

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale



**Politecnico
di Torino**

Ottimizzazione di un motore a propellenti ibridi per un terzo stadio di un piccolo lanciatore

Relatore

Prof. Lorenzo Casalino

Candidato

Edoardo D'Ippolito

Aprile 2024

Sommario

Negli ultimi anni, l'ingresso delle compagnie private nel settore spaziale ha portato ad un crescente sviluppo dei piccoli lanciatori, utilizzati per il lancio e l'immissione in orbita di piccoli satelliti. Ciò ha consentito di svincolare le missioni per questi satelliti dalle missioni pensate per carichi maggiori, eliminando quindi la dipendenza dalle caratteristiche di missione e dalle necessità dettate per questi carichi principali. Per questi piccoli lanciatori, i motori degli stadi superiori costituiscono delle applicazioni dove gli endoreattori ibridi possono essere competitivi.

Il lavoro di tesi si pone come scopo lo studio e l'ottimizzazione di un modello di endoreattore ibrido, pensato per essere utilizzato come terzo e ultimo stadio di un piccolo lanciatore realizzato sulla base del Vega. Il lavoro di ottimizzazione viene svolto tramite un codice, sviluppato presso il Politecnico di Torino, che realizza un'ottimizzazione accoppiata dei parametri del motore, tramite metodi diretti, e della traiettoria, tramite metodi indiretti. Questo codice sfrutta delle formule di interpolazione per la stima delle masse a secco del sistema, per le quali è stata svolta un'analisi e una successiva correzione, al fine di rendere i risultati dell'ottimizzazione più accurati. Un'analisi parametrica è stata poi svolta al fine di comprendere l'influenza dei parametri di progetto del motore sul payload.

Indice

Elenco delle tabelle	v
Elenco delle figure	vii
1 Introduzione	1
1.1 Cenni sugli endoreattori	1
1.1.1 Principali indici di performance	3
1.2 Endoreattori a propellenti ibridi	5
1.2.1 Architettura e funzionamento	5
1.2.2 Processo di combustione	7
1.2.3 Rateo di regressione	9
2 Processo di ottimizzazione accoppiata di motore e traiettoria	12
2.1 Design del motore	13
2.2 Ottimizzazione della traiettoria	17
3 Analisi delle formule di interpolazione, analisi parametrica e Ottimizzazione	19
3.1 Descrizione della missione e dell'endoreattore in esame	20
3.1.1 Missione	20
3.1.2 Endoreattore	21
3.2 Analisi e correzione delle formule di interpolazione per il calcolo delle masse a secco del sistema	22
3.2.1 Formule di interpolazione	22
3.2.2 Analisi delle formule di interpolazione	24
3.2.3 Calcolo delle derivate prime e seconde	30
3.2.4 Correzione delle formule di interpolazione	32
3.2.5 Confronto tra i valori forniti dalle interpolazioni in MATLAB e i valori forniti in output dal codice di calcolo	39
3.3 Analisi parametrica	41
3.3.1 Analisi numerica	41

3.3.2 Andamenti payload, accelerazione massima e diametri di uscita	46
3.4 Ottimizzazione	58
4 Conclusioni	69
Appendice A Grafici analisi formule di interpolazione	70
Bibliografia.....	84

Elenco delle tabelle

3.1	Parametri orbitali dell'orbita finale	20
3.2	Coefficienti per il calcolo delle grandezze dei serbatoi	23
3.3	Coefficienti per il calcolo delle grandezze di camera di combustione, ugello e lunghezza motore	24
3.4	Valori iniziali dei parametri di progetto	25
3.5	Punto di progetto calcolato in MATLAB	25
3.6	Grandezze inserite nelle formule di interpolazione per il calcolo del punto di progetto tramite MATLAB	26
3.7	Dati AVIO relativi al serbatoio di ossidante	26
3.8	Dati AVIO relativi al serbatoio di gas pressurizzante	26
3.9	Valori delle derivate di interesse per l'analisi delle formule delle masse .	32
3.10	Nuovi coefficienti d'interpolazione per la massa del serbatoio di Ossidante	35
3.11	Nuovi dati relativi al serbatoio di ossidante	35
3.12	Nuovi coefficienti d'interpolazione per la massa del serbatoio di gas pressurizzante	38
3.13	Nuovi dati relativi al serbatoio di gas pressurizzante	38
3.14	Valori delle derivate di interesse delle formule con i nuovi coefficienti ...	38
3.15	Punto di progetto calcolato in MATLAB tramite le nuove interpolazioni .	39
3.16	Confronto tra le grandezze dei punti di progetto calcolati con nuovi e vecchi coefficienti tramite le interpolazioni in MATLAB e tramite il codice	40
3.17	Risultati analisi parametrica di ε_i e $(r_m)_i$	42
3.18	Risultati analisi parametrica di T_i e $(p_t)_i$	43
3.19	Risultati analisi parametrica $di J_i$ e $(m_o)_1$	44
3.20	Risultati analisi parametrica $(r_m)_i$	46
3.21	Risultati analisi parametrica $(r_m)_i$	46
3.22	Risultati analisi parametrica T_i	46
3.23	Risultati analisi parametrica T_i	47
3.24	Risultati analisi parametrica $(p_t)_i$	47
3.25	Risultati analisi parametrica $(p_t)_i$	47
3.26	Risultati analisi parametrica ε_i	47
3.27	Risultati analisi parametrica ε_i	47

3.28	Risultati analisi parametrica $(m_o)_1$	48
3.29	Risultati analisi parametrica J_i	48
3.30	Risultati analisi parametrica J_i	48
3.31	Parametri di progetto dopo l'ottimizzazione	58
3.32	Principali masse del sistema	59
3.33	Principali dimensioni del sistema	59
3.34	Parametri di performance.....	60
A.1	Punti per l'analisi delle formule di interpolazione	72
A.2	Punti per l'analisi delle formule di interpolazione	73

Elenco delle figure

1.1	(a) Endoreattore a propellenti solidi, (b) Endoreattore a propellenti liquidi,(c) Endoreattore a propellenti ibridi. Da [2]	2
1.2	Classificazione degli endoreattori. Da [3]	3
1.3	Schema di un tipico endoreattore ibrido. Da [2]	6
1.4	Rappresentazione semplificata di una camera di combustione, con Camera di vaporizzazione e camera di miscelazione. In questa rappresentazione sono presenti due grani di combustibile solido differenti. Da [4]	7
1.5	Modello semplificato del processo di combustione all'interno di un endoreattore ibrido. Vengono riportati anche i profili tipici di velocità e temperatura che si hanno sulla superficie del grano solido durante il processo di combustione. Da [2]	8
1.6	Differenti regimi di dipendenza del tasso di regressione. Da [2]	9
3.1	Rappresentazione del lanciatore Vega. Da [9]	19
3.2	Configurazione del grano adottata. Da [10]	21
3.3	Ugello convergente-divergente a sezione conica. Da [11]	22
3.4	Andamento della massa del serbatoio di ossidante in funzione del suo Diametro.....	27
3.5	Andamento della massa del serbatoio di ossidante in funzione del suo volume	27
3.6	Superficie della massa del serbatoio di ossidante in funzione del suo diametro e del suo volume	28
3.7	Andamento della massa del serbatoio di gas pressurizzante in funzione del suo diametro	28
3.8	Andamento della massa del serbatoio di gas pressurizzante in funzione del suo volume	29
3.9	Superficie della massa del serbatoio di gas pressurizzante in funzione del suo diametro e del suo volume	29
3.10	Nuovo andamento della massa del serbatoio di ossidante in funzione del suo diametro	34
3.11	Nuovo andamento della massa del serbatoio di ossidante in funzione del suo volume	34

3.12 Nuova superficie della massa del serbatoio di ossidante in funzione del suo diametro e del suo volume	35
3.13 Nuovo andamento della massa del serbatoio di gas pressurizzante in funzione del suo diametro	36
3.14 Nuovo andamento della massa del serbatoio di gas pressurizzante in funzione del suo volume	37
3.15 Nuova superficie della massa del serbatoio di gas pressurizzante in funzione del suo diametro e del suo volume	37
3.16 Andamento del payload in funzione di $(r_m)_i$	49
3.17 Andamento dell'accelerazione massima in funzione di $(r_m)_i$	49
3.18 Andamento del diametro di uscita in funzione di $(r_m)_i$	50
3.19 Andamento del payload in funzione di T_i	50
3.20 Andamento dell'accelerazione massima in funzione di T_i	51
3.21 Andamento del diametro di uscita in funzione di T_i	51
3.22 Andamento del payload in funzione di $(p_t)_i$	52
3.23 Andamento dell'accelerazione massima in funzione di $(p_t)_i$	52
3.24 Andamento del diametro di uscita in funzione di $(p_t)_i$	53
3.25 Andamento del payload in funzione di ε_i	53
3.26 Andamento dell'accelerazione massima in funzione di ε_i	54
3.27 Andamento del diametro di uscita in funzione di ε_i	54
3.28 Andamento del payload in funzione di $(m_o)_1$	55
3.29 Andamento dell'accelerazione massima in funzione di $(m_o)_1$	55
3.30 Andamento del diametro di uscita in funzione di $(m_o)_1$	56
3.31 Andamento del payload in funzione J_i	56
3.32 Andamento dell'accelerazione massima in funzione di J_i	57
3.33 Andamento del diametro di uscita in funzione di J_i	57
3.34 Andamento del rapporto di miscela	61
3.35 Profilo di spinta	61
3.36 Profilo di accelerazione	61
3.37 Portata di ossidante	62
3.38 Flusso in massa di ossidante	62
3.39 Andamento del rapporto di espansione dell'ugello	62
3.40 Andamento della pressione del serbatoio di ossidante	63
3.41 Andamento della pressione della camera di combustione	63
3.42 Andamento della temperatura nel serbatoio di ossidante	63
3.43 Andamento del rateo di regressione del grano solido	64
3.44 Velocità caratteristica	64
3.45 Coefficiente di spinta	64
3.46 Velocità efficace di scarico	65
3.47 Impulso specifico	65

3.48	Oscillazioni della velocità caratteristica durante la fase di blowdown	67
3.49	Oscillazioni del coefficiente di spinta durante la fase di blowdown	67
3.50	Quota in funzione del tempo durante l'intera missione	68
A.1	Lunghezza serbatoio di ossidante in funzione del diametro	70
A.2	Lunghezza serbatoio di ossidante in funzione del volume	70
A.3	Lunghezza serbatoio di ossidante in funzione di diametro e volume	71
A.4	Lunghezza serbatoio di gas pressurizzante in funzione del diametro	71
A.5	Lunghezza serbatoio di gas pressurizzante in funzione del volume	71
A.6	Lunghezza serbatoio di gas pressurizzante in funzione di diametro e volume	72
A.7	Massa della camera di combustione in funzione del diametro del grano ..	73
A.8	Massa della camera di combustione in funzione della lunghezza del grano	73
A.9	Massa della camera di combustione in funzione del diametro e della lunghezza del grano	74
A.10	Massa della camera di combustione in funzione del diametro della gola dell'ugello	74
A.11	Massa della camera di combustione in funzione del rapporto di espansione dell'ugello	74
A.12	Massa della camera di combustione in funzione del diametro della gola e del rapporto di espansione dell'ugello	75
A.13	Lunghezza della camera di combustione in funzione del diametro del grano.....	75
A.14	Lunghezza della camera di combustione in funzione della lunghezza del grano	75
A.15	Lunghezza della camera di combustione in funzione del diametro e della lunghezza del grano	76
A.16	Lunghezza della camera di combustione in funzione del diametro della gola dell'ugello	76
A.17	Lunghezza della camera di combustione in funzione del rapporto di espansione dell'ugello	76
A.18	Lunghezza della camera di combustione in funzione di diametro della gola e del rapporto di espansione dell'ugello	77
A.19	Raggio della camera di combustione in funzione del diametro del grano	77
A.20	Raggio della camera di combustione in funzione della lunghezza del grano	77
A.21	Raggio della camera di combustione in funzione del diametro e della lunghezza del grano	78

A.22 Raggio della camera di combustione in funzione del diametro della gola dell'ugello	78
A.23 Raggio della camera di combustione in funzione del rapporto di espansione dell'ugello	78
A.24 Raggio della camera di combustione in funzione di diametro della gola e del rapporto di espansione dell'ugello	79
A.25 Massa dell'ugello in funzione del diametro del grano	79
A.26 Massa dell'ugello in funzione della lunghezza del grano	79
A.27 Massa dell'ugello in funzione del diametro e della lunghezza del grano ...	80
A.28 Massa dell'ugello in funzione del diametro della gola	80
A.29 Massa dell'ugello in funzione del rapporto di espansione	80
A.30 Massa dell'ugello in funzione di diametro della gola e del rapporto di espansione	81
A.31 Lunghezza del motore in funzione del diametro del grano	81
A.32 Lunghezza del motore in funzione della lunghezza del grano	81
A.33 Lunghezza del motore in funzione del diametro e della lunghezza del grano	82
A.34 Lunghezza del motore in funzione del diametro della gola dell'ugello	82
A.35 Lunghezza del motore in funzione del rapporto di espansione dell'ugello	82
A.36 Lunghezza del motore in funzione del diametro della gola e del rapporto di espansione dell'ugello	83

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Cenni sugli endoreattori

Gli endoreattori sono sistemi propulsivi che producono spinta sfruttando il principio di azione e reazione, espellendo massa, immagazzinata a bordo, ad elevata velocità relativa.

Possono essere elencati tramite una classificazione semplificata, basata sulle modalità di accelerazione dei propellenti e quindi di generazione della spinta [1]:

- Endoreattori termici
Il propellente viene accelerato dinamicamente in un ugello dopo essere stato riscaldato.
- Endoreattori elettrostatici ed elettromagnetici
Il propellente, in forma di ioni o plasma, viene accelerato tramite un campo elettrostatico o elettromagnetico.

Una classificazione più completa è riportata in figura 1.2.

Gli endoreattori di interesse per questo studio sono i chimici, nei quali l'energia necessaria alla generazione della spinta viene rilasciata dalla reazione chimica dei propellenti immagazzinati a bordo. Possono essere suddivisi in tre categorie, in base alla tipologia di propellente utilizzato [1][2]:

- Endoreattori a propellenti liquidi (LRE)
Il propellente viene immagazzinato in forma liquida in appositi serbatoi, sotto forma di ossidante e combustibile separati o sotto forma di monopropellente. Permettono la regolazione della spinta, lo spegnimento e la riaccensione del sistema. In termini prestazionali sono caratterizzati da elevati valori di impulso specifico ed elevati livelli di spinta, ma inferiori rispetto ai solidi. La necessità di avere un sistema di alimentazione li rende costruttivamente complessi

- Endoreattori a propellenti solidi (SRM)
Il propellente viene immagazzinato sotto forma di grano solido in cui sono miscelati ossidante e combustibile. Una volta avviata, la combustione del grano solido prosegue fino al suo esaurimento, cosa che non permette la regolazione o lo spegnimento del sistema. Sono caratterizzati da livelli di spinta maggiori rispetto ai LRE, valori di impulso specifico minori e una minore complessità costruttiva, non richiedendo alcun sistema di alimentazione. Inoltre, il propellente solido è più facile da maneggiare e immagazzinare rispetto al propellente liquido.
- Endoreattori a propellenti ibridi (HRE)
Il propellente viene immagazzinato sotto forma di ossidante e combustibile in stati differenti, comunemente ossidante in forma liquida e combustibile in forma solida. Combinando caratteristiche dei SRM e dei LRE presentano vantaggi e svantaggi di entrambe le tipologie e presentano prestazioni intermedie tra i SRM e i LRE.

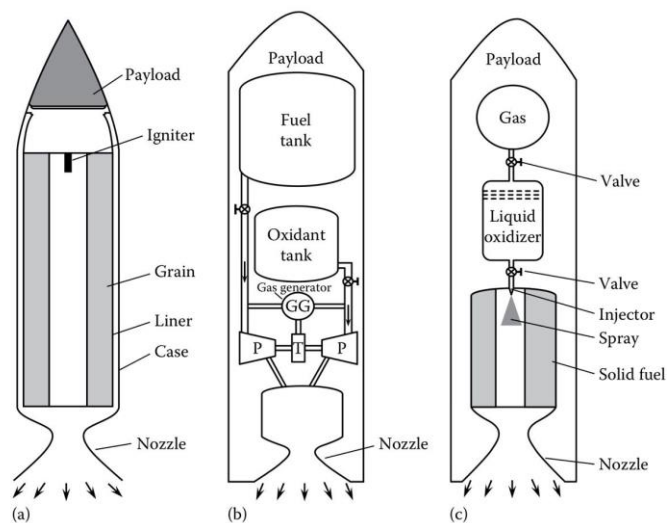


Figura 1.1: (a) Endoreattore a propellenti solidi, (b) Endoreattore a propellenti liquidi, (c) Endoreattore a propellenti ibridi. Da [2]

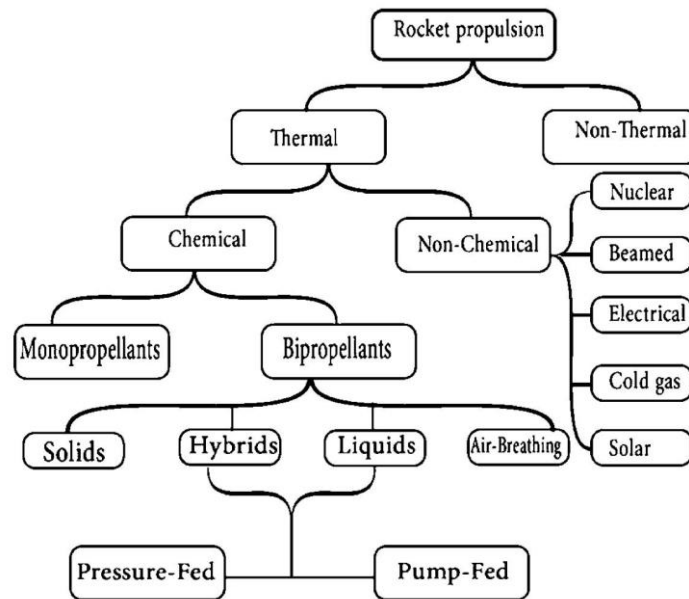


Figura 1.2: Classificazione degli endoreattori. Da [3]

1.1.1 Principali indici di performance

I principali parametri prestazionali degli endoreattori sono [1] [4]:

- Spinta:

$$T = \dot{m}u_e + A_e (p_e - p_0) \quad (1.1)$$

dove \dot{m} è la portata in massa di propellente che attraversa l'endoreattore, u_e è la velocità di uscita dei gas di scarico, A_e è la sezione di uscita dell'ugello, p_e è la pressione dei gas in uscita e p_0 è la pressione esterna.

- Coefficiente di spinta:

$$C_F = \frac{T}{p_c A_t} \quad (1.2)$$

misura l'effetto utile dell'ugello sulla spinta, tramite il rapporto tra la spinta generata dall'endoreattore e quella che si otterrebbe creando un'apertura di area A_t nella camera di combustione. p_c è la pressione in camera di combustione.

Introduzione

- Velocità caratteristica:

$$c^* = \frac{p_c A_t}{\dot{m}} \quad (1.3)$$

misura l'efficienza della camera di combustione tramite il rapporto tra l'effetto utile e la portata \dot{m} richiesta per ottenerlo.

- Velocità efficace di scarico:

$$c = \frac{T}{\dot{m}} = c^* C_F \quad (1.4)$$

rappresenta la spinta per unità di portata in massa; più alto sarà il suo valore e minore sarà il consumo di propellente necessario ad ottenere un determinato livello di spinta.

- Impulso totale:

$$\int_{t_0}^{t_1} T(t) dt \quad (1.5)$$

indica il contributo della spinta nel tempo.

- Impulso specifico:

$$I_{sp} = \frac{I_t}{m_p g_0} = \frac{c}{g_0} \quad (1.6)$$

dove m_p è la massa di propellente immagazzinata a bordo e g_0 è l'accelerazione gravitazionale sulla superficie terrestre. È un tempo, pari a quello per cui un motore può fornire una spinta T pari al peso di propellente iniziale immagazzinato a bordo, nell'ipotesi di spinta costante.

1.2 Endoreattori a propellenti ibridi

Si possono avere differenti configurazioni di endoreattore ibrido.

La configurazione più comune è quella classica, che presenta l'ossidante in forma liquida e il combustibile in forma solida. Esiste anche una configurazione inversa, nella quale si ha l'ossidante in forma solida e il combustibile in forma liquida. Una terza configurazione, definita ibrida mista, include una piccola quantità di ossidante miscelato con il combustibile in forma solida. [4]

Gli HRE presentano caratteristiche intermedie tra i SRM e i LRE. I valori di impulso specifico sono maggiori rispetto a quelli dei SRM ma inferiori rispetto ai LRE; presentano una densità di impulso specifico maggiore dei LRE ma inferiore ai SRM. Risultano più sicuri dei LRE per quanto riguarda l'immagazzinamento dei propellenti, e dei SRM durante il funzionamento [2]. Sono relativamente più semplici dei LRE, cosa che può portare ad un minor costo del sistema, ma più complessi dei SRM. [4]

Permettono la regolazione della spinta, lo spegnimento e la riaccensione del sistema, trovando principale applicazione nelle missioni o nelle fasi di missioni che richiedono queste caratteristiche. Sono anche particolarmente adatti per missioni di lunga durata per via della facilità di immagazzinamento dei propellenti. Inoltre, trovano applicazioni nei booster e negli stadi superiori dei lanciatori, come nel caso di questo elaborato. [2]

Un problema intrinseco degli HRE è la variazione del rapporto di miscela durante il funzionamento, con conseguente variazione dell'impulso specifico e di altri indici prestazionali, anche in condizioni stazionarie, cosa che comporta difficoltà nel definire le prestazioni del motore. Questo perché con il procedere della combustione la superficie del grano solido aumenta e, conseguentemente, aumenta anche la quantità di gas prodotta durante il processo. Altro problema è quello legato alla bassa velocità di regressione del grano solido. Infine, il rateo di erosione della gola dell'ugello risulta superiore, e quindi non trascurabile, rispetto ai SMR e ai LRE. [2]

1.2.1 Architettura e funzionamento

L'architettura schematica di un endoreattore ibrido è riportata in figura 1.3.

Per il sistema di alimentazione pressurizzato regolato si ha un serbatoio contenente un gas inerte ad alta pressione, utilizzato per pressurizzare il serbatoio di ossidante liquido al quale è collegato. Posta a valle del serbatoio è presente una valvola di controllo che permette di regolare il flusso di ossidante, il quale viene immesso in camera di combustione tramite degli iniettori.

All'ingresso della camera di combustione, nella quale è immagazzinato il combustibile in forma solida, è presente un accenditore il cui scopo è quello di fornire una sufficiente quantità di energia di accensione iniziale per avviare il processo di combustione. Infine, a valle della camera si ha l'ugello di scarico.

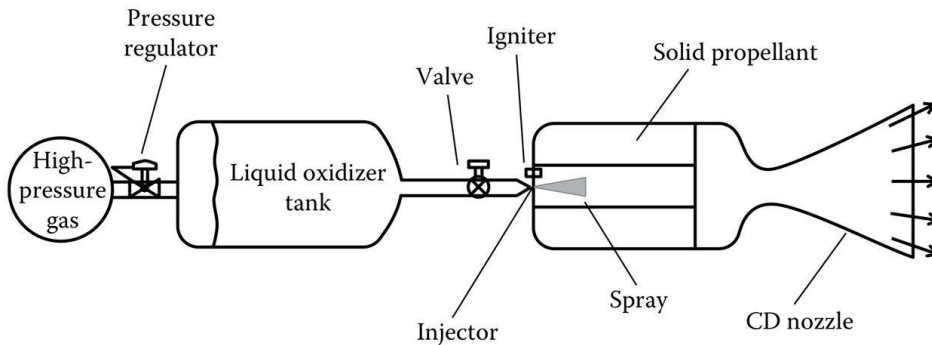


Figura 1.3: Schema di un tipico endoreattore ibrido. Da [2]

L'ossidante liquido viene immesso in forma nebulizzata in una camera di vaporizzazione posta a monte del grano solido. La combustione avviene nelle cavità assiali del grano e, una volta innescata tramite l'accenditore, instaura una fiamma diffusiva in prossimità dello strato limite della superficie del grano. Il calore emesso dalla superficie di fiamma porta alla vaporizzazione del combustibile, che continua ad alimentare la fiamma stessa. Così il processo di combustione continua in modo auto-sostenuto. Generalmente, a valle della camera di combustione è posta una camera di miscelazione per garantire una completa miscelazione e combustione di combustibile e ossidante prima della loro espansione attraverso l'ugello di scarico. [3][4]

Una rappresentazione più accurata della camera di combustione è riportata in figura 1.4.

Alcuni dei principali ossidanti utilizzati per gli HRE sono: ossigeno liquido criogenico (LOX), protossido di azoto (N_2O), tetrossido di azoto (N_2O_4) perossido di idrogeno (H_2O_2). Alcuni dei principali propellenti utilizzati sono: il polibutadiene con radicali ossidrilici terminali (HTPB), polietilene ad alta densità (HDPE), cere e paraffine. [2]

Introduzione

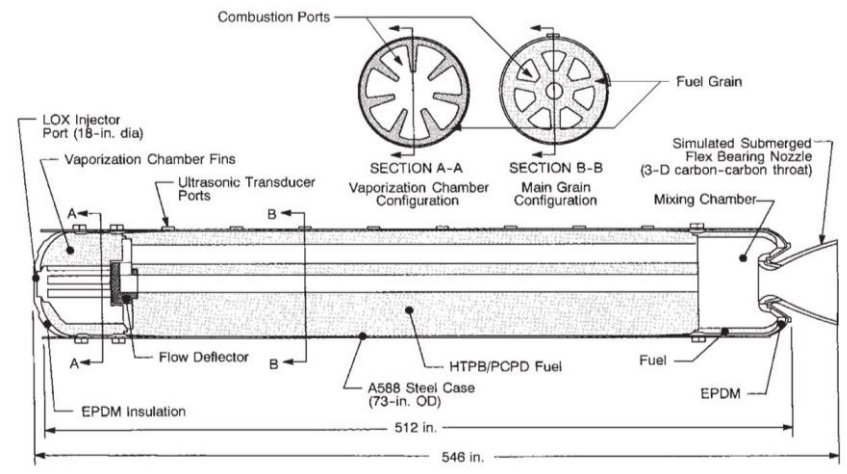


Figura 1.4: Rappresentazione semplificata di una camera di combustione, con camera di vaporizzazione e camera di miscelazione. In questa rappresentazione sono presenti due grani di combustibile solido differenti. Da [4]

1.2.2 Processo di combustione

Il processo di combustione che avviene in un endoreattore ibrido può essere schematizzato come segue.

L'ossidante liquido viene iniettato nella camera di combustione appena a monte del grano solido tramite gli iniettori, che hanno lo scopo di nebulizzarlo, e successivamente vaporizza a causa del trasferimento di calore che arriva dalla zona di combustione tramite conduzione, convezione e irraggiamento. A causa del trasferimento di calore che si ha dalla fiamma e dai prodotti combusti verso il grano solido, questo si decompone termicamente e vaporizza. Il combustibile vaporizzato si allontana dal grano fluendo verso la zona di fiamma mentre l'ossidante viaggia dal flusso libero verso la zona di fiamma tramite diffusione turbolenta, continuando ad alimentare la fiamma grazie alle reazioni chimiche esotermiche che avvengono all'interno dello strato limite idrodinamico.

La fiamma si stabilisce all'interno dello strato limite in una posizione determinata dal rapporto stechiometrico che permette i processi di combustione; idealmente si posizionerebbe in corrispondenza del rapporto stechiometrico ideale ma nella situazione reale si stabilizza in una zona più ricca di combustibile. Lo spessore della zona di fiamma dipende dalla cinetica chimica delle reazioni tra ossidante e combustibile, e dal trasferimento di calore tra fiamma e grano solido.

Lo strato limite cresce sulla superficie del grano lungo la direzione del flusso e il suo sviluppo è influenzato dalla pressione e dalla temperatura del gas, dalla

composizione del grano, dal flusso in massa dell'ossidante che attraversa le cavità assiali e dalla lunghezza e dall'area trasversale di queste ultime.

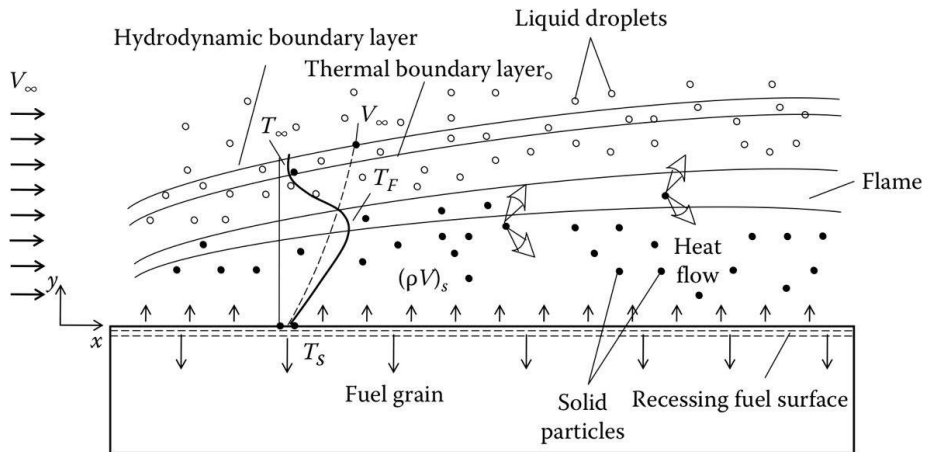


Figura 1.5: Modello semplificato del processo di combustione all'interno di un endoreattore ibrido. Vengono riportati anche i profili tipici di velocità e temperatura che si hanno sulla superficie del grano solido durante il processo di combustione. Da [2]

Il regime laminare o turbolento dello strato limite, la posizione della fiamma e la composizione del grano influenzano fortemente il trasferimento di calore che avviene tra il gas e la superficie solida del grano stesso. In un grano metallizzato il trasferimento di calore avviene principalmente per radiazione; mentre in un grano non metallizzato il trasferimento di calore avviene principalmente per convezione.

Il calore assorbito dal grano che permette la vaporizzazione dello stesso, prende il nome di calore di vaporizzazione. Per i combustibili polimerici, oltre al calore di vaporizzazione è necessario fornire ulteriore calore per rompere le catene polimeriche, il quale prende il nome di calore di depolimerizzazione.

Generalmente, il regime dello strato limite sviluppato è turbolento e ciò porta alla formazione di zone di ricircolo lungo la superficie di combustibile solido che aumentano la miscelazione e il trasferimento di calore, portando a un incremento locale del rateo di regressione del grano solido. [2] [4]

1.2.3 Rateo di regressione

Il rateo di regressione è la velocità con cui la superficie del grano solido recede durante la fase di combustione. Può essere correlato al flusso di massa di propellente attraverso il flusso libero $G = \rho v$.

Nella figura 1.6 vengono riportati i differenti regimi di rateo di regressione che si possono avere in funzione del flusso di massa G .

Nel regime a basso flusso di massa, il trasferimento di calore radiativo è quello che influisce maggiormente sul rateo di regressione; il flusso di calore convettivo è trascurabile.

In queste condizioni, il rateo di regressione cresce all'aumentare della percentuale di metallo presente all'interno del combustibile e all'aumentare del termine PD , prodotto della pressione in camera e del diametro del canale. L'aumento del carico metallico o del prodotto PD causa un incremento della densità ottica del gas e conseguentemente un'emissione più efficiente di radiazione termica.

Se il flusso di massa scende al di sotto di determinati valori soglia si raggiunge il limite di fusione (*melting*): il propellente fonde, carbonizzandosi e decomponendosi.

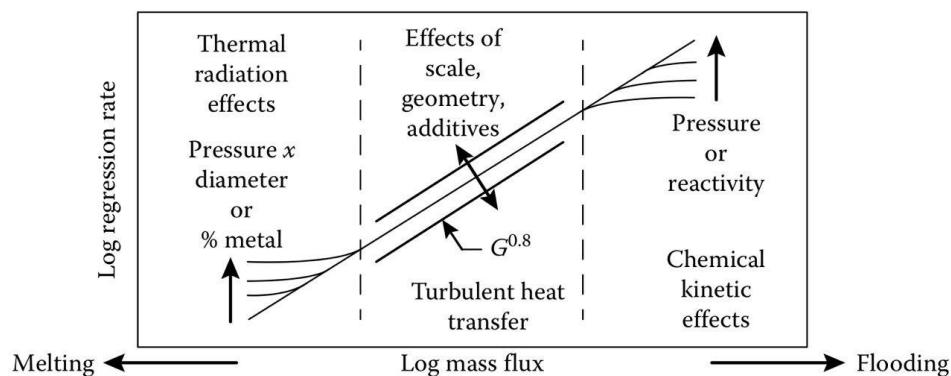


Figura 1.6: Differenti regimi di dipendenza del tasso di regressione. Da [2]

Nel regime a flusso di massa intermedio si ha trasferimento di calore turbolento e l'influenza degli effetti di radiazione e cinetica chimica sulla relazione tra flusso di massa e rateo di regressione è trascurabile. In questo regime il rateo di regressione è dipendente principalmente dal flusso di massa G .

Introduzione

Quando il flusso di massa aumenta ulteriormente fino a raggiungere livelli elevati, il rateo di regressione è influenzato principalmente dalla cinetica chimica ma anche l'influenza della pressione della camera risulta importante.

Con ulteriore aumento del flusso di massa, si raggiunge il limite di allagamento (*flooding*): la fiamma si estingue per via di un flusso di massa troppo elevato. Il limite di allagamento dipende dalla pressione in camera e dalla reattività chimica dei propellenti. [2]

Per il regime a flusso di massa intermedio è possibile utilizzare la seguente equazione [da 4] per descrivere l'andamento del rateo di regressione:

$$\dot{r} = 0.036 \frac{G^{0.8}}{\rho_f} \left(\frac{\mu}{x}\right)^{0.2} \beta^{0.23} \quad (1.7)$$

Dove G è il flusso di massa (ossidante e combustibile per unità di area) in una posizione assiale x del canale di combustione, ρ_f è la densità del combustibile in fase solida, μ è la viscosità dei gas combusti e β è il *blowing coefficient*, parametro valutato sulla superficie del combustibile solido che riflette la vaporizzazione dello stesso. Esso rappresenta anche una differenza tra l'entalpia della superficie del combustibile e della zona di fiamma, adimensionalizzata rispetto al calore di vaporizzazione: $\Delta h/h_v$.

La formula (1.7) indica che il rateo di regressione in questo regime di flusso dipende fortemente da G e debolmente sia dalla posizione assiale x che dal blowing coefficient β .

Nella formula non è presente la dipendenza dalla pressione in camera, che per questo regime non influenza il rateo di regressione, diversamente dai regimi ad alti o bassi flussi di massa.

Man mano che i propellenti viaggiano lungo il canale di combustione, il combustibile vaporizzato che si aggiunge durante l'attraversamento va ad incrementare il flusso di massa totale. Per bassi rapporti di miscela, l'aumento di massa del combustibile può essere dello stesso ordine del flusso di massa dell'ossidante in ingresso nel canale.

Inoltre, considerando che, spesso si osservano delle deviazioni dall'esponente teorico 0.8 del flusso di massa G , e raggruppando in un unico parametro a gli effetti della coordinata assiale x , del blowing coefficient β , della densità del combustibile ρ_f e della viscosità del gas μ , è possibile giungere ad una formula semplificata della (1.7) per l'andamento del rateo di regressione in questa regione [da 4]:

Introduzione

$$\dot{r} = aG_o^n = a\left(\frac{\dot{m}_o}{A_p}\right)^n \quad (1.8)$$

Dove G_o è il flusso in massa dell'ossidante, definito come la portata di ossidante per unità di area trasversale del canale. I coefficienti a ed n sono costanti calcolate empiricamente.

Nel range di flussi di massa intermedi di figura 1.6, è stato osservato che \dot{r} ha valori compresi tra 0,05 e 0,2 pollici al secondo e n è compreso tra 0,4 e 0,7. [4]

Capitolo 2

Processo di ottimizzazione accoppiata di motore e traiettoria

Il processo di ottimizzazione viene svolto con un codice proprietario, sviluppato presso il Politecnico di Torino, che esegue un'ottimizzazione accoppiata dei parametri del motore e della traiettoria, con l'obiettivo di massimizzare il carico utile.

I parametri del motore vengono ottimizzati tramite un metodo diretto e, per ogni set di parametri, il codice esegue l'ottimizzazione della traiettoria tramite metodi indiretti. L'ottimizzazione accoppiata è necessaria perché il design e il funzionamento del motore sono strettamente dipendenti dalla traiettoria.

Per l'ottimizzazione della traiettoria è richiesto l'uso di metodi indiretti perché questa è caratterizzata da controlli continui, come la direzione della spinta, che richiederebbero altrimenti la discretizzazione mediante un gran numero di parametri, mentre l'ottimizzazione dei parametri del motore è svolta con un metodo diretto per via dei pochi parametri di progettazione da ottimizzare richiesti dal modello. Inoltre, non si potrebbero usare i metodi indiretti per il motore perché le relazioni che ne descrivono il comportamento non possono essere scritte esplicitamente.

Il metodo diretto, essendo un metodo di ottimizzazione locale, richiede una soluzione di tentativo iniziale che andrà ad influire sul risultato della procedura di ottimizzazione, la quale fornirà i valori ottimali dei principali parametri prestazionali e di design del motore.

Questi parametri vengono accuratamente bilanciati in modo da minimizzare le perdite di velocità durante l'ascesa e la massa a secco del sistema, garantendo al contempo un'elevata spinta specifica, sempre con lo scopo di massimizzare la massa finale.

Il carico utile viene poi valutato sottraendo alla massa finale le masse a secco del sistema, stimate tramite opportune formule di interpolazione descritte in sezione 3.2.1.

[5] [6]

2.1 Design del motore

Il design del motore è definito dai valori che il codice richiede in input:

- Pressione iniziale del serbatoio di ossidante;
- Rapporto di espansione iniziale dell'ugello;
- La frazione in massa di ossidante consumato durante la fase a pressione del serbatoio costante;
- Rapporto di miscela iniziale;
- Spinta iniziale;
- Rapporto iniziale tra area di gola e port area.

In base ai parametri che si vuole ottimizzare, alcuni di questi vengono ottimizzati mentre altri sono mantenuti costanti.

Definito il set di parametri il codice valuta i parametri di design del motore tramite le equazioni riportate [le formule sono riportate da 5].

Inizialmente si esegue la valutazione del coefficiente di spinta, il quale dipende dalla quota, dal rapporto di espansione e dalla pressione in camera. La valutazione viene fatta considerando un fattore di correzione della spinta pari a 0.98, rispetto all'espansione isentropica unidimensionale con γ costante.

$$C_F = 0.98 \left\{ \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] + \varepsilon \frac{p_e}{p_c} \right\} - \varepsilon \frac{p_{amb}}{p_c} \quad (2.1)$$

Si calcolano ora i valori iniziali di portata di propellente, area di gola dell'ugello e port area iniziale, con le quali è possibile calcolare i valori iniziali per ciascuna grandezza.

La portata di propellente all'accensione viene calcolata considerando la spinta iniziale

$$(\dot{m}_p)_i = (1 + \alpha_i)(\dot{m}_F)_i = \frac{1 + \alpha}{\alpha_i} (\dot{m}_O)_i = \frac{F_i}{c_i^*(C_F)_i} \quad (2.2)$$

È possibile ora calcolare l'area di gola iniziale e la port area iniziale

$$(A_t)_i = \frac{(\dot{m}_p)_i c_i^*}{(p_c)_i} \quad (2.3)$$

$$(A_p)_i = \pi R_i^2 = \frac{(A_t)_i}{J_i} \quad (2.4)$$

La superficie di combustione iniziale è

$$(A_b)_i = \frac{(\dot{m}_F)_i}{\dot{y}_i \rho_F} \quad (2.5)$$

Nella quale compare il rateo di regressione, dipendente dalla portata in massa di ossidante e dalla port area

$$\dot{y} = a \left(\frac{\dot{m}_O}{A_p} \right)^n \quad (2.6)$$

Il rateo di regressione è considerato uniforme lungo l'asse del canale di combustione (*port axis*). In più non viene alcuna pirolisi delle estremità laterali del grano.

Per il grano dell'endoreattore in esame, a sezione circolare e a singola porta, la geometria è determinata dall'area di gola iniziale e dalla superficie di combustione iniziale: l'area di gola iniziale $(A_t)_i$ determinare il raggio interno della porta iniziale, mentre tramite la superficie di combustione iniziale $(A_b)_i$ si calcola la lunghezza del grano, utilizzando la formula

$$L_b = \frac{(A_b)_i}{P_i} \quad (2.7)$$

Dove P_i è il perimetro interno iniziale del grano. A questo punto risultano definite le geometrie dell'ugello e del grano.

Per l'endoreattore in esame si ha un sistema di alimentazione parzialmente regolato: una fase di pressione costante all'interno del serbatoio è seguita da una fase di *blowdown*.

Assumendo un'espansione isotropica del gas pressurizzante mentre il volume dell'ossidante nel tank diminuisce, tramite la (2.8) è possibile valutare la pressione del serbatoio di ossidante durante la fase di *blowdown*

$$p_t = (p_t)_i \left[\frac{(V_g)_{BD}}{V_g} \right]^\gamma \quad (2.8)$$

Dove $V_g = (V_g)_i + m_o/\rho_o$ è il volume di gas presente all'interno del serbatoio di ossidante all'istante t , e $(V_g)_{BD} = (V_g)_i + (m_o)_{BD}/\rho_o$ è il volume di gas presente all'interno del serbatoio all'inizio della fase di *blowdown*.

Le perdite di pressione all'interno della camera sono prese in considerazione legando il salto di pressione tra ingresso e uscita della camera p_1 e la pressione di stagnazione della camera p_c

$$p_1 = \left[1 + 0.2 \left(\frac{A_t}{A_p} \right)^2 \right] p_c \quad (2.9)$$

Considerando un'espansione isentropica nell'ugello, la (2.10) consente la determinazione della pressione p_c

$$p_c = \frac{(\dot{m}_o + \dot{m}_F)c^*}{A_t} \quad (2.10)$$

La portata di ossidante è influenzata dalla resistenza idraulica Z tra serbatoio e camera di combustione. Il valore di Z è assunto costante durante le operazioni del motore ed è calcolato partendo dal flusso di massa di ossidante iniziale $(\dot{m}_o)_i$. Considerando un flusso turbolento incomprimibile si ottiene la relazione

$$\dot{m}_o = \sqrt{\frac{p_t - p_1}{Z}} \quad (2.11)$$

La portata di combustibile sarà invece

$$\dot{m}_F = \rho_F \dot{y} A_b \quad (2.12)$$

Si può quindi definire ora il rapporto di miscela come

$$\alpha = \frac{\dot{m}_O}{\dot{m}_F} = \dot{m}_O^{1-n} \frac{A_p}{a\rho_F A_b} \quad (2.13)$$

Per calcolare i parametri del motore, data la pressione del serbatoio p_t e la geometria del motore, viene risolto per ogni istante il sistema di equazioni non lineari costituito dalle equazioni (2.9), (2.10), (2.11), (2.12) e (2.13).

Integrando numericamente, fino al burnout, l'equazione (2.6) è possibile valutare la geometria del grano.

La sezione di gola dell'ugello varia a causa dell'erosione. La dipendenza del rateo di erosione della gola \dot{s} dalla pressione in camera p_c e dal raggio della gola R_t viene modellata tramite la formulazione di Bartz secondo l'equazione

$$\dot{s} = \dot{s}_{ref} \left(\frac{p_c}{p_{c,ref}} \right)^{0.8} \left(\frac{R_{t,ref}}{R_t} \right)^{0.2} \quad (2.14)$$

Dove $p_{c,ref}$, $R_{t,ref}$ e \dot{s}_{ref} sono i valori di riferimento della pressione in camera, del raggio della gola dell'ugello e del rateo di erosione della gola. In questo studio $\dot{s}_{ref} = 0.1 \text{ mm/s}$.

Integrando l'equazione (2.14) si ottiene la variazione della sezione di gola R_t e, conseguentemente, la variazione del rapporto di espansione dell'ugello.

Per poter integrare le equazioni della traiettoria viene valutato il livello di spinta, determinato dal calcolo del coefficiente di spinta C_F alla quota di interesse, dalla formula (2.1)

$$F = p_c A_t C_F \quad (2.15)$$

Le masse di ossidante e combustibile consumate vengono ottenute dall'integrazione numerica delle equazioni (2.11) e (2.12). Infine, al burnout si valuta la massa di propellente totale consumata e si stimano le masse a secco del sistema per il dimensionamento del motore alla fine della procedura.

[5]

2.2 Ottimizzazione della traiettoria

Definito il set di parametri dell'endoreattore si esegue l'ottimizzazione della traiettoria tramite metodi indiretti.

Per l'analisi si considera un razzo di massa puntiforme per il quale si scrivono le equazioni di stato in forma vettoriale, le quali forniscono la derivata della posizione r (nelle sue componenti di raggio, latitudine e longitudine), della velocità v (nelle sue componenti in direzione radiale, in direzione est e in direzione nord) e della massa M [da 5]

$$\begin{cases} \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \\ \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g} + \frac{\vec{F} - \vec{D}}{M} \\ \frac{dM}{dt} = -\frac{|\vec{F}|}{c^* C_F} \end{cases} \quad (2.16)$$

\vec{F} e \vec{D} sono i vettori di spinta e resistenza aerodinamica e \vec{g} è l'accelerazione gravitazionale. Il campo gravitazionale è assunto inversamente proporzionale al quadrato della distanza.

Il modulo della resistenza aerodinamica è così calcolato [5]

$$D = \frac{1}{2} \rho_{amb} C_D S v_{rel}^2 \quad (2.17)$$

Ogni stadio ha la sua area di riferimento S_j e il suo coefficiente di resistenza $(C_D)_j$, funzione del numero di Mach, mentre la velocità relativa viene valutata tenendo in considerazione la velocità di rotazione terrestre.

La spinta viene invece espressa come una funzione della spinta nel vuoto, nota una volta definito il design del motore, come riportato in sezione 2.1 [5]

$$F = F_{vac} - \varepsilon A_{th} p_{atm} \quad (2.18)$$

Per il calcolo dei valori di resistenza aerodinamica e spinta sono necessari i valori di pressione, densità e temperatura in funzione della quota, i quali vengono ricavati tramite le interpolazioni numeriche dell'Atmosfera Standard USA. [5]

La teoria del controllo ottimale viene applicata per ottimizzare la traiettoria. Ad ogni equazione di stato viene associata una variabile aggiuntiva [5]. Tramite la definizione dell'Hamiltoniano [da 7]

$$H = \lambda_r \vec{v} + \lambda_v \left(\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3} + \frac{\vec{F} - \vec{D}}{m} \right) - \lambda_m \frac{F}{c} \quad (2.19)$$

che ha espressione diversa a seconda della fase della traiettoria considerata [7], la teoria del controllo ottimale fornisce le equazioni di Eulero-Lagrange per le variabili aggiuntive (formula 2.20, da [7]), le equazioni algebriche che definiscono le variabili di controllo (come la direzione della spinta) e le condizioni al contorno ottimali, che definiscono i tempi di switching del motore ibrido. [5]

$$\begin{cases} \frac{d\lambda_r}{dt} = -\frac{dH}{d\vec{r}} \\ \frac{d\lambda_v}{dt} = -\frac{dH}{d\vec{v}} \\ \frac{d\lambda_m}{dt} = -\frac{dH}{dm} \end{cases} \quad (2.20)$$

A questo punto, il problema dei valori al contorno (BVP), che sorge dall'applicazione della teoria del controllo ottimale, viene risolto mediante una procedura basata sul metodo di Newton [5]: vengono assegnati dei valori di tentativo a ciascuna incognita e vengono aggiornati iterativamente fino al soddisfacimento delle condizioni al contorno che definiscono la missione. [7]

Capitolo 3

Analisi delle formule di interpolazione, analisi parametrica e ottimizzazione

Il processo di ottimizzazione descritto nel capitolo precedente viene svolto tramite dei codici sviluppati presso il Politecnico di Torino.

Lo scopo di questo elaborato è di ottenere un'ottimizzazione più accurata dei parametri di design dell'endoreattore ibrido in esame, pensato per essere il terzo stadio di un piccolo lanciatore basato sul Vega, sostituendone il terzo e il quarto stadio, rispettivamente a propellenti solidi e a propellenti liquidi.

Per far ciò è stata svolta un'analisi sulle formule di interpolazione che il codice sfrutta per stimare le masse a secco del sistema, effettuando delle correzioni qualora il comportamento di queste risultasse anomalo. È poi stata eseguita un'analisi parametrica per valutare il comportamento preliminare del codice con le nuove formule, per poi eseguire la procedura di ottimizzazione accoppiata al caso di studio.

In questo capitolo si riportano le caratteristiche della missione e dell'endoreattore per il caso di studio considerato, per poi descrivere l'analisi delle formule di interpolazione, l'analisi parametrica e l'ottimizzazione.



Figura 3.1: Rappresentazione del lanciatore Vega. Da [9]

3.1 Descrizione della missione e dell'endoreattore in esame

3.1.1 Missione

Lo scopo della missione è di trasferire il carico utile fino ad una quota di 500 km ed immetterlo in un'orbita circolare retrograda descritta dai parametri orbitali riportati in tabella 3.1.

La traiettoria è suddivisa in 11 fasi: le fasi dalla 1 alla 6 riguardano i primi due stadi del lanciatore; le fasi dalla 7 alla 11 sono invece relative al terzo stadio ibrido.

1. Ascesa verticale;
2. Rotazione della spinta;
3. Ascesa a portanza nulla;
4. Coasting, tra la separazione del primo stadio e l'accensione del secondo;
5. Accensione del secondo stadio e ascesa a portanza nulla;
6. Coasting, tra la separazione del secondo stadio e l'accensione del terzo stadio ibrido;
7. Prima accensione dello stadio ibrido, fase a p_t costante;
8. Separazione del fairing, fase a p_t costante;
9. Fase di blowdown;
10. Coasting, tra la fine della prima e la seconda accensione dello stadio ibrido;
11. Seconda accensione, inserimento nell'orbita finale, fase di blowdown.

Le durate delle prime fasi dalla 1 alla 6 sono determinate e costanti, mentre quelle delle fasi dalla 7 alla 11 sono variabili libere che vengono calcolate dal codice durante il processo di ottimizzazione. Inoltre, la spinta viene considerata verticale durante la fase 1, parallela alla velocità durante le fasi 3 e 5, libera e in direzione ottimale nelle fasi 2, 7, 9 e 11. [5]

a [km]	e	i [deg]	Ω [deg]	ω [deg]
6878	0	97.5	149.6	0

Tabella 3.1: Parametri orbitali dell'orbita finale

3.1.1 Endoreattore

La configurazione dell'endoreattore in esame è quella classica, riportata in figura 1.3; l'ossidante è immagazzinato in forma liquida e il combustibile in forma di grano solido.

Il grano ha una geometria a singola porta e sezione circolare, ed è costituito interamente da paraffina, mentre l'ossidante è costituito per il 90% da perossido di idrogeno (H_2O_2) e per il restante 10% da acqua (H_2O).



Figura 3.2: Configurazione del grano adottata. Da [10]

Il gas inerte utilizzato per pressurizzare il serbatoio di ossidante è l'elio. Inoltre, i serbatoi di elio e gas pressurizzante sono considerati di forma cilindrica.

Come anticipato in sezione 2.1, il sistema di alimentazione è parzialmente regolato, ed è articolato in quattro tubi per il trasporto dell'ossidante dal serbatoio alla camera di combustione. Tre di questi vengono chiusi durante la seconda accensione dell'endoreattore in modo da avere un livello di spinta inferiore che permetta l'inserimento nell'orbita finale con la precisione richiesta.

Ad una fase di regolazione iniziale, durante la quale la pressione all'interno del serbatoio viene mantenuta costante, segue una fase di *blowdown*, nella quale la pressione diminuisce. La (2.8) descrive l'andamento della pressione all'interno del serbatoio di ossidante durante la fase di *blowdown*, considerando un'espansione isentropica del gas pressurizzante.

All'interno del serbatoio di ossidante si considera un *ullage volume* pari al 3% del volume di ossidante, in modo da avere una risposta alla regolazione più stabile all'inizio della fase di efflusso dell'ossidante.

L'ugello dell'endoreattore in esame è un convergente-divergente a sezione conica con angoli di 45° e 15° . Il suo rapporto di espansione varia durante il funzionamento a causa dell'erosione della gola. Questo fenomeno è tenuto in considerazione tramite la formulazione di Bartz (2.14).

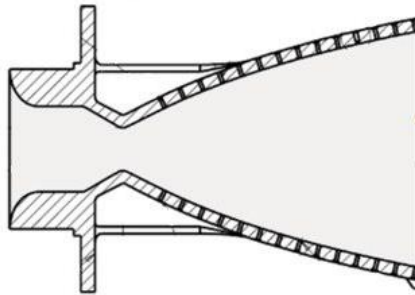


Figura 3.3: Ugello convergente-divergente a sezione conica. Da [11]

Infine, per descrivere il comportamento dei gas di scarico si utilizza il modello cinetico *frozen equilibrium*, sotto le ipotesi di endoreattore ideale.

[5][8]

3.2 Analisi e correzione delle formule di interpolazione per il calcolo delle masse a secco del sistema

Il codice calcola i parametri del motore e il payload corrispondente alla condizione ottimale e per far ciò è necessario calcolare anche le masse a secco del sistema. Queste vengono ricavate tramite delle formule empiriche fornite da AVIO, le quali calcolano anche le lunghezze delle stesse componenti.

Allo scopo di valutarne il comportamento, si è eseguita in MATLAB un'analisi preliminare sulle formule di interpolazione che il codice usa per il calcolo delle masse a secco e delle lunghezze dell'endoreattore, per poi correggere i coefficienti delle formule per le quali è stato riscontrato un comportamento anomalo.

3.2.1 Formule di interpolazione

Si elencano le grandezze calcolate tramite le formule in esame, in funzione delle variabili riportate:

- Massa e lunghezza del serbatoio di ossidante come funzione del suo diametro e del suo volume;
- Massa e lunghezza del serbatoio di gas pressurizzante come funzione del suo diametro e del suo volume;

- Massa, lunghezza e diametro della camera di combustione come funzione della lunghezza del grano, del diametro del grano, del diametro della gola e del rapporto di espansione dell'ugello;
- Massa dell'ugello come funzione della lunghezza del grano, del diametro del grano, del diametro della gola e del rapporto di espansione dell'ugello;
- Lunghezza totale del motore come funzione della lunghezza del grano, del diametro del grano, del diametro della gola e del rapporto di espansione dell'ugello;

Le formule per il calcolo delle grandezze relative ai serbatoi presentano 5 coefficienti e sono nella forma

$$X = c_1 D^2 + c_2 V^2 + c_3 D + c_4 V + c_5 \quad (3.1)$$

Dove X è la grandezza da calcolare (massa o lunghezza).

Le formule per il calcolo delle grandezze relative alla camera, alla massa dell'ugello e alla lunghezza totale del motore presentano invece 9 coefficienti e sono nella forma

$$X = c_1 D_{grano}^2 + c_2 L_{grano}^2 + c_3 D_{gola}^2 + c_4 \varepsilon^2 + c_5 D_{grano} + c_6 L_{grano} + c_7 D_{gola} + c_8 \varepsilon + c_9 \quad (3.2)$$

I coefficienti per il calcolo delle varie grandezze sono riportati nelle tabelle 3.2 e 3.3.

	M_t	L_t	M_s	L_s
c_1	$-1.055e^3$	-6.425	$-2.609e^3$	10.89
c_2	$-1.821e^{-1}$	$1.821e^{-4}$	$1.734e^3$	$2.956e^{-13}$
c_3	$1.007e^3$	$-1.097e^{-1}$	$2.111e^3$	3.109
c_4	59.63	1.148	$-8.774e^2$	4.145
c_5	$-1.927e^2$	2.011	$-2.779e^2$	$6.290e^{-1}$

Tabella 3.2: Coefficienti per il calcolo delle grandezze dei serbatoi

Dove con M_t ed L_t sono indicate la massa e la lunghezza del serbatoio di ossidante (*tank*) e con M_s ed L_s sono indicate la massa e la lunghezza del serbatoio di gas pressurizzante.

	M_{cc}	L_{cc}	D_{cc}	M_{ug}	L_{tot}
c_1	$3.939e^2$	0.276	-0.229	$-3.054 \cdot 10$	-0.276
c_2	19.21	$-9.292e^{-14}$	$-5.572e^{-14}$	$-4.886e^{-12}$	$-9.562e^{-14}$
c_3	$5.635e^{-10}$	$8.724e^{-12}$	$-5.686e^{-12}$	$-2.486e^3$	-1.074
c_4	$-5.551e^{-17}$	$8.674e^{-19}$	$2.168e^{-19}$	$-1.422e^{-2}$	$-2.600e^{-5}$
c_5	$-2.631e^2$	$5.877e^{-1}$	1.316	$1.754e^2$	0.588
c_6	-1.940	1.000	$-7.577e^{-14}$	$2.024e^{-11}$	1.000
c_7	$2.431e^{-11}$	$3.980e^{-13}$	$-4.450e^{-13}$	$5.372e^2$	9.281
c_8	$-7.105e^{-15}$	0	$1.388e^{-16}$	2.838	$1.092e^{-2}$
c_9	95.874	0.422	$-7.591e^{-2}$	-94.070	-0.390

Tabella 3.3: Coefficienti per il calcolo delle grandezze di camera di combustione, ugello e lunghezza motore

Dove con M_{cc} , L_{cc} e D_{cc} sono indicati rispettivamente massa, lunghezza e diametro della camera di combustione, con M_{ug} la massa dell'ugello e con L_{tot} la lunghezza totale del motore.

3.2.2 Analisi delle formule di interpolazione

Partendo dalle condizioni iniziali dei parametri di progetto, riportate in tabella 3.4, sono state ricavate le grandezze per il calcolo del punto di progetto in MATLAB, tramite le interpolazioni usate dal codice.

I valori del punto di progetto sono riportati in tabella 3.5; in tabella 3.6 sono riportati i valori delle grandezze inseriti nelle formule per il calcolo del punto di progetto.

$(p_t)_i$ [bar]	45
ε_i	65
$(m_o)_{pt=cost}/(m_o)_i$	0.53
$(r_m)_i$	6
T_i [kN]	55
$(A_t/A_p)_i = J_i$	0.2

Tabella 3.4: Valori iniziali dei parametri di progetto

Dove:

- $(p_t)_i$ è la pressione iniziale del serbatoio di ossidante;
- ε_i è il rapporto di espansione dell'ugello iniziale;
- $(m_o)_{pt=cost}/(m_o)_i$ è la frazione in massa di ossidante consumata durante la fase a pressione del serbatoio costante;
- $(r_m)_i$ è il rapporto di miscela iniziale;
- T_i è la spinta iniziale
- J_i è il rapporto iniziale tra area di gola e port area

Massa serbatoio ossidante [kg]	137.59
Lunghezza serbatoio ossidante [mm]	1855.46
Massa serbatoio gas pressurizzante [kg]	33.30
Lunghezza serbatoio gas [mm]	1328.85
Massa camera di combustione [kg]	122.64
Massa ugello [kg]	160.52
Lunghezza camera di combustione [mm]	2012.20
Lunghezza totale [mm]	2815.89
Raggio camera di combustione [mm]	341.63

Tabella 3.5: Punto di progetto calcolato in MATLAB

Si è quindi eseguita l'analisi sugli andamenti delle formule di interpolazione, inserendo anche i dati di alcuni punti forniti da AVIO relativi ai serbatoi, i cui dati sono riportati nelle tabelle 3.7 e 3.8. Gli intervalli nei quali variano questi dati sono relativamente piccoli; perciò, si è scelto di eseguire l'analisi per

intervalli molto più ampi, al fine di osservare meglio il comportamento delle formule di interpolazione.

<i>Diametro serbatoio ossidante [mm]</i>	550
<i>Volume serbatoio ossidante [m³]</i>	1.61
<i>Diametro serbatoio gas pressurizzante [mm]</i>	360
<i>Volume serbatoio gas pressurizzante [m³]</i>	0.239
<i>Diametro gola iniziale [mm]</i>	110.88
<i>Diametro esterno grano [mm]</i>	650.7
<i>Lunghezza grano [mm]</i>	1325.09
<i>Rapporto di espansione</i>	65

Tabella 3.6: Grandezze inserite nelle formule di interpolazione per il calcolo del punto di progetto tramite MATLAB

	1	2	3	4	5
<i>Diametro esterno [mm]</i>	530	530	530	551.48	508.32
<i>Lunghezza totale [mm]</i>	1870.1	2017.1	2168.7	2017.1	2017.1
<i>Volume interno [m³]</i>	1.500	1.628	1.760	1.760	1.500
<i>Massa [kg]</i>	133.73	141.29	149.08	146.21	135.64

Tabella 3.7: Dati AVIO relativi al serbatoio di ossidante

	1	2	3	4	5
<i>Diametro esterno [mm]</i>	400	400	400	414.13	384.89
<i>Lunghezza totale [mm]</i>	1357.1	1257.7	1193.5	1275.7	1275.7
<i>Volume interno [m³]</i>	0.2956	0.276	0.2562	0.2956	0.2562
<i>Massa [kg]</i>	41.25	39.7	38.12	41.07	37.16

Tabella 3.8: Dati AVIO relativi al serbatoio di gas pressurizzante

Dall'analisi è stato riscontrato un comportamento anomalo delle interpolazioni usate per descrivere gli andamenti delle masse dei serbatoi; si riportano quindi i grafici di interesse.

I grafici relativi alle interpolazioni per le altre masse e per le lunghezze sono riportati in Appendice A.

Per la massa del serbatoio di ossidante si hanno gli andamenti riportati in figura 3.4, 3.5 e 3.6.

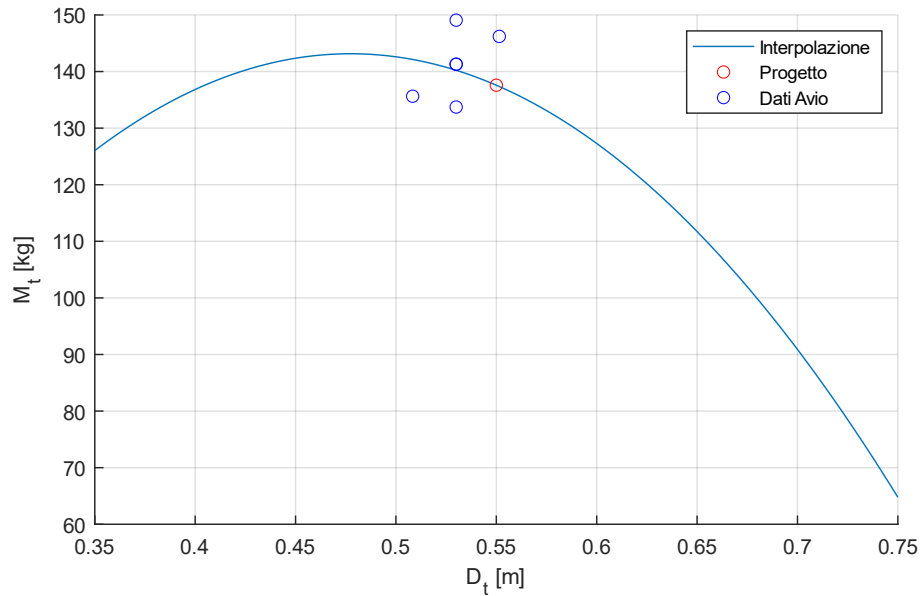


Figura 3.4: Andamento della massa del serbatoio di ossidante in funzione del suo diametro

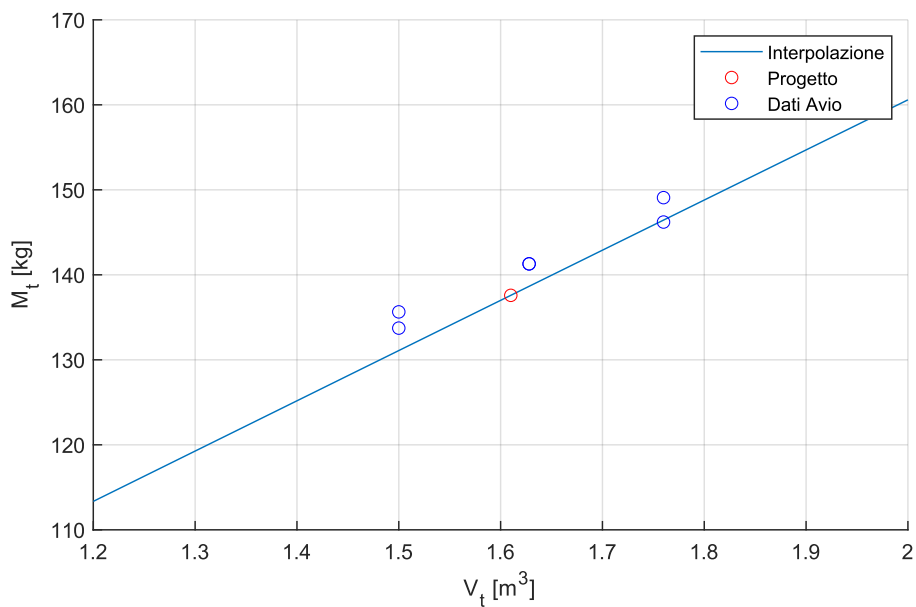


Figura 3.5: Andamento della massa del serbatoio di ossidante in funzione del suo volume

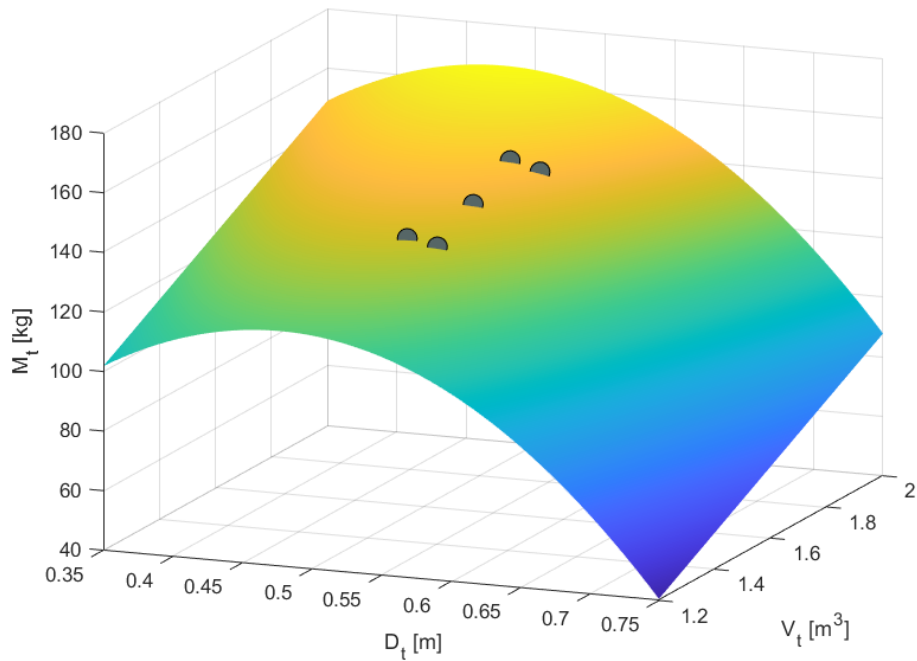


Figura 3.6: Superficie della massa del serbatoio di ossidante in funzione del suo diametro e del suo volume

Gli andamenti relativi alla massa del serbatoio di gas pressurizzante sono riportati in figura 3.7, 3.8, 3.9.

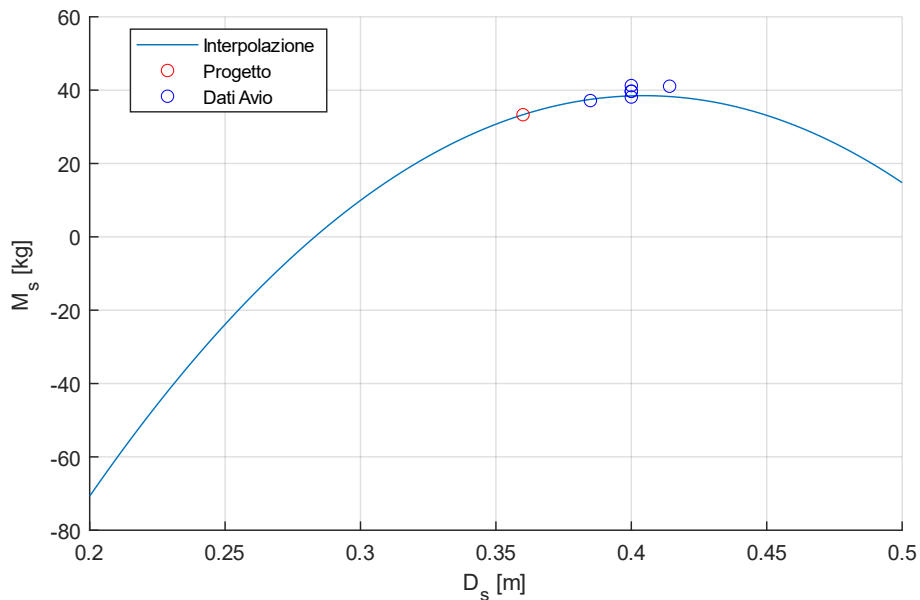


Figura 3.7: Andamento della massa del serbatoio di gas pressurizzante in funzione del suo diametro

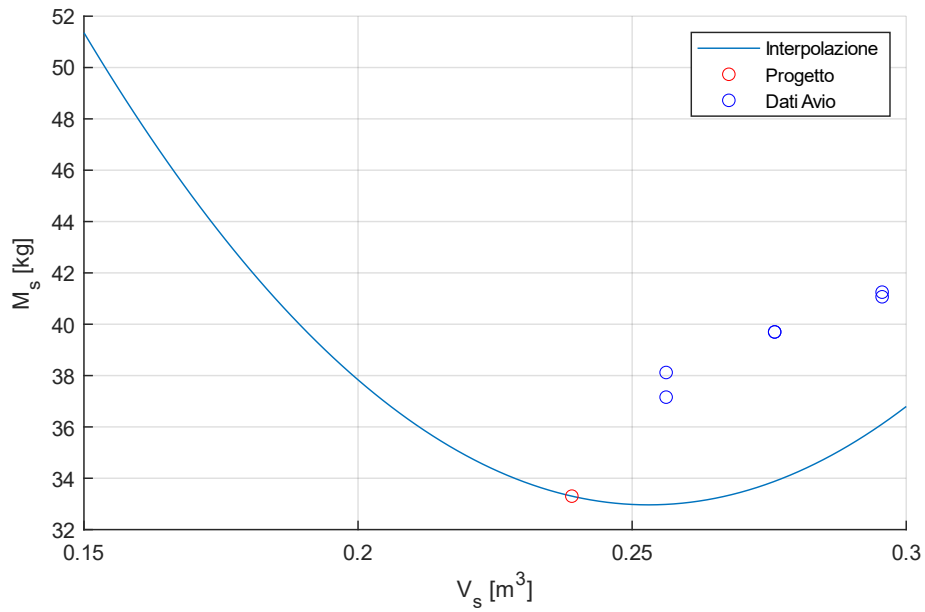


Figura 3.8: Andamento della massa del serbatoio di gas pressurizzante in funzione del suo volume

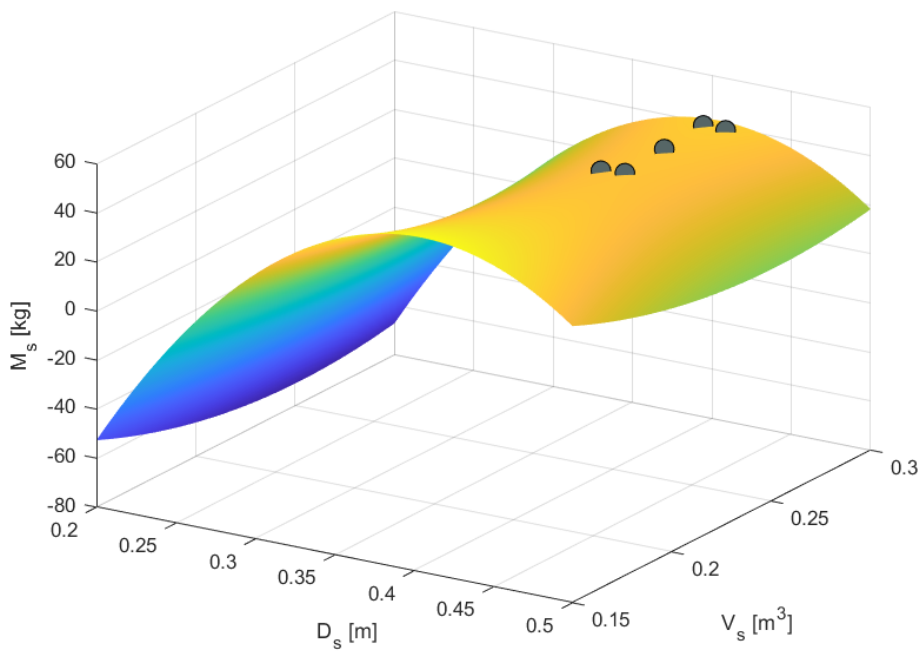


Figura 3.9: Superficie della massa del serbatoio di gas pressurizzante in funzione del suo diametro e del suo volume

È possibile osservare come, per il serbatoio di ossidante, l'andamento della massa in funzione del diametro presenti un massimo e ciò non dovrebbe accadere; infatti, si dovrebbe avere un valore di diametro che minimizzi la massa del serbatoio e non il contrario. L'andamento della massa in funzione del volume è invece coerente con quanto ci si aspetterebbe, aumentando all'aumentare di questo.

Dalla superficie in figura 3.6 si osserva come, secondo queste interpolazioni, converrebbe creare un serbatoio di diametro infinitamente grande (e conseguentemente con lunghezza più piccola possibile per via dell'ipotesi di serbatoi di forma cilindrica) per minimizzarne il peso a parità di volume, oppure con una lunghezza infinitamente grande (e un diametro infinitamente piccolo) e ciò rispecchia un comportamento anomalo di queste formule.

Invece, per il serbatoio di gas pressurizzante risulta anomalo sia l'andamento della massa in funzione del diametro sia in funzione del volume, cosa che porta ad avere una superficie caratterizzata da un punto di sella, come osservabile in figura 3.9.

L'andamento della massa in funzione del volume, anziché essere crescente, presenta un minimo; mentre quello in funzione del diametro risulta del tutto insensato perché oltre al massimo per un determinato valore, al diminuire del diametro la massa diventa negativa; è stato possibile osservare quest'ultimo comportamento grazie alla scelta di intervalli di analisi sufficientemente ampi.

Ci si rende quindi conto di come, allontanandosi dal punto di progetto, l'accuratezza dell'ottimizzazione venga influenzata negativamente da tali comportamenti.

Quindi, in base a tutte le considerazioni di cui sopra, si è eseguita una correzione delle formule di interpolazione relative alle masse dei serbatoi, come descritto in sezione 3.2.4.

3.2.3 Calcolo delle derivate prime e seconde

Al fine di poter avere un riscontro matematico, oltre che grafico, sulla correzione delle formule di interpolazione, si sono calcolate le derivate delle masse dei serbatoi: secondo quanto scritto nella sezione 3.2.2, la derivata prima della massa rispetto al volume, calcolata nel punto di progetto, deve essere positiva per poter avere una funzione che descriva un andamento crescente della massa in funzione del volume; la derivata seconda della massa rispetto al diametro deve essere anch'essa positiva affinché la funzione sia convessa, quindi con la presenza di un minimo.

Per calcolare le derivate si richiama la formulazione (3.1) per il calcolo delle grandezze relative ai serbatoi

$$X = c_1 D^2 + c_2 V^2 + c_3 D + c_4 V + c_5$$

Da questa, considerando le masse dei serbatoi si possono scrivere esplicitamente le due espressioni che le legano ai rispettivi diametri e volumi.

Per il serbatoio di ossidante, indicato anche come *tank*, si ha

$$M_t = c_{1,mt} D_t^2 + c_{2,mt} V_t^2 + c_{3,mt} D_t + c_{4,mt} V_t + c_{5,mt} \quad (3.3)$$

Per il serbatoio di gas pressurizzante si ha

$$M_s = c_{1,ms} D_s^2 + c_{2,ms} V_s^2 + c_{3,ms} D_s + c_{4,ms} V_s + c_{5,ms} \quad (3.4)$$

Dove i pedici m_t ed m_s dei vari coefficienti indicano rispettivamente i coefficienti per il calcolo della massa del serbatoio di ossidante e della massa del serbatoio di gas pressurizzante.

Dalla 3.3 e dalla 3.4 si possono ricavare le espressioni per le derivate di interesse:

$$\frac{\partial M_t}{\partial V_t} = 2c_{2,mt} V_t + c_{4,mt} \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial^2 M_t}{\partial D_t^2} = 2c_{1,mt} \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial M_s}{\partial V_s} = 2c_{2,ms} V_s + c_{4,ms} \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial^2 M_s}{\partial D_s^2} = 2c_{1,ms} \quad (3.8)$$

Ricordando i coefficienti di tabella 3.2 si possono calcolare i valori delle derivate di interesse per le formulazioni utilizzate nell'analisi in sezione 3.2.2, riportati in tabella 3.9. Il pedice p indica il valore della derivata calcolata nel punto di progetto.

$\frac{\partial^2 M_t}{\partial D_t^2}$	-2109.04
$\left(\frac{\partial M_t}{\partial V_t}\right)_p$	59.0457
$\frac{\partial^2 M_s}{\partial D_s^2}$	-5217.03
$\left(\frac{\partial M_s}{\partial V_s}\right)_p$	-48.5301

Tabella 3.9: Valori delle derivate di interesse per l'analisi delle formule delle masse

I valori delle derivate in tabella 3.9 forniscono ulteriore riscontro a quanto osservato graficamente: l'unica derivata che rispecchia il comportamento atteso è la derivata prima della massa del serbatoio di ossidante rispetto al proprio volume, calcolata nel punto di progetto.

3.2.4 Correzione delle formule di interpolazione

Utilizzando i dati riportati nelle tabelle 3.7 e 3.8 è possibile ricavare un sistema di 5 equazioni in 5 incognite che permetta il calcolo dei coefficienti delle formule di interpolazione, ovvero le incognite di questo problema.

Riprendendo la (3.1), per il caso della massa si ha

$$M = c_1 D^2 + c_2 V^2 + c_3 D + c_4 V + c_5 \quad (3.9)$$

Inserendo i dati dei 5 punti in tabella si ottiene un sistema di 5 equazioni in 5 incognite

$$\begin{cases} M_1 = c_1 D_1^2 + c_2 V_1^2 + c_3 D_1 + c_4 V_1 + c_5 \\ M_2 = c_1 D_2^2 + c_2 V_2^2 + c_3 D_2 + c_4 V_2 + c_5 \\ M_3 = c_1 D_3^2 + c_2 V_3^2 + c_3 D_3 + c_4 V_3 + c_5 \\ M_4 = c_1 D_4^2 + c_2 V_4^2 + c_3 D_4 + c_4 V_4 + c_5 \\ M_5 = c_1 D_5^2 + c_2 V_5^2 + c_3 D_5 + c_4 V_5 + c_5 \end{cases} \quad (3.10)$$

In forma matriciale

$$Ax = b \quad (3.11)$$

Dove

$$A = \begin{bmatrix} D_1^2 & V_1^2 & D_1 & V_1 & 1 \\ D_2^2 & V_2^2 & D_2 & V_2 & 1 \\ D_3^2 & V_3^2 & D_3 & V_3 & 1 \\ D_4^2 & V_4^2 & D_4 & V_4 & 1 \\ D_5^2 & V_5^2 & D_5 & V_5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$b = [M_1 \quad M_2 \quad M_3 \quad M_4 \quad M_5]^T$$

$$x = [c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4 \quad c_5]^T$$

Per correggere gli andamenti si è deciso di agire per tentativi, modificando il valore della massa di uno o più punti presenti in tabella 3.7 per il serbatoio di ossidante, e in tabella 3.8 per il serbatoio di gas pressurizzante.

Per ogni tentativo i dati modificati sono stati inseriti nel sistema 3.10, il quale una volta risolto ha restituito i valori dei 5 coefficienti che descrivono il comportamento della formula di interpolazione in esame. Calcolati i coefficienti, tramite MATLAB si sono poi stampati i nuovi andamenti per osservare il loro comportamento. Una volta riscontrata la correttezza dell'andamento, tentativo dopo tentativo si è affinata sempre più la correzione, minimizzando il più possibile lo scarto con i valori di massa iniziali dei dati AVIO empirici delle tabelle 3.7 e 3.8.

Per il serbatoio di ossidante è necessario correggere solo l'andamento della massa in funzione del diametro (figura 3.4). Per far ciò si è modificato il valore di massa del punto 5 (tabella 3.7) e, dopo qualche tentativo, si è giunti alla soluzione cercata. Questa, per un valore di massa del punto in esame che passa da 135.64 kg a 137.65 kg, restituisce gli andamenti in figura 3.10, 3.11 e 3.12.

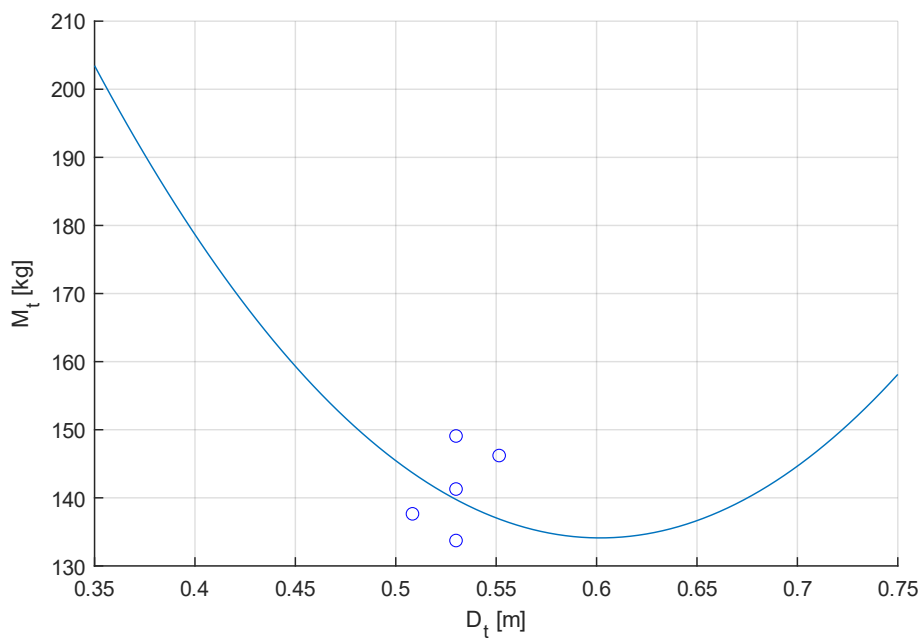


Figura 3.10: Nuovo andamento della massa del serbatoio di ossidante in funzione del suo diametro

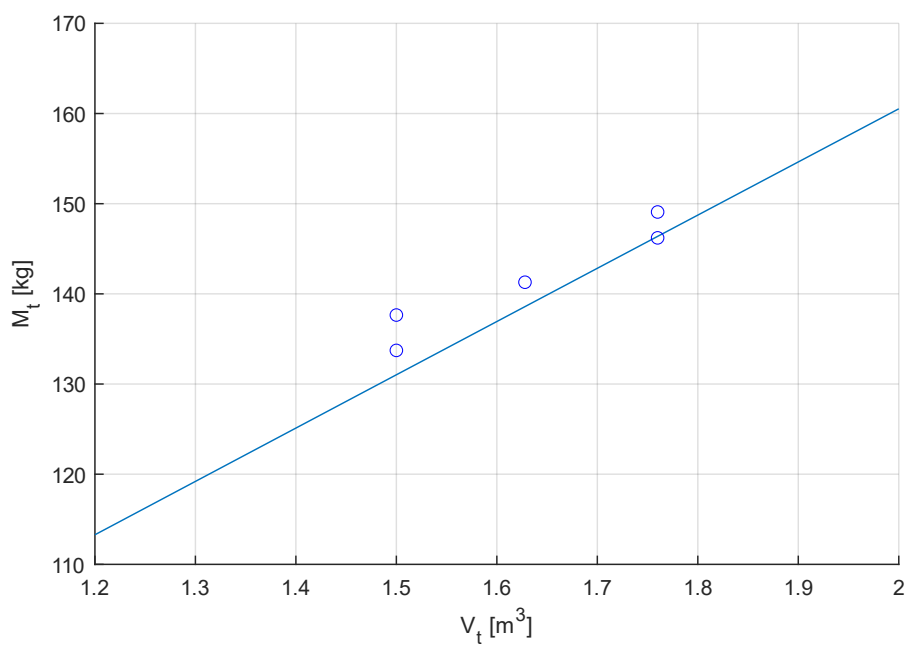


Figura 3.11: Nuovo andamento della massa del serbatoio di ossidante in funzione del suo volume

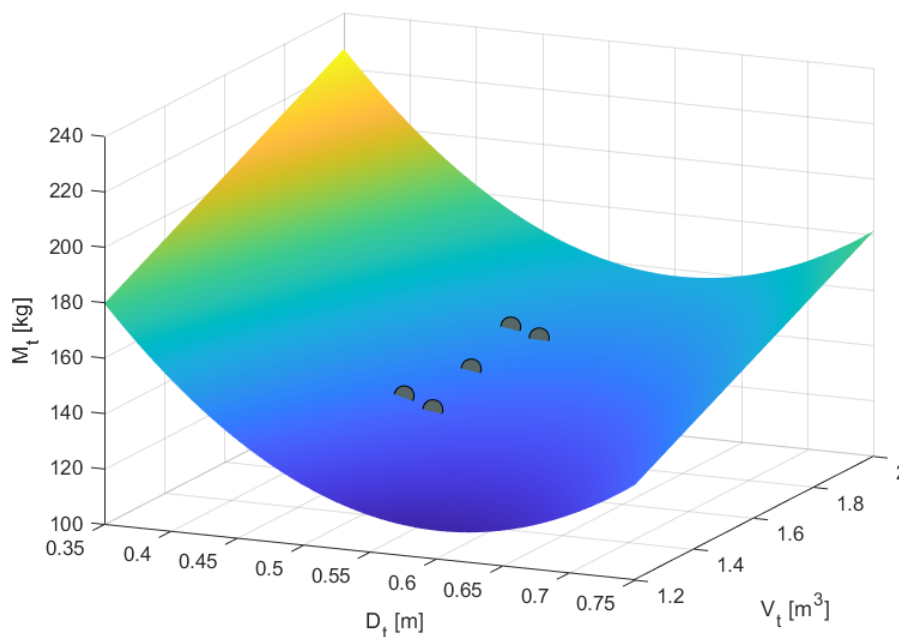


Figura 3.12: Nuova superficie della massa del serbatoio di ossidante in funzione del suo diametro e del suo volume

I coefficienti di questa soluzione sono riportati in tabella.

$c_{1,mt}$	$c_{2,mt}$	$c_{3,mt}$	$c_{4,mt}$	$c_{5,mt}$
1093.58	-0.1821	-1316.3	59.63	435.14

Tabella 3.10: Nuovi coefficienti d'interpolazione per la massa del serbatoio di ossidante

I nuovi punti relativi al serbatoio di ossidante sono riportati in tabella 3.11.

	1	2	3	4	5
Diametro esterno [mm]	530	530	530	551.48	508.32
Lunghezza totale [mm]	1870.1	2017.1	2168.7	2017.1	2017.1
Volume interno [m³]	1.500	1.628	1.760	1.760	1.500
Massa [kg]	133.73	141.29	149.08	146.21	137.65

Tabella 3.11: Nuovi dati relativi al serbatoio di ossidante

Per il serbatoio di gas pressurizzante è necessario correggere l'andamento della massa sia rispetto al diametro che al volume.

Anche in questo caso si procede per tentativi, correggendo inizialmente l'andamento rispetto al diametro e successivamente quello rispetto al volume, finché non si trova una soluzione che rispecchi quanto cercato. Anche in questo caso si è giunti alla soluzione cercata dopo qualche tentativo, tramite l'incremento del valore della massa del punto 5 (tabella 3.8) da 37.16 kg a 38.55 kg. Questa soluzione, caratteristica dei coefficienti in tabella 3.12, restituisce gli andamenti in figura 3.13, 3.14 e 3.15.

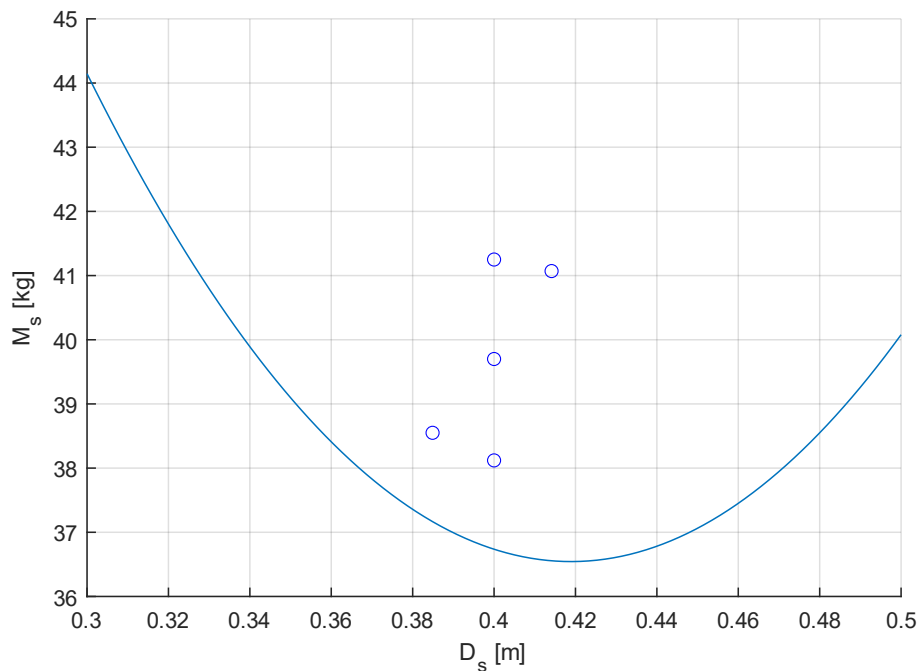


Figura 3.13: Nuovo andamento della massa del serbatoio di gas pressurizzante in funzione del suo diametro

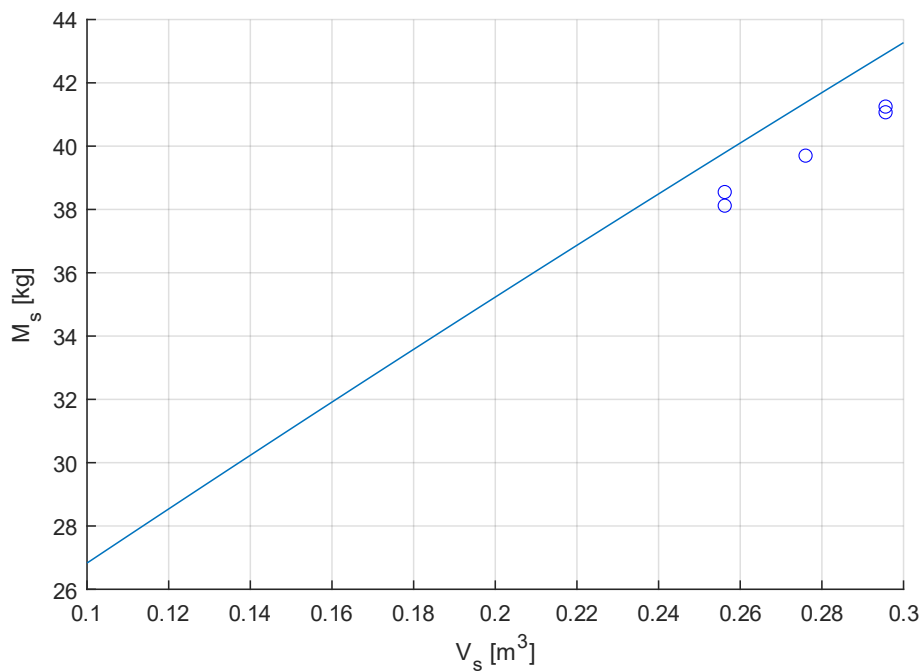


Figura 3.14: Nuovo andamento della massa del serbatoio di gas pressurizzante in funzione del suo volume

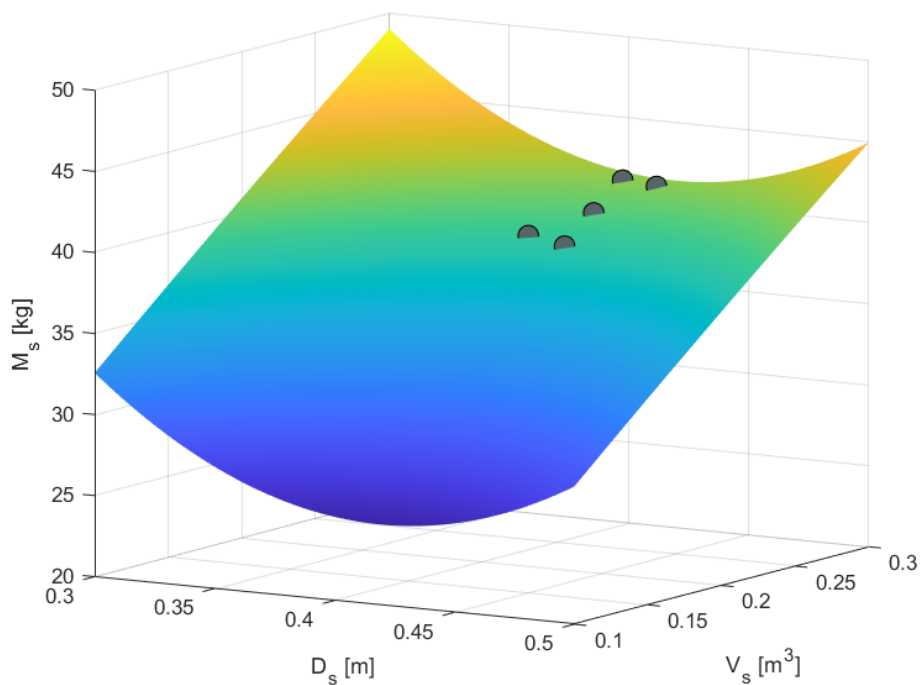


Figura 3.15: Nuova superficie della massa del serbatoio di gas pressurizzante in funzione del suo diametro e del suo volume

$c_{1,ms}$	$c_{2,ms}$	$c_{3,ms}$	$c_{4,ms}$	$c_{5,ms}$
537.59	-18.18	-450.04	89.47	110.53

Tabella 3.12: Nuovi coefficienti d'interpolazione per la massa del serbatoio di gas pressurizzante

I nuovi punti relativi al serbatoio di gas pressurizzante sono riportati in tabella 3.13

	1	2	3	4	5
Diametro esterno [mm]	400	400	400	414.13	384.89
Lunghezza totale [mm]	1357.1	1257.7	1193.5	1275.7	1275.7
Volume interno [m³]	0.2956	0.276	0.2562	0.2956	0.2562
Massa [kg]	41.25	39.7	38.12	41.07	38.55

Tabella 3.13: Nuovi dati relativi al serbatoio di gas pressurizzante

A conferma della validità di entrambe le correzioni effettuate si sono calcolate le derivate di interesse, riportate in tabella 3.14.

Per entrambi i serbatoi, l'andamento crescente della massa in funzione del volume, oltre che graficamente, è confermato dalla positività della sua derivata prima, mentre la convessità della funzione che descrive l'andamento della massa in funzione del diametro, è confermata dalla positività della sua derivata seconda.

$\frac{\partial^2 M_t}{\partial D_t^2}$	2187.17
$\left(\frac{\partial M_t}{\partial V_t}\right)_p$	59.05
$\frac{\partial^2 M_s}{\partial D_s^2}$	1075.18
$\left(\frac{\partial M_s}{\partial V_s}\right)_p$	80.78

Tabella 3.14: Valori delle derivate di interesse delle formule con i nuovi coefficienti

Le soluzioni sono state ottenute con variazioni minime dei valori modificati rispetto a quelli iniziali: per il serbatoio di ossidante una variazione di 2 kg sui 135.65 kg iniziali, pari a 1.47 %; per il serbatoio di gas pressurizzante una variazione di 1.39 kg sui 37.16 kg iniziali, pari a 3.74 %.

Si è quindi calcolato in MATLAB il punto di progetto (tabella 3.15) fornito dalle nuove interpolazioni. La massa del serbatoio di ossidante diminuisce leggermente, passando da 137.59 kg a 137.55 kg, mentre quella del serbatoio di gas pressurizzante incrementa del 13.3%, passando da 33.3 kg a 38.41 kg.

<i>Massa serbatoio ossidante [kg]</i>	137.52
<i>Lunghezza serbatoio ossidante [mm]</i>	1855.46
<i>Massa serbatoio gas pressurizzante [kg]</i>	38.41
<i>Lunghezza serbatoio gas [mm]</i>	1328.85
<i>Massa camera di combustione [kg]</i>	122.64
<i>Massa ugello [kg]</i>	160.52
<i>Lunghezza camera di combustione [mm]</i>	2011.20
<i>Lunghezza totale [mm]</i>	2815.89
<i>Raggio camera di combustione [mm]</i>	341.64

Tabella 3.15: Punto di progetto calcolato in MATLAB tramite le nuove interpolazioni

3.2.5 Confronto tra i valori forniti dalle interpolazioni in MATLAB e i valori forniti in output dal codice di calcolo

A questo punto i nuovi coefficienti sono stati inseriti all'intero del codice tramite il file coeff.dat per poter eseguire un'iterazione allo scopo di ottenere un punto di progetto fornito dal codice e confrontarlo con quello ottenuto tramite le formule di interpolazione inserite in MATLAB.

Per permetterne il confronto, in tabella 3.16 sono riportati i valori delle grandezze dei vari punti di progetto per confrontare i vari punti di progetto.

	Matlab coefficienti iniziali	Matlab coefficienti aggiornati	Codice coefficienti iniziali	Codice coefficienti aggiornati
M_t [kg]	137.59	137.52	130.71	130.65
L_t [mm]	1855.46	1855.46	1855.55	1855.55
M_s [kg]	33.30	38.41	33.28	38.44
L_s [mm]	1328.85	1328.85	1330.64	1330.64
M_{cc} [kg]	122.64	122.64	113.88	113.88
M_{ug} [kg]	160.52	160.52	149.06	149.06
L_{cc} [mm]	2012.20	2011.20	2012.21	2012.21
L_{tot} [mm]	2815.89	2815.89	2815.90	2815.90
R_{cc} [mm]	341.63	341.64	341.64	341.64

Tabella 3.16: Confronto tra le grandezze dei punti di progetto calcolati con nuovi e vecchi coefficienti tramite le interpolazioni in MATLAB e tramite il codice

Si notano delle piccole differenze tra alcuni valori (come la lunghezza del serbatoio di ossidante) calcolati tramite Matlab e tramite il codice di ottimizzazione, riconducibili ad approssimazioni numeriche. Le differenze maggiori si riscontrano per i valori delle masse del serbatoio di ossidante e dell'ugello. Queste sono dovute ad un ulteriore step, dopo il calcolo tramite le formule di interpolazione, che il codice esegue per stimare i valori di queste masse. In particolare, i valori delle masse della camera di combustione e dell'ugello vengono moltiplicati per dei fattori che dipendono dal valore iniziale della pressione in camera, mentre i valori delle masse del serbatoio di ossidante e di gas pressurizzante vengono moltiplicati per dei fattori che dipendono dalle loro pressioni iniziali.

Sia per il calcolo tramite MATLAB che tramite il codice si può notare una leggera diminuzione del valore della massa del serbatoio di ossidante con i nuovi coefficienti rispetto a quelli iniziali, e un aumento del valore della massa del serbatoio di gas pressurizzante.

Questo comporta, a parità di massa finale, un minor valore di payload calcolato per i coefficienti aggiornati rispetto a quello relativo ai coefficienti iniziali, ma l'ottimizzazione finale risulterà più accurata.

3.3 Analisi parametrica

Una volta inseriti i nuovi coefficienti all'interno del codice di ottimizzazione, si è eseguita un'analisi parametrica per osservare il comportamento delle grandezze in output al variare delle grandezze in input.

3.3.1 Analisi numerica

Una volta inseriti i nuovi coefficienti all'interno del codice di ottimizzazione, è stata eseguita un'analisi parametrica per osservare il comportamento delle grandezze in output al variare delle grandezze in input.

Una prima analisi è stata eseguita incrementando e diminuendo del 10% i valori delle grandezze in input, in modo da osservare la variazione delle principali grandezze in output. Per quanto riguarda il rapporto $(m_o)_{pt=cost}/(m_o)_i$, è stato possibile incrementarne il valore solo di un 8.6 %; valore oltre il quale il codice non riesce ad eseguire. Inoltre, per semplicità, nelle tabelle tale rapporto è stato indicato con la variabile $(m_o)_1$.

I risultati dell'analisi sono riportati nelle tabelle 3.17, 3.18 e 3.19. È stata evidenziata la grandezza in input variata per quel caso di analisi.

Sono state riportate le masse e le dimensioni principali, la pressione di uscita iniziale e finale $(P_{ext})_{i/f}$, la temperatura finale dell'ossidante $(T_{tank})_f$, l'accelerazione massima a_{max} e la durata della prima accensione dell'endoreattore (t_{fbo}) .

L'accelerazione massima e il diametro di uscita sono stati riportati in quanto vincoli che devono essere soddisfatti. L'accelerazione massima alla quale possono essere soggette le strutture è pari a 5.5 g, ovvero l'accelerazione massima a cui può essere soggetto il Vega; il diametro di uscita massimo, dato dal diametro del secondo stadio del Vega, è pari a 1.9 m.

Parametri in input					
ε_i	65	71.5	58.5	65	65
$(r_m)_i$	6	6	6	6.6	5.8
T_i [kN]	55	55	55	55	55
$(p_t)_i$ [bar]	45	45	45	45	45
J_i	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
$(m_o)_1$	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53
Principali parametri in output					
<i>Payload</i> [kg]	173.42	173.97	173.17	171.45	170.63
M_t [kg]	130.65	130.45	130.88	131.98	129.22
M_s [kg]	38.44	38.44	38.44	38.44	38.44
M_{cc} [kg]	113.88	113.70	114.10	109.52	119.86
M_{ug} [kg]	149.06	154.43	142.57	149.30	148.77
L_t [mm]	1855.55	1851.50	1860.15	1882.83	1826.21
L_s [mm]	1330.64	1130.64	1330.65	1330.64	1330.64
L_{cc} [mm]	2012.21	2009.65	2015.13	1902.02	2147.36
L_{tot} [mm]	2815.90	2859.35	2770.87	2705.03	2952.13
R_{cc} [mm]	341.64	341.48	341.83	342.62	340.50
$(D_{gola})_i$ [mm]	110.88	110.67	111.12	110.80	111.00
$(D_{gola})_f$ [mm]	142.98	142.81	143.18	142.87	143.11
D_{ext} [mm]	893.94	935.80	849.90	893.30	894.91
$(P_{ext})_i$ [bar]	0.0554	0.0553	0.0555	0.0554	0.0555
$(P_{ext})_f$ [bar]	0.0715	0.0714	0.0716	0.0714	0.0715
$(T_{tank})_f$ [K]	279.46	279.85	279.03	276.90	282.30
a_{max} [g]	5.37	5.36	5.37	5.31	5.45
t_{fbo} [s]	112.99	113.11	112.86	112.98	112.85

Tabella 3.17: Risultati analisi parametrica di ε_i e $(r_m)_i$

Parametri in input					
ε_i	65	65	65	65	65
$(r_m)_i$	6	6	6	6	6
T_i [kN]	55	60.5	49.5	55	55
$(p_t)_i$ [bar]	45	45	45	49.5	40.5
J_i	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
$(m_o)_1$	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53
Principali parametri in output					
$Payload$ [kg]	173.42	177.26	167.94	144.21	202.57
M_t [kg]	130.65	130.45	130.50	137.17	124.17
M_s [kg]	38.44	38.44	38.44	40.76	36.18
M_{cc} [kg]	113.88	115.16	113.09	119.59	108.38
M_{ug} [kg]	149.06	147.96	150.24	158.14	139.7
L_t [mm]	1855.55	1851.53	1860.57	1861.98	1849.21
L_s [mm]	1330.64	1330.64	1330.64	1450.45	1215.14
L_{cc} [mm]	2012.21	2075.13	1946.33	2010.16	2014.65
L_{tot} [mm]	2815.90	2927.73	2698.54	2746.11	2903.11
R_{cc} [mm]	341.64	337.76	346.43	337.10	347.14
$(D_{gola})_i$ [mm]	110.88	116.29	105.19	103.40	120.27
$(D_{gola})_f$ [mm]	142.98	146.04	140.01	138.27	149.25
D_{ext} [mm]	893.94	937.56	848.07	833.64	969.65
$(P_{ext})_i$ [bar]	0.0554	0.0581	0.0526	0.0517	0.0601
$(P_{ext})_f$ [bar]	0.0715	0.0730	0.0700	0.0691	0.0746
$(T_{tank})_f$ [K]	279.46	279.85	278.99	278.85	280.07
a_{max} [g]	5.37	5.81	4.92	5.56	5.18
t_{fbo} [s]	112.99	103.79	124.05	110.21	115.80

Tabella 3.18: Risultati analisi parametrica di T_i e $(p_t)_i$

Parametri in input					
ε_i	65	65	65	65	65
$(r_m)_i$	6	6	6	6	6
T_i [kN]	55	55	55	55	55
$(p_t)_i$ [bar]	45	45	45	45	45
J_i	0.2	0.22	0.18	0.2	0.2
$(m_o)_1$	0.53	0.53	0.53	0.5755	0.477
Principali parametri in output					
$Payload$ [kg]	173.42	174.49	172.07	171.11	176.01
M_t [kg]	130.65	130.66	130.64	130.68	130.54
M_s [kg]	38.44	38.44	38.44	40.10	36.50
M_{cc} [kg]	113.88	112.94	115.05	113.73	114.34
M_{ug} [kg]	149.06	148.54	149.69	148.98	149.31
L_t [mm]	1855.55	1855.68	1855.43	1856.10	1853.37
L_s [mm]	1330.64	1330.64	1330.64	1415.94	1231.27
L_{cc} [mm]	2012.21	2011.27	2013.34	2012.06	2012.66
L_{tot} [mm]	2815.90	2814.95	2817.03	2815.75	2816.35
R_{cc} [mm]	341.64	339.54	344.18	341.31	342.64
$(D_{gola})_i$ [mm]	110.88	110.88	110.88	110.88	110.88
$(D_{gola})_f$ [mm]	142.98	142.98	142.99	142.96	143.06
D_{ext} [mm]	893.94	893.94	893.94	893.94	893.94
$(P_{ext})_i$ [bar]	0.0554	0.0554	0.0554	0.0554	0.0554
$(P_{ext})_f$ [bar]	0.0715	0.0715	0.0715	0.0715	0.0715
$(T_{tank})_f$ [K]	279.46	279.45	279.48	294.34	261.74
a_{max} [g]	5.37	5.37	5.36	5.82	4.83
t_{fbo} [s]	112.99	112.90	113.08	112.64	114.49

Tabella 3.19: Risultati analisi parametrica di J_i e $(m_o)_1$

Questa prima analisi evidenzia la grande influenza sul payload da parte della spinta iniziale T_i , della pressione iniziale del serbatoio di ossidante $(p_t)_i$ e del rapporto $(m_o)_1$ tra la massa di ossidante consumata durante la fase a p_t costante e la massa di ossidante iniziale.

Il rapporto di espansione iniziale ε_i ha una notevole influenza sul valore della massa dell'ugello, come la pressione $(p_t)_i$. Incrementare quest'ultima porta ad avere un deciso peggioramento del payload, che diminuisce di 30 kg, pari al 16.84 %. È possibile riscontrare la notevole diminuzione del payload nell'incremento di tutti i valori relativi alle masse riportate. Inoltre, si viola anche il vincolo relativo all'accelerazione massima sopportabile dalle strutture.

Al contrario, la diminuzione di $(p_t)_i$ è benefica per il payload, che aumenta del 16.81 %, ma questo porta anche ad avere una maggiore lunghezza totale del motore. Per l'analisi eseguita, il maggior incremento del diametro di uscita si ha proprio per una diminuzione di $(p_t)_i$ pari al 10 %, anche se il valore rimane notevolmente al di sotto del limite massimo.

La maggiore influenza del rapporto di miscela è invece riscontrabile nei valori di lunghezza della camera di combustione e del motore stesso. Quest'ultima diminuisce di circa 10 cm per un valore di $(r_m)_i = 6.6$, rispetto alla condizione di progetto. Contrariamente, diminuire $(r_m)_i$ porta ad avere una maggiore lunghezza del motore.

Incrementare la spinta porta ad avere un payload maggiore ma anche alla violazione del vincolo sull'accelerazione massima, nonché ad avere una maggiore lunghezza di camera e motore. Anche il diametro di uscita cresce, rimanendo comunque al di sotto del limite massimo. È possibile comprendere l'influenza della spinta sull'accelerazione massima anche osservando la notevole diminuzione di questa al diminuire del livello di spinta.

Un effetto positivo sul payload si ha anche incrementando il valore del rapporto J_i e diminuendo quello del rapporto $(m_o)_1$; la diminuzione di quest'ultimo parametro porta anche ad avere una minore accelerazione massima.

È possibile quindi osservare come il vincolo sul diametro di uscita massimo risulti sempre rispettato mentre aumentare troppo T_i , $(m_o)_1$ e $(p_t)_i$, lasciando invariati gli altri parametri, conduce alla violazione del vincolo sull'accelerazione massima.

3.3.2 Andamenti payload, accelerazione massima e diametro di uscita

È stata eseguita un'ulteriore analisi, incrementando e diminuendo i valori di ogni parametro di progetto del 50%, quando possibile, in modo da poter tracciare per ognuno di essi tre grafici di interpolazione in funzione della loro variazione: uno per il payload, uno per l'accelerazione massima e uno per il diametro di uscita massimo, verificando, per questi ultimi due, il soddisfacimento dei rispettivi vincoli.

Si riportano i risultati dell'analisi e i relativi grafici. Il valore di progetto di un determinato parametro è indicato in rosso all'interno dei grafici.

$(r_m)_i$

$(r_m)_i$	3.6	4.2	4.8	5.4	6
Payload [kg]	81.12	132.51	159.1	170.63	173.42
a_{max} [g]	6	5.739	5.564	5.44	5.37
D_{ext} [mm]	901.92	898.62	896.36	894.91	893.94

Tabella 3.20: Risultati analisi parametrica $(r_m)_i$

$(r_m)_i$	6.6	7.2	7.8	8.4	9
Payload [kg]	171.45	166.82	159.96	149.78	133.61
a_{max} [g]	5.31	5.269	5.24	5.22	5.22
D_{ext} [mm]	893.30	892.98	892.73	892.65	892.73

Tabella 3.21: Risultati analisi parametrica $(r_m)_i$

T_i

T_i [kN]	33	38.5	44	49.5	55
Payload [kg]	132.83	149.04	160.16	167.94	173.42
a_{max} [g]	3.516	3.99	4.459	4.916	5.37
D_{ext} [mm]	692.47	747.94	799.53	848.07	893.94

Tabella 3.22: Risultati analisi parametrica T_i

T_i [kN]	60.5	66	71.5	77	82.5
Payload [kg]	177.26	179.86	181.54	182.48	182.83
a_{max} [g]	5.81	6.25	6.69	7.12	7.56
D_{ext} [mm]	937.56	979.24	1019.23	1057.77	1094.85

Tabella 3.23: Risultati analisi parametrica T_i

$(p_t)_i$

$(p_t)_i$ [bar]	31.5	36	40.5	45	49.5
Payload [kg]	260.55	231.63	202.57	173.42	144.21
a_{max} [g]	4.83	4.99	5.178	5.37	5.56
D_{ext} [mm]	1205.38	1068.49	969.65	893.94	833.64

Tabella 3.24: Risultati analisi parametrica $(p_t)_i$

$(p_t)_i$ [bar]	54	58.5	63	67.5
Payload [kg]	114.94	85.64	56.32	26.97
a_{max} [g]	5.75	5.95	6.146	6.34
D_{ext} [mm]	784.05	742.37	706.74	675.78

Tabella 3.25: Risultati analisi parametrica $(p_t)_i$

ε_i

ε_i	32.5	39	45.5	52	58.5	65
Payload [kg]	168.45	171.29	172.53	172.98	173.17	173.42
a_{max} [g]	5.42	5.408	5.39	5.38	5.374	5.37
D_{ext} [mm]	641.92	700.13	753.59	803.24	849.90	893.94

Tabella 3.26: Risultati analisi parametrica ε_i

ε_i	71.5	78	84.5	91	97.5
Payload [kg]	173.97	174.97	176.55	178.8	181.79
a_{max} [g]	5.36	5.35	5.348	5.343	5.339
D_{ext} [mm]	935.80	975.82	1014.10	1050.95	1086.56

Tabella 3.27: Risultati analisi parametrica ε_i

$(m_o)_1$

$(m_o)_1$	0.265	0.318	0.371	0.424	0.477	0.53	0.5755
Payload [kg]	169.69	176.88	178.8	178.06	176.01	173.42	171.11
a_{max} [g]	2.618	3.175	3.73	4.282	4.827	5.37	5.823
D_{ext} [mm]	893.94	893.94	893.94	893.94	893.94	893.94	893.94

Tabella 3.28: Risultati analisi parametrica $(m_o)_1$

J_i

J_i	0.1	0.12	0.14	0.16	0.18	0.2
Payload [kg]	159.89	164.68	167.95	170.31	172.07	173.42
a_{max} [g]	5.347	5.35	5.35	5.357	5.361	5.37
D_{ext} [mm]	893.94	893.94	893.94	893.94	893.94	893.94

Tabella 3.29: Risultati analisi parametrica J_i

J_i	0.22	0.24	0.26	0.28	0.3
Payload [kg]	174.49	175.35	176.06	176.64	177.14
a_{max} [g]	5.371	5.377	5.383	5.39	5.397
D_{ext} [mm]	893.94	893.94	893.94	893.94	893.94

Tabella 3.30: Risultati analisi parametrica J_i

Rapporto di miscela iniziale $(r_m)_i$

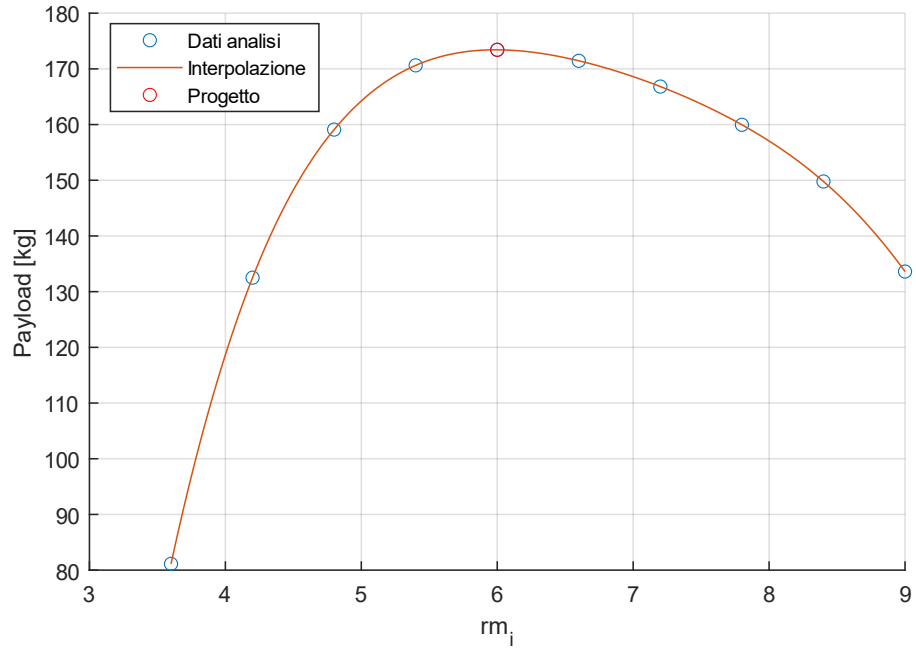


Figura 3.16: Andamento del payload in funzione di $(r_m)_i$

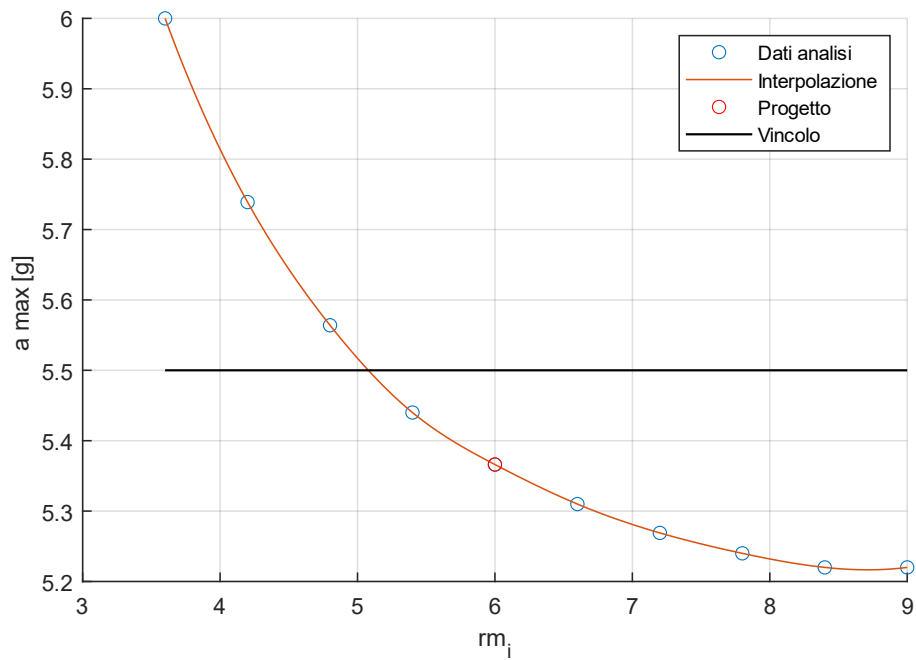


Figura 3.17: Andamento dell'accelerazione massima in funzione di $(r_m)_i$

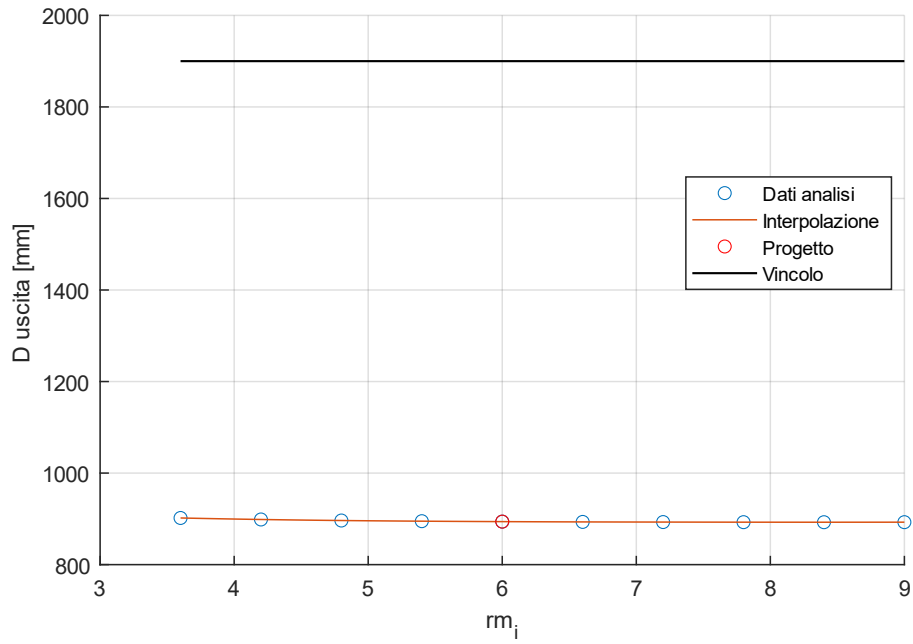


Figura 3.18: Andamento del diametro di uscita in funzione di $(r_m)_i$

Spinta iniziale T_i

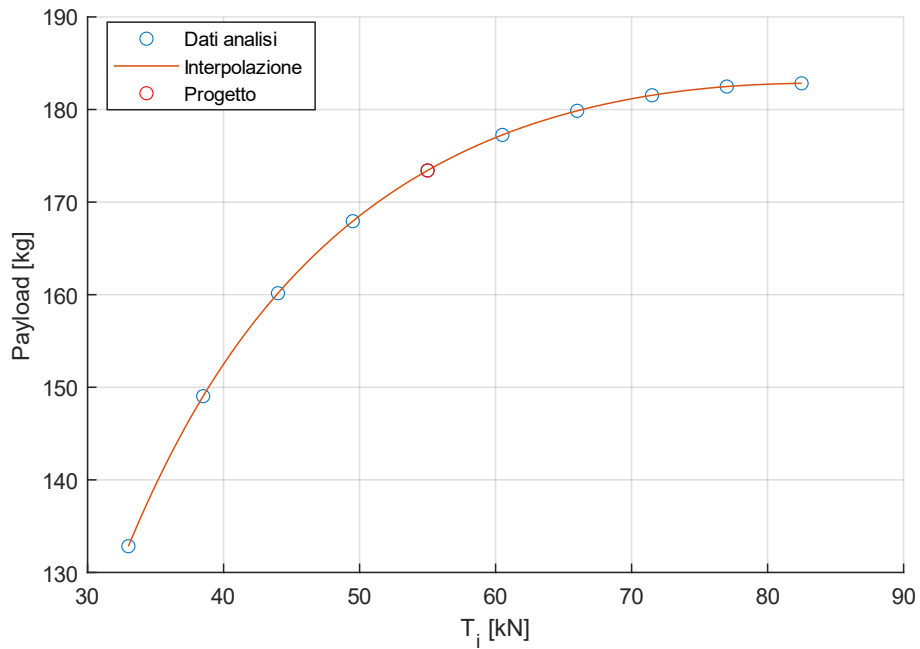


Figura 3.19: Andamento del payload in funzione di T_i

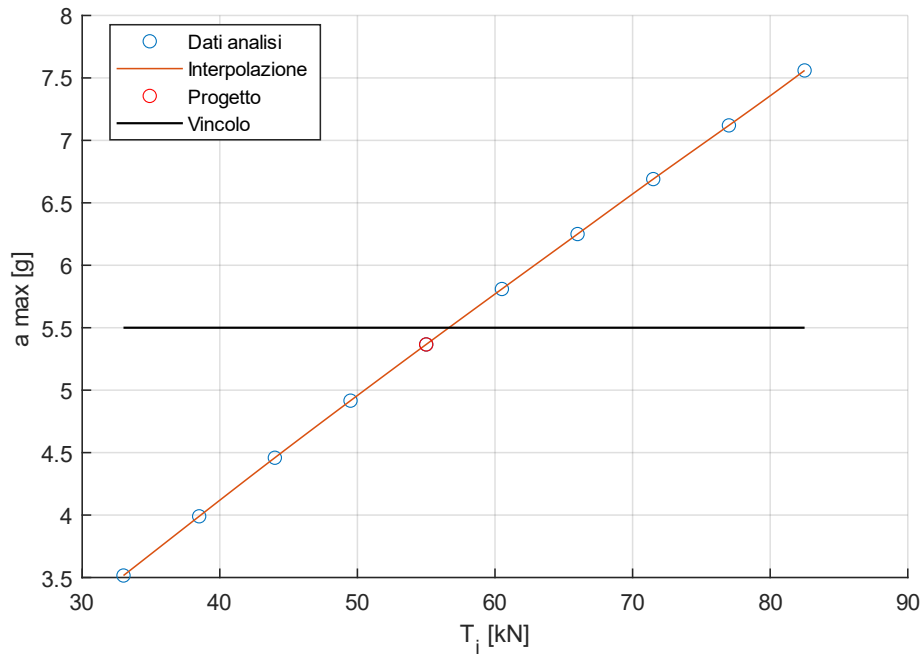


Figura 3.20: Andamento dell'accelerazione massima in funzione di T_i

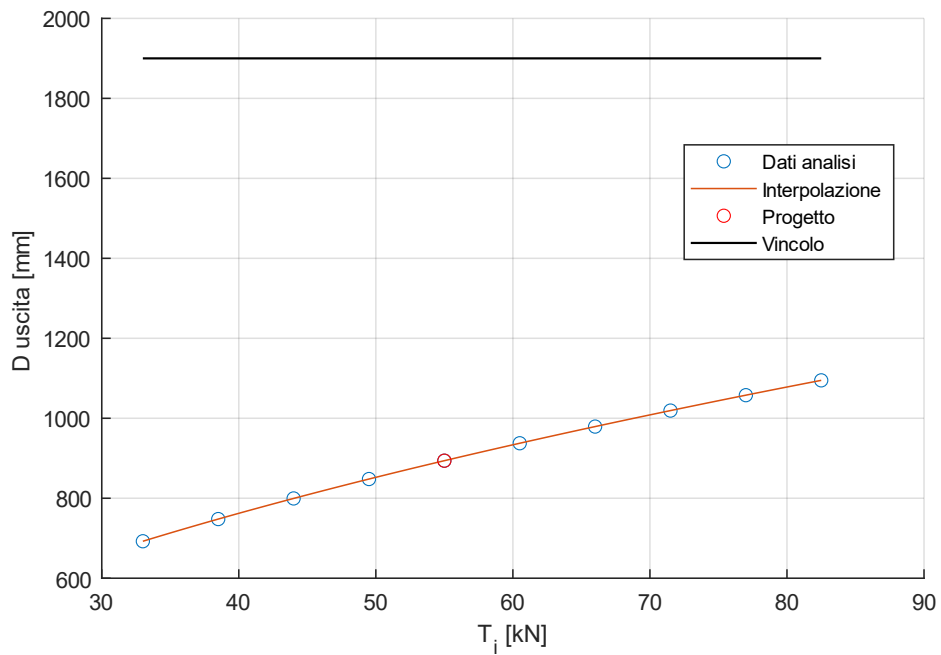


Figura 3.21: Andamento del diametro di uscita in funzione di T_i

Pressione iniziale del serbatoio di ossidante $(p_t)_i$

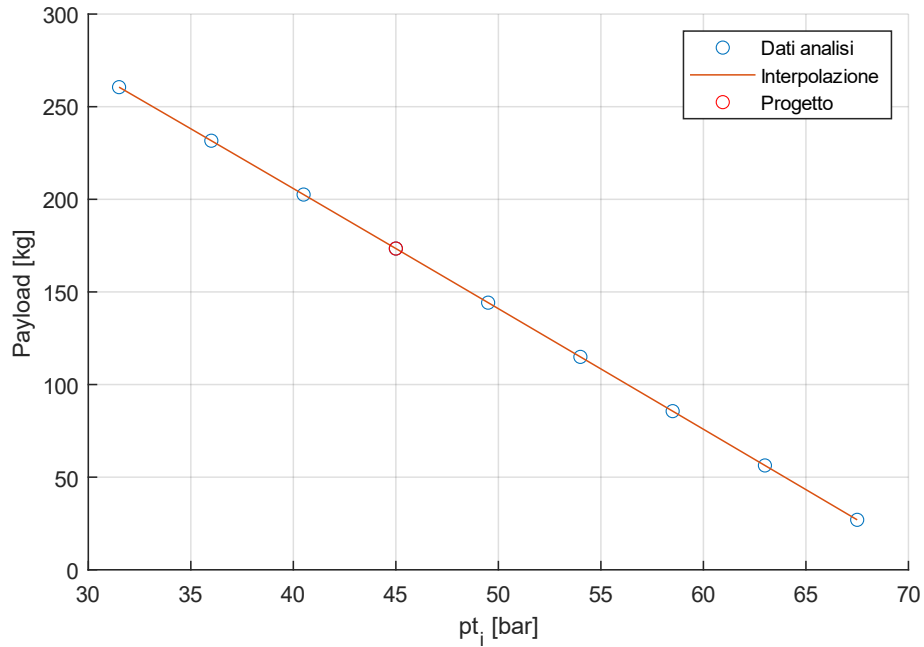


Figura 3.22: Andamento del payload in funzione di $(p_t)_i$

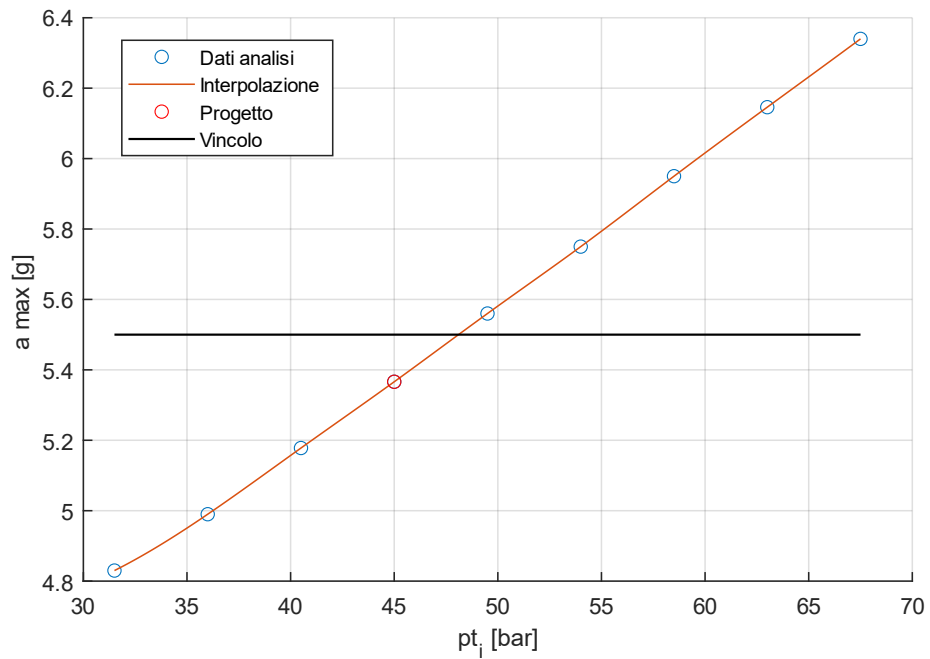


Figura 3.23: Andamento dell'accelerazione massima in funzione di $(p_t)_i$

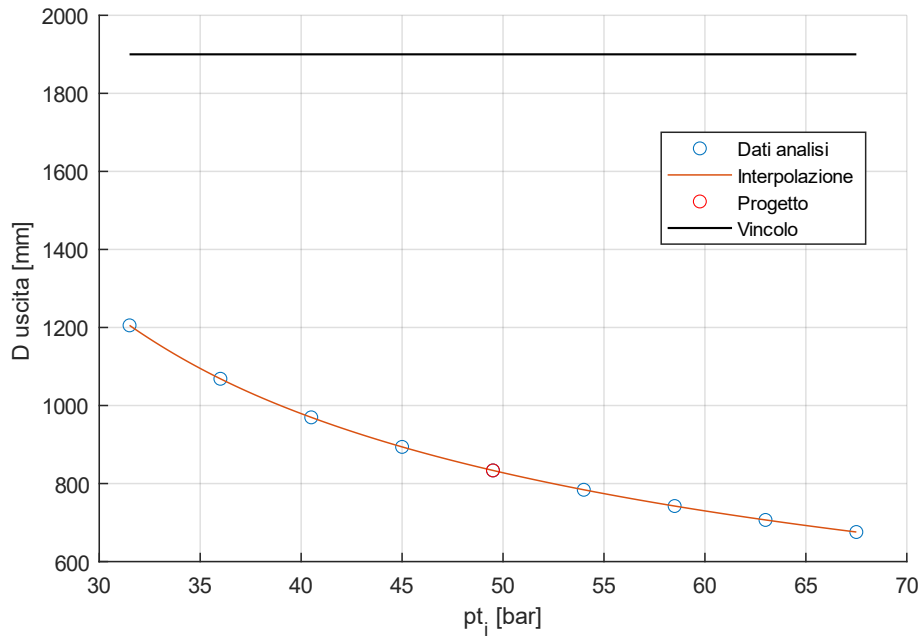


Figura 3.24: Andamento del diametro di uscita in funzione di $(p_t)_i$

Rapporto di espansione iniziale ϵ_i

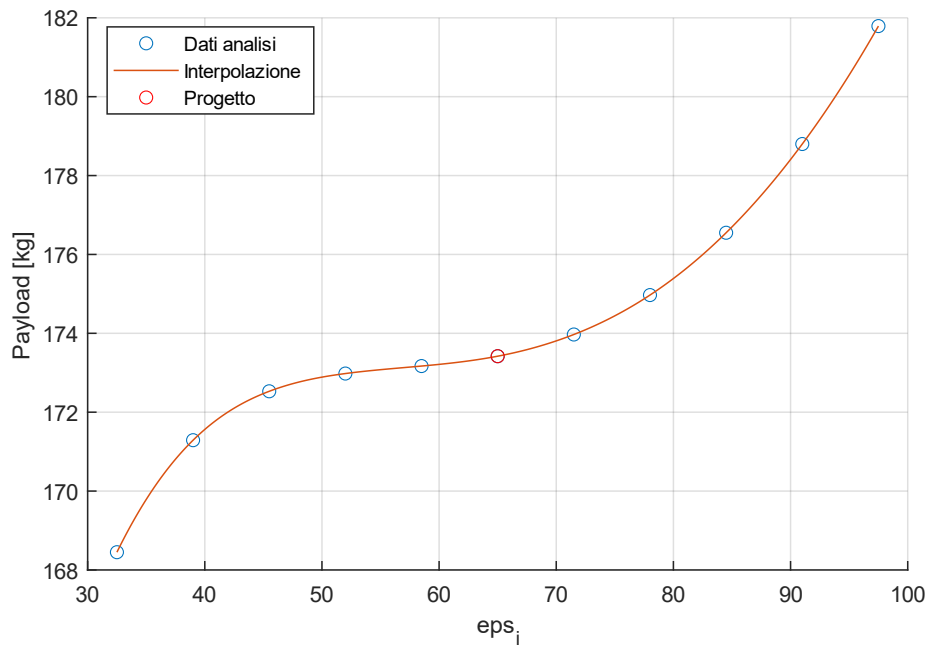


Figura 3.25: Andamento del payload in funzione di ϵ_i

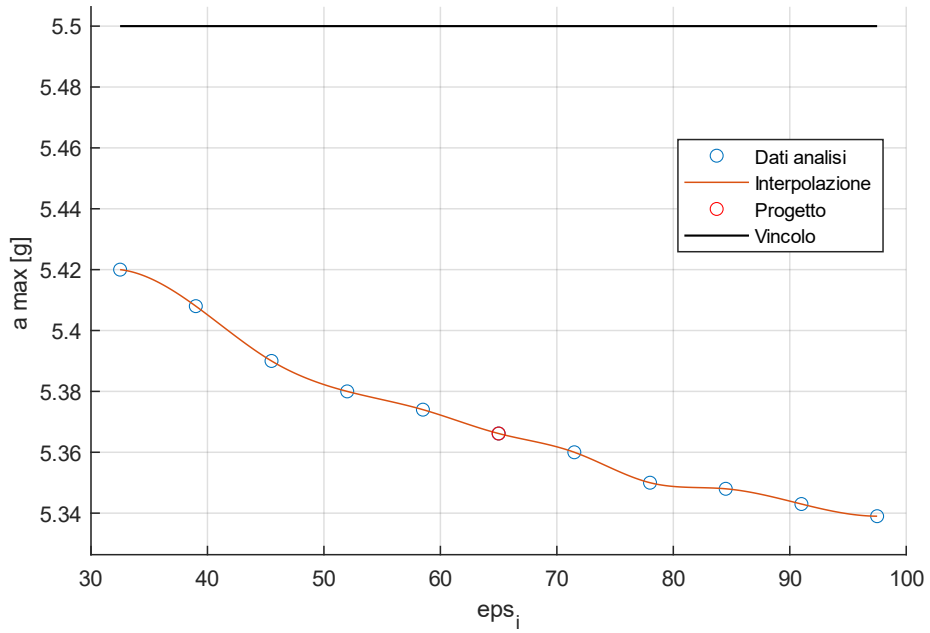


Figura 3.26: Andamento dell'accelerazione massima in funzione di ϵ_i

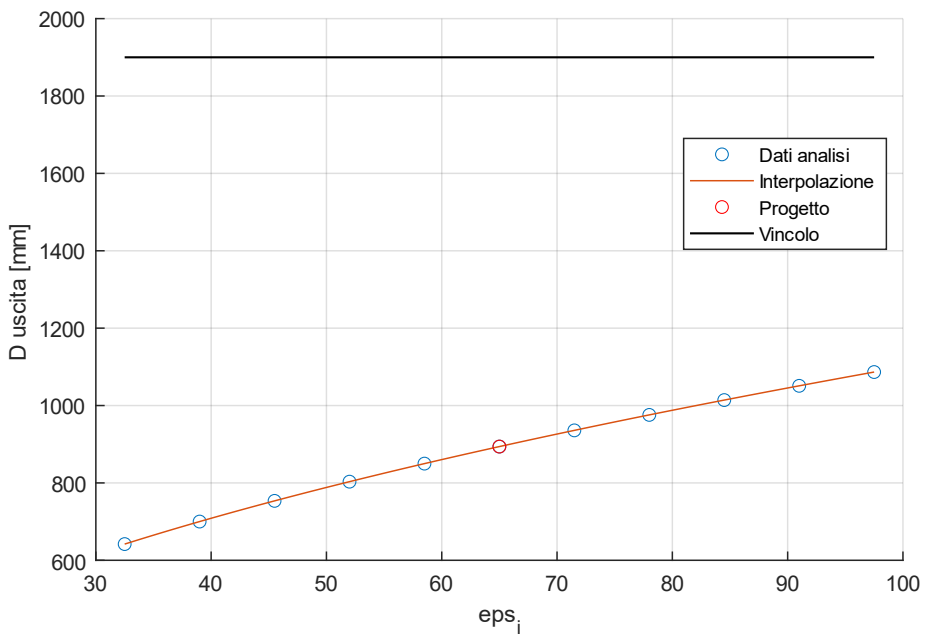


Figura 3.27: Andamento del diametro di uscita in funzione di ϵ_i

Frazione di massa di ossidante consumata durante la fase a pressione costante ($m_o)_1$

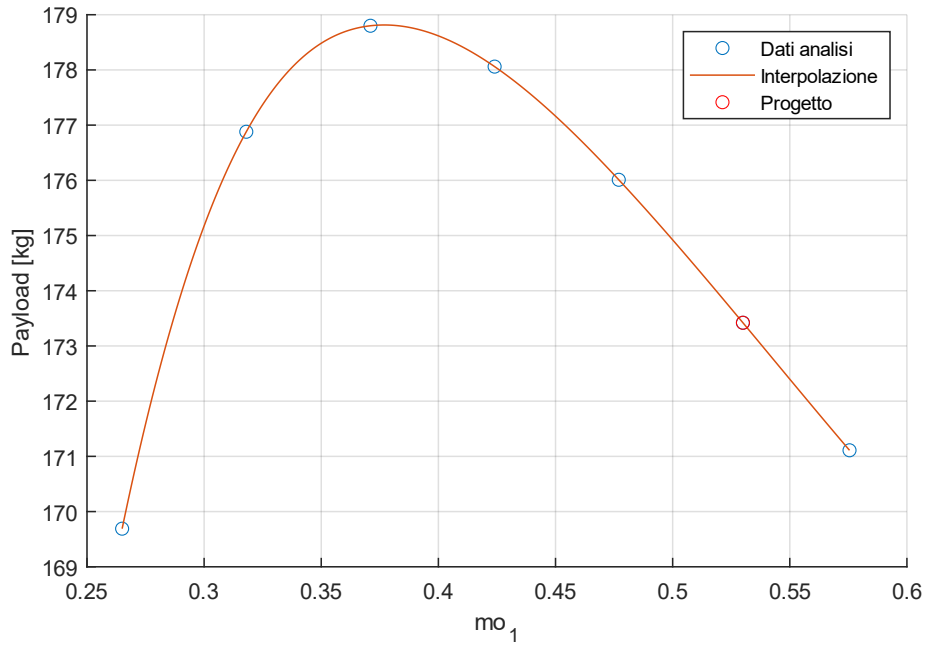


Figura 3.28: Andamento del payload in funzione di ($m_o)_1$

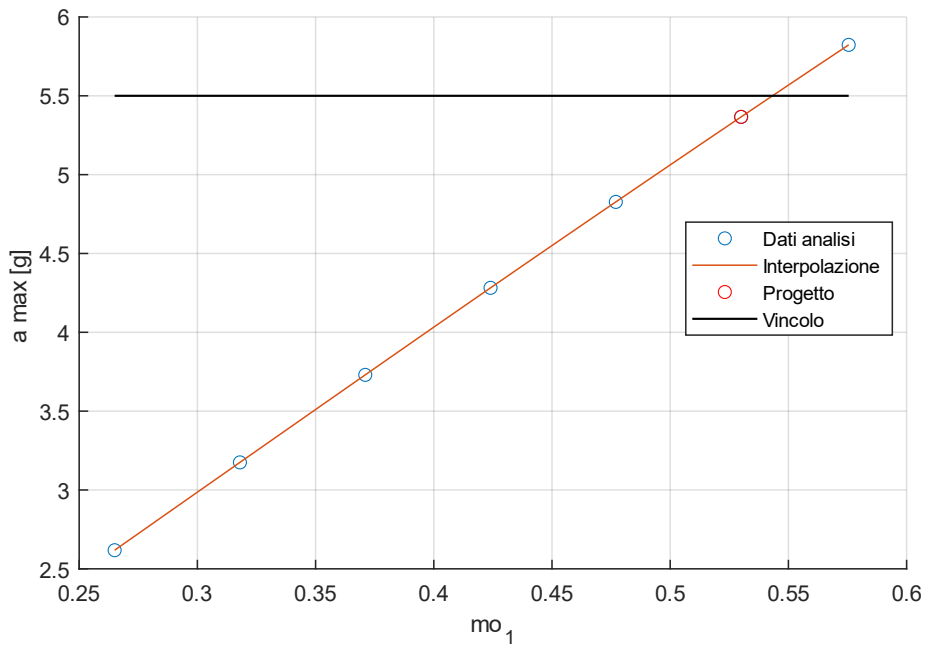


Figura 3.29: Andamento dell'accelerazione massima in funzione di ($m_o)_1$

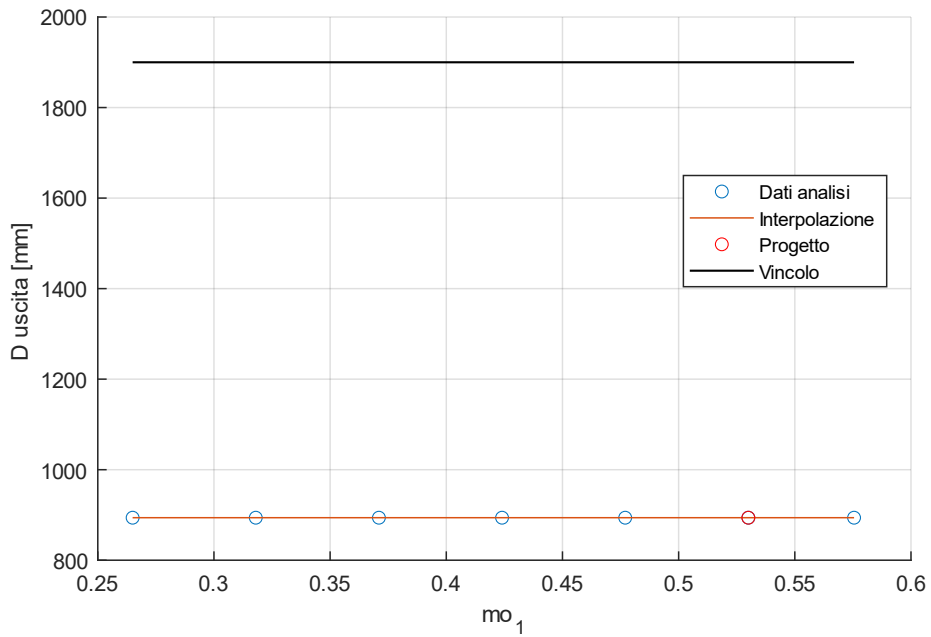


Figura 3.30: Andamento del diametro di uscita in funzione di $(m_o)_1$

Rapporto tra area di gola e port area J_i

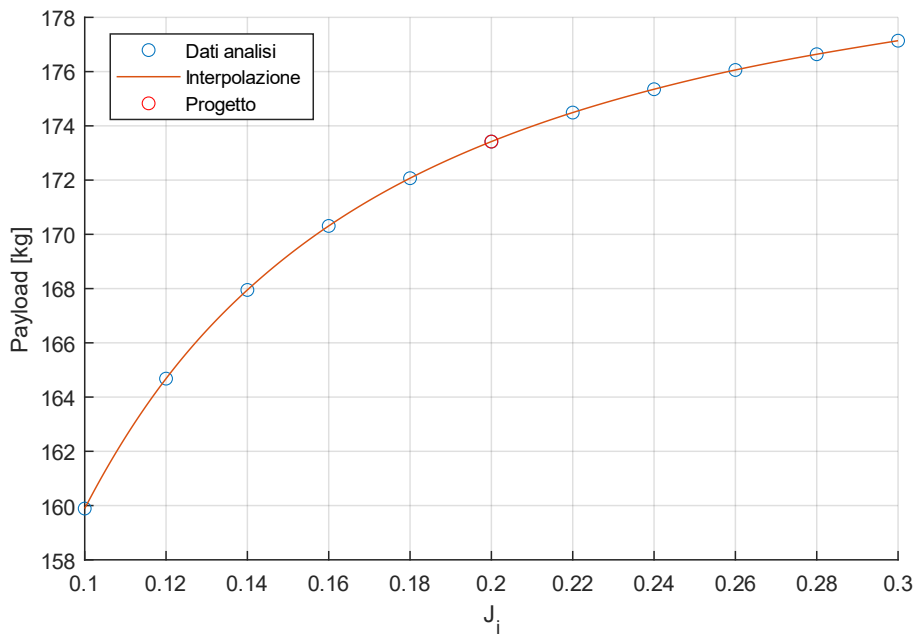


Figura 3.31: Andamento del payload in funzione J_i

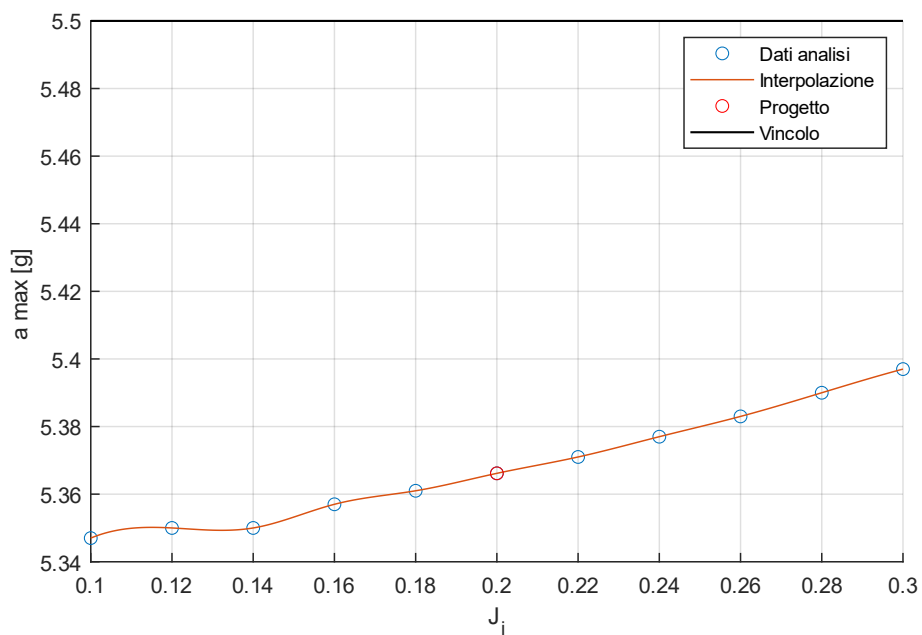


Figura 3.32: Andamento dell'accelerazione massima in funzione di J_i

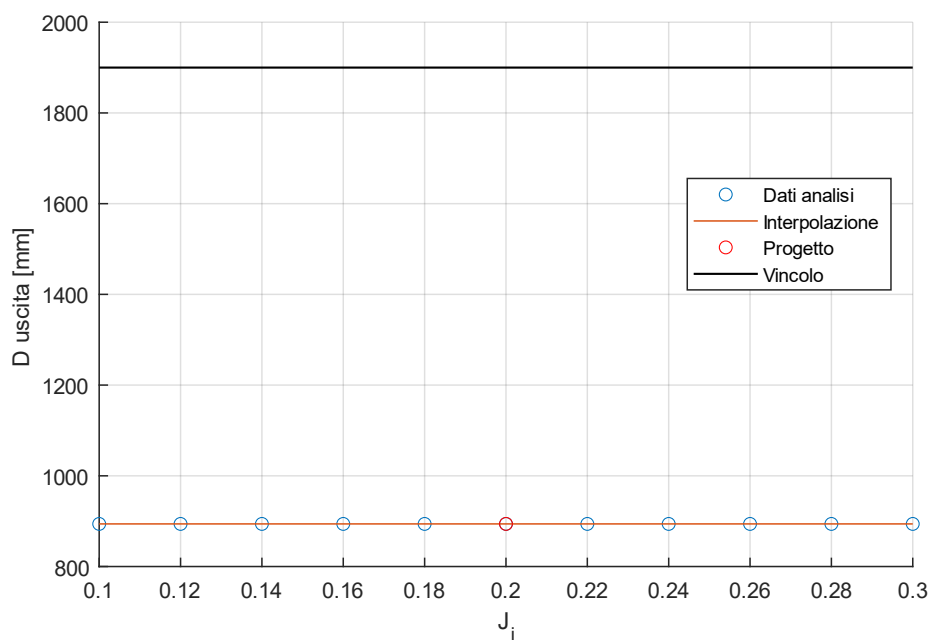


Figura 3.33: Andamento del diametro di uscita in funzione di J_i

Dal grafico in figura 3.16 e dai dati nelle tabelle 3.20 e 3.21, si può osservare la forte diminuzione del payload per valori di $(r_m)_i < 5$. Si vede anche come il payload massimo sia in prossimità della condizione di progetto. Valori di $(r_m)_i < 5$ portano anche a violare il vincolo di accelerazione massima mentre quello relativo al diametro di uscita massimo non viene mai raggiunto, così come per tutte le altre grandezze prese in considerazione (figure 3.18, 3.21, 3.24, 3.27, 3.30 e 3.33) negli intervalli di analisi scelti. Il vincolo di accelerazione massima viene violato, oltre che per valori di $(r_m)_i < 5$, per notevoli incrementi del valore di spinta iniziale T_i , di pressione iniziale del serbatoio di ossidante $(p_t)_i$ e del rapporto $(m_o)_1$ (figure 3.17, 3.20, 3.23, 3.29).

A conferma di quanto osservato con la prima analisi numerica di 3.3.1, incrementare T_i porta ad un aumento del payload, che viene contrastato dai valori elevati di accelerazione, mentre diminuire $(p_t)_i$ ha un doppio effetto positivo, causando un aumento del payload e una diminuzione dell'accelerazione massima.

Nel range considerato, la variazione del rapporto di espansione iniziale ε_i non comporta alcuna variazione dei vincoli considerati (figure 3.26 e 3.27) e un incremento del suo valore porta il payload ad aumentare (figura 3.25).

Oltre ad $(r_m)_i$, l'unico altro valore in funzione del quale il payload presenta un massimo è il rapporto $(m_o)_1$. Questo massimizza il payload per un valore di $(m_o)_1 \approx 0.37$ (figura 3.28).

Infine, da figura 3.31 si osserva l'effetto positivo dell'incremento del rapporto tra aree J_i sul valore del payload.

3.4 Ottimizzazione

Si esegue ora l'ottimizzazione accoppiata di motore e traiettoria tramite il codice di calcolo, scegliendo come parametro del motore da ottimizzare il rapporto di miscela iniziale. L'ottimizzazione restituisce un rapporto di miscela ottimo di pari a 5.988, molto vicino alle condizioni di progetto. Questo porta ad avere dei valori relativi alle grandezze del motore praticamente invariate rispetto alle condizioni iniziali. I risultati dell'ottimizzazione vengono riportati nelle tabelle 3.31, 3.32, 3.33, 3.34.

$(r_m)_i$	T_i [kN]	$(p_t)_i$ [bar]	J_i	$(m_o)_1$
6878	55	45	0.2	0.53

Tabella 3.31: Parametri di progetto dopo l'ottimizzazione

$Payload$ [kg]	173.42
M_t [kg]	130.62
M_s [kg]	38.44
M_{cc} [kg]	113.98
M_{ug} [kg]	149.05
M_{prop} [kg]	2500.28
$(M_{ox})_{res}$ [kg]	1406.10
$(M_{grano})_{res}$ [kg]	32.57
M_{gas} [kg]	12.57
M_{case} [kg]	325
$M_{iniziale}$ [kg]	3443.37
M_{finale} [kg]	116.28

Tabella 3.32: Principali masse del sistema

L_t [mm]	1855.02
L_s [mm]	1330.64
L_{grano} [mm]	1327.36
L_{cc} [mm]	2014.46
L_{tot} [mm]	2818.17
D_{cc} [mm]	683.24
$(D_{grano,interno})_i$ [mm]	247.94
$(D_{grano,interno})_f$ [mm]	624.32
D_t [mm]	550
D_s [mm]	360
D_{ext} [mm]	893.94
$(D_{gola})_i$ [mm]	110.88
$(D_{gola})_f$ [mm]	142.99

Tabella 3.33: Principali dimensioni del sistema

$(P_{ext})_i$ [bar]	0.055441
$(P_{ext})_f$ [bar]	0.071493
$(p_t)_f$ [bar]	38.67
$(p_s)_i$ [bar]	310.00
$(p_s)_f$ [bar]	65
$(T_{tank})_i$ [K]	297.00
$(T_{tank})_f$ [K]	279.51
a_{max} [g]	5.36739
ϵ_f	39.35
$(r_m)_{medio}$	6.437
$(G_{ox})_{medio}$ [kg/m ² s]	98.15
T_{media} [kN]	61.79
$(I_{sp})_{medio}$ [s]	304.53
c_{media} [m/s]	2987.47
c^*_{media} [m/s]	1601.09
$(C_F)_{medio}$	1.865
\dot{r}_{medio} [mm/s]	1.4397

Tabella 3.34: Parametri di performance

Le masse dei residui e la massa del gas pressurizzante costituiscono, insieme alle masse a secco di serbatoi, camera e ugello, la massa strutturale del sistema. La somma di questa, del payload e della massa del case restituisce la massa finale del sistema. La massa del case è considerata come parametro fisso che non dipende dall'ottimizzazione.

In tabella 3.34, con G_{ox} si indica il flusso in massa di ossidante e con \dot{r} il rateo di regressione del grano solido. Il fenomeno dell'erosione della gola porta ad avere un rapporto di espansione finale pari a 39.35. Sempre in tabella 3.34 vengono riportati i valori medi dei principali parametri di performance relativi alla prima accensione, di durata 113 s, predominante nel funzionamento del motore data la durata di soli 5 s della seconda accensione, eseguita per effettuare l'inserimento nell'orbita finale. Gli andamenti di tali parametri sono riportati nei grafici nelle figure di questo paragrafo.

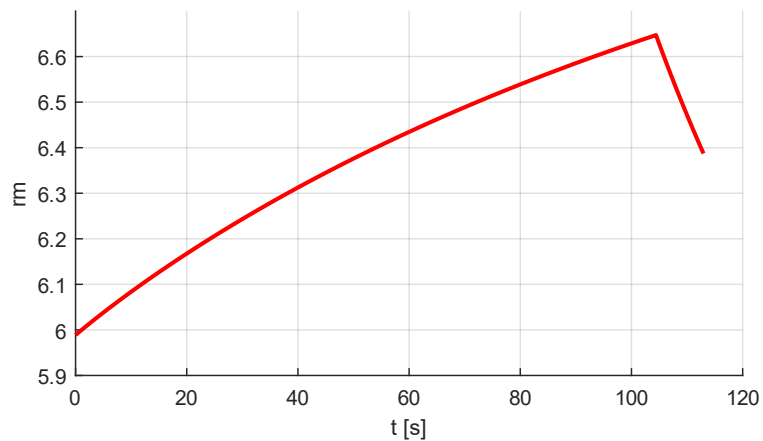


Figura 3.34: Andamento del rapporto di miscela

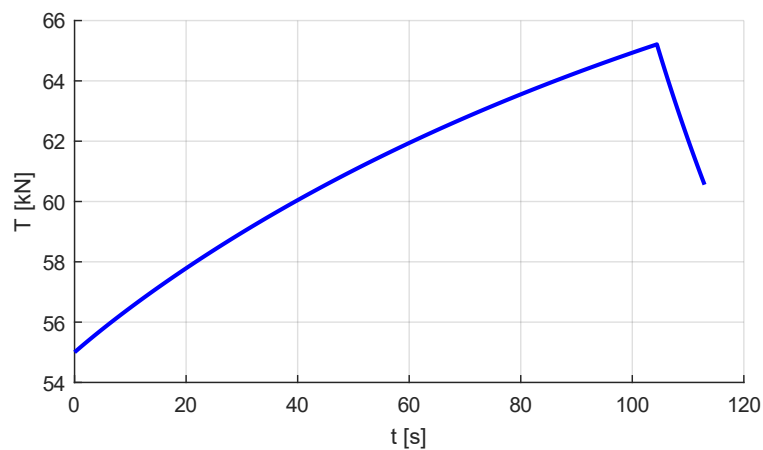


Figura 3.35: Profilo di spinta

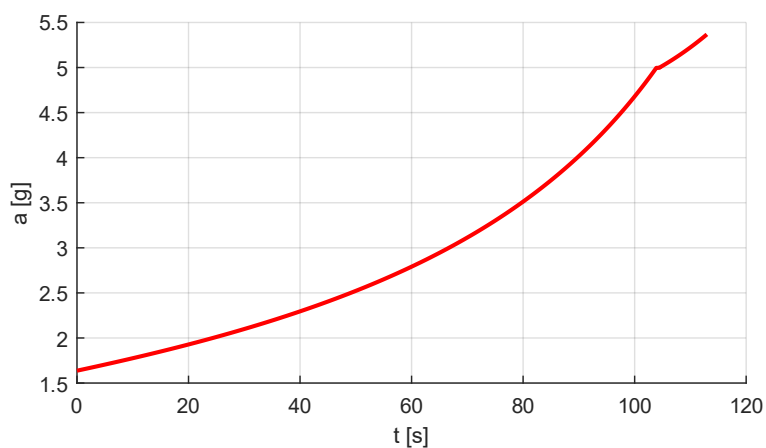


Figura 3.36: Profilo di accelerazione

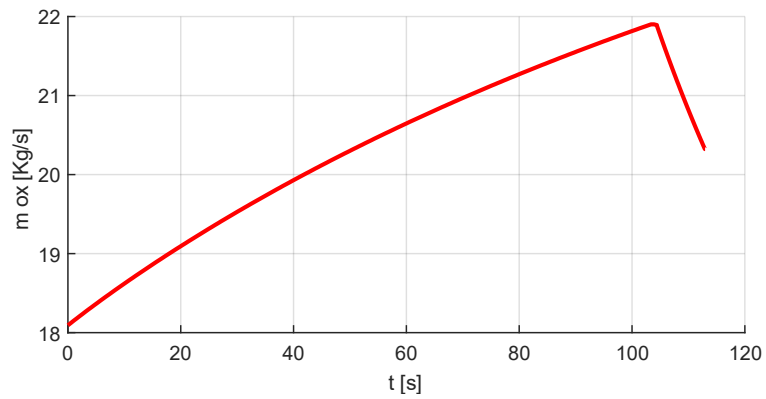


Figura 3.37: Portata di ossidante

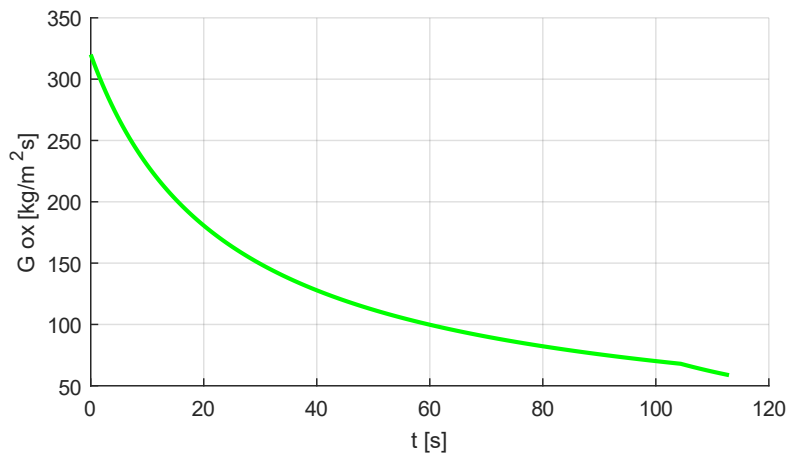


Figura 3.38: Flusso in massa di ossidante

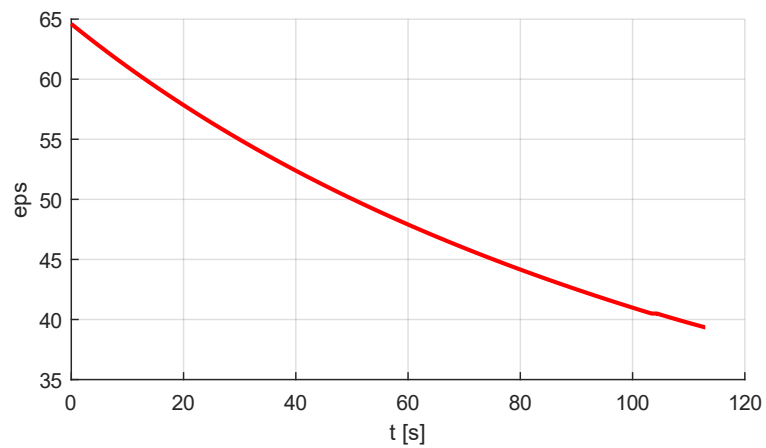


Figura 3.39: Andamento del rapporto di espansione dell'ugello

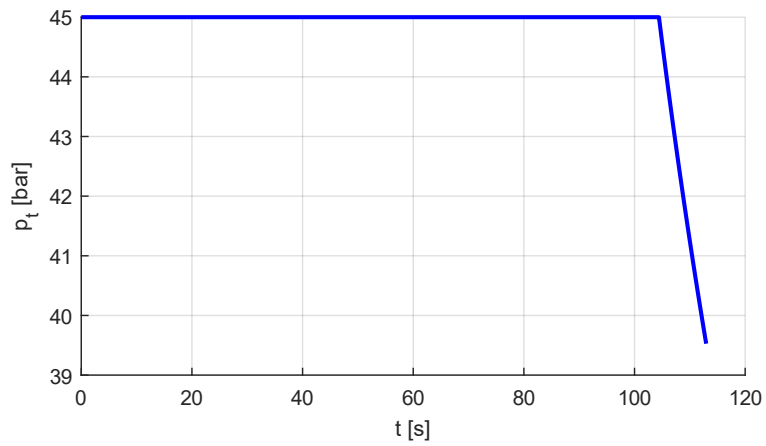


Figura 3.40: Andamento della pressione del serbatoio di ossidante

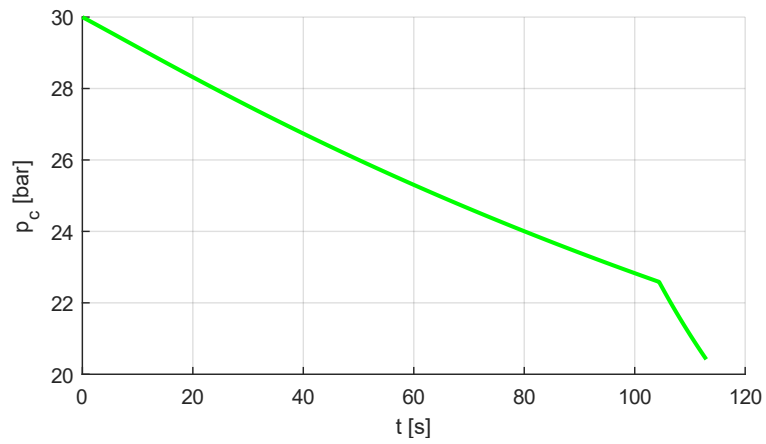


Figura 3.41: Andamento della pressione della camera di combustione

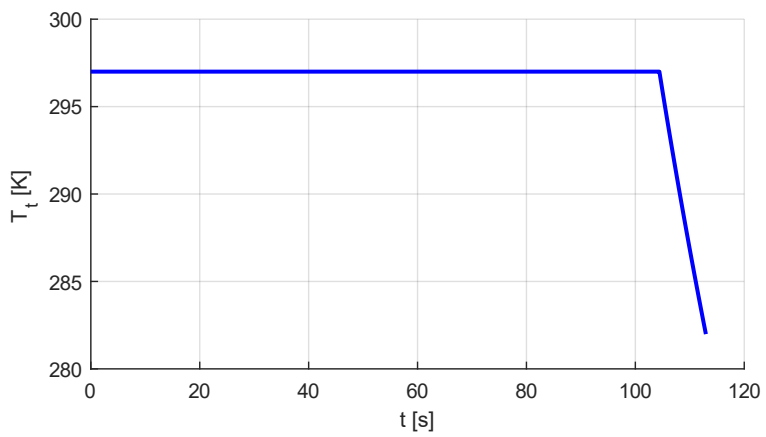


Figura 3.42: Andamento della temperatura nel serbatoio di ossidante

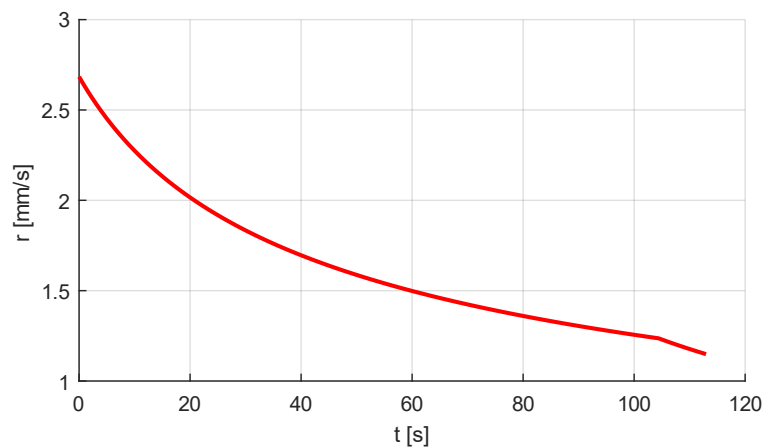


Figura 3.43: Andamento del rateo di regressione del grano solido

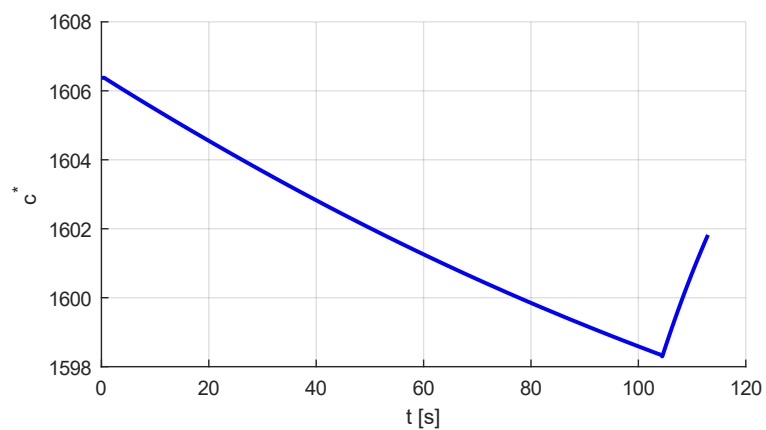


Figura 3.44: Velocità caratteristica

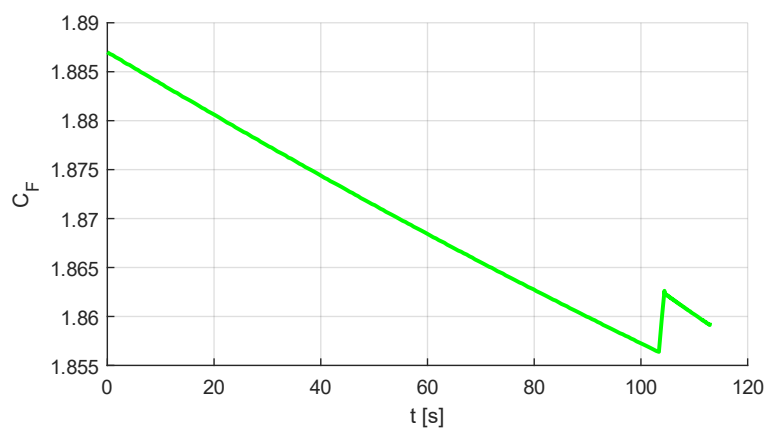


Figura 3.45: Coefficiente di spinta

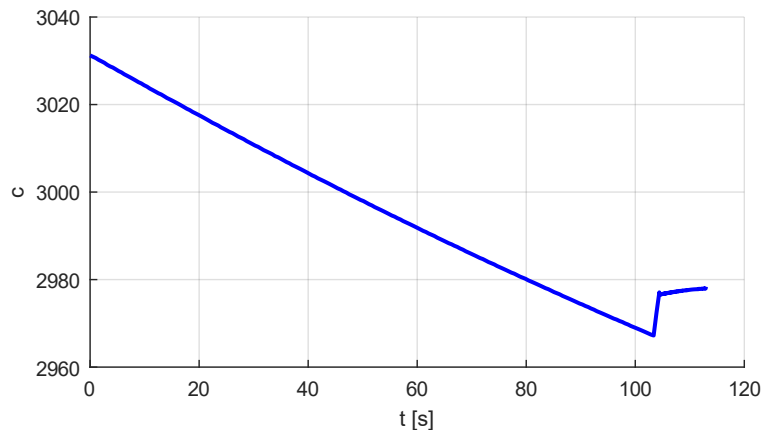


Figura 3.46: Velocità efficace di scarico

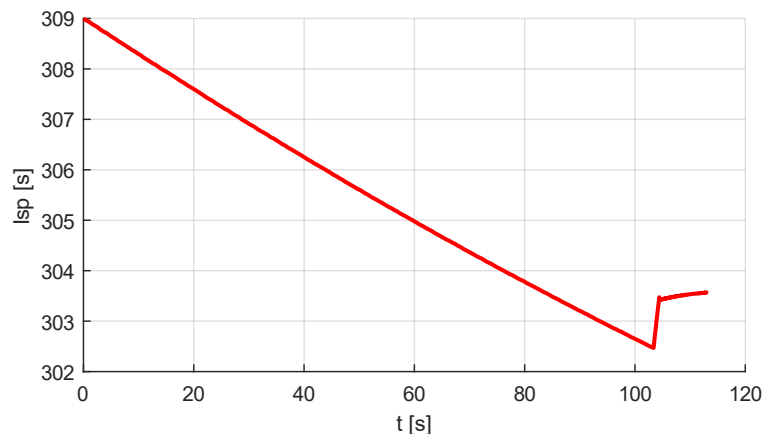


Figura 3.47: Impulso specifico

In figura 3.34 è possibile osservare la variazione del rapporto di miscela del motore durante il funzionamento, dipendente dalla variazione della portata di ossidante (figura 3.37), che va ad influire anche sul profilo di spinta (figura 3.35). L'influenza della portata di ossidante su spinta e rapporto di miscela è riscontrabile dalla somiglianza dei tre andamenti.

La portata di ossidante aumenta durante la fase a pressione del serbatoio costante, man mano che il processo di combustione si auto alimenta, come descritto in sezione 1.2.2. La diminuzione di pressione riscontrabile durante la fase di *blowdown* (figura 3.40), va ad impattare su tutti i parametri prestazionali riportati; infatti, si osserva una variazione in tutti gli andamenti appena inizia questa fase. In particolare, la diminuzione della pressione nel serbatoio di ossidante va a far diminuire la portata di ossidante e la pressione in camera di

combustione, con conseguente andamento decrescente del rapporto di miscela e della spinta.

La diminuzione del rapporto di miscela comporta un riavvicinamento verso le condizioni di ottimo. La diminuzione del livello di spinta e della massa espulsa (portata minore) causano una crescita meno ripida dell'accelerazione subita dal motore, facendo sì che questa si mantenga sotto il valore massimo di 5.5 g.

Nonostante l'aumento della portata di ossidante durante la fase a pressione costante, il flusso in massa diminuisce notevolmente (figura 3.38) per via dell'incremento della sezione di passaggio, causato dalla regressione del grano solido.

Il rateo di regressione ha un andamento simile a quello del flusso in massa, diminuendo all'aumentare della combustione e subendo una variazione nel suo andamento durante la fase di *blowdown*, mantenendosi sempre sopra i valori critici che porterebbero alla fusione del propellente, con conseguente carbonizzazione e decomposizione, come descritto in sezione 1.2.3.

La diminuzione della pressione del serbatoio di ossidante durante la fase di *blowdown* causa una diminuzione anche della temperatura all'interno del serbatoio, osservabile in figura 3.42.

La figura 3.39 riporta invece la diminuzione del rapporto di espansione dell'ugello a causa dell'erosione della gola.

La velocità caratteristica (figura 3.44) passa da un andamento decrescente durante la fase a pressione costante, per via dell'aumento di portata, ad un andamento crescente durante la fase di *blowdown*, sia a causa della diminuzione di portata e sia a causa dell'aumento dell'area di gola dell'ugello.

Il coefficiente di spinta e la velocità efficace di scarico, e conseguentemente l'impulso specifico, presentano una doppia variazione durante la fase di *blowdown*; in particolare, entrambe diminuiscono durante il funzionamento a pressione costante, per poi crescere durante la fase di *blowdown* fino a che non si ha un'altra variazione nei loro andamenti, con il coefficiente di spinta che diminuisce leggermente e la velocità caratteristica che, al contrario, aumenta leggermente.

In realtà, riportando le sezioni di interesse in figura 3.48 e 3.49, si possono osservare delle piccole oscillazioni di questi parametri.

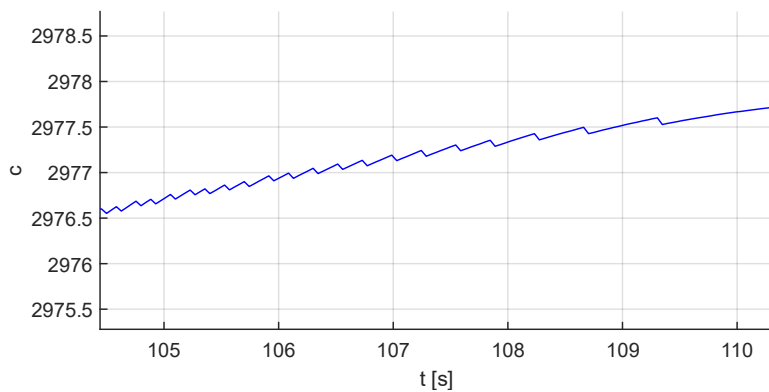


Figura 3.48: Oscillazioni della velocità caratteristica durante la fase di blowdown

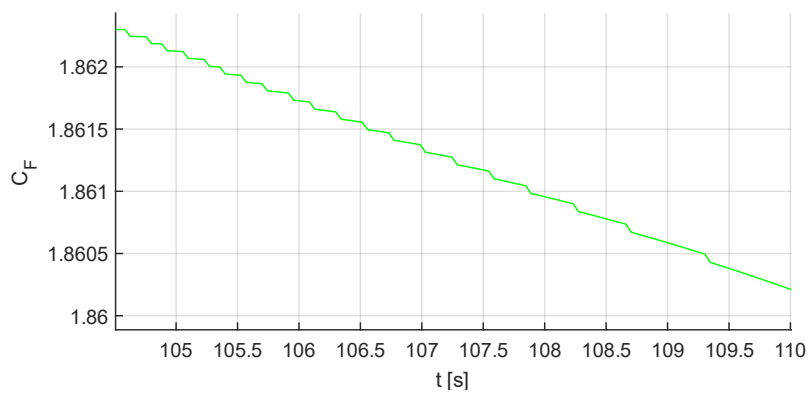


Figura 3.49: Oscillazioni del coefficiente di spinta durante la fase di blowdown

Si riporta infine il profilo di ascesa durante l'intera missione.

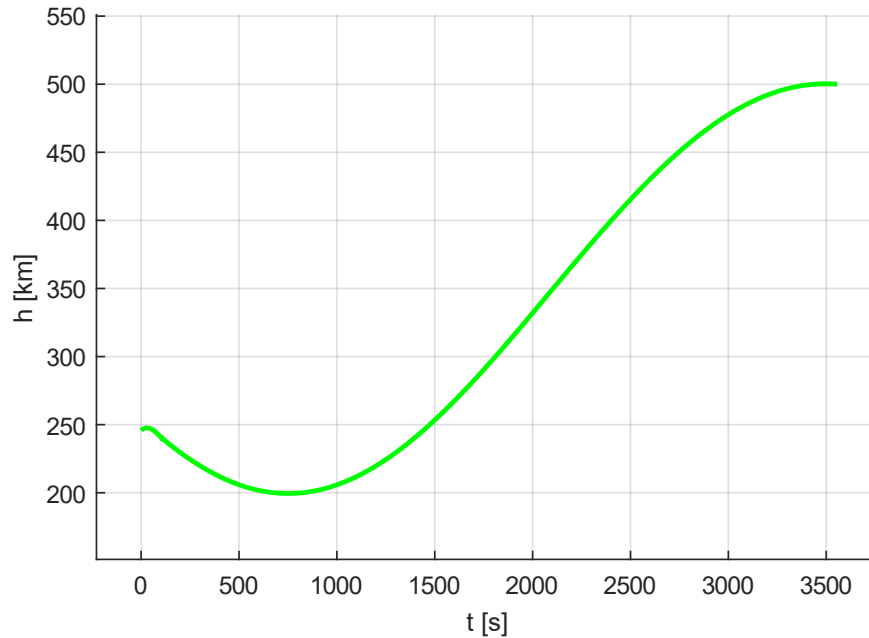


Figura 3.50: Quota in funzione del tempo durante l'intera missione

L'intera missione dell'endoreattore ibrido in esame dura 3556.34 s. La prima accensione dura 113 s, dove nei primi 104 s si opera a pressione costante, e i successivi 9 s costituiscono la fase di *blowdown*. La seconda accensione, eseguita per immettersi nell'orbita finale, inizia a 3551.09 s e dura 5.25 s.

La prima accensione fornisce un ΔV di 3.29 km/s e la seconda un ΔV di 90 m/s, per un ΔV totale fornito dal motore di 3.38 km/s.

Capitolo 4

Conclusioni

Tramite questo lavoro di tesi è stato possibile migliorare l'accuratezza del processo di ottimizzazione accoppiata di motore e traiettoria, svolto tramite dei codici sviluppati presso il Politecnico di Torino.

Tale scopo è stato raggiunto modificando opportunamente le formule che questi sfruttano per stimare le masse a secco del sistema, rendendo il loro comportamento più accurato.

Ciò ha comportato anche una diminuzione del payload rispetto alla condizione iniziale, com'era intuibile osservando gli andamenti relativi ai coefficienti prima delle modifiche, dai quali era possibile notare come, allontanandosi dalla condizione di progetto, le masse dei serbatoi diminuissero notevolmente.

La successiva analisi parametrica ha permesso di osservare l'influenza della variazione dei parametri di progetto sul payload, consentendo anche di comprendere quali parametri conviene variare al fine di incrementarlo.

Infine, l'ottimizzazione ad 1 parametro ha permesso di osservare il comportamento del codice modificato.

Questo lavoro di tesi può essere visto come punto di partenza per futuri studi con lo scopo di migliorare ulteriormente l'accuratezza del processo di ottimizzazione.

Si possono correggere ulteriormente le formule di interpolazione già analizzate in questo elaborato, migliorandone ancor più l'accuratezza; inoltre, si possono eseguire delle modifiche sulle formule per la stima delle grandezze relative alla camera di combustione e dell'ugello, verificando e migliorando la loro accuratezza anche per intervalli di analisi più ampi di quelli considerati in questo studio.

Allo scopo di incrementare sempre più il payload rendendo il motore sempre più efficiente, un ulteriore ampliamento del lavoro può consistere nel miglioramento della condizione iniziale del motore stesso, sulla base di quanto osservato con l'analisi parametrica, analizzando come la variazione dei valori dei parametri di progetto vada ad influenzare i parametri di performance del motore e il funzionamento dello stesso.

Appendice A

Grafici analisi formule di interpolazione

A.1 Serbatoi

A.1.1 Lunghezza del serbatoio di ossidante

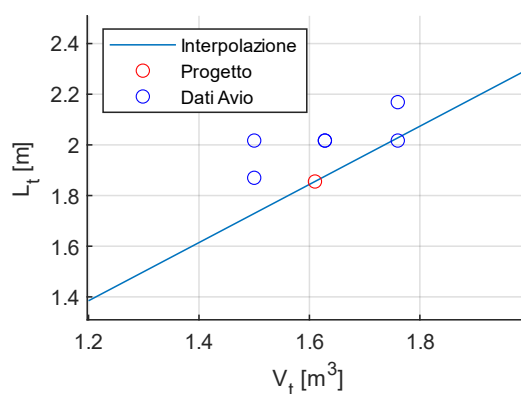
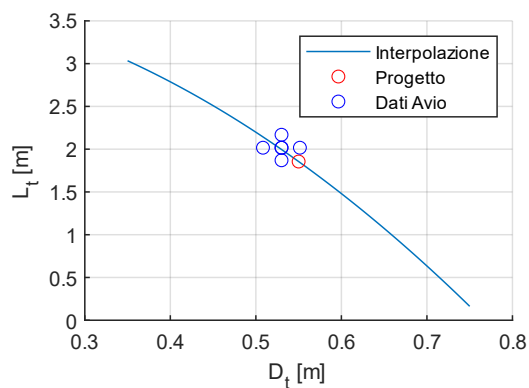


Figura A.1 (sinistra): Lunghezza serbatoio di ossidante in funzione del diametro

Figura A.2 (destra): Lunghezza serbatoio di ossidante in funzione del volume

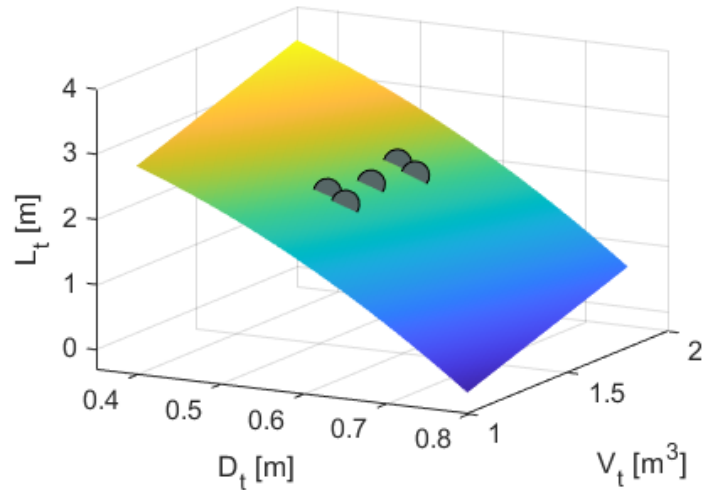


Figura A.3: Lunghezza serbatoio di ossidante in funzione di diametro e volume

A.1.2 Lunghezza del serbatoio di gas pressurizzante

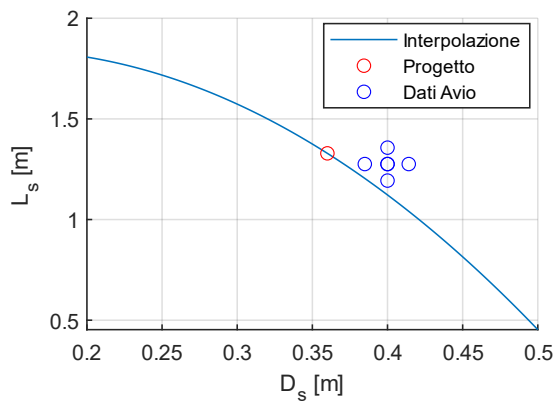


Figura A.4 (sinistra): Lunghezza serbatoio di gas pressurizzante in funzione del diametro

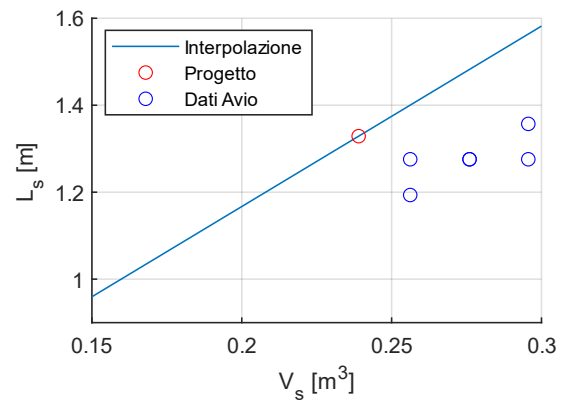


Figura A.5 (destra): Lunghezza serbatoio di gas pressurizzante in funzione del volume

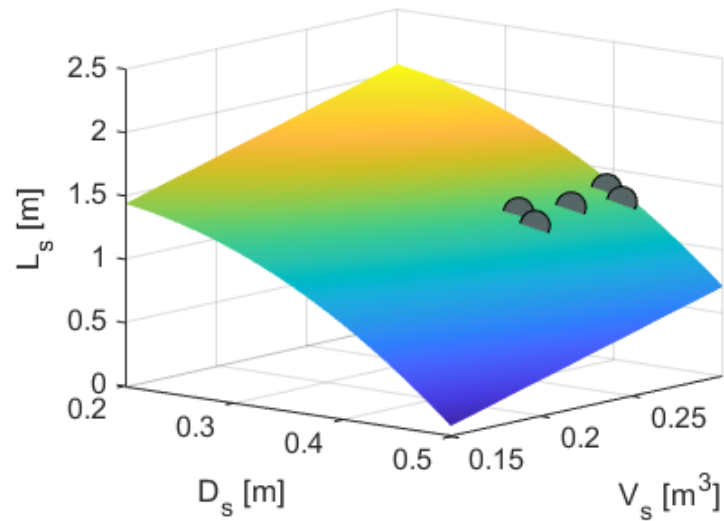


Figura A.6: Lunghezza serbatoio di gas pressurizzante in funzione di diametro e volume

A.2 Camera di combustione, ugello e lunghezza totale motore

I dati dei punti relativi a questa analisi vengono riportati in tabella A.1 e A.2. Le lunghezze e i diametri sono espressi in *mm* e le masse in *kg*.

	1	2	3	4	5	6	7	8
D_{grano}	667.2	667.2	667.2	667.2	667.2	652.4	652.4	652.4
L_{grano}	1250	1301	1350	1301	1301	1301	1301	1301
D_{gola}	97.8	97.8	97.8	93	103	93	97.8	103
ε	70	70	70	70	70	70	70	70
D_{cc}	700	700	700	700	700	685	685	685
L_{cc}	1940.8	1991.8	2040.8	1991.8	1991.8	1988.5	1988.5	1988.5
L_{tot}	2713.7	2713.7	2713.7	2670.5	2761.2	2667.3	2710.4	2758
M_{cc}	123.3	125.7	128.1	125.7	125.7	121.9	121.9	121.9
M_{ug}	167.1	167.1	167.1	166.8	167.3	164.7	165.1	165.3

Tabella A.1: Punti per l'analisi delle formule di interpolazione

Grafici analisi formule di interpolazione

	9	10	11	12	13	14	15	16
D_{grano}	652.4	652.4	682.1	682.1	682.1	682.1	682.1	682.1
L_{grano}	1301	1301	1301	1301	1301	1301	1301	1301
D_{gola}	97.8	97.8	103	93	97.8	97.8	97.8	97.8
ε	55	85	70	70	70	55	70	85
D_{cc}	685	685	715	715	715	715	715	715
L_{cc}	1988.5	1988.5	1995	1995	1995	1995	1995	1995
L_{tot}	2595.5	2813.8	2764.4	2673.7	2716.9	2601.9	2716.9	2820.2
M_{cc}	121.9	121.9	129.7	129.7	129.7	129.7	129.7	129.7
M_{ug}	149.2	174.6	169.3	168.8	169.1	153.3	169.1	178.6

Tabella A.2: Punti per l'analisi delle formule di interpolazione

A.2.1 Massa della camera di combustione

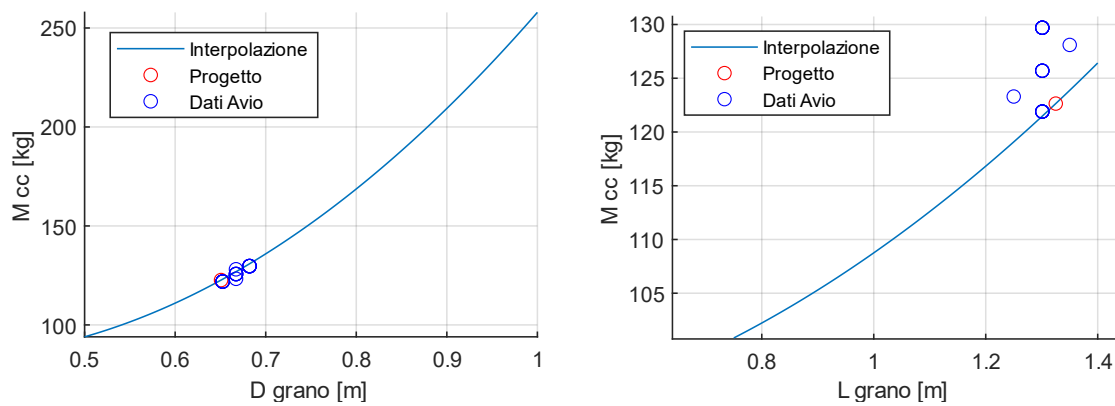


Figura A.7 (sinistra): Massa della camera di combustione in funzione del diametro del grano

Figura A.8 (destra): Massa della camera di combustione in funzione della lunghezza del grano

Grafici analisi formule di interpolazione

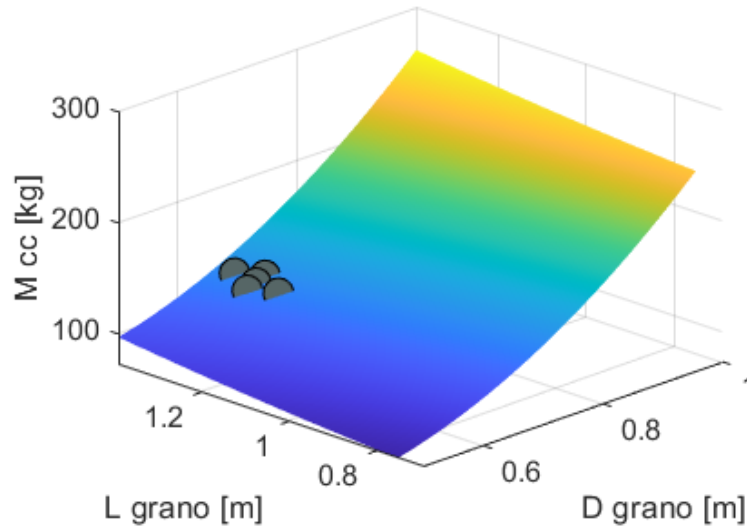


Figura A.9: Massa della camera di combustione in funzione del diametro e della lunghezza del grano

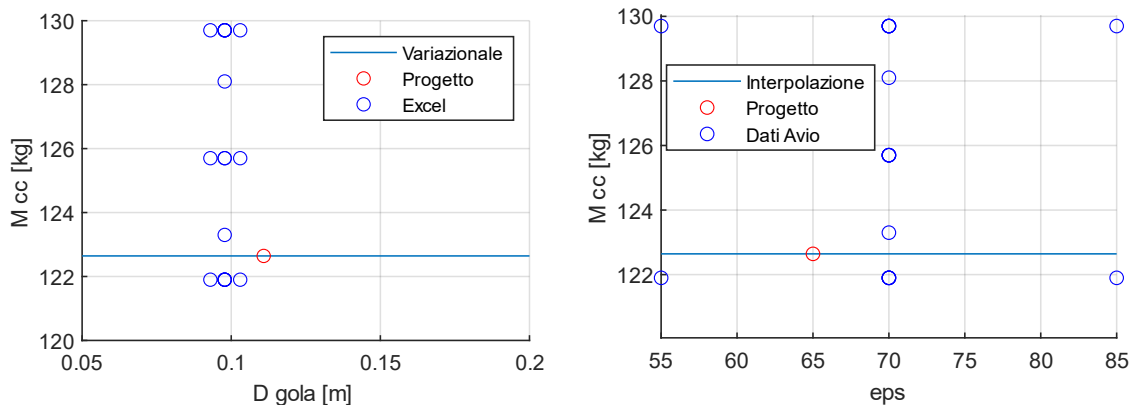


Figura A.10 (sinistra): Massa della camera di combustione in funzione del diametro della gola dell'ugello

Figura A.11 (destra): Massa della camera di combustione in funzione del rapporto di espansione dell'ugello

Grafici analisi formule di interpolazione

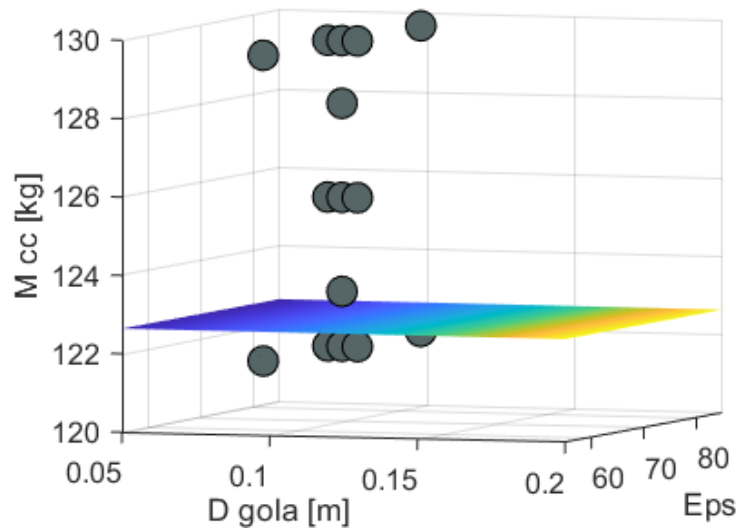


Figura A.12: Massa della camera di combustione in funzione del diametro della gola e del rapporto di espansione dell'ugello

A.2.2 Lunghezza della camera di combustione

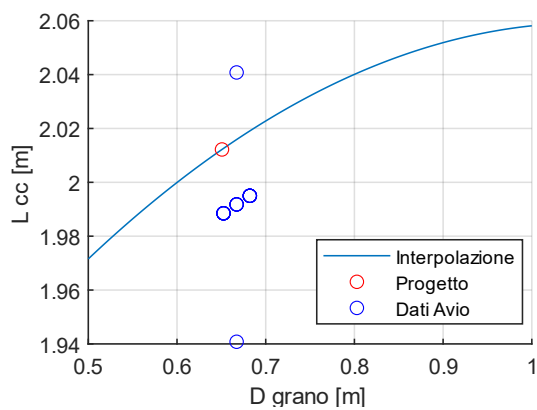


Figura A.13 (sinistra): Lunghezza della camera di combustione in funzione del diametro del grano

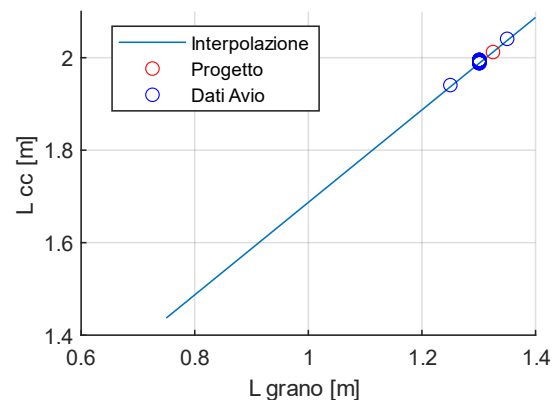


Figura A.14 (destra): Lunghezza della camera di combustione in funzione della lunghezza del grano

Grafici analisi formule di interpolazione

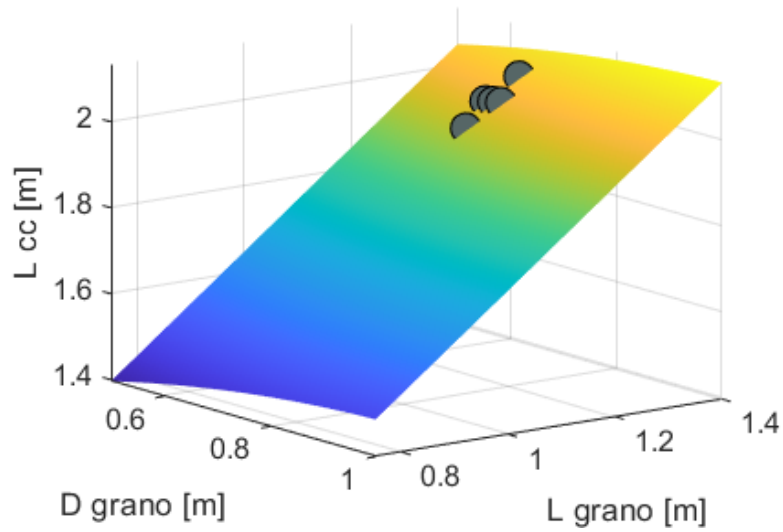


Figura A.15: Lunghezza della camera di combustione in funzione del diametro e della lunghezza del grano

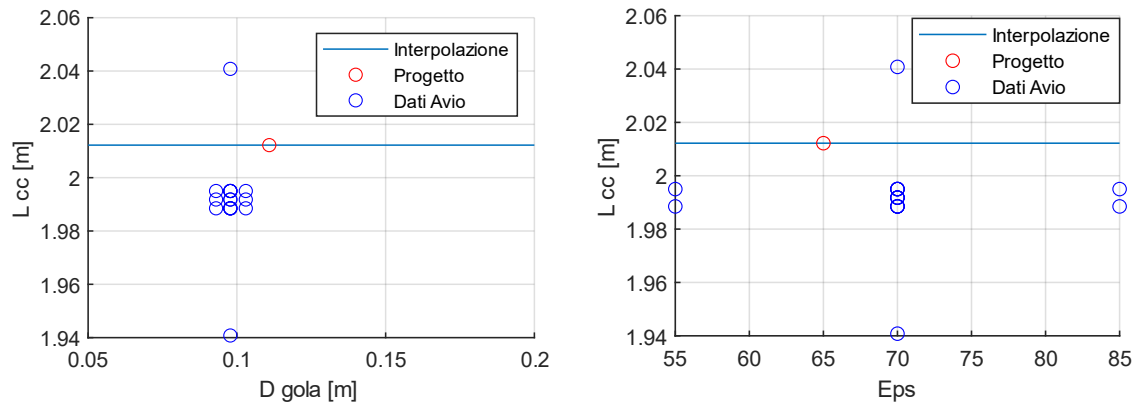


Figura A.16 (sinistra): Lunghezza della camera di combustione in funzione del diametro della gola dell'ugello

Figura A.17 (destra): Lunghezza della camera di combustione in funzione del rapporto di espansione dell'ugello

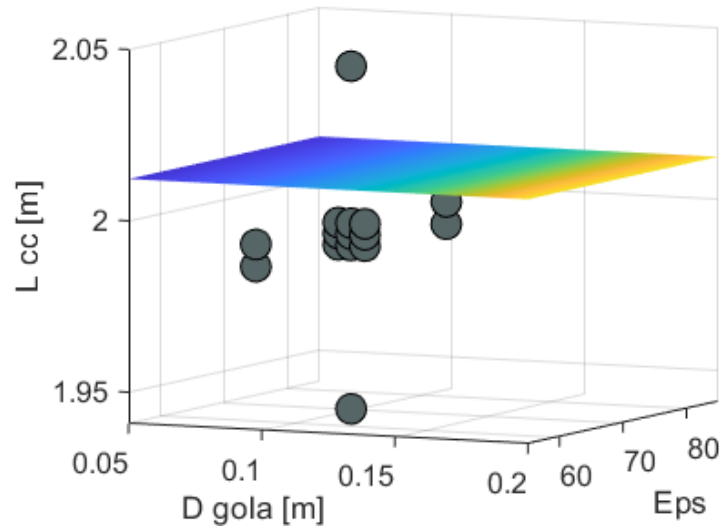


Figura A.18: Lunghezza della camera di combustione in funzione di diametro della gola e del rapporto di espansione dell'ugello

A.2.3 Raggio della camera di combustione

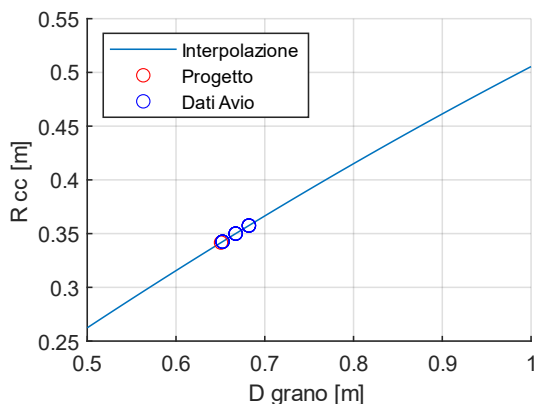


Figura A.19 (sinistra): Raggio della camera di combustione in funzione del diametro del grano

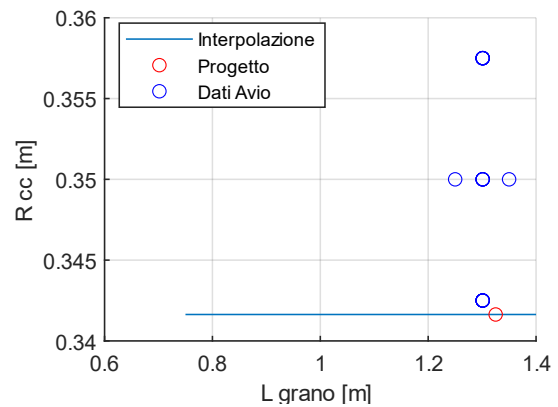


Figura A.20 (destra): Raggio della camera di combustione in funzione della lunghezza del grano

Grafici analisi formule di interpolazione

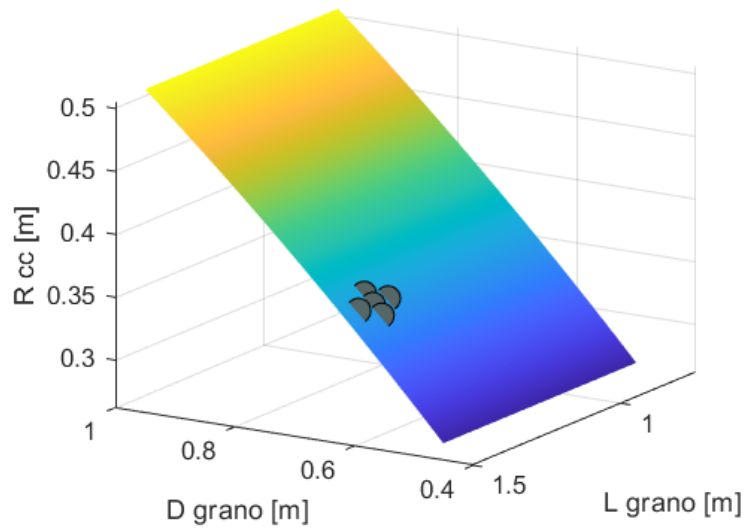


Figura A.21: Raggio della camera di combustione in funzione del diametro e della lunghezza del grano

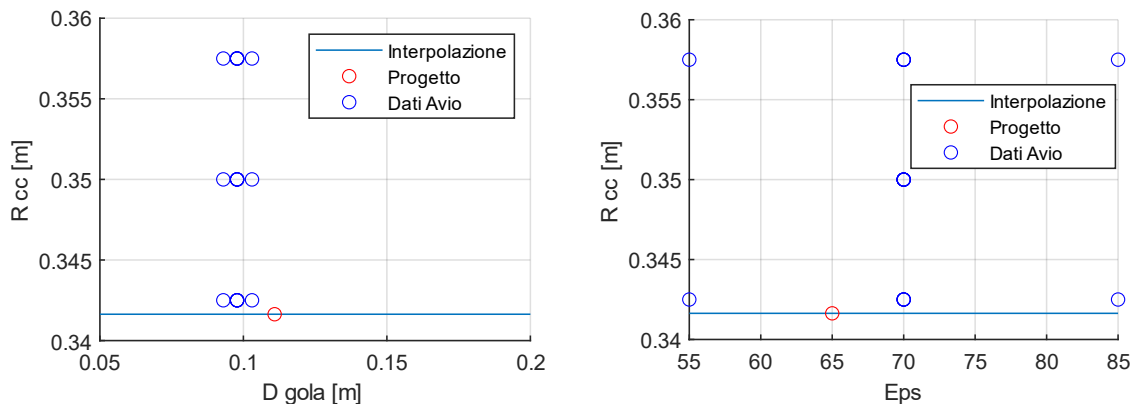


Figura A.22 (sinistra): Raggio della camera di combustione in funzione del diametro della gola dell'ugello

Figura A.23 (destra): Raggio della camera di combustione in funzione del rapporto di espansione dell'ugello

Grafici analisi formule di interpolazione

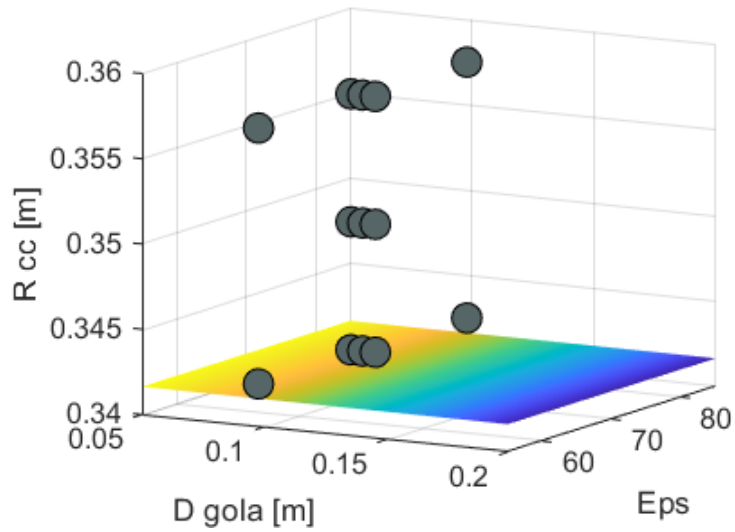


Figura A.24: Raggio della camera di combustione in funzione di diametro della gola e del rapporto di espansione dell'ugello

A.2.4 Massa dell'ugello

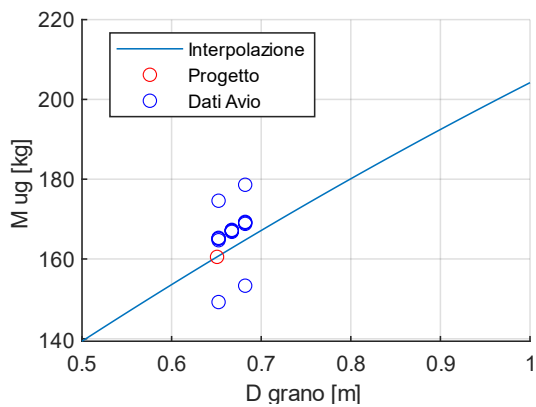


Figura A.25 (sinistra): Massa dell'ugello in funzione del diametro del grano

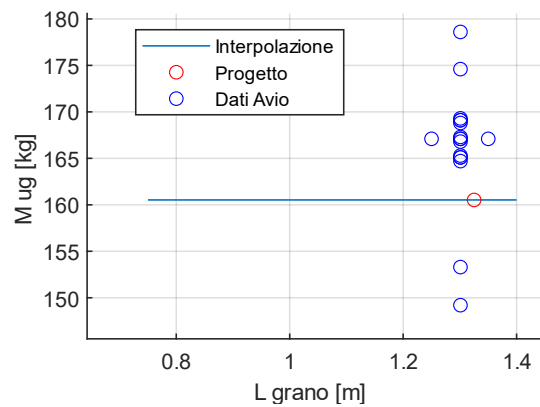


Figura A.26 (destra): Massa dell'ugello in funzione della lunghezza del grano

Grafici analisi formule di interpolazione

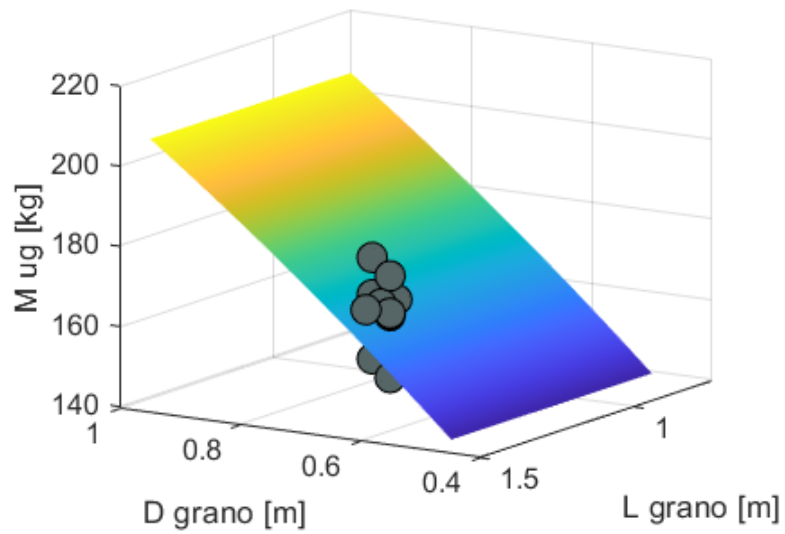


Figura A.27: Massa dell'ugello in funzione del diametro e della lunghezza del grano

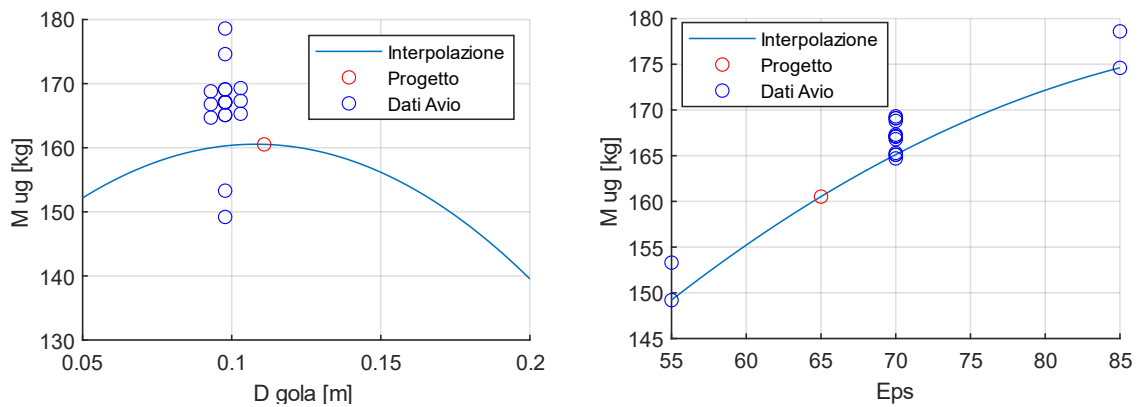


Figura A.28 (sinistra): Massa dell'ugello in funzione del diametro della gola

Figura A.29 (destra): Massa dell'ugello in funzione del rapporto di espansione

Grafici analisi formule di interpolazione

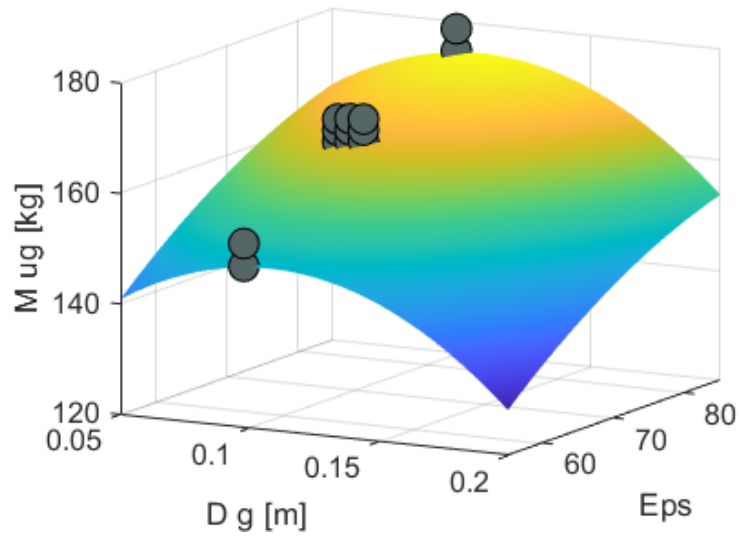


Figura A.30: Massa dell'ugello in funzione di diametro della gola e del rapporto di espansione

A.2.5 Lunghezza totale del motore

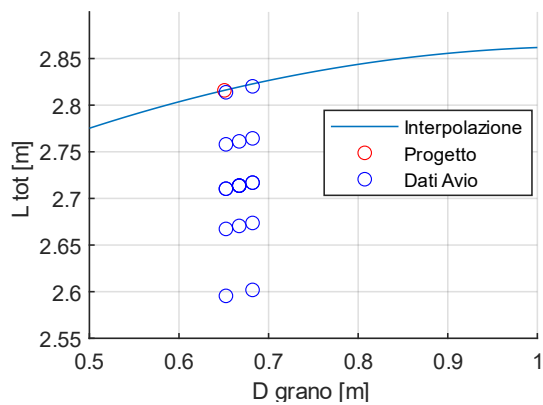


Figura A.31 (sinistra): Lunghezza del motore in funzione del diametro del grano

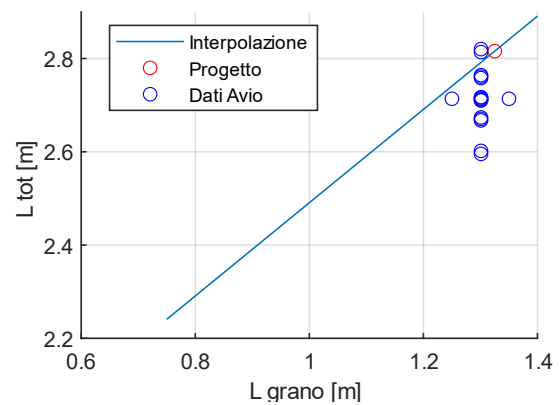


Figura A.32 (destra): Lunghezza del motore in funzione della lunghezza del grano

Grafici analisi formule di interpolazione

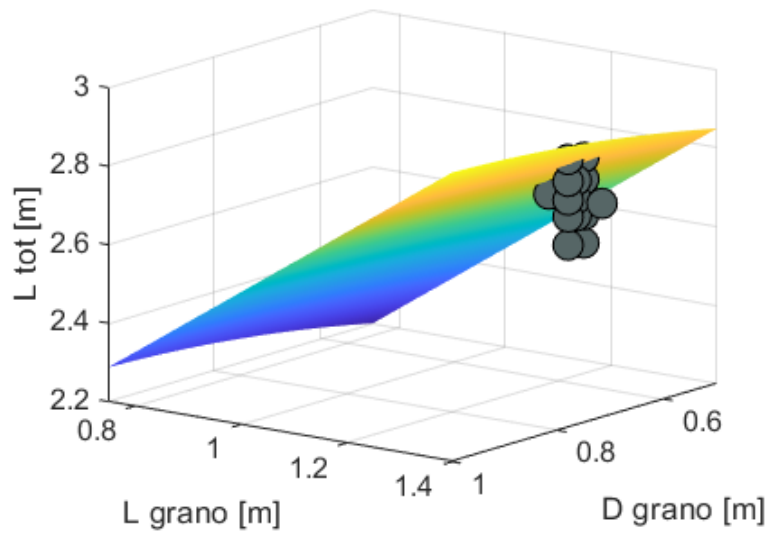


Figura A.33: Lunghezza del motore in funzione del diametro e della lunghezza del grano

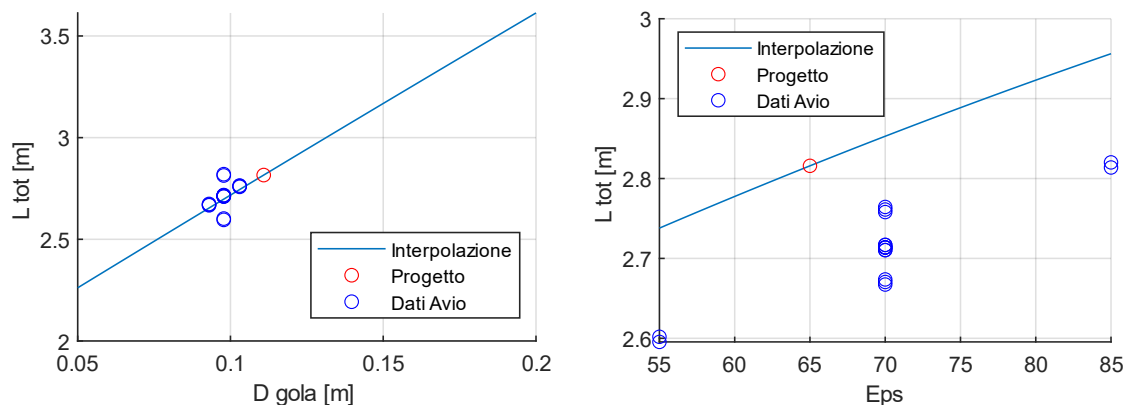


Figura A.34 (sinistra): Lunghezza del motore in funzione del diametro della gola dell'ugello

Figura A.35 (destra): Lunghezza del motore in funzione del rapporto di espansione dell'ugello

Grafici analisi formule di interpolazione

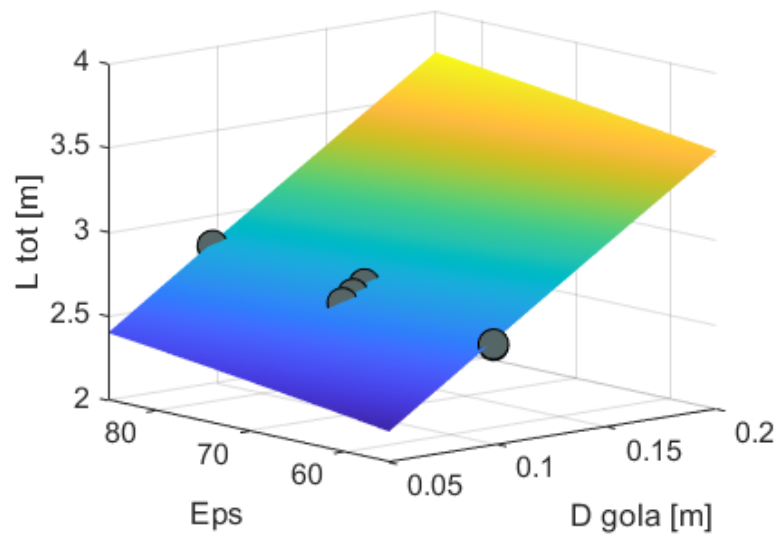


Figura A.36: Lunghezza del motore in funzione del diametro della gola e del rapporto di espansione dell'ugello

Bibliografia

- [1] Appunti personali e dispense del corso Endoreattori tenuto al Politecnico di Torino da D. Pastrone, A. Ferrero. 2020-2021.
- [2] Mishra D.P., *Fundamentals of Rocket Propulsion*. CRC Press, 2017.
- [3] El-Sayed A.F., *Fundamentals of aircraft and rocket propulsion*. Springer, 2016.
- [4] Sutton G.P., Biblarz O., *Rocket Propulsion Elements*, 9th edition. Wiley, 2017.
- [5] Casalino L., Letizia F., Pastrone D., *Optimization of Hybrid Upper-Stage Motor with Coupled Evolutionary/Indirect Procedure*, Politecnico di Torino, 10129 Torino, Italy, Journal of Propulsion and Power, Vol. 30, No. 5, 2014.
- [6] Casalino L., Pastrone D., *Optimal Design of Hybrid Rocket Motors for Launchers Upper Stages*, Politecnico di Torino, 10129 Torino, Italy, Journal of Propulsion and Power, Vol. 26, No. 3, 2010.
- [7] La Malfa A., *Sviluppo di un modello basato su reti neurali per la stima delle prestazioni in condizioni di equilibrio chimico per un endoreattore a propellenti ibridi e sua applicazione all'ottimizzazione accoppiata di motore e traiettoria*, Politecnico di Torino, 2022.
- [8] Serafini A., *Ottimizzazione dei parametri di progetto del terzo stadio a propellente ibrido di un lanciatore per piccoli satelliti*, Politecnico di Torino, 2021.
- [9] https://www.esa.int/Enabling_Support/Space_Transportation/Launch_vehicles/Vega
- [10] https://it.wikipedia.org/wiki/Grano_%28propellente%29
- [11] https://it.wikipedia.org/wiki/Ugello_de_Laval#