



**Politecnico  
di Torino**

**POLITECNICO DI TORINO**

**Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale**

**Ottimizzazione delle missioni di Rimozione Attiva dei  
Detriti Spaziali attraverso l'Ottimizzazione basata sulle  
Colonie di Formiche**

Relatore

Prof. Lorenzo Casalino

Candidato

Stylios Tsalas

Ottobre 2024

# Sommario

Lista tabelle.....	6
Sommario.....	7
Capitolo 1 Introduzione.....	8
1.1 I detriti e il loro decadimento.....	10
1.1.1 Decadimento dei detriti in orbita LEO .....	10
1.1.2 Problema dell'inquinamento dello spazio .....	11
1.2 La Sindrome di Kessler e le Sfide Associate ai Detriti Spaziali .....	12
1.2.1. Meccanismo della Sindrome di Kessler.....	12
1.2.2 Implicazioni della Sindrome di Kessler.....	13
1.2.3 Strategie di Mitigazione.....	14
1.3 L'Importanza della Rimozione Attiva dei Detriti Spaziali .....	14
1.3.2 Benefici Economici.....	15
1.3.3 Sostenibilità delle Attività Spaziali .....	15
1.3.4 Implicazioni Ambientali .....	16
1.4 Soluzioni Innovative per la Gestione dei Detriti Spaziali .....	16
1.4.1 Tecnologie di Rimozione Attiva dei Detriti .....	17
1.4.2 Algoritmi di Ottimizzazione per la Rimozione Attiva dei Detriti .....	18
Capitolo 2 Considerazioni pratiche.....	20
2.1 Dinamiche Orbitali .....	20
2.1.1 Leggi di Keplero e Legge della Gravitazione Universale.....	21
2.1.2 Equazioni del Moto Orbitale .....	22
2.1.3 Orbita e Parametri Orbitali.....	23
2.2 Perturbazioni Orbitali.....	25
2.2.1 Perturbazioni Gravitazionali.....	25
2.2.2 Resistenza Atmosferica (Drag).....	27
2.2.3 Pressione di Radiazione Solare.....	28
2.2.4 Effetto di Albedo della Terra .....	29
2.2.5 Perturbazioni Geomagnetiche .....	29
2.2.6 Effetto di Marea (Tidal Forces) .....	30
2.2.7 Effetti di Relatività Generale.....	30
2.3 Finestra di tempo.....	31
2.3.1 Durata Limitata della Missione .....	31
2.3.2 Sincronizzazione con Orbite dei Detriti.....	32
2.3.3 Efficienza del Consumo di Propellente .....	33

2.3.4 Risposta a Eventi Improvvisi .....	33
2.3.5 Considerazioni Orbitali a Lungo Termine.....	33
2.3.6 Finestra Temporale per la Deorbitazione .....	34
2.3.7 Effetti delle Perturbazioni Orbitali.....	34
2.3.8 Vincoli Normativi e Legali.....	35
2.4 Interfaccia con altri sistemi.....	35
2.4.1 Integrazione con i Sistemi di Controllo a Terra .....	35
2.4.2 Compatibilità con Sistemi di Propulsione.....	36
2.4.3 Coordinazione con Altri Satelliti .....	36
2.4.4 Interfaccia con Sistemi di Sensori e di Navigazione.....	37
2.4.5 Interoperabilità con Sistemi Internazionali .....	37
2.4.6 Gestione dell'Energia e Sistemi di Alimentazione .....	37
<b>Capitolo 3 Ottimizzazione combinatoria .....</b>	<b>39</b>
3.1 Definizione e Caratteristiche .....	39
3.1.1 Problemi di Ottimizzazione Combinatoria.....	40
3.1.2 Algoritmi per l'Ottimizzazione Combinatoria .....	40
3.2 Algoritmi Metaeuristici .....	41
3.2.1 Caratteristiche degli Algoritmi Metaeuristici .....	41
3.3 Algoritmi Genetici (GA) .....	41
3.3.1 Principi Fondamentali .....	42
3.3.2 Selezione.....	42
3.3.3 Crossover (Ricombinazione).....	42
3.3.4 Mutazione .....	43
3.3.5 Struttura dell'Algoritmo .....	43
3.3.6 Punti di Forza degli Algoritmi Genetici.....	43
3.4 Particle Swarm Optimization (PSO).....	44
3.4.1 Principi Fondamentali .....	44
3.4.2 Aggiornamento della Velocità e della Posizione.....	45
3.4.3 Punti di Forza di PSO .....	46
3.5 ACO.....	47
3.5.1 Criteri principali.....	47
3.5.2 Comportamento formiche naturali .....	48
3.5.3 Componenti principali ACO.....	49
3.5.4 Inizializzazione.....	51
3.5.5 Considerazioni sull'Inizializzazione.....	53
3.5.6 Costruzione della soluzione .....	53

3.5.7 Aggiornamento feromone .....	56
3.5.8 Punti di forza .....	60
<b>Capitolo 4: Descrizione della Missione e Modello Adottato .....</b>	<b>64</b>
4.1 Competizione GTOC9 .....	64
4.2 La Missione .....	66
4.2.1 Descrizione Ufficiale del Problema (GTOC9) .....	66
4.3 Vincoli della missione.....	68
4.3.1 Tempistica dei Rendezvous con i Detriti .....	68
4.3.2 Programmazione delle Missioni .....	68
4.3.3 Finestra Temporale degli Eventi della Missione.....	69
4.3.4 Vincoli sull'Orbita.....	69
4.3.5 Spacecraft.....	69
4.3.6 Manovre disponibili .....	70
4.3.7 Semplificazioni.....	71
4.5 Codice Matlab.....	72
4.5.1 Input .....	72
4.5.2 Moduli di Supporto .....	73
4.5.3 Esecuzione del Processo di Ottimizzazione .....	74
<b>Capitolo 5 Risultati .....</b>	<b>75</b>
5.1 Analisi del $\Delta v$ con un Lancio Singolo.....	75
5.2 Confronto tra ACO e JPL: $\Delta v$ , Sequenza di Detriti e Tempi .....	76
5.2.1 $\Delta v$ .....	76
5.2.2 Sequenza di Detriti.....	77
5.2.3 Tempi di Percorrenza.....	78
5.3 Analisi del $\Delta v$ con Due Lanci Simultanei .....	79
5.4 Confronto tra ACO e JPL: $\Delta v$ , Sequenza di Detriti e Tempi .....	80
5.4.1 $\Delta v$ .....	80
5.4.2 Sequenza di Detriti.....	80
5.4.3 Tempi di Percorrenza.....	81
5.5 Analisi del $\Delta v$ con Tre Lanci Simultanei e Limiti dell'Algoritmo.....	81
<b>Capitolo 6 Conclusioni.....</b>	<b>83</b>
6.1 Per il futuro.....	83
6.2 Sfide Economiche e Strategiche.....	84
6.2.1 Sfide Economiche .....	84
6.2.2 Sfide Strategiche e Politiche.....	84
6.2.3 Considerazioni Future e Raccomandazioni.....	85
<b>Bibliografia .....</b>	<b>87</b>

# Lista figure

Figura 1: rappresentazione dei satelliti e detriti presenti nell'ambiente spaziale.....	8
Figura 2: Immagine del cratere generato dall'impatto di un detrito. ....	11
Figura 3: Sindrome di Kessler .....	12
Figura 4: Grafico dell'aumento del numero di detriti nel tempo. ....	13
Figura 5: Braccio meccanico per la rimozione attiva dei detriti. ....	17
Figura 6: Rete per la rimozione attiva dei detriti. ....	18
Figura 7: Schema rappresentativo del problema dei due corpi ristretto. ....	21
Figura 8: Sistema di riferimento Geocentrico Equatoriale. ....	24
Figura 9: Non perfetta sfericità della terra. ....	26
Figura 10: Rappresentazione percorso ACO .....	47
Figura 11: Percorso ottimizzato dalle formiche reali. ....	48
Figura 12: Percorso formica artificiale. ....	49
Figura 13: Problema commesso viaggiatore. ....	55
Figura 14: Aggiornamento feromone. ....	57
Figura 15: Serie detriti JPL. ....	65
Figura 16: Risultati missione JPL. ....	66
Figura 17: Grafico valori minimi e medi $\Delta v$ . ....	75

## Lista tabelle

Tabella 1: Confronto ACO e JPL .....	77
Tabella 2: Confronto sequenza detriti JPL e ACO .....	78
Tabella 3: Confronto durata transfert JPL e ACO. ....	78
Tabella 4: Confronto ACO e JPL $\Delta v$ . ....	80
Tabella 5: Confronto valori $\Delta v$ minimi .....	82

# Sommario

L'accumulo di detriti spaziali negli ultimi decenni ha rappresentato una sfida significativa per le operazioni spaziali e la sostenibilità a lungo termine dell'ambiente orbitale terrestre. Il fenomeno noto come Sindrome di Kessler descrive una situazione in cui le collisioni tra detriti generano nuovi frammenti, aumentando esponenzialmente il rischio di ulteriori collisioni. Per mitigare questo problema, è emersa la necessità di sviluppare missioni di Rimozione Attiva dei Detriti (ADR), il cui obiettivo è intercettare e rimuovere detriti di grandi dimensioni. Tuttavia, per renderle efficienti, è essenziale rimuovere più detriti con una singola missione. La sfida principale diventa quindi l'ottimizzazione della sequenza di rimozione dei detriti, per minimizzare i costi associati alla missione, che possono includere il consumo di propellente, il  $\Delta v$  o il costo monetario complessivo della missione. Il presente studio ha come scopo lo sviluppo di un algoritmo di Ottimizzazione basata sulle Colonie di Formiche (Ant Colony Optimization - ACO) per determinare l'ordine ottimale di rimozione dei detriti spaziali. L'algoritmo ACO, ispirato al comportamento delle formiche nella ricerca di percorsi ottimali verso le fonti di cibo, viene applicato alla pianificazione delle traiettorie spaziali, con l'obiettivo di ridurre i costi di propellente e migliorare l'efficienza delle missioni ADR. Il modello proposto è stato testato su dati reali forniti dal Global Trajectory Optimization Competition (GTOC), e i risultati ottenuti sono stati confrontati con soluzioni di riferimento. L'implementazione di questo approccio rappresenta un passo avanti verso l'ottimizzazione delle missioni ADR, contribuendo a una gestione più sostenibile dell'ambiente orbitale terrestre.

# Capitolo 1 Introduzione

L'esplorazione e l'utilizzo dello spazio hanno portato benefici innumerevoli all'umanità, contribuendo a rivoluzionare la comunicazione, la meteorologia, la navigazione e molte altre aree della nostra vita quotidiana. Tuttavia, l'aumento esponenziale delle attività spaziali negli ultimi decenni ha comportato una conseguenza inaspettata e potenzialmente devastante: l'accumulo di detriti spaziali. Questi detriti, che comprendono satelliti non funzionanti, frammenti di veicoli di lancio, e altri rifiuti spaziali, costituiscono una minaccia crescente per le operazioni spaziali future e la sostenibilità a lungo termine dell'ambiente orbitale terrestre. Il problema dei detriti spaziali è complesso e multidimensionale. I detriti non solo rappresentano un pericolo per le attuali infrastrutture spaziali, come i satelliti operativi e la Stazione Spaziale Internazionale, ma possono anche generare ulteriori frammenti attraverso collisioni, aumentando esponenzialmente la popolazione di detriti in orbita. Questo scenario, noto come Sindrome di Kessler, descrive una situazione in cui le collisioni tra detriti creano nuovi frammenti, portando a un ciclo di aumento del rischio di ulteriori collisioni e, in ultima analisi, a una congestione dell'orbita terrestre bassa che potrebbe rendere alcune regioni dello spazio inaccessibili o inutilizzabili per molti decenni.



*Figura 1: rappresentazione dei satelliti e detriti presenti nell'ambiente spaziale.*

In questo contesto, la rimozione attiva dei detriti spaziali (Active Debris Removal, ADR) è emersa come una delle soluzioni più promettenti per mitigare il problema. L'ADR prevede l'intercettazione e la rimozione di detriti spaziali, in particolare quelli di grandi dimensioni e quelli situati in orbite critiche, al fine di ridurre il rischio di collisioni future. Tuttavia, la rimozione dei detriti presenta sfide tecniche ed economiche significative, tra cui la progettazione di traiettorie efficienti per le missioni di recupero.



L'orbita terrestre è sempre più congestionata da detriti spaziali, e la rimozione attiva dei detriti rappresenta una delle soluzioni più promettenti per mitigare il problema. Tuttavia, per garantire che ogni missione di ADR sia economicamente e tecnicamente efficiente, è cruciale rimuovere un certo numero di detriti per ciascun lancio. In generale, per ottimizzare i costi operativi, ogni missione deve concentrarsi sulla rimozione di almeno cinque o più detriti. Questo permette di massimizzare l'utilizzo delle risorse disponibili, come il propellente e il tempo operativo, garantendo al contempo una maggiore efficacia nella riduzione dei rischi associati alla congestione orbitale.

In questo contesto, diventa fondamentale ottimizzare l'ordine con cui i detriti vengono rimossi. Una scelta oculata della sequenza di rimozione consente di minimizzare il costo complessivo della missione. Questo può essere espresso in termini di  $\Delta v$  (la variazione di velocità necessaria per eseguire le manovre), del consumo di propellente, o del costo economico totale della missione. Le missioni ADR, infatti, sono spesso vincolate dalla quantità di propellente disponibile e dall'efficienza delle manovre orbitali. Pertanto, la riduzione del delta-v richiesto per passare da un detrito all'altro risulta essere un obiettivo chiave per l'ottimizzazione.

Lo scopo di questa tesi è lo sviluppo di un algoritmo di ottimizzazione in grado di determinare la sequenza ottimale di rimozione dei detriti per ciascuna missione ADR. L'algoritmo proposto considera i vari parametri chiave, tra cui la posizione iniziale dei detriti, l'energia necessaria per raggiungerli, e la minimizzazione del consumo di risorse. Ottimizzando questi fattori, l'algoritmo mira a ridurre significativamente i costi complessivi della missione, garantendo al contempo un'efficace riduzione dei detriti in orbita.

I detriti analizzati sono quelli selezionati per la nona edizione del GTOC (Global Trajectory Optimization Competition), ispirata al problema identificato dall'astrofisico Donald J. Kessler, da cui deriva il nome della competizione, "The Kessler Run". È stato sviluppato un modello per calcolare le variazioni di velocità necessarie in base ai tempi caratteristici delle missioni, facilitando il trasferimento tra le diverse orbite dei detriti e permettendo così la loro rimozione. Considerando la necessità di rimuovere più detriti durante le stesse missioni, è stato quindi impiegato l'algoritmo Ant Colony Optimization per determinare i tempi di trasferimento ottimali e massimizzare l'efficienza globale delle missioni, riducendo i costi. I risultati ottenuti con questo metodo semplificato, che fornisce una stima rapida dei costi delle missioni in termini di variazioni di velocità, verranno confrontati con quelli del JPL (Jet Propulsion Laboratory), il gruppo vincitore della competizione.

L'ACO è un metodo di ottimizzazione ispirato al comportamento delle formiche nella ricerca di cibo che presenta analogie significative con il problema della pianificazione delle traiettorie di un satellite.

La sfida risiede nel bilanciare queste esigenze contrastanti, considerando le dinamiche orbitali, le limitazioni del veicolo spaziale e le caratteristiche dei detriti. In particolare, esploreremo come l'ACO può essere adattato per gestire le complessità del problema, come la variabilità nelle posizioni dei detriti e le restrizioni imposte dalla meccanica orbitale.

Questo studio si inserisce nel più ampio contesto delle tecnologie spaziali sostenibili, contribuendo a fornire soluzioni pratiche per preservare l'ambiente spaziale per le generazioni future. La capacità di ottimizzare le missioni di rimozione dei detriti non solo ha implicazioni dirette per la sicurezza e l'efficienza delle operazioni spaziali, ma rappresenta anche un passo cruciale verso la gestione responsabile dell'ambiente orbitale terrestre.

## 1.1 I detriti e il loro decadimento

I detriti spaziali sono oggetti artificiali che orbitano intorno alla Terra ma non hanno più una funzione utile. Questi detriti possono includere satelliti non funzionanti, parti di razzi, frammenti di veicoli spaziali e altri rifiuti risultanti da collisioni o esplosioni in orbita. Anche piccoli oggetti, come bulloni o frammenti di vernice, possono essere classificati come detriti spaziali e rappresentano un pericolo a causa delle loro elevate velocità in orbita.

### 1.1.1 Decadimento dei detriti in orbita LEO

L'orbita terrestre bassa (LEO), che si estende approssimativamente tra 160 e 2.000 chilometri di altitudine, è particolarmente affollata di detriti spaziali. Il tempo che un detrito impiega per decadere naturalmente dall'orbita LEO e rientrare nell'atmosfera terrestre dipende da diversi fattori, tra cui l'altitudine, la dimensione e la forma dell'oggetto.

- **Altitudine:** I detriti che si trovano a quote più basse (intorno ai 300-400 km) possono decadere in pochi anni a causa della resistenza atmosferica, che rallenta gradualmente gli oggetti fino a farli rientrare nell'atmosfera, dove bruciano. Tuttavia, a quote più elevate (ad esempio, sopra i 1.000 km), la densità dell'atmosfera è molto bassa, il che riduce significativamente l'attrito. In queste condizioni, i detriti possono rimanere in orbita per decenni o addirittura secoli prima di rientrare nell'atmosfera.
- **Dimensione e forma:** Oggetti più grandi e con maggiore superficie offrono più resistenza all'attrito atmosferico, tendendo a decadere più rapidamente rispetto a oggetti più piccoli e compatti.

### 1.1.2 Problema dell'inquinamento dello spazio

L'accumulo di detriti spaziali in LEO rappresenta un grave problema di inquinamento dello spazio per diverse ragioni:

- **Rischio di collisione:** L'elevata velocità dei detriti spaziali (fino a 28.000 km/h in LEO) significa che anche piccoli frammenti possono causare danni catastrofici ai satelliti operativi e ad altre infrastrutture spaziali, come la Stazione Spaziale Internazionale (ISS). Le collisioni possono generare ulteriori detriti, creando un pericoloso effetto domino noto come Sindrome di Kessler.

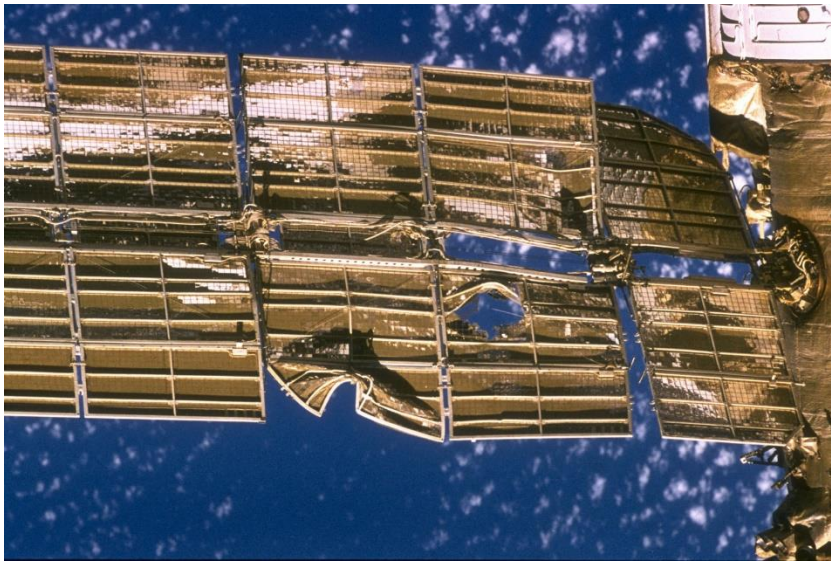


Figura 2: Immagine del cratere generato dall'impatto di un detrito.

- **Perdita di orbite utili:** Se l'inquinamento da detriti spaziali continua a crescere, alcune regioni dell'orbita terrestre potrebbero diventare inutilizzabili per future missioni spaziali, compromettendo la capacità di lanciare nuovi satelliti o di mantenere operative le infrastrutture spaziali esistenti.
- **Costi crescenti:** Il monitoraggio e l'evitamento delle collisioni con i detriti spaziali rappresentano un costo crescente per le operazioni spaziali. Le manovre per evitare collisioni consumano carburante prezioso e riducono la vita operativa dei satelliti.
- **Sostenibilità a lungo termine:** Se non si affrontasse adeguatamente il problema dei detriti spaziali, lo spazio vicino alla Terra potrebbe diventare così congestionato che future missioni spaziali diventeranno troppo rischiose o costose da intraprendere.

La gestione dei detriti spaziali è quindi cruciale per garantire l'uso sostenibile dello spazio a lungo termine. Iniziative come la rimozione attiva dei detriti (ADR) e l'adozione di pratiche di progettazione più responsabili sono essenziali per mitigare i rischi associati a questo crescente problema ambientale.

## 1.2 La Sindrome di Kessler e le Sfide Associate ai Detriti Spaziali

La sindrome di Kessler è un concetto introdotto nel 1978 dall'astronomo e ingegnere Donald J. Kessler e descrive una problematica critica che può verificarsi nello spazio orbitale terrestre. Questo fenomeno, caratterizzato da una crescita esponenziale dei detriti spaziali, rappresenta una sfida significativa per la sostenibilità delle operazioni spaziali. In questo capitolo, esamineremo in dettaglio la sindrome di Kessler, il meccanismo attraverso il quale si sviluppa, le implicazioni per le missioni spaziali e le strategie di mitigazione necessarie per affrontare questa problematica.



Figura 3: Sindrome di Kessler

### 1.2.1. Meccanismo della Sindrome di Kessler

La sindrome di Kessler si verifica quando la densità di detriti spaziali in orbita terrestre raggiunge un livello tale da scatenare una reazione a catena di collisioni. Questo processo inizia con l'accumulo di detriti spaziali, che possono derivare da satelliti dismessi, esplosioni di razzi, frammenti di collisioni precedenti o altre fonti di detriti. Man mano che la densità di questi detriti aumenta cresce la probabilità di collisioni tra gli oggetti in orbita.

Quando i detriti spaziali o i satelliti collidono, si generano ulteriori frammenti. Ogni collisione contribuisce alla creazione di nuovi detriti, alimentando una reazione a catena che continua a produrre

frammenti. L'aumento della densità di detriti porta a una crescente probabilità di collisioni successive, provocando una crescita esponenziale del numero di detriti e creando un ambiente spaziale sempre più congestionato e pericoloso.

### 1.2.2 Implicazioni della Sindrome di Kessler

La sindrome di Kessler ha implicazioni significative per le operazioni spaziali e la sostenibilità a lungo termine dello spazio orbitale. La proliferazione dei detriti spaziali rappresenta un rischio diretto per i satelliti e le missioni spaziali. Le collisioni con frammenti di detriti possono causare danni gravi o distruzione totale di satelliti, compromettendo comunicazioni, meteorologia, GPS e altre applicazioni cruciali.

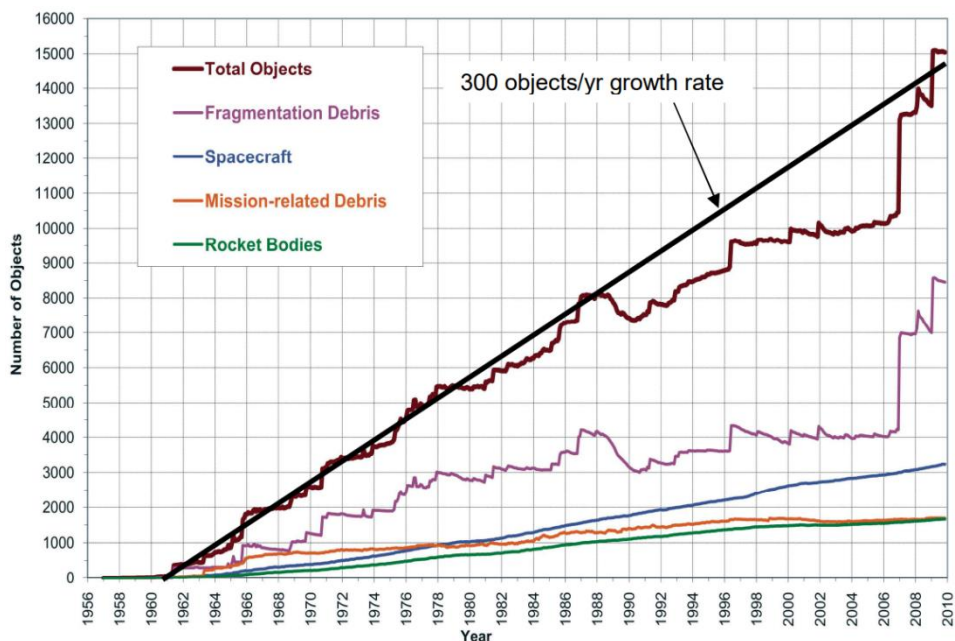


Figura 4: Grafico dell'aumento del numero di detriti nel tempo.

Inoltre, la necessità di evitare i detriti spaziali comporta costi aggiuntivi per le operazioni spaziali. Le agenzie spaziali e le compagnie private devono investire in tecnologie di protezione avanzate e pianificare manovre evasive per ridurre i rischi, il che aumenta i costi delle missioni.

La sindrome di Kessler minaccia anche la sostenibilità delle attività spaziali, rendendo le orbite terrestri sempre più difficili da utilizzare. Questo può limitare le opportunità di esplorazione e utilizzo dello spazio, con ripercussioni negative sulla ricerca scientifica e sulle future missioni spaziali. Infine, la proliferazione incontrollata dei detriti potrebbe avere effetti duraturi sull'ambiente spaziale, limitando la capacità di operare in orbita e impedendo l'accesso alle risorse spaziali per le generazioni future.

### 1.2.3 Strategie di Mitigazione

Per affrontare e mitigare gli effetti della sindrome di Kessler, è fondamentale adottare diverse strategie e approcci innovativi:

- **Rimozione Attiva dei Detriti:** È essenziale sviluppare tecnologie per la rimozione attiva dei detriti spaziali, come l'uso di reti, arpioni, laser o altre soluzioni tecnologiche per rimuovere frammenti dall'orbita terrestre.
- **Normative e Regolamentazioni:** L'implementazione di regolamenti internazionali per ridurre la produzione di detriti spaziali è cruciale. Ciò include la progettazione di satelliti e razzi che minimizzino il rischio di esplosioni e la pianificazione di manovre di deorbitazione per i satelliti non più operativi.
- **Monitoraggio e Previsione:** Migliorare i sistemi di monitoraggio e previsione dei detriti spaziali permette di anticipare le collisioni e pianificare manovre evasive in anticipo, riducendo i rischi associati ai detriti.
- **Cooperazione Internazionale:** La cooperazione tra agenzie spaziali, governi e organizzazioni internazionali è fondamentale per sviluppare e implementare strategie globali per la gestione dei detriti spaziali e garantire la sostenibilità delle attività spaziali.

## 1.3 L'Importanza della Rimozione Attiva dei Detriti Spaziali

La crescente quantità di detriti spaziali rappresenta una minaccia significativa per la sicurezza delle operazioni spaziali, la sostenibilità a lungo termine dell'ambiente orbitale e l'economia spaziale globale. La sindrome di Kessler, che può provocare una reazione a catena di collisioni, amplifica i rischi associati ai detriti spaziali e rende sempre più urgente trovare soluzioni efficaci per la loro rimozione. In questo contesto, la rimozione attiva dei detriti spaziali e l'uso di algoritmi avanzati per l'ottimizzazione delle traiettorie sono cruciali per garantire un ambiente spaziale sicuro e sostenibile. Questo capitolo esplorerà l'importanza della gestione dei detriti spaziali, evidenziando i benefici economici, la sostenibilità delle attività spaziali e le implicazioni ambientali.

### **1.3.2 Benefici Economici**

- **Costi Diretti e Indiretti**

I costi associati alla gestione dei detriti spaziali sono elevati. Le manovre evasive, la progettazione di satelliti resistenti ai detriti e le misure di prevenzione comportano spese considerevoli. Inoltre, la perdita di satelliti operativi può significare la perdita di ricavi, in quanto i servizi che forniscono, come la connettività internet e il monitoraggio meteorologico, vengono interrotti.

- **Ottimizzazione dei Costi Operativi**

L'adozione di tecnologie avanzate per la rimozione attiva dei detriti e l'ottimizzazione delle traiettorie può ridurre significativamente questi costi. Algoritmi come il metodo genetico e l'ACO aiutano a pianificare manovre e operazioni in modo più efficiente, minimizzando il consumo di propellente e ottimizzando le traiettorie per evitare collisioni. Questo porta a una riduzione dei costi operativi e a un miglioramento del ritorno economico delle missioni spaziali.

- **Nuove Opportunità di Mercato**

Una gestione efficace dei detriti spaziali può aprire nuove opportunità di mercato, favorendo l'espansione delle attività spaziali commerciali e scientifiche. Un ambiente spaziale più sicuro e meno congestionato incoraggia gli investimenti e la creazione di nuove infrastrutture spaziali, stimolando ulteriormente l'innovazione e la crescita economica nel settore spaziale.

### **1.3.3 Sostenibilità delle Attività Spaziali**

- **Conservazione dell'Ambiente Orbitale**

La sostenibilità delle attività spaziali dipende dalla capacità di mantenere un ambiente orbitale sicuro e gestibile. L'accumulo di detriti spaziali non solo aumenta il rischio di collisioni, ma rende anche più difficile l'accesso alle orbite. Le orbite congestionate possono limitare le opportunità per future missioni e complicare la pianificazione di nuove lanci.

- **Approcci Proattivi alla Gestione dei Detriti**

La rimozione attiva dei detriti spaziali rappresenta un approccio proattivo per garantire che l'ambiente orbitale rimanga sicuro e accessibile. Investire nella gestione dei detriti contribuisce alla preservazione a lungo termine dell'ambiente spaziale e alla promozione di un utilizzo sostenibile dello spazio. Algoritmi avanzati che ottimizzano le traiettorie per la rimozione dei detriti possono migliorare l'efficacia delle operazioni e ridurre il rischio di generare ulteriori detriti.

### **1.3.4 Implicazioni Ambientali**

- **Prevenzione della Creazione di Nuovi Detriti**

La gestione dei detriti spaziali ha un impatto ambientale diretto sulla prevenzione della creazione di nuovi frammenti. Ogni collisione tra detriti genera ulteriori frammenti, che possono contribuire a una spirale di crescita dei detriti. Le operazioni di rimozione attiva, pianificate attraverso algoritmi di ottimizzazione delle traiettorie, riducono il rischio di nuove collisioni e quindi limitano la proliferazione di detriti spaziali.

- **Impatti Collaterali**

L'uso di tecnologie per la rimozione dei detriti, come i laser o i sistemi di reti e arpioni, deve essere attentamente gestito per evitare impatti collaterali sull'ambiente spaziale. Algoritmi di ottimizzazione aiutano a pianificare queste operazioni in modo da minimizzare eventuali rischi aggiuntivi e garantire che le tecnologie impiegate siano sicure e efficienti.

## **1.4 Soluzioni Innovative per la Gestione dei Detriti Spaziali**

Per mitigare il problema dei detriti spaziali, sono state proposte diverse soluzioni, tra cui la rimozione attiva dei detriti (ADR - Active Debris Removal). Questa tecnologia prevede l'uso di satelliti progettati per intercettare e rimuovere i detriti dallo spazio, catturandoli e spostandoli in orbite di smaltimento o riportandoli in atmosfera per la disintegrazione. Tuttavia, l'implementazione di ADR presenta diverse sfide tecniche, tra cui la cattura dei detriti, la gestione del carburante e la pianificazione delle traiettorie.

L'ottimizzazione delle traiettorie dei satelliti ADR è cruciale per il successo di queste missioni. Pianificare percorsi efficienti che minimizzino il consumo di carburante e massimizzino il numero di detriti recuperati è un problema complesso che richiede l'uso di algoritmi avanzati di ottimizzazione. In questo contesto, l'algoritmo di ottimizzazione basato sulle colonie di formiche (ACO - Ant Colony Optimization) si presenta come una soluzione promettente. Questa tesi si propone di sviluppare un algoritmo ACO che possa migliorare l'efficacia delle missioni ADR, contribuendo a mitigare il problema dei detriti spaziali.



### 1.4.1 Tecnologie di Rimozione Attiva dei Detriti

La rimozione attiva dei detriti spaziali è una delle strategie più promettenti per affrontare la sindrome di Kessler. Questo approccio implica l'uso di tecnologie avanzate per catturare e rimuovere i frammenti di detriti dall'orbita terrestre. Diverse tecnologie sono state proposte e sviluppate:

- **Bracci meccanici**

I bracci meccanici sono dispositivi robotici montati su satelliti o veicoli spaziali progettati per catturare e manipolare detriti spaziali. Questi strumenti sofisticati rappresentano una delle soluzioni più avanzate e precise per la rimozione attiva dei detriti in orbita. Una volta in prossimità del detrito, il braccio meccanico utilizza i suoi sensori per allinearsi con precisione. Il braccio si estende e utilizza il suo meccanismo di presa per afferrare il detrito. Questo processo richiede un controllo preciso per evitare di generare ulteriori detriti durante la cattura.

Dopo la cattura, il detrito può essere trasferito in un'orbita di rientro controllata verso l'atmosfera terrestre, dove brucerà, o in un "cimitero orbitale" per i detriti di grandi dimensioni che non possono essere deorbitati in sicurezza.



*Figura 5: Braccio meccanico per la rimozione attiva dei detriti.*

- **Reti e Arpioni**

I sistemi di reti e arpioni sono progettati per catturare i frammenti di detriti spaziali. I satelliti dotati di reti possono avvicinarsi ai frammenti e avvolgerli, permettendo poi una manovra di deorbitazione. Gli arpioni funzionano mediante un dispositivo affilato che penetra e immobilizza i detriti. Entrambi i metodi richiedono alta precisione nella manovra e nella cattura per garantire il successo della rimozione.

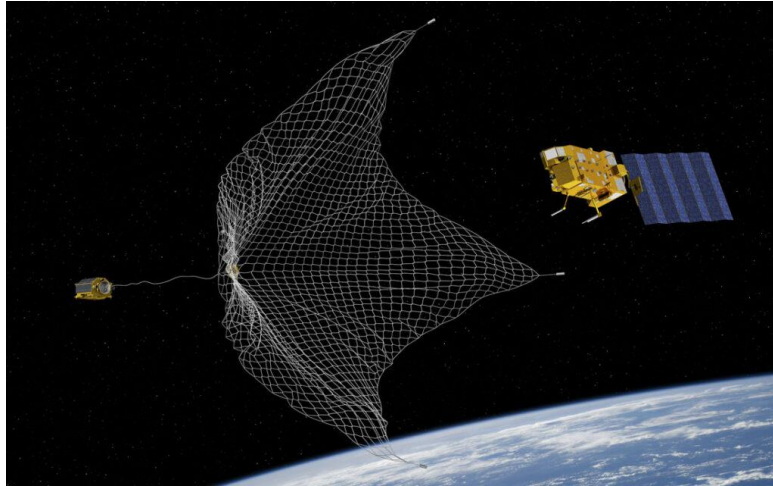


Figura 6: Rete per la rimozione attiva dei detriti.

- **Laser**

L'uso di laser spaziali per rimuovere i detriti è una tecnologia in fase di sviluppo che sfrutta l'ablazione. Un laser ad alta potenza focalizzato su un frammento di detrito può riscaldare e vaporizzare il materiale, riducendo così la dimensione del frammento o distruggendolo completamente. Questa tecnologia richiede una grande quantità di energia e una precisione eccezionale per evitare danni collaterali ad altri oggetti in orbita.

- **Spazzole e Tecnologie Elettromagnetiche**

Alcuni studi stanno esplorando l'uso di spazzole spaziali o dispositivi elettromagnetici per rimuovere i detriti. Le spazzole sono progettate per colpire i detriti e ridurre la loro velocità, mentre i dispositivi elettromagnetici possono attrarre i frammenti metallici attraverso campi magnetici. Questi approcci offrono soluzioni innovative ma necessitano di ulteriori sviluppi per dimostrare la loro efficacia pratica.

### **1.4.2 Algoritmi di Ottimizzazione per la Rimozione Attiva dei Detriti**

La rimozione attiva dei detriti spaziali implica l'uso di veicoli o dispositivi progettati per catturare e rimuovere frammenti di detriti dall'orbita terrestre. La pianificazione delle traiettorie di questi veicoli è essenziale per garantire che le operazioni siano eseguite in modo efficiente e sicuro. Gli algoritmi di ottimizzazione delle traiettorie forniscono soluzioni precise per la navigazione e il controllo dei veicoli di rimozione, affrontando sfide come la manovra in spazi ristretti e la previsione delle orbite dei detriti.

- **Algoritmi Genetici**

Gli algoritmi genetici sono una tecnica di ottimizzazione ispirata ai processi biologici di evoluzione naturale. Questi algoritmi sono utilizzati per trovare soluzioni ottimali in spazi di ricerca complessi e ad alta dimensionalità. Nell'ambito della gestione dei detriti spaziali, gli algoritmi genetici possono ottimizzare le traiettorie dei veicoli di rimozione dei detriti, tenendo conto delle variabili dinamiche come le orbite dei detriti e le capacità dei veicoli.

- **Ottimizzazione delle Colonie di Formiche**

L'ottimizzazione delle colonie di formiche è un algoritmo ispirato al comportamento delle formiche nella ricerca di cibo. Questo approccio può essere applicato alla pianificazione delle traiettorie e alla gestione dei detriti spaziali, sfruttando l'auto-organizzazione e la cooperazione tra agenti per trovare soluzioni ottimali in ambienti complessi e dinamici.

## Capitolo 2 Considerazioni pratiche

Nella progettazione e ottimizzazione delle traiettorie satellitari, oltre all'analisi teorica delle dinamiche orbitali e delle leggi fisiche sottostanti, è fondamentale tenere conto di una serie di considerazioni pratiche che possono influenzare in modo significativo il successo di una missione. Queste considerazioni includono aspetti tecnici, operativi e ambientali che non sono immediatamente evidenti dalle equazioni matematiche ma che giocano un ruolo cruciale nella realizzazione di traiettorie efficienti e sicure.

Le considerazioni pratiche spaziano dalla gestione delle risorse, come il consumo di propellente e l'energia disponibile, alla necessità di minimizzare i rischi operativi, come le collisioni con altri satelliti o detriti spaziali. Inoltre, la finestra di tempo per la raccolta dei dati o per il compimento delle manovre può essere limitata e deve essere coordinata con altri sistemi e infrastrutture, come stazioni di controllo a terra e reti di comunicazione.

Un altro aspetto critico è l'interazione con le perturbazioni ambientali, come la resistenza atmosferica e le variazioni nel campo gravitazionale terrestre, che possono influenzare la stabilità dell'orbita e richiedere correzioni costanti. La complessità aumenta ulteriormente quando si considera l'integrazione con altre missioni spaziali e la necessità di conformarsi a normative internazionali che regolano l'uso dello spazio.

In questa analisi, esploreremo in dettaglio queste considerazioni pratiche, evidenziando l'importanza di un approccio integrato che unisca teoria e pratica per garantire il successo delle missioni

### 2.1 Dinamiche Orbitali

Le dinamiche orbitali devono essere considerate per qualsiasi ottimizzazione della traiettoria. Le equazioni del moto orbitale sono complesse e includono effetti gravitazionali e perturbazioni. La funzione obiettivo può essere, ad esempio, minimizzare il tempo necessario per raggiungere un'orbita target mentre si raccoglie un detrito.

Le dinamiche orbitali sono fondamentali per la progettazione e l'ottimizzazione delle traiettorie dei satelliti. Queste dinamiche descrivono il movimento di un satellite sotto l'influenza della forza gravitazionale della Terra e di altri corpi celesti, nonché di eventuali perturbazioni. In questa analisi, esploreremo in dettaglio i principali concetti e le equazioni che governano le dinamiche orbitali, con particolare attenzione alla loro applicazione nella progettazione delle traiettorie satellitari.

## 2.1.1 Leggi di Keplero e Legge della Gravitazione Universale

Le traiettorie dei satelliti sono spesso descritte utilizzando le leggi di Keplero, che sono derivate dalla legge della gravitazione universale di Newton. La legge di gravitazione universale afferma che due corpi si attraggono con una forza che è proporzionale al prodotto delle loro masse e inversamente proporzionale al quadrato della distanza tra i loro centri:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Dove:

- $F$  è la forza di attrazione gravitazionale.
- $G$  è la costante gravitazionale universale ( $6.674 * 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$ )
- $m_1$  e  $m_2$  sono le masse dei due corpi.
- $r$  è la distanza tra i centri dei due corpi.

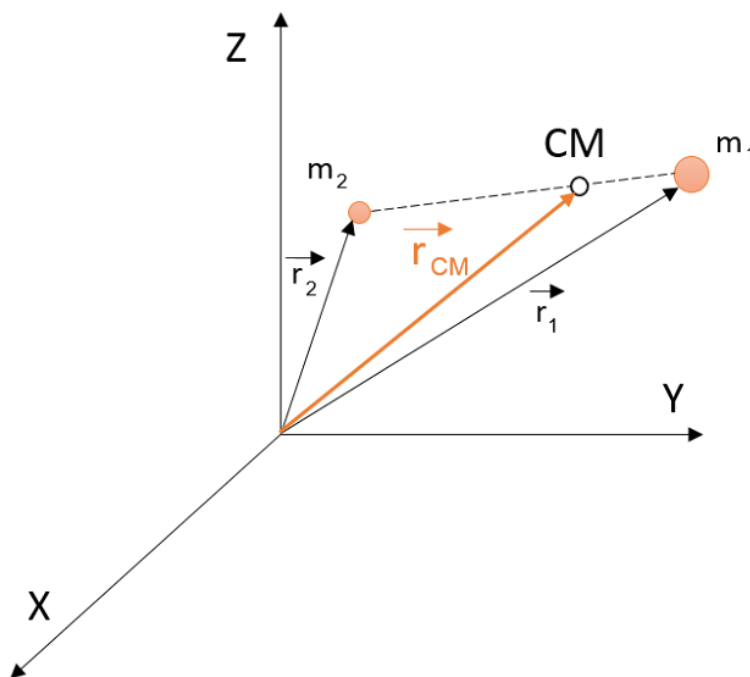


Figura 7: Schema rappresentativo del problema dei due corpi ristretto.

Le leggi di Keplero, formulate per i pianeti nel contesto del sistema solare, sono:

1. **Prima Legge di Keplero (Legge delle Orbite Ellittiche):** Ogni pianeta si muove lungo un'orbita ellittica con il Sole in uno dei fuochi.
2. **Seconda Legge di Keplero (Legge delle Aree):** Il segmento che unisce un pianeta e il Sole percorre aree uguali in tempi uguali.

3. **Terza Legge di Keplero (Legge dei Periodi):** Il quadrato del periodo orbitale di un pianeta è direttamente proporzionale al cubo del semiasse maggiore della sua orbita.

Per un satellite in orbita attorno alla Terra, l'orbita può essere descritta come una ellisse con il suo semiasse maggiore  $a$  e l'eccentricità  $e$ . Considerando  $r(t)$  la distanza del satellite dal centro della Terra e  $\theta$  l'anomalia vera, che misura la posizione del satellite lungo la sua orbita.

$$r(t) = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(\theta)}$$

### 2.1.2 Equazioni del Moto Orbitale

Le dinamiche orbitali possono essere descritte dalle equazioni del moto, che derivano dalle leggi di Newton e dall'equazione della gravitazione universale. L'equazione differenziale per un corpo in orbita è:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GM}{r^3} r$$

Dove:

- $r$  è il vettore posizione del satellite.
- $M$  è la massa della Terra.
- $G$  è la costante gravitazionale.

Questa equazione implica che la forza gravitazionale è centripeta e mantiene il satellite in orbita attorno alla Terra. Per orbite ellittiche, la legge di gravitazione di Newton può essere combinata con l'equazione di conservazione dell'energia meccanica:

$$E = \frac{1}{2} v^2 - \frac{GMm}{r}$$

Dove:

- $E$  è l'energia meccanica totale.
- $v$  è la velocità del satellite.

### 2.1.3 Orbita e Parametri Orbitali

Per descrivere completamente l'orbita di un satellite, si utilizzano sei parametri orbitali che definiscono la posizione e l'orientamento dell'orbita.

I parametri orbitali sono un insieme di valori che descrivono l'orbita di un corpo celeste, come un pianeta, una luna, o un satellite, rispetto a un corpo di riferimento come una stella o un pianeta centrale. Essi sono fondamentali per capire e prevedere il movimento di questi corpi nel loro percorso orbitale. Esistono diversi modi per descrivere un'orbita, ma i parametri orbitali più comunemente usati includono:

- **Semiassi Maggiore ( $a$ )**

Il semiasse maggiore è metà della lunghezza dell'asse maggiore dell'ellisse orbitale. In un'orbita ellittica, rappresenta la distanza media del corpo celeste dal corpo centrale. È un indicativo della dimensione complessiva dell'orbita.

- **Eccentricità ( $e$ )**

L'eccentricità misura quanto l'orbita è ellittica rispetto a una circolare. È un valore che va da 0 a 1:

- $e=0$ : orbita circolare.
- $0 < e < 1$ : orbita ellittica.
- $e=1$ : orbita parabolica.
- $e > 1$ : orbita iperbolica.

- **Inclinazione ( $i$ )**

L'inclinazione è l'angolo tra il piano dell'orbita e il piano dell'equatore del corpo centrale, generalmente espresso in gradi. Determina quanto l'orbita è inclinata rispetto all'equatore del corpo centrale.

- **Longitudine del Nodo Ascendente ( $\Omega$ )**

La longitudine del nodo ascendente è l'angolo tra il punto in cui l'orbita attraversa il piano di riferimento (piano equatoriale o eclittico) dirigendosi verso il nord e un punto di riferimento fisso nel piano di riferimento (come il punto della costellazione dell'Ariete).

- **Argomento del Perigeo ( $\omega$ )**

L'argomento del perigeo è l'angolo tra il nodo ascendente e il punto più vicino all'oggetto centrale (perigeo, per una luna) lungo l'orbita. Indica la posizione dell'oggetto lungo l'orbita rispetto al perigeo.

- **Anomalia Media (M)**

L'anomalia media è l'angolo che descrive la posizione di un corpo in movimento uniforme, proiettato lungo l'orbita ellittica, rispetto al punto più vicino all'oggetto centrale. Non è un angolo fisico ma una misura del tempo, che aumenta linearmente con il tempo.

- **Perigeo:** Il punto dell'orbita in cui il corpo celeste è più vicino al corpo centrale.
- **Apogeo:** Il punto dell'orbita in cui il corpo celeste è più lontano dal corpo centrale.

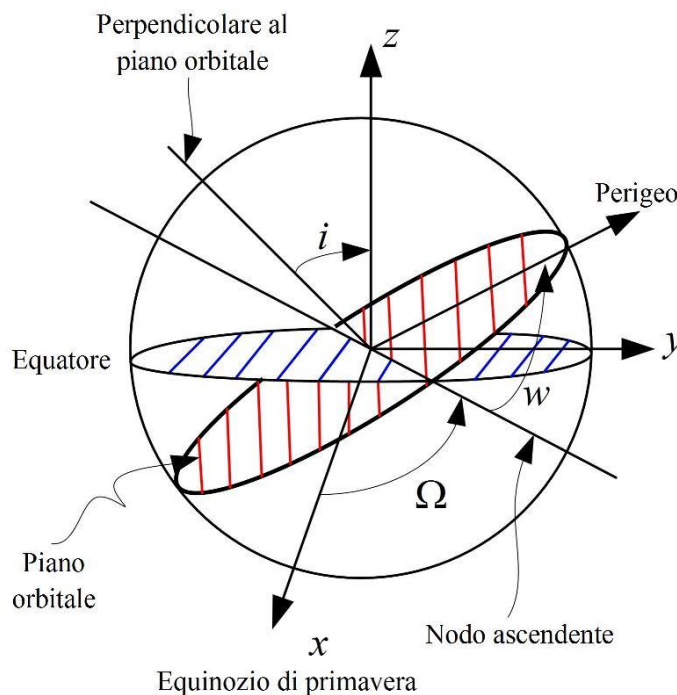


Figura 8: Sistema di riferimento Geocentrico Equatoriale.



## 2.2 Perturbazioni Orbitali

Nel contesto delle dinamiche orbitali, le perturbazioni orbitali rappresentano una serie di forze e effetti che alterano il percorso ideale di un satellite o di un altro corpo celeste attorno alla Terra o ad un altro corpo centrale. Mentre un'orbita perfetta è spesso descritta come ellittica e determinata unicamente dalla gravità secondo le leggi di Keplero, nella realtà, vari fattori disturbano questa traiettoria, portando a deviazioni che devono essere attentamente analizzate e gestite per il successo delle missioni spaziali.

### 2.2.1 Perturbazioni Gravitazionali

- **Gravità Non Uniforme della Terra**

La Terra non è una sfera perfetta ma un geode, il che significa che la sua distribuzione di massa è irregolare. Questo causa variazioni nel campo gravitazionale terrestre, che influenzano l'orbita dei satelliti, soprattutto quelli in orbita bassa. Il campo gravitazionale terrestre può essere descritto mediante l'espansione in armoniche sferiche.

La perturbazione più significativa è causata dal termine  $J_2$ , che rappresenta lo schiacciamento della Terra ai poli. La forza perturbativa dovuta a  $J_2$  causa effetti come la precessione del piano orbitale (regressione del nodo ascendente) e la rotazione del perigeo, nonché influisce principalmente sulla velocità con cui il corpo in orbita si muove lungo la sua traiettoria. La variazione nel nodo ascendente ( $\Delta\Omega$ ), nell'argomento del perigeo ( $\Delta\omega$ ) e nella anomalia media (M) per un'orbita quasi circolare sono date dalle formule:

$$\Delta\Omega = -\frac{3}{2}J_2\left(\frac{R_T}{a}\right)^2 \cos i \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$$

$$\Delta\omega = \frac{3}{4}J_2\left(\frac{R_T}{a}\right)^2 (5 \cos^2 i - 1) \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$$

$$\Delta M_{J_2} = -\frac{3}{2}J_2\left(\frac{R_T}{a}\right)^2 \sqrt{1-e^2} \left(1 - \frac{3}{2}\sin^2 i\right) \Delta t \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$$

Dove:

- $J_2$  è il coefficiente del termine zonale dominante,

- $R_T$  è il raggio medio della Terra,
- $a$  è il semiasse maggiore dell'orbita,
- $i$  è l'inclinazione orbitale,
- $\mu$  è il parametro gravitazionale standard della Terra.

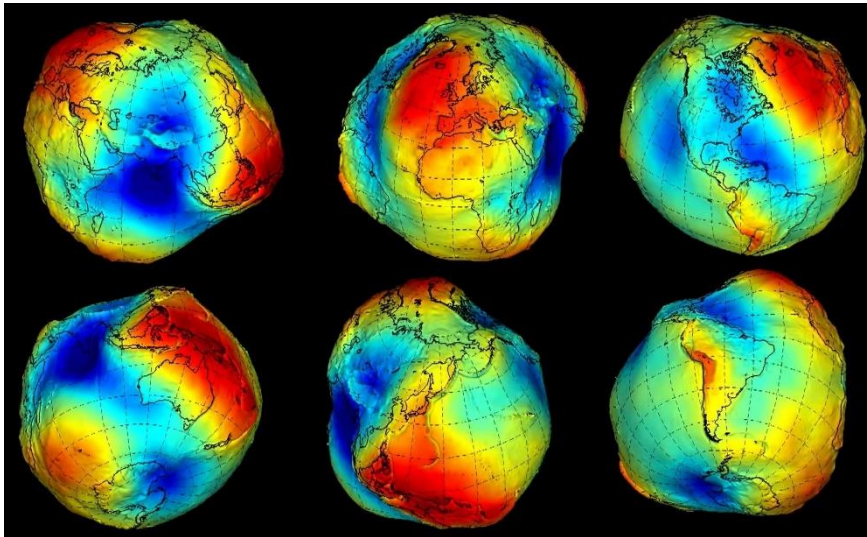


Figura 9: Non perfetta sfericità della terra.

Queste formule mostrano come la non sfericità della Terra induce variazioni secolari, cioè cambiamenti lenti ma costanti nel tempo, nei parametri orbitali del satellite. Questi effetti sono particolarmente importanti per satelliti in orbite polari o basse.

- **Influenza della Luna e del Sole**

La gravità della Luna e del Sole introduce perturbazioni significative nei satelliti, soprattutto quelli in orbita alta come i satelliti geostazionari. Le forze di marea, generate dalla variazione della forza gravitazionale esercitata da questi corpi celesti in diversi punti della traiettoria del satellite, possono causare variazioni nel semiasse maggiore, nell'inclinazione e nell'eccentricità orbitale.

La perturbazione gravitazionale della Luna o del Sole può essere descritta dalla teoria del potenziale disturbante (RRR), che esprime l'energia potenziale per unità di massa in funzione delle distanze relative tra i corpi. Considerando  $\mu_s$  il parametro gravitazionale standard del Sole,  $r_s$  il vettore posizione del Sole rispetto alla Terra e  $r$  il vettore posizione del satellite rispetto alla Terra, per un satellite soggetto alla gravità del Sole, ad esempio, il potenziale disturbante è dato da:

$$R = \mu_s \left( \frac{1}{|r_s - r|} - r_s \cdot \frac{r}{|r_s|^3} \right)$$

Questo potenziale induce variazioni nei parametri orbitali del satellite. La presenza del Sole e della Luna può far sì che l'orbita del satellite precessi o che si verifichino risonanze orbitali, dove il periodo orbitale del satellite si relaziona in modo particolare con il periodo di rivoluzione della Luna o del Sole, causando effetti cumulativi.

- **Altri Corpi Celesti**

Anche se meno significativo rispetto alla Luna e al Sole, l'influenza gravitazionale di altri pianeti, in particolare di Giove, può perturbare l'orbita di un satellite. Questo è particolarmente rilevante per satelliti in orbite alte o per sonde interplanetarie. L'effetto gravitazionale di Giove, il pianeta più massiccio del sistema solare, può alterare lentamente i parametri orbitali, specialmente quando il satellite si avvicina a una risonanza con l'orbita di Giove.

Per modellare queste perturbazioni, si utilizza il potenziale disturbante come descritto precedentemente, ma considerando le masse e le posizioni relative di altri pianeti. L'effetto cumulativo di queste perturbazioni può portare a deviazioni significative nel corso di anni o decenni, rendendo necessarie correzioni periodiche della traiettoria.

### 2.2.2 Resistenza Atmosferica (Drag)

La resistenza atmosferica è una delle principali perturbazioni per i satelliti in orbita bassa (LEO). Sebbene l'atmosfera terrestre a queste altitudini sia estremamente rarefatta, esiste comunque una resistenza dovuta alla presenza di particelle atmosferiche che rallentano il satellite e causano una perdita di energia orbitale, abbassando progressivamente l'altitudine del satellite.

La forza di resistenza atmosferica è proporzionale alla densità atmosferica ( $\rho$ ), alla velocità del satellite ( $v$ ), e alla sua superficie frontale ( $A$ ) e può essere espressa come:

$$F_{drag} = -\frac{1}{2} \rho v^2 C_d A \hat{v}$$

Dove:

- $\rho$  è la densità dell'atmosfera a quella quota,
- $v$  è la velocità del satellite rispetto all'atmosfera,
- $C_d$  è il coefficiente di drag, che dipende dalla forma del satellite,
- $A$  è l'area frontale del satellite,
- $\hat{v}$  è il versore della velocità.

La densità atmosferica varia con l'altitudine, l'ora del giorno, la latitudine e l'attività solare. In periodi di alta attività solare, l'atmosfera si espande, aumentando la densità a quote più alte e, di conseguenza, incrementando il drag atmosferico.

Il drag atmosferico provoca un decadimento orbitale, riducendo il semiasse maggiore dell'orbita e causando un rallentamento progressivo. Questo può essere modellato utilizzando l'equazione del moto che include la forza di resistenza, integrando nel tempo per prevedere il cambiamento nel semiasse maggiore ( $\Delta a$ ) e nel periodo orbitale.

### 2.2.3 Pressione di Radiazione Solare

La pressione di radiazione solare è un effetto dovuto all'impatto dei fotoni solari sulla superficie del satellite. Ogni fotone trasporta un momento e, quando colpisce una superficie, trasferisce parte di questo momento al satellite, generando una piccola forza. Sebbene questa forza sia debole rispetto ad altre perturbazioni, può accumularsi nel tempo, soprattutto per satelliti con grandi superfici esposte, come i pannelli solari.

La forza dovuta alla pressione di radiazione solare è data da:

$$F_{pr} = \frac{(P_{sol} \cdot A \cdot C_r)}{c} \hat{n}$$

Dove:

- $P_{sol}$  è la potenza della radiazione solare per unità di area ( $\sim 1361 W/m^2$  al livello dell'orbita terrestre),
- $A$  è l'area esposta alla radiazione solare,
- $C_r$  è il coefficiente di riflessione (dipende dalle proprietà riflettenti della superficie),
- $c$  è la velocità della luce ( $\sim 3 \cdot 10^8 m/s$ ),

- $\hat{n}$  è il versore normale alla superficie esposta.

La pressione di radiazione solare può causare un lento cambiamento nei parametri orbitali, in particolare nell'eccentricità e nell'inclinazione. Questo effetto è più pronunciato in satelliti con superfici ampie e leggere, come quelli utilizzati per missioni di osservazione solare o scientifiche.

## 2.2.4 Effetto di Albedo della Terra

L'albedo terrestre rappresenta la frazione di radiazione solare che viene riflessa dalla superficie della Terra. Questa radiazione riflessa, sebbene meno intensa della radiazione diretta del Sole, può comunque esercitare una forza sui satelliti, soprattutto quelli in orbite basse. Considerando  $P_{albedo}$  la potenza della radiazione riflessa, che è una frazione di  $P_{sol}$  (circa il 30% per la Terra), il contributo dell'albedo alla forza perturbativa può essere modellato in modo simile alla pressione di radiazione solare, ma con una potenza ridotta:

$$F_{albedo} = \frac{P_{albedo} \cdot A \cdot C_r}{c} \hat{n}$$

Questo effetto è dipendente dalla posizione del satellite rispetto alla Terra e può variare con la latitudine e con la superficie sorvolata (ad esempio, oceani, deserti, ghiacci). Per satelliti in orbite eliosincrone, l'effetto di albedo può essere un fattore significativo nella determinazione del bilancio energetico e delle perturbazioni orbitali.

## 2.2.5 Perturbazioni Geomagnetiche

Le perturbazioni geomagnetiche derivano dall'interazione tra il campo magnetico terrestre e il plasma nello spazio, insieme alla presenza di componenti magnetizzabili a bordo del satellite. Il campo magnetico terrestre non è perfettamente omogeneo e può variare a causa di tempeste geomagnetiche, che sono correlate all'attività solare.

Il momento magnetico indotto ( $m$ ) da correnti o materiali magnetici a bordo del satellite interagisce con il campo magnetico terrestre ( $B$ ) generando una coppia ( $\tau$ ):

$$\tau = m \times B$$

Questa coppia può causare variazioni nell'orientamento del satellite, conosciute come perturbazioni attitudinali, che, a loro volta, possono influenzare la traiettoria se il satellite esegue manovre correttive in risposta.

Per satelliti dotati di magnetotorquer (dispositivi che utilizzano il campo magnetico terrestre per controllare l'orientamento), queste perturbazioni possono anche influenzare la quantità di energia necessaria per mantenere l'assetto desiderato.

### **2.2.6 Effetto di Marea (Tidal Forces)**

Le forze di marea sono il risultato delle differenze nella forza gravitazionale esercitata su un satellite da un corpo celeste, come la Terra, la Luna o il Sole, tra punti diversi della sua orbita. Queste forze possono causare deformazioni sia nel satellite che nella sua orbita, con effetti che variano a seconda della distanza e della posizione relativa del satellite rispetto ai corpi che generano la marea.

Per un satellite in orbita terrestre, le forze di marea causate dalla Terra sono generalmente trascurabili rispetto ad altre perturbazioni, ma possono diventare significative se il satellite si trova molto vicino alla superficie terrestre o in particolari configurazioni orbitali, come la risonanza 1:1 (dove il periodo di rotazione del satellite coincide con il periodo orbitale).

### **2.2.7 Effetti di Relatività Generale**

Per satelliti che richiedono una precisione estremamente elevata, come i satelliti di navigazione (es. GPS), gli effetti della relatività generale non possono essere ignorati. Secondo la teoria della relatività generale di Einstein, la presenza di una massa (come la Terra) curva lo spazio-tempo, e questa curvatura influisce sul moto dei satelliti.

Uno degli effetti più noti è la precessione del perigeo, chiamata anche precessione di Einstein, che per un'orbita quasi circolare è data da:

$$\Delta\omega_{rel} = \frac{6\pi GM}{c^2 a(1-e^2)}$$

Dove:

- G è la costante gravitazionale,
- M è la massa della Terra,
- c è la velocità della luce,

- $a$  è il semiasse maggiore dell'orbita,
- $e$  è l'eccentricità orbitale.

Questo effetto provoca una lenta rotazione dell'orbita del satellite, che deve essere considerata nei calcoli per mantenere la precisione delle operazioni di navigazione e geolocalizzazione.

Inoltre, i satelliti in orbita attorno alla Terra sperimentano una dilatazione temporale dovuta alla combinazione della velocità orbitale (effetto relativistico speciale) e del potenziale gravitazionale terrestre (effetto relativistico generale). Questo significa che il tempo a bordo di un satellite scorre leggermente più lentamente rispetto al tempo sulla Terra, un effetto che deve essere compensato per evitare errori accumulati nei sistemi di temporizzazione dei satelliti GPS.

In conclusione, ogni perturbazione presenta sfide uniche per la navigazione e il controllo dei satelliti. La comprensione e la modellazione accurata di queste forze sono cruciali per la gestione delle missioni spaziali e per garantire che i satelliti possano operare con successo e in sicurezza.

## 2.3 Finestra di tempo

Nell'ottimizzazione delle traiettorie per un satellite impegnato nella raccolta di detriti spaziali, la considerazione pratica della finestra di tempo è un elemento cruciale che influisce profondamente sull'efficacia e il successo della missione. Ogni missione di questo tipo deve operare entro vincoli temporali ben definiti, che sono determinati da una combinazione di fattori tecnici, orbitali e operativi. Di seguito è riportata un'analisi dettagliata di queste considerazioni temporali, accompagnata da formule e spiegazioni.

### 2.3.1 Durata Limitata della Missione

La durata operativa di un satellite è limitata dal propellente disponibile, dalla degradazione dei componenti a bordo e dalle condizioni ambientali nello spazio. Questo tempo limitato impone una stretta finestra temporale per la raccolta dei detriti. L'ottimizzazione delle traiettorie deve quindi considerare non solo il percorso ottimale per raccogliere i detriti, ma anche il tempo massimo disponibile per completare queste operazioni.

Matematicamente, possiamo esprimere il tempo disponibile per l'intera missione come:

$$T_{totale} = T_{vita} - \sum T_{manovra,i}$$

Dove:

- $T_{totale}$  è il tempo disponibile per la raccolta dei detriti.
- $T_{vita}$  è la vita utile totale del satellite.
- $T_{manovra,i}$  è il tempo richiesto per ogni manovra *iii*.

Questo implica che l'ottimizzazione delle traiettorie deve minimizzare il tempo speso in manovre per massimizzare il tempo disponibile per le operazioni di raccolta effettiva.

### 2.3.2 Sincronizzazione con Orbite dei Detriti

I detriti spaziali seguono orbite diverse, e il satellite può interagire con essi solo in determinati momenti, quando le orbite si avvicinano sufficientemente. Questo richiede una pianificazione precisa delle traiettorie, affinché le manovre coincidano con questi momenti di opportunità.

La finestra temporale per un incontro orbitale può essere determinata dall'equazione di Lambert, che calcola la traiettoria di trasferimento tra due punti in orbita:

$$r(t) = r_1 + \frac{r_2 - r_1}{\|r_2 - r_1\|} \cdot \left( \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \cdot t - \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \cdot T \right)$$

Dove:

- $r_1$  e  $r_2$  sono i vettori di posizione iniziale e finale rispettivamente.
- $\mu$  è il parametro gravitazionale standard della Terra.
- $a$  è il semiasse maggiore dell'orbita di trasferimento.
- $t$  è il tempo corrente.
- $T$  è il tempo totale di trasferimento.

Questo calcolo consente di determinare quando e dove il satellite deve eseguire manovre per incontrare i detriti in una determinata finestra temporale.



### 2.3.3 Efficienza del Consumo di Propellente

Il consumo di propellente è un fattore critico che limita il numero e l'intensità delle manovre che un satellite può eseguire. L'ottimizzazione della traiettoria deve minimizzare l'uso del propellente pur garantendo che il satellite incontri i detriti entro la finestra temporale disponibile.

Il cambiamento di velocità ( $\Delta v$ ) necessario per le manovre è dato dall'equazione di Tsiolkovsky:

$$\Delta v = I_{sp} \cdot g_0 \cdot \ln\left(\frac{m_0}{m_f}\right)$$

Dove:

- $I_{sp}$  è l'impulso specifico del propellente.
- $g_0$  è l'accelerazione gravitazionale standard (9,81 m/s<sup>2</sup>).
- $m_0$  è la massa iniziale del satellite.
- $m_f$  è la massa finale dopo la combustione.

La finestra temporale deve considerare non solo l'efficienza del propellente, ma anche il tempo necessario per eseguire ciascuna manovra e per stabilizzarsi dopo di essa.

### 2.3.4 Risposta a Eventi Improvvisi

Durante la missione, eventi imprevisti, come la frammentazione di un oggetto o il rilevamento di nuovi detriti, possono richiedere un adattamento rapido della traiettoria. Questo richiede algoritmi di ottimizzazione flessibili che possano ricalcolare le traiettorie in tempo reale.

L'ottimizzazione deve quindi incorporare una strategia di gestione del tempo, che includa margini per affrontare eventi imprevisti. Una possibile formulazione è:

$$T_{riserva} = T_{totale} - T_{pianificato} - \Delta T_{imprevisti}$$

### 2.3.5 Considerazioni Orbitali a Lungo Termine

Oltre alla raccolta immediata, l'ottimizzazione deve considerare il posizionamento finale del satellite per ulteriori operazioni o per il deorbiting controllato. Questo introduce un vincolo temporale

aggiuntivo, poiché il satellite deve essere in grado di eseguire le manovre di trasferimento orbitale finale all'interno della finestra di tempo rimanente.

Il tempo per un trasferimento orbitale può essere calcolato utilizzando l'equazione del tempo di volo (T) per un'orbita ellittica:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} \cdot a^{\frac{3}{2}}$$

Dove:

- $a$  è il semiasse maggiore dell'orbita di trasferimento.
- $\mu$  è il parametro gravitazionale della Terra.

Questo calcolo deve essere incluso nel piano di missione per garantire che il satellite possa completare tutte le operazioni entro il tempo disponibile.

### 2.3.6 Finestra Temporale per la Deorbitazione

La deorbitazione dei detriti raccolti deve avvenire in momenti specifici per minimizzare il rischio di collisioni con altri satelliti o detriti. Considerando  $h$  l'altitudine da cui inizia la discesa e  $rod$  il tasso di discesa (rate of descent), che dipende dalla resistenza atmosferica e dalla massa del satellite. La finestra temporale per la deorbitazione può essere calcolata considerando il tempo di rientro atmosferico, che dipende dall'altitudine e dalla densità atmosferica:

$$t_{rientro} \approx \frac{h}{rod}$$

### 2.3.7 Effetti delle Perturbazioni Orbitali

Le perturbazioni orbitali, come la resistenza atmosferica, la pressione di radiazione solare e le forze di marea, influenzano la traiettoria del satellite e devono essere considerate nell'ottimizzazione temporale. Le variazioni orbitali indotte da queste perturbazioni possono essere modellate da equazioni specifiche per ciascun effetto, ad esempio, l'equazione per la resistenza atmosferica:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho \cdot A \cdot \frac{v}{m}$$

Dove:

- $C_d$  è il coefficiente di resistenza.

- $\rho$  è la densità dell'atmosfera.
- $A$  è l'area esposta al flusso atmosferico.
- $v$  è la velocità del satellite.
- $m$  è la massa del satellite.

Queste perturbazioni possono alterare la finestra temporale prevista per le operazioni, richiedendo correzioni periodiche della traiettoria.

### **2.3.8 Vincoli Normativi e Legali**

Infine, le operazioni devono rispettare vincoli temporali imposti da regolamenti internazionali, che possono stabilire finestre specifiche per la deorbitazione o per la raccolta di detriti in determinate regioni dello spazio. Questi vincoli devono essere incorporati nell'ottimizzazione per garantire la conformità legale e la sicurezza delle operazioni.

## **2.4 Interfaccia con altri sistemi**

Nell'ottimizzazione delle traiettorie di un satellite dedicato alla raccolta di detriti spaziali, l'interfaccia con altri sistemi è un aspetto cruciale che richiede una pianificazione attenta e un'integrazione efficace tra vari sottosistemi. L'interfaccia con altri sistemi riguarda la necessità di coordinare il funzionamento del satellite con diverse tecnologie, infrastrutture, e protocolli operativi che influenzano direttamente l'efficacia della missione. Di seguito sono dettagliate le principali considerazioni relative a questa interfaccia.

### **2.4.1 Integrazione con i Sistemi di Controllo a Terra**

Uno dei componenti più critici dell'interfaccia è il collegamento tra il satellite e i sistemi di controllo a terra. Questo include la comunicazione per il monitoraggio della missione, l'invio di comandi, e la ricezione di dati telemetrici. La capacità di ottimizzare la traiettoria in tempo reale dipende dall'affidabilità e dalla latenza delle comunicazioni tra il satellite e le stazioni di terra.

L'ottimizzazione deve tenere conto delle finestre di visibilità, ossia i periodi durante i quali il satellite è in vista di una stazione di terra e può comunicare. La disponibilità di queste finestre può influenzare quando e come vengono eseguite le manovre di traiettoria. In termini pratici, la pianificazione delle

operazioni deve considerare il tempo  $T_{vis}$  (tempo di visibilità) durante il quale il satellite può comunicare.

Questo implica che l'ottimizzazione delle traiettorie deve essere sincronizzata con queste finestre per assicurare che il satellite possa ricevere aggiornamenti e comandi critici durante la missione.

### 2.4.2 Compatibilità con Sistemi di Propulsione

L'interfaccia con il sistema di propulsione del satellite è essenziale per garantire che le manovre di traiettoria siano eseguite con precisione e che il propellente venga utilizzato in modo efficiente. I sistemi di propulsione devono essere in grado di rispondere rapidamente ai comandi di manovra generati dagli algoritmi di ottimizzazione. Questo richiede una modellazione accurata delle capacità del sistema di propulsione, compresa la spinta massima ( $F$ ), il consumo di propellente  $m_{prop}$ , e la specifica del vettore di spinta:

$$F = I_{sp} \cdot \dot{m} \cdot \mathbf{u}$$

Dove:

- $I_{sp}$  è l'impulso specifico del propellente.
- $\dot{m}$  è il tasso di consumo di massa del propellente.
- $\mathbf{u}$  è il vettore unitario nella direzione della spinta.

L'ottimizzazione deve quindi tenere conto delle limitazioni fisiche del sistema di propulsione e assicurarsi che le traiettorie calcolate siano fattibili in termini di capacità di spinta e di consumo di propellente.

### 2.4.3 Coordinazione con Altri Satelliti

Un altro aspetto cruciale riguarda la necessità di coordinare le traiettorie del satellite con quelle di altri satelliti e veicoli spaziali. Questo è particolarmente importante in orbite affollate, come le orbite basse terrestri (LEO), dove il rischio di collisione è elevato. L'ottimizzazione della traiettoria deve includere la previsione delle orbite degli altri satelliti per evitare incontri ravvicinati o collisioni.

La probabilità di collisione tra il satellite e un altro oggetto può essere stimata usando l'approssimazione di un cilindro d'incontro:

L'algoritmo di ottimizzazione deve prendere in considerazione queste interazioni per garantire che le traiettorie siano sicure e che non ci siano rischi di collisione.

#### **2.4.4 Interfaccia con Sistemi di Sensori e di Navigazione**

I sistemi di sensori e di navigazione del satellite forniscono i dati necessari per determinare la posizione e l'orientamento del satellite nello spazio. Questi dati sono cruciali per l'ottimizzazione delle traiettorie, poiché permettono di aggiornare e correggere la traiettoria in base alle variazioni non previste, come perturbazioni orbitali o errori nei calcoli precedenti.

L'accuratezza della determinazione della posizione dipende dalla qualità dei sensori di bordo, come il GPS, i giroscopi, e gli accelerometri. L'algoritmo di ottimizzazione deve integrare i dati di navigazione per adattare la traiettoria in tempo reale. Questo processo può essere formalizzato mediante l'uso di un filtro di Kalman esteso (EKF), che aggiorna la stima della posizione e della velocità del satellite basandosi su misure sensoriali:

Il corretto funzionamento di questa interfaccia assicura che l'ottimizzazione della traiettoria sia basata su dati accurati e aggiornati, riducendo così il rischio di errori.

#### **2.4.5 Interoperabilità con Sistemi Internazionali**

La cooperazione internazionale è spesso necessaria per le missioni di raccolta di detriti spaziali, specialmente quando si opera in orbite utilizzate da più paesi. L'interoperabilità con sistemi di controllo a terra e satelliti di altri paesi può richiedere la conformità a standard internazionali di comunicazione e protocolli operativi.

Questo richiede che l'ottimizzazione delle traiettorie sia in grado di adattarsi a diversi sistemi di riferimento, codifiche di dati, e formati di comando. In questo contesto, l'algoritmo di ottimizzazione deve considerare la latenza introdotta dalle trasmissioni internazionali e la possibilità di sincronizzare operazioni tra satelliti di diverse nazioni.

#### **2.4.6 Gestione dell'Energia e Sistemi di Alimentazione**

L'interfaccia con i sistemi di gestione dell'energia del satellite è essenziale per garantire che il satellite abbia sufficiente potenza per eseguire le manovre di traiettoria, specialmente durante fasi critiche come l'accensione dei motori o l'esecuzione di operazioni simultanee (ad esempio, manovre di traiettoria e comunicazioni).

L'ottimizzazione delle traiettorie deve considerare il bilancio energetico del satellite, che dipende dall'energia disponibile nelle batterie e dalla capacità di generazione dei pannelli solari. La potenza richiesta per una manovra deve essere confrontata con la potenza disponibile per evitare situazioni in cui il satellite non può eseguire le operazioni richieste:

$$P_{disponibile}(t) = P_{generata}(t) + P_{batterie}(t) - P_{consumo}(t)$$

Se  $P_{richiesta} > P_{disponibile}$ , l'ottimizzazione deve prevedere la posticipazione o la ricalibrazione delle manovre per evitare un sovraccarico energetico.

In sintesi, l'interfaccia con altri sistemi nell'ottimizzazione delle traiettorie per la raccolta di detriti spaziali richiede una stretta integrazione e coordinazione tra vari sottosistemi tecnologici e operativi. Questo processo deve essere supportato da modelli matematici e algoritmi in grado di gestire la complessità dell'interazione tra il satellite, i sistemi di controllo a terra, i sensori, i sistemi di propulsione e altre infrastrutture spaziali. L'obiettivo finale è garantire che tutte le componenti lavorino armoniosamente per realizzare una missione di successo, minimizzando i rischi e ottimizzando l'uso delle risorse disponibili.

# Capitolo 3 Ottimizzazione combinatoria

I problemi di ottimizzazione combinatoria sono affascinanti perché, pur essendo spesso semplici da formulare, risultano estremamente complessi da risolvere. Questo tipo di problemi coinvolge la ricerca della soluzione ottimale tra un insieme finito, ma potenzialmente vasto, di possibili combinazioni. La difficoltà di risoluzione deriva dall'elevato numero di soluzioni candidate e dalla complessità delle interazioni tra le variabili coinvolte.

Nel campo dell'informatica e della ricerca operativa, molte tecniche sono state sviluppate per affrontare tali sfide. Tra queste, gli algoritmi metaeuristici hanno guadagnato particolare attenzione per la loro capacità di fornire soluzioni di buona qualità in tempi computazionalmente accettabili, anche per problemi molto complessi.

Una delle metaeuristiche più influenti è quella basata sul comportamento delle formiche naturali, nota come Ant Colony Optimization (ACO). Questo approccio si ispira al modo in cui le formiche trovano percorsi ottimali tra il loro nido e una fonte di cibo, utilizzando segnali chimici chiamati feromoni. L'ACO adatta questo comportamento naturale per risolvere problemi complessi di ottimizzazione combinatoria.

In questo capitolo, ci concentreremo sugli algoritmi che rientrano nella metaeuristica ACO, che da qui in avanti chiameremo semplicemente algoritmi ACO. Analizzeremo come questi algoritmi operano e in che modo si applicano ai problemi di ottimizzazione combinatoria.

L'ottimizzazione combinatoria è una branca dell'ottimizzazione matematica che si occupa della ricerca della migliore soluzione possibile (o di una soluzione ottimale) per problemi in cui l'insieme delle soluzioni è discreto o può essere ridotto a un insieme discreto. Questi problemi sono generalmente caratterizzati dalla presenza di un gran numero di soluzioni potenziali, spesso combinazioni o permutazioni di determinati elementi, tra cui è necessario selezionare quella che massimizza o minimizza una funzione obiettivo specifica.

## 3.1 Definizione e Caratteristiche

In un problema di ottimizzazione combinatoria, l'obiettivo è trovare una soluzione ottimale tra un insieme finito (ma spesso molto grande) di possibili soluzioni. La funzione obiettivo da ottimizzare è tipicamente una funzione che associa un valore numerico a ciascuna soluzione possibile, riflettendo la qualità o il costo di quella soluzione.

Ad esempio, nel classico problema del commesso viaggiatore (Travelling Salesman Problem, TSP), le soluzioni possibili sono tutte le permutazioni degli itinerari che il commesso può seguire per visitare una serie di città, e la funzione obiettivo è la distanza totale percorsa. L'obiettivo è trovare l'itinerario che minimizza questa distanza.

### 3.1.1 Problemi di Ottimizzazione Combinatoria

I problemi di ottimizzazione combinatoria possono variare notevolmente in termini di complessità e applicazioni. Alcuni esempi di problemi ben noti includono:

- **Problema del Commesso Viaggiatore (TSP):** Un problema in cui si cerca il percorso più breve che attraversa una serie di nodi (città) una sola volta e ritorna al punto di partenza.
- **Problema dello Zaino (Knapsack Problem):** Un problema in cui si cerca di riempire uno zaino con il massimo valore possibile senza superare una capacità di peso predeterminata.
- **Assegnazione:** Problemi in cui risorse devono essere assegnate a compiti in modo ottimale, minimizzando il costo o massimizzando il profitto.
- **Schedulazione:** Problemi in cui si deve determinare l'ordine ottimale in cui eseguire un insieme di attività, rispettando vincoli temporali e di risorse.

### 3.1.2 Algoritmi per l'Ottimizzazione Combinatoria

Poiché i problemi di ottimizzazione combinatoria spesso comportano un numero enorme di soluzioni possibili, non è pratico, né a volte possibile, esaminare tutte le soluzioni per trovare quella ottimale. Per questo motivo, sono stati sviluppati numerosi algoritmi, sia esatti che euristici, per affrontare questi problemi.

- **Algoritmi Esatti:** Questi algoritmi trovano la soluzione ottimale garantita. Esempi includono la programmazione lineare, l'algoritmo branch and bound, e la programmazione dinamica. Tuttavia, questi metodi sono spesso computazionalmente proibitivi per problemi di grande dimensione.
- **Algoritmi Euristici e Metaeuristici:** Questi algoritmi cercano soluzioni buone, se non ottimali, in tempi computazionalmente ragionevoli. Esempi includono l'algoritmo genetico, il Simulated Annealing, la ricerca tabù e, naturalmente, l'Algoritmo di Ottimizzazione Basato sulle Formiche (ACO).



## 3.2 Algoritmi Metaeuristici

Gli algoritmi metaeuristici sono una classe di tecniche di ottimizzazione che forniscono soluzioni approssimative a problemi complessi, in particolare quelli che sono difficili o impossibili da risolvere esattamente in tempi ragionevoli. Le metaeuristiche non garantiscono di trovare la soluzione ottimale, ma sono progettate per esplorare efficacemente lo spazio delle soluzioni, cercando di evitare minimi locali e di trovare soluzioni di alta qualità.

### 3.2.1 Caratteristiche degli Algoritmi Metaeuristici

1. **Generalità:** Gli algoritmi metaeuristici sono progettati per essere applicabili a una vasta gamma di problemi. Non sono specifici per un singolo problema, ma piuttosto possono essere adattati a diversi tipi di problemi di ottimizzazione, sia continui che discreti.
2. **Approccio di Ricerca:** Gli algoritmi metaeuristici combinano tecniche di esplorazione e sfruttamento. L'esplorazione (diversificazione) implica la ricerca di nuove aree nello spazio delle soluzioni, mentre lo sfruttamento (intensificazione) si concentra sull'ottimizzazione delle aree già esplorate, dove si sospetta che possano trovarsi soluzioni di alta qualità.
3. **Robustezza e Flessibilità:** Le metaeuristiche sono generalmente robuste, il che significa che tendono a funzionare bene su un'ampia gamma di problemi senza richiedere una personalizzazione eccessiva. Sono anche flessibili e possono essere facilmente combinati con altre tecniche di ottimizzazione.
4. **Strategie di Evasione dai Minimi Locali:** Molti algoritmi metaeuristici includono meccanismi per evitare che la ricerca rimanga bloccata in minimi locali, come il Simulated Annealing, che accetta soluzioni peggiori con una certa probabilità per evitare di rimanere intrappolati in soluzioni subottimali.

## 3.3 Algoritmi Genetici (GA)

Gli algoritmi genetici (AG) sono una classe di algoritmi di ottimizzazione ispirati ai meccanismi della selezione naturale e dell'evoluzione biologica. Sono utilizzati per risolvere problemi complessi in cui lo spazio delle soluzioni è molto grande o difficile da esplorare con metodi tradizionali. Approfondiamo il funzionamento degli algoritmi genetici, le loro principali componenti e i punti di forza, utilizzando formule dove necessario.

### 3.3.1 Principi Fondamentali

Gli algoritmi genetici si basano su tre principi fondamentali dell'evoluzione biologica: selezione, crossover (o ricombinazione) e mutazione. Questi principi sono usati per evolvere una popolazione di soluzioni verso una soluzione ottimale.

### 3.3.2 Selezione

Il processo di selezione sceglie le soluzioni più adatte della popolazione attuale per generare la prossima generazione. La selezione si basa sulla "fitness" delle soluzioni, che è una misura di quanto bene una soluzione soddisfa i criteri del problema. Se una soluzione  $x$  ha un valore di fitness  $f(x)$ , allora la probabilità che venga selezionata per la riproduzione è proporzionale a  $f(x)$ . Ad esempio, la selezione tramite roulette può essere formulata come:

$$P(x) = \frac{f(x)}{\sum f(x_i)}$$

Dove:

- $P(x)$  è la probabilità di selezione della soluzione  $x$ .
- $f(x)$  è il valore di fitness della soluzione  $x$ .
- $N$  è il numero totale di soluzioni nella popolazione.

### 3.3.3 Crossover (Ricombinazione)

Il crossover è il processo di combinazione di due o più soluzioni (genitori) per creare una nuova soluzione (figlio). Questo processo simula la ricombinazione genetica biologica e permette di combinare le caratteristiche dei genitori per esplorare nuove aree dello spazio delle soluzioni.

**Esempio di Crossover:** Se abbiamo due genitori con rappresentazioni binarie:

- Genitore 1: 110010
- Genitore 2: 001101

Un crossover a un punto potrebbe produrre:

- Figlio 1: 110101

- Figlio 2: 001010

In questo caso, il punto di crossover è selezionato casualmente e i geni a sinistra di quel punto provengono dal primo genitore, mentre quelli a destra provengono dal secondo genitore.

### 3.3.4 Mutazione

La mutazione è un'operazione che altera casualmente alcune parti di una soluzione. Questo aiuta a mantenere la diversità genetica nella popolazione e a esplorare nuove aree dello spazio delle soluzioni.

### 3.3.5 Struttura dell'Algoritmo

Gli algoritmi genetici operano attraverso una serie di generazioni, e la struttura tipica dell'algoritmo include i seguenti passaggi:

1. **Inizializzazione:** Creare una popolazione iniziale di soluzioni casuali.
2. **Valutazione:** Calcolare la fitness di ogni soluzione nella popolazione.
3. **Selezione:** Selezionare soluzioni per la riproduzione in base alla loro fitness.
4. **Crossover:** Applicare l'operazione di crossover ai genitori selezionati per generare nuovi individui.
5. **Mutazione:** Applicare l'operazione di mutazione ai nuovi individui per introdurre variazioni.
6. **Sostituzione:** Sostituire la vecchia popolazione con la nuova popolazione.
7. **Terminazione:** Ripetere i passaggi sopra fino al raggiungimento di un criterio di terminazione, come un numero massimo di generazioni o un livello di fitness soddisfacente.

### 3.3.6 Punti di Forza degli Algoritmi Genetici

- **Esplorazione Ampia dello Spazio delle Soluzioni**

Gli algoritmi genetici esplorano un ampio spazio delle soluzioni grazie alla diversità introdotta attraverso crossover e mutazione. Questo aiuta a evitare di rimanere bloccati in ottimi locali e a trovare soluzioni globali migliori.

- **Adattabilità a Problemi Complessi**

AG sono altamente adattabili a diversi tipi di problemi di ottimizzazione, inclusi quelli con spazi di soluzione complessi e vincolati. Possono gestire vari tipi di rappresentazioni delle soluzioni, come binarie, intere o reali.

- **Robustezza**

Gli algoritmi genetici sono robusti rispetto ai cambiamenti e agli errori nei dati. L'evoluzione delle soluzioni attraverso molte generazioni consente di superare soluzioni subottimali iniziali e adattarsi ai cambiamenti nel problema.

- **Parallelismo**

Gli algoritmi genetici possono essere facilmente parallelizzati, poiché ogni individuo della popolazione può essere valutato indipendentemente. Questo rende l'algoritmo adatto per l'esecuzione su architetture di calcolo parallelo.

## **3.4 Particle Swarm Optimization (PSO)**

Particle Swarm Optimization (PSO) è un algoritmo di ottimizzazione ispirato al comportamento sociale degli uccelli in volo e dei pesci in branco. È stato proposto da James Kennedy e Russell Eberhart nel 1995 e si basa sull'idea che una popolazione di "particelle" esplora lo spazio delle soluzioni e si sposta verso le aree migliori trovate finora.

### **3.4.1 Principi Fondamentali**

Il funzionamento di PSO si ispira al comportamento di sciami e gruppi animali, in cui ogni particella (o soluzione) aggiorna la propria posizione in base alla propria esperienza e a quella del gruppo. Ogni particella in PSO ha una posizione e una velocità nello spazio delle soluzioni. La posizione rappresenta una soluzione candidata al problema, mentre la velocità determina la direzione e la distanza del movimento della particella.

Ogni particella tiene traccia di due valori principali:

- La migliore posizione trovata dalla particella stessa (pbest).
- La migliore posizione trovata da qualsiasi particella nel gruppo (gbest).

Questi valori influenzano l'aggiornamento della velocità e della posizione della particella.

### 3.4.2 Aggiornamento della Velocità e della Posizione

Le posizioni e le velocità delle particelle vengono aggiornate iterativamente. Il processo si basa su due componenti principali:

- **Componenti cognitiva:** basata sull'esperienza individuale della particella.
- **Componenti sociale:** basata sull'esperienza del gruppo

La velocità di una particella viene aggiornata in base alla sua velocità precedente, alla distanza dalla sua migliore posizione personale ( $pbest$ ) e alla distanza dalla migliore posizione globale ( $gbest$ ).

L'equazione di aggiornamento della velocità è:

$$v_i(t + 1) = w \cdot v_i(t) + c_1 \cdot r_1 \cdot (pbest_i - x_i(t)) + c_2 \cdot r_2 \cdot (gbest - x_i(t))$$

Dove:

- $v_i(t + 1)$  è la velocità aggiornata della particella  $i$  al tempo  $t+1$ .
- $w$  è il fattore di inerzia, che controlla quanto della velocità precedente viene mantenuto.
- $c_1$  e  $c_2$  sono i coefficienti di apprendimento cognitivo e sociale, rispettivamente.
- $r_1$  e  $r_2$  sono numeri casuali uniformemente distribuiti tra 0 e 1.
- $pbest_i$  è la migliore posizione trovata dalla particella  $i$ .
- $gbest$  è la migliore posizione trovata da qualsiasi particella nel gruppo.
- $x_i(t)$  è la posizione attuale della particella  $i$  al tempo  $t$ .

La posizione di una particella viene aggiornata aggiungendo la velocità aggiornata alla posizione corrente:

$$x_i(t + 1) = x_i(t) + v_i(t + 1)$$

Dove:

- $x_i(t + 1)$  è la posizione aggiornata della particella  $iii$  al tempo  $t+1$ .
- $v_i(t + 1)$  è la velocità aggiornata della particella  $iii$  al tempo  $t+1$ .

### 3.4.3 Punti di Forza di PSO

- **Semplicità e Facilità di Implementazione**

PSO è relativamente semplice da implementare rispetto ad altri algoritmi di ottimizzazione come gli algoritmi genetici. La struttura dell'algoritmo è chiara e le sue operazioni principali sono ben definite.

- **Convergenza Rapida**

PSO tende a convergere rapidamente verso una soluzione ottimale o quasi ottimale grazie alla combinazione dell'esperienza individuale e collettiva. La capacità di esplorare lo spazio delle soluzioni attraverso il movimento collaborativo delle particelle consente di trovare buone soluzioni in tempi relativamente brevi.

- **Adattabilità**

PSO è adattabile a una vasta gamma di problemi di ottimizzazione, inclusi problemi continui e discreti. È possibile personalizzare i coefficienti di apprendimento e il fattore di inerzia per migliorare le prestazioni su diversi tipi di problemi.

- **Parallelismo**

Come gli algoritmi genetici, PSO può essere facilmente parallelizzato. Ogni particella può essere valutata indipendentemente, il che permette di eseguire l'algoritmo su architetture di calcolo parallelo, migliorando le prestazioni su grandi problemi.

## 3.5 ACO

L'Ant Colony Optimization (ACO) è una tecnica di ottimizzazione metaeuristica ispirata al comportamento delle colonie di formiche, in particolare al modo in cui queste trovano i percorsi più brevi verso le fonti di cibo. Le formiche, durante la ricerca di cibo, depositano feromoni lungo il percorso. Questi feromoni influenzano il comportamento delle altre formiche, che tendono a seguire i percorsi con una maggiore concentrazione di feromoni, ossia quelli che sono stati percorsi da altre formiche con successo. Nel tempo, i percorsi più brevi, che consentono alle formiche di tornare più rapidamente al nido, accumulano più feromoni e diventano i percorsi preferiti.

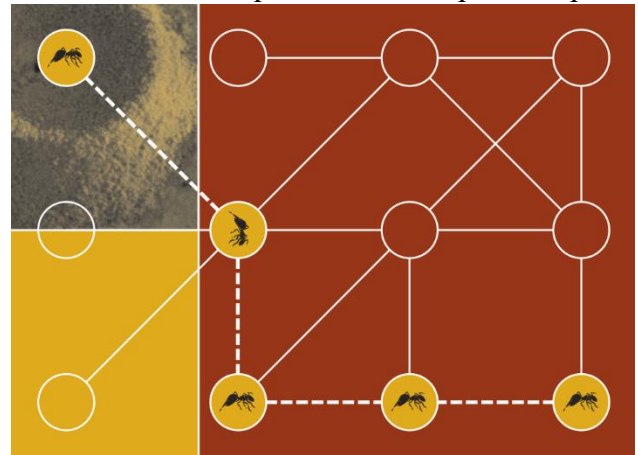


Figura 10: Rappresentazione percorso ACO

L'ACO traduce questo comportamento naturale in algoritmi per risolvere problemi di ottimizzazione combinatoria, come il problema del commesso viaggiatore (TSP), problemi di routing, assegnazione e scheduling. In pratica, gli agenti artificiali, le "formiche", esplorano le soluzioni possibili del problema, aggiornando dinamicamente le loro strategie basate sulle tracce di feromoni artificiali che rappresentano la qualità delle soluzioni trovate.

L'ACO è considerato uno dei metodi metaeuristici più efficaci, grazie alla sua capacità di esplorare vaste aree dello spazio delle soluzioni in modo parallelo e di convergere rapidamente verso soluzioni ottimali o quasi ottimali. Le sue applicazioni sono estese e vanno dal routing nelle reti di telecomunicazioni alla bioinformatica.

### 3.5.1 Criteri principali

I fondamenti dell'Ant Colony Optimization (ACO) si basano su tre principali concetti ispirati dal comportamento delle colonie di formiche reali:

1. **Feromoni e Stigmergia:** Le formiche utilizzano i feromoni per comunicare indirettamente tra di loro attraverso l'ambiente. Nella ACO, i feromoni artificiali sono utilizzati per costruire soluzioni a un problema di ottimizzazione. Ogni formica lascia una traccia di feromoni lungo il percorso che rappresenta una possibile soluzione al problema. Più è alta la qualità della

soluzione, più forte è la traccia di feromone, incentivando altre formiche a seguirla. Questo meccanismo di comunicazione indiretta è noto come stigmergia.

2. **Costruzione delle Soluzioni:** Le formiche artificiali costruiscono soluzioni esplorando lo spazio delle soluzioni in modo probabilistico, guidate sia dalle tracce di feromone sia da informazioni euristiche specifiche del problema. Le decisioni prese dalle formiche durante questo processo sono influenzate dalla quantità di feromone presente sulle diverse opzioni e da una funzione di preferenza che tiene conto della qualità immediata delle scelte disponibili.
3. **Aggiornamento dei Feromoni:** Dopo che tutte le formiche hanno costruito le loro soluzioni, la quantità di feromone sulle diverse parti del percorso viene aggiornata. Soluzioni di alta qualità, che corrispondono a percorsi più corti o più efficaci, ricevono un rinforzo maggiore, aumentando la probabilità che quei percorsi vengano scelti nelle iterazioni successive. Nel contempo, i feromoni sulle soluzioni meno efficaci si evaporano, riducendo la loro influenza e permettendo al sistema di adattarsi dinamicamente e di evitare il sovraffollamento su soluzioni subottimali.

Questi concetti permettono all'ACO di bilanciare l'esplorazione di nuove soluzioni con lo sfruttamento delle soluzioni migliori trovate fino a quel momento, consentendo di trovare soluzioni ottimali o quasi ottimali a problemi complessi.

### 3.5.2 Comportamento formiche naturali

Il comportamento delle formiche naturali è un esempio di intelligenza collettiva, dove decisioni complesse emergono da semplici interazioni tra individui. Quando una formica esce in cerca di cibo, essa esplora

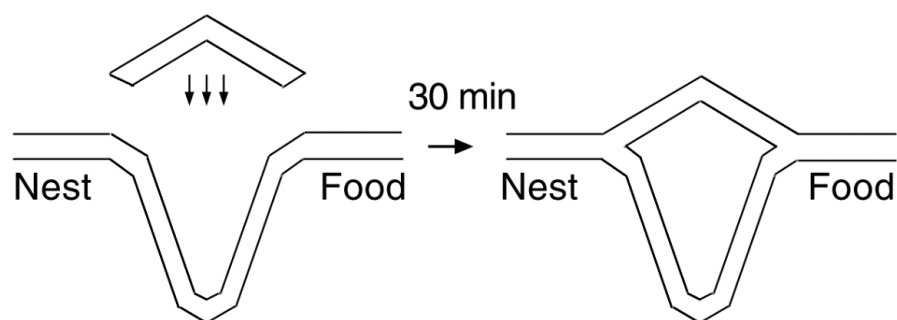


Figura 11: Percorso ottimizzato dalle formiche reali.

l'ambiente lasciando dietro di sé una traccia di feromoni. Se trova una fonte di cibo, la formica torna al nido rafforzando la scia di feromoni lungo il percorso che ha seguito. Questo segnale chimico attira altre formiche, che a loro volta lo seguono, aumentando la quantità di feromoni lungo quel percorso. Inizialmente, le formiche si muovono in modo casuale, ma una volta percepito un percorso



con una maggiore concentrazione di feromoni, la probabilità che altre formiche lo seguano aumenta. Questo meccanismo consente alle formiche di convergere su percorsi ottimali nel tempo, poiché i percorsi più efficienti vengono rinforzati con più feromoni.

I feromoni però evaporano gradualmente, il che significa che se un percorso non è utilizzato frequentemente, la traccia svanisce, incoraggiando le formiche a esplorare altre opzioni. Questo equilibrio tra esplorazione di nuovi percorsi e sfruttamento di quelli già noti permette alla colonia di adattarsi a cambiamenti nell'ambiente, come nuove fonti di cibo o ostacoli lungo i percorsi esistenti.

Questo comportamento di auto-organizzazione è alla base del processo di ottimizzazione nell'ACO, dove soluzioni migliori vengono "scoperte" e rinforzate nel tempo attraverso un meccanismo simile a quello delle formiche naturali.

### 3.5.3 Componenti principali ACO

- **Formiche artificiali**

Le formiche artificiali sono agenti simulati che rappresentano la componente fondamentale dell'algoritmo di ottimizzazione basato sulle formiche (ACO). Questi agenti imitano il comportamento delle formiche reali nella ricerca di cibo, utilizzando un meccanismo di comunicazione indiretta basato sui feromoni per costruire soluzioni a problemi complessi di ottimizzazione combinatoria.

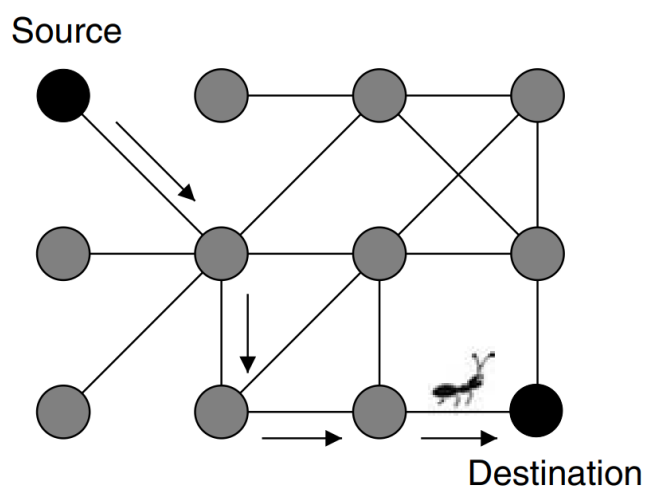


Figura 12: Percorso formica artificiale.

- **Feromoni**

Nel contesto dell'algoritmo di Ottimizzazione basato sulle Formiche (ACO), i feromoni giocano un ruolo centrale nel processo di ricerca e ottimizzazione. Ispirato dal comportamento delle formiche naturali, il concetto di feromone è utilizzato come un meccanismo di memoria collettiva che guida il processo decisionale delle formiche artificiali.

Quando una formica artificiale costruisce una soluzione, lascia una traccia di feromone sui componenti di quella soluzione, proprio come una formica reale depone feromoni lungo il percorso che ha seguito. Questi feromoni virtuali rappresentano l'efficacia o la bontà di una soluzione in relazione al problema specifico da risolvere. La quantità di feromone depositato può essere influenzata dalla qualità della soluzione trovata, con soluzioni migliori che portano a un deposito maggiore.

Il feromone non è statico; si evolve nel tempo attraverso un processo chiamato evaporazione. Questo meccanismo di evaporazione riduce la quantità di feromone presente sulle soluzioni passate, impedendo all'algoritmo di rimanere bloccato su soluzioni subottimali e favorendo l'esplorazione di nuove aree del possibile spazio delle soluzioni. Questo bilanciamento tra deposito ed evaporazione è cruciale per il funzionamento efficace dell'ACO.

L'aggiornamento del feromone è effettuato in modo iterativo. Dopo ogni ciclo di costruzione delle soluzioni, le tracce di feromone vengono aggiornate in base alle prestazioni delle soluzioni appena generate. Questo aggiornamento non solo consolida le buone soluzioni trovate, ma aiuta anche a dirigere future iterazioni verso regioni promettenti dello spazio delle soluzioni, migliorando progressivamente la qualità delle soluzioni nel tempo.

In sintesi, i feromoni nell'ACO agiscono come un meccanismo di feedback positivo e negativo, che guida le formiche artificiali nella costruzione di soluzioni sempre migliori, adattandosi dinamicamente al problema da risolvere. Questo sistema di comunicazione indiretta tra le formiche artificiali, mediato dai feromoni, è ciò che rende l'ACO particolarmente efficace in una vasta gamma di problemi di ottimizzazione combinatoria.

- **Euristica**

Nell'algoritmo di Ottimizzazione basato sulle Formiche (ACO), l'euristica e il processo decisionale sono componenti fondamentali che determinano come le formiche artificiali costruiscono le soluzioni e esplorano lo spazio delle possibili alternative.

L'euristica nell'ACO si riferisce a una misura locale che aiuta a guidare le formiche verso scelte più promettenti durante la costruzione della soluzione. Questa misura, chiamata "visibilità", può essere determinata in base a caratteristiche specifiche del problema in esame, come la distanza, il costo, o altre metriche che indicano la convenienza di una determinata scelta. Ad esempio, nel problema del commesso viaggiatore, la visibilità potrebbe essere inversamente proporzionale alla distanza tra due città: quanto più vicine sono due città, tanto più elevata sarà la visibilità di quell'arco.

Il processo decisionale di una formica artificiale è influenzato sia dall'euristica (visibilità) che dalle tracce di feromone lasciate da altre formiche. Le formiche selezionano i percorsi da seguire in base a una probabilità che combina queste due componenti: la visibilità offre una guida immediata su quale decisione potrebbe essere la migliore, mentre il feromone rappresenta l'esperienza accumulata dalle formiche precedenti. Questa combinazione permette di bilanciare l'esplorazione di nuove soluzioni con lo sfruttamento delle soluzioni già scoperte.

Le decisioni delle formiche sono probabilistiche, il che significa che non sempre seguiranno il percorso con il maggior feromone o la più alta visibilità. Questo elemento di casualità è cruciale per l'esplorazione del grafo delle soluzioni, poiché permette all' algoritmo di esplorare nuove strade e di evitare di bloccarsi in minimi locali, ossia in soluzioni che sembrano ottimali solo a livello locale ma non lo sono globalmente.

Nel corso delle iterazioni, le decisioni delle formiche diventano progressivamente più orientate dalle tracce di feromone, che si accumulano sulle soluzioni migliori. Questo processo porta gradualmente alla convergenza verso una o più soluzioni di alta qualità, poiché i percorsi migliori tendono a diventare quelli con le maggiori tracce di feromone, rendendo più probabile che le formiche future li seguano.

In sintesi, l'euristica e le decisioni nel contesto dell'ACO formano un sistema interattivo in cui la costruzione delle soluzioni è guidata da una combinazione di informazioni locali e di esperienze passate. Questo approccio probabilistico e adattativo consente all' algoritmo di esplorare efficacemente lo spazio delle soluzioni, migliorando progressivamente le decisioni delle formiche artificiali e, di conseguenza, la qualità delle soluzioni trovate.

### **3.5.4 Inizializzazione**

L'inizializzazione è il primo passo cruciale nell'Algoritmo di Ottimizzazione Basato sulle Formiche (ACO), poiché stabilisce le condizioni iniziali del sistema su cui le formiche inizieranno a operare.

Questa fase comprende la definizione dei parametri del sistema, l'impostazione delle tracce di feromoni iniziali, e la preparazione delle strutture dati necessarie per il calcolo delle soluzioni.

Prima che le formiche inizino a esplorare lo spazio delle soluzioni, è necessario definire diversi parametri chiave:

- **Numero di Formiche (m):** Rappresenta quante formiche saranno utilizzate in ogni iterazione dell'algoritmo. Un numero maggiore di formiche permette una più ampia esplorazione dello spazio delle soluzioni, ma aumenta anche il costo computazionale.
- **Coefficiente di Evaporazione del Feromone ( $\rho$ ):** Questo parametro controlla la velocità con cui i feromoni evaporano. Tipicamente,  $\rho$  è scelto nell'intervallo  $0 < \rho < 1$ . Un valore basso di  $\rho$  significa che i feromoni evaporano lentamente, favorendo lo sfruttamento delle soluzioni attuali. Un valore alto di  $\rho$  favorisce l'esplorazione.
- **Peso dei Feromoni ( $\alpha$ ) e Peso dell'Euristica ( $\beta$ ):** Questi parametri controllano l'influenza relativa delle tracce di feromoni e delle informazioni euristiche nella costruzione delle soluzioni.  $\alpha$  determina quanto le formiche saranno attratte dai percorsi con alti livelli di feromoni, mentre  $\beta$  influisce su quanto saranno influenzate da fattori come la distanza o il costo.

Le tracce di feromoni sono inizialmente uguali per tutti i percorsi possibili, riflettendo l'assenza di conoscenze a priori su quale percorso sia migliore.

Se denotiamo con  $\tau_{ij}(0)$  la quantità di feromone iniziale su un percorso tra due nodi  $i$  e  $j$ , una scelta comune è:

$$\tau_{ij}(0) = \tau_0$$

Dove  $\tau_0$  è un valore costante scelto in base all'euristica del problema. Una scelta pratica per  $\tau_0$  potrebbe essere correlata al valore inverso della lunghezza della soluzione ottenuta da un approccio deterministico, come una soluzione di partenza ottenuta tramite un algoritmo greedy. Ad esempio, nel problema del commesso viaggiatore, si può inizializzare  $\tau_0$  come:

$$\tau_0 = \frac{1}{n \cdot L}$$

Dove:

- $n$  è il numero di nodi.

- $L$  è la lunghezza di una soluzione iniziale trovata con un metodo di euristica.

Le strutture dati necessarie includono:

- **Matrice delle Tracce di Feromoni:** Una matrice  $\tau$  dove l'elemento  $\tau_{ij}$  rappresenta la quantità di feromone sul percorso dal nodo  $i$  al nodo  $j$ .
- **Matrice Euristica:** Una matrice  $\eta$  che contiene i valori delle informazioni euristiche per ogni possibile scelta che una formica potrebbe fare. Ad esempio, nel caso del TSP,  $\eta_{ij}$  potrebbe rappresentare l'inverso della distanza tra i nodi  $i$  e  $j$ .

Ogni formica viene posizionata in un nodo iniziale. Nella maggior parte delle implementazioni, le formiche vengono distribuite casualmente sui nodi del grafo. Questo assicura una diversità iniziale nelle soluzioni esplorate. Ogni formica partirà dal nodo assegnato e costruirà una soluzione muovendosi di nodo in nodo secondo le probabilità influenzate dai feromoni e dall'euristica.

### 3.5.5 Considerazioni sull'Inizializzazione

L'inizializzazione influenza in modo significativo la qualità delle soluzioni trovate e la velocità di convergenza dell'algoritmo. Una buona scelta dei parametri e una corretta inizializzazione delle tracce di feromoni possono accelerare il processo di ottimizzazione e migliorare la capacità dell'algoritmo di trovare soluzioni ottimali o quasi ottimali.

In sintesi, la fase di inizializzazione prepara il terreno per l'ACO, impostando i parametri fondamentali, assegnando una traccia di feromoni uniforme iniziale, e distribuendo le formiche nel modo più efficace per favorire un'esplorazione equilibrata del problema di ottimizzazione.

### 3.5.6 Costruzione della soluzione

La costruzione della soluzione è un processo centrale nell'Algoritmo di Ottimizzazione Basato sulle Formiche (ACO). Durante questa fase, ogni formica costruisce una soluzione completa al problema attraversando un grafo di possibili decisioni. La scelta dei percorsi da parte delle formiche è guidata sia dalla quantità di feromone presente sui collegamenti sia da un'informazione euristica specifica per il problema.

Il primo passo nella costruzione della soluzione è rappresentare il problema come un grafo. Ad esempio:

- Nel problema del commesso viaggiatore (TSP), i nodi rappresentano le città, e gli archi rappresentano i percorsi tra le città.
- Nel problema di assegnazione, i nodi potrebbero rappresentare compiti e risorse, e gli archi possibili assegnazioni.

Durante la costruzione della soluzione, una formica si trova in un nodo e deve decidere quale nodo visitare successivamente. La scelta è fatta sulla base di una probabilità che dipende da due fattori principali:

- **Feromone ( $\tau$ ):** La quantità di feromone presente sull'arco tra il nodo corrente  $i$  e il nodo  $j$ .
- **Informazione euristica ( $\eta$ ):** Un valore che riflette l'attrattività del nodo  $j$  rispetto al nodo corrente  $i$ . Ad esempio, nel TSP,  $\eta$  potrebbe essere l'inverso della distanza tra le città  $i$  e  $j$ .

La probabilità  $P_{ij}$  che una formica al nodo  $i$  scelga di muoversi verso il nodo  $j$  al tempo  $t$  è data da:

$$P_{ij}(t) = \frac{\tau_{ij}(t)^\alpha \cdot \eta_{ij}^\beta}{\sum_{k \in N_i} \tau_{ik}(t)^\alpha \cdot \eta_{ik}^\beta}$$

Dove:

- $\alpha$  è un parametro che controlla l'influenza del feromone.
- $\beta$  è un parametro che controlla l'influenza dell'euristica.
- $N_i$  è l'insieme dei nodi che la formica può raggiungere dal nodo  $i$ .

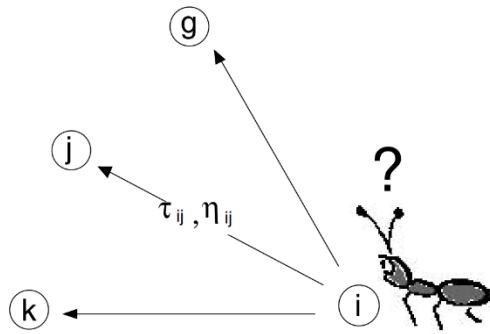


Figura 13: Problema commesso viaggiatore.

La soluzione viene costruita iterativamente. Una formica inizia da un nodo iniziale e, a ogni passo, utilizza la probabilità  $P_{ij}(t)$  per scegliere il prossimo nodo da visitare. Questo processo continua fino a quando la formica non ha completato una soluzione.

Per esempio, nel TSP:

- La formica visita una città, poi sceglie la città successiva in base alle probabilità  $P_{ij}(t)$ , continuando fino a quando non ha visitato tutte le città e ritorna alla città di partenza.

Per evitare che le formiche scelgano ciclicamente gli stessi nodi, spesso viene imposta una lista di tabu, una struttura che tiene traccia dei nodi già visitati dalla formica durante la costruzione della soluzione. Un nodo già visitato non può essere scelto nuovamente, garantendo che la formica costruisca una soluzione valida.

La formica continua a costruire la sua soluzione fino a quando non ha visitato tutti i nodi necessari (o completato tutte le decisioni richieste). Al termine di questo processo, la formica ha costruito una soluzione completa al problema.

Per esempio:

- Nel TSP, la formica ha costruito un percorso che copre tutte le città una sola volta e ritorna alla città di partenza.
- Nel problema di assegnazione, la formica ha completato un'assegnazione di tutte le risorse ai compiti disponibili.

Una volta che tutte le formiche hanno costruito le loro soluzioni, ciascuna soluzione viene valutata in base a una funzione obiettivo specifica del problema. Ad esempio, nel TSP, la funzione obiettivo potrebbe essere la minimizzazione della lunghezza totale del percorso.

Le soluzioni costruite influenzano il deposito di feromoni, che a sua volta modifica le probabilità  $P_{ij}(t)$  per la prossima iterazione. Le formiche che hanno trovato soluzioni migliori depositeranno più feromone sui percorsi utilizzati, aumentando la probabilità che quei percorsi siano scelti nelle iterazioni successive.

La costruzione della soluzione in ACO è un processo incrementale guidato da probabilità dipendenti sia da feromoni sia da informazioni euristiche. Le formiche costruiscono soluzioni valide attraverso un processo iterativo che bilancia esplorazione ed esploitazione, garantendo che l'algoritmo possa trovare soluzioni ottimali o quasi ottimali attraverso la collaborazione tra le formiche e il miglioramento iterativo delle soluzioni.

### 3.5.7 Aggiornamento feromone

L'aggiornamento del feromone è una fase cruciale nell'Algoritmo di Ottimizzazione Basato sulle Formiche (ACO). Questo processo consente all'algoritmo di memorizzare e sfruttare le informazioni ottenute durante la costruzione delle soluzioni, guidando così le future esplorazioni delle formiche verso soluzioni migliori. L'aggiornamento del feromone si compone principalmente di due sottoprocessi: deposito del feromone ed evaporazione del feromone. Entrambi questi meccanismi operano insieme per bilanciare l'esplorazione di nuove soluzioni e lo sfruttamento delle migliori soluzioni già trovate.

Quando la formica raggiunge il nodo di destinazione, passa dalla modalità di avanzamento a quella di ritorno e ripercorre a ritroso lo stesso percorso, passo dopo passo, fino al nodo di partenza. Prima di iniziare il viaggio di ritorno, la formica elimina eventuali loop che ha generato durante la ricerca del nodo di destinazione. I loop rappresentano un problema poiché, durante il viaggio di ritorno, potrebbero essere rinforzati con feromone più volte, creando così cicli auto-rinforzanti. L'eliminazione dei loop avviene scansionando iterativamente gli identificatori dei nodi, iniziando dal nodo di partenza: per il nodo alla posizione  $i$ -esima, si scansiona il percorso partendo dal nodo di destinazione fino a trovare la prima occorrenza di quel nodo, diciamo, alla posizione  $j$  (dove si verifica sempre che  $i \leq j$ , poiché la scansione si ferma al più tardi alla posizione  $i$ ). Se  $j > i$ , il sottopercorso che va dalla posizione  $i+1$  alla posizione  $j$  costituisce un loop e può essere eliminato. Questo processo di scansione è illustrato nella figura 1.8. L'esempio mostra anche che la nostra procedura di eliminazione dei loop non elimina necessariamente il loop più lungo. Nell'esempio, viene eliminato il loop 3 - 4 - 5 - 3, che ha lunghezza 3. Tuttavia, il loop più lungo, ovvero 5 - 3 - 2 - 8 - 5 di lunghezza 4, non viene eliminato perché non è più presente dopo la rimozione del primo loop. In generale, se il



percorso contiene loop nidificati, il percorso finale privo di loop dipenderà dall'ordine in cui i loop vengono rimossi. Nell'algoritmo S-ACO, i loop vengono eliminati nell'ordine in cui sono stati creati.

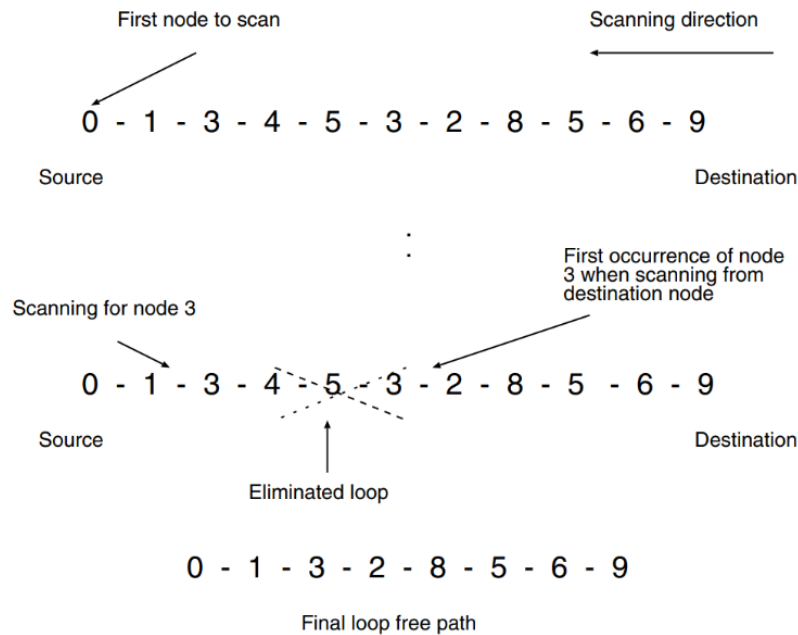


Figura 14: Aggiornamento feromone.

Durante il viaggio di ritorno al nodo di partenza, la formica  $k$  deposita una quantità  $\Delta t_k$  di feromone sugli archi che ha attraversato. In particolare, quando la formica  $k$  è in modalità di ritorno e percorre l'arco  $(i, j)$ , aggiorna il valore del feromone  $t_{ij}$  secondo la regola:

$$t_{ij} \leftarrow t_{ij} + \Delta t_k$$

Secondo questa regola, l'utilizzo di un arco tra i nodi  $i$  e  $j$  da parte di una formica aumenta la probabilità che le formiche successive scelgano lo stesso arco in futuro.

Un aspetto cruciale è la determinazione del valore di  $\Delta t_k$ . Nella versione più semplice, questo valore può essere costante per tutte le formiche. In tale scenario, la differenza nella lunghezza dei percorsi favorisce il rilevamento di percorsi più brevi: le formiche che individuano un percorso più corto possono depositare il feromone prima rispetto a quelle che percorrono un percorso più lungo. Oltre all'aggiornamento deterministico della traccia di feromone durante il ritorno, le formiche possono anche depositare una quantità di feromone proporzionale alla lunghezza del percorso: più breve è il

percorso, maggiore sarà la quantità di feromone depositata. In generale, si richiede che la quantità di feromone depositata da una formica sia una funzione non crescente della lunghezza del percorso.

L'evaporazione del feromone è un meccanismo che riduce gradualmente la quantità di feromone sui percorsi utilizzati dalle formiche. Questo processo impedisce che l'algoritmo si blocchi prematuramente su soluzioni subottimali, mantenendo una certa diversità nel comportamento delle formiche. La formula per l'evaporazione del feromone su un percorso  $ij$  è:

$$\tau_{ij}(t + 1) = (1 - \rho) \cdot \tau_{ij}(t)$$

Dove:

- $\tau_{ij}(t)$  è la quantità di feromone sul percorso  $ij$  al tempo  $t$ .
- $\rho$  è il tasso di evaporazione, con  $0 < \rho < 1$ . Un valore tipico di  $\rho$  è tra 0,1 e 0,5.
- $\tau_{ij}(t + 1)$  è la quantità di feromone sul percorso  $ij$  dopo l'evaporazione.

L'evaporazione del feromone è importante perché impedisce il "congelamento" delle soluzioni, un fenomeno in cui tutte le formiche seguono lo stesso percorso, riducendo così la possibilità di esplorare soluzioni alternative. Un tasso di evaporazione appropriato garantisce che i percorsi meno utilizzati perdano la loro attrattiva, incoraggiando le formiche a esplorare nuove aree dello spazio delle soluzioni.

Dopo che tutte le formiche hanno completato la costruzione delle loro soluzioni, si passa al deposito del feromone. In questa fase, ogni formica aggiunge una quantità di feromone sui percorsi che ha utilizzato per costruire la propria soluzione. La quantità di feromone depositato è spesso proporzionale alla qualità della soluzione trovata, incentivando le future formiche a seguire percorsi che hanno portato a buoni risultati. La formula generale per l'aggiornamento del feromone, considerando il deposito, è:

$$\tau_{ij}(t + 1) = (1 - \rho) \cdot \tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t)$$

Dove:

- $\Delta\tau_{ij}(t)$  rappresenta la quantità di feromone aggiunto sul percorso  $ij$  dalla formica in un'iterazione.

La quantità  $\Delta\tau_{ij}(t)$  può essere definita in vari modi, a seconda dell'implementazione dell'algoritmo.

Una scelta comune è:

$$\Delta\tau_{ij}(t) = \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k(t)$$

Dove:

- $m$  è il numero totale di formiche.
- $\Delta\tau_{ij}^k(t)$  è il feromone depositato dalla  $k$ -esima formica sul percorso  $ij$ .

Per ogni formica  $k$ ,  $\Delta\tau_{ij}^k(t)$  è spesso calcolato come:

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{Q}{L_k} & \text{se la formica } k \text{ ha usato il percorso } ij \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Dove:

- $Q$  è una costante che può essere calibrata in base alla natura del problema.
- $L_k$  è la lunghezza (o il costo) della soluzione trovata dalla formica  $k$ . Un costo inferiore significa una migliore soluzione, e quindi un maggior deposito di feromone.

Esistono diverse strategie di aggiornamento del feromone che possono essere implementate a seconda degli obiettivi specifici dell'algoritmo:

- **Aggiornamento Globale:** Solo la formica che ha trovato la migliore soluzione (o le migliori poche) deposita il feromone. Questa strategia si concentra sul rafforzare i percorsi associati alla soluzione migliore.
- **Aggiornamento Locale:** Ogni formica deposita una piccola quantità di feromone sul percorso che ha utilizzato, subito dopo aver fatto una scelta. Questo aiuta a differenziare le soluzioni anche durante la costruzione.
- **Aggiornamento Ibrido:** Combina aggiornamenti globali e locali. Le formiche possono aggiornare il feromone localmente durante la costruzione della soluzione, mentre l'aggiornamento globale rafforza i percorsi delle soluzioni migliori alla fine di ogni iterazione.

L'aggiornamento del feromone gioca un ruolo determinante nell'orientare la ricerca dell'algoritmo verso soluzioni ottimali:

- **Sfruttamento vs Esplorazione:** Un tasso di evaporazione troppo basso può portare all'eccessivo sfruttamento di soluzioni subottimali, mentre un tasso troppo alto potrebbe favorire l'esplorazione a scapito dello sfruttamento. La chiave sta nel bilanciare questi due

aspetti, permettendo all'algoritmo di cercare continuamente nuove soluzioni pur mantenendo il focus su quelle migliori trovate in precedenza.

- **Convergenza:** L'aggiornamento del feromone, soprattutto nelle fasi finali dell'algoritmo, spinge le formiche a convergere verso una o poche soluzioni di alta qualità, incrementando l'efficienza del processo di ottimizzazione.
- **Adattabilità:** Attraverso l'evaporazione, l'algoritmo è in grado di adattarsi a cambiamenti nelle condizioni del problema, riducendo il rischio di rimanere bloccati su una soluzione subottimale.

### 3.5.8 Punti di forza

L'Algoritmo di Ottimizzazione Basato sulle Formiche (ACO) è una delle metaeuristiche più potenti e versatili per la risoluzione di problemi di ottimizzazione combinatoria complessi. La sua ispirazione biologica, fondata sul comportamento delle colonie di formiche nel loro ambiente naturale, gli conferisce caratteristiche uniche che lo rendono particolarmente efficace in una vasta gamma di applicazioni. Questo capitolo esamina in dettaglio i principali punti di forza dell'ACO, evidenziando come questi contribuiscano alla sua efficacia e diffusione nel campo dell'ottimizzazione.

- **Capacità di Bilanciare Esplorazione ed Esplorazione**

Uno dei principali vantaggi dell'ACO risiede nella sua capacità di bilanciare efficacemente due aspetti fondamentali di qualsiasi algoritmo di ottimizzazione: l'esplorazione e l'esplorazione. L'esplorazione consiste nella capacità di un algoritmo di cercare nuove soluzioni in diverse aree dello spazio delle soluzioni, mentre l'esplorazione riguarda l'abilità di migliorare le soluzioni già note e vicine a quelle migliori.

Nel contesto dell'ACO, questo equilibrio è raggiunto attraverso un ingegnoso meccanismo di aggiornamento del feromone. L'evaporazione del feromone svolge un ruolo cruciale nell'evitare che l'algoritmo si blocchi prematuramente su soluzioni subottimali. Infatti, riducendo progressivamente la quantità di feromone su un percorso, l'ACO incoraggia le formiche a esplorare nuove soluzioni, prevenendo così l'eccessivo sfruttamento di percorsi già noti. Al contempo, il deposito di feromone consente di rafforzare i percorsi associati alle soluzioni di alta qualità, incrementando la probabilità che le formiche successive seguano percorsi simili e, di conseguenza, migliorino ulteriormente la qualità delle soluzioni trovate.

- **Robustezza e Adattabilità**

L'ACO è riconosciuto per la sua notevole robustezza, ovvero la capacità di trovare soluzioni di alta qualità anche in condizioni di incertezza, rumore o cambiamenti dinamici nel problema. La robustezza dell'algoritmo è strettamente legata al meccanismo di evaporazione del feromone, che garantisce un continuo aggiornamento delle informazioni utilizzate per la ricerca delle soluzioni. Questo rende l'ACO particolarmente adatto per problemi dinamici, dove le condizioni o i parametri possono cambiare nel tempo, richiedendo un adattamento costante da parte dell'algoritmo.

Inoltre, la struttura distribuita dell'ACO, che coinvolge molte formiche che operano in parallelo, consente all'algoritmo di gestire con successo problemi di ottimizzazione combinatoria di grande complessità. Questo approccio distribuito non solo migliora la scalabilità dell'algoritmo, ma consente anche di gestire grandi spazi di ricerca, esplorando contemporaneamente più regioni alla ricerca della soluzione ottimale.

- **Parallelismo Naturale e Efficienza Computazionale**

Il parallelismo è un'altra caratteristica intrinseca dell'ACO, che contribuisce significativamente alla sua efficienza computazionale. Poiché ogni formica opera in modo indipendente nel costruire la propria soluzione, l'algoritmo sfrutta naturalmente il parallelismo. Questa caratteristica è particolarmente vantaggiosa quando l'ACO viene implementato su architetture parallele o distribuite, dove diverse unità di calcolo possono operare simultaneamente, accelerando così la ricerca della soluzione ottimale.

Inoltre, il parallelismo intrinseco dell'ACO consente di distribuire il calcolo su più risorse computazionali, ad esempio in ambienti di cloud computing, migliorando ulteriormente le prestazioni dell'algoritmo. Questa capacità di sfruttare il parallelismo senza la necessità di modifiche significative all'algoritmo di base è uno dei motivi per cui l'ACO è particolarmente apprezzato in contesti applicativi dove l'efficienza computazionale è critica.

- **Semplicità e Flessibilità di Implementazione**

Nonostante la sua complessità concettuale e la sua ispirazione biologica, l'ACO si distingue per la relativa semplicità e flessibilità nella sua implementazione. Questo aspetto lo rende accessibile a una

vasta gamma di ricercatori e professionisti, anche a coloro che non possiedono una conoscenza avanzata delle tecniche di ottimizzazione.

L'algoritmo è facilmente adattabile a diversi tipi di problemi di ottimizzazione, semplicemente modificando alcuni parametri chiave come la funzione euristica, il tasso di evaporazione del feromone o la funzione obiettivo. Questa flessibilità consente all'ACO di affrontare efficacemente una vasta gamma di problemi, inclusi quelli per i quali non esistono metodi di risoluzione deterministici noti.

- **Sinergia con Altri Metodi di Ottimizzazione**

Un ulteriore punto di forza dell'ACO è la sua capacità di essere combinato con altre tecniche di ottimizzazione per migliorare le prestazioni globali dell'algoritmo. Ad esempio, l'ACO può essere integrato con Algoritmi Genetici o Simulated Annealing per sfruttare i punti di forza di ciascun approccio. Questa combinazione può migliorare la diversità delle soluzioni esplorate (grazie agli Algoritmi Genetici) o permettere una ricerca più approfondita dello spazio delle soluzioni (attraverso tecniche di Simulated Annealing).

Inoltre, l'ACO si presta bene all'ottimizzazione multi-obiettivo, dove più funzioni obiettivo devono essere ottimizzate simultaneamente. In tali scenari, l'algoritmo può essere modificato per bilanciare tra i diversi obiettivi, utilizzando strategie di aggiornamento del feromone che considerano più criteri contemporaneamente.

- **Applicazioni Pratiche e Successo Empirico**

L'ACO ha dimostrato il suo valore in numerose applicazioni pratiche, che spaziano dalla logistica alla bioinformatica, dal routing nelle reti di telecomunicazione alla progettazione di circuiti. Una delle applicazioni più emblematiche dell'ACO è nel routing dinamico delle reti, dove la capacità dell'algoritmo di adattarsi in tempo reale ai cambiamenti nelle condizioni di rete è fondamentale. L'ACO è stato utilizzato con successo anche in settori come la pianificazione di turni di lavoro, la progettazione di layout di fabbrica e la gestione delle catene di approvvigionamento.

Questi successi empirici testimoniano la versatilità e l'efficacia dell'algoritmo, che si è affermato come una delle principali scelte per la risoluzione di problemi di ottimizzazione in contesti applicativi complessi e dinamici.

- **Ottimizzazione Discreta e Continua**

Sebbene l'ACO sia stato originariamente sviluppato per problemi di ottimizzazione discreta, la sua adattabilità gli ha permesso di essere esteso anche ai problemi di ottimizzazione continua. Questo è stato possibile attraverso tecniche come la discretizzazione dello spazio di ricerca o l'uso di versioni continue delle tracce di feromone. Queste estensioni hanno ampliato ulteriormente il campo di applicazione dell'ACO, rendendolo uno strumento ancora più versatile e potente per la risoluzione di problemi di ottimizzazione.

- **Convergenza e Garanzie di Qualità**

Infine, pur essendo una metaeuristica, l'ACO offre garanzie di convergenza asintotica. Sebbene non sia possibile garantire la convergenza all'ottimo globale in un tempo finito, è dimostrato che, dato un numero sufficientemente grande di iterazioni, l'algoritmo converge verso una soluzione ottima o quasi ottima. Questa caratteristica, unita all'efficacia empirica dimostrata in molteplici contesti, rende l'ACO una scelta solida e affidabile per affrontare problemi di ottimizzazione complessi.

In conclusione, i punti di forza dell'Algoritmo di Ottimizzazione Basato sulle Formiche lo rendono uno strumento estremamente efficace per la risoluzione di problemi di ottimizzazione combinatoria. La sua capacità di bilanciare esplorazione ed esploitazione, la robustezza e adattabilità, il parallelismo naturale, la semplicità e flessibilità di implementazione, la sinergia con altri metodi di ottimizzazione, il successo empirico in numerose applicazioni pratiche e le garanzie di qualità, fanno dell'ACO una delle metaeuristiche più potenti e versatili disponibili. Queste caratteristiche spiegano il suo ampio utilizzo in ambito accademico e industriale, nonché il suo continuo sviluppo ed evoluzione.

# Capitolo 4: Descrizione della Missione e Modello Adottato

In questo capitolo, viene illustrata una panoramica approfondita delle specifiche della missione proposta nell'ambito del GTOC9. Si esploreranno le caratteristiche chiave della missione, la modellazione dinamica adottata, i vincoli imposti dalla missione stessa e una valutazione dettagliata dei costi associati alle trasferte interplanetarie.

## 4.1 Competizione GTOC9

Il tema su cui si fonda questo lavoro trae origine dalla nona edizione del Global Trajectory Optimization Competition (GTOC9), una competizione internazionale organizzata dall'Agenzia Spaziale Europea (ESA) e aperta a tutti i partecipanti. Durante questa gara vengono proposti complessi problemi legati alla progettazione di traiettorie spaziali, interplanetarie e non. L'Advanced Concept Team dell'ESTEC (European Space and Technology Center), vincitore dell'ottava edizione, ha avuto l'onore di scegliere il tema per la nona edizione della competizione. Ispirandosi alle preoccupazioni espresse dall'astrofisico D.J. Kessler riguardo alla possibile formazione di una fascia di detriti intorno alla Terra, il team ha ideato un problema di ottimizzazione. L'obiettivo era minimizzare il consumo di risorse durante una campagna di rimozione di 123 detriti in orbita LEO eliosincrona, tramite una serie di missioni consecutive.

La competizione si è svolta in un contesto futuristico, ambientato nell'anno 2060, in cui un evento improvviso di frammentazione ha innescato un effetto a catena (noto come sindrome di Kessler), che ha compromesso gravemente l'ambiente LEO. Questo scenario ha richiesto un rapido intervento per la rimozione dei detriti allo scopo di ripristinare l'operatività in quelle orbite. Il team dell'ESTEC ha introdotto ulteriori complicazioni sfruttando l'effetto del J2, che provoca la precessione della linea dei nodi per ciascun detrito, rendendo più difficoltosa l'identificazione delle sequenze ottimali di detriti da rimuovere. La rimozione dei detriti è stata immaginata tramite l'uso di veicoli in grado di installare pacchetti di de-orbiting sui detriti stessi. La campagna di rimozione è stata soggetta a numerosi vincoli, come la durata delle missioni, le manovre possibili, e i parametri relativi a massa, propellente e pacchetti di de-orbiting.

Le limitazioni temporali imposte per ciascuna fase delle missioni hanno reso complesso il raggiungimento di sequenze di rimozione ottimali, ostacolando l'applicazione di strategie basate su tempistiche di fasamento ottimali, che avrebbero ridotto il consumo di risorse. Tuttavia, una tale



strategia avrebbe comportato una campagna eccessivamente lunga (oltre otto anni) e non in linea con i vincoli richiesti.

La nona edizione del GTOC ha visto la partecipazione di 69 squadre provenienti da tutto il mondo. Nel corso del mese di competizione, ciascun team ha adottato strategie e metodologie differenti per sviluppare la propria soluzione. Tra i partecipanti, il Jet Propulsion Laboratory (JPL) si è distinto vincendo la competizione. Il team del JPL ha sviluppato una soluzione per l'intera campagna di rimozione dei detriti, suddivisa in dieci missioni successive. Per risolvere il problema, hanno impiegato vari algoritmi e metodologie, affrontando una sfida simile al "problema del commesso viaggiatore", ma con una maggiore complessità dovuta agli effetti della forma non sferica della Terra sulla precessione dei nodi.

Nonostante la difficoltà aggiuntiva, il JPL è riuscito a trovare le sequenze ottimali per la rimozione dei detriti e a determinare le variazioni di velocità necessarie per ciascun segmento delle missioni, minimizzando l'obiettivo della competizione. I principali risultati ottenuti dal JPL, incluse le tempistiche delle missioni e le variazioni di velocità, sono riportati nelle tabelle seguenti. La soluzione fornita dal team del JPL ha rappresentato un valido punto di riferimento per confrontare i risultati ottenuti dal codice sviluppato in questo lavoro.

Mission	Start MJD2000	End MJD2000	Launch Mass, kg	Number of objects	Debris ID	UTC
1	23557.18	23821.03	5665.38	14	23,55,79,113,25,20,27,117,121,50,95,102,38,97	20:17
2	23851.08	24024.53	4666.15	12	19,115,41,26,45,82,47,85,7,2,11,77	20:17
3	24057.47	24561.49	6589.58	21	72,107,61,10,28,3,64,66,31,90,73,87,57,35,69,65,8,43,71,4,29	21:42
4	24637.26	24916.44	5679.10	11	108,24,104,119,22,75,63,112,37,32,114	20:18
5	24946.47	25232.94	4906.59	14	84,59,98,1,40,51,36,67,62,99,54,122,76,15	20:18
6	25262.95	25455.15	5062.74	10	101,48,53,5,12,39,58,13,60,74	20:18
7	25485.20	25682.33	4082.33	10	49,9,70,93,105,46,88,118,18,91	20:18
8	25712.38	25915.53	3725.73	9	86,34,100,30,92,6,110,96,81	20:19
9	25946.06	26237.29	4897.35	12	33,68,116,106,14,52,120,80,16,94,83,89	20:19
10	26267.80	26416.00	3438.62	10	44,111,56,78,0,17,109,103,42,21	20:19

Figura 15: Serie detriti JPL.

Mission	Rendezvous Duration, days
1	5.00,5.00,5.04,5.01,5.01,5.03,5.00,5.00,5.00,5.03,5.03,5.04,5.04,5.00
2	5.00,5.02,5.02,5.00,5.04,5.00,5.05,5.02,5.07,5.03,5.02,5.00
3	5.00,5.06,5.01,5.02,5.07,5.02,5.04,5.02,5.01,5.02,5.01,5.07,5.06,5.02,5.01,5.01,5.06,5.01,5.02,5.04,5.00
4	5.00,6.01,6.01,6.03,6.05,6.05,6.04,6.01,6.06,6.04,5.00
5	5.00,5.02,5.07,5.04,5.01,5.01,5.02,5.06,5.06,5.02,5.06,5.01,5.07,5.00
6	5.00,5.02,5.01,5.04,5.07,5.02,5.01,5.02,5.02,5.00
7	5.00,5.00,5.06,5.06,5.04,5.06,5.04,5.06,5.03,5.00
8	5.00,5.01,5.03,5.00,5.01,5.04,5.07,5.02,5.00
9	5.00,5.51,5.53,5.53,5.53,5.55,5.54,5.53,5.54,5.55,5.52,5.00
10	5.00,5.54,5.50,5.50,5.52,5.52,5.54,5.53,5.52,5.00
Mission	Transfer Duration, days
1	24.86,24.98,22.42,24.99,0.29,10.63,25.00,2.70,1.51,1.41,24.67,24.31,5.86
2	24.93,0.28,0.73,0.39,17.07,1.61,22.42,2.39,15.88,24.97,2.49
3	14.16,24.94,2.87,8.10,9.00,23.13,23.09,23.09,22.83,24.98,24.98,24.93,24.94,9.10,13.44,24.99,24.94,24.99,24.98,24.96
4	23.96,6.48,16.72,23.97,23.95,23.95,23.96,23.99,23.94,23.96
5	0.45,3.17,24.93,10.34,12.53,7.11,13.44,24.94,24.94,24.98,22.19,24.99,22.01
6	24.91,0.30,18.39,3.08,20.24,24.96,24.85,24.97,0.28
7	15.69,0.50,9.83,24.94,24.90,24.48,20.87,24.91,0.66
8	10.03,24.00,2.83,24.99,24.99,24.96,21.19,24.98
9	22.69,4.24,24.47,24.46,24.47,24.44,24.46,24.46,24.46,18.54,9.22
10	0.81,11.59,7.66,1.11,17.46,6.47,20.47,24.47,3.99
Mission	$\Delta V$ , m/s
1	161.8,139.2,65.8,208.2,115.2,300.1,564.9,78.3,105.0,233.3,453.5,340.4,300.8
2	659.0,301.1,252.1,143.8,146.8,68.6,40.6,84.2,105.3,448.5,148.0
3	219.1,80.8,105.2,55.2,140.2,85.5,95.0,237.6,205.9,149.9,245.2,71.6,197.3,160.4,132.2,240.0,161.2,364.3,230.4,232.5
4	86.1,103.1,62.6,222.9,709.1,553.9,219.9,233.9,739.0,232.6
5	129.6,45.2,172.9,52.6,160.7,280.8,221.1,163.5,98.2,115.7,164.8,674.8,291.1
6	156.0,198.0,305.8,71.2,194.4,920.5,314.1,353.0,272.8
7	400.6,173.6,211.3,374.4,109.6,171.2,145.1,194.3,233.0
8	287.9,111.9,112.2,144.5,540.0,260.1,198.8,82.7
9	83.3,148.1,495.9,464.9,405.2,285.9,254.8,62.3,156.6,36.5,174.9
10	189.4,112.9,110.0,121.3,117.9,280.1,300.4,120.6,70.2

Figura 16: Risultati missione JPL.

## 4.2 La Missione

La missione delineata è concepita per rispondere alle sfide poste dal GTOC9, dove l'obiettivo è minimizzare il consumo di propellente, e quindi di  $\Delta v$ , massimizzando l'efficienza e minimizzando i consumi di risorse. Il contesto operativo prevede il movimento attraverso una serie di orbite planetarie, con vincoli stringenti imposti dal carburante disponibile e dalla necessità di rispettare finestre temporali precise per i trasferimenti orbitali.

### 4.2.1 Descrizione Ufficiale del Problema (GTOC9)

Il progetto prevede la pianificazione di un insieme di  $n$  missioni finalizzate alla rimozione cumulativa di  $M=123$  detriti spaziali, che si trovano in orbita attorno alla Terra seguendo traiettorie kepleriane, con l'aggiunta delle perturbazioni medie causate dal termine  $J_2$ . La Figura 2 illustra graficamente queste orbite, mentre la Figura 3 fornisce gli istogrammi relativi ai loro parametri orbitali. Ogni missione consiste in una traiettoria multi-rendezvous di un veicolo spaziale, in cui un gruppo di  $N$  detriti, facenti parte dei  $M$  totali, viene rimosso tramite il rilascio e l'attivazione di  $N$  pacchetti di deorbitaggio. La dinamica del veicolo spaziale, tra un incontro e l'altro con i detriti, segue le leggi kepleriane ed è soggetta alle perturbazioni complete dovute al termine  $J_2$ .

L'obiettivo è minimizzare una funzione di costo definita come:

$$J = \sum_{i=1}^n C_i = \sum_{i=1}^n [c_i + \alpha(m_{0i} - m_{dry})^2]$$

dove  $C_i$  rappresenta il costo associato alla  $i$ -esima missione, calcolato come la somma di un costo base  $c_i$ , che aumenta linearmente durante il corso della competizione, e un termine  $\alpha(m_{0i} - m_{dry})^2$ , che favorisce veicoli spaziali con una massa di lancio inferiore. In ogni missione, la massa iniziale del veicolo spaziale è indicata con  $m_{0i}$ , mentre la massa a secco del veicolo è  $m_{dry}$ . Ridurre la massa di lancio consente di abbassare i costi della missione, pur riducendo le capacità operative del veicolo.

Ogni missione ha un tempo di inizio  $t_{si}$  e un tempo di fine  $t_{fi}$ . La missione inizia con un lancio che porta il veicolo spaziale a incontrare il primo detrito selezionato all'epoca  $t_{si}$ . Termina quando tutti i pacchetti di deorbitaggio, di massa  $m_{de}=30$  kg ciascuno, sono stati rilasciati e attivati. Un detrito è considerato rimosso se:

1. La sua posizione e il suo vettore velocità coincidono con quelli del veicolo spaziale in un determinato istante  $t$ .
2. Il veicolo spaziale rimane in prossimità del detrito per almeno  $t_w \geq 5$  giorni, tempo necessario per il rilascio e l'attivazione del pacchetto di deorbitaggio.

Dopo il rilascio del pacchetto, il veicolo spaziale può riattivare il proprio sistema di propulsione per dirigersi verso il prossimo detrito. Durante i trasferimenti tra i detriti, la dinamica del veicolo è influenzata dall'effetto completo di J2. Tuttavia, durante le operazioni di rimozione, il veicolo spaziale e il detrito condividono posizione e velocità, come indicato dalle effemeridi.

Il costo base  $c_i$  di ogni missione, escluso il termine  $\alpha$ , aumenta linearmente nel corso del mese della competizione, e viene calcolato secondo la seguente formula:

$$c_i = c_m + \frac{t_{submission} - t_{start}}{t_{end} - t_{start}} \times (c_M - c_m)$$

dove  $t_{submission}$  è l'epoca in cui la  $i$ -esima missione viene validata, mentre  $t_{start}$  e  $t_{end}$  indicano rispettivamente l'inizio e la fine della competizione GTOC9. Il costo base minimo  $c_m$  è fissato a 45 milioni di euro (MEUR), mentre il costo massimo  $c_M$  è di 55 MEUR. Qualsiasi detrito non rimosso alla fine della competizione sarà considerato eliminato attraverso un lancio dedicato con un costo fisso di  $c_{penalty} = 55.0018$ MEUR.

Questo schema di missioni richiede una precisa ottimizzazione dei consumi, al fine di garantire un'efficace rimozione dei detriti e una gestione dei costi il più efficiente possibile.

## **4.3 Vincoli della missione**

Il settore della gestione dei detriti spaziali rappresenta una delle sfide più complesse e critiche per l'esplorazione e l'utilizzo sostenibile dello spazio. Le operazioni di rimozione dei detriti, che possono comportare traiettorie di rendezvous multiple, richiedono una pianificazione meticolosa e un controllo rigoroso per garantire l'efficacia e la sicurezza delle missioni. Questo capitolo esplora i vincoli e le condizioni necessari per una pianificazione ottimale, analizzando in dettaglio i requisiti temporali, la gestione delle missioni e le considerazioni orbitali.

### **4.3.1 Tempistica dei Rendezvous con i Detriti**

La pianificazione delle operazioni di rendezvous con i detriti spaziali richiede un controllo accurato della tempistica. In particolare, il tempo totale tra due rendezvous successivi all'interno della stessa missione non deve superare i 30 giorni. Questo vincolo, rappresentato dall'equazione  $t_b - t_a \leq \Delta t_R = 30$  giorni, è cruciale per mantenere un ritmo operativo costante e minimizzare i periodi di inattività tra le operazioni.

Il rispetto di questo limite temporale è fondamentale per ottimizzare l'efficacia delle missioni e garantire che le risorse siano utilizzate in modo efficiente. Un intervallo di tempo eccessivo tra i rendezvous potrebbe comportare ritardi significativi e aumentare i costi operativi, oltre a compromettere il successo delle operazioni di rimozione. Pertanto, è essenziale pianificare attentamente le sequenze di rendezvous e monitorare rigorosamente i tempi di operazione.

### **4.3.2 Programmazione delle Missioni**

Un altro aspetto cruciale della pianificazione delle missioni di rimozione dei detriti è la gestione del tempo tra missioni consecutive. È necessario garantire un intervallo minimo di 30 giorni tra la conclusione di una missione e l'inizio della successiva. Questo intervallo, indicato come  $\Delta t_M = 30$  giorni, serve a prevenire conflitti operativi e a garantire che tutte le risorse siano adeguatamente allocate e gestite.

Il vincolo formale,  $t_{f_j} + 30 \leq t_{s_i}$ , dove  $t_{f_j}$  è il tempo di conclusione della missione  $j$  e  $t_{s_i}$  è il tempo di inizio della missione successiva  $i$ , permette una transizione ordinata tra le missioni. Questo intervallo di sicurezza consente anche una revisione e un'analisi approfondita dei risultati della missione precedente, facilitando la pianificazione e l'ottimizzazione delle operazioni future.

### 4.3.3 Finestra Temporale degli Eventi della Missione

La gestione delle finestre temporali per gli eventi della missione è un altro elemento chiave per il successo delle operazioni di rimozione dei detriti. Tutti gli eventi, inclusi arrivi, partenze e manovre, devono avvenire all'interno di una finestra temporale predefinita. Questa finestra è compresa tra il giorno juliano modificato 23467 e il giorno juliano modificato 26419 (MJD2000), corrispondente a un intervallo di 8 anni.

Questa restrizione temporale garantisce che tutte le operazioni siano effettuate in un periodo di tempo gestibile e monitorabile, facilitando la pianificazione e la coordinazione delle missioni. La finestra temporale permette anche una gestione più efficiente delle risorse e una valutazione accurata dei rischi associati agli eventi della missione.

### 4.3.4 Vincoli sull'Orbita

Il controllo dell'orbita è essenziale per garantire la sicurezza delle operazioni di rimozione dei detriti spaziali. È imposto un vincolo sul periasse orbitale osculante  $r_p$ , che non deve scendere al di sotto di 6.600.000 metri, indicato come  $r_{pm}=6.600.000$  metri. Questa restrizione è importante per evitare che le navette spaziali si avvicinino troppo ai detriti, riducendo il rischio di collisioni e garantendo la sicurezza delle operazioni.

La verifica di questo vincolo viene effettuata principalmente al momento dell'arrivo, della partenza e durante le manovre nello spazio profondo, escludendo i periodi intermedi. Questo approccio semplifica il controllo e consente di concentrare le risorse sui momenti chiave dell'operazione, assicurando al contempo che le condizioni orbitali siano sempre conformi ai requisiti di sicurezza.

### 4.3.5 Spacecraft

Nel contesto della progettazione e pianificazione delle missioni spaziali, la massa iniziale di ciascuna navetta spaziale è una variabile cruciale che influisce sia sulla progettazione della missione sia sui costi di lancio. La massa iniziale, indicata come  $m_0$ , è data dalla somma della massa secca della

navetta, della massa dei pacchetti di de-orbitazione e della massa del propellente. La formula per calcolare questa massa è:

$$m_0 = m_{dry} + N \cdot m_{de} + m_p$$

dove  $m_{dry}$  rappresenta la massa secca della navetta,  $N$  è il numero di pacchetti di de-orbitazione,  $m_{de}$  è la massa di ciascun pacchetto di de-orbitazione e  $m_p$  è la massa del propellente.

La massa secca della navetta, che è un valore fisso, è determinata dalla struttura e dagli strumenti della navetta e ammonta a 2000 kg. La massa del propellente varia a seconda delle necessità della missione e può arrivare fino a un massimo di 5000 kg. Tuttavia, l'uso di una quantità inferiore di propellente può ridurre significativamente i costi di lancio, poiché la massa totale della navetta diminuisce.

Ogni pacchetto di de-orbitazione ha una massa fissa di 30 kg. Il numero totale di pacchetti utilizzati è rappresentato da  $N$ . Pertanto, la massa totale dei pacchetti di de-orbitazione è calcolata come  $N \cdot m_{de}$ . Questa massa si aggiunge alla massa secca della navetta e alla massa del propellente per determinare la massa iniziale totale.

In sintesi, la comprensione e la gestione accurata della massa iniziale della navetta spaziale sono essenziali per garantire il successo delle missioni spaziali e per controllare i costi associati al lancio. La progettazione e la pianificazione devono considerare attentamente tutti i componenti che influenzano la massa iniziale per ottimizzare l'efficienza della missione e minimizzare i costi.

#### **4.3.6 Manovre disponibili**

Nella progettazione e gestione delle missioni spaziali, il controllo preciso della traiettoria della navetta spaziale è fondamentale per garantire il successo delle operazioni di rimozione dei detriti. Le manovre per controllare la traiettoria sono eseguite mediante cambiamenti istantanei della velocità, noti come manovre impulsive. Questi cambiamenti influenzano direttamente la massa della navetta, che deve essere aggiornata in conformità con l'equazione di Tsiolkovsky.

Ogni manovra impulsiva comporta una variazione istantanea della velocità, rappresentata da  $\Delta V$ . Questa variazione è essenziale per effettuare correzioni di rotta e raggiungere la traiettoria desiderata durante il trasferimento tra due detriti spaziali. Dopo ogni manovra, è necessario aggiornare la massa della navetta spaziale utilizzando l'equazione di Tsiolkovsky, che è espressa come:

$$m_f = m_i e^{\frac{\Delta V}{c}}$$

dove:

- $m_f$  è la massa finale della navetta dopo la manovra,
- $m_i$  è la massa iniziale della navetta prima della manovra,
- $\Delta V$  è la variazione di velocità fornita dalla manovra impulsiva,
- $c$  è la velocità efficace di scarico del motore.

Questa equazione consente di calcolare la massa della navetta dopo ogni manovra, tenendo conto del consumo di propellente. È importante notare che all'interno di ciascun trasferimento tra due detriti successivi, è consentito effettuare al massimo 5 cambiamenti impulsivi della velocità, esclusi i cambiamenti di velocità necessari alla partenza e all'arrivo. Questo limite è posto per evitare complicazioni eccessive nella pianificazione delle manovre e per garantire che il controllo della traiettoria rimanga gestibile.

La pianificazione delle manovre impulsive deve considerare attentamente questi limiti e deve essere ottimizzata per utilizzare il propellente in modo efficiente. Ogni manovra deve essere calcolata in modo da ridurre al minimo il consumo di propellente e garantire che la navetta segua il percorso desiderato. Il continuo aggiornamento della massa, calcolato mediante l'equazione di Tsiolkovsky, è essenziale per pianificare le successive manovre e assicurare il successo della missione.

In sintesi, la gestione delle manovre impulsive e l'aggiornamento della massa della navetta spaziale sono aspetti cruciali per il controllo efficace della traiettoria. Le manovre impulsive, sebbene limitate a un numero massimo per trasferimento, devono essere pianificate con precisione per ottimizzare l'efficienza della missione e garantire che le navette spaziali raggiungano i loro obiettivi con successo.

#### **4.3.7 Semplificazioni**

Per descrivere il movimento dei detriti in orbita attorno alla Terra, tenendo conto delle perturbazioni, sono stati sviluppati vari approcci nel corso degli anni che consentono la propagazione delle orbite. Data la complessità intrinseca del moto in presenza di perturbazioni, questi metodi offrono previsioni parziali che richiedono aggiornamenti periodici dei parametri orbitali.

Nel presente lavoro, si adotta invece un modello semplificato che considera esclusivamente l'effetto perturbativo del termine  $J_2$ . Tralasciando le perturbazioni che influenzano l'energia meccanica delle orbite, è stata adottata un'ulteriore semplificazione riguardante alcuni parametri orbitali, nello specifico  $a$ ,  $e$  e  $i$ . Questi parametri sono considerati invariabili, il che consente di esprimere i valori

di  $\Omega$ ,  $\omega$  e  $M$  come funzioni del tempo. In effetti, poiché i tassi di variazione  $\dot{\Omega}$ ,  $\dot{\omega}$  e  $\dot{M}$  sono sostanzialmente costanti e dipendono dai parametri  $a$ ,  $e$  e  $i$ , si può fare l'approssimazione che tali valori siano costanti.

Integrando le suddette equazioni, è possibile ottenere le espressioni che descrivono come i tre parametri evolvono nel tempo.

## 4.5 Codice Matlab

MATLAB è uno strumento ideale per sviluppare algoritmi di ottimizzazione come l'ACO.

L'algoritmo sfrutta la cooperazione tra più agenti (le formiche) che, seguendo tracce di feromone e bilanciando la probabilità di esplorare nuovi percorsi, cercano soluzioni ottimali. Questa implementazione in MATLAB suddivide il processo di ottimizzazione in moduli distinti, ciascuno dei quali contribuisce alla costruzione delle soluzioni, al calcolo dei costi e all'aggiornamento delle tracce di feromone. Di seguito, viene descritta la struttura del codice e il ruolo di ciascun componente, con particolare attenzione agli input richiesti per eseguire correttamente l'algoritmo.

L'algoritmo ACO è implementato in MATLAB attraverso un insieme di funzioni che lavorano in modo modulare. Il file principale gestisce l'esecuzione completa dell'algoritmo, mentre i moduli di supporto gestiscono la costruzione dei percorsi, il calcolo dei costi e l'aggiornamento delle tracce di feromone.

### 4.5.1 Input

Nel file principale, l'inizializzazione dei parametri costituisce il primo passaggio cruciale. I principali input configurabili dall'utente includono:

- Numero di formiche: Indica quante formiche partecipano al processo di ricerca delle soluzioni.
- Numero di iterazioni: Specifica il numero massimo di cicli che l'algoritmo eseguirà prima di fermarsi.
- Matrice delle distanze: Rappresenta il grafo su cui operano le formiche. Ogni elemento della matrice rappresenta la distanza tra due nodi, che possono corrispondere a città nel TSP o a posizioni orbitali in un problema spaziale.



- Alpha e Beta: Questi parametri regolano l'importanza delle tracce di feromone e della distanza tra i nodi. Alpha influenza il peso del feromone, mentre Beta determina l'importanza della distanza.
- Tasso di evaporazione: Definisce la velocità con cui il feromone evapora. Un valore elevato favorisce l'esplorazione di nuovi percorsi, mentre un valore basso stabilizza i percorsi migliori.
- Eliminazione del costo comune: Questo parametro è utilizzato per ridurre i costi comuni tra percorsi simili, evitando che l'algoritmo si blocchi su soluzioni subottimali.

Dopo aver impostato questi parametri, l'algoritmo genera formiche e le posiziona sui nodi iniziali del grafo. Le formiche esplorano il grafo seguendo le tracce di feromone e la visibilità (cioè, l'inverso della distanza tra i nodi). Il comportamento delle formiche è regolato da un modello probabilistico che bilancia l'importanza delle tracce di feromone accumulate e la distanza tra i nodi. Alla fine di ogni iterazione, il costo del percorso seguito da ciascuna formica viene calcolato. Il costo dipende dalla natura del problema: nel TSP è la somma delle distanze percorse tra le città, mentre per problemi spaziali può essere legato al consumo energetico o alla variazione di velocità ( $\Delta V$ ) necessaria per eseguire una manovra orbitale.

Una volta calcolato il costo per ogni formica, viene aggiornato il livello di feromone sui percorsi del grafo. I percorsi con il costo più basso ricevono un maggiore deposito di feromone, mentre le tracce di feromone sui percorsi meno efficienti evaporano gradualmente. Questo processo consente all'algoritmo di concentrarsi progressivamente sulle soluzioni migliori, senza eliminare del tutto la possibilità di esplorare nuove soluzioni.

#### 4.5.2 Moduli di Supporto

Il file principale utilizza diversi moduli per gestire operazioni specifiche. Questi moduli includono:

- Costruzione del percorso: Un modulo dedicato simula il movimento delle formiche tra i nodi del grafo, generando soluzioni parziali per ogni formica in ogni iterazione. La probabilità con cui una formica seleziona il prossimo nodo da visitare dipende dalla quantità di feromone e dalla distanza tra i nodi.

- **Calcolo dei costi:** Questo modulo calcola il costo di ciascun percorso, utilizzando la matrice delle distanze e il percorso seguito dalla formica. In un problema come il TSP, il costo è la somma delle distanze tra le città, mentre nei problemi spaziali, il costo potrebbe essere la variazione di velocità necessaria per effettuare una manovra orbitale.
- **Aggiornamento delle tracce di feromone:** Alla fine di ogni iterazione, le tracce di feromone vengono aggiornate in base ai percorsi seguiti dalle formiche. I percorsi con il costo più basso ricevono un maggiore deposito di feromone, che rende questi percorsi più attraenti per le iterazioni successive. Allo stesso tempo, le tracce di feromone evaporano gradualmente, permettendo all'algoritmo di evitare il blocco su soluzioni subottimali.

### **4.5.3 Esecuzione del Processo di Ottimizzazione**

Il cuore dell'algoritmo si sviluppa in diverse fasi iterative. In ogni iterazione, le formiche costruiscono i loro percorsi, selezionando il nodo successivo in base alla probabilità determinata dalla quantità di feromone e dalla distanza tra i nodi. Il modulo che gestisce questa fase garantisce che le soluzioni costruite siano influenzate dal feromone accumulato durante le iterazioni precedenti, favorendo i percorsi con il costo minore.

Successivamente, il costo di ciascun percorso viene calcolato utilizzando la funzione di calcolo del costo. Questo passaggio è fondamentale per valutare la qualità delle soluzioni trovate dalle formiche. Una volta calcolati i costi, le tracce di feromone vengono aggiornate: i percorsi migliori ricevono un rinforzo maggiore, mentre quelli peggiori vedono il loro feromone evaporare, incentivando un'esplorazione continua di nuovi percorsi. Infine, l'algoritmo esamina il costo globale e determina se la soluzione corrente è la migliore trovata fino a quel momento. Il processo iterativo prosegue fino a raggiungere il numero massimo di iterazioni o fino a quando non viene trovata una soluzione soddisfacente.

## Capitolo 5 Risultati

In questo capitolo, analizzeremo in dettaglio i risultati ottenuti dall'applicazione dell'algoritmo di ottimizzazione basato sulle colonie di formiche (ACO) e li confronteremo con i risultati forniti dal Jet Propulsion Laboratory (JPL) all'interno della competizione di ottimizzazione delle traiettorie dei detriti spaziali. In particolare, esamineremo i dati relativi al  $\Delta V$ , al tempo impiegato dal satellite per viaggiare tra i detriti, e alle sequenze di rimozione degli stessi.

### 5.1 Analisi del $\Delta v$ con un Lancio Singolo

Durante l'esecuzione dell'algoritmo, il  $\Delta v$  minimo e quello medio seguono un andamento caratteristico. All'inizio delle iterazioni, le formiche esplorano soluzioni molto diverse tra loro, il che porta a fluttuazioni nei valori medi. Tuttavia, con l'aumento del numero di iterazioni, l'algoritmo converge progressivamente verso il minimo  $\Delta v$ , che rappresenta la soluzione ottimale. Nei test effettuati, si è osservato che con l'aumento del numero di formiche, il  $\Delta v$  totale si riduce progressivamente, poiché una maggiore quantità di formiche permette di esplorare una varietà più ampia di percorsi e soluzioni. Tuttavia, dopo un certo numero di formiche, che negli esperimenti si attesta intorno alle 90, ulteriori incrementi non portano a miglioramenti significativi. Questo suggerisce che all'incirca 90 formiche rappresentano il numero ideale per raggiungere una copertura ottimale dello spazio delle soluzioni, poiché oltre questa soglia il  $\Delta v$  si stabilizza e l'algoritmo ha esplorato sufficientemente tutte le possibili traiettorie.

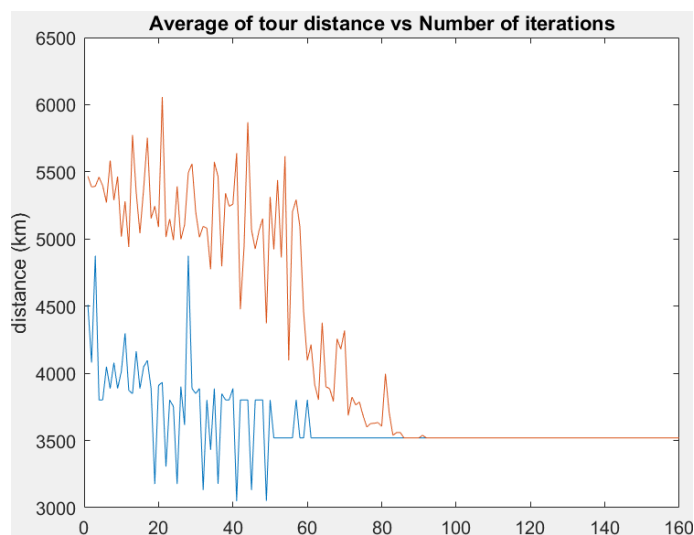


Figura 17: Grafico valori minimi e medi  $\Delta v$ .

Parallelamente, il numero di iterazioni è un altro parametro cruciale per il successo dell'algoritmo ACO. Durante le iterazioni, le formiche migliorano progressivamente le soluzioni trovate, condividendo le informazioni sulle migliori traiettorie esplorate. Dai test è emerso che 100 iterazioni rappresentano un valore ottimale: un numero di iterazioni inferiore porta l'algoritmo a fermarsi troppo presto, lasciando spazio a ulteriori miglioramenti, mentre un numero superiore a 100 iterazioni non migliora ulteriormente i risultati, ma aumenta significativamente il tempo computazionale.

Il compromesso tra il numero di formiche e il numero di iterazioni è essenziale per ottenere il miglior rapporto tra qualità della soluzione e tempo computazionale. Un numero troppo basso di formiche o iterazioni può limitare l'algoritmo, impedendogli di trovare il minimo globale, mentre un numero eccessivo di formiche o iterazioni non porta benefici ulteriori e aumenta notevolmente il tempo di calcolo.

## **5.2 Confronto tra ACO e JPL: $\Delta v$ , Sequenza di Detriti e Tempi**

Il confronto tra ACO e JPL viene effettuato su tre parametri principali: il  $\Delta v$ , la sequenza di detriti e i tempi di percorrenza.

### **5.2.1 $\Delta v$**

Uno degli aspetti principali da confrontare tra i due algoritmi è il  $\Delta v$ , che rappresenta la variazione di velocità necessaria per completare le manovre di rimozione dei detriti. Sebbene JPL non si focalizzi specificamente sulla minimizzazione del  $\Delta v$ , ACO ha dimostrato di eccellere in questo campo. Grazie alla sua capacità di esplorare molteplici soluzioni, l'algoritmo ACO è stato in grado di individuare traiettorie con un  $\Delta v$  inferiore rispetto a JPL.

Mentre JPL utilizza un approccio basato su cinque impulsi per calcolare il  $\Delta v$ , ACO adotta una metodologia più semplice basata su due impulsi, trascurando aspetti come l'eccentricità e la fase.

Tabella 1: Confronto ACO e JPL

Numero lancio		$\Delta V$ totale (m/s)
1	JPL	3.067
	ACO	3.050
2	JPL	2.398
	ACO	2.285
3	JPL	3.410
	ACO	3.351
4	JPL	3.163
	ACO	2.846
5	JPL	2.571
	ACO	2.172
6	JPL	2.786
	ACO	2.632
7	JPL	2.013
	ACO	2.005
8	JPL	1.738
	ACO	1.633
9	JPL	2.568
	ACO	2.487
10	JPL	1.428
	ACO	1.360

Nonostante questa differenza, ACO è riuscito a ottenere risultati competitivi, spesso migliorando il  $\Delta v$  complessivo delle missioni. Questo successo può essere attribuito alla natura iterativa dell'ACO, che consente di raffinare continuamente le traiettorie esplorate.

### 5.2.2 Sequenza di Detriti

Un altro parametro fondamentale da analizzare è la sequenza dei detriti. La sequenza indica l'ordine con cui i detriti vengono rimossi dal satellite durante la missione. Nel caso di JPL, la sequenza tende a essere stabilita in modo più strutturato, con percorsi ottimizzati secondo una logica prestabilita, mentre l'algoritmo ACO esplora diverse sequenze, selezionando quella che minimizza il  $\Delta v$ .

Sebbene la sequenza dei detriti ottenuta da ACO sia spesso molto simile a quella generata da JPL, esistono differenze sottili, soprattutto nelle fasi finali della missione. ACO mostra una maggiore flessibilità nel riorganizzare la sequenza dei detriti, specialmente quando i vincoli temporali e spaziali lo permettono, riuscendo così a ridurre il numero di manovre richieste. Questo vantaggio può risultare

determinante nelle missioni più complesse, dove la rimozione di numerosi detriti in tempi ridotti è cruciale.

Tabella 2: Confronto sequenza detriti JPL e ACO

Numero lancio		Sequenza detriti																				
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	JPL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14							
	ACO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14							
2	JPL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12									
	ACO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12									
3	JPL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
	ACO	1	3	2	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	20	18	17	19	21
4	JPL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11										
	ACO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11										
5	JPL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14							
	ACO	1	5	4	3	2	7	6	9	8	11	10	12	13	14							
6	JPL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10											
	ACO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10											
7	JPL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10											
	ACO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10											
8	JPL	1	2	3	4	5	6	7	8	9												
	ACO	1	2	3	4	5	6	7	8	9												
9	JPL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12									
	ACO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12									
10	JPL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10											
	ACO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10											

### 5.2.3 Tempi di Percorrenza

Il terzo parametro da considerare è il tempo di percorrenza, ovvero il tempo impiegato dal satellite per passare da un detrito all'altro durante la missione. ACO, per le sue caratteristiche, utilizza solo tempi multipli di 5, con un massimo di 30 giorni per ciascuna manovra. Questo approccio, sebbene efficace per mantenere un basso  $\Delta v$ , risulta meno dettagliato rispetto a JPL, che utilizza una risoluzione temporale maggiore per definire i tempi di manovra.

Di conseguenza, JPL riesce a ottenere traiettorie con tempi di percorrenza più precisi e, in alcuni casi, più brevi rispetto ad ACO. Tuttavia, ACO riesce comunque a rimanere all'interno dei vincoli temporali imposti dalla missione, anche se con una risoluzione temporale più ampia. Questa differenza potrebbe influenzare la scelta dell'algoritmo a seconda della priorità della missione: se il focus è minimizzare il  $\Delta v$  o se è più importante avere tempi di percorrenza molto dettagliati.

Tabella 3: Confronto durata transfert JPL e ACO.

Numero lanci		Durata transfert (giorni)																				
		30	30	27	30	5	16	30	8	7	6	30	29	11								
1	JPL	30	30	27	30	5	16	30	8	7	6	30	29	11								
	ACO	30	30	30	30	5	15	30	5	5	5	30	30	10								
2	JPL	30	5	6	5	22	7	27	7	21	30	7										
	ACO	30	5	5	5	25	10	25	5	20	30	10										
3	JPL	19	30	8	13	14	28	28	28	24	30	30	30	30	14	18	30	30	30	30	30	30
	ACO	20	30	10	15	15	30	25	30	25	30	30	30	30	15	20	30	30	30	30	30	30
4	JPL	29	11	22	29	29	29	29	29	29	30											
	ACO	30	10	20	30	30	30	30	30	30	30											
5	JPL	5	8	30	15	18	12	18	30	30	30	27	30	27								
	ACO	5	10	30	15	20	10	20	30	30	30	30	30	30								
6	JPL	30	5	23	8	25	30	30	30	5												
	ACO	30	5	25	10	25	30	30	30	5												
7	JPL	21	6	15	30	30	29	26	30	6												
	ACO	20	5	15	30	30	30	25	30	5												
8	JPL	15	29	8	30	30	30	26	30													
	ACO	15	30	10	30	30	30	25	30													
9	JPL	28	9	29	29	29	29	29	29	29	24	14										
	ACO	30	5	30	30	30	30	30	30	25	20	30										
10	JPL	6	17	13	6	22	11	25	29	9												
	ACO	5	15	10	5	25	15	25	30	10												

## 5.3 Analisi del $\Delta v$ con Due Lanci Simultanei

Nel secondo scenario, si considera l'ottimizzazione di due lanci simultanei. Anche in questo caso, l'algoritmo ACO ha mostrato un comportamento simile a quello del lancio singolo: inizialmente si osservano fluttuazioni significative nei valori medi del  $\Delta v$ , poiché le formiche esplorano un ampio spettro di soluzioni. Tuttavia, con l'aumento delle iterazioni e del numero di formiche, l'algoritmo riesce a convergere verso un  $\Delta v$  minimo.

L'andamento tipico del  $\Delta v$  mostra che il minimo viene raggiunto dopo un numero maggiore di iterazioni rispetto al lancio singolo, e la presenza di due lanci richiede un aumento del numero di formiche per garantire che tutte le soluzioni possibili siano esplorate. Il numero di iterazioni ottimale, in questo caso, è stato fissato a un valore superiore rispetto al singolo lancio, poiché l'ottimizzazione simultanea di due lanci presenta una maggiore complessità.

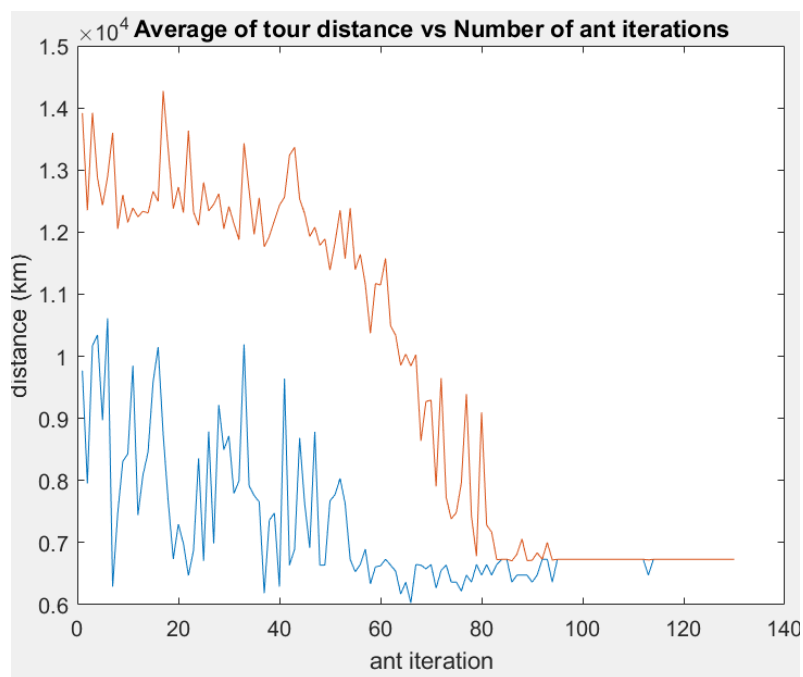


Figura 18: Grafico valori minimi e medi di  $\Delta v$ .

Una volta eseguito il calcolo per i due lanci simultanei, si procede a una seconda ottimizzazione in cui i lanci vengono considerati singolarmente. Questo passaggio ulteriore consente di ridurre ulteriormente il  $\Delta v$ . Per i singoli lanci possiamo abbassare il numero di formiche e di iterazioni, essendoci meno detriti e non dovendo considerare la separazione dei lanci.

Tabella 4: Confronto ACO e JPL  $\Delta v$ .

Numero lancio	Iterazione	$\Delta V$ totale (m/s)
1 e 2	non separata	5.335
	separata	5.314
3 e 4	non separata	6.190
	separata	6.107
5 e 6	non separata	5.200
	separata	4.899
7 e 8	non separata	3.551
	separata	3.551
9 e 10	non separata	3.930
	separata	3.862

## 5.4 Confronto tra ACO e JPL: $\Delta v$ , Sequenza di Detriti e Tempi

Anche per i due lanci simultanei, si confrontano i risultati ottenuti con ACO e JPL in tre aspetti chiave.

### 5.4.1 $\Delta v$

Come già osservato nel caso del lancio singolo, ACO riesce anche in questo scenario a individuare il minimo  $\Delta v$  quando vengono gestiti due lanci simultanei. La scelta casuale del punto di separazione dei lanci non ha compromesso la capacità di ACO di ridurre il  $\Delta v$ , ma anzi ha permesso di esplorare soluzioni che JPL, per la sua struttura, non considera.

Successivamente, ricalcolando il  $\Delta v$  per ciascun lancio separato, si è riusciti a ottimizzare ulteriormente il risultato. Questo dimostra la flessibilità di ACO nel migliorare progressivamente le soluzioni anche quando si parte da un setup complesso con lanci simultanei.

### 5.4.2 Sequenza di Detriti

Quando si considerano due lanci simultanei, la sequenza dei detriti cambia rispetto al lancio singolo, poiché entrambi i lanci devono essere gestiti contemporaneamente. In questo contesto, ACO dimostra



una certa efficienza nel trovare una sequenza che riduce il numero di manovre, anche se il codice JPL, grazie alla sua struttura più rigida, genera soluzioni che tendono a essere più ordinate.

ACO sfrutta la sua flessibilità per trovare una sequenza che, pur non essendo necessariamente la più ordinata, risulta ottimale dal punto di vista del minimo  $\Delta v$  e delle manovre richieste.

### **5.4.3 Tempi di Percorrenza**

Anche nel caso di due lanci simultanei, ACO continua a utilizzare tempi multipli di 5, il che rappresenta una limitazione in termini di precisione temporale rispetto a JPL, che è in grado di gestire tempi con una risoluzione maggiore e, quindi, di ottimizzare meglio la durata complessiva delle missioni. Sebbene questa differenza temporale possa sembrare un limite per ACO, esso riesce comunque a completare le missioni entro i vincoli temporali prefissati.

In alcuni casi, ACO riesce persino a ridurre il tempo di percorrenza complessivo rispetto a JPL, ma con una risoluzione temporale meno fine. Questo può influire sulla scelta dell'algoritmo a seconda delle esigenze della missione: se l'obiettivo principale è ridurre il  $\Delta v$  o se invece la precisione temporale diventa più rilevante.

## **5.5 Analisi del $\Delta v$ con Tre Lanci Simultanei e Limiti dell'Algoritmo**

Nel terzo scenario, si è cercato di ottimizzare la traiettoria di tre lanci simultanei. In questo caso, l'algoritmo ACO è riuscito a raggiungere la convergenza e a trovare un minimo  $\Delta v$ , ma il valore ottenuto risulta superiore rispetto a quello generato da JPL. Questo è dovuto alla minore precisione nei tempi di percorrenza tra i detriti. Mentre JPL utilizza una risoluzione temporale più fine, che consente un'ottimizzazione più accurata delle traiettorie, ACO si basa su tempi multipli di cinque, il che limita la sua capacità di ridurre ulteriormente il  $\Delta v$ .

Questa imprecisione temporale influisce direttamente sull'efficienza dell'algoritmo. Sebbene ACO riesca a convergere, la scarsa risoluzione nei tempi penalizza l'ottimizzazione delle traiettorie,

Tabella 5: Confronto valori  $\Delta v$  minimi

Numero lancio		$\Delta V$ (m/s)
1,2,3	JPL	8.874
	ACO lanci non separati	15.169
	ACO lanci separati	13.289

rendendo impossibile raggiungere lo stesso livello di efficienza di JPL, specialmente quando si gestiscono tre lanci simultanei.

Anche se ACO riesce a trovare un minimo  $\Delta v$ , la minore precisione temporale nelle manovre rispetto a JPL rimane un ostacolo. Nei casi in cui si tenta di ottimizzare la rimozione di tutti i detriti senza separare i lanci, ACO non è in grado di ottenere lo stesso livello di accuratezza. I detriti si trovano in posizioni orbitali diverse a causa delle differenze nei tempi di lancio tra ACO e JPL, rendendo più complessa la ricerca di una traiettoria efficiente.

Un altro limite importante è l'alto tempo computazionale necessario per risolvere scenari complessi con numerosi detriti. Anche con un aumento delle iterazioni e del numero di formiche, l'algoritmo non riesce a migliorare significativamente la precisione temporale, il che complica ulteriormente la gestione simultanea di molti detriti. Questo fattore limita la scalabilità di ACO in missioni più complesse, dove la sincronizzazione e la precisione temporale sono cruciali.

In conclusione, l'algoritmo ACO ha dimostrato una notevole efficienza nella minimizzazione del  $\Delta v$  per la rimozione dei detriti spaziali, ottenendo in molti casi risultati paragonabili o superiori a quelli del metodo JPL. Tuttavia, nel caso di tre lanci simultanei o missioni più complesse, la minore risoluzione temporale di ACO e l'alto tempo computazionale rappresentano un limite. Le ottimizzazioni future dovranno concentrarsi su una maggiore precisione nei tempi di manovra e una riduzione dei tempi computazionali per consentire una gestione più efficiente delle missioni complesse e simultanee.

# Capitolo 6 Conclusioni

In questa tesi, è stato presentato un confronto dettagliato tra l'algoritmo Ant Colony Optimization (ACO) e il metodo utilizzato dal Jet Propulsion Laboratory (JPL) per la determinazione delle traiettorie di rimozione dei detriti spaziali. I risultati mostrano chiaramente che l'algoritmo ACO risulta essere più efficiente del metodo JPL, soprattutto in termini di riduzione del delta-v complessivo necessario per completare le missioni. L'algoritmo ACO è stato in grado di ottimizzare le manovre tra i detriti, trovando traiettorie più efficienti e riducendo il consumo di carburante in diverse situazioni.

Tuttavia, nonostante i significativi miglioramenti osservati, c'è ancora spazio per ulteriori ottimizzazioni e potenziamenti dell'algoritmo. Attualmente, una delle principali limitazioni di ACO è la necessità di separare i lanci in singole missioni, il che richiede una gestione manuale delle traiettorie. Questo approccio, sebbene efficace in termini di risultati, limita l'efficienza globale dell'algoritmo quando si tratta di missioni più complesse, dove il numero di detriti da rimuovere è molto elevato.

## 6.1 Per il futuro

In futuro, l'obiettivo sarà quello di eliminare questa necessità di separazione dei lanci, sviluppando un algoritmo in grado di gestire tutti i detriti contemporaneamente in un'unica missione. Un ulteriore passo avanti sarebbe l'implementazione di un codice che, dato un insieme di detriti da eliminare, sia in grado di calcolare automaticamente la traiettoria ottimale per la rimozione, riducendo il delta-v complessivo e migliorando l'efficienza della missione.

L'ottimizzazione futura potrebbe includere l'integrazione di ulteriori tecniche di apprendimento automatico e intelligenza artificiale, che consentirebbero all'algoritmo ACO di adattarsi meglio a scenari complessi, migliorando ulteriormente la capacità di identificare traiettorie ottimali senza la necessità di intervento manuale.

In conclusione, l'algoritmo ACO ha dimostrato di essere superiore al metodo JPL per la gestione delle traiettorie di rimozione dei detriti spaziali. Tuttavia, i miglioramenti tecnologici e algoritmici futuri possono portare a un'ottimizzazione ancora maggiore, consentendo all'algoritmo di gestire in maniera autonoma missioni più complesse e contribuendo così a una rimozione più efficace e sostenibile dei detriti spaziali.

## **6.2 Sfide Economiche e Strategiche**

Nonostante il crescente riconoscimento dei rischi associati ai detriti spaziali e la loro gestione, la ricerca e lo sviluppo di metodi di rimozione attiva dei detriti non ricevono sempre il supporto finanziario e politico che il problema richiederebbe. Questo capitolo esplorerà le ragioni per cui gli investimenti nella ricerca per migliorare e ottimizzare i metodi di rimozione dei detriti spaziali sono limitati, con un focus particolare sui motivi economici e strategici che influenzano queste decisioni.

### **6.2.1 Sfide Economiche**

Uno dei principali ostacoli all'investimento nella rimozione dei detriti spaziali è l'elevato costo iniziale associato alla ricerca e allo sviluppo di nuove tecnologie. Le soluzioni per la rimozione dei detriti spaziali, come i sistemi basati su laser, reti, o arpioni, richiedono ingenti investimenti in ricerca e sviluppo, test e implementazione. Questi costi iniziali possono essere proibitivi, specialmente per le agenzie spaziali e le aziende private che operano con budget limitati o devono giustificare il ritorno economico degli investimenti.

Il ritorno economico della rimozione dei detriti spaziali non è immediatamente tangibile. Le tecnologie di rimozione dei detriti tendono a produrre benefici a lungo termine, come la riduzione del rischio di collisioni e la preservazione della sostenibilità delle orbite. Tuttavia, i benefici economici diretti, come il miglioramento delle capacità di lancio e delle operazioni satellitari, si manifestano gradualmente e possono non essere immediatamente evidenti per gli investitori e i finanziatori. Questo può ridurre l'attrattiva di tali investimenti a breve termine.

Le agenzie spaziali e le aziende private spesso devono allocare i loro budget limitati verso progetti che promettono ritorni più rapidi o immediati. Progetti come l'esplorazione planetaria, il miglioramento delle tecnologie di comunicazione o lo sviluppo di nuove costellazioni satellitari possono ricevere maggiore attenzione e finanziamenti rispetto alla rimozione dei detriti spaziali, che può essere vista come una priorità inferiore in un contesto di risorse finanziarie limitate.

### **6.2.2 Sfide Strategiche e Politiche**

La rimozione dei detriti spaziali è una sfida tecnologica complessa che richiede soluzioni innovative e spesso non testate. La ricerca e lo sviluppo di nuove tecnologie di rimozione comportano rischi significativi, e la possibilità di fallimenti tecnici può scoraggiare gli investitori. Inoltre, la

complessità delle operazioni spaziali e la necessità di coordinarle con altri attori spaziali aumentano la difficoltà di sviluppare soluzioni efficaci e affidabili.

Il problema dei detriti spaziali è globale e richiede un approccio coordinato a livello internazionale. Tuttavia, la mancanza di un quadro normativo uniforme e di un impegno globale condiviso può rendere difficile la cooperazione e la pianificazione congiunta. Le differenze nelle priorità nazionali e la competizione tra paesi e aziende spaziali possono limitare la volontà di investire in iniziative che richiedono sforzi congiunti e soluzioni globali.

Le decisioni politiche e i cicli di finanziamento possono influenzare negativamente gli investimenti nella rimozione dei detriti spaziali. Le politiche a breve termine possono concentrarsi su problemi immediati e visibili, trascurando le questioni che richiedono approcci a lungo termine. La mancanza di una visione strategica e di politiche di lungo periodo che incentivino la ricerca e la tecnologia di rimozione dei detriti può rallentare i progressi in questo campo.

### **6.2.3 Considerazioni Future e Raccomandazioni**

Per incentivare l'investimento nella rimozione dei detriti spaziali, è essenziale sviluppare modelli economici che dimostrino chiaramente il ritorno sugli investimenti a lungo termine. Programmi di finanziamento pubblico-privato, sussidi e incentivi fiscali possono contribuire a ridurre i costi iniziali e attrarre investimenti. Inoltre, è cruciale stabilire un quadro normativo che valorizzi i benefici della rimozione dei detriti, come la protezione delle infrastrutture spaziali e l'espansione delle opportunità commerciali.

Il miglioramento della cooperazione internazionale e la creazione di alleanze globali possono facilitare lo sviluppo e l'implementazione di tecnologie di rimozione dei detriti. La collaborazione tra agenzie spaziali, organizzazioni internazionali e aziende private può aiutare a condividere i costi e i rischi, favorendo l'adozione di soluzioni innovative.

Investire nella ricerca per lo sviluppo di tecnologie innovative e più economiche per la rimozione dei detriti è fondamentale. La sperimentazione di nuove soluzioni, come i sistemi autonomi di rimozione e le tecnologie basate su intelligenza artificiale, potrebbe ridurre i costi e migliorare l'efficacia delle operazioni di rimozione.

Nonostante la crescente consapevolezza dei rischi associati ai detriti spaziali, gli investimenti nella ricerca e nello sviluppo di metodi di rimozione attiva dei detriti sono limitati da sfide economiche e strategiche. La combinazione di costi elevati, benefici economici a lungo termine e complessità

tecnologica contribuisce a una priorità inferiore per questi progetti. Tuttavia, con incentivi economici adeguati, una cooperazione internazionale migliorata e lo sviluppo di tecnologie innovative, è possibile superare questi ostacoli e promuovere investimenti più significativi nella rimozione dei detriti spaziali. Questo è cruciale per garantire la sicurezza, la sostenibilità e la crescita dell'ambiente spaziale per le generazioni future.

# Bibliografia

L. Hall, “*The History of Space Debris*”, Space Traffic Management Conference, 2014.

Donald J. Kessler, Burton G. Cour-Palais, “*Collision Frequency of Artificial Satellites: The Creation of a Debris Belt*”, Journal of Geophysical Research, 1978.

“HANDBOOK FOR LIMITING ORBITAL DEBRIS”, NASA-Handbook, 2018

Thomas J. Colvin, J. Karcz, G. Wusk, “*Cost and Benefit Analysis of Orbital Debris Remediation*”, NASA-Office of technology, Policy, and Strategy, 2023.

Howard Curtis, “*Orbital Mechanics for Engineering Students*”, Elsevier, 2005.

S. Katoch, S.S. Chauhan, V. Kumar, “A review on genetic algorithm: past, present, and future”, Springer, 2020.

Marco Dorigo, Thomas Stutzle, “*Ant Colony Optimization*”, Massachusetts Institute of Technology, 2004.

Matteo R. Sentinella, Lorenzo Casalino, “Cooperative evolutionary algorithm for space trajectory optimization”, Springer, 2009.

Hong-Xin Shen, Lorenzo Casalino, “*Simple  $\Delta V$  Approximation for Optimization of Debris-to-Debris Transfer*”, Journal of Spacecraft and Rockets, 2021.

Hong-Xin Shen, Lorenzo Casalino, “*Explicit Approximation for J2-Perturbed Low-Thrust Transfers between Circular Orbits*”, Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2021.

Dario Izzo, Marcus Märtens, “*The Kessler Run: On the Design of the GTOC9 Challenge*”, Acta Futura 11, 2018.

A. Petropoulos, D. Grebow, D. Jones, G. Lantoine, A. Nicholas, J. Roa, J. Senent, J. Stuart, N. Arora, T. Pavlak, T. Lam, T. McElrath, R. Roncoli, D. Garza, N. Bradley, D. Landau, Z. Tarzi, F. Laipert, E. Bonfiglio, M. Wallace, J. Sims, “*GTOC9: Results from the Jet Propulsion Laboratory (team JPL)*”, Acta Futura, 2018.