

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica



Tesi di Laurea Magistrale

IDENTIFICAZIONE NUMERICO-SPERIMENTALE DI PATTINI PNEUMOSTATICI

Relatore:

Ing. Lentini Luigi

Prof. Raparelli Terenziano

Candidato:

Giacomo Bencivenga

Anno accademico 2023/2024
Torino

Sommario

I pattini pneumostatici sono cuscinetti caratterizzati dall'utilizzo di aria come lubrificante. Tale caratteristica comporta numerosi vantaggi tra cui un basso coefficiente d'attrito, un'elevata durata di vita ed un ambiente di lavoro pulito rispetto ai tradizionali cuscinetti volventi. Sono tipicamente utilizzati in settori dove è richiesto un elevato grado di precisione come la metrologia oppure in macchine a controllo numerico. Tuttavia tale tecnologia possiede un basso valore di rigidità e smorzamento a causa della comprimibilità del fluido.

Le analisi numeriche sulle caratteristiche statiche dei pattini pneumostatici possono essere condotte mediante un modello a parametri distribuiti oppure un modello a parametri concentrati. I primi discretizzano l'intero dominio e sono in grado di simulare la distribuzione di pressione sotto al pattino in maniera molto accurata, fornendo pertanto degli ottimi risultati. Tuttavia, richiedono dei lunghi tempi computazionali rispetto ai modelli a parametri concentrati. Quest'ultimi contemplano il sistema fisico come una serie di resistenze e capacità pneumatiche concentrate. L'accuratezza di tale modello è strettamente legata alla scelta degli elementi concentrati e al modo in cui sono relazionati tra di loro. Un aspetto fondamentale collegato all'implementazione dei modelli a parametri concentrati è la stima del legame che sussiste tra la pressione media del meato e la pressione in corrispondenza dei fori d'alimentazione. A tal proposito in alcuni studi sono presentati dei modelli risolti approssimando la relazione tra le due pressioni con una funzione esponenziale semi-empirica. Altri hanno invece considerato una relazione lineare dipendente da una serie di parametri adimensionali.

L'obiettivo della tesi è di proporre un modello a parametri concentrati di un pattino rettangolare pneumostatico con ragnatura ed una procedura d'identificazione in grado di stimare il legame che sussiste tra la pressione

media del meato e la pressione in corrispondenza dei fori d'alimentazione. La procedura proposta è da considerare di tipo numerico-sperimentale in quanto è basata sull'utilizzo dei dati sperimentali e sulle equazioni del modello a parametri concentrati. Il vantaggio principale di questa procedura è che può essere estesa ad ogni geometria. Inoltre, avendo a che fare con pressioni equivalenti ottenute da dati sperimentali sarà possibile semplificare il problema omettendo i coefficienti d'efflusso. La procedura è stata validata mediante il confronto con i risultati sperimentali. Si conclude che è possibile ottenere un ottimo livello di predizione delle caratteristiche statiche del pattino approssimando il legame tra le due pressioni con una funzione lineare.

Ringraziamenti

Il mio ringraziamento più grande va all' Ing. Lentini che mi ha sostenuto per tutto il percorso offrendomi sempre il suo aiuto.

Grazie al Prof. Raparelli per i suoi insegnamenti e tutti i professori che ho avuto il piacere di incontrare durante il mio percorso di studi.

Vorrei ringraziare inoltre tutti i colleghi incontrati al DIMEAS con i quali ho condiviso questa esperienza.

Grazie alla mia famiglia e ai miei amici che mi hanno sempre sostenuto e spronato a dare il meglio di me.

Indice

Elenco delle figure	IX
1 Stato dell'arte	1
1.1 Introduzione	1
1.2 Caratteristiche statiche	2
1.3 La lubrificazione ad aria	4
1.3.1 Proprietà dei cuscinetti pneumostatici	5
1.4 Applicazioni	5
1.5 Caratteristiche costruttive	6
1.5.1 Metodi di compensazione	7
2 Prove sperimentali	12
2.1 Descrizione banco sperimentale	12
2.2 Modalità esecuzione prove sperimentali	16
2.2.1 Misure del foro e del profilo	16
2.2.2 Prova a getto libero	20

2.2.3	Prove sperimentali	22
2.2.4	Elaborazione dei risultati	24
3	Modellazione del pattino pneumostatico	26
3.1	Modelli numerici	26
3.2	Modello a parametri concentrati	27
3.3	Scelta dell'area	32
3.4	Equazione di Reynolds	33
3.5	Descrizione del modello numerico	36
3.5.1	Adimensionalizzazione delle equazioni del modello . .	39
3.6	Procedura iterativa per risolvere il modello statico	42
3.6.1	Procedura iterativa per determinare le condizioni iniziali	42
3.6.2	Procedura iterativa per determinare le caratteristiche statiche	43
3.7	Implementazione del modello numerico su COMSOL	46
4	Identificazione delle pressioni equivalenti	52
5	Risultati numerici	59
5.1	Fitting dei dati	59
5.2	Validazione modello numerico	70
5.3	Risultati COMSOL	75
6	Conclusione e sviluppi futuri	82

A Guida Comsol	84
B Listati Matlab	100
Bibliografia	125

Elenco delle figure

1.1	Schema pneumatico equivalente pattino pneumostatico . . .	2
1.2	Caratteristiche statiche: Andamento della portata Q in funzione del meato h	3
1.3	Caratteristiche statiche: Andamento della capacità di carico F in funzione del meato h	3
1.4	Caratteristiche statiche: Andamento della rigidezza k in funzione del meato h	4
1.5	Comparazione tra i vari tipi di orifici	6
1.6	(a) Annular Orifice e (b) Simple orifice	7
1.7	(a) Sistema d'iniezione e (b) Vista 3D del sistema d'iniezione	8
1.8	Schema del metodo di compensazione attiva geometrica . . .	9
1.9	Principio operativo metodo di compensazione geometrico . .	10
1.10	Principio di funzionamento orifici elastici: (a) Condizione nominale, (b) Carichi alti, (c) Carichi bassi	10
1.11	Pattino pneumostatico Blondeel	11
1.12	(a) Schema di un pattino controllato da una valvola a diaframma (b) Particolare valvola a diaframma	11

2.1	Banco sperimentale	13
2.2	Cilindro pneumatico	14
2.3	Schema banco sperimentale	15
2.4	Immagine del foro d'alimentazione e della tasca	16
2.5	Schema di un pattino con superficie piatta prima e dopo l'applicazione del carico	17
2.6	Schema di un pattino con superficie concava prima e dopo l'applicazione del carico	18
2.7	Acquisizione sezione triangolare della ragnatura	19
2.8	Schema banco prova a getto libero	20
2.9	Risultati prova a getto libero	21
2.10	Test sperimentale: Capacità di carico F in funzione dell'altezza del meato h	23
2.11	Test sperimentale: Consumo d'aria Q in funzione dell'altezza del meato h	23
2.12	Test sperimentale:Selezione finale capacità di carico in funzione dell'altezza del meato h	24
2.13	Test sperimentale:Selezione finale consumo d'aria in funzione dell'altezza del meato h	25
3.1	(a) Dimensioni geometriche pattino (b) Sezione del foro d'ali- mentazione	31
3.2	Schema pneumatico pattino	31
3.3	Confronto tra Area Foro-Anulare-Equivalente	33
3.4	Equilibrio elemento infinitesimo all'interno del meato	34

3.5	Bilancio della massa di un elemento infinitesimo di fluido . . .	36
3.6	Risposta del sistema alla forza esterna F_i	44
3.7	Geometria 3D pattino pneumostatico implementato su COMSOL	46
3.8	Thin-Film Flow	48
3.9	Mesh	50
3.10	Profilo di distribuzione di pressione ottenuto dal modello COMSOL	51
4.1	Metodo Regula Falsi	56
4.2	Andamento dei risultati ottenuti dal processo d'identificazione (2, 3, 4, 5 e 6 bar relativi)	57
4.3	Flow chart	58
5.1	Espressione lineare: Rapporto delle pressioni in funzione del meato	60
5.2	Espressione lineare: Andamento del coefficiente m in funzione della pressione d'alimentazione	61
5.3	Espressione lineare: Andamento del coefficiente q in funzione della pressione d'alimentazione	61
5.4	Espressione esponenziale: Rapporto delle pressioni in funzione del meato	62
5.5	Espressione esponenziale: Andamento del coefficiente m in funzione della pressione d'alimentazione	64
5.6	Espressione esponenziale: Andamento del coefficiente q in funzione della pressione d'alimentazione	64
5.7	Espressione esponenziale: Andamento del coefficiente c in funzione della pressione d'alimentazione	65

5.8	Espressione polinomiale: Rapporto delle pressioni in funzione del meato	66
5.9	Espressione polinomiale: Andamento del coefficiente e in funzione della pressione d'alimentazione	67
5.10	Espressione polinomiale: Andamento del coefficiente d in funzione della pressione d'alimentazione	68
5.11	Espressione polinomiale: Andamento del coefficiente c in funzione della pressione d'alimentazione	68
5.12	Espressione polinomiale: Andamento del coefficiente b in funzione della pressione d'alimentazione	69
5.13	Espressione polinomiale: Andamento del coefficiente a in funzione della pressione d'alimentazione	69
5.14	Confronto del consumo d'aria Q ad una pressione d'alimentazione pari a 3 bar assoluti.	70
5.15	Confronto della capacità di carico F ad una pressione d'alimentazione pari a 3 bar assoluti.	70
5.16	Confronto del consumo d'aria Q ad una pressione d'alimentazione pari a 4 bar assoluti.	71
5.17	Confronto della capacità di carico F ad una pressione d'alimentazione pari a 4 bar assoluti.	71
5.18	Confronto del consumo d'aria Q ad una pressione d'alimentazione pari a 5 bar assoluti.	72
5.19	Confronto della capacità di carico F ad una pressione d'alimentazione pari a 5 bar assoluti.	72
5.20	Confronto del consumo d'aria Q ad una pressione d'alimentazione pari a 6 bar assoluti.	73
5.21	Confronto della capacità di carico F ad una pressione d'alimentazione pari a 6 bar assoluti.	73

5.22	Confronto del consumo d'aria Q ad una pressione d'alimentazione pari a 7 bar assoluti.	74
5.23	Confronto della capacità di carico F ad una pressione d'alimentazione pari a 7 bar assoluti.	74
5.24	Confronto del consumo d'aria Q ad una pressione d'alimentazione pari a 3 bar assoluti.	76
5.25	Confronto della capacità di carico F ad una pressione d'alimentazione pari a 3 bar assoluti.	76
5.26	Confronto del consumo d'aria Q ad una pressione d'alimentazione pari a 4 bar assoluti.	77
5.27	Confronto della capacità di carico F ad una pressione d'alimentazione pari a 4 bar assoluti.	77
5.28	Confronto del consumo d'aria Q ad una pressione d'alimentazione pari a 5 bar assoluti.	78
5.29	Confronto della capacità di carico F ad una pressione d'alimentazione pari a 5 bar assoluti.	78
5.30	Confronto del consumo d'aria Q ad una pressione d'alimentazione pari a 6 bar assoluti.	79
5.31	Confronto della capacità di carico F ad una pressione d'alimentazione pari a 6 bar assoluti.	79
5.32	Confronto del consumo d'aria Q ad una pressione d'alimentazione pari a 7 bar assoluti.	80
5.33	Confronto della capacità di carico F ad una pressione d'alimentazione pari a 7 bar assoluti.	80

Capitolo 1

Stato dell'arte

I cuscinetti a fluido sono dei componenti meccanici di fondamentale importanza in quanto permettono di ridurre l'attrito tra due elementi in moto relativo. Grazie al loro attrito quasi nullo e usura minima i cuscinetti lubrificati mediante gas risultano adatti ad essere impiegati in settori dove è richiesto un grado elevato di precisione. Alcuni esempi applicativi riguardano la metrologia e le macchine a controllo numerico. Questo capitolo ha lo scopo di descrivere il funzionamento e in particolare i progressi raggiunti per migliorare le proprietà di questi cuscinetti.

1.1 Introduzione

Nel seguente paragrafo verrà descritto il funzionamento e le principali caratteristiche di un pattino pneumostatico. Per tale scopo si considera lo schema pneumatico equivalente in figura 1.1. L'aria che proviene dalla sorgente d'alimentazione ad una pressione P_s attraversa i quattro fori identificati dalla conduttanza $C_{s,1}$ con una portata pari a G_1 . All'uscita dei fori la pressione risulta essere pari a P_2 . La funzione $f_{\frac{P_2}{P_0}}$ correla la P_2 con la pressione media P_0 che agisce nel volume del meato V_0 . Tale funzione sarà oggetto di studio nei capitoli successivi in quanto rappresenta un elemento chiave per risolvere il modello numerico a parametri concentrati. L'aria conclude il suo percorso fuoriuscendo dai bordi del pattino con una portata G_2 attraverso il meato

identificato dalla conduttanza $C_{s,2}$ raggiungendo quindi il valore di pressione ambiente P_a .

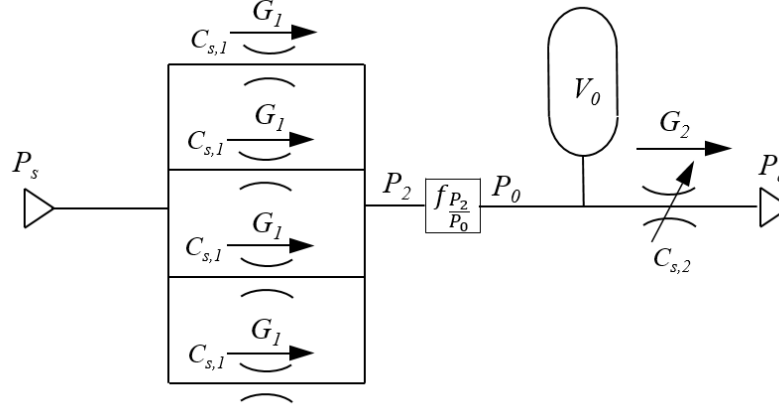


Figura 1.1: Schema pneumatico equivalente pattino pneumostatico

1.2 Caratteristiche statiche

Il funzionamento dei pattini pneumostatici è garantito dalla presenza di un meato d'aria caratterizzato da un'altezza pari ad h che separa il componente in movimento dalla parte fissa. Una volta che il carico applicato F aumenta provoca una riduzione di h e quindi delle portate G_1 e G_2 a causa del restringimento della sezione. I fenomeni fisici descritti possono essere visualizzati anche sulle caratteristiche statiche riportate nelle figure 1.2, 1.3 e 1.4. Gli andamenti risultano coerenti con quanto detto precedentemente, infatti al ridurre del carico $F - \Delta F$ si osserva un aumento della portata $Q + \Delta Q$ e altezza $h + \Delta h$. È presente inoltre la caratteristica della rigidità del cuscinetto, ottenuta effettuando la derivata della forza in funzione dell'altezza h ovvero $k = -\frac{dF}{dh}$. Il range di lavoro è tipicamente tra i 5-20 μm in quanto si cerca di operare sempre nel campo in cui la rigidità presenta il suo valore massimo. Il motivo di tale scelta è che una rigidità elevata permette di ottenere un meato inalterato a fronte anche di importanti variazioni di carico. A tal proposito nei paragrafi successivi verranno descritte alcune soluzioni costruttive al fine di migliorare tali prestazioni. È necessario tuttavia osservare che le grandezze in gioco per quanto riguarda il meato risultano essere

dell'ordine del micron. Ciò ci permette di capire che le tolleranze geometriche in fase di costruzione risultano essere molto ristrette in quanto è necessario garantire delle ottime finiture. Motivo per cui tali pattini risultano essere più costosi da produrre rispetto ai cuscinetti tradizionali.

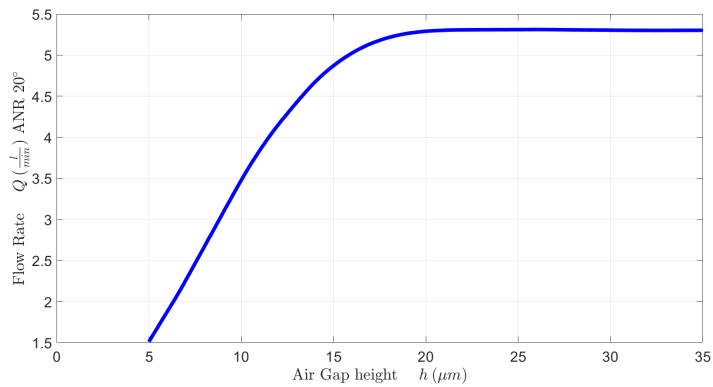


Figura 1.2: Caratteristiche statiche: Andamento della portata Q in funzione del meato h

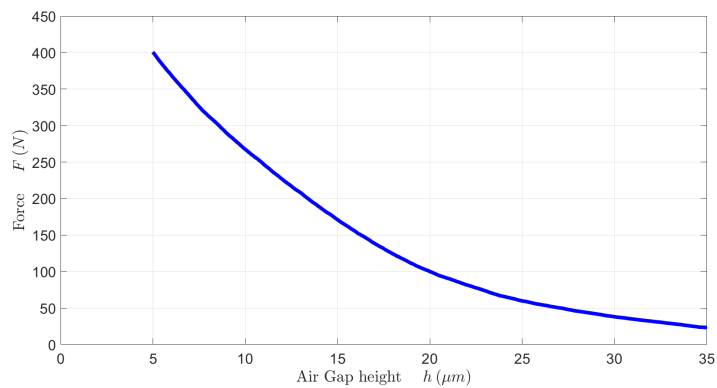


Figura 1.3: Caratteristiche statiche: Andamento della capacità di carico F in funzione del meato h

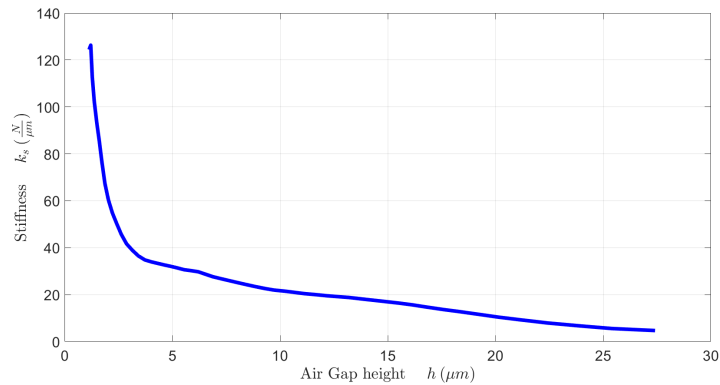


Figura 1.4: Caratteristiche statiche: Andamento della rigidezza k in funzione del meato h

1.3 La lubrificazione ad aria

Le prime teorie sui fluidi comprimibili si possono ricondurre a Bernoulli (1700-1782) alla fine del diciottesimo secolo. Tuttavia le prime prove sperimentali furono condotte da Adolphe Hirn (1815-1890), il quale verificò le proprietà meccaniche di diversi tipi di olio naturale, aria e acqua come lubrificante. Successivamente il professor Albert Kingsbury (1863-1943), durante un esperimento al fine di caratterizzare l'attrito di una filettatura, dedusse delle importanti conclusioni riguardanti l'impiego di un meato d'aria per minimizzare l'attrito [1]. Tale tecnologia divenne veramente interessante solo intorno agli anni 60, quando ci fu lo sviluppo dei primi cuscinetti porosi da parte dell'United States National Labs i quali riuscivano a garantire una più uniforme distribuzione di pressione [2]. Nel corso degli anni soprattutto grazie allo sviluppo di modelli numerici sempre più accurati, è stato possibile progettare con maggior accuratezza i cuscinetti pneumostatici, migliorandone le prestazioni. Ad oggi possiamo affermare che la lubrificazione mediante l'impiego di un gas rappresenta una soluzione reale in grado di garantire un grado elevato di precisione ed un minimo valore d'attrito.

1.3.1 Proprietà dei cuscinetti pneumostatici

Le proprietà dei cuscinetti pneumostatici sono influenzate direttamente dalle caratteristiche del gas impiegato. A differenza dei liquidi, i gas non subiscono variazioni di fase e quindi sono in grado di essere utilizzati anche in ambienti con temperature estreme. L'aspetto più importante però è sicuramente il basso valore di viscosità che conferisce delle proprietà che rende la lubrificazione a gas un'interessante soluzione tecnologica. I principali vantaggi di un pattino pneumostatico rispetto ai metodi tradizionali sono riportati di seguito:

- Basso valore d'attrito;
- Alta resistenza ad usura;
- Possibilità di impiego a temperature estreme;
- Inquinamento nullo;
- Assenza del fenomeno dello Stick-slip.

I principali svantaggi invece sono riportati di seguito:

- Necessità di un elevato grado di precisione per la produzione e quindi elevati costi;
- Possono essere soggetti a fenomeni d'instabilità;
- A causa della bassa viscosità dell'aria i carichi supportabili sono ridotti [3];
- A causa della comprimibilità del gas possiedono un basso valore di rigidità e smorzamento;

1.4 Applicazioni

Le caratteristiche elencate nel paragrafo precedente rendono i cuscinetti pneumostatici adatti in diversi settori industriali. Sono tipicamente impiegati

in applicazioni dove sono richieste gradi elevati di precisione. I principali campi di impiego possono essere così suddivisi:

- Macchine adibite alle lavorazioni meccaniche;
- Metrologia;
- Produzione di schede elettroniche e semiconduttori;
- Attrezzatura medica.

1.5 Caratteristiche costruttive

Le performance dei cuscinetti sono influenzate notevolmente dalle dimensioni geometriche e in particolare dal numero, dalla posizione e dal diametro dei fori di alimentazione. Viene riportata la tabella tratta da [4] dove sono confrontate le principali geometrie degli orifizi e le loro principali caratteristiche.

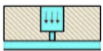

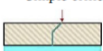
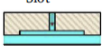
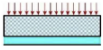
Restrictor type	Load capacity	Stiffness	Stability	Gas consumption	Manufacture
 Annular orifice	Low	Low	Fair	Small	Easy
 Simple orifice	High	High	Poor	Small	Easy
 Slot	Medium	Medium	Good	Large	Medium
 Groove	High	High	Good	Medium	Hard
 Porous	High	High	Excellent	Large	Hard

Figura 1.5: Comparazione tra i vari tipi di orifizi

Annular orifice (Inherent orifices): Presentano fori di diametro d superiori a $4h$, motivo per cui si considera la sezione anulare equivalente pari a πdh piuttosto che la sezione circolare del foro $\pi d^2/4$ in quanto $\pi dh < \pi d^2/4$. Tuttavia, tale soluzione, non garantisce una distribuzione di pressione tale per cui si possano ottenere grandi prestazioni in termini di capacità di carico

e rigidezza.

Simple Orifice (Pocketed Orifice): Sono ottenute mediante dei fori di diametro d inferiore a $4h$, motivo per cui si considera la sezione circolare equivalente pari a $\pi d^2/4$ in quanto $\pi dh > \pi d^2/4$. La presenza di un volume d'aria sotto al pattino tuttavia comporta un peggioramento della stabilità del cuscinetto. Entrambe le geometrie rappresentano le soluzioni più impiegate in quanto sono le più facili da riprodurre. Uno schema più esemplificativo è riportato in figura 1.6.

Slot Restrictor: Forniscono ottime prestazioni in termini di stabilità, tuttavia rimangono ancora poco utilizzate in quanto risultano difficili da riprodurre.

Groove: È una soluzione in grado di fornire un profilo di distribuzione più uniforme rispetto ai casi precedenti. Questo comporta un notevole miglioramento sia in termini di capacità di carico che rigidezza.

Porous: In grado di fornire una capacità di carico maggiore rispetto alla geometria simple orifice, tuttavia richiedono un consumo d'aria maggiore [5]

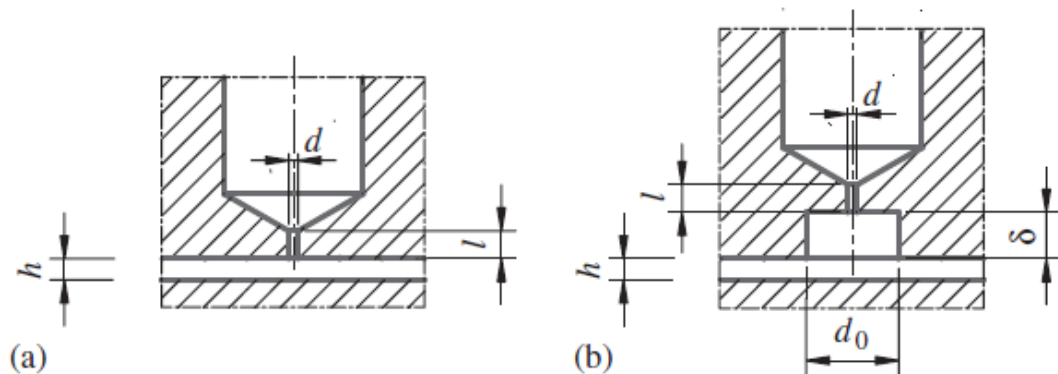


Figura 1.6: (a) Annular Orifice e (b) Simple orifice

1.5.1 Metodi di compensazione

Con lo sviluppo di nuove tecnologie è stato possibile migliorare le prestazioni dei cuscinetti mediante i metodi di compensazione. Tali metodi possono essere attivi o passivi.

Metodo di compensazione attiva

Si definiscono metodi di compensazione attivi tutti quei metodi che necessitano di dispositivi come sensori, controllori, e attuatori che richiedono una fonte d'energia esterna per funzionare. È possibile suddividere tali metodi di compensazione in:

- "Active flow resistance compensation method";
- "Active geometrical compensation method";
- "Hybrid active compensation method".

I primi impiegano gli attuatori per controllare l'apertura degli orifizi. I secondi modificano la geometria del meato o del cuscinetto per aumentare la banda passante, la rigidità e la capacità di carico. Gli ibridi sono una combinazione delle due [6]. Una possibile soluzione di compensazione attiva, tratto da Morosi et al. [7], prevede la laminazione del flusso a monte mediante l'uso di un attuttore piezoelettrico e di una molla a tazza. Il funzionamento prevede l'attivazione dell'attuttore mediante una tensione. Dopodiché tale attuttore andrà ad agire come resistenza per il fluido in passaggio.

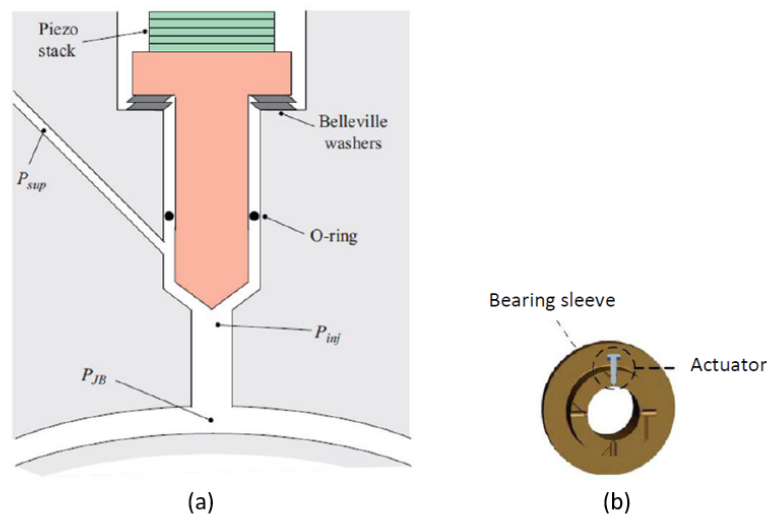


Figura 1.7: (a) Sistema d'iniezione e (b) Vista 3D del sistema d'iniezione

In figura 1.7 è rappresentato lo schema.

Un altro metodo di compensazione prevede l'impiego di un attuatore piezoelettrico in grado di variare la geometria del cuscinetto. Il metodo si riferisce allo studio tratto da Colombo et al. [8]. Il funzionamento è garantito dalla modifica dell'altezza del cuscinetto al fine di ottenere le condizioni iniziali di lavoro mediante l'impiego di un attuatore piezoelettrico. In figura 1.8 è mostrato lo schema del componente in questione. È composto dal pattino pneumostatico in esame (1), un attuatore piezoelettrico (2), un meccanismo di conformità (3) e due elementi di connessione (4).

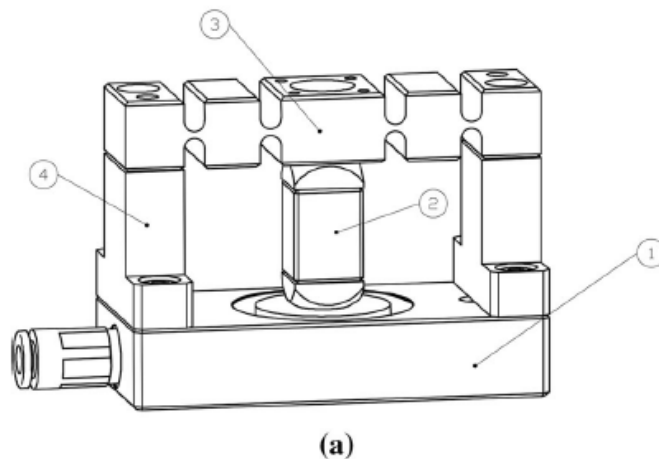


Figura 1.8: Schema del metodo di compensazione attiva geometrica

La figura 1.9 mostra il principio di funzionamento. L'attuatore è in grado di regolare la dimensione verticale del pattino in funzione della tensione applicata ai suoi capi. Si osserva infatti che a fronte di un aumento della forza dF si ottiene naturalmente una diminuzione di dH , tuttavia l'altezza $H(H=h+z)$ è controllata mediante l'azione di contrazione ed estensione del piezoelettrico.

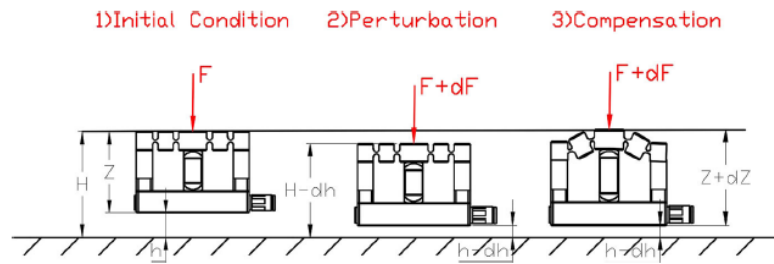


Figura 1.9: Principio operativo metodo di compensazione geometrico

Metodo di compensazione passiva

I metodi di compensazione passiva rappresentano senza dubbio la maniera più semplice per incrementare le prestazioni dei cuscinetti. Il primo metodo, sviluppato nel 1966 da Newgard et al. [9], prevede l'impiego di orifizi elastici al fine di variare il diametro in funzione delle pressioni d'esercizio. In figura 1.10 è rappresentato un esempio. È possibile osservare che nel caso in cui i carichi siano alti gli orifizi si dispongono in maniera tale da fornire il massimo della portata d'aria, viceversa nel caso in cui i carichi siano bassi.

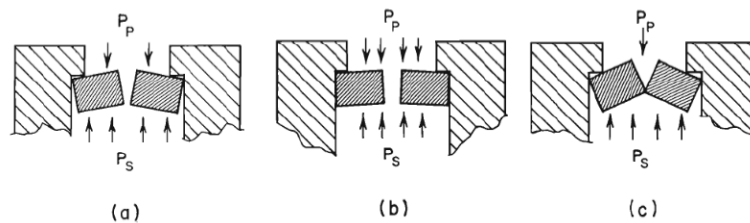


Figura 1.10: Principio di funzionamento orifizi elastici: (a) Condizione nominale, (b) Carichi alti, (c) Carichi bassi

In figura invece è mostrata lo schema di un pattino pneumostatico ideato da Blondeel et al.[10]. Tale pattino è costituito da una base elastica in grado di variare la convergenza. In figura 1.11 ne è rappresentato lo schema. Si osserva che all'aumentare del carico applicato, la conicità rispetto alla base aumenta e conseguentemente aumenta la pressione nel meato d'aria. Si ottiene perciò un cuscinetto in grado di incrementare la pressione nel gap d'aria nel momento in cui il carico applicato aumenta.

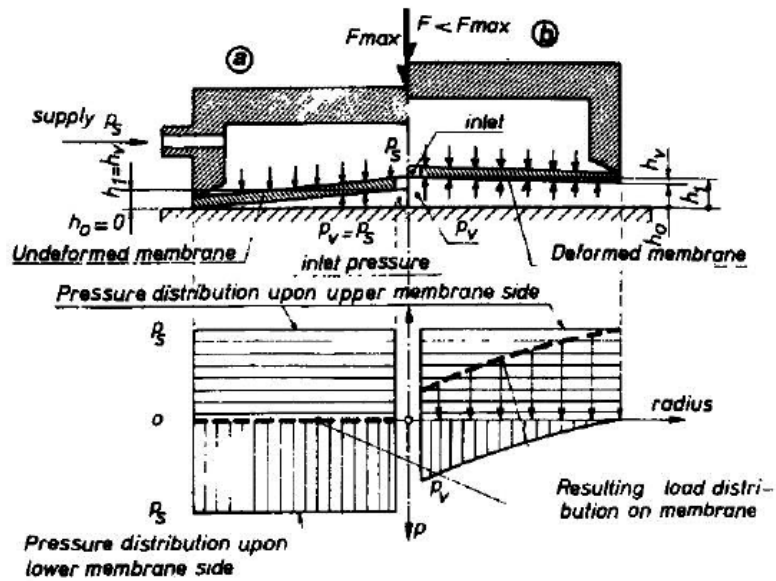


Figura 1.11: Pattino pneumostatico Blondeel

L'ultimo metodo di compensazione descritto prevede l'impiego di una valvola a diaframma. Come mostrato nello schema tratto da [11] nel momento in cui viene applicato il carico, il valore della pressione P_v nella camera 4 aumenta a causa della diminuzione del meato d'aria e quindi aumento della pressione P_m . Ciò provoca una deformazione della membrana di una quantità pari a $x-x_0$ e conseguentemente un aumento della portata d'aria diretta al pattino.

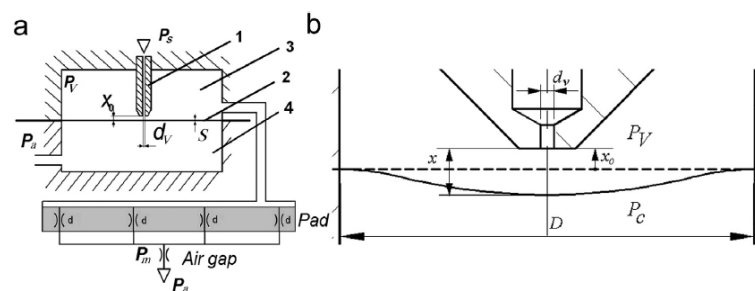


Figura 1.12: (a) Schema di un pattino controllato da una valvola a diaframma (b) Particolare valvola a diaframma

Capitolo 2

Prove sperimentali

Questo capitolo descrive la procedura da seguire per ottenere le caratteristiche statiche dei cuscinetti pneumatici, ovvero le relazioni che legano il consumo d'aria e la capacità di carico con l'altezza del meato. Verrà inoltre presentato il banco sperimentale e i suoi principali componenti.

2.1 Descrizione banco sperimentale

I test sperimentali sono stati condotti nel laboratorio LAQ-IBIS del DIMEAS del Politecnico di Torino. In figura 2.1 è riportata una fotografia del banco sperimentale in grado di caratterizzare sia la statica che la dinamica del componente in esame. Tuttavia nel seguente lavoro si è limitato a caratterizzare la statica del pattino, ovvero eseguire una specifica procedura al fine di ottenere gli andamenti della capacità di carico e della portata d'aria in funzione dell'altezza del meato attraverso i dati rilevati da una cella di carico, un flussimetro e quattro sensori capacitivi. I dati vengono acquisiti tramite un codice implementato su LabView e rielaborati mediante un codice su Matlab per poterli confrontare successivamente con i risultati ottenuti dal modello numerico.

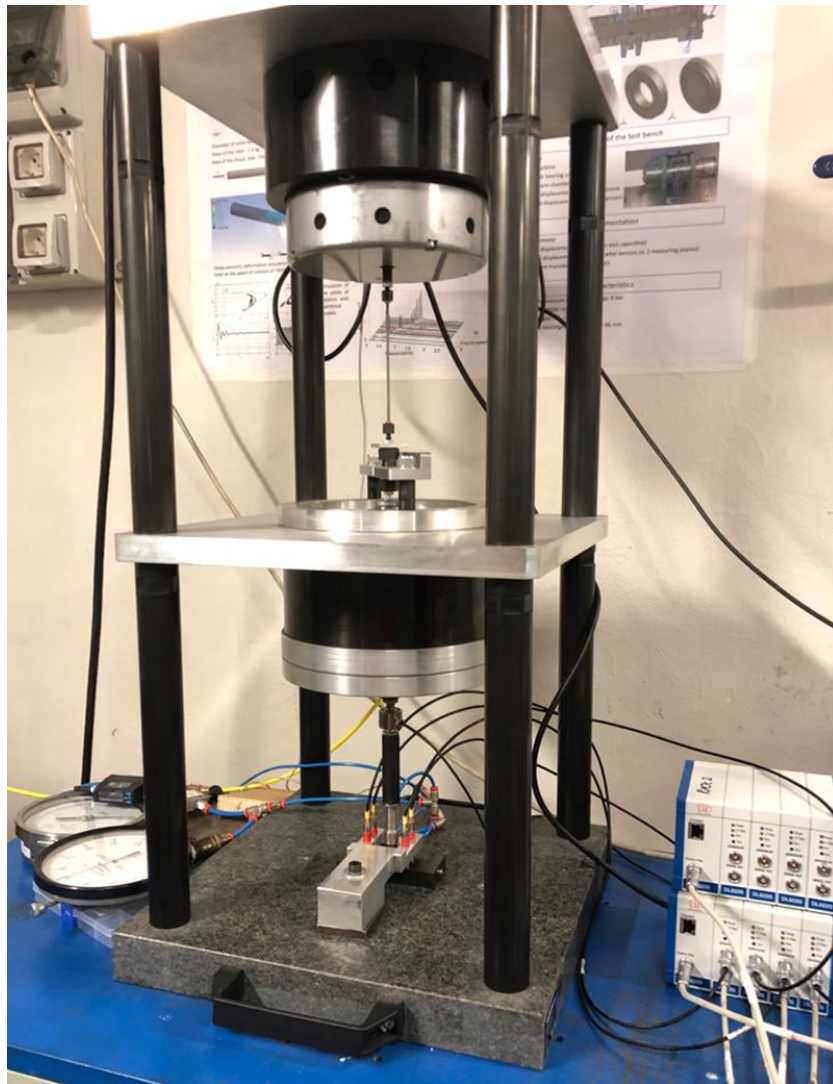


Figura 2.1: Banco sperimentale

Il cuscinetto in esame è posizionato su un basamento di granito. L'applicazione del carico al pattino è possibile grazie alla presenza di uno shaker, uno stinger, un cilindro pneumatico, un collegamento sferico ed una cella di carico in grado di misurare l'entità della forza applicata. Lo shaker e lo stinger rendono possibile sovrapporre dei carichi dinamici ai carichi statici e ottenere pertanto il comportamento dinamico del cuscinetto. L'altezza del meato è misurata mediante quattro sensori capacitivi posizionati su un portasensore. Infine la portata è misurata tramite un flussimetro digitale. In

figura 2.2 è presentato uno schema del cilindro pneumatico che ha lo scopo di applicare il carico statico al pattino.

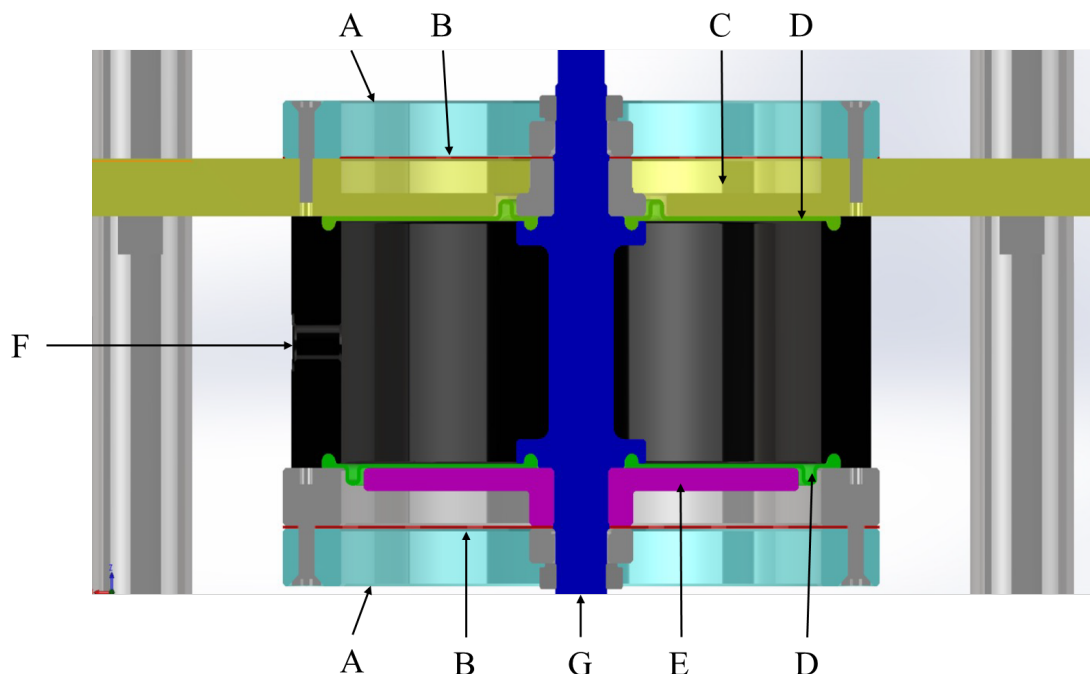


Figura 2.2: Cilindro pneumatico

Il funzionamento prevede l'impiego di una sorgente d'alimentazione di aria compressa connessa con la camera mediante il foro filettato (F). Una volta alimentata, l'elemento (D) si deformerà provocando lo spostamento dello stelo (G). Invece la membrana superiore risulterà bloccata dal disco (C). Le molle (B) hanno la funzione di far ritornare lo stelo nella sua posizione iniziale quando viene disattivata l'alimentazione. In figura 2.3 è riportato lo schema del banco sperimentale e i suoi principali componenti. Il cilindro pneumatico e il pattino presentano due circuiti indipendenti che hanno la funzione di fornire l'alimentazione. Il circuito per il cilindro è costituito dai seguenti componenti:

1. Sorgente d'alimentazione;
2. Gruppo d'alimentazione composto da filtro di separatore di condensa, un riduttore di pressione per regolare la pressione ed un manometro;

3. Resistenza fluidodinamica;
4. Valvola 2/2 bistabile;
5. Valvola 3/2 bistabile;
6. Manometro;
7. Resistenza fluidodinamica.

Invece per quanto riguarda l'alimentazione del pattino il circuito è così costituito:

8. Sorgente d'alimentazione;
9. Gruppo d'alimentazione composto da filtro di separatore di condensa, un riduttore di pressione per regolare la pressione ed un manometro;
10. Valvola 3/2 bistabile;
11. Serbatoio che ha la funzione di garantire la stabilità;
12. Flussimetro digitale;
13. Valvola 3/2 bistabile;
14. Manometro.

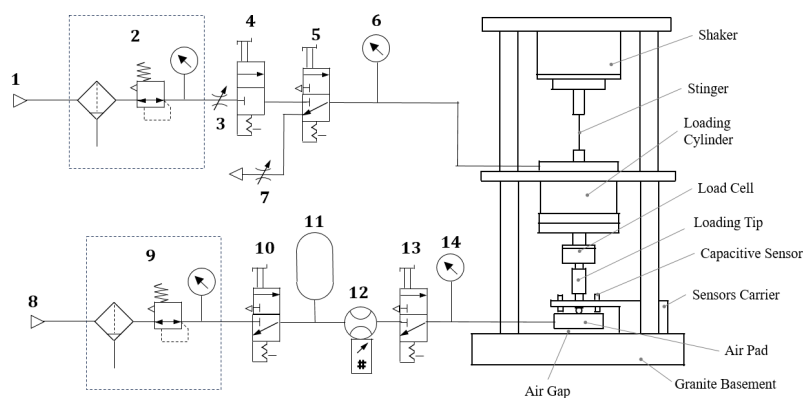


Figura 2.3: Schema banco sperimentale

2.2 Modalità esecuzione prove sperimentali

Per caratterizzare un cuscinetto pneumostatico è necessario seguire una ben precisa procedura. Nel seguente lavoro è stato necessario ricavare le caratteristiche statiche ovvero le relazioni che legano portata d'aria Q e capacità di carico F con l'altezza del meato h . Per fare ciò è tuttavia necessario innanzitutto effettuare delle verifiche geometriche: misura dei fori, delle tasche dei fori, delle ragnature e del profilo. Inoltre è necessaria eseguire una prova a getto libero.

2.2.1 Misure del foro e del profilo

La prima operazione eseguita per caratterizzare il pattino è stato effettuare delle misure del diametro foro d'alimentazione e delle tasche tramite un microscopio elettronico. L'ordine di grandezza dei diametri dei fori risulta essere dell'ordine delle decine di micron. In figura 2.4, a titolo d'esempio, è riportata un'immagine acquisita in laboratorio dove sono state riportate le dimensioni di uno dei quattro fori d'alimentazione e della sua tasca.

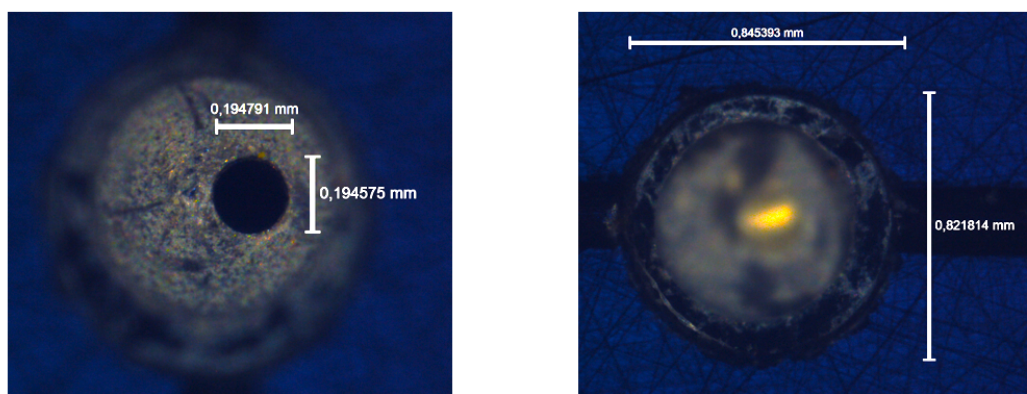


Figura 2.4: Immagine del foro d'alimentazione e della tasca

La seconda acquisizione prevede di valutare eventuali irregolarità della superficie del pattino e le dimensioni della ragnatura tramite un profilometro.

Tali misure permettono inoltre di valutare l'eventuale presenza di una leggera concavità che risulta importante al fine di compensare la flessione dovuta al carico. La concavità può essere di $1\div 3 \mu m$ a seconda della dimensione del pattino. Il motivo di tale scelta costruttiva si può spiegare osservando la figura 2.5 dove è riportato lo schema di un pattino con superficie piatta prima e dopo l'applicazione del carico. Si osserva che l'aumento della forza provoca una flessione che tende a far avvicinare la base del cuscinetto con il basamento. Oltre a influenzare le performance del pattino, tale fenomeno va tenuto in considerazione anche in fase d'acquisizione dei dati. Questa flessione della base infatti fa sì che l'aria continui a circolare nonostante ci sia il contatto tra la base del pattino e il basamento. Ne consegue che, a causa del contatto metallo-metallo, la capacità di carico e quindi la rigidità tendano ad assumere valori estremamente elevati nonostante il flussimetro misuri una portata non nulla.

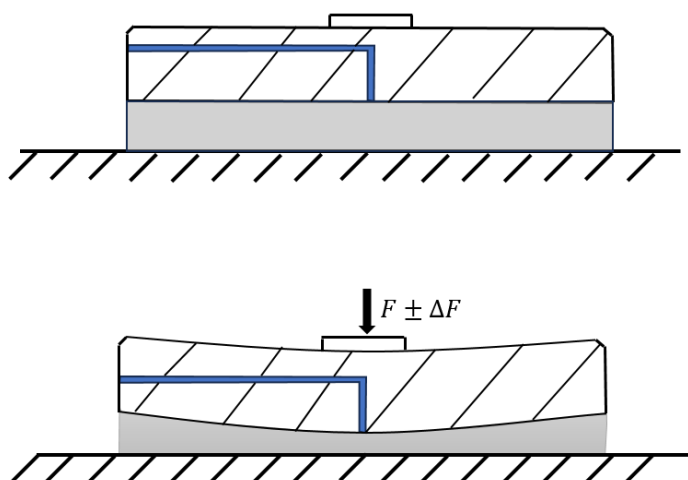


Figura 2.5: Schema di un pattino con superficie piatta prima e dopo l'applicazione del carico

La figura 2.6 invece mostra lo schema di un pattino con superficie concava. Si osserva come in questo caso quando il carico aumenta il fenomeno di flessione risulta essere compensato dalla concavità del pattino riportando il pattino ad una forma piatta.

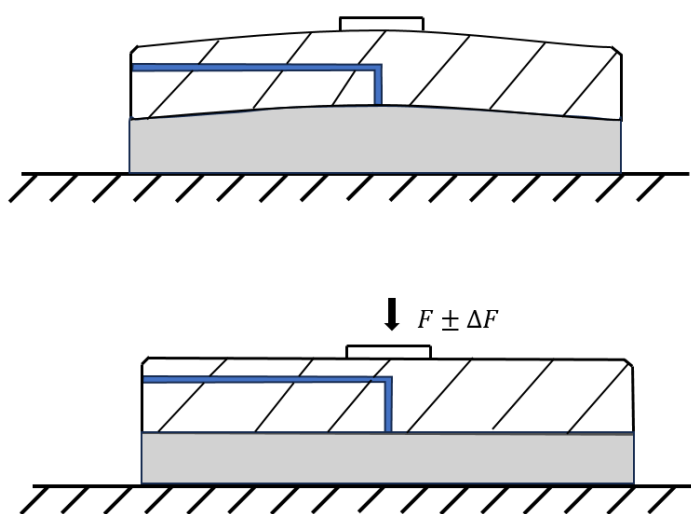


Figura 2.6: Schema di un pattino con superficie concava prima e dopo l'applicazione del carico

Riguardo la rugosità, invece, questa deve essere contenuta e normalmente pari a $R_a=0.4 \mu\text{m}$ [12]. Durante questa fase del test inoltre è possibile misurare le dimensioni della ragnatura. A titolo d'esempio in figura 2.7 è riportata un'immagine acquisita dove è possibile osservare il profilo triangolare della ragnatura del pattino in esame.

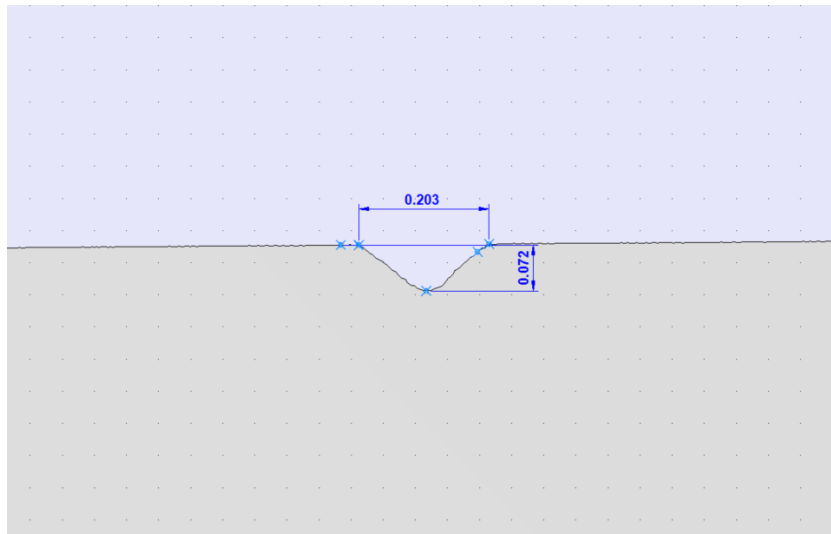


Figura 2.7: Acquisizione sezione triangolare della ragnatura

Per concludere in tabella sono riportati i dati geometrici di uno dei patini analizzati. I valori di diametro dei fori e delle tasche vanno intesi come una media delle misure effettuate sui quattro fori.

Parametri geometrici	Valore	Unità di misura
Altezza area ragnatura	0.072	mm
Larghezza area ragnatura	0.20	mm
Diametro foro d'alimentazione	0.22	mm
Diametro tasca	0.85	mm
Concavità pattino	0.001	mm

Tabella 2.1: Parametri geometrici del pattino G6

2.2.2 Prova a getto libero

In figura 2.8 è presentato lo schema del banco con il quale è possibile eseguire la prova a getto libero utile per verificare il corretto funzionamento del pattino, confrontando il valore di portata sperimentale con quello di progetto. Il test è condotto posizionando il pattino con i fori diretti verso l'alto. Una volta impostata la pressione d'alimentazione tramite il riduttore di pressione 2, la valvola 3 si commuta per riempire il serbatoio 4 e la valvola 7 per collegare il pattino con il serbatoio. Il riempimento graduale di quest'ultimo permetterà di ottenere l'andamento della portata Q in funzione della pressione d'alimentazione P_s .

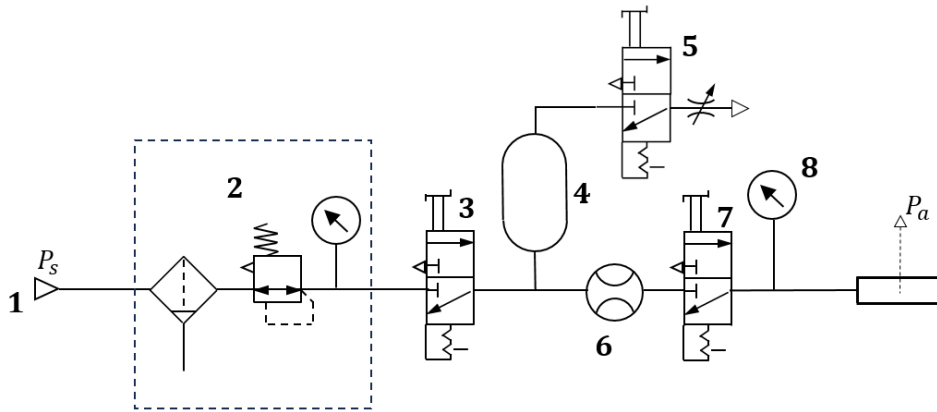


Figura 2.8: Schema banco prova a getto libero

È possibile eventualmente valutare la presenza di isteresi decrementando la pressione di monte. Per fare ciò basterà mantenere le valvole 3 e 7 nelle posizioni rappresentate e commutare la 5 al fine di scaricare il serbatoio. Una volta ottenuto l'andamento della portata Q in funzione della pressione d'alimentazione P_s si confrontano con i valori analitici derivanti dalla normativa

ISO 6358:

$$\begin{aligned}
 G_1 &= c_d \sqrt{\frac{T}{T_s}} \frac{0.686}{\sqrt{R_g T_v}} P_s \pi \frac{d_p^2}{4} \sqrt{1 - \left(\frac{\frac{P_c}{P_s} - b}{1 - b} \right)^2} & \text{se } \frac{P_c}{P_s} > b \\
 G_1 &= c_d \sqrt{\frac{T}{T_s}} \frac{0.686}{\sqrt{R_g T_v}} P_s \pi \frac{d_p^2}{4} & \text{se } \frac{P_c}{P_s} \leq b
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

La formulazione analitica dipende dal diametro d_p del foro che varia in base al cuscinetto in prova. Il confronto tra le due curve fornisce la possibilità di ricavare il valore del diametro equivalente del foro. Tramite un codice su Matlab, è possibile variare il valore di d_p al fine di far sovrapporre i risultati numerici con quelli sperimentali. A titolo d'esempio in figura 2.9 sono riportati i risultati ottenuti da una prova a getto libero per un cuscinetto.

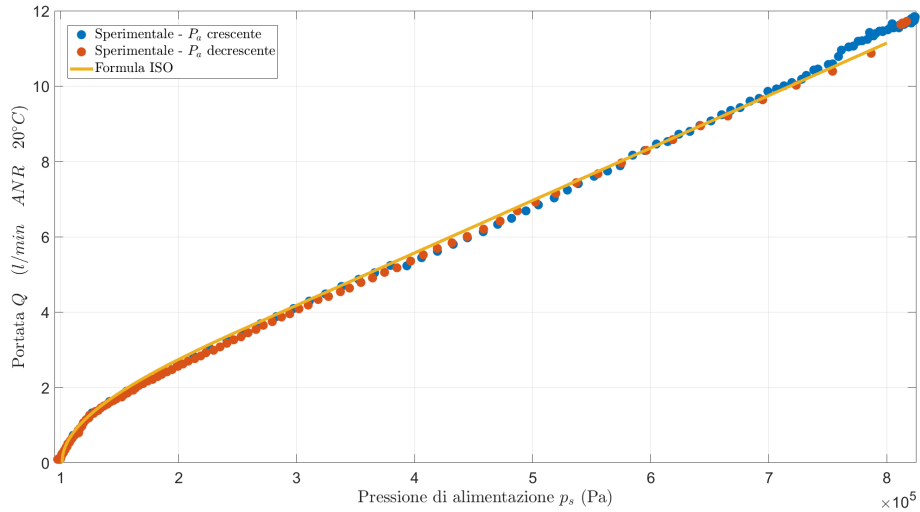


Figura 2.9: Risultati prova a getto libero

La seguente prova è necessaria eseguirla per validare le misure geometriche condotte. Inoltre la maggior parte dei pattini presentano dei fori d'alimentazione non perfettamente circolari e con delle tasche dalla dimensione geometrica non sempre nota. In tal senso è necessario ricercare un diametro equivalente.

2.2.3 Prove sperimentali

Una volta eseguite le misure geometriche ed effettuata la prova a getto libero è possibile eseguire i test sul pattino al fine di ottenere le caratteristiche statiche. Gli step da seguire sono i seguenti:

1. Posizionamento del pattino sul basamento: In questa fase è necessario innanzitutto controllare che l'unico carico applicato sia dovuto al precarico, variando la lunghezza del collegamento sferico.
2. Alimentare il pattino: In riferimento alla figura 2.3 è necessario impostare la pressione d'alimentazione voluta tramite il riduttore di pressione 9, commutare la valvola 10 riempiendo così il serbatoio 11. Una volta riempito è possibile commutare la valvola 13, portando così l'alimentazione al pattino.
3. Alimentare il cilindro: Regolare opportunamente le resistenze 3 e 7 e commutare le valvole 4 e 5 per incrementare gradualmente la pressione all'interno del cilindro e applicare quindi il carico statico al cuscinetto. Questa fase del test è rappresentata dal tratto 1-2 delle figure 2.10 e 2.11 che riportano gli andamenti ottenuti dalla procedura sperimentale descritta.
4. Quando la portata raggiunge un valore quasi nullo, in genere 1 l/min , la capacità di carico ha assunto il valore massimo (vedi punto 2 delle figure 2.10 e 2.11), si commuta quindi la valvola 4 per mantenere la forza costante e si interrompe l'alimentazione del pattino commutando la valvola 13.
5. Il test si conclude scaricando il cilindro e quindi il carico applicato commutando la valvola 5 (vedi tratto 3-4 delle figure 2.10 e 2.11).

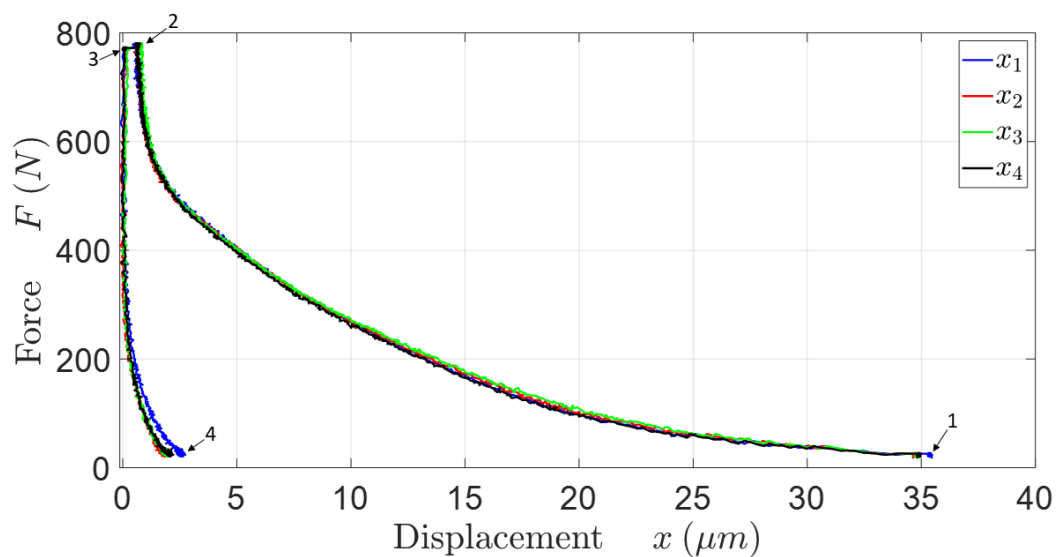


Figura 2.10: Test sperimentale: Capacità di carico F in funzione dell'altezza del meato h

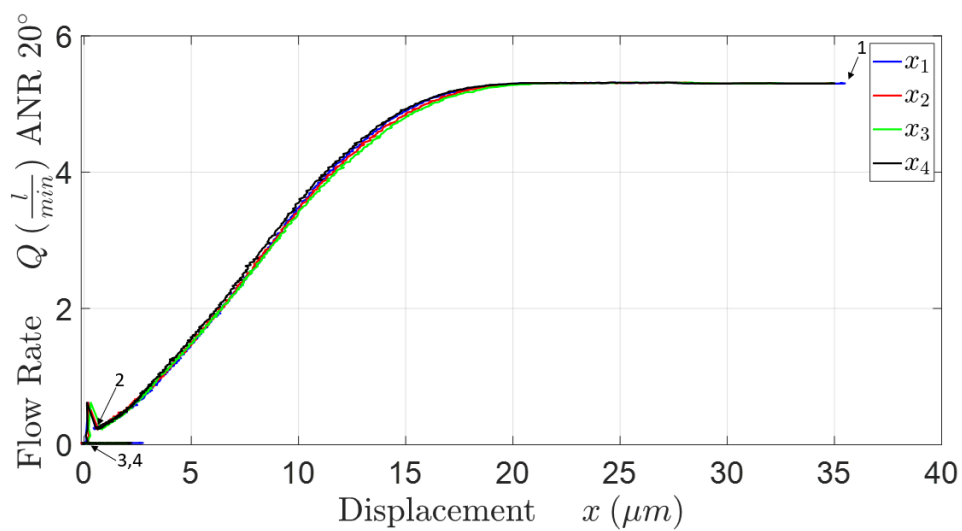


Figura 2.11: Test sperimentale: Consumo d'aria Q in funzione dell'altezza del meato h

2.2.4 Elaborazione dei risultati

Una volta acquisiti i dati sperimentali su file *txt* tramite un codice implementato su LabView, questi sono elaborati tramite un codice su Matlab. La prima operazione è stata di filtrarli utilizzando un filtro a media mobile tramite la funzione *smooth*. Dopodiché è stata fatta una media dei quattro valori ottenuti dai sensori capacitivi ottenendo così un valore di spostamento medio x_m . Tuttavia i sensori forniscono la distanza tra essi e la base superiore del pattino, al fine di ricercare l'altezza del meato è necessario definire lo zero. Per fare ciò bisogna individuare l'elemento a cui corrisponde il valore minimo di $-x_m$, dopodiché basterà sottrarre tale valore per ciascun vettore $x_{1,2,3,4}$. L'operazione successiva consiste nell'estrapolare solo le porzioni di curva d'interesse. Come già accennato nel paragrafo precedente, durante il test sperimentale inevitabilmente il pattino si fletterà andando in contatto con il basamento. Tale situazione provocherà un'alterazione dei risultati che è possibile osservare nel grafico che riporta il carico in funzione del meato. Infatti durante il contatto metallo-metallo il valore di F tenderà ad aumentare considerevolmente così come il valore di rigidezza nonostante la portata Q risulti ancora diverso da zero. È pertanto necessario manualmente rimuovere i punti in cui il pattino è in contatto con il basamento. Nelle figure 2.12 e 2.13 sono riportate le porzioni di curva estrapolate d'interesse.

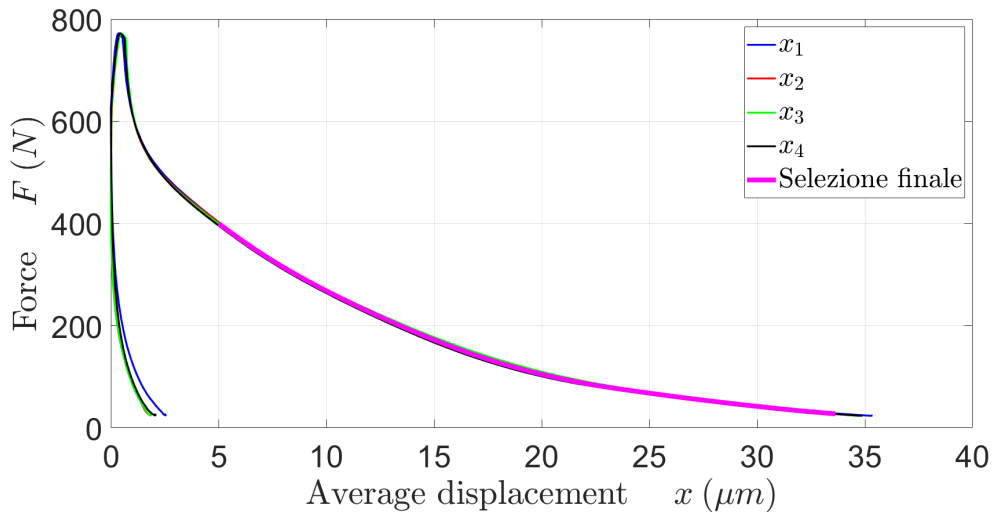


Figura 2.12: Test sperimentale: Selezione finale capacità di carico in funzione dell'altezza del meato h

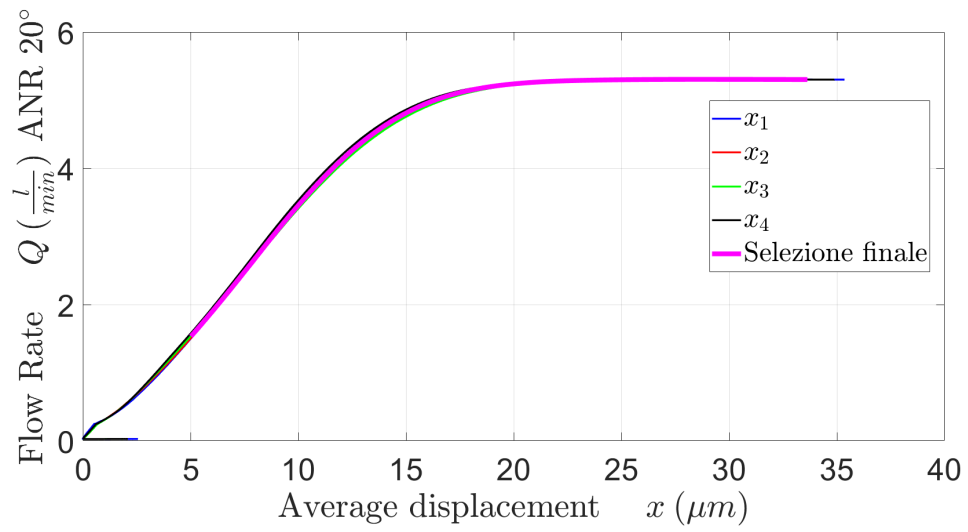


Figura 2.13: Test sperimentale: Selezione finale consumo d'aria in funzione dell'altezza del meato h

Capitolo 3

Modellazione del pattino pneumostatico

Nel seguente capitolo viene presentato il modello a parametri concentrati sviluppato per simulare il comportamento dei pattini pneumostatici, e in particolare le equazioni che governano i fenomeni. Viene proposta inoltre una procedura che permette di adimensionalizzare le equazioni al fine di poter trarre delle conclusioni indipendentemente dalle caratteristiche geometriche del pattino. Infine viene descritto il modello implementato su COMSOL.

3.1 Modelli numerici

Nel corso degli anni grazie allo sviluppo tecnologico è stato possibile sviluppare dei modelli numerici in grado di stimare in maniera più accurata le prestazioni dei cuscinetti pneumostatici. In linea generale è possibile impiegare un modello agli elementi finiti oppure un modello a parametri concentrati. Il primo metodo è in grado di simulare il profilo di pressione sotto al cuscinetto in maniera più accurata rispetto al secondo, tuttavia richiede dei tempi computazionali maggiori. Motivo per cui, in linea generale, sono i modelli a parametri concentrati ad essere adottati per ricavare le caratteristiche statiche dei cuscinetti. La bontà dei risultati di tali modelli è

correlata alla scelta degli elementi concentrati e come questi sono collegati tra di loro. Inoltre è necessario affiancare al modello un processo d'identificazione delle pressioni in grado di stimare il legame che sussiste tra la pressione in fuoriuscita dal foro e la pressione media che agisce sotto la base del pattino. A tal proposito in [13] viene proposto un modello a parametri concentrati LP di un pattino rettangolare pneumostatico con ragnatura che tiene conto dei volumi delle singole tasche dei fori al fine di ricavare le performance dinamiche e statiche. In [14] viene invece presentato un modello che tiene conto inoltre della resistenza che agisce nell'area centrale del cuscinetto. Anche in questo caso i risultati statici risultano essere soddisfacenti, mentre per quanto riguarda le caratteristiche dinamiche c'è possibilità di ulteriori miglioramenti. Entrambi i modelli vengono risolti considerando una relazione esponenziale di tipo semi-empirica tra la pressione media del meato e la pressione in fuoriuscita dai fori. In [15] i risultati statici ottenuti dal modello LP vengono confrontati con i risultati ottenuti utilizzando un metodo ai parametri distribuiti. L'articolo in questione propone una procedura che permette adimensionalizzare le equazioni al fine valutare l'influenza di alcuni parametri geometrici sulle performance dei cuscinetti. In questo caso la relazione assunta tra le due pressioni è lineare. In [16] vengono confrontati i risultati ottenuti da un modello a parametri concentrati statico e dinamico con i parametri distribuiti. Nello studio statico il modello è in accordo con il parametri distribuiti aumentando il numero di fori e diminuendo la distanza tra di loro. Lo scopo della trattazione che verrà fatta nei seguenti capitoli sarà quella di presentare una procedura numerico-sperimentale innovativa valida per qualsiasi tipo di geometria con lo scopo di trovare la relazione che sussiste tra la pressione in fuoriuscita dai fori e la pressione media sotto al cuscinetto. Identificare tale legame permette quindi di conoscere il profilo di distribuzione sotto al pattino e ottenere dei risultati più accurati.

3.2 Modello a parametri concentrati

La figura 3.1 mostra le dimensioni d'interesse dei pattini in esame ed una sezione del foro d'alimentazione dove è possibile osservare il profilo triangolare della ragnatura. Nelle tabelle 3.1, 3.2, 3.3 sono presentate le dimensioni geometriche dei pattini oggetto di studio.

Parametri geometrici	Simbolo	Valore	Unità di misura
Lunghezza	L	0.070	m
Larghezza	B	0.035	m
Lunghezza ragnatura	l	0.050	m
Larghezza ragnatura	b	0.020	m
Numero fori alimentazione	n_{fori}	4	/
Diametro del foro d'alimentazione	d_p	0.23	mm
Larghezza area ragnatura	w_g	0.2	mm
Altezza area ragnatura	h_g	0.07	mm
Diametro della tasca	D_p	0.85	mm

Tabella 3.1: Parametri geometrici del pattino G6

Parametri geometrici	Simbolo	Valore	Unità di misura
Lunghezza	L	0.075	m
Larghezza	B	0.050	m
Lunghezza ragnatura	l	0.055	m
Larghezza ragnatura	b	0.030	m
Numero fori alimentazione	n_{fori}	4	/
Diametro del foro d'alimentazione	d_p	0.23	mm
Larghezza area ragnatura	w_g	0.2	mm
Altezza area ragnatura	h_g	0.07	mm
Diametro della tasca	D_p	0.85	mm

Tabella 3.2: Parametri geometrici del pattino G4

Parametri geometrici	Simbolo	Valore	Unità di misura
Lunghezza	L	0.060	m
Larghezza	B	0.030	m
Lunghezza ragnatura	l	0.045	m
Larghezza ragnatura	b	0.020	m
Numero fori alimentazione	n_{fori}	4	/
Diametro del foro d'alimentazione	d_p	0.195	mm
Larghezza area ragnatura	w_g	0.22	mm
Altezza area ragnatura	h_g	0.077	mm
Diametro della tasca	D_p	0.82	mm

Tabella 3.3: Parametri geometrici del pattino G5

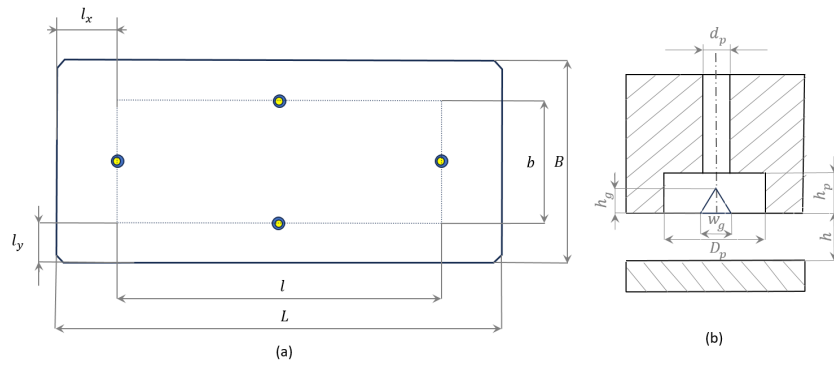


Figura 3.1: (a) Dimensioni geometriche pattino (b) Sezione del foro d'alimentazione

La figura 3.2 mostra lo schema pneumatico equivalente del pattino pneumostatico. P_s è la pressione d'alimentazione. $C_{s,1}$ e $C_{s,2}$ corrispondono rispettivamente alla conduttanza dovuta alla variazione di sezione del foro d'alimentazione e del meato. P_2 è la pressione sotto ai fori d'alimentazione e P_0 è la pressione media che agisce nel volume V_0 delimitato dall'area rettangolare della ragnatura. La funzione $f_{\frac{P_2}{P_0}}$ rappresenta il legame che sussiste tra le due pressioni in gioco, tale legame risulterà oggetto di studio nel capitolo successivo al fine di risolvere il modello numerico. Per concludere è rappresentata la portata G_1 che attraversa i fori d'alimentazione e la portata G_2 che fuoriesce dal pattino.

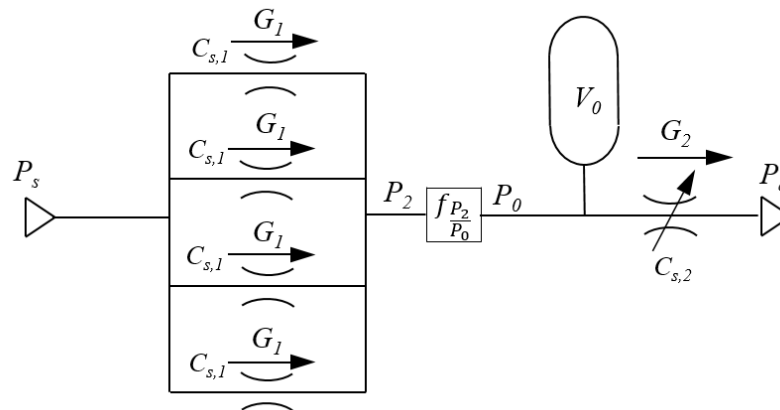


Figura 3.2: Schema pneumatico pattino

3.3 Scelta dell'area

Nel calcolo della portata l'area può essere scelta convenzionalmente pari a $\pi d^2/4$ oppure pari a πdh . Nel primo caso l'orifizio prende nome di Orifice Compensated mentre nel secondo caso Inherently Compensated in quanto il valore risulta essere dipendente dal valore dell'altezza del meato. Tale scelta è funzione dell'altezza del meato h , si sceglie infatti sempre il valore di conduttanza minore. Risulterà quindi:

$$h < \frac{d_p}{4} \text{ Inherently Compensated}$$

$$h > \frac{d_p}{4} \text{ Orifice Compensated}$$

Per quanto riguarda la formulazione Inherently Compensated è possibile tener conto anche dell'area triangolare della ragnatura sommando a πdh il termine $w_g h_g$. Un'altra scelta possibile è considerare un'area equivalente. Il lavoro tratto da Pink [17] propone una formulazione che tiene conto di entrambe le aree e le pesa in funzione dell'altezza del meato.

$$A_e = \frac{c_{d_f} A_f}{\sqrt{1 + \delta^2}}$$

dove $A_f = \pi d^2/4$, $A_t = \pi dh$, $\delta = \frac{A_f}{A_t}$ e c_{d_f} è il coefficiente di scarico del foro necessario per rendere la portata uguale a quella sperimentale. A tal proposito viene riportata la figura 3.3 che confronta il valore dell'area espresse secondo le tre diverse formulazioni in funzione del valore del meato per un generico cuscinetto. Si osserva che l'espressione equivalente per valori bassi del meato segue l'andamento dell'area anulare per poi assumere dei valori prossimi all'area circolare per valori alti del meato.

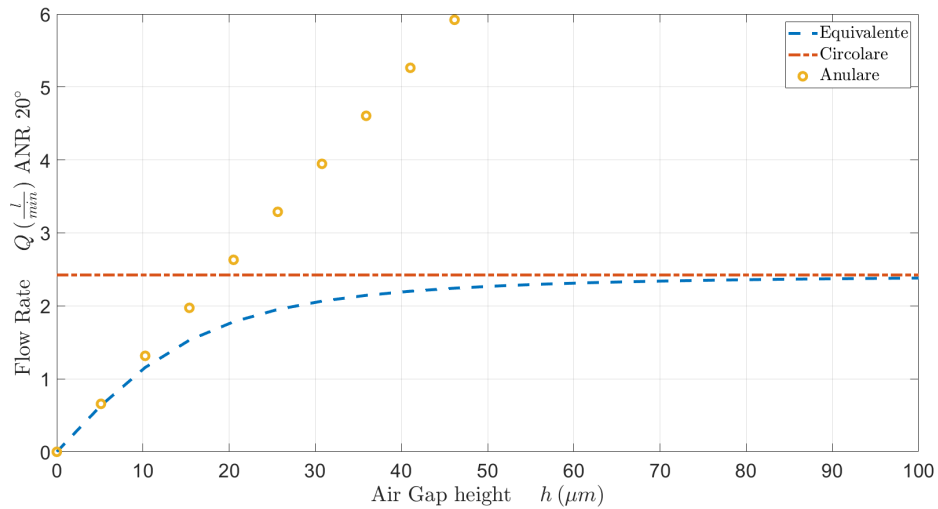


Figura 3.3: Confronto tra Area Foro-Anulare-Equivalente

A questo punto risulta necessario osservare che il modello numerico a parametri concentrati descritto nel paragrafo 3.1 prevede l'impiego di pressioni equivalenti. Risulta quindi possibile omettere i coefficienti di scarico in quanto le pressioni sono ottenute tramite un'opportuna procedura che prevede l'utilizzo di dati sperimentali.

3.4 Equazione di Reynolds

La lubrificazione mediante fluidi è descritta dall'equazione differenziale del secondo ordine di Reynolds, ottenuta dall'equilibrio tra gli elementi pattino-contropattino tra i quali è presente il lubrificante. Le ipotesi da effettuare sono le seguenti:

1. Forze di volume trascurabili (inerzia e gravità);
2. Moto laminare;
3. Viscosità costante lungo lo spessore del meato;
4. Una delle tre dimensioni è trascurabile rispetto alle altre ($h \ll L, D$);

5. Pareti impermeabili;
6. No scorrimento a parete;
7. Fluido newtoniano $\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$

Grazie all'ipotesi 4 è possibile fare le seguenti assunzioni:

- La pressione e la viscosità rimangono costanti lungo l'altezza del meato h , ovvero $\mu = \mu(x, z)$ e $p = p(x, z)$;
- I gradienti di velocità nelle direzioni x ed y risultano trascurabili rispetto a quello in direzione del meato $\frac{\partial(\cdot)}{\partial x}, \frac{\partial(\cdot)}{\partial z} \ll \frac{\partial(\cdot)}{\partial y}$

Il primo step da seguire è ricavare l'espressione delle componenti velocità. Per fare ciò si considera l'equilibrio di un elemento infinitesimo all'interno del meato.

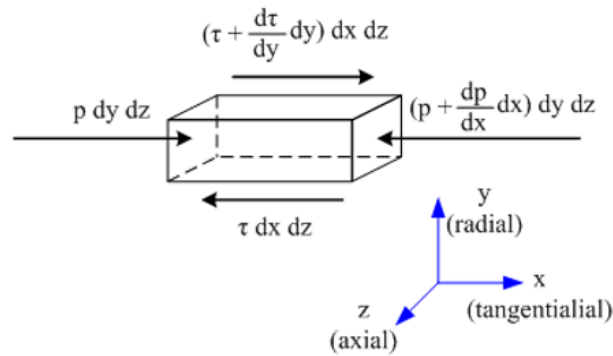


Figura 3.4: Equilibrio elemento infinitesimo all'interno del meato

Partendo dalle seguenti ipotesi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial y} \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} \end{aligned} \tag{3.1}$$

Per l'ipotesi 3 e 7, si giunge alla seguenti equazioni:

$$\begin{aligned}\frac{\partial p}{\partial x} &= \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\end{aligned}\tag{3.2}$$

Al fine di ricavare l'espressione della velocità è necessario integrare le equazioni 3.2 due volte. Ottenendo pertanto le seguente equazioni:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y^2 + A_1 y + A_2 &= u(y) \\ \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} y^2 + B_1 y + B_2 &= w(y)\end{aligned}\tag{3.3}$$

considerando le seguenti condizioni al contorno:

$$\begin{aligned}u(0) &= u_l \\ u(h) &= u_u \\ w(0) &= w_l \\ w(h) &= w_h\end{aligned}\tag{3.4}$$

Si trova che le costanti assumano i seguenti valori:

$$\begin{aligned}A_1 &= \frac{u_u - u_l}{h} - \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} h \\ B_1 &= \frac{w_u - w_l}{h} - \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} h\end{aligned}\tag{3.5}$$

L'espressione finale delle componenti di velocità sono riportate nell'equazione 3.6.

$$\begin{aligned}u(x, y) &= \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y^2 + \frac{u_u - u_l}{h} y - \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} h y + u_l \\ w(y, z) &= \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} y^2 + \frac{w_u - w_l}{h} y - \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} h y + w_l\end{aligned}\tag{3.6}$$

L'equazione di Reynolds è ricavata dall'equazione di bilancio della massa di un elemento di fluido all'interno del meato.

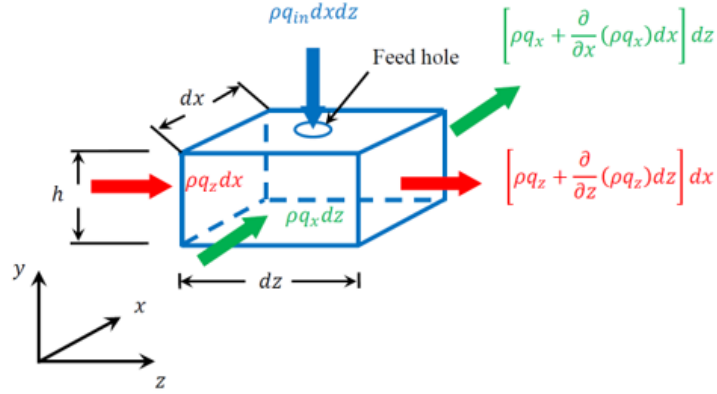


Figura 3.5: Bilancio della massa di un elemento infinitesimo di fluido

$$\begin{aligned} \rho q_x - \left[\rho q_x + \frac{\partial}{\partial x}(\rho q_x) dx \right] dz + \rho q_z - \left[\rho q_z + \frac{\partial}{\partial z}(\rho q_z) dz \right] dx + \\ + \rho q_{in} dx dy = \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} dx dz \end{aligned} \quad (3.7)$$

Facendo le opportune semplificazioni si giunge alla seguente equazione:

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\rho q_x) dx dz - \frac{\partial}{\partial z}(\rho q_z) dz dx + \rho q_{in} dx dy = \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} dx dz \quad (3.8)$$

3.5 Descrizione del modello numerico

La portata G_2 che fuoriesce dal bordo de fori è possibile ottenerla dal profilo di velocità espressione nell'equazione 3.6. Innanzitutto è necessario integrare tale espressione lungo la direzione dell'altezza del meato per ottenere il valore

della portata volumica per unità di lunghezza q_z e q_x .

$$\begin{aligned}
 q_x &= \int_0^h u(y) dx = \int_0^h \left(\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y^2 + \frac{y}{h} (u_u - u_l) - \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} hy + u_l \right) dy \\
 &= \left[\frac{y^3}{6\mu} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{hy^2}{4\mu} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{y^2}{2h} (u_u - u_l) + u_ly \right]_0^h \\
 &= \frac{h^3}{6\mu} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{h^3}{4\mu} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{h(u_u - u_l)}{2} + u_l h = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{h(u_u + u_l)}{2}
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Si giunge quindi alle seguenti espressioni:

$$q_x = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{h(u_u + u_l)}{2} \tag{3.10}$$

$$q_z = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{h(w_u + w_l)}{2} \tag{3.11}$$

Che inserite nel bilancio della massa forniscono l'equazione di Reynolds. Per concludere, integrando 3.10 e 3.11 nelle direzioni dove fuoriesce il fluido ovvero l_x e l_y e la pressione passa dal valore P_0 al valore di pressione ambiente P_a , si ottiene:

$$g_z = \frac{(P_0^2 - P_a^2)h^3}{24\mu R_g T} \cdot \frac{1}{l_y} \tag{3.12}$$

$$g_x = \frac{(P_0^2 - P_a^2)h^3}{24\mu R_g T} \cdot \frac{1}{l_x} \tag{3.13}$$

Moltiplicando tali valori per l'unità di lunghezza opportuna si ottiene:

$$G_z = \frac{(P_0^2 - P_a^2)h^3}{24\mu R_g T} \cdot \frac{b}{l_y} \tag{3.14}$$

$$G_x = \frac{(P_0^2 - P_a^2)h^3}{24\mu R_g T} \cdot \frac{l}{l_x} \tag{3.15}$$

L'espressione finale della portata G_2 che fuoriesce dai bordi è uguale a:

$$G_2 = 2(G_z + G_x) = \frac{(P_0^2 - P_a^2)h^3}{12\mu R_g T} \left(\frac{b}{l_x} + \frac{l}{l_y} \right) \tag{3.16}$$

La portata G_1 che attraversa i fori d'alimentazione è calcolata secondo la ISO 6358:

$$G_1 = \left(\pi \frac{d_p^2}{4} + w_g h_g \right) \sqrt{\frac{T}{T_0}} \psi P_s \sqrt{1 - \left(\frac{P_2 - b_c}{1 - b_c} \right)^2} \quad \psi = \frac{0.6855}{\sqrt{R_g T}} \quad (3.17)$$

$T_0 = 293$ K è la temperatura di riferimento, T è la temperatura d'ambiente, $R_g = 287$ J/kg/K è la costante universale dei gas e $b_c = 0.5283$ è il rapporto critico delle pressioni. Per tener conto anche della ragnatura si considera l'area equivalente $\pi d^2/4 + w_g h_g$. Si osserva come in questo caso è omesso il coefficiente di scarico. Tale semplificazione è possibile proprio grazie alla procedura d'identificazione che permette di ricavare le pressioni equivalenti P_2 e P_0 dai dati sperimentali. La capacità di carico F_p è stata valutata tenendo conto del fatto che la pressione presenta un profilo considerato costante nel volume V_0 per poi decrescere linearmente fino a raggiungere la pressione ambiente P_a all'esterno della ragnatura.

$$F_p = S_{eqv} (P_0 - P_a) \quad (3.18)$$

Dove l'area equivalente S_{eqv} risulta essere pari a:

$$S_{eqv} = \frac{1}{3} \left[lb + LB + \frac{(Lb + lB)}{2} \right] \quad (3.19)$$

Il modello infine richiede la conoscenza della pressione P_0 e P_2 . Per determinare la pressione P_0 è necessario applicare l'equazione di continuità al volume V_0 sottostante al pattino con un'area rettangolare delimitata dalla ragnatura. L'equazione di continuità applicata al volume V_0 é:

$$n_{\text{fori}} G_1 - G_2 = \frac{dP_0}{dt} \frac{V_0}{R_g T} + \frac{dh}{dt} \frac{P_0 A}{R_g T} \quad (3.20)$$

Per finire è necessario imporre l'equazione delle forze agenti sul pattino al fine di calcolare l'altezza del meato h . Tale espressione presuppone l'applicazione di una forza esterna pari a F_{ext} rappresentativa del carico esterno. L'equazione dell'equilibrio delle forze agenti è riportata nell'equazione 3.21.

$$M\ddot{h} + F^p = F^{ext} \quad (3.21)$$

3.5.1 Adimensionalizzazione delle equazioni del modello

Adimensionalizzare le equazioni descritte nel paragrafo 3.5 può essere utile per semplificare il problema e trarre delle conclusioni indipendentemente dalle dimensioni geometriche del pattino. L'obiettivo è infatti proporre un modello numerico costituito da equazioni adimensionali moltiplicate per una serie di gruppi di numeri che caratterizzano il cuscinetto. Per fare ciò è necessario innanzitutto esprimere le variabili in gioco nella seguente maniera:

- $P_0 = p_r \bar{P}_0$
- $P_2 = p_r \bar{P}_2$
- $P_s = p_r \bar{P}_s$
- $h = h_r \bar{H}$
- $t = t_r T$

Dove $p_r = Pa$, $h_r = 10\mu m$ e $t_r = \frac{12\mu l l_x}{p_r h_r^2}$ sono le grandezze di riferimento dimensionali, mentre \bar{P}_0 , \bar{P}_2 , \bar{P}_s , \bar{H} e T rappresentano le grandezze adimensionali. Fatto ciò si parte dall'equazione 3.20 e si sostituisce opportunamente le variabili. L'equazione 3.28 esprime l'equazione di continuità in termini adimensionali moltiplicata per una serie di fattori ovvero Λ_f , α_{xy} e σ_g . Le equazioni 3.29 e 3.30 esprimono la capacità di carico e l'espressione per ricavare la P_2 in termini adimensionali.

$$nG_1 - 2(G_x + G_y) = \frac{dP_0}{dt} \left(\frac{bhl + V_g}{R_g T} \right) + \frac{dh}{dt} \left(\frac{P_0 bl}{R_g T} \right) \quad (3.22)$$

$$G_1 - 2 \left[\frac{(P_0^2 - P_a^2) h^3 b}{24 \mu R_g T} \frac{1}{l_x} + \frac{(P_0^2 - P_a^2) h^3 l}{24 \mu R_g T} \frac{1}{l_y} \right] = \frac{dP_0}{dt} \left(\frac{bhl + V_g}{R_g T} \right) + \frac{dh}{dt} \left(\frac{P_0 bl}{R_g T} \right) \quad (3.23)$$

$$G_1 = K_T P_s \psi n \left(\frac{\pi d_p^2}{4} + w_g h_g \right) \sqrt{1 - \left(\frac{P_2 / P_s - b_c}{1 - b_c} \right)^2}$$

$$40 \quad G_1 - \left[\frac{p_r^2 h_r^3 b}{12 \mu R_g T l_x} (\bar{P}_0^2 - 1) H^3 + \frac{p_r^2 h_r^3 l}{12 \mu R_g T l_y} (\bar{P}_0^2 - 1) H^3 \right] = \frac{d\bar{P}_0}{dT} \left(\frac{p_r (blHh_r + V_g)}{t_r R_g T} \right) + \frac{dH}{dT} \bar{P}_0 \left(\frac{p_r h_r bl}{t_r R_g T} \right) \quad (3.24)$$

$$G_1 = K_T \bar{P}_s p_r \psi n \left(\frac{\pi d_p^2}{4} + w_g h_g \right) \sqrt{1 - \left(\frac{\bar{P}_2 / \bar{P}_s - b_c}{1 - b_c} \right)^2}$$

$$G_1 - \left[(\bar{P}_0^2 - 1) H^3 + \left(\frac{12 \mu R_g T l_x}{p_r^2 h_r^3 b} \right) \left(\frac{p_r^2 h_r^3 l}{12 \mu R_g T l_y} \right) (\bar{P}_0^2 - 1) H^3 \right] =$$

$$= \frac{d\bar{P}_0}{dT} \left(\frac{p_r (blHh_r + V_g)}{t_r R_g T} \right) + \frac{dH}{dT} \bar{P}_0 \left(\frac{p_r h_r bl}{t_r R_g T} \right) + \left(\frac{12 \mu R_g T l_x}{p_r^2 h_r^3 b} \right) \frac{dH}{dT} \bar{P}_0 \left(\frac{p_r h_r bl}{t_r R_g T} \right) \quad (3.25)$$

$$G_1 = \left(\frac{12 \mu R_g T l_x}{p_r h_r^3 b} \right) K_T \bar{P}_s \psi n \left(\frac{\pi d_p^2}{4} + w_g h_g \right) \sqrt{1 - \left(\frac{\bar{P}_2 / \bar{P}_s - b_c}{1 - b_c} \right)^2}$$

$$\begin{aligned}
 G_1 - \left[(\bar{P}_0^2 - 1)H^3 + \frac{l_x l}{b l_y} (\bar{P}_0^2 - 1)H^3 \right] = \\
 = \frac{d\bar{P}_0}{dT} \left(\frac{p_r h_r b l (H + \frac{V_g}{b l h_r})}{t_r R_g T} \right) + \frac{dH}{dT} \bar{P}_0 \left(\frac{p_r h_r b l}{t_r R_g T} \right) + \left(\frac{12 \mu R_g T l_x}{p_r^2 h_r^3 b} \right) \frac{dH}{dT} \bar{P}_0 \left(\frac{p_r h_r b l}{t_r R_g T} \right)
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

$$G_1 = \left(\frac{12 \mu R_g T l_x}{p_r h_r^3 b} \right) K_T \bar{P}_s \psi n \left(\frac{\pi d_p^2}{4} + w_g h_g \right) \sqrt{1 - \left(\frac{\bar{P}_2 / \bar{P}_s - b_c}{1 - b_c} \right)^2}$$

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{12 \mu R_g T l_x}{p_r h_r^3 b} \right) \psi n \left(\frac{\pi d_p^2}{4} + w_g h_g \right) K_T \bar{P}_s \sqrt{1 - \left(\frac{\bar{P}_2 / \bar{P}_s - b_c}{1 - b_c} \right)^2} - \left[(\bar{P}_0^2 - 1)H^3 + \frac{l_x l}{b l_y} (\bar{P}_0^2 - 1)H^3 \right] \\
 = \frac{l}{t_r} \left(\frac{12 \mu l_x}{p_r h_r^2} \right) \left[\frac{d\bar{P}_0}{dT} \left(H + \frac{V_g}{b l h_r} \right) + \frac{dH}{dT} \right]
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

$$\Lambda_f K_T \bar{P}_s \Phi \left(\frac{\bar{P}_2}{\bar{P}_s} \right) - \left[(\bar{P}_0^2 - 1)H^3 + \alpha_{xy} (\bar{P}_0^2 - 1)H^3 \right] = \sigma \left[\frac{d\bar{P}_0}{dT} (H + \sigma_g) + \frac{dH}{dT} \right] \tag{3.28}$$

$$\bar{F}_p = \frac{F_p}{p_r S_{equiv}} = (\bar{P}_0 - 1) \tag{3.29}$$

$$\bar{P}_2 = \frac{P_2}{p_r} = \bar{P}_0 (m h_0 H + q) \tag{3.30}$$

3.6 Procedura iterativa per risolvere il modello statico

Una volta completato il processo di identificazione delle pressioni spiegato nel paragrafo precedente è necessario risolvere il modello numerico. Come già anticipato le equazioni che governano i fenomeni fisici d'interesse sono equazioni di continuità, ovvero equazioni differenziali che dipendono dal tempo. Per risolvere tali equazioni è pertanto necessario innanzitutto discretizzarle. In questo caso si è impiegato il metodo di *Eulero esplicito*, effettuando le seguenti ipotesi:

$$\dot{y}(t) \cong \frac{dy}{dt} = \frac{y(t + \Delta t) - y(t)}{\Delta t} \quad (3.31)$$

Per risolvere il modello numerico è necessario seguire i seguenti step:

1. Determinare le condizioni iniziali;
2. Determinare le caratteristiche statiche.

3.6.1 Procedura iterativa per determinare le condizioni iniziali

Per determinare le condizioni iniziali è necessario innanzitutto fissare un valore di meato iniziale $h_0=4 \mu m$. Successivamente si inizializzano i seguenti valori

- $F_p=0$
- $G_1=0$
- $G_2=0$
- $P_2=P_s$
- $err_{F_p}=0$

Dove l'errore err_{F_p} risulta essere:

$$err_{F_p} = \frac{F_p - F_{ext}}{F_{ext}} \quad (3.32)$$

1. Una volta inizializzate le variabili è possibile calcolare la portata che attraversa il foro mediante l'ISO 6358 riportata nelle equazioni 2.1, che tiene conto del rapporto di pressione tra monte e valle ovvero se il flusso è subsonico oppure sonico.
2. Il secondo step prevede l'utilizzo dell'equazione 3.16 per il calcolo della portata G_2 uscente dal meato.
3. Successivamente, al fine di ricavare la pressione media P_0 è possibile applicare il metodo di Eulero Esplicito all'equazione 3.20, ottenendo così il seguente risultato.

$$P_{0_1} = P_{0_0} + (4G_{1_0} - G_{2_0}) \frac{\Delta t R_g T}{V_0} \quad (3.33)$$

Dove V_0 risulta essere pari a:

$$V_0 = h_0 l b + V_g \quad (3.34)$$

$$V_g = w_g h_g (l + b) \quad (3.35)$$

Una volta ottenuto il valore della pressione P_0 è possibile utilizzare l'espressione ricavata dal processo d'identificazione delle pressioni che lega tale pressione alla pressione uscente dai fori d'alimentazione P_2 .

4. Infine si calcola la forza F_p mediante l'equazione 3.18 in modo da poter valutare l'errore err_F mediante l'equazione 3.42. Solo quando quest'ultimo risulta essere inferiore della tolleranza pari a $1 \cdot 10^{-7}$ il ciclo potrà considerarsi concluso. Una volta verificata quindi la convergenza della soluzione è possibile determinare le caratteristiche statiche.

3.6.2 Procedura iterativa per determinare le caratteristiche statiche

Al fine di determinare le caratteristiche statiche è necessario simulare l'applicazione di un carico esterno F_{ext} pari a:

$$F_i^{ext} = F_{P0} - i \Delta F \quad (3.36)$$

Dove F_{P0} è ottenuto dalla procedura per determinare le condizioni iniziali. Si osserva che il vettore F_i^{ext} è definito in maniera tale da simulare un decremento del carico in "i" gradini. Ad ogni step corrisponde una risposta del sistema che è possibile osservare nelle figure 3.6.

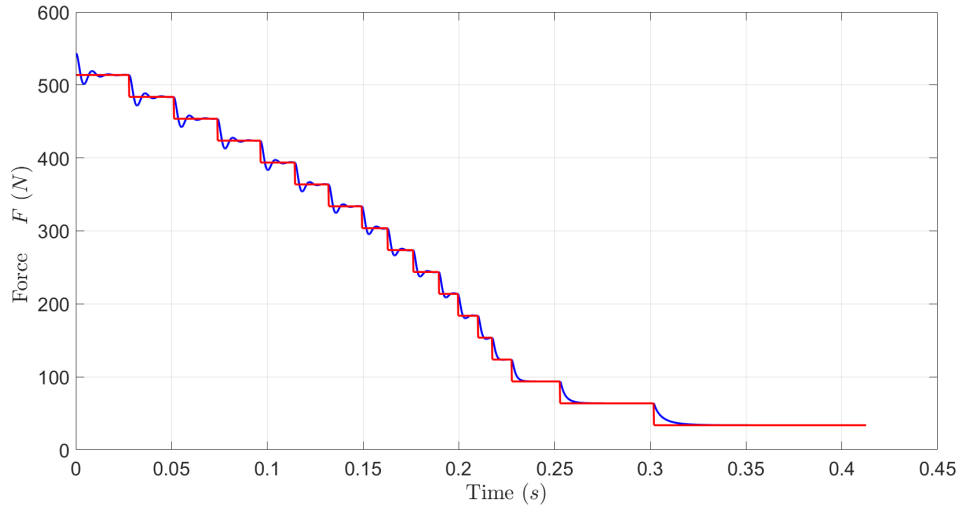


Figura 3.6: Risposta del sistema alla forza esterna F_i

A tal proposito è necessario osservare che al fine di far terminare il transitorio è stato necessario impostare uno smorzamento numerico pari a $c_{num} = 2 \cdot 10^4 N \frac{s}{m}$

Maggiore è il numero di step, maggiori saranno i punti che definiscono le caratteristiche statiche. La presenza della forza esterna genera una variazione dell'altezza del meato h , causando quindi una variazione dell'espressione dell'equazione di continuità. Il procedimento di calcolo risulta essere quasi analogo a quello descritto nel paragrafo precedente tuttavia ci sono alcune sostanziali differenze.

1. Calcolo della portata G_1 che attraversa il foro mediante l'equazione 2.1;
2. Calcolo della portata G_2 che fuoriesce dal meato mediante l'equazione 3.16;
3. Calcolo della capacità di carico F_P tramite l'equazione 3.18;

4. Applicazione del metodo di Eulero Esplicito all'equazione differenziale del secondo ordine a coefficienti costanti 3.21, ottenendo così i seguenti risultati:

$$\dot{h}_1 = \dot{h}_0 + (F_p - F_{ext} - c_{num}\dot{h}_0) \frac{\Delta t}{M} \quad (3.37)$$

$$h_1 = h_0 + \dot{h}_0 \Delta t \quad (3.38)$$

$$M = \frac{F_{ext}}{g} \quad (3.39)$$

Inoltre risulta necessario imporre uno step temporale pari a $10^{-7}s$ tale da garantire una soluzione accurata a discapito di tempi di calcolo leggermente alti.

5. Risoluzione dell'equazione di continuità per il calcolo della pressione P_0 :

$$P_{0_1} = P_{0_0} + \left[(4G_{1_0} - G_{2_0}) - \dot{h}_0 \frac{P_{0_0} A}{R_g T} \right] \frac{\Delta t R_g T}{V_0} \quad (3.40)$$

6. Utilizzo dell'espressione della relazione trovata nel processo d'identificazione per il calcolo della P_2 ;
7. Calcolo degli errori err_{F_p} , err_h e verifica della convergenza.

$$err_{F_p} = \frac{F_p - F_{ext}}{F_{ext}} \quad (3.41)$$

$$err_h = \frac{h_1 - h_0}{h_0} \quad (3.42)$$

3.7 Implementazione del modello numerico su COMSOL

COMSOL Multiphysic è un software commerciale che permette di risolvere una vasta gamma di problemi fisici. La potenza di tale programma risiede nella possibilità di modellare la monofisica e la multifisica in maniera completamente accoppiata. Attraverso il Model Builder è possibile definire la geometria, la fisica da implementare e il tipo di studio. Una volta definiti tutti i parametri geometrici e fisici da impiegare nelle definizioni delle equazioni e delle variabili è possibile procedere creando la geometria del cuscinetto mediante una serie di parametri di input. Nel nostro caso è stato possibile modellare il pattino mediante la definizione di una serie di rettangoli e cerchi ed uno spessore al fine di realizzare una geometria 3D.

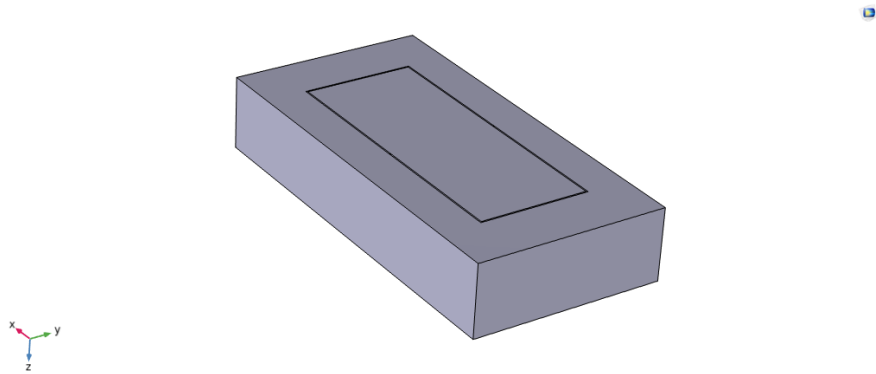


Figura 3.7: Geometria 3D pattino pneumostatico implementato su COMSOL

La prima equazione da definire è la portata G_1 che attraversa i fori d'alimentazione. Per fare ciò è necessario definire la seguente funzione a tratti nella sezione delle variabili.

$$G_1 = c_d A \frac{P_s}{\sqrt{R_g T_s}} \sqrt{\frac{2k}{k-1}} \Phi \left(\frac{P_2}{P_1} \right) \quad (3.43)$$

$$\phi = \begin{cases} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]^{\frac{1}{2}}, & \text{se } \frac{P_2}{P_1} > \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \\ \left[\left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{2}{k-1}} - \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \right]^{\frac{1}{2}}, & \text{se } \frac{P_2}{P_1} < \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \end{cases}$$

$c_{d,c}$ è il coefficiente d'efflusso da dover tener in considerazione per ottenere una portata uguale a quella reale. La scelta del coefficiente è funzione del diametro del foro e dell'altezza del meato. Per semplificare il problema si è scelta la sola formulazione Orifice Compensated valida nel range $\pi d^2/4 < \pi dh$.

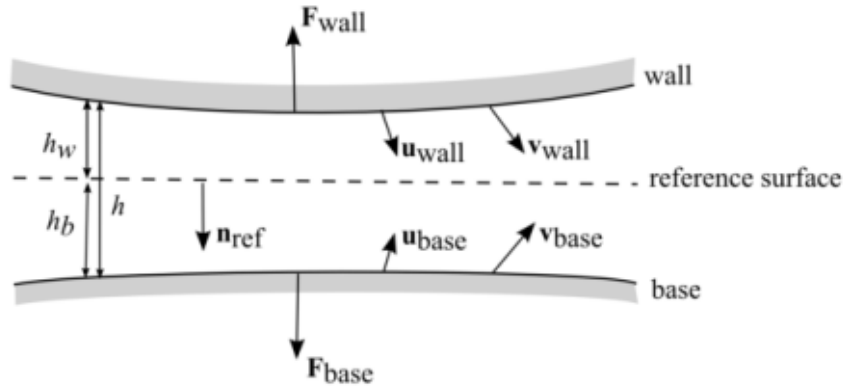
$$c_{d,c} = 0.85 \left(1 - e^{-8.2h/d} \right) \left(1 - 0.3e^{-0.001Re_c} \right) \quad (3.44)$$

$$Re_c = \frac{\rho U d}{\mu} = \frac{4G}{\pi \mu d} \quad (3.45)$$

Re_c è il numero di Reynolds ottenuto considerando un area pari ad $A = \pi d^2/4$. Una volta definita la portata G_1 si passa a modellare quella che è la portata che fuoriesce dai bordi del pattino, utilizzando l'equazione differenziale alle derivate parziali di Reynolds, la cui espressione è riportata di seguito.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\rho h U}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\rho h V}{2} \right) = \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} \quad (3.46)$$

Per fare ciò si implementa la fisica Thin-Film Flow che viene impiegata per modellare un fluido che giace in un meato di piccola dimensione. In figura 3.10 è mostrata la configurazione del fluido nel meato. Il wall si muove con uno spostamento pari a u_{wall} e una velocità pari a v_{wall} . Analogamente la base si muove con uno spostamento pari a u_{base} e velocità pari a v_{base} . A causa della compressione del fluido, causato dall'aumento del carico applicato, c'è un aumento di pressione pari a p_f e un aumento della velocità v_{ave} del fluido nel meato.


Figura 3.8: Thin-Film Flow

Se il meato risulta essere molto sottile è possibile considerare il fluido isoterma, inoltre se $h \ll L$ (dimensione laterale della base) è possibile ignorare le forze d'inerzia e la curvatura della base. Sotto queste ipotesi è quindi possibile applicare l'equazione di Reynolds modificata.

$$\nabla \cdot (h\rho v_{ave}) = 0 \quad (3.47)$$

dove $h = h_w + h_b$ e v_{ave} rappresenta la velocità media del fluido nel piano di riferimento. Se si considerano le ipotesi fatte è possibile esprimere la legge ideale dei gas nella seguente maniera:

$$p_A = \frac{RT_0}{M_n} \rho \quad (3.48)$$

Dove T_0 è la temperatura costante dei gas, M_n è la massa molare dei gas e R la costante universale dei gas. La pressione del fluido risulta essere pari a $p_A = p_{ref} + p_f$ dove p_A è la pressione assoluta. Sostituendo l'equazione 3.48 in 3.47 e dividendo per il termine M_n/RT_0 si ottiene:

$$\nabla \cdot (hp_A v_{ave}) = 0 \quad (3.49)$$

L'espressione della velocità media del fluido v_{ave} può essere espressa attraverso la seguente equazione.

$$\vec{v}_{ave} = v_{ave,x}\hat{i} + v_{ave,y}\hat{j} \quad (3.50)$$

Le componenti della velocità rappresentano le portate volumetriche per unità di lunghezza lungo le due coordinate.

$$\frac{q_x}{h} = \frac{1}{h} \int_0^h u(z) dz = v_{ave,x} \quad (3.51)$$

$$\frac{q_y}{h} = \frac{1}{h} \int_0^h v(z) dz = v_{ave,y} \quad (3.52)$$

L'espressione della velocità del fluido che attraversa i fori è definita come una funzione a tratti con un valore di P_2 che varia dalla pressione d'alimentazione P_s e il valore di pressione ambiente P_a .

$$v_{hole} = c_d \sqrt{R_g T_s} \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left(1 - p^{\frac{k-1}{k}}\right)} \quad (3.53)$$

$$p = \begin{cases} \frac{P_2}{P_1}, & \text{se } \frac{P_2}{P_1} > 0.5283 \\ \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}, & \text{se } \frac{P_2}{P_1} \leq 0.5283 \end{cases}$$

Il pattino da modellare presenta una ragnatura che ne influenza le prestazioni. È necessario pertanto definire l'altezza del meato come una variabile H_0 che nel volume della ragnatura assume un valore pari al $h_0 + h_g$ e uguale a h_0 altrove. h_0 rappresenta il valore dell'altezza del meato nelle condizioni iniziali. Per completare il modello è necessario definire l'espressione dell'equazione di continuità tra la portata che entra attraverso i fori e quella che fuoriesce dai bordi del pattino.

$$G_1 - G_2 = 0 \quad (3.54)$$

$$G_2 = \oint_{\Gamma} (\rho h v_{ave}) \hat{n} \cdot d\mathbf{l} \quad (3.55)$$

Dove Γ indica i bordi dei fori d'alimentazione. Per completare il modello numerico è necessario inoltre definire le condizioni al contorno. Le condizioni di Dirichlet imposte sono pari a P_2 sul bordo del foro ed un valore di pressione ambiente P_a sui bordi del pattino.

Il metodo di discretizzazione di COMSOL è basato su un metodo agli elementi finiti. L'algoritmo crea una generica mesh con elementi tetraedrici con una combinazione di tipo di elementi per ricavare risultati più accurati nella maniera più rapida possibile. In questo caso si è utilizzato una mesh extremely fine.

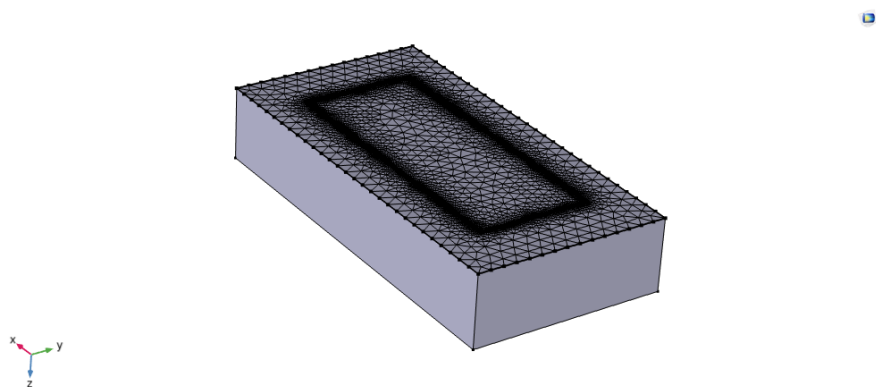


Figura 3.9: Mesh

La modellazione si conclude imponendo il tipo di studio da condurre. In questo caso si è scelto un tipo di studio stazionario che è possibile adottare quando le variabili in gioco non cambiano valore durante il tempo. Un'estensione utile in questo tipo di studio è l'auxiliary sweep che permette di effettuare un'analisi parametrica.

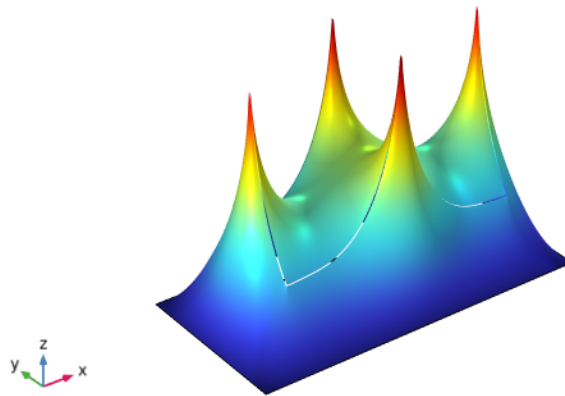


Figura 3.10: Profilo di distribuzione di pressione ottenuto dal modello COMSOL

Capitolo 4

Identificazione delle pressioni equivalenti

Al fine di ottenere un modello a parametri concentrati affidabile è necessario effettuare un processo di identificazione delle pressioni P_2 e P_0 e di ricercare una formulazione matematica che li metta in relazione. Ovvero è necessario trovare la relazione che lega la pressione media P_0 che agisce nel volume V_0 sottostante al pattino e delimitato dai bordi della ragnatura con la pressione esattamente fuori ai fori d'alimentazione P_2 . Ciò ci permetterà di stimare in maniera più accurata il profilo di pressione sottostante al pattino. La procedura proposta è da considerare numerico-sperimentale in quanto è necessario utilizzare le equazioni del modello a parametri concentrati e i risultati sperimentali ottenuti dai test condotti. Di seguito sono riportati i passaggi da seguire.

1. Definizione dei parametri fisici e geometrici

Parametri fisici	Simbolo	Valore	Unità di misura
Pressione ambiente	P_{amb}	101325	Pa
Costante universale dei gas	R_g	287.053	J/(kg · K)
Temperatura di alimentazione	T_s	293.15	K
Viscosità dinamica	μ	$1.81 \cdot 10^{-5}$	Pa · s
Fattore delle portate in l/min a 20°C	C_g	49834	(l · s)/(min · kg)
Accelerazione di gravità	g	9.806	m/s^2

Tabella 4.1: Parametri fisici del modello a parametri concentrati

Parametri geometrici	Simbolo	Valore	Unità di misura
Lunghezza	L	0.07	m
Larghezza	B	0.035	m
Lunghezza ragnatura	l	0.05	m
Larghezza ragnatura	b	0.02	m
Numero fori alimentazione	n_{fori}	4	/
Diametro del foro d'alimentazione	d_p	0.23	mm
Altezza ragnatura	h_g	0.07	mm
Larghezza ragnatura	w_g	0.2	mm

Tabella 4.2: Parametri geometrici del pattino G6

2. Calcolo di P_0 mediante l'equazione della capacità

Definiti i parametri fisici e geometrici è possibile ricavare il valore di P_0 dall'espressione (3.18) che indica la capacità di carico. Il risultato è riportato nell'equazione 4.1.

$$P_0 = Pa + \frac{F_p^{exp}}{S_{eqv}} = Pa + \frac{F_p^{exp}}{\left[\frac{1}{3} \left(bl + LB + \left(\frac{bL+lB}{2} \right) \right) \right]} \quad (4.1)$$

dove F_p^{exp} risulta essere la capacità di carico ottenuta mediante i test sperimentali.

3. Calcolo di h_{eqv}

Determinato il valore di P_0 è possibile ricavare l'espressione del meato equivalente dall'equazione (3.17) che sarà impiegata per i successivi step. Il risultato è riportato nell'equazione 4.2.

$$h_{eqv} = \left(\frac{12\mu RgTG^{\text{exp}}}{(P_0^2 - Pa^2) \left(\frac{b}{l_x} + \frac{l}{l_y} \right)} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4.2)$$

dove G^{exp} risulta essere la portata d'aria ottenuta mediante i test sperimentali. Tuttavia, come già spiegato nel paragrafo 2.2.1, il cuscinetto è soggetto a fenomeni di flessione dovuti all'aumento del carico applicato. Motivo per cui il meato equivalente calcolato mediante l'identificazione non sarà uguale al meato sperimentale. Sarà necessario pertanto sommare ad h_{eqv} un opportuno valore che è funzione del carico applicato e quindi della pressione d'alimentazione.

4. Calcolo di P_2

Una volta calcolato P_0 e h_{eqv} è possibile ricavare il valore della pressione sotto i fori d'alimentazione P_2 dall'equazione di continuità riportata nell'equazione 4.3 valida unicamente nel tratto subsonico, in funzione dei vari valori del meato equivalente h_{eqv} calcolato nello step precedente.

$$G_2^{\text{exp}} - n_{fori} \left(\pi \frac{d_p^2}{4} + w_g h_g \right) K_t \psi P_s \sqrt{1 - \left(\frac{P_2 - b_c}{P_s - b_c} \right)^2} = 0 \quad (4.3)$$

Tuttavia è necessario osservare che tale espressione non è lineare ed è necessario quindi utilizzare un metodo iterativo per ricavare P_2 . In questo caso si è deciso di utilizzare il *Metodo Regula Falsi*, ovvero un metodo che ad ogni iterazione considera come punto successivo l'intersezione della retta passante per gli estremi della funzione e l'asse delle x . In figura 4.1 è riportato a titolo d'esempio una generica funzione. L'estremo superiore p_A si pone pari alla pressione d'alimentazione P_s mentre l'estremo inferiore p_B si pone pari alla pressione ambiente P_a .

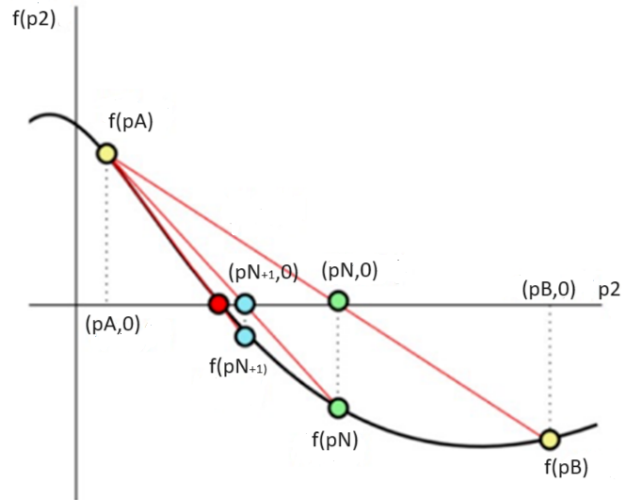


Figura 4.1: Metodo Regula Falsi

Una volta imposti gli estremi della funzione tale metodo prevede l'implementazione dell'equazione di una retta passante per suddetti punti. L'espressione sarà in questo caso la seguente:

$$p_N = p_A - f(p_A) \frac{p_B - p_A}{f(p_B) - f(p_A)} \quad (4.4)$$

Definita l'equazione è possibile ricavare il valore di p_N che passa per l'asse delle ascisse. Una volta ottenuto tale valore è possibile trovare $f(p_N)$ inserendolo nell'equazione (4.3) e valutarne il segno. Se quest'ultimo è negativo sarà necessario aggiornare l'estremo di destra con il valore appena ottenuto. Viceversa, se si ottiene un segno positivo, si aggiornerà l'estremo di sinistra. Il processo è iterativo, ovvero è necessario impostare una tolleranza d'errore da soddisfare al fine di far convergere la soluzione ed ottenere il valore di P_2 .

- Fitting dati** L'ultimo passaggio del processo di identificazione delle pressioni consiste in un *fitting* dei dati, ovvero ricercare una funzione matematica in grado di approssimare l'andamento del rapporto tra P_2 e P_0 in funzione del meato. Una volta calcolato P_2 è possibile

valutarne il rapporto con P_0 al variare dell'altezza del meato h_{eqv} . A titolo d'esempio sono riportati in figura 4.2 i risultati ottenuti dal processo d'identificazione ad una pressione d'alimentazione pari a 2, 3, 4, 5 e 6 bar relativi per il pattino G6.

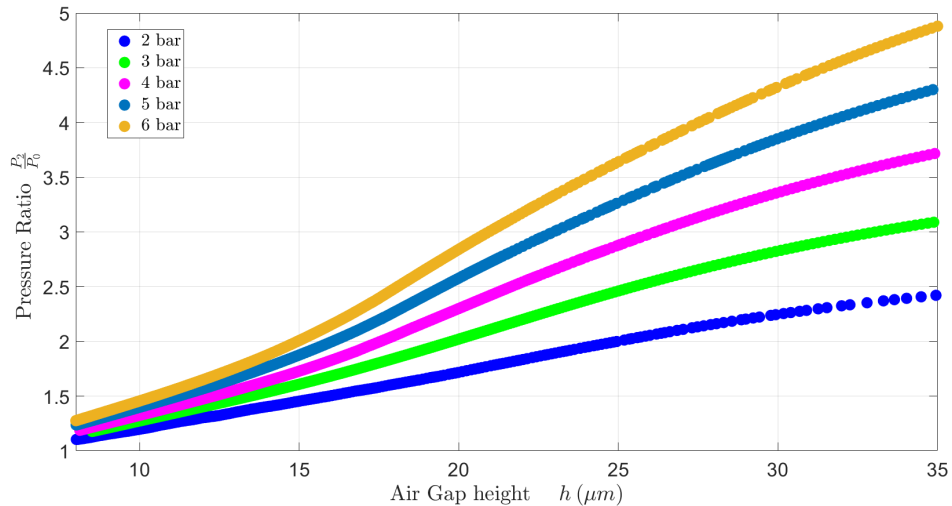


Figura 4.2: Andamento dei risultati ottenuti dal processo d'identificazione (2, 3, 4, 5 e 6 bar relativi)

Per ricavare la funzione matematica è stato necessario utilizzare il comando *fitype* di *Matlab*.

```
myfit = fitype('m * x + q','independent','x','coefficients','m','q')
```

Tale comando permette di definire le variabili dipendenti, indipendenti, i coefficienti e la forma della funzione, necessita quindi dei seguenti valori:

- Funzione matematica: Equazione lineare oppure esponenziale.
- Variabile indipendente: Valore di h_{eqv} ;
- Variabile dipendente: Rapporto delle pressioni tra P_2 e P_0 al variare dell'altezza del meato ottenuto dal processo d'identificazione;
- Coefficienti della funzione matematica.

Una volta definiti i seguenti parametri è possibile utilizzare il comando *fit* di *Matlab*.

$myfit2 = fit(h_{eqv}, P2./P0, myfitttype, 'StartPoint', [X_1 X_2]);$

La funzione fit opera iterativamente fornendo i coefficienti m e q in modo tale da far combaciare nella maniera più accurata possibile la funzione matematica da noi scelta con la funzione $\frac{P_2}{P_0}$, mediante il metodo dei minimi quadrati. Può risultare necessario quindi definire uno *StartPoint*, ovvero un punto di prima iterazione al fine di far convergere la soluzione.

In figura 4.3 è riportato uno schema riassuntivo con i passaggi elencati.

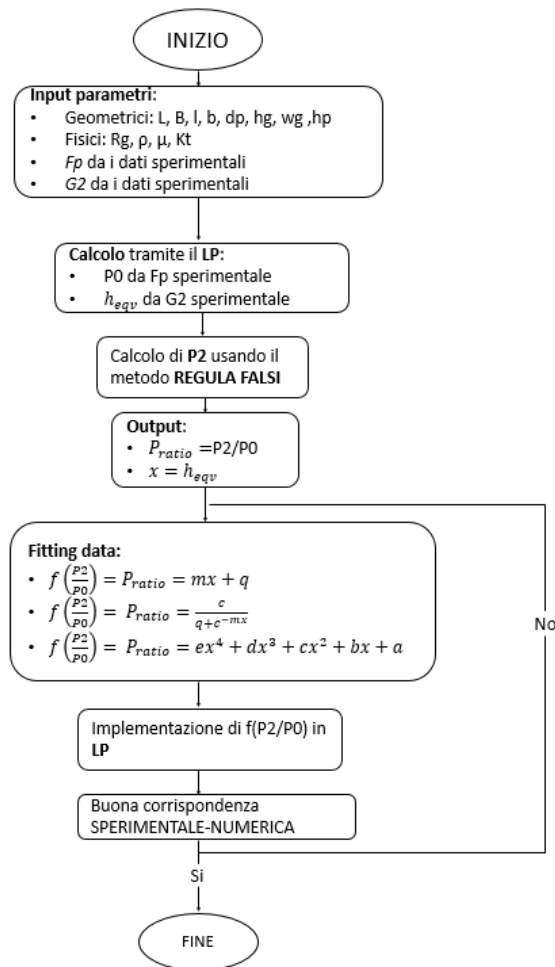


Figura 4.3: Flow chart

Capitolo 5

Risultati numerici

Nel seguente capitolo verranno riportati i risultati numerici ottenuti. Nella prima sezione vengono mostrati i risultati ottenuti dal fitting dei dati della procedura descritta nel capitolo 4. La seconda sezione è dedicata alla validazione del modello numerico ovvero il confronto tra le caratteristiche statiche ottenute mediante le funzioni matematiche implementate nel modello numerico e i test sperimentali per diversi valori di pressione d'alimentazione. Infine nell'ultima parte del capitolo vengono riportati i risultati ottenuti dal modello implementato su COMSOL.

5.1 Fitting dei dati

1. Espressione lineare.

L'espressione più semplice possibile è l'equazione della retta:

$$P_{ratio} = \frac{P_2}{P_0} = m(P_s)h_{eqv} + q(P_s) \quad (5.1)$$

I coefficienti in questo caso risultano essere due ovvero m e q , i quali dipendono dalla pressione d'alimentazione. L'indagine è stata condotta osservando l'andamento di P_{ratio} in funzione dei diversi valori della pressione d'alimentazione P_s . La figura 5.1 confronta i risultati ottenuti dal processo d'identificazione descritto nel capitolo 4 con le rette che interpolano al variare della pressione d'alimentazione.

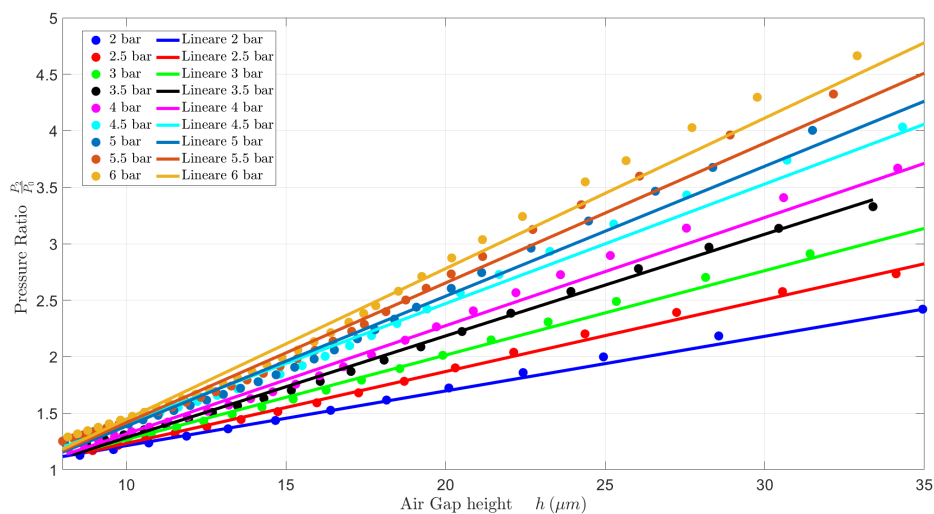


Figura 5.1: Espressione lineare: Rapporto delle pressioni in funzione del meato

Sebbene l'espressione risulta essere semplice, è possibile osservare che per valori di pressione bassi la retta fornisce dei ottimi risultati per tutto il range di lavoro h (5-20 μm). Tuttavia a valori di pressione più elevate, superiore ai 3 bar, l'espressione risulta essere meno efficace in quanto l'andamento si discosta sempre in maniera più accentuata. Si osserva infatti come a partire da un valore di circa 25 μm ci sia una sottostima del valore che influenzerà la bontà del risultato finale. Come già accennato però il punto di forza di tale espressione risiede nella sua semplicità. A tal proposito si è deciso di indagare il comportamento dei coefficienti m e q al variare della pressione d'alimentazione P_s . In tabella 5.1 sono riportati i valori ottenuti.

P_s	2 bar	3 bar	4 bar	5 bar	6 bar
m	$4.837 \cdot 10^4$	$7.473 \cdot 10^4$	$9.574 \cdot 10^4$	$1.150 \cdot 10^5$	$1.332 \cdot 10^5$
q	0.7297	0.5973	0.3599	0.2351	0.1151

Tabella 5.1: Espressione lineare: Coefficienti al variare della P_s

Una volta ottenuti i coefficienti ai diversi valori di pressione d'alimentazione P_s , analogamente a quanto fatto in precedenza, si è utilizzata la

funzione *fit* per interpolare i risultati ottenuti con una retta. Nelle figure 5.2 e 5.3 sono mostrate le rette che interpolano i valori dei coefficienti ottenuti mediante il processo d'identificazione, al variare della pressione d'alimentazione assoluta.

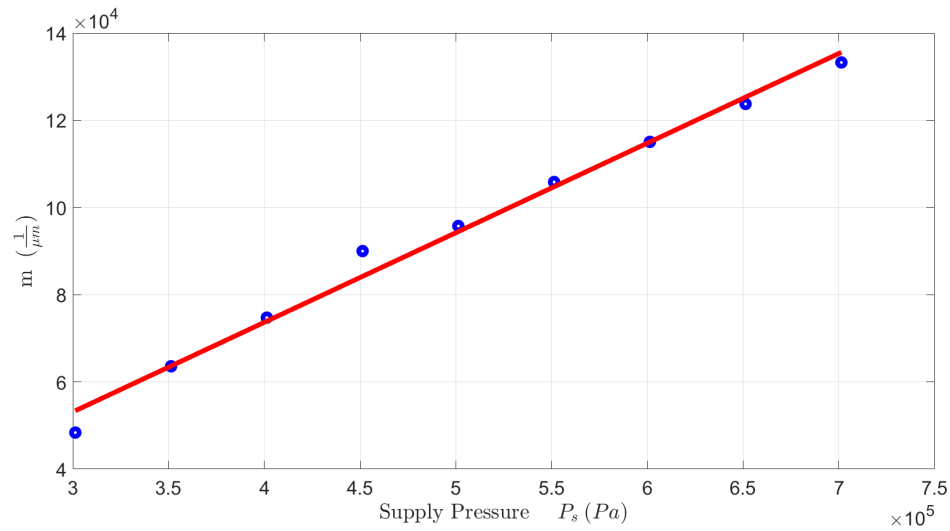


Figura 5.2: Espressione lineare: Andamento del coefficiente m in funzione della pressione d'alimentazione

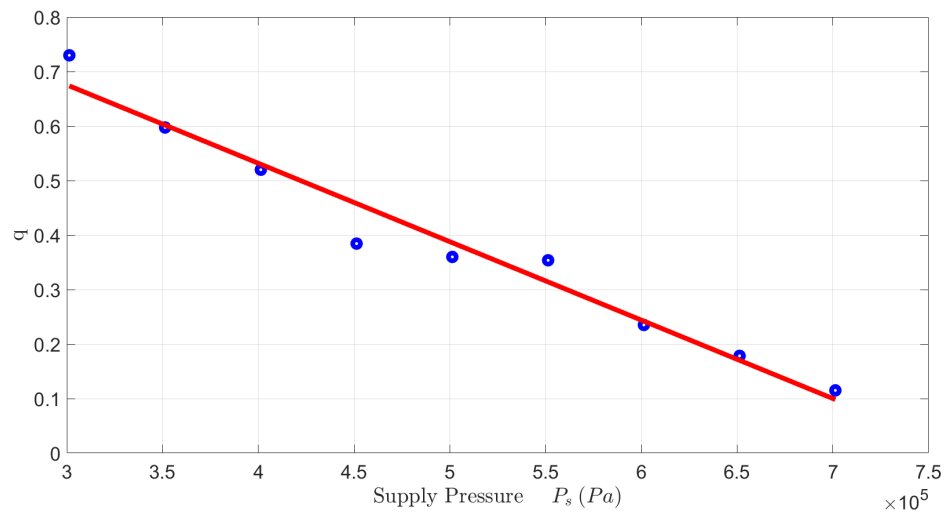


Figura 5.3: Espressione lineare: Andamento del coefficiente q in funzione della pressione d'alimentazione

Dalla figura si evince che i coefficienti m e q al variare della pressione d'alimentazione seguono un andamento che è possibile approssimare fedelmente con una retta i cui coefficienti sono:

- $m_{P_s,m} = 0.2055$;
- $q_{P_s,m} = -8.5358 \cdot 10^3$;
- $m_{P_s,q} = -1.4385 \cdot 10^{-6}$;
- $q_{P_s,q} = 1.1017$

2. Espressione esponenziale.

La seconda espressione analizzata è una funzione esponenziale, con lo scopo di ottenere dei risultati migliori anche a pressioni più elevate. L'espressione considerata è la seguente:

$$P_{ratio} = \frac{P_2}{P_0} = \frac{c(P_s)}{q(P_s) + e^{-m(P_s)h_{eqv}}} \quad (5.2)$$

Innanzitutto si osserva che tale espressione prevede l'impiego di tre coefficienti diversi, ovvero m , c e q . Sebbene più complicata in quanto prevede un coefficiente in più rispetto l'equazione della retta, tale espressione porta dei miglioramenti nei risultati ottenuti. In tal senso infatti è possibile osservare gli andamenti riportati in figura 5.4.

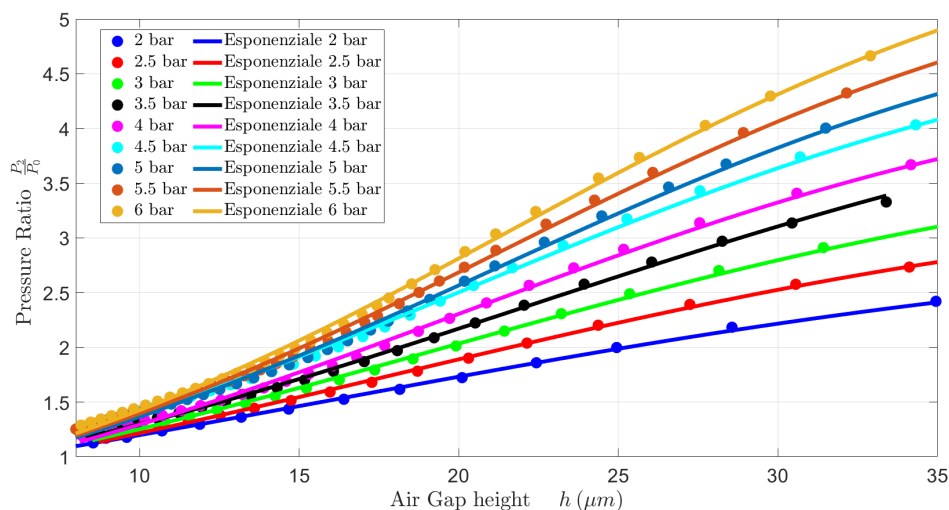


Figura 5.4: Espressione esponenziale: Rapporto delle pressioni in funzione del meato

Si può notare che rispetto l'espressione della retta si ha un comportamento più affidabile anche a pressioni superiore ai 3 bar. Analogamente a quanto fatto precedentemente, si riporta in tabella 5.2 i valori dei coefficienti al variare della pressione d'alimentazione.

Ps	2 bar	3 bar	4 bar	5 bar	6 bar
m	$7.095 \cdot 10^4$	$8.272 \cdot 10^4$	$9.360 \cdot 10^4$	$9.828 \cdot 10^4$	$1.028 \cdot 10^5$
q	0.3202	0.2038	0.1513	0.1265	0.1084
c	0.9737	0.8036	0.7036	0.6840	0.6644

Tabella 5.2: Coefficienti al variare della Ps

Così come è stato fatto per l'espressione lineare, anche in questo caso è possibile interpolare i valori dei coefficienti espressi nella tabella con una retta, i cui parametri sono riportati in seguito:

- $m_{Ps,m} = 0.0790$;
- $q_{Ps,m} = 4.9534 \cdot 10^4$;
- $m_{Ps,q} = -4.6616 \cdot 10^{-7}$;
- $q_{Ps,q} = 0.4094$
- $m_{Ps,c} = -6.8324 \cdot 10^{-7}$;
- $q_{Ps,c} = 1.108$

I risultati ottenuti sono riportati nella figura.

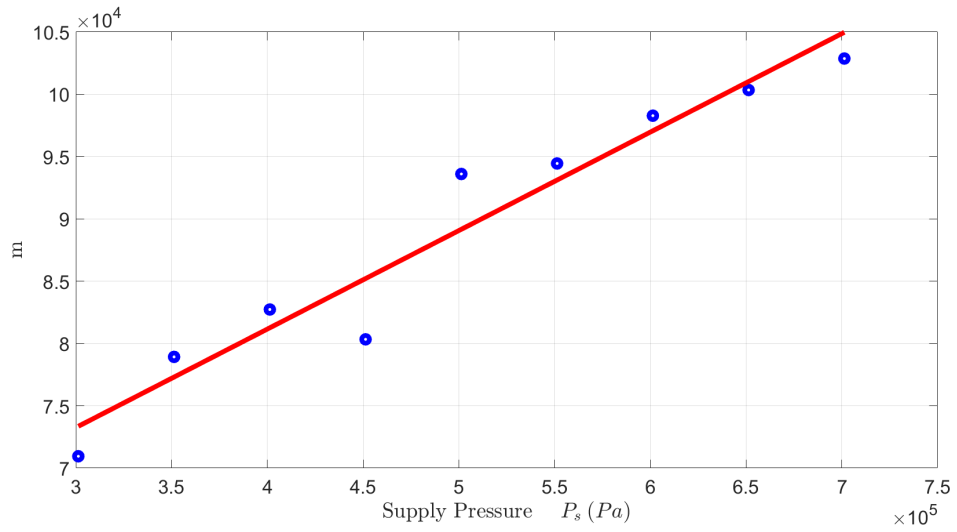


Figura 5.5: Espressione esponenziale: Andamento del coefficiente m in funzione della pressione d'alimentazione

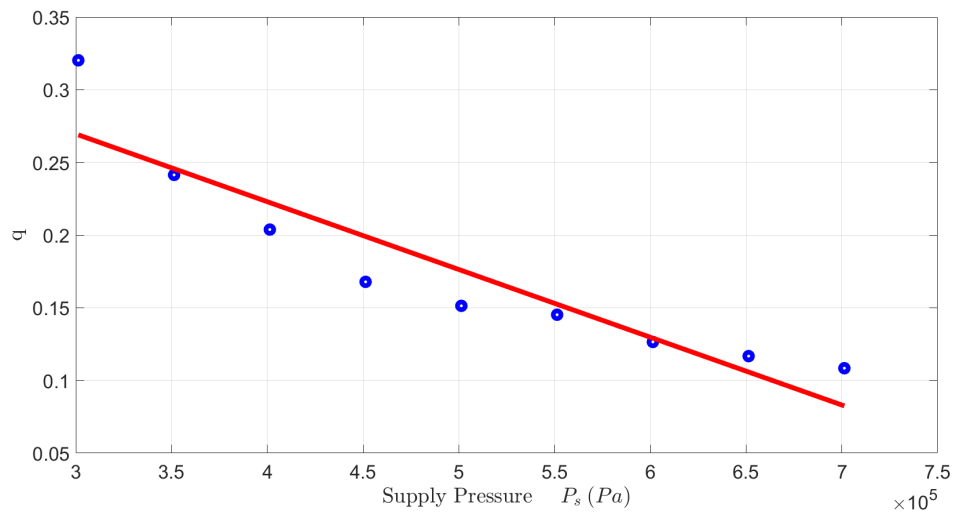


Figura 5.6: Espressione esponenziale: Andamento del coefficiente q in funzione della pressione d'alimentazione

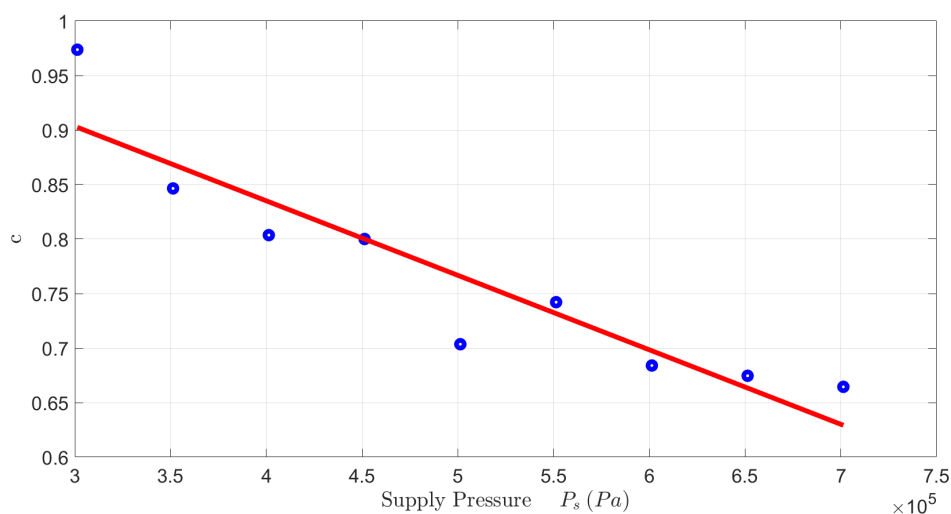


Figura 5.7: Espressione esponenziale: Andamento del coefficiente c in funzione della pressione d'alimentazione

Si osserva che in questo caso la retta approssima in maniera quasi accurata tutti i coefficienti per tutti i valori di pressione d'alimentazione.

3. Espressione polinomiale.

L'ultima espressione impiegata è un polinomio di quarto grado. A differenza dei casi precedenti si è utilizzato il comando *polyval* di Matlab che ha tuttavia lo stesso principio di funzionamento di *fit*. Il polinomio è caratterizzato da cinque coefficienti ed ha la seguente espressione:

$$P_{ratio} = \frac{P_2}{P_0} = ex^4 + dx^3 + cx^2 + bx + a \quad (5.3)$$

In figura sono riportati i risultati ottenuti.

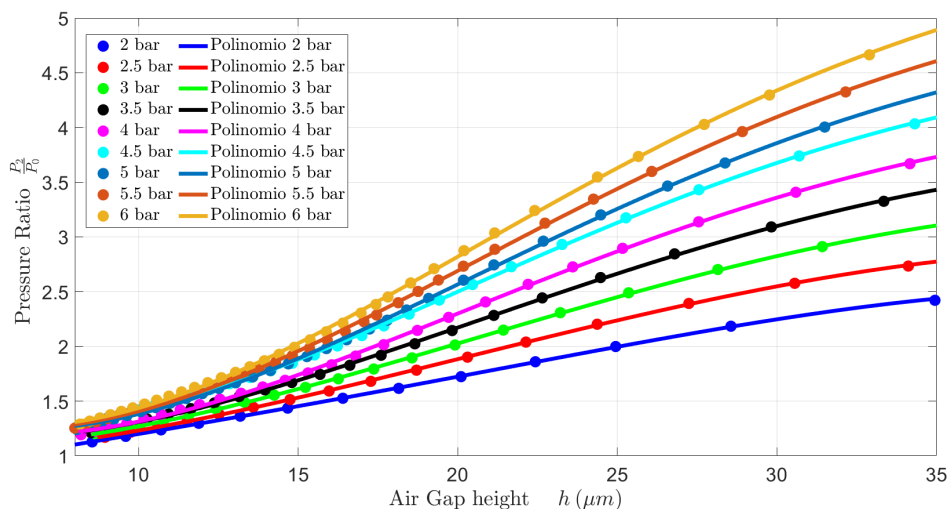


Figura 5.8: Espressione polinomiale: Rapporto delle pressioni in funzione del meato

Si osserva che, a differenza delle altre due espressioni, in questo caso anche a valori di meato superiore ai $25 \mu m$ e pressione d'alimentazione superiore ai 3 bar la funzione si adatta bene ai risultati ottenuti dal processo d'identificazione. Così come fatto con i casi precedenti, vengono riportati i valori dei coefficienti al variare della pressione d'alimentazione nella tabella 5.3.

P_s	2 bar	3 bar	4 bar	5 bar	6 bar
e	$-9.3630 \cdot 10^{17}$	$6.9377 \cdot 10^{17}$	$2.7985 \cdot 10^{18}$	$3.5929 \cdot 10^{18}$	$4.1660 \cdot 10^{18}$
d	$4.9857 \cdot 10^{13}$	$-1.377 \cdot 10^{14}$	$-3.6439 \cdot 10^{14}$	$-4.6014 \cdot 10^{14}$	$-5.3350 \cdot 10^{14}$
c	$-6.4842 \cdot 10^8$	$6.7397 \cdot 10^9$	$1.5229 \cdot 10^{10}$	$1.9163 \cdot 10^{10}$	$2.2276 \cdot 10^{10}$
b	$5.0909 \cdot 10^4$	$-4.0564 \cdot 10^4$	$-1.451 \cdot 10^5$	$-1.8831 \cdot 10^5$	$-2.1905 \cdot 10^5$
a	0.7153	1.1330	1.5780	1.7736	1.8919

Tabella 5.3: Coefficienti al variare della P_s

Anche in questo caso è possibile osservare che i coefficienti del polinomio, al variare di P_s , possono essere interpolati con una retta i cui parametri sono riportati in seguito:

- $m_{P_s,e} = 1.2785 \cdot 10^{-7}$;

- $q_{P_s,e} = -0.0429$;
- $m_{P_s,d} = -1.4543 \cdot 10^{-6}$;
- $q_{P_s,d} = 0.434$
- $m_{P_s,c} = 5.7007 \cdot 10^{-6}$;
- $q_{P_s,c} = -1.583$
- $m_{P_s,b} = -6.7015 \cdot 10^{-6}$;
- $q_{P_s,b} = 2.248$
- $m_{P_s,a} = 5.7007 \cdot 10^{-6}$;
- $q_{P_s,a} = -1.583$

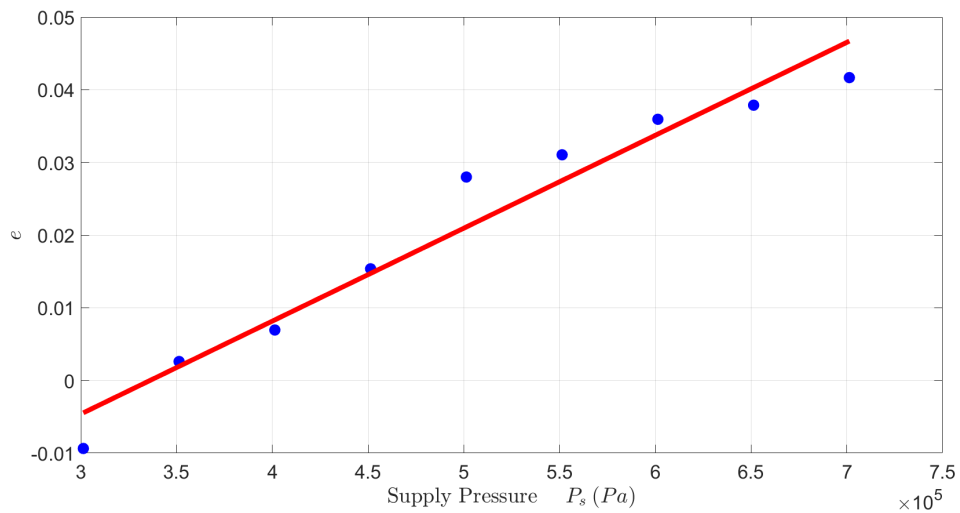


Figura 5.9: Espressione polinomiale: Andamento del coefficiente e in funzione della pressione d'alimentazione

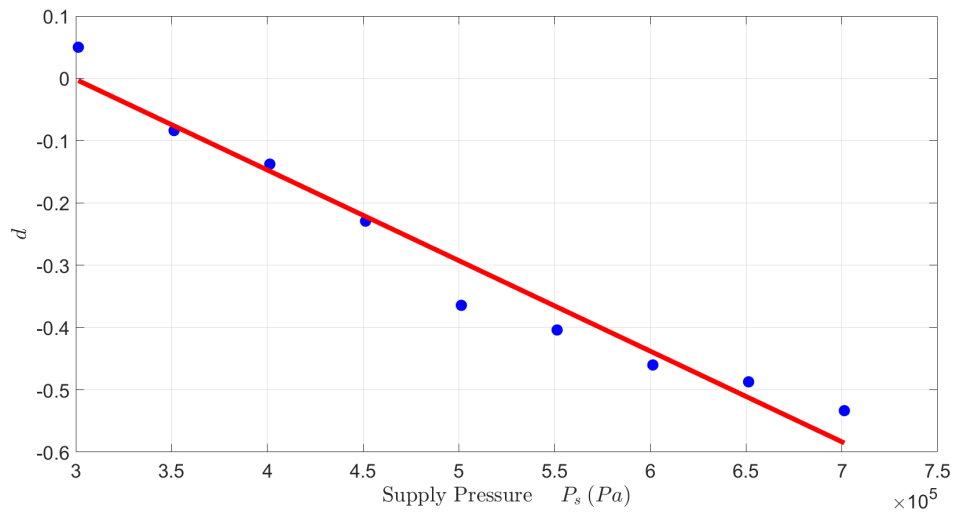


Figura 5.10: Espressione polinomiale: Andamento del coefficiente d in funzione della pressione d'alimentazione

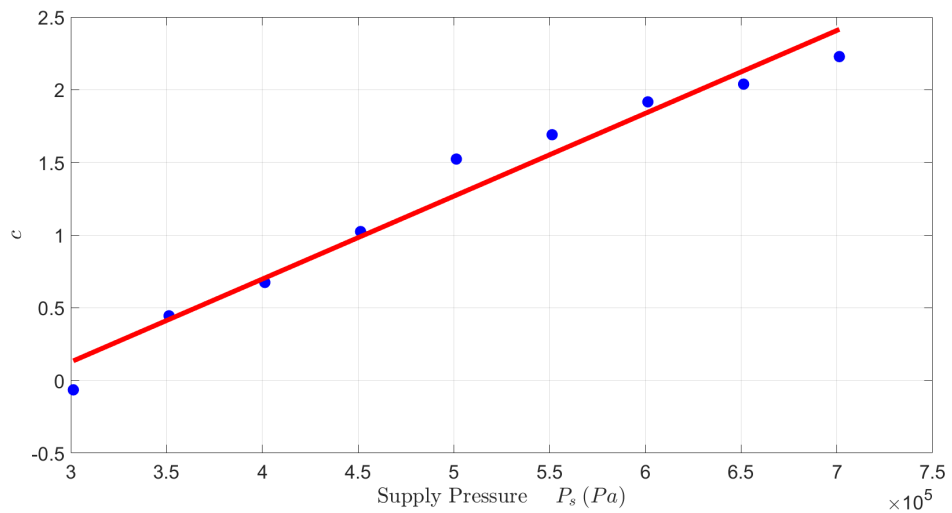


Figura 5.11: Espressione polinomiale: Andamento del coefficiente c in funzione della pressione d'alimentazione

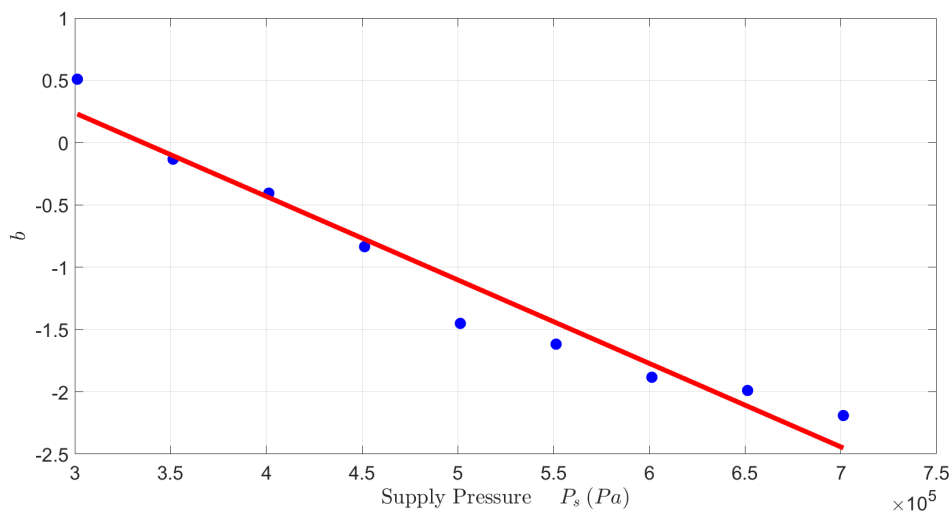


Figura 5.12: Espressione polinomiale: Andamento del coefficiente b in funzione della pressione d'alimentazione

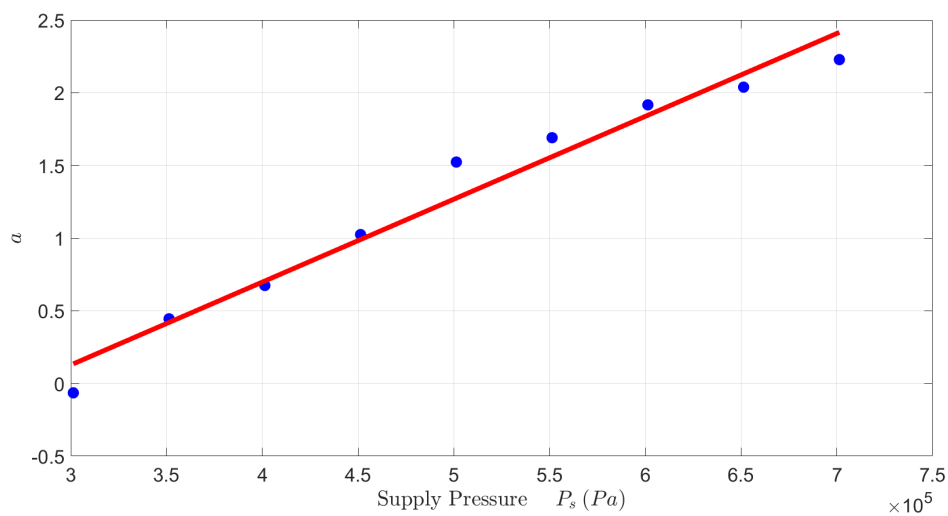


Figura 5.13: Espressione polinomiale: Andamento del coefficiente a in funzione della pressione d'alimentazione

Tale espressione, nonostante fornisca ottimi risultati, risulta essere caratterizzata da cinque coefficienti diversi rendendola nettamente più complessa rispetto alle due funzioni analizzate precedentemente.

5.2 Validazione modello numerico

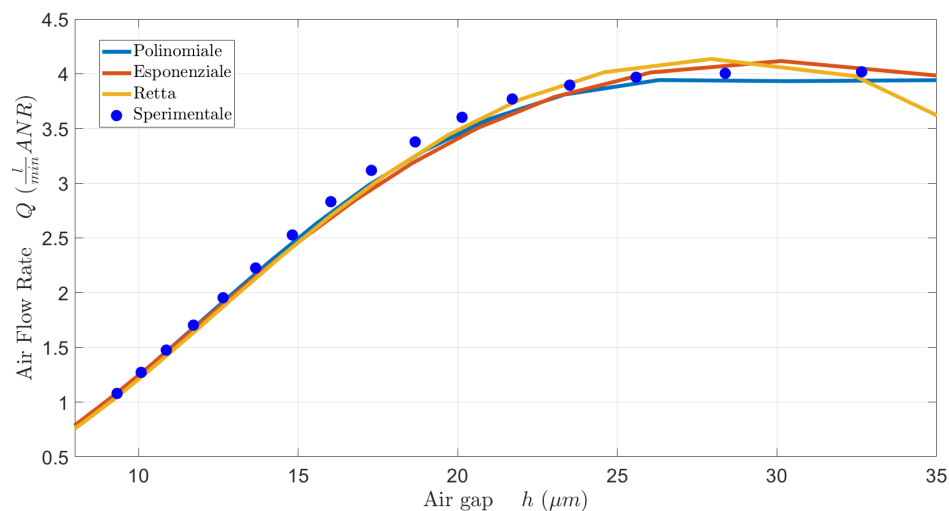


Figura 5.14: Confronto del consumo d'aria Q ad una pressione d'alimentazione pari a 3 bar assoluti.

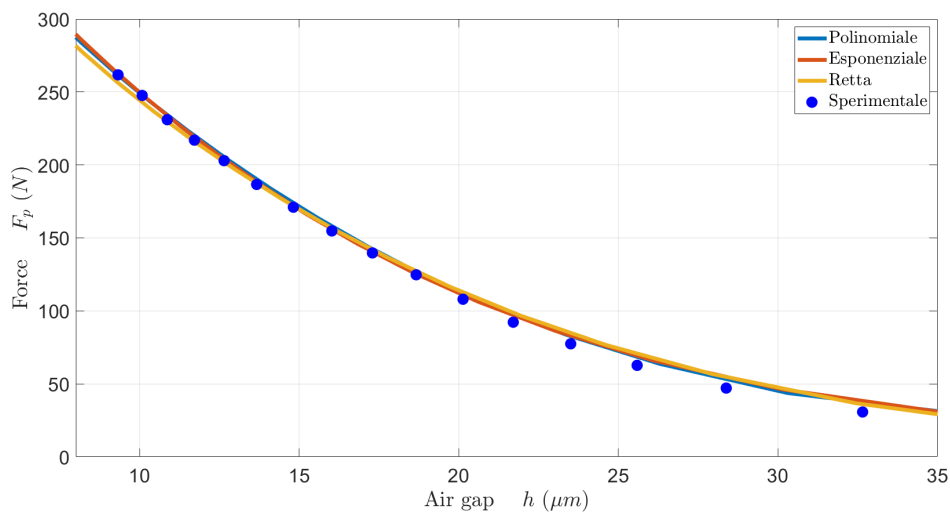


Figura 5.15: Confronto della capacit  di carico F ad una pressione d'alimentazione pari a 3 bar assoluti.

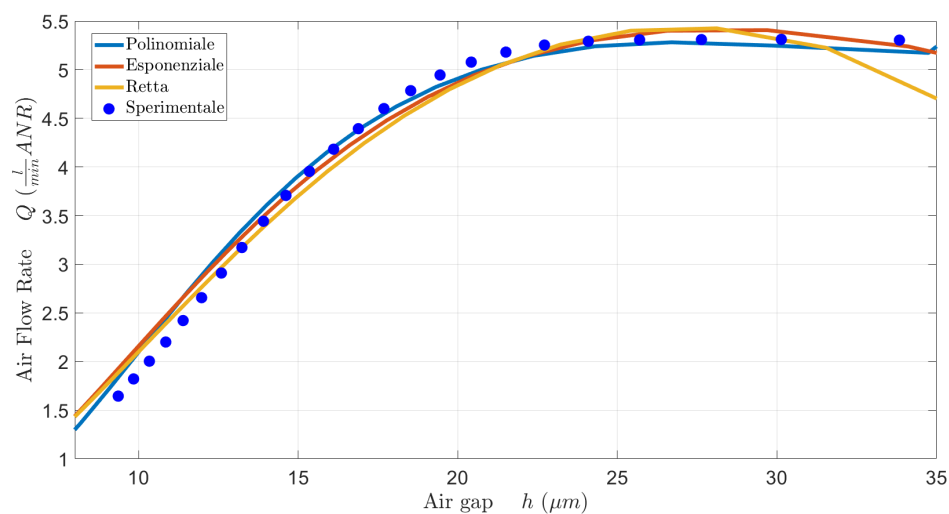


Figura 5.16: Confronto del consumo d'aria Q ad una pressione d'alimentazione pari a 4 bar assoluti.

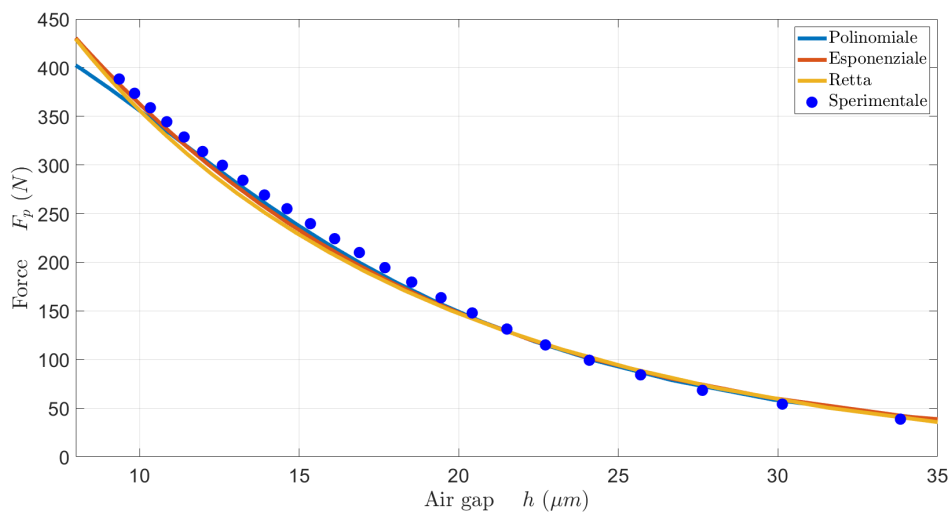


Figura 5.17: Confronto della capacità di carico F ad una pressione d'alimentazione pari a 4 bar assoluti.

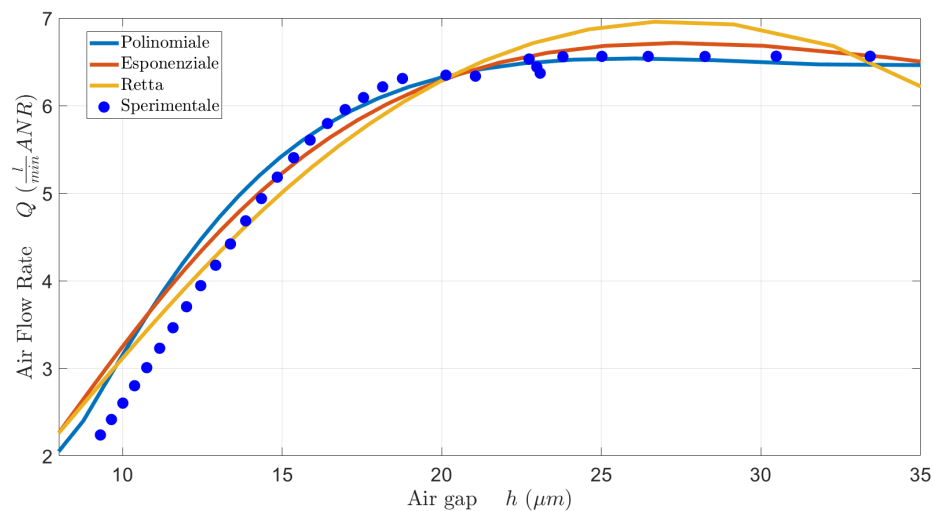


Figura 5.18: Confronto del consumo d'aria Q ad una pressione d'alimentazione pari a 5 bar assoluti.

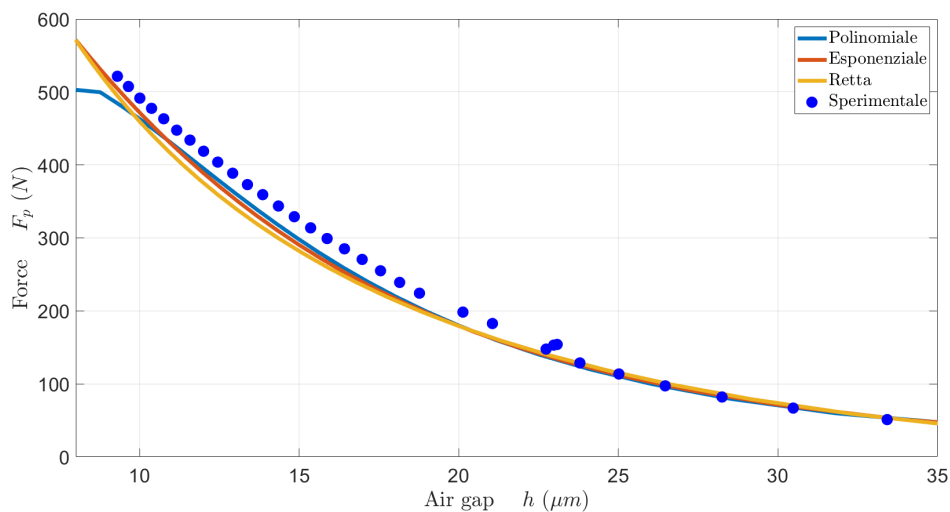


Figura 5.19: Confronto della capacità di carico F ad una pressione d'alimentazione pari a 5 bar assoluti.

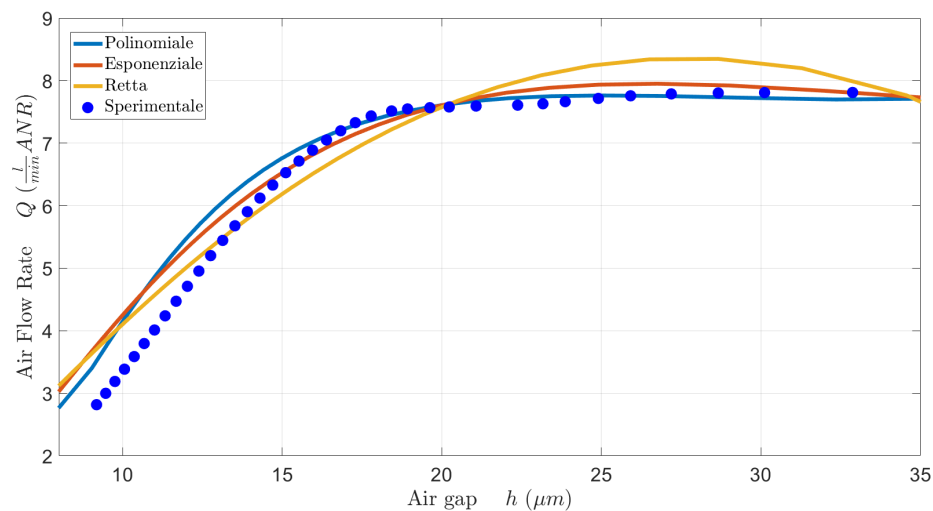


Figura 5.20: Confronto del consumo d'aria Q ad una pressione d'alimentazione pari a 6 bar assoluti.

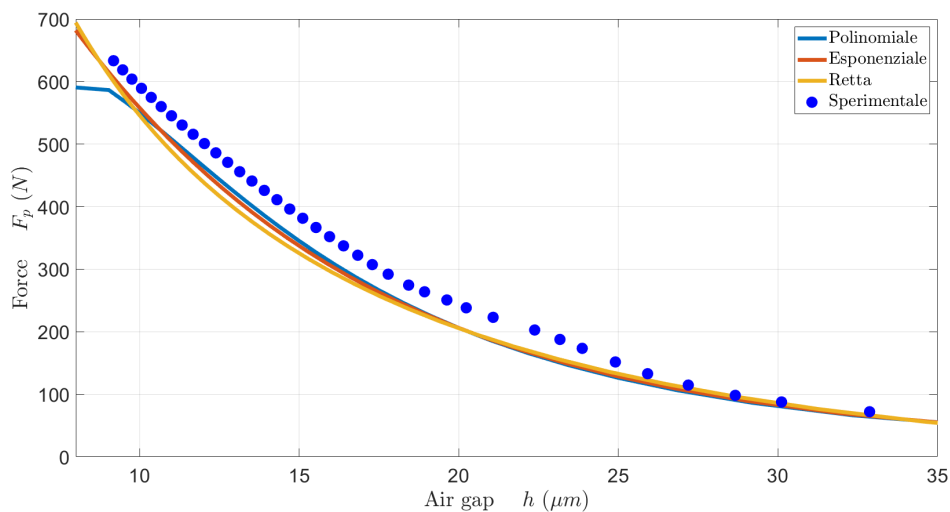


Figura 5.21: Confronto della capacità di carico F ad una pressione d'alimentazione pari a 6 bar assoluti.

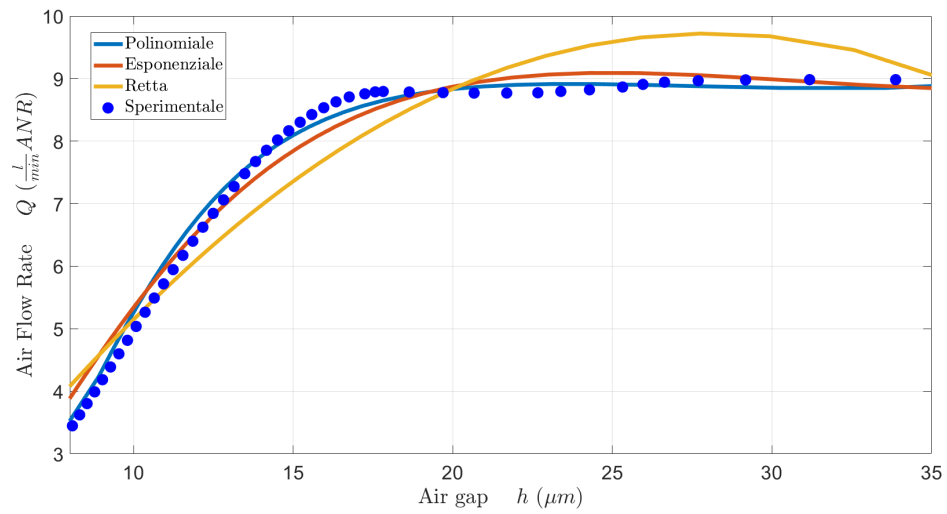


Figura 5.22: Confronto del consumo d'aria Q ad una pressione d'alimentazione pari a 7 bar assoluti.

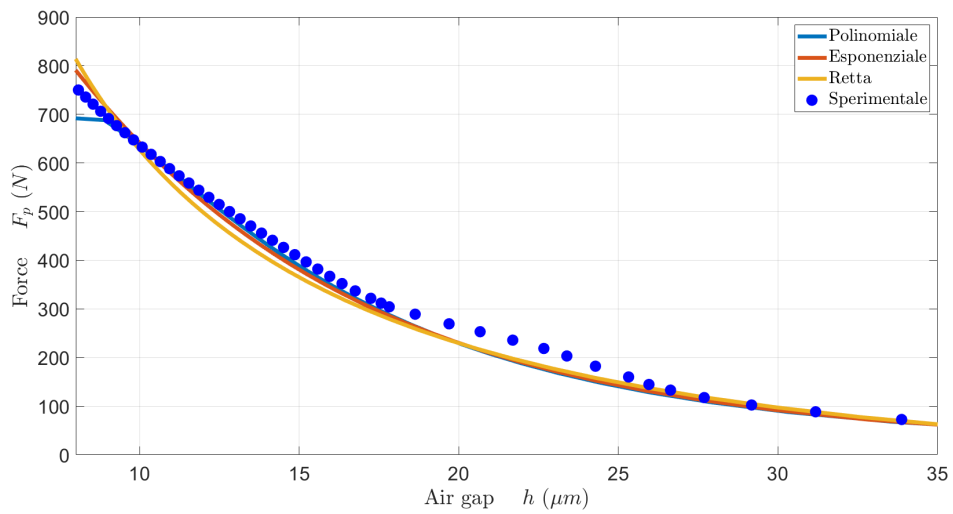


Figura 5.23: Confronto della capacità di carico F ad una pressione d'alimentazione pari a 7 bar assoluti.

Le figure riportate confrontano gli andamenti della capacità di carico e del consumo d'aria sperimentali con quelli ottenuti implementando le tre diverse funzioni matematiche nel modello a parametri concentrati al variare della pressione d'alimentazione. Si osserva come non si presentano differenze importanti tra i risultati ottenuti mediante le tre diverse funzioni. Tuttavia si ottiene una maggior accuratezza dei risultati in termini di consumo d'aria da parte dell'espressione polinomiale ed esponenziale a pressioni superiori ai 4 bar assoluti. Infatti l'espressione lineare sovrastima la portata d'aria per valori di meato h superiori ai $20 \mu m$. Per quanto riguarda la capacità di carico è possibile affermare che la funzione scelta non influenza direttamente i risultati finali. Si osserva infatti che pur aumentando la pressione d'alimentazione i risultati ottenuti presentano degli andamenti pressoché identici. In linea generale l'espressione polinomiale fornisce sicuramente dei risultati più accurati, tuttavia essendo caratterizzata da cinque coefficienti diversi complica di molto il modello numerico. L'espressione esponenziale e lineare invece garantiscono dei ottimi risultati nel range di lavoro dei pattini ($5-20 \mu m$) a fronte di una maggior semplicità dovuta al minor numero di coefficienti rispetto al polinomio.

5.3 Risultati COMSOL

Questa sezione è dedicata al confronto tra i risultati numerici ottenuti dal modello agli elementi finiti implementato sul software COMSOL e i risultati sperimentali. Analogamente a quanto fatto nel paragrafo precedentemente, sono mostrati gli andamenti della capacità di carico e del consumo d'aria in funzione dell'altezza del meato.

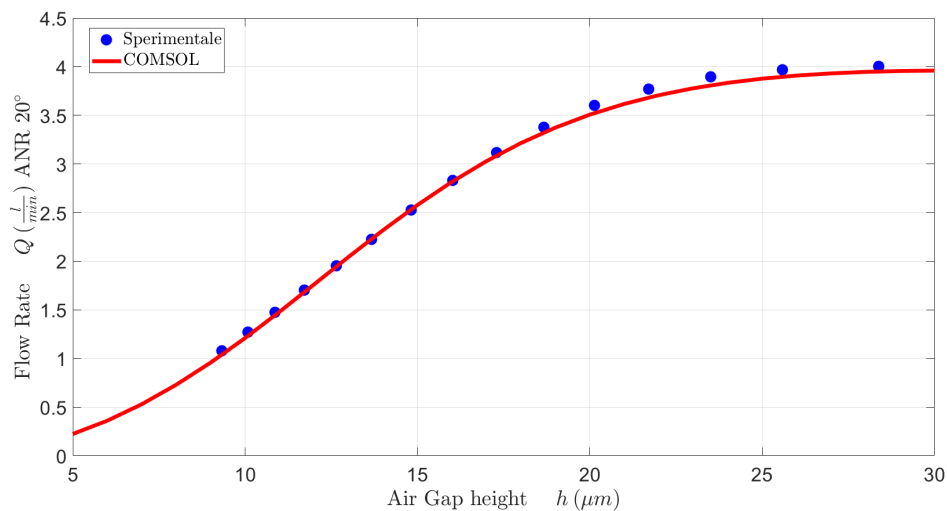


Figura 5.24: Confronto del consumo d'aria Q ad una pressione d'alimentazione pari a 3 bar assoluti.

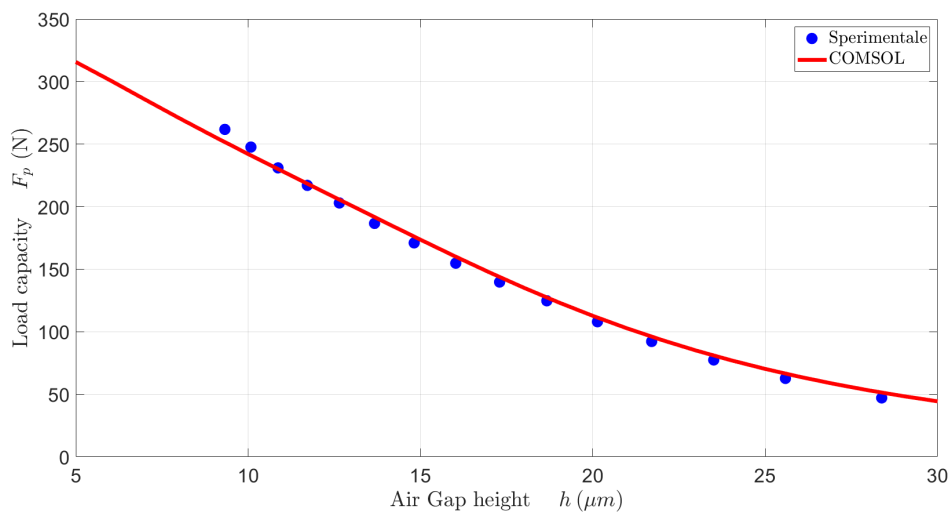


Figura 5.25: Confronto della capacità di carico F ad una pressione d'alimentazione pari a 3 bar assoluti.

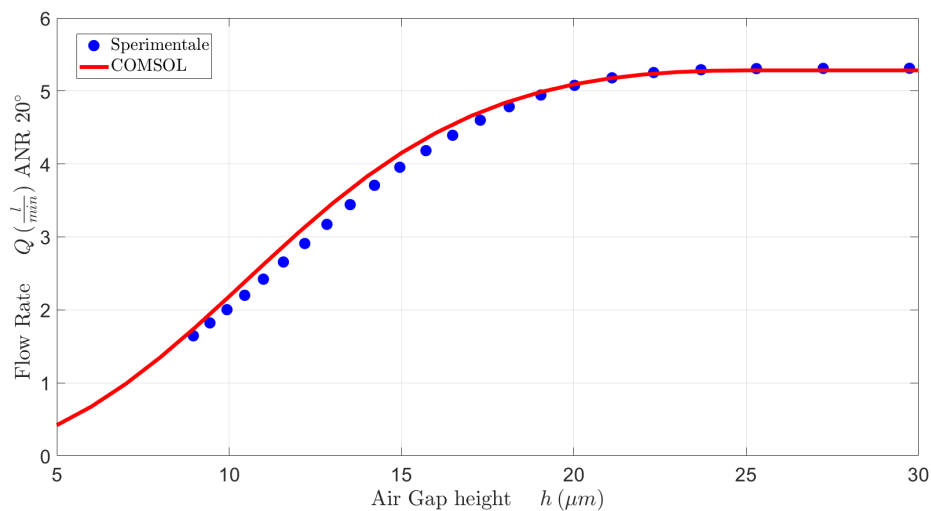


Figura 5.26: Confronto del consumo d'aria Q ad una pressione d'alimentazione pari a 4 bar assoluti.

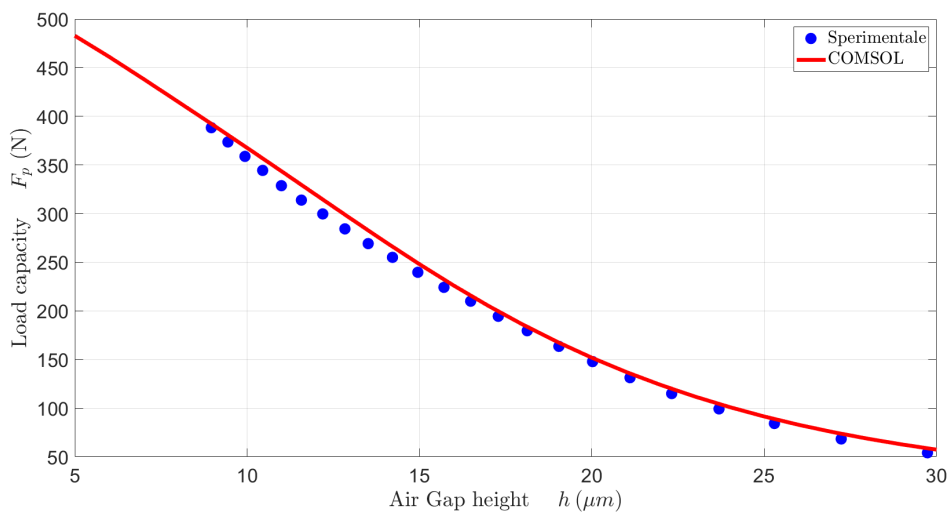


Figura 5.27: Confronto della capacità di carico F ad una pressione d'alimentazione pari a 4 bar assoluti.

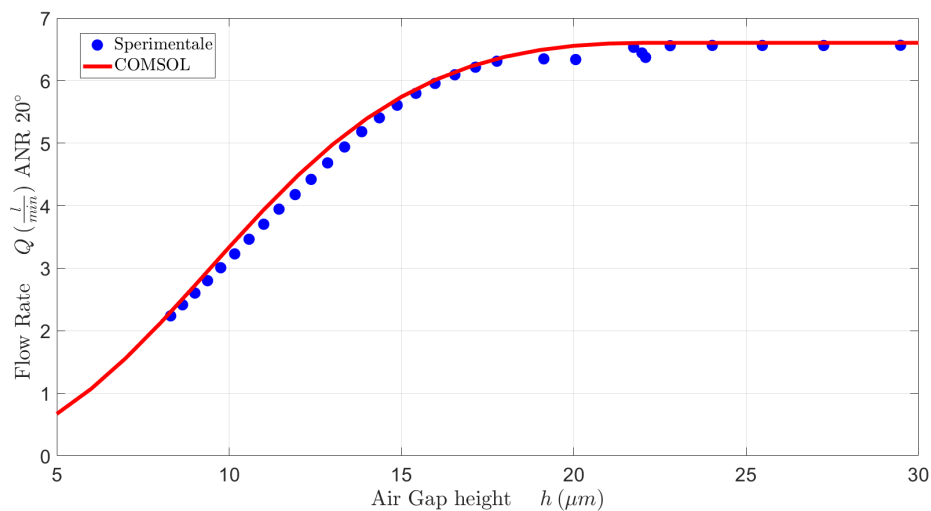


Figura 5.28: Confronto del consumo d'aria Q ad una pressione d'alimentazione pari a 5 bar assoluti.

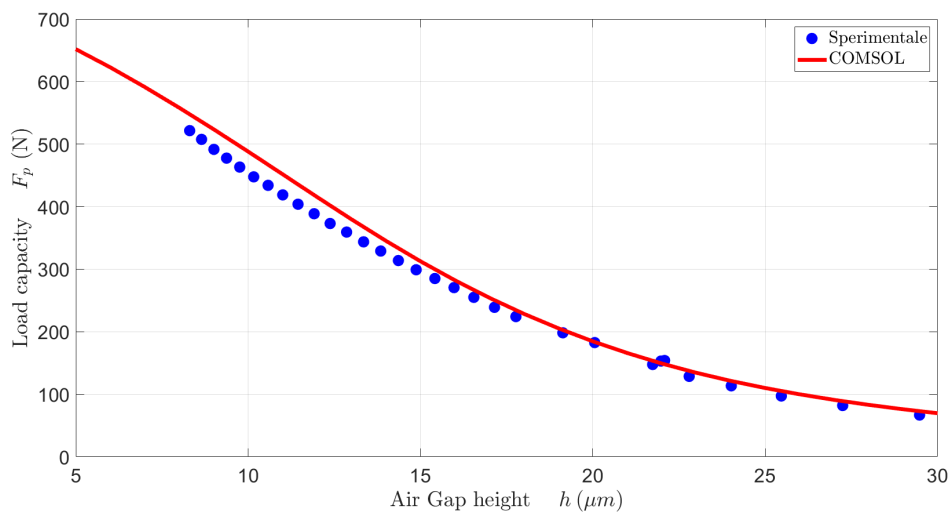


Figura 5.29: Confronto della capacità di carico F ad una pressione d'alimentazione pari a 5 bar assoluti.

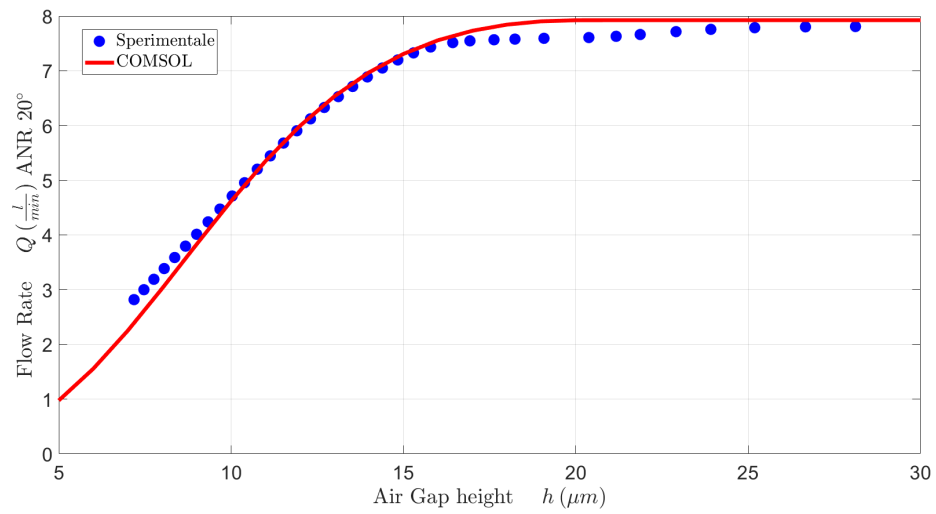


Figura 5.30: Confronto del consumo d'aria Q ad una pressione d'alimentazione pari a 6 bar assoluti.

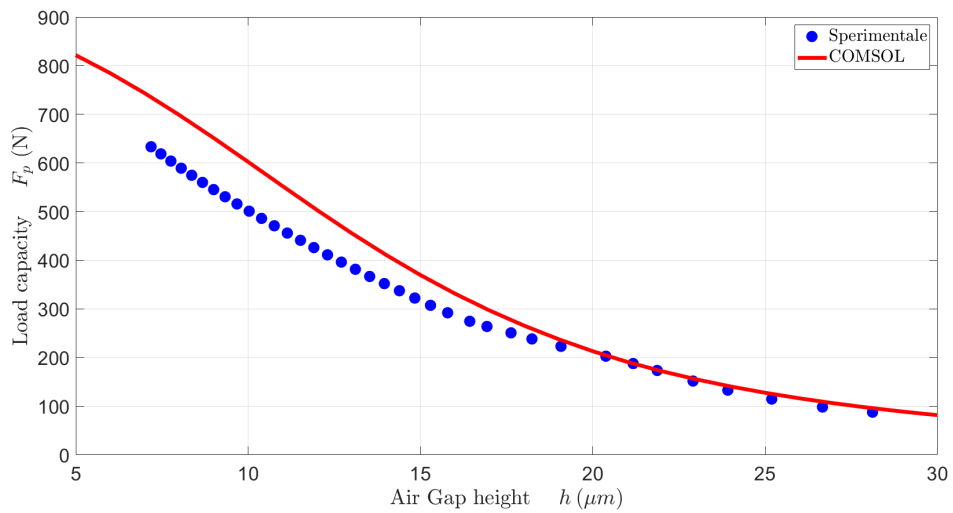


Figura 5.31: Confronto della capacità di carico F ad una pressione d'alimentazione pari a 6 bar assoluti.

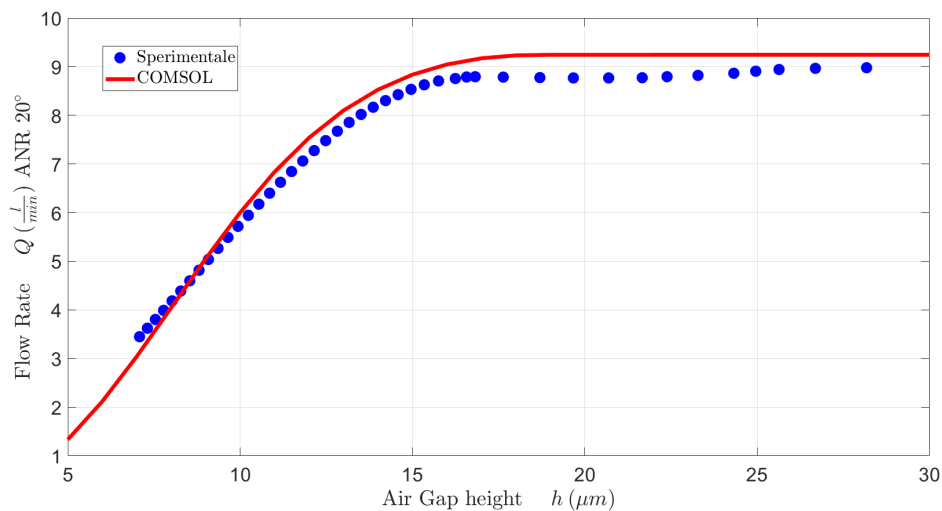


Figura 5.32: Confronto del consumo d'aria Q ad una pressione d'alimentazione pari a 7 bar assoluti.

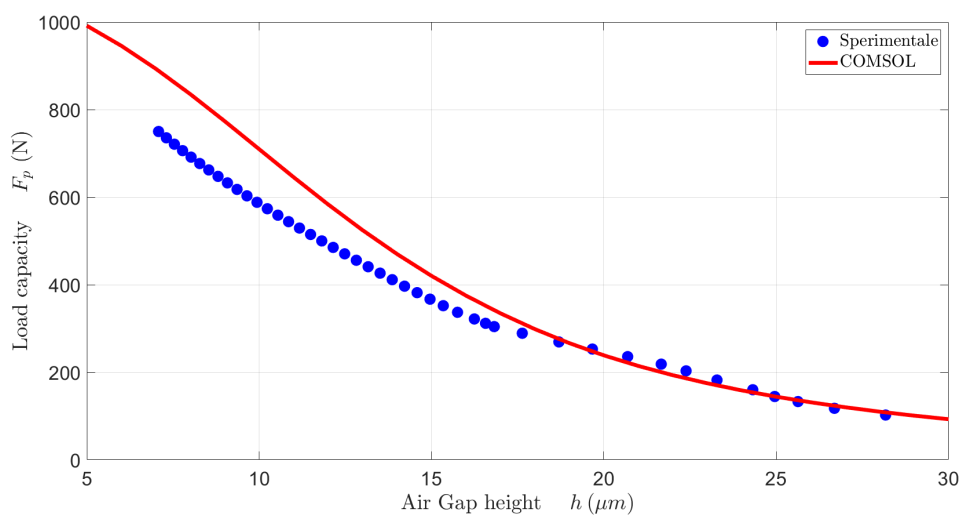


Figura 5.33: Confronto della capacità di carico F ad una pressione d'alimentazione pari a 7 bar assoluti.

Le figure riportate confrontano l'andamento della capacità di carico e della portata d'aria con i risultati ottenuti dal modello numerico implementato su COMSOL. Come si può osservare i risultati numerici e sperimentali sono in buon accordo. Tuttavia all'aumentare della pressione d'alimentazione la capacità di carico numerica tende a sovrastimare l'andamento per altezze del meato h pari a 6-12 μm .

Capitolo 6

Conclusione e sviluppi futuri

Questo lavoro propone un modello a parametri concentrati di un pattino rettangolare pneumostatico con ragnatura. A tale modello è stato affiancato una procedura d'identificazione delle pressioni, ovvero una procedura numerico-sperimentale in grado di stimare il legame che sussiste tra la pressione media del meato e la pressione in corrispondenza dei fori d'alimentazione. Per fare ciò sono state utilizzate le equazioni del modello e i dati ottenuti dai test sperimentali. Uno dei principali problemi affrontati durante il lavoro è stata la ricerca di una funzione matematica in grado di interpolare al meglio il rapporto tra la pressione media del meato e la pressione in corrispondenza dei fori d'alimentazione. La ricerca si è conclusa confrontando i risultati ottenuti con una funzione lineare, una esponenziale ed una polinomiale. Per validare i risultati del fitting è necessario implementare tali funzioni nel modello a parametri concentrati e confrontare i risultati numerici con i risultati sperimentali.

Dal confronto si evince che tutte le funzioni matematiche implementate nel modello forniscono dei risultati soddisfacenti. Tuttavia l'accuratezza del modello integrato con la funzione lineare diminuisce all'aumentare della pressione d'alimentazione. Si osserva infatti che c'è una leggera sovrastima del consumo d'aria a pressioni d'alimentazione superiore ai 4 bar assoluti per valori di meato h compresi tra i 25-30 μm . Nonostante ciò il modello

implementato con la funzione della retta è in grado di mantenere un livello di accuratezza simile al modello integrato con la funzione esponenziale per valori di altezza del meato h compresi tra i 5-25 μm . Motivo per cui l'espressione lineare è da preferire in quanto rende il modello più semplice e dipendente da un minor numero di coefficienti. La funzione polinomiale, invece, fornisce risultati accurati per tutti i valori del meato e pressione d'alimentazione. Tuttavia, la sua espressione complica di molto la struttura del modello.

La tesi inoltre propone un modello numerico implementato su COMSOL. I risultati ottenuti dal modello numerico risultano soddisfacenti, nonostante una leggera divergenza dei risultati per quanto riguarda la capacità di carico all'aumentare della pressione d'alimentazione per valori d'altezza del meato h compresi tra i 6-12 μm .

Un possibile sviluppo futuro di questo lavoro potrebbe riguardare l'analisi dei parametri geometrici sulle performance dei cuscinetti utilizzando le equazioni adimensionali ricavate. Inoltre si potrebbe valutare se la procedura numerico-sperimentale proposta sia valida anche nello studio dinamico.

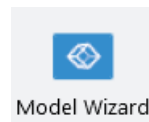
Appendice A

Guida Comsol

1. Per aprire il software, doppio click sull'icona nel desktop COMSOL Multiphysics.




2. Quando il software si apre, click sul tasto **Model Wizard**.





3. Click su **3D**  nella scheda.



4. Nella sezione **Select Physics** individua **Fluid-Flow>Thin-Film Flow>add**

5. Nella sezione **Select Physics>study>Stationary**  **>done**.

Definizioni globali parametri

1. **Global Definitions**  **>Parameters** . Nel riquadro **Parameters 1**, inserisci i seguenti valori:




Name	Expression	Description
P_s	4 [bar]	Pressione d'alimentazione
Gap	9 [μm]	Altezza meato
Rgas	287.1[J/K/kg]	Costante universale dei gas
Ts	293[K]	Temperatura d'alimentazione
mu	1.81e-5 [Pa*s]	Viscosità dinamica
psi	0.6855/sqrt [Rgas*Ts]	
Pcr	0.52828	Rapporto pressione critico
ρ	1.1888 [kg/m ³]	Densità aria
C_g	60000/ ρ [m ³ /kg]	Fattore correttivo portata in l/min a 20°C
P_a	1e5 [Pa]	Pressione ambiente
cd0	0.8	Coeff. d'efflusso
a1	40	Costante Coeff. d'efflusso

2. **Definizioni globali**  **>Parametri** . Nel riquadro **Parametri 2**, inserisci i seguenti parametri geometrici:

Nome	Espressione	Description
L	70 [mm]	Lunghezza pattino
B	35 [mm]	Larghezza pattino
Spessore	13 [mm]	Spessore pattino


l	50 [mm]	Lunghezza area ragnatura
b	20 [mm]	Larghezza area ragnatura
ds	0.21 [mm]	Diametro del foro
wg	0.5[mm]	Larghezza ragnatura
hg	0.03[mm]	Profondità ragnatura

Geometria


1. Nell'**Albero del modello**, click su **Geometry 1**  **Plane Geometry**  **Rectangle**  per definire la geometria del pattino. Nella sezione settings del Rettangolo inserire:

- L nel campo **Width**
- B nel campo **Height**

Nella sezione **Position**, nella riga Base seleziona **Center** > Click sul tasto **Build Selected** .

2. Selezionare **Rectangle**  per definire la geometria del bordo esterno della ragnatura. Nella sezione settings del Rettangolo inserire:


- $l+wg/2$ nel campo **Width**
- $b+wg/2$ nel campo **Height**

Nella sezione **Position**, nella riga Base seleziona **Center** > Click sul tasto **Build Selected** .


3. Selezionare **Rectangle**  per definire il bordo interno della ragnatura. Nella sezione settings del Rettangolo inserire:


- $l-wg/2$ nel campo **Width**
- $b-wg/2$ nel campo **Height**

Nella sezione **Position**, nella riga Base seleziona **Center**>Click sul tasto **Build Selected** .

4. Selezionare **Circle**  per definire il foro d'alimentazione. Nella sezione settings del Cerchio inserire:


- $ds/2$ nel campo **Radius**
- $1/2$ nel campo **xw**
- 0 nel campo **yw**

Nella sezione **Position**, nella riga Base seleziona **Center**>Click sul tasto **Build Selected** .

5. Selezionare **Circle**  per definire il foro d'alimentazione. Nella sezione settings del Cerchio inserire:


- $ds/2$ nel campo **Radius**
- $-1/2$ nel campo **xw**
- 0 nel campo **yw**

Nella sezione **Position**, nella riga Base seleziona **Center**>Click sul tasto **Build Selected** .

6. Selezionare **Circle**  per definire il foro d'alimentazione. Nella sezione settings del Cerchio inserire:

- $ds/2$ nel campo **Radius**
- 0 nel campo **xw**
- $b/2$ nel campo **yw**

Nella sezione **Position**, nella riga Base seleziona **Center**>Click sul tasto **Build Selected** .




7. Selezionare **Circle**  per definire il foro d'alimentazione. Nella sezione settings del Cerchio inserire:

- $ds/2$ nel campo **Radius**
- 0 nel campo **xw**
- $-b/2$ nel campo **yw**




Nella sezione **Position**, nella riga Base seleziona **Center**>Click sul tasto **Build Selected** .

Assemblaggio Click sul tasto **Build All Objects** .




Definizione variabili e funzioni Intop 1

1. Nell'albero del modello cliccare su **Definitions** >**Nonlocal Couplings** >**Integration** .
2. Nella finestra Setting per Integration, individua la sezione Source Selection
3. Dalla lista Geometric entity level, individua **Boundary**
4. Seleziona le superfici del pattino 3,6,8




Intop 2

1. Nell'albero del modello cliccare su **Definitions** >**Nonlocal Couplings** >**Integration** .
2. Nella finestra Setting per Integration, individua la sezione Source Selection
3. Dalla lista Geometric entity level, individua **Edge**
4. Seleziona i bordi del pattino 2,3,7,34




Intop 3

1. Nell'albero del modello cliccare su **Definitions**  > **Nonlocal Couplings**  > **Integration** .
2. Nella finestra Setting per Integration, individua la sezione Source Selection
3. Dalla lista Geometric entity level, individua **Edge**
4. Seleziona i bordi del foro 28,29,30,31




Intop 4

1. Nell'albero del modello i cliccare su **Definitions**  > **Nonlocal Couplings**  > **Integration** .
2. Nella finestra Setting per Integration, individua la sezione Source Selection
3. Dalla lista Geometric entity level, individua **Edge**
4. Seleziona i bordi del foro 19,20,23,24

Intop 5




1. Nell'albero del modello cliccare su **Definitions**  > **Nonlocal Couplings**  > **Integration** .
2. Nella finestra Setting per Integration, individua la sezione Source Selection
3. Dalla lista Geometric entity level, individua **Edge**
4. Seleziona i bordi del foro 12,13,14,15

Intop 6




1. Nell'albero del modello cliccare su **Definitions**  > **Nonlocal Couplings**  > **Integration** .

2. Nella finestra Setting per Integration, individua la sezione Source Selection
3. Dalla lista Geometric entity level, individua **Edge**
4. Seleziona i bordi del foro 21,22,25,26




Average 1 (aveop1)

1. Nell'albero del modello cliccare su **Definitions**  **>Nonlocal Couplings**  **>Average**  .
2. Nella finestra Setting per Integration, individua la sezione Source Selection
3. Dalla lista Geometric entity level, individua **Edge**
4. Seleziona i bordi del foro 21,22,25,26

Average 2 (aveop2)




1. Nell'albero del modello cliccare su **Definitions**  **>Nonlocal Couplings**  **>Average**  .
2. Nella finestra Setting per Integration, individua la sezione Source Selection
3. Dalla lista Geometric entity level, individua **Edge**
4. Seleziona i bordi del foro 28,29,30,31

Average 3 (aveop3)



1. Nell'albero del modello cliccare su **Definitions**  **>Nonlocal Couplings**  **>Average**  .
2. Nella finestra Setting per Integration, individua la sezione Source Selection

3. Dalla lista Geometric entity level, individua **Edge**
4. Seleziona i bordi del foro 12,13,14,15

Average 4 (aveop4)

1. Nell'albero del modello cliccare su **Definitions**  **Nonlocal Couplings**  **Average**  .
2. Nella finestra Setting per Integration, individua la sezione Source Selection
3. Dalla lista Geometric entity level, individua **Edge**
4. Seleziona i bordi del foro 19,20,23,24

Piecewise 1

1. Nell'albero del modello cliccare su **Definitions**  **Function** **Piecewise**  per definire l'espressione della portata.
2. Nella finestra Setting per Piecewise, individua la sezione **argument** e inserire Pc
3. Nella tabella inserisci la seguente informazioni

Start	End	Function
$1e5[Pa]$	P_s	$\text{sqrt}((2 * k / (k - 1)) * ((P_c / P_s)^{2/k} - (P_c / P_s)^{(k + 1)/k})) * ((P_c / P_s) > P_{cr}) + \text{sqrt}((2 * k / (k - 1)) * (P_{cr}^{2/k} - P_{cr}^{(k + 1)/k})) * ((P_c / P_s) \leq P_{cr})$

Tabella A.2: Piecewise 1

4. All'interno della sezione **Units** inserire Pa nella riga **Arguments**.

5. All'interno della sezione **Units** inserire 1 nella riga **Function**.

Piecewise 2

1. Nell'albero del modello cliccare su **Definizioni** \equiv **>function>Piecewise** \wedge per definire l'espressione della velocità.
2. Nella finestra Setting per Piecewise, individua la sezione **argument** e inserire P_c
3. Nella tabella inserisci la seguente informazioni

Start	End	Function
$1e5[Pa]$	P_s	$\sqrt{(2 * k * R_{gas} * T_s / (k - 1)) * (1 - (P_c / P_s)^{(k - 1) / k})) * ((P_c / P_s) > P_{cr}) + \sqrt{(2 * k * R_{gas} * T_s / (k - 1)) * (1 - P_{cr}^{(k - 1) / k})) * ((P_c / P_s) \leq P_{cr})}$

Tabella A.3: Piecewise 2

4. All'interno della sezione **Units** inserire Pa nella riga **Arguments**.
5. All'interno della sezione **Units** inserire m/s nella riga **Function**.


Variabili 1

1. Nella barra degli strumenti **Definizioni** \equiv , clicca **Variabili>Variabili locali** $\mathfrak{a} =$.
2. Nella finestra setting di Variabili, inserisci i seguenti valori:

Name	Expression
$u3$	$pw2(Pc1)$
$inlet1$	$Pc1$
$inlet2$	$Pc2$
$inlet3$	$Pc3$
$inlet4$	$Pc4$
$Re1$	$4Gin1/(pi * mu * ds)$
$Re2$	$4Gin2/(pi * mu * ds)$
$Re3$	$4Gin3/(pi * mu * ds)$
$Re4$	$4Gin4/(pi * mu * ds)$
$cd1$	$cd0 * (1 - exp(-a1 * H1/(ds))) * (1 - 0.3 * exp(-0.001 * Re1))$
$cd2$	$cd0 * (1 - exp(-a1 * H2/(ds))) * (1 - 0.3 * exp(-0.001 * Re2))$
$cd3$	$cd0 * (1 - exp(-a1 * H3/(ds))) * (1 - 0.3 * exp(-0.001 * Re3))$
$cd4$	$cd0 * (1 - exp(-a1 * H4/(ds))) * (1 - 0.3 * exp(-0.001 * Re4))$
$H1$	$aveop1(tffs.h)$
$H2$	$aveop2(tffs.h)$
$H3$	$aveop3(tffs.h)$
$H4$	$aveop4(tffs.h)$

Tabella A.4: Variabili 1 COMSOL

Variabili 2

1. Nella barra degli strumenti **Definizioni** , clicca **Variabili**>**Variabili**



locali $a=$.

2. Nella finestra setting di **Variabili**, inserisci i seguenti valori:

Name	Expression
G_{out}	$(abs(intop1(tffs.h * tffs.pA/Rgas/Ts * tffs.vavesx * tffs.nbndx)) + abs(intop1(tffs.h * tffs.pA/Rgas/Ts * tffs.vavesy * tffs.nbndy))))$
P_{mean}	$aveop5(pfilm) + tffs.pA$
G_{in1}	$H1 * (abs(intop3(tffs.pA/Rgas/Ts * tffs.vavesx * tffs.nbndx)) + abs(intop3(tffs.pA/Rgas/Ts * tffs.vavesy * tffs.nbndy))))$
G_{in2}	$H2 * (abs(intop4(tffs.pA/Rgas/Ts * tffs.vavesx * tffs.nbndx)) + abs(intop4(tffs.pA/Rgas/Ts * tffs.vavesy * tffs.nbndy))))$
G_{in3}	$H3 * (abs(intop5(tffs.pA/Rgas/Ts * tffs.vavesx * tffs.nbndx)) + abs(intop5(tffs.pA/Rgas/Ts * tffs.vavesy * tffs.nbndy))))$
G_{in4}	$H4 * (abs(intop6(tffs.pA/Rgas/Ts * tffs.vavesx * tffs.nbndx)) + abs(intop6(tffs.pA/Rgas/Ts * tffs.vavesy * tffs.nbndy))))$
W	$intop2(pfilm)$
G_{in}	$G_{in1} + G_{in2} + G_{in3} + G_{in4}$

Tabella A.5: Variabili 2 COMSOL



Variabili 3

1. Nella barra degli strumenti **Definizioni** , clicca **Variabili**>**Variabili locali** .
2. Nella finestra setting di **Variabili**, individua la sezione entità livello geometrica e seleziona **Boundary**.
3. Seleziona la superficie della ragnatura 6 e inserisci i seguenti parametri:

Name	Expression
$H0$	$Gap + h_p$

Tabella A.6: Variabili 3 COMSOL



Variabili 4

1. Nella barra degli strumenti **Definizioni** , clicca **Variabili**>**Variabili locali** .
2. Nella finestra setting di **Variabili**, individua la sezione entità livello geometrica e seleziona **Boundary**.
3. Seleziona le superfici del pattino 3,8 e inserisci i seguenti parametri:

Name	Expression
$H0$	Gap


Tabella A.7: Variabili 4 COMSOL

Definizione materiale


1. Nella barra degli strumenti Home, clicca su **Materiale** >**Aggiungi materiale** .

2. Nell'albero, seleziona Liquids and Gases>Gases>Air.
3. Clicca due volte sull'icona **Air** per aggiungere il componente>**All boundaries**
4. Nell'albero, seleziona Built-in>**Aluminum 3003-H18**.
5. Clicca due volte sull'icona per aggiungere il componente>**Domain 1**.
6. Nella barra degli strumenti Home, clicca Add Material per chiudere la finestra Add Material.

Thin-Film Flow, Shell (TFFS)

1. Nell'albero del modello seleziona **Thin-Film Flow** (tffs) .
2. Nella sezione settings, individua la sezione **Boundary Selection** e seleziona i punti 3,6,8.
3. Nella sezione Physical Model selezione **Gas (modified Reynolds equation)**.
4. Nella sezione **Reference Pressure** inserisci 1[atm]
5. Nella sezione **Dependent Variables** inserisci pfilm.

Fluid-Film Properties 1

1. Nell'albero del modello, clicca su **Thin-Film Flow>Fluid-Film Properties** .
2. Nella finestra settings individua la sezione **Wall Properties** e imposta H0 nel campo hw1.
3. Individua la sezione **Base Properties** e imposta 0 nel campo hb1

Border 1

1. Seleziona Zero Pressure nella sezione **Border Setting**

Initial Values 1

1. Inserisci 0 nella sezione **Initial Values**

Bordo foro 1

1. **Thin-Film Flow>Inlet**
2. Seleziona i punti 28,29,30,31
3. Inserisci $Pc1 - 1e5$ nella sezione **Inlet Setting**

Bordo foro 2

1. **Thin-Film Flow>Inlet**
2. Seleziona i punti 19,20,23,23
3. Inserisci $Pc2 - 1e5$ nella sezione **Inlet Setting**

Bordo foro 3

1. **Thin-Film Flow>Inlet**
2. Seleziona i punti 12,13,14,15
3. Inserisci $Pc3 - 1e5$ nella sezione **Inlet Setting**

Bordo foro 4

1. **Thin-Film Flow>Inlet**
2. Seleziona i punti 21,22,25,26
3. Inserisci $Pc4 - 1e5$ nella sezione **Inlet Setting**

Bordo pattino

1. **Thin-Film Flow**>**Inlet**

2. Seleziona i punti 2,3,7,34

3. Seleziona zero pressure nella sezione **Inlet Setting**

Equazione di continuità

1. Nella sezione **Physic** clicca su **Global**  >**Global Equations**

2. Nella finestra Setting inserisci i seguenti valori:

Nome	$f(\mathbf{u}, \mathbf{u}_t, \mathbf{u}_{tt}, t)$ [kg/s]	Initial value (\mathbf{u}_0)[Pa]	Initial value (\mathbf{u}_t)[Pa/s]
$Pc1$	$(cd1 * Ap * Ps / \sqrt{Rgas * Ts}) * pw1(Pc1) - Gin1 * 1e10$	$0.999 * Ps$	0
$Pc2$	$(cd2 * Ap * Ps / \sqrt{Rgas * Ts}) * pw1(Pc2) - Gin2 * 1e10$	$0.999 * Ps$	0
$Pc3$	$(cd3 * Ap * Ps / \sqrt{Rgas * Ts}) * pw1(Pc3) - Gin3 * 1e10$	$0.999 * Ps$	0
$Pc4$	$(cd4 * Ap * Ps / \sqrt{Rgas * Ts}) * pw1(Pc4) - Gin4 * 1e10$	$0.999 * Ps$	0

3. Nella sezione **Units**, nella casella Dependent variable quantity inserisci Pressure(Pa) e clicca su filtra.

4. Nella sezione **Units**, nella casella Source term quantity inserisci Mass Flow(kg/s) e clicca su filtra.

Mesh

1. Click su **Mesh 1** ▲
2. Nella finestra Setting, nella sezione **Physics-Controlled Mesh** > **Element Size** selezionare **Extra Fine**.
3. Clicca su **Build All** ■.

Studio 1 Stazionario

1. Nell'albero del modello selezionare **Studio 1** ☞ > **Step 1: Stationary** ☑.
2. Nei Setting seleziona la casella **Auxiliary Sweep** e inserisci i seguenti parametri:

Parameter name	Parameter value list	Parameter unit
Gap	$range(5.0e-6, 1.0e-6, 3.0e-5)$	m

Tabella A.9: Auxiliary Sweep

3. Nella barra degli strumenti clicca su **Compute** =

Appendice B

Listati Matlab

Nel seguente parte sono riportati i codici Matlab impiegati per costruire il modello numerico.

B1_Identificazione_Pattini_Global_MAGER_cdc0.m

```
1 clc
2 clear all
3 close all
4 colori_figure;
5 set(0,'defaultTextInterpreter','latex'); %trying to
   set the default
6 set(0,'defaultAxesFontSize',20);
7 set(0,'defaultAxesFontName','TimesNewRoman');
8 h_min=5;
9 h_max=30;
10 passo=15;
11 linea=4;
12 marker=40;
13 Pattino=6; %G4, G5, G6
14 p_rel=2; %bar
15 TEST=[1];
16
17 for jj=1:length(TEST)
18
```

```
19 Test=TEST(jj);
20
21 Caricamento=['load Global' num2str(Pattino) '_ps'
    num2str(p_rel*100) 'bar_' num2str(Test)];
22 eval(Caricamento)
23 Meato=['h_exp=h_G' num2str(Pattino) '_ps' num2str(
    p_rel*100) '_' num2str(Test) ';'];
24 Forza=['F_exp=F_G' num2str(Pattino) '_ps' num2str(
    p_rel*100) '_' num2str(Test) ';'];
25 Portata=['Q_exp=Q_G' num2str(Pattino) '_ps' num2str(
    p_rel*100) '_' num2str(Test) ';'];
26 eval(Meato)
27 eval(Forza)
28 eval(Portata)
29
30 %% Procedura di Identificazione P0 e P2
31 %Costanti fisiche
32 T=293; % Temperatura assoluta [K]
33 mu=1.81e-5; % viscosit` dinamica dell'aria a
    20 C [Ns/m^2]
34 Pa=101325; % Pressione ambiente [Pa]
35 b_c=0.5283; % rapporto critico pressioni per
    l'aria
36 Ps=Pa+p_rel*1e5; % P di alimentazione
    valvola
37 Rg=287.053; % Costante dell'aria [J/Kg/K]
38 psi=0.6855/sqrt(Rg*T);
39 rho=Pa/(Rg*T); % Densit` dell'aria in
    condizioni normali [kg/m^3]
40 Kt=sqrt(293/T); % Coefficiente correttivo della
    temperatura
41 cost=1/(24*mu*Rg*T);
42 cG=60000/rho; % per passare da l/min a kg/s
43 %Geometria pattino
44 n_fori=4; % numero di fori del pattino
45 dp=0.23e-3; % diametro del foro di
    ingresso del pattino G6
```

```

46 hg=70e-6; % profondità media della
    ragnatura
47 wg=0.2e-3; % larghezza ragnatura
48 %G6
49 L=70e-3;
50 B=35e-3;
51 l=50e-3;
52 b=20e-3;
53 lx=(L-l)/2;
54 ly=(B-b)/2;
55 S_eqv=1/3*(b*l+L*B+(b*L+l*B)/2);
56 hp=0.1e-3; %profondità tasca
57 h_exp=h_exp*1e-6; %(um)
58 G_exp=Q_exp/cG; %(kg/s)
59
60 %1) Calcolo la pressione media P0_F
61 P0F=Pa+F_exp./S_eqv;
62
63 % 2) Calcolo h_eqv
64 H_eqv=((12*mu*Rg*T*G_exp)./((P0F.^2-Pa^2)*(b/lx+l/ly
    )))^(1/3);
65
66 %% Verifica: Ricalcolo Portata
67 %Calcolo Forza
68 Fp1=S_eqv*(P0F-Pa);
69 %Portate uscita meato
70 gx=(H_eqv).^3./(24*mu*Rg*T).*(P0F.^2-Pa^2)*b/lx;
71 gy=(H_eqv).^3./(24*mu*Rg*T).*(P0F.^2-Pa^2)*l/ly;
72 G2=2*(gx+gy);
73 Q1=G2*cG;
74 dh=H_eqv-h_exp;
75
76 figure(1)
77 plot(h_exp*1e6,'b.','MarkerSize',marker),hold on
78 plot((H_eqv-dh)*1e6,'ro','linewidth',2,'MarkerSize'
    ,8),hold on
79 ylabel('Air Gap height $\quad h \quad : \quad (\mu m)$'),xlabel
    (' $\quad \quad \quad : \quad ()$'),

```

```
80 legend('Experimental','Numerical','interpreter','  
    Latex')  
81 grid on, zoom on  
82  
83 figure(2)  
84 plot(POF,dh*1e6,'b.','MarkerSize',marker),hold on  
85 ylabel('$\quad \Delta h \: (\mu m)$'),xlabel(' Mean  
    Pressure $ \quad P_0 \: (Pa)$'),  
86 legend('Experimental','Numerical','interpreter','  
    Latex')  
87 grid on, zoom on  
88  
89 figure(3)  
90 plot(h_exp*1e6,F_exp,'b.','MarkerSize',marker),hold  
    on  
91 plot((H_eqv-dh)*1e6,Fp1,'ro','linewidth',2,'  
    MarkerSize',8),hold on  
92 xlabel('Air Gap height $ \quad h \: (\mu m)$'),ylabel  
    ('Force $ \quad F \: (N)$'),  
93 legend('Experimental','Numerical','interpreter','  
    Latex')  
94 grid on, zoom on  
95  
96 figure(4)  
97 plot(h_exp*1e6,Q_exp,'b.','MarkerSize',marker),hold  
    on  
98 plot((H_eqv-dh)*1e6,Q1,'go','linewidth',2,'  
    MarkerSize',8), hold on  
99 xlabel('Air Gap height $ \quad h \: (\mu m)$'),ylabel  
    ('Flow Rate $ \quad Q \: (\frac{1}{min})$ ANR  
    20$^{\circ}$'),  
100 legend('Experimental','Numerical','interpreter','  
    Latex')  
101 grid on, zoom on  
102 %%  
103 passo=1;  
104 for i=1:passo:length(H_eqv)  
105 %cdc=0;
```

```
106 % 3) Calcolo p2 Regula Falsi (Inizializzazione)
107 iter=1;
108 %%G2-G1=0 Eq. di Continuità (Posso sfruttare solo
    il tratto Subsonico)
109 f=@(p2) (G2(i)-n_fori*(pi*dp^2/4+2*wg*hg)*Kt*psi*Ps
    .*sqrt(1-((p2./Ps-b_c)/(1-b_c)).^2))*1e10;
110
111 % Plot Funzione di cui trovare lo zero
112 % figure(12)
113 % fplot(f,[Pa Ps],'-','linewidth',4),hold on
114 % ylabel('$f(p_2)$'),xlabel('$p_{2}\:($Pa$)$')
115 % legend('1','2','3','4')
116 % grid on, zoom on,
117 % Regula Falsi (Inizializzazione)
118 iter=1;
119 err=10;
120 %Estremo inferiore (negativo)
121 pA(iter)=Ps*b_c;
122 fA(iter)=real(f(pA(iter)));
123 %Estremo superiore (positivo)
124 pB(iter)=Ps;
125 fB(iter)=real(f(pB(iter)));
126 while iter<200
127 %Nuovo punto (N)
128 pN(iter)=pA(iter)-fA(iter)*(pB(iter)-pA(iter))/(fB(
    iter)-fA(iter)); %equazione retta
129 fN(iter)=real(f(pN(iter)));
130 %Valuto il segno della funzione
131 if fN(iter)>=0
132     fB(iter+1)=fN(iter);
133     pB(iter+1)=pN(iter);
134     pA(iter+1)=pA(iter);
135     fA(iter+1)=fA(iter);
136 elseif fN(iter)<0
137     fA(iter+1)=fN(iter);
138     pA(iter+1)=pN(iter);
139     pB(iter+1)=pB(iter);
140     fB(iter+1)=fB(iter);
```

```
141 end
142 err=abs(fN(iter));
143 iter=iter+1;
144 end
145 P2(i)=pN(end);
146 Err(i)=err(end);
147 end
148 dim=size(P2);
149 righe=dim(1);
150 colonne=dim(2);
151 if colonne>1
152 P2=P2';
153 Err=Err';
154 end
155
156 % figure(5)
157 % plot(H_eqv*1e6,Err,'b','linewidth',5,'MarkerSize
158 % xlabel('Air Gap height  $\quad h_{\text{eqv}} \quad \backslash: (\mu \text{ m})$ 
159 % ylabel('Error  $\backslash: f(P_2)$ '),
160 % legend('$\frac{P_2}{P_0}$','interpreter','Latex')
161 % grid on, zoom on
162
163 figure(6)
164 plot(H_eqv*1e6,P2./POF,'b.','MarkerSize',marker),
165 hold on
166 xlabel('Air Gap height  $\quad h \quad \backslash: (\mu \text{ m})$ '),
167 ylabel('Pressure Ratio  $\backslash: \frac{P_2}{P_0}$  $'),
168 % legend('$\frac{P_0}{P_2}$','interpreter','Latex')
169
170 grid on, zoom on
171
172 figure(7)
173 plot(H_eqv*1e6,P2,'b.','MarkerSize',marker),hold on
174 xlabel('Air Gap height  $\quad h \quad \backslash: (\mu \text{ m})$ '),
175 ylabel('${P_2}$ (Pa)'),
176 legend('${P_2}$','interpreter','Latex')
177
178 grid on, zoom on
179
```



```
174 % Meato_equivalente=['ha_eqv_G' num2str(Pattino) '
    _ps' num2str(p_rel*100) '_' num2str(Test) '=H_eqv
    ;'];
175 % F_equivalente=['Fa_eqv_G' num2str(Pattino) '_ps'
    num2str(p_rel*100) '_' num2str(Test) '=Fp1;'];
176 % Q_equivalente=['Qa_eqv_G' num2str(Pattino) '_ps'
    num2str(p_rel*100) '_' num2str(Test) '=Q1;'];
177 % P0_equivalente=['P0a_eqv_G' num2str(Pattino) '_ps'
    num2str(p_rel*100) '_' num2str(Test) '=P0F;'];
178 % P2_equivalente=['P2a_eqv_G' num2str(Pattino) '_ps'
    num2str(p_rel*100) '_' num2str(Test) '=P2;'];
179 % eval(Meato_equivalente)
180 % eval(F_equivalente)
181 % eval(Q_equivalente)
182 % eval(P0_equivalente)
183 % eval(P2_equivalente)
184 % Salvataggio=['save Modello_Equivalente_cdc0_'
    num2str(Pattino) '_ps' num2str(p_rel*100) 'bar_'
    num2str(Test) ...
185 %         ' ha_eqv_G' num2str(Pattino) '_ps'
    num2str(p_rel*100) '_' num2str(Test) ...
186 %         ' Fa_eqv_G' num2str(Pattino) '_ps'
    num2str(p_rel*100) '_' num2str(Test) ...
187 %         ' Qa_eqv_G' num2str(Pattino) '_ps'
    num2str(p_rel*100) '_' num2str(Test) ...
188 %         ' P0a_eqv_G' num2str(Pattino) '_ps'
    num2str(p_rel*100) '_' num2str(Test) ...
189 %         ' P2a_eqv_G' num2str(Pattino) '_ps'
    num2str(p_rel*100) '_' num2str(Test) ];
190 %         eval(Salvataggio)
191
192
193 end
```

C1_Idificazione_Pattini_Global_MAGER_retta_G6_cdc0.m

```
1 clc
2 clear all
3 close all
```

```
4 colori_figure
5
6 set(0, 'defaultTextInterpreter', 'latex'); %trying to
   set the default
7 set(0, 'defaultAxesFontSize', 20);
8 set(0, 'defaultAxesFontName', 'TimesNewRoman');
9 Pa=101325;
10 Pattino=6; %G6, G2, G3, G6, G6
11 TEST=[1];
12 h_min=8;
13 h_max=35;
14 passo=20;
15 marker=40;
16 linea=4;
17 P_rel=[2 2.5 3 3.5 4 4.5 5 5.5 6];
18 for ii=1:length(TEST)
19 Test=TEST(ii);
20 for jj=1:length(P_rel)
21 p_rel=P_rel(jj); %bar
22
23 Caricamento=['load Modello_Equivalente_cdc0_'
   num2str(Pattino) '_ps' num2str(p_rel*100) 'bar_'
   num2str(Test)];
24 eval(Caricamento)
25
26 end
27 end
28
29
30
31
32
33 figure(1)
34 plot(ha_eqv_G6_ps200_1(1:passo:end)*1e6,(
   P2a_eqv_G6_ps200_1(1:passo:end))./(
   P0a_eqv_G6_ps200_1(1:passo:end)), 'b.', 'MarkerSize
   ', marker), hold on
```

```
35 % plot(ha_eqv_G6_ps200_2,(P2a_eqv_G6_ps200_2)./(
    P0a_eqv_G6_ps200_2),'bo','linewidth',5,'
    MarkerSize',8),hold on
36 % plot(ha_eqv_G6_ps200_3,(P2a_eqv_G6_ps200_3)./(
    P0a_eqv_G6_ps200_3),'b-','linewidth',5,'
    MarkerSize',8),hold on
37 plot(ha_eqv_G6_ps250_1(1:passo:end)*1e6,(
    P2a_eqv_G6_ps250_1(1:passo:end))./(
    P0a_eqv_G6_ps250_1(1:passo:end)),'r.','MarkerSize
    ',marker),hold on
38 % plot(ha_eqv_G6_ps250_2,(P2a_eqv_G6_ps250_2)./(
    P0a_eqv_G6_ps250_2),'ro','linewidth',5,'
    MarkerSize',8),hold on
39 % plot(ha_eqv_G6_ps250_3,(P2a_eqv_G6_ps250_3)./(
    P0a_eqv_G6_ps250_3),'r-','linewidth',5,'
    MarkerSize',8),hold on
40 plot(ha_eqv_G6_ps300_1(1:passo:end)*1e6,(
    P2a_eqv_G6_ps300_1(1:passo:end))./(
    P0a_eqv_G6_ps300_1(1:passo:end)),'g.','MarkerSize
    ',marker),hold on
41 % plot(ha_eqv_G6_ps300_2,(P2a_eqv_G6_ps300_2)./(
    P0a_eqv_G6_ps300_2),'go','linewidth',5,'
    MarkerSize',8),hold on
42 % plot(ha_eqv_G6_ps300_3,(P2a_eqv_G6_ps300_3)./(
    P0a_eqv_G6_ps300_3),'g-','linewidth',5,'
    MarkerSize',8),hold on
43 plot(ha_eqv_G6_ps350_1(1:passo:end)*1e6,(
    P2a_eqv_G6_ps350_1(1:passo:end))./(
    P0a_eqv_G6_ps350_1(1:passo:end)),'k.','MarkerSize
    ',marker),hold on
44 % plot(ha_eqv_G6_ps350_2,(P2a_eqv_G6_ps350_2)./(
    P0a_eqv_G6_ps350_2)*coeff1,'ko','linewidth',5,'
    MarkerSize',8),hold on
45 % plot(ha_eqv_G6_ps350_3,(P2a_eqv_G6_ps350_3)./(
    P0a_eqv_G6_ps350_3)*coeff1,'k-','linewidth',5,'
    MarkerSize',8),hold on
```

```
46 plot(ha_eqv_G6_ps400_1(1:passo:end)*1e6,(
    P2a_eqv_G6_ps400_1(1:passo:end))./(
    P0a_eqv_G6_ps400_1(1:passo:end)), 'm.', 'MarkerSize
    ',marker),hold on
47 % plot(ha_eqv_G6_ps400_2,(P2a_eqv_G6_ps400_2)./(
    P0a_eqv_G6_ps400_2),'mo','linewidth',5,'
    MarkerSize',8),hold on
48 % plot(ha_eqv_G6_ps400_3,(P2a_eqv_G6_ps400_3)./(
    P0a_eqv_G6_ps400_3),'m-','linewidth',5,'
    MarkerSize',8),hold on
49 plot(ha_eqv_G6_ps450_1(1:passo:end)*1e6,(
    P2a_eqv_G6_ps450_1(1:passo:end))./(
    P0a_eqv_G6_ps450_1(1:passo:end)), 'c.', 'MarkerSize
    ',marker),hold on
50 % plot(ha_eqv_G6_ps450_2,(P2a_eqv_G6_ps450_2)./(
    P0a_eqv_G6_ps450_2),'co','linewidth',5,'
    MarkerSize',8),hold on
51 % plot(ha_eqv_G6_ps450_3,(P2a_eqv_G6_ps450_3)./(
    P0a_eqv_G6_ps450_3),'c-','linewidth',5,'
    MarkerSize',8),hold on
52 plot(ha_eqv_G6_ps500_1(1:passo:end)*1e6,(
    P2a_eqv_G6_ps500_1(1:passo:end))./(
    P0a_eqv_G6_ps500_1(1:passo:end)), '.', 'MarkerEdge '
    ',col1, 'MarkerSize',marker),hold on
53 % plot(ha_eqv_G6_ps500_2,(P2a_eqv_G6_ps500_2)./(
    P0a_eqv_G6_ps500_2),'yo','linewidth',5,'
    MarkerSize',8),hold on
54 % plot(ha_eqv_G6_ps500_3,(P2a_eqv_G6_ps500_3)./(
    P0a_eqv_G6_ps500_3),'y-','linewidth',5,'
    MarkerSize',8),hold on
55 plot(ha_eqv_G6_ps550_1(1:passo:end)*1e6,(
    P2a_eqv_G6_ps550_1(1:passo:end))./(
    P0a_eqv_G6_ps550_1(1:passo:end)), '.', 'MarkerEdge '
    ',col2, 'MarkerSize',marker),hold on
56 % plot(ha_eqv_G6_ps550_2,(P2a_eqv_G6_ps550_2)./(
    P0a_eqv_G6_ps550_2),'yo','linewidth',5,'
    MarkerSize',8),hold on
```

```
57 % plot(ha_eqv_G6_ps550_3,(P2a_eqv_G6_ps550_3)./(
    P0a_eqv_G6_ps550_3),'y-','linewidth',5,'
    MarkerSize',8),hold on
58 plot(ha_eqv_G6_ps600_1(1:passo:end)*1e6,(
    P2a_eqv_G6_ps600_1(1:passo:end))./(
    P0a_eqv_G6_ps600_1(1:passo:end)),'.','MarkerEdge'
    ,col3,'MarkerSize',marker),hold on
59 % plot(ha_eqv_G6_ps600_2,(P2a_eqv_G6_ps600_2)./(
    P0a_eqv_G6_ps600_2),'yo','linewidth',5,'
    MarkerSize',8),hold on
60 % plot(ha_eqv_G6_ps600_3,(P2a_eqv_G6_ps600_3)./(
    P0a_eqv_G6_ps600_3),'y-','linewidth',5,'
    MarkerSize',8),hold on
61 xlabel('Air Gap height  $\quad h \quad \backslash: (m)\$'$ '), ylabel('
    Pressure Ratio  $\backslash: \frac{P_2}{P_0}\$'$  '),
62 % legend('$ 2 bar $','$ 3 bar $','$ 4 bar $','$ 5
    bar $','interpreter','Latex')
63 grid on, zoom on
64
65
66 %% Fitting dati sperimentali
67 myfittype = fittype('m*x+q','independent',{'x'},'
    coefficients',{'m','q'});
68 myfit2 = fit (ha_eqv_G6_ps200_1,(P2a_eqv_G6_ps200_1)
    ./(P0a_eqv_G6_ps200_1), myfittype);
69 myfit25 = fit (ha_eqv_G6_ps250_1,(P2a_eqv_G6_ps250_1)
    ./(P0a_eqv_G6_ps250_1), myfittype);
70 myfit3 = fit (ha_eqv_G6_ps300_1,(P2a_eqv_G6_ps300_1)
    ./(P0a_eqv_G6_ps300_1), myfittype);
71 myfit35 = fit (ha_eqv_G6_ps350_1,(P2a_eqv_G6_ps350_1)
    ./(P0a_eqv_G6_ps350_1), myfittype);
72 myfit4 = fit (ha_eqv_G6_ps400_1,(P2a_eqv_G6_ps400_1)
    ./(P0a_eqv_G6_ps400_1), myfittype);
73 myfit45 = fit (ha_eqv_G6_ps450_1,(P2a_eqv_G6_ps450_1)
    ./(P0a_eqv_G6_ps450_1), myfittype);
74 myfit5 = fit (ha_eqv_G6_ps500_1,(P2a_eqv_G6_ps500_1)
    ./(P0a_eqv_G6_ps500_1), myfittype);
```

```
75 myfit55 = fit (ha_eqv_G6_ps550_1,(P2a_eqv_G6_ps550_1
    )./(P0a_eqv_G6_ps550_1), myfitttype);
76 myfit6 = fit (ha_eqv_G6_ps600_1,(P2a_eqv_G6_ps600_1)
    ./(P0a_eqv_G6_ps600_1), myfitttype);
77
78 %% Fitting Sperimentale
79 %2 bar
80 m2=myfit2.m;
81 q2=myfit2.q;
82 y2=m2*ha_eqv_G6_ps200_1+q2;
83 %2.5 bar
84 m25= myfit25.m;
85 q25=myfit25.q;
86 y25=m25*ha_eqv_G6_ps250_1+q25;
87 %3 bar
88 m3=myfit3.m;
89 q3=myfit3.q;
90 y3=m3*ha_eqv_G6_ps300_1+q3;
91 % %3.5 bar
92 m35=myfit35.m;
93 q35=myfit35.q;
94 y35=m35*ha_eqv_G6_ps350_1+q35;
95 %4 bar
96 m4=myfit4.m;
97 q4=myfit4.q;
98 y4=m4*ha_eqv_G6_ps400_1+q4;
99 %4.5 bar
100 m45=myfit45.m;
101 q45=myfit45.q;
102 y45=m45*ha_eqv_G6_ps450_1+q45;
103 %5 bar
104 m5=myfit5.m;
105 q5=myfit5.q;
106 y5=m5*ha_eqv_G6_ps500_1+q5;
107 %5.5 bar
108 m55=myfit55.m;
109 q55=myfit55.q;
110 y55=m55*ha_eqv_G6_ps550_1+q55;
```

```
111 %6 bar
112 m6=myfit6.m;
113 q6=myfit6.q;
114 y6=m6*ha_eqv_G6_ps600_1+q6;
115
116 figure(1)
117 plot(ha_eqv_G6_ps200_1*1e6,y2,'b','linewidth',linea)
    ,hold on
118 plot(ha_eqv_G6_ps250_1*1e6,y25,'r','linewidth',linea)
    ),hold on
119 plot(ha_eqv_G6_ps300_1*1e6,y3,'g','linewidth',linea)
    ,hold on
120 plot(ha_eqv_G6_ps350_1*1e6,y35,'k','linewidth',linea)
    ),hold on
121 plot(ha_eqv_G6_ps400_1*1e6,y4,'m','linewidth',linea)
    ,hold on
122 plot(ha_eqv_G6_ps450_1*1e6,y45,'c','linewidth',linea)
    ),hold on
123 plot(ha_eqv_G6_ps500_1*1e6,y5,'-','Color',col1,'
    linewidth',linea),hold on
124 plot(ha_eqv_G6_ps550_1*1e6,y55,'-','Color',col2,'
    linewidth',linea),hold on
125 plot(ha_eqv_G6_ps600_1*1e6,y6,'-','Color',col3,'
    linewidth',linea),hold on
126 xlabel('Air Gap height $\quad h \quad : (\mu m)$'),
    ylabel('Pressure Ratio $\quad : \quad \frac{P_2}{P_{0}} \quad $ ')
    ,
127 legend('2 bar','2.5 bar','3 bar','3.5 bar','4 bar','
    4.5 bar','5 bar','5.5 bar','6 bar',...
128         'Lineare 2 bar','Lineare 2.5 bar','Lineare 3
    bar','Lineare 3.5 bar','Lineare 4 bar',...
129         'Lineare 4.5 bar','Lineare 5 bar','Lineare 5.5
    bar','Lineare 6 bar','NumColumns',2, '
    interpreter','Latex')
130 grid on, zoom on
131 xlim([h_min h_max])
132
133
```

```
134
135 m=[m2 m25 m3 m35 m4 m45 m5 m55 m6]';
136 Ps=[2:0.5:6] '*1e5+Pa;
137 % Fitting dati sperimentali_m
138 myfitttype = fitttype('m*x+q','independent',{'x'},'
    coefficients',{'m','q'});
139 myfit_Psm = fit(Ps,m, myfitttype);
140
141 %Dipendenza dalla Ps
142 m_Psm=myfit_Psm.m;
143 q_Psm=myfit_Psm.q;
144 m_int=m_Psm*Ps+q_Psm;
145
146
147 figure
148 plot(Ps,m,'bo','linewidth',5,'MarkerSize',8),hold on
149 plot(Ps,m_int,'r','linewidth',5,'MarkerSize',8),hold
    on
150 xlabel('Supply Pressure $\quad P_s \quad \text{: (Pa)}$'),
    ylabel('m $\quad \text{(\frac{1}{\mu m})}$'),
151 grid on, zoom on
152
153 %% Fitting dati sperimentali_q
154 q=[q2 q25 q3 q35 q4 q45 q5 q55 q6]';
155 myfitttype = fitttype('m*x+q','independent',{'x'},'
    coefficients',{'m','q'});
156 myfit_Psq = fit(Ps,q, myfitttype);
157
158 m_Psq=myfit_Psq.m;
159 q_Psq=myfit_Psq.q;
160 q_int=m_Psq*Ps+q_Psq;
161
162 figure
163 plot(Ps,q,'bo','linewidth',5,'MarkerSize',8),hold on
164 plot(Ps,q_int,'r','linewidth',5,'MarkerSize',8),hold
    on
165 xlabel('Supply Pressure $\quad P_s \quad \text{: (Pa)}$'),
    ylabel('q'),
```



```

166 grid on, zoom on
167
168 coeff_m=['m_retta_G' num2str(Pattino) '=m;'];
169 coeff_q=['q_retta_G' num2str(Pattino) '=q;'];
170 coeff_Psm=['m_Ps_retta_G' num2str(Pattino) '=[m_Psm
      q_Psm];'];
171 coeff_Psq=['q_Ps_retta_G' num2str(Pattino) '=[m_Psq
      q_Psq];'];
172 eval(coeff_m)
173 eval(coeff_q)
174 eval(coeff_Psm)
175 eval(coeff_Psq)
176
177 Salvataggio=['save Coefficienti_retta' num2str(
      Pattino) ...
178             ' m_retta_G' num2str(Pattino) ...
179             ' q_retta_G' num2str(Pattino) ...
180             ' m_Ps_retta_G' num2str(Pattino) ...
181             ' q_Ps_retta_G' num2str(Pattino)];
182 eval(Salvataggio)

```

Mod_1_Statico_verifica_retta_G6_cdc0.m

```

1 clc
2 clear all
3 close all
4 colori_figure
5 set(0,'defaultTextInterpreter','latex'); %trying to
      set the default
6 set(0,'defaultAxesFontSize',20);
7 set(0,'defaultAxesFontName','TimesNewRoman');
8
9 %% COSTANTI FISICHE
10 load Coefficienti_retta6
11 %Costanti fisiche
12 T=293; % Temperatura assoluta [K]
13 mu=1.81e-5; % Viscosità dinamica dell'aria a 293 K [
      Pas]
14 R=287.053; % Costante dell'aria [J/Kg/K]

```

```
15 Pa=1e5; % Pressione ambiente a 273 K [Pa]
16 p_rel=2;
17 indice=1;
18 Pattino=6;
19 Ps=p_rel*1e5+1e5; % Pressione assoluta di
    alimentazione valvola [Pa]
20 Kt=sqrt(293/T);
21 rho=Pa/(R*T); % Densità dell'aria in condizioni
    normali [kg/m^3]
22 psi=0.6855/sqrt(R*T);
23 ck=60000/rho; % Per passare da l/min a kg/s
24 g=9.806; % Accelerazione di gravità [m/s2]
25 dt=1e-7; % Parametro per la soluzione statica
26 %% GEOMETRIA DEL PATTINO
27 %Geometria pattino
28 n_fori=4; % Numero di fori del pattino
29 hg=100e-6; % Profondità media della
    ragnatura
30 wg=0.2e-3; % Larghezza ragnatura
31 Dp=0.7e-3; % Diametro tasca
32 hp=0.1e-3; % Profondità tasca
33 Ap=pi*Dp^2/4;
34 Vp=Ap*hp;
35 % G6
36 L=70e-3;
37 B=35e-3;
38 l=50e-3;
39 b=20e-3;
40 dp=0.21e-3; % Diametro del foro di
    ingresso del pattino G6
41 lx=(L-l)/2;
42 ly=(B-b)/2;
43 S_eqv=1/3*(b*l+L*B+(b*L+l*B)/2);
44 coeff=1;
45 A=l*b*coeff; % Area interna alla ragnatura [m2
    ]
46 % A=L*B*coeff; % Aumentando coeff gira più
    veloce (equivale ad aumentare il passo di tempo)
```

```
47 Vg=wg*hg*(1+b);      % Volume ragnatura
48
49 %Volume interno pattino
50 d_con=5e-3;          % Diametro condotti interni al
    pattino
51 V_cond=pi*d_con^2/4*(L+B)*0.9*1e-3; %VOLUME CONDOTTI
    --Ho preso il 90% delle dimensioni del pattino
52 V1=V_cond;          % Volume interno pattino
53
54 %% PARAMETRI TEMPO DIPENDENTI
55 %Reynolds Conduttanze
56 RRe1t=[];
57 Cd1t=[];
58 Cs1t=[];
59 %Pressioni
60 P2t=[];
61 P0t=[];
62 % Caratteristiche pattino + valvola
63 H0t=[];
64 H_dott=[];
65 G1t=[];
66 G2t=[];
67 Fmt=[];
68 time=[];
69 FFextt=[];
70 %% CALCOLO DEL PRIMO PUNTO DI FUNZIONAMENTO
71 h0=4*1e-6;
72 c_num=2e4; %smorzamento numerico 2e4
73 %% Inizializzazione Parametri del Modello
74
75 %Inizializzazione pressioni (assolute)
76 p2=Ps; % [Pa] P1 pressione assoluta
    alimentazione pattino
77 p00=Ps; % Pressione assoluta media all'interno
    della ragnatura
78
79 %% inizializzazione Reynolds e portate
80 Re1=0; %Re1
```

```
81 i=0;
82
83 Fp0=1;
84 portata0=0;
85 err_Fp=10;
86 err_p0=10;
87
88
89 tic
90 j=0;
91 toll=1e-7;
92
93 V0=h0*l*b;
94 V2=V0+Vg; % Volume all'interno della ragnatura
95
96 while (abs(err_Fp)>toll)
97 j=j+1;
98
99 %Conduttanza foro pattino
100 cs1=Kt*((pi*dp^2)/4+wg*hg)*psi; % Conduttanza di un
    foro del pattino
101 [g1]=FORO(cs1,Ps,p2); % Portata attraverso un foro
    del pattino (gf = G2)
102 Re1=abs(4*g1)/(pi*dp*mu);
103
104 %Portate uscita meato
105 gx=(h0)^3/(24*mu*R*T)*(p00^2-Pa^2)*b/lx;
106 gy=(h0)^3/(24*mu*R*T)*(p00^2-Pa^2)*l/ly;
107 g2=2*(gx+gy);
108
109 %Calcolo Pressione Media Meato
110 V0=h0*l*b+Vg;
111 p01=p00+(g1*n_fori-g2)*dt*R*T/V0;
112
113 % %Funzione interpolata 1:2bar, 2:2,5 bar, 3:3 bar,
    4:3.5 bar,
114 % % 5: 4 bar, 6:4.5 bar, 7: 5 bar, 8: 5.5 bar, 9: 6
    bar
```

```
115 m1=m_retta_G6(indice);
116 q1=q_retta_G6(indice);
117 p2=p01*(m1*h0+q1);
118
119 % m_int=m_Ps_retta_G6(1)*Ps+m_Ps_retta_G6(2);
120 % q_int=q_Ps_retta_G6(1)*Ps+q_Ps_retta_G6(2);
121 % p2=p01*(m_int*h0+q_int);
122
123
124 %Calcolo Forza
125 Fp=S_eqv*(p00-Pa);
126
127         err_Fp=(Fp-Fp0)/Fp;
128         err_p0=(p01-p00)/p00;
129
130 Fp0=Fp;
131 p00=p01;
132
133 end
134     toc
135
136 %% CALCOLO DEGLI ALTRI PUNTI DI FUNZIONAMENTO NOTO
    IL CARICO IMPOSTO
137 i=0;
138 contatore=0;
139 F_EXT=[Fp:-20:10]; %mettere F_EXT(i)
140
141     h0_dot=0;
142
143 for i=1:length(F_EXT)
144
145
146     err_Fp=10;
147     err_p0=10;
148     err_h=10;
149
150     F_ext=F_EXT(i);
151     M(i)=F_ext/g;
```

```
152     tic
153
154 while (abs(err_Fp)>toll || abs(err_h)>toll)
155
156 j=j+1;
157 contatore=contatore+1;
158
159 %Conduttanza foro pattino
160 cs1=Kt*((pi*dp^2)/4+wg*hg)*psi; % Conduttanza di un
    foro del pattino
161 [g1]=FORO(cs1,Ps,p2); % Portata attraverso un foro
    del pattino
162 Re1=abs(4*g1)/(pi*dp*mu);
163
164 %Portate uscita meato
165 gx=(h0)^3/(24*mu*R*T)*(p00^2-Pa^2)*b/lx;
166 gy=(h0)^3/(24*mu*R*T)*(p00^2-Pa^2)*l/ly;
167 g2=2*(gx+gy);
168
169 %Equilibrio pattino
170 Fp=S_eqv*(p00-Pa);
171 h1_dot=h0_dot+dt/M(i)*(Fp-F_ext-c_num*h0_dot);
172 h1=h0+h0_dot*dt;
173 %Calcolo Pressione Media Meato
174 V0=h0*l*b+Vg;
175 p01=p00+((g1*n_fori-g2)-h0_dot*A*p00/(R*T))*dt*R*T/
    V0;
176
177 % %Funzione interpolata 1:2bar, 2:2,5 bar, 3:3 bar,
    4:3.5 bar,
178 % % 5: 4 bar, 6:4.5 bar, 7: 5 bar, 8: 5.5 bar, 9: 6
    bar
179 m1=m_retta_G6(indice);
180 q1=q_retta_G6(indice);
181 p2=p01*(m1*h0+q1);
182
183 % m_int=m_Ps_retta_G6(1)*Ps+m_Ps_retta_G6(2);
184 % q_int=q_Ps_retta_G6(1)*Ps+q_Ps_retta_G6(2);
```

```
185 % p2=p01*(m_int*h0+q_int);
186
187
188
189
190
191         err_Fp=(Fp-F_ext)/F_ext;
192         err_p0=(p01-p00)/p00;
193         err_h=(h1-h0)/h0;
194
195 Fp0=Fp;
196 p00=p01;
197 h0=h1;
198 h0_dot=h1_dot;
199
200 %% VARIABILI TEMPORALI (salvate ogni 2000 punti)
201 punti=2000;
202 if contatore==punti
203 %Reynolds Conduzzanze
204     RRe1t=[RRe1t Re1];
205     Cs1t=[Cs1t cs1];
206 %     %Pressioni
207     P0t=[P0t p00];
208     P2t=[P2t p2];
209
210 % Caratteristiche pattino + valvola
211     H0t=[H0t h0];
212     H_dott=[H_dott h0_dot]; %(m/s)
213     G1t=[G1t g1*n_fori*ck];
214     G2t=[G2t g2*ck];
215     Fmt=[Fmt Fp];
216     time=[time dt*j];
217     FFextt=[FFextt F_ext];
218
219     contatore=0;
220 end
221 end
222 toc
```

```
223
224 % %      Reynolds Conduttanze
225     RRe1(i)=Re1;
226     Cs1(i)=cs1;
227 %
228 %      %Pressioni
229     P0(i)=p00;
230     P2(i)=p2;
231
232 %Caratteristiche pattino+valvola
233     H0(i)=h0*1e6;
234     H_dot(i)=h0_dot;
235     G1(i)=g1*n_fori*ck;
236     G2(i)=g2*ck;
237     Fm(i)=Fp;
238
239     toc
240
241 end
242
243 %% Calcolo rigidezza statica
244 KS=derivata(-Fm,H0);
245
246 %% PLOT RISPOSTA AL GARDINO
247 figure(1)
248 plot(time,Fmt,'b','linewidth',2),grid on, hold on,
249 plot(time,FFextt,'r','linewidth',2),grid on, hold on
250 ,
251 xlabel(' Time  $(s) $'),
252 ylabel(' Force  $ \quad F$ $(N)$ $ '),
253
254 figure(2)
255 plot(time,H0t*1e6,'linewidth',2),grid on, hold on,
256 xlabel(' Time  $(s) $'),
257 ylabel(' Air Gap  $ \quad h$ $(\mu m)$ $ '),
258
259 figure(3)
```



```

260 plot(time,P0t,'b','linewidth',2),grid on, hold on,
261 plot(time,P2t,'g','linewidth',2),grid on, hold on,
262 xlabel(' Time  $(s) $'),
263 ylabel('Pressure $P$ ( Pa )'),
264 legend('$P_0$', '$P_2$', 'Interpreter', 'Latex')
265 %% PLOT CARATTERISTICHE STATICHE
266 h_min=5;
267 h_max=35;
268 F_min=min(Fm);
269 F_max=max(Fm);
270
271
272 Test=1;
273
274 Caricamento=['load Global' num2str(Pattino) '_ps'
                num2str(p_rel*100) 'bar_' num2str(Test)];
275 eval(Caricamento)
276 Meato=['h_exp=h_G' num2str(Pattino) '_ps' num2str(
                p_rel*100) '_' num2str(Test) ';'];
277 Forza=['F_exp=F_G' num2str(Pattino) '_ps' num2str(
                p_rel*100) '_' num2str(Test) ';'];
278 Portata=['Q_exp=Q_G' num2str(Pattino) '_ps' num2str(
                p_rel*100) '_' num2str(Test) ';'];
279 eval(Meato)
280 eval(Forza)
281 eval(Portata)
282 shift=3.8;
283
284 figure(4)
285 plot(H0,Fm,'b','linewidth',2),grid on, hold on, zoom
    on,
286 plot(h_exp+shift,F_exp,'ro','linewidth',2),grid on,
    hold on, zoom on,
287 ylabel('Force $\quad F_p$ $(N)$'),xlabel('Air gap $\quad h$
    $(\mu m)$'),
288 xlim([h_min h_max])
289
290

```

```
291 figure(5)
292 plot(H0,G1,'b','linewidth',2),grid on, hold on, zoom
    on,
293 plot(H0,G2,'go','linewidth',2),grid on, hold on,
    zoom on,
294 plot(h_exp+shift,Q_exp,'ro','linewidth',2),grid on,
    hold on, zoom on,
295 xlabel(' Air gap  $\mu\text{m}$ '),ylabel('Air
    Flow Rate  $Q$  ( $\frac{1}{\text{min}} \text{ ANR}$ )'),
296 xlim([h_min h_max])
297
298
299 % Pattino=1; %G1,G2, G3, G4, G5
300 meato=['H0retta_ps' num2str(p_rel*100) '_G' num2str(
    Pattino) '=H0;'];
301 portata1=['G1retta_ps' num2str(p_rel*100) '_G'
    num2str(Pattino) '=G1;'];
302 portata2=['G2retta_ps' num2str(p_rel*100) '_G'
    num2str(Pattino) '=G2;'];
303 forza=['Fretta_ps' num2str(p_rel*100) '_G' num2str(
    Pattino) '=Fm;'];
304 pressione_P0=['P0retta_ps' num2str(p_rel*100) '_G'
    num2str(Pattino) '=P0;'];
305 pressione_P2=['P2retta_ps' num2str(p_rel*100) '_G'
    num2str(Pattino) '=P2;'];
306
307 eval(meato)
308 eval(portata1)
309 eval(portata2)
310 eval(forza)
311 eval(pressione_P0)
312 eval(pressione_P2)
313
314 salvataggio=['save Modello_G' num2str(Pattino) '
    retta_ps' num2str(p_rel*100) ...
315             ' H0retta_ps' num2str(p_rel*100) '_G'
    num2str(Pattino) ...
```

```
316         ' G1retta_ps' num2str(p_rel*100) '_G'  
num2str(Pattino) ...  
317         ' G2retta_ps' num2str(p_rel*100) '_G'  
num2str(Pattino) ...  
318         ' Fretta_ps' num2str(p_rel*100) '_G'  
num2str(Pattino) ...  
319         ' P0retta_ps' num2str(p_rel*100) '_G'  
num2str(Pattino) ...  
320         ' P2retta_ps' num2str(p_rel*100) '_G'  
num2str(Pattino)];  
321  
322         eval(salvataggio)
```

Bibliografia

- [1] Jim McHugh. «Albert Kingsbury – His Life and Times». In: (2003).
- [2] F. Colombo L. Lentini M. Moradi. «A Historical Review of Gas Lubrication: From Reynolds to Active Compensations». In: *Tribology in Industry* 40 (2018),), pp. 165–182.
- [3] W.B. Rowe. *Hydrostatic, Aerostatic, and Hybrid Bearing Design*. Elsevier, 2012.
- [4] Lihua Lu Qiang Gaoa Wanqun Chena. «Aerostatic bearings design and analysis with the application to precision engineering: State-of-the-art and future perspectives». In: *Tribology International* (2019), pp. 1–17.
- [5] M. Bonis M. Fourka. «Comparison between externally pressurized gas thrust bearings with different orifice and porous feeding systems». In: (1997).
- [6] F. Colombo T. Raparelli V. Viktorov. «Aerostatic thrust bearings active compensation: Critical review». In: *Precision Engineering* (2016).
- [7] Mona. Moradi. «Development of lumped parameters models for aerostatic gas bearings». In: (2019).
- [8] T.o Raparelli F. Colombo L. Lentini. «Actively compensated aerostatic thrust bearing: design, modelling and experimental validation». In: (mag. 2017).
- [9] PM Newgard e RL Kiang. «Elastic orifices for pressurized gas bearings». In: (1966), pp. 311–317.
- [10] E. J. Blondeel. «Fluid bearing». In: (1977).

- [11] Terenziano Raparelli Danial Ghodsiyeh Federico Colombo. «Diaphragm valve-controlled air thrust bearing». In: *Tribology International* (2017), pp. 328–335.
- [12] M. Da Silva. «Confronto delle prestazioni di banchi sperimentali per la misura delle caratteristiche di pattini ad aria». M. Eng. thesis. Politecnico di Totino, Ottobre 2012.
- [13] T. Raparelli F. Colombo L. Lentini. «A Lumped Model for Grooved Aerostatic Pad». In: (2019).
- [14] T. Raparelli F. Colombo L. Lentini. «A Nonlinear Lumped Parameter Model of an Externally Pressurized Rectangular Grooved Air Pad Bearing». In: (2019).
- [15] A. Trivella F. Colombo T. Raparelli. «Lumped parameters models of rectangular pneumatic pads:Static analysis». In: (2015).
- [16] T.Raparelli G.Belforte F.Colombo. «Study of a gas thrust bearing with supply grooves». In: (2009).
- [17] E.G. Pink. «Analysis of the performance characteristics of aerostatic and hybrid journal bearings.» In: (1981).