

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale
in Ingegneria Matematica

Tesi di Laurea Magistrale

Vulnerabilità dell'atmosfera urbana al rilascio di sostanze tossiche aeriformi: problemi inversi e disposizione ottimale di sensori



Relatori

prof.ssa Sofia Fellini

prof. Luca Ridolfi

prof. Pietro Salizzoni (École Centrale de Lyon)

Candidata

Beatrice Carlini

Luglio 2023

Sommario

Lo studio della dispersione di sostanze inquinanti nell'atmosfera urbana è un tema complesso, dipendente da una notevole quantità di fattori e che restituisce un'ampia gamma di scenari. Con l'utilizzo della teoria delle reti complesse e della metrica della centralità, è stato possibile definire la pericolosità e la vulnerabilità al rilascio di sostanze inquinanti dei quartieri delle città di Firenze, Parigi, New York e Lione. I risultati ottenuti sono stati analizzati per comprendere la relazione tra la centralità, diretta e inversa, e le caratteristiche dell'ambiente urbano. Da tale analisi risulta che la topologia degli ambienti urbani riveste un ruolo più importante rispetto alle caratteristiche geometriche delle strade nel fenomeno di dispersione. La seconda parte della tesi è dedicata alla trattazione del problema inverso. L'attenzione è posta sull'individuazione della posizione della sorgente, che si ipotizza essere unica, e sull'identificazione del migliore insieme di nodi in cui posizionare i misuratori di qualità dell'aria. Il modello risulta molto versatile in quanto si sviluppa a partire da una sola matrice dipendente dai dati restituiti dal modello di dispersione che può essere scelto dall'utilizzatore. Per l'identificazione del miglior insieme di nodi ricettori, è stata creata una nuova metrica che permette di quantificare l'incertezza legata all'individuazione della posizione della sorgente e l'ampiezza dell'area di controllo di tale insieme. Sono stati simulati molteplici scenari, con singola e multipla direzione di incidenza del vento rispetto l'asse principale della rete urbana. I risultati ottenuti dalle simulazioni numeriche confermano l'efficienza e l'adeguatezza della metrica proposta in relazione al problema inverso studiato.

Indice

1	Teoria delle reti complesse per lo studio della vulnerabilità urbana	12
1.1	Trasporto di sostanze inquinanti in una rete stradale: assunzioni fisiche . . .	12
1.2	Teoria delle reti complesse e introduzione al concetto di centralità	18
1.3	Il problema diretto e la centralità	21
1.4	Mappe di centralità	24
2	La centralità inversa	32
2.1	Definizione della centralità inversa	32
2.2	Metodi per il calcolo della centralità inversa	34
2.3	Correlazione tra centralità diretta e centralità inversa e classi di vulnerabilità	42
3	Influenza dei parametri geometrici e topologici sulla centralità	54
3.1	Definizione e validazione dei parametri	54
3.2	Mappe a confronto	61
4	Il problema inverso	68
4.1	Introduzione al problema inverso	68
4.2	Descrizione del metodo di risoluzione per una coppia di ricettori	70
4.2.1	Identificazione della sorgente con un modello ideale	71
4.2.2	Introduzione dell'errore nel modello	72
4.2.3	Metrica dell'intervallo affidabile	74
4.2.4	Metrica sintetica per la miglior coppia di ricettori	80
4.2.5	Dall'informazione sulla coppia all'informazione sul nodo	81
4.3	Estensione del metodo a una tripletta di ricettori	81
4.4	Estensione del metodo a un insieme di $n_{\mathbf{R}}$ ricettori	83

5	Disposizione ottimale di sensori: applicazioni	84
5.1	Studio della disposizione ottimale di una coppia per una direzione del vento	84
5.2	Studio della disposizione ottimale di una coppia per multiple direzioni del vento	87
5.2.1	Estensione dello scenario con mutiple direzioni del vento	89
5.3	Studio della disposizione ottimale di una tripletta per una direzione del vento	90

Nomenclatura

b , Indice di ramificazione

\mathcal{B} , Numero di nodi appartenenti al bacino di influenza C , Concentrazione mediata su un generico volume

c , Concentrazione media su una sezione trasversale della strada

C_d , Centralità diretta

C_d , Centralità diretta

C_i , Centralità inversa

C_{clos} , Closeness centrality

C_{harm} , Harmonic centrality

c_{th} , Valore di concentrazione soglia

c_0 , Concentrazione al nodo sorgente

\mathcal{D} , Shortest path tra due nodi della rete

δ , Errore percentuale \mathcal{E} , Insieme dei lati del grafo

\mathcal{G} , Grafo

\mathbf{H} , Matrice dell'altezza dei canyon stradali

H , Altezza del canyon stradale

k , Numero di link presenti nel vicinato di un nodo

\mathbf{L} , Matrice della lunghezza dei canyon stradali

\mathcal{P} , Indice di precisione sull'identificazione del nodo sorgente

L , Lunghezza di un canyon stradale

\mathbf{r} , Vettore contenente la concentrazione misurata nei nodi

R_C , Indice per la determinazione delle coppie ottimali

R_T , Indice per la determinazione delle triplette ottimali

R_N , Indice che esprime la prestazione di un nodo nel ruolo di ricevitore

\mathcal{S} , Insieme dei nodi del grafo

σ , Deviazione standard del coseno dell'angolo tra la direzione di incidenza del vento e la

direzione della strada della strada

θ , Angolo compreso tra la direzione di incidenza del vento e la direzione della strada della strada

u_d , Velocità di scambio verticale

\mathbf{U}_d , Matrice della velocità di scambio verticale u_d

\mathbf{U}_{st} , Matrice della velocità longitudinale u_{st}

u_{st} , Velocità media del flusso in direzione y

u_* , Velocità di attrito

W , Larghezza di un canyon stradale

\mathbf{W} , Matrice della larghezza dei canyon stradali

\mathbf{w} , Matrice dei pesi associati al grafo

z_0 , Lunghezza caratteristica della scabrezza

Introduzione

L'intento che ha portato alla scrittura di questa tesi è quello di sviluppare modelli operazionali per l'individuazione delle zone di una città più vulnerabili al rilascio di sostanze inquinanti aeriformi e per l'identificazione della posizione ottimale di sensori per una rete di monitoraggio della qualità dell'aria. L'inquinamento delle aree cittadine è un argomento di grande interesse per la tutela della salute dei cittadini. Oltre alle fonti di inquinamento presenti quotidianamente nelle città, come lo smog generato dai mezzi di trasporto, le emissioni delle attività industriali e il riscaldamento degli edifici, è opportuno contemplare la possibilità di ulteriori rilasci dovuti a eventi accidentali come incendi ed esplosioni. Dai valori di concentrazione restituiti dai sensori per la qualità dell'aria risulta che le concentrazioni maggiori di inquinanti sono rilevate principalmente a livello pedonale. Questa situazione è causata dalla presenza di molteplici fonti di inquinamento e dalla ridotta capacità di dispersione nell'atmosfera sovrastante. La struttura della città, caratterizzata da strade lunghe e strette, affiancate da edifici molto alti, risulta essa stessa un ostacolo per la dispersione delle sostanze inquinanti. La dispersione di una sostanza inquinante in ambiente urbano diviene, dunque, un fenomeno complesso da modellare in quanto è necessario tenere in considerazione, oltre alle caratteristiche geometriche e topologiche della città, l'eterogeneità degli scenari meteorologici.

Nel presente lavoro, la geometria dell'ambiente urbano è descritta secondo la teoria delle reti complesse, un'evoluzione della teoria dei grafi, che è in grado di considerare l'interazione e la dinamica presenti tra gli elementi. L'ambiente urbano viene quindi trattato come una rete, composta da nodi, che rappresentano l'intersezione delle strade, e da link, che rappresentano le strade stesse. In questo modo a ogni link è possibile associare le proprie caratteristiche geometriche e le informazioni riguardanti il processo di propagazione lungo esso.

Grazie a tale modellazione dell'ambiente urbano, sarà possibile applicare una metrica di centralità alle città di Firenze, Parigi, New York e Lione, ottenendo una classificazione

dei nodi della rete urbana in base alla pericolosità a essi associata. Questa analisi risulta rilevante in quanto permette di individuare i punti più prestanti, e quindi più pericolosi, in termini di capacità di dispersione nel caso in cui si verificasse un rilascio di una sostanza aeriforme.

In maniera complementare, viene sviluppata una metrica (centralità inversa) per individuare le zone della rete urbana che presentano un alto rischio di essere raggiunte da elevate concentrazioni di sostanza inquinante, ottenendo una classificazione dei nodi della rete urbana in termini di sensibilità.

A valle dei risultati di centralità diretta e inversa, diventa interessante capire come la struttura della città, in termini geometrici e topologici, influenza la propagazione della sostanza inquinante e in particolare, identificare quali sono le caratteristiche urbane che incidono maggiormente sul calcolo della centralità.

Successivamente, l'attenzione è posta alla trattazione del problema inverso, che consiste nell'identificazione del nodo sorgente di un processo di dispersione all'interno della rete urbana. Il punto centrale della trattazione è la definizione di una metrica che consenta di identificare la posizione ottimale di nodi di una rete di monitoraggio per individuare le sorgenti inquinanti. Questa metrica viene definita in modo da avere validità generale e poter quindi essere utilizzata con un qualunque modello di dispersione. Inoltre, la metrica può essere applicata a un numero generico di sensori disponibili nella rete di monitoraggio. A seguire, la metrica proposta è applicata alle città di Firenze, Parigi, New York e Lione in scenari meteorologici differenti, considerando il caso di una rete di monitoraggio composta da due o tre sensori.

Di seguito viene illustrata la suddivisione in Capitoli degli argomenti trattati.

Nel Capitolo 1 viene introdotto il fenomeno di trasporto di sostanze inquinanti in una rete stradale dal punto di vista fisico. Viene brevemente trattata la teoria delle reti complesse e viene illustrata la sua applicazione al problema in esame. A seguire, si introduce il concetto di centralità diretta e si realizzano delle mappe per illustrare i risultati ottenuti.

Nel Capitolo 2 viene definita la centralità inversa e vengono illustrati i metodi utilizzati per calcolarla. I valori di centralità inversa vengono rappresentati nelle mappe delle città in esame. Si procede con lo studio della correlazione tra centralità diretta e inversa e la definizione di classi di vulnerabilità.

Nel Capitolo 3 si valuta come i parametri geometrici e topologici incidano sulle metriche di centralità attraverso un'analisi di regressione lineare. A seguire, i risultati vengono realizzate delle mappe che consentono di studiare la relazione tra i valori di centralità e i valori dei parametri.

Nel Capitolo 4 viene descritta la metrica proposta per la risoluzione del problema inverso e per la disposizione ottimale di sensori. La trattazione include il caso di coppie, triplete e insiemi composto da un numero generico di sensori nella rete di monitoraggio.

Nel Capitolo 5 vengono mostrati i risultati derivanti dall'applicazione della metrica in differenti scenari, considerando il caso di una rete di monitoraggio composta da due o tre sensori.

Capitolo 1

Teoria delle reti complesse per lo studio della vulnerabilità urbana

1.1 Trasporto di sostanze inquinanti in una rete stradale: assunzioni fisiche

I processi di dispersione di inquinanti nelle aree urbane sono dominati da due fattori: la geometria urbana e il campo di moto al di sopra della città. Quest'ultimo può essere modellato facendo riferimento alla teoria dello strato limite urbano che descrive la velocità del vento vicino alla superficie urbana in funzione della distanza dal suolo.

Per studiare un problema di trasporto di sostanze gassose, è necessario inquadrare la scala spaziale d'interesse che in questo caso coincide con la scala urbana. Posizionandosi vicino alla superficie urbana, ci si trova nel 'roughness sub-layer'. Qui il campo di moto è tridimensionale poiché è influenzato dalla scala di lunghezza della scabrezza dei singoli elementi che costituiscono il tessuto urbano. Con l'aumento della distanza dal suolo, l'effetto aerodinamico del singolo elemento urbano non è più distinguibile e il flusso può essere considerato omogeneo sul piano orizzontale ma variabile lungo la coordinata verticale [2]. In questa regione, denominata 'inner region', il profilo di velocità media è descritto dalla legge logaritmica:

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{k} \ln \frac{z-d}{z_0}. \quad (1.1)$$

\bar{u} è la velocità media orizzontale, u_* è la velocità di attrito, k è la costante di Von Karman, z_0 è la lunghezza caratteristica della scabrezza che è legata all'altezza delle irregolarità della superficie urbana, d esprime lo spostamento verso l'alto dovuto alla presenza di ostacoli rispetto al piano orizzontale dove la velocità del vento è posta a zero.

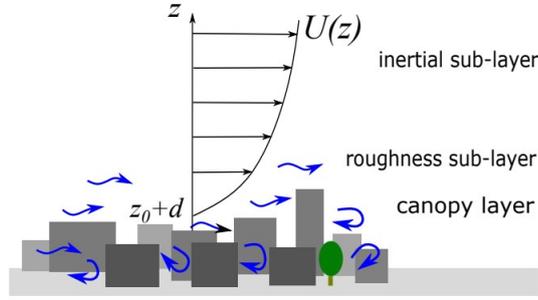


Figura 1.1: Velocità del flusso nello strato limite alla scala urbana [2].

Per descrivere il fenomeno di trasporto della sostanza inquinante, è fondamentale modellare la geometria urbana. L'unità principale del tessuto urbano è il canyon stradale, all'interno del quale avvengono i principali rilasci di inquinanti a cui le persone sono esposte. Quest'ultimo è caratterizzato da altezza H , lunghezza L , spessore W e sistema di riferimento locale xyz , come visibile in Figura 1.2.

Per sviluppare un modello di dispersione semplificato a scala urbana, si consideri lo scenario in cui $y = 0$, ovvero all'inizio della strada. Qui una sorgente s rilascia un inquinante gassoso che, in prima approssimazione, è modellato come una sostanza passiva, in quanto i processi fisico-chimici di trasformazione avvengono in scale temporali maggiori rispetto a quelle relative al processo di propagazione [2]. Il trasporto di una sostanza passiva in un campo di moto turbolento è descritto dall'equazione di advezione-diffusione:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial(u_j c)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(D_m \frac{\partial c}{\partial x_j} \right). \quad (1.2)$$

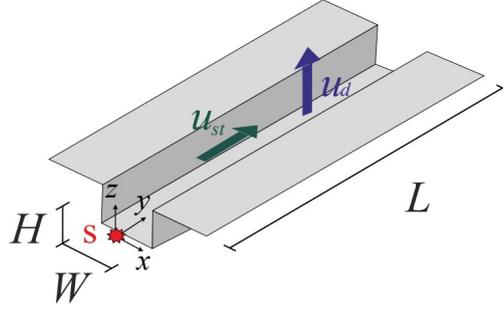


Figura 1.2: Sistema di riferimento del canyon urbano [2].

$c(x, y, z, t)$ è il campo di concentrazione, $u_j(x, y, z, t)$ con $j = 1, 2, 3$ sono le componenti del vettore velocità $\mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \mathbf{t})$, D_m è la diffusività di massa. Trascurando la diffusione molecolare ed applicando l'operatore di media di Reynolds, dove $\langle \rangle$ indica la media d'insieme, si ottiene:

$$\frac{\partial \langle c \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle u_j c \rangle}{\partial x_j} = 0. \quad (1.3)$$

$\langle u_j c \rangle$ è il flusso di una sostanza passiva nella j -esima direzione dato dal contributo del trasporto turbolento e di quello medio: $\langle u_j c \rangle = \langle u_j \rangle \langle c \rangle + \langle u'_j c' \rangle$.

In accordo con la letteratura precedente [4], i principali processi di trasporto in un canyon stradale sono il flusso lungo l'asse longitudinale dovuto al vento, e il flusso verticale tra la strada e l'atmosfera esterna. Con queste ipotesi, si può trascurare il trasporto lungo la direzione trasversale (x) e applicare l'operatore media sull' Eq. 1.3 nelle direzioni x e z . Inoltre si può constatare che la diffusione in direzione longitudinale è trascurabile rispetto al trasporto longitudinale dato dal moto medio. Con queste ipotesi si ottiene:

$$HW \frac{\partial c}{\partial t} + HW u_{st} \frac{\partial c}{\partial y} + \int_0^W [\langle v c \rangle]_{z=H} dx = 0. \quad (1.4)$$

u_{st} è la velocità del vento lungo y mediata in x e z , v è la velocità verticale, H e W sono l'altezza e larghezza del canyon urbano. L'ultimo termine dell'equazione è il risultato dell'integrazione lungo la coordinata z del flusso verticale di inquinante. Si assume che per $z = 0$ il flusso è nullo.

Si introduce una nuova parametrizzazione: il flusso verticale al livello dell'altezza degli edifici è modellato come il prodotto della velocità di scambio di massa u_d e $C - C_{ext}$ dove C e C_{ext} si riferiscono rispettivamente alla concentrazione all'interno del canyon e alla concentrazione nel flusso esterno mediate sull'intero volume:

$$u_d(C - C_{ext})WL = \int_0^L \int_0^W [\langle vc \rangle]_{z=H} dx dy. \quad (1.5)$$

Per una lunghezza infinitesima lungo la direzione y , la parametrizzazione diventa:

$$u_d(c - C_{ext})W = \int_0^W [\langle vc \rangle]_{z=H} dx. \quad (1.6)$$

Tramite questa espressione del flusso verticale, è possibile ottenere la formulazione dell'equazione di trasporto unidimensionale:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u_{st} \frac{\partial c}{\partial y} + \frac{u_d}{H}(c - C_{ext}) = 0. \quad (1.7)$$

I primi due termini dell'Eq. 1.7 descrivono il processo di trasporto lungo la coordinata longitudinale y provocato dalla velocità del vento mediata spazialmente. La soluzione dell'Eq. 1.7 è data dalla funzione $c(y, t)$ che rappresenta la concentrazione lungo la direzione longitudinale al tempo t .

Per questo caso di studio, l'interesse è rivolto principalmente a un rilascio localizzato a livello del suolo. E' quindi lecito supporre che, a causa dell'elevata diluizione che si verifica nella parte inferiore dello strato limite rispetto a quello all'interno della rete stradale, il flusso verticale di sostanze inquinanti dal livello del tessuto urbano all'atmosfera esterna provocherà la formazione di concentrazioni basse, C_{ext} , sopra il livello della città [2]. Di conseguenza, si può ignorare la presenza di un possibile rientro di massa dal flusso esterno in atmosfera alla rete stradale e imporre $c - C_{ext} \simeq c$. Con l'imposizione di questa ipotesi l'equazione di trasporto unidimensionale diventa

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u_{st} \frac{\partial c}{\partial y} + \frac{u_d}{H}c = 0. \quad (1.8)$$

Si procede ora con lo scopo di trovare il profilo di concentrazione che risolva l' Eq. 1.8. Introducendo la sostituzione

$$g(y, t) = c(y, t) \exp\left(\frac{u_d}{H} t\right), \quad (1.9)$$

l'Eq. 1.8 diventa

$$\frac{\partial g}{\partial t} + u_{st} \frac{\partial g}{\partial y} = 0. \quad (1.10)$$

Per ottenere la soluzione generale dell'Eq. 1.10, vengono introdotte le nuove coordinate $\tau = t$ e $\xi = y - u_{st}t$. Successivamente viene applicata la legge di derivazione della catena all'Eq. 1.10 che diventa:

$$\frac{\partial g(\xi, \tau)}{\partial \tau} = 0. \quad (1.11)$$

E' possibile esprimere nuovamente la funzione $g(\xi, \tau)$ rispetto le coordinate iniziali (y, t) introducendo la funzione F derivabile e che soddisfi $g(\xi, \tau) = F(\xi)$. La funzione F può essere ricavata usando le condizioni iniziali e le condizioni al bordo del problema. Si ottiene quindi

$$g(y, t) = F(y - u_{st}t) \quad (1.12)$$

e la soluzione dell'equazione di trasporto Eq. 1.8 è data da:

$$c(y, t) = g(y, t) \exp\left(-\frac{u_d}{H} t\right) = F(y - u_{st}t) \exp\left(-\frac{u_d}{H} t\right). \quad (1.13)$$

In questo lavoro si considerano due possibili scenari di rilascio di sostanza in atmosfera. Nel primo caso la sostanza viene rilasciata in maniera continua mentre nel secondo caso il rilascio avviene istantaneamente.

Nel primo scenario, a partire da $t \geq 0$ la condizione al contorno è fornita da

$$c(0, t) = c_0\theta(t), \quad (1.14)$$

dove θ è la funzione di Heaviside e c_0 è la concentrazione costante alla sorgente. Per $y=0$, la condizione Eq.1.13 diventa

$$c(0, t) = F(-u_{st}t)\exp\left(-\frac{u_d}{H}t\right) = c_0\theta(t). \quad (1.15)$$

Tramite l'Eq.1.15 è possibile trovare l'espressione di F e ottenere

$$c(y, t) = F(y - u_{st}t)\exp\left(-\frac{u_d}{H}t\right) = c_0\exp\left(-\frac{u_d}{u_{st}H}y\right)\theta\left(t - \frac{y}{u_{st}}\right). \quad (1.16)$$

La soluzione descrive un fronte che diffonde lungo la direzione longitudinale della strada con velocità u_{st} .

Nel secondo scenario, la condizione iniziale è imposta come un impulso di larghezza a e ampiezza c_0 :

$$c(y, 0) = c_0[\theta(y) - \theta(y - a)]. \quad (1.17)$$

Applicando il medesimo procedimento del caso precedente in Eq.1.15 ma considerando la condizione in $t = 0$, si ottiene la soluzione per il caso di rilascio rapido:

$$c(y, t) = c_0\exp\left(-\frac{u_d}{H}t\right)\left[\theta(y - u_{st}t) - \theta(y - u_{st}t - a)\right]. \quad (1.18)$$

La soluzione descrive la propagazione dell'impulso iniziale lungo la direzione longitudinale della strada con velocità u_{st} , che subisce un decadimento di tipo esponenziale(-).

Si osserva che, in entrambi gli scenari, la concentrazione alla fine del canyon stradale ($y = L$) è la medesima e assume la formulazione

$$c_L\left(y = L, t = \frac{L}{u_{st}}\right) = c_0e^{-\frac{L}{u_{st}}\frac{u_d}{H}}. \quad (1.19)$$

Da tale espressione si comprende che la concentrazione all'inizio della strada c_0 subisce un decadimento esponenziale dipendente dal rapporto tra il tempo di advezione longitudinale, che il fronte impiega per raggiungere la fine della strada, L/u_{st} e il tempo impiegato per

il trasferimento verticale H/u_d . Il profilo di concentrazione al termine della strada mostra una formulazione in cui l'esponente riassume tutte le informazioni riguardo la geometria del canyon stradale e la dinamica del flusso in esso contenuto [2].

Nella Sezione 1.2 si proporrà un nuovo approccio per cui la geometria urbana viene modellata come una rete complessa.

1.2 Teoria delle reti complesse e introduzione al concetto di centralità

Secondo la legge di propagazione esposta, il gas emesso nel punto sorgente diffonde attraverso il tessuto urbano lungo la direzione del vento mentre subisce un decadimento esponenziale in funzione della distanza dalla sorgente. I canyon stradali si comportano quindi come canali di trasporto e la loro geometria e connessione influenzano fortemente il processo di propagazione della sostanza.

Nelle grandi città gli incroci stradali e il tessuto urbano compongono una geometria molto intricata che può essere vista come una rete complessa [3]. Per questo motivo, a seguire, si riportano alcuni concetti basilari di teoria delle reti complesse.

Nella teoria delle reti, i sistemi complessi sono costituiti da un insieme di entità, i nodi, che interagiscono tra loro e le interazioni tra essi sono rappresentate da i link. Nel problema trattato in questo lavoro, i link rappresentano i canyon stradali, mentre i nodi rappresentano l'intersezione tra le strade. In generale i link possono non avere una direzione (rete non orientata) o avere una direzione (rete orientata). I link possono essere inoltre dotati di un peso (in questo caso si parla di rete pesata).

Si riporta un esempio di una rete stradale modellata come una rete complessa non orientata in Fig. 1.3.

In termini matematici, la rete è definita come una coppia $\mathcal{G}(\mathcal{S}, \mathcal{E})$, dove \mathcal{S} è l'insieme dei nodi della rete ed \mathcal{E} è l'insieme dei link. Nel caso di una rete pesata, essa è definita come



Figura 1.3: Esempio di rete stradale assimilata ad un grafo orientato [1].

una terna $\mathcal{G}(\mathcal{S}, \mathcal{E}, \mathbf{w})$, dove \mathbf{w} è la matrice dei pesi. Per rappresentare la connessione tra i nodi della rete viene utilizzata la matrice di adiacenza: data una rete di N nodi, la sua matrice di adiacenza \mathbf{A} è una matrice quadrata $N \times N$ i cui elementi A_{ij} sono uguali a 1 se esiste un link tra il nodo i e il nodo j oppure 0 se esso non esiste:

$$A_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se esiste il link tra il nodo } i \text{ e il nodo } j \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases} \quad (1.20)$$

Nel caso di una rete non orientata, la matrice di adiacenza \mathbf{A} è simmetrica mentre, nel caso di una rete orientata, la matrice \mathbf{A} è asimmetrica. Nel caso di una rete pesata, viene utilizzata la matrice dei pesi \mathbf{w} al posto della matrice di adiacenza. In questo caso, se l'elemento w_{ij} è non nullo, esso esprime la presenza di un link e il peso associato a quest'ultimo.

Si definisce il concetto di cammino come la sequenza di link che portano dal nodo i al nodo j . Se ogni nodo è visitato una sola volta, è opportuno parlare di percorso \mathcal{T} . Un concetto che tornerà utile in questa trattazione è quello di 'shortest path' (\mathcal{D}), definito come il percorso con il numero minimo di link o la minima somma dei pesi dei link nel caso di rete pesata. Infine è possibile affermare che un generico nodo j appartiene all' n -esimo vicinato di un nodo i se il 'shortest path' tra i e j è composto da n nodi.

Per facilitare la comprensione di questi concetti, si mostra l'esempio di un grafo e le relative matrici di adiacenza o dei pesi in Fig. 1.4. A titolo di esempio, si sceglie come nodo

di partenza il numero 2, come nodo di arrivo il numero 5 e si indicano gli ‘shortest path’ tra i due nel caso di grafo non orientato (*a*)), grafo orientato (*b*) e grafo pesato (*c*)). Il colore rosso è associato ai nodi appartenenti al primo vicinato ($n = 1$), il verde al secondo vicinato ($n = 2$) e il blu al terzo vicinato ($n = 3$).

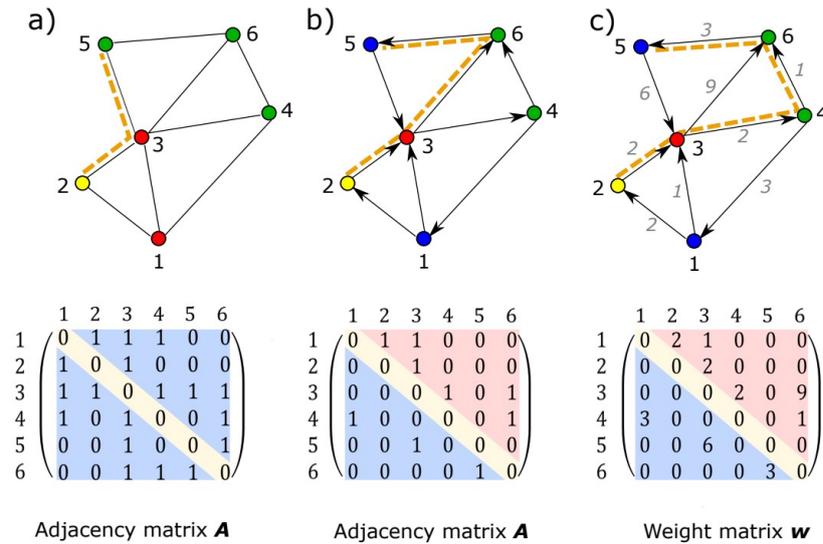


Figura 1.4: Esempio di grafo a) non orientato, b) orientato, c) pesato e le relative matrici di adiacenza o dei pesi (adattato da [2]).

Dopo aver introdotto la rappresentazione del reticolo stradale come rete complessa, un’abilità necessaria per l’analisi della rete è l’identificazione dei nodi più importanti, in termini di pericolosità. Con questo intento si introduce il concetto di centralità, definita come la funzione che associa a ciascun nodo della rete un valore reale intero in base al ruolo che esso assume all’interno della rete. Secondo il concetto di centralità quindi, i nodi più pericolosi risultano essere quelli più ‘centrali’ e in questo modo è possibile realizzare una graduatoria dei nodi che compongono la rete.

1.3 Il problema diretto e la centralità

Il primo fenomeno che si desidera trattare è quello per cui una sostanza inquinante proveniente da una sorgente posizionata in un'intersezione stradale propaga all'interno dell'ambiente urbano. Grazie alle assunzioni riportate in Sezione 1.1 e alle considerazioni riportate in Sezione 1.2, questo fenomeno è studiato come un problema diretto, ossia a partire dal nodo sorgente s si indaga il fenomeno di diffusione all'interno della rete. Secondo questa visione, il processo di trasporto della sostanza dal nodo sorgente s al generico nodo target f è possibile se è presente un percorso tra s e f . Questo accade se i due nodi sono fisicamente collegati da un canyon stradale e se il vento soffia dal nodo sorgente verso il nodo target. Una volta che la sostanza inquinante ha raggiunto il nodo target f , esso diventa una nuova sorgente: il processo si ripete in maniera ricorsiva fino a che la sostanza, diffondendo, non raggiunge i confini topologici della rete [2].

In termini operativi, l'estensione della zona contaminata viene definita grazie all'imposizione di una soglia. Se durante il processo la concentrazione si abbassa sotto il valore soglia c_{th} , il processo di diffusione viene considerato non significativo.

L'ambiente urbano è trattato come un grafo orientato e pesato in cui la direzione di ogni link dipende dalla direzione del vento e il peso di ciascun link esprime la capacità di trasporto del link considerato.

Per risolvere il problema diretto è necessario individuare i punti più pericolosi all'interno di una città, cioè i nodi che, se divenissero sorgenti di un rilascio di una sostanza inquinante, avrebbero una maggiore capacità di dispersione della sostanza nel tessuto urbano. Al termine di questa analisi, il risultato sarà illustrato attraverso delle mappe di vulnerabilità, in cui sarà rappresentata la centralità di ogni nodo della rete.

Si pone ora l'interrogativo di quale sia il metodo più adeguato a questa analisi per la misura della centralità. I metodi più utilizzati sono la Degree Centrality, la Betweenness Centrality e la Closeness Centrality [6].

La Degree Centrality è una misura di centralità che definisce l'importanza di un nodo in base al numero di link che sono ad esso collegati [1]. Per una rete non orientata il grado del nodo s è misurato come

$$C_{d,s} = \sum_{r \in \mathcal{S}} A_{sr}. \quad (1.21)$$

Nel caso di grafo pesato, la matrice di adiacenza è sostituita con la matrice dei pesi. Nel caso di grafi orientati, il grado di un nodo può essere calcolato in relazione al numero di link entranti nel nodo s (In-Degree Centrality) oppure in relazione al numero di link uscenti dal nodo s (Out-Degree Centrality):

$$C_{in-d,s} = \sum_{r \in \mathcal{S}} A_{rs}, \quad C_{out-d,s} = \sum_{r \in \mathcal{S}} A_{sr}. \quad (1.22)$$

La Betweenness Centrality è una misura di centralità che definisce l'importanza di un nodo in base alla sua presenza all'interno di percorsi tra altri nodi della rete [1].

Nel caso della Closeness Centrality, la misura della centralità è legata alla distanza media del nodo considerato agli altri nodi della rete. In particolare la centralità di un nodo s corrisponde al reciproco della somma della lunghezza degli 'shortest path' d_{sr} tra il nodo s considerato e tutti gli altri nodi nel grafo:

$$C_{clos,s} = \frac{1}{\sum_{r \in \mathcal{S}} d_{sr}}. \quad (1.23)$$

Lo 'shortest path' per un grafo orientato è definito come

$$d_{sr} = \min_{\mathcal{T}} \left(\sum_{(i,j) \in \mathcal{T}} w_{ij} \right) \quad (1.24)$$

dove \mathcal{T} è il percorso da s a r .

Secondo questa definizione, il valore della centralità cresce al diminuire della sommatoria degli 'shortest path' che collegano il nodo s ai restanti nodi r della rete. Questo significa che i nodi più 'centrali' sono quelli che sono collegati con gli altri nodi della rete tramite i percorsi più brevi e che si trovano quindi più vicini ad essi.

La Closeness Centrality è il metodo che più si addice alla misura della centralità per il caso in esame. Da esso è stato infatti sviluppato un metodo per il calcolo della centralità dei 'best spreading nodes', i nodi che, come sorgenti, sarebbero in grado di raggiungere

il maggior numero di nodi ricettori. Per procedere verso questa direzione è necessario osservare che la Closeness Centrality fornisce una misura di centralità che è influenzata dalla presenza di nodi ricettori molto distanti dal nodo sorgente. Il valore degli 'shortest path' calcolati tra il nodo sorgente e i nodi ricettori più distanti da esso sarà molto elevato rispetto a quelli dei nodi ricettori più vicini e porterà ad osservare un aumento sul valore della centralità [2]. Per questo motivo si sceglie di non considerare i nodi più lontani dal nodo sorgente, perchè sono quelli che verranno raggiunti più difficilmente dal fronte di propagazione della sostanza inquinante. Per questo motivo si considera la misura di centralità armonica :

$$C_{harm,s} = \sum_{r \in \mathcal{S}} \frac{1}{d_{sr}}. \quad (1.25)$$

La centralità armonica permette di minimizzare il disturbo dato dal valore degli 'shortest path' tra il nodo sorgente e i nodi ricettori più lontani . Per eliminare completamente la presenza di questi valori, si propone un metodo (presentato in [2]) adeguato per la misura della centralità, che impone una soglia sugli 'shortest path':

$$C_s = \sum_{r \in \mathcal{R}} \frac{1}{d_{sr}}, \quad (1.26)$$

dove $r \in \mathcal{R}$ se:

$$\frac{c_r}{c_s} = \prod_{(i,j) \in \mathcal{D}} \frac{1}{w_{ij}} > \frac{c_{th}}{c_0}, \quad (1.27)$$

dove \mathcal{D} è lo 'shortest path' da s a r , $c_s = c_0$ è la concentrazione alla sorgente, c_r è la concentrazione al nodo ricettore r e c_{th} è il valore soglia di concentrazione già introdotto all'inizio della Sezione. La condizione Eq.1.26 impone che se la concentrazione lungo \mathcal{D} diventa minore di c_{th} , allora r verrà escluso da \mathcal{R} e non verrà considerato nel calcolo della centralità. Introducendo la funzione di Heaviside, la centralità per il nodo s è data da

$$C_s = \sum_{r \in \mathcal{S}} \Theta \left[\prod_{(i,j) \in \mathcal{D}} \frac{1}{w_{ij}} - \frac{c_{th}}{c_0} \right] \frac{1}{d_{sr}}. \quad (1.28)$$

Nella Sezione successiva sarà riportata l'interpretazione fisica e la definizione del peso w_{ij} per il problema studiato.

1.4 Mappe di centralità

Grazie all'introduzione della metrica di centralità espressa in Eq. 1.28, è stato possibile effettuare l'analisi di centralità sulle città di Firenze, Parigi, New York e Lione per otto diversi scenari meteorologici, caratterizzati da diverse direzioni del vento. Per il calcolo della centralità è necessario definire la matrice dei pesi \mathbf{w} . Con riferimento a Eq. 1.19, il peso w_{ij} viene definito come il costo associato all'attraversamento del link $(i, j) \in \mathcal{E}$ ('propagation cost'):

$$w_{i,j} = e^{\frac{L_{ij}}{U_{st,ij}} \frac{U_{d,ij}}{H_{ij}}} . \quad (1.29)$$

Per ogni link della rete le informazioni riguardo la lunghezza, l'altezza del canyon urbano, la velocità di trasporto longitudinale e la velocità di trasporto verticale sono contenute rispettivamente nelle matrici \mathbf{L} , \mathbf{H} , \mathbf{U}_{st} e \mathbf{U}_d . L'esponente di w_{ij} può essere interpretato come la distanza effettiva tra i nodi [5]. Questa distanza aumenta proporzionalmente al tempo medio necessario al fronte di propagazione dell'inquinante di disperdersi longitudinalmente lungo il canyon ($L_{ij}/U_{st,ij}$) e decresce proporzionalmente al tempo medio necessario al trasporto verticale della sostanza inquinante dalla strada all'atmosfera ($H_{ij}/U_{d,ij}$). Dalle definizioni fornite in Eq. 1.28 ed Eq. 1.29, si comprende che la centralità, ossia la pericolosità, del nodo dipende sia dalla geometria della rete che dalle caratteristiche fisiche del problema. Si ottengono valori di pericolosità maggiori quando l'insieme dei nodi raggiungibili dal nodo sorgente è grande e i percorsi che collegano la sorgente e i nodi raggiungibili (\mathcal{D}) sono brevi, cioè il costo di propagazione (w_{ij}) lungo il percorso è minimo [2].

I dati necessari per questa analisi sono: la struttura del grafo di ciascuna città per le otto direzioni del vento considerate, le coordinate dei nodi appartenenti a \mathcal{S} , la matrice

\mathbf{L} , la matrice \mathbf{H} , la matrice \mathbf{W} che contiene la larghezza di ogni strada, le matrici \mathbf{U}_{st} e \mathbf{U}_d .

Poiché si vuole confrontare i risultati per le diverse città, le otto direzioni del vento vengono misurate rispetto all'angolo α definito rispetto l'asse principale della città. Per calcolare questo angolo si utilizza la distribuzione su istogrammi polari dell'orientazione delle strade, dove l'altezza delle barre indica la frequenza con cui le strade della città assumono l'orientazione indicata. α è misurato in senso orario tra l'asse Nord-Sud e l'orientazione prevalente delle strade della città, come mostrato in Figura 1.5.

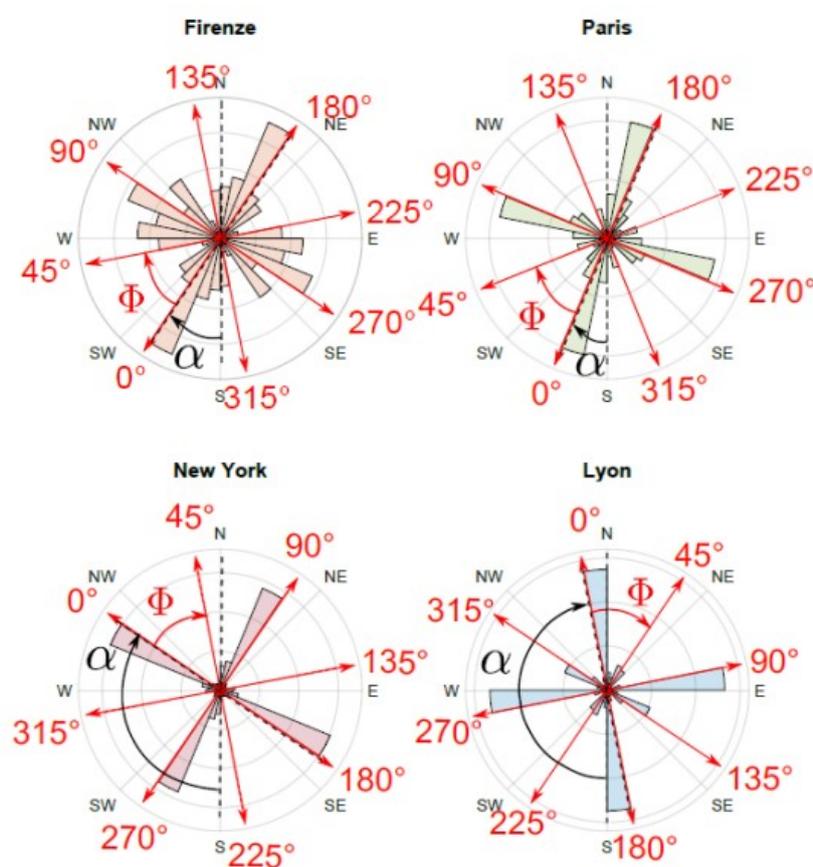


Figura 1.5: Sistema di riferimento in cui si evidenziano l'angolo α e le direzioni del vento Φ per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione [1].

Da Fig.1.6 a Fig. 1.13 vengono mostrate le mappe di vulnerabilità delle città considerate

per le diverse direzioni del vento. In ogni nodo è rappresentato il relativo valore di centralità secondo la scala di colori riportata nelle Figure insieme alle mappe e per questo si può parlare anche di mappe di centralità e in particolare di centralità diretta in quanto quello che si sta trattando è il problema diretto.

Secondo la scala di colori, i nodi che appaiono di colore rosso sono quelli in cui si misurano valori di centralità maggiori e di conseguenza quelli che, nelle vesti di nodi sorgente, contribuirebbero maggiormente alla propagazione della sostanza inquinante nel tessuto urbano.



Figura 1.6: Mappa di centralità diretta a 0° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

Per comprendere meglio il comportamento della centralità si riportano, in Tabella 1.1, i valori medi della centralità per ogni direzione del vento per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

La caratteristica più evidente sia dalle mappe di centralità che dai valori medi è la maggiore pericolosità della città di New York. Nelle mappe di questa città, si individua una notevole quantità di nodi che, nella posizione di nodi sorgente, sarebbero cruciali nella propagazione della sostanza inquinante.

In secondo luogo, si osserva che, nonostante le aree più pericolose evidenziate nelle mappe non siano le medesime, i valori medi di centralità per strade con direzioni parallele e opposte (0° e 180° , 45° e 225° etc.) sono i medesimi. Per comprendere la motivazione di questo



Figura 1.7: Mappa di centralità diretta a 45° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.



Figura 1.8: Mappa di centralità diretta a 90° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

comportamento, si richiama la teoria delle reti trattata in Sezione 1.2. Secondo quest'ultima, un medesimo link può assumere due orientazioni opposte in base alla direzione del vento che può essere diretto dall'inizio della strada verso il termine di essa o viceversa. E' ragionevole che per direzioni parallele ma opposte nei singoli nodi il comportamento della propagazione, e quindi la centralità, sia diverso ma la media del valore di centralità su tutti i nodi della città risulti il medesimo.



Figura 1.9: Mappa di centralità diretta a 135° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.



Figura 1.10: Mappa di centralità diretta a 180° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

Infine, si osserva che, nel caso delle città di Parigi, New York e Lione, il valore medio di centralità è maggiore nei casi in cui $\Phi = (45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ)$, ovvero quando la direzione del vento è obliqua rispetto agli assi principali della rete urbana. Ciò può essere compreso considerando una sorgente posizionata al centro di un incrocio urbano in cui si assume che le strade si intersechino ortogonalmente. Si riporta uno schema di questo fenomeno in Figura 1.14.



Figura 1.11: Mappa di centralità diretta a 225° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

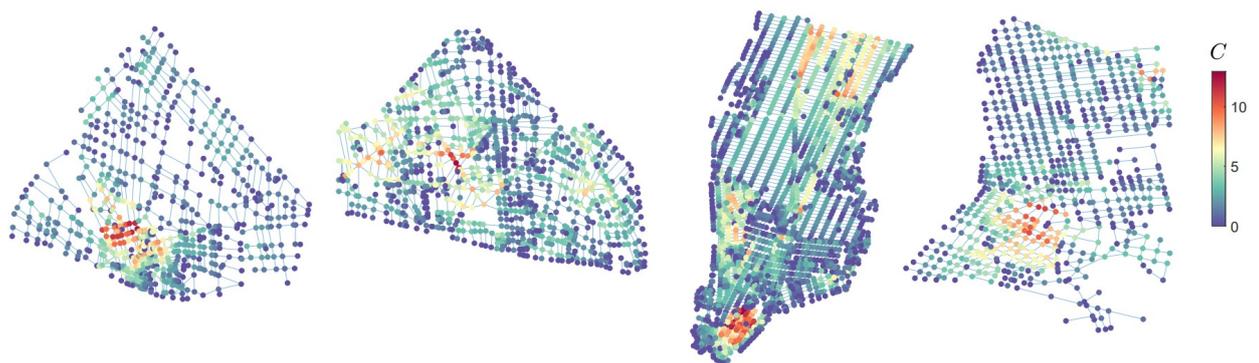


Figura 1.12: Mappa di centralità diretta a 270° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

Grazie a Figura 1.14, è facile valutare che nel caso in cui la direzione del fronte inquinante coincide con uno degli assi ortogonali principali dell'incrocio, esso propagherà solo in questa direzione. Se, invece, la direzione del fronte inquinante è obliqua rispetto agli assi ortogonali principali dell'incrocio, il fronte si dividerà propagando così lungo entrambi gli assi ortogonali dell'incrocio. In questo caso la propagazione andrà a coinvolgere aree più



Figura 1.13: Mappa di centralità diretta a 315° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

Tabella 1.1: Valori medi della centralità diretta per direzione del vento per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

Città	0°	45°	90°	135°	180°	225°	270°	315°
Firenze	2,65	2,89	2,59	2,57	2,65	2,89	2,59	2,57
Parigi	2,76	4,06	2,64	4,06	2,76	4,06	2,64	4,06
New York	3,14	5,54	2,77	5,54	3,14	5,54	2,77	5,54
Lione	2,71	4,30	2,37	4,42	2,71	4,30	2,37	4,42

estese della rete urbana e di conseguenza la pericolosità dell'area interessata aumenterà [1].

Per la città di Firenze l'analisi è più complessa. La motivazione di questa complessità va ricercata nella geometria della sua rete: il suo reticolo urbano presenta una maggiore variabilità in termini di orientazione delle strade rispetto alle altre città in cui le orientazioni principali prevalgono in maniera evidente sulle altre orientazioni (Fig. 1.14). Per questo motivo è più delicato individuare la differenza di comportamento del fronte di propagazione per direzione obliqua o parallela di incidenza del vento.

La direzione del vento e la diversa geometria della rete urbana si rivelano essere parametri fondamentali nella determinazione dei punti più pericolosi nel caso del problema

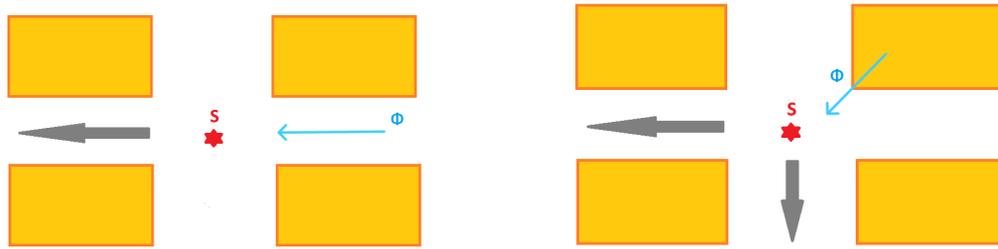


Figura 1.14: Propagazione della sostanza inquinante dalla sorgente s con direzione del vento parallela all'asse della strada (sinistra) oppure obliqua rispetto all'asse della strada (destra).

diretto. Si è osservato che nelle città con assi principali ben definiti la propagazione della sostanza inquinante non è ostacolata da fattori di carattere urbanistico dunque è più facile per il fronte inquinante raggiungere aree più ampie. La direzione del vento favorisce, in termini medi, la propagazione della sostanza inquinante nel caso in cui sia obliqua rispetto agli assi principali della rete urbana.

Capitolo 2

La centralità inversa

2.1 Definizione della centralità inversa

Nel Capitolo 1, è stato esposto lo scenario fisico in cui il fenomeno viene studiato. Nel problema diretto, si investiga il processo per cui la sostanza inquinante viene emessa da una sorgente in un incrocio stradale, modellato come un nodo, e diffonde attraverso le strade della rete urbana, modellate come link, lungo la direzione del vento. I canyon stradali si comportano quindi come canali di trasporto e la propagazione avviene secondo la legge di Eq. 1.8. In Eq. 1.28 è stata definita una metrica per la misura della centralità adeguata al problema studiato. L'analisi del problema diretto è stata completata ottenendo le mappe di centralità, che ci hanno permesso di individuare i nodi più pericolosi nel ruolo di nodi sorgente.

In questo Capitolo, si decide di affrontare lo studio della centralità inversa. Lo scenario fisico rimane il medesimo ma ora i nodi della rete sono considerati come ricettori e l'attenzione è focalizzata sulla ricerca dei nodi più vulnerabili, in termini di sensibilità. A seguito del rilascio di una sostanza inquinante dal maggior numero di possibili nodi sorgente, si vuole valutare in quali nodi della rete urbana si misurano le concentrazioni più significative di tale sostanza. Questi nodi rappresentano i punti più sensibili della città, essendo i maggiori bersagli del fronte inquinante.

Analogamente a quanto visto in Sezione 1.3 per la risoluzione del problema diretto, è

necessario definire una metrica per la misura della centralità dei nodi ricettori. A differenza del caso precedente, in cui si consideravano i percorsi in uscita dal potenziale nodo sorgente verso gli altri nodi della rete urbana, per il calcolo della centralità si terrà conto dei percorsi in entrata in un nodo. In questo caso, il nodo preso in esame è considerato come un nodo ricettore in quanto l'intento è misurare quanto esso è facilmente raggiungibile dal maggior numero di nodi sorgente. Questa metrica prende il nome di centralità inversa.

In Figura 2.1 si riporta un'illustrazione di un'area della rete cittadina che mostra la differenza tra il bacino di riferimento sulla base del quale viene calcolata la centralità diretta e inversa.



Figura 2.1: Differenza tra centralità diretta (sinistra) e centralità inversa (destra) sulla rete cittadina (adattato da [1]).

Nel primo caso, il nodo studiato viene considerato come nodo sorgente e il calcolo della centralità si basa sulla ricerca dei possibili percorsi che il fronte inquinante può intraprendere da tale nodo. Questi percorsi sono segnalati come frecce colorate uscenti dalla sorgente s nel grafo illustrato in Fig. 2.1. Nel secondo caso, il nodo studiato viene considerato come nodo ricettore e il calcolo della centralità si basa sulla ricerca dei percorsi che il fronte inquinante può intraprendere per raggiungere tale nodo. Questi percorsi sono segnalati come frecce colorate entranti nel ricettore r nel grafo illustrato in Fig. 2.1.

2.2 Metodi per il calcolo della centralità inversa

Come riportato in Sezione 1.2, la geometria urbana è modellata come un grafo orientato, ossia una rete nella quale i link tra i nodi hanno un'orientazione definita in base alla direzione del vento.

Per iniziare, il metodo più semplice per il calcolo della centralità inversa è l'inversione dell'orientazione dei link della rete urbana. Il calcolo rimane lo stesso riportato in Sezione 1.3: la centralità è ottenuta calcolando gli 'shortest paths' per i nodi che si trovano nei percorsi di propagazione uscenti dal nodo stesso. In realtà la struttura della rete è stata modificata, l'orientazione dei link invertita e il calcolo restituisce gli 'shortest paths' per i nodi che si trovano nei percorsi di propagazione entranti nel nodo considerato [1].

Questo metodo è stato ottenuto operando sui dati del grafo $\mathcal{G}(\mathcal{S}, \mathcal{E})$ forniti in input. La colonna contenente i nodi di arrivo per ciascun link è stata scambiata con la colonna contenente i nodi di partenza.

Un ulteriore metodo per la misura della centralità inversa permette di ottenere il valore della centralità modificando il calcolo degli 'shortest paths', in modo tale che esso sia considerato come percorso entrante nel nodo. Questo corrisponde a utilizzare la Incloseness Centrality al posto della Outcloseness Centrality, definite in (1.22) [6]. Si descrive come si ottiene operativamente il metodo. In una rete complessa, gli 'shortest paths' vengono calcolati per ogni combinazione di nodi della rete e memorizzati all'interno di una matrice. In questa matrice, le righe corrispondono ai nodi sorgente s e le colonne ai nodi ricettori r . Con questa informazione si osserva che, per considerare le combinazioni di 'shortest paths' entranti in un nodo r e provenienti da un nodo s , è necessario considerare gli elementi della matrice presenti nella colonna r -esima al posto degli elementi presenti nella riga s -esima. Si riporta, in Figura 2.2, la matrice degli 'shortest paths' in cui è mostrata la differenza tra Outcloseness Centrality e Incloseness Centrality.

Con riferimento a Eq. 1.26, gli 'shortest paths' utilizzati nel calcolo della centralità sono ora denominati d_{rs} (da r a s). A seguito di questa considerazione, il metodo è definito da [1]:

$$C_s = \sum_{r \in \mathcal{S}} \Theta \left[\prod_{(i,j) \in \mathcal{D}} \frac{1}{w_{ij}} - \frac{c_{th}}{c_0} \right] \frac{1}{d_{rs}}. \quad (2.1)$$

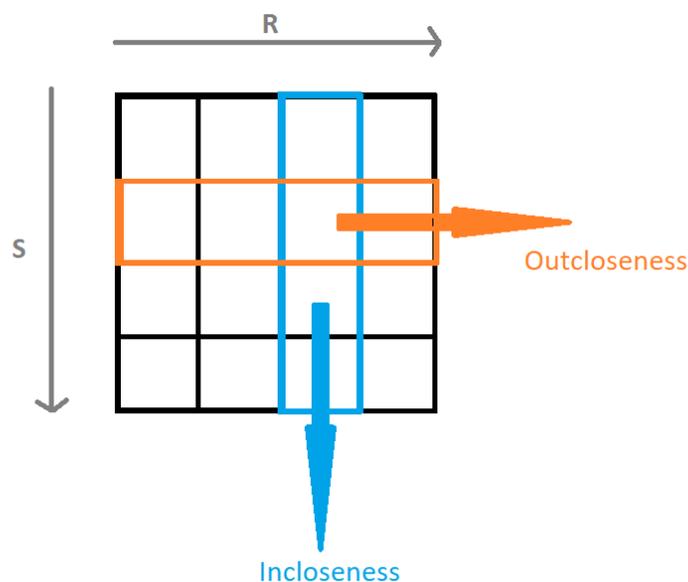


Figura 2.2: Matrice degli 'shortest paths' e differenza tra Outcloseness Centrality e Incloseness Centrality.

Da Figura 2.3 a Figura 2.10 vengono mostrate le mappe di centralità inversa delle città per le diverse direzioni del vento ottenute utilizzando la Incloseness Centrality.

Le medesime mappe sono state ottenute utilizzando il metodo di inversione dell'orientazione dei link della rete, esposto all'inizio di questa Sezione. Per mostrare l'effettiva correlazione tra i due metodi, in Figura 2.11 viene riportato lo scatter plot dei valori di centralità inversa ottenuti con essi per la città di Parigi per le otto direzioni del vento.

Si osserva che tutti i valori cadono sulla bisettrice del primo quadrante. Una tale distribuzione dei punti garantisce una completa correlazione tra i dati e conferma che entrambi i metodi sono validi per il calcolo della centralità inversa. Come nel Capitolo 1, si riportano, in Tabella 2.1, i valori medi della centralità inversa per ogni direzione del vento per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.



Figura 2.3: Mappa di centralità inversa a 0° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

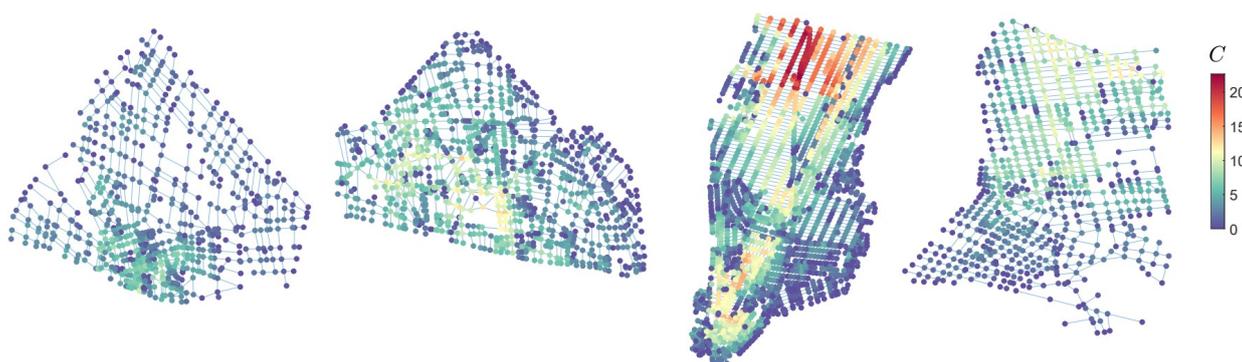


Figura 2.4: Mappa di centralità inversa a 45° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

Si osserva che le considerazioni elencate per il caso di centralità diretta nel Capitolo 1 sono le medesime per il caso di centralità inversa. New York è la città che mostra valori di centralità più alti sia sulle mappe (da Fig. 2.3 a Fig. 2.10) sia in termini di valori medi in Tabella 2.1. La direzione del vento e la geometria della rete urbana sono parametri fondamentali nella determinazione dei punti più sensibili anche nel caso della centralità inversa. Se la direzione del vento è obliqua rispetto agli assi principali della rete urbana,

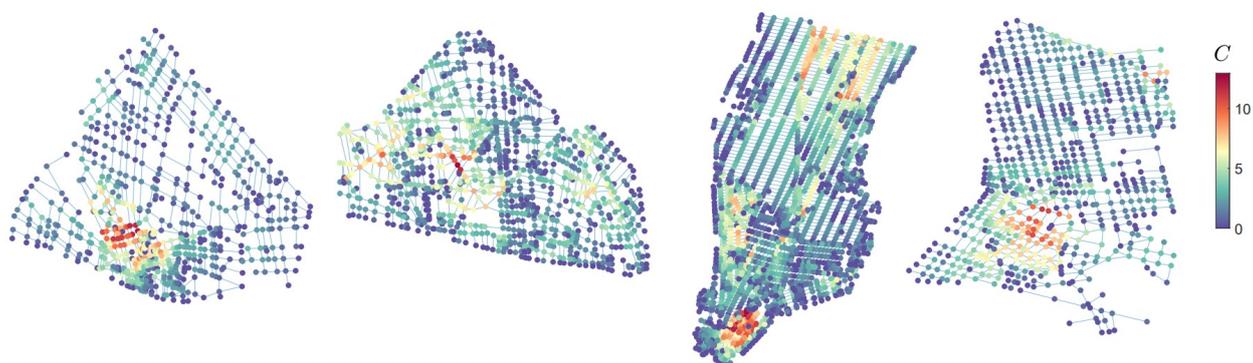


Figura 2.5: Mappa di centralità inversa a 90° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.



Figura 2.6: Mappa di centralità inversa a 135° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

in termini medi la propagazione della sostanza inquinante è favorita così come nelle città con assi principali ben definiti, in quanto essa non è ostacolata da fattori di carattere urbanistico.

Si osserva che i nodi con alta centralità diretta non coincidono sempre con quelli con alta centralità inversa. Le aree più sensibili, comprendenti i nodi con maggiore centralità inversa, si trovano a valle, rispetto alla direzione del vento incidente, delle aree più pericolose,

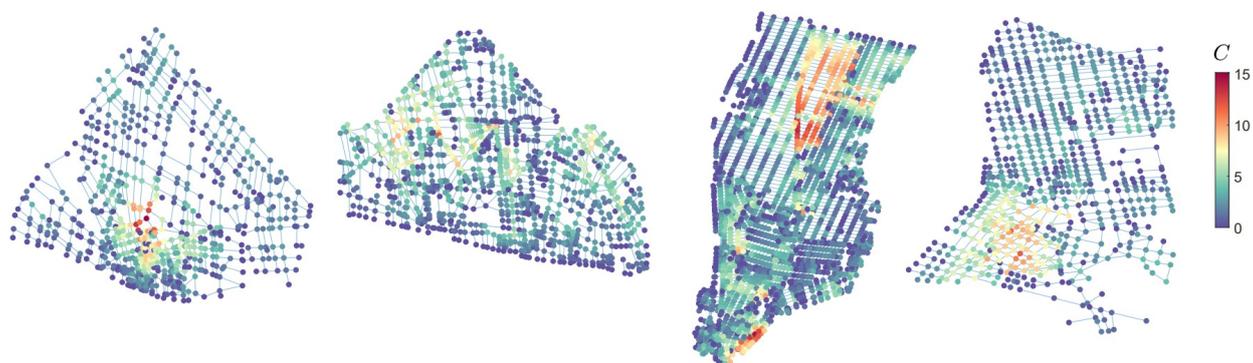


Figura 2.7: Mappa di centralità inversa a 180° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.



Figura 2.8: Mappa di centralità inversa a 225° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

in cui sono presenti i nodi con maggiore centralità diretta [1]. In Fig. 2.12 si riporta un particolare del grafo della città Lione a 0° che mette in evidenza l'area più pericolosa (*a*) e l'area più sensibile (*b*).

Come nel caso diretto, i valori medi di centralità per strade con direzioni parallele e

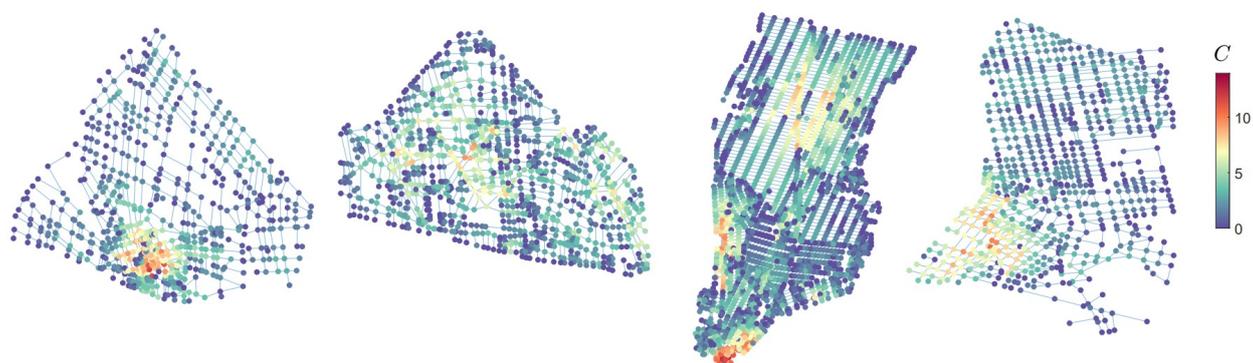


Figura 2.9: Mappa di centralità inversa a 270° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.



Figura 2.10: Mappa di centralità inversa a 315° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

opposte sono i medesimi. Inoltre, da Tabella 2.1, è evidente che i valori medi di centralità inversa per le diverse direzioni del vento coincidono con i valori medi di centralità diretta, contenuti in Tabella 1.1. A seguito delle precedenti osservazioni si osserva che i valori della centralità diretta sono uguali ai valori di centralità inversa calcolata invertendo l'orientazione dei link considerando un vento orientato nel verso opposto [1]. Per comprendere questa considerazione, si richiama la Sezione 2.2 dove sono state introdotte le metriche

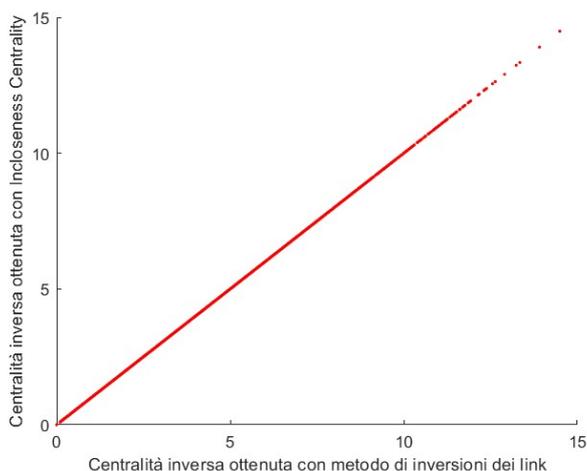


Figura 2.11: Correlazione tra i valori di centralità inversa ottenuti con il metodo di inversione dell’orientazione dei link e con il metodo di Incloseness Centrality.

Tabella 2.1: Valori medi della centralità inversa per direzione del vento per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

Città	0°	45°	90°	135°	180°	225°	270°	315°
Firenze	2,65	2,89	2,59	2,57	2,65	2,89	2,59	2,57
Parigi	2,76	4,06	2,64	4,06	2,76	4,06	2,64	4,06
New York	3,14	5,54	2,77	5,54	3,14	5,54	2,77	5,54
Lione	2,71	4,30	2,37	4,42	2,71	4,30	2,37	4,42

per il calcolo della centralità inversa che si basavano sull’inversione dei link della rete. La direzione dei link è determinata dalla direzione della velocità longitudinale del vento che incide sulla strada. Si osserva che l’inversione dell’orientazione dei link comporta implicitamente l’inversione della direzione del vento. Grazie a questa osservazione risulta chiaro perché la centralità inversa calcolata per una data direzione del vento risulta poi uguale alla centralità diretta per la direzione del vento opposta. Se un nodo risulta avere una maggiore capacità di dispersione per una certa direzione del vento Φ , esso risulterà essere molto sensibile per una direzione del vento opposta a Φ , cioè $\Phi + 180^\circ$.

Come conferma del metodo ottenuto, in Fig. 2.13 si riporta uno scatter plot che mostra i valori della centralità inversa per $\Phi = 180^\circ$ sull’asse delle x e i valori della centralità diretta per $\Phi = 0^\circ$ sull’asse delle y per la città di Firenze.

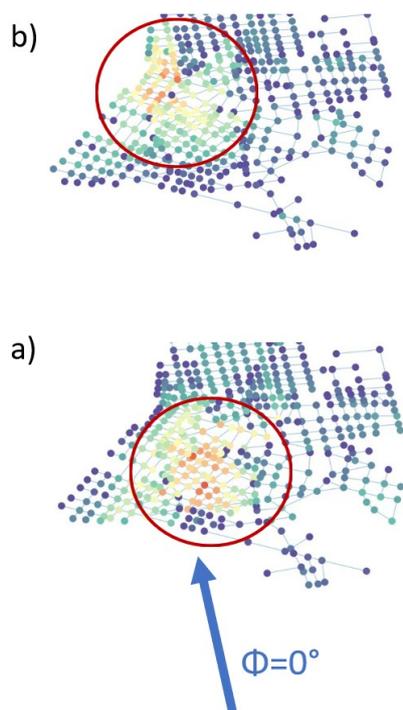


Figura 2.12: Particolare della rete urbana di Lione a 0° che evidenzia la posizione dell'area con alta centralità diretta (a) a valle rispetto l'area con alta centralità inversa(b).

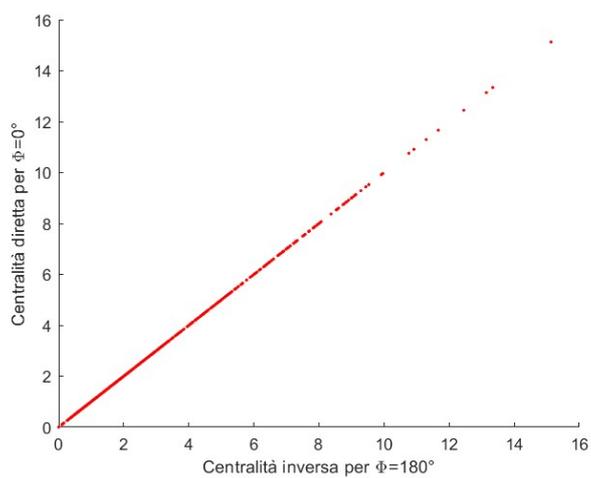


Figura 2.13: Centralità inversa per $\Phi = 180^\circ$ sull'asse delle x e i valori della Centralità diretta per $\Phi = 0^\circ$ sull'asse delle y per la città di Firenze.

Si osserva che tutti i valori cadono sulla bisettrice del primo quadrante. Una tale distribuzione dei punti conferma che la centralità diretta calcolata per una certa direzione del vento Φ coincide con la centralità inversa calcolata per la direzione del vento opposta. In definitiva, anche questo metodo può essere utilizzato per il calcolo della centralità inversa.

2.3 Correlazione tra centralità diretta e centralità inversa e classi di vulnerabilità

Per investigare l'eventuale presenza di nodi pericolosi e al contempo sensibili, si studia il legame tra la centralità diretta e quella inversa nella rete urbana. Per mostrare la correlazione tra le due centralità, sono stati realizzati degli scatter plot per ogni città e ogni direzione del vento. A titolo di esempio, si riportano gli scatter plot per gli scenari di vento incidente sulla città con direzioni 90° e 270° rispetto all'asse principale delle strade delle città considerate.

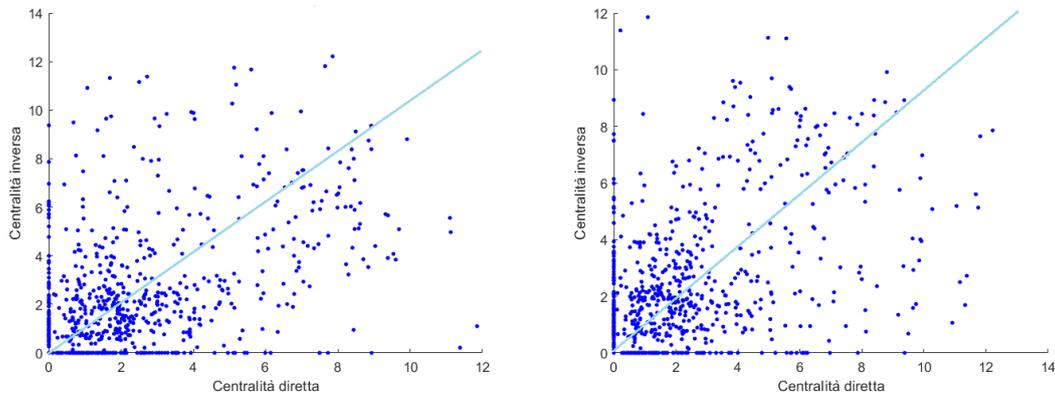


Figura 2.14: Correlazione tra centralità diretta e centralità inversa per la città di Firenze a 90° e 270° .

Dalla visione degli scatter plot da Fig. 2.14 a Fig. 2.17 si osserva che la correlazione tra i valori di centralità diretta e centralità inversa nei nodi della rete è molto bassa. Questa osservazione è confermata dai valori del coefficiente di determinazione R^2 , compreso tra 0.03 e 0.19 quando si considerano tutte le città e tutti gli scenari meteorologici. Questa

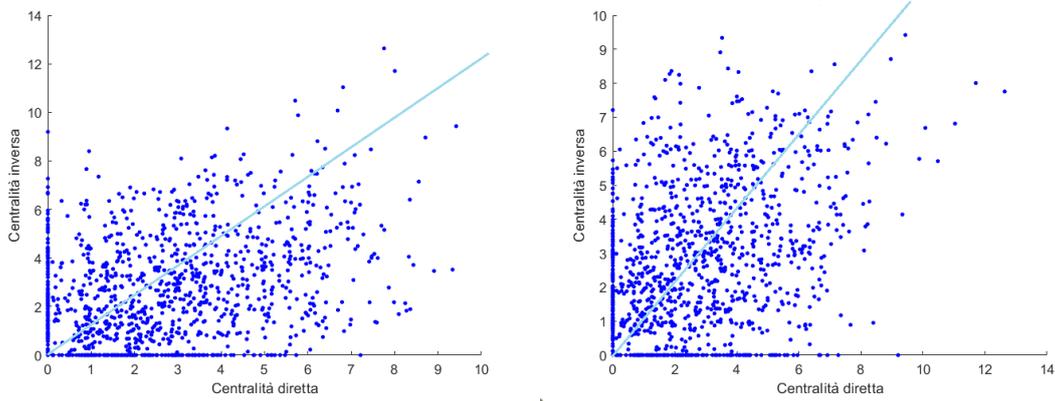


Figura 2.15: Correlazione tra centralità diretta e centralità inversa per la città di Parigi a 90° e 270° .

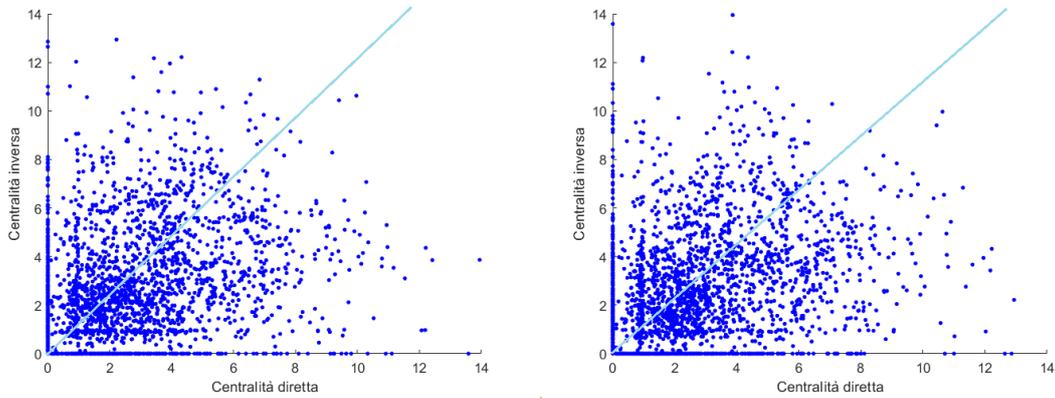


Figura 2.16: Correlazione tra centralità diretta e centralità inversa per la città di New York a 90° e 270° .

manca di correlazione evidenzia che, in generale, solo in una ridotta quantità di nodi il valore di centralità diretta coincide con quello di centralità inversa. Questo comportamento dei dati è marcato per valori alti di centralità diretta e inversa mentre per valori bassi di centralità diretta, $C_d \in [0, 3]$, e valori bassi di centralità inversa, $C_i \in [0, 3]$, si osserva una modesta quantità di nodi con C_d e C_i paragonabili.

Si propone allora di individuare differenti classi di nodi che appartengono a specifici intervalli di valori di centralità diretta C_d e inversa C_i . Queste classi vengono denominate 'classi di vulnerabilità' e sono:

- Classe A. I nodi sono caratterizzati da $C_d > 3$ e $C_i > 3$, quindi da valori alti per entrambe le centralità.

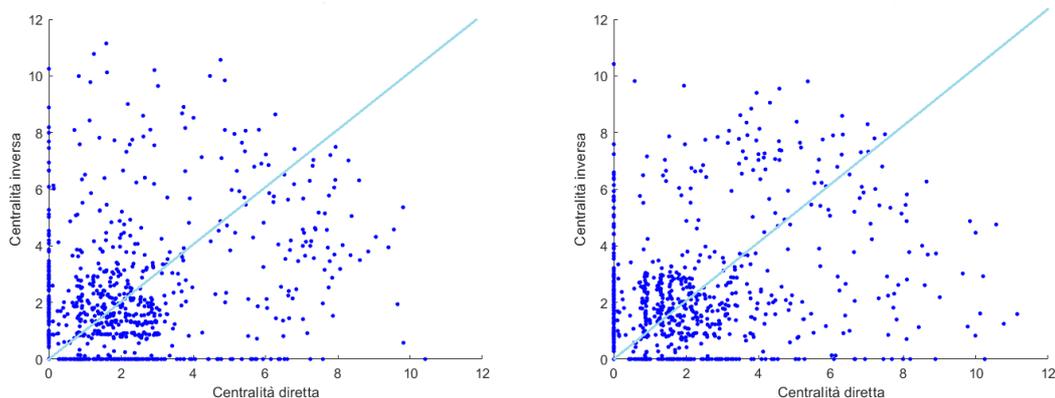


Figura 2.17: Correlazione tra centralità diretta e centralità inversa per la città di Lione a 90° e 270° .

- Classe B. I nodi sono caratterizzati da $C_d < 3$ e $C_i > 3$, quindi da un valore alto di centralità inversa.
- Classe C. I nodi sono caratterizzati da $C_d > 3$ e $C_i < 3$, quindi da un valore alto di centralità diretta.
- Classe D. I nodi sono caratterizzati da $C_d < 3$ e $C_i < 3$, quindi da valori bassi per entrambe le centralità.

In Fig. 2.18 si mostra la suddivisione in classi dei nodi della città di Firenze. Lo scatter plot rappresenta sulle ascisse i valori di centralità diretta e sulle ordinate i valori di centralità inversa.

Da Fig. 2.27 a Fig. 2.34 si mostrano le mappe delle città considerate in cui i nodi sono suddivisi nelle quattro classi di vulnerabilità sopra elencate.

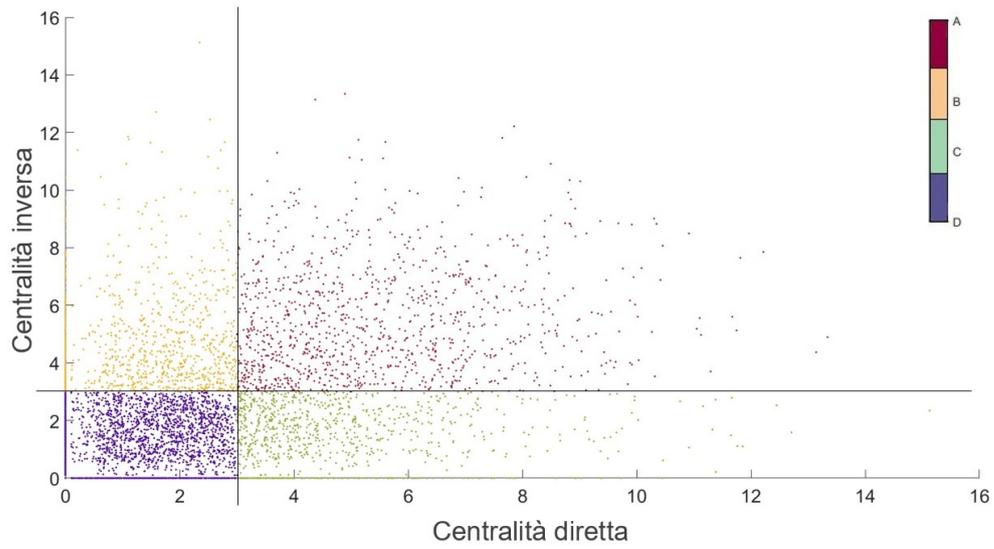


Figura 2.18: Suddivisione dei nodi in classi di vulnerabilità per la città di Firenze.

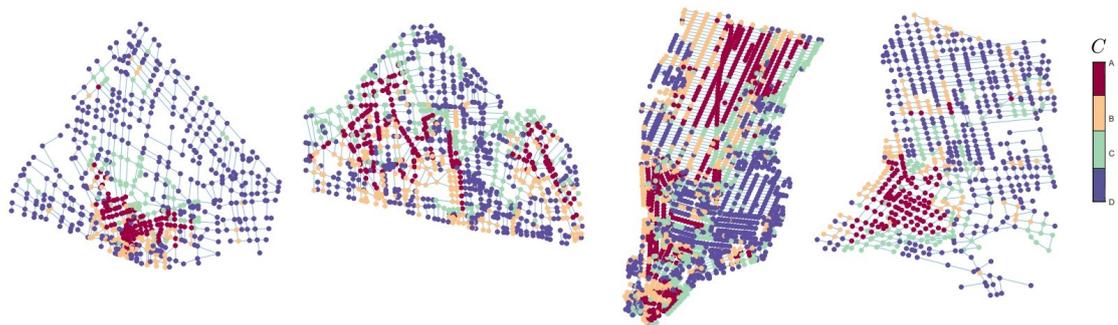


Figura 2.19: Suddivisione dei nodi in classi di vulnerabilità per una direzione del vento a 0° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.



Figura 2.20: Suddivisione dei nodi in classi di vulnerabilità per una direzione del vento a 45° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

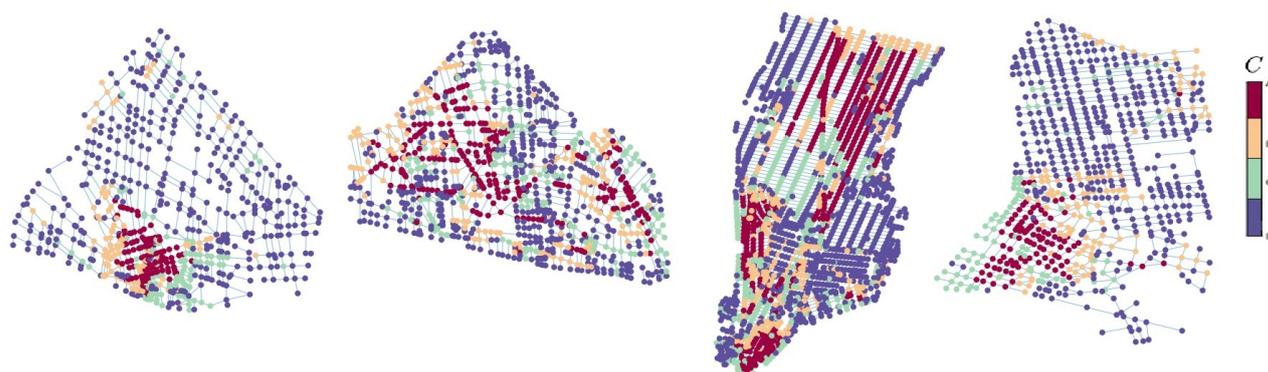


Figura 2.21: Suddivisione dei nodi in classi di vulnerabilità per una direzione del vento a 90° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

Grazie alle mappe rappresentate da Fig. 2.27 a Fig. 2.34 è possibile identificare le zone della rete urbana appartenenti alla classe A, al contempo pericolose e sensibili (evidenziate in colore rosso), e le zone appartenenti alla classe D, le più sicure e con vulnerabilità trascurabile (evidenziate in colore blu).



Figura 2.22: Suddivisione dei nodi in classi di vulnerabilità per una direzione del vento a 135° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.



Figura 2.23: Suddivisione dei nodi in classi di vulnerabilità per una direzione del vento a 180° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

L'identificazione delle classi di vulnerabilità permette una visualizzazione immediata delle zone più pericolose e sensibili nella mappa della città, in contrasto con quelle più sicure. Si osserva, quindi, l'utilità di avere tutte le informazioni necessarie per l'utilizzatore racchiuse all'interno della stessa mappa. Per questo motivo si decide di costruire delle nuove mappe in cui il valore attribuito ad ogni nodo della rete esprime la sensibilità di quel nodo



Figura 2.24: Suddivisione dei nodi in classi di vulnerabilità per una direzione del vento a 225° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

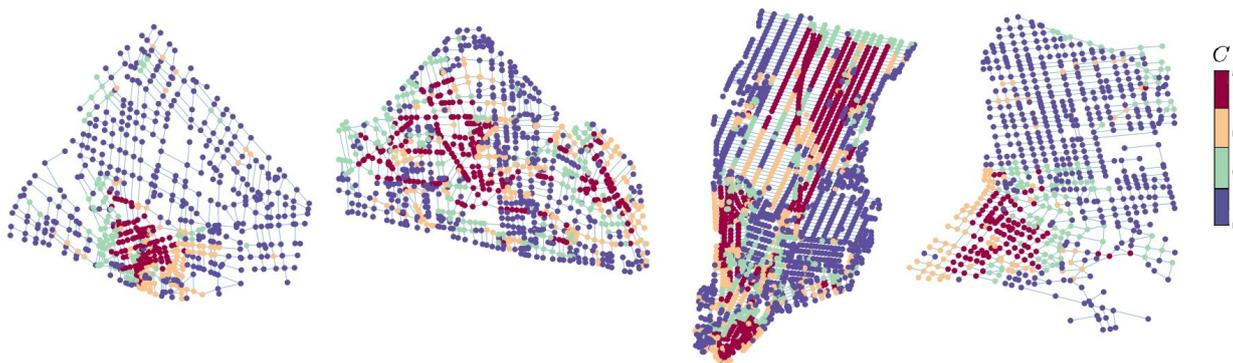


Figura 2.25: Suddivisione dei nodi in classi di vulnerabilità per una direzione del vento a 270° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

considerando al tempo stesso la pericolosità ad esso associata. Tale valore, s_c , è calcolato come somma pesata di centralità diretta ed inversa:

$$s_c = 0.5 C_d + 0.5 C_i. \quad (2.2)$$

Al crescere delle centralità, sia diretta che inversa, il peso andrà ad aumentarne il contributo nella somma. In questo modo nelle mappe viene rappresentato lo scenario peggiore:



Figura 2.26: Suddivisione dei nodi in classi di vulnerabilità per una direzione del vento a 315° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

le zone sicure rimangono tali mentre quelle pericolose e sensibili vengono al contempo rappresentate. Da Fig. 2.27 a Fig 2.34 si riportano le mappe che rappresentano i valori di s_c normalizzati per ogni città e per ogni direzione del vento.

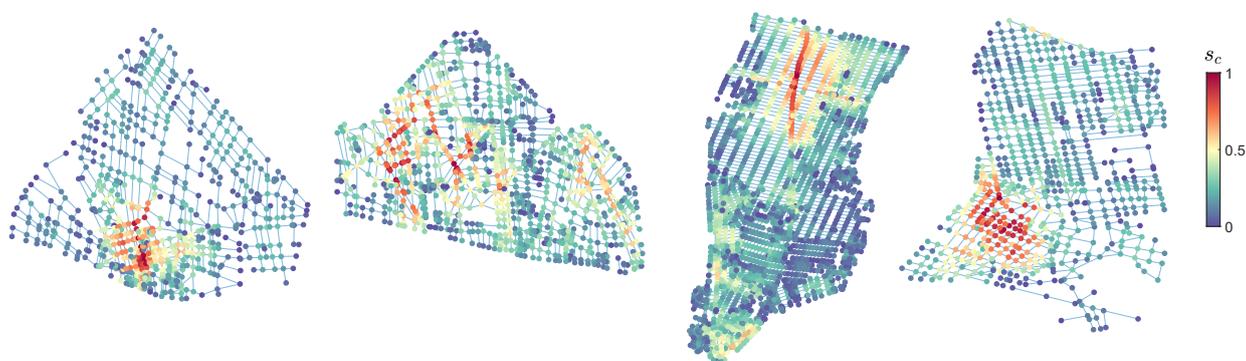


Figura 2.27: Somma pesata di centralità diretta e centralità inversa a 0° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

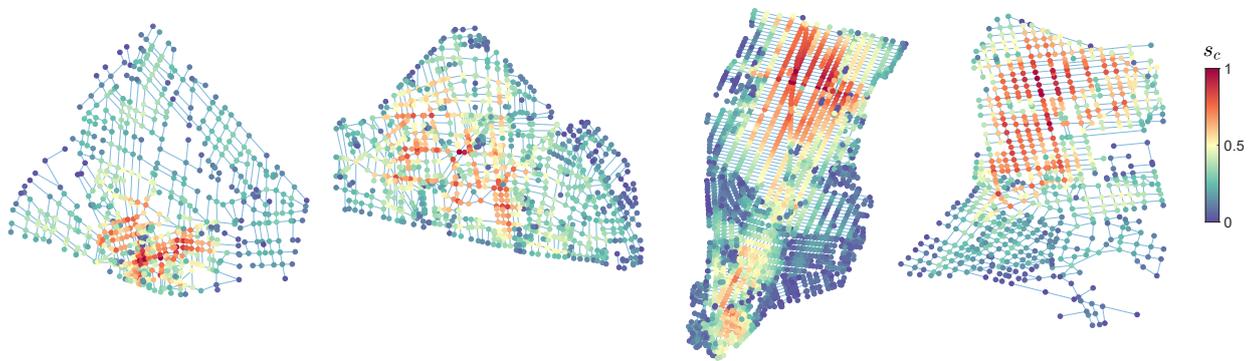


Figura 2.28: Somma pesata di centralità diretta e centralità inversa a 45° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

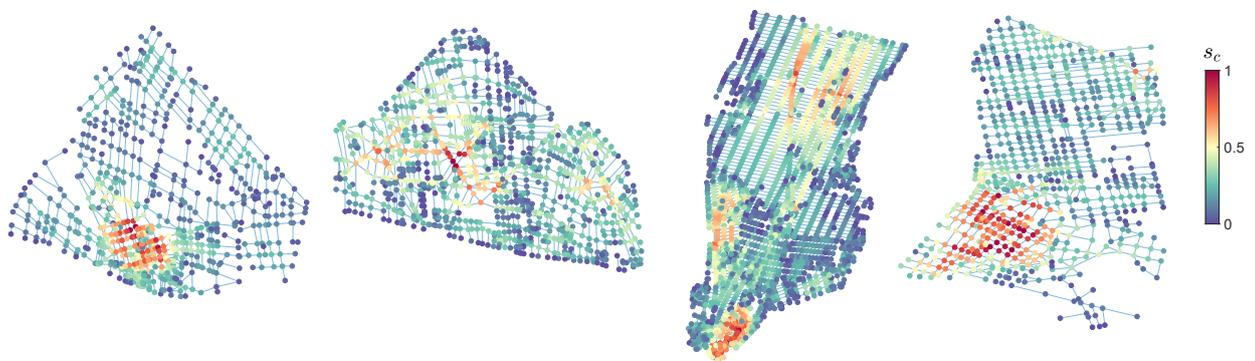


Figura 2.29: Somma pesata di centralità diretta e centralità inversa a 90° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

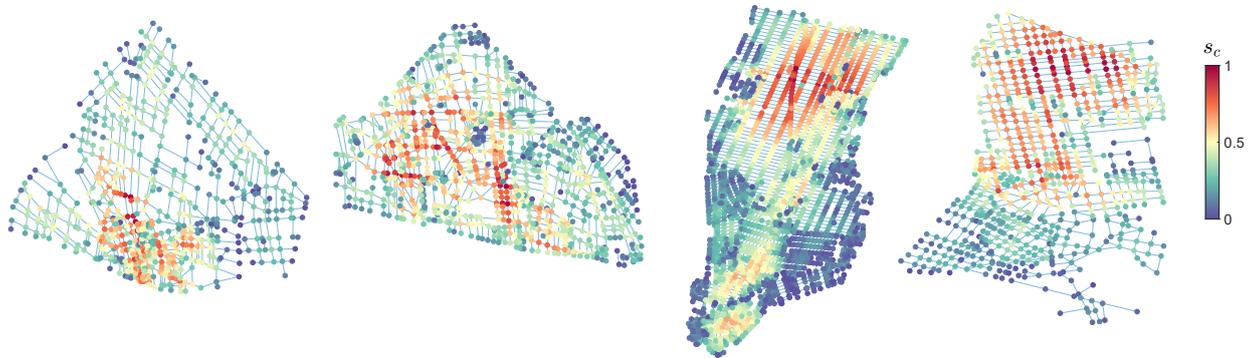


Figura 2.30: Somma pesata di centralità diretta e centralità inversa a 135° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.



Figura 2.31: Somma pesata di centralità diretta e centralità inversa a 180° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

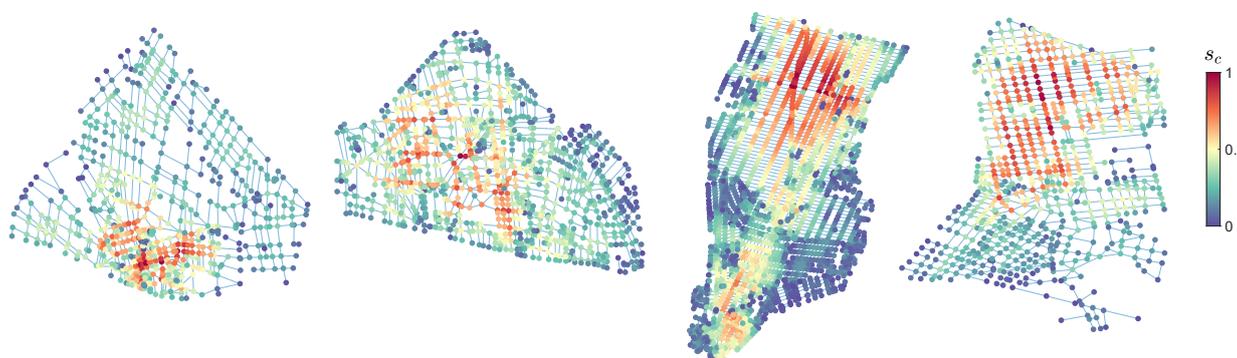


Figura 2.32: Somma pesata di centralità diretta e centralità inversa a 225° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.



Figura 2.33: Somma pesata di centralità diretta e centralità inversa a 270° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

Grazie alle mappe di s_c rappresentate da Fig. 2.27 a Fig 2.34, l'utente possiede tutte le informazioni utili per il monitoraggio della qualità dell'aria nella rete urbana. Nel caso della dispersione di una sostanza tossica in un nodo della rete urbana, le mappe

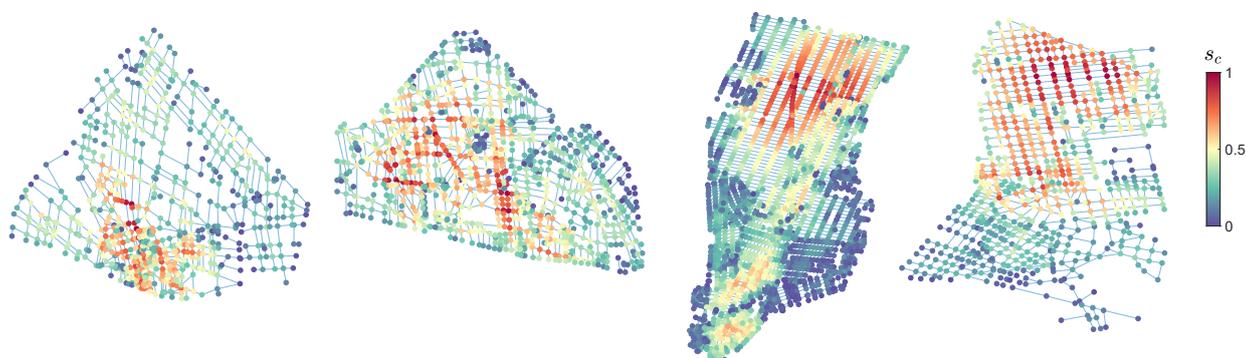


Figura 2.34: Somma pesata di centralità diretta e centralità inversa a 315° per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

di centralità diretta permettono di individuare quali aree della rete devono essere isolate tramite vincoli urbanistici (es. vegetazione, barriere stradali). Le mappe di centralità inversa forniscono indicazioni riguardo le aree che rappresentano un bersaglio per la sostanza inquinante dispersa. Le mappe di s_c , insieme a quelle che rappresentano le classi di vulnerabilità, consentono quindi all'utilizzatore di individuare sia la pericolosità che la sensibilità delle aree della rete urbana, permettendo la pianificazione di un sistema per il monitoraggio della qualità dell'aria.

A questo punto è necessario indagare quali sono i fattori che influenzano i valori di centralità diretta e inversa nei nodi della rete per comprendere la motivazione della presenza di aree più vulnerabili di altre.

Capitolo 3

Influenza dei parametri geometrici e topologici sulla centralità

3.1 Definizione e validazione dei parametri

Nel Capitolo 1 è stato definito il concetto di centralità diretta per i nodi della rete urbana. Grazie all'introduzione della metrica di centralità di Eq. 1.28 e della definizione del peso di attraversamento del link di Eq. 1.29, è stato possibile calcolare la centralità del reticolo urbano e mettere in evidenza le aree più pericolose della rete attraverso le mappe di centralità diretta. Il medesimo procedimento è stato utilizzato nel Capitolo 2, dove è stata definita la centralità inversa per l'individuazione dei nodi più sensibili della rete. Si è osservato che in generale, le aree caratterizzate da maggiore centralità diretta, ossia quelle più pericolose, non coincidono con quelle caratterizzate da maggiore centralità inversa, ossia quelle più sensibili. A questo punto della trattazione si ritiene necessario capire come la struttura della città e le caratteristiche fisiche del problema influenzano la propagazione della sostanza inquinante, cioè quali sono le quantità che incidono sul calcolo della centralità.

Si inizia considerando le quantità che sono presenti nella definizione del costo di propagazione w_{ij} di Eq. 1.29. Il costo w_{ij} è funzione della geometria del canyon stradale, in particolare della lunghezza L , dell'altezza H e della velocità di trasferimento della massa

di inquinanti verso l'atmosfera sopra il livello del tetto u_d e lungo l'asse longitudinale u_{st} della strada. Studi precedenti ([2]) hanno mostrato che le velocità coinvolte in questo problema possono essere parametrizzate come funzione dell'intensità del vento, del coseno $\cos(\theta)$ dell'angolo compreso tra la direzione del vento e quella della strada, della geometria del canyon stradale (H , L e larghezza W) e della rugosità aerodinamica delle pareti degli edifici [2]. Si assumono costanti l'intensità del vento e la rugosità aerodinamica. Con tale ipotesi i parametri geometrici del singolo canyon stradale rilevanti per il calcolo della centralità risultano essere l'altezza degli edifici H , la lunghezza del canyon L , la larghezza del canyon W e il $\cos(\theta)$.

E' più complesso capire come la geometria dell'intera rete è legata alla centralità dei singoli nodi. Per fare questo, è necessario considerare le informazioni racchiuse negli 'shortest path' e nell'insieme dei nodi raggiungibili dalla sorgente per la centralità diretta, o dei nodi da cui si può raggiungere il ricettore per la centralità inversa. Tali informazioni dipendono dal modo in cui i link sono interconnessi e dalle diverse orientazioni che la rete urbana può assumere al variare della direzione del vento incidente sulle strade. I parametri ricercati sono quindi parametri di natura topologica.

L'analisi viene inizialmente svolta per il caso della centralità diretta e successivamente estesa al caso della centralità inversa.

Se si considera un nodo come sorgente di propagazione, si intuisce che il numero di collegamenti presenti nella sua area sottovento influenza la sua capacità di propagazione. Lo studio di ([2]) mostra come l'area sottovento di un generico nodo della rete possa essere definita come ' n -hop neighborhood' (vicinato), ossia l'area che comprende i nodi raggiungibili dal nodo attraverso un numero n di salti lungo i diversi link. Il numero n di salti è correlato a c_0/c_{th} , cioè il rapporto tra la concentrazione rilasciata alla sorgente e la soglia di concentrazione scelta. All'aumentare del rapporto c_0/c_{th} , il processo di propagazione coinvolgerà un'area più ampia. In questo problema il numero di salti n è stato posto pari a 8, in quanto questo valore ottimizza la correlazione nel modello di regressione presentato successivamente.

A seguito della definizione dell'area sottovento, si introduce il parametro topologico k che rappresenta il numero di link presenti nell'area sottovento del nodo considerato. Per tenere conto in maniera più esaustiva della struttura della rete e dell'interconnessione tra i link, Lo studio di [2] mostra come l'area sottovento è necessario definire un secondo

indicatore, l'indice di 'branching' (ramificazione) b , come media dell'outdegree dei nodi che appartengono al vicinato.

$$b = \frac{1}{m} \sum_{i \in \mathcal{N}} \sum_{j \in \mathcal{M}} A_{ij}. \quad (3.1)$$

I parametri che sono stati considerati sono di due tipi: geometrici, relativi alle singole strade, e topologici, relativi al vicinato. Poiché la centralità è una metrica relativa al vicinato interessato dal fenomeno di dispersione, si riconducono i parametri geometrici H , L e W all'intero vicinato. Per fare ciò, si considera la media dei valori assunti dai nodi appartenenti al vicinato, in quanto è sensato ipotizzare che le caratteristiche geometriche dei canyon stradali in un vicinato siano omogenee. Per l'orientazione delle strade θ la media non è esaustiva e si decide di introdurre anche la deviazione standard σ del $\cos(\theta)$.

Per verificare l'effettiva influenza di questi sulla centralità, è stata eseguita un'analisi di regressione non lineare, con il modello:

$$C_{pred} = \alpha \cdot L^\beta \cdot H^\gamma \cdot W^\delta \cdot \Theta^\epsilon \cdot K^\xi \cdot b^\eta \cdot (1 - \sigma)^\lambda. \quad (3.2)$$

Lo scopo della regressione è trovare i coefficienti da α a λ che restituiscano i medesimi valori di centralità calcolati nel Capitolo 1. La grandezza restituita dal modello viene chiamata centralità predetta.

Per il calcolo dei coefficienti da α a λ è stata utilizzata una tecnica basata sui minimi quadrati, che minimizza la somma dei quadrati dei residui tra il valore della centralità calcolata e il valore della centralità predetta. In Fig. 3.1 si riporta lo scatter plot che mostra la correlazione tra i valori di centralità calcolati nel Capitolo 1 e i valori di centralità predetti.

Si osserva una buona correlazione tra i dati, con un coefficiente di determinazione R^2 pari all'80%. Questo suggerisce che la capacità di propagazione di un nodo della rete urbana dipende principalmente dai parametri geometrici e topologici considerati.

Si desidera comprendere quali di questi parametri sono i più influenti nella regressione effettuata. Per questo scopo è stato utilizzato un algoritmo presentato in [2]. Si inizia considerando un modello di regressione a un solo parametro e si ricerca quale tra i parametri introdotti permette di ottenere un valore di R^2 maggiore. Dopo aver fissato il primo

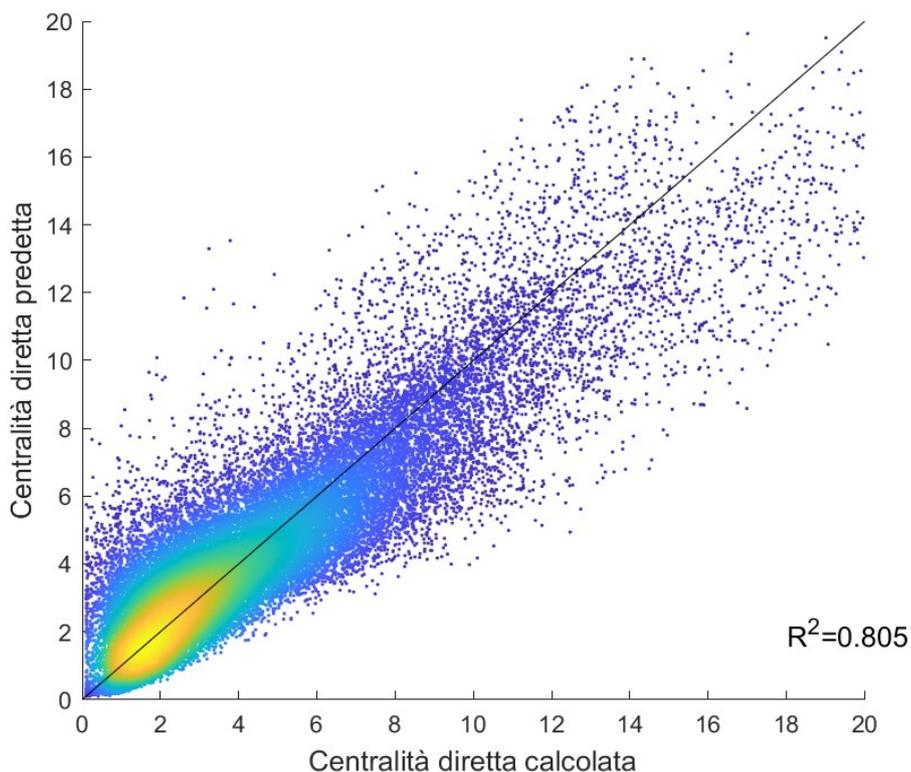


Figura 3.1: Correlazione tra centralità diretta calcolata e centralità diretta predetta.

parametro, lo stesso procedimento è ripetuto con un modello a 2 parametri e a seguire con modelli a n da 3 fino a 8 parametri fino a ottenere il modello di Eq. (3.2). I cerchi rossi in Fig. 3.2 mostrano il valore che R^2 assume grazie all'inserimento del parametro indicato all'interno del modello.

Per confermare l'andamento ottenuto, si effettua un'analisi complementare, ossia si verifica l'eliminazione di quale parametro comporta una maggiore diminuzione sul valore di R^2 [2]. Fissato tale parametro, il procedimento viene ripetuto per i parametri restanti. L'andamento del valore di R^2 è mostrato grazie ai triangoli blu. Entrambe le analisi evidenziano il ruolo principale di k e σ , in quanto è evidente da Fig. 3.2 che più del 60% della variazione totale di R^2 è determinato da questi due parametri. L'influenza dei parametri geometrici è minore e tra questi il contributo di H è il più rilevante. La topologia assume quindi un ruolo cruciale nella dinamica della propagazione di una sostanza inquinante in

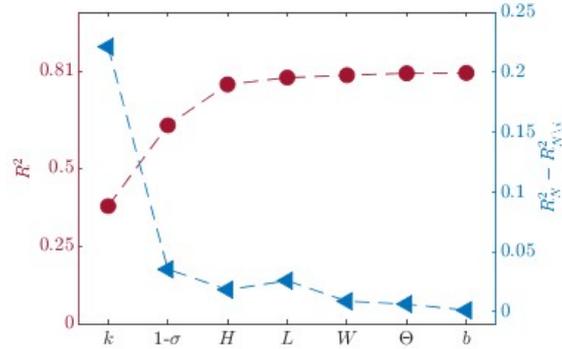


Figura 3.2: Andamento del valore di R^2 al variare della presenza dei parametri del modello per il caso di centralità diretta.

un reticolo urbano.

Lo stesso procedimento è stato effettuato per il caso della centralità inversa. In questa analisi la definizione dei parametri geometrici rimane la medesima ma è stato necessario modificare il calcolo del vicinato del nodo. Il vicinato è stato costruito sulla base dei link entranti nel nodo, definendo l'area sopravento. Di conseguenza, anche il calcolo di k è stato implicitamente modificato. Per il parametro b è stata considerata la media sui valori di indegree dei nodi del vicinato, valutando, in questo modo, il numero di link entranti in un nodo.

I parametri geometrici e topologici considerati garantiscono una buona predizione dei valori di centralità inversa, come visibile in Fig. 3.3. Si specifica che il modello non lineare utilizzato è il medesimo del caso della centralità diretta, riportato in Eq. (3.2). I coefficienti restituiti dal calcolatore sono uguali a quelli del caso diretto, così come il valore di R^2 . In Fig. 3.4, si riporta l'andamento del valore di R^2 al variare della presenza dei diversi parametri. Anche in questo caso si osserva che k e σ mostrano una maggiore influenza sul valore della centralità rispetto agli altri parametri.

Grazie all'osservazione riportata in precedenza, secondo cui i coefficienti del modello per la centralità diretta coincidono con quelli del modello per la centralità inversa, è stato possibile applicare il medesimo modello alla somma pesata s_c . L'espressione del modello diventa:

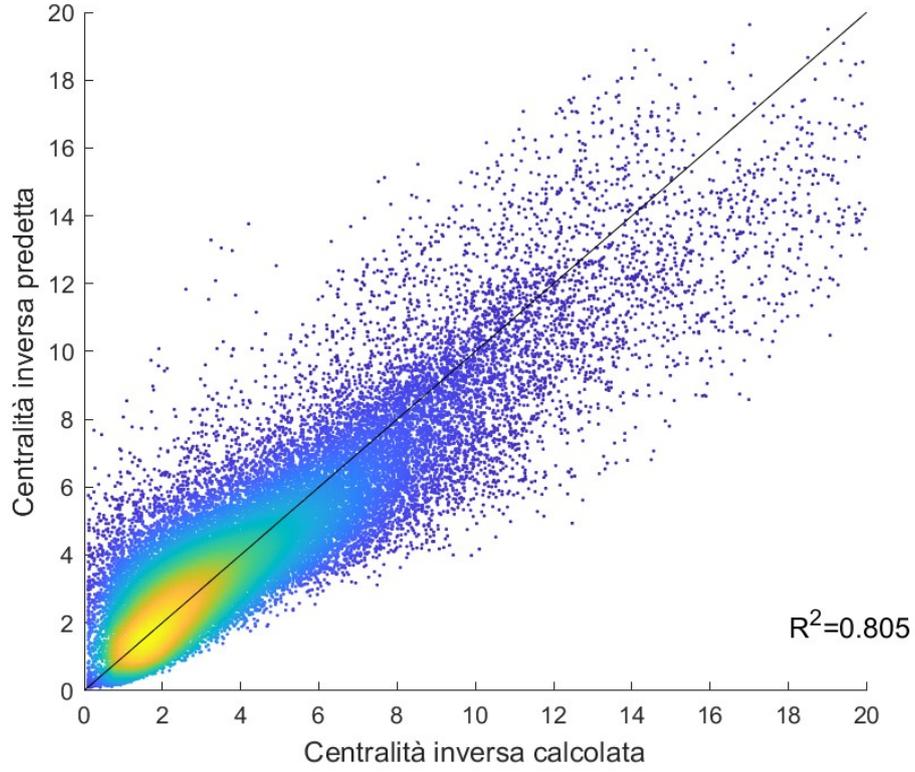


Figura 3.3: Correlazione tra centralità inversa calcolata e centralità inversa predetta.

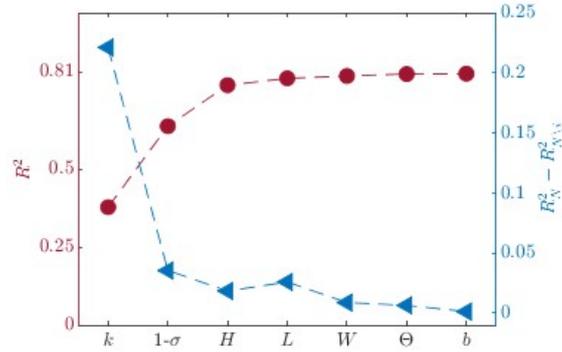


Figura 3.4: Andamento del valore di R^2 al variare della presenza dei parametri del modello per il caso di centralità inversa.

$$s_{c,pred} = 0.5 \alpha \cdot L_d^\beta \cdot H_d^\gamma \cdot W_d^\delta \cdot \Theta_d^\epsilon \cdot K_d^\xi \cdot b_d^\eta \cdot (1-\sigma)_d^\lambda + 0.5 \alpha \cdot L_i^\beta \cdot H_i^\gamma \cdot W_i^\delta \cdot \Theta_i^\epsilon \cdot K_i^\xi \cdot b_i^\eta \cdot (1-\sigma)_i^\lambda. \quad (3.3)$$

In Fig. 3.5 si riporta lo scatter plot che mostra la correlazione tra i valori di s_c calcolati nel Capitolo 2 e i valori di s_c predetti.

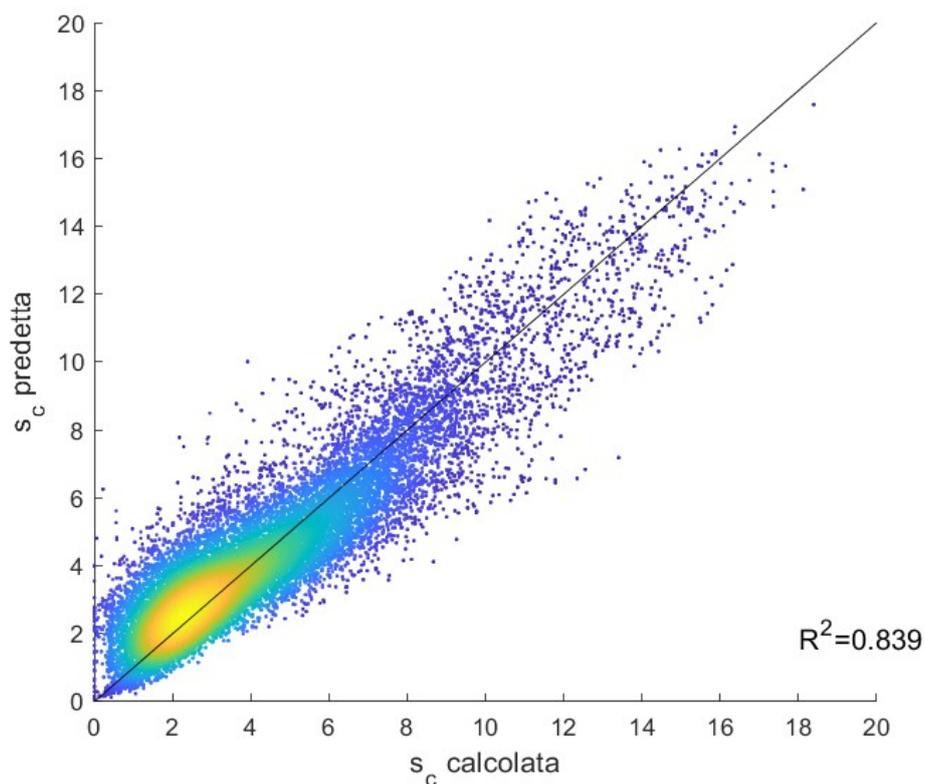


Figura 3.5: Correlazione tra s_c calcolata e s_c predetta.

Si osserva una buona correlazione tra i dati, con un coefficiente di determinazione R^2 pari all'84%. Questo suggerisce che il modello di Eq. 3.3 è adeguato alla predizione di s_c e che questa grandezza dipende principalmente dai parametri geometrici e topologici considerati, per la centralità diretta e inversa.

3.2 Mappe a confronto

I parametri geometrici e topologici vengono calcolati per ogni nodo della rete urbana secondo le definizioni introdotte in Sezione 3.1. Per visualizzare i valori che questi assumono all'interno del reticolo urbano, si riportano le mappe che rappresentano gli stessi parametri su scala graduata da Fig. 3.6 a Fig. 3.8. Si sceglie di mostrare le mappe dei parametri più influenti nella regressione riportata in Sezione 3.1, ovvero k , σ e H per la centralità diretta e per la centralità inversa. In particolare si considera l'angolo $\Phi = 135^\circ$ in quanto, in questo scenario urbanistico, le aree che presentano alti valori dei parametri sono maggiormente visibili. Si specifica che, se il vicinato di un nodo risultasse vuoto, il valore di alcuni parametri topologici e geometrici (es. σ) restituito dal calcolatore sarebbe 'NaN'. In questo caso nella mappa tale nodo è rappresentato come un quadrato blu.

Si osserva che le aree che mostrano alti valori dei parametri sono differenti per il caso di centralità diretta e quello di centralità inversa, come mostrato per le centralità nel Capitolo 2. Questo diverso comportamento deriva dal fatto che i parametri nel generico nodo i sono stati calcolati come media (per k e H) e deviazione standard (per σ) dei valori che il parametro assume nei nodi appartenenti al suo vicinato, come riportato in Sezione 3.1. Una variazione della metrica di centralità comporta una differente definizione del vicinato, che nel caso di centralità diretta è il vicinato sottovento, mentre nel caso di centralità inversa è quello sopravvento.

In Fig. 3.6 si osserva che le aree con alti valori di k per centralità diretta si trovano a monte delle aree con alti valori di k per centralità inversa rispetto alla direzione di incidenza del vento. Questo comportamento coincide con quello osservato per le due centralità (Fig. 2.12). Il vicinato di un generico nodo sorgente s , nel caso di centralità diretta, coincide con l'area in cui tale nodo è in grado di propagare la sostanza inquinante.

Il vicinato di un generico nodo ricevitore r , nel caso di centralità inversa, coincide con l'area dalla quale tale nodo è in grado di ricevere la sostanza inquinante. Quindi, all'interno della stessa rete, i link uscenti, inclusi in un vicinato per il caso di centralità diretta, corrisponderanno ai link entranti, inclusi in un vicinato per il caso di centralità inversa. Questo comportamento è motivato dal fatto che la centralità diretta calcolata per una certa direzione di incidenza del vento Φ coincide con la centralità inversa calcolata per una direzione di incidenza del vento uguale ed opposta $\Phi + 180^\circ$, come visto in Sezione 2.1. Si comprende che tale comportamento, osservato per le due centralità, è da ricondurre al comportamento del parametro k .

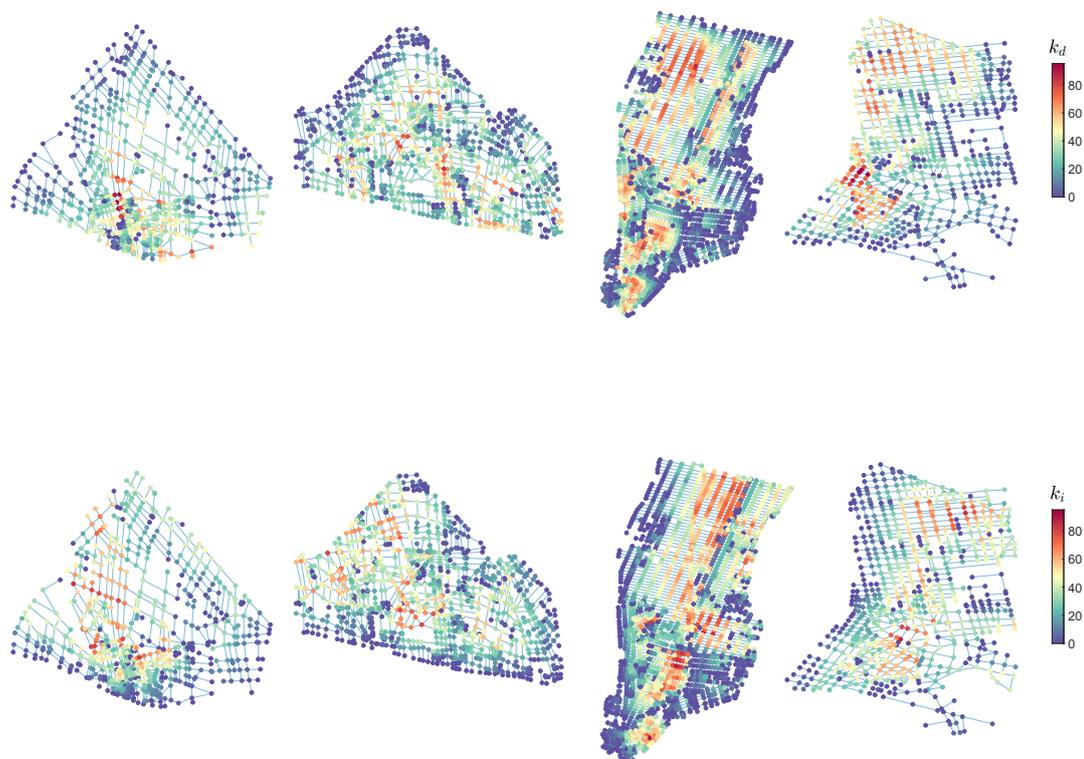


Figura 3.6: Mappa che rappresenta il parametro k a 135° , per la centralità diretta (sopra) e per la centralità inversa (sotto), nelle città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

Da Fig. 3.7 si osservano ampie zone in cui il parametro $1 - \sigma$ assume valori alti, per tutte le città considerate, sia per centralità diretta che per quella inversa. Inoltre è possibile osservare il medesimo comportamento riscontrato per il parametro k e per la centralità: le aree con alti valori di $1 - \sigma$ per centralità diretta si trovano a monte delle aree con alti valori di $1 - \sigma$ per centralità inversa rispetto alla direzione di incidenza del vento.

Da Fig. 3.8 si osserva che i valori di H maggiori vengono assunti dalla città di New York, per motivi urbanistici. In particolare, le aree con valori di H più alti si trovano nei quartieri Financial District e East Midtown.

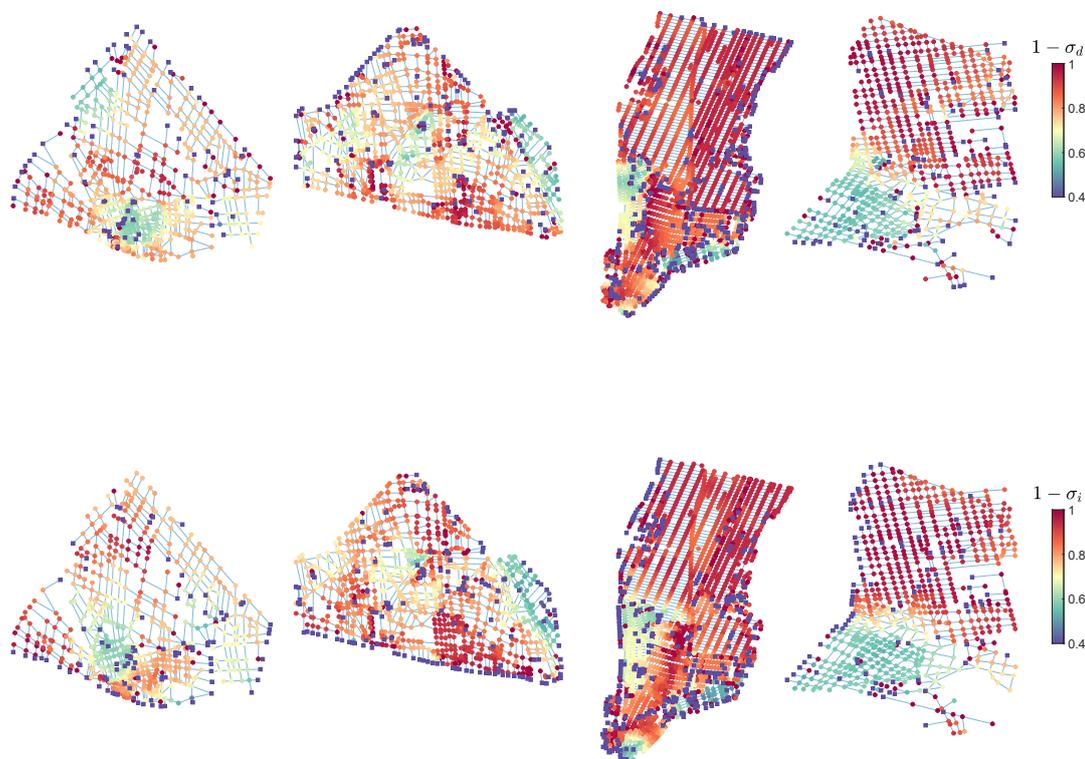


Figura 3.7: Mappa che rappresenta il parametro σ a 135° , per la centralità diretta (sopra) e per la centralità inversa (sotto), nelle città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

Si effettua un'analisi grafica per confermare la correlazione già trovata attraverso la regressione di Sezione 3.1. Con questo scopo, sono stati creati dei pannelli grafici per confrontare le aree delle mappe in cui la centralità e i parametri assumono i valori maggiori. La città scelta per questa analisi è New York poiché presenta un'orientazione delle strade piuttosto uniforme. In Fig. 3.9 e Fig. 3.10 si riportano i pannelli per l'angolo $\Phi = 135^\circ$ per il caso di centralità diretta e per quello di centralità inversa.

Dal pannello di Fig. 3.9 si osserva che i nodi appartenenti alle aree più pericolose (evidenziate con un cerchio rosso) mostrano valori dei parametri k , $1 - \sigma$ e H alti. La corrispondenza migliore è quella tra centralità e parametro k . Questo conferma il comportamento del modello di regressione, da cui era emerso che tale parametro è fondamentale per la qualità della predizione. Le medesime considerazioni possono essere effettuate per

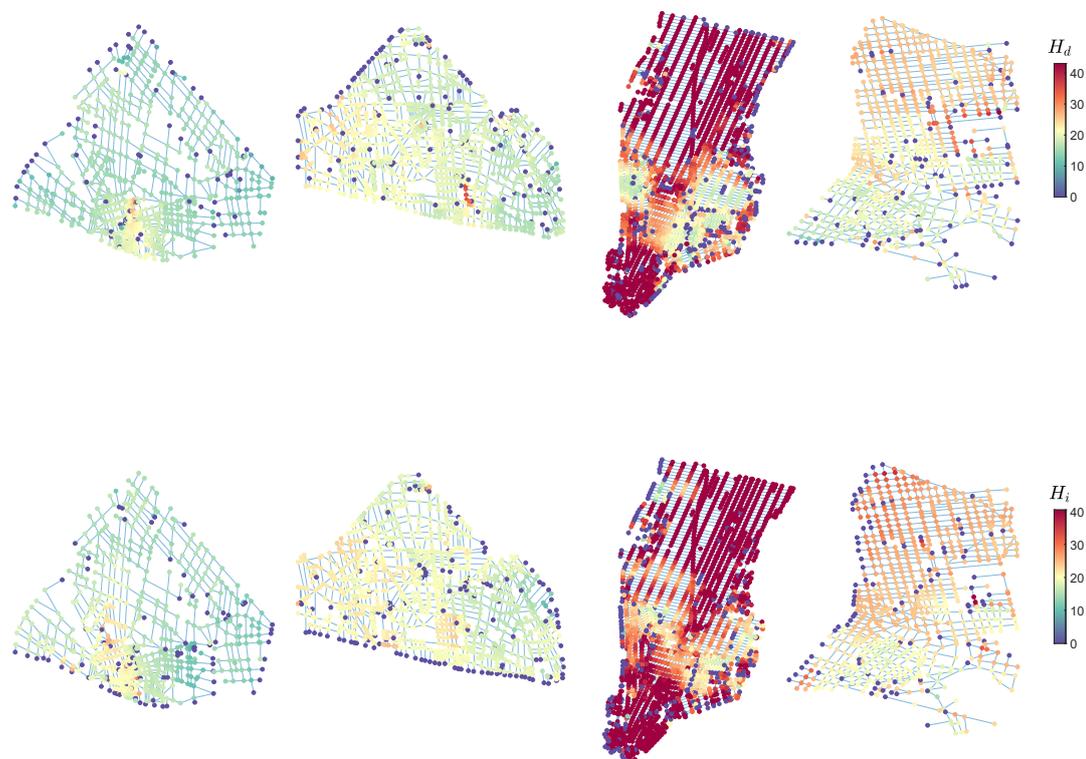


Figura 3.8: Mappa che rappresenta il parametro H a 135° , per la centralità diretta (sopra) e per la centralità inversa (sotto), nelle città di Firenze, Parigi, New York e Lione.

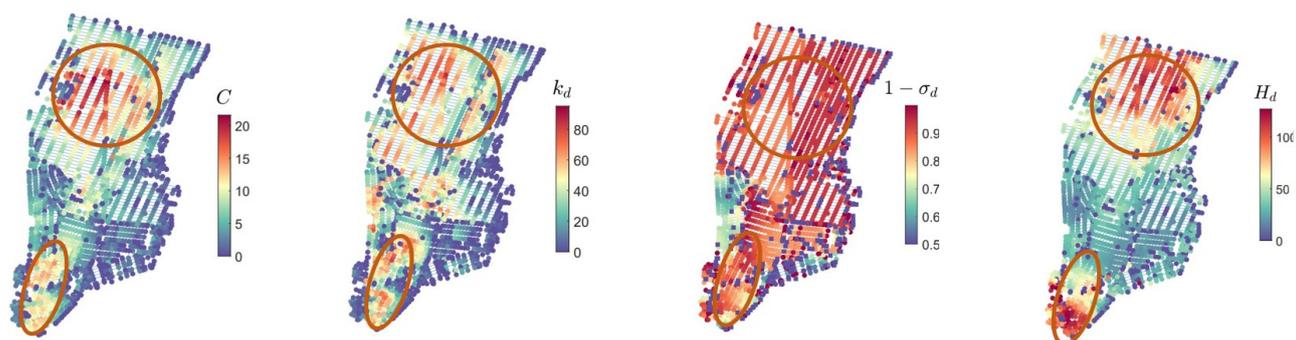


Figura 3.9: Relazione tra valori di centralità diretta e valori dei parametri a 135° .

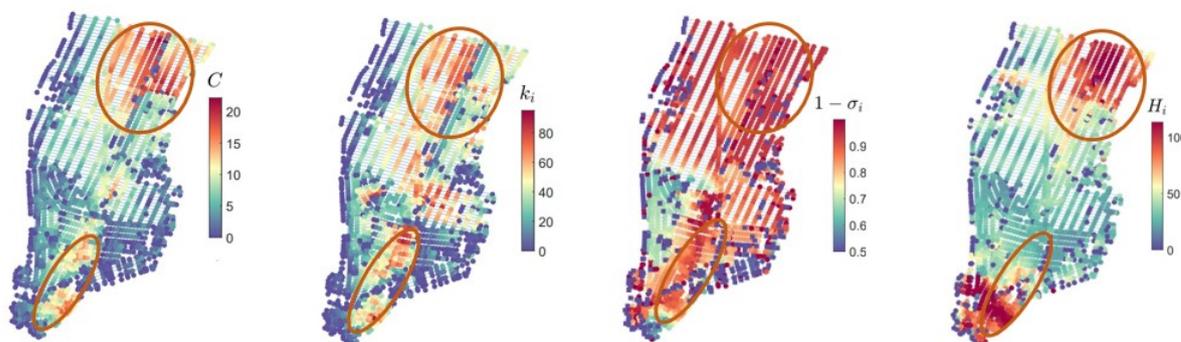


Figura 3.10: Relazione tra valori di centralità inversa e valori dei parametri a 135° .

il caso della centralità inversa, dal pannello di Fig. 3.10.

Nel caso del parametro $1 - \sigma$, sono visibili aree molto ampie in cui i nodi assumono il valore massimo. Questo comportamento è da ricondurre allo scenario urbanistico in oggetto. Considerando l'angolo $\Phi = 135^\circ$ e un'orientazione delle strade regolare, il $\cos(\theta)$ (dove θ è l'angolo tra la direzione della strada e quella del vento) è pressoché uguale per tutte le strade. Pertanto, la deviazione standard del $\cos(\theta)$, σ , è bassa e il parametro $1 - \sigma$ è alto in zone ampie della rete urbana [2]. Tale scenario si verifica in quanto il vento incide su tutte le strade quasi con lo stesso angolo. Un'intensità del vento paragonabile in un'area urbana in cui le strade presentano proporzioni simili favorisce la diffusione della sostanza inquinante, che è in grado di raggiungere vastissime aree della rete [2].

Infine si effettua un'analisi grafica complementare per verificare la relazione, riscontrata nel modello di regressione in sezione 3.1, tra i valori di somma pesata delle centralità s_c e i parametri k , $1 - \sigma$ e H . Si riporta il pannello grafico di Fig. 3.11 in cui è possibile confrontare le aree delle mappe in cui la somma pesata e i parametri assumono i valori minori. La città scelta per questa analisi è New York poiché presenta un'orientazione delle strade piuttosto uniforme.

Dal pannello di Fig. 3.11 si osserva che i nodi appartenenti alle aree più sicure e meno sensibili (evidenziate con un cerchio azzurro) mostrano valori dei parametri k , $1 - \sigma$ e H generalmente bassi.

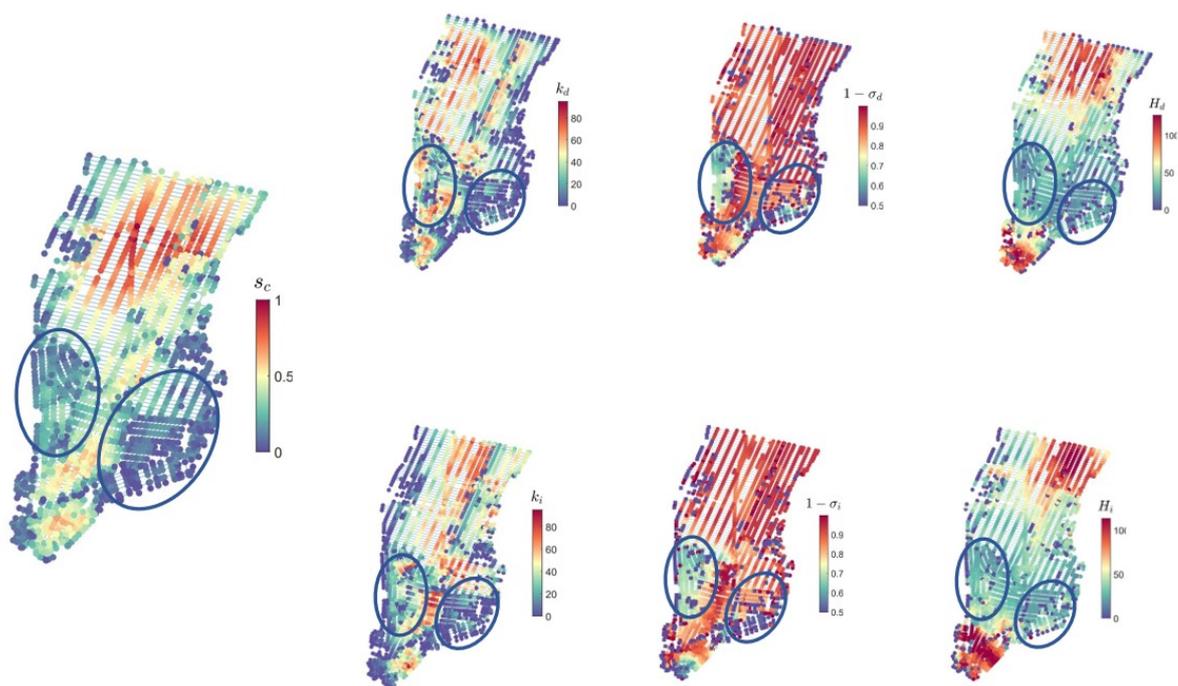


Figura 3.11: Relazione tra valori di somma pesata s_c e valori dei parametri a 135° .

Attraverso la determinazione dei parametri topologici e geometrici è stato possibile introdurre un modello non lineare che restituisce i valori di centralità in funzione di essi. Tale modello risulta il medesimo per centralità diretta e inversa. Grazie a questa osservazione è stato possibile applicare il modello alla somma pesata della centralità s_c , ottenendo buona corrispondenza tra i valori calcolati e quelli predetti dal modello. Successivamente è stato effettuato uno studio sul valore di R^2 del modello per determinare i parametri più influenti nella predizione della centralità. L'influenza di tali parametri è stata confermata attraverso uno studio grafico delle mappe della centralità e dei parametri considerati. Un'analisi grafica complementare è stata effettuata per la somma pesata s_c e da questa analisi è stata confermata la relazione tra s_c e i parametri. In conclusione, la topologia risulta essere il fattore che maggiormente influisce sui valori di centralità assunti dai nodi della rete. Il numero di collegamenti presenti nel vicinato di un nodo è strettamente legato alla capacità di dispersione e alla sensibilità di tale nodo. Anche la relazione tra l'orientazione delle strade del vicinato del nodo e la direzione di incidenza del vento (espressa in σ) riveste un ruolo fondamentale nella determinazione della centralità. Le caratteristiche

geometriche assumono importanza minore e fra queste prevale il parametro H .

Capitolo 4

Il problema inverso

4.1 Introduzione al problema inverso

La modellazione inversa viene considerata un metodo di stima in quanto il suo utilizzo è legato alla previsione dei parametri mancanti di un sistema fisico o matematico. Una delle prime definizioni è fornita nel 1976 dal matematico Joseph B. Keller: “Due problemi sono inversi, l’uno dell’altro, se la formulazione dell’uno implica tutta o parte della soluzione dell’altro”. Questa definizione mette in evidenza la relazione che intercorre tra problemi inversi e diretti. La modellazione diretta permette di prevedere gli effetti a partire dalla conoscenza delle cause, attraverso la modellazione dell’evoluzione dei fenomeni fisici reali. Al contrario, la modellazione inversa permette di risalire alle cause a partire dai loro effetti.

Nel campo dell’inquinamento atmosferico il metodo inverso permette di caratterizzare le cause, ossia la sorgente, a partire dai loro effetti, le misurazioni delle concentrazioni a livello dei recettori [9]. La ricerca di una soluzione per i problemi inversi nel campo di emissioni di inquinanti è argomento d’interesse per un’ampia gamma di settori. Nei siti industriali è fondamentale localizzare emissioni spurie a livello del suolo [10] mentre, al di sotto del livello del suolo, risulta interessante indagare la storia della contaminazione degli acquiferi.

La soluzione del problema inverso è stata trattata con differenti intenti e metodi. Inizialmente l’attenzione è stata posta sulla quantificazione del tasso di emissione della sorgente contaminante, utilizzando una rete fissa di misuratori di concentrazione, ottenuta tramite un modello di traiettoria Lagrangiana [11]. Un ulteriore approccio è stato mostrato da

[14] che ha utilizzato un modello stocastico Lagrangiano retrogrado nel tempo per stimare il tasso di emissione di una sorgente distribuita su una superficie continua soggetta a turbolenza orizzontalmente omogenea. Un caso di studio correlato è quello che tenta di caratterizzare i tassi di molteplici fonti le cui posizioni sono conosciute a priori ([12], [10]).

Successivamente la ricerca si è focalizzata sulla determinazione della posizione della sorgente. Jeremic e Nehorai [7] hanno determinato la posizione fisica del punto sorgente utilizzando una rete statica di rilevatori di concentrazione. La dispersione della sostanza inquinante è stata modellata considerando esclusivamente un meccanismo di diffusione e la posizione della sorgente è stata determinata tramite un metodo di massima similitudine. Successivamente il modello è stato perfezionato con l'introduzione dell'advezione [8]. La stima della posizione della sorgente è stata ottenuta grazie a una soluzione analitica del problema di diffusione-advezione unitamente a un approccio ai minimi quadrati.

In seguito, un ulteriore metodo è stato introdotto a partire dalla considerazione che le misurazioni di concentrazione sono affette da errori. In questo scenario si inserisce l'utilizzo della statistica Bayesiana [13] che permette di considerare nel modello gli errori, ossia le differenze tra le misurazioni reali e i dati restituiti dal modello. In particolare, l'inferenza Bayesiana viene applicata per trovare la funzione di densità di probabilità dei parametri della sorgente (posizione e tasso di emissione) dato un insieme di misure di concentrazione. Più recentemente, in risposta agli elevati costi computazionali dei precedenti metodi, è stato proposto l'utilizzo di metodi di ottimizzazione (attualmente studiato presso École Centrale de Lyon). Secondo tali metodi, le caratteristiche della sorgente, posizione e tasso di emissione, rappresentano i parametri che minimizzano la funzione di costo che esprime la differenza tra i dati restituiti dal modello e le misurazioni della concentrazione. Fra questi metodi, che si basano su un miglioramento iterativo della soluzione, si annoverano il metodo del gradiente coniugato e quello di Newton.

Nella Sezione 4.2 viene proposta una nuova metrica basata sulla soluzione del problema inverso, in particolare alla stima della posizione della sorgente. La metrica proposta è stata ideata con scopo di studiare la posizione ottimale di sensori per una rete di monitoraggio della qualità dell'aria.

4.2 Descrizione del metodo di risoluzione per una coppia di ricettori

In questa trattazione, il problema inverso corrisponde al problema di ricerca della posizione del nodo sorgente all'interno della rete. L'intento è quello di fornire un metodo di risoluzione del problema in cui il modello di dispersione utilizzato e la relativa precisione possono essere scelti dall'utilizzatore. Per questo motivo, per utilizzare tale metodo è richiesta unicamente la conoscenza della matrice che contiene i rapporti tra le concentrazioni di sostanza inquinante per tutte le combinazioni di nodo ricettore e nodo sorgente. Tale matrice è restituita dal modello di dispersione utilizzato e, in combinazione ai valori di concentrazione rilevati ai misuratori, contiene tutte le informazioni necessarie per la soluzione del problema.

All'interno della trattazione del problema inverso, ci si propone di indagare la posizione più opportuna in cui collocare i misuratori di concentrazione di inquinante. Si desidera trovare l'insieme (coppia, tripletta, ...) di nodi ricettori che consentano una migliore individuazione della sorgente. Si precisa che, a seguire, il modello di dispersione utilizzato è quello riportato nel Capitolo 1. Si riporta un breve riepilogo.

Come visto nel Capitolo 1, le reti complesse sono costituite da un insieme di entità, i nodi, che interagiscono tra loro e le interazioni tra essi sono rappresentate da i link. In una rete urbana, i link rappresentano i canyon stradali, mentre i nodi rappresentano l'intersezione tra le strade. La città è rappresentata come un grafo di strade lungo le quali avviene il trasporto della sostanza inquinante. Nella trattazione del problema diretto [2], era stato studiato il comportamento del fronte inquinante all'interno del canyon stradale tramite un modello di advezione-diffusione unidimensionale (1.1). In particolare, a seguito dell'emissione di una sostanza inquinante da una sorgente posta all'inizio della strada, la concentrazione di sostanza alla fine della strada è:

$$c_L = c_0 \exp\left(\frac{-L u_d}{u_{st} H}\right) = \frac{c_0}{w}, \quad (4.1)$$

dove $w = \exp\left(\frac{-L u_d}{u_{st} H}\right)$ rappresenta il peso attribuito alla strada. Si osserva che, secondo tale modello, la concentrazione all'inizio della strada c_0 subisce un decadimento esponenziale lungo il canyon stradale.

Definito lo shortest path \mathcal{D} tra il nodo ricettore r e il nodo sorgente s , il rapporto tra la concentrazione al ricettore e la concentrazione alla sorgente è data da:

$$\frac{c_r}{c_s} = \prod_{(i,j) \in \mathcal{D}} \frac{1}{w_{ij}} = \exp \left(- \sum_{(i,j) \in \mathcal{D}} \ln w_{ij} \right). \quad (4.2)$$

Ciascun rapporto $\frac{c_r}{c_s}$ costituirà l'elemento di posizione (r, s) della matrice \mathbf{A} , ossia A_{rs} . La matrice \mathbf{A} è restituita dal modello diretto e racchiude i rapporti tra le concentrazioni per tutte le combinazioni di nodo ricettore e nodo sorgente. Le righe corrispondono agli n -ricettori e le colonne alle n -sorgenti.

In una notazione che include tutta la rete, $\mathbf{r} = \mathbf{A}\mathbf{u}$ in cui \mathbf{r} è il vettore che contiene la concentrazione ai nodi come ricettori e \mathbf{u} è il vettore che contiene la concentrazione ai nodi come sorgente.

L'intento di questo studio è determinare la posizione del nodo sorgente e al contempo identificare la posizione ottimale dell'insieme di nodi ricettori. Inizialmente l'ottimizzazione della posizione dell'insieme di ricettori viene studiata per il caso di una coppia di ricettori. A seguire, il problema verrà esteso al caso di un numero generico di ricettori.

4.2.1 Identificazione della sorgente con un modello ideale

In questa sottosezione si pone l'attenzione alla trattazione del problema inverso nel caso in cui fossero presenti due soli nodi ricettori all'interno della rete urbana. Inizialmente si suppone che il modello restituisca una matrice \mathbf{A} con elementi privi di errore. In questo caso l'identificazione del nodo sorgente è univoca.

Si consideri un grafo composto da n nodi. La matrice \mathbf{A} apparterrà a $\mathbb{R}^{n \times n}$, i vettori \mathbf{r} e \mathbf{u} apparterranno a \mathbb{R}^n .

In questo caso, la concentrazione è nota in corrispondenza di due particolari ricettori, posizionati nei nodi a e b . Quindi le concentrazioni di tali ricettori saranno presenti nelle righe a e b del vettore \mathbf{r} e denominate r_a e r_b . Ipotizzando la presenza di un unico nodo sorgente, il vettore \mathbf{u} sarà costituito da elementi nulli ad eccezione di un unico elemento di valore costante non nullo u , in posizione ignota j .

Dalla rappresentazione di Figura 4.1 si osserva che la concentrazione al nodo ricettore a è data dal prodotto degli elementi appartenenti alla riga a della matrice A , evidenziati in

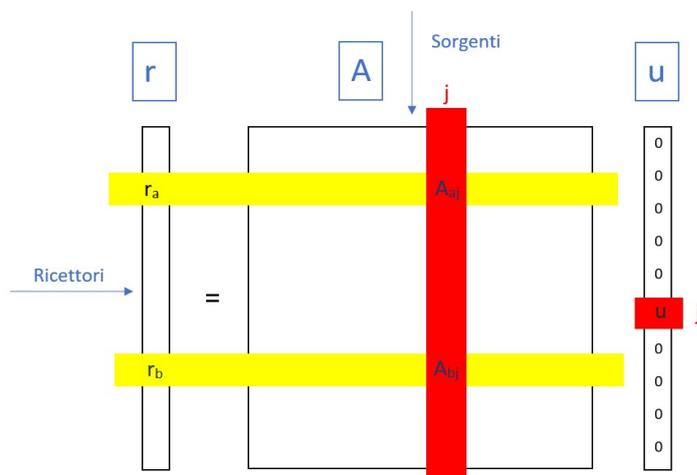


Figura 4.1: Rappresentazione del problema inverso in forma matriciale $\mathbf{r} = \mathbf{A}\mathbf{u}$.

colore giallo, e il vettore contenente le concentrazioni ai nodi sorgente \mathbf{u} con unico elemento non nullo in posizione j , evidenziato in colore rosso. Da tale osservazione si comprende che la j ricercata è quella tale per cui:

$$r_a = A_{aj}u_j \quad (4.3)$$

con $u_j = u$ di valore costante. La medesima condizione deve essere rispettata per il nodo ricettore in posizione b :

$$r_b = A_{bj}u_j \quad (4.4)$$

con $u_j = u$ di valore costante. In conclusione, il problema di ricerca della posizione della sorgente assume formulazione:

$$j : \begin{cases} \frac{r_a}{r_b} - \frac{A_{aj}}{A_{bj}} = 0 \\ A_{aj} \neq 0 \text{ e } A_{bj} \neq 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

con $j \in \{1, \dots, n\}$. Si precisa che la condizione $A_{aj} \neq 0$ e $A_{bj} \neq 0$ garantisce $(\frac{A_{aj}}{A_{bj}}) \in \mathbb{R}^+$.

4.2.2 Introduzione dell'errore nel modello

Come descritto all'inizio della sezione, gli elementi della matrice A sono restituiti dal modello diretto di dispersione. Per studiare uno scenario più realistico, si prevede che gli

elementi della matrice \mathbf{A} siano affetti da errore in quanto il modello può restituire imprecisioni.

Con l'introduzione dell'errore, non sarà più utilizzato solamente il rapporto $\frac{A_{aj}}{A_{bj}} \in \mathbb{R}^+$ per identificare il nodo sorgente ma sarà necessario studiare l'intervallo a cui tale rapporto appartiene, come visibile in Fig. 4.2. L'identificazione univoca del nodo sorgente non è più garantita e diventa rilevante individuare quale coppia di ricettori consente di identificare meglio il nodo sorgente. Per la selezione della coppia ottimale di nodi ricettori, sarà utilizzata una metrica che permette di definire l'incertezza sull'identificazione del nodo sorgente. La coppia ottimale risulterà quella in grado di minimizzare tale incertezza.

Si procede con la trattazione. L'errore restituito dal modello di dispersione è espresso come percentuale $\delta \in [0,1]$ dell'elemento A_{xj} . Quindi i rapporti tra gli elementi della matrice \mathbf{A} saranno espressi come:

$$\frac{A_{aj} \pm \delta A_{aj}}{A_{bj} \pm \delta A_{bj}}. \quad (4.6)$$

Con l'introduzione dell'errore, la condizione su j diventa:

$$j : \frac{r_a}{r_b} \in \frac{(1 \pm \delta)A_{aj}}{(1 \pm \delta)A_{bj}}. \quad (4.7)$$

Per esprimere esplicitamente tale condizione, è necessario definire l'intervallo in cui è contenuto il rapporto $\frac{A_{aj}}{A_{bj}}$. Per definire l'estremo sinistro e l'estremo destro di ciascun intervallo, si studiano i possibili valori che si ottengono con diverse combinazioni di errore. In particolare si possono ottenere $\frac{(1+\delta)A_{aj}}{(1+\delta)A_{bj}}$, $\frac{(1-\delta)A_{aj}}{(1-\delta)A_{bj}}$, $\frac{(1+\delta)A_{aj}}{(1-\delta)A_{bj}}$, $\frac{(1-\delta)A_{aj}}{(1+\delta)A_{bj}}$. Grazie a questa osservazione, il limite sinistro può essere definito come

$$\min_j \left(\frac{(1+\delta)A_{aj}}{(1+\delta)A_{bj}}, \frac{(1-\delta)A_{aj}}{(1-\delta)A_{bj}}, \frac{(1+\delta)A_{aj}}{(1-\delta)A_{bj}}, \frac{(1-\delta)A_{aj}}{(1+\delta)A_{bj}} \right) \quad (4.8)$$

e quello destro come

$$\max_j \left(\frac{(1+\delta)A_{aj}}{(1+\delta)A_{bj}}, \frac{(1-\delta)A_{aj}}{(1-\delta)A_{bj}}, \frac{(1+\delta)A_{aj}}{(1-\delta)A_{bj}}, \frac{(1-\delta)A_{aj}}{(1+\delta)A_{bj}} \right). \quad (4.9)$$

Per ipotesi, $A_{xj} \in \mathbb{R}^+$ con $x, j = 1, \dots, n$. Sotto questa condizione, il rapporto tra due grandezze decresce al diminuire del numeratore e all'aumentare del denominatore. Quindi l'estremo sinistro sarà dato da $m_{abj} = \frac{(1-\delta)A_{aj}}{(1+\delta)A_{bj}}$. In maniera complementare, il rapporto tra due grandezze appartenenti a \mathbb{R}^+ cresce all'aumentare del numeratore e al diminuire del denominatore. Quindi l'estremo destro sarà dato da $n_{abj} = \frac{(1+\delta)A_{aj}}{(1-\delta)A_{bj}}$.

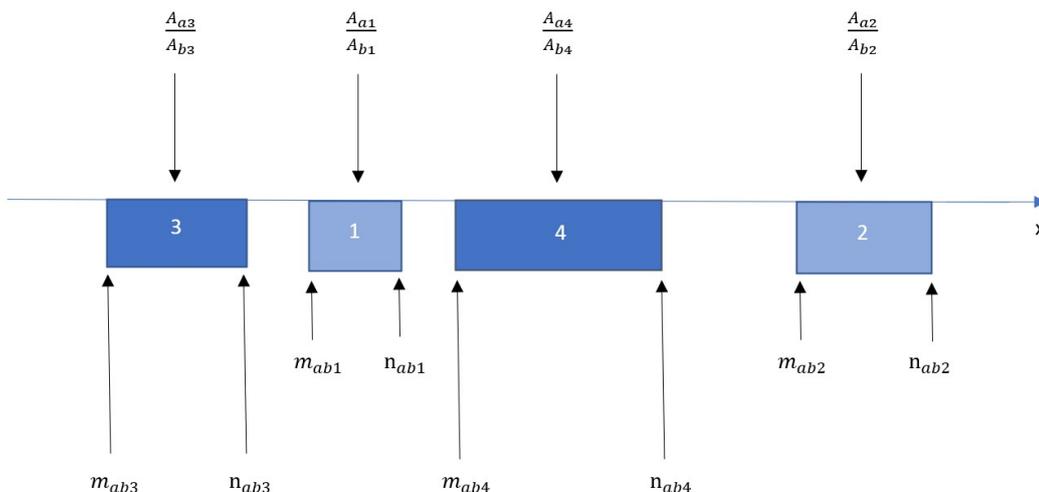


Figura 4.2: Rappresentazione degli intervalli di appartenenza dei rapporti $\frac{A_{aj}}{A_{bj}}$ per un grafo di $n = 4$ nodi.

In Figura 4.2 è rappresentanto tale scenario per un grafo composto da $n = 4$ nodi.

L'intervallo di appartenenza può essere espresso quindi come $[m_{abj}, n_{abj}]$. La condizione per l'indetificazione di j , posizione del nodo sorgente, diventa:

$$j : \begin{cases} \frac{r_a}{r_b} \in [m_{abj}, n_{abj}] \\ A_{aj} \neq 0 \text{ e } A_{bj} \neq 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

con $j \in \{1, \dots, n\}$.

4.2.3 Metrica dell'intervallo affidabile

Dopo aver definito il metodo per l'identificazione della posizione della sorgente, si procede interrogandosi su quale sia la migliore coppia di ricettori per la ricerca della posizione del nodo sorgente. La coppia ottimale di ricettori sarà quella che permetterà di minimizzare l'incertezza sull'identificazione della posizione della sorgente. Tale incertezza è legata all'incapacità di individuare a quale intervallo $[m_{abj}, n_{abj}]$ appartiene il rapporto $\frac{r_a}{r_b}$. In Figura [4.3] è mostrato uno scenario in cui è rappresentata graficamente tale incertezza.

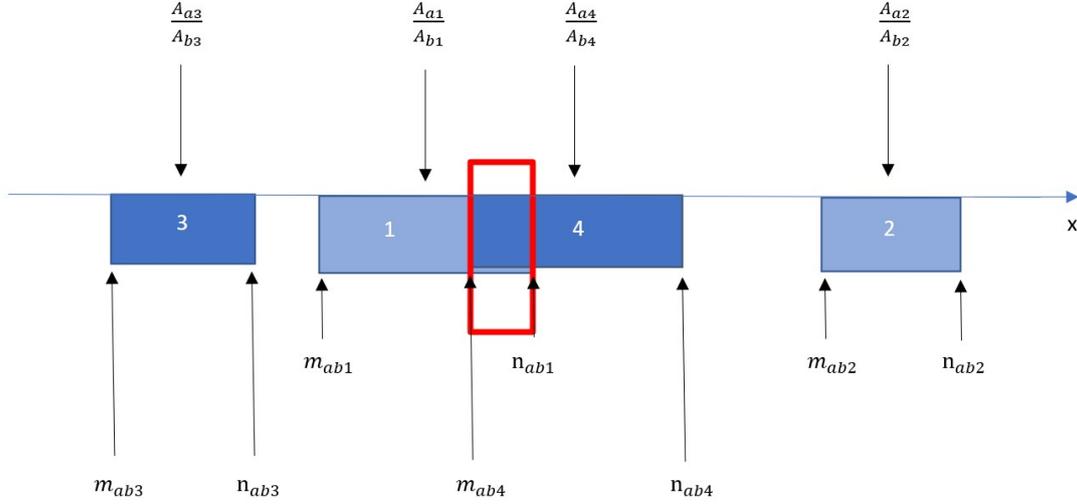


Figura 4.3: Scenario in cui è rappresentata l'incertezza sulla posizione della sorgente per un grafo di $n = 4$ nodi.

In Figura 4.3 l'intervallo in cui è presente incertezza è evidenziato con il colore rosso. All'interno di tale intervallo non è possibile comprendere se il rapporto $\frac{r_a}{r_b}$ appartiene all'intervallo $[m_{ab1}, n_{ab1}]$ o all'intervallo $[m_{ab4}, n_{ab4}]$. Da Fig. 4.3 è evidente che l'intervallo rosso rappresenta l'intersezione tra i due intervalli $[m_{ab1}, n_{ab1}]$ e $[m_{ab4}, n_{ab4}]$. Grazie a tale riflessione diventa chiaro che la precisione con cui è possibile individuare la posizione della sorgente, ad esempio $j = 4$, è legata alla porzione di intervallo $[m_{ab4}, n_{ab4}]$ libera da intervalli rossi, ossia da intersezioni tra diversi intervalli $[m_{abj}, n_{abj}]$. La porzione di intervallo $[m_{abj}, n_{abj}]$ libera da intervalli rossi viene denominata 'intervallo affidabile' e la sua ampiezza verrà utilizzata come metrica per la determinazione della migliore coppia di ricettori.

Per determinare l'ampiezza dell'intervallo affidabile, risulta utile costruire un vettore $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$ che contiene i rapporti $\frac{A_{aj}}{A_{bj}}$ ordinati in ordine di valore crescente

$$\mathbf{v} = \left[\min_{j=1:n} \frac{A_{aj}}{A_{bj}}, \dots, \max_{j=1:n} \frac{A_{aj}}{A_{bj}} \right]. \quad (4.11)$$

La posizione degli elementi all'interno del vettore \mathbf{v} sarà indicata da $i = 1 : n$. Come esempio, lo scenario di Figura 4.3 avrà:

$$\mathbf{v} = \left[\frac{A_{a3}}{A_{b3}}, \frac{A_{a1}}{A_{b1}}, \frac{A_{a4}}{A_{b4}}, \frac{A_{a2}}{A_{b2}} \right]. \quad (4.12)$$

Vengono costruiti due nuovi vettori \mathbf{s} e \mathbf{d} che contengono rispettivamente l'estremo sinistro m_{abj} e l'estremo destro n_{abj} di ogni $\frac{A_{aj}}{A_{bj}}$ ma secondo il nuovo ordinamento i .

Per individuare l'intervallo affidabile all'interno dell'intervallo $[s_i, d_i]$, è necessario riuscire a determinare i differenti intervalli rossi come intersezioni di intervalli $[s_i, d_i]$. L'intersezione tra intervalli corrispondenti a elementi consecutivi in \mathbf{v} avviene quando:

$$(s_{i+1} - d_i) < 0, \quad (4.13)$$

con $i = 1, \dots, n - 1$.

Per rendere completa la trattazione, si considera un ulteriore caso di sovrapposizione riportato in Figura 4.4.

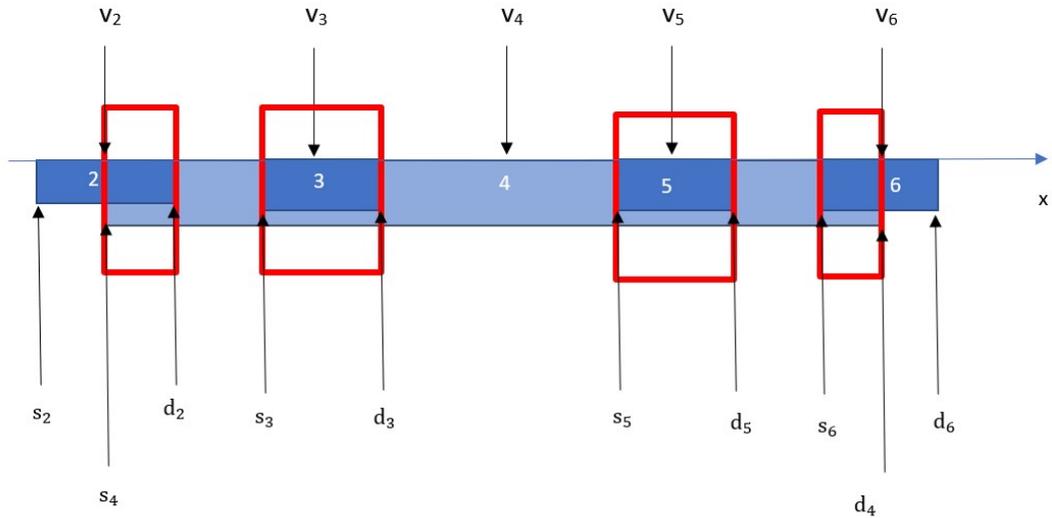


Figura 4.4: Scenario in cui è rappresentata una sovrapposizione concatenata di intervalli $[s_i, d_i]$.

Nello scenario di Fig. 4.4 si osserva che la sovrapposizione avviene tra intervalli corrispondenti a elementi non consecutivi in \mathbf{v} . Per trattare scenari di questa tipologia, si introduce un nuovo indice t che permette di considerare tutti gli intervalli successivi a i :

$$(s_{i+t} - d_i) < 0, \quad (4.14)$$

con $i = 1, \dots, n - 1$ e $t = 1, \dots, n - i$. In questo modo è possibile includere nella trattazione intervalli rossi concatenati.

In Figura [4.5] è mostrato un ulteriore scenario grazie al quale viene verificata la corrispondenza tra l'effettiva esistenza degli intervalli rossi e la condizione di Eq. (4.14).

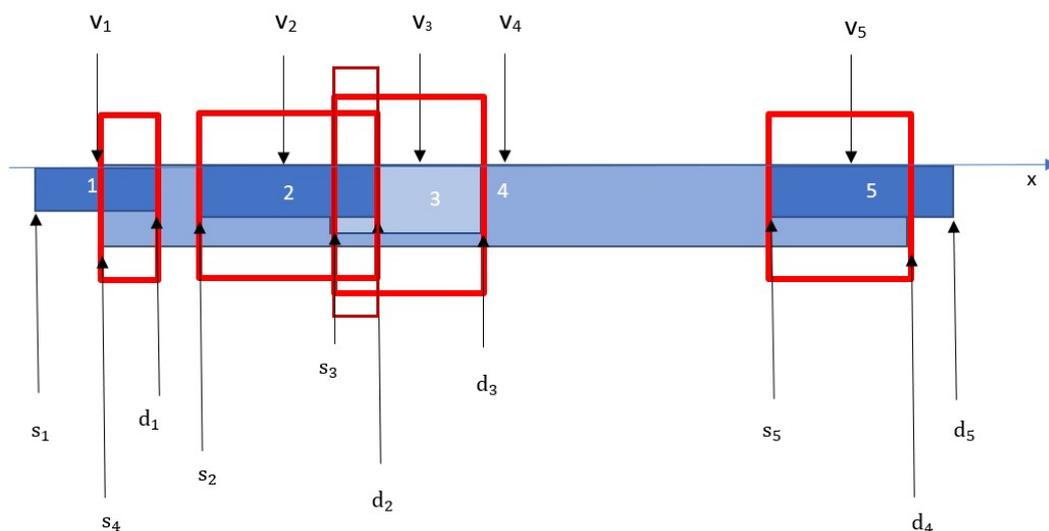


Figura 4.5: Scenario in cui è rappresentata una sovrapposizione concatenata di intervalli $[s_i, d_i]$.

In questo scenario è presente una notevole quantità di intersezioni tra gli intervalli $[m_{abj}, n_{abj}]$. In seguito, viene applicata la condizione di Eq. (4.14) per verificare che tutti gli intervalli rossi vengano individuati.

- $i=1$

$$(s_2 - d_1) > 0,$$

$$(s_3 - d_1) > 0,$$

$$(s_4 - d_1) < 0,$$

$$(s_5 - d_1) > 0,$$

- $i=2$

$$(s_3 - d_2) < 0,$$

$$(s_4 - d_2) < 0,$$

$$(s_5 - d_2) > 0,$$

- $i=3$

$$(s_4 - d_3) < 0,$$

$$(s_5 - d_3) > 0,$$

- $i=4$

$$(s_5 - d_4) < 0.$$

Si osserva che la condizione di Eq. (4.14) è in grado di cogliere tutti gli intervalli rossi presenti in Figura 4.5.

Per poter introdurre la metrica che definisce la coppia ottimale di ricettori, è inoltre necessario fornire una definizione dell'ampiezza degli intervalli $[s_i, d_i]$, evidenziati con il colore blu nella Fig. 4.2. L'ampiezza di ciascun intervallo blu sarà pari a

$$(d_i - s_i) \quad (4.15)$$

con $i = 1, \dots, n$.

Dopo aver determinato l'ampiezza dell'intervallo affidabile dell' i -esimo intervallo $[s_i, d_i]$, denominata I_i , è possibile determinare la percentuale di intervallo affidabile relativo all' i -esimo intervallo come rapporto tra l'ampiezza dell'intervallo affidabile e l'ampiezza dell'intervallo totale:

$$\mathcal{P}_i = \frac{I_i}{(d_i - s_i)}. \quad (4.16)$$

Per ottenere un'indice che rappresenti la precisione relativa all'identificazione del nodo sorgente per la coppia di ricettori a e b , si considera la sommatoria dei valori \mathcal{P}_i per gli i -esimi intervalli in cui il corrispondente $\frac{A_{aj}}{A_{bj}} \neq 0$, ossia per tutte le sorgenti j -esime individuabili: :

$$\mathcal{P} = \sum_i \mathcal{P}_i. \quad (4.17)$$

L'indice \mathcal{P} ci restituisce l'informazione relativa alla capacità della coppia di individuare, con precisione, la posizione della sorgente in cui avviene il rilascio di sostanza inquinante. Per effettuare un'analisi completa sulla bontà di una coppia di nodi nel ruolo di nodi ricettori, diventa necessario definire la porzione di rete urbana in cui la coppia sarebbe in grado di identificare il nodo sorgente in caso di dispersione a partire da essa. Questa porzione di rete urbana, denominata \mathcal{B} , risulta essere il bacino di influenza della coppia, ovvero l'insieme di nodi della rete che la coppia riesce a controllare in termini di individuazione del nodo sorgente. \mathcal{B} viene determinato come il numero di elementi non nulli di $\left\{ \frac{A_{aj}}{A_{bj}} \right\}_{j=1, \dots, n}$.

Con l'introduzione del nuovo indice \mathcal{B} , si osserva che la precisione sull'identificazione del nodo sorgente \mathcal{P} è relativa al numero di nodi che la coppia è in grado di controllare. Per

questo motivo si definisce nuovamente \mathcal{P} come

$$\mathcal{P} = \frac{\sum_i \mathcal{P}_i}{\mathcal{B}}. \quad (4.18)$$

Approfondimento

Si descrive brevemente l'algoritmo, creato per il calcolo dell'ampiezza degli intervalli affidabili.

Per ogni combinazione di righe a, b della matrice \mathbf{A} viene creato un vettore che contiene l'estremo sinistro e l'estremo destro dei rapporti $\frac{A_{aj}}{A_{bj}}$ con $j = 1, \dots, n$, ordinati per valore crescente.

Per calcolare l'ampiezza dell'intervallo affidabile di $[s_i, d_i]$, dal vettore creato precedentemente viene isolata la porzione del vettore contenuta tra s_i e d_i . Su ciascun elemento di tale vettore viene effettuata una ricerca per rilevare la presenza di intervalli rossi, ossia di sovrapposizione. Nel caso in cui la ricerca rilevi una zona di sovrapposizione, i valori contenuti tra i suoi estremi vengono eliminati dal vettore. Alla fine della ricerca, all'interno del vettore saranno presenti solamente le coordinate dell'intervallo affidabile. In questo modo è possibile calcolare l'effettiva ampiezza dell'intervallo affidabile di $[s_i, d_i]$.

4.2.4 Metrica sintetica per la miglior coppia di ricettori

Con la definizione dei due indici \mathcal{P} e \mathcal{B} , la metrica è in grado di fornire un'informazione in termini qualitativi e una in termini quantitativi della coppia di nodi nel ruolo di ricettori. Per poter selezionare le migliori coppie di nodi ricettori, si desidera definire un parametro che riassume il comportamento della coppia.

A questo scopo, si vogliono individuare le caratteristiche che una coppia dovrebbe avere per essere definita ottimale. Un valore alto dell'indice \mathcal{B} permetterebbe di avere il controllo su un'ampia porzione della rete urbana. Con il modello di dispersione utilizzato, però, un alto numero di rapporti $\frac{A_{aj}}{A_{bj}}$ provoca un notevole abbassamento della precisione sull'individuazione della sorgente, ovvero un abbassamento dell'indice \mathcal{P} . Per poter definire una coppia ottimale, è importante considerare anche la sua effettiva capacità di identificazione del nodo sorgente. Si osserva, però, che alti valori dell'indice \mathcal{P} sono ottenuti per bacini di controllo molto ridotti. Grazie a tale considerazione si decide di definire l'indice R_C come il prodotto di \mathcal{B}_n e di \mathcal{P} . Si precisa che \mathcal{B}_n rappresenta il bacino di influenza normalizzato,

ottenuto come rapporto tra \mathcal{B} e il numero totale di nodi della rete.

Con la definizione proposta, l'indice R_C risulterà molto piccolo nel caso in cui l'indice \mathcal{B}_n e/o l'indice \mathcal{P} siano molto piccoli. In entrambi i casi la coppia non potrebbe essere considerata ottimale in quanto trascurerebbe uno o entrambi gli aspetti della metrica.

Tale analisi è stata svolta su uno scenario reale e sarà riportata nel Capitolo 5 in Fig. 5.1.

4.2.5 Dall'informazione sulla coppia all'informazione sul nodo

La nuova metrica, sintetizzata nell'indice R_C , realizza un'analisi sufficientemente dettagliata dello scenario studiato e quantifica, attraverso gli indici \mathcal{B} e \mathcal{P} , la bontà di una coppia di nodi nel ruolo di ricettori.

A questo punto si desidera sapere se un singolo nodo risulta essere un buon nodo ricettore. Per ottenere tale informazione, è necessario indagare se le coppie in cui è presente tale nodo risultano essere delle buone coppie di nodi ricettori. In termini quantitativi, una coppia di nodi è definita buona come coppia di nodi ricettori se assume alti valori dell'indice R_C . Per questo motivo viene proposto l'inserimento di un nuovo indice, denominato R_N , dato dalla somma degli indici R_C delle coppie in cui è presente tale nodo:

$$R_N = \sum_{l \in \mathcal{L}} R_{C,l}, \quad (4.19)$$

dove \mathcal{L} è l'insieme degli indici l delle coppie in cui è presente tale nodo.

4.3 Estensione del metodo a una tripletta di ricettori

Per estendere il bacino di influenza, espresso dall'indice \mathcal{B} , si considera il caso in cui all'interno della rete urbana sia presente una tripletta di ricettori, posizionati nei nodi a , b , c . Una tripletta di nodi ricettori viene considerata come l'insieme delle coppie che si ottengono combinandone i nodi: la tripletta a , b , c è composta dalle coppie di nodi ab , bc , ac . Seguendo questo ragionamento, diventa chiaro come l'utilizzo di una tripletta di ricettori permette di rendere più ampio il bacino di influenza. Un nodo sorgente, infatti, può essere identificato, ovvero si trova all'interno del bacino di influenza, di tre coppie di nodi.

In questo caso la condizione per individuare j , ovvero la posizione del nodo sorgente, diventa:

$$j : \begin{cases} \frac{r_a}{r_b} \in [m_{abj}, n_{abj}] \\ \frac{r_b}{r_c} \in [m_{bcj}, n_{bcj}] \\ \frac{r_a}{r_c} \in [m_{acj}, n_{acj}] \\ A_{aj} \neq 0 \text{ e } A_{bj} \neq 0 \text{ e } A_{cj} \neq 0. \end{cases} \quad \text{con } j \in \{1, \dots, n\} \quad (4.20)$$

Lo scopo dell'utilizzo di una tripletta di nodi ricettori è, quindi, quello di espandere il bacino di influenza, grazie alle informazioni ottenute precedentemente per il caso delle coppie di ricettori. Si prosegue illustrando il metodo utilizzato per l'identificazione della tripletta ottimale.

Per assicurarsi che la tripletta sia caratterizzata dalla massima precisione possibile per ogni combinazione di nodi ricettori a , b e c , si seleziona la coppia che presenta indice \mathcal{P} maggiore. Per esempio, si supponga che tale coppia sia la coppia ab . Ai nodi appartenenti sia al bacino della coppia ab sia al bacino della coppia bc e/o ac , si assegna quindi il valore di \mathcal{P} della coppia ab . In questo modo, grazie alle misurazioni restituite dai sensori posizionati nei nodi a e b , la metrica sarà in grado di individuare la posizione della sorgente, con una precisione indicata da \mathcal{P} , come visto per il caso della coppia di nodi ricettori. Grazie all'utilizzo della tripletta possiamo attingere anche alle informazioni restituite dal sensore posizionato in c . In termini di metrica, questo significa che sarà possibile includere, all'interno del bacino di influenza della tripletta, anche i bacini di influenza delle coppie bc e ac .

A questo punto diventa chiaro che il bacino di influenza della tripletta risulta essere l'unione dei bacini di influenza delle tre coppie che la compongono.

L'indice R_T della tripletta viene definito come la somma degli indici R_C delle coppie che la costituiscono:

$$R_T = R_{C,ab} + R_{C,bc} + R_{C,ac}. \quad (4.21)$$

Si precisa che gli indici R_C delle singole coppie sono stati calcolati come il prodotto dell'indice \mathcal{P} e il valore dell'indice \mathcal{B}_n relativi a tale coppia. Il bacino di influenza della coppia

all'interno della tripletta può risultare differente rispetto al bacino della coppia considerata singolarmente. Seguendo l'esempio precedente, i bacini di influenza delle coppie bc e ac all'interno del bacino della tripletta avranno ampiezza minore in quanto alcuni nodi sono stati associati alla coppia ab , avendo essa un indice \mathcal{P} maggiore.

La definizione dell'indice R_T permette una classificazione delle triplette e l'identificazione delle triplette ottimali.

Come visto per il caso delle coppie nella Sezione 4.2.5, è possibile passare dall'informazione sulla tripletta all'informazione sul nodo grazie all'introduzione dell'indice R_N , definito come:

$$R_N = \sum_{l \in \mathcal{L}} R_{C,l}, \quad (4.22)$$

dove \mathcal{L} è l'insieme degli indici l delle triplette in cui è presente tale nodo.

4.4 Estensione del metodo a un insieme di n_R ricettori

Si desidera generalizzare il metodo per il caso a n_R nodi ricettori. Come per il caso delle triplette in Sezione 4.3, un insieme di nodi ricettori viene considerato come l'insieme delle coppie che si ottengono combinandone gli n_R nodi. Per questo caso la condizione su j diventa:

$$j : \begin{cases} \frac{R_g}{R_{g+t}} \in [m_{g(g+t)j}, n_{g(g+t)j}] \\ A_{gj} \neq 0 \end{cases} \quad \forall g \in \{1, \dots, n_R - 1\}, \forall t \in \{1, \dots, n_R - g\} \quad (4.23)$$

con $j \in \{1, \dots, n\}$. Il numero di equazioni che compongono la condizione su j è ottenuto come somma di un contributo restituito dal coefficiente binomiale

$$\binom{n_R}{2} = \frac{n_R!}{2!(n_R - 2)!}, \quad (4.24)$$

e del contributo delle n_R condizioni di disuguaglianza $A_{gj} \neq 0$.

Il metodo utilizzato per l'identificazione dell'insieme ottimale di nodi ricettori rimane il medesimo ma ripetuto per tutte le coppie che compongono l'insieme.

Capitolo 5

Disposizione ottimale di sensori: applicazioni

Nel Capitolo precedente è stato descritto il metodo di risoluzione del problema inverso, ossia il metodo utilizzato per l'identificazione del nodo sorgente. Successivamente è stata introdotta una nuova metrica con lo scopo di classificare l'insieme di nodi nel ruolo di ricettori. In questo Capitolo, la nuova metrica è stata applicata alle città di Firenze, Parigi, New York e Lione per coppie di nodi ricettori e alle città di Firenze e Lione per triplette di nodi ricettori. Dopo aver studiato il comportamento delle coppie, sono state create delle mappe per visualizzare graficamente i risultati restituiti dal modello.

5.1 Studio della disposizione ottimale di una coppia per una direzione del vento

Per iniziare, la metrica proposta è stata applicata a uno scenario in cui è presente una singola direzione di incidenza del vento. La direzione considerata è quella che si presenta con maggiore frequenza nella città in esame. Nella Tabella 5.1, vengono riportati i valori di frequenza delle 8 direzioni del vento studiate.

Si procede con l'analisi dei risultati per la città di Lione. In Fig. 5.1 è possibile osservare il comportamento di ciascuna coppia, rappresentata con un punto, in termini di bacino di influenza \mathcal{B}_n (sull'asse delle ascisse) e di percentuale di precisione sull'individuazione del

Tabella 5.1: Tabella contenente le frequenze percentuali delle diverse direzioni del vento per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione [1].

	FIRENZE	PARIGI	NEW YORK	LIONE
0°	10,38	16,03	12,09	11,48
45°	17,81	19,27	11,37	28,80
90°	13,43	14,59	11,58	3,09
135°	5,54	8,13	9,63	4,63
180°	9,84	15,49	8,96	9,33
225°	13,58	12,45	7,10	28,75
270°	18,26	7,48	22,08	3,49
315°	7,69	5,96	12,81	2,81

nodo sorgente \mathcal{P} (sull'asse delle ordinate).

Per osservare meglio la metrica proposta, viene esaminata la coppia rappresentata con un punto rosso in Fig. 5.1. Questa coppia presenta un bacino, ovvero un valore \mathcal{B}_n , molto ampio, pari al 48% della rete urbana, ma un valore basso di \mathcal{P} . Ciò significa che tale coppia è in grado di controllare un ampio bacino con una precisione molto bassa. Questo scenario viene rappresentato grazie alla mappa di Fig. 5.2 in cui i nodi rappresentati con quadratini rossi rappresentano i nodi ricettori, i nodi blu rappresentano i nodi del bacino con indice di precisione \mathcal{P} nullo, i nodi gialli rappresentano i nodi del bacino con indice di precisione $\mathcal{P} > 0$ e i nodi verdi rappresentano i nodi del bacino con massimo indice di precisione. Si osserva che il bacino di influenza è costituito principalmente da nodi di colore blu, ovvero da nodi che il modello non sarebbe in grado di identificare come sorgenti nel caso di una dispersione di inquinante. In conclusione, essa non risulta essere una coppia ottimale.

Si prosegue esaminando la coppia rappresentata con un punto verde in Fig. 5.1. Questa coppia presenta un bacino di influenza ridotto, pari al 5% della rete urbana ma un valore alto di \mathcal{P} , pari al 21%. Tale coppia è quindi in grado di controllare un bacino discreto ma

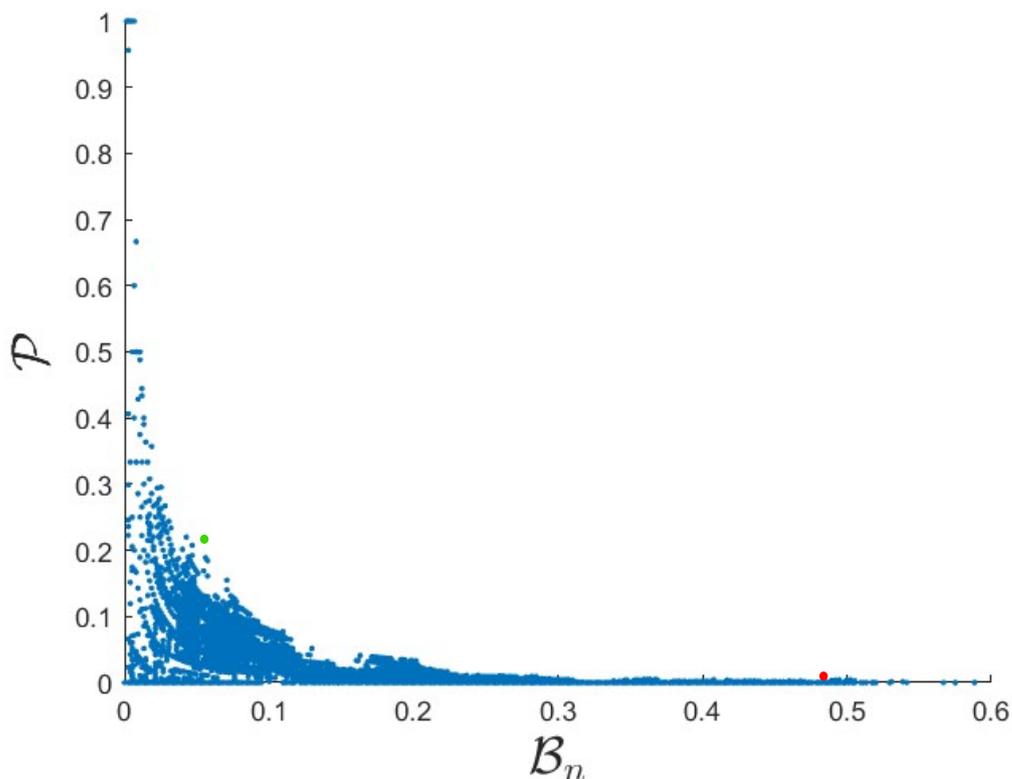


Figura 5.1: Le coppie vengono rappresentate come punti in un piano avente l'indice \mathcal{B}_n sull'asse delle ascisse e l'indice \mathcal{P} sull'asse delle ordinate, per la città di Lione con direzione del vento 45° .

con una precisione significativa. Questo scenario viene rappresentato grazie alla mappa di Fig. 5.3. Si osserva che una notevole quantità di nodi del bacino di influenza è caratterizzata da un indice $\mathcal{P} > 0$ o $\mathcal{P} = 1$. Questo significa che, se la dispersione di inquinante avvenisse in uno di questi nodi, il modello sarebbe in grado di identificare il nodo sorgente a partire dalle misurazioni di concentrazione restituite dai sensori posizionati nei due nodi ricettori.

Dal confronto tra Fig. 5.2 e Fig. 5.3 emerge che l'indice $R_C = \mathcal{B}_n \cdot \mathcal{P}$ è in grado di rappresentare, in termini numerici, la differenza tra i due scenari studiati.

Grazie all'introduzione dell'indice R_C è stato infatti possibile creare un ranking delle coppie di nodi nel ruolo di ricettori, ordinando le coppie per valore crescente di R_C . Per la città di Lione con direzione del vento a 45° la coppia che presenta il massimo valore di R_C

è quella rappresentata in Fig. 5.3 mentre la coppia rappresentata in figura 5.2 assume un valore dell'indice R_C basso.

Si prosegue con la medesima analisi per le città di Firenze, Parigi e New York. Nelle Fig. 5.4, 5.5, 5.6 si riportano i grafici che rappresentano il comportamento delle coppie in termini dell'indice \mathcal{B}_n e dell'indice \mathcal{P} . Si osserva che la distribuzione dei punti, ovvero delle coppie, nel piano è la medesima per tutte le città esaminate ma con valori dell'indice del bacino di influenza normalizzato e \mathcal{B}_n dell'indice di precisione \mathcal{P} differenti. Nelle mappe di Fig. 5.7, 5.8, 5.9 sono mostrate le coppie ottimali per le città di Firenze, Parigi e New York.

Come osservato in Fig. 5.3 per la città di Lione, i bacini di influenza delle città di Firenze, Parigi e New York sono costituiti da nodi caratterizzati da diversi valori di \mathcal{P}_i . Si osserva che i nodi ricettori si trovano sempre a valle del proprio bacino di influenza, rispetto alla direzione di incidenza del vento. Questo comportamento è quello atteso e già riscontrato nello studio della centralità nel Capitolo 2.

Si prosegue l'analisi riportando le mappe in cui è rappresentato l'indice R_N per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione, nella Fig. 5.10.

Si osserva che, per le città di Firenze, Parigi e Lione, la coppia ottimale, rappresentata in Fig. 5.7, 5.8, 5.3, appartiene a una zona della rete urbana che presenta un alto valore di R_N . Questo significa che i nodi appartenenti alla coppia ottimale sono, singolarmente, dei buoni nodi ricettori. La coppia ottimale per la città di New York, rappresentata in Fig. 5.9, appartiene a una zona della rete urbana che presenta un basso valore di R_N . Questo significa che la particolare combinazione di tali nodi restituisce il valore massimo dell'indice R_C ma in generale, tali nodi non formano coppie buone nel ruolo di coppie di nodi ricettori.

5.2 Studio della disposizione ottimale di una coppia per multiple direzioni del vento

Dopo aver applicato la metrica allo scenario con il vento avente un'unica direzione di incidenza, si desidera studiare uno scenario più realistico. Con questo scopo si suppone

che all'interno della rete urbana siano presenti venti con differenti direzioni di incidenza. In particolare si considera la presenza dei quattro venti con maggiore frequenza percentuale (da Tabella 5.1).

Per studiare tale scenario, il procedimento introdotto nella sottosezione precedente è stato inizialmente applicato a ognuna delle singole direzioni del vento selezionate. A questo punto, per ciascuna coppia di nodi ricettori e per ogni direzione del vento, sono disponibili i valori dell'indice del bacino di influenza normalizzato e dell'indice \mathcal{P} . Per descrivere lo scenario con molteplici direzioni del vento incidenti, l'indice \mathcal{B}_n è stato definito come media della somma pesata degli indici \mathcal{B}_n di ciascuna direzione del vento, dove i pesi sono le frequenze percentuali di ciascuna direzione del vento (da Tabella 5.1):

$$\mathcal{B}_n = \frac{w_{dir1}\mathcal{B}_{n,dir1} + w_{dir2}\mathcal{B}_{n,dir2} + w_{dir3}\mathcal{B}_{n,dir3} + w_{dir4}\mathcal{B}_{n,dir4}}{4}. \quad (5.1)$$

Allo stesso modo, per lo scenario con molteplici direzioni del vento incidenti, l'indice \mathcal{P} è stato definito come somma pesata degli indici \mathcal{P} di ciascuna direzione del vento, dove i pesi W sono le frequenze percentuali di ciascuna direzione del vento (da Tabella 5.1):

$$\mathcal{P} = w_{dir1}\mathcal{P}_{dir1} + w_{dir2}\mathcal{P}_{dir2} + w_{dir3}\mathcal{P}_{dir3} + w_{dir4}\mathcal{P}_{dir4}. \quad (5.2)$$

In Fig. 5.11 si riportano i grafici che rappresentano il comportamento delle coppie in termini dell'indice \mathcal{B}_n e dell'indice \mathcal{P} per le quattro città studiate. Si osserva la presenza di punti, ossia coppie, con un bacino ampio e un'alta precisione sulla determinazione della sorgente. Da un'analisi approfondita dei risultati si osserva che tali coppie tendono a presentare un indice \mathcal{B}_n alto per una o più direzioni del vento e un indice \mathcal{P} alto, relativo a un bacino di influenza ridotto, per le restanti direzioni del vento.

Come per il caso con singola direzione del vento, il ranking delle coppie di nodi come ricettori viene calcolato ordinando le coppie per valore crescente di $R_C = \mathcal{B}_n \cdot \mathcal{P}$. E' necessario sottolineare che, con le definizioni introdotte per gli indici \mathcal{B}_n e \mathcal{P} , il modello non effettua alcun controllo sull'ampiezza del bacino di influenza della coppia, selezionata come ottimale, per la singola direzione del vento. E' stato osservato che spesso le coppie ottimali presentano bacini molto ampi per due direzioni del vento e bacini estremamente ridotti per le restanti direzioni. Successivamente è proposta un'estensione per lo studio di questo scenario in cui è stata imposta una soglia sugli indici \mathcal{B}_n e \mathcal{P} .

Si prosegue l'analisi riportando le mappe in cui è rappresentato l'indice R_N per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione, nella Fig. 5.12.

Per le città di New York e Lione si osserva la presenza di zone sul bordo della rete con nodi caratterizzati da valori molto alti di R_N . Questo comportamento è legato alla particolare combinazione delle 4 direzioni del vento più frequenti. Come visibile in Fig. 5.1, le direzioni del vento più frequenti risultano essere, a coppie, simili tra loro (si discostano di 45°).

Si consideri, per esempio, lo scenario della città di Lione, rappresentato in Fig. 5.13, e, in particolare, la coppia di direzioni 0° e 45° . I nodi esterni appartenenti al versante nord, ovvero il versante opposto a quello su cui il vento con tali direzioni incide, risultano essere buoni ricettori per entrambe le direzioni. La medesima considerazione può essere effettuata per la coppia di direzioni 180° e 225° .

In conclusione, se le quattro direzioni più frequenti risultano simili tra loro, i nodi con maggiore R_N si concentrano in un'area ben definita, similmente allo scenario con unica direzione del vento di incidenza.

5.2.1 Estensione dello scenario con mutiple direzioni del vento

All'inizio di questa Sezione è stato sottolineato che il modello per lo scenario con multiple direzioni del vento non effettua alcun controllo sull'ampiezza del bacino di influenza della coppia, selezionata come ottimale, per la singola direzione del vento. Di conseguenza, le coppie ottimali presentano spesso bacini molto ampi per due direzioni del vento e bacini estremamente ridotti per le restanti direzioni. Tale risultato risulta coerente con l'impostazione del metodo ma si desidera proporre un'estensione del modello in cui, grazie all'introduzione di una soglia sugli indici \mathcal{B}_n e \mathcal{P} , la coppia ottimale presenti un bacino di influenza, seppur ridotto, per tutte le direzioni del vento considerate.

I risultati che vengono riportati nelle figure successive sono stati ottenuti imponendo una soglia minima sull'ampiezza del bacino di influenza pari al 10% del numero totale di nodi e una soglia minima di 10^{-5} sulla precisione relativa all'identificazione del nodo sorgente. Tali valori sono stati scelti arbitrariamente, con scopo esemplificativo, per ottenere una visualizzazione grafica dei risultati e possono essere modificati in base alle esigenze dell'utilizzatore.

Nelle Fig. 5.14, 5.15, 5.16, 5.17 si riportano le mappe delle città di Firenze, Parigi, New York e Lione in cui sono mostrati, con colori differenti, i bacini di influenza relativi alle

quattro direzioni del vento considerate. Si specifica che la direzione del vento più frequente è evidenziata in blu. Le restanti direzioni del vento, rispettivamente in verde, giallo e azzurro. I nodi della coppia ottimale sono rappresentati con un quadratino rosso.

5.3 Studio della disposizione ottimale di una tripletta per una direzione del vento

Come per il caso della coppia di sensori, riportato in Sezione 5.1, la metrica è stata applicata a uno scenario in cui è presente una singola direzione del vento. La direzione considerata è quella che si presenta con maggiore frequenza nelle città di Firenze e Lione. Si analizzano i risultati della città di Firenze. Nelle Fig. 5.18 e 5.19, sono riportate le mappe che mostrano i bacini di influenza della coppia ottimale e della tripletta ottimale per direzione di incidenza del vento 270° . I sensori sono rappresentati grazie a dei quadratini rossi. Nella mappa di Fig. 5.19, il bacino relativo alla coppia migliore, ovvero con indice R_C maggiore, è rappresentato in azzurro. I bacini relativi alle coppie rimanenti sono evidenziati in verde e giallo. Dal confronto tra le mappe è evidente che il bacino di influenza totale della tripletta, pari al 32%, è maggiore rispetto quello della coppia, pari al 23%. Si osserva che uno dei nodi ricettori, in particolare il numero 378, è presente sia all'interno della coppia ottimale che all'interno della tripletta ottimale.

Si prosegue esaminando i risultati della città di Lione per direzione di incidenza del vento 45° dalle mappe rappresentate nelle Fig. 5.20 e 5.21. La rappresentazione grafica è la medesima che è stata introdotta per la città di Firenze. Si osserva che i bacini evidenziati sono solamente due. Questo accade perchè i nodi del bacino della coppia con R_C minore appartengono anche al bacino della coppia migliore.

Dal confronto tra le mappe è evidente che, anche per la città di Lione, il bacino di influenza totale della tripletta ottimale, pari al 10%, è notevolmente maggiore rispetto quello della coppia ottimale, pari al 5%.

Nelle Fig. 5.22 e 5.23, vengono riportate le mappe in cui è rappresentato l'indice R_N per le città in esame. Confrontando tali mappe con quelle di Fig. 5.10, si osserva che i nodi che presentano un alto valore dell'indice R_N all'interno di coppie, presentano un

valore altrettanto elevato dell'indice R_N all'interno di triplette. Questo significa che i nodi che formano coppie ottimali di nodi ricettori, risulteranno buoni ricettori anche all'interno di una tripletta.

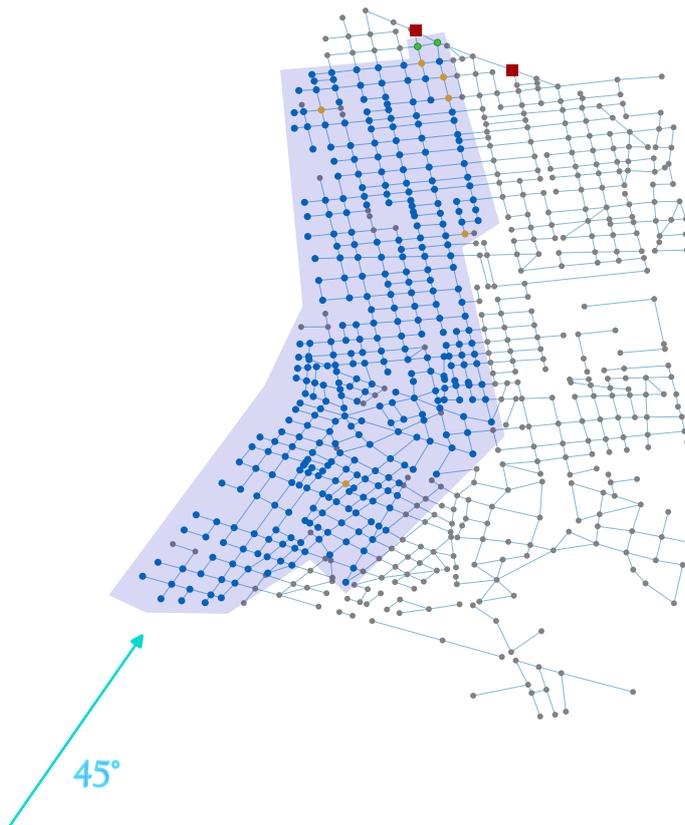


Figura 5.2: Rappresentazione della coppia di nodi ricettori (29 673), nella città di Lione con direzione del vento 45° . I quadratini rossi rappresentano i nodi ricettori, i cerchietti blu rappresentano i nodi del bacino di influenza con $\mathcal{P} = 0$, i cerchietti gialli rappresentano i nodi del bacino di influenza con $\mathcal{P} > 0$ e i cerchietti verdi rappresentano i nodi del bacino di influenza con $\mathcal{P} = 1$.

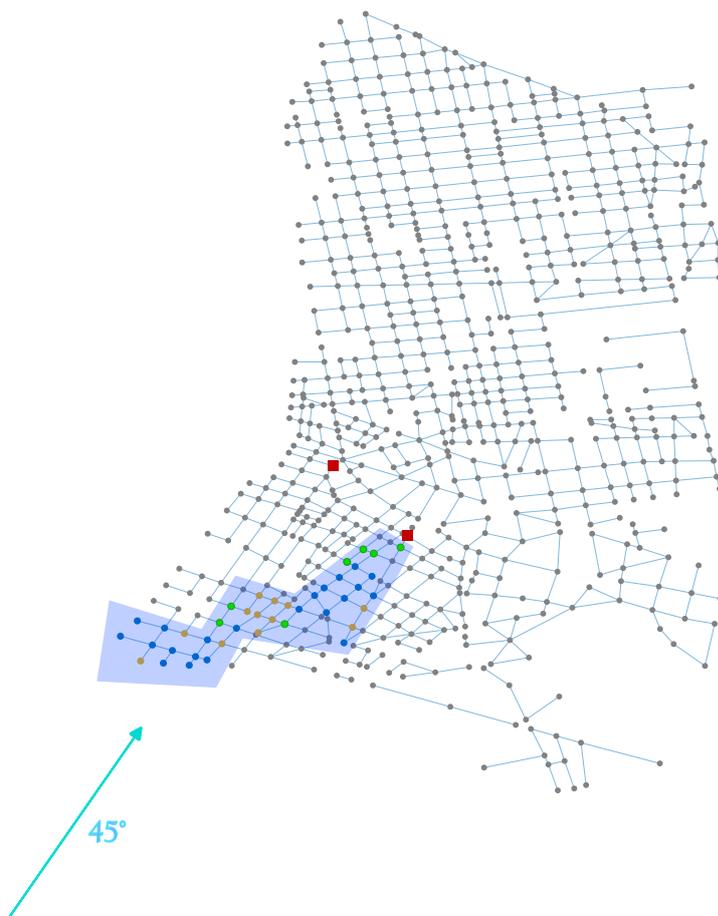


Figura 5.3: Rappresentazione della coppia di nodi ricettori (67 92), nella città di Lione con direzione del vento 45° . I quadratini rossi rappresentano i nodi ricettori, i cerchietti blu rappresentano i nodi del bacino di influenza con $\mathcal{P} = 0$, i cerchietti gialli rappresentano i nodi del bacino di influenza con $\mathcal{P} > 0$ e i cerchietti verdi rappresentano i nodi del bacino di influenza con $\mathcal{P} = 1$.

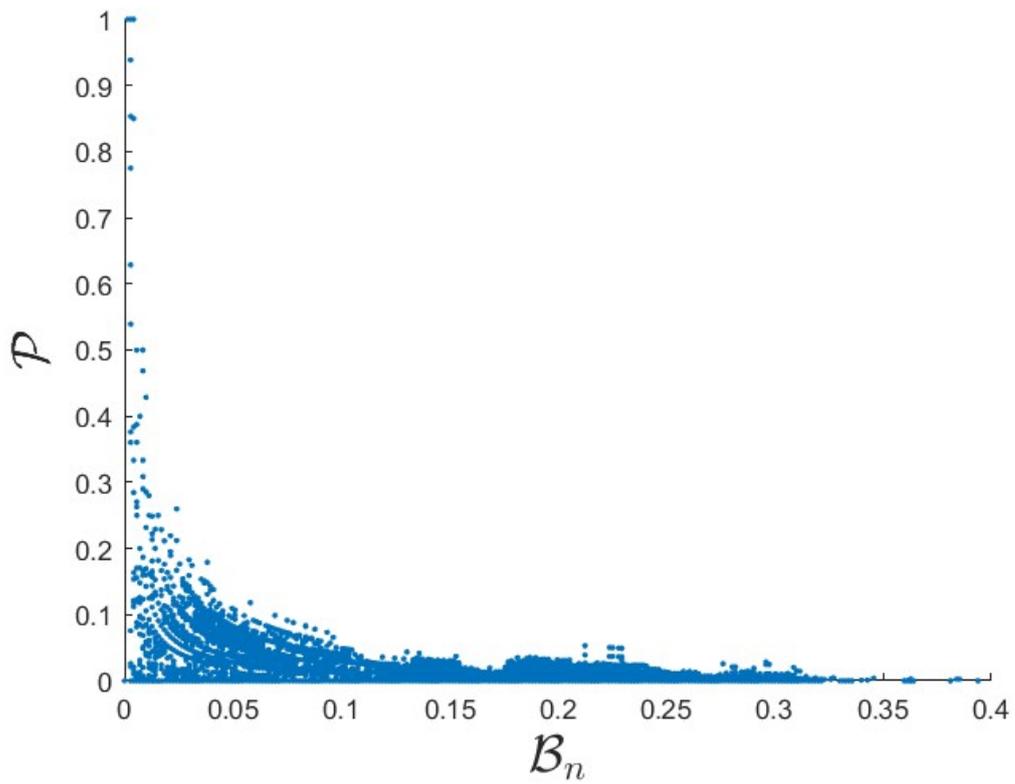


Figura 5.4: Le coppie vengono rappresentate come punti in un piano avente l'indice \mathcal{B}_n sull'asse delle ascisse e l'indice \mathcal{P} sull'asse delle ordinate, per la città di Firenze con direzione del vento 270° .

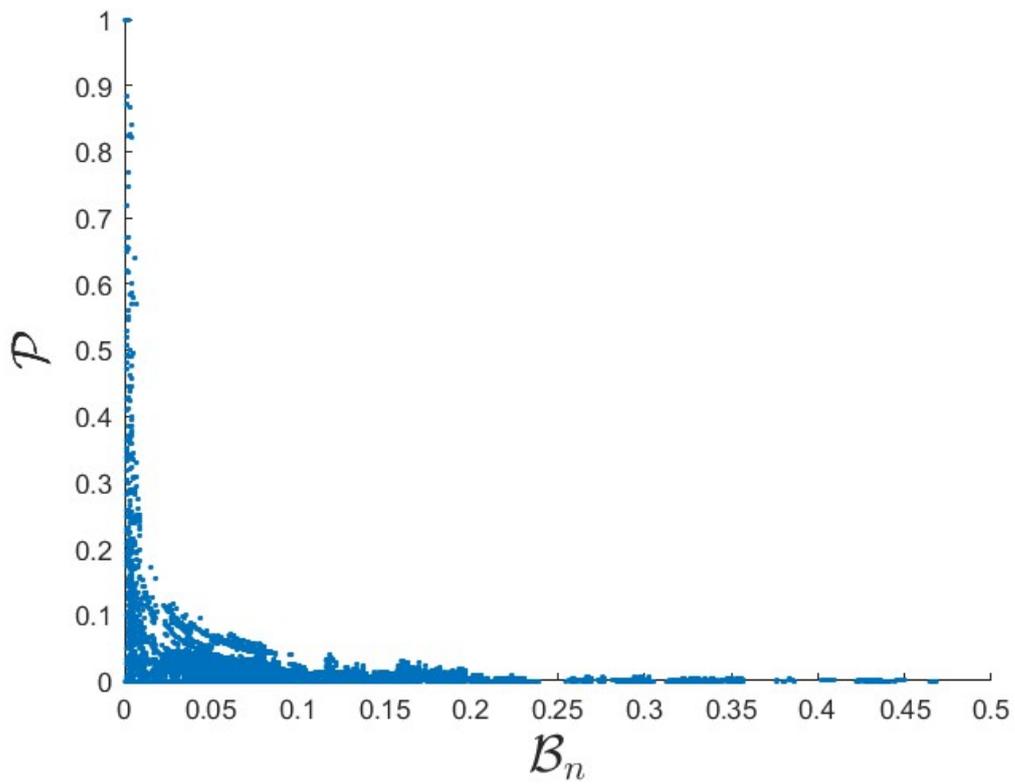


Figura 5.5: Le coppie vengono rappresentate come punti in un piano avente l'indice \mathcal{B}_n sull'asse delle ascisse e l'indice \mathcal{P} sull'asse delle ordinate, per la città di Parigi con direzione del vento 45° .

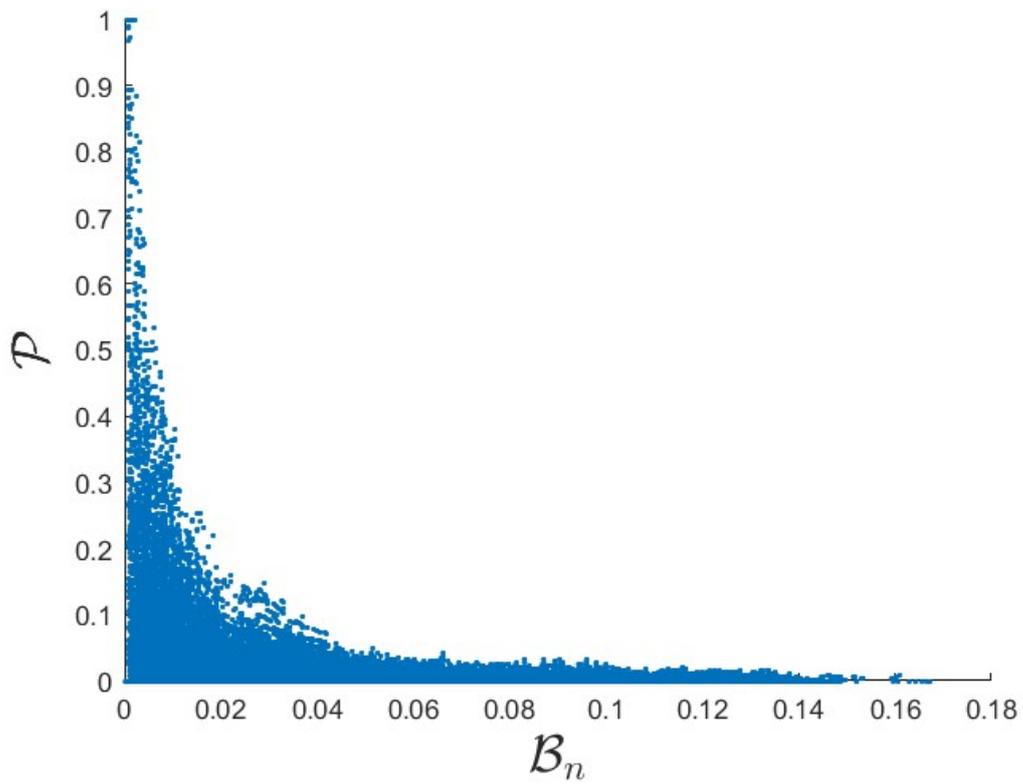


Figura 5.6: Le coppie vengono rappresentate come punti in un piano avente l'indice \mathcal{B}_n sull'asse delle ascisse e l'indice \mathcal{P} sull'asse delle ordinate, per la città di New York con direzione del vento 270° .

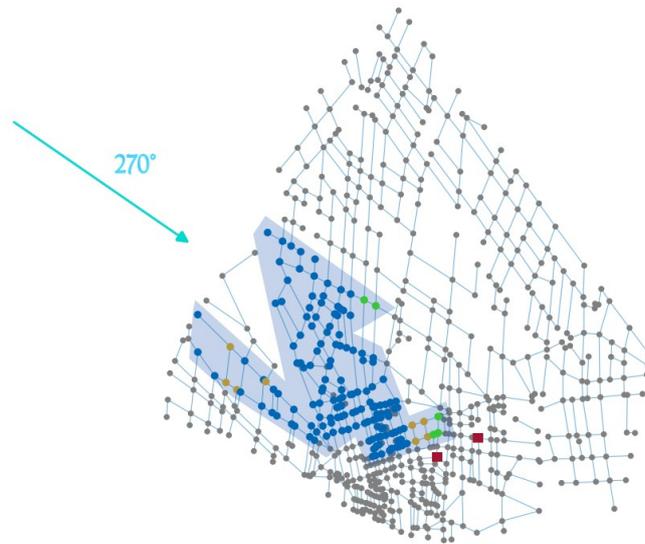


Figura 5.7: Rappresentazione della coppia ottimale di nodi ricettori, nella città di Firenze con direzione del vento 270° . I quadratini rossi rappresentano i nodi ricettori, i cerchietti blu rappresentano i nodi del bacino di influenza con $\mathcal{P} = 0$, i cerchietti gialli rappresentano i nodi del bacino di influenza con $\mathcal{P} > 0$ e i cerchietti verdi rappresentano i nodi del bacino di influenza con $\mathcal{P} = 1$.



Figura 5.8: Rappresentazione della coppia ottimale di nodi ricettori, nella città di Parigi con direzione del vento 45° . I quadratini rossi rappresentano i nodi ricettori, i cerchietti blu rappresentano i nodi del bacino di influenza con $\mathcal{P} = 0$, i cerchietti gialli rappresentano i nodi del bacino di influenza con $\mathcal{P} > 0$ e i cerchietti verdi rappresentano i nodi del bacino di influenza con $\mathcal{P} = 1$.

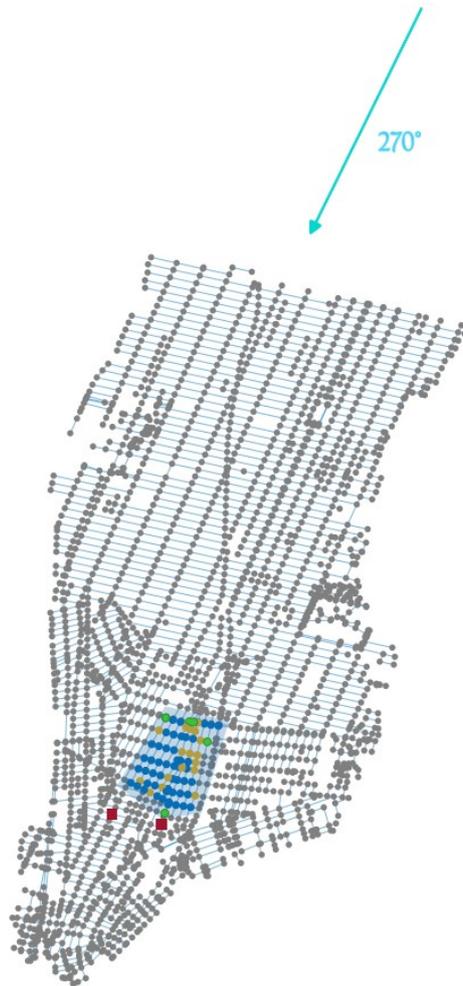


Figura 5.9: Rappresentazione della coppia ottimale di nodi ricettori, nella città di New York con direzione del vento 270° . I quadratini rossi rappresentano i nodi ricettori, i cerchietti blu rappresentano i nodi del bacino di influenza con $\mathcal{P} = 0$, i cerchietti gialli rappresentano i nodi del bacino di influenza con $\mathcal{P} > 0$ e i cerchietti verdi rappresentano i nodi del bacino di influenza con $\mathcal{P} = 1$.

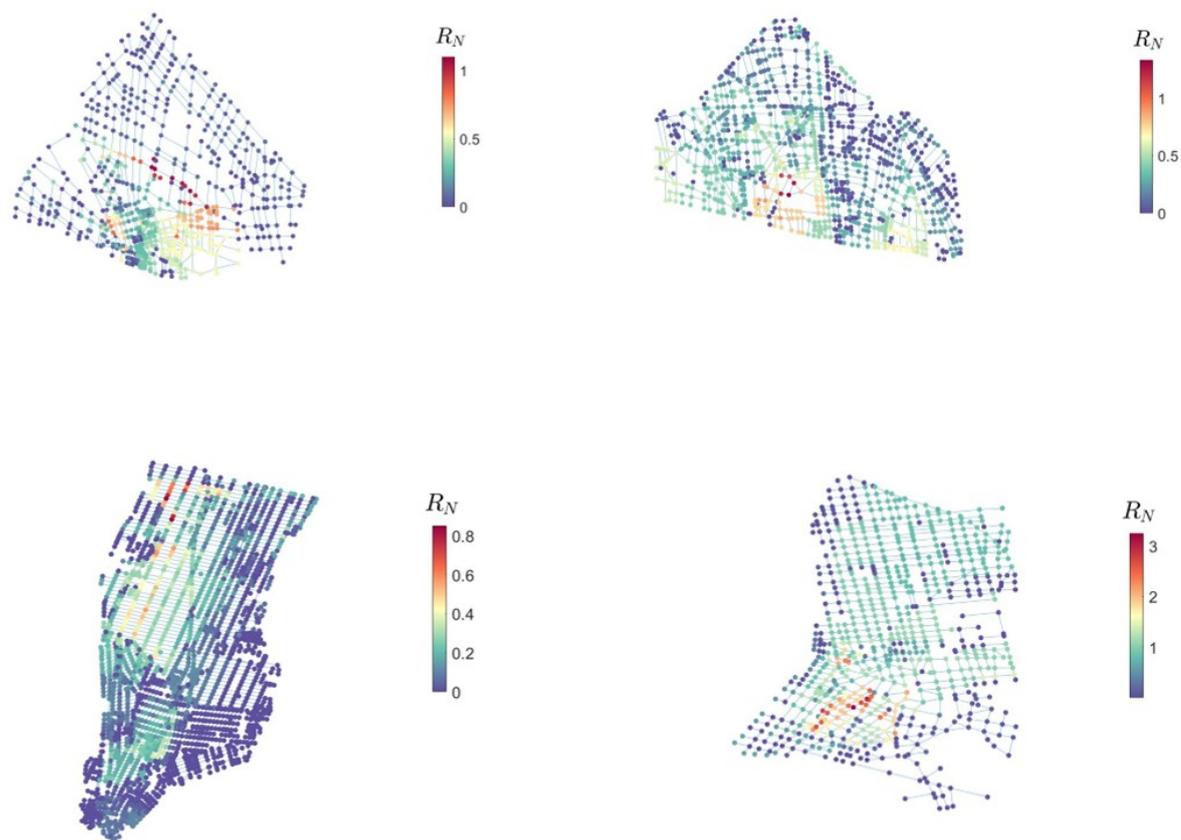


Figura 5.10: Mappa di R_N per la città di Firenze con direzione del vento 270° , per la città di Parigi con direzione del vento 45° , per la città di New York con direzione del vento 270° e per la città di Lione con direzione del vento 45° .

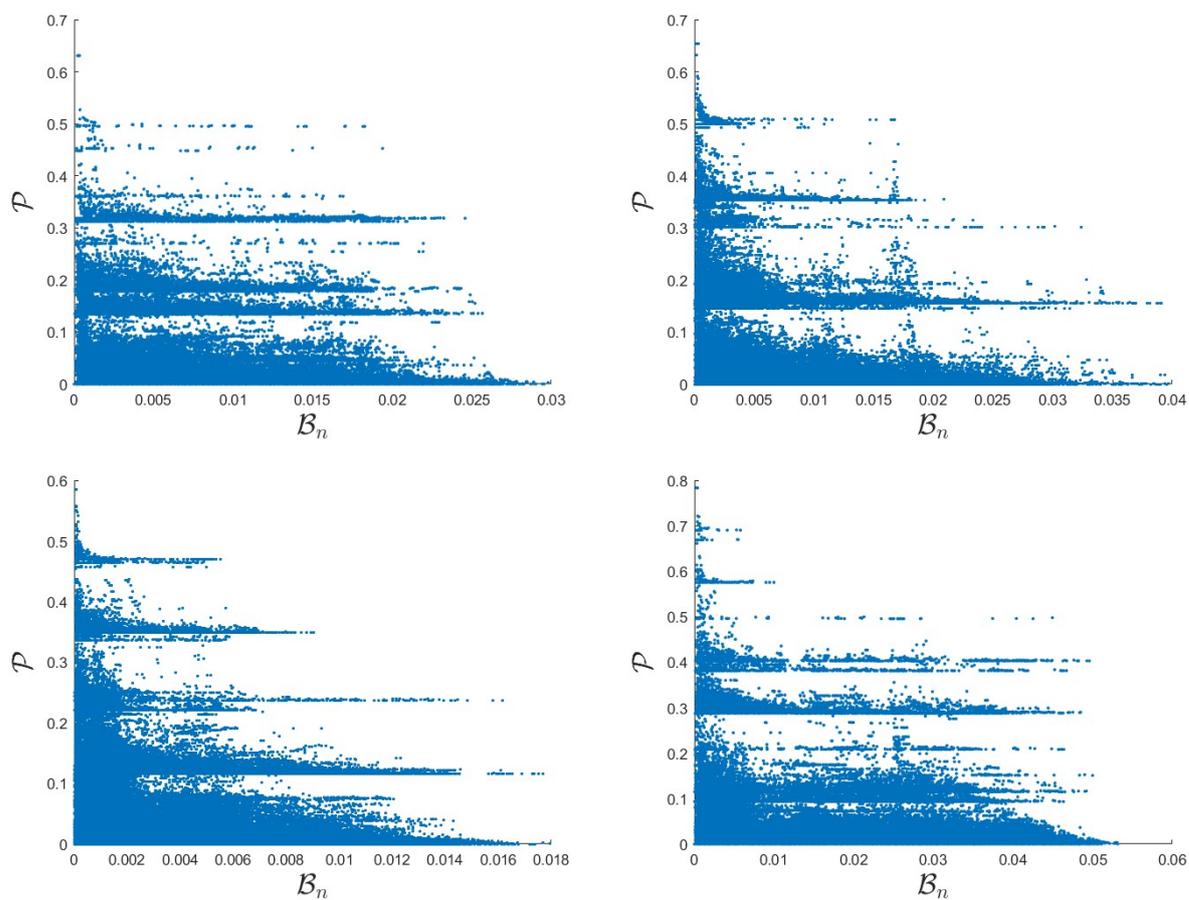


Figura 5.11: Le coppie vengono rappresentate come punti in un piano avente l'indice \mathcal{B}_n sull'asse delle ascisse e l'indice \mathcal{P} sull'asse delle ordinate, per le città di Firenze, Parigi, New York e Lione per uno scenario con molteplici direzioni del vento incidenti.

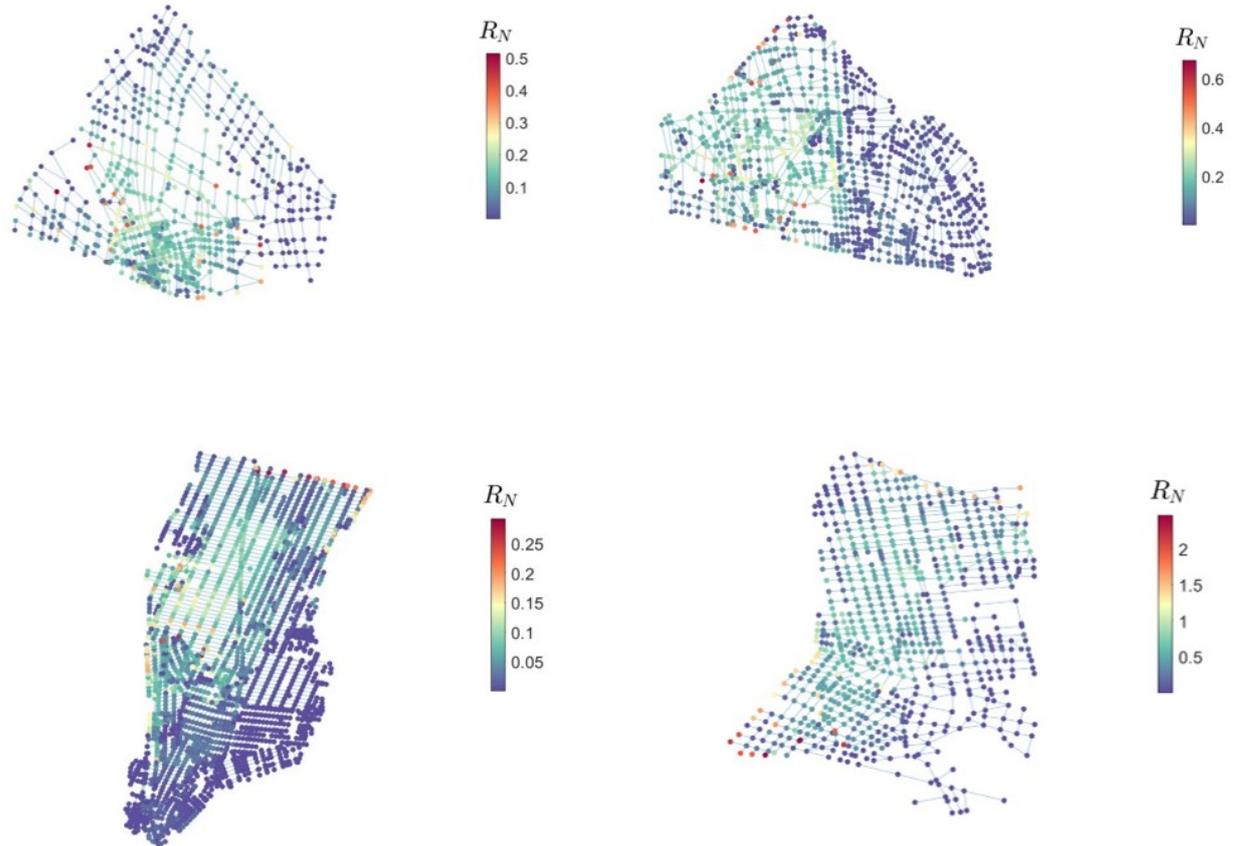


Figura 5.12: Mappa di R_N per la città di Firenze, Parigi, New York e Lione nello scenario con multipla direzione del vento.

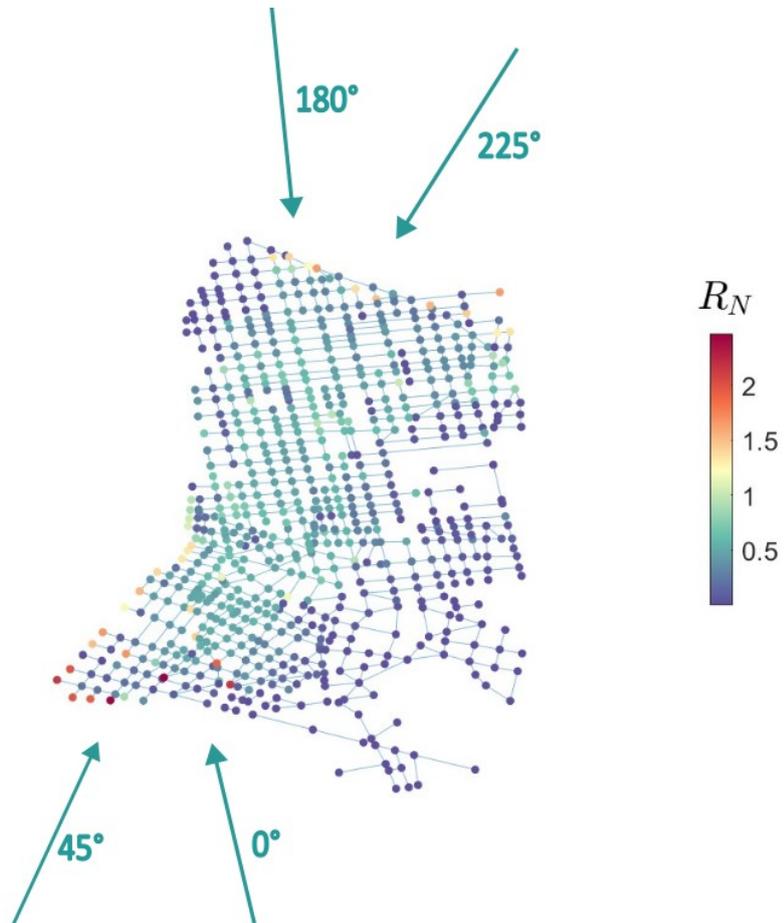


Figura 5.13: Mappa di R_N per la città di Lione per lo scenario con multipla direzione del vento.

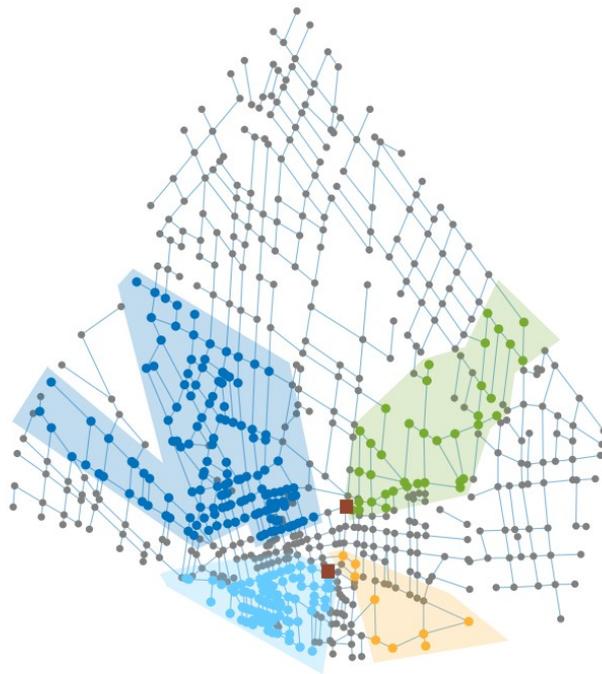


Figura 5.14: Mappa della città di Firenze in cui sono evidenziati i bacini di influenza relativi alle quattro direzioni del vento considerate.

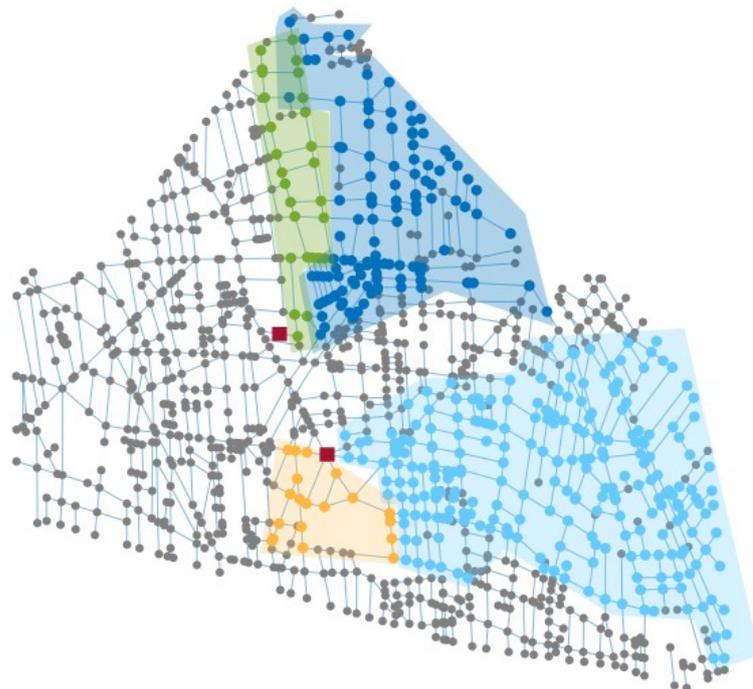


Figura 5.15: Mappa della città di Parigi in cui sono evidenziati i bacini di influenza relativi alle quattro direzioni del vento considerate.

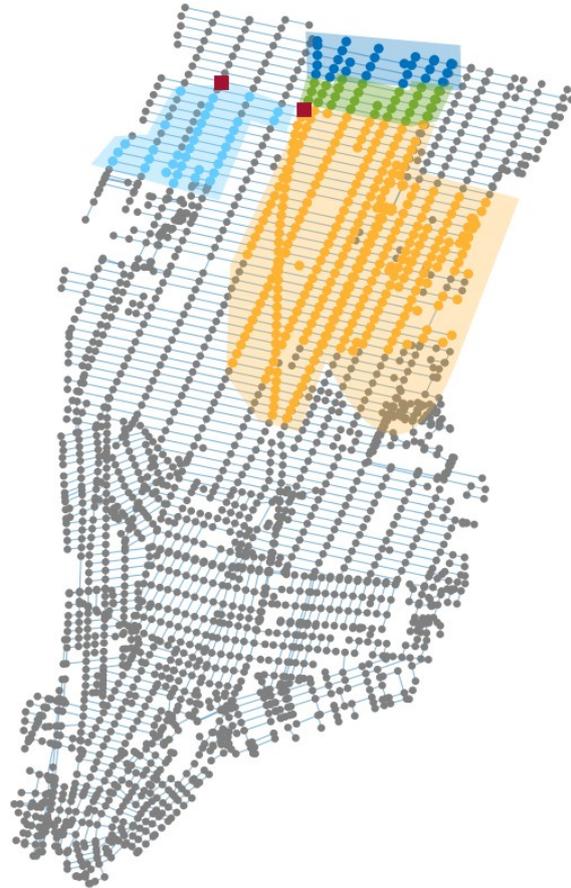


Figura 5.16: Mappa della città di New York in cui sono evidenziati i bacini di influenza relativi alle quattro direzioni del vento considerate.

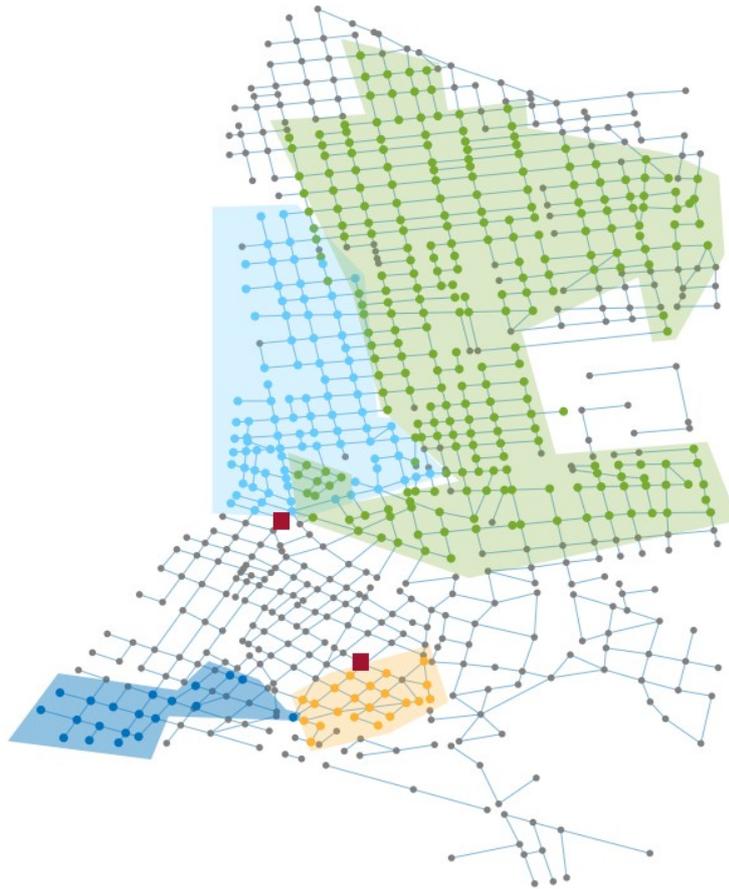


Figura 5.17: Mappa della città di Lione in cui sono evidenziati i bacini di influenza relativi alle quattro direzioni del vento considerate.

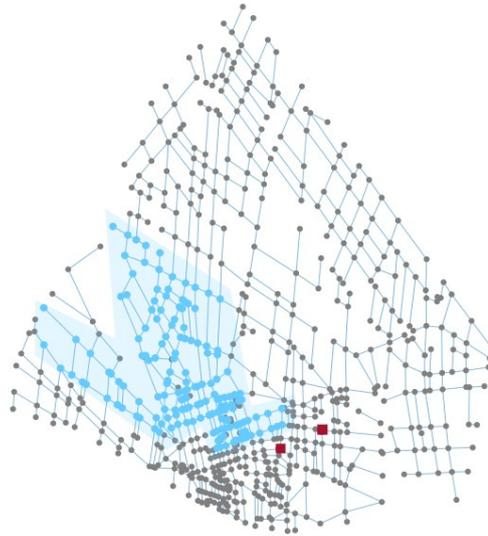


Figura 5.18: Mappa della città di Firenze che mostra il bacino di influenza della coppia ottimale per direzione del vento a 270° .

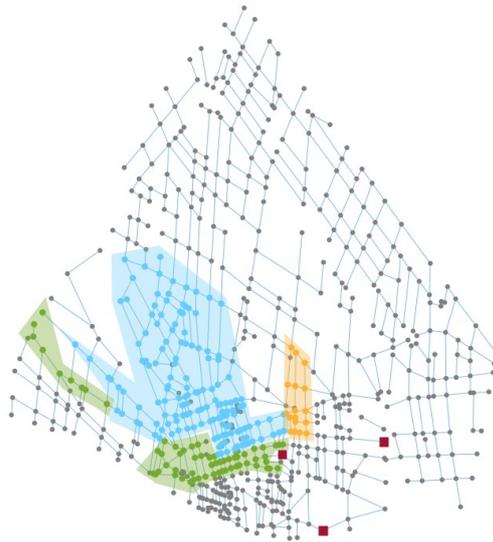


Figura 5.19: Mappa della città di Firenze che mostra i bacini di influenza delle differenti coppie che costituiscono la tripletta ottimale per direzione del vento a 270° .



Figura 5.20: Mappa della città di Lione che mostra il bacino di influenza della coppia ottimale per direzione del vento a 45° .



Figura 5.21: Mappa della città di Lione che mostra i bacini di influenza delle differenti coppie che costituiscono la tripletta ottimale per direzione del vento a 45° .

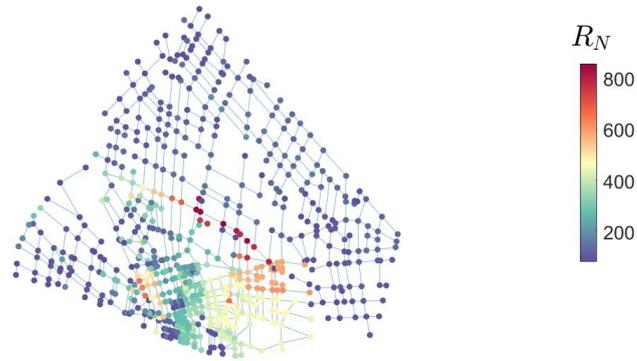


Figura 5.22: Mappa di R_N per la città di Firenze con direzione del vento 270° .

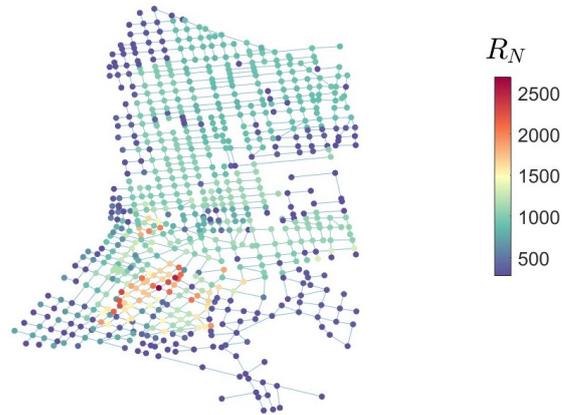


Figura 5.23: Mappa di R_N per la città di Lione con direzione del vento 45° .

Conclusioni

In questo lavoro di tesi, è stato studiato il problema inverso relativo alla dispersione di una sostanza inquinante aeriforme in ambiente urbano. Il problema è stato affrontato da due punti di vista differenti. In primo luogo, è stata studiata la sensibilità dei nodi per individuare le aree della rete urbana più vulnerabili al rilascio di sostanze inquinanti aeriformi. Successivamente, lo studio del problema di determinazione della posizione sorgente ha portato alla definizione di una metrica per l'identificazione della posizione ottimale dei nodi nel ruolo di ricettori per una rete di monitoraggio della qualità dell'aria.

Nei Capitoli 1,2 e 3, l'analisi è stata svolta con l'utilizzo della metrica della centralità ([2]) in cui l'attenzione è focalizzata sulla relazione tra il nodo e la rete a cui appartiene. La centralità del nodo è legata alla minimizzazione della sommatoria dei pesi calcolati lungo i link che definiscono lo 'shortest path' tra il nodo in esame e il nodo ricettore. In particolare, per il caso della centralità inversa, il nodo preso in esame è considerato nel ruolo di ricettore e la metrica è basata sulla misura di quanto esso è facilmente raggiungibile a partire dagli altri nodi della rete.

È stato osservato che la direzione del vento e la geometria della rete urbana caratterizzano fortemente la sensibilità di un nodo. La propagazione della sostanza aeriforme è favorita, in termini medi, se la direzione del vento è obliqua rispetto agli assi principali della rete urbana e se la geometria della città è caratterizzata da assi principali ben definiti.

Per comprendere a fondo il legame tra la centralità di un nodo e le caratteristiche della rete a cui esso appartiene, è stato necessario definire i parametri geometrici e topologici. Dallo studio di tali parametri è emerso che la topologia risulta essere il fattore che maggiormente influisce sui valori di centralità assunti dai nodi della rete. Il numero di collegamenti presenti nel vicinato di un nodo è strettamente legato alla capacità di dispersione e alla sensibilità di tale nodo. Anche la relazione tra l'orientazione delle strade del vicinato del nodo e la direzione di incidenza del vento caratterizza fortemente la centralità di un nodo,

mentre le caratteristiche geometriche assumono importanza minore.

Infine, lo studio della correlazione tra centralità diretta e centralità inversa di un nodo della rete ha condotto alla creazione di mappe di vulnerabilità che risultano fondamentali per la pianificazione del monitoraggio della qualità dell'aria nell'ambiente urbano.

Nei Capitoli 4 e 5, l'attenzione è stata posta allo studio del problema di determinazione della posizione del nodo sorgente all'interno della rete urbana. La notazione matriciale ha permesso di ricavare la soluzione del problema inverso ideale e l'introduzione dell'errore sugli elementi della matrice \mathbf{A} ha portato all'ideazione di una formulazione adeguata a casi di studio reali. Le caratteristiche cardine della metrica proposta sono, infatti, la sua versatilità e l'abilità di trattare scenari molto differenti tra loro. Maggiore è il dettaglio del modello di dispersione, maggiore è la qualità dell'analisi restituita. Inoltre, per ottenere un metodo che avesse validità generale, l'errore è stato trattato come un parametro che viene impostato dall'utilizzatore in quanto esso dipenderà dalla precisione del modello di dispersione utilizzato.

La metrica proposta ha lo scopo di individuare quali nodi, all'interno di un insieme composto da un generico numero di elementi, hanno maggiore capacità di identificare il nodo in cui avviene il rilascio della sostanza inquinante. Con la definizione di indici adeguati, la metrica è in grado di fornire un'analisi completa dello scenario in esame. La distinzione dell'informazione quantitativa, fornita dall'indice \mathcal{B} , da quella qualitativa, fornita dall'indice \mathcal{P} , permette di effettuare considerazioni in base alle esigenze operative. Gli indici \mathcal{P} e \mathcal{B} possono essere utilizzati come filtri per selezionare insiemi di nodi ricettori che rispettino esigenze specifiche, come, per esempio, la creazione di un sistema di monitoraggio intorno alle strutture ospedaliere.

Infine, grazie all'introduzione dell'indice R_N , l'informazione relativa all'insieme di nodi ricettori diviene un'informazione relativa al singolo nodo.

Dall'applicazione della metrica al caso delle coppie e delle triplete di nodi, è emerso che i nodi che costituiscono coppie ottimali, risultano essere buoni ricettori anche all'interno di triplete di nodi. Tale osservazione potrebbe essere approfondita con lo scopo di definire un nuovo metodo che permetta di determinare la posizione ottimale per l'inserimento di un sensore aggiuntivo all'interno di una rete di monitoraggio già esistente.

Dopo aver completato la trattazione dei due metodi, è stata indagata la correlazione tra i relativi risultati. A titolo di esempio, nella Fig. 5.24 viene rappresentato il valore di

centralità inversa sull'asse delle ascisse e il valore dell'indice R_N sull'asse delle ordinate per ogni nodo della città di Lione con orientazione del vento a 45° . Non si osserva correlazione in quanto, come descritto precedentemente, l'informazione espressa dai indici è differente. La relazione tra le metriche e i relativi risultati devono essere quindi studiati più approfonditamente. La possibilità di unire le diverse informazioni restituite permetterebbe di restituire un'analisi più mirata alle esigenze di possibili applicazioni reali.

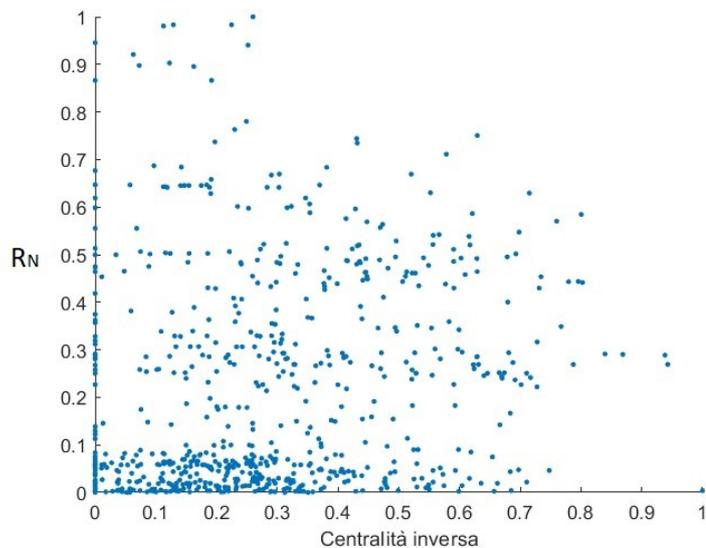


Figura 5.24: Correlazione tra la centralità inversa e l'indice R_N per la città di Lione con direzione del vento 45° .

Bibliografia

- [1] Mereu, G. (2021). Inverse problems in the transport of airborne pollutants in urban environments. Complex network-based approach. Politecnico di Torino
- [2] Fellini, S. (2021). Modelling pollutant dispersion at the city and street scales: from wind tunnel experiments to complex network theory.
- [3] Barthélemy, M. (2011). Spatial networks, Physics Reports, Volume 499, Issues 1–3.
- [4] Soulhac, L., Salizzoni, P., Méjean, P., Perkins, R. (2013). Parametric laws to model urban pollutant dispersion with a street network approach. Atmospheric Environment. 67. 229–241.
- [5] Brockmann, D., Helbing, D. (2013). The Hidden Geometry of Complex, Network-Driven Contagion Phenomena. Science, 342, 1337 - 1342.
- [6] Newman, M. (2010). Networks: An introduction. Oxford university press.
- [7] Nehorai, A., Porat, B., Paldi, E. (1995). Detection and localization of vapor-emitting sources. IEEE Transactions on Signal Processing 43, 243–253.
- [8] Matthes, J., Groß, L., Keller, H.B. (2005). Source localization by spatially distributed electronic noses for advection and diffusion. IEEE Transactions on Signal Processing 53, 1711–1719.
- [9] Ionescu, A. (2010). Retour aux sources de pollution atmosphérique: point de vue des scientifiques français. Pollut. Atmosphérique 5.
- [10] Skiba, Y.N. (2003). On a method of detecting the industrial plants which violate prescribed emission rates. Ecological Modelling 159, 125–132.

- [11] Wilson, J.D., Shum, W.K.N. (1992). A re-examination of the integrated horizontal flux method for estimating volatilisation from circular plots. *Agricultural and Forest Meteorology* 57, 281–295.
- [12] Lin, C.-H., Chang, L.-F.W. (2002). Relative source contribution analysis using an air trajectory statistical approach. *Journal of Geophysical Research* 107, 4583–4592.
- [13] Keats, A., Yee, E., Lien, F.-S. (2007). Bayesian inference for source determination with applications to a complex urban environment. *Atmospheric Environment*, Volume 41, Issue 3, 465-479.
- [14] Flesch, T.K., Wilson, J.D., Yee, E. (1995). Backward-Time Lagrangian Stochastic Dispersion Models and Their Application to Estimate Gaseous Emissions. *Journal of Applied Meteorology* Vol. 34, No. 6, 1320-1332.