

# POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale  
in Ingegneria Matematica

Tesi di Laurea Magistrale

**Gestione delle scorte di beni deperibili in un contesto  
multi-prodotto con l'utilizzo di una politica base-stock**



**Relatori**

prof. Paolo Brandimarte

**Candidato**

Marianna Lolli

Anno Accademico 2023-2024

# Sommario

La gestione delle scorte di beni deperibili è un problema complesso che presenta nella letteratura vari modelli di risoluzione con diverse assunzioni.

L'obiettivo della tesi è quello di costruire un modello che utilizza una politica base-stock per massimizzare il profitto minimizzando lo spreco di cibo e la domanda non soddisfatta. Bisogna, quindi, cercare dei livelli di magazzino in equilibrio sia con la domanda che con la breve vita dei beni sugli scaffali. Verranno confrontati questi risultati anche con un'altra politica derivante dalla base-stock.

L'unica incertezza è rappresentata dalla domanda, che sarà generata da una Poisson la cui media è soggetta a stagionalità settimanale. La scelta di ogni cliente è modellizzata tramite un modello di scelta discreto, il quale presenta due possibili varianti: una in cui la probabilità che un cliente compri qualcosa segue una distribuzione  $\betaeta(\alpha, \beta)$  e il cliente acquista il prodotto con utilità maggiore e positiva; l'altra associa randomicamente ad ogni cliente un'attitudine all'acquisto tra sei alternative per cercare di simulare una situazione quanto più realistica possibile.

Si considererà un solo rivenditore e cinque prodotti con shelf-life e tempi di consegna fissi. Inoltre la simulazione sarà fatta su quattro scenari, i quali differiscono o sulle assunzioni del modello di scelta (descritte su) o sui margini di profitto dei vari prodotti.

# Indice

Elenco delle tabelle	5
Elenco delle figure	6
<b>I Prima Parte</b>	<b>7</b>
<b>1 Introduzione al problema</b>	<b>9</b>
1.1 Stato dell'arte	9
1.2 Assunzioni	10
<b>2 Definizione delle variabili del modello</b>	<b>13</b>
2.1 Prodotti	13
2.2 Rivenditore	13
2.3 Inventario	14
2.4 Gestione degli ordini	15
<b>3 Discrete choice model</b>	<b>17</b>
<b>4 Descrizione della dinamica</b>	<b>19</b>
4.1 Spazio degli stati	19
4.2 Spazio delle azioni	20
4.3 Funzione di reward	20
4.4 Funzione di transizione di stato	21
<b>5 Politica base-stock</b>	<b>23</b>
5.1 Policy $\theta_{q_{min}}$	24
<b>II Seconda Parte</b>	<b>27</b>
<b>6 Scenari</b>	<b>29</b>

<b>7</b>	<b>Risultati della simulazione</b>	<b>31</b>
7.1	Scenario 1: prodotti con margini diversi . . . . .	31
7.1.1	Politica base-stock . . . . .	31
7.1.2	Politica $\theta_{q_{min}}$ . . . . .	32
7.2	Scenario 2: prodotti con margini uguali . . . . .	36
7.2.1	Politica base-stock . . . . .	36
7.2.2	Politica $\theta_{q_{min}}$ . . . . .	36
7.3	Scenario 3: prodotti con margini diversi ma costi mediamente più bassi . .	39
7.3.1	Politica base-stock . . . . .	39
7.3.2	Politica $\theta_{q_{min}}$ . . . . .	41
7.4	Scenario 4: prodotti con margini diversi e modello di scelta con utilità lineare	44
7.4.1	Politica base-stock . . . . .	44
7.4.2	Politica $\theta_{q_{min}}$ . . . . .	44
<b>8</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>49</b>

# Elenco delle tabelle

6.1	Scenario 1	29
6.2	Scenario 2	30
6.3	Scenario 3	30
6.4	Scenario 4	30
7.1	Scenario 1. Base-stock policy	31
7.2	Scenario 1. Waste base-stock	32
7.3	Scenario 1. Vendite e profitto base-stock	32
7.4	Scenario 1. Policy $\theta_{q_{min}}$	33
7.5	Scenario 1. Waste $\theta_{q_{min}}$	34
7.6	Scenario 1. Vendite e profitto $\theta_{q_{min}}$	34
7.7	Scenario 2. Base-stock policy	36
7.8	Scenario 2. Waste base-stock	36
7.9	Scenario 2. Vendite e profitto base-stock	37
7.10	Scenario 2. Policy $\theta_{q_{min}}$	37
7.11	Scenario 2. Waste $\theta_{q_{min}}$	38
7.12	Scenario 2. Vendite e profitto $\theta_{q_{min}}$	38
7.13	Scenario 3. Base-stock policy	40
7.14	Scenario 3. Waste base-stock	40
7.15	Scenario 3. Vendite e profitto base-stock	40
7.16	Scenario 3. Policy $\theta_{q_{min}}$	42
7.17	Scenario 3. Waste $\theta_{q_{min}}$	42
7.18	Scenario 3. Vendite e profitto $\theta_{q_{min}}$	42
7.19	Scenario 4. Base-stock policy	44
7.20	Scenario 4. Waste base-stock	44
7.21	Scenario 4. Vendite e profitto base-stock	45
7.22	Scenario 4. Policy $\theta_{q_{min}}$	45
7.23	Scenario 4. Waste $\theta_{q_{min}}$	46
7.24	Scenario 4. Vendite e profitto $\theta_{q_{min}}$	46

# Elenco delle figure

4.1	Descrizione della dinamica giornaliera . . . . .	20
5.1	Base-stock policy . . . . .	23
5.2	Policy $\theta_{q_{min}}$ . . . . .	24
7.1	Scenario 1 BSP . . . . .	33
7.2	Scenario 1 $\theta_{q_{min}}$ . . . . .	35
7.3	Scenario 2 BSP . . . . .	37
7.4	Scenario 2 $\theta_{q_{min}}$ . . . . .	39
7.5	Scenario 3 BSP . . . . .	41
7.6	Scenario 3 $\theta_{q_{min}}$ . . . . .	43
7.7	Scenario 4 BSP . . . . .	45
7.8	Scenario 4 $\theta_{q_{min}}$ . . . . .	46

Parte I  
Prima Parte





# Capitolo 1

## Introduzione al problema

La gestione efficiente delle scorte è un elemento importante per le prestazioni economiche di un'azienda, assumendo per questo un ruolo cruciale nell'ottimizzazione dei processi operativi. Nel contesto dei beni deperibili all'aspetto economico si aggiunge anche un aspetto sociale, poiché si mira a ridurre lo spreco.

In questo elaborato si vuole trovare una politica ottimale che vada a gestire le ordinazioni dei prodotti di un punto vendita. Tale politica ha l'obiettivo di bilanciare la disponibilità dei prodotti sullo scaffale e i costi associati al potenziale deperimento, contribuendo così non solo all'efficienza economica ma anche alla responsabilità sociale di affrontare il problema dello spreco.

### 1.1 Stato dell'arte

Questo campo di ricerca è caratterizzato da una vasta letteratura che ha svolto un ruolo significativo nello sviluppo delle politiche di gestione delle scorte per beni deperibili, tramite approcci analitici e di ottimizzazione.

Sotto l'ipotesi di tempo discreto, si può fare riferimento a (Ishii and Nose, 1996) per modelli stocastici e (Pauls-Worm et al., 2014) per modelli MILP. Tuttavia, recentemente, si è riscontrato un interesse crescente per metodologie basate sulla simulazione che hanno contribuito a delineare nuove prospettive nella gestione dinamica delle scorte, come illustrato da (Hendrix et al., 2019) e (Haijema e Minner, 2019) nei quali è adottato un approccio euristico.

L'uso di un approccio euristico, sebbene innovativo, presenta alcune criticità. In primo luogo la *dimensionalità* dello spazio degli stati può rendere il modello intrattabile, per questo in (Haijema e Minner, 2019) sono state proposte riduzioni di dimensionalità per preservare la gestibilità del modello. Inoltre, in un contesto *multi-prodotto*, si introduce complessità aggiuntiva sia dal punto di vista analitico che in relazione alla necessità di modellare la dinamica di sostituzione dei prodotti, come esplorato in (Shin et al., 2015), o di scelta del consumatore, come analizzato in (Hendrix et al., 2019) e (Buisman et al., 2020).

In questi ultimi studi citati si ha però una sostituzione esogena tra i prodotti, mentre in (Gioia, Felizardo e Brandimarte, 2023) si utilizza un approccio endogeno utility-based. In particolare, si adotta un modello di scelta discreta (DCM) per modellizzare il comportamento dei consumatori. Ciò ci offre diversi vantaggi: nonostante la complessità e la conseguente assenza di una politica ottimale è ancora possibile ottenere una conoscenza essenziale sulle prestazioni attraverso l'analisi dei risultati ottenuti; in aggiunta, anche in assenza di dati empirici, è possibile impostare parametri significativi confrontando le previsioni teoriche con le osservazioni effettive. In questo contesto le assunzioni e le caratterizzazioni del problema sono molto importanti. Ad esempio la differenziazione dei prodotti può essere: orizzontale, dove le preferenze si basano esclusivamente su una classifica qualità-prezzo, o verticale, dove la scelta è guidata solo dalla qualità supponendo che il prezzo dei prodotti è uguale.

Un ulteriore limite degli studi precedentemente menzionati, superato invece in (Gioia, Felizardo e Brandimarte, 2023) è rappresentato dalla mancata considerazione di fattori quali il deterioramento, la stagionalità e i tempi di consegna significativi che renderebbero proibitivi i calcoli esatti.

*Definizione delle politiche.* In (Hajema e Minner, 2016) è stato condotto uno studio partendo da politiche ad un parametro, in particolare la politica base-stock level (BSP) e la constant order (COP), le quali sono ampiamente utilizzate per la loro semplicità di implementazione. Queste politiche sono state estese aggiungendo altri parametri, arrivando alla combinazione di quattro di essi. Viene dimostrato come queste politiche lavorano bene e possono essere applicate nella pratica. In (Gioia, Felizardo e Brandimarte, 2023), considerando un contesto multi-prodotto, vengono invece presentate due varianti di BSP e COP: la correlated base-stock policy, che tiene conto di una differenziazione verticale e le semi-seasonal policies, applicabili nel caso in cui un prodotto sia soggetto a stagionalità mentre l'altro abbia quantità di ordinazioni fisse.

## 1.2 Assunzioni

Come accennato precedentemente, le assunzioni fatte sono fondamentali per la costruzione di un modello che gestisca le scorte di beni deperibili. In questo elaborato si adotta un orizzonte di tempo finito e discreto. Verranno presi in considerazione cinque prodotti differenziabili orizzontalmente, shelf-life fisse, tempi di consegna deterministici e un solo rivenditore.

La domanda è stocastica e generata tramite una distribuzione di Poisson con media che varia in funzione di un fattore di stagionalità. Assumiamo che ogni cliente può acquistare al massimo una sola unità di un prodotto. La scelta dei clienti è modellizzata tramite un modello di scelta discreto (DMC), nel quale sono implementate due possibili varianti per la funzione di utilità:

- un'utilità lineare che utilizza una distribuzione Beta per modellizzare la probabilità che un cliente compri o meno un prodotto;
- ad ogni cliente che entra in negozio vi associo randomicamente un tipo tra FIFO,

LIFO, prezzo più basso, miglior rapporto qualità-prezzo, cliente che vuole un prodotto specifico e includo anche il caso precedente con la distribuzione Beta. In base al tipo cliente utilizzerò poi una funzione di utilità specifica che mi andrà a dire se il cliente comprerà qualcosa e nel caso quale prodotto sceglie.



## Capitolo 2

# Definizione delle variabili del modello

Si vuole costruire un modello che gestisca in automatico le ordinazioni dei prodotti deperibili per un rivenditore, andando ad ottimizzare il livello della politica base-stock attraverso la simulazione di quattro scenari distinti. Vediamo nel dettaglio la definizione delle variabili coinvolte, il loro ruolo nel modello e la dinamica del sistema. <sup>1</sup>

### 2.1 Prodotti

Consideriamo cinque prodotti  $i \in \{1,2,3,4,5\}$  descritti dalle seguenti variabili:

- *Lead-time*:  $LT_i$  è una variabile che rappresenta il tempo in giorni di consegna fisso e discreto;
- *Shelf-life*:  $SL_i$  è una variabile che rappresenta il tempo di vita in giorni fisso e discreto;
- *Costo*:  $C_i$  è il costo di acquisto per il rivenditore;
- *Prezzo*:  $P_i$  è il prezzo di vendita. Nel caso in cui si volesse scontare il prodotto quando in scadenza, questa variabile diventerebbe un vettore di lunghezza pari a  $SL_i$ . Ovviamente per avere un margine positivo si deve avere che  $P_i > C_i, \forall i \in \{1, \dots, 5\}$ ;
- *Qualità*:  $Q_i$  è un vettore di lunghezza pari a  $SL_i$  dove ogni componente rappresenta la qualità del prodotto  $i$ -esimo al passare dei giorni sullo scaffale.

### 2.2 Rivenditore

Assumiamo di avere un solo rivenditore definito dalle seguenti variabili:

---

<sup>1</sup>Link al codice implementato: [github.com/MariannaLolli/Tesi\\_Ingegneria\\_Matematica](https://github.com/MariannaLolli/Tesi_Ingegneria_Matematica)

- *Distribuzione della domanda*: utilizziamo una distribuzione di Poisson con media  $\mu$  per simulare la domanda giornaliera del rivenditore;
- *Stagionalità*:  $s$  è un vettore che rappresenta la stagionalità settimanale, dove ogni componente serve per riscalare la media  $\mu$ , ovvero per ogni giorno della settimana  $k \in \{1, \dots, 7\}$ , si ha che la media con cui viene generata la domanda dalla Poisson è pari a  $\mu_k = \mu s_k$ ;
- *Tipo cliente*: quest'informazione deve essere passata al DMC ed in funzione dei parametri passati esso applica una delle due variati introdotte precedentemente. Ovvero:
  - se `type='Beta'`, allora utilizzo una distribuzione  $Beta(\alpha, \beta)$  per modellizzare la probabilità che un cliente compri qualcosa;
  - se `type='customerType'`, allora all'interno del modello di scelta associo randomicamente un tipo cliente tra FIFO, LIFO, cliente che sceglie il prodotto con il prezzo più basso, cliente che sceglie il prodotto con miglior rapporto qualità-prezzo, cliente che vuole acquistare un prodotto specifico e infine abbiamo il cliente che acquista con probabilità che segue una  $Beta(\alpha, \beta)$ .

## 2.3 Inventario

Nell'inventario vogliamo tenere traccia del numero di prodotti disponibili sugli scaffali e la loro vita residua. Per ogni prodotto  $i \in \{1, \dots, 5\}$  si ha che l'inventario all'istante di tempo  $t$  è definito come un vettore  $I_{i,t}$  la cui componente  $j$ -esima  $I_{i,t}^j$  (con  $j \in \{1, \dots, SL_i\}$ ) indica il numero di prodotti presenti sullo scaffale con vita residua pari a  $j$ . Quindi la componente  $I_{i,t}^{SL_i}$  indica i prodotti appena arrivati sullo scaffale, mentre  $I_{i,t}^1$  è relativa ai prodotti che scadranno l'indomani e non troveremo più in negozio.

Gestiamo l'inventario con una classe nella quale definiamo i seguenti metodi:

- *getwaste*: con questo metodo vogliamo aggiornare l'inventario, scartando i prodotti presenti in  $I_{i,t}^1$  (perché hanno esaurito la loro vita residua) e faccio scorrere il resto del vettore, ovvero  $I_{i,t+1}^j = I_{i,t}^{j+1}$  con  $j \in \{1, \dots, SL_i - 1\}$ . Questo metodo mi restituisce il numero di prodotti scaduti e il conteggio dei prodotti rimasti nell'inventario.
- *getorder*: questo metodo aggiorna l'ultima componente del vettore ogni volta che un nuovo ordine viene consegnato:  $I_{i,t}^{SL_i} = O_{i,t}^1$ .
- *sale\_update*: aggiorna l'inventario ogni volta che un prodotto con una determinata vita residua  $k$  viene venduto:  $I_{i,t}^k = I_{i,t}^k - 1$ .
- *is\_available*: crea un vettore di lunghezza pari alla shelf-life del prodotto ed ogni componente  $j$ -esima è pari a 1 se il prodotto con vita residua  $j$  è disponibile e 0 altrimenti:

$$available_{i,t}^j = \begin{cases} 1, & \text{se } I_{i,t}^j \neq 0 \\ 0, & \text{se } I_{i,t}^j = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

$\forall i \in \{1, \dots, 5\}$  e  $j \in \{1, \dots, SL_i\}$ .

Nel caso in cui si voglia sapere la disponibilità di un prodotto con un'età sullo scaffale specifica, il metodo restituisce un numero booleano anziché un vettore.

## 2.4 Gestione degli ordini

Ad ogni prodotto è stato associato un tempo di consegna  $LT_i$ , quindi al tempo  $t$  definisco un vettore  $O_{i,t}$  che mi tiene traccia degli ordini in consegna: ogni componente  $O_{i,t}^l$  indica che l'ordine arriverà tra  $l$  giorni, con  $l \in \{1, \dots, LT_i + 1\}$  e  $i \in \{1, \dots, 5\}$ . In  $O_{i,t}^{LT_i+1}$  troviamo il nuovo ordine effettuato al tempo  $t$ . Gestiamo la coda degli ordini in consegna tramite una classe in cui definiamo i seguenti metodi:

- *order\_delivery*: nel quale aggiorniamo il vettore  $O_{i,t}$  spostando l'ordine consegnato al tempo  $t$  nell'inventario  $I_{i,t}^{SL-i} = O_{i,t-1}^1$  e scorrendo le altre componenti nel seguente modo  $O_{i,t}^l = O_{i,t-1}^{l+1}$  con  $i \in \{1, \dots, 5\}$  e  $l \in \{1, \dots, LT_i\}$ .
- *neworder*: aggiunge in coda al vettore  $O_{i,t}$  il nuovo ordine effettuato.
- *order\_status*: restituisce il conteggio del numero di prodotti in consegna e ancora non presenti nell'inventario al tempo  $t$ .





## Capitolo 3

# Discrete choice model

La simulazione si sviluppa su un orizzonte temporale di un anno, per il quale ogni giorno andiamo a simulare la domanda a cui è soggetto il rivenditore. Per ogni cliente che entra in negozio gli assegniamo randomicamente un tipo di cliente tra quelli descritti prima e modellizziamo la scelta nel seguente modo:

- *FIFO*: associamo in modo pseudocasuale da una distribuzione uniforme un prodotto al cliente, che acquisterà, se disponibile, quello con vita residua di un giorno.
- *LIFO*: associamo in modo pseudocasuale da una distribuzione uniforme un prodotto al cliente, che acquisterà, se disponibile, quello con vita residua pari alla sua shelf-life.
- *Best price*: si assume che il cliente non sia disposto a superare il costo del prodotto meno oneroso. La vita residua di tale prodotto viene assegnata in modo pseudocasuale tramite una distribuzione uniforme. Se il prodotto meno costoso con vita residua associata è disponibile, il cliente procede all'acquisto, altrimenti no.
- *Best  $\frac{q}{p}$* : in questo caso si utilizza la seguente funzione di utilità:

$$U_i(p, q) = \frac{q_i}{p_i} \quad (3.1)$$

e il cliente sceglie il prodotto tale per cui  $\max_{i \in \{1, \dots, 5\}} U_i(p, q)$ .

- *Beta*: la probabilità che un cliente compri qualcosa segue una distribuzione  $Beta(\alpha, \beta)$ . In questo caso la funzione di utilità diventa:

$$U_i(p, q) = -p_i + bq_i \quad (3.2)$$

e il cliente sceglie il prodotto tale per cui  $\max_{i \in \{1, \dots, 5\}} U_i(p, q)$ , se esiste un prodotto con  $U_i(p, q) > 0$ .

- *Prodotto specifico*: viene scelto un numero casuale  $u \sim Uniforme(1,6)$ , dove i numeri da 1 a 5 corrispondono rispettivamente ai 5 prodotti, mentre il numero 6 vuol dire che il cliente non compra nulla.

Le variabili che rappresentano il prezzo e la qualità del prodotto utilizzati per calcolare la funzione di utilità sono riscalati da un parametro *availability*  $\in \{0,1\}$ , che è pari a 0 se il prodotto non è disponibile e 1 se lo è. Quindi nel caso in cui il prodotto non sia presente sullo scaffale  $U_i(p, q) = 0$ .

Nel caso di utilità massima uguale per più prodotti si suppone che il cliente scelga il prodotto con il prezzo più basso; se l'utilità massima è uguale per lo stesso prodotto ma con vita residua diversa, il cliente sceglie il prodotto più fresco.

# Capitolo 4

## Descrizione della dinamica

La dinamica della simulazione segue lo schema della programmazione dinamica, in cui si osserva lo stato attuale del sistema, si decide l'azione ottimale, si osserva la realizzazione dei fattori di rischio e si aggiorna di conseguenza lo stato del sistema (state-action-reward-state).

Nel caso della gestione delle scorte per beni deperibili la dinamica seguita (Figura 4.1) è:

1. All'inizio del giorno  $t$  arrivano gli ordini in consegna  $O_{i,t}^1$  per ogni prodotto  $i \in \{1, \dots, 5\}$ ;
2. Aggiorno l'inventario  $I_{i,t}^{SL_i} = O_{i,t}^1, \forall i \in \{1, \dots, 5\}$ ;
3. Per ogni cliente che acquista il prodotto  $i$  con vita residua  $j$  aggiorno l'inventario  $I_{i,t}^j = I_{i,t}^j - 1$ ;
4. A fine giornata scarto i prodotti scaduti  $I_{i,t}^1, \forall i \in \{1, \dots, 5\}$ ;
5. Infine eseguo un nuovo ordine per ogni prodotto  $O_{i,t+1}^{LT_i+1}, \forall i \in \{1, \dots, 5\}$ .

Gli elementi chiave da definire sono lo spazio degli stati, lo spazio delle azioni, la funzione di transizione di stato e un funzione che data una azione e la realizzazione della domanda mi restituisca il reward.

### 4.1 Spazio degli stati

Lo stato del sistema è rappresentato dal numero di prodotti presenti nell'inventario e i prodotti che sono in consegna. Per ogni prodotto si definisce lo stato nel seguente modo:

$$S_{i,t} = [O_{i,t}^1, \dots, O_{i,t}^{LT_i} | I_{i,t}^1, \dots, I_{i,t}^{SL_i}] \quad (4.1)$$

$\forall i \in \{1, \dots, 5\}$ .

Lo stato del sistema è quindi dato da:

$$S_t = [S_{1,t} | \dots | S_{5,t}] \quad (4.2)$$

Lo spazio degli stati ha dimensione  $\sum_{i=1}^5 (SL_i + LT_i)$ .

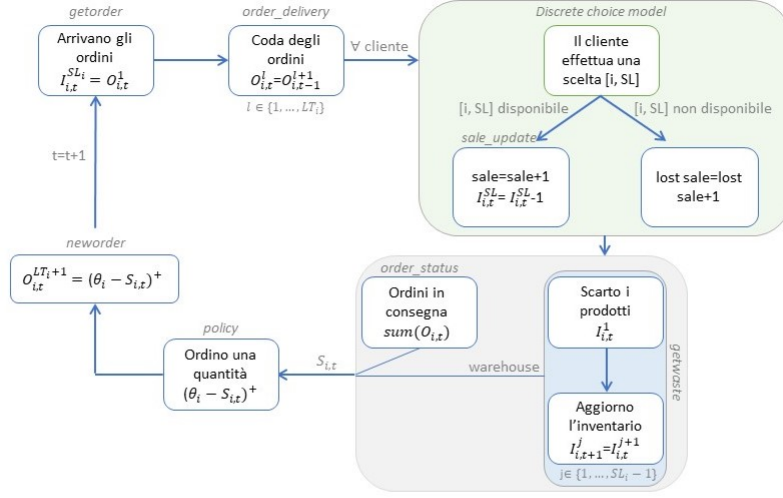


Figura 4.1. Descrizione della dinamica giornaliera

## 4.2 Spazio delle azioni

Lo spazio delle azioni rappresenta l'insieme delle possibili decisioni che si possono prendere. In quest'ambito tali decisioni sono espresse dalla quantità di prodotti che vengono ordinati giornalmente. Pertanto, la scelta del numero di prodotti da acquistare costituisce un elemento fondamentale dello spazio delle azioni, dove ogni valore rappresenta una decisione specifica e influisce direttamente nella dinamica del sistema.

Al tempo  $t$  un'azione  $x_t$  è definita come:

$$x_t = [O_{1,t}^{LT_1+1} | \dots | O_{5,t}^{LT_5+1}] \quad (4.3)$$

dove  $O_{i,t}^{LT_i+1}$  è la quantità di prodotto  $i$  ordinata alla fine del giorno  $t$ .

Il modello ha lo scopo di trovare una *policy*  $\pi$ , che ad ogni stato  $S_t$  associa l'azione ottimale  $x_t$ :

$$x_t = X^\pi(S_t) \quad (4.4)$$

## 4.3 Funzione di reward

Data l'azione e osservata la domanda  $D_{i,t}$  per ciascun articolo, la funzione di reward vi associa il compenso risultante. In questo caso una funzione di reward è il profitto, calcolato

come le entrate generate dalle vendite al netto dei costi associati agli ordini emessi:

$$profit(x_t, D_t) = \sum_{i=1}^5 \left( \left( \sum_{j=1}^{SL_i} p_i D_{i,t}^j(S_{i,t}) \right) - c_i O_{i,t}^{LT_i+1} \right) \quad (4.5)$$

dove  $D_{i,t}^j(S_{i,t})$  è il numero di prodotti  $i$  venduti al tempo  $t$  con vita residua  $j$ , dato lo stato del sistema  $S_{i,t}$  e rappresenta la realizzazione del fattore di rischio.

Nel valutare le prestazioni sono considerate anche altre due misure di performance: il numero di prodotti che scadono sullo scaffale (*waste*) a causa di una sovrastima delle vendite e la domanda non soddisfatta (*lostSale*) a causa di scorte insufficienti. Possiamo definire queste due misure nel seguente modo:

$$waste_{i,t} = \max(I_{i,t}^{SL_i} - D_{i,t}^{SL_i}, 0) \quad (4.6)$$

$$lostSale_{i,t} = \max \left( \sum_{j=1}^{SL_i} (D_{i,t}^j - I_{i,t}^j), 0 \right) \quad (4.7)$$

## 4.4 Funzione di transizione di stato

La funzione di transizione di stato determina come lo stato del sistema evolve in risposta a una specifica azione e le realizzazioni dei fattori di rischio al tempo  $t$ :

$$S_{t+1} = g_{t+1}(S_t, x_t, D_t) \quad (4.8)$$

$S_{t+1}$  rappresenta l'inventario aggiornato (considerando le vendite avvenute in  $t$ , gli eventuali prodotti che sono scaduti al tempo  $t + 1$  e gli ordini consegnati in  $t + 1$ ) e gli ordini in consegna aggiornati con il nuovo ordine emesso. Nel modello la funzione di transizione di stato è descritta quindi dai metodi *getwaste*, *getorder* e *sale\_update* della classe *inventory\_store* e *order\_delivery* e *neworder* della classe *order\_manager*.



## Capitolo 5

# Politica base-stock

In (4.4) si è definita una generica politica  $\pi$  come una funzione che ad uno stato vi associa un'azione. In questo modello si vuole utilizzare una politica *base-stock* (BSP), definita come:

$$X_i^{BSP}(S_t|\theta) = \max \left( \theta_{i,s} - \left( \sum_{l=1}^{LT_i} O_{i,t}^l + \sum_{j=1}^{SL_i} I_{i,t}^j \right), 0 \right) \quad (5.1)$$

$\forall i \in \{1, \dots, 5\}$ , dove  $\theta_{i,s}$  rappresenta il livello di inventario che si vuole mantenere per ogni prodotto  $i$  ed  $s$  indica il giorno della settimana, considerando una stagionalità di sette giorni.  $\theta$  in questo caso è una matrice di dimensione  $5 \times 7$ .

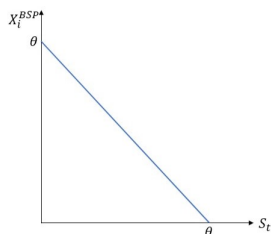


Figura 5.1. Base-stock policy

Questa funzione ci dice che, alla fine del giorno  $t$ , si vuole riportare l'inventario al livello  $\theta_{i, \text{mod } 7(t-1)+1}$  e la quantità da ordinare sarà quindi data dalla differenza tra il livello desiderato e i prodotti presenti sullo scaffale più quelli in consegna. Se questa differenza è negativa, quindi ho più merce rispetto il livello desiderato, non ordino nulla. L'obiettivo è quindi trovare i vettori  $\theta_{i,s}$  che massimizzano il profitto, ovvero si vuole

risolvere il seguente problema di massimizzazione:

$$\max_{\theta} \mathbb{E} \left\{ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T profit(X_1^{BSP}(S_t|\theta), \dots, X_5^{BSP}(S_t|\theta), D_t) \right\} \quad (5.2)$$

dove considerando 4.5, si ottiene:

$$\max_{\theta} \mathbb{E} \left\{ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left( \sum_{i=1}^5 \left( \sum_{j=1}^{SL_i} p_i D_{i,t}^j(S_{i,t}) - c_i(\theta_{i, \text{mod } 7(t-1)+1}) - \left( \sum_{l=1}^{LT_i} O_{i,t}^l + \sum_{j=1}^{SL_i} I_{i,t}^j \right) \right) \right) \right\} \quad (5.3)$$

Per ottimizzare 5.3 si utilizza la funzione Matlab *particleswarm*: essa riceve in input una funzione di  $\theta$  e cerca il valore ottimale di  $\theta$  che minimizza la funzione di performance (l'opposto di 4.5).

L'algoritmo dietro *particleswarm* genera delle particelle con posizioni e velocità iniziali; valuta la funzione obiettivo in ciascuna posizione delle particelle per determinare il valore minimo della funzione e la posizione corrispondente. Successivamente regola le velocità delle particelle in base alle loro posizioni attuali e alla migliore posizione precedentemente individuata e tramite un processo iterativo aggiorna le posizioni e le velocità della particella cercando di convergere verso la soluzione ottimale.

Nel caso in esame la funzione di  $\theta$  che riceve in input *particleswarm* non è altro che la simulazione giornaliera della dinamica che ha come output la performance da minimizzare.

## 5.1 Policy $\theta q_{min}$

Si vuole confrontare la politica base-stock con una sua variante presentata in (Haijema e Minner, 2016) in cui si aggiunge ad essa una variabile  $q_{min}$  e la politica diventa:

$$X_i^{\theta q_{min}}(S_t|\theta) = \max \left( \theta_{i,s} - \left( \sum_{l=1}^{LT_i} O_{i,t}^l + \sum_{j=1}^{SL_i} I_{i,t}^j \right), q_{min} \right) \quad (5.4)$$

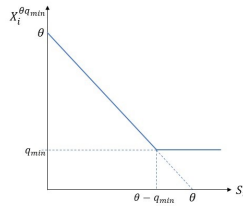


Figura 5.2. Policy  $\theta q_{min}$



La quale ci dice che, alla fine del giorno  $t$ , si ordina sempre una quantità minima  $q_{min}^i$ , tranne quando  $\theta_{i,s} - S_t > q_{min}^i$  per ogni prodotto  $i \in \{1, \dots, 5\}$ .

In questo caso si devono trovare le 35 componenti della matrice  $\theta$  e le 5 componenti del vettore  $q_{min}$  che ottimizzano l'equazione 5.2. Non consideriamo la stagionalità su  $q_{min}$  perché altrimenti i tempi di calcolo diventerebbero proibitivi, dovendo trovare 70 variabili ottimali.

Utilizziamo anche in questa casistica la funzione Matlab *particleswarm* per trovare la politica ottimale.



**Parte II**  
**Seconda Parte**



# Capitolo 6

## Scenari

Eseguiamo la simulazione su quattro scenari, i quali differiscono per i margini di profitto dei singoli prodotti o per le assunzioni sul modello di scelta. Nello specifico:

**Scenario 1.** I prodotti hanno margine variabile con costi mediamente bassi e per il modello di scelta viene utilizzata la seconda variante descritta precedentemente con l'associazione casuale di un tipo cliente.

Prodotto	Lead time	Shelf-life	Costo	Prezzo	Qualità
A	1	3	2	4	[24, 23, 22]
B	3	2	1	2	[20, 19]
C	1	3	3	5	[25, 24, 23]
D	2	4	2	3	[21, 20, 18, 17]
E	2	3	1	3	[20, 19, 17]
Rivenditore	Discrete choice model				
	'customer_Type'				

Tabella 6.1. Caratteristiche scenario 1

**Scenario 2.** I prodotti hanno margine fisso e per il modello di scelta viene utilizzata la seconda variante descritta precedentemente con l'associazione casuale di un tipo cliente.

**Scenario 3.** I prodotti hanno margine variabile con costi mediamente più alti e per il modello di scelta viene utilizzata la seconda variante descritta precedentemente con l'associazione casuale di un tipo cliente.

**Scenario 4.** I prodotti hanno margine variabile con costi mediamente bassi e per il modello di scelta viene utilizzata la prima variante descritta precedentemente dove la probabilità che un cliente acquisti segue una  $\beta(2,3)$ .

<b>Prodotto</b>	Lead time	Shelf-life	Costo	Prezzo	Qualità
A	1	3	2	4	[24, 23, 22]
B	3	2	1	3	[20, 19]
C	1	3	3	5	[25, 24, 23]
D	2	4	4	6	[21, 20, 18, 17]
E	2	3	2	4	[20, 19, 17]
<b>Rivenditore</b>	Discrete choice model				
	'customer_Type'				

Tabella 6.2. Caratteristiche scenario 2

<b>Prodotto</b>	Lead time	Shelf-life	Costo	Prezzo	Qualità
A	1	3	3	5	[24, 23, 22]
B	3	2	2	4	[20, 19]
C	1	3	3	6	[25, 24, 23]
D	2	4	4	6	[21, 20, 18, 17]
E	2	3	2	5	[20, 19, 17]
<b>Rivenditore</b>	Discrete choice model				
	'customer_Type'				

Tabella 6.3. Caratteristiche scenario 3

<b>Prodotto</b>	Lead time	Shelf-life	Costo	Prezzo	Qualità
A	1	3	2	4	[24, 23, 22]
B	3	2	1	2	[20, 19]
C	1	3	3	5	[25, 24, 23]
D	2	4	2	3	[21, 20, 18, 17]
E	2	3	1	3	[20, 19, 17]
<b>Rivenditore</b>	Discrete choice model				
	'Beta'				

Tabella 6.4. Caratteristiche scenario 4

# Capitolo 7

## Risultati della simulazione

Si vogliono esaminare ora i risultati ottenuti dalla simulazione eseguita su un orizzonte di tempo di un anno (364 giorni per l'esattezza) sui quattro scenari prima descritti.

L'obiettivo di questa analisi è studiare i risultati delle due politiche, validati su quattro scenari di domanda differenti, per valutare l'affidabilità dei risultati e comprendere quale delle due politiche è la più ottimale per ogni scenario.

Utilizzando la funzione *particleswarm* per la ricerca delle politiche ottimali è stato necessario settare un limite inferiore e superiore ai parametri  $\theta$  e  $q_{min}$ , altrimenti la ricerca era su un dominio troppo ampio e, per la struttura dell'algoritmo, la funzione faticava a trovare dei valori ottimali. Facendo varie prove i limiti più ragionevoli sono risultati  $20 \leq \theta \leq 100$  e  $0 \leq q_{min} \leq 20$ .

I tempi di calcolo impiegati da *particleswarm* sono comunque proibitivi avendo considerato cinque prodotti, infatti è stato necessario trascurare la stagionalità su  $q_{min}$ . Si passa da tempi di calcolo da circa 4 ore per l'ottimizzazione della politica base-stock a quasi 8 ore per quella  $\theta_{q_{min}}$ . Vediamo in dettaglio i risultati per ogni scenario:

### 7.1 Scenario 1: prodotti con margini diversi

#### 7.1.1 Politica base-stock

I livelli di magazzino ottimali  $\theta$  della politica base-stock sono i seguenti:

$\theta$	Lun	Mar	Mer	Gio	Ven	Sab	Dom	Media
<b>A</b>	55	56	37	28	27	40	45	41
<b>B</b>	70	75	75	83	76	47	34	65
<b>C</b>	34	36	37	35	25	26	23	31
<b>D</b>	27	32	40	38	39	33	21	33
<b>E</b>	29	24	43	55	54	49	46	43

Tabella 7.1.  $\theta$  scenario 1 con politica base-stock

Si osserva che gli ordini sono concentrati sul prodotto con il prezzo più basso con un livello medio  $\theta_B = 65$  anche se ha un margine piccolo ma allo stesso tempo ha un lead time maggiore rispetto gli altri prodotti; i secondi livelli più alti si hanno sui prodotti che generano dei margini maggiori  $\theta_A = 41$  e  $\theta_E = 43$ ; sul prodotto C si ha un livello medio  $\theta_C = 31$  più basso rispetto gli altri prodotti nonostante abbia un margine altro perché è altro anche il prezzo.

Validando questa politica ottimale trovata su quattro scenari di domanda differenti si osservano le seguenti performance:

<b>Waste</b>	A	B	C	D	E
	$3.25 \pm 0.13$	0	$2.4 \pm 0.12$	$0.08 \pm 0.03$	$2.33 \pm 0.16$
<b>Totale</b>	$2940.5 \pm 116.5$				

Tabella 7.2. Media giornaliera scarti scenario 1 con politica base-stock

	<b>Sale</b>	<b>Lost sale</b>	<b>Profitto</b>
Lun	$1925.5 \pm 50.5$	$1642.5 \pm 16.5$	$-1600 \pm 151$
Mar	$2474 \pm 82$	$1499 \pm 56$	$2235 \pm 143$
Mer	$2394 \pm 64$	$1584.5 \pm 26.5$	$2339 \pm 247$
Gio	$2134.5 \pm 44.5$	$1823.5 \pm 23.5$	$2685.5 \pm 118.5$
Ven	$3448.5 \pm 25.5$	$1705 \pm 27$	$4868.5 \pm 54.5$
Sab	$4451.5 \pm 100.5$	$3442.5 \pm 89.5$	$7023.5 \pm 164.5$
Dom	$3668.5 \pm 37.5$	$4144 \pm 94$	$7823.5 \pm 60.5$
<b>Media</b>	$56.25 \pm 0.68$	$43.54 \pm 0.18$	$69.42 \pm 1.88$

Tabella 7.3. Sale, lost sale e profitto scenario 1 con politica base-stock

Si soddisfa quindi il 56.37% di domanda e si scarta il 12.42% del totale dei prodotti ordinati (Figura 7.1).

### 7.1.2 Politica $\theta q_{min}$

I livelli di magazzino ottimali  $\theta$  e  $q_{min}$  della politica  $\theta q_{min}$  sono riportati nella tabella 7.4.

In generale con questa politica i livelli di inventario rimangono molto più bassi rispetto a quelli risultanti dall'ottimizzazione della politica base-stock. Si osserva che anche con questa politica il livello più alto corrisponde al prodotto più economico B; mentre inaspettatamente il livello minimo di ordinazione più alto corrisponde al prodotto C.

Una supposizione che si sarebbe potuta fare prima di visionare i risultati è che, nel caso in cui la quantità minima di ordinazione ottimale fosse stata nulla per un prodotto, allora i relativi livelli  $\theta$  sarebbero dovuti coincidere con quelli della politica base-stock. Ma come possiamo osservare così non è, in quanto per i prodotti A e D, nonostante  $q_{min}^A = q_{min}^D = 0$ ,



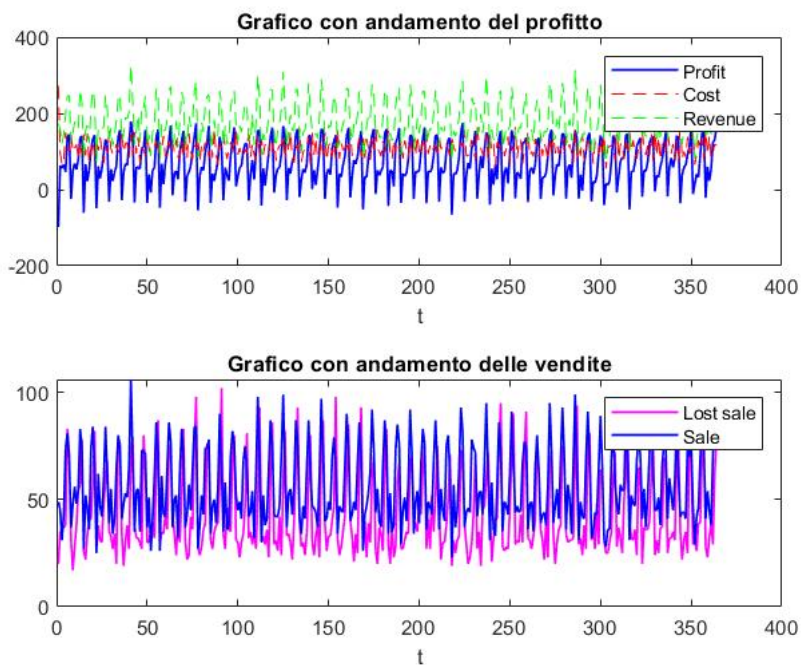


Figura 7.1. Scenario 1 BSP

$\theta$	Lun	Mar	Mer	Gio	Ven	Sab	Dom	Media	$q_{min}$
<b>A</b>	20	20	21	24	20	20	20	21	0
<b>B</b>	23	20	28	22	27	23	20	23	1
<b>C</b>	21	22	21	23	20	21	20	21	4
<b>D</b>	22	21	22	21	22	20	20	21	0
<b>E</b>	20	23	20	20	22	22	20	21	2

Tabella 7.4.  $\theta$  e  $q_{min}$  scenario 1 con politica  $\theta q_{min}$

i livelli  $\theta$  sono nettamente più bassi.

Si analizzano le misure di performance di questa casistica per cercare di comprendere se nonostante questi valori bassi esse comunque migliorano rispetto alla politica base-stock:

<b>Waste</b>	A	B	C	D	E
	$0.02 \pm 0.01$	0	$0.37 \pm 0.07$	$0.005 \pm 0.005$	$0.011 \pm 0.009$
<b>Totale</b>	$147 \pm 30$				

Tabella 7.5. Media giornaliera scarti scenario 1 con politica  $\theta q_{min}$

	<b>Sale</b>	<b>Lost sale</b>	<b>Profitto</b>
Lun	$1647.5 \pm 23.5$	$1910 \pm 33$	$2333.5 \pm 47.5$
Mar	$1924 \pm 22$	$2004.5 \pm 77.5$	$3036 \pm 55$
Mer	$1843.5 \pm 33.5$	$2116.5 \pm 43.5$	$2530 \pm 95$
Gio	$1935 \pm 30$	$2033 \pm 48$	$2841 \pm 63$
Ven	$2229.5 \pm 30.5$	$2902 \pm 53$	$4330 \pm 71$
Sab	$2170.5 \pm 32.5$	$5740.5 \pm 174.5$	$3889.5 \pm 72.5$
Dom	$2135.5 \pm 22.5$	$5697.5 \pm 99.5$	$3737.5 \pm 53.5$
<b>Media</b>	$38.13 \pm 0.11$	$61.62 \pm 0.71$	$62.3 \pm 0.4$

Tabella 7.6. Sale, lost sale e profitto scenario 1 con politica  $\theta q_{min}$

Si osserva che con i valori  $\theta$  e  $q_{min}$  bassi si hanno molti meno scarti, ma allo stesso tempo la domanda non soddisfatta supera le vendite come conseguenza di questi livelli nettamente più bassi. Si soddisfa in questo caso il 38.23% della domanda complessiva e si scartano il 0.96% dei prodotti complessivamente ordinati (figura 7.2). Allo stesso tempo si nota che il profitto medio giornaliero non è poi così diverso da quello ottenuto con BSP. Nel caso in cui si applichi una penalità per ogni domanda insoddisfatta, risulta chiaramente svantaggiosa l'adozione della politica  $\theta q_{min}$ . Tuttavia, quando l'obiettivo è minimizzare gli sprechi, questa politica supera la BSP, poiché gli scarti si rivelano trascurabili nel corso dell'anno.

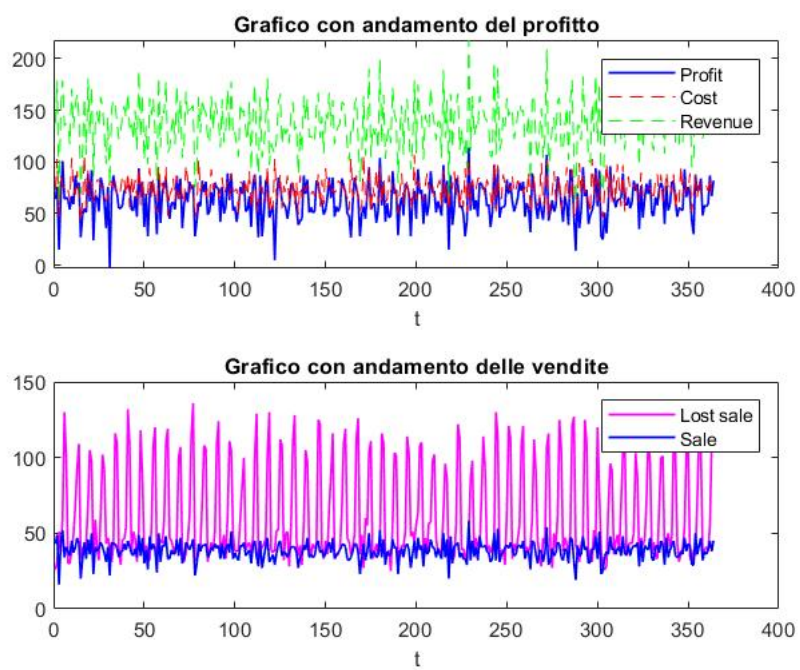


Figura 7.2. Scenario 1  $\theta_{q_{min}}$

## 7.2 Scenario 2: prodotti con margini uguali

### 7.2.1 Politica base-stock

Nel caso di margini di profitto uguali su tutti i prodotti, si osservano i seguenti risultati (tabella 7.7):

$\theta$	Lun	Mar	Mer	Gio	Ven	Sab	Dom	Media
<b>A</b>	35	29	24	42	58	41	35	38
<b>B</b>	79	88	94	87	67	53	52	74
<b>C</b>	29	35	41	40	37	29	23	33
<b>D</b>	41	45	44	35	40	29	36	39
<b>E</b>	27	37	42	42	48	43	33	39

Tabella 7.7.  $\theta$  scenario 2 con politica base-stock

In questo caso i livelli ottimali  $\theta$  di BSP sono molto più omogenei rispetto allo scenario precedente. Anche qui, si osserva un livello nettamente più alto corrispondente al prodotto meno costoso:  $\theta_B = 74$ , che è anche il prodotto che ha tempi di consegna più lunghi rispetto gli altri; mentre quello più basso corrisponde al prodotto con tempi di consegna minori e costo maggiore:  $\theta_C = 33$ , ma non si discosta poi di molto dai livelli associati agli altri prodotti.

Analizziamo le misure di performance (tabelle 7.8 e 7.9):

Waste	A	B	C	D	E
	$0.04 \pm 0.03$	$0.025 \pm 0.025$	$1.995 \pm 0.075$	$2.01 \pm 0.16$	$1.91 \pm 0.08$
Totale	$2157 \pm 87$				

Tabella 7.8. Media giornaliera scarti scenario 2 con politica base-stock

Si soddisfa quindi il 60.74% di domanda complessiva e si scartano il 8.85% sul totale dei prodotti che passano sugli scaffali (figura 7.3).

### 7.2.2 Politica $\theta q_{min}$

Anche su questo scenario si osserva che la politica  $\theta q_{min}$  trova dei valori ottimali di  $\theta$  e  $q_{min}$  molto inferiori rispetto la politica BSP (tabella 7.10).

I livelli ottimali  $\theta$  e  $q_{min}$  calcolati da *particleswarm*, nel contesto di margini di profitto uguali su tutti i prodotti, sono molto vicini ai limiti inferiori e molto vicini tra loro. Si osserva anche qui che il livello leggermente più alto è associato al prodotto più economico  $\theta_B = 23$ ; l'altro livello leggermente diverso è associato al prodotto E che ha tempi di consegna superiori a parità di prezzo con il prodotto A.

Di seguito sono riportati le medie giornaliere e i valori complessivi degli scarti, del profitto e delle vendite (tabelle 7.11 e 7.12):

	Sale	Lost sale	Profitto
Lun	2021 $\pm$ 51	1557 $\pm$ 62	606 $\pm$ 69
Mar	2211.5 $\pm$ 68.5	1749.5 $\pm$ 41.5	1718.5 $\pm$ 112.5
Mer	2397 $\pm$ 55	1553 $\pm$ 22	2871 $\pm$ 187
Gio	2580 $\pm$ 90	1376 $\pm$ 24	3440 $\pm$ 198
Ven	3481 $\pm$ 44	1658.5 $\pm$ 17.5	4573.5 $\pm$ 249.5
Sab	4969 $\pm$ 92	2970.5 $\pm$ 143.5	15067 $\pm$ 228
Dom	4391.5 $\pm$ 72.5	3429 $\pm$ 99	9268 $\pm$ 189
<b>Media</b>	<b>60.7 <math>\pm</math> 0.48</b>	<b>39.23 <math>\pm</math> 0.59</b>	<b>103.38 <math>\pm</math> 1.69</b>

Tabella 7.9. Sale, lost sale e profitto scenario 2 con politica base-stock

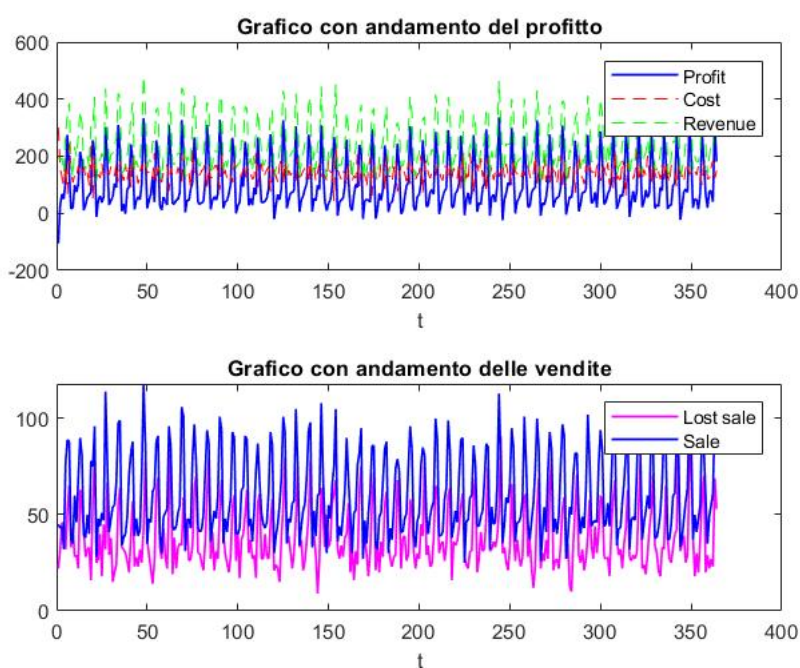


Figura 7.3. Scenario 2 BSP

$\theta$	Lun	Mar	Mer	Gio	Ven	Sab	Dom	Media	$q_{min}$
<b>A</b>	21	22	25	21	21	20	20	21	1
<b>B</b>	28	21	20	21	24	24	22	23	1
<b>C</b>	20	20	20	20	21	21	22	21	1
<b>D</b>	20	20	21	24	21	21	20	21	0
<b>E</b>	22	25	23	22	20	23	21	22	0

Tabella 7.10.  $\theta$  e  $q_{min}$  scenario 2 con politica  $\theta q_{min}$

<b>Waste</b>	A	B	C	D	E
	$0.01 \pm 0.01$	0	$0.08 \pm 0.02$	$0.18 \pm 0.04$	$0.07 \pm 0.03$
<b>Totale</b>	$112.5 \pm 24.5$				

Tabella 7.11. Media giornaliera scarti scenario 2 con politica  $\theta_{q_{min}}$

	<b>Sale</b>	<b>Lost sale</b>	<b>Profitto</b>
Lun	$1501 \pm 13$	$2068 \pm 55$	$2815 \pm 36$
Mar	$2103.5 \pm 25.5$	$1848.5 \pm 64.5$	$4154 \pm 53$
Mer	$1916.5 \pm 33.5$	$2077.5 \pm 36.5$	$3493.5 \pm 113.5$
Gio	$1856 \pm 27$	$2105 \pm 44$	$3393 \pm 6$
Ven	$2464.5 \pm 35.5$	$2691.5 \pm 67.5$	$5260 \pm 92$
Sab	$1917 \pm 12$	$5977 \pm 178$	$3659 \pm 29$
Dom	$2269.5 \pm 16.5$	$5585.5 \pm 100.5$	$4892 \pm 34$
<b>Media</b>	$38.52 \pm 0.23$	$61.33 \pm 0.69$	$76.13 \pm 0.64$

Tabella 7.12. Sale, lost sale e profitto scenario 2 con politica  $\theta_{q_{min}}$

Si osserva come gli scarti giornalieri rappresentino una quota praticamente trascurabile, equivalente al 0.29% del totale delle merci ordinate nel corso di un anno. Tuttavia, anche in questa situazione, il numero di domande non soddisfatte supera notevolmente le vendite, raggiungendo il 61.42%, con una diminuzione media del profitto di 27€ al giorno.

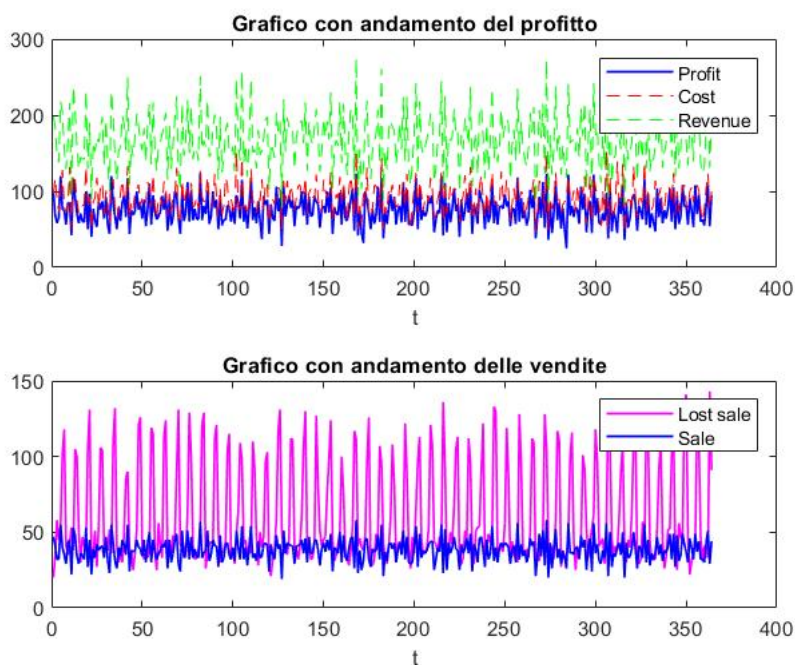


Figura 7.4. Scenario 2  $\theta_{q_{min}}$

A differenza dello scenario precedente, in cui la differenza media di profitto tra le due politiche era di 7€ al giorno, in questo caso si registra una discrepanza più significativa che orienta la preferenza verso i risultati ottenuti mediante la BSP.

## 7.3 Scenario 3: prodotti con margini diversi ma costi mediamente più bassi

### 7.3.1 Politica base-stock

In questo scenario abbiamo incrementato i costi dei singoli prodotti, determinando di conseguenza un aumento dei prezzi. L'obiettivo è valutare l'influenza di tali modifiche sui risultati complessivi del modello.

Da *particleswarm* la politica ottimale risultante è riportata nella tabella 7.13. Si riportano i risultati della simulazione su quattro scenari di domanda nelle tabelle 7.14 e 7.15.

Si osserva anche qui il valore più alto sul prodotto meno costoso e con lead time maggiore B con  $\theta_B = 60$ ; analizzando gli altri livelli, in confronto al primo scenario, si

$\theta$	Lun	Mar	Mer	Gio	Ven	Sab	Dom	<b>Media</b>
<b>A</b>	21	20	21	29	39	41	23	28
<b>B</b>	54	74	84	86	66	30	24	60
<b>C</b>	36	71	73	76	67	21	21	52
<b>D</b>	30	36	37	31	38	34	32	34
<b>E</b>	25	31	30	27	24	28	20	26

Tabella 7.13.  $\theta$  scenario 3 con politica base-stock

<b>Waste</b>	A	B	C	D	E
	$0.005 \pm 0.005$	0	$3.97 \pm 0.21$	$1.59 \pm 0.15$	$13.18 \pm 12.39$
<b>Totale</b>	$6805 \pm 4622$				

Tabella 7.14. Media giornaliera scarti scenario 3 con politica base-stock

	<b>Sale</b>	<b>Lost sale</b>	<b>Profitto</b>
Lun	$1822.5 \pm 46.5$	$1736.5 \pm 54.5$	$-930 \pm 467$
Mar	$1984.5 \pm 35.5$	$1983.5 \pm 64.5$	$3713 \pm 625$
Mer	$2054 \pm 100$	$1926.5 \pm 115.5$	$3663 \pm 624$
Gio	$2059 \pm 207$	$1903.5 \pm 148.5$	$3089.5 \pm 661.5$
Ven	$3391.5 \pm 44.5$	$1743 \pm 67$	$6200 \pm 1307$
Sab	$4826 \pm 302$	$3104 \pm 231$	$18295.5 \pm 1147.5$
Dom	$3521 \pm 291$	$4340 \pm 305$	$3598 \pm 10336$
<b>Media</b>	$54.18 \pm 2.05$	$45.99 \pm 1.81$	$82.91 \pm 32.31$

Tabella 7.15. Sale, lost sale e profitto scenario 3 con politica base-stock



nota come essi si abbassano per i prodotti A ed E, sebbene essi hanno un prezzo minore rispetto i prodotti C e D, ma allo stesso tempo il prodotto E genera un media di scarti giornalieri molto alta con circa 13 unità. Infatti si ha il 30% di merce scartata in confronto al 12% circa precedentemente ottenuto.

Inoltre si soddisfa il 54.09% delle domanda complessiva, poco inferiore rispetto al primo scenario, e si registra un aumento del profitto del 19.43% riconducibile al fatto che si ordina meno merce, quindi si riducono i costi, e si vende a prezzi leggermente superiori soddisfacendo all'incirca la stessa percentuale di domanda.

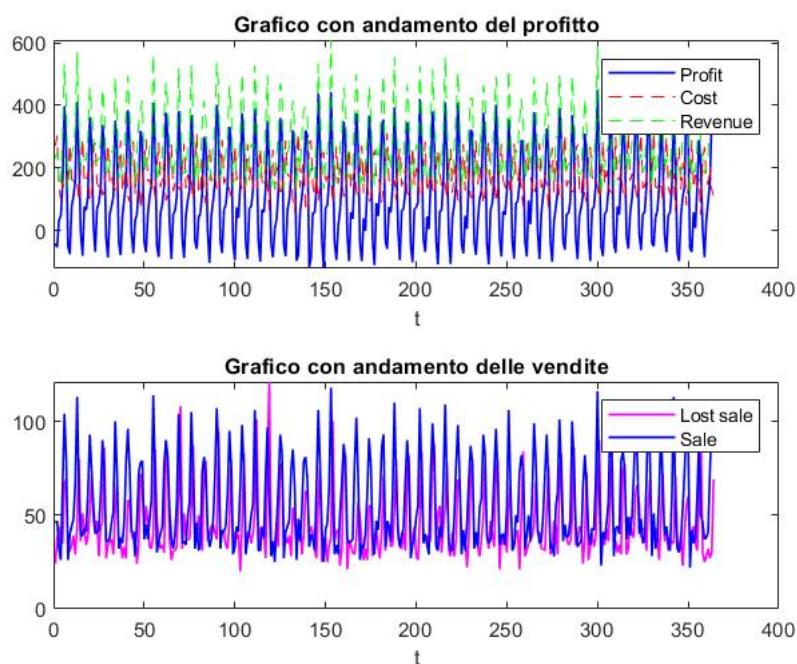


Figura 7.5. Scenario 3 BSP

### 7.3.2 Politica $\theta q_{min}$

I risultati di seguito riportati sono molto simili a quelli del primo scenario, eccetto per la politica ottimale trovata che mantiene i livelli spesso pari al limite inferiore imposto. Questo può far intuire che in questo caso bisognerebbe rivedere questi limiti per  $\theta$  e provare ad abbassarli leggermente. Inoltre anche i valori di  $q_{min}$  sono poco significativi.

Si soddisfa solo il 37.18% della domanda complessiva e si scarta solo lo 0.91% dei prodotti, che come si anticipava precedentemente, rispecchia abbastanza le performance della stessa politica nel primo scenario.

$\theta$	Lun	Mar	Mer	Gio	Ven	Sab	Dom	Media	$q_{min}$
<b>A</b>	21	20	20	20	21	20	20	20	1
<b>B</b>	24	20	20	21	20	20	21	21	0
<b>C</b>	20	20	21	21	21	20	20	20	0
<b>D</b>	22	22	20	21	20	20	20	21	0
<b>E</b>	21	20	21	20	21	20	21	21	1

Tabella 7.16.  $\theta$  e  $q_{min}$  scenario 3 con politica  $\theta q_{min}$

Waste	A	B	C	D	E
	$0.01 \pm 0.01$	0	$0.02 \pm 0.01$	$0.16 \pm 0.06$	$0.15 \pm 0.02$
Totale	$125 \pm 21$				

Tabella 7.17. Media giornaliera scarti scenario 3 con politica  $\theta q_{min}$

	Sale	Lost sale	Profitto
Lun	$1620 \pm 9$	$1929 \pm 57$	$3039.5 \pm 42.5$
Mar	$1910.5 \pm 9.5$	$2037.5 \pm 70.5$	$5275.5 \pm 21.5$
Mer	$1854 \pm 59$	$2140 \pm 47$	$4701.5 \pm 198.5$
Gio	$1922.5 \pm 34.5$	$2043.5 \pm 41.5$	$4257 \pm 107$
Ven	$2198.5 \pm 37.5$	$2938.5 \pm 65.5$	$5253 \pm 107$
Sab	$1950.5 \pm 58.5$	$5943.5 \pm 131.5$	$5307 \pm 168$
Dom	$2045.5 \pm 32.5$	$5803.5 \pm 60.5$	$4819.5 \pm 24.5$
<b>Media</b>	$37.09 \pm 0.15$	$62.66 \pm 0.67$	$89.42 \pm 0.52$

Tabella 7.18. Sale, lost sale e profitto scenario 3 con politica  $\theta q_{min}$

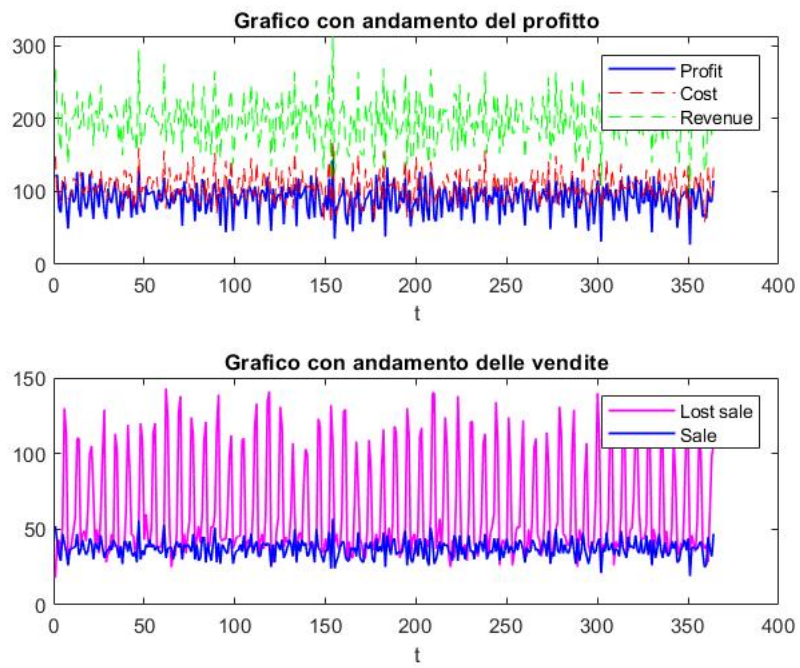


Figura 7.6. Scenario 3  $\theta_{q_{min}}$

## 7.4 Scenario 4: prodotti con margini diversi e modello di scelta con utilità lineare

### 7.4.1 Politica base-stock

In questo scenario, le caratteristiche del prodotto rimangono invariate rispetto al primo, differendo invece nel modello di scelta adottato. Quest'ultimo non mira a modellizzare realisticamente le varie sfaccettature di un potenziale cliente, bensì utilizza una distribuzione  $\beta eta(2,3)$  per rappresentare la probabilità di acquisto di ciascun cliente. Il modello si avvale di un'utilità lineare, e il cliente procede all'acquisto del prodotto con l'utilità maggiore e positiva.

$\theta$	Lun	Mar	Mer	Gio	Ven	Sab	Dom	Media
<b>A</b>	20	21	25	20	20	20	21	21
<b>B</b>	20	20	20	100	20	20	42	35
<b>C</b>	20	20	20	20	23	21	20	21
<b>D</b>	20	21	21	20	52	21	21	25
<b>E</b>	20	25	20	20	27	22	20	22

Tabella 7.19. Risultati scenario 4 con politica base-stock

Analizzando i risultati osserviamo un picco in  $\theta_B^{Gio} = 100$ , che fa alzare notevolmente la media  $\theta_B = 35$  rispetto i valori associati agli altri prodotti. Come nei casi precedenti, mantenendo i livelli  $\theta$  bassi si hanno meno scarti e si soddisfa poca domanda. In termini di profitto invece, rispetto ai risultati con l'altra alternativa del modello di scelta, si ha un leggero incremento dovuto all'abbattimento dei costi.

Dettagli nelle tabelle 7.20 e 7.21.

Waste	A	B	C	D	E
	$0.005 \pm 0.005$	$0.025 \pm 0.025$	$0.015 \pm 0.005$	$0.01 \pm 0$	$0.25 \pm 0.04$
Totale	$113.5 \pm 23.5$				

Tabella 7.20. Media giornaliera scarti scenario 4 con politica base-stock

Si ha quindi il 48.49% di domanda soddisfatta e vengono scartati il 0.41% dei prodotti.

### 7.4.2 Politica $\theta_{q_{min}}$

In questo scenario la politica  $\theta_{q_{min}}$  non sembra abbia ottenuto risultati ottimali (tabella 7.22). Si osserva, come con BSP, il picco sul prodotto B in  $\theta_B^{Ven} = 100$ , ma per il resto i livelli  $\theta$  sono uguali per lo più al limite inferiore imposto. Come anche per  $q_{min}$ , il quale è nullo per tutti i prodotti.

	Sale	Lost sale	Profitto
Lun	$3372 \pm 56$	$190.5 \pm 5.5$	$6792.5 \pm 100.5$
Mar	$3621.5 \pm 64.5$	$333.5 \pm 22.5$	$6280.5 \pm 110.5$
Mer	$2826 \pm 58$	$1106 \pm 102$	$4798 \pm 76$
Gio	$1404.5 \pm 28.5$	$2551 \pm 94$	$-859 \pm 53$
Ven	$1431.5 \pm 73.5$	$3679 \pm 72$	$-1415 \pm 109$
Sab	$3782 \pm 80$	$4082.5 \pm 240.5$	$8980.5 \pm 209.5$
Dom	$1189.5 \pm 17.5$	$6668.5 \pm 101.5$	$2458.5 \pm 43.5$
<b>Media</b>	$48.36 \pm 0.19$	$51.38 \pm 0.62$	$74.11 \pm 0.64$

Tabella 7.21. Sale, lost sale e profitto scenario 4 con politica base-stock

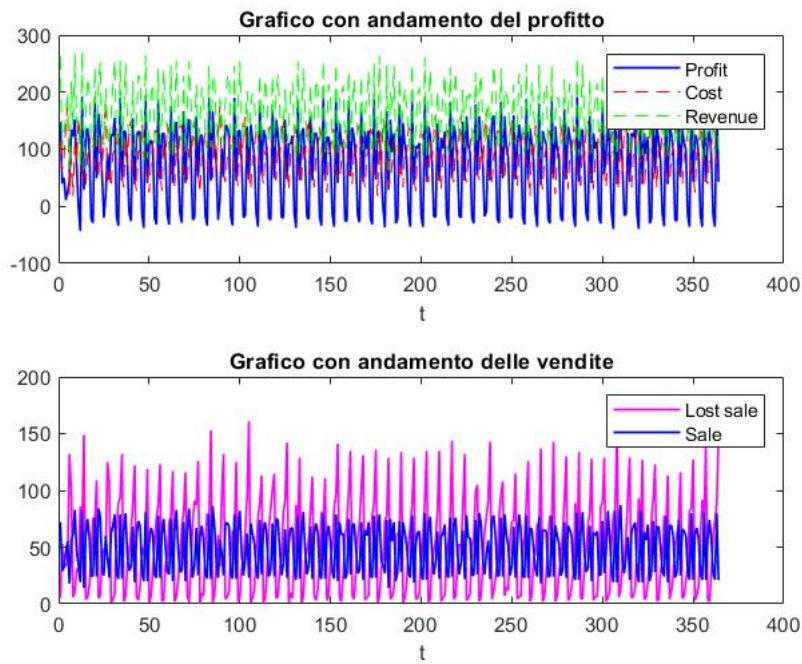


Figura 7.7. Scenario 4 BSP

$\theta$	Lun	Mar	Mer	Gio	Ven	Sab	Dom	Media	$q_{min}$
<b>A</b>	20	20	28	20	20	20	21	21	0
<b>B</b>	20	20	20	20	20	100	44	35	0
<b>C</b>	20	20	20	20	21	21	20	20	0
<b>D</b>	20	20	20	20	20	20	20	20	0
<b>E</b>	20	20	20	20	20	20	20	20	0

Tabella 7.22.  $\theta$  e  $q_{min}$  scenario 4 con politica  $\theta q_{min}$

Waste	A	B	C	D	E
	0	0	$0.015 \pm 0.005$	0.01	0.01
Totale	$15 \pm 3$				

Tabella 7.23. Media giornaliera scarti scenario 4 con politica  $\theta_{q_{min}}$

	Sale	Lost sale	Profitto
Lun	$2653 \pm 17$	$904.5 \pm 73.5$	$5147.5 \pm 21.5$
Mar	$1343 \pm 27$	$2583 \pm 76$	$2700 \pm 54$
Mer	$3713.5 \pm 70.5$	$252.5 \pm 9.5$	$6466 \pm 128$
Gio	$3598 \pm 72$	$362 \pm 12$	$6278 \pm 116$
Ven	$2173.5 \pm 42.5$	$2963.5 \pm 56.5$	$4071.5 \pm 73.5$
Sab	$893 \pm 9$	$7004 \pm 196$	$-2382 \pm 18$
Dom	$2504 \pm 33$	$5377 \pm 94$	$4168 \pm 57$
<b>Media</b>	$46.5 \pm 0.08$	$53.24 \pm 0.72$	$72.92 \pm 0.19$

Tabella 7.24. Sale, lost sale e profitto scenario 4 con politica  $\theta_{q_{min}}$

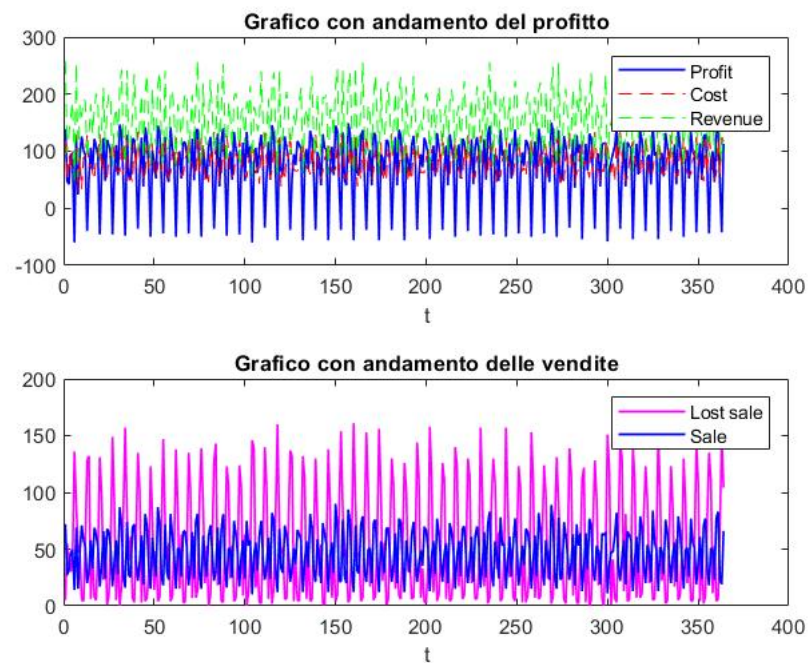


Figura 7.8. Scenario 4  $\theta_{q_{min}}$

Avendo dei livelli  $\theta$  e  $q_{min}$  così bassi le misure di performance (tabelle 7.23 e 7.24) ci dicono che si scartano solo il 0.09% dei prodotti e allo stesso tempo si soddisfa solo il 46.62% della domanda.

In quest'ultimo scenario si ottengono quindi delle performance molto simili tra le due politiche. Probabilmente come conseguenza del modello di scelta, il quale potrebbe indirizzare sempre il cliente all'acquisto del prodotto meno costoso. Per testare questa dinamica sarebbe opportuno fare altre prove con dei limiti inferiori per  $\theta$  diversi e studiarne le conseguenti modifiche dei risultati.





## Capitolo 8

# Conclusioni

Dall'analisi emergono chiaramente alcune tendenze significative tra le politiche di gestione delle scorte utilizzate in questo studio.

Per scenari in cui i margini di profitto variano tra i diversi prodotti, la politica  $\theta q_{min}$  mostra una propensione a individuare valori ottimali di  $\theta$  e  $q_{min}$  notevolmente inferiori rispetto alla politica BSP. Tale inclinazione, se da un lato si traduce in una soddisfazione della domanda sempre al di sotto del 40%, dall'altro si accompagna a scarti pressoché trascurabili nel corso dell'orizzonte temporale. D'altra parte la politica BSP dimostra la sua efficacia nel soddisfare oltre il 50% della domanda complessiva.

Nel secondo scenario, con margini di profitto uguali per tutti i prodotti, notiamo come le due politiche oltre a seguire gli scemi su descritti, generano anche un grosso delta sulla media del profitto giornaliero.

Nel quarto scenario, i risultati delle due politiche mostrano una notevole somiglianza, suggerendo la necessità di ulteriori approfondimenti. Pertanto, sarebbe opportuno condurre ulteriori studi al fine di esplorare come eventuali modifiche al limite inferiore di  $\theta$  possano influenzare in modo significativo i risultati ottenuti. L'ipotesi è che questi ulteriori test proposti si traducano in nulla id fatto a causa del modello di scelta utilizzato, in quanto orienta i clienti verso la scelta del prodotto meno costoso.

In conclusione la politica che sembra aver trovato un equilibrio ottimale tra massimizzazione del profitto, soddisfazione della domanda e minimizzazione degli sprechi è la politica base-stock.

Tuttavia, per ottenere risultati più significativi dalla politica  $\theta q_{min}$ , sarebbe opportuno testare ulteriori limiti e, soprattutto, migliorare i tempi computazionali del modello. Questo consentirebbe di introdurre la stagionalità anche su  $q_{min}$  consentendo di esaminare le varie sfaccettature in relazione alle variazioni stagionali della domanda.

Link al codice implementato: [github.com/MariannaLolli/Tesi\\_Ingegneria\\_Matematica](https://github.com/MariannaLolli/Tesi_Ingegneria_Matematica)



# Bibliografia

- Hendrix E.M. Buisman M.E., Haijema R. Retailer replenishment policies with one-way consumer-based substitution to increase profit and reduce food waste. *Logistics Research*, 13(7):1–15, 2020.
- Paolo Brandimarte Daniele Giovanni Gioia, Leonardo Kanashiro Felizardo. Simulation-based inventory management of perishable products via linear discrete choice models. *Computers Operations Research*, 157:1–12, 2023.
- Haijema R. Buisman M. García Fernandez I. Hendrix E., Ortega Lopez G. On computing optimal policies in perishable inventory control using value iteration. *Computational and Mathematical Methods*, 1, 2019.
- Nose T. Ishii H. Perishable inventory control with two types of customers and different selling prices under the warehouse capacity constraint. *International Journal of Production Economics*, 44:167–176, 1996.
- MathWorks. Particle swarm optimization. URL <https://it.mathworks.com/help/gads/particleswarm.html>.
- Haijema R. van der Vorst J.G. Pauls-Worm K.G., Hendrix E.M. An milp approximation for ordering perishable products with non-stationary demand and service level constraints. *International Journal of Production Economics*, 157:133–146, 2014.
- Stefan Minner René Haijema. Stock-level dependent ordering of perishables: A comparison of hybrid base-stock and constant order policies. *International Journal of Production Economics*, 181:215–225, 2016.
- Stefan Minner René Haijema. Improved ordering of perishables: The value of stock-age information. *International Journal of Production Economics*, 209:316–324, 2019.
- Lee E. Benton W. Shin H., Park S. A classification of the literature on the planning of substitutable products. *European Journal of Operational Research*, 246:686–699, 2015.