

# **POLITECNICO DI TORINO**

## **Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica**



Tesi di Laurea Magistrale

### **Studio, modellazione e sperimentazione di un pattino pneumostatico compensato mediante una valvola differenziale a diaframma**

**Relatore:**

Prof. Terenziano Raparelli

**Candidato:**

Giovanni Maria Albano

**Correlatori:**

Ing. Luigi Lentini  
Prof. Andrea Trivella  
Prof. Federico Colombo

**A.A. 2022 / 23**



# Ringraziamenti

Prima di procedere con la trattazione, vorrei esprimere la mia riconoscenza verso coloro che, sotto diverse forme, hanno avuto un ruolo nel percorso formativo che mi appresto a concludere.

Un ringraziamento particolare va al mio relatore, il prof. Terenziano Raparelli, non solo per avermi accolto come tesista dimostrando fiducia in me, ma anche per i suoi preziosi insegnamenti.

Desidero ringraziare il prof. Federico Colombo per la prontezza e la disponibilità dimostrate.

Un pensiero va al prof. Andrea Trivella che mi ha seguito, consigliato e supportato dedicandomi parte del suo tempo durante tutto questo lavoro.

Vorrei esprimere profonda gratitudine nei confronti dell'ing. Luigi Lentini per avermi guidato in questo lavoro con pazienza, costanza e dedizione, dandomi spunti di riflessione, consigli e offrendomi un insostituibile supporto.

Infine, desidero ringraziare la mia famiglia e i miei amici per avermi sostenuto durante questo lungo percorso di studi. A loro va il ringraziamento più sentito.

# Sommario

Molte applicazioni industriali hanno la necessità di avere sistemi di movimentazione ad elevata precisione come ad esempio: macchine per il controllo di coordinate, macchine utensili e macchine per la fabbricazione di circuiti integrati. Questi sistemi necessitano di precisione nel movimento, buona efficienza e basso impatto ambientale. Una tecnologia che soddisfa questi requisiti è quella dei pattini pneumostatici. Questi permettono di ottenere prestazioni superiori rispetto a tecnologie tradizionali, come ad esempio i cuscinetti volventi o ad olio. I pattini pneumostatici utilizzano gas in pressione per interporre un meato fluido tra parti in movimento e parti fisse, eliminando ogni contatto diretto. Questa peculiarità consente di ridurre la dissipazione di energia, gli errori nel posizionamento e l'apporto di contaminanti. Tuttavia, a fronte di questi considerevoli vantaggi, si hanno limitazioni dovute alla scarsa rigidità del sistema e al ridotto smorzamento. Per superare questi inconvenienti e raggiungere elevate prestazioni possono essere impiegati metodi di compensazione. Questi possono essere classificati come attivi o passivi in base alla sorgente di alimentazione richiesta. In questo lavoro di tesi viene studiato un metodo di compensazione passiva che, applicato ad un pattino pneumostatico rettangolare, permette di ottenere rigidità quasi-statica infinita a un costo contenuto rispetto ad altre soluzioni. Il pattino presenta delle ragnature, ha quattro fori di alimentazione e uno di retroazione diretto alla valvola. L'aria di alimentazione al pattino è regolata da una valvola differenziale a membrana. Questa consiste in quattro camere separate da tre membrane. Ogni membrana è fissata all'otturatore che, interfacciandosi con l'ugello, controlla il flusso di aria al pattino. La posizione dell'otturatore è determinata dall'equilibrio delle forze di pressione alle membrane. Il lavoro di tesi è strutturato in cinque capitoli. Nel primo è fornita una panoramica completa dello stato dell'arte. Il secondo capitolo riporta le scelte progettuali effettuate e offre una descrizione dettagliata del banco prova statico utilizzato per i test. Nel terzo è riportato il principio di funzionamento del sistema valvola-pattino, accompagnato dalla presentazione del modello matematico a parametri concentrati. A supporto dell'analisi, in questo capitolo vengono presentati quattro modelli matematici. Tra questi è presente un modello di progetto che consiglia una rigidità equivalente delle membrane per ottenere le prestazioni desiderate. Inoltre, è incluso un modello statico che permette di caratterizzare staticamente il sistema. Infine sono stati sviluppati due modelli dinamici: un modello non lineare, che simula la risposta del sistema a un'eccitazione armonica, e un modello linearizzato, che offre una soluzione per studiare la risposta del sistema in maniera efficiente dal punto di vista computazionale. Nel quarto capitolo sono presentati i risultati degli studi. In sintesi, si può affermare che il sistema permette di ottenere rigidità infinita in condizioni quasi statiche, ma le sue prestazioni decadono per eccitazioni armoniche con frequenze superiori a cinque Hertz. Infine, il quinto capitolo presenta un'analisi critica del lavoro fatto. Il metodo di compensazione proposto, data la sua efficacia e il costo ridotto, rappresenta una soluzione che può essere impiegata in applicazioni industriali.



# Indice

<b>1</b>	<b>Stato dell'arte</b> .....	<b>1</b>
1.1	Introduzione .....	1
1.2	Principali proprietà dei cuscinetti pneumostatici .....	2
1.3	Principio di funzionamento .....	3
1.4	Sistemi di alimentazione .....	5
1.5	Tecniche per incrementare le prestazioni dei cuscinetti pneumostatici .....	7
1.5.1	Metodi di compensazione passiva .....	7
1.5.2	Metodi di compensazione attiva .....	13
<b>2</b>	<b>Prototipo della valvola a otturatore e banco prova</b> .....	<b>24</b>
2.1	Descrizione dei componenti della valvola .....	25
2.1.1	Particolare 10 .....	26
2.1.2	Particolare 8 .....	27
2.1.3	Particolare 4 .....	28
2.1.4	Particolare 6 .....	29
2.1.5	Ugello .....	30
2.1.6	Otturatore .....	31
2.1.7	Distanziali .....	32
2.2	Descrizione banco prova sperimentale.....	33
2.2.1	Acquisizione dati mediante LabVIEW .....	37
2.2.2	Esecuzione della prova statica .....	37
<b>3</b>	<b>Modellazione del sistema valvola-pattino</b> .....	<b>40</b>
3.1	Nomenclatura .....	40
3.2	Principio di funzionamento del sistema valvola-pattino .....	43
3.3	Modello a parametri concentrati .....	47
3.3.1	Equazioni del modello .....	48
3.3.2	Discretizzazione equazione tempo dipendenti.....	57
3.4	Modelli numerici implementati.....	59
3.4.1	Progettazione del sistema valvola-cuscinetto .....	59
3.4.2	Modello di caratterizzazione statica.....	64
3.4.3	Modello dinamico non lineare .....	67
3.4.4	Modello dinamico linearizzato .....	71

<b>4</b>	<b>Risultati</b> .....	<b>78</b>
4.1	validazione sperimentale modello .....	78
4.2	Analisi di sensitività .....	82
4.2.1	Influenza degli estremi di linearizzazione .....	83
4.2.2	Influenza della pressione di alimentazione della valvola.....	85
4.2.3	Influenza del rapporto tra i diametri di ugello e pattino .....	87
4.2.4	Considerazioni sull'analisi di sensitività .....	88
4.3	Analisi dinamica al variare della frequenza .....	89
<b>5</b>	<b>Conclusioni e sviluppi futuri</b> .....	<b>91</b>
	<b>Appendice A</b> .....	<b>93</b>
	<b>Appendice B</b> .....	<b>102</b>
	<b>Bibliografia</b> .....	<b>114</b>

# CAPITOLO 1

## 1. Stato dell'arte

In questo capitolo si descriverà lo stato dell'arte in merito ai cuscinetti pneumostatici analizzandone le peculiarità, i limiti e il principio di funzionamento. Saranno inoltre descritti alcuni metodi per incrementarne le prestazioni tra cui i sistemi di alimentazione e l'uso di particolari metodi di compensazione.

### 1.1 Introduzione

Per migliorare il benessere e raggiungere o mantenere una posizione di primato a livello internazionale, le società devono evolversi concentrando le proprie attenzioni, tra le altre cose, sullo sviluppo di nuove tecnologie. In linea generale, il progresso porta ad un aumento delle prestazioni richieste all'industria manifatturiera, ad esempio in termini di affidabilità, precisione e pulizia durante le fasi di lavorazione. Il settore dei semiconduttori rappresenta un perfetto esempio: la produzione di questi componenti, sempre più performanti e miniaturizzati, richiede precisioni di posizionamento elevatissime, totale pulizia ed assenza di contaminanti durante le lavorazioni, pena la fruibilità del prodotto finito. Esistono altri settori, meno noti ma altrettanto importanti, che richiedono macchinari precisi nel posizionamento, come il settore delle macchine utensili, delle macchine per il controllo delle coordinate e delle macchine per la verifica di circuiti integrati. Per soddisfare queste richieste, si è cercato di migliorare progressivamente le prestazioni di tutte le componenti della catena produttiva, tra cui i sistemi di posizionamento con le rispettive guide. Tradizionalmente, si utilizzano soluzioni a scorrimento o a cuscinetti volventi che, per alcune applicazioni, hanno raggiunto il limite tecnologico. Tuttavia, è possibile superare questo inconveniente utilizzando boccole o cuscinetti pneumostatici a seconda delle necessità.



**Figura 1.1** pattino aerostatico rettangolare. Tratto da [1].



**Figura 1.2** boccola aerostatica. Tratto da [2].

## **1.2 Principali proprietà dei cuscinetti pneumostatici**

I pattini pneumostatici sono solitamente alimentati da gas in pressione, da cui derivano le loro principali caratteristiche. Questi cuscinetti hanno orifizi sulla loro superficie “attiva” che consentono la creazione di uno strato sottile di fluido, detto meato, tra le parti in movimento, evitando il contatto tra di esse. La sorgente di alimentazione esterna permette l’interposizione del film anche in assenza di movimento relativo tra le parti. Questo significa che la durata di vita del pattino è teoricamente infinita e che l’attrito generato tra le parti è di gran lunga inferiore all’attrito radente o volvente riscontrato in soluzioni più tradizionali. Di conseguenza, l’energia dissipata è pressoché nulla, non si verifica usura dei componenti e si evita l’annoso inconveniente dello “stick-slip”, causato dalla differenza tra il coefficiente di attrito in condizioni statiche e dinamiche. Necessitando di una maggior forza per l’avvio del movimento rispetto al suo mantenimento, il sistema di movimentazione inizialmente subisce deformazioni, che portano alla conservazione di una certa quantità di energia, la quale viene rilasciata al ridursi del coefficiente d’attrito, ottenendo una sovraelongazione. L’instaurarsi di quest’ultima porta notevoli difficoltà nella precisione di posizionamento. La viscosità del fluido varia poco con la temperatura rendendo questa tecnologia adottabile anche in condizioni estreme, mentre la minima presenza di contaminanti la rende adatta per le camere bianche. Tuttavia, le proprietà del fluido che causano tutti questi vantaggi limitano anche la tecnologia. La necessità di lavorare a spessori di meato nell’intorno della decina di micron la rende sensibile agli errori di

montaggio, al rispetto di tolleranze stringenti, alla rugosità superficiale e alla pulizia degli ambienti di esercizio. Altri inconvenienti riconducibili alle proprietà del fluido sono scarse prestazioni per quanto riguarda: rigidità, sia statica che dinamica, e smorzamento. Idealmente, si vorrebbe raggiungere una condizione per la quale si abbia rigidità statica infinita, con conseguente mantenimento della posizione al variare della forza, smorzamento elevato, per ridurre le oscillazioni in condizioni dinamiche, ed infine avere ridotto consumo di aria. Qualora le prestazioni di un pattino semplice non siano sufficienti a soddisfare le richieste, tramite l'impiego di particolari accorgimenti e componenti aggiuntivi, si può raggiungere una precisione di posizionamento dell'ordine del nanometro, impensabile per altre tecnologie più tradizionali.

Ricapitolando i vantaggi di questa tecnologia sono:

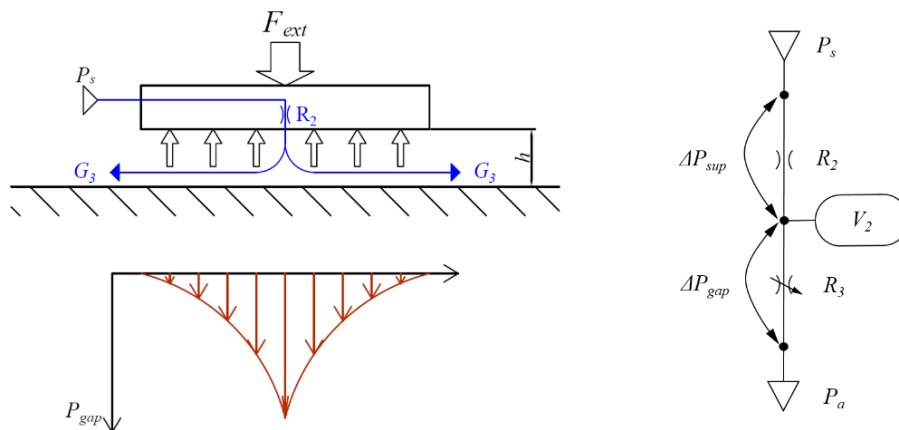
- elevata precisione di posizionamento;
- adottabilità in condizioni di temperatura estreme;
- assenza di contatto tra le parti;
- adottabilità in camere bianche;
- durata di vita elevata;
- perdite per attrito trascurabili;
- compatibilità ambientale.

In contrapposizione si hanno alcuni svantaggi:

- ridotta rigidità;
- ridotto smorzamento;
- elevata precisione richiesta alla manifattura,
- limiti sulla rugosità delle superfici.

### 1.3 Principio di funzionamento

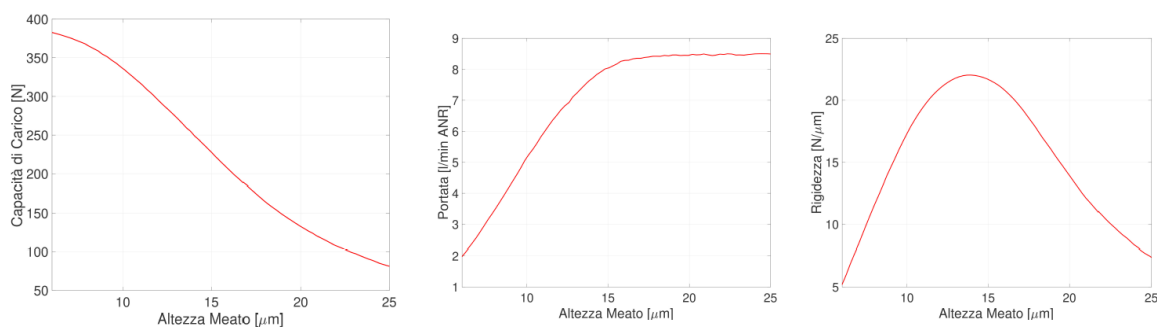
Il funzionamento dei pattini pneumostatici si basa sull'equilibrio tra la forza esterna applicata e la portanza del componente. Per facilitare la comprensione in questo capitolo si descrive il funzionamento di un pattino circolare con singolo foro di alimentazione posto in posizione centrale.



**Figura 1.3** Schema funzionale di un pattino aerostatico tradizionale e distribuzione di pressione.

L'aria compressa viene fornita al meato da un sistema di alimentazione alla pressione assoluta ( $P_s$  nell'immagine), solitamente compresa tra 0,7 e 0,5 MPa, anche se in condizioni particolari si può arrivare a 1 MPa. Il meato viene alimentato tramite condotti interni al pattino che convogliano il fluido verso l'orifizio posizionato centralmente alla superficie attiva. Questo orifizio è schematizzato come una resistenza fissa  $R_2$  che determina una caduta di pressione ai suoi capi. Il meato, di spessore  $h$ , si rappresenta come una resistenza variabile in quanto varia con il carico applicato. Tra le due resistenze si ha un volume concentrato che schematizza l'aria contenuta nel meato. La distribuzione di pressione che viene a crearsi all'interno di questo volume permette di sostenere il cuscinetto. Al variare del carico esterno applicato, il cuscinetto modificherà la distanza dal basamento al fine di raggiungere un equilibrio tra la forza esterna e la portanza. Essendo alimentati da aria compressa e senza necessità di lubrificazione aggiuntiva, non sono richiesti accorgimenti particolari per la salvaguardia ambientale.

Al fine di rendere più agevole la comprensione del funzionamento, in figura 1.4 sono riportate le curve di caratterizzazione statica del pattino rappresentanti le tre principali proprietà del pattino: portanza, consumo di aria e rigidezza.



**Figura 1.4:** caratteristiche statiche di un pattino circolare con foro di alimentazione centrale.

Si osserva che la capacità di carico del pattino si riduce in modo non lineare all'aumentare dello spessore di meato. Al contrario, il consumo di aria “ $Q$ ” aumenta, anch'esso con andamento non lineare, all'incrementare dello spessore di meato. Si arriva poi a condizioni di efflusso sonico, dove la portata resta costante. Questi comportamenti sono facilmente deducibili dal fatto che, all'aumentare della distanza tra pattino e basamento, quindi anche della sezione di passaggio al di sotto del pattino, la resistenza incontrata dal fluido al di sotto del cuscinetto sarà inferiore. Conseguentemente, la caduta di pressione tra il foro di alimentazione del meato e il bordo del pattino si ridurrà, provocando un crollo della pressione all'uscita del foro. Avendo una pressione di alimentazione costante, la diminuzione della pressione genererà un aumento di portata. La sensibilità del sistema alle variazioni di carico applicate è descritta dalla rigidezza statica, definita come rapporto tra la variazione della forza applicata ed il corrispondente spostamento verticale del pattino  $k_{st} = -\frac{\partial F_p}{\partial h}$ . Si osserva che per valori di meato crescenti la rigidezza aumenta fino ad arrivare ad un massimo in corrispondenza, per questo particolare caso di uno spessore di circa  $15 \mu m$ , per poi ridiscendere. Le fin qui descritte curve caratteristiche sono dovute alla combinazione di più fattori, tra cui disposizione e dimensione dei fori di alimento del meato, geometria del pattino e pressione di alimentazione.

## 1.4 Sistemi di alimentazione

La ricerca nel campo dei cuscinetti pneumostatici si è indirizzata principalmente allo studio di soluzioni che permettessero di superare o mitigare i limiti descritti in precedenza ovvero: aumentare la rigidità e la portanza mantenendo bassi consumi d'aria e riducendo il più possibile la presenza di eventuali fenomeni di instabilità. In letteratura, si può notare come inizialmente le ricerche si siano concentrate sullo studio di miglioramenti attraverso la modifica della geometria del pattino e del sistema di alimentazione, che influenzano la distribuzione di pressione all'interno del meato fluido. Le soluzioni sviluppate hanno permesso un miglioramento contenuto delle prestazioni. In quest'ambito, sono state modificate: dimensioni, posizione, numero dei fori e presenza o meno di ragnature al di sotto del pattino.

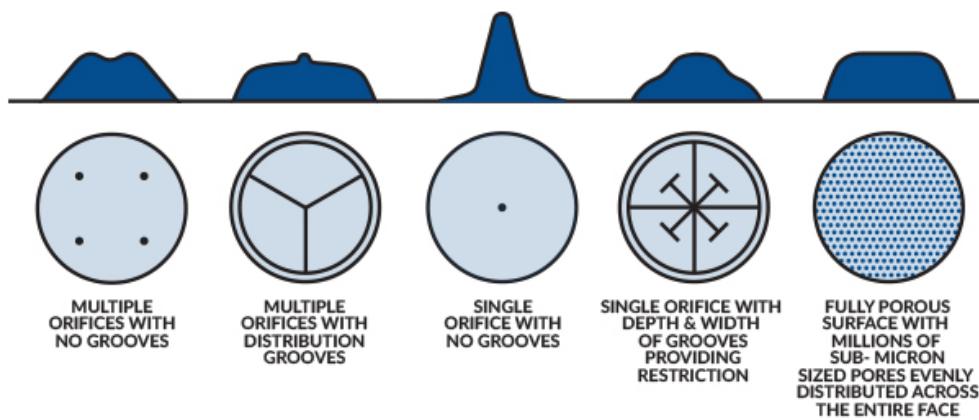
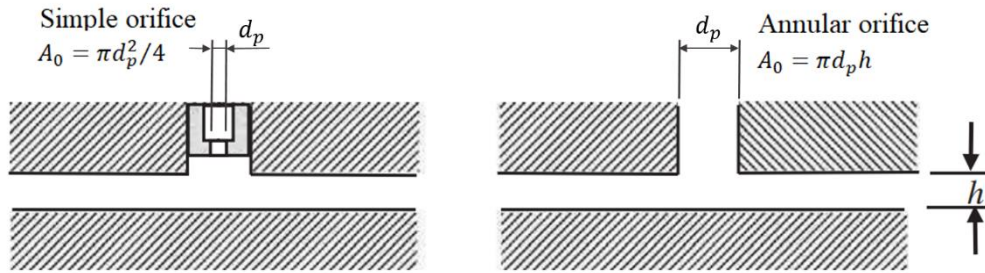


Figura 1.5: distribuzione di pressione per soluzioni differenti. Tratto da [2].

Le principali famiglie presenti in letteratura sono:

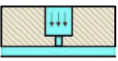

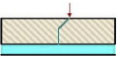
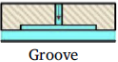
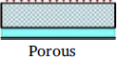
- *simple orifice (orifice compensated)*;
- *annular orifice (inherently compensated)*;
- *microfori*;
- *con ragnatura (grooved restrictor)*;
- *porosi (porous restrictor)*.

Le prime due famiglie di cuscinetti prevedono entrambe alimentazione per mezzo di fori con diametro superiore a circa un decimo di millimetro. In particolare, la differenza è dovuta al rapporto tra le conduttanze attraverso l'area circolare del foro di alimentazione ( $\pi d_p^2/4$ ) o la sezione anulare al di sotto di esso ( $\pi d_p h$ ). I pattini simple orifice presentano conduttanza attraverso la superficie circolare inferiore rispetto a quella della sezione cilindrica, mentre la famiglia annular orifice presenta l'opposto.



**Figura 1.6:** simple orifice vs inherent orifice. Tratto da [3] con modifiche.

Fourka et al.[4] riportano come, solitamente, i pattini appartenenti alla famiglia “simple orifice” aventi diametro del foro inferiore a 0,4 mm presentino prestazioni superiori in termini di rigidità, ma soffrendo di scarsa stabilità e ridotto valore di smorzamento. Per fori di dimensioni superiori, i cuscinetti della famiglia “annular orifice” risultano avere prestazioni migliori e maggior stabilità. Altre soluzioni contemplano alimentazione per mezzo di microfori, che sono più recenti per via della loro complessità costruttiva presentando fori con diametro inferiore a 0,1 mm. La famiglia dei pattini con ragnature, invece, prevede la creazione di scanalature (dette appunto ragnature) sulla superficie inferiore del cuscinetto. Questa soluzione porta miglioramenti nella portanza, ma aumenta il consumo d’aria e, se le ragnature hanno dimensioni troppo elevate, si ha il rischio di instabilità [4]. Le soluzioni fin qui descritte, se non opportunamente progettate, possono portare al manifestarsi del fenomeno detto “pneumatic hammer”. Questa è una fonte di instabilità che spesso si manifesta come un’oscillazione ed è dovuta al differimento tra variazione dello spessore di meato e la conseguente variazione della pressione all’interno dello stesso. I cosiddetti cuscinetti porosi garantiscono l’alimentazione del meato attraverso la superficie inferiore o parte di essa realizzata in materiale poroso. Questo materiale costringe l’aria compressa a transitare attraverso passaggi tortuosi e di ridotta dimensione, limitando la possibilità di variazione del volume di meato e garantendo conseguentemente buona stabilità. Inoltre, grazie all’uniformità della distribuzione di pressione, i cuscinetti porosi offrono prestazioni superiori in termini di portanza, rigidità e smorzamento rispetto ad altre soluzioni. Tuttavia, la superficie porosa presenta alcune limitazioni, in quanto la sua morfologia la rende delicata e soggetta ad ostruzioni.

Restrictor type	Load capacity	Stiffness	Stability	Gas consumption	Manufacture
 Annular orifice	Low	Low	Fair	Small	Easy
 Simple orifice	High	High	Poor	Small	Easy
 Slot	Medium	Medium	Good	Large	Medium
 Groove	High	High	Good	Medium	Hard
 Porous	High	High	Excellent	Large	Hard

**Tabella 1.2:** Caratteristiche dei sistemi di alimentazione. Tratto da[5]



## 1.5 Tecniche per incrementare le prestazioni dei cuscinetti pneumostatici

Oltre ai metodi riportati al paragrafo precedente, sono stati sviluppati:

- metodi di compensazione passivi;
- metodi di compensazione attivi.

I metodi di compensazione passivi prevedono l'installazione di componenti passivi, che sfruttano solamente l'aria compressa di alimentazione del pattino senza necessità di fonti di alimentazione esterne [6]. Al contrario, i metodi di compensazione attiva impiegano attuatori e sensori alimentati da una sorgente esterna per modificare la geometria del pattino o degli orifizi, garantendo solitamente migliori prestazioni rispetto ai precedenti metodi [6]. In genere, i metodi di compensazione attiva possono essere abbinati al sistema di controllo e gestione della macchina. Lo svantaggio di quest'ultima famiglia di soluzioni è l'elevato costo, che ne limita l'applicazione industriale ai settori in cui non esistono alternative. Di seguito si riporta una tabella riassuntiva con le principali caratteristiche dei sistemi di compensazione.

Compensazione	Vantaggi	Svantaggi
Passiva	- Economicità.	- Ristretto campo di forza a rigidità elevata. - Decadimento prestazioni in dinamica.
Attiva	- Prestazioni statiche elevate. - Mantenimento della prestazioni in condizioni dinamiche. - possibilità di integrazione con sistemi di controllo.	- Costo elevato.

**Tabella 1.1** Confronto caratteristiche metodi di compensazione. Tratto da [6].

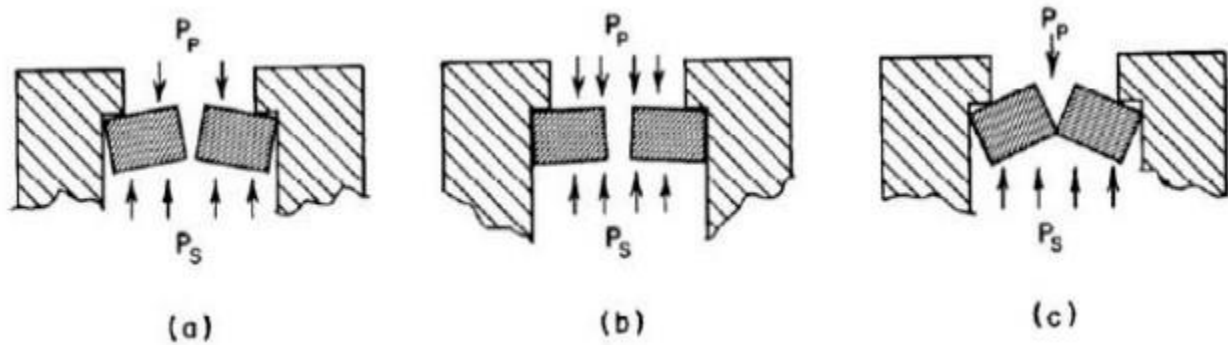
### 1.5.1 Metodi di compensazione passiva

I metodi di compensazione passiva, che sono tra le prime tecniche di compensazione installate, sono anche i più economici. Tuttavia, la loro adozione comporta dei miglioramenti limitati dal modesto incremento di prestazioni offerto. Come affermato da Raparelli et al. [6], questi metodi regolano solo per un campo ristretto di funzionamento e non sempre garantiscono rigidità statica infinita. Di seguito sono riportate alcune delle soluzioni reperite tramite la ricerca di pubblicazioni scientifiche:

- *compensazione mediante fori elastici;*
- *compensazione mediante meati convergenti deformabili;*
- *compensazione mediante disco flottante;*
- *compensazione mediante smorzatore a molle a tazza;*
- *compensazione mediante valvola a diaframma;*
- *compensazione mediante valvola a membrana.*

## Compensazione mediante fori elastici

Riportato in un rapporto di utilizzo della NASA [7], la metodologia di compensazione passiva in esame consiste nell'adozione di fori di alimentazione elastici. Sotto l'azione della pressione a monte e a valle, questi fori si deformano modificando la loro sezione di passaggio e quindi anche la conduttanza dei fori, regolando la portata di fluido in base al carico applicato al cuscinetto.



**Figura 1.7:** Principio di funzionamento compensazione con fori elastici. Tratto da [7].

Il principio di funzionamento è illustrato nella figura 1.7, in cui sono rappresentate tre condizioni di lavoro. Nel caso (a) il pattino è sottoposto ad un carico nominale. Nell'immagine (b), viene aumentata la portanza richiesta al cuscinetto. In questa situazione la pressione " $P_p$ " all'interno del meato incrementerà portando alla deformazione dell'anello elastico che permetterà un maggior afflusso di fluido al pattino. Nella situazione (c), viene ridotta la portanza richiesta al cuscinetto. La pressione " $P_p$ " all'interno del meato diminuisce, l'anello elastico si deforma riducendo la portata di fluido al pattino. In caso di un carico applicato al pattino estremamente ridotto, l'anello elastico possono chiudere completamente il condotto di alimentazione.

## Compensazione mediante meati convergenti deformabili

Suggerito da Blondeel et al. [8], questo metodo sfrutta meati convergenti deformabili. La soluzione prevede, visibile in figura 1.8, che la superficie del cuscinetto a contatto con il meato sia deformabile, rappresentata da una membrana che è sottoposta all'azione di due differenti pressioni: quella all'interno della camera superiormente e quella di meato inferiormente. La pressione all'interno della camera sarà prossima a quella di alimentazione per via delle perdite nei condotti. Quando si incrementa la richiesta di portanza al pattino, aumenta anche la pressione all'interno del meato. Grazie all'equilibrio alla membrana, questa si deforma aumentando la conicità del meato. Se invece si riducesse il carico applicato, la catena di causa effetto si ripeterebbe con l'effetto opposto. Il cambiamento di conicità permette di variare la pressione all'interno del meato riducendo al contempo la variazione di posizione relativa tra il cuscinetto ed il piano di riferimento. Questo metodo, a differenza di altri, regola la pressione al di sotto del pattino in funzione della forza esterna applicata. Grazie a questi accorgimenti, la portanza e la rigidità del sistema vengono incrementate, ma risulta applicabile per esigue finestre di regolazione.

Ⓐ MAXIMUM LOAD  
UNLOADED MEMBRANE

Ⓑ MINIMUM-LOAD  
MAXIMUM LOAD UPON  
MEMBRANE

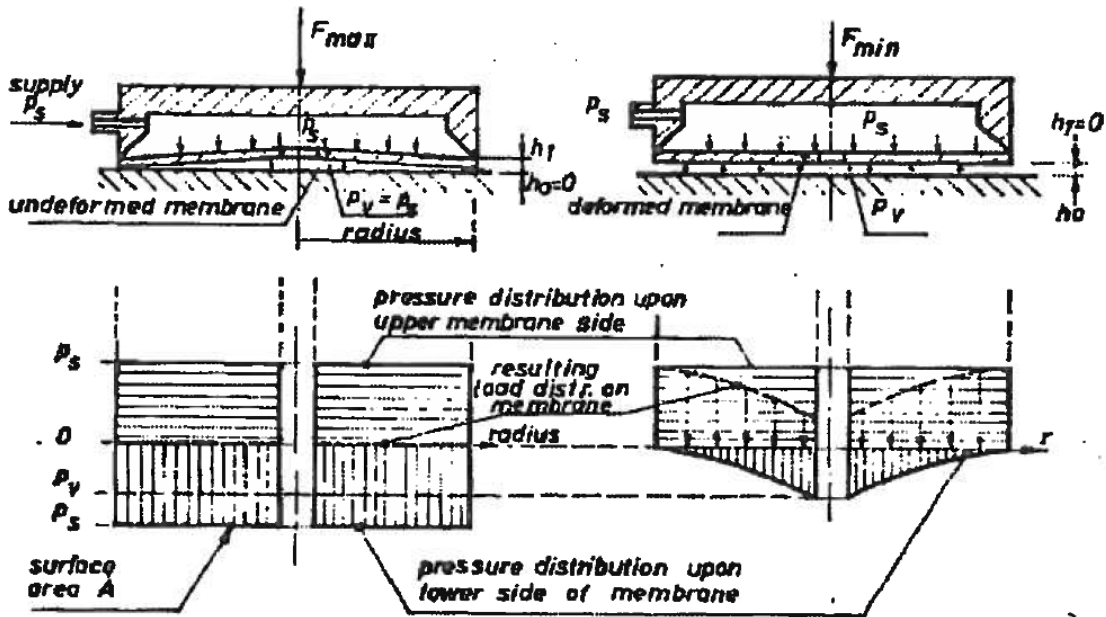


Figura 1.8: Compensazione mediante membrana conica. Tratto da [8].

### Compensazione mediante disco forato flottante

Proposto da Yoshimoto et al. [9], questo metodo di compensazione passiva sfrutta un disco flottante. In figura 1.10 è riportato lo schema funzionale.

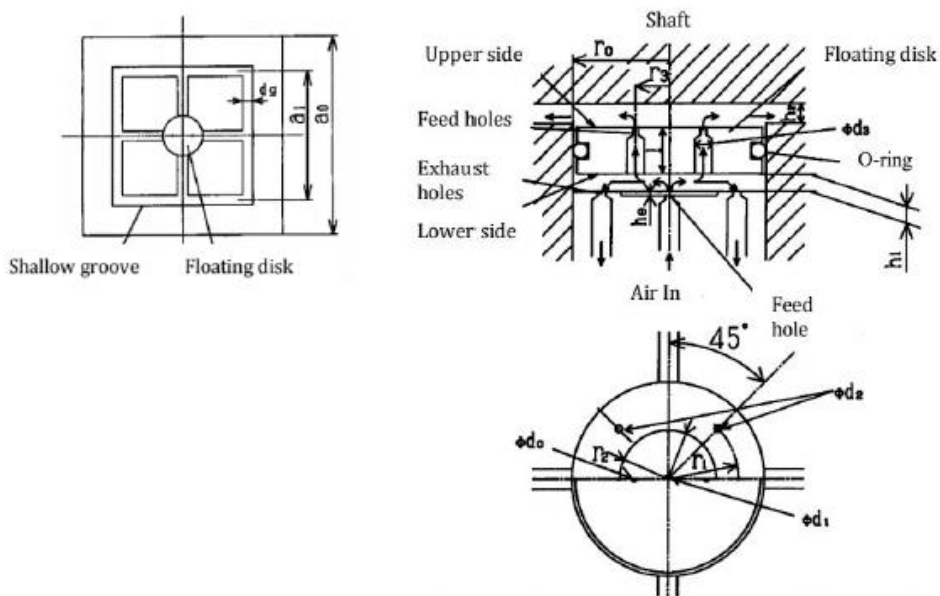


Figura 1.9: Compensazione mediante disco flottante. Tratto da [9] con modifiche.

Sulla superficie inferiore del cuscinetto sono create quattro ragnature di dimensioni ridotte, con il foro di alimentazione autoregolato posto al centro. Facendo riferimento alla figura 1.9, si descrive il funzionamento. L'aria alla pressione di alimento  $p_s$  attraverso il foro di alimentazione  $d_1$  viene convogliata in un ristretto volume  $h_1$ . Da qui, può seguire due percorsi differenti. Uno, per mezzo del foro  $d_0$ , alimenta il meato d'aria, mentre l'altro, tramite il foro  $d_2$ , consente lo sfogo del fluido in eccesso verso l'ambiente. La figura 1.9 mostra la condizione di bassa portanza richiesta al cuscinetto. Se il carico esterno applicato aumenta, la pressione nel meato  $h_2$  aumenta, spostando il disco flottante verso il basso e riducendo il gap  $h_1$ . Quando il gap  $h_1$  si riduce, diminuisce l'aria diretta verso i fori di scarico in ambiente, costringendo una maggior percentuale di fluido ad alimentare il meato d'aria, incrementando così la portanza del cuscinetto. Per carichi elevati, il disco forato può andare in battuta con l'elemento fisso, al quale viene praticata una tasca per garantire alimentazione al meato anche in questa condizione.

### **Compensazione mediante smorzatore a molle a tazza**

Chen et al. [10] propongono una diversa soluzione della tipologia di compensazione passiva descritto in precedenza che prevede l'utilizzo di un pattino aerostatico con compensazione della variazione di forza esterna tramite molle a tazza. Il pattino, riportato in figura 1.10, si compone di due parti distinte: la parte inferiore, sede dei condotti di alimentazione del meato, alla quale sono praticate le ragnature con un particolare disposizione a forma di "X", e la parte superiore che presenta l'alloggiamento delle molle a tazza. Il foro di alimentazione del meato è posto al centro del cuscinetto, all'intersezione delle ragnature.

Chen et al. [10] hanno dimostrato in sperimentalmente e numericamente come questo metodo porti a un miglioramento delle prestazioni e a una minore oscillazione in presenza di transitori.

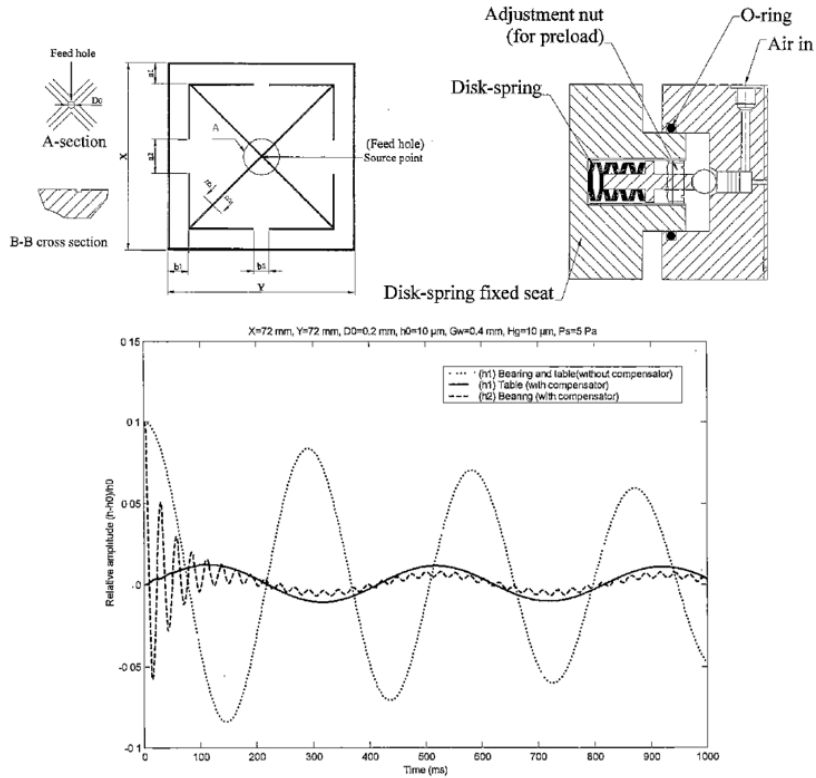


Figura 1.10: Compensazione mediante molle a tazza. Tratto da [10].

### Compensazione mediante valvola a diaframma

Proposto da Ghodsiyeh et al. [11] in un articolo pubblicato su Tribology International e studiato presso il dipartimento di ingegneria meccanica ed aerospaziale del Politecnico di Torino, il metodo di compensazione in esame prevede l'utilizzo di una valvola a diaframma posizionata a monte del pattino aerostatico. Tale soluzione consente di ottenere rigidità statica pressoché infinita per determinati valori di meato, riducendo contemporaneamente il consumo d'aria e la portanza del pattino.

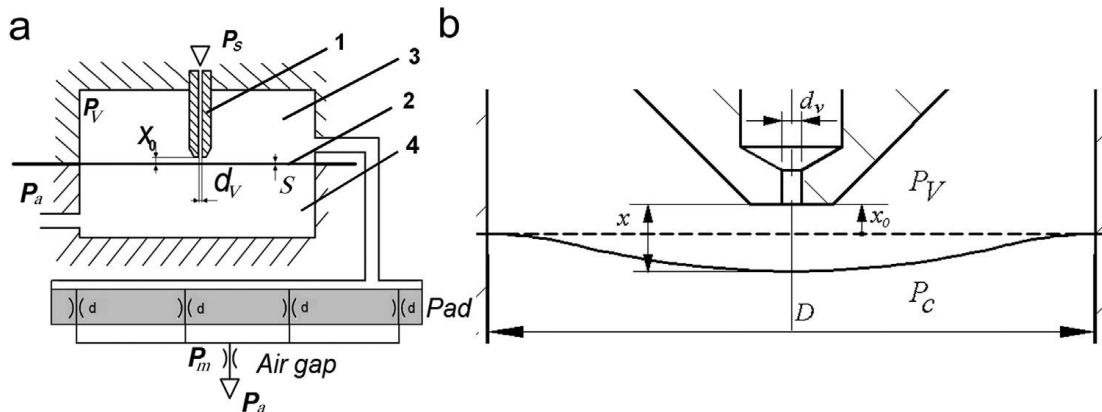
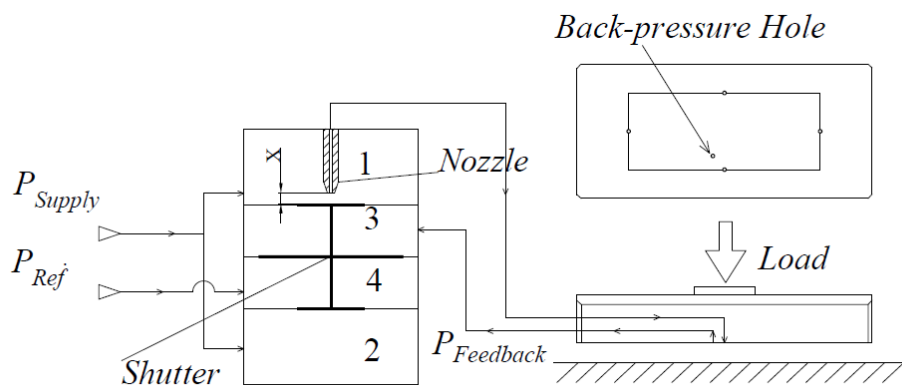


Figura 1.11: Schema funzionale valvola a diaframma. Tratto da [11].

La valvola a diaframma, alimentata con una pressione costante di alimentazione  $p_s$ , è collegata al pattino controllato. L'aria compressa di alimentazione transita attraverso l'ugello (1) di diametro  $d_v$ , di dirimpetto, ad una distanza  $x$ , si trova un diaframma deformabile (2). Questo diaframma sigilla la camera (3), detta camera di controllo, contenete aria alla pressione  $p_v$ . La valvola presenta una seconda camera (4), posta alla pressione ambiente. La camera di controllo è collegata al pattino attraverso un condotto di alimentazione. Quando la portanza richiesta al cuscinetto aumenta, la pressione al di sotto di esso  $p_m$  aumenta e a cascata anche la pressione  $p_v$  all'interno della camera di controllo subisce un incremento. A questo punto il diaframma si deforma, allontanandosi dall'ugello (1), permettendo un maggior afflusso di aria nella camera di controllo, compensando così la variazione di carico richiesta. In caso contrario, ovvero se la portanza richiesta al pattino si riducesse, si verificherebbe un comportamento opposto. Affinché la regolazione sia efficace, i fori del pattino devono avere dimensioni generose cosicché la pressione  $p_m$  sia più sensibile allo spessore di meato.

### Compensazione mediante valvola a diaframma differenziale

Lentini et al. [12] propongono un metodo di compensazione alternativo, basato sull'applicazione di una valvola pneumatica al pattino convenzionale. Il pattino deve essere dotato di un foro, detto di feedback, posto nella superficie inferiore per portare il segnale di pressione alla valvola, come riportato nello schema funzionale riportato in figura 1.12.



**Figura 1.12:** Schema funzionale valvola a membrana. Tratto da[12].

La valvola presenta quattro camere, separate tra loro da tre membrane vincolate tra loro da un otturatore (Shutter). Le camere (1) e (2) sono alimentate alla pressione di alimentazione  $p_s$  e hanno membrane di ugual dimensione. Le forze di pressione all'interno delle due camere si equilibrano, non influenzando la posizione dell'otturatore. Inoltre, nella camera (1) è presente un ugello per l'alimentazione del pattino. La camera (4) viene alimentata alla pressione di riferimento ( $p_{rif}$ ), che impone la posizione relativa iniziale tra l'ugello e l'otturatore, mentre la camera (3) è connessa al foro di retroazione del pattino e si trova alla pressione detta di feedback ( $p_{fb}$ ), comandando l'apertura dell'otturatore. Ciò è possibile grazie al fatto che la membrana presente tra le camere (3) e (4) è di dimensioni maggiori rispetto alle altre due. All'aumentare del carico imposto al cuscinetto, la

pressione all'interno del meato e la pressione di retroazione aumentano di conseguenza. L'equilibrio delle forze alle membrane fa allontanare l'otturatore dall'ugello, consentendo un maggior afflusso di aria al pattino e quindi compensando il carico. Al ridursi del carico si ha comportamento opposto. Questa valvola risulta più complessa rispetto a quella proposta da Ghodsiyeh et al. ma ha il vantaggio della ripetibilità della posizione iniziale essendo comandata dalla pressione di riferimento. Il metodo di compensazione qui descritto è oggetto di questo elaborato.

## 1.5.2 Metodi di compensazione attiva

Come riportato da Raparelli et al. [6], i metodi di compensazione passiva permettono di regolare in un campo ristretto di funzionamento e non garantiscono sempre rigidità statica infinita. Per superare queste limitazioni, sono stati sviluppati i metodi di compensazione attiva, che garantiscono prestazioni statiche e dinamiche superiori e possono interfacciarsi direttamente con i sistemi di controllo. Tuttavia, sono anche più complessi e costosi, poiché richiedono attuatori elettrici, controllori ed altre componenti elettroniche. Inoltre, la fonte di energia deve essere esterna, diversa dall'aria compressa. Questi metodi di compensazione adottano diverse tipologie di attuatori, dai tradizionali magnetostrittivi, elettromagnetici e pneumatici agli attuatori piezoelettrici. Quest'ultimi garantiscono migliori prestazioni in caso di sollecitazioni dinamiche, maggior densità di potenza ed efficienza. Il sistema necessita di una retroazione sulla posizione di lavoro, che viene ottenuto mediante sensori capacitivi, a correnti parassite o laser. Secondo Raparelli et al.[6], i metodi di compensazione attiva si possono classificare in base alla natura della variabile controllata:

- *active flow resistance compensation method;*
- *active geometrical compensation method;*
- *hybrid active compensation method.*

La prima categoria sfrutta attuatori per controllare l'apertura degli orifizi e quindi il flusso d'aria compressa. La seconda categoria compensa la variazione di carico modificando la geometria del pattino attraverso attuatori, ad esempio variando lo spessore del cuscinetto oppure la geometria del meato. Infine, i metodi ibridi combinano entrambe le tecniche descritte. Inoltre, i metodi di compensazione attiva possono essere categorizzati in funzione del tipo di attuatore adottato:

- *attuatori piezoelettrici;*
- *attuatori magnetostrittivi;*
- *attuatori a campi elettromagnetici;*
- *valvole pneumatiche.*

In tabella 1.3 si riporta una schematizzazione dei principali pro e contro ad ogni tecnologia di attuazione.

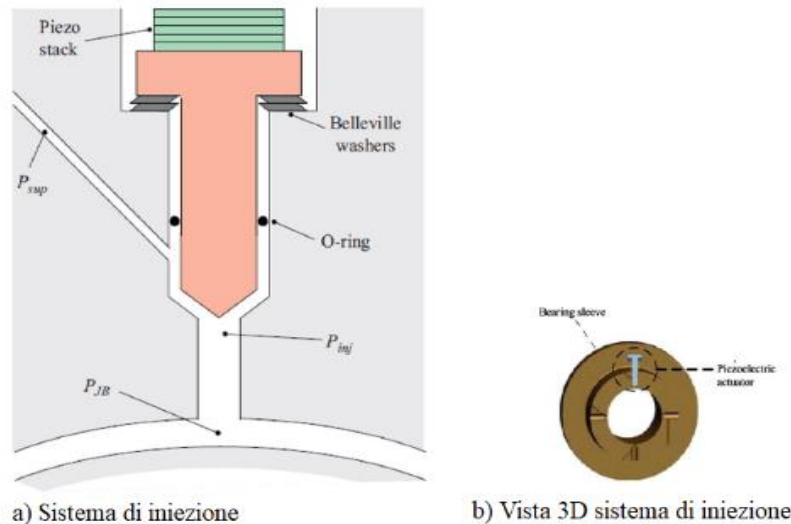
Tipologia di attuatore	Vantaggi	Svantaggi
Piezoelettrico	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elevata dinamica.</li> <li>• Elevata efficienza.</li> <li>• Elevata energia specifica.</li> <li>• Elevata risoluzione.</li> <li>• Bassa isteresi.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Brevi corse.</li> <li>• Necessità di controllo ausiliario.</li> <li>• Non linearità.</li> <li>• Generalmente fragile.</li> </ul>
Magnetostrittivo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elevata energia specifica.</li> <li>• Attuazione senza contatto.</li> <li>• Elevata dinamica.</li> <li>• Efficienza.</li> <li>• Discreta risoluzione.</li> <li>• Discreto sforzo di attuazione.</li> <li>• Medio-bassa isteresi.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Brevi corse.</li> <li>• Necessità di controllo ausiliario.</li> <li>• Non linearità.</li> <li>• Generalmente fragile.</li> </ul>
Elettromagnetico	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Discreta dinamica.</li> <li>• Media efficienza.</li> <li>• Attuazione senza contatto.</li> <li>• Discrete corse.</li> <li>• Discreta energia specifica.</li> <li>• Discreta risoluzione.</li> <li>• Bassa isteresi.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Necessità di controllo ausiliario.</li> <li>• Non linearità.</li> </ul>
Valvola pneumatica	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Economicità.</li> <li>• Grandi spostamenti.</li> <li>• Discreta energia specifica.</li> <li>• Discreta risoluzione.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Non linearità.</li> <li>• Elevate isteresi.</li> <li>• Perdite.</li> <li>• Bassa efficienza.</li> <li>• Ridotta dinamica.</li> <li>• Rumorose.</li> </ul>

**Tabella 1.3:** Comparazione tipologie di attuazione. Tratto da [6].



## Compensazione attiva del flusso in ingresso mediante attuatore piezoelettrico

Proposto da Morosi et al. [13], questo sistema di compensazione attiva consente di regolare il flusso di aria compressa diretto alla boccola tramite un sistema di iniezione, permettendo l'ottenimento di valori di rigidità statica quasi infiniti.

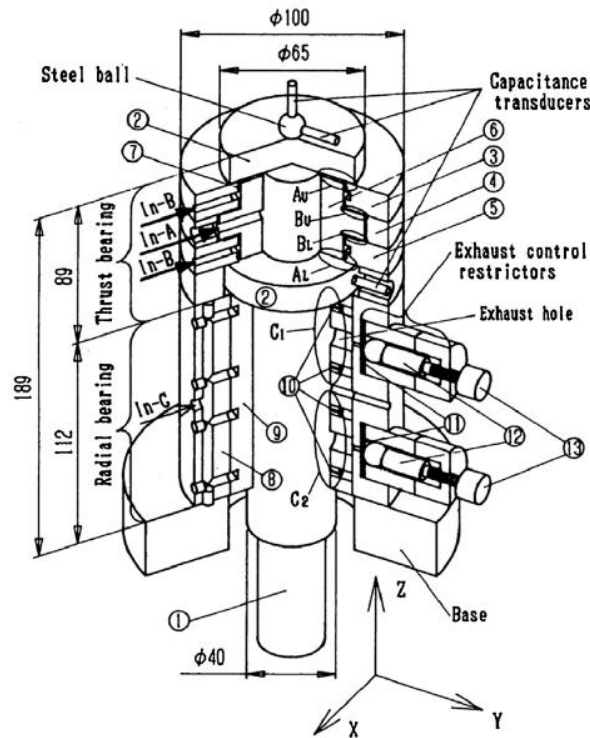


**Figura 1.13:** Boccola ibrida di Morosi et al. Tratto da [13] con modifiche

Facendo riferimento alla figura 1.13, il sistema di alimentazione non è diretto, ma viene modificato mediante l'installazione di componenti progettati per controllare l'efflusso dell'aria compressa. Un attuatore piezoelettrico (piezo stack) muove l'otturatore, mentre la molla a tazza (belleville washer) garantisce il ritorno. La presenza degli O-ring è finalizzata alla limitazione delle perdite d'aria. L'otturatore, a seconda della sua posizione, consente di controllare la sezione di passaggio e, di conseguenza, influenzare la pressione interna al meato, limitando il movimento radiale dell'albero in funzione del carico applicato. La posizione dell'otturatore è determinata dall'equilibrio tra la forza generata dall'attuatore piezoelettrico e quella di contrasto dovuta alla molla. È importante notare che il sistema richiede energia elettrica esterna per funzionare.

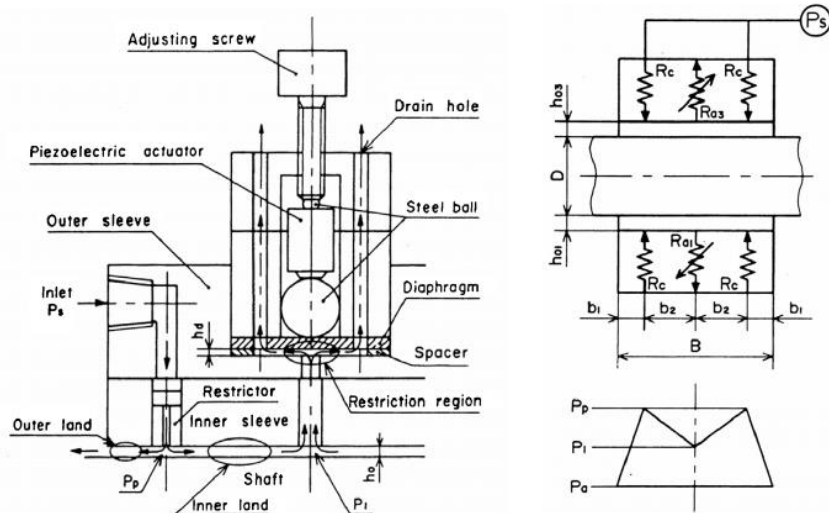
## Compensazione attiva del flusso in uscita mediante attuatore piezoelettrico

Il metodo di compensazione attiva proposto da Mizumoto et al. [14] permette di ottenere rigidità infinita e di evitare fenomeni di instabilità regolando il flusso di fluido “esausto” in uscita dalla boccola, agendo sulla distribuzione di pressione all’interno del meato. In figura 1.14 si riporta una vista in sezione.



**Figura 1.14:** Sezione di una boccola dotata di ECR. Tratto da [14]

Il componente preposto a tale mansione è chiamato ECR acronimo di “Exhaust Control Restrictor”, viene rappresentato in figura 1.15. L’attuatore piezoelettrico, se sottoposto a una tensione elettrica, si deforma facendo pressione sulla sfera in acciaio, che a sua volta deforma la membrana, modificando la resistenza pneumatica dei condotti di sfogo del fluido esausto. È presente inoltre una vite di regolazione necessaria per regolare il precarico da applicare alla membrana e, di conseguenza, la sua posizione iniziale. La resistenza dei condotti di alimentazione rimane costante.

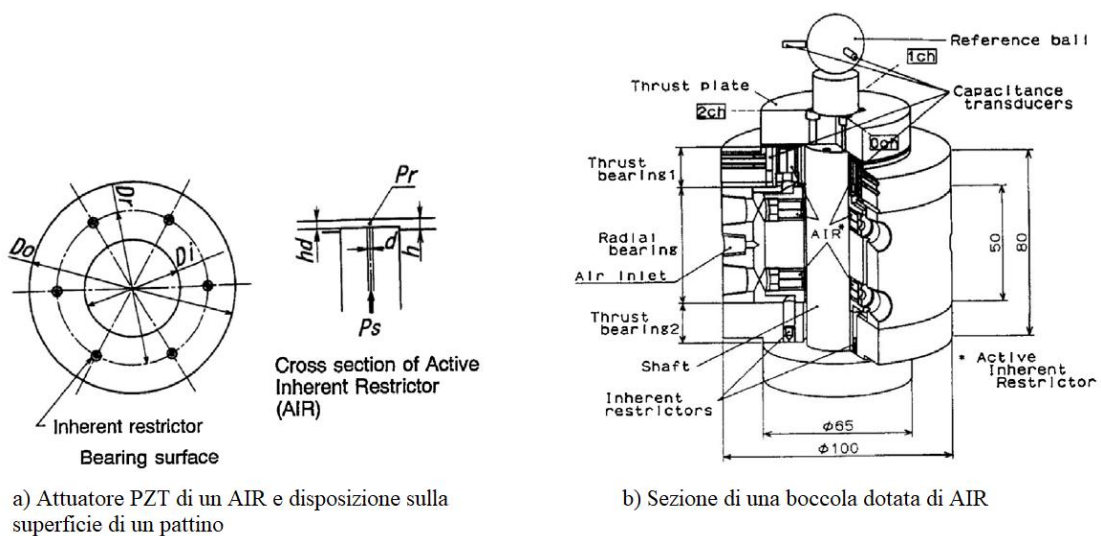


**Figura 1.15:** Schema funzionale ECR e principio operativo. Tratto da [14].

Questo sistema permette di controllare la pressione all'interno del meato senza variazioni di posizione dell'albero. Dei micrometri elettronici monitorano lo spessore del meato che, elaborato da un controllore, determina la tensione da applicare all'attuatore piezoelettrico.

### Compensazione attiva dello spessore di meato mediante attuatore piezoelettrico

Un'altra soluzione proposta di Mizumoto et al [15],[17] prevede l'adozione di un attuatore piezoelettrico forato attraverso cui far passare l'aria di alimento diretta alla boccola. Questo sistema, chiamato Active Inherent Restrictor o AIR, si basa sulla modifica della sezione di passaggio del fluido (calcolata come  $\pi d h_d$ ) in funzione dalla posizione dell'attuatore piezoelettrico. Ciò consente di controllare la distribuzione di pressione all'interno del meato indipendentemente dal suo spessore.

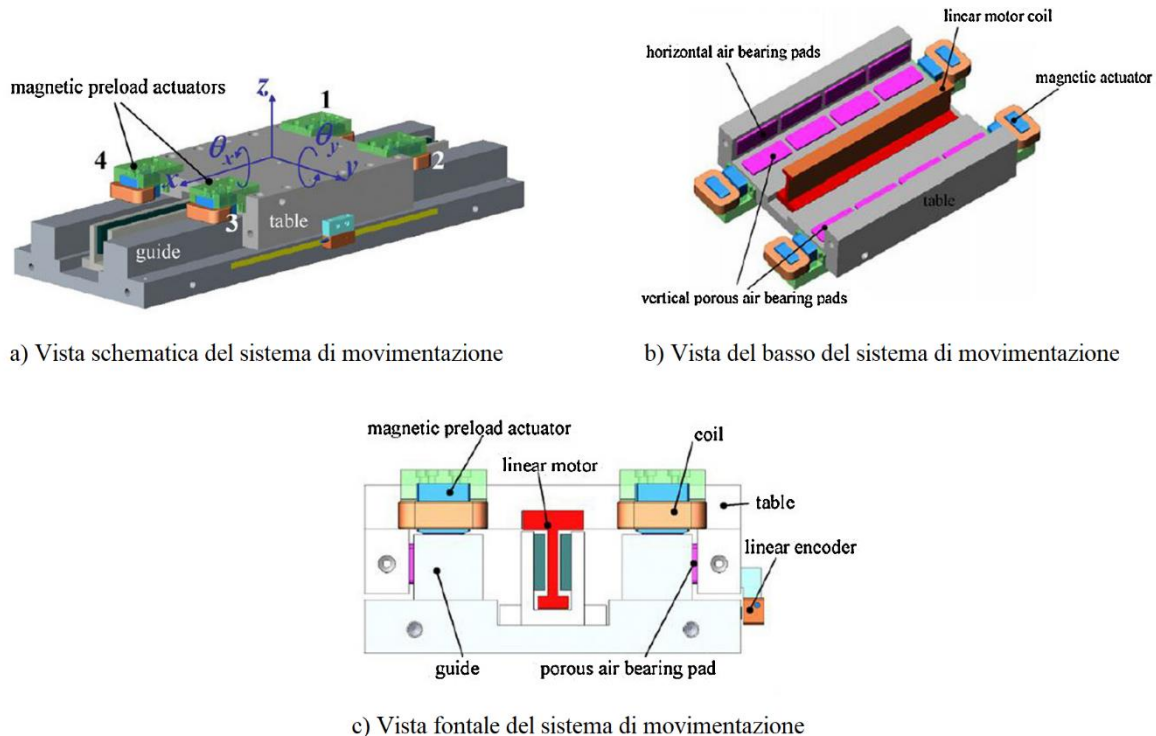


**Figura 1.16:** Sistema AIR. Tratto da [15].

Come mostrato nell'immagine 1.16, solo alcuni orifizi sono dotati del sistema "AIR". Sensori capacitivi rilevano il punto di lavoro del sistema e, in funzione di questo, comandano la corsa degli attuatori.

### Compensazione attiva dello spessore di meato mediante attuatore elettromagnetico

A differenza delle soluzioni precedenti, la metodologia di compensazione descritta in questo paragrafo, proposta da Ro et al. [16], utilizza attuatori elettromagnetici per compensare i cuscinetti ad aria che sostengono una tavola traslante. È importante sottolineare che gli attuatori elettromagnetici sono più ingombranti rispetto agli attuatori piezoelettrici, in quanto richiedono spire e magneti permanenti di dimensioni importanti per generare forze magnetiche apprezzabili. Ci sono altre note negative da considerare, come le perdite, i fenomeni di isteresi e le saturazioni [6]. La soluzione proposta, riportata in figura 1.17, prevede l'utilizzo di sedici pattini porosi che si interfacciano con un sistema di guide ed un basamento. Otto pattini sostengono il carico in direzione orizzontale, mentre i restanti sostengono il carico in direzione verticale. Ai quattro vertici della tavola si trovano altrettanti attuatori elettromagnetici con il compito di compensare le variazioni di carico. L'attuatore elettromagnetico è costituito da un magnete permanente, che genera un precarico in direzione verticale definito durante la fase di progettazione, e da una spira che, opportunamente controllata, modifica la forza generata dall'attuatore. Durante il funzionamento, al variare del carico, il sistema di controllo modificherà il carico generato dagli attuatori elettromagnetici, mantenendo la tavola in posizione.



**Figura 1.17:** Sistema di compensazione attiva proposta da Ro et al. Tratto da [6] con modifiche.

## Compensazione attiva dello spessore di meato mediante elettrovalvole digitali

Colombo et al. [17] propongono un metodo di compensazione attiva mediante l'utilizzo di elettrovalvole digitali, riportato in figura 1.18. Al pattino vengono installati dei sensori a contropressione (6) con i rispettivi (5) trasduttori di pressione. Questi inviano i valori di pressione a un controllore elettronico (4) che comanda un'elettrovalvola digitale. La valvola, controllata tramite modulazione in ampiezza di impulso (PWM), regola il flusso d'aria in alimento e in scarico al pattino, compensando eventuali variazioni di carico.

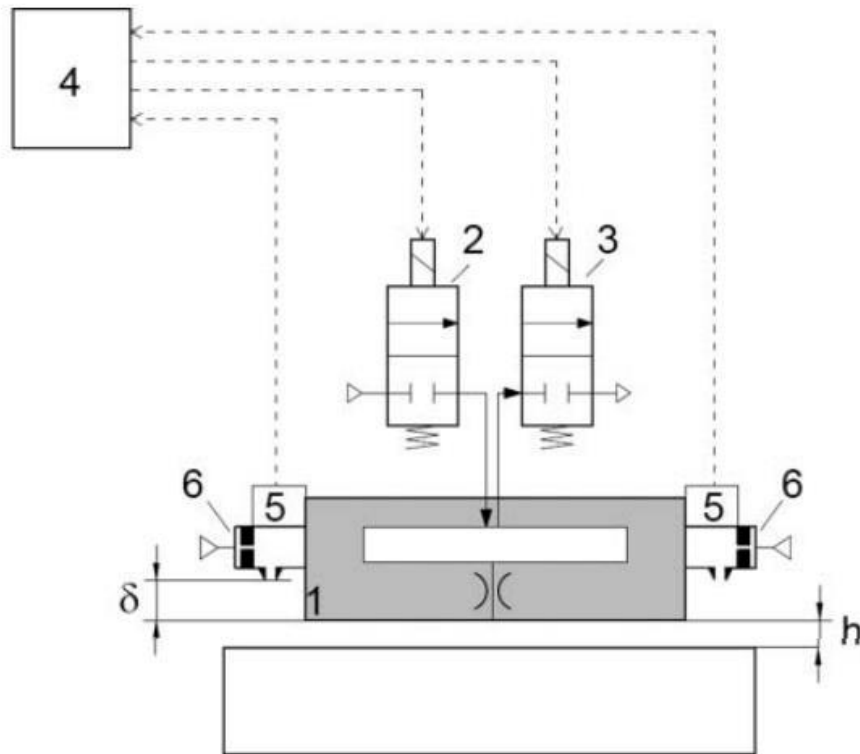
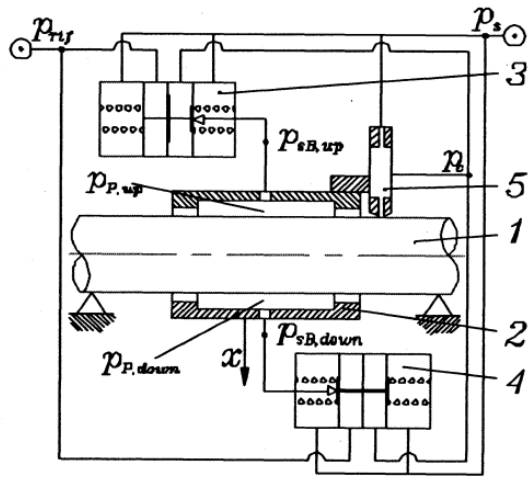


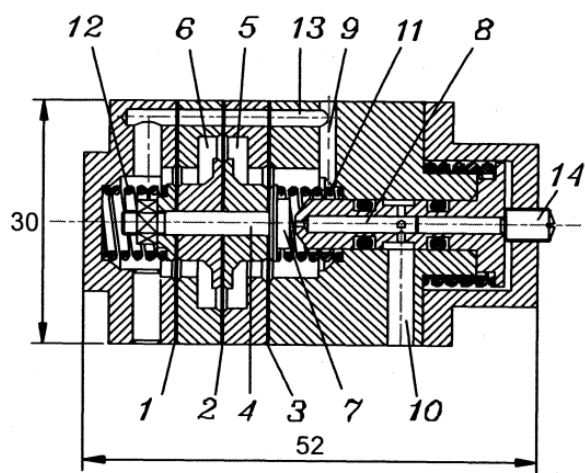
Figura 1.18: Compensazione mediante valvole digitali. Tratto da [17].

## Compensazione attiva dello spessore di meato mediante servosistema pneumatico

Il metodo di compensazione descritto in questo paragrafo, proposto da Belforte et al. [18], utilizza servovalvole comandate pneumaticamente che, applicate a boccole pneumostatiche, permettono di raggiungere rigidzze statiche infinite in un ampio campo di funzionamento. Facendo riferimento alla figura 1.19 (a), il sistema è costituito da un albero (1), una boccola pneumostatica (2), due valvole di regolazione pneumatiche (3) e (4) ed un sensore a contropressione (5).



a) Schema boccola pneumostatica con sistema di controllo



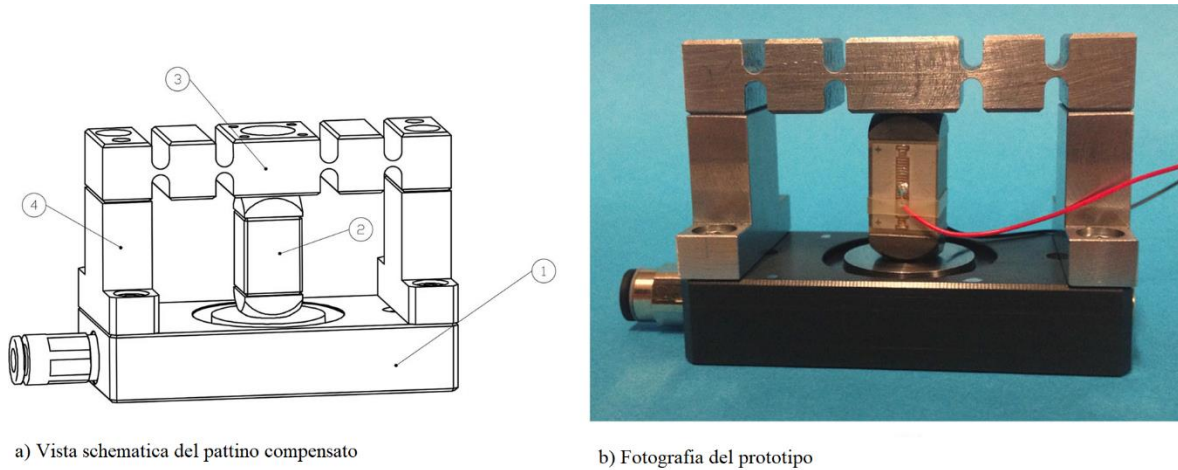
b) Sezione di una valvola di controllo

**Figura 1.19:** Schema metodo di compensazione con servovalvola pneumatica. Tratto da [18].

La servovalvola pneumatica, rappresentata in figura 1.19 (b), presenta quattro camere, separate da tre membrane (1), (2) e (3) connesse tra loro da un corpo movente (4). Le membrane (1) e (3) hanno medesima dimensione, mentre la (2) ha diametro maggiore. A destra del corpo mobile è presente l'otturatore (7) che, interfacciandosi con l'ugello (8), comanda la portata diretta alla boccola. Al fine di bilanciare le forze sull'elemento mobile, le camere agli estremi sono entrambe alla pressione di alimento. Queste due camere sono alimentate grazie al condotto (9), mentre la boccola è alimentata tramite la porta (10). Sono presenti due molle (11) e (12) per dare rigidità al sistema, mentre le membrane hanno il solo compito di separare tra loro le camere e permettere il movimento della parte mobile. La posizione iniziale dell'ugello è regolabile tramite il grano (14). Il sistema prevede che la pressione diretta alla boccola di entrambe le servovalvole sia la medesima quando la pressione di riferimento è pari alla pressione di retroazione. Qualora venga applicato un carico in direzione radiale, la pressione di retroazione aumenterà e l'otturatore di una servovalvola si aprirà, mentre quello dell'altra si chiuderà. In questo modo le pressioni diametralmente opposte alla boccola saranno differenti, compensando la variazione di carico.

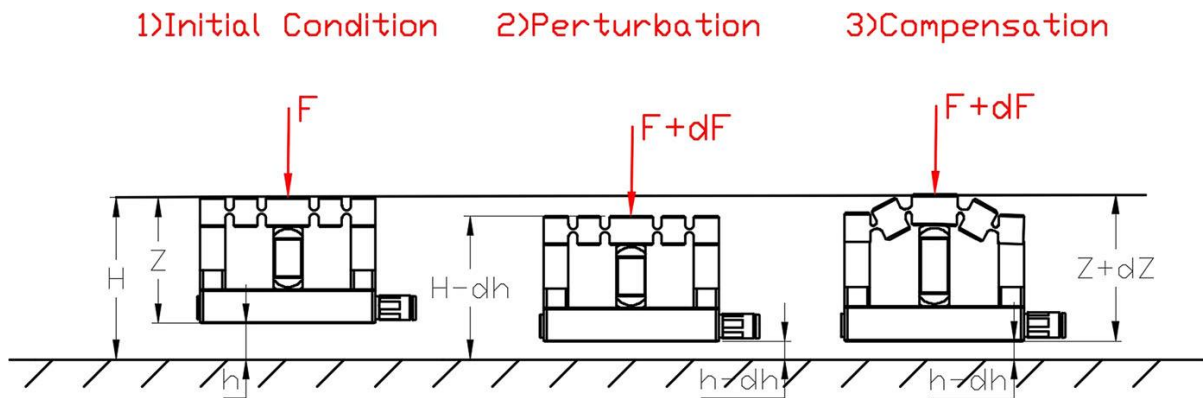
## Metodo di compensazione attiva geometrica proposto da Colombo et al.[19]

A differenza dei metodi descritti in precedenza, i metodi di compensazione geometrica mantengono inalterata la posizione del carico modificando la geometria del pattino stesso.



**Figura 1.20:** Metodo di compensazione geometrica proposta da Colombo et al. Tratto da [19].

Il metodo proposto da Colombo et al. [19] consiste nell'integrare un attuttore piezoelettrico (2) e un sistema deformabile che sfrutta cerniere virtuali (2,3) ad un pattino aerostatico commerciale. Facendo riferimento alla figura 1.21, si può osservare come un aumento del carico applicato di una quantità  $dF$ , comporti una riduzione dello spessore di meato di una quantità  $dh$ . Il meccanismo di compensazione risponderà allora incrementando lo spessore del sistema deformabile di una quantità  $dZ = dh$ , mantenendo costante la posizione relativa tra il piano e il punto di applicazione del carico.



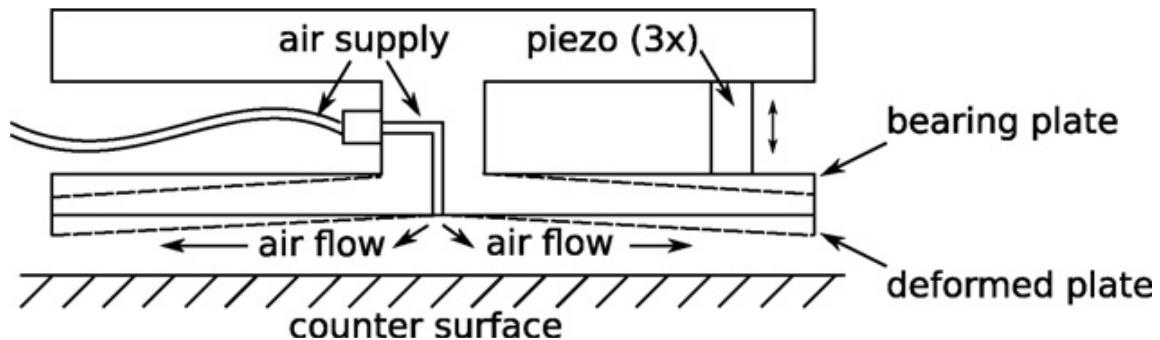
**Figura 1.21:** Principio di funzionamento metodo proposto da Colombo et al. Tratto da[20].

L'ampiezza della risposta  $dZ$  è comandata da un controllore proporzionale integrativo (PI), che acquisisce la posizione tramite sensori di posizione capacitivi e regola la tensione da fornire all'attuttore piezoelettrico. Come descritto in precedenza, l'attuttore piezoelettrico modifica la sua posizione in funzione della tensione a cui è sottoposto.



## Metodo di compensazione attiva geometrica con controllo della conicità proposta da Aguirre et al [20]

Il metodo di compensazione attiva geometrica descritto in questo paragrafo, proposto da Aguirre et al. [21], consente di raggiungere precisioni di posizionamento dell'ordine del nanometro, compensando per elevate larghezze di banda del disturbo. È composto da tre attuatori piezoelettrici, un sistema di misura e un controllore. Gli attuatori hanno il compito di modificare la forma della superficie inferiore del pattino, il sistema di misura di rilevare la posizione attuale di lavoro, il controllore, in funzione delle condizioni di esercizio, di comandare gli attuatori. L'obiettivo finale è adattare la portanza del cuscinetto alla forza esterna, ottenendo le prestazioni richieste. Si desidera sottolineare che la strategia di compensazione in esame si basa sul principio dei meati convergenti deformabili, già sfruttato in un metodo di compensazione passiva descritto in precedenza. Le prestazioni di questa strategia sono ottime sia in termini di precisione di posizionamento che per il controllo dei disturbi [22].



**Figura 1.22:** Schema compensazione attiva con controllo conicità. Tratto da [21].

In particolare, la superficie del cuscinetto è realizzata con una sottile lamina, dotata di foro di alimentazione centrale, connessa al resto del pattino mediante di una colonna cilindrica posta anch'essa centralmente. La lamina deformabile è supportata esternamente da tre attuatori piezoelettrici, cosicché la loro azione modifichi la concavità della lamina. La concavità è molto influente sulla distribuzione di pressione all'interno del meato fluido e, di conseguenza, anche sulla portanza del pattino. La condizione di lavoro ottimale per questa soluzione è un meato di spessore compreso tra 5 e 20  $\mu\text{m}$  [21].

## Metodo di compensazione attiva geometrica con controllo della conicità proposta da Maamari et al. [23]

Maamari et al. [23] hanno presentato un metodo alternativo di compensazione attiva che prevede anch'esso la modifica della conicità. Il cuscinetto mostrato in figura 1.23 è di forma circolare, con raggio  $r_a$ , e presenta foro di alimentazione centrale. La superficie deformabile consiste in un piastra inferiore incernierata in due punti rispettivamente alla distanza radiale  $r_{rec}$  e  $r_p$ , e in una seconda piastra posta ad una distanza  $L$  dalla prima, anch'essa incernierata in due punti. Questa configurazione



consente una deformazione della piastra inferiore con andamento lineare in direzione radiale e, di conseguenza, lo spessore di meato varia anch'esso linearmente lungo questa direzione. L'attuazione è effettuata mediante una bobina avente rigidità nulla, al fine di non alterare la conicità della superficie. I nuclei ferromagnetici e i magneti sono posizionati al bordo esterno della piastra inferiore, generando una forza diretta verso il basso compensata dalla forza uguale e contraria generata dalle spire. All'aumentare del carico, la conicità del meato varia, modificando la posizione delle piastre mobili e consentendo la variazione dell'altezza  $h_l$  dei perni, che compensa la variazione di meato. Simulazioni numeriche ed esperienze in laboratorio hanno dimostrato che con questo metodo si possono raggiungere livelli di rigidità statica quasi infiniti ma per ridotti campo di funzionamento.

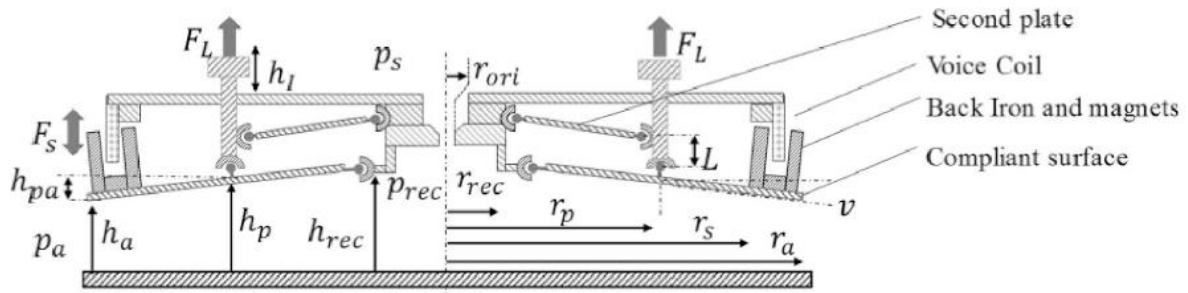


Figura 1.23: Metodo di compensazione proposto da Maamari et al. Tratto da [23].

### Metodo di compensazione ibrido

Alcuni metodi di compensazione, finora sviluppati solamente a livello prototipale [6], combinano la compensazione attiva di tipo geometrico e quella di controllo del fluido. Un esempio di prototipo di cuscinetti ibrido è stato sviluppato da Al Bender, Aguirre et al. [20]–[22] ed è rappresentato in figura 1.24. La superficie del cuscinetto è realizzata con una sottile lamina con foro di alimentazione centrale, connessa al resto del pattino tramite una colonna cilindrica posta anch'essa centralmente. La conicità della lamina può essere modificata grazie ad attuatori piezoelettrici posizionati al diametro esterno del pattino in maniera simmetrica. Questo prototipo di compensazione attiva può incorporare soltanto uno oppure una combinazione di elementi attivi quali: attuazione sul supporto, sulla conicità e un controllo sulla pressione di alimento. Le ricerche hanno dimostrato che questa soluzione ibrida permette di raggiungere prestazioni superiori rispetto ad altre soluzioni [6].

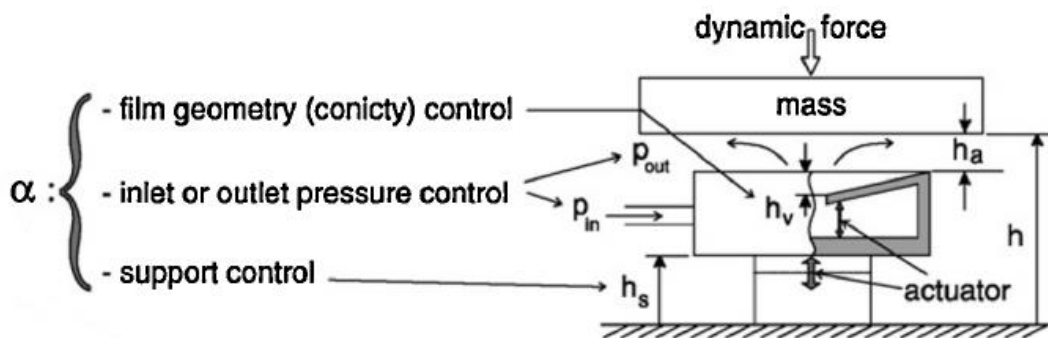
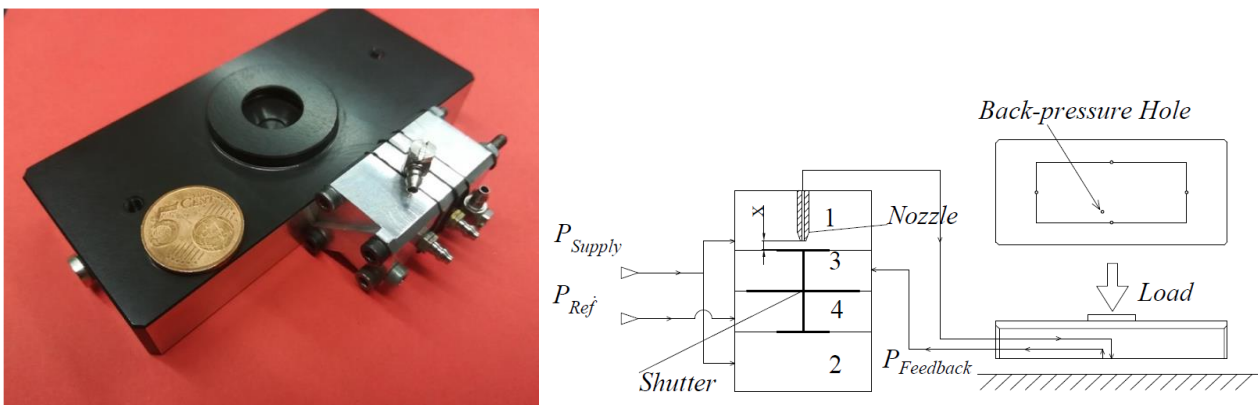


Figura 1.24: Metodo di compensazione ibrida. Tratto da [22].

# CAPITOLO 2

## 2. Prototipo della valvola ad otturatore e banco prova

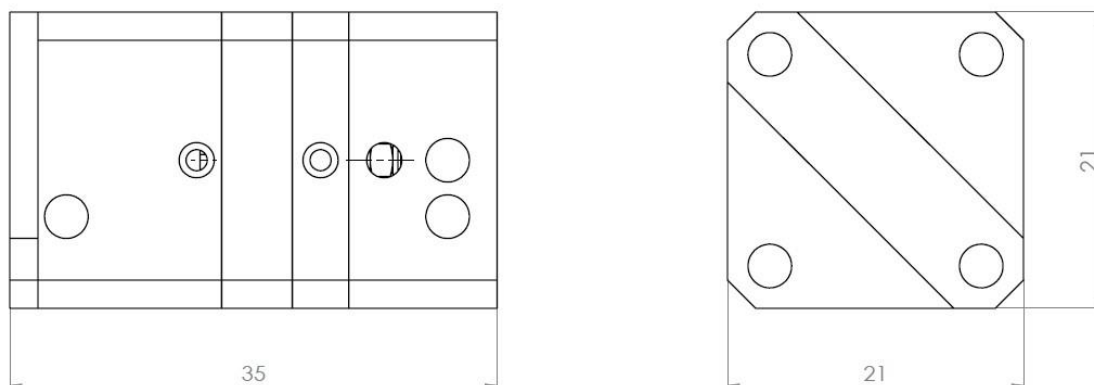
Il prototipo oggetto dell'elaborato prende spunto dalla valvola proposta da Belforte et al. [18], alla quale sono state effettuate le opportune modifiche per installarla su pattini pneumostatici rettangolari. Questa attività di tesi si basa principalmente sul lavoro svolto da Lentini et al. [12] e sul lavoro di Colombo et al. [24]. Il sistema prevede l'integrazione di una valvola con sistema ugello-otturatore su pattini pneumostatici rettangolari, come visibile in figura 2.1. Il pattino presenta delle ragnature, ha quattro fori di alimentazione e uno di retroazione. L'aria di alimentazione a esso è regolata da una valvola differenziale a membrana. Questa consiste in quattro camere separate da tre membrane. Ogni membrana è fissata all'otturatore che, interfacciandosi con l'ugello, controlla il flusso di aria al pattino. La posizione dell'otturatore è determinata dall'equilibrio delle forze di pressione alle membrane. Quando aumenta il carico sul cuscinetto pneumostatico, l'altezza del meato si riduce portando un aumento di pressione all'interno del meato. Mediante il foro di retroazione il segnale di pressione viene trasmesso alla valvola, alterando l'equilibrio all'otturatore. Di conseguenza, la distanza tra ugello e otturatore aumenta, permettendo a maggior afflusso di aria al pattino per ristabilire lo spessore di meato voluto e compensare la variazione di carico. In questo capitolo si descrivono il prototipo, i suoi componenti e il banco prova utilizzato per i test di laboratorio. Evidenze sperimentali hanno dimostrato che l'installazione del prototipo sul pattino permette di incrementarne la rigidità, riducendone però la portanza.



**Figura 2.1:** Fotografia del sistema pattino valvola e schema funzionale. Tratto da [12]

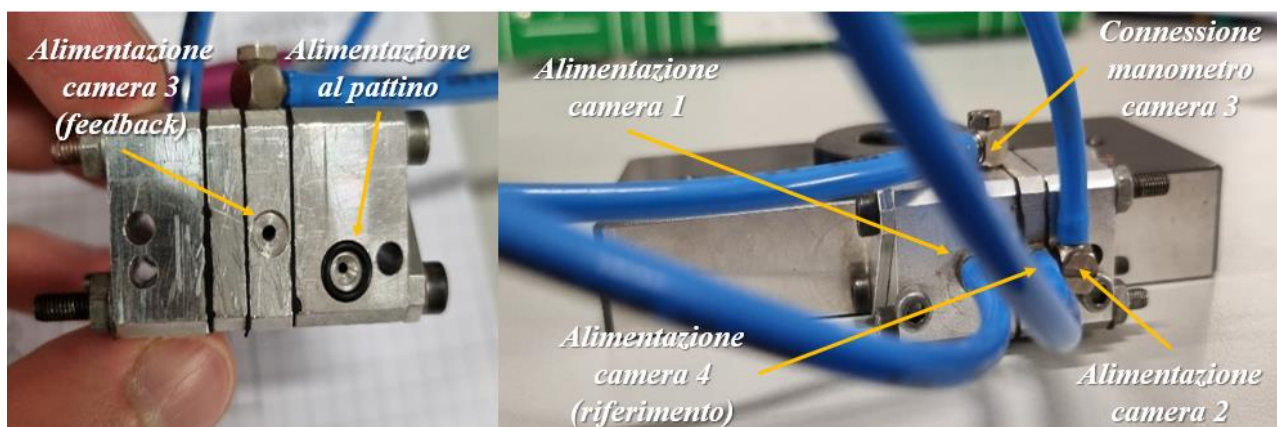
## 2.1 Descrizione dei componenti della valvola

Il prototipo è stato progettato per essere installato sul pattino. Quest'ultimo ha posto dei vincoli di ingombro e di posizione dei fori di interfaccia. L'ultima soluzione presenta una base quadrata di 21 mm e un'altezza di circa 35 mm come riportato in figura 2.2.



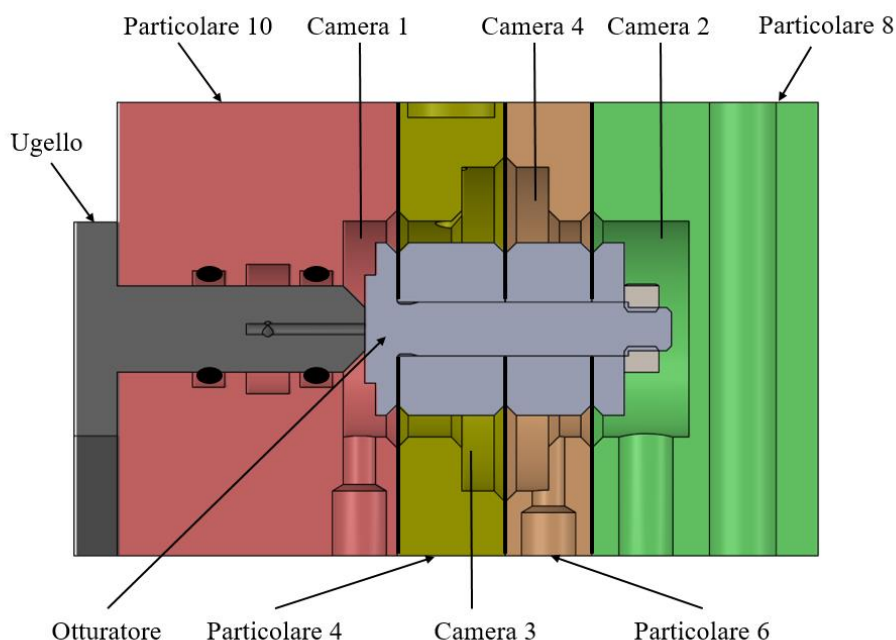
**Figura 2.2:** Prototipo valvola.

La valvola presenta inoltre due fori di interfaccia con il pattino dei quali uno serve per alimentare il pattino mentre l'altro per ricevere il segnale di retroazione proveniente dal cuscinetto. Questi fori sono visibili in figura 2.3 e nello schema di figura 2.1. Per ridurre le perdite d'aria, sono state posizionate due guarnizioni, alloggiati in apposite sedi. Sulla superficie opposta sono presenti tre fori filettati per avvitare altrettanti raccordi necessari a fornire aria compressa alle camere 1, 2 e 4. Sulla superficie superiore è presente un quarto foro filettato che consente di collegare un manometro per rilevare la pressione nella camera 3 di feedback.



**Figura 2.3:** Prototipo della valvola.

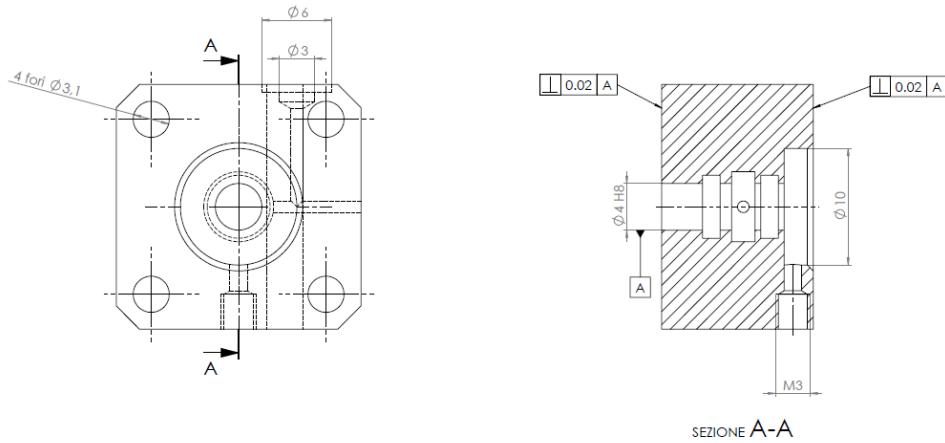
Come è visibile dalla figura 2.4, la valvola presenta quattro camere. Il prototipo è composto da sei elementi principali: i particolari 4, 6, 8, 10, un ugello e un otturatore. Questi, insieme agli altri elementi necessari al corretto montaggio, verranno descritti nei paragrafi successivi. In appendice si riportano i disegni con le quotature complete.



**Figura 2.4:** Schema camere valvola.

### 2.1.1 Particolare 10

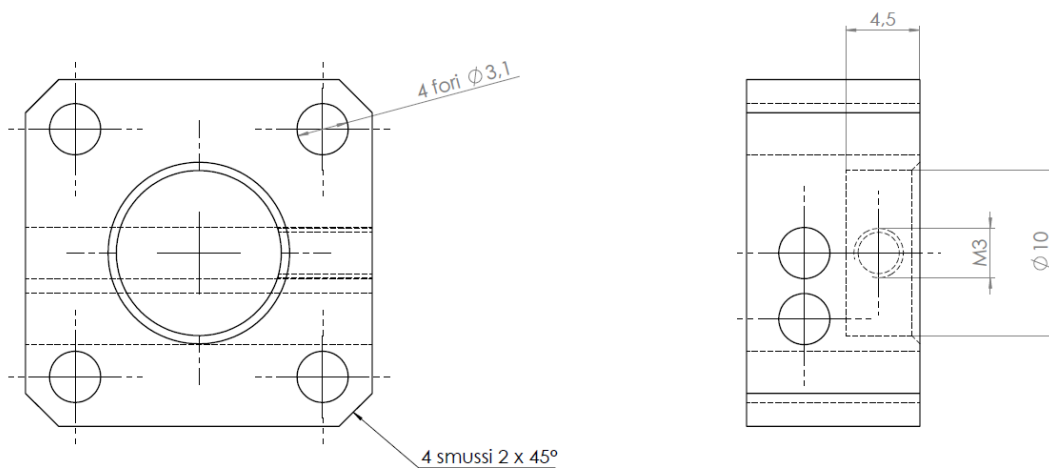
Una delle estremità del prototipo è costituita dal particolare 10 (riportato in figura 2.5), che ospita la camera 1 della valvola. Questa camera ha forma cilindrica con diametro di  $10\text{ mm}$  e altezza di  $26\text{ mm}$ . In questo particolare è ricavato l'alloggiamento per l'ugello. Il particolare 10 e l'ugello hanno accoppiamento foro base H7/f8 per garantire l'intercambiabilità degli ugelli. La tenuta tra i due elementi è garantita da due O-ring  $3,5 \times 1$ , le cui sedi sono ricavate nel particolare 10. È importante notare che il componente 10 presenta una tolleranza di perpendicolarità tra il foro dell'ugello e alcune superfici, poiché è necessario che le superfici di interfaccia tra ugello e otturatore siano parallele per il corretto funzionamento della valvola. Inoltre, al particolare sono praticati: un foro filettato M3 per alimentare la camera 1 alla pressione di alimentazione e, sulla superficie opposta, un foro per consentire l'alimentazione del pattino. La presenza di una guarnizione O-ring  $3,5 \times 1$  all'interfaccia con il pattino limita le perdite d'aria. Inoltre, sono presenti quattro fori passanti con asse verticale (visibili in figura 2.5), che ospitano le viti di collegamento necessarie al montaggio del prototipo. Infine, c'è un foro passante con asse orizzontale che serve per fissare il prototipo al pattino.



**Figura 2.5:** Particolare 10.

## 2.1.2 Particolare 8

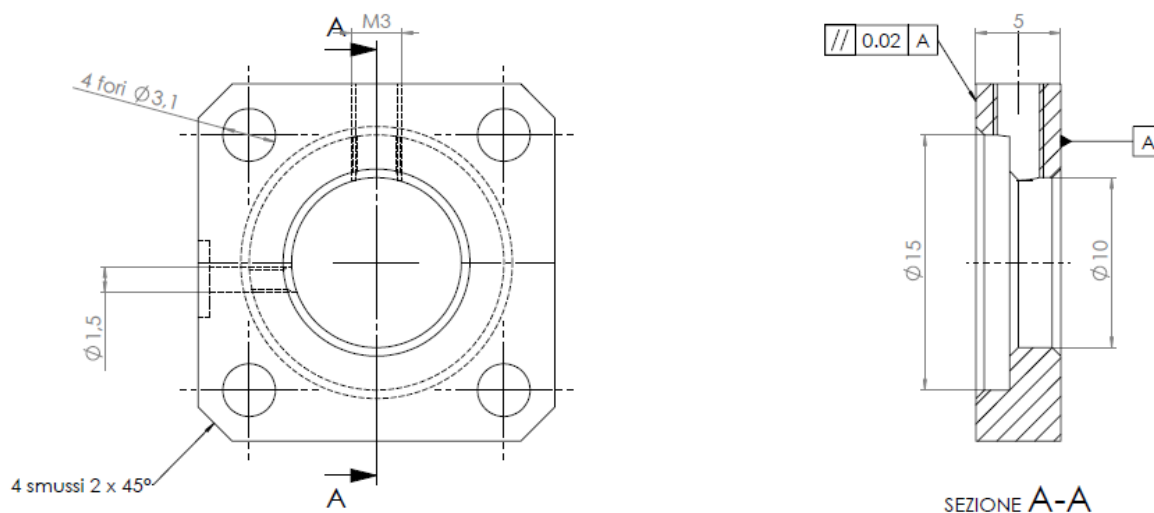
Il particolare 8, visibile in figura 2.6, costituisce l'altra estremità del prototipo e ospita la camera 2, che ha forma cilindrica con un diametro di 10 mm e un'altezza di 4,50 mm. La superficie a contatto con la membrana presenta tolleranza di planarità per garantire la tenuta. Attraverso un foro filettato M3, viene fornita alla camera aria compressa alla pressione di alimentazione. Sono presenti anche quattro fori passanti, con asse parallelo a quello della camera, che ospitano i tiranti necessari al montaggio della valvola. Infine, si ha un ulteriore foro passante con asse ortogonale, che serve a fissare il prototipo al pattino.



**Figura 2.6:** Particolare 8.

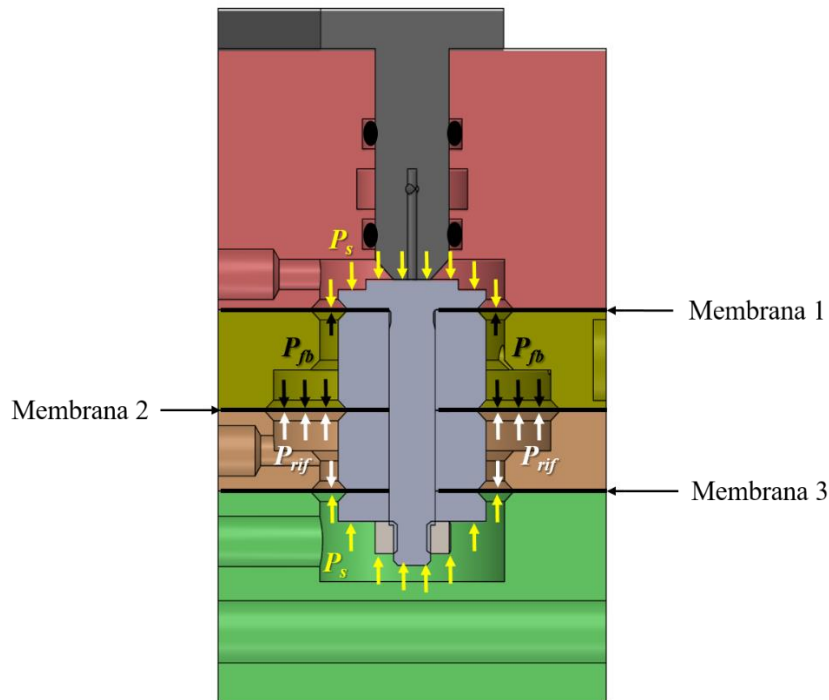
### 2.1.3 Particolare 4

Posizionato tra il particolare 10 e il particolare 6, il particolare 4 è uno dei due moduli centrali del prototipo. Visibile in figura 2.7, ha base quadrata e un'altezza di 5 mm. All'interno del modulo è ricavata la camera 3, che è composta da due cilindri: uno di diametro 10 mm ed altezza 3 mm, che si interfaccia con la camera 1, e l'altro con diametro 15 mm e altezza 2 mm, che si interfaccia con la camera 4. Come visibile in figura 2.4, due membrane separano la camera 3 dalle altre due camere.



**Figura 2.7:** Particolare 4.

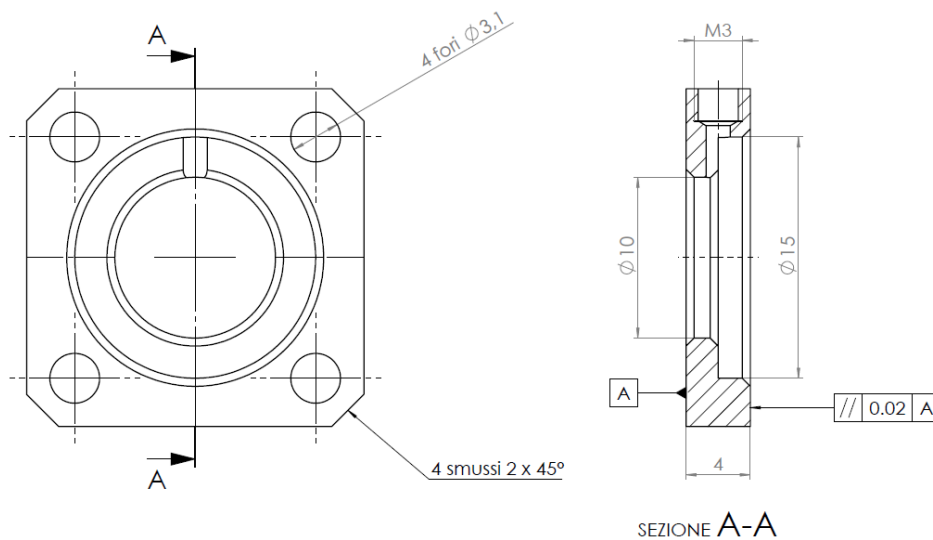
Come visibile in figura 2.8, l'equilibrio delle forze di pressione generate sulle due membrane di differente dimensione, porta l'otturatore a distanziarsi dall'ugello, una descrizione più approfondita è riportata al paragrafo 3.2.1. Le superfici a contatto con le membrane presentano tolleranza geometrica di parallelismo per garantire la tenuta della camera e la corretta posizione relativa tra le superfici dell'ugello e dell'otturatore. Il particolare presenta due fori diretti alla camera, su due facce differenti: uno filettato M3 che consente l'avvitamento di un raccordo per rilevare la pressione interna e uno non filettato comunicante con il foro di retroazione del pattino. Quest'ultimo presenta un'asola per ospitare una guarnizione O-ring 2,5 x 1. Inoltre, sono presenti quattro fori passanti con asse ortogonale a quello della camera, che ospitano le viti necessarie al montaggio.



**Figura 2.8:** Schema distribuzione di pressione camere tre e quattro.

### 2.1.4 Particolare 6

Posizionato tra il particolare 4 e il particolare 8, il particolare 6, riportato in figura 2.9, è l'altro modulo centrale del prototipo. Ha base quadrata e un'altezza di 4 mm. All'interno del modulo è ricavata la camera 4, con forma simile alla camera 3, essendo composta da due cilindri: uno di diametro 15 mm ed altezza 2 mm che si interfaccia con la camera 3, l'altro di diametro 10 mm ed altezza di 2 mm che si interfaccia con la camera 2. In figura 2.8 si nota come due membrane separino la camera 4 dalle altre due. Grazie alla particolare forma della camera, analogamente al particolare 4, l'equilibrio delle forze di pressione porta ad avvicinare l'otturatore all'ugello. Nel paragrafo 3.2.1 è riportata l'equazione che governa questo fenomeno. Come il particolare 4, anche questo presenta tolleranza di parallelismo sulle superfici a contatto con le membrane. Il particolare ha un foro filettato M3 diretto alla camera, che consente l'avvitamento di un raccordo per alimentarla alla pressione di riferimento. Inoltre, sono presenti quattro fori passanti con asse ortogonale a quello della camera, che ospitano le viti necessarie al montaggio della valvola.

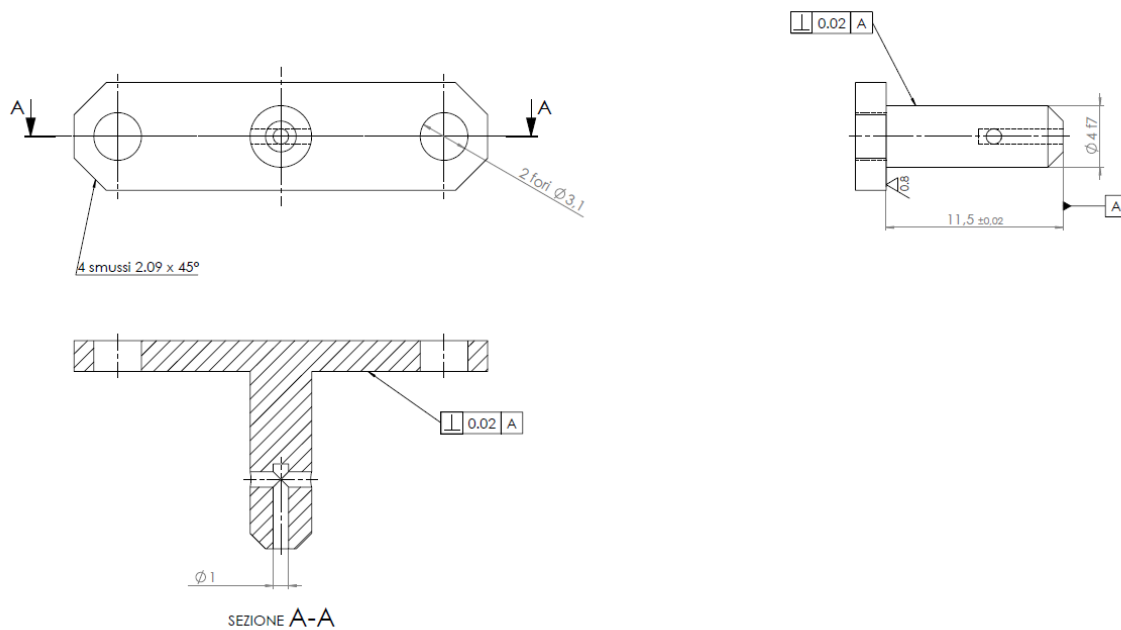


**Figura 2.9:** Particolare 6.

### 2.1.5 Ugello

L'ugello, riportato in figura 2.10, è il componente che consente di alimentare il pattino e, interfacciandosi con l'otturatore, di regolare il flusso dell'aria. Viene inserito nella sede appositamente ricavata nel particolare 10 con accoppiamento foro base H8/f7. Dal punto di vista costruttivo, è un componente molto semplice, di forma cilindrica con un foro coassiale al corpo dell'ugello di diametro 1 mm. Inoltre, è presente un foro trasversale che, intercettando il foro verticale dell'ugello, lo collega al canale di alimentazione al pattino appositamente ricavato nel particolare 10. Il componente è fissato alla valvola mediante due fori passanti posizionati in testa. Questa soluzione permette di sostituire l'ugello senza smontare completamente il prototipo. Per un corretto funzionamento, l'asse dell'ugello deve essere perpendicolare alla superficie dell'otturatore, ma non è sufficiente: quest'ultima deve anche essere parallela alla superficie dell'ugello. Pertanto, quasi tutti i componenti del prototipo devono rispettare rigide tolleranze geometriche.

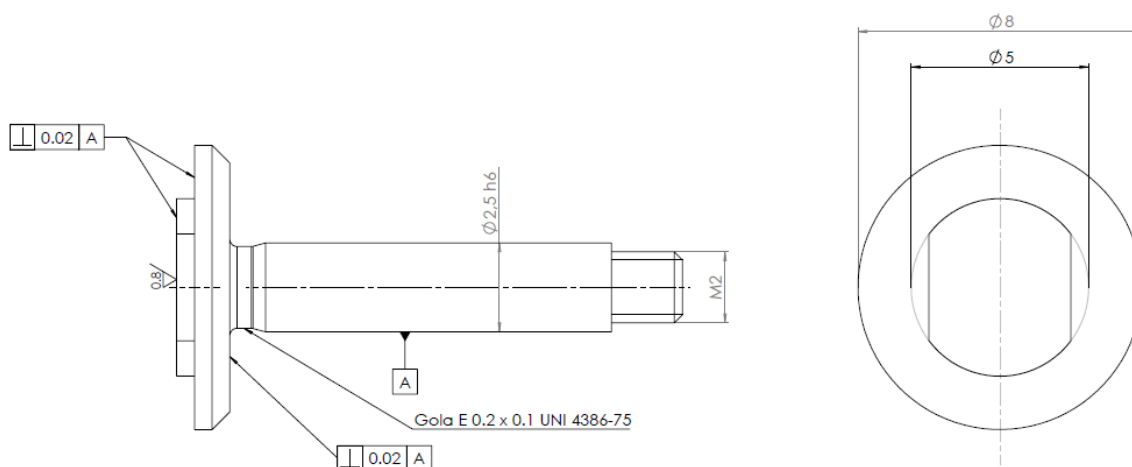




**Figura 2.10:** Ugello.

## 2.1.6 Otturatore

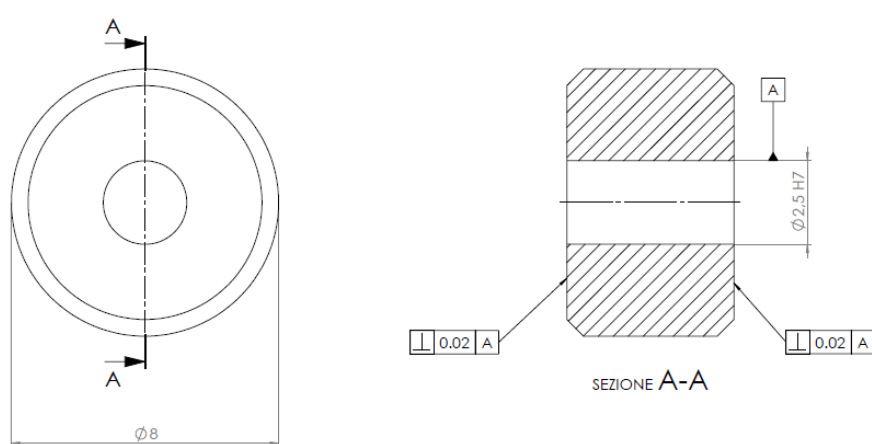
L'otturatore, che è un elemento mobile del prototipo, permette di regolare il flusso verso il cuscinetto attraverso il suo movimento. Ha una testa cilindrica di diametro 8 mm, una superficie rettificata che si interfaccia con l'ugello e infine un corpo cilindrico di diametro 2,5 mm che termina con una filettatura. Sono previste tolleranze di perpendicolarità tra l'asse del corpo principale e alcune superfici per garantire un corretto posizionamento relativo con l'ugello, come riportato in figura 2.11. L'otturatore è vincolato al corpo valvola mediante le tre membrane che separano le camere. Queste sono vincolate all'otturatore grazie a tre distanziali e un dado M2 che comprime il tutto.



**Figura 2.11:** Otturatore.

## 2.1.7 Distanziali

I tre distanziali hanno il compito di vincolare le membrane all'otturatore. Presentano tutti forma cilindrica con diametro pari a 8 mm e con un foro coassiale di diametro 2,5 mm che si andrà ad accoppiare con il corpo dell'otturatore. L'accoppiamento, H7/h6 con gioco, permette un facile montaggio. Le superfici a contatto con le membrane presentano tolleranza geometrica di perpendicolarità rispetto al foro centrale, in quanto si deve garantire il corretto posizionamento dei componenti e al tempo stesso limitare le perdite d'aria. L'altezza di ogni distanziale è funzione dello spessore della relativa camera. In figura 2.12 è riportato il disegno di uno dei distanziali.



**Figura 2.12:** Distanziale N°3.

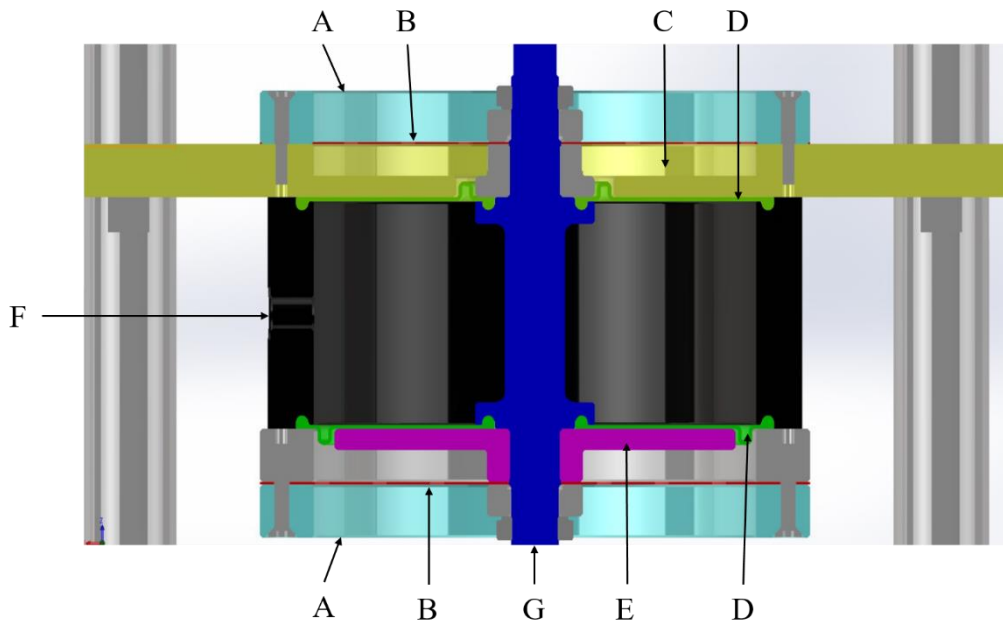
## 2.2 Descrizione banco prova sperimentale

I test sperimentali sono stati condotti presso il laboratorio LAQ-IBIS del DIMEAS del Politecnico di Torino. Il banco prova impiegato in questo lavoro di tesi permette di effettuare caratterizzazioni statiche e dinamiche di cuscinetti pneumostatici.



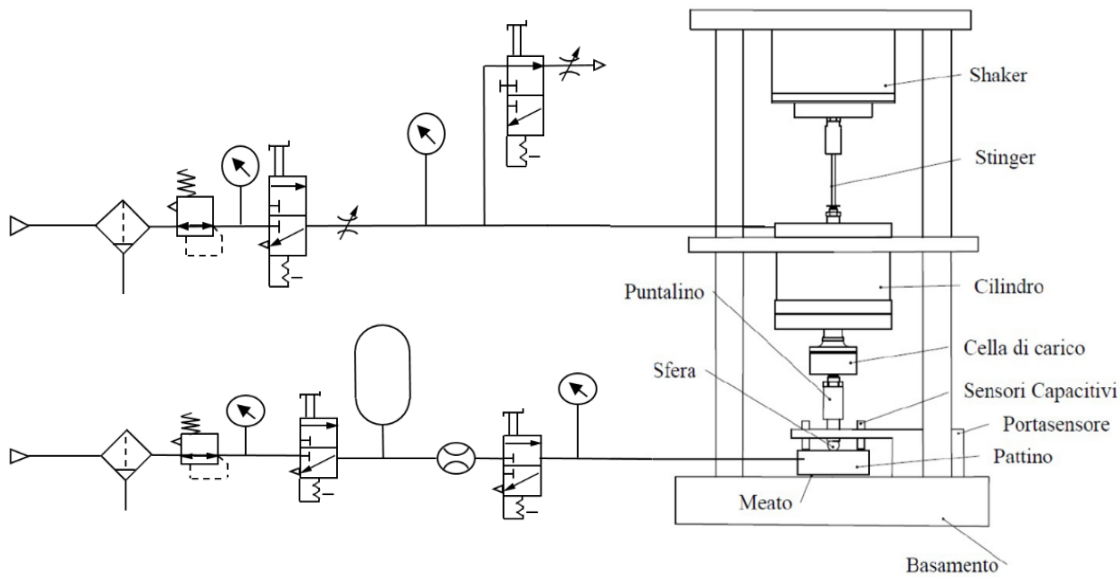
**Figura 2.13:** Fotografia del banco prova cuscinetti.

Nella figura 2.13 è mostrata una fotografia del banco di prova allestito per prove statiche e dinamiche. Qualora si desideri caratterizzare dinamicamente un pattino, sono necessari due componenti aggiuntivi: lo shaker e lo stringer, presenti nello schema del banco di figura 2.15. L'elemento principale del banco è il basamento, costituito da uno spesso blocco di marmo con opportuni valori di tolleranza macro e micro geometrica per garantire il corretto funzionamento del pattino e consentire miglior precisione di prova. Al centro del basamento viene posto il cuscinetto. Al basamento sono anche fissate otto colonne che sostengono due piastre. Alla piastra inferiore (elemento C in figura 2.14) è fissato un cilindro pneumatico che applica il carico statico al pattino.



**Figura 2.14:** Cilindro pneumatico installato nel banco.

Il cilindro è fissato alla piastra inferiore tramite il coperchio superiore (A). La camera del cilindro è sigillata per mezzo di due membrane (elementi D in figura 2.14). Tramite il foro filettato (F) si connette la camera del cilindro al suo circuito di alimentazione. La membrana superiore, andando in battuta con la piastra (C) non si può deformare, mentre l'altra, agendo sulla parte mobile del cilindro (E), si deforma. La deformazione di questa provoca lo spostamento dello stelo del cilindro (G). Sono presenti inoltre due molle (B) che hanno il compito di far tornare nella condizione di riposo il cilindro quando si scarica la pressione dalla camera. La forza così generata viene trasmessa al pattino mediante una catena cinematica composta da: una cella di carico, che misura la forza applicata al pattino, un puntalino che di trasmette la forza del cilindro e pre-carica il pattino, e una sfera che si accoppia con una sede appositamente realizzata nel pattino. L'accoppiamento sferico permette di mantenere il pattino in posizione senza limitarne la rotazione. Per rilevare la posizione relativa tra la superficie superiore del cuscinetto e il basamento, viene fissata a quest'ultimo una staffa portasensore che supporta quattro sensori capacitivi. Questi sensori rilevano la variazione della posizione di quattro punti sulla superficie superiore del cuscinetto. Lo spessore del meato è ricavato come differenza tra la posizione rilevata con il pattino alimentato e quella senza alimentazione, a parità di forza esterna applicata. La configurazione qui descritta permette di condurre prove statiche. Qualora si volessero condurre test dinamici è necessario fissare lo shaker alla piastra superiore del banco. Questo genera la componente dinamica della forzante che, tramite lo stringer, viene trasmessa allo stelo del cilindro e da questo al pattino per mezzo della catena cinematica prima descritta. Lo shaker a sua volta viene comandato da un segnale prodotto da un generatore di funzione con collegato in serie un amplificatore.



**Figura 2.15:** Schema del banco prova cuscinetti pneumostatici.

Il pattino ed il cilindro pneumatico hanno ciascuno un proprio circuito pneumatico dedicato, visibile nello schema di figura 2.15. La forza applicata dal cilindro pneumatico dipende dalla pressione dell'aria compressa nella sua camera. Il circuito pneumatico che controlla il cilindro è costituito dai seguenti componenti:

- un gruppo di filtrazione e regolazione;
- un manometro analogico per visualizzare la pressione di alimentazione al circuito;
- una valvola 3/2 bistabile con comando manuale per fornire o interrompere l'alimentazione al circuito;
- un regolatore di flusso unidirezionale per regolare la pendenza della rampa a pressione crescente nel tempo;
- una valvola 3/2 bistabile a comando manuale per consentire lo scarico della pressione dal cilindro verso l'ambiente;
- un regolatore di flusso unidirezionale posto nel circuito di scarico del cilindro per regolare la pendenza della rampa nella fase di scarico.
- un manometro differenziale per rilevare la pressione relativa fornita al cilindro.

Per applicare al pattino una forza con andamento crescente, è necessario assicurarsi che la valvola di scarico del cilindro sia chiusa e successivamente si può alimentare il circuito aprendo la valvola di alimentazione. Nel caso si desideri applicare una rampa di scarico, è necessario assicurarsi che la valvola di alimentazione del cilindro sia chiusa e successivamente scaricare il cilindro.

Il pattino è alimentato da un circuito pneumatico i cui componenti sono:

- un gruppo di filtrazione e regolazione;
- un manometro analogico per visualizzare la pressione di alimentazione nel circuito;
- una valvola 3/2 bistabile con comando manuale per fornire o interrompere l'alimentazione al circuito;
- un serbatoio, rappresentato da una capacità per garantire stabilità alla pressione fornita al pattino;

- un flussimetro digitale per misurare il consumo di aria compressa del pattino, assumendo che non ci siano perdite nel circuito a valle;
- una valvola 3/2 bistabile con comando manuale che, a seconda della posizione, permette di fornire o interrompere l'alimentazione del pattino. Nel caso di interruzione, l'aria presente a valle della valvola viene scaricata in ambiente;
- un manometro analogico per visualizzare la pressione di alimentazione del pattino.

I sensori sono collegati a una scheda di acquisizione che registra i segnali analogici in tensione nel campo  $\pm 10$  V e li invia ad un computer dotato del software LabView. I sensori capacitivi Micro-Epsilon CS05 forniscono un output analogico in tensione nel campo  $0\div 10$  V su un campo di misura che va da 0 a 500  $\mu\text{m}$ . Prima di essere inviato alla scheda di acquisizione, il loro segnale viene condizionato grazie ad un rack. Un alimentatore fornisce l'energia elettrica necessaria al funzionamento di tutti i componenti elettronici.

I componenti ausiliari utilizzati per la messa in esercizio del banco sono riportati nella tabella sottostante.

Elemento	Quantità	Marca	Modello	Caratteristiche operative
Manometro analogico	3			
manometro differenziale	1			
valvola 3/2 bistabile	2	Metal Work	70100000200	pressione massima 10 bar
valvola 3/2 bistabile	1	Camozzi	338-910	pressione massima 10 bar
regolatore di flusso unidirezionale	2	Metal Work		
regolatore di flusso bidirezionale	1	Metal Work		
serbatoio	1	A.S.T.R.A.	NW50X	capacità: 24 l Pressione massima: 11 bar
flussimetro digitale	1	Festo	SFAH-10U-Q65-PNLK-PNVBA-M8	Portata nominale: $0,2\div 10$ l/min
sensori capacitivi	4	Micro-Epsilon	CS05	Campo di misura: $0\div 500$ $\mu\text{m}$
cella di carico	1	HBM	K-U9C-05K0-01M5-VA1-S	
convertitore digitale analogico	1	Micro-Epsilon		
scheda di acquisizione	1	National Instruments	BNC 2120	Input: $\pm 5$ V
alimentatore	1	Voltcraft		Output 24V
computer	1			Programma LabView installato

**Tabella 2.1:** Componenti ausiliari al banco impiegati.

## 2.2.1 Acquisizione dati mediante LabVIEW

I dati sperimentali acquisiti dalla scheda di acquisizione vengono importati su un computer utilizzando il software LabVIEW. Lo stesso programma viene utilizzato per una prima elaborazione dei dati e il loro salvataggio in un file di testo. LabVIEW è un programma proprietario della National Instruments che consente al computer di interfacciarsi con una vasta gamma di schede di acquisizione. Inoltre, permette di creare programmi in linguaggio grafico per l'analisi, l'elaborazione o il controllo di un processo. In questo lavoro sono stati utilizzati due programmi sviluppati in ambiente LabVIEW.

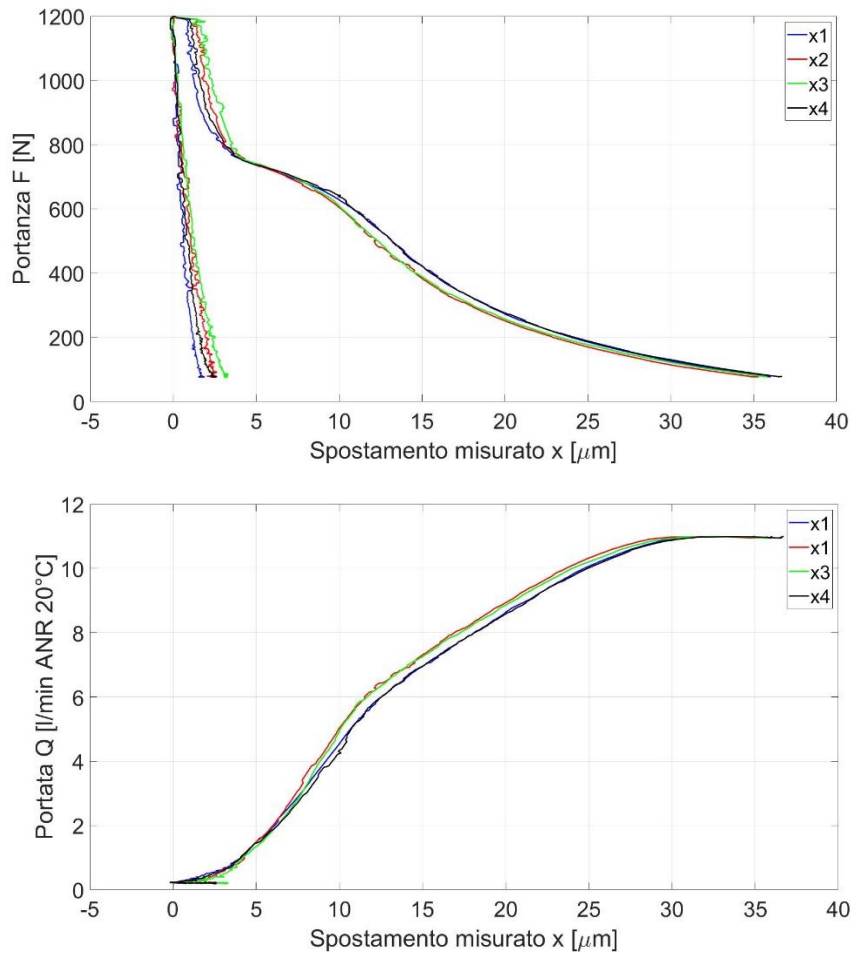
Uno è stato utile per visualizzare in tempo reale le misurazioni effettuate da ciascun sensore. Questo programma è stato di grande aiuto nel posizionamento dei sensori di posizione, in quanto ha permesso di lavorare al centro del campo di misura evitando errori dovuti al superamento dei suoi limiti. L'altro codice utilizzato consente: l'acquisizione di segnali, l'elaborazione e il salvataggio in un documento di testo, nonché la visualizzazione delle curve di caratteristica statica e consumo d'aria. Ogni colonna nel file di testo corrisponde alle misure effettuate da un sensore, come riportato in tabella 2.2.

Colonna	1	2	3	4	5	6
Segnale riportato	Sensore di posizione 1	Sensore di posizione 2	Sensore di posizione 3	Sensore di posizione 4	cella di carico	flussimetro
Simbolo	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	F	Q

**Tabella 2.2:** Legenda colonne file testuale.

## 2.2.2 Esecuzione della prova statica

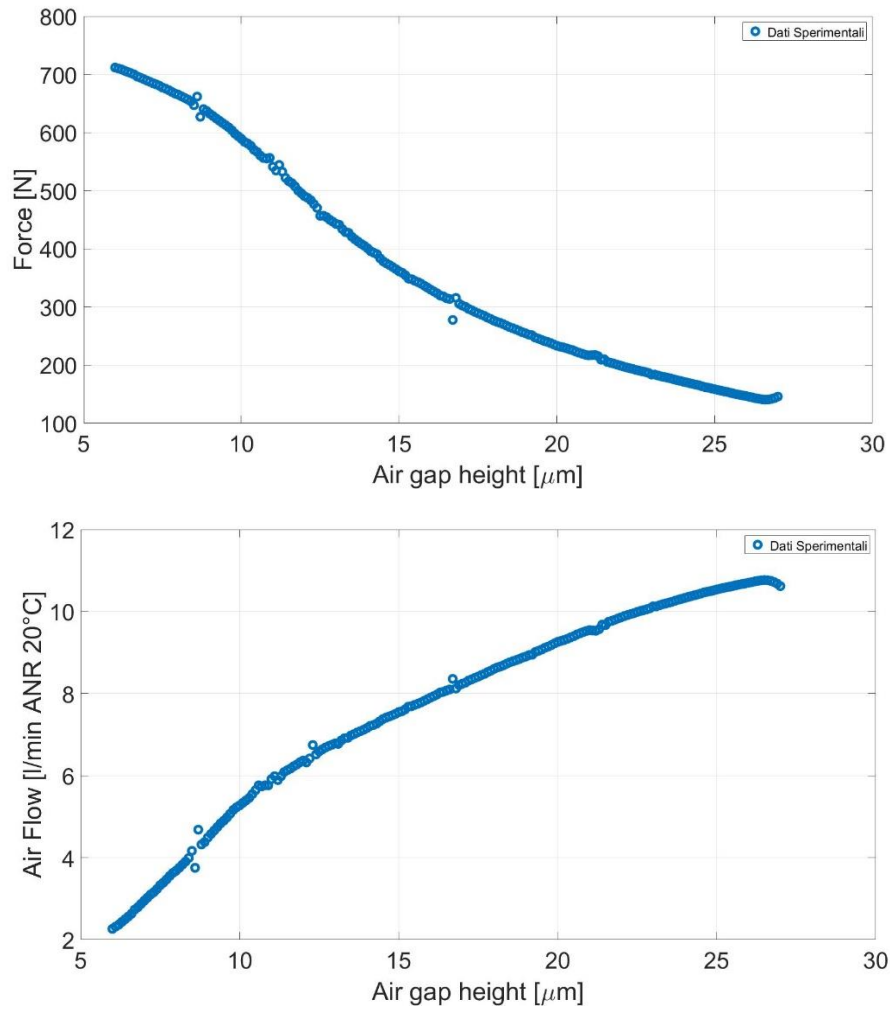
Prima di effettuare una prova statica è necessario assicurarsi di aver montato correttamente il pattino nel banco e posizionato i quattro sensori di posizione in modo tale che siano circa al centro del loro campo di misura. Si rimarca come sia necessario alimentare il pattino durante l'operazione di montaggio. Verificato ciò si procede all'esecuzione della prova. Per prima cosa si controlla che il cuscinetto pneumostatico sia alimentato e che su di esso sia impressa la sola forza dovuta al pre-carico. Successivamente si avvia l'acquisizione dei dati tramite software LabVIEW. Dopo di che, si fornisce alimentazione al cilindro pneumatico. La pressione nella camera di quest'ultimo, e quindi anche la forza esercitata, hanno andamento a rampa crescente per via della resistenza pneumatica posta nel circuito di alimentazione al cilindro. La rampa ha volutamente pendenza notevolmente ridotta per avere condizioni di prova assimilabili a statiche. Quando si nota che la portata di aria compressa consumata dal cuscinetto è inferiore a circa 1 l/min, si è arrivati a circa il carico massimo supportabile dal pattino. A questo punto in successione: si chiude l'alimentazione al cilindro, si chiude l'alimentazione al pattino ed infine si manda in scarico il cilindro. Grazie alla presenza della resistenza pneumatica nel circuito di scarica del cilindro, si impone al pattino una rampa di forza lentamente decrescente, cosicché le condizioni siano anche qui assimilabili a statiche. L'acquisizione dei dati deve proseguire finché al pattino viene impresso il solo pre-carico. Da questa prova si ricavano le caratteristiche di portanza e consumo d'aria, di cui un esempio è riportato in figura 2.16.



**Figura 2.16:** Esempio di curve di caratterizzazione statica acquisite.

I quattro sensori di posizione possono rilevare delle altezze di meato leggermente differenti tra loro, questo può essere dovuto a rotazioni del pattino. Per effettuare un'analisi maggiormente approfondita si effettua una media dei quattro valori. Ottenuta la media è possibile ricavare lo spessore del meato sottraendo, a parità di forza esterna, allo spostamento medio misurato con l'alimentazione il valore medio rilevato senza, cosicché la misura non sia influenzata da possibili deformazioni del pattino o del basamento. Si ottengono così le caratteristiche del pattino di cui un esempio è riportato in figura 2.17





**Figura 2.17:** Caratteristica statica di un pattino pneumostatico.

# CAPITOLO 3

## 3. Modellazione sistema valvola-pattino

Questo capitolo descrive la modellazione del sistema valvola-pattino. Più in dettaglio si ha nel primo paragrafo la nomenclatura riportante tutti i simboli utilizzati, nel secondo è illustrato lo il principio di funzionamento del sistema, la sua rappresentazione mediante un modello a parametri concentrati e le relative equazioni di governo. Infine, nel terzo paragrafo si descrivono i modelli matematici a parametri concentrati messi a punto.

### 3.1 Nomenclatura

Al fine di rendere più agevole la comprensione si riporta la nomenclatura utilizzata in questo elaborato che, si tiene a sottolineare, è comune a quella utilizzata nei modelli matematici realizzati in ambiente Matlab. Per ogni simbolo, in tabella 3.1, si riporta: una breve descrizione, l'unità di misura e il valore numerico, qualora sia costante.

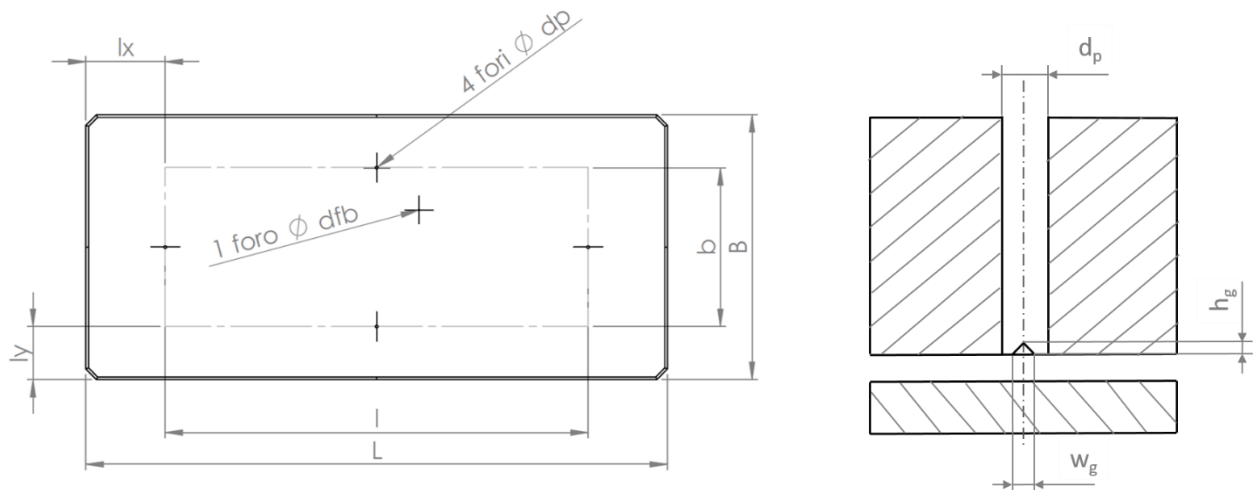
Simbolo	Descrizione	Valore	Unità di misura
$A_0$	Area interna alle ragnature		[m <sup>2</sup> ]
$A_{eq,ott}$	Area equivalente camera 1		[m <sup>2</sup> ]
$a_f$	Coefficiente formula empirica	0.02	
$A_v$	Area equivalente membrane		[m <sup>2</sup> ]
$A_{veq,fb}$	Area equivalente camera feedback		[m <sup>2</sup> ]
$B$	Dimensione trasversale pattino	$50 \cdot 10^{-3}$	[m]
$b$	Dimensione ragnatura in direzione trasversale	$30 \cdot 10^{-3}$	[m]
$b_c$	Rapporto critico delle pressioni (espansione isoentropica)	0.5283	
$b_f$	Coefficiente formula empirica	$5 \cdot 10^{-6}$	[m]
$c$	Smorzamento del sistema		[Ns/m]
$c_{d,1}$	Coefficiente d'efflusso area anulare ugello		

$c_{d,2}$	Coefficiente d'efflusso area anulare sotto al foro del pattino		
$c_{d,fb}$	Coefficiente d'efflusso area anulare sotto al foro di retroazione		
$c_o$	Smorzamento delle membrane		[Ns/m]
$C_{s,1}$	Conduttanza ugello		[kg/(s·Pa)]
$C_{s,2}$	Conduttanza singolo foro del pattino		[kg/(s·Pa)]
$C_{s,3}$	Conduttanza del meato		[kg/(s·Pa)]
$C_{s,fb}$	Conduttanza foro feedback		[kg/(s·Pa)]
$d_{fb}$	Diametro del foro di feedback del pattino	$0,25 \cdot 10^{-3}$	[m]
$d_m$	Diametro utile membrane 1 e 3	$10 \cdot 10^{-3}$	[m]
$d_M$	Diametro utile membrana 2	$15 \cdot 10^{-3}$	[m]
$d_n$	Diametro dell'ugello della valvola	$1 \cdot 10^{-3}$	[m]
$d_o$	Diametro otturatore	$8 \cdot 10^{-3}$	[m]
$d_p$	Diametro del foro del pattino	$0,5 \cdot 10^{-3}$	[m]
$err$	errore relativo di convergenza		
$freq$	Frequenza eccitazione forzante armonica		[Hz]
$F_{ext}$	Forza esterna applicata al pattino		[N]
$F_m$	Portanza del meato in condizioni di equilibrio al gradino		[N]
$F_p$	Forza di pressione sul pattino		[N]
$F_{p,0}$	Forza di pressione esercitata sul pattino nelle condizioni iniziali		[N]
$F_{p3}$	Forza di pressione risultante camera 3		[N]
$F_{p4}$	Forza di pressione risultante camera 4		[N]
$F_{pRIS}$	Forza di pressione risultante all'otturatore		[N]
$g$	accelerazione di gravità	9,81	[m/s <sup>2</sup> ]
$G(s)$	Funzione di trasferimento della dinamica del pattino		
$G_1$	Portata d'aria attraverso l'ugello della valvola		[kg/s]
$G_2$	Portata d'aria attraverso i fori del pattino		[kg/s]
$G_3$	Portata d'aria attraverso il meato		[kg/s]
$G_{fb}$	Portata d'aria attraverso il foro di feedback		[kg/s]
$h$	Altezza del meato		[m]
$h_{eqv}$	Altezza equivalente dovuta alla presenza di ragnature		[m]
$h_g$	Altezza media ragnatura	$3 \cdot 10^{-5}$	[m]
$H(s)$	Funzione di trasferimento del ramo di restrazione		
$H_0$	Altezza del meato in condizioni di equilibrio al gradino		[m]
$H_k$	Altezza di meato corrispondente al valore di rigidità		[m]
$i$	i-esimo gradino		
$j$	i-esima iterazione		
$k_m$	rigidità equivalente delle membrane		[N/m]
$K_{dyn}$	Rigidità dinamica sistema		[N/m]
$K_s$	Rigidità statica sistema		[N/m]
$L$	Dimensione longitudinale pattino	$110 \cdot 10^{-3}$	[m]
$l$	Dimensione ragnatura in direzione longitudinale	$80 \cdot 10^{-3}$	[m]
$M$	Massa del carico sostenuto dal pattino		[kg]

$m_o$	Massa dell'otturatore	$2,17 \cdot 10^{-3}$	[kg]
$n_{per}$	Numero di periodi simulati		
$n_{fori}$	Numero fori del cuscinetto	4	
$P_0$	Pressione media (assoluta) del meato		[Pa]
$P_1$	Pressione (assoluta) all'interno della camera 1 della valvola pari alla pressione di alimentazione del pattino		[Pa]
$P_2$	Pressione (assoluta) all'uscita dei fori del pattino		[Pa]
$P_a$	Pressione (assoluta) ambiente	101325	[Pa]
$P_{fb}$	Pressione (assoluta) nella camera 3 detta di feedback		[Pa]
$P_{rif}$	Pressione (assoluta) nella camera 4 detta di riferimento		[Pa]
$P_s$	Pressione (assoluta) di alimentazione della valvola		[Pa]
$R$	Costante di stato dell'aria	287,053	[J/(kg·K)]
$Re_1$	Numero di Reynolds dell'ugello		
$Re_2$	Numero di Reynolds del singolo foro del pattino		
$Re_{fb}$	Numero di Reynolds del foro di feedback		
$S_{eqv}$	Superficie equivalente del pattino		[m <sup>2</sup> ]
$T$	Temperatura di riferimento assoluta	293	[K]
$V_0$	Volume sotto al pattino, interno alle ragnature senza considerare le ragnature		[m <sup>3</sup> ]
$V_1$	Volume camera 1 della valvola complessivo dei condotti di alimentazione interni al pattino		[m <sup>3</sup> ]
$V_2$	Volume sotto al pattino, interno alle ragnature complessivo di meato e ragnature		[m <sup>3</sup> ]
$V_{cam,1}$	Volume camera 1	$2,0420 \cdot 10^{-6}$	[m <sup>3</sup> ]
$V_{cam,fb}$	Volume camera 3 (di feedback)	$3,4397 \cdot 10^{-7}$	[m <sup>3</sup> ]
$V_{cond}$	Volume condotti alimentazione interni al pattino	$3,94 \cdot 10^{-7}$	[m <sup>3</sup> ]
$V_{cond,fb}$	Volume condotti di feedback interni al pattino	$6,2 \cdot 10^{-8}$	[m <sup>3</sup> ]
$V_{fb}$	Volume camera di feedback della valvola complessivo del condotto di feedback interno al pattino		[m <sup>3</sup> ]
$V_g$	Volume delle ragnature		[m <sup>3</sup> ]
$w_g$	Larghezza ragnatura	$0,3 \cdot 10^{-3}$	[m]
$W(s)$	Funzione di trasferimento dell'intero sistema		
$x$	Distanza tra ugello e otturatore		[m]
$x_n$	Distanza tra ugello e otturatore con $P_{fb} = P_{rif}$		[m]
$\Delta F$	Ampiezza del gradino di forza o ampiezza della forzante sinusoidale		[N]
$\Delta h$	Ampiezza della risposta del meato alla forzante sinusoidale		[m]
$\theta_F$	angolo di fase della forzante		[rad]
$\theta_h$	angolo di fase della risposta del meato		[rad]
$\mu$	Viscosità dinamica dell'aria in condizioni normali	$1,81 \cdot 10^{-5}$	[N·s/m <sup>2</sup> ]
$\varphi$	Sfasamento tra risposta del meato ed eccitazione della forzante		[rad]
$\omega$	Pulsazione della forzante armonica		[rad/s]

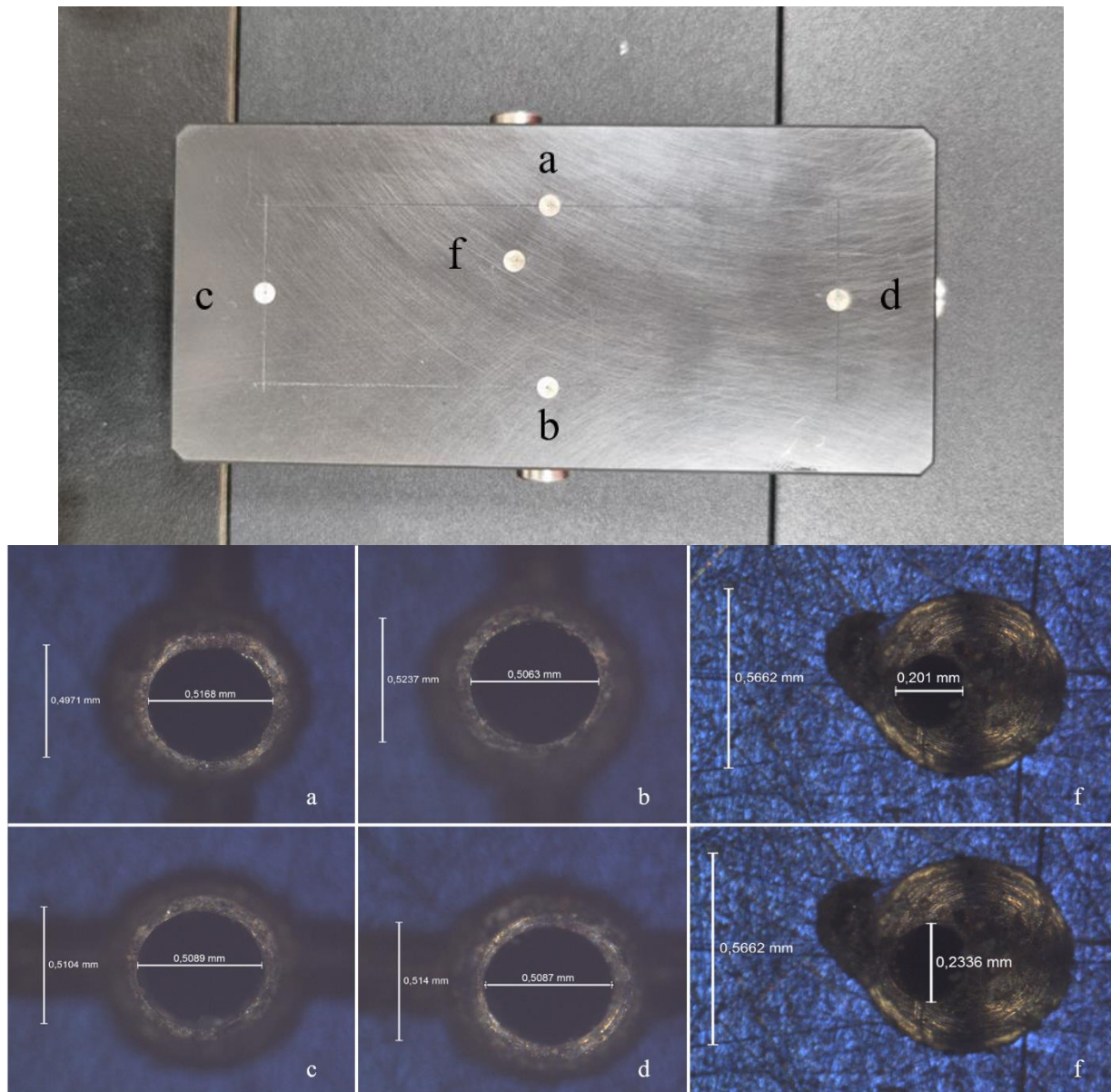
## 3.2 Principio di funzionamento del sistema valvola-pattino

Il sistema è costituito da due elementi, il pattino e la valvola ad esso abbinata. Prima di addentrarsi nella descrizione dello schema funzionale del sistema combinato, si analizza ogni componente singolarmente. Per la descrizione del principio di funzionamento del pattino singolo si rimanda al capitolo 1 paragrafo 3. Di seguito si riporta la geometria del pattino a cui è applicato il prototipo è visibile in figura 3.1.



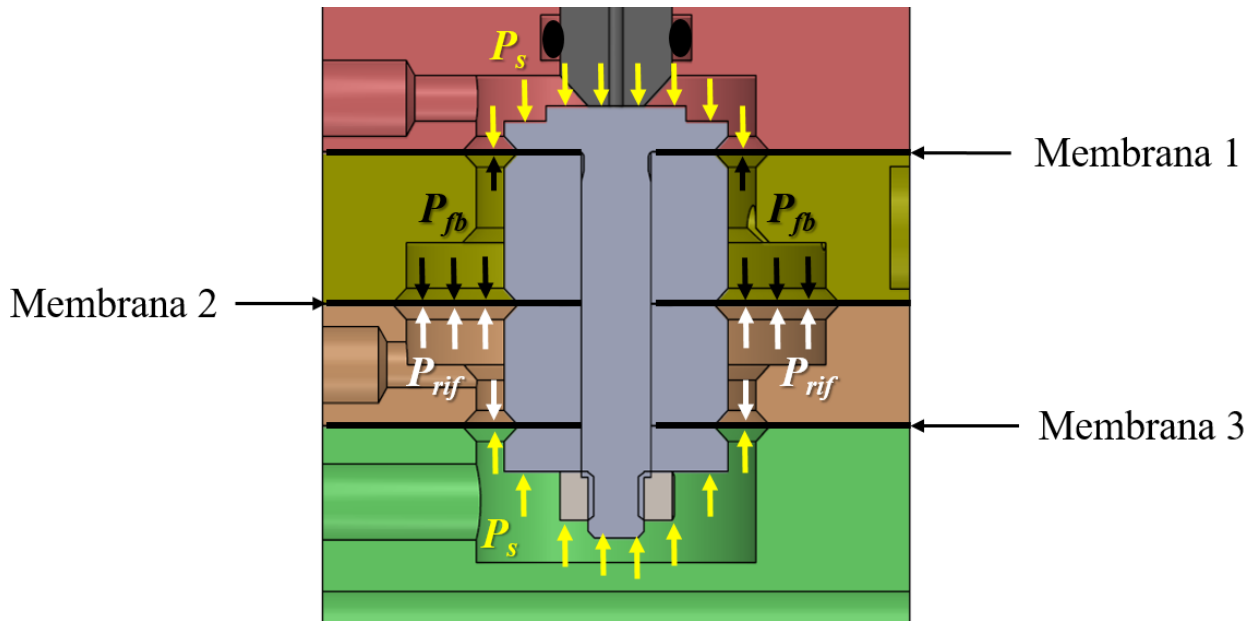
**Figura 3.1:** Geometria del pattino e della ragnatura.

Il cuscinetto presenta forma rettangolare di dimensioni 110 mm x 50 mm con ragnatura, anch'essa di forma rettangolare, di dimensioni 80 mm x 30 mm. Al centro di ogni ragnatura è presente un orifizio di diametro  $d_p = 0,5$  mm con una tasca di diametro circa 0,8 mm. La linea di alimentazione, detta anche ragnatura, ha sezione triangolare con base 0,3 mm ed altezza media 0,03 mm. Internamente al perimetro delimitato dalle ragnature, è presente il foro di retroazione di diametro  $d_{fb} = 0,23$  mm. La posizione del foro di feedback non è casuale, in quanto si presume che la pressione del meato sia la medesima in qualunque punto interno alle ragnature. Le dimensioni degli orifizi sono state verificate attraverso l'utilizzo di un microscopio appositamente attrezzato, le rilevazioni sono riportate in figura 3.2.



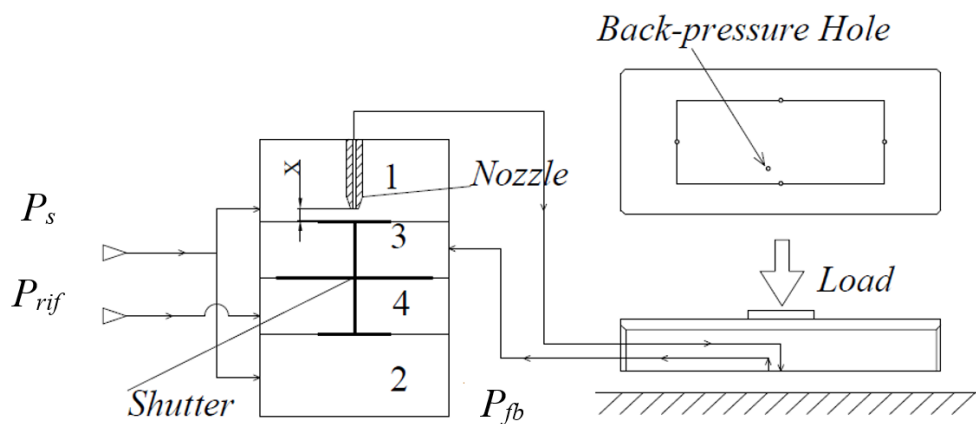
**Figura 3.2:** Pattino pneumostatico durante le operazioni di rilevazione con etichetta fori; a), b), c), d) Dimensione dei fori del pattino; f) dimensioni foro di retroazione.

L'altro elemento costituente il sistema è la valvola, i cui componenti sono descritti nel precedente capitolo. Questa è composta da quattro camere separate da tre membrane in gomma, come visibile in figura 3.3. Le membrane uno e tre hanno diametro utile  $d_m = 10$  mm mentre la membrana due, che divide le camere tre e quattro, presenta diametro utile  $d_M = 15$  mm. Queste ultime sono vincolate tra loro per mezzo dell'otturatore, la cui posizione è dovuta all'equilibrio tra le forze di pressione agenti sulle membrane. L'area di spinta su cui agiscono le pressioni ha forma di corona circolare avente diametro esterno rispettivamente pari a  $d_M$  o  $d_m$  e diametro interno pari al diametro dell'otturatore  $d_{ott} = 8$  mm. La camera uno, in cui è presente l'ugello di diametro  $d_n = 1$  mm, si trova alla pressione di alimentazione che è mantenuta costante, la camera due, alla medesima pressione, ha lo scopo di generare sulla membrana 3 una forza tale da equilibrare quella generata sulla membrana nella camera 1. La camera quattro si trova alla pressione di riferimento che, imposta esternamente, tende a far avvicinare l'otturatore all'ugello portando a precaricare le membrane, mentre la camera tre, alla pressione di retroazione, ha il compito di distanziarlo.



**Figura 3.3:** Distribuzione forze di pressione sulle membrane.

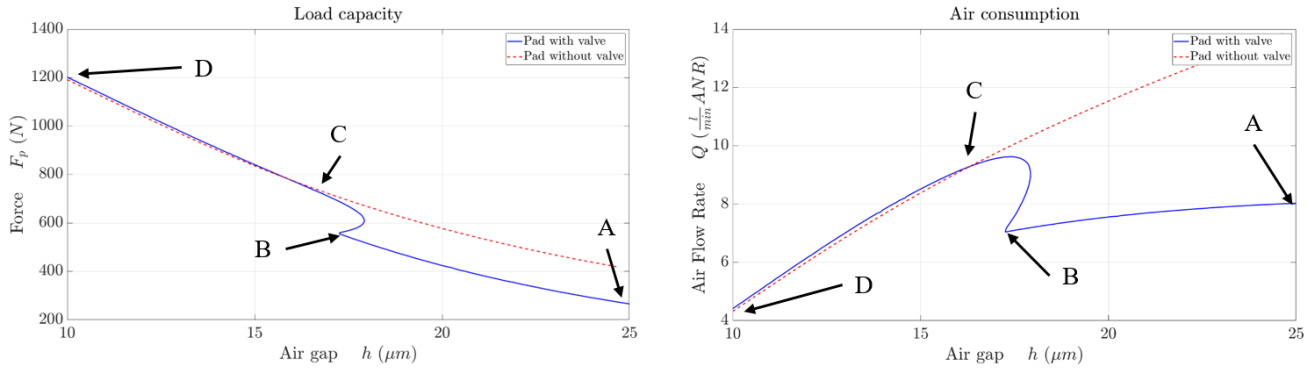
La posizione relativa tra ugello e otturatore porterà a variare la sezione anulare al di sotto dell'ugello e quindi la portata transitante. Descritto il funzionamento dei componenti presi singolarmente, si passa ora ad analizzare il sistema nella sua interezza. Lo schema funzionale è riportato in figura 3.4.



**Figura 3.4:** Schema funzionale sistema integrato valvola-pattino. Tratto da [12] con modifiche.

La valvola, posta a monte del pattino, ha il compito di alimentarlo mediante la portata transitante attraverso l'ugello (Nozzle). Il foro di retroazione (Back-pressure Hole), presente nel pattino, invia il segnale di pressione alla camera tre della valvola, andando ad influenzare la pressione di feedback e quindi la posizione dell'otturatore (Shutter). In caso di variazione del carico sostenuto dal pattino, la pressione interna al meato si modifica di andando ad influenzare anche la pressione nella camera di retroazione. L'equilibrio delle forze di pressione agenti sull'otturatore si cambierà in maniera tale da

aumentare, in caso di incremento del carico, o ridurre, in caso di diminuzione, la luce rispetto all'ugello della valvola. Modificando così la portata di alimentazione al pattino e compensando la variazione di carico. In figura 3.5 si nota questo effetto nel tratto BC.



**Figura 3.5:** Confronto caratteristiche pattino con e senza valvola.

In figura 3.5 sono evidenziati quattro punti che delimitano tre tratti. Il tratto AB identifica la zona detta di bypass, il segmento BC la zona detta di regolazione ed infine il tratto CD la zona detta di saturazione. Nel tratto di bypass la valvola si comporta come una resistenza pneumatica fissa. In questa zona, nonostante l'ugello sia in battuta, o quasi, con l'otturatore, si ha comunque una portata di fluido diretta al pattino. In questa zona il carico applicato al pattino genera una pressione di feedback che non è sufficiente a creare una ben definita sezione di passaggio. Di conseguenza l'aria di alimentazione al pattino fornita è dovuta a un'imperfetta chiusura dell'ugello.

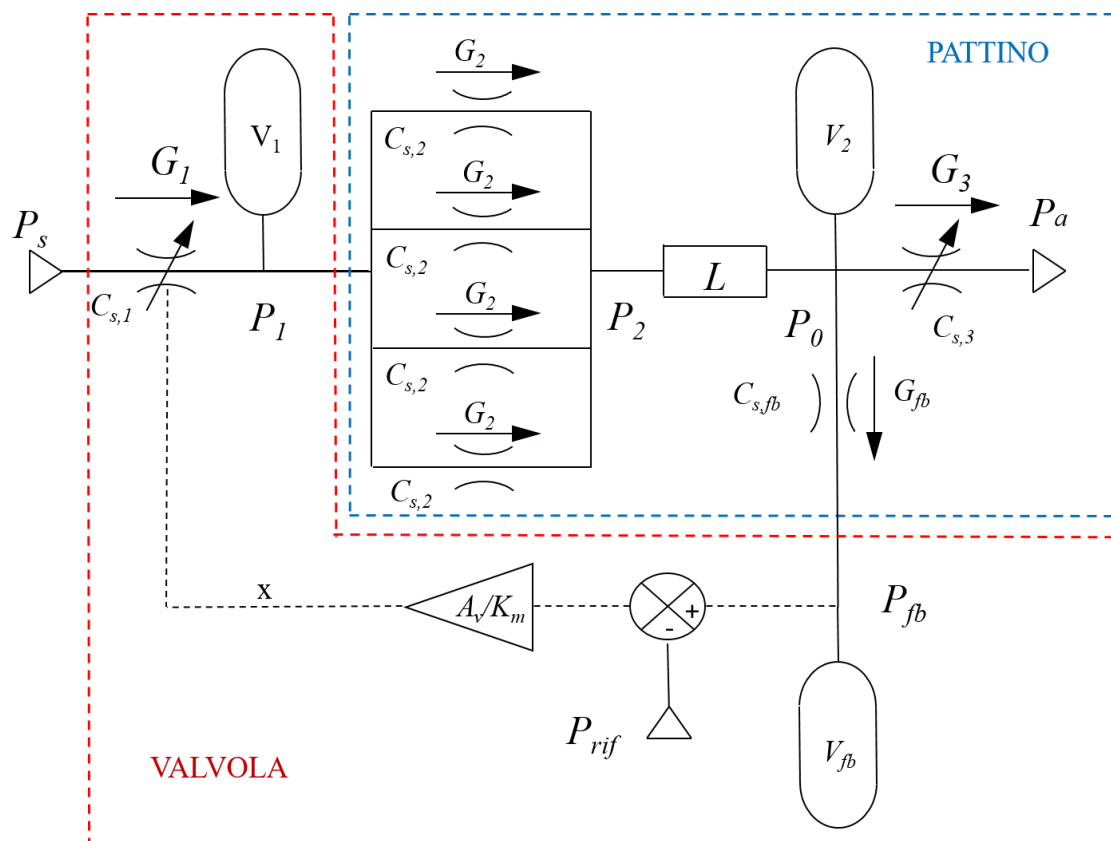
All'incrementare del carico, la distanza tra ugello e otturatore aumenta in quanto si ha una maggior pressione nella camera di feedback. Si entra così nella zona di regolazione BC. In questo tratto la valvola compensa la variazione dell'altezza di meato incrementando la portata d'aria fornita al pattino. È bene sottolineare come questa portata sia funzione della rigidità delle membrane e della pressione di riferimento. Siccome la rigidità delle membrane non è determinabile a priori, l'effetto della compensazione può essere scarso o eccessivo. In quest'ultimo caso si ha sovracompensazione.

La regolazione della valvola termina al punto C quando l'ugello satura per via dell'eccessiva distanza dell'otturatore. Questa condizione operativa corrisponde al massimo consumo d'aria del pattino compensato.



### 3.3 Modello a parametri concentrati

Il sistema valvola-pattino, descritto al paragrafo precedente, è stato rappresentato mediante un modello matematico a parametri concentrati. In figura 3.6 è riportato lo schema del modello a parametri concentrati.



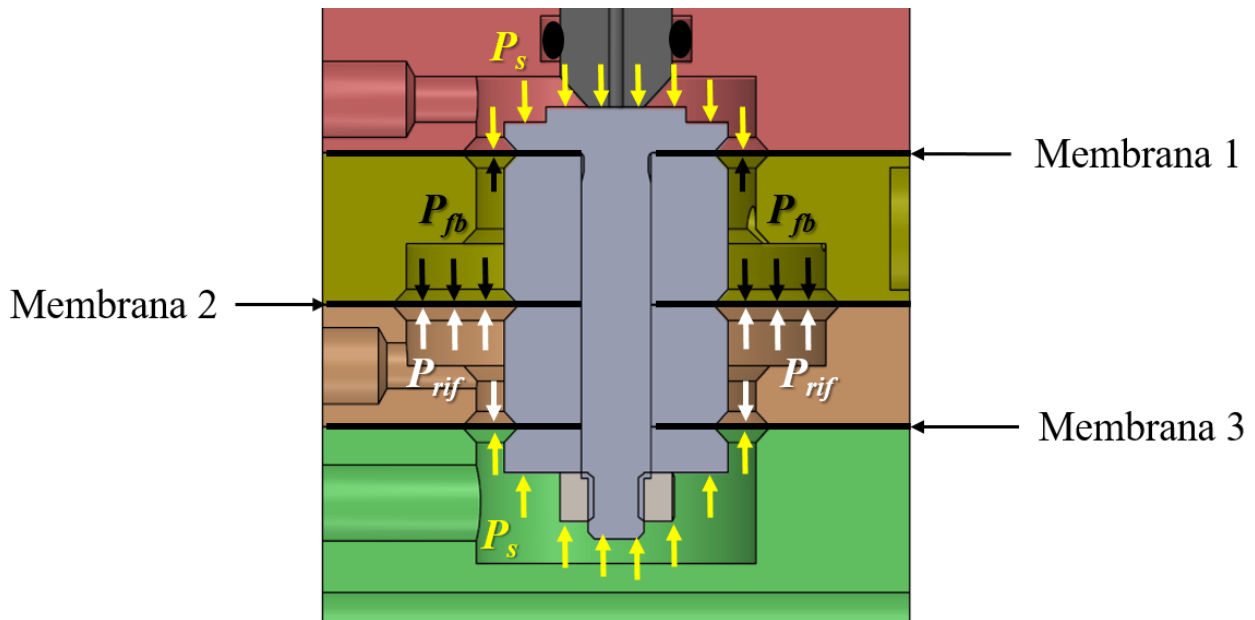
**Figura 3.6:** Modello a parametri concentrati del sistema integrato valvola-pattino.

Il sistema è modellato come un insieme di conduttanze costanti o variabili e volumi concentrati. A monte di tutto si ha la sorgente di alimentazione della camera 1 della valvola che è mantenuta alla pressione di alimentazione costante  $P_s$ . La portata massica che attraversa l'ugello è rappresentata da  $G_1$ , che dipende dalla conduttanza variabile dell'ugello  $C_{s,1}$ , dalla pressione di alimentazione e della pressione  $P_1$  nel volume  $V_1$  a valle dell'ugello. I quattro fori del pattino si schematizzano come quattro conduttanze fisse poste in parallelo  $C_{s,2}$ , attraverso cui transita la portata massica  $G_2$ . La portata attraverso il singolo foro del pattino è funzione: della pressione  $P_1$  a monte e della pressione sotto al pattino in corrispondenza del foro di uscita  $P_2$ . Tramite la relazione empirica  $L$  si determina la pressione media all'interno delle ragnature del pattino  $P_0$ . Il volume del meato è rappresentato dal volume concentrato  $V_2$ . Il flusso di massa in uscita dal meato è rappresentato dalla portata  $G_3$  funzione della conduttanza variabile del meato  $C_{s,3}$ , della pressione media interna alle ragnature e della pressione dell'ambiente in cui scarica  $P_a$ . Inoltre, in uscita dal meato, è presente un'ulteriore portata, quella diretta alla camera di feedback  $G_{fb}$ . Questa è funzione della conduttanza del foro di retroazione del pattino  $C_{s,fb}$ , della pressione  $P_0$  e della pressione nella camera di feedback  $P_{fb}$ . Il volume della

camera di retroazione e dei suoi relativi condotti interni al pattino è rappresentato dal volume concentrato  $V_{fb}$ . L'equilibrio delle pressioni sulle membrane della valvola è descritto dal blocco sommatoria tra la pressione nella camera di feedback e la pressione di riferimento  $P_{rif}$ . Infine la posizione dell'otturatore, dovuta all'equilibrio delle forze, si rappresenta mediante un guadagno statico pari ad  $\frac{A_v}{k_m}$ .

### 3.3.1 Equazioni del modello

La posizione dell'otturatore, come già esplicitato precedentemente, è dovuta all'equilibrio delle forze di pressione agenti sulle membrane ad esso vincolate.



**Figura 3.7:** Distribuzione forze di pressione sulle membrane.

Le forze di pressione esercitate sull'otturatore nelle camere uno e due si annullano vicendevolmente, quindi non compaiono nell'equazione di equilibrio all'otturatore. Differentemente, la risultante delle forze agenti sulle membrane della camera tre (di feedback)  $F_{p3}$ , che si trova alla pressione  $P_{fb}$ , è rivolta verso il basso, con modulo dato dalla relazione seguente:

$$F_{p3} = P_{fb} \left( \frac{\pi d_M^2}{4} - \frac{\pi d_m^2}{4} \right) \quad (3.1)$$

Questo è dovuto alla differenza tra l'area delle due membrane su cui agisce la pressione di retroazione. L'area utile delle membrane è calcolata sottraendo all'area circolare della membrana 2 di diametro  $d_M$  l'area della membrana 1 di diametro  $d_m$ .

In maniera analoga la risultante delle forze di pressione della camera quattro (di riferimento) agenti sulle membrane  $F_{p4}$ , che si trova alla pressione di riferimento  $P_{rif}$ , sarà rivolta verso l'alto e si determina con la relazione:

$$F_{p4} = P_{rif} \left( \frac{\pi d_M^2}{4} - \frac{\pi d_m^2}{4} \right) \quad (3.2)$$

La forza risultante data dalle pressioni nelle varie camere  $F_{pRIS}$  sarà data dalla sommatoria delle forze risultanti nelle due camere:

$$F_{pRIS} = F_{p3} - F_{p4} = (P_{fb} - P_{rif}) \left( \frac{\pi d_M^2}{4} - \frac{\pi d_m^2}{4} \right) \quad (3.3)$$

Chiameremo per semplicità di notazione la differenza tra le aree delle membrane su cui agiscono le forze nelle camere tre e quattro  $A_v$ :

$$A_v = \frac{\pi d_M^2}{4} - \frac{\pi d_m^2}{4} \quad (3.4)$$

Si ottiene così l'espressione sintetica della risultante forza di pressione all'otturatore:

$$F_{pRIS} = (P_{fb} - P_{rif}) A_v \quad (3.5)$$

Sotto l'ipotesi di membrane con comportamento assimilabile ad una molla lineare, si introduce una rigidità equivalente  $k_m$  tramite la quale si può determinare la posizione dell'otturatore  $x$ . Si precisa che valori di posizione positivi si hanno quando la superficie dell'otturatore è distaccata da quella dell'ugello. Valori negativi invece, rappresentano un precarico.

La posizione dell'otturatore si può determinare mediante la relazione:

$$x = x_n + \frac{F_{pRIS}}{k_m} \quad (3.6)$$

La distanza  $x_n$  è la distanza relativa tra l'ugello e l'otturatore quando la pressione di feedback  $P_{fb}$  è pari alla pressione di riferimento  $P_{rif}$ . Come riportato al paragrafo precedente, per distanze inferiori alla soglia detta di bypass, il sistema ugello otturatore si comporta come se la distanza tra i due fosse pari a quella di bypass. Per tenere conto di ciò, il fenomeno viene modellato come:

$$\begin{cases} x = x_{bypass}; & x \leq x_{by-pass} \\ x = x_n + \frac{A_v}{k_m} (P_{fb} - P_{rif}); & x > x_{by-pass} \end{cases} \quad (3.7)$$

La portata massica che attraversa l'ugello viene calcolata attraverso la formula ISO 6358. Nel calcolo della superficie ristretta si utilizza l'area cilindrica di diametro pari a quello dell'ugello e altezza pari alla distanza tra questo e l'otturatore [24]:

$$G_1 = c_{s,1} P_s \sqrt{1 - \varphi_1^2} \quad (3.8)$$

con:

$$c_{s,1} = K_T c_{d,1} \psi \pi x d_n \quad (3.9)$$

$$c_{d,1} = 1.05(1 - 0.3 e^{-0.005 Re_1}) \quad (3.10)$$

$$\varphi_1 = \left( \frac{\frac{P_1}{P_s} - b_c}{1 - b_c} \right) \quad (3.11)$$

$$K_T = \sqrt{\frac{293}{T}} \quad (3.12)$$

$$\psi = \frac{0.685}{\sqrt{R T}} \quad (3.13)$$

$$Re_1 = \frac{G_1}{\pi \mu d_n} \quad (3.14)$$

In caso di flusso sonico attraverso l'ugello  $\frac{P_1}{P_s} \leq b_c$  si deve porre  $\varphi_1 = 0$ .

La conduttanza dell'area anulare  $c_{s,1}$  si nota essere funzione del: coefficiente  $K_T$ , del coefficiente d'efflusso  $c_{d,1}$ , del termine  $\psi$  e dell'area anulare sotto l'ugello avente diametro  $d_n$  e altezza  $x$ . Il coefficiente d'efflusso attraverso l'area anulare al di sotto dell'ugello  $c_{d,1}$  è funzione del numero di Reynolds  $Re_1$ . Si ottiene così che la portata massica sia funzione di se stessa. Il termine  $\varphi_1$  tiene conto della caduta di pressione a monte e valle dell'orifizio. Il coefficiente  $K_T$  è un coefficiente correttivo per tenere conto della differenza di temperatura tra l'ambiente di prova e quella delle condizioni di riferimento. La temperatura assoluta di riferimento è stata quindi presa pari a 293 K. Si ricorda che la condizione ambiente normale prevede valori di temperatura pari a 293 K e pressione pari a 101325 Pa. Questi valori coincidono con le condizioni presenti in laboratorio durante le prove. Il coefficiente  $\psi$  è dovuto al considerarsi l'espansione isoentropica.  $P_s$  e  $P_1$  sono le pressioni rispettivamente a monte e a valle dell'orifizio.

Sfruttando la medesima formulazione, la portata massica che attraversa il singolo foro del pattino [24] risulta:

$$G_2 = c_{s,2} P_1 \sqrt{1 - \varphi_2^2} \quad (3.15)$$

$$c_{s,2} = K_T c_{d,2} \psi (\pi d_p h + 2 w_g h_g) \quad (3.16)$$

$$c_{d,2} = 1.05(1 - 0.3 e^{-0.005 Re_2}) \quad (3.17)$$

$$\varphi_2 = \left( \frac{\frac{P_2}{P_1} - b_c}{1 - b_c} \right) \quad (3.18)$$

$$Re_2 = \frac{G_2 h}{\pi \mu d_p h_{eqv}} \quad (3.19)$$

$$h_{eqv} = \frac{\pi d_p h + 2 w_g h_g}{\pi d_p} \quad (3.20)$$

In caso di flusso sonico attraverso il singolo foro del pattino  $\frac{P_2}{P_1} \leq b_c$  si deve porre  $\varphi_2 = 0$ .

In questo caso valgono le considerazioni effettuate in precedenza con la differenza che: nel calcolo della portata attraverso l'ugello è stato introdotto un nuovo termine, l'altezza equivalente  $h_{eqv}$ , e inoltre l'area anulare al di sotto del foro del pattino è calcolata diversamente. Questo è dovuto alla presenza della ragnatura triangolare in concomitanza con il foro del pattino. Sostanzialmente nel calcolo della conduttanza all'area anulare al di sotto del pattino, avente diametro pari al foro di questo  $d_p$  e altezza pari allo spessore di meato  $h$ , si è sommata l'area triangolare delle due ragnature presenti. Le ragnature, come già enunciato in precedenza, hanno altezza media  $h_g$  e larghezza  $w_g$ . Anche se sono due sezioni triangolari, nel calcolo dell'area si riporta  $2 w_g h_g$  in quanto l'altezza media della ragnatura può essere vista come una semi-altezza.  $P_1$  e  $P_2$  sono le pressioni rispettivamente a monte e a valle dell'orifizio.

Allo stesso modo la portata che attraversa il foro di feedback viene calcolata tramite la formula ISO 6358 [24]:

$$G_{fb} = c_{s,fb} P_0 \sqrt{1 - \varphi_{fb}^2} \quad (3.24)$$

Se  $P_{fb} > P_0$

$$G_{fb} = -c_{s,fb} P_{fb} \sqrt{1 - \varphi_{fb,c}^2} \quad (3.24C)$$

Se  $P_0 > P_{fb}$

$$c_{s,fb} = K_T c_{d,fb} \psi \pi d_{fb} h \quad (3.25)$$

$$c_{d,fb} = 1.05(1 - 0.3 e^{-0.005 Re_{fb}}) \quad (3.26)$$

$$\varphi_{fb} = \left( \frac{\frac{P_{fb}}{P_0} - b_c}{1 - b_c} \right) \quad (3.27)$$

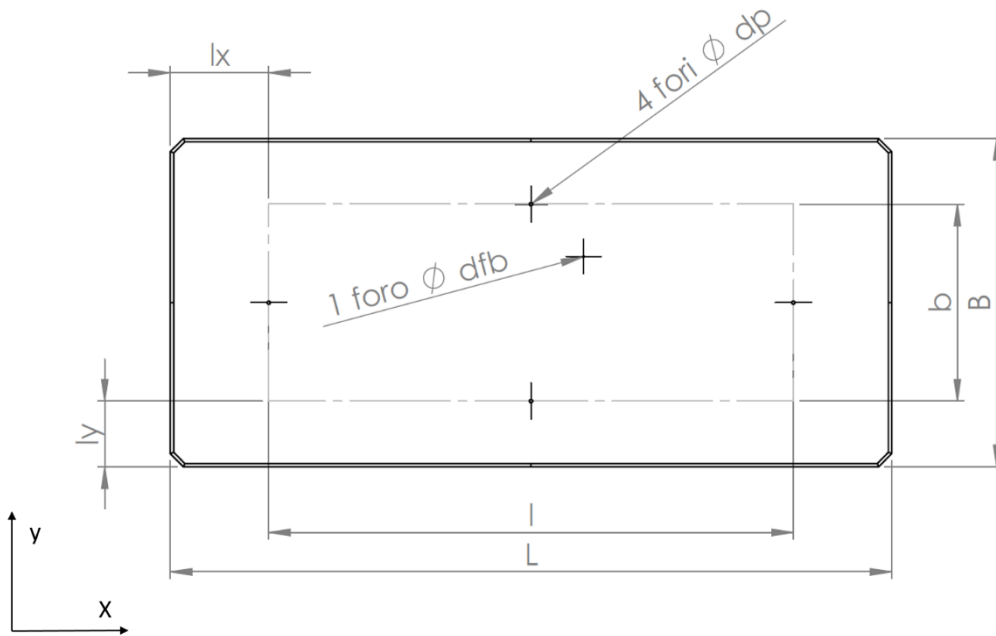
$$\varphi_{fb,c} = \left( \frac{\frac{P_0}{P_{fb}} - b_c}{1 - b_c} \right) \quad (3.28)$$

$$Re_{fb} = \frac{G_{fb}}{\pi \mu d_{fb}} \quad (3.29)$$

In caso di flusso sonico attraverso il foro di retroazione  $\frac{P_{fb}}{P_0} \leq b_c$  o, a seconda della direzione dell'efflusso,  $\frac{P_0}{P_{fb}} \leq b_c$  si devono porre rispettivamente  $\varphi_{fb} = 0$  o  $\varphi_{fb,c} = 0$ .

In questo caso valgono le considerazioni effettuate per il calcolo della portata attraverso l'ugello e i fori del pattino. Differentemente da quest'ultimo caso, essendo il foro di feedback interno alle ragnature e non in concomitanza di esse, la sezione di passaggio viene determinata come quella anulare al di sotto del foro di feedback, avente diametro pari a quello del menzionato foro  $d_{fb}$  e altezza pari a quella del meato  $h$ .  $P_0$  e  $P_{fb}$  sono le pressioni a monte e a valle dell'orifizio.

La portata massica di fluido esausto in uscita dal meato è stata ricavata integrando le equazioni di Reynolds lungo le due direzioni di sviluppo del pattino. La direzione "x" o longitudinale e la direzione "y" o trasversale [25].



**Figura 3.8:** Pattino con ragnature.

$$G_x = \frac{h^3 (P_0^2 - P_a^2)}{12 \mu RT} \frac{b}{L - l} \quad (3.21)$$

$$G_y = \frac{h^3(P_0^2 - P_a^2)}{12\mu RT} \frac{l}{B - b} \quad (3.22)$$

$$G_3 = 2(G_x + G_y) = \frac{h^3(P_0^2 - P_a^2)}{6\mu RT} \left( \frac{b}{L - l} + \frac{l}{B - b} \right) \quad (3.23)$$

La portata  $G_x$  rappresenta la massa fluida in uscita dal pattino in direzione longitudinale mentre  $G_y$  quella in direzione trasversale. La portata totale in uscita dal pattino  $G_3$  è data dalla somma delle due componenti raddoppiate in quanto, essendo rettangolare, per ogni direzione di integrazione ci sono due lati attraverso cui il fluido esausto può sfogare.

Il valore della pressione media al di sotto del pattino  $P_0$ , può essere ricavato sfruttando la relazione semi-empirica riportata di seguito [24].

$$P_0 = \left[ 1 - a_f \left( \frac{b_f}{h} \right) \right] (P_2 - P_a) + P_a \quad (3.30)$$

$$P_2 = P_a + \frac{P_0 - P_a}{\left[ 1 - a_f \left( \frac{b_f}{h} \right) \right]} \quad (3.30R)$$

Questa relazione lega la pressione media del volume di meato interno alle ragnature  $P_0$  alla pressione in concomitanza dell'uscita del foro del pattino  $P_2$  e all'altezza del meato  $h$  in metri. **Bisogna prestare molta attenzione a fornire i corretti coefficienti alla formula. Il coefficiente  $a_f$  per il pattino utilizzato nello svolgimento di questo elaborato deve essere preso pari a 0.02 ed è adimensionale. Differentemente il coefficiente  $b_f$  deve essere preso pari a  $5 \cdot 10^{-6}m$ .**

Dallo schema a parametri concentrati del sistema valvola-pattino si nota la presenza di tre nodi. In corrispondenza di ognuno di questi si può applicare l'equazione di continuità ottenendo:

$$G_1 - 4G_2 = \frac{V_1}{RT} \frac{dP_1}{dt} + \frac{P_1}{RT} \frac{dV_1}{dt} = \frac{(V_1 + xA_{eq,ott})}{RT} \frac{dP_1}{dt} + \frac{P_1 A_{eq,ott}}{RT} \frac{dx}{dt} \quad (3.31)$$

$$4G_2 - G_3 - G_{fb} = \frac{V_2}{RT} \frac{dP_0}{dt} + \frac{P_0 lb}{RT} \frac{dh}{dt} \quad (3.32)$$

$$G_{fb} = \frac{V_{fb}}{RT} \frac{dP_{fb}}{dt} + \frac{A_{veq,fb} P_{fb}}{RT} \frac{dx}{dt} \quad (3.33)$$

Nell'equazione (3.32) si considera il volume interno alle ragnature del pattino basandosi su quanto riportato in [24]. Siccome lo spostamento massimo raggiunto dall'otturatore è generalmente inferiore al millimetro, la variazione di volume dovuta allo spostamento di quest'ultimo nelle relazioni (3.31) e (3.33) può essere trascurata essendo generalmente inferiore al 5%. Per verificare questa assunzione è possibile effettuare misurazioni.

I volumi riportati nelle formule sono statiti ricavati:

$$V_1 = V_{cam,1} + V_{cond} \quad (3.34)$$

$$V_2 = V_0 + V_g = lbh + 2w_g h_g (l + b) \quad (3.35)$$

$$V_{fb} = V_{cam,fb} + V_{cond,fb} \quad (3.36)$$

Il volume della camera 1  $V_{cam,1}$  è stato assunto come un volume cilindrico di diametro  $d_m = 10$  mm e altezza pari a 26 mm. Trascurando la parte di volume occupato dalla testa dell'otturatore e quello del condotto interno all'ugello.

$$V_{cam,1} = \frac{\pi d_m^2}{4} 26 \cdot 10^{-3} = 2,0420 \cdot 10^{-6} m^3$$

Diversamente il volume della camera di feedback  $V_{fb}$  è stato assunto come composto da due cilindri, uno di diametro  $d_m = 10$  mm e altezza 3 mm e un altro di diametro  $d_M = 15$  mm e altezza 2 mm a cui è stato sottratto il volume cilindrico del distanziale di diametro  $d_{ott} = 8$  mm e altezza 5 mm.

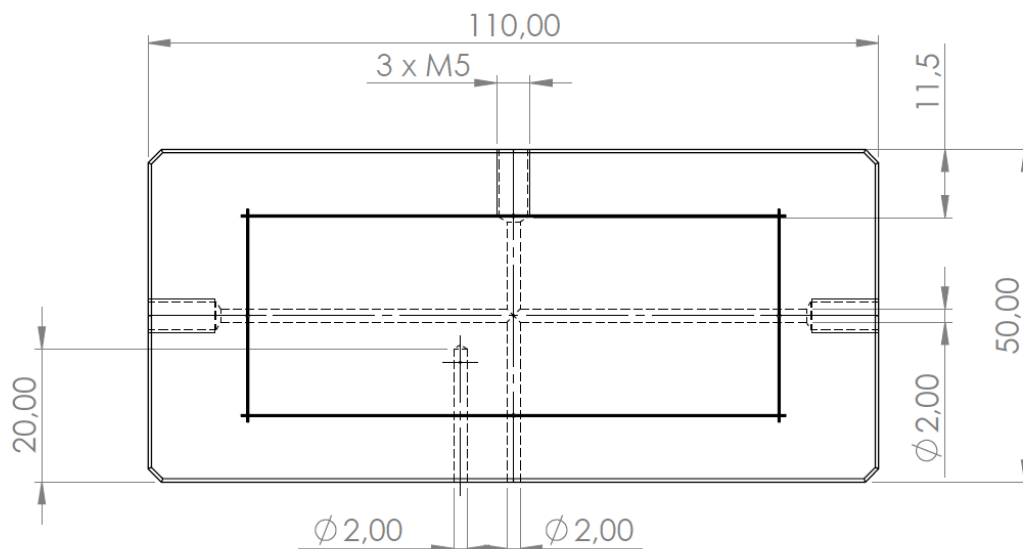
$$V_{cam,fb} = \frac{\pi d_M^2}{4} 2 \cdot 10^{-3} + \frac{\pi d_m^2}{4} 3 \cdot 10^{-3} - \frac{\pi d_{ott}^2}{4} 5 \cdot 10^{-3} = 3,4397 \cdot 10^{-7} m^3$$

Il volume dei condotti di alimentazione interni al pattino  $V_{cond}$  e  $V_{cond,fb}$  è stato calcolato basandosi sul rilevamento delle dimensioni riportato in figura 3.9.

$$V_{cond} = \frac{\pi \cdot 0,002^2}{4} (110 - 11,5 + 50 - 11,5) \cdot 10^{-3} = 4,304 \cdot 10^{-7} m^3$$

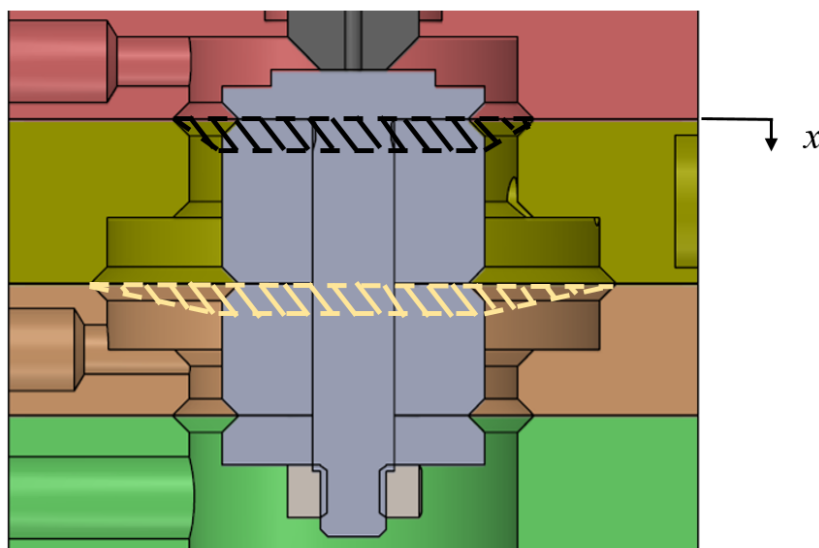
$$V_{cond,fb} = \frac{\pi \cdot 0,002^2}{4} 20 \cdot 10^{-3} = 6,2832 \cdot 10^{-8} m^3$$





**Figura 3.9:** Immagine del pattino con suoi condotti.

Si analizzano ora i termini relativi alle aeree equivalenti riportati nelle equazioni (3.31) e (3.33). Come già illustrato in precedenza, le membrane sono vincolate esternamente al corpo valvola e centralmente all'otturatore. La superficie libera di deformarsi della membrana ha forma di corona circolare, con l'otturatore che può traslare lungo la direzione perpendicolare. Al movimento dell'otturatore, i volumi delle camere subiscono una variazione. Questa, come riportato in figura 3.10, è stata approssimata al volume del tronco di cono.



**Figura 3.10:** Variazione del volume di alcune camere al movimento dell'otturatore.

Per uno spostamento positivo dell'otturatore, il volume della camera 1 sarà incrementato della quantità tratteggiata in nero mentre quello della camera di feedback da un lato si ridurrà della quantità appena citata ma aumenterà di quella tratteggiata in ocra. Quindi l'area equivalente dell'otturatore

$A_{eq,ott}$  è l'area che, moltiplicata per lo spostamento  $x$  dell'otturatore, fornisce la variazione di volume della camera 1. Analogamente l'area equivalente della camera di retroazione  $A_{veq,fb}$  è quell'area che, moltiplicata per lo spostamento dell'otturatore  $x$ , fornisce la variazione di volume in quella camera.

$$A_{eq,ott} = \frac{\pi}{12} (d_m^2 + d_m d_o + d_o^2) \quad (3.37)$$

$$A_{veq,fb} = \frac{\pi}{12} (d_M^2 + d_M d_o + d_o^2 - d_m^2 - d_m d_o - d_o^2) \quad (3.38)$$

La capacità di carico del cuscinetto viene calcolata assumendo la distribuzione di pressione all'interno del meato a tronco di piramide, ovvero si ipotizza costante pari a  $P_0$  nell'area rettangolare interna alle ragnature e con andamento lineare decrescente fino ad arrivare alla pressione ambiente  $P_a$  all'esterno di quest'area. Inoltre si suppone che la superficie del pattino sia perfettamente liscia. La superficie equivalente del pattino  $S_{eqv}$  è dovuta a questa distribuzione.

Si ottiene così che la portanza del pattino è data da:

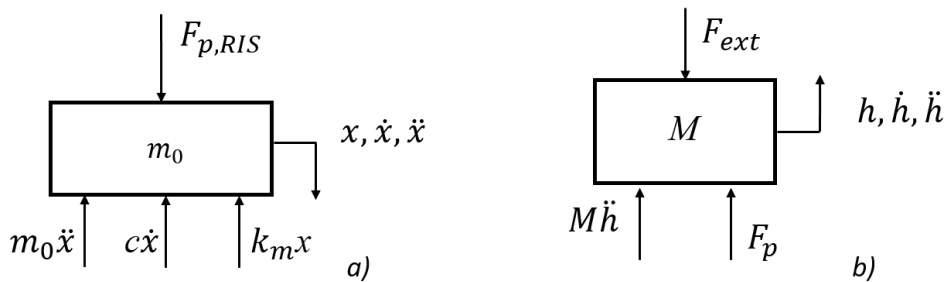
$$F_p = S_{eqv}(P_0 - P_a) \quad (3.39)$$

$$S_{eqv} = \frac{1}{3} \left[ lb + LB + \frac{(Lb + LB)}{2} \right] \quad (3.40)$$

Il sistema presenta due elementi in movimento: il carico che grava sul pattino e l'otturatore. Il pattino, come visibile in figura 3.11 (b), è soggetto al carico esterno  $F_{ext}$ , alla portanza del meato  $F_p$  e all'inerzia della massa supportata  $M$ . L'equazione di equilibrio è riportata nella (3.41).

$$M\ddot{h} = F_{ext} - F_p \quad (3.41)$$

La massa  $M$  si assume pari alla massa che darebbe una forza peso pari alla forza esterna  $F_{ext}$ . L'otturatore invece sarà soggetto alla forza di pressione risultante  $F_{p,RIS}$ , all'inerzia dovuta alla sua massa ed inoltre, essendo connesso al corpo valvola mediante le tre membrane, anche all'effetto della loro rigidità equivalente  $k_m$  e dello smorzamento equivalente  $c$ . L'equazione (3.42) rappresenta il suo equilibrio dinamico.



**Figura 3.11:** Equilibrio dinamico otturatore (a) e pattino (b).

$$m_o \ddot{x} + c_o \dot{x} + k_m x = F_{p,RIS} \quad (3.42)$$

Per semplicità, nei modelli numerici si è trascurata la dinamica dell'otturatore. Si è calcolata la sua posizione tramite l'equazione (3.6).

### 3.3.2 Discretizzazione equazioni tempo dipendenti

Le equazioni di continuità (3.31), (3.32) e (3.33), e le equazioni di equilibrio dinamico (3.41) e (3.42) sono equazioni differenziali ordinarie nel dominio del tempo. La soluzione di queste equazioni differenziali può essere approssimata mediante la discretizzazione nel tempo secondo il metodo di Eulero esplicito (detto anche Eulero in avanti). La discretizzazione avviene per intervalli di tempo costanti. La scelta dell'intervallo temporale  $\Delta t$  risulta essere cruciale in quanto questo metodo di discretizzazione può incorrere in problemi di instabilità. Per ovviare a questi si potrebbe implementare la discretizzazione mediante il metodo di Eulero implicito (detto anche Eulero all'indietro). Ipotizzando che l'istante attuale sia al tempo  $t$ , corrispondente nel modello all'iterazione in corso  $k$ , e che l'istante successivo sia al tempo  $t + 1 = t + \Delta t$ , corrispondente all'iterazione successiva  $k + 1$ , la formula di Eulero esplicito approssima il valore all'iterazione successiva come il valore della variabile all'iterazione attuale a cui si somma una componente funzione delle condizioni attuali, come riportato nella (3.44).

$$u_{k+1} = u_k + f(u_k, t_k) \quad (3.44)$$

Inoltre:

$$\dot{u}(t) = \frac{du}{dt} \cong \frac{u(t + \Delta t) - u(t)}{\Delta t} \quad (3.45)$$

L'equazione 3.41 si discretizza:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{h}(t) = \frac{F_{ext}(t) - F_p(t)}{M} \\ \ddot{h}(t) \cong \frac{\dot{h}(t + \Delta t) - \dot{h}(t)}{\Delta t} = \frac{\dot{h}_{k+1} - \dot{h}_k}{\Delta t} \\ \dot{h}(t) \cong \frac{h(t + \Delta t) - h(t)}{\Delta t} = \frac{h_{k+1} - h_k}{\Delta t} \end{array} \right.$$

da cui:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{h}_{k+1} = \dot{h}_k + \frac{F_{ext,t} - F_{p,t}}{M} \Delta t \\ h_{k+1} = h_k + \dot{h}_k \Delta t \end{array} \right. \quad (3.46)$$

Per ottenere una soluzione bisogna fornire la condizione iniziale di velocità  $\dot{h}(0)$  e di posizione  $h(0)$ .

L'equazione 3.42 si discretizza in maniera analoga:

$$\begin{cases} \ddot{x}(t) = \frac{F_{p,RIS} - c_o \dot{x}(t) + k_m x(t)}{m_o} \\ \ddot{x}(t) \cong \frac{\dot{x}(t+1) - \dot{x}(t)}{\Delta t} = \frac{\dot{x}_{k+1} - \dot{x}_k}{\Delta t} \\ \dot{x}(t) = \frac{x(t+1) - x(t)}{\Delta t} = \frac{x_{k+1} - x_k}{\Delta t} \end{cases}$$

da cui:

$$\begin{cases} \dot{x}_{k+1} = \dot{x}_k + (F_{p,RIS} - c_o \dot{x}_k + k_m x_k) \frac{\Delta t}{m_o} \\ x_{k+1} = x_k + \dot{x}_k \Delta t \end{cases} \quad (3.47)$$

Anche in questo caso, per la risoluzione, è necessario fornire la condizione iniziale di velocità  $\dot{x}(0)$  e di posizione  $x(0)$ .

Le equazioni di continuità sono state discretizzate trascurando la variazione di volume in quanto poco influente. Di seguito si riporta la discretizzazione delle equazioni (3.31), (3.32) e (3.33).

$$G_1 - 4G_2 = \frac{V_1}{RT} \frac{dP_1}{dt} + \frac{P_1}{RT} \frac{dV_1}{dt} \cong \frac{V_1}{RT} \frac{dP_1}{dt}$$

da cui:

$$P_{1k+1} = P_{1k} + (G_{1k} - 4G_{2k}) \frac{RT}{V_1} \Delta t \quad (3.48)$$

$$4G_2 - G_3 - G_{fb} = \frac{V_2}{RT} \frac{dP_0}{dt} + \frac{P_0 lb}{RT} \frac{dh}{dt}$$

da cui:

$$P_{0k+1} = P_{0k} + \left[ (4G_{2k} - G_{3k} - G_{fbk}) - \dot{h}_k \frac{P_0 lb}{RT} \right] \frac{RT}{V_2} \Delta t \quad (3.49)$$

$$G_{fb} = \frac{V_{fb}}{RT} \frac{dP_{fb}}{dt} + \frac{A_{veq,fb} P_{fb}}{RT} \frac{dx}{dt} \cong \frac{V_{fb}}{RT} \frac{dP_{fb}}{dt}$$

da cui:

$$P_{fbk+1} = P_{fbk} + G_{fbk} \frac{RT}{V_{fb}} \Delta t \quad (3.50)$$

In tutti e tre i casi si deve fornire la condizione iniziale di pressione  $P(0)$ .

### 3.4 Modelli numerici implementati

Dopo aver schematizzato il sistema tramite un modello a parametri concentrati, si è proceduto alla creazione dei modelli matematici.

In particolare sono stati messi a punto quattro modelli:

- la procedura progettuale;
- il modello di caratterizzazione statica;
- il modello di caratterizzazione dinamica;
- il modello di caratterizzazione dinamico con equazioni linearizzate.

#### 3.4.1 Progettazione del sistema valvola-cuscinetto

La procedura progettuale riportata in questo paragrafo è stata messa a punto basandosi su un precedente lavoro svolto da Colombo et al. [26], a cui sono state apportate modifiche per adattarlo al prototipo oggetto di questo elaborato. La procedura consente di calcolare i parametri di progetto che consentono di ottimizzare il sistema, portandolo ad avere la massima rigidità statica ottenibile in funzione delle condizioni di lavoro desiderate, date da pressione di alimentazione  $P_s$  e meato di lavoro  $h_{des}$ . I parametri calcolati sono il valore di rigidità equivalente delle membrane  $k_m$  e la pressione di riferimento  $P_{rif}$ .

Per prima cosa devono essere note:

- le proprietà del fluido nelle condizioni ipotetiche di lavoro;
- la geometria del cuscinetto.

Al modello si devono fornire ulteriori parametri in funzione delle condizioni operative del sistema; quali:

- pressione assoluta di alimentazione della valvola  $P_s$  in [Pa];
- posizione relativa a riposo tra ugello e otturatore  $x_n$  in [m];
- altezza di meato di regolazione desiderata  $h_{des}$  in [ $\mu\text{m}$ ];
- campo di forza di lavoro  $F_p$  in [N];
- rapporto tra i diametri dell'ugello e del singolo foro del pattino  $d_{ratio} = \frac{d_n}{d_p}$ .

Si studia l'ottimizzazione in condizioni statiche ad altezza di meato  $h$  costante. Dalle equazioni (3.39), (3.40), (3.41), è possibile notare che, in tali condizioni, ad ogni valore di forzante esterna corrisponde un solo valore di pressione media al di sotto del pattino  $P_0$ . Ricavata questa pressione è possibile risalire: alla pressione in corrispondenza dell'uscita dei fori del pattino  $P_2$ , tramite la (3.30R), e alla portata di aria in uscita dal meato  $G_3$ , grazie all'equazione (3.23). Dal momento che si è in condizioni stazionarie, la pressione di feedback  $P_{fb}$  sarà pari alla pressione media interna al meato  $P_0$ . Questo porta ad avere portata nulla attraverso il foro di feedback  $G_{fb}$ . Mediante le equazioni (3.31) e (3.32) si possono ricavare la portata attraverso il singolo foro del pattino  $G_2$  e quella attraverso l'ugello  $G_1$ . La pressione ideale di alimentazione del pattino  $P_{1,id}$  viene determinata risolvendo iterativamente

l'equazione (3.51) ottenuta sostituendo nella (3.32) l'equazione (3.15). Si deve utilizzare una procedura iterativa in quanto l'equazione risulta essere non-lineare rispetto alla variabile  $P_{1,id}$ .

$$Err = \left( G_3 - n_{fori} C_{s,2} P_{1,id} \sqrt{1 - \left( \frac{\frac{P_2}{P_{1,id}} - b_c}{1 - b_c} \right)^2} \right) \cdot 10^{10} \quad (3.51)$$

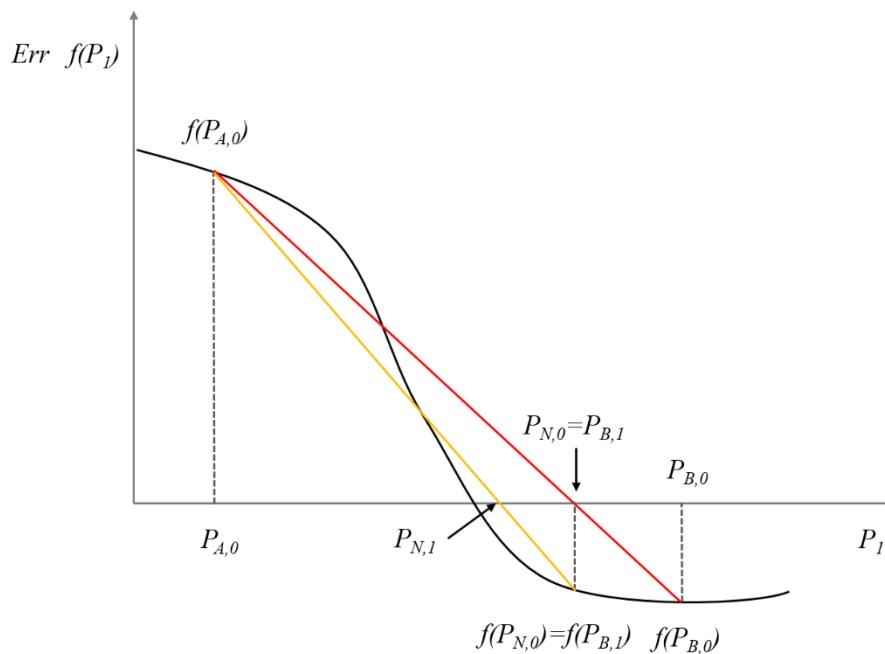
$$Err = (G_3 - n_{fori} C_{s,2} P_{1,id}) \cdot 10^{10} \quad (3.51S)$$

Si utilizza la (3.51) o la (3.51S) a seconda che l'efflusso attraverso il singolo foro del pattino sia subsonico o sonico.

Il metodo numerico implementato per risolvere iterativamente l'equazione è il metodo di falsa posizione o "regula falsi". Questo metodo permette di approssimare la funzione da risolvere ad una retta i cui estremi, inizialmente, sono forniti arbitrariamente. Nel nostro caso i valori iniziali sono fissati pari a:

- estremo a pressione inferiore  $P_A = P_2$ ;
- estremo a pressione superiore  $P_B = P_5$ .

In quanto siamo certi che la pressione a cui deve essere alimentato il pattino sia maggiore di quella all'uscita degli orifizi ( $P_2$ ), altrimenti non si avrebbe portata di fluido, ma al tempo stesso sia inferiore, al più pari, a quella di alimentazione della valvola.



**Figura 3.12:** Metodo regula falsi.

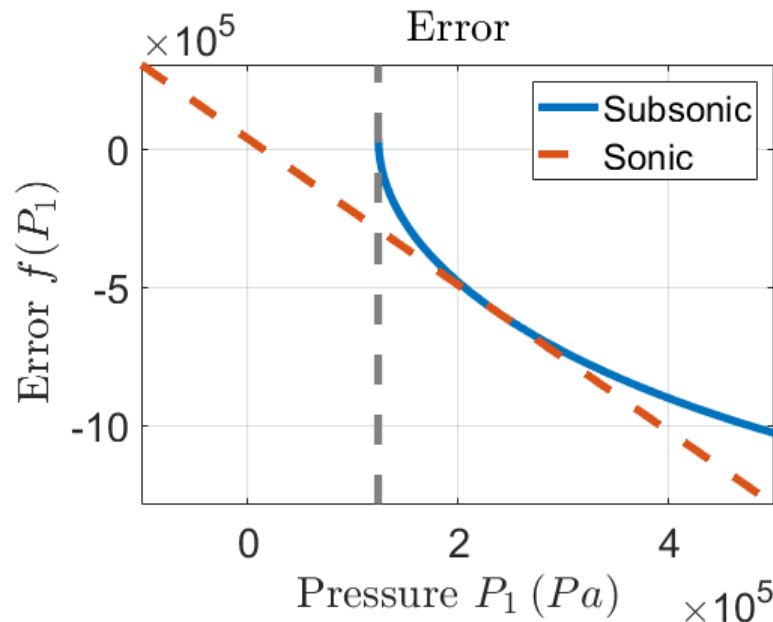
Da questi possono calcolarsi i rispettivi punti sulle ordinate tramite la (3.51). Note le coordinate degli estremi del segmento, è possibile determinare il valore di pressione  $P_N$  in cui la retta approssimante (riportata in rosso e in gialli in figura 3.12) interseca l'asse delle ascisse. Tramite la relazione (3.52):

$$\frac{P_N - P_B}{0 - f(P_B)} = \frac{P_B - P_A}{f(P_B) - f(P_A)}$$

da cui:

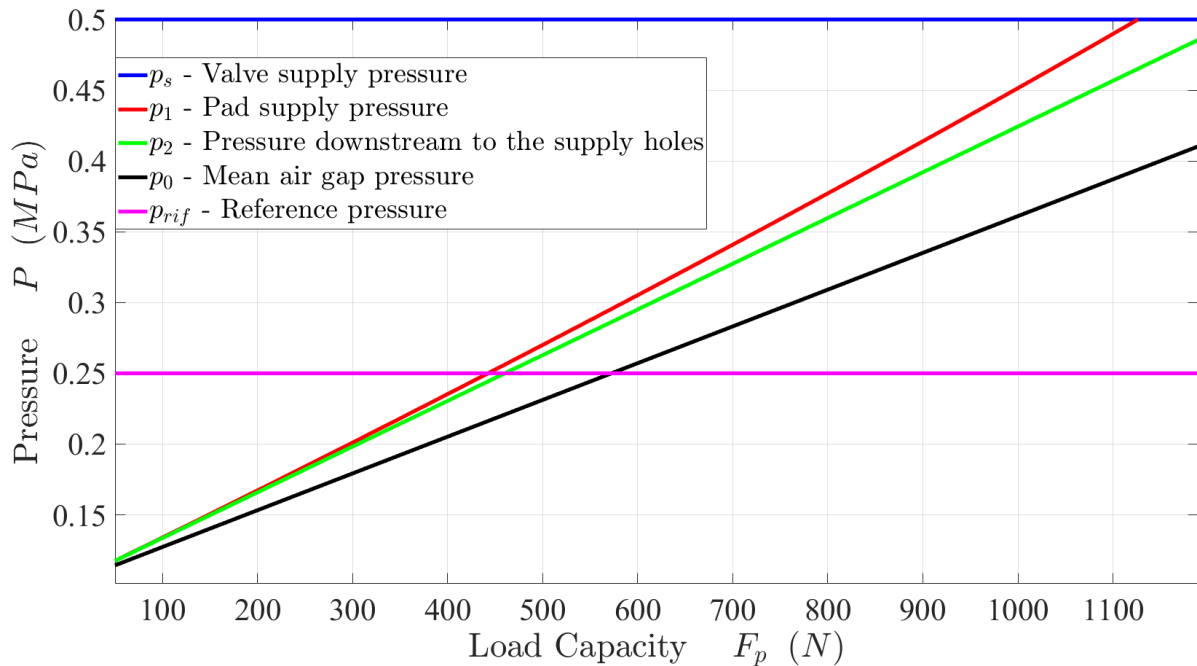
$$P_N = P_B - f(P_B) \frac{P_B - P_A}{f(P_B) - f(P_A)} \quad (3.52)$$

Trovato il valore di pressione per cui il segmento si annulla, si determina con la formula (3.51) l'errore  $f(P_N)$  e se ne valuta il segno. Se questo dovesse essere positivo si aggiornerebbe l'estremo inferiore (A) mentre se dovesse essere negativo, si aggiornerebbe l'estremo superiore (B). Si ripetono questi passaggi fino ad arrivare a convergenza. Si ricava così il valore che dovrebbe avere la pressione di alimentazione del pattino  $P_1$  affinché, ad un determinato carico da noi imposto, lo spessore del meato risulti pari ad  $h_{des}$ .



**Figura 3.13:** Andamento dell'errore in funzione di diversi valori della pressione  $P_1$ .

Successivamente, si verifica che il valore della pressione ideale di alimentazione sia inferiore alla pressione di alimentazione della valvola. Qualora questa condizione non sia verificata, il valore di  $P_{1,id}$  viene posto pari alla pressione di alimentazione della valvola  $P_g$ . Effettuato questo controllo, si determina la distanza ideale tra ugello e otturatore tramite la (3.8). Queste operazioni vengono effettuate su tutto il campo di forza di lavoro impostato. Si ottengono così i valori ideali delle pressioni nei diversi punti del sistema e la posizione relativa ideale tra ugello ed otturatore che permettono di ottenere rigidità statica infinita.



**Figura 3.14:** Andamento ideale pressioni.

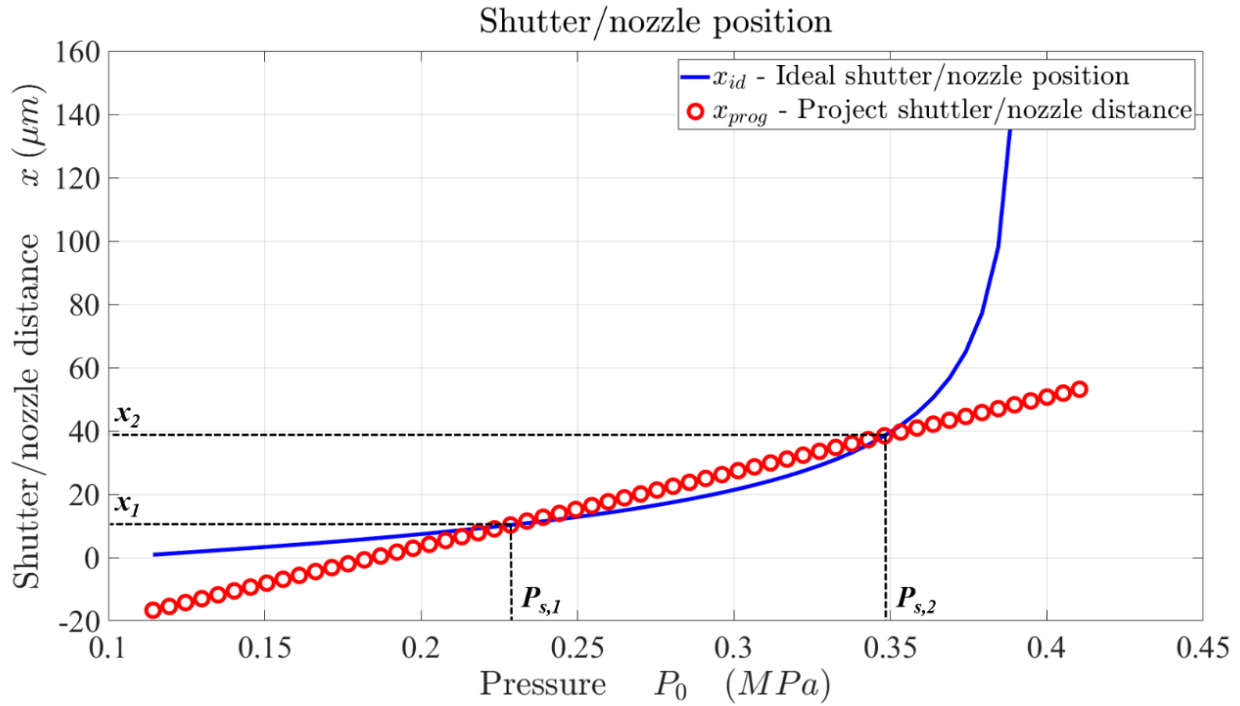
Dal momento che, come già riportato al paragrafo 3.2.1, si effettua l'ipotesi plausibile che le membrane si comportino come una molla lineare, sono stati individuati due punti di linearizzazione che forniscono la miglior caratteristica statica del sistema:  $P_{S,1}$  e  $P_{S,2}$ . La pubblicazione scientifica su cui ci si è basati per sviluppare il modello consigliava di assumere  $P_{S,2} = P_s b_c$  e  $P_{S,1} = 0.2 \text{ MPa}$ . Dopo una valutazione effettuata a valle dei risultati numerici ottenuti si è deciso di assumere:

- $P_{S,1} = f(x_{bypass})$ ;
- $P_{S,2} = f(P_s b_c)$ .

La prima posizione è stata assunta sulla base del fatto che il sistema inizia a regolare quando la distanza tra ugello ed otturatore risultare essere superiore alla distanza di by-pass. Ad oggi, purtroppo, non è stato ancora trovato un modo di stimare numericamente questa distanza che è stata quindi identificata a partire dai dati sperimentali. La seconda posizione deriva dal fatto che le simulazioni numeriche hanno dimostrato che il campo di regolazione termina nel momento in cui il flusso d'aria all'interno dell'ugello passa da regime sonico a regime subsonico. Le simulazioni numeriche hanno infatti dimostrato che riducendo il meato e passando da flusso sonico a flusso subsonico le curve di portata del pattino con e senza valvola coincidono e si entra quindi nella zona di saturazione.

La figura 3.15 riporta il confronto tra l'andamento ideale  $x_{id}$  e quello linearizzato  $x_{prog}$  che dovrebbe avere la distanza tra ugello e otturatore per garantire la massima rigidità statica del sistema in corrispondenza dell'altezza di meato desiderato  $h_{des}$ .





**Figura 3.15:** Linearizzazione comportamento membrana.

Una volta definiti i valori di  $P_{s,1}$  e  $P_{s,2}$ , riarrangiando l'espressione che esprime la distanza tra ugello ed otturatore  $x$  in funzione delle pressioni di feedback  $P_{fb}$  e riferimento  $P_{rif}$  è possibile calcolare la rigidità ottimale delle membrane come:

$$k_m = A_v \frac{(P_{s,2} - P_{s,1})}{(x_2 - x_1)} \quad (3.52)$$

Noto il valore della rigidità equivalente consigliata, si può ricavare la pressione di riferimento ottimale nota la distanza a riposo tra ugello otturatore:

$$P_{rif} = P_{s,1} - \frac{k_m}{A_v} (x_1 - x_n) \quad (3.53)$$

Si tiene a puntualizzare che il consumo d'aria del sistema valvola-pattino è definito dalla sezione ristretta tra l'area anulare al di sotto dei quattro fori del cuscinetto e quella al di sotto del foro dell'ugello. Per un corretto funzionamento del sistema è bene che sia la valvola a regolare, per cui bisogna prestare attenzione nella scelta del rapporto tra i diametri  $d_{ratio}$ , affinché sia rispettata la relazione:

$$4\pi d_p h \geq \pi d_n x$$

### 3.4.2 Modello di caratterizzazione statica

Il presente modello simula il comportamento statico dal sistema valvola-pattino al variare del carico esterno a cui è sottoposto. Permette così di caratterizzarlo fornendo le curve di: capacità di carico, consumo d'aria e rigidità statica. Inoltre, per via della sua procedura di funzionamento, è possibile studiare anche la risposta del sistema ad un gradino di forza imposto e la stabilità del sistema. Nella messa a punto del modello ci si è basati su una pubblicazione di Ghodsiyeh et al. [25], apportando le dovute modifiche in quanto il prototipo è differente.

Il modello può considerarsi suddiviso in due sezioni distinte. La prima permette di ricavare le condizioni iniziali del sistema mentre la seconda consente di simulare la caratteristica statica vera e propria. Ciò è dovuto al fatto che la relazione che lega ad ogni carico imposto un rispettivo spessore di meato è una funzione iniettiva ma non sempre biunivoca. In quanto, nel campo di regolazione, ad un valore di altezza di meato possono corrispondere diversi valori di carico esterno imposto.

Al modello bisogna fornire in ingresso:

- le proprietà del fluido nelle condizioni ipotetiche di lavoro;
- la geometria del cuscinetto;
- le geometrie del prototipo di valvola;
- pressione assoluta di alimentazione della valvola  $P_s$  in [Pa];
- pressione assoluta nella camera di riferimento  $P_{rif}$  in [Pa];
- rapporto tra i diametri dell'ugello e del singolo foro del pattino  $d_{ratio} = \frac{d_n}{d_p}$ ;
- il passo temporale da utilizzare nella discretizzazione  $\Delta t$  in [s];
- la rigidità equivalente delle membrane  $k_m$  in [N/m];
- la distanza a riposo tra ugello e otturatore  $x_n$  in [m];
- altezza di meato per il calcolo delle condizioni iniziali  $h_0$  in [m];
- campo di forza su cui tracciare la caratteristica statica  $F_{ext}$  in [N].

I parametri in ingresso possono essere i medesimi che sono stati inseriti nel modello di progetto per prevedere la caratteristica statica oppure il loro valore deve essere pari a quello delle condizioni di prova, qualora si dovessero confrontare le curve numeriche con quelle ottenute sperimentalmente. Nelle simulazioni riportate in questo elaborato, si è adottato un passo temporale  $\Delta t = 1 \cdot 10^{-7}$  s in quanto non porta a problemi di instabilità numerica e allo stesso tempo non incrementa eccessivamente l'onere computazionale richiesto.

#### Procedura iterativa per determinare le condizioni iniziali

Le condizioni iniziali di prova si studiano attraverso una procedura iterativa la quale, impostata un'altezza di meato, procede finché l'errore relativo sulla portanza del pattino, calcolato con la (3.54), non converge. Si determinano così le condizioni iniziali statiche. Siccome, come riportato in precedenza, la relazione tra portanza e altezza di meato non è biunivoca nella zona di regolazione, è bene verificare che quella qui imposta ricada in una zona di biunivocità.

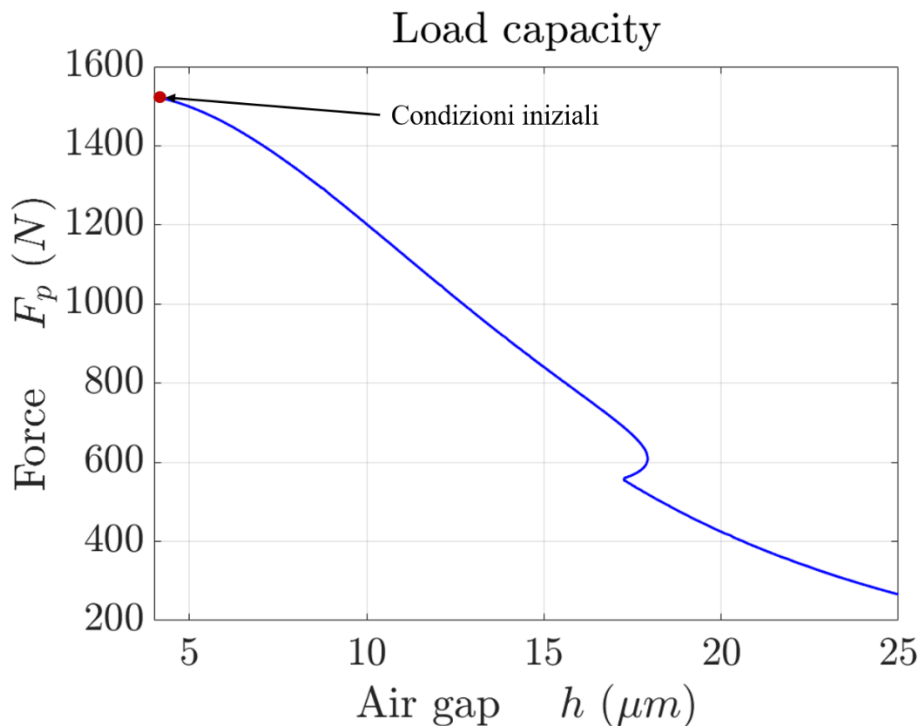
La procedura prevede che dapprima siano forniti i parametri in ingresso, ad eccezione del campo di forza di simulazione. Successivamente si inizializzano i valori di: pressione nei vari nodi del sistema pari a quella di alimentazione ed i valori dei numeri di Reynolds pari a zero. Così facendo si sono imposte le condizioni iniziali per la risoluzione delle equazioni differenziali.

A questo punto è possibile ricavare la posizione relativa tra ugello e otturatore tramite la (3.7). Successivamente si ricavano le portate attraverso le equazioni (3.8), (3.15), (3.23) e (3.24), si aggiornano i numeri di Reynolds tramite la (3.14), (3.19) e (3.29). Per il calcolo della portata attraverso gli orifizi, essendo funzione di se stessa, è stato necessario fornire un valore iniziale del numero di Reynolds.

Infine si aggiornano i valori delle pressioni nelle diverse parti del sistema grazie alle equazioni di continuità discretizzate secondo il metodo di Eulero esplicito (3.48), (3.49) e (3.50). Per risolvere queste equazioni è stato necessario imporre le condizioni iniziali di pressione citate in precedenza. In queste equazioni la variazione di volume delle camere è stata trascurata in quanto ridotta. Note le pressioni in ogni punto del sistema è possibile calcolare la portanza del cuscinetto tramite la (3.39). Infine si calcola l'errore relativo tra la portanza simulata all'iterazione attuale e quella all'iterazione precedente tramite l'equazione:

$$err = \frac{F_{p_{k+1}} - F_{p_k}}{F_{p_{k+1}}} \quad (3.54)$$

La procedura iterativa proseguirà finché non si raggiunge finché l'errore è superiore a  $10^{-10}$ .



**Figura 3.16:** Caratteristica statica con evidenziate condizioni iniziali.

Come si può osservare dalla figura 3.16, le condizioni iniziali sono state ricavate per un valore di altezza di meato fuori dalla zona di regolazione.

Al termine di questa procedura sono noti i valori di: pressione, dei numeri di Reynolds e della portanza del pattino nelle condizioni iniziali di caratterizzazione statica.

## Procedura iterativa per determinare la caratteristica statica

Questa procedura, partendo dalle condizioni iniziali, consente di ricavare la caratterizzazione statica del sistema fornendo la curva di portanza, consumo d'aria e rigidità statica del sistema nel suo complesso.

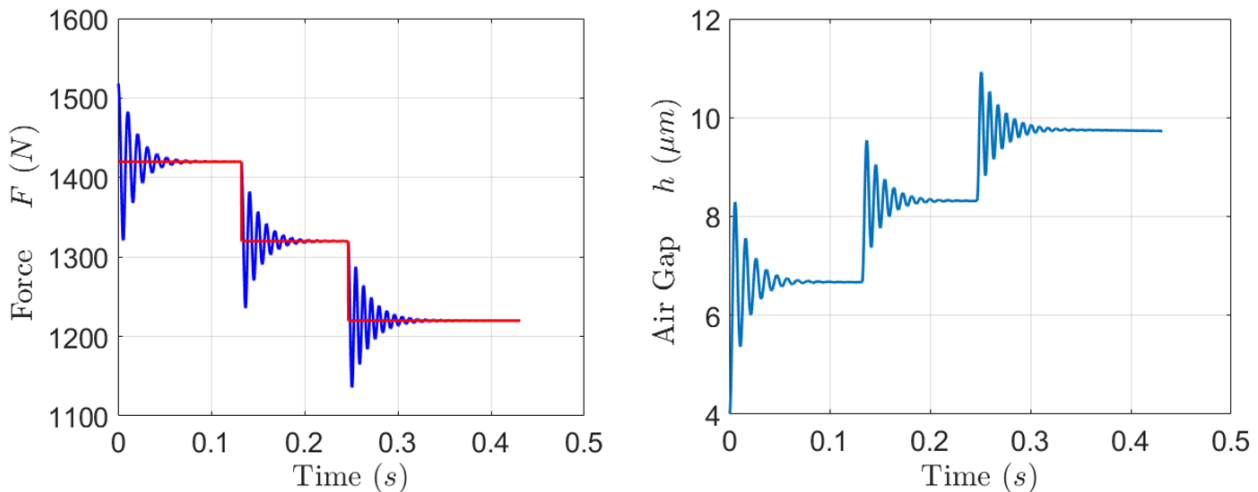
Le condizioni di equilibrio sono determinate per gradini di pari ampiezza  $\Delta F$ , partendo dal valore di portanza iniziale  $F_{p,0}$  determinato con la procedura descritta al paragrafo precedente. Per ogni valore del carico applicato  $F_{ext}$  vengono calcolate le condizioni di equilibrio tramite una procedura iterativa.

$$F_{ext}(i) = F_{p,0} - i\Delta F \quad (3.55)$$

L'indice  $i$  serve a indicizzare ogni gradino. Applicato il gradino di forza, si simula la risposta del sistema in termini di portanza e altezza di meato. Calcolando in successione: la distanza ugello otturatore con la (3.7), le portate nei vari rami del sistema con le equazioni (3.8), (3.15), (3.23) e (3.24), i numeri di Reynolds con le equazioni (3.14), (3.19) e (3.29), il valore del meato tramite l'equazione discretizzata (3.46), il volume del meato  $V_2$  tramite la (3.35), le pressioni ai nodi grazie alle equazioni discretizzate (3.48), (3.49) e (3.50), ed infine l'errore tra la forzante esterna e la portanza del pattino. Il procedimento iterativo continuerà finché l'errore relativo non sarà inferiore a  $toll = 10^{-10}$ .

$$err = \frac{F_{p_{k+1}} - F_{ext}}{F_{ext}} \quad (3.56)$$

Essendo in presenza di equazioni differenziali o, nel caso del calcolo delle portate, di grandezze funzione di se stesse, sono state fornite alcune condizioni iniziali. Nello specifico i valori iniziali dei numeri di Reynolds, delle pressioni ai nodi e dello spessore di meato sono stati imposti pari a quelli trovati con la procedura per determinare le condizioni iniziali per il primo gradino di forza imposta oppure, per quelli successivi, pari al valore all'equilibrio del gradino precedente. Differentemente, la condizione iniziale sulla velocità del pattino è stata imposta nulla ad ogni gradino. Questa procedura iterativa per determinare le condizioni di equilibrio per ogni gradino di forza, simula la risposta al gradino nel tempo, permettendo anche di studiare il comportamento durante il transitorio. In figura 3.17 è riportata la risposta ad una successione di tre gradini di ampiezza pari a 100 N.



**Figura 3.17:** Risposta del sistema a più gradini in successione.

La procedura prosegue finché non si sono determinate le condizioni di equilibrio per ogni gradino di forza imposto. Ottenuta la caratteristica statica di portanza è possibile ricavare la curva di rigidità statica, il cui valore puntuale è  $K_{st}$ , approssimandola con il metodo delle differenze finite centrato. Con questo metodo si determina la rigidità del sistema centrata nei punti di simulazione ad eccezione dei valori per il primo e l'ultimo punto statico. In questi due è stato utilizzato il metodo di Eulero in avanti. Il sistema valvola-pattino può incorrere in zone di instabilità. Nelle prove sperimentali quando si manifesta questo fenomeno il pattino vibra provocando un caratteristico rumore. A livello numerico, invece, si osserva che la portanza e lo spessore di meato continuano ad oscillare senza mai arrivare a convergenza su un valore. Per cui, per la natura di questo modello numerico, è altresì possibile studiare la stabilità del sistema in quanto, per via del suo funzionamento, la procedura iterativa termina al raggiungimento della convergenza dei valori di forza. Conseguentemente, il non raggiungimento di una condizione di equilibrio, indica una condizione di instabilità.

### 3.4.3 Modello dinamico non lineare

Il modello dinamico non lineare consente di simulare la risposta del sistema valvola-pattino ad una forzante di tipo armonico, permettendo di determinare il valore di rigidità dinamica e smorzamento del sistema per diverse frequenze di eccitazione a diversi valori di portanza media.

Il modello può essere considerato suddiviso in due macro sezioni. La prima sezione permette di calcolare le condizioni di equilibrio statico. Non viene descritta in questo paragrafo in quanto analoga alla procedura illustrata nel paragrafo 3.3.2. La seconda sezione invece, partendo dalle condizioni di equilibrio determinate nella prima parte, simula la risposta del sistema ad una forzante armonica permettendo di ricavare il valore di: sfasamento  $\varphi$ , rigidità dinamica  $K_{dyn}$  e smorzamento  $c$ .

Oltre ai parametri necessari al modello di caratterizzazione statica riportati al paragrafo 3.3.2, bisogna fornire: il numero di periodi su cui simulare la risposta alla forzante  $n_{periods}$ , la semi ampiezza della

forzante  $dF$  e la sua frequenza di oscillazione  $freq$ . Si desidera rimarcare che  $F_{ext}$  in questo caso rappresenta il valore medio della portanza a cui si calcolano la rigidezza e lo smorzamento.

Determinata la condizione di equilibrio ad un gradino, prima si procede ad inizializzare i parametri dinamici, poi si determinano le caratteristiche ai valori di frequenza richiesti. Successivamente si ricavano le condizioni di equilibrio al gradino di forza successivo e si riparte. La procedura prosegue fino all'esaurimento dei gradini impostati.

La simulazione della risposta per ogni valore di frequenza richiesto ha procedimento analogo alla procedura iterativa per determinare la caratteristica statica con la sola differenza che, essendo la forzante sinusoidale, non si studia più la convergenza del sistema a seguito di un'eccitazione di tipo gradino, bensì si simula la risposta per un numero di periodi pari a  $n_{periods}$ . Per via della discretizzazione delle equazioni per intervalli di tempo costante, è possibile conoscere a priori il numero di campioni simulati che sarà pari a  $n_{sample}$ .

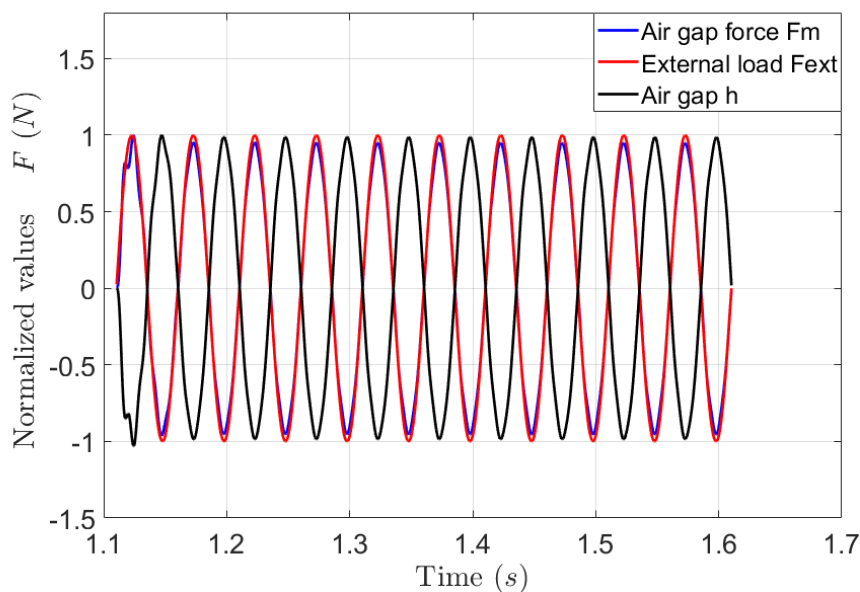
$$n_{sample} = \frac{n_{periods}}{freq \cdot dt} \quad (3.57)$$

La forzante sinusoidale si chiamerà anche in questo caso  $F_{ext}$ . Questa ha una componente costante, data dal valore della portanza all'equilibrio  $F_m$ , e una sinusoidale, data da: semi ampiezza di oscillazione  $\Delta F$ , pulsazione di oscillazione  $\omega$  e tempo  $t$ .

$$F_{ext} = F_m + \Delta F \sin(\omega t) \quad (3.58)$$

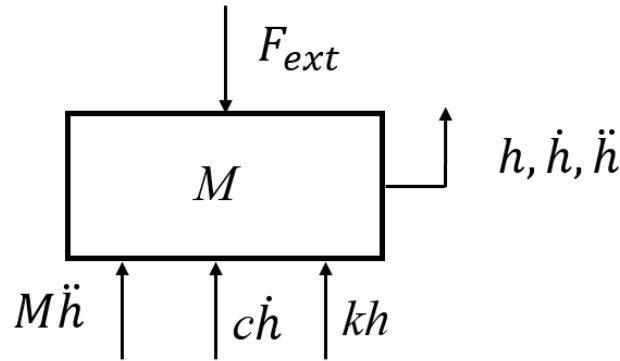
La pulsazione di oscillazione è funzione della frequenza  $freq$ :

$$\omega = 2 \pi freq \quad (3.59)$$



**Figura 3.18:** Risposta del sistema ad una eccitazione sinusoidale.

Simulata la risposta del sistema per il numero di periodi scelto, si procede al calcolo dei parametri dinamici. Per determinare quest'ultimi è necessario studiare il diagramma di corpo libero del pattino considerando la forza di pressione generata dal meato sul pattino come somma di una componente elastica, dovuta alla rigidità del meato  $k(\omega)$ , e una viscosa  $c(\omega)$ , data dallo smorzamento dello stesso [24]. In figura 3.19 si riporta il digramma di corpo libero del pattino sottoposto alla forzante sinusoidale  $F_{ext}$ .



**Figura 3.19:** Diagramma di corpo libero del sistema.

Sostituendo alla forza di pressione nell'equazione di equilibrio (3.41) le sue componenti elastiche e viscosse si ottiene l'equazione (3.60). La massa in movimento si assume pari alla massa che imprimerebbe una forza peso pari forzante esterna all'equilibrio.

$$M\ddot{\Delta h} + c\dot{\Delta h} + k\Delta h = \Delta F_{ext} \quad (3.60)$$

Si risolve l'equazione di equilibrio dinamico utilizzando il metodo dei vettori rotanti. Di ogni forza in gioco si considera solo la componente variabile. La forzante si esprime come:

$$\Delta F_{ext} = \Delta F e^{j\omega t}$$

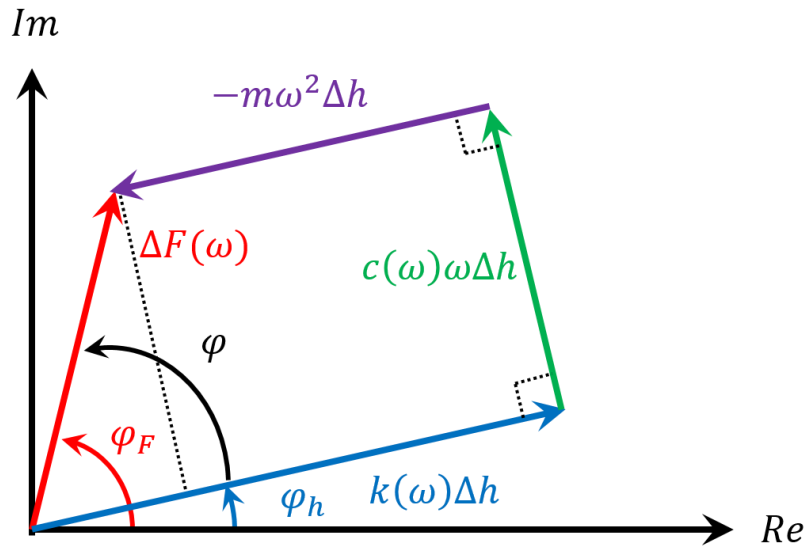
La posizione del pattino varierà secondo una legge sinusoidale di ampiezza  $\Delta h$  con andamento sinusoidale sfasata di un angolo  $\varphi$ . Ottenendo:

$$\begin{aligned} \Delta h &= \Delta h e^{j\omega t} \\ \dot{\Delta h} &= j\Delta h \omega e^{j\omega t} \\ \ddot{\Delta h} &= -\Delta h \omega^2 e^{j\omega t} \end{aligned}$$

Sostituendo nell'equazione (3.61) si ottiene:

$$-M\Delta h \omega^2 e^{j\omega t} + j\omega c \Delta h e^{j\omega t} + k\Delta h e^{j\omega t} = \Delta F e^{j\omega t}$$

che può essere rappresentata con il metodo dei vettori rotanti come riportato in figura 3.20.



**Figura 3.20:** Vettori rotanti per il calcolo dell'equilibrio dinamico al pattino.

Scomponendo nelle due componenti si ricava il valore di rigidezza  $K_{dyn}(\omega)$  e smorzamento del meato  $c(\omega)$ .

$$K_{dyn}(\omega) = \frac{\Delta F \cos \varphi + M\omega^2 \Delta h}{\Delta h} \quad (3.61)$$

$$c(\omega) = \frac{\Delta F \sin \varphi}{\omega \Delta h} \quad (3.62)$$

Per determinare rigidezza e smorzamento si scartano i primi due periodi di simulazione in quanto possono essere presenti dei fenomeni transitori dovuti alla modifica dello stato di quiete del sistema. Dei restanti periodi simulati, tramite la trasformata di Fourier, si analizza lo spettro in frequenza dell'andamento della forza di meato  $F_{mt}$  e dell'altezza di meato  $H_{0t}$  nel tempo. La trasformata di Fourier è un metodo matematico che permette di rappresentare delle funzioni nel dominio del tempo in funzioni nel dominio delle frequenze. Questo porta a visualizzare le armoniche contenute in queste funzioni e le loro ampiezze di oscillazione. Si studia, per ognuno dei due andamenti temporali, il contenuto in frequenza a maggior ampiezza, ricavando da questa ampiezza e fase di oscillazione. Si ottengono così:  $\Delta F$  e  $\theta_F$  per l'andamento della forza di meato e  $\Delta h$  e  $\theta_h$  per l'andamento della forza di meato. Così facendo si riduce il contributo dato da possibili disturbi. Si ricava poi lo sfasamento tra tramite la 3.64.

$$\varphi = \theta_F - \theta_h \quad (3.63)$$

Nota anche lo sfasamento è possibile determinare la rigidezza dinamica e lo smorzamento per il dato valore di forza medio e di frequenza di eccitazione tramite le equazioni (3.61) e (3.62).

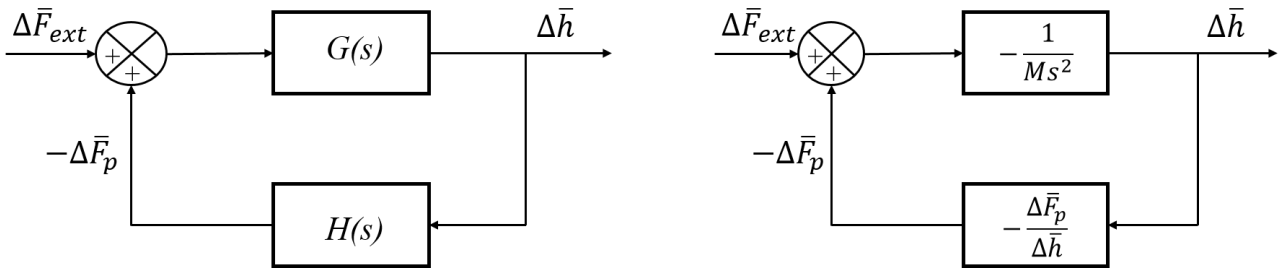


### 3.4.4 Modello dinamico linearizzato

Il modello dinamico linearizzato consente di simulare la risposta del sistema in condizioni prossime ad un punto di equilibrio indicato ad un costo computazionale ridotto. A differenza del modello non lineare che simula la risposta nel tempo mediante equazioni differenziali rappresentanti la dinamica del sistema, il modello linearizzato permette di trasformare queste in equazioni algebriche nel dominio di Laplace ( $s$ ). Il modello matematico messo a punto può essere considerato suddiviso in due macro sezioni. La prima permette di calcolare le condizioni di equilibrio statico intorno alla quale si linearizza, non viene descritta in questo paragrafo in quanto analoga alla procedura illustrata nel paragrafo 3.3.2. La seconda sezione invece, partendo dalle condizioni di equilibrio determinate nella prima parte, permette di determinare la funzione di trasferimento nel dominio di Laplace. Analizzando questa è possibile ricavare: la risposta del sistema ad un gradino di forza e, fornendo le frequenze d'interesse, sfasamento  $\varphi$ , rigidezza dinamica  $K_{dyn}$  e smorzamento  $c$ . Oltre ai parametri necessari al modello di caratterizzazione statica riportati al paragrafo 3.3.2, bisogna fornire anche: il campo di frequenza a cui calcolare i parametri dinamici e/o l'ampiezza del gradino di cui si vuole simulare la risposta in base a cosa si vuole ottenere dal modello. Inizialmente si è trasformata nel dominio di Laplace l'equazione di equilibrio del pattino (3.41) ottenendo:

$$\overline{F_{ext}} - \overline{F_p} - M\overline{h}s^2 = 0 \quad (3.64)$$

Da questa è possibile rappresentare il sistema mediante uno schema a blocchi come riportato in figura 3.21.



**Figura 3.21:** Schema a blocchi del sistema valvola pattino.

Dove la funzione di trasferimento  $G(s)$  si definisce come  $-\frac{1}{Ms^2}$ , invece la funzione di retroazione  $H(s)$  si definisce come  $-\frac{\Delta\overline{F_p}}{\Delta\overline{h}}$ . Da questa è possibile studiare i parametri di rigidezza e smorzamento del meato fluido. La funzione di trasferimento del sistema nella sua interezza è  $W(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$ . La relazione che lega la variazione di spessore di meato  $\Delta h$  alla variazione della forza di pressione  $\Delta F_p$ , ovvero la funzione di trasferimento  $H(s)$ , è data dal sistema di equazioni formato dalle: equazioni di continuità (3.31), (3.32) e (3.33), dall'efflusso attraverso gli orifizi (3.8), (3.15), (3.24) e (3.24c), dall'efflusso attraverso il meato (3.23), dalla relazione che lega la pressione media al di sotto del pattino  $P_0$  alla pressione in prossimità dell'uscite degli orifizi del pattino  $P_2$  (3.30R) e

dall'equazione che lega la pressione nella camera di feedback  $P_{fb}$  alla posizione dell'otturatore  $x$  (3.7).

Approssimando queste al loro polinomio di Taylor di primo grado espresso nel dominio di Laplace si ottiene:

$$\Delta G_1 = \frac{\partial G_1}{\partial P_1} \Delta P_1 + \frac{\partial G_1}{\partial x} \Delta x = a_1 \Delta P_1 + a_2 \Delta x = a_1 \Delta P_1 + a_2 f_1 \Delta P_{fb} \quad (3.65)$$

$$\Delta G_2 = \frac{\partial G_2}{\partial h} \Delta h + \frac{\partial G_2}{\partial P_1} \Delta P_1 + \frac{\partial G_2}{\partial P_2} \Delta P_2 = b_1 \Delta h + b_2 \Delta P_1 + b_3 \Delta P_2 \quad (3.66)$$

$$\Delta G_{fb} = \frac{\partial G_{fb}}{\partial h} \Delta h + \frac{\partial G_{fb}}{\partial P_0} \Delta P_0 + \frac{\partial G_{fb}}{\partial P_1} \Delta P_{fb} = k_1 \Delta h + k_2 \Delta P_0 + k_3 \Delta P_{fb} \quad (3.67)$$

$$\Delta G_3 = \frac{\partial G_3}{\partial P_0} \Delta P_0 + \frac{\partial G_3}{\partial h} \Delta h = c_1 \Delta h + c_2 \Delta P_0 \quad (3.68)$$

$$\Delta P_0 = \frac{\partial P_0}{\partial h} \Delta h + \frac{\partial P_0}{\partial P_2} \Delta P_2 = d_1 \Delta h + d_2 \Delta P_2 \quad (3.69)$$

$$\Delta P_2 = \frac{\partial P_2}{\partial P_0} \Delta P_0 + \frac{\partial P_2}{\partial h} \Delta h = n_1 \Delta P_0 + n_2 \Delta h \quad (3.70)$$

$$\Delta x = \frac{\partial x}{\partial P_{fb}} \Delta P_{fb} = f_1 \Delta P_{fb} \quad (3.71)$$

Equazioni di stato:

$$\Delta G_1 - 4\Delta G_2 = \frac{(V_1 + xA_{veq})}{RT} s\Delta P_1 + \frac{A_{veq}P_1}{RT} s\Delta x = g_1 s\Delta P_1 + g_2 s\Delta x \quad (3.72)$$

$$4\Delta G_2 - \Delta G_3 - \Delta G_{fb} = \frac{P_0 A_0}{RT} s\Delta h + \frac{(A_0 h + V_g)}{RT} s\Delta P_0 = l_1 s\Delta h + l_2 s\Delta P_0 \quad (3.73)$$

$$\Delta G_{fb} = \frac{V_{fb}}{RT} s\Delta P_{fb} = m_1 s\Delta P_{fb} \quad (3.74)$$

Per semplicità di scrittura sono stati inseriti dei coefficienti d'appoggio la cui espressione è riportata di seguito.

$$A_0 = lb$$

$$v = \frac{b}{L-l} + \frac{a}{B-b}$$

$$a_1 = \frac{\partial G_1}{\partial P_1} = -c_{s,1} \frac{\varphi_1}{\sqrt{1-\varphi_1^2}} \frac{1}{(1-bc)}$$

$$a_2 = \frac{\partial G_1}{\partial x} = K_T c_{d,1} \psi \pi d_n P_s \sqrt{1 - \varphi_1^2}$$

$$a_1^* = \frac{\partial G_1}{\partial P_1} = 0$$

$$a_2^* = \frac{\partial G_1}{\partial x} = K_T c_{d,1} \psi \pi d_n P_s$$

$$a_2^{**} = 0$$

se  $x \leq x_{by-pass}$

$$b_1 = \frac{\partial G_2}{\partial h} = K_T c_{d,2} \psi \pi d_p P_1 \sqrt{1 - \varphi_2^2}$$

$$b_2 = \frac{\partial G_2}{\partial P_1} = c_{s,2} \left( \sqrt{1 - \varphi_2^2} + \frac{\varphi_2}{\sqrt{1 - \varphi_2^2}} \frac{P_2}{P_1(1 - b_c)} \right)$$

$$b_3 = \frac{\partial G_2}{\partial P_2} = -c_{s,2} \frac{\varphi_2}{\sqrt{1 - \varphi_2^2}} \frac{1}{(1 - b_c)}$$

$$b_1^* = \frac{\partial G_2}{\partial h} = K_T c_{d,2} \psi \pi d_p P_1$$

$$b_2^* = \frac{\partial G_2}{\partial P_1} = c_{s,2}$$

$$b_3^* = \frac{\partial G_2}{\partial P_2} = 0$$

$$k_1 = \frac{\partial G_{fb}}{\partial h} = K_T c_{d,fb} \psi \pi d_{fb} P_0 \sqrt{1 - \varphi_{fb}^2}$$

$$k_2 = \frac{\partial G_{fb}}{\partial P_0} = c_{s,fb} \left( \sqrt{1 - \varphi_{fb}^2} + \frac{\varphi_{fb}}{\sqrt{1 - \varphi_{fb}^2}} \frac{P_{fb}}{P_0(1 - b_c)} \right)$$

$$k_3 = \frac{\partial G_{fb}}{\partial P_{fb}} = -c_{s,fb} \frac{\varphi_{fb}}{\sqrt{1 - \varphi_{fb}^2}} \frac{1}{(1 - b_c)}$$

$$k_1^R = \frac{\partial G_{fb}}{\partial h} = -K_T c_{d,fb} \psi \pi d_{fb} P_{fb} \sqrt{1 - \varphi_{fb,c}^2}$$

$$k_2^R = \frac{\partial G_{fb}}{\partial P_0} = c_{s,fb} \frac{\varphi_{fb,c}}{\sqrt{1 - \varphi_{fb,c}^2}} \frac{1}{(1 - b_c)}$$

$$k_3^R = \frac{\partial G_{fb}}{\partial P_{fb}} = -c_{s,fb} \left( \sqrt{1 - \varphi_{fb,c}^2} + \frac{\varphi_{fb,c}}{\sqrt{1 - \varphi_{fb,c}^2}} \frac{P_0}{P_{fb}(1 - b_c)} \right)$$

$$f = 1 - a_f^{b_f/h}$$

$$\frac{df}{dh} = \frac{b_f}{h^2} a_f^{b_f/h} \log(a_f)$$

$$c_1 = \frac{\partial G_3}{\partial h} = \frac{h^2}{6\mu RT} v \left[ 2P_0(P_2 - P_a) \frac{df}{dh} h + 3(P_0^2 - P_a^2) \right]$$

$$c_2 = \frac{\partial G_3}{\partial P_0} = \frac{P_0 h^3}{3\mu RT} v$$

$$d_1 = \frac{\partial P_0}{\partial h} = (P_2 - P_a) \frac{df}{dh}$$

$$d_2 = \frac{\partial P_0}{\partial P_2} = 1 - a_f^{b_f/h}$$

$$n_1 = \frac{\partial P_2}{\partial P_0} = \frac{1}{1 - a_f^{b_f/h}}$$

$$n_2 = \frac{\partial P_2}{\partial h} = - \frac{(P_0 - P_a) b_f \log(a_f) a_f^{b_f/h}}{h^2 (1 - a_f^{b_f/h})^2}$$

$$f_1 = \frac{\partial x}{\partial P_{fb}} = \begin{cases} 0 & x < x_{bypass} \\ \frac{A_v}{k_m} & x > x_{bypass} \end{cases}$$

$$g_1 = \frac{(V_1 + x_v A_{veq})}{RT}$$

$$g_2 = \frac{P_1 A_{veq}}{RT}$$

$$l_1 = \frac{P_0 A_0}{RT}$$

$$l_2 = \frac{h A_0 + V_g}{RT}$$

$$m_1 = \frac{V_{fb}}{RT}$$

I coefficienti contrassegnati con un asterisco si riferiscono al valore del coefficiente in condizioni di efflusso sonico. In queste condizioni si deve porre il coefficiente  $\varphi$  pari a zero. I coefficienti relativi all'efflusso attraverso il foro di retroazione contrassegnati con l'apice "R" si riferiscono alle condizioni in cui il flusso di aria sia diretto dalla camera verso il meato. Inoltre si precisa che, nel calcolo dei coefficienti relativi all'efflusso attraverso i fori del pattino  $b_1$  e  $b_1^*$ , si è considerato il numero di Reynolds  $Re_2$  costante, in quanto la sua variazione si è rilevata ininfluenza. Osservando l'equazione (3.19), si nota come questo sia funzione dello spessore di meato  $h$ . Il valore formalmente corretto di questi due coefficienti  $b_1^e$  e  $b_1^{e*}$ , non implementato nel modello matematico, è riportato di seguito.

$$\begin{aligned}
b_1^e &= \frac{\partial G_2}{\partial h} \\
&= K_T c_{d,2} \psi \pi d_p P_1 \sqrt{1 - \varphi_2^2} \\
&+ K_T 1.05 \psi (\pi d_p h \\
&+ 2w_g h_g) P_1 \sqrt{1 - \varphi_2^2} \frac{0.3 \cdot 0.005 \cdot G_2 h (\pi d_p h + 4w_g h_g) \cdot e^{-0.005 \frac{G_2 h^2}{\mu(\pi d_p h + 2w_g h_g)}}}{\mu(\pi d_p h + 2w_g h_g)^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_1^{e*} &= \frac{\partial G_2}{\partial h} \\
&= K_T c_{d,2} \psi \pi d_p P_1 \\
&+ K_T 1.05 \psi (\pi d_p h \\
&+ 2w_g h_g) P_1 \frac{0.3 \cdot 0.005 \cdot G_2 h (\pi d_p h + 4w_g h_g) \cdot e^{-0.005 \frac{G_2 h^2}{\mu(\pi d_p h + 2w_g h_g)}}}{\mu(\pi d_p h + 2w_g h_g)^2}
\end{aligned}$$

Mettendo a sistema le equazioni dalla 3.65 alla 3.74, espresse tramite polinomio di Taylor di primo grado, è possibile ricavare la funzione di trasferimento che lega la variazione di pressione al di sotto del pattino  $\Delta P_0$  alla variazione dello spessore di meato  $\Delta h$  (3.77).

$$\left\{ \begin{array}{l}
\Delta G_1 - 4\Delta G_2 = g_1 s \Delta P_1 + g_2 s \Delta x \\
4\Delta G_2 - \Delta G_3 - \Delta G_{fb} = l_1 s \Delta h + l_2 s \Delta P_0 \\
\Delta G_{fb} = m_1 s \Delta P_{fb} \\
\Delta G_1 = a_1 \Delta P_1 + a_2 \Delta P_{fb} \\
\Delta G_2 = b_1 \Delta h + b_2 \Delta P_1 + b_3 \Delta P_2 \\
\Delta G_{fb} = k_1 \Delta h + k_2 \Delta P_0 + k_3 \Delta P_{fb} \\
\Delta G_3 = c_1 \Delta h + c_2 \Delta P_0 \\
\Delta P_2 = n_1 \Delta P_0 + n_2 \Delta h \\
\Delta P_0 = d_1 \Delta h + d_2 \Delta P_2 \text{ (alternativa non utilizzata)} \\
\Delta x = f_1 \Delta P_{fb}
\end{array} \right. \quad (3.76)$$

Dal sistema di equazioni riportato alla (3.76) si è ricavata l'espressione 3.77.

$$\Delta P_0 (\beta_3 + \beta_2 s + \beta_1 s^2 + \beta_0 s^3) = \Delta h (\alpha_3 + \alpha_2 s + \alpha_1 s^2 + \alpha_0 s^3) \quad (3.77)$$

I cui coefficienti rappresentano:

$$\alpha_3 = g_1 m_1 l_1$$

$$\alpha_2 = +m_1 k_1 g_1 + c_1 g_1 m_1 - 4b_1 g_1 m_1 - 4b_3 g_1 n_2 m_1 - g_1 k_3 l_1 - a_1 l_1 m_1 + 4b_2 l_1 m_1$$

$$\alpha_1 = 4 \left( b_2 m_1 k_1 + b_1 g_1 k_3 + b_3 g_1 k_3 n_2 + b_1 a_1 m_1 + a_1 b_3 n_2 m_1 + b_2 c_1 m_1 - b_2 k_3 l_1 + b_2 g_2 f_1 k_1 \right) - a_1 m_1 k_1 - c_1 g_1 k_3 - a_1 c_1 m_1 + a_1 k_3 l_1$$

$$\alpha_0 = 4(-a_1 b_1 k_3 - a_1 b_3 k_3 n_2 - b_2 c_1 k_3 - b_2 a_2 f_1 k_1) + a_1 c_1 k_3$$

$$\beta_3 = -g_1 m_1 l_2$$

$$\beta_2 = 4(g_1 m_1 b_3 n_1 - b_2 m_1 l_2) + a_1 m_1 l_2 - m_1 k_2 g_1 - g_1 m_1 c_2 + g_1 k_3 l_2$$

$$\beta_1 = 4(b_2 k_3 l_2 - b_2 g_2 f_1 k_2 - m_1 k_2 b_2 - g_1 k_3 b_3 n_1 - a_1 m_1 b_3 n_1 - b_2 m_1 c_2) + m_1 k_2 a_1 + g_1 k_3 c_2 + a_1 m_1 c_2 - a_1 k_3 l_2$$

$$\beta_0 = 4(a_1 k_3 b_3 n_1 + b_2 a_2 f_1 k_2 + b_2 k_3 c_2) - a_1 k_3 c_2$$

Dalla (3.77) è possibile ottenere la (3.78):

$$\frac{\Delta P_0}{\Delta h} = - \frac{\alpha_3 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0}{\beta_3 s^3 + \beta_2 s^2 + \beta_1 s + \beta_0} \quad (3.78)$$

Ricordando che ad ogni incremento di meato si ha una riduzione di pressione media al di sotto del pattino, è necessario cambiare di segno la funzione ottenuta dal sistema (3.77). La funzione di trasferimento  $H(s)$  lega la variazione di portanza del pattino alla variazione di meato, è necessario per cui moltiplicare la funzione (3.78) per la superficie equivalente del pattino.

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{\Delta F_p}{\Delta h} = S_{eqv} \frac{\Delta P_0}{\Delta h} \\ H(s) &= \frac{\Delta F_p}{\Delta h} = -S_{eq} \frac{\alpha_0 \frac{\alpha_3}{\alpha_0} s^3 + \alpha_2 / \alpha_0 s^2 + \alpha_1 / \alpha_0 s + 1}{\beta_0 \frac{\beta_3}{\beta_0} s^3 + \beta_2 / \beta_0 s^2 + \beta_1 / \beta_0 s + 1} \\ &= K_{st} \frac{\tau_3 s^3 + \tau_2 s^2 + \tau_1 s^1 + 1}{\gamma_3 s^3 + \gamma_2 s^2 + \gamma_1 s^1 + 1} \end{aligned} \quad (3.79)$$

Nella funzione di trasferimento  $H(s)$  il termine  $K_{st} = -S_{eq} \frac{\alpha_0}{\beta_0}$  rappresenta la rigidità statica del meato fluido. Studiando ampiezza  $|H(\omega)|$  e fase  $\varphi$  della risposta in frequenza della funzione di trasferimento del ramo di retroazione è possibile determinare i valori di rigidità e smorzamento del solo meato fluido. La rigidità dinamica  $K_{dyn}$  si determina mediante la relazione (3.80) mentre lo smorzamento  $c$  mediante la (3.81).

$$K_{dyn}(\omega) = |H(\omega)| \cos \varphi \quad (3.80)$$

$$c(\omega) = \frac{|H(\omega)|}{\omega} \sin \varphi \quad (3.81)$$

Studiando la funzione di trasferimento del sistema nella sua interezza  $G(s)$  è possibile simulare la risposta del sistema un'eccitazione di tipo gradino oltre che a determinare rigidità e smorzamento dinamico del sistema nella sua interezza.

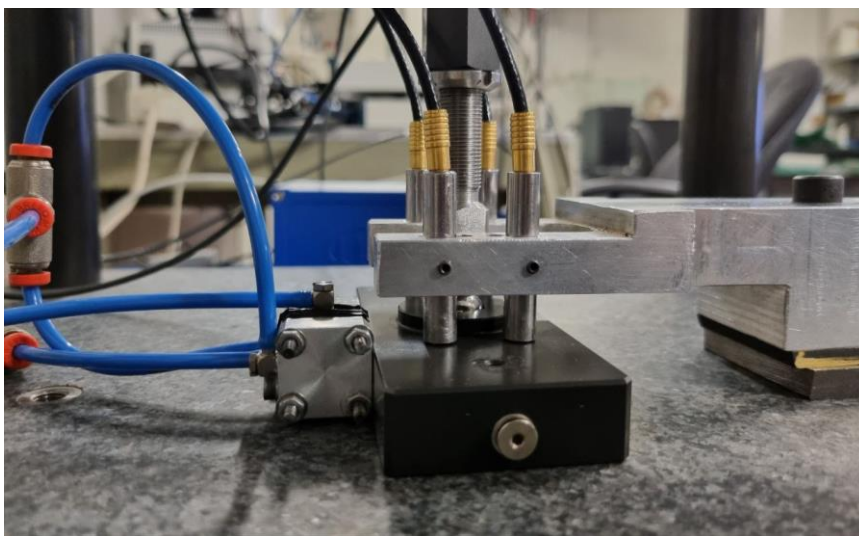
# CAPITOLO 4

## 4. Risultati

Questo capitolo riporta il confronto tra i dati numerici e sperimentali che sono stati utilizzati per la validazione del modello statico del prototipo descritto nei precedenti capitoli. Alla validazione del modello seguirà una parte riguardante i risultati ottenuti tramite un'analisi di sensitività finalizzata all'ottimizzazione del prototipo in base alle condizioni operative e un'analisi di massima delle prestazioni del sistema in condizioni dinamiche.

### 4.1 Validazione sperimentale modello

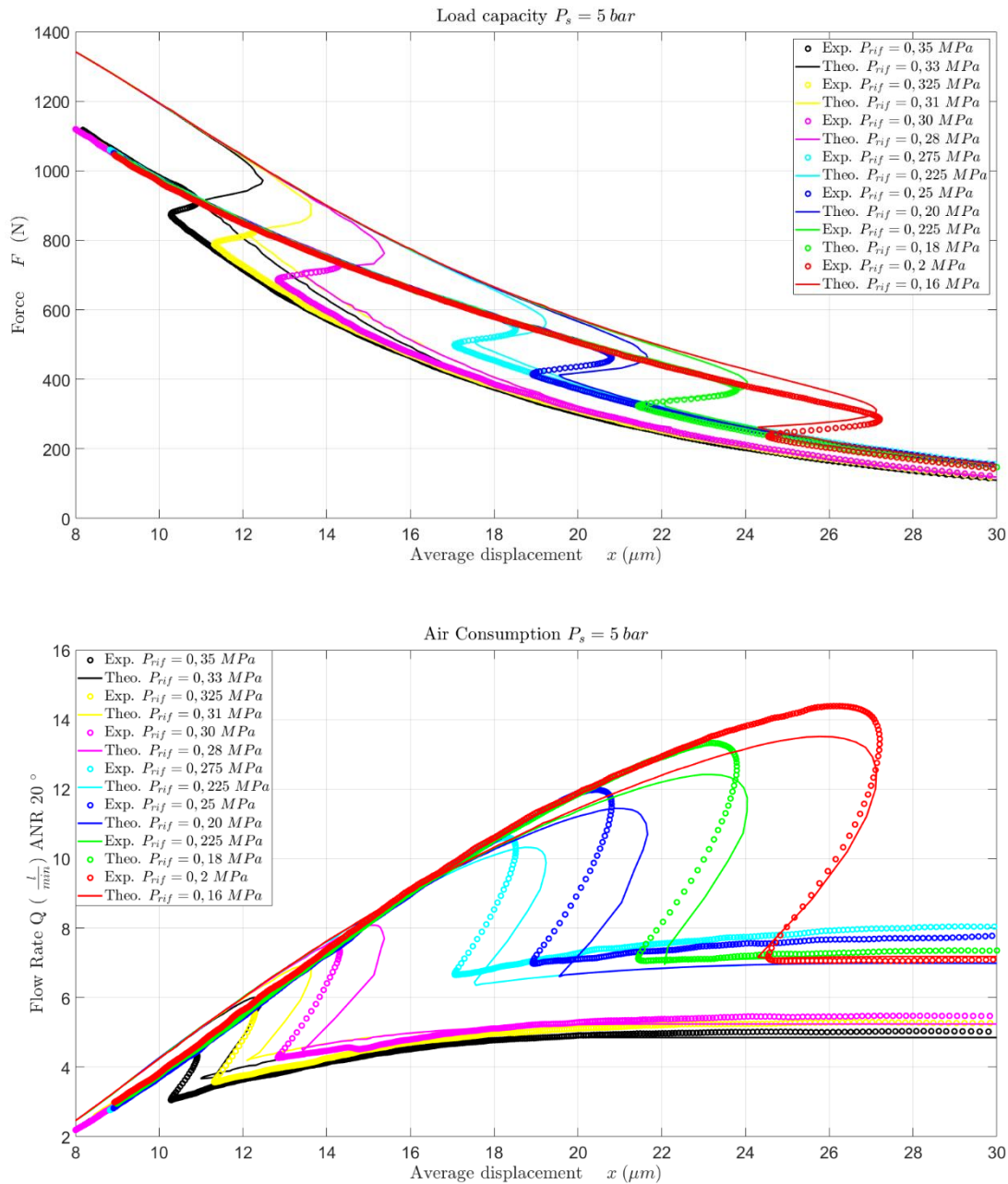
Messo a punto il modello di simulazione statica descritto al paragrafo 3.3.2, si è proceduto a verificarne la corrispondenza con il comportamento reale del prototipo. Quindi si sono condotte prove sperimentali le cui curve caratteristiche sono state confrontate con quelle ottenute numericamente. I test sperimentali sono stati condotti mediante il banco prova descritto al paragrafo 2.2 seguendo la procedura esecutiva riportata al paragrafo 2.2.2. In figura 4.1 è possibile osservare una fotografia del pattino compensato montato sul banco.



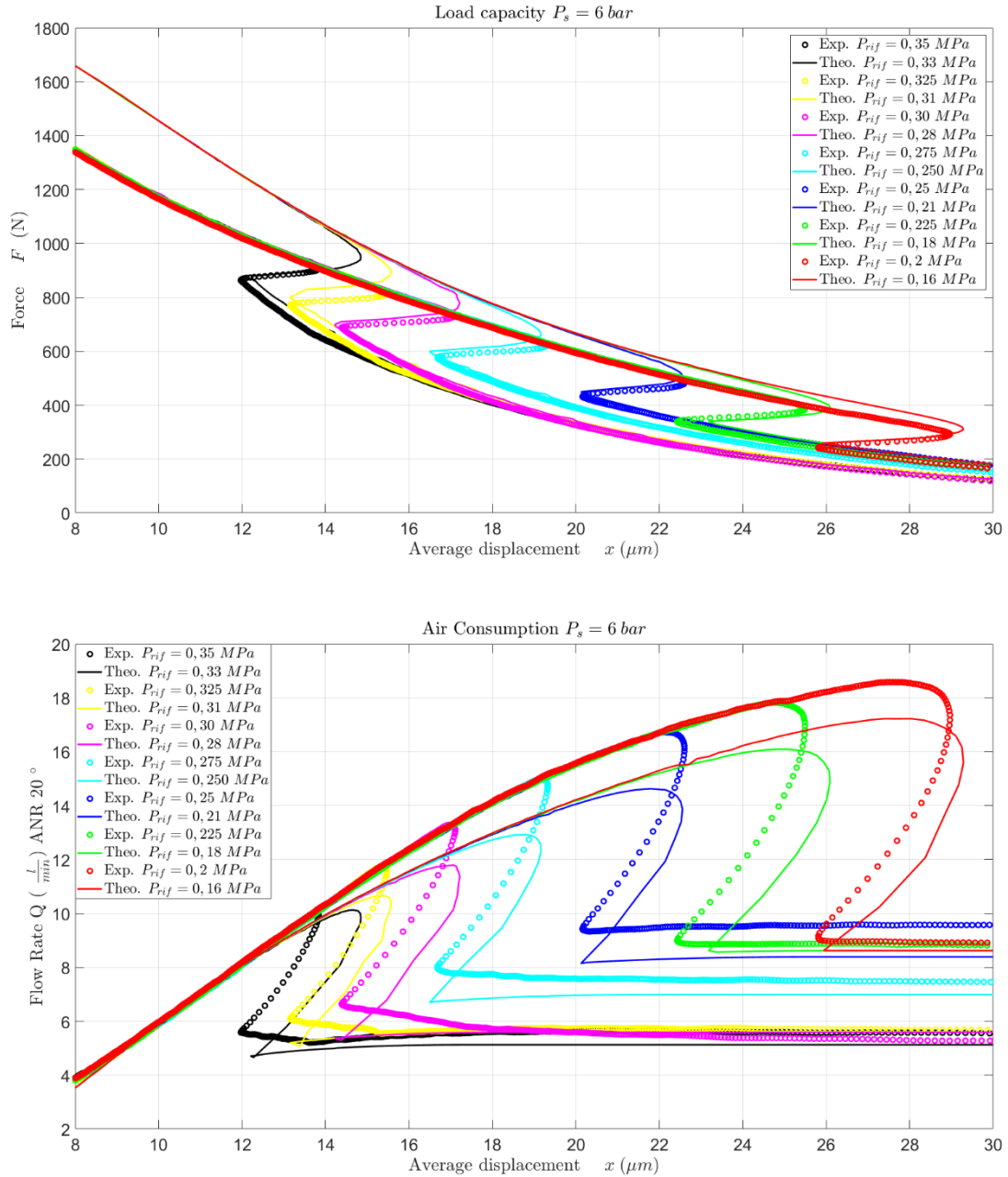
**Figura 4.1:** Immagine del pattino compensato montato sul banco.



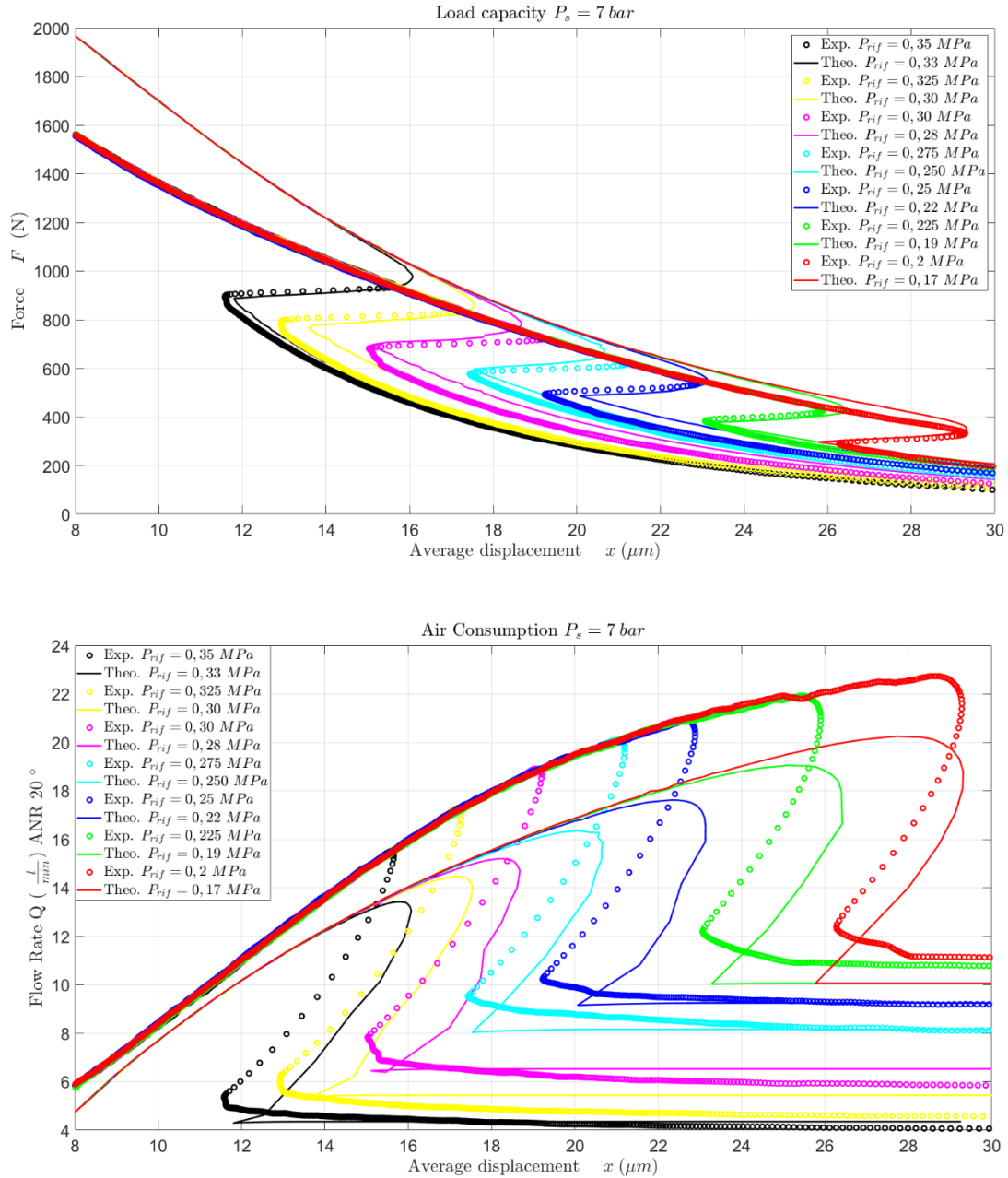
Il confronto tra i risultati numerici e sperimentali è stato effettuato nel campo di lavoro in cui ci si aspetta operi il sistema, ovvero per tre diverse pressioni di alimentazione  $P_s = 0,5; 0,6; 0,7$  MPa (assoluti). Per ogni valore di pressione di alimentazione, sono state eseguite prove sperimentali a pressioni di riferimento  $P_{rif}$  con valori compresi tra 0,200 e 0,350 MPa (assoluti). Le simulazioni numeriche sono state effettuate impostando il valore della pressione di riferimento che consente di avere regolazione allo stesso valore di meato ottenuto sperimentalmente. Nelle figure 4.2, 4.3 e 4.4 sono riportati i confronti tra le curve alle rispettive pressioni assolute di alimentazione.



**Figura 4.2:** Curve di portanza e consumo d'aria del pattino compensato con  $P_s = 0,5$  MPa ottenute sperimentalmente e numericamente.



**Figura 4.3:** Curve di portanza e consumo d'aria del pattino compensato con  $P_s = 0,6 \text{ MPa}$  ottenute sperimentalmente e numericamente.



**Figura 4.4:** Curve di portanza e consumo d'aria del pattino compensato con  $P_s = 0,7 \text{ MPa}$  ottenute sperimentalmente e numericamente.

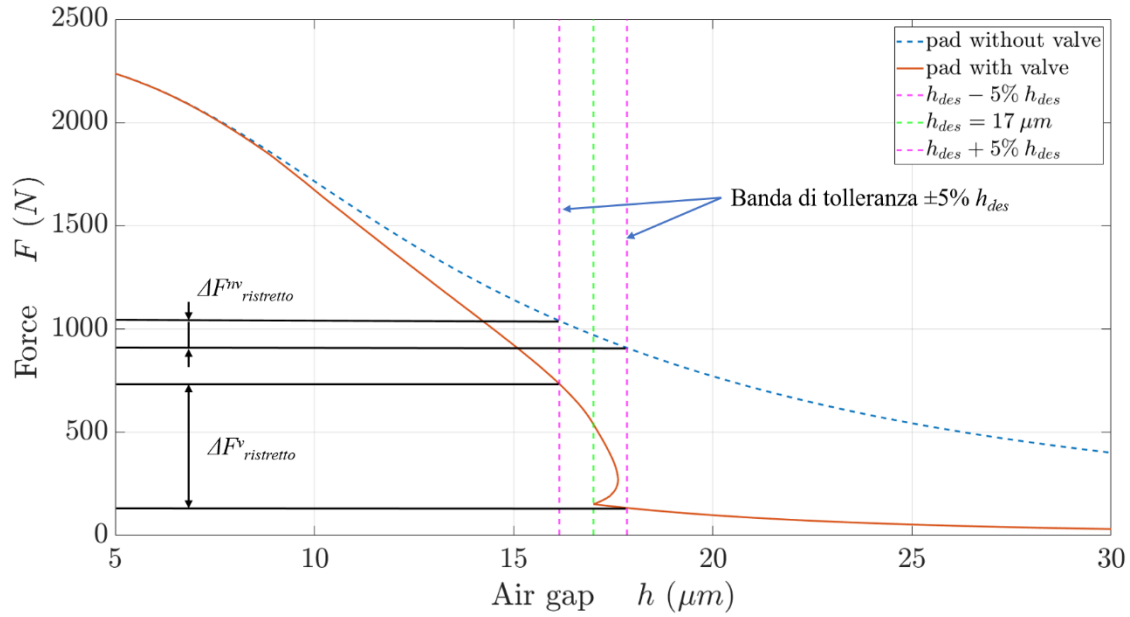
Nelle curve caratteristiche rappresentate nelle precedenti figure si possono notare tre zone caratteristiche. Una prima zona, detta di bypass, per ridotti valori di portanza, una zona di regolazione ed infine una zona di saturazione. Nella zona di bypass la pressione di feedback non è sufficiente a distanziare l'otturatore dall'ugello per cui la portata di fluido diretta al pattino è dovuta a una non perfetta chiusura dell'ugello. Numericamente questa chiusura imperfetta è stata rappresentata come una distanza equivalente chiamata distanza di bypass ( $x_{bypass}$ ), che, evidenze sperimentali, hanno dimostrato essere funzione della pressione di riferimento. All'incrementare del carico la distanza tra ugello e otturatore aumenta in quanto si ha una maggior pressione nella camera di feedback. Si entra così nella zona di regolazione. In questo tratto la valvola compensa la variazione dell'altezza di meato

incrementando la portata d'aria fornita al pattino. La regolazione della valvola termina quando l'ugello satura per via dell'eccessiva distanza dell'otturatore. Questa condizione operativa corrisponde al massimo consumo d'aria del pattino compensato. Per valori di carico esterno superiori, un aumento di questo non comporta più un corrispettivo aumento di portata d'aria diretta al pattino ma, invece, questa si riduce. Dalle figure 4.2, 4.3 e 4.4 si osserva anche come il modello numerico sovrastimi la portanza del pattino nella zona di saturazione. Invece, per quanto riguarda le curve di portata, si nota che l'andamento tra curve sperimentali e numeriche è il medesimo ma quest'ultimo sottostima il reale consumo d'aria del sistema. Inoltre, aumentando la pressione di riferimento, si è in grado di spostare la zona di regolazione verso altezze di meato inferiori. Si denota una differenza tra la pressione di riferimento fornita nella prova sperimentale e quella impostata nella simulazione numerica che meglio la rappresenta. In particolare, nelle simulazioni numeriche si è imposta una pressione di riferimento circa 0,03 MPa inferiore rispetto al valore impostato nelle prove sperimentali. Questo scostamento si suppone essere dovuto al fatto che, nel modello numerico, si è ipotizzato che ugello e otturatore fossero in battuta in condizioni di riposo. Si è quindi imposto  $x_n = 0 \mu\text{m}$ . La rigidezza equivalente delle membrane  $k_m = 2,5 \text{ kN/m}$  è stata identificata numericamente. In conclusione, si può affermare che il modello numerico statico approssima relativamente bene il comportamento del pattino compensato ma potrebbe essere migliorato ulteriormente.

## 4.2 Analisi di sensitività

Grazie all'impiego della procedura progettuale e del modello di simulazione statica, è stato possibile effettuare l'analisi di sensitività del sistema. Nell'ambito di questa trattazione sono state considerate fisse sia le dimensioni del pattino che la geometria della valvola (riportati il paragrafo 3.1). In particolare, si è valutata l'influenza della variazione degli estremi di linearizzazione della membrana  $P_{s,1}$  e  $P_{s,2}$ , della pressione di alimentazione  $P_s$  e del rapporto tra il diametro dell'ugello e quello dei fori del pattino  $d_{ratio}$ . Per effettuare l'analisi di sensitività riportata in questo paragrafo, si sono ricavati i valori ottimali di rigidezza equivalente delle membrane  $k_m$  e di posizione relativa a riposo dell'otturatore  $x_n$  ad una pressione di riferimento  $P_{rif} = 0.25 \text{ MPa}$  tramite la procedura progettuale. Si sono poi inseriti questi parametri ottimali nel modello di simulazione statica per ottenere le curve caratteristiche del sistema.

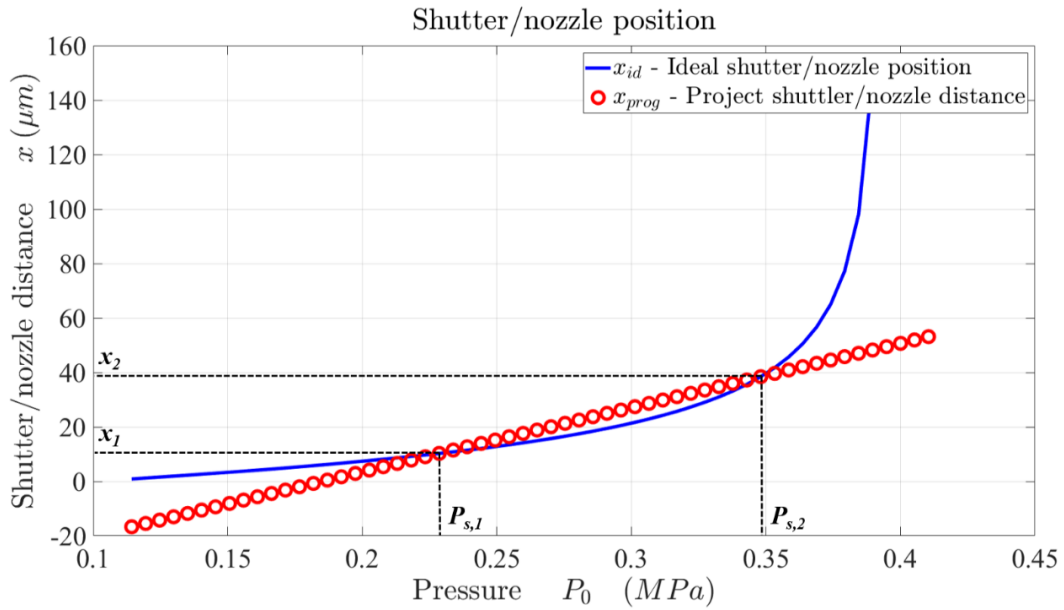
Per valutare le prestazioni del sistema in maniera oggettiva si è introdotto un indice di confronto chiamato campo di regolazione ristretto ( $\Delta F_{ristretto}$ ) rappresentate il campo di portanza del pattino in cui l'altezza di meato corrispondente sia compresa all'interno di una banda di tolleranza con estremi pari a  $\pm 5\% h_{des}$ , come raffigurato in figura 4.5. Maggiore risulta essere campo di regolazione ristretto, migliori sono le prestazioni del sistema. Inoltre, per meglio illustrare l'incremento di prestazioni rispetto al pattino non compensato, si riporta l'incremento percentuale del campo di regolazione ristretto rispetto al caso senza compensazione.



**Figura 4.5:** Procedura calcolo campo di regolazione ristretto.

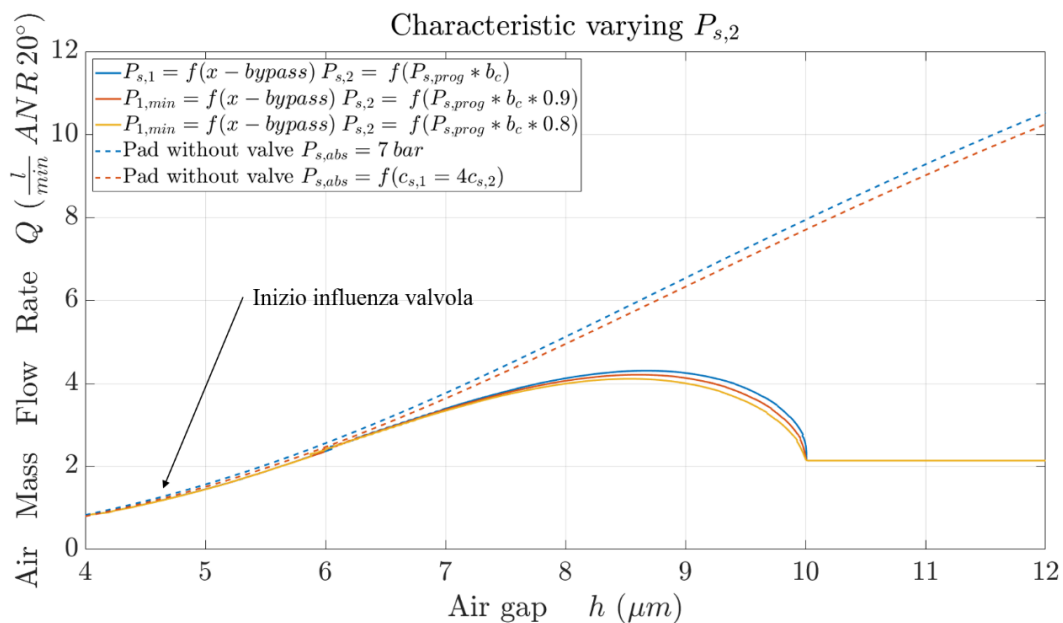
### 4.2.1 Influenza degli estremi di linearizzazione

Come riportato al capitolo precedente, il comportamento delle membrane si assomiglia a quello di una molla lineare di rigidezza equivalente. Nella definizione della procedura progettuale la scelta degli estremi di linearizzazione influenza la rigidezza equivalente ottimale  $k_m$  calcolata dalla procedura. Per via della costruzione del prototipo in oggetto, è possibile ricavare anche la distanza relativa a riposo tra ugello e otturatore  $x_n$  ottimale, fissando la pressione di riferimento  $P_{rif}$  oppure, in alternativa, è possibile determinare quest'ultima fissando  $x_n$ . I due metodi sono equivalenti. In figura 4.6 si riporta la distanza relativa ideale che dovrebbe esserci tra ugello e otturatore al fine di ottenere caratteristica di portanza a rigidezza infinita ad un meato  $h_{des} = 12 \mu\text{m}$ , pressione di alimentazione  $P_s = 0,5 \text{ MPa}$  assoluti e pressione di riferimento  $P_{rif} = 0,25 \text{ MPa}$ .



**Figura 4.6:** Linearizzazione comportamento membrana.

$P_{s,1}$  è funzione del valore di by-pass perché è il punto in cui la valvola inizia a regolare (e va ricercato sperimentalmente).  $P_{s,2}$  corrisponde alla differenza tra la pressione nella camera di feedback  $P_{fb}$  e quella nella camera di riferimento  $P_{rif}$  tale per cui l'efflusso attraverso l'ugello diventa sonico ovvero è funzione di  $P_s \cdot b_c$ . Questa scelta è stata dettata dal fatto che per valori di pressioni prossimi a  $P_s \cdot b_c$  la conduttanza del foro dell'ugello diventa maggiore rispetto a quella dei fori del pattino. Dalla figura 4.6 si osserva come, a parità di  $P_{s,1}$ , un aumento dell'estremo superiore di linearizzazione ( $P_{s,2}$ ) porti ad avere una retta a maggior coefficiente angolare, ovvero una membrana più cedevole.



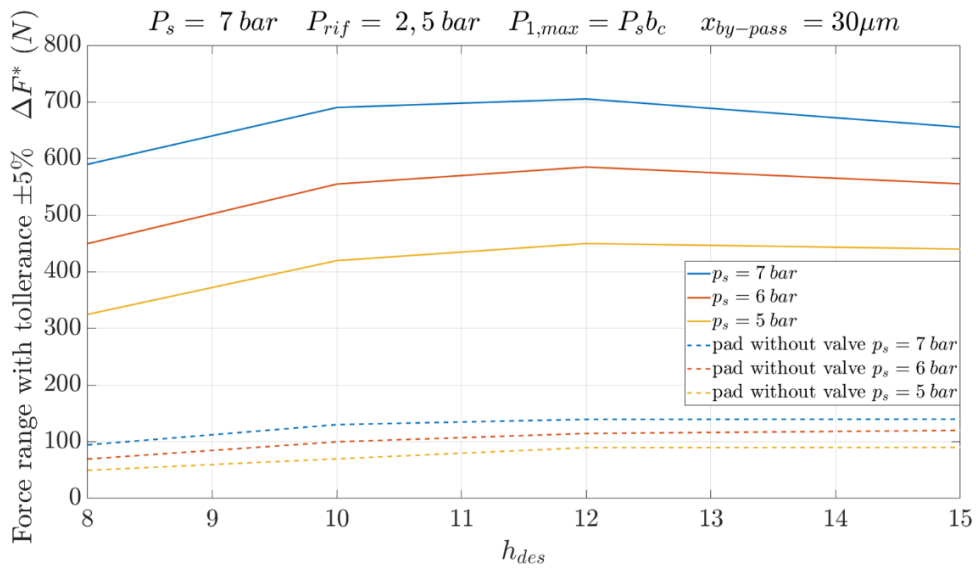
**Figura 4.7:** Caratteristica di portata al variare dell'estremo superiore di linearizzazione.

In figura 4.7 è riportata la caratteristica di portata del sistema al variare dell'estremo superiore di linearizzazione. Sono presenti due ulteriori curve tratteggiate. La curva tratteggiata blu rappresenta il consumo d'aria che avrebbe il pattino qualora non fosse abbinato al prototipo di valvola. Invece, la curva tratteggiata rossa ha lo scopo di evidenziare il punto in cui la conduttanza dell'ugello e conduttanza dei quattro fori del pattino si equivalgono. Per valori di meato superiori, la conduttanza attraverso l'ugello sarà inferiore rispetto a quella dei fori del pattino, consentendo alla valvola determinare il consumo d'aria del sistema, iniziando a influenzarlo. Si precisa che la curva caratteristica tratteggiata in rosso è stata ricavata simulando il comportamento del pattino singolo qualora fosse alimentato alla pressione tale per cui si abbia uguaglianza della conduttanza di ugello e fori del pattino. Inoltre, in figura, si nota come una variazione contenuta dell'estremo superiore di linearizzazione non comporti significativi cambiamenti. Questa conclusione implica che la procedura di progetto dovrebbe essere valida anche in condizioni reali dove il rapporto critico delle pressioni  $b_c$  non è un valore fissato ma, varia in funzione di: temperatura, umidità, composizione dell'aria e geometria dell'ugello. Nella trattazione si è mantenuto costante e pari a 0,528; è comunque ragionevole supporre che, in applicazioni sul campo, abbia un valore prossimo a questo.

#### **4.2.2 Influenza della pressione di alimentazione della valvola**

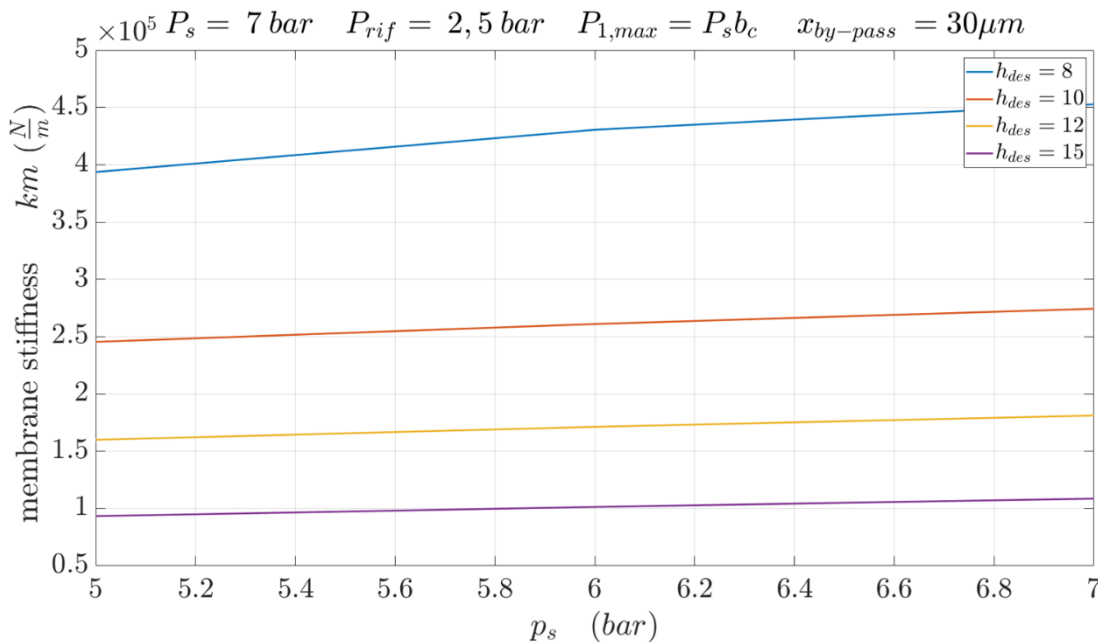
Definita una procedura progettuale che indicasse i parametri ottimali in funzione delle condizioni di lavoro richieste, è stata effettuata un'analisi di sensitività al variare della pressione di alimentazione in quanto è uno dei parametri che possono essere scelti liberamente da un utilizzatore finale. Si è simulato numericamente il comportamento del sistema alle pressioni di alimentazione comunemente impiegate ovvero  $P_s = 0,5; 0,6; 0,7$  MPa assoluti per valori di regolazione  $h_{des} = 8, 10, 12, 15$   $\mu\text{m}$ . La scelta dei meati di regolazione non è casuale ma sono i punti in cui i pattini pneumostatici solitamente operano. Le prove sono state effettuate ipotizzando un rapporto tra i diametri  $d_{ratio} = 0,3$  con pressione di riferimento  $P_{rif} = 0,25$  MPa assoluti.

Per valutare l'incremento di prestazioni fornito dall'introduzione della valvola, si riporta in figura 4.9 l'andamento del campo di regolazione ristretto in funzione della pressione di alimentazione e del meato di regolazione desiderato.



**Figura 4.9:** Andamento campo di regolazione ristretto al variare di  $P_s$ .

Dalla figura si osserva che aumentare la pressione di alimentazione porta a un miglioramento delle prestazioni in termini di campo di regolazione ristretto. Inoltre, questo parametro risulta massimo per valori di meato di regolazione desiderato  $h_{des}$  compresi tra 10 e 12  $\mu m$ .



**Figura 4.10:** Andamento rigidezza ottimale al variare di  $P_s$  per  $h_{des} = 8, 10, 12, 15 \mu m$ .

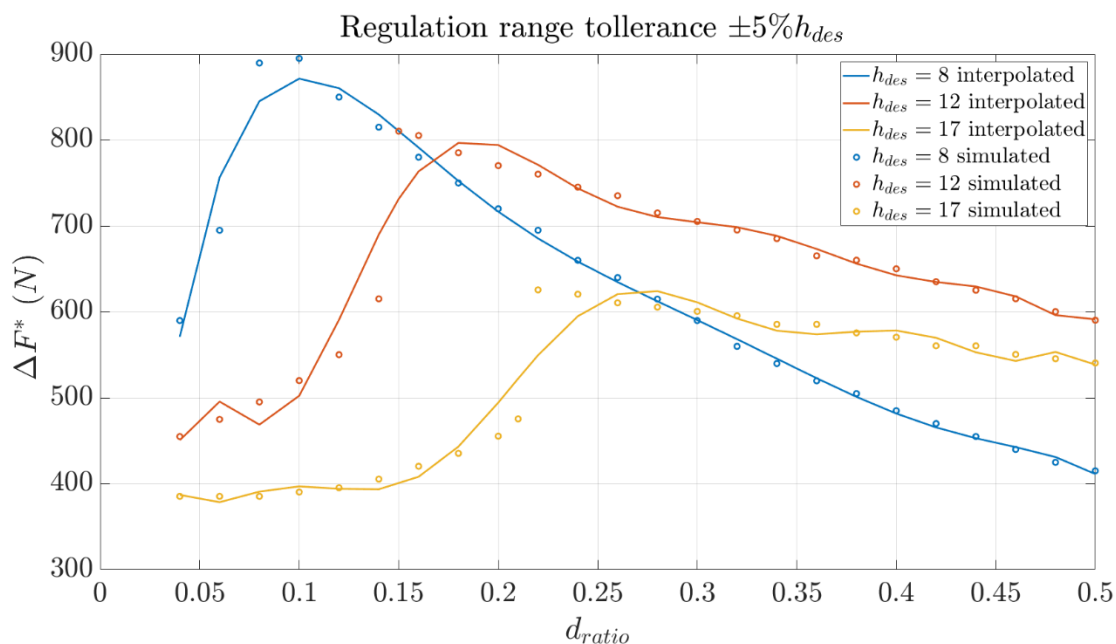
In figura 4.10 è riportato l'andamento della rigidezza ottimale richiesta alle membrane al variare della pressione di alimentazione per i meati di regolazione desiderati. Si osserva come, a parità di meato, aumentare la pressione di alimentazione porti alla necessità di avere una rigidezza equivalente



ottimale crescente con andamento rettilineo. Inoltre, al ridursi del meato di regolazione si ha un aumento della rigidità equivalente richiesta alle membrane.

### 4.2.3 Influenza del rapporto tra i diametri di ugello e pattino

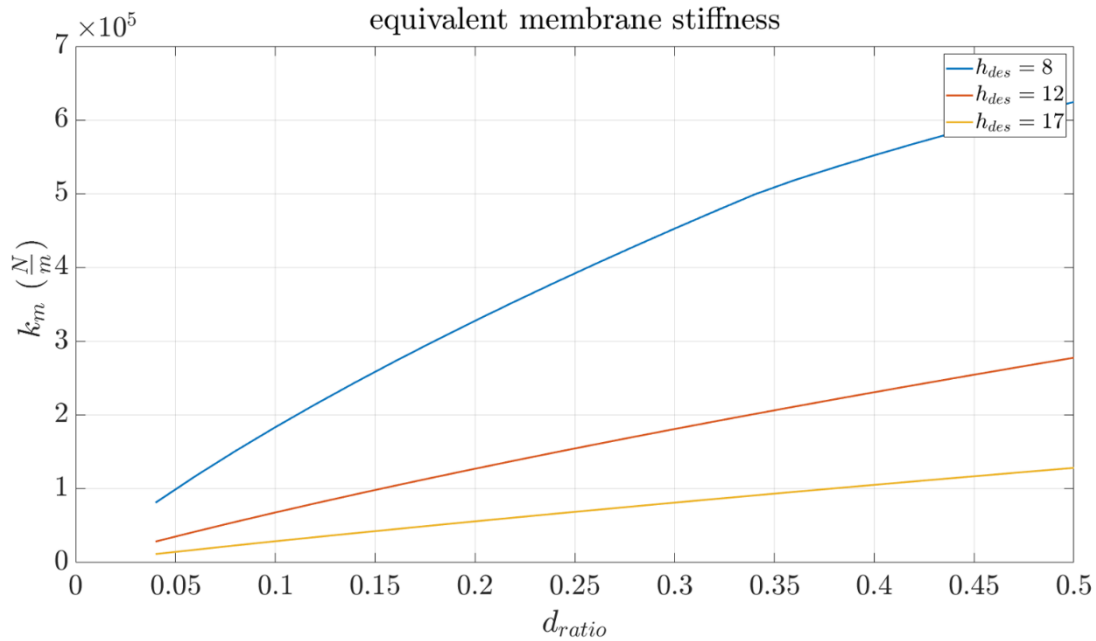
Si è proceduto a indagare anche l'influenza dell'altro parametro liberamente selezionabile da un ipotetico utilizzatore finale, il rapporto tra il diametro dell'ugello e i fori del pattino  $d_{ratio}$ . L'analisi è stata effettuata a pressione di alimentazione  $P_s = 0,7$  MPa per valori di meato di regolazione pari a  $h_{des} = 8, 12, 17$   $\mu\text{m}$ .



**Figura 4.12:** Andamento campo di regolazione ristretto al variare di  $d_{ratio}$ .

Dalla figura 4.12 è possibile osservare che, per ogni valore di meato di regolazione desiderato, esiste un rapporto tra i diametri che ne massimizza le prestazioni valutate secondo il campo di regolazione ristretto  $\Delta F_{ristretto}$ . Inoltre, si osserva che all'aumentare del meato di regolazione desiderato: il rapporto tra i diametri che fornisce migliori prestazioni cresce, il valore massimo del campo di regolazione ristretto si riduce e infine, per rapporti tra i diametri superiori al valore ottimale, le prestazioni hanno un decadimento meno accentuato.

Infine, si è valutata l'influenza del rapporto tra i diametri e del meato di regolazione sulla rigidità ottimale richiesta alle membrane.



**Figura 4.13:** Andamento rigidezza equivalente ottimale al variare del rapporto tra i diametri  $d_{ratio}$  per  $h_{des} = 8, 12, 17 \mu\text{m}$ .

Come riportato in figura 4.13, la rigidezza equivalente ottimale richiesta alle membrane ha andamento crescente con il rapporto tra i diametri. Invece, a parità di questo, si riduce all'incrementarsi del meato di regolazione.

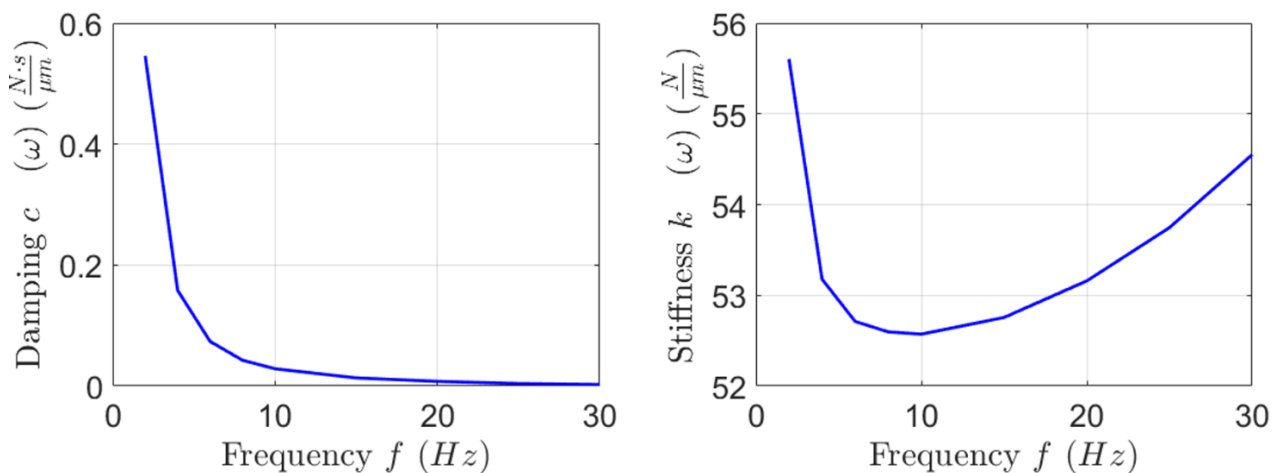
#### 4.2.4 Considerazioni sull'analisi di sensitività

L'analisi effettuata ha permesso di individuare i valori delle pressioni di linearizzazione  $P_{s,1}$  e  $P_{s,2}$  da considerare per il calcolo della rigidezza ottimale delle membrane  $k_m$ .  $P_{s,1}$  è stata considerata pari alla differenza tra le pressioni di feedback  $P_{fb}$  e riferimento  $P_{ref}$  che si ha quando  $x = x_{by\_pass}$  mentre la  $P_{s,2}$  è stata considerata pari alla differenza tra le pressioni di feedback  $P_{fb}$  e riferimento  $P_{ref}$  che si ha quando, l'ugello diventa subsonico.

Inoltre, è stato introdotto un parametro prestazionale che consente di valutare l'incremento delle prestazioni ottenibili grazie al sistema di compensazione proposto (pattino con valvola). Tale parametro può essere opportunamente modificato a seconda del grado di accuratezza richiesto dall'applicazione considerata. I risultati dell'analisi di sensitività hanno dimostrato che, fissata la geometria del pattino, esiste un valore ottimale di rapporto tra i diametri  $d_{ratio}$  che massimizza le prestazioni del sistema in funzione del meato di lavoro desiderato  $h_{des}$ . In particolare, il valore di questo parametro aumenta all'aumentare del valore di meato desiderato  $h_{des}$ . L'analisi di sensitività riportata in questo paragrafo è stata effettuata numericamente.

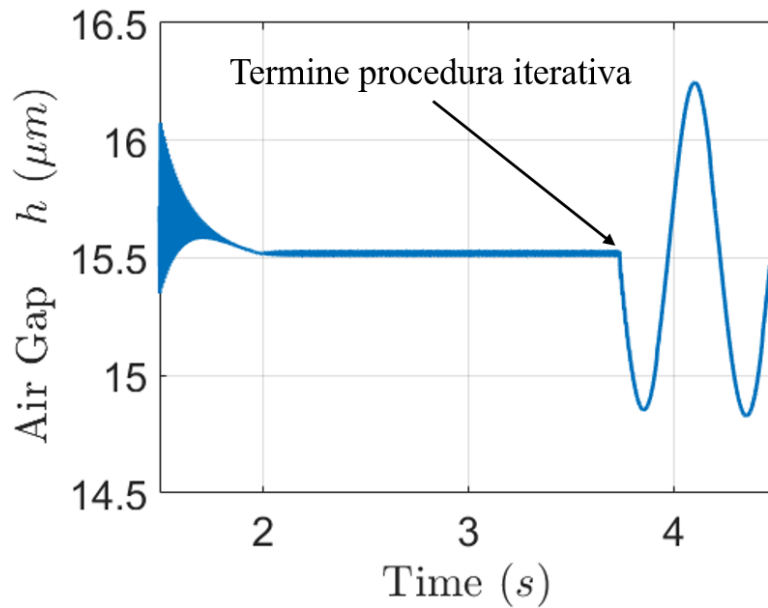
### 4.3 Analisi dinamica al variare della frequenza

Le prestazioni dinamiche del sistema valvola-pattino sono state valutate mediante simulazioni numeriche. Queste sono state condotte impostando i seguenti valori: pressione di alimentazione  $P_s = 0,5$  MPa, rigidità equivalente delle membrane  $k_m = 50 \cdot 10^3$  N/m, rapporto tra il diametro dell'ugello e dei fori del pattino  $d_{ratio} = 2$ , pressione di riferimento  $P_{rif} = 0,25$  MPa e distanza a riposo tra ugello e otturatore  $x_n = 50$   $\mu\text{m}$ .



**Figura 4.14:** Rigidezza e smorzamento del sistema in condizioni dinamiche.

Come mostrato in figura 4.14, il sistema presenta elevati valori di smorzamento per frequenze di eccitazione inferiori a qualche Hertz. Man mano che la frequenza di eccitazione aumenta, le prestazioni decadono fino a raggiungere smorzamento circa nullo per frequenze superiori a 20 Hz. Per quanto concerne la rigidità, analogamente allo smorzamento, si osservano buone prestazioni per frequenze di eccitazione inferiori a qualche Hertz. Tuttavia, per frequenze superiori si verifica un progressivo degrado della rigidità fino a raggiungere un minimo intorno a 10 Hz. Oltre questa soglia, inaspettatamente, si osserva un nuovo aumento della rigidità. Considerando la natura totalmente pneumatica del metodo di compensazione, ci si aspetterebbe, invece, rigidità costante per valori di frequenza elevati. Il ricorso a prove sperimentali potrebbe chiarire i dubbi sull'effettivo comportamento del sistema in condizioni dinamiche. Qualora evidenziasse una caratteristica differente da quelle ottenute numericamente, potrebbe essere necessario rivedere la procedura iterativa. In particolare potrebbe essere necessario concentrarsi sulle condizioni di convergenza necessarie alla ricerca delle condizioni di equilibrio statico al quale sono determinati i parametri dinamici.



**Figura 4.15:** Altezza di meato in condizioni di convergenza.

In quanto, come riportato in figura 4.14,. Si può osservare che l'andamento dell'altezza di meato, inizialmente, oscilla intorno ad un punto medio superiore al valore di convergenza per poi, nelle successive iterazioni, oscillare intorno al punto di equilibrio a circa  $15,6 \mu\text{m}$  senza mai arrivare a convergenza piena. Nonostante questo, la procedura iterativa termina determinando le condizioni statiche a cui sono valutati i parametri dinamici. Un errore nella valutazione di questa potrebbe influenzare la successiva risposta del sistema a forzanti armoniche necessaria per la valutazione delle prestazioni dinamiche.

# CAPITOLO 5

## 1. Conclusioni e sviluppi futuri

Molte applicazioni industriali hanno la necessità di avere sistemi di movimentazione ad elevata precisione, con buona efficienza e basso impatto ambientale. Una tecnologia che soddisfa questi requisiti è quella dei pattini pneumostatici. Tuttavia, a fronte di questi significativi vantaggi, si hanno limitazioni dovute a ridotti valori di rigidità e scarso smorzamento. Per ovviare a questi inconvenienti si possono adottare metodologie di compensazione che possono essere attive, se per il loro funzionamento necessitano di una sorgente di alimentazione esterna, o passive, se sfruttano solamente l'aria compressa di alimentazione del pattino.

Questo lavoro di tesi tratta lo studio, la modellazione e la sperimentazione del prototipo di un pattino pneumostatico a compensazione passiva. Il sistema è costituito da una valvola differenziale a diaframma integrata con un pattino pneumostatico rettangolare avente quattro fori di alimentazione, ragnature triangolari e un foro di retroazione.

Per il sistema in questione, è stata implementata una procedura progettuale che consente di associare una configurazione ottimale e univoca del sistema in funzione delle condizioni di lavoro desiderate: altezza di meato, pressione di alimentazione e geometria del pattino. Grazie a questa procedura, è stato possibile condurre un'analisi di sensitività che ha dimostrato come, per ogni valore di altezza di meato del cuscinetto, esista un solo un set di parametri funzionali che massimizza le prestazioni.

Oltre a questa procedura è stato implementato un modello statico a parametri concentrati del sistema. Le equazioni differenziali del modello sono state integrate nel tempo mediante il metodo di Eulero esplicito. Il modello è stato validato confrontando le curve ottenute numericamente con il comportamento reale del sistema valvola-pattino osservato nelle prove sperimentali. Le condizioni di validazione sono state imposte nel campo di lavoro atteso, ovvero per tre diverse pressioni assolute di alimentazione pari a 0,5; 0,6; 0,7 MPa. Per ciascuna di queste pressioni, sono state effettuate prove a diverse pressioni assolute di riferimento comprese tra 0,2 e 0,35 MPa. Le curve caratteristiche del sistema proposto mostrano tre zone distinte. In particolare, per bassi valori di portanza richiesta, si trova la cosiddetta zona di bypass, in cui la valvola si comporta come una resistenza pneumatica fissa poiché non viene creata una sezione di passaggio ben definita tra ugello e otturatore. La portata transitante è dovuta ad un'imperfetta chiusura dell'ugello. Aumentando il carico, si giunge alla zona detta di regolazione, in cui la valvola è in grado di compensare la variazione di carico esterno. Incrementando ulteriormente il carico, si giunge al massimo consumo d'aria del sistema. Oltre questo punto, si entra nel campo di saturazione dove la conduttanza dei fori di alimentazione del pattino

diventa predominante rispetto a quella dell'ugello della valvola e quindi la valvola non è più in grado di compensare eventuali variazioni di meato. Inoltre, dalle prove effettuate è emerso che è possibile spostare la zona di regolazione per diverse altezze di meato variando la pressione di riferimento. Queste analisi hanno dimostrato che il principio di funzionamento del sistema è efficace in quanto consente di compensare eventuali variazioni nell'intorno del valore di meato nominale desiderato.

Per analizzare le prestazioni dinamiche del sistema, sono stati implementati due modelli dinamici a parametri concentrati. Questi modelli permettono di studiare le condizioni di stabilità e, per valori di meato imposti, i parametri di rigidità e smorzamento del sistema al variare della frequenza di eccitazione.

Nel suo complesso, il metodo di compensazione studiato ha fornito riscontri positivi. In particolare permette di raggiungere rigidità quasi-statica infinita ad un costo notevolmente inferiore rispetto alle soluzioni che utilizzano metodi di compensazione attiva. Inoltre, grazie alla procedura progettuale implementata è possibile ottimizzare le prestazioni del sistema a seconda delle condizioni di lavoro richieste dall'utente. Tuttavia le simulazioni numeriche hanno dimostrato che i vantaggi mostrati in condizioni statiche tendono a degradare velocemente già a basse frequenze a causa della natura pneumatica del sistema.

In futuro lo studio di questo prototipo può essere proseguito validando sperimentalmente i modelli di simulazione dinamica, indagando la relazione tra lo spostamento dell'otturatore e le pressioni nelle camere della valvola e ricercando una relazione che legghi lo spessore delle membrane alla loro rigidità.

# Appendice A

In questa sezione si riportano i passaggi matematici eseguiti nel calcolo della funzione di trasferimento del ramo di retroazione  $H(s)$

$$\Delta G_1 = \frac{\partial G_1}{\partial P_1} \Delta P_1 + \frac{\partial G_1}{\partial x} \Delta x = a_1 \Delta P_1 + a_2 \Delta x = a_1 \Delta P_1 + a_2 f_1 \Delta P_{fb}$$

$$\Delta G_2 = \frac{\partial G_2}{\partial h} \Delta h + \frac{\partial G_2}{\partial P_1} \Delta P_1 + \frac{\partial G_2}{\partial P_2} \Delta P_2 = b_1 \Delta h + b_2 \Delta P_1 + b_3 \Delta P_2$$

$$\Delta G_{fb} = \frac{\partial G_{fb}}{\partial h} \Delta h + \frac{\partial G_{fb}}{\partial P_0} \Delta P_0 + \frac{\partial G_{fb}}{\partial P_1} \Delta P_1 = k_1 \Delta h + k_2 \Delta P_0 + k_3 \Delta P_{fb}$$

$$\Delta G_3 = \frac{\partial G_3}{\partial P_0} \Delta P_0 + \frac{\partial G_3}{\partial h} \Delta h = c_1 \Delta h + c_2 \Delta P_0$$

$$\Delta P_0 = \frac{\partial P_0}{\partial h} \Delta h + \frac{\partial P_0}{\partial P_2} \Delta P_2 = d_1 \Delta h + d_2 \Delta P_2$$

$$\Delta P_2 = \frac{\partial P_2}{\partial P_0} \Delta P_0 + \frac{\partial P_2}{\partial h} \Delta h = n_1 \Delta P_0 + n_2 \Delta h$$

$$\Delta x = \frac{\partial x}{\partial P_{fb}} \Delta P_{fb} = f_1 \Delta P_{fb}$$

Equazioni di stato

$$\Delta G_1 - 4\Delta G_2 = \frac{(V_1 + x A_{veq})}{RT} s \Delta P_1 + \frac{A_{veq} P_1}{RT} s \Delta x = g_1 s \Delta P_1 + g_2 s \Delta x$$

$$4\Delta G_2 - \Delta G_3 - \Delta G_{fb} = \frac{P_0 A_0}{RT} s \Delta h + \frac{(A_0 h + V_g)}{RT} s \Delta P_0 = l_1 s \Delta h + l_2 s \Delta P_0$$

$$\Delta G_{fb} = \frac{V_{fb}}{RT} s \Delta P_{fb} = m_1 s \Delta P_{fb}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta G_1 - 4\Delta G_2 = g_1 s \Delta P_1 + g_2 s \Delta x \\ 4\Delta G_2 - \Delta G_3 - \Delta G_{fb} = l_1 s \Delta h + l_2 s \Delta P_0 \\ \Delta G_{fb} = m_1 s \Delta P_{fb} \\ \Delta G_1 = a_1 \Delta P_1 + a_2 \Delta P_{fb} \\ \Delta G_2 = b_1 \Delta h + b_2 \Delta P_1 + b_3 \Delta P_2 \\ \Delta G_{fb} = k_1 \Delta h + k_2 \Delta P_0 + k_3 \Delta P_{fb} \\ \Delta G_3 = c_1 \Delta h + c_2 \Delta P_0 \\ \Delta P_2 = n_1 \Delta P_0 + n_2 \Delta h \\ \Delta P_0 = d_1 \Delta h + d_2 \Delta P_2 \text{ (alternativa)} \\ \Delta x = f_1 \Delta P_{fb} \end{array} \right.$$

$$\Delta G_{fb} = \frac{V_{fb}}{RT} s \Delta P_{fb} = m_1 s \Delta P_{fb}$$

$$k_1 \Delta h + k_2 \Delta P_0 + k_3 \Delta P_{fb} = m_1 s \Delta P_{fb}$$

$$(m_1 s - k_3) \Delta P_{fb} = k_1 \Delta h + k_2 \Delta P_0$$

$$\Delta P_{fb} = \frac{(k_1 \Delta h + k_2 \Delta P_0)}{(m_1 s - k_3)}$$

$$\Delta G_1 - 4\Delta G_2 = \frac{(V_1 + xA_{req})}{RT} s \Delta P_1 + \frac{A_{req} P_1}{RT} s \Delta x = g_1 s \Delta P_1 + g_2 s \Delta x \quad (1)$$

$$\begin{aligned} (a_1 \Delta P_1 + a_2 f_1 \Delta P_{fb}) - 4(b_1 \Delta h + b_2 \Delta P_1 + b_3 \Delta P_2) &= g_1 s \Delta P_1 + g_2 s f_1 \Delta P_{fb} \\ a_1 \Delta P_1 + a_2 f_1 \Delta P_{fb} - 4b_1 \Delta h - 4b_2 \Delta P_1 - 4b_3 \Delta P_2 &= g_1 s \Delta P_1 + g_2 f_1 s \Delta P_{fb} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (a_1 - 4b_2 - g_1\mathbf{s})\Delta P_1 + (a_2f_1 - g_2f_1\mathbf{s})\Delta P_{fb} = 4b_1\Delta h + 4b_3\Delta P_2 \\
& (a_1 - 4b_2 - g_1\mathbf{s})\Delta P_1 + (a_2f_1 - g_2f_1\mathbf{s})\Delta P_{fb} = 4b_1\Delta h + 4b_3(n_1\Delta P_0 + n_2\Delta h) \\
& (a_1 - 4b_2 - g_1\mathbf{s})\Delta P_1 + (a_2f_1 - g_2f_1\mathbf{s})\Delta P_{fb} = (4b_1)\Delta h + (4b_3n_1\Delta P_0 + 4b_3n_2\Delta h) \\
& (a_1 - 4b_2 - g_1\mathbf{s})\Delta P_1 + (a_2f_1 - g_2f_1\mathbf{s})\Delta P_{fb} = (4b_1 + 4b_3n_2)\Delta h + 4b_3n_1\Delta P_0 \\
& (a_1 - 4b_2 - g_1\mathbf{s})\Delta P_1 + (a_2f_1 - g_2f_1\mathbf{s})\frac{(k_1\Delta h + k_2\Delta P_0)}{(m_1\mathbf{s} - k_3)} = (4b_1 + 4b_3n_2)\Delta h + 4b_3n_1\Delta P_0 \\
& (a_1 - 4b_2 - g_1\mathbf{s})(m_1\mathbf{s} - k_3)\Delta P_1 + (a_2f_1 - g_2f_1\mathbf{s})(k_1\Delta h + k_2\Delta P_0) = (m_1\mathbf{s} - k_3)(4b_1 + 4b_3n_2)\Delta h + 4b_3n_1(m_1\mathbf{s} - k_3)\Delta P_0
\end{aligned}$$

LATO 1

$$\begin{aligned}
(m_1\mathbf{s} - k_3)\Delta P_1 &= \frac{-(a_2f_1 - g_2f_1\mathbf{s})(k_1\Delta h + k_2\Delta P_0) + (m_1\mathbf{s} - k_3)(4b_1 + 4b_3n_2)\Delta h + 4b_3n_1(m_1\mathbf{s} - k_3)\Delta P_0}{(a_1 - 4b_2 - g_1\mathbf{s})} \\
4\Delta G_2 - \Delta G_3 - \Delta G_{fb} &= \frac{P_0A_0}{RT}s\Delta h + \frac{(A_0h + V_g)}{RT}s\Delta P_0 = l_1s\Delta h + l_2s\Delta P_0
\end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
4(b_1\Delta h + b_2\Delta P_1 + b_3\Delta P_2) - (c_1\Delta h + c_2\Delta P_0) - (m_1\mathbf{s}\Delta P_{fb}) &= l_1s\Delta h + l_2s\Delta P_0 \\
4b_2\Delta P_1 + 4b_3\Delta P_2 - m_1\mathbf{s}\Delta P_{fb} &= (l_1\mathbf{s} + c_1 - 4b_1)\Delta h + (l_2\mathbf{s} + c_2)\Delta P_0 \\
4b_2\Delta P_1 + 4b_3(n_1\Delta P_0 + n_2\Delta h) - m_1\mathbf{s}\Delta P_{fb} &= (l_1\mathbf{s} + c_1 - 4b_1)\Delta h + (l_2\mathbf{s} + c_2)\Delta P_0 \\
4b_2\Delta P_1 + 4b_3n_1\Delta P_0 + 4b_3n_2\Delta h - m_1\mathbf{s}\Delta P_{fb} &= (l_1\mathbf{s} + c_1 - 4b_1)\Delta h + (l_2\mathbf{s} + c_2)\Delta P_0 \\
4b_2\Delta P_1 - m_1\mathbf{s}\Delta P_{fb} &= (l_1\mathbf{s} + c_1 - 4b_1 - 4b_3n_2)\Delta h + (l_2\mathbf{s} + c_2 - 4b_3n_1)\Delta P_0 \\
4b_2\Delta P_1 - m_1\mathbf{s}\frac{(k_1\Delta h + k_2\Delta P_0)}{(m_1\mathbf{s} - k_3)} &= (l_1\mathbf{s} + c_1 - 4b_1 - 4b_3n_2)\Delta h + (l_2\mathbf{s} + c_2 - 4b_3n_1)\Delta P_0 \\
4b_2(m_1\mathbf{s} - k_3)\Delta P_1 - m_1\mathbf{s}(k_1\Delta h + k_2\Delta P_0) &= (m_1\mathbf{s} - k_3)(l_1\mathbf{s} + c_1 - 4b_1 - 4b_3n_2)\Delta h + (m_1\mathbf{s} - k_3)(l_2\mathbf{s} + c_2 - 4b_3n_1)\Delta P_0 \\
(m_1\mathbf{s} - k_3)\Delta P_1 &= \frac{m_1\mathbf{s}(k_1\Delta h + k_2\Delta P_0) + (m_1\mathbf{s} - k_3)(l_1\mathbf{s} + c_1 - 4b_1 - 4b_3n_2)\Delta h + (m_1\mathbf{s} - k_3)(l_2\mathbf{s} + c_2 - 4b_3n_1)\Delta P_0}{4b_2}
\end{aligned}$$

Lato 2

Lato1=Lato 2

$$\begin{aligned} & \frac{-(a_2 f_1 - g_2 f_1 \mathbf{s})(k_1 \Delta h + k_2 \Delta P_0) + (m_1 \mathbf{s} - k_3)(4b_1 + 4b_3 n_2) \Delta h + 4b_3 n_1 (m_1 \mathbf{s} - k_3) \Delta P_0}{(-g_1 \mathbf{s} + a_1 - 4b_2)} \\ &= \frac{m_1 \mathbf{s}(k_1 \Delta h + k_2 \Delta P_0) + (m_1 \mathbf{s} - k_3)(l_1 \mathbf{s} + c_1 - 4b_1 - 4b_3 n_2) \Delta h + (m_1 \mathbf{s} - k_3)(l_2 \mathbf{s} + c_2 - 4b_3 n_1) \Delta P_0}{4b_2} \end{aligned}$$

LATO1

$$-4b_2(a_2 f_1 - g_2 f_1 \mathbf{s})(k_1 \Delta h + k_2 \Delta P_0) + 4b_2(m_1 \mathbf{s} - k_3)(4b_1 + 4b_3 n_2) \Delta h + 16b_2 b_3 n_1 (m_1 \mathbf{s} - k_3) \Delta P_0 =$$

LATO 2

$$= m_1 \mathbf{s}(k_1 \Delta h + k_2 \Delta P_0)(-g_1 \mathbf{s} + a_1 - 4b_2) + (m_1 \mathbf{s} - k_3)(l_1 \mathbf{s} + c_1 - 4b_1 - 4b_3 n_2)(-g_1 \mathbf{s} + a_1 - 4b_2) \Delta h + (m_1 \mathbf{s} - k_3)(l_2 \mathbf{s} + c_2 - 4b_3 n_1)(-g_1 \mathbf{s} + a_1 - 4b_2) \Delta P_0$$

LATO1

$$-4b_2(a_2 f_1 - g_2 f_1 \mathbf{s})(k_1 \Delta h + k_2 \Delta P_0) + 4b_2(m_1 \mathbf{s} - k_3)(4b_1 + 4b_3 n_2) \Delta h + 16b_2 b_3 n_1 (m_1 \mathbf{s} - k_3) \Delta P_0 =$$

$$= (-4b_2 a_2 f_1 + 4b_2 g_2 f_1 \mathbf{s})(k_1 \Delta h + k_2 \Delta P_0) + (4b_2 m_1 \mathbf{s} - 4b_2 k_3)(4b_1 + 4b_3 n_2) \Delta h + (16b_2 b_3 n_1 m_1 \mathbf{s} - 16b_2 b_3 n_1 k_3) \Delta P_0 =$$

LATO1

$$\begin{aligned} & (-4b_2 a_2 f_1 k_1 + 4b_2 g_2 f_1 k_1 \mathbf{s})(\Delta h) + (-4b_2 a_2 f_1 k_2 + 4b_2 g_2 f_1 k_2 \mathbf{s})(\Delta P_0) + (16b_1 b_2 m_1 \mathbf{s} - 16b_1 b_2 k_3 + 16b_2 b_3 m_1 n_2 \mathbf{s} - 16b_2 b_3 k_3 n_2) \Delta h \\ & + (16b_2 b_3 n_1 m_1 \mathbf{s} - 16b_2 b_3 n_1 k_3) \Delta P_0 = \end{aligned}$$

LATO1

$$[(4b_2 g_2 f_1 k_1 + 16b_2 b_3 m_1 n_2) \mathbf{s} - 4b_2 a_2 f_1 k_1 - 16b_1 b_2 k_3 - 16b_2 b_3 k_3 n_2] \Delta h + [(16b_2 b_3 n_1 m_1 + 4b_2 g_2 f_1 k_2) \mathbf{s} - 16b_2 b_3 n_1 k_3 - 4b_2 a_2 f_1 k_2] (\Delta P_0) =$$

Lato 2

$$m_1 \mathbf{s}(k_1 \Delta h + k_2 \Delta P_0)(-g_1 \mathbf{s} + a_1 - 4b_2) + (m_1 \mathbf{s} - k_3)(l_1 \mathbf{s} + c_1 - 4b_1 - 4b_3 n_2)(-g_1 \mathbf{s} + a_1 - 4b_2) \Delta h + (m_1 \mathbf{s} - k_3)(l_2 \mathbf{s} + c_2 - 4b_3 n_1)(-g_1 \mathbf{s} + a_1 - 4b_2) \Delta P_0 =$$

$$\begin{aligned}
& (m_1 s k_1 \Delta h)(-g_1 s + a_1 - 4b_2) + (m_1 s k_2 \Delta P_0)(-g_1 s + a_1 - 4b_2) + (m_1 s - k_3)(l_1 s + c_1 - 4b_1 - 4b_3 n_2)(-g_1 s + a_1 - 4b_2) \Delta h \\
& + (m_1 s - k_3)(l_2 s + c_2 - 4b_3 n_1)(-g_1 s + a_1 - 4b_2) \Delta P_0 \\
& (-m_1 k_1 g_1 l_2 s^2 + a_1 m_1 k_1 s - 4b_2 m_1 k_1 s) \Delta h + (-m_1 k_2 g_1 s^2 + m_1 k_2 a_1 s - 4m_1 k_2 b_2 s) \Delta P_0 + (m_1 s - k_3)(l_1 s + c_1 - 4b_1 - 4b_3 n_2)(-g_1 s + a_1 - 4b_2) \Delta h \\
& + (m_1 s - k_3)(l_2 s + c_2 - 4b_3 n_1)(-g_1 s + a_1 - 4b_2) \Delta P_0 \\
& \quad (m_1 s - k_3)(l_2 s + c_2 - 4b_3 n_1)(-g_1 s + a_1 - 4b_2) = \\
& [m_1 l_2 s^2 + m_1 c_2 s - 4m_1 b_3 n_1 s - k_3 l_2 s - k_3 c_2 + 4k_3 b_3 n_1](-g_1 s + a_1 - 4b_2) = \\
& = -g_1 s m_1 l_2 s^2 - g_1 s m_1 c_2 s + 4g_1 s m_1 b_3 n_1 s + g_1 s k_3 l_2 s + g_1 s k_3 c_2 - 4g_1 s k_3 b_3 n_1 + a_1 m_1 l_2 s^2 + a_1 m_1 c_2 s - 4a_1 m_1 b_3 n_1 s - a_1 k_3 l_2 s + 4a_1 k_3 b_3 n_1 \\
& - 4b_2 m_1 l_2 s^2 - 4b_2 m_1 c_2 s + 16b_2 m_1 b_3 n_1 s + 4b_2 k_3 l_2 s + 4b_2 k_3 c_2 - 16b_2 k_3 b_3 n_1 \\
& \quad (m_1 s - k_3)(l_1 s + c_1 - 4b_1 - 4b_3 n_2)(-g_1 s + a_1 - 4b_2) = \\
& (l_1 m_1 s^2 + c_1 m_1 s - 4b_1 m_1 s - 4b_3 n_2 m_1 s - k_3 l_1 s - c_1 k_3 + 4b_1 k_3 + 4b_3 k_3 n_2)(-g_1 s + a_1 - 4b_2) = \\
& -g_1 l_1 m_1 s^3 - c_1 g_1 m_1 s^2 + 4b_1 g_1 m_1 s^2 + 4b_3 g_1 n_2 m_1 s^2 + g_1 k_3 l_1 s^2 + c_1 g_1 k_3 s - 4b_1 g_1 k_3 s - 4b_3 g_1 k_3 n_2 s + a_1 l_1 m_1 s^2 + a_1 c_1 m_1 s - 4a_1 b_1 m_1 s - 4a_1 b_3 n_2 m_1 s \\
& - a_1 k_3 l_1 s - a_1 c_1 k_3 + 4a_1 b_1 k_3 + 4a_1 b_3 k_3 n_2 - 4b_2 l_1 m_1 s^2 - 4b_2 c_1 m_1 s + 16b_1 b_2 m_1 s + 16b_2 b_3 n_2 m_1 s + 4b_2 k_3 l_1 s + 4b_2 c_1 k_3 - 16b_1 b_2 k_3 \\
& - 16b_2 b_3 k_3 n_2 \\
& m_1 s(k_1 \Delta h + k_2 \Delta P_0)(-g_1 s + a_1 - 4b_2) + (m_1 s - k_3)(l_1 s + c_1 - 4b_1 - 4b_3 n_2)(-g_1 s + a_1 - 4b_2) \Delta h + (m_1 s - k_3)(l_2 s + c_2 - 4b_3 n_1)(-g_1 s + a_1 - 4b_2) \Delta P_0 = \\
& (-m_1 k_1 g_1 s^2 + a_1 m_1 k_1 s - 4b_2 m_1 k_1 s) \Delta h + (-m_1 k_2 g_1 s^2 + m_1 k_2 a_1 s - 4m_1 k_2 b_2 s) \Delta P_0 \\
& + (-g_1 l_1 m_1 s^3 - c_1 g_1 m_1 s^2 + 4b_1 g_1 m_1 s^2 + 4b_3 g_1 n_2 m_1 s^2 + g_1 k_3 l_1 s^2 + c_1 g_1 k_3 s - 4b_1 g_1 k_3 s - 4b_3 g_1 k_3 n_2 s + a_1 l_1 m_1 s^2 + a_1 c_1 m_1 s \\
& - 4b_1 a_1 m_1 s - 4a_1 b_3 n_2 m_1 s - a_1 k_3 l_1 s - a_1 c_1 k_3 + 4a_1 b_1 k_3 + 4a_1 b_3 k_3 n_2 - 4b_2 l_1 m_1 s^2 - 4b_2 c_1 m_1 s + 16b_1 b_2 m_1 s + 16b_2 b_3 n_2 m_1 s + 4b_2 k_3 l_1 s \\
& + 4b_2 c_1 k_3 - 16b_1 b_2 k_3 - 16b_2 b_3 k_3 n_2) \Delta h \\
& + (-g_1 s m_1 l_2 s^2 - g_1 s m_1 c_2 s + 4g_1 s m_1 b_3 n_1 s + g_1 s k_3 l_2 s + g_1 s k_3 c_2 - 4g_1 s k_3 b_3 n_1 + a_1 m_1 l_2 s^2 + a_1 m_1 c_2 s - 4a_1 m_1 b_3 n_1 s - a_1 k_3 l_2 s - a_1 k_3 c_2 \\
& + 4a_1 k_3 b_3 n_1 - 4b_2 m_1 l_2 s^2 - 4b_2 m_1 c_2 s + 16b_2 m_1 b_3 n_1 s + 4b_2 k_3 l_2 s + 4b_2 k_3 c_2 - 16b_2 k_3 b_3 n_1) \Delta P_0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +(-g_1l_1m_1s^3 - m_1k_1g_1s^2 - c_1g_1m_1s^2 + 4b_1g_1m_1s^2 + 4b_3g_1n_2m_1s^2 + g_1k_3l_1s^2 + a_1l_1m_1s^2 - 4b_2l_1m_1s^2 + a_1m_1k_1s - 4b_2m_1k_1s + c_1g_1k_3s - 4b_1g_1k_3s \\
& - 4b_3g_1k_3n_2s + a_1c_1m_1s - 4b_1a_1m_1s - 4a_1b_3n_2m_1s - a_1k_3l_1s - 4b_2c_1m_1s + 16b_1b_2m_1s + 16b_2b_3n_2m_1s + 4b_2k_3l_1s - a_1c_1k_3 + 4a_1b_1k_3 \\
& + 4a_1b_3k_3n_2 + 4b_2c_1k_3 - 16b_1b_2k_3 - 16b_2b_3k_3n_2)\Delta h \\
& + (-g_1m_1l_2s^3 + a_1m_1l_2s^2 - 4b_2m_1l_2s^2 - m_1k_2g_1s^2 - g_1m_1c_2s^2 + 4g_1m_1b_3n_1s^2 + g_1k_3l_2s^2 + m_1k_2a_1s - 4m_1k_2b_2s + g_1k_3c_2s \\
& - 4g_1k_3b_3n_1s + a_1m_1c_2s - 4a_1m_1b_3n_1s - a_1k_3l_2s - 4b_2m_1c_2s + 16b_2m_1b_3n_1s + 4b_2k_3l_2s - a_1k_3c_2 + 4a_1k_3b_3n_1 + 4b_2k_3c_2 \\
& - 16b_2k_3b_3n_1)\Delta P_0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [(-g_1m_1l_1)s^3 + (-m_1k_1g_1 - c_1g_1m_1 + 4b_1g_1m_1 + 4b_3g_1n_2m_1 + g_1k_3l_1 + a_1l_1m_1 - 4b_2l_1m_1)s^2 \\
& + (+a_1m_1k_1 - 4b_2m_1k_1 + c_1g_1k_3 - 4b_1g_1k_3 - 4b_3g_1k_3n_2 + a_1c_1m_1 - 4b_1a_1m_1 - 4a_1b_3n_2m_1 - a_1k_3l_1 - 4b_2c_1m_1 + 16b_1b_2m_1 \\
& + 16b_2b_3n_2m_1 + 4b_2k_3l_1)s - a_1c_1k_3 + 4a_1b_1k_3 + 4a_1b_3k_3n_2 + 4b_2c_1k_3 - 16b_1b_2k_3 - 16b_2b_3k_3n_2]\Delta h \\
& + [(-g_1m_1l_2)s^3 + (a_1m_1l_2 - 4b_2m_1l_2 - m_1k_2g_1 - g_1m_1c_2 + 4g_1m_1b_3n_1 + g_1k_3l_2)s^2 \\
& + (m_1k_2a_1 - 4m_1k_2b_2 + g_1k_3c_2 - 4g_1k_3b_3n_1 + a_1m_1c_2 - 4a_1m_1b_3n_1 - a_1k_3l_2 - 4b_2m_1c_2 + 16b_2m_1b_3n_1 + 4b_2k_3l_2)s - a_1k_3c_2 \\
& + 4a_1k_3b_3n_1 + 4b_2k_3c_2 - 16b_2k_3b_3n_1]\Delta P_0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [(4b_2g_2f_1k_1 + 16b_1b_2m_1 + 16b_2b_3m_1n_2)s - 4b_2a_2f_1k_1 - 16b_1b_2k_3 - 16b_2b_3k_3n_2]\Delta h + [(16b_2b_3n_1m_1 + 4b_2g_2f_1k_2)s - 16b_2b_3n_1k_3 - 4b_2a_2f_1k_2]\Delta P_0 = \\
& [(-g_1m_1l_1)s^3 + (-m_1k_1g_1 - c_1g_1m_1 + 4b_1g_1m_1 + 4b_3g_1n_2m_1 + g_1k_3l_1 + a_1l_1m_1 - 4b_2l_1m_1)s^2 \\
& + (+a_1m_1k_1 - 4b_2m_1k_1 + c_1g_1k_3 - 4b_1g_1k_3 - 4b_3g_1k_3n_2 + a_1c_1m_1 - 4b_1a_1m_1 - 4a_1b_3n_2m_1 - a_1k_3l_1 - 4b_2c_1m_1 + 16b_1b_2m_1 \\
& + 16b_2b_3n_2m_1 + 4b_2k_3l_1)s - a_1c_1k_3 + 4a_1b_1k_3 + 4a_1b_3k_3n_2 + 4b_2c_1k_3 - 16b_1b_2k_3 - 16b_2b_3k_3n_2]\Delta h \\
& + [(-g_1m_1l_2)s^3 + (a_1m_1l_2 - 4b_2m_1l_2 - m_1k_2g_1 - g_1m_1c_2 + 4g_1m_1b_3n_1 + g_1k_3l_2)s^2 \\
& + (m_1k_2a_1 - 4m_1k_2b_2 + g_1k_3c_2 - 4g_1k_3b_3n_1 + a_1m_1c_2 - 4a_1m_1b_3n_1 - a_1k_3l_2 - 4b_2m_1c_2 + 16b_2m_1b_3n_1 + 4b_2k_3l_2)s - a_1k_3c_2 \\
& + 4a_1k_3b_3n_1 + 4b_2k_3c_2 - 16b_2k_3b_3n_1]\Delta P_0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [(g_1 m_1 l_1) s^3 + (+m_1 k_1 g_1 + c_1 g_1 m_1 - 4b_1 g_1 m_1 - 4b_3 g_1 n_2 m_1 - g_1 k_3 l_1 - a_1 l_1 m_1 + 4b_2 l_1 m_1) s^2 \\
& + (-a_1 m_1 k_1 + 4b_2 m_1 k_1 - c_1 g_1 k_3 + 4b_1 g_1 k_3 + 4b_3 g_1 k_3 n_2 - a_1 c_1 m_1 + 4b_1 a_1 m_1 + 4a_1 b_3 n_2 m_1 + a_1 k_3 l_1 + 4b_2 c_1 m_1 - 16b_1 b_2 m_1 \\
& - 16b_2 b_3 n_2 m_1 - 4b_2 k_3 l_1 + 4b_2 g_2 f_1 k_1 + 16b_1 b_2 m_1 + 16b_2 b_3 m_1 n_2) s + a_1 c_1 k_3 - 4a_1 b_1 k_3 - 4a_1 b_3 k_3 n_2 - 4b_2 c_1 k_3 + 16b_1 b_2 k_3 + 16b_2 b_3 k_3 n_2 \\
& - 4b_2 a_2 f_1 k_1 - 16b_1 b_2 k_3 - 16b_2 b_3 k_3 n_2] \Delta h \\
& = [(-g_1 m_1 l_2) s^3 + (a_1 m_1 l_2 - 4b_2 m_1 l_2 - m_1 k_2 g_1 - g_1 m_1 c_2 + 4g_1 m_1 b_3 n_1 + g_1 k_3 l_2) s^2 \\
& + (m_1 k_2 a_1 - 4m_1 k_2 b_2 + g_1 k_3 c_2 - 4g_1 k_3 b_3 n_1 + a_1 m_1 c_2 - 4a_1 m_1 b_3 n_1 - a_1 k_3 l_2 - 4b_2 m_1 c_2 + 16b_2 m_1 b_3 n_1 + 4b_2 k_3 l_2 - 16b_2 b_3 n_1 m_1 \\
& - 4b_2 g_2 f_1 k_2) s - a_1 k_3 c_2 + 4a_1 k_3 b_3 n_1 + 4b_2 k_3 c_2 - 16b_2 b_3 k_3 n_1 + 4b_2 a_2 f_1 k_2] \Delta P_0
\end{aligned}$$

$$\alpha_3 = g_1 m_1 l_1$$

$$\alpha_2 = +m_1 k_1 g_1 + c_1 g_1 m_1 - 4b_1 g_1 m_1 - 4b_3 g_1 n_2 m_1 - g_1 k_3 l_1 - a_1 l_1 m_1 + 4b_2 l_1 m_1$$

$$\begin{aligned}
\alpha_1 = & -a_1 m_1 k_1 + 4b_2 m_1 k_1 - c_1 g_1 k_3 + 4b_1 g_1 k_3 + 4b_3 g_1 k_3 n_2 - a_1 c_1 m_1 + 4b_1 a_1 m_1 + 4a_1 b_3 n_2 m_1 + a_1 k_3 l_1 + 4b_2 c_1 m_1 - 16b_1 b_2 m_1 - 16b_2 b_3 n_2 m_1 - 4b_2 k_3 l_1 \\
& + 4b_2 g_2 f_1 k_1 + 16b_1 b_2 m_1 + 16b_2 b_3 m_1 n_2
\end{aligned}$$

$$\alpha_1 = +16(-b_1 b_2 m_1 + b_2 b_3 m_1 + b_1 b_2 m_1 + b_2 b_3 m_1 + b_1 b_2 m_1 + b_2 b_3 m_1) + 4(b_2 m_1 k_1 + b_1 g_1 k_3 + b_3 g_1 k_3 n_2 + b_1 a_1 m_1 + a_1 b_3 n_2 m_1 + b_2 c_1 m_1 - b_2 k_3 l_1 + b_2 g_2 f_1 k_1)$$

$$- a_1 m_1 k_1 - c_1 g_1 k_3 - a_1 c_1 m_1 + a_1 k_3 l_1$$

$$\alpha_0 = a_1 c_1 k_3 - 4a_1 b_1 k_3 - 4a_1 b_3 k_3 n_2 - 4b_2 c_1 k_3 + 16b_1 b_2 k_3 + 16b_2 b_3 k_3 n_2 - 4b_2 a_2 f_1 k_1 - 16b_1 b_2 k_3 - 16b_2 b_3 k_3 n_2$$

$$\alpha_0 = 16(b_1 b_2 k_3 - b_2 b_3 k_3 n_2 - b_1 b_2 k_3 + b_2 b_3 k_3 n_2) + 4(-a_1 b_1 k_3 - a_1 b_3 k_3 n_2 - b_2 c_1 k_3 - b_2 a_2 f_1 k_1) + a_1 c_1 k_3$$

$$\beta_3 = -g_1 m_1 l_2$$

$$\beta_2 = 4(g_1 m_1 b_3 n_1 - b_2 m_1 l_2) + a_1 m_1 l_2 - m_1 k_2 g_1 - g_1 m_1 c_2 + g_1 k_3 l_2$$

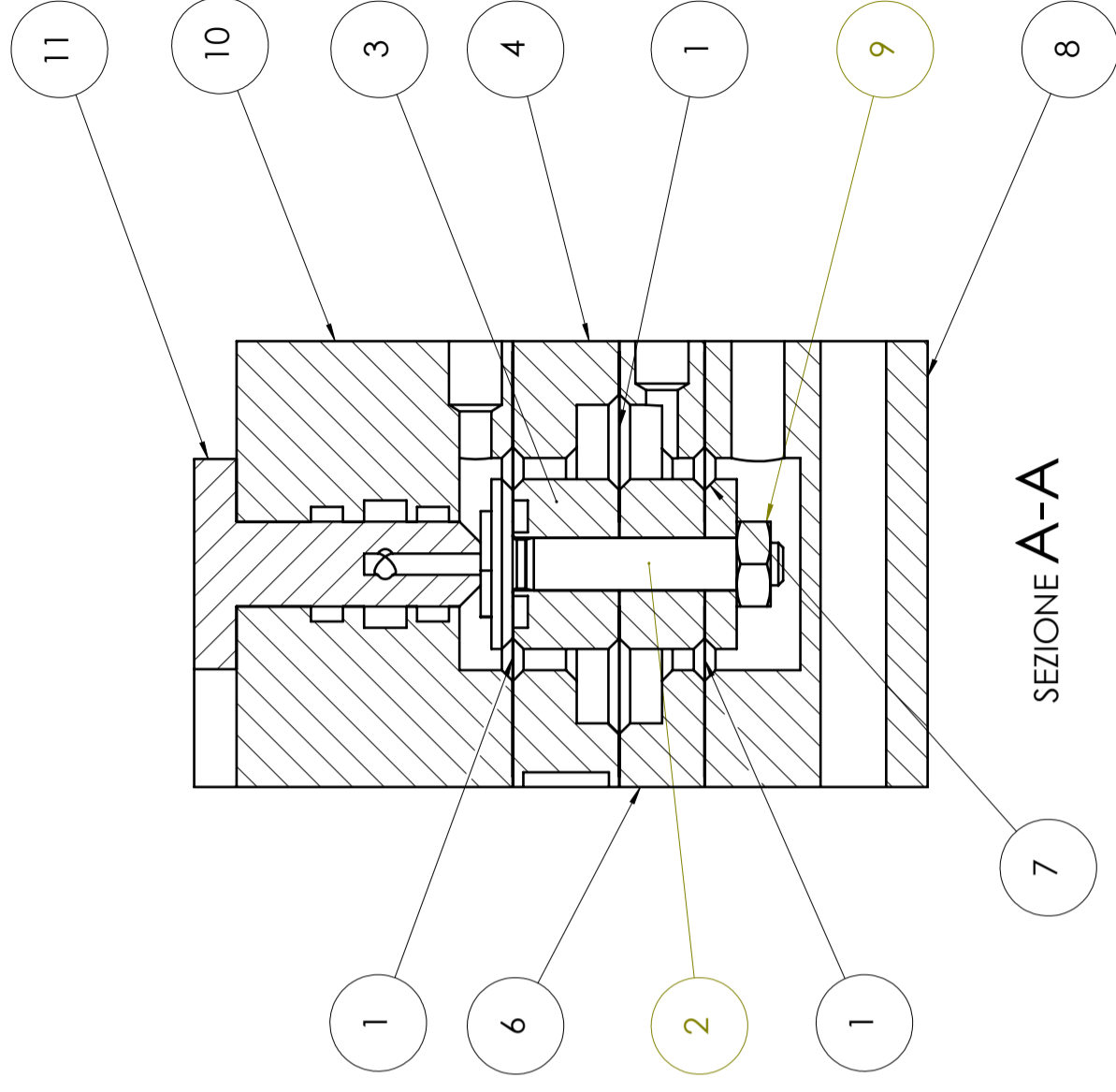
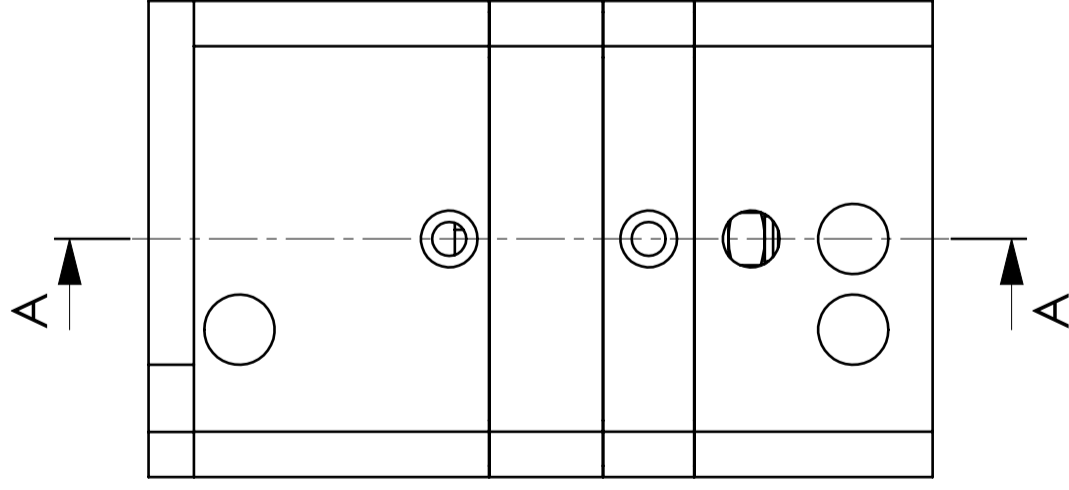
$$\beta_1 = 4(b_2k_3l_2 - b_2g_2f_1k_2 - m_1k_2b_2 - g_1k_3b_3n_1 - a_1m_1b_3n_1 - b_2m_1c_2) + m_1k_2a_1 + g_1k_3c_2 + a_1m_1c_2 - a_1k_3l_2$$

$$\beta_0 = 4(a_1k_3b_3n_1 + b_2a_2f_1k_2 + b_2k_3c_2) - a_1k_3c_2$$

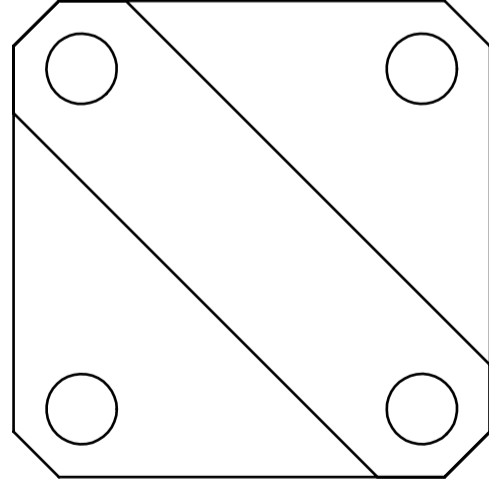
# Appendice B


In questa sezione si riportano i disegni quotati del prototipo di valvola oggetto di questo lavoro di tesi.

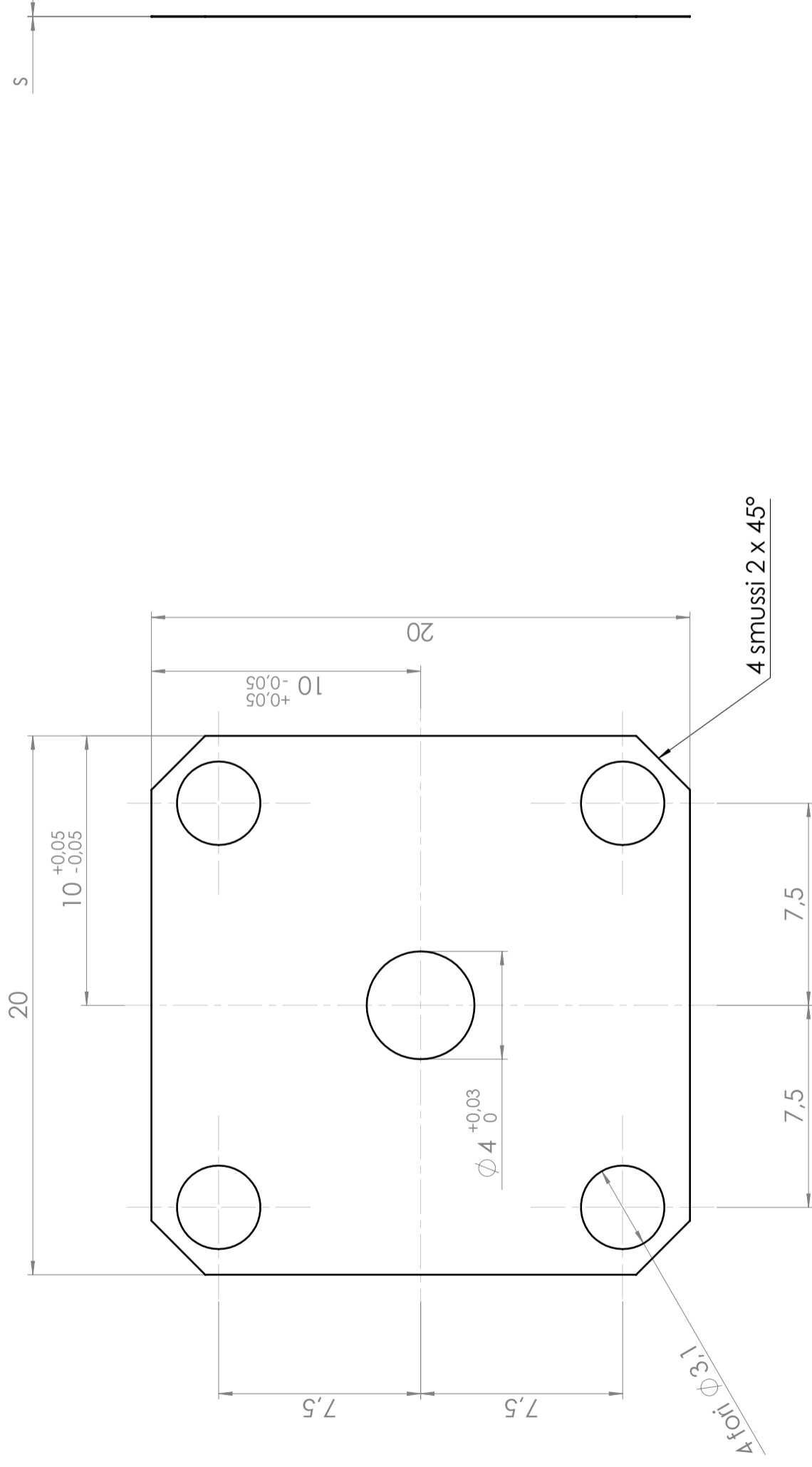





SEZIONE A-A

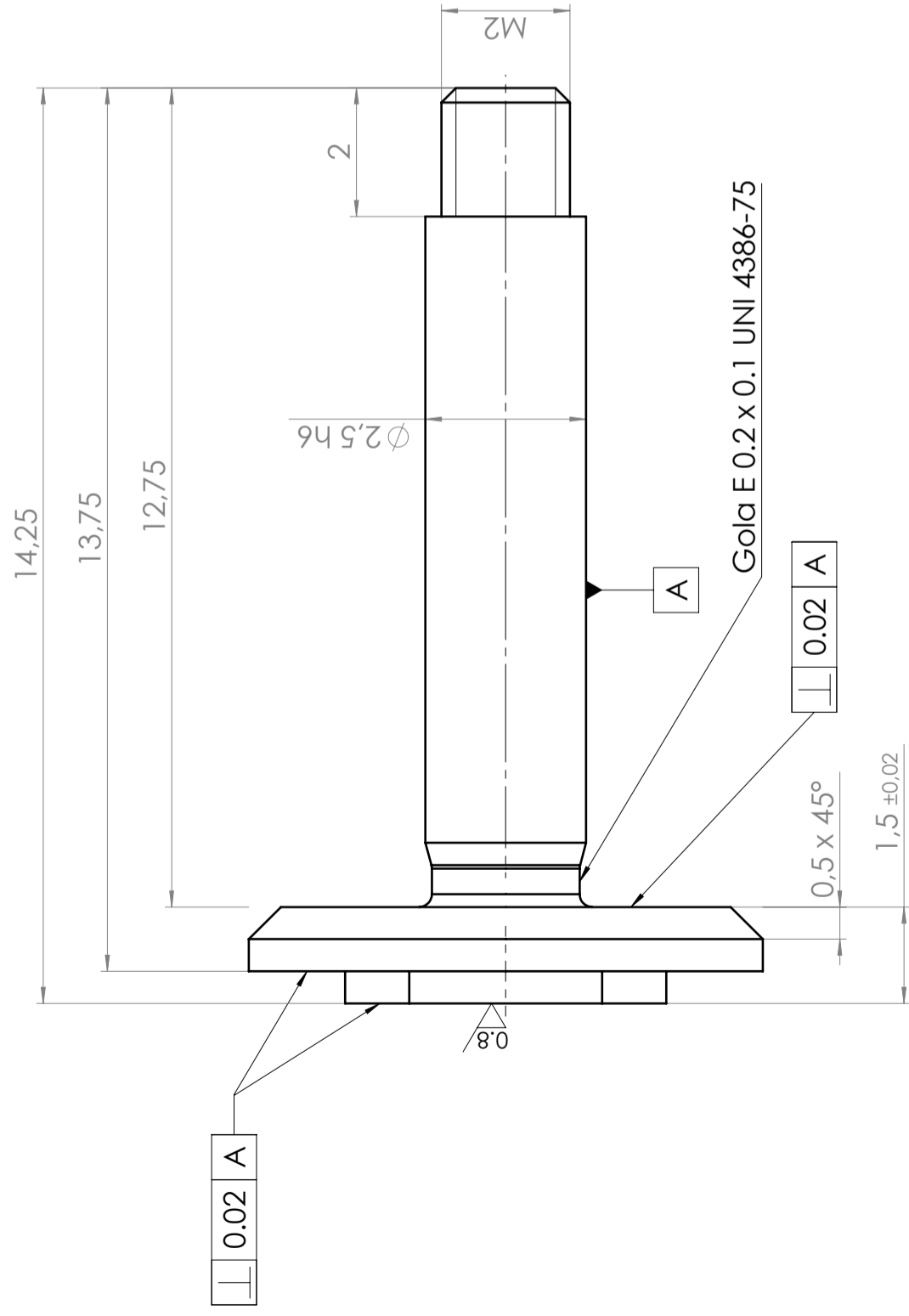
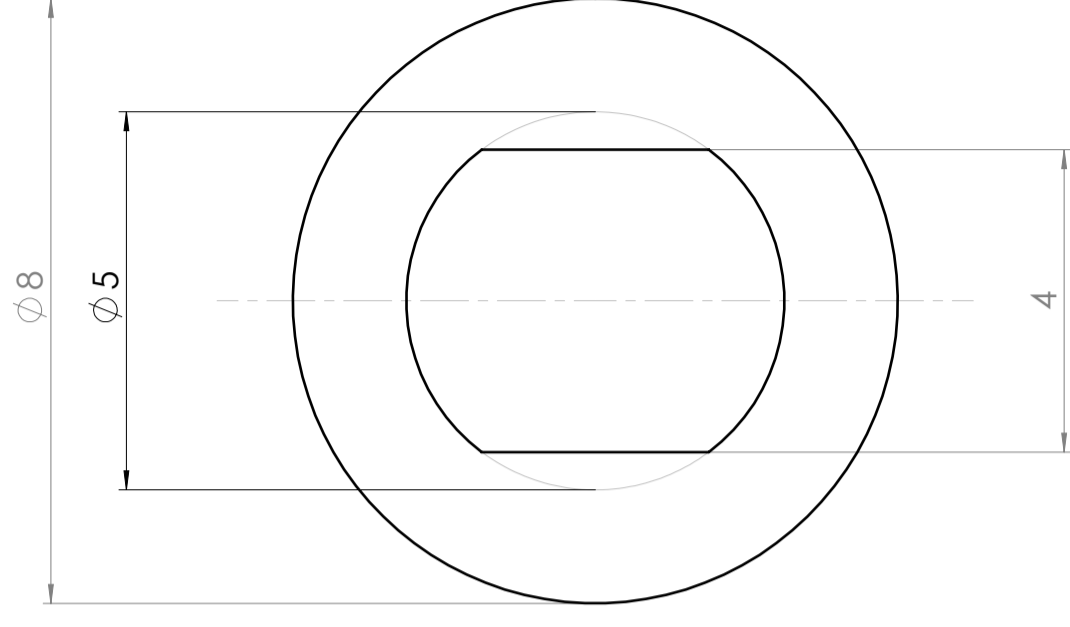


Q.TA' -	MATERIALE	ALLIEVO	Creato 19/05/2023 17:11:18
OGGETTO	Valvola a membrana	GIOVANNI MARIA ALBANO	SCALA 3:1
DESCRIZIONE	Complessivo		DATA 13/07/2023
ISO 2768-mK	0.5x45°	R0,5max	PESO (Kg)
 <b>Politecnico di Torino</b> Corso Duca degli Abruzzi 24 - 10129 Torino		GRADO DI FINITURA	
		6.3 / 0.8 / ( )	
		FOGLIO	Disegno N.
		A3 1/1	12



S

Q.TA' 3	MATERIALE Neoprene	ALLIEVO	Creato 19/05/2023 16:36:01
OGGETTO Membrana	GIOVANNI MARIA ALBANO		
DESCRIZIONE Particolare 1 valvola a membrana	SCALA 5:1		
ISO 2768-mK	0.5x45°	R0,5max	DATA 13/07/2023
 <b>Politecnico di Torino</b> Corso Duca degli Abruzzi 24 - 10129 Torino		GRADO DI FINITURA 6.3	PESO (Kg)
		FOGLIO A4	Disegno N. N° 1

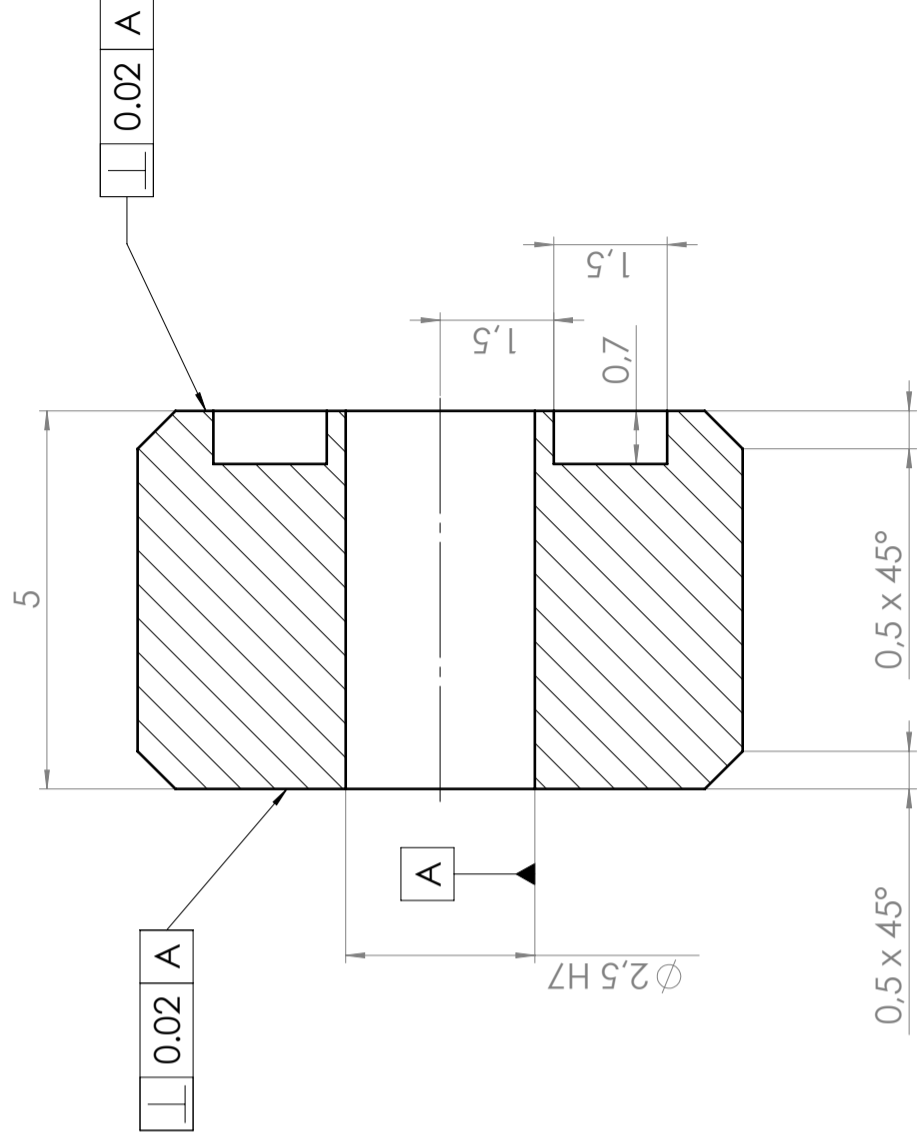
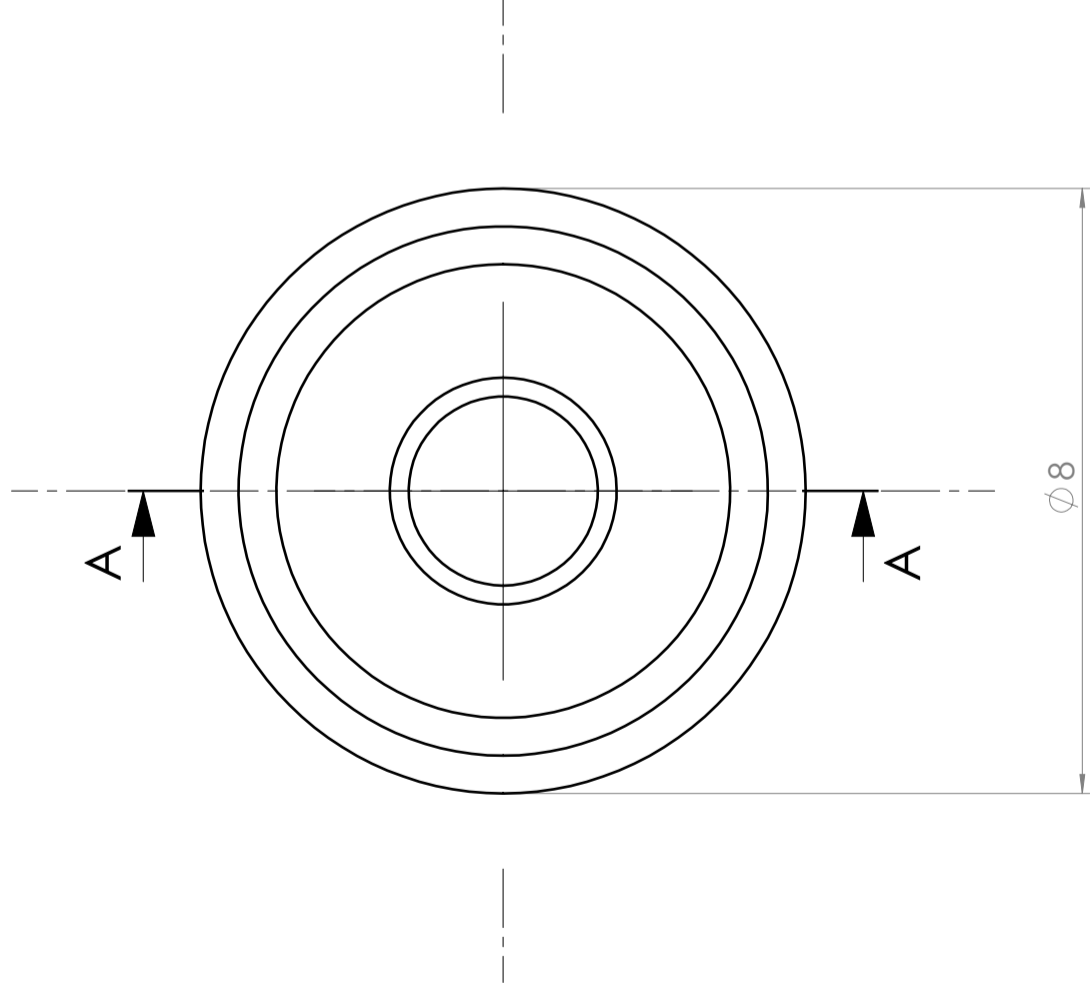


Q.TA' 1	MATERIALE Acciaio	Creato 19/05/2023 15:57:52
OGGETTO Otturatore	ALLIEVO GIOVANNI MARIA ALBANO	SCALA 10:1
DESCRIZIONE Particolare 2 valvola a membrana		DATA 13/07/2023
ISO 2768-mK	0.5x45°	R0,5max
		GRADO DI FINITURA $\frac{6.3}{0.8}$ (V)
		PESO (Kg)
		FOGLIO A3 1/1
		Disegno N. 2



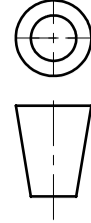


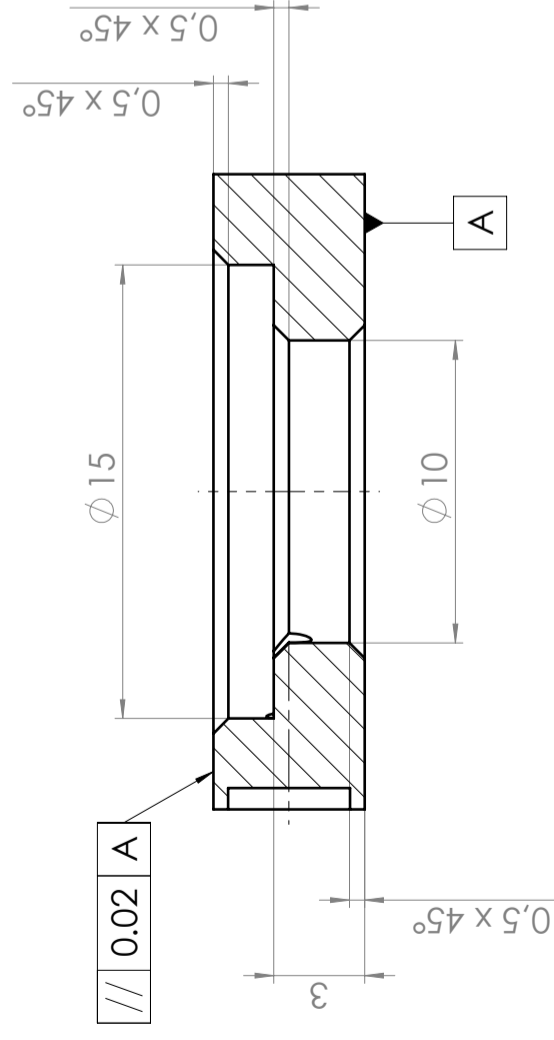
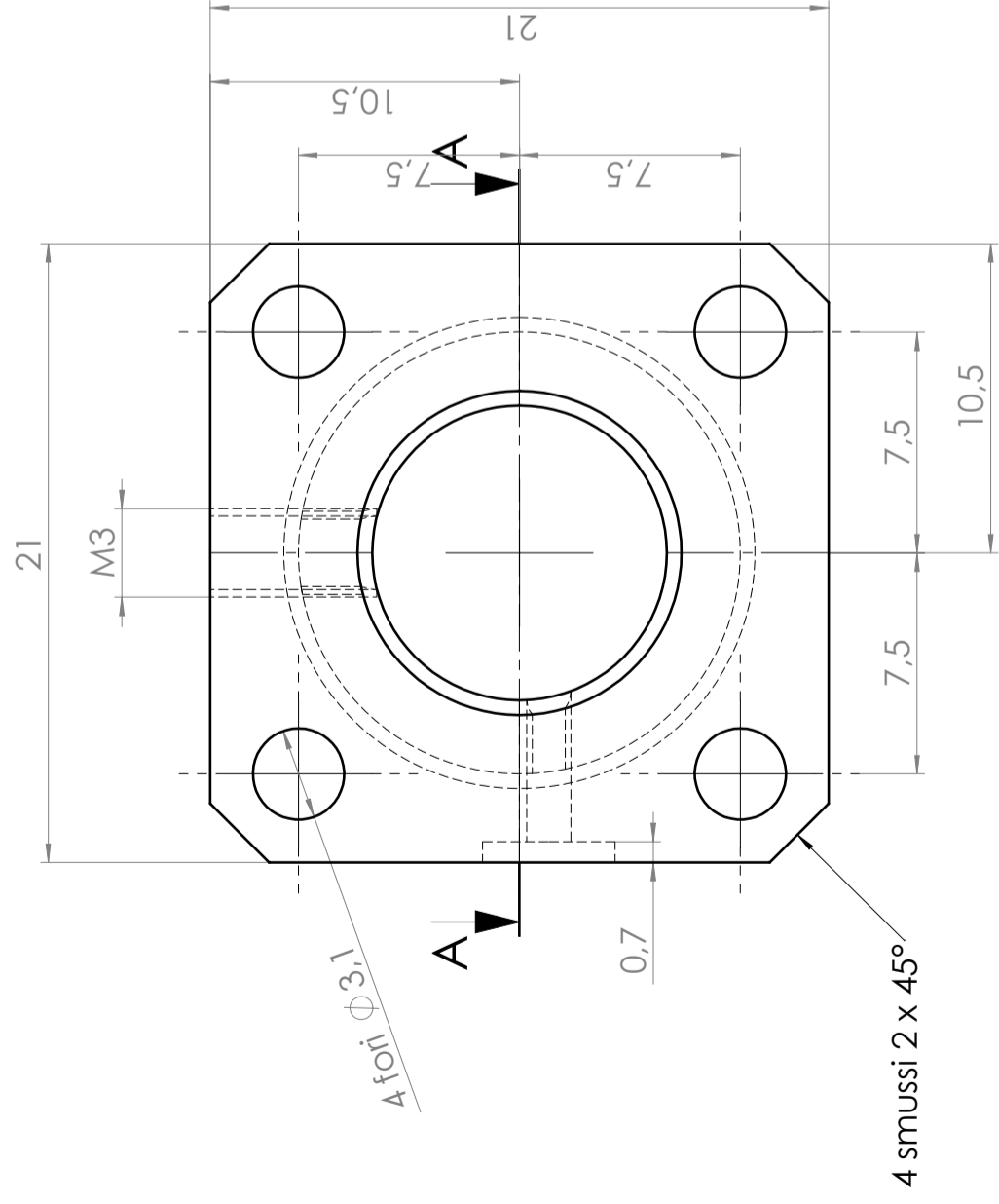
Politecnico di  
Torino

Corso Duca degli Abruzzi 24 - 10129 Torino

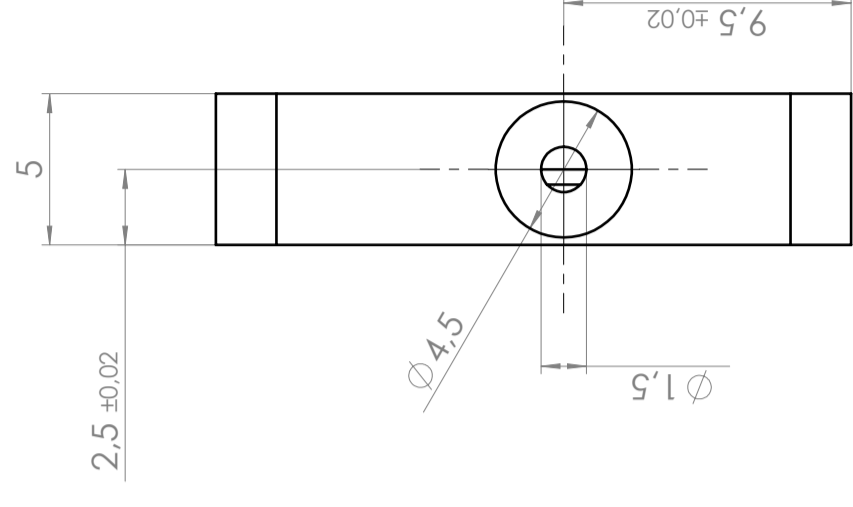


SEZIONE A-A

Q.TA' 1	MATERIALE	Alluminio	ALLIEVO	Creato
OGGETTO	Distanziale N° 3		GIOVANNI MARIA ALBANO	19/05/2023 16:34:14
DESCRIZIONE	Particolare 3_M valvola a membrana		SCALA	10:1
ISO 2768-mK	0.5x45°	R0,5max	GRADO DI FINITURA	DATA 13/07/2023
 <b>Politecnico di Torino</b> Corso Duca degli Abruzzi 24 - 10129 Torino		 PESO (Kg)		
			FOGLIO	Disegno N.
			A3 1/1	3



SEZIONE A-A

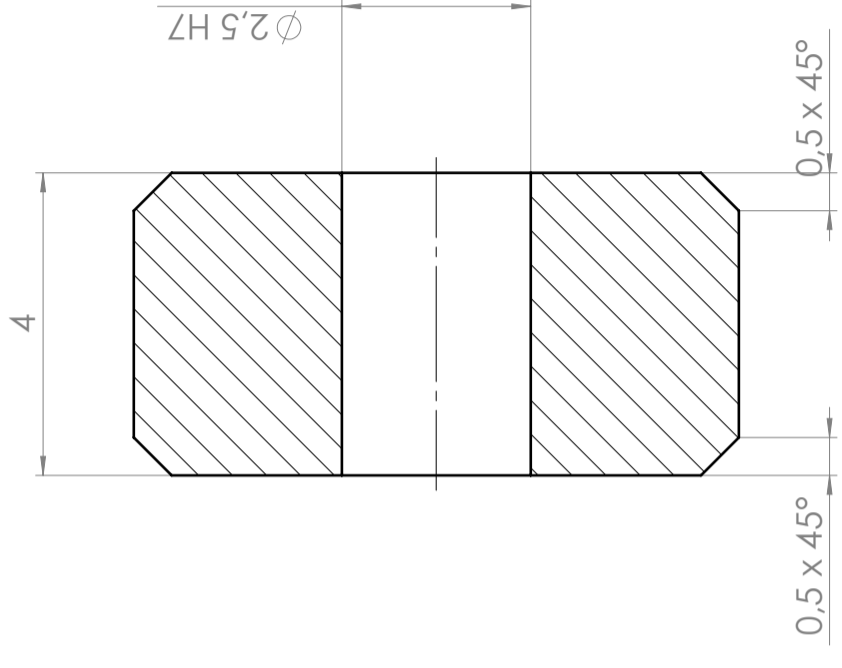
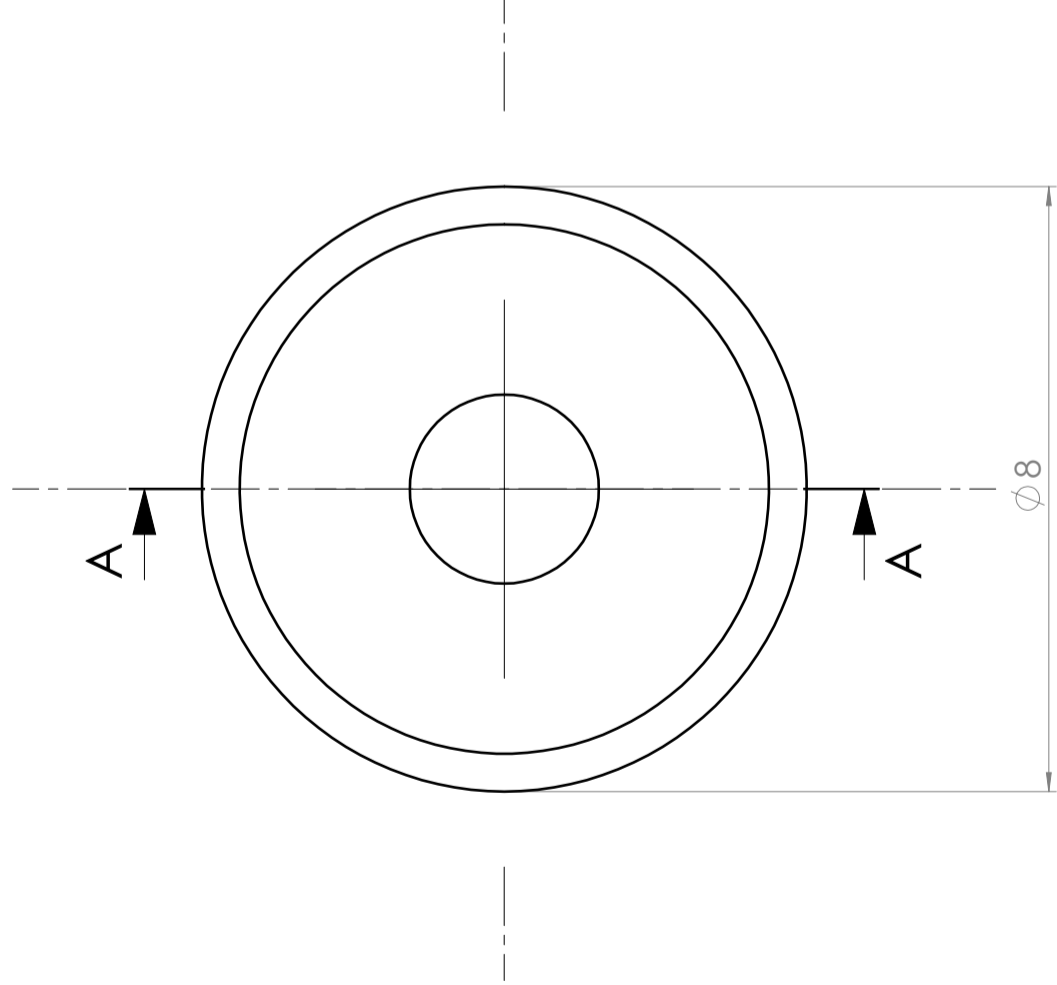


Q.TA' 1	MATERIALE	ALLIEVO	Creato
OGGETTO	Alluminio	GIOVANNI MARIA ALBANO	19/05/2023 12:02:49
DESCRIZIONE	Modulo camera 3		SCALA 4:1
	Particolare 4 valvola a membrana		DATA 13/07/2023
ISO 2768-mK	0.5x45°	R0,5max	PESO (Kg)
			GRADO DI FINITURA
			6,3
			FOGLIO
			A3 1/1
			Disegno N.
			4


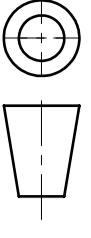


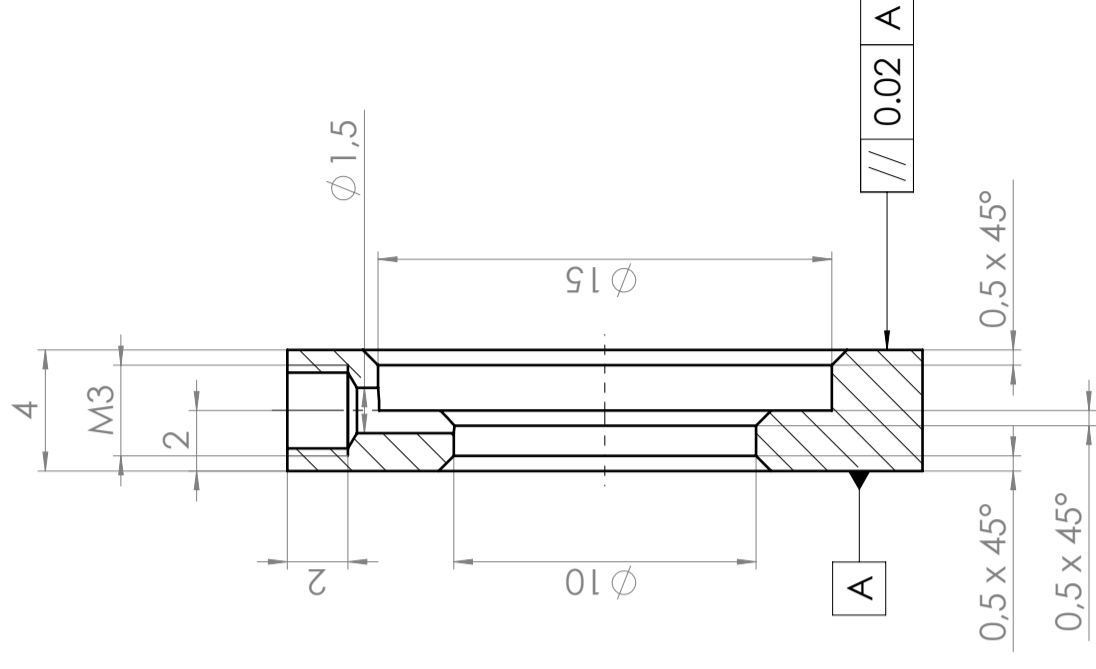
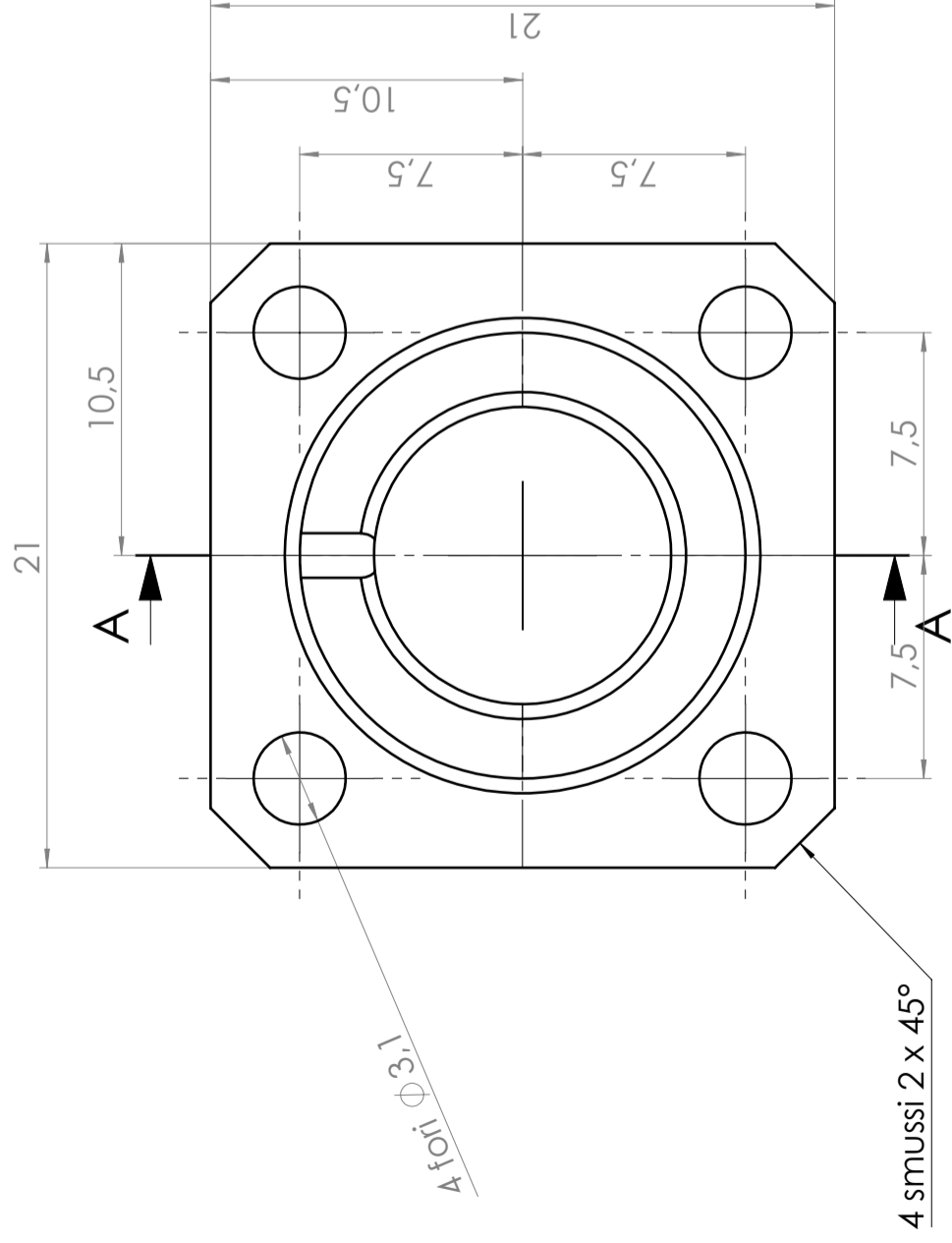
Politecnico di Torino

Corso Duca degli Abruzzi 24 - 10129 Torino



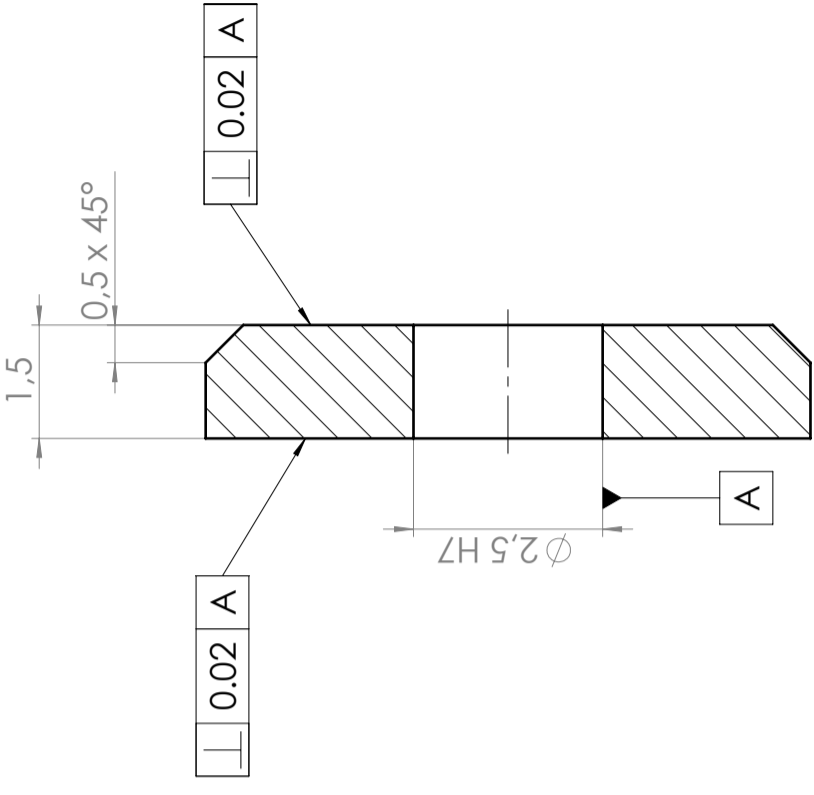
SEZIONE A-A

Q.TA' -	MATERIALE	ALLIEVO		Creato
OGGETTO	Alluminio	GIOVANNI MARIA ALBANO		19/05/2023 16:34:14
DESCRIZIONE	Distanziale N° 5	PESO (Kg)		SCALA 10:1
	Particolare 5 valvola a membrana	GRADO DI FINITURA		DATA 13/07/2023
ISO 2768-mK	0.5x45°	R0,5max	6.3	
 <b>Politecnico di Torino</b> Corso Duca degli Abruzzi 24 - 10129 Torino		FOGLIO <b>A3 1/1</b>		
			Disegno N.	5

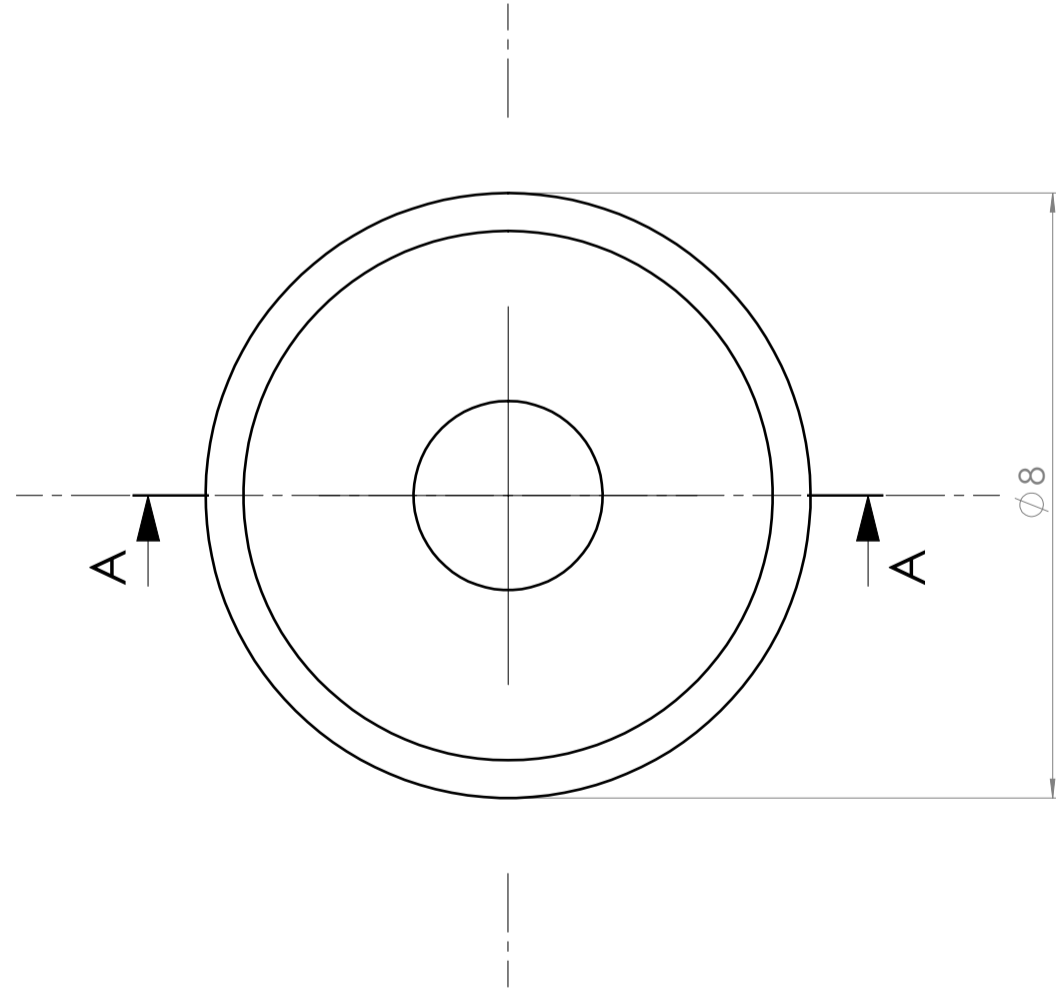



SEZIONE A-A

Q.TA' 1	MATERIALE Alluminio	ALLIEVO	Creato 19/05/2023 12:20:00
OGGETTO Modulo camera 4	GIOVANNI MARIA ALBANO		SCALA 4:1
DESCRIZIONE Particolare 6 valvola a membrana	GRADO DI FINITURA 6.3		DATA 13/07/2023
ISO 2768-mK	0.5x45°	R0,5max	PESO (Kg)
<p>Politecnico di Torino</p> <p>Corso Duca degli Abruzzi 24 - 10129 Torino</p>		FOGLIO A3 1/1	Disegno N. 6

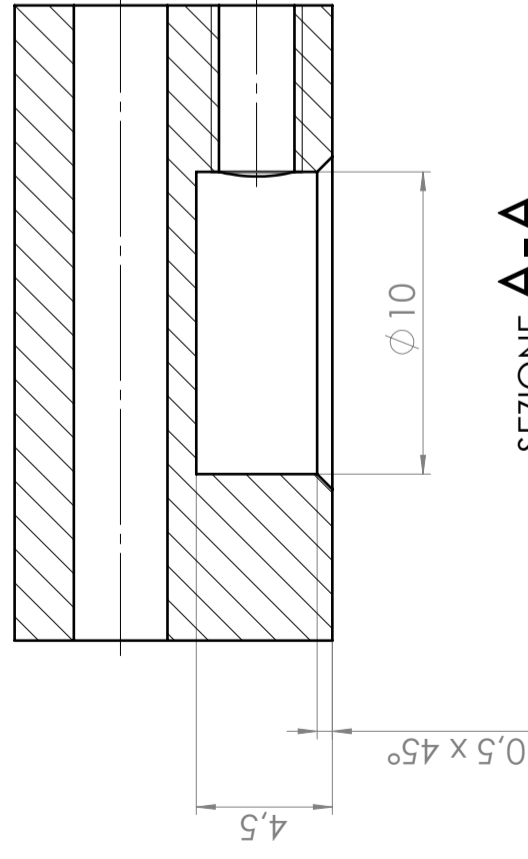
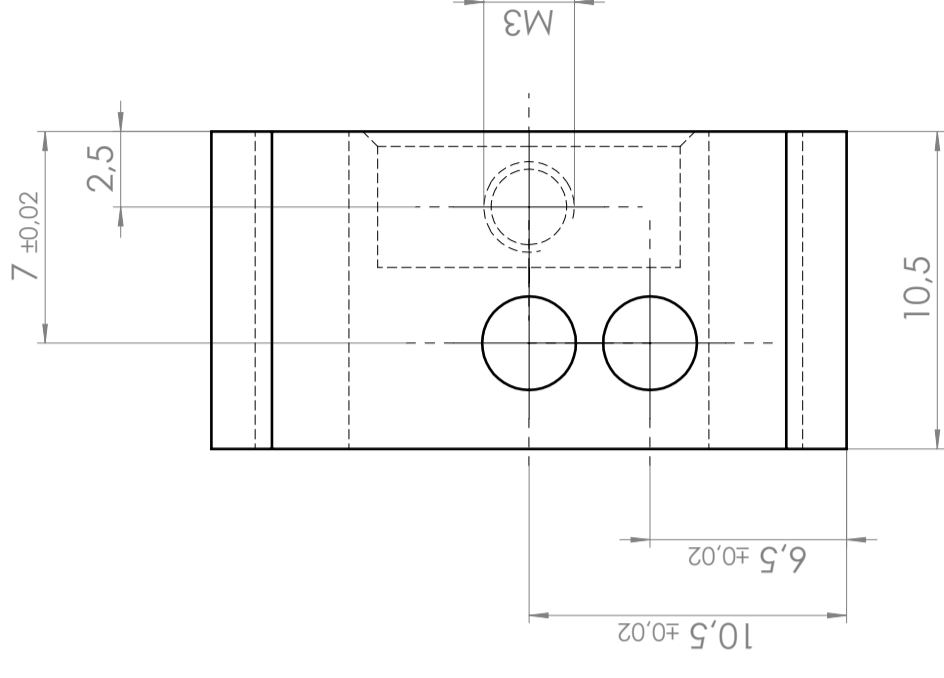
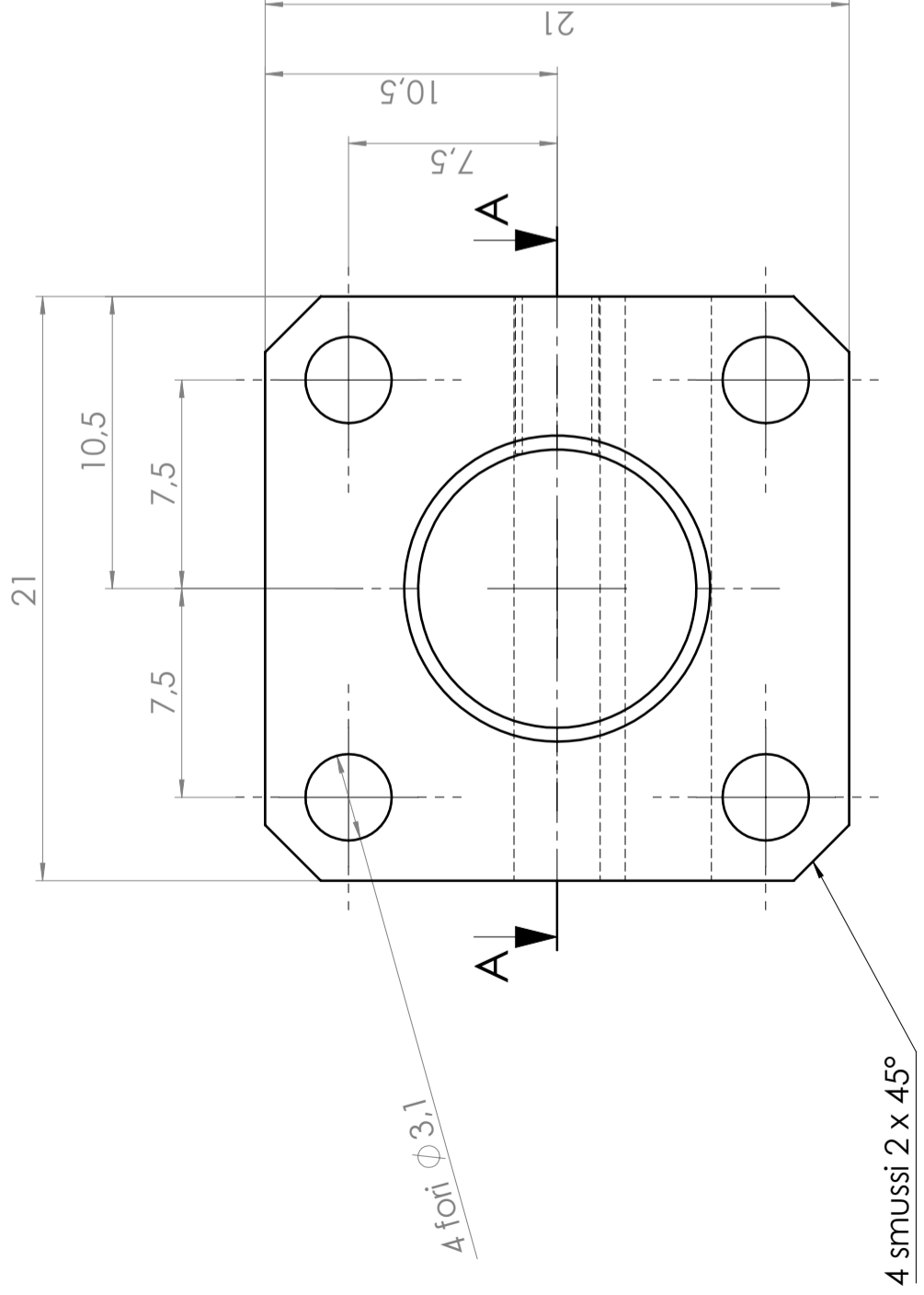



SEZIONE A-A

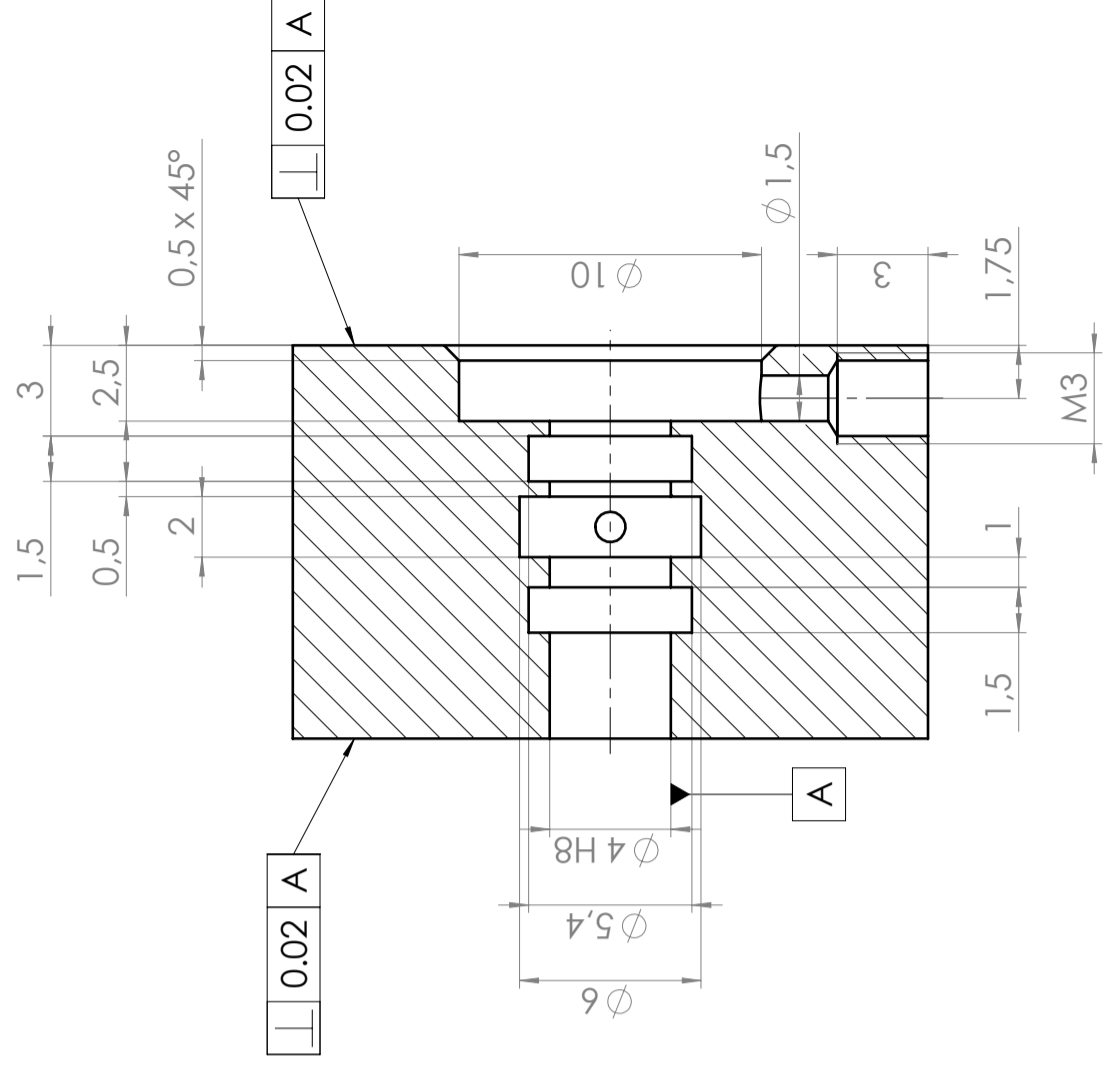
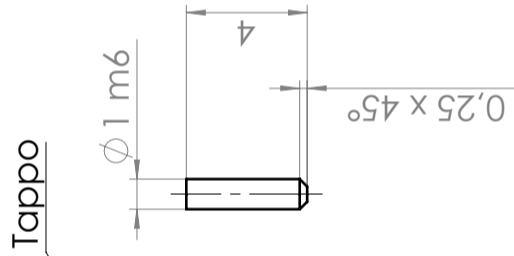
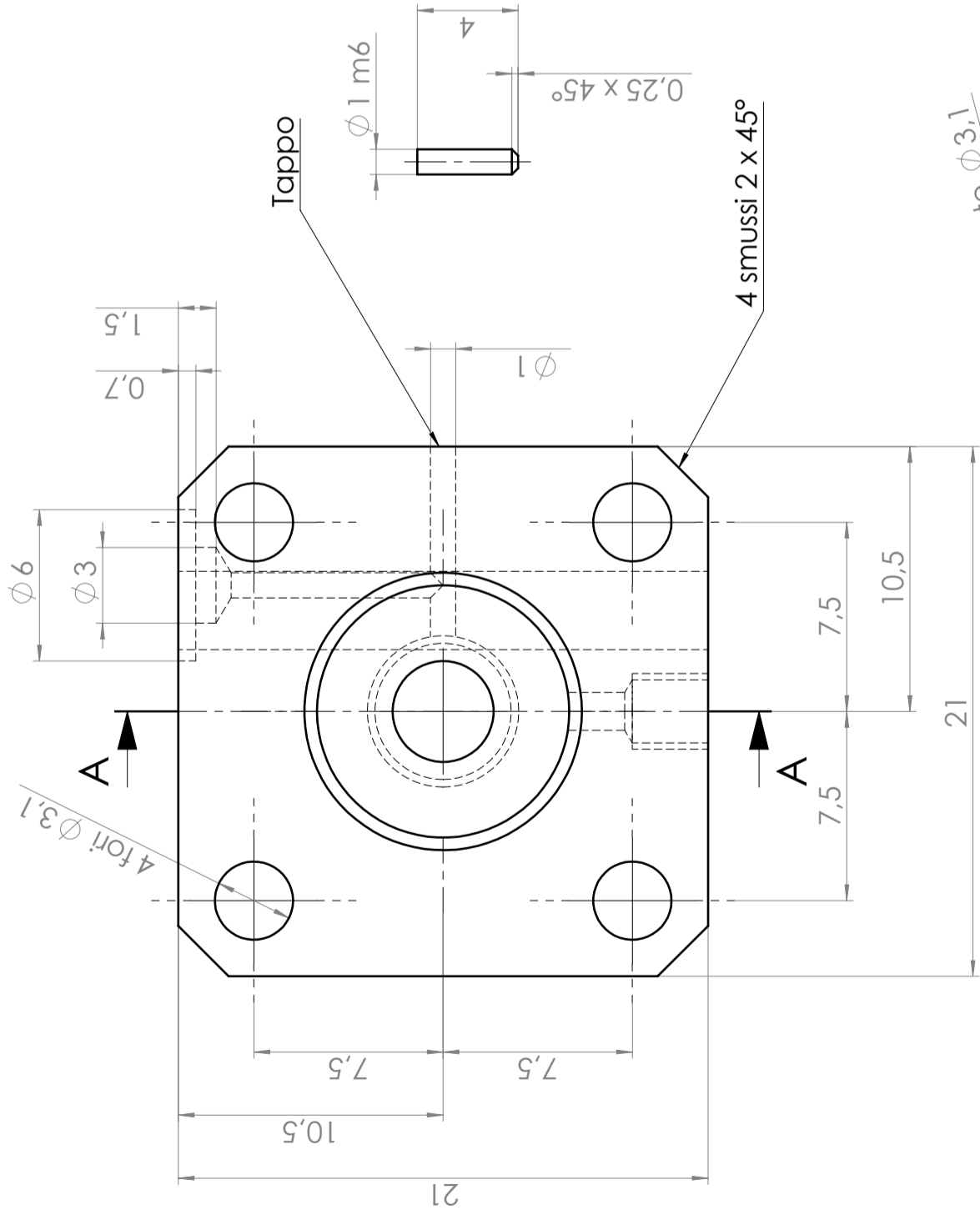


Q.TA' 1	MATERIALE Alluminio	ALLIEVO	Creato
OGGETTO Distanziale N° 3		GIOVANNI MARIA ALBANO	19/05/2023 16:25:16
DESCRIZIONE Particolare 7 valvola a membrana			SCALA 10:1
ISO 2768-mK	0.5x45°	GRADO DI FINITURA 6.3	DATA 13/07/2023
	R0,5max	PESO (Kg)	
 <b>Politecnico di Torino</b> Corso Duca degli Abruzzi 24 - 10129 Torino		FOGLIO A3 1/1	Disegno N. 7

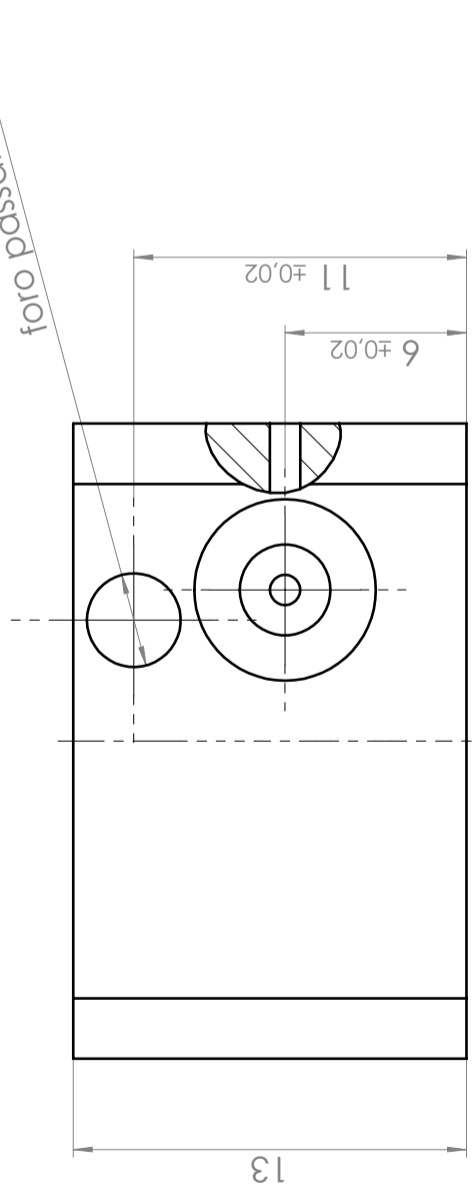




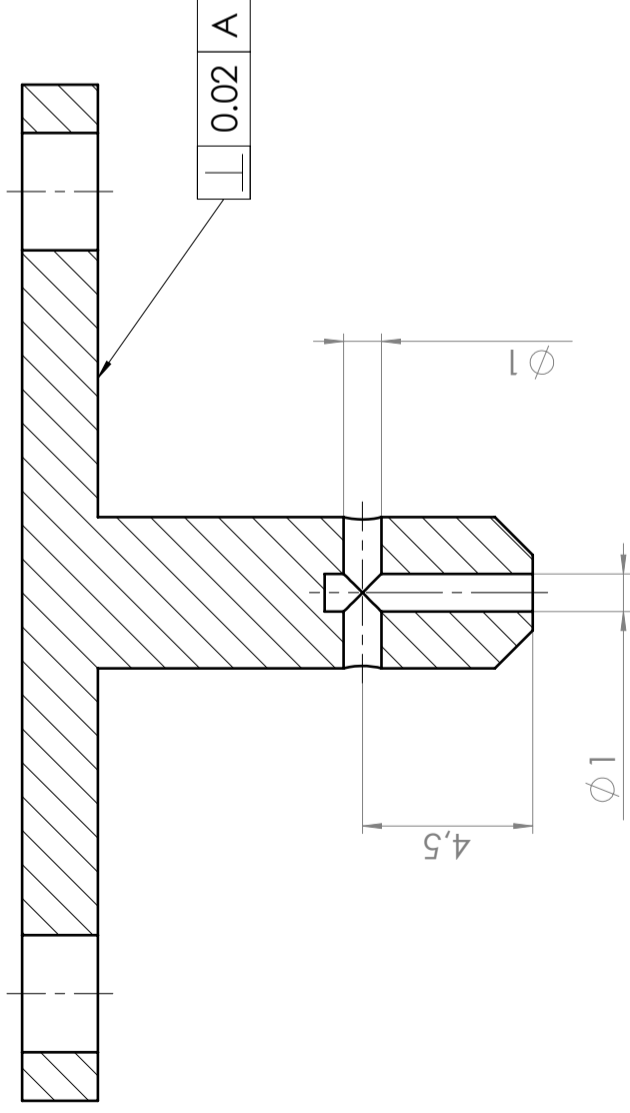
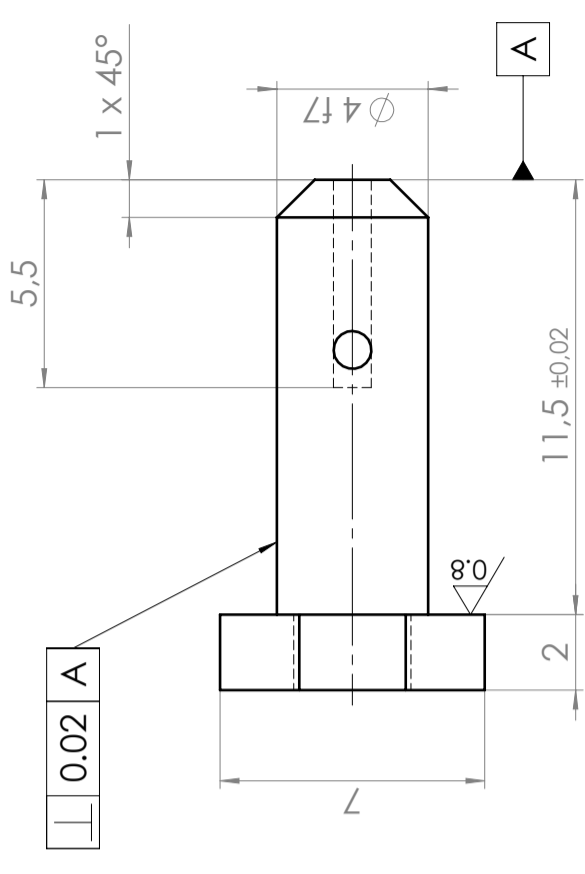
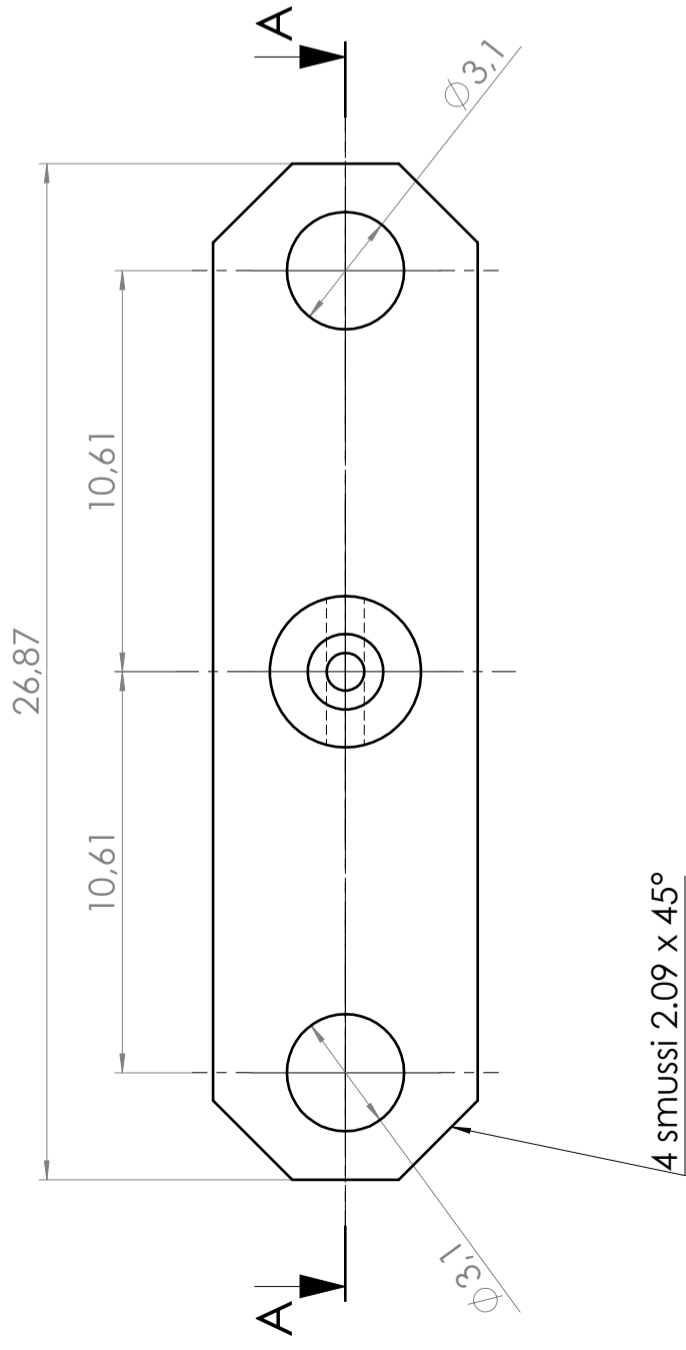
Q.TA' 1	MATERIALE Alluminio	Creato 19/05/2023 12:29:45
OGGETTO Modulo camera 2	ALLIEVO GIOVANNI MARIA ALBANO	SCALA 4:1
DESCRIZIONE Particolare 8 valvola a membrana		DATA 13/07/2023
ISO 2768-mK	0.5x45°	PESO (Kg)
	R0,5max	GRADO DI FINITURA $\frac{6,3}{\nabla}$
 <b>Politecnico di Torino</b> Corso Duca degli Abruzzi 24 - 10129 Torino		FOGLIO A3 1/1
		Disegno N. 8




SEZIONE A-A



Q.TA' 1	MATERIALE Alluminio	Creato 19/05/2023 11:23:10
OGGETTO Modulo camera 1	ALLIEVO GIOVANNI MARIA ALBANO	SCALA 4:1
DESCRIZIONE Particolare 10 valvola a membrana		DATA 13/07/2023
ISO 2768-mK	0.5x45°	R0,5max
 <b>Politecnico di Torino</b> Corso Duca degli Abruzzi 24 - 10129 Torino	GRADO DI FINITURA	PESO (Kg)
	$\sqrt{6.3}$ / $\sqrt{0.8}$	FOGLIO A3 1/1



SEZIONE A-A

Q.TA' 1	MATERIALE Alluminio	ALLIEVO	Creato 19/05/2023 16:09:15
OGGETTO Ugello 0.5 mm		GIOVANNI MARIA ALBANO	SCALA 5:1
DESCRIZIONE Particolare 11 valvola a membrana			DATA 13/07/2023
ISO 2768-mK	0.5x45°	GRADO DI FINITURA	PESO (Kg)
	R0,5max	6.3 / 0.8 / (V)	
 <b>Politecnico di Torino</b> Corso Duca degli Abruzzi 24 - 10129 Torino		FOGLIO A3 1/1	Disegno N. 11

# Bibliografia

- [1] «MAGER», *MAGER S.r.l.* <https://mager-ab.it/> (consultato 28 aprile 2023).
- [2] «Air Bearings | The Proof in Porous Media Technology». <https://www.newwayairbearings.com/news/blog/4553/porous-media-technology-comparison/> (consultato 21 marzo 2023).
- [3] W. B. Rowe, *Hydrostatic, Aerostatic and Hybrid Bearing Design*. Elsevier, 2012.
- [4] M. F. Chen e Y. T. Lin, «Static behavior and dynamic stability analysis of grooved rectangular aerostatic thrust bearings by modified resistance network method», *Tribol. Int.*, vol. 35, fasc. 5, pp. 329–338, mag. 2002, doi: 10.1016/S0301-679X(02)00012-9.
- [5] Q. Gao, W. Chen, L. Lu, D. Huo, e K. Cheng, «Aerostatic bearings design and analysis with the application to precision engineering: State-of-the-art and future perspectives», *Tribol. Int.*, vol. 135, pp. 1–17, lug. 2019, doi: 10.1016/j.triboint.2019.02.020.
- [6] T. Raparelli, V. Viktorov, F. Colombo, e L. Lentini, «Aerostatic thrust bearings active compensation: Critical review», *Precis. Eng.*, vol. 44, pp. 1–12, apr. 2016, doi: 10.1016/j.precisioneng.2015.11.002.
- [7] M. Park, «NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION».
- [8] «1976-EPB with variable gap geometries.PDF».
- [9] «1994-ATB with self controlled restrictor employing floating disk.pdf».
- [10] «2002-Dynamic Analysis of the X-Shaped Groove Aerostatic Bearings with Disk-Spring Compensator.pdf».
- [11] D. Ghodsiyeh, F. Colombo, T. Raparelli, A. Trivella, e V. Viktorov, «Diaphragm valve-controlled air thrust bearing», *Tribol. Int.*, vol. 109, pp. 328–335, mag. 2017, doi: 10.1016/j.triboint.2016.12.036.
- [12] L. Lentini, F. Colombo, T. Raparelli, A. Trivella, e V. Viktorov, «An aerostatic pad with an internal pressure control», *E3S Web Conf.*, vol. 197, p. 07002, 2020, doi: 10.1051/e3sconf/202019707002.
- [13] S. Morosi e I. F. Santos, «On the modelling of hybrid aerostatic-gas journal bearings», *Proc. Inst. Mech. Eng. Part J J. Eng. Tribol.*, vol. 225, fasc. 7, pp. 641–653, lug. 2011, doi: 10.1177/1350650111399845.
- [14] H. Mizumoto, T. Matsubara, H. Yamamoto, K. Okuno, e M. Yabuya, «An Infinite-stiffness Aerostatic Bearing with an Exhaust-control Restrictor».
- [15] H. Mizumoto, S. Arii, Y. Kami, K. Goto, T. Yamamoto, e M. Kawamoto, «Active inherent restrictor for air-bearing spindles», *Precis. Eng.*, vol. 19, fasc. 2–3, pp. 141–147, ott. 1996, doi: 10.1016/S0141-6359(96)00041-4.

- [16] S.-K. Ro, S. Kim, Y. Kwak, e C. H. Park, «A linear air bearing stage with active magnetic preloads for ultraprecise straight motion», *Precis. Eng.*, vol. 34, fasc. 1, pp. 186–194, gen. 2010, doi: 10.1016/j.precisioneng.2009.06.010.
- [17] F. Colombo, D. Maffiodo, e T. Raparelli, «Active Gas Thrust Bearing With Embedded Digital Valves and Backpressure Sensors», *Tribol. Trans.*, vol. 60, fasc. 5, pp. 807–813, set. 2017, doi: 10.1080/10402004.2016.1213344.
- [18] G. Belforte, T. Raparelli, V. Viktorov, e A. Trivella, «ANALYSIS OF STEADY AND TRANSIENT CHARACTERISTICS OF PNEUMATIC CONTROLLED AIR BEARING», *Proc. JFPS Int. Symp. Fluid Power*, vol. 2002, fasc. 5–3, pp. 699–704, 2002, doi: 10.5739/isfp.2002.699.
- [19] F. Colombo, L. Lentini, T. Raparelli, e V. Viktorov, «Actively compensated aerostatic thrust bearing: design, modelling and experimental validation», *Meccanica*, vol. 52, fasc. 15, pp. 3645–3660, dic. 2017, doi: 10.1007/s11012-017-0689-y.
- [20] G. Aguirre, F. Al-Bender, e H. Van Brussel, «A multiphysics coupled model for active aerostatic thrust bearings», in *2008 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, Xian, China: IEEE, lug. 2008, pp. 710–715. doi: 10.1109/AIM.2008.4601747.
- [21] G. Aguirre, F. Al-Bender, e H. Van Brussel, «A multiphysics model for optimizing the design of active aerostatic thrust bearings», *Precis. Eng.*, vol. 34, fasc. 3, pp. 507–515, lug. 2010, doi: 10.1016/j.precisioneng.2010.01.004.
- [22] F. Al-Bender, «On the modelling of the dynamic characteristics of aerostatic bearing films: From stability analysis to active compensation», *Precis. Eng.*, vol. 33, fasc. 2, pp. 117–126, apr. 2009, doi: 10.1016/j.precisioneng.2008.06.003.
- [23] N. Maamari, A. Krebs, S. Weikert, e K. Wegener, «Centrally fed orifice based active aerostatic bearing with quasi-infinite static stiffness and high servo compliance», *Tribol. Int.*, vol. 129, pp. 297–313, gen. 2019, doi: 10.1016/j.triboint.2018.08.024.
- [24] F. Colombo, «Dynamic performance of an aerostatic pad with internal pressure control», presentato al AIMETA 2022, apr. 2023, pp. 189–194. doi: 10.21741/9781644902431-31.
- [25] D. Ghodsiyeh, F. Colombo, L. Lentini, T. Raparelli, A. Trivella, e V. Viktorov, «An infinite stiffness aerostatic pad with a diaphragm valve», *Tribol. Int.*, vol. 141, p. 105964, gen. 2020, doi: 10.1016/j.triboint.2019.105964.
- [26] F. Colombo, L. Lentini, T. Raparelli, A. Trivella, e V. Viktorov, «Design and Analysis of an Aerostatic Pad Controlled by a Diaphragm Valve», *Lubricants*, vol. 9, fasc. 5, p. 47, apr. 2021, doi: 10.3390/lubricants9050047.