

Politecnico di Torino



CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE

Simulazione del dispiegamento di membrane per applicazioni spaziali

Relatori:

Prof. Alfonso Pagani

Ing. Salvatore Saputo

Candidato:

Davide Vottero

Indice

Indice.....	1
Indice delle Tabelle	3
Indice delle Figure.....	4
Introduzione	6
1. Vele Solari	8
1.1 La Pressione Solare.....	9
1.1.1 La Radiazione Solare	9
1.1.2 Interazione Fotone-Vela.....	10
1.2 Tipologie di Vele Solari e il loro Dispiegamento.....	14
1.3 Tipologie delle Aste delle Vele	17
1.3.1 Tape springs	17
1.3.2 Storable Extendible Tubular Member (STEM) booms	18
1.3.3 Collapsible Tube Mast (CTM) Booms	19
1.3.4 Triangular Rollable and Collapsible (TRAC) Booms.....	20
1.3.5 Struttura a Traliccio (Truss Booms).....	20
1.4 Materiali per Vele Solari	23
2. Meccanica delle Membrane	25
2.1 Cinematica della Deformazione	25
2.2 Sforzo ed Equilibrio.....	27
2.3 Leggi Costitutive	28
2.3.1 Teoria del Campo della Termomeccanica	28
2.3.2 Relazioni costitutive per un solido elastico.....	30
2.3.3 Leggi Costitutive per un Materiale Viscoelastico.....	31
3. Problematiche delle Membrane	33
3.1 Forma esatta delle equazioni di governo.....	33
3.2 Alcune approssimazioni geometriche per membrane incurvate	34
3.3 Analisi di Wrinkled Membranes (membrane con grinze/increpate).....	34
3.3.1 Metodi Analitici	35
3.3.2 Metodi Numerici.....	36
3.4 Le Pieghie delle Membrane Dovute all'Imballaggio.....	36
3.5 La Spinta e i Momenti Generati dall'Interazione del Vento Volare con la Vela Solare	38
3.6 L'accuratezza	41
4. Analisi Strutturale.....	42
4.1 Analisi Strutturale non Lineare di una Vela Solare Tramite modellazione FEM.....	42

4.2	Influenza di Parametri Specifici sul Comportamento della Struttura.....	48
4.3	Confronto con Dati Sperimentali.....	52
	Conclusioni	57
	Bibliografia.....	58

Indice delle Tabelle

Tabella 1.4-a: proprietà fisiche e meccaniche principali Mylar (5).....	24
Tabella 1.4-b: proprietà fisiche e meccaniche principali Kapton (7)	24
Tabella 4.1-a: proprietà dei materiali impiegati (13).....	44
Tabella 4.1-b:massimi spostamenti della membrana (13).....	46
Tabella 4.1-c: massimi spostamenti dei booms per i due modelli (13)	47
Tabella 4.1-d: massimi carichi di compressione dei booms per i due modelli (13).....	47
Tabella 4.2-a: proprietà componenti (12)	48

Indice delle Figure

Figure 0-a: Telescopio Spaziale James Webb	6
Figure 1.1.2-a: Componenti della Forza della SRP (5).....	10
Figure 1.1.2-b: Forza della SRP dovuta all'assorbimento e all'emissione (5)	11
Figure 1.1.2-c: Forza della SRP dovuta alla riflessione speculare (5).....	12
Figure 1.2-a: Vele rigide (a) clipper, (b) quadrata e (c) a farfalla (5)	14
Figure 1.2-b: vela a disco (5)	15
Figure 1.2-c: vela Heliogyro (5).....	16
Figure 1.3.1-a: schema di tape springs; a) dispiegato; b) sezione trasversale (6).....	17
Figure 1.3.1-b: Tape Springs (6).....	18
Figure 1.3.2-a: illustrazione delle varie tipologie di SEM (5).....	19
Figure 1.3.3-a: fotografia di un CTM (5).....	19
Figure 1.3.4-a: illustrazione di un TRAC con le sue dimensioni geometriche principali della sezione trasversale (5).....	20
Figure 1.3.5-a: schema di un boom a traliccio	21
Figure 1.3.5-b: traliccio ADAM	21
Figure 1.3.5-c: traliccio FAST	22
Figure 3.4-a: Origami Miura-ori (4).....	36
Figure 3.5-a: sistema di riferimento (13)	38
Figure 3.5-b: componenti della Forza e del Momento agente sulla vela.....	39
Figure 3.5-c: componenti radiale e trasversale della forza	40
Figure 4.1-a: modelli impiegati per l'analisi: a) 5 connessioni; b) connessioni multiple (13)	44
Figure 4.1-b: prestress: a) modello 5 serraggi; b) modello multi serraggi (13).....	45
Figure 4.1-c: spostamenti fuori dal piano: a) 5 serraggi; b) multi serraggi (13)	45
Figure 4.1-d: mappa delle minime sollecitazioni: a) 5PCS sopra; b) 5PCS sotto; c) MPCS sopra; d) MPCS sotto (13).....	46
Figure 4.2-a: struttura concettuale (12).....	48
Figure 4.2-b: massima deflessione e carico di compressione massimo al variare dello spessore dei boom (12).....	49
Figure 4.2-c: variazione della deformazione in funzione della dimensione della vela per vela e boom (12) ..	50
Figure 4.2-d: variazione della deformazione della membrana e dei boom al variare dello spessore della membrana (12).....	50
Figure 4.2-e: deformazione della vela alla variazione del prestress (12).....	51

Figure 4.3-a: schema del supporto (14)	52
Figure 4.3-b: distribuzione dei carichi (14).....	53
Figure 4.3-c: set-up del test (14)	53
Figure 4.3-d: deflessione del boom in funzione del momento flettente (14)	54
Figure 4.3-e: set-up del I test sulla vela complessiva nella prima configurazione (14)	54
Figure 4.3-f: risultati sul momento flettente orizzontale (14).....	55
Figure 4.3-g: risultati sul momento flettente verticale (14).....	55

Introduzione

Nel campo nautico l'uso delle vele è uno dei sistemi propulsivi più antichi, risalente sin da prima del 4000 a.C. ed è concepito per sfruttare l'energia cinetica come forza propulsiva per tutta l'imbarcazione.

Apparentemente tale sistema non ha niente a che vedere con l'ambito spaziale; tuttavia, è possibile trovare un'analogia tra uno spostamento di una massa di fluido (come l'aria dell'atmosfera) e la radiazione solare: entrambe se impattano su una superficie scambiano quantità di moto. Maxwell attraverso la sua teoria dell'elettromagnetismo affermò che un campo elettromagnetico non trasporta la sola energia ma anche quantità di moto: la radiazione solare esercita una pressione chiamata pressione di radiazione solare.

Con vele solari, quindi, si intende un sistema propulsivo che si basa sullo sfruttamento della sola pressione solare al fine di ottenere della propulsione. Tale sistema concettualmente è costituito da una o più membrane riflettenti capaci di sopportare la radiazione solare per fornire una spinta propulsiva allo spacecraft senza la necessità di un impiego di combustibile ma con il solo scambio di quantità di moto.

Le membrane, con cui vogliamo costruire queste vele, sono strutture sottili e rigide, stabili se soggette a uno stato di tensione biassiale, o possono essere imballate in uno spazio anche molto limitato quando la tensione viene rimossa (1). La maggior parte delle strutture a membrana dispiegabili possono essere contenute e imballate in qualsiasi modo si desidera: la forma può essere modificata per adattarsi a diverse applicazioni e il suo volume è l'unico vincolo fisso. La configurazione più semplice di struttura a membrana dispiegabile è costituita da una membrana piatta, tesa tra supporti strutturali mobili.

Oggi esistono numerosi film polimerici candidati. Uno dei primi film spaziali era Mylar, un film di poliestere solitamente rivestito con un sottile strato di metallo, come l'alluminio. Mylar è stato utilizzato per costruire la serie di satelliti Echo ed è ancora utilizzato oggi in palloni ad alta quota e altre applicazioni spaziali. Il Kapton®, un poliimmide, è stato un materiale per membrane comunemente usato per le recenti applicazioni spaziali e più recentemente sono stati sviluppati ulteriori derivati del poliimmide.

Un esempio di applicazioni spaziali di tali materiali è il loro uso come la schermatura termica del telescopio spaziale James Webb (Figure 0-a). Questa missione prevede un telescopio che opera nel vicino infrarosso, posizionato nel punto lagrangiano L2, la cui strumentazione richiede temperature operative molto basse. Per raffreddare passivamente il telescopio a meno di 60 K, nell'architettura del Webb è incluso uno scudo termico molto grande composto da più strati di membrane isolanti.

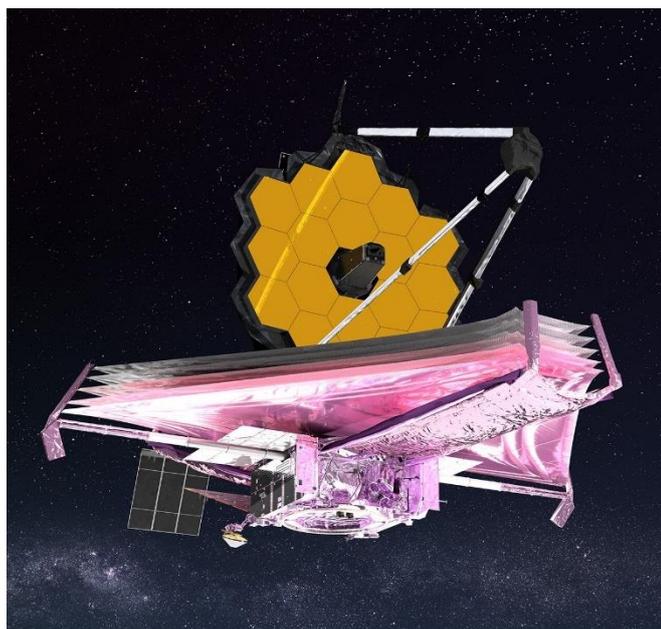


Figure 0-a: Telescopio Spaziale James Webb (2)

Alcuni dei requisiti più esigenti per i materiali sono imposti dalle vele solari. Il concetto classico di una vela è un leggero foglio di plastica spesso solo pochi micron, metallizzato su un lato per ottenere la riflettività richiesta. Il foglio deve essere forte, resistente agli strappi e sopravvivere per anni all'ambiente spaziale.

1. Vele Solari

In questo primo capitolo sarà introdotto il concetto della vela solare, cioè la fisica su cui si basa il suo funzionamento, la loro struttura e i materiali di cui sono fatte partendo da un piccolo accenno storico.

Nel XVII secolo Keplero osservando la coda delle comete si accorse che le loro code si propagavano nella direzione opposta alla posizione del Sole comprese che la radiazione solare si portava con sé una forma di pressione, cioè che la radiazione solare potesse esercitare una forza sugli oggetti celesti sotto forma di pressione (5). Negli anni 60 del XIX secolo Maxwell, attraverso la sua teoria dell'elettromagnetismo affermò che un campo elettromagnetico non trasporta la sola energia ma anche quantità di moto, che trasmette una forza. Quindi la pressione solare, o pressione di radiazione, è una forza media per unità di superficie di aree incidenti e riflettenti perpendicolari alla radiazione.

Le vele solari sono un sistema propulsivo che si basa sullo sfruttamento della sola pressione solare al fine della propulsione primaria della missione. Tale sistema concettualmente è costituito da una o più membrane riflettenti, ancorate ad una struttura di supporto, capaci di sopportare la radiazione solare per fornire una spinta propulsiva allo spacecraft senza la necessità di un impiego di combustibile ma con il solo scambio di quantità di moto. I convenzionali sistemi propulsivi prevedono una variazione di quantità di moto dello spacecraft attraverso il "sacrificio" di un propellente mentendo globalmente la quantità di moto costante del sistema (spacecraft e gas espulso), quindi ottenendo una variazione di massa della sonda direttamente collegata all'apparato propulsivo come effetto "collaterale". Ciò comporta a progettare missioni con della massa che verrà persa nel corso del suo svolgimento e, di conseguenza, riducendo il carico di payload. L'impiego di vele solari, invece, eviterebbe di portarsi appresso una massa sacrificale siccome è un sistema propulsivo unico dato che non hanno effetto sulla variazione di massa della sonda.

Tra i primi sostenitori della tecnologia delle vele solari vi sono Kostantin Tsiolkovsky e Friedrich Tsader che ipotizzarono che fosse possibile raggiungere velocità cosmiche tramite l'ausilio della pressione solare, attraverso l'uso di apposite vele. Degne di menzione sono le missioni Mariner 10 (1973-1975) e Messenger (2004-2014) tra le prime che utilizzarono la propulsione del vento solare sui loro pannelli solari come sistema propulsivo secondario per l'esplorazione del sistema solare interno. La prima e vera missione che vede l'uso di vele solari è la missione "Interplanetary Kite-craft Accelerated by Radiation Of the Sun" (abbreviata in "IKAROS") dell'Agenzia Spaziale Giapponese "JAXA" lanciata nel maggio 2010.

Prima di proseguire è necessario sottolineare l'esistenza di un parametro di progetto fondamentale per le vele solari, cioè la sua accelerazione caratteristica (1) che è definita come l'accelerazione della pressione di radiazione solare che colpisce la vela orientata con la normale della sua superficie sulla direzione del vento solare in un'orbita eliocentrica a 1 AU. Tale parametro a_0 è funzione dell'efficienza della vela η solare e della massa del payload.

$$a_0 = \frac{2 \eta p}{m/A} \quad (1.0.1)$$

Dove con p è la pressione solare, m è la massa dello spacecraft e A è la superficie della vela. È possibile scomporre la massa dello spacecraft in due parti: m_s la massa strutturale e m_p la massa payload.

$$a_0 = \frac{2 \eta p}{m_s + m_p} A \quad (1.0.2)$$

1.1 La Pressione Solare

Quando si muovono, i fotoni hanno proprietà di massa e quantità di moto, e ne consegue che la radiazione solare provoca forze di pressione sugli oggetti (3). All'interno dell'atmosfera terrestre, la forza causata dalla radiazione solare è trascurabile rispetto alla pressione del vento, tuttavia nel "vuoto" dello spazio, la pressione solare può essere influente. I veicoli spaziali interplanetari devono tenere conto della pressione solare per navigare correttamente, ad esempio un veicolo in viaggio verso Marte sarebbe fuori rotta di diverse migliaia di chilometri se non venisse considerata.

La pressione della radiazione solare varia con l'inverso del quadrato della distanza dal Sole e può essere calcolata direttamente come segue:

$$p = p_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \quad (1.1.1)$$

Dove con $p_0 = 5 * 10^{-6} Pa$ è la pressione della radiazione solare ad una Unità Astronomica ($1 AU = 149\,597\,870\,707 \text{ m} \cong 149.6 * 10^6 \text{ km}$), $r_0 = 1 AU$ e r è il raggio dell'orbita eliocentrica dove desideriamo posizionarci in AU. Sebbene l'entità della pressione solare sia molto piccola, è inesauribile ed è applicata costantemente senza alcuna forza di resistenza viscosa.

La superficie di una vela solare dovrebbe essere la più ampia possibile per massimizzare la forza di pressione totale (quindi la spinta) mentre la sua massa dovrebbe essere ridotta al minimo per massimizzare l'accelerazione. Pertanto, la tendenza nel design delle vele solari è di aumentare le dimensioni della membrana e diminuire gli spessori.

1.1.1 La Radiazione Solare

Secondo la Teoria della Relatività Generale di Einstein (5) la massa di un oggetto è la misura del suo contenuto di energia. Una versione estesa dell'equivalenza massa-energia di Einstein può essere formulata come segue:

$$E^2 = (m_0 c^2)^2 + (pc)^2 \quad (1.1.2)$$

Dove E è l'energia totale o relativistica, m_0 è la massa a riposo dell'oggetto, p è la quantità di moto e c è la velocità della luce. È deducibile dall'equazione (1.1.2) che per un fotone, che non ha una massa a riposo, la sua energia può essere trasportata dalla sola quantità di moto che viene trasmessa a un oggetto quando lo colpisce, captabile da un sensore sopra l'oggetto come pressione. La magnitudine di questa pressione è chiamata pressione di radiazione solare (SRP). L'equazione (1.1.2) può essere riscritta come:

$$\frac{d}{dt}(E^2) = 2 \frac{d}{dt}(pc) = 2c \frac{dp}{dt} = 2cf \quad (1.1.3)$$

Dove f è la magnitudine della forza risultante dal trasferimento della quantità di moto. Assumendo che il trasferimento avviene su una superficie A , l'equazione (1.1.3), nel suo lato più sinistro, diventa:

$$\frac{d}{dt}(E^2) = 2WA \quad (1.1.4)$$

Dove W è il flusso radiativo, la quantità di potenza radiata su una data superficie. Si può quindi arrivare a scrivere congiungendo l'equazione (1.1.3) e l'equazione (1.1.4):

$$SRP \text{ o } P = \frac{W}{c} = \frac{f}{A} \quad (1.1.5)$$

Altro fattore da aggiungere alla dimostrazione matematica è la distanza dalla fonte della radiazione (il Sole). Se si è sufficientemente distanti dalla stella la radiazione solare può essere considerata originata da una sorgente puntiforme e i suoi raggi luminosi possono essere considerati paralleli in prossimità alla superficie di interesse. Il flusso radiativo, quindi, può essere espresso come segue:

$$W(r) = \frac{L_{\odot}}{4\pi r^2} \quad (1.1.6)$$

Dove $L_{\odot} = 3.84 * 10^{26} W$ è la potenza di radiazione del Sole e r è il raggio dell'orbita. Solitamente si opera con flussi riferiti all'orbita terrestre (riferendosi al raggio dell'orbita medio r_{\oplus}), per cui l'equazione (1.1.6) si riscrive come:

$$W(r) = W(r_{\oplus}) \left(\frac{r_{\oplus}}{r}\right)^2 \quad (1.1.7)$$

La massima pressione di radiazione solare su una superficie a distanza r dal Sole è determinata dal SPR e da come i fotoni sono riflessi nell'orientamento e dalle proprietà riflettenti della superficie stessa. Assumendo che tutti i fotoni siano riflessi all'indietro verso il sole, la massima pressione solare risulta essere:

$$p_{max}(r) = 2 P(r) = 2 \frac{W(r)}{c} = 2 \frac{W(r_{\oplus})}{c} \left(\frac{r_{\oplus}}{r}\right)^2 \quad (1.1.8)$$

1.1.2 Interazione Fotone-Vela

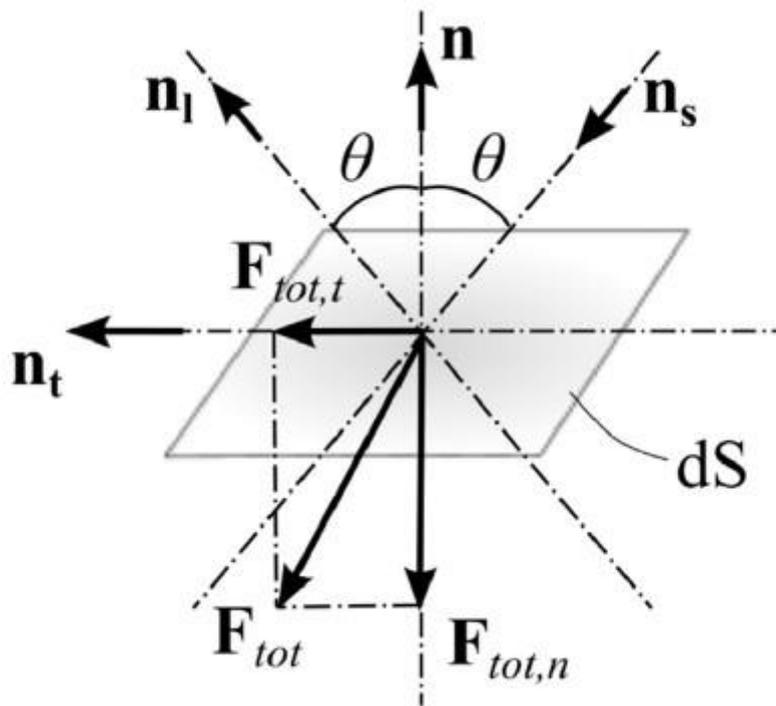


Figure 1.1.2-a: Componenti della Forza della SRP (2)

Quando un fotone (2) colpisce la superficie di una vela c'è una certa probabilità che possa essere trasmesso (τ) o assorbito (α) o riflesso (ρ). Considerando una radiazione solare avente versore della sua direzione \mathbf{n}_s che colpisce con una inclinazione θ un elemento di superficie infinitesimo della vela dS con normale \mathbf{n} (Figure 1.1.2-a), la forza totale agente sull'elemento di superficie può essere scritta come la somma di ogni

contributo. I fotoni trasmessi non esercitano alcuna forza su dS , per cui si può operare una prima semplificazione.

$$\mathbf{F}_{tot} = \alpha \mathbf{F}_\alpha + \rho \mathbf{F}_\rho = \mathbf{F}_{tot.n} + \mathbf{F}_{tot,t} \quad (1.1.9)$$

I fotoni assorbiti generano una forza in direzione della radiazione incidente:

$$\mathbf{f}_\alpha = \frac{dp}{dt} \mathbf{n}_s = \frac{1}{c} \frac{dE}{dt} \mathbf{n}_s = \frac{W}{c} \cos \theta \, dS \, \mathbf{n}_s \quad (1.1.10)$$

Per quanto riguarda la radiazione emessa, essa è legata alla radiazione assorbita. Assumendo che la vela sia in equilibrio termico e che la temperatura sia uniforme sull'elemento infinitesimo di superficie dS , la temperatura d'equilibrio T_{eq} può essere calcolata dalla conservazione dell'energia:

$$\epsilon \sigma T_{eq}^4 = W \cos \theta T_{eq} = \sqrt[4]{\frac{\alpha W \cos \theta}{\sigma(\epsilon_b + \epsilon_f)}} \quad (1.1.11)$$

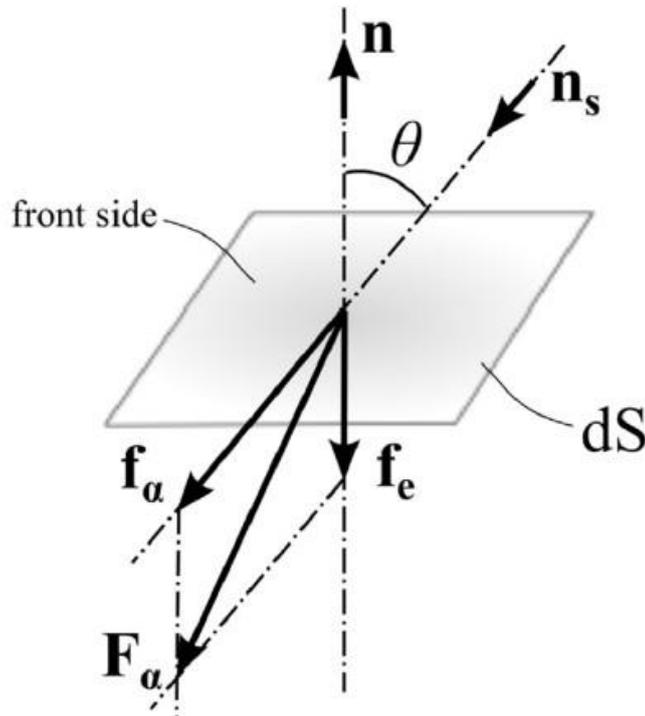


Figure 1.1.2-b: Forza della SRP dovuta all'assorbimento e all'emissione (2)

Dove ϵ è l'emissività frontale (f) e posteriore (b) e σ è la costante di Stefan-Boltzmann. La forza risultante dell'emissione è così data:

$$\mathbf{f}_e = \frac{\sigma T^4}{c} (\epsilon_b B_b - \epsilon_f B_f) dS \mathbf{n} = \frac{\epsilon_b B_b - \epsilon_f B_f}{\epsilon_f + \epsilon_b} \frac{W}{c} \cos \theta dS \mathbf{n} \quad (1.1.12)$$

Dove B è il coefficiente di Lambertian. L'effetto dell'assorbimento e dell'emissione dei fotoni produce una forza complessiva che è la somma della equazione (1.1.10) e dell'equazione (1.1.12):

$$\mathbf{F}_\alpha = \frac{W}{c} \left(\mathbf{n}_s + \frac{\epsilon_b B_b - \epsilon_f B_f}{\epsilon_f + \epsilon_b} \mathbf{n} \right) \cos \theta dS \quad (1.1.13)$$

Per quanto riguarda la radiazione riflessa, essa può essere assunta come somma di due contributi: riflessione speculare e riflessione diffusa.

$$\rho \mathbf{F}_\rho = \rho_d \mathbf{F}_d + \rho_s \mathbf{F}_s \quad (1.1.14)$$

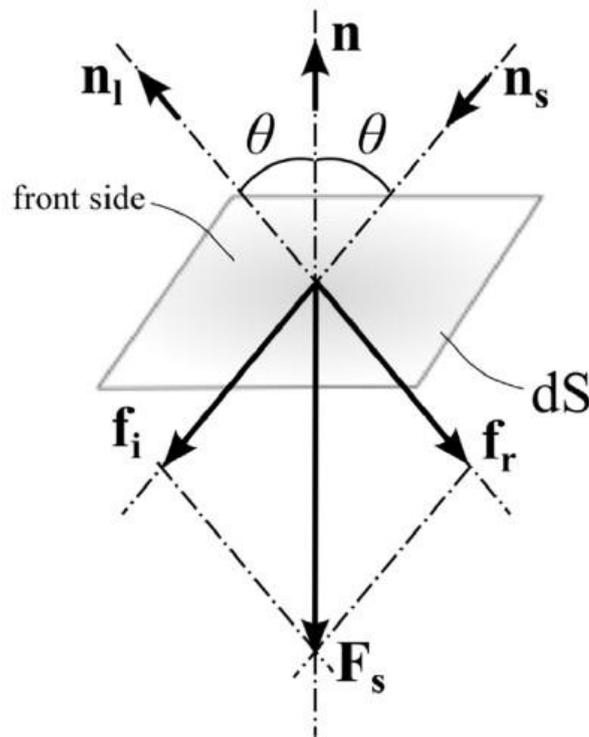


Figure 1.1.2-c: Forza della SRP dovuta alla riflessione speculare (2)

La riflessione speculare è dovuta alla “lucentezza” del corpo. Specchi e polveri metalliche sono i principali responsabili al contributo di questa forza. La luce riflessa ha un angolo di riflessione pari a θ e sia \mathbf{n}_1 il versore della nuova direzione della luce una volta riflessa. Il contributo alla forza di riflessione dovuta alla riflessione speculare è dato dalla somma di due forze mostrate in Figure 1.1.2-c:

$$\mathbf{F}_s = \mathbf{f}_i + \mathbf{f}_r = -2 \frac{W}{c} \cos^2 \theta dS \mathbf{n} \quad (1.1.15)$$

La radiazione diffusa è la parte di radiazione riflessa che viene sparpagliata in tutte le direzioni ed è esprimibile come segue:

$$\mathbf{F}_d = \frac{W \cos \theta}{c} (\mathbf{n}_s - B_f \mathbf{n}) dS \quad (1.1.16)$$

Unendo l'equazione (1.1.13), l'equazione (1.1.15) e l'equazione (1.1.16) si può ottenere la forza totale dell'interazione fotone-vela:

$$\mathbf{F}_{tot} = \frac{W}{c} \left[\alpha \left(\mathbf{n}_s + \frac{\epsilon_b B_b - \epsilon_f B_f}{\epsilon_f + \epsilon_b} \mathbf{n} \right) \cos \theta - 2\rho_s \cos^2 \theta \mathbf{n} + \rho_d \cos \theta (\mathbf{n}_s - B_f \mathbf{n}) \right] dS \quad (1.1.17)$$

In termini di SRP:

$$\mathbf{F}_{tot} = -P(\mathbf{n}_s \cdot \mathbf{n}) \left[\alpha \left(\mathbf{n}_s + \frac{\epsilon_b B_b - \epsilon_f B_f}{\epsilon_f + \epsilon_b} \mathbf{n} \right) + 2\rho_s (\mathbf{n}_s \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} + \rho_d (\mathbf{n}_s - B_f \mathbf{n}) \right] dS \quad (1.1.18)$$

Come si può notare dalla formula, la forza della pressione solare ha due componenti: una normale (\mathbf{n}) e una tangenziale (\mathbf{n}_t) alla superficie e sono rispettivamente:

$$\mathbf{F}_{tot,n} = -P(\mathbf{n}_s \cdot \mathbf{n}) \left[(\alpha + \rho_d + 2\rho_s) \mathbf{n}_s \cdot \mathbf{n} + \alpha \frac{\epsilon_b B_b - \epsilon_f B_f}{\epsilon_f + \epsilon_b} \mathbf{n} - \rho_d B_f \mathbf{n} \right] dS \cdot \mathbf{n} \quad (1.1.19)$$

$$\mathbf{F}_{tot,t} = -\alpha P(\mathbf{n}_s \cdot \mathbf{n}) (\mathbf{n}_s \cdot \mathbf{n}_t) dS \cdot \mathbf{n}_t \quad (1.1.20)$$

1.2 Tipologie di Vele Solari e il loro Dispiegamento

Le vele solari (1) (2) sono classificate in base alla loro forma e alla tipologia della loro struttura di supporto. Quelle vele che necessitano di una struttura di supporto per mantenersi dispiegate sono comunemente definite “vele rigide”, se non ne hanno necessità sono chiamate invece “vele non rigide”.

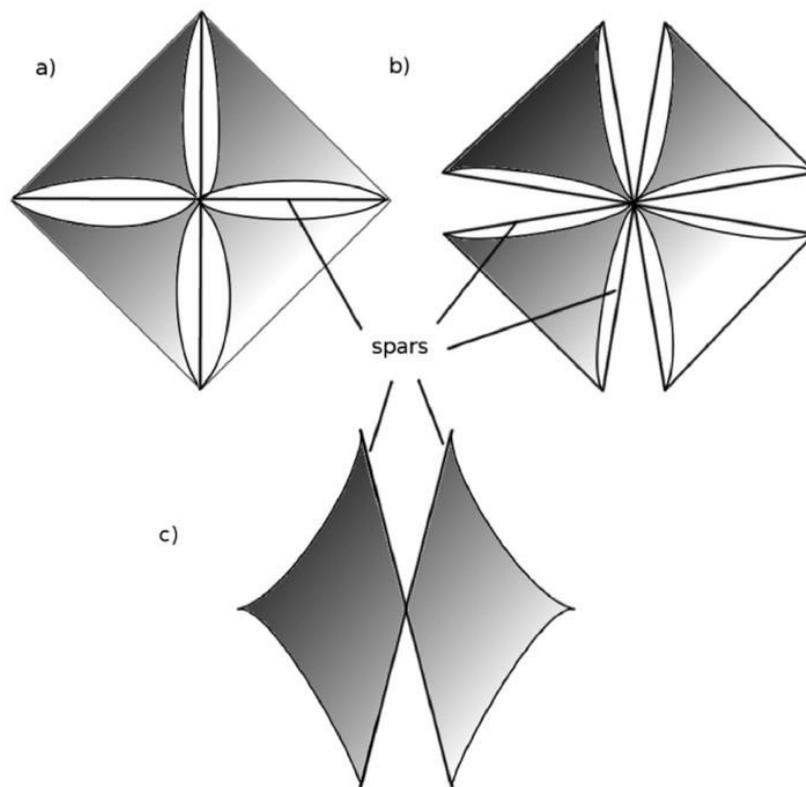


Figure 1.2-a: Vele rigide (a) clipper, (b) quadrata e (c) a farfalla (5)

Tipiche vele rigide sono progettate comunemente con configurazione clipper, quadrata o a farfalle (Figure 1.2-a) e vengono mantenute nella loro posizione dispiegata vincolando le loro estremità a delle aste.

La configurazione clipper prevede l'uso di solo quattro aste o spars/booms, ma è richiesto un sartame complesso per evitare la deformazione dell'asta stessa.

La configurazione quadrata ha la necessità di due aste per quarto di vela, incrementando la massa complessiva dello spacecraft; tuttavia, offre una migliore capacità di controllo del veicolo permettendo di ruotare indipendentemente i quattro quarti.

La configurazione a farfalla è una variante particolare che può ridurre il peso degli elementi strutturali, ma si ha una riduzione complessiva della spinta per una riduzione di superficie disponibile quando comparata con una configurazione precedente a parità di ingombro.

Per quanto riguarda le vele non rigide, la struttura è montata su uno spacecraft dotato di meccanismi di spin. Infatti, le vele sono tenute dispiegate tramite la forza centrifuga generata dal moto rotatorio. Per tale motivazione le vele non rigide sono anche chiamate spin-sail. In letteratura due tipologie di vele ricadono sotto questa categoria: a disco e heliogyro.

La vela a disco (Figure 1.2-b) consiste in un hub centrale circondato da una membrana (non necessariamente la membrana deve avere una forma circolare) dotato di velocità di spin. Un esempio di questa tipologia è presente nella missione IKAROS.

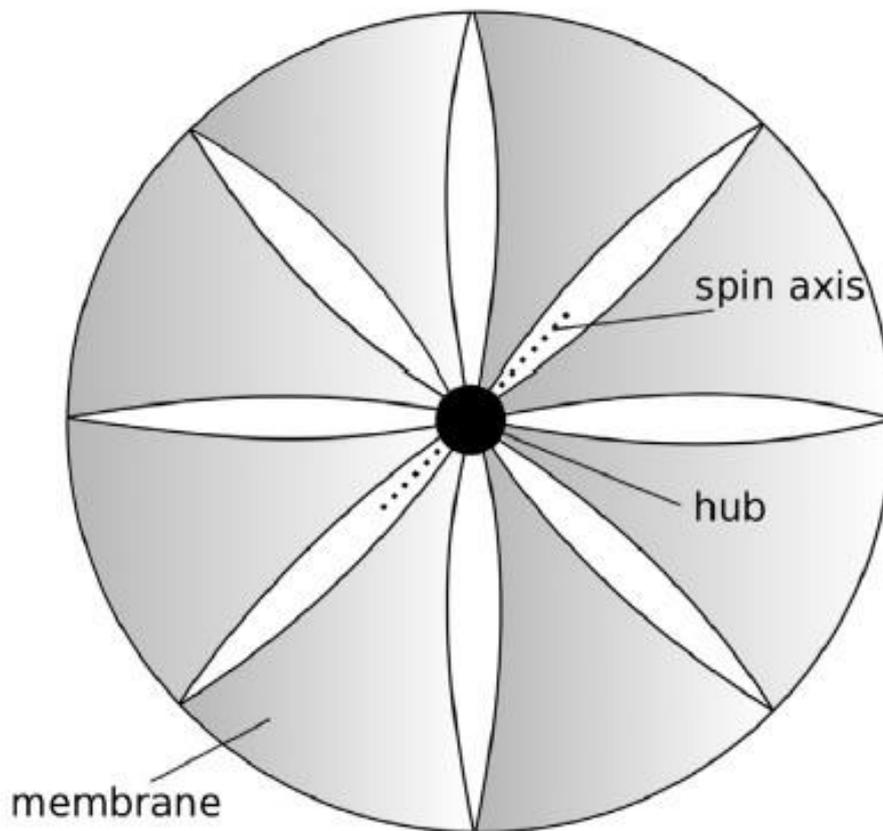


Figure 1.2-b: vela a disco (5)

La vela heliogyro è di aspetto molto simile a un rotore di un elicottero (Figure 1.2-c): un Hub centrale circondato da bracci terminanti in vele a forma di strisce. Particolarità di questa configurazione è la possibilità di ruotare ogni singola vela attorno al suo asse longitudinale permettendo al veicolo di controllare il suo assetto direttamente con la pressione solare.

Una delle problematiche e delle sfide principali delle vele solari (1) è come stivare nel minore spazio possibile la membrana e le sue strutture di supporto per la fase di lancio per poi schierarle in orbita. La scelta dei meccanismi di dispiegamento dipende dalla tipologia delle vele (se sono rigide o con spin), inoltre va anche valutato nello studio dello schema di imballaggio il miglior modo di piega possibile della membrana affinché non vi sia intrappolata dell'aria. Il dispiegamento deve avvenire in maniera controllata, stabile, e insensibile alle imperfezioni e alle piccole perturbazioni, inoltre, preferibilmente, che ciò avvenga in maniera passiva.

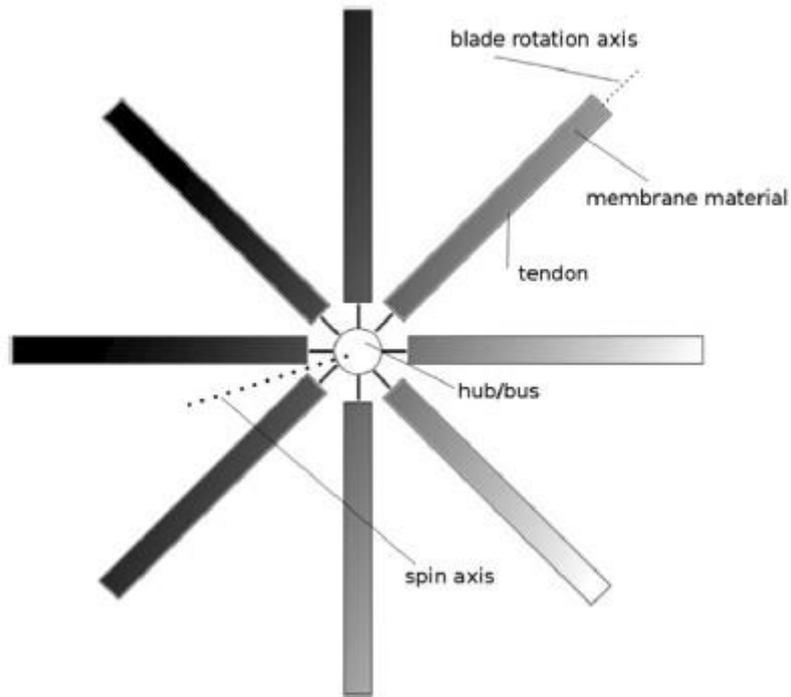


Figure 1.2-c: vela Heliogyro (5)

Va sottolineato che durante il dispiegamento avvengono delle trasformazioni di configurazione estreme, da un volume molto compatto a un'ampia superficie di "cattura". Indipendentemente dal sistema di stabilizzazione delle vele è necessaria una coppia di spinning iniziale e che può essere contrastato in vari modi con delle masse di equilibrio. Essendo che l'inerzia della vela cambia durante tutta la sua operazione di dispiegamento, le forze e i momenti applicati devono essere studiati in modo da mantenere una stabilità del dispiegamento senza che ci sia la possibilità di alcun tipo di interferenza. Un modo efficiente di procedere è suddividere l'apertura della vela in fasi o stage in modo che alla fine di ognuna delle fasi il sistema sia stabile evitando così le instabilità. Siccome sulla superficie è difficile se non impossibile testare il dispiegamento, è imperativo che la dinamica di dispiegamento e le manovre di bordo siano state comprese e studiate via simulazioni in modo da prevederne i comportamenti.

1.3 Tipologie delle Aste delle Vele

Le aste delle vele sono per necessità supporti dispiegabili dato che la vela ha una dimensione tale da non poter essere lanciata in orbita senza un impacchettamento idoneo a ridurre lo spazio occupato e i supporti dispiegabili sono i componenti principali per supportare i carichi espandibili nei satelliti, come le vele solari (4) (5). Tradizionalmente, la progettazione di un supporto dispiegabile nello spazio comporta la progettazione di un complesso meccanismo e un conseguente peso elevato poiché i materiali impiegati sono per lo più metalli. Ne esistono un gran numero di tipologie, ma principalmente si tratta di aste (spair/booms) telescopiche.

Questi boom sono relativamente complessi, pesanti e spesso richiedono motori per il dispiegamento, che aumenta il numero di potenziali punti di guasto nello spacecraft. Una soluzione per ridurre il peso e l'ingombro è rappresentata booms a energia di deformazione come i tape springs.

All'interno di un veicolo di lancio, il satellite o il carico utile deve essere compatto e leggero, ma quando raggiunge lo spazio dovrebbe essere delle dimensioni idonee per svolgere la missione. Quindi, durante il lancio questi booms sono impacchettati grazie ad un meccanismo e una volta in orbita, l'energia di deformazione rilasciata dalla molla guida il dispiegamento del boom (con o senza sistema di controllo) che raggiunge una configurazione praticamente non sollecitata. Pertanto, con un minor numero di meccanismi ausiliari richiesti, i booms richiedono meno spazio rispetto a soluzioni più complesse.

Si possono considerare due categorie principali di booms dispiegabili: booms pieghevoli e booms avvolgibili. In particolare, gli avvolgibili si distinguono dagli altri perché possono essere appiattiti e strettamente avvolti attorno a un hub centralizzato. Ciò consente uno schema di imballaggio molto efficiente, ideale per le applicazioni spaziali. Verranno qui di seguito presentati vari tipi di aste avvolgibili.

1.3.1 Tape springs

I tape springs (letteralmente molle a nastro) sono le più semplici dei booms avvolgibili e ciò li ha resi i più adatti per essere spesso usati in missioni Cubeat (5) (6). Questo tipo di boom è una striscia di materiale a parete sottile con sezione curva, stabile in posizione dispiegata e avente la necessità di un sistema di bloccaggio in posizione imballata. Storicamente in metallo, in rame al berillio o in acciaio ad alta resistenza, sono stati utilizzati per molti anni come componenti di strutture per veicoli spaziali dispiegabili, ma l'attuale tendenza verso strutture dispiegabili più semplici, leggere, meno costose e più affidabili sta spingendo verso l'uso di tape springs in plastica rinforzata con fibra di carbonio (CFRP), che potenzialmente offriranno prestazioni più alte con una massa ridotta e basso coefficiente di dilatazione termica, nonché una più omogenea integrazione strutturale con le altre parti della una struttura. Tuttavia, le tape springs hanno una bassa rigidità torsionale e, nella maggior parte dei casi, non hanno la stessa rigidità flessionale in entrambe le direzioni di flessione.

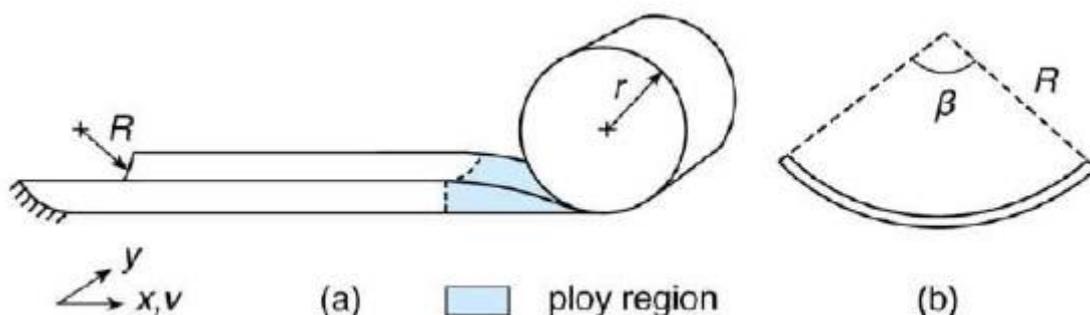


Figure 1.3.1-a: schema di tape springs; a) dispiegato; b) sezione trasversale (6)

Come mostrato in Figure 1.3.1-a, la geometria della struttura a spirale è caratterizzata dal raggio di avvolgimento r , mentre la configurazione estesa ha raggio trasversale R , sottende un angolo β , e ha una lunghezza totale di L . La transizione tra le regioni arrotolate e non arrotolate della molla a nastro è chiamata “ploy region”, che non ha alcun effetto significativo sul dispiegamento.



Figure 1.3.1-b: Tape Springs (6)

Una variante sono le bi-stable tape springs (letteralmente molle a nastro bistabile) sono booms avvolgibili a nastro in plastica rinforzata con fibra di carbonio, stabili sia nella versione estesa che nella configurazione arrotolata. Il vantaggio principale dell'utilizzo di questa soluzione è la sicurezza fornita dalla stabilità dello stato a spirale, poiché il boom non può dispiegarsi da solo. D'altra parte, è necessario fornire dell'energia per cambiare lo stato di equilibrio e passare dalla posizione avvolta a quella dispiegata. Questa energia può essere fornita semplicemente da motori o da azionamenti più innovativi basati sulla memoria di forma (quest'ultimo fornisce una bassa forza di azionamento del meccanismo).

1.3.2 Storable Extendible Tubular Member (STEM) booms

Una variante di un tape springs è lo Storable Tubular Extendible Member (STEM), inventato in Canada negli anni '60 da Rimrott, che ha operato con successo su vari veicoli spaziali, come sulle sonde spaziali Voyager, sul telescopio spaziale Hubble e il rover Mars Pathfinder (5).

Lo STEM è un guscio cilindrico a parete sottile che può essere collassato elasticamente e avvolto attorno a un tamburo che può tornare alla sua forma originaria durante il dispiegamento tramite un motore di controllo. La differenza principale con i tape springs è che la lunghezza dell'arco della sezione trasversale cilindrica supera i 2π rad. L'aumento della lunghezza dell'arco si traduce in una maggiore rigidità assiale e flessionale, ma la rigidità torsionale è ancora bassa a causa della sezione trasversale aperta. I booms STEM sono in grado di esercitare una forza sufficiente da poter essere utili anche come struttura di dispiegamento per altri booms. Questa tipologia di booms richiede durante il dispiegamento (che è guidato dal rilascio dell'energia di deformazione immagazzinata nello stato avvolta) un controllo accurato in quanto il boom accelera e si arresta improvvisamente quando il dispiegamento è ultimato e ciò causa fenomeni altamente dinamici.

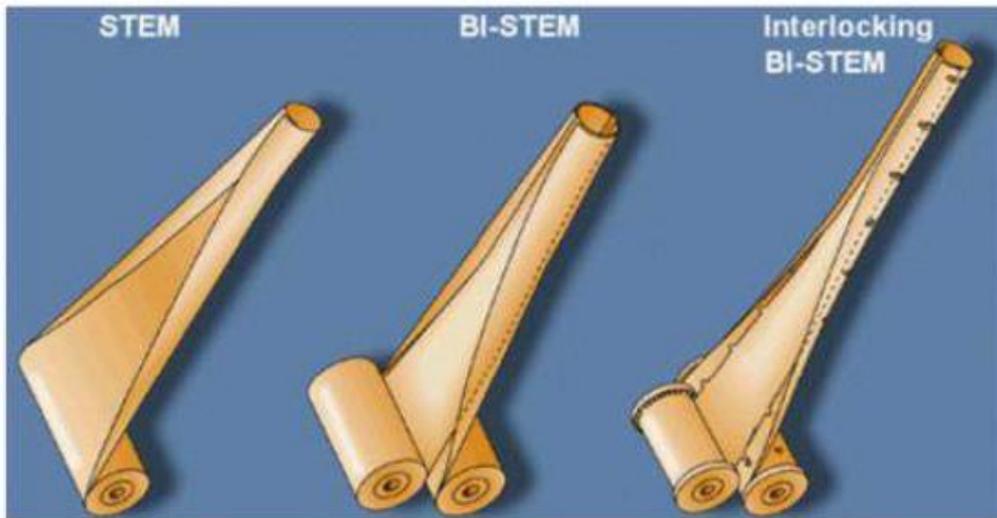


Figure 1.3.2-a: illustrazione delle varie tipologie di SEM (5)

Una possibile alternativa di questa tipologia di booms è il Bi-STEM: sono formati da due STEM sovrapposti che conferisce al boom una maggiore rigidità torsionale rispetto a un STEM standard. L'Interlocking Bi-STEM è un'ulteriore variazione in cui i due STEM che costituiscono il boom sono accoppiati insieme tramite dei sistemi di accoppiamento.

1.3.3 Collapsible Tube Mast (CTM) Booms

Il CTM è un boom originariamente realizzato in una lega di rame berillio che può essere laminato e dispiegato da un contenitore (5). È costituito da due sottili gusci flessibili di forma biconvessa incollati ai loro bordi. Il boom può essere appiattito e arrotolato su un mozzo cilindrico che consente di stivare montanti molto lunghi in un volume molto ridotto.



Figure 1.3.3-a: fotografia di un CTM (5)

Un esempio di applicazione del CTM è avvenuto durante le missioni Viking su Marte dove furono impiegati come bracci meccanici per la raccolta di campioni sui lander.

Una variante di questi booms sono i Bi-CTM, cioè CTM bistabili. Analogamente ai bi-stable tape springs, il Bi-CTM ha uno stato stabile durante il suo imballaggio, oltre allo stato rigido dispiegato. Ciò comporta avere un componente non sottoposto a sollecitazioni elevate quando è avvolto. Questa caratteristica semplifica lo stivaggio e consente un'estensione più controllabile, riducendo le dimensioni, la massa e complessità del sistema dei meccanismi del sistema.

Rispetto alla maggior parte dei booms a guscio sottile dispiegabili, che hanno al massimo una sezione semiaperta o aperta, questa soluzione è a sezione trasversale chiusa ed è più rigida, pur mantenendo la natura arrotolabile ed è in grado di superare sia le limitazioni legate all'instabilità a flessione che a torsione.

1.3.4 Triangular Rollable and Collapsible (TRAC) Booms

Una tipologia di booms avvolgibili è il “Boom Triangolare Arrotolabile e Pieghevole” (TRAC) di Murphey e Banik e sviluppato dall'Air Force Research Laboratory (5). La sezione trasversale del braccio TRAC è costituita da due archi circolari (tape springs) fissati lungo un bordo, che formano due flange curve e un'anima piatta (Figure 1.3.4-a). Questa tipologia di boom hanno una maggiore dimensione dell'imballo rispetto alle altre strutture di aste dispiegabili, ma presentano un peso minore e una capacità di auto-dispiegamento. Generalmente realizzati in lega metallica, sono sensibili ai gradienti termici, causando grandi deflessioni della punta quando una flangia è rivolta verso la sorgente termica, con l'altra all'ombra.

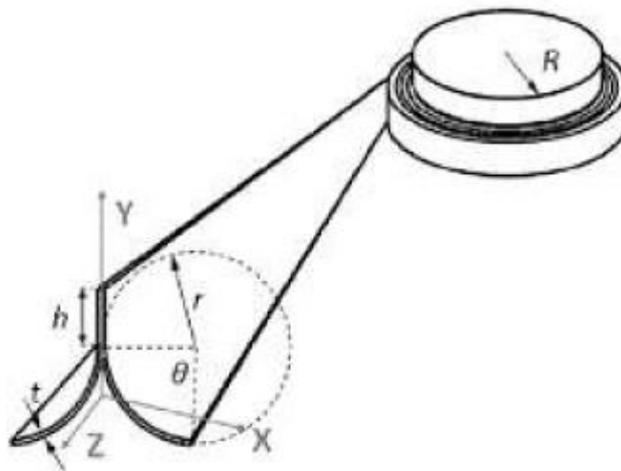


Figure 1.3.4-a: illustrazione di un TRAC con le sue dimensioni geometriche principali della sezione trasversale (5)

1.3.5 Struttura a Traliccio (Truss Booms)

La struttura a traliccio fornisce una maggiore resistenza e rigidità rispetto ai booms tubolari. Tuttavia, questi sistemi sono di dimensioni molto più grandi e in genere richiedono un contenitore per l'imballaggio eccessivamente grande non adatti quando si lavora su piccoli satelliti. Tuttavia, questi tralicci hanno dimostrato di essere altamente affidabili ed efficienti per molte missioni spaziali negli ultimi decenni e ne sono stati costruiti di diverse tipologie.

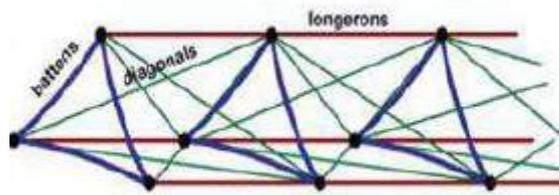


Figure 1.3.5-a: schema di un boom a traliccio (5)

Le strutture CoilABLE sono dotate di longheroni continui in fibra di carbonio che possono essere arrotolati elasticamente per lo stivaggio. Per il dispiegamento ci sono due possibilità: un contenitore di stivaggio motorizzato che consente di dispiegamento senza rotazione della punta del traliccio; oppure contenitore motorizzato che si trova sulla punta che ruoterà durante spiegamento. Il contenitore garantisce che almeno un segmento del montante completamente dispiegato sia fissato al veicolo spaziale in modo che la trasmissione della forza sia data anche all'inizio della fase di dispiegamento. La lunghezza di stivaggio per la struttura CoilABLE è compresa tra lo 0,5% e il 2% della lunghezza dispiegata, ma è necessario prendere in considerazione l'ingombro non trascurabile del contenitore di stivaggio. I CoilABLE sono stati sviluppati per un elevato rapporto tra rigidità alla flessione e peso.

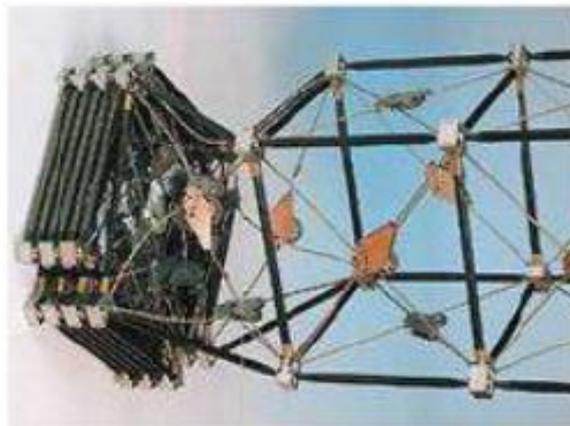


Figure 1.3.5-b: traliccio ADAM (5)

L'albero articolato dispiegabile (Able Deployable Articulated Mast - ADAM) e il traliccio quadrato articolato pieghevole (Folding Articulated Square Truss - FAST) hanno una resistenza e rigidità molto più elevate rispetto al braccio CoilABLE. Tuttavia, la maggiore rigidità deriva da diametri maggiori e componenti più rigidi che si traducono in un peso superiore.

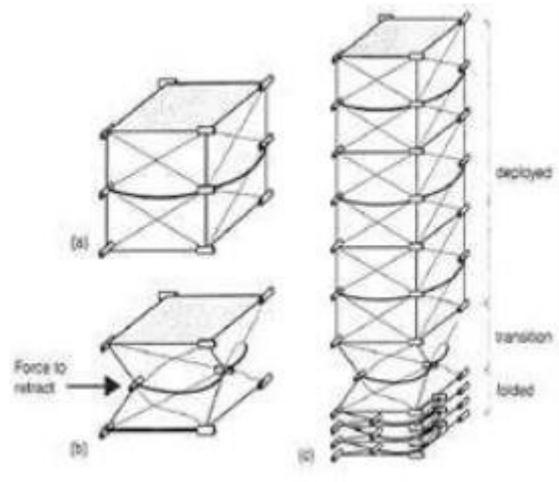


Figure 1.3.5-c: traliccio FAST (5)

1.4 Materiali per Vele Solari

Quando si parla di materiali per le vele solari si parla di un argomento ancora in studio (6) e sono un elemento cruciale (1) per il successo di una missione che sfrutta questo sistema propulsivo. La scelta di un materiale per l'uso come film di una vela condiziona i parametri di performance della vela che sono un set di proprietà fisiche, ottiche ed elettriche dettate dall'ambiente spaziale. Infatti nello spazio vanno considerati gli effetti che le particelle cariche elettricamente, l'impatto di meteoroidi e l'effetto dell'intensità del Sole hanno sul materiale. La maggior fonte di particelle cariche sono il vento solare, i fenomeni di flare, la radiazione di fondo e le fasce di Van Hallen. È importante che il livello di esposizione alla radiazione sia al di sotto della soglia di danneggiamento del materiale ed è possibile utilizzare un rivestimento metallico per alti livelli di particelle cariche.

Per quanto riguarda gli impatti esiste un modello, supportato da un numero molto limitato di misurazioni in bassa orbita terrestre. Un tipico modello è un flusso caratterizzato da una direzione e una distribuzione di velocità che permette di calcolare il flusso come distribuzione di particelle di una massa d'impatto per metro quadrato per tutta la durata della missione. In dipendenza dalla missione ci si può aspettare un danneggiamento che va da una ridotta degradazione superficiale e penetrazione del rivestimento protettivo, senza alcun significativo danneggiamento attraverso lo spessore, ad una perforazione di tutta la membrana. Generalmente, un meteoroido ha mediamente una densità di 0.5 g/cm^3 , con una velocità media all'impatto di 32.6 km/s . La vela, inoltre, è esposta alla radiazione elettromagnetica del sole (inversamente proporzionale al quadrato della distanza) che a 1 AU ha un fattore di intensità di $1.98 \text{ cal}/(\text{cm}^2 * \text{min})$.

La vicinanza al sole è uno dei fattori chiave delle performance della vela, siccome la pressione dei fotoni sulla vela è inversamente proporzionale al quadrato della distanza con la stella e ciò porta a scegliere di utilizzare la vela quanto più vicino possibile per raggiungere la massima spinta e velocità possibile prima di iniziare il viaggio, nell'ottica di una missione interstellare, verso l'esterno del sistema solare. Per sopravvivere in un'orbita che si avvicina molto al Sole il materiale deve essere capace di essere stabile termicamente al range di temperature che incontrerà, deve avere una alta resistenza agli UV e alla radiazione e deve avere delle proprietà meccaniche buone adatte a sopportare gli impatti ed elettriche per resistere alle scariche elettrostatiche.

Per massimizzare la spinta impartita dai fotoni allo spacecraft, il lato della membrana rivolto verso il sole deve avere un'alta riflessione ed essere in grado di resistere alla degradazione dell'ambiente spaziale. Il lato "in ombra" invece, deve possedere un'alta emissibilità termica, essere capace di dissipare le cariche elettrostatiche e provvedere a proteggere il film della membrana. In particolare, quando lo spessore del film è molto sottile, esso diventa molto suscettibile alla degradazione causata dalle particelle cariche e dalla radiazione ed è necessario un rivestimento con un'adeguata densità affinché sia data un'adeguata protezione.

In letteratura i principali materiali impiegati per le vele solari sono il Mylar e il Kapton (1) (2) (3). Il Mylar è uno dei nomi commerciali del Polietilene tereftalato o meglio conosciuto come PET (1) (8) ed è un materiale termoplastico con una temperatura di transizione vetrosa di 74°C e di fusione cristallina di 274°C .

Generalmente disponibile a livello commerciale in rotoli di film, presenta in questa forma una flessibilità e resistenza a creep, allo strappo e alla foratura. Le proprietà fisiche e meccaniche dei films possono variare significativamente in base alle condizioni di fabbricazione, presentando un allungamento a rottura del 50-130% a temperatura ambiente e, tipicamente, mantengono buone proprietà meccaniche in un range di temperature da -50°C a 150°C con un coefficiente di espansione termica lineare. Incolori, i films hanno eccellenti proprietà ottiche e buona resistenza chimica. Tuttavia, come la maggior parte dei polimeri organici, il PET presenta una suscettibilità alla degradazione all'esposizione di Ossigeno Atomico, agli UV e particelle cariche, che nell'abito di una missione spaziale la presenza di questi agenti degradanti è cosa certa e con dei livelli energetici alti, sufficienti a causare la rottura dei legami atomici e causare reazioni chimiche a catena nel materiale con la conseguente degradazione del film del polimero. Al fine di impedire la decomposizione delle catene del polimero, i films vengono rivestiti tramite deposizione fisica da vapore con

dell'alluminio (VDA) o con dell'argento a seconda delle proprietà desiderate, come la ricerca di una superficie riflettente o conduttiva. Questi rivestimenti sono tipicamente dello spessore di 40-80 nm.

Mylar	
Densità (g/cm ³)	1.390
Modulo di Young (GPa)	11.9
Carico di Rottura (MPa)	235
Poisson	0.33

Tabella 1.4-a: proprietà fisiche e meccaniche principali Mylar (8)

Il Kapton è una pellicola polimide sviluppata dalla DuPont in grado di rimanere stabile in un'ampia gamma di temperature, dai -269 °C ai +400 °C (1) (9). È un materiale di colore giallognolo e questo lo rende un materiale ad alta assorbività della luce solare e ne esistono diverse tipologie in base all'impiego. Il Kapton H e NH sono utilizzati per tanto tempo in ambito spaziale per la produzione delle MIL, nei dei substrati dei pannelli solari, dei dissipatori di calore radiativi e nelle strutture flessibili. Essendo stati utilizzati per tanto tempo nelle missioni spaziali è ormai noto la sua velocità d'erosione all'esposizione con ossigeno atomico, è impiegato come standard o come campione di controllo per valutare il danneggiamento all'esposizione con ossigeno atomico degli esperimenti. Le sue proprietà meccaniche e fisiche principali sono elencate in Tabella 1.4-b: proprietà fisiche e meccaniche principali Kapton.

Kapton	
Densità (g/cm ³)	1.42
Modulo di Young (GPa)	2.5
Carico di Rottura (MPa)	231
Poisson	0.33

Tabella 1.4-b: proprietà fisiche e meccaniche principali Kapton (9)

2. Meccanica delle Membrane

Come già accennato, le vele solari hanno come elemento strutturale principale una membrana. Nei modelli la membrana non ha rigidità flessionale e di compressione, la loro mancanza di rigidità flessionale, causata da estrema sottigliezza, porta ad una struttura essenzialmente sotto-vincolata che ha configurazioni di equilibrio solo per determinati campi di carico (1).

In altre condizioni di carico possono verificarsi grandi deformazioni del corpo rigido. Inoltre, queste stesse caratteristiche portano all'incapacità di sostenere lo stress di compressione. Il comportamento dipendente dal tempo e la sua non linearità sono anche caratteristiche comuni dei tipici materiali a membrana.

I fenomeni nella meccanica dei solidi sono governati da tre tipi di equazioni che vanno risolte simultaneamente:

1. Le relazioni cinematiche
2. Le equazioni di equilibrio (o del moto per la dinamica)
3. Le leggi costitutive

Le equazioni citate dei punti 1. e 2. sono generali e per le prime si derivano direttamente dalla fisica, mentre le seconde legano gli spostamenti alle deformazioni. Le equazioni del punto 3. sono specifiche del materiale e possono essere complesse, quindi è difficile, se non impossibile, commutarle in una legge per uno specifico materiale che possa andar bene per tutte le sue applicazioni.

I metodi di analisi moderni (come i vari metodi di discretizzazione) fanno uso di un'ampia gamma di leggi costitutive, permettendo di includere diversi modi di rottura del materiale.

2.1 Cinematica della Deformazione

Siano due particelle del materiale in posizione \mathbf{X} e $\mathbf{X}+d\mathbf{X}$ e la loro in condizione deformate \mathbf{x} e $\mathbf{x}+d\mathbf{x}$, si può scrivere, indicando che la loro distanza in posizione indeformata sia dL e deformata dl , lo stretch ratio come (1):

$$\Lambda = \frac{dl}{dL} \quad (2.1.1)$$

Con:

$$dL = (d\mathbf{X}^T \cdot d\mathbf{X})^{1/2} \quad (2.1.2)$$

$$dl = (d\mathbf{x}^T \cdot d\mathbf{x})^{1/2} = (d\mathbf{X}^T \cdot d\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} \cdot d\mathbf{X})^{1/2} \quad (2.1.3)$$

Potendo determinare a priori \mathbf{x} come:

$$d\mathbf{x} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} d\mathbf{X} = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{X} \quad (2.1.4)$$

Dove \mathbf{F} è il gradiente del tensore di deformazione, che può essere scritto tramite matrice di rotazione \mathbf{Q} nel caso di sistemi di riferimento ruotati:

$$\mathbf{F} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{Q} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{V} \quad (2.1.5)$$

In cui \mathbf{U} e \mathbf{V} sono i tensori destro e sinistro dell'allungamento. Si noti che la matrice di rotazione può essere anche usata per ruotare i versori.

Un approccio con cui ottenere la definizione di sforzo è misurare semplicemente la differenza di lunghezza tra il pre e post deformazione:

$$(dl)^2 - (dL)^2 = g_{ij}dx^i dx^j - G_{IJ}dX^I dX^J = 2E_{IJ}(\mathbf{X}, t)dX^I dX^J \quad (2.1.6)$$

Dove g_{ij} e G_{IJ} sono i versori dei due sistemi di riferimento (dello stato deformato e indeformato). Da cui, sostituendo nella (2.1.6) la (2.1.4) si può arrivare a scrivere che la matrice di tensione di Green-Lagrange come:

$$\mathbf{E} = 0.5(\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} - \mathbf{1}) \quad (2.1.7)$$

Dove $\mathbf{1}$ è la matrice identità.

Molti materiali, tra i quali quelli usati per le membrane, hanno una risposta che è dipendente dalla variazione della tensione. Si può considerare in partenza la differenza di velocità tra due particelle del materiale attraverso un punto di vista Lagrangiano e si arriva a ottenere il gradiente della velocità:

$$\nabla_x \mathbf{v} = \dot{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{F}^{-1} = 0.5 (\nabla_x \mathbf{v} + \nabla_x \mathbf{v}^T) + 0.5 (\nabla_x \mathbf{v} - \nabla_x \mathbf{v}^T) = \mathbf{d} + \mathbf{\Omega} \quad (2.1.8)$$

Dove \mathbf{d} è il symmetric strain rate e $\mathbf{\Omega}$ il skew-symmetric spin tensor. Da questa formulazione si può scrivere il Lagrangian strain rate come segue:

$$\dot{\mathbf{E}} = \left. \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right|_{x\text{-fisso}} = 0.5 (\dot{\mathbf{F}}^T \cdot \mathbf{F} - \dot{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{F}^T) = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{d} \cdot \mathbf{F} \quad (2.1.9)$$

Essendo:

$$\dot{\mathbf{F}} = \nabla \mathbf{v} \cdot \mathbf{F} \quad (2.1.10)$$

$$d\mathbf{v} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} d\mathbf{x} = \nabla_x \mathbf{v} \cdot d\mathbf{x} = \nabla_x \mathbf{v} \cdot \mathbf{F} \cdot d\mathbf{X} \quad (2.1.11)$$

$$d\mathbf{v} = \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{F} \cdot d\mathbf{X}) = \dot{\mathbf{F}} \cdot d\mathbf{X} \quad (2.1.12)$$

2.2 Sforzo ed Equilibrio

Lo sforzo di Cauchy è la misura più accurata dello sforzo in un punto. Il teorema di Cauchy afferma che in un dominio fluido sottoposto a forze di massa e di contatto, la risultante degli sforzi agenti sulla superficie di qualsiasi punto secondo una generica giacitura \mathbf{n} è univocamente definita una volta riferiti gli sforzi a una giacitura cartesiana.

$$\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} \quad (2.2.1)$$

Dove \mathbf{t} è lo sforzo agente sulla superficie, $\boldsymbol{\sigma}$ è il tensore degli sforzi e \mathbf{n} sono le normali della superficie. Tuttavia, sono desiderabili altre forme del tensore dello sforzo come la sollecitazione di Kirchhoff:

$$\boldsymbol{\tau} = \det(\mathbf{F}) \boldsymbol{\sigma} \quad (2.2.2)$$

(che è semplicemente una sollecitazione di Cauchy ponderata);

Il bilancio di massa (conservazione della massa) fornisce la descrizione matematica per l'osservazione fisica secondo cui la materia non può essere né creata né distrutta. Inoltre, la massa deve essere invariante durante il movimento. Sia ρ la densità e $\rho_0(\mathbf{X}, t)$ la sua condizione iniziale. La conservazione della massa globale è quindi espressa da:

$$\int_V (\rho_0 - \frac{dv}{dv} \rho) dV = 0 \quad (2.2.3)$$

Per un volume arbitrario:

$$\rho_0 = \frac{dv}{dv} \rho = J \rho \quad (2.2.4)$$

Per l'elastostatica lineare le equazioni di equilibrio sono casi speciali delle equazioni di equilibrio della quantità di moto. In questo caso si trascura il termine di inerzia, come conseguenza dell'accelerazione del corpo. Le equazioni di equilibrio possono essere raggruppate in equilibrio di forza (traslazionale) e momento (rotazionale).

$$\int_V (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b}) dv = \mathbf{0} \quad (2.2.5)$$

$$\oint_a (\mathbf{t} \times \mathbf{x}) da + \int_V (\mathbf{b} \times \mathbf{x}) dv = \mathbf{0} \quad (2.2.6)$$

Dove \mathbf{t} sono gli sforzi nel piano e \mathbf{b} sono le forze del corpo su un volumetto del corpo v e una superficie a .

Il principio del bilancio dell'energia afferma che il tasso di variazione nel tempo della energia cinetica K più l'energia U interna è uguale alla somma del lavoro delle forze esterne W più tutte le altre fonti di energia (energia/tempo) o dissipatrici (es. da energia termica, energia elettrica, energia chimica, ecc.) \dot{q} :

$$\frac{D}{Dt} (K + U) = \dot{W} + \sum_{i=1}^N \dot{q}_i \quad (2.2.7)$$

Non resta che coniugare lo sforzo e l'allungamento. Considerando l'equazione del lavoro virtuale e sapendo che $J = dv/dV$:

$$\int_v \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d} dv = \int_v J \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d} dV \quad (2.2.8)$$

Dove:

$$\mathbf{d} = \mathbf{F}^{-T} \cdot \dot{\mathbf{E}} \cdot \mathbf{F}^{-1} \quad (2.2.9)$$

Concludendo, il lavoro per unità di volume è:

$$d\dot{W} = J\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d} = J\mathbf{F}^{-1} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{F}^{-T} : \dot{\mathbf{E}} = \mathbf{S} : \dot{\mathbf{E}} \quad (2.2.10)$$

Dove \mathbf{S} è il lavoro coniugato allo sforzo di Green-Lagrange. Mentre $:$ è l'operatore doppio prodotto interno di due tensori di secondo ordine.

2.3 Leggi Costitutive

In questa parte saranno descritti diversi fenomeni di risposta meccanica dei materiali in relazione a sforzo, allungamento e temperatura. Saranno considerate le limitazioni delle leggi costitutive legate al primo e secondo principio della termodinamica (1).

2.3.1 Teoria del Campo della Termomeccanica

La termodinamica, che tratta lo stato della materia e la trasformazione dell'energia all'interno della materia, è tratta da Carnot (1824) e Clausius (1850). Fino a poco tempo fa, si è limitato al trattamento di stati omogenei. Tuttavia, la sua importanza nello sviluppo delle relazioni costitutive in meccanica è stata da tempo riconosciuta. I limiti posti alle leggi costitutive dalla prima e dalla seconda legge fondamentale della termodinamica sono stati adeguatamente considerati.

La prima legge della termodinamica può essere riscritta come:

$$\frac{dT}{dt} + \frac{dU}{dt} = L + \frac{dQ}{dt} \quad (2.3.1)$$

Per un corpo di volume arbitrario, gli incrementi di energia cinetica ed energia interna possono essere scritti rispettivamente come:

$$\frac{dT}{dt} = \int \rho v_i \frac{dv_j}{dt} dV \quad (2.3.2)$$

$$\frac{dU}{dt} = \int \rho \frac{du}{dt} dV \quad (2.3.3)$$

Mentre, per il lavoro compiuto sul corpo dalle forze esterne sulla superficie e dalle forze interne:

$$L = \int \rho b_i v_i dV + \int \sigma_{ij} v_i v_j dA \quad (2.3.4)$$

Il flusso di calore è:

$$\frac{dQ}{dt} = - \int q_i v_i dA \quad (2.3.5)$$

Nella derivazione descritta di seguito, si fa uso della simmetria di σ_{ij} come appare nel prodotto con la derivata spaziale della velocità e la definizione della velocità di deformazione come tensore simmetrico:

$$d_{ij} = 0.5 (\mathbf{v}_{i,j} + \mathbf{v}_{j,i}) \quad (2.3.6)$$

Esplicitando nella prima legge della termodinamica, applicando il teorema di Gauss per trasformare un integrale di superficie in uno di volume, sostituendoci l'equazione di bilancio del momento e osservando che il risultato è per un generico volume arbitrario di massa fissata si ottiene:

$$\rho \frac{du}{dt} = \sigma_{ij} d_{ij} - q_{i,i} \quad (2.3.7)$$

Il sistema di forze esterne può essere scomposto in dissipative (d) e quasi conservative (q):

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(d)} + \sigma_{ij}^{(q)} \quad (2.3.8)$$

Per le forze interne (β) si può osservare che sono separabili in maniera simile. Siccome nessun lavoro esterno è compiuto dalle forze interne si conclude che:

$$\beta_k^{(q)} = -\beta_k^{(d)} \quad (2.3.9)$$

La seconda legge della termodinamica è:

$$\theta ds \geq 0 \quad (2.3.10)$$

Dove θ è la temperatura assoluta. Ulteriore semplificazione può essere fatta usando l'espressione dell'energia libera di Helmholtz:

$$\Psi(\varepsilon_{ij}, a_k, \theta) = u - s\theta \quad (2.3.11)$$

Ricordando che l'entropia specifica è data da:

$$s = -\frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \quad (2.3.12)$$

Lo sforzo quasi conservativo esterno (σ) e interno (β) è fornito come:

$$\sigma_{ij}^{(q)} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon_{ij}} \quad (2.3.13)$$

$$\beta_k^{(q)} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial a_k} \quad (2.3.14)$$

Esplicitando e arrangiando le espressioni precedenti si arriva a scrivere:

$$\rho \frac{ds}{dt} = \frac{[\sigma_{ij}^{(d)} d_{ij} + \beta_k^{(d)} (da_k/dt)]}{\theta} - (\theta_{,k}/\theta^2) q_k - (q_k/\theta)_{,k} \quad (2.3.15)$$

Esprimendo la variazione totale dell'entropia sull'intero corpo si ha:

$$\frac{ds}{dt} = \int \sigma_{ij}^{(d)} \frac{d_{ij}}{\theta} dV + \int \beta_k^{(d)} \frac{(da_k/dt)}{\theta} dV - \int (\theta_{,k}/\theta^2) q_k dV - \int (q_k/\theta) v_k dA \quad (2.3.16)$$

In questa forma è molto facile vedere le cause dell'aumento dell'entropia. Il primo termine è causato dalla potenza di dissipazione dello sforzo, il secondo è dovuto alla variazione dei parametri interni del corpo

mentre il terzo è lo scambio termico. L'ultimo termine è la velocità di afflusso dell'entropia lungo i confini del corpo ed è l'unico termine reversibile; quindi, per la forma locale dell'espressione della seconda legge della termodinamica si avrà:

$$\rho\theta \frac{ds}{dt} = \sigma_{ij}^{(d)} d_{ij} + \beta_k^{(d)} (da_k/dt) - (\theta_{,k}/\theta) q_k \geq 0 \quad (2.3.17)$$

Quindi, le equazioni costitutive della termomeccanica sono:

$$\rho \frac{du}{dt} = \sigma_{ij} d_{ij} - q_{i,i} \quad (2.3.18)$$

$$\rho\theta \frac{ds}{dt} = \sigma_{ij}^{(d)} d_{ij} + \beta_k^{(d)} (da_k/dt) - (\theta_{,k}/\theta) q_k \geq 0 \quad (2.3.19)$$

Per un materiale non dissipativo sotto condizione isoterma e adiabatica, le equazioni costitutive possono far uso della sola prima legge.

2.3.2 Relazioni costitutive per un solido elastico

Un solido elastico è caratterizzato da un'assenza di forze dissipative e parametri interni e dalla presenza di forze quasi conservative. In una condizione isoterma e adiabatica, l'energia libera è funzione del solo sforzo. Quindi, lo stress è dato da:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial}{\partial \varepsilon_{ij}} [\rho(\Psi - \Psi_0)] = \rho \frac{\partial(\Psi - \Psi_0)}{\partial \varepsilon_{ij}} + (\Psi - \Psi_0) \frac{\partial \rho}{\partial \varepsilon_{ij}} \quad (2.3.20)$$

Per piccoli sforzi:

$$\sigma_{ij} = \rho \frac{\partial(\Psi - \Psi_0)}{\partial \varepsilon_{ij}} \quad (2.3.21)$$

La legge costitutiva che governa la risposta di un solido lineare-elastico in un processo isentropico e isentropico è la legge di Hooke:

$$\sigma_{ij} = D_{(ij)(kl)} \varepsilon_{kl} \quad (2.3.22)$$

Dove entrambi i tensori (sforzo e allungamento) sono simmetrici, in aggiunta il tensore \mathbf{D} è simmetrico rispetto alla prima e seconda coppia di indici.

Sotto le condizioni di non-adiabaticità e non-isoterma, l'energia libera di un corpo elastico diventa una funzione della temperatura e dello sforzo. Quindi, espandendo l'equazione dell'energia libera per unità di volume di un corpo elastico lineare considerando una condizione di riposo a una certa temperatura (θ_0), per piccoli allungamenti a una variazione di temperatura si ottiene:

$$\sigma_{ij} = D_{(ij)(kl)} \varepsilon_{kl} + c_{ij} (\theta - \theta_0) \quad (2.3.23)$$

Per un materiale isotropico:

$$c_{ij} = c \delta_{ij} \quad (2.3.24)$$

Altra relazione riguarda lo snervamento. Il punto di partenza sarà l'assunzione che esista una funzione di snervamento:

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{(p)}, \kappa) \leq 0 \quad (2.3.25)$$

Che dipenderà dallo stato di carico e allungamento oltre che dalla “storia del carico” attraverso il parametro di strain-hardening. Cambiamenti nell’allungamento plastico avvengono quando la funzione assume valore nullo, mentre suoi valori positivi non sono possibili. Quindi, nello stato plastico:

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{(p)}, \kappa) = 0 \quad (2.3.26)$$

2.3.3 Leggi Costitutive per un Materiale Viscoelastico

Un solido viscoelastico è un solido che potrebbe o meno ritornare al loro stato iniziale rimuovendo il carico e lasciando passare sufficiente tempo. In generale la risposta di un materiale viscoelastico lineare può essere caratterizzata dai seguenti integrali:

Creep:

$$\varepsilon_{ij} = J_{ijmn}^{(0)} \sigma_{mn}(t) + \int_0^t J_{ijmn}(t - \tau) [d\sigma_{mn}(\tau)/d\tau] d\tau \quad (2.3.27)$$

Stress relaxation:

$$\sigma_{ij} = G_{ijmn}^{(0)} \varepsilon_{mn} + \int_0^t G_{ijmn}(t - \tau) [d\varepsilon_{mn}(\tau)/d\tau] d\tau \quad (2.3.28)$$

I materiali reali raramente mostrano un comportamento lineare:

$$\varepsilon_{ij} = J_{ijmn}^{(0)}(\sigma) \sigma_{mn}(t) + \int_0^t J_{ijmn}(\sigma, t - \tau) [d\sigma_{mn}(\tau)/d\tau] d\tau \quad (2.3.29)$$

$$\sigma_{ij} = G_{ijmn}^{(0)}(\varepsilon) \varepsilon_{mn} + \int_0^t G_{ijmn}(\varepsilon, t - \tau) [d\varepsilon_{mn}(\tau)/d\tau] d\tau \quad (2.3.30)$$

Indicando con J e G rispettivamente le funzioni di creep e di stress relaxation. Queste funzioni, nel caso di risposta viscoelastica complessa, possono essere descritte tramite l’uso di serie fatte di termini esponenziali, chiamate le serie di Prony (non ortogonali). I software commerciali possono determinare i coefficienti in maniera rapida e possono richiedere entrambe le formulazioni del creep e dello stress relaxation durante l’analisi. Per ovviare a un calcolo troppo intensivo, si può invertire la serie di Prony per il creep per ottenere quella dello stress relaxation e viceversa.

$$\varepsilon(t) = \sigma_{(0)} [J_0 + J_T t + \sum_{i=1}^M J_i e^{(-t/\lambda_i)}] \quad (2.3.31)$$

$$\sigma(t) = \varepsilon_{(0)} [G_0 + \sum_{j=1}^{M+1} G_j e^{(-t/\kappa_j)}] \quad (2.3.32)$$

Il passaggio chiave per l’inversione è:

$$1 = G(t) J(0) + \int_0^t J(t - \tau) G(\tau) d\tau = J(t) G(0) + \int_0^t G(t - \tau) J(\tau) d\tau \quad (2.3.33)$$

Attraverso questa identità è possibile ottenere la funzione $f(\kappa)$:

$$f(\kappa) = \sigma_{(0)} \{J_0 - J_T \kappa + \sum_{i=1}^M J_i [1/(1 - \kappa/\lambda_i)]\} \quad (2.3.34)$$

Note le radici κ_j , si può determinare G_j :

$$0 = \sum_{j=1}^{M+1} G_j [1/(1 - \lambda_i/\kappa_j)] \quad \text{con } i = 1, \dots, M \quad (2.3.35)$$

E infine:

$$\frac{1}{J_T} = \sum_{j=1}^{M+1} \kappa_j G_j \quad (2.3.36)$$

3. Problematiche delle Membrane

Esattamente come in altri campi dell'ingegneria, la teoria delle membrane è caratterizzata da principi che possono essere formalizzati in una forma semplice ma problematiche nell'utilizzo che potrebbero implicare invalicabili difficoltà (1). Motivo per il quale si operano delle approssimazioni. Tuttavia, tali approssimazioni influenzano in maniera più significativa il risultato ottenuto dai solutori per le strutture a membrana rispetto ad una struttura di tipo tradizionale. Tali difficoltà sono legate tipicamente al superamento di una limitazione che hanno molti programmi d'analisi, vale a dire, la incapacità delle procedure d'analisi di gestire i peculiari stati strutturali, come una membrana sottile senza rigidità flessionale prima di una pressurizzazione o di un precarico. Quindi per poter ottenere dei risultati, occorre utilizzare dei "trucchi" per la configurazione particolare. Non si tratta di modificare il problema nella sua meccanica o nella matematica, ma bensì, aggiungendo una rigidità flessionale alla membrana.

Inoltre, le grinze della membrana e la sua cedevolezza alla compressione conseguono a una geometria globalmente malleabile: la membrana modifica la sua forma al costo di incresparsi se necessario. La sua riconfigurazione è un aspetto importante che rende la risposta della membrana simile al comportamento di post-buckling. In ciò un'analisi geometricamente lineare è incapace di gestire la sua meccanica.

3.1 Forma esatta delle equazioni di governo

Descriviamo ora la meccanica della membrana a livello locale. Sia un sistema di coordinate cartesiane in cui x e y siano tangenti alla superficie media e allineati nella direzione con la superficie della curvatura principale (z normale ad essa). Per ultimo si ignori lo spessore della membrana utilizzando una quantità per unità di spessore. Lo stato d'equilibrio, per un punto, è:

$$\frac{\partial n_x}{\partial x} + \frac{\partial n_{xy}}{\partial y} + q_x = \rho a_x \tag{3.1.1}$$

$$\frac{\partial n_y}{\partial y} + \frac{\partial n_{yx}}{\partial x} + q_y = \rho a_y \tag{3.1.2}$$

$$n_{xy} = n_{yx} \tag{3.1.3}$$

$$p - \frac{n_x}{R_1} - \frac{n_y}{R_2} = \rho a_z \tag{3.1.4}$$

Dove n_x , n_y e n_{xy} sono lo sforzo normale e di taglio della membrana in unità di forza per lunghezza deformata. q_x e q_y sono carichi sul piano, mentre a_x , a_y e a_z sono le componenti del vettore d'accelerazione. Infine, ρ è la densità per unità di superficie della membrana. La legge costitutiva può essere scritta come:

$$\mathbf{N} = F[\text{history}(\mathbf{E})] \tag{3.1.5}$$

Dove \mathbf{N} è il tensore delle sollecitazioni della membrana e $\text{history}(\mathbf{E})$ si riferisce alla storia evolutiva del tensore \mathbf{E} nel tempo o secondo una risposta non lineare del materiale.

Infine, la compatibilità geometrica implica una relazione con gli spostamenti:

$$\mathbf{E} = L(\mathbf{u}) \tag{3.1.6}$$

La difficoltà nell'usare direttamente queste relazioni per la soluzione di un problema particolare è enorme. Basti pensare al sistema di coordinate usato, che ci permette di scrivere le equazioni d'equilibrio in una forma più semplice, sono definite per una condizione geometrica istantanea che assume la membrana sotto l'effetto di un carico. Queste condizioni possono variare sulla superficie sia per la storia del carico che per la configurazione della membrana.

3.2 Alcune approssimazioni geometriche per membrane incurvate

Qui saranno riportate tre tipologie di approssimazioni geometriche. Sia α l'angolo di inclinazione iniziale rispetto al piano di riferimento.

- Moderate Rotation Theory: si assume che l'angolo di deflessione dei punti della membrana (β) sia piccolo:

$$\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha) = \beta \cos(\alpha) - 0.5 \beta^2 \sin(\alpha) \quad (3.2.1)$$

- Shallow-shell Theory: se oltre ad un angolo di deflessione piccolo, si ha anche un angolo di inclinazione iniziale piccolo:

$$\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha) = \beta \quad (3.2.2)$$

3.3 Analisi di Wrinkled Membranes (membrane con grinze/increspate)

A causa della loro mancanza di rigidità flessionale, le membrane non possono sostenere carichi di compressione (1). La membrana risponde a una contrazione nel piano causata da agenti esterni da sollecitazioni di trazione che agiscono perpendicolarmente alla contrazione attraverso spostamenti fuori piano che oscillano attorno al piano medio. Un modello per questo tipo di comportamento è il Tension Field (TF), un modello non lineare. Il TF opera in un campo di deformazione nel piano in cui una delle deformazioni principali è estensiva e l'altra contraente attraverso un campo di sollecitazione con una singola componente di sollecitazione diversa da zero nella direzione della deformazione principale estensionale. Tutti gli altri componenti del tensore di sollecitazione sono nulli. La teoria del TF ignora i dettagli delle rughe fuori piano, né l'ampiezza né la frequenza delle rughe sono d'interesse. Viene determinata la direzione delle rughe, inoltre la quantità totale di contrazione nel piano medio del campo è determinato dagli spostamenti al limite del campo di tensione. Un approccio particolarmente semplice per risolvere i problemi di meccanica delle membrane che include la risposta alle increspature viene da Schur. Questo approccio è particolarmente adatto per l'uso con un codice agli elementi finiti (FEM) non lineare. Tratta la regione rugosa come una membrana degenerata per la quale modifica l'equazione costitutiva tramite un parametro di penalità. Questo processo diminuisce la rigidità della membrana nella direzione dell'increspatura senza rendere la matrice di rigidità non singolare. Per natura, questo metodo è approssimativo. La modifica al processo di analisi per consentire la risposta TF è interamente all'interno del modulo materiale (cioè l'applicazione della legge costitutiva) del codice FEM. In un'analisi FEM non lineare una fase di soluzione provvisoria inizia con lo stato teso $(1 - i)_\varepsilon$ dell'istanza precedente e avanza sotto un incremento di carico al

nuovo stato sollecitato $(i)_\varepsilon = (1 - i)_\varepsilon + \Delta\varepsilon$. L'inverso della matrice di rigidezza tangente D_{TAN} viene utilizzato per far avanzare la sollecitazione al suo nuovo stato $(i)_\sigma$. Se le sollecitazioni principali di questo stato sono entrambe (nel piano) positive, allora la membrana non è degenerata. Invece, se una delle principali sollecitazioni è negativa, la membrana è degenerata.

Ci sono due gradi di degenerazione: quando entrambe le sollecitazioni principali sono negative, la membrana è localmente completamente degenerata, mentre lo stato TF esiste quando uno degli stress principali è positivo e l'altro è negativo.

Affinché l'analisi proceda nello stato completamente degenerato, è necessario restituire uno stato di sollecitazione zero e una rigidità tangente molto ridotta ma non nulla. Se dovesse essere restituita una matrice di rigidità tangenziale nulla, l'analisi terminerebbe come risultato di una matrice di rigidità singolare. L'entità di tale diminuzione deve essere fornita dall'analista. La diminuzione deve essere tale che la risoluzione possa continuare e che i risultati dell'analisi siano significativi.

Nel caso TF la matrice di rigidezza viene trasformata negli assi di sollecitazione principali. I coefficienti fuori diagonale nella matrice trasformata sono impostati a zero. Il coefficiente di rigidità sulla diagonale della matrice trasformata associato alla sollecitazione principale di compressione viene diminuito di un parametro di penalizzazione a scelta dell'analista e la sollecitazione di compressione viene impostata a valor nullo. L'inversione della matrice di rigidità tangenziale diagonale è banale. La rigidità tangenziale (o cedevolezza) e le sollecitazioni vengono restituite dopo la trasformazione al sistema di coordinate di riferimento del materiale. Questo processo è adatto per elementi finiti a punto di integrazione singolo. Nel caso di elementi con più di un punto di integrazione, esiste la possibilità che il processo di analisi iterativa continui all'infinito, impedendo così l'avanzamento a un risultato. Sebbene il modello TF classico ignori i dettagli delle rughe stesse, sono stati compiuti progressi nella previsione dei parametri delle rughe in termini di numero di onde, lunghezza e altezza dell'onda.

Poiché le membrane utilizzate nelle strutture spaziali, per esempio, sono molto sottili, hanno una rigidità alla flessione molto bassa e di conseguenza la forza critica al buckling della membrana è molto bassa (3). Di conseguenza se una qualunque forza di compressione è indotta sulla membrana si verificherà dell'instabilità, formando delle grinze.

Per loro natura le membrane non sono in grado di portarsi e mantenere la configurazione di lavoro per le quali sono progettate. Il posizionamento può essere ottenuto mediante l'utilizzo di attuatori, mentre la seconda caratteristica è ottenuta mediante l'utilizzo di forze di precompressione, solitamente applicate utilizzando cavi tesi collegati ai bordi della membrana, per consentire alle membrane di mantenere la loro forma. Nella maggior parte dei casi le forze di precompressione non possono garantire la tensione in entrambe le direzioni ortogonali in tutti i punti della membrana ed è probabile che sia presente una certa compressione (quindi formazioni di increspature/grinze) nella maggior parte delle membrane precomprese. Inoltre, forze esterne possono influenzare sul pattern delle grinze (come la pressione solare).

Le rughe influiscono sulle prestazioni funzionali di una struttura spaziale sottile, in particolare se la sua funzione principale è quella di riflettere la luce o raccogliere segnali elettromagnetici. Ciò è dovuto al fatto che l'efficienza di riflessione di una struttura a membrana dipende dall'accuratezza geometrica della sua superficie e, per l'appunto, le grinze creano imperfezioni geometriche. Svariate applicazioni delle strutture a membrana richiedono diversi gradi di precisione della geometria della superficie per funzionare correttamente. Moltissimi studi sono stati condotti per la previsione dei pattern delle grinze utilizzando sia metodi analitici che numerici.

3.3.1 Metodi Analitici

Una teoria del campo di tensione fu inizialmente formulata da Wagner e Reissner negli anni '20 e '30, che fu il primo modello analitico per le increspature della membrana. La teoria del campo di tensione è stata ulteriormente sviluppata da altri ricercatori nel corso del XX secolo. Questi metodi classici possono

prevedere la posizione della regione increspata e la direzione delle grinze, ma non forniscono dettagli geometrici sulle grinze stesse. Più recentemente sono stati sviluppati modelli analitici che tengono conto della rigidità flessionale della membrana, a differenza dei classici modelli di raggrinzimento. Questi nuovi metodi hanno dimostrato di fornire risultati ragionevolmente accurati per il calcolo della lunghezza d'onda e dell'ampiezza delle rughe rispetto ai modelli fisici. Tuttavia, questi metodi analitici sono generalmente adatti solo per l'analisi di membrane con condizioni al contorno semplici.

3.3.2 Metodi Numerici

Nella maggior parte degli studi è stata utilizzata una procedura di modellazione agli elementi finiti simile a quella delineata da Wong e Pellegrino. Il processo di modellazione è il seguente: prima viene eseguita un'analisi di instabilità per identificare i modi di buckling, poi il modello della membrana viene "seminato" con le imperfezioni derivate dalle forme modali di instabilità, infine il passaggio finale è un'analisi della geometria non lineare per calcolare la forma post-buckling della membrana. Numerosi studi dimostrano che i modelli agli elementi finiti sono sufficientemente accurati rispetto agli esperimenti fisici per consentire ai modelli computerizzati di sostituire l'uso di modelli fisici per la modellazione delle grinze. Tuttavia, la maggior parte degli studi mostra che è necessaria una mesh molto densa per produrre risultati accurati, il che in alcuni casi causa tempi di calcolo lunghi.

3.4 Le Pieghe delle Membrane Dovute all'Imballaggio

Se le dimensioni della membrana del veicolo spaziale sono rilevanti in termini di ingombro, si può prevedere che la struttura della membrana sia piegata per essere imballata per il trasporto in orbita (4); cosa certa per le vele solari. Il processo di piegatura può essere realizzato sulla base del concetto di origami. Gli origami, che sono un tradizionale lavoro d'artigianato asiatico, si sono dimostrati uno strumento prezioso per sviluppare varie strutture dispiegabili e pieghevoli, come il Miura-ori, che è una ben nota struttura origami rigida utilizzata nella confezione di pannelli solari dispiegabili per l'uso nell'ambito spaziale. Ogni nodo di Miura-ori ha quattro pieghe/linee di piegatura, tre linee di piegatura "a montagna" e una linea di piegatura "a valle" o tre linee di piegatura "a valle" e una linea di piegatura "a montagna". Il Miura-ori è riportato in Figure 3.4-a e il suo modello di piega può anche essere utilizzato per compattare e dispiegare una membrana, come una vela solare.

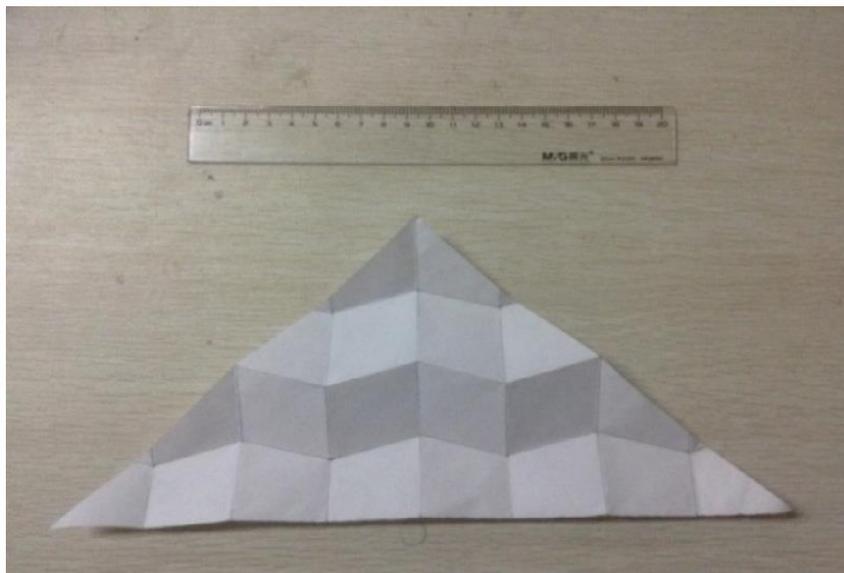


Figure 3.4-a: Origami Miura-ori (4)

L'esistenza di regioni di piegatura può avere un'influenza negativa sul dispiegamento di una struttura a membrana. Anche in questo caso ci viene in aiuto la teoria del campo di tensione per considerare le membrane con piegature. Stein e Hedgepeth hanno proposto un modello a rapporto di Poisson variabile per studiare le pieghe delle membrane. Poi Miller e Hedgepeth hanno ulteriormente sviluppato un nuovo algoritmo per la simulazione numerica. Anche le pieghe, o le linee di piegatura, di un modello di origami possono avere grandi effetti sul comportamento meccanico e sulle prestazioni di dispiegamento delle strutture a membrana.

Finora la maggior parte degli studi precedenti si concentra solo sulle membrane con pieghe singole o semplici. Papa e Pellegrino hanno studiato la meccanica di una membrana quadrata sistematicamente piegata con il modello Miura-ori. Tuttavia, per utilizzare il metodo del guscio sottile per le membrane increspate, le imperfezioni iniziali dovrebbero essere introdotte quantitativamente nel modello numerico. Inoltre, per ottenere migliori risultati nella deformazione, le mesh devono essere fitte per gli elementi e portano a un gran numero di elementi shell.

Il modello di piega tramite modello del rapporto di Poisson Variabile prevede che in una regione tesa, le sollecitazioni e le deformazioni sono correlate secondo le solite equazioni elastiche di sollecitazione piana per solidi isotropi ed elastici. Tuttavia, all'interno di una regione di piega, le solite equazioni elastiche non si applicano. Invece l'assunzione di una sollecitazione di flessione trascurabile nella membrana produce la sollecitazione:

$$\sigma_1 = E \varepsilon_1 \quad (3.5.1)$$

$$\sigma_2 = 0 \quad (3.5.2)$$

Dove i pedici 1 e 2 sono, rispettivamente, le direzioni parallele e perpendicolari alla piega. Per un'analisi numerica, è preferibile una formulazione matriciale:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [D] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.5.3)$$

Normalmente la matrice [D] può essere scritta come:

$$[D] = \frac{E}{1-\lambda^2} \begin{bmatrix} 1 & \lambda & 0 \\ \lambda & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\lambda)/2 \end{bmatrix} \quad (3.5.4)$$

Dove λ è il rapporto di Poisson variabile che cambia da punto a punto. Tuttavia, la presenza del termine $(1-\lambda)/2$ rende la matrice non invertibile in questa sua forma. Un'altra rappresentazione di [D] ci è fornita da Miller e Hedgepeth:

$$[D] = \frac{E}{4} \begin{bmatrix} 2(1+P) & 0 & Q \\ 0 & 2(1-P) & Q \\ Q & Q & 1 \end{bmatrix} \quad (3.5.5)$$

Dove $P = (\varepsilon_x - \varepsilon_y)/(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$ e $Q = \gamma_{xy}/(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$. Nessuna singolarità è osservabile per valori di P e Q compresi tra 0 e 1.

3.5 La Spinta e i Momenti Generati dall'Interazione del Vento Volare con la Vela Solare

Un requisito fondamentale per la pianificazione di una missione spaziale è la disponibilità di un modello matematico accurato per la descrizione delle caratteristiche dei vettori di spinta dello spacecraft (13). Un modello generalizzato è sovente utilizzato per descrivere la spinta di una vela solare con una superficie di forma non planare di vele con geometrie simmetriche. Tuttavia, è poco utile per descrivere gli effetti causati dalle fluttuazioni del vento solare. Una possibile soluzione è calcolare il vettore spinta caratteristico come una funzione dell'assetto della vela attraverso un'analisi al FEM. L'impiego dell'analisi FE permette di tenere in considerazione i comportamenti geometrici non lineari del modello attraverso algoritmi impliciti d'analisi non lineari, basati sull'algoritmo di Newton-Raphson.

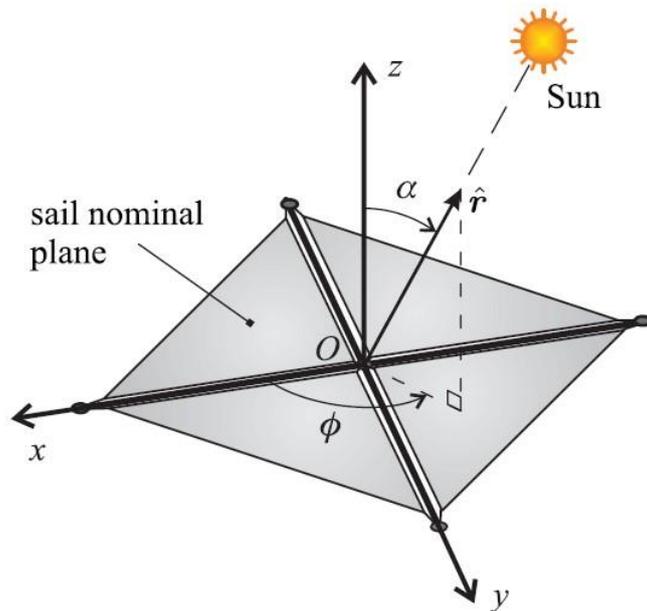


Figure 3.5-a: sistema di riferimento (13)

L.Boni (13) nel 2017 attraverso un suo studio è andata a valutare le singole componenti di forza e momento agenti su una vela a 1 AU tramite un'analisi al FEM. È stata considerata per la vela un sistema di riferimento corpo (Figure 3.5-a) con origine al centro della geometria della struttura e si definiscono l'angolo di zenit solare α e di azimut solare ϕ utilizzati per definire il vettore posizione \mathbf{r} . Le componenti (adimensionali e del singolo settore) di forza e momento agenti sulla vela sono mostrate in Figure 3.5-b come funzione dell'angolo di zenit e di azimut. I risultati sono stati ottenuti assumendo una perfetta superficie di riflessione. Questo ha permesso di evitare di considerare un modello di riflessione più raffinato, eliminando la necessità di introdurre ulteriori parametri. In Figure 3.5-b i valori sono stati adimensionati con i valori massimi che hanno ottenuto ed equivalgono a $F_{\max} = 3.648 \text{ mN}$ e $M_{\max} = 2.67 \text{ }\mu\text{N}\cdot\text{m}$.

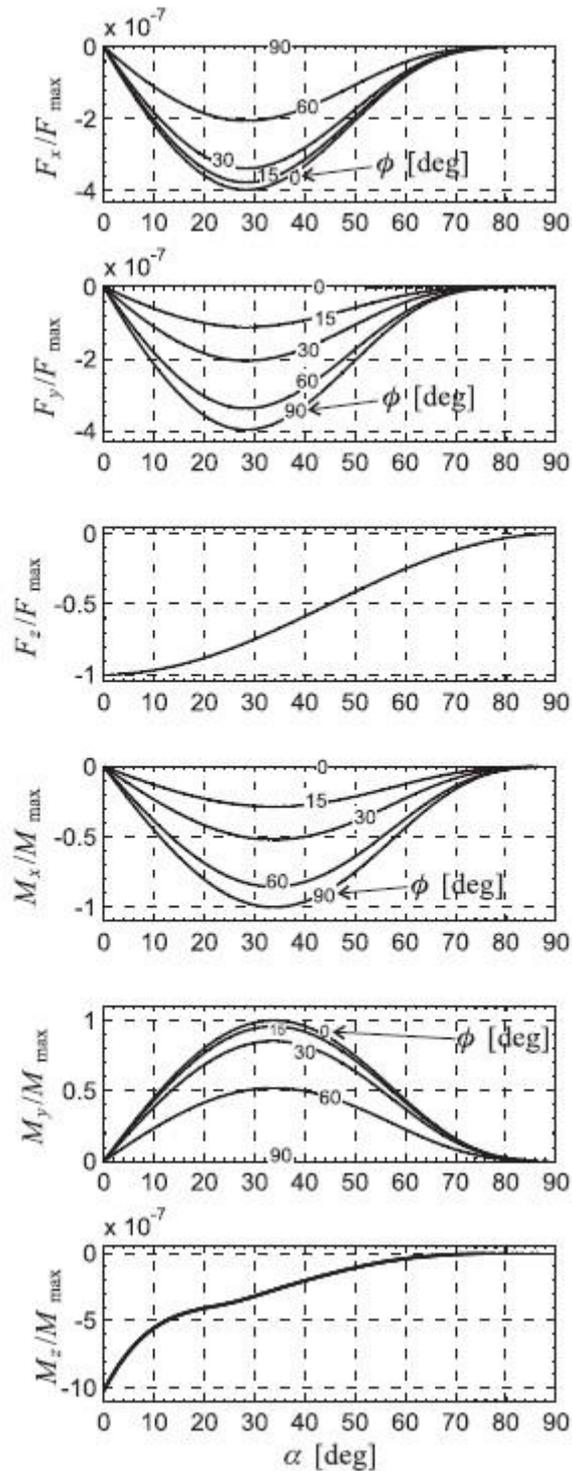


Figure 3.5-b: componenti della Forza e del Momento agente sulla vela (11)

I risultati del FEM che hanno ottenuto confermano una fondamentale simmetria delle forze e momenti risultanti e per tale motivo hanno riportato l'analisi di un singolo settore. La Figure 3.5-c: componenti radiale e trasversale della forza mostra che la risultante F ha una direzione molto prossima all'asse z ed è indipendente dall'angolo di azimut, mentre il momento risultante è approssimativamente appartenente al piano (x,y) . La presenza di F_x , F_y e M_z è la conseguenza del moto causato alla pressione solare. In Figure 3.5-c si è riportato le componenti della forza scomposta in radiale F_r e trasversale F_t così ottenute:

$$F_r = \mathbf{F} \cdot \mathbf{r} = F_x \sin \alpha \cos \phi + F_y \sin \alpha \sin \phi + F_z \cos \alpha \quad (4.1.1)$$

$$\mathbf{r}^T = \begin{bmatrix} \sin \alpha \cos \phi \\ \sin \alpha \sin \phi \\ \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (4.1.2)$$

$$F_t = \|\mathbf{F} - F_r \mathbf{r}\| \quad (4.1.3)$$

Dall'analisi al FE è emerso che il modulo del momento risultante causato dalla pressione solare sia approssimativamente indipendente dall'angolo di azimut e che il suo massimo valore lo raggiunge per un valore di zenit vicino a α^* , dove α^* è l'angolo di zenit in cui F_r è massimo. Per F_r massimo, inoltre si osserva che il modulo di F_z è circa il 70% del modulo di tutta la forza risultante.

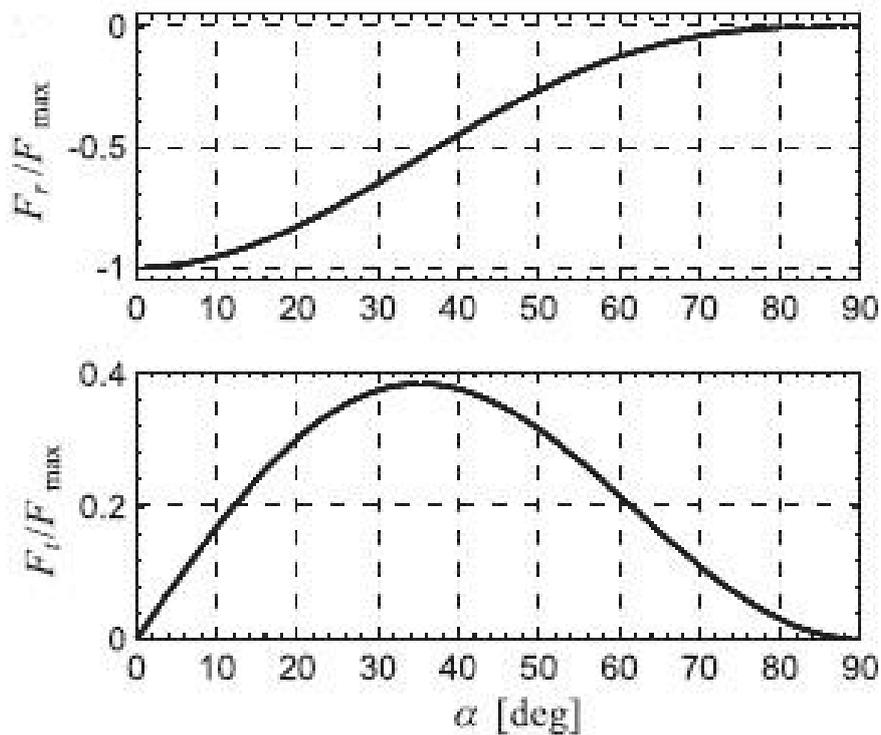


Figure 3.5-c: componenti radiale e trasversale della forza (11)

3.6 L'accuratezza

L'accuratezza è esprimibile in quanto il nostro modello coincide con la realtà, ed è estremamente rilevante nei processi ingegneristici (1). La condizione generale affinché il tentativo ingegneristico sia un successo è:

$$errore_{applicazione} > errore_{fabbricato}$$

Cioè la precisione richiesta per l'applicazione sia inferiore a quella dei processi produttivi. Per la risposta che guida il progetto, deve essere la migliore possibile la capacità di prevedere la tolleranza ammissibile:

$$errore_{applicazione} > errore_{modello} + errore_{soluzione}$$

La precisione richiesta deve essere maggiore degli errori dei principi che guidano il modello e gli errori della soluzione del solutore sommati. Inoltre, si può osservare che la simulazione deve essere in grado di fornire un errore:

$$errore_{applicazione} > errore_{fabbricato} > errore_{modello} + errore_{soluzione}$$

In passato, ci si concentrava a ridurre l'errore della soluzione con la teoria della membrana, ma attualmente è secondario grazie a tool di analisi sempre più complessi. Oggi è di interesse minimizzare sia gli errori nella produzione, sia gli errori derivanti dalle assunzioni del modello.

4. Analisi Strutturale

In questo capitolo si andrà a discutere dell'analisi non lineare di una struttura di una vela solare attraverso alcuni studi pubblicati. In articolare saranno presentati i seguenti:

- "Parametric Studies of Square Sails Using Finite Elements Analysis" di David W. Sleight e Danniella M. Muheim (12);
- "Solar Sail Structural Analysis via Improved Element Modeling" di Luisa Boni e colleghi (13);
- "Finite Element Analysis and Test Correlation of a 10-meter Inflation-Deployed Solar Sail" di David W. Sleight e colleghi (14).

Gli studi sopracitati hanno svolto anche uno studio nell'ambito della dinamica che non verranno presi in discussione in quanto esulano dal contesto del qui presente documento.

4.1 Analisi Strutturale non Lineare di una Vela Solare Tramite modellazione FEM

Da un punto di vista strutturale, l'analisi di una struttura spaziale complessa come una vela solare fa largo uso di tecniche e software commerciali, che sono comunemente utilizzati nella progettazione di strutture aeronautiche e meccaniche più convenzionali (12). Anche se i moderni software per l'analisi agli elementi finiti (FE) rappresentano strumenti essenziali per la progettazione preliminare di strutture aerospaziali, la peculiarità di una struttura a vela solare dà luogo a una serie di problemi impegnativi sia in fase di modellazione che in fase di analisi (particolarità come l'ampia superficie riflettente con spessore molto ridotto e i lunghi e sottili booms di supporto).

La letteratura riporta una serie di articoli che trattano diversi tipi di analisi strutturali statiche e dinamiche in funzione della grandezza della vela. L'interesse per questo tipo di problema è di Greschik e Mikulas che in un loro studio del 2002 emerge che i parametri di progettazione di una vela solare sono molto complessi da gestire in modo completo (e chiuso) da un punto di vista analitico. È di Murphy nel 2002 uno dei primi tentativi di utilizzare un approccio con il metodo degli elementi finiti per eseguire un'analisi strutturale dinamica di una vela solare. Nei suoi studi vengono evidenziati diversi problemi di convergenza dovuti alla presenza di zone di compressione, che causano l'insorgenza di fenomeni di raggrinzimento sulla superficie. Questo problema viene aggirato applicando un precarico, che produce una sollecitazione di circa 1,5 Pa al centro della singola membrana della vela. Altri lavori dello stesso periodo si sono interessati al problema del verificarsi di fenomeni di raggrinzimento nelle regioni delle membrane vela sottoposte a compressione. Wong e Pellegrino dimostrarono con le loro analisi che la previsione di grinze sulla membrana della vela poteva essere ottenuta introducendo delle imperfezioni geometriche iniziali ottenute da una precedente analisi degli autovalori.

È di Sleight e Muheim un ulteriore approccio nello studio di un'intera vela solare quadrata il cui modello consiste in una struttura a volo libero nell'ambiente spaziale. Il contributo principale è nell'uso del metodo di "inertial relieve", che consente di bilanciare il carico di pressione solare applicato esternamente con i carichi inerziali indotti da un campo di accelerazione costante del corpo rigido. Fondamentalmente, si assume che la struttura sia in uno stato di equilibrio statico senza vincoli. Di conseguenza, può essere analizzato per mezzo di una classica analisi statica. Una tale tecnica è disponibile sia nei software commerciali NASTRAN e

ABAQUS e rappresenta uno strumento importante, utile per evitare una progettazione strutturale eccessivamente conservativa della vela solare. Il problema principale di questo metodo consiste nella sua totale incompatibilità con qualsiasi tipo di analisi di stabilizzazione.

Nonostante i notevoli miglioramenti delle prestazioni del software FE negli ultimi anni, le tecniche utilizzate per effettuare un'analisi strutturale della vela solare non sono cambiate molto. Un esempio significativo è dato da Holland che, tra i vari tipi di analisi strutturale sui componenti delle vele solari, esegue una FE di una vela solare quadrata utilizzando NASTRAN, evidenziando seri problemi di convergenza. Infatti, l'utilizzo di un pretensionamento della vela non è in grado di evitare l'insorgenza delle grinze. Per ottenere la convergenza, Holland applica piccole forze fuori dal piano in modo quasi casuale, per forzare il modello a una configurazione statica fattibile.

La questione della convergenza per un'analisi non lineare della vela solare, in particolare per una configurazione clipper, rappresenta ancora un problema impegnativo. Il forte comportamento non lineare della struttura è principalmente legato all'accoppiamento strutturale di membrane estremamente sottili con booms molto lunghi e snelli. Questo problema è amplificato dalla difficoltà di modellare la struttura della vela solare in presenza di connessioni distribuite vela-boom. Inoltre, a causa della trascurabile rigidità a flessione delle membrane, il passaggio da sollecitazione-deformazione a fuori dal piano è un problema numericamente altamente instabile, che dà origine a un movimento temporaneo del corpo rigido. Tale ostacolo viene solitamente contrastato riducendo la complessità della struttura, cioè, utilizzando sottocomponenti semplificati, assumendo vincoli e condizioni di carico irrealistici, o introducendo metodi di stabilizzazione di vario tipo. Questi trucchi, tuttavia, causano il verificarsi di imprecisioni nei risultati numerici.

Un altro approccio verso l'ottenimento di risultati numerici affidabili nell'analisi non lineare per una vela clipper è lo studio di Boni e colleghi nel 2017 il cui approccio consiste in un'intera struttura di vela solare clipper studiata in presenza di connessioni distribuite vela-booms. La vela è posta in condizioni di volo libero e viene adoperato il metodo dell'inertial relief per analizzare il comportamento della vela in funzione dell'angolo di incidenza del flusso solare. Più precisamente, viene eseguita un'analisi non lineare su una configurazione geometrica iniziale dell'intera vela solare, perturbata con una combinazione lineare dei primi quattro modi di instabilità globale, quest'ultima ottenuta mediante un'analisi agli autovalori. Tale tecnica, che è impiegata per essere efficace nelle analisi post-buckling di componenti strutturali aerospaziali.

Nel loro studio l'analisi dell'instabilità lineare viene condotta tenendo conto dell'effettivo precarico e del carico superficiale, in modo che l'imperfezione geometrica iniziale abbia il duplice effetto di migliorare la convergenza numerica e di guidare l'algoritmo verso configurazioni realistiche di deformazioni. Per preservare l'accuratezza dei risultati, hanno scelto un'ampiezza dell'imperfezione geometrica tale da essere almeno due ordini di grandezza inferiore alla deflessione massima della vela. Altri punti fondamentali sono rappresentati dall'utilizzo di un'adeguata precompressione della vela, dalla scelta di un tipo di elemento adatto per il FE e dall'impiego di una mesh molto fitta. In Figure 4.1-a sono presentati i due modelli utilizzati per le analisi: due vele solari quadrate di 20 m x 20 m di superficie d'ingombro che si differenziano per il numero di attacchi della membrana alla struttura di supporto (uno con 5 serraggi o 5PCS, e uno a multiserraggi o MPCS). Nel MPCS i cavi sono stati distribuiti uno ogni 1.75 m dall'altro.

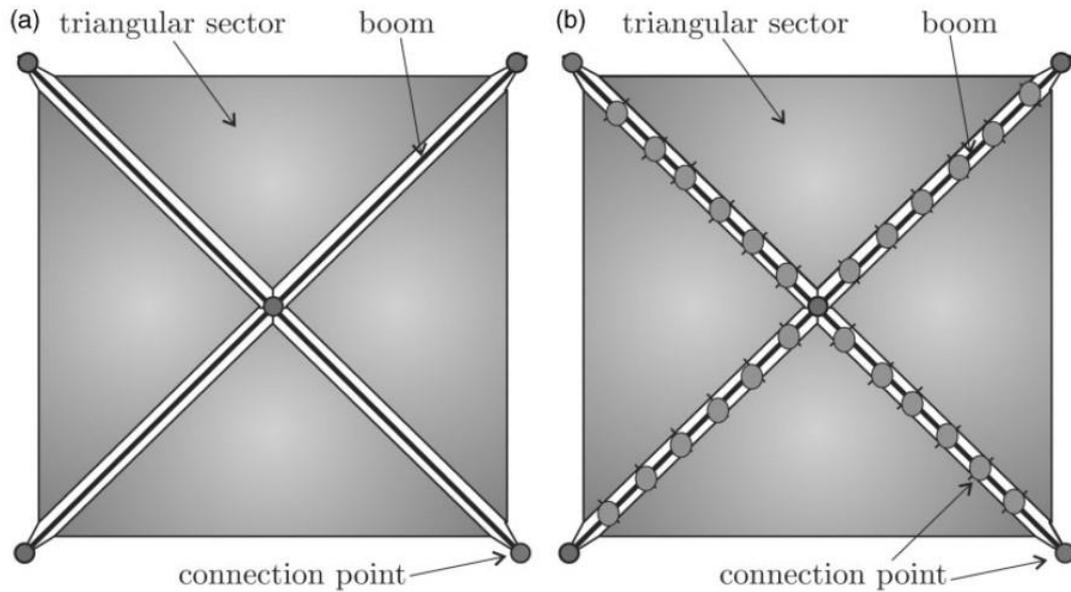


Figure 4.1-a: modelli impiegati per l'analisi: a) 5 connessioni; b) connessioni multiple (13)

La singola membrana è collegata ai booms con un numero di cavi dipendente dalla configurazione. Un albero di controllo lungo 2 m è posto al centro dei modelli per simulare il corpo principale dello spacecraft, alla cui estremità libera vi è posta una massa concentrata di 35 kg. Ulteriori quattro masse di 0.6 kg sono state poste agli estremi delle travature. Infine, una massa di 25 kg è posta al centro del buss dello spacecraft. Le travature sono state modellizzate con proprietà di un materiale composito, mentre i cavi con un materiale isotropico simile al Kevlar. L'albero di controllo è stato assunto come costituito da un materiale isotropico. Le membrane, infine, sono state assunte composte da un materiale isotropico simile al Kapton. In Tabella 4.1-a sono riportate le proprietà dei materiali.

Componente	boom	cavo	Albero di controllo	Membrana
Materiale	Composito	Isotropico (simile al kevlar)	Isotropico	Kapton
Sezione / raggio (mm)	Tubo circolare / 229	Solido circolare / 0.5	Tubo circolare / 17.05	N/A
Spessore (mm)	$7.5 \cdot 10^{-3}$	N/A	5	$2.5 \cdot 10^{-3}$
Densità (kg/m ³)	1908	1440	7660	1572
Modulo elastico (GPa)	$E_1 = 124;$ $E_2 = 100;$ $E_3 = 100;$ $G_{12} = 47;$ $G_{13} = 38;$ $G_{23} = 46;$	62	124	2.48
Poisson	$\nu_{12} = 0.3;$ $\nu_{13} = 0.3;$ $\nu_{23} = 0.3;$	0.36	0.3	0.34

Tabella 4.1-a: proprietà dei materiali impiegati (13)

Per le analisi hanno utilizzato uno sviluppo al FEM che tiene in considerazione il comportamento geometrico non lineare dei modelli attraverso un'analisi non lineare con un algoritmo di Newton-Raphson senza la

necessità di un parametro di stabilizzazione. L'analisi l'hanno svolta a partire da una configurazione geometrica perturbata con una combinazione lineare dei primi quattro modi propri di buckling globali, ottenuti da una precedente analisi agli autovalori. L'ampiezza selezionata delle imperfezioni è di 0.1 mm. Per le analisi è stato usato un processo multistep dei due modelli. Come primo passaggio si applica un carico di prestress alle membrane, successivamente una pressione uniforme è applicata per simulare il vento solare.

Tre tipologie di carichi sono state considerate per ogni modello: una pressione solare normale alla superficie della membrana di modulo $9.12 \cdot 10^6$ N/m, uno con la stessa pressione ma dotato di un'incidenza di 35° rispetto alla normale (angolo di zenit δ) e l'ultimo che mantiene l'incidenza di zenit ma ruota di 45° nel piano la struttura (angolo di azimut α).

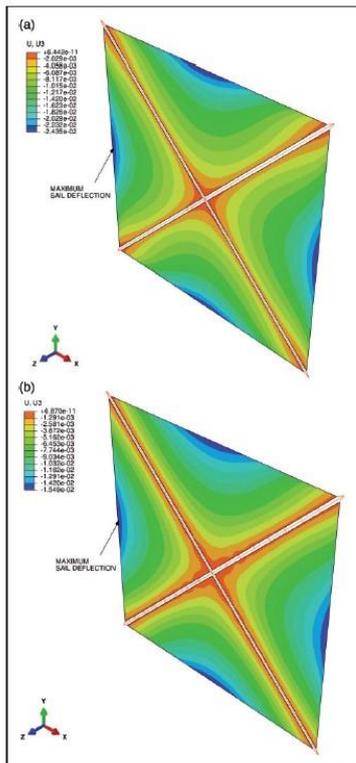


Figure 4.1-c: spostamenti fuori dal piano: a) 5 serraggi; b) multi serraggi (13)

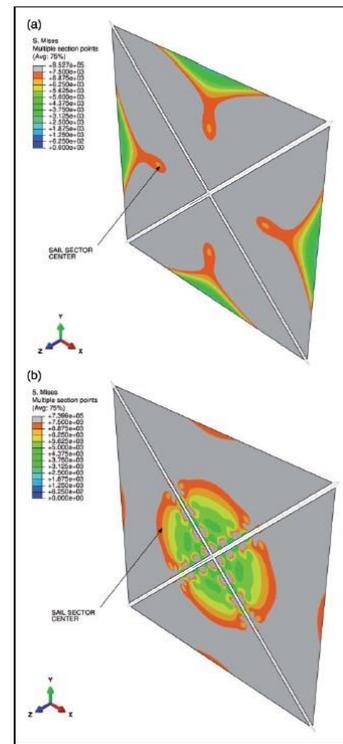


Figure 4.1-b: prestress: a) modello 5 serraggi; b) modello multi serraggi (13)

Lo studio ha evidenziato che le sollecitazioni dovute alla forza della pressione della radiazione solare genera un significativo campo di spostamento fuori piano sulla superficie della membrana, che raggiunge il valore massimo al centro del bordo esterno di ciascun settore, come mostrato in Figure 4.1-c. In Figure 4.1-b è riportato lo stato di prestress ottenuto dallo studio di Boni delle vele in cui si ha un valore massimo localizzato di 1 psi (6895 Pa) al centro di ogni membrana.

Dalle simulazioni che hanno effettuato evidenziano come la pressione applicata (con angolo di zenit nullo) alla superficie della membrana si traduce in un campo di spostamento fuori piano perfettamente simmetrico. La Tabella 4.1-b riporta la deflessione massima della vela solare per ogni configurazione e caso di carico. A seconda del numero di serraggi, o connessioni con la struttura di supporto, si hanno deformazioni diverse e lo studio ha calcolato una differenza del 36% tra le massime del bordo libero dei due modelli che hanno analizzato.

Modello	Angoli					
	δ	α	δ	α	δ	α
	0°	0°	0°	35°	45°	35°
5PCS	24.35 mm		21.39 mm		21.25 mm	
MPCS	15.49 mm		13.87 mm		13.76 mm	

Tabella 4.1-b: massimi spostamenti della membrana (13)

L'introduzione di un angolo d'incidenza diverso da zero non introduce differenze significative nel valore massimo dello spostamento fuori piano della vela. Lo studio ha evidenziato che un prestress adeguato può evitare zone eccessivamente estese di compressione che danno origine a grinze sulla membrana.

La Figure 4.1-d mostra la sollecitazione minima per le due configurazioni considerate (sia sulla faccia inferiore che superiore delle membrane rispetto alla direzione normale dei modelli) ed è evidente che nel modello MPCS si ha una notevole riduzione delle zone di compressione rispetto al modello 5PCS. Anche se la differenza tra le due superfici (inferiore e superiore) è piccola, evidenzia la presenza di una flessione della vela, che può influenzare la forma delle regioni rugose. Nello studio è stata riportata solo la Figure 4.1-d che illustra solo i risultati dovuti alla pressione normale poiché quelli corrispondenti agli angoli di incidenza del carico diversi da zero hanno dato risultati molto simili.

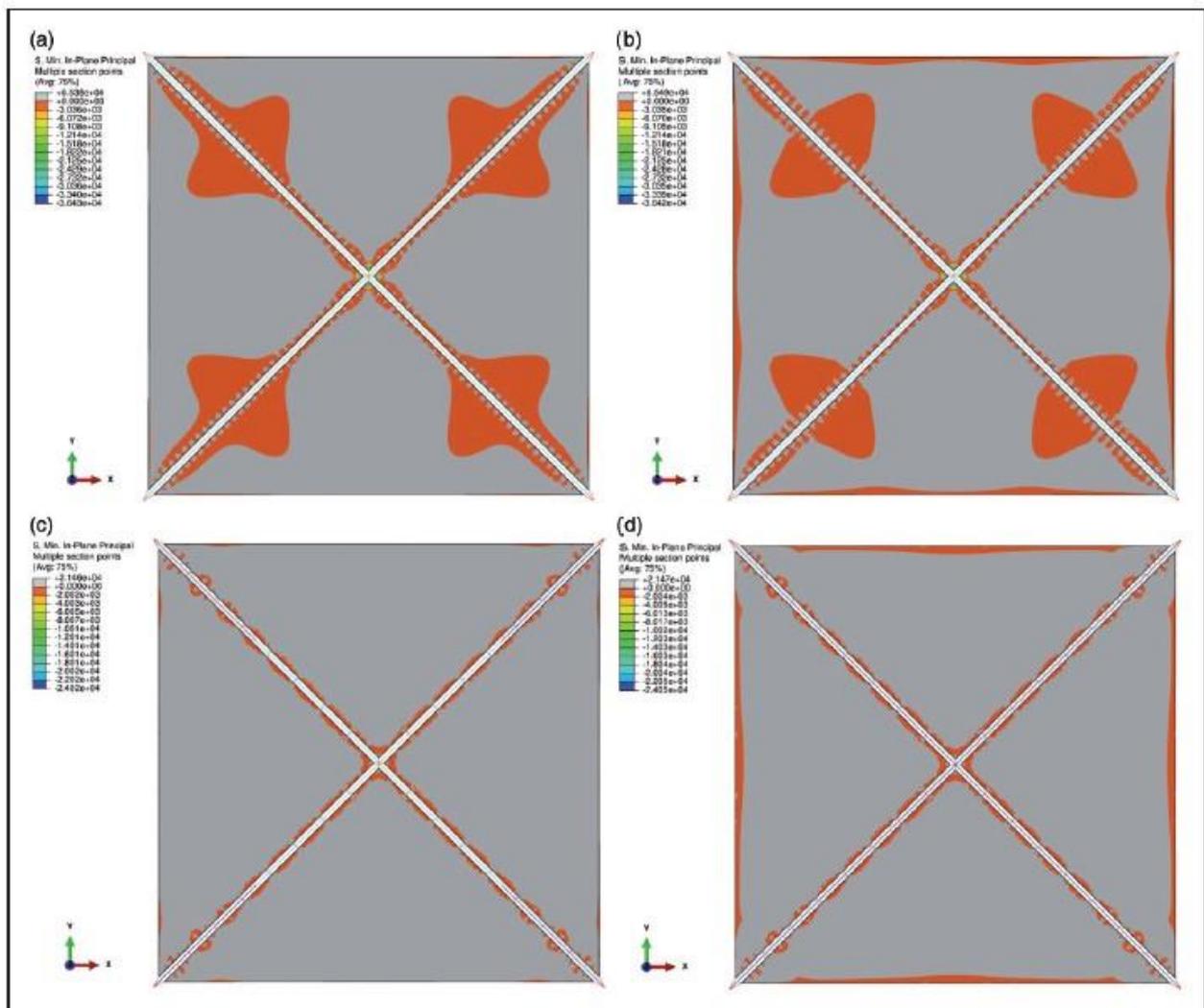


Figure 4.1-d: mappa delle minime sollecitazioni: a) 5PCS sopra; b) 5PCS sotto; c) MPCS sopra; d) MPCS sotto (13)

Modello	Angoli					
	δ	α	δ	α	δ	α
	0°	0°	0°	35°	45°	35°
5PCS	1.684*10 ⁻² mm		1.6*10 ⁻² mm		1.647*10 ⁻² mm	
MPCS	1.488*10 ⁻² mm		1.368*10 ⁻² mm		1.42*10 ⁻² mm	

Tabella 4.1-c: massimi spostamenti dei booms per i due modelli (13)

Lo studio ha anche investigato sulla risposta strutturale dei booms di sostegno in termini di massima deflessione e massimo carico di compressione. Le Tabella 4.1-c e Tabella 4.1-d riassumono i risultati per ciascun modello della vela solare e per ogni caso di carico. I dati riportati in queste tabelle mostrano che il boom nel modello multiserraggi o MPCS ha uno spostamento inferiore e un carico di compressione inferiore rispetto all'altro modello. Inoltre hanno osservato che le differenze introdotte dagli angoli di incidenza del carico sono piuttosto piccole e che la deflessione massima della punta del boom è sempre di tre ordini di grandezza inferiore alla deflessione massima della vela.

Modello	Angoli					
	δ	α	δ	α	δ	α
	0°	0°	0°	35°	45°	35°
5PCS	0.3315 N		0.3345 N		0.336	
MPCS	0.259 N		0.267 N		0.261 N	

Tabella 4.1-d: massimi carichi di compressione dei booms per i due modelli (13)

4.2 Influenza di Parametri Specifici sul Comportamento della Struttura

Per trattare questo argomento si farà riferimento allo studio di David W. Sleight e Danniella M. Muheim, che propone un'analisi di una vela solare clipper di dimensioni $150 \times 150 \text{ m}^2$ (12). La struttura è mostrata schematicamente in Figure 4.2-a ed è così composta: quattro vele triangolari, 4 boom di 106 m, un albero di controllo di 2 m, delle masse concentrate e cavi di fissaggio vela-struttura. Le masse concentrate sono: 4 masse da 0.58 kg poste sugli estremi dei boom (che rappresentano le masse di dispiegamento), una massa di 228 kg posta sull'estremo libero dell'albero di controllo (payload) e una di 54.84 kg al centro della struttura e sull'altro estremo dell'albero (che rappresentano i sistemi di controllo d'assetto, dispositivi di controllo termico e parte della strumentazione diversamente allocata). I quattro boom sono stati idealizzati come tubi a parete sottile con un raggio della sezione di 0.229 m e spessore di $7.5 \text{ }\mu\text{m}$. L'albero di controllo è stato idealizzato anche esso come un tubo a parete sottile con una sezione circolare e proprietà isotropiche del materiale costituente. I cavi di fissaggio sono idealizzati come tubi a parete sottile composti da materiale isotropico simile al Kevlar con un raggio della sezione di $0.78 \text{ }\mu\text{m}$. Infine, le vele sono membrane con proprietà isotropiche simili al Kapton. Il loro spessore è di $2.50 \text{ }\mu\text{m}$.

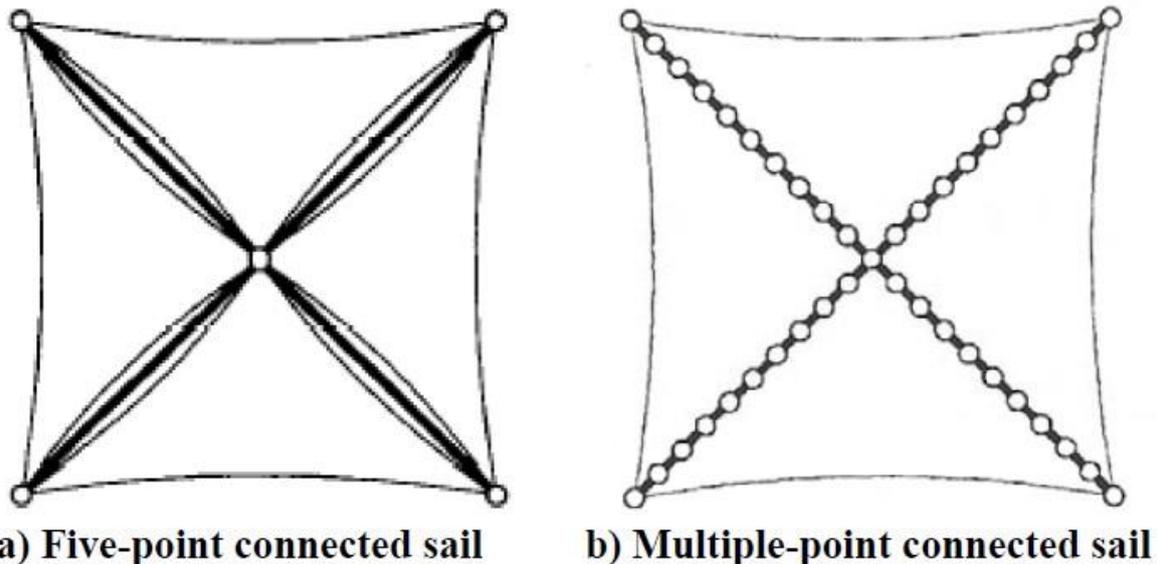


Figure 4.2-a: struttura concettuale (12)

Le proprietà sono riassunte in Tabella 4.2-a. Per le analisi sono state svolte per due modelli che si differenziano nel numero di fissaggi della vela alla struttura (a 5 fissaggi e a multi-fissaggi), come mostrato in sempre Figure 4.2-a, andando a cambiare in simultanea diversi parametri.

Componente	Materiale	Raggio (m)	Spessore (m)	Modulo di Yang (* 10^9 N/m^2)	Poisson	Densità (kg/m^3)
booms	Composito	0.229	$7.5 \cdot 10^{-6}$	124	0.30	1908
Cavi	Kevlar	0.0005	N/A	62	0.36	1440
Albero di controllo	Isotropico	0.01705	0.005	124	0.30	7660
membrana	Kapton	N/A	$2.50 \cdot 10^{-6}$	2.48	0.34	1572

Tabella 4.2-a: proprietà componenti (12)

Nelle loro simulazioni un fittizio carico termico pretensiona le vele inducendo una contrazione dei cavi di connessione alla struttura in modo da raggiungere una tensione massima sul centro di una singola vela triangolare di 6.895 N/m^2 (1 psi). Tale pressione, dichiara lo studio, è sufficiente a evitare la presenza di zone di compressione e, quindi, la formazione di grinze.

Una prima analisi è andata a studiare il comportamento della struttura al variare della rigidità dei boom. In questa analisi si è andato a variare lo spessore del tubo cavo da $4.0 \mu\text{m}$ a $41.0 \mu\text{m}$ (mantenendo invariate le proprietà del materiale) ed è stata svolta solo per il modello a cinque fissaggi (dichiarano che in futuro è pianificato l'analisi per il modello multi-fissaggi). L'analisi ha rilevato un impatto significativo della rigidità dei boom sulla risposta statica del modello della vela, con un rapido incremento delle deflessioni di boom e della vela al di sotto dei $7.5 \mu\text{m}$ (Figure 4.2-b).

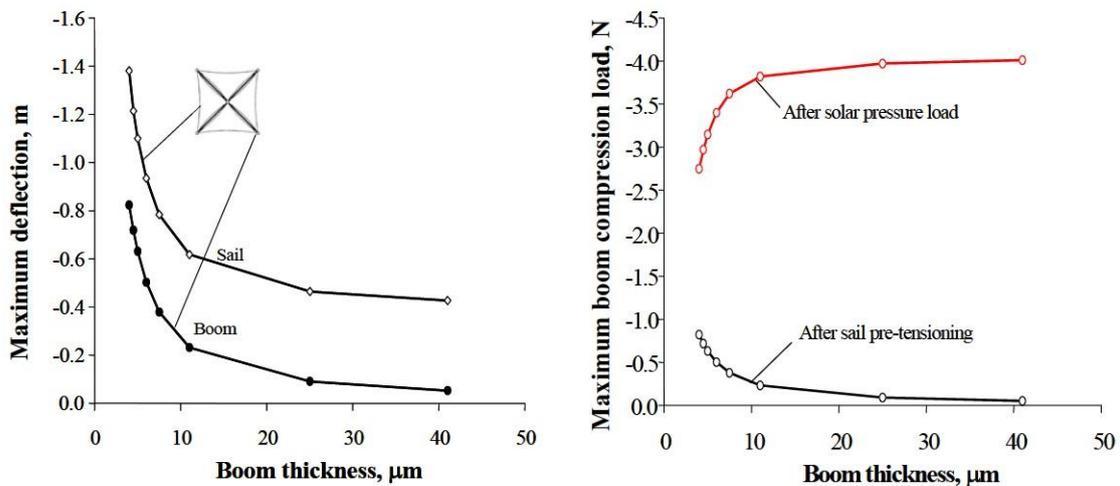


Figure 4.2-b: massima deflessione e carico di compressione massimo al variare dello spessore dei boom (12)

La seconda analisi è stata svolta sulle dimensioni delle vele andando a variare la superficie riflettente della vela da una $20 \times 20 \text{ m}^2$ a $150 \times 150 \text{ m}^2$. La massima deformazione dei boom e della vela diagrammata con l'aumento dell'area (Figure 4.2-c) mostra un incremento non lineare della prima all'aumento della seconda, inoltre l'incremento è minore per il modello a multi-fissaggi rispetto a quello a cinque.

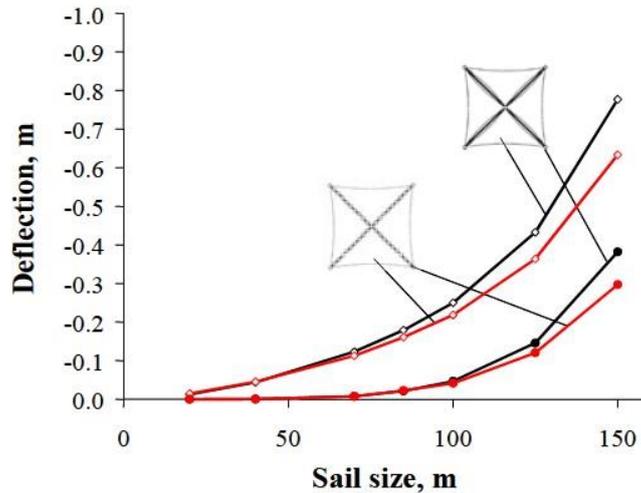


Figure 4.2-c: variazione della deformazione in funzione della dimensione della vela per vela e boom (12)

La terza si è concentrata sul variare lo spessore delle vele da 0.5 μm a 10.0 μm . Ancora una volta l'analisi mostra una deformazione maggiore per il modello a cinque fissaggi (Figure 4.2-d). Tuttavia, è possibile osservare che per il modello a cinque fissaggi la deformazione non segue un comportamento non lineare decrescente per tutto il dominio d'analisi, bensì diventa crescente nel dominio tra 7.5 μm e 10 μm .

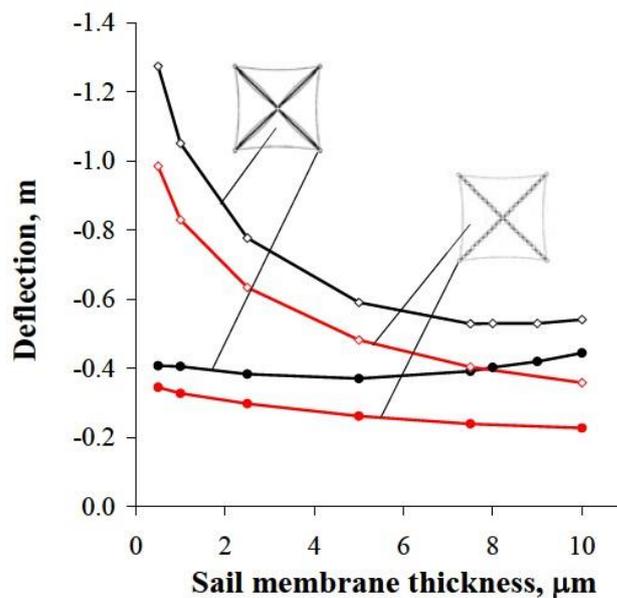


Figure 4.2-d: variazione della deformazione della membrana e dei boom al variare dello spessore della membrana (12)

La quarta e ultima si è concentrata sull'analisi del pre-stress delle membrane andando a osservare l'effetto per dei valori da 0.1 psi a 5 psi andando a modificare i valori delle temperature sui cavi. L'analisi ha rilevato che la sua variazione ha un enorme impatto sulla risposta della vela. In Figure 4.2-e è possibile osservare la deformazione all'aumentare del pre-stress dei boom e delle membrane, dove la membrana presenta un'inflexione prima di 3 psi, per poi deflettersi congiuntamente ai boom.

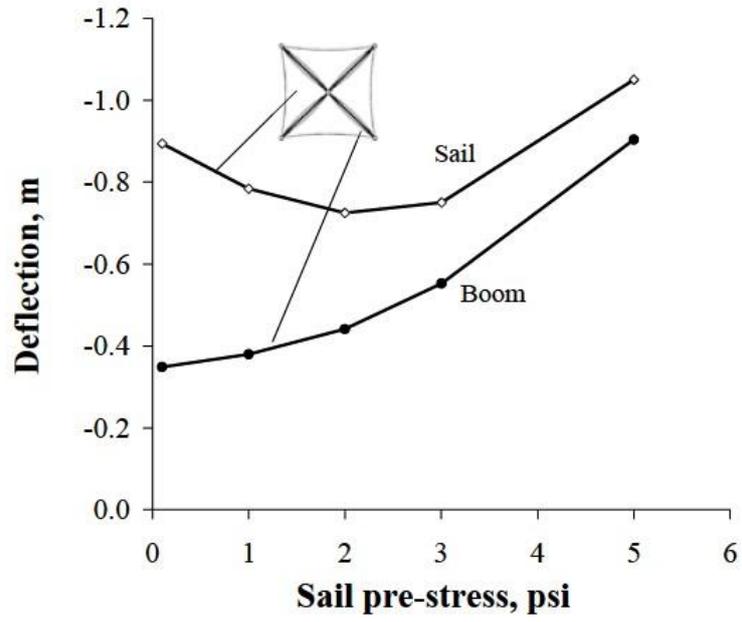


Figure 4.2-e: deformazione della vela alla variazione del prestress (12)

4.3 Confronto con Dati Sperimentali

Delle simulazioni è importante capire quanto le analisi svolte possano essere sufficientemente predittive del comportamento operativo. David W. Sleight e colleghi (12) hanno svolto delle analisi su una struttura di vela solare e le hanno confrontate con delle simulazioni svolte con due software per le analisi FE (ABAQUS e NEiNastran) con l'obiettivo di valutare la capacità predittiva del test a terra di una vela clipper di 10 m di lato dotata di quattro supporti di 7.4 m di lunghezza. Il prototipo è stato testato nella camera della NASA "GSFC Thermal Vacuum Chamber" ed è un assieme di due parti: un boom "inflatable sub- T_g rigidizable" e una struttura di supporto "sun-side" (Figure 4.3-a). Il boom è il principale componente di resistenza di carico, mentre la struttura di supporto ha il ruolo di irrigidire il boom al momento flettente causato dal flusso solare sulla membrana:

- Il boom è un semi-monoscocca costituito da fibre impregnate in una resina a sub- T_g che si irrigidisce dopo il dispiegamento.
- La struttura di supporto è composta da una serie di linee di tensione diverse in base alla loro funzione. Le "anchors" fornisce la componente di taglio da trasmettere al momento flettente. I "longerons" forniscono un elevato momento d'inerzia al boom per resistere al momento flettente generato dal vento solare. Le "diagonals" aumentano la rigidità torsionale della struttura di supporto. I "battens" sono pretensionati da una forza specifica durante la costruzione e servono a formare il reticolo della struttura. Infine, gli "spreader bars" che connettono l'estremo libero del boom alla struttura.

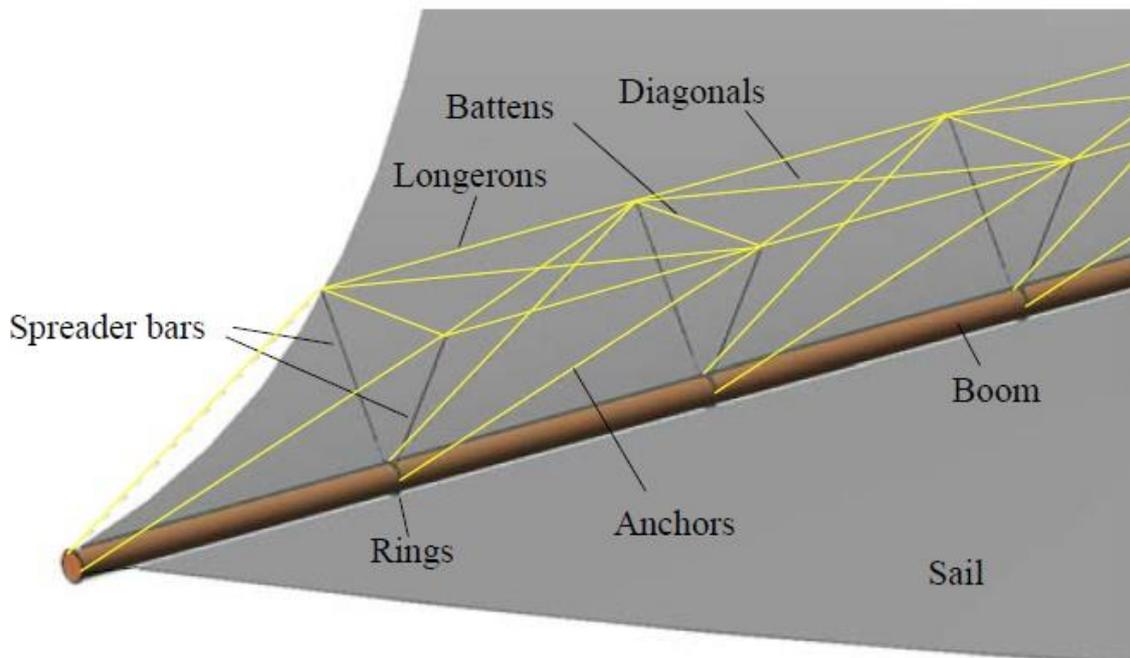


Figure 4.3-a: schema del supporto (14)

Il test per simulare il carico del flusso del vento solare consiste in una combinazione di forze di compressione, taglio e di momenti, inoltre la struttura è stata anche scaricata dal suo peso dovuta alla gravità in più punti lungo il boom. L'uso di anelli permette l'ancoraggio tra il boom e la struttura di supporto.

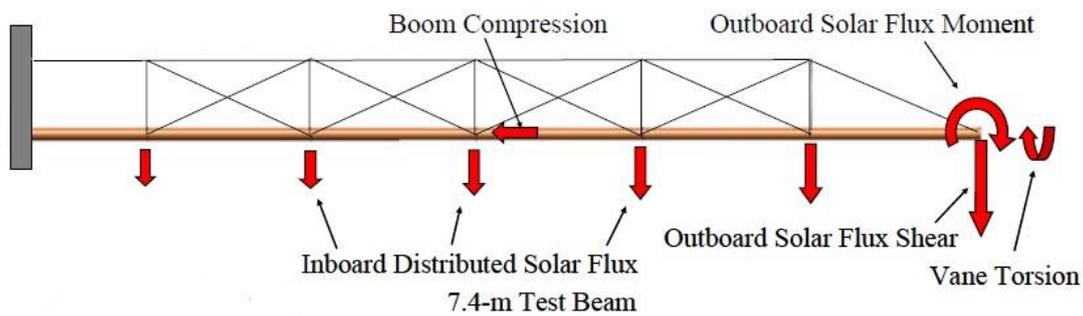


Figure 4.3-b: distribuzione dei carichi (14)

Il test è stato condotto con la camera nelle condizioni operative di una pressione di vuoto 13.3 Pa a -56.7 °C per due tipologie di prove. La prima è un test statico condotto per dimostrare che il supporto sia in grado di sopportare il carico derivante dal vento solare. La seconda, utilizza una combinazione di carichi tra il carico del vento solare e dei momenti torcenti per dimostrare che la struttura possa resistere a dei momenti torcenti.

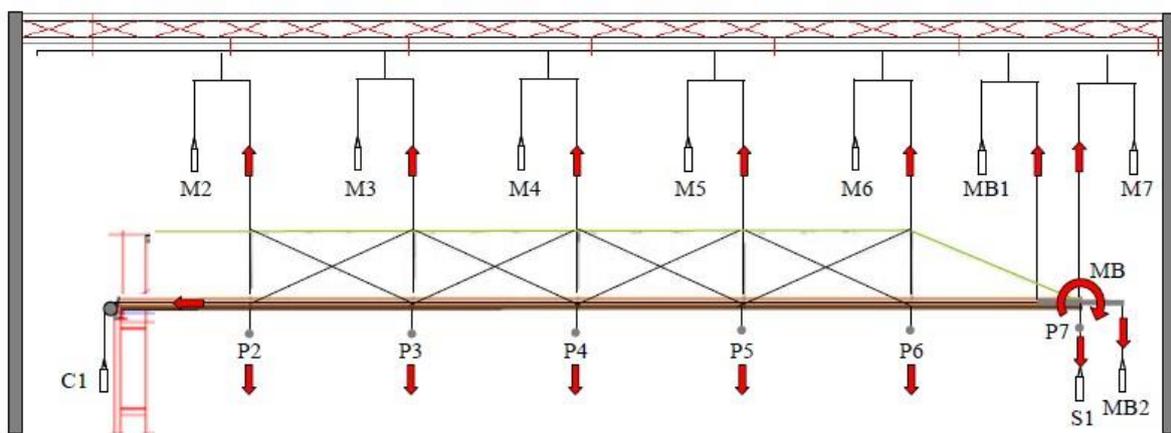


Figure 4.3-c: set-up del test (14)

Parallelamente ai test, hanno svolto le due analisi al FE dove le proprietà del materiale di boom e delle “bars” le hanno fornite dalle misurazioni dirette dei componenti, mentre per gli altri elementi, le proprietà sono estratte direttamente dai dati manifatturieri. Hanno svolto un’analisi non lineare per entrambe le simulazioni in due step. Al primo un carico di pretensionamento viene applicato ai “batters” insieme al carico dovuto alla gravità. Nel secondo si sono applicate forze puntiformi sugli anelli per simulare l’assenza di gravità. Infine, si sono applicati dei carichi sull’estremo del boom per simulare le condizioni di sollecitazioni come in Figure 4.3-b.

I risultati ottenuti della sola deflessione della struttura priva di membrana sono mostrati in Figure 4.3-d i valori sono stati normalizzati per il relativo valore massimo. Lo scostamento dei valori sperimentali sotto al valore normalizzato di 0.6 da quelli delle simulazioni sono da attribuirsi alle imprecisioni di misurazione.

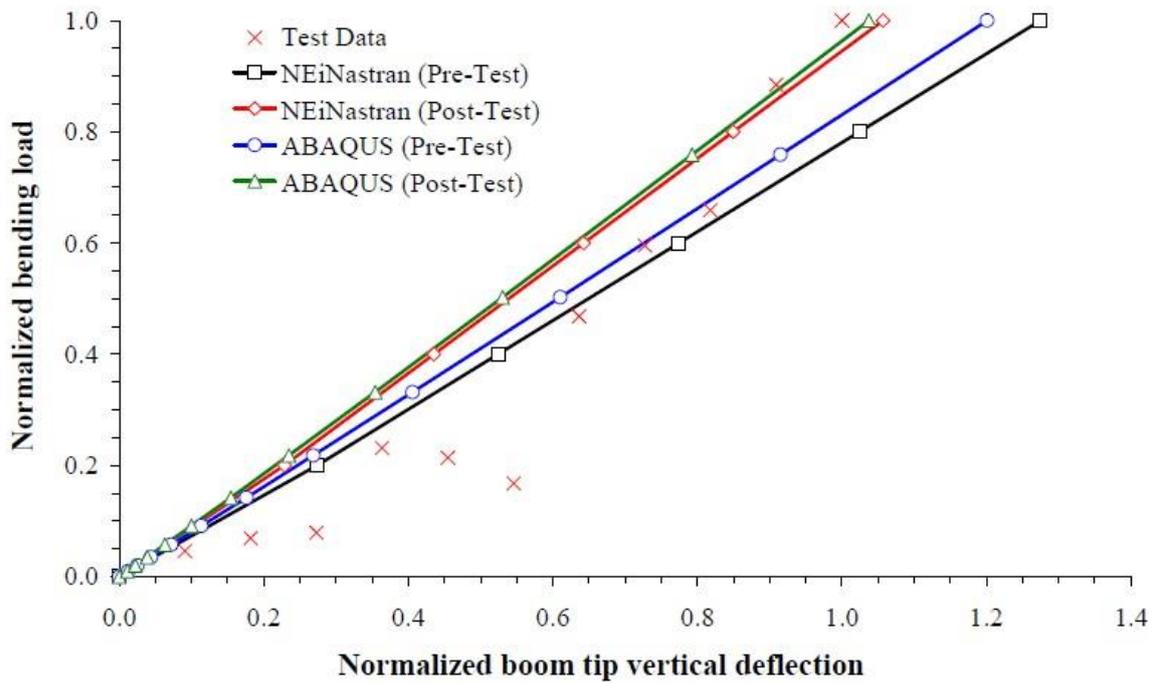


Figure 4.3-d: deflessione del boom in funzione del momento flettente (14)

Nella stessa camera, successivamente, hanno testato la vela solare complessiva in due configurazioni. Tutte le due configurazioni utilizzano quattro dei sistemi di boom. La prima prova consiste nel fissare le membrane agli anelli dei booms e misurare le frequenze e i modi di vibrare sotto la condizione di una combinazione dei carichi del vento solare e della gravità. Il carico dovuto al vento solare è stato riprodotto aggiungendo dei carichi alla struttura dei booms (Figure 4.3-c).

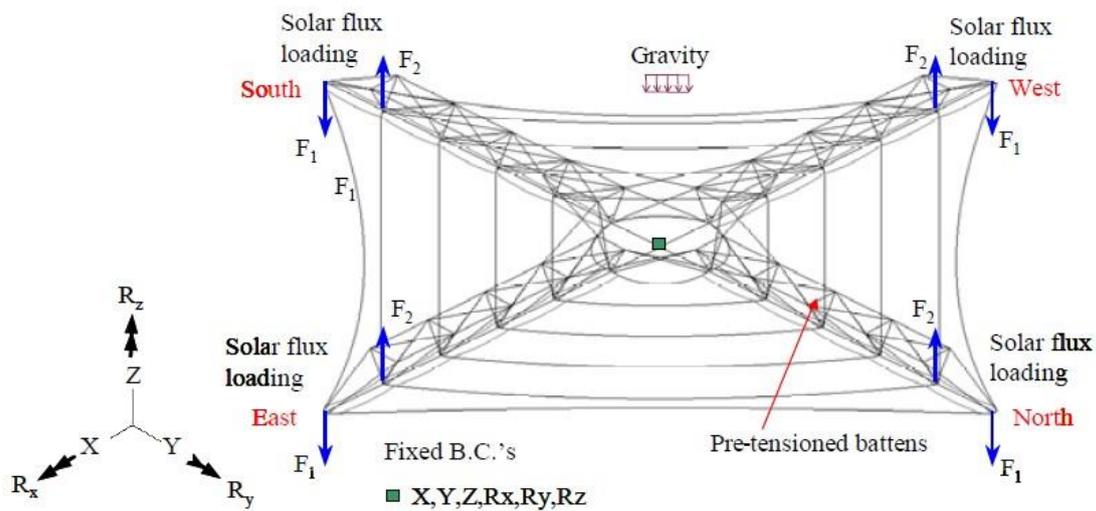


Figure 4.3-e: set-up del I test sulla vela complessiva nella prima configurazione (14)

Nella seconda configurazione, la membrana è rimpiazzata con delle stringhe ultraleggere collocate sugli ultimi quattro anelli dei booms. Le stringhe sono state scelte per rappresentare in condizione 1-g il carico che la pressione solare esercita sulla vela durante la sua operatività (Figure 4.3-e). Tale configurazione permette un test in una condizione simulata di assenza di gravità e sono state misurate le vibrazioni strutturali e le deformazioni strutturali statiche nel vuoto. Nelle simulazioni hanno ripreso i modelli precedenti per i booms a cui è stata aggiunta la membrana. Le analisi le hanno svolte con un approccio multistep.

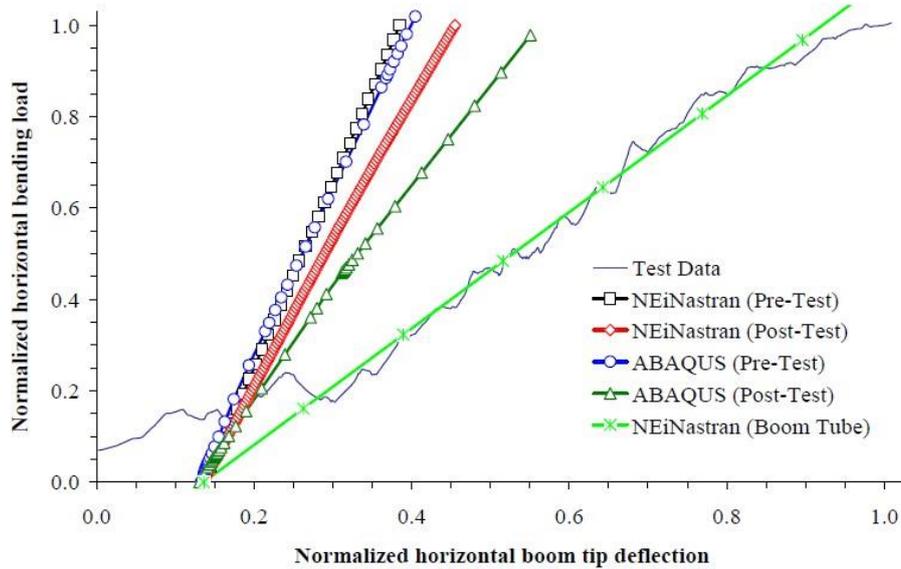


Figure 4.3-f: risultati sul momento flettente orizzontale (14)

Le analisi al FE per il momento flettente orizzontale (Figure 4.3-f), cioè un momento nel piano della membrana, prevedono una struttura più rigida di quello che emerge dai test. Un fattore che contribuisce a ciò può essere le asimmetrie delle tensioni dovute allentamento delle stringhe dell'assieme dei booms.

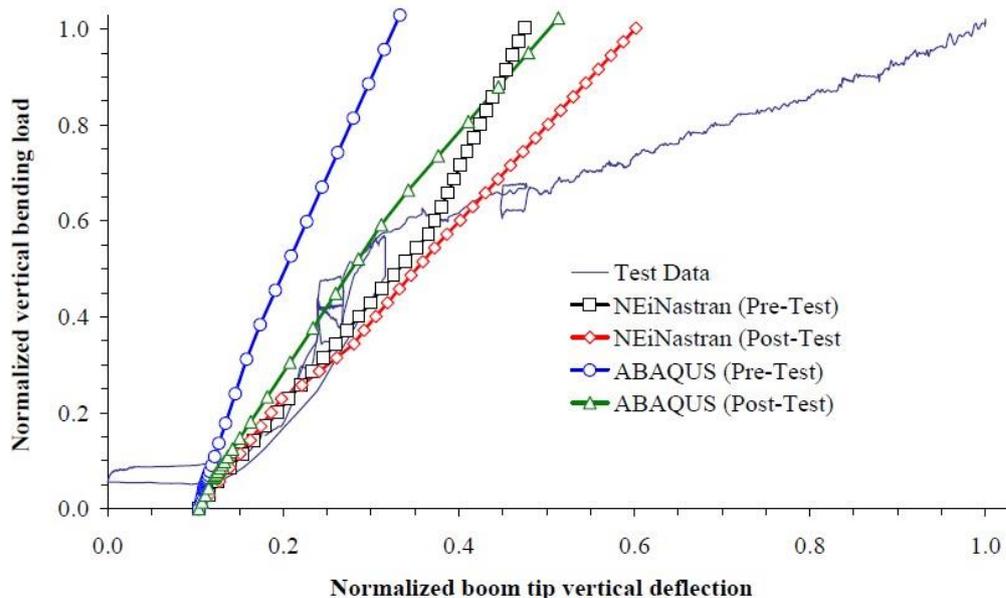


Figure 4.3-g: risultati sul momento flettente verticale (14)

Le analisi del momento flettente verticale (Figure 4.3-g), cioè un momento flettente che porta l'inflessione verso la normale della superficie della membrana, mostrano due distinte regioni lineari. Una prima che va fino a un valore normalizzato di spostamento di 0.3 rappresenta la rigidità dell'insieme dei supporti e dei booms, mentre successivamente rappresenta la sola rigidità dei booms.

Lo studio ha concluso che per il boom e la sua struttura le simulazioni sono in accordo con i risultati offerti dai test per il momento flettente sul prototipo. Per quanto riguarda la struttura completa della vela, le simulazioni sono abbastanza concordi con i risultati di carico statico.

Complessivamente, David W. Sleight e colleghi concludono che le analisi al FE utilizzando ABAQUS o NEiNastran sono in ragionevole accordo con i risultati dei test a terra considerando la complessità dei set-up dei test. Inoltre, affermano che la correlazione tra le analisi e i risultati deve essere migliorata con analisi aggiuntive per la calibrazione di modelli sempre più precisi nell'ambito dei test a terra.

Conclusioni

L'impiego di un sistema di propulsione a vela solare vedrà un interesse sempre crescente per le missioni spaziali date le sue potenzialità. Tuttavia, come si è discusso nel documento, tale tecnologia non è esula da problematiche che posso richiedere studi dettagliati su ogni singolo aspetto e per quanto riguarda questo documento ci si è limitati alla discussione di uno studio preliminare statico e globale della struttura. Si è visto che nello studio di Boni e colleghi che l'introduzione di un angolo d'incidenza diverso da zero non introduce differenze significative nel valore massimo dello spostamento fuori piano della vela, inoltre lo studio ha evidenziato che un prestress adeguato può evitare zone eccessivamente estese di compressione che danno origine a grinze sulla membrana. La risposta della struttura è anche influenzata dal numero di serraggi o punti di connessione con la struttura di supporto, dove un maggior numero di connessioni induce una maggiore rigidità strutturale. È indubbio che uno studio più approfondito evidenzierà il limite massimo di connessioni che la struttura può ospitare per evitare problematiche sia legate alla meccanica della struttura (es. rottura delle membrane a trazione) che operative (es. ingombri).

Dei booms si è potuto vedere l'impatto significativo della loro rigidità sulla risposta statica al variare della vela il quale ha un rapido incremento degli spostamenti fuori dal piano al di sotto di un determinato valore che ci porta in fase di progettazione a studiare con cura le loro geometrie e i loro materiali. Inoltre le dimensioni della membrana stessa può arrivare richiedere la valutazione di altre soluzioni di tipologia di vele dato che influenza direttamente la dimensione della lunghezza dei booms. Lo spessore della stessa membrana va anche valutato con adeguata cura sia perché minore è lo spessore minore è il peso, sia perché va influire sulla risposta in termini di spostamento della struttura (stiamo escludendo nel discorso i fenomeni di cedimento dovuti al superamento della sigma limite e del suo raggiungimento causato dalla degradazione del materiale durante il suo esercizio).

Il prestress delle membrane svolge un ruolo altrettanto importante al fine di evitare la formazione delle grinze. La variazione della tensione di prestress ha un enorme impatto sulla risposta della vela ed è possibile osservare che la deformazione all'aumentare del prestress porta i booms e la membrana ad avere spostamenti proporzionali tra loro. Gli studi citati, inoltre, hanno concluso che i carichi di compressione che agiscono sulle aste non causano problemi di resistenza statica né di instabilità alla struttura di supporto.

In questo documento non si è andato ad indagare che nella risposta strutturale del boom si dovrebbe tenere conto della sua complessa interazione con il sistema di dispiegamento, né si è guardato alla risposta in frequenza della struttura. La risposta in frequenza gioca un ruolo importante non solo per valutare la risposta del sistema alle fluttuazioni derivanti dalla non costanza della pressione del vento solare ma anche dalle vibrazioni generate all'interno dello stesso spacecraft (es. movimento dei sistemi di controllo d'assetto). Inoltre, se i confronti tra le simulazioni e i dati sperimentali non mostrano grandi discrepanze per quanto riguarda lo studio statico per quello dinamico potrebbero emergere discrepanze tra i dati delle simulazioni e i dati dei test su prototipi.

Bibliografia

1. **Jenkins, Christopher H.M. et al.** *Gossamer Spacecraft : Membrane and Inflatable Structures Technology for Space Applications*. s.l. : American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2001.
2. *Solar Sail technology—A State of the Art Review*. **Fu, Bo, Evan Sperber, and Fidelis Eke.** 86 , 2016, Progress in aerospace sciences, p. 1–19. Web.
3. *Wrinkling Modelling of Space Membranes Subject to Solar Radiation Pressure*. **Deng, Xiaowei, Yixiang Xu, and Christopher Clarke.** 157, 2019, Composites. Part B, Vol. Engineering, p. 266–275. Web.
4. **Kukathasan, S.** *Vibration of Prestressed Membrane*. 2000.
5. **Wilson, Lee.** *Analysis of Packaging and Deployment of Ultralight Space Structures*. s.l. : ProQuest Dissertations Publishing, 2017.
6. *Effects of Long-Term Stowage on the Deployment of Bistable Tape Springs*. **Brinkmeyer, Alex, Sergio Pellegrino, and Paul M Weaver.** 83, 2016, Journal of applied mechanics .
7. *The Solar Sail Materials (SSM) Project – Status of Activities*. **Dalla Vedova, F. et al.** s.l. : OXFORD: Elsevier Ltd, 2011, Advances in space research, Vol. 48.11, p. 1922–1926. Web.
8. **MatWeb, LLC.** DuPont Teijin Films Mylar® A Polyester Film, 500 Gauge. www.matweb.com. [Online] https://www.matweb.com/search/datasheet_print.aspx?matguid=981d85aa72b0419bb4b26a3c06cb284d.
9. **DuPont de Nemours, Inc.** DuPont™ Kapton®. www.DuPont.com. [Online] https://www.dupont.com/content/dam/dupont/amer/us/en/ei-transformation/public/documents/en/EI-10142_Kapton-Summary-of-Properties.pdf.
10. *Deployment Simulation of Foldable Origami Membrane Structures*. **Cai, Jianguo et al.** 67, 2017, Aerospace science and technology, p. 343–353. Web.
11. *Finite Element Analysis of Solar Sail Force Model with Mission Application*. **Boni, Luisa, Giovanni Mengali, and Alessandro A Quarta.** 2019, Journal of aerospace engineering, Vol. 233.5, p. 1838–1846. Web.
12. **Sleight, David W., and Danniella M. Muheim.** *Parametric Studies of Square Solar Sails Using Finite Element Analysis*. Langley Research Center:. 2004.
13. *Solar Sail Structural Analysis via Improved Finite Element Modeling*. **Boni, Luisa, Giovanni Mengali, and Alessandro A Quarta.** 231.2, 2017, Journal of aerospace engineering (): . Web., p. 306–318.
14. *Finite Element Analysis and Test Correlation of a 10-Meter Inflation-Deployed Solar Sail*. **Sleight, David W. et al.** Langley Research Center : s.n., 2005.