



POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea

Progetto preliminare:

Banco di prova per endoreattori a propellenti ibridi

Relatori

Filippo Masseni
Dario Pastrone, Paolo Maggiore
Leonardo Stumpo, Alessandra Zumbo

Candidato

Samuele GATTO
matricola: 303631

ANNO ACCADEMICO 2023-2024

Sommario

Questa tesi di laurea affronta il dimensionamento preliminare di un banco di prova per endoreattori a propellenti ibridi.

Dopo una breve introduzione sugli endoreattori e sui banchi di prova, l'elaborato propone i passi fondamentali da seguire per dimensionare correttamente ciascun sottosistema. Vengono analizzati i parametri di progetto e le relazioni che legano ciascun componente, con l'obiettivo di comprenderne appieno il loro funzionamento.

Lo studio della bibliografia, dei banchi di prova esistenti, con particolare interesse per la struttura di Ames, e la costruzione di modelli fisici, sono gli elementi chiave che caratterizzano lo sviluppo di ogni sottosistema. Un maggiore interesse è rivolto al sistema di alimentazione e alla camera di combustione, per i quali sono stati sviluppati degli algoritmi che ne permettono il dimensionamento e l'analisi. Vengono poi studiati i flussi termici attraverso gli isolanti della camera e gli stress che interessano la piastra di carico. Per comprendere l'entità dei carichi di ogni sottosistema, al termine di ogni capitolo vengono riportati i risultati di ciascuna analisi. Questo permette al lettore d'individuare le pressioni e le portate a carico del sistema di alimentazione, le prestazioni della camera di combustione e il profilo di temperatura nelle pareti della camera.

Il progetto preliminare di un banco di prova richiede una comprensione multidisciplinare dei fenomeni che interessano la struttura e gli elementi che la compongono; pertanto, dopo la lettura, al lettore sarà chiaro quali sono i fattori critici e gli elementi che richiedono maggiore attenzione durante lo sviluppo di un progetto simile. Questo studio pone le basi del lavoro che verrà svolto nell'anno accademico 2024/2025 all'interno del team ICARUS, sezione DART, nella realizzazione di un endoreattore a propellenti ibridi, interamente progettato e costruito dagli studenti del Politecnico di Torino.

Ringraziamenti

tbd

Indice

Elenco delle tabelle	6
Elenco delle figure	7
1 Endoreattori	9
1.1 Principi generali	9
1.2 Endoreattori a propellenti ibridi (HPRE)	11
1.2.1 Meccanismo di combustione	12
1.2.2 Propellenti ad alto rateo di regressione	15
2 Test sugli endoreattori	21
2.1 Principi generali	21
2.2 Test statici	22
2.3 Team Icarus: DART Hybrid	24
3 Metodologia	25
3.1 Introduzione	25
3.2 Revisione della letteratura	25
3.2.1 Ames Hybrid Combustion Facility	26
3.2.2 Peregrine Test Facility	26
3.2.3 MOUETTE	27
3.2.4 Riepilogo	27
3.3 Requisiti	30
3.4 Sottosistemi	31
4 Camera di combustione	33
4.1 Requisiti e metodologia	33
4.2 Modello di combustione stazionaria	35
4.3 Modello di combustione variabile	38
4.4 Dimensionamento della camera di combustione	42

4.5	Dimensionamento degli inserti in grafite	44
4.5.1	Scelta del materiale	44
4.5.2	Modello matematico	46
4.5.3	Parametri termici	48
4.5.4	Criterio di convergenza	51
5	Sistema di alimentazione	53
6	Banco di prova	55
7	Conclusioni	57
	Bibliografia	59

Elenco delle tabelle

3.1	Sottosistemi impiegati in <i>HFC</i> , <i>Peregrine TF</i> e <i>MOUETTE</i> . . .	29
4.1	Fasi del dimensionamento della camera di combustione.	34
4.2	Prestazioni al variare della pressione di camera e del rapporto di miscela	38
4.3	Proprietà termiche dei materiali alla temperatura $T = 300K$. . .	45

Elenco delle figure

Capitolo 1

Endoreattori

1.1 Principi generali

Un *motore a razzo*, o *endoreattore*, è un sistema propulsivo *a getto* impiegato per generare *spinta*. Alla base del funzionamento di un endoreattore c'è il principio di azione e reazione, condiviso con i più noti *esoreattori* (impiegati ampiamente nell'aviazione civile e militare). La differenza tra i due è la presenza dell'elemento ossidante all'interno dei serbatoi del velivolo (gli esoreattori funzionano solo in atmosfera).

Nell'ambito della propulsione, l'*impulso specifico* è sicuramente la grandezza più utilizzata per descrivere le prestazioni di un propulsore:

$$I_{sp} = \frac{T}{\dot{m}g_0} = \frac{c}{g_0} \quad [s]$$

dove T è la spinta, g_0 è l'accelerazione di gravità standard ed \dot{m} è la portata di propellente utilizzata. Può essere interpretato come *l'arco di tempo entro il quale il propulsore è in grado di generare una spinta pari al peso del propellente che lo alimenta*. L'impulso specifico si può esprimere in funzione della velocità di scarico c , utile a confrontare diverse categorie di endoreattori.

INSERIRE GRAFICO IMPULSO SPECIFICO

- negli esoreattori può raggiungere valori molto elevati, come nei più moderni *turbofan*, oppure valori confrontabili con quelli degli endoreattori, tipici degli *scramjet*;
- negli endoreattori è invece limitato dall'energia contenuta nei propellenti.

Come si evince dalla figura INSERIRE COLLEGAMENTO FIGURA, è evidente come gli endoreattori trovino largo impiego in missioni in cui sono richieste *elevate velocità di volo* e l'atmosfera non è presente.

Gli endoreattori possono essere classificati secondo:

- la fonte primaria di energia (chimica, nucleare, solare);
- la produzione della spinta (espansione termodinamica, campo elettrico);
- il loro impiego (*booster*, stadio primario o secondario, controllo d'assetto).

Sono di particolare interesse per questa trattazione gli *endoreattori chimici*.

INSERIRE IMMAGINE CAMERA DI COMBUSTIONE

Alla base della propulsione chimica vi è una *camera di combustione* all'interno della quale ossidante e combustibile vengono fatti reagire in un processo di combustione (comunemente a pressioni molto elevate, 200bar), generando dei gas ad alte temperature. Successivamente, attraverso un *ugello de Laval*, i gas raggiungono velocità supersoniche in uscita, producendo enormi quantità di spinta. Un'ulteriore classificazione viene fatta in base allo stato in cui i propellenti si trovano nei serbatoi.

Endoreattori a propellenti liquidi (LPRE)

La configurazione classica di questa tipologia di endoreattori, la più utilizzata nei lanciatori spaziali, impiega delle turbopompe per alimentare la camera di combustione ad alte pressioni. Vengono sfruttati diversi tipi di *cicli* per alimentare le turbopompe, ognuno con i suoi pregi e i suoi difetti. Impiegare questo tipo di endoreattori risulta molto conveniente quando sono richiesti elevati livelli di spinta per lunghi periodi; per brevi periodi di funzionamento non è invece giustificata la presenza di pesanti turbopompe. Le prestazioni sono molto elevate.

INSERIRE IMMAGINE LRE

Endoreattori a propellenti solidi (SPRM)

Il primo impiego degli endoreattori a propellenti solidi risale agli inizi dell'XI secolo, da parte delle popolazioni cinesi. Ideati come semplici mezzi di intrattenimento, trovarono presto impiego nel settore bellico. Risulta essere la configurazione più semplice di endoreattore in quanto non necessita di valvole, serbatoi o impianti di alimentazione dato che il propellente è stipato nella camera di combustione. Ossidante e combustibile vengono miscelati in un unico elemento, chiamato *grano*, che una volta acceso brucia fino al suo

esaurimento. Trovano impiego come *booster* nell'ascesa allo spazio o come elemento propulsivo nei *missili*. La loro pericolosità è dovuta alla presenza di ossidante e combustibile all'interno dello stesso elemento e alla particolare sensibilità della combustione alla pressione di camera.

INSERIRE IMMAGINA SRM

1.2 Endoreattori a propellenti ibridi (HPRE)

Gli endoreattori a propellenti ibridi, come suggerisce il nome, utilizzano una combinazione di propellenti sia liquidi che solidi. La configurazione classica vuole che il combustibile venga stipato all'interno della camera di combustione in forma solida (similmente ai SPRM), mentre l'ossidante, contenuto all'interno di un serbatoio in forma liquida, viene iniettato attraverso un iniettore dedicato. Esistono configurazioni in cui l'ossidante è solido e il combustibile è liquido, tuttavia presentano numerose complicazioni. Il funzionamento di un endoreattore ibrido è radicalmente diverso rispetto a quello di LPRE e SPRM: la combustione avviene in uno strato turbolento all'interno della *port area* del grano ed è fortemente dipendente dal flusso di ossidante in ingresso.

INSERIRE IMMAGINE SCHEMA HRE

Questi endoreattori presentano numerosi vantaggi e svantaggi; i più rilevanti:

- sicurezza: il combustibile e l'ossidante sono separati fino al momento della combustione, le pressioni in camera sono relativamente basse rispetto alla controparte liquida e anziché esplodere tendono a fondere a causa delle alte temperature;
- regolazione della spinta: una volta fissati i parametri di design dell'endoreattore, la spinta dipende da un unico parametro, la portata di ossidante;
- basso costo: l'assenza di un complicato sistema di alimentazione, la sicurezza intrinseca dei propellenti e la loro disponibilità sul mercato abbattano notevolmente i costi operativi e produttivi degli HPRE;
- basso rateo di regressione: a causa di questo fattore, i grani degli endoreattori più grandi necessitano di ulteriori aperture per garantire un adeguato livello di spinta, causando un residuo di combustibile inutilizzabile al termine della combustione; una soluzione a questo problema è

stata parzialmente individuata attraverso l'impiego di combustibili ad alto rateo di regressione (paraffine, solidi criogenici);

- efficienza di combustione: lo strato turbolento in cui si propaga la fiamma non consente un adeguato *mixing* di combustibile e ossidante, causando perdite dell'ordine dell'1 – 2% rispetto a endoreattori classici; una soluzione a questa problematica potrebbe essere l'impiego di una camera di post combustione per consentire ai gas di miscelarsi adeguatamente (l'impiego di *swirl injectors* contribuisce positivamente alla soluzione);
- *mixture ratio shifting*: l'allargamento della *port area* del grano provoca lo spostamento del rapporto di miscela verso valori *fuel rich* o *oxydizer rich* (questo comportamento dipende dalle caratteristiche del rateo di regressione), causando una perdita relativamente bassa se il rapporto di miscela iniziale è scelto con attenzione.

INSERIRE IMMAGINE PROPELLENTI

Gli endoreattori a propellenti ibridi trovano quindi largo impiego in quelle applicazioni in cui è desiderabile una spinta regolabile, un livello di sicurezza molto elevato e costi ridotti. Un esempio di HPRE è il propulsore utilizzato dagli *spazioplani suborbitali SpaceShipOne e SpaceShipTwo*: rispettivamente *RocketMotorOne* e *RocketMotorTwo*, degli endoreattori ibridi alimentati da *protossido di azoto (N_2O)* e *polibutadiene con radicali ossidrilici terminali* (noto come *HTPB*, una gomma ampiamente utilizzata nei SPRM). Il primo è in grado di generare una spinta di 88kN per 87s; il secondo è invece una versione potenziata (scalata in funzione delle dimensioni maggiori del velivolo su cui è montato), in grado di generare oltre 300kN di spinta per 60s. Entrambi i motori presentano solo due componenti: il serbatoio, integrato strutturalmente con il resto del velivolo, dotato di una singola valvola, e la camera di combustione (*CTN*, case-throat-nozzle formano un unico componente).

INSERIRE IMMAGINE SPACESHIP

1.2.1 Meccanismo di combustione

Il meccanismo di combustione degli endoreattori ibridi differisce radicalmente da quello che caratterizza gli endoreattori a propellenti solidi o liquidi. Questa avviene all'interno della *port area* dove il flusso di ossidante lambisce le pareti del grano, generando uno strato limite turbolento che ospita la combustione. Il calore generato dalla fiamma viene trasportato verso la superficie del grano attraverso fenomeni di convezione e diffusione (esiste un

contributo trascurabile, nella configurazione classica, dovuto alla radiazione), scatenando un processo di pirolisi (trasformazione da stato solido a gassoso, decomposizione chimica) che vaporizza il combustibile. La fiamma separa una zona ricca di ossidante da una zona ricca di combustibile e rappresenta il punto in cui il rapporto di miscela assume il valore ideale per sostenere il fenomeno di combustione.

INSERIRE IMMAGINE COMBUSTIONE

La portata di combustibile per unità di superficie generata da questo fenomeno prende il nome di *rateo di regressione*. Quando il RR è pressoché dipendente dal solo flusso di ossidante, chiamiamo questo regime di funzionamento come *nominale o normale*. Quando il flusso di ossidante è troppo piccolo o troppo grande, il regime di funzionamento cambia e si possono avere fenomeni di *cooking* e *flooding*, rispettivamente. Nel primo caso, il rateo di regressione dipende principalmente dal calore scambiato con la superficie (gli scambi convettivi sono bassi e di conseguenza anche il rateo di regressione): in base al tipo di propellente impiegato, quest'ultimo può andare incontro a fenomeni di degradazione, con conseguente diminuzione dell'efficienza di combustione. Nel secondo caso, il rateo di regressione dipende invece dalla cinetica chimica: l'elevato flusso di ossidante causa uno spegnimento della fiamma che non è in grado di sostenere questi livelli di portata. Solo in alcuni casi che vedono l'impiego di propellenti altamente energetici è possibile sostenere la combustione in questo regime. Quale sia la portata di ossidante che generi un flusso tale per cui si abbia il regime di funzionamento *nominale* dipende dalle caratteristiche dei propellenti utilizzati.

INSERIRE IMMAGINE REGIMI DI COMBUSTIONE

La teoria più utilizzata per descrivere il meccanismo di combustione degli HPRE è quella di *Marxman*, sviluppata negli anni sessanta. Come accennato precedentemente, esistono due zone caratteristiche, una zona *oxydizer rich* al di sopra della fiamma e una zona *fuel rich* al di sotto della stessa. Ciò che distingue le due zone non è soltanto il rapporto di miscela ma anche il gradiente della velocità e della temperatura: se nella zona *oxydizer rich* il gradiente della temperatura è opposto a quello della velocità (la temperatura aumenta avvicinandosi alla fiamma, la velocità diminuisce per effetto dello strato limite), lo stesso non può dirsi per la zona *fuel rich*. Esiste quindi un gradiente di temperatura che presuppone uno scambio termico tra la fiamma e la superficie: *è proprio questo fenomeno a regolare la combustione negli endoreattori ibridi*. Marxman concluse che *l'entalpia scambiata con la superficie di combustibile attraverso il meccanismo di pirolisi è uguale al flusso termico totale incidente sulla superficie stessa*:

$$\rho_f r \Delta H_v = Q_{tot} \quad (1.1)$$

dove ρ_f è la densità del combustibile, r il rateo di regressione e ΔH_v è l'energia per unità di massa richiesta per scaldare e vaporizzare il combustibile. Successivamente, accettando come valide le seguenti ipotesi,

- flusso turbolento all'interno dello strato limite;
- analogia di Reynolds valida all'interno dello strato limite e fuori da esso, ma non nella fiamma;
- il profilo di velocità all'interno dello strato limite non è affetto dalla presenza della combustione.

si ottiene:

$$\rho_f r = CG Re_x^{-0.2} \left(\frac{St}{St_0} \right) \left(\frac{u_e}{u_{fl}} \right) \left[\frac{(h_{fl} - h_w)}{\Delta H_v} \right] \quad (1.2)$$

In questa equazione sono contenuti i contributi di diversi fenomeni:

- C , G , e Re_x sono tutti legati a delle grandezze fluidodinamiche, ovvero il numero di Mach, il flusso di massa locale e il numero di Reynolds locale;
- il rapporto $\frac{St}{St_0}$ tra i numeri di Stanton (numero adimensionale che confronta il flusso termico a parete con il flusso convettivo) esprime quanto si è *distanti* dal caso ideale di flusso turbolento su lamina piana (assenza di combustione);
- il rapporto tra le velocità al bordo dello strato limite e all'interno della fiamma $\frac{u_e}{u_{fl}}$;
- il rapporto tra il salto di entalpia *fiamma/parete* e l'entalpia di vaporizzazione definito precedentemente $\frac{(h_{fl} - h_w)}{\Delta H_v}$.

Quando il numero di Prandtl è unitario (ipotesi sull'analogia di Reynolds), si può assumere che gli scambi di quantità di moto e di energia siano *simili* e legati da una costante. Il valore di B può quindi essere approssimato con l'espressione il rapporto tra le velocità nello strato limite e la differenza di entalpia (similitudine tra i profili di entalpia e velocità). Il rapporto dei numeri di Stanton è invece approssimato come una funzione di B :

$$\frac{St}{St_0} = 1.2B^{-0.77}$$

dove B è il *numero di blowing* o *numero di trasferimento di massa*:

$$B = \frac{\rho v_w}{\rho_e u_e (c_f/2)} = \frac{u_e}{u_{fl}} \left[\frac{(h_{fl} - h_w)}{\Delta H_v} \right] \quad 5 < B < 100$$

Manipolando i termini ottenuti e integrando per ottenere il profilo di velocità all'interno dello strato limite si ottiene la seguente espressione semplificata:

$$\rho_f r \propto B^{0.32} G^{0.8} x^{-0.2} \quad (1.3)$$

Dalla 1.3 è possibile trarre alcune conclusioni:

- la scelta dei propellenti permette di influenzare direttamente il termine di *blowing*, andando a cambiare l'entalpia sprigionata dalla combustione; l'influenza di questo termine sul rateo di regressione è tuttavia limitata a causa dell'esponente relativamente piccolo;
- questo comportamento può essere spiegato dal fatto che un aumento del rateo di regressione dovuto a un flusso di energia maggiore verso la parete, viene limitato da un conseguente aumento di massa verso la fiamma che *blocca* parte del flusso di energia; è questa l'origine del fenomeno di *auto stabilizzazione* degli endoreattori ibridi;
- il rateo di regressione dipende principalmente dal flusso di massa, che aumenta per valori positivi delle ascisse; anche questo fenomeno, però, viene limitato dalla crescita dello strato limite, che ha come conseguenza una riduzione dell'energia scambiata a parete;
- l'effetto complessivo è una diminuzione nel tempo del rateo di regressione (a causa dell'aumento della port area) e un debole incremento di quest'ultimo per valori positivi delle ascisse.

1.2.2 Propellenti ad alto rateo di regressione

Il fenomeno descritto nel capitolo precedente, garantisce una stabilità intrinseca nel funzionamento degli endoreattori ibridi. Un'altra conseguenza è l'esistenza di un *limite* al rateo di regressione: il fenomeno di *blocking*, infatti,

non permette di agire a livello termochimico per tentare di aumentare la portata di combustibile (proporzionale al flusso di ossidante). Tutto ciò causa delle spiacevoli conseguenze nelle applicazioni pratiche degli endoreattori a propellenti ibridi:

- design complessi dei grani di propellente;
- residui di propellente al termine della combustione;
- bassa densità di propellente in camera.

In letteratura vengono proposte diverse soluzioni al problema, tuttavia in questo paragrafo verranno approfonditi i propellenti ad alto rateo di regressione e il fenomeno dell'*entrainment*. I progressi in questo settore si devono principalmente alla teoria sviluppata Karabeyoglu (Università di Stanford, California), a cui si farà riferimento. L'idea nasce dalla volontà di impiegare *solidi criogenici* (metano, cherosene) per migliorare le prestazioni e quindi l'impulso specifico. Questi, durante la combustione, formano un sottile strato liquido sulla superficie del combustibile ancora solido; la presenza di questo strato aumenta notevolmente il rateo di regressione (fino a quattro volte più grande rispetto alla configurazione classica, HTPB). Evidenze sperimentali si hanno anche per le cere paraffiniche, di più facile implementazione. I fenomeni che caratterizzano questo tipo di propellenti sono quindi i seguenti:

- l'esistenza di uno strato liquido sulla superficie del grano, il cui spessore può essere stimato analiticamente;
- la stabilità dello strato e il fenomeno di *entrainment* delle sue particelle liquide.

Spessore dello strato liquido: bilancio energetico

L'esistenza di uno strato liquido di grandezza finita sulla superficie del grano solido viene giustificata dalla presenza di un flusso termico radiativo, in grado di penetrare parte del propellente. Come verrà dimostrato successivamente, la massa di propellente imputabile all'*entrainment* è proporzionale allo spessore dello strato liquido. Per stabilire lo spessore di questo strato vengono studiati gli scambi termici all'interno del grano.

INSERIRE FIGURA STRATO LIQUIDO SOLIDO

Per non appesantire la trattazione, vengono riassunti i bilanci in forma puntuale:

- bilancio tra il flusso radiativo emesso dalla fiamma e il flusso assorbito dallo strato liquido e solido del propellente;
- bilancio energetico dello strato liquido e dello strato solido;
- bilancio energetico all'interfaccia liquido/solido;
- bilancio energetico all'interfaccia liquido/vapore.

Dalla risoluzione dei bilanci energetici, si traggono le seguenti conclusioni:

- all'interno dello strato liquido, le particelle posseggono una velocità non nulla, dovuto alla differenza di densità tra lo stato solido e lo stato liquido;
- il propellente all'interno liquido può vaporizzare (contributo \dot{r}_v) una volta assorbita una quantità di energia pari al calore latente di vaporizzazione, oppure fluire verso la fiamma trasportato dal fenomeno di *entrainment* (contributo \dot{m}_{ent}), portandosi alla temperatura T_v ;
- il calore di vaporizzazione differisce dall'espressione trovata comunemente in letteratura in quanto il calore richiesto a vaporizzare il propellente trasportato dall'*entrainment* è nullo:

$$h_v = \dot{Q}/\rho_s \dot{r} = C_l \Delta T_1 + C_s \Delta T_2 + L_m + L_v (\dot{r}_v/\dot{r}) \quad (1.4)$$

dove C è il calore specifico, ΔT i salti di temperatura tra un'interfaccia e l'altra, L il calore latente di fusione/vaporizzazione; solo una frazione (pari al rapporto tra il rateo di regressione complessivo e il rateo di vaporizzazione) del calore latente di vaporizzazione L_v rientra nel bilancio energetico.

Un parametro molto importante nella caratterizzazione dello strato liquido è il rapporto tra lo spessore termico e lo spessore radiativo $R_l = a_l \kappa_l \rho_l / \dot{r} \rho_s$ con κ_l la conducibilità termica e a_l il coefficiente di assorbimento. Non esiste una soluzione esplicita che permetta di calcolare lo strato liquido nel caso generale, tuttavia viene proposta un'analisi dei casi limite:

- $R_l \gg 1$: l'assorbimento della radiazione avviene all'interfaccia liquido/gassosa e tutto il calore viene assorbito dal liquido; l'espressione dello spessore è:

$$h = \delta_l \ln(1 + C_l \Delta T_1 / h_m) \quad (1.5)$$

In questo caso, il rapporto tra il calore irradiato e quello scambiato per scambio termico convettivo non influenza lo spessore dello strato liquido;

- $R_l \ll 1$: la radiazione attraversa lo strato liquido e viene assorbita dalla fase solida; di conseguenza, lo spessore dello strato liquido è minore rispetto al caso precedentemente e quest'ultimo dipende dal rapporto dei calori scambiati:

$$h = \delta_l \ln \left[1 + \frac{C_l \Delta T_1}{h_m - h_v \left(\dot{Q}_r / \dot{Q}_w \right)} \right] \quad (1.6)$$

Risulta evidente la convenienza nell'utilizzare propellenti con alto coefficiente di assorbimento o l'aggiunta di additivi, come la polvere di carbone, per migliorare quest'ultima proprietà.

Stabilità dello strato liquido: fenomeno di entrainment

La stabilità dello strato liquido viene perturbata dal flusso di ossidante, il quale genera delle increspature sulla superficie del propellente: in seguito a questo fenomeno si generano delle goccioline che rimangono intrappolate nello strato limite.

IMMAGINE ENTRAINMENT

A differenza del caso precedente, per stabilire quali siano i fattori che vanno a influenzare la portata di propellente legata al fenomeno di *entrainment* sono stati utilizzati dei risultati sperimentali. Il risultato più rilevante mette in luce la proporzionalità tra la portata in massa legata all'*entrainment* e la portata di liquido che attraversa la sezione dello strato limite:

$$\dot{m}_{ent} = 13.3e_0 (X_e) \dot{m}_l \quad X_e = \frac{P_d^{0.5}}{\sigma (T_g/T_v)^{0.25}} \quad (1.7)$$

dove P_d è la pressione dinamica e σ è la tensione superficiale. Sapendo che la portata di liquido sulla superficie è legata agli sforzi di taglio, si ottiene:

$$\dot{m}_l = \frac{P_d c_f h^2 \rho_l}{2\mu_l} \quad (1.8)$$

Mettendo insieme la 1.7 e la 1.8 si ottiene un'espressione empirica per il rateo di *entrainment*:

$$\dot{m}_{ent} \propto \frac{P_d^\alpha h^\beta}{\mu_l^\gamma \sigma^\pi} \quad (1.9)$$

Per essere sicuri che il fenomeno di *entrainment* avvenga, bisogna assicurarsi di aver raggiunto le condizioni critiche tali per cui lo strato liquido risulta instabile. Viene proposta una relazione empirica in funzione delle

grandezze di camera per stabilire quali siano i valori richiesti per soddisfare le condizioni critiche:

$$G^{1.6} h^{0.6} \geq 2.5 \times 10^{-3} \frac{\rho_g^{1.3} \mu_l^{0.6} \sigma}{c_f^{0.8} \rho_l^{0.3} \mu_g} \quad (1.10)$$

Riassumendo:

- il rateo di *entrainment* è regolato dalle proprietà del propellente e dal flusso di massa;
- affinché il fenomeno avvenga va rispettata la condizione di criticità;
- la viscosità e la tensione superficiale hanno un ruolo *stabilizzante* mentre lo spessore dello strato liquido e il flusso di massa hanno un ruolo *destabilizzante*.

Risulta evidente che propellenti come le cere paraffiniche, che presentano valori bassi di viscosità e tensione superficiale, favoriscano il fenomeno di *entrainment*.

Capitolo 2

Test sugli endoreattori

2.1 Principi generali

Qualsiasi prodotto o componente, prima di iniziare la sua vita operativa, richiede una fase approfondita di test e validazione. Nel settore aerospaziale, dove la sicurezza risulta vincolante più che in qualunque altro (per ovvi motivi), questa fase della realizzazione di un prodotto assume un ruolo centrale. Nello specifico, un sistema propulsivo è soggetto a una lunga serie di test:

- ispezioni e test su componenti individuali (analisi delle dimensioni, prove a carico, analisi dei difetti);
- verifica del funzionamento dei componenti singoli o nei loro sottosistemi (test su ugelli, iniettori, pompe, valvole, serbatoi);
- prove statiche del sistema propulsivo, le quali includono i test in condizioni particolari, stress test (lunga durata di funzionamento) e verifiche delle prestazioni;
- prove statiche del velivolo;
- test di volo, in cui il velivolo viene operato in maniera controllata per ottenere dati sul funzionamento effettivo.

Ognuno di questi test può avere uno scopo diverso in base al contesto in cui viene condotto; esistono ad esempio programmi per lo sviluppo e il miglioramento dei sistemi propulsivi (all'interno dei quali costi e peso potrebbero avere un ruolo secondario) oppure, diversamente dal caso precedente, programmi per la verifica delle modalità operative e della sicurezza di

un determinato sistema. I programmi del primo tipo hanno come obiettivo principale la misurazione di alcune grandezze, utili a stabilire le prestazioni o la fattibilità della nuova tecnologia.

INSERIRE SCHEMA TIPI DI TEST

Per valutare correttamente un aspetto del prodotto, può essere conveniente sviluppare un'*infrastruttura* dedicata, progettata per analizzare una o più delle grandezze che caratterizzano il sistema. Gli endoreattori, in genere, vengono testati in dei complessi dotati dei seguenti sottosistemi:

- un banco di prova, dove viene montato il propulsore o il velivolo nel suo complesso; questo può assumere diverse forme in base al tipo di motore e alle sue dimensioni;
- un sistema di acquisizione dati, noto come DAQ (*data acquisition system*, per il campionamento e l'analisi delle grandezze d'interesse;
- un sistema di controllo, impiegato da remoto per garantire la sicurezza degli operatori;
- sistemi dedicati per esigenze specifiche, come ad esempio lo smaltimento di propellenti tossici, il raffreddamento dei gas di scarico o la modifica delle condizioni ambiente (vuoto, atmosfera rarefatta).

2.2 Test statici

Una delle misurazioni fondamentali nello sviluppo di un endoreattore è sicuramente il *test statico*: l'accensione controllata di un endoreattore *senza che avvenga il moto dello stesso*. La camera di combustione o il velivolo nel suo complesso, rimangono solidali a una struttura di supporto (in gergo, *slitta*, se le dimensioni sono contenute). Spesso, quando le dimensioni del motore sono considerevoli, questa diventa parte integrante dell'*infrastruttura* ove vengono condotte le prove. L'obiettivo di questi test, in genere, è trarre informazioni sulla *prestazioni* del motore, da confrontare poi con i risultati teorici; alcune delle grandezze utili sono:

- la spinta;
- la pressione in camera;
- la pressione nella linea di alimentazione o nel serbatoio;

- la portata di propellente utilizzata;
- la temperatura in camera o dell'ugello;
- le vibrazioni generate dal motore.

La lista può essere ampliata in base al tipo di endoreattore e agli obiettivi del test. Ogni misurazione può richiedere uno o più sensori (*trasduttori*), un dispositivo per l'amplificazione del segnale e un'interfaccia per la visualizzazione o la registrazione dei dati. Alcuni dei parametri che influenzano la scelta di questi elementi, sono i seguenti:

- la portata, o *range*, è un intervallo di misurazioni, compreso tra un minimo e un massimo, entro il quale la risposta risulta essere *lineare*;
- la frequenza di risposta, ovvero l'intervallo di tempo tra una misurazione e l'altra;
- la risoluzione, ovvero la più piccola variazione del segnale in uscita;
- la sensibilità, ovvero la variazione della risposta causata da disturbi esterni o interni.

Esistono numerose infrastrutture in cui vengono condotti test di questo tipo. Una delle più importanti, se non la più importante, è la *Stennis Space Center rocket testing facility*, costruita nel 1961 nel Mississippi. Sede dei principali test avvenuti sul secondo stadio del *Saturn V*, è il luogo in cui sono stati certificati tutti i motori principali dello *Space Shuttle*. Nella stessa sede è previsto il test dei motori *RS-25* che alimenteranno *SLS* (*Space Launch System*) nelle missioni *deep space exploration* della *NASA*.

INSERIRE IMMAGINE STENNIS

Un'altra struttura, meno nota della precedente, che ha avuto un ruolo fondamentale nello sviluppo dei razzi a propellenti ibridi è la *Ames Hybrid Combustion Facility*, situata nel centro di ricerca di *Ames*, nella *Silicon Valley*. Nata per effettuare test di scalabilità basati sugli studi condotti dal pioniere della combustione ibrida *Mustafa A. Karabeyoglu*, nel 2013 ha permesso il test del razzo ibrido *Peregrine*, un lanciatore di media scala (razzo sonda) adibito al trasporto di payload (5kg) fino al confine con lo spazio (linea di Kàrmàn).

INSERIRE IMMAGINE AMES

2.3 Team Icarus: DART Hybrid

Icarus è un team studentesco a tema aerospaziale del Politecnico di Torino, nato nel 2015. Il team si occupa di sviluppare, in maniera indipendente, tre progetti diversi:

- *ACC*, design e sviluppo di un UAV da competizione;
- *RA*, design e sviluppo di un velivolo alimentato da celle solari (*Record Aircraft*);
- *DART*, design e sviluppo di un razzo modello.

La mia storia in DART inizia nella metà del 2023, quando mi avvicinai per la prima volta alla realtà di questo team studentesco. Durante questo periodo, il team aveva da poco ottenuto degli ottimi risultati nello sviluppo di un endoreattore a propellenti solidi, *Sagittarius*, il quale avrebbe poi partecipato a EUROOC, una competizione internazionale di razzo modelli che coinvolge diverse realtà studentesche.

INSERIRE IMMAGINE DI SAGITTARIUS

EUROOC ammette diverse categorie di razzi modelli, suddivisi sia per prestazioni che per funzionamento. Al momento del mio ingresso nel team, cresce la volontà di partecipare in futuro con un *endoreattore a propellenti ibridi*. Viene creata *DART Hybrid*, una sezione di DART con l'obiettivo di approfondire e sviluppare il tema ibrido. Dopo alcuni mesi di partecipazione attiva, grazie anche al mio contributo nel team, divento co-leader del reparto ibrido. Questa tesi, oltre a essere un mio progetto personale, rappresenta parte del mio contributo nel team; la volontà di sviluppare un banco di prova per endoreattori è una conseguenza naturale dell'evoluzione di DART. Un sistema costituito da una slitta e una cella di carico (come quello impiegato per i test di *Sagittarius*) risulta semplice ed efficace quando l'oggetto di studio è un endoreattore a propellenti solidi. Un HPRE richiede un sistema più complesso, a causa degli elementi che ne consentono il funzionamento; inoltre, essendo una tecnologia ancora in fase di ricerca, avere a disposizione un banco di prova funzionale e aggiornato è sicuramente un valore aggiunto per il team.

Queste conclusioni mi portano ad affermare, *con assoluta determinazione*, che il contenuto di questa tesi è, e sarà in futuro, un ottimo punto di partenza per lo sviluppo dei sistemi che garantiranno la realizzazione del primo endoreattore a propellenti ibridi del Politecnico di Torino, interamente sviluppato da studenti.

Capitolo 3

Metodologia

3.1 Introduzione

La progettazione di un banco di prova è un passo obbligato per chi intende testare e validare il proprio velivolo autonomamente, senza affidarsi a enti esterni. Nell'ambito della ricerca è usuale andare incontro a questo tipo di necessità; risulta conveniente, pertanto, confrontarsi con chi ha già svolto un lavoro di questo tipo, traendo spunti e suggerimenti da riadattare con minuzia alle necessità del proprio lavoro. Si avrà modo di constatare che *la ricerca e l'approfondimento* della documentazione disponibile è parte centrale di questa tesi. Lo svolgimento di questo progetto si articola quindi in tre fasi:

- revisione della letteratura e confronto con banchi di prova esistenti;
- scelta dei requisiti, individuazione dei sotto sistemi che comporranno il banco di prova e le loro interconnessioni;
- progetto preliminare di ogni sotto sistema.

INSERIRE IMMAGINE FASI

3.2 Revisione della letteratura

In questa sezione verranno analizzati brevemente i banchi di prova che hanno influenzato il progetto:

- *Ames Hybrid Combustion Facility*;
- *Peregrine Hybrid Rocket Engine Test Facility*;

- *MOUETTE* (*Moteur OptiqUe pour Étudier et Tester Ergols hybrides*).

3.2.1 Ames Hybrid Combustion Facility

La *HCF* di Ames è l'infrastruttura che più ha ispirato questo progetto. La *HCF* si trova all'interno del centro di ricerca Ames e, per motivi di sicurezza, è posizionato all'interno di un'area designata (l'*OARF*, Outdoor Aerodynamics Research Facility). Il suo sviluppo nasce dalla necessità di condurre dei test di scalabilità basati sugli studi di *Karabeyoglu*. La configurazione è la seguente:

- una zona dedicata al *vaporizzatore* dell'ossigeno criogenico, dotata di tubazioni, valvole e pannello di controllo;
- il serbatoio primario, all'interno del quale viene stoccato l'ossigeno gassoso utilizzato durante i test; il serbatoio ausiliario di anidride carbonica, impiegata per lo spurgo;
- una slitta su cui viene montata la camera di combustione, dotata di cella di carico, interfaccia con il sistema di alimentazione e sistema di acquisizione dati.

INSERIRE IMMAGINE AMES

3.2.2 Peregrine Test Facility

La *Peregrine Test Facility* è una versione migliorata della *HCF*. L'infrastruttura è la stessa, ma la configurazione degli elementi è stata modificata per accomodare un sistema di alimentazione basato sul *protossido di azoto*; inoltre, è stata aggiunta una linea di alimentazione ausiliaria. La configurazione è la seguente:

- due zone dedicate allo stoccaggio dei gas compressi: il serbatoio per l'ossigeno liquido è stato riutilizzato per lo stoccaggio del protossido liquido *criogenico*, a valle del quale è presente una linea ausiliaria per lo spurgo, alimentata da azoto; una seconda linea ausiliaria è stata introdotta per l'impiego di *elio*, utilizzato per sovraccaricare il protossido;
- il serbatoio primario, anch'esso analogo alla configurazione precedente, utilizzato per stoccare il protossido liquido da utilizzare durante i test;

- un'area dedicata alla slitta e al motore.

INSERIRE IMMAGINE PEREGRINE

3.2.3 MOUETTE

I banchi di prova di *Ames* forniscono un ottimo riferimento per test di *media scala*. Per avere un'idea dei test di *piccola scala*, o *lab scale*, si è scelto di fare riferimento al progetto MOUETTE, un motore con apertura ottica sviluppato presso il dipartimento di aerotermodinamica dell'*università libera di Bruxelles*. L'obiettivo del progetto è fornire un banco di prova che permetta lo studio della balistica interna degli endoreattori ibridi. La configurazione è la seguente:

- un sistema di alimentazione, composto da una linea per l'ossigeno e una linea per l'azoto (agente spurgante); sono disposti diversi trasduttori per l'acquisizione dati;
- la camera di combustione, provvista di accesso ottico, è solidale al banco di prova; è sprovvisto di una guida lineare e di una cella di carico per la misurazione della spinta;
- un apparato per l'acquisizione di immagini è posto in prossimità dell'accesso ottico;
- il sistema si trova all'interno di una stanza con pareti fortificate; la stanza di controllo è adiacente e separata da un vetro protettivo.

INSERIRE IMMAGINE DI MOUETTE

3.2.4 Riepilogo

Dall'analisi dei progetti considerati, è possibile stilare una lista dei sistemi presenti nelle diverse configurazioni, al fine di individuare gli elementi comuni ai diversi banchi di prova. Le configurazioni di *HCF* e *Peregrine TF* presentano dimensioni di camera e portate di ossidante confrontabili con quelle richieste dai requisiti; è anche vero, però, che i sistemi di alimentazione impiegati in queste configurazioni sono *complessi* e richiedono sistemi ausiliari che facilitano le operazioni di stoccaggio ma non contribuiscono in maniera diretta allo svolgimento dei test. La configurazione di *MOUETTE* è invece più semplice e compatta e rispecchia le necessità di un progetto di ricerca. Si

è quindi deciso di trarre il meglio dalle tre configurazioni, utilizzando *HCF* e *Peregrine TF* come riferimento *quantitativo* e *MOUETTE* come riferimento *qualitativo*. A seguire una tabella con i sistemi impiegati accompagnati da una breve descrizione.

Sottosistemi dei banchi di prova			
	Ames HFC	Peregrine TF	MOUETTE
Sistema di alimentazione	Serbatoio, pompa e scambiatore di calore per fornire ossigeno gassoso al serbatoio primario	Configurazione analoga a quella di HFC, adattata all'utilizzo di N_2O	Collegamento diretto a un serbatoio di ossigeno, attuazione tramite elettrovalvole
Linee ausiliarie	Linea di anidride carbonica impiegata per lo spurgo; accenditore CH_4/O_2	Linea di azoto impiegata per lo spurgo; linea di elio impiegata per sovraccaricare il protossido (evitare la cavitazione)	Linea di azoto impiegato per lo spurgo
Iniezione	Ugello sonico, portata fissata	Propellente autopressurizzante	Ugello sonico intercambiabile, portata fissata
Slitta	Supporto montato su carrelli lineari	Supporto montato su carrelli lineari	Assente, camera solidale al banco di prova
Camera di combustione	Tubo in acciaio inox con flange, presenza di pre e post camera; inserti di grafite per proteggere le sezioni esposte; piastra di iniezione	Camera di combustione utilizzata dal velivolo, integrale con inserti in grafite	Camera su misura con flange, presenza di pre e post camera; la parte centrale presenta delle aperture rettangolari; inserto per prova di combustibile
Acquisizione dati	Termocoppie, trasduttori di pressione (assoluta e differenziale)	Termocoppie, trasduttori di pressione (assoluta e differenziale)	Termocoppie, trasduttori di pressione assoluta, videocamera ad alta velocità (30000fps)
Cella di carico	Manicotto con estensimetro	Celle di carico a compressione	Assente

Tabella 3.1. Sottosistemi impiegati in HFC, Peregrine TF e MOUETTE.

3.3 Requisiti

La scelta dei requisiti di alto livello permette di avere un punto di partenza nel dimensionamento dei sottosistemi. I requisiti possono essere di diverso tipo (interfaccia, logistici, funzionali, ecc...) e la loro scelta dipende dalle necessità del cliente, dagli obiettivi da raggiungere, dalle richieste da soddisfare; vista la natura tecnica del progetto, si individuano i requisiti *funzionali* del sistema, ovvero i parametri che vincolano il funzionamento di ogni sottosistema. La tabella 3.1 anticipa i sottosistemi che comporranno il banco di prova e le funzioni che andranno a svolgere.

1. il banco di prova deve essere un sistema di sottosistemi, modulare e facilmente integrabile;
2. i sistemi che compongono il banco di prova devono comunicare tra loro;
3. la durata dei test deve essere di almeno *dieci secondi*;
4. deve essere garantita la portata di 1kg/s di ossidante (ossigeno gassoso); il sistema potrà essere dimensionato per portate superiori a 1kg/s , garantendo un investimento futuro;
5. la portata di ossidante deve essere facilmente regolabile e mantenuta costante se richiesto;
6. la linea di alimentazione deve prevedere una linea pensata per lo spurgo e lo spegnimento d'emergenza della camera;
7. la camera di combustione deve sostenere temperature e pressioni tipiche degli endoreattori ibridi: $T_c = 3500\text{K}$ $P_c = 20\text{bar}$;
8. la camera di combustione deve essere modulare e suddivisa in sezioni, garantendo la possibilità di ospitare grani di diversa lunghezza;
9. i sensori devono essere tali da soddisfare le grandezze richieste, ricavate da formule di *data reduction*;
10. la slitta deve avere un grado di libertà di traslazione, al fine di trasferire correttamente la spinta sulla cella di carico e per semplificare le operazioni di montaggio e smontaggio;
11. la slitta e il supporto per la cella di carico devono sopportare i valori di spinta previsti;

12. la combustione deve avvenire in condizioni ottimali di *rapporto di miscela*.

Si fa notare che il numero di requisiti *reale* è decisamente più grande rispetto alla breve lista riportata sopra. Molti requisiti sono la diretta conseguenza di quelli appena citati (ad esempio che la quantità di combustibile sia sufficiente a garantire almeno dieci secondi di test o che la geometria del grano evolva in maniera tale da garantire un rapporto di miscela ottimale); sono quindi da intendersi come linee guida per la stesura del progetto.

3.4 Sottosistemi

Per soddisfare i requisiti di sistema, sono stati individuati *quattro* sottosistemi principali:

- camera di combustione;
- sistema di alimentazione;
- slitta e cella di carico;
- sistema di acquisizione dati e controllo.

Le relazioni tra i sottosistemi sono di diverso tipo:

- relazioni *fluidodinamiche*: interessano le grandezze fluidiche e avvengono principalmente tra la camera e il sistema di alimentazione;
- relazioni di *comunicazione dati*: avvengono tra i sensori posizionati sul banco di prova, nella camera e nel sistema fluidico e il sistema di acquisizione dati;
- relazioni di *controllo*: avvengono tra i gli attuatori (valvole di controllo, valvole solenoidali) e il sistema di controllo;
- relazioni *geometriche*: rappresentano la posizione *fisica* di ogni elemento rispetto al banco di prova;

INSERIRE MAPPA DELLE RELAZIONI

Al fine di effettuare un dimensionamento corretto, è stato utilizzato un approccio diverso per ognuno dei diversi sottosistemi, scelto attraverso lo studio della documentazione disponibile, il soddisfacimento dei requisiti scelti e le relazioni con gli altri sottosistemi. La metodologia utilizzata viene approfondita in maniera dettagliata nei capitoli successivi.

Capitolo 4

Camera di combustione

4.1 Requisiti e metodologia

La camera di combustione è l'elemento di studio del banco di prova. Al suo interno avvengono le reazioni di combustione tra ossidante e combustibile, le quali generano l'energia necessaria a produrre spinta. Il dimensionamento della camera di combustione avviene tenendo a mente i requisiti che deve soddisfare:

1. combustione di paraffina e ossigeno gassoso in condizioni di rapporto di miscela ottimale;
2. pressione e temperatura di camera pari a 20bar e 3500K , rispettivamente;
3. durata della combustione pari a *dieci secondi*;
4. portata di ossidante *on-design*: 1kg/s .

La camera è composta da:

- pre-camera di combustione: è l'interfaccia tra la camera di combustione e l'iniettore, ha funzioni di pre-mixing, influenza la stabilità di combustione e può ospitare diversi sensori;
- camera di combustione: è il luogo in cui avviene il fenomeno di combustione tipico degli ibridi; in questa configurazione viene trattato un grano semplice con foro centrale;

- post-camera di combustione: è l'interfaccia tra la camera di combustione e l'ugello, ha funzioni di mixing, influenza la stabilità di combustione e la sua efficienza, può ospitare diversi sensori;
- inserti isolanti: proteggono le pareti di pre-camera e post-camera dalle alte temperature in camera (il grano assume lo stesso ruolo nei confronti delle pareti della camera di combustione);
- ugello *De Laval*: ha il compito di rendere supersonici i gas combusti e generare spinta.

INSERIRE SCHEMA CAMERA DI COMBUSTIONE

Il dimensionamento di ogni componente viene affrontato in cinque fasi, ognuna della quali riceve in ingresso dei parametri e ne fornisce altri in uscita; viene riassunto il procedimento nella seguente tabella:

	Ingresso	Uscita
Modello di combustione <i>stazionaria</i>	Rapporto di miscela, pressione in camera, portata di ossidante, proprietà dei propellenti, parametri di combustione	Area di gola, port area iniziale, lunghezza del grano, rapporto di espansione ugello
Modello di combustione <i>variabile</i>	Rapporto di miscela, durata della combustione, evoluzione dei parametri di combustione, modello del rateo di regressione, condizioni iniziali, proprietà dei propellenti	Prestazioni nel tempo, evoluzione della port area, diametro interno della camera di combustione
Dimensionamento della camera di combustione	Pressione in camera, temperatura massima di lavoro, fattore di sicurezza, proprietà del materiale	Spessore della camera di combustione
Dimensionamento degli inserti in grafite	Temperatura massima di lavoro, proprietà variabili dei materiali, temperatura in camera, durata della combustione, modello transitorio termico	Spessore degli inserti, andamento del profilo di temperatura, flusso termico
Analisi qualitativa pre-camera	Proprietà del flusso in ingresso, geometria della camerae	Flusso qualitativo in pre-camera, lunghezza della pre-camera

Tabella 4.1. Fasi del dimensionamento della camera di combustione.

4.2 Modello di combustione stazionaria

Il modello di combustione *stazionaria* è sviluppato utilizzando le equazioni standard impiegate nel dimensionamento degli endoreattori ibridi, al fine di ottenere un'espressione della lunghezza del grano in funzione dei parametri di progetto.

INSERIRE SCHEMA MODELLO DI COMBUSTIONE

L'analisi del fenomeno di combustione avviene attraverso il programma online *CEA* (*Chemical Equilibrium with Applications*), il quale permette di valutare alcune grandezze (chimiche e prestazionali), fissate delle condizioni di funzionamento:

- $P_c = 20\text{bar}$;
- Propellenti: paraffina e ossigeno gassoso;
- $MR = 2$ (rapporto di miscela ottimale intorno a 2.1);

Valutando la soluzione *frozen*, si ottengono la velocità caratteristica c^* e il rapporto dei calori specifici γ , grandezze che non sono note a priori:

$$c^* = 1738.5\text{m/s} \quad \gamma = 1.232$$

Il modello del rateo di regressione è quello suggerito da Karabeyoglu, il quale fornisce un'espressione funzione del flusso di ossidante e del rapporto di miscela:

$$\dot{r} = \frac{aG_{ox}^n}{\left[\left(1 + \frac{1}{MR}\right)^m - 1\right] MR} \quad [\text{mm/s}]$$

con $a = 0.163$, $n = 0.62$, $m = 0.38$, coefficienti di correzione. Il flusso di ossidante deve essere espresso in grammi al centimetro quadro al secondo. Questa formula è utile per valutare il rateo di regressione in regimi dove in rapporto di miscela è lontano dal valore ottimale. Sapendo che la portata di ossidante a progetto è 1kg/s , e che $MR = 2$, la portata totale è data da:

$$M_{tot} = \frac{1 + MR}{MR} M_{ox} = 1.5\text{kg/s}$$

Dalla definizione di velocità caratteristica si ottiene il valore di area di gola tale per cui le condizioni sono *critiche*:

$$A_t = \frac{c^* M_{tot}}{P_c} = 0.0013\text{m}^2$$

Infine, introducendo il parametro J come il rapporto tra area di gola e port area tale per cui le velocità in camera sono nell'ordine del basso subsonico, si ottiene la port area a progetto:

$$J = 0.4 \quad A_p = \frac{A_t}{J} = 0.0033m^2 \quad R_p = \sqrt{\frac{A_p}{\pi}} = 0.0322m$$

Sostituendo nell'espressione del rateo di regressione il valore del flusso di ossidante:

$$G_{ox} = \frac{M_{ox}}{A_p} = 306.778kg/m^2s = 30.6778g/cm^2s$$

si ottiene:

$$\dot{r} = 0.0041m/s = 4.1mm/s$$

Il flusso di ossidante è confrontabile con i valori ottenuti da Karabeyoglu e la relazione con il rateo dei regressione è consistente; tale verifica è importante in quanto l'espressione del rateo di regressione è estrapolata da dati sperimentali, si cerca quindi di ottenere le stesse condizioni di laboratorio. La lunghezza del grano di propellente si ottiene imponendo che la portata di combustibile richiesta sia pari alla portata di combustibile generata dalla regressione della superficie del grano:

$$M_f = \dot{r}LS_f\rho_f$$

con $S_f = 2\pi R_p$ la superficie interna del grano e $\rho_f = 900kg/s$ il peso specifico della paraffina, si ottiene:

$$L = \frac{M_f}{\dot{r}S_f\rho_f} = 0.6717m$$

che risulta essere un valore ragionevole per una camera di combustione. Il rapporto di espansione ottimale, utilizzato per dimensionare l'ugello, può essere calcolato facilmente:

$$\Gamma = \sqrt{\gamma} \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}} = 0.6547$$

$$\epsilon = \frac{\Gamma}{\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[\left(\frac{P_0}{P_c} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{P_0}{P_c} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}} = 3.4807 \quad P_0 = 1bar$$

Riassumendo, le grandezze in uscita da questa fase di dimensionamento sono le seguenti:

- area di gola, $A_t = 0.0013m^2$;
- port area iniziale, $A_p = 0.0033m^2$;
- lunghezza del grano, $L = 0.6717m$;
- rapporto di espansione ($1bar$), $\epsilon = 3.4807$.

4.3 Modello di combustione variabile

Nel modello di combustione *variabile* viene studiato il funzionamento della camera al variare del raggio della port area. Come accennato precedentemente, gli endoreattori ibridi non hanno un funzionamento costante durante tutta la combustione, in quanto vanno a modificarsi i parametri che regolano il rateo di regressione e il rapporto di miscela. La variazione di questi parametri ha un impatto generale su tutte le grandezze che interessano la camera di combustione, in particolare:

- al variare del rapporto di miscela cambiano anche la velocità caratteristica c^* e il rapporto dei calori specifici γ ;
- la pressione in camera non è più costante perché la portata varia;
- il flusso di ossidante dipende del raggio della port area;
- il rateo di regressione è implicitamente dipendente dal raggio della port area in quanto dipende dal rapporto di miscela;

In merito al primo punto, valutando la sensibilità con cui variano c^* e γ , viene fatta l'ipotesi che queste non dipendano dalla pressione. Analizzando i risultati ottenuti dal *CEA* per i casi *15bar* e *20bar*, al variare del rapporto di miscela, si ottengono i seguenti valori:

	$c^*(m/s)$	γ	$T(K)$
15bar (MR=1)	1355	1.27	1568
20bar (MR=1)	1359	1.27	1577
15bar (MR=4)	1634	1.12	3442
20bar (MR=4)	1640	1.12	3484
15bar (MR=8)	1435	1.13	3000
20bar (MR=8)	1438	1.13	3082

Tabella 4.2. Prestazioni al variare della pressione di camera e del rapporto di miscela

Ciò dimostra la validità dell'ipotesi precedente ed è in accordo con quanto previsto dalla teoria: la velocità caratteristica e il rapporto dei calori specifici sono debolmente dipendenti dalla pressione in camera; non è invece trascurabile la dipendenza dal rapporto di miscela. Riassumendo, le grandezze

variabili da calcolare sono:

$$G_{ox} = f(R_p) \quad \dot{r} = f(G_{ox}, MR, R_p) \quad MR = f(R_p, \dot{r}) \quad M_{tot} = f(MR)$$

$$c^* = f(MR) \quad \gamma = f(MR)$$

Note queste, le prestazioni della camera sono calcolabili in ogni istante di tempo. Osservando attentamente le variabili da cui dipendono le grandezze d'interesse, si può notare che sono tutte riconducibili al raggio della port area e al rateo di regressione che, per definizione, è la derivata del raggio nel tempo:

$$R_p = R_p(t) \quad \dot{r} = \frac{R_p(t)}{dt} = \dot{R}_p(t)$$

Le equazioni da risolvere per ottenere l'andamento del raggio della port area e del rateo di regressione sono:

$$G_{ox}(t) = \frac{M_{ox}}{\pi R_p^2(t)} \quad R_p(t) = \int_{t_0}^{t_b} \dot{r}(t) dt$$

$$\dot{r}(t) = \frac{aG_{ox}^n(t)}{\left[\left(1 + \frac{1}{MR(t)} \right)^m - 1 \right] MR(t)} \quad MR(t) = \frac{M_{ox}}{2\pi R_p(t) L \dot{r}(t) \rho}$$

Sostituendo l'espressione del rapporto di miscela all'interno dell'espressione del rateo di regressione, si ottiene un'equazione non lineare nella derivata del raggio della port area:

$$\dot{r}(t) = \frac{aG_{ox}^n(t)}{\left[\left(1 + \frac{2\pi R_p(t) L \dot{r}(t) \rho}{M_{ox}} \right)^m - 1 \right] \frac{M_{ox}}{2\pi R_p(t) L \dot{r}(t) \rho}} \quad (4.1)$$

La risoluzione di queste equazioni non è banale. Si può pensare di effettuare una discretizzazione nel tempo, passando dalla forma integrale a una relazione lineare del raggio della port area:

$$R_p = \dot{r}(t) \Delta t$$

dove Δt è l'intervallo di tempo utilizzato. Per poter calcolare il raggio della port area, è richiesta la conoscenza del rateo di regressione a ogni intervallo di tempo. L'algoritmo risolutivo è stato implementato in ambiente *MATLAB* e la sua struttura è la seguente:

INSERIRE IMMAGINE INTEGRATORE

Per poter valutare in ogni istante di tempo le prestazioni della camera, è necessario conoscere l'andamento di c^* e γ al variare del rapporto di miscela. In prima approssimazione sono stati interpolati i valori di c^* e γ per dieci valori di rapporto di miscela, ottenuti da dieci simulazioni diverse effettuate attraverso il *CEA*.

INSERIRE ANDAMENTO INTERPOLAZIONE

A ogni iterazione, vengono valutati attraverso la funzione *ppval* i coefficienti *cstarPP* e *kPP* delle spline interpolanti, ottenuti attraverso il comando *spline* di *MATLAB*. Un esempio di iterazione *i-esima* dell'algoritmo è il seguente:

1. dal vettore R_{p_i} , si ottengono le informazioni sulla attuale geometria del grano;
2. nota la portata di ossidante (costante), si ottiene il valore di flusso *i-esimo* G_{oxi}
3. risolvendo l'equazione 4.1 con il comando *fsolve*, si ottiene \dot{r}_i ;
4. conoscendo il rateo di regressione, si calcola MR_i e M_{toti} ;
5. viene valutato il raggio della port area all'istante successivo:

$$R_{p_{i+1}} = R_{p_i} + \dot{r}_i \Delta t$$

6. vengono calcolate le restanti grandezze, richiamando ove necessario le funzioni *ppval* per conoscere il valore di c^* e di γ per il dato rapporto di miscela.

Il punto 2 e del punto 3 possono essere ricondotti a un singolo punto sostituendo l'espressione del flusso di ossidante all'interno della 4.1; si è scelto di mantenerli separati per garantire la leggibilità del codice e ridurre a singole operazioni ogni step logico. Per un tempo di simulazione pari a 10 secondi e una discretizzazione di 10000 elementi (ogni step di integrazione corrisponde a un intervallo di $1 \cdot 10^{-3}s$), si ottengono i seguenti risultati:

INSERIRE IMMAGINI DEI RISULTATI

Il comportamento osservato nella figura INSERIRE RIFERIMENTO RAPPORTO rappresenta il fenomeno di *mixture ratio shifting*, tipico degli endoreattori ibridi. Dall'espressione della portata di combustibile, con un'espressione semplificata del rateo di regressione (indipendente da rapporto di miscela):

$$\dot{M}_f = S_f a \left(\frac{M_{ox}}{A_p} \right)^n \quad (4.2)$$

si evince che la portata dipende solo dal flusso di ossidante quando *il rapporto tra la superficie di regressione del grano e la port area si mantiene costante*. Ciò avviene quando:

$$\frac{2\pi R_p L}{\pi^n R_p^{2n}} = cost. \quad (4.3)$$

ovvero quando n è pari a 0.5:

- per valori di $n < 0.5$, la superficie di regressione cresce maggiormente rispetto alla port area e la quantità di combustibile esposto è maggiore rispetto all'ossidante: il rapporto di miscela diminuisce;
- per valori di $n = 0.5$, entrambe le superfici crescono allo stesso modo, garantendo un rapporto di miscela ottimale durante tutta la combustione;
- per valori di $n > 0.5$, la port area cresce maggiormente rispetto alla superficie di regressione e il fenomeno che avviene è l'opposto: il rapporto di miscela aumenta.

In questa trattazione sono stati utilizzati dei coefficienti a ed n , estrapolati da osservazioni empiriche. Poiché il valore di n è pari a 0.62, il comportamento osservato è quello del terzo caso, conformemente alle previsioni teoriche.

Cambiando i parametri di progetto, inoltre, è possibile analizzare il funzionamento della camera al variare della lunghezza del grano e della port area iniziale. Nel primo caso, si osserva come la lunghezza del grano vada a influenzare il rapporto di miscela: aumentando la lunghezza del grano, la prima fase della combustione avviene in condizioni *fuel rich*; diminuendo la lunghezza del grano, invece, ci si porta fin dall'inizio della combustione in condizioni *oxidizer rich*.

INSERIRE IMMAGINI GRANO LUNGO E GRANO CORTO

Nel secondo caso, si osserva che al variare della dimensione della port area (per diametri più piccoli), il flusso si allontana dai valori di funzionamento *nominale* (causando flooding); i valori di rateo di regressione non sono affidabili.

INSERIRE IMMAGINI AL VARIARE DELLA PORT AREA

Concludendo, dalla figura INSERIRE REF FIGURA, si evince che dopo 10 secondi di combustione, partendo dalle condizioni di progetto, il raggio della port area è di circa 6cm . Conoscendo questa informazione si ricava il diametro della camera di combustione, assicurandosi di poter ospitare grani delle dimensioni adatte.

4.4 Dimensionamento della camera di combustione

Una volta individuata la lunghezza della camera di combustione e il suo diametro nominale, non resta che valutare lo spessore delle pareti. Questo è un parametro fondamentale e influenza la sicurezza del sistema. Per essere sicuri che la camera non ceda alle pressioni e alle temperature a cui è soggetta, è ragionevole scegliere un margine di sicurezza elevato. In questa fase di progetto, senza entrare troppo nel dettaglio, torna utile la formula di *Mariotte-Barlow*, utilizzata nel dimensionamento di tubi cilindrici a parete sottile.

$$\sigma_{\theta} = \frac{Dp_i}{2s} \cdot SF \quad (4.4)$$

dove

- σ_{θ} è lo stress circonferenziale nel cilindro;
- D è il diametro interno della camera;
- p_i è la pressione interna;
- s è lo spessore;
- SF è il fattore di sicurezza, in questo caso pari a 5.

L'utilità della formula di *Mariotte* risiede nel fatto che tutti i termini necessari a valutare lo spessore sono noti, in quanto parametri di progetto. Rielaborando l'espressione si ottiene:

$$s = \frac{Dp_i}{2\sigma_{\theta}} \cdot SF \quad (4.5)$$

La pressione nominale di funzionamento è di 20bar , il diametro interno della camera viene scelto pari a 15cm , al fine di soddisfare il requisito di combustione e per garantire un certo margine, nel caso in cui in futuro sia necessario

ospitare grani con diametri più grandi. Non resta che individuare il valore massimo ammissibile di tensione circonferenziale σ_θ .

Per fare ciò viene innanzitutto individuato il materiale adatto con cui costruire le camera. Nei banchi di prova di *Ames* e *MOUETTE*, vengono utilizzati due tipi di acciaio:

- nel banco di prova di *Ames*, la camera di combustione è in ASTM A106, un acciaio al carbonio economico con ottime proprietà meccaniche; tensione a rottura $415MPa$, tensione di snervamento (0.2%) $240MPa$, temperatura di servizio $\sim 800K$, costo $1.45 - 1.50\$/kg$;
- nel banco di prova di *MOUETTE*, la camera di combustione è in AISI 304, un classico acciaio inossidabile con delle buone proprietà ad alte temperature e resistente alla corrosione; tensione a rottura $515MPa$, tensione di snervamento (0.2%) $205MPa$, temperatura di servizio $\sim 850K$, costo $2.70 - 3.00\$/kg$.

I benefici nell'utilizzare un acciaio al carbonio sono molteplici, legati sicuramente al basso costo e alle proprietà meccaniche, confortabili con quelle di un acciaio inossidabile; questo presenta però una scarsa resistenza alla corrosione e tende a ossidarsi, processo facilitato dalle alte temperature presenti in camera. D'altro canto un acciaio inossidabile come l'AISI 304 sopprime a questa problematica. La scelta ricade quindi su quest'ultimo candidato, nonostante il costo sia maggiore.

A temperatura ambiente, l'AISI 304, presenta una tensione di snervamento (con deformazione residua dello 0.2%) pari a $205MPa$. Utilizzare questo valore di tensione potrebbe essere ragionevole, tuttavia, al fine di non trascurare l'effetto della temperatura e di ottenere un risultato ancora più conservativo, si è deciso di considerare la degradazione delle proprietà meccanica all'aumentare di quest'ultima. La *temperatura di servizio* dell'AISI 304 è intorno ai $850K$, valore per il quale le proprietà meccaniche iniziano a degradarsi e il fenomeno di *creep* inizia a manifestarsi più intensamente:

$$\sigma_{0.2}(T = 300K) = 205MPa \quad \sigma_{0.2}(T = 850K) = 150MPa$$

Lo spessore della camera, con largo margine di sicurezza, è pari a:

$$s = \frac{0.15 \cdot 2 \cdot 10^6}{2 \cdot 150 \cdot 10^6} \cdot 5 = 5 \cdot 10^{-3}m$$

4.5 Dimensionamento degli inserti in grafite

Negli endoreattori ibridi il grano di propellente assume il ruolo di isolante per tutta la durata della combustione. Le pareti della camera sono pertanto protette dal flusso termico generato dalla combustione. In alcune zone della camera, però, come ad esempio la pre-camera e la post-camera, il grano è assente e la superficie metallica è priva di protezione termica. In assenza di un isolante adeguato, dopo appena qualche secondo di combustione le pareti in acciaio raggiungerebbero temperature molto elevate, compromettendo l'integrità strutturale della camera. Inoltre, la presenza di elementi come sensori e trasduttori, rende l'utilizzo di un elemento protettivo quasi obbligatorio.

Per dimensionare correttamente lo strato di isolante e valutare l'andamento del profilo di temperatura attraverso l'interfaccia e sulla superficie della camera, viene risolta l'equazione del calore in un sistema di coordinate unidimensionale, con le opportune condizioni al contorno e la seguente geometria.

INSERISCI IMMAGINE SCHEMA TRANSITORIO

Viene analizzato un transitorio pari alla durata della combustione in quanto, considerati i flussi termici in questione e volendo soddisfare il vincolo sulla temperatura, la soluzione stazionaria porterebbe a uno strato di isolante virtualmente infinito.

4.5.1 Scelta del materiale

Nelle applicazioni sperimentali, come ad esempio in *Ames*, un materiale molto utilizzato come isolante è la grafite. Questa è economica, facilmente reperibile e presenta delle proprietà termiche molto attraenti. Si è scelto quindi di realizzare gli isolanti in *grafite amorfa*. La grafite, infatti, è un materiale refrattario *anisotropo* e presenta quindi delle proprietà variabili in base all'orientazione del reticolo cristallino: la conducibilità della grafite è molto elevata lungo la direzione *planare*, è invece molto bassa lungo la direzione *perpendicolare* del reticolo. Per ottenere delle proprietà isotrope, la grafite viene *stampata* nella forma richiesta, dopo essere stata polverizzata e legata con un apposito additivo.

Come si evince dalla tabella 4.3, la grafite amorfa ha un valore di conducibilità termica più alto se confrontato con quello assunto lungo la direzione perpendicolare nella grafite anisotropa, tuttavia è ridotta notevolmente la capacità di condurre calore nelle direzioni parallele al piano del reticolo, rendendo il materiale globalmente più isolante.

	Calore specifico (J/kg K)	Conducibilità termica (W/m K)
Grafite anisotropa	700	398 - 2.2⊥
Grafite amorfa	706	90
AISI 304	499	14

Tabella 4.3. Proprietà termiche dei materiali alla temperatura $T = 300K$

4.5.2 Modello matematico

Per ottenere l'espressione del profilo di temperatura nel sistema di riferimento unidimensionale, viene risolta l'equazione del calore:

$$k \left(\frac{d^2 T}{dx^2} \right) = \rho c \frac{dT}{dt} \quad (4.6)$$

Per risolvere questa equazione differenziale, viene utilizzato un metodo numero alle *differenze finite*, secondo il quale il gradiente della temperatura e la sua derivata temporale vengono approssimati con delle espansioni:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} \sim \frac{1}{\Delta x^2} (T_{m+1} + T_{m-1} - 2T_m) \quad (4.7)$$

$$\frac{dT}{dt} \sim \frac{T_m^{p+1} - T_m^p}{\Delta t} \quad (4.8)$$

L'idea è quella di suddividere il dominio, rappresentato dalla geometria unidimensionale, in *elementi*, collegati l'uno con l'altro attraverso dei *nodi*. Inoltre, poiché si tratta di un fenomeno transitorio, ogni nodo assumerà un valore diverso per ogni istante di tempo, rispettando i vincoli delle condizioni al contorno. Si tratta quindi di una *discretizzazione* nel *tempo* e nello *spazio* dell'equazione del calore. Il pedice m e l'apice p vengono utilizzati per indicizzare i valori di temperatura nella griglia spaziale e al variare dell'istante di tempo, rispettivamente. Sostituendo le espansioni del gradiente e della derivata all'interno dell'equazione del calore si ottiene:

$$T_m^{p+1} = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} (T_{m+1}^p + T_{m-1}^p) + \left[1 - \frac{2\alpha \Delta t}{\Delta x^2} \right] T_m^p \quad (4.9)$$

dove

- $\alpha = \frac{k}{\rho c}$ è la diffusività termica
- Δt è la distanza tra un istante di tempo e l'altro
- Δx rappresenta la lunghezza dell'elemento
- T_i^j è la temperatura nel nodo i -esimo all'istante j -esimo

Questa espressione, ottenuta con la tecnica delle *differenze in avanti*, permette di valutare la temperatura in ogni nodo, in funzione delle temperature dei nodi adiacenti, per ogni istante di tempo. Quanto ottenuto finora descrive il fenomeno di conduzione all'interno di un singolo materiale con proprietà

termiche costanti; per descrivere il fenomeno di convezione che avviene tra i gas combusti e la grafite (o tra la superficie esterna della camera e l'aria) viene utilizzata la seguente espressione:

$$-k \frac{dT}{dx}]_{parete} = h (T_w - T_\infty) \quad (4.10)$$

dove

- h è il coefficiente di scambio termico convettivo
- T_w è la temperatura a parete
- T_∞ è la temperatura dei gas combusti

Si tratta quindi di eguagliare il calore scambiato per conduzione a ridosso della parete con il calore cambiato per convezione sulla superficie a contatto coi gas. La discretizzazione di questa espressione porta ad avere:

$$T_m^{p+1} = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} \left\{ 2 \frac{h \Delta x}{k} T_\infty + 2 T_{m-1}^p + \left[\frac{\Delta x^2}{\alpha \Delta t} - 2 \frac{h \Delta x}{k} - 2 \right] T_m^p \right\} \quad (4.11)$$

Ricapitolando, il numero di equazioni e le loro condizioni al contorno sono:

- scambio termico per convezione tra i gas combusti e la grafite, condizione al contorno su T_∞ ;
- scambio termico per conduzione all'interno della grafite;
- condizione di interfaccia, conduzione tra la grafite e la superficie in acciaio;
- scambio termico per conduzione all'interno dell'acciaio;
- scambio termico per convezione tra l'acciaio e l'aria.

In merito al terzo punto, l'equazione di bilancio assume la seguente forma:

$$k_A \frac{dT_A}{dx} + k_B \frac{dT_B}{dx} = \frac{1}{2} s_A \rho_A c_{pA} \frac{dT_A}{dt} + \frac{1}{2} s_B \rho_B c_{pB} \frac{dT_B}{dt} \quad (4.12)$$

ovvero il calore scambiato attraverso l'interfaccia deve essere pari alla variazione di energia delle due superfici, le quali hanno un peso di $\frac{1}{2}$ sul bilancio complessivo. Discretizzando si ottiene:

$$k_A \frac{T_{m-1} - T_m}{\Delta x} + k_B \frac{T_{m+1} - T_m}{\Delta x} = \rho_A \frac{\Delta x}{2} c_{pA} \frac{T_m^{p+1} - T_m}{\Delta t} + \rho_B \frac{\Delta x}{2} c_{pB} \frac{T_m^{p+1} - T_m}{\Delta t}$$

dove:

- i pedici A e B fanno riferimento alla grafite e all'acciaio, rispettivamente;
- il termine $\frac{\Delta x}{2}$ rappresenta il contributo parziale degli elementi nel bilancio complessivo.

INSERIRE IMMAGINE DELL'INTERFACCIA

Esprimendo il tutto in funzione della temperatura nodale all'istante $p + 1$, si ottiene:

$$T_m^{p+1} = (k_A T_{m-1} + k_B T_{m+1}) C + T_m^p - T_m^p (k_A + k_B) C \quad (4.13)$$

con:

$$A = \frac{\rho_A c_{pA}}{2} \quad B = \frac{\rho_B c_{pB}}{2} \quad C = \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \frac{1}{(A + B)}$$

4.5.3 Parametri termici

Questo paragrafo è dedicato al calcolo dei parametri termici che interessano le equazioni dello scambio termico, in particolare i calori specifici e le conducibilità dei materiali e il coefficiente di scambio termico convettivo.

Il campo di temperature che interessa il fenomeno comprende valori pari a un minimo di $300K$ (temperatura ambiente, assunta costante) fino a un massimo di circa $3500K$, temperatura raggiunta dai gas combustibili. Ipotizzare che le proprietà termiche dei materiali rimangano costanti, porterebbe a una percentuale di errore non trascurabile, infatti:

$$c_{p_g}(300K) = 706.9 J/kgK \quad c_{p_g}(3000K) = 2050 J/kgK$$

$$\left| \frac{\Delta c_{p_g}}{c_{p_g}(300K)} \right| = 1.899 \simeq 200\%$$

che non è assolutamente accettabile. Per l'acciaio:

$$c_{p_s}(300K) = 498.9 J/kgK \quad c_{p_s}(1700K) = 685.2 J/kgK$$

$$\left| \frac{\Delta c_{p_s}}{c_{p_s}(300K)} \right| = 0.37 \simeq 37\%$$

Per questo motivo, sono stati interpolati diversi valori sperimentali, ottenuti attraverso un'accurata analisi della letteratura disponibile. Attraverso la funzione *spline* di *MATLAB*, sono stati ottenuti i coefficienti che permettono di valutare l'andamento delle grandezze per valori di temperatura dove sono assenti i valori sperimentali.

INSERIRE GRAFICO PROPRIETÀ ACCIAIO GRAFITE

A ogni iterazione, l'algoritmo interroga la funzione *ppval* di *MATLAB*, ottenendo i valori di calore specifico e conducibilità termica per quel valore di temperatura, in ogni nodo.

Un altro parametro da individuare è il coefficiente di scambio termico convettivo h .

$$q = h\Delta T \quad (4.14)$$

In questo caso, il fenomeno di trasmissione del calore è regolato dalla convezione forzata tra gas e parete. Il coefficiente h , nel caso di convezione forzata, è ben approssimato dalla relazione empirica:

$$Nu = 0.026Re^{0.8}Pr^{0.4} \quad (4.15)$$

dove

- $Nu = \frac{hD}{k}$ è il numero di *Nusselt* ed esprime il rapporto tra scambio termico convettivo e conduttivo;
- $Re = \frac{\rho w D}{\mu}$ è il numero di *Reynolds*, calcolato utilizzando come grandezza caratteristica il diametro dell'isolante in grafite;
- $Pr = \frac{c_p \mu}{k}$ è il numero di *Prandtl* ed esprime il rapporto tra la diffusività cinematica e quella termica.

Esplicitando tutti i termini, si ottiene:

$$h = 0.026 \left(\frac{\rho w D}{\mu} \right)^{0.8} Pr^{0.4} \frac{k}{D} \quad (4.16)$$

Il numero di *Prandtl* è ben approssimato della formula di *Eucken*:

$$Pr \simeq \frac{4\gamma}{9\gamma - 5} \quad (4.17)$$

Per ottenere una valutazione quanto più precisa delle proprietà dei gas combustibili, è necessario conoscere la composizione della miscela. Ciò può essere interrogando il programma *CEA*, già utilizzato precedentemente. La composizione della miscela dei gas combustibili, ottenuti dalla combustione di paraffina e ossigeno gassoso, alla pressione di *20bar* e in condizioni di rapporto di miscela ottimale ($MR = 2$) è la seguente:

$$\chi_{CO} = 0.5676 \quad \chi_{H_2O} = 0.2122 \quad \chi_{CO_2} = 0.1770$$

$$\chi_{H_2} \ll 0.02 \quad \chi_{OH} \ll 0.03 \quad \chi_{O_2} \ll 0.01$$

In prima approssimazione, al fine di alleggerire la trattazione, è ragionevole ipotizzare che la miscela sia costituita dal 60% da CO , dal 22% da H_2O e dal 18% da CO_2 . Il numero di *Prandtl* è adesso noto in quanto l'analisi *CEA* fornisce un valore di γ pari a:

$$\gamma = 1.232 \rightarrow Pr \simeq \frac{4\gamma}{9\gamma - 5} = 0.81 \quad (4.18)$$

I valori di viscosità e di conducibilità termica sono stati valutati nell'intorno della temperatura di $3500K$, al quale avviene la combustione dei gas. Come riferimento è stato utilizzato il report tecnico *Estimated Viscosities and Thermal Conductivities of Gases at High Temperatures*, redatto dalla *NASA* e sviluppato per applicazioni come questa. I valori di viscosità e conducibilità di *monossido di carbonio*, *anidride carbonica* e *acqua* alla temperatura di $3500K$ sono:

$$\begin{aligned} \mu_{CO} &= 88.07 \cdot 10^{-6} Pa \cdot s & k_{CO} &= 0.167 W/mK \\ \mu_{CO_2} &= 86.5 \cdot 10^{-6} Pa \cdot s & k_{CO_2} &= 0.169 W/mK \\ \mu_{H_2O} &= 97.11 \cdot 10^{-6} Pa \cdot s & k_{H_2O} &= 0.425 W/mK \end{aligned}$$

Ipotizzando che le proprietà della miscela siano pari alla somma delle proprietà dei singoli gas moltiplicate per le frazioni in massa, si ottiene:

$$\mu_{tot} = 89.81 \cdot 10^{-6} Pa \cdot s \quad k_{tot} = 0.226 W/mK \quad (4.19)$$

Una verifica del numero di *Prandtl*, calcolato attraverso la formula di *Eucken*, può essere effettuata attraverso la relazione diretta, conoscendo il calore specifico dall'analisi *CEA*, pari a $2059 J/kgK$:

$$Pr = \frac{\mu c_p}{k} = 0.815 \simeq Pr_{Eucken} = 0.81 \quad (4.20)$$

La densità del gas può essere calcolata tramite la legge dei gas perfetti in quanto sono note temperatura e pressione in camera e la composizione della miscela è anch'essa nota:

$$MM_{tot} = \chi_{CO} MM_{CO} + \chi_{CO_2} MM_{CO_2} + \chi_{H_2O} MM_{H_2O} = 28.69 g/mol$$

$$p/\rho = \bar{R}T \rightarrow \rho = \frac{p}{\bar{R}T} = 1.97 kg/m^3$$

La velocità può essere ricavata calcolando il numero di *Mach* del flusso, attraverso la funzione di portata corretta:

$$\dot{m} = \frac{p_t A}{\sqrt{T_t \bar{R}}} \sqrt{\gamma} M \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (4.21)$$

Risolviendo l'equazione non lineare in funzione di M , nota la portata, la sezione della camera, la temperatura, le proprietà del gas e la pressione in camera, si ottiene:

$$M = 0.041 \rightarrow w = M \sqrt{\gamma \bar{R} T} = 51.2 \text{ m/s}$$

Noti i valori di tutte le variabili, sostituendo nell'espressione del coefficiente di scambio termico convettivo e considerando come valore del diametro idraulico quello ipotizzato in precedenza, pari a $D = 0.15 \text{ m}$, si ottiene:

$$h = 546.49 \text{ W/m}^2 \text{ K} \quad (4.22)$$

4.5.4 Criterio di convergenza

La scelta dei termini Δx e Δt richiede particolare attenzione in quanto influenza direttamente la convergenza del metodo numerico. Nei problemi numerici in cui viene simulata la *convezione*, è utile richiamare il *numero di Courant* o la *condizione di Courant* a esso associata. I termini Δx e Δt sono legati tra loro dalla relazione:

$$C = \frac{u \Delta t}{\Delta x} < C_{max} \quad (4.23)$$

dove u è la velocità del *flusso*. In questo caso, il numero di Courant è influenzato dalla diffusività termica, parametro che stabilisce in che modo il profilo di temperatura evolve nel tempo. In questo caso, la convergenza è influenzata dal termine T_m^p , presente in tutte e tre le equazioni di bilancio scritte in precedenza. Affinché la convergenza venga garantita, il coefficiente del termine T_m^p deve essere positivo (al massimo uguale a uno) o pari a zero. Ciò significa che è possibile individuare una relazione tra il termine spaziale e il termine temporale in ognuna delle equazioni precedenti:

$$[f(\Delta t, \Delta x, \alpha, h)] \geq 0 \quad \Delta t = f(\Delta x, \alpha, h) \quad (4.24)$$

- per la conduzione:

$$\left[1 - \frac{2\alpha \Delta t}{\Delta x^2} \right] \geq 0 \rightarrow \Delta t \leq \frac{\Delta x^2}{2\alpha}$$

- per la convezione:

$$\left[\frac{\Delta x^2}{\alpha \Delta t} - 2 \frac{h \Delta x}{k} - 2 \right] \geq 0 \rightarrow \Delta t \leq \frac{\Delta x^2}{2\alpha \left(\frac{h \Delta x}{k} + 1 \right)}$$

- per la conduzione all'interfaccia:

$$\left[1 - \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \frac{(k_A + k_B)}{(\rho_A c_{pA} + \rho_B c_{pB})} \right] \geq 0 \rightarrow \Delta t \leq \Delta x^2 \frac{(\rho_A c_{pA} + \rho_B c_{pB})}{2(k_A + k_B)}$$

Si osserva che la condizione più *stringente* si ha per valori *piccoli* di calore specifico (temperature più basse) e per valori *grandi* di conducibilità termica (temperature più alte). Nel caso della grafite e dell'acciaio, questi valori sono:

$$c_{p_g}(T = 300K) = 706.9J/kgK \quad c_{p_s}(T = 300K) = 498.9J/kgK$$

$$k_g(T \geq 3000K) \simeq 20W/mK \quad k_s(T = 1700K) 35.9W/mK$$

Assumendo una densità costante dell'acciaio pari a $\rho_s = 7954kg/m^3$ e della grafite $\rho_g = 2200kg/m^3$, è possibile valutare il valore assunto da ognuno dei coefficienti:

Capitolo 5

Sistema di alimentazione

Capitolo 6

Banco di prova

Capitolo 7

Conclusioni

Bibliografia

- [1] primo
- [2] secondo