

POLITECNICO DI TORINO

Collegio di Ingegneria Civile

**Corso di Laurea Magistrale
in Ingegneria Civile**

Tesi di Laurea Magistrale

**Analisi non-lineare dell'interazione
Taglio longitudinale-Flessione
trasversale nei Ponti a Cassone in c.a.p.**



**Politecnico
di Torino**

Relatori

Prof. Giordano Luca

Prof. Gino Diego

Candidato

Davide Stella

Luglio 2024

INDICE

INDICE	2
INDICE DELLE FIGURE.....	3
INDICE DELLE TABELLE	5
Introduzione.....	7
1. Lavori pregressi.....	8
1.1 Premessa.....	8
1.2 Studio di Christian Menn.....	9
2. Analisi non lineare	11
2.1 Software ADINA.....	11
2.2 Considerazioni progettuali.....	13
3. Pannello d'anima.....	16
3.1 Modellazione e definizione dei parametri.....	16
3.2 Analisi non lineare con legge costitutiva dell'acciaio	21
3.3 Riduzione armatura	25
3.4 Legge costitutiva acciaio elastica con incrudimento	26
4. Modello completo dell'impalcato	27
4.1 Costruzione modello e parametri geometrici.....	27
3.2 Applicazione Carichi e Vincoli.....	31
4.3 Spessori e Armature.....	33
4.4 Analisi non lineare Taglio longitudinale	37
4.5 Precompressione.....	41
4.6 Variazione della lunghezza modello.....	45
4.7 Taglio da normativa.....	46
4.8 Momento flettente trasversale	47
Conclusioni	51
Bibliografia	54

INDICE DELLE FIGURE

Figura 1: Sezione trave caricata da una forza concentrata.	7
Figura 2: Shell multistrato con tre strati	11
Figura 3: Relazione uni-assiale tensione-deformazione	13
Figura 4: Modello pannello d'anima	16
Figura 5: Dettaglio spessore pannello	17
Figura 6: Assi principali di simmetria del materiale ortotropo	18
Figura 7: Legge costitutiva elastica lineare	18
Figura 8: Legge costitutiva elastica-perfettamente plastica	19
Figura 9: Tensioni nel pannello	20
Figura 10: Momento trasversale nel pannello, in verde	20
Figura 11: Legge costitutiva elastica-incrudente	25
Figura 12: Ponte a cassone usuale.....	26
Figura 13: Modellazione punti geometrici del ponte	27
Figura 14: Modellazione superfici del ponte.....	28
Figura 15: Superfici del ponte, con attenzione al diaframma	29
Figura 16: Trave appoggiata caricata da una forza P	30
Figura 17: Generica ascissa della trave.....	30
Figura 18: Concio di trave incastrato	31
Figura 19: Modello del concio di trave.....	31
Figura 20: Armature anima reale.....	32
Figura 21: Armature anima modello	33

Figura 22: Armature sezione trasversale parametrizzate	34
Figura 23: Gruppi di elementi	34
Figura 24: Spessore anima modello	35
Figura 25: Moltiplicatore dei carichi.....	36
Figura 26: Trave reale caricata in mezzzeria	37
Figura 27: Trave da modellare caricata con le reazioni	37
Figura 28: Trave modellata in ADINA e caricata con le reazioni.....	39
Figura 29: Deformata della trave per effetto del carico concentrato in mezzzeria	40
Figura 30: Coefficiente α_w	41
Figura 31: Andamento tensione di precompressione nel tempo	41
Figura 32: Andamento delle reazioni nel tempo	42
Figura 33: Andamento delle reazioni nel tempo	45
Figura 34: Trave soggetta a flessione trasversale, taglio longitudinale e sforzo normale	47
Figura 35: Grafico interazione V-M considerando differenti armature con $\sigma=5$ MPa	50
Figura 36: Grafico interazione V-M considerando differenti leggi costitutive con $\sigma=5$ MPa	51
Figura 37: Grafico interazione V-M con l'armatura $A_s= \phi 24/20$ e differenti σ	51
Figura 38: Grafico interazione V-M nel ponte con differenti σ	52

INDICE DELLE TABELLE

Tabella 1: Valori taglio e momento con $\sigma=0$ MPa.....	21
Tabella 2: Valori taglio e momento con $\sigma=2.5$ MPa.....	22
Tabella 3: Valori taglio e momento con $\sigma=5$ MPa.....	22
Tabella 4: Valori taglio e momento con $\sigma=7.5$ MPa.....	23
Tabella 5: Valori taglio e momento con $\sigma=10$ MPa.....	23
Tabella 6: Valori taglio e momento con $A_{sx}=A_{sz}=\phi 20/20$ e $\sigma=5$ MPa	24
Tabella 7: Valori taglio e momento con $A_{sx}=A_{sz}=\phi 16/20$ e $\sigma=5$ MPa	24
Tabella 8: Valori taglio e momento con $A_{sx}=A_{sz}=\phi 24/20$, $\sigma=5$ MPa, ramo incrudente	25
Tabella 9: Valori delle armature.....	39
Tabella 10: Valori del taglio massimo per ogni valore di σ	43
Tabella 11: Valori del taglio massimo per ogni valore di σ , con $L=5$	44
Tabella 12: Valori del taglio massimo per ogni valore di σ , con $L=10$	44
Tabella 13: Valori del taglio massimo da normativa per ogni valore di σ , con $L=5$	46
Tabella 14: Valori del momento per ogni percentuale di taglio, con $\sigma=0$ MPa	48
Tabella 15: Valori del momento per ogni percentuale di taglio, con $\sigma=2$ MPa	48
Tabella 16: Valori del momento per ogni percentuale di taglio, con $\sigma=4$ MPa	48

Tabella 17: Valori del momento per ogni percentuale di taglio, con $\sigma=6$ MPa	49
Tabella 18: Valori del momento per ogni percentuale di taglio, con $\sigma=8$ MPa	49
Tabella 19: Valori del momento per ogni percentuale di taglio, con $\sigma=10$ MPa	49

Introduzione

I ponti a cassone rappresentano una delle soluzioni strutturali più avanzate ed efficaci per la realizzazione di infrastrutture stradali e ferroviarie. Questi ponti sono caratterizzati da una sezione trasversale chiusa che assicura elevata resistenza e rigidità, risultando particolarmente adatti per grandi luci e carichi pesanti.

Il loro utilizzo è dettato dai seguenti principali vantaggi della sezione a cassone: alta capacità portante, con un parametro di controllo delle prestazioni $\eta=0.5$, insensibilità al segno del momento flettente, elevata resistenza e rigidità torsionale, idoneità per la prefabbricazione e l'industrializzazione, eleganza che riduce l'impatto ambientale, possibilità di ispezioni.

È risaputo, inoltre, che la trave a sezione scatolare in c.a.p. è una soluzione economica per luci di campata superiori a 50 metri fino a circa 150 metri.

Tuttavia, la complessità geometrica e strutturale di queste sezioni scatolari richiede un'analisi approfondita delle interazioni tra le diverse sollecitazioni meccaniche.

Un aspetto critico della progettazione dei ponti a cassone, in particolare, è l'interazione tra il taglio longitudinale e il momento trasversale. Queste sollecitazioni interagiscono in modo complesso, influenzando significativamente la distribuzione degli sforzi e la deformazione dell'intera struttura. Il taglio longitudinale, causato principalmente dai carichi verticali e dalle forze orizzontali, tende a generare sforzi tangenziali lungo le pareti del cassone. Contemporaneamente, il momento trasversale, derivante soprattutto dai carichi eccentrici e dagli effetti dinamici, provoca flessioni e torsioni nella sezione.

Una corretta analisi di questa interazione è essenziale per garantire sicurezza e durabilità ai ponti a cassone. La mancanza di un'adeguata considerazione di tali effetti può portare a fenomeni di instabilità, fessurazioni e, nel peggiore dei casi, al collasso strutturale. Diversi approcci teorici e numerici sono stati sviluppati per studiare queste interazioni, tra cui l'utilizzo di modelli a traliccio e analisi agli elementi finiti. Questi strumenti consentono di simulare il comportamento complesso dei ponti a cassone sotto diverse condizioni di carico, fornendo indicazioni preziose per la progettazione e l'ottimizzazione delle strutture.

In questa tesi, si approfondirà il problema dell'interazione tra il taglio longitudinale e il momento trasversale nei ponti a cassone in calcestruzzo armato precompresso, analizzando il comportamento della struttura soggetta a diverse condizioni di carico, attraverso un'analisi non lineare. Verranno presentati studi di casi vicini alla realtà e simulazioni numeriche per illustrare l'importanza di un'accurata modellazione e della verifica dei dettagli costruttivi.

1. Lavori pregressi

1.1 Premessa

Quando si studia una qualunque sezione trasversale dell'impalcato di un ponte a cassone soggetta ad un certo carico, si hanno delle sollecitazioni: un momento flettente "M", uno sforzo normale "N", un taglio "V" e un momento torcente "T".

Il taglio e la torsione, che genera dei tagli di parete, sono assorbiti dalle anime.

Ci sarà un'anima dove il contributo del taglio e del torcente si sommano. Quindi una singola anima porterà un taglio complessivo " V_{tot} " come scritto nella seguente equazione:

$$V_{tot} = \frac{V}{2} + \frac{T}{2 * b}$$

dove "b" sarebbe la distanza tra le anime, riferita da asse ad asse.

Per sopportare questo taglio servono delle armature trasversali posizionate in un certo modo, simile a quanto disegnato nella Figura 1.

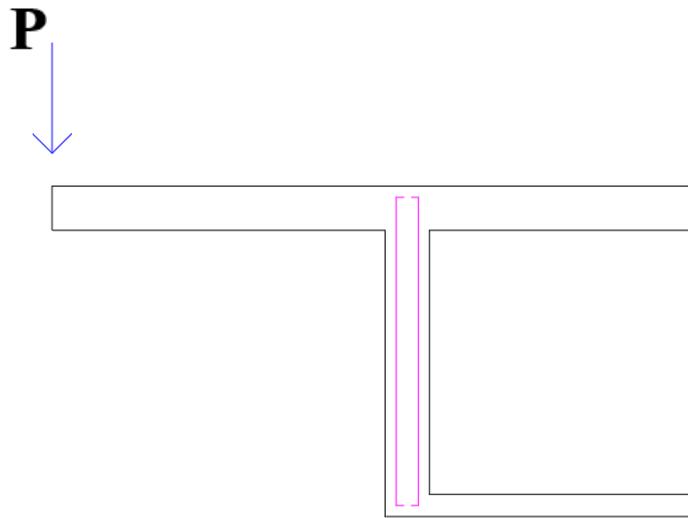


Figura 1: Sezione trave caricata da una forza concentrata

Si suppone che il carico, che genera taglio e torsione nell'anima, sia una forza "P" posizionata come nella figura sopra. Questa forza è eccentrica, e causa anche delle sollecitazioni trasversali. Così nascerà un momento trasversale nell'anima considerata, che tende la sua parte interna e comprime quella esterna.

Se ci fosse un carico tra le due anime, invece, si avrebbero parte interna dell'anima compressa e parte esterna tesa.

Le parti sollecitate a trazione dovranno essere in grado di sopportare il momento trasversale grazie ad un'armatura trasversale, e si tratta proprio delle staffe dette prima. Queste, quindi,

devono essere in grado di assorbire sia il taglio longitudinale complessivo che il momento trasversale.

Nell'anima di un Ponte a cassone, in sintesi, si osservano un effetto globale ed un effetto locale. Nel primo caso, l'anima è soggetta ad un taglio longitudinale e ad una torsione, nonché a sollecitazioni globali, che forniscono un taglio di parete tale per cui è necessario inserire delle staffe.

Nel secondo caso, si ha l'effetto trasversale, dove l'anima è soggetta ad un momento trasversale, che deve essere portato sempre da un'armatura.

Allora nell'anima nascerà sia un taglio longitudinale, che necessita di due staffe uguali, sia un momento flettente trasversale, che necessita di un'armatura solo da un lato.

Si riscontra così un'interazione tra queste armature, che è da considerare opportunamente nei progetti. Altrimenti, quando si conducono le analisi di valutazione a sicurezza dei ponti a cassone, l'armatura può risultare insufficiente.

1.2 Studio di Christian Menn

I primi ponti a cassone furono concepiti dalla metà del XX secolo. Tra questi vi è anche il ponte Morandi, sito in Genova, completato nel 1967.

Nel libro *Prestressed concrete bridges* di Christian Menn, si possono visionare diverse realtà progettuali, essendo fornito di un capitolo dedicato al panorama storico.

Come scrive C. Menn, nella progettazione dei ponti bisogna perseguire degli obiettivi fondamentali, quali funzionalità, sicurezza, economia ed eleganza. La tipologia di ponte in questione rispetta spesso questi obiettivi.

Nel libro citato, l'autore tratta il caso dell'interazione tra taglio longitudinale e momento flettente trasversale nelle anime di una sezione a cassone.

Per semplificare l'analisi, le travi a cassone sono analizzate considerando due funzioni strutturali differenti:

- longitudinale, che permette di valutare forze assiali, momento flettente, forze di taglio longitudinali e torsione;
- trasversale, che permette di valutare il momento flettente trasversale.

Le anime devono resistere sia alle forze di taglio longitudinali che al momento flettente trasversale, che vengono calcolati considerando i due approcci descritti prima.

Come intuito dallo stesso C. Menn, semplicemente sommare le armature richieste dai due effetti separatamente non è consistente con il reale comportamento dell'anima allo stato limite ultimo. Quindi, sempre secondo l'autore, l'armatura nell'anima deve essere progettata combinando gli effetti di taglio e momento trasversale.

È possibile far ciò attraverso dei diagrammi di interazione taglio-momento trasversale visionabili nel libro.

Questi diagrammi sono ottenuti sulla base di alcune considerazioni: quando l'anima è in uno stato di taglio puro, la risultante della forza di compressione nel calcestruzzo è posizionata in

mezzeria; quando l'anima è soggetta a momento trasversale, questa forza si sposta verso la parte di compressione flessionale dell'anima. In questo caso, per mantenere lo stato di equilibrio, a causa dello spostamento della forza di compressione bisogna cambiare le forze nelle staffe.

Adesso, è possibile formulare un modello semplificato per la resistenza ultima, facendo le seguenti assunzioni:

- angolo di inclinazione dei puntoni di calcestruzzo compressi " α " e braccio interno " z " sono dati
- Resistenza a trazione del calcestruzzo trascurabile
- Staffe verticali, ovvero $\beta = 90^\circ$
- Distribuzione delle tensioni di compressione del calcestruzzo modellate come uno "stress block" uniforme

Così C. Menn separa il caso di taglio predominante e momento trasversale predominante, trovando le forze nelle staffe nei due casi. L'armatura dell'anima deve essere in grado di assorbire queste forze trovate.

La procedura progettuale consiste nel calcolare l'armatura e la percentuale geometrica d'armatura, la posizione delle armature, ottenere le resistenze dei materiali e l'inclinazione dei puntoni compressi " α ". Infine, si calcolano le resistenze " V_{R0} " e " m_{R0} ", ovvero la massima resistenza del calcestruzzo in stato di taglio puro e la resistenza flessionale pura dell'anima assumendo che le staffe siano simmetriche rispetto alla linea centrale.

Dal diagramma si trova il rapporto d'armatura richiesto, ed è possibile usare un'interpolazione lineare tra le curve già disegnate.

Nel libro vengono rappresentati tre diagrammi in base a tre diversi rapporti di armatura che si ha a destra e sinistra rispetto la linea di mezzeria.

2. Analisi non lineare

2.1 Software ADINA

Il problema dell'interazione taglio longitudinale-momento trasversale è stato affrontato attraverso un'analisi non lineare di elementi shell.

È un argomento già affrontato in passato, in alcune pubblicazioni. Tra le prime, si ritrova il lavoro svolto da R. Park e T. Paulay negli anni '70. Essi introdussero delle tecniche per esaminare le sollecitazioni combinate tramite modelli non lineari, ponendo le basi per ricerche successive.

In questa tesi, l'argomento viene trattato grazie all'utilizzo del programma di calcolo "ADINA Solids & Structures", che si basa molto su diverse teorie documentate in molte pubblicazioni: tra queste, la principale fonte sarebbe il libro *Finite element procedures* di K. J. Bathe.

ADINA (Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis) rappresenta un software di analisi agli elementi finiti impiegato per simulare e analizzare problematiche strutturali, fluidodinamiche e termiche. In questo studio, ovviamente, verrà dedicato spazio alla sola parte strutturale.

Per quanto riguarda gli elementi shell, ADINA offre una gamma completa di funzionalità per modellare e analizzare questi tipi di strutture.

Questi shell sono elementi utilizzati nell'analisi agli elementi finiti (FEM) per modellare strutture tridimensionali che hanno una dimensione, lo spessore, molto più piccola rispetto alle altre due dimensioni. Sono particolarmente efficaci nel rappresentare il comportamento meccanico di superfici curve e piatte, come piastre, gusci cilindrici e sferici, adattandosi così ad un ampio spettro di geometrie strutturali (ADINA R & D, Inc., 2021).

Ogni nodo di un elemento di shell possiede generalmente sei gradi di libertà: tre traslazionali, lungo gli assi X, Y e Z, e tre rotazionali, attorno agli assi X, Y e Z. Questa configurazione consente una rappresentazione dettagliata delle deformazioni e delle rotazioni della superficie.

Gli elementi di shell sono capaci di rappresentare sia le forze di membrana, sforzi nel piano, che le forze di flessione, sforzi fuori piano, permettendo un'analisi completa delle sollecitazioni strutturali.

Elementi shell multistrato sono simili agli shell, ma con due o più strati sovrapposti a formare uno spessore. Questi elementi, come scritto nel manuale (ADINA R & D, Inc., 2021), sono cinematicamente formulati allo stesso modo dei gusci con un solo strato.

Ogni strato può essere costituito da materiali diversi, ciascuno selezionato per le sue proprietà specifiche, come resistenza, elasticità, capacità di smorzamento o resistenza alla corrosione.

La combinazione di diversi materiali permette, ad esempio, di simulare il comportamento di una trave in calcestruzzo armato. Ad un materiale verranno assegnate le proprietà del calcestruzzo, ad un altro le proprietà dell'acciaio. Nel terzo capitolo verrà illustrato meglio come è stata utilizzata questa opportunità.

Nella Figura 2, viene illustrata una classica suddivisione in 3 strati.

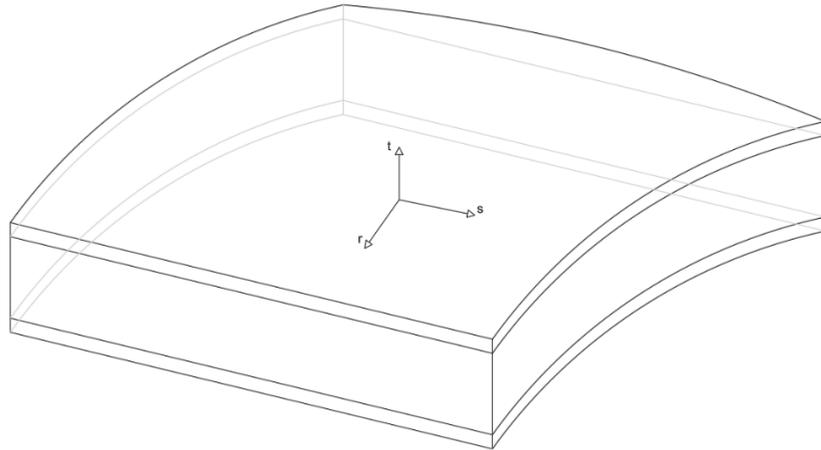


Figura 2: Shell multistrato con tre strati

Progettare shell multistrato richiede un'attenta analisi delle interazioni tra gli strati, inclusi gli effetti di delaminazione e scorrimento. Le tecniche di modellazione e simulazione, come il metodo degli elementi finiti già detto, sono essenziali per prevedere il comportamento delle strutture multistrato sotto carico.

In ADINA, come si legge dal manuale preposto all'uso del software, l'elemento shell è un elemento isoparametrico con un numero di nodi variabile tra 4 e 32, utilizzato per modellare strutture a guscio generiche, siano esse spesse o sottili. È importante selezionare il numero adeguato di nodi in base all'applicazione specifica per garantire l'accuratezza del modello.

L'elemento shell è modellato considerandolo come un corpo continuo nello spazio tridimensionale, basandosi sulle due assunzioni fondamentali della teoria delle travi di Timoshenko e della teoria delle piastre di Reissner-Mindlin:

1. Durante le deformazioni, le particelle di materiale che originariamente si trovano lungo una linea retta normale alla superficie mediana della struttura mantengono la loro posizione lungo quella linea retta.
2. Nella direzione normale alla superficie mediana della struttura, la tensione è trascurabile.

2.2 Considerazioni progettuali

L'anima del cassone, oggetto principale dell'argomento, sarà rappresentata dagli elementi shell multistrato associati all'analisi non lineare.

I carichi considerati saranno:

- taglio longitudinale
- precompressione longitudinale
- flessione trasversale

e questi verranno descritti ampiamente nei capitoli successivi.

I materiali utilizzati sono l'acciaio ed il calcestruzzo. Nel software ADINA si ha un'ampia gamma di possibili materiali da associare agli elementi definiti dall'utente. Ed ognuno di essi segue certe leggi e formulazioni basate su studi pregressi; ciò comporta il bisogno di prestare molta attenzione alla scelta effettuata.

In ADINA, i modelli di materiale per il calcestruzzo comprendono sia il calcestruzzo standard che quello adattato ai dati. Questi modelli sono compatibili con elementi solidi 2D e 3D, oltre a elementi shell multistrato. Il modello di calcestruzzo adattato ai dati (DF-Concrete) è inoltre utilizzabile con elementi shell MITC e shell 3D.

I modelli associati al materiale calcestruzzo sono di comune conoscenza. Le caratteristiche essenziali del materiale includono che la rottura per fessurazione a trazione avvenga ad una tensione principale di trazione massima relativamente bassa, che la rottura per compressione si verifichi ad elevate sollecitazioni di compressione, e, per ultimo, che si abbia softening della deformazione dalla rottura per compressione fino a raggiungere una deformazione ultima, oltre la quale si verifica il cedimento completo.

Le relazioni generali tra tensione-deformazione multi-assiali sono dedotte da una relazione tra tensione-deformazione uni-assiale. Quest'ultima relazione tensione-deformazione, utilizzata nel modello di calcestruzzo, è simile a quella illustrata nella Figura 3.

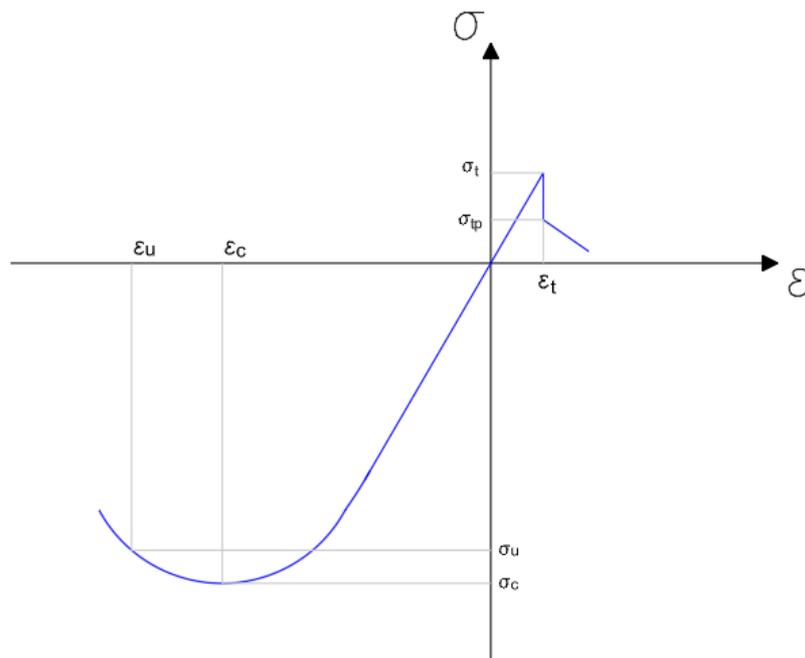


Figura 3: Relazione uni-assiale tensione-deformazione

Il modello associato al materiale calcestruzzo adattato ai dati è fondamentalmente un modello empirico che considera il calcestruzzo come un materiale fragile, con un comportamento non lineare in compressione, descrivibile unicamente tramite la sua resistenza a compressione cilindrica uni-assiale. Questo modello si basa sugli studi di M.D. Kotsovos e altri ricercatori, e viene descritto nelle seguenti fonti:

ref. M. D. Kotsovos and M. N. Pavlović, “*Structural Concrete: Finite-element analysis for limit-state design*”, Thomas Telford, London, 1995.

ref. M. D. Kotsovos and K. V. Spiliopoulos, “*Modeling of crack closure for finite-element analysis of structural concrete*”, Computers & Structures, 69:383–398, 1998.

I dati sperimentali presentati da Kotsovos et al. suggeriscono che al calcestruzzo semplice possono essere attribuite le seguenti proprietà del materiale, cercando di sintetizzare quanto necessario per comprendere i concetti principali:

- si può considerare come un materiale isotropo che mostra un comportamento non lineare sotto compressione, seguito da una condotta fragile dopo il picco, caratterizzata da una perdita totale e immediata della capacità di carico una volta raggiunta la resistenza massima;
- non è appropriato considerarlo un mezzo continuo oltre il suo carico massimo, poiché valori del coefficiente di Poisson superiori a 0,5 sono stati riscontrati vicino e intorno al livello di carico di picco;
- il comportamento a compressione del calcestruzzo fino al cedimento è determinato da processi di frattura per microfessurazione, dove le microfessure si propagano nella direzione della massima tensione principale compressiva; mentre i processi di frattura durante il cedimento sono descritti dalla macrofessurazione, in cui i piani di frattura si formano ortogonalmente alla massima tensione principale di trazione presente appena prima della frattura;

- nella fase di caricamento e scaricamento non si verifica alcun ciclo di isteresi apprezzabile;
- la rottura può essere rappresentata nello spazio delle tensioni tramite una superficie di rottura;
- le costanti del materiale possono essere correlate alla resistenza a compressione uniaassiale di un campione cilindrico.

Con questa breve descrizione, si può dire che il modello associato al materiale calcestruzzo adattato ai dati consiste in una legge σ - ε derivata da esperimenti non lineari in compressione, associata con un comportamento lineare durante le fasi di scarico/ricarico e in trazione del calcestruzzo. Inoltre, si definisce una funzione della superficie di rottura, basata su esperimenti, che stabilisce il momento in cui si verificano fessurazioni o schiacciamenti nel calcestruzzo.

Infine, si ha una risposta post-rottura per le fessurazioni basata su un approccio a fessurazioni diffuse, che permette alle fessure di chiudersi e riaprirsi.

Adesso si passa al modello di materiale plastico-ortotropo. Si basa molto sullo snervamento di Hill con indurimento proporzionale bilineare.

Il modello plastico-ortotropo si basa su:

- condizione di snervamento di Hill
- un'associata regola di flusso
- una regola di indurimento proporzionale

Le costanti elastiche possono essere sia di tipo isotropo che ortotropo. Il modello può essere usato con solidi bidimensionali o tridimensionali e con elementi shell.

Seguendo le indicazioni di Hill, si ottiene una superficie di snervamento ortotropa visionabile nel solito manuale di ADINA detto.

3. Pannello d'anima

3.1 Modellazione e definizione dei parametri

Prima di studiare l'interazione taglio longitudinale-momento trasversale in un'anima di un ponte a cassone, si è scelto di analizzarla in un singolo pannello d'anima, al fine di ricavare alcune informazioni.

Attraverso l'uso del programma di calcolo ADINA, si costruisce un pannello di anima soggetto a determinate tensioni. Vengono considerate delle tensioni longitudinali, che rappresentano lo sforzo di precompressione, delle tensioni tangenziali e momenti flettenti trasversali.

Il tutto verrà eseguito con un'analisi parametrica, una metodologia utilizzata per studiare come la variazione di diversi parametri che rappresentano, ad esempio, le proprietà dei materiali, le dimensioni strutturali o le condizioni di carico, influisce sul comportamento dell'elemento considerato. Di seguito vengono evidenziati i parametri in gioco.

La geometria dell'anima considerata sarà la seguente:

- dimensione longitudinale dell'anima $L_X = 5.00$ m
- altezza dell'anima $L_Z = 3.00$ m
- spessore dell'anima $b_w = 0.40$ m
- copriferro $c_p = 0.025$ m

Le proprietà dei materiali, invece, sono:

- resistenza calcestruzzo $f_c = 25$ MPa
- tensione snervamento acciaio $f_y = 374$ MPa
- tensione di rottura acciaio $f_t = 374$ MPa
- deformazione ultima acciaio $\varepsilon_u = 0.10$
- modulo elastico acciaio $E_S = 210000$ MPa

Si ottiene un modello come in Figura 4:

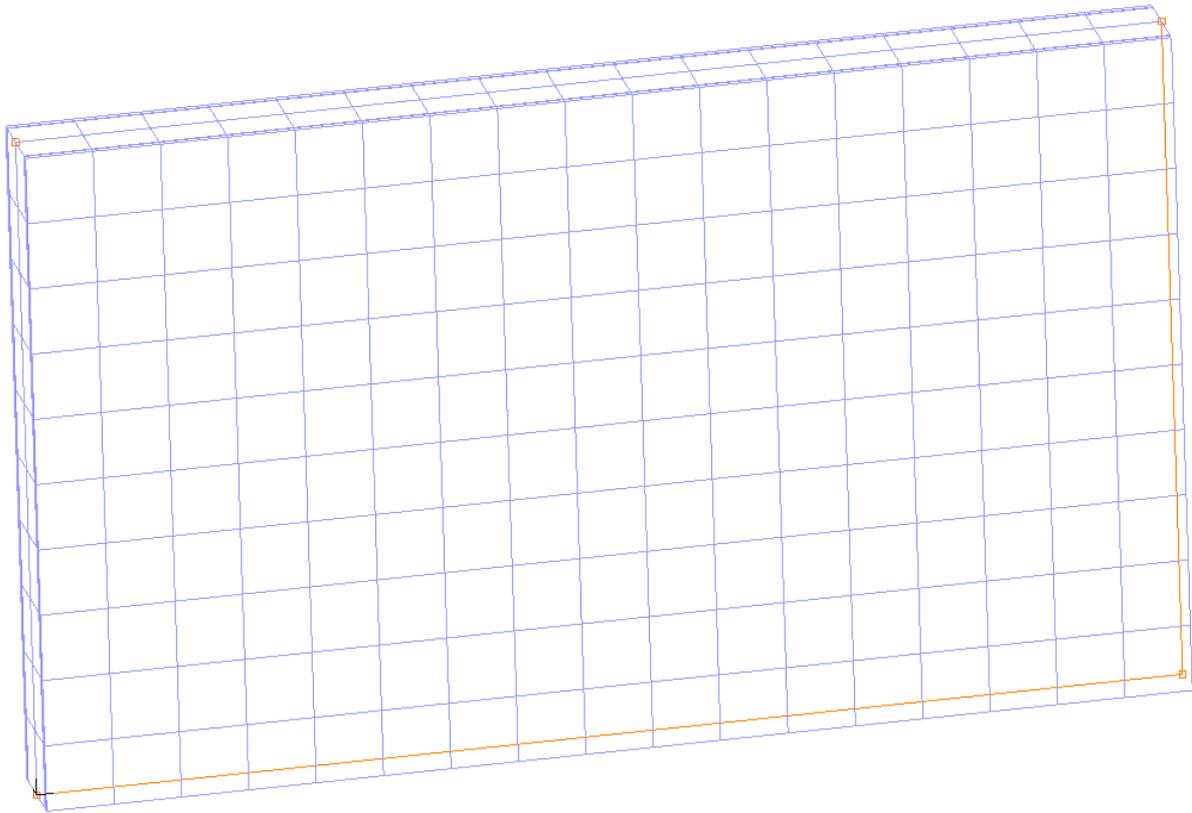


Figura 4: Modello pannello d'anima

Per quanto riguarda le armature, inizialmente, si considerano delle barre di acciaio B450C di diametro 24 mm e passo 20 cm nelle due direzioni principali. Quindi si ha:

- armatura A_{SX} , su ogni lato, lungo x pari a $4.52/0.20 \text{ cm}^2/\text{m}$
- armatura A_{SZ} , su ogni lato, lungo z pari a $4.52/0.20 \text{ cm}^2/\text{m}$

Nel programma di calcolo, l'elemento shell viene trasformato in un elemento shell multistrato, ovvero uno shell caratterizzato da diversi strati con un determinato spessore, e ad ogni strato è possibile associare un materiale diverso.

Si può apprezzare dalla Figura 5 lo spessore del pannello, avente 8 layer, di cui alcuni poco visibili dato il loro modesto spessore nel modello:



Figura 5: Dettaglio spessore pannello

Vi è un layer 1 che rappresenta il copriferro, fatto di calcestruzzo. Poi un layer 2 che sarebbe l'armatura trasversale. Questa viene trasformata in una lamiera di spessore equivalente all'armatura reale. Questo spessore equivalente è pari alla formula:

$$t_2 = \frac{5 * 4.52}{100}$$

in un metro si trovano 5 Φ 24, l'area del ferro di diametro 24 mm è pari a 4.52 cm², e la lunghezza considerata è pari a 100 cm.

Oppure si può ancora dire che vale la seguente equazione:

$$t_2 = \frac{4.52}{20}$$

Dove 20 cm è l'interasse tra i ferri

Stesse considerazioni per l'armatura longitudinale, ovvero il layer 3, in cui si ha una lamiera di spessore equivalente pari a:

$$t_3 = \frac{4.52}{20}$$

Queste si trovano corrispettivamente nei due lati dell'anima.

Adesso rimane uno strato interno, che viene diviso in due e sarà composto da calcestruzzo.

L'armatura reale resiste solo in una direzione, che sia longitudinale o trasversale. Quindi, si associa alle lamiere un materiale ortotropo.

Un materiale ortotropo è un tipo di materiale anisotropo che resiste in modo differenziato nelle tre direzioni, ovvero presenta proprietà meccaniche diverse lungo tre direzioni ortogonali tra

loro. Queste direzioni corrispondono agli assi principali di simmetria del materiale. Si ha quindi una terna destrorsa nella lamiera, si definiscono tre direzioni ma verranno usate solo le direzioni “a” e “b”, la direzione “c” è quella uscente dal piano di lavoro. Come in Figura 6.

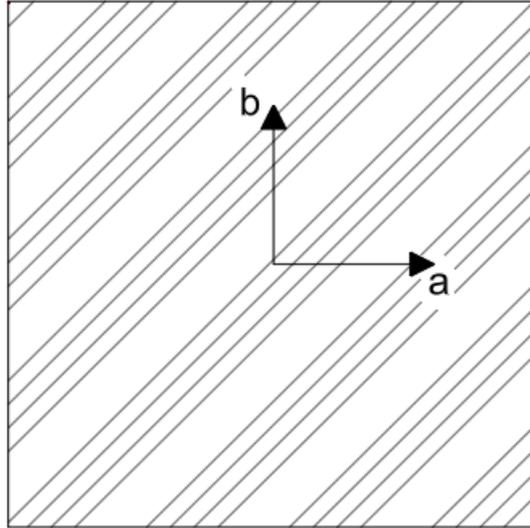


Figura 6: Assi principali di simmetria del materiale ortotropo

E per queste direzioni si definiscono modulo elastico, coefficiente di Poisson e modulo tangenziale. Se, per esempio, si vuole che la lamiera resista solo lungo la direzione “a”, “ E_a ” diviene il modulo elastico reale e agli altri moduli vengono dati dei valori molto piccoli.

Per questa lamiera che deve resistere solo lungo “a” si avrà che:

- $E_a = 210000 \text{ MPa} = 2.1 \times 10^8 \text{ kPa}$
- $E_b = E_c = G_a = G_b = G_c = 0.1 \text{ kPa}$
- $\nu_a = \nu_b = \nu_c = 0$

dove:

E_a, E_b, E_c sono i moduli elastici lungo la direzione a, b, c;

G_a, G_b, G_c sono i moduli elastici tangenziali;

ν_a, ν_b, ν_c sono i coefficienti di Poisson.

Se si volesse una lamiera che resista lungo “b” si avrebbe $E_b = 210000 \text{ MPa}$, con gli altri moduli elastici pari a 0.1 kPa.

Se si considera il primo esempio, ovvero la lamiera lungo “a”, essa avrà una legge costitutiva elastica lineare lungo “a”, come in Figura 7.

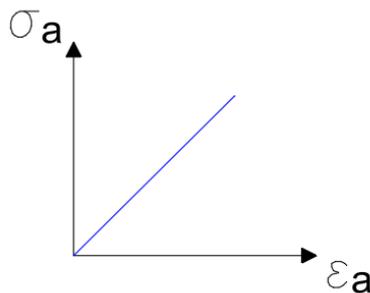


Figura 7: Legge costitutiva elastica lineare

Però, l'armatura reale ha una tensione di snervamento; quindi, il materiale diventerà un materiale plastico-ortotropo, con una tensione massima lungo "a" pari a " f_{ya} ", come rappresentato nella Figura 8.

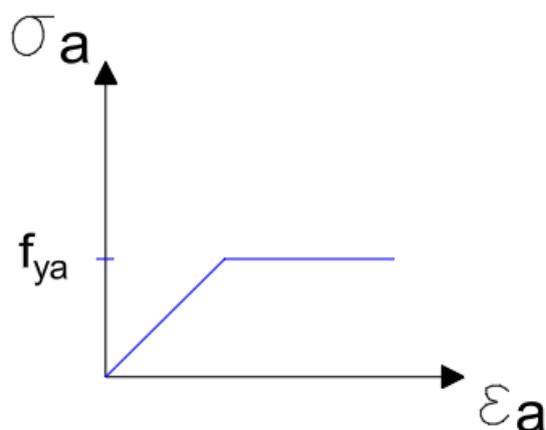


Figura 8: Legge costitutiva elastica-perfettamente plastica

Nelle analisi a seguire, vengono definiti due materiali: uno per il calcestruzzo ed uno per l'acciaio ortotropo.

Il calcestruzzo avrà una densità pari a 25 kN/m^3 , una resistenza a compressione cilindrica pari a 25000 kPa .

Per l'acciaio ortotropo, si considerano i moduli descritti prima.

La tensione di snervamento viene considerata uguale per tutte le tre direzioni, pari a 374 MPa ; tuttavia, il modulo elastico è grande solo in una direzione, così il materiale resisterà solo in quella direzione.

Ci sarebbe un altro parametro, il modulo plastico bilineare universale, tramite cui è possibile modellare un materiale elastico incrudente, invece di un elastico-perfettamente plastico. Lo si considera come parametro, e per ora lo si lascia pari a zero. In seguito, verrà considerato anche l'incrudimento.

È, in pratica, la pendenza del tratto plastico " E_p ", ovvero il modulo plastico; viene detto "universale" perché è lo stesso in tutte le direzioni.

Viene così definito un acciaio che resiste solo lungo "a", qualunque sia poi questa direzione.

Si farà una prima analisi considerando una legge costitutiva dell'acciaio elastica-perfettamente plastica, poi una seconda analisi considerando una legge elastica-incrudente; così da mettere in luce un'eventuale dipendenza dalle due leggi.

3.2 Analisi non lineare con legge costitutiva dell'acciaio elastica-perfettamente plastica

Le tensioni tangenziali τ sono descritte secondo la formulazione del tensore delle tensioni di Cauchy. Il pannello è tutto auto-equilibrato; si tratta, in sostanza, di carichi lineici come rappresentati in Figura 9.

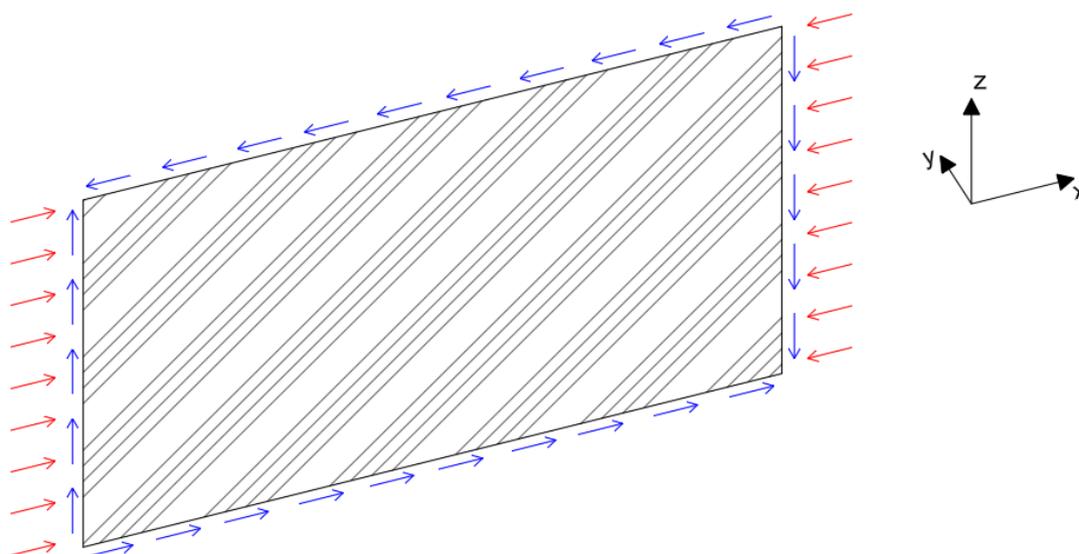


Figura 9: Tensioni nel pannello

Lo sforzo di precompressione σ si considera costante nel tempo, e simula l'effetto della precompressione.

Poi si inseriscono i momenti flettenti, come in Figura 10. Estrapolando una striscia del pannello, si noterebbe che i momenti sarebbero direzionati in modo tale da avere tutto auto-equilibrato.

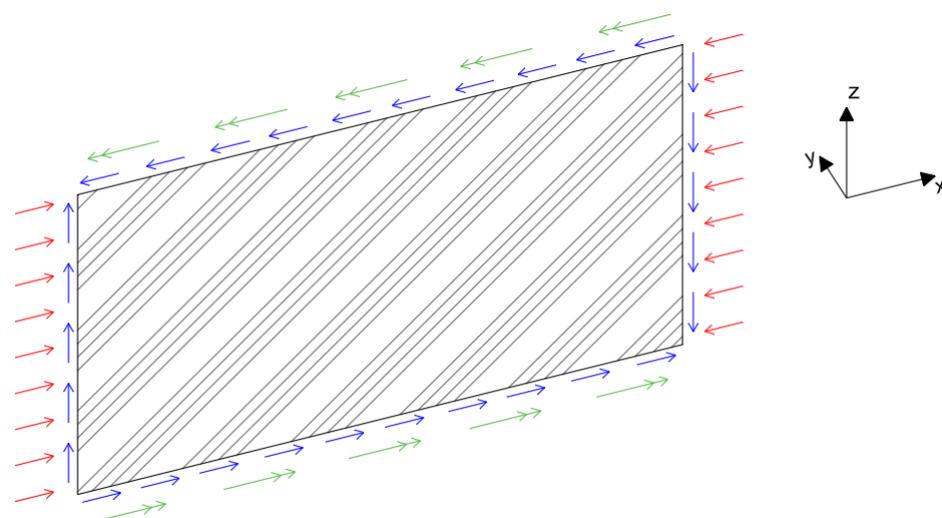


Figura 10: Momento trasversale nel pannello, in verde

Inizialmente, per studiare l'interazione tra taglio e momento, il valore del taglio " v_{sd} " viene

calcolato considerando nullo il contributo del momento. Questo corrisponderebbe al 100% del taglio disponibile; allora viene diminuito il suo valore passo dopo passo fino ad arrivare al suo 0%, e per ogni valore di taglio si avrà un valore di momento flettente.

Gli step percentuali di taglio considerati sono: 100%, 90%, 80%, 70%, 60%, 50%, 40%, 30%, 20% e 0%.

In questo modo, si cerca di comprendere cosa succede al momento flettente trasversale mentre il taglio varia.

Il 100% del taglio, quindi, corrisponde alla capacità portante per solo taglio che va trovato per tentativi. Esso è introdotto come parametro “ v_{sd} ”.

Quando si arriva allo 0% del taglio, il momento flettente trasversale sarà al suo 100%, e ciò corrisponde alla capacità portante per solo momento. Anch'esso va trovato per tentativi ed è introdotto nel parametro “ m_{sd} ”.

Complessivamente si avranno:

- forza di taglio all'unità di lunghezza v_{sd} in kN/m
- forza di compressione longitudinale all'unità di lunghezza n_{sd} in kN/m
- coppia all'unità di lunghezza m_{sd} in kN*m/m, poi trasformata internamente in coppia sul nodo nel modello

Per quanto concerne la forza di precompressione, vengono considerati dei valori fissi; vuol dire che verrà eseguita un'analisi per ogni valore di compressione longitudinale.

Le tensioni σ considerate sono: 0 MPa, 2.5 MPa, 5 MPa, 7.5 MPa e 10 MPa.

Inoltre, vanno considerati anche dei parametri legati al funzionamento più o meno corretto del software:

- dimensione mesh pari a 0.30
- fattore d'inerzia dinamica a bassa velocità pari a 0
- fattore di smorzamento dinamico a bassa velocità pari a 1

Iniziando con $\sigma=0$ MPa, si ottengono i risultati riportati in Tabella 1:

$\sigma=0$ MPa			
v_{sd}/v_0	v_{sd}	m_{sd}	m_{sd}/m_0
1.00	2180	0	0.00
0.90	1962	56	0.16
0.80	1744	92	0.26
0.70	1526	168	0.47
0.60	1308	197	0.56
0.50	1090	218	0.61
0.40	872	233	0.66
0.30	654	258	0.72
0.20	436	308	0.87
0.00	0	356	1.00

Tabella 1: Valori taglio e momento con $\sigma=0$ MPa

dove con “ v_0 ” si intende il taglio trovato considerando un momento pari a zero, e con “ m_0 ” il momento calcolato considerando un taglio pari a zero.

Con $\sigma=2.5$ MPa, si ottengono i risultati riportati in Tabella 2

sigma=2.5 MPa			
V_{sd}/V_0	V_{sd}	m_{sd}	m_{sd}/m_0
1.00	2660	0	0.00
0.90	2394	42	0.14
0.80	2128	77	0.26
0.70	1862	110	0.38
0.60	1596	167	0.57
0.50	1330	156	0.53
0.40	1064	171	0.59
0.30	798	232	0.80
0.20	532	265	0.91
0.00	0	292	1.00

Tabella 2: Valori taglio e momento con $\sigma=2.5$ MPa

Con $\sigma=5$ MPa, si ottengono i risultati in Tabella 3

sigma=5 MPa			
V_{sd}/V_0	V_{sd}	m_{sd}	m_{sd}/m_0
1.00	2825	0	0.00
0.90	2543	53	0.18
0.80	2260	75	0.25
0.70	1978	111	0.38
0.60	1695	113	0.38
0.50	1413	136	0.46
0.40	1130	189	0.64
0.30	848	364	1.23
0.20	565	322	1.09
0.00	0	296	1.00

Tabella 3: Valori taglio e momento con $\sigma=5$ MPa

Con $\sigma=7.5$ MPa, si ottengono i risultati in Tabella 4

sigma=7.5 MPa			
V_{sd}/V_0	V_{sd}	m_{sd}	m_{sd}/m_0
1.00	3086	0	0.00
0.90	2777	54	0.23
0.80	2469	90	0.37
0.70	2160	133	0.55
0.60	1852	139	0.58
0.50	1543	167	0.69
0.40	1234	148	0.61
0.30	926	288	1.20
0.20	617	241	1.00
0.00	0	241	1.00

Tabella 4: Valori taglio e momento con $\sigma=7.5$ MPa

Con $\sigma=10$ MPa, si ottengono i risultati in Tabella 5

sigma=10 MPa			
V_{sd}/V_0	V_{sd}	m_{sd}	m_{sd}/m_0
1.00	3720	0	0.00
0.90	3348	17	0.07
0.80	2976	53	0.21
0.70	2604	101	0.40
0.60	2232	137	0.54
0.50	1860	168	0.66
0.40	1488	123	0.48
0.30	1116	165	0.65
0.20	744	266	1.04
0.00	0	255	1.00

Tabella 5: Valori taglio e momento con $\sigma=10$ MPa

3.3 Riduzione armatura

Adesso vengono fatte le stesse analisi, stesse considerazioni, ma riducendo l'armatura, sia lungo x che lungo z.

Con un'armatura $A_{sx} = A_{sz} = \phi 20/20$, e considerando solo $\sigma=5$ MPa, si ritrovano i seguenti risultati.

sigma=5 MPa			
V_{sd}/V_0	V_{sd}	m_{sd}	m_{sd}/m_0
1.00	1730	0	0.00
0.90	1557	51	0.28
0.80	1384	49	0.27
0.70	1211	83	0.45
0.60	1038	112	0.61
0.50	865	113	0.62
0.40	692	134	0.73
0.30	519	176	0.96
0.20	346	178	0.98
0.00	0	182	1.00

Tabella 6: Valori taglio e momento con $A_{sx}=A_{sz}=\phi 20/20$ e $\sigma=5$ MPa

Con un'armatura $A_{sx} = A_{sz} = \phi 16/20$, e considerando solo $\sigma=5$ MPa, si ritrovano i seguenti risultati.

sigma=5 MPa			
V_{sd}/V_0	V_{sd}	m_{sd}	m_{sd}/m_0
1.00	2310	0	0.00
0.90	2079	50	0.22
0.80	1848	60	0.26
0.70	1617	78	0.34
0.60	1386	122	0.53
0.50	1155	134	0.58
0.40	924	154	0.67
0.30	693	236	1.02
0.20	462	234	1.01
0.00	0	232	1.00

Tabella 7: Valori taglio e momento con $A_{sx}=A_{sz}=\phi 16/20$ e $\sigma=5$ MPa

3.4 Legge costitutiva acciaio elastica con incrudimento

Nella definizione del materiale ortotropo per le armature è stata impiegata una legge costitutiva elastica-perfettamente plastica.

Adesso si considera un ramo incrudente dell'acciaio, come in Figura 11.

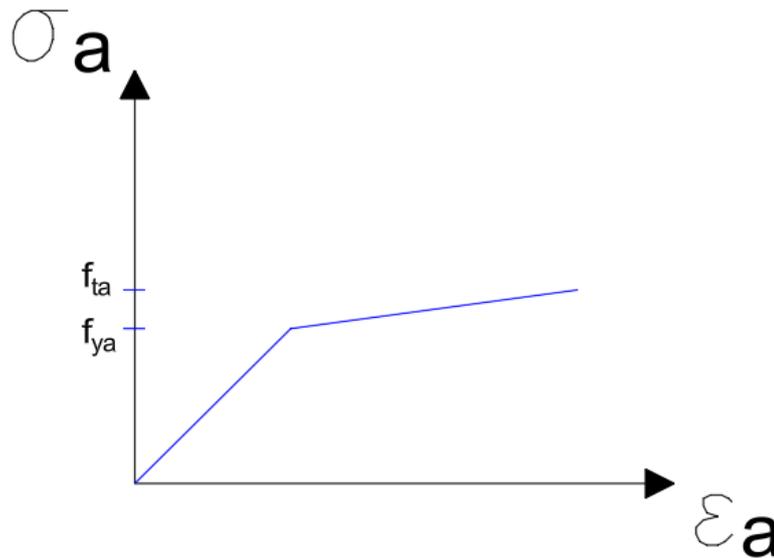


Figura 11: Legge costitutiva elastica-incrudente

Si cerca di confrontare questa condizione, ovvero come influenza questo parametro, con l'armatura $A_{sx} = A_{sz} = \phi 24/20$, $\sigma = 5$ MPa.

Si ritrovano i seguenti risultati.

sigma=5 MPa			
v_{sd}/v_0	v_{sd}	m_{sd}	m_{sd}/m_0
1.00	2822	0	0.00
0.90	2540	54	0.19
0.80	2258	84	0.29
0.70	1975	120	0.42
0.60	1693	120	0.42
0.50	1411	182	0.63
0.40	1129	188	0.65
0.30	847	298	1.03
0.20	564	308	1.07
0.00	0	288	1.00

Tabella 8: Valori taglio e momento con $A_{sx}=A_{sz}=\phi 24/20$, $\sigma=5$ MPa, ramo incrudente

4. Modello completo dell'impalcato

4.1 Costruzione modello e parametri geometrici

Nel seguente capitolo verrà analizzata l'interazione taglio longitudinale-momento trasversale in un'anima di un ponte a cassone in calcestruzzo armato precompresso con dimensioni facilmente riscontrabili nelle realtà costruttive. Spesso, questa soluzione progettuale consiste in uno schema di un ponte appoggiato su dei piloni, o spalle.

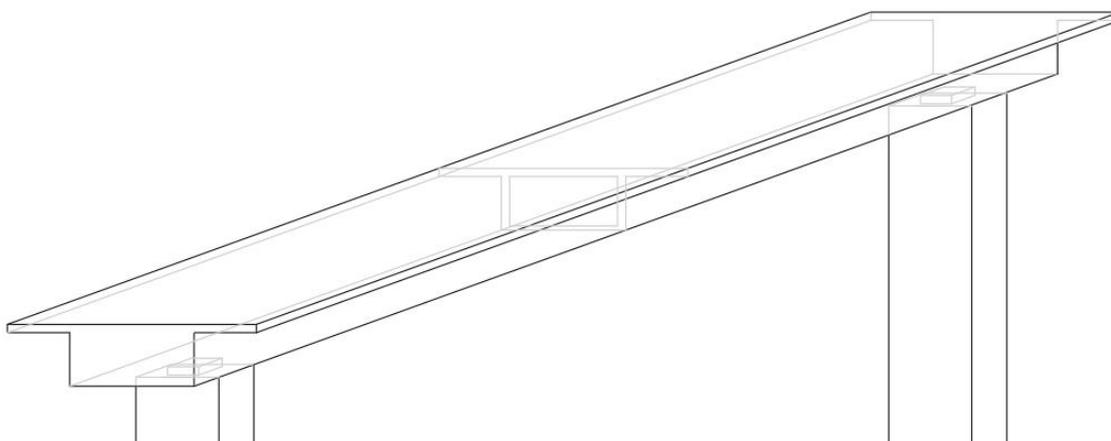


Figura 12: Ponte a cassone usuale

Qualcosa di simile, visibile anche nel libro di Menn citato prima, è il ponte Felsenau, costruito nel 1974 a Berna.

La sezione trasversale può essere a cella singola o multicellulare: ad oggi la prima è la più utilizzata. Se la larghezza dell'impalcato superasse i 15 metri, potrebbe essere utile considerare una soluzione a due celle per evitare la precompressione trasversale.

A livello delle connessioni anima-soletta, è comune ritrovare un allargamento della sezione per accomodare cavi di precompressione, come nel caso in studio.

Come anticipato nel capitolo 2, verrà eseguita un'analisi non lineare di elementi shell.

Innanzitutto, bisogna costruire un modello a shell con il programma di calcolo ADINA. È possibile modellare tutta la trave, però si sceglie di considerare un concio di trave incastrando in una certa sezione e caricando con una reazione adeguata.

Si ricorda che il tutto viene eseguito attraverso un'analisi parametrica: grazie all'utilizzo di Excel si impostano i parametri dell'analisi e, con l'assistenza di Visual Basic for Application, si genera un codice da inserire in ADINA, attraverso il quale viene creato il modello desiderato.

Visual Basic for Applications (VBA) è un linguaggio di programmazione derivato da Visual Basic, una versione integrata in diverse applicazioni Microsoft Office, come Excel. VBA permette agli utenti di automatizzare attività ripetitive, creare funzioni personalizzate e

interagire con l'interfaccia dell'applicazione.

Con questo linguaggio di programmazione, quindi, è possibile arrivare all'obiettivo di automatizzare il calcolo.

I parametri geometrici sono:

- lunghezza totale struttura " L_{tot} " = 60 m
- base superiore " B_s " = 12 m
- base inferiore " B_i " = 6 m
- altezza " H " = 3 m
- spessore sbalzo " t_c " = 0.3 m
- spessore soletta superiore " t_s " = 0.3 m
- spessore soletta inferiore " t_i " = 0.25 m
- spessore soletta superiore variabile " t_{cv} " = 0.45 m
- spessore soletta inferiore variabile " t_{iv} " = 0.45 m
- spessore anima " b_w " = 0.4 m
- spessore del diaframma " t_D " = 1 m

Poi, cambiando questi valori, cambia la geometria.

In Figura 13 sono riportati i punti geometrici generati in ADINA, con l'indicazione dell'origine degli assi cartesiani.



Figura 13: Modellazione punti geometrici del ponte

Adesso si definiscono le superfici, come in Figura 14.

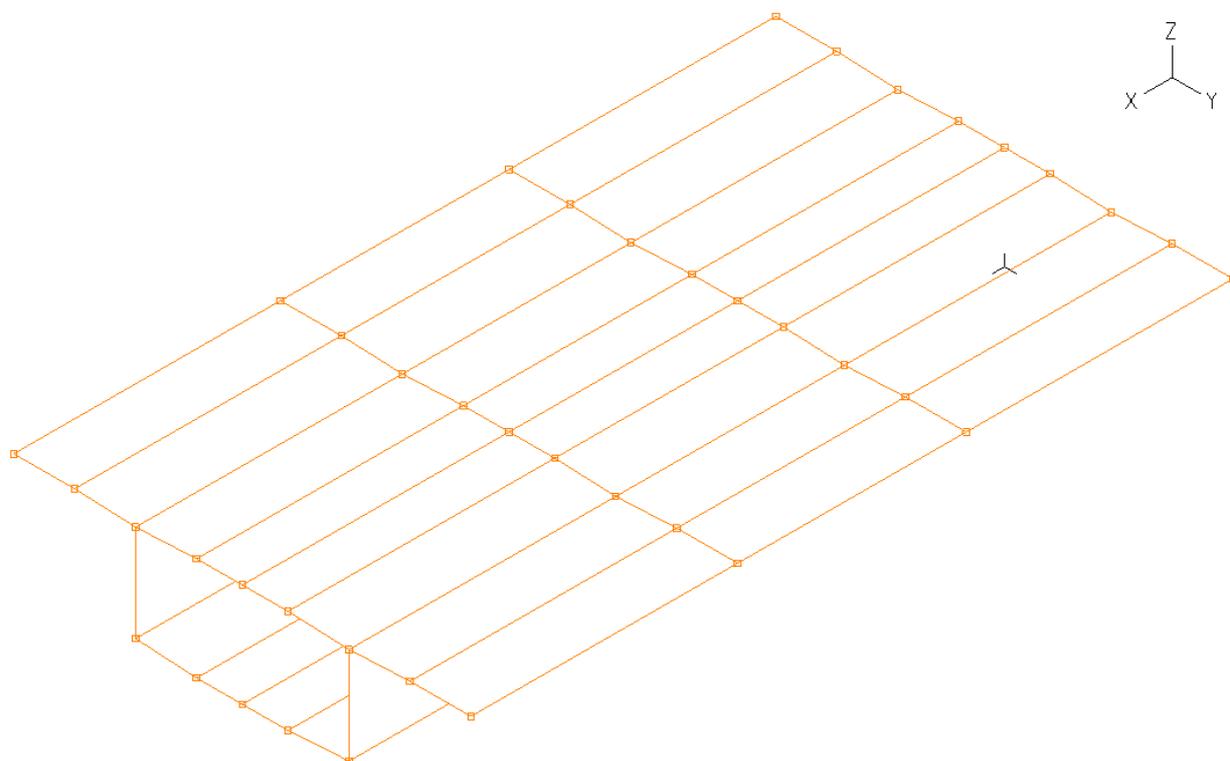


Figura 14: Modellazione superfici del ponte

Le distanze delle varie geometrie sono prese dagli assi. Poi verranno impostati gli spessori. Le superfici utilizzate sono 46, sempre modificabili seguendo l'assunto di analisi parametrica. Le superfici 43, 44, 45 e 46, definiscono il cosiddetto diaframma, vedi Figura 15, che viene posizionato all'origine dell'ascissa x.

Il diaframma è un componente strutturale trasversale realizzato, in questa soluzione, in calcestruzzo. Tra le sue principali funzioni troviamo:

- Distribuzione dei carichi, perché i diaframmi aiutano a distribuire in modo uniforme i carichi verticali del ponte, evitando che un singolo punto subisca un sovraccarico. Quindi, sono molto utili anche per distribuire bene la reazione nel vincolo.
- Rigidità laterale, contribuendo a prevenire deformazioni significative sotto l'influenza di carichi dinamici, come il traffico veicolare o le raffiche di vento.
- Stabilità strutturale, impedendo movimenti trasversali e torsionali che potrebbero compromettere l'integrità strutturale.
- Controllo delle vibrazioni indotte da fattori esterni come il vento o il traffico, migliorando la sicurezza e il comfort per gli utenti del ponte.

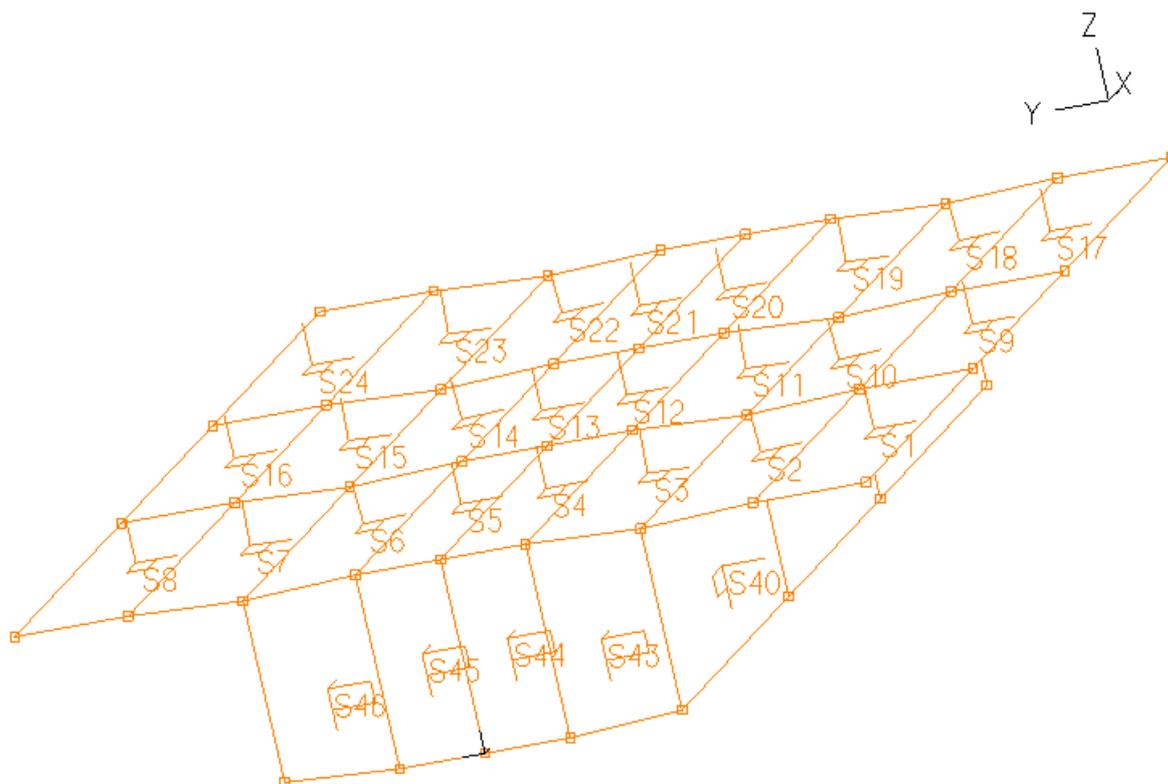


Figura 15: Superfici del ponte, con attenzione al diaframma

Il diaframma avrà anche un certo spessore, che sarebbe il valore di “ t_D ” riportato prima tra i parametri, e sarà anche lo spessore degli elementi shell creati per il diaframma.

Come parametri geometrici vengono considerate anche le lunghezze:

- $L_1 = 7$ m
- $L_2 = 6$ m
- $L_3 = 7$ m

Così facendo, le superfici saranno estruse per una lunghezza tra quelle scritte, come riscontrabile dalla Figura 14, dove la lunghezza totale di 20 m viene suddivisa in tre parti.

Con questi parametri è possibile ricavare tutta la geometria descritta. Ed il modello geometrico è così definito.

In seguito, verranno introdotti altri parametri, utili per automatizzare la dimensione mesh, i materiali, le forze da applicare, e così via.

3.2 Applicazione Carichi e Vincoli

Si suppone che la trave sia vincolata come in Figura 16, ovvero appoggiata su quelle che potrebbero essere le spalle del ponte.

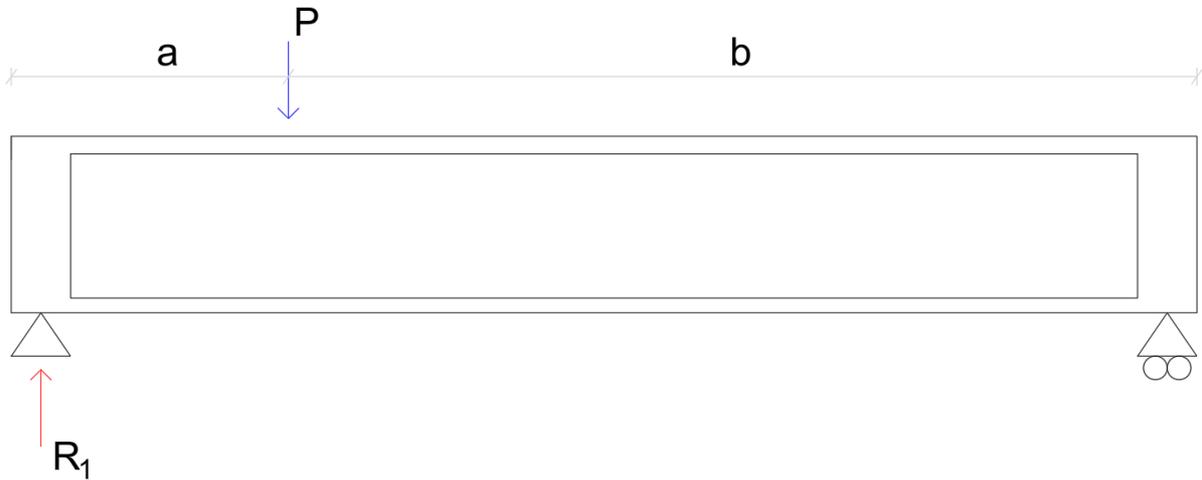


Figura 16: Trave appoggiata caricata da una forza P

Se la trave è caricata con una forza “ P ” in un generico punto, come nella figura sopra, allora nascerà una reazione “ R_1 ” pari a quella scritta.

$$R_1 = P * \frac{b}{a + b}$$

In una generica ascissa della trave, rappresentata in Figura 17, si avranno un momento ed un taglio che cercheranno di equilibrare la forza “ P ”.

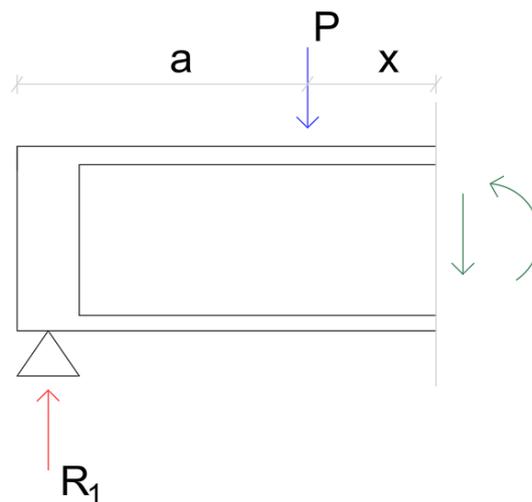


Figura 17: Generica ascissa della trave

Non è importante modellare la restante parte di struttura; quindi, è più comodo proseguire dando per assodato che il concio di trave analizzato viene considerato incastrato a destra e

caricato con la forza P e la reazione R_1 , come in Figura 18.
Il momento M ed il taglio V saranno le risultanti di quell'incastro.

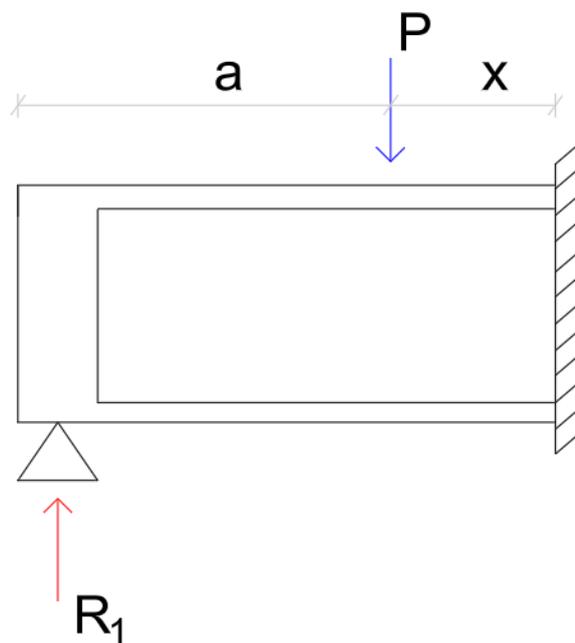


Figura 18: Concio di trave incastrato

È stato creato il modello. Si ha un diaframma all'origine dell'asse x ed un incastro dalla parte opposta, ovvero tutti i gradi di libertà sono annullati.

In corrispondenza del diaframma si hanno le reazioni vincolari che, in realtà, diventano delle forze applicate in corrispondenza dell'intersezione anima-soletta. Poi si applica una forza P in un qualsiasi punto. Il tutto può essere rappresentato come in Figura 19

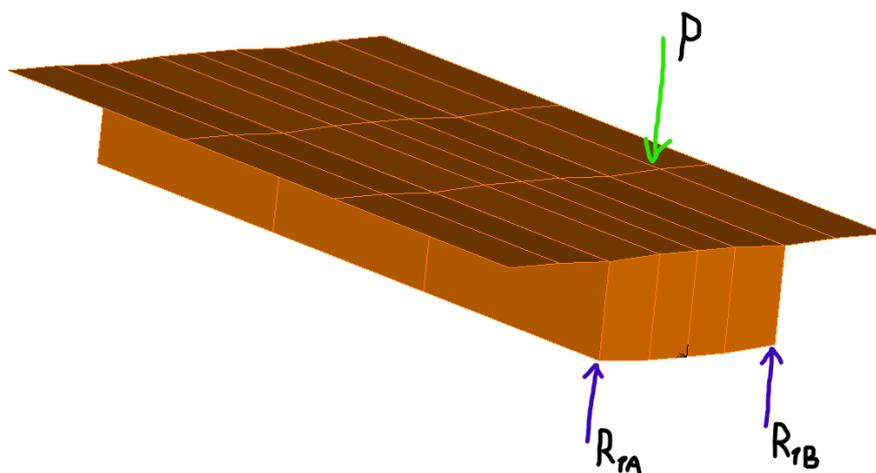


Figura 19: Modello del concio di trave

A causa sempre della forza applicata, sul ponte reale si avrà anche un'altra reazione, incastro-torsionale, dovuta dall'eccentricità della forza.

4.3 Spessori e Armature

La sezione in esame contiene spessori costanti e spessori variabili. Con il software ADINA è possibile fornire uno spessore medio e delle deviazioni che permettono di definire le superfici a spessore variabile, secondo la formula presa dal manuale (ADINA R & D, Inc., 2021):

$$\text{vertex}_1 = \text{thick} + \text{dthick}_1.$$

Questa sarebbe la formula per lo spessore al vertice denominato 1. Poi si avranno formule analoghe per i restanti vertici della superficie.

“thick” è lo spessore medio, “dthick₁”, invece, sarebbe la deviazione dello spessore in un vertice di una superficie. Quest’ultimo vale zero quando lo spessore è costante.

Era stato definito il piano medio delle superfici, adesso si inseriscono i vari valori degli spessori.

Ovviamente, gli spessori contengono materiali differenti, che vanno opportunamente inseriti. Perciò, si esamina adesso l’armatura.

Considerando, come esempio, l’elemento shell “anima”, si avranno armature longitudinali e trasversali in entrambi i lati, vedi Figura 20.

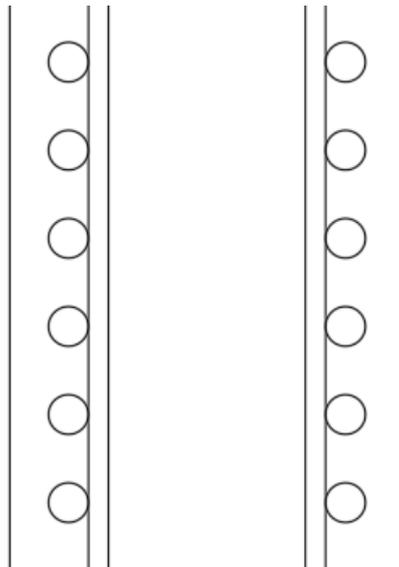


Figura 20: Armature anima reale

Si assume che l’armatura longitudinale e l’armatura trasversale siano rispettivamente:

- $A_{\text{long}} = \Phi 12/20$
- $A_{\text{trasv}} = \Phi 20/20$

Adesso, l’elemento shell viene trasformato in un elemento shell multi-layer, ovvero, come ampiamente detto, uno shell caratterizzato da diversi strati con un determinato spessore, e ad ogni strato è possibile associare un materiale diverso.

La situazione reale viene trasformata come nella Figura 21.

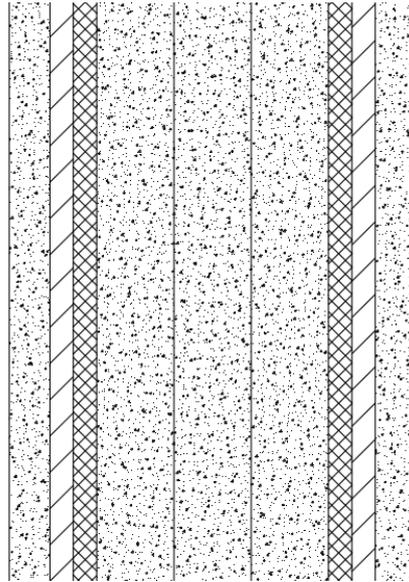


Figura 21: Armature anima modello

La suddivisione degli strati è molto simile a quanto fatto per il pannello d'anima. Sono presenti due strati di calcestruzzo esterni, a rappresentare il copriferro. I tre strati interni sono sempre di materiale calcestruzzo. Poi vi sono gli strati rappresentanti le barre di armatura.

Quelli più esterni sono strati di lamiere equivalenti dell'armatura longitudinale, quelli più interne sono strati di lamiere equivalenti dell'armatura trasversale. Questo perché, come detto, l'armatura viene trasformata in una lamiera di spessore equivalente all'armatura reale. Questo spessore equivalente, per l'armatura longitudinale, è pari a:

$$t_2 = \frac{5 * 1.13}{100}$$

dove 1.13 cm^2 è l'area dell'armatura longitudinale.

Per l'armatura trasversale si avrà:

$$t_3 = \frac{5 * 3.14}{100}$$

dove 3.14 cm^2 è l'area dell'armatura trasversale.

Come già detto nel caso del pannello d'anima, alle lamiere viene associato un materiale ortotropo.

Quindi, per quanto riguarda la tipologia di materiale usato, le caratteristiche meccaniche e le leggi costitutive, si può fare riferimento a quanto riportato nel capitolo precedente.

Essendo un'analisi parametrica, anche le armature saranno dei parametri. Vengono riportate tutte le armature parametrizzate lungo una sezione trasversale, illustrate anche nella Figura 22:

- armatura superiore dello sbalzo
- armatura inferiore dello sbalzo
- armatura superiore della soletta superiore
- armatura inferiore della soletta superiore
- armatura superiore della soletta inferiore
- armatura inferiore della soletta inferiore
- armatura interna nell'anima

- armatura esterna nell'anima

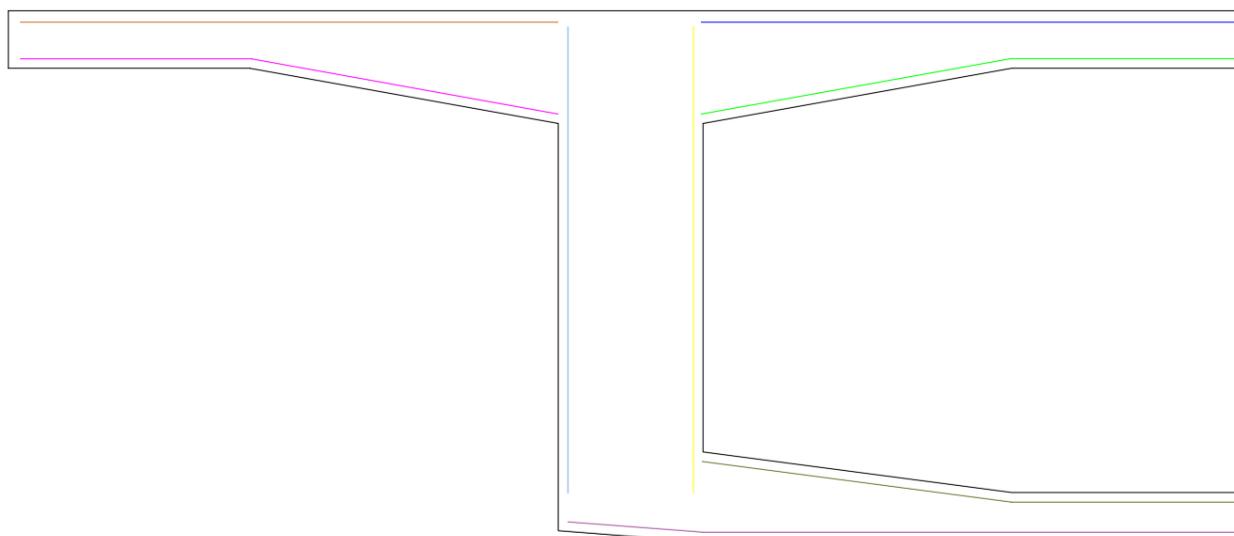


Figura 22: Armature sezione trasversale parametrizzate

Ovviamente è presente anche l'armatura longitudinale, che viene associata ad ognuna delle componenti sopra citate.

Importante è riuscire ad organizzare queste informazioni nel software, così vengono creati otto gruppi di elementi.

Un "gruppo di elementi" in ADINA è un concetto chiave utilizzato per organizzare e gestire gli elementi finiti all'interno di un modello di analisi. Questi gruppi permettono agli utenti di raggruppare insieme elementi simili per facilitare la gestione delle proprietà del materiale, l'applicazione dei carichi e delle condizioni al contorno, e per rendere più efficiente il processo di analisi e post-processing.

In Figura 23, sono illustrati i gruppi di elementi attraverso colorazioni differenti.

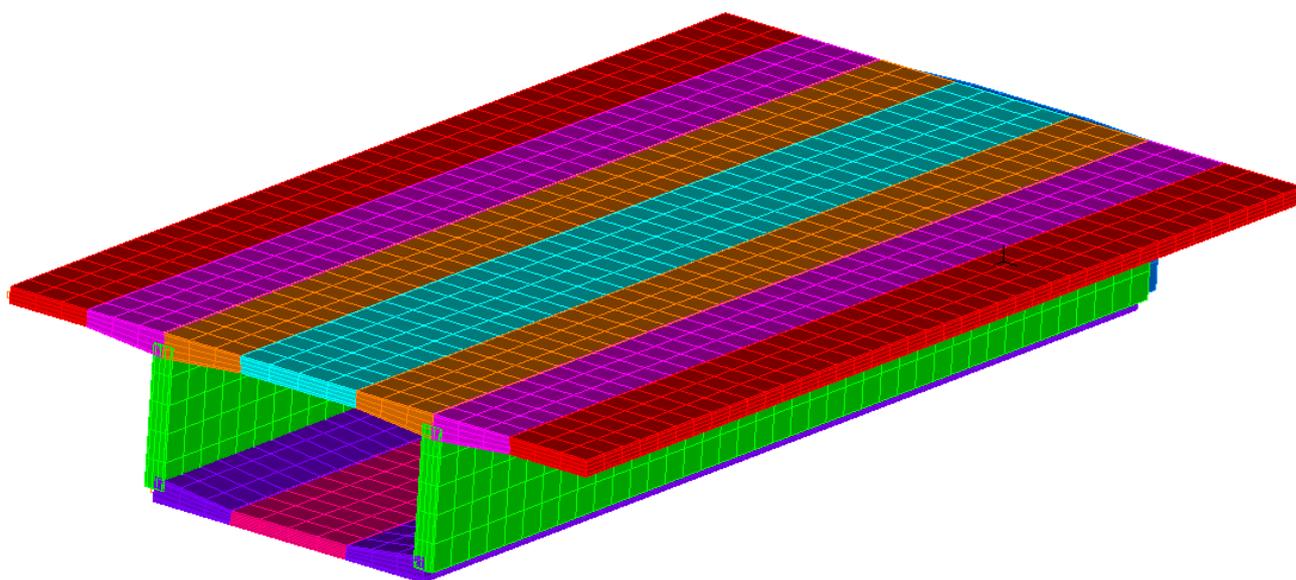


Figura 23: Gruppi di elementi

Mentre, in Figura 24, vi è un particolare dello spessore dell'anima, con la numerazione degli strati. La visione di tutti gli strati è difficile a causa del piccolo spessore di alcuni di essi.

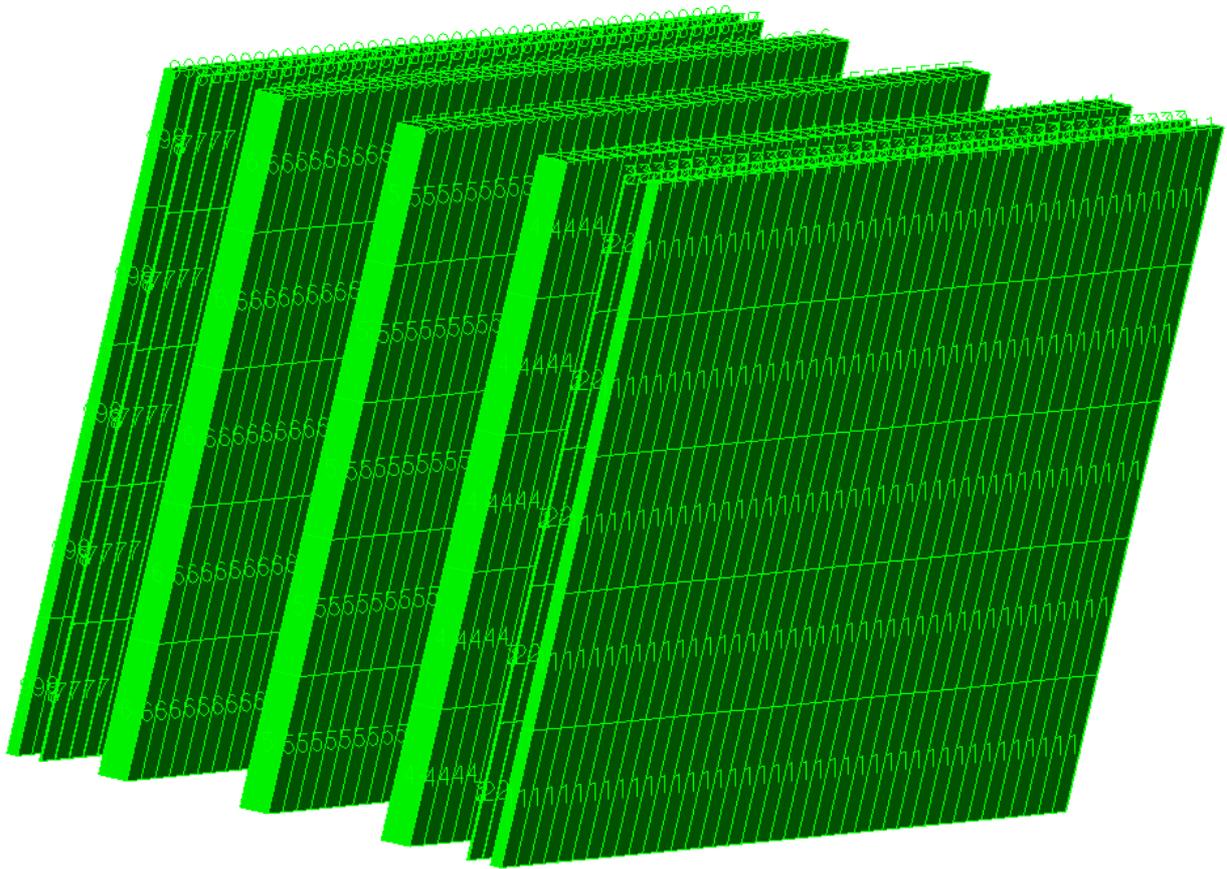


Figura 24: Spessore anima modello

4.4 Analisi non lineare Taglio longitudinale

Adesso bisogna fare un'analisi non-lineare.

Si definisce uno pseudo-tempo "t", un parametro che stabilisce come cambia il moltiplicatore dei carichi nel tempo. Ad esempio, si può assumere che valga 0 a tempo zero e 10 al tempo 1, come in Figura 25.

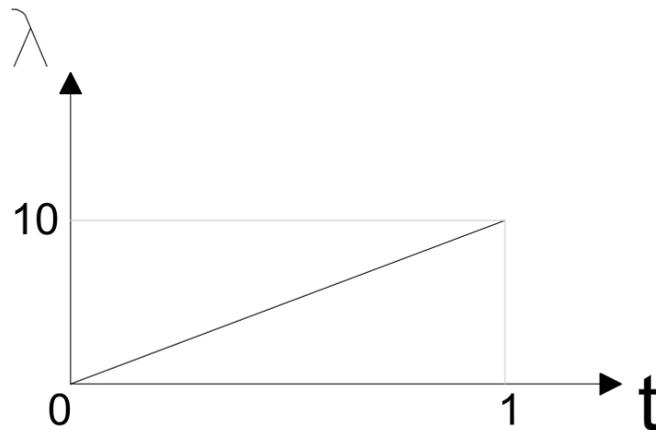


Figura 25: Moltiplicatore dei carichi

Ciò vuol dire che il programma di calcolo, in funzione dello pseudo-tempo dato, applica un gradino di carico alla struttura e la risolve, poi applica un altro gradino di carico e risolve di nuovo.

Si sta svolgendo un'analisi incrementale, così da simulare come la struttura risponde a carichi che variano nel tempo. Quando combinata con le funzioni temporali, l'analisi incrementale consente di modellare in modo dettagliato l'evoluzione temporale di sollecitazioni e deformazioni.

Quindi, nel caso si volesse che la precompressione sia costante allora verrà data una legge costante; se, invece, il carico lineare è variabile allora verrà fornita un'altra legge.

Questa è la funzione temporale, che indica come si modifica il carico applicato nello pseudo-tempo.

L'analisi non-lineare che viene svolta, in prima battuta, è fatta considerando solo il taglio.

Avendo una trave in semplice appoggio come in Figura 26, la si carica con solo una forza "F" in mezzzeria. Non viene considerato neanche il peso proprio, ma solo quella forza. Vuol dire che si avrà una reazione vincolare pari a $F/2$.

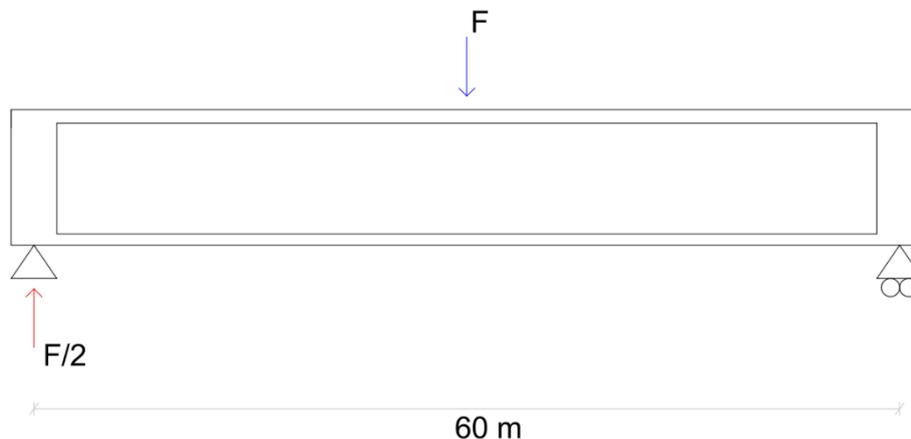


Figura 26: Trave reale caricata in mezzeria

Quindi, nel modello in ADINA, si avrà $F/4$ in corrispondenza delle anime.

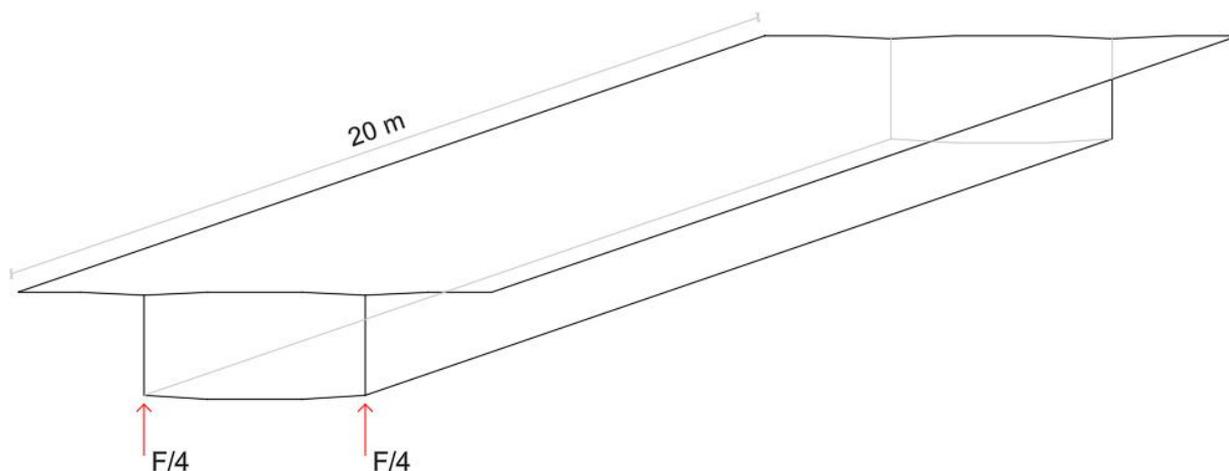


Figura 27: Trave da modellare caricata con le reazioni

Come detto, viene studiato solo un concio di trave lungo 20 m, pari a circa sette volte l'altezza. Nella situazione di carico in mezzeria su trave appoggiata, sarà presente un momento in mezzeria pari a $F \cdot L/4$, oltre al Taglio discusso prima, che a $x=0$ è pari a $F/2$.

Ovviamente, occorre un'armatura a taglio " A_{sw}/s ". Questa viene assunta pari a $\Phi 20/20$. Sono staffe con quattro bracci, ed ogni anima ne ha una interna ed una esterna.

Questa armatura sarà:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{4 * \pi}{20 \text{ cm}}$$

Da normativa si avrà un taglio resistente " V_r " che deve tener conto dei due materiali in gioco, così si calcolano le due quantità: resistenza a trazione delle bielle tese d'anima " $V_{Rd,s}$ " e la resistenza a compressione delle bielle compresse d'anima " $V_{Rd,max}$ "

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} * z * f_{yd} * \cot \theta$$

dove " z " è il 90% dell'altezza utile, " f_{yd} " la tensione di snervamento dell'acciaio considerato, ovvero dell'acciaio B450C, " θ " è l'angolo di inclinazione dei puntoni di calcestruzzo

compresso all'interno della struttura del traliccio.

$$V_{Rd,max} = v * \alpha_{cw} * f_{ck} * (2 * b_w) * \frac{z}{\frac{\cot\theta + 1}{\cot\theta}}$$

dove

- v è un coefficiente che tiene conto della minore resistenza a compressione del calcestruzzo per effetto di tensioni di trazione trasversali, si pone uguale a 0.5
- α_{cw} è un coefficiente dipendente dall'intensità della forza di compressione agente sulla sezione; quindi, pari ad 1 in questo caso
- f_{ck} è la resistenza a compressione del calcestruzzo, posto uguale a 30 MPa

Modificando il valore di $\cot\theta$, per tentativi, si fa in modo di ottenere circa $V_{Rd,max} = V_{Rd,s}$.

In questo caso, si ottiene $\cot\theta = 1.97$ e un taglio resistente pari a circa 12205.30 kN, che sarebbe il minimo tra i due tagli.

Ottenuto il taglio resistente come $V_r = \min(V_{Rd,s}, V_{Rd,max})$, si ha la Forza

$$F = 2 * V_r = 24410.58 \text{ kN}$$

Quel taglio resistente è, più o meno, quello che si deve trovare con l'analisi non lineare; potrebbe variare di un 15% circa.

In questo modo, nello schema di trave appoggiata, si applica una forza F tale da avere il massimo taglio che la struttura possa portare. Poi, come detto, si applica $F/4$ nel modello e si effettua l'analisi non-lineare.

Ovviamente, si deve fare in modo che la trave porti anche a flessione, soprattutto nella soletta inferiore che si trova in zona tesa; quindi, si calcola l'armatura a flessione.

Una volta che si conosce il valore di "F", è semplice trovare anche il momento menzionato in precedenza:

$$M = F * \frac{L}{4}$$

Adesso è possibile stimare l'armatura longitudinale "A_{sl}":

$$A_{sl} = \frac{M}{z * f_y}$$

Si sta sovra-armando il modello, perché non deve rompersi a flessione; si vedranno delle fessure ma nella realtà interessa solo come si comporta a taglio.

Quindi l'armatura a taglio è progettata per essere quella corretta; a flessione, invece, si sta armando molto con un'armatura costante nella soletta inferiore, in grado di assorbire il momento che nasce dalle reazioni inserite.

L'armatura A_{sl} trovata dal calcolo sarà posizionata nella soletta inferiore su due livelli. Vengono stilate le armature discusse nella tabella 9.

Soletta superiore	longitudinale	$\phi 12/20$
	trasversale	$\phi 20/20$
Soletta inferiore	longitudinale	da calcolo
	trasversale	$\phi 20/20$
Anime	longitudinale	$\phi 12/20$
	trasversale	$\phi 20/20$

Tabella 9: Valori delle armature

Avendo sovra-armato a flessione, ci si aspetta che il collasso avvenga a causa del taglio. Questa procedura è utile per capire come si comporta la struttura a taglio, che è preso da quei $\phi 20/20$ deciso preliminarmente per l'armatura A_{sw}/s . Come sempre, sono valori parametrizzati; quindi, è possibile controllare cosa succede se, ad esempio, si applica all'armatura a taglio un $\phi 16/20$: varierebbe il taglio resistente, quindi anche la forza, che incide sul momento e quindi cambierà l'armatura inferiore. In questo modo, è tutto collegato.

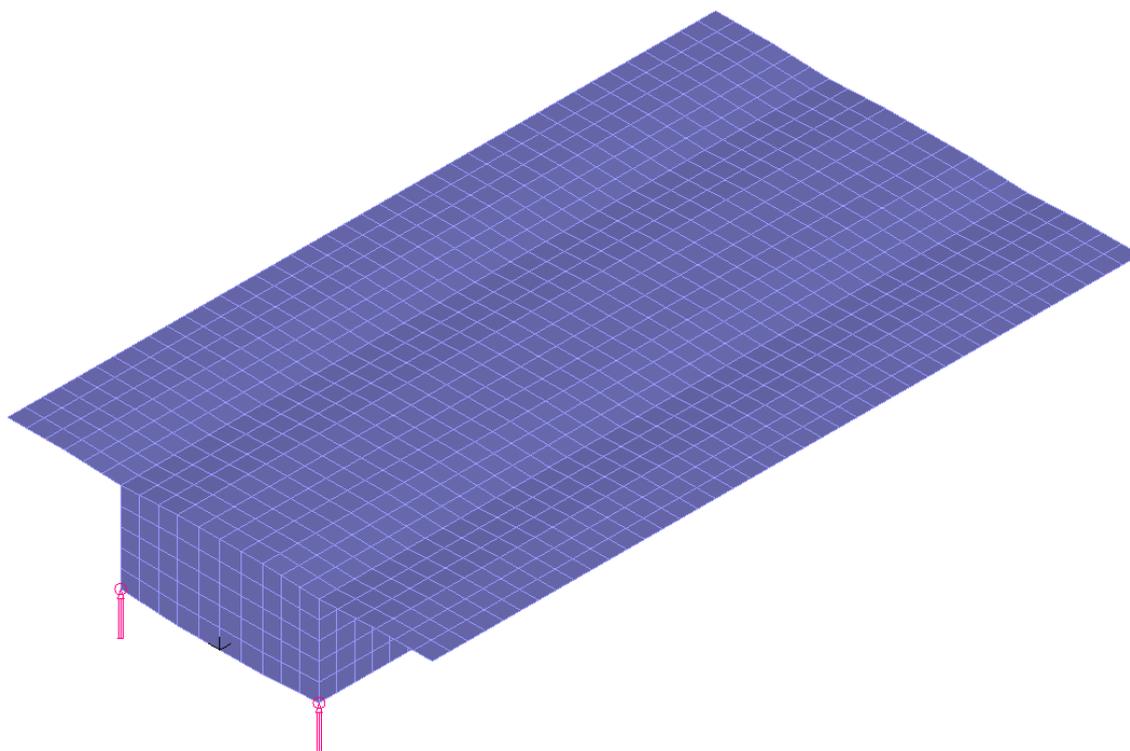


Figura 28: Trave modellata in ADINA e caricata con le reazioni

In Figura 28, sono applicate le reazioni in corrispondenza delle anime; in Figura 29 si può apprezzare la deformata, incrementata del 10% per un maggior controllo ottico.

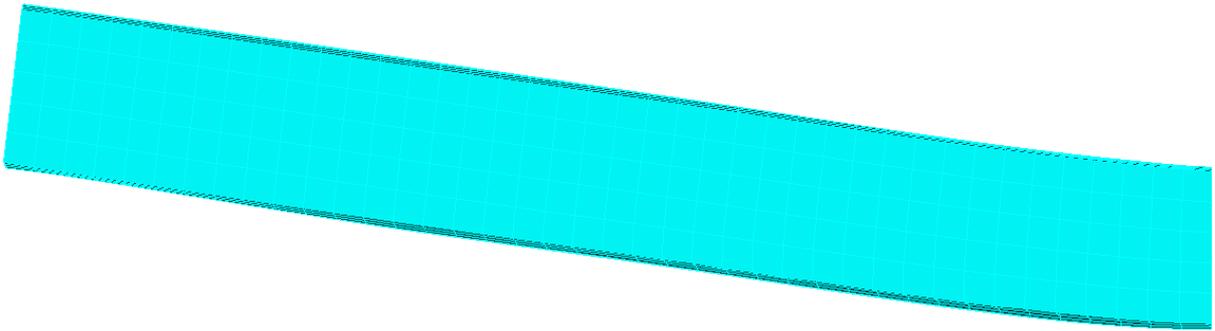


Figura 29: Deformata della trave per effetto del carico concentrato in mezzeria

4.5 Precompressione

Sino ad ora si è visto, nella condizione più semplice, il comportamento a taglio della struttura, assumendo alcune armature. Adesso verranno applicati diversi livelli di sforzo normale, per capire come questo possa influire sulla resistenza a taglio della struttura.

Dopodiché, si aggiunge anche un carico eccentrico, così da far nascere un momento flettente trasversale, in modo tale da ricostruire l'interazione fra taglio e momento flettente trasversale cercata.

La trave analizzata è precompressa, quindi bisogna considerare la forza di precompressione che agisce su di essa.

Per far ciò, viene aggiunto uno sforzo normale via via crescente. Nelle equazioni in forma chiusa scritte prima, aggiungendo uno sforzo normale, cambia relativamente poco.

Nell'equazione del taglio resistente del calcestruzzo, adesso rientra il valore di " α_{cw} ", dato che prima aveva valore unitario. Esso dipende strettamente dallo sforzo normale applicato, seguendo la legge in Figura 30.

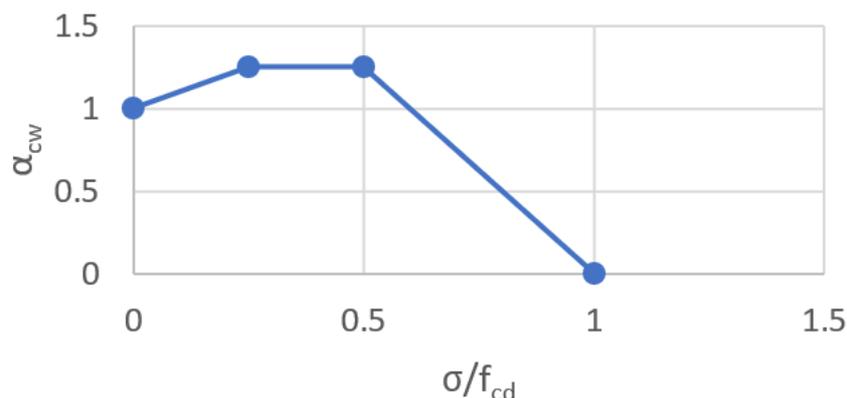


Figura 30: Coefficiente α_{cw}

Cambiando α_{cw} cambia il valore di $\cot\theta$ e il valore del taglio resistente, quindi anche la forza da applicare “F”.

Quindi bisogna rifare le analisi andando a cambiare lo sforzo normale di compressione. È una tensione “ σ ” che si sceglie di variare da 0 a 10 MPa.

Poi questa tensione viene moltiplicata per lo spessore degli elementi e diviene un carico lineico. Quando lo spessore è variabile, si prende lo spessore medio.

$\sigma=0$ è il risultato ottenuto prima, ovvero un valore massimo del taglio pari a circa 2123 kN.

Adesso si considerano le seguenti tensioni σ : 2, 4, 6, 8 e 10. Si deve trovare il taglio massimo per ognuna di queste tensioni longitudinali.

Con ciò si tiene conto della precompressione, in modo semplificato.

La precompressione verrà considerata costante nel tempo, come nella Figura 31;



Figura 31: Andamento tensione di precompressione nel tempo

le reazioni, invece, seguiranno una legge lineare crescente, da zero al valore massimo, come riportato nella Figura 32.

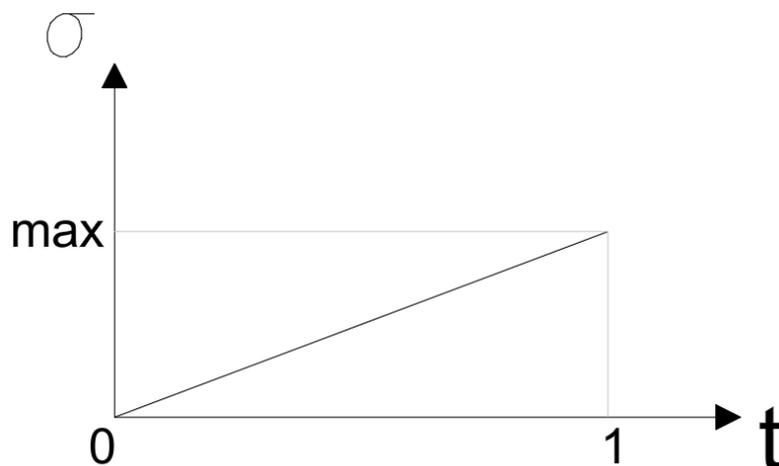


Figura 32: Andamento delle reazioni nel tempo

Quindi, inizialmente, sarà presente solo sforzo normale. Poi, pian piano, si aggiungono momento flettente e taglio, che aumentano con il tempo. E da qui, si trova qual è la massima forza che si riesce ad applicare, ovvero finché converge l'analisi non lineare del software agli elementi finiti.

1. $\sigma = 0$

Sono risultati già trovati in precedenza, e si ha:

- $\alpha_{cw} = 1$
- $\cot\vartheta = 1.97$
- $F/4 = 6102.65 \text{ kN}$

$F/4$ sarebbe la forza applicata in un singolo appoggio.

2. $\sigma = 2$

- $\alpha_{cw} = 1.12$
- $\cot\vartheta = 2.11$
- $F/4 = 6538.00 \text{ kN}$

3. $\sigma = 4$

- $\alpha_{cw} = 1.24$
- $\cot\vartheta = 2.24$
- $F/4 = 6945.46 \text{ kN}$

4. $\sigma = 6$

- $\alpha_{cw} = 1.25$
- $\cot\vartheta = 2.26$
- $F/4 = 6995.02 \text{ kN}$

5. $\sigma = 8$

- $\alpha_{cw} = 1.25$
- $\cot\vartheta = 2.26$
- $F/4 = 6995.02 \text{ kN}$

6. $\sigma = 10$

- $\alpha_{cw} = 1.03$
- $\cot\theta = 2.01$
- $F/4 = 6214.35 \text{ kN}$

Adesso vengono rappresentati, in Tabella 10, i tagli massimi ottenuti con le formule da normativa “V_teor” e con l’uso del software agli elementi finiti “V_adina”.

sigma	V_teor	V_adina
0	12205.30	14280.20
2	13076.00	15821.96
4	13891.00	16530.29
6	13990.00	14969.30
8	13990.00	14969.30
10	12428.70	14293.01

Tabella 10: Valori del taglio massimo per ogni valore di σ

4.6 Variazione della lunghezza modello

Cambiando lunghezza del modello, fino ad ora assunta pari a 20 m, il taglio massimo teorico rimarrà lo stesso, ma quello computato agli elementi finiti cambierà.

Allora si vuol capire quanto sia importante la variazione, quanto incida la forza concentrata vicino al vincolo.

Verranno considerate le seguenti lunghezze:

- L=10 m
- L=5 m

Teoricamente il carico di collasso dovrebbe aumentare, perché la forza è applicata più vicino al vincolo.

Si ottengono i seguenti risultati nelle due tabelle sotto.

L=5		
sigma	V_teor	V_adina
0	12205	14573
2	13076	16868
4	13891	18225
6	13990	19264
8	13990	20355
10	12429	21129

Tabella 11: Valori del taglio massimo per ogni valore di σ , con L=5

L=10		
sigma	V_teor	V_adina
0	12205	14366
2	13076	15953
4	13891	17003
6	13990	17208
8	13990	17683
10	12429	16965

Tabella 12: Valori del taglio massimo per ogni valore di σ , con L=10

Le variazioni sono reali, soprattutto con una lunghezza uguale a 5 m.

4.7 Taglio da normativa

Nella vecchia normativa, la NTC 2018, vi sono le regole per calcolare la resistenza a taglio con forze applicate vicino all'appoggio. Però, nella nuova versione dell'eurocodice, queste regole sono state aggiornate e viene fornita una procedura differente.

Quindi, quello che si farà è confrontare i carichi ottenuti con quelli che darebbe il nuovo eurocodice.

La norma (EN 1992-1-1 (E)) fornisce il valore della tensione tagliante, nella formula (8.18):

$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{b_w * z}$$

Con la formula inversa, è possibile trovare il valore del taglio "V_{Ed}".

La situazione da indagare è riportata nella Figura 33, presa dalla norma (EN 1992-1-1 (E)):

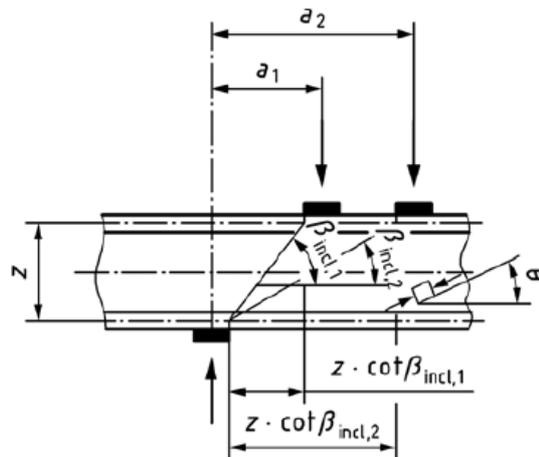


Figura 33: Andamento delle reazioni nel tempo

Dove la distanza "a" sarebbe 5 o 10 metri considerati.

La formula che verrà applicata sarà questa, (EN 1992-1-1 (E)) formula (8.55):

$$\tau_{Rd} = v \cdot f_{cd} \frac{\cot\theta - \cot\beta_{incl}}{1 + \cot^2\theta} + \rho_w \cdot f_{ywd} \cdot \cot\beta_{incl}$$

dove $\cot\theta$ stavolta varia tra 1 e 3, perché è così per gli elementi compressi.

L'angolo β_{incl} è quello descritto nella figura precedente.

Queste considerazioni valgono finché $\cot\beta_{incl} < \cot\theta$.

Si deve sempre trovare il massimo valore applicabile, ovvero la tensione resistente τ_{rd} .

Quindi si inizia con $L=5$ m, e si osserva cosa cambia con le varie tensioni (0, 2, 4, 6, 8, 10 MPa). Poi $L=10$ m non verrà preso in considerazione perché non si rispetta la disequazione descritta prima.

Il $\cot\theta$ minimo che posso applicare dipende dalla tensione σ . Quindi si può arrivare a $\cot\theta_{min}=3$. In particolare, nella normativa è riportato, sostanzialmente, che $\cot\theta_{min}=3$ quando si hanno

membri soggetti ad una significativa forza di compressione assiale, con una tensione di compressione media pari a circa 3 MPa.

Così si trovano i tagli resistenti da normativa, riportati sotto

σ	V_teor	V_norme
0	12205.30	10427.59
2	13076.00	9490.71
4	13891.00	9072.00
6	13990.00	9072.00
8	13990.00	9072.00
10	12428.70	9072.00

Tabella 13: Valori del taglio massimo da normativa per ogni valore di σ , con $L=5$

4.8 Momento flettente trasversale

Come ultima sollecitazione, si aggiunge un momento flettente trasversale.

Quando si applica un carico eccentrico, come nella Figura 1 già commentata, il ponte tenderà a deformarsi e ci sarà una parte di anima tesa, perché il momento flettente la tende, e una parte compressa. Allora, vi è una richiesta di armatura aggiuntiva nella parte tesa, a causa di un effetto trasversale, che verrà indagato.

Stavolta il vincolo incastro viene posto ad una distanza di 30 m dall'ascissa $x=0$.

Se prima la tensione sull'armatura del layer interno ed esterno delle anime erano più o meno uguali, adesso si dovrebbe notare una certa differenza. E da qui, si faranno delle valutazioni su come vengono redistribuite le sollecitazioni.

Le armature rimangono le stesse, non verranno modificate.

Se la flessione trasversale non avesse nessun effetto, si dovrebbe arrivare ad avere lo stesso valore di reazione trovato prima. Ad esempio, nel caso di lunghezza modello $L=20$ e tensione longitudinale $\sigma=0$, si era trovato un valore teorico di taglio pari a 12205 kN; ed è questo il valore che si otterrebbe se non si avvertissero effetti dovuti dalla flessione trasversale. Nella realtà, ovviamente, un effetto ci sarà.

Verrà considerata nuovamente la precompressione, con le varie tensioni.

L'effetto della flessione trasversale genera una riduzione, infatti valori più bassi saranno imprescindibili.

I carichi agenti che generano flessione trasversale potrebbero essere dei carichi concentrati eccentrici, come spesso avviene nella realtà: persone o mezzi che sostano nei pressi di uno sbalzo del ponte.

Però, per una migliore operatività del software ADINA, si sceglie di caricare la trave con delle

coppie sulle linee corrispondenti all'intersezione soletta superiore-anima, così da generare un momento flettente trasversale. Certamente, si ha lo stesso effetto.

In precedenza, è stato trovato un taglio resistente. E, adesso, verrà applicata solo una sua percentuale, non il 100% del taglio. O meglio, si considerano diverse percentuali di taglio per ogni tensione longitudinale σ , e saranno: 0%, 15%, 30%, 45%, 60%.

La funzione temporale del taglio resistente crescerà fino ad un certo punto, per poi rimanere costante. Quando questa è costante, iniziano a crescere le coppie applicate, fino ad arrivare a non convergenza, ovvero alla rottura. La precompressione, invece, rimane sempre costante.

In Figura 34, è riportato un esempio di trave soggetta al 30% del taglio, con una tensione longitudinale $\sigma=4$ ed una flessione trasversale.

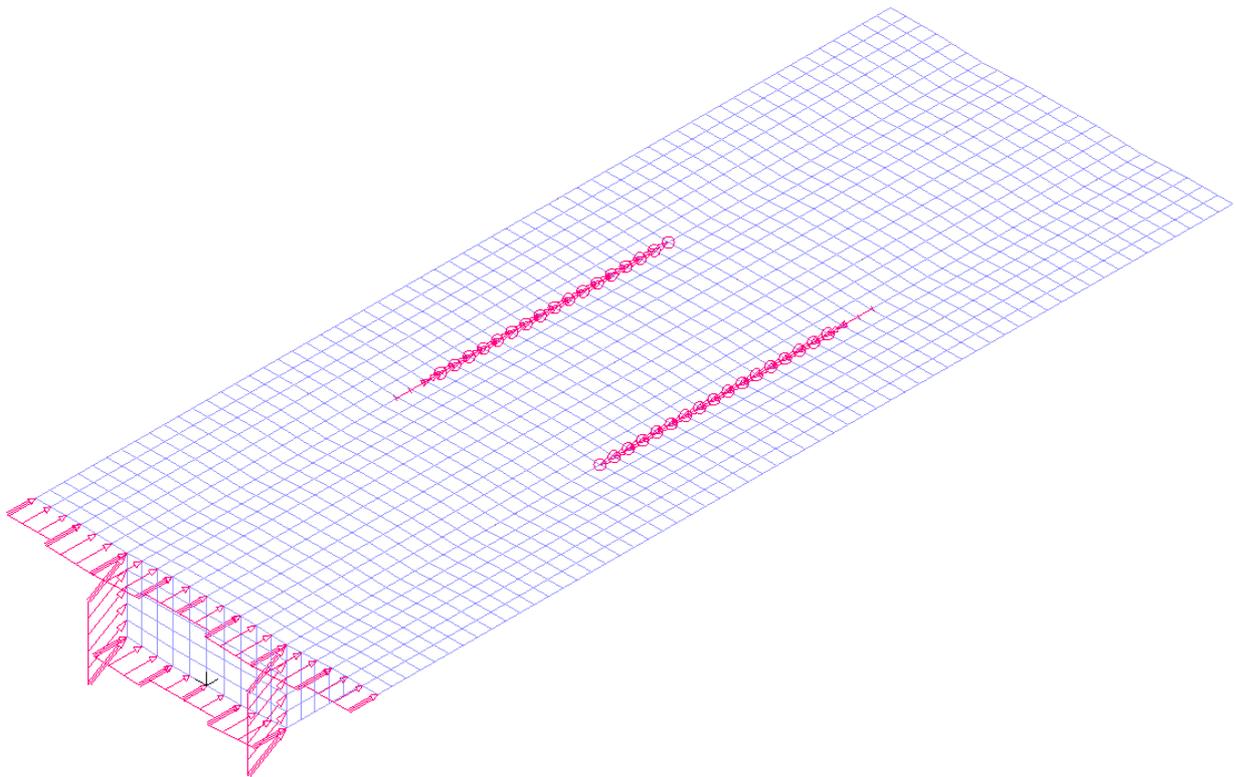


Figura 34: Trave soggetta a flessione trasversale, taglio longitudinale e sforzo normale

In questo modo, si cerca qual è la massima coppia che è possibile applicare per una certa percentuale del taglio resistente e un certo valore di tensione longitudinale.

Ci si pone in una condizione semplice, ovvero stesse coppie nelle due linee, in modo simmetrico, quindi una positiva e l'altra negativa. La lunghezza della linea caricata dalle coppie è pari a 8 m, ovviamente risulta essere un parametro.

Adesso vengono riportati i risultati dell'analisi non lineare, per ogni valore di tensione longitudinale " σ " e per ogni percentuale di taglio resistente, come definito precedentemente.

- Con $\sigma = 0$, si ottengono i risultati ivi riportati.

sigma=0	
V/Vr	M
0.00	475
0.15	649
0.30	655
0.45	585
0.60	428

Tabella 14: Valori del momento per ogni percentuale di taglio, con $\sigma=0$ MPa

dove “V_r” è il taglio trovato prima, “V” è la sua percentuale considerata.

- Con $\sigma=2$

sigma=2	
V/Vr	M
0.00	555
0.15	645
0.30	595
0.45	555
0.60	425

Tabella 15: Valori del momento per ogni percentuale di taglio, con $\sigma=2$ MPa

- Con $\sigma=4$

sigma=4	
V/Vr	M
0.00	635
0.15	595
0.30	430
0.45	465
0.60	390

Tabella 16: Valori del momento per ogni percentuale di taglio, con $\sigma=4$ MPa

- Con $\sigma=6$

sigma=6	
V/Vr	M
0.00	640
0.15	570
0.30	340
0.45	345
0.60	195

Tabella 17: Valori del momento per ogni percentuale di taglio, con $\sigma=6$ MPa

- Con $\sigma=8$

sigma=8	
V/Vr	M
0.00	570
0.15	505
0.30	415
0.45	355
0.60	265

Tabella 18: Valori del momento per ogni percentuale di taglio, con $\sigma=8$ MPa

- Con $\sigma=10$

sigma=10	
V/Vr	M
0.00	505
0.15	390
0.30	365
0.45	370
0.60	235

Tabella 19: Valori del momento per ogni percentuale di taglio, con $\sigma=10$ MPa

Conclusioni

Il criterio di convergenza adottato è quello agli spostamenti, un metodo utilizzato spesso nelle analisi agli elementi finiti, per determinare se una soluzione iterativa ha raggiunto un livello di precisione accettabile. Questo criterio è particolarmente utile nelle analisi non lineari, dove le soluzioni vengono approssimate attraverso iterazioni successive.

Adesso vengono riportati i grafici trovati, che vogliono accostare il taglio longitudinale con il momento trasversale, per capire come interagiscono fra di loro.

Partendo dal pannello d'anima studiato nel capitolo 3, si era analizzata la condizione con un'armatura $\phi 24/20$. Poi, nel paragrafo 3.3, è stato studiato l'effetto di una riduzione dell'armatura, sia lungo x che lungo z.

Tenendo inalterata la tensione longitudinale, $\sigma=5$ MPa, e considerando le armature:

- $A_{sx} = A_{sz} = \phi 20/20$
- $A_{sx} = A_{sz} = \phi 16/20$

dall'analisi non lineare si ritrova il seguente grafico di interazione.

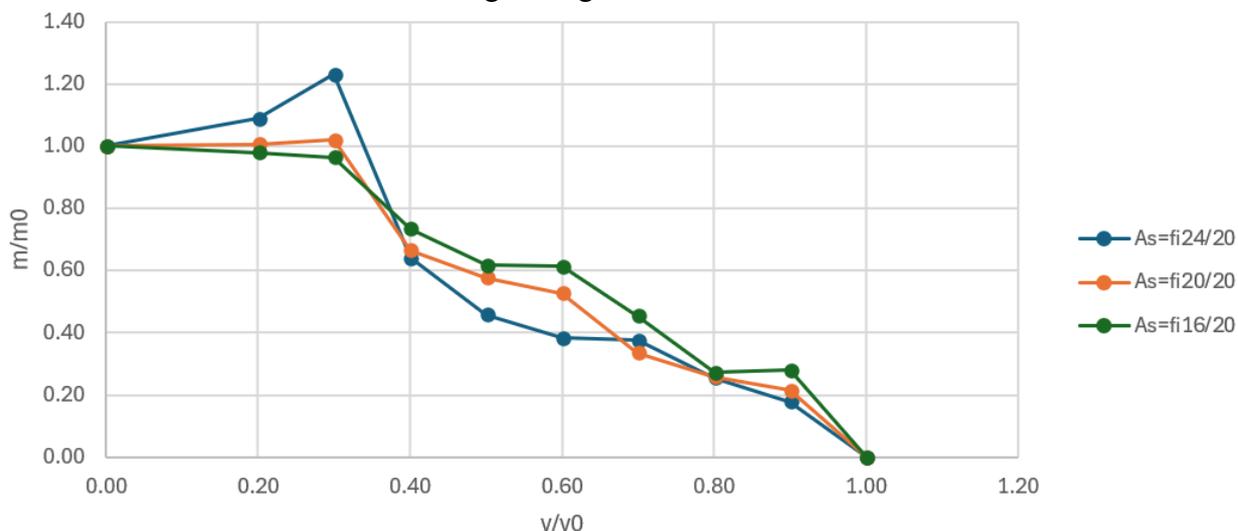


Figura 35: Grafico interazione V-M considerando differenti armature con $\sigma=5$ MPa

Con le due armature considerate successivamente, si ha una qualche discrepanza nell'interazione taglio longitudinale-momento trasversale nel pannello d'anima, però quest'ultima danno un'interazione molto simile, anche se un po' differente rispetto all'armatura $\phi 24/20$.

Successivamente, nel paragrafo 3.4, è stato considerato un ramo incrudente dell'acciaio. Sotto viene riportata l'interazione V-M con due leggi costitutive dell'acciaio differenti.

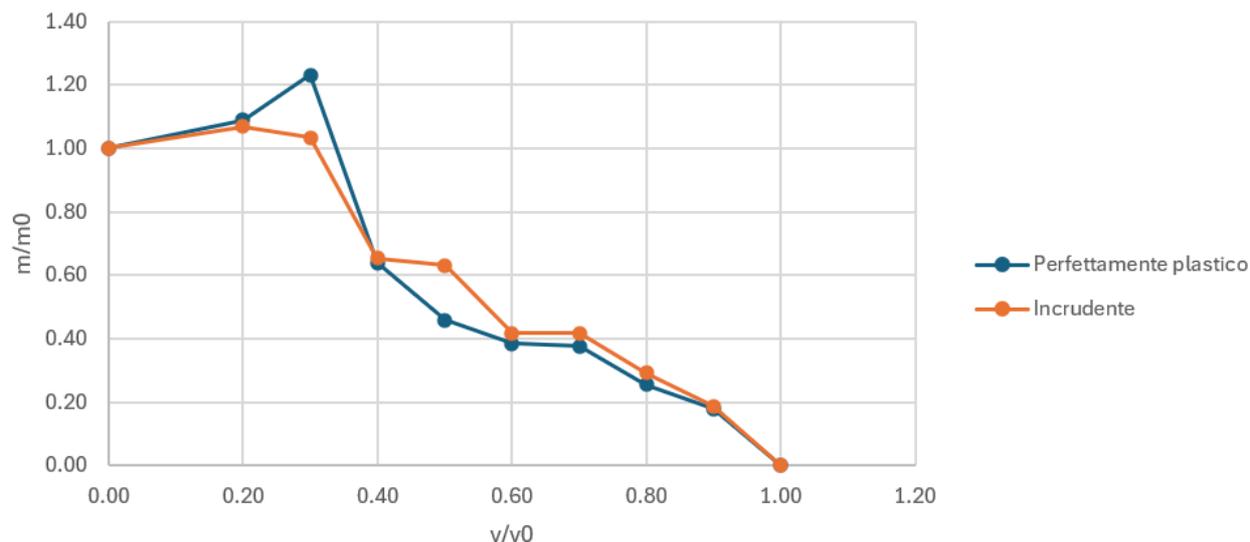


Figura 36: Grafico interazione V-M considerando differenti leggi costitutive con $\sigma=5$ MPa

Si potrebbe cambiare ogni singolo parametro e verificare come cambia l'interazione per ognuno di essi. Facendo questo, si comprende quanto possa essere complessa l'interazione tra il taglio e il momento trasversale.

Adesso, per concludere la parte relativa al pannello, vengono riportati i risultati principali dell'analisi non lineare; ovvero, l'interazione trovata considerando l'armatura $\phi 24/20$ e variando le tensioni " σ " da un minimo ad un massimo.

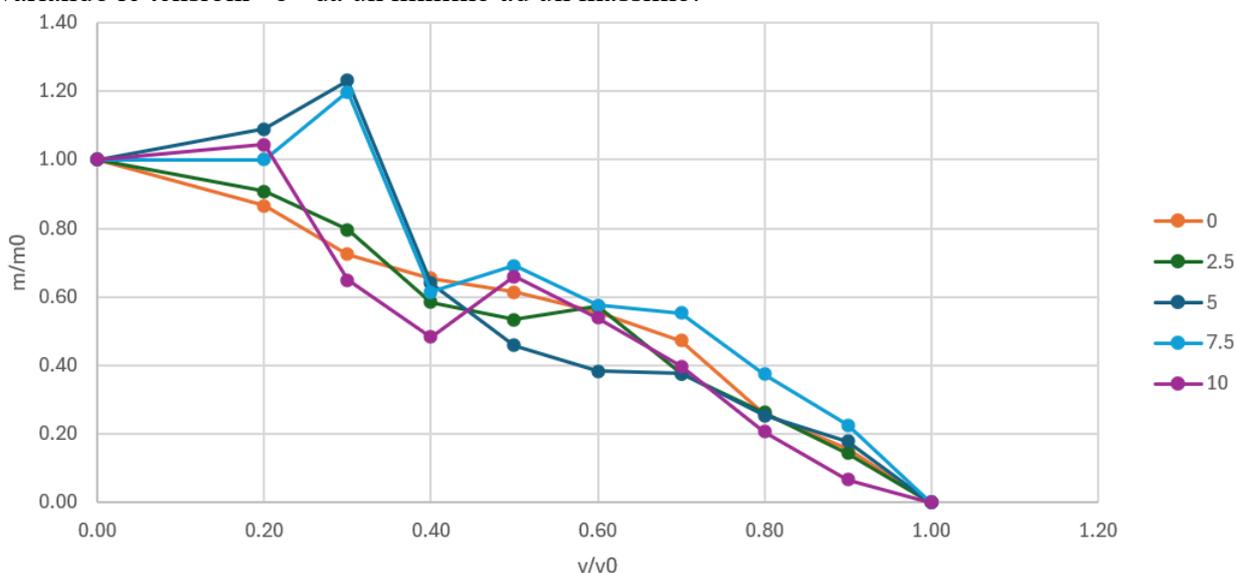


Figura 37: Grafico interazione V-M con l'armatura $A_s = \phi 24/20$ e differenti σ

Con delle tensioni σ tra 5 e 7.5 MPa e dei valori bassi di taglio, si hanno valori di momento trasversali pressoché simili.

Con delle tensioni σ tra 0 e 2.5 MPa, si hanno risultati molto vicini fra loro.

Infine, per quanto riguarda l'intera struttura ponte a cassone, si trova la seguente interazione illustrata nel grafico sotto.

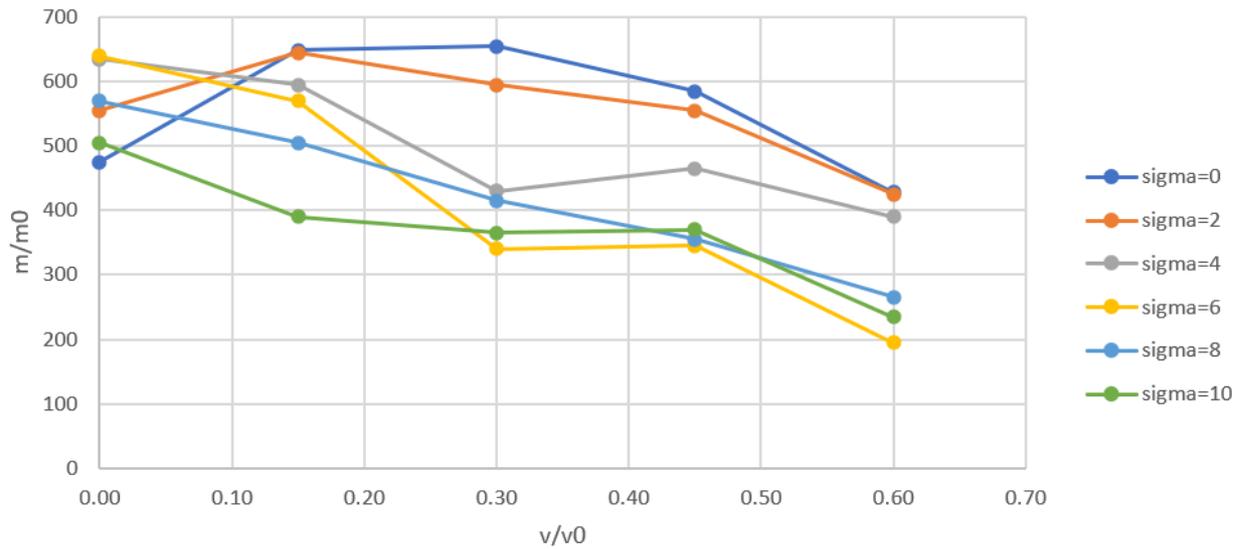


Figura 38: Grafico interazione V-M nel ponte con differenti σ

Con σ pari a 0 e 2 MPa, sembra esserci un'interazione simile a quelle ritrovate considerando il pannello d'anima, almeno per il loro tratto iniziale.

Con gli altri valori di tensione σ , si ha subito una perdita di momento con l'aumentare del taglio.

Queste analisi non lineari evidenziano l'importanza di effettuare valutazioni accurate per considerare adeguatamente l'interazione tra taglio longitudinale e momento flettente trasversale in un progetto; altrimenti, si rischierebbe di commettere errori considerevoli.

Bibliografia

Menn, C. (1990). *Prestressed concrete bridges*. Birkhäuser.

ADINA R & D, Inc. (February 2021). *ADINA Primer*, ADINA R& D, Inc.

European Committee for Standardization. (2023). *Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings* (EN 1992-1-1 (E))