



**Politecnico
di Torino**

Politecnico di Torino

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

A.a. 2022/2023

Sessione di Laurea Dicembre 2023

Tailoring aeroelastico di un'ala anteriore di una vettura di Formula Uno

Relatore

Prof. Marco Petrolo

Correlatori

Prof. Enrico Zappino

Ing. Marco Enea

Ing. Martina Santori

Candidato

Simone Monaco *s294577*

Indice

Sommario	iii
Elenco delle figure	v
Elenco delle tabelle	viii
1 Introduzione	1
1.1 Scopo della tesi e scaletta	4
2 Aeroelasticità	6
2.1 Il problema aeroelastico	6
2.2 Modelli a parametri concentrati	8
2.2.1 Divergenza	9
2.2.2 Effetto della freccia	11
2.2.3 Tailoring aeroelastico	12
2.2.4 Flutter	13
2.3 Finite Elements Method e Carrera Unified Formulation	15
2.3.1 Modelli strutturali classici	15
2.3.2 Espansioni e funzioni di forma	17
2.3.3 Nuclei fondamentali e assemblaggio	18
2.3.4 Le analisi strutturali	19
2.4 Vortex Lattice Method	20
2.4.1 Doublet Lattice Method	23
3 Regolamento	26
3.1 Riferimenti geometrici	26
3.1.1 Piani geometrici	26
3.1.2 Sistemi di riferimento	28
3.2 Volumi e superfici di riferimento	30
3.2.1 Reference Volume - Front Wing	30
3.2.2 Reference Surface - Front Wing	36
3.3 Prescrizioni geometriche	37
3.4 Prescrizioni sul materiale	38
3.5 Prescrizioni sulla flessibilità	39

4	Modelli e risultati	42
4.1	CUF - Esempi applicativi	42
4.1.1	Analisi statica - Modello trave	42
4.1.2	Analisi statica - Modello piastra	45
4.1.3	Analisi delle vibrazioni libere - Trave, piastra e ibridi	49
4.1.4	Analisi aeroelastica - Struttura isotropa	51
4.2	Modello di un'ala anteriore di Formula Uno	56
4.2.1	Valutazione della rigidezza equivalente	57
4.2.2	Primo modello completo	60
4.2.3	Modello finale	63
4.3	Analisi aerodinamica preliminare	67
4.4	Tailoring Aeroelastico	71
4.4.1	Verifica di flessibilità	75
4.4.2	Analisi aeroelastica statica	77
4.4.3	Flutter	93
5	Conclusioni	95
	Ringraziamenti	98
	Bibliografia	99

Sommario

Gli effetti aeroelastici ricoprono un ruolo di vitale importanza in tutte quelle applicazioni nelle quali si è in presenza di un'interazione tra una corrente fluida e una struttura, per via della generazione di carichi fluidodinamici che tendono a deformare la struttura stessa e modificarne le proprietà. Nessun materiale è, infatti, perfettamente rigido ed esisterà sempre una certa componente deformativa che non può essere evitata ma soltanto limitata. Ciò non solo rende indispensabile effettuare un notevole numero di analisi preliminari a garanzia del corretto e sicuro funzionamento di una struttura, ma può anche costituire un'opportunità per avere un maggiore controllo sulle prestazioni aerodinamiche della struttura stessa, come nel caso, ad esempio, delle vetture da competizioni che presentano superfici deportanti.

In questa tesi, in particolare, si esplorerà il concetto delle ali flessibili, mediante la modellazione e l'analisi sia strutturale che aeroelastica di un'ala anteriore di Formula 1: il regolamento tecnico impone dei valori massimi di deflessione degli elementi deportanti che la costituiscono, verificandone il rispetto mediante delle prove di carico statiche. Ciò non tiene conto degli effetti aeroelastici, che possono quindi essere sfruttati dalle scuderie per ottenere vantaggi in termini di prestazioni aerodinamiche. Ciò viene fatto mediante l'opportuno dimensionamento delle geometrie ma soprattutto degli strati di composito che costituiscono l'ala (tailoring). Il punto chiave è quindi quello di verificare il comportamento aeroelastico della struttura al variare della laminazione, in termini di angolo di inclinazione delle fibre del composito, in modo da quantificare gli effetti strutturali e aerodinamici che insorgono. In questo senso, dopo aver introdotto le nozioni fondamentali riguardanti il problema aeroelastico, verrà approfondito il regolamento tecnico 2023, in modo da estrapolarne le informazioni necessarie alla costruzione del modello. Per ovvi motivi, non sarà possibile raggiungere il livello di ottimizzazione delle forme e delle proprietà strutturali tipiche dei casi reali e perciò verranno operate le opportune approssimazioni. La parte strutturale sarà costruita mediante la combinazione del Finite Elements Method (FEM) e della Carrera Unified Formulation (CUF), basate sui concetti di funzioni di forma e funzioni di espansione. La mesh aerodinamica, la sua correlazione con la mesh strutturale e le analisi aeroelastiche saranno gestite mediante il software MSC Nastran, nel quale sono implementati gli algoritmi associati al Doublet Lattice Method (DLM). Verificata l'efficacia della CUF mediante la riproduzione di analisi già effettuate da altri autori e concluso il processo di costruzione del modello finale, si procederà con le analisi statiche ed aeroelastiche, in modo da verificare rispettivamente il rispetto dei requisiti imposti dal regolamento e il comportamento della struttura sotto il carico aerodinamico. Per facilitare il confronto tra le varie laminazioni verrà effettuata un'analisi aerodinamica semplice mediante l'utilizzo di

xfoil, volta all'ottenimento dei valori di deportanza e resistenza sia per la struttura indeformata che per quella deformata, utili come figure di merito per il problema. Infine, si valuterà, per ognuna delle configurazioni, la velocità di flutter, in modo da garantirne la lontananza dalle velocità di progetto.

Elenco delle figure

2.1	Triangolo di Collar.	7
2.2	Esempi di modelli a parametri concentrati.	8
2.3	Profilo alare con un grado di libertà per la caratterizzazione della divergenza.	10
2.4	Angolo di freccia e sistemi di riferimento.	12
2.5	Sezione tipica per la caratterizzazione del flutter.	13
2.6	Sistema di riferimento per il generico modello trave.	15
2.7	Assemblaggio della matrice di rigidezza a partire dal nucleo fondamentale.	19
2.8	Pannellatura aerodinamica per un'ala e dettaglio del singolo pannello.	20
3.1	Vista laterale di un modello di vettura del 2023 e posizionamento dei piani CP, in blu, e RP, in rosso.	27
3.2	Vista dall'alto di un modello di vettura del 2023 e posizionamento dei piani CP, in blu e RP, in rosso.	27
3.3	Sistema riferimento locale relativo alle ruote anteriori. L'asse Z_w è rappresentato uscente dal foglio.	28
3.4	Sistema di riferimento globale, utile alla determinazione della geometria dell'ala anteriore.	29
3.5	Volume ottenuto secondo gli articoli 21.1-21.2 e piano tagliante in accordo all'articolo 21.3.	31
3.6	Volume finale in accordo con l'articolo 21.4.	31
3.7	Volume ottenuto secondo gli articoli 21.10 e 21.11	32
3.8	Forma finale del RV-FW	33
3.9	Effetto sulla freccia del modello di figura 3.7	33
3.10	RV-FW-PROFILES	34
3.11	RV-FW-EP	35
3.12	RV-FW-TIP	35
3.13	RS-FW-PROFILES (vista dall'alto).	36
3.14	Posizione dei carichi relativi ai punti A (in rosso) e B (in blu) in relazione al RV-FW-PROFILES	40
3.15	Vista dall'alto della traccia dei punti A (in rosso) e B (in blu). L'estensione della traccia <i>non</i> è rappresentativa delle dimensioni dell'adattatore.	41
4.1	Sezione trasversale della trave.	42

4.2	Configurazione di riferimento del modello piastra (immagini modificate da [15]).	46
4.3	Andamento di u_x (a), u_y (b) e u_z (c) sulla base dei valori forniti in tabella 4.6 e confronto con i dati di riferimento [15].	47
4.4	Andamento della σ_{xx} (a), σ_{yy} (b), σ_{zz} (c), σ_{zx} (d), σ_{zy} (e) e σ_{xy} (f) sulla base dei valori in tabella 4.4 e confronto con i dati di riferimento [15].	48
4.5	Struttura di riferimento e modelli utilizzati. Immagini ricavate da [12].	49
4.6	Principali modi di vibrare della struttura ottenuti mediante analisi CUF. La loro forma <i>non</i> cambia a seconda che si tratti di B-B-B, P-P-P o B-P-B. La scala <i>non</i> è indicativa dell'effettiva deformazione.	50
4.7	Dimensioni della piastra e sistema di riferimento come definita in [30].	51
4.8	Convenzione sul calcolo della rotazione al bordo di attacco. In questo caso il θ è considerato negativo.	53
4.9	Andamenti della frequenza e del coefficiente di smorzamento al variare della velocità per il caso 30x8. Si può notare, oltre al flutter del modo 2, anche la divergenza del modo 1, la cui parte reale diventa positiva e la cui frequenza si annulla.	55
4.10	Rappresentazione del modo di flutter. Si può notare la sua natura flesso-torsionale.	55
4.11	Struttura rettangolare di riferimento.	57
4.12	Andamento dello spostamento verticale, in modulo, al variare dello spessore in relazione al limite massimo stabilito dal regolamento. . . .	58
4.13	Andamento dello spostamento verticale, in modulo, al variare dello spessore in relazione al limite massimo stabilito dal regolamento. . . .	59
4.14	Primo modello completo. L'incastro è posizionato sulle estremità dove sono presenti i numeri. Con E è indicato l'endplate.	61
4.15	Mesh associata alla sezione dell'endplate. Ogni gruppo da 9 nodi delimitato dalla linea tratteggiata è un Q9. I rettangoli colorati rappresentano i vari elementi, mentre il punto rosso è indicativo della presenza del B4.	62
4.16	Struttura deformata sotto l'azione del carico di 1000 N. I colori e i valori numerici rappresentano l'entità dello spostamento (in metri). . .	62
4.17	Schema riassuntivo della struttura sandwich utilizzata. Ogni layer è caratterizzato da una precisa orientazione delle fibre, la quale sarà cambiata di volta in volta per analizzare più casistiche (tailoring). . .	64
4.18	Sovrapposizione tra i profili e le sezioni rettangolari e valori, in millimetri, delle distanze e degli overlap tra i vari elementi.	65
4.19	Modello definitivo per le analisi strutturali. L'incastro è sulle estremità contrassegnate dai numeri.	66
4.20	Curve $c_l - \alpha$	69
4.21	Polari aerodinamiche.	70

4.22	Modi di vibrare di particolare interesse per la struttura: a) modo flessionale complessivo (Modo 1); b) modo torsionale complessivo (Modo 2); c) modo torsionale del primo elemento (Modo 14); d) modo torsionale del secondo elemento (Modo 16); e) modo torsionale del terzo elemento (Modo 15); f) modo torsionale del quarto elemento (Modo 17).	73
4.23	Spostamento massimo lungo Z, in valore assoluto, dell'intera struttura al variare della laminazione e del punto di carico. La linea tratteggiata rappresenta il limite imposto dal regolamento.	76
4.24	Spostamento lungo Z, in valore assoluto, relativo al bordo di fuga ($Y = 855$ mm) dei quattro elementi al variare della laminazione. Il limite massimo non è rappresentato in quanto i valori sono ben al di sotto di esso.	77
4.25	Griglia per il postprocessing. Sono riportati solo gli ID dei punti all'incastro ($Y = 0$) e al tip, in modo da fornire un riferimento sulla numerazione.	78
4.26	Variazione percentuale della deportanza al variare della laminazione e dell'incidenza per $V = 300$ km/h.	81
4.27	Variazione percentuale della deportanza al variare della laminazione e dell'incidenza per $V = 315$ km/h.	81
4.28	Variazione percentuale della deportanza al variare della laminazione e dell'incidenza per $V = 330$ km/h.	82
4.29	Variazione percentuale della resistenza al variare della laminazione e dell'incidenza per $V = 300$ km/h.	82
4.30	Confronto tra gli andamenti lungo l'apertura b dell'elemento 1 dell'angolo di rotazione θ al variare della laminazione, per $V = 300$ km/h e $\alpha = 5^\circ$. I valori vicino al tip potrebbero non essere completamente affidabili data la presenza dell'endplate.	83
4.31	Effetto dell'incidenza e della velocità di progetto sull'andamento di θ lungo l'apertura b dell'elemento 1 per la laminazione 5.	84
4.32	Deformata della struttura per la laminazione 1 ($V = 330$ km/h, $\alpha = 14^\circ$).	84
4.33	Deformata della struttura per la laminazione 5 ($V = 330$ km/h, $\alpha = 14^\circ$).	85
4.34	Deformata dell'elemento 1 per la laminazione 1 ($V = 330$ km/h, $\alpha = 14^\circ$)	85
4.35	Deformata dell'elemento 1 per la laminazione 5 ($V = 330$ km/h, $\alpha = 14^\circ$)	85

Elenco delle tabelle

2.1	Campo di spostamenti secondo le ipotesi EBBT e TBT. Si nota come nel primo caso le rotazioni ϕ siano state sostituite dalle derivate degli spostamenti. Tutti i termini contrassegnati da un pedice numerico e le stesse rotazioni rappresentano funzioni esclusivamente di y	16
3.1	Coordinate dei punti utili alla costruzione della superficie 21.1 dell'articolo 21 dell'appendice 1	30
3.2	Coordinate dei punti utili alla costruzione della superficie come all'articolo 21.10.	32
3.3	Coordinate per la generazione della RS-FW-PROFILES.	36
3.4	Valori limite nominali del modulo a trazione, della resistenza a trazione e della densità di una fibra di carbonio.	39
4.1	Effetto del numero di nodi per elemento su u_z per vari modelli trave e confronto con i dati di riferimento (REF). $L/h = 100$	43
4.2	Effetto del numero di nodi per elemento su u_z per vari modelli trave e confronto con i dati di riferimento (REF). $L/h = 100$	43
4.3	Effetto del numero di nodi per elemento su u_z per vari modelli trave e confronto con i dati di riferimento (REF). $L/h = 10$	44
4.4	Effetto del numero di nodi per elemento su u_z per vari modelli trave e confronto con i dati di riferimento (REF). $L/h = 10$	44
4.5	Proprietà meccaniche del materiale	45
4.6	Componenti di spostamento nel punto Q lungo lo spessore della piastra. Mesh 10x10 costituita da elementi Q9. Espansione mediante elementi LE3.	46
4.7	Componenti delle tensioni, valutate in Pascal, associate agli spostamenti della tabella 4.6 e della figura 4.3. I valori sono stati approssimati all'ultima cifra intera.	47
4.8	Principali frequenze naturali della struttura (Hz) al variare del modello utilizzato e confronto con i dati di riferimento [12]. Con B si intendono gli elementi trave (beam) e con P quelli piastra (plate).	49
4.9	Proprietà meccaniche del materiale isotropo. Il coefficiente di Poisson è stato calcolato mediante la formula $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$	51
4.10	Frequenze naturali [Hz] associate ai primi 10 modi di vibrare della struttura al variare dell'ordine di espansione utilizzato e confronto con i dati di riferimento [30]. Per il caso TE4 è indicato anche il tipo di modo.	52

4.11	Valori dello spostamento lungo z e della rotazione al tip e confronto con i dati di riferimento [30] al variare della velocità. In entrambi i casi si è utilizzato un modello TE4 e una mesh aerodinamica 30x8.	53
4.12	Valori dello spostamento lungo z e della rotazione al tip al variare dell'incidenza. In entrambi i casi si è utilizzato un modello TE4 e una mesh aerodinamica 30x8.	54
4.13	Frequenze e velocità di flutter al variare della pannellatura aerodinamica per il caso TE4 e confronto con i dati di riferimento ottenuti mediante un modello 4LE9 [30]. Densità di riferimento posta pari a 1.225 kg/m^3	54
4.14	Valori dello spostamento verticale u_z [mm] al variare dello spessore e confronto con i risultati della linea elastica per $F = -1000 \text{ N}$	58
4.15	Valori dello spostamento verticale u_z [mm] al variare dello spessore e confronto con i risultati della linea elastica per $F = -60 \text{ N}$	59
4.16	Stima degli spessori e delle masse della semiala anteriore supposta, essere una piastra rettangolare, al variare del composito scelto. Caso A: Epossidica/carbonio HS, $E = 145 \text{ GPa}$, $\rho = 1.55 \text{ g/cm}^3$. Caso B: Epossidica/carbonio HM, $E = 207 \text{ GPa}$, $\rho = 1.63 \text{ g/cm}^3$	60
4.17	Dimensioni geometriche principali del modello.	61
4.18	Proprietà meccaniche dell'LDPE.	64
4.19	Proprietà meccaniche del composito.	64
4.20	Caratteristiche geometriche e della mesh strutturale per il modello finale. *: misurato in direzione y	67
4.21	Numeri di Reynolds medi per i tre valori di velocità.	68
4.22	Valori di riferimento dell' <i>intera struttura</i> per $V = 300 \text{ km/h}$	70
4.23	Valori di riferimento dell' <i>intera struttura</i> per $V = 315 \text{ km/h}$	71
4.24	Valori di riferimento dell' <i>intera struttura</i> per $V = 330 \text{ km/h}$	71
4.25	Principali parametri relativi ai quattro elementi e valori della portanza ottenuti mediante la formula.	72
4.26	Valori di portanza e resistenza al variare della velocità, del numero di modi e dell'incidenza per la laminazione -30/-30/-30/-30/-30/-30.	74
4.27	Valori di portanza e resistenza al variare della velocità, del numero di modi e dell'incidenza per la laminazione -45/-45/-45/-45/-45/-45.	74
4.28	Tipologie di laminazioni considerate nelle analisi, con riferimento allo schema di figura 4.17. I valori numerici, in gradi, rappresentano l'angolo di inclinazione delle fibre rispetto all'asse Y o, equivalentemente l'angolo di rotazione delle stesse attorno all'asse Z	75
4.29	Spostamento u_z (mm) risultante dalle analisi sul bodywork (A e B) e sui flap. Nel primo caso lo spostamento è quello massimo della struttura (endplate escluso), nel secondo è quello nel punto di applicazione della forza.	76
4.30	Valori di deportanza e resistenza per le configurazioni deformate al variare della laminazione, dell'incidenza di progetto e della velocità.	79
4.31	Componenti di flessione lungo Z , in millimetri, per il bordo di attacco e di fuga rispettivamente dell'elemento 1 e 4, nel caso $V = 330 \text{ km/h}$	86

4.32	Rotazione massima e minima e relative coordinate lungo l'apertura per i vari elementi in funzione della velocità e dell'incidenza per la laminazione 1. In accordo con quanto già visto non sono presenti rotazioni positive per l'elemento 1, tanto che il valore massimo è all'incastro e risulta nullo. Valori positivi, anche se piccoli, sono presenti negli altri elementi. Le rotazioni dei quattro elementi a fissata incidenza e velocità risultano quasi identici, a testimonianza dell'accoppiamento strutturale dato dall'endplate. Si nota, infine, il generale incremento dei valori all'aumentare di velocità e incidenza e che la rotazione minima non è sempre associata al tip.	87
4.33	Rotazione massima e minima e relative coordinate lungo l'apertura per i vari elementi in funzione della velocità e dell'incidenza per la laminazione 2. Si notano le stesse caratteristiche della precedente laminazione, con però la presenza di rotazioni positive anche per l'elemento 1. Inoltre, in questo caso le rotazioni minime sono sempre relative al tip e la coordinata associata al cambio del segno è maggiore.	88
4.34	Rotazione massima e minima e relative coordinate lungo l'apertura per i vari elementi in funzione della velocità e dell'incidenza per la laminazione 3. Valgono le stesse considerazioni fatte in precedenza, con in più un aumento generale dei valori in gioco.	89
4.35	Rotazione massima e minima e relative coordinate lungo l'apertura per i vari elementi in funzione della velocità e dell'incidenza per la laminazione 4. Il trend osservato finora rimane invariato.	90
4.36	Rotazione massima e minima e relative coordinate lungo l'apertura per i vari elementi in funzione della velocità e dell'incidenza per la laminazione 5. Si tratta, come già visto, del caso più estremo in termini di rotazioni positive e di importanza della porzione di struttura che risente maggiormente dell'accoppiamento flessio-torsionale.	91
4.37	Spostamento u_z [mm] risultante dalle prove statiche sul bodywork e sui bordi di fuga degli elementi.	92
4.38	Valori di deportanza e resistenza al variare della velocità e dell'incidenza per i due casi di drop-off e confronto con i valori di riferimento.	92
4.39	Modi di vibrare della struttura e relativa frequenza.	93
4.40	Velocità e frequenze di flutter per le varie laminazioni.	94

Capitolo 1

Introduzione

La Formula Uno rappresenta da sempre il pinnacolo del motorsport. A partire dagli anni a cavallo tra l'Ottocento e il Novecento, quando in Europa i primi pionieri hanno iniziato a sfidarsi in una serie di gare non regolamentate, passando per i primi anni 50, periodo in cui l'attuale Formula è stata fondata, e arrivando fino ai giorni nostri, essa ha accolto nella sua cerchia alcuni tra i piloti considerati tra i migliori al mondo ma anche i migliori meccanici e ingegneri del settore. Sono soprattutto lo sviluppo tecnologico, lo studio estremo di ogni minimo particolare aerodinamico e strutturale, la continua ricerca del limite e della perfezione a rendere le vetture di Formula Uno le monoposto a ruote scoperte più veloci al mondo nell'ambito delle competizioni su pista. Ogni scuderia vuole sempre migliorarsi, costruendo vetture sempre più efficienti, mediante l'introduzione di elementi sempre nuovi e volti ad aumentare di tanto le prestazioni. Sfortunatamente, però, la Formula Uno è anche uno sport estremamente pericoloso, in cui il fattore di rischio cresce man mano che lo sviluppo meccanico e aerodinamico prosegue. Sono tantissimi nella storia ultrasettantennale della categoria i morti in pista. E' qui quindi che entra in gioco la FIA, Fédération Internationale de l'Automobile, la quale fin dalla sua fondazione cerca di porre un limite alle prestazioni e di aumentare il livello di sicurezza, regolamentando ogni aspetto della competizione, sia dal punto di vista sportivo che dal punto di vista tecnico. Riguardo quest'ultimo punto, la FIA redige ogni anno un documento, nel quale sono riportate con estrema precisione tutte le linee guida che i team e i relativi ingegneri devono seguire per costruire la loro vettura, lasciando margini di manovra non troppo ampi, in modo da rallentare il progresso in termini di prestazioni. Il riferimento attuale trova corpo nel *FIA 2023 Formula 1 Technical Regulations* [20], mutuato dal regolamento del 2022, il quale a sua volta costituisce un cambiamento radicale rispetto ai regolamenti degli anni precedenti. Questi continui cambiamenti sono necessari, in quanto seppur rallentate, le scuderie riescono sempre e comunque ad estremizzare le prestazioni delle proprie vetture, fino ad elevare il livello di pericolo.

Un aspetto fondamentale nell'ambito del legame che sussiste tra le limitazioni date dal regolamento tecnico e il lavoro delle squadre è quello delle cosiddette *zone grigie*. Si tratta di parti del regolamento tecnico che si prestano a più interpretazioni e che costituiscono degli spunti sulla base dei quali gli ingegneri possono sviluppare e quindi introdurre delle soluzioni che aumentano le prestazioni della vettura, aggirando

quelli che sono i vincoli. Tutto ciò è in parte dovuto all'impossibilità della Federazione di individuare questi comportamenti e di valutare se si tratta effettivamente di violazioni regolamentari, poichè non vi è una prescrizione precisa e i metodi di controllo possono rivelarsi lacunosi. E' il caso, ad esempio, della polemica sulle *ali flessibili*, protrattasi per tutto il campionato 2021 ed esistente tuttora, anche se in misura minore grazie al cambio di regolamento e alle misure maggiormente restrittive adottate dalla FIA. Gli alettoni anteriore e posteriore di una vettura da Formula Uno sono di vitale importanza, grazie alla grande quantità di carico aerodinamico che sono in grado di generare. Non deve perciò stupire se fin dal loro avvento nel Gran Premio di Monaco del 1968, dove sono comparsi sulla Lotus 49 di Colin Chapman, essi sono stati oggetto di meticoloso studio aerodinamico e strutturale, il quale ha portato nel corso degli anni ad adottare soluzioni sempre più complesse, che hanno trovato massima espressione nell'ultimo decennio [27]. Se però gli alettoni permettono di aumentare la velocità in curva, essi costituiscono una sorgente non indifferente di resistenza aerodinamica in rettilineo. Inoltre, la deportanza sviluppata tende ad aumentare l'attrito con l'asfalto, rallentando ulteriormente la vettura. Ecco che sulla base di ciò che alcune squadre hanno disegnato e costruito le proprie appendici aerodinamiche in modo da essere quanto più *flessibili* possibile, così da deformarsi in rettilineo sotto l'azione del carico aerodinamico, riducendo la loro sezione resistente e la deportanza sviluppata e guadagnandone quindi in termini di velocità di punta senza dover perdere prestazione in curva.

Con il cambio regolamentare del 2022 e il ritorno dell'effetto suolo, le ali, soprattutto quelle anteriori, sono state rese più semplici, con una configurazione con al più quattro flap senza ulteriori *device*, ad eccezione di qualche generatore di vortice. Tuttavia, l'importanza dell'ala anteriore è rimasta immutata e con essa anche la necessità di ridurre la resistenza e la deportanza mediante il comportamento di cui sopra. La deformazione, ad ogni modo, rimane non consentita dal regolamento, il quale stabilisce la totale immobilità di tutte le superfici aerodinamiche e degli elementi che influenzano in qualche modo l'aerodinamica della vettura [20]. La *zona grigia* nasce dal fatto che nessun materiale è infinitamente rigido e perciò, seppur in minima parte, esso si deforma se sottoposto ad un carico. In questo senso, la FIA garantisce una tolleranza in termini di spostamento, ossia un limite di flessione oltre al quale non è permesso andare. Tuttavia, il rispetto della regola è verificato mediante una prova di carico statica, la quale non tiene conto del legame tra il comportamento di una struttura e i carichi aerodinamici ad essa associati. Ecco che, in questo senso, acquisisce importanza il concetto di *aeroelasticità*.

L'aeroelasticità è una disciplina "che ha per oggetto l'indagine, teorica e sperimentale, sulle interazioni fra le sollecitazioni di origine fluidodinamica alle quali sono soggette determinate strutture elastiche e le deformazioni da esse indotte nelle strutture stesse" ¹. Il classico problema aeroelastico si compone di tre ingredienti principali: la teoria dell'elasticità, l'aerodinamica e la dinamica strutturale. Un'analisi aeroelastica permette la valutazione di fenomeni di instabilità statica e dinamica, come la divergenza, particolarmente importante per il problema delle *ali flessibili*, e il flutter, in cui i carichi aerodinamici interagiscono con i modi propri di vibrare della struttura, generando effetti che possono risultare dannosi.

¹Enciclopedia Treccani, "aeroelasticità", <https://www.treccani.it/enciclopedia/aeroelasticita/>

Da quanto detto deriva la necessità di dover costruire due modelli distinti, quello strutturale e quello aerodinamico, i quali devono poi essere accoppiati in modo da mettere in comunicazione tra loro le informazioni.

Lo strumento classico utilizzato per il modello strutturale è il *Finite Elements Method* (FEM), nel quale la struttura è discretizzata mediante un certo numero di elementi, ciascuno caratterizzato da nodi ai quali sono associati i gradi di libertà della struttura. Ciò permette la notevole semplificazione dell'analisi. In questo senso, inoltre, la *Carrera Unified Formulation* (CUF) [8] permette la scrittura delle matrici e dei vettori tipici degli Elementi Finiti in termini di nuclei fondamentali, anche detti *fundamental nuclei* (FN), ossia matrici 3x3 la cui espressione rimane invariata indipendentemente dal fatto che il problema sia 1D, 2D o 3D. Esempi applicativi della CUF, sia in termini di analisi strutturale pura, relativa alle vibrazioni libere, sia in termini di studio del flutter possono essere visionati in [6, 7, 12, 29].

Per quanto concerne, invece, il modello aerodinamico, la via seguita è quella del *Vortex Lattice Method* (VLM) o del *Doublet Lattice Method* (DLM) [13]. Il primo è maggiormente indicato per la valutazione di contributi stazionari al problema aeroelastico; il secondo si presta meglio allo studio dei contributi instazionari. Entrambi, comunque, sono basati sulla discretizzazione della struttura in un certo numero di pannelli, a ciascuno dei quali è associata una linea portante a "ferro di cavallo" in analogia con la *Lifting Line Theory* di Prandtl [24]. Le intensità dei vortici o delle doppiette associate ad ogni pannello costituiscono le incognite della mesh aerodinamica, così come i gradi di libertà della struttura associati ai nodi costituiscono le incognite della mesh strutturale. Esempi applicativi dei due metodi possono essere trovati in [1, 25, 29].

L'accoppiamento tra le informazioni derivanti dalle due mesh può infine essere effettuato mediante l'*Infinite Plate Spline method* (IPS) [13].

L'estensione al caso di un'ala anteriore di Formula Uno dell'analisi appena descritta vede un certo numero di complicazioni, a partire dalla costruzione del modello fino ad arrivare al modo di valutarne le prestazioni aerodinamiche, passando dalla scelta dei materiali da utilizzare. Quest'ultimo punto costituisce una criticità: il regolamento fornisce solo linee guida sui materiali ammessi ma la decisione sulla tipologia di composito, sul numero di strati e sull'orientazione delle fibre spetta alle scuderie, le quali per ovvie ragioni mantengono segreti i dati tecnici. Nell'ambito dell'analisi è perciò necessario adottare un approccio per ipotesi, cercando di individuare quelle che potrebbero essere le migliori configurazioni da utilizzare, compatibilmente con le conoscenze acquisite in merito al *tailoring aeroelastico*, un concetto per il quale la disposizione delle fibre e il numero di strati di un materiale hanno effetti significativi sul comportamento delle strutture, soprattutto se portanti/deportanti. Il concetto del tailoring resta fondamentale anche per quanto riguarda la costruzione del modello. Il regolamento, in effetti, prevede per l'ala anteriore un angolo di freccia abbastanza accentuato. La freccia, oltre ad essere una caratteristica aerodinamicamente importante per la maggior parte delle superfici portanti, costituisce anche una sorgente di accoppiamento flessio-torsionale per la struttura, che ne influenza il comportamento aeroelastico e incide quindi sulla scelta della disposizione delle fibre. In questo senso il tailoring costituisce uno strumento utile ad avere maggiore controllo sulla struttura in situazioni dove la freccia è necessaria per ragioni aerodinamiche

ma svantaggiosa da un punto di vista aeroelastico, come nel caso della freccia in avanti. Esempi di applicazioni ingegneristiche del tailoring sono riportati in [19, 21, 28, 31, 33], mentre esempi più affini all'argomento front wing sono riscontrabili in [3, 14].

Un ulteriore elemento critico relativo al modello è quello della complessità. Allo stato attuale, una *front wing* presenta forme ottimizzate e per questo raffinate dal punto di vista geometrico. Inoltre, la presenza di più di un flap, generalmente tre, posizionati sopra all'elemento principale, e i relativi meccanismi di variazione dell'incidenza, dell'*endplate* al *tip* e dei *Gurney flaps* sui *trailing edges* complica non poco la costruzione del modello, in quanto modificano il comportamento aerodinamico e strutturale e sono alle volte responsabili di fenomeni di interazione di cui è necessario tenere conto. Lo stesso dicasi per la presenza del resto della vettura e dei componenti prossimi all'ala anteriore, come ad esempio le ruote, nonché per la vicinanza al terreno e il relativo effetto suolo. Numerosi sono stati negli ultimi anni gli studi effettuati in merito: Martins et al. [23] hanno studiato l'interazione con le ruote, così come Granados-Ortiz et al. [16], in entrambi i casi mediante tecniche CFD. Basso et al. [5] si sono concentrati sull'effetto del Gurney flap sull'aerodinamica e l'interazione delle varie componenti dell'ala anteriore. Spunti interessanti relativi alla modellizzazione secondo regolamento e alle successive analisi aerodinamiche e strutturali possono essere trovati in [14], mentre in [4] è possibile verificare la mutua interazione tra i flap e quella fluido-struttura (FSI). Un'analisi aeroelastica completa di una front wing, invece, è stata effettuata da Bang et al. [3].

In assenza di strumenti di analisi aerodinamica avanzati come quelli definiti in letteratura, è anche possibile utilizzare metodologie e programmi più semplici, come *xfoil* e *AVL*, i quali permettono di ottenere risultati costituenti un'ottima base di appoggio per considerazioni più complesse.

1.1 Scopo della tesi e scaletta

Lo scopo di questa tesi è quello di approfondire il tema delle *ali flessibili* precedentemente citato, cercando di modellare un'ala anteriore di una vettura della stagione 2023 di Formula Uno e di individuare delle configurazioni che portino ad un vantaggio in termini di prestazioni aerodinamiche, sulla base di quello che è il suo comportamento aeroelastico. Poichè, semplificando, l'interazione tra i carichi deportanti e la struttura comporta, oltre alla flessione, anche una torsione dell'ala, con una conseguente rotazione di ogni sezione di un certo angolo, il risultato è una variazione di incidenza locale, la quale modifica il carico deportante e la sezione resistente. Una rotazione opportuna permette di ottenere importanti vantaggi prestazionali, mentre rotazioni in senso opposto comportano un peggioramento in termini di resistenza ed un aumento di deportanza. Particolare attenzione verrà posta sul *tailoring* e sui suoi effetti, cercando di individuare quelle laminazioni che permettano di ottenere l'effetto cercato. Ciascuna delle configurazioni analizzate presenterà un comportamento differente, il quale porterà ad avere diversi modi di deformarsi della struttura sotto l'effetto del carico aerodinamico, nelle condizioni di massima velocità in rettilineo. Inoltre, si effettueranno tutte le analisi volte alla verifica dei requisiti di rigidità definiti dal regolamento tecnico e quelle necessarie per la valutazione del

flutter. In questo modo si cercherà di individuare le configurazioni migliori, in grado di aumentare le prestazioni aerodinamiche senza però violare il regolamento.

La costruzione del modello sarà effettuata sulla base delle prescrizioni stabilite dal regolamento [20], operando delle ipotesi semplificative laddove necessario, e sulla base di tecniche di modellizzazione descritte in letteratura, come ad esempio quella sfruttata da Castro et al. [14]. La parte strutturale sarà approfondita mediante l'utilizzo della CUF applicata al metodo FE, mentre quella aerodinamica si baserà sul DLM, i cui algoritmi sono implementati in Nastran. Per l'accoppiamento delle due mesh verrà utilizzato il metodo IPS. Infine, la valutazione dei coefficienti di portanza e resistenza del profilo deformato sarà effettuata mediante l'utilizzo di *xfoil*. Sulla base di quanto appena specificato, questa tesi si compone, oltre all'introduzione, di ulteriori quattro capitoli. In particolare:

- nel **Capitolo 2** verranno presentati tutti gli aspetti tipici del problema aeroelastico. Nello specifico, dopo una breve introduzione, saranno introdotti i modelli a parametri concentrati, utili a fornire una base teorica semplice relativa alle problematiche aeroelastiche principali, come ad esempio la divergenza, il flutter e il tailoring, ed ai principali metodi di risoluzione dei problemi. Successivamente, si passerà ai modelli a parametri distribuiti, tipici dei casi più complessi, alla presentazione delle relazioni e delle notazioni principali associate al FEM e alla CUF e alla caratterizzazione delle analisi strutturali e aeroelastiche di maggiore interesse (SOL 101, SOL 103, SOL 144 e SOL 145);
- nel **Capitolo 3** si entrerà nel merito del regolamento tecnico, analizzando gli articoli relativi ai sistemi di riferimento principali di una vettura, ai vincoli geometrici da rispettare e ai materiali ammissibili. Ciò sarà propedeutico alla costruzione dei modelli oggetto dell'analisi. Inoltre, si porrà attenzione alle prescrizioni in merito alle deformazioni ammesse e alle relative prove tecniche volte a verificare il rispetto del regolamento;
- nel **Capitolo 4** saranno presentati i risultati di tutte le analisi effettuate. Innanzitutto verranno riprodotti alcuni risultati presenti in letteratura relativi a modelli trave e piastra, in modo da mostrare l'effettiva validità e semplicità della CUF. Successivamente l'attenzione sarà posta sulla costruzione del modello finale e sull'analisi dei risultati relativi al tailoring e al miglioramento/peggioramento delle prestazioni aerodinamiche dell'ala anteriore;
- nel **Capitolo 5** saranno riassunti i punti principali del lavoro svolto e verrà valutato il significato dei risultati ottenuti, traendone le dovute conclusioni. Potranno poi essere incluse eventuali considerazioni su sviluppi futuri o possibili miglioramenti dell'analisi.

Capitolo 2

Aeroelasticità

In questo capitolo verranno approfondite tutte le basi teoriche necessarie per la comprensione delle analisi effettuate nei capitoli successivi, partendo dalla definizione generale del problema aeroelastico e arrivando alla definizione dei principali casi di interesse della disciplina, passando anche attraverso aspetti complementari, come l'effetto di un angolo di freccia e il concetto di tailoring, i quali permettono di ampliare lo studio aeroelastico. Ampio spazio verrà dato alla formulazione agli elementi finiti (FE), alla Carrera Unified Formulation (CUF) e alle modalità con cui è possibile relazionare le due formulazioni per costruire le mesh strutturali e aerodinamiche, modellare un problema aeroelastico complesso ed effettuare le quattro analisi principali (SOL 101, SOL 103, SOL 144, SOL 145). Quanto segue è frutto di un'integrazione tra appunti di lezione e le informazioni ottenute dalla letteratura. Si fa in particolare riferimento ai lavori di Carrera et al. [8, 13].

2.1 Il problema aeroelastico

Il classico problema aeroelastico mutua dall'interconnessione di tre diverse discipline, quali l'aerodinamica, la dinamica delle strutture e la meccanica strutturale. Il modo in cui esse si combinano può essere descritto in modo semplice attraverso il *Triangolo di Collar*, rappresentato in figura 2.1. Considerando, ad esempio, la relazione tra i carichi aerodinamici sviluppati da un corpo lambito da un fluido in movimento e il comportamento dinamico di una struttura (inerzie, smorzamenti,...) è possibile modellare un problema di stabilità dinamica delle superfici aerodinamiche, tipico della meccanica del volo. Allo stesso modo, combinando la dinamica con la teoria dell'elasticità, la quale nell'ambito della meccanica strutturale descrive lo stato deformativo di una struttura sotto l'azione di carichi esterni (non necessariamente aerodinamici), ciò che si ottiene è un problema associato alle vibrazioni della struttura. Considerando tutte e tre le discipline, come già accennato, si incorre nel problema aeroelastico generalizzato. Eliminando, infine, la parte dinamica, si ricade nell'ambito dell'aeroelasticità statica, nella quale è possibile studiare il comportamento della struttura associato a carichi aerodinamici stazionari.

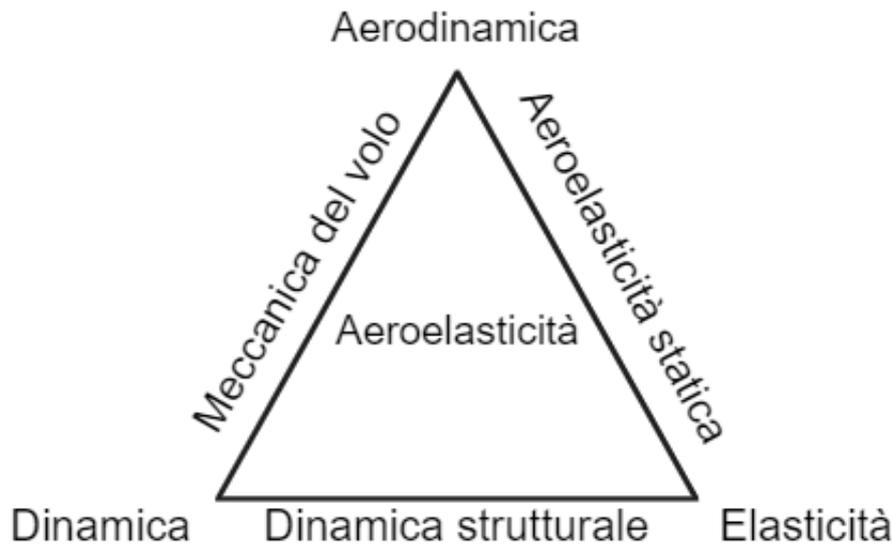


Figura 2.1: Triangolo di Collar.

È importante sottolineare che introdurre l'aerodinamica nelle analisi non comporta esclusivamente l'aggiunta di carichi, statici o dinamici che siano, ma anche una variazione nelle proprietà della struttura, sia in termini di rigidezza che in termini di smorzamento. Per comprendere al meglio si può, ad esempio, pensare al fatto che la distribuzione di portanza su un'ala provoca la deformazione della stessa, la quale a sua volta modifica la portanza e così via.

Di tutte le casistiche elencate, solo la meccanica del volo può essere trascurata, in quanto esula dai fini di questo elaborato. La dinamica strutturale, benchè non sia correlata all'aerodinamica, costituisce comunque uno strumento importante in ambito aeroelastico, in quanto permette di studiare i modi propri di vibrare della struttura, molto utili nell'ambito di analisi aeroelastiche dinamiche.

In generale, le analisi di cui sopra possono essere associate a delle fenomenologie ben precise, ciascuna delle quali presenta le proprie peculiarità:

- la **divergenza** e l'**inversione dei comandi** per il caso statico;
- il **flutter** per il caso dinamico;
- altre fenomenologie lineari, come la **risposta alla raffica**, e non lineari, come il **buffeting** e il **ciclo limite**.

Lo studio di questi fenomeni può essere più o meno complicato, anche a seconda della complessità della struttura. Per i casi più semplici è sufficiente sfruttare modelli a *parametri concentrati (o discreti)*, mentre risulta necessario l'utilizzo di modelli a *parametri distribuiti* nel caso in cui si voglia garantire una maggiore precisione o il numero di gradi di libertà (GDL) sia elevato. In quest'ultimo caso è prassi sfruttare codici numerici, nei quali sono implementati metodi come quello agli elementi finiti.

2.2 Modelli a parametri concentrati

Se la struttura è caratterizzata da soltanto uno o due GDL, generalmente uno spostamento ed un angolo di rotazione, vi è la possibilità di analizzarla mediante modelli le cui proprietà meccaniche, come le rigidezze traslazionali e torsionali, sono concentrate in un punto e sono rappresentate da elementi come le molle, alle quali sono associati i GDL stessi. In questo caso, le equazioni che descrivono il comportamento della struttura possono essere mutuare dalle *Equazioni di Lagrange*:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i$$

dove con L si intende la differenza tra energia cinetica K ed energia potenziale P del sistema, chiamata *Funzione Lagrangiana*, e con Q_i l' i -esima forza generalizzata (non necessariamente una forza vera e propria). Il termine q_i indica invece l' i -esimo grado di libertà. Esempi applicativi possono essere visualizzati in figura 2.2.

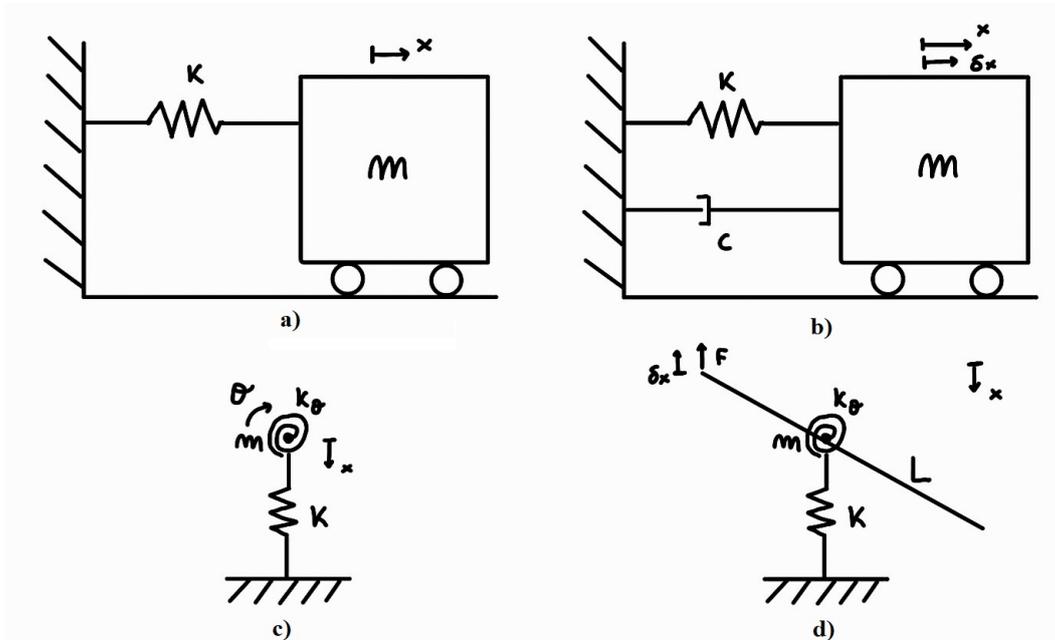


Figura 2.2: Esempi di modelli a parametri concentrati.

Nel caso a) è presente un unico grado di libertà, ossia lo spostamento x della massa m . k rappresenta la rigidezza traslazionale della molla. Applicando Lagrange, si ottiene l'equazione

$$m\ddot{x} + kx = 0.$$

Considerando anche la presenza di uno smorzamento (caso b), è necessario aggiungere un ulteriore termine attraverso lo spostamento virtuale δx :

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0.$$

Nel caso di modelli a 2 GDL come x e θ (c e d), il formalismo rimane il medesimo ma ogni parametro è sostituito da matrici 2×2 e vettori 2×1 . Il vettore delle forze è

ricavabile mediante gli spostamenti virtuali e la forma finale è del tipo (trascurando gli smorzamenti):

$$M\ddot{X} + KX = F.$$

X è il vettore dei gradi di libertà, M la matrice di massa e K la matrice di rigidità. Quanto descritto è comunque riguardante casi in cui l'aerodinamica non è contemplata e nei quali si considerano i termini dinamici¹, ossia i più generici possibile. Tuttavia il modo di procedere è il medesimo anche nei casi aeroelastici.

La risoluzione di questo tipo di problemi è basata sull'imposizione di una soluzione di tipo armonico, che porta ad un tipico problema agli autovalori, mediante l'annullamento del polinomio caratteristico (1 GDL) o del suo determinante (2 GDL). Ogni grado di libertà impone la presenza di una coppia di complessi coniugati, la cui parte immaginaria è indicativa della frequenza di oscillazione del grado di libertà, mentre la parte reale definisce lo smorzamento, l'amplificazione o la costanza dell'ampiezza del segnale, a seconda che essa sia negativa, positiva o nulla. In quest'ultimo caso si parla di soluzione *puramente armonica*. Una parte immaginaria nulla è segno di un moto aperiodico.

Questi concetti costituiranno la base per la risoluzione dei problemi di flutter nell'aeroelasticità dinamica.

2.2.1 Divergenza

Un sistema ad un solo grado di libertà, come quello riportato in figura 2.3 è sufficiente ad analizzare un primo fenomeno di instabilità statica: la divergenza. In determinate condizioni, la portanza sviluppata da un profilo immerso in una corrente caratterizzata da una certa pressione dinamica q deforma la struttura in modo tale che la portanza stessa venga aumentata. Il tutto provoca un effetto a catena che porta alla rottura della struttura a causa dell'eccessiva deformazione, associata ad una perdita di rigidità torsionale. In altre parole, la portanza cresce a tal punto che la struttura non è più in grado di bilanciarne gli effetti.

Sotto le ipotesi di piccoli spostamenti, profili sottili e flusso incomprimibile, la formulazione matematica della divergenza poggia sull'idea che l'incidenza del profilo, co-responsabile della generazione di portanza, sia la somma tra l'incidenza della struttura rigida e un ulteriore angolo dovuto alle deformazioni elastiche, secondo la relazione

$$\alpha = \alpha_R + \theta.$$

Detti x_{ac} , x_{cg} e x_O rispettivamente la distanza dal bordo di attacco del centro aerodinamico (punto di applicazione di portanza e momento), del centro di gravità (applicazione del peso W) e del centro di taglio (molla torsionale), l'equilibrio alla rotazione attorno al punto O permette di ricavare un'espressione per il calcolo di θ^2 :

¹Eliminando il termine $M\ddot{X}$, ad esempio, si otterrebbe il classico problema di risposta statica di una struttura $KX = F$

²Si ricorda che $M_{ac} = qScC_{M_{ac}}$ e $L = qSL\alpha(\alpha_R + \theta)$, con c corda ed S sezione del profilo.

$$\theta \propto \frac{1}{k - k_a},$$

dove $k_a = qSC_{L\alpha}(x_O - x_{ac})$ prende il nome di *rigidezza apparente aerodinamica*.

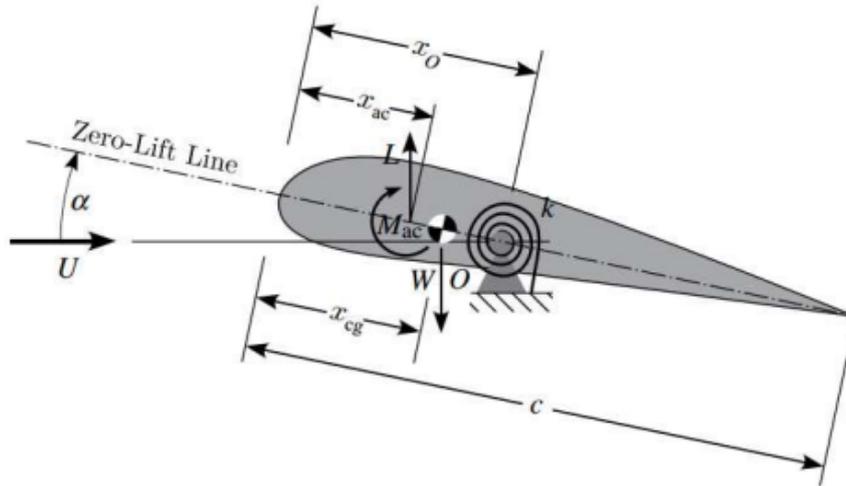


Figura 2.3: Profilo alare con un grado di libertà per la caratterizzazione della divergenza.

E' facile vedere come, a parità di α_R , la divergenza si osserva quando $\theta \rightarrow \infty$, ossia quando la rigidezza apparente dovuta alla pressione dinamica non è più trascurabile rispetto a quella torsionale ($k_a \rightarrow k$). Ponendo la differenza tra le rigidezze pari a zero e ricordando che $q = \frac{1}{2}\rho U^2$ è possibile ricavare la velocità per la quale un dato profilo sperimenta l'instabilità:

$$U_D = \sqrt{\frac{2k}{\rho SC_{L\alpha}(x_O - x_{ac})}}.$$

Un profilo poco rigido, a bassa quota, con una superficie estesa e con un centro di taglio molto arretrato rispetto al centro aerodinamico risulta maggiormente limitato in termini di velocità, in quanto più facilmente incline a divergere.

Il concetto di divergenza ed il comportamento statico della struttura ad esso associato è il punto focale delle analisi riguardanti le ali flessibili oggetto della tesi: fissata la velocità, la densità, le caratteristiche del profilo e le incidenze rigide di progetto, il focus sarà posto sulla valutazione dell'angolo θ al variare del tipo di laminazione utilizzata. Ciò permetterà di individuare l'eventuale instabilità della configurazione ma soprattutto di ottenere la variazione di incidenza complessiva del flap e la sua influenza sulla deportanza e sulla resistenza associate all'ala.

Un altro fenomeno di instabilità statica è la cosiddetta *inversione dei comandi*, la quale non trova però applicazione nelle successive analisi e non sarà perciò approfondita.

Teoria di striscia

La teoria di striscia, o *Strip Theory*, costituisce un'ulteriore metodologia per la caratterizzazione della divergenza. È basata su un sistema a parametri distribuiti, in cui la struttura è considerata come una trave a sbalzo e l'angolo θ come l'angolo di torsione della stessa. Come tale quest'ultimo non è più costante lungo tutta l'apertura dell'ala, conferendo al metodo una maggiore accuratezza e una migliore affinità con la realtà³. La struttura è suddivisa in una serie di strisce di dimensioni infinitesime, per ognuna delle quali si impone il bilancio tra il momento aerodinamico per unità di lunghezza (dato dai carichi aerodinamici e dal peso) e il momento torcente per unità di lunghezza $\frac{dT}{dy}$, legato al gradiente di torsione $\frac{d\theta}{dy}$ e alla rigidità torsionale \overline{GJ} . Tutte le considerazioni già fatte in precedenza, tuttavia, restano valide anche in questo caso, in quanto il risultato è molto simile, anche se maggiormente preciso. Un approfondimento sulla teoria di striscia può essere trovato in [17].

2.2.2 Effetto della freccia

La presenza di un angolo di freccia Λ costituisce la sorgente di effetti e fenomenologie che vanno ad arricchire il comportamento aeroelastico di una struttura, in particolare di una struttura alare incastrata ad un estremo. Riferendosi allo schema riportato in figura 2.4, i principali effetti possono essere racchiusi in tre categorie:

- effetti sulla distribuzione di portanza;
- nascita di un accoppiamento flesso-torsionale;
- effetti sulla stabilità/instabilità.

Tutti ciò è ovviamente valido anche nel caso dell'ala anteriore oggetto dell'elaborato, nella misura in cui il modello finale presenti un angolo di freccia.

Per quanto concerne il primo punto una freccia positiva (all'indietro, come in figura) determina una diminuzione⁴ della portanza vicino l'incastro ed un suo aumento sull'estremità (al tip comunque la portanza rimane nulla). Ciò può essere negativo in quanto porta ad un maggiore momento flettente ma anche positivo, nella misura in cui le superfici di controllo sono maggiormente efficaci. Quest'ultimo concetto, tuttavia non trova spazio nell'ambito dell'ala di una vettura, sulla quale non sono presenti queste superfici. Una freccia negativa (in avanti) ha l'effetto contrario.

Il secondo punto è legato al modo in cui sono definiti i carichi sulla struttura: una coppia attorno all'asse y definirà sicuramente una torsione ma genererà anche un momento flettente. Allo stesso modo, una flessione pura applicata nel sistema locale della freccia (\bar{x}, \bar{y}) porterà ad avere una torsione attorno ad y , indipendentemente dalla presenza o meno di una coppia attorno a \bar{y} .

³Permette anche di capire meglio il ragionamento alla base delle analisi sulle ali flessibili, dove θ dev'essere valutato per tutte le sezioni del singolo flap.

⁴Rispetto all'andamento parabolico classico, con il massimo all'incastro e un valore nullo al tip.

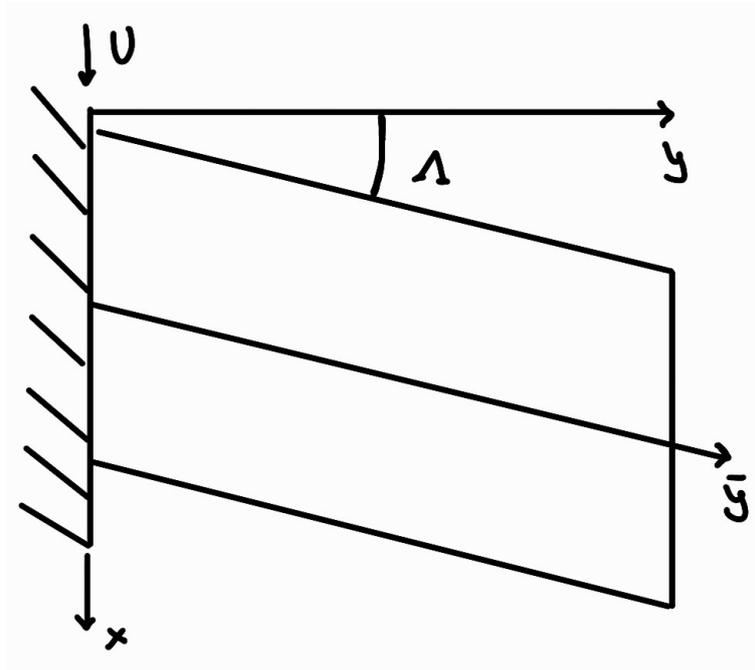


Figura 2.4: Angolo di freccia e sistemi di riferimento.

In altre parole, con la freccia nasce un accoppiamento tra il comportamento flessionale e quello torsionale della struttura, il quale ne modifica ovviamente il modo di deformarsi sotto carico.

Il terzo e ultimo punto muove dal secondo. Infatti, con i medesimi passaggi che permettono di dimostrare l'accoppiamento flesso-torsionale⁵ è anche possibile verificare come un dato disturbo può essere smorzato o amplificato a seconda del tipo di freccia associato alla struttura. In generale, frecce negative sono sinonimo di maggiore instabilità, mentre frecce positive aumentano il valore della velocità di divergenza, la quale tende persino ad infinito per $\Lambda \approx 10^\circ$.

2.2.3 Tailoring aeroelastico

L'utilizzo di materiali compositi, come ad esempio l'accoppiata resina epossidica/fibre di carbonio, ha reso possibile un notevole miglioramento in ambito aeroelastico, in quanto le loro caratteristiche permettono di esercitare un maggiore controllo sulle proprietà e quindi sul comportamento della struttura. Per comprendere al meglio i concetti alla base del tailoring è utile fare un esempio. Se si considera un generico materiale isotropo, la flessione e la torsione risultano disaccoppiati:

$$\begin{Bmatrix} T \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} GJ & 0 \\ 0 & EI \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta' \\ w'' \end{Bmatrix}.$$

⁵Si considera una generica sezione parallela ad x . I punti su di essa avranno bracci differenti e daranno perciò vita a momenti flettenti, e quindi spostamenti, differenti. Ne consegue una rotazione θ della sezione, la quale non è più parallela alla velocità U . Il modo in cui ciò avviene dipende dal tipo di freccia.

Nel caso dei materiali compositi questo disaccoppiamento non è sempre verificato, in quanto i termini nulli nella matrice possono assumere valori diversi da zero:

$$\begin{Bmatrix} T \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{GJ} & k \\ k & \overline{EI} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta' \\ w'' \end{Bmatrix}.$$

Ripensando ad esempio a quanto detto sull'effetto della freccia in termini di stabilità/instabilità associata all'accoppiamento flesso-torsionale, risulta chiaro come la scelta di un composito avente una composizione adatta in termini di angolo di orientazione delle fibre e di numero di strati fornisca un potente mezzo di controllo sul comportamento della struttura. Il punto chiave è fare in modo che i valori di k siano adatti alla specifica situazione. In questo caso in particolare un k negativo potrebbe rendere il sistema stabile anche per angoli di freccia negativi.

Nell'ambito di una vettura di Formula Uno, indipendentemente se la freccia è considerata o no, è palese come il modo di costruire l'ala sia di fondamentale importanza anche per quanto concerne il discorso "ali flessibili". Non a caso, insieme a quanto detto sulla divergenza, quello dell'individuazione della migliore configurazione del composito in termini di deformazione e di guadagno aerodinamico sarà il centro delle analisi successive.

2.2.4 Flutter

Il fenomeno aeroelastico di maggiore importanza nella maggior parte delle applicazioni è il flutter, un'instabilità dinamica associata all'interazione tra i carichi aerodinamici, generalmente instazionari, e i modi propri di vibrare di una struttura. Il flutter è la principale causa di rottura in ambito aeroelastico e per questo motivo tutte le strutture devono essere analizzate in tal senso. Nel caso di questo elaborato, tuttavia, ci si concentrerà soprattutto sulla parte statica, andando comunque a valutare il flutter a posteriori. Di conseguenza, in questo paragrafo si riassumeranno solo i punti salienti della teoria. Il concetto di analisi modale sarà poi approfondito nella parte dedicata al FEM e alla CUF.

Il modello a parametri concentrati di riferimento è la cosiddetta *sezione tipica*, visualizzata in figura 2.5.

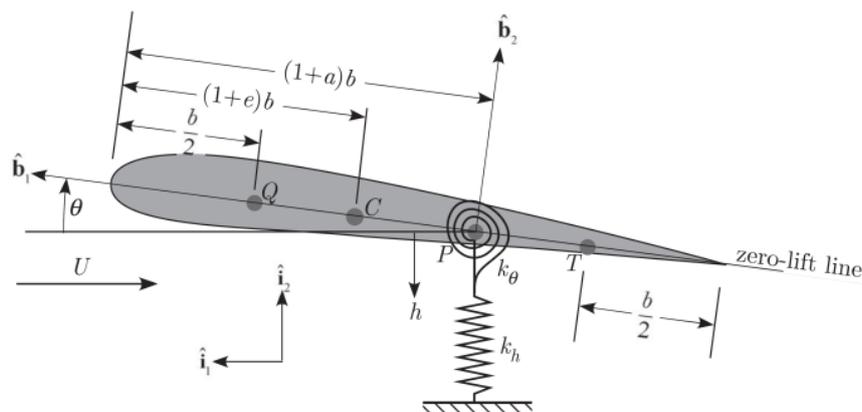


Figura 2.5: Sezione tipica per la caratterizzazione del flutter.

I gradi di libertà sono due, uno traslazionale e uno torsionale. I carichi sono la portanza L e il momento al quarto di corda $M_{1/4}$, applicati nel centro aerodinamico Q (1/4 della corda). C è il centro di gravità, mentre P è il centro di taglio. Il punto T , detto di Theodorsen, è posto a 3/4 della corda c . Con b si indica la semi-corda, mentre a ed e sono dei parametri liberi (vanno da -1 a 1) che determinano la distanza di C e P dal bordo di attacco. Applicando Lagrange, il risultato è il solito:

$$M\ddot{X} + KX = Q.$$

In questo caso M non è più diagonale ma presenta termini di accoppiamento tra i due GDL. Q ovviamente dipende da L e da $M_{1/4}$. Prima di risolvere il problema, imponendo la classica soluzione oscillatoria ed ottenendo il problema agli autovalori di cui si è già discusso, è necessario esplicitare i termini di portanza e momento. In questo senso sono presenti tre modelli:

- **Aerodinamica stazionaria**, $L = f(\theta, \rho, U)$, $M_{1/4} = 0$. L'effetto è la nascita di un'ulteriore matrice di rigidezza, detta *aerodinamica*, che si somma a quella meccanica per dare la matrice di *rigidezza aeroelastica*. La soluzione è ottenuta mediante il *p-method*⁶, nel quale per ogni velocità U vengono valutate la parte reale e quella immaginaria degli autovalori. Quando la prima diventa positiva e la seconda tende ad essere la medesima per entrambi i GDL (coalescenza) allora si ha la condizione di flutter;
- **Aerodinamica quasi-stazionaria**, $L = f(\theta, \rho, U, \dot{h}, \dot{\theta})$, $M_{1/4} = 0$. Oltre alla matrice di rigidezza aerodinamica ne nasce una di smorzamento, la quale forma la matrice di *smorzamento aeroelastico* assieme a quella di smorzamento meccanico (se presente). La risoluzione del problema è basata sulle medesime considerazioni fatte nel caso stazionario. Benchè più accurato del precedente, questo modello non permette una piena analisi del flutter, in quanto si perde l'informazione dello sfasamento tra il disturbo (\dot{h}) e la conseguenza (L) causato dalla scia vorticoso che si genera a valle del profilo oscillante;
- **Aerodinamica di Theodorsen**, $L = f(\theta, \rho, U, \dot{h}, \dot{\theta}, \ddot{h}, \ddot{\theta})$, $M_{1/4} = f(\dot{\theta}, \ddot{h}, \ddot{\theta})$. È una dei possibili modelli nell'ambito dell'aerodinamica instazionaria (un altro può essere il DLM). Si introduce l'informazione della distribuzione vorticoso, la quale permette di scrivere l'incidenza α come un numero complesso dotato di fase. In questo modo lo sfasamento tra causa ed effetto è reso possibile. Per la risoluzione si sfrutta il *p-k method*, nel quale si valutano ancora una volta gli autovalori, con la complicazione aggiuntiva che la frequenza k non è solo soluzione ma è anche una variabile del polinomio caratteristico (processo iterativo). Data la natura del metodo, solo la soluzione di flutter è matematicamente rigorosa.

⁶Spesso si preferisce utilizzare l'autovalore adimensionale p e la frequenza adimensionale k al posto di λ e ω ($p = \frac{\lambda b}{U}$, $k = \frac{\omega b}{U}$).

2.3 Finite Elements Method e Carrera Unified Formulation

Nell'ambito dei problemi strutturali e aeroelastici, spesso vi è la necessità di confrontarsi con modelli maggiormente complessi rispetto a quelli a parametri discreti e di ottenere soluzioni che siano sufficientemente accurate. In questo senso il FEM e la CUF offrono strumenti in grado di modellare qualsiasi problema mediante un insieme fisso di concetti, formule e notazioni, che possono poi essere specializzati a seconda delle casistiche. In particolare, il FEM permette di discretizzare il dominio di calcolo in vari sotto-domini (elementi), siano essi 1D, 2D o 3D. Ognuno di essi costituisce un problema più semplice da risolvere e la soluzione che ne deriva può essere "assemblata" alle altre per ottenere la soluzione globale. La CUF, invece, offre la possibilità di esprimere i vettori e le matrici del metodo agli elementi finiti (FE) sulla base di *nuclei fondamentali (FN)*, ossia matrici 3x3 e vettori 3x1 la cui forma è indipendente dal numero di dimensioni del problema. Ciò permette non solo di compattare maggiormente la notazione ma anche di semplificare la costruzione dei modelli.

Di seguito verranno approfonditi i concetti di cui sopra, partendo dalle classiche teorie della trave e arrivando alla determinazione dei nuclei fondamentali.

2.3.1 Modelli strutturali classici

In questa parte sono introdotte le notazioni di base e i principali modelli strutturali classici, come Eulero-Bernoulli (EBBT) e Timoshenko (TBT), al fine di avere una base di partenza per la definizione dell'espansione tipica della CUF.

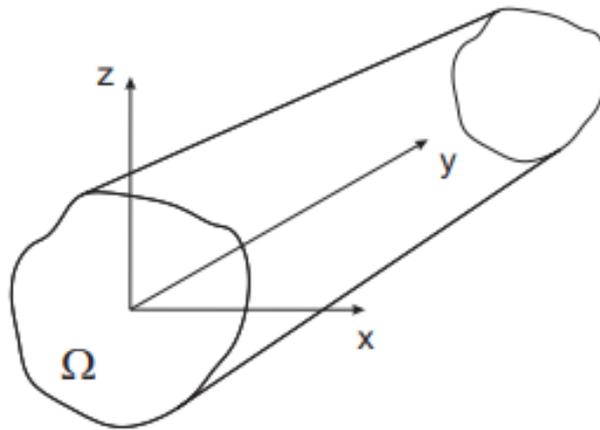


Figura 2.6: Sistema di riferimento per il generico modello trave.

Con riferimento al modello e agli assi cartesiani della figura 2.6 si individuano i vettori

$$\mathbf{u} = \{u_x \quad u_y \quad u_z\}^T$$

$$\boldsymbol{\epsilon} = \{\epsilon_{xx} \quad \epsilon_{yy} \quad \epsilon_{zz} \quad \epsilon_{xz} \quad \epsilon_{yz} \quad \epsilon_{xy}\}^T$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_{xx} \quad \sigma_{yy} \quad \sigma_{zz} \quad \sigma_{xz} \quad \sigma_{yz} \quad \sigma_{xy}\}^T,$$

rispettivamente degli spostamenti, delle deformazioni e degli sforzi.

Sia EBBT che TBT poggiano su una serie di ipotesi, le quali contribuiscono a definire le relazioni riguardanti gli spostamenti. In particolare, in EBBT:

- la sezione della trave è rigida sul suo piano;
- la sezione rimane piana anche quando ruota attorno ad un asse (o una superficie neutra);
- la sezione rimane sempre perpendicolare alla linea media della trave.

In TBT tutte le ipotesi appena elencate rimangono valide, ad eccezione dell'ultima. Ciò impedisce di correlare le rotazioni attorno a z e x (ϕ_z e ϕ_x) alle traslazioni u, portando ad avere due ulteriori incognite. In tabella 2.1 si riportano i risultati di quanto detto.

EBBT	TBT
$u_x = u_{x1}$	$u_x = u_{x1}$
$u_y = u_{y1} - u_{x1,y}x - u_{z1,y}z$	$u_y = u_{y1} + \phi_z x + \phi_x z$
$u_z = u_{z1}$	$u_z = u_{z1}$

Tabella 2.1: Campo di spostamenti secondo le ipotesi EBBT e TBT. Si nota come nel primo caso le rotazioni ϕ siano state sostituite dalle derivate degli spostamenti. Tutti i termini contrassegnati da un pedice numerico e le stesse rotazioni rappresentano funzioni esclusivamente di y.

Sebbene il modello di Timoshenko presenti un maggiore numero di incognite, esso viene preferito nei casi in cui l'effetto del taglio sulla trave è importante, come quelli di strutture isotrope tozze o composite⁷. In effetti in Eulero-Bernoulli il taglio non è contemplato. C'è tuttavia da specificare che anche il modello TBT non approssima il taglio in maniera accurata⁸: a ciò si può porre rimedio mediante l'utilizzo di modelli di ordine superiore.

Infine, volendo tener conto anche della torsione, è sufficiente aggiungere dei termini di rotazione attorno ad y agli spostamenti lungo x e z, i quali divengono

$$u_x = u_{x1} + \phi_y z$$

$$u_z = u_{z1} - \phi_y x.$$

In questo modo si è però introdotta una nuova incognita.

⁷Essendo queste meno resistenti all'azione di taglio rispetto alle controparti isotrope.

⁸TBT fornisce un andamento degli stress di taglio costante lungo la sezione, mentre le condizioni al contorno impongono un profilo parabolico.

2.3.2 Espansioni e funzioni di forma

I modelli visti finora sono i più semplici con i quali è possibile descrivere il comportamento di una struttura e, al più, presentano un numero di incognite pari a sei. Tuttavia, nei casi più complessi sono richiesti livelli di accuratezza molto elevati, tali per cui né EBBT né TBT risultano adeguati.

Per ovviare a questo problema è possibile notare come le relazioni per le componenti di spostamento ricavate siano casi particolari di un'espansione lineare ($N = 1$) del tipo:

$$u_x = u_{x_1} + xu_{x_2} + zu_{x_3}$$

$$u_y = u_{y_1} + xu_{y_2} + zu_{y_3}$$

$$u_z = u_{z_1} + xu_{z_2} + zu_{z_3}.$$

In questo caso la formulazione risulta più completa, a fronte di un numero maggiore di incognite (nove). Similmente, per aumentare il grado di accuratezza del modello è possibile aggiungere termini parabolici ($N = 2$), cubici ($N = 3$), quartici ($N = 4$) e così via. Ovviamente il numero di incognite aumenta all'aumentare dell'ordine del modello (18, 30 e 45 rispettivamente per $N = 2, 3, 4$).

Una formulazione di questo tipo è definita *Espansione di Taylor (TE)*, in quanto il modo di scrivere il campo di spostamenti è simile all'omonimo sviluppo in serie.

È possibile compattare il tutto utilizzando la notazione di Einstein:

$$\mathbf{u} = F_\tau \mathbf{u}_\tau, \text{ con } \tau = 1, 2, 3, \dots$$

Le F_τ (1, x, z, ...) sono dette *funzioni di espansione*, mentre con \mathbf{u}_τ si indica il vettore composto dalle incognite u_{x_τ} , u_{y_τ} , u_{z_τ} . A titolo di esempio, lo spostamento lungo x nel caso $N = 1$ può essere scritto come

$$u_x = F_1 u_{x_1} + F_2 u_{x_2} + F_3 u_{x_3} = F_\tau u_{x_\tau}.$$

Quelle di Taylor non sono le uniche funzioni che è possibile utilizzare. Una scelta può essere, ad esempio, quella dei *polinomi di Lagrange (LE)*, che garantiscono una migliore accuratezza rispetto a Taylor, soprattutto in relazione a strutture multi-strato. La trattazione completa può essere trovata in [8]; di seguito si riporta, a titolo di esempio, la forma delle funzioni nel caso lineare:

$$\mathbf{u} = F_1 \mathbf{u}_1 + F_2 \mathbf{u}_2, \quad F_1 = \frac{1 - \xi}{2}, \quad F_2 = \frac{1 + \xi}{2},$$

dove ξ rappresenta una coordinata naturale del problema. È importante chiarire che in questo caso l'ordine dell'espansione è definito dal numero di nodi dell'elemento scelto per la sezione (Q4, Q9, Q16 nel caso trave).

Le relazioni viste finora sono esplicitamente dipendenti solo da x e z, mentre la dipendenza da y è insita negli spostamenti incogniti. Ciò implica che le precedenti equazioni sono associate ad ogni sezione della trave. Per introdurre la coordinata y si sfruttano le *funzioni di forma N*, le quali costituiscono l'elemento chiave della formulazione agli elementi finiti. L'asse della trave può essere suddiviso in una serie di elementi costituiti da nodi (B2, B3, B4), per ognuno dei quali restano valide le

relazioni di espansione. Ovviamente, la complessità delle funzioni N e l'accuratezza del problema dipendono dal numero di nodi di ogni elemento base. Ad esempio, per un elemento a due nodi (B2) le funzioni di forma sono lineari:

$$N_1 = \frac{1-r}{2}, \quad N_2 = \frac{1+r}{2},$$

dove con r si indica la coordinata naturale dell'elemento.

In questo modo, il campo di spostamenti complessivo può essere riscritto come

$$\mathbf{u} = N_i \mathbf{u}_i = N_i(y) F_\tau(x, z) \mathbf{u}_{\tau i},$$

dove i rappresenta l' i -esimo nodo della discretizzazione FE.

Nel caso in cui si avesse a che fare con un modello piastra invece che trave, il modo di procedere sarebbe lo stesso. La discretizzazione FE verrebbe associata alla superficie media ($N_i = N_i(x, y)$) mediante elementi Q4, Q9 o Q16, mentre l'espansione sarebbe effettuata mediante l'uso di elementi a due, tre o quattro nodi (rispettivamente lineari LE1, quadratici LE2 e cubici LE3). In questo caso, ovviamente, le F_τ sarebbero funzioni esclusivamente di z .

2.3.3 Nuclei fondamentali e assemblaggio

Per ottenere i nuclei fondamentali caratteristici della CUF è necessario prendere in considerazione il *Principio dei Lavori Virtuali*, anche detto Principle of Virtual Displacements (PVD). Secondo quest'ultimo, il lavoro virtuale interno eguaglia perfettamente la differenza tra il lavoro virtuale associato ai carichi esterni e quello relativo alle forze inerziali, secondo una legge del tipo

$$\delta L_{int} = \delta L_{ext} - \delta L_{ine}.$$

Le relazioni del campo di spostamenti precedentemente introdotte possono essere utilizzate non solo per ottenere i campi di deformazione e di sforzi (rispettivamente moltiplicando per l'operatore differenziale \mathbf{b} e per \mathbf{b} e la matrice dei coefficienti del materiale \mathbf{C}), ma anche per individuare le espressioni degli spostamenti virtuali:

$$\delta \mathbf{u} = N_j(y) F_s(x, z) \delta \mathbf{u}_{sj}.$$

dove gli indici τ e i sono stati sostituiti da s e j per tenere conto del fatto che si trattano di quantità diverse. Chiaramente anche in questo caso vale che

$$\delta \boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{b} \delta \mathbf{u}, \quad \delta \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{b} \mathbf{C} \delta \mathbf{u}.$$

Detto questo è sufficiente utilizzare la definizione dei tre lavori virtuali e sostituirvi le relazioni appena ottenute:

$$\begin{aligned} \delta L_{int} &= \int_V \delta \boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \delta \mathbf{u}_{sj}^T \mathbf{k}^{\tau s i j} \mathbf{u}_{\tau i} \\ \delta L_{ine} &= \int_V \delta \mathbf{u}^T \rho \ddot{\mathbf{u}} dV = \delta \mathbf{u}_{sj}^T \mathbf{m}^{\tau s i j} \ddot{\mathbf{u}}_{\tau i} \end{aligned}$$

$$\delta L_{ext} = \delta \mathbf{u}_s^T \mathbf{P},$$

dove ρ è la densità del materiale e \mathbf{P} è il vettore dei carichi esterni. I termini $\mathbf{k}^{\tau sij}$ e $\mathbf{m}^{\tau sij}$ sono delle matrici 3x3 e sono proprio i nuclei fondamentali (FN) ai quali si è precedentemente fatto riferimento. Mediante il processo di assemblaggio è possibile, a partire dai FN, ottenere le matrici di *rigidezza* K e di *massa* M . Una schematizzazione di come può essere effettuato l'assemblaggio può essere visualizzato in figura 2.7. La trattazione completa ed esempi di applicativi possono essere trovati in [8] e [13]. Le dimensioni finali delle matrici assemblate corrispondono al numero di gradi di libertà (DOFs) del problema e dipendono dal numero di termini considerati nell'espansione M , il numero di elementi N_e e di nodi per elemento N_n . Matematicamente, per il caso trave:

$$DOFs = 3M [(N_n - 1) N_e + 1].$$

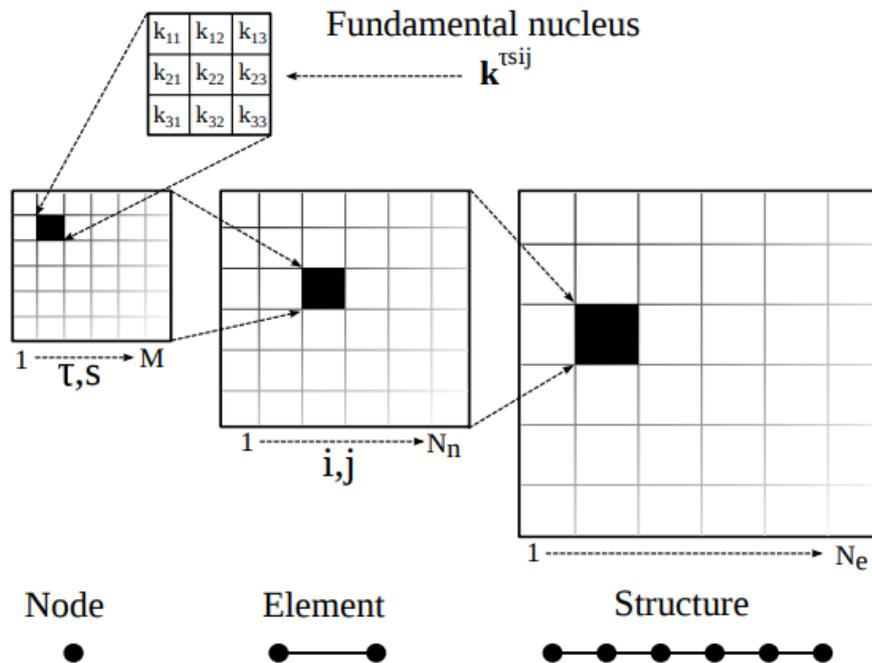


Figura 2.7: Assemblaggio della matrice di rigidezza a partire dal nucleo fondamentale.

2.3.4 Le analisi strutturali

Tornando alla formulazione del PVD è ora possibile sostituire i vari lavori virtuali, scritti in termini delle matrici e dei vettori assemblati. Uguagliando il lavoro virtuale interno con quello dei carichi esterni si ottiene il modello dell'*analisi statica (SOL 101)*, la cui equazione in forma matriciale è del tipo

$$KU = P.$$

Per risolvere il problema è sufficiente invertire la matrice K , anche se spesso è maggiormente indicato utilizzare metodi di fattorizzazione della stessa.

Uguagliando invece il lavoro virtuale interno con quello inerziale, l'analisi che si ottiene è quella *dinamica SOL 103*, anche detta *delle vibrazioni libere*, volta alla valutazione dei modi propri di vibrare della struttura. La relazione che descrive il problema è del tipo

$$M\ddot{U} + KU = 0.$$

La soluzione è ottenuta mediante l'imposizione di una soluzione oscillatoria

$$U = \bar{U}e^{i\omega t},$$

la quale porta ad un classico problema agli autovalori.

Come è facile notare, si sono ottenute le medesime equazioni introdotte nei modelli a parametri concentrati. Ciò che cambia sono il contenuto e le dimensioni delle matrici e dei vettori in gioco.

2.4 Vortex Lattice Method

Nell'ambito dei problemi aeroelastici è fondamentale accoppiare le fenomenologie strutturali a quelle aerodinamiche, in quanto queste ultime influenzano il modo di comportarsi della struttura. Ne consegue la necessità di affiancare alla mesh strutturale, precedentemente descritta, una mesh aerodinamica, con nodi ed incognite a sé stanti. Le due mesh devono poi essere messe in comunicazione, mediante funzioni interpolanti.

Esistono varie possibilità per costruire la mesh. La più semplice è il cosiddetto *Vortex Lattice Method (VLM)*, del quale è presentata in figura 2.8 l'idea alla base: la struttura è suddivisa in pannelli, ciascuno dei quali caratterizzato da una linea vorticoso a ferro di cavallo, similmente a quanto previsto dalla lifting-line theory di Prandtl. Il *load point* è associato al punto di applicazione delle forze aerodinamiche ed è posizionato ad un quarto della corda, mentre il *control point*, a tre quarti della corda, è rappresentativo dello spostamento complessivo del pannello. Matematicamente, si definirà con Z_i lo spostamento nel control point e con \tilde{Z}_i quello nel load point. L'incognita di ogni pannello è l'intensità del vortice. Il punto chiave è quello di riuscire a relazionare gli spostamenti nel control e nel load point con gli spostamenti U definiti a livello della mesh strutturale.

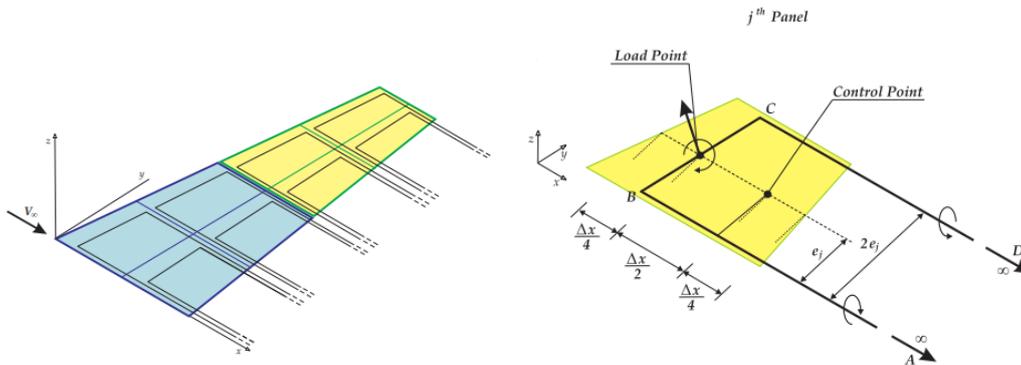


Figura 2.8: Pannellatura aerodinamica per un'ala e dettaglio del singolo pannello.

Le principali ipotesi alla base del VLM sono:

- superfici portanti modellate come distribuzioni infinitamente sottili di vortici discreti per calcolare la portanza e la resistenza indotta;
- piccoli angoli di attacco;
- superfici piane;
- trascurabilità di effetti viscosi e di spessore;
- soluzioni basate sull'equazione di Laplace;
- condizioni al contorno geometriche e meccaniche applicate su una superficie media, non su quella reale;
- condizione di tangenza (non penetrazione) applicata al control point;
- singolarità posizionate su una superficie;
- valori delle singolarità calcolati mediante un sistema di equazioni algebriche.

La principale condizione al contorno è la cosiddetta *Wall Tangency Condition (WTC)*, ossia la condizione di tangenza a parete del flusso indotto, indipendentemente dallo stato deformativo della struttura. Il concetto di "flusso indotto" è legato all'influenza che i vortici associati ad ogni pannello j -esimo esercitano sul campo di moto del pannello i -esimo e alla conseguente nascita di fluttuazioni indotte di velocità nel control point. Ad esempio, nel caso di un flusso all'infinito a monte parallelo alla configurazione indeformata del pannello avente velocità pari a V_∞ , la WTC impone:

$$\mathbf{V}_j^{iT} \cdot \mathbf{n}_i = [(V_\infty + u'_i) \mathbf{i} + v'_i \mathbf{j} + w'_i \mathbf{k}] \cdot \mathbf{n}_i = 0,$$

dove n_i è la normale al pannello deformato, posizionata nel control point, e V_j^{iT} è la velocità indotta sull' i -esimo pannello dal j -esimo pannello. Considerando l'ipotesi di piccole perturbazioni e chiamando α^i l'angolo tra la direzione di V_∞ e la tangente nel control point del pannello deformato, si ottiene:

$$\frac{\partial Z_i}{\partial x} = w_i,$$

dove $w_i = w'_i/V_\infty$ è la velocità di *normalwash* normalizzata. Essa è funzione della geometria della pannellatura⁹ e dei salti di pressione a cavallo dei pannelli, secondo la relazione

$$w_i = \sum_{j=1}^{N_{AP}} A_{ij}^D \Delta p_j.$$

Il termine A_{ij}^D è noto a priori una volta definita la geometria della mesh aerodinamica. Estendendo la relazione all'intera struttura:

⁹Coordinate del control point i -esimo, coordinate dei quattro vertici di ogni pannello j -esimo e dimensione caratteristica dello stesso.

$$\mathbf{w} = \mathbf{A}^D \cdot \Delta \mathbf{p},$$

dove A^D è detta *matrice dei coefficienti di influenza aerodinamica* ed ha dimensione $N_{AP} \times N_{AP}$.

Similmente, anche la WTC può essere estesa all'intera struttura:

$$\frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{w}.$$

Il termine a destra è stato appena definito, mentre quello a sinistra, nel quale Z rappresenta il vettore degli spostamenti nei control point, dipende dal tipo di metodo interpolativo che si intende usare. In generale, comunque, ciò che si impone è

$$\frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{U},$$

con A che rappresenta la *matrice di interpolazione*¹⁰, di dimensioni $N_{AP} \times DOFs$. Un ragionamento analogo può essere fatto per gli spostamenti nei load point, per i quali vale

$$\tilde{\mathbf{Z}} = \tilde{\mathbf{A}}^* \cdot \mathbf{U}.$$

Complessivamente, quindi, la WTC si traduce in una relazione del tipo:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{A}^D \cdot \Delta \mathbf{p}.$$

A questo punto l'unico elemento mancante è la definizione dei carichi aerodinamici. Dalla precedente relazione è noto che

$$\Delta \mathbf{p} = [\mathbf{A}^D]^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{U},$$

mentre la definizione di portanza implica

$$\mathbf{L} = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 \mathbf{S} \cdot \Delta \mathbf{p},$$

dove S è una matrice diagonale contenente il valore della superficie di ogni pannello. È facile notare come in questo modo è possibile esprimere la portanza (e quindi i carichi aerodinamici) in funzione degli spostamenti sulla mesh strutturale, semplicemente sostituendo la definizione di Δp :

$$\mathbf{L} = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 \tilde{\mathbf{c}} \cdot \mathbf{U}.$$

Il vettore L rimane comunque associato a dei carichi applicati sui load point e non sui nodi della mesh strutturale. Il trasferimento dei carichi viene effettuato mediante l'applicazione del PVD, in quanto il sistema forze/spostamenti nei load point dev'essere *energeticamente equivalente* al sistema forze/spostamenti nei nodi strutturali. Di conseguenza, detto W il lavoro virtuale dei carichi aerodinamici e ricordando la definizione di \tilde{Z} :

¹⁰Il metodo maggiormente utilizzato è quello dell'*Infinite Plate Spline Method (IPS)* [13]. In questo caso è possibile parlare di matrice *spline*.

$$\delta W = [\delta \tilde{\mathbf{Z}}]^T \cdot \mathbf{L} = \delta \mathbf{U}^T \cdot [\tilde{\mathbf{A}}^*]^T \cdot \mathbf{L}.$$

Contemporaneamente, per i carichi nodali vale

$$\delta W = \delta \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{L}_{\text{str}}.$$

Poichè δW è la medesima quantità, allora è possibile concludere che

$$\mathbf{L}_{\text{str}} = [\tilde{\mathbf{A}}^*]^T \cdot \mathbf{L} = -\mathbf{K}_a \cdot \mathbf{U},$$

dove K_a è la matrice di *rigidezza aerodinamica*, la cui espressione dipende dalla definizione di \mathbf{L} precedentemente descritta. Il segno negativo non ha uno scopo particolare, se non quello di rendere più comoda la notazione: in effetti si è appena dimostrato che la presenza di carichi aerodinamici non noti a priori e la loro correlazione con forze e spostamenti della mesh strutturale porta a modificare le proprietà di rigidezza della struttura. L'equazione di riferimento per l'analisi aeroelastica statica, perciò, si arricchisce di un ulteriore termine a destra dell'uguale che però risulta dipendente da \mathbf{U} e può essere portato al primo membro (da qui la comparsa del segno positivo):

$$(K + K_a)U = K_{\text{aeroelastic}}U = P.$$

Il termine noto P è comunque legato ai carichi aerodinamici¹¹ ma questi ultimi sono noti a priori. Il procedimento che porta ad ottenere P è identico a quello appena descritto, con la differenza che il campo di spostamenti \mathbf{U} non è un'incognita, cosa che permette a P di rimanere a destra dell'uguale.

La divergenza, in questo caso, viene valutata mediante l'introduzione di un parametro λ tale per cui

$$\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 [\tilde{\mathbf{A}}^*]^T \cdot \bar{\mathbf{c}} \cdot \mathbf{U} = \lambda \mathbf{K}_a^* \cdot \mathbf{U}.$$

Da qui è possibile ottenere il classico problema agli autovalori già visto in precedenza, in cui però è presente la matrice di rigidezza aerodinamica invece di quella di massa. Il λ minore tra tutti quelli ottenuti corrisponde alla condizione di divergenza.

2.4.1 Doublet Lattice Method

Un metodo alternativo al VLM è il cosiddetto *Doublet Lattice Method (DLM)*, il quale, seppur più complicato, permette di avere una maggiore precisione nella collocazione dei carichi aerodinamici e nella costruzione della mesh aerodinamica e risulta in generale più adatto alla risoluzione di problemi complessi e/o volti alla valutazione di fenomeni instazionari (come il flutter).

Le ipotesi alla base del metodo sono le medesime viste nel caso del VLM, con la ovvia eccezione legata all'utilizzo delle *doppiette* al posto dei vortici. Sebbene ciò complicherebbe maggiormente la matematica su cui il metodo poggia, il ragionamento

¹¹Ovviamente in esso sono inclusi anche carichi di natura diversa.

logico che si sviluppa rimane invariato. Ad esempio, anche nel DLM si individuano una velocità di normalwash e un vettore delle pressioni

$$w = \bar{w}e^{i\omega t}, \quad \Delta p = \bar{\Delta p}e^{i\omega t},$$

così come è possibile introdurre la matrice dei coefficienti di influenza aerodinamica

$$\bar{w} = \sum_{j=1}^N A_{ij}^D \bar{\Delta p}_j.$$

Tuttavia i passaggi matematici e le definizioni dei vari termini risultano molto più complessi e perciò non verranno presentati. Una trattazione completa del DLM può essere visionata in [2].

L'equazione di riferimento, trascurando il termine di smorzamento, è quella già vista nel caso dei modelli a parametri discreti:

$$M\ddot{u}(t) + Ku(t) = F(t).$$

La soluzione è ottenuta imponendo una soluzione del tipo

$$u = \hat{u}e^{st},$$

dove s è un numero complesso. Ricordando che il termine dei carichi aerodinamici può essere portato a sinistra dell'uguale e sostituendo la definizione di u , si ottiene il classico problema agli autovalori:

$$\left[Ms^2 + K - \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 Q(s) \right] \hat{u}(s) = 0.$$

Come già visto in Theodorsen, è conveniente introdurre un autovalore adimensionalizzato

$$p = \frac{b}{V_\infty} s = g + ik,$$

con k frequenza ridotta e g parte reale dell'autovalore, legato linearmente a k mediante il coefficiente di smorzamento ζ . In questo modo, il sistema da risolvere diventa

$$\left[\left(\frac{V_\infty}{b} \right)^2 Mp^2 + K - \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 Q(p) \right] u(p) = 0.$$

Per ridurre il numero di incognite e semplificare quindi la risoluzione del problema è possibile affidarsi all'analisi modale. In questo senso, il campo di spostamenti viene modellato come la sovrapposizione dei vari modi propri di vibrare della struttura ϕ , ciascuno caratterizzato da una precisa ampiezza q :

$$u = \phi q.$$

Il vantaggio è dato dal fatto che tipicamente solo i primi dieci modi sono coinvolti e che quindi tale numero costituisce la nuova, ridotta, dimensione del problema. Sotto queste ipotesi, il sistema da risolvere diventa:

$$\left[\left(\frac{V_\infty}{b} \right)^2 \tilde{M} p^2 + \tilde{K} - \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 \tilde{Q}(p) \right] q(p) = 0.$$

Le matrici \tilde{M} , \tilde{K} e \tilde{Q} , rispettivamente di massa, rigidezza e aerodinamica *generalizzate*, derivano dall'applicazione dell'analisi modale alle matrici classiche. In particolare:

$$\begin{aligned} \tilde{M} &= \phi^T M \phi \\ \tilde{K}_{ii} &= \omega_i^2 \tilde{M}_{ii} \\ \tilde{Q}_{ij}(ik) &= \sum_{N=1}^{N_{AP}} \Delta p_j^N(ik) \tilde{Z}_i^N S_{AP}^N. \end{aligned}$$

Sia \tilde{M} che \tilde{K} sono matrici diagonali di dimensioni $N_{modi} \times N_{modi}$. La matrice aerodinamica generalizzata invece, pur avendo le stesse dimensioni, non è diagonale ed è funzione della frequenza ridotta. Ogni termine \tilde{Q}_{ij} indica l'interazione tra i modi i e j della struttura, come sovrapposizione degli effetti di tutti i pannelli: ogni modo j -esimo definisce un salto di pressione sul pannello N -esimo di superficie S , che va a sovrapporsi al campo di spostamenti \tilde{Z} generato sul medesimo pannello dal modo i -esimo.

Anche le relazioni utilizzate nel VLM per legare la mesh aerodinamica con quella strutturale restano valide nel DLM e, in più, sono utilizzabili anche nell'ambito dell'analisi modale, a patto di sostituire il vettore U con ϕ .

La soluzione del sistema, come in Theodorsen, viene ottenuta mediante l'applicazione del pk-method e, come tale, conserva l'inconsistenza matematica tipica delle condizioni diverse da quella di flutter.

Capitolo 3

Regolamento

In questo capitolo si presenteranno i vari passi coinvolti nella costruzione di un modello per l'analisi che sia il più possibile affine al regolamento tecnico, compatibilmente con le ipotesi semplificative necessarie. Verranno perciò passati in rassegna gli articoli principali del 2023 Formula 1 Technical Regulations [20] in materia di sistemi di riferimento, front wing, materiali ammessi e prove statiche volte alla verifica del rispetto dei requisiti, al fine di avere una base sulla quale impostare la costruzione del modello finale.

3.1 Riferimenti geometrici

Il design di una vettura di Formula Uno è estremamente complesso, data la presenza di numerosi componenti di varia natura, forma e dimensione. Anche per questa ragione, analizzare i soli articoli del regolamento che definiscono le prescrizioni dell'ala anteriore non è sufficiente. Il primo passo, perciò, è quello di individuare gli elementi e i sistemi di riferimento rispetto ai quali le misure fornite sono calcolate.

3.1.1 Piani geometrici

I piani geometrici sono regolati dall'articolo 2.9, in accordo al quale è possibile definire un totale di quattro piani: un *Reference Plane*; un *Centre Plane*; un *Plane A-A*; un *Plane C-C*. In più, anche se non definito in questo articolo, è presente un ulteriore piano (*Plane B-B*). Quest'ultimo, tuttavia, al pari dei piani A-A e C-C non giocano un ruolo fondamentale nel design di un'ala anteriore, a meno di piccoli dettagli che verranno però omessi per semplicità, non costituendo elementi critici nella creazione del modello.

Nelle figure 3.1 e 3.2 è possibile visualizzare i due piani più importanti, quello di reference (RP) e quello centrale (CP). Le tracce dei due piani sono state disegnate sul modello fornito dalla FIA nel regolamento stesso (Appendice 2).

Reference Plane

Il piano di riferimento è un piano orizzontale allocato nella parte inferiore della *massa sospesa*. Poichè quest'ultima è definita come quella massa supportata dalle sospensioni e dalle ruote della vettura (art. 2.5), allora il RP può convenzionalmente essere considerato come coincidente con il fondo della vettura.

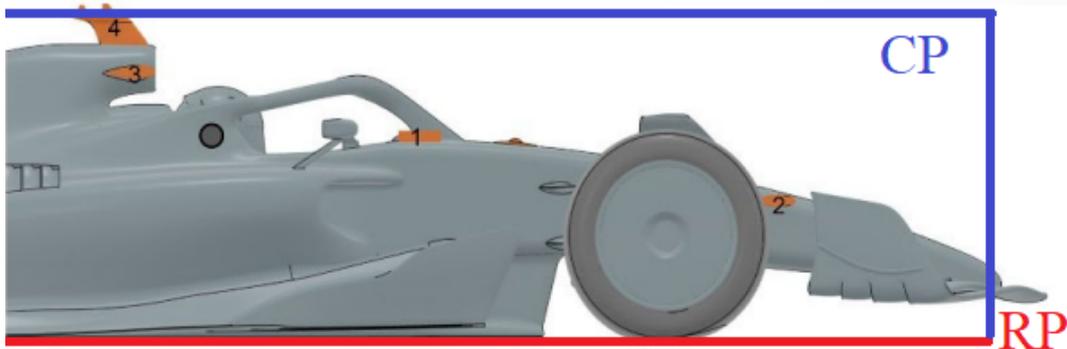


Figura 3.1: Vista laterale di un modello di vettura del 2023 e posizionamento dei piani CP, in blu, e RP, in rosso.

Centre Plane

Il piano centrale è un piano verticale, perpendicolare al RP e allineato con la direzione di movimento della vettura. In sostanza, il CP è a tutti gli effetti il piano di simmetria della monoposto.

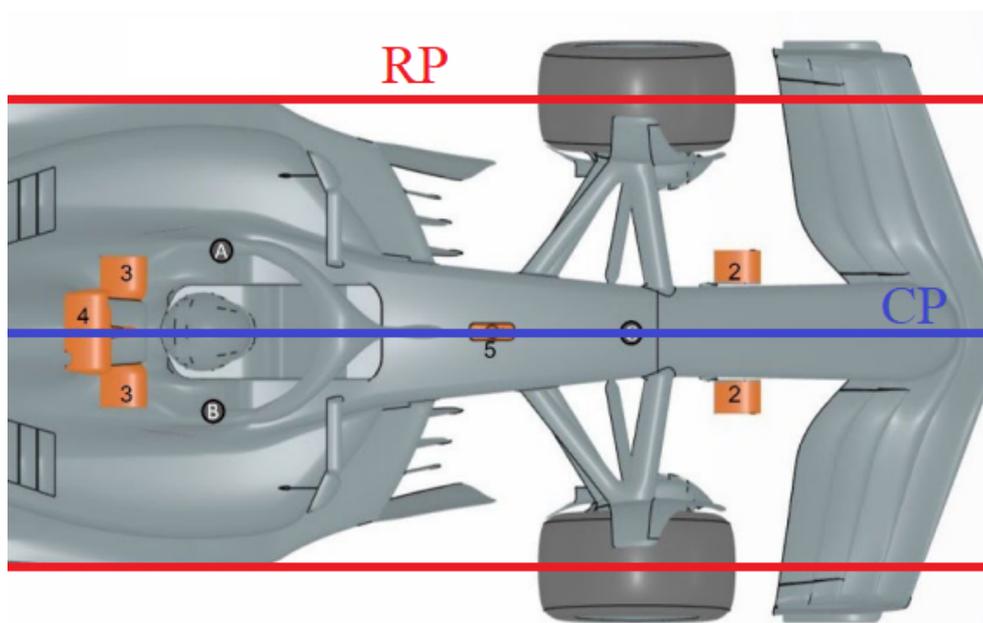


Figura 3.2: Vista dall'alto di un modello di vettura del 2023 e posizionamento dei piani CP, in blu e RP, in rosso.

Aver definito questi due piani è fondamentale per vari motivi. Innanzitutto costituiscono la base di partenza per l'individuazione degli assi di riferimento; in secondo

luogo, la simmetria definita dal CP permette di concentrarsi solo su una delle due metà della vettura, semplificando la modellazione.

3.1.2 Sistemi di riferimento

L'articolo 2.11 definisce i vari sistemi di riferimento della vettura. Di seguito sono descritti solo quei set di assi cartesiani utili alla definizione della geometria dell'ala anteriore, mentre gli altri saranno solo accennati per ragioni di completezza.

Il sistema cartesiano principale (2.11.1) presenta l'asse Y parallelo al piano di riferimento RP, perpendicolare al piano centrale CP e con verso rivolto alla parte destra della vettura. L'origine dell'asse ($Y = 0$ mm) è posizionato sul CP.

L'asse Z , invece, è rivolto verso l'alto ed è, per questo motivo, perpendicolare al RP, sul quale è anche posizionata la sua origine ($Z = 0$ mm).

Per quanto riguarda, infine, l'asse X , non esiste una definizione univoca, in quanto il suo posizionamento varia da articolo ad articolo e da componente a componente. Le uniche caratteristiche comuni e sempre valide sono il parallelismo con il RP e il CP e il verso rivolto alla parte posteriore della vettura. Il posizionamento dell'origine dell'asse è invece variabile: X_A , X_B , $X_C = 0$ mm sono le origini riferite ai piani A-A, B-B e C-C, i quali, come già detto, non sono importanti ai fini dello studio. Lo stesso dicasi per $X_{DIF} = 0$ e $X_{PU} = 0$, associati rispettivamente al cambio e alla power unit. Maggiormente interessanti sono le origini $X_F = 0$ e $X_R = 0$, riferiti rispettivamente alle sezioni anteriore e posteriore. La prima in particolare, rappresenta il posizionamento dell'asse X necessario alla definizione delle misure relative all'ala anteriore. In effetti, come si vedrà in seguito, le coordinate dei punti caratteristici saranno fornite in termini di X_F . Data la sua natura, prima di entrare nel merito della definizione di X_F , è utile descrivere brevemente il sistema di riferimento locale delle ruote.

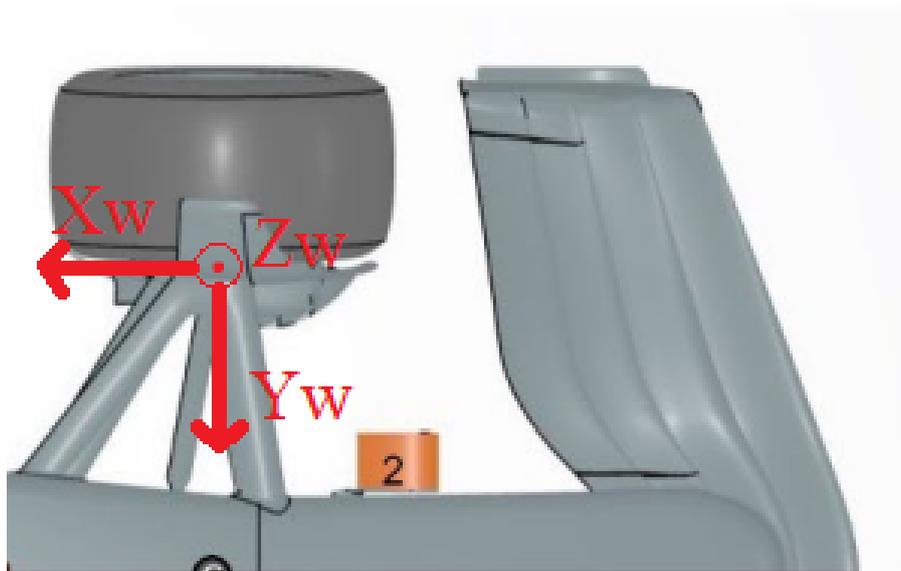


Figura 3.3: Sistema riferimento locale relativo alle ruote anteriori. L'asse Z_w è rappresentato uscente dal foglio.

Sistema "wheel"

In figura 3.3 è rappresentata la terna cartesiana di riferimento per quanto riguarda le ruote (wheels), come definita nell'articolo 2.11.3. In particolare:

- l'asse X_W si sviluppa lungo la direzione del moto e segue la parte interna del cerchione. L'origine ($X_W = 0$) è posta sull'asse di rotazione della ruota;
- l'asse Y_W si origina ($Y_W = 0$) sulla parte interna del cerchione, in corrispondenza dell'asse di rotazione, e punta sempre verso l'interno;
- l'asse Z_W definisce una terna destra con gli altri due assi, puntando verso l'alto.

Sistema globale

In figura 3.4 è rappresentato il sistema di riferimento finale che verrà utilizzato per la definizione geometrica dell'ala anteriore.

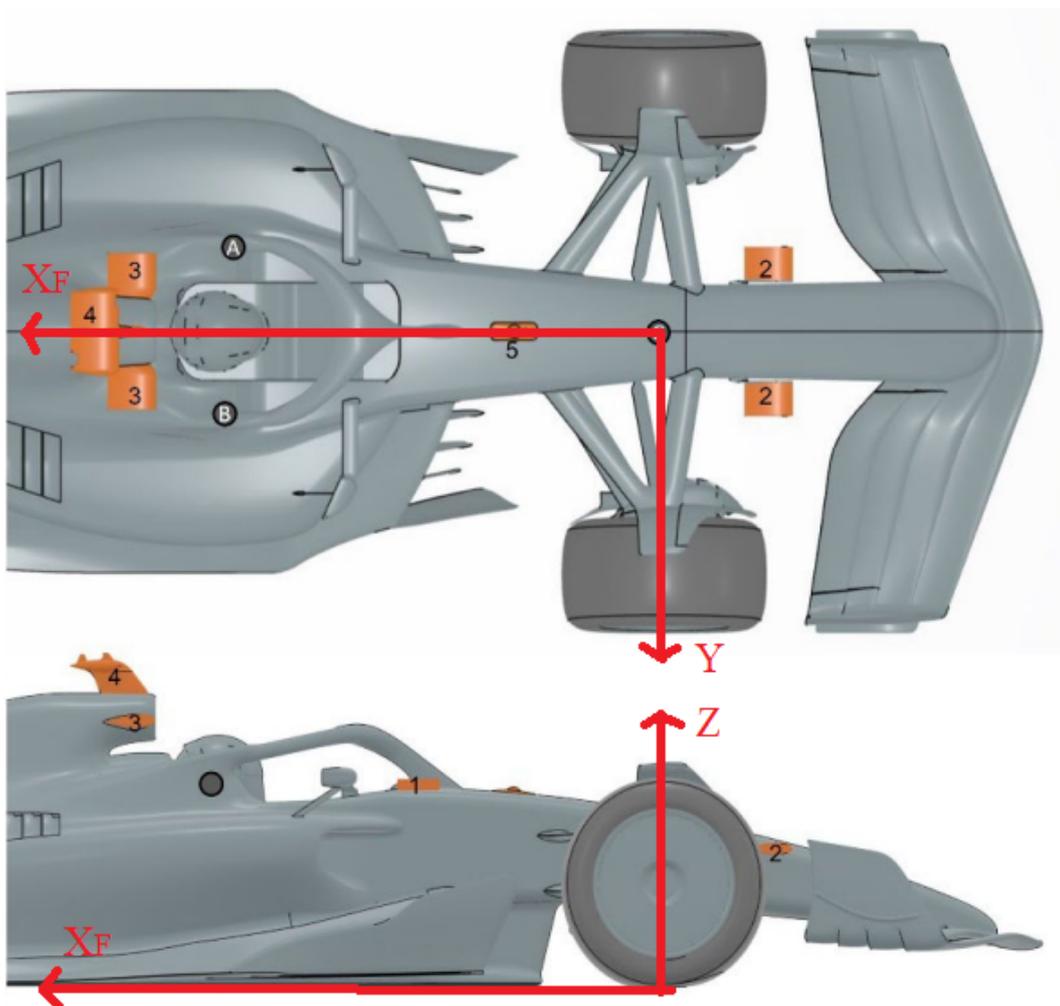


Figura 3.4: Sistema di riferimento globale, utile alla determinazione della geometria dell'ala anteriore.

Questa configurazione è data dal fatto che l'articolo 2.11.1 definisce il piano $X_F = 0$ come passante per l'origine del sistema di riferimento del sistema "wheel", nel caso in cui le ruote siano posizionate dritte.

3.2 Volumi e superfici di riferimento

Definiti i riferimenti geometrici, il passo successivo è la determinazione di quei volumi e di quelle superfici di riferimento all'interno dei quali l'ala anteriore deve svilupparsi o rispetto ai quali il profilo deve rispettare determinate prescrizioni. Per semplicità, saranno considerati solo i volumi e le superfici descritte negli articoli 21 e 24 dell'Appendice 1 del regolamento tecnico, in quanto di per se sufficienti alla costruzione del modello. Inoltre, considerare altri volumi e altre superfici costituirebbe una complicazione notevole, senza tuttavia offrire vantaggi significativi.

Da qui in avanti si indicheranno il volume e la superficie di riferimento rispettivamente come $RV-FW$ (Reference Volume-Front Wing) e $RS-FW$ (Reference Surface-Front Wing). Tutte le misure seguenti sono da considerarsi espresse in millimetri.

3.2.1 Reference Volume - Front Wing

La costruzione del RV è una combinazione di volumi creati in modo tra loro indipendente, sulla base dell'estrusione di superfici ottenute mediante l'unione di punti noti, forniti dal regolamento.

La prima di queste superfici è costruita sul piano $X_F = -1350$ mediante i punti indicati in tabella 3.1, rispettando l'ordine in cui sono scritti.

ID	Y	Z
1	0	135
2	0	280
3	250	315
4	650	315
5	900	200
6	900	475
7	975	475
8	975	100
9	900	100
10	125	135

Tabella 3.1: Coordinate dei punti utili alla costruzione della superficie 21.1 dell'articolo 21 dell'appendice 1

La superficie così ottenuta deve essere estrusa fino a $X_F = -450$, ottenendo così il primo volume. Quest'ultimo è successivamente tagliato da un piano passante per i punti

$$[X_F, Y, Z] = [-825, 975, 100], [-475, 975, 125], [-475, 350, 160],$$

scartando tutto ciò che si trova al di sotto di quest'ultimo. Il risultato di questi passaggi è mostrato nelle figure 3.5 e 3.6.

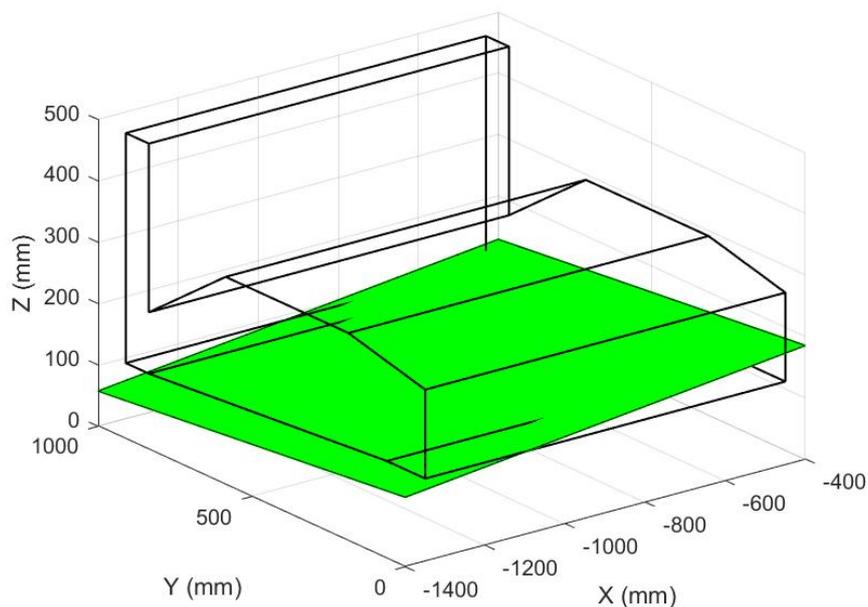


Figura 3.5: Volume ottenuto secondo gli articoli 21.1-21.2 e piano tagliante in accordo all'articolo 21.3.

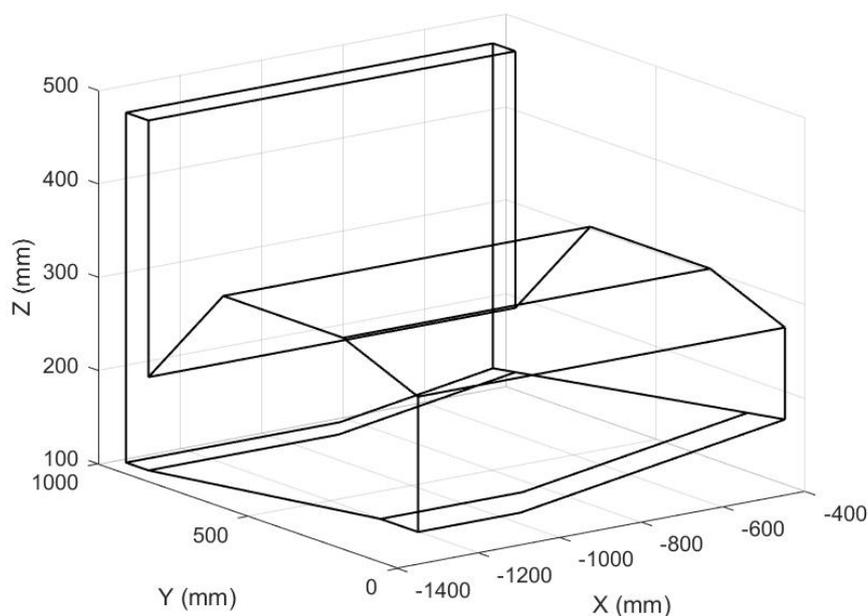


Figura 3.6: Volume finale in accordo con l'articolo 21.4.

A questo punto il regolamento prevede la costruzione di un volume dalle dimensioni molto ridotte, posizionato in basso a destra se si guarda il modello sul piano Y-Z.

Il procedimento è tuttavia più complesso, in quanto richiede la conoscenza di ulteriori sistemi di riferimento. Considerato ciò e notando che la sua aggiunta o la sua omissione non è importante ai fini di questo testo, questo volume sarà trascurato. Più importante è invece il volume definito dagli articoli 21.10 e 21.11. Sul piano $Z = 0$, si considera la superficie ottenuta dall'unione dei punti in tabella 3.2. Quest'ultima è poi estrusa fino a $Z = 500$. Il risultato è mostrato in figura 3.7.

ID	X_F	Y
1	-1350	0
2	-975	975
3	-475	975
4	-475	900
5	-550	350
6	-800	0

Tabella 3.2: Coordinate dei punti utili alla costruzione della superficie come all'articolo 21.10.

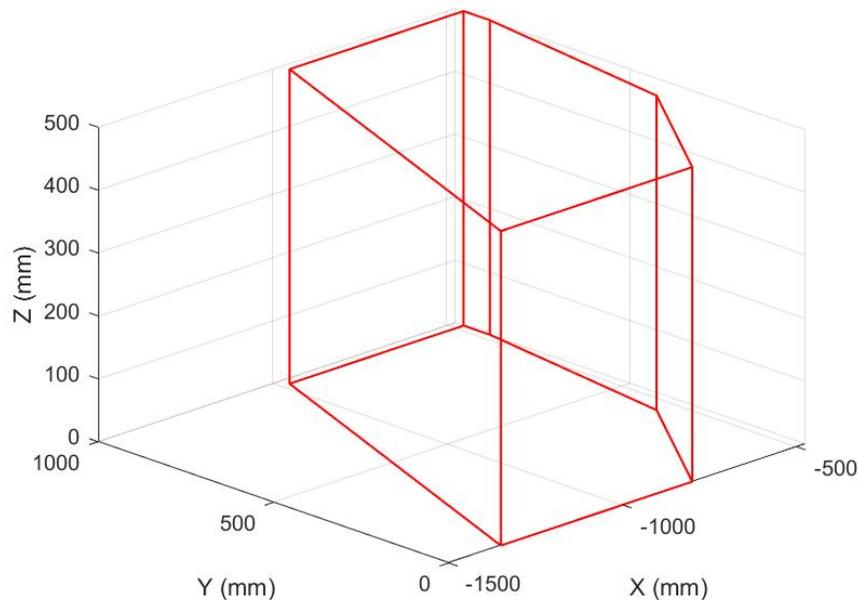


Figura 3.7: Volume ottenuto secondo gli articoli 21.10 e 21.11

Il passo finale consiste nel sovrapporre i volumi di figura 3.6 e di figura 3.7, eliminando tutto ciò che rimane al di fuori di quest'ultimo. Il modello finale, ottenuto mediante questi passaggi e mostrato in figura 3.8, è quello che viene definito *RV-FW*. L'utilità dell'aver considerato il volume in figura 3.7 è maggiormente intuibile guardando il tutto dall'alto, come mostrato in figura 3.9. Si può notare come il modello in questione definisca fondamentalmente la freccia dell'ala anteriore.

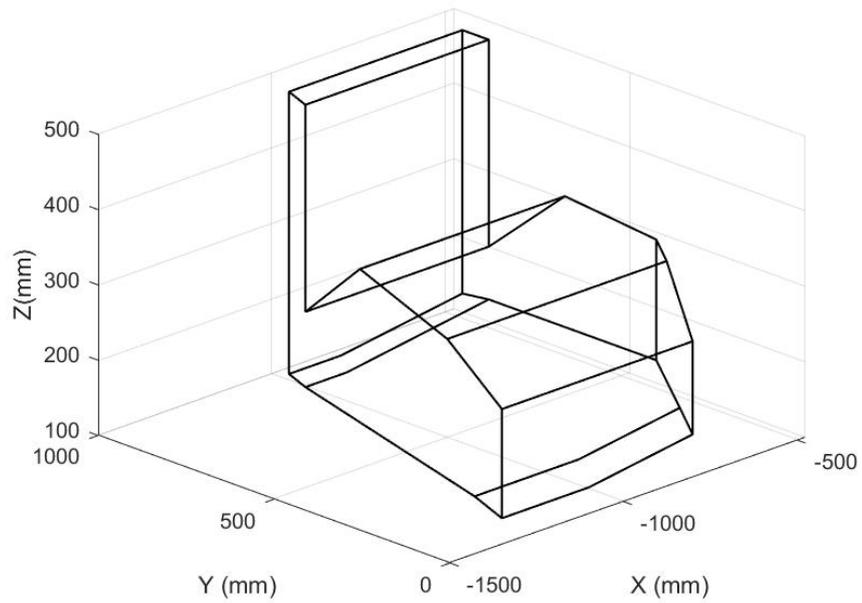


Figura 3.8: Forma finale del RV-FW

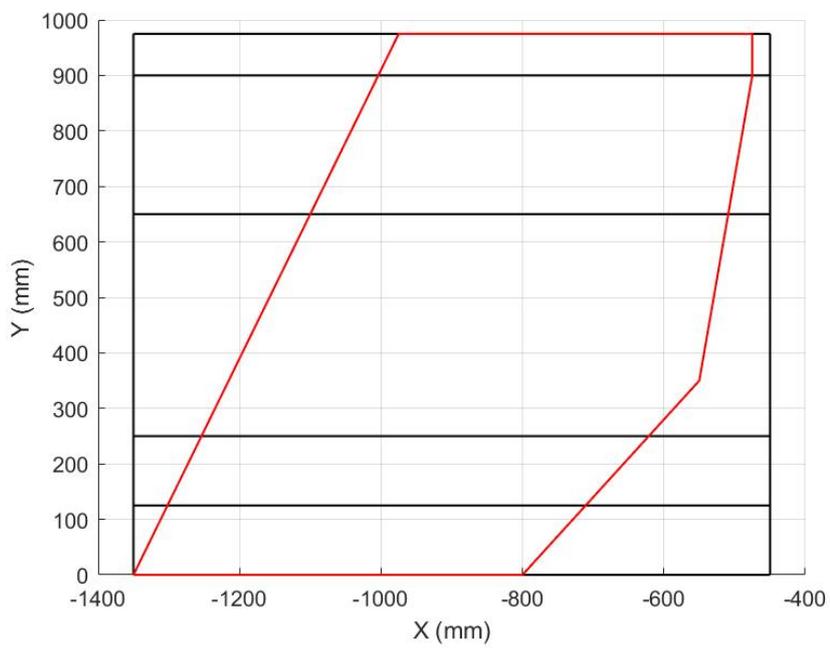


Figura 3.9: Effetto sulla freccia del modello di figura 3.7

Profili, endplate e tip

Il modello di RV-FW di figura 3.8 è poi, anche per semplicità, suddiviso in tre sottovolumi (21.13), ciascuno dei quali è associato ad un preciso elemento dell'ala anteriore:

- l'*RV-FW-PROFILES* è il volume che si estende fino a $Y = 900$, come mostrato in figura 3.10, legato agli elementi deportanti dell'ala;
- l'*RV-FW-EP* è il volume oltre $Y = 900$ e al di sopra di $Z = 200$, come da figura 3.11, legato all'endplate;
- l'*RV-FW-TIP* è il restante volume (figura 3.12), legato alla porzione finale non deportante dell'*RV-FW-PROFILES*.

Gli ultimi due sottovolumi, per essere definiti tali, dovrebbero in realtà subire ulteriori modifiche¹. Tuttavia, non essendo importanti ai fini del testo, queste modifiche saranno trascurate.

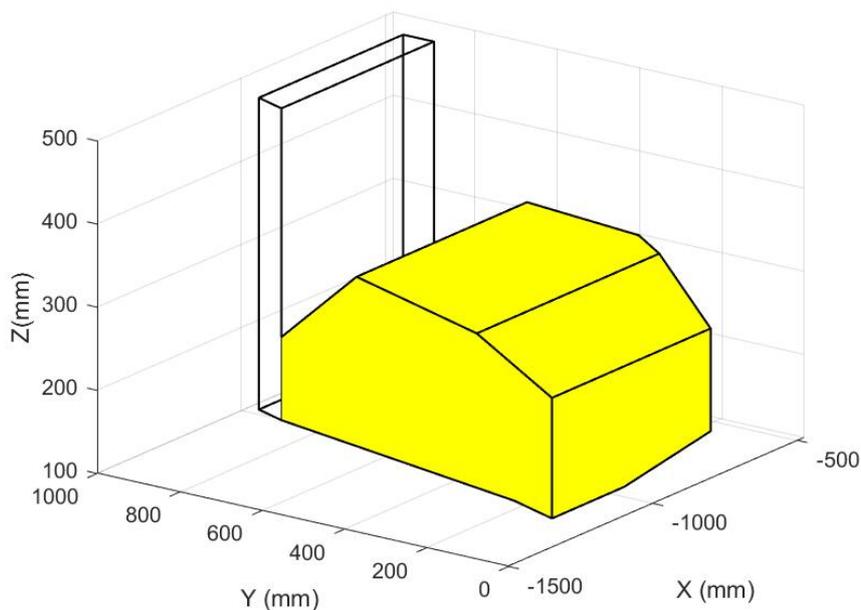


Figura 3.10: RV-FW-PROFILES

¹In accordo con gli articoli 21.14 e 21.15 dell'Appendice 1 del regolamento tecnico

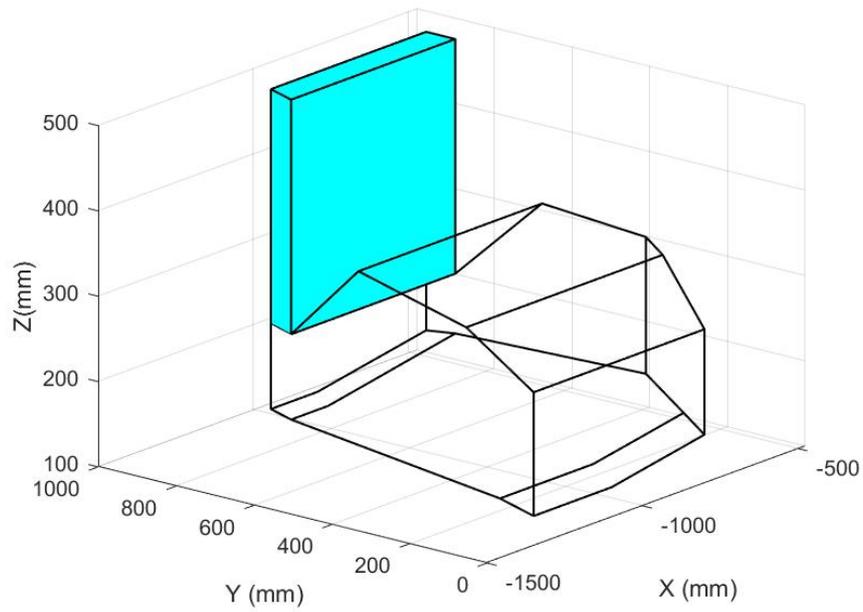


Figura 3.11: RV-FW-EP

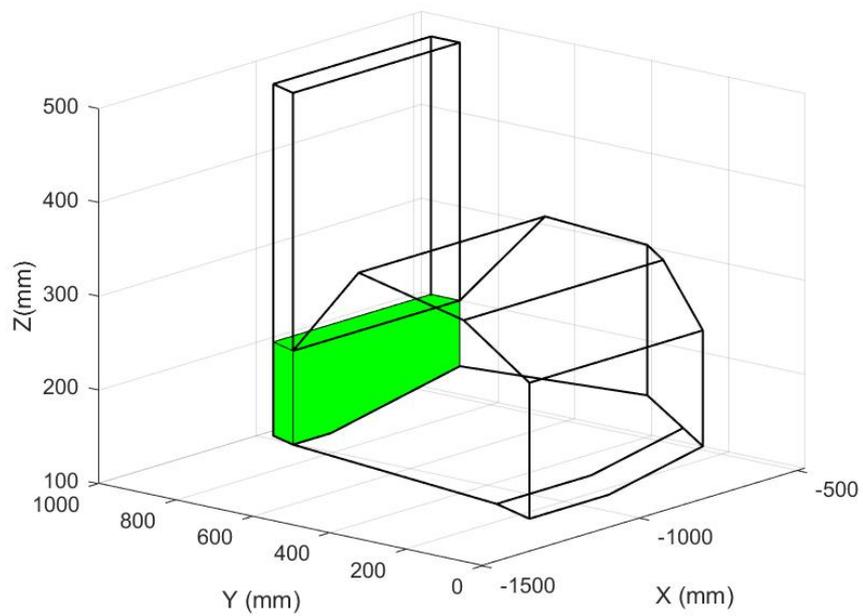


Figura 3.12: RV-FW-TIP

3.2.2 Reference Surface - Front Wing

A livello di un'ala anteriore sono presenti numerose superfici di riferimento. Tuttavia, ai fini di questo testo, la più importante e anche unica RS che viene presa in considerazione è la RS-FW-PROFILES (art. 24, Appendice 1), riportata in figura 3.13, in quanto legata alla porzione deportante dell'ala anteriore. Essa è ottenuta sul piano $Z = 400$ mediante l'unione dei punti elencati in tabella 3.3. La sua utilità sarà spiegata successivamente, nel momento in cui si analizzeranno le prescrizioni geometriche dell'ala.

ID	X_F	Y
1	-1320	0
2	-990	900
3	-525	900
4	-525	800

Tabella 3.3: Coordinate per la generazione della RS-FW-PROFILES.

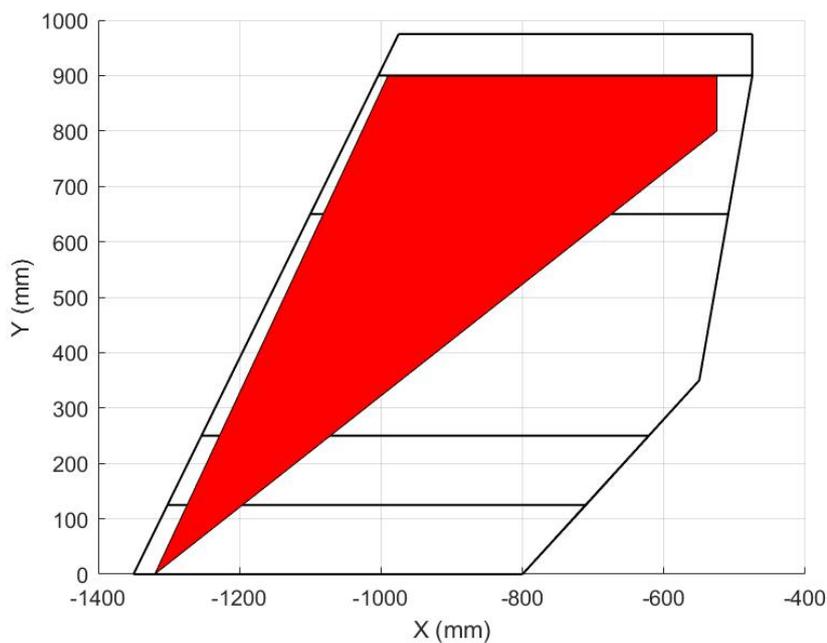


Figura 3.13: RS-FW-PROFILES (vista dall'alto).

3.3 Prescrizioni geometriche

Definiti i sistemi, i volumi e le superfici di riferimento, il passo successivo è quello di analizzare i requisiti geometrici che un'ala anteriore deve possedere. Essi sono regolati, in particolare, dall'articolo 3.9, mediante un elenco di condizioni sulla posizione relativa delle varie porzioni di ala, sulle distanze, sulle dimensioni, sulle curvature e sui limiti di incidenza delle varie superfici deportanti.

Di seguito sono riportate le principali prescrizioni geometriche definite dal regolamento, le quali risultano imprescindibili per la costruzione del modello, in relazione all'analisi che verrà effettuata. Trattandosi di un modello semplificato, alcuni passaggi dell'articolo di riferimento sono stati trascurati. Per una conoscenza più approfondita si rimanda direttamente al regolamento tecnico [20].

Il primo passo è quello di contestualizzare il posizionamento delle superfici portanti in relazione alle superfici ed ai volumi di riferimento definiti al paragrafo 3.2. In questo senso, è stabilito che:

- i profili deportanti devono collocarsi all'interno del *RV-FW-PROFILES*;
- quando vista dal basso, la struttura deve nascondere completamente la *RS-FW-PROFILES*.

Il primo punto permette di definire le dimensioni di massima dell'ala, mentre il secondo punto regola l'arrangiamento delle varie sezioni². Inoltre, per qualsiasi piano X_FZ (Y plane):

- non possono esserci più di quattro sezioni chiuse. In altre parole, oltre al profilo principale possono essere aggiunti al massimo tre flap;
- se presenti, le superfici *concave*³ devono possedere un raggio di curvatura di almeno 50 millimetri. Ciò incide soprattutto sulla scelta del profilo aerodinamico;
- la distanza tra le varie sezioni dev'essere compresa, nel loro punto di massima vicinanza, tra i 5 e i 15 millimetri;
- Guardando l'ala completa dal basso, tutti i punti più arretrati delle sezioni devono essere visibili;
- Guardando l'ala completa dall'alto, non deve essere possibile osservare i punti più arretrati di ogni sezione, ad eccezione ovviamente di quello del flap superiore. Ciò implica la presenza di una sovrapposizione (*overlap*) tra i vari elementi, anch'essa limitata, sebbene non a livello dell'articolo 3.9, ad un massimo di 30 millimetri [18];

²Con "sezione" ci si riferisce alla traccia di ognuno dei profili, quindi elemento principale e flap, su un qualsiasi piano X_FZ

³Per l'articolo 3.1.4, la superficie bagnata di una sfera è considerata una superficie *convessa*. Una superficie *concava* è, perciò, l'opposto.

- le due sezioni più avanzate devono possedere, entro la coordinata $Y = 300$ mm e in corrispondenza della zona di spessore massimo, uno spessore di almeno 25 millimetri⁴;
- l'incidenza delle sezioni non deve essere superiore a 25° per le due più avanzate ed a 30° per le restanti.

Un ulteriore elemento importante, non descritto nell'articolo 3.9, bensì nelle sezioni relative al muso della vettura, è l'ingombro del naso. Il RV-FW-PROFILES di figura 3.10, infatti, si origina dal piano $Y = 0$. Di conseguenza, al suo interno accoglie anche la metà del naso, la quale perciò toglie spazio ai profili. Questo ingombro è quantificato in 165 millimetri [26] ma per semplicità non sarà considerato.

3.4 Prescrizioni sul materiale

Come già detto, la scelta del materiale da utilizzare è fondamentale, in quanto le sue proprietà influenzano il comportamento aeroelastico della struttura. E' altresì vero che le scelte adottate dalle varie scuderie sono diverse e mirate ad effetti in generale differenti ma sono anche considerate un segreto industriale. Risulta perciò impossibile conoscere a priori con certezza la scelta da effettuare. In questo senso, da un punto di vista regolamentare l'unico aiuto che viene fornito risiede nell'articolo 15, nel quale sono però soltanto indicate le linee guida da seguire nella scelta del materiale. Con l'eccezione della power unit e di pochi altri elementi, infatti, le scuderie sono libere di adottare il materiale che preferiscono, purchè figurino all'interno dell'elenco fornito nell'articolo.

Il primo punto fondamentale è che ogni materiale adottato deve essere *commercialmente disponibile*, rispettando quindi le normali regole di mercato. Un secondo elemento interessante è legato al modulo di elasticità specifico (E/ρ): nessun elemento della vettura deve possederne uno superiore a $40 \text{ GPa}/(\text{g}/\text{cm}^3)$. Ciò, tuttavia, è valido solo per i materiali metallici e non per i compositi.

Per quanto concerne, invece, i materiali ammessi, il regolamento prescrive:

- *materiali metallici*, non utilizzati per l'additive manufacturing, come leghe di Alluminio, Nichel, Cobalto, Titanio, Rame e Tungsteno, o utilizzati per l'additive manufacturing, come alcune leghe particolari che costituiscono casi derivanti da quelle precedentemente elencate o acciai;
- *materiali compositi*, la cui matrice può essere, fra le altre cose, epossidica, fenolica o poliuretana e le cui fibre sono da individuare tra carbonio, naturali, vetro, polietilene, polipropilene o aramide.

Nel momento in cui si opta per l'utilizzo di un composito, sono poi presenti altre limitazioni o prescrizioni da seguire. Quella di maggior interesse per il caso in questione è legata al divieto di utilizzare uno schema tridimensionale per le fibre di rinforzo. In altre parole, un materiale composito deve necessariamente essere

⁴Ogni profilo aerodinamico presenta un dato spessore massimo ad una certa coordinata lungo la corda. In quel punto si applica questa prescrizione.

composto da strati indipendenti tra loro, incollati in modo da definire una certa laminazione. Una data fibra può, perciò, far parte solo di uno strato. Se, infine, le fibre scelte sono in carbonio, è necessario sottostare ad ulteriori requisiti, definiti in tabella 3.4.

E [GPa]	R_m [MPa]	ρ [g/cm^3]
≤ 550	≤ 7100	≤ 1.92

Tabella 3.4: Valori limite nominali del modulo a trazione, della resistenza a trazione e della densità di una fibra di carbonio.

Quanto appena descritto è valido per tutti gli elementi che compongono l'ala anteriore di una monoposto. L'unica eccezione è data dall'endplate, il quale deve necessariamente essere costituito da un laminato specifico, detto *PL-ANTI-SPLINTER* (articolo 3.16.1). Il significato di questa sigla e la composizione del materiale possono essere individuati sempre all'interno dell'articolo 15, nella sezione nella quale sono definiti i *laminati prescritti*. La composizione dell'endplate, tuttavia, non è importante ai fini del testo e non sarà perciò approfondita.

3.5 Prescrizioni sulla flessibilità

L'articolo 3.2.2 stabilisce che tutte le parti aerodinamiche o che influenzino l'aerodinamica della monoposto, ad eccezione di pochissimi elementi come ad esempio i device utili alla variazione di incidenza dei flap, debbano essere rigidi e fissi rispetto al loro sistema di riferimento. Tuttavia, come già accennato, nessun materiale è infinitamente rigido e, inoltre, le scuderie possono sfruttare la flessibilità per ottenere vantaggi aerodinamici. Se quindi da una parte la Federazione è obbligata a concedere delle tolleranze sulle deformazioni, dall'altra è anche molto severa nell'imporre limiti e verificarne il rispetto.

L'articolo che regola questi aspetti è il 3.15, il cui paragrafo 3.15.3 è dedicato interamente alla flessibilità dell'ala anteriore. In quest'ultimo, in generale, viene effettuata una distinzione tra il singolo elemento e l'intera struttura dell'ala anteriore⁵, denominata *bodywork*.

Flap

Per ognuno dei flap, qualsiasi punto appartenente al bordo di fuga del profilo non deve osservare una flessione superiore ai 5 millimetri⁶ se sollecitati da un carico pari a 60 Newton, agente in direzione perpendicolare al flap.

Il suddetto carico è applicato, così come lo sarà anche per il bodywork, mediante un adattatore le cui caratteristiche sono definite all'interno dello stesso articolo.

⁵Relativamente ai soli elementi deportanti. Endplate e Tip sono regolati separatamente.

⁶Le flessioni sono da intendersi come spostamenti assiali, misurati lungo la direzione di applicazione del carico.

Bodywork

Per quanto concerne il bodywork, la regolamentazione è più precisa. Innanzitutto, la direzione di applicazione del carico non dipende più dall'inclinazione del corpo sul quale il carico agisce, bensì è sempre verticale. In particolare:

$$F = [0, 0, -1000]N.$$

In secondo luogo, i punti di applicazione sono solo due:

$$A = [-800, \pm 800, 250]mm, \quad B = [-1000, \pm 800, 250]mm.$$

La scelta può ricadere indifferentemente su uno dei due punti, i quali non sono quindi caricati in contemporanea. Inoltre, il \pm che precede la coordinata Y rappresenta la simmetria di carico relativa alle due semiali. In effetti, la deformazione ammessa varia a seconda che siano caricate entrambe le semiali o solo una delle due. Nel primo caso il limite è posto pari a 15 millimetri, nel secondo a 20 millimetri.

Una schematizzazione di quanto detto può essere visualizzata nelle figure 3.14 e 3.15.

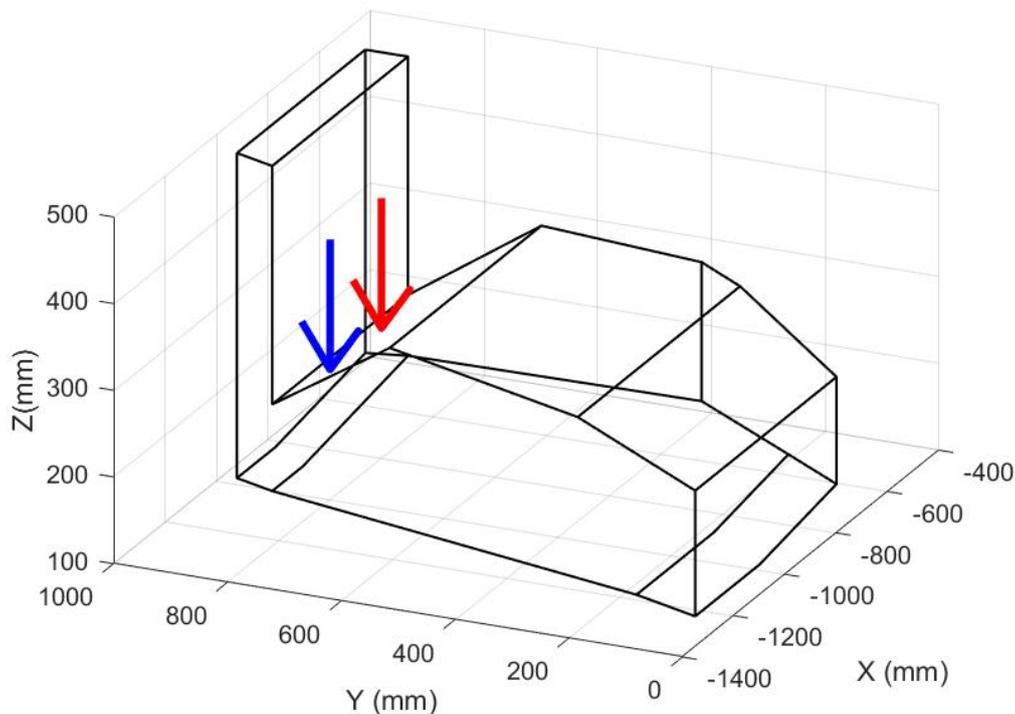


Figura 3.14: Posizione dei carichi relativi ai punti A (in rosso) e B (in blu) in relazione al RV-FW-PROFILES

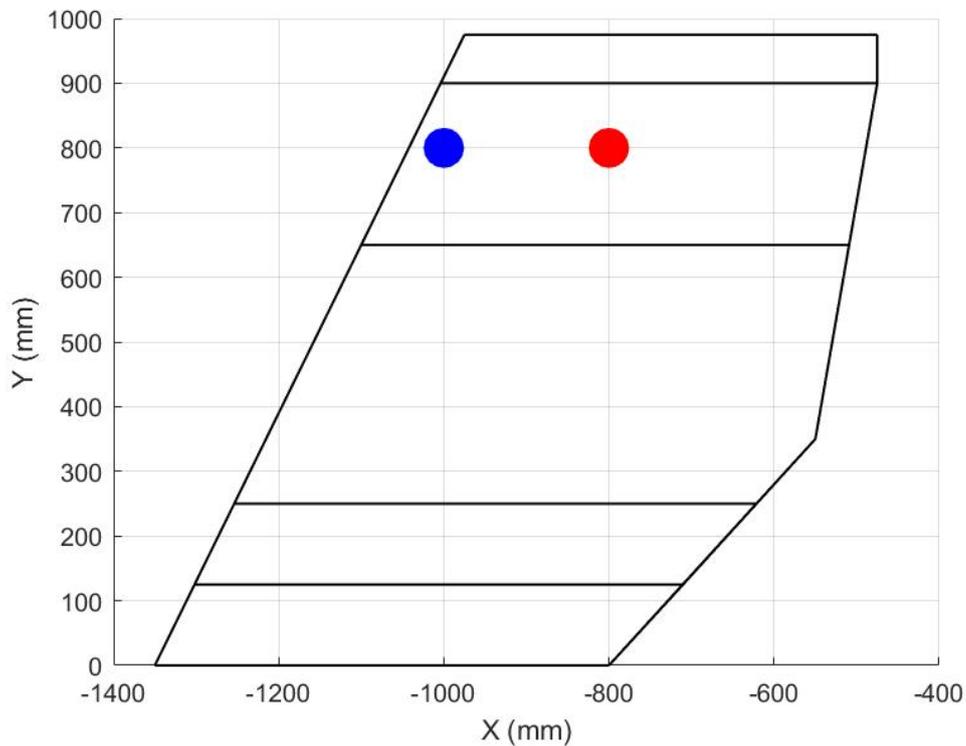


Figura 3.15: Vista dall'alto della traccia dei punti A (in rosso) e B (in blu). L'estensione della traccia *non* è rappresentativa delle dimensioni dell'adattatore.

Conoscere i punti di applicazione dei carichi è fondamentale per costruire il modello, in quanto questo deve necessariamente avere dimensioni tali da inglobare i suddetti punti sulla superficie esterna.

Un ultimo particolare interessante che si evince da quanto descritto è legato al fatto che tutte le verifiche tecniche sulla flessibilità dell'ala siano fundamentalmente delle *prove statiche*, operate a flusso fermo. Ciò costituisce un punto chiave nell'ambito delle ali flessibili, in quanto una struttura che non si deforma sotto carichi statici può tranquillamente farlo nel momento in cui i carichi sono quelli dovuti ad un flusso che lambisce un profilo aerodinamico, senza che questo comportamento sia individuabile dalla Federazione.

Capitolo 4

Modelli e risultati

In questo capitolo saranno presentati i risultati delle varie analisi effettuate sulla base delle nozioni precedentemente introdotte. Inizialmente saranno considerati alcuni esempi applicativi della Carrera Unified Formulation, che permetteranno di verificare l'utilità e la correttezza della formulazione, sia per modelli trave (beam) che per modelli piastra (plate). Successivamente si passerà alle analisi legate al concetto di ali flessibili, partendo da modelli semplificati fino ad arrivare ai casi più complessi e più affini alla realtà, il tutto sfruttando le linee guida dettate dal regolamento.

4.1 CUF - Esempi applicativi

4.1.1 Analisi statica - Modello trave

Si consideri una trave di lunghezza L avente sezione rettangolare, con altezza h e larghezza b , come definita da Carrera e Petrolo in [11]. La sezione e il relativo sistema di riferimento sono mostrati in figura 4.1. L'asse y si sviluppa lungo l'asse della trave. L'altezza h è posta pari a 0.2 m, così come la larghezza b .

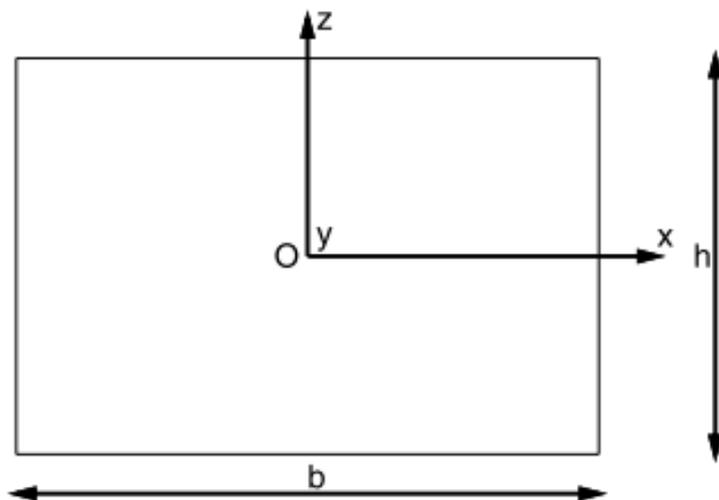


Figura 4.1: Sezione trasversale della trave.

La trave è incastrata in corrispondenza del piano $y = 0$, mentre l'altro estremo è lasciato libero. Quest'ultimo è caricato, nel punto $(x,z) = (0,0)$, da una forza agente verticalmente pari a $F_z = -50 \text{ N}$. Il segno meno indica che la forza in questione è diretta verso il basso. Il materiale è isotropo, con $E = 75 \text{ GPa}$ e $\nu = 0.33$.

Il punto chiave dell'analisi consiste nel valutare lo spostamento verticale u_z relativo all'estremo caricato, al variare del numero di elementi e dei modelli utilizzati per l'espansione, nonché al variare della tipologie di elementi trave considerati e alle dimensioni della trave stessa.

Nelle tabelle 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4 sono riportati i risultati delle analisi effettuate mediante l'utilizzo della CUF. In tutti i casi sono stati considerati elementi B2, B3 e B4, nonché le teorie classiche di Eulero-Bernoulli (EBBT) e Timoshenko (TBT) e vari ordini di espansione di Taylor e Lagrange. I dati sono confrontati con i valori di riferimento calcolati da Carrera e Petrolo [11] e con il valore nominale $u_{z,b}$, ottenuto mediante l'utilizzo della linea elastica¹.

N.ro elementi = 5		REF	B2	B3	B4
$u_z \times 10^2 \text{ m,}$	$u_{z,b} \times 10^2 = -1.333 \text{ m}$				
EBBT		-1.333	$o(-10^{-5})$	-1.320	-1.333
TBT		-1.333	-0.009	-1.321	-1.333
N = 1		-1.333	-0.009	-1.321	-1.333
N = 2		-1.314	-0.009	-1.284	-1.311
1 L4		-1.107	-0.009	-1.090	-1.106
1 L9		-1.314	-0.009	-1.284	-1.311

Tabella 4.1: Effetto del numero di nodi per elemento su u_z per vari modelli trave e confronto con i dati di riferimento (REF). $L/h = 100$.

N.ro elementi = 40		REF	B2	B3	B4
$u_z \times 10^2 \text{ m,}$	$u_{z,b} \times 10^2 = -1.333 \text{ m}$				
EBBT		-1.333	-0.006	-1.333	-1.333
TBT		-1.333	-0.398	-1.333	-1.333
N = 1		-1.333	-0.398	-1.333	-1.333
N = 2		-1.331	-0.397	-1.328	-1.331
1 L4		-1.115	-0.376	-1.114	-1.114
1 L9		-1.331	-0.397	-1.328	-1.331

Tabella 4.2: Effetto del numero di nodi per elemento su u_z per vari modelli trave e confronto con i dati di riferimento (REF). $L/h = 100$.

¹Secondo la teoria della linea elastica, lo spostamento osservato sull'estremo libero di una trave incastrata e caricata in punta è $u_z = \frac{F_z L^3}{3EI}$, dove I è il momento di inerzia della sezione [32].

N.ro elementi = 5		REF	B2	B3	B4
$u_z \times 10^5 m,$	$u_{z,b} \times 10^5 = -1.333 m$				
EBBT		-1.333	-0.009	-1.132	-1.333
TBT		-1.343	-0.536	-1.339	-1.342
N = 1		-1.343	-0.536	-1.339	-1.342
N = 2		-1.320	-0.521	-1.301	-1.319
N = 3		-1.322	-0.521	-1.303	-1.321
N = 4		-1.323	-0.521	-1.303	-1.321
1 L4		-1.112	-0.490	-1.104	-1.112
1 L9		-1.320	-0.521	-1.301	-1.319

Tabella 4.3: Effetto del numero di nodi per elemento su u_z per vari modelli trave e confronto con i dati di riferimento (REF). $L/h = 10$.

N.ro elementi = 40		REF	B2	B3	B4
$u_z \times 10^5 m,$	$u_{z,b} \times 10^5 = -1.333 m$				
EBBT		-1.333	-0.054	-1.333	-1.333
TBT		-1.343	-1.311	-1.342	-1.342
N = 1		-1.343	-1.311	-1.342	-1.342
N = 2		-1.330	-1.294	-1.328	-1.328
N = 3		-1.332	-1.296	-1.330	-1.330
N = 4		-1.333	-1.296	-1.331	-1.332
1 L4		-1.116	-1.093	-1.115	-1.115
1 L9		-1.329	-1.294	-1.328	-1.329

Tabella 4.4: Effetto del numero di nodi per elemento su u_z per vari modelli trave e confronto con i dati di riferimento (REF). $L/h = 10$.

Dalle tabelle si evince come l'utilizzo di un numero maggiore di nodi per elemento comporti un risultato più accurato, in quanto i valori ottenuti con i B4 sono sempre i più vicini a quelli di riferimento. Tuttavia, anche con l'utilizzo dei B4, la corrispondenza con il risultato della linea elastica avviene solo per alcuni modelli trave. Nel caso $L/h = 100$, ad esempio, ciò avviene solo per EBBT, TBT e per l'ordine 1 dell'espansione di Taylor, con i restanti modelli maggiormente corrispondenti all'aumentare del numero di elementi. Ciò comunque non è un problema da ricondurre alla CUF, dato che lo stesso comportamento è riscontrabile anche nei dati di riferimento. Similmente, nel caso di una trave più tozza ($L/h = 10$), gli elementi B4 portano le analisi a convergere ai valori di riferimento, con una corrispondenza stavolta maggiore in termini di valore calcolato con la linea elastica, sebbene non propriamente perfetta. In più, in questo caso i risultati relativi agli elementi B2 e B3, seppur poco accurati, risultano nettamente migliori dei corrispettivi relativi alla trave più allungata. In questo senso, quindi, la CUF risulta maggiormente corretta nel caso di travi tozze. A ciò è ricollegabile anche il concetto di *shear locking*, un

fenomeno per il quale gli elementi utilizzati nelle analisi numeriche agli elementi finiti non sono in grado di stimare correttamente le deformazioni, sottostimandole nettamente [22]. Ciò avviene soprattutto nel caso di travi molto allungate caratterizzate da pochi elementi e pochi nodi, come visibile ad esempio nel caso B2 della tabella 4.1. Lo shear locking è comunque un fenomeno che si presta a varie possibili correzioni, come ad esempio mostrato in Carrera e Brischetto [9, 10] o in Zienkiewicz et al. [34].

4.1.2 Analisi statica - Modello piastra

Si consideri ora una piastra quadrata di lato pari ad 1 metro e spessore h pari a 0.1 metri, come definita da Demasi et al. in [15]. Essa è costituita da due strati aventi lo stesso spessore ($h/2$) ma laminazione diversa. Il materiale, in effetti, è composito, con l'orientazione delle fibre posta pari a 0 e 90 gradi², rispettivamente per lo strato superiore (*Layer 2*) e per quello inferiore (*Layer 1*). Le proprietà meccaniche sono definite in tabella 4.5.

E_{11} [GPa]	E_{22}	E_{33}	G_{12} [GPa]	G_{13}	G_{23}	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}
137.9	8.96	8.96	7.1	7.1	6.21	0.3	0.3	0.49

Tabella 4.5: Proprietà meccaniche del materiale

La configurazione complessiva è mostrata in figura 4.2. La piastra è incastrata su tutti e quattro i lati ed è caricata verticalmente (lungo Z) da un carico distribuito P_z pari a -10 kN/m^2 . Lo spessore si sviluppa lungo Z , mentre l'origine degli assi è posta nel punto centrale della superficie media.

La mesh scelta per l'analisi è costituita da 10 elementi di tipo Q9 per ogni lato (100 elementi in totale), mentre per l'espansione si è optato per l'utilizzo di elementi cubici LE3, uno per ciascun layer.

La tabella 4.6 fornisce i valori delle tre componenti di spostamento nel punto $Q = (-0.25, -0.25)$, calcolati mediante l'applicazione della CUF, in funzione della coordinata adimensionalizzata di spessore $2z/h$, dove con z si indica la generica posizione lungo l'asse Z . Ovviamente, vale che $-h/2 \leq z \leq h/2$. La figura 4.3 mette in relazione i risultati indicati nella precedente tabella con gli andamenti di riferimento estrapolati da [15]. Come si può notare, i risultati ottenuti mediante la CUF sono assolutamente coerenti, a meno di piccole differenze dovute ad errori numerici. Anche gli andamenti di u_z , che sembrano differire, sono in realtà pressoché i medesimi, essendo la differenza dell'ordine di 10^{-7} metri.

Analogamente, la tabella 4.7 e la figura 4.4 pongono l'attenzione sui risultati relativi alle tensioni associate al punto Q , confrontandone l'andamento in funzione della posizione lungo lo spessore con quello definito in [15]. Ancora una volta, è possibile osservare una forte coerenza tra i dati.

²In senso orario rispetto all'asse X . N.B: nell'applicazione della CUF gli angoli sono da individuare in senso orario rispetto ad Y , perciò la laminazione diventa 0 per lo strato inferiore e 90 per quello superiore.

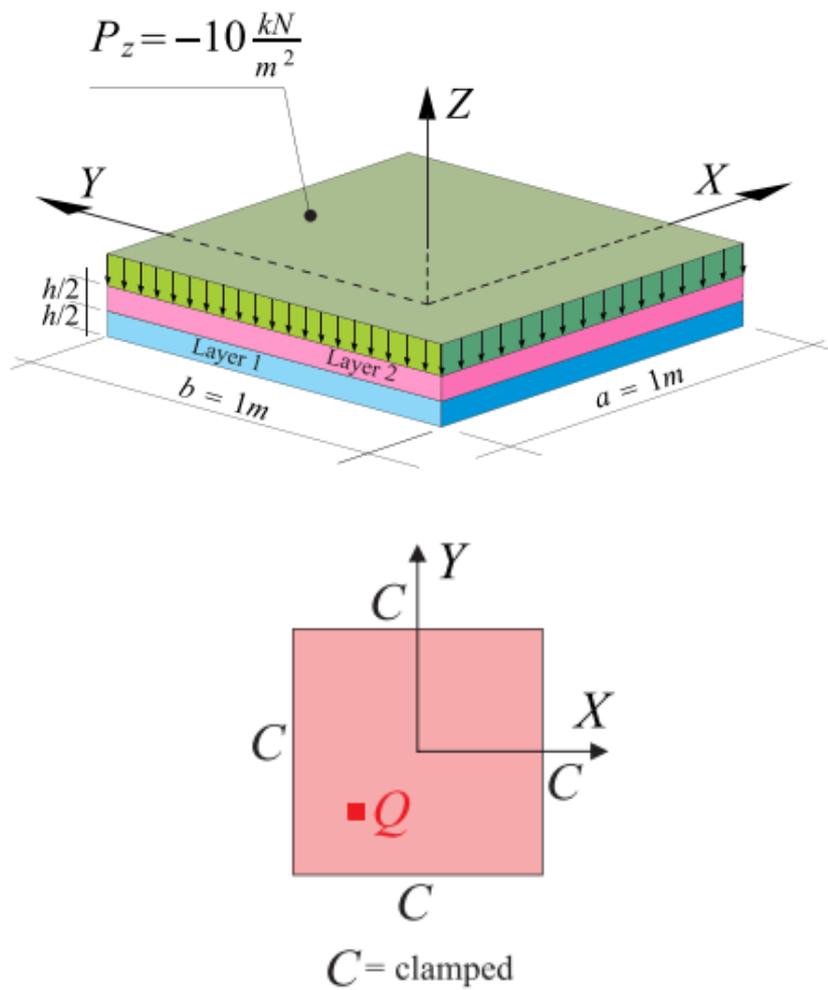


Figura 4.2: Configurazione di riferimento del modello piastra (immagini modificate da [15]).

$2z/h$	$u_x \times 10^7$ [m]	$u_y \times 10^7$ [m]	$u_z \times 10^7$ [m]
1	2.801	7.597	-28.856
0.8	1.470	6.196	-28.870
0.6	0.675	5.273	-28.867
0.4	-0.095	4.349	-28.855
0.2	-0.860	3.444	-28.835
0	-2.068	2.126	-28.797
-0.2	-3.450	0.854	-28.731
-0.4	-4.354	0.089	-28.680
-0.6	-5.278	-0.681	-28.622
-0.8	-6.672	-1.903	-28.519
-1	-7.601	-2.807	-28.438

Tabella 4.6: Componenti di spostamento nel punto Q lungo lo spessore della piastra. Mesh 10x10 costituita da elementi Q9. Espansione mediante elementi LE3.

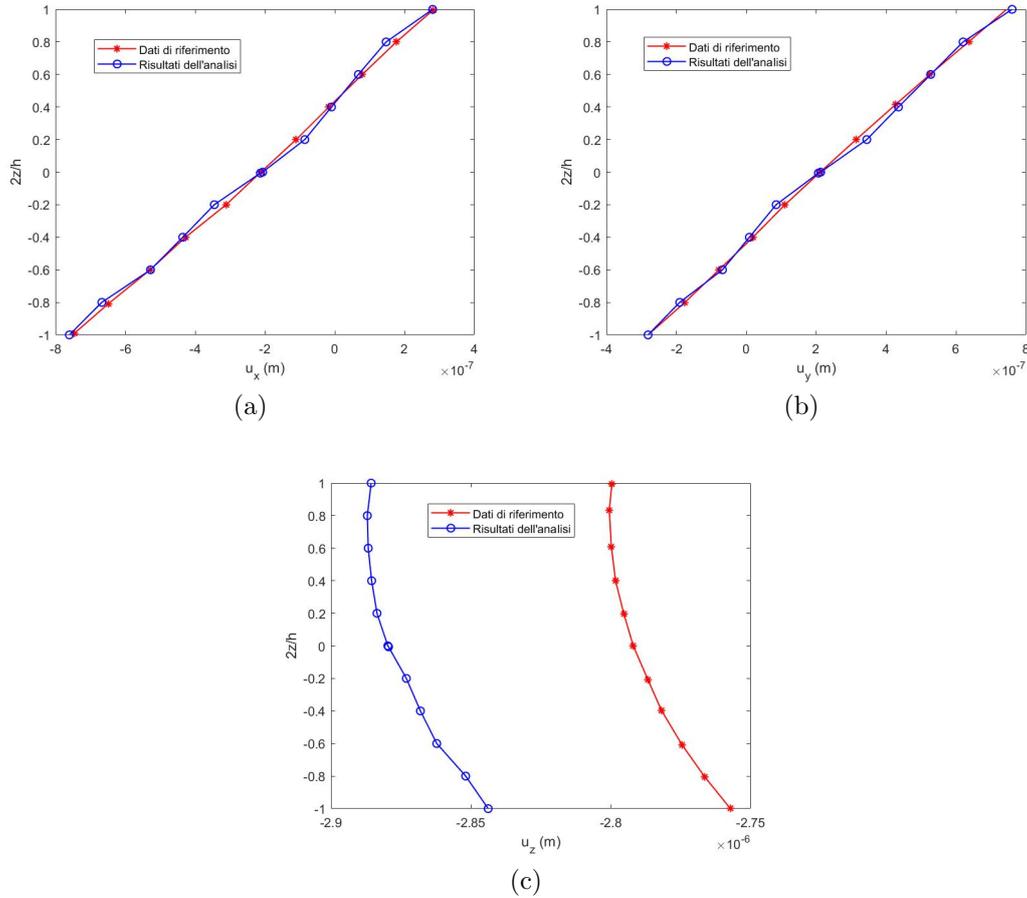


Figura 4.3: Andamento di u_x (a), u_y (b) e u_z (c) sulla base dei valori forniti in tabella 4.6 e confronto con i dati di riferimento [15].

$2z/h$	σ_{xx} [Pa]	σ_{yy} [Pa]	σ_{zz} [Pa]	σ_{zx} [Pa]	σ_{zy} [Pa]	σ_{xy} [Pa]
1	-86 974	-21 805	-10 492	299	82	31 313
0.8	-43 644	-17 196	-9 129	-11 126	-2 419	22 948
0.6	-22 966	-14 433	-8 364	-15 223	-3 822	17 763
0.4	-4 974	-11 736	-7 555	-16 469	-5 018	12 692
0.2	13 185	-9 026	-6 586	-14 833	-5 976	7 718
0	47 400	-4 672	-4 583	-7 251	-6 977	190
-0.006	-274	-51 295	-5 436	-6 958	-7 269	-193
-0.2	4 089	-17 183	-3 423	-5 960	-14 889	-7 721
-0.4	6 802	855	-2 451	-5 004	-16 535	-12 695
-0.6	9 501	18 713	-1 641	-3 812	-15 286	-17 766
-0.8	13 746	51 815	-459	-1 622	-8 002	-25 684
-1	16 880	82 478	490	82	300	-31 315

Tabella 4.7: Componenti delle tensioni, valutate in Pascal, associate agli spostamenti della tabella 4.6 e della figura 4.3. I valori sono stati approssimati all'ultima cifra intera.

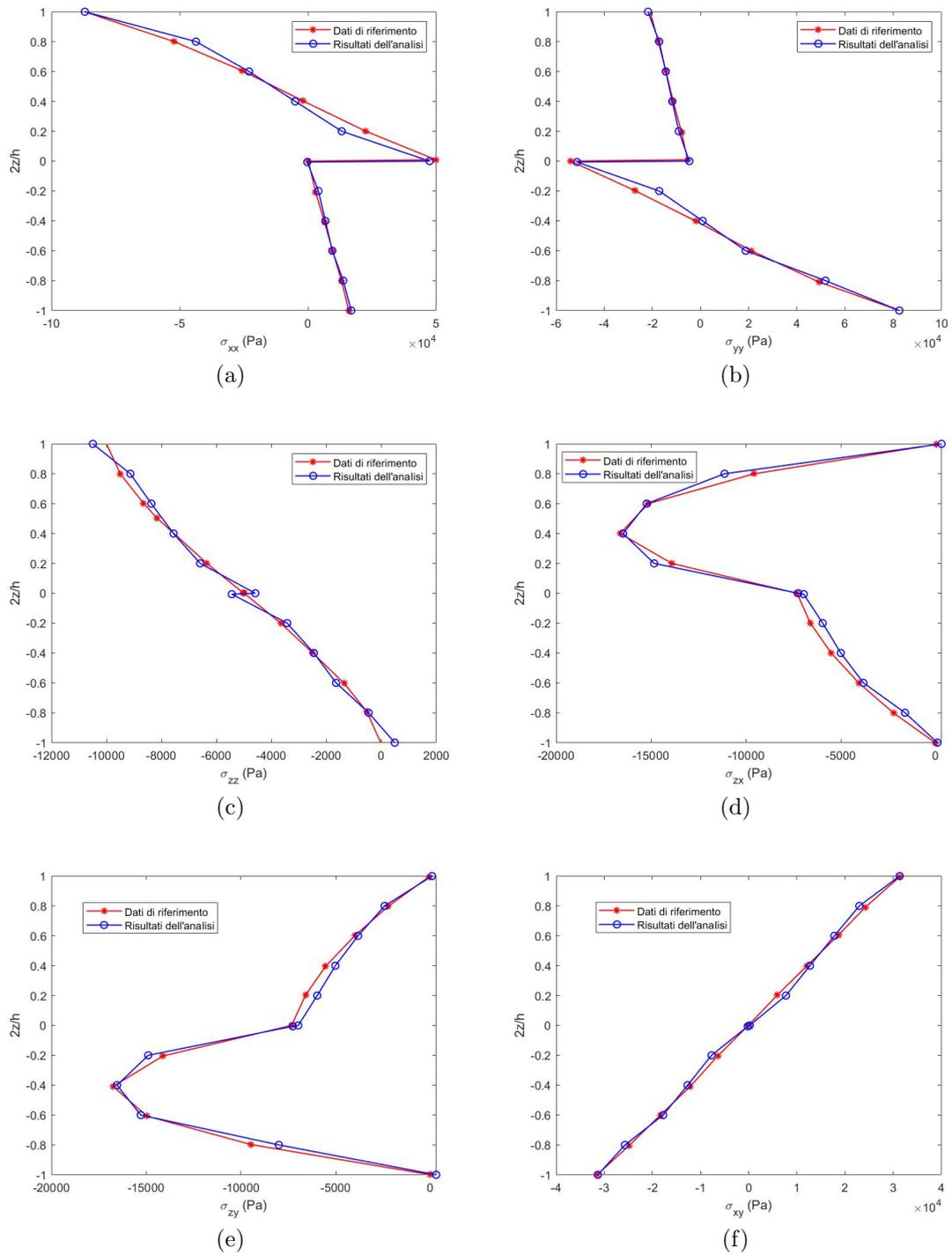


Figura 4.4: Andamento della σ_{xx} (a), σ_{yy} (b), σ_{zz} (c), σ_{zx} (d), σ_{zy} (e) e σ_{xy} (f) sulla base dei valori in tabella 4.4 e confronto con i dati di riferimento [15].

4.1.3 Analisi delle vibrazioni libere - Trave, piastra e ibridi

Si consideri la struttura rappresentata in figura 4.5a, definita da Carrera e Zappino in [12]. Si tratta di una trave di lunghezza $h = 3$ m, il cui asse si sviluppa lungo y e la cui sezione è rettangolare, con $a = 0.1$ m e $b = 0.2$ m. La struttura non è vincolata e non è sottoposta a carichi esterni. Il materiale è isotropo, con $E = 71.7$ GPa, $\nu = 0.3$ e $\rho = 2700$ kg/m³.

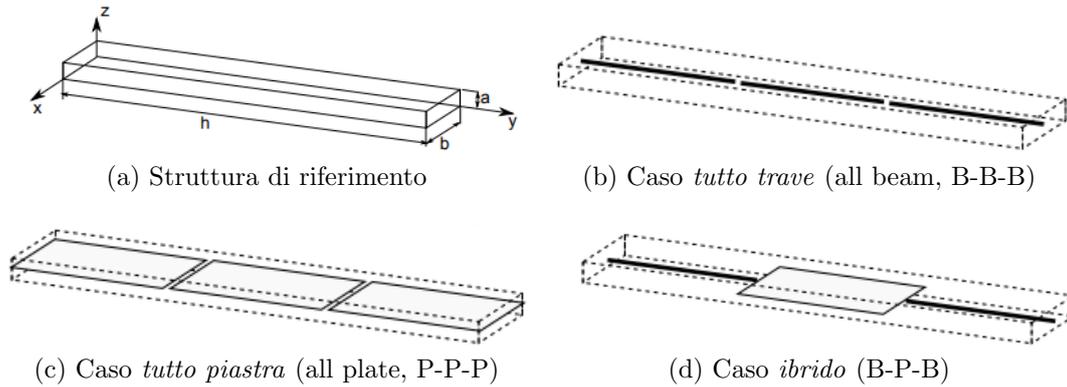


Figura 4.5: Struttura di riferimento e modelli utilizzati. Immagini ricavate da [12].

L'analisi verte sulla valutazione dei modi di vibrare e le relative frequenze della struttura in esame quando questa è modellata utilizzando solo modelli trave, solo modelli piastra o combinazioni dei due (casi ibridi). Questi ultimi, in particolare, costituiscono una base per l'analisi di strutture più complesse. Nelle figure 4.5b, 4.5c e 4.5d sono rappresentate le configurazioni considerate in questa analisi. La struttura è stata divisa in tre porzioni, a ciascuna delle quali è stato assegnato un modello, B se trave, P se piastra.

Modello	1 ^a flessionale (x)	1 ^a flessionale (z)	1 ^a torsionale
Valori di riferimento			
EBBT	58.7	117.4	394.9
B-B-B	58.6	116.0	426.5
P-P-P	58.4	115.7	429.4
B-P-B	58.5	115.9	428.2
Analisi CUF			
B-B-B	62.0	121.1	426.6
P-P-P	62.0	121.1	426.6
B-P-B	62.0	121.1	426.6

Tabella 4.8: Principali frequenze naturali della struttura (Hz) al variare del modello utilizzato e confronto con i dati di riferimento [12]. Con B si intendono gli elementi trave (beam) e con P quelli piastra (plate).

In tabella 4.8 sono riportati i valori delle frequenze dei primi modi flessionali rispetto x e z e torsionale ottenuti mediante l'analisi CUF per i tre casi considerati. I

dati sono confrontati con quelli ottenuti da Carrera e Zappino [12]. La mesh è costituita da un elemento B3 (3 nodi) per ogni porzione modellata come trave e da un elemento Q9 per ogni porzione modellata come piastra. Nel primo caso l'espansione è operata mediante un elemento Q9, nel secondo mediante l'utilizzo di un solo elemento quadratico LE2 (3 nodi). Questa scelta deriva anche dalla necessità di far coincidere i nodi della mesh all'interfaccia tra gli elementi trave e quelli piastra nel caso ibrido. I valori ottenuti sono conformi a quelli di riferimento, con piccole differenze dovute ad errori numerici legati al risolutore. Un aumento del numero di nodi o del numero di elementi utilizzati porterebbe con buona certezza a risultati maggiormente coerenti.

In figura 4.6 sono invece rappresentati i tre modi propri di vibrare della struttura, ottenuti mediante l'ausilio di *ParaView*. Essi sono i medesimi sia che si utilizzino casi *all beam* ed *all plate* sia che si sfruttino le configurazioni ibride. Le deformazioni mostrate in figura non sono rappresentative della realtà e sono state accentuate per evidenziare il comportamento della struttura.

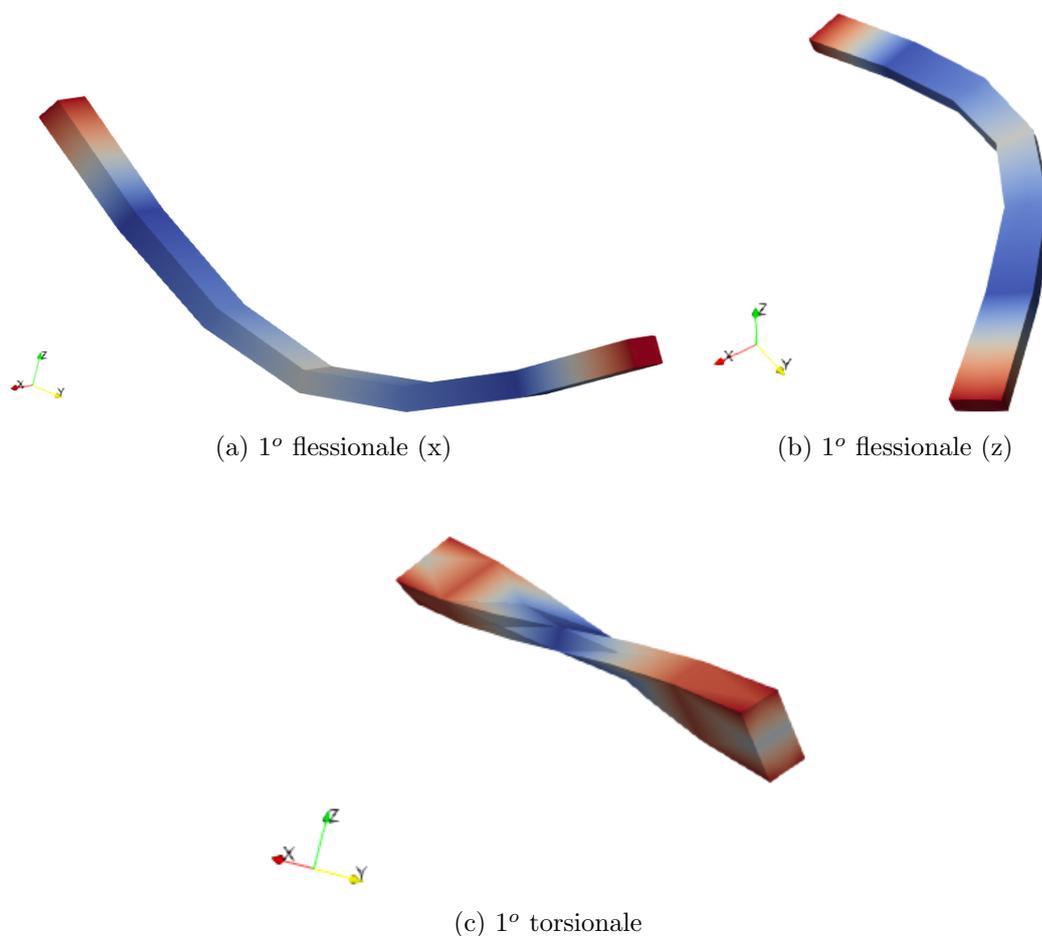


Figura 4.6: Principali modi di vibrare della struttura ottenuti mediante analisi CUF. La loro forma *non* cambia a seconda che si tratti di B-B-B, P-P-P o B-P-B. La scala *non* è indicativa dell'effettiva deformazione.

4.1.4 Analisi aeroelastica - Struttura isotropa

Si consideri la piastra in figura 4.7. Si tratta di una piastra isotropa, il cui materiale vede definite le sue proprietà in tabella 4.9. La lunghezza L è pari a 0.305 metri, la corda c è pari a 0.076 metri e lo spessore t è pari a 0.001 metri. L'asse y coincide con il bordo di attacco della struttura, l'asse x ha verso concorde con la velocità V del flusso e l'origine degli assi è posto a metà dello spessore. La struttura è incastrata sul piano $y = 0$ e non sono presenti carichi esterni.

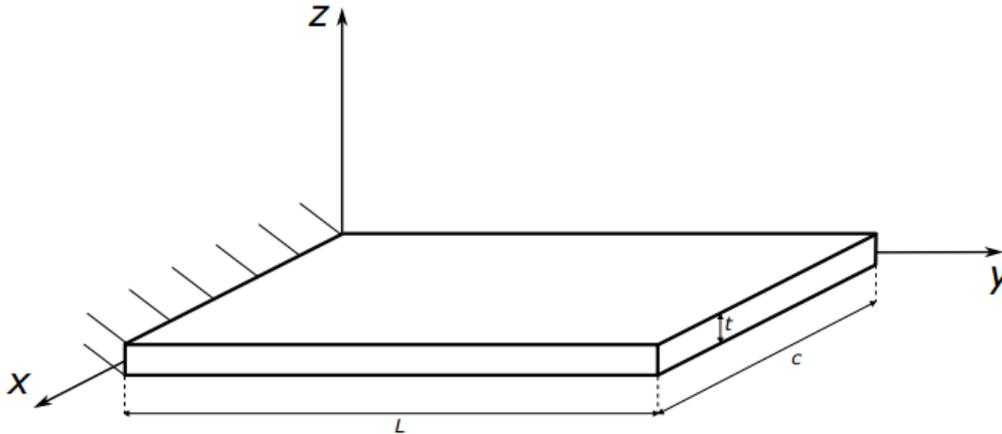


Figura 4.7: Dimensioni della piastra e sistema di riferimento come definita in [30].

E [GPa]	G [GPa]	ν	ρ [kg/m^3]
73.8	27.6	0.33	2768

Tabella 4.9: Proprietà meccaniche del materiale isotropo. Il coefficiente di Poisson è stato calcolato mediante la formula $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$.

La struttura è stata modellata mediante elementi trave, con la mesh strutturale costituita da 20 elementi B4. La sezione è ottenuta mediante l'utilizzo di un elemento Q9. Il tipo di espansione e il relativo ordine, nonché la mesh aerodinamica sono oggetto dell'analisi e verranno variati di conseguenza. Di seguito si effettuerà l'analisi delle vibrazioni libere della struttura, importante ai fini delle analisi aeroelastiche, in quanto permette di individuare l'ordine di espansione migliore, nonché i modi propri di vibrare della struttura che entreranno in gioco nel flutter. Successivamente si procederà con le analisi aeroelastica dinamica (flutter) e aeroelastica statica.

Analisi dinamica

In tabella 4.10 sono riportate le frequenze associate ai modi propri di vibrare della struttura al variare del modello e dell'ordine di espansione, come calcolate da Santori in [30] e mediante l'analisi CUF. Si può notare una sostanziale coerenza tra i risultati ottenuti e i dati di riferimento, nonché la maggiore precisione degli ordini di espansione superiori. Nelle analisi successive, in particolare, si considererà sempre

un modello TE4. Per quest'ultimo in tabella sono anche indicate le tipologie di modo, anch'esse identiche ai risultati di riferimento.

Modo	TE1	TE2	TE3	TE4	1LE9	Tipo (TE4)
Riferimento						
1	8.970	9.517	9.185	9.175	9.181	1 ^a flessionale (x)
2	56.189	59.535	57.401	57.362	57.390	2 ^a flessionale (x)
3	157.320	73.815	72.998	72.980	73.005	1 ^a torsionale
4	308.252	167.112	161.280	161.161	161.249	3 ^a flessionale (x)
5	509.492	230.625	225.993	225.821	226.054	2 ^a torsionale
6	653.557	327.693	317.840	317.508	317.731	4 ^a flessionale (x)
7	760.965	413.118	398.846	398.144	399.016	3 ^a torsionale
8	1062.628	541.806	528.107	527.376	527.813	5 ^a flessionale (x)
9	1414.436	657.253	601.848	600.131	602.188	4 ^a torsionale
10	2268.340	634.007	654.050	653.612	657.248	1 ^a flessionale (z)
Analisi CUF						
1	8.966	9.492	9.175	9.166	9.171	1 ^a flessionale (x)
2	56.189	59.384	57.346	57.310	57.336	2 ^a flessionale (x)
3	157.321	73.908	73.158	73.140	73.164	1 ^a torsionale
4	308.253	166.668	161.104	160.994	161.078	3 ^a flessionale (x)
5	509.493	230.674	226.425	226.255	226.480	2 ^a torsionale
6	653.657	326.808	317.416	317.111	317.322	4 ^a flessionale (x)
7	760.967	412.511	399.420	398.736	399.577	3 ^a torsionale
8	1062.631	540.335	527.277	526.609	527.023	5 ^a flessionale (x)
9	1414.441	657.685	602.382	600.717	602.698	4 ^a torsionale
10	1816.357	631.884	653.986	653.568	657.180	1 ^a flessionale (z)

Tabella 4.10: Frequenze naturali [Hz] associate ai primi 10 modi di vibrare della struttura al variare dell'ordine di espansione utilizzato e confronto con i dati di riferimento [30]. Per il caso TE4 è indicato anche il tipo di modo.

Analisi aeroelastica statica

Una griglia di 50 punti (9 intervalli lungo y e 4 lungo x), necessaria per raccordare le mesh aerodinamica e strutturale, è sfruttata per ottenere risultati in termini statici, associati al fenomeno della divergenza e alla rotazione all'estremo libero della struttura. Nel caso specifico, la presenza di 5 punti per ogni sezione a y fissato, sui quali sono valutate le componenti di spostamento, permette di usare le componenti verticali associate ai punti 46 e 50, secondo la metodologia definita in figura 4.8. Ne consegue che

$$\theta = \arctan \left(\frac{w_{50} - w_{46}}{c} \right).$$

Il segno dell'angolo di rotazione è relativo alla variazione di incidenza conseguente: θ è definito negativo quando rende l'incidenza sempre più negativa o semplicemente la riduce.

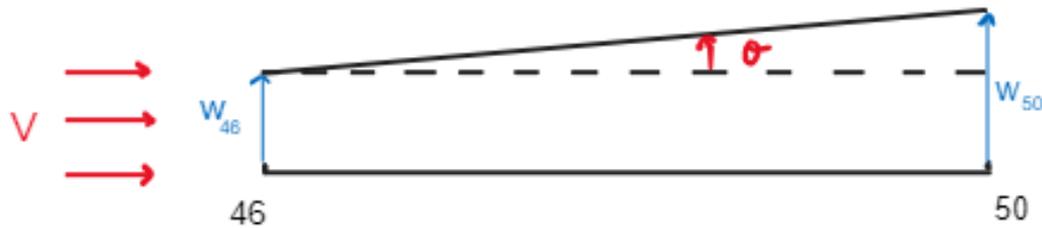


Figura 4.8: Convenzione sul calcolo della rotazione al bordo di attacco. In questo caso il θ è considerato negativo.

$\alpha = 1^\circ$			
V [m/s]	w_{46} [mm]	w_{50} [mm]	θ [°]
Riferimento			
10	0.7250	0.6953	0.023
30	7.698	7.388	0.238
50	31.96	30.71	0.956
70	186.6	179.7	5.266
78	1831	1765	41.300
80	-2547	-2457	-50.493
90	-256.0	-247.3	-6.651
Analisi CUF			
10	0.7296	0.7001	0.022
30	7.737	7.429	0.232
50	32.02	30.79	0.929
70	185.6	178.8	5.097
78	1741	1679	39.154
80	-2726	-2630	-51.678
90	-256.3	-247.7	-6.508

Tabella 4.11: Valori dello spostamento lungo z e della rotazione al tip e confronto con i dati di riferimento [30] al variare della velocità. In entrambi i casi si è utilizzato un modello TE4 e una mesh aerodinamica 30x8.

In tabella 4.11 sono riportati i valori degli spostamenti verticali nei punti 46 e 50 e i relativi angoli di rotazione, al variare della velocità della corrente. L'incidenza è stata fissata a 1° . Si nota un aumento dei valori in concomitanza dell'aumento della velocità. Valori molto alti degli spostamenti e delle rotazioni al tip, nonché i cambi di segno, sono indicativi del fenomeno della divergenza.

In tabella 4.12, invece, è riportato l'effetto dell'incidenza sugli spostamenti e sulla rotazione al tip. La velocità è stata fissata a 50 m/s. È importante notare come all'aumentare dell'incidenza, aumenta anche la deformazione, fino ad arrivare ad una condizione di divergenza. È altresì fondamentale notare come l'incidenza massima considerata, che porta alla divergenza, è solo la metà di quella massima consentita dal regolamento FIA. È quindi necessario scegliere accuratamente la configurazione dell'ala anteriore, soprattutto in termini di geometria e materiale. Ciò si applica an-

che all'influenza della velocità, dato che 90 m/s è un valore facilmente raggiungibile da una vettura di Formula 1 e non può quindi portare ad un'instabilità.

V = 50 m/s			
α [°]	w_{46} [mm]	w_{50} [mm]	θ [°]
3	96.10	92.40	2.787
5	160.2	154.0	4.638
8	256.3	246.4	7.396
10	320.3	308.0	9.216
15	480.5	462.0	13.68

Tabella 4.12: Valori dello spostamento lungo z e della rotazione al tip al variare dell'incidenza. In entrambi i casi si è utilizzato un modello TE4 e una mesh aerodinamica 30x8.

Analisi di flutter

Fermo restando l'utilizzo di un modello TE4 per l'espansione, è possibile procedere con le analisi aeroelastiche. In tabella 4.13 sono riportati i valori delle frequenze e delle velocità di flutter al variare della mesh aerodinamica utilizzata. La velocità è stata fatta variare da 2 a 120 m/s. Per la parte strutturale è stato utilizzato *Mul2*, mentre con *Nastran* è stata gestita la parte aerodinamica. La mesh di punti necessari per il raccordo mediante spline è costituita dagli stessi 50 punti del caso statico. I dati associati all'analisi CUF risultano ancora una volta coerenti con i dati ricavati in letteratura. Per ogni mesh, il primo valore indica il numero di pannelli lungo y, il secondo il numero lungo x. In figura 4.9 sono rappresentati i valori della parte reale, associata allo smorzamento, e immaginaria, associata alla frequenza, degli autovalori al variare della velocità per una mesh aerodinamica 30x8 (la più precisa tra quelle considerate). E' da grafici come questo che è possibile individuare, mediante interpolazione, i valori delle frequenze e delle velocità presentate in tabella. Si può notare come il modo che va in flutter è il secondo. Quest'ultimo è visibile in figura 4.10, in cui è possibile individuare la classica instabilità flesso-torsionale tipica del flutter.

Pannellatura	6x3	10x4	15x4	30x8
Riferimento				
Frequenza [Hz]	43.98	41.68	40.93	39.41
Velocità [m/s]	63.03	65.46	66.48	67.92
Analisi CUF				
Frequenza [Hz]	43.99	41.71	40.91	39.45
Velocità [m/s]	63.22	65.63	66.68	68.07

Tabella 4.13: Frequenze e velocità di flutter al variare della pannellatura aerodinamica per il caso TE4 e confronto con i dati di riferimento ottenuti mediante un modello 4LE9 [30]. Densità di riferimento posta pari a 1.225 kg/m^3 .

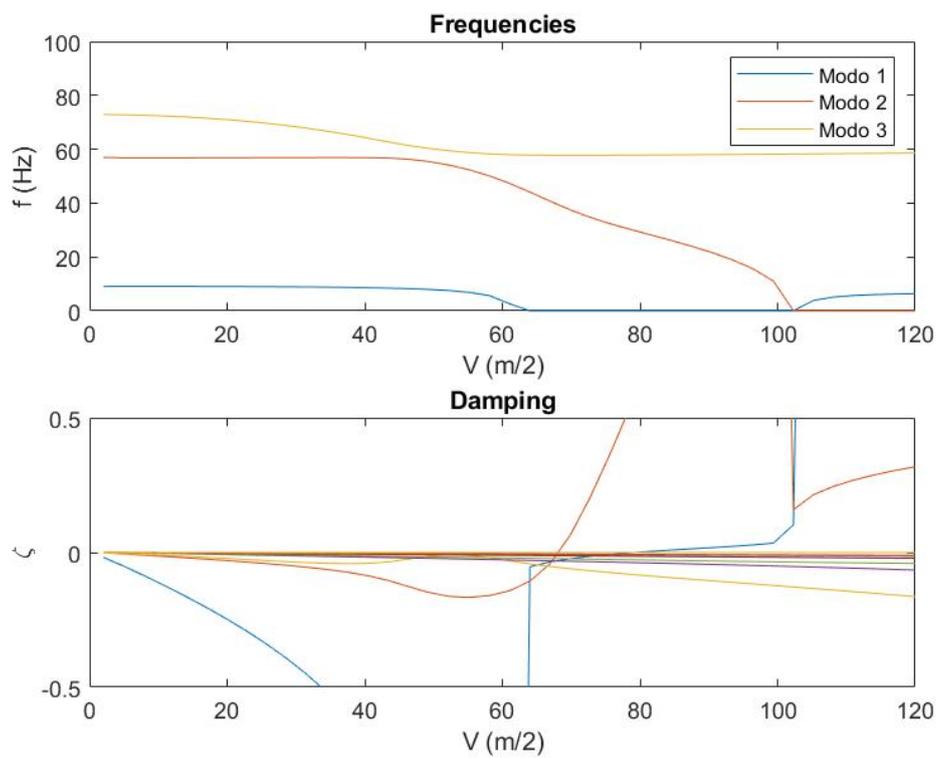


Figura 4.9: Andamenti della frequenza e del coefficiente di smorzamento al variare della velocità per il caso 30x8. Si può notare, oltre al flutter del modo 2, anche la divergenza del modo 1, la cui parte reale diventa positiva e la cui frequenza si annulla.

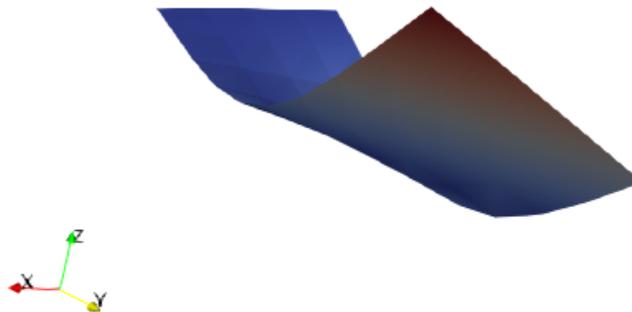


Figura 4.10: Rappresentazione del modo di flutter. Si può notare la sua natura flessor-torsionale.

4.2 Modello di un'ala anteriore di Formula Uno

In questa parte dell'elaborato si sfruttano le conoscenze mutuate dall'analisi del regolamento tecnico e dalle applicazioni della *Carrera Unified Formulation*, per sviluppare il procedimento logico, le considerazioni e le analisi propedeutiche alla determinazione del modello finale dell'ala anteriore. Quest'ultimo è successivamente analizzato sulla base degli obiettivi della presente tesi.

Il regolamento tecnico permette, fra le altre cose, di risalire alle dimensioni di massima dei vari elementi che costituiscono l'ala anteriore. Per ragioni di simmetria è analizzata solo una semiala, mentre per semplicità, verrà inizialmente considerato solo un elemento: come già discusso, la presenza di uno o più flap comporta la necessità di tenere conto della presenza di accoppiamento strutturale tra le varie parti, nonché dell'insorgere di interazioni aeroelastiche.

Dalla figura 3.15 è possibile notare delle caratteristiche comuni, sempre e comunque valide. Una di queste è l'angolo di freccia della struttura, ricavabile da semplici considerazioni geometriche:

$$\Lambda \simeq 21^\circ.$$

L'altra caratteristica è la lunghezza L . Se si sceglie di trascurare la freccia e quindi basare i ragionamenti sul modello di figura 3.6, allora risulta $L_{\Lambda=0} = 900 \text{ mm}$. Se però si tiene conto della freccia, il valore in questione viene aumentato con un fattore $(\cos\Lambda)^{-1}$. Di conseguenza, si può concludere che:

$$L = \frac{L_{\Lambda=0}}{\cos\Lambda} = 964 \text{ mm}.$$

Diverso è il discorso per le restanti dimensioni. Il valore della corda dell'elemento, ad esempio, è arbitrario e dipende anche dalle dimensioni dei flap, nonché dalla percentuale di overlap che si sceglie di utilizzare. Tuttavia considerare un modello semplice costituito da un unico elemento rende questa scelta esclusivamente legata a comodità di analisi. In questo caso, viene considerato un valore

$$c = 200 \text{ mm}$$

in modo che la struttura contenga al suo interno entrambi i punti di applicazione della forza associata alle prove statiche definite da normativa (figura 3.15).

Lo spessore, infine, non è facilmente individuabile, sebbene un valore indicativo sia fornito dal regolamento. Ciò è legato al fatto che quello spessore è associato all'intera struttura, la quale tuttavia non sarà considerata completamente "piena"³. Ciò impone una valutazione in termini di *rigidezza equivalente*, operata di seguito. La scelta del materiale e della sua configurazione sarà fatta di conseguenza.

Caratteristiche geometriche più complesse (raggio minimo di curvatura, profilo aerodinamico,...) verranno introdotte successivamente.

³Sia che si utilizzi un materiale isotropo, sia un composito, la limitazione è costituita dal peso della struttura. Date le densità e le dimensioni significative e poichè non si è a conoscenza dell'effettiva configurazione utilizzata dalle scuderie (totale libertà di scelta), è logico considerare una struttura a sandwich, con un cuore più leggero.

4.2.1 Valutazione della rigidezza equivalente

Come precedentemente detto, l'assenza di informazioni specifiche sulla configurazione strutturale in termini di materiale e di spessore del rivestimento esterno dell'ala⁴ impone un'analisi sulla rigidezza equivalente della struttura: due configurazioni, caricate allo stesso modo, aventi stessa lunghezza e stessa corda ma costituite da materiali diversi, si deformano allo stesso modo se le altre loro proprietà sono tali da rendere i due sistemi equivalenti. Nello specifico, i parametri di interesse sono il modulo di Young E e lo spessore t .

Si considera quindi una struttura rettangolare, come definita in figura 4.11, isotropa ed incastrata ad un estremo. Il materiale utilizzato è alluminio, avente $E = 73 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$ e $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$. I valori di L_{eq} e c_{eq} possono essere scelte a piacere ma è bene che rimangano coerenti con quelle che sono le dimensioni di massima ricavate dalla normativa (L e c). Inoltre, data la necessità di utilizzare la teoria della *linea elastica* per avere dei valori di riferimento che accertino la correttezza dell'analisi CUF, conviene fare in modo che i punti A e B di applicazione del carico F per la prova statica (figura 3.15) siano posizionati in corrispondenza del tip, così da poter applicare la semplice formula ([32]):

$$u_z = \frac{FL^3}{3EI},$$

dove I è il momento d'inerzia rispetto all'asse x ⁵.

Sulla base di ciò e trascurando la freccia, si considera:

$$c_{eq} = c = 200 \text{ mm}, \quad L_{eq} = 857 \text{ mm}.$$

È importante sottolineare come l'equivalenza è valida solo per una struttura reale che presenti gli stessi valori di corda e lunghezza. Delle dimensioni effettive se ne terrà conto in seguito.

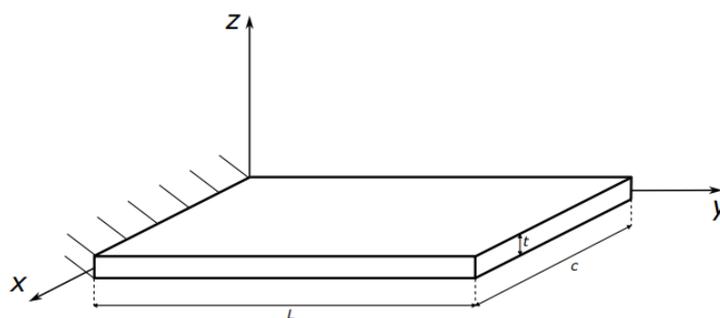


Figura 4.11: Struttura rettangolare di riferimento.

Poichè E è fissato, l'unico parametro libero è lo spessore t_{eq} . Effettuando un'analisi statica SOL 101 al variare dello spessore è possibile verificare in quali casi la deformazione rientra nel limite imposto dalla Federazione (20 mm).

⁴Il cuore non viene considerato come parte resistente.

⁵Si ricorda che, se x è un asse centrale, allora $I = \frac{ct^3}{12}$.

In prima analisi si procede con la prova statica associata al bodywork, che prevede una forza F pari a -1000 N applicata nel punto A o nel punto B (figura 3.15). Tuttavia, per avere risultati più generali e non dover scegliere, si è optato per distribuire la forza in egual misura sui nodi della mesh strutturale che definiscono la sezione al tip. In questo modo si ha una leggera sottostima della deformazione ma si è osservato da ulteriori analisi che i risultati non cambiano significativamente. Per il modello trave la mesh in questione è stata costruita mediante 50 elementi B4 lungo l'asse. La sezione è definita da un elemento Q9. Per il modello piastra, invece, si è optato per 3 elementi Q9 sulla superficie media e un elemento a tre nodi per lo spessore. In entrambi i casi il modello di espansione è il TE4. I risultati sono presentati in tabella 4.14 e figura 4.12.

t_{eq} [mm]	Linea elastica	Modello trave	Modello piastra
15	-51.09	-50.00	-47.19
17	-35.10	-34.32	-32.48
19	-25.14	-24.59	-23.31
21	-18.62	-18.22	-17.29
23	-14.17	-13.87	-13.19
25	-11.04	-10.81	-10.28
27	-8.76	-8.58	-8.17
29	-7.07	-6.93	-6.61

Tabella 4.14: Valori dello spostamento verticale u_z [mm] al variare dello spessore e confronto con i risultati della linea elastica per $F = -1000$ N.

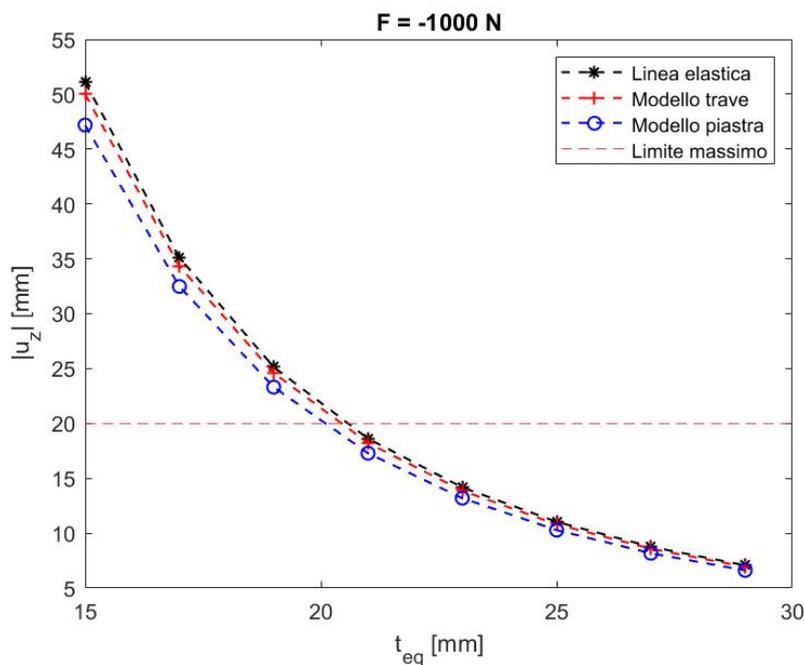


Figura 4.12: Andamento dello spostamento verticale, in modulo, al variare dello spessore in relazione al limite massimo stabilito dal regolamento.

I risultati associati alla prova statica sul bodywork sono utili e indicativi. Tuttavia è necessario notare come il limite di spostamento sia, per regolamento, relativo all'intera struttura, compresa di flap e di endplate. Ciò implica spostamenti complessivi minori, data l'interazione strutturale. Non si può perciò trascurare la prova statica associata ai flap, nella quale si applica un carico di -60 N sul bordo di fuga della struttura. Anche in questo caso, comunque, i risultati non sarebbero al 100% corretti, dato che l'elemento principale dell'ala anteriore non è propriamente un flap. È bene comunque analizzare anche questo caso, in modo da metterlo in relazione col precedente ed avere maggiori informazioni sulla base delle quali procedere.

t_{eq} [mm]	Linea elastica	Modello trave	Modello piastra
7	-30.17	-30.20	-28.22
9	-14.19	-14.22	-13.33
11	-7.77	-7.79	-7.32
13	-4.71	-4.72	-4.45
15	-3.07	-3.08	-2.90
17	-2.11	-2.11	-2.00
19	-1.51	-1.52	-1.43
21	-1.12	-1.12	-1.06

Tabella 4.15: Valori dello spostamento verticale u_z [mm] al variare dello spessore e confronto con i risultati della linea elastica per $F = -60$ N.

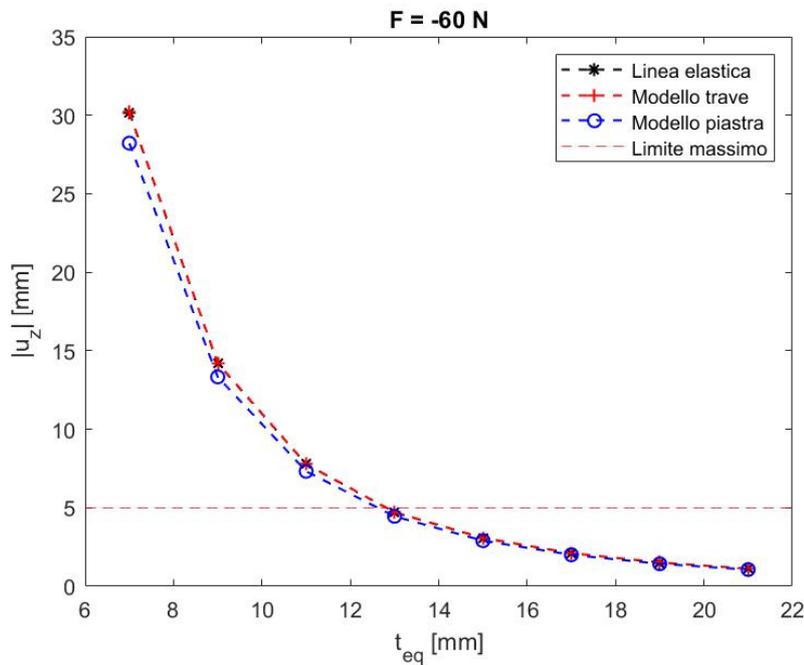


Figura 4.13: Andamento dello spostamento verticale, in modulo, al variare dello spessore in relazione al limite massimo stabilito dal regolamento.

In tabella 4.15 ed in figura 4.13 sono presentati i risultati dell'analisi. La forza è stata applicata direttamente al nodo sul bordo di fuga. Si noti, comunque, un altro

elemento interessante: aver scelto una corda pari a 200 mm implica che il punto A di applicazione dei -1000 N coincida con il bordo di fuga dell'elemento. Ciò costituisce un ulteriore elemento utile per trarre le adeguate conclusioni.

Dai due grafici è possibile estrapolare valori papabili dello spessore equivalente, che permettano di soddisfare entrambi i requisiti: è possibile scegliere, ad esempio, i valori

$$t_{eq} = [21, 23] \text{ mm.}$$

Fatto ciò si conosce il valore $E \cdot I$ dal quale, fissando il modulo di Young della struttura reale, si risale per formula inversa allo spessore t effettivo⁶.

	Caso A		Caso B	
t_{eq} [mm]	21	23	21	23
t [mm]	16	18	15	16
m [kg]	4.71	5.30	4.60	5.03

Tabella 4.16: Stima degli spessori e delle masse della semiala anteriore supposta, essere una piastra rettangolare, al variare del composito scelto. Caso A: Epossidica/carbonio HS, $E = 145 \text{ GPa}$, $\rho = 1.55 \text{ g/cm}^3$. Caso B: Epossidica/carbonio HM, $E = 207 \text{ GPa}$, $\rho = 1.63 \text{ g/cm}^3$.

Dai risultati riportati in tabella 4.16, si può notare l'effettiva diminuzione dello spessore necessario nel momento in cui si passa all'uso del composito. Tuttavia, non sono ancora valori accettabili, in quanto troppo elevati. I dati sulla massa, infatti, sebbene a prima vista possano sembrare conformi alla realtà, dove la massa di un'ala anteriore è di circa 10 kg ⁷, mostrano chiaramente un peso eccessivo della struttura, in quanto non sono stati ancora presi in considerazione gli altri flap, la presenza del cuore della struttura (avente comunque un peso) e gli altri elementi dell'ala, come ad esempio l'endplate. Inoltre in questo caso si sta considerando solo una semiala. Risulta perciò chiara la necessità di intraprendere altre strade.

4.2.2 Primo modello completo

Sebbene non utilizzabili, i risultati precedentemente ottenuti sono comunque utili come valori di riferimento per la costruzione del modello completo. La nuova strada che si è scelto di seguire è quella che prevede l'analisi statica dell'intera semiala, in modo da valutare l'effettiva deformazione sotto i carichi regolamentari in presenza dell'accoppiamento tra i vari elementi. Tralasciando il "fattore massa", si è scelto per semplicità di utilizzare in prima analisi un materiale isotropo, in modo da avere un confronto diretto con le analisi statiche effettuate sul singolo elemento.

⁶Trattandosi di una struttura a sandwich, lo spessore t è la somma degli spessori delle due flange in composito.

⁷<https://auto.everyeye.it/notizie/pesa-auto-formula-1-15-anni-peso-raddoppiato-640536.html>

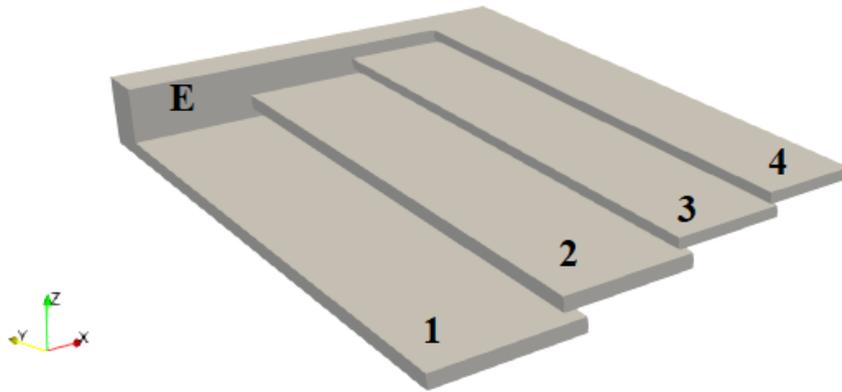


Figura 4.14: Primo modello completo. L'incastro è posizionato sulle estremità dove sono presenti i numeri. Con E è indicato l'endplate.

L [mm]	900			
Elemento	1	2	3	4
c [mm]	200	180	150	130
t [mm]	21	21	16	16
Elementi		1-2	2-3	3-4
Distanza (in z) [mm]		15	10	5
Overlap (in x) [mm]		30	20	10

Tabella 4.17: Dimensioni geometriche principali del modello.

In figura 4.14 e in tabella 4.17 sono riportati rispettivamente il modello costruito e le principali misure adottate. L'apertura L è stata presa pari a 900 mm, in quanto la freccia non viene considerata. L'elemento definito *endplate* non ha nulla a che vedere con l'omonimo definito nel regolamento, in quanto in questo caso è stato inserito esclusivamente per simulare l'accoppiamento strutturale dei vari elementi. Le sue dimensioni, perciò, non sono importanti in questa fase. La corda e lo spessore dell'elemento principale (1) sono state scelte sulla base degli studi precedentemente effettuati (figure 4.12 e 4.13), mentre per gli altri elementi si è optato per una riduzione graduale delle dimensioni, coerentemente con quanto avviene al vero, sempre rispettando il requisito di deformazione massima del singolo flap (60 N). Discorso simile per i valori delle distanze e delle sovrapposizioni tra i vari elementi. Il materiale utilizzato è il medesimo alluminio scelto nell'analisi della rigidità equivalente. La mesh strutturale è stata definita mediante l'utilizzo di elementi piastra, in particolare Q9, per ogni superficie media dei quattro elementi e di un unico B3 per lo spessore (uno per ogni elemento). Per l'endplate si è invece optato per il modello trave, con un B4 lungo l'asse e Q9 per la sezione. Il modello di espansione per entrambi i casi è LE, in quanto garantisce una maggiore precisione e una migliore coincidenza dei nodi. Il numero e l'estensione dei vari Q9 è dipeso sia dalla presenza degli overlap tra i vari elementi, sia dalla necessità di far coincidere i nodi estremi degli elementi con quelli dell'endplate. Sulla base di quanto detto, ogni elemento

presenta tre Q9 lungo Y e due Q9 lungo X, con questi ultimi di diversa dimensione, mentre l'espansione dell'endplate può essere visualizzata meglio in figura 4.15.

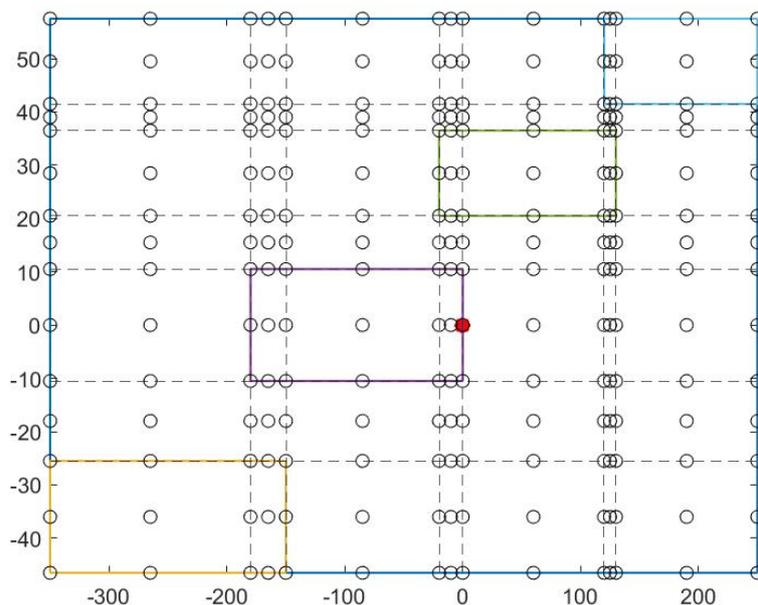


Figura 4.15: Mesh associata alla sezione dell'endplate. Ogni gruppo da 9 nodi delimitato dalla linea tratteggiata è un Q9. I rettangoli colorati rappresentano i vari elementi, mentre il punto rosso è indicativo della presenza del B4.

Una volta definito il modello completo, il passo successivo è quello di effettuare un'analisi statica, per valutare gli spostamenti della struttura. Sono state effettuate 6 diverse analisi, due con una forza di 1000 N nei punti A e B⁸ e quattro con una forza di 60 N su ognuno dei bordi di fuga dei flap, in corrispondenza di $Y = 750$ mm. A titolo di esempio, in figura 4.16 è riportata la deformazione relativa al carico di 1000 N nel punto B.



Figura 4.16: Struttura deformata sotto l'azione del carico di 1000 N. I colori e i valori numerici rappresentano l'entità dello spostamento (in metri).

⁸Dato che A e B sono definiti nel modello con freccia, sono stati presi punti equivalenti, rispettivamente a 242 mm e 42 mm dal bordo di fuga dell'elemento principale

Come si nota, lo spostamento massimo è pari a 3.5 mm, a fronte di un valore limite di 20 mm e di un valore ottenuto considerando il singolo elemento come una trave a sbalzo di circa 18 mm. Similmente, caricando la struttura nel punto A si ottiene uno spostamento massimo di 3 mm, mentre le prove statiche sui flap restituiscono valori attorno al decimo di millimetro, a fronte di un limite pari a 5 mm.

Questi risultati dimostrano che la struttura così costituita è sovradimensionata, in quanto spessori notevolmente minori permetterebbero di rimanere entro i limiti del regolamento. Ciò è dovuto alla presenza dell'accoppiamento strutturale, che conferisce al modello una rigidità molto maggiore rispetto al caso "a sbalzo". Tutte le analisi fin qui effettuate, perciò, permettono di avere una maggiore libertà di scelta in termini di spessori del composito, svincolando il tutto dalla rigidità equivalente e dalla linea elastica.

4.2.3 Modello finale

Il passaggio finale per l'ottenimento del modello definitivo con il quale operare lo studio oggetto di questa tesi è quello di modificare la struttura precedentemente costruita, "limando" gli ultimi dettagli. Le analisi effettuate, infatti, offrono la possibilità di sostituire il materiale isotropo con una configurazione di tipo *sandwich* senza la necessità di dover modificare la geometria globale, ad eccezione di alcuni aggiustamenti basati su specifiche necessità. In particolare:

- lo spessore dell'endplate è stato ridotto da 75 a 10 millimetri, in modo da limitarne gli effetti sul comportamento dinamico della struttura;
- le dimensioni complessive dei vari elementi sono state lasciate immutate, tranne che nel caso dell'elemento 4, il cui spessore è stato ridotto a 14 millimetri. Il motivo di ciò è legato al profilo alare scelto e verrà approfondito in seguito;
- gli overlap tra i vari elementi sono stati mantenuti invariati, a differenza delle distanze lungo z; in effetti, è necessario considerare che i requisiti di distanza minima devono essere rispettati anche quando le incidenze non sono nulle. Anche questo aspetto verrà analizzato di seguito.

Le restanti dimensioni sono state lasciate uguali a quelle riportate in tabella 4.17. Infine, è stata implementata una configurazione di tipo *sandwich* costituita da sei strati di composito (resina epossidica/fibre di carbonio) simmetricamente disposti rispetto al cuore, costituito da LDPE (*Low Density Polyethylene*). Quest'ultimo è stato considerato per la sua bassa densità e in quanto il regolamento permette una scelta totalmente arbitraria sul tipo di materiale da utilizzare per il cuore. In figura 4.17 è possibile visionare la schematizzazione di quanto detto. Nelle tabelle 4.18 e 4.19, invece, sono riportate le principali proprietà meccaniche dei due materiali. L'estensione delle porzioni di composito (1.5 millimetri ciascuna) è stata scelta arbitrariamente soprattutto sulla base di osservazioni di immagini di ali reali (ordini di grandezza) e su considerazioni riguardanti la massa della struttura. Come già detto, una semiala si attesta sui 5 kg circa. Tuttavia, in questo caso non è possibile raggiungere l'alto livello di ottimizzazione delle forme e del peso tipico dei casi

reali⁹. Ciò implica una sovrastima della massa finale, mantenuta attorno agli 11 kg finali (escluso l'endplate). Il valore di 1.5 mm è lo stesso per tutti gli elementi, perciò lo spessore di LDPE tende a ridursi man mano che lo spessore dell'elemento diminuisce. Per coerenza, anche l'endplate segue la stessa logica, con però l'asse Z in figura sostituito con l'asse Y. In questo caso ogni porzione di composito è spesso 1 mm. Si tenga comunque sempre presente che l'endplate ha il solo scopo di conferire l'accoppiamento strutturale ai vari elementi, perciò il tipo di laminazione non costituisce un'informazione fondamentale.

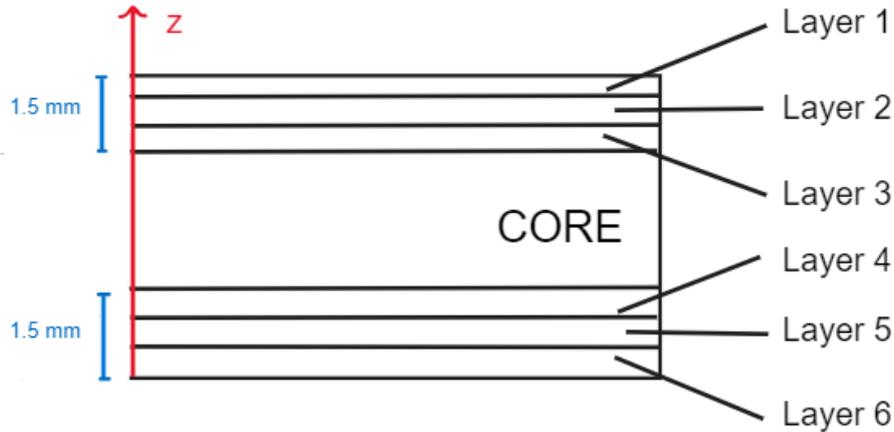


Figura 4.17: Schema riassuntivo della struttura sandwich utilizzata. Ogni layer è caratterizzato da una precisa orientazione delle fibre, la quale sarà cambiata di volta in volta per analizzare più casistiche (tailoring).

E [MPa]	ν	ρ [kg/m ³]
250	0.46	900

Tabella 4.18: Proprietà meccaniche dell'LDPE.

E_{11} [GPa]	$E_{22} = E_{33}$	$\nu_{12} = \nu_{13}$	ν_{23}	$G_{12} = G_{13}$ [GPa]	G_{23}	ρ [kg/m ³]
145	11.4	0.32	0.435	5.17	3.98	1550

Tabella 4.19: Proprietà meccaniche del composito.

Profilo alare e incidenze

Per le analisi strutturali, la necessità di avere un modello semplice ha portato ad approssimare i profili alari con delle piastre a sezione rettangolare. Tuttavia, la natura aeroelastica e aerodinamica dello studio e la volontà di avere a disposizione un metro di paragone tra le varie casistiche che vada al di là del semplice confronto delle deformazioni, impongono la scelta di un profilo (valutazione dei coefficienti di

⁹Si deve considerare, ad esempio, che in questo caso si stanno approssimando dei profili alari con delle piastre rettangolari e si stanno trascurando elementi come la rastremazione della struttura.

portanza e resistenza, polari, etc). Inoltre, la scelta delle dimensioni globali della struttura, come già detto, è anche basata sullo spessore massimo del profilo (rispetto dei requisiti dettati dal regolamento) e sulle incidenze di progetto.

Come per la maggior parte delle caratteristiche della struttura, anche la scelta del tipo di profilo è arbitraria. Castro [14], ad esempio, utilizza nell'ambito della sua analisi un s1210, con spessore massimo pari al 12% della corda, mentre Bang et al. [3] optano per un NASA/Langley LS(1)-0417, con spessore massimo pari al 17% della corda. Nel caso in esame, per semplicità, si è scelto di utilizzare un NACA a 4 cifre, in modo da facilitare la successiva analisi con xfoil. Uno dei requisiti geometrici prevede uno spessore massimo di almeno 25 mm per i primi due elementi (1 e 2) e perciò, data la loro corda, è necessario un NACA con uno spessore massimo pari ad almeno il 14% della corda stessa. Per questo motivo si è optato per un NACA 2414. In figura 4.18 viene chiarita meglio la relazione che intercorre tra il profilo alare e le sezioni degli elementi. Sempre in virtù di questa coerenza, lo spessore dell'elemento 4 è stato, come già detto, ridotto da 16 a 14 millimetri. È interessante notare come non sia stato necessario modificare gli spessori dei primi tre elementi, in quanto perfettamente sovrapponibili ai relativi profili alari. Ciò implica una sostanziale correttezza delle valutazioni fatte in precedenza, volte all'individuazione delle dimensioni di massima della struttura.

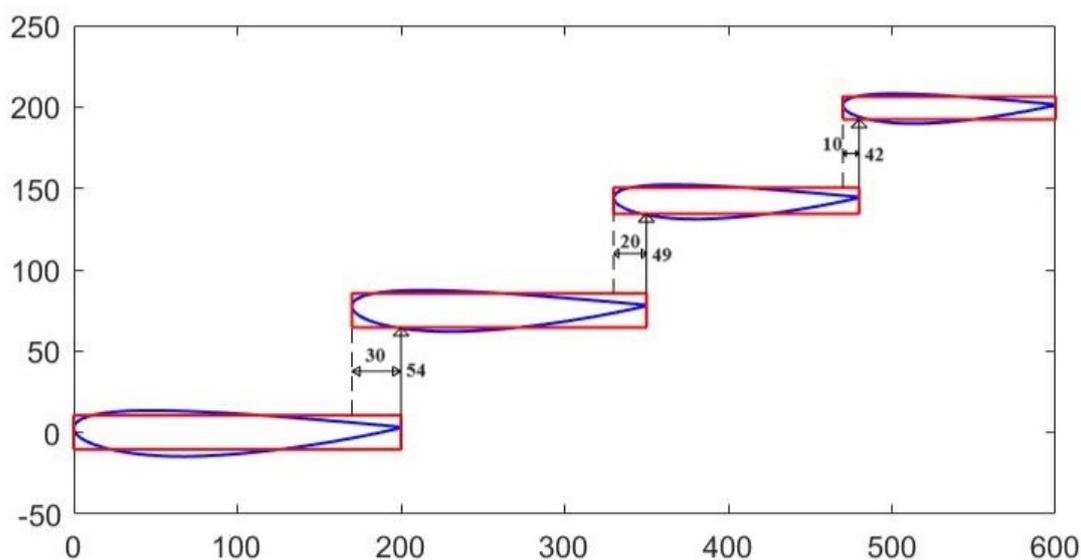


Figura 4.18: Sovrapposizione tra i profili e le sezioni rettangolari e valori, in millimetri, delle distanze e degli overlap tra i vari elementi.

Dalla figura 4.18 è possibile verificare anche i valori degli overlap, rimasti invariati rispetto al modello precedente, e le nuove distanze tra i vari elementi. I valori di queste ultime, presenti in tabella 4.17, erano stati scelti sulla base dei requisiti geometrici dettati dal regolamento, senza però tenere conto delle incidenze dei vari elementi. Per ovviare a ciò, tenendo anche conto del fatto che Nastran permette di effettuare analisi con un solo valore di incidenza per volta (tutti gli elementi devono sempre avere lo stesso valore di α), si è fatto in modo che il requisito minimo di 5 mm fosse rispettato quando gli elementi sono in condizioni di incidenza massima,

ossia inclinati di 14° visto lo stallo che per un NACA 2414 si osserva nell'intorno dei 16° . Si ricordi che, data la configurazione deportante dei profili (come si vede in figura essi sono capovolti), una rotazione verso l'alto è associata ad un'incidenza positiva¹⁰. Fatte queste considerazioni, mediante semplici calcoli trigonometrici sono stati ricavati i valori presentati in figura 4.18.

Si noti, comunque, che un'ala anteriore reale non presenta praticamente mai l'elemento 1 così tanto inclinato ma per necessità di analisi (e anche per completezza) si considererà anche questa casistica. Allo stesso modo, per valutare il comportamento del medesimo elemento ad incidenze che più gli competono, ossia almeno 5° per essere all'interno del RV-FW-PROFILES, si effettueranno analisi anche ad incidenze più basse, atipiche (anche se in misura minore) per gli altri flap. In quest'ultimo caso, inoltre, si potrebbe verosimilmente violare il limite massimo sulla distanza di 15 mm ma ciò costituisce un problema di poco conto rispetto a tutte le semplificazioni già effettuate. Riassumendo, il modello così costruito permette analisi nell'intervallo:

$$\alpha = [5, 14]^\circ.$$

Mesh strutturale

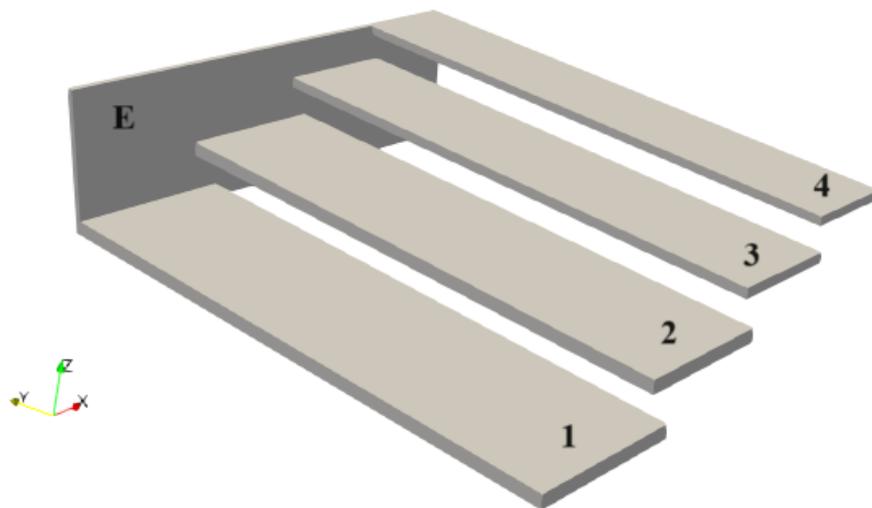


Figura 4.19: Modello definitivo per le analisi strutturali. L'incastro è sulle estremità contrassegnate dai numeri.

In figura 4.19 è rappresentato il modello finale costruito sulla base dei valori geometrici precedentemente definiti e della mesh strutturale scelta. Quest'ultima è costituita da elementi piastra per le quattro sezioni (1, 2, 3 e 4), e da elementi trave per l'endplate (E). In particolare, la superficie media di ogni sezione è costituita da 10 elementi Q9 lungo Y, 2 o 3 (rispettivamente per gli elementi 1-4 e 2-3) lungo X, con questi ultimi di diversa estensione per tenere conto della presenza degli overlap

¹⁰Per un profilo alare si è soliti considerare le incidenze positive quando la rotazione è verso il basso. Nel caso della Formula Uno la rotazione è verso l'alto ma il profilo è capovolto e perciò le incidenze restano positive.

come già visto per il primo modello completo (4.2.2), mentre l'espansione è ottenuta mediante 7 elementi a tre nodi (quadratici, LE2), uno per ogni layer di composito e uno per il cuore.

Poichè anche l'endplate presenta una struttura a sandwich, con però le tre porzioni (cuore e due strati di composito simmetrici) disposte verticalmente (perpendicolarmente rispetto ai 4 elementi), il suo asse è costituito da 3 B4, uno per ogni porzione. L'espansione è stata definita mediante una combinazione di vari Q9, ciascuno avente una diversa estensione, in quanto è necessario garantire la coincidenza dei nodi della mesh, secondo un ragionamento simile a quello utilizzato in figura 4.15. Per tutti gli elementi, il modello di espansione è di tipo LE.

Di seguito di riportano, per comodità, tutte le caratteristiche del modello finale.

Elemento	L [mm]	c [mm]	t [mm]	Sup. media/asse	Espansione
1	900	200	21	2x10 Q9	7 LE2
2	900	180	21	3x10 Q9	7 LE2
3	900	150	16	3x10 Q9	7 LE2
4	900	130	14	2x10 Q9	7 LE2
E	—	—	10*	3 B4	217 Q9
Overlap [mm]			30 (1-2)	20 (2-3)	10 (3-4)
Distanze [mm]			32 (1-2)	35 (2-3)	33 (3-4)

Tabella 4.20: Caratteristiche geometriche e della mesh strutturale per il modello finale.

*: misurato in direzione y.

4.3 Analisi aerodinamica preliminare

L'introduzione del profilo NACA 2414 nel precedente capitolo è volta a quantificare mediante semplici studi aerodinamici, operati in questo caso mediante xfoil, la variazione della portanza e della resistenza complessiva dell'ala dovuta agli effetti aeroelastici. Nello specifico, in questa parte saranno presentate le principali curve caratteristiche del profilo ($c_l - \alpha$, $c_l - c_d$) e verranno calcolati i valori di portanza e resistenza di progetto, associati agli angoli di incidenza della struttura indeformata. Per evitare fraintendimenti con la portanza L, l'apertura alare di ogni elemento non verrà più indicata con L ma con b ($b = 900$ mm).

Uno dei parametri fondamentali per l'analisi aerodinamica è la velocità della vettura che, ovviamente, rappresenta anche la velocità della corrente che lambisce gli elementi dell'ala. Tuttavia, è bene puntualizzare che l'interazione aerodinamica tra le varie parti può variare il valore effettivo "visto" da ogni elemento. Ciò comunque non verrà considerato, data la scelta di trascurare le interazioni. Inoltre, gli effetti aeroelastici sono importanti in rettilineo e quindi in condizioni di velocità massima o prossima ad essa¹¹. Si sono perciò scelti tre valori rappresentativi, pari a:

$$V_{\infty,1} = 300 \text{ km/h}, V_{\infty,2} = 315 \text{ km/h}, V_{\infty,3} = 330 \text{ km/h}.$$

¹¹Le velocità massime in rettilineo variano da circuito a circuito e spaziano tra i 300 e i 330 km/h.

Un altro parametro necessario, data l'analisi viscosa operata con xfoil, è il numero di Reynolds

$$Re = \frac{\rho V_{\infty} c}{\mu}.$$

Le condizioni ambiente (pressione, densità, temperatura,...) sono ulteriori parametri arbitrari. Tuttavia, salvo alcune eccezioni, i circuiti non sono collocati ad altitudini eccessive e perciò si possono considerare i valori sul livello del mare:

$$p = 101325 \text{ Pa}, \quad T = 20^{\circ}\text{C}, \quad \rho = 1.225 \text{ kg/m}^3, \quad \mu = 1.81 \cdot 10^{-5}.$$

Inoltre, la dipendenza del Reynolds dalla corda del singolo elemento e dalla velocità del flusso implica valori diversi a seconda delle condizioni e quindi più di una polare. Di conseguenza, per ognuna delle tre velocità sono stati valutati i Re di ognuno dei quattro elementi ed ne è stata calcolata la media¹². I tre valori risultanti sono riportati in tabella 4.21, mentre le relative curve caratteristiche del profilo sono presentate nelle figure 4.20 e 4.21.

V_{∞}	1	2	3
Re	930557	977123	1023691

Tabella 4.21: Numeri di Reynolds medi per i tre valori di velocità.

Le curve sono state disegnate considerando l'intervallo di incidenza $[-15,15]^{\circ}$. La regione di interesse, dati i valori di progetto, è quella caratterizzata da incidenze positive. Tuttavia, poiché non è noto come e quanto gli effetti aeroelastici modificheranno i valori di α , è bene avere a disposizione più dati possibile. Si noti come la variazione del numero di Reynolds abbia influenza praticamente nulla su tutte e tre le curve e perciò verrà considerata per tutti i valori di velocità solo la curva associata a 315 km/h (caso mediano). In questo senso l'effetto della velocità entra in gioco solo nelle analisi aeroelastiche e nel passaggio dai coefficienti di portanza e resistenza ai valori di L e D. Inoltre, è importante prestare attenzione al significato delle grandezze rappresentate: non è un caso che sia il coefficiente di portanza sia quello di resistenza siano stati riportati in minuscolo. In effetti, l'analisi xfoil è bidimensionale e, come tale, relativa alla singola sezione dell'ala. Di conseguenza:

$$c_l = \frac{L'}{\frac{1}{2}\rho V_{\infty}^2 c \cdot 1}, \quad c_d = \frac{D'}{\frac{1}{2}\rho V_{\infty}^2 c \cdot 1},$$

con L' e D' rispettivamente portanza e resistenza per unità di lunghezza.

Sulla base di quanto detto, è possibile definire i passi da seguire nell'analisi aeroelastica per valutare le variazioni di portanza e resistenza:

- effettuare l'analisi aeroelastica statica per definire la rotazione di ogni sezione della struttura e la conseguente variazione di incidenza;

¹²Alternativamente si potrebbe fissare la corda e mediare sulle velocità, ottenendo quindi un Re per ogni elemento.

- utilizzare il nuovo valore di α per individuare i nuovi c_l e c_d e quindi L' e D' per ogni sezione;
- integrare la distribuzione di portanza e resistenza per unità di lunghezza lungo l'apertura b in modo da ottenere L e D per ogni elemento, i valori totali per l'intera struttura (somma) e di conseguenza anche C_L e C_{D_0} ¹³ dividendo per $\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 S$, dove S è la somma delle superfici di ogni elemento ($S = 0.594 \text{ m}^2$).

Per un'analisi aerodinamica più accurata ed un calcolo più preciso delle forze, sarebbe necessario dover considerare gli effetti di interferenza dell'endplate e del naso dell'ala, nonché la resistenza indotta da sommare al C_{D_0} . Il processo di integrazione, inoltre, non è del tutto corretto in quanto non si considera, ad esempio, l'annullamento della portanza al tip alare. In questo elaborato, tuttavia, poichè il focus è sull'effetto aeroelastico e non sull'aerodinamica e soprattutto in virtù del fatto che il modello è estremamente semplificato e non permette di ottenere risultati riscontrabili nella realtà, ci si limiterà alla valutazione di C_L e C_{D_0} , al solo scopo di avere a disposizione una figura di merito indicativa del vantaggio/svantaggio indotto dagli effetti aeroelastici.

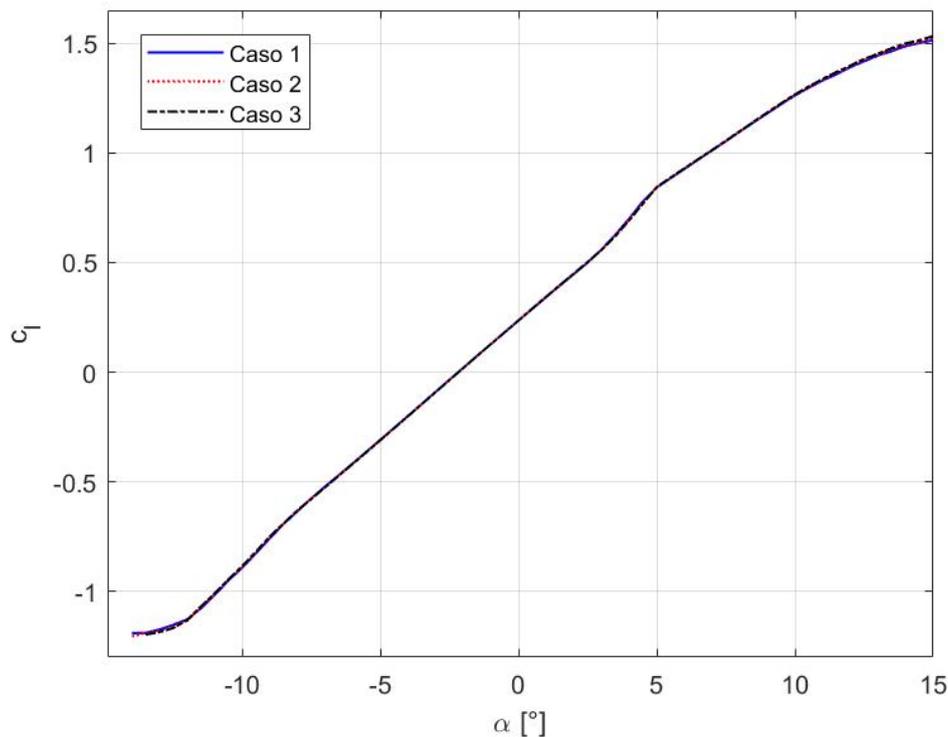


Figura 4.20: Curve $c_l - \alpha$.

¹³L'analisi xfoil non considera la resistenza indotta, perciò il risultato dell'integrale non è il C_D ma il C_{D_0} , somma dei contributi delle resistenze di forma, di attrito e di pressione

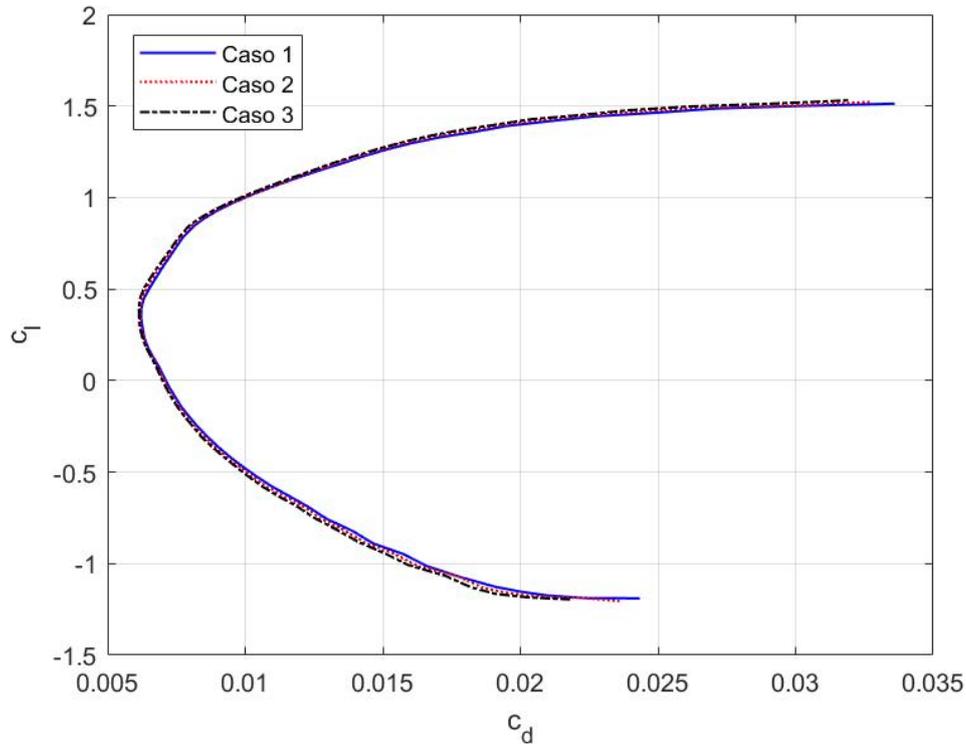


Figura 4.21: Polari aerodinamiche.

Stante quanto detto, è possibile individuare i valori di portanza e resistenza per le varie configurazioni di progetto. In particolare, nelle analisi verranno presi in considerazione i casi

$$\alpha_1 = 5^\circ, \alpha_2 = 8^\circ, \alpha_3 = 11^\circ, \alpha_4 = 14^\circ,$$

per simulare condizioni di basso, medio-basso, medio-alto ed alto carico. Nelle tabelle 4.22, 4.23 e 4.24 sono riportati i valori di riferimento della portanza e della resistenza, nonché dei loro coefficienti, per le varie velocità e le varie incidenze. Si tratta di valori totali associati all'intera struttura: c_l e c_d dipendono dall'incidenza e sono i medesimi per tutti gli elementi; L_{ref} e D_{ref} sono la somma delle portanze e resistenze di ogni elemento. Il segno di L è stato preso positivo ma si ricordi che si tratta di una deportanza.

α [°]	c_l	c_d	L_{ref} [N]	D_{ref} [N]	$C_{L,ref}$	$C_{D_0,ref}$
5	0.840	0.0080	2122	20.21	0.840	0.0080
8	1.097	0.0116	2772	29.32	1.097	0.0116
11	1.333	0.0169	3368	42.65	1.333	0.0169
14	1.491	0.0272	3766	68.60	1.491	0.0272

Tabella 4.22: Valori di riferimento dell'intera struttura per $V = 300$ km/h

α [°]	c_l	c_d	L_{ref} [N]	D_{ref} [N]	$C_{L,ref}$	$C_{D0,ref}$
5	0.840	0.0080	2339	22.28	0.840	0.0080
8	1.097	0.0116	3056	32.33	1.097	0.0116
11	1.333	0.0169	3713	47.02	1.333	0.0169
14	1.491	0.0272	4152	75.64	1.491	0.0272

Tabella 4.23: Valori di riferimento dell'intera struttura per $V = 315$ km/h

α [°]	c_l	c_d	L_{ref} [N]	D_{ref} [N]	$C_{L,ref}$	$C_{D0,ref}$
5	0.840	0.0080	2567	24.45	0.840	0.0080
8	1.097	0.0116	3354	35.48	1.097	0.0116
11	1.333	0.0169	4075	51.60	1.333	0.0169
14	1.491	0.0272	4557	83.01	1.491	0.0272

Tabella 4.24: Valori di riferimento dell'intera struttura per $V = 330$ km/h

Il fatto che i valori dei coefficienti bidimensionali e quelli dell'intera struttura siano uguali è legato al processo di integrazione: nella configurazione indeformata, c_l e c_d sono uguali per tutte le sezioni di tutti gli elementi e integrare significa moltiplicare per l'apertura b . Ovviamente, poichè non si considera l'effetto Reynolds sulle polari, i coefficienti sono invarianti con V_∞ . Le uniche differenze si osservano nei valori di L e D , nella cui formula la velocità compare esplicitamente.

4.4 Tailoring Aeroelastico

Una volta definito il modello in tutti i suoi aspetti, è finalmente possibile svolgere le analisi al centro di questo elaborato. Per far ciò è necessario seguire un certo numero di passi fondamentali, a partire da quello relativo alla validazione dei risultati: è infatti molto importante avere un parametro di paragone che permetta di confermare analiticamente i risultati ottenuti dal modello. Durante la costruzione dello stesso è stata già usata la linea elastica per validare la parte strutturale. Per quanto riguarda le analisi aeroelastiche, invece, verrà sfruttata la formula della portanza mutuata dalla *strip theory* [17]:

$$L = qca \left[(\alpha_R + \bar{\alpha}_R) \left[\frac{tg(\lambda l)}{\lambda l} \right] - \bar{\alpha}_R \right]$$

dove q è la pressione dinamica, c la corda del profilo, a è tale per cui $c_l = a\alpha$ con α in radianti, l è l'apertura alare (b nel modello considerato) e α_R è l'incidenza di progetto. I parametri λ e $\bar{\alpha}_R$ sono invece pari a:

$$\lambda = \sqrt{\frac{qcae}{\bar{G}J}}, \quad \bar{\alpha}_R = \frac{cc_{mac}}{ae} - \frac{Nmgd}{qcae}.$$

$\bar{G}J$ è la rigidezza torsionale, e la distanza tra il centro aerodinamico e il centro di taglio, N il fattore di carico, d la distanza tra il baricentro e il centro di taglio e c_{mac}

è il coefficiente di momento rispetto al centro aerodinamico, che può essere ricavato dai dati di xfoil mediante la relazione:

$$c_{mac} = c_{m_{LE}} + 0.25c_l.$$

Data la complessità della struttura in questione, si considera un caso isotropo (alluminio, $G = 2.77 \cdot 10^{10} Pa$) e si applica la formula separatamente ad ogni elemento, considerandolo di sezione rettangolare. In questo modo il baricentro coincide con il centro di taglio ($d = 0$) ed entrambi si trovano nel centro della sezione. Ricordando che il centro aerodinamico è posizionato al quarto di corda, che $l = b = 0.9$ mm e che $J = \frac{ct^3}{3}$ e considerando come caso di progetto una velocità di 300 km/h ($q = 4253 Pa$) e un'incidenza di 5 gradi (0.8727 radianti, per cui $c_{m_{LE}} = -0.0598$, $c_l = 0.842$ e $c_{mac} = 0.1507$), con $a = 6.58$ 1/rad, ciò che risulta è mostrato in tabella 4.25.

Elemento	c [m]	$J \times 10^7 [m^4]$	$GJ [Nm^2]$	e [m]	λ	$\bar{\alpha}_R$	L [N]
1	0.200	6.174	17102	0.0500	0.128	0.0916	-461.03
2	0.180	5.557	15393	0.0450	0.121	0.0916	-414.93
3	0.150	2.048	5673	0.0375	0.167	0.0916	-345.77
4	0.130	1.189	3293	0.0325	0.189	0.0916	-299.67

Tabella 4.25: Principali parametri relativi ai quattro elementi e valori della portanza ottenuti mediante la formula.

Sommando i valori di L presenti in tabella 4.25, si ottiene un valore complessivo di deportanza per l'intera struttura pari a

$$L_{tot} = -1521.4 N.$$

Effettuando l'analisi mediante Nastran, con la medesima pannellatura che verrà successivamente descritta, è possibile risalire ad un valore di deportanza pari a

$$L_{tot,Nastran} = -2384.9 N.$$

Come si vede, benchè i due valori non siano identici¹⁴, comunque essi presentano il medesimo ordine di grandezza. Ciò costituisce un ottimo parametro di validazione. Il passo successivo è quello di individuare il numero di modi di vibrare della struttura da inserire in input per l'analisi aeroelastica, sia per garantire la convergenza dei risultati, sia per includere le deformazioni della struttura utili allo scopo dello studio. Si guardi in questo senso la figura 4.22: oltre alla flessione, l'effetto aeroelastico cercato è soprattutto la torsione di ogni elemento. Se ci si fermasse, ad esempio, ai soli primi cinque modi si perderebbero tutte le informazioni associate agli altri stati deformativi, inficiando così il risultato. Ovviamente quelli riportati in figura sono solo i modi più indicativi ma non sono i soli a mostrare una torsione/flessione dei singoli elementi. Si noti come non tutti i modi torsionali impongano una rotazione dell'elemento che sia utile alla diminuzione di incidenza. Perciò, il risultato finale

¹⁴L'approssimazione della struttura secondo i dettami della formula analitica non permette di ambire alla completa coincidenza dei valori numerici.

è anche legato all'importanza che ciascun modo assume nella deformazione della struttura.

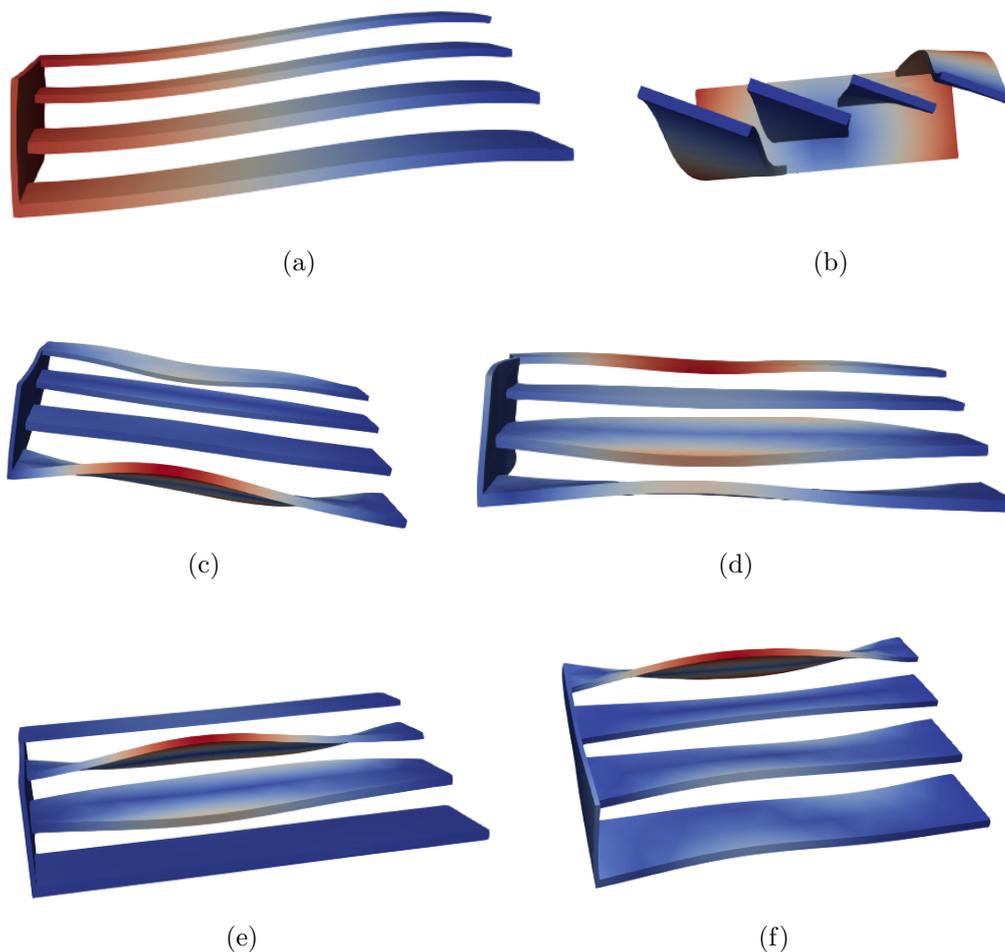


Figura 4.22: Modi di vibrare di particolare interesse per la struttura: a) modo flessionale complessivo (Modo 1); b) modo torsionale complessivo (Modo 2); c) modo torsionale del primo elemento (Modo 14); d) modo torsionale del secondo elemento (Modo 16); e) modo torsionale del terzo elemento (Modo 15); f) modo torsionale del quarto elemento (Modo 17).

Da studi sulla convergenza e sui modi risultanti si è visto che il numero ideale di modi è 22. L'effetto sui risultati di quanto appena detto è anche mostrato nelle tabelle 4.26 e 4.27, dove sono riportati i valori numerici sia per il caso ideale, sia per quello con solo 10 modi utilizzati. Lo scopo principale di queste tabelle è tuttavia un altro: prima di scegliere le laminazioni sulla base delle quali effettuare le varie analisi è importante verificare che il modello possa effettivamente comportarsi come da fenomenologia delle ali flessibili. Per questo motivo si analizzano preliminarmente due casi estremi, in cui l'accoppiamento flesso-torsionale è massimo. In particolare, si considerano laminazioni con strati tutti a -30 e tutti a -45 gradi. Si ricorda che i sei strati sono separati al centro da un cuore di LDPE. Anche in questo caso la pannellatura è la medesima utilizzata nelle successive analisi e verrà descritta in seguito.

V [km/h]	5°		8°		11°		14°	
	L [N]	D [N]						
Modes 10								
300	2119	20.19	2769	29.27	3365	42.56	3763	68.25
315	2336	22.26	3053	32.27	3709	46.91	4149	75.20
330	2563	24.43	3350	35.41	4070	51.47	4553	82.47
Modes 22								
300	2129	20.27	2781	29.49	3377	42.96	3771	69.44
315	2347	22.35	3067	32.53	3724	47.40	4158	76.65
330	2577	24.54	3367	35.72	4088	52.06	4564	84.23

Tabella 4.26: Valori di portanza e resistenza al variare della velocità, del numero di modi e dell'incidenza per la laminazione -30/-30/-30/-30/-30/-30.

V [km/h]	5°		8°		11°		14°	
	L [N]	D [N]						
Modes 10								
300	2073	19.87	2717	28.34	3310	40.70	3722	62.88
315	2280	21.88	2990	31.13	3643	44.87	4098	68.74
330	2496	23.97	3275	34.05	3991	49.04	4492	74.80
Modes 22								
300	2081	19.92	2726	28.49	3320	41.14	3730	63.75
315	2290	21.94	3000	31.32	3654	45.20	4108	69.77
330	2508	24.04	3287	34.27	4004	49.43	4503	76.00

Tabella 4.27: Valori di portanza e resistenza al variare della velocità, del numero di modi e dell'incidenza per la laminazione -45/-45/-45/-45/-45/-45.

I valori ottenuti, se confrontati con quelli di riferimento delle tabelle 4.22, 4.23 e 4.24, mettono in risalto due informazioni interessanti:

- come già anticipato, il numero di modi influenza il risultato finale, tanto che nel caso -30 con solo 10 modi la portanza e la resistenza risultano minori dei valori di riferimento, definendo quindi una configurazione vantaggiosa in termini aerodinamici. Tuttavia si tratta di un "falso positivo", in quanto aumentando il numero di modi, i valori risultano in realtà maggiori di quelli di riferimento;
- guardando solo i risultati relativi ai 22 modi, è evidente come l'utilizzo di strati a -45 gradi nelle laminazioni siano un ottimo modo per conferire alla struttura le proprietà aeroelastiche necessarie al miglioramento delle prestazioni aerodinamiche.

Sulla base di quanto appena visto e tenendo conto anche della necessità di rispettare i requisiti di flessibilità imposti dal regolamento, l'ideale è considerare laminazioni caratterizzate da un misto tra strati che garantiscono una buona rigidità flessionale, come ad esempio quelli 0/90 tipici delle *cross-ply*, e strati a -45 che inducano il

comportamento precedentemente visto. Si può anche pensare di includere strati a -30 per verificarne l'effetto quando accoppiati con strati a 0 , 90 e -45 gradi, in configurazioni mutate dal concetto di *angle-ply* e affini. Ovviamente, dato il numero di strati considerati e la quasi totale arbitrarietà nella scelta delle laminazioni, le combinazioni possibili sono pressochè infinite. In tabella 4.28 sono riportate quelle ritenute maggiormente indicative. Altre combinazioni sono state analizzate ma i risultati non sono stati ritenuti utili o non hanno aggiunto informazioni in più rispetto a quelle ottenute mediante le laminazioni in tabella. Si noti infine che le laminazioni riportate in tabella sono relative ai quattro elementi deportanti dell'ala. L'endplate, sebbene sia anch'esso costituito da materiale composito, non sarà oggetto di variazione nella sua laminazione (fibre sempre a 0°), in quanto utile solo a definire l'accoppiamento strutturale tra i vari elementi. L'effetto della tipologia di laminazione dell'endplate può essere oggetto di studi futuri più approfonditi.

Laminazione	1	2	3	4	5
Layer 1	0	-45	0	-30	-45
Layer 2	90	0	90	-30	-45
Layer 3	-45	90	-45	-45	-30
Core	Low Density Polyethylene				
Layer 4	-45	90	-45	-45	-30
Layer 5	90	0	-30	90	90
Layer 6	0	-45	-30	0	0

Tabella 4.28: Tipologie di laminazioni considerate nelle analisi, con riferimento allo schema di figura 4.17. I valori numerici, in gradi, rappresentano l'angolo di inclinazione delle fibre rispetto all'asse Y o, equivalentemente l'angolo di rotazione delle stesse attorno all'asse Z.

4.4.1 Verifica di flessibilità

Definite le laminazioni oggetto delle analisi, il primo passo è costituito da delle prove strutturali statiche (SOL 101) volte alla valutazione della flessibilità della struttura e delle sue parti. Si ricorda che il regolamento prescrive uno spostamento massimo di 20 mm per l'intera struttura, quando questa è caricata con una forza di -1000 N nei punti A e B di figura 3.15¹⁵, e di 5 mm per il bordo di attacco di ogni elemento deportante¹⁶ caricato con -60 N.

¹⁵Poichè il modello di riferimento non presenta un angolo di freccia, si considereranno punti equivalenti ad A e B, mantenendo invariata la distanza dal bordo di attacco (rispettivamente 242 mm e 42 mm) e la coordinata Y (800 mm).

¹⁶Per semplicità, per ogni elemento si effettuerà una prova solo nel punto di maggiore spostamento in relazione ai vincoli della struttura ($Y = 855$ mm). Se questo punto è nei limiti allora lo saranno anche gli altri.

Lam	Bodywork		Trailing edge			
	Pnt A	Pnt B	Ele 1	Ele 2	Ele 3	Ele 4
1	-15.72	-19.63	-0.950	-0.951	-1.139	-1.432
2	-16.67	-20.50	-1.000	-0.993	-1.168	-1.442
3	-23.87	-29.07	-1.375	-1.319	-1.488	-1.783
4	-22.74	-27.73	-1.331	-1.291	-1.471	-1.771
5	-24.25	-29.15	-1.431	-1.405	-1.603	-1.919

Tabella 4.29: Spostamento u_z (mm) risultante dalle analisi sul bodywork (A e B) e sui flap. Nel primo caso lo spostamento è quello massimo della struttura (endplate escluso), nel secondo è quello nel punto di applicazione della forza.

In tabella 4.29 sono riportati i risultati delle prove statiche per ognuna delle cinque laminazioni. Per un'interpretazione più immediata, li stessi valori sono stati riportati in forma di grafici nelle figure 4.23 e 4.24. Com'è immediatamente possibile notare, i valori associati al bordo di fuga degli elementi sono ampiamente all'interno dei limiti imposti. Lo stesso non si può dire quanto riguarda la struttura nel suo insieme, soprattutto per le ultime tre laminazioni, dove lo spostamento è chiaramente al di sopra del valore massimo. Tuttavia, la bontà complessiva di tutte le laminazioni sarà valutata dopo aver effettuato le analisi aeroelastiche, perciò per ora è bene limitarsi a prendere atto del comportamento della struttura.

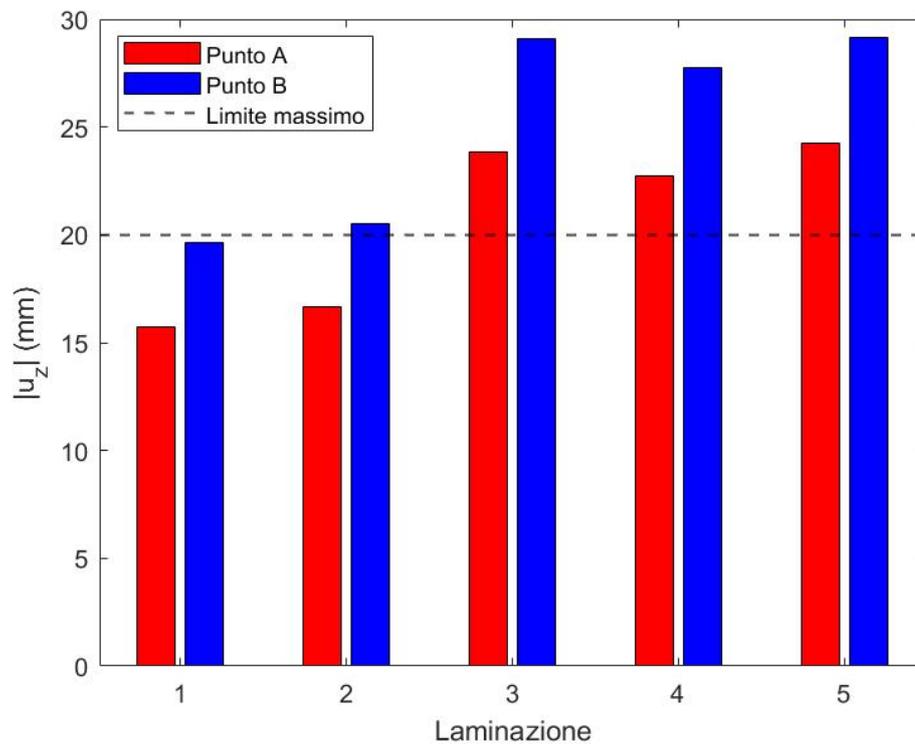


Figura 4.23: Spostamento massimo lungo Z, in valore assoluto, dell'intera struttura al variare della laminazione e del punto di carico. La linea tratteggiata rappresenta il limite imposto dal regolamento.

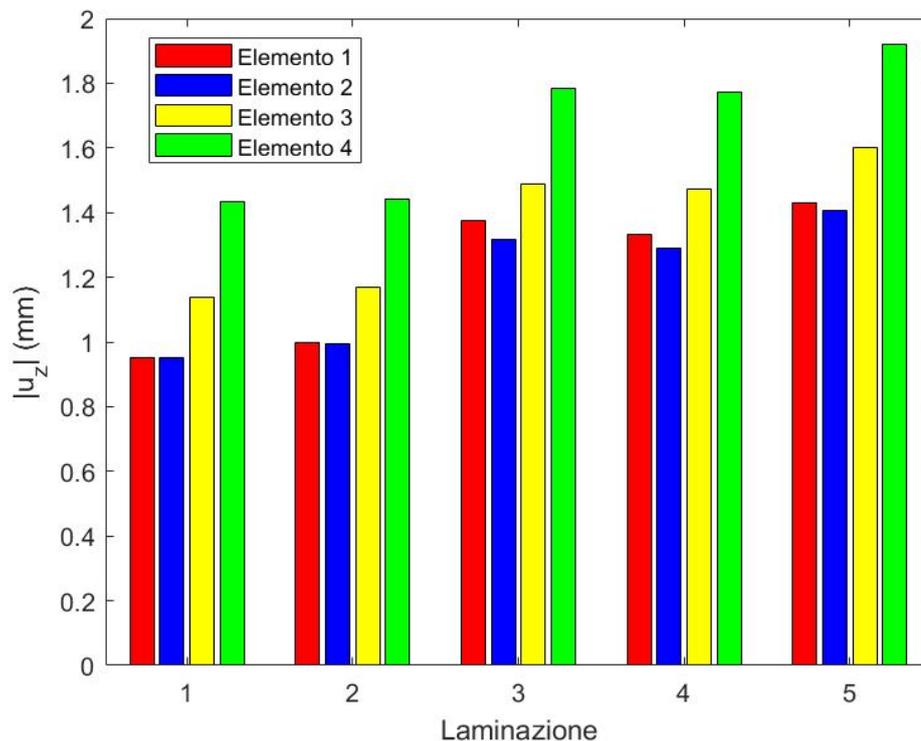


Figura 4.24: Spostamento lungo Z, in valore assoluto, relativo al bordo di fuga ($Y = 855$ mm) dei quattro elementi al variare della laminazione. Il limite massimo non è rappresentato in quanto i valori sono ben al di sotto di esso.

Si tenga, inoltre, a mente un particolare importante: la poca ottimizzazione del modello, insieme al modo in cui è stata caricata la struttura¹⁷ rende i limiti dei valori indicativi per il dimensionamento. Volendo, sarebbe sufficiente, soprattutto per le laminazioni che hanno mostrato valori di poco al di là del limite, modificare leggermente la struttura (aumentare di pochi millimetri lo strato di carbonio, variare gli spessori e le corde degli elementi,...) per ottenere risultati maggiormente in linea col regolamento. Per far ciò è comunque necessario tenere in conto le analisi aeroelastiche di seguito sviluppate.

4.4.2 Analisi aeroelastica statica

A questo punto, è finalmente possibile effettuare le analisi principali di questo elaborato, volte allo studio delle deformazioni della struttura sotto l'azione di carichi aerodinamici statici. Ciò viene fatto, come già visto nelle sezioni precedenti, mediante l'ausilio di Nastran, nel quale sono implementate le relazioni associate al DLM. La pannellatura è stata definita, per ogni elemento, mediante 40 pannelli lungo l'apertura e 10 lungo la corda. Com'è noto, un'analisi di questo tipo necessita della creazione di una griglia di punti, appartenenti alla struttura, nei quali valutare le

¹⁷I carichi sono applicati al più su due nodi, mentre da regolamento sarebbe necessario utilizzare un adattatore che rende il carico più distribuito. Nel caso in esame, perciò, l'effetto ottenuto è leggermente maggiorato.

componenti di spostamento in fase di postprocessing, utili al calcolo dell'angolo di rotazione e della flessione della struttura. In questo caso si è optato per l'utilizzo di 100 nodi per ogni elemento, di cui 25 lungo l'apertura e 4 lungo la corda, per un totale di 400 punti. L'endplate non necessita di nodi, in quanto non costituisce un elemento di interesse aerodinamico. La schematizzazione della griglia è riportata in figura 4.25. Per ogni sezione definita da un quartetto di punti è possibile ricavare la rotazione θ secondo lo schema di figura 4.8, la quale viene poi combinata con l'incidenza di progetto in modo da ottenere il nuovo valore di α e, di conseguenza, le nuove deportanze e resistenze per unità di lunghezza. Una volta ottenute le due distribuzioni si procede ad integrare lungo l'apertura. In questo senso, la griglia è stata definita in modo da essere il più fitta possibile proprio per rendere accurata l'operazione di integrazione, cercando tuttavia di non rendere il problema eccessivamente pesante dal punto di vista computazionale.

In tabella 4.30 sono riportati i risultati dei passaggi precedentemente elencati, in termini di valori di deportanza e resistenza per le configurazioni deformate, al variare delle laminazioni, dell'incidenza di progetto e della velocità. Contestualmente sono riportati anche i valori di riferimento calcolati nell'analisi aerodinamica (tabelle 4.22, 4.23 e 4.24) in modo da rendere più semplice il confronto. Come ausilio ulteriore, gli stessi risultati, relativi alla sola deportanza, sono rappresentati in forma di grafici nelle figure 4.26, 4.27 e 4.28, sotto forma di variazioni percentuali rispetto al valore di riferimento.

Si notino inoltre alcuni elementi importanti:

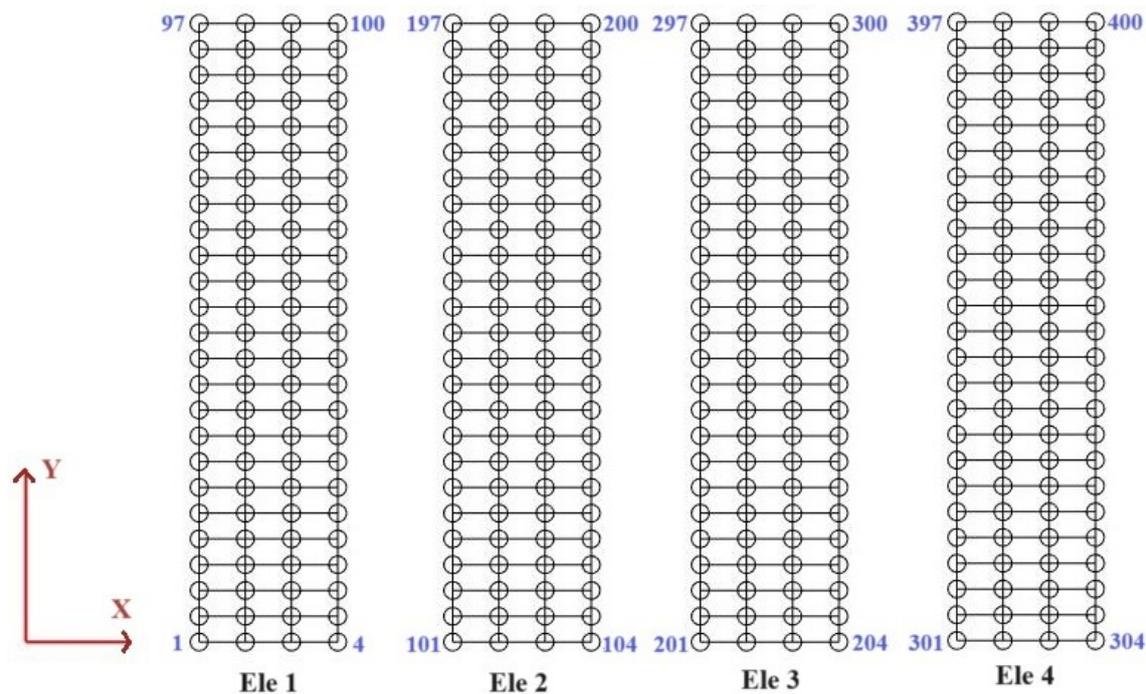


Figura 4.25: Griglia per il postprocessing. Sono riportati solo gli ID dei punti all'incastro ($Y = 0$) e al tip, in modo da fornire un riferimento sulla numerazione.

Lam	5°		8°		11°		14°	
	L [N]	D [N]						
V = 300 km/h								
1	2129	20.27	2781	29.49	3377	42.96	3772	69.50
2	2123	20.22	2774	29.36	3370	42.71	3767	68.77
3	2120	20.20	2770	29.29	3366	42.59	3764	68.38
4	2119	20.19	2769	29.27	3365	42.55	3764	68.27
5	2115	20.16	2764	29.19	3360	42.29	3760	67.78
Ref	2122	20.21	2772	29.32	3368	42.65	3766	68.60
V = 315 km/h								
1	2348	22.35	3067	32.53	3724	47.40	4159	76.72
2	2341	22.29	3059	32.37	3715	47.10	4153	75.84
3	2337	22.27	3054	32.29	3711	46.95	4150	75.36
4	2336	22.26	3053	32.27	3709	46.90	4149	75.23
5	2331	22.22	3047	32.16	3704	46.71	4145	74.63
Ref	2339	22.28	3056	32.33	3713	47.02	4152	75.64
V = 330 km/h								
1	2578	24.54	3368	35.73	4089	52.06	4565	84.31
2	2570	24.47	3357	35.53	4078	51.70	4558	83.26
3	2565	24.44	3352	35.43	4072	51.52	4554	82.67
4	2563	24.43	3350	35.40	4071	51.46	4553	82.52
5	2558	24.38	3343	35.28	4064	51.23	4548	81.80
Ref	2567	24.45	3354	35.48	4075	51.60	4557	83.01

Tabella 4.30: Valori di deportanza e resistenza per le configurazioni deformate al variare della laminazione, dell'incidenza di progetto e della velocità.

- le variazioni di L e D possono sembrare poco significative, in quanto dell'ordine di pochi Newton per la prima e decimi di Newton per la seconda. Se per D il motivo è semplice ed è associato alla forma della polare aerodinamica, per L si tratta di un risultato preventivato. In effetti la fenomenologia delle ali flessibili non è associata nemmeno nei casi reali ad effetti di grande entità e, comunque, un aumento, ad esempio, anche di soli 5 N corrisponde ad un aumento fittizio del peso della vettura di circa mezzo chilo. Ciò in una vettura da competizione può costituire una differenza vitale;
- i valori di C_L e C_{D_0} , sebbene presenti nell'analisi aerodinamica di progetto, non sono più considerati nell'analisi aeroelastica, in quanto la loro variazione è poco significativa. Ciò è spiegabile anche con quanto detto al punto precedente: una variazione di pochi Newton non ha effetti visibili sui coefficienti.

In generale, ciò che si osserva è che le prime due laminazioni non sono vantaggiose dal punto di vista aerodinamico, in quanto portano ad un aumento sia di L che di D, a differenza delle altre tre che, invece, ne riducono il valore. In particolare, poi, la prima e l'ultima laminazione sono quelle che portano ad avere gli effetti più eclatanti, mentre le restanti sono caratterizzate da variazioni più contenute. È anche intuibile, come c'era da aspettarsi, che un aumento di velocità e di incidenza porta ad avere

effetti maggiorati, sia in un senso che nell'altro. Tuttavia, ciò non è completamente visibile nei grafici, in quanto essi risentono del modo in cui la variazione percentuale è stata calcolata: cambiando il valore di riferimento si modificano i rapporti percentuali e quindi, ad esempio, una variazione di 9 N su un valore di 2772 N ($V = 300$ km/h, Lam1, $\alpha = 8^\circ$) porta ad una variazione percentuale (0.32%) minore di quella osservata nel caso con eguale laminazione e velocità ma con incidenza pari a 5° (0.33%), sebbene quest'ultima sia dovuta ad un aumento di soli 7 N ma su valore di 2122 N. Ciò, ad esempio, non avviene nel caso della resistenza, probabilmente perchè i valori di riferimento sono più contenuti. In effetti, se si guarda la figura 4.29 è facile verificare come le variazioni percentuali crescano al crescere dell'incidenza. Nonostante questo, tuttavia, emerge che le analisi delle prestazioni aerodinamiche non sono sufficienti ad avere un quadro completo degli effetti aeroelastici, in quanto utili "solo" a verificare la bontà delle varie laminazioni, e devono essere integrate con studi che si concentrino maggiormente sulle grandezze strutturali. Questi stessi studi, fra l'altro, sono utili anche a capire il perchè delle differenze tra le varie laminazioni. In questo senso è possibile fare riferimento alle figure 4.30 e 4.31, nelle quali è riportato l'andamento di θ lungo l'apertura dell'elemento 1. Nel primo caso sono state fissate la velocità e l'incidenza, valutando quindi l'effetto della laminazione sul comportamento della struttura; nel secondo caso è stata invece considerata solo una laminazione (5, maggiormente significativa per il problema), mentre velocità e incidenza sono state fatte variare. I valori in ordinata sono rappresentati in ordine inverso per rendere più intuitiva la fruizione. Non sono state riportate le curve relative agli altri elementi e alle altre laminazioni, in quanto il concetto è simile. Per approfondire questi aspetti è possibile fare riferimento alle tabelle da 4.32 a 4.36, dove è possibile reperire i valori delle rotazioni massime e minime di ogni elemento e la relativa coordinata Y lungo l'apertura per tutti i casi considerati.

La figura 4.30 rappresenta un esempio del perchè le differenti laminazioni hanno portato a risultati diversi in termini di variazione dei parametri aerodinamici. In generale si può individuare un bilancio tra gli effetti di rigidità torsionale dovuti all'incastro e all'endplate, che portano ad avere rotazioni negative, e gli effetti di accoppiamento flesso-torsionale associati all'orientamento delle fibre, i quali definiscono un centro di taglio più avanzato rispetto al punto di applicazione della deportanza, portando ad una rotazione positiva della sezione. In effetti, la laminazione 1 mostra solo rotazioni negative, compatibilmente con l'aumento di deportanza e resistenza ad essa associata. La laminazione 2 si comporta allo stesso modo, sebbene una piccola porzione di elemento sperimenti rotazioni positive evidentemente non sufficienti a sovrastare gli effetti negativi. Le altre tre laminazioni, invece, presentano rotazioni positive sempre maggiori e che coinvolgono la quasi totalità della struttura, compatibilmente con la diminuzione di L e D.

Quanto detto può essere ritrovato anche in figura 4.31, dove però si considera solo la laminazione 5. Le curve presentate, tuttavia, sono interessanti per un'altra ragione: esse, infatti, dimostrano come gli effetti aeroelastici sono amplificati dall'aumento della velocità e dell'incidenza di progetto. Le rotazioni positive sono sempre più positive, così come quelle negative sono sempre più negative.

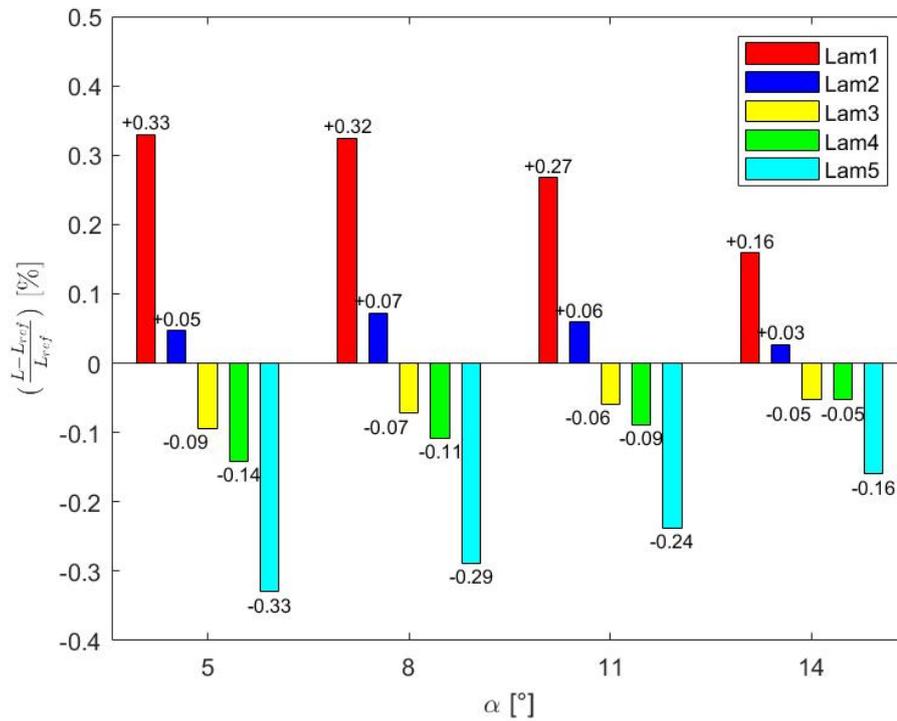


Figura 4.26: Variazione percentuale della deportanza al variare della laminazione e dell'incidenza per $V = 300$ km/h.

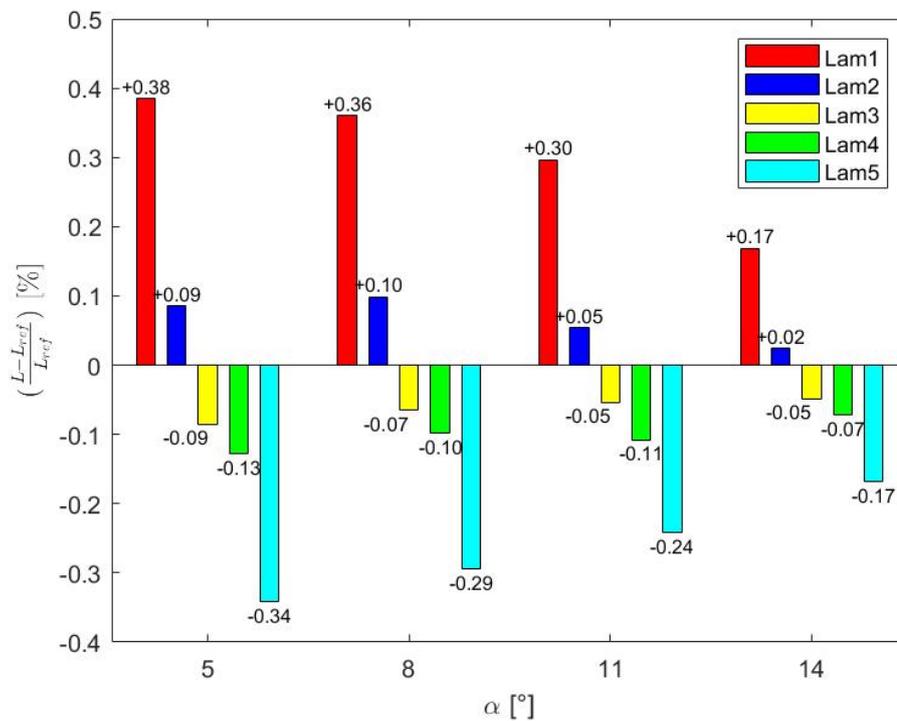


Figura 4.27: Variazione percentuale della deportanza al variare della laminazione e dell'incidenza per $V = 315$ km/h.

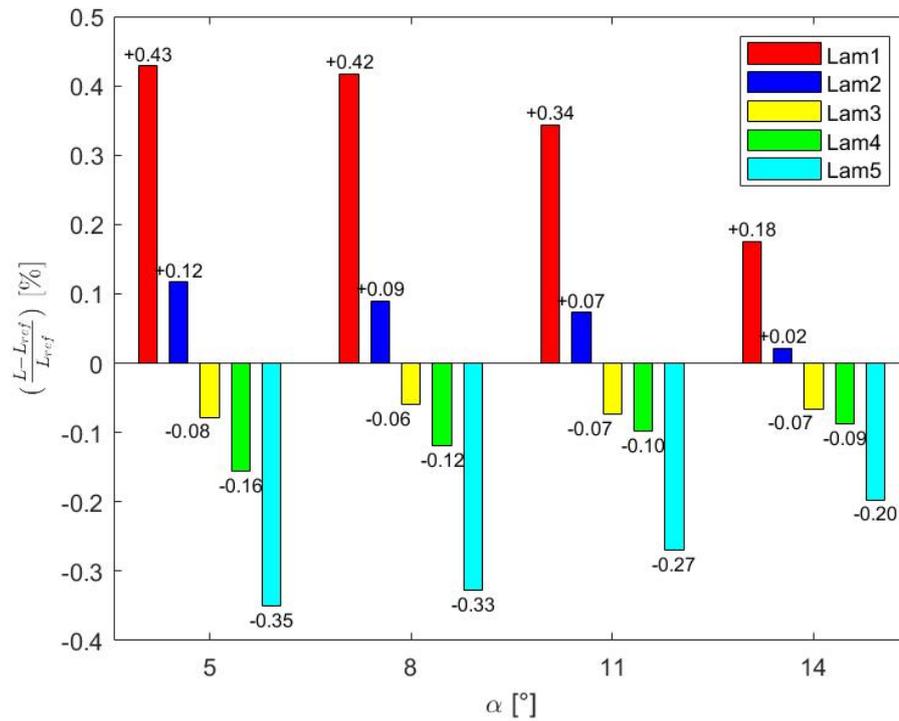


Figura 4.28: Variazione percentuale della deportanza al variare della laminazione e dell'incidenza per $V = 330$ km/h.

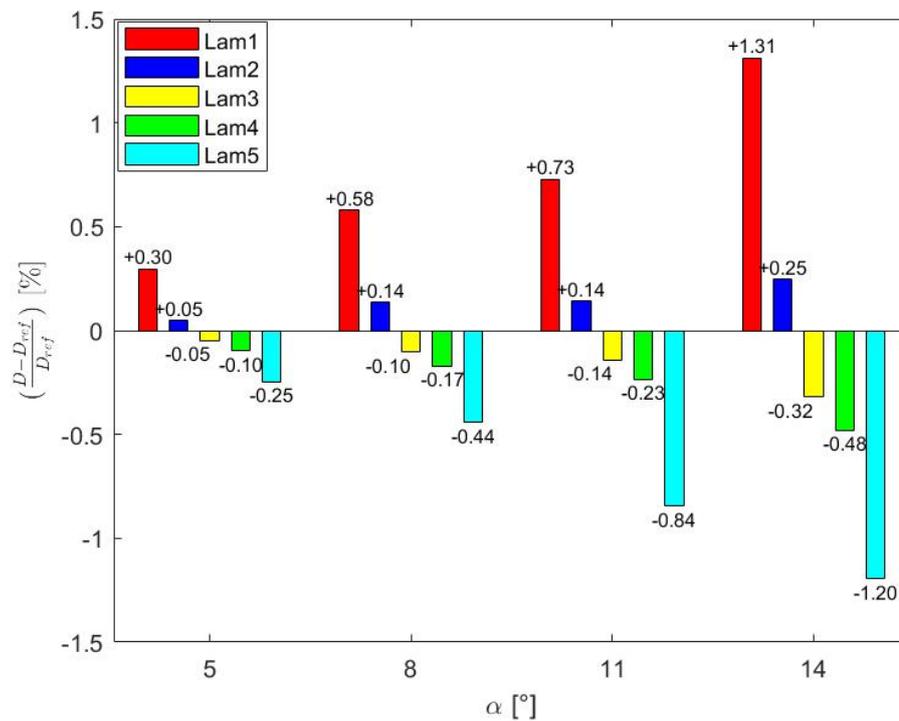


Figura 4.29: Variazione percentuale della resistenza al variare della laminazione e dell'incidenza per $V = 300$ km/h.

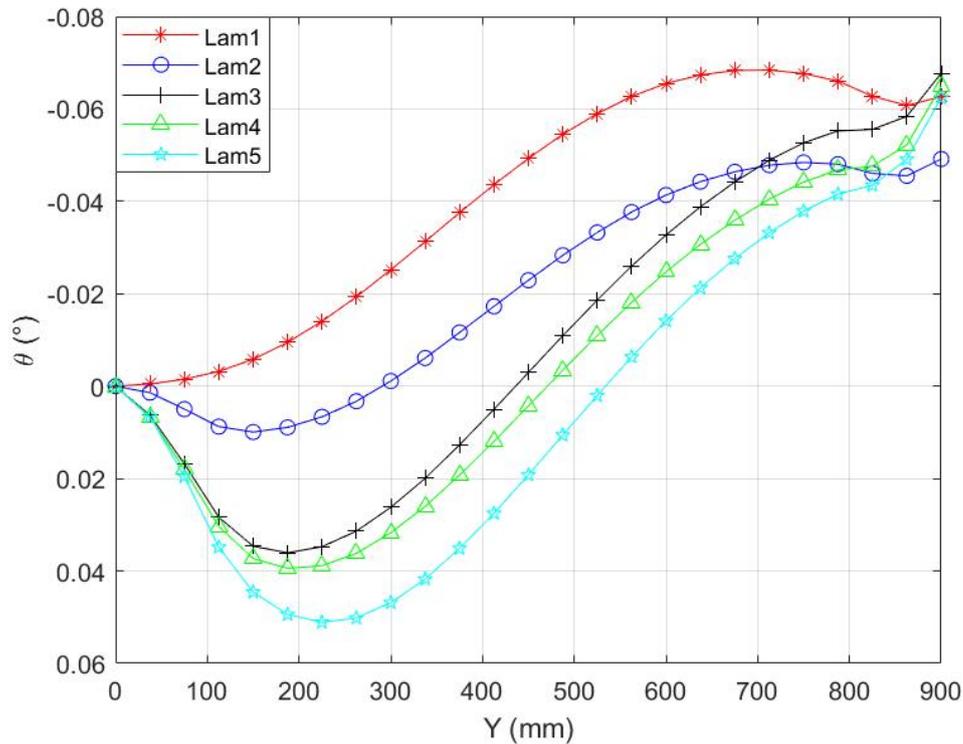


Figura 4.30: Confronto tra gli andamenti lungo l'apertura b dell'elemento 1 dell'angolo di rotazione θ al variare della laminazione, per $V = 300$ km/h e $\alpha = 5^\circ$. I valori vicino al tip potrebbero non essere completamente affidabili data la presenza dell'endplate.

Le figure e le tabelle possono anche essere utili a giustificare alcuni risultati particolari: guardando i dati in tabella 4.30, è infatti possibile notare come la differenza tra i valori di L e D e i rispettivi riferimenti cresca passando da 5 a 11 gradi ma diminuisca passando da 11 a 14 gradi. In effetti, anche nei grafici relativi alla variazione percentuale di L è chiaramente visibile come il blocco associato a 14° presenti valori molto ridotti. Questo perchè non c'è solo l'effetto "ingannevole" legato al valore di riferimento ma anche perchè vi è un'effettiva riduzione degli effetti aeroelastici. In questo senso, allora, visionando più attentamente i dati strutturali si può concludere che per $\alpha = 14^\circ$ l'amplificazione degli effetti negativi è leggermente superiore a quella degli effetti positivi, al contrario di quello che succede alle altre incidenze. Infine, a titolo di esempio, nelle figure 4.32 e 4.33 sono messe a confronto le deformate della struttura per le laminazioni 1 e 5, per gli stessi valori di velocità e incidenza. In esse è possibile verificare il comportamento complessivo della struttura e la sua correttezza. Dati i valori contenuti di θ in gioco, l'unico effetto chiaro è la flessione della struttura, anche se si può intravedere una deformazione più sinuosa per la laminazione 5, sintomo di rotazioni più variegata in termini di segno. Per facilitare la visione dell'effetto torsionale, nelle figure 4.34 e 4.35 si riporta il solo elemento 1, per il quale è stata eliminata la componente flessionale di deformazione, per rendere più evidente la rotazione complessiva.

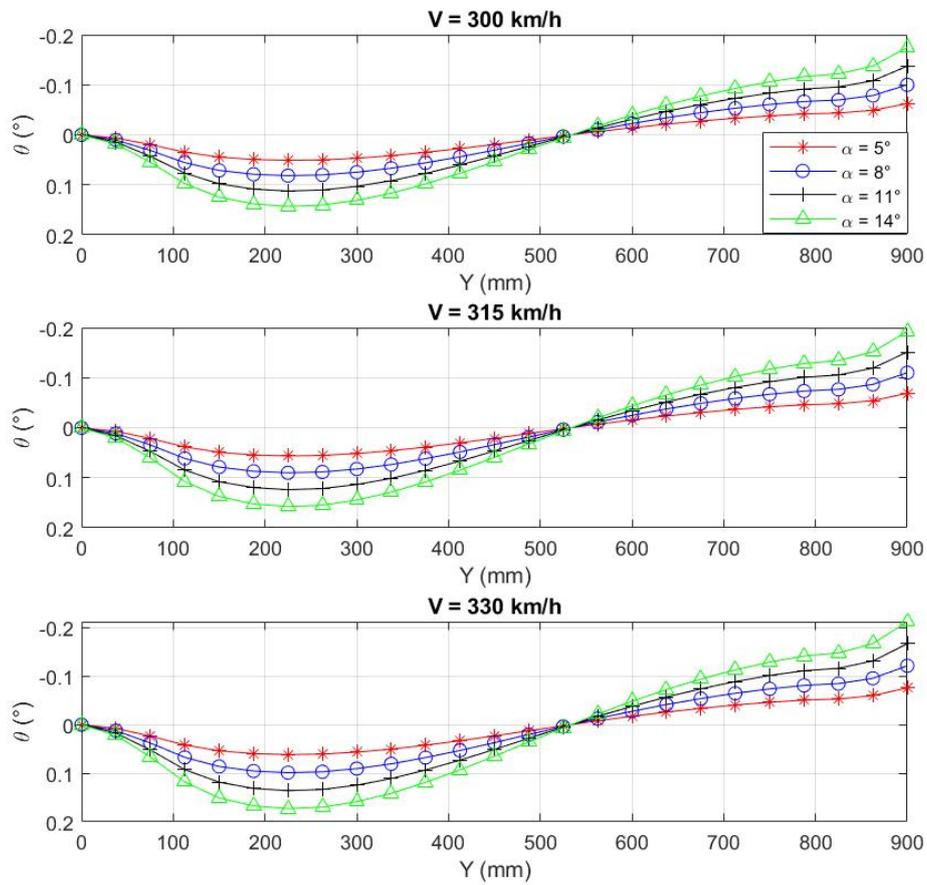


Figura 4.31: Effetto dell'incidenza e della velocità di progetto sull'andamento di θ lungo l'apertura b dell'elemento 1 per la laminazione 5.

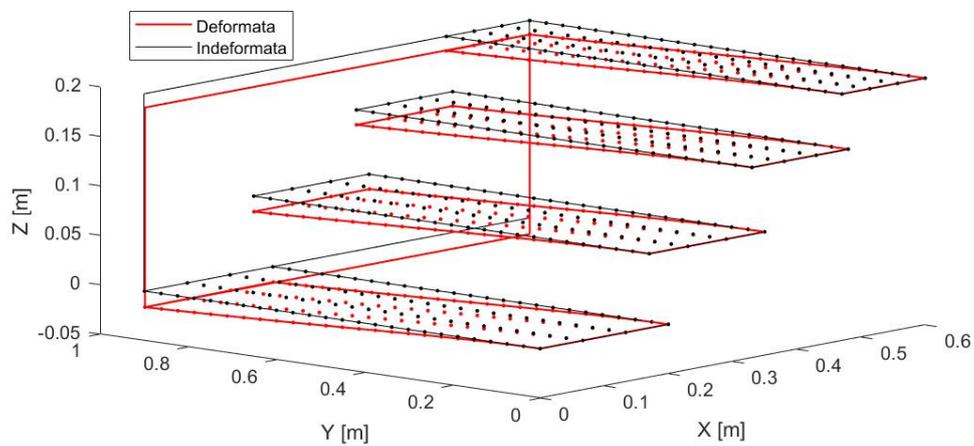


Figura 4.32: Deformata della struttura per la laminazione 1 ($V = 330$ km/h, $\alpha = 14^\circ$).

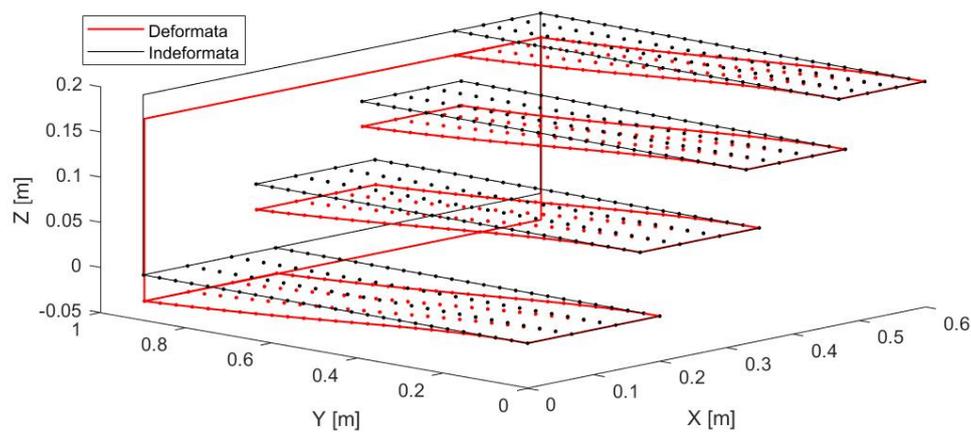


Figura 4.33: Deformata della struttura per la laminazione 5 ($V = 330$ km/h, $\alpha = 14^\circ$).

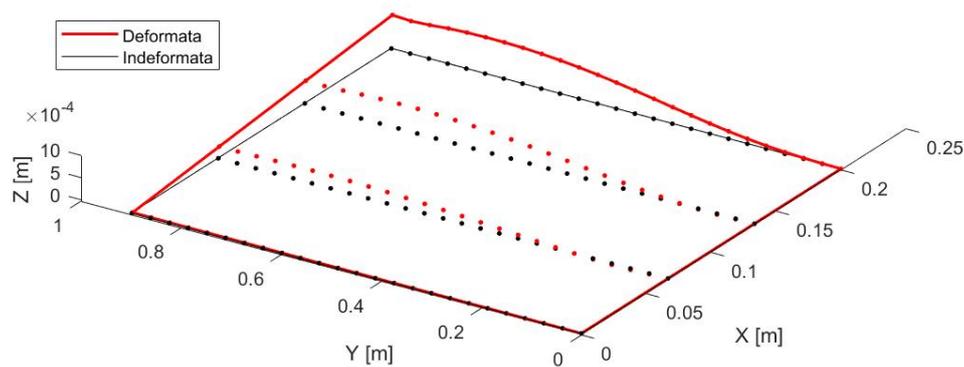


Figura 4.34: Deformata dell'elemento 1 per la laminazione 1 ($V = 330$ km/h, $\alpha = 14^\circ$).

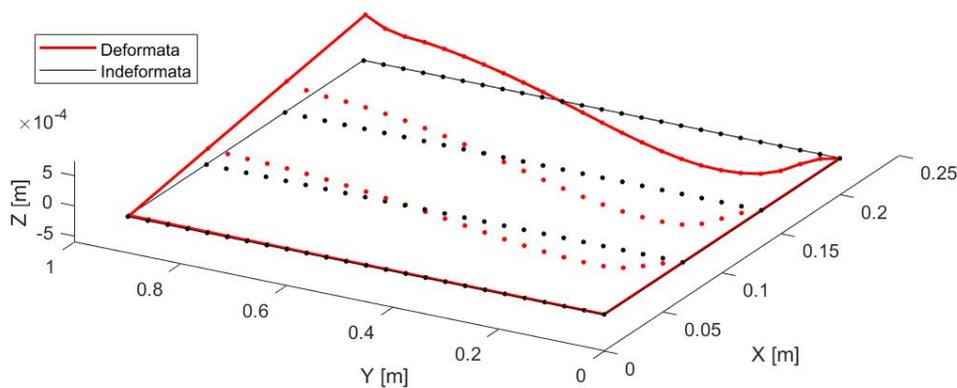


Figura 4.35: Deformata dell'elemento 1 per la laminazione 5 ($V = 330$ km/h, $\alpha = 14^\circ$).

Si specifica che in queste ultime due figure la rotazione è stata considerata attorno al bordo di attacco dell'elemento, sottraendo la componente flessionale in quel punto al campo di spostamenti complessivo di ogni sezione, compatibilmente con quanto fatto per calcolare i valori di L e D. Ciò è solo una delle strade possibili e non permette di riprodurre l'esatto comportamento della struttura, in quanto il centro di taglio varia la sua posizione lungo l'apertura, ma risulta comunque sufficiente a mostrare quanto voluto.

Avendo parlato in precedenza di componente flessionale, è bene sottolineare come anch'essa sia certamente un effetto aeroelastico, in quanto associata all'azione dei carichi aerodinamici. Del resto la rotazione delle sezioni viene valutata proprio a partire dalla flessione dei vari punti. La sua rilevanza non si limita tuttavia a questo, in quanto un'eccessiva flessione della struttura può, oltre ad influenzare l'incidenza, portare ad un avvicinamento eccessivo dell'ala al suolo, con conseguente amplificazione dell'effetto suolo e, nei casi peggiori, contatto con l'asfalto. Tuttavia, questi aspetti non saranno approfonditi. A titolo di esempio, comunque, in tabella 4.31 sono riportate le componenti di spostamento verticale per la velocità più elevata. In questo modo è possibile avere un'idea delle grandezze in gioco (i valori per le velocità più basse saranno di pochi millimetri inferiori).

Lam	5°		8°		11°		14°	
	w_{97}	w_{400}	w_{97}	w_{400}	w_{97}	w_{400}	w_{97}	w_{400}
1	-5.84	-5.02	-9.34	-8.03	-12.84	-11.04	-16.34	-14.05
2	-6.02	-5.38	-9.64	-8.61	-13.25	-11.83	-16.87	-15.06
3	-10.89	-9.98	-17.42	-15.97	-23.95	-21.95	-30.48	-27.94
4	-10.85	-9.97	-17.36	-15.96	-23.87	-21.94	-30.39	27.93
5	-10.41	-9.56	-16.65	-15.30	-22.89	-21.04	-29.13	-26.77

Tabella 4.31: Componenti di flessione lungo Z, in millimetri, per il bordo di attacco e di fuga rispettivamente dell'elemento 1 e 4, nel caso $V = 330$ km/h.

Inoltre, poichè sono stati riportati gli spostamenti nei punti 97 e 400 della griglia, ossia i punti rispettivamente più avanzato e più arretrato della struttura, è possibile calcolare una rotazione complessiva al tip, associabile in prima approssimazione all'endplate, che verifica ulteriormente la presenza dell'accoppiamento strutturale in quella porzione dell'ala. In effetti, ad esempio, i valori per $\alpha = 14^\circ$ e laminazione 5 portano a $\theta = 0.2254^\circ$, che è un valore del tutto confrontabile con le rotazioni dei 4 elementi nelle stesse condizioni (ultima riga della tabella 4.36).

Mettendo in relazione i risultati ottenuti dall'analisi aeroelastica appena effettuata con quelli mutuati dalle prove statiche, risulta chiaro come le ultime tre laminazioni, soprattutto la 5, siano quelle che portano al comportamento della struttura ricercato nell'ambito delle ali flessibili. Tuttavia, esse si accompagnano anche a deformazioni a flessione non trascurabili, nonchè ad uno sfioramento del limite di spostamento imposto dal regolamento. Le restanti laminazioni, d'altra parte, presentano il comportamento opposto, rivelandosi "legali" ma non utili a migliorare le prestazioni aerodinamiche dell'ala. Si ricordi, comunque, che sono state fatte molte scelte arbitrarie e numerose approssimazioni e che perciò è sufficiente una leggera ottimizzazione del modello per ottenere risultati maggiormente raffinati.

		Ele 1	Y [mm]	Ele 2	Y	Ele 3	Y	Ele 4	Y
V = 300 km/h									
5°	θ_{max}°	0.0000	0	0.0065	150	0.0092	187.5	0.0088	150
	θ_{min}°	-0.0684	712.5	-0.0649	900	-0.0638	900	-0.0709	862.5
8°	θ_{max}°	0.0000	0	0.0104	150	0.0147	187.5	0.0141	150
	θ_{min}°	-0.1095	712.5	-0.1038	900	-0.1021	900	-0.1134	862.5
11°	θ_{max}°	0.0000	0	0.0143	150	0.0202	187.5	0.0194	150
	θ_{min}°	-0.1505	712.5	-0.1427	900	-0.1404	900	-0.1559	862.5
14°	θ_{max}°	0.0000	0	0.0183	150	0.0257	187.5	0.0246	150
	θ_{min}°	-0.1916	712.5	-0.1817	900	-0.1786	900	-0.1985	862.5
V = 315 km/h									
5°	θ_{max}°	0.0000	0	0.0072	150	0.0101	187.5	0.0097	150
	θ_{min}°	-0.0755	712.5	-0.0716	900	-0.0704	900	-0.0782	862.5
8°	θ_{max}°	0.0000	0	0.0115	150	0.0162	187.5	0.0155	150
	θ_{min}°	-0.1208	712.5	-0.1146	900	-0.1127	900	-0.1251	862.5
11°	θ_{max}°	0.0000	0	0.0158	150	0.0222	187.5	0.0214	150
	θ_{min}°	-0.1661	712.5	-0.1575	900	-0.1549	900	-0.1721	862.5
14°	θ_{max}°	0.0000	0	0.0202	150	0.0283	187.5	0.0272	150
	θ_{min}°	-0.2114	712.5	-0.2005	900	-0.1972	900	-0.2190	862.5
V = 330 km/h									
5°	θ_{max}°	0.0000	0	0.0079	150	0.0111	187.5	0.0107	150
	θ_{min}°	-0.0830	712.5	-0.0787	900	-0.0774	900	-0.0859	862.5
8°	θ_{max}°	0.0000	0	0.0127	150	0.0178	187.5	0.0171	150
	θ_{min}°	-0.1327	712.5	-0.1259	900	-0.1238	900	-0.1375	862.5
11°	θ_{max}°	0.0000	0	0.0174	150	0.0244	187.5	0.0234	150
	θ_{min}°	-0.1825	712.5	-0.1731	900	-0.1802	900	-0.1891	862.5
14°	θ_{max}°	0.0000	0	0.0222	150	0.0311	187.5	0.0298	150
	θ_{min}°	-0.2323	712.5	-0.2203	900	-0.2166	900	-0.2406	862.5

Tabella 4.32: Rotazione massima e minima e relative coordinate lungo l'apertura per i vari elementi in funzione della velocità e dell'incidenza per la laminazione 1. In accordo con quanto già visto non sono presenti rotazioni positive per l'elemento 1, tanto che il valore massimo è all'incastro e risulta nullo. Valori positivi, anche se piccoli, sono presenti negli altri elementi. Le rotazioni dei quattro elementi a fissata incidenza e velocità risultano quasi identici, a testimonianza dell'accoppiamento strutturale dato dall'endplate. Si nota, infine, il generale incremento dei valori all'aumentare di velocità e incidenza e che la rotazione minima non è sempre associata al tip.

		Ele 1	Y [mm]	Ele 2	Y	Ele 3	Y	Ele 4	Y
V = 300 km/h									
5°	θ_{max}°	0.0099	150	0.0232	225	0.0323	262.5	0.0327	225
	θ_{min}°	-0.0492	900	-0.0514	900	-0.0501	900	-0.0541	900
8°	θ_{max}°	0.0159	150	0.0371	225	0.0516	262.5	0.0524	225
	θ_{min}°	-0.0787	900	-0.0823	900	-0.0802	900	-0.0866	900
11°	θ_{max}°	0.0218	150	0.0510	225	0.0710	262.5	0.0720	225
	θ_{min}°	-0.1081	900	-0.1131	900	-0.1103	900	-0.1190	900
14°	θ_{max}°	0.0278	150	0.0649	225	0.0903	262.5	0.0916	225
	θ_{min}°	-0.1376	900	-0.1440	900	-0.1404	900	-0.1515	900
V = 315 km/h									
5°	θ_{max}°	0.0109	150	0.0255	255	0.0356	262.5	0.0361	225
	θ_{min}°	-0.0542	900	-0.0567	900	-0.0553	900	-0.0597	900
8°	θ_{max}°	0.0175	150	0.0409	225	0.0569	262.5	0.0577	225
	θ_{min}°	-0.0868	900	-0.0908	900	-0.0885	900	-0.0955	900
11°	θ_{max}°	0.0241	150	0.0562	225	0.0783	262.5	0.0794	225
	θ_{min}°	-0.1193	900	-0.1248	900	-0.1217	900	-0.1313	900
14°	θ_{max}°	0.0306	150	0.0715	225	0.0996	262.5	0.1010	225
	θ_{min}°	-0.1519	900	-0.1589	900	-0.1549	900	-0.1672	900
V = 330 km/h									
5°	θ_{max}°	0.0120	150	0.0281	225	0.0391	262.5	0.0396	225
	θ_{min}°	-0.0596	900	-0.0623	900	-0.0608	900	-0.0656	900
8°	θ_{max}°	0.0192	150	0.0449	225	0.0625	262.5	0.0634	225
	θ_{min}°	-0.0192	900	-0.0997	900	-0.0973	900	-0.1049	900
11°	θ_{max}°	0.0264	150	0.0617	225	0.0859	262.5	0.0872	225
	θ_{min}°	-0.1311	900	-0.1371	900	-0.1337	900	-0.1443	900
14°	θ_{max}°	0.0336	150	0.0785	225	0.1094	262.5	0.1109	225
	θ_{min}°	-0.1669	900	-0.1745	900	-0.1702	900	-0.1836	900

Tabella 4.33: Rotazione massima e minima e relative coordinate lungo l'apertura per i vari elementi in funzione della velocità e dell'incidenza per la laminazione 2. Si notano le stesse caratteristiche della precedente laminazione, con però la presenza di rotazioni positive anche per l'elemento 1. Inoltre, in questo caso le rotazioni minime sono sempre relative al tip e la coordinata associata al cambio del segno è maggiore.

		Ele 1	Y [mm]	Ele 2	Y	Ele 3	Y	Ele 4	Y
V = 300 km/h									
5°	θ_{max}°	0.0361	187.5	0.0536	262.5	0.0584	262.5	0.0529	262.5
	θ_{min}°	-0.0677	900	-0.0727	900	-0.0717	900	-0.0786	862.5
8°	θ_{max}°	0.0577	187.5	0.0858	262.5	0.0935	262.5	0.0846	262.5
	θ_{min}°	-0.1083	900	-0.1162	900	-0.1147	900	-0.1258	862.5
11°	θ_{max}°	0.0793	187.5	0.1180	262.5	0.1285	262.5	0.1163	262.5
	θ_{min}°	-0.1489	900	-0.1598	900	-0.1576	900	-0.1730	862.5
14°	θ_{max}°	0.1010	187.5	0.1502	262.5	0.1636	262.5	0.1480	262.5
	θ_{min}°	-0.1895	900	-0.2034	900	-0.2006	900	-0.2201	862.5
V = 315 km/h									
5°	θ_{max}°	0.0398	187.5	0.0591	262.5	0.0644	262.5	0.0583	262.5
	θ_{min}°	-0.0747	900	-0.0801	900	-0.0790	900	-0.0867	862.5
8°	θ_{max}°	0.0636	187.5	0.0946	262.5	0.1031	262.5	0.0932	262.5
	θ_{min}°	-0.1194	900	-0.1282	900	-0.1264	900	-0.1387	862.5
11°	θ_{max}°	0.0875	187.5	0.1301	262.5	0.1417	262.5	0.1282	262.5
	θ_{min}°	-0.1642	900	-0.1763	900	-0.1739	900	-0.1907	862.5
14°	θ_{max}°	0.1113	187.5	0.1656	262.5	0.1804	262.5	0.1632	262.5
	θ_{min}°	-0.2090	900	-0.2243	900	-0.2213	900	-0.2428	862.5
V = 330 km/h									
5°	θ_{max}°	0.0437	187.5	0.0649	262.5	0.0707	262.5	0.0640	262.5
	θ_{min}°	-0.0820	900	-0.0880	900	-0.0868	900	-0.0952	862.5
8°	θ_{max}°	0.0699	187.5	0.1039	262.5	0.1132	262.5	0.1024	262.5
	θ_{min}°	-0.1312	900	-0.1408	900	-0.1388	900	-0.1523	862.5
11°	θ_{max}°	0.0991	187.5	0.1433	262.5	0.1560	262.5	0.1414	262.5
	θ_{min}°	-0.1807	900	-0.1933	900	-0.1909	900	-0.2095	862.5
14°	θ_{max}°	0.1222	187.5	0.1819	262.5	0.1981	262.5	0.1791	262.5
	θ_{min}°	-0.2295	900	-0.2463	900	-0.2430	900	-0.2665	862.5

Tabella 4.34: Rotazione massima e minima e relative coordinate lungo l'apertura per i vari elementi in funzione della velocità e dell'incidenza per la laminazione 3. Valgono le stesse considerazioni fatte in precedenza, con in più un aumento generale dei valori in gioco.

		Ele 1	Y [mm]	Ele 2	Y	Ele 3	Y	Ele 4	Y
V = 300 km/h									
5°	θ_{max}°	0.0394	187.5	0.0549	262.5	0.0597	262.5	0.0495	225
	θ_{min}°	-0.0649	900	-0.0696	900	-0.0690	900	-0.0741	862.5
8°	θ_{max}°	0.0631	187.5	0.0878	262.5	0.0955	262.5	0.0792	225
	θ_{min}°	-0.1038	900	-0.1114	900	-0.1104	900	-0.1186	862.5
11°	θ_{max}°	0.0868	187.5	0.1207	262.5	0.1313	262.5	0.1089	225
	θ_{min}°	-0.1428	900	-0.1531	900	-0.1518	900	-0.1631	862.5
14°	θ_{max}°	0.1104	187.5	0.1536	262.5	0.1671	262.5	0.1386	225
	θ_{min}°	-0.1817	900	-0.1949	900	-0.1932	900	-0.2076	852.5
V = 315 km/h									
5°	θ_{max}°	0.0435	187.5	0.0605	262.5	0.0658	262.5	0.0546	262.5
	θ_{min}°	-0.0715	900	-0.0767	900	-0.0761	900	-0.0817	862.5
8°	θ_{max}°	0.0696	187.5	0.0968	262.5	0.1053	262.5	0.0874	262.5
	θ_{min}°	-0.1145	900	-0.1228	900	-0.1217	900	-0.1308	862.5
11°	θ_{max}°	0.0957	187.5	0.1331	262.5	0.1448	262.5	0.1201	262.5
	θ_{min}°	-0.1574	900	-0.1688	900	-0.1673	900	-0.1798	862.5
14°	θ_{max}°	0.1218	187.5	0.1694	262.5	0.1843	262.5	0.1529	262.5
	θ_{min}°	-0.2003	900	-0.2149	900	-0.2130	900	-0.2288	862.5
V = 330 km/h									
5°	θ_{max}°	0.0477	187.5	0.0664	262.5	0.0723	262.5	0.0599	262.5
	θ_{min}°	-0.0785	900	-0.0842	900	-0.0835	900	-0.0897	862.5
8°	θ_{max}°	0.0764	187.5	0.1063	262.5	0.1157	262.5	0.0959	262.5
	θ_{min}°	-0.1256	900	-0.1348	900	-0.1336	900	-0.1435	862.5
11°	θ_{max}°	0.1050	187.5	0.1462	262.5	0.1590	262.5	0.1319	262.5
	θ_{min}°	-0.1727	900	-0.1853	900	-0.1836	900	-0.1974	862.5
14°	θ_{max}°	0.1337	187.5	0.1861	262.5	0.2024	262.5	0.1678	262.5
	θ_{min}°	-0.2199	900	-0.2358	900	-0.2337	900	-0.2512	862.5

Tabella 4.35: Rotazione massima e minima e relative coordinate lungo l'apertura per i vari elementi in funzione della velocità e dell'incidenza per la laminazione 4. Il trend osservato finora rimane invariato.

		Ele 1	Y [mm]	Ele 2	Y	Ele 3	Y	Ele 4	Y
V = 300 km/h									
5°	θ_{max}°	0.0511	225	0.0693	300	0.0834	300	0.0759	300
	θ_{min}°	-0.0624	900	-0.0668	900	-0.0661	900	-0.0709	900
8°	θ_{max}°	0.0818	225	0.1109	300	0.1334	300	0.1215	300
	θ_{min}°	-0.0998	900	-0.1069	900	-0.1058	900	-0.1135	900
11°	θ_{max}°	0.1124	225	0.1525	300	0.1834	300	0.1671	300
	θ_{min}°	-0.1373	900	-0.1470	900	-0.1454	900	-0.1560	900
14°	θ_{max}°	0.1431	225	0.1941	300	0.2334	300	0.2126	300
	θ_{min}°	-0.1747	900	-0.1870	900	-0.1851	900	-0.1986	900
V = 315 km/h									
5°	θ_{max}°	0.0563	225	0.0764	300	0.0919	300	0.0837	300
	θ_{min}°	-0.0688	900	-0.0737	900	-0.0729	900	-0.0782	900
8°	θ_{max}°	0.0901	225	0.1223	300	0.1470	300	0.1339	300
	θ_{min}°	-0.1101	900	-0.1178	900	-0.1166	900	-0.1251	900
11°	θ_{max}°	0.1239	225	0.1681	300	0.2022	300	0.1842	300
	θ_{min}°	-0.1514	900	-0.1620	900	-0.1603	900	-0.1720	900
14°	θ_{max}°	0.1577	225	0.2140	300	0.2573	300	0.2344	300
	θ_{min}°	-0.1927	900	-0.2062	900	-0.2040	900	-0.2190	900
V = 330 km/h									
5°	θ_{max}°	0.0618	225	0.0839	300	0.1009	300	0.0919	300
	θ_{min}°	-0.0755	900	-0.0808	900	-0.0800	900	-0.0858	900
8°	θ_{max}°	0.0989	225	0.1342	300	0.1614	300	0.1470	300
	θ_{min}°	-0.1209	900	-0.1294	900	-0.1280	900	-0.1373	900
11°	θ_{max}°	0.1360	225	0.1845	300	0.2219	300	0.2021	300
	θ_{min}°	-0.1662	900	-0.1779	900	-0.1760	900	-0.1888	900
14°	θ_{max}°	0.1731	225	0.2349	300	0.2824	300	0.2572	300
	θ_{min}°	-0.2115	900	-0.2264	900	-0.2240	900	-0.2403	900

Tabella 4.36: Rotazione massima e minima e relative coordinate lungo l'apertura per i vari elementi in funzione della velocità e dell'incidenza per la laminazione 5. Si tratta, come già visto, del caso più estremo in termini di rotazioni positive e di importanza della porzione di struttura che risente maggiormente dell'accoppiamento flesso-torsionale.

Ply drop-off

Dalle precedenti considerazioni, si può concludere che una configurazione che porti ad una diminuzione di L e D e che contemporaneamente rispetti i requisiti di flessibilità imposti dal regolamento non è stata individuata. Tuttavia, i risultati mostrano che trovarne una è comunque possibile, a patto di migliorare il modello, sia dal punto di vista geometrico che da quello strutturale. Una possibilità, ad esempio, può essere quella del *ply drop-off*, in cui alcuni strati della laminazione vengono eliminati a partire da una certa coordinata Y.

Lam	Pnt A	Pnt B	Ele 1	Ele 2	Ele 3	Ele 4
1	-27.10	-33.30	-1.622	-1.655	-1.991	-2.504
2	-28.06	-34.24	-1.676	-1.702	-2.031	-2.535

Tabella 4.37: Spostamento u_z [mm] risultante dalle prove statiche sul bodywork e sui bordi di fuga degli elementi.

Lam	5°		8°		11°		14°	
	L [N]	D [N]						
V = 300 km/h								
1	2121	20.21	2772	29.31	3367	42.63	3765	68.52
2	2114	20.15	2763	29.17	3359	42.36	3760	67.68
Ref	2122	20.21	2772	29.32	3368	42.65	3766	68.60
V = 315 km/h								
1	2338	22.28	3056	32.32	3712	47.00	4151	75.53
2	2330	22.21	3046	32.14	3702	46.67	4144	74.51
Ref	2339	22.28	3056	32.33	3713	47.02	4152	75.64
V = 330 km/h								
1	2566	24.45	3353	35.47	4074	51.58	4556	82.89
2	2556	24.37	3342	35.25	4062	51.18	4548	81.65
Ref	2567	24.45	3354	35.48	4075	51.60	4557	83.01

Tabella 4.38: Valori di deportanza e resistenza al variare della velocità e dell'incidenza per i due casi di drop-off e confronto con i valori di riferimento.

In questo modo è possibile ottenere laminazioni più complesse, che esaltano determinate proprietà della struttura. Si considerino, ad esempio, le prime due laminazioni: esse rispettano i requisiti statici grazie alla forte presenza di strati a 0 e 90 ma portano ad un aumento di portanza e resistenza. Nelle tabelle 4.37 e 4.38 sono riportati i risultati delle medesime analisi precedentemente effettuate nei casi in cui le laminazioni 1 e 2 sono state modificate lasciando esclusivamente i due strati a -45 a partire da $Y = 450 \text{ mm}$ ¹⁸. È facile notare come il comportamento aeroelastico sia nettamente migliorato, a scapito però della rigidità flessionale. Tuttavia, risulta

¹⁸Per un corretto drop-off sarebbe necessario prevedere una zona di transizione, lungo la quale lo spessore dell'elemento diminuisce progressivamente e non istantaneamente. Tuttavia, in prima approssimazione i risultati ottenuti rimangono indicativi.

chiaro come il drop-off, unito ad una maggiore ottimizzazione del modello, possa essere uno strumento utile ad ottenere configurazioni corrette sia dal punto di vista aeroelaastico che da quello statico.

4.4.3 Flutter

Le analisi e le considerazioni fin qui effettuate sono di per sé sufficienti a soddisfare gli obiettivi di questo elaborato.

Modo	f [Hz]	Tipologia
1	13.08	Flessionale (X), intera struttura
2	35.79	Torsionale (Y), intera struttura
3	50.10	Flessionale (X), elementi 3 e 4
4	56.81	Flessionale (X), elementi 2 e 3
5	62.00	Flessionale (X), elemento 2
6	71.05	Torsionale (Y), intera struttura
7	77.39	Flessionale (X), elementi 1 e 2
8	130.56	Flessionale, endplate
9	136.42	Flessionale, endplate
10	139.96	Flessionale (X), elementi 3 e 4 + endplate
11	154.25	Flessionale (X), elemento 3 + endplate
12	164.56	Torsionale (Y) e flessionale (X), risp. elemento 1 e 2
13	178.30	Torsionale (Y), elementi 1 e 2
14	195.10	Torsionale (Y), elemento 1
15	202.86	Torsionale (Y), elemento 3
16	208.11	Torsionale (Y), elementi 2, 3 e 4
17	212.39	Torsionale (Y), elemento 4
18	260.83	Flessionale (X), elemento 4
19	280.11	Flessionale (X), elemento 3 + endplate
20	288.77	Flessionale (Z), elemento 4 + endplate
21	299.12	Torsionale, endplate
22	308.41	Flessionale (Z) e torsionale, risp. elemento 3 ed endplate

Tabella 4.39: Modi di vibrare della struttura e relativa frequenza.

Tuttavia, per completezza, è importante caratterizzare la struttura anche dal punto di vista dinamico. Precedentemente sono già stati introdotti alcuni modi di vibrare della struttura in esame. Questi verranno di seguito ripresi, ponendo particolare attenzione alle loro frequenze caratteristiche. Inoltre, verrà valutata la condizione di flutter per ognuna delle cinque laminazioni, in modo da essere certi che l'instabilità non si presenti nelle condizioni di esercizio.

In tabella 4.39 sono riportate le frequenze tipiche e le tipologie di ciascuno dei modi considerati nelle analisi. È importante sottolineare che ogni modo di vibrare coinvolge quasi sempre tutti gli elementi della struttura, compreso l'endplate. Ciò che viene indicato in tabella, perciò, è stato ottenuto mediante valutazioni su quelle parti di struttura che risultano maggiormente influenzate dal modo.

In tabella 4.40, invece, sono riportate le velocità e le frequenze di flutter per ognuna delle cinque laminazioni. In tutti i casi, l'instabilità riguarda il secondo modo di vibrare (torsionale) e nasce dalla sua interazione con il primo (flessionale). Per il resto, com'è facile notare, la velocità di flutter è ben al di sopra dei valori considerati nelle analisi precedenti e perciò non sono presenti problemi di instabilità nel range di funzionamento della struttura.

Lam	U_F [km/h]	f_F [Hz]
1	1436	30.90
2	1486	31.40
3	1345	25.36
4	1316	25.33
5	1285	25.58

Tabella 4.40: Velocità e frequenze di flutter per le varie laminazioni.

Capitolo 5

Conclusioni

In questo elaborato sono stati analizzati gli effetti del tailoring aeroelastico sul comportamento strutturale di un'ala anteriore di una vettura di Formula Uno e sulle conseguenti variazioni delle prestazioni aerodinamiche della stessa, mediante la riproduzione della fenomenologia delle ali flessibili.

La volontà di modellare un problema che fosse il più coerente possibile con la realtà ha imposto uno studio meticoloso del regolamento tecnico e, in particolare, di tutti quegli aspetti correlati alla geometria, ai materiali ed ai requisiti tipici di un'ala anteriore. Contestualmente, tuttavia, lo stesso regolamento ha lasciato un'ampia libertà di manovra sulla definizione delle caratteristiche del modello, il che ha incrementato notevolmente il numero di variabili libere in gioco e, come ulteriore conseguenza, ha reso necessario imporre una serie di approssimazioni. Ciò, comunque, non ha impedito di ottenere, seppur con non poche difficoltà, un modello finale che potesse simulare la fenomenologia ricercata: l'uso combinato della Carrera Unified Formulation e del Finite Elements Method, unito alla potenza di calcolo di Nastran, ha permesso di effettuare in modo relativamente semplice una serie di studi volti a valutare l'effetto di ogni variabile sul risultato finale. Oltre a questo, è stato fondamentale scegliere attentamente i modelli strutturali da utilizzare per la costruzione della mesh, nonché le funzioni che meglio si adattassero alla modellizzazione del problema nell'ambito della FEM. In questo senso, sono stati riprodotti risultati di altri autori che, insieme alla complessità della struttura, hanno indirizzato la scelta verso elementi piastra e funzioni Lagrangiane, con la sola eccezione dell'endplate, per il quale non è stato necessario un alto livello di ottimizzazione. Infine, uno studio di convergenza sui modi di vibrare della struttura ha permesso di individuare il corretto numero di modi da utilizzare come input delle analisi, tale da includere le deformazioni associate alla torsione di ogni elemento dell'ala, fondamentali per la fenomenologia in esame.

Le analisi effettuate sulle varie laminazioni hanno rivelato come il comportamento tipico di un'ala flessibile sia fortemente correlato alla relazione che sussiste tra l'effetto di rigidità dovuto alla presenza dell'endplate e dell'incastro e l'accoppiamento flesso-torsionale generato dal tipo di laminazione utilizzata. Il primo tende ad arretrare il centro di taglio rispetto al centro aerodinamico, portando ad un aumento dell'incidenza del profilo ed al conseguente incremento della deportanza e della resistenza all'avanzamento. Il secondo, invece, è responsabile di un avanzamento del

centro di taglio e ad una diminuzione dell'incidenza, con quindi effetti positivi sulle prestazioni aerodinamiche. A seconda di quello che è l'effetto prevalente, la struttura nel suo complesso può tendere ad una delle due casistiche. In questo senso, le analisi sul modello oggetto dell'elaborato hanno evidenziato come l'utilizzo di strati con angoli delle fibre di 0 e 90 gradi tendano ad amplificare il primo effetto, mentre strati a -45 e -30 gradi convergono maggiormente sull'altro. Poichè, però, i primi si accompagnano ad una maggiore rigidità flessionale della struttura, necessaria per rispettare i vincoli di flessibilità imposti dal regolamento, le configurazioni scelte sono state ottenute combinando i due casi. Tutte le laminazioni costituite da strati 0, 90 e -45 sono risultate rispettose del regolamento, soprattutto quella in cui solo i due strati più interni sono a -45, ma hanno evidenziato una preponderanza dell'effetto di rigidità rispetto a quello flessione-torsionale. Spostare i due strati a -45 dall'interno all'esterno ha limitato l'aumento di deportanza e resistenza ma non lo ha eliminato. Combinando, invece, strati a 0, 90, -45 e -30, la diminuzione cercata delle grandezze aerodinamiche si è verificata, soprattutto laddove strati a -30 sono stati posizionati nelle posizioni centrali della laminazione. Tuttavia, data la limitata presenza di strati 0/90, la struttura ha visto diminuire la sua rigidità flessionale, fatto che ha portato a non rispettare i limiti di deformabilità imposti dal regolamento tecnico. Un miglioramento leggero ma non risolutivo in tal senso si è avuto imponendo angoli a 0 e 90 agli strati inferiori della laminazione. L'aumento di velocità e incidenza di progetto ha, in generale, amplificato gli effetti appena descritti, senza però variarne la natura.

Una configurazione che permetta il rispetto del regolamento, portando contemporaneamente alla diminuzione della deportanza e della resistenza dell'ala non è stata individuata ma i risultati ottenuti sono comunque molto indicativi sul tipo di approccio da adottare in questo tipo di problemi e costituiscono un'utilissima base di partenza per analisi future maggiormente approfondite e ottimizzate. In effetti, l'alto numero di approssimazioni effettuate durante la costruzione del modello e di variabili arbitrarie in gioco lascia ampio spazio a migliorie che possono portare a risultati più completi. La geometria utilizzata, ad esempio, può essere resa meno grezza, curando maggiormente l'ottimizzazione delle forme e adottando le rastremazioni e le curvature tipiche delle configurazioni reali. Lo stesso endplate, che in questo elaborato non è stato sviluppato in quanto utilizzato solo per definire l'accoppiamento strutturale tra i vari elementi, può essere oggetto di studi più approfonditi, sia per quanto riguarda la sua forma, sia dal punto di vista del materiale utilizzato, verificando, ad esempio, l'effetto di varie laminazioni sul comportamento globale della struttura. Anche le misure adottate per gli elementi principali (corde, spessori, overlap, ...), possono dar vita a studi di sensibilità, così come può essere interessante valutare laminazioni più complesse (come lo stesso ply drop-off) e non necessariamente uguali per ogni elemento, al pari dell'incidenza, la quale nella realtà è diversa da flap a flap. Lo stesso angolo di freccia, qui non considerato, può avere un effetto significativo sul comportamento aeroelastico dell'ala, sebbene maggiormente limitato rispetto alle applicazioni aeronautiche. Anche la caratterizzazione aerodinamica si presta ad ulteriori valutazioni e approfondimenti, volti a tenere in considerazione gli effetti dell'interazione tra i vari elementi, che complicano il flusso che investe la struttura, l'effetto suolo e l'interferenza generata dalla presenza del

muso della vettura e dell'endplate. La stessa analisi mediante xfoil può essere sostituita dall'uso di software più complessi e accurati, che tengano in conto, ad esempio, anche delle resistenze indotte e della variazione locale del numero di Reynolds. Tutto ciò permetterebbe di ottenere un quadro generale completo e approfondito riguardo gli effetti del tailoring aeroelastico su strutture complesse e con un alto livello di ottimizzazione.

Ringraziamenti

Si ringraziano il Prof. Marco Petrolo ed il Prof. Enrico Zappino per aver accettato e coadiuvato questo percorso di tesi e per aver fornito tutti gli strumenti necessari allo svolgimento del lavoro. Si ringraziano, inoltre, l'Ing. Marco Enea e l'Ing. Martina Santori per il supporto fornitomi nell'utilizzo dei software e nello svolgimento delle analisi.

Bibliografia

- [1] Nur Azam Abdullah, Jose Luis Curiel-Sosa e Mahesa Akbar. «Aeroelastic assessment of cracked composite plate by means of fully coupled finite element and Doublet Lattice Method». eng. In: *Composite structures* 202 (2018), pp. 151–161. ISSN: 0263-8223.
- [2] EDWARD ALBANO e WILLIAM P. RODDEN. «A doublet-lattice method for calculating lift distributions on oscillating surfaces in subsonic flows». eng. In: *AIAA journal* 7.2 (1969), pp. 279–285. ISSN: 0001-1452.
- [3] Chris Sungkyun Bang et al. «Aeroelastic Analysis of a Single Element Composite Wing in Ground Effect Using Fluid–Structure Interaction». eng. In: *Journal of fluids engineering* 144.4 (2022). ISSN: 0098-2202.
- [4] Chris Sungkyun Bang et al. «Numerical Investigation and Fluid-Structure Interaction (FSI) Analysis on a Double-Element Simplified Formula One (F1) Composite Wing in the Presence of Ground Effect». eng. In: *Fluids (Basel)* 7.2 (2022), pp. 85–. ISSN: 2311-5521.
- [5] Mattia Basso, Carlo Cravero e Davide Marsano. «Aerodynamic effect of the gurney flap on the front wing of a f1 car and flow interactions with car components». eng. In: *Energies (Basel)* 14.8 (2021), pp. 2059–. ISSN: 1996-1073.
- [6] Raj B. Bharati et al. «Flutter analysis of laminated composite structures using Carrera Unified Formulation». eng. In: *Composite structures* 253 (2020), pp. 112759–. ISSN: 0263-8223.
- [7] E. Carrera, M. Filippi e E. Zappino. «Free vibration analysis of rotating composite blades via Carrera Unified Formulation». eng. In: *Composite structures* 106 (2013), pp. 317–325. ISSN: 0263-8223.
- [8] Erasmo Carrera. *Finite element analysis of structures through unified formulation / Erasmo Carrera ... [et al.]* eng. Chichester: Wiley, 2014. ISBN: 9781119941217.
- [9] Erasmo Carrera e Salvatore Brischetto. «Analysis of thickness locking in classical, refined and mixed multilayered plate theories». eng. In: *Composite structures* 82.4 (2008), pp. 549–562. ISSN: 0263-8223.
- [10] Erasmo Carrera e Salvatore Brischetto. «Analysis of thickness locking in classical, refined and mixed theories for layered shells». eng. In: *Composite structures* 85.1 (2008), pp. 83–90. ISSN: 0263-8223.
- [11] Erasmo Carrera e Marco Petrolo. «Refined beam elements with only displacement variables and plate/shell capabilities». eng. In: (2011).

- [12] Erasmo Carrera e Enrico Zappino. «Carrera Unified Formulation for Free-Vibration Analysis of Aircraft Structures». eng. In: (2016).
- [13] Erasmo Carrera et al. «Notes on Finite Elements for Aeroelastic Problems Aeroelasticity Course 2022-2023». eng. In: (2022).
- [14] Xabier Castro e Zeeshan A. Rana. «Aerodynamic and structural design of a 2022 formula one front wing assembly». eng. In: *Fluids (Basel)* 5.4 (2020), pp. 237–. ISSN: 2311-5521.
- [15] Luciano Demasi et al. «Equivalent Single Layer, Zig-Zag, and Layer Wise theories for variable angle tow composites based on the Generalized Unified Formulation». eng. In: *Composite structures* 177 (2017), pp. 54–79. ISSN: 0263-8223.
- [16] F.-J. Granados-Ortiz, P. Morales-Higueras e J. Ortega-Casanova. «3D CFD simulation of the interaction between front wheels&brake ducts and optimised five-element F1 race car front wings under regulations». eng. In: *Alexandria engineering journal* 69 (2023), pp. 677–698. ISSN: 1110-0168.
- [17] Dewey H. Hodges, G. Alvin Pierce e Dewey H. Hodges. *Introduction to structural dynamics and aeroelasticity / Dewey H. Hodges, G. Alvin Pierce*. eng. 2nd ed. Cambridge Aerospace Series. Cambridge: Cambridge University Press, 2011. ISBN: 9780521195904.
- [18] Mark Hughes e Giorgio Piola. *TECH TUESDAY: How the front wing on the all-new 2022 cars has been designed to improve overtaking*. URL: <https://www.formula1.com/en/latest/article.tech-tuesday-why-the-front-wing-will-be-a-key-technical-battleground-on-the.3Ep4LEu5mTMRkXrC10QtRg.html>.
- [19] Wolf R Krüger et al. «Application of Aeroelastic Tailoring for Load Alleviation on a Flying Demonstrator Wing». eng. In: *Aerospace* 9.10 (2022), pp. 535–. ISSN: 2226-4310.
- [20] Fédération Internationale de l'Automobile. *2023 FORMULA 1 TECHNICAL REGULATIONS*. eng. 2022.
- [21] Liviu Librescu e Ohseop Song. «On the static aeroelastic tailoring of composite aircraft swept wings modelled as thin-walled beam structures». eng. In: *Composites engineering* 2.5 (1992), pp. 497–512. ISSN: 0961-9526.
- [22] Xiaoshan Lin. *Nonlinear finite element analysis of composite and reinforced concrete beams*. eng. Woodhead Publishing series in civil and structural engineering. Duxford, England ; Woodhead Publishing, 2020. ISBN: 0-12-816900-1.
- [23] Daniel Martins, João Correia e André Silva. «The influence of front wing pressure distribution on wheel wake aerodynamics of a fl car». eng. In: *Energies (Basel)* 14.15 (2021), pp. 4421–. ISSN: 1996-1073.
- [24] Doug McLean. *Understanding aerodynamics arguing from the real physics*. eng. 1st edition. Aerospace series. Chichester, West Sussex, U.K: Wiley, 2013. ISBN: 1-118-45419-7.

- [25] Joseba Murua, Rafael Palacios e J. Michael R. Graham. «Applications of the unsteady vortex-lattice method in aircraft aeroelasticity and flight dynamics». eng. In: *Progress in aerospace sciences* 55 (2012), pp. 46–72. ISSN: 0376-0421.
- [26] Joshua Newbon. *The 2022 Formula 1 rules explained*. URL: <https://www.f1technical.net/news/23344>.
- [27] Thomas Oggioni. *Aerodynamics of Formula One Front Wing and its Evolution*. URL: <https://www.linkedin.com/pulse/aerodynamics-formula-one-front-wing-its-evolution-thomas-oggioni>.
- [28] Yan Ouyang et al. «Experimental and Numerical Studies on Static Aeroelastic Behaviours of a Forward-Swept Wing Model». eng. In: *Shock and vibration* 2021 (2021), pp. 1–12. ISSN: 1070-9622.
- [29] M. Petrolo. «Flutter analysis of composite lifting surfaces by the 1D Carra Unified Formulation and the doublet lattice method». eng. In: *Composite structures* 95 (2013), pp. 539–546. ISSN: 0263-8223.
- [30] Martina Santori. *Analisi aeroelastiche di strutture di velivoli utilizzando teorie strutturali avanzate e DLM / Martina Santori ; rel. Marco Petrolo, Enrico Zappino*. ita. Torino, 2023.
- [31] Olivia Stodieck et al. «Improved aeroelastic tailoring using tow-steered composites». eng. In: *Composite structures* 106 (2013), pp. 703–715. ISSN: 0263-8223.
- [32] Erasmo Viola. *Esercitazioni di scienza delle costruzioni, Vol. 2; Strutture iperstatiche e verifiche di resistenza / Erasmo Viola*. ita. Bologna: Pitagora, 1985. ISBN: 88-371-0356-5.
- [33] Yang Yu, Zhengjie Wang e Shijun Guo. «Efficient Method for Aeroelastic Tailoring of Composite Wing to Minimize Gust Response». eng. In: *International journal of aerospace engineering* 2017 (2017), pp. 1–12. ISSN: 1687-5966.
- [34] O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor e David Fox. *The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics: Seventh Edition*. eng. 7th ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2013. ISBN: 9781856176347.