

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile Strutturale



Tesi di laurea magistrale

Il grattacielo “Michelucci” in Livorno: Inquadramento storico, analisi strutturale statica e dinamica

Relatori:

Prof. Alberto Carpinteri

Prof. Giuseppe Lacidogna

Dr. Giuseppe Nitti

Candidato:

Andrea Mamone

Anno Accademico 2022 - 2023

INDICE

1. Introduzione	6
1.1 Aspetti generali	6
1.2 Contesto storico	7
1.3 La vita di Giovanni Michelucci	9
1.4 I disegni dell'autore	11
1.5 Ricerca elaborati per la ricostruzione dell'edificio	13
1.6 Obiettivi del presente studio	15
2. Descrizione dell'opera	16
2.1 Contesto architettonico	16
2.2 Descrizione volumetrica e strutturale	18
2.3 Materiali	23
2.3.1 Calcestruzzo	23
2.3.2 Acciaio	25
3. Metodologia di calcolo	26
3.1 Algoritmo generale	26
3.2 Nuclei irrigidenti a sezione sottile aperta: Teoria della torsione di Vlasov	32
3.3 Metodo di Capurso: Ripartizione delle azioni tra mensole a sezione sottile aperta	46
4. Analisi statica	48
4.1 Modello analitico	48
4.2 Analisi con azione del vento	51
4.2.1 Calcolo carichi del vento	51
4.2.2 Spostamenti	58
4.2.3 Sollecitazioni	60
4.2.4 Calcolo delle tensioni	65
4.2.5 Modello FEM	72
4.3 Analisi con azione sismica	81
4.3.1 Carichi verticali	81
4.3.2 Calcolo carichi sismici	83
4.3.3 Spostamenti	88

4.3.4	<i>Sollecitazioni</i>	90
4.3.5	<i>Calcolo delle tensioni</i>	93
4.3.6	<i>Modello FEM</i>	97
5.	Analisi dinamica	103
5.1	Inserimento dati nel modello	103
5.2	Risultati.....	104
6.	Conclusioni	107
7.	Bibliografia	108

ABSTRACT

La progettazione di opere civili avviene oggi con l'ausilio di svariati software che, sebbene abbiano ridotto sensibilmente i tempi di lavoro automatizzando il calcolo, richiedono talvolta laboriosi processi di inserimento ed elaborazione dei dati. È questo il caso dei programmi che sfruttano il Metodo degli Elementi Finiti (FEM): la grande accuratezza di cui si dispone nella creazione di un modello è sicuramente vantaggiosa per la bontà dei risultati restituiti, ma diventa un ostacolo nel momento in cui si pensa di voler cambiare diverse volte le informazioni inserite pur volendo ottenere una pronta interpretazione del comportamento strutturale ad ogni cambiamento.

In ambito di edifici alti, l'Algoritmo Generale (AG) e la sua implementazione su software si presentano come un'efficace soluzione a questo problema, garantendo un'elevata rapidità sia in fase di input dei dati che in fase di output dei risultati. Il tutto avviene in MATLAB, su cui è stato sviluppato il codice di calcolo Ta.Bu (Tall Building Structural System) che, pur presentando evidenti limiti di modellazione, ha condotto in diversi studi passati a stimare una differenza di meno del 10% tra i risultati ottenuti dall'AG e quelli determinati dall'analisi FEM. Sulla base di quanto detto, esso risulta un ottimo strumento per svolgere un'analisi preliminare degli edifici.

Il presente lavoro ha per oggetto di studio il grattacielo di Livorno, progettato dall'architetto Giovanni Michelucci e costruito tra il 1961 ed il 1966. La sua inusuale configurazione volumetrica, lo rende una struttura marcatamente diversa da quelle già esaminate e fa di esso un'opera particolarmente interessante da testare; non prima di averlo però presentato sotto un punto di vista sia storico che architettonico. Il grattacielo infatti, pur non essendo una delle creazioni più famose dell'artista pistoiese, è stato soggetto a critiche assai contrastanti tra loro: se da una parte si evidenzia l'assoluta originalità della costruzione, che propone una soluzione strutturale fuori dall'ordinario; dall'altra viene rimproverata l'incapacità di creare un senso di collettività tra gli abitanti, non offrendo di fatto alcun servizio di interesse comunitario. È forse questo alternarsi di luci ed ombre che ha impedito al grattacielo di emergere tra le opere di Michelucci, destando in esso un interesse probabilmente inferiore a quello che avrebbe meritato.

Ad oggi purtroppo, la maggior parte dei progetti utilizzati all'epoca non è più reperibile, motivo per cui il rilievo della struttura ha richiesto non pochi sforzi: il sopralluogo effettuato, la consultazione di svariati libri conservati nella Biblioteca Centrale di Architettura del Politecnico di Torino ed in ultimo la possibilità di osservare l'edificio da satellite; ha permesso di acquisire le informazioni essenziali alla costruzione dei due modelli di confronto, realizzati in TaBu ed in Dolmen (ossia il software FEM designato). Essi seppur molto simili, mostrano delle inevitabili differenze dovute a limiti di modellazione; motivo per cui a monte del lavoro non è stata scartata l'ipotesi di ottenere dei risultati che arrivassero a discostarsi tra loro di più del 10%.

Lo studio prosegue analizzando la risposta strutturale del grattacielo sottoposto a carichi orizzontali, considerando due diversi scenari in cui esso è prima sottoposto all'azione del vento e poi all'azione sismica. A tal scopo sono state condotte due analisi con forze statiche equivalenti all'azione corrispondente; andando a soffermarsi in particolar modo su risultati quali gli spostamenti di piano e le tensioni agenti alla base di un setto a sezione sottile aperta. Per quanto riguarda gli spostamenti, nella direzione del carico agente si è registrato un valore di scostamento

massimo tra i risultati dei due modelli pari al 22,6% nel caso del vento e del 19,54% nel caso del sisma; nel calcolo tensionale va invece osservato come il software FEM utilizzato non sia in grado di restituire i valori in qualsiasi punto esaminato, ma li fornisce solamente nei baricentri degli elementi shell costituenti il controvento. Per tale motivo il confronto è stato effettuato tramite medie calcolate lungo la base delle pareti del nucleo. È sicuramente interessante notare come le rotazioni di piano risultino in entrambi i casi praticamente nulle, un risultato del tutto inaspettato considerando la complessa geometria della struttura e che con ogni probabilità non è frutto del caso, ma dovuto a profonde riflessioni dell'artista in fase di progettazione.

Per l'edificio è stata infine condotta un'analisi dinamica modale, confrontando i modi di vibrare ottenuti attraverso grandezze quali periodo proprio, frequenza naturale e pulsazione. Prendendo in conto i primi dieci modi, necessari al raggiungimento di una massa partecipante dell'85% come previsto da normativa, sono stati ottenuti degli scostamenti più contenuti rispetto allo studio precedentemente discusso, con un massimo del 10,89% corrispondente al primo modo di vibrare.

Nel complesso si può affermare che il lavoro svolto abbia soddisfatto le aspettative, specialmente per quando riguarda l'andamento dei diagrammi ottenuti, che risultano quasi sovrapponibili. Per quanto riguarda gli scostamenti, pur essendo stata spesso oltrepassata la soglia del 10%, le problematiche già descritte li rendono dei risultati del tutto accettabili. Si sottolinea infine come l'esperienza maturata abbia confermato l'evidente differenza tra i tempi di lavoro impiegati con il codice di calcolo e con il modello FEM, sia per quanto concerne la modellazione che le attese dovute al calcolo svolto dai programmi per fornire i risultati.

1. Introduzione

1.1 Aspetti generali

Tra le opere più interessanti osservabili nella città di Livorno vi è sicuramente il grattacielo progettato dall'architetto Giovanni Michelucci, situato a margine di piazza Matteotti. Costruito tra il 1961 ed il 1966, esso si eleva per circa 85 metri, imponendosi come il palazzo più alto della città e sessantunesimo in Italia. Con le sue dimensioni il complesso risulta di fatto un punto di convergenza non solo del circostante tessuto urbano, ma anche del più ampio territorio livornese, si posiziona infatti in una regione attraversata dall'asse di collegamento tra la statale Aurelia ed il lungomare, diventando facilmente individuabile sia da chi arriva dall'entroterra sia da chi arriva dalla costa.

L'edificio, che si sviluppa su 26 piani fuori terra più terrazza in sommità, è costituito da due diversi corpi: una piastra basamentale sormontata dalla torre vera e propria.

Il basamento, a pianta poligonale, presenta tre fronti principali, uno diagonale che punta sulla piazza e gli altri due laterali che sono allineati con i fronti stradali di via Montebello e Borgo Cappuccini. Un percorso interno, caratterizzato da una galleria dell'altezza di due piani, mette in comunicazione due assi urbani ed agevola il traffico dei passanti. Tali fronti sono caratterizzati al piano terra da aperture vetrate, sovrastate da mezzanino ed inquadrare da un rivestimento in marmo; mentre ai quattro piani superiori, costituenti un corpo lievemente aggettante rispetto al sottostante, sono composti da una serie di finestre a nastro riquadrate dal paramento laterizio. Nella corte interna il basamento non è differenziato come sul fronte stradale, ma è integrato nel corpo della torre.

La torre presenta invece un'articolazione volumetrica molto più marcata, suddivisa in cinque diversi corpi i cui fronti principali risultano allineati con quelli sottostanti della piastra. Questi, rispetto al complesso sottostante seguono uno schema più variegato, dato da diverse interruzioni e riprese nella disposizione delle finestre e dei balconi aggettanti.

Quanto all'impiego della struttura, il piano terra dell'edificio è occupato da attività commerciali e direzionali, mentre i rimanenti piani della piastra sono occupati da uffici. Il corpo della torre è invece interamente adibito a residenze, nello specifico sei per piano fino al quindicesimo e cinque per piano per i rimanenti. Ciascun appartamento si differenzia inoltre per numero di vani. Questa scelta di differenziare le tipologie abitative fu dettata sia da motivi strutturali (alleggerire il peso della costruzione) sia da motivi di ordine sociale (offrire differenti prezzi di acquisto ai cittadini).



Figura 1.1 Grattacielo di piazza Matteotti (foto scattata da me)

1.2 Contesto storico

Come accade alla fine di tutti i periodi storici di profonda crisi, l'Italia dell'immediato dopoguerra fu investita da un notevole entusiasmo e da una vivissima produzione materiale e culturale. Per quanto riguarda Livorno, c'è da notare che conobbe negli aspetti materiali una considerevole fase di ricostruzione edilizia. La Seconda guerra mondiale, infatti, aveva provocato numerosi e gravi danni alla struttura urbana del centro, della zona industriale e del porto. Dai dati dell'Ufficio Tecnico Comunale, che allora effettuò dei rilievi sulla situazione edilizia, ricaviamo quanto segue: nel suo complesso la città aveva il 15,78 % degli edifici distrutti; il 14,94 % era gravemente danneggiato, il 26,14 % danneggiato e il 43,14 % illeso.

Sul versante nazionale, per sanare la difficile situazione abitativa, nel 1945 il governo emanò un primo decreto sui piani di ricostruzione ed alla fine dello stesso anno obbligò i Comuni a redigerne uno proprio. Si cominciò quindi a riedificare lasciando l'iniziativa ai privati e alla solerzia delle

Amministrazioni locali, ma purtroppo interessi economici e politici diedero vita a piani regolatori, che spesso non erano altro che la messa in opera di desideri e di speculazioni formulate dal mercato fondiario. A Livorno il grattacielo costruito in piazza Matteotti fu sicuramente tra gli edifici, edificati nel dopoguerra, assai discussi e criticati.

Ci pare che un primo quesito da sciogliere sia perché si decise di progettare proprio un grattacielo, visto che rappresentava una scelta piuttosto insolita. Infatti, per molti anni in Europa e soprattutto in Italia, questa tipologia edilizia venne utilizzata non per risolvere determinate pressioni economiche, socio-abitative ed urbanistiche, ma per simboleggiare nuove e più avanzate tecniche del costruire. Inoltre, nell'antichità l'edificio alto e maestoso aveva rappresentato per la popolazione una testimonianza unica ed eccezionale nella città, in quanto era espressione e simbolo del potere politico-religioso. In Italia negli anni Cinquanta del Novecento, dove esisteva la percezione di un passato culturalmente ricco e glorioso; intellettuali, critici d'arte e non solo loro, si batterono per affermare la necessità di conservare il tessuto storico-edilizio delle nostre antiche città. Si riteneva che un edificio tipologicamente e strutturalmente "moderno", ad esempio il grattacielo, andasse a scontrarsi con un tessuto ambientale che doveva essere inscindibile dalle grandi opere monumentali del passato che vi erano incluse.

Queste opinioni emersero anche nelle sedute comunali tenutesi a Livorno, dove alcuni dei rappresentanti politici furono inclini a pensare che un grattacielo avrebbe rotto l'equilibrio e l'armonia architettonica, che era costituita esclusivamente da piccole case. L'opinione prevalente fu di costruire o ricostruire come era prima della guerra con edifici che stilisticamente e tipologicamente si inserissero nel solco della tradizione. L'Amministrazione comunale, però, non aveva né il potere né le competenze per imporre ai proprietari privati come edificare gli immobili. Fu così che la costruzione di un grattacielo fu caratterizzata, oltre che da accesi dibattiti, anche da una serie di vicende politiche abbastanza complesse che cominciarono nel febbraio del 1956. I proprietari dell'ex palazzo Pappudoff sugli Scali del Pesce, distrutto dai bombardamenti, chiesero di trasferire i contributi per i danni di guerra subito dall'immobile su uno stabile di 69 metri e di 21 piani, da costruire sull'angolo di via Montebello con piazza Matteotti. Lo Stato aveva infatti emanato una legge nel 1953, che imponeva che per ogni edificio di una particolare importanza distrutto dalla guerra se ne dovesse costruire un altro di particolare decoro. Il progetto era però in contrasto sia con l'articolo 25 del Regolamento edilizio del Comune di Livorno, che prevedeva 23 metri come limite massimo dell'altezza dei nuovi fabbricati, sia con il piano di ricostruzione che era stato concepito. La commissione edilizia approvò tuttavia la costruzione di un grattacielo in deroga al Regolamento, con la motivazione che l'edificio avrebbe dato decoro alla città; dal punto di vista giuridico ci si appellò inoltre al fatto che il suddetto articolo 25 stabiliva che il limite dell'altezza di un fabbricato potesse essere sorpassato qualora si trattasse di strutture di una particolare importanza artistica. Per rafforzare ciò, si pensò di coinvolgere l'architetto Giovanni Michelucci.

Nel giugno del 1956 sembrò che i lavori potessero cominciare con l'apertura di un cantiere che doveva chiudersi nel giro di tre anni. In realtà trascorse più di un anno, sia perché la Commissione edilizia livornese approvò il progetto nell'aprile del 1957, sia perché il nullaosta del Ministero dei Lavori Pubblici arrivò alla fine dell'agosto del 1957. Crediamo che il progetto sia stato approvato anche perché il cantiere avrebbe dato possibilità di lavoro per un lungo periodo (si calcolò che per realizzare l'edificio sarebbero servite circa centomila giornate lavorative) e perché il nome del suo autore era ragguardevole. Sui tempi dell'edificazione è da rilevare che, se negli anni del dopoguerra in campo edilizio intercorreva un ampio lasso di tempo tra incarico e realizzazione di un edificio, in Toscana questo intervallo era accresciuto dalla lentezza dello sviluppo economico e

dagli ostacoli posti dalla sovrintendenza. Questa è una spiegazione del perché la costruzione materiale del grattacielo prese vita solo nei primi mesi del 1963, con a capo dei lavori l'ingegnere Adriano Agostini di Genova, che allora dopo Milano era la seconda città in Italia per numero di grattacieli.

Le prime difficoltà emersero subito nella posa delle fondamenta. Infatti, il terreno della città di Livorno è notoriamente di natura argillosa ed umida, quindi inadatto a costruzioni di una certa imponenza. Per superare questo inconveniente furono necessari lunghi e complessi lavori preparatori: nelle fondamenta venne creata una "palancola", cioè una grossa tazza di metallo, dove furono gettate tonnellate e tonnellate di cemento, insieme a 500 tonnellate di acciaio; inoltre nel terreno furono piantati 600 pali del diametro di 40 centimetri e lunghi 20 metri ciascuno. Tutto ciò andò a formare una piattaforma in grado di sostenere il complesso. Una volta costruite le fondamenta, si procedette con una certa alacrità: a settembre del 1963 si era già arrivati al tredicesimo piano e ad aprile del 1964 al ventisettesimo. Alla fine dell'estate dello stesso anno si dette inizio ai lavori di rifinitura, che avrebbero chiesto un lungo ed attento impegno, perché furono scelte particolari caratteristiche di estetica decorativa. Nei primi mesi del 1965 però, la costruzione del grattacielo era praticamente bloccata: gli operai vennero via via licenziati fino a rimanere nel febbraio di quell'anno soltanto in due. Secondo la Fillea-CGIL la provincia livornese, come il resto del Paese, stava attraversando un periodo di grave crisi in campo edile, tanto che molti cantieri avevano limitato l'attività o avevano ridotto l'orario di lavoro. L'impresa costruttrice addossò invece la colpa della situazione a fattori stagionali: in gennaio e in febbraio era impossibile lavorare sopra un grattacielo a causa del freddo, che imperversava ancor più per l'altezza considerevole in cui si operava. La costruzione, data l'inclemenza del tempo, riprese solo ad aprile del 1965 e già a maggio si lavorava sulla facciata ed all'interno, con l'installazione degli impianti idraulici ed elettrici. Alla fine del 1966 l'edificio, progettato da Michelucci, dopo ben dieci anni di gestazione era completato.

Il 20 dicembre del 1968 la "Società Immobiliare Grattaciolo Roma", società in accomandita semplice del rag. Ivo Ferretti e dell'ing. Carlo Gallino; cedeva, vendeva e trasferiva all'Inpdap, con tutti gli obblighi di legge e di uso, il terreno con annessi e dipendenze, sito in piazza Matteotti a Livorno per una somma di £2.250.000.000. Tramite l'atto notarile (Rep. n. 33699, Progr. N. 939) l'istituto di Previdenza acquisiva quindi il grattaciolo di Michelucci, ma si obbligava la società venditrice a provvedere per due anni, a proprie cure e spese, alla totale manutenzione degli immobili, a produrre i certificati di collaudo per le opere in cemento armato, a garantire che le costruzioni fossero eseguite con materiali di buona qualità.

1.3 La vita di Giovanni Michelucci

Il seguente passo è riportato dal libro "Giovanni Michelucci e la città verticale: il grattaciolo di Livorno".

Giovanni Michelucci nacque a Pistoia il 2 gennaio 1891 da una famiglia di artigiani del ferro, dove il nonno aveva fondato le "Officine Giuseppe Michelucci e figlio", che ottennero per molti anni un discreto successo nella zona. La sua vita, lunga un secolo (morì la notte del 31 dicembre 1990), fu sempre impegnata a recepire i cambiamenti e le novità che i nuovi linguaggi artistici proponevano, cercando di conciliare la sua aspirazione alla razionalità con una grande attenzione verso l'uomo. Fin da piccolo partecipò in maniera assidua alle attività della piccola azienda del nonno, rimanendo colpito dal lavoro degli operai. Ma il non aver seguito le tradizioni familiari come in seguito l'artista

confessò in molte occasioni, fu dettato più da esigenze economiche che da una vera e propria vocazione individuale.

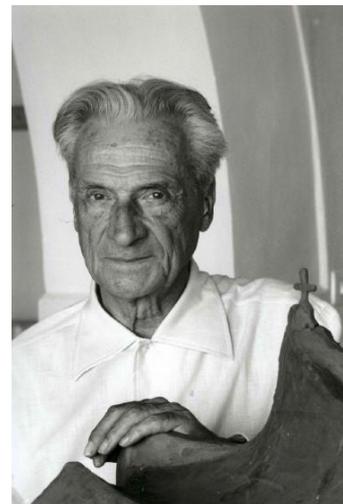


Figura 1.2 Giovanni Michelucci; Pistoia, 2 gennaio 1891 – Firenze, 31 dicembre 1990

Con l'aiuto di Raffaello Brizzi, promotore della Scuola Superiore di Architettura di Firenze, conseguì nel 1911 il diploma alla Scuola di Architettura dell'Accademia di Belle Arti e, tre anni più tardi, la licenza di professore di Disegno architettonico. Dell'esperienza di studio all'Accademia ricorderà sempre l'insegnamento del pittore livornese Giovanni Fattori, che ormai in solitudine, per sopravvivere vendeva a poche lire i suoi bozzetti dipinti sui coperchi delle scatole dei sigari Cavour. Le prime opere di Michelucci ebbero una struttura chiara e semplice con una forte attenzione alla tradizione culturale locale; poi nel periodo tra le due guerre partecipò attivamente al "Movimento Moderno" italiano. Il primo importante successo, anche in campo internazionale, arrivò nel 1933 vincendo con il "Gruppo Toscano" il concorso per l'edificazione della Stazione di Santa Maria Novella. Uno dei punti fondamentali del suo progetto, poi messo in opera, fu l'attenzione all'inserimento del complesso architettonico nel contesto storico-urbano fiorentino, una caratteristica che in Michelucci è stata sempre presente. Nel 1944 all'Università di Firenze ottenne la cattedra di Urbanistica e successivamente quella di Composizione Architettonica; mentre quattro anni dopo passò alla Facoltà di Ingegneria di Bologna, dove trovò un ambiente più consono per lo sviluppo dei suoi temi. Due anni prima aveva fondato "La Nuova Città", una rivista assai apprezzata ancora oggi che sottolinea l'importanza dell'impegno culturale nella progettazione architettonica, nell'insegnamento e nella comunicazione artistica integrata nel sociale. Del resto, gran parte dell'attività di Michelucci fu dedicata alla riflessione sulla città come luogo di incontro per la comunità; è per questo che l'artista pistoiese viene considerato ancora oggi uno dei massimi esponenti della cosiddetta architettura organica e sociale. Gli anni dell'immediato dopoguerra furono dedicati allo studio di fabbricati economici, in funzione delle necessità più immediate della vita quotidiana, costruiti con materiali e tecniche tradizionali. Nel Cinquanta cominciò una frenetica attività con la realizzazione della Borsa Merci a Pistoia, modello esemplare della sua filosofia del "Progetto Continuo", dove le esigenze della vita che cambia vincono le forme strutturali dell'architettura. Nelle sue opere si inserirono quindi due nuove tematiche: la prima era la concezione di uno spazio considerato sempre percorribile, l'artista inserì infatti nei suoi edifici spazi multipli, a volte labirintici, come nel grattacielo di Livorno. La seconda è l'eliminazione della facciata principale, che portò ad un'omologazione delle opere, avendo però

cura di far della socializzazione la sua univoca finalità. C'è da aggiungere che l'architettura di Michelucci può essere definita "emotiva" in quanto intendeva attrarre e coinvolgere la gente.

Le opere successive denotano una maggiore libertà compositiva ed un'accentuata attenzione allo spazio urbano circostante. Infatti, i volumi disgregati del grattacielo livornese e gli studi preparatori per la Chiesa del Cuore immacolato di Maria nel villaggio Belvedere a Pistoia (1959-61) posero le premesse per la costruzione della Chiesa di San Giovanni Battista sull'Autostrada del Sole (1960-64), opera con la quale l'artista ottenne un'improvvisa popolarità presso un vasto pubblico. Qui la concezione dello spazio, ovunque percorribile, raggiunse il suo apice: del resto la chiesa fu concepita come un'area di sosta e di riposo dello spirito per coloro che percorrevano l'autostrada. Gli anni Sessanta furono il momento topico della sua carriera: l'uso del cemento armato e della carpenteria in ferro diventarono fondamentali nelle sue opere, andando a creare un nuovo rapporto tra antico e moderno. Proprio i valori di trasparenza e di leggerezza, caratteristici delle strutture metalliche, furono basilari per gli edifici degli anni Settanta. Questo fu un periodo in cui l'interesse di Michelucci per un'architettura legata a temi di tipo sociale prese il sopravvento, ma anche in cui cominciò ad interrogarsi sia sulla natura delle istituzioni che controllano e governano i rapporti sociali (ospedali, carceri, scuole etc.), sia a studiare risoluzioni specifiche per migliorarle. I ritmi di lavoro di Michelucci non rallentarono, ma purtroppo diminuirono in modo consistente i cantieri da lui ispirati e portati a termine. Nel 1982 costituì con l'aiuto della Regione Toscana e dei comuni di Fiesole e Pistoia e la "Fondazione Michelucci", ancora oggi un importante centro di studi.

1.4 I disegni dell'autore

Il seguente passo è riportato dal libro "Giovanni Michelucci e la città verticale: il grattacielo di Livorno".

C'è sempre uno scarto tra ciò che si sarebbe voluto fare e ciò che si è potuto fare, un coefficiente di irrealizzabilità che il disegno documenta, proponendo un tracciato parallelo e ideale dell'opera. Così si esprimeva Giovanni Michelucci, nella cui carriera artistica i suoi disegni rivestono un ruolo di primo piano: rispecchiano sia il punto di partenza per lo studio della sua idea di architettura, sia la sua volontà di espressione. Il disegno rappresentò una preparazione continua alla realizzazione dell'opera e diventò il luogo in cui il concetto michelucciano di architettura come "forma di espansione" trova la sua più verosimile trascrizione. Essa è infatti il laborioso processo grafico che determina l'oggetto architettonico, che prende sempre più forma durante la sua stessa elaborazione.

Analizzando il suo lavoro grafico notiamo che ricorrono alcune tematiche figurative, che vengono interpretate in modo sempre diverso. Nei sostegni radianti che penetrano lo spazio, è forte l'allusione alle mani, alle braccia, all'uomo che si fa pilastro. L'architettura come luogo di socializzazione; in cui le persone, le cose e i fatti trovano una risposta fisica, emotiva ed intellettuale, è ben leggibile negli elementi urbani disposti con andamenti centripeti e centrifughi, attorno al fulcro circolare di un'area adibita ad incontri assembleari. I volumi sistemati a faglia, gli uni sugli altri, simboleggiano l'enfasi ascensionale del suo misticismo laico; mentre le incastellature ramificate, costituenti l'anatomia degli edifici verticali, sono da mettere in analogia con le ossa, le vene, i fasci di nervi del corpo umano.

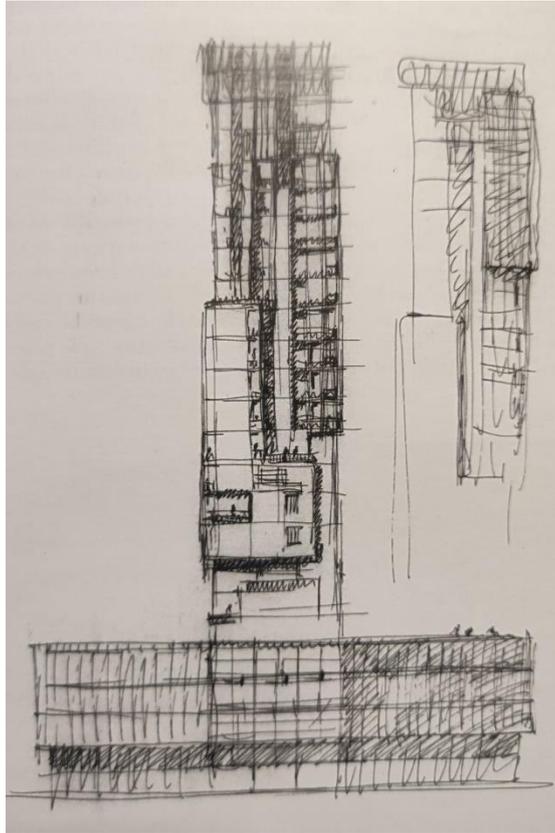


Figura 1.3 Uno dei primi abbozzi dell'edificio, in cui si riconoscono già piastra basamentale e torre

È riduttivo, quindi, vedere nell'opera grafica di Michelucci solo la cronaca della sua incessante attività progettuale; in essa vengono infatti rappresentati anche i suoi valori, i suoi modelli comportamentali e talvolta i suoi sogni architettonici destinati a non poter essere realizzati. Questi disegni possono dunque essere definiti appunti riservati alle riflessioni dell'autore: l'artista infatti non ricorre all'uso della tridimensionalità per simulare lo spazio e renderlo conosciuto al destinatario, ma utilizza prospettive e assonometrie approssimative. Non esiste poi bella copia o brutta copia, disegno preparatorio e definitivo. Il fitto intreccio di segni, più che individuare una forma precisa, vuole suggerire una possibilità: ogni disegno sembra contenerne molti altri e possedere innumerevoli letture. A volte l'architetto dà l'impressione di non credere che un edificio possa esaurire tutto il contenuto culturale di un'opera architettonica. In questo modo l'opera grafica, a detta di Michelucci, “rappresenta sicuramente il diario più attendibile di una disponibilità alla ricerca, una preparazione continua alla realizzazione dell'opera”.

L'importanza di questo materiale è dovuta alla grande capacità grafica dell'artista, ma soprattutto al valore intrinseco progettuale. L'obiettivo che Michelucci vuole raggiungere è quello di creare uno spazio non irrigidito in una sola forma, ma mutevole e vivente come un organismo. Di conseguenza l'opera consiste non solo nel suo aspetto definitivo, ma anche in tutta quella serie di processi che sono stati realizzati per raggiungerla. In conclusione, l'originalità del lavoro dell'artista pistoiese sta nell'essere riuscito spesso in un unico disegno a creare strutture infinitamente aperte alle interpretazioni dell'osservatore, rivolte a fondersi idealmente e mentalmente con spazi ed opere diverse in un'unica immagine.

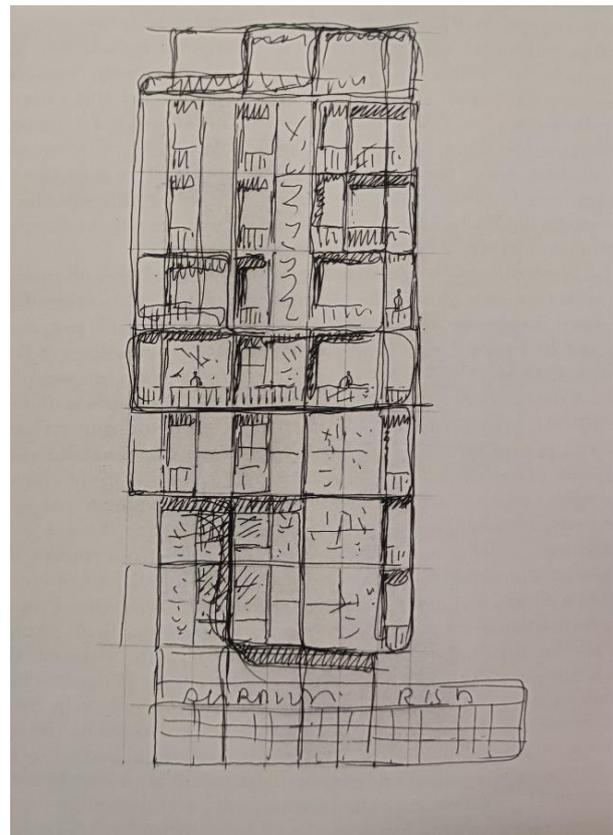
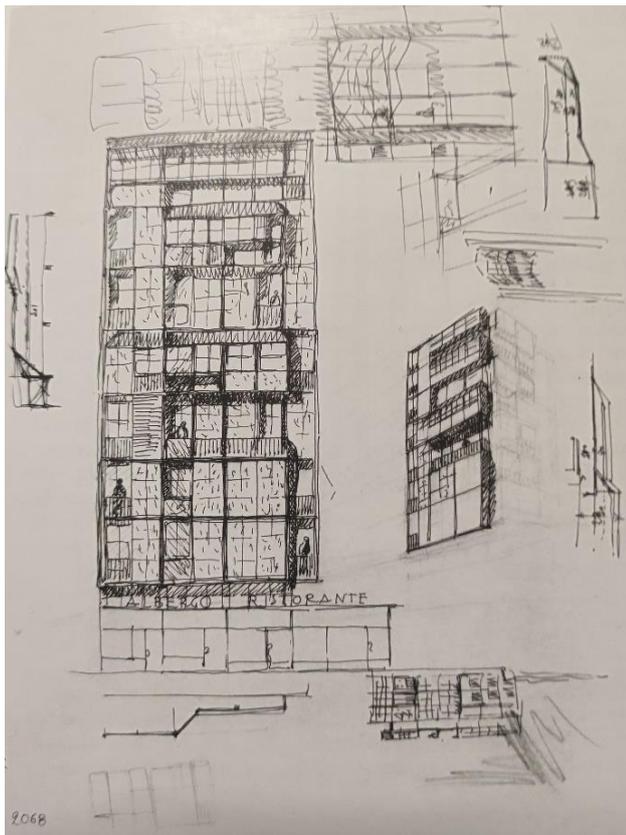


Figura 1.4 Schizzi del grattacielo ancora in fase embrionale

1.5 Ricerca elaborati per la ricostruzione dell'edificio

Si vuole fin da subito osservare come ad oggi non esistano relazioni di calcolo disponibili sulla struttura in esame, il che rende necessario partire dal principio e raccogliere informazioni tra i progetti ancora reperibili. Qualora questi non lo fossero più, si sopperirà alla mancanza di dati introducendone degli altri seguendo una serie di norme, processi logici ed intuizioni, agendo spesso ma non necessariamente a favore di sicurezza. Il motivo di quanto appena detto è che lo scopo di questa relazione, come verrà chiarito a breve, non consiste in una serie di verifiche che giustifichino la validità dell'edificio, ma in un'analisi strutturale preliminare che possa stimare spostamenti, sollecitazioni e tensioni agenti su esso. Ulteriore giustificazione deriva dal fatto che, pur essendo uno studio su struttura esistente, non si prevedono futuri interventi su essa; motivo per cui non si rendono necessari prelievi in sito e prove di laboratorio, che rappresentano l'approccio migliore per colmare le informazioni mancanti.

La ricerca di materiale mi ha condotto in primo luogo a Fiesole (FI), presso la Fondazione Michelucci, dove ho avuto la possibilità di collezionare 17 tavole riportanti alcuni prospetti e piante di piano. Data la mancanza di numerosi dati di input mi sono rivolto in seguito al Settore Sismica (ex Genio Civile) di Livorno, che mi ha purtroppo fatto notare di non possedere alcun progetto risalente a prima degli anni '70. Seguono poi due tentativi altrettanto inefficaci di reperire materiale dal Comune di Livorno e dall'amministratore di condominio dell'edificio. Con

mio grosso stupore, le informazioni più preziose le ho ottenute una volta tornato a Torino: con la speranza di trovare qualcosa di più concreto di quanto riportato sul web, dopo aver stilato una lista di libri in cui viene citato il grattacielo di Michelucci mi sono recato alla Biblioteca Centrale di Architettura del Politecnico. Una volta sfogliati (si rimanda alla bibliografia per l'elenco dei testi) ho potuto collezionare alcune nuove e meglio dettagliate piante di piano tipo, accompagnate da un fattore di scala che mi avrebbe in futuro permesso di ricavare diverse misure partendo da quelle personalmente reperite all'interno ed all'esterno dell'edificio.

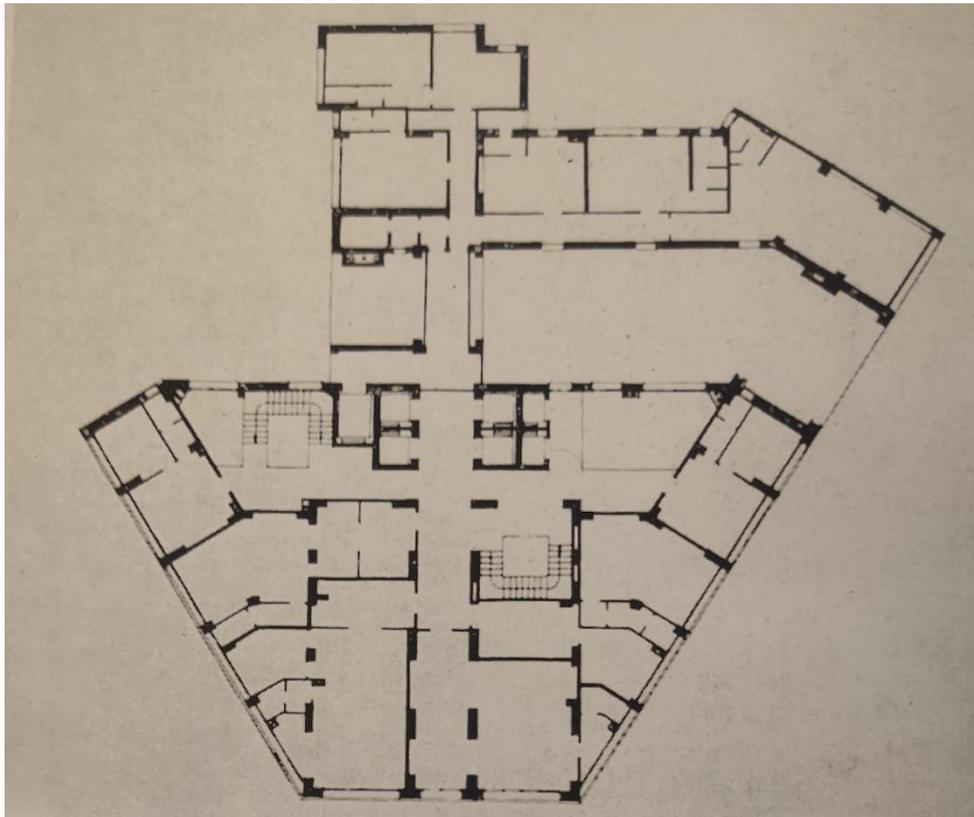


Figura 1.5 Pianta del 1° piano

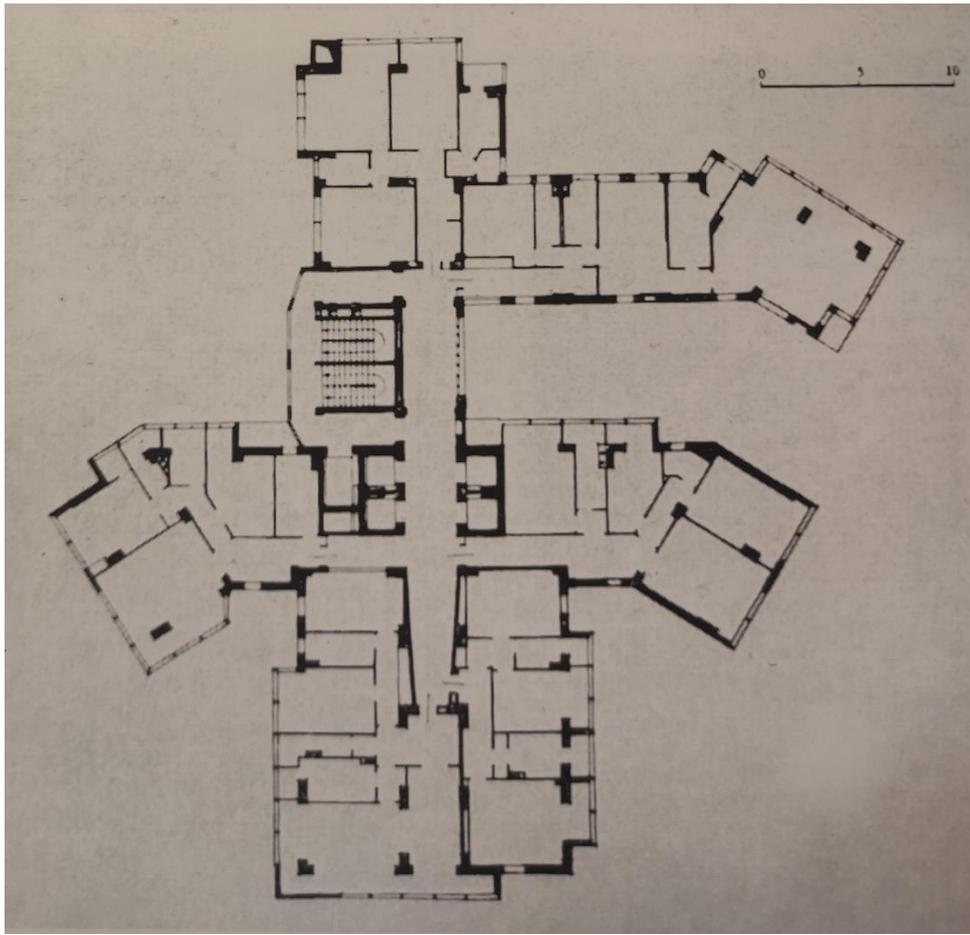


Figura 1.6 Pianta dei piani compresi tra l'8° e l'11°

1.6 Obiettivi del presente studio

Lo scopo dello studio svolto è quello di comparare l'efficacia di due diversi metodi di calcolo applicati all'edificio presentato, tramite un confronto delle analisi eseguite con il Metodo degli Elementi Finiti (FEM) e con il codice di calcolo basato sull'Algoritmo Generale (AG), di cui si parlerà nei successivi capitoli. La volontà di condurre tale lavoro ha origine da una motivazione ben precisa, i software che sfruttano il FEM richiedono infatti molto tempo sia per l'inserimento che l'elaborazione dei dati. Questo processo risulta piuttosto laborioso in fase di progettazione, dove ci si aspetta di dover variare diverse volte le informazioni inserite pur volendo ottenere una rapida interpretazione del comportamento strutturale ad ogni cambiamento. L'Algoritmo Generale e la sua implementazione su software vengono proprio incontro a questa esigenza, sebbene vi siano dei limiti di modellazione. Analizzando genericamente una medesima struttura, come emerso da tesi svolte in precedenza, si stima una differenza di meno del 10% tra i risultati ottenuti dall'AG e quelli determinati dall'analisi FEM (non è chiaro ad oggi quale dei due sia più fedele alla realtà). Considerando quanto detto, l'AG risulta particolarmente efficace per condurre analisi preliminari.

Per l'applicazione del suddetto algoritmo si utilizzerà il software MATLAB; mentre per operare con il metodo degli elementi si è scelto il programma Dolmen, sviluppato dall'omonima casa torinese "CDM Dolmen".

2. Descrizione dell'opera

2.1 Contesto architettonico

Il grattacielo di Livorno è una delle opere meno conosciute e studiate di Michelucci. Sicuramente l'artista pistoiese è stato uno dei pochi maestri dell'architettura italiana a riuscire a progettare un grattacielo, introducendo soluzioni originali, creando un rapporto con la città, pur rimanendo lontano da ogni mitizzazione. Qui l'architetto riprese e sviluppò un tema che aveva già affrontato nel dopoguerra, ma non era mai riuscito a concretizzare: le case-torri per la ricostruzione del centro di Firenze, una casa di sette piani a lido d'Albano e un grattacielo con funzione di centro residenziale a San Remo. L'edificio labronico nacque da un complesso studio, testimoniato dai numerosi disegni di cui si è parlato nello scorso capitolo, che in seguito avrebbero dato vita alla soluzione definitiva adottata solo allo scadere degli anni Cinquanta: una piastra basamentale finestrata, sovrastata da un ramificato corpo a torre. I volumi, tormentati da sottrazioni e aggiunte, incrostati da aggetti e sfrangiati da fenditure, hanno la forza di mimare la complessità di quella città variabile da sempre rincorsa nelle visioni del suo autore, creando non un edificio-monade ma un esempio concreto di possibile edificio-città. Non è la prima volta che i nodi di intersezione della vita cittadina sono ben rintracciabili nell'operato architettonico di Michelucci: alla base dei contenuti di ogni progetto dell'artista pistoiese è infatti presente il rapporto con la città, un rapporto che diventa una vera e propria organizzazione ambientale e che crea un linguaggio architettonico di alto livello espressivo.

Analizzando poi architettonicamente e strutturalmente il complesso, egli elabora un tema di piastra dal quale fa emergere una composizione planimetricamente ramificata che si eleva in corpi aggregati con diverse altezze. Il basamento, si salda in alzato agli isolati limitrofi, istituendo una continuità visiva che lo lega alle misure dell'intorno. Esso si definisce nell'alternarsi di nastri vetrati orizzontali e fasce rivestite in gres, mentre l'attacco a terra ritorna solido nella sua muratura intonacata. Tale basamento è formato da sei piani, strutturati in modo differenziato: il piano terra è caratterizzato da vetrate sovrastate da un mezzanino ed inquadrato dal paramento laterizio; mentre i primi quattro piani superiori, che costituiscono un corpo lievemente aggettante rispetto a quello sottostante, sono caratterizzati da una serie di finestre a nastro riquadrate dal paramento laterizio come quelle situate al piano terra.

Sopra di esso si erge la torre, che inizialmente doveva avere dimensioni più esili, ma che in fase costruttiva venne ingrossata per armonizzarsi meglio col paesaggio circostante. Il suo corpo è estremamente interessante, dato il suo impianto ramificato e pressoché simmetrico: si divide, infatti, in cinque differenti parti, con la caratteristica di avere le facciate principali allineate con quelle del basamento. Questi fronti, inoltre, sono ritmati da finestre sporgenti posizionate in modo da formare sulle superfici moduli geometrici e aperture calibrate; inoltre la ripetizione, interrotta e ripresa, delle finestre e gli sfasamenti ai vari piani creano un chiaroscuro complesso: Michelucci in questo modo si vuole porre in netto contrasto con la sequenza modulare tipica degli edifici di stile classico. Per le facciate secondarie, ovvero quelle rivolte verso gli spazi tra i vari nuclei e la corte interna, dobbiamo fare un discorso diverso: i balconi aggettanti si riducono infatti per lasciare spazio solo a semplici finestre. Le movimentate volumetrie degli elementi sporgenti creano un nesso che lega tutto l'edificio in un rapporto di pieni e di vuoti, di luci e di ombre. In base alle sue distorsioni planimetriche, il composito corpo verticale che si eleva dalla piastra, appare come un

pezzo di una città turrata poggiata su un piedistallo, il cui esterno è affidato al disegno massivo dei volumi verticali che non hanno una vera regola aggregativa se non il dialogo tra la superficie accomunante del clinker e le note discrete degli elementi in cemento armato che vi affiorano a ribadire cerniere e connessioni. I fronti non appaiono come la sommatoria di più piani tipo, ma come un volume unico, pensato nella sua sfaccettata unità.

Nel grattacielo l'impianto disarticolato, determinato dalla rotazione degli appartamenti di ogni piano, le ramificazioni e i tagli volumetrici individuano una lettura fortemente dinamica a 360°. Nessun punto di vista è privilegiato, ma neppure nessuna facciata ha un'importanza maggiore rispetto alle altre. Michelucci sembra volersi distaccare dalla retorica verticalista, dai miti della regolarità, della normalizzazione, della industrializzazione, per proporre tutta una serie irregolare e tormentata di affacciamenti e di bow windows (con questo termine si è soliti indicare la struttura aggettante di un edificio, simile ad un balcone coperto o chiuso da vetri), quasi che la vita, attratta dagli interessi panoramici e visuali, debba ramificarsi intorno alla struttura verticale in modo organico e libero, contestandone la rigidità. Del resto, non dobbiamo dimenticare che l'artista pistoiese cercò di operare in modo che l'uomo riuscisse ad entrare in completo possesso dello spazio architettonico.



Figura 2.1 Prospetto assonometrico del grattacielo

Per concludere citerei tre commenti significativi sull'edificio livornese: per Sergio Polano "la costruzione livornese sembra polemizzare con le declinazioni puriste e minimaliste del tema dell'edificio alto, tanto nella plasticità del trattamento dei volumi quanto nei numerosi scarti ed eccezioni formali che caratterizzano il blocco alto, come la rotazione degli ambienti sulle testate". Per Giuseppe Rebecchini "nell'impianto sembra esserci un riferimento alle zampe di gallina lecorbusiane, ma nei prospetti la composizione è libera, all'interno di una combinatoria di terrazze, finestre, pannelli". Infine, Fabio Fabbrizzi mette in risalto allo stesso tempo luci ed ombre di un'opera che seppure unica, è stata soggetta a diverse critiche: "Al di là dei numerosi tagli di alloggio, le acquisizioni sul senso di un abitare collettivo appaiono minime, non offrendo spazi e servizi di interesse comunitario specifico, se non quelle fruibili anche dalla città, come se Michelucci fosse interessato di più dal dimostrare la sua appartenenza alla dimensione urbana che non ad approfondire una riflessione sullo stare insieme. Il brutalismo di quest'opera ce lo conferma, rende chiara l'intenzione dell'autore di porsi in contrasto con l'idea dominante di grattacielo, lontano dalla retorica della normalizzazione e della ricerca di gradevolezza; come se i suoi profili, i suoi fronti e i suoi dettagli, altro non fossero che un tentativo di proiettare la spazialità interna all'esterno in tutta la sua inaspettata necessità, solo che il suo nucleo si offre in una dimensione tutto sommato convenzionale. Ma forse, è proprio questa ambiguità di fondo ad essere il valore dell'opera, ovvero quel suo bilico tra il porsi come frammento di un organismo che continuamente muta ma che in fondo, oltre la seducente potenza del suo impatto visivo, poco aggiunge al tema dell'abitare collettivo che appare congelato in una prassi comune alla quale si somma il solo valore di inusuali relazioni panoramiche e visuali".

2.2 Descrizione volumetrica e strutturale

Per quanto riguarda la disposizione degli elementi strutturali, l'edificio presenta una variabilità considerevole tra un piano e l'altro, seppur meno spiccata rispetto a quella geometrica già accennata ed osservabile dell'esterno.

La pianta del piano terra è naturalmente quella che più si differenzia dalle altre, si riconoscono due blocchi distinti, separati da un passaggio per auto che unisce le due strade ai lati del palazzo. L'accesso al condominio è dato da un unico portone di ingresso che si affaccia su piazza Matteotti, a differenza delle vie di uscita d'emergenza che sono ben tre. Una volta nell'atrio ci si trova quasi spiazzati nel comprendere le diverse soluzioni per accedere ai piani superiori: vi sono due rampe scale ed addirittura sette ascensori. Partendo dalle scale si può notare come quella a fondo atrio si interrompa al 3° piano, mentre quella appena dopo l'ingresso arrivi fino al 6°. Passando agli ascensori abbiamo i primi due che consentono di raggiungere i piani fino al 6°, altri due per raggiungere quelli tra il 7° ed il 15°, i due di fronte a quest'ultimi che accedono ad i piani tra il 16° ed il 26°; infine un ascensore d'emergenza per i piani tra 3° e 15°. Si può presto notare come convenzionalmente non sia presente il 1° piano nello spazio condominiale, vi è infatti un passaggio repentino dal PT al 2° sia utilizzando le scale che l'ascensore. Questo è dovuto alla presenza di un mezzanino che interessa solamente alcune regioni adibite a negozio, situate sia al di sotto del suddetto atrio che nel secondo blocco del basamento, oltre il passaggio interno per veicoli (nel corrente paragrafo, la numerazione dei piani è fedele a quella convenzionalmente adottata nel grattacielo, ossia partendo a contare dal secondo piano coerentemente con quanto appena descritto. Va tuttavia sottolineato che nel corso dell'elaborato si farà riferimento alla numerazione effettiva, che vede ciascun piano traslato in basso di una posizione).

La maggior parte dei pilastri, se non la totalità, è integrata nei muri di tamponamento o di separazione interna così da non risultare invasivi; mentre i setti sono posizionati seguendo una configurazione per nulla scontata, se escludiamo quelli dei vani ascensore. Sugli orizzontamenti possiamo infine notare un'evidente ribassatura delle travi portanti, che lascia intuire la loro orditura, così come quella dei travetti di solaio orientati ortogonalmente ad esse. Si rimanda ai capitoli successivi per un'osservazione più accurata, così da comprendere l'evoluzione delle loro disposizioni procedendo dal basso verso la cima dell'edificio.

Passando al piano superiore, che tralasciando il mezzanino risulta dunque essere il 2, vi è chiaramente una sostanziale differenza nella gestione degli spazi interni, ma per quanto riguarda la disposizione degli elementi strutturali non sono osservabili grossi cambiamenti, fatta eccezione per la comparsa di una passerella su travi in acciaio che collega quelli che prima si presentavano come due blocchi disgiunti.

Vi è poi un blocco di piani, quelli tra il 3° ed il 6°, che va ad arricchirsi con delle regioni a sbalzo su più lati dell'edificio, non propriamente identificabili in balconi in quanto ognuna di esse è inscatolata tra piano superiore ed inferiore. Di fondamentale importanza è la comparsa di una scala d'emergenza situata a lato del corridoio centrale, che si pone superiormente alla passerella ma risulta ora ben integrato nella struttura. Essa è composta da due rampe affiancate, ma non comunicanti per via della presenza di una parete di separazione interna, che proseguono fino al tetto dell'edificio e ne rappresenteranno l'unico accesso possibile. Va osservato inoltre come la loro comparsa qui vada a compensare il fatto che una delle due rampe di scale accessibili al piano terra si interrompe proprio al 3° piano.

Procedendo oltre, si osserva come il 7° piano funga sostanzialmente da "coperchio" al blocco sottostante: i ringrossi esterni in questo caso risultano in un effettivo terrazzo a cielo aperto, il che comporta una diversa configurazione strutturale in cui si ha la scomparsa di due regioni triangolari adiacenti al fronte dell'edificio, portando alla formazione di due ali anteriori ben distinguibili che vanno ad aggiungersi all'ala posteriore destra già definita fin dal piano terra. Proprio quest'ultima è invece il riferimento fondamentale che porta alla definizione del blocco tra 7° e 15° piano, dal momento che successivamente si avrà la sua scomparsa con conseguente diminuzione dell'area in pianta. I piani in questione, fatta eccezione per il 7° di cui si è già parlato, sono quasi identici tra loro; possiamo però riconoscerli per via di sottili differenze nella configurazione dei balconi. Per quanto riguarda i setti, è bene segnalare che quello del vano associato ai primi due ascensori si interrompe, essendo quest'ultimi adibiti al raggiungimento dei piani al di sotto del 7°.

L'ultimo blocco riconoscibile comprende i piani tra 16° e 26°, con il primo di essi in cui si distingue naturalmente una regione addizionale in pianta, data dalla copertura dell'ala posteriore destra interrottasi al piano precedente. Gli unici cambiamenti strutturali che si hanno rispetto al blocco precedente sono dati dalla scomparsa dell'ascensore d'emergenza e dei due adibiti al raggiungimento dei piani 7-15. Anche in questo caso si può constatare come i piani siano tutti davvero simili, ma continuano a differenziarsi per piccoli cambi di geometria nella disposizione dei balconi ed anche per la comparsa di un nuovo dettaglio: le due rampe della scala d'emergenza sono ora messe in comunicazione tramite una porta che permette il passaggio dall'una all'altra, anche se ciò si applica esclusivamente ai piani di numero pari.

L'ultimo piano consiste infine in un tetto accessibile, che presenta perifericamente delle aree a cielo aperto e nella regione centrale una sorta di sottotetto dotato di copertura. La scala d'emergenza, che ricordiamo essere l'unico accesso a tale piano, conduce proprio all'interno di tale costruzione scatolare, dotata passaggi che permettono di affacciarsi sul terrazzo.

Una conoscenza così accurata del grattacielo è stata possibile acquisirla grazie al materiale raccolto (di cui si è parlato al paragrafo 1.5), ma anche grazie al sopralluogo effettuato personalmente ed alla possibilità di osservare la struttura nello spazio 3D tramite Google Earth. In definitiva, la ricostruzione del modello ha portato allo sviluppo (in AutoCad) di cinque diverse piante di piano:

LEGENDA

Travi in CLS armato	
Pilastri	
Pareti di controventamento (setti)	
Sbalzi / balconi	
Travi in acciaio	

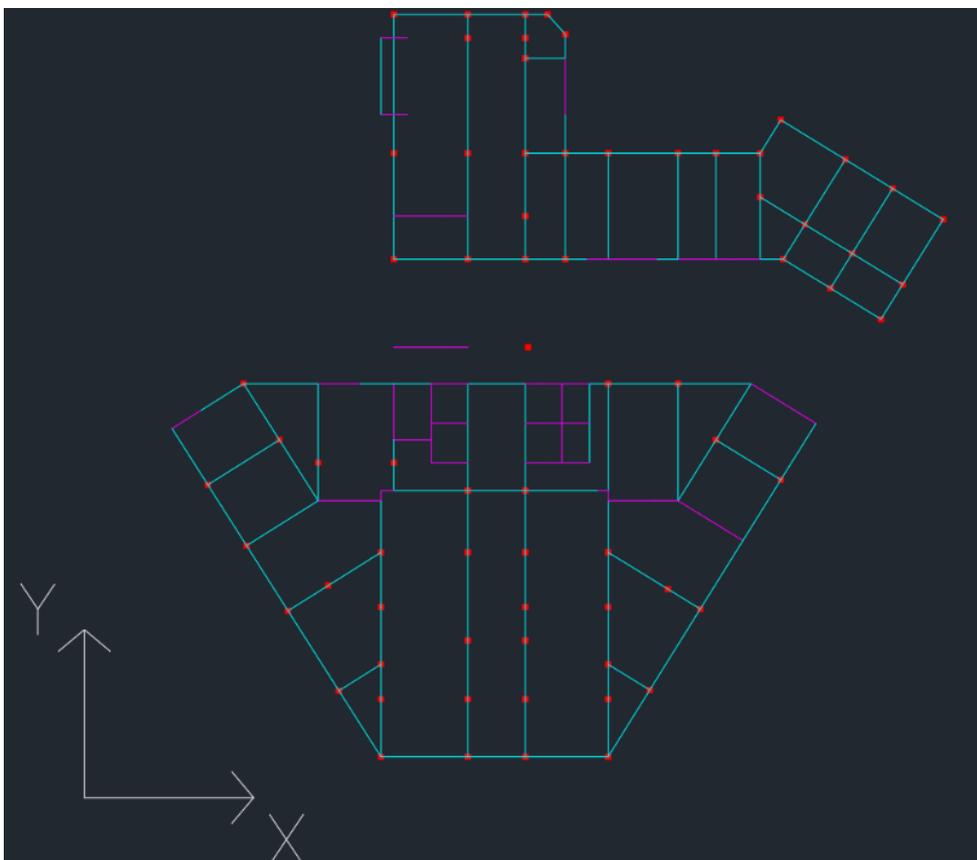


Figura 2.2 Pianta: Piano terra

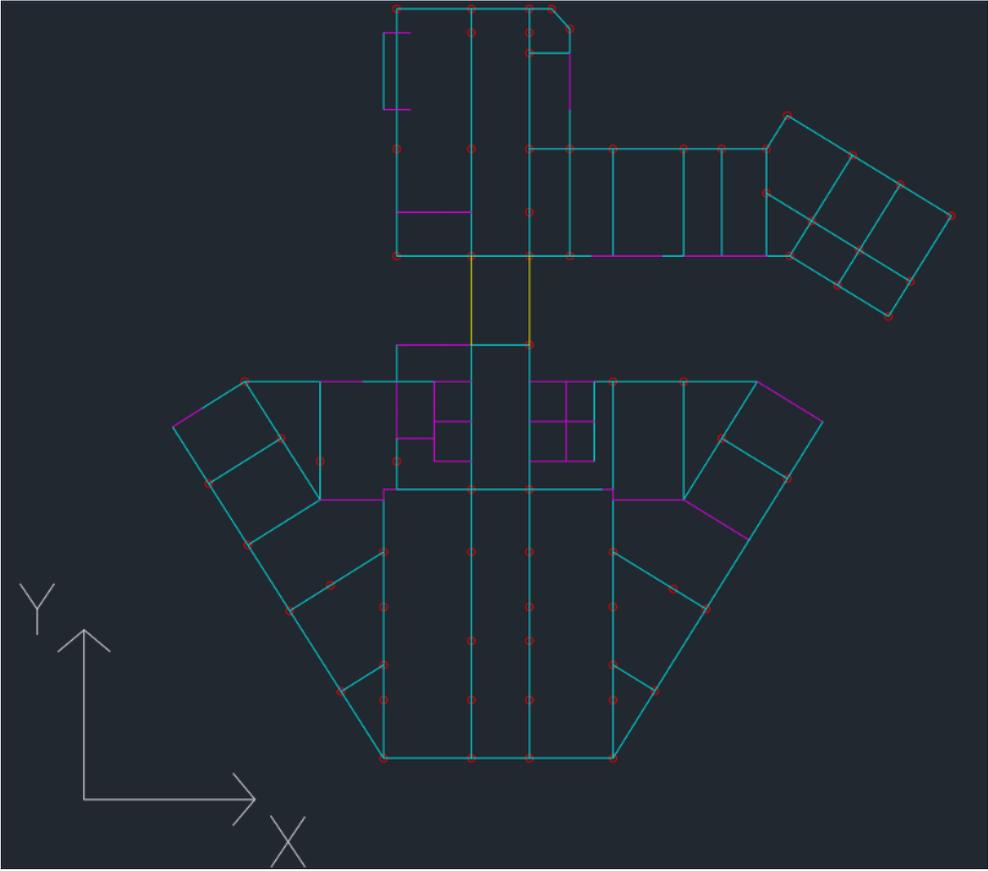


Figura 2.3 Pianta: Piano 1

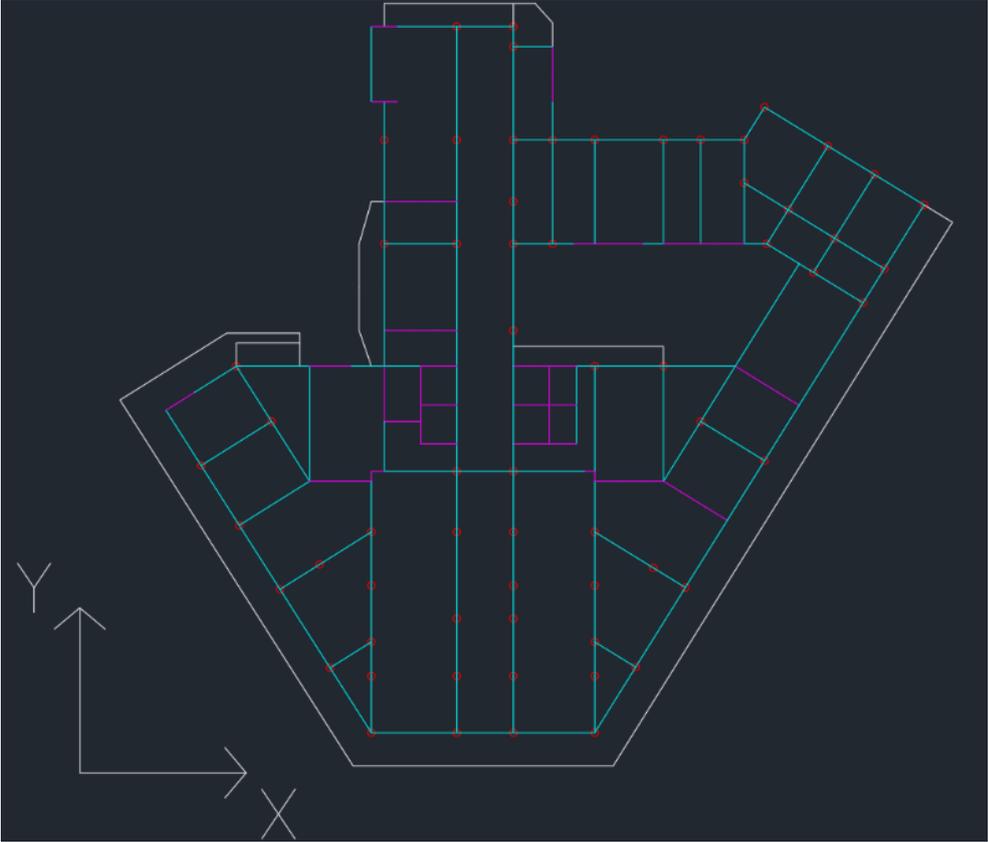


Figura 2.4 Pianta tipo: Piani 2 - 6

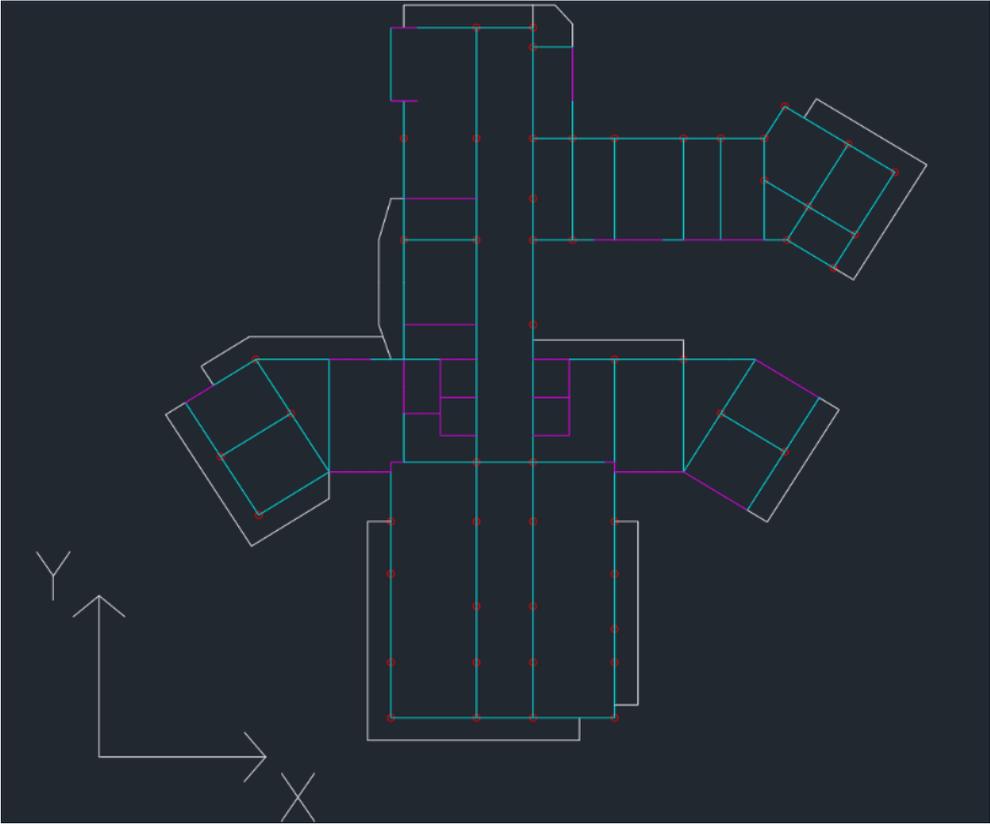


Figura 2.5 Pianta tipo: Piani 7 - 15

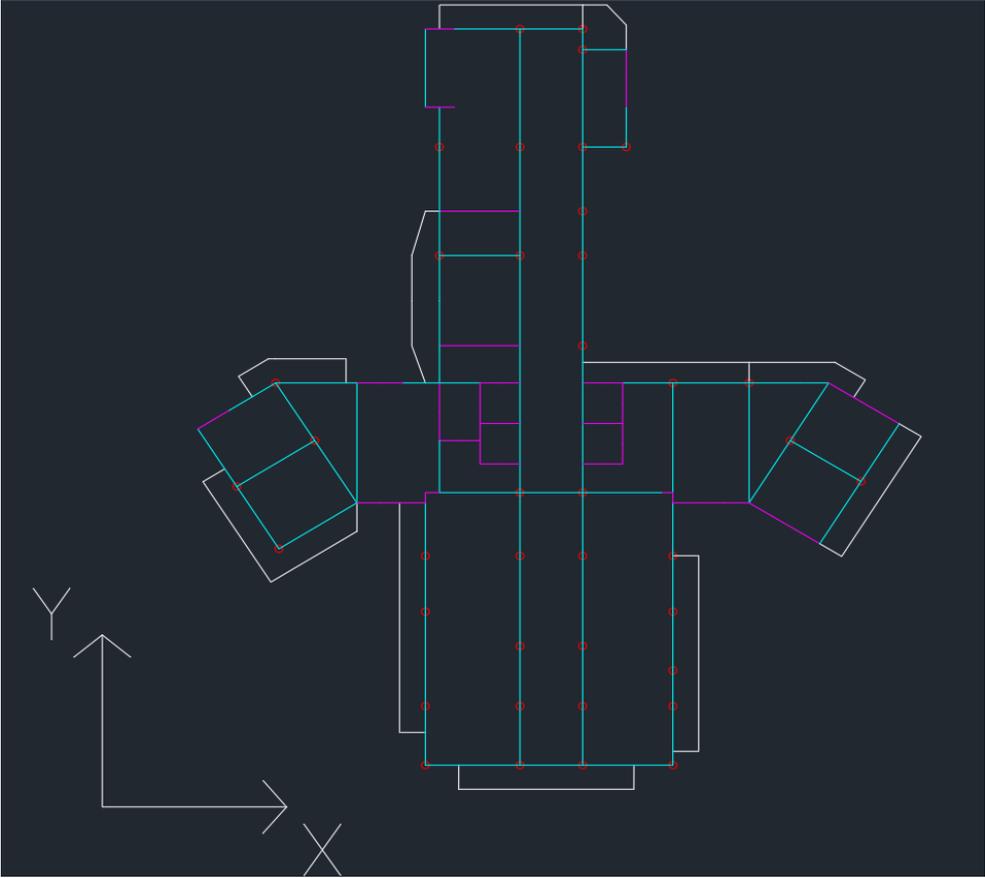


Figura 2.6 Pianta tipo: Piani 16 - 26

2.3 Materiali

Non potendo risalire alle scelte effettuate dai costruttori dell'epoca, la designazione del calcestruzzo e dell'acciaio d'armatura avverrà sulla base di alcuni studi effettuati allo scopo di definire l'evoluzione nel tempo delle abitudini adottate in cantiere. Tale approccio, per quanto carico di incertezze, rimane più affidabile rispetto a quello basato sulle NTC2018: seguendo quest'ultime otterremo probabilmente un'eccessiva sovrastima della classe di resistenza che, come si potrà osservare in seguito, ha seguito storicamente un percorso di crescita nei suoi impieghi.

Si vuole infine sottolineare come sia lecito utilizzare soluzioni di questo tipo essendo il presente una valutazione preliminare di un edificio esistente; ben diverso dal caso in cui si preveda un intervento su di esso e che richiederebbe dei prelievi da sottoporre a prove di laboratorio.

2.3.1 Calcestruzzo

La stima della resistenza a compressione del calcestruzzo di una struttura in c.a. esistente può essere eseguita con il modello proposto dal professor Fantilli del Politecnico di Torino. Con tale approccio, essa si può ricavare in funzione dell'anno di realizzazione del manufatto, facendo uso delle curve resistenza-età illustrate in seguito. Tale figura mostra la distribuzione dei valori medi della resistenza cubica R_{ck} , misurati in circa 100 anni di prove di certificazione dei calcestruzzi strutturali, e dei relativi frattili 5%, 25%, 75% e 95%.

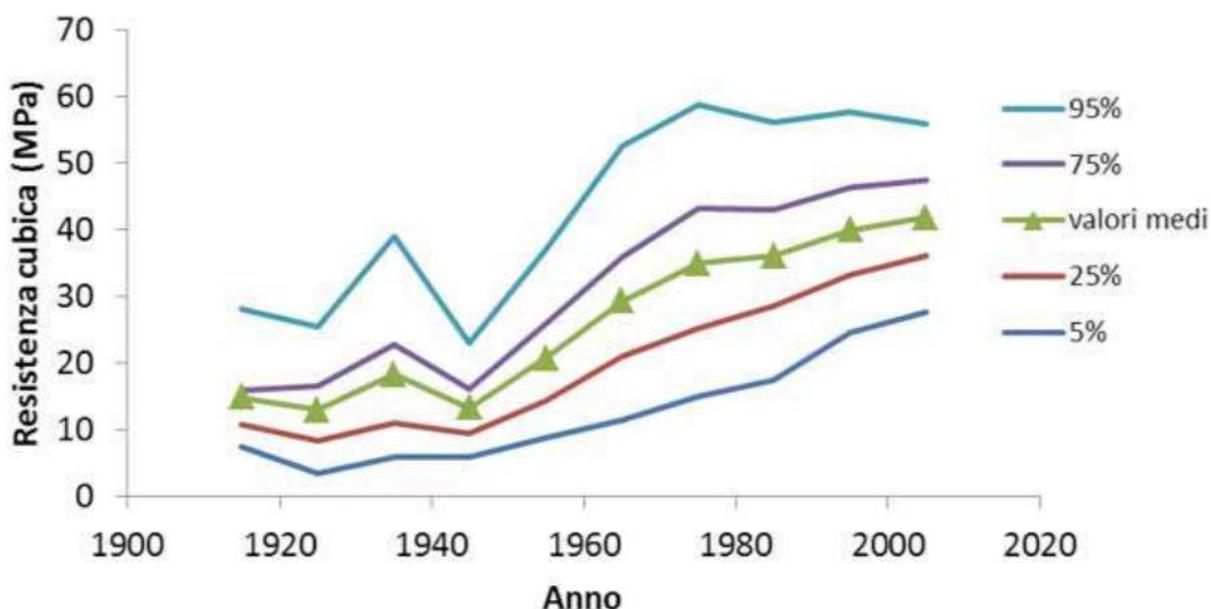


Figura 2.7 Resistenza cubica del CLS in funzione dell'anno di costruzione della struttura, secondo un approccio statistico basato su prove di certificazione

Le curve in questione sono state ottenute a partire dalle prove di compressione su provini di forma cubica di differenti annate, eseguite presso il Politecnico di Torino. A titolo di esempio, si riporta la distribuzione delle resistenze cubiche a compressione dei calcestruzzi messi in opera nell'anno 1955.

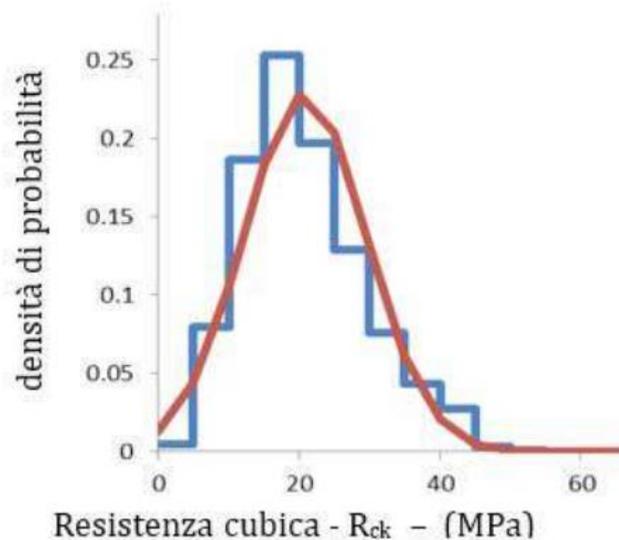


Figura 2.8 Densità di probabilità delle resistenze cubiche, ottenuta a partire da prove di compressione su provini di uno specifico anno

Ricordando che l'edificio trattato è stato costruito a partire dal 1961, ma ha un progetto risalente al 1956 circa, tramite i dati a disposizione si ricade su una classe di calcestruzzo C20/25.

Si riportano in seguito i suoi parametri meccanici, forniti dall'Eurocodice 2:

- Resistenza a compressione cubica caratteristica: $R_{ck} = 25$ MPa
- Resistenza a compressione cilindrica caratteristica: $f_{ck} = 20$ MPa
- Resistenza media a trazione: $f_{ctm} = 2,2$ MPa
- Modulo elasticità secante: $E_{cm} = 30$ GPa

2.3.2 Acciaio

In modo del tutto analogo, ci si affida per la scelta dell'acciaio ad uno studio condotto in questo caso dal Dipartimento di Ingegneria Strutturale dell'Università degli Studi di Napoli Federico II. La ricerca illustra un'analisi statistica delle caratteristiche meccaniche degli acciai di armatura utilizzati in Italia tra il 1950 ed il 1980, portando ai seguenti risultati.

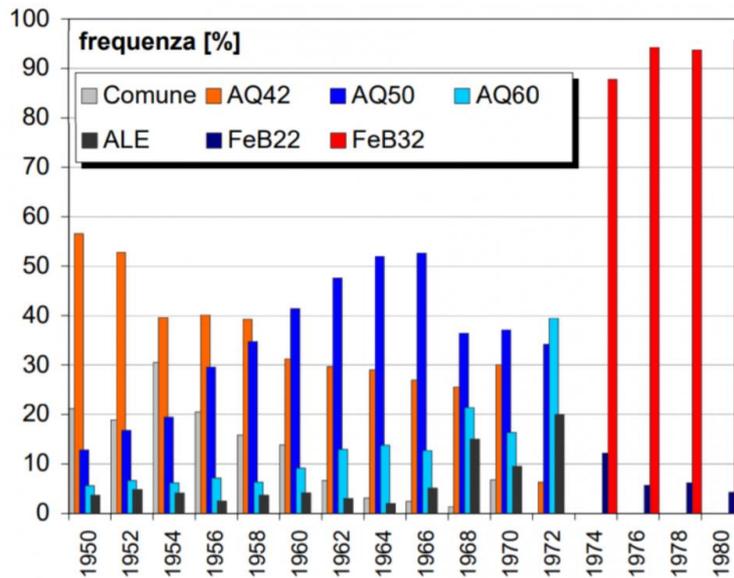


Figura 2.9 Distribuzione di frequenza per varie classi di acciaio in funzione dell'anno di appartenenza della costruzione

La scelta dell'acciaio nel caso di studio in questione cadrà dunque sull'AQ42, le cui caratteristiche in base alle disposizioni dell'epoca sono:

- Tensione di snervamento: $f_y \geq 230 \frac{N}{mm^2}$
- Tensione di rottura: $420 \frac{N}{mm^2} \leq f_u \leq 500 \frac{N}{mm^2}$
- Allungamento a rottura: $A_{10\phi} > 20\%$

3. Metodologia di calcolo

3.1 Algoritmo generale

In un edificio di grande altezza come quello in questione, è importante affidare la resistenza alle azioni orizzontali a delle strutture di controventamento in grado di limitare i relativi spostamenti degli impalcati. Nel nostro caso di studio la configurazione è quella di una struttura a telaio con elementi verticali irrigidenti schematizzabili come mensole, identificabili nello specifico in setti e nuclei che svolgono quindi la funzione di controventamento sopra citata.

L'algoritmo in seguito illustrato, presentato da Carpinteri nel 1985, permette di definire la ripartizione dei carichi orizzontali tra tali elementi verticali. Essi sono supposti assialmente indeformabili, interconnessi mediante solai che sono infinitamente rigidi nel loro piano ed infinitamente deformabili fuori dal piano. Ciò implica la presenza di 3 gradi di libertà per ogni piano, due traslazioni ξ e η rispettivamente nelle direzioni X e Y; ed una rotazione θ attorno all'asse Z.

Statica

Sulla base delle ipotesi menzionate ed indicando con N il numero di piani dell'edificio, quest'ultimo ha $3N$ gradi di libertà. I carichi esterni applicati sono allora espressi da un vettore $\{F\}$ di $3N$ elementi, composto da 2 forze di taglio ed un momento torcente per piano. Allo stesso modo si indica con $\{F_i\}$ il vettore dei carichi esterni trasmessi all' i -esimo elemento verticale, costituito da un vettore di forze taglianti $\{p_i\}$ di dimensione $2N$ e dal vettore dei momenti torcenti $\{m_i\}$ di dimensione N :

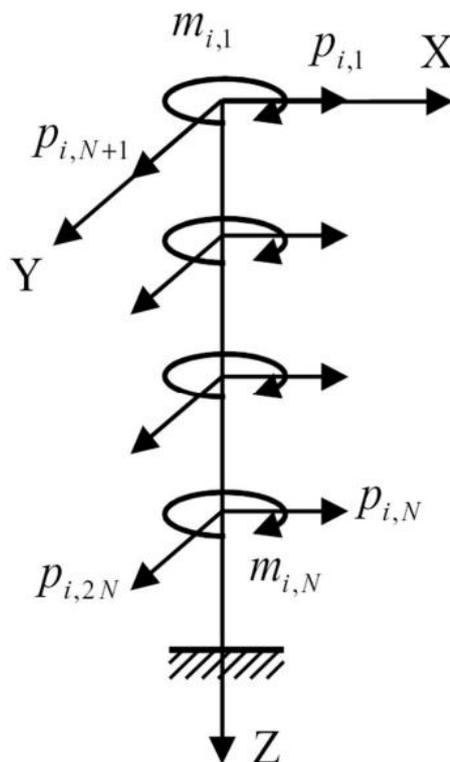


Figura 3.1 Carichi esterni ripartiti sull' i -esimo elemento verticale, uno ogni grado di libertà

Al fine di comprendere come viene montato ogni vettore, si noti che vengono contate prima tutte le forze in una direzione, poi nell'altra ed infine le rotazioni. Si indica inoltre il piano più alto con pedice 1 ed il più basso con N.

Scomponendo $\{p_i\}$ in due vettori di dimensione N riferiti alle due relative direzioni, in riferimento alle coordinate globali XY possiamo così indicare il vettore dei carichi ripartiti sull' i-esimo elemento:

$$\{F_i\} = \begin{Bmatrix} p_i \\ m_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_{x,i} \\ p_{y,i} \\ m_i \end{Bmatrix} \quad (3.1.1)$$

Le stesse forze riferite al sistema di coordinate locali $X_i^* Y_i^*$ dell'elemento verticale considerato, sono ricavabili dalle precedenti tramite le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} p_i^* &= N_i p_i \\ m_{z,i}^* &= m_{z,i} - \Psi_i \wedge p_i \times u_z \end{aligned} \quad (3.1.2)$$

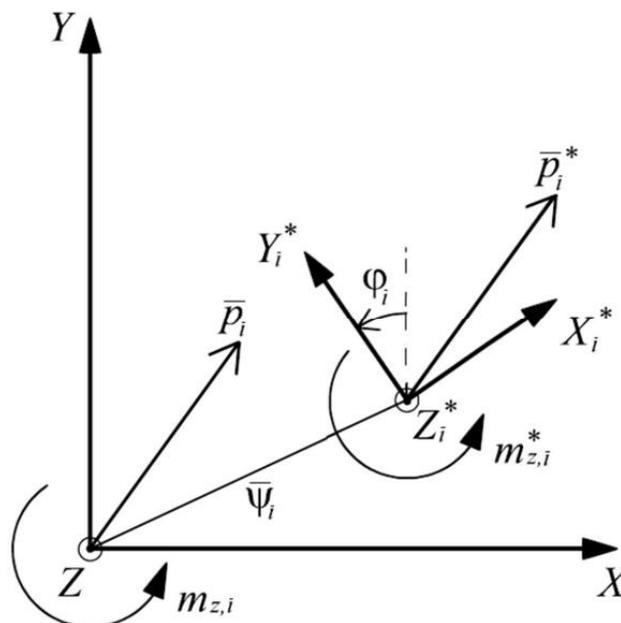


Figura 3.2 Forze sull'i-esimo elemento rispetto ai sistemi di riferimento globale e locale

Con:

- $N_i = \begin{bmatrix} \cos\varphi_i & \sin\varphi_i \\ -\sin\varphi_i & \cos\varphi_i \end{bmatrix}$ matrice ortogonale di rotazione dal sistema globale a quello locale, ciascun elemento rappresenta una matrice diagonale $N \times N$ con termini non nulli tutti uguali alla relativa funzione trigonometrica
- Ψ_i vettore di posizione del sistema locale rispetto a quello globale
- u_z versore in direzione Z

Le equazioni (3.1.2) possono esser scritte in forma matriciale:

$$F_i^* = A_i F_i \quad (3.1.3)$$

Avendo introdotto la matrice A_i di dimensione $3N \times 3N$ così definita:

$$A_i = \begin{bmatrix} N_i & 0 \\ -u_z \wedge \Psi_i & I \end{bmatrix}$$

Ove oltre alla già definita matrice di rotazione compaiono:

- 0 matrice nulla di dimensione $2N \times N$
- I matrice identità di dimensione $N \times N$
- $u_z \wedge \Psi_i$ matrice di dimensione $N \times 2N$

Applicando le regole del prodotto vettoriale, l'ultima sottomatrice elencata si può riscrivere come matrice contenente le coordinate del centro di taglio:

$$C_i^T = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & 1 \\ x_i & y_i & 0 \end{vmatrix} = [-y_i \quad x_i] \quad (3.4)$$

Essa mantiene stessa dimensione; si sono indicati a prima riga i versori, nella seconda le componenti di u_z e nella terza quelle di Ψ_i . La matrice A_i diventa così:

$$A_i = \begin{bmatrix} N_i & 0 \\ -C_i^T & I \end{bmatrix} \quad (3.1.5)$$

Cinematica

In modo del tutto analogo si vogliono ora ricavare i vettori degli spostamenti, sia allora δ_i^* quello riferito all'elemento i-esimo nel sistema di riferimento locale $X_i^* Y_i^*$:

$$\{\delta_i^*\} = \begin{Bmatrix} \xi_i^* \\ \eta_i^* \\ \theta_i^* \end{Bmatrix}$$

Dove ovviamente compaiono due traslazioni lungo rispettivamente gli assi X_i^* e Y_i^* ed infine la rotazione torcente. Tali componenti vengono messe in relazione alle corrispondenti nel sistema globale XY tramite le seguenti equazioni:

$$\begin{Bmatrix} \xi_i^* \\ \eta_i^* \end{Bmatrix} = N_i \begin{Bmatrix} \xi_i \\ \eta_i \end{Bmatrix} \quad (3.1.6)$$
$$\theta_i^* = \theta_i$$

In forma matriciale:

$$\delta_i^* = B_i \delta_i \quad (3.1.7)$$

Con:

$$B_i = \begin{bmatrix} N_i & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (3.1.8)$$

Le dimensioni delle sottomatrici sono le stesse già viste in precedenza, con la semplificazione di avere una matrice nulla in più.

Elasticità del problema

Assumendo che la struttura lavori in campo elastico, si può ora introdurre la matrice di rigidezza per legare forze e spostamenti appena definiti:

$$K_i^* = \begin{bmatrix} K_{pi}^* & 0 \\ 0 & K_{mi}^* \end{bmatrix} \quad (3.1.9)$$

Essa contiene una sottomatrice $2N \times 2N$ riferita alle traslazioni ed una $N \times N$ associata alle rotazioni. Nel sistema di riferimento locale allora si ha:

$$F_i^* = K_i^* \delta_i^* \quad (3.1.10)$$

Richiamando le equazioni (3.1.4) e (3.1.7):

$$A_i F_i = K_i^* B_i \delta_i \quad (3.1.11)$$

Pre-moltiplicando entrambi i membri per la matrice inversa A_i^{-1} si ottiene:

$$F_i = (A_i^{-1} K_i^* B_i) \delta_i \quad (3.1.12)$$

Ne consegue che la matrice di rigidezza dell' i -esimo elemento riferita al sistema globale è:

$$K_i = (A_i^{-1} K_i^* B_i) \quad (3.1.13)$$

Moto rigido

Ricordando le ipotesi fatte sui solai, possiamo affermare che ciascun piano segua un atto di moto rigido. Definiamo allora δ come il vettore degli spostamenti rigidi degli N piani, anch'esso di dimensione $3N$, che è legato al vettore δ_i tramite la seguente relazione:

$$\delta_i = T_i \delta \quad (3.1.14)$$

Dove è stata introdotta la matrice di trasformazione $3N \times 3N$:

$$T_i = \begin{bmatrix} I & C_i \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (3.1.15)$$

Si può da essa intuire che le rotazioni nei due vettori coincidono, mentre le traslazioni sono somma di quella nella stessa direzione considerata più il prodotto vettoriale tra quella nell'altra direzione e la rotazione.

Riscriviamo così l'equazione (3.1.12):

$$F_i = K_i(T_i\delta) = \bar{K}_i\delta \quad (3.1.16)$$

Con \bar{K}_i che rappresenta la rigidezza dell'*i*-esimo elemento con riferimento agli spostamenti dei piani.

Assemblaggio e ripartizione

Ai fini dell'equilibrio globale si ha necessariamente:

$$\sum_{i=1}^{N_{TOT}} F_i = F = \sum_{i=1}^{N_{TOT}} \bar{K}_i\delta \quad (3.1.17)$$

Che introducendo la matrice di rigidezza globale del sistema \bar{K} può risciversi come:

$$F = \bar{K}\delta \quad (3.1.18)$$

Richiamando le equazioni (3.1.16) e (3.1.18) si ottiene:

$$\delta = \bar{K}_i^{-1}F_i = \bar{K}^{-1}F \quad (3.1.19)$$

Ed infine:

$$F_i = \bar{K}_i\bar{K}^{-1}F = R_iF \quad (3.1.19)$$

Dove R_i rappresenta la matrice di ripartizione per l'*i*-esimo elemento: essa ci aspettiamo che assegni a ciascuno di loro una quota di carico tanto maggior quanto più è grande la sua rigidezza. In ogni caso la somma delle matrici di ripartizione deve necessariamente produrre una matrice unitaria.

3.2 Nuclei irrigidenti a sezione sottile aperta: Teoria della torsione di Vlasov

A differenza delle sezioni compatte, le sezioni sottili aperte soggette a torsione mostrano un comportamento non descrivibile attraverso la sola teoria di Saint Venant, la quale prevede come ipotesi l'applicazione di due momenti torcenti uguali e contrari alle estremità ed una conseguente variazione lineare della rotazione lungo l'altezza dell'elemento. Tale ipotesi cade con la teoria di Vlasov, motivo per cui viene chiamata anche col nome di teoria della torsione non uniforme. Storicamente parlando, essa viene presentata circa un secolo dopo quella di Saint Venant, andando di fatto ad approfondire quest'ultima ed inserendo talvolta alcune correzioni fondamentali: è questo il caso della rigidità torsionale, che viene sottovalutata con la prima delle due teorie. Vlasov introduce infatti un termine addizionale che, nel caso in cui si lavori con sezioni compatte, risulta praticamente trascurabile; mentre nella trattazione di sezioni sottili aperte è preponderante al punto che se non contato porterebbe ad una stima nulla della rigidità stessa. Vedremo a fine paragrafo come le due componenti di rigidità date da Saint Venant e Vlasov abbiano la particolarità di presentare dimensione fisica diversa, motivo per cui esse non risultano direttamente confrontabili.

Applicando una sollecitazione di torsione ad un nucleo aperto, la sezione ruota attorno al suo centro di taglio, ma si va anche a distorcere fuori dal piano mostrando spostamenti longitudinali differenti nei suoi vari punti. Si parla allora di ingobbamento della sezione, assente nella teoria della torsione primaria. Ricordando le ipotesi introdotte nello scorso paragrafo, ovvero indeformabilità assiale del nucleo, orizzontamenti infinitamente rigidi nel piano ed infinitamente deformabili fuori dal piano; l'ingobbamento risulta essere totalmente impedito solo nell'incastro alla base della struttura, mentre è impedito solo parzialmente in corrispondenza degli impalcati. Tali vincoli, andando ad opporsi alle deformazioni da ingobbamento, implicano lo sviluppo di un'ulteriore tensione longitudinale che va a sommarsi a quelle della teoria di Saint Venant.

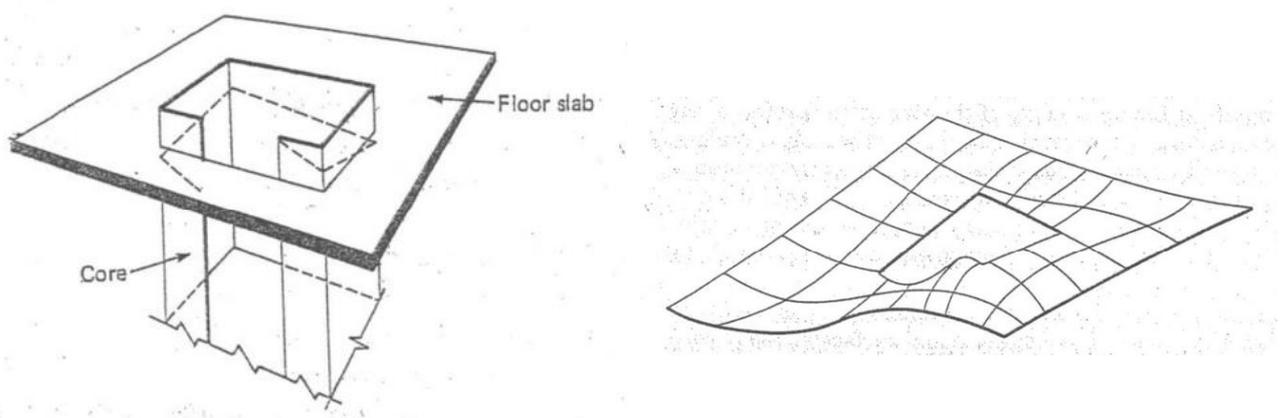


Figura 3.3 Ingobbamento della sezione

Per comprendere meglio il fenomeno, si consideri il caso di una trave a mensola con sezione IPE soggetta a un carico concentrato su una delle sue flange. Sfruttando il principio di sovrapposizione degli effetti, questo schema di carico può essere scomposto nella somma di 4 differenti configurazioni: una puramente assiale, due puramente flessionali; l'ultima che infine si definisce

torsione flessionale in virtù del fatto che le due ali sono soggette a momento flettente uguale e contrario, motivo per cui l'anima tende a ruotare in due direzioni opposte alle due estremità.

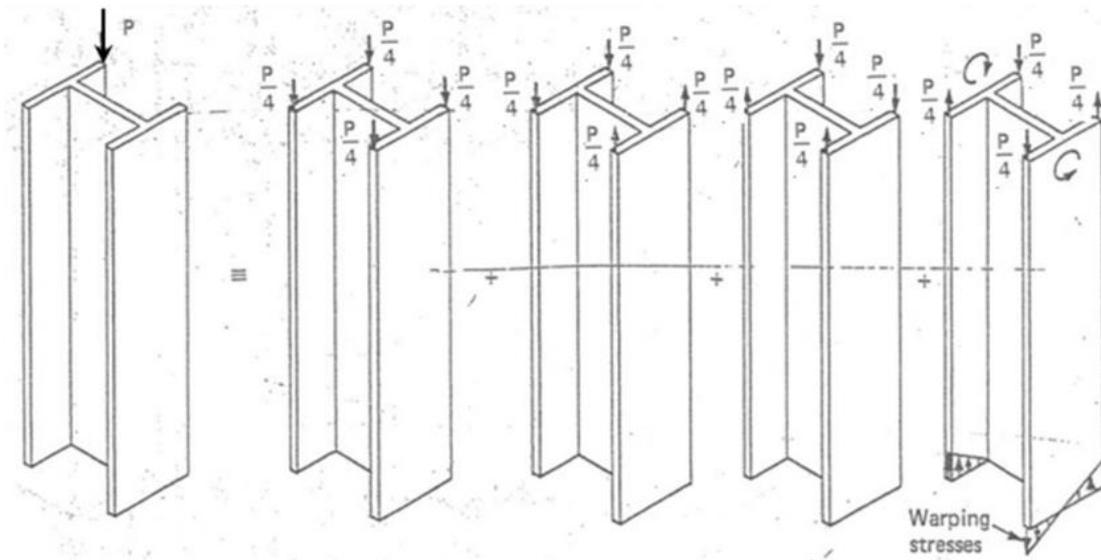


Figura 3.4 Schema di mensola con carico assiale scomposto tramite principio di sovrapposizione degli effetti

Soffermandoci proprio sull'ultima configurazione, definiamo una sollecitazione di questo tipo col nome di "bimomento". Le deformazioni provocate da quest'ultimo, sono proprio quelle tipiche dell'ingobbamento, per cui come già anticipato si producono tensioni longitudinali aggiuntive indicate in figura col nome di warping stresses.

Chiariti questi fondamentali concetti introduttivi, vediamo ora come si presenta analiticamente il problema, al fine di ottenere le equazioni che lo governano. Fissato un sistema di riferimento XYZ, si consideri un generico elemento verticale a sezione sottile aperta:

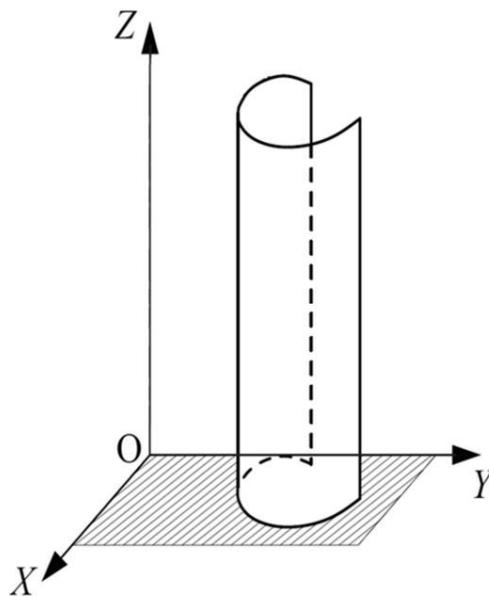


Figura 3.5 Generica mensola a sezione sottile aperta, sistema di riferimento globale

Si noti come non si parli più della presenza di n piani, motivo per cui gli spostamenti che introdurremo sono riferiti ad una generica quota z ; si può dire allora che rispetto allo studio visto con l'algoritmo generale si è passati da un caso discreto ad uno continuo.

Incognite del problema: spostamenti

Partendo dall'ipotesi di indeformabilità trasversale, possiamo ricavare da una semplice rotazione rigida le due traslazioni nel piano:

$$u = \xi(z) - \theta(z)y \tag{3.2.1a}$$

$$v = \eta(z) + \theta(z)x \tag{3.2.1b}$$

Osservando il piano XY , sia δ_t la componente dello spostamento secondo la tangente all'asse curvilineo s della sezione:

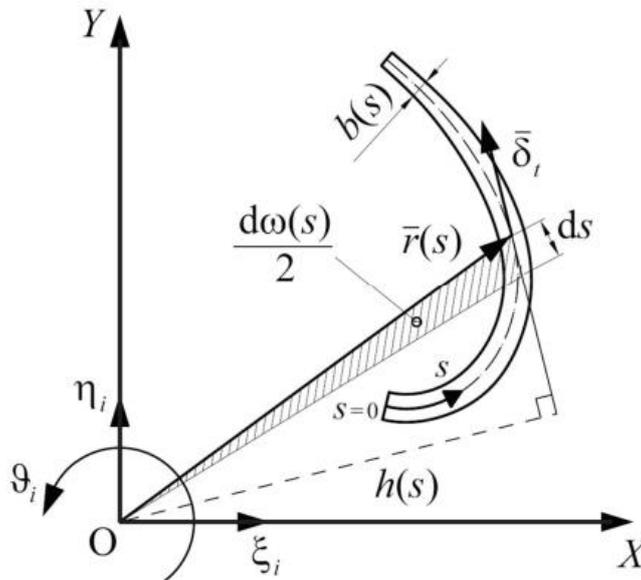


Figura 3.6 Spostamento lungo la coordinata curvilinea della sezione

$$\delta_t = \{\delta\}^T \{u_t\} = u \frac{dx}{ds} + v \frac{dy}{ds}$$

Avendo indicato con $\{u_t\}$ il vettore dei coseni direttori. Conformemente alle (3.2.1a,b) si ha:

$$\delta_t = \xi \frac{dx}{ds} + \eta \frac{dy}{ds} + \theta \cdot h(s) \tag{3.2.2}$$

Dove $h(s)$ è la distanza orientata tra la tangente alla linea media ed il polo O; ovvero la proiezione del raggio vettore sulla normale alla tangente. Essa si può esprimere come segue, tenendo conto delle espressioni associate ai versori in direzione tangenziale ed in direzione normale:

$$\bar{u}_t = \frac{dx}{ds} \bar{i} + \frac{dy}{ds} \bar{j}$$

$$\bar{u}_n = \frac{dy}{ds} \bar{i} - \frac{dx}{ds} \bar{j}$$

$$h(s) = \{r\}^T \{u_n\} = x \frac{dy}{ds} - y \frac{dx}{ds} \quad (3.2.3)$$

La componente di scorrimento angolare tra le fibre generatrici (cioè lungo z) e le fibre direttrici (ossia lungo la linea media della sezione) può porsi come:

$$\gamma_{zs} = \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{\partial \delta_t}{\partial z}$$

Derivando la (3.2.2) e sostituendo si ha:

$$\gamma_{zs} = \frac{\partial w}{\partial s} + \xi' \frac{dx}{ds} + \eta' \frac{dy}{ds} + \theta' h(s) \quad (3.2.4)$$

L'ipotesi di annullamento di γ_{zs} in ogni punto della linea media ci consente di porre la (.4) uguale a zero e di integrare per ottenere lo spostamento in direzione longitudinale:

$$w = \zeta(z) - \xi' x - \eta' y - \theta' \omega \quad (3.2.5)$$

Ove $\zeta(z)$ compare come costante di integrazione e rappresenta lo spostamento assiale uniforme della sezione.

Si è inoltre introdotta la funzione ingobbamento ω , che a meno di una costante arbitraria si ottiene dall'integrazione della seguente espressione:

$$\omega = \int_0^s h(s) ds \quad (3.2.6)$$

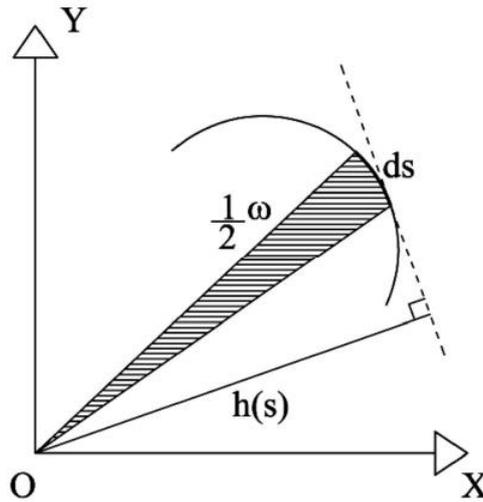


Figura 3.7 Funzione ingobbamento (o coordinata settoriale)

Con l'aiuto della figura, notiamo che ω risulta essere il doppio dell'area spazzata dal raggio vettore, cioè l'area del triangolo infinitesimo che ha per base il tratto ds e per altezza la distanza orientata $h(s)$.

Le (3.2.1a,b) e la (3.2.5) evidenziano le 4 incognite fondamentali del problema, tutte funzioni della variabile z :

$$\begin{cases} \zeta = \zeta(z) & (3.2.7a) \\ \xi = \xi(z) & (3.2.7b) \\ \eta = \eta(z) & (3.2.7c) \\ \theta = \theta(z) & (3.2.7d) \end{cases}$$

Derivando la (3.2.5), otteniamo le dilatazioni longitudinali:

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = \zeta' - \xi''x - \eta''y - \theta''\omega \quad (3.2.8)$$

Le tensioni normali risultano allora:

$$\sigma_z = \sigma_z^{SV} + \sigma_z^{VL} = E(\zeta' - \xi''x - \eta''y - \theta''\omega) \quad (3.2.9)$$

Dove il termine dovuto a Vlasov è:

$$\sigma_z^{VL} = -E\theta''\omega .$$

Caratteristiche della sollecitazione

Il prossimo passo è quello di elencare le caratteristiche della sollecitazione che interessano il generico elemento, in funzione degli spostamenti appena trattati.

A tale scopo, introduciamo per la sezione trasversale di area A i momenti di primo e secondo ordine:

$$\text{Momenti statici} \quad \left\{ \begin{array}{l} S_y = \int x \, dA \\ S_x = \int y \, dA \\ S_\omega = \int \omega \, dA \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (3.2.10a) \\ (3.2.10b) \\ (3.2.10c) \end{array}$$

$$\text{Momenti d'inerzia} \quad \left\{ \begin{array}{l} I_{yy} = \int x^2 \, dA \\ I_{xx} = \int y^2 \, dA \\ I_{\omega\omega} = \int \omega^2 \, dA \\ I_{xy} = I_{yx} = \int xy \, dA \\ I_{x\omega} = I_{\omega x} = \int \omega y \, dA \\ I_{y\omega} = I_{\omega y} = \int \omega x \, dA \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (3.2.11a) \\ (3.2.11b) \\ (3.2.11c) \\ (3.2.11d) \\ (3.2.11e) \\ (3.2.11f) \end{array}$$

Tra i momenti ne osserviamo alcuni del tutto nuovi, che vengono definiti settoriali o settoriali misti, a seconda che i pedici siano uguali o diversi tra loro.

Con l'aiuto della (3.2.9) possiamo ora definire le 4 caratteristiche della sollecitazione che producono tensioni normali σ_z :

$$\left\{ \begin{array}{l} N = \int \sigma_z \, dA = E(A\zeta' - S_y\xi'' - S_x\eta'' - S_\omega\theta'') \\ M_y = \int \sigma_z x \, dA = E(S_y\zeta' - I_{yy}\xi'' - I_{yx}\eta'' - I_{y\omega}\theta'') \\ M_x = \int \sigma_z y \, dA = E(S_x\zeta' - I_{xy}\xi'' - I_{xx}\eta'' - I_{x\omega}\theta'') \\ B = \int \sigma_z \omega \, dA = E(S_\omega\zeta' - I_{\omega y}\xi'' - I_{\omega x}\eta'' - I_{\omega\omega}\theta'') \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (3.2.12a) \\ (3.2.12b) \\ (3.2.12c) \\ (3.2.12d) \end{array}$$

Le prime tre rappresentano le consuete azioni interne di sforzo normale e momento flettente, la vera novità della teoria di Vlasov è data invece dal bimomento, di cui si è parlato nell'introduzione.

Tramite la scelta del sistema di riferimento, osserviamo come sia possibile apportare delle significative semplificazioni, in particolare:

- Origine del SR nel baricentro $\rightarrow S_y = S_x = 0$
- Origine SR nel baricentro settoriale $\rightarrow S_\omega = 0$
- Assi del SR coincidenti con quelli principali $\rightarrow I_{xy} = I_{yx} = 0$
- Origine del SR nel centro di taglio $\rightarrow I_{x\omega} = I_{\omega x} = I_{y\omega} = I_{\omega y} = 0$

Vediamo adesso come ricavare le caratteristiche della sollecitazione che producono tensioni tangenziali τ_{zs} , che si assumono uniformi attraverso lo spessore b della parete (mentre con la teoria di Saint Venant ricordiamo avere una distribuzione a farfalla). Le 3 azioni interne generatrici sono:

$$\begin{cases} T_x = \int \tau_{zs} \frac{dx}{ds} dA \\ T_y = \int \tau_{zs} \frac{dy}{ds} dA \\ M_z^{VL} = \int \tau_{zs} h dA \end{cases}$$

Tenendo conto della (3.2.6) e da semplici considerazioni geometriche effettuiamo le seguenti sostituzioni:

$$h = \frac{d\omega}{ds} ; dA = b ds$$

In seguito, tramite un'integrazione per parti possiamo riscrivere:

$$\begin{cases} T_x = \int \tau_{zs} b \frac{dx}{ds} ds = - \int \frac{\partial(\tau_{zs} b)}{\partial s} x ds \\ T_y = \int \tau_{zs} b \frac{dy}{ds} ds = - \int \frac{\partial(\tau_{zs} b)}{\partial s} y ds \\ M_z^{VL} = \int \tau_{zs} b \frac{d\omega}{ds} ds = - \int \frac{\partial(\tau_{zs} b)}{\partial s} \omega ds \end{cases}$$

Si noti che non compaiono i termini finiti di integrazione, questo è dovuto all'annullamento della tensione τ_{zs} nei punti estremi della sezione.

Un'ulteriore considerazione viene fatta considerando l'equilibrio alla traslazione longitudinale:

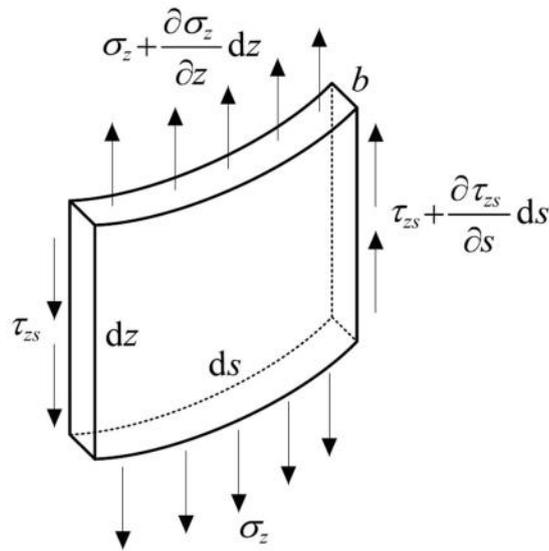


Figura 3.8 Equilibrio alla traslazione per un conico di elemento verticale

$$\left(\frac{\partial \tau_{zs}}{\partial s} ds \right) b dz + \left(\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} dz \right) b ds = 0$$

Ovvero:

$$\frac{\partial(\tau_{zs}b)}{\partial s} + \frac{\partial(\sigma_z b)}{\partial z} = 0 \quad (3.2.13)$$

Sostituendo nelle espressioni:

$$\begin{cases} T_x = - \int \frac{\partial(\tau_{zs}b)}{\partial s} x ds = \int \frac{\partial(\sigma_z b)}{\partial z} x ds = \frac{d}{dz} \int \sigma_z x dA \\ T_y = - \int \frac{\partial(\tau_{zs}b)}{\partial s} y ds = \int \frac{\partial(\sigma_z b)}{\partial z} y ds = \frac{d}{dz} \int \sigma_z y dA \\ M_z^{VL} = - \int \frac{\partial(\tau_{zs}b)}{\partial s} \omega ds = \int \frac{\partial(\sigma_z b)}{\partial z} \omega ds = \frac{d}{dz} \int \sigma_z \omega dA \end{cases}$$

Tenendo conto delle equazioni (3.2.12b,c,d) possiamo infine scrivere:

$$\begin{cases} T_x = \frac{dM_y}{dz} = E(S_y \zeta'' - I_{yy} \xi''' - I_{yx} \eta''' - I_{y\omega} \theta''') \end{cases} \quad (3.2.14a)$$

$$\begin{cases} T_y = \frac{dM_x}{dz} = E(S_x \zeta'' - I_{xy} \xi''' - I_{xx} \eta''' - I_{x\omega} \theta''') \end{cases} \quad (3.2.14b)$$

$$\begin{cases} M_z^{VL} = \frac{dB}{dz} = E(S_\omega \zeta'' - I_{\omega y} \xi''' - I_{\omega x} \eta''' - I_{\omega\omega} \theta''') \end{cases} \quad (3.2.14c)$$

Dati del problema: azioni esterne

Per ulteriore derivazione delle (3.2.14), otteniamo le espressioni dei carichi esterni distribuiti:

$$\left\{ \begin{array}{l} p_x = -\frac{dT_x}{dz} = E(-S_y \zeta'''' + I_{yy} \xi^{IV} + I_{yx} \eta^{IV} + I_{y\omega} \theta^{IV}) \\ p_y = -\frac{dT_y}{dz} = E(-S_x \zeta'''' + I_{xy} \xi^{IV} + I_{xx} \eta^{IV} + I_{x\omega} \theta^{IV}) \\ m_z^{VL} = -\frac{dM_z^{VL}}{dz} = E(-S_\omega \zeta'''' + I_{\omega y} \xi^{IV} + I_{\omega x} \eta^{IV} + I_{\omega\omega} \theta^{IV}) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (3.2.15a) \\ (3.2.15b) \\ (3.2.15c) \end{array}$$

Queste altro non sono che le equazioni indefinite di equilibrio, le cui grandezze indicate corrispondono ai dati del problema.

Analogia tra equazione della torsione ed equazione della linea elastica

Sebbene non sia necessario ai fini del calcolo, soffermiamoci brevemente per osservare i risultati finora ottenuti: a patto di adottare sul sistema di riferimento le semplificazioni per l'annullamento del momento statico settoriale e dei momenti d'inerzia settoriali misti, manipolando le espressioni ricavate si può giungere ad equazioni del tutto simili a quelle ben note derivanti dallo studio della linea elastica.

TORSIONE	LINEA ELASTICA
$\theta' = \frac{M_z^{SV}}{GI_t}$	$v' = -\varphi$
$\theta'' = -\frac{B}{EI_{\omega\omega}}$	$v'' = -\frac{M}{EI}$
$\theta''' = -\frac{M_z^{VL}}{EI_{\omega\omega}}$	$v''' = -\frac{T}{EI}$
$\theta^{IV} = \frac{m_z^{VL}}{EI_{\omega\omega}}$	$v^{IV} = \frac{q}{EI}$

La teoria di Vlasov come detto completa quella di Saint Venant, il momento torcente sarà perciò la somma di due contributi:

$$M_z = M_z^{SV} + M_z^{VL} = GI_t \theta' - EI_{\omega\omega} \theta''' \quad (3.2.16)$$

Osservazioni:

- Il segno meno non significa che si stanno sottraendo i due contributi, la derivata 3° della rotazione torsionale ha infatti anch'essa segno meno (vedi tabella), quindi moltiplicando due quantità negative il secondo membro andrà a sommarsi al primo.
- Riprendiamo il discorso accennato ad inizio paragrafo secondo cui le rigidezze di Vlasov e Saint Venant non sono direttamente confrontabili, a tale scopo svolgiamo un'analisi dimensionale:

$$[FL] = \frac{[F]}{[L]^2} [L]^4 \frac{[1]}{[L]} + \frac{[F]}{[L]^2} [L]^6 \frac{[1]}{[L]^3}$$

Com'è possibile notare, le dimensioni fisiche di ciascuna rigidezza non coincidono. Quella di Saint Venant a primo termine è data dal prodotto tra modulo di taglio e momento d'inerzia polare, possiede quindi dimensione $[F][L]^2$; mentre quella di Vlasov a secondo termine si ottiene dal prodotto tra modulo elastico e momento d'inerzia settoriale, assumendo dunque come dimensione $[F][L]^4$.

Con una semplice derivazione otteniamo ora l'equazione indefinita di equilibrio della torsione:

$$m_z = -\frac{dM_z}{dz}$$

Sostituendo la (3.2.16) si ricava infine l'equazione della torsione non uniforme nelle travi in parete sottile:

$$m_z = EI_{\omega\omega}\theta^{IV} - GI_t\theta'' \quad (3.2.17)$$

Si può scorgere nuovamente una forte analogia, essa ricorda infatti l'equazione della linea elastica, con effetti del II ordine, in presenza di sforzo assiale di trazione:

$$q(z) = EIv^{IV} - Nv''$$

Il meno questa volta è riferito al fatto che la forza applicata è di trazione, sempre per questo motivo N è paragonabile ad una rigidezza, dato che la sua applicazione ha un effetto irrigidente dovuto ad effetti del II ordine.

Ricerca delle incognite

Come detto, le (3.2.15) rappresentano i dati del problema, consideriamo allora una trave a mensola soggetta a tali carichi distribuiti:

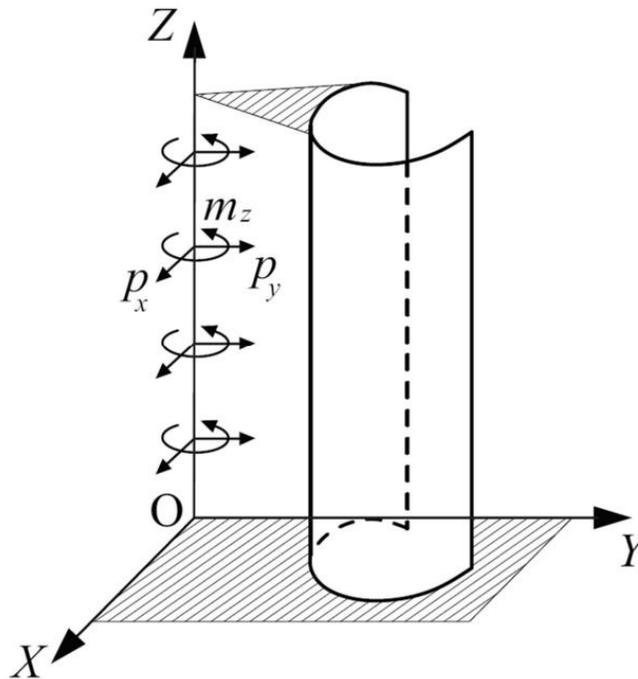


Figura 3.9 Mensola soggetta a carichi esterni distribuiti

Al fine di studiare il problema orizzontale assumiamo nulla la forza peso, il che comporta l'annullamento dello sforzo normale:

$$N = E(A\zeta' - S_y\xi'' - S_x\eta'' - S_\omega\theta'') = 0$$

Introducendo le note espressioni delle coordinate baricentriche, più una nuova associata alla coordinata del baricentro settoriale ω_0 :

$$\frac{S_y}{A} = x_G; \quad \frac{S_x}{A} = y_G; \quad \frac{S_\omega}{A} = \omega_0 \quad (3.2.18a,b,c)$$

Si ottiene:

$$\zeta' = x_G\xi'' + y_G\eta'' + \omega_0\theta'' \quad (3.2.19)$$

Andando a sostituire dentro le (3.2.12b,c,d) si va ad elidere un'incognita, concordemente col fatto che è appena stata rimossa un'equazione con l'annullamento di N.

Nel farlo si tenga inoltre conto delle seguenti espressioni, tra cui le ben note leggi di trasformazione di Huygens:

$$J_{yy} = I_{yy} - Ax_G^2 \quad (3.2.20a)$$

$$J_{xx} = I_{xx} - Ay_G^2 \quad (3.2.20b)$$

$$J_{xy} = I_{xy} - Ax_G y_G \quad (3.2.20c)$$

$$J_{\omega\omega} = I_{\omega\omega} - A\omega_0^2 \quad (3.2.20d)$$

$$J_{\omega y} = I_{\omega y} - A\omega_0 x_G \quad (3.2.20e)$$

$$J_{\omega x} = I_{\omega x} - A\omega_0 y_G \quad (3.2.20f)$$

Svolgendo le suddette sostituzioni arriviamo a riformulare:

$$\begin{cases} M_y = -E(J_{yy}\xi'' + J_{yx}\eta'' + J_{y\omega}\theta'') \\ M_x = -E(J_{xy}\xi'' + J_{xx}\eta'' + J_{x\omega}\theta'') \\ B = -E(J_{\omega y}\xi'' + J_{\omega x}\eta'' + J_{\omega\omega}\theta'') \end{cases} \quad \begin{matrix} (3.2.21a) \\ (3.2.21b) \\ (3.2.21c) \end{matrix}$$

Si noti che mentre i momenti d'inerzia introdotti sono valutati rispetto al sistema baricentrico $X_G Y_G$; gli spostamenti continuano a far riferimento al sistema globale XY .

In modo del tutto analogo si riscrivono le (3.2.14) e le (3.2.15):

$$\begin{cases} T_x = -E(J_{yy}\xi''' + J_{yx}\eta''' + J_{y\omega}\theta''') \\ T_y = -E(J_{xy}\xi''' + J_{xx}\eta''' + J_{x\omega}\theta''') \\ M_z^{VL} = -E(J_{\omega y}\xi''' + J_{\omega x}\eta''' + J_{\omega\omega}\theta''') \end{cases} \quad \begin{matrix} (3.2.22a) \\ (3.2.22b) \\ (3.2.22c) \end{matrix}$$

$$\begin{cases} p_x = E(J_{yy}\xi^{IV} + J_{yx}\eta^{IV} + J_{y\omega}\theta^{IV}) \\ p_y = E(J_{xy}\xi^{IV} + J_{xx}\eta^{IV} + J_{x\omega}\theta^{IV}) \\ m_z^{VL} = E(J_{\omega y}\xi^{IV} + J_{\omega x}\eta^{IV} + J_{\omega\omega}\theta^{IV}) \end{cases} \quad \begin{matrix} (3.2.23a) \\ (3.2.23b) \\ (3.2.23c) \end{matrix}$$

Introduciamo a questo punto i vettori:

$$\{\delta\} = \begin{Bmatrix} \xi \\ \eta \\ \theta \end{Bmatrix}; \{M\} = \begin{Bmatrix} M_y \\ M_x \\ B \end{Bmatrix}; \{T\} = \begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \\ M_z^{VL} \end{Bmatrix}; \{F\} = \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ m_z^{VL} \end{Bmatrix} \quad (.24a,b,c,d)$$

E la matrice delle inerzie della sezione:

$$[J] = \begin{bmatrix} J_{yy} & J_{yx} & J_{y\omega} \\ J_{xy} & J_{xx} & J_{x\omega} \\ J_{\omega y} & J_{\omega x} & J_{\omega\omega} \end{bmatrix} \quad (3.2.25)$$

Le (3.2.21),(3.2.22) e (3.2.23) possono così riscriversi in forma compatta:

$$\begin{cases} \{M\} = -E[J]\{\delta''\} & (3.2.26a) \\ \{T\} = -E[J]\{\delta'''\} & (3.2.26b) \\ \{F\} = E[J]\{\delta^{IV}\} & (3.2.26c) \end{cases}$$

Osservazioni sulla matrice:

- Affinché essa sia diagonale, con la conseguenza di ottenere equazioni in cui compare un solo spostamento derivato per volta, devono essere contemporaneamente soddisfatte due condizioni:
 - 1) Origine SR nel centro di taglio
 - 2) Sistema di riferimento principale
- Essa è simmetrica e definita positiva, dunque invertibile, a meno dei seguenti casi anomali in cui risulta singolare

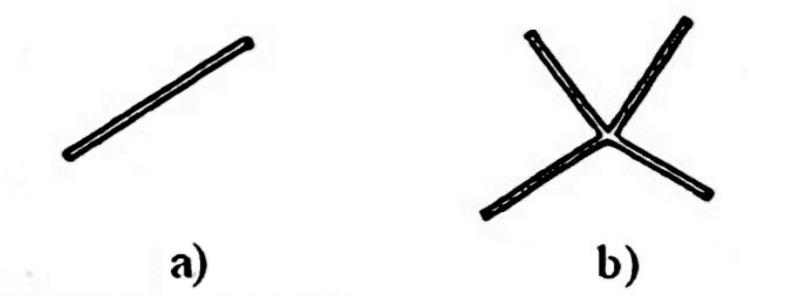


Figura 3.10 Sezioni per cui la matrice delle inerzie risulta singolare

In particolare, il caso a) mostra una singolarità di rango 1 qualcosa si scelga il polo su un qualsiasi punto della sezione, mentre il caso b) ha una singolarità di rango 2 se preso il polo nel punto di convergenza. Non essendo $[J]$ invertibile in questi casi, le sezioni si trattano a parte come fossero sottili chiuse.

Poiché le incognite che stiamo cercando appartengono al vettore $\{\delta\}$, assumendo $[J]$ invertibile e ricordando che i dati del problema sono contenuti nel vettore $\{F\}$, è intuitivo pensar di estrapolarle dalla (3.2.26c):

$$\{\delta^{IV}\} = \frac{1}{E} [J]^{-1} \{F\} \quad (3.2.27)$$

Integrando nel rispetto delle condizioni al contorno:

- Base incastrata ($z = 0$): $\begin{cases} \{\delta\} = \{0\} \\ \{\delta'\} = \{0\} \end{cases}$
- Estremo libero ($z = l$): $\begin{cases} \{\delta''\} = \{0\} \\ \{\delta'''\} = \{0\} \end{cases}$

Si giunge alla determinazione del vettore degli spostamenti per ogni coordinata assiale compresa nell'intervallo $0 \leq z \leq l$.

Abbiamo così trovato per ogni sezione le tre componenti generalizzate dello spostamento:

$$\xi(z); \eta(z); \theta(z)$$

Per quanto riguarda infine lo spostamento longitudinale, questo si ottiene dall'integrazione della (.19) nel rispetto dell'ulteriore condizione al contorno $\zeta(z) = 0$:

$$\zeta = x_G \xi' + y_G \eta' + \omega_0 \theta' \quad (3.2.28)$$

Note le quattro componenti globali di spostamento, le componenti di spostamento puntuale u, v, w si possono immediatamente dedurre riprendendo le equazioni (3.2.1a,b) e (3.2.5).

Lo stesso discorso si applica alla tensione assiale σ_z definita nella (3.2.9), mentre per ricavare la tensione tangenziale dobbiamo ripartire dalla (3.2.13). Inserendo in essa la tensione longitudinale e trattando lo spessore della sezione $b(s)$ come non necessariamente costante:

$$\frac{\partial(\tau_{zs}b)}{\partial s} = -Eb(\zeta'' - \xi'''x - \eta'''y - \theta'''\omega)$$

Integrando e tenendo conto sia dell'annullamento di τ_{zs} alle estremità della sezione, sia delle seguenti relazioni:

$$A(s) = \int_0^s b \, ds; \quad S_y(s) = \int_0^s bx \, ds; \quad S_x(s) = \int_0^s by \, ds; \quad S_\omega(s) = \int_0^s b\omega \, ds$$

Si ottiene:

$$\tau_{zs} = -\frac{E}{b} [\zeta'' A(s) - \xi''' S_y(s) - \eta''' S_x(s) - \theta''' S_\omega(s)] \quad (3.2.29)$$

Tale espressione prende il nome di formula di Jourawsky generalizzata, tanto è vero che se per 2° e 3° membro andassimo a sostituire le derivate terze dello spostamento con le relazioni suggerite dalla linea elastica, ritroveremmo alcuni risultati già conosciuti (es. per $\xi''' = \frac{T_x}{EI_{yy}}$ sostituendo e moltiplicando fuori parentesi avremmo $\frac{T_x S_y}{I_{yy} b}$).

L'analisi della tensione e della deformazione della mensola può ritenersi a questo punto del tutto esaurita.

3.3 Metodo di Capurso: Ripartizione delle azioni tra mensole a sezione sottile aperta

Si consideri un generico sistema di controventamento costituito da M mensole. Siano quest'ultime assimilabili a travi con sezione sottile aperta di pari altezza

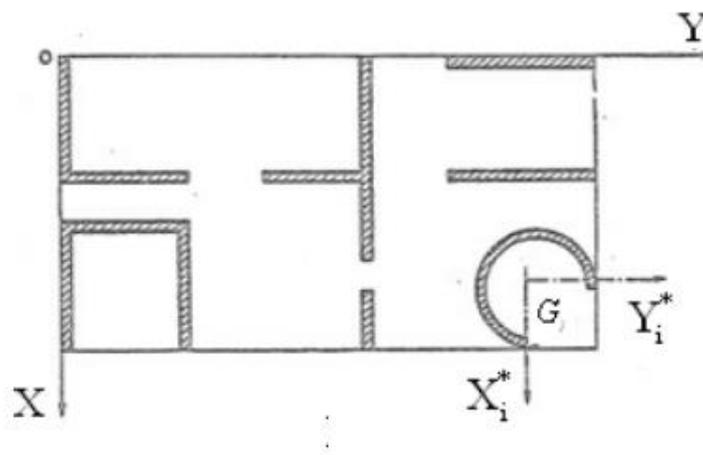


Figura 3.11 Piano orizzontale di un generico edificio controventato da M mensole

Il collegamento tra le mensole è garantito dalla presenza degli impalcati, ipotizzati infinitamente rigidi nel loro piano e distribuiti, per il momento, con continuità.

In virtù della (3.2.26c), per l'i-esima mensola si ha:

$$\{F_i\} = E[J_i]\{\delta^{IV}\} \quad (3.3.1)$$

Essendo ai fini dell'equilibrio necessariamente vera l'equivalenza:

$$\{F\} = \sum_{i=1}^M \{F_i\}$$

Sostituendo troviamo:

$$\{F\} = E \left(\sum_{i=1}^M [J_i] \right) \{\delta^{IV}\}$$

Possiamo allora dire che il complesso di mensole si comporta un'unica mensola avente matrice dei momenti d'inerzia:

$$[J] = \sum_{i=1}^M [J_i]$$

Se tale matrice non è singolare, possiamo estrapolare le componenti di spostamento globale ribaltando la precedente formula:

$$\{\delta^{IV}\} = \frac{1}{E} [J]^{-1} \{F\}$$

Inserendola nella (3.3.1) si ottiene:

$$\{F_i\} = [J_i][J]^{-1}\{F\} \quad (3.3.2)$$

Ed analogamente:

$$\{T_i\} = [J_i][J]^{-1}\{T\} \quad (3.3.3)$$

$$\{M_i\} = [J_i][J]^{-1}\{M\} \quad (3.3.4)$$

Naturalmente ci interessa solo la prima delle tre espressioni, in quanto non conosciamo a priori i vettori $\{T\}$ ed $\{M\}$. Essa esprime la relazione di ripartizione delle azioni trasversali tra le diverse mensole di controventamento dell'edificio, alla generica quota z .

Possiamo così definire la matrice di ripartizione per l' i -esima mensola:

$$\{R_i\} = [J_i][J]^{-1} \quad (3.3.5)$$

Concludiamo adattando questi risultati al caso discreto, che meglio si presta ad uno studio reale delle strutture e prevede la distribuzione di N piani lungo l'altezza. La ripartizione è data dalla medesima espressione, ma variano le dimensioni: i vettori passano da 3×1 a $3N \times 1$, mentre le matrici diventano delle $3N \times 3N$. Questo è dovuto al fatto che nel caso continuo si ha ciascuna grandezza funzione della variabile z ed associata ad un'intera mensola i -esima, mentre nel caso discreto ogni grandezza è riferita ad un preciso piano sulla mensola i -esima. Detto in modo blando, come quantità di informazioni, è come esser passati da dimensione $3 \cdot \infty$ a $3 \cdot N$.

4. Analisi statica

Nel seguente capitolo, in seguito all'introduzione dei modelli oggetti di confronto, verrà condotta un'analisi statica lineare in due scenari differenti: nel primo caso il grattacielo sarà sottoposto all'azione del vento, nel secondo invece sarà soggetto all'azione sismica.

Tra i limiti del modello analitico vi è l'impossibilità di inserire dei carichi verticali per questo tipo di analisi, motivo per cui saranno anche esclusi dal modello FEM allo scopo di renderli confrontabili. Per la stessa ragione può essere superfluo parlare di combinazione dei carichi, saranno infatti solo presenti quelli orizzontali sopra citati. Volendo definirne una, in base a quanto riportato al §2.5.3 delle NTC2018, la combinazione che sarà utilizzata è quella caratteristica, per cui le azioni variabili quali vento e sisma saranno prese con coefficiente unitario.

4.1 Modello analitico

L'applicazione dell'Algoritmo generale e della teoria presentata nello scorso capitolo avviene grazie al codice di calcolo Ta.Bu (Tall Building Structural System), che consiste in un'estensione del ben noto software Matlab.

Il suo funzionamento è piuttosto semplice, come accennato d'altronde al paragrafo 1.6 è stato pensato per un rapido inserimento dei dati e per la possibilità di ottenere prontamente dei risultati anche qualora si volessero modificare quest'ultimi. Il prezzo da pagare per questi vantaggi consiste in limiti di modellazione che portano alla realizzazione di una struttura semplificata, in particolare:

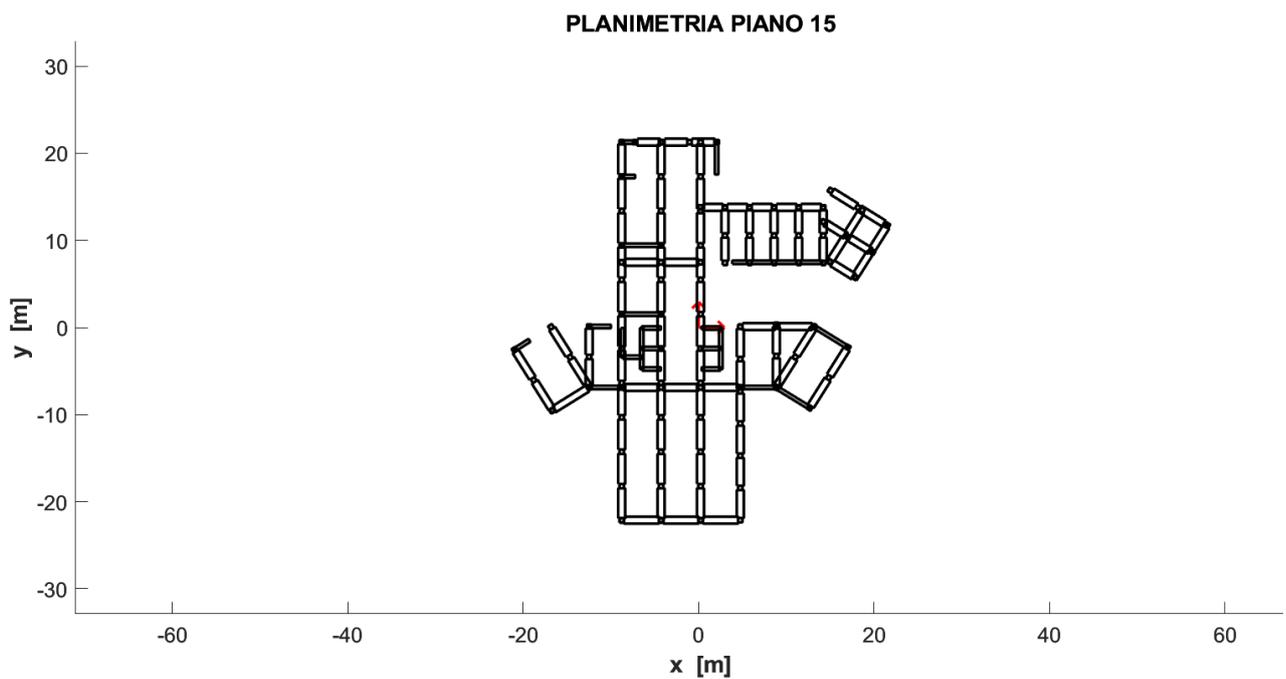
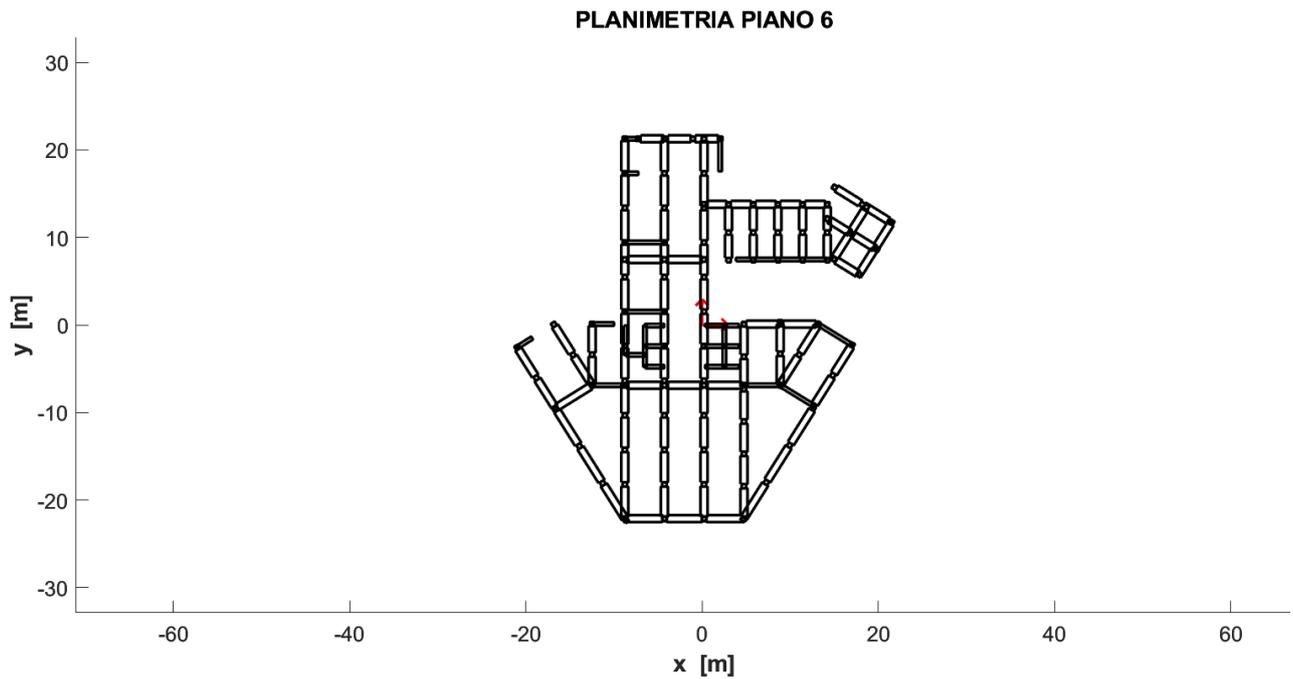
- ❖ I solai possono assumere solo forma rettangolare
- ❖ Ciascun solaio è infinitamente rigido nel proprio piano ed infinitamente deformabile al di fuori di esso
- ❖ I telai sono piani ed indipendenti l'uno dall'altro, dunque connessi esclusivamente attraverso i solai
- ❖ Ciascuno telaio ha campate a luce costante
- ❖ Le dimensioni della sezione di travi e pilastri sono costanti e definiti una volta per ogni telaio. Tali sezioni trasversali sono inoltre tutte rettangolari
- ❖ Non si possono introdurre sbalzi
- ❖ Gli elementi alla Vlasov hanno sezione con spessore costante
- ❖ Tutti gli elementi introdotti sono considerati incastrati alla base e liberi in sommità

Tenendo conto di ciò, per il dimensionamento delle sezioni è stata fatta una media partendo dalle misure di quelle corrispondenti ai vari piani dell'edificio, che generalmente hanno un'area trasversale decrescente con l'altezza della struttura. Per le disposizioni di telai e setti invece, qualora i limiti sopra citati abbiano portato ad evidenti disomogeneità rispetto alla configurazione reale, si è intervenuti sulla pianta seguendo una sorta di criterio di compensazione, ossia colmando gli eccessi o difetti di rigidità con il fine di mantenerla invariata il più possibile.

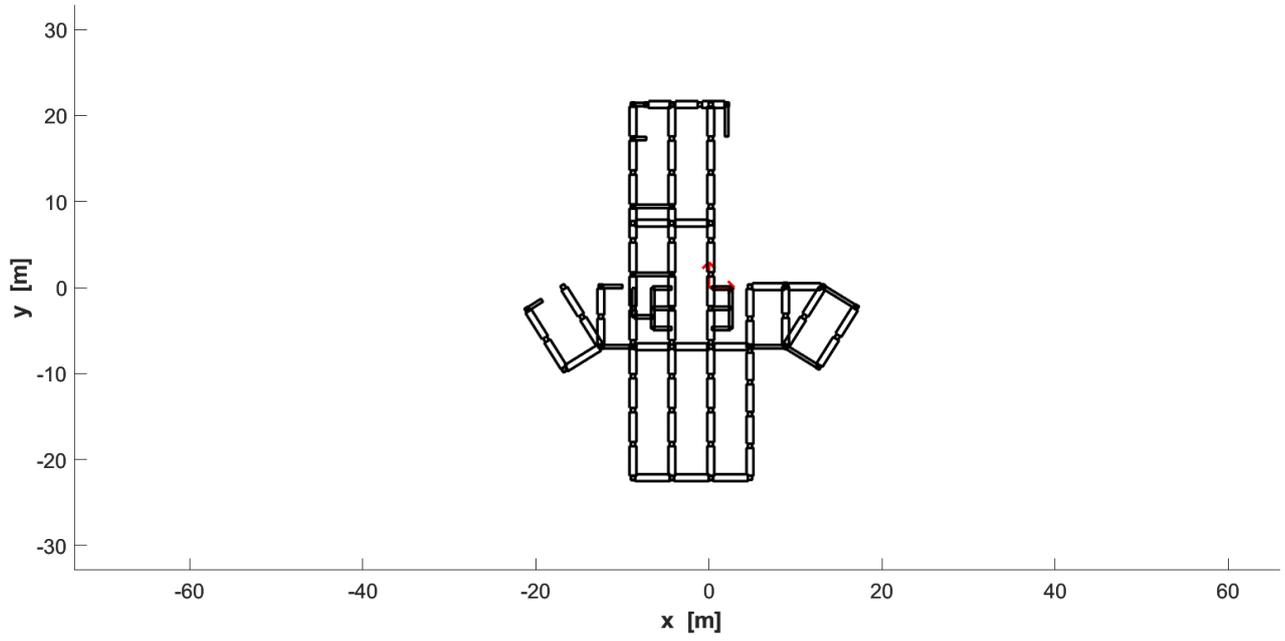
Si riportano dunque le dimensioni scelte per lo sviluppo del modello:

- Solai: per questo tipo di analisi le dimensioni non influenzano il calcolo, il loro posizionamento è finalizzato solamente alla creazione di piani rigidi su cui verranno applicati i carichi orizzontali
- Pilastri a sezione quadrata di lato 50 cm
- Travi a sezione rettangolare con base 80 cm ed altezza 40 cm
- Setti di spessore 40 cm

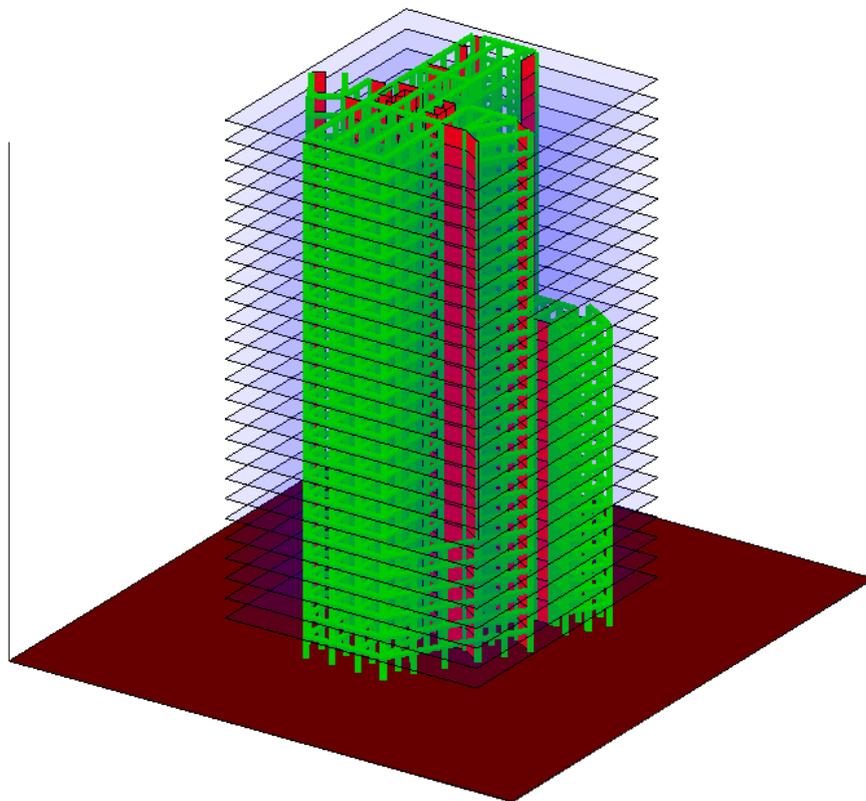
Ed infine le 3 piante tipo seguite dal prospetto assonometrico dell'edificio:



PLANIMETRIA PIANO 26



PROSPETTO ASSONOMETRICO



4.2 Analisi con azione del vento

4.2.1 Calcolo carichi del vento

Considerando che la struttura in esame risale agli anni '60, non è possibile risalire alla valutazione dell'azione del vento sulla costruzione compiuta dai progettisti dell'epoca.

Nella valutazione delle forze statiche equivalenti alla forza del vento, si è dunque fatto riferimento alle disposizioni contenute nel § 3.3 delle NTC2018, che prevedono di calcolare la pressione agente su una superficie tramite la seguente espressione:

$$p = q_r c_e c_p c_d$$

Data la complessità geometrica dell'edificio, che presenta irregolarità sia in pianta che in elevazione, si ricorre ad un modello semplificativo che risulti però essere cautelativo: sia per la normativa di riferimento in merito ai coefficienti, sia per il calcolo delle aree di impatto dell'azione del vento, è estremamente vantaggioso ricondursi ad una forma di parallelepipedo. Nello specifico, dopo aver ottenuto i valori di pressione del vento al variare della quota z , ad ogni orizzontamento verrà assegnata un'area di impronta ricavabile tramite un'altezza data dai contributi di metà piano inferiore e metà piano superiore (fatte le dovute eccezioni alla base ed in sommità), mentre la larghezza sarà la distanza tra i due punti più estremi osservabili su un piano verticale.

Si determina dunque la pressione del vento, nella cui suddetta formulazione:

- c_p è il coefficiente di pressione (dipende dalla tipologia e dalla geometria della costruzione e dal suo orientamento rispetto alla direzione del vento); per edifici a pianta rettangolare con coperture piane, a falde, inclinate e curve ci si riferisce alle indicazioni riportate sulla Circolare 2 febbraio 2009, n. 617 – Istruzioni per l'applicazione delle "Nuove norme tecniche per le costruzioni" [Capitolo C3.3.10.1].
 - Per elementi sopravento con inclinazione sull'orizzontale maggiore o uguale a 60° : $c_{p,e} = 0,8$
 - per elementi sopravento con inclinazione sull'orizzontale compresa tra 0° e 20° :
 $c_{p,e} = -0,4$
 - per elementi sopravento con inclinazione sull'orizzontale compresa tra 20° e 60° :
 $c_{p,e} = 0,03 \cdot \alpha - 1$
 - per tutti gli elementi sottovento indipendentemente dall'inclinazione hanno
 $c_{p,e} = -0,4$

Nella struttura in esame si avrà perciò $c_{p,e} = 0,8$ per le pareti sopravento e $c_{p,e} = -0,4$ per le pareti sottovento. L'azione sulla copertura, che è di tipo piano, viene trascurata a favore

di sicurezza in quanto non dà contributo per produrre spostamenti orizzontali (tale forza è infatti ortogonale alla copertura stessa).

- c_d è il coefficiente dinamico, il quale tiene conto degli effetti riduttivi associati alla non contemporaneità delle massime pressioni locali e degli effetti amplificativi dovuti alla risposta dinamica della struttura. Esso può essere assunto cautelativamente pari ad 1
- q_r è la pressione cinetica di riferimento data dall'espressione: $q_r = \frac{1}{2} \rho v_r^2$

In cui:

- v_r è la velocità di riferimento del vento (m/s), pari a $v_r = v_b \cdot c_r$
Essendo $c_r = 0.75 \sqrt{1 - 0.2 \ln[-\ln[1 - \frac{1}{T_r}]]}$, per periodi di ritorno di 50 anni abbiamo $c_r = 1$. Al fine di definire il valore della velocità di riferimento v_b , si può far riferimento all'espressione $v_b = v_{b,0} \cdot c_a$ con $v_{b,0}=27$ m/s ricavabile dalla tabella 3.3.I (NTC2018). Per valutare c_a dobbiamo invece confrontare l'altitudine sul livello del mare del sito a_s con a_0 in tabella. Essendo $a_s < a_0$ (ricordiamo che l'edificio si trova a Livorno, a 3 s.l.m.) abbiamo $c_a = 1$.

Tab. 3.3.I -Valori dei parametri $v_{b,0}$, a_0 , k_s

Zona	Descrizione	$v_{b,0}$ [m/s]	a_0 [m]	k_s
1	Valle d'Aosta, Piemonte, Lombardia, Trentino Alto Adige, Veneto, Friuli Venezia Giulia (con l'eccezione della provincia di Trieste)	25	1000	0,40
2	Emilia Romagna	25	750	0,45
3	Toscana, Marche, Umbria, Lazio, Abruzzo, Molise, Puglia, Campania, Basilicata, Calabria (esclusa la provincia di Reggio Calabria)	27	500	0,37
4	Sicilia e provincia di Reggio Calabria	28	500	0,36
5	Sardegna (zona a oriente della retta congiungente Capo Teulada con l'Isola di Maddalena)	28	750	0,40
6	Sardegna (zona a occidente della retta congiungente Capo Teulada con l'Isola di Maddalena)	28	500	0,36
7	Liguria	28	1000	0,54 ₀
8	Provincia di Trieste	30	1500	0,50
9	Isole (con l'eccezione di Sicilia e Sardegna) e mare aperto	31	500	0,32

Allora $v_b=27$ m/s

- ρ è la densità dell'aria assunta convenzionalmente costante e pari a 1,25 kg/m³

Risulta dunque: $q_r = \frac{1}{2} \rho v_r^2 = 455,6 \frac{N}{m^2}$

- c_e è il coefficiente di esposizione che dipende dall'altezza z sul suolo del punto considerato, dalla topografia del terreno e dalla categoria di esposizione del sito ove sorge la costruzione. In assenza di analisi specifiche che tengano in conto la direzione di provenienza del vento e l'effettiva scabrezza e topografia del terreno che circonda la costruzione, per altezze sul suolo non maggiori di $z = 200$ m, esso è dato dalla formula:

- $c_e(z) = k_r^2 \cdot c_t \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) [7 + c_t \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)]$ per $z \geq z_{min}$
- $c_e(z) = c_e(z_{min})$ per $z < z_{min}$

Con:

- c_t è il coefficiente di topografia (è posto generalmente pari a 1, sia per le zone pianeggianti sia per quelle ondulate, collinose e montane).
- k_r, z_0, z_{min} sono assegnati in Tab.3.3.II (NTC2018) in funzione della categoria di esposizione del sito ove sorge la costruzione

Tab. 3.3.II - Parametri per la definizione del coefficiente di esposizione

Categoria di esposizione del sito	K_r	z_0 [m]	z_{min} [m]
I	0,17	0,01	2
II	0,19	0,05	4
III	0,20	0,10	5
IV	0,22	0,30	8
V	0,23	0,70	12

La categoria di esposizione è assegnata in funzione della posizione geografica del sito ove sorge la costruzione e della classe di rugosità del terreno definita in Tab.3.3.III (NTC2018). Essendo il grattacielo in questione distante 1 km circa dal mare, i valori di riferimento solo quelli di seguito evidenziati:

Tab. 3.3.III - Classi di rugosità del terreno

Classe di rugosità del terreno	Descrizione
A	Aree urbane in cui almeno il 15% della superficie sia coperto da edifici la cui altezza media superi i 15 m
B	Aree urbane (non di classe A), suburbane, industriali e boschive
C	Aree con ostacoli diffusi (alberi, case, muri, recinzioni,...); aree con rugosità non riconducibile alle classi A, B, D
D	a) Mare e relativa fascia costiera (entro 2 km dalla costa); b) Lago (con larghezza massima pari ad almeno 1 km) e relativa fascia costiera (entro 1 km dalla costa) c) Aree prive di ostacoli o con al più rari ostacoli isolati (aperta campagna, aeroporti, aree agricole, pascoli, zone paludose o sabbiose, superfici innevate o ghiacciate, ...)

L'assegnazione della classe di rugosità non dipende dalla conformazione orografica e topografica del terreno. Si può assumere che il sito appartenga alla Classe A o B, purché la costruzione si trovi nell'area relativa per non meno di 1 km e comunque per non meno di 20 volte l'altezza della costruzione, per tutti i settori di provenienza del vento ampi almeno 30°. Si deve assumere che il sito appartenga alla Classe D, qualora la costruzione sorga nelle aree indicate con le lettere a) o b), oppure entro un raggio di 1 km da essa vi sia un settore ampio 30°, dove il 90% del terreno sia del tipo indicato con la lettera c). Laddove sussistano dubbi sulla scelta della classe di rugosità, si deve assegnare la classe più sfavorevole (l'azione del vento è in genere minima in Classe A e massima in Classe D).

ZONE 1,2,3,4,5						
	costa	10 km	30 km	500m	750m	
A	--	IV	IV	V	V	V
B	--	III	III	IV	IV	IV
C	--	*	III	III	IV	IV
D	I	II	II	II	III	**
* Categoria II in zona 1,2,3,4 Categoria III in zona 5						
** Categoria III in zona 2,3,4,5 Categoria IV in zona 1						

Si riportano nelle seguenti tabelle i risultati ottenuti, rispettivamente per l'azione del vento agente in direzione X ed in direzione Y (SR definito al paragrafo 2.2):

➤ Direzione X

Piani	z [m]	C_e	pressione sopravento [N/m^2]	pressione sottovento [N/m^2]	Area [m^2]	F_{tot} [N]
PT	0	1.88	686.40	343.20	\	\
1	3.6	2.19	799.00	399.50	229.8	275414.1
2	6.8	2.55	929.02	464.51	144.6	201505
3	10	2.78	1012.02	506.01	147.8	224365
4	13.2	2.95	1073.71	536.85	147.8	238041.4
5	16.4	3.08	1123.07	561.54	147.8	248984.9
6	19.6	3.19	1164.35	582.17	144.6	252547.2
7	22.8	3.29	1199.89	599.95	141.4	254497.6
8	26	3.38	1231.15	615.58	143.65	265283.1
9	29.2	3.45	1259.08	629.54	145.9	275550.7
10	32.4	3.52	1284.35	642.17	145.9	281079.6
11	35.6	3.59	1307.43	653.71	145.9	286130.4
12	38.8	3.65	1328.68	664.34	145.9	290781.9
13	42	3.70	1348.39	674.19	145.9	295094.8
14	45.2	3.75	1366.77	683.38	145.9	299116.7
15	48.4	3.80	1383.99	691.99	145.9	302885.7
16	51.6	3.84	1400.20	700.10	145.9	306432.9
17	54.8	3.88	1415.51	707.75	145.9	309783.9
18	58	3.92	1430.02	715.01	145.9	312959.9
19	61.2	3.96	1443.81	721.91	145.9	315978.9
20	64.4	4.00	1456.96	728.48	145.9	318856.4
21	67.6	4.03	1469.52	734.76	145.9	321605.4
22	70.8	4.06	1481.55	740.78	145.9	324237.3
23	74	4.10	1493.09	746.54	145.9	326762.1
24	77.2	4.13	1504.17	752.09	145.9	329188.4
25	80.4	4.16	1514.85	757.42	141.45	321412.4
Terrazza	83.6	4.18	1525.13	762.57	100.5	229913.9

➤ Direzione Y

Piani	z [m]	C_e	pressione sopravento [N/m^2]	pressione sottovento [N/m^2]	Area [m^2]	F_{tot} [N]
PT	0	1.88	\	\	\	\
1	3.6	2.19	799.00	399.50	236.9	283923.4
2	6.8	2.55	929.02	464.51	152.9	213071.3
3	10	2.78	1012.02	506.01	160	242884.9
4	13.2	2.95	1073.71	536.85	160	257690.2
5	16.4	3.08	1123.07	561.54	160	269537.1
6	19.6	3.19	1164.35	582.17	148.15	258747.4
7	22.8	3.29	1199.89	599.95	136.3	245318.4
8	26	3.38	1231.15	615.58	141.25	260850.9
9	29.2	3.45	1259.08	629.54	146.2	276117.3
10	32.4	3.52	1284.35	642.17	146.2	281657.6
11	35.6	3.59	1307.43	653.71	146.2	286718.7
12	38.8	3.65	1328.68	664.34	146.2	291379.8
13	42	3.70	1348.39	674.19	146.2	295701.6
14	45.2	3.75	1366.77	683.38	141.25	289583.5
15	48.4	3.80	1383.99	691.99	130.85	271642.2
16	51.6	3.84	1400.20	700.10	125.4	263376.9
17	54.8	3.88	1415.51	707.75	125.4	266257
18	58	3.92	1430.02	715.01	125.4	268986.7
19	61.2	3.96	1443.81	721.91	125.4	271581.6
20	64.4	4.00	1456.96	728.48	125.4	274054.7
21	67.6	4.03	1469.52	734.76	125.4	276417.5
22	70.8	4.06	1481.55	740.78	125.4	278679.6
23	74	4.10	1493.09	746.54	125.4	280849.7
24	77.2	4.13	1504.17	752.09	125.4	282935.1
25	80.4	4.16	1514.85	757.42	123.5	280625.1
Terrazza	83.6	4.18	1525.13	762.57	73.3	167688.4

Per entrambe le direzioni si andranno a valutare gli effetti considerando solamente il caso di carico agente nel verso positivo dell'asse corrispondente.

Nelle piante mostrate a paragrafo 4.1 è possibile osservare la posizione dell'origine del sistema di riferimento, che seppur venga scelta in modo arbitrario ha un'influenza sul modo in cui la struttura verrà sollecitata. Proprio in tale punto sono infatti applicate le azioni del vento precedentemente calcolate, ma anche i momenti torcenti che nascono di conseguenza: vi è un'eccentricità in pianta

tra tale origine ed i punti in cui, ad ogni piano, si è pensato agiscano le forze statiche equivalenti al vento. In particolare, nella forma semplificata di parallelepipedo utilizzata per il calcolo delle aree di impatto, ogni forza concentrata è stata posizionata su ogni piano a metà tra i due lati della facciata. Tenendo conto di tutto ciò, è allora possibile riportare i valori delle azioni inseriti nel modello:

➤ Carico agente in direzione X

Piani	F_x [KN]	e_y [m]	M_z [KNm]
PT	\	0.45	\
1	275.41	0.45	123.94
2	201.50	0.45	90.68
3	224.36	0.45	100.96
4	238.04	0.45	107.12
5	248.98	0.45	112.04
6	252.55	0.45	113.65
7	254.50	0.45	114.52
8	265.28	0.45	119.38
9	275.55	0.45	124.00
10	281.08	0.45	126.49
11	286.13	0.45	128.76
12	290.78	0.45	130.85
13	295.09	0.45	132.79
14	299.12	0.45	134.60
15	302.89	0.45	136.30
16	306.43	0.45	137.89
17	309.78	0.45	139.40
18	312.96	0.45	140.83
19	315.98	0.45	142.19
20	318.86	0.45	143.49
21	321.61	0.45	144.72
22	324.24	0.45	145.91
23	326.76	0.45	147.04
24	329.19	0.45	148.13
25	321.41	0.45	144.64
Terrazza	229.91	0.45	103.46

➤ Carico agente in direzione Y

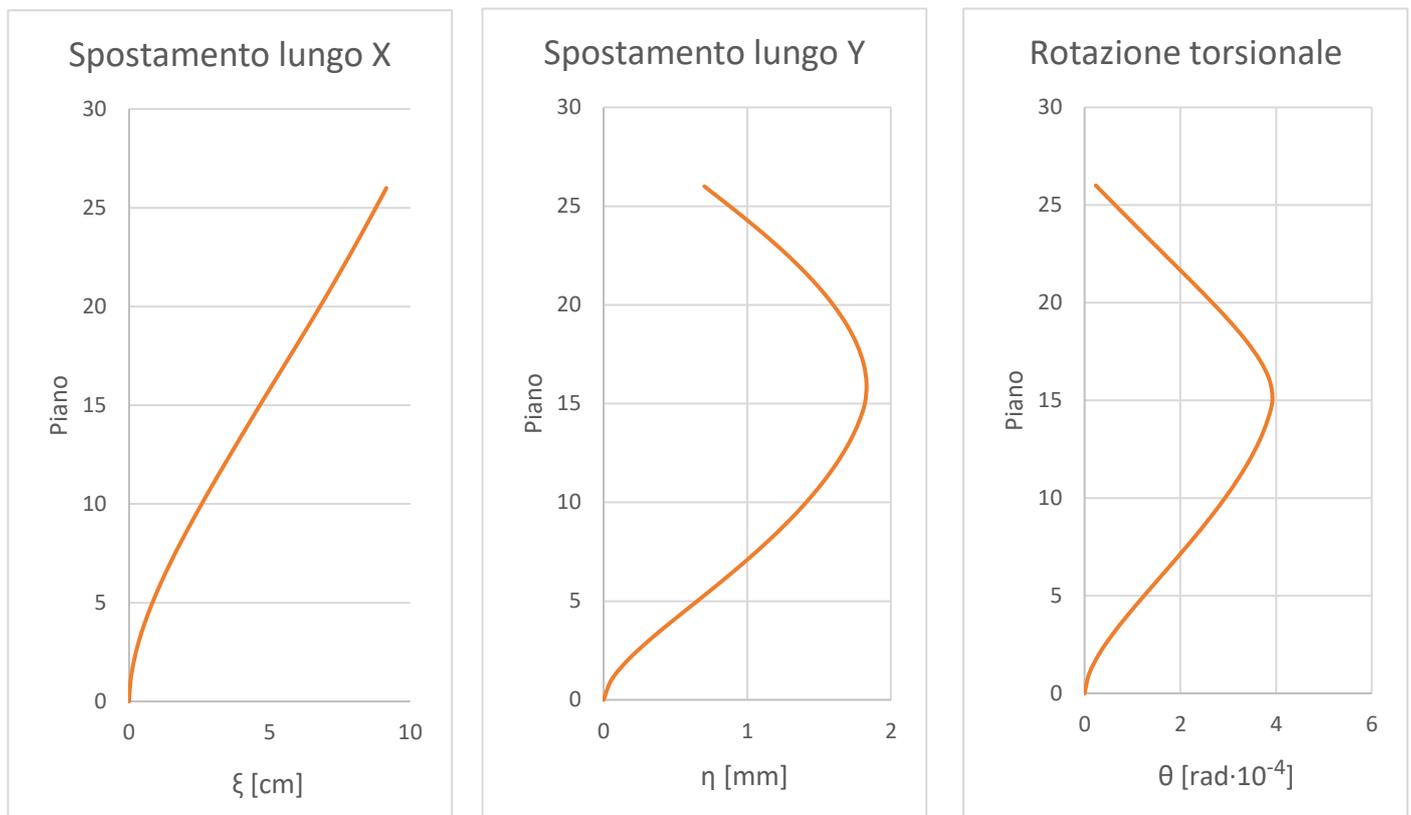
Piani	F_y [KN]	e_x [m]	M_z [KNm]
PT	\	0.3	\
1	283.92	0.3	85.18
2	213.07	0.3	63.92
3	242.88	0.3	72.87
4	257.69	0.3	77.31
5	269.54	0.3	80.86
6	258.75	0.3	77.62
7	245.32	0.3	73.60
8	260.85	0.3	78.26
9	276.12	0.3	82.84
10	281.66	0.3	84.50
11	286.72	0.3	86.02
12	291.38	0.3	87.41
13	295.70	0.3	88.71
14	289.58	0.3	86.88
15	271.64	0.3	81.49
16	263.38	-2	-526.75
17	266.26	-2	-532.51
18	268.99	-2	-537.97
19	271.58	-2	-543.16
20	274.05	-2	-548.11
21	276.42	-2	-552.83
22	278.68	-2	-557.36
23	280.85	-2	-561.70
24	282.94	-2	-565.87
25	280.63	-2	-561.25
Terrazza	167.69	-2	-335.38

4.2.2 Spostamenti

I primi risultati significativi che si vogliono osservare sono gli spostamenti, grazie ai quali si ha una buona impressione di come risponda la struttura caricata. Essi sono riferiti al punto scelto in precedenza come origine, si ricorda inoltre dal capitolo 3 che gli spostamenti nelle direzioni X ed Y sono indicati rispettivamente con ξ ed η ; mentre le rotazioni vengono chiamate θ e sono positive se antiorarie.

In seguito, i diagrammi ottenuti per l'azione del vento nelle due direzioni:

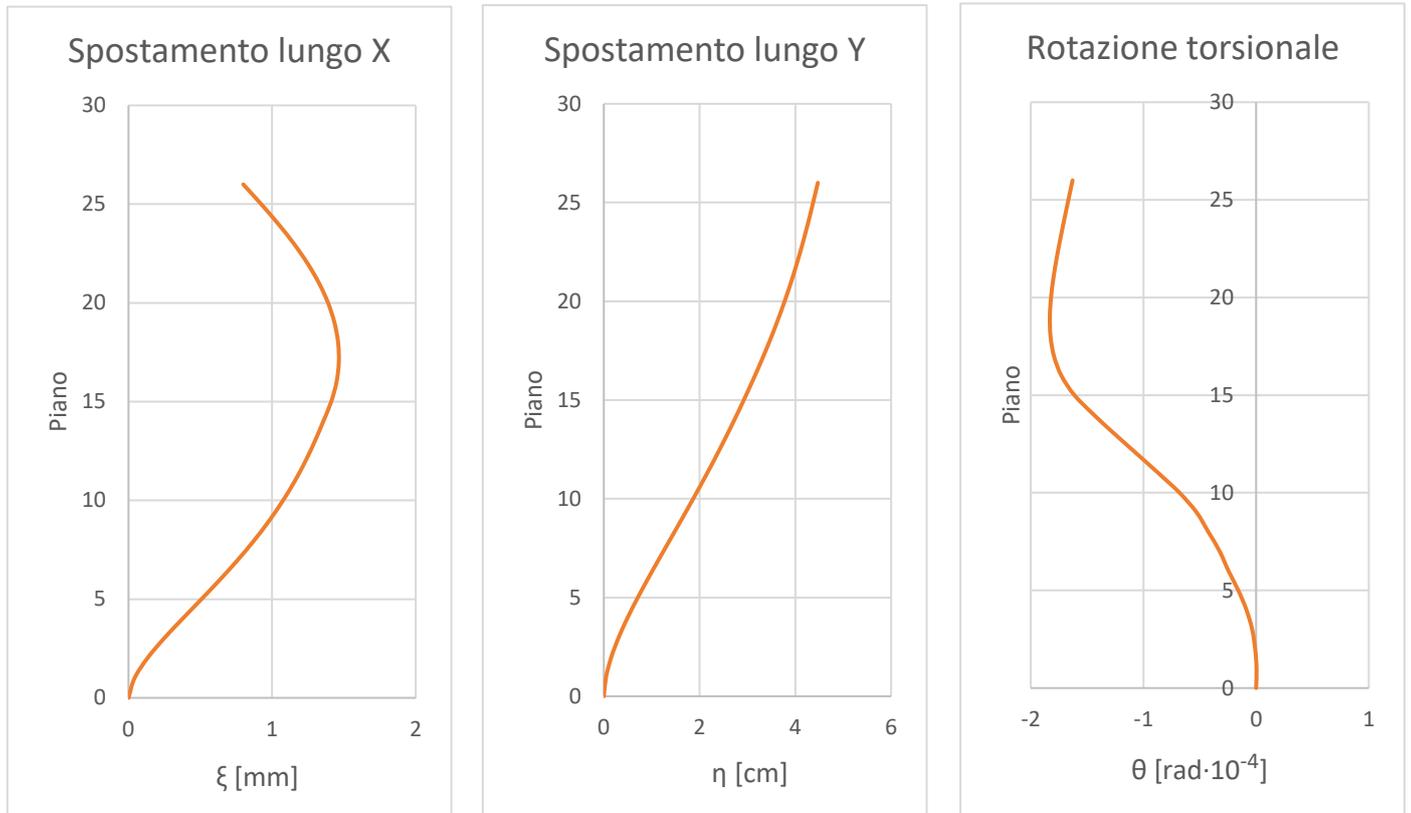
➤ Carico agente in direzione X



Nella direzione in cui agisce il vento si riporta uno spostamento in sommità di 9,15 *cm*, mentre in quella ortogonale il massimo è di solamente 1,83 *mm*. Per quanto riguarda le rotazioni, il valore maggiore che si ottiene convertendo unità di misura è di 0.023° , indicando sostanzialmente che la struttura ruoti in modo impercettibile.

Si vuole infine sottolineare come il passaggio dal 15° al 16° piano, che come mostrato nelle piante denota la scomparsa dell'ala posteriore destra, abbia ripercussioni su tutti e tre i diagrammi: nel primo si nota un punto di flesso, mentre negli altri due vi è un'inversione nell'andamento che porta ad avere i valori massimi proprio intorno a tale quota.

➤ Carico agente in direzione Y



In questo caso la struttura risponde più rigidamente: nella direzione di azione del vento lo spostamento massimo è di $4,47 \text{ cm}$, mentre in direzione trasversale vale $0,8 \text{ mm}$. Anche le rotazioni hanno entità più modeste, con un massimo che raggiunge solamente 0.011° . La grande differenza osservabile sta nel fatto che su buona parte dell'altezza (da circa il 5° piano in su) esse avvengono in verso opposto, cioè in senso orario. Rimangono infine del tutto analoghe le considerazioni fatte sul passaggio dal 15° al 16° piano.

4.2.3 Sollecitazioni

Tra i setti alla Saint Venant (sezione sottile chiusa) e quelli alla Vlasov (sezione sottile aperta), nello studio di un edificio sono sicuramente di maggior interesse quelli del secondo tipo, in quanto assumendo conformazioni più variegate possono talvolta risultare unici. La struttura in esame presenta vari elementi verticali con sezione alla Vlasov, ma quello più particolare è sicuramente quello comprendente i vani di quinto ascensore, sesto ascensore ed ascensore d'emergenza. Esso risulta infatti dato dalla composizione di un classico "pettine" più un'ulteriore estensione a forma di "L", per un totale di nove vertici. Di seguito viene evidenziato il setto in questione:

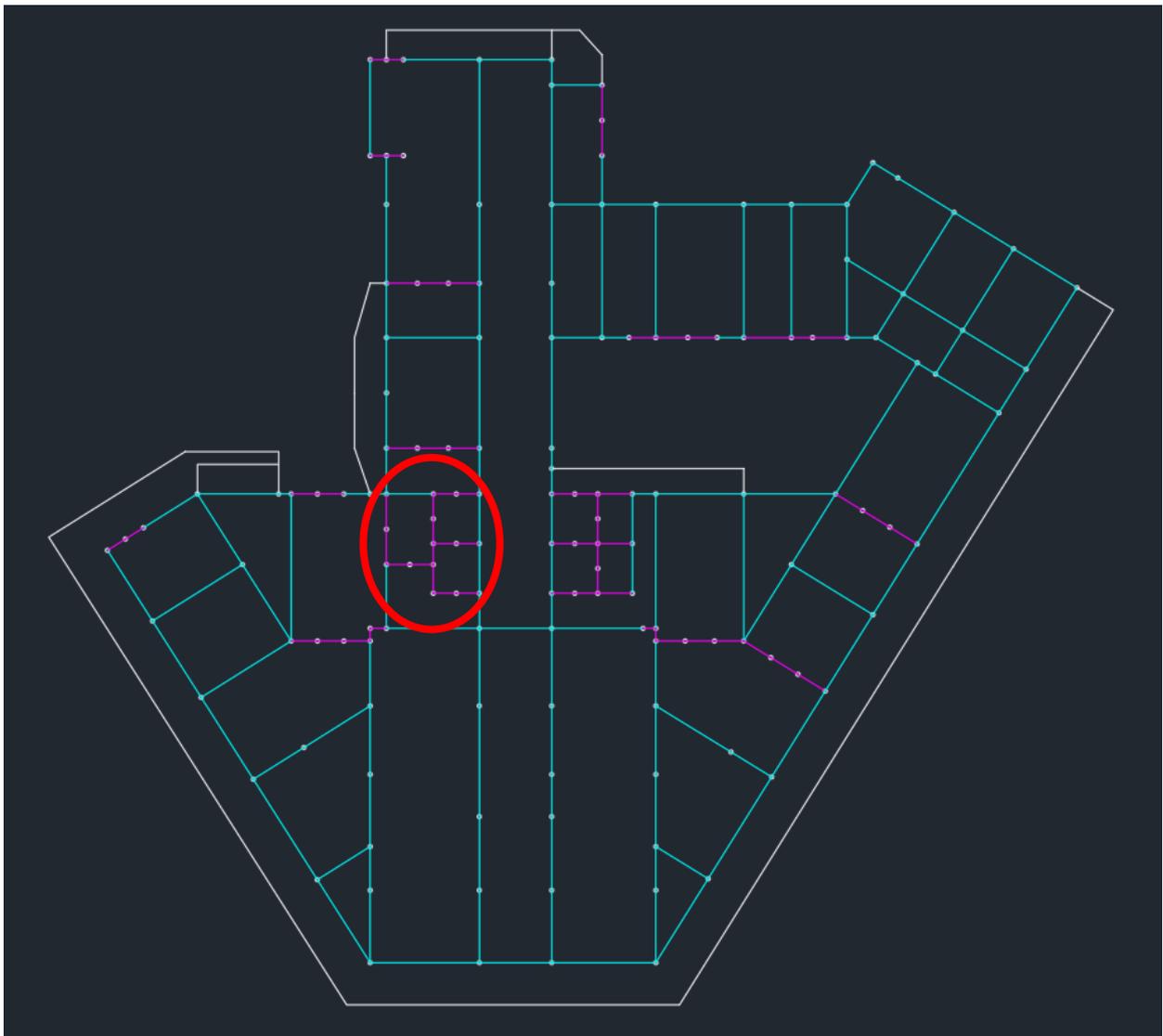
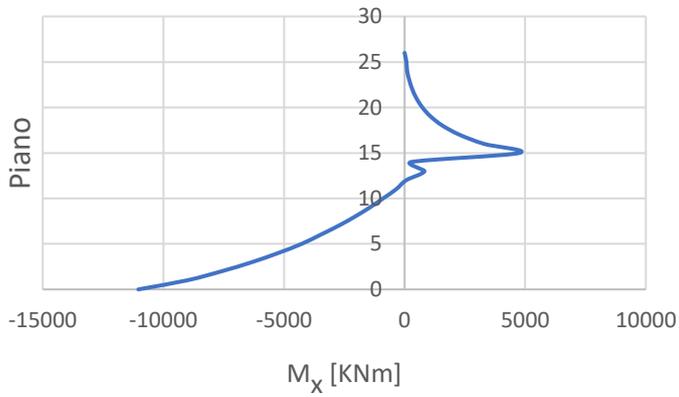


Figura 4.1 Setto alla Vlasov che racchiude i vani di quinto ascensore, sesto ascensore ed ascensore d'emergenza

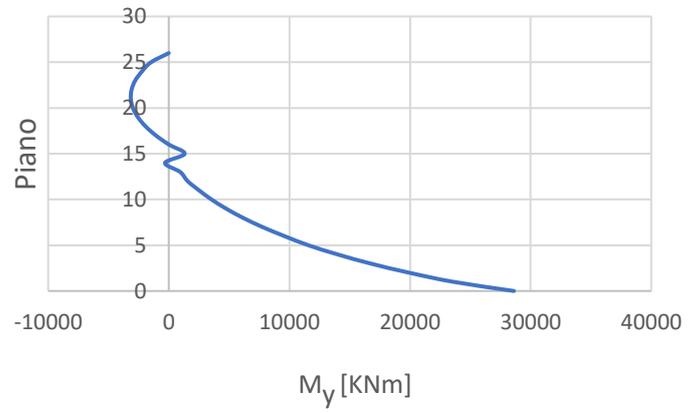
Si riportano i diagrammi delle sollecitazioni agenti su tale setto, riferite agli assi del suo sistema di riferimento locale (mostrato nel prossimo paragrafo):

➤ Carico agente in direzione X

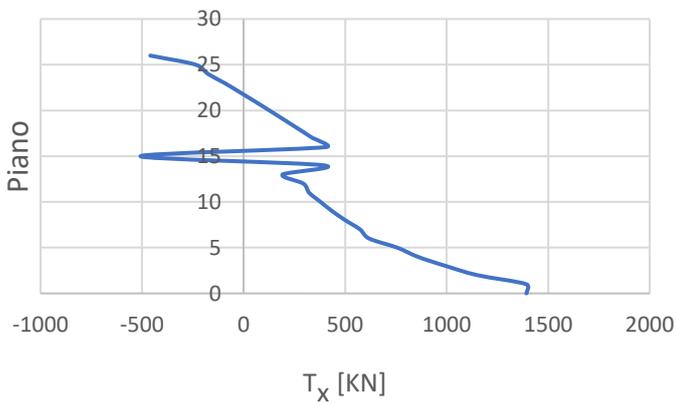
Momento flettente attorno all'asse X



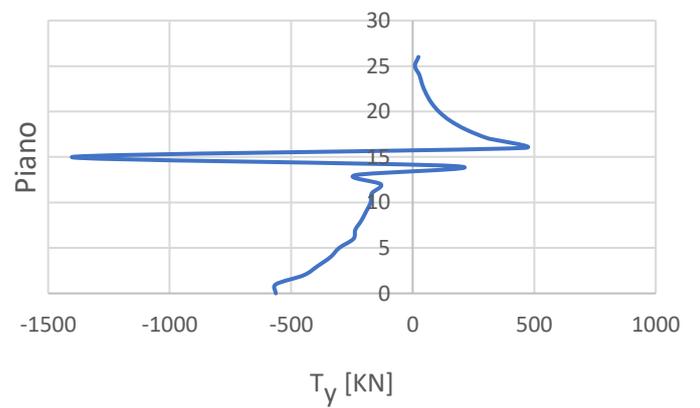
Momento flettente attorno all'asse Y



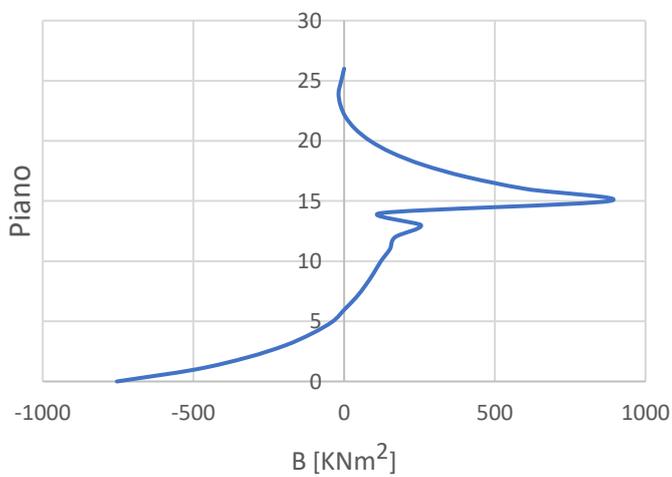
Taglio in direzione X



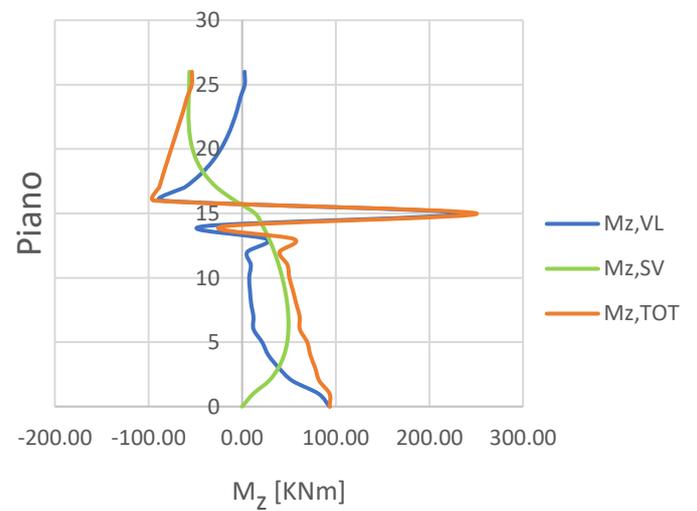
Taglio in direzione Y



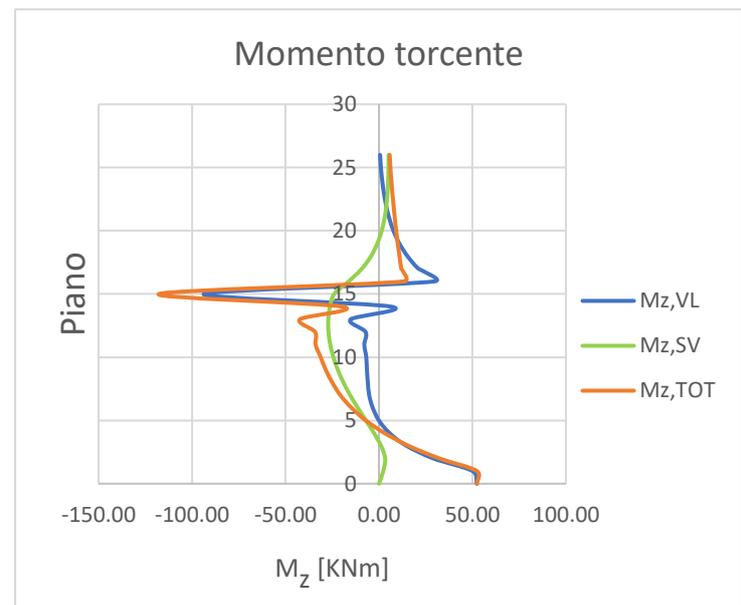
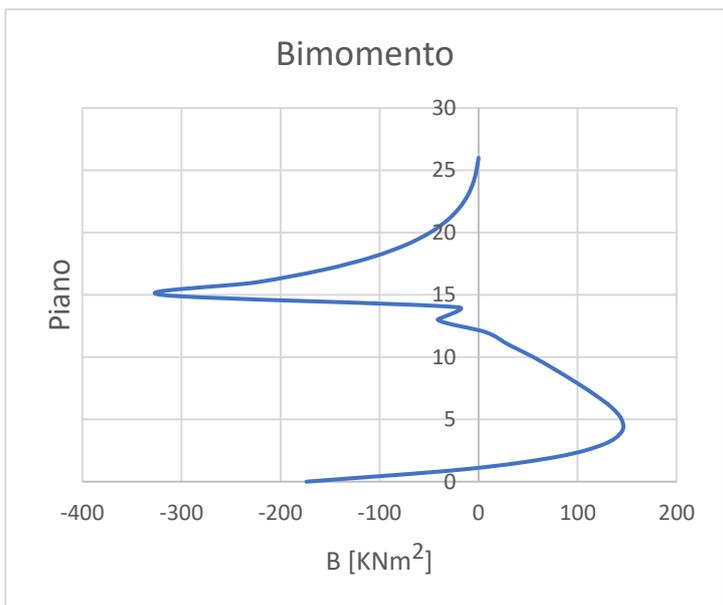
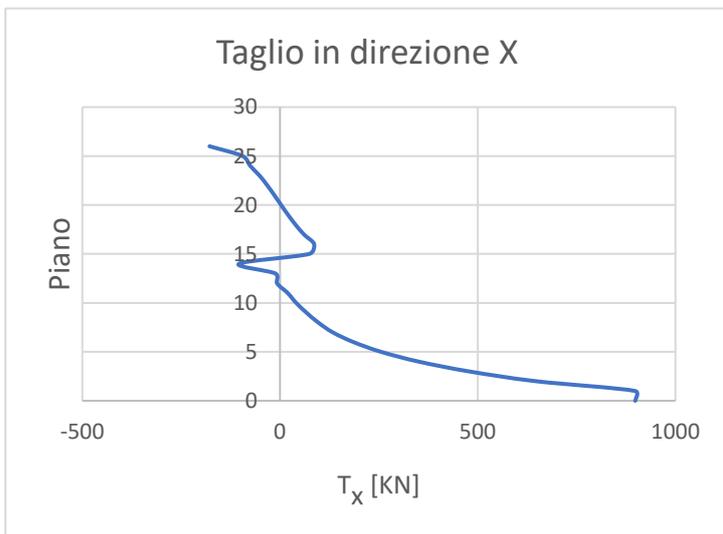
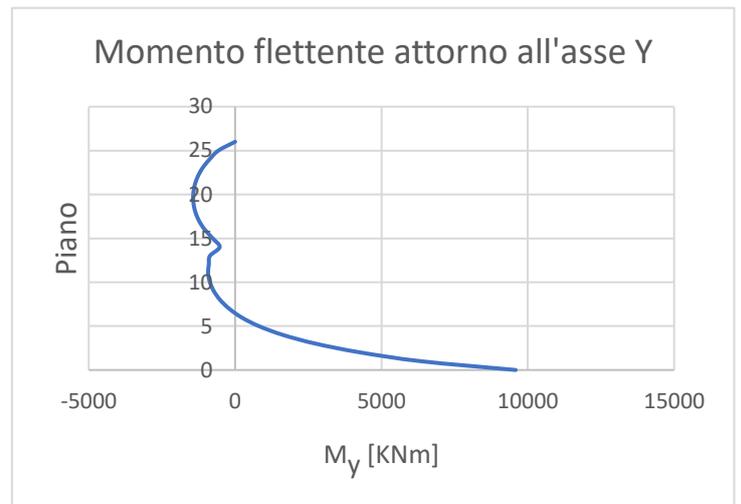
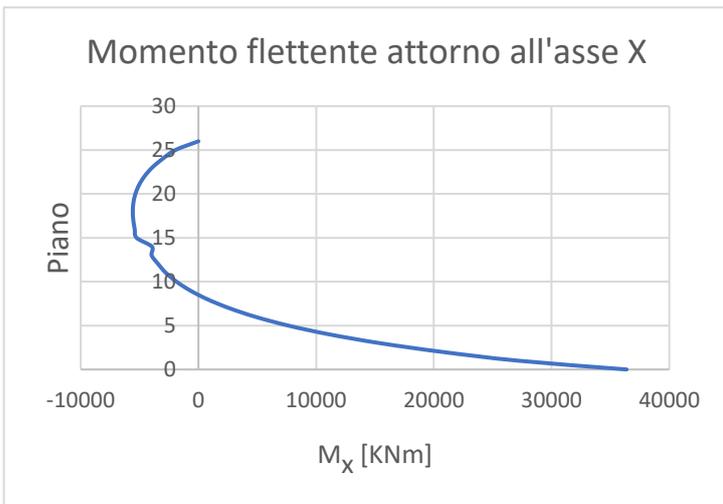
Bimomento



Momento torcente



➤ Carico agente in direzione Y



Come si è già potuto constatare nel paragrafo degli spostamenti, il passaggio dal 15° al 16° piano porta con sé una significativa variazione strutturale, che va ad influire sul modo in cui risponde la struttura. Nei diagrammi appena mostrati è altrettanto evidente come vi sia una ricorrenza, consistente questa volta in “salti” più o meno bruschi che lasciano a prima vista pensare a possibili outliers. Vale la pena allora aprire una parentesi per spiegare come non ci si trovi di fronte a valori anomali, ma si tratti invece di un comportamento legato a semplici ragioni di equilibrio: dopo l’interruzione di alcuni setti, vi sarà una ripartizione dei carichi orizzontali su meno elementi, motivo per cui quelli più alti che rimangono saranno soggetti ad un improvviso incremento delle sollecitazioni.

Nel seguente esempio viene mostrata una configurazione elementare, che presenta due mensole di 20 piani ed altre due di 40 piani. Lo scopo è quello di mostrare come le variazioni di sezione trasversale e/o delle caratteristiche meccaniche (ossia i parametri determinanti la rigidezza flessionale) siano in grado di influenzare l’entità del salto che caratterizza gli andamenti di taglio e momento flettente. Vengono invece mantenuti costanti le altezze delle mensole ed il carico agente.

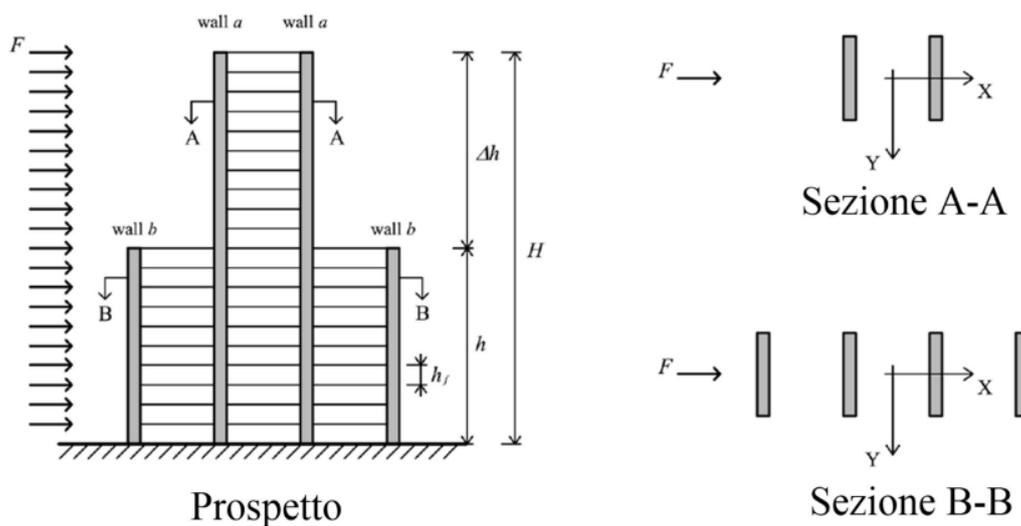


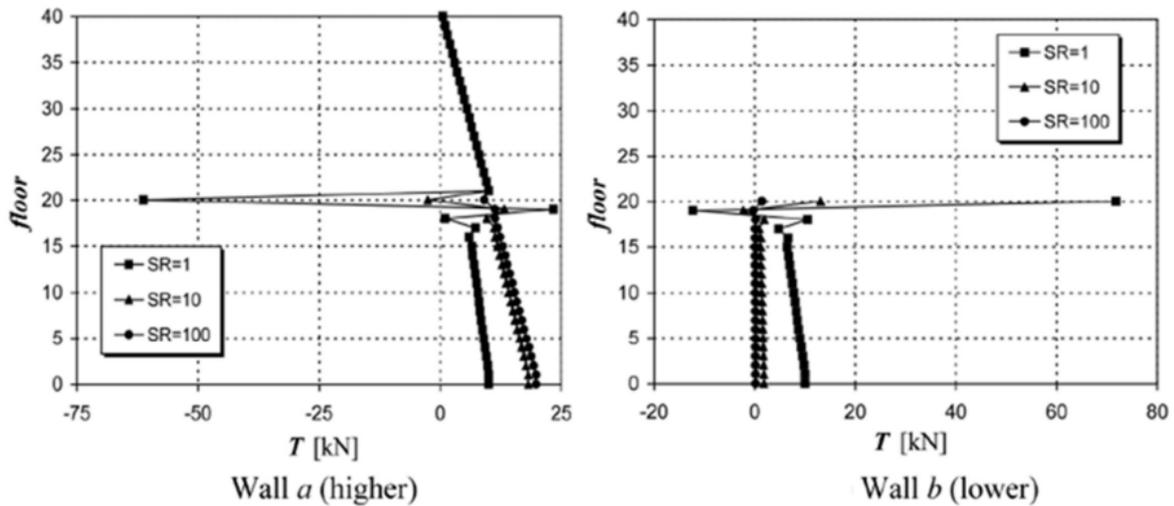
Figura 4.2 Edificio controventato da mensole di diversa altezza, soggetto a carichi orizzontali

I test effettuati su tale modello hanno dimostrato una concreta possibilità di ridurre il valore dell’azione scambiata fra le mensole di diversa altezza, che avviene facendo variare le rispettive rigidzze flessionali. Viene definito a tale scopo il parametro SR, che rappresenta il rapporto fra la rigidezza flessionale della mensola più alta rispetto a quella della mensola più bassa:

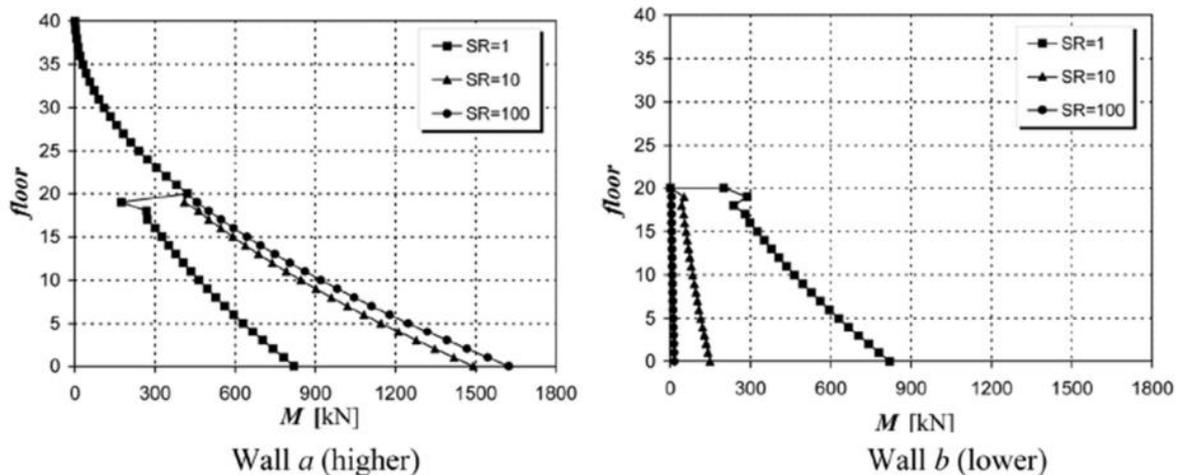
$$SR = \frac{(EI)_{high}}{(EI)_{low}}$$

Vengono presi in considerazione tre diversi valori del parametro SR (1, 10, 100), in funzione dei quali sono state ricavate le curve di ripartizione dell'azione tagliante e flettente:

Ripartizione dell'azione tagliante



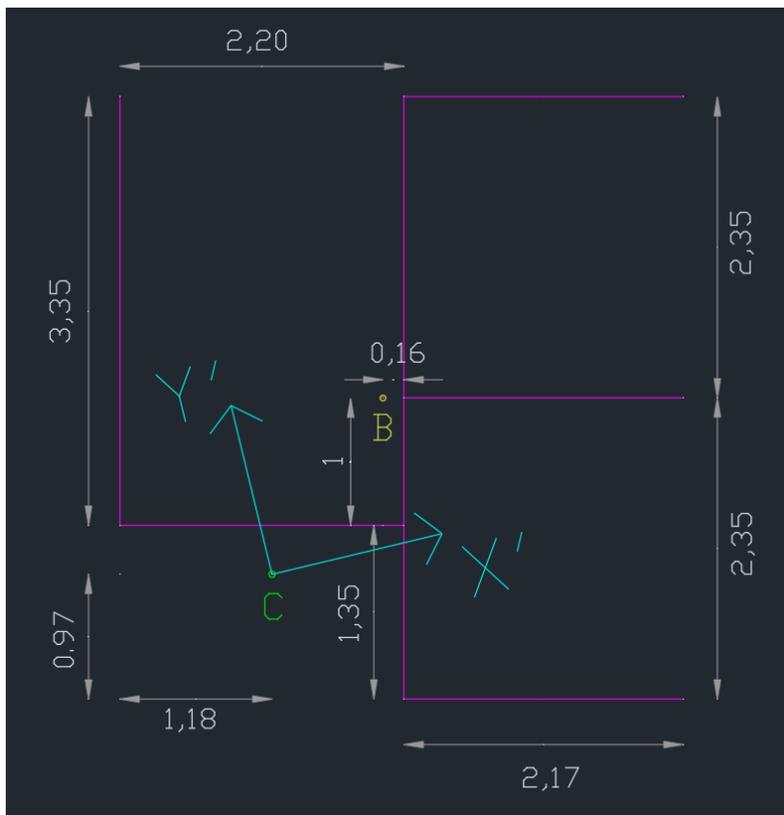
Ripartizione dell'azione flettente



Dall'analisi risulta chiaro che, all'aumentare del parametro SR, l'azione scambiata fra le mensole di diversa altezza tende a scomparire. Ciò è sostanzialmente la conseguenza del fatto che, affidando la maggior parte della rigidità alle mensole più alte, l'azione esterna viene assorbita in maniera prevalente da quest'ultime, mentre quelle più basse vengono sollecitate così poco da non comportare grossi cambiamenti nella risposta della struttura una volta che si interrompono.

4.2.4 Calcolo delle tensioni

Partendo dalle sollecitazioni ottenute ed altre proprietà geometriche riportate dal programma, è possibile fare un ulteriore passo e calcolare le tensioni agenti sulle varie sezioni della parete di controventamento. A differenza della ricerca di spostamenti e sollecitazioni, in questo caso non è direttamente il software a fornirci i risultati, si riportano allora tramite un'illustrazione più dettagliata del setto in esame le informazioni necessarie a svolgere tale operazione:



Spessore	
b	0.4 m
Coordinate baricentro	
X_g	-6.64 m
Y_g	-2.42 m
Coordinate centro di taglio	
X_c	-7.5 m
Y_c	-3.8 m
Momenti di inerzia	
J_{xx}	16.04 m ⁴
J_{yy}	11.57 m ⁴
J_{ωω}	15.56 m ⁶
J_{xy}	0 m ⁴
J_{xω}	0 m ⁵
J_{yω}	0 m ⁵
Fattore di rigidezza torsionale	
J_t	0.3575467 m ⁴
Angolo rotazione assi principali	
Omega	13.56 DEG

Figura 4.3 Sistema di riferimento locale e caratteristiche geometriche (unità di misura in metri) del setto alla Vlasov introdotto nello scorso paragrafo

Il fatto che tutti i momenti misti siano nulli, in base a quanto riportato al paragrafo 3.2, indica sostanzialmente che il sistema di riferimento locale della sezione ha origine nel centro di taglio ed ha assi coincidenti con quelli principali di inerzia.

Si procede allora con il calcolo delle tensioni agenti sulla sezione alla base del setto, in particolare verranno esaminati i 9 punti costituenti gli spigoli:

- Tensione normale

Inserendo le (3.2.21^a,b,c) nella (3.2.9) è possibile ottenere la tensione normale generalizzata agente sulle fibre longitudinali:

$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_{xx}} y + \frac{M_y}{J_{yy}} x + \frac{B}{J_{\omega\omega}} \omega$$

Essendo già in possesso di quasi tutti i termini, non rimane che determinare ω , cioè la coordinata settoriale (o funzione ingobbamento). Essa si ricorda corrispondere al doppio dell'area spazzata dal raggio vettore, positiva se il verso di percorrenza di quest'ultimo è in senso antiorario, negativa se in senso orario. La scelta del polo ricade sul centro di taglio C , mentre come origine s_1 viene momentaneamente preso il punto 1. Si ottiene così il diagramma settoriale $\omega_C(s_1; s)$, dove s rappresenta la coordinata curvilinea lungo la linea media della sezione trasversale:

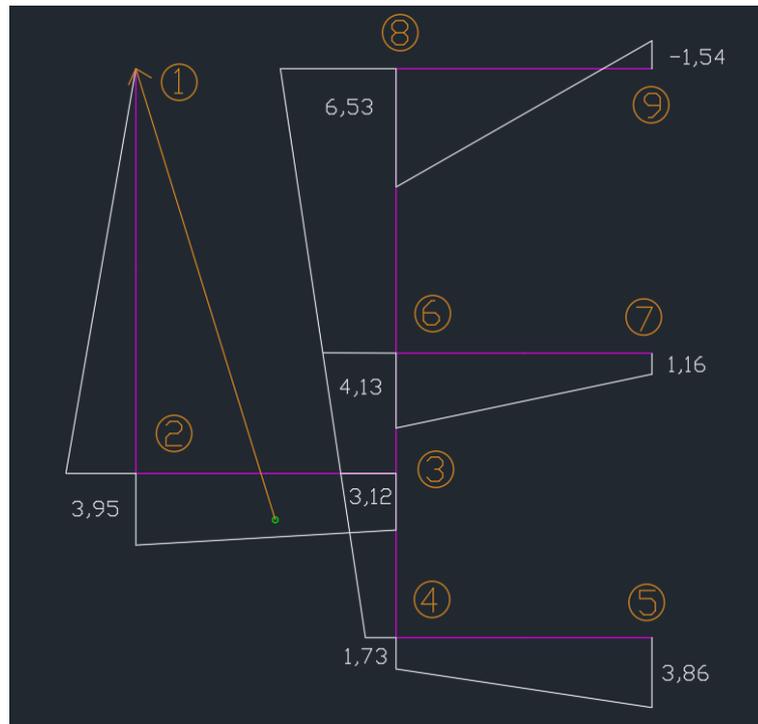


Figura 4.4 Diagramma settoriale della sezione [m²]

Partendo dal diagramma settoriale è possibile poi ricavare quello definito principale, a cui corrisponde un momento statico settoriale nullo. Per farlo si ricorre alla seguente espressione:

$$\omega_C(s_0; s) = \omega_C(s_1; s) - \frac{S_\omega(s_1)}{A}$$

Dove, indicando con l_i la lunghezza di ciascun tratto della sezione, si ha:

- $S_\omega(s_1)$ è il momento statico settoriale associato al diagramma appena trovato, che può essere determinato come somma delle aree sottese sulla base della seguente espressione:

$$S_\omega(s_1) = \int \omega_C(s_1; s) dA = b \int \omega_C(s_1; s) ds = b \left(\sum_{i=1}^6 \frac{(\omega_{i1} + \omega_{i2})}{2} l_i \right) = b \cdot 51,05 \text{ m}^3$$

- A è l'area della sezione, che vale:

$$A = b \left(\sum_{i=1}^6 l_i \right) = b \cdot 16,76 \text{ m}$$

Il diagramma settoriale principale si ricaverà allora tramite la relazione:

$$\omega_C(s_0; s) = \omega_C(s_1; s) - 3,05 \text{ m}^2$$

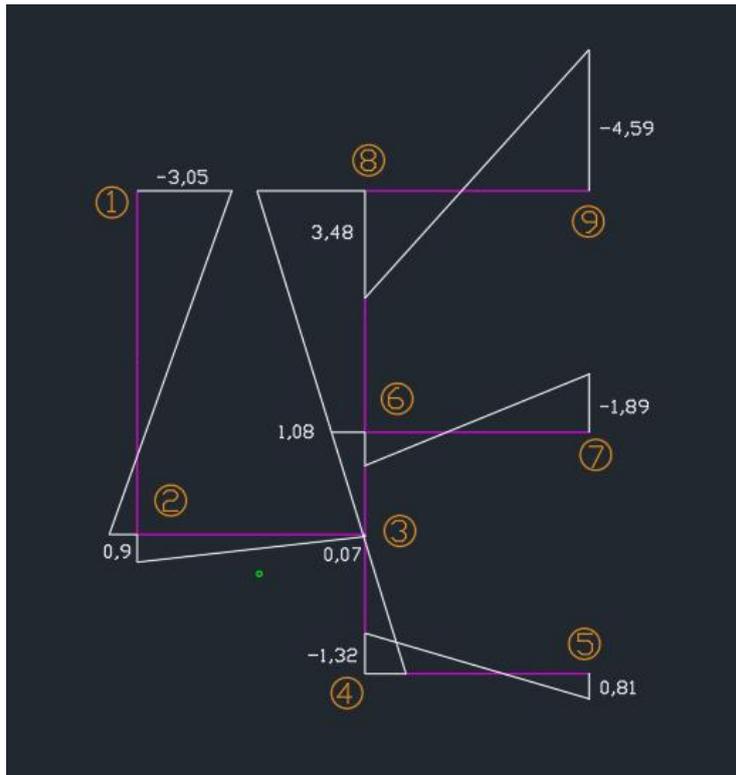


Figura 4.5 Diagramma settoriale principale della sezione [m^2]

- Tensione tangenziale

Sostituendo le (3.2.22a,b,c) nella (3.2.29), è possibile ricavare la tensione tangenziale generalizzata agente lungo la linea media della sezione trasversale:

$$\tau_{(s)} = \frac{T_x S_y}{J_{yy} b} + \frac{T_y S_x}{J_{xx} b} + \frac{M_z^{VL} S_\omega}{J_{\omega\omega} b}$$

Mentre dalla teoria della torsione di Saint-Venant si ha la tensione tangenziale primaria:

$$\tau_{(s,T)} = \frac{M_z^{SV}}{J_t} b$$

Prima di procedere con il calcolo è necessario ricavare i momenti statici relativi a ciascuno dei 9 punti della sezione, ossia le uniche grandezze tra quelle appena elencate a variare spostandosi sulla sezione:

$$S_x = \int y(s) dA$$

$$S_y = \int x(s) dA$$

$$S_\omega = \int \omega(s) dA$$

Il procedimento è simile a quello visto nel calcolo della funzione ingobbamento, ovvero all'avanzare della coordinata curvilinea s si trovano i valori parziali al raggiungimento di ciascun punto immaginando di spezzare la sezione nel suo intorno. Nei nodi di estremità ed in quelli in cui convergono solo due lati, si ottengono risultati uguali in modulo ed opposti in segno percorrendo la sezione in un senso o nell'altro; mentre nei nodi "tripli" raggiungibili seguendo tre percorsi differenti, si ricavano tre valori distinti la cui somma è comunque pari a zero.

PUNTO	$S_x [m^3]$	$S_y [m^3]$	$S_\omega [m^3]$
1	0	0	0
2	0.9	-2.73	-1.44
3 → 2	0.02	-3.55	-1
3 → 4	-2.94	1.17	-0.55
3 → 6	2.92	2.38	1.55
4	-2.04	1.08	-0.22
5	0	0	0
6 → 3	-3.13	-2.33	-1.33
6 → 7	0	1.08	-0.34
6 → 8	3.13	1.25	1.67
7	0	0	0
8	2.04	1.08	-0.48
9	0	0	0

Avendo adesso i mezzi necessari per il calcolo delle tensioni agenti sulla sezione di base del setto, si procede ricavandole sia per la condizione di carico in direzione X che per quella in direzione Y:

➤ Carico agente in direzione X

Si riportano le sollecitazioni alla base del setto:

M_x [KNm]	-11037.17
M_y [KNm]	28612.86
B [KNm ²]	-753.97
T_x [KN]	1392.74
T_y [KN]	-563.32
$M_{Z,VL}$ [KNm]	93.41
$M_{Z,SV}$ [KNm]	0.00

Le tensioni normali di conseguenza varranno:

Punto	σ_{M_x} [KN/m ²]	σ_{M_y} [KN/m ²]	σ_B [KN/m ²]	σ [KN/m ²]
1	-1617.04	-5044.96	147.79	-6514.22
2	688.10	-5044.96	-43.61	-4400.47
3	688.10	395.68	-3.39	1080.39
4	1617.04	395.68	63.96	2076.69
5	1617.04	5762.14	-39.25	7339.93
6	0.00	395.68	-52.33	343.35
7	0.00	5762.14	91.58	5853.72
8	-1617.04	395.68	-168.62	-1389.98
9	-1617.04	5762.14	222.41	4367.51

E le tensioni tangenziali generalizzate:

Punto	$\tau_{T_x} [KN/m^2]$	$\tau_{T_y} [KN/m^2]$	$\tau_{M_z} [KN/m^2]$	$\tau [KN/m^2]$
1	0.00	0.00	0.00	0.00
2	821.56	79.02	21.61	922.19
3 → 2	1068.33	1.76	15.01	1085.09
3 → 4	-352.10	-258.13	8.25	-601.97
3 → 6	-716.23	256.37	-23.26	-483.12
4	-325.01	-179.11	3.30	-500.82
5	0.00	0.00	0.00	0.00
6 → 3	701.19	-274.81	19.96	446.34
6 → 7	-325.01	0.00	5.10	-319.91
6 → 8	-376.17	274.81	-25.06	-126.43
7	0.00	0.00	0.00	0.00
8	-325.01	179.11	7.20	-138.70
9	0.00	0.00	0.00	0.00

Si noti come nei punti 3 e 6 sia rispettato l'equilibrio, in quanto la somma delle tensioni ricavate è nulla.

Per quanto riguarda infine la tensione tangenziale primaria, avendo momento torcente alla Saint-Venant pari a zero alla base, per ogni punto varrà:

$$\tau_{(s,T)} = 0 \frac{KN}{m^2}$$

➤ Carico agente in direzione Y

In questo caso le sollecitazioni alla base valgono:

$M_x [KNm]$	36375.56
$M_y [KNm]$	9584.42
$B [KNm^2]$	-173.69
$T_x [KN]$	898.21
$T_y [KN]$	2557.03
$M_{z,vL} [KNm]$	52.36
$M_{z,sv} [KNm]$	0.00

Si ricavano allora le tensioni normali:

Punto	$\sigma_{M_x} [KN/m^2]$	$\sigma_{M_y} [KN/m^2]$	$\sigma_B [KN/m^2]$	$\sigma [KN/m^2]$
1	5329.34	-1689.91	34.05	3673.48
2	-2267.80	-1689.91	-10.05	-3967.76
3	-2267.80	132.54	-0.78	-2136.04
4	-5329.34	132.54	14.73	-5182.06
5	-5329.34	1930.14	-9.04	-3408.24
6	0.00	132.54	-12.06	120.49
7	0.00	1930.14	21.10	1951.23
8	5329.34	132.54	-38.85	5423.03
9	5329.34	1930.14	51.24	7310.71

E le tensioni tangenziali generalizzate:

Punto	$\tau_{T_x} [KN/m^2]$	$\tau_{T_y} [KN/m^2]$	$\tau_{M_z} [KN/m^2]$	$\tau [KN/m^2]$
1	0.00	0.00	0.00	0.00
2	529.85	-358.69	12.11	183.27
3 → 2	688.99	-7.97	8.41	689.43
3 → 4	-227.08	1171.71	4.63	949.26
3 → 6	-461.92	-1163.74	-13.04	-1638.69
4	-209.61	813.02	1.85	605.26
5	0.00	0.00	0.00	0.00
6 → 3	452.21	1247.43	11.19	1710.83
6 → 7	-209.61	0.00	2.86	-206.75
6 → 8	-242.60	-1247.43	-14.05	-1504.08
7	0.00	0.00	0.00	0.00
8	-209.61	-813.02	4.04	-1018.59
9	0.00	0.00	0.00	0.00

Anche in questo caso nei punti 3 e 6 l'equilibrio viene rispettato.

Si conclude, analogamente al caso precedente, riportando la tensione tangenziale primaria con valore nullo in ogni punto della sezione:

$$\tau_{(s,T)} = 0 \frac{KN}{m^2}$$

4.2.5 Modello FEM

Per la realizzazione del modello agli elementi finiti è stato utilizzato il software Dolmen, con il quale è stato possibile ottenere una somiglianza alla struttura reale decisamente più marcata. Il processo che ha portato al risultato finale è stato naturalmente più laborioso rispetto al precedente, si elencano in seguito i passi percorsi:

- Importazione delle piante di piano da Autocad: come visto nella legenda a paragrafo 2.2, nella ricostruzione sono stati utilizzati colori differenti al fine di inquadrare la posizione di ciascun elemento strutturale
- Inserimento dei collegamenti verticali tra gli orizzontamenti dell'edificio, anche in questo caso avendo cura di distinguere con colori diversi i pilastri dai contorni dei setti
- Assegnazione delle sezioni a travi e pilastri: mentre sulla geometria dell'edificio è stata fatta una ricostruzione meticolosa che ha portato ad inevitabili differenze tra un modello e l'altro (disposizione dei balconi, telai non soggetti alle stesse limitazioni descritte con TaBu, ecc.); sulle sezioni trasversali degli elementi si è invece optato per un'assegnazione non estremamente fedele alla realtà, ma più congruente possibile a quella di TaBu per evitare di avere due modelli con rigidità troppo diverse. Alla luce di quanto detto sono state scelte delle sezioni 80x40 per le travi, mentre i pilastri risultano avere sezioni 40x40, 50x50 e 60x60 rispettivamente tra PT e 6° piano, tra 7° e 15° ed infine tra 16° e 26°
- Realizzazione delle pareti di controventamento (setti) con elementi guscio: seguendo lo stesso ragionamento descritto al passo precedente, per tali elementi è stato assegnato uno spessore costante di 40 cm
- Assegnazione dei vincoli esterni: la struttura è stata incastrata alla base su ogni nodo appartenente al piano terra
- Inserimento dei carichi agenti sull'edificio: anche qui è stato importante disporre delle forze concentrate e dei momenti torcenti congruentemente a quanto fatto con TaBu, il primo tentativo di "spalmare" l'azione del vento su tutta la superficie d'impatto della struttura ha infatti portato a diagrammi degli spostamenti non tanto diversi come valori, ma non confrontabili come andamenti

Oltre a riportare un'assonometria dell'edificio così realizzato, si vuole accostare una prospettiva catturata da Google Earth per meglio apprezzare la bontà del lavoro svolto:

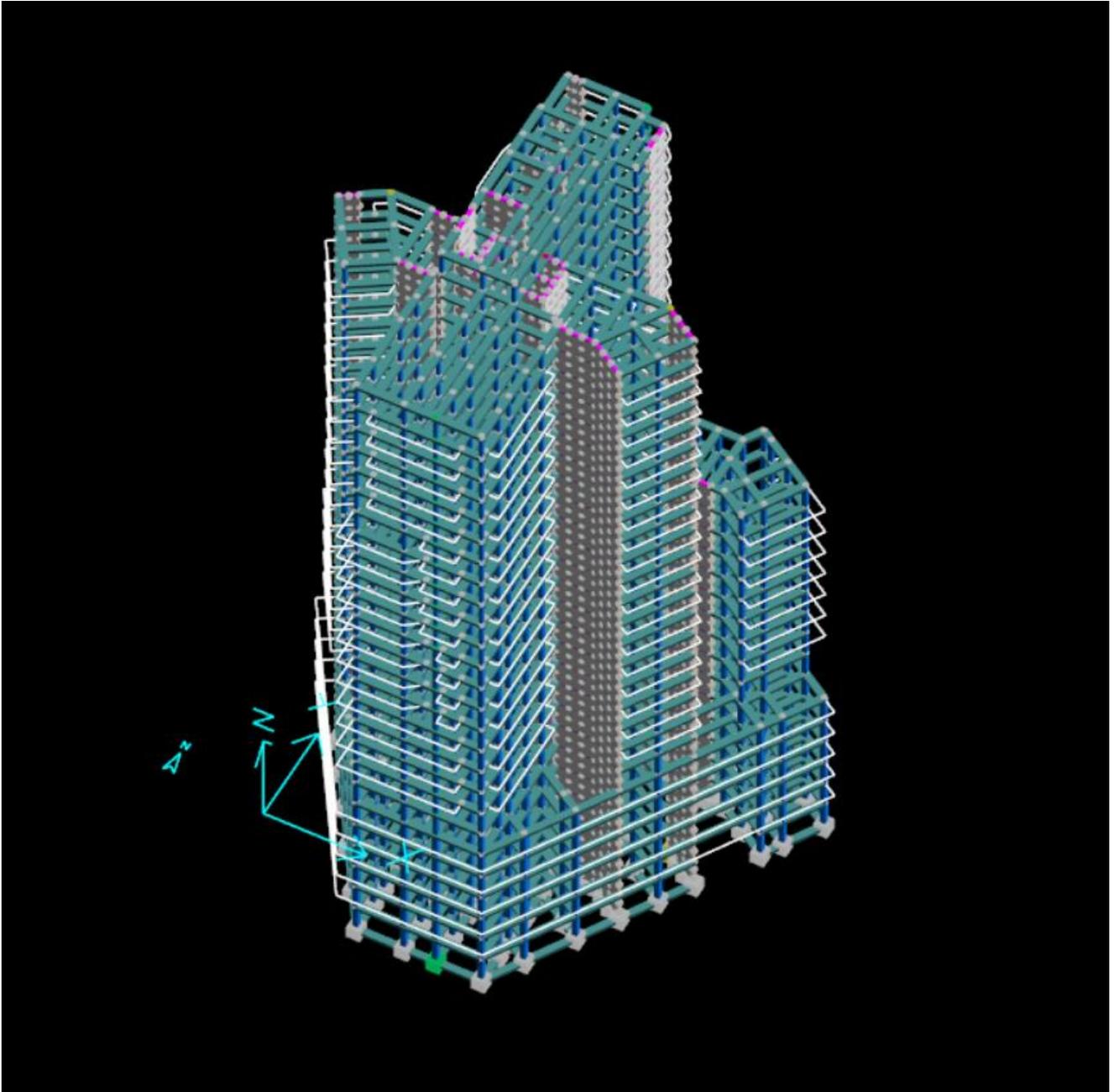


Figura 4.6 Grattacielo modellato su Dolmen

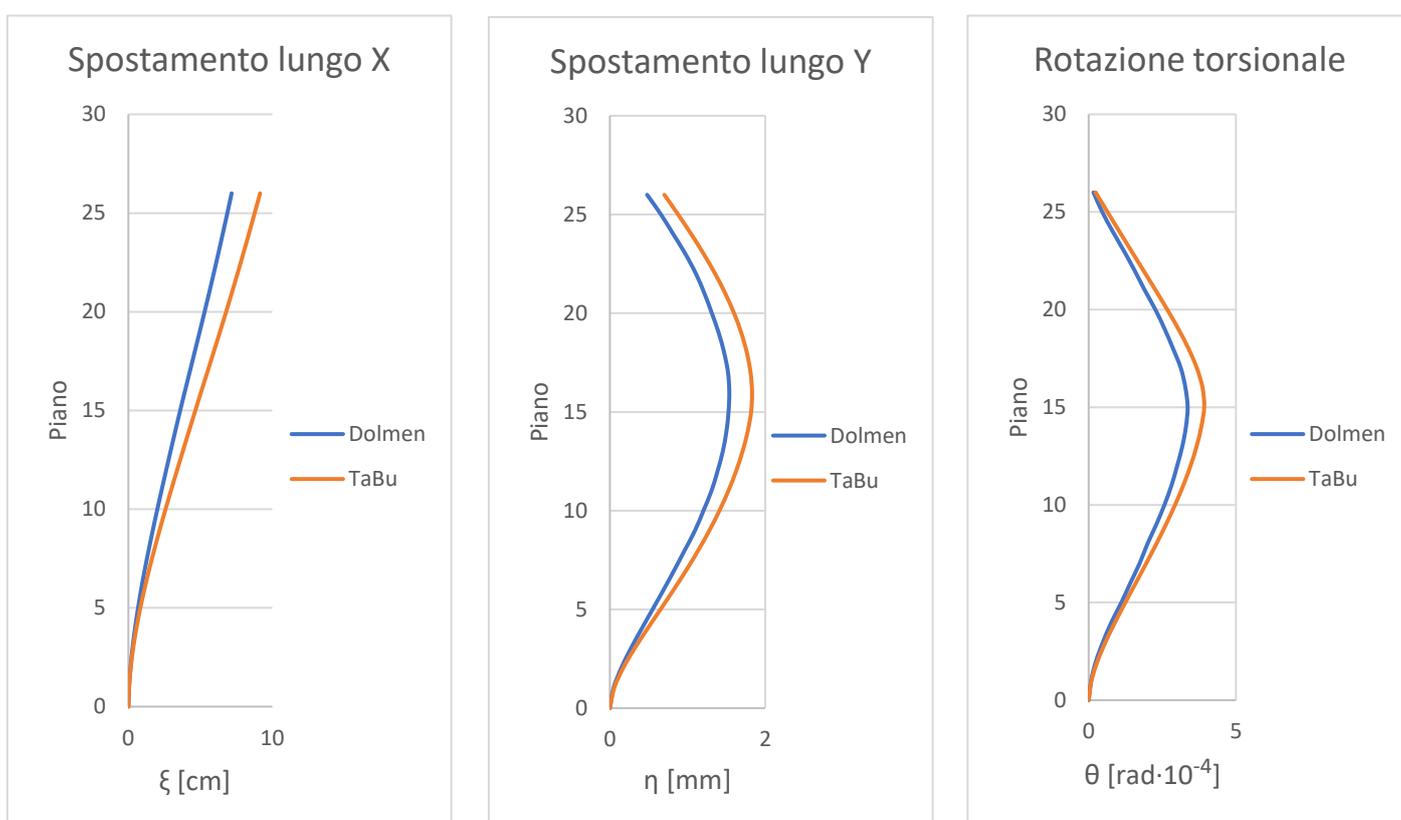


Figura 4.7 Grattacielo ripreso da satellite tramite Google Earth

A questo punto sono stati inseriti tutti i dati di input necessari a svolgere l'analisi, si ricavano pertanto i valori di spostamento per lo stesso punto esaminato in precedenza, cioè l'origine in pianta scelta con TaBu. Per quanto riguarda invece le rotazioni di piano, è opportuno constatare che Dolmen non dà la possibilità di leggere i valori in modo diretto, si è fatto dunque ricorso alle equazioni della rototraslazione rigida per ricavarle a partire dagli spostamenti di due punti appartenenti al piano in questione.

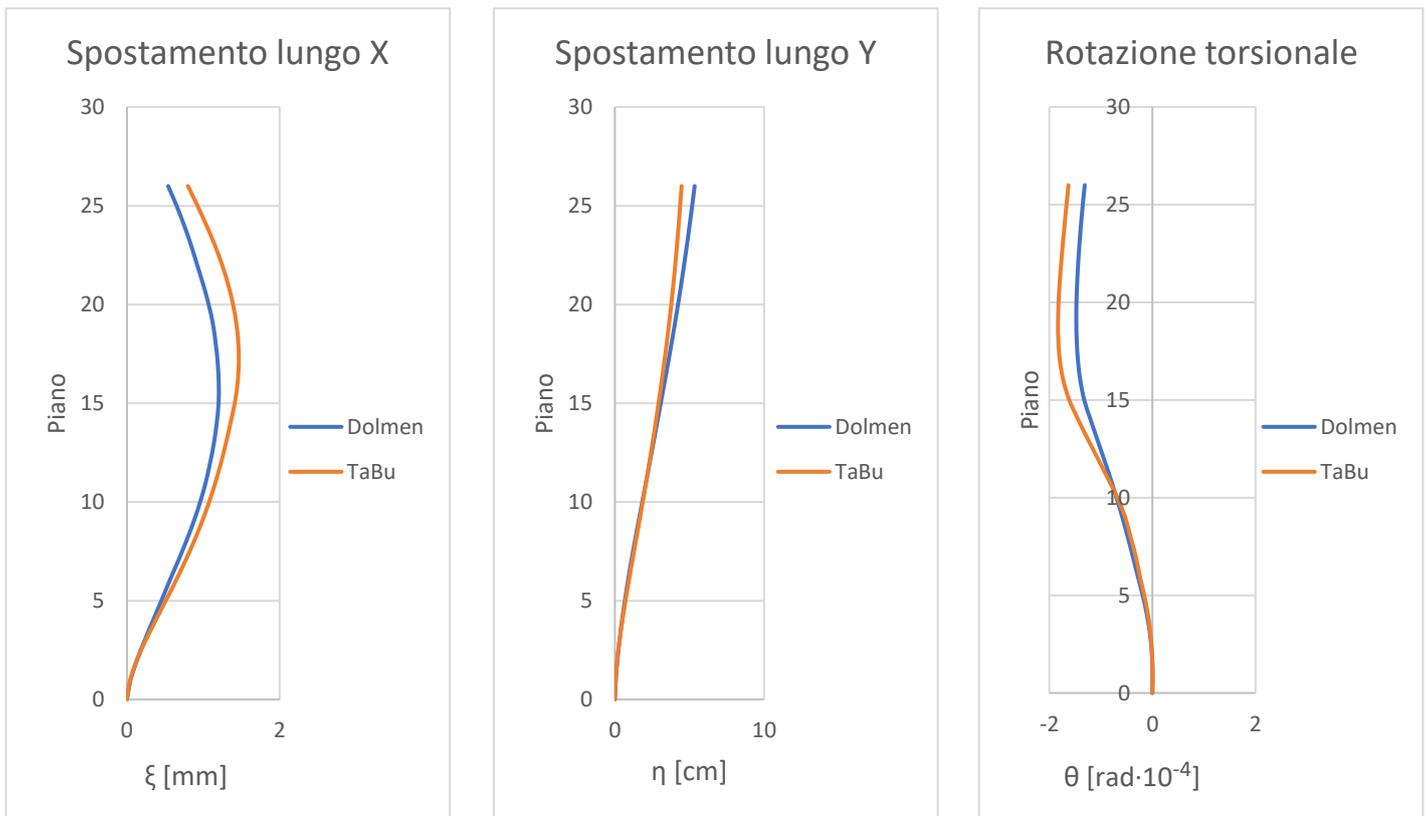
Si procede così al confronto tra gli spostamenti ottenuti da tale modello e quelli precedentemente ricavati dal modello analitico:

➤ Carico agente in direzione X



L'andamento dei diagrammi appare del tutto simile, volendo poi esprimere gli spostamenti tra i valori ottenuti ad ogni piano con i due modelli, i risultati che si ottengono appaiono ragionevoli. Nella direzione del carico applicato si registra uno spostamento massimo all'altezza del 15° piano che è pari al 22,61%; mentre sia in direzione ortogonale al carico che nel caso delle rotazioni la differenza maggiore risiede in sommità, con valori rispettivamente del 31,68% e del 30,99%.

➤ Carico agente in direzione Y



Anche per questo caso di carico lo scostamento massimò piú modesto dei tre è quello nella direzione del carico agente, registrato in sommità e pari al 19,59%. Anche la massima differenza nella direzione ortogonale al carico è registrata all'ultimo piano, pari al 32,42%; mentre per le rotazioni si trova questa volta in corrispondenza del 3° piano e vale 29,27%.

Alla luce dei risultati ottenuti si può constatare come gli andamenti dei diagrammi risultino molto simili, tuttavia le variazioni tra i valori registrati ad ogni piano spesso oltrepassano il 10%. Questo non va necessariamente interpretato come un fallimento, è bene infatti tener conto del fatto che i limiti di modellazione di cui si è parlato nella presentazione del modello analitico hanno condotto alla realizzazione di due strutture molto simili ma non del tutto identiche. Altro fattore da considerare sta nell'entità dei valori in gioco, che nel caso degli spostamenti in direzione ortogonale al carico ed ancor di piú nel caso delle rotazioni, risultano così bassi da render quasi superfluo parlare di differenze.

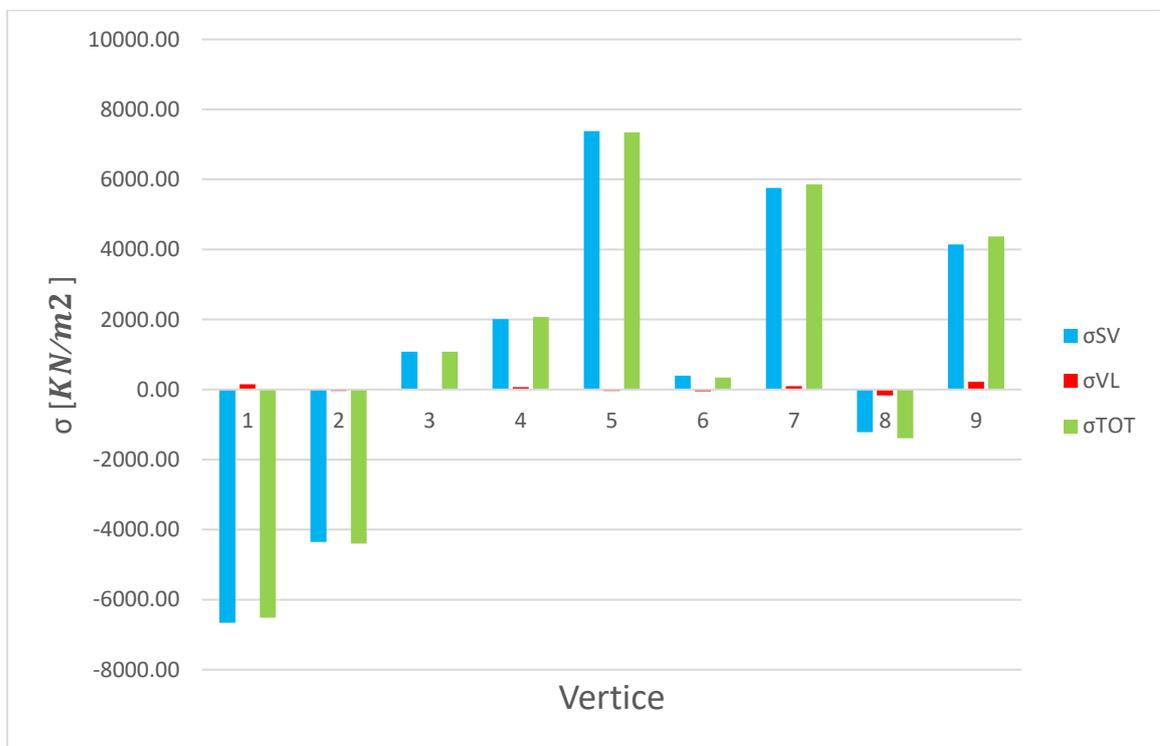
Per quanto riguarda le sollecitazioni non verrà invece sviluppato un confronto, i software per l'analisi FEM generalmente non hanno infatti la possibilità di determinare i valori di sollecitazione riferiti al sistema locale dell'elemento verticale preso nella sua interezza, ma restituiscono solamente i valori sui singoli elementi shell. In aggiunta di ciò, vi è l'impossibilità di ottenere il bimomento e la scomposizione del momento torcente nelle sue due componenti alla Vlasov ed alla Saint-Venant.

Il secondo confronto che ci si pone invece di eseguire è quello riguardante le tensioni agenti alla base del nucleo di controvento. Va detto a tal proposito che Dolmen non è in grado di fornire i valori puntuali nei vertici esaminati, ma fornisce dei valori in corrispondenza dei baricentri dei quattro triangoli che costituiscono ciascun elemento shell. Per questo motivo si è scelto per ogni caso di carico di confrontare i valori medi calcolati per la parete più sollecitata, dove per media si intende quella trovata a partire dai valori nei due vertici nel caso di Tabu, mentre nel modello FEM si farà riferimento a quelli disponibili in prossimità della base.

➤ Carico agente in direzione X

Si riportano tramite diagramma i risultati già calcolati con il modello analitico, in modo tale da inquadrare immediatamente quale parete è soggetta a tensioni maggiori.

Per le tensioni longitudinali si ha:



La parete che verrà dunque analizzata sarà quella compresa tra i vertici 1 e 2, pertanto si riporta quanto ottenuto su di essa in Dolmen:

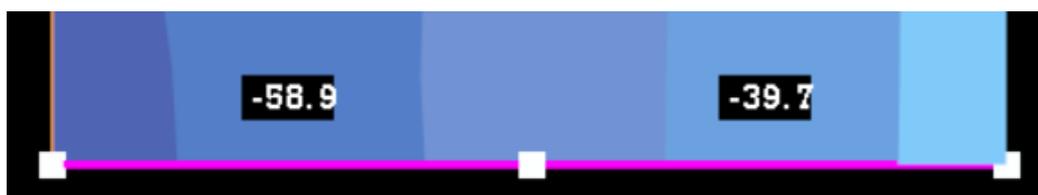
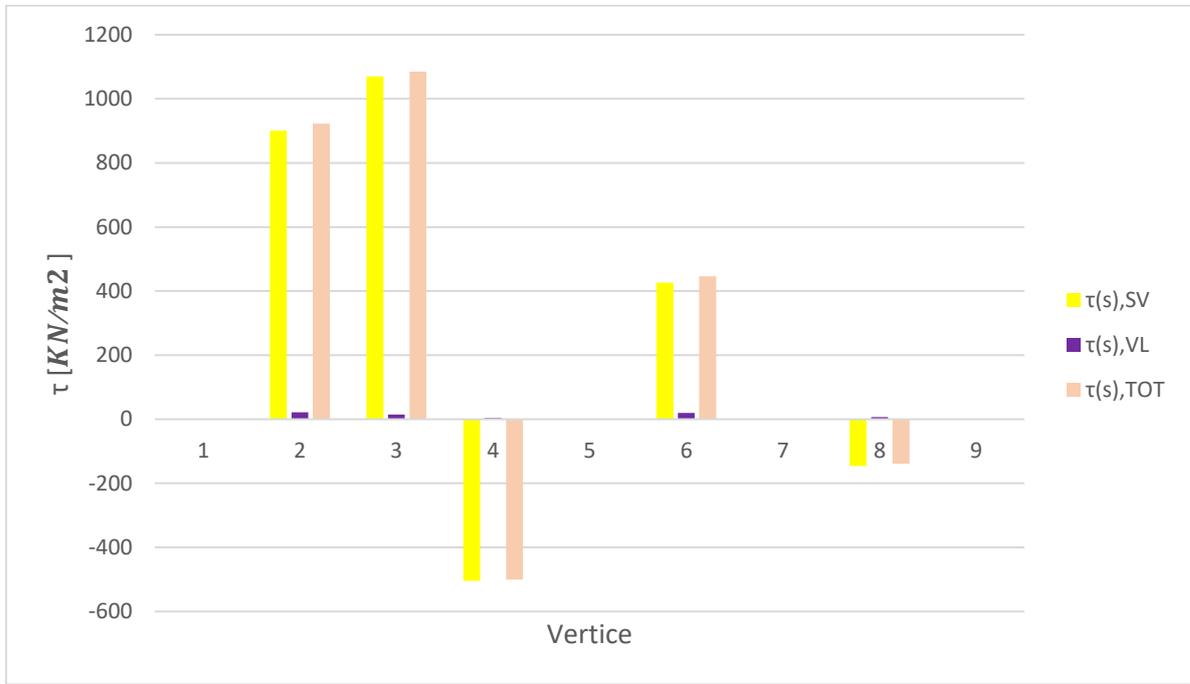


Figura 4.8 Base della parete limitata tra i vertici 1 e 2, carico del vento agente lungo X, tensioni longitudinali in $\left[\frac{daN}{cm^2}\right]$

Convertendo tutto in $\frac{KN}{m^2}$ è possibile procedere al calcolo delle medie per ciascun modello, pervenendo così ad uno scostamento del 9,66%.

Nel caso delle tensioni tangenziali si ha invece:



In questo caso si analizza la parete compresa tra i vertici 2 e 3. Ripetiamo allora i passaggi già descritti:

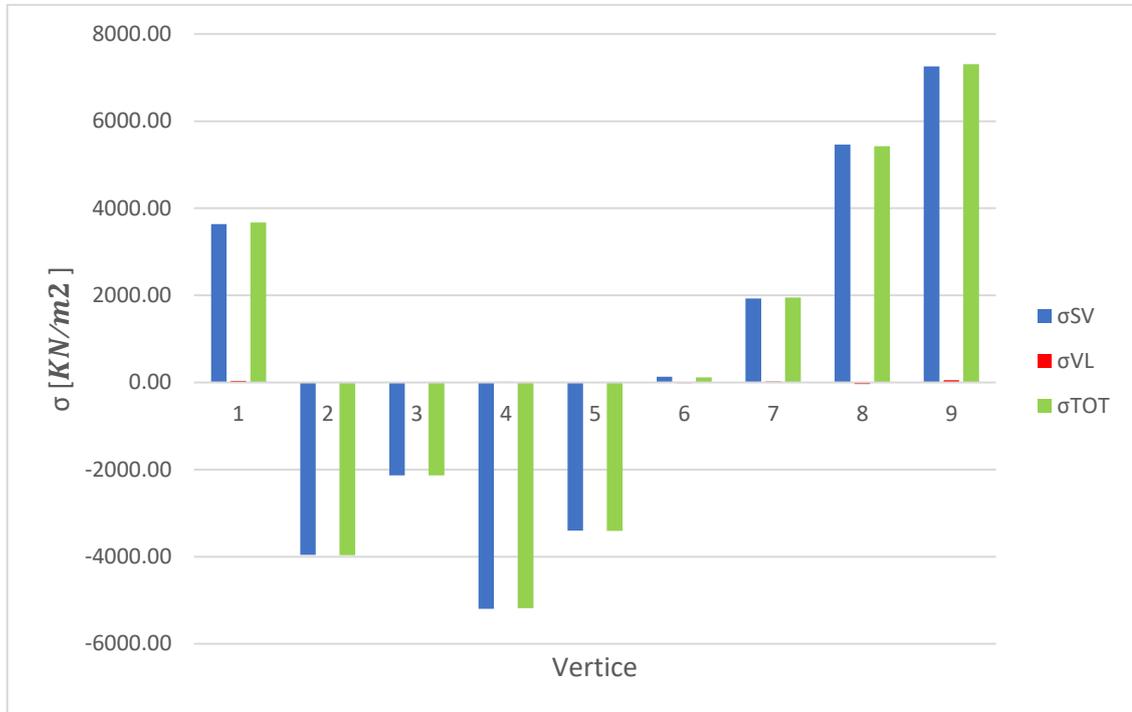


Figura 4.9 Base della parete limitata tra i vertici 2 e 3, carico del vento agente lungo X, tensioni tangenziali in $\left[\frac{daN}{cm^2}\right]$

Lo scostamento tra le medie è del 4,78%.

➤ Carico agente in direzione Y

Con un procedimento analogo si inizia dal confronto delle tensioni longitudinali:



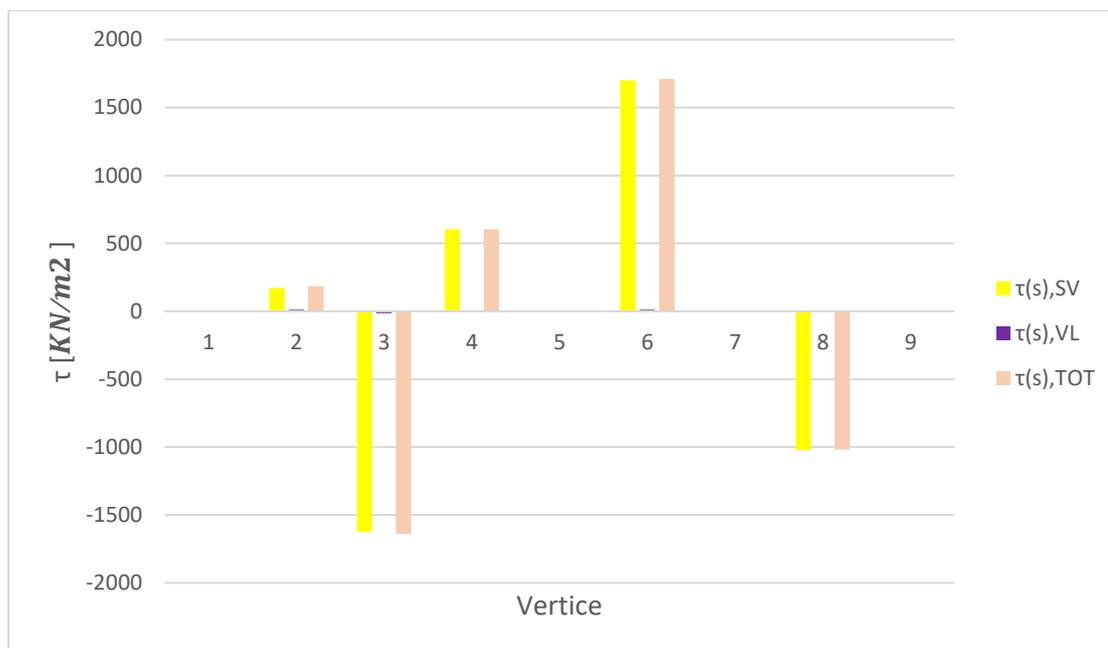
La parete più sofferente risulta essere quella tra i vertici 8 e 9, che in Dolmen presenta i seguenti valori:



Figura 4.10 Base della parete limitata tra i vertici 8 e 9, carico del vento agente lungo Y, tensioni longitudinali in $\left[\frac{daN}{cm^2}\right]$

Dopo aver convertito le unità di misura si ottiene uno scostamento delle medie pari al 7,46%.

Passando alle tensioni tangenziali:



In questo caso la parete che presenta tensioni maggiori è quella tra i vertici 3 e 6:

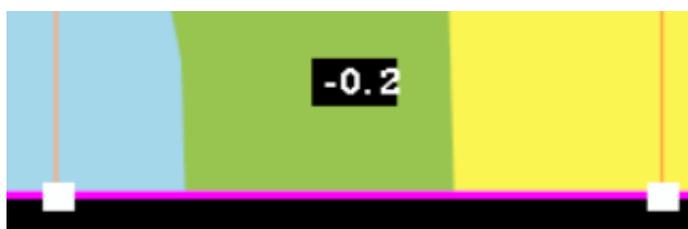


Figura 4.11 Base della parete limitata tra i vertici 3 e 6, carico del vento agente lungo Y, tensioni tangenziali in $\left[\frac{daN}{cm^2} \right]$

L'unico valore presente è chiaramente quello utilizzato come media, pervenendo infine ad uno scostamento del 44,44%.

Per quanto le percentuali ottenute siano ragionevoli, sono comunque frutto di una semplificazione resa necessaria dalla situazione descritta, ma in ogni caso va riconosciuta una buona somiglianza tra i valori mostrati nei due modelli.

4.3 Analisi con azione sismica

4.3.1 Carichi verticali

Prima di procedere con l'analisi è necessario definire i carichi verticali agenti sulla struttura, permanenti e variabili. Sebbene essi non verranno applicati al modello, saranno necessari in seguito per il calcolo delle forze statiche orizzontali equivalenti all'azione del sisma.

Carichi permanenti

Per carichi permanenti si intende l'azione gravitazionale indotta da azioni che agiscono durante tutta la vita nominale di progetto della costruzione, la cui variazione di intensità nel tempo è molto lenta e di modesta entità. L'analisi dei carichi permanenti si riversa nel calcolo dell'azione indotta dal peso proprio degli elementi strutturali e non strutturali; per il peso specifico dei materiali impiegati si considereranno i valori riportati nella Tab. 3.1.I D.M. 2018 se presenti, altrimenti verranno importati da fonti di affermata validità. Per quanto riguarda invece la composizione del solaio, conoscendo l'altezza totale si sceglierà configurazione basata sugli standard dell'epoca di costruzione dell'edificio.

- Travi, pilastri e setti

Peso al metro cubo: 25 kN/m^3

- Solaio in latero-cemento 20+5

MATERIALE	$\gamma \text{ [kN/m}^3\text{]}$	Altezza [m]	Larghezza [m]	Area [m ²]	Peso proprio [kN/m ²]
Laterizio forato	8	0,2	0,8	0,16	1,28
Nervatura	25	0,2	0,2	0,04	1
Soletta	25	0,05	1	0,05	1,25
TOT					3,53

- Carichi non strutturali

MATERIALE	$\gamma \text{ [kN/m}^3\text{]}$	Altezza [m]	Peso proprio [kN/m ²]
Pavimentazione	19	0,01	0,19
Massetto	20	0,03	0,6
Intonaco di intradosso	20	0,01	0,2
TOT			0,99

- Tramezzi

MATERIALE	$\gamma \text{ [kN/m}^3\text{]}$	Spessore [m]	Peso proprio [kN/m ²]
Intonaco	20	0,01	0,2
Laterizio forato	8	0,12	0,96
Intonaco	20	0,01	0,2
TOT			1,36

Per gli orizzontamenti degli edifici per abitazioni e per uffici, il peso proprio di elementi divisorii interni può essere ragguagliato ad un carico permanente uniformemente distribuito, purché vengano adottate le misure costruttive atte ad assicurare una adeguata ripartizione trasversale del carico sul solaio [D.M.2018 § 3.1.3]. Il carico uniformemente distribuito g_k potrà essere correlato al peso proprio per unità di lunghezza G_k delle partizioni nel modo seguente:

- ❖ per elementi divisorii con $G_k \leq 1,00$ KN/m: $g_k = 0,40$ KN/m²;
- ❖ per elementi divisorii con $1,00 < G_k \leq 2,00$ KN/m: $g_k = 0,80$ KN/m²;
- ❖ per elementi divisorii con $2,00 < G_k \leq 3,00$ KN/m: $g_k = 1,20$ KN/m²;
- ❖ per elementi divisorii con $3,00 < G_k \leq 4,00$ KN/m: $g_k = 1,60$ KN/m²;
- ❖ per elementi divisorii con $4,00 < G_k \leq 5,00$ KN/m: $g_k = 2,00$ KN/m².

Il peso totale per unità di superficie sarà pertanto:

Peso al metro lineare con altezza interpiano di 3,20 m [kN/m]	4,35
Peso al metro quadro [kN/m^2]	2

Si precisa che per il piano terra, ovvero l'unico che presenta un'altezza differente pari a 3,60 m, si utilizzeranno gli stessi valori nella consapevolezza di compiere un errore del tutto trascurabile.

➤ Muratura di tamponamento

MATERIALE	γ [kN/m^3]	Spessore [m]	Peso proprio [kN/m^2]
Intonaco	20	0,02	0,4
Laterizio forato	8	0,12	0,96
Laterizio semipieno	13	0,12	1,56
TOT			2,92

Per ottenere il peso proprio al metro lineare moltiplichiamo infine il risultato ottenuto per l'altezza di interpiano. Così facendo non terremo in considerazione le decurtazioni dovute alla presenza di aperture sulle facciate, opereremo pertanto a favore di sicurezza:

$$\text{Peso al metro lineare} = 2,92 \cdot 3,20 = 9,34 \text{ KN/m}$$

Carichi variabili

Passando ai sovraccarichi, essi comprendono i carichi legati alla destinazione d'uso dell'opera; i modelli di tali azioni possono essere costituiti da:

- ❖ carichi verticali uniformemente distribuiti q_k
- ❖ carichi verticali concentrati Q_k
- ❖ carichi orizzontali lineari H_k

I valori sono riportati nella tabella 3.1.II del D.M. 2018. Si considerano quelli riferiti alla Categoria A per ambienti ad uso residenziale e Categoria H per le coperture.

Tab. 3.1.II - Valori dei sovraccarichi per le diverse categorie d'uso delle costruzioni

Cat.	Ambienti	q_k [kN/m ²]	Q_k [kN]	H_k [kN/m]
A	Ambienti ad uso residenziale			
	Aree per attività domestiche e residenziali; sono compresi in questa categoria i locali di abitazione e relativi servizi, gli alberghi (ad esclusione delle aree soggette ad affollamento), camere di degenza di ospedali	2,00	2,00	1,00
	Scale comuni, balconi, ballatoi	4,00	4,00	2,00
H-I-K	Coperture			
	Cat. H Coperture accessibili per sola manutenzione e riparazione	0,50	1,20	1,00
	Cat. I Coperture praticabili di ambienti di categoria d'uso compresa fra A e D Cat. K Coperture per usi speciali, quali impianti, eliporti.	secondo categorie di appartenenza da valutarsi caso per caso		

I carichi verticali concentrati Q_k e i sovraccarichi orizzontali lineari H_k non verranno presi in conto, in quanto devono essere utilizzati per verifiche locali e non si combinano con i carichi utilizzati nelle verifiche dell'edificio nel suo insieme.

4.3.2 Calcolo carichi sismici

Al comune di Livorno è stata storicamente assegnata una classificazione sismica a partire dal 1982, con il Decreto Ministeriale del 19 marzo, ben oltre dunque il periodo di progettazione e costruzione dell'edificio. Per tale motivo, così come avvenuto per l'analisi con l'azione del vento, anche in questo caso ne verrà svolta una secondo la più recente normativa: in particolare si opta per un'analisi statica lineare che, come indicato al § 7.3.3.2 delle NTC2018, consiste nell'applicazione di forze statiche equivalenti alle forze d'inerzia indotte dall'azione sismica. Normalmente vi sono delle condizioni da rispettare per poterla impiegare: è infatti richiesto che la struttura sia regolare in altezza, che si elevi per non più di 40 metri ed infine che il periodo fondamentale del primo modo di vibrare T_1 sia inferiore a $2,5 T_c$ oppure T_d . Sebbene l'edificio in esame chiaramente non rispetti tali requisiti, si ricorre ugualmente a tale approccio in quanto il software TaBu non sarebbe in grado di gestire un'analisi dinamica completa in presenza di azione sismica, oltretutto si ricorda che lo scopo di tale studio verte su un confronto di risultati e non su verifiche strutturali, motivo per cui si procede in questo caso non rispettando rigorosamente la normativa.

L'azione sismica viene schematizzata con un sistema di forze orizzontali statiche equivalenti, ottenuto assegnando ad ogni piano dell'edificio una forza F_i agente nel baricentro dell'impalcato, di intensità proporzionale alla massa presente sul piano stesso:

$$F_i = F_h \cdot \frac{z_i \cdot W_i}{\sum z_i \cdot W_i}$$

Nello specifico, si considerano le masse associate ai seguenti carichi gravitazionali:

$$W_i = G_1 + G_2 + \sum \psi_{2i} Q_{ki}$$

Dove:

- z_i è l'altezza del piano i-esimo rispetto all'incastro alla base
- F_h è la risultante delle forze agenti: $F_h = S_d(T_1) \cdot W \cdot \frac{\lambda}{g} = 19533.28 \text{ KN}$
- W_i è il peso del piano i-esimo, che comprende ciascun orizzontamento assieme a metà del piano inferiore e metà del piano superiore (eccetto il 26° che comprende anche l'intera copertura). Essendo la struttura irregolare in altezza ad ogni piano tipo si associa un peso differente:
 - $W_{1-6} = 16079.77 \text{ KN}$
 - $W_{7-15} = 13152.08 \text{ KN}$
 - $W_{16-25} = 10440.10 \text{ KN}$
 - $W_{26} = 6306.37 \text{ KN}$
- W peso totale dell'edificio: $W = 6 W_{1-6} + 9 W_{7-15} + 10 W_{16-25} + W_{26} = 325554.71 \text{ KN}$
- G_1 e G_2 sono i carichi permanenti strutturali e non strutturali, mentre Q_k sono i carichi variabili
- ψ_2 coefficiente di combinazione per le azioni variabili, pari a 0,3 per ambienti ad uso residenziale e nullo per il carico neve (trovandosi l'edificio sotto i 1000 metri di altitudine)
- $S_d(T_1)$ viene letto sullo spettro di risposta di progetto, che è stato calcolato automaticamente in Dolmen dando in input informazioni quali le coordinate del sito, la vita di riferimento V_R , la probabilità di superamento P_{V_R} associata allo SLV, categoria del sottosuolo C , categoria topografica T_1 , coefficiente di smorzamento viscoso convenzionale

pari al 5% e fattore di comportamento $q = 1,5$ trattandosi di una costruzione esistente.

Per ottenere il valore in ordinata sullo spettro è necessario calcolare il periodo

fondamentale $T_1 = 0,075 H^{3/4} = 2,13 \text{ s}$. Si ottiene allora $S_d(T_1) = 0,06$

- λ è un coefficiente assunto pari a 0,85 per costruzioni con almeno 3 orizzontamenti e se $T_1 < 2 T_c$; in caso contrario ha valore unitario. In questo caso $T_1 = 2,13 > 2 T_c = 0,88$, perciò si ha $\lambda = 1$
- g accelerazione di gravità

In definitiva:

PIANO	$z_i[m]$	$W_i[KN]$	$F_i[KN]$	$\%F_h$
PT	0	16079.77	0.00	0.00
1	3.6	16079.77	88.68	0.00
2	6.8	16079.77	167.51	0.01
3	10	16079.77	246.33	0.01
4	13.2	16079.77	325.16	0.02
5	16.4	16079.77	403.98	0.02
6	19.6	16079.77	482.81	0.02
7	22.8	13152.08	459.38	0.02
8	26	13152.08	523.85	0.03
9	29.2	13152.08	588.32	0.03
10	32.4	13152.08	652.80	0.03
11	35.6	13152.08	717.27	0.04
12	38.8	13152.08	781.75	0.04
13	42	13152.08	846.22	0.04
14	45.2	13152.08	910.69	0.05
15	48.4	13152.08	975.17	0.05
16	51.6	10440.10	825.27	0.04
17	54.8	10440.10	876.44	0.04
18	58	10440.10	927.62	0.05
19	61.2	10440.10	978.80	0.05
20	64.4	10440.10	1029.98	0.05
21	67.6	10440.10	1081.16	0.06
22	70.8	10440.10	1132.34	0.06
23	74	10440.10	1183.52	0.06
24	77.2	10440.10	1234.70	0.06
25	80.4	10440.10	1285.88	0.07
26	83.6	6306.37	807.65	0.04
TOT			19533.28	1

Come previsto, si noti che al totale corrisponde proprio il valore di F_h .

Dal momento che il sistema di forze appena ricavato deriva da parametri indipendenti dalla direzione considerata, sarà utilizzato sia applicando i carichi lungo X che lungo Y. Per tener infine conto della variabilità spaziale del moto, come indicato al § 7.3.5 delle NTC2018, la risposta della struttura sarà calcolata considerando agenti contemporaneamente l'azione in una direzione presa al 100% della sua entità, più quella nella direzione ortogonale presa al 30%.

Di tutte le possibili combinazioni il presente studio andrà a considerare i soli due casi in cui, alternativamente, si ha carico intero agente nel verso positivo del proprio asse più carico smorzato agente anch'esso nel verso positivo del suo asse.

Partendo dai risultati appena trovati, non rimane che ricavare i momenti torcenti dovuti alle eccentricità presenti tra l'origine del SR scelto in TaBu ed il baricentro geometrico di ciascun impalcato, dove come detto in precedenza vengono applicate le forze orizzontali:

➤ Carico agente in direzione X

PIANO	F_x [KN]	F_y [KN]	e_y [m]	e_x [m]	M_z [KNm]
PT	0.00	0.00	-1.01	2.11	0.00
1	88.68	26.60	-1.01	2.11	-33.43
2	167.51	50.25	-1.01	2.11	-63.15
3	246.33	73.90	-1.01	2.11	-92.87
4	325.16	97.55	-1.01	2.11	-122.58
5	403.98	121.19	-1.01	2.11	-152.30
6	482.81	144.84	-1.01	2.11	-182.02
7	459.38	137.81	-0.25	1.15	43.64
8	523.85	157.16	-0.25	1.15	49.77
9	588.32	176.50	-0.25	1.15	55.89
10	652.80	195.84	-0.25	1.15	62.02
11	717.27	215.18	-0.25	1.15	68.14
12	781.75	234.52	-0.25	1.15	74.27
13	846.22	253.87	-0.25	1.15	80.39
14	910.69	273.21	-0.25	1.15	86.52
15	975.17	292.55	-0.25	1.15	92.64
16	825.27	247.58	2.54	-1.72	1670.34
17	876.44	262.93	2.54	-1.72	1773.92
18	927.62	278.29	2.54	-1.72	1877.51
19	978.80	293.64	2.54	-1.72	1981.10
20	1029.98	308.99	2.54	-1.72	2084.68
21	1081.16	324.35	2.54	-1.72	2188.27
22	1132.34	339.70	2.54	-1.72	2291.86
23	1183.52	355.06	2.54	-1.72	2395.44
24	1234.70	370.41	2.54	-1.72	2499.03
25	1285.88	385.76	2.54	-1.72	2602.62
26	807.65	242.30	2.54	-1.72	1634.69

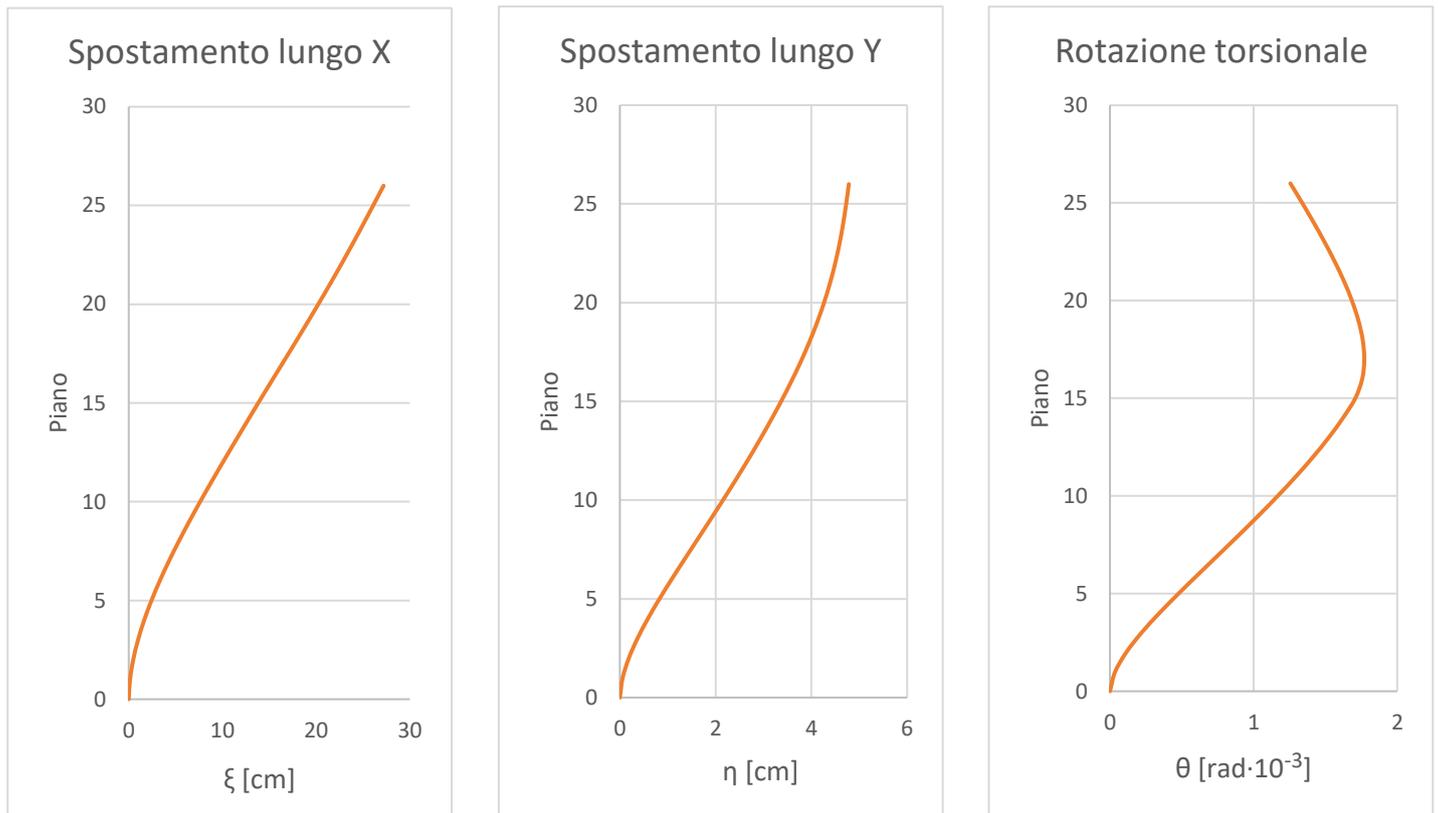
➤ Carico agente in direzione Y

PIANO	F_x [KN]	F_y [KN]	e_y [m]	e_x [m]	M_z [KNm]
PT	0.00	0.00	-1.01	2.11	0.00
1	26.60	88.68	-1.01	2.11	160.24
2	50.25	167.51	-1.01	2.11	302.68
3	73.90	246.33	-1.01	2.11	445.12
4	97.55	325.16	-1.01	2.11	587.56
5	121.19	403.98	-1.01	2.11	730.00
6	144.84	482.81	-1.01	2.11	872.44
7	137.81	459.38	-0.25	1.15	493.83
8	157.16	523.85	-0.25	1.15	563.14
9	176.50	588.32	-0.25	1.15	632.45
10	195.84	652.80	-0.25	1.15	701.76
11	215.18	717.27	-0.25	1.15	771.07
12	234.52	781.75	-0.25	1.15	840.38
13	253.87	846.22	-0.25	1.15	909.69
14	273.21	910.69	-0.25	1.15	979.00
15	292.55	975.17	-0.25	1.15	1048.30
16	247.58	825.27	2.54	-1.72	-790.60
17	262.93	876.44	2.54	-1.72	-839.63
18	278.29	927.62	2.54	-1.72	-888.66
19	293.64	978.80	2.54	-1.72	-937.69
20	308.99	1029.98	2.54	-1.72	-986.72
21	324.35	1081.16	2.54	-1.72	-1035.75
22	339.70	1132.34	2.54	-1.72	-1084.78
23	355.06	1183.52	2.54	-1.72	-1133.81
24	370.41	1234.70	2.54	-1.72	-1182.84
25	385.76	1285.88	2.54	-1.72	-1231.87
26	242.30	807.65	2.54	-1.72	-773.73

4.3.3 Spostamenti

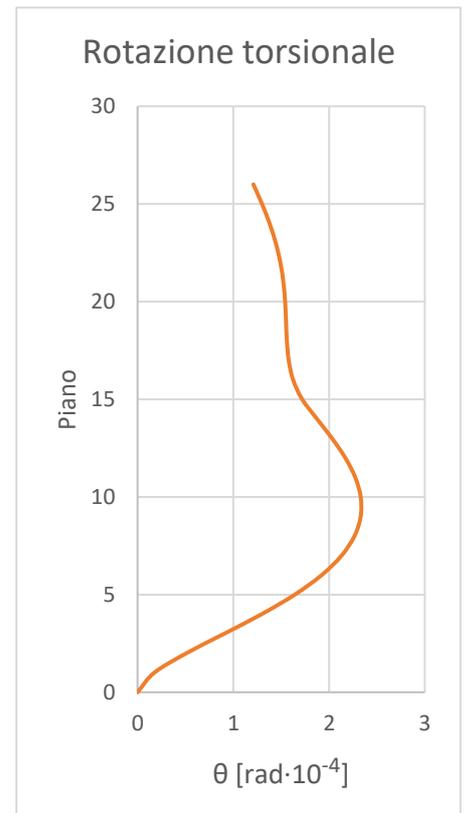
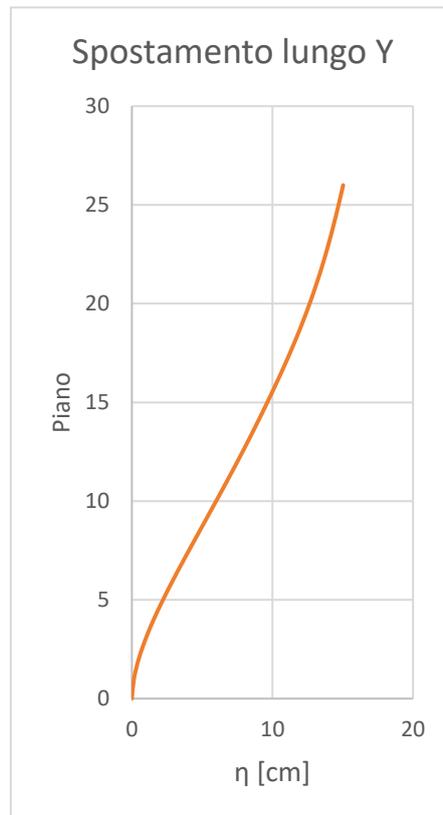
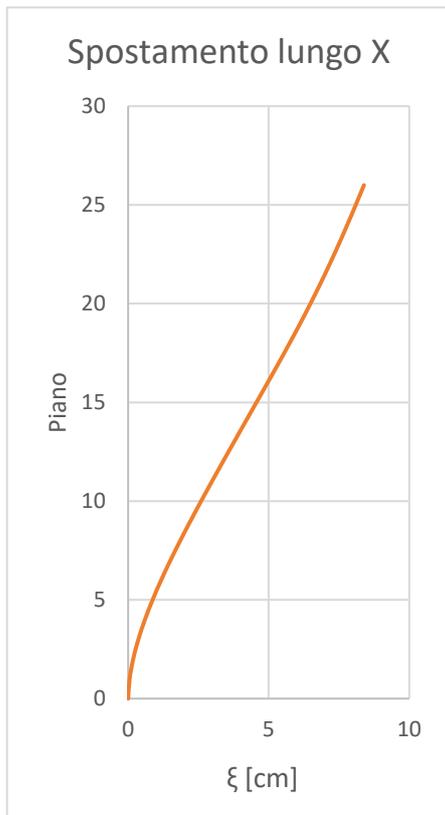
Anche in questo caso, la risposta della struttura nella sua interezza viene mostrata attraverso i valori di spostamento ad ogni piano, mentre in seguito si analizzerà un singolo elemento di controventamento. Si riportano allora i diagrammi, ricordando che il punto rappresentativo di ciascun impalcato è quello scelto come origine del SR:

➤ Carico agente in direzione X



Come già osservato nello studio con l'azione del vento, la marcata variazione volumetrica nel passaggio dal 15° al 16° piano ha un'influenza notevole sugli andamenti, anche in questo caso riconoscibile nei punti di flesso ed in un cambio di andamento del diagramma. In questo caso si riportano però dei valori di entità maggiore, nella direzione di applicazione del carico lo spostamento in sommità è infatti di ben 27 *cm*, mentre nella direzione ortogonale è di quasi 5 *cm*. La rotazione come nel caso del vento è estremamente esigua, dalla conversione in gradi risulta infatti un valore massimo di 0,1° all'altezza del 17° piano.

➤ Carico agente in direzione Y



Per quanto concerne gli andamenti si ripropongono i commenti già fatti, mentre i valori di spostamento in sommità sono questa volta di 15 *cm* nella direzione del carico e di 8,3 *cm* in direzione ortogonale. Le rotazione infine, così come nel caso precedente, sono pressoché inesistenti.

4.3.4 Sollecitazioni

Il tipo di analisi condotta richiede di tener necessariamente conto degli effetti torsionali accidentali: per farlo si ricorre ad un fattore moltiplicativo $\delta > 1$ che può essere utilizzato per amplificare le forze sismiche agenti ad ogni piano oppure, in modo del tutto equivalente, può essere applicato moltiplicandolo per i valori delle sollecitazioni ottenuti dall'analisi.

$$\delta = 1 + 0,6 \frac{x}{L}$$

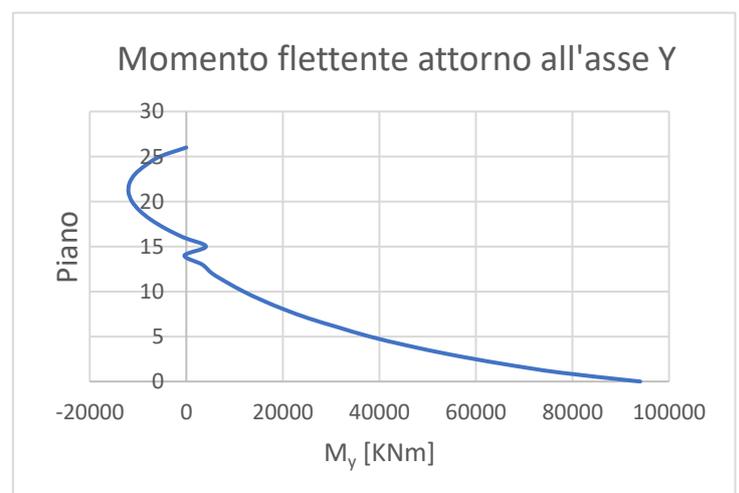
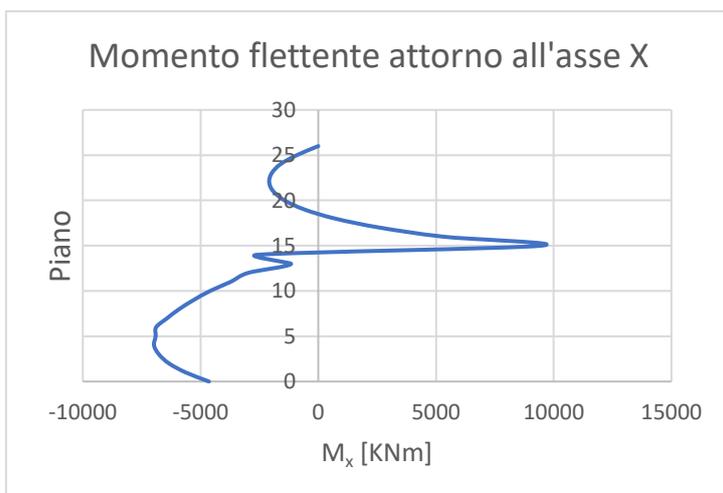
Dove:

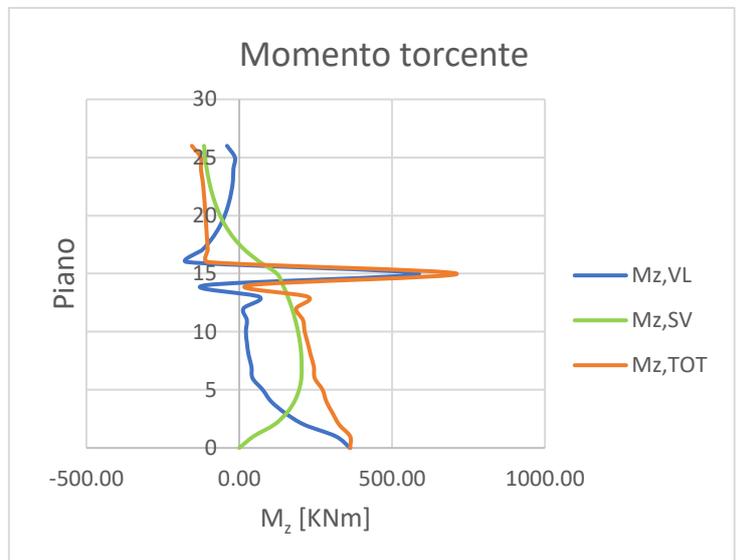
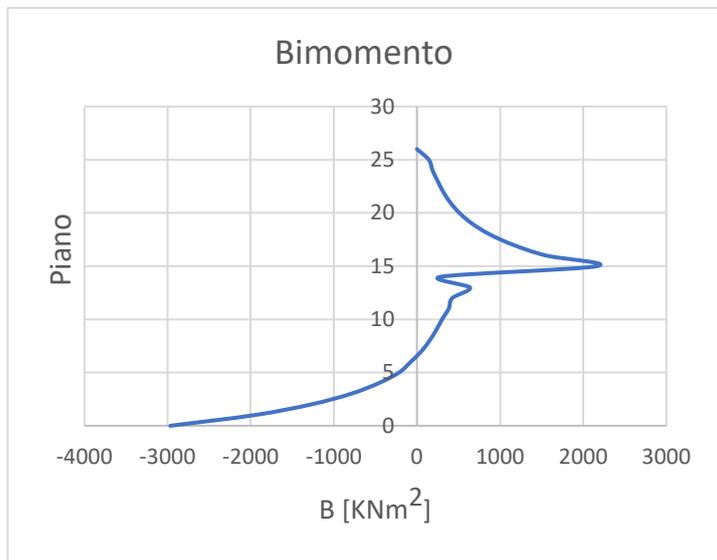
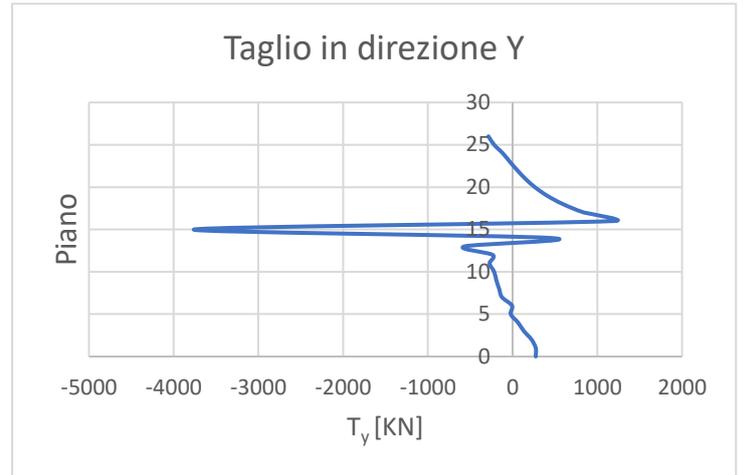
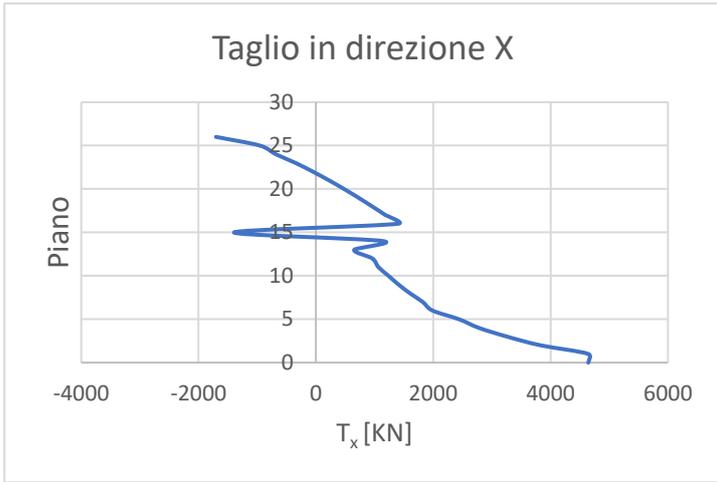
- x è la distanza dell'elemento resistente verticale dal baricentro geometrico dell'edificio, misurata perpendicolarmente alla direzione dell'azione sismica considerata
- L è la distanza tra i due elementi resistenti più lontani, misurata nella stessa direzione

L'elemento di indagine è il già discusso setto comprendente i vani di quinto ascensore, sesto ascensore ed ascensore d'emergenza. Avendolo già mostrato e descritto si passa direttamente ai risultati, ricordando che le sollecitazioni riportate in seguito saranno riferite agli assi del suo sistema di riferimento locale (mostrato a paragrafo 4.2.4):

➤ Carico agente in direzione X

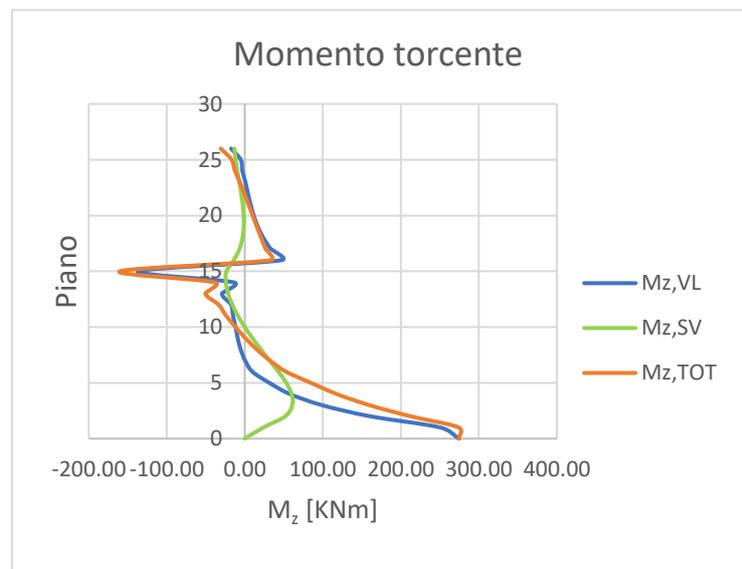
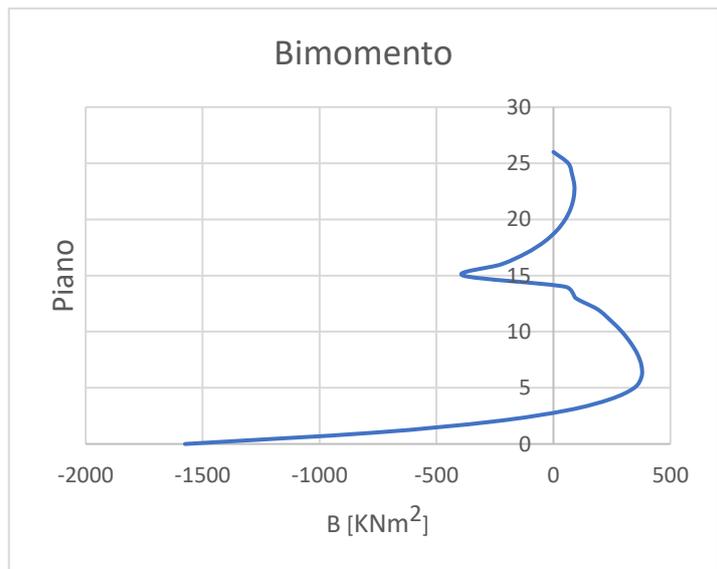
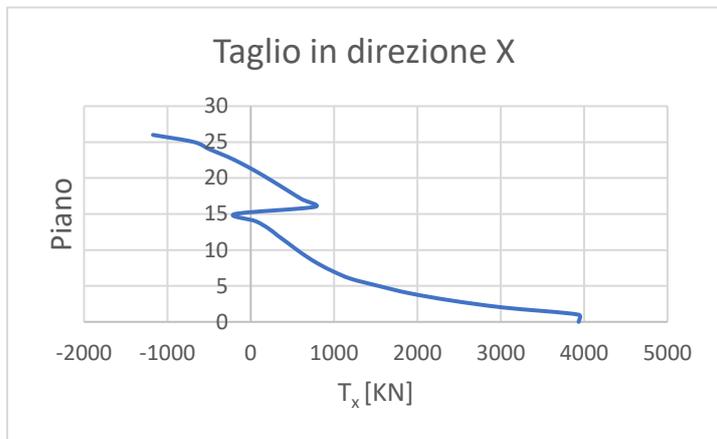
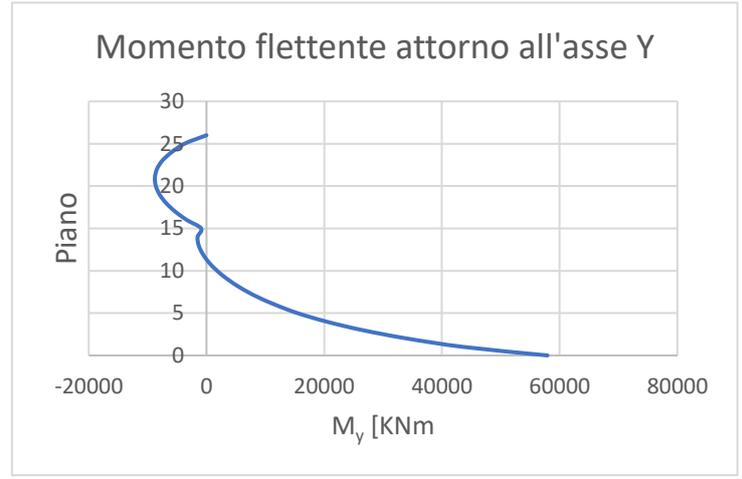
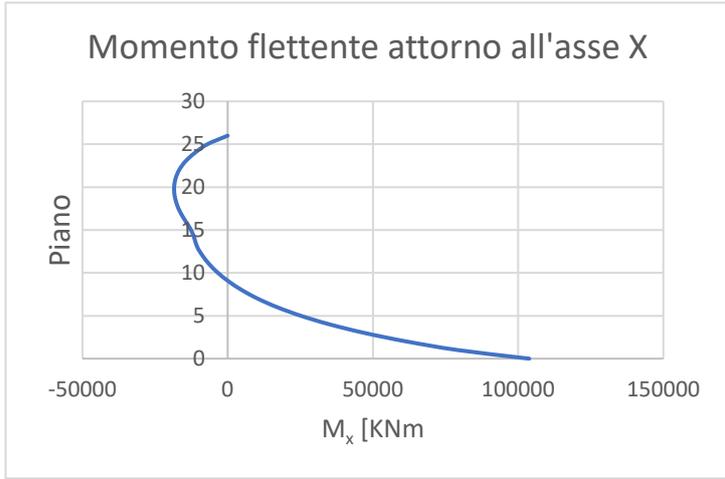
PIANO	δ
1-6	1,047
7-15	1,036
16-26	1,003





➤ Carico agente in direzione Y

PIANO	δ
1-6	1,101
7-15	1,095
16-26	1,061



Osservando l'andamento dei grafici, si possono fare delle considerazioni del tutto analoghe a quelle di cui si è parlato nel paragrafo con l'azione del vento, è infatti ricorrente un salto nel diagramma al passaggio dal 15° al 16° piano.

4.3.5 Calcolo delle tensioni

Lo studio del controvento prosegue con un'analisi delle tensioni, che in parte sfrutterà le proprietà geometriche già trovate in precedenza. Riassumendole:

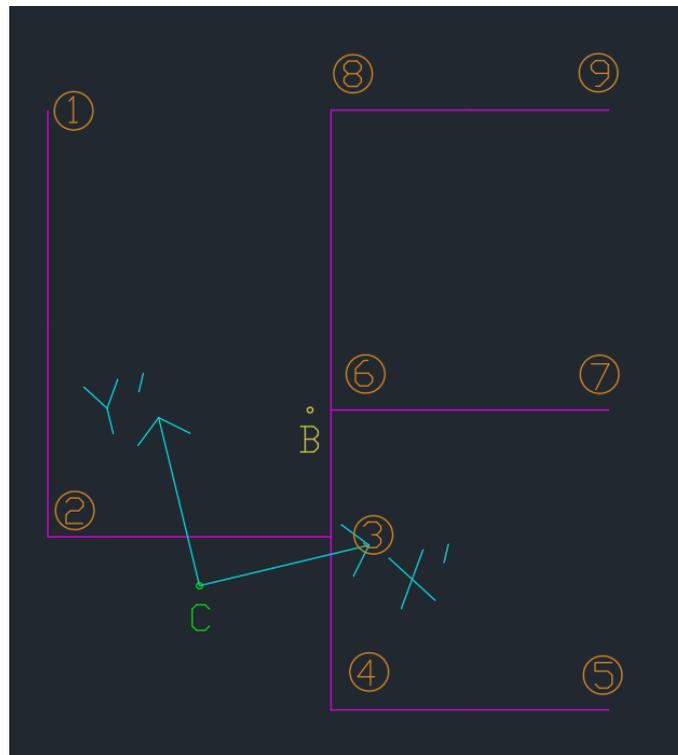


Figura 4.12 Numerazione vertici della sezione

Spessore		PUNTO	ω [m ²]	PUNTO	S_x [m ³]	S_x [m ³]	S_ω [m ³]
b	0.4 m	1	-3.05	1	0	0	0
Coordinate baricentro		2	0.9	2	0.9	-2.73	-1.44
X_g	-6.64 m	3	0.07	3 → 2	0.02	-3.55	-1
Y_g	-2.42 m	4	-1.32	3 → 4	-2.94	1.17	-0.55
Coordinate centro di taglio		5	0.81	3 → 6	2.92	2.38	1.55
X_c	-7.5 m	6	1.08	4	-2.04	1.08	-0.22
Y_c	-3.8 m	7	-1.89	5	0	0	0
Momenti di inerzia		8	3.48	6 → 3	-3.13	-2.33	-1.33
J_{xx}	16.04 m ⁴	9	-4.59	6 → 7	0	1.08	-0.34
J_{yy}	11.57 m ⁴			6 → 8	3.13	1.25	1.67
$J_{\omega\omega}$	15.56 m ⁶			7	0	0	0
J_{xy}	0 m ⁴			8	2.04	1.08	-0.48
$J_{x\omega}$	0 m ⁵			9	0	0	0
$J_{y\omega}$	0 m ⁵						
Fattore di rigidezza torsionale							
J_t	0.3575467 m ⁴						
Angolo rotazione assi principali							
Omega	13.56 DEG						

Figura 4.13 Caratteristiche geometriche della sezione

- Tensione normale generalizzata agente sulle fibre longitudinali:

$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_{xx}} y + \frac{M_y}{J_{yy}} x + \frac{B}{J_{\omega\omega}} \omega$$

- Tensione tangenziale generalizzata agente lungo la linea media della sezione trasversale:

$$\tau_{(s)} = \frac{T_x S_y}{J_{yy} b} + \frac{T_y S_x}{J_{xx} b} + \frac{M_z^{VL} S_{\omega}}{J_{\omega\omega} b}$$

- Tensione tangenziale primaria:

$$\tau_{(s,T)} = \frac{M_z^{SV}}{J_t} b$$

Si procede così al calcolo per i due casi di carico esaminati:

- Carico agente in direzione X

Si riportano le sollecitazioni alla base del setto:

M_x [KNm]	-4642.71
M_y [KNm]	94030.27
B [KNm²]	-2966.28
T_x [KN]	4643.14
T_y [KN]	273.22
$M_{z,VL}$ [KNm]	362.72
$M_{z,SV}$ [KNm]	0.00

Le tensioni normali di conseguenza varranno:

Punto	$\sigma_{M_x} [KN/m^2]$	$\sigma_{M_y} [KN/m^2]$	$\sigma_B [KN/m^2]$	$\sigma [KN/m^2]$
1	-649.66	-15834.99	555.34	-15929.32
2	276.45	-15834.99	-163.87	-15722.41
3	276.45	1241.96	-12.75	1505.67
4	649.66	1241.96	240.34	2131.97
5	649.66	18086.04	-147.48	18588.22
6	0.00	1241.96	-196.64	1045.32
7	0.00	18086.04	344.13	18430.17
8	-649.66	1241.96	-633.63	-41.33
9	-649.66	18086.04	835.74	18272.12

E le tensioni tangenziali generalizzate:

Punto	$\tau_{T_x} [KN/m^2]$	$\tau_{T_y} [KN/m^2]$	$\tau_{M_z} [KN/m^2]$	$\tau [KN/m^2]$
1	0.00	0.00	0.00	0.00
2	2615.98	-36.60	80.15	2659.53
3 → 2	3401.73	-0.81	55.66	3456.58
3 → 4	-1121.13	119.58	30.61	-970.95
3 → 6	-2280.60	-118.76	-86.27	-2485.64
4	-1034.89	82.97	12.25	-939.68
5	0.00	0.00	0.00	0.00
6 → 3	2232.69	127.30	74.03	2434.02
6 → 7	-1034.89	0.00	18.92	-1015.97
6 → 8	-1197.79	-127.30	-92.95	-1418.05
7	0.00	0.00	0.00	0.00
8	-1034.89	-82.97	26.72	-1091.15
9	0.00	0.00	0.00	0.00

Si noti come nei punti 3 e 6 sia rispettato l'equilibrio, in quanto la somma delle tensioni ricavate è nulla.

Per quanto riguarda infine la tensione tangenziale primaria, avendo momento torcente alla Saint-Venant pari a zero alla base, per ogni punto varrà:

$$\tau_{(s,T)} = 0 \frac{KN}{m^2}$$

➤ Carico agente in direzione Y

M_x [KNm]	103826.09
M_y [KNm]	57928.94
B [KNm ²]	-1575.10
T_x [KN]	3933.38
T_y [KN]	6825.57
$M_{z,vL}$ [KNm]	274.52
$M_{z,sV}$ [KNm]	0.00

Si ricavano allora le tensioni normali:

Punto	σ_{M_x} [KN/m ²]	σ_{M_y} [KN/m ²]	σ_B [KN/m ²]	σ [KN/m ²]
1	13816.01	-9276.95	280.42	4819.49
2	-5879.15	-9276.95	-82.75	-15238.85
3	-5879.15	727.60	-6.44	-5157.99
4	-13816.01	727.60	121.36	-12967.05
5	-13816.01	10595.73	-74.47	-3294.76
6	0.00	727.60	-99.30	628.31
7	0.00	10595.73	173.77	10769.50
8	13816.01	727.60	-319.96	14223.66
9	13816.01	10595.73	422.01	24833.75

E le tensioni tangenziali generalizzate:

Punto	τ_{T_x} [KN/m ²]	τ_{T_y} [KN/m ²]	τ_{M_z} [KN/m ²]	τ [KN/m ²]
1	0.00	0.00	0.00	0.00
2	2107.40	-869.62	57.69	1295.47
3 → 2	2740.40	-19.32	40.06	2761.13
3 → 4	-903.17	2840.76	22.03	1959.62
3 → 6	-1837.22	-2821.44	-62.09	-4720.75
4	-833.70	1971.14	8.81	1146.26
5	0.00	0.00	0.00	0.00
6 → 3	1798.63	3024.35	53.28	4876.25
6 → 7	-833.70	0.00	13.62	-820.08
6 → 8	-964.93	-3024.35	-66.90	-4056.18
7	0.00	0.00	0.00	0.00
8	-833.70	-1971.14	19.23	-2785.61
9	0.00	0.00	0.00	0.00

Anche in questo caso nei punti 3 e 6 l'equilibrio viene rispettato.

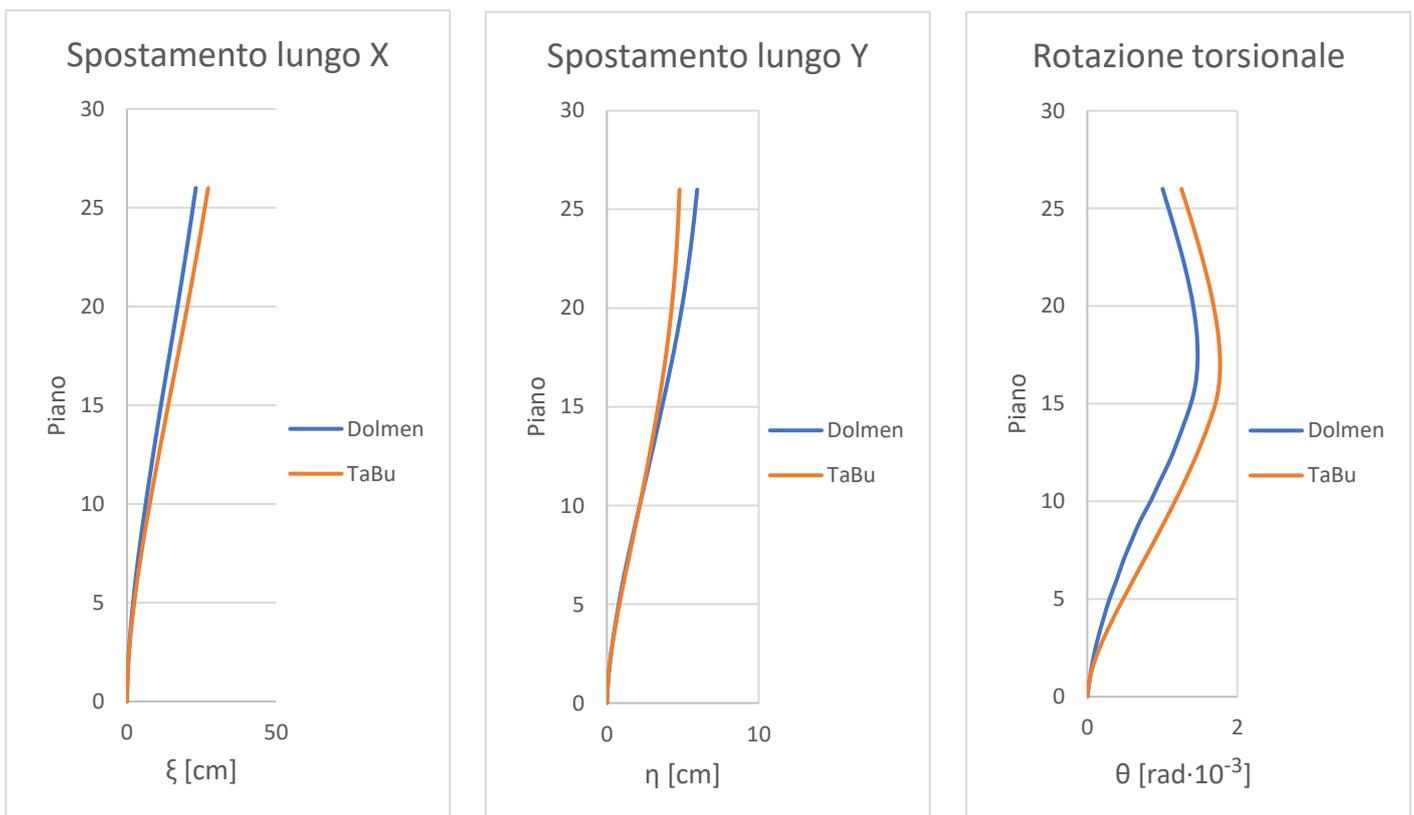
Si conclude, analogamente al caso precedente, riportando la tensione tangenziale primaria con valore nullo in ogni punto della sezione:

$$\tau_{(s,T)} = 0 \frac{KN}{m^2}$$

4.3.6 Modello FEM

Essendo la ricostruzione del modello già stata descritta a paragrafo 4.2.5, si prosegue direttamente con il confronto degli spostamenti ottenuti per i due casi di carico:

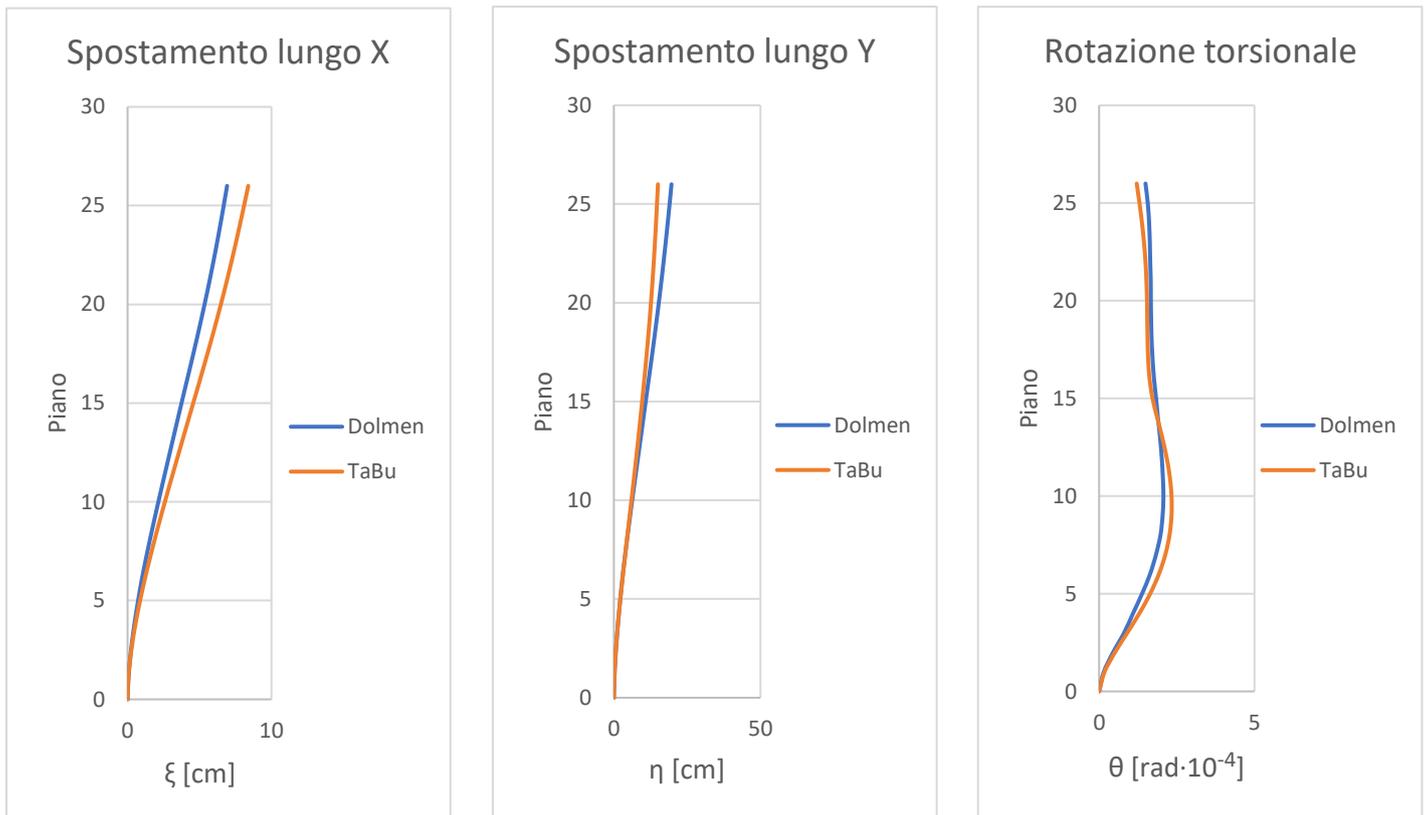
➤ Carico agente in direzione X



Come per lo studio con l'azione del vento, ritroviamo nuovamente degli andamenti del tutto paragonabili. Si è osservato peraltro come anche gli scostamenti percentuali rimangano compresi in un range di valori vicino a quello ricavato in precedenza per gli spostamenti nella direzione del carico agente, per cui si registra una differenza massima

del 17,85% all'11° piano. Nella direzione ortogonale lo scostamento massimo è invece all'altezza del 24° piano con un valore del 21,52%, mentre per le rotazioni è stato trovato addirittura un 38,15% al 4° piano, dove i valori sono così piccoli da suggerire di prendere tale risultato con il dovuto peso.

➤ Carico agente in direzione Y



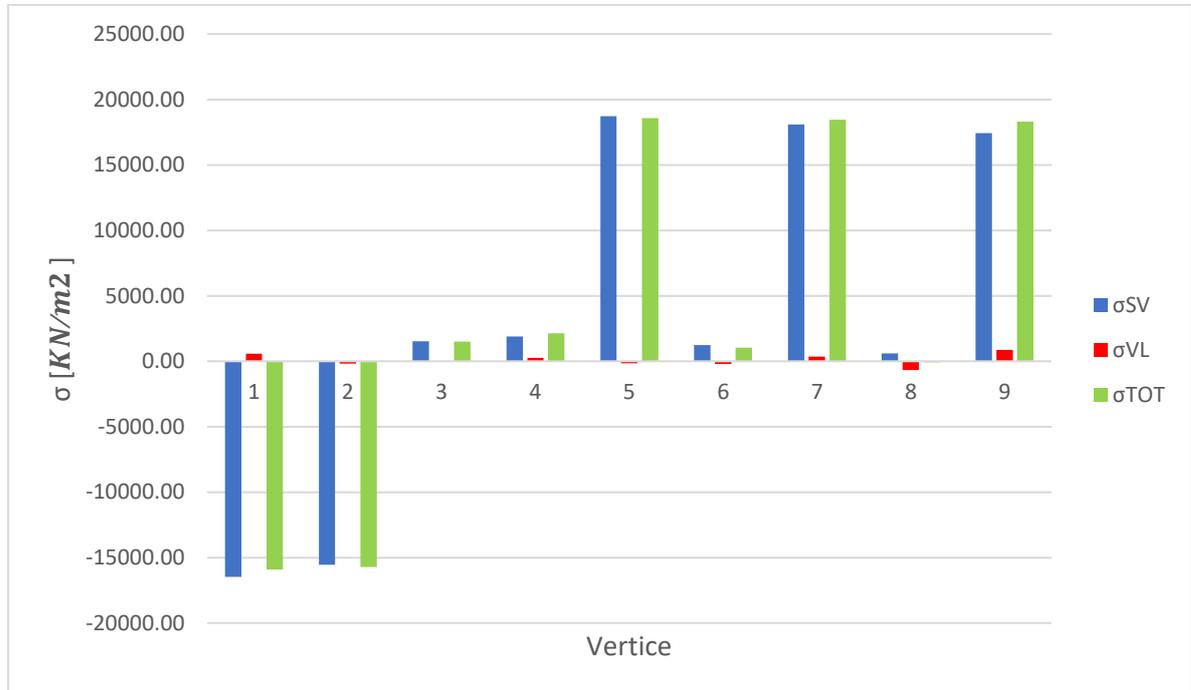
Per lo spostamento nella direzione del carico si ritrova uno scostamento simile al caso precedente, pari al 23,51% in sommità; in direzione ortogonale si registra invece un massimo di 17,56% nello stesso piano, per le rotazioni infine può sorprendere aver ricavato un valore così contenuto, che si limita questa volta al 18,97% ed è nuovamente in corrispondenza dell'ultimo piano.

Come per l'analisi svolta con l'azione del vento, anche in questo caso si possono notare con una certa ricorrenza variazioni superiori al 10%, imputabili sostanzialmente agli stessi fattori di cui si è discusso per il caso precedente. Risultano comunque soddisfacenti gli andamenti dei diagrammi, che appaiono quasi sovrapponibili sia per le traslazioni che per la rotazione torsionale.

Si è già parlato al paragrafo 4.2.5 riguardo l'impossibilità di stilare un confronto delle sollecitazioni agenti sul controvento, motivo per cui si passa direttamente al paragone tra le tensioni agenti sulla sua base. Il criterio sarà lo stesso illustrato nello studio in presenza dell'azione del vento, secondo cui saranno presi in conto i valori medi calcolati lungo la base della parete più sollecitata.

➤ Carico agente in direzione X

Si riportano sotto forma di diagramma i risultati ottenuti nel calcolo delle tensioni con il modello analitico, iniziando dalle tensioni longitudinali:



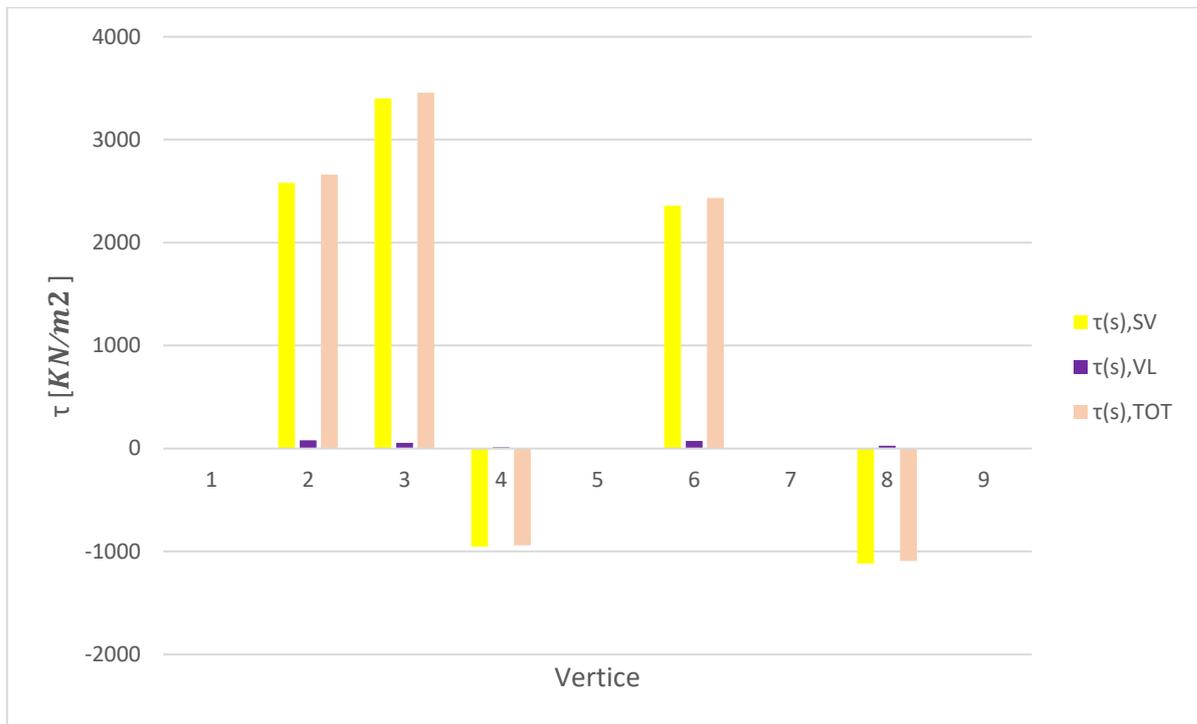
La parete più sollecitata risulta esser quella compresa tra i vertici 1 e 2, si riporta allora quanto ricavato dal modello FEM:



Figura 4.14 Base della parete limitata tra i vertici 1 e 2, carico sismico agente lungo X, tensioni longitudinali in $\left[\frac{daN}{cm^2}\right]$

Convertendo le unità di misura in $\frac{KN}{m^2}$ per rendere i valori confrontabili, si procede al calcolo delle medie per i due modelli, ottenendo uno scostamento tra esse pari al 10,92%.

Si procede analogamente con le tensioni tangenziali:



In questo caso la parete analizzata sarà sicuramente quella tra i vertici 2 e 3.

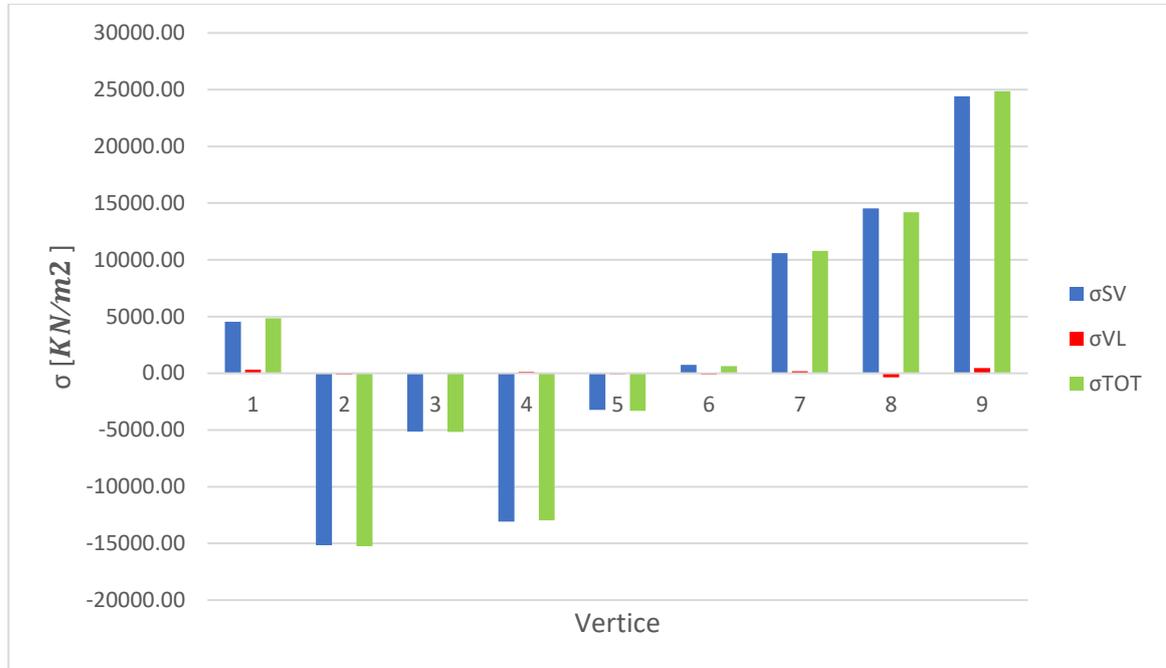


Figura 4.15 Base della parete limitata tra i vertici 2 e 3, carico sismico agente lungo X, tensioni tangenziali in $\left[\frac{daN}{cm^2}\right]$

Seguendo lo stesso procedimento, si calcolano le medie con i valori a disposizione e si perviene ad uno scostamento del 10,34%.

➤ Carico agente in direzione Y

Le tensioni longitudinali precedentemente ottenute sono:



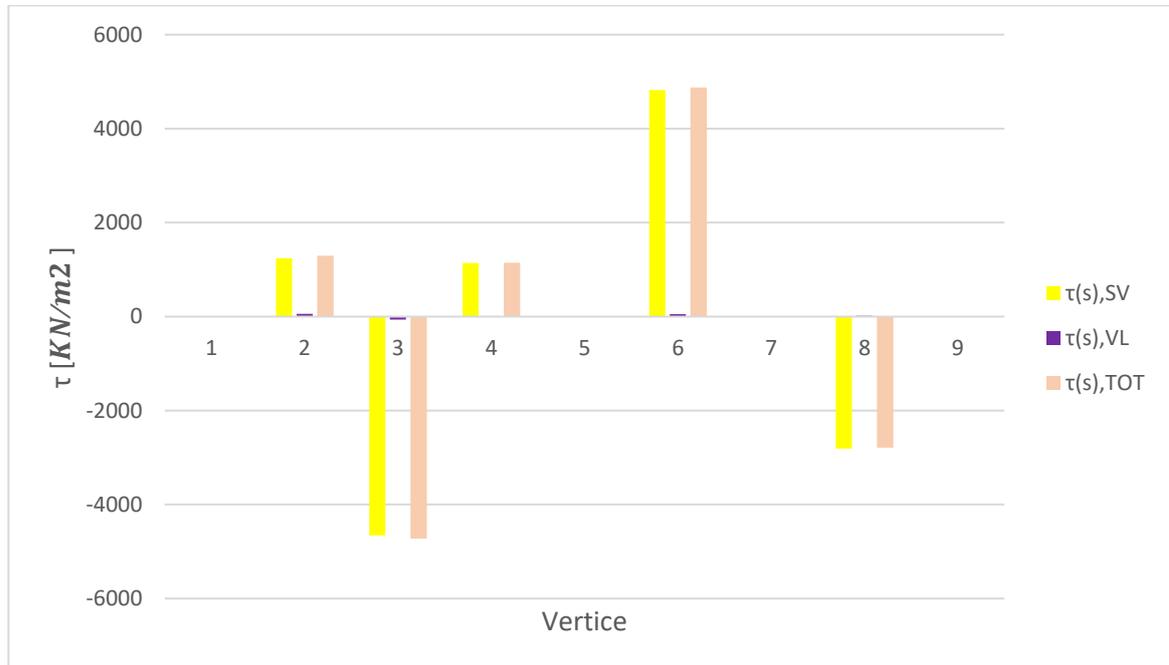
Questa volta la parete più stressata è quella tra i vertici 8 e 9.



Figura 4.16 Base della parete limitata tra i vertici 8 e 9, carico sismico agente lungo Y, tensioni longitudinali in $\left[\frac{daN}{cm^2}\right]$

Lo scostamento ottenuto tra le medie è del 14,42%.

Si riportano infine le tensioni tangenziali:



La parete in esame sarà dunque compresa tra i vertici 3 e 6:

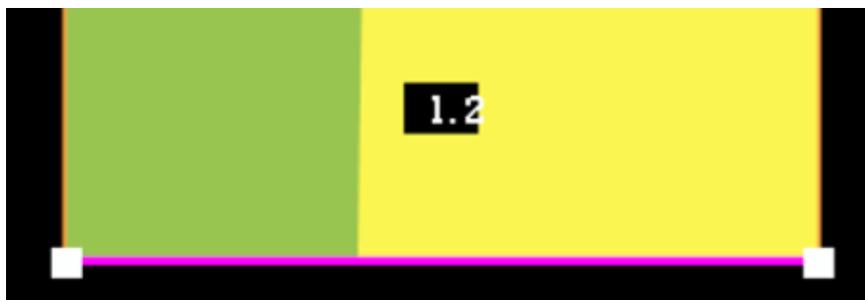


Figura 4.17 Base della parete limitata tra i vertici 3 e 6, carico sismico agente lungo Y, tensioni tangenziali in $\left[\frac{daN}{cm^2}\right]$

Lo scostamento tra le medie calcolate è del 35,83%.

Anche per lo studio effettuato con l'azione sismica sono stati ottenuti dei risultati ragionevoli, ma si ritiene opportuno dare ad essi il peso adeguato, dato che non si tratta di confronti tra valori ricavati nel medesimo punto, a causa delle problematiche già illustrate e presenti in diversi software FEM.

5. Analisi dinamica

Si vuole infine sfruttare l'altro tipo di analisi che è possibile condurre con il codice di calcolo, cioè quella dinamica. A tal scopo verrà condotta un'analisi modale, il cui fine è quello di individuare i modi di vibrare della struttura nell'ipotesi di oscillazioni libere con smorzamento convenzionale del 5%. Tali modi altro non sono che i contributi della risposta dinamica della struttura, ognuno è rappresentabile da una configurazione deformata modale ottenuta conoscendo gli spostamenti ai vari piani in funzione del tempo t . Di particolare interesse sarà poi associare a ciascuno di essi periodo proprio di oscillazione T , frequenza f e pulsazione naturale del sistema ω .

5.1 Inserimento dati nel modello

La scomposizione della risposta nei singoli contributi avviene tramite la risoluzione dell'equazione del moto per un sistema a molteplici gradi di libertà (MDOF), che sulla base di quanto appena detto non presenterà né forzante né smorzamento:

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{0\}$$

Lo svolgimento di tale equazione viene automaticamente eseguito dal software e permetterà di ricavare per ogni modo di vibrare un vettore $\{u(t)\}$ contenente gli spostamenti $u_i(t)$ di ciascun piano. Ciò che si vuole evidenziare è la necessità di fornire in input le due matrici: mentre quella delle rigidezze è calcolata in automatico in fase di modellazione inserendo caratteristiche meccaniche e geometria degli elementi strutturali, la matrice delle masse viene generata specificando l'entità dei carichi verticali agenti sui solai. A tal proposito, facendo riferimento ai calcoli svolti a paragrafo 4.3.1, si elencano i vari contributi:

- Solaio in latero cemento: $3,53 \frac{KN}{m^2}$
- Carichi non strutturali: $0,99 \frac{KN}{m^2}$
- Tramezzi: $2 \frac{KN}{m^2}$
- Muratura di tamponamento: $9,34 \frac{KN}{m}$

Nell'analisi di TaBu non vengono invece presi in conto i pesi propri di travi, pilastri e setti; motivo per cui verranno esclusi anche nel modello FEM.

Prima di procedere è d'obbligo svolgere un ulteriore passaggio: si è parlato a paragrafo 4.1 dei limiti di TaBu riguardo l'impossibilità di creare solai con forma a piacere. Pur non avendo rappresentato un impedimento nell'analisi statica, ciò diventa chiaramente un problema nel momento in cui si vogliono applicare i suddetti carichi verticali. Per condurre un'analisi modale che restituisca dei risultati analoghi a quelli che si troverebbero modellando i solai con le loro dimensioni reali, è necessario utilizzare dei solai di forma rettangolare con inerzia equivalente. A tale scopo, si procede ricavando in primo luogo i momenti d'inerzia per ciascun solaio tipo: AutoCad permette di condurre agevolmente tale compito ricorrendo ai comandi REGIONE (con cui sono state create delle forme chiuse corrispondenti ai solai reali) e PROPMASS (che fornisce le

proprietà geometriche della regione selezionata). Una volta fatto ciò, sono stati trovati i lati del rettangolo di inerzia equivalente tramite un sistema di due equazioni in due incognite:

$$\begin{cases} I_x = \frac{ab^3}{12} \\ I_y = \frac{a^3b}{12} \end{cases}$$

Si riportano i risultati ottenuti per ciascuna famiglia di solaio tipo:

PIANO	I_x	I_y	a	b
1-6	119600 m^4	89391 m^4	31,03 m	35,9 m
7-15	95530 m^4	55369 m^4	26,67 m	35,02 m
16-26	79979 m^4	35007 m^4	22,96 m	34,71 m

5.2 Risultati

A questo punto è possibile lanciare il calcolo con entrambi i software ed effettuare un confronto dei risultati. Come suggerito da normativa, vengono presi in conto i modi di vibrare necessari a raggiungere una massa modale partecipante almeno pari all' 85% e con contributo del singolo non inferiore al 5%. Questa condizione viene soddisfatta con i primi 10 modi, che come indicato da Dolmen portano ad un raggiungimento dell'87% in direzione X e dell'89% in direzione Y. Di seguito si riporta quanto ottenuto:

MODO	ANALITICO			DOLMEN			VARIAZIONE %
	T [s]	f [Hz]	ω [rad/s]	T [s]	f [Hz]	ω [rad/s]	
1	2.05	0.49	3.06	1.83	0.55	3.44	10.89
2	1.61	0.62	3.91	1.65	0.61	3.82	2.34
3	1.48	0.68	4.25	1.51	0.66	4.15	2.46
4	0.57	1.76	11.04	0.62	1.60	10.08	8.63
5	0.55	1.83	11.51	0.49	2.04	12.83	10.24
6	0.48	2.10	13.22	0.45	2.23	13.98	5.42
7	0.28	3.52	22.15	0.32	3.15	19.77	10.73
8	0.24	4.20	26.39	0.23	4.28	26.89	1.86
9	0.22	4.57	28.70	0.20	4.90	30.78	6.73
10	0.18	5.68	35.70	0.19	5.18	32.56	8.78

Nel caso del modello FEM le frequenze e le pulsazioni sono state ricavate a partire dal periodo, ricorrendo alle ben note relazioni:

$$f = \frac{1}{T} ; \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Essendo ciascuna grandezza proporzionale alle altre due, indipendentemente da quale colonna si scelga di analizzare si perviene agli stessi valori di variazione percentuale. Tali risultati appaiono senz'altro soddisfacenti, oltrepassando di poco il 10% in appena tre dei modi elencati.

A completamento dell'analisi, si mostrano modi di vibrare più rappresentativi ricavati da en:

➤ Modo 1:

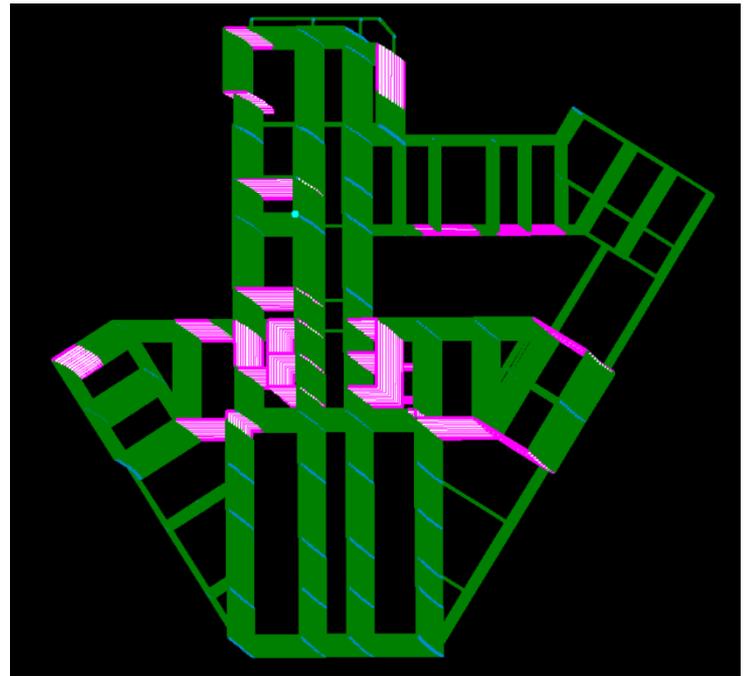
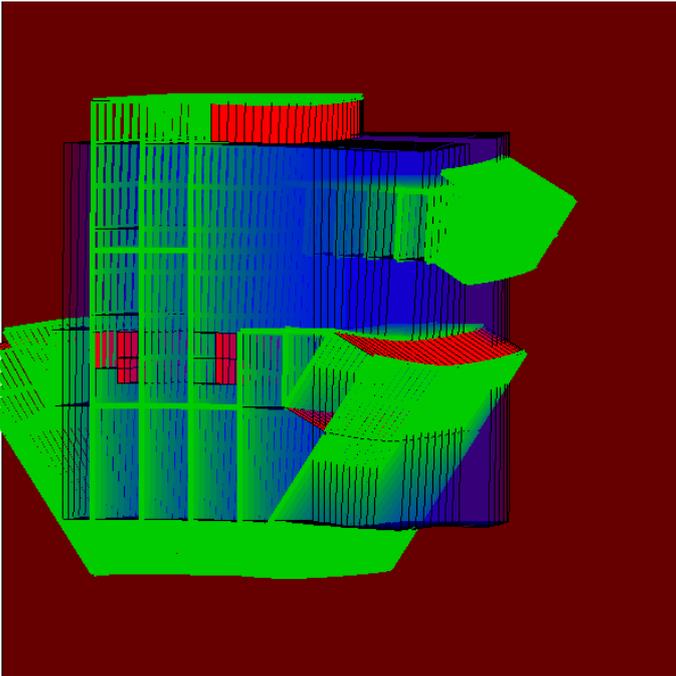


Figura 5.1 Primo modo di vibrare: confronto su piano XY tra TaBu (sinistra) e Dolmen (destra)

A sinistra la vista sul piano orizzontale XY catturata da TaBu, a sinistra quella di Dolmen sul medesimo piano. Nella prima figura appaiono dei rettangoli blu corrispondenti ai solai di inerzia equivalente calcolati in precedenza, mostrando una vibrazione prevalentemente traslazionale lungo l'asse X. Anche nella seconda figura lo spostamento è traslazionale ma appare più obliquo come orientamento.

➤ Modo 2:

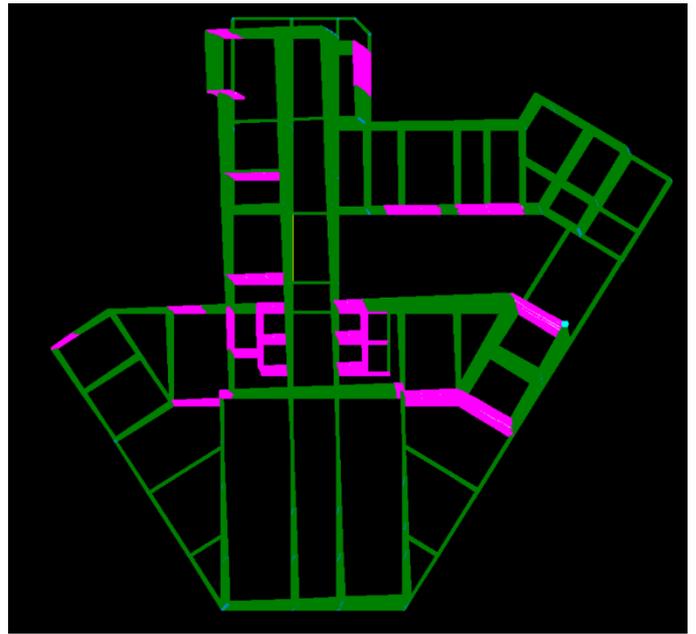
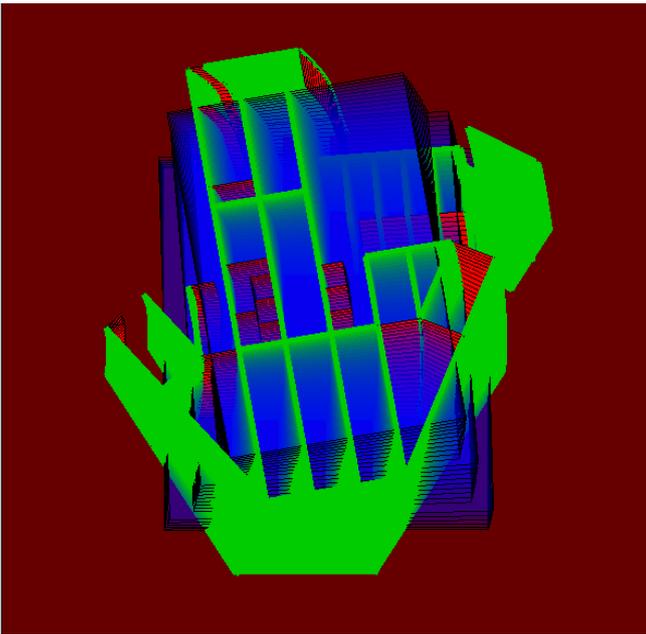


Figura 5.2 Secondo modo di vibrare: confronto su piano XY tra TaBu (sinistra) e Dolmen (destra)

Qui gli spostamenti appaiono più simili, seguendo una traslazione lungo Y ed un accenno di rotazione torsionale.

➤ Modo 3:

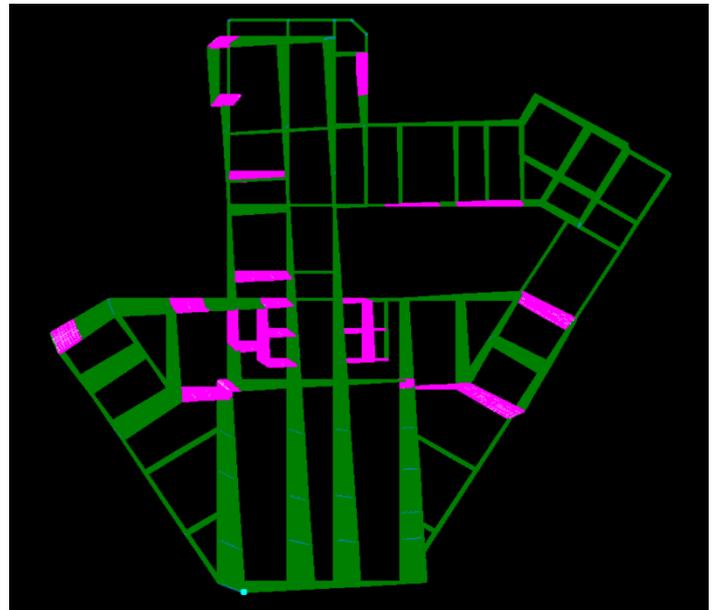
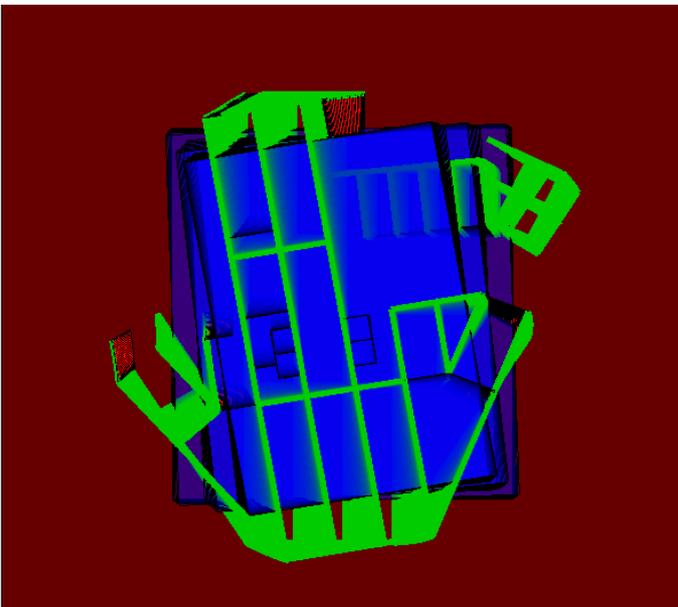


Figura 5.3 Secondo modo di vibrare: confronto su piano XY tra TaBu (sinistra) e Dolmen (destra)

In questo caso è invece evidente un moto prevalentemente rotazionale per tutti e due i casi raffigurati.

6. Conclusioni

Lo studio svolto ha nel complesso soddisfatto i punti che ci si è posti di dimostrare, a partire dai tempi di lavoro trascorsi per creare i due modelli e per ottenere i risultati richiesti in output dal calcolo dei corrispondenti programmi. A tal proposito, il modello analitico ha richiesto l'inserimento di solamente 3 famiglie di solaio tipo, 29 telai, 10 setti alla Saint-Venant e 4 setti alla Vlasov; con conseguenti tempi di calcolo che sono risultati al più di qualche secondo. Nel modello FEM sono stati invece inseriti 1537 segmenti, 5693 aste, 3203 elementi shell e 400 solai; per un totale di 5533 nodi generati che han portato ad attese di talvolta intorno ai 40 minuti. Tutto ciò non dovrebbe sorprendere, considerando che da una parte si hanno 78 gdl (ossia 3 per ogni piano) corrispondenti ad altrettante equazioni di equilibrio da risolvere, mentre dall'altra se ne hanno ben 33198 (ovvero 6 per ogni nodo nello spazio). Si può dunque affermare che a differenza dell'inserimento dei dati, per cui non si possono oggettivamente paragonare i tempi impiegati in quanto dipendenti dall'esperienza soggettiva nell'adoperare i diversi software, il calcolo dei risultati da parte dei due programmi è dovuto passare indiscutibilmente attraverso la risoluzione di un numero di equazioni profondamente differente, in rapporto circa 1 a 425.

Per quanto riguarda invece le entità di spostamenti, sollecitazioni e tensioni ottenute, è già stato evidenziato come spesso siano stati registrati scostamenti intorno al 20% ed in qualche occasione addirittura oltre il 30%. Va ricordato tuttavia che i due modelli presentano numerose disuguaglianze: come osservato nel corso dell'elaborato vi sono infatti differenze sia sulle luci delle travi che nelle sezioni dei pilastri inseriti, ma soprattutto la collaborazione tra i telai principali e quelli secondari trasversali è trascurata nel modello analitico, in cui i telai vengono inseriti come elementi indipendenti, mentre è introdotta nel modello numerico dove si ha la possibilità di modellare telai spaziali. Alla luce di questo, per quanto gli scostamenti ottenuti siano in ogni caso ragionevoli, si vuole focalizzare l'attenzione maggiormente sugli andamenti dei diagrammi ricavati, che sono tutti così simili da potersi praticamente sovrapporre.

Oltre alla riduzione dei tempi di lavoro, vi sono poi altri vantaggi forniti dal codice di calcolo ed emersi nel corso del lavoro, come la possibilità di ottenere le sollecitazioni agenti su un'intero setto e non solamente su ciascuno degli elementi shell che lo costituiscono. Di tali sollecitazioni ve ne sono peraltro due non comunemente ricavabili sui software FEM, ossia Bimomento e Momento torcente alla Vlasov; infine nel calcolo delle tensioni si è osservato che mentre il modello FEM fornisce i valori puntuali solamente nei baricentri dei quattro triangoli costituenti ciascun elemento shell, il modello analitico permette di ottenerle in praticamente qualsivoglia punto.

Sulla base dell'esperienza maturata si può intuire che, se per una struttura tanto complessa siano stati comunque ottenuti degli ottimi riscontri, per la maggior parte degli edifici che ci si può trovare a progettare è lecito aspettarsi risultati ancora più affidabili, in quanto quelli più regolari saranno soggetti a meno limiti di modellazione che influenzano il calcolo. In definitiva, il codice di calcolo ha confermato di prestarsi bene allo svolgimento di analisi strutturali preliminari.

7. Bibliografia

- Alberto Carpinteri < Slide del corso di Instabilità statica e dinamica delle strutture del Politecnico di Torino < 2021/2022
- Sergio Polano < Guida all'architettura italiana del Novecento < 1991
- Francesca Luseroni < Giovanni Michelucci e la città verticale: il grattacielo di Livorno < 2010
- Francesco Dal Co, Henner Von Hesberg, Giovanna Curcio, Paul Zanker, Sible De Blaauw, Paolo Francesco Fiore, Arnaldo Bruschi, Claudia Conforti, Richard J. Tuttle, Aurora Tosini Scotti, Giorgio Ciucci, Elisabeth Kieven, Amerigo Restucci, Giorgio Muratore, Massimo Savorra < Storia dell'architettura italiana < 1997-2010
- Marcello Rebecchini < Architetti italiani 1930 – 1990: Giovanni Michelucci, Adalberto Libera, Mario Ridolfi, Ignazio Gardella, Giancarlo De Carlo, Carlo Aymonimo, Aldo Rossi < 1983
- Marcello Rebecchini < Architetti italiani 1930 – 1960: Ignazio Gardella, Giovanni Michelucci, Adalberto Libera, Mario Ridolfi < 1983
- Fabio Fabbrizzi < La città variabile e una sua icona. Il grattacielo di Livorno di Giovanni Michelucci - The variable city and one of its icons Livorno's. Skyscraper by Giovanni Michelucci < 2016
- Alberto Carpinteri, Giuseppe Lacidogna, Giuseppe Nitti < Open and closed shear-walls in high-rise structural systems: Static and dynamic analysis. Curved and Layered Structures < 2016
- Giuseppe Lacidogna < Tall buildings: Secondary effects on the structural behaviour. Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings < 2017
- Giuseppe Nitti, Giuseppe Lacidogna, Alberto Carpinteri < Structural analysis of high-rise buildings under horizontal loads: A study on the Piedmont Region Headquarters Tower in Turin. The Open Construction and Building Technology Journal < 2019
- Alberto Carpinteri, Giuseppe Lacidogna, Simone Puzzi < A global approach for three-dimensional analysis of tall buildings. The Structural Design of Tall and Special Buildings < 2010
- Alberto Carpinteri, Giuseppe Lacidogna, Bartolomeo Montrucchio, Sandro Cammarano < The effect of the warping deformation on the structural behaviour of thin-walled open section shear walls. Thin-Walled Structures < 2014
- Alessandro Pasquale Fantilli, Erik Ferraro < La resistenza dei calcestruzzi confezionati nella prima metà del '900 < 2020
- Maurizio Della Porta < Le caratteristiche meccaniche degli acciai impiegati nelle strutture in C.A. realizzate dal 1950 al 1980