migliorati e una maggiore affidabilità nelle previsioni ingegneristiche rispetto alle tecniche FEM standard, specialmente nelle applicazioni che coinvolgono valutazioni critiche dell'integrità strutturale[7].

Nonostante i suoi punti di forza, l'approccio XFEM presenta alcune sfide. In particolare, la sua implementazione nei problemi tridimensionali può essere complessa a causa di fondamenti teorici ancora poco sviluppati nella comprensione delle singolarità, con conseguenti difficoltà nel raggiungimento di una convergenza ottimale e nel condizionamento delle matrici. Inoltre, l'uso di funzioni di base non standard in XFEM richiede una pianificazione attenta delle regole di integrazione numerica, complicandone l'integrazione nei flussi di lavoro esistenti rispetto agli approcci FEM tradizionali. Pertanto, sebbene XFEM offra notevoli progressi nella modellazione delle cricche, rimane uno strumento specializzato all'interno del più ampio contesto dell'analisi ingegneristica.

3.2.1 Approccio XFEM

Il Metodo degli Elementi Finiti Esteso (XFEM) è una potente tecnica computazionale progettata specificamente per analizzare problemi che coinvolgono discontinuità, come cricche e altre forme di danneggiamento, in diverse applicazioni ingegneristiche. Questo metodo estende il classico Metodo degli Elementi Finiti (FEM) incorporando funzioni di arricchimento aggiuntive, che permettono di rappresentare le singolarità alle punte delle cricche senza la necessità di rimodellare la mesh del dominio computazionale[5, 8].

Gestione avanzata delle discontinuità

Uno dei principali vantaggi di XFEM è la sua capacità di gestire efficacemente le discontinuità, come le cricche, senza la necessità di rimodellare la mesh del dominio computazionale. Nei metodi FEM tradizionali, la propagazione delle cricche richiede tipicamente un frequente rimodellamento della mesh, un processo che può risultare dispendioso in termini di tempo e risorse computazionali. XFEM supera questo problema permettendo alle cricche di propagarsi all'interno di una mesh fissa, semplificando così il processo di modellazione e riducendo lo sforzo computazionale complessivo richiesto per le simulazioni[5, 6].

Maggiore accuratezza e convergenza

XFEM migliora l'accuratezza nella modellazione delle cricche arricchendo lo spazio di approssimazione con funzioni speciali che tengono conto delle discontinuità e delle singolarità presenti alle punte delle cricche. Questo arricchimento migliora significativamente i tassi di convergenza e l'accuratezza della soluzione numerica rispetto al FEM standard, che può richiedere una mesh conformale complessa e un raffinamento adattativo per ottenere risultati comparabili[7]. La capacità del metodo di riprodurre caratteristiche complesse associate alle discontinuità porta a previsioni ingegneristiche più affidabili, particolarmente nelle applicazioni critiche come la meccanica della frattura[7].

Versatilità nelle geometrie complesse

XFEM è particolarmente vantaggioso nella modellazione di geometrie tridimensionali complesse in cui i percorsi di propagazione delle cricche non sono noti a priori. La flessibilità intrinseca del metodo lo rende adatto a una gamma di applicazioni che vanno oltre la sola meccanica della frattura, come la crescita di biofilm e la dinamica dei fluidi multifase, dove la presenza di interfacce mobili complica l'analisi. In questi casi, la capacità di XFEM di mantenere una mesh fissa pur adattandosi a interfacce variabili rappresenta un miglioramento significativo rispetto alle tecniche FEM classiche[6].

Integrazione con software commerciali

L'adozione crescente di XFEM nei software commerciali di analisi agli elementi finiti, come Abaqus, ANSYS e Altair Radioss, ne migliora ulteriormente l'accessibilità per ingegneri e ricercatori. Queste implementazioni consentono l'integrazione di XFEM nei flussi di lavoro esistenti, facilitandone l'applicazione in diverse discipline ingegneristiche e promuovendo un uso più diffuso della metodologia in scenari pratici[7].

3.2.2 Limitazioni di XFEM

Complessità nelle implementazioni tridimensionali

Una delle principali sfide associate a XFEM è la sua implementazione nei problemi tridimensionali. La base teorica per la comprensione delle singolarità nelle cricche tridimensionali è ancora poco sviluppata, portando a difficoltà nell'identificazione di funzioni asintotiche accurate. Questa lacuna ostacola la valutazione della convergenza asintotica, una misura critica per valutare le prestazioni dei metodi agli elementi finiti[5, 6].

Domanda computazionale e matrici mal condizionate

XFEM può portare alla formazione di matrici mal condizionate durante il processo di soluzione, richiedendo l'uso di solver diretti o metodi multigrid specializzati per garantire stabilità e convergenza. Questi requisiti computazionali possono complicare l'implementazione, in particolare per i problemi tridimensionali, che sono intrinsecamente più complessi rispetto alle loro controparti bidimensionali[6, 7].

Campo di applicazione ristretto

Sebbene XFEM abbia un notevole potenziale, rimane uno strumento relativamente specializzato nell'ambito dell'analisi ingegneristica. La sua principale utilità risiede nell'analisi della propagazione delle cricche e dei danni, in particolare in geometrie tridimensionali complesse in cui il percorso della cricca non è noto in anticipo. Tuttavia, questa specializzazione ne limita l'applicabilità a un numero ridotto di scenari rispetto ad altri metodi più generalisti[6, 7].

Sfide nell'integrazione e pianificazione

Le funzioni di base non standard utilizzate in XFEM richiedono un'attenta pianificazione delle regole di integrazione numerica durante la costruzione della matrice di rigidezza. Questa necessità complica il processo di implementazione rispetto ai metodi agli elementi finiti tradizionali, che spesso utilizzano funzioni di base standard che non impongono tali requisiti stringenti[5].

Limitazioni

Nonostante i suoi vantaggi, XFEM presenta alcune sfide. La sua implementazione può essere complessa, specialmente nei problemi tridimensionali, dove le matrici possono diventare mal condizionate, richiedendo l'uso di solver specializzati [6].

Inoltre, sebbene XFEM migliori la modellazione delle discontinuità, è necessario pianificare attentamente le regole di integrazione numerica per garantire una corretta costruzione della matrice di rigidezza [5].

3.3 J-Integral

Il metodo J-integral è uno strumento analitico fondamentale nella meccanica della frattura. Definito come un integrale indipendente dal percorso, il J-integral quantifica il tasso di rilascio di energia associato alla crescita della cricca, rendendolo essenziale per

prevedere la propagazione delle cricche sotto diverse condizioni di carico [9]. Questo metodo ha acquisito importanza grazie alla sua applicabilità nella valutazione dell'integrità di componenti strutturali critici, in settori quali l'aerospaziale, il nucleare e l'ingegneria civile, dove le conseguenze di un cedimento strutturale possono essere catastrofiche [10, 11].

Il J-integral offre diversi vantaggi, tra cui la capacità di gestire geometrie e condizioni di carico complesse e l'efficacia nella valutazione della tenacità alla frattura nei materiali duttili in condizioni di plasticizzazione su larga scala [9]. Questa versatilità lo rende uno strumento prezioso nell'analisi della frattura, permettendo di prevedere l'innesco della crescita della cricca e garantire l'affidabilità dei giunti saldati. Tuttavia, il metodo presenta alcune criticità, tra cui la possibile inaccuratezza in presenza di elevate deformazioni plastiche o alte velocità di carico, oltre alla sensibilità alle variazioni delle proprietà dei materiali [11, 12].

Le principali controversie riguardanti il metodo J-integral derivano dai suoi limiti in alcune condizioni, come la plasticizzazione su piccola scala e i casi di carico non proporzionale, dove le ipotesi alla base del metodo possono non essere valide.

L'affidabilità dei risultati dipende fortemente dalla caratterizzazione accurata dei materiali e dalla validazione sperimentale [11, 12].

Il metodo J-integral è uno strumento potente nella meccanica della frattura, sicuramente utile per l'analisi delle cricche derivanti da difetti di mancata penetrazione. Questo metodo si basa sul concetto di tasso di rilascio di energia, che quantifica l'energia rilasciata per unità di area di crescita della cricca. Il J-integral è un integrale indipendente dal percorso che consente di calcolare tale tasso di rilascio di energia per diverse configurazioni di cricca [9].

3.3.1 Definizione matematica

Dal punto di vista matematico, il J-integral è definito come:

$$J = \int [\sigma(x) \cdot (u'(x) - v'(x))dx + \sigma(y) \cdot (v'(y) - u'(y))dy] \quad (3.5)$$

dove $\sigma(x)$ e $\sigma(y)$ rappresentano le componenti di tensione nelle direzioni x e y, mentre $u'(x)$ e $v'(y)$ sono le derivate degli spostamenti rispetto a x e y. Gli elementi infinitesimali di area sono indicati con dx e dy [9, 10].

3.3.2 Calcolo della tenacità alla frattura

Il metodo J-integral consente il calcolo della tenacità alla frattura K_{IC} tramite la relazione:

$$K_{IC} = \sqrt{J \cdot E'} \quad (3.6)$$

dove E' rappresenta il modulo di elasticità in deformazione piana, definito come:

$$E' = \frac{E}{1 - \nu^2} \quad (3.7)$$

Questa equazione mostra come il J-integral possa influenzare direttamente la determinazione della resistenza di un materiale alla propagazione delle cricche [9, 10].

Applicazione alle cricche da difetti di mancata penetrazione

Il metodo J-integral è particolarmente utile nell'analisi delle cricche dovute a difetti di mancata penetrazione nei giunti saldati. Questa tecnica consente agli ingegneri di valutare l'integrità dei giunti saldati attraverso la determinazione dell'energia rilasciata durante la propagazione della cricca, elemento cruciale per garantire la sicurezza delle strutture sottoposte a carico.

3.4 Punti di forza del metodo J-integral

Il metodo J-integral offre diversi vantaggi:

- **Efficacia per il Piccolo Cedimento Plastico**

Per i casi che coinvolgono il piccolo cedimento plastico, l'integrale J fornisce una misura robusta della velocità di rilascio dell'energia, che può essere correlata alla velocità di rilascio dell'energia di deformazione, aumentando così la sua applicabilità in vari contesti ingegneristici [13].

- **Indipendenza dal Percorso**

Uno dei principali punti di forza dell'integrale J è la sua indipendenza dal percorso, che consente il calcolo della velocità di rilascio dell'energia indipendentemente dal contorno scelto, purché il percorso non racchiuda singolarità diverse dalla punta della cricca. Questa caratteristica semplifica notevolmente l'analisi, permettendo risultati coerenti tra diverse configurazioni della cricca e del materiale circostante [14]. L'integrale J rimane costante per qualsiasi contorno chiuso attorno alla punta della cricca, rendendolo un parametro affidabile nella meccanica della frattura [10]. Questo lo rende particolarmente utile nella progettazione di materiali resistenti alla propagazione delle cricche, poiché gli ingegneri possono ottimizzare le proprietà dei materiali in base ai calcoli dell'integrale J .

- **Compatibilità con i Metodi Numerici**

I recenti progressi nei metodi numerici, come il Material Point Method (MPM), hanno ulteriormente ampliato l'applicabilità dell'integrale J , facilitandone il calcolo nei problemi di meccanica dei solidi dinamica che coinvolgono cricche esplicite [13]. Questa compatibilità con le simulazioni numeriche consente valutazioni più accurate del comportamento delle cricche sotto condizioni di carico complesse, rendendo l'integrale J uno strumento versatile nell'analisi moderna della meccanica della frattura.

3.5 Limitazioni del metodo J-integral

- **Sensibilità alle Proprietà dei Materiali**

Uno dei principali problemi nell'applicazione del metodo dell'integrale J è la sua sensibilità alle proprietà dei materiali nei giunti saldati. Variazioni nella composizione e nei trattamenti del materiale di saldatura e del materiale base

possono portare a discrepanze nei valori di tenacità alla frattura [15]. Questa sensibilità rende necessaria una caratterizzazione precisa del materiale prima di eseguire analisi basate sull'integrale J , complicando così il processo di valutazione.

- **Problemi di Geometria Computazionale**

La rappresentazione delle cricche e l'arricchimento delle approssimazioni agli elementi finiti pongono sfide di geometria computazionale nell'applicazione del metodo dell'integrale J . Questi problemi possono influenzare la precisione dei calcoli dei fattori di intensità di tensione (SIF) e potrebbero richiedere tecniche computazionali avanzate per essere affrontati in modo efficace [16]. Tali complessità possono aumentare il tempo e le risorse necessarie per ottenere valutazioni accurate.

- **Dipendenza dal Tasso di Carico**

I valori di tenacità alla frattura derivati dal metodo dell'integrale J sono spesso influenzati dal tasso di carico, che può variare significativamente negli ambienti operativi. Questa dipendenza complica l'interpretazione dei risultati e può richiedere test multipli sotto diverse condizioni di carico per garantirne l'affidabilità [15]. Di conseguenza, la variabilità nei tassi di carico può introdurre incertezze nella valutazione delle strutture saldate in condizioni dinamiche.

3.6 Smart Crack Growth

Negli ultimi anni, il metodo *Separating Morphing and Adaptive Remeshing Technology (SMART)* ha ricevuto un'attenzione significativa nell'ambito dell'analisi della crescita delle cricche, grazie alla sua capacità di combinare precisione analitica e efficienza computazionale. Tre studi chiave sottolineano le caratteristiche uniche e l'efficacia di questo approccio.

Simulazione di cricche in presenza di fori

Lo studio di Alshoaibi e Fageehi (2022) [17] ha dimostrato come SMART sia in grado di modellare efficacemente la traiettoria della cricca in piastre con geometrie complesse, come fori multipli. Utilizzando ANSYS R19.2, il metodo ha ridotto significativamente i tempi di mesh, passando da giorni a pochi minuti. Inoltre, la tecnologia SMART si è distinta per la capacità di adattare automaticamente la mesh in corrispondenza delle modifiche geometriche della cricca, concentrando l'analisi sui fattori di intensità delle tensioni (SIF). I risultati hanno mostrato come la cricca tenda a propagarsi verso i fori, con un comportamento di deviazione o arresto, a seconda della loro posizione rispetto alla cricca.

Analisi della crescita a fatica con rapporti di stress variabili

Alshoaibi (2023)[18] ha esplorato l'influenza del rapporto di stress sulla crescita delle cricche utilizzando SMART. La ricerca ha evidenziato che rapporti di stress crescenti riducono l'intervallo equivalente di SIF (ΔK_{eq}), migliorando la vita a fatica. Inoltre, il

metodo SMART ha fornito una rappresentazione accurata dei percorsi delle cricche e dei cicli di vita, comparabile con dati numerici ed sperimentali.

Predizione dei tassi di crescita e dei SIF

Fageehi (2022)[19] ha confrontato SMART con FRANC2D/L per simulazioni bidimensionali e tridimensionali, dimostrando che SMART è particolarmente vantaggioso nel modellare carichi complessi. La capacità del metodo di aggiornare automaticamente la mesh e calcolare il ΔK_{eq} ha prodotto risultati validati con successo tramite confronti sperimentali.

Capacità di ANSYS Workbench e SMART

Tra i principali strumenti software disponibili per l'analisi della propagazione della cricca da fatica, ANSYS Workbench si è affermato come una piattaforma versatile e potente. Le sue capacità vanno oltre l'analisi tradizionale agli elementi finiti, includendo una vasta gamma di funzionalità specificamente progettate per l'analisi della fatica. Per ottimizzare il processo di analisi, è stata utilizzata una strategia di mesh non strutturata, riducendo i tempi di preprocessamento e consentendo una generazione della mesh più rapida.

Per tenere conto della propagazione della cricca, l'analisi ha impiegato la tecnologia SMART (*Separating, Morphing, Adaptive and Remeshing Technology*), utilizzata per simulare la crescita della cricca sia statica che da fatica in strutture ingegneristiche. SMART aggiorna automaticamente la mesh in base ai cambiamenti della geometria della cricca causati dalla sua crescita a ogni passo della soluzione. Gli aggiornamenti della mesh avvengono esclusivamente nella regione del fronte della cricca e sono integrati nel solutore *Mechanical APDL* senza la necessità di uscire e rientrare nel solutore, garantendo una soluzione computazionalmente efficiente per il problema della crescita della cricca.

La meccanica della crescita della cricca comprende vari criteri di frattura per la crescita statica e da fatica della cricca. Utilizzando elementi tetraedrici di ordine superiore *SOLID187*, a ogni passo dell'analisi vengono eseguiti aggiornamenti automatici della mesh per catturare accuratamente i cambiamenti nella geometria del fronte della cricca. Questo approccio garantisce che la mesh si adatta efficacemente all'evoluzione della geometria della cricca, consentendo simulazioni precise del comportamento della propagazione della cricca.

I fattori di intensità di tensione (SIF) sono determinati utilizzando la tecnica di valutazione dell'integrale di interazione, un metodo consolidato e ampiamente accettato nella meccanica della frattura. Grazie a questa metodologia, lo studio garantisce un'analisi precisa e robusta dei SIF.

In questo studio, la determinazione dell'angolo di propagazione della cricca si è basata sul criterio dello sforzo tangenziale massimo, ampiamente utilizzato. Secondo questa teoria, quando materiali isotropi sono soggetti a carichi misti, la cricca tende a propagarsi lungo un percorso perpendicolare alla direzione della massima tensione tangenziale. Gli sforzi tangenziali in coordinate polari sono stati analizzati per garantire la precisione della simulazione.

Assunzioni e Limitazioni della SMART Crack Growth

La metodologia *SMART Crack Growth* rappresenta un approccio avanzato per l'analisi della propagazione delle cricche in strutture sottoposte a carichi ciclici. Come ogni modello numerico, essa si basa su un insieme di assunzioni e presenta alcune limitazioni intrinseche, necessarie per semplificare la complessità del problema fisico reale.

Nel contesto dello studio condotto, queste assunzioni e limitazioni risultano particolarmente adeguate al modello analizzato. La prevalenza del Modo I di propagazione della cricca, il comportamento elastico lineare del materiale e la stabilità dei carichi ciclici rientrano infatti tra le caratteristiche principali del sistema considerato. Tuttavia, è fondamentale valutare anche i limiti di questa metodologia per comprendere gli eventuali fattori che potrebbero influenzare l'accuratezza dei risultati o limitarne l'applicabilità a scenari più complessi.

Nel capitolo seguente vengono dettagliate le principali assunzioni e limitazioni del metodo [20], evidenziando come queste si interfacciano con il caso studio analizzato.

Assunzioni

- **Materiale isotropo lineare elastico:** Si assume un comportamento isotropo lineare elastico del materiale durante l'intera analisi.
- **Isotropia:** Il materiale è considerato isotropo, con proprietà uniformi in tutte le direzioni.
- **Punta della cricca:** La geometria della punta della cricca è ideale e modellata per generare campi di tensione corretti.
- **Fattori di intensità di tensione (SIF):** La propagazione della cricca è descritta tramite i tre modi K_I , K_{II} e K_{III} . Tuttavia, è richiesto che il Modo K_I sia predominante.
- **Crescita regolare della cricca:** La cricca si propaga in modo continuo e uniforme, secondo un modello incrementale.
- **Leggi della propagazione:** La crescita è descritta da leggi come Paris, Walker, Forman o NASGRO, applicabili ai materiali in analisi.
- **Incremento costante:** La lunghezza della cricca viene aggiornata a passi costanti (Δa).
- **Crescita della cricca tridimensionale (3D):** La metodologia supporta esclusivamente la crescita della cricca in 3D.

Limitazioni

- **Comportamento plastico:** Non tiene conto degli effetti plastici significativi vicino alla punta della cricca.
- **Modo I:** Supporta condizioni di propagazione della cricca in cui il Modo I risulta predominante.

- **Analisi 3D:** Supporta esclusivamente la crescita delle cricche in 3D
- **Grandi deformazioni:** Esclude gli effetti di grandi deflessioni o rotazioni finite.
- **Materiali anisotropi o compositi:** Non è applicabile direttamente a materiali non isotropi o compositi.
- **Carichi complessi:** Prestazioni ridotte in presenza di carichi variabili complessi o multiaxiali.
- **Chiudi-cricca:** La simulazione del fenomeno di chiusura della cricca richiede funzioni dedicate (es. Elber, Schijve) e può aumentare la complessità computazionale.
- **Condizioni ambientali:** Non considera effetti ambientali come corrosione, temperatura o creep.
- **Modelli di cricca predefiniti:** La cricca deve essere predefinita nel modello; non tiene conto della formazione spontanea di nuove cricche.

Chapter 4

Materiali e Metodi

Il presente capitolo descrive in dettaglio i materiali e le metodologie adottate per condurre lo studio sperimentale. Lo scopo principale è fornire una base solida per comprendere le caratteristiche meccaniche del materiale e le procedure di prova utilizzate per analizzare la propagazione delle cricche in condizioni di carico ciclico. In particolare, il capitolo si suddivide in tre sezioni principali. La prima sezione presenta le proprietà meccaniche e le caratteristiche del materiale scelto, l'alluminio 6060 T6, ampiamente utilizzato in applicazioni ingegneristiche per le sue buone proprietà meccaniche e la resistenza alla corrosione. La seconda sezione è dedicata alla descrizione del provino, progettato in conformità con gli standard internazionali per le prove di fatica e adattato alle esigenze specifiche dello studio. Infine, la terza sezione illustra le procedure sperimentali adottate in laboratorio, incluse le configurazioni di carico, le apparecchiature utilizzate e le condizioni operative.

4.0.1 Descrizione del provino

I campioni utilizzati presentano la geometria mostrata in Figura 4.1. Il campione ha uno spessore $s = 6$ mm e una lunghezza $L = 208$ mm, mentre la larghezza minima, che si verifica alla gola, è $w = 50$ mm. Questa configurazione è tipica per test di trazione o fatica, dove si vuole focalizzare lo sforzo e la deformazione in una specifica area del materiale per facilitare l'inizio e la crescita di una cricca.

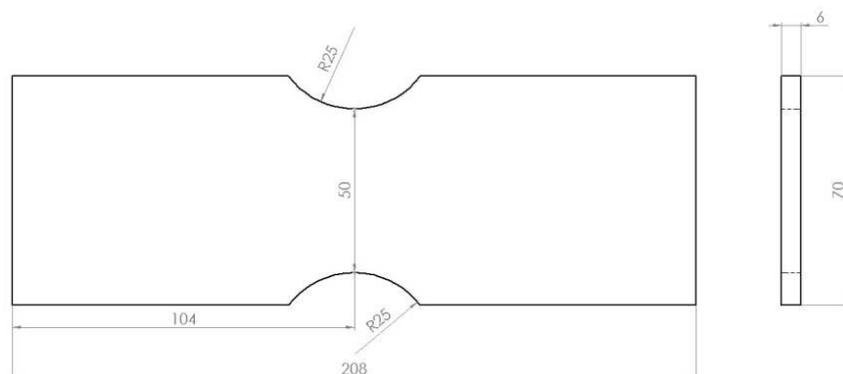


Figure 4.1: Campione di studio

Sono state effettuate quattro incisioni a tutto spessore nella sezione di gola saldata, con profondità crescenti, per simulare il difetto di saldatura di penetrazione incompleta. Le incisioni sono state realizzate utilizzando la tecnica EDM e presentano profondità rispettivamente di 0,5 mm, 1 mm, 1,5 mm e 2 mm. Il motivo per cui è stata scelta l'EDM è perchè l'elettroerosione a tuffo permette un controllo molto preciso sulla profondità e sulla forma delle incisioni. Questo è essenziale per replicare accuratamente i difetti di mancata penetrazione in maniera controllata e ripetibile.

4.0.2 Alluminio 6060 T6

La lega studiata sperimentalmente in questo lavoro è una lega di alluminio 6060 estrusa, sottoposta a trattamento termico T6. La serie 6xxx è una serie di leghe di alluminio induribili con magnesio e silicio come principali componenti di lega. Queste leghe presentano un'elevata estrudibilità, una buona saldabilità e sono spesso utilizzate in applicazioni automobilistiche.

Alcune leghe della serie sono illustrate nella Figure 4.2:, che mostra la variazione della percentuale di Mg e Si sugli assi e i contorni della resistenza allo snervamento in stato T6 rappresentati nel diagramma. Come si può chiaramente osservare, c'è una certa sovrapposizione nella composizione tra 6063 e 6060, che presentano una minore quantità di elementi di lega e una resistenza allo snervamento inferiore rispetto alla 6082. La lega 6060 ha un contenuto ridotto di Mg per migliorare le proprietà di lavorazione a caldo e consentire velocità di estrusione più elevate.

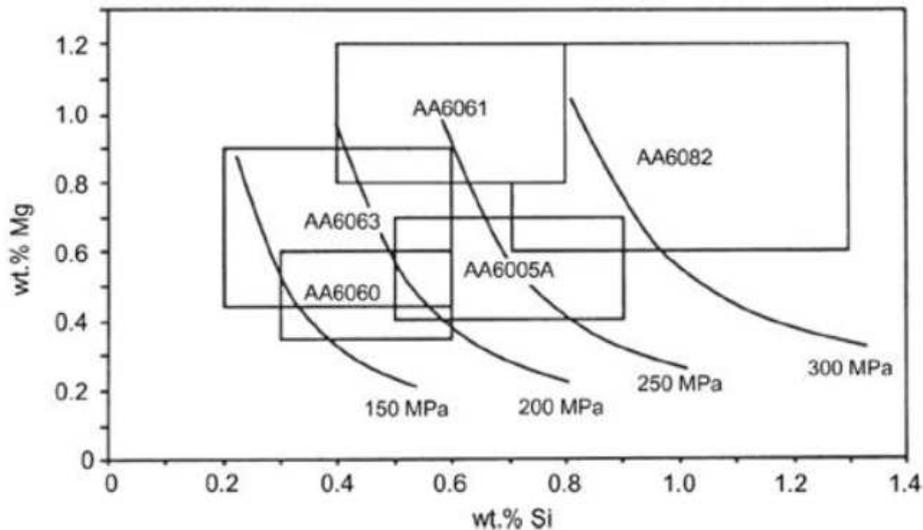


Figure 4.2: Illustrazione dei limiti di composizione di alcune leghe della serie 6xxx e contorni della resistenza allo snervamento in stato T6

Trattamento Termico T6

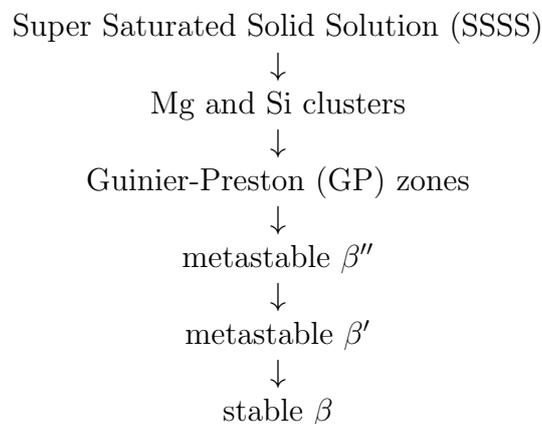
Il materiale è stato sottoposto al trattamento T6 per ottimizzare le proprietà meccaniche, come la resistenza a trazione e a fatica. Il processo T6 è stato eseguito in tre fasi principali:

Solubilizzazione-Tempra-Invecchiamento

Il materiale è stato prima riscaldato a una temperatura compresa tra 500 e 540 °C per un tempo sufficiente a dissolvere il magnesio (Mg) e il silicio (Si) nella matrice di alluminio. Si ottiene una soluzione solida sovrassatura SSSS (super saturated solid solution) del soluto nel solvente e, essendo questa termodicamente metastabile, ha forte tendenza ad evolvere con segregazione del soluto in eccesso. Il profilo, ancora caldo, viene quindi temprato con aria. La tempra serve a bloccare il magnesio e il silicio in uno stato di soluzione solida.

Il profilo laminato viene quindi tagliato e inserito in forni di invecchiamento. In questa fase si verifica la precipitazione di composti di silicio di magnesio che induriscono la lega. I profili di queste leghe possono essere invecchiati per 5 ore a 185 °C.

Infine, il materiale è stato riscaldato a una temperatura moderata (tipicamente 150-200 °C) per un tempo determinato (es. 5-8 ore). Durante questa fase, sono precipitati composti di silicio di magnesio, che conferiscono alla lega una maggiore resistenza meccanica. L'invecchiamento porta alla formazione di diversi precipitati Mg-Si a seconda delle condizioni di trattamento, seguendo questa sequenza di precipitazione:



Tra queste le più importanti raffigurate in Figura 4.3 :

- β'' (Mg-Si) è il principale precipitato metastabile coerente responsabile del rafforzamento della lega. Questa coerenza con la matrice genera forti distorsioni del reticolo, che ostacolano il movimento delle dislocazioni e forniscono un significativo rinforzo alla lega.
- β' è una fase metastabile parzialmente coerente, con un certo grado di disallineamento tra la loro struttura cristallina e quella della matrice. Questi precipitati sono meno efficaci nel bloccare le dislocazioni rispetto a β'' , e sono tipicamente associati all'invecchiamento eccessivo (over-aging), che riduce le proprietà meccaniche.
- β (Mg_2Si) è la fase stabile finale, completamente incoerente con la matrice. La mancanza di coerenza riduce significativamente l'interazione con le dislocazioni.

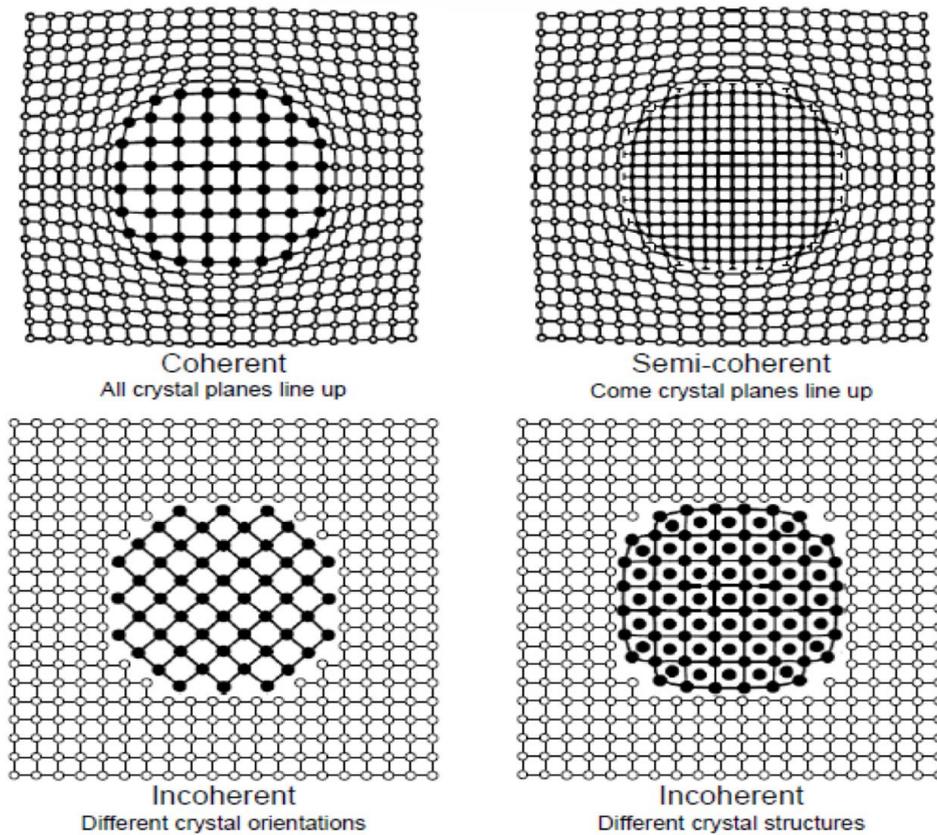


Figure 4.3: Coerenza precipitati

Una volta ottenuto lo stato di massimo indurimento con β'' lavorando a temperatura ambiente ($20 - 25^\circ\text{C}$), questo risulta termodinamicamente stabile rispetto alle condizioni operative normali. Non vi è una significativa evoluzione verso β' o β , poiché la trasformazione di queste fasi è guidata da diffusione atomica, che richiede temperature elevate.

Di conseguenza, le proprietà meccaniche dovute a β'' riportate in Tabella 4.1 si manterranno per anni o anche per decenni, salvo che il materiale non venga sottoposto a:

- Carichi ciclici estremamente elevati;
- Esposizione a temperature superiori a 100°C ;
- Ambienti chimicamente aggressivi che favoriscono la corrosione.

Table 4.1: Proprietà meccaniche lega 6060 T6 [21]

E	ν	σ_{ys}	σ_{UTS}	A%
70 GPa	0,33	215 MPa	240 MPa	12%

Table 4.2: Intervallo di composizione specificato dalle schede tecniche Hydro per la lega 6060, in conformità con la norma EN-573-3:1994 [22]

Element	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Ti
wt.% content	0.3–0.6	0.1–0.3	≥ 0.1	≥ 0.1	0.35–0.6	≥ 0.05	≥ 0.15	≥ 0.1

Analisi delle Proprietà Meccaniche a Fatica dell'Alluminio 6060-T6

Nell'Eurocodice 9 parte 1-3 sono presenti le tabelle riportanti i valori standard per le curve FAT, che descrivono il comportamento a fatica di vari tipi di giunti saldati in alluminio. Per il caso specifico di un giunto saldato testa a testa nella lega di alluminio 6060-T6, è fondamentale considerare le proprietà a fatica del materiale e l'influenza della geometria del giunto sulla resistenza a fatica.

Nella Tabella J.7, è possibile trovare i valori per una saldatura testa testa su un solo lato di un solido piatto, con penetrazione completa. Considerando un livello di qualità B sia per l'aspetto "interno" che per quello "superficiale e geometrico" i valori standard sono $\Delta\sigma_{C,std} = 45$ MPa e $m1 = 4,3$. [23] Per quanto riguarda l'effetto della tensione media, l'Eurocodice ne tiene conto nel caso di storie di carico con rapporto di ciclo $R < 0,5$, è possibile sostituire al valore di riferimento $\Delta\sigma_{C,std}$, il valore $\Delta\sigma_{corr}$ tramite il fattore di correzione $f(R)$, funzione del rapporto di tensione. Per l'esperimento in questione, con $R = -1$, si ottiene $f(R) = 1,6$. Applicando questa correzione, il nuovo intervallo di tensione di riferimento diventa $\Delta\sigma_{corr} = 72$ MPa.

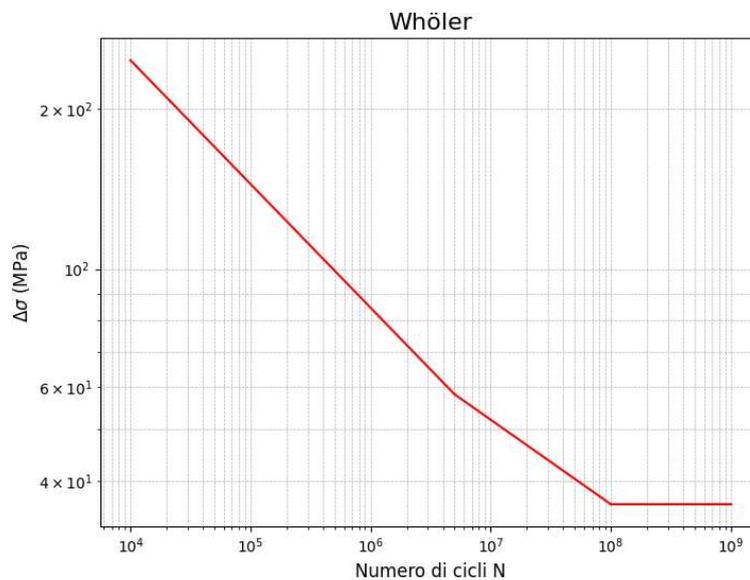


Figure 4.4: Curva FAT

$$\Delta\sigma = \begin{cases} \left(\frac{1,9389 \times 10^{14}}{N}\right)^{\frac{1}{4,3}}, & N < 5 \times 10^6 \\ \left(\frac{6,5636 \times 10^{17}}{N}\right)^{\frac{1}{6,3}}, & 5 \times 10^6 < N < 10^8 \\ 36,1639, & N > 10^8 \end{cases} \quad (4.1)$$

Per quanto riguarda le proprietà relative alla meccanica della frattura abbiamo la tenacità a frattura (K_{IC}) e la soglia di crescita della cricca da fatica (ΔK_{th}). Purtroppo non esistono studi sperimentali dettagliati che abbiano misurato direttamente la tenacità a frattura (K_{IC}) della lega 6060-T6. Per questo motivo per la sua determinazione si è effettuato una stima per rapportandola con la (K_{IC}) dell'alluminio 6061-T6 una lega ben studiata in [24, 25]. La somiglianza nella composizione chimica porta ad avere un modulo di elasticità (E) di entrambe le leghe è molto simile ($\approx 69 - 70$ GPa), si assume che la differenza nella tenacità a frattura sia principalmente dovuta alla differenza nella resistenza a trazione ultima (σ_{UTS}) secondo una relazione empirica, applicabile sia ai materiali duttili che fragili, trovata da Fuzuli Ağrı Akçay [26]:

$$K_{IC} \propto \sigma_{UTS}^{0.5} \quad (4.2)$$

Questa relazione si basa sull'idea che la resistenza alla frattura dipenda dalla capacità del materiale di subire deformazione plastica prima della rottura.

Dai dati tabulati per le due leghe:

- **6061-T6:** $\sigma_{UTS} = 310$ MPa, $K_{IC} = 1059$ MPa \sqrt{mm}
- **6060-T6:** $\sigma_{UTS} = 220$ MPa

Usiamo la relazione empirica per stimare K_{IC} del 6060-T6:

$$K_{IC,6060-T6} = K_{IC,6061-T6} \times \left(\frac{\sigma_{UTS,6060-T6}}{\sigma_{UTS,6061-T6}}\right)^{0.5} \quad (4.3)$$

Sostituendo i valori noti:

$$K_{IC,6060-T6} \approx 33.5 \times 0.898 = 951 \text{Mpa}\sqrt{mm} \quad (4.4)$$

Questo risultato approssimativo consente di verificare immediatamente lo spessore minimo oltre il quale il materiale entra in campo plastico.

Utilizzando la formula 1.10, si determina che, per garantire il cedimento plastico, sarebbe necessario un provino con uno spessore di circa 50 mm. Tuttavia, poiché lo spessore effettivo del provino è di 6 mm, ciò implica la presenza di un limite massimo di carico elastico, che verrà raggiunto ben prima della rottura. Di conseguenza, oltre tale limite, il metodo SMART perderà di affidabilità.

Tale stima è basata su una relazione empirica e su dati di resistenza a trazione. Per ottenere un valore più preciso, sarebbe necessario condurre test sperimentali specifici sulle proprietà a fatica del 6060-T6.

Per quanto riguarda la soglia di propagazione della cricca (ΔK_{th}), la questione è più complessa, poiché, oltre alla scarsità di dati disponibili in letteratura, esiste una dipendenza dal fattore di carico R . Quest'ultimo verrà analizzato nel capitolo successivo, a causa dell'influenza che il metodo SMART esercita su di esso.

4.0.3 Analisi delle Prove Sperimentali: Metodologie e Risultati

Procedura di Test e Sperimentazione

Il collega Dott. Gregorio M. Biagi ha effettuato i test di flessione alternata simmetrica a quattro punti al fine di mantenere un momento flettente costante tra i due supporti interni Figura 4.5, permettendo così di sottoporre sia la gola del campione sia la saldatura allo stesso momento flettente.

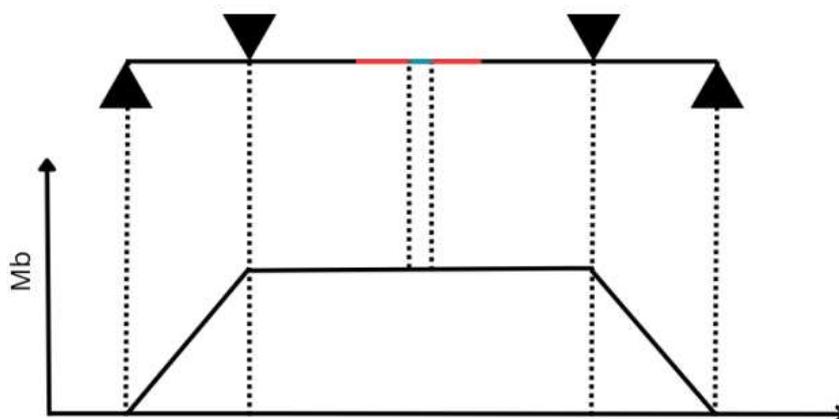


Figure 4.5: Flessione a 4 punti

La macchina impiegata per eseguire i test di fatica è il Vibroforo Amsler HPF 100. Questo apparecchio consente di realizzare test di fatica di lunga durata, grazie alla sua elevata frequenza operativa. Tale macchina fa parte dell'equipaggiamento disponibile presso il DIMEAS. Il dispositivo per la flessione alternata a quattro punti è stato installato su questa macchina Il Vibroforo Amsler HPF 100, mostrato nella Figura 4.6, utilizza un attuatore elettromagnetico per generare vibrazioni. L'attuatore elettromagnetico funziona inducendo una forza su un magnete attraverso delle bobine alimentate da corrente alternata. Questa corrente crea un campo magnetico variabile che interagisce con il campo magnetico del magnete, inducendo una forza. Questo fenomeno è descritto dalle Equazioni di Maxwell, e più specificamente dalla Legge di Lorentz per la forza. Esiste una distanza, nota come interstizio d'aria, tra le bobine e il magnete che consente al magnete di oscillare su e giù senza toccare le bobine. Questa distanza è cruciale per la stabilità del carico e la massima forza trasmissibile. Il magnete è collegato a una molla tramite un albero, e questa molla è a sua volta collegata a un altro albero, al quale è fissato il dispositivo per la flessione a quattro punti. Il dispositivo è connesso al vibroforo sia sopra che sotto, attraverso gli alberi menzionati.



Figure 4.6: Vibroforo Amsler HPF 100

La corrente che scorre attraverso le bobine è regolata automaticamente dal software “testXpert machine” del vibroforo, che si adatta per indurre vibrazioni alla frequenza di risonanza del sistema. La frequenza di risonanza può essere regolata solo modificando la massa del sistema, aggiungendo o rimuovendo masse esterne. Una volta che il computer ha identificato la frequenza di risonanza (100Hz), continua a registrare la frequenza attuale del sistema a intervalli regolari e interrompe automaticamente il test quando rileva una diminuzione di 1 Hz dalla frequenza di risonanza, indicando che la cricca si è propagata attraverso il campione, riducendo la sua rigidità. Si è deciso che, a causa del comportamento non isotropo dei giunti saldati, l’esperimento sarebbe stato condotto con $R = -1$. Un carico completamente alternato $R = -1$ massimizza il danno a fatica perché induce il massimo range del fattore di intensità delle tensioni equivalente ΔK_{eq} , che è il principale fattore che governa la propagazione della cricca. Le zone di saldatura sono particolarmente sensibili ai difetti e alla crescita delle cricche, quindi testarle con $R = -1$ permette di verificare la loro resistenza nel caso più critico. Sono state eseguite 20 prove sui provini senza difetti di saldatura e i risultati dello studio del Dott. Gregorio M. Biagi ha evidenziato che la curva di wholer al 50% di sopravvivenza rappresenta la miglior interpolazione dei dati dei provini non difettosi, ottenuta mediante regressione lineare sui dati sperimentali e validata attraverso l’analisi statistica dei residui.

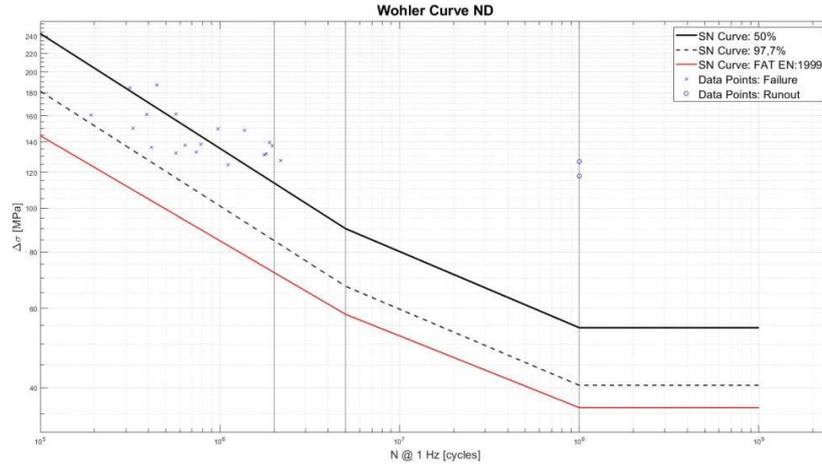


Figure 4.7: Curve di Wholer: 50%; 97,7% and FAT

Il valore di R^2 ottenuto è 0,4017, un valore relativamente basso, il che significa che la curva non è un predittore molto preciso della vita a fatica per quel determinato intervallo di tensioni cicliche. Nonostante ciò, si è deciso di utilizzarlo come riferimento per il confronto successivo con i provini contenenti difetti di saldatura. Per quanto riguarda i provini lavorati con EDM, sono state effettuate 18 prove, i cui risultati sono riportati nelle Tabelle 4.34.44.54.6. Il grafico ?? mostra il confronto tra la curva Wohler

Id provino	Pd	N @ 1Hz
D2-1	1100	5,1E+04
D2-2	900	4E+05
D2-3	700	3,4E+05
D2-4	1100	4E+05
D2-5	900	2,1E+05

Table 4.3: Incisione a 2mm

Id provino	Pd	N @ 1Hz
D1.5-1	700	1,4E+06
D1.5-2	1700	3,2E+07
D1.5-3	1600	8,6E+04
D1.5-4	1500	1,1E+05
D1.5-5	1400	1,1E+05

Table 4.4: Incisione a 1,5mm

Id provino	Pd	N @ 1Hz
D1-1	1100	2,3E+06
D1-2	1000	2,5E+06
D1-3	900	1,9E+06
D1-4	1200	1,4E+06
D1-5	1100	1,3E+06

Table 4.5: Incisione a 1mm

Id provino	Pd	N @ 1Hz
D0.5-1	1400	7,4E+06
D0.5-2	1500	2,1E+06
D0.5-3	1400	1,4E+06

Table 4.6: Incisione a 0,5mm

dei provini senza difetti (linea rossa) e le regressioni lineari delle prove sperimentali condotte su provini con cricche di dimensioni crescenti (da 0,5 mm a 2 mm).

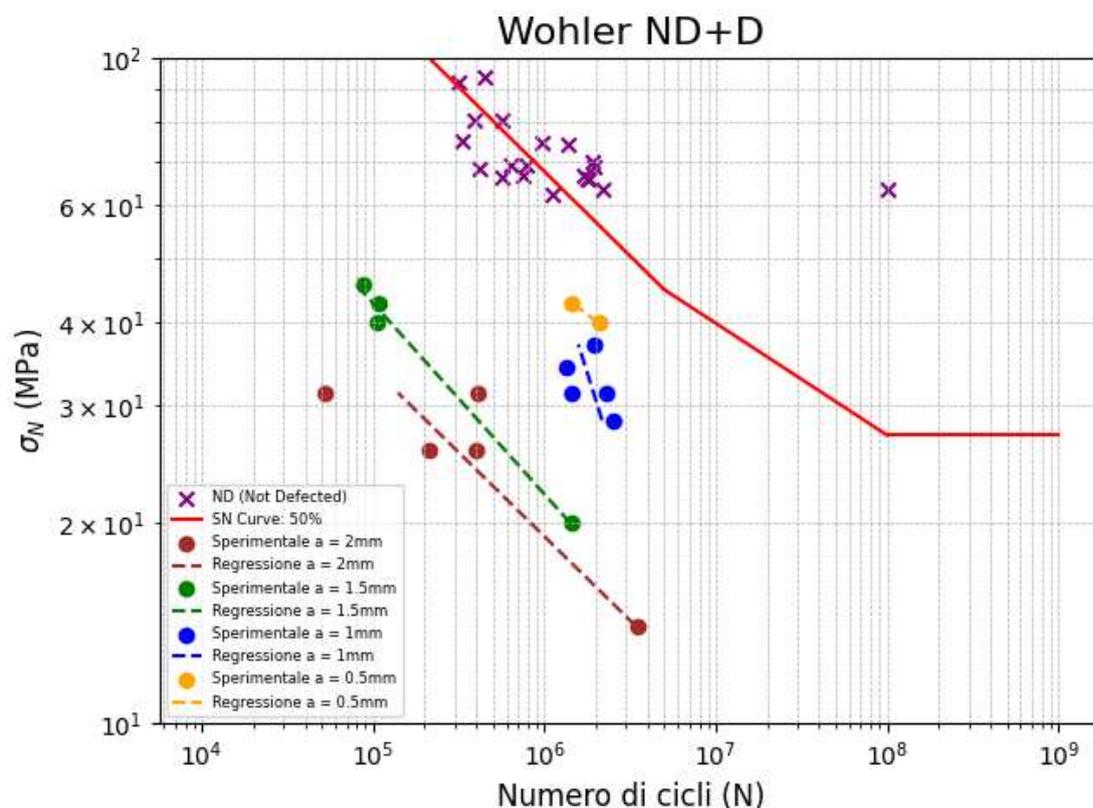


Figure 4.8: Curve di Wholer per provini D (defected)+ND(not defected)

La curva rossa rappresenta la curva FAT di un giunto saldato integro, con un andamento tipico a tre regioni: decadimento rapido, zona intermedia e plateau finale intorno a 10^8 cicli. Le curve di regressione lineare, colorate in base alla dimensione della cricca, evidenziano una chiara riduzione della vita a fatica con l'aumentare del difetto iniziale. Per cricche più grandi, la pendenza delle curve diventa più ripida, indicando un'influenza maggiore del difetto sulla resistenza a fatica. Tutte le curve dei provini con cricche sono posizionate sotto la curva ND, dimostrando che la presenza di un difetto iniziale riduce significativamente la resistenza a fatica del giunto saldato. In particolare, per cricche di 2 mm la vita a fatica si riduce drasticamente rispetto alla condizione senza difetti. Questa analisi evidenzia la forte dipendenza della resistenza a fatica dalla presenza di difetti e giustifica la necessità di controlli rigorosi sui giunti saldati per evitare cedimenti prematuri.

Chapter 5

Simulazioni numeriche

In questo capitolo verrà descritto il setup della simulazione eseguita in ANSYS, con particolare attenzione al modello di analisi adottato, basato sulla Paris Law, e alla discretizzazione del dominio attraverso la definizione della mesh.

L'approccio implementato consente di modellare la propagazione della cricca in funzione della variazione del fattore di intensità di tensione ΔK , calcolato iterativamente in base alla geometria aggiornata del difetto. La simulazione è stata strutturata per riprodurre il comportamento sperimentale osservato nei provini testati, consentendo di confrontare i risultati numerici con i dati ottenuti dalle prove a fatica.

Verranno quindi descritti i dettagli relativi alla generazione della mesh, alle condizioni al contorno imposte e ai criteri di avanzamento della cricca adottati nella simulazione.

Inoltre, verrà discusso l'uso di strumenti avanzati disponibili in ANSYS per il controllo della crescita della cricca e per la validazione del modello numerico.

5.0.1 Modello matematico

SMART propone come metodi di studio della propagazione della cricca da fatica 5 leggi:

- Legge di Paris

È il metodo più comunemente usato per prevedere la crescita della cricca da fatica sotto carichi ciclici moderati. È ideale per casi dove la relazione tra il tasso di crescita della cricca e l'intervallo del Fattore di Intensità di Tensione (ΔK) è relativamente semplice e ben definita.

- Equazione di Walker

Modifica la legge di Paris per tenere conto dell'effetto del rapporto di carico (rapporto tra lo sforzo minimo e massimo nel ciclo di carico). È utile quando il rapporto di carico non è costante o quando si prevede che influenzi significativamente la crescita della cricca.

- Equazione di Forman

Incorpora sia il rapporto di carico sia gli effetti del confinamento plastico intorno alla punta della cricca. Può essere utilizzata per materiali e condizioni dove le proprietà di fatica non seguono semplicemente le assunzioni della legge di Paris.

- Equazione NASGRO

È usata per modellare la crescita della cricca in condizioni più complesse, includendo effetti come la chiusura della cricca e il carico variabile. Questo modello è particolarmente utile in applicazioni aerospaziali dove i cicli di carico possono essere estremamente variabili e complessi.

- Legge di fatica tabulare ($\Delta\sigma$ vs. ΔK)

Questo approccio si basa su dati tabulati sperimentali specifici del materiale e può essere utilizzato quando sono disponibili dati dettagliati sulla crescita delle cricche per specifiche condizioni di carico e ambientali.

Dopo aver esaminato vari metodi per la modellazione della crescita delle cricche da fatica, la scelta di utilizzare la Legge di Paris nella presente tesi è stata guidata principalmente dalla limitata disponibilità di dati sperimentali complessi e dalla necessità di un modello robusto e affidabile con parametri facilmente calibrabili. La Legge di Paris si distingue per la sua semplicità e efficacia, richiedendo soltanto la stima di due parametri fondamentali: la costante di crescita della cricca C e l'esponente di Paris m . Questi parametri possono essere determinati con un numero relativamente ridotto di test sperimentali e sono frequentemente documentati nella letteratura per una vasta gamma di materiali.

La decisione di adottare la Legge di Paris è stata ulteriormente rafforzata dalla natura delle prove sperimentali disponibili, che non supportavano l'uso di modelli di fatica più complessi. Questi modelli richiedono una comprensione dettagliata delle interazioni tra variabili multiple e dipendono da una più ampia gamma di parametri materiali e di carico, che non erano praticamente determinabili con i dati a disposizione. Di conseguenza, la Legge di Paris ha offerto un equilibrio ottimale tra precisione analitica e praticità sperimentale, permettendo di procedere con un'analisi rigorosa nonostante le limitazioni nei dati.

Paris fu il pioniere nel quantificare la propagazione dei difetti nei materiali, formulando un'equazione che descrive l'incremento della cricca sotto carico esterno. Questo incremento, seppur minimo, accelera la frequenza con cui la lunghezza della cricca cresce, riducendo di conseguenza la vita utile del componente.

L'incremento Δa nella lunghezza della cricca è influenzato da vari fattori quali:

- il valore del carico applicato in termini di tensioni massime σ_{max} e minime σ_{min} ;
- la lunghezza corrente del difetto nell'istante considerato, a ;
- la geometria del componente, tenuta in conto all'interno del fattore di forma, Y ;

$$(\Delta a)_{ciclo} = f(K_I, K_{max}, K_{min}, Y) \quad (5.1)$$

Il parametro principale per l'analisi delle cricche è il fattore di intensificazione delle tensioni. Se le tensioni variano nel tempo, si identificano valori massimi e minimi di tale fattore, K_{max} e K_{min} rispettivamente, importanti per la valutazione della resistenza alla rottura:

$$\Delta K = K_{max} - K_{min} = Y \Delta\sigma \sqrt{a} \quad (5.2)$$

Queste osservazioni conducono alla formulazione della legge di Paris:

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta, R) \quad (5.3)$$

$$\frac{da}{dN} = A(\Delta K)^m \quad (5.4)$$

I parametri nella formula includono:

- $\frac{da}{dN}$: rappresenta la velocità con cui propaga il difetto a seguito di un incremento infinitesimo
- A e m : coefficienti caratteristici del materiale che indicano, rispettivamente, la costante di crescita della cricca e la pendenza della curva di propagazione nel grafico $\frac{da}{dN}$ contro ΔK .
- $R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$: rappresenta il rapporto di carico

La curva di Paris descrive la crescita della cricca con una forma ad S e si distinguono tre zone:

- La legge di Paris stabilisce che a ogni specifico valore del fattore di intensificazione di tensione ΔK applicato a un componente, corrisponde un determinato tasso di danneggiamento che influisce sulla velocità di propagazione della cricca. Questo comportamento indica che la durata del pezzo non può essere considerata infinita, come si potrebbe erroneamente dedurre dalla curva di Wöhler. Di conseguenza, la legge di Paris richiede un adeguamento: quando si applica un livello di tensione inferiore a un certo limite critico, il difetto non dovrebbe propagarsi. Questo porta alla definizione di una 'zona di soglia' nel grafico, situata a sinistra, al di sotto della quale non avviene la propagazione del difetto e il componente non subisce rottura. Questa zona è identificata dal valore limite di soglia ΔK_{th} .
- Una zona intermedia, dove vigono le condizioni descritte dalla legge di Paris: una volta che il difetto è innescato e supera la soglia ΔK_{th} , comincia a propagare nel materiale.
- Una zona critica, a destra nel grafico, dove la vita del componente è vicina al termine. Qui, indipendentemente dal valore di ΔK applicato, la velocità di propagazione della cricca rimane significativa, portando a una rapida rottura. Si necessita quindi di una seconda correzione che deve essere apportata alla legge e indica con il valore limite della tenacità a frattura K_{IC} . Quando il $K_{I,max}$ nel ciclo raggiunge K_{IC} allora ho rottura del componente

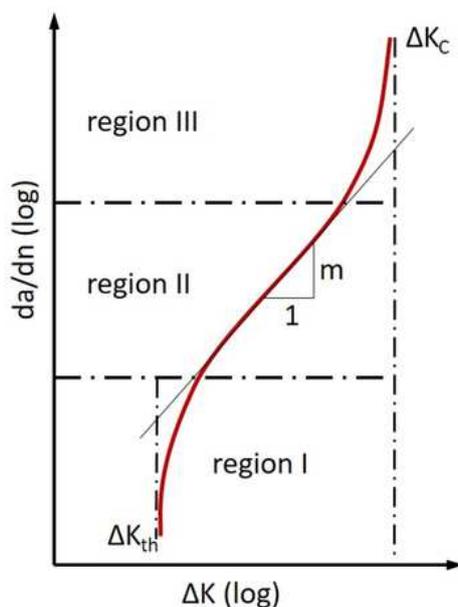


Figure 5.1: Tre zone curva di Paris

ANSYS lavorando con Paris richiede quindi in input solamente i coefficienti A e m che essendo di natura sperimentale dipendono da molteplici fattori tra cui:

- **Materiale:** Diversi stati del materiale hanno differenti resistenze alla propagazione delle cricche.
- **Stato del carico:** L'ampiezza e il rapporto di carico $R = \frac{K_{\min}}{K_{\max}}$ influenzano i coefficienti.
- **Microstruttura del materiale:** La presenza di inclusioni, difetti e il trattamento termico possono modificare i coefficienti.
- **Modalità di carico:** Carichi in modalità I (apertura), II (scorrimento) e III (torsione) influenzano diversamente i coefficienti.
- **Ambiente:** La presenza di umidità, temperatura e agenti corrosivi influisce sulla propagazione della cricca.

5.0.2 Rapporto di carico

Dallo studio di Alfredo da Silva Ribeiro [27] i risultati sperimentali sulla propagazione delle cricche da fatica nell'alluminio 6061-T651, analizzando differenti condizioni del materiale come materiale base (BM), materiale saldato (WEL) e zona termicamente alterata (HAZ) hanno portato a stimare i valori di A e m per le condizioni di carico $R=0,5$ e $R=0,1$ mostrati in tabella 5.2.

Material	R=(min/max)	da/dN = C.(ΔK) ^m			R ²
		C *	C **	m	
BM	0.1	1.9199E-15	3.7086E-12	4.1908	0.9822
BM	0.5	1.2863E-12	9.8151E-11	3.2547	0.9912
WEL	0.1	6.5017E-20	6.7761E-14	6.0120	0.9731
WEL	0.5	1.9094E-15	6.7566E-12	4.3657	0.9639
HAZ	0.1	1.1363E-16	1.7580E-12	4.7932	0.9863
HAZ	0.5	8.7433E-16	4.8669E-12	4.4972	0.9930
BM	0.1;0.5	1.3790E-14	1.0619E-11	3.9242	0.8592
WEL	0.1;0.5	4.5939E-19	1.6769E-13	5.7082	0.9249
HAZ	0.1;0.5	5.4406E-16	3.6208E-12	4.5489	0.9770
BM; WEL; HAZ	0.1	3.2668E-17	8.3120E-13	4.9371	0.9314
BM; WEL; HAZ	0.5	2.0587E-15	6.7596E-12	4.3444	0.9835
BM; WEL; HAZ	0.1; 0.5	2.6567E-16	2.2733E-12	4.6217	0.9039

* da/dN (mm/cycle) and (K (N.mm^{-1.5}))
** da/dN (m/cycle) and (K (MPa.m^{0.5}))

Figure 5.2: Costanti di paris Alluminio 6061T651

Poiché SMART consente di specificare un solo tipo di materiale all'interno del dominio della cricca, si è optato per una media dei coefficienti tabulati in letteratura per il caso $R = 0, 1$. Questo approccio tiene conto del fatto che sarà poi SMART a convertirli automaticamente per il caso $R = -1$.

I coefficienti A e m adottati sono riportati di seguito.

Parametro	Valore
Materiale	Alluminio 6060-T6
Coefficiente di Paris A	$3,48 \times 10^{-14} \text{ mm/ciclo} \cdot (\text{MPa}\sqrt{\text{mm}})^{-m}$
Esponente della legge di Paris m	3

Table 5.1: Valori dei coefficienti di Paris A e m per Alluminio 6061-T6.

5.0.3 Integrale di Interazione

Quando si tratta di determinare il fattore di intensità di tensione basandosi su un'analisi numerica, sono stati proposti diversi metodi, sia utilizzando il FEM che altre tecniche numeriche.

Alcuni esempi di metodi basati sul FEM includono:

- l'estrapolazione delle tensioni,
- l'estrapolazione degli spostamenti,
- il metodo degli spostamenti nodali,
- il metodo dell'integrale di interazione.

Tra questi, il metodo dell'integrale di interazione è generalmente quello che offre la maggiore accuratezza ed è in grado di determinare separatamente i fattori di intensità di tensione K_I e K_{II} .

SMART (Separating Mode Analysis and Residuals-based Technique) utilizza proprio il metodo dell'integrale di interazione per calcolare con precisione i fattori di intensità di tensione durante la crescita della cricca [28].

L'integrale di interazione si basa sul metodo dell'integrale di dominio, una tecnica derivata dalla trasformazione dell'integrale di linea di J in un integrale di dominio. Tale trasformazione è ottenuta applicando il teorema della divergenza, come formalizzato da Shih et al. [29]. In particolare, l'integrale di linea viene convertito in un integrale di area nel caso bidimensionale (2D) e in un integrale di volume nel caso tridimensionale (3D). L'adozione di questa trasformazione consente di ottenere un miglioramento significativo in termini di accuratezza computazionale e facilita l'implementazione numerica [30, 31]. Gli integrali di area e volume, infatti, riducono la sensibilità ai disturbi locali della mesh e permettono una valutazione più robusta del fattore di intensità di tensione.

L'approccio numerico prevede due fasi principali:

1. Calcolo dell'integrale J : inizialmente si determina l'integrale J associato alla cricca, il quale rappresenta una misura dell'energia di deformazione elastica disponibile per la propagazione della frattura.
2. Conversione in fattore di intensità di tensione: successivamente, il valore di J viene convertito nel corrispondente fattore di intensità di tensione. Nel caso di frattura in modo misto, l'integrale di interazione è indispensabile per distinguere e determinare separatamente i contributi di K_I e K_{II} .

È necessario applicare l'integrale di interazione per estrarre separatamente i fattori di intensità di tensione K_I e K_{II} .

La dimostrazione dell'integrale di interazione è riportata di seguito, nel caso di un integrale di linea.

L'integrale J è definito come:

$$J = \int_{\Gamma} W dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \quad (5.5)$$

dove:

- Γ = Curva arbitraria attorno alla punta della cricca
- W = Densità di energia di deformazione
- $T_i = \sigma_{ij} n_j$
- σ_{ij} = Tensore delle tensioni
- n_j = Versore normale uscente
- u_i = Vettore di spostamento
- ε_{ij} = Tensore delle deformazioni

La relazione tra l'integrale J e il fattore di intensità di tensione, nel caso di un materiale elastico lineare, è espressa come (quando K_{III} non è presente). :

$$J = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} \quad (5.6)$$

$$E' = \begin{cases} E & \text{per tensione piana} \\ \frac{E}{1-\nu^2} & \text{per deformazione piana} \end{cases} \quad (5.7)$$

In questa situazione, vi è un'unica equazione con due incognite. Di conseguenza, è necessario applicare l'integrale di interazione per separare le due incognite, K_I e K_{II} . L'integrale di interazione viene eseguito applicando un campo ausiliario, che rappresenta un carico di intensità di tensione pura, portando uno tra K_I , K_{II} e K_{III} a essere uguale a 1. Il campo ausiliario, che rende uno dei fattori di intensità di tensione uguale a 1, è anche il SIF che verrà calcolato.

I principi utilizzati nell'integrale di interazione sono riportati di seguito.

Per prima cosa, il campo ausiliario viene applicato al campo reale, dove il campo reale è indicato con l'apice (1), mentre il campo ausiliario è indicato con l'apice (2):

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^{(1,2)} &= \sigma_{ij}^{(1)} + \sigma_{ij}^{(2)} \\ \varepsilon_{ij}^{(1,2)} &= \varepsilon_{ij}^{(1)} + \varepsilon_{ij}^{(2)} \\ u_i^{(1,2)} &= u_i^{(1)} + u_i^{(2)} \end{aligned} \quad (5.8)$$

L'integrale J per il campo combinato è definito come:

$$J^{(1,2)} = \int_{\Gamma} \left[\frac{1}{2} (\sigma_{ij}^{(1)} + \sigma_{ij}^{(2)}) (\varepsilon_{ij}^{(1)} + \varepsilon_{ij}^{(2)}) \right] dy - n_j (\sigma_{ij}^{(1)} + \sigma_{ij}^{(2)}) \frac{\partial (u_i^{(1)} + u_i^{(2)})}{\partial x} ds \quad (5.9)$$

Raccogliendo i termini e organizzando l'equazione, si ottiene:

$$J^{(1,2)} = \int_{\Gamma} (W^{(1)} + W^{(2)} + W^*) dy - \left[T_i^{(1)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x} + T_i^{(2)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x} + T_i^{(1)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x} + T_i^{(2)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x} \right] ds \quad (5.10)$$

Il che può essere riscritto come:

$$J^{(1,2)} = J^{(1)} + J^{(2)} + I \quad (5.11)$$

- $J^{(1)}$ e $J^{(2)}$ sono i contributi dei singoli campi.
- I rappresenta il termine di interazione.

Dove:

$$J^{(1)} = \int_{\Gamma} W^{(1)} dy - T_i^{(1)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x} ds \quad (5.12)$$

$$J^{(2)} = \int_{\Gamma} W^{(2)} dy - T_i^{(2)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x} ds \quad (5.13)$$

$$I = \int_{\Gamma} W^* dy - \left[T_i^{(1)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x} + T_i^{(2)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x} \right] ds \quad (5.14)$$

Nel caso di una situazione elastica lineare, il tasso di rilascio dell'energia può essere espresso come:

$$J^{(1,2)} = G^{(1,2)} = \frac{(K_I^{(1)} + K_I^{(2)})^2}{E'} + \frac{(K_{II}^{(1)} + K_{II}^{(2)})^2}{E'} \quad (5.15)$$

Espandendo questa equazione, si ottiene:

$$J^{(1,2)} = G^{(1,2)} = \frac{K_I^{(1)2} + K_I^{(2)2} + 2K_I^{(1)}K_I^{(2)}}{E'} + \frac{K_{II}^{(1)2} + K_{II}^{(2)2} + 2K_{II}^{(1)}K_{II}^{(2)}}{E'} \quad (5.16)$$

Confrontando l'equazione sopra con quella dell'integrale J , si può osservare che:

$$J^{(1)} = \frac{K_I^{(1)2} + K_{II}^{(1)2}}{E'} \quad (5.17)$$

$$J^{(2)} = \frac{K_I^{(2)2} + K_{II}^{(2)2}}{E'} \quad (5.18)$$

$$I = \frac{2K_I^{(1)}K_I^{(2)} + 2K_{II}^{(1)}K_{II}^{(2)}}{E'} \quad (5.19)$$

Dopo aver ottenuto questa formulazione, è possibile applicare un campo ausiliario in cui uno tra K_I o K_{II} è uguale a 1, mentre l'altro è impostato a 0. In questo modo, è possibile estrarre l'altro fattore di intensità di tensione ponendo:

$$I = \frac{2K_I^{(1)}K_I^{(2)}}{E'} \Rightarrow K_I^{(1)} = \frac{1}{2}IE' \quad (5.20)$$

$$I = \frac{2K_{II}^{(1)}K_{II}^{(2)}}{E'} \Rightarrow K_{II}^{(1)} = \frac{1}{2}IE' \quad (5.21)$$

Nel caso di un'analisi bidimensionale, è possibile considerare una delle equazioni sopra riportate e ricavare l'altra utilizzando la relazione precedentemente mostrata:

$$J = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} \quad (5.22)$$

Quando si ottiene il SIF tramite valutazione numerica, l'obiettivo principale dovrebbe essere l'accuratezza del metodo utilizzato. Nel caso di analisi numerica con il metodo degli elementi finiti, la massima accuratezza si ottiene utilizzando il metodo dell'integrale di dominio.

Il motivo per cui il metodo dell'integrale di dominio fornisce la maggiore accuratezza è che si tratta di un integrale lungo un contorno vicino alla punta della cricca, il che lo rende meno soggetto a errori locali. I metodi di estrapolazione dipendono fortemente dalla corretta descrizione delle tensioni o degli spostamenti attraverso il metodo degli elementi finiti [32].

5.0.4 Setup della simulazione in ANSYS

il setup della simulazione è partito dalla modellizzazione del componente in CAD Figura 5.3 e delle condizioni di carico. Dovendo simulare una prova di flessione a 4 punti, dove il carico viene applicato in due punti situati tra i supporti, distribuendo lo sforzo su una sezione più estesa della trave. Questa configurazione produce una regione centrale tra i punti di carico dove il momento flettente è costante, e quindi la tensione massima rimane uniforme lungo questa regione. Questo è particolarmente utile per studiare fenomeni come la crescita della cricca in materiali fragili o duttili, dato che la tensione massima può essere mantenuta costante senza influenze delle condizioni di supporto o di carico vicine.

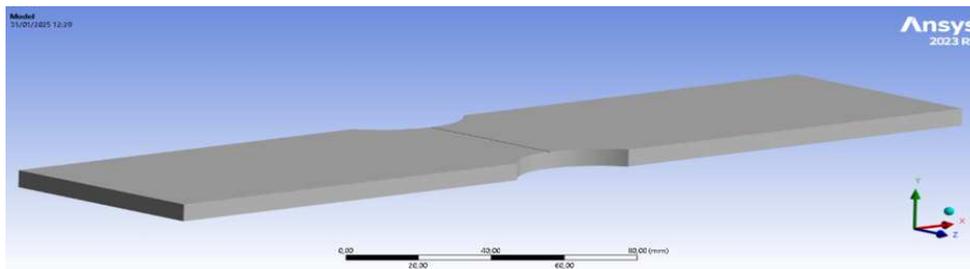


Figure 5.3: Modello CAD

Il modello simulato considera una trave incastrata all'estremità, con un momento flettente applicato all'altra estremità. Questo tipo di modello semplifica notevolmente il problema rispetto alla configurazione reale a quattro punti perché si concentra su una rappresentazione più diretta e controllabile delle sollecitazioni e delle deformazioni nella trave. La cricca essendo posizionata a metà della lunghezza della trave. In questa posizione, il momento flettente subisce una variazione significativa, passando dal massimo all'incastro fino a ridursi verso l'estremità libera. La cricca a metà lunghezza si trova quindi in un punto dove il momento flettente può essere considerato rappresentativo del valore massimo di momento che si avrebbe in una prova di flessione a 4 punti nella regione tra i carichi.

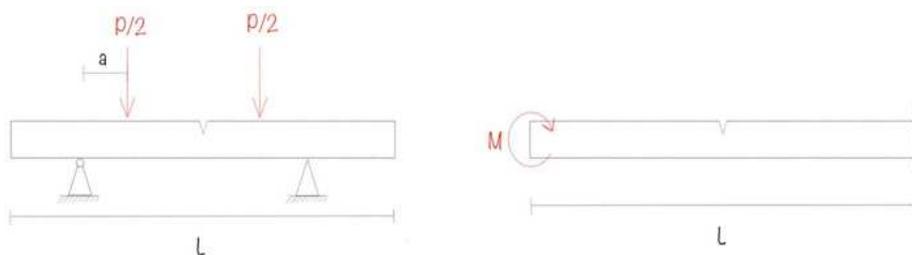


Figure 5.4: Modello equivalenti

Confronto delle Tensioni Nel modello di flessione a 4 punti la tensione nominale al centro della trave è esprimibile come:

$$\sigma_N = \frac{Pa}{2W} \quad (5.23)$$

mentre per la configurazione di trave a sbalzo in corrispondenza della cricca si ha una tensione pari a:

$$\sigma_N = \frac{M}{2W} \quad (5.24)$$

con W modulo di resistenza a flessione calcolato sulla sezione ristretta pari a $W = sB^2/6$ senza tener conto della diminuzione dello spessore da parte della cricca. Egualiano gli stati tensionali si ottiene che il rapporto tra i due carichi è $M = Pa$ di seguito le 4 tabelle di conversione dei carichi.

Table 5.2: Dati di flessione per $a=2\text{mm}$

Flessione a 4 punti				Flessione a sbalzo			
P_p (N)	P_d (N)	M (Nm)	σ_a (MPa)	P_p (N)	P_d (N)	M (Nm)	σ_a (MPa)
300	175	1.5	5	14	8	3.0	5
599	350	3.0	10	29	17	5.99	10
856	500	4.28	14	41	24	8.56	14
1027	600	5.14	17	49	29	10.27	17
1200	701	6.0	20	58	34	12.0	20
1315	768	6.58	22	63	37	13.15	22
1541	900	7.71	26	74	43	15.44	26
1884	1100	9.42	31	91	53	18.84	31
2123	1240	10.62	35	102	60	21.23	35
2401	1402	12.0	40	115	67	24.01	40
2671	1560	13.36	45	128	75	26.71	45

Table 5.3: Dati di flessione per $a=1.5\text{mm}$

Flessione a 4 punti				Flessione a sbalzo			
P_p (N)	P_d (N)	M (Nm)	σ_a (MPa)	P_p (N)	P_d (N)	M (Nm)	σ_a (MPa)
300	175	1.5	5	14	8	3.0	5
599	350	3.0	10	29	17	5.99	10
1027	600	5.14	17	49	29	10.27	17
1199	700	5.99	20	58	34	11.99	20
1315	768	6.58	22	63	37	13.15	22
1644	960	8.22	27	79	46	16.44	27
2099	1226	10.5	35	101	59	20.99	35
2397	1400	11.99	40	115	67	23.97	40
2568	1500	12.84	43	123	72	25.68	43
2740	1600	13.7	46	132	77	27.4	46
3031	1770	15.15	51	146	85	30.31	51
3373	1970	16.87	56	162	95	33.73	56

Table 5.4: Dati di flessione per a=1mm

Flessione a 4 punti				Flessione a sbalzo			
P_p (N)	P_d (N)	M (Nm)	σ_a (MPa)	P_p (N)	P_d (N)	M (Nm)	σ_a (MPa)
428	250	2.14	7	21	12	4.28	7
856	500	4.28	14	41	24	8.56	14
1284	750	6.42	21	62	36	12.84	21
1712	1000	8.56	29	82	48	17.12	29
1884	1100	9.42	31	91	53	18.84	31
2055	1200	10.27	34	99	58	20.55	34
2226	1300	11.13	37	107	63	22.26	37
2483	1450	12.41	41	119	70	24.83	41
2911	1700	14.56	49	140	82	29.11	49
3339	1950	16.70	56	161	94	33.39	56
3767	2200	18.84	63	181	106	37.67	63
4110	2400	20.55	68	198	115	41.10	68

Table 5.5: Dati di flessione per a=0.5mm

Flessione a 4 punti				Flessione a sbalzo			
P_p (N)	P_d (N)	M (Nm)	σ_a (MPa)	P_p (N)	P_d (N)	M (Nm)	σ_a (MPa)
514	300	2.57	9	25	14	5.14	9
1027	600	5.14	17	49	29	10.27	17
1490	870	7.45	25	72	42	14.90	25
2003	1170	10.02	33	96	56	20.03	33
2397	1400	11.99	40	115	67	23.97	40
2568	1500	12.84	43	123	72	25.68	43
3031	1770	15.15	51	146	85	30.31	51
3510	2050	17.55	59	169	99	35.10	59
4024	2350	20.12	67	193	113	40.24	67
4538	2650	22.69	76	218	127	45.38	76
5051	2950	25.26	84	243	142	50.51	84

Si può notare come è stato scelto di analizzare serie di carichi crescenti più la cricca di partenza era piccola in modo tale da poter visualizzare meglio a grafico la differenza di intensificazione delle tensioni generata dalla propagazione sempre più severa della cricca.

5.0.5 Definizione della cricca

Uno dei punti di forza di ANSYS è la possibilità di definire la geometria delle cricche con elevata precisione. é possibile specificare forma, dimensioni e orientamento della cricca, garantendo una rappresentazione accurata, essenziale per prevedere il comportamento della propagazione della cricca preinserita in modo efficace. L'approccio utilizzato in questo caso studio è quello delle cricche pre-meshed. Questo metodo prevede la definizione della geometria della cricca prima dell'analisi, facilitando simulazioni più lineari della crescita delle cricche.

La funzione Pre-Meshed Crack in ANSYS consente di simulare cricche all'interno di un materiale prima di eseguire l'analisi agli elementi finiti (FEA). Questa capacità è particolarmente utile per valutare i fattori di intensità di tensione (SIFs) e altri parametri della meccanica della frattura, come l'integrale J e il tasso di rilascio dell'energia di deformazione (G) associati alle cricche.

Per impostare una Pre-Meshed Crack, è necessario:

- Stabilire un sistema di coordinate della cricca.
- Raffinare la mesh attorno alla cricca per catturare accuratamente la distribuzione delle tensioni.
- Definire il crack front, top e bottom face.

Sistema di riferimento

Nel contesto della Pre-Meshed Crack, ANSYS utilizza un sistema di coordinate locale per descrivere:

- La direzione dell'asse x deve puntare lungo il possibile verso dove la cricca deve propagare e poi sarà il programma stesso che aggiornerà nella simulazione la direzione di propagazione;
- La direzione dell'asse y deve essere sempre perpendicolare al fronte dell'apice della cricca;
- La direzione dell'asse z sarà definita di conseguenza da una terna destrorsa.

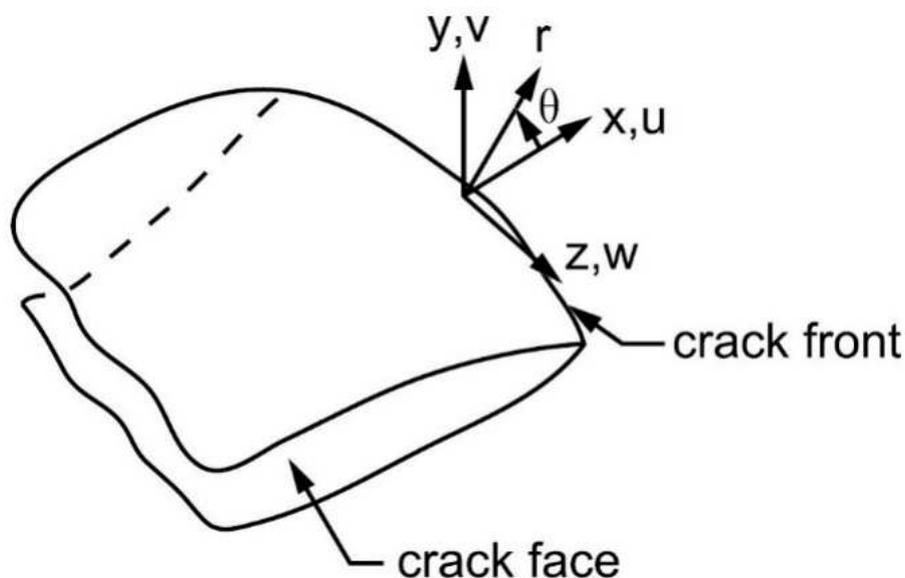


Figure 5.5: identificazione del sistema di riferimento lungo il fronte della cricca

La direzione di propagazione della cricca determina il principale modo di apertura che si manifesterà. Pertanto, è essenziale orientarla correttamente per garantire una predominanza del Modo I.

Mesh

Il metodo SMART utilizza una mesh tetraedrica non strutturata[33], garantendo un'elevata accuratezza dei risultati, comparabile a quella ottenuta con configurazioni di mesh più raffinate. l'intero modello agli elementi finiti deve essere meshato con l'elemento SOLID187 [34].

Questo elemento è caratterizzato da dieci nodi con tre gradi di libertà per nodo di tipo traslazionali lungo un sistema di riferimento locale sull'elemento; il SOLID187 rispetto ad altri tipi di elementi è quello che permette meglio di analizzare le condizioni di singolarità che si possono presentare sul componente, come ad esempio la presenza di una cricca.

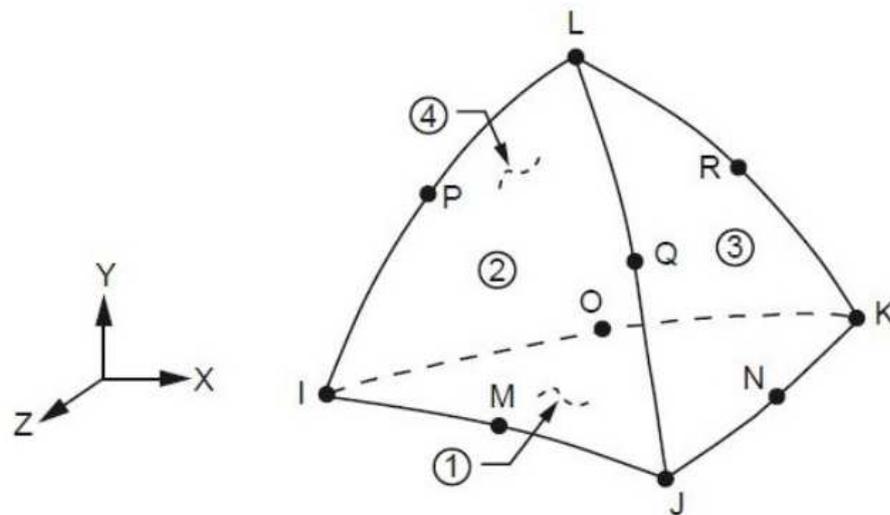


Figure 5.6: elemento solid187

Per creare un modello agli elementi finiti con una cricca iniziale, è possibile utilizzare Mechanical APDL.

La meccanica della frattura si occupa dello studio delle cricche, e attorno alla punta o al fronte della cricca è sempre presente una singolarità. Pertanto, la mesh nella zona della punta o del fronte della cricca è di importanza cruciale per l'analisi della cricca, poiché l'accuratezza dell'analisi delle tensioni e del calcolo dei parametri di frattura dipende dalla qualità della mesh nella zona della cricca.

Le differenze di dimensione e forma degli elementi posizionati davanti e dietro la punta o il fronte della cricca influenzano l'accuratezza del calcolo dei parametri di frattura e, di conseguenza, l'affidabilità della simulazione della propagazione della cricca.

la mesh in corrispondenza della cricca è stata quindi intensificata rispetto alla mesh modello globale per generare una mesh più fine in modo tale da ottenere una buona accuratezza nelle simulazioni. Il raffinamento è stato fatto tramite un edge sizing di 0,5mm in corrispondenza del crack front.

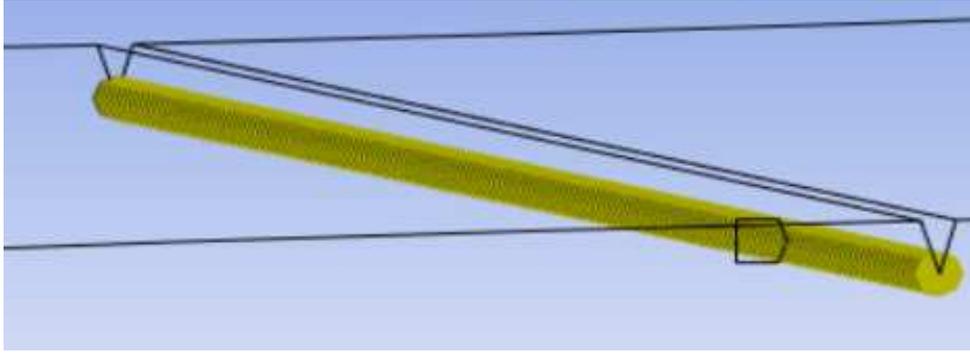


Figure 5.7: Edge Sizing

L'adozione di una mesh più grossolana da 10 mm nelle regioni lontane dalla cricca è giustificata da considerazioni di efficienza computazionale e dalla capacità del metodo SMART di affinare automaticamente la mesh esclusivamente nelle aree di interesse.

Un raffinamento uniforme su tutto il dominio comporterebbe un aumento significativo del numero di elementi e del tempo di calcolo, senza apportare benefici sostanziali in termini di precisione nelle zone lontane dalla cricca. L'impiego di una mesh più ampia nelle regioni meno sollecitate consente di bilanciare accuratezza e prestazioni computazionali, garantendo un'analisi efficiente.

Poiché le zone più distanti dalla cricca presentano gradienti di tensione meno accentuati, una mesh più grossolana è sufficiente nelle aree a bassa intensità di tensione. Un ulteriore raffinamento in queste regioni sarebbe superfluo, poiché le variazioni locali del campo di tensione non influenzano direttamente la propagazione della cricca.

Infine, mantenere una mesh più leggera (10 mm) al di fuori della regione critica riduce il numero di gradi di libertà (DOF), migliorando l'efficienza dell'algoritmo di aggiornamento della mesh e ottimizzando le risorse computazionali.

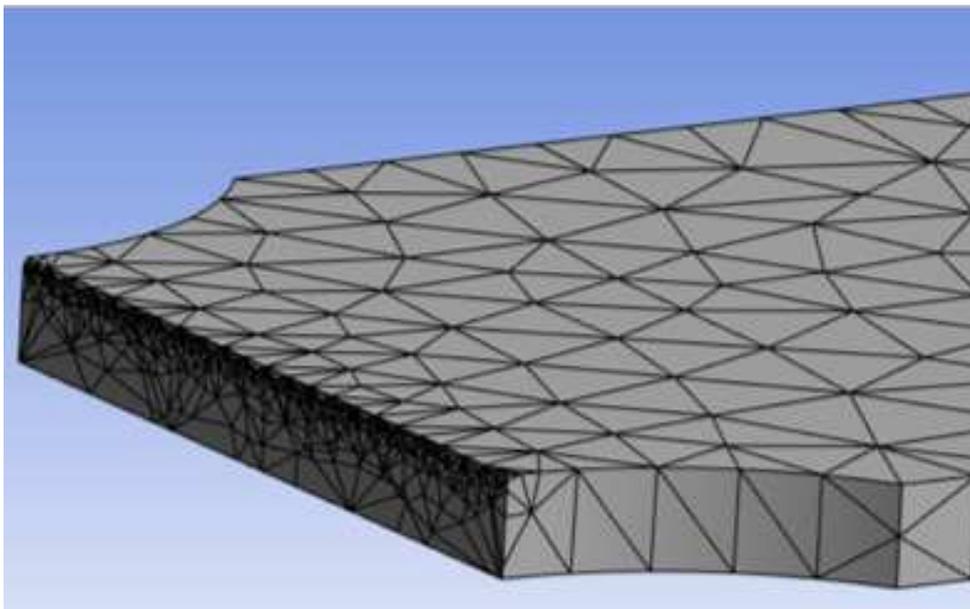


Figure 5.8: Sezione Mesh

La cricca in generale è caratterizzata dal suo apice (crack front) e dalle sue due superfici libere (top e bottom face); questi elementi devono essere indicati nel programma in modo da identificare quelli che sono i nodi che si sono creati a seguito del processo di discretizzazione, e che si hanno sia lungo l'apice del difetto e sia lungo le due facce libere. Questo può essere rappresentato nel componente dove nella figura sottostante è indicato il sistema di riferimento e la relativa cricca:

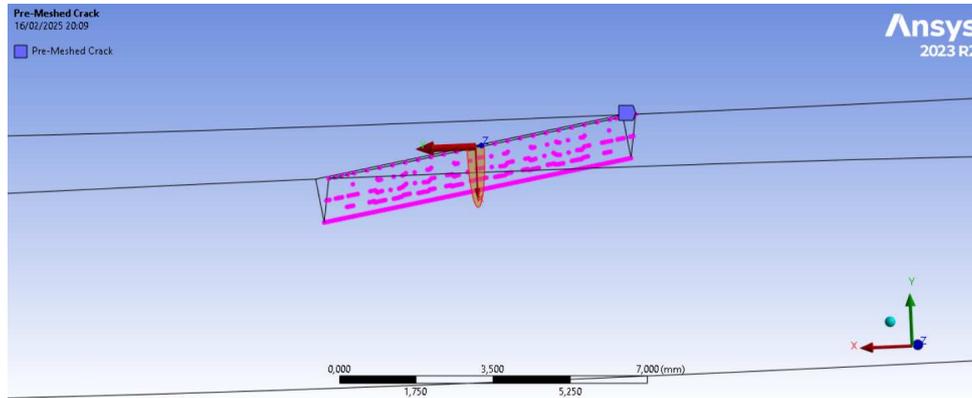


Figure 5.9: Pre-Meshed Crack

5.1 SMART crack growth

le caratteristiche principali del modello SMART sono:

- Separazione della Mesh (Mesh Separation) Permette alla mesh di seguire la crescita della cricca, separando accuratamente le superfici in modo da rappresentare correttamente gli effetti di frattura e i contatti tra le interfacce della cricca. Essenziale per simulare il comportamento delle cricche sotto diverse condizioni di carico.
- Morphing della Mesh (Mesh Morphing) Permette alla mesh di adattarsi e deformarsi in base ai cambiamenti della geometria della cricca. La mesh si modifica dinamicamente per mantenere una rappresentazione accurata della crescita della cricca.
- Mesh Adattiva (Adaptive Meshing) La mesh viene raffinata automaticamente nelle aree con elevati gradienti di tensione, come la punta della cricca. Ottimizza l'equilibrio tra accuratezza e costo computazionale.
- Remeshing Automatico (Remeshing) Quando la cricca cresce in modo significativo, la mesh viene rigenerata per rappresentare correttamente la nuova geometria della cricca. Migliora la fedeltà dell'analisi nel tempo.

La funzione SMART permette di configurare le simulazioni in modo rapido, minimizzando i tempi di pre-processing.

La definizione della mesh è un aspetto fondamentale per garantire un'analisi accurata della propagazione della cricca e per ottimizzare l'efficienza computazionale.

Quando la cricca si propaga, il metodo SMART esegue automaticamente un affinamento della mesh attorno al nuovo fronte della cricca, in modo da catturare correttamente la singolarità della punta della cricca e migliorare la precisione dei risultati.

Tuttavia, per evitare un eccessivo aumento del numero di elementi, è necessario impostare un adeguato coarsening della mesh nelle regioni dietro il fronte della cricca. Senza questa operazione, la mesh in prossimità del fronte di cricca potrebbe risultare troppo fine, incrementando il costo computazionale senza un reale beneficio in termini di accuratezza. Sono disponibili tre opzioni di mesh-coarsening per la gestione della propagazione della cricca:

- Conservativa – Minimizza la riduzione della mesh, mantenendo un numero maggiore di nodi ed elementi anche dopo una propagazione significativa della cricca. Questa opzione garantisce generalmente il miglior tasso di successo nel remeshing, evitando problematiche legate alla qualità della mesh.
- Moderata – Riduce in modo bilanciato il numero di nodi ed elementi, offrendo un buon compromesso tra efficienza computazionale e successo del remeshing.
- Aggressiva – Esegue un coarsening rapido della mesh nella regione dietro il fronte della cricca, ottenendo la massima riduzione del numero di nodi ed elementi. Tuttavia, questa opzione è più soggetta a fallimenti nel remeshing.

Dopo aver analizzato le esigenze della simulazione, è stata scelta l'opzione conservativa, in quanto garantisce un remeshing più stabile e preciso, evitando eccessive distorsioni della mesh e mantenendo un alto livello di accuratezza nella propagazione della cricca.

5.1.1 Gestione dell'incremento di crescita della cricca nel metodo SMART

L'accuratezza della simulazione dipende strettamente dalla dimensione dell'incremento della cricca. Se il modello iniziale presenta una cricca molto piccola con una mesh molto raffinata, il metodo SMART può determinare un incremento estremamente ridotto, con il rischio di generare un numero eccessivo di step di calcolo e di rendere la simulazione eccessivamente onerosa in termini di tempo e risorse computazionali.

D'altro canto, durante la propagazione della cricca, un incremento inizialmente molto piccolo può diventare non più necessario, e un incremento più ampio potrebbe essere più efficiente senza compromettere la precisione. Tuttavia, quando la cricca si avvicina a zone critiche, come un'interfaccia tra materiali o un bordo del dominio, è essenziale raffinare la mesh per garantire un'accurata valutazione dei parametri di frattura. In questi casi, un incremento più piccolo può essere richiesto nuovamente per catturare dettagli fondamentali nella simulazione.

Per ottenere una gestione bilanciata tra accuratezza e tempi di calcolo, è stata adottata la strategia di controllo diretto della dimensione degli elementi (Direct Element-Size Control).

Questa scelta è motivata dai seguenti fattori:

- Maggiore controllo sulla discretizzazione della mesh – La dimensione dell'incremento viene regolata direttamente in base alla mesh esistente, garantendo una distribuzione ottimale degli elementi attorno alla cricca.

- Evitare una crescita della cricca eccessivamente frammentata – L’uso di un incremento troppo piccolo per tutta la simulazione può generare un numero elevato di step di soluzione senza migliorare significativamente la precisione.
- Adattabilità alle variazioni geometriche – Quando la cricca si avvicina a regioni critiche, la mesh può essere affinata localmente per migliorare il calcolo dei parametri di frattura senza influenzare negativamente le altre aree del modello.
- Ottimizzazione del tempo computazionale – Regolando la dimensione degli elementi in modo diretto, è possibile ridurre i tempi di calcolo mantenendo un alto livello di affidabilità nei risultati.

5.1.2 Incrementi di Estensione della Cricca in uno step

la soluzione agli elementi finiti dipenderà sempre dalla dimensione degli elementi, in particolare nelle vicinanze della punta della cricca.

Per garantire risultati coerenti durante l’intero processo di propagazione della cricca, è fondamentale mantenere una dimensione costante degli elementi attorno alla punta della cricca e un incremento uniforme della propagazione della cricca.

Il calcolo della crescita della cricca avviene nella fase di soluzione, successivamente al calcolo delle tensioni. Il processo si sviluppa nei seguenti passi:

1. Calcolo del parametro di frattura, che caratterizza il comportamento della cricca sotto carico.
2. Determinazione dell’estensione della cricca in base al metodo di crescita della cricca adottato.

Queste fasi sono essenziali per una simulazione accurata della propagazione della cricca e per garantire l’affidabilità dei risultati ottenuti.

Life Cycle Prediction

L’incremento di estensione della cricca viene calcolato utilizzando la dimensione di riferimento dell’elemento associato al nodo del fronte della cricca:

$$\Delta a = Esize_{ref} = a * Esize_{av} \quad (5.25)$$

dove $Esize_{ref}$ è la dimensione di riferimento dell’elemento, determinata come una funzione della dimensione media degli elementi del fronte della cricca $Esize_{av}$ e del parametro di controllo dell’incremento della cricca a .

È possibile impostare il parametro di controllo a in funzione di tre variabili principali: il solution time, la crack length o il number of remeshing. Tuttavia, utilizzando il Direct Control, è possibile definire direttamente la dimensione di riferimento dell’elemento $Esize_{ref}$, in modo da garantire un passo di integrazione costante.

I vincoli nell’imposizione di un incremento massimo della cricca Δa costante durante la propagazione ad ogni step sono determinati dai parametri $DAMN$ e $DAMX$, che

rappresentano rispettivamente il limite inferiore e superiore dell'incremento di crescita della cricca. segue che:

$$DAMN \leq \Delta a \leq DAMX \quad (5.26)$$

dove:

$$DAMN = k \cdot h_{ref} \quad (5.27)$$

$$DAMX = C_{mult} \cdot h_{ref} \quad (5.28)$$

dove:

- h_{ref} è la dimensione media degli elementi vicino alla cricca.
- k e C_{mult} sono coefficiente dipendenti dalla configurazione della simulazione.

Nel caso in questione h_{ref} è determinato dall'edge sizing e quindi sarà pari a 0,5mm mentre nella loro condizione più conservativa considerando tutte e 4 le profondità del difetto k è pari a 0,3 e C_{mult} è pari a 2. ne consegue che Δa dovrà rispettare la seguente condizione:

$$0,15mm \leq \Delta a \leq 1mm \quad (5.29)$$

ne segue che per raggiungere la propagazione di 0,8mm è possibile studiare per tutti e 4 i provini 4 step con un incremento Δa di 0,2mm.

Una volta determinato Δa L'incremento di ciclo ΔN è calcolato utilizzando l'estensione della cricca Δa e il massimo fattore di intensità degli sforzi K^{\max} del nodo in corrispondenza del fronte della cricca:

$$\Delta N = \frac{\Delta a}{f(K^{\max}, R)} \quad (5.30)$$

L'incremento di estensione della cricca nei nodi Δa_i^{node} è determinato dalla relazione:

$$\Delta a_i^{\text{node}} = \Delta N \times f(K_i, R) \quad (5.31)$$

dove Δa_i^{node} è l'incremento di estensione della cricca calcolato per il nodo, K_i è il fattore di intensità degli sforzi del nodo in corrispondenza del fronte della cricca, e R è il rapporto di sollecitazione.

5.1.3 Criterio MTSC

Sih e Barthlehem hanno evidenziato che l'equazione comunemente utilizzata per la crescita della cricca da fatica:

$$\Delta a = A(\Delta K_I)^m \quad (5.32)$$

che coinvolge le due costanti A e m , potrebbe non essere adeguata per due motivi principali. Primo, qualsiasi espressione che descriva la crescita della cricca $\frac{da}{dN}$ dovrebbe, in linea di principio, contenere almeno due parametri di carico, come l'ampiezza dello sforzo $\Delta\sigma$ e il livello di tensione media σ_m , al fine di caratterizzare correttamente il caricamento da fatica. L'equazione 5.32, invece, coinvolge solo K_I e le costanti A e m , ed è valida solo nel caso di propagazione rettilinea della cricca.

In condizioni reali, la direzione del carico applicato può variare, rendendo eccessivamente restrittivo assumere che la cricca e il carico siano sempre mantenuti perpendicolari tra loro. La maggior parte dei fenomeni di fatica in esercizio si verifica infatti in condizioni di modalità mista (Mixed-Mode Loading), in cui la cricca non segue necessariamente una propagazione normale alla direzione del carico applicato. Questo effetto è stato considerato nell'analisi della previsione della crescita della cricca da fatica, dove si evidenzia come la direzione di propagazione della cricca sia influenzata dalle variazioni delle componenti di carico in modalità mista 5.10.

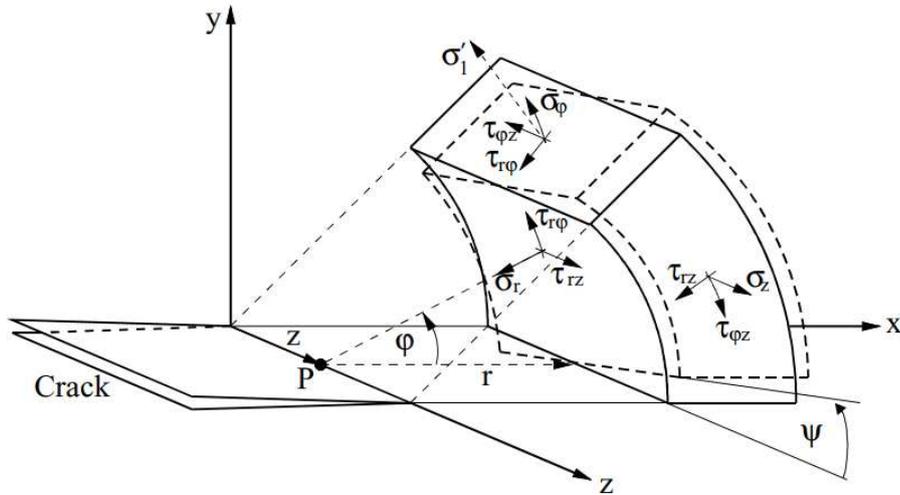


Figure 5.10: Stress in Coordinate Polari

Nei materiali isotropi, una cricca lunga (in termini di meccanica della frattura) si propaga in modo rettilineo solo quando è soggetta a un carico puro in Mode I 5.11. L'applicazione di un carico in Mode II induce generalmente una deviazione della traiettoria della cricca, mentre un carico in Mode III provoca una torsione del suo fronte. In questi scenari, il campo di tensione nelle vicinanze del fronte della cricca non è determinato esclusivamente dal fattore di intensità di tensione K_I , ma anche dalle componenti K_{II} e/o K_{III} , che influenzano significativamente la direzione e la modalità di propagazione del danno.

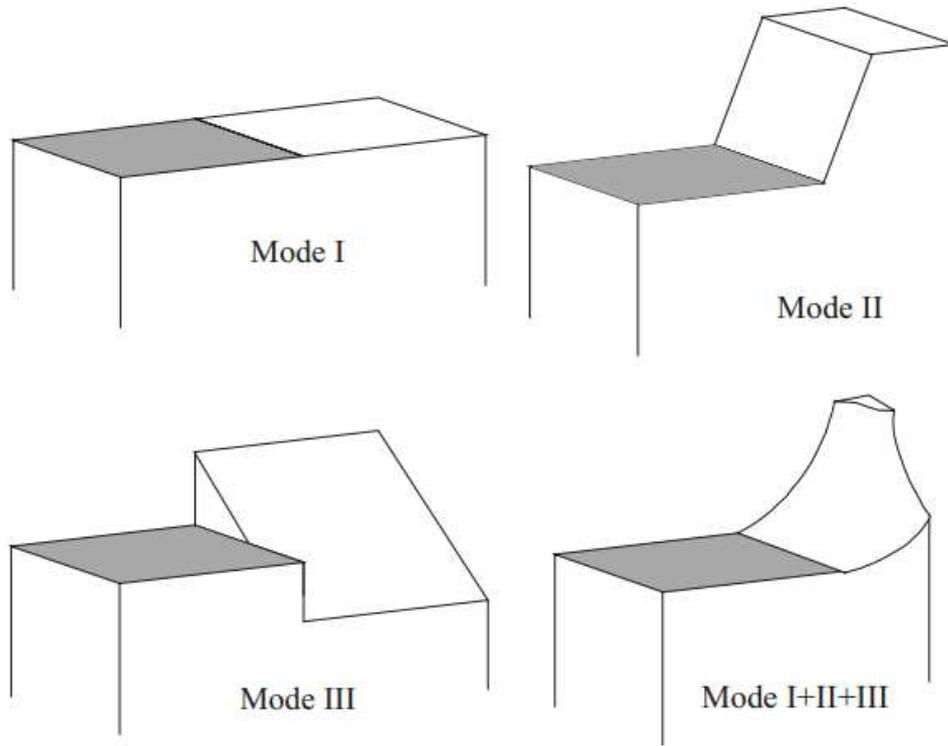


Figure 5.11: Crescita cricca sotto modo misto

In coordinate polari, le componenti di tensione tangenziale possono essere descritte matematicamente dalle seguenti equazioni [35, 36]:

$$\sigma_r = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\varphi/2) \left(K_I [1 + \sin^2(\varphi/2)] + \frac{3}{2} K_{II} \sin \varphi - 2K_{III} \tan(\varphi/2) \right) \quad (5.33)$$

$$\sigma_\varphi = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\varphi/2) \left[K_I \cos^2(\varphi/2) - \frac{3}{2} K_{II} \sin \varphi \right] \quad (5.34)$$

$$\tau_{r\varphi} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\cos(\varphi/2)}{2} [K_I \sin \varphi + K_{II} (3 \cos \varphi - 1)] \quad (5.35)$$

Dove:

- σ_r descrive la componente dello sforzo normale nella direzione radiale
- σ_φ rappresenta lo sforzo tangenziale, che è particolarmente importante per determinare la direzione di propagazione della cricca in presenza di carico misto
- $\tau_{r\varphi}$ è lo sforzo di taglio che gioca un ruolo fondamentale nei meccanismi di propagazione nei modi misti (K_I, K_{II}, K_{III}).

Il criterio di propagazione della cricca da fatica si basa sulle seguenti due condizioni:

(1) La crescita della cricca da fatica ha inizio nella direzione in cui si verifica la massima tensione tangenziale, calcolata lungo il confine elastoplastico di Mises attorno alla punta della cricca.

Sapendo che, secondo [37] r è esprimibile come $r = \frac{w}{6\pi\sigma_s^2}$ dove w varia al variare delle condizioni di tensione piana/deformazione piana:

$$\omega = \begin{cases} f_1^2 + f_2^2 - f_{1,2}, & \text{per condizioni di tensione piana} \\ f_1^2 + f_2^2 - f_{1,2} - \nu(1-\nu)f_3^2, & \text{per condizioni di deformazione piana} \end{cases} \quad (5.36)$$

I termini f_1 , f_2 , f_3 e f_{xy} sono definiti come:

$$f_{1,2} = f_3 \pm \sqrt{f_4^2 + 4f_{xy}^2} \quad (5.37)$$

$$f_3 = 2 \left(K_I \cos \frac{\varphi}{2} - K_{II} \sin \frac{\varphi}{2} \right) \quad (5.38)$$

$$f_4 = -K_I \sin \varphi \sin \frac{3\varphi}{2} - K_{II} \left(2 \sin \frac{\varphi}{2} + \sin \varphi \cos \frac{3\varphi}{2} \right) \quad (5.39)$$

$$f_{xy} = \frac{1}{2} K_I \sin \varphi \cos \frac{3\varphi}{2} + K_{II} \left(\cos \frac{\varphi}{2} - \frac{1}{2} \sin \varphi \sin \frac{3\varphi}{2} \right) \quad (5.40)$$

scrivendo σ_φ come:

$$\sigma_\varphi = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} f(\varphi) \quad (5.41)$$

dove:

$$f(\varphi) = \cos(\varphi/2) \left[K_I (\cos^2 \varphi) - \frac{3}{2} K_{II} \sin \varphi \right] \quad (5.42)$$

risolvendo $\frac{d\sigma_\varphi}{d\varphi} = 0$

$$\left(\frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=\varphi_0} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{\partial f}{\partial \varphi} - \frac{f}{2r} \frac{\partial r}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=\varphi_0} = 0 \quad (5.43)$$

si ottiene:

$$K_I \sin \varphi + K_{II} (3 \cos \varphi - 1) = 0 \quad (5.44)$$

Da cui l'angolo di crescita della cricca per fatica (FCG) in ANSYS è determinato utilizzando la seguente formula:

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{3K_{II}^2 + K_I \sqrt{K_I^2 + 8K_{II}^2}}{K_I^2 + 9K_{II}^2} \right) \quad (5.45)$$

(2) Lo strumento SMART Crack Growth in ANSYS utilizza l'intervallo equivalente del fattore di intensità di tensione (ΔK_{eq}) per prevedere la vita a fatica in condizioni di carico in modalità mista. Per correlare la crescita della cricca per fatica con (ΔK_{eq}), Tanaka [38] ha proposto una relazione di tipo legge di potenza sotto forma di una modifica della legge di Paris, espressa come segue:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_{eq})^m \quad (5.46)$$

dove a è la lunghezza della cricca, N rappresenta il numero di cicli, e C ed m sono rispettivamente le costanti del materiale A e n l'esponente della legge di Paris. La formula dell'intervallo equivalente del fattore di intensità di tensione può essere espressa come segue [37]:

$$\Delta K_e = \frac{1}{2} \cos \frac{\varphi_0}{2} [\Delta K_I (1 + \cos \varphi_0) - 3 \Delta K_{II} \sin \varphi_0] \quad (5.47)$$

dove:

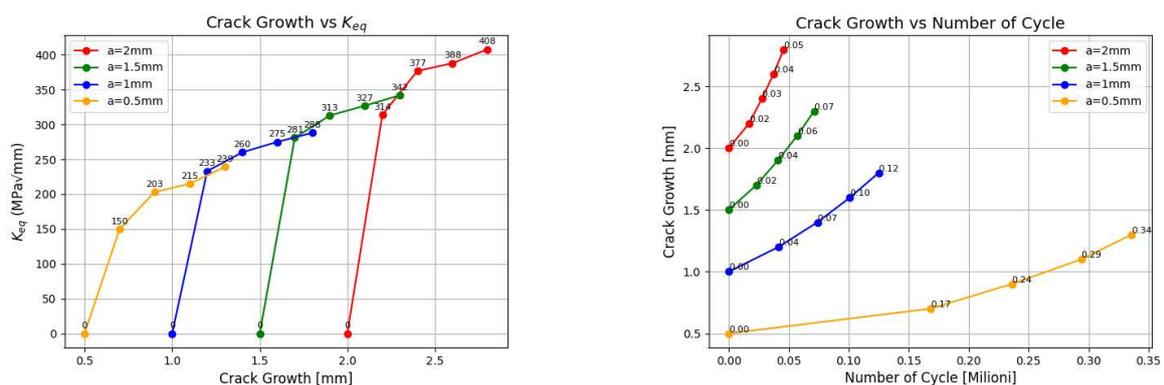
$$\begin{cases} \Delta K_I = K_I^{max} - K_I^{min} = (1 - R) K_I^{max} \\ \Delta K_{II} = K_{II}^{max} - K_{II}^{min} = (1 - R) K_{II}^{max} \end{cases} \quad (5.48)$$

Chapter 6

Risultati

In questo capitolo si espongono i principali risultati numerici ottenuti per valutare la propagazione di cricche e la vita a fatica del materiale o del componente oggetto di studio. Vengono illustrate, attraverso un'adeguata serie di grafici, le grandezze meccaniche di maggiore interesse. Nell'ambito dell'analisi di tutte e quattro le cricche considerate, si è definito un insieme di carichi espressi in termini di tensioni nominali che, inizialmente, risultano più contenuti per le cricche di profondità maggiore. Ciò è motivato dal fatto che nella fase iniziale di studio dell'estensione delle cricche, è importante sottolineare che, al crescere della profondità iniziale, l'intensificazione degli sforzi in prossimità della punta di cricca risulta più elevata. In questo modo, si dispone di un set di carichi crescente all'diminuire dell'estensione della cricca, offrendo una visione completa su come la dimensione iniziale del difetto influenzi la corrispondenza tra la tensione nominale applicata e i livelli di intensificazione degli sforzi in prossimità della cricca. si è proceduto a selezionare i livelli di carico (e, quindi, i valori di ΔK_{eq}) in modo da evitare sia la zona di soglia (ΔK_{th}) sia l'area prossima al valore di tenacità (K_{IC}).

6.0.1 Grafici a tensione nominale di 29MPa



(a) Crescita K_{eq} alla propagazione della cricca

(b) Crescita Numero di cicli alla propagazione della cricca

Figure 6.1: Grafici a tensione nominale di 29 MPa

Di seguito viene riportata l'analisi tecnica dei risultati numerici ottenuti mediante ANSYS per la simulazione della crescita di cricca nel provino caricato a trazione nominale pari a 29 MPa. I

risultati sono rappresentati nei grafici *Crack Growth vs Number of Cycle* e *Crack Growth vs K_{eq}* , i quali illustrano rispettivamente l'evoluzione della lunghezza di cricca in funzione dei cicli di carico e l'andamento del fattore di intensità di tensione equivalente K_{eq} in funzione della lunghezza di cricca. Tali risultati sono stati ottenuti utilizzando il modello di propagazione SMART Crack Growth[39].

Le simulazioni sono state condotte per quattro diverse cricche iniziali di dimensioni: $a_0 = 2$ mm, $a_0 = 1.5$ mm, $a_0 = 1$ mm e $a_0 = 0.5$ mm. Come atteso in regime di fatica, all'aumentare della dimensione iniziale della cricca corrisponde una più rapida evoluzione del danno, con una drastica riduzione della vita a fatica residua. Le curve relative alle cricche di 1 mm, 1.5 mm e 2 mm mostrano un andamento regolare e coerente con la legge di Paris, espressa nella forma classica:

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K)^m \quad (6.1)$$

L'andamento di K_{eq} in funzione di a risulta anch'esso in accordo con la formulazione teorica della Meccanica della Frattura Lineare Elastica (LEFM), secondo la quale:

$$K = Y\sigma\sqrt{\pi a} \quad (6.2)$$

con Y fattore di forma dipendente dalla geometria. Per cricche iniziali più grandi, si osserva un incremento molto rapido del valore di K_{eq} già per modesti incrementi di a , a conferma della forte dipendenza dal termine \sqrt{a} . Al contrario, per cricche iniziali di dimensioni inferiori (in particolare per $a_0 = 0.5$ mm), il gradiente iniziale di K_{eq} è più contenuto, ma tende ad aumentare in modo accelerato non appena la cricca supera le prime decine di micron di avanzamento.

Tale comportamento, tuttavia, evidenzia una discrepanza significativa per la cricca iniziale di 0.5 mm rispetto alle previsioni attese. In particolare, il tasso di propagazione risulta sensibilmente più elevato di quanto previsto dai modelli classici di crescita, in particolare nelle fasi iniziali. Tale scostamento può essere ricondotto a diversi fattori che verranno ripresi in fase di discussione.+

6.0.2 Fattore di intensificazione delle tensioni

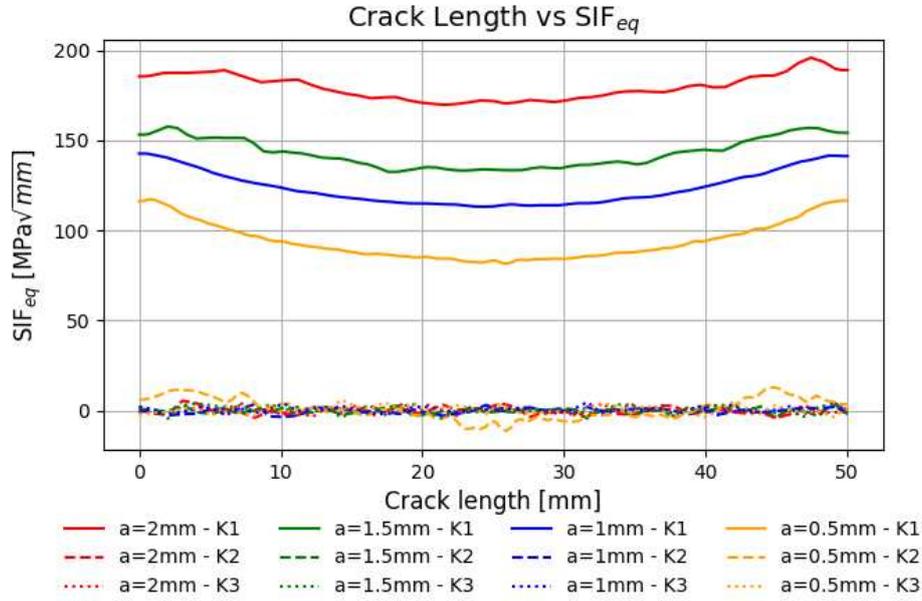


Figure 6.2: Cricca vs. fattore di intensificazione delle tensioni

Il grafico analizzato riporta, in ascissa, la posizione lungo la sezione di 50 mm contenente la cricca e, in ordinata, i valori dei tre fattori di intensità di tensione K_1 , K_2 e K_3 , calcolati punto per punto lungo il fronte di cricca. Il provino è stato caricato a trazione con tensione nominale di 29 MPa, in coerenza con le condizioni adottate nelle altre simulazioni descritte nel file di progetto.

La quantità equivalente, rappresentativa dell'intensità globale dello stato tensionale, è espressa secondo la relazione illustrata precedentemente:

$$\Delta K_e = \frac{1}{2} \cos \frac{\varphi_0}{2} [\Delta K_I (1 + \cos \varphi_0) - 3 \Delta K_{II} \sin \varphi_0] \quad (6.3)$$

Dall'analisi delle curve, si evidenziano le seguenti osservazioni:

Le curve relative a K_1 mostrano che il *Modo I* risulta nettamente predominante. I valori di K_1 sono infatti di un ordine di grandezza superiore rispetto a K_2 e K_3 , con un range compreso tra circa 100 e 200 MPa√mm, a seconda della dimensione iniziale della cricca.

L'andamento di K_1 lungo la lunghezza di 50 mm non è costante: si osserva una lieve curvatura a "U rovesciata", con valori maggiori in prossimità dei bordi della cricca. Questo comportamento è riconducibile ai cosiddetti *effetti di bordo*, che si verificano perché le regioni periferiche del fronte di cricca sono meno vincolate rispetto alla parte centrale. Di conseguenza, l'intensificazione degli sforzi tende ad essere maggiore ai bordi, favorendo una propagazione preferenziale verso queste aree. Questo effetto può portare, nel prosieguo della crescita, a una rottura anticipata localizzata proprio alle estremità laterali della cricca.

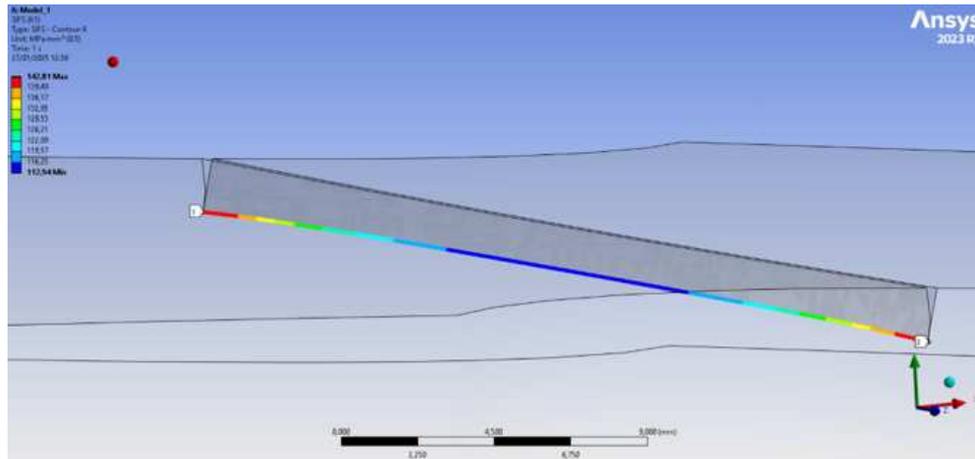


Figure 6.3: Distribuzione K_1 lungo la cricca, $a=1\text{mm}$, tensione nominale pari a 29MPa

Le curve di K_2 , rappresentative dello sforzo tangenziale agente nel piano della cricca (Modo II), si mantengono prossime allo zero per le cricche di dimensione iniziale pari a 1 mm, 1.5 mm e 2 mm. Tale risultato è coerente con le aspettative per un provino sottoposto a trazione pura, dove il Modo II è normalmente trascurabile.

Diversamente, per la cricca iniziale di 0.5 mm, K_2 mostra un andamento variabile lungo il fronte di cricca, con componenti tangenziali non più trascurabili. Questa osservazione è rilevante in quanto, nella procedura *SMART Crack Growth*, la direzione di propagazione è calcolata in base alla combinazione dei tre modi di apertura, secondo la regola di massimo K_{eq} . Se il contributo di K_2 diventa significativo, la direzione di propagazione potrebbe deviare rispetto a quella puramente normale alla superficie di carico, portando a una crescita in Modo misto anziché in puro Modo I.

Le curve di K_3 , rappresentative dello sforzo di taglio fuori dal piano (Modo III), mostrano valori generalmente molto contenuti, nell'ordine di pochi $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$. Questo è coerente con la geometria e il tipo di carico applicato, che non introduce torsioni significative lungo il fronte di cricca. Tuttavia, se combinato con un eventuale aumento di K_2 , anche un piccolo K_3 potrebbe contribuire a perturbare la traiettoria di crescita della cricca, specialmente nei primi stadi di propagazione.

6.0.3 Velocità crescita cricca

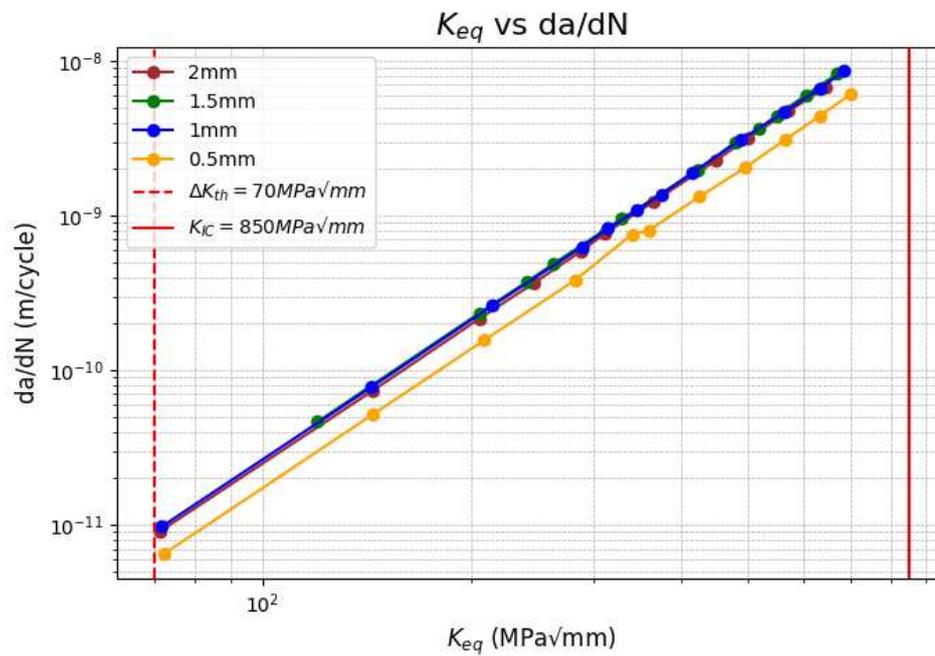


Figure 6.4: Velocità di crescita della cricca vs. Fattore di intensità equivalente, per una propagazione della cricca di 0,8mm

Nel grafico 6.4 è riportato l'andamento del tasso di crescita della cricca $\frac{da}{dN}$ (in ordinata) al variare dell'ampiezza del fattore di intensificazione equivalente ΔK_{eq} (in ascissa), in scala logaritmica. Ciascun set di punti (contraddistinto da un colore differente) rappresenta una diversa condizione iniziale di cricca.

6.0.4 Tensioni massime

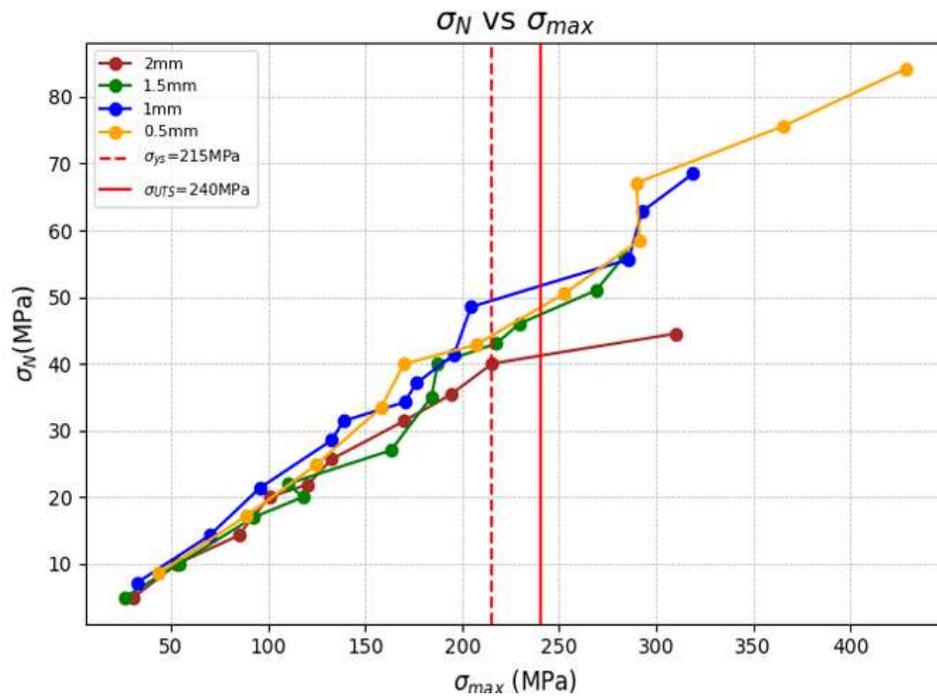


Figure 6.5: Tensione nominale vs. Tensione massima, per una propagazione della cricca di 0,8mm

Nel grafico 6.5 si mostra la relazione tra la tensione nominale σ_N (in ordinata) e la tensione massima σ_{max} (in ascissa). Ogni curva rappresenta una diversa condizione iniziale di cricca (2 mm, 1.5 mm, 1 mm, 0.5 mm), evidenziando come a crescere di σ_{max} si abbia un aumento di σ_N con pendenze e livelli leggermente diversi a seconda della dimensione iniziale del difetto.

Le due linee verticali in rosso segnalano rispettivamente il valore di snervamento $\sigma_y = 215$ MPa (tratteggiata) e quello di rottura a trazione $\sigma_{UTS} = 240$ MPa (continua). Si nota come, avvicinandosi o superando tali soglie di resistenza, la tensione massima σ_{max} subisca un incremento rapido e, in alcuni casi, una variazione del comportamento di crescita (ossia cambiamenti di pendenza), coerentemente con l'ingresso in regime plastico o con l'innesco di meccanismi di danneggiamento più marcati.

6.0.5 Distribuzione tenioni di von mises

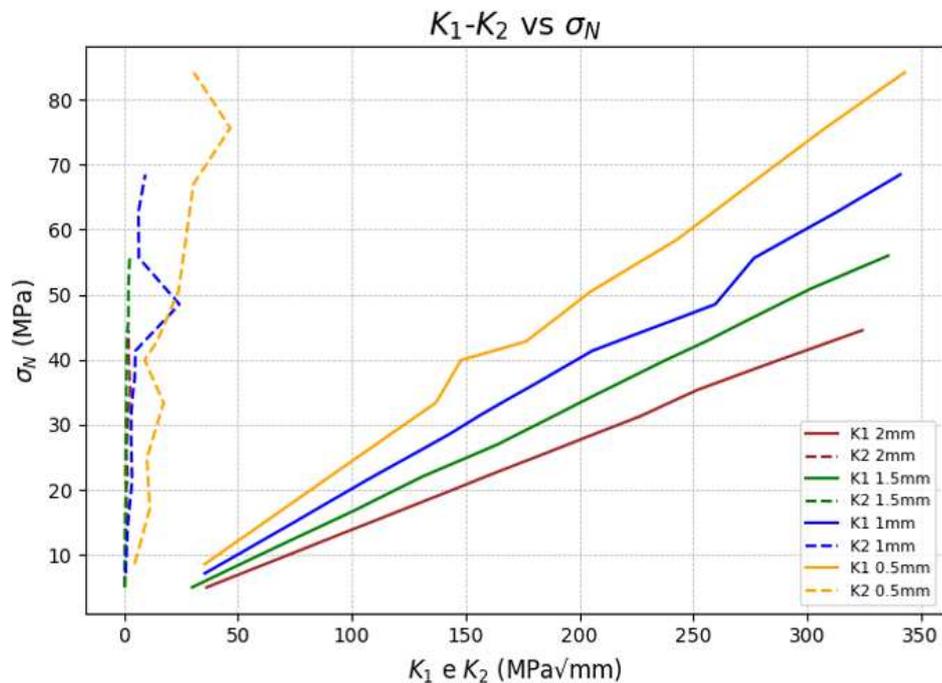


Figure 6.6: Tensione nominale vs. SIF, per una propagazione della cricca di 0,8mm

Nel grafico 6.6 si mettono a confronto i valori dei fattori di intensificazione degli sforzi, K_1 e K_2 (sull'asse orizzontale, espressi in $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$), con la tensione nominale σ_N (in ordinata). Sono rappresentate, per ciascuna lunghezza iniziale di cricca (2 mm, 1.5 mm, 1 mm, 0.5 mm), sia la curva di K_1 (linea continua) sia quella di K_2 (linea tratteggiata).

Per valori bassi di σ_N , le curve si posizionano vicino all'asse verticale, indicando K_1 e K_2 di entità ridotta; al crescere di σ_N , entrambi i fattori di intensificazione mostrano un incremento (più marcato per K_1 o K_2 a seconda della configurazione iniziale e delle condizioni di carico). Le differenti pendenze e la separazione tra le varie serie di dati evidenziano come la dimensione iniziale del difetto influenzi il rapporto tra tensione nominale applicata e risposta in termini di intensificazione degli sforzi alle estremità di cricca.

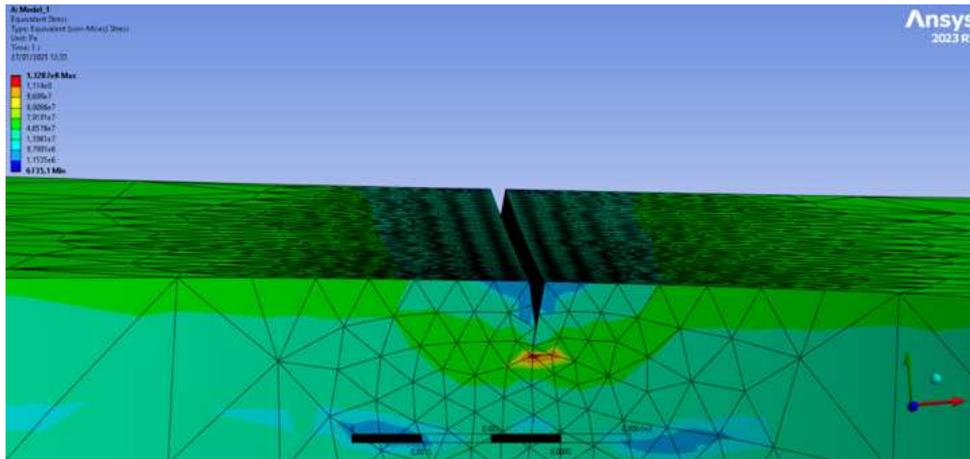


Figure 6.7: Distribuzione delle tensioni di von mises, $a=1\text{mm}$, $N=29\text{ Mpa}$

6.0.6 Wholer

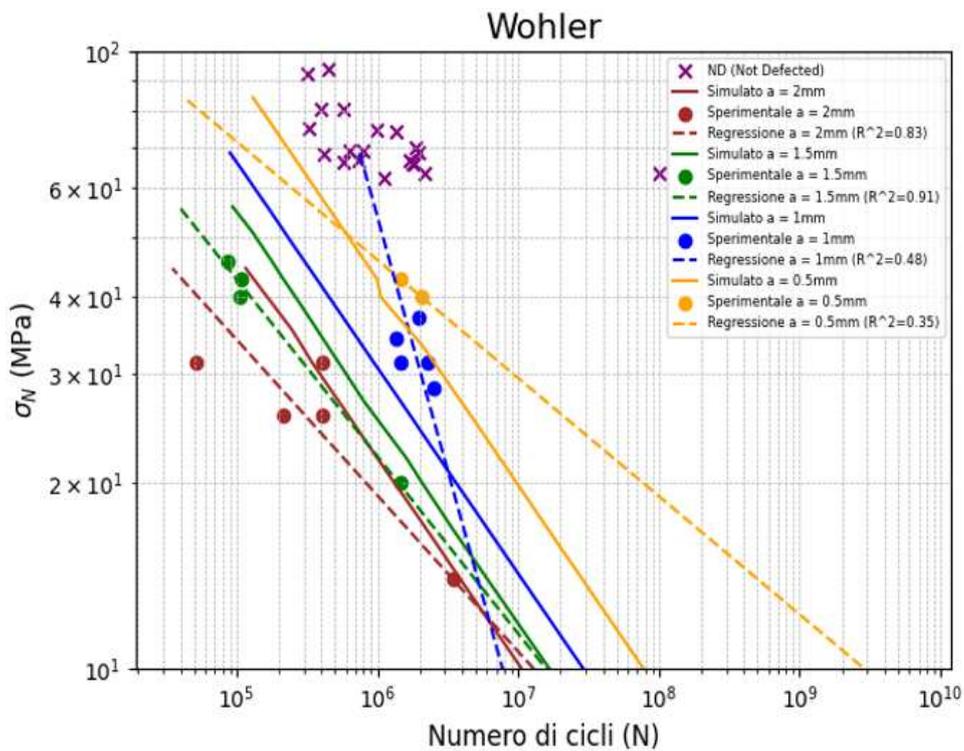


Figure 6.8: Confronto tra curve di Wohler simulate e dati sperimentali

Nel grafico 6.8, impostato come classica curva di Wöhler (ovvero con la tensione nominale σ_N in ordinata su scala logaritmica e il numero di cicli N in ascissa, anch'esso in scala logaritmica), si confrontano diverse condizioni di difettosità:

- *ND (Not Defected)*: rappresentata dai punti viola (contrassegnati da “X”), mostra le prove o simulazioni in assenza di cricca iniziale.

- *Cricca iniziale di profondità 2 mm, 1.5 mm, 1 mm e 0.5 mm*: ognuna contraddistinta da propri simboli e curve di regressione (linee piene o tratteggiate). Ogni set di punti sperimentali (cerchi o simboli pieni) trova corrispondenza nella linea di regressione che ne interpola l'andamento tensione–numero di cicli.

Si nota che man mano che aumenta la dimensione iniziale del difetto (cricca più grande), le corrispondenti curve di Wöhler si spostano verso valori di tensione σ_N più bassi a parità di vita a fatica: in altri termini, un difetto più profondo riduce il numero di cicli sopportabili per un determinato livello di carico. Viceversa, la serie 'ND' (senza difetto) presenta prestazioni superiori, collocandosi a tensioni maggiori o, a parità di tensione, con un numero di cicli molto più elevato.

Le regressioni lineari (in scala log–log) mostrano un discreto grado di correlazione con i dati sperimentali, come indicato dai relativi coefficienti R^2 . Infine, passando da cricche grandi (2 mm) a più piccole (0.5 mm), si osserva una progressiva tendenza a curve di Wöhler più “alte”, che descrivono maggior resistenza a fatica a parità di numero di cicli.

6.0.7 Limite LEFM

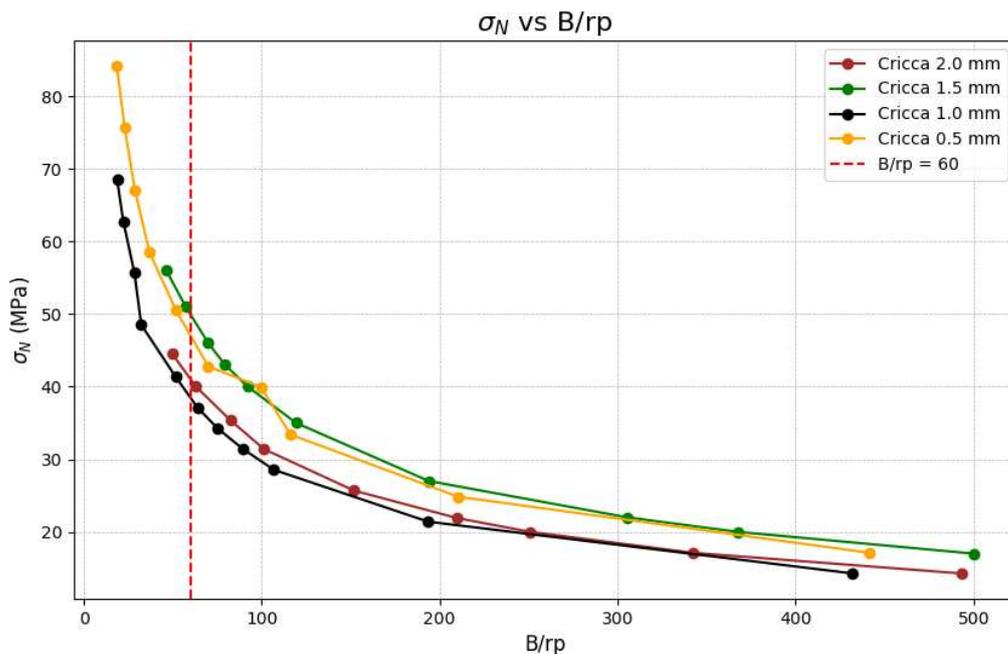


Figure 6.9: Tensione nominale vs. B/rp

Tre tramite i risultati di calcolo analitico di $\frac{B}{r_p}$ ottenuti a partire dal fattore di intensità di tensione K_I associato alla stessa σ_N , dal grafico 6.9 emerge che la transizione dalla meccanica della frattura lineare-elastica a una condizione con plastica estesa avviene in anticipo rispetto al raggiungimento di K_{IC} . In particolare:

- Crescendo σ_N , il valore di $\frac{B}{r_p}$ diminuisce, poiché il raggio plastico r_p cresce più rapidamente di quanto non salga la portata in regime lineare.

- L'uscita effettiva dalla validità LEFM si manifesta per $\frac{B}{r_p}$ inferiore alla soglia raccomandata (intorno a 50–60) 1.11, senza che sia stato raggiunto il valore di K_{IC} .
- Nelle condizioni di prova, ciò conferma i commenti sui limiti di applicabilità già discussi nel file di progetto: non è sufficiente un semplice confronto con K_{IC} per stabilire se il comportamento sia o meno lineare-elastico, poiché la plasticità locale diviene rilevante già a livelli di carico nominale moderati.

Le implicazioni progettuali, già trattate in precedenza, ribadiscono che occorre monitorare il rapporto $\frac{B}{r_p}$ come parametro complementare a K_{IC} , soprattutto quando si analizzano cricche corte o si lavora con spessori relativamente esigui, situazioni in cui la plasticità in punta di cricca può risultare significativa.

6.0.8 Fattore di concentrazione a fatica

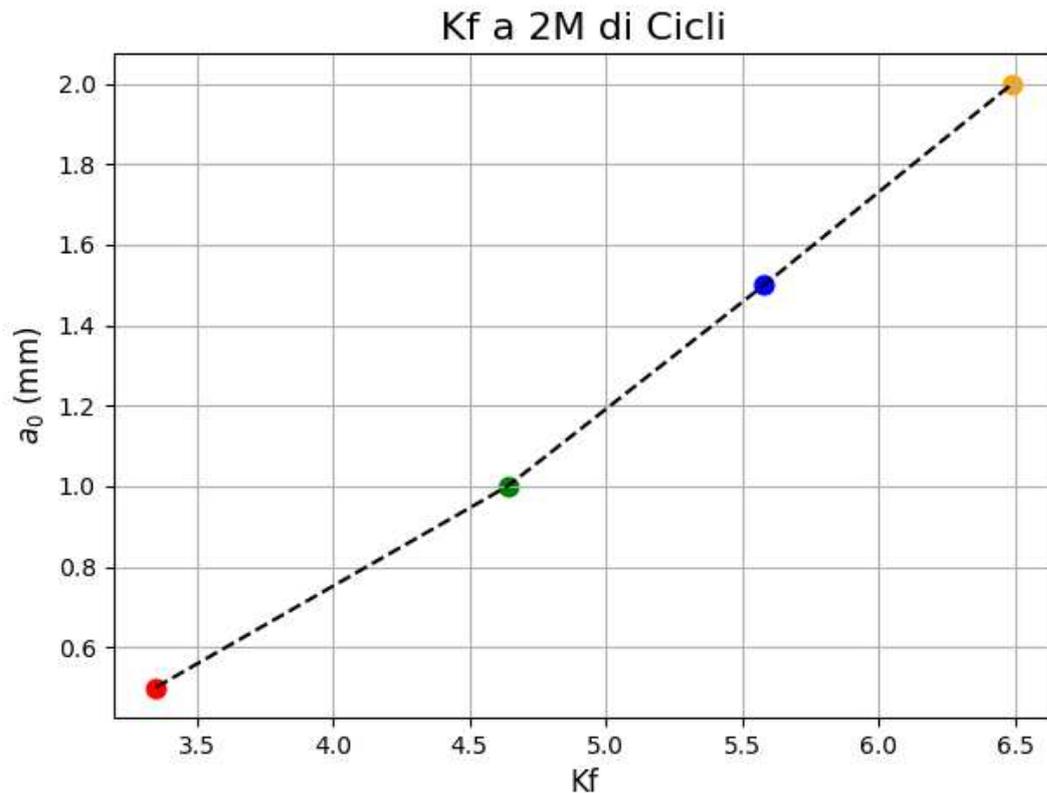


Figure 6.10: fattore di concentrazione a fatica a 2 milioni di cicli

Il grafico 6.10 mostra in ascissa il fattore di concentrazione a fatica K_f e in ordinata la lunghezza iniziale di cricca a_0 . I quattro punti rappresentano i difetti iniziali di 0,5 mm, 1 mm, 1,5 mm e 2 mm, mentre la retta tratteggiata ne interpola l'andamento. Il valore di K_f è stato determinato rapportando la tensione nominale sostenuta dai provini criccati ($\sigma_{N,criccato}$) con la tensione $\sigma_{N,nd}$ letta sulla curva di Wohler del provino integro (senza

difetti) per una vita a 2×10^6 cicli. In formula, ciò si può schematizzare come

$$K_f = \frac{\sigma_{N,nd}(\text{a } 2\text{M di cicli})}{\sigma_{N,criccato}(\text{a } 2\text{M di cicli})}$$

Il denominatore $\sigma_{N,criccato}$ risulta inferiore, a parità di vita a fatica, all'aumentare di a_0 . Pertanto, K_f aumenta con la dimensione del difetto.

L'andamento quasi rettilineo indica che all'aumentare della lunghezza iniziale della cricca il rapporto tra tensione del provino integro e tensione del provino difettato cresce in modo pressoché proporzionale. Questo è coerente con il fatto che difetti più grandi impongono una riduzione più marcata della tensione nominale ammissibile per raggiungere 2×10^6 cicli prima del cedimento.

- Per $a_0 = 0,5$ mm, K_f si attesta intorno a 3,5: la presenza di un difetto relativamente piccolo comporta già una concentrazione di fatica notevole rispetto al provino non difettato.
- Aumentando il difetto verso 2 mm ($a_0 = 2$ mm), K_f raggiunge circa 6,5: la tensione ammissibile è di molto inferiore a quella del pezzo integro, poiché la cricca più profonda riduce drasticamente la resistenza a fatica.
- Poiché $\sigma_{N,criccato}$ è valutata sulla base della stessa vita a fatica (2 M di cicli), il salto di K_f fra cricche piccole e grandi risulta evidente, ribadendo l'importanza del controllo e della riduzione dei difetti in esercizio o in produzione.

Chapter 7

Discussione

Di seguito viene proposta una discussione complessiva degli esiti emersi dalle simulazioni numeriche e dalle prove sperimentali eseguite, facendo riferimento alle diverse figure già presentate.

7.1 Aspetti generali e influenza della plasticità alla punta della cricca

Un aspetto centrale emerso dalle simulazioni e dalle prove è la zona plasticizzata in prossimità della punta della cricca (*plastic zone*), che contraddistingue il passaggio tra regime puramente elastico (LEFM) e regime elastoplastico. Nella Meccanica della Frattura, è noto che quando la tensione locale nella regione di fronte alla cricca supera il limite di snervamento del materiale (σ_{ys}), si forma un raggio plastico (r_p), quantificabile mediante le formule di Irwin:

$$r_p = \frac{1}{6\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{ys}} \right)^2 \quad (\text{stato di tensione piano}) \quad (7.1)$$

Nel grafico σ_N vs B/r_p) 6.9, viene evidenziata la soglia oltre la quale si può considerare consolidato l'approccio LEFM e si osserva come, quando la tensione nominale è ancora moderata (σ_N piccola), K_I risulta minore e r_p è ridotto, per cui B/r_p può rimanere alto (LEFM ancora plausibile). Man mano che σ_N cresce, $\sqrt{r_p} \propto \frac{K_I}{\sigma_{ys}}$ tende ad aumentare, fino a raggiungere un punto in cui B/r_p si avvicina a valori bassi. Sul grafico, ciò si traduce in una deviazione dalla regione lineare, indicando l'innescò di regimi plastici locali.

Nei risultati numerici, le zone prossime alla punta evidenziano un incremento marcato del campo tensionale (le σ_{max} localizzate), che porta a una divergenza dalla pura Linear Elastic Fracture Mechanics. Quando lo spessore del provino rimane moderato (6 mm) e la cricca è sottoposta a carichi elevati, la curva K può localmente superare la soglia elastica, suggerendo che il modello LEFM sia valido solo finché la regione plastica rimane piccola rispetto alla lunghezza della cricca.

Il passaggio a un regime più plastico si osserva anche nei grafici che confrontano σ_{nom} vs σ_{max} 6.5: avvicinandosi a valori prossimi a $\sigma_{ys} \approx 215$ MPa o $\sigma_{UTS} \approx 240$ MPa, il comportamento numerico evidenzia incrementi rapidi della tensione alla punta,

segnalando snervamento locale. È da notare che, in presenza di cricche iniziali corte (es. 0.5 mm), è sufficiente un livello di carico relativamente elevato per innescare plasticità locale e accelerare la propagazione (short crack effect). Questo è coerente con la letteratura, dove una cricca iniziale piccola tende a crescere più velocemente sotto carichi elevati, a causa della maggiore intensificazione locale delle tensioni (fattori geometrici favorevoli).

7.2 Effetto short crack e confronto tra cricche di diversa profondità iniziale

Dal confronto delle curve di Whöler numeriche e sperimentali 6.8, si osserva come l'entità del difetto iniziale (es. cricca da 0.5 mm, 1 mm, 1.5 mm, 2 mm) influenzi drasticamente la vita a fatica: una cricca più profonda porta a un collasso precoce a parità di carico, abbassando l'intera curva $\sigma_{nom}-N$. Viceversa, cricche più corte (*short cracks*) mostrano maggiore vita utile complessiva, ma subiscono accelerazioni di crescita notevoli quando la punta entra in un regime plasticamente attivo o quando ΔK supera una certa soglia. Le simulazioni SMART (basate su Paris Law e criterio MTSC per l'angolo di propagazione) confermano che una cricca corta subisce un iniziale rallentamento (se ΔK è sotto soglia), salvo poi accelerare la propagazione superata la threshold (ΔK_{th}). Invece, cricche più lunghe (es. 2 mm) iniziano già con un ΔK elevato anche per tensioni nominali moderate; di conseguenza, partendo in una zona centrale della Paris Law, mostrano un tasso da/dN elevato fin dai primi cicli, riducendo rapidamente la vita totale.

7.3 Prevalenza del Modo I di propagazione e ruolo del rapporto di carico R

Dai risultati di *K1 e K2 vs sigma N* 6.6 e *Crack length vs K1,2,3* 6.2, emerge che la componente K_I è largamente dominante, indicativa di un caricamento nominale in apertura (Modo I). Questo è coerente con la configurazione di flessione a 4 punti (o sbalzo), in cui la cricca è orientata in modo tale che la traiettoria principale sia governata dalla tensione normale di apertura. Le componenti K_{II} e K_{III} compaiono solo in prossimità di discontinuità geometriche o di carico, ma dai risultati numerici risultano significativamente inferiori rispetto a K_I . Per questa ragione, i tracciamenti di ΔK_{eq} nella legge di Paris (con formule miste di Tanaka/Sih) sono dominati dalla componente in apertura.

Per quanto riguarda l'effetto del rapporto di carico R, la configurazione sperimentale e numerica (tipicamente $R = -1$, carico completamente alternato) produce un elevato range di intensificazione ΔK . All'interno del metodo SMART, l'adattamento della curva di Paris da $R > 0$ a $R = -1$ avviene tramite correlazioni interne (spesso basate su coefficienti A e m corretti via un fattore $f(R)$). Questo spiega perché, simulando la crescita ciclica con $R = -1$, si ottengono vite a fatica inferiori rispetto a scenari con $R = 0.1$ o 0.5 , come evidenziato anche in letteratura sull'alluminio serie 6xxx. Il carico completamente alternato ($R = -1$) massimizza ΔK e abbassa la soglia di innesco

(ΔK_{th}), con conseguente propagazione accelerata della cricca.

7.4 Effetti di gradiente di carico, contrazione plastica e fenomeni locali

In diverse simulazioni (ad esempio *crack growth vs Keq* 6.1a e *crack growth vs Number of cycle*) 6.1b, si osservano tratti in cui la curva $a(N)$ (lunghezza della cricca in funzione dei cicli) cresce in maniera accelerata dopo una prima fase di crescita più lenta. Tale comportamento è attribuibile a:

1. Calo di rigidità del corpo di prova: avanzando la cricca, la sezione resistente locale si riduce. Poiché si opera sperimentalmente a carico nominale costante (o definito su una geometria iniziale), la riduzione di sezione effettiva fa sì che le tensioni reali alla punta della cricca aumentino progressivamente, innescando un loop di auto-accelerazione della crescita della cricca.
2. Plasticità localizzata: una volta che σ_{max} locale supera σ_{ys} , parte dell'energia meccanica di deformazione si trasferisce in deformazioni plastiche, incrementando la singolarità all'apice della cricca (sezione più piccola, microstruttura intorno snervata, riduzione parziale del vincolo tridimensionale). Questo si traduce in un tasso di crescita da/dN maggiore.
3. Ruolo del gradiente di momento flettente: nelle prove a flessione (4 punti o a sbalzo equivalenti), il momento flettente non è uniformemente identico su tutta la lunghezza del provino, ma la zona prossima all'incastro (o al punto di carico) può sperimentare gradienti di tensione differenti. Il carico ciclico in flessione alternata ($R = -1$) accentua tali gradienti, rendendo più pronunciato il passaggio dalla fase di crescita lenta (vicina a ΔK_{th}) alla fase di crescita stabile (regione di Paris) e, infine, alla possibile instabilità a ridosso di K_{Ic} .

7.5 Raccordo fra simulazioni e dati sperimentali: convergenze e discrepanze

Analizzando le curve di Whöler numeriche (ad esempio *Wholer numerico.png*) a confronto con i risultati sperimentali:

1. Buona corrispondenza del trend: per i difetti di taglia 2 mm e 1,5 mm, l'inclinazione delle curve $\log(\sigma_{nom}) - \log(N)$ risulta discretamente in accordo con i dati di fatica osservati sperimentalmente, specialmente nella regione intermedia (10^4 – 10^6 cicli). Le pendenze ($m \approx 3$) e i valori di vita a fatica coincidono in modo soddisfacente, considerando la semplificazione della legge di Paris e la stima di parametri A , m basati su prove di letteratura (6060/6061)5.2.
2. Regione di short crack threshold: le simulazioni con cricca iniziale molto piccola (0,5 mm) a volte sovrastimano la vita a fatica alle tensioni più basse. Questo può dipendere dal fatto che, nella realtà, i microdifetti (porosità, rugosità di saldatura,

etc.) possano innescare localmente ulteriori concentrazioni di tensione, anticipando la crescita effettiva. Nel modello SMART, se non si inseriscono funzioni di chiusura cricca o microplasticità più raffinate, è facile sovrastimare leggermente la soglia.

3. Approssimazioni nella fase di near-fracture: quando K_{\max} si avvicina a K_{Ic} , la legge di Paris pura perde accuratezza, poiché servirebbero modelli tipo Forman o NASGRO per catturare gli effetti di instabilità finale (zona accelerata in prossimità della rottura). Ciò può portare a qualche discrepanza nell'ultima fase di crescita, rendendo la previsione numerica leggermente diversa (spesso più conservativa).

In complesso, tuttavia, i risultati confermano il buon livello di predittività del metodo SMART combinato con la legge di Paris: nonostante le semplificazioni, le famiglie di curve risultano ben distinte a seconda della cricca iniziale (0,5/1/1,5/2 mm) e si situano in posizioni coerenti con i relativi dati sperimentali.

7.6 Effetto R, transizione a cricca lunga e ruolo del Modo I predominante

Come discusso nella prima parte, gli output $K1$ e $K2$ vs σ N6.6 e $Crack\ length\ vs\ K1,2,3$ 6.2 confermano il ruolo dominante di K_1 , ma si evidenzia come, per cricche iniziali inferiori a 1 mm, la componente K_2 non possa più essere trascurata. In particolare, la comparsa di una componente tangenziale crescente per la cricca da 0.5 mm è un chiaro segnale che i modelli semplificati basati sul solo Modo I potrebbero non essere sufficienti a descrivere correttamente la propagazione reale.

Tale evidenza è coerente con quanto riportato in letteratura per le short crack, dove la microstruttura locale, le condizioni di vincolo e gli effetti tridimensionali giocano un ruolo rilevante, modificando localmente la direzione di crescita e favorendo traiettorie inclinate o curve anziché lineari.

Infine, in ottica progettuale, questi risultati confermano la necessità di adottare fattori di sicurezza più conservativi per difetti di piccole dimensioni, specialmente in presenza di microstrutture eterogenee o di carichi non perfettamente uniaxiali. La simulazione SMART Crack Growth ha correttamente individuato queste anomalie nei primi stadi di crescita della cricca da 0.5 mm, evidenziando come la componente di Modo II stia progressivamente aumentando, con il rischio di alterare il percorso di crescita nominale. Il Modo I si conferma la modalità prevalente di apertura. Piccole componenti di Modo II/III emergono principalmente se la mesh si adatta in modo non perfettamente simmetrico o se la cricca devia leggermente.

Va considerata l'influenza del rapporto di carico R . Se i dati sperimentali di riferimento sono stati ottenuti con $R \neq -1$ o in condizioni di carico variabile, mentre la simulazione è stata condotta con R fisso, il disallineamento risulta particolarmente sensibile per le cricche iniziali piccole, per le quali una frazione significativa della vita a fatica si sviluppa in regime di ΔK vicino alla soglia.

In particolare, la situazione con $R = -1$ si conferma la più dannosa in termini di crescita della cricca, poiché riduce la soglia ΔK_{th} e aumenta il range ΔK . Se si simulassero condizioni con $R = 0,1$ o $R = 0,3$, le stesse cricche mostrerebbero pendenze minori e una vita a fatica più elevata.

Il passaggio tra i diversi valori di R avviene, in ANSYS, mediante una modifica delle costanti di crescita della cricca A e m . Nel presente lavoro, si è adottata una correzione empirica, che permette di adattare i risultati numerici ai dati sperimentali con un'approssimazione adeguata.

Chapter 8

Conclusioni

8.1 Conclusioni e prospettive future

Le analisi condotte mostrano che, pur basandosi principalmente sulla Meccanica della Frattura Lineare Elastica (LEFM), le simulazioni numeriche fornite dalla tecnica *SMART Crack Growth* in ANSYS consentono una descrizione adeguata della propagazione a fatica in leghe di alluminio 6060 T6 con difetti di “mancata penetrazione” nella saldatura. Di seguito si riassumono i principali risultati:

1. **Plasticità locale alla punta di cricca.** In regime di carichi elevati, la formazione di un raggio plastico r_p non trascurabile impone un parziale superamento dell’approccio LEFM tradizionale, specie nella fase finale di crescita (*fast fracture*). Nella maggior parte della regione di propagazione stabile (legge di Paris), tuttavia, l’ipotesi elastica-lineare si è dimostrata coerente con i dati sperimentali.
2. **Crack iniziale corto vs. lungo.**
 - **Short crack** (< 1 mm): può inizialmente rallentare se $\Delta K < \Delta K_{th}$. Tuttavia, superata la soglia, manifesta un’accelerazione di crescita (*effetto short crack*), dovuta anche a plasticità locale e a una microstruttura non idealmente catturata nei modelli puramente lineari-elastici.
 - **Long crack** (≥ 1 mm): partendo in una fascia di ΔK più elevata, subisce un rapido decadimento della vita residua. I risultati numerici mostrano vite a fatica inferiori rispetto alle *short crack*, a parità di carico.
3. **Modo I predominante e influenza di $R = -1$.** Le prove di flessione alternata, con rapporto di carico completamente reverso ($R = -1$), massimizzano ΔK . L’apertura in Modo I risulta nettamente dominante; le componenti di Modo II e Modo III rimangono generalmente trascurabili, eccetto nel caso di cricche molto corte.
4. **Confronto con i dati sperimentali.** Le simulazioni numeriche (*SMART* + legge di Paris) mostrano scostamenti medi di circa $\pm 15\%$ per cricche iniziali ≥ 1 mm, mentre per cricche da 0.5 mm si arriva a $\pm 25\%$. Tale divario più ampio conferma

la difficoltà nel descrivere correttamente la propagazione iniziale (*short crack*), dove plasticità locale e disomogeneità microstrutturali hanno un ruolo chiave.

5. Limiti e raccomandazioni progettuali.

- *Validità della LEFM*: la condizione $B > 2.5 \left(\frac{K_I}{\sigma_{ys}} \right)^2$ potrebbe non essere sempre soddisfatta su spessori ridotti o per cricche corte; servono quindi correzioni plastiche o modelli elastoplastici locali.
- *Qualità della mesh*: per difetti di piccole dimensioni, errori nei criteri di *remeshing* (o Δa non ben tarati) possono sovrastimare la crescita.
- *Approccio conservativo*: nelle fasi iniziali o in presenza di micro-difetti è opportuno aumentare il margine di sicurezza, tenendo conto della soglia ΔK_{th} .

Prospettive di sviluppo. Le strategie di simulazione per la crescita delle cricche potranno beneficiare di:

- *Modelli correttivi avanzati* (Forman, NASGRO, Walker) per includere chiusura della cricca, plasticità locale e carichi complessi (R variabile, multiaxialità, spettri di carico);
- *Metodi elastoplastici localizzati*, per descrivere la plastificazione in punta di cricca in modo più accurato, particolarmente rilevante per *short cracks* e saldature con microstruttura eterogenea;
- *Tecniche di intelligenza artificiale e machine learning*, mirate a ottimizzare la calibrazione dei parametri di legge di crescita (A e m) o a migliorare le previsioni in presenza di difetti difficilmente modellabili con i metodi convenzionali.

In conclusione, l'approccio *SMART Crack Growth* combinato con la legge di Paris fornisce previsioni di buon livello per cricche iniziali di media entità. L'introduzione di modelli più raffinati (Forman, soglia ΔK_{th} , plasticità) potrà estenderne ulteriormente l'accuratezza, soprattutto nel regime di cricche corte e in condizioni di carico complesse, favorendo così applicazioni industriali sempre più affidabili e sicure.

- [13] JAGDEEP KUMAR. *A Review on Fracture Mechanics & J-Integral*. 2025. URL: https://www.academia.edu/32856316/A_Review_on_Fracture_Mechanics_and_J_Integral.
- [14] Modern Physics Team. *J-Integral in Fracture Mechanics — Analysis, Application & Theory*. 2025. URL: <https://modern-physics.org/j-integral-in-fracture-mechanics/>.
- [15] Academia.edu. *Application of J Integral for the Fracture Assessment of Welded Polymeric Components*. 2025. URL: https://www.academia.edu/72996166/Application_of_J_Integral_for_the_Fracture_Assessment_of_Welded_Polymeric_Components.
- [16] Academia.edu. *Determination of Fracture Mechanics Parameters using FEM and J Integral Approach*. 2025. URL: https://www.academia.edu/7787189/Determination_of_Fracture_Mechanics_Parameters_using_FEM_and_J_Integral_Approach.
- [17] Abdalnaser M. Alshoaibi and Yahya Ali Fageehi. “Finite Element Simulation of a Crack Growth in the Presence of a Hole in the Vicinity of the Crack Trajectory”. In: *Materials* (2022), p. 13.
- [18] Abdalnaser M. Alshoaibi. “Fatigue Crack Growth Analysis in Modified Compact Tension Specimen with Varying Stress Ratios: A Finite Element Study”. In: *Applied Sciences* (2023), p. 17.
- [19] Yahya Ali Fageehi. “Prediction of Fatigue Crack Growth Rate and Stress Intensity Factors Using the Finite Element Method”. In: (2022). Ed. by Jean-Michel Bergheau, p. 17.
- [20] Inc. ANSYS. *ANSYS Mechanical APDL Fracture Analysis Guide*. Documentazione ufficiale sulla frattura e analisi delle cricche. 2024, p. 62.
- [21] L. P. Borrego et al. “Analysis of low cycle fatigue in AlMgSi aluminium alloys”. In: *Engineering Failure Analysis* 11 (2004), pp. 715–725. URL: <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2003.09.003>.
- [22] Hydro Innovation Technology. *Technical Datasheet - Extruded Products: Alloy EN AW-6060 [AlMgSi]*. Tech. rep. Version Rev.2. Hydro Innovation Technology, Finspång, Sweden, Jan. 2019.
- [23] CEN/TC250. *Eurocode 9 - Design of Aluminium Structures - Part 1-3: Structures Susceptible to Fatigue*. BSI Standards Limited, 2023. URL: https://doi.org/10.3403/BSEN1999?urlappend=%26utm_campaign=pdfdoi%26utm_source=pdfdoi%26utm_medium=pdf.
- [24] MakeItFrom. *6061-T6 Aluminum*. URL: <https://www.makeitfrom.com/material-properties/6061-T6-Aluminum>.
- [25] Hyung Jin Lim, Young-Joo Lee, and Hoon Sohn. “Continuous fatigue crack length estimation for aluminum 6061-T6 plates with a notch”. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 120 (2019), pp. 356–364.
- [26] Fuzuli Ağrı Akçay and Erkan Oterkus. “Prediction of fracture toughness of metallic materials”. In: *Engineering with Computers* 39 (2023), pp. 81–88.

- [27] Alfredo da Silva Ribeiro, Abílio Manuel Pinho de Jesus, and António Augusto Fernandes. “Fatigue Crack Propagation Rates of the Aluminium Alloy 6061-T651”. In: *Proceedings of the 18th International Congress of Mechanical Engineering*. ABCM. 2005.
- [28] Q. Han et al. “Determination of stress intensity factor for mode I fatigue crack based on finite element analysis”. In: *Engineering Fracture Mechanics* 138 (2015), pp. 118–126.
- [29] C. Shih, B. Moran, and T. Nakamura. “Energy release rate along a three-dimensional crack front in a thermally stressed body”. In: *International Journal of Fracture* 30.2 (1986), pp. 79–102.
- [30] K. Rege and H. Lemu. “A review of fatigue crack propagation modelling techniques using FEM and XFEM”. In: *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. Vol. 276. 2017, p. 012027.
- [31] Inc. ANSYS. *ANSYS Academic Research Mechanical, Release 19.2, Help System, Coupled Field Analysis Guide*. 2018.
- [32] Q. Han et al. “Determination of Stress Intensity Factor for Mode I Fatigue Crack Based on Finite Element Analysis”. In: *Engineering Fracture Mechanics* 138 (2015), pp. 118–126.
- [33] Inc. Ansys. *SMART Method for Crack-Growth Simulation*. Tech. rep. Ansys, Inc., 2025. URL: https://ansyshelp.ansys.com/Views/Secured/corp/v221/en/ans_frac/fracSMART.html.
- [34] ANSYS Documentation. “SOLID187: Higher-Order 3D Structural Solid Element”. In: (2023). URL: https://ansyshelp.ansys.com/Views/Secured/corp/v221/en/ans_elem/Hlp_E_SOLID187.html.
- [35] C. Hopper and K. Miller. “Fatigue crack propagation in biaxial stress fields”. In: *Journal of Strain Analysis for Engineering Design* 12 (1977), pp. 23–28.
- [36] H. A. Richard, M. Fulland, and M. Sander. “Theoretical crack path prediction”. In: *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 28.1-2 (2005), pp. 3–12.
- [37] XIANGQIAO YAN, SHANYI DU, and ZEHUA ZHANG. “Mixed-mode fatigue crack growth prediction in biaxially stretched sheets”. In: *Engineering Fracture Mechanics* 43 (1992), pp. 471–475. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/001379449290115U>.
- [38] K. Tanaka. “Fatigue crack propagation from a crack inclined to the cyclic tensile axis”. In: *Engineering Fracture Mechanics* 6 (1974), pp. 493–507.
- [39] OpenAI. *ChatGPT*. <https://chat.openai.com/>. Accesso: molteplici volte. 2023.