

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea Magistrale

Validazione di modelli CFD per getti in reattori a fissione



**Politecnico
di Torino**

Relatori

Prof. Antonio Froio

Prof. Andrea Zappatore

Gianfranco Fede

Contenuti

1 Introduzione

1.1	Descrizione del moto di un fluido ed equazioni di bilancio	4
1.2	Da Navier-Stokes alle RANS: introduzione alla turbolenza	6
1.3	Modelli di chiusura per flussi turbolenti	11
1.4	Descrizione del problema e obiettivo della tesi	15

2 Risoluzione del problema attraverso l'uso del software commerciale Star CCM+ per numero di Reynolds pari a 3413

2.1	Analisi preliminare al fine di determinare le condizioni al contorno	17
2.2	Soluzione ottenuta usando il modello di turbolenza k- ϵ	25
2.3	Soluzione ottenuta usando il modello di turbolenza k- ω	35
2.4	Soluzione ottenuta usando il modello di turbolenza del tensore degli stress di Reynolds	41
2.5	Confronto delle varianti con i dati sperimentali e scelta del modello	47

3 Risoluzione del problema attraverso l'uso del software commerciale Star CCM+ per numero di Reynolds pari a 7912

3.1	Analisi preliminare al fine di determinare le condizioni al contorno	54
3.2	Soluzione ottenuta usando la variante standard del modello di turbolenza k- ϵ	61
3.2.1	Processo di meshing e analisi in regime stazionario	62
3.2.2	Analisi in regime transitorio: condizione CFL e determinazione del passo temporale	66
3.3	Confronto con i dati sperimentali e conclusioni	73

1 Introduzione

1.1 *Descrizione del moto di un fluido ed equazioni di bilancio*

Con il termine fluido si intende un sistema continuo, ossia composto da infiniti elementi, non dotato di propria forma e non in grado di resistere agli sforzi di taglio per un tempo apprezzabile. Esso si riferisce a liquidi, aeriformi e sotto opportune ipotesi anche ai solidi plastici. Tra le caratteristiche vi sono diffusione (ossia il trasporto di materia mediante lo spostamento causale e spontaneo di atomi e molecole), la compressibilità (resistenza alla compressione), omogeneità (proprietà fisiche costanti nel volume di controllo considerato) e viscosità (ossia resistenza del fluido allo scorrimento). Proprio quest'ultima è ciò che contraddistingue i fluidi rispetto ai solidi; infatti a differenza di quest'ultimi, ove gli sforzi dipendono dalla deformazione stessa, nei fluidi dipendono proporzionalmente, si parla di fluidi newtoniani, o no, si parla di fluidi viscosi non lineari, dalla velocità di deformazione. Il moto dei fluidi è un fenomeno la cui descrizione e risoluzione matematica presenta una notevole complessità. La disciplina che si occupa dello studio del moto dei fluidi è la fluidodinamica; la risoluzione di un problema fluidodinamico comporta la risoluzione analitica o numerica di complesse equazioni differenziali alle derivate parziali. Infatti i fluidi, imposta la condizione di continuo (numero di Knudsen $Kn < 1$), omogeneità e assenza di cariche elettriche, rispondono a tre principi fisici: principio di conservazione della massa o equazione di continuità, della quantità di moto o secondo principio della dinamica e dell'energia o primo principio della termodinamica. Queste ultime vengono spesso denominate con il termine di equazioni di bilancio, in quanto rappresentano una relazione tra i flussi entranti e uscenti di una certa quantità presa in esame in un certo volume di controllo selezionato. Prima di procedere con la scrittura e l'analisi dei singoli termini presenti nelle equazioni, è necessario precisare che la scrittura delle stesse può essere realizzata guardando il problema da due diversi punti di vista: quello Lagrangiano, dove si osserva la singola particella fluida, e quello Euleriano, dove l'osservatore è solidale ad un sistema di riferimento fisso e fotografa il campo di velocità istante per istante. Esiste una relazione tra le due derivate:

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\delta f}{\delta t} + \mathbf{V} \cdot \nabla f \quad (1.1.1)$$

con:

$\frac{Df}{Dt}$, derivata lagrangiana o materiale;

$\frac{\delta f}{\delta t}$, derivata euleriana;

\mathbf{V} , velocità macroscopica;

∇f , gradiente della funzione;

$\mathbf{V} \cdot \nabla f$, derivata convettiva, indica il trasporto di una quantità da parte di un fluido a causa del suo moto complessivo;

Passiamo ora alla scrittura delle equazioni in forma differenziale.

- Equazione di continuità

Punto di vista Euleriano

$$\frac{\delta \rho}{\delta t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (1.1.2)$$

Punto di vista Lagrangiano

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{V} \quad (1.1.3)$$

con ρ densità del fluido.

- Bilancio della quantità di moto

Punto di vista Euleriano

$$\frac{\delta}{\delta t} (\rho \mathbf{V}) = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \times \mathbf{V}) - \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau}) + \rho \mathbf{g} - \nabla p \quad (1.1.4)$$

Punto di vista Lagrangiano

$$\rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\nabla \cdot (\boldsymbol{\tau}) + \rho \mathbf{g} - \nabla p \quad (1.1.5)$$

con $\boldsymbol{\tau}$ tensore degli sforzi viscosi, $\rho \mathbf{g}$ termine legato alle forze di volume e ∇p gradiente di pressione (legato alle forze di pressione).

- Conservazione Energia

Punto di vista Euleriano

$$\frac{\delta}{\delta t} (\rho E) + \nabla \cdot (\rho E \mathbf{V}) = - \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{V}) - \nabla \cdot (p \mathbf{V}) + \rho (\mathbf{g} \cdot \mathbf{V}) - \nabla \cdot \mathbf{q} \quad (1.1.6)$$

Punto di vista Lagrangiano

$$\rho \frac{DE}{Dt} = - \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{V}) - \nabla \cdot (p \mathbf{V}) + \rho (\mathbf{g} \cdot \mathbf{V}) - \nabla \cdot \mathbf{q} \quad (1.1.7)$$

con $E = e + \frac{q^2}{2}$ energia totale, somma di energia interna e ed energia cinetica $\frac{q^2}{2}$.

Le equazioni appena descritte sono 5, essendo il bilancio della quantità di moto un'equazione vettoriale e dunque scomponibile nelle tre direzioni, ma le incognite presenti sono 14 (ρ , e , 3 componenti di \mathbf{V} , 6 componenti di $\boldsymbol{\tau}$ e 3 componenti di \mathbf{q} , noto come flusso termico). Necessitiamo di altre relazioni per poter risolvere il problema.

1.2 Da Navier-Stokes alle RANS: introduzione alla turbolenza

Come detto nel paragrafo precedente, il sistema di equazioni, due scalari ed una vettoriale, contiene 14 incognite dipendenti dallo stato termodinamico e dal campo di moto. Per poter chiudere il sistema occorre introdurre delle relazioni esplicite. Una prima relazione è quella che lega il tensore degli sforzi viscosi alle deformazioni; ipotizzando che la $\boldsymbol{\tau}$ dipenda solo dalla distribuzione istantanea della velocità del fluido nell'intorno dell'elemento, che sia funzione lineare del gradiente delle velocità $\nabla \mathbf{V}$ e che il fluido sia isotropo, si arriva alla seguente relazione:

$$\boldsymbol{\tau} = 2\mu \mathbf{D} + \lambda (\nabla \cdot \mathbf{V}) \mathbf{I} \quad (1.2.1)$$

con μ = coefficiente di viscosità, legato alla λ dalla relazione di Stokes ($\lambda = -\frac{2}{3} \mu$), secondo cui la pressione del fluido in movimento coincide con la pressione termodinamica. \mathbf{D} , invece, rappresenta il tensore delle velocità di deformazione. La relazione 1.2.1 aggiunge un'ulteriore incognita al problema (p), ma permette di scrivere ben sei equazioni. Per i flussi di calore, invece, è possibile usare la relazione di Fourier, secondo cui:

$$\mathbf{q} = -\kappa \nabla T \quad (1.2.2)$$

con κ = conducibilità termica e ∇T = gradiente di temperatura. La relazione appena scritta introduce un'ulteriore incognita (T) e consente di scrivere altre tre equazioni. A questo punto non rimane altro che usare la relazione di stato dei gas perfetti per il caso di fluido gassoso composto da un singolo fluido o da una miscela gassosa di fluidi inerti, in assenza di reazioni chimiche:

$$p = R \rho T \quad (1.2.3)$$

con R = costante universale dei gas pari a 287.3 J/(kgK).

Introducendo la (1.2.1), (1.2.2) e la (1.2.3) alle equazioni di bilancio, si ottiene un sistema di sedici equazioni in sedici incognite noto con il termine di equazioni di **Navier-Stokes**. La risoluzione per via analitica di queste equazioni è fattibile solamente nei casi di flussi laminari e geometrie semplici (sfere, lastre piane), mentre le risoluzioni di casi reali, in cui compaiono di frequente flussi turbolenti, richiedono necessariamente un approccio numerico. Esistono quindi diversi metodi per risolvere le equazioni di Navier-Stokes, e poiché generalmente sono operazioni dall'elevato costo computazionale, si sono sviluppati approcci via via più raffinati basati su modelli:

- Simulazione diretta numerica (Direct Numerical Simulation, DNS): metodo più semplice, in quanto si discretizzano spazio e tempo con griglie della dimensione voluta e si eseguono i calcoli su di esse, ma dal costo computazionale elevato.
- Large Eddy Simulation (LES): consiste nel calcolare numericamente le scale di turbolenza più grandi e modellare opportunamente le più piccole. Fornisce risultati molto accurati ed ha un costo computazionale molto ridotto rispetto alla DNS. Metodo in notevole sviluppo.
- Reynolds Averaged Navier Stokes Simulation (RANS): consiste nel vedere un moto turbolento statisticamente stazionario come composizione di un moto medio e delle sue fluttuazioni nel tempo. Tale scomposizione avviene mediante la decomposizione di Reynolds.

Proprio quest'ultimo metodo sarà quello utilizzato nella tesi; in particolare si risolveranno le equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds attraverso l'uso del software commerciale Star CCM+. Ma facciamo un passo indietro e vediamo in cosa consiste un flusso turbolento. Le equazioni precedentemente scritte si riferiscono a flussi laminari, ossia flussi in cui il moto avviene con scorrimento ordinato degli strati infinitesimi gli uni sugli altri. Ma nella realtà si può notare come, al crescere del numero di Reynolds, definito come il rapporto tra la velocità media del flusso U_{mean} e la viscosità cinematica ν moltiplicato per la lunghezza caratteristica del corpo d , si abbia la transizione dal flusso ordinato e laminare a quello caotico e turbolento. Il valore critico in corrispondenza del quale si verifica tale transizione varia a seconda del corpo considerato. Principali caratteristiche del moto turbolento sono la presenza di fluttuazioni di vorticità, alti livelli di dissipazione e diffusività, l'estrema non linearità e la presenza di fluttuazioni, sia spaziali che temporali, che rendono tale moto non stazionario e tridimensionale. Per via delle caratteristiche sopra citate, lo studio della turbolenza rappresenta una delle branche più complesse della Fluidodinamica. Le uniche strade in grado di predire il comportamento di un flusso turbolento sono quella sperimentale e l'analisi numerica. Le tecniche sperimentali sono estremamente costose in termini di attrezzature e tempo richiesto, per cui vengono impiegate nei casi di effettiva necessità, legata, quest'ultima, sempre al costo dell'opera. L'analisi CFD, pur richiedendo notevoli risorse computazionali oltre che una formulazione matematica, risulta essere sicuramente più economica della sperimentazione e ad oggi rappresenta l'unico mezzo per trarre informazioni qualitative sul flusso. È lecito ora domandarsi come è possibile modellare la turbolenza dal punto di vista teorico. Se si risolvessero le equazioni di Navier-Stokes per assegnate condizioni iniziali, si otterrebbe un campo stazionario fortemente variabile nel caso in cui queste ultime venissero modificate; dunque risulta necessario ottenere un numero molto grande di campi stazionari (per diverse condizioni iniziali) o realizzazioni e poi fare la media, ottenendo così un campo di valori statistici molto predicibili. Definita $u(x,t)$ una variabile stocastica, si definisce insieme una collezione di N realizzazioni indipendenti della variabile stessa. La statistica più semplice di una variabile stocastica è la media d'insieme, intesa come media aritmetica dell'insieme di N realizzazioni, che permette di rimuovere le fluttuazioni aleatorie:

$$\bar{u}(x,t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N u(x,t;n) , \quad (1.2.4)$$

Nel caso in cui la statistica è indipendente dal tempo, ovvero $\bar{u}(x)$, si dice che la variabile stocastica è statisticamente stazionaria; ciò vuol dire che la media

d'insieme può essere ottenuta effettuando misure di u per tempi diversi. Dalla definizione di media d'insieme, si ha

$$\bar{u}(x) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \int_{t_0+(n-1)\Delta t}^{t_0+n\Delta t} u(x, t) \frac{dt}{\Delta t}, \quad (1.2.5)$$

dove l'integrale rappresenta una singola realizzazione. Per $T=N\Delta T$, si ottiene la media temporale

$$\bar{u}(x) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u(x, t) dt, \quad (1.2.6)$$

con T intervallo di campionamento, sufficientemente più grande del tempo caratteristico delle oscillazioni ($T \gg t$). Di seguito si riportano le principali proprietà dell'operatore media:

$$\overline{u + v} = \bar{u} + \bar{v},$$

$$\overline{ku} = k + \bar{u} \quad (k=\text{costante}),$$

$$\bar{\bar{u}} = \bar{u},$$

$$\overline{u - \bar{u}} = 0,$$

$$\overline{uv} \neq \bar{u}\bar{v},$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial x},$$

$$\overline{\int u dx} = \int \bar{u} dx.$$

Se volessimo studiare il flusso con un approccio statistico, ci conviene scomporre il campo fluidodinamico in una parte media e una fluttuante, intesa come deviazione del segnale istantaneo dal valor medio, come suggerito dalla decomposizione di Reynolds per il campo di velocità:

$$u_i(x, t) = U_i(x) + u_i'(x, t) \quad (1.2.7)$$

dove

$$U_i(x) \equiv \bar{u}_i(x) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u_i(x, t) dt,$$

è il campo medio stazionario, mentre $u_i'(x, t)$ sono le fluttuazioni. Sfruttando le proprietà sopra riportate e la (1.2.7) si ha che:

$$\overline{U_i(x)} = U_i(x),$$

$$\overline{u_i'} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} [u_i(x, t) - U_i(x)] dt = U_i(x) - \overline{U_i(x)} = 0.$$

Mediando nel tempo le equazioni (1.1.2) e (1.1.4), riscritte in coordinate cartesiane, si ottengono le equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad , \quad (1.2.8)$$

$$\rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} - \rho \overline{u_i' u_j'}) \quad , \quad (1.2.9)$$

dove P rappresenta la pressione media, τ_{ij} lo sforzo viscoso associato al moto medio e $-\rho \overline{u_i' u_j'} = R_{ij}$ è il tensore degli sforzi di Reynolds. Quest'ultimo termine tiene conto degli effetti delle fluttuazioni sul moto medio e rappresenta dunque gli sforzi turbolenti medi. Si tratta di un tensore simmetrico, con i termini diagonali che rappresentano gli sforzi normali (che contribuiscono ad aumentare la pressione media), mentre i termini fuori diagonale rappresentano gli sforzi di taglio. Analoga considerazione si può fare per l'equazione di conservazione dell'energia:

$$\rho c U_i \frac{\partial T}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x_i} - \rho c \overline{u_i' T'} \right) \quad , \quad (1.2.10)$$

dove il vettore $-\rho c \overline{u_i' T'}$ rappresenta il contributo delle fluttuazioni turbolente al flusso di calore. Come per il flusso laminare, anche nel caso turbolento, il numero di equazioni, quattro, risulta essere minore rispetto alle incognite da calcolare, dieci (le tre componenti di U, la P e i sei termini del tensore R_{ij}). Occorre aggiungere delle relazioni aggiuntive per la chiusura del problema. Negli anni, moltissimi modelli di turbolenza sono stati sviluppati, ma quelli di nostro interesse sono solo quelli implementati nel software Star CCM+ usato per risolvere le RANS. Obiettivo del paragrafo successivo sarà proprio quello di mostrare i principali modelli di chiusura per i flussi turbolenti.

1.3 Modelli di chiusura per flussi turbolenti

Come più volte detto nei paragrafi precedenti, la necessità di trovare un modello per il tensore di Reynolds dà origine al problema della chiusura. Il primo che provò a risolvere tale problema fu Boussinesq (1877), il quale, in analogia con la legge di sforzo-deformazione di Newton, introdusse *la viscosità turbolenta* μ_T per esprimere gli sforzi totali in funzione del gradiente di velocità. Ciò permise di scrivere lo sforzo totale come:

$$\tau_{TOT} = \tau_{ij} - \rho \overline{u_i' u_j'} = (\mu + \mu_T) \frac{dU}{dy}.$$

A differenza del caso viscoso, dove la viscosità dinamica μ è una proprietà del fluido, la viscosità turbolenta dipende dalla velocità \mathbf{U} (questo perché gli sforzi turbolenti dipendono dal quadrato della velocità). Nota la densità ρ del fluido è possibile ricavare *la viscosità cinematica turbolenta (eddy viscosity)* $\nu_T = \mu_T / \rho$. L'ipotesi di Boussinesq non risolve, tuttavia, il problema della chiusura. Occorre correlare la ν_T alla velocità media. Tale problema venne risolto da Prandtl nel 1925 attraverso l'introduzione della *lunghezza di mescolamento* l . Simile al libero cammino medio della teoria cinetica dei gas, essa rappresenta la massima distanza di influenza del vortice stesso. Il tensore degli stress di Reynolds può essere scritto come:

$$-\rho \overline{u_i' u_j'} = \rho l^2 \left(\frac{dU}{dy} \right)^2,$$

da cui si ottiene :

$$\nu_T = l^2 \left| \frac{dU}{dy} \right|,$$

confermando che essa dipende dal campo di velocità media. Negli anni successivi all'ipotesi di Prandtl, moltissimi studiosi cercarono di estendere il concetto di lunghezza di mescolamento a flussi generici; ciò portò allo sviluppo di moltissimi modelli presenti oggi in letteratura, modelli a zero, una e due equazioni. Nella seguente tesi tratteremo solo modelli a due equazioni, molto usati nei software commerciali (come star CCM+) e capaci di tenere conto degli effetti convettivi e diffusivi sulla turbolenza. Ma vediamo brevemente perché quelli a due equazioni vengono preferiti a quelli a zero e una equazione.

Modelli a zero equazioni

I modelli algebrici, o a zero equazioni, non richiedono la soluzione di equazioni aggiuntive e sono calcolati direttamente dalle variabili di flusso. Si tratta di modelli che correlano gli sforzi turbolenti con le caratteristiche locali del moto medio; non tenendo conto della convezione e diffusione turbolenta, possono essere usati solo in problemi semplici, o al massimo nelle fasi iniziali di problemi più complicati. Altra cosa da dire è che non essendo in grado di specificare la lunghezza di miscelazione, rimangono modelli incompleti. Tra questi figurano principalmente il modello di Cebeci-Smith e quello di Baldwin-Lomax.

Modelli a una equazione

Questi modelli, a differenza di quelli algebrici, risolvono una sola equazione di trasporto turbolento, solitamente quella l'energia cinetica k . Nel 1945, Prandtl propose di legare la viscosità turbolenta all'energia cinetica:

$$\mu_T = c l \sqrt{k} \quad (c = \text{cost}).$$

Per valutare l'energia cinetica di turbolenza, propose un'equazione di bilancio (non riportata perché non di nostro interesse) contenente termini di produzione dell'energia cinetica dal flusso medio, gli effetti di dissipazione di energia cinetica di turbolenza dovuti alla viscosità, i termini di trasporto dell'energia cinetica di turbolenza per diffusione, trasporto turbolento e il termine di pressione. Tuttavia, per chiudere il sistema fu necessario un modello capace di valutare e correggere la lunghezza di mescolamento al fine di tenere conto del sotto-strato viscoso (dove gli sforzi viscosi sono dominanti). Tale modello fu introdotto da Van Driest :

$$l = \chi y \left[1 - \exp\left(-\frac{y^+}{A}\right) \right],$$

con $\chi = 0.41$ costante Von Karman (valore trovato sperimentalmente per una vasta categoria di correnti di strato limite), y^+ variabile di parete e A costante di Van Driest. Nel 1994, Spalart e Allmaras propose un'equazione di bilancio per la viscosità turbolenta:

$$\rho \frac{\partial \mu_T}{\partial t} + \rho \mathbf{U} \cdot \nabla \mu_T = \nabla (\mu_T \nabla \mu_T) + S$$

con S termine sorgente dipendente dalla viscosità molecolare e da quella turbolenta, dalla vorticità media e dalla distanza dalla parete.

Modelli a due equazioni

Molto usati nei problemi ingegneristici di elevata complessità, i modelli a due equazioni, anche se ancora in via di sviluppo, includono due equazioni extra di trasporto per rappresentare le proprietà dei flussi turbolenti. La prima equazione riguarda sempre l'energia cinetica turbolenta, mentre la seconda dipende dal modello utilizzato. Tra i principali modelli ricordiamo: il $k-\varepsilon$, che basa la sua seconda equazione sul rateo di dissipazione turbolenta ε , e il $k-\omega$, che basa la sua seconda equazione sul tasso di dissipazione turbolenta specifica ω . Senza entrare troppo nel dettaglio delle equazioni, vediamo quali sono le principali differenze non solo tra i due modelli sopra citati, ma anche tra le varianti che ciascun modello presenta. Il modello $k-\varepsilon$, come sopra detto, presenta due variabili trasportate: la prima è l'energia cinetica turbolenta, mentre la seconda è la dissipazione turbolenta. Questo modello presenta molti limiti nel caso di elevati gradienti di pressioni avversi. Esistono diverse varianti di tale modello, ma le principali sono quello standard, realizable ed EB (Elliptic Blending). Quest'ultimo è molto usato nei casi di flussi a Reynolds bassi con separazione e di scambio termico a parete in quanto tiene conto, tramite l'aggiunta di nuove variabili di trasporto, dell'aumento di ε vicino alla parete e della redistribuzione delle fluttuazioni di velocità normali alla parete. Lo SKE (Standard $k-\varepsilon$), invece, tiene conto di particolari parametri come la viscosità cinematica turbolenta, il termine di generazione di k dovuto ai gradienti di velocità, la diffusività effettiva sia di k che di ε , il numero di Prandtl turbolento (≈ 1.3) e il tensore della velocità di deformazione per il calcolo di k ed ε . Il modello RKE (Realizable $k-\varepsilon$), in aggiunta ai parametri usati dal SKE, tiene conto anche del tensore della velocità media di rotazione e della velocità angolare. Questi, rendono il modello RSE molto accurato nel predire la distribuzione di ε di getti piani e tondi. Vi sono anche le varianti a due strati per il modello RKE e SKE che sfruttando maglie più fini riescono a risolvere meglio il problema del sottostrato viscoso. Analogamente al $k-\varepsilon$, il modello $k-\omega$ si basa su due equazioni di trasporto extra per descrivere le proprietà di un flusso turbolento, ma a differenza del precedente ha come seconda variabile trasportata il tasso di dissipazione specifica ω . Due sono le varianti di questo metodo: il Wilcox e il modello SST (Shear Stress Transport). Quest'ultimo è in grado di combinare al meglio due mondi. Nella regione interna dello strato limite, attraverso il sottostrato viscoso ($U^+ = y^+$) e fino alla parete, può essere usato come modello di turbolento a bassi Reynolds senza funzioni di smorzamento aggiuntive, mentre a distanza dalla parete (flusso libero) può assumere un comportamento $k-\varepsilon$ superando il limite del modello Wilcox, ovvero quello della sensibilità alle condizioni al contorno del flusso libero.

Un altro tipo di modello di turbolenza è rappresentato dal modello RST (Reynolds Stress Turbulence Model). A differenza dei due sopra citati, i quali si basano sull'ipotesi poco realista di Boussinesq, il modello di Reynolds rappresenta un modello di chiusura del secondo ordine che meglio permette di simulare il comportamento di un flusso turbolento nei casi di rapida distorsione, dove il flusso sembra comportarsi in maniera elastica più che viscosa. Esso si basa sull'equazione del trasporto delle sollecitazioni di Reynolds:

$$\frac{DR_{ij}}{Dt} = D_{ij} + P_{ij} + \Pi_{ij} + \Omega_{ij} - \varepsilon_{ij} ,$$

con

- D_{ij} rappresenta il termine di diffusione (la cui modellazione si basa sul presupposto che la velocità di trasporto delle sollecitazioni di Reynolds per diffusione sia proporzionale ai gradienti delle sollecitazioni di Reynolds);
- P_{ij} rappresenta il termine di produzione , ovvero l'azione dei gradienti di velocità media che lavorano contro le sollecitazioni (essendo chiuso non necessita di modellazione);
- Π_{ij} rappresenta il termine di correlazione pressione-deformazione, il quale ridistribuisce l'energia tra le componenti delle sollecitazioni di Reynolds;
- Ω_{ij} rappresenta il termine di rotazione;
- ε_{ij} rappresenta il termine di dissipazione (la sua modellazione si basa sull'ipotesi che i piccoli vortici dissipativi siano isotropi).

A seconda di come viene modellato il termine di correlazione pressione-deformazione, vi sono diverse varianti del modello di Reynolds. Il modello proposto da Gibson e Launder si basa su una modellazione lineare ed è per questo noto con il nome LPS, ovvero "Linear Pressure Strain". Il termine Π_{ij} è ottenuto come somma di un termine di deformazione da pressione lenta (noto anche come ritorno all'isotropia), da pressione rapida e da un termine di riflessione della parete, il quale tende a smorzare le sollecitazioni normali e ad esaltare quelle parallele alla parete. Per flussi ingegneristici con curvatura aerodinamica si preferisce il modello proposto da Speziale, Sarkar e Gatski, ovvero il Quadratic Pressure Strain, o QPS, il quale tiene conto nella modellazione del tensore dell'anisotropia dello stress di Reynolds, della velocità di deformazione media e del tensore medio della velocità di rotazione. Questo modello si differenzia dall' LPS per il fatto che non necessita di una correzione per tenere conto dell'effetto della riflessione a parete al fine di ottenere una soluzione ben stimata nella regione logaritmica (dove gli effetti viscosi sono ininfluenti) di uno strato limite turbolento. Diversamente dai primi due, il modello

Elliptic Blending usando la funzione di miscelazione, o Blending function, permette di mitigare gli effetti sulla soluzione della formulazione disomogenea del tensore pressione-deformazione (vicino alla parete) a vantaggio della forma più convenzionale (lontano dalla parete), con la quale si risolve l'equazione ellittica. Questo approccio conserva le principali caratteristiche del modello di Reynolds, ma invece di coinvolgere sei equazioni ellittiche per ogni componente di stress, ne considera solo una, con il vantaggio di semplificare notevolmente la risoluzione.

1.4 Descrizione del problema e obiettivo della tesi

Quello che traspare da quanto detto sopra è che, il moto dei fluidi è un fenomeno la cui descrizione e l'inquadramento matematico sono particolarmente complessi. Trovare una soluzione analitica alle equazioni di Navier-Stokes per flussi laminari, a meno di particolari casi, risulta praticamente impossibile, figurarsi risolvere il campo di moto nel caso di alti numeri di Reynolds, dove entra in gioco pure la turbolenza. La prima alternativa alla risoluzione analitica fu l'analisi sperimentale, la quale richiedeva costi elevati sia in termini di attrezzature che di tempo. Proprio per questo motivo ultimamente sta prendendo sempre più piede l'analisi CFD (Computational Fluid Dynamics). Si tratta di un metodo che utilizza analisi numerica e algoritmi per risolvere i problemi di fluidodinamica mediante l'uso di un computer. L'obiettivo della tesi è quello di studiare in dettaglio, tramite l'uso del software commerciale STAR CCM+, la validità dei diversi modelli di turbolenza RANS al fine di modellare una versione ridotta di un reattore a gas ad alta temperatura. La progettazione di una centrale a fissione e fusione richiede dettagliati processi di validazione e verifica dei modelli computazionali. Tali processi non possono fare a meno di un confronto con i dati sperimentali che dovranno essere eseguiti prima della fase di validazione. Importanti, in questo senso sono i processi di benchmark, metodologia che permette di identificare le migliori pratiche di gestione di un progetto. Il benchmark trattato nella tesi è quello proposto dal comitato ASME V&V in collaborazione con la Texas A&M University (figura 1.4.1), che consiste appunto nel modellare la parte superiore di un reattore a gas ad alta temperatura. Tramite misurazioni ottiche (Particle Image Velocimetry) e spettroscopiche (Laser Image Fluorescence) si è potuti risalire, per cinque valori di Reynolds, ad un eccellente set di dati sperimentali, quali il campo di velocità medio, le fluttuazioni turbolente e la temperatura, per la validazione dei modelli CFD turbolenti.

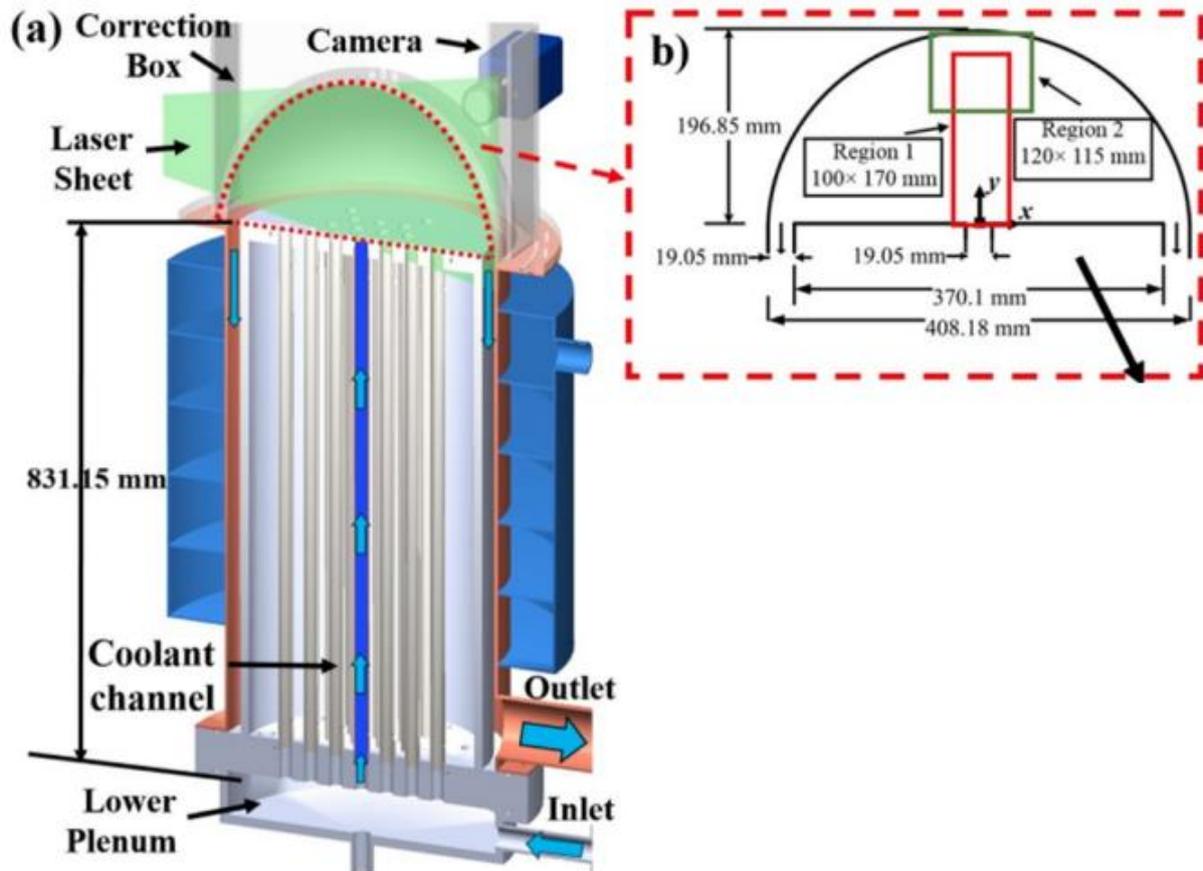


Figura 1.4.1: schema esperimento

Tali dati si limitano alla zona circoscritta dal quadrante rosso della figura sopra raffigurata. L'analisi verrà effettuata solo per due dei cinque casi analizzati nell'esperimento. Per quanto riguarda il primo, $Re=3413$, si procederà con un'analisi 2D stazionaria essendo sicuri di non ricadere nel caso di flusso non stazionario. Diverso sarà il caso per $Re=7912$, dove sarà necessaria un'analisi 3D a causa della transizione al regime non stazionario. Prima di procedere con la simulazione nell'upper plenum, si effettuerà un'analisi preliminare in un condotto di lunghezza arbitraria al fine di ottenere le corrette condizioni al contorno da inserire nella simulazione principale. La lunghezza arbitraria è legata e giustificata dalla periodicità delle condizioni al contorno tra ingresso e uscita del condotto stesso. A posteriori, si estrapoleranno i dati e si effettuerà il confronto tra le componenti di velocità lungo x e y e l'energia cinetica turbolenta, ottenute dalla risoluzione dei modelli RANS, e i dati sperimentali appunto. Le curve, riportate tutte in un grafico per ciascuno dei modelli di turbolenza, prima verranno valutate nei 101 punti in cui è valutata la curva sperimentale e solo dopo si procederà al calcolo dell'errore medio al fine di valutare ed individuare la curva, o meglio il modello, che approssima in maniera più accurata la sperimentale.

2 Risoluzione del problema attraverso l'uso del software commerciale Star CCM+ per numero di Reynolds pari a 3413

2.1 *Analisi preliminare al fine di determinare le condizioni al contorno*

In questo capitolo ci occuperemo del caso Re pari a 3413. Come detto precedentemente, questo caso può essere studiato mediante un'analisi bidimensionale, data la stazionarietà del flusso. Prima di procedere alla simulazione nell'upper-plenum, è necessario, così come lo sarà anche per l'altro valore di Re , determinare le condizioni al contorno. Per fare ciò, si eseguirà un'analisi preliminare in un condotto cilindrico di lunghezza arbitraria (data la periodicità delle condizioni al contorno) e di diametro pari a metà di quello del canale lungo cui scorre il fluido refrigerante (data la simmetria della soluzione). L'obiettivo di tale analisi è quello di ottenere, in funzione della coordinata radiale, il profilo di velocità, l'energia cinetica turbolenta e il rateo di dissipazione turbolenta, nel caso di modello $k-\epsilon$ e modello RST, o il rateo di dissipazione turbolenta specifica, nel caso di modello $k-\omega$. Una volta determinata la geometria è necessario inserire le condizioni al contorno e discretizzare il dominio. Quest'ultimo processo, comunemente noto con il termine di "meshing", consiste nel creare un insieme di elementi (mesh) su cui poter valutare la soluzione, la quale sarà poi interpolata sull'intero dominio al fine di ottenere quella finale. Il problema non risiede tanto nel crearne una, ma nel crearne una di qualità, una in grado di ottimizzare la soluzione in termini di accuratezza e di tempo. Nel software Star CCM+, scelta una mesh poligonale, è necessario specificare tre diversi parametri: lo spessore totale dello strato dei prismi, o PLTT (Prism Layer Total Thickness), lo spessore dello strato più vicino a parete, o PLNWT (Prism Layer Near Wall Thickness), e la dimensione base, o Base Size. I primi due parametri verranno settati plottando, in funzione della coordinata parallela all'asse del condotto, la funzione di parete y^+ . Avendo scelto un approccio low y^+ , ci aspettiamo di ottenere a parete una y^+ più piccola di 1 ($\approx 0.7 \div 0.8$). Fissando il valore di PLTT, si fa variare il PLNWT cercando di far cadere la funzione di parete in quell'intervallo. Come è possibile notare dai grafici sotto riportati, i valori di PLTT e di PLNWT che ci permettono di ottenere quanto appena detto sono rispettivamente $9.525E-4$ m e $1.19062E-4$ m (pari ad $1/8$ del PLTT). Ciò significherà avere otto prismi tutti della stessa dimensione.

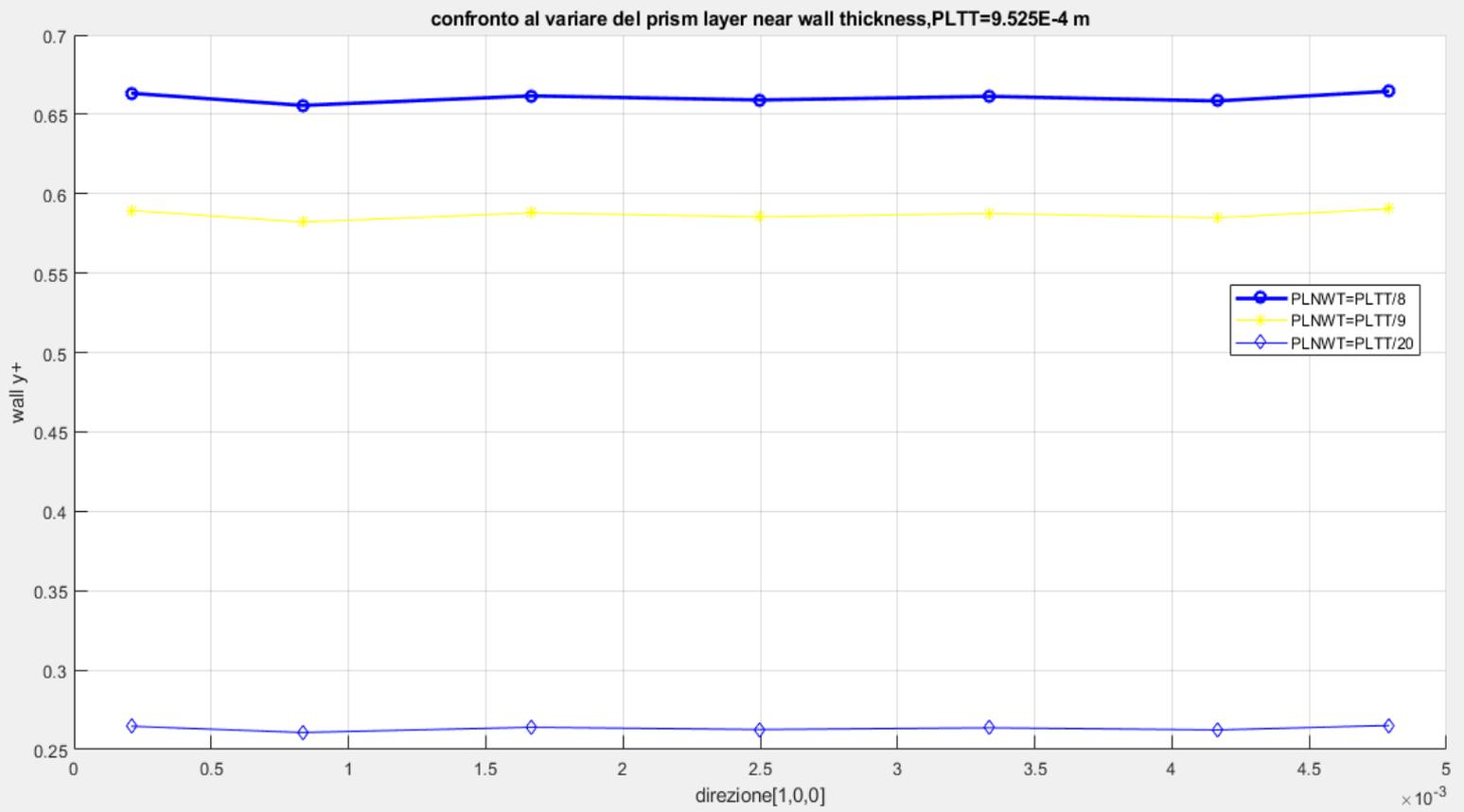


Figura 2.0.1: funzione di parete per PLTT pari a 9.525E-4 m

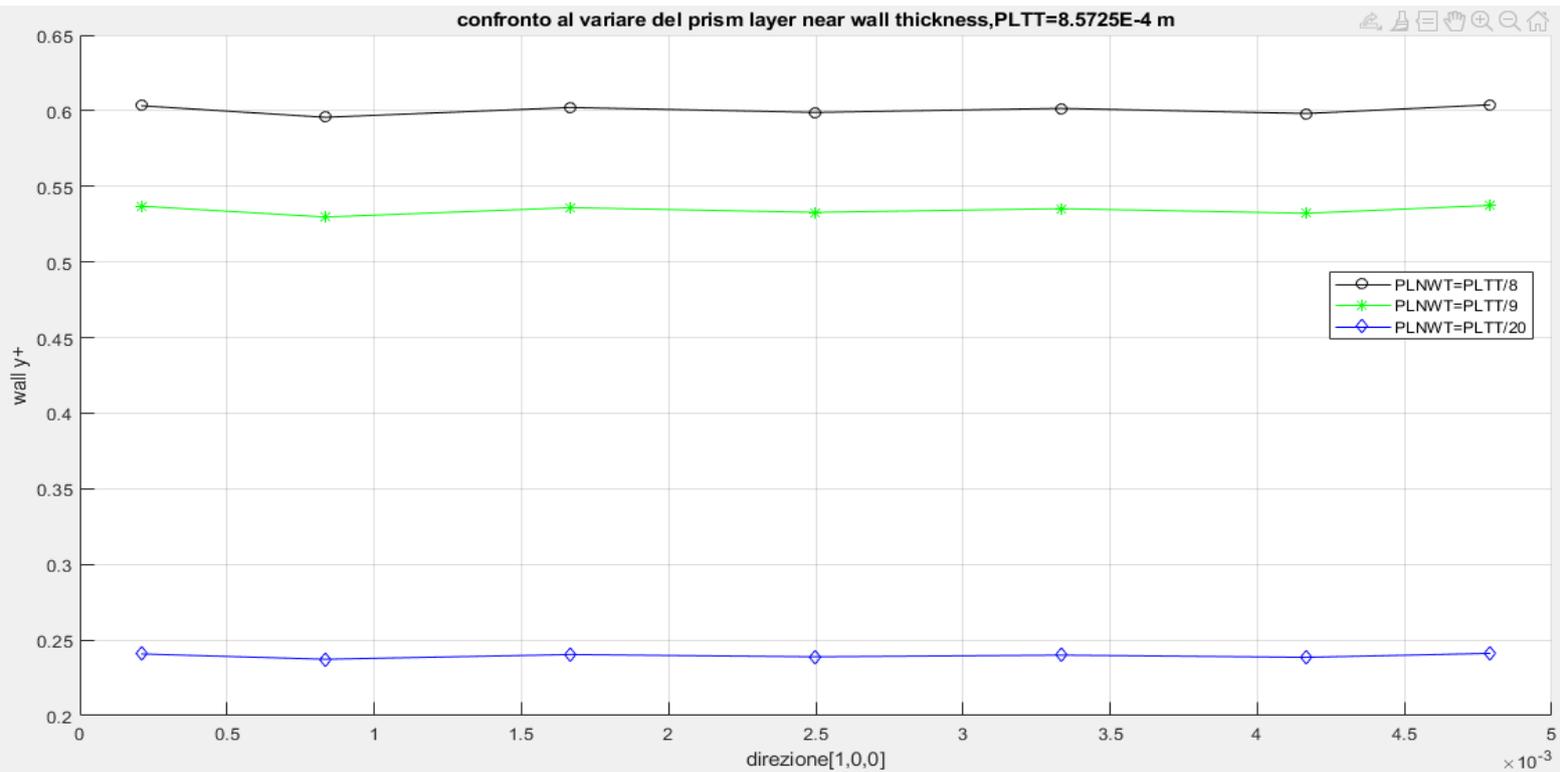


Figura 2.0.2: funzione di parete per PLTT pari a 8.5725E-4 m

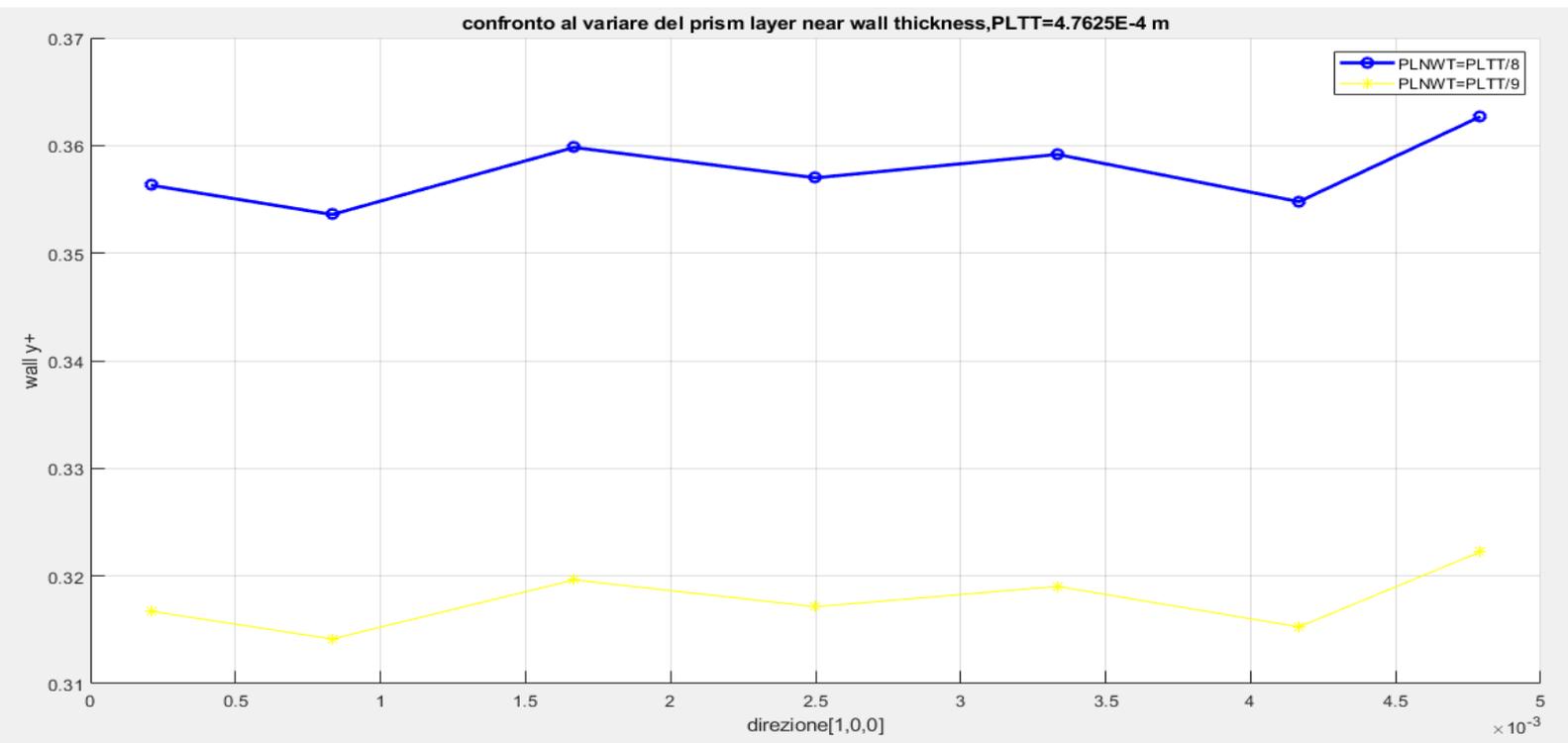


Figura 2.0.3: funzione di parete per PLTT pari a 4.7625E-4 m

Per settare il terzo parametro si monitoreranno velocità media e massima e si valuterà, decrementando di volta in volta, quale è il valore di base size al di sotto del quale le grandezze monitorate assumono un valore costante.

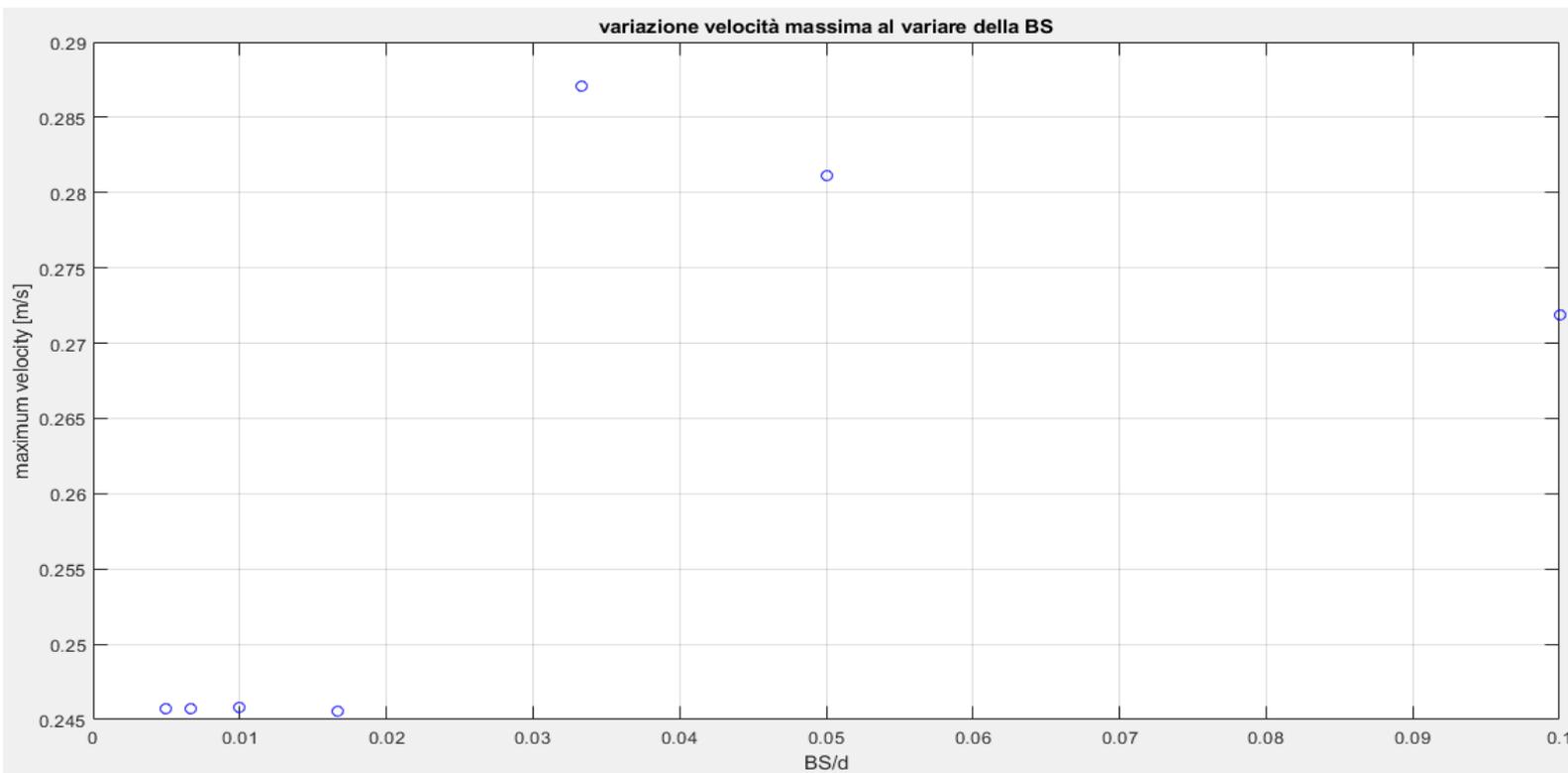


Figura 2.0.4: velocità massima

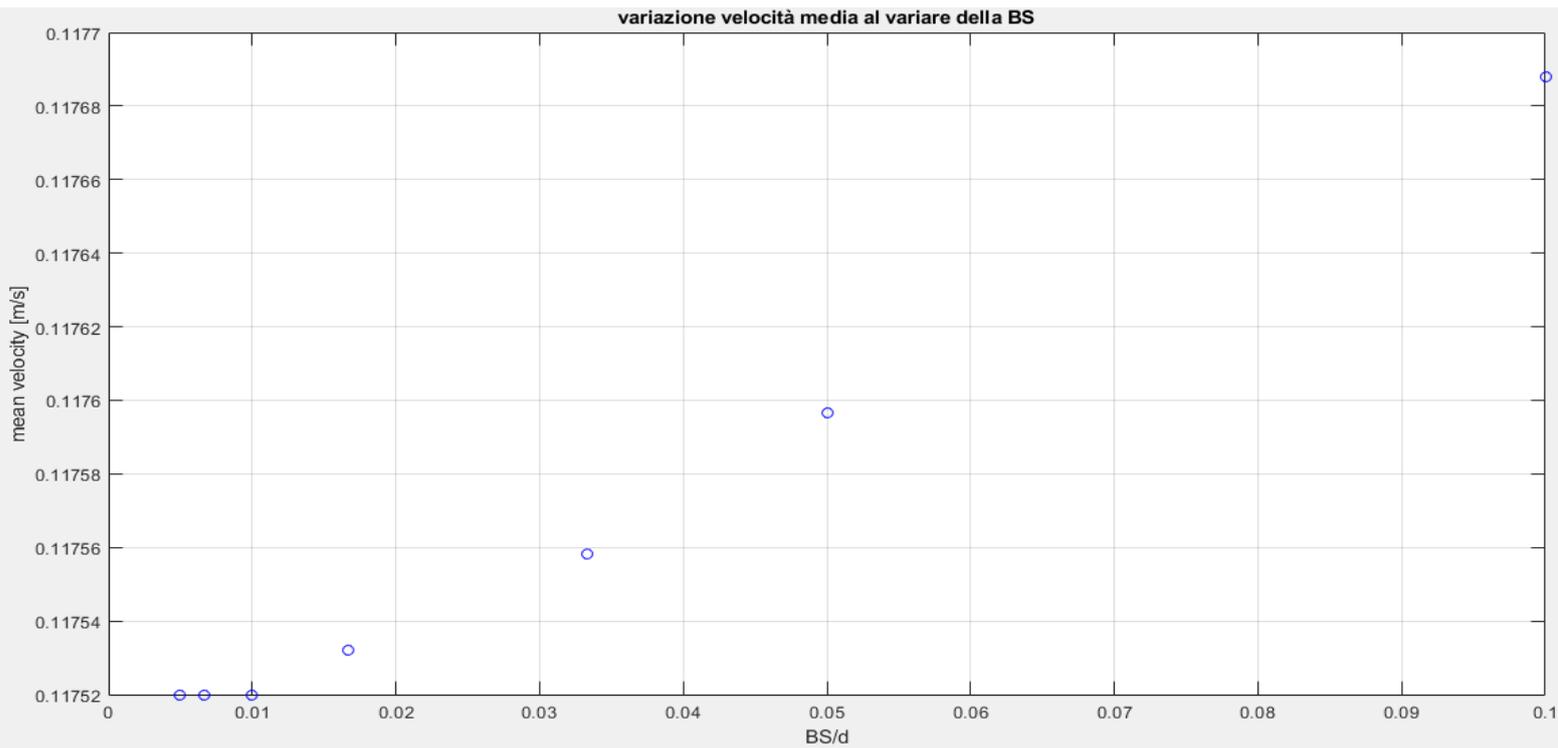


Figura 2.0.5: velocità media

Ciò che traspare dai grafici sopra riportati è che tale valore di BS è $9,525 \text{ E } -5 \text{ m}$. Di seguito si riporta la mesh creata con i valori appena determinati:

Simcenter STAR-CCM+

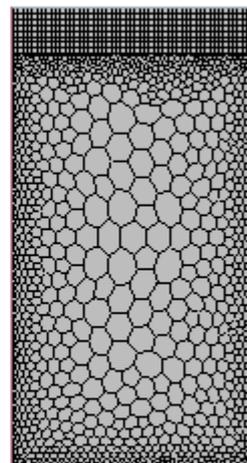


Figura 2.0.6: Discretizzazione dominio

A questo punto non resta altro che determinare le condizioni al contorno. Noto il numero di Reynolds, la dimensione caratteristica del canale e le proprietà del fluido refrigerante (acqua) alla temperatura di 19.74 °C, è possibile ricavare la portata in ingresso per unità d'angolo:

$$Re = 3413;$$

$$\nu = 1e-6 [m^2/s] ; \text{ (viscosità cinematica)}$$

$$\rho = 998.2071 [kg/m^3] ;$$

$$d = 19.05e-3 [m] ; \text{ (diametro condotto)}$$

$$A = \pi/4 * d^2 [m^2] ; \text{ (sezione di passaggio)}$$

$$U = (Re * \nu) / d [m/s] ;$$

$$\dot{m} = \rho * A * U [kg/s] ;$$

$$\hat{m} = \dot{m} / (2 * \pi) = 0.00811 \text{ kg/s} .$$

Completata la mesh e inserite le condizioni al contorno, è possibile far girare la simulazione al fine di ottenere le condizioni al contorno da settare nella simulazione principale. Come detto nel capitolo precedente, ciascuno dei tre modelli di turbolenza oggetto della tesi presenta diverse varianti. Prima di procedere alla valutazione di tutte, verrà effettuato un confronto tra due sole varianti al fine di determinare se i risultati sono sovrapponibili o meno; in caso positivo, sarà possibile procedere allo studio di una sola delle varianti per ciascun modello, al contrario, si procederà all'analisi e al confronto tra tutte quelle disponibili. Come visibile dalle figure sotto riportate, confrontando la variante Realizable e Standard per il k-ε, la SST e la Wilcox per il k-ω e la LPS e QPS per il RST, i profili di velocità e l'energia cinetica turbolenta presentano andamenti differenti.

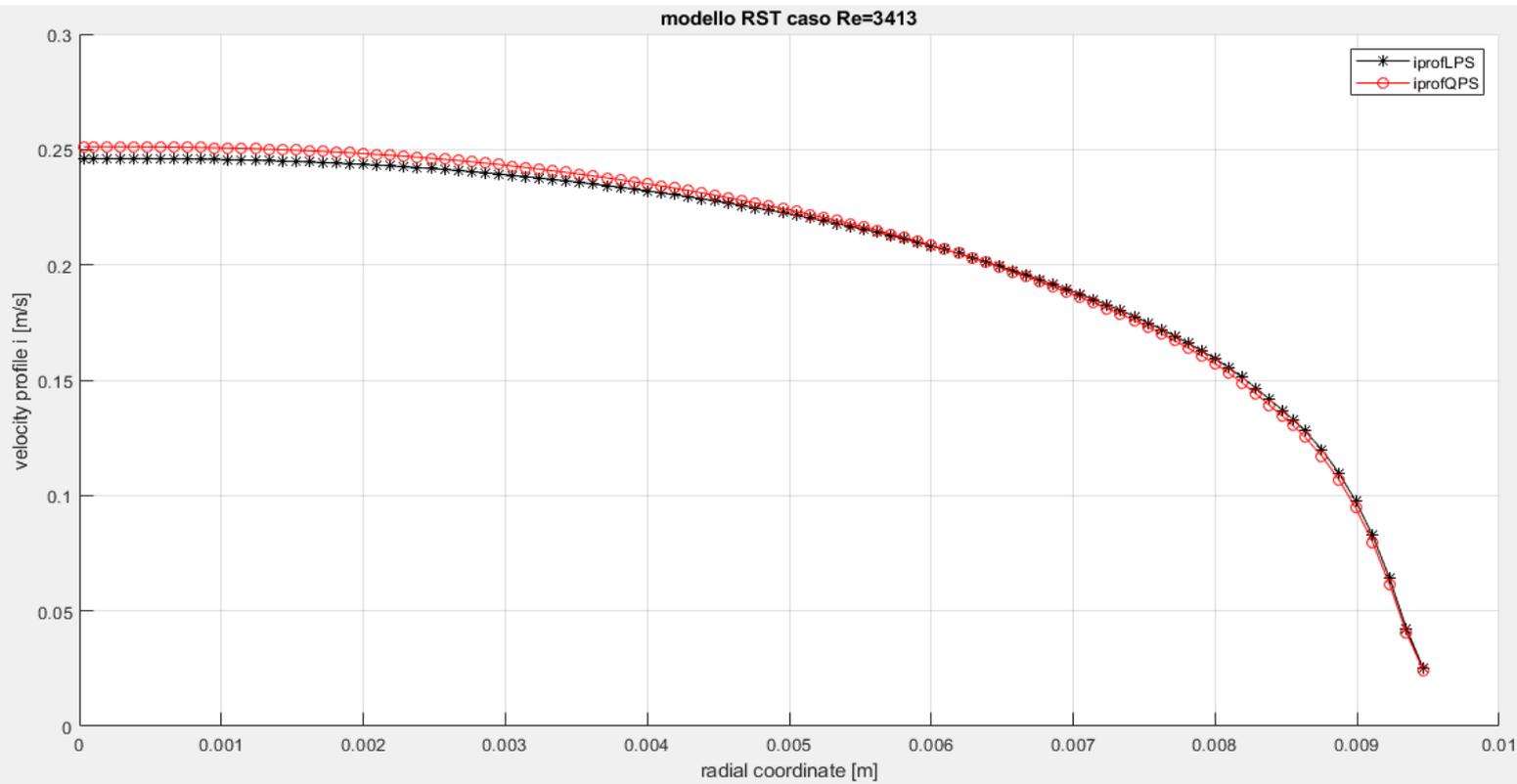


Figura 2.0.7: confronto del profilo di velocità per modello RST

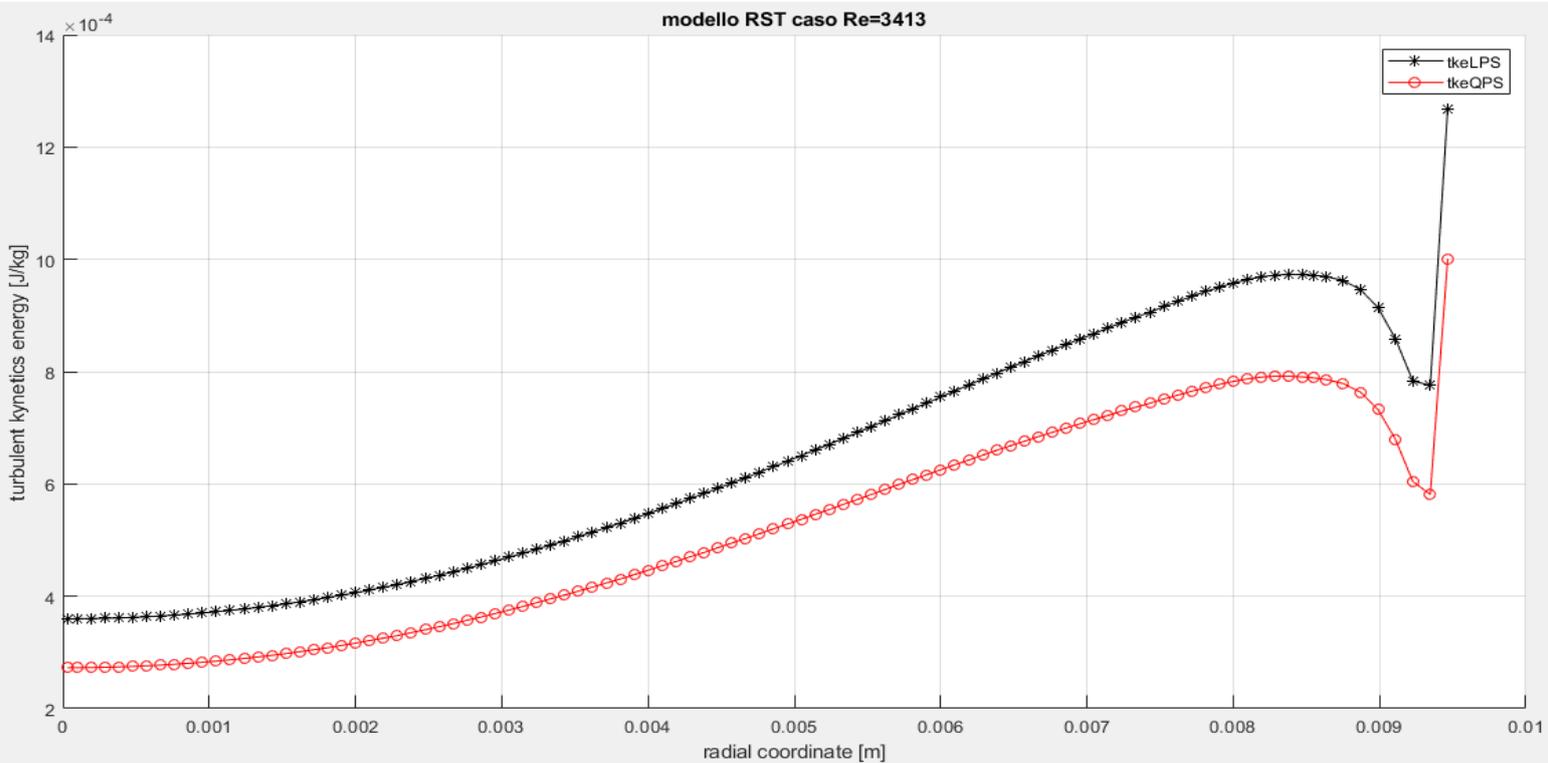


Figura 2.0.8: confronto dell'energia cinetica turbolenta per modello RST

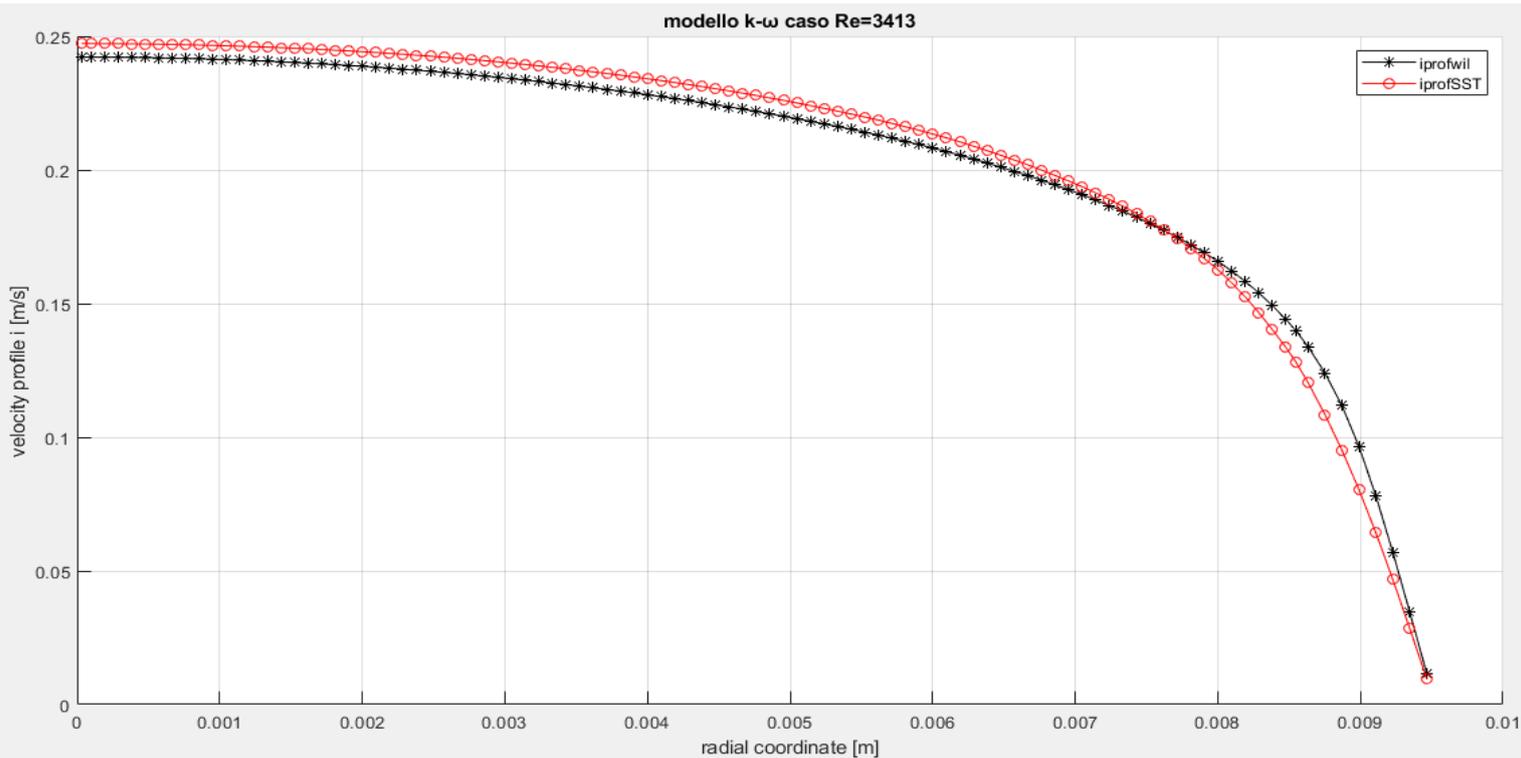


Figura 2.0.9: confronto del profilo di velocità per modello k- ω

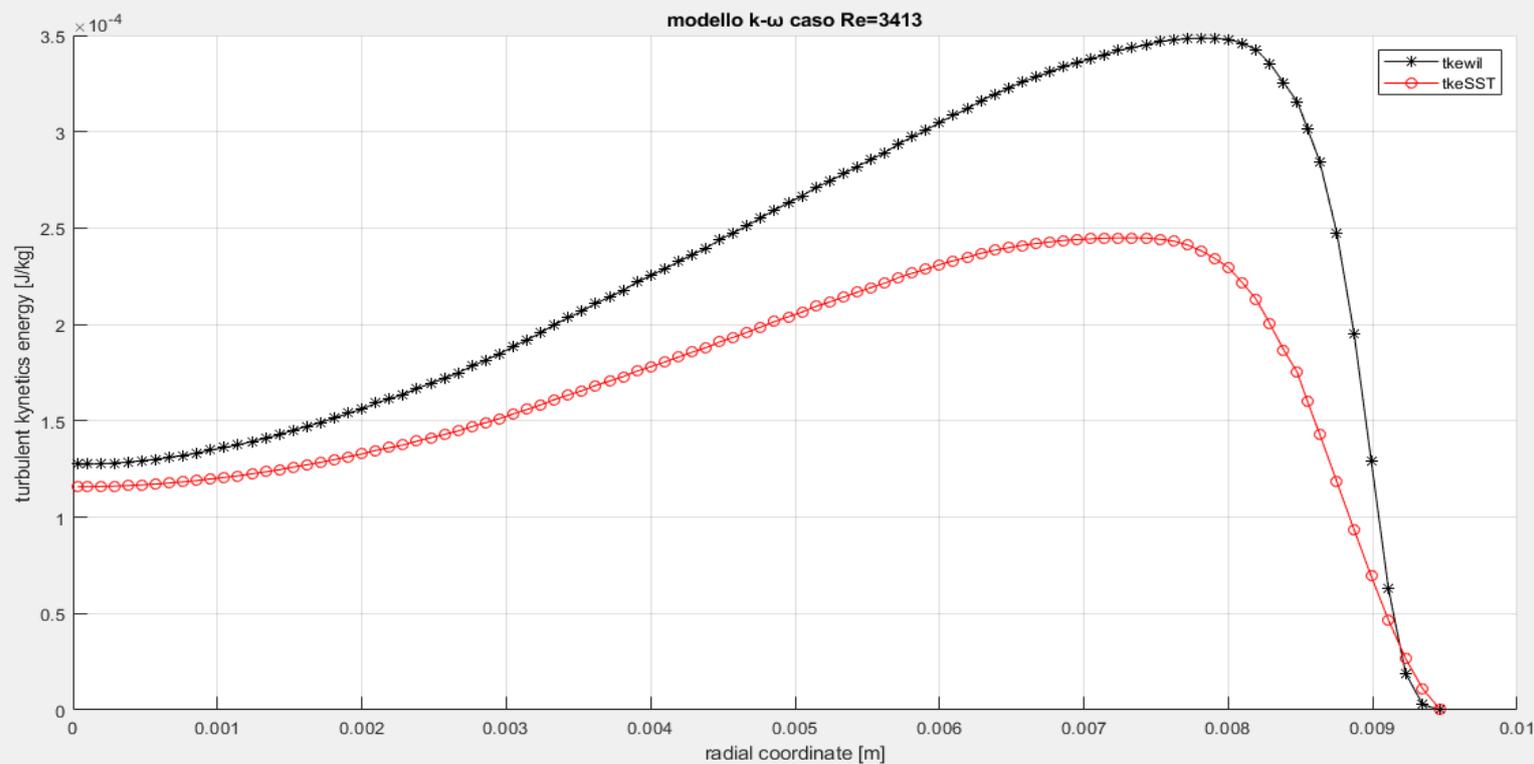


Figura 2.0.10: confronto dell'energia cinetica turbolenta per modello k- ω

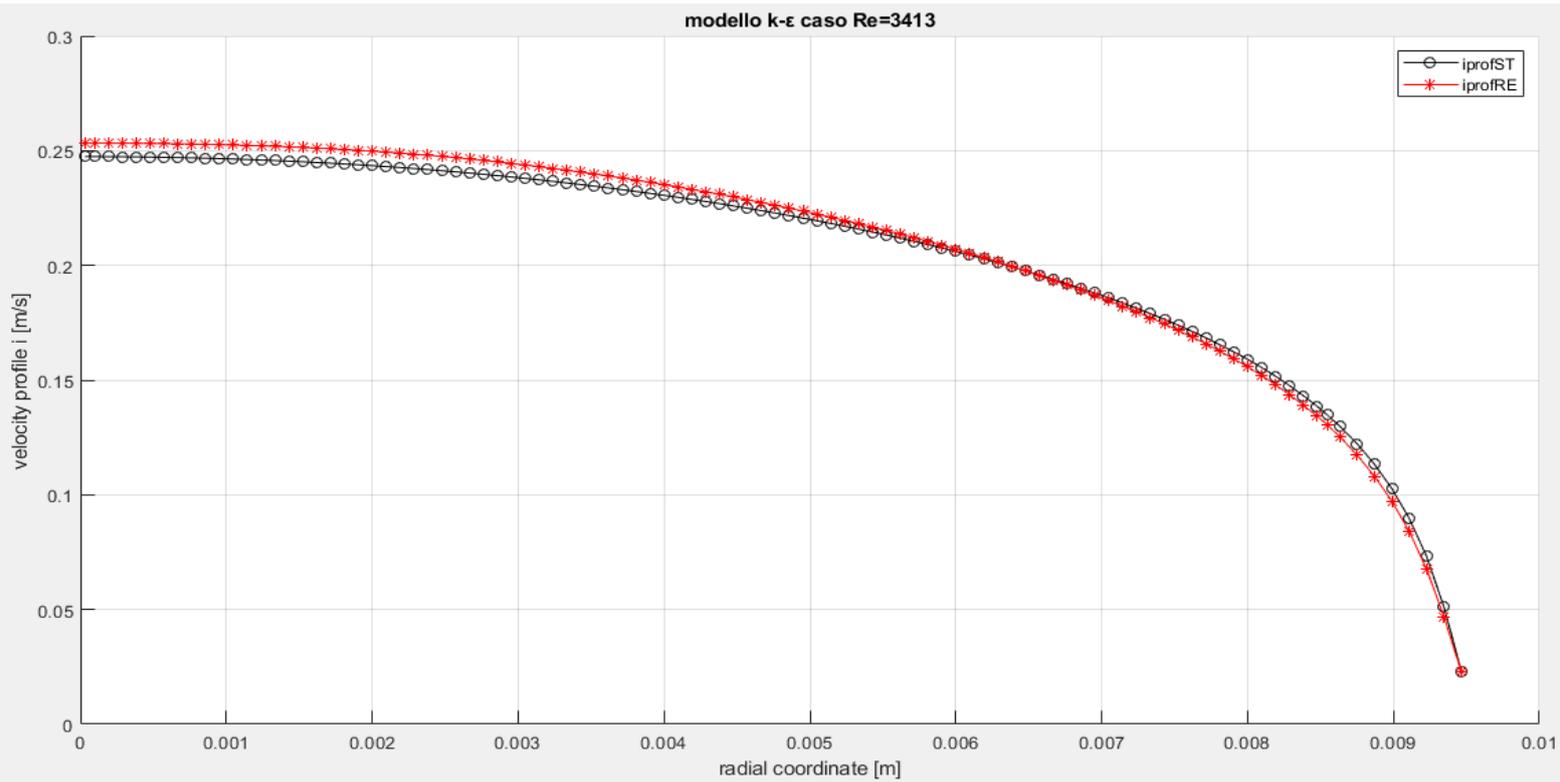


Figura 2.0.11: confronto del profilo di velocità per modello k- ϵ

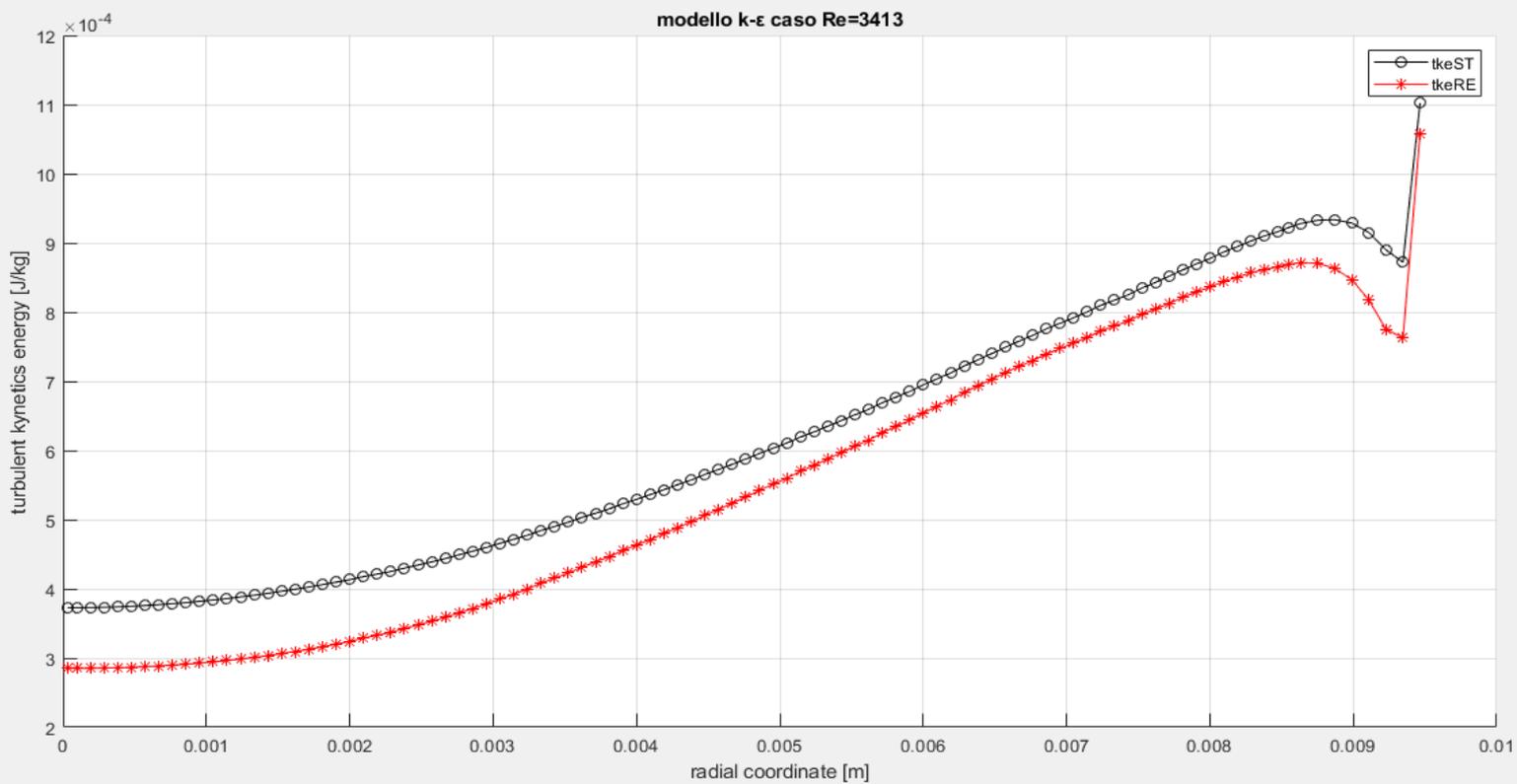


Figura 2.0.12: confronto dell'energia cinetica turbolenta per modello k- ϵ

Ciò significa che per tutte le varianti dovranno essere ricavate le condizioni al contorno e tutte dovranno essere confrontate con la curva sperimentale. Questo è ciò che verrà fatto nelle sezioni successive.

2.2 Soluzione ottenuta usando il modello k- ϵ

In questa sezione le RANS verranno risolte con il modello a due equazioni k- ϵ . Come detto nella sezione 1.3, essi includono due equazioni extra di trasporto per rappresentare le proprietà dei flussi turbolenti: la prima è l'energia cinetica turbolenta k mentre la seconda è il tasso di dissipazione turbolenta ϵ . Questo modello è composto da diverse varianti. Quelle che verranno analizzate sono la Realizable, la Realizable two layers, la Standard, la Standard two layers, l'Elliptic Blending e la Lag Elliptic Blending. La curva ottenuta per ognuna delle sei varianti sopra citate verrà confrontata con la curva sperimentale al fine di individuare quella che meglio la approssima. I dati necessari alla costruzione delle curve verranno estrapolati dall'analisi numerica condotta attraverso il software commerciale Star CCM+. Prima di procedere alla risoluzione, sarà necessario inserire le condizioni al contorno in ingresso ricavate dall'analisi preliminare; il profilo di velocità, l'energia cinetica turbolenta e il tasso di dissipazione turbolenta, o "Turbulent Dissipation Rate", verranno inseriti non come valori singoli, ma come "radial internal table", ossia funzioni della coordinata radiale. Fatto ciò, non resta altro che lanciare la simulazione ed aspettare che i residui si siano stabilizzati (si riporta sotto un esempio per la variante realizable). Andamenti simili vengono ottenuti anche per tutte le altre varianti.

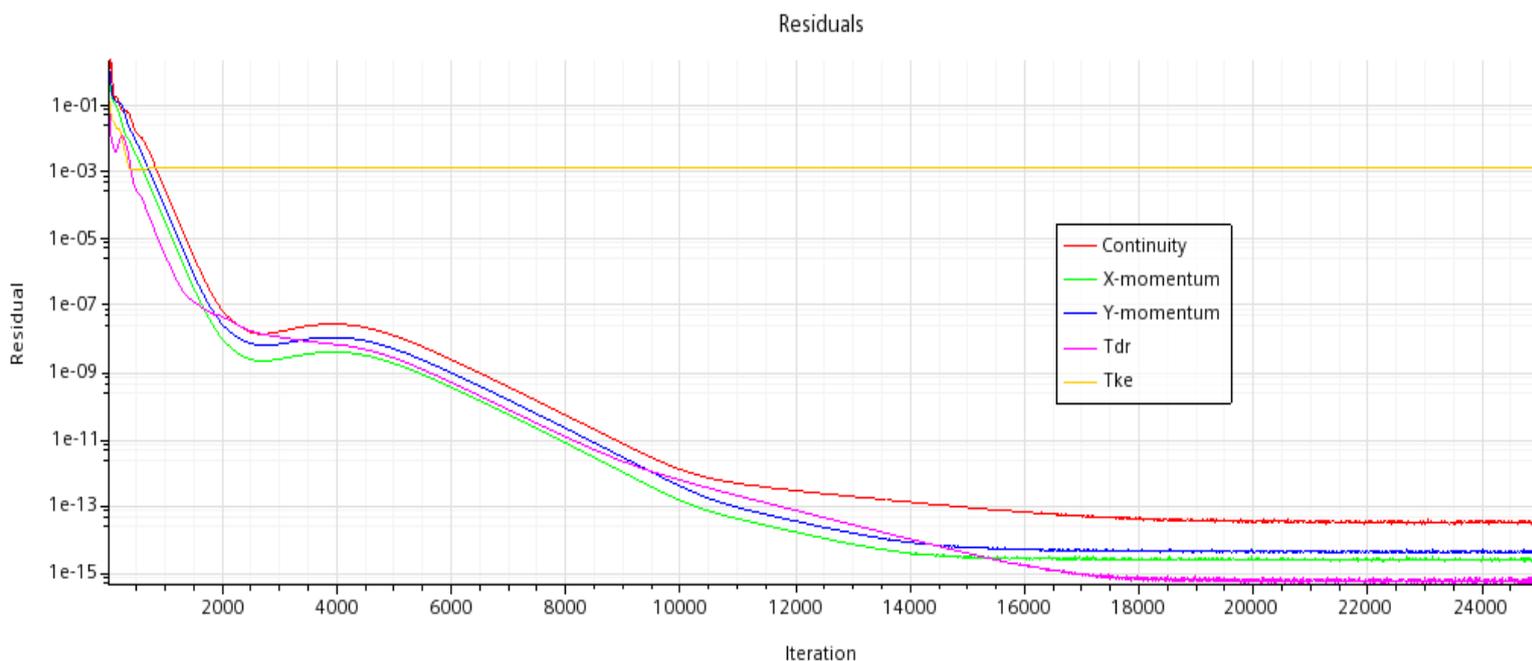


Figura 2.2.1: Andamento residui per il modello Realizable al variare del numero di iterazioni

Lo step successivo prevede l'estrazione dei dati, i quali verranno estratti in funzione delle coordinate cartesiane x, y, z . La coordinata y varierà da una dimensione pari al diametro del canale di refrigerazione (19,05 mm) fino a n pari 10 volte tale valore, con n numero intero. La coordinata x sarà compresa nell'intervallo $[-39.49 \div 40.11]$ mm, ma data la simmetria si considererà solo metà di tale intervallo, mentre la coordinata z sarà pari a zero (data la bidimensionalità del problema). Tali coordinate identificano il quadrante rosso rappresentato nella figura 1.4.1, ossia la zona in cui sono stati valutati i dati sperimentali a noi pervenuti. A questo punto non resta altro che procedere al confronto tra le curve, dopo aver valutato quelle ottenute dai vari modelli nei punti in cui è valutata la sperimentale. Per evitare di appesantire il documento si è deciso di riportare i grafici di confronto solo per tre dei dieci valori considerati: $y/D = 1$, $y/D = 5$ e $y/D = 10$.

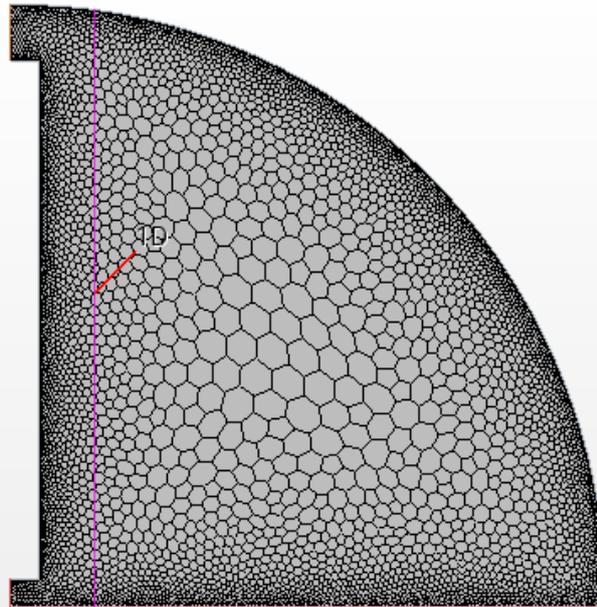


Figura 2.2.2: Coordinata y pari a 19,05 mm ($y/D=1$)

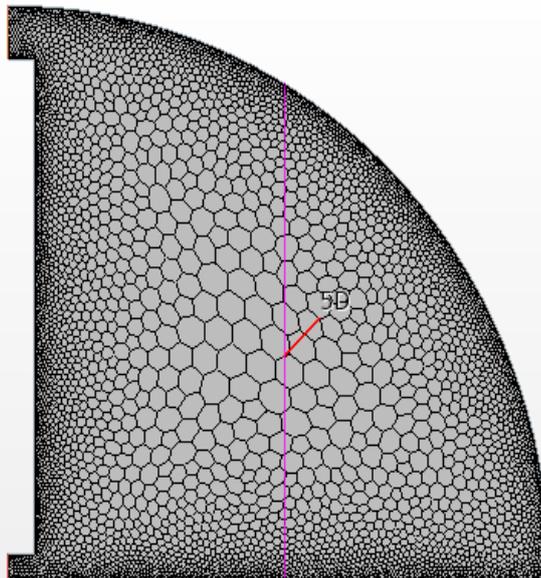


Figura 2.2.3: Coordinata y pari a 95.25 mm ($y/D=5$)

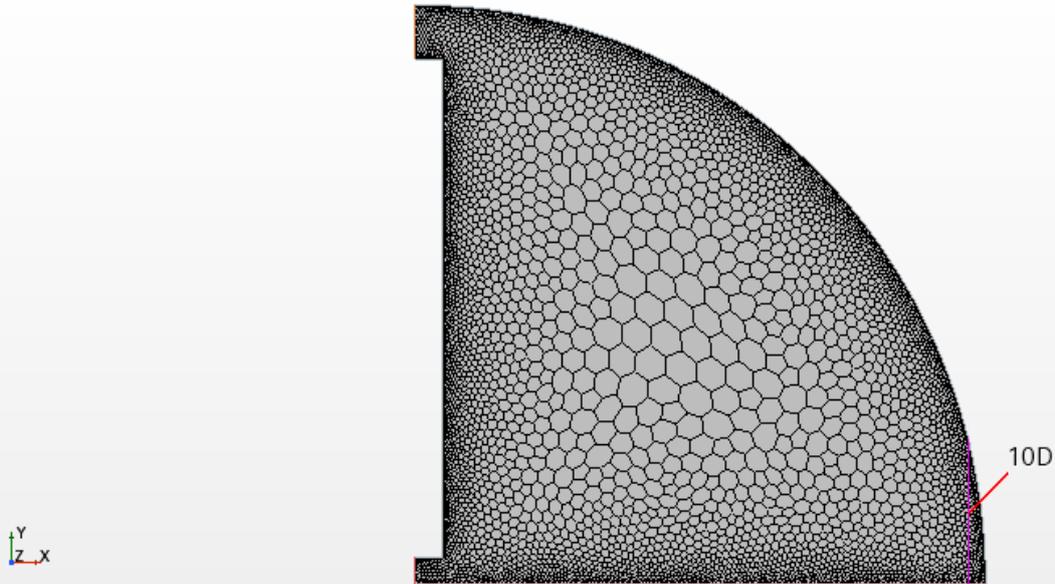


Figura 2.2.4: Coordinata y pari a 190.5 mm ($y/D=10$)

Particolare attenzione deve essere fatta per quanto riguarda il sistema di riferimento. Quello usato nella simulazione numerica risulta essere ruotato di 90° in senso antiorario rispetto a quello dell'esperimento, che sarà quello a cui si farà fede nell'intera trattazione. La coordinata y sarà quella parallela all'asse del getto, mentre la x sarà quella trasversale. Fatta questa premessa, si riportano di seguito i grafici.

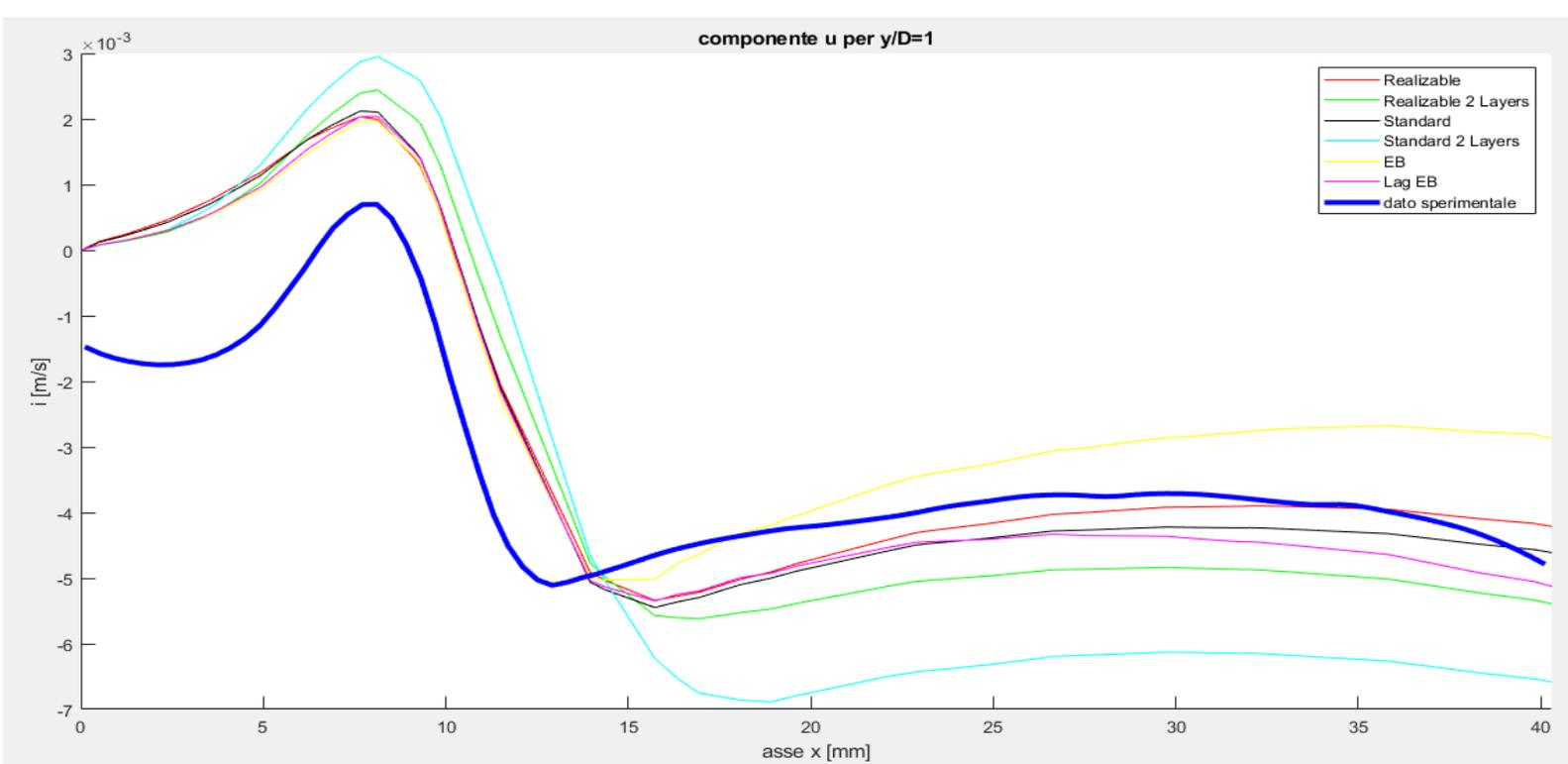


Figura 2.2.5: andamento della componente i per $y/D=1$

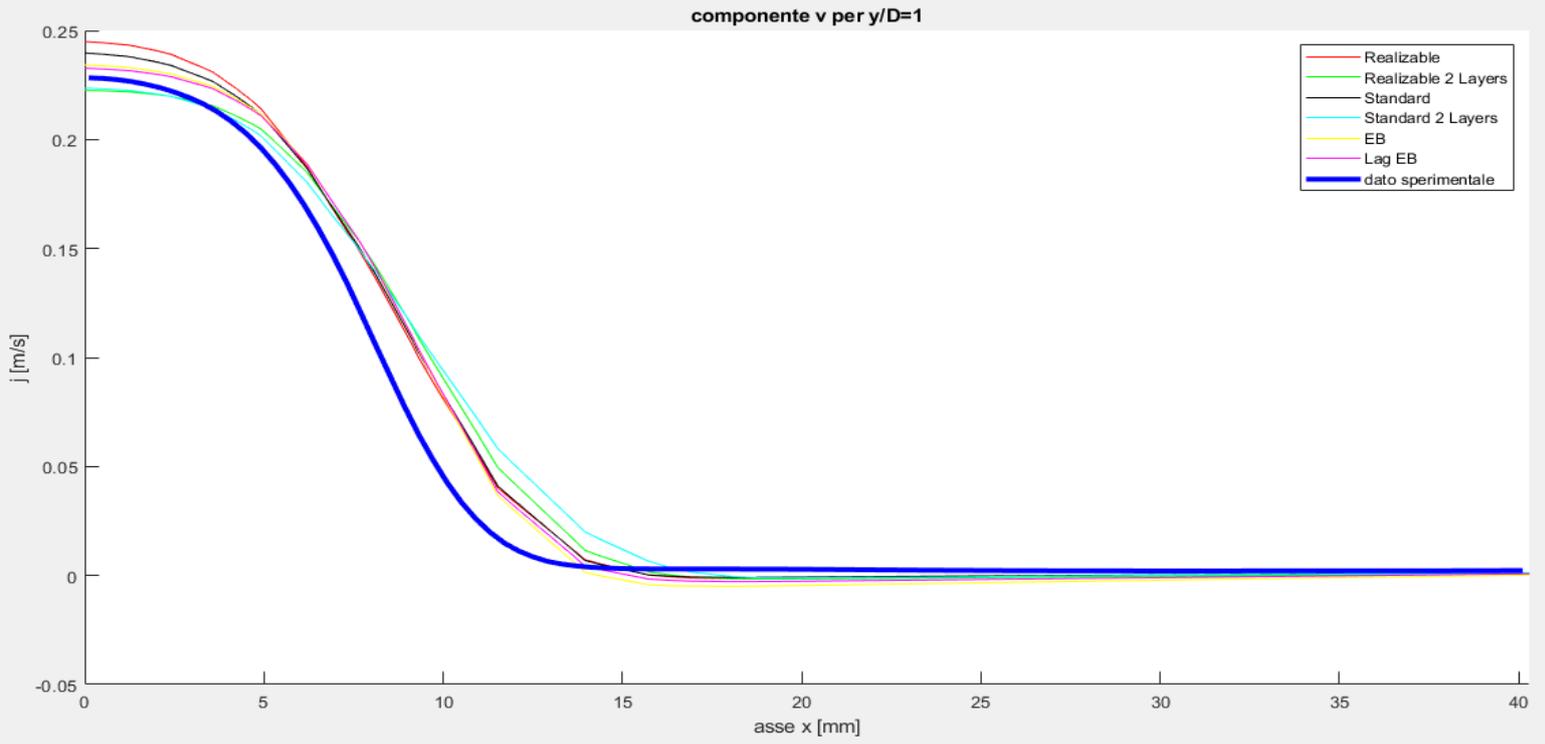


Figura 2.2.6: andamento della componente j per $y/D=1$

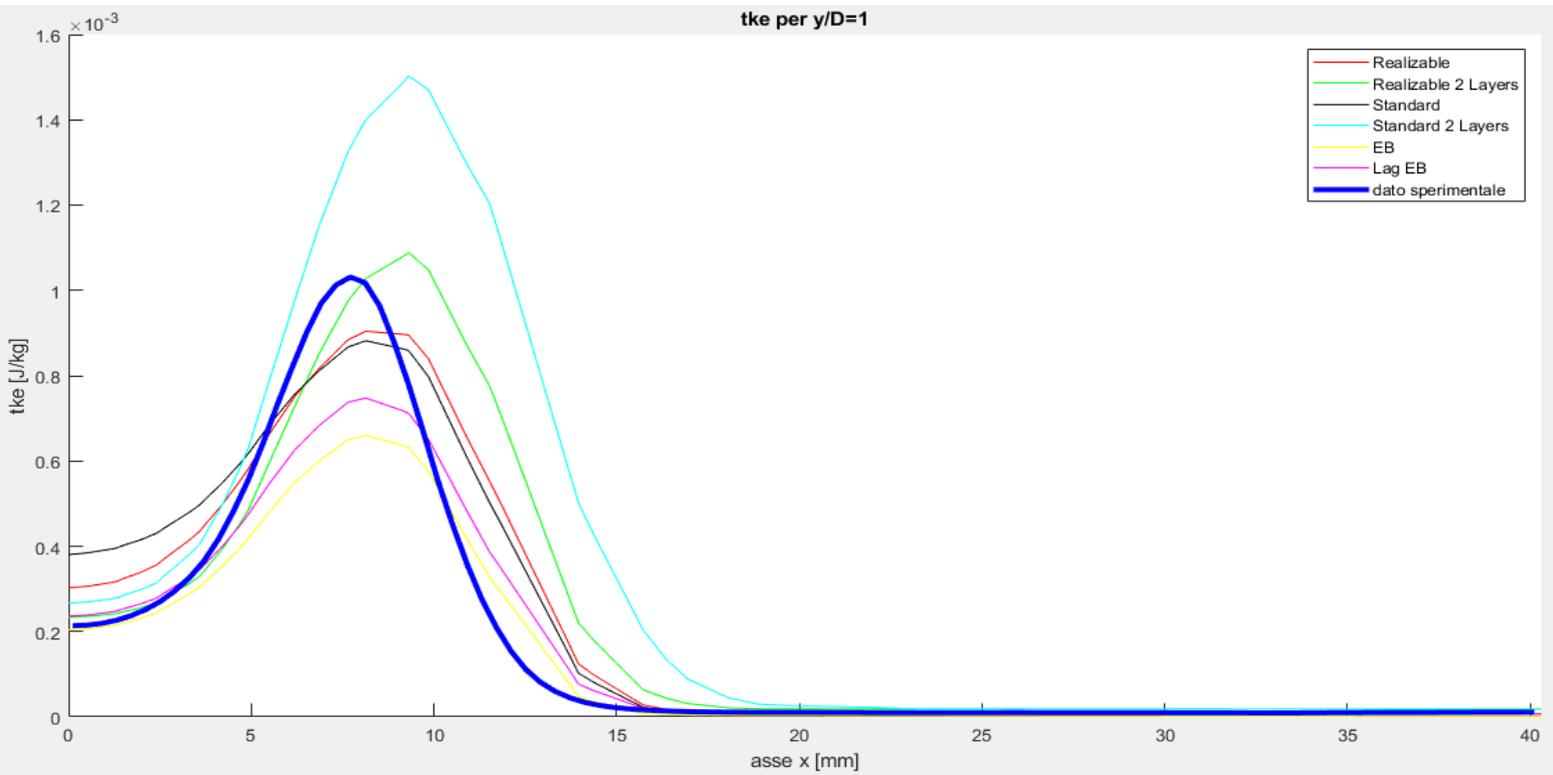


Figura 2.2.7: andamento della tke per $y/D=1$

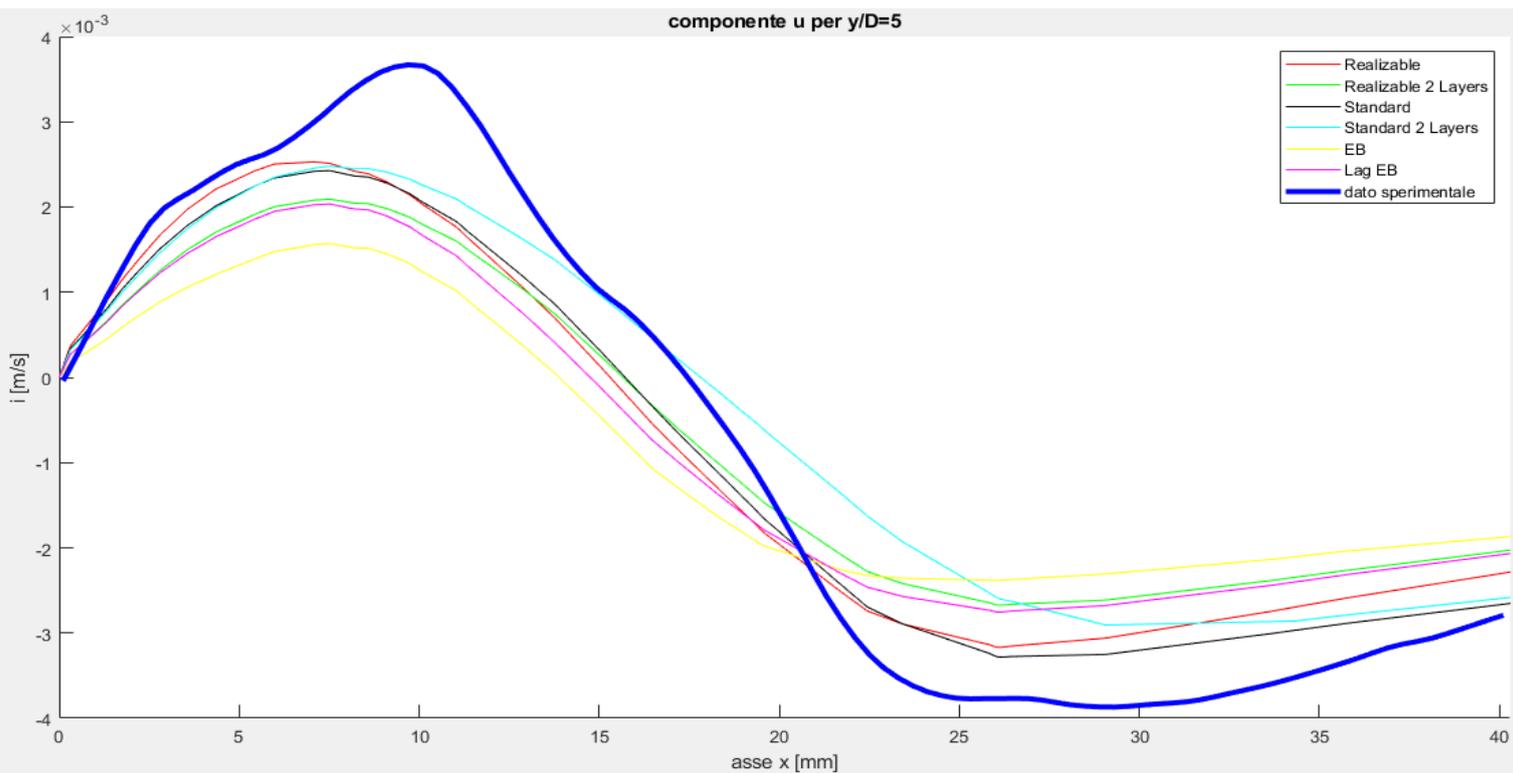


Figura 2.2.8: andamento della componente i per $y/D=5$

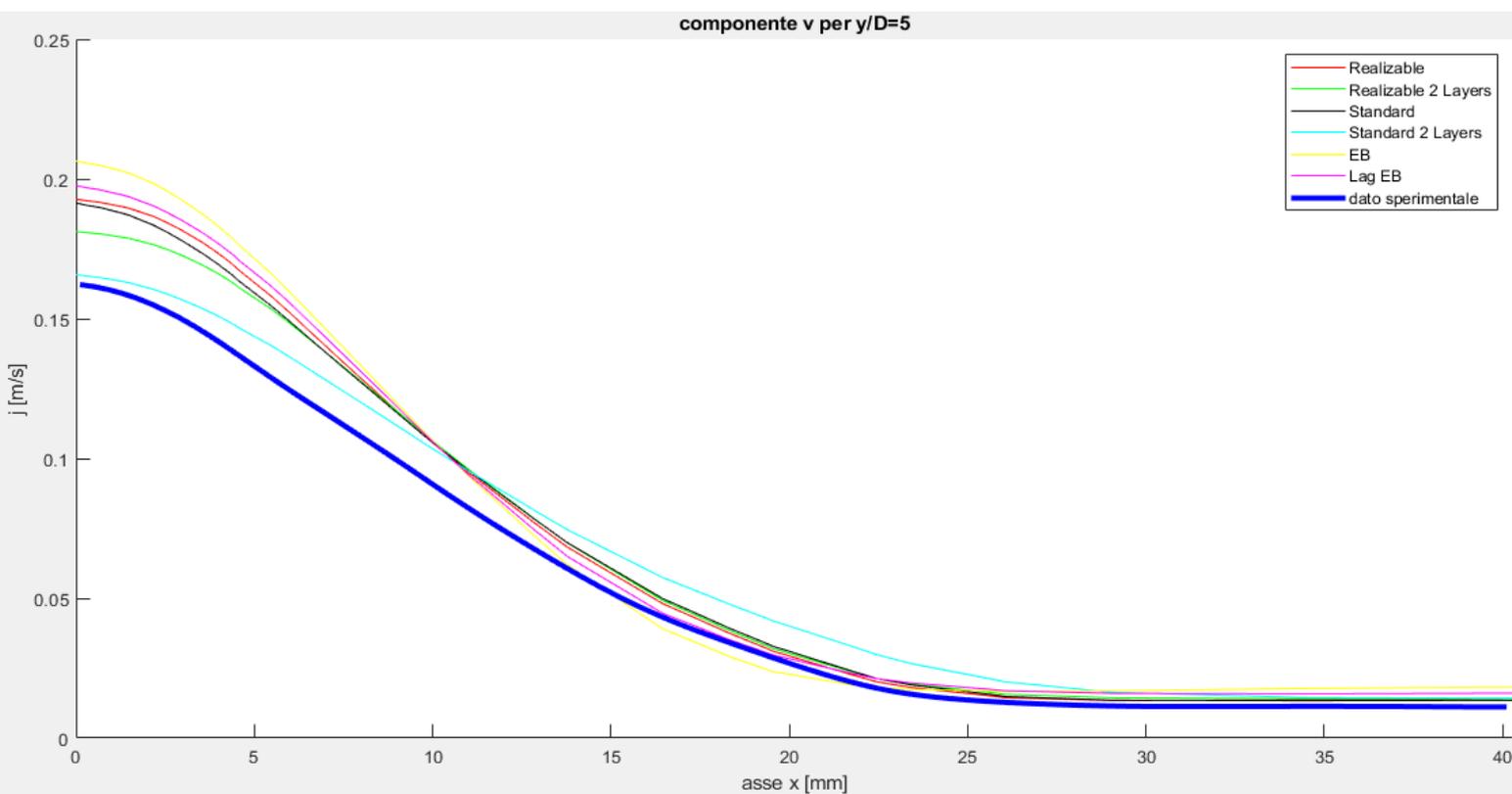


Figura 2.2.9: andamento della componente j per $y/D=5$

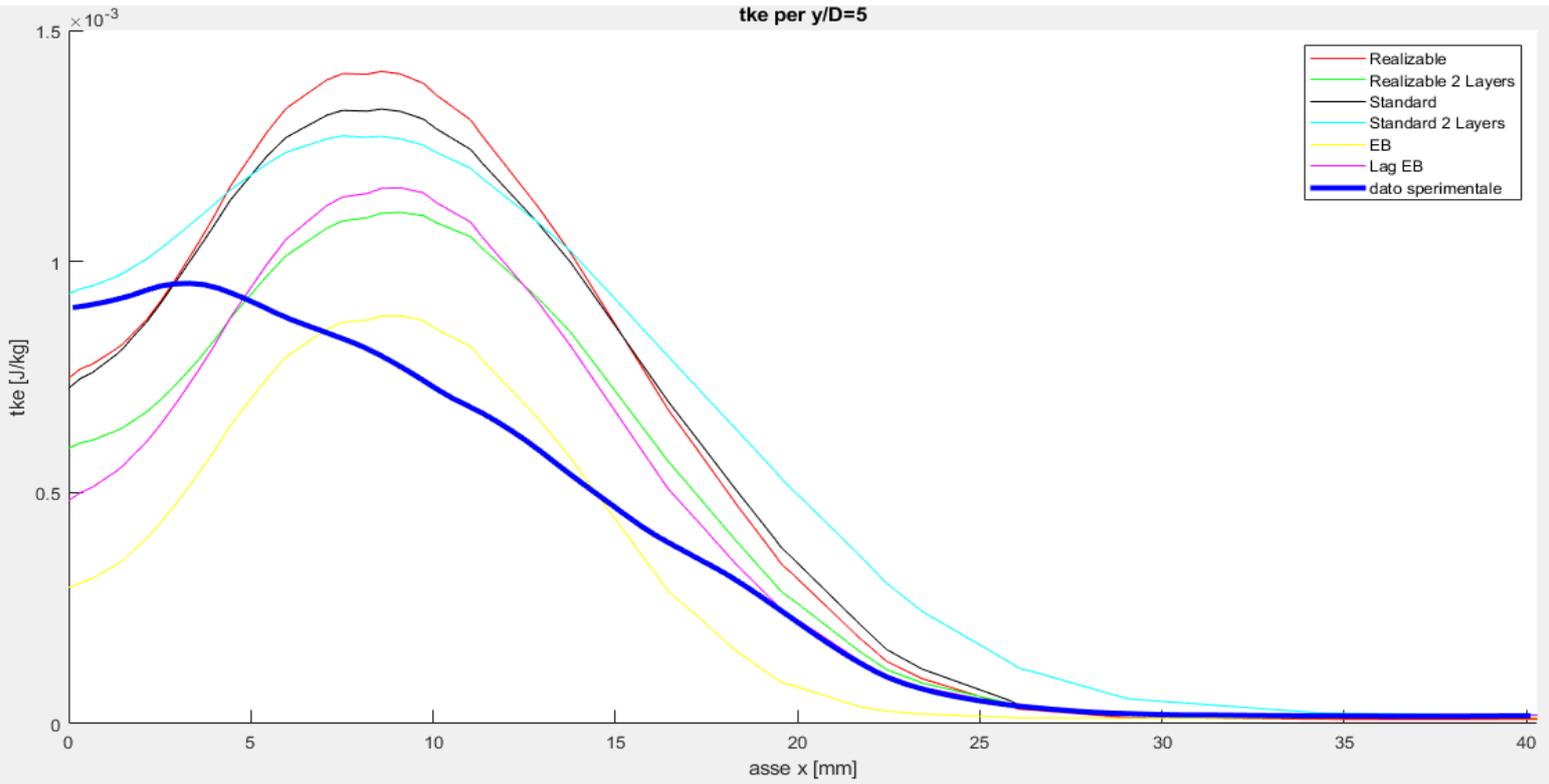


Figura 2.2.10: andamento della tke per $y/D=5$

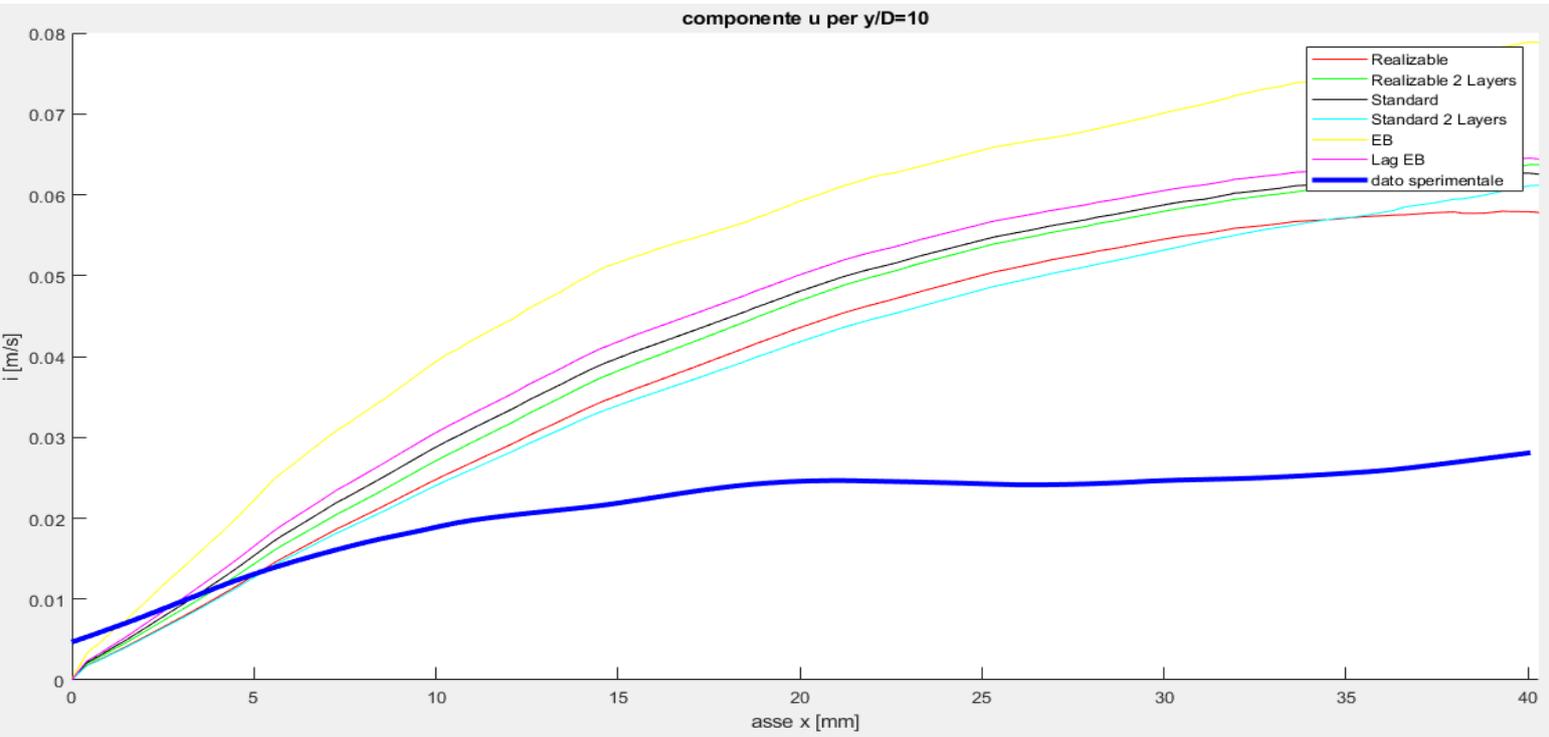


Figura 2.2.11: andamento della componente i per $y/D=10$

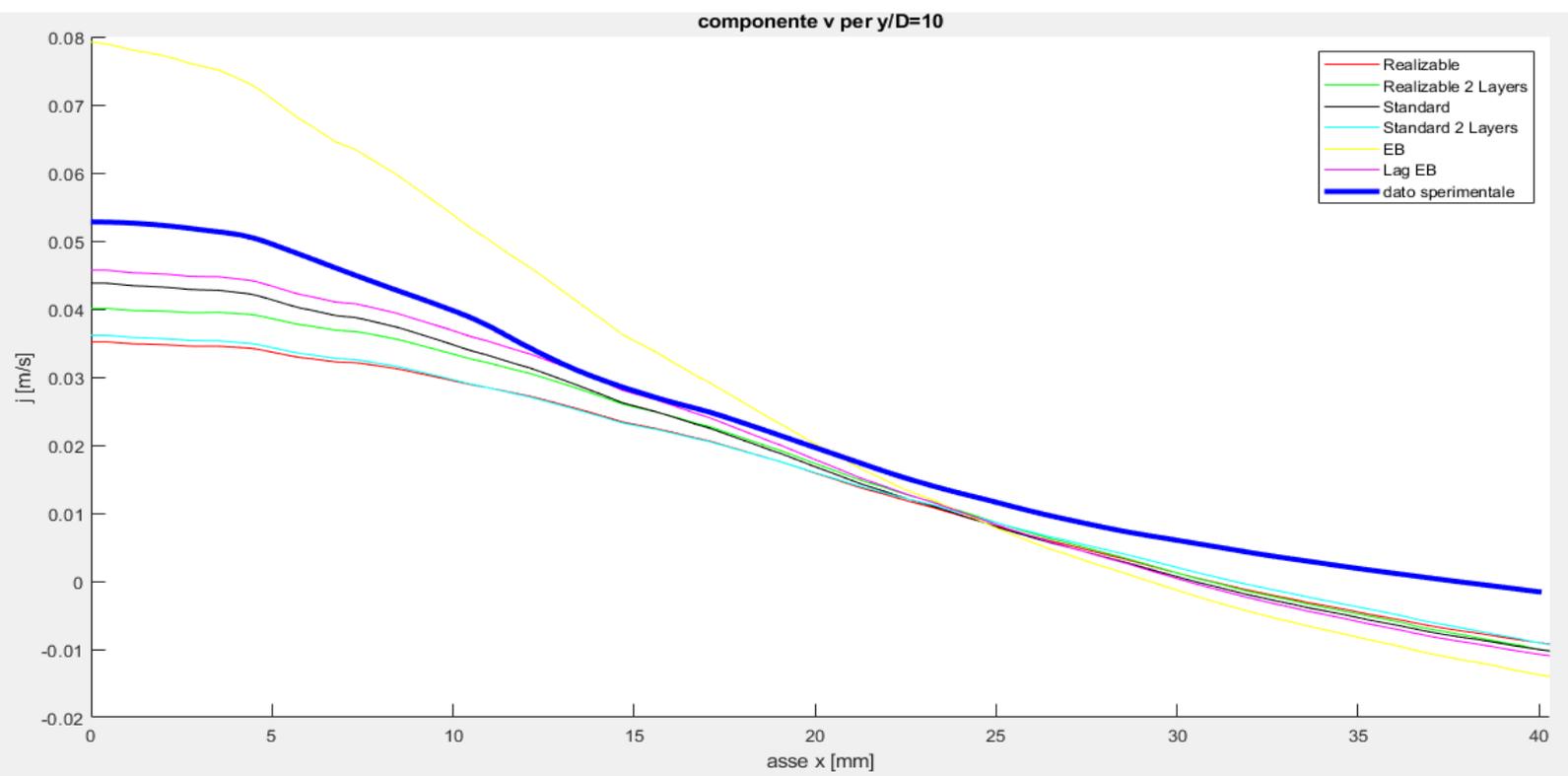


Figura 2.2.12: andamento della componente j per $y/D=10$

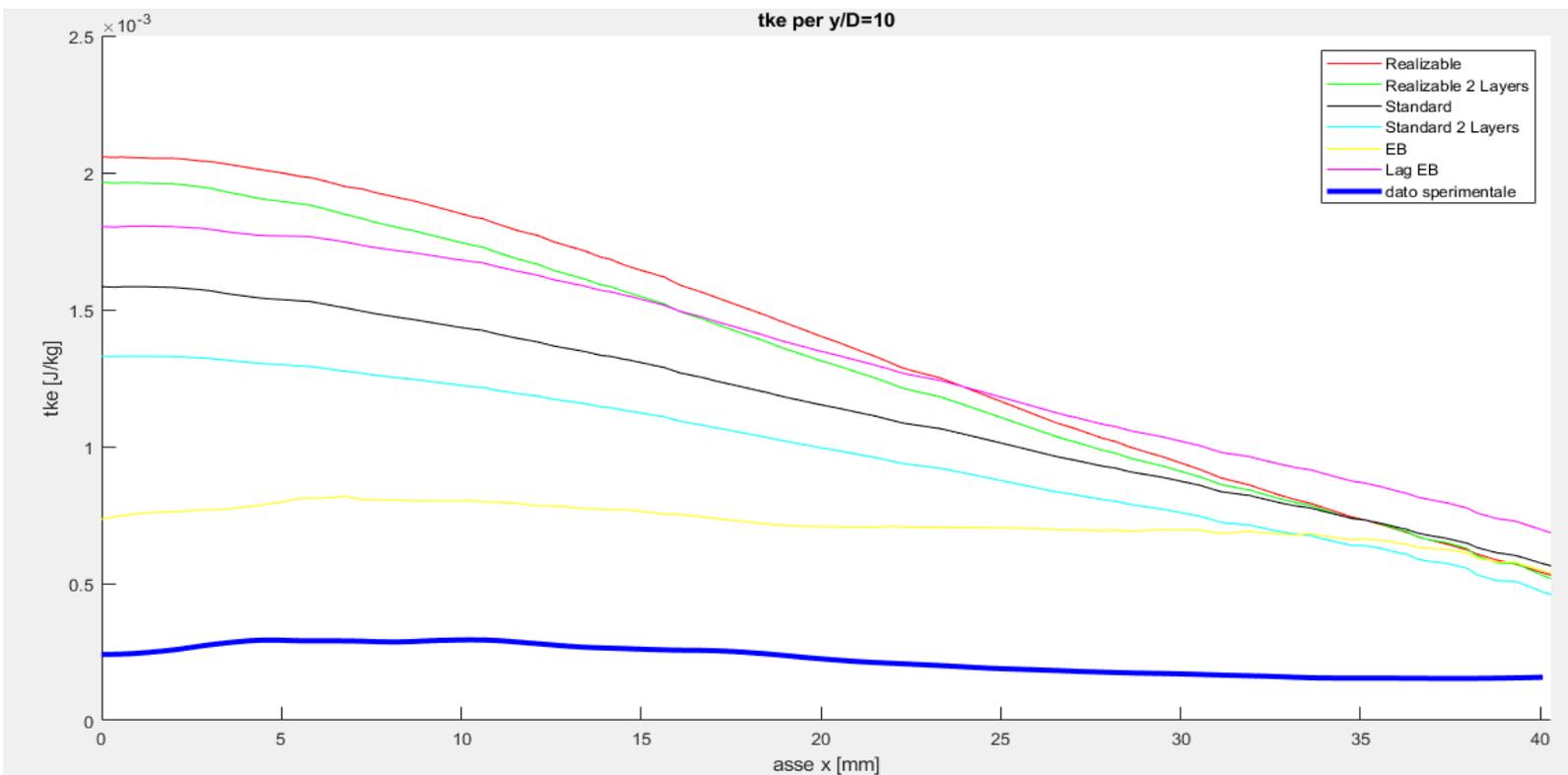


Figura 2.2.13: andamento della tke per $y/D=10$

Dai grafici sopra riportati, due sono le cose evidenti: la prima, che visivamente non è possibile determinare la curva “vincitrice”; la seconda, che man mano che ci si allontana dal punto di immissione del getto la soluzione diventa più difficile da valutare e soggetta, dunque, ad un errore maggiore. Bisogna cercare allora un metodo alternativo che ci consenta di scegliere una tra le sei curve rappresentate. Un primo approccio è stato quello di valutare l’errore relativo rispetto alla sperimentale e di valutarne la media. Di seguito si riportano le tabelle rappresentanti lo studio:

componente i						
y/D	Realizable	Realizable 2L	Standard	Standard 2L	EB	Lag EB
1	1,18502521	1,456536855	1,240305342	1,940305853	1,180936	1,189771
2	1,40656246	1,561264566	1,475998398	1,953454077	1,376971	1,395708
3	0,4152508	0,494477579	0,465828116	0,715449339	0,437225	0,416904
4	0,35394777	0,34860782	0,305580018	0,284818815	0,52941	0,429807
5	0,557111	0,553118366	0,456950009	0,284454824	0,909225	0,700448
6	0,5299725	0,480734398	0,349012207	0,676064594	0,960058	0,655716
7	0,45005514	0,395773473	0,670323466	1,759019038	1,678877	0,850324
8	16,65805	10,77634719	13,77222102	4,104035422	6,511505	9,70583
9	50,2127965	39,1730193	45,73677531	58,92284508	10,8549	35,70735
10	0,76903009	0,882880321	0,921514165	0,740117331	1,379322	0,991174

Tabella 2.2.1: errore medio relativo per la componente di velocità i

componente j						
y/D	Realizable	Realizable 2L	Standard	Standard 2L	EB	Lag EB
1	0,904090538	1,033444728	0,781145	1,043662094	1,467085	1,112183
2	0,39546063	0,38672006	0,356784	0,473981903	0,47438	0,306556
3	0,130617569	0,141072489	0,130782	0,265585828	0,138066	0,143435
4	0,12327562	0,162693147	0,121724	0,266320601	0,216176	0,203974
5	0,174094134	0,198744822	0,181863	0,311168301	0,297432	0,250307
6	0,228186661	0,247698033	0,260076	0,384998276	0,370432	0,304929
7	0,243331168	0,259358137	0,305971	0,433419146	0,335211	0,309202
8	0,250723266	0,251209344	0,33672	0,465847944	0,308931	0,292096
9	1,13179476	1,032407711	1,231078	1,386019371	0,691824	1,03877
10	4,276241541	4,504698659	4,741454	3,978667531	6,722305	5,075209

Tabella 2.2.2: errore medio relativo per la componente di velocità j

energia cinetica turbolenta						
y/D	Realizable	Realizable 2L	Standard	Standard 2L	EB	Lag EB
1	0,595195065	1,110128085	0,5004045	2,199178888	0,598466	0,294919
2	0,442326971	1,237557717	0,3676865	2,385880235	0,300916	0,581846
3	0,323145107	0,658386871	0,2580859	1,300917348	0,269173	0,380352
4	0,449887029	0,410596301	0,3981534	1,012290587	0,314281	0,273736
5	0,477481418	0,258451493	0,4382886	0,91693192	0,372895	0,20387
6	0,549064645	0,256050411	0,5124793	0,861125864	0,417717	0,280821
7	0,615055633	0,312053216	0,5517814	0,930609369	0,409213	0,359338
8	0,714372333	0,460390568	0,6341422	0,849463398	0,466757	0,542489
9	4,539616841	2,735613565	4,7820115	5,869696248	0,536473	3,135096
10	5,044576358	4,770919174	4,1025115	3,373475887	2,373171	4,96184

Tabella 2.2.3: errore medio relativo per l'energia cinetica turbolenta

Tale approccio, però, non consente di arrivare ad una conclusione dal momento che la componente *i* risulta essere meglio approssimata dalla variante *Standard two Layers*, la componente *j* dalla variante *Realizable* e l'energia cinetica turbolenta dalle varianti *Realizable two Layers*, *EB* e *Lag EB*. Si procede allora con il calcolo, per ogni *y/D*, della media delle tre componenti *i*, *j* e *tke*:

media errore relativo sulle variabili						
y/D	Realizable	Realizable 2L	Standard	Standard 2 L	EB	Lag EB
1	0,89477027	1,200036556	0,84061829	1,72771561	1,082162	0,865625
2	0,74811669	1,061847448	0,73348978	1,60443874	0,717422	0,76137
3	0,28967116	0,431312313	0,28489868	0,76065084	0,281488	0,313564
4	0,30903681	0,30729909	0,2751525	0,52114333	0,353289	0,302506
5	0,40289552	0,336771561	0,35903397	0,50418501	0,526517	0,384875
6	0,43574127	0,328160947	0,37385568	0,64072958	0,582735	0,413822
7	0,43614731	0,322394942	0,50935869	1,04101585	0,807767	0,506288
8	5,87438186	3,829315701	4,91436111	1,80644892	2,429064	3,513471
9	18,6280694	14,31368019	17,2499549	22,0595202	4,027731	13,29374
10	3,36328266	3,386166051	3,25515984	2,69742025	3,491599	3,676074

Tabella 2.2.4: errore medio relativo sulle tre variabili

Dalla tabella è possibile notare che, escluse la *Realizable* e la *Lag EB*, tutte possono essere scelte come variante "migliore". Allora risulta necessario un'ulteriore valutazione, ovvero stimare l'errore medio relativo delle tre componenti sull'intero profilo. Il risultato che si ottiene è il seguente:

errore complessivo					
Realizable	Realizable 2L	Standard	Standard 2L	EB	Lag EB
3,138	2,5517	2,8796	3,3363	1,43	2,4031

Tabella 2.2.5: errore medio relativo complessivo sulle tre variabili

Finalmente, attraverso quest'ultima valutazione, è possibile giungere ad una conclusione. La variante **Elliptic Blending** risulta essere quella che meglio approssima, per $Re=3413$, la curva sperimentale tra tutte quelle del modello a due equazioni $k-\epsilon$. Lo stesso ragionamento dovrà essere eseguito anche per il modello $k-\omega$ e per il modello RST. Una volta fatto ciò sarà possibile eseguire il confronto finale, che sancirà non solo quale modello, ma anche quale variante è la migliore per il caso in esame.

2.3 Soluzione ottenuta usando il modello $k-\omega$

Quanto fatto nella sezione precedente per il modello $k-\epsilon$, verrà fatto anche per il modello $k-\omega$. Si tratta, anche in questo caso, di un modello a due equazioni, dove la prima rappresenta ancora il trasporto dell'energia cinetica turbolenta k , mentre la seconda il tasso di dissipazione specifica ω . Lecito pensare che, diversamente dal modello $k-\epsilon$, la terza condizione al contorno sia rappresentata, oltre che dal profilo di velocità e dall'energia cinetica turbolenta, dal tasso di dissipazione specifica ω , o "Specific Dissipation Rate". A differenza del $k-\epsilon$, questo presenta solo due varianti: la SST (Shear Stress Transport) e la Wilcox. Si procede prima ad una valutazione grafica, la quale difficilmente fornirà informazioni accurate, poi si procederà al calcolo della media dell'errore relativo rispetto alla sperimentale (dopo aver valutato le due curve nei punti in cui è valutata la sperimentale), e se questo non fosse sufficiente all'errore relativo sulle variabili e poi su tutto il profilo.

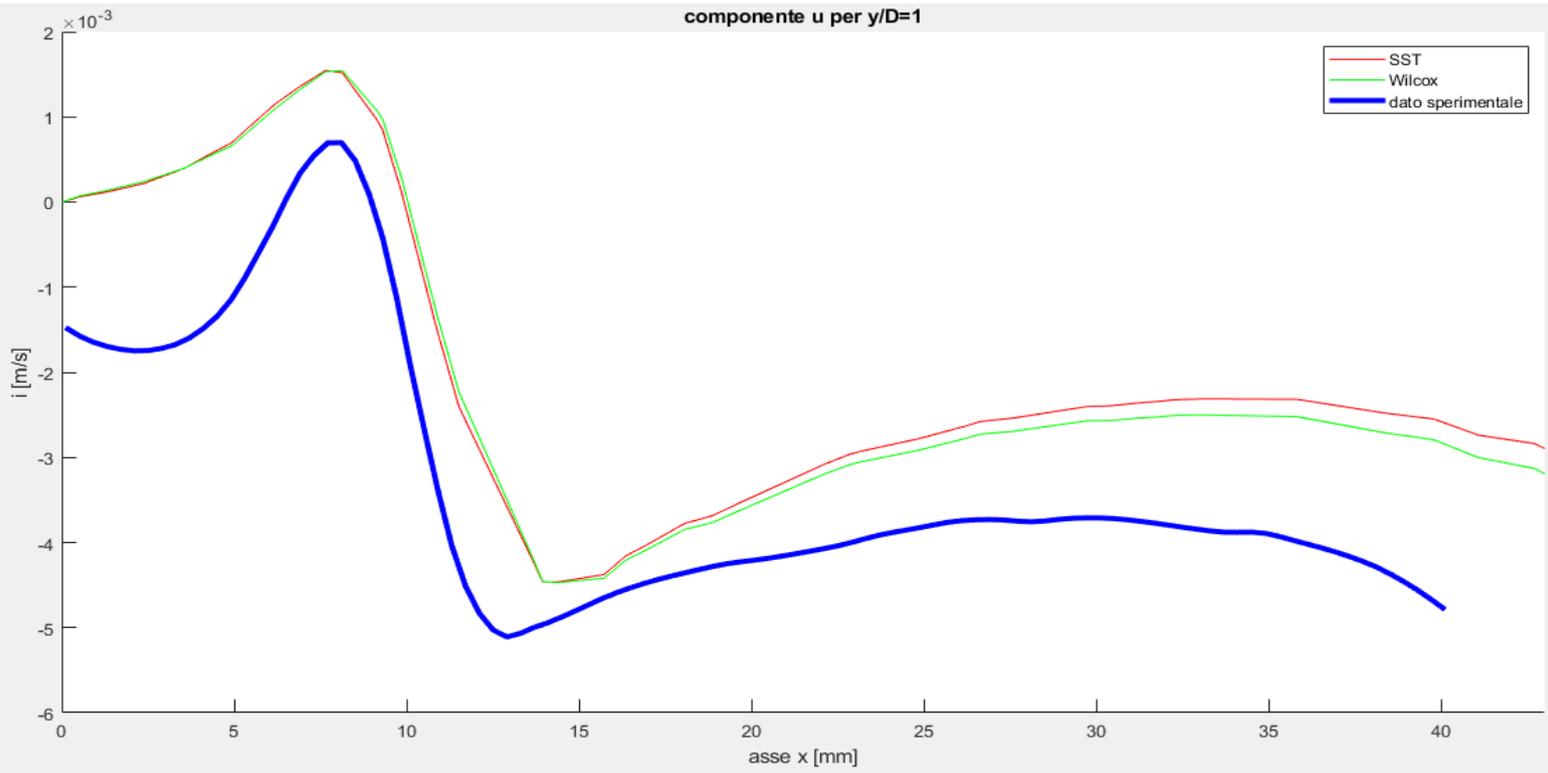


Figura 2.3.1: andamento della componente i per $y/D=1$

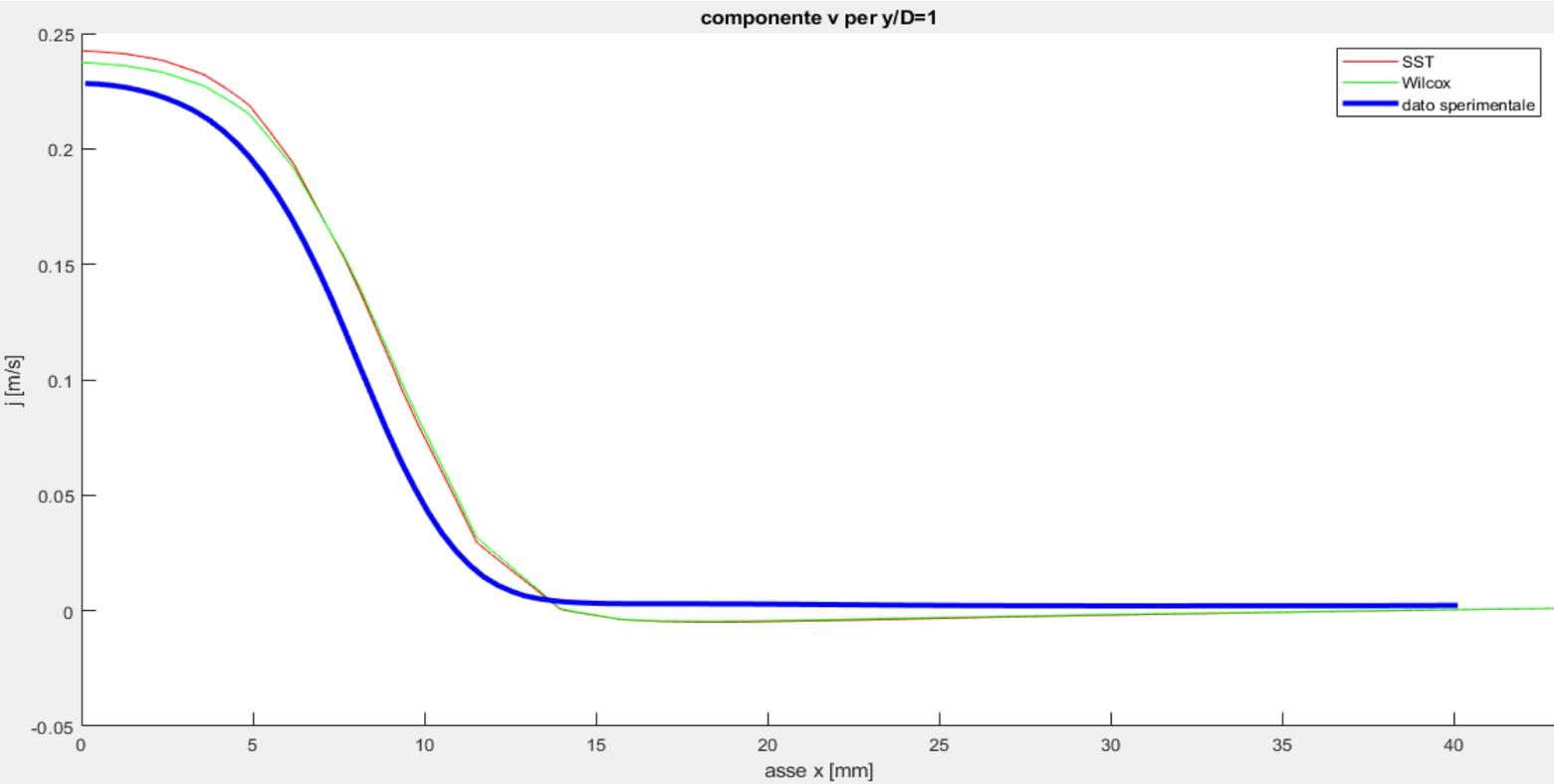


Figura 2.3.2: andamento della componente j per $y/D=1$

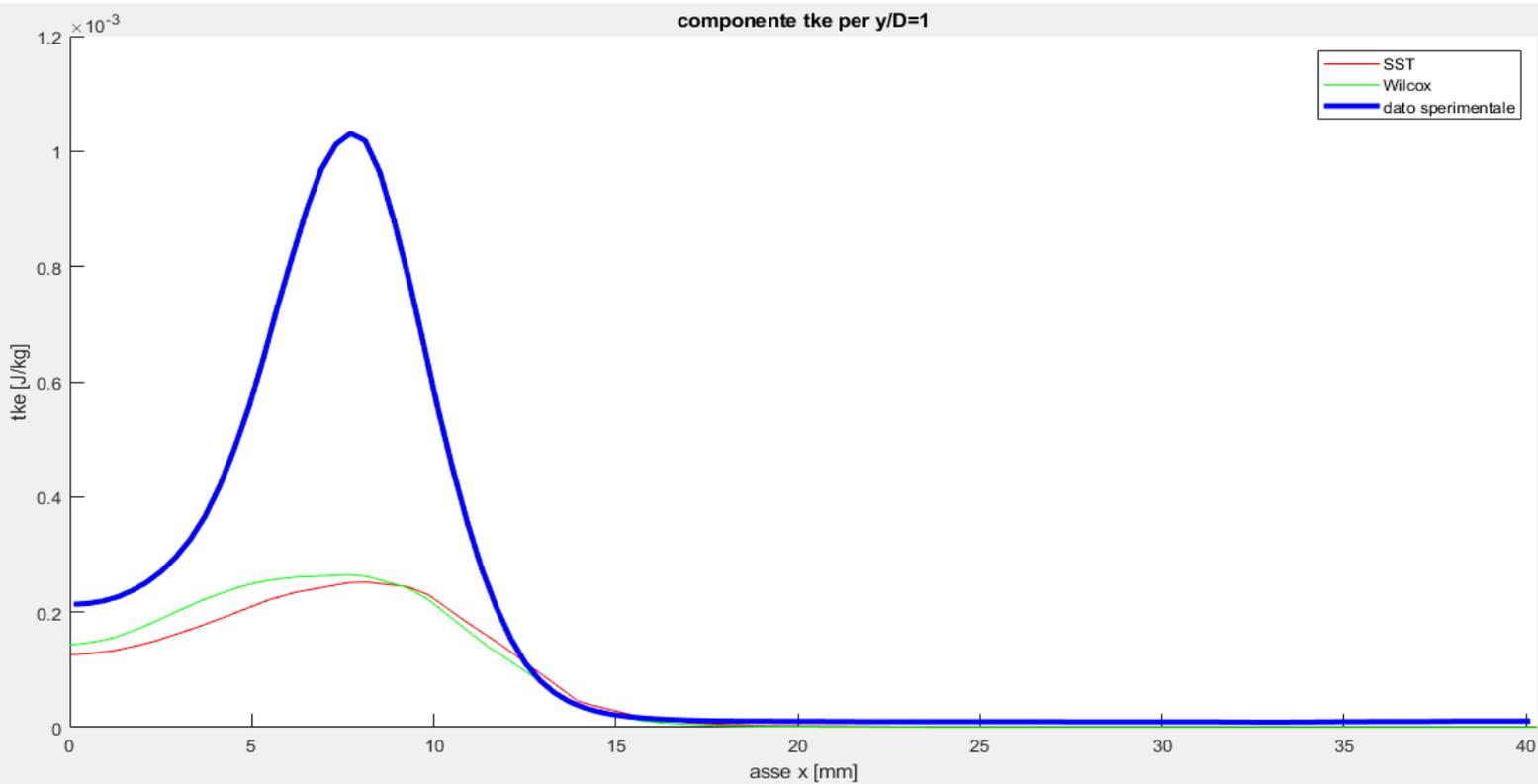


Figura 2.3.3: andamento della tke per $y/D=1$

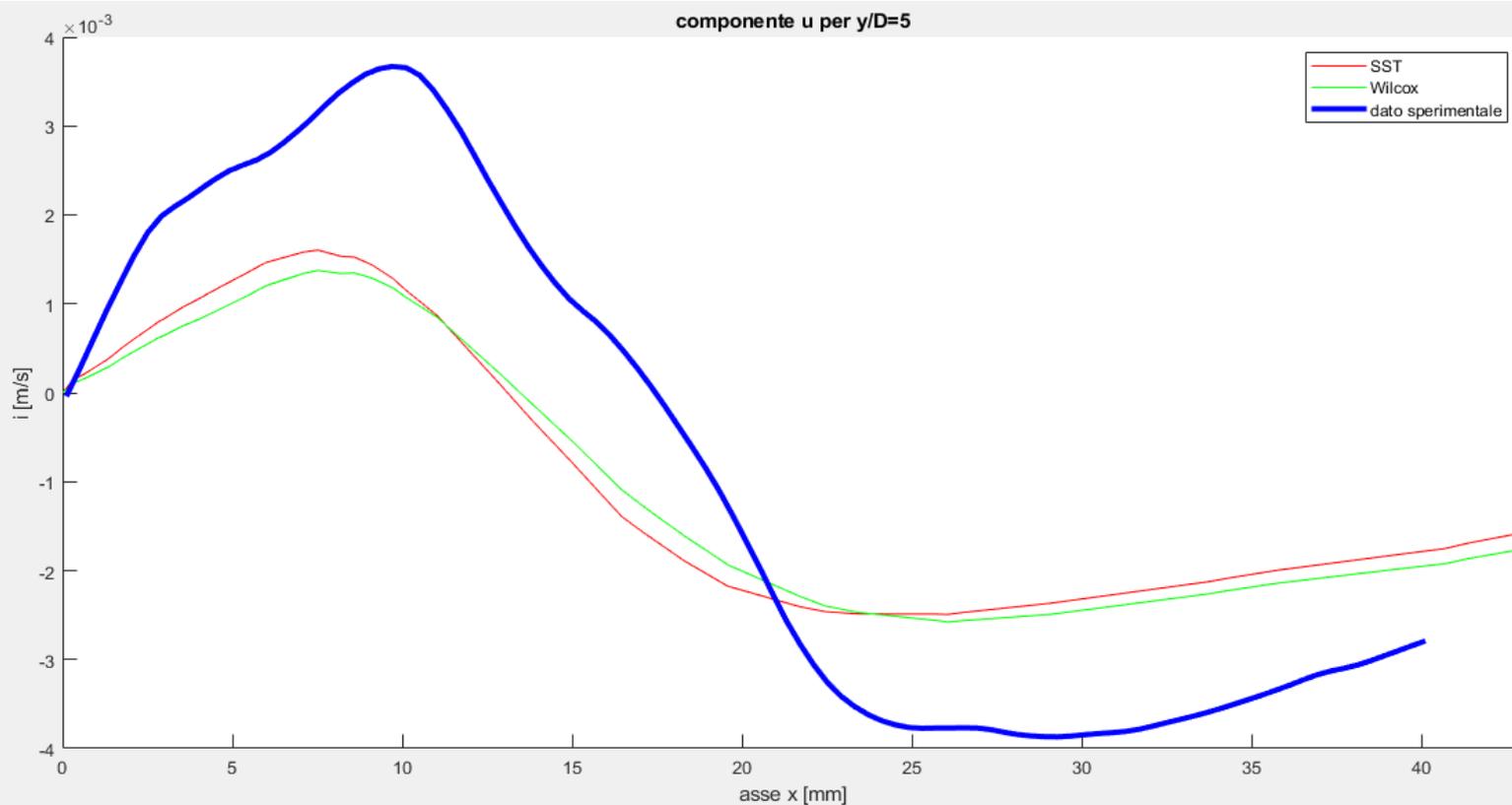


Figura 2.3.4: andamento della componente i per $y/D=5$

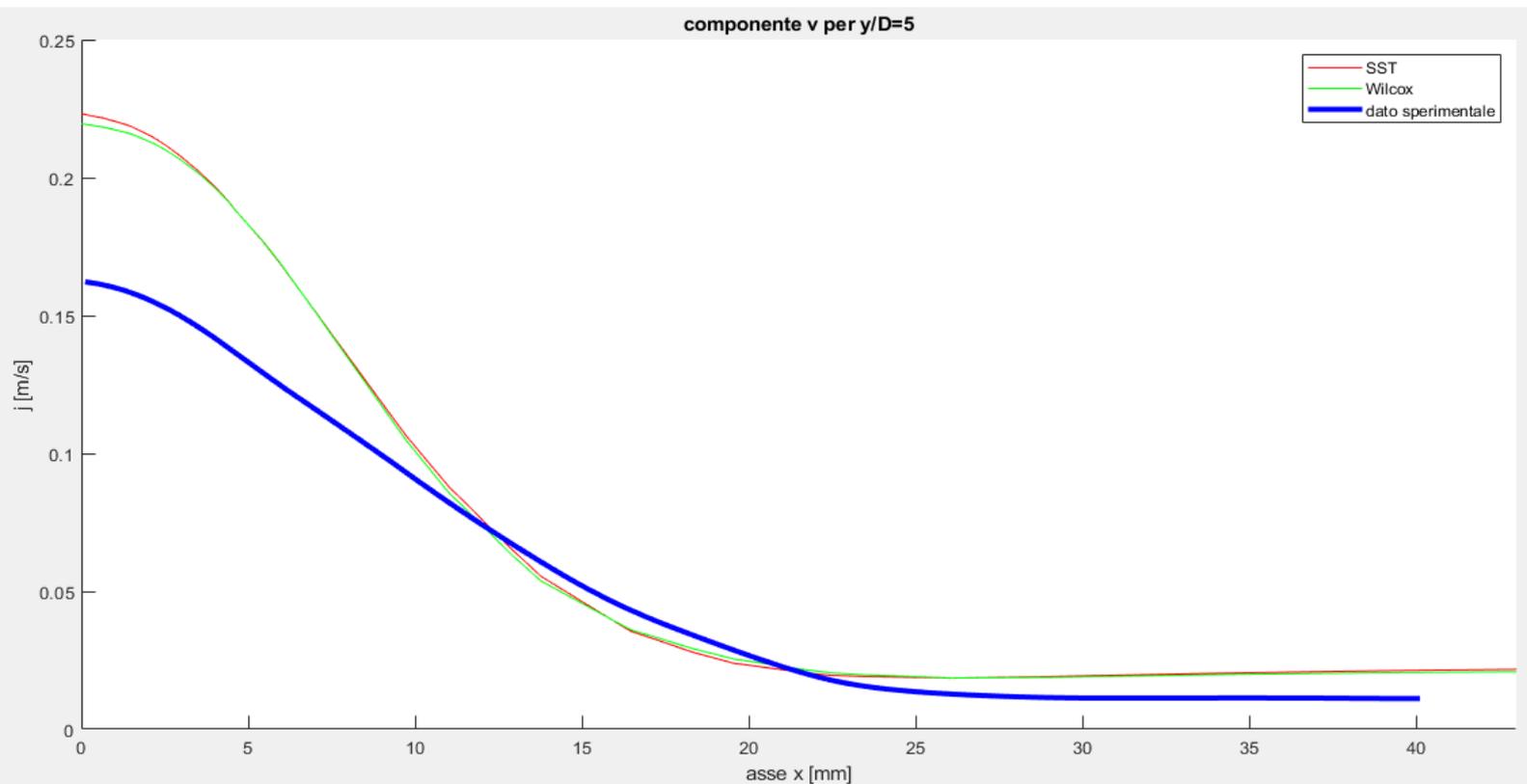


Figura 2.3.5: andamento della componente j per $y/D=5$

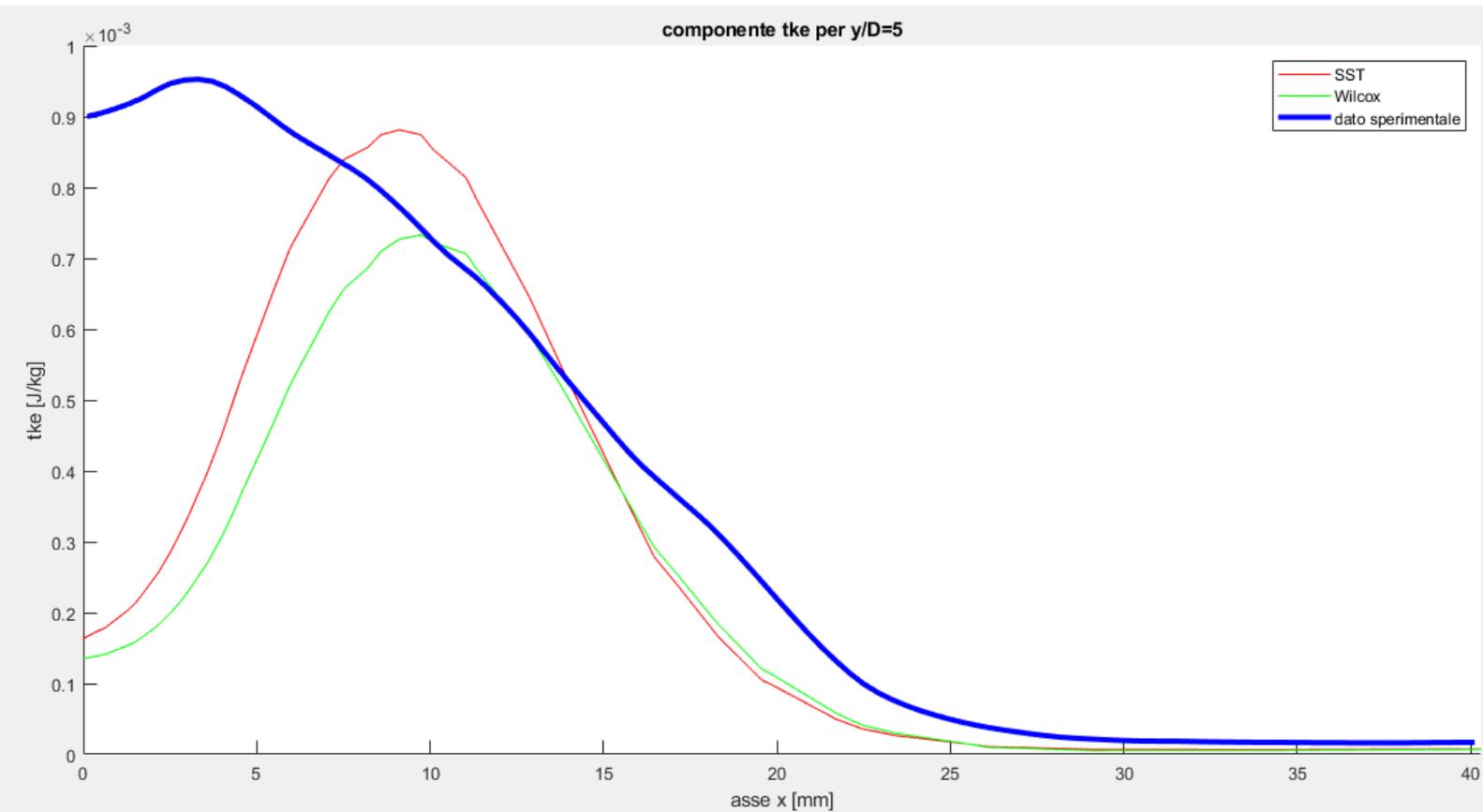


Figura 2.3.6: andamento della tke per $y/D=5$

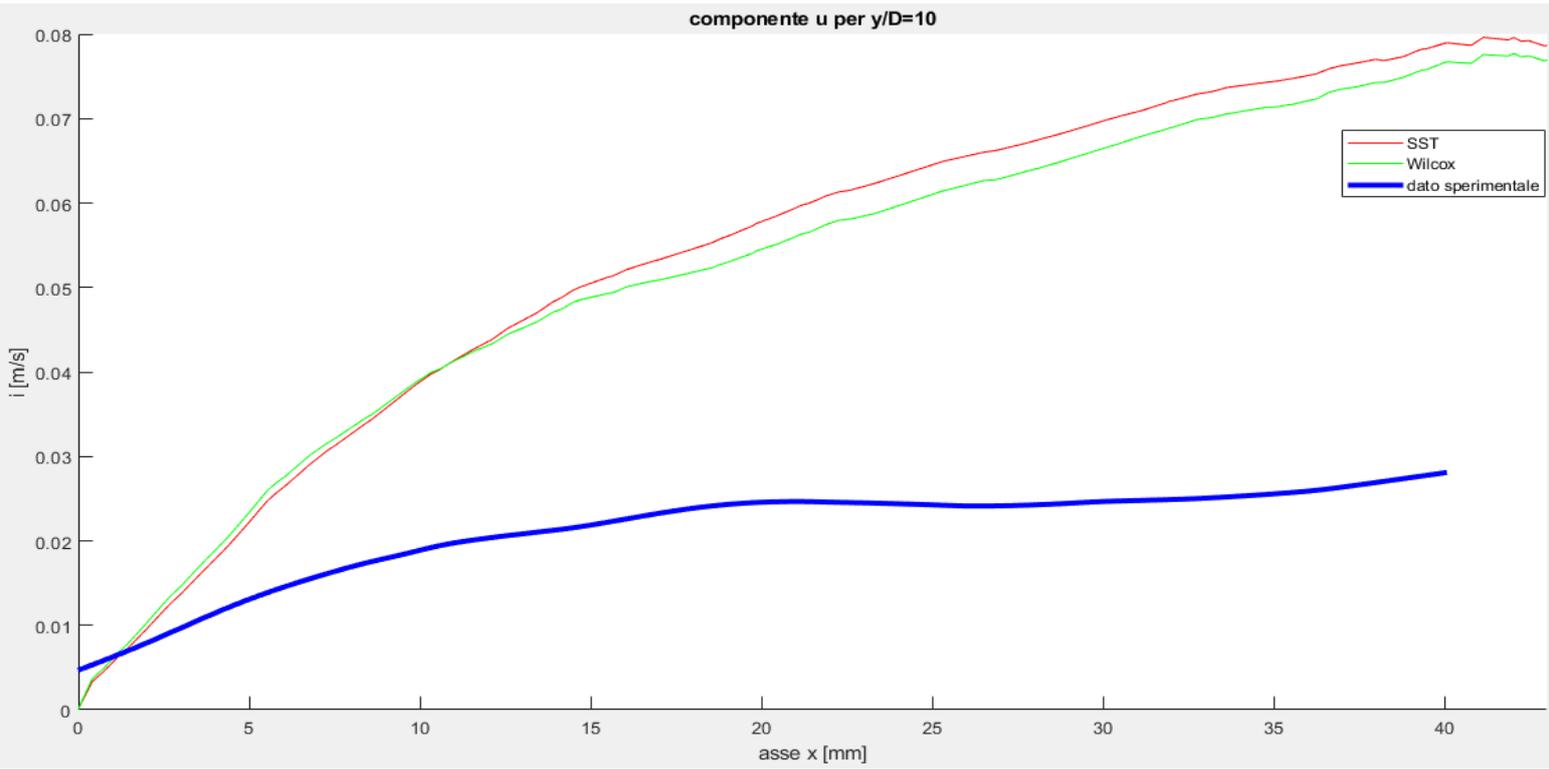


Figura 2.3.7: andamento della componente i per $y/D=10$

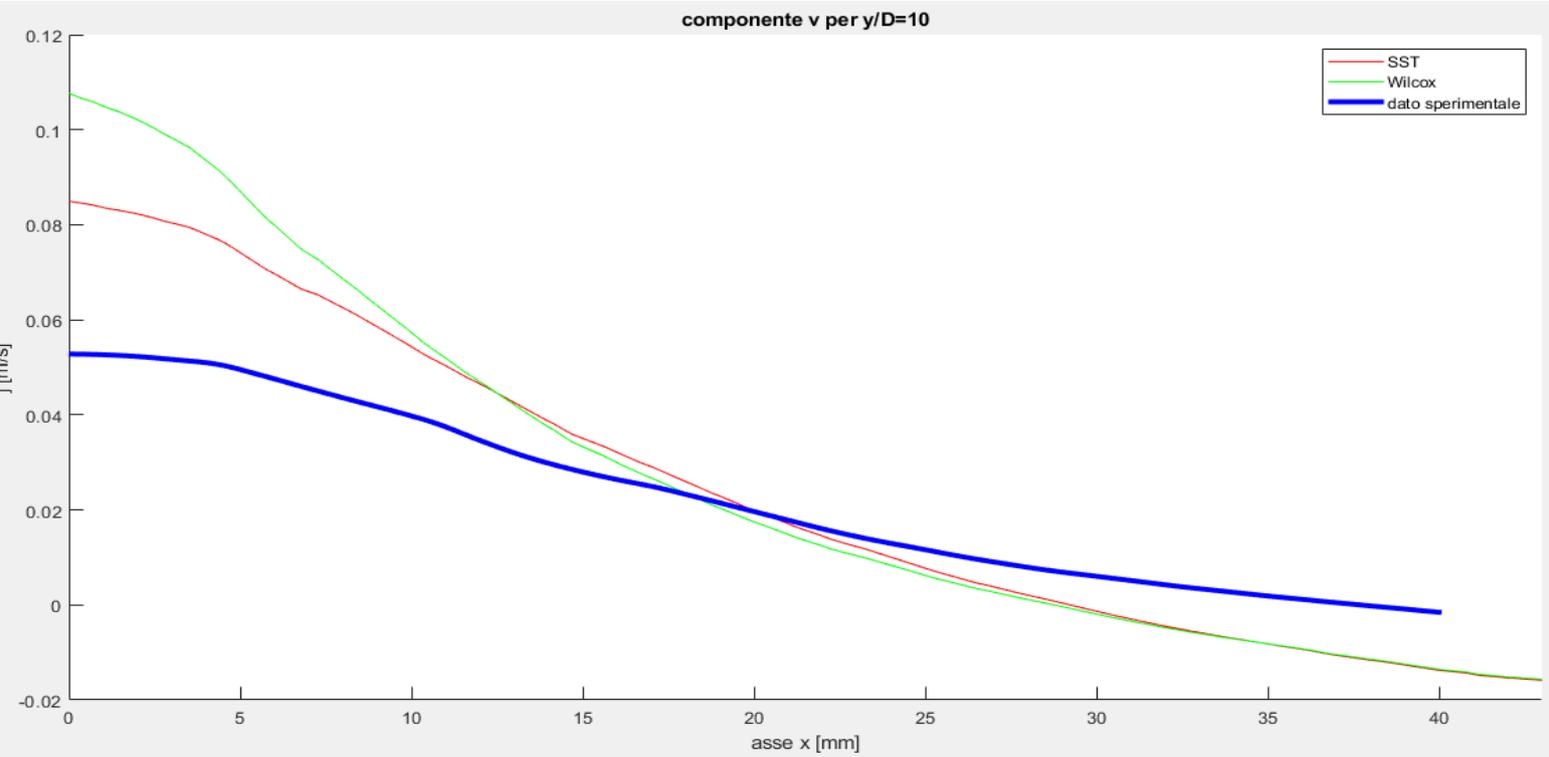


Figura 2.3.8: andamento della componente j per $y/D=10$

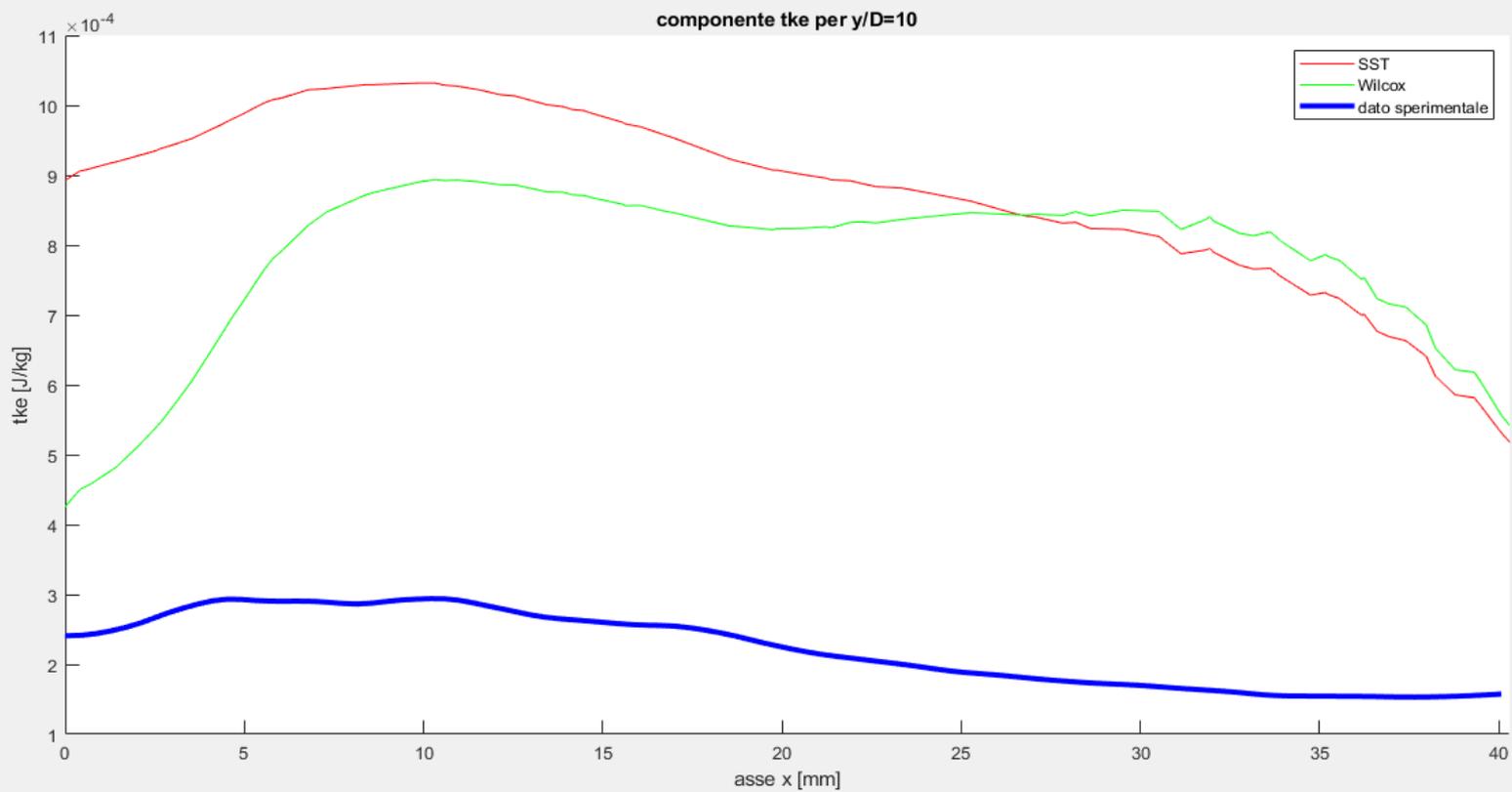


Figura 2.3.9: andamento della tke per $y/D=10$

Come previsto, risulta impensabile determinare graficamente la curva migliore. Si procede, come fatto nel capitolo precedente, al calcolo della media dell'errore relativo e si riportano di seguito i risultati:

componente i			componente j			energia cinetica turbolenta		
y/D	SST	Wilcox	y/D	SST	Wilcox	y/D	SST	Wilcox
1	1,026967	1,005175	1	1,396834	1,332142	1	0,701932	0,721109
2	1,170676	1,142964	2	0,42979	0,393008	2	0,571741	0,627632
3	0,456456	0,392596	3	0,213312	0,193725	3	0,548507	0,61584
4	0,669033	0,610765	4	0,329986	0,30827	4	0,491938	0,55634
5	1,0383	0,932084	5	0,407352	0,390403	5	0,469517	0,494344
6	1,103766	0,949085	6	0,464576	0,459583	6	0,470306	0,455441
7	2,004714	1,449034	7	0,392489	0,414139	7	0,456469	0,415213
8	3,819914	2,55872	8	0,32308	0,364998	8	0,560796	0,45513
9	12,82103	18,38236	9	0,800256	0,968476	9	1,711002	1,983693
10	1,35475	1,290304	10	6,711382	6,720067	10	3,057593	2,710238

Tabella 2.3.1: media dell'errore relativo sulle componenti i e j e sull'energia cinetica turbolenta

Il modello Wilcox presenta un errore relativo minore per le componenti di velocità, ma non per la cinetica turbolenta. Si effettua la media, per ogni y/D , sulle tre variabili:

media errore relativo variabili		
y/D	SST	Wilcox
1	1,041911	1,01947504
2	0,724069	0,72120117
3	0,406092	0,40072028
4	0,496985	0,49179162
5	0,63839	0,60561028
6	0,679549	0,62136975
7	0,951224	0,7594619
8	1,56793	1,12628255
9	5,110763	7,11150967
10	3,707908	3,57353629

Tabella 2.3.2: media errore relativo sulle variabili

La tabella sopra riportata ci consente di affermare che, per nove delle dieci valutazioni y/D , la variante **Wilcox** approssima con un'accuratezza maggiore rispetto alla SST la curva sperimentale. Tale variante verrà confrontata nella sezione conclusiva del seguente capitolo con l'Elliptic Blending del modello $k-\epsilon$. Procediamo ora all'individuazione della variante "vincitrice" anche per l'ultimo dei modelli di turbolenza.

2.4 Soluzione ottenuta usando il modello degli stress di Reynolds

A differenza dei due sopra citati, i quali si basano sull'ipotesi poco realista di Boussinesq, il modello di Reynolds rappresenta un modello di chiusura del secondo ordine che meglio permette di simulare il comportamento di un flusso turbolento nei casi di rapida distorsione, dove il flusso sembra comportarsi in maniera elastica più che viscosa; esso si basa sulla risoluzione dell'equazione del trasporto delle sollecitazioni di Reynolds, scomponibile in sei equazioni ellittiche per ogni componente di stress. Proprio come il modello $k-\epsilon$, il modello di Reynolds richiede come condizioni al contorno il profilo di velocità, l'energia cinetica turbolenta e il tasso di dissipazione turbolenza. Inserite le condizioni al contorno, si segue la stessa linea guida degli altri due modelli. Vediamo nel dettaglio i risultati e individuiamo la variante che dovrà essere confrontata con le due già selezionate.

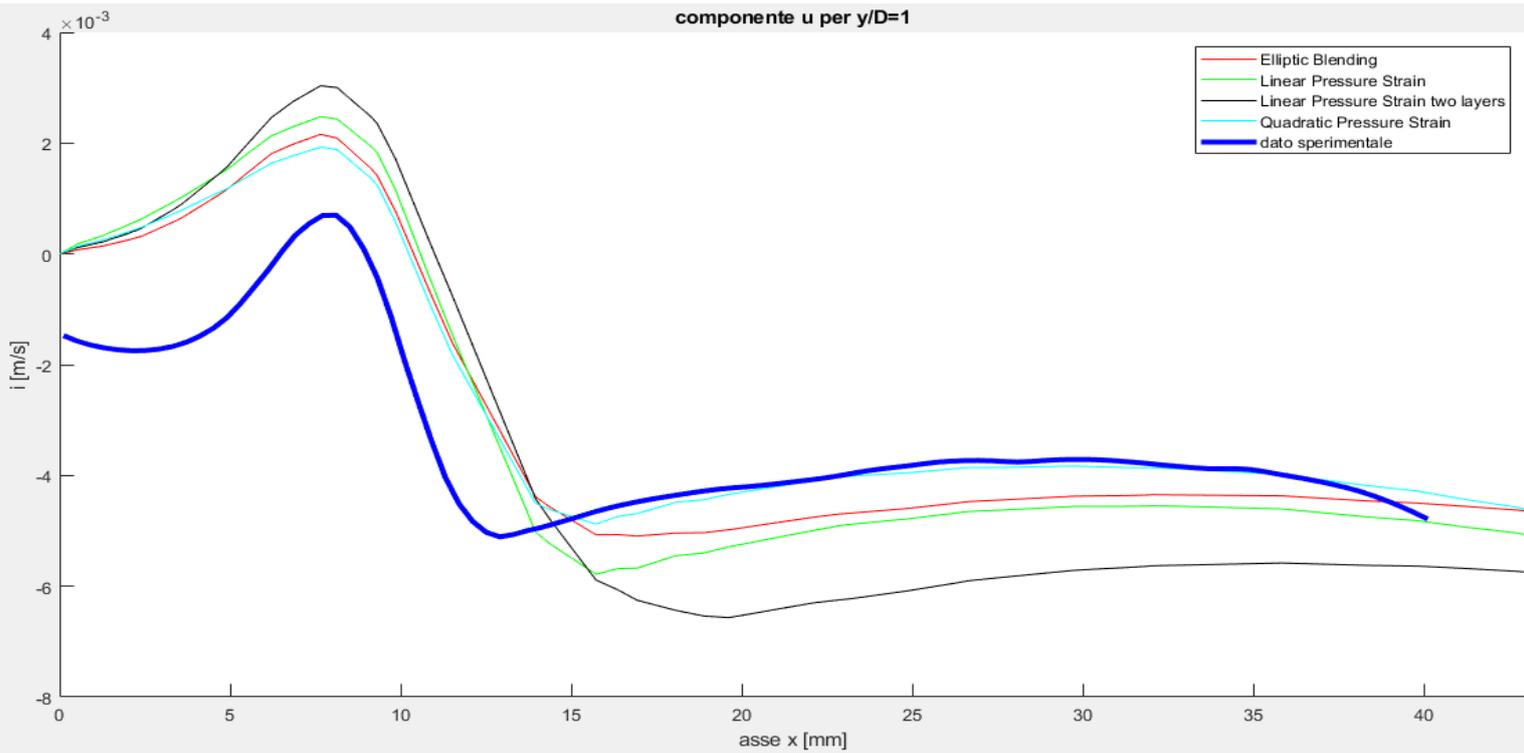


Figura 2.4.1: andamento della componente i per $y/D=1$

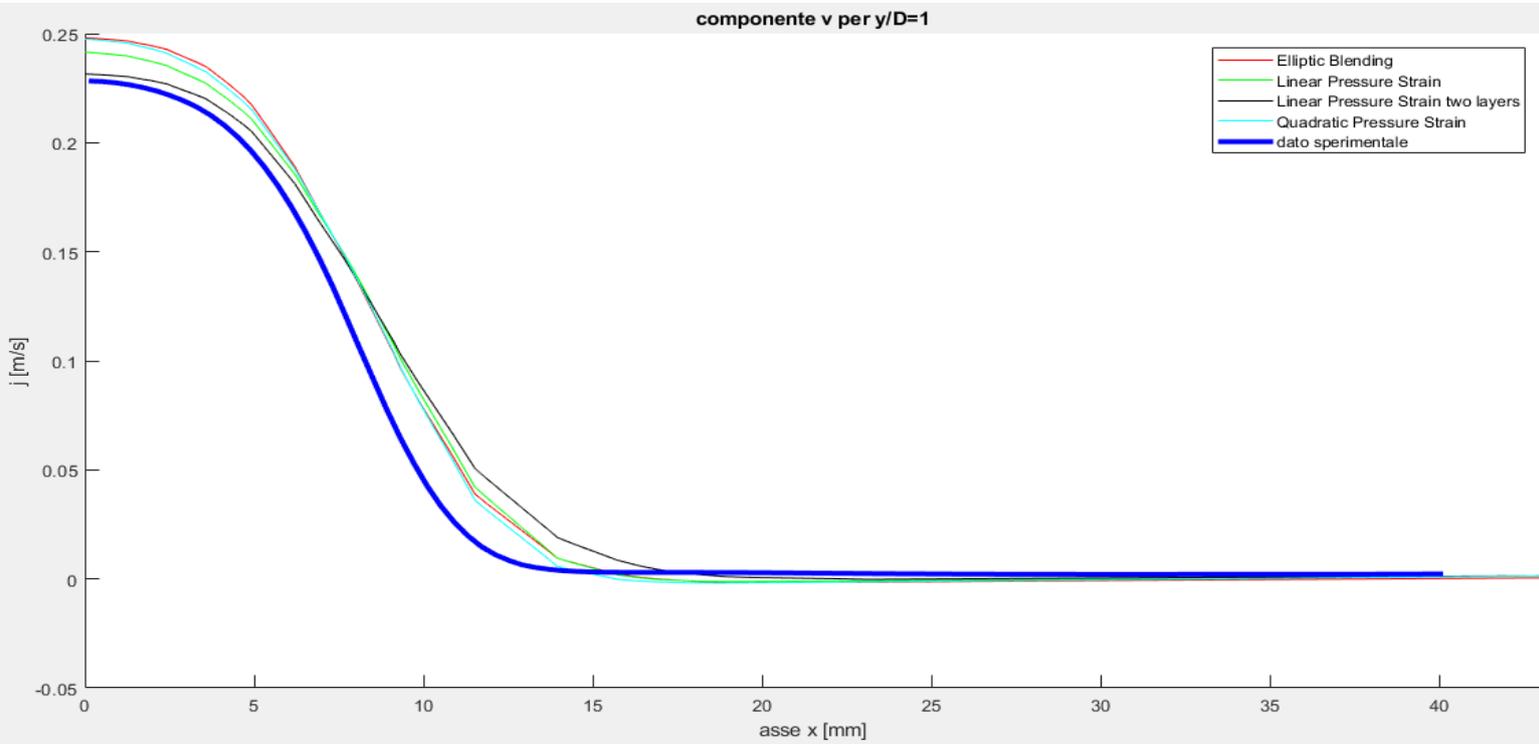


Figura 2.4.2: andamento della componente j per $y/D=1$

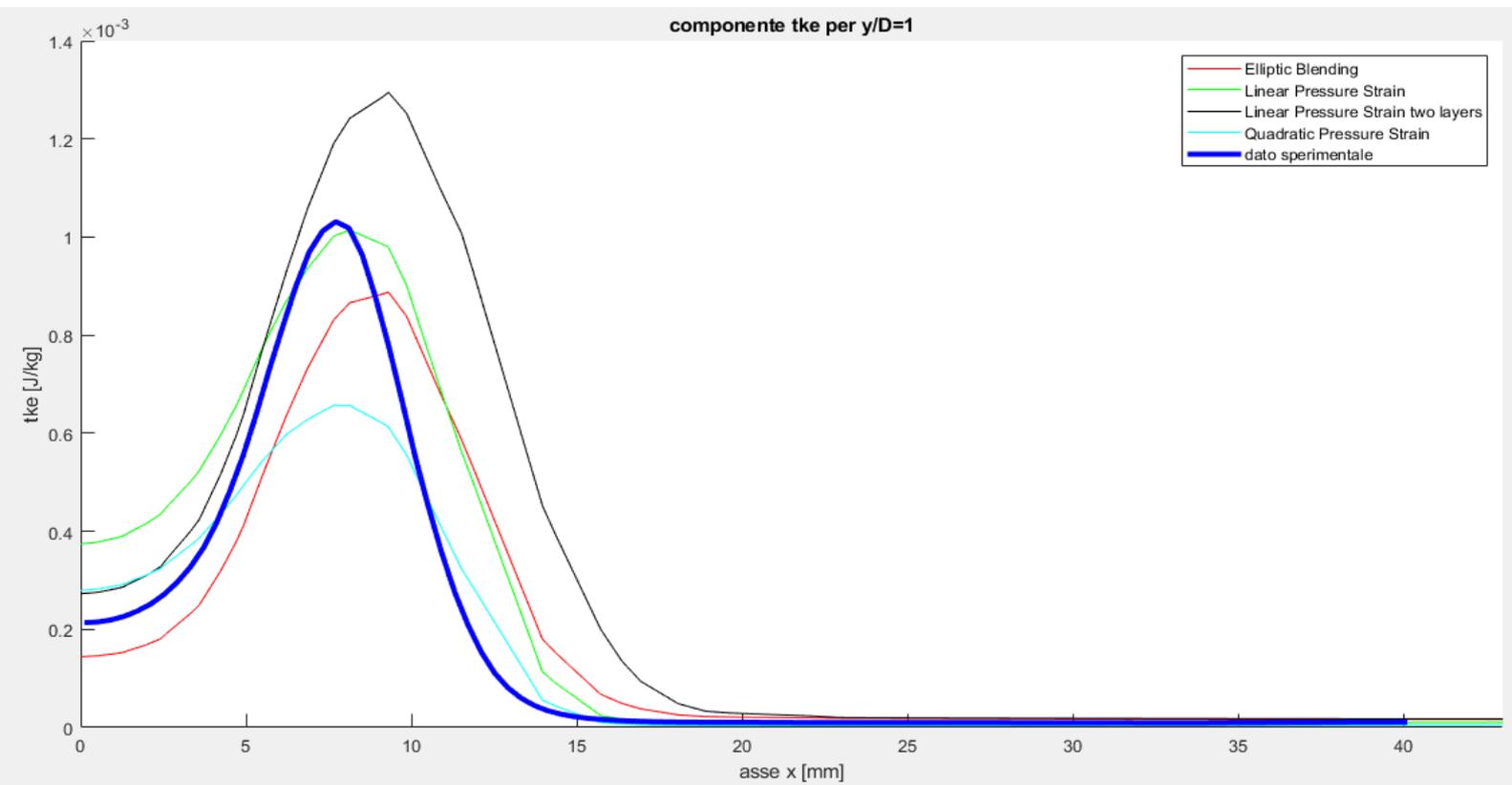


Figura 2.4.3: andamento della tke per $y/D=1$

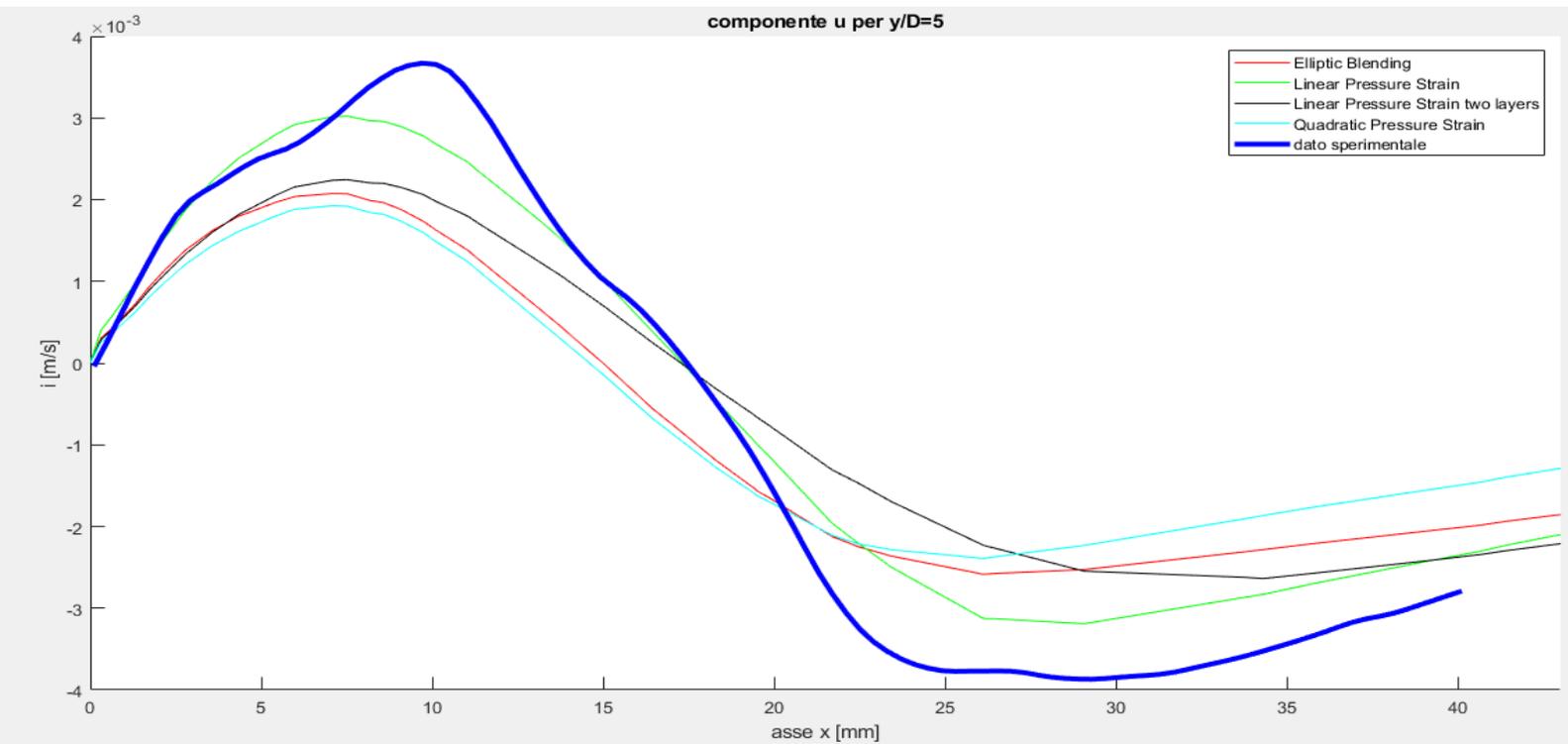


Figura 2.4.4: andamento della componente i per $y/D=5$

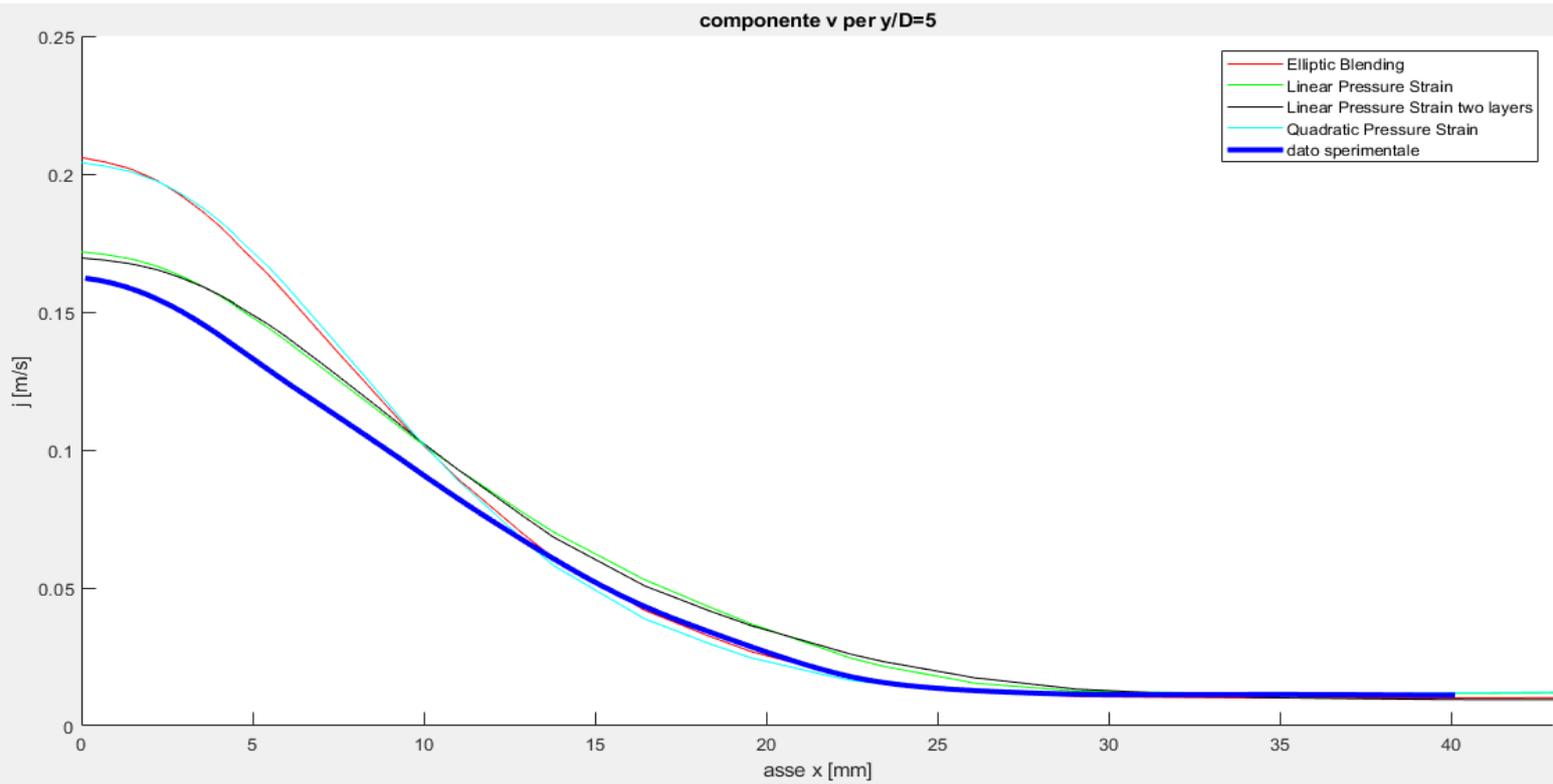


Figura 2.4.5: andamento della componente j per $y/D=5$

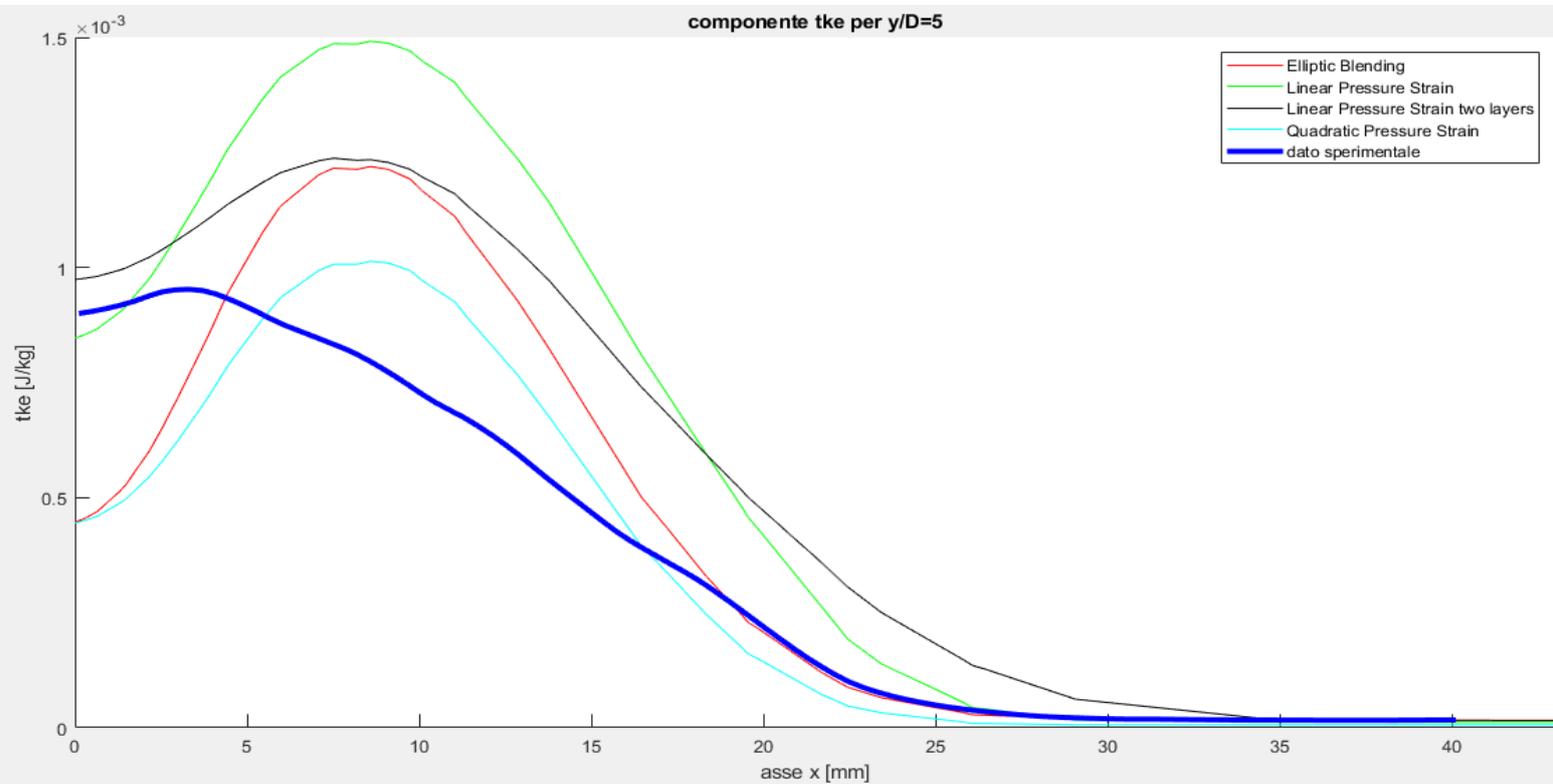


Figura 2.4.6: andamento della tke per $y/D=5$

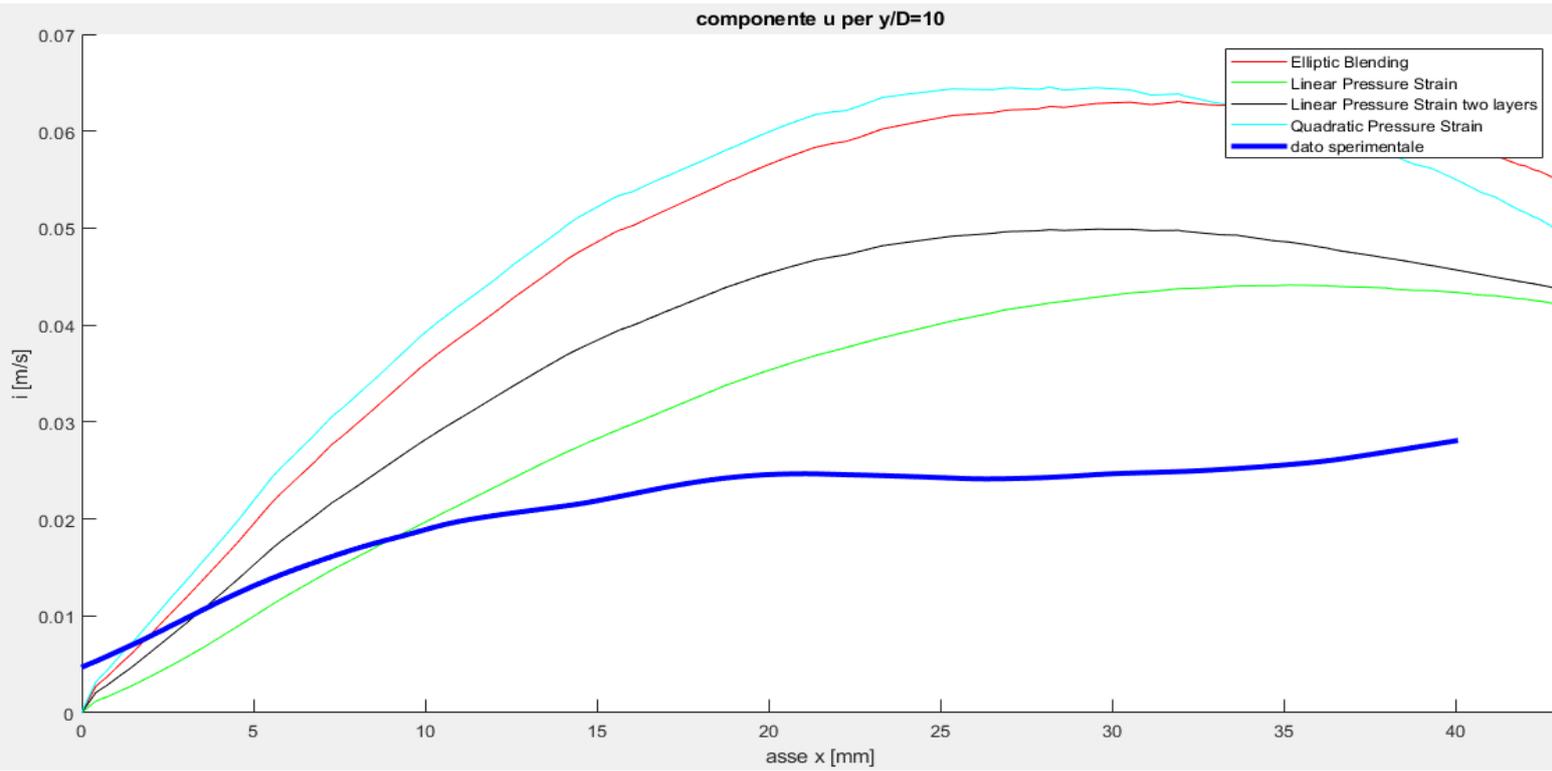


Figura 2.4.7: andamento della componente i per $y/D=10$

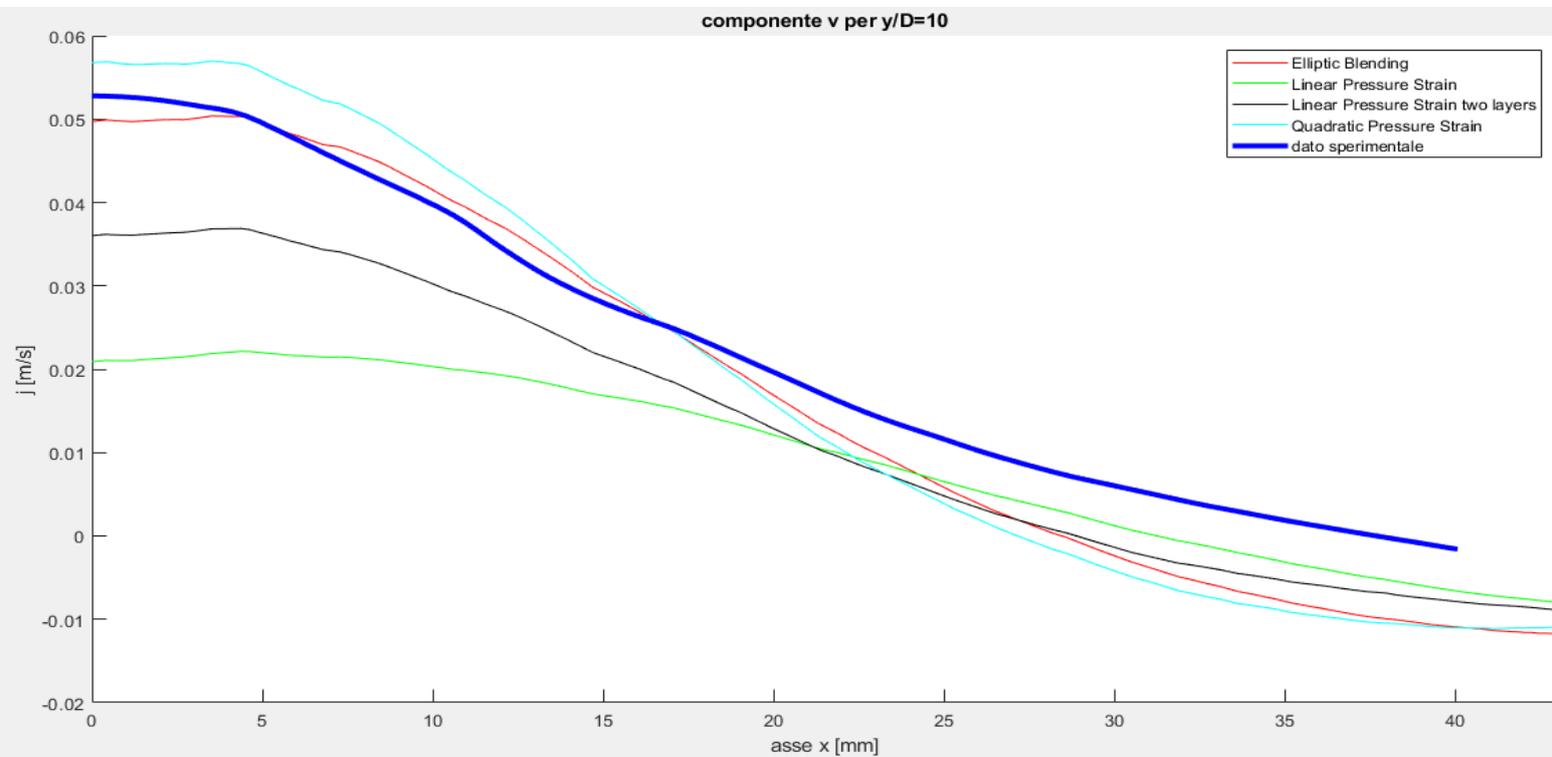


Figura 2.4.8: andamento della componente j per $y/D=10$

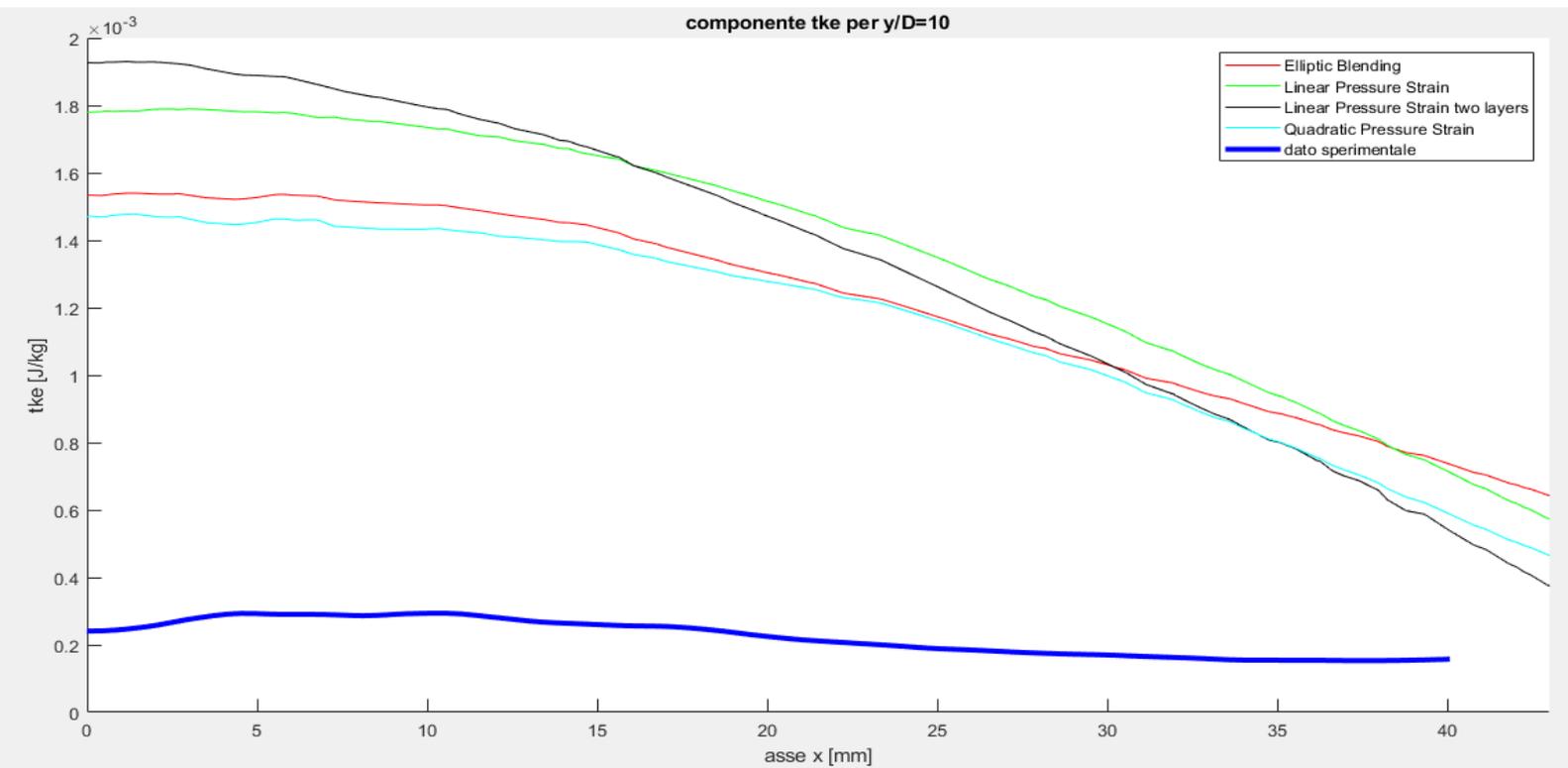


Figura 2.4.9: andamento della tke per $y/D=10$

componente i					componente j					energia cinetica turbolenta				
y/D	EB	LPS	LPS 2L	QPS	y/D	EB	LPS	LPS 2L	QPS	y/D	EB	LPS	LPS 2L	QPS
1	1,297596	1,547433	1,962232	1,126195	1	1,026776	0,889654	0,889877	0,923238	1	1,011862	0,382462	2,094229	0,480947
2	1,348723	1,781152	1,761003	1,22751	2	0,445312	0,394137	0,517945	0,345645	2	1,020038	0,581727	2,185007	0,321368
3	0,331019	0,61669	0,560494	0,262162	3	0,211099	0,186682	0,307105	0,105814	3	0,462956	0,346463	1,182069	0,368458
4	0,46242	0,172725	0,348282	0,532116	4	0,14174	0,134469	0,212413	0,081824	4	0,26635	0,516992	0,981465	0,394785
5	0,641177	0,183607	0,34993	0,745821	5	0,10493	0,152142	0,179039	0,102831	5	0,219525	0,592342	0,930008	0,431498
6	0,643007	0,679672	0,522947	0,742439	6	0,120047	0,209966	0,208172	0,1659	6	0,371542	0,722917	0,896168	0,462506
7	1,037394	1,765237	1,091233	1,174176	7	0,121862	0,255706	0,277878	0,149181	7	0,457946	0,77937	0,996392	0,484295
8	14,15216	11,7929	6,536666	14,3511	8	0,147151	0,315641	0,341847	0,174199	8	0,644208	0,855051	0,924884	0,594453
9	23,41975	65,77777	46,5804	18,10428	9	0,784657	1,223772	1,160076	0,774532	9	2,266237	7,428768	7,292578	1,654186
10	1,136042	0,480754	0,72217	1,226849	10	5,782521	3,279326	4,206816	6,235455	10	4,66178	5,395805	5,169536	4,383404

Tabella 2.4.1: media errore relativo sulla componente i, j e tke

La tabella 2.4.1 mette già in evidenza il fatto che la variante QPS presenta, per tutte e tre le componenti, un errore relativo medio inferiore rispetto alle altre tre lungo il profilo. Per una maggiore sicurezza si procede al calcolo della media dell'errore relativo sulle tre variabili:

media errore relativo variabili				
y/D	EB	LPS	LPS 2L	QPS
1	1,112078	0,93985	1,64878	0,84346
2	0,938024	0,919005	1,487985	0,631508
3	0,335024	0,383278	0,683223	0,245478
4	0,29017	0,274729	0,514053	0,336242
5	0,321877	0,309364	0,486326	0,426717
6	0,378199	0,537518	0,542429	0,456949
7	0,539067	0,933438	0,788501	0,602551
8	4,981174	4,321198	2,601132	5,039918
9	8,823549	24,8101	18,34435	6,844332
10	3,860114	3,051962	3,366174	3,948569

Tabella 2.4.2: media errore relativo sulle variabili

Questo ulteriore calcolo permette di confermare quanto detto sopra, ovvero che la variante **Quadratic Pressure Strain** presenta un'accuratezza maggiore rispetto alle altre. Adesso che abbiamo individuato la variante migliore per ogni singolo modello di turbolenza, si può procedere al confronto finale con l'obiettivo di individuare il metodo e, più nel dettaglio, la variante che meglio approssima la sperimentale per il caso $Re=3413$.

2.5 Confronto delle varianti con i dati sperimentali e scelta del modello

Il confronto finale avverrà tra la migliore del modello $k-\varepsilon$, la **Elliptic Blending**, quella del modello $k-\omega$, la **Wilcox**, e quella del modello RST, ovvero la **Quadratic Pressure Strain**. Il procedimento sarà lo stesso adottato nelle sezioni precedenti: si valuteranno visivamente i grafici riportanti le curve e si procederà al confronto delle medie dell'errore relativo per ciascuna variabile e per ogni valore y/D . Se ciò non permetterà di individuare il modello migliore si effettuerà il confronto tra le medie dell'errore relativo complessivo sulle variabili per ogni y/D .

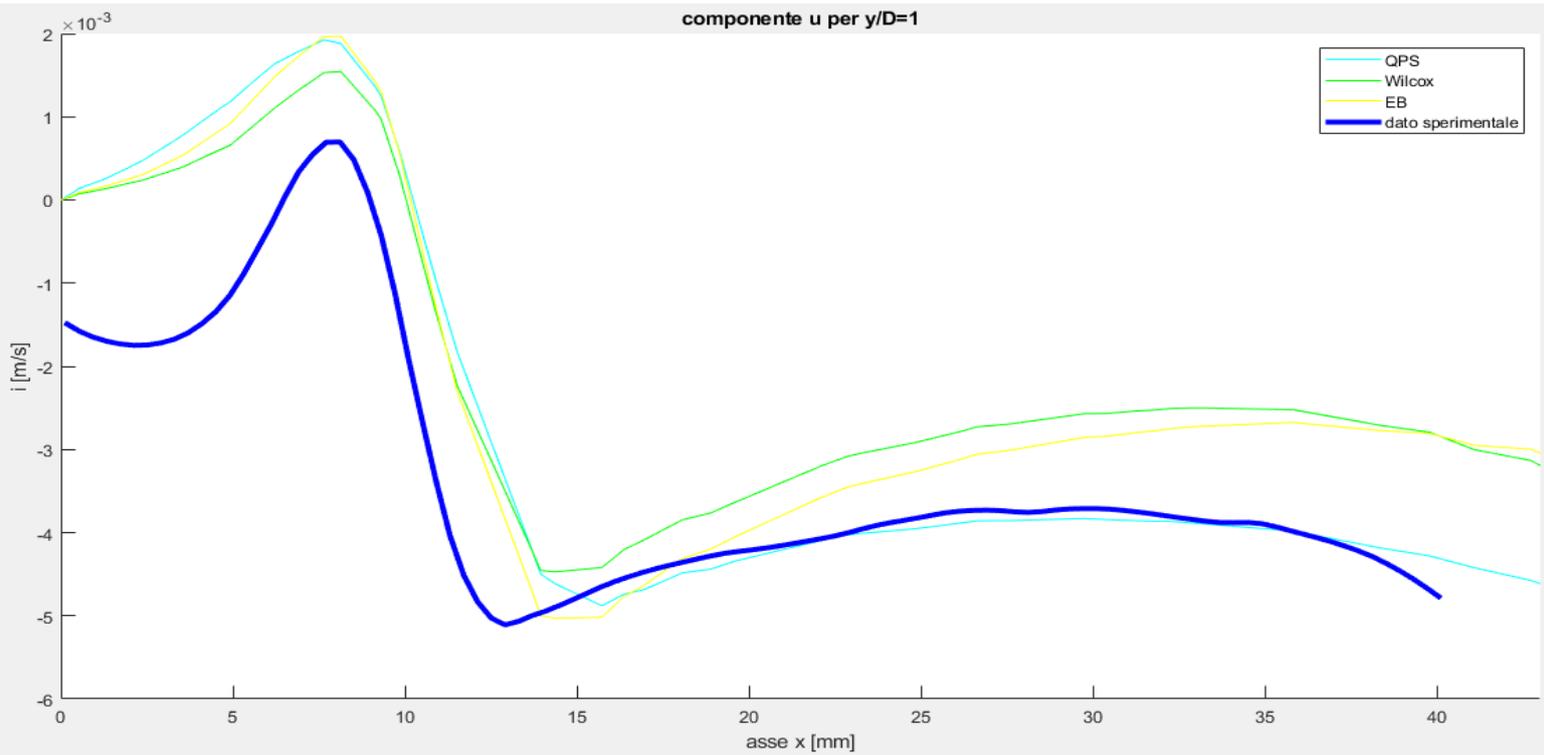


Figura 2.5.1: andamento della componente i per $y/D=1$

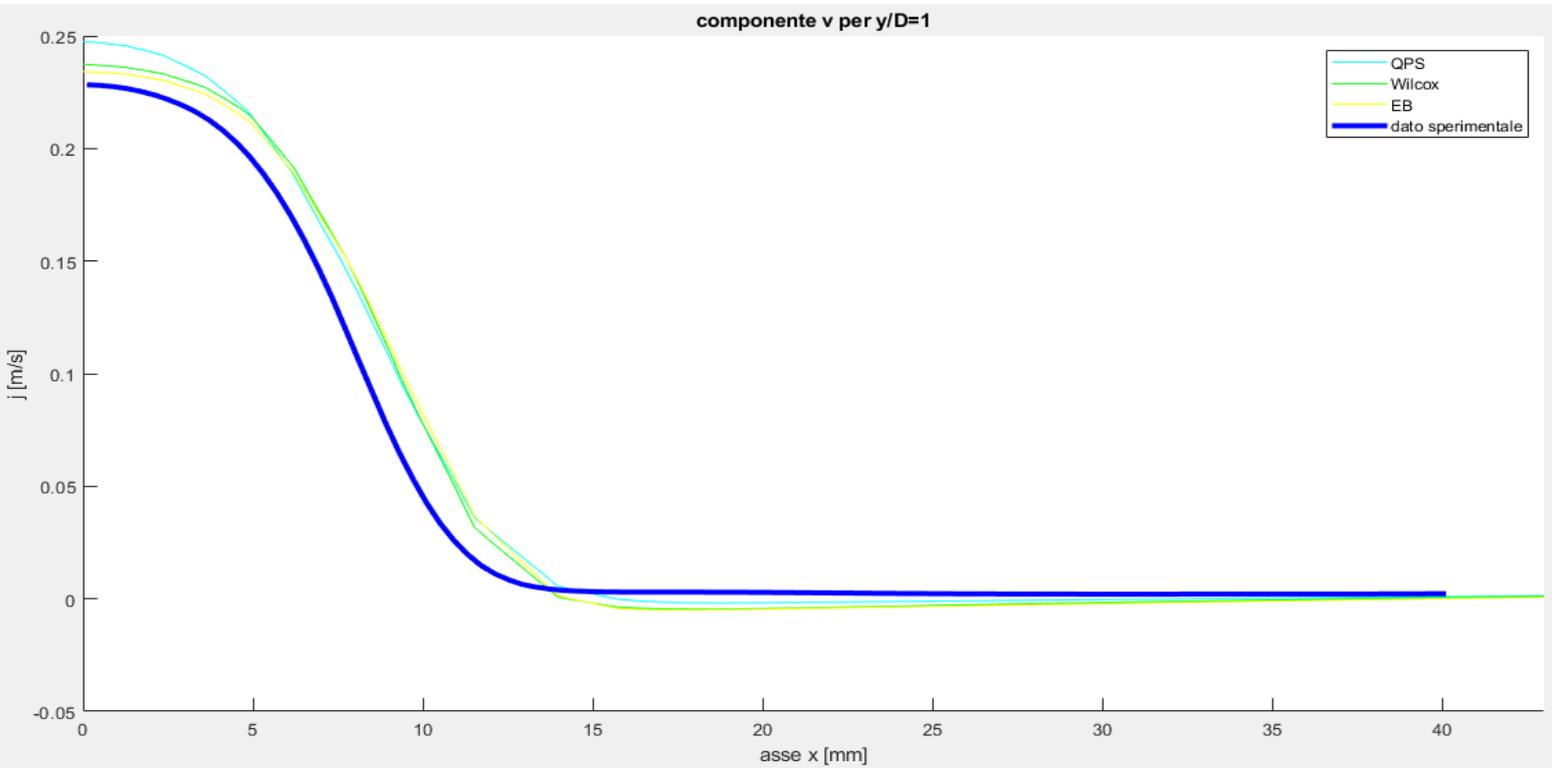


Figura 2.5.2: andamento della componente j per $y/D=1$

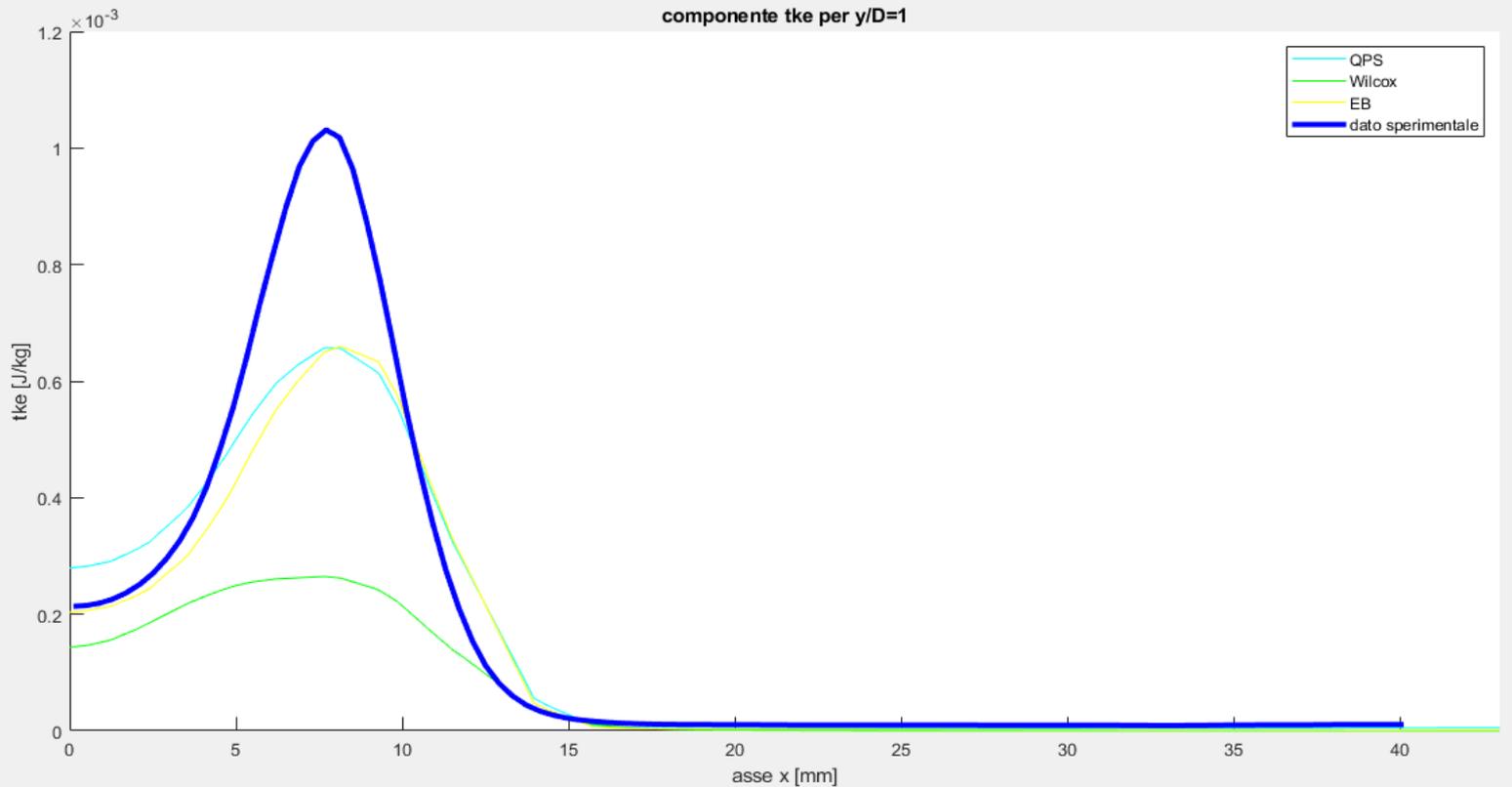


Figura 2.5.3: andamento della tke per $y/D=1$

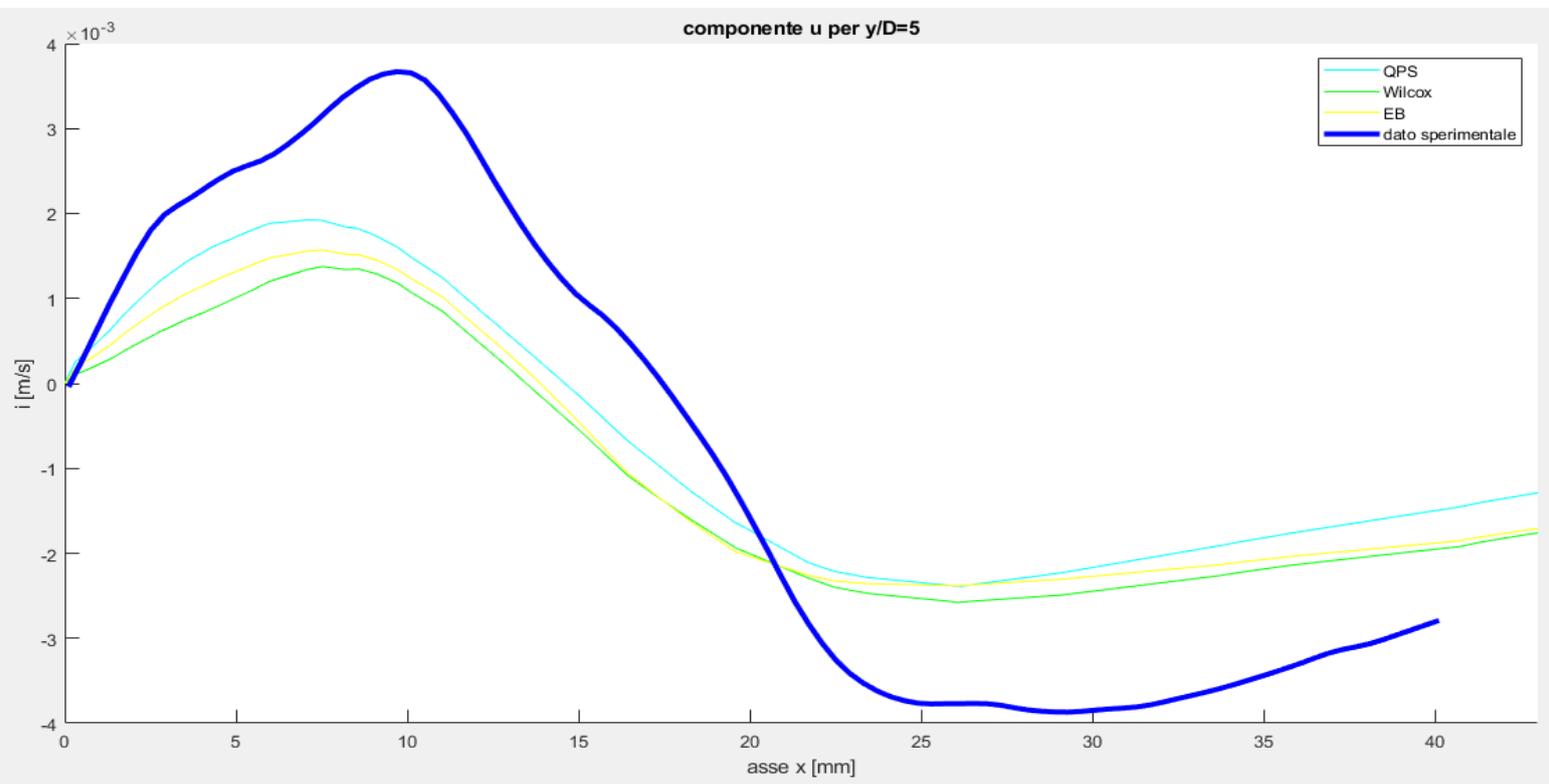


Figura 2.5.4: andamento della componente i per $y/D=5$

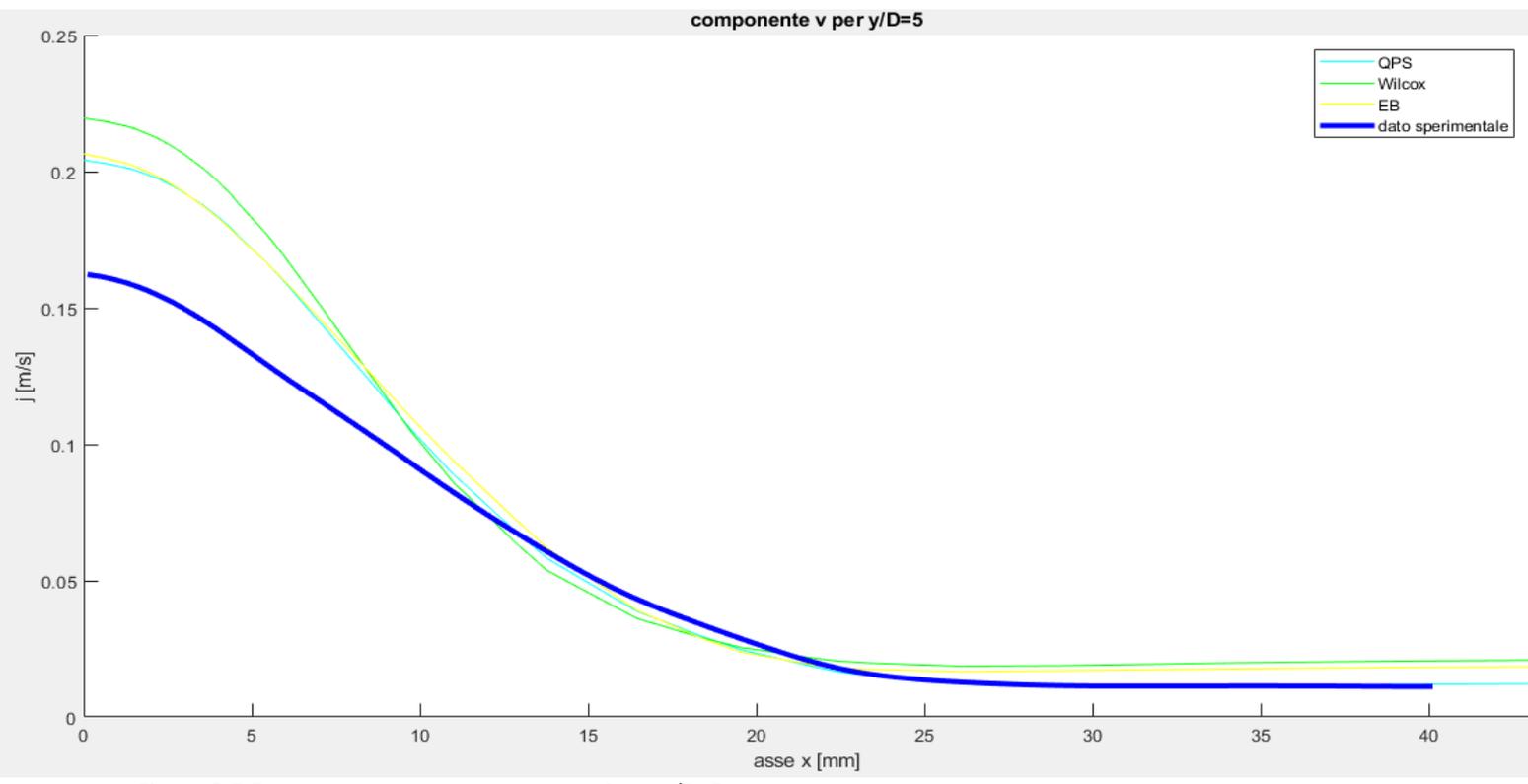


Figura 2.5.5: andamento della componente j per $y/D=5$

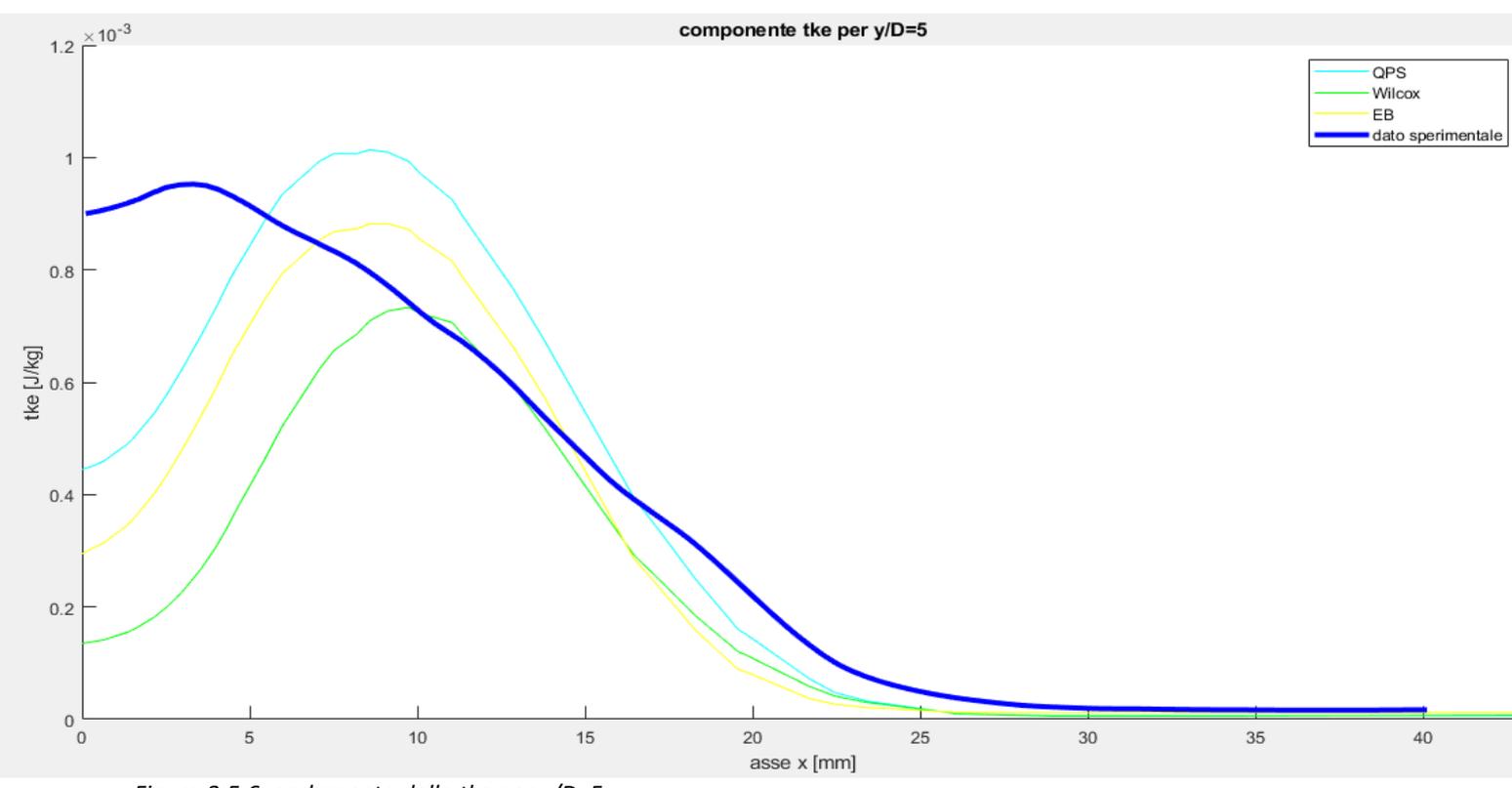


Figura 2.5.6: andamento della tke per $y/D=5$

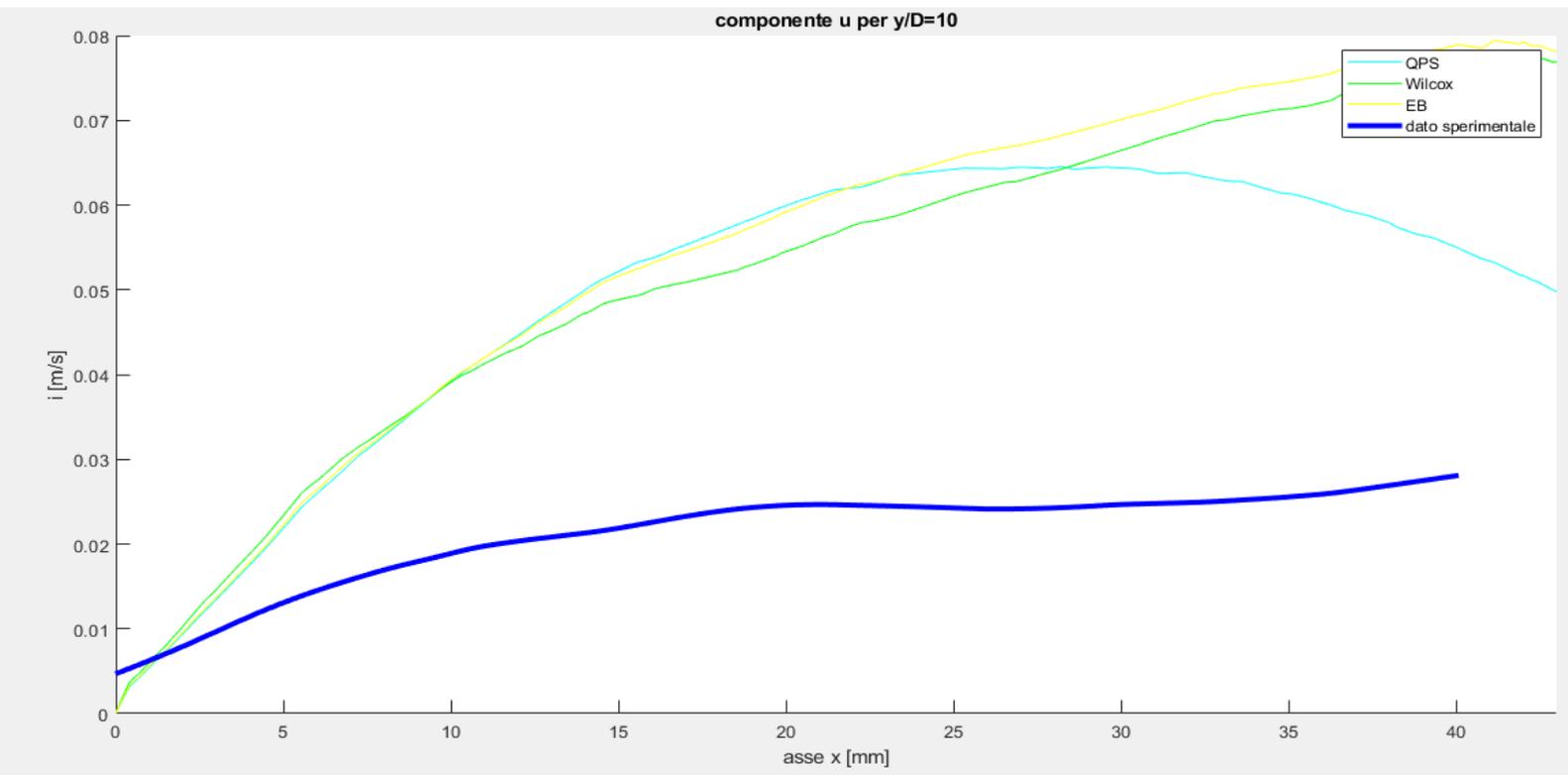


Figura 2.5.7: andamento della componente i per $y/D=10$

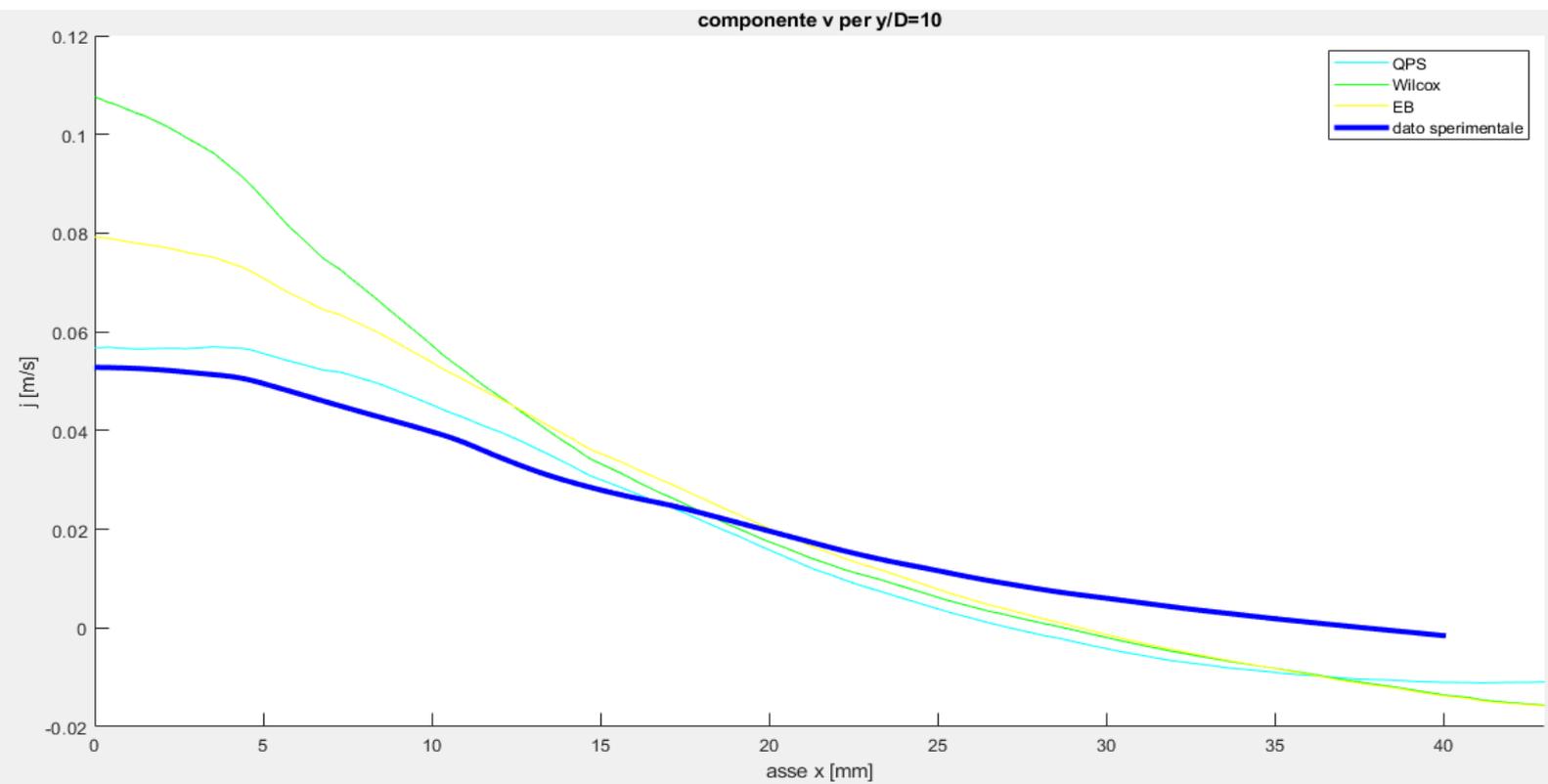


Figura 2.5.8: andamento della componente j per $y/D=10$

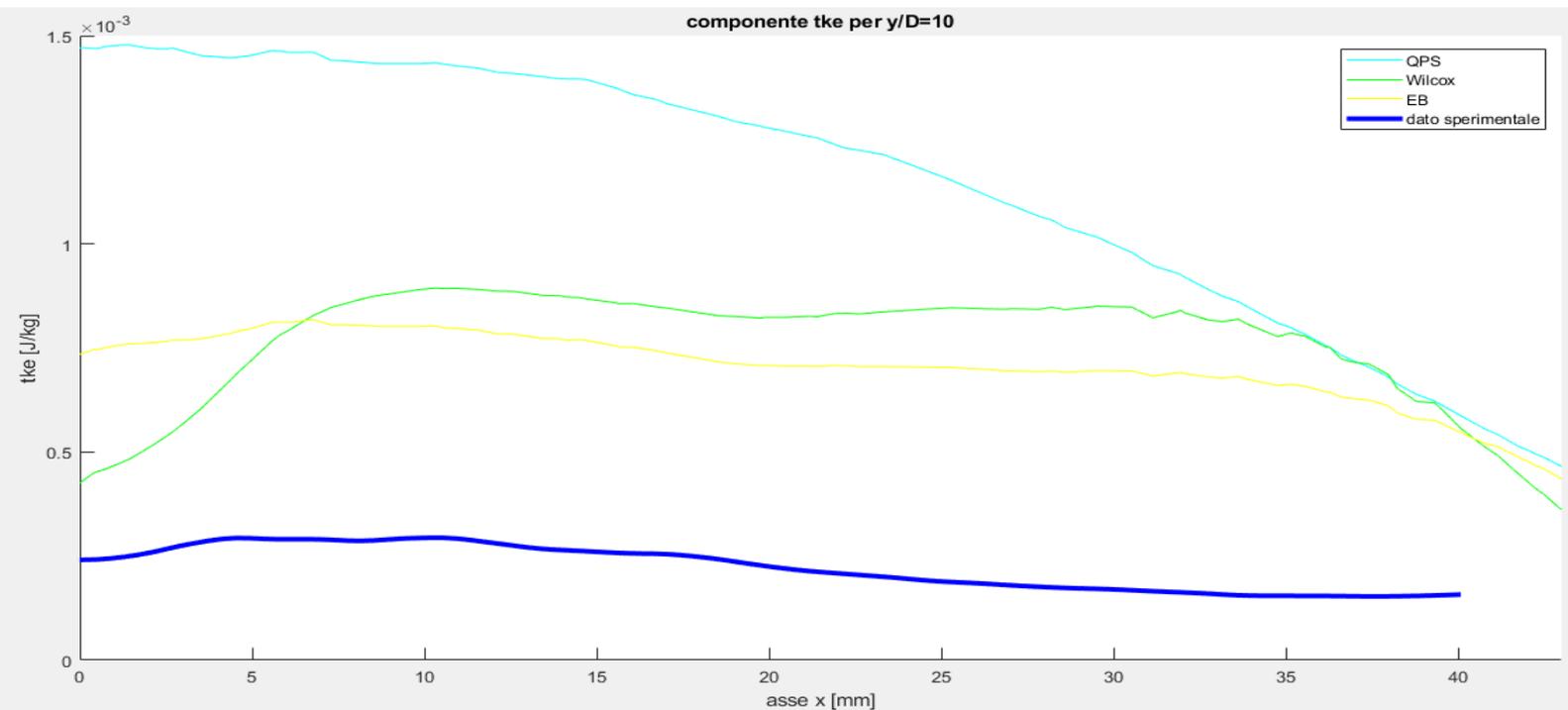


Figura 2.5.9: andamento della tke per $y/D=10$

componente i				componente j				energia cinetica turbolenta			
y/D	QPS	Wilcox	EB	y/D	QPS	Wilcox	EB	y/D	QPS	Wilcox	EB
1	1,126195	1,005175	1,180936	1	0,923238	1,332142	1,467085	1	0,480947	0,721109	0,598466
2	1,22751	1,142964	1,376971	2	0,345645	0,393008	0,47438	2	0,321368	0,627632	0,300916
3	0,262162	0,392596	0,437225	3	0,105814	0,193725	0,138066	3	0,368458	0,61584	0,269173
4	0,532116	0,610765	0,52941	4	0,081824	0,30827	0,216176	4	0,394785	0,55634	0,314281
5	0,745821	0,932084	0,909225	5	0,102831	0,390403	0,297432	5	0,431498	0,494344	0,372895
6	0,742439	0,949085	0,960058	6	0,1659	0,459583	0,370432	6	0,462506	0,455441	0,417717
7	1,174176	1,449034	1,678877	7	0,149181	0,414139	0,335211	7	0,484295	0,415213	0,409213
8	14,3511	2,55872	6,511505	8	0,174199	0,364998	0,308931	8	0,594453	0,45513	0,466757
9	18,10428	18,38236	10,8549	9	0,774532	0,968476	0,691824	9	1,654186	1,983693	0,536473
10	1,226849	1,290304	1,379322	10	6,235455	6,720067	6,722305	10	4,383404	2,710238	2,373171

Tabella 2.5.1: media errore relativo sulle singole componenti

Dalla tabella 2.5.1 traspare che la variante QPS approssima meglio le componenti di velocità, mentre la cinetica turbolenta viene meglio approssimata dalla variante EB. Si procede allora al calcolo della media dell'errore complessivo sulle variabili per ogni y/D .

media errore relativo variabili			
y/D	QPS	Wilcox	EB
1	0,84346	1,019475	1,082162
2	0,631508	0,721201	0,717422
3	0,245478	0,40072	0,281488
4	0,336242	0,491792	0,353289
5	0,426717	0,60561	0,526517
6	0,456949	0,62137	0,582735
7	0,602551	0,759462	0,807767
8	5,039918	1,126283	2,429064
9	6,844332	7,11151	4,027731
10	3,948569	3,573536	3,491599

Tabella 2.5.2: media errore relativo complessivo sulle variabili

Risulta evidente che, per ben sette punti sulle dieci complessive, la variante QPS presenta un errore medio complessivo inferiore rispetto alle

varianti EB e Wilcox. Questa miglioria è legata al fatto che tale variante, e più in generale il modello degli stress del tensore di Reynolds non si basa sull'ipotesi, poco valida e performante per i casi reali e complessi, di Boussinesq, il quale introdusse la viscosità dinamica turbolenta al fine di esprimere gli sforzi di Reynolds in funzione del gradiente della velocità media. Questo conclude lo studio per il primo caso, ovvero $Re=3413$, caratterizzato da un flusso stazionario e bidimensionale. Nel capitolo successivo ci si occuperà di risolvere le RANS per $Re=7912$. Non essendo certi di essere in presenza di un flusso stazionario, si procederà con un'analisi 3D non stazionaria, mentre per il processo di meshing bisognerà tenere conto della condizione CFL (Courant-Friedrichs-Lewy), necessaria per la convergenza numerica della soluzione delle equazioni alle derivate parziali di tipo iperbolico. Da essa infatti dipenderà la scelta del passo temporale, necessario per ottenere una soluzione convergente, stabile e ottimizzata dal punto di vista temporale e, dunque economico.

3 Risoluzione del problema attraverso l'uso del software commerciale Star CCM+ per numero di Reynolds pari a 7912

3.1 *Analisi preliminare al fine di determinare le condizioni al contorno*

In questo capitolo ci occuperemo di risolvere le RANS nel caso di Re pari a 7912. L'iter da seguire sarà identico al caso precedentemente analizzato con la sola differenza che, data la non stazionarietà del flusso, la geometria passerà da una configurazione 2D ad una 3D. Per quel che riguarda l'analisi preliminare si era pensato di utilizzare la geometria 2D usata per $Re = 3413$, estraendo le variabili in funzione della coordinata radiale ed inserendole nella configurazione 3D dell'upper plenum. Osservando la velocity-scene ci si è accorti che tali variabili non venivano lette correttamente portando, dunque, alla realizzazione di un condotto tridimensionale ottenuto attraverso una rivoluzione a 360° , attorno all'asse del condotto, di raggio pari al $d_{Re=3413}$.

Simcenter STAR-CCM+

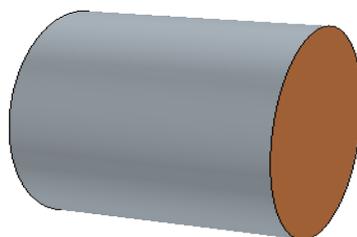


Figura 3.1.1: Condotto analisi preliminare

Tale modifica influisce sul calcolo della portata. Infatti, oltre alla variazione del numero di Reynolds, deve essere modificato anche il diametro del condotto. A valle di tali modifiche risulta una portata pari a 0.118 kg/s. Per quanto riguarda il processo di meshing, si è deciso di mantenere i parametri ottimizzati (Prism Layer Total Thickness e il Prism Layer Near Wall Thickness) del caso $Re = 3413$; la scelta di mantenere anche la stessa Base size viene giustificata dai seguenti grafici:

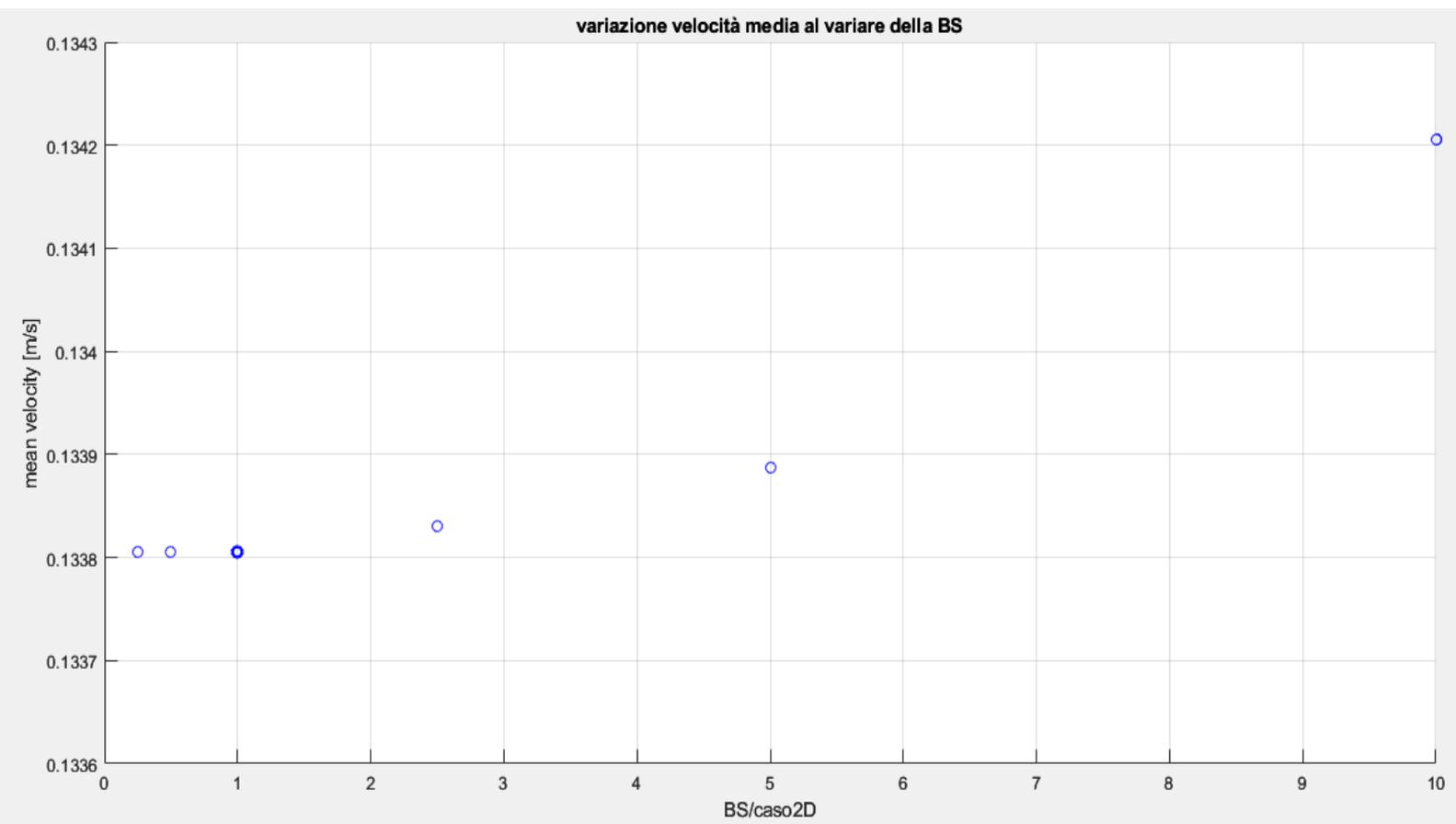


Figura 3.1.2: velocità media al variare del parametro adimensionale Base size sulla Base size nel caso 2D

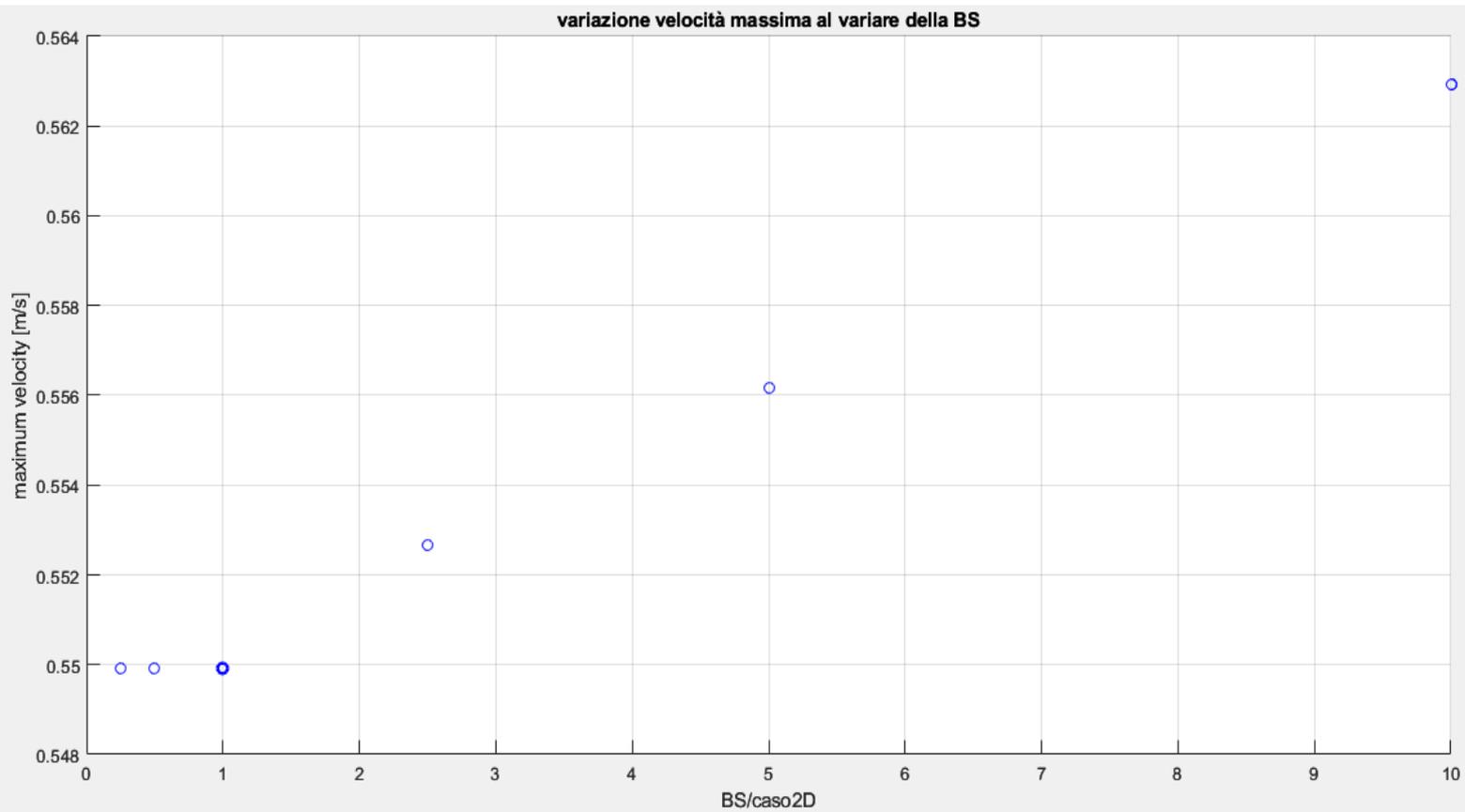


Figura 3.1.3: velocità massima al variare del parametro adimensionale Base size sulla Base size nel caso 2

Ciò che se ne deduce è che, quando la Base size eguaglia il valore utilizzato nel caso 2D, la velocità massima e la velocità media cessano di variare.

Simcenter STAR-CCM+

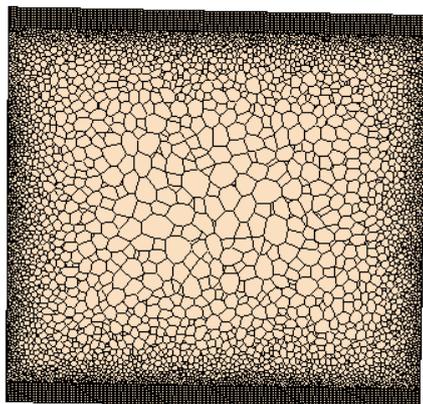


Figura 3.1.4: Discretizzazione dominio

Creata la geometria, inserita la portata corretta e discretizzato il dominio si può procedere alla risoluzioni delle equazioni con l'obiettivo di ottenere il profilo di velocità, l'energia cinetica turbolenta e il rateo di dissipazione turbolenta, nel caso di modello $k-\epsilon$ e modello RST, o il rateo di dissipazione turbolenta specifica, nel caso di modello $k-\omega$, questa volta in funzione della componente ortogonale all'asse del condotto. Di seguito si riportano le soluzioni:

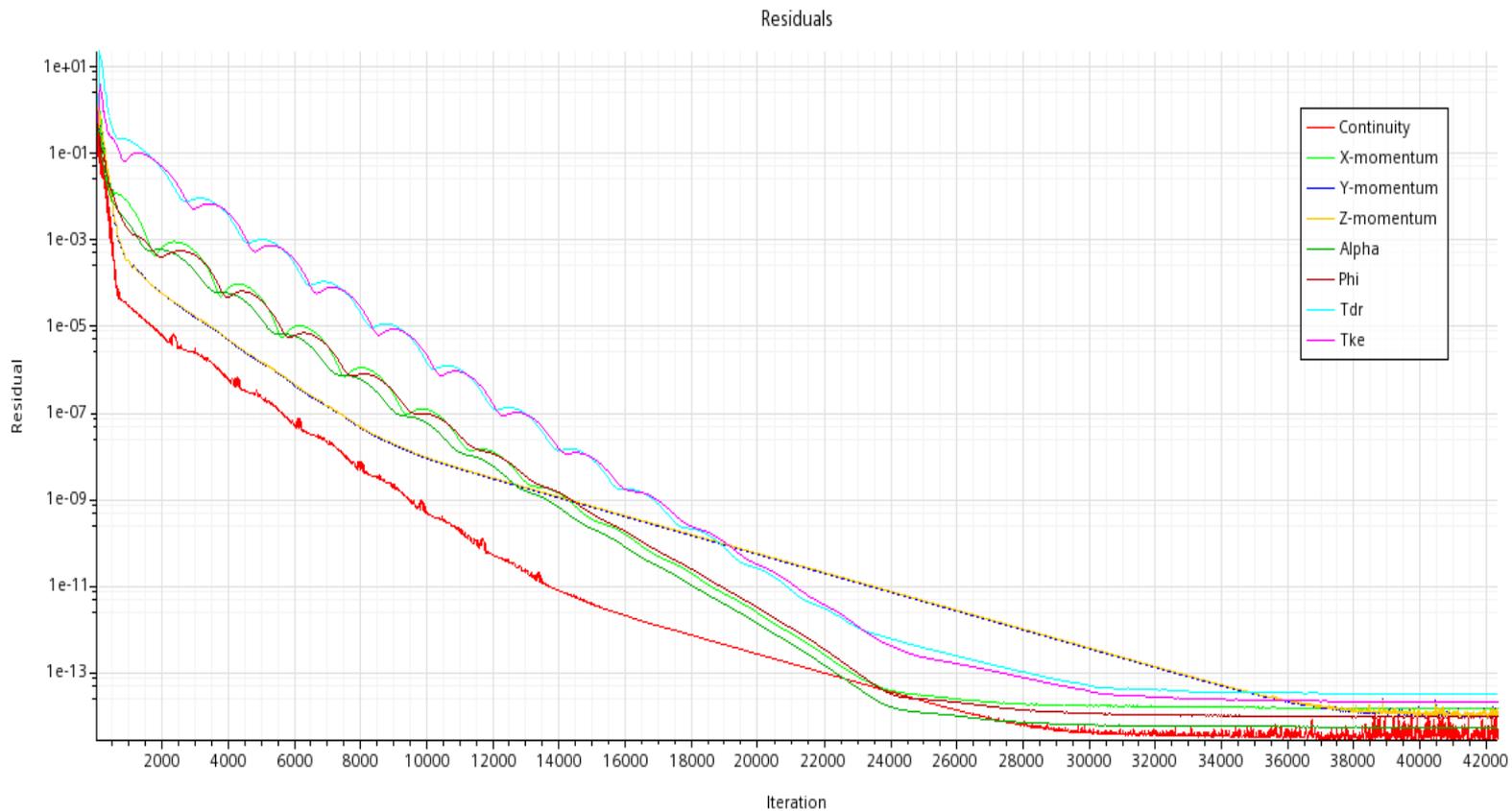


Figura 3.1.5: Residui analisi preliminare caso $Re=7912$

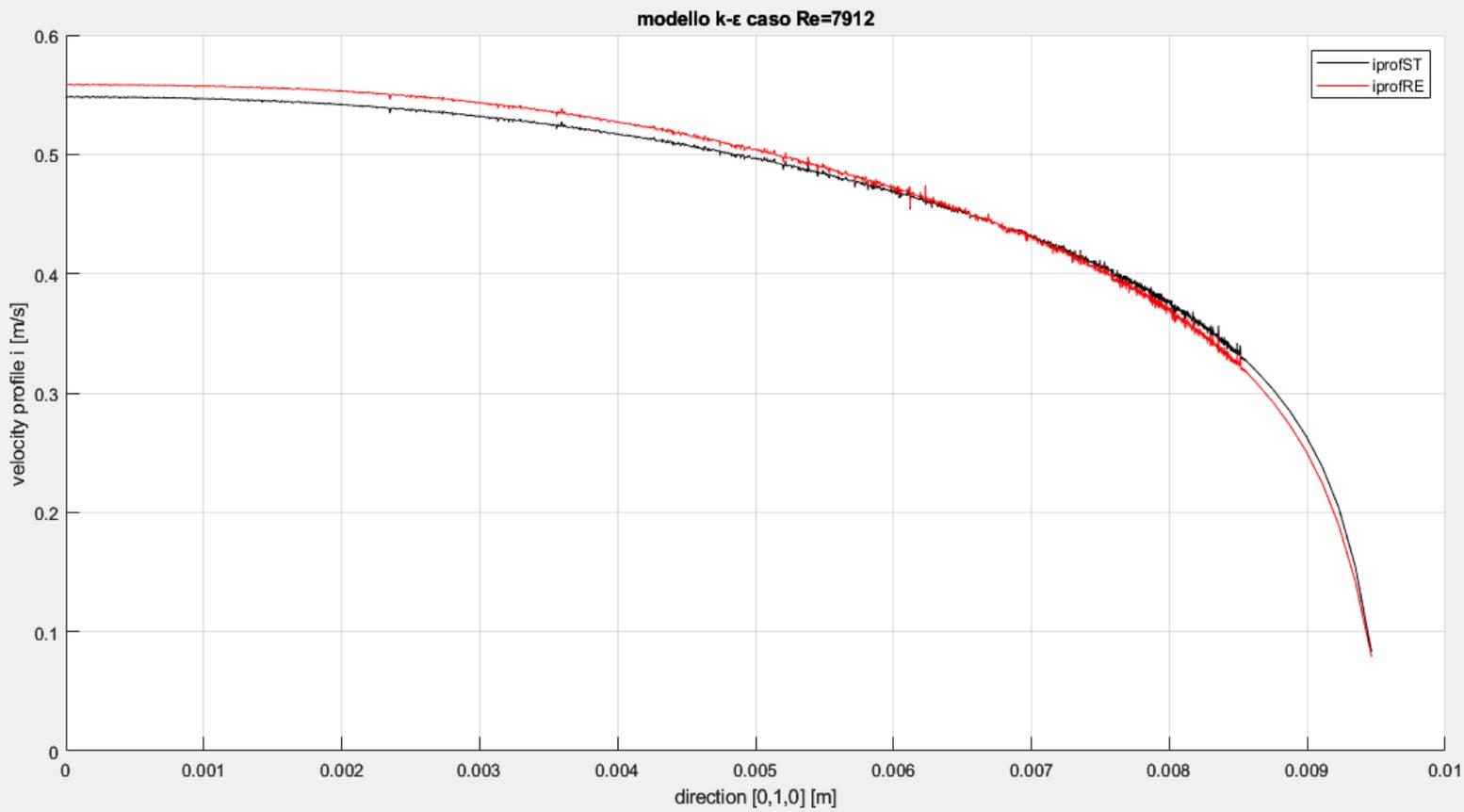


Figura 3.1.5: confronto del profilo di velocità per modello $k-\epsilon$

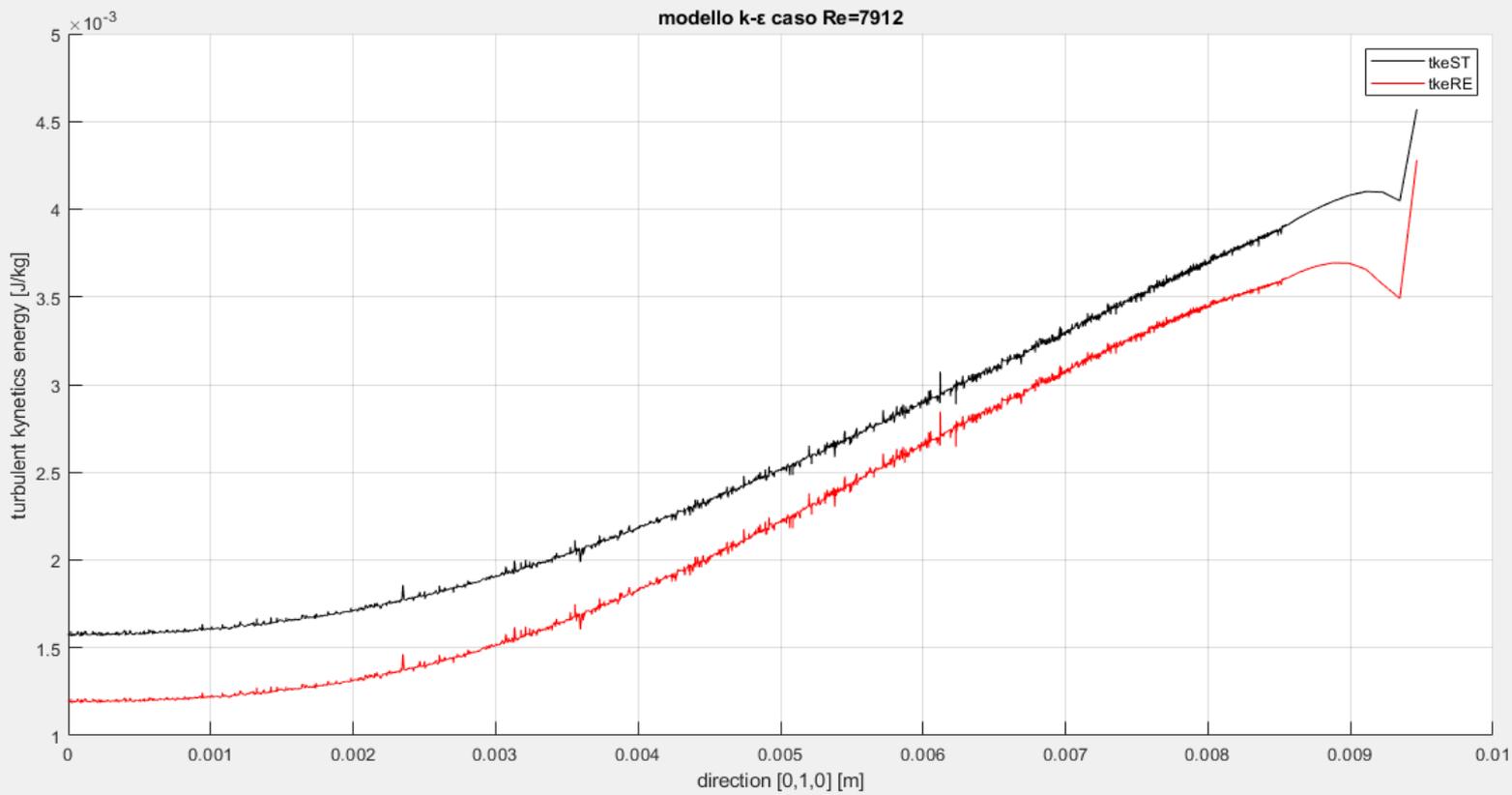


Figura 3.1.6: confronto dell'energia cinetica turbolenta per modello $k-\epsilon$

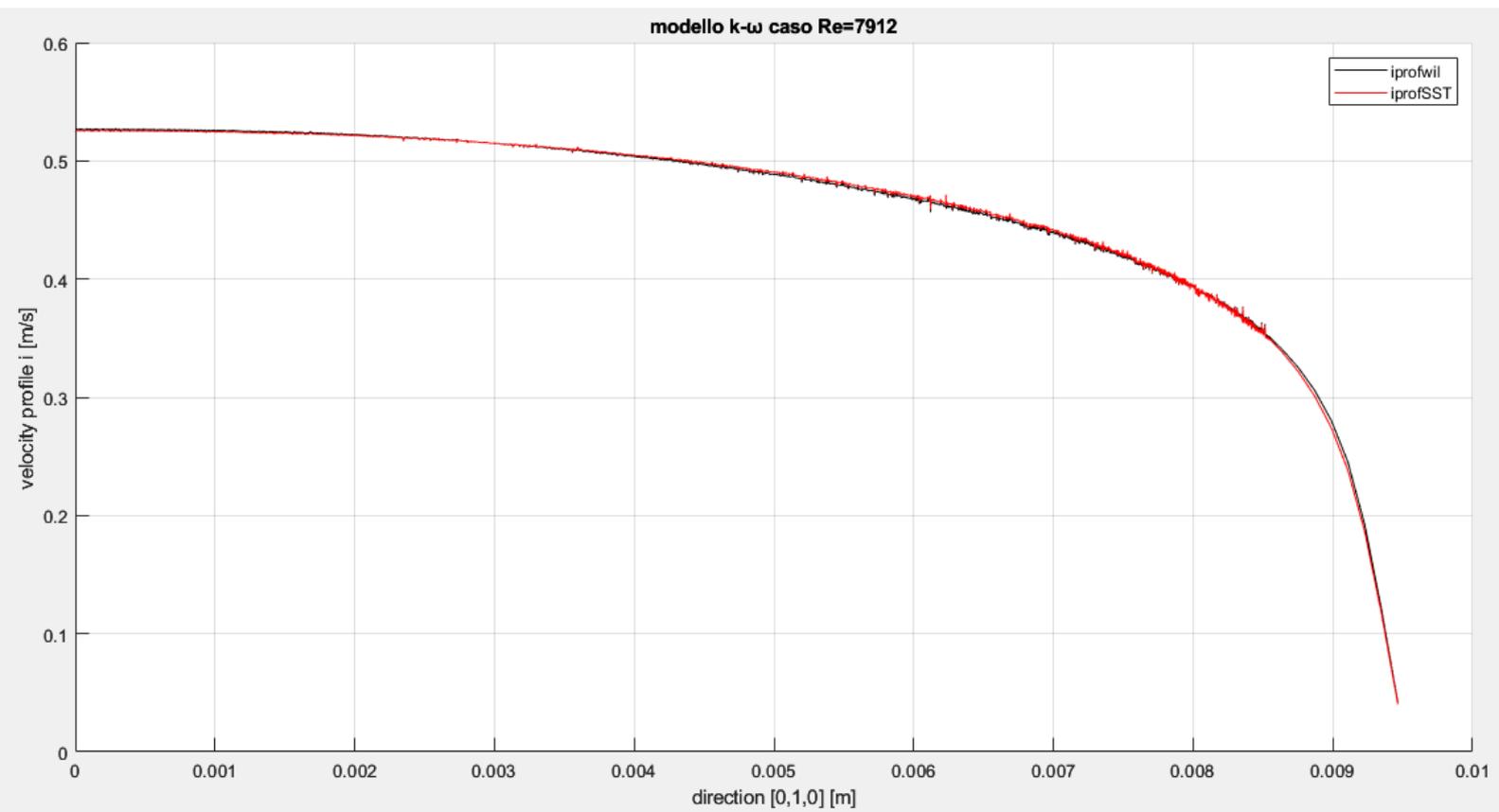


Figura 3.1.7: confronto del profilo di velocità per modello k- ω

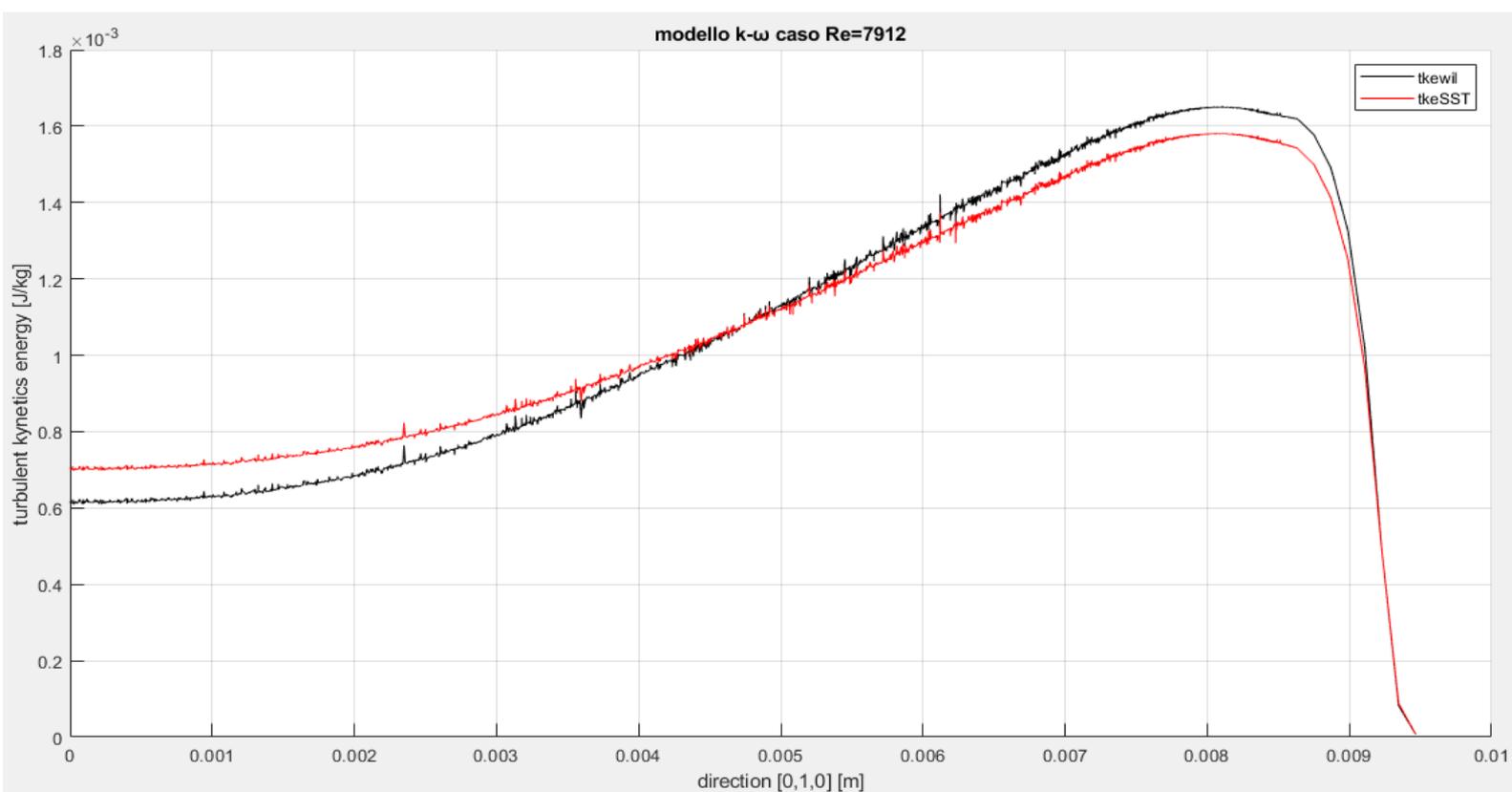


Figura 3.1.8: confronto dell'energia cinetica turbolenta per modello k- ω

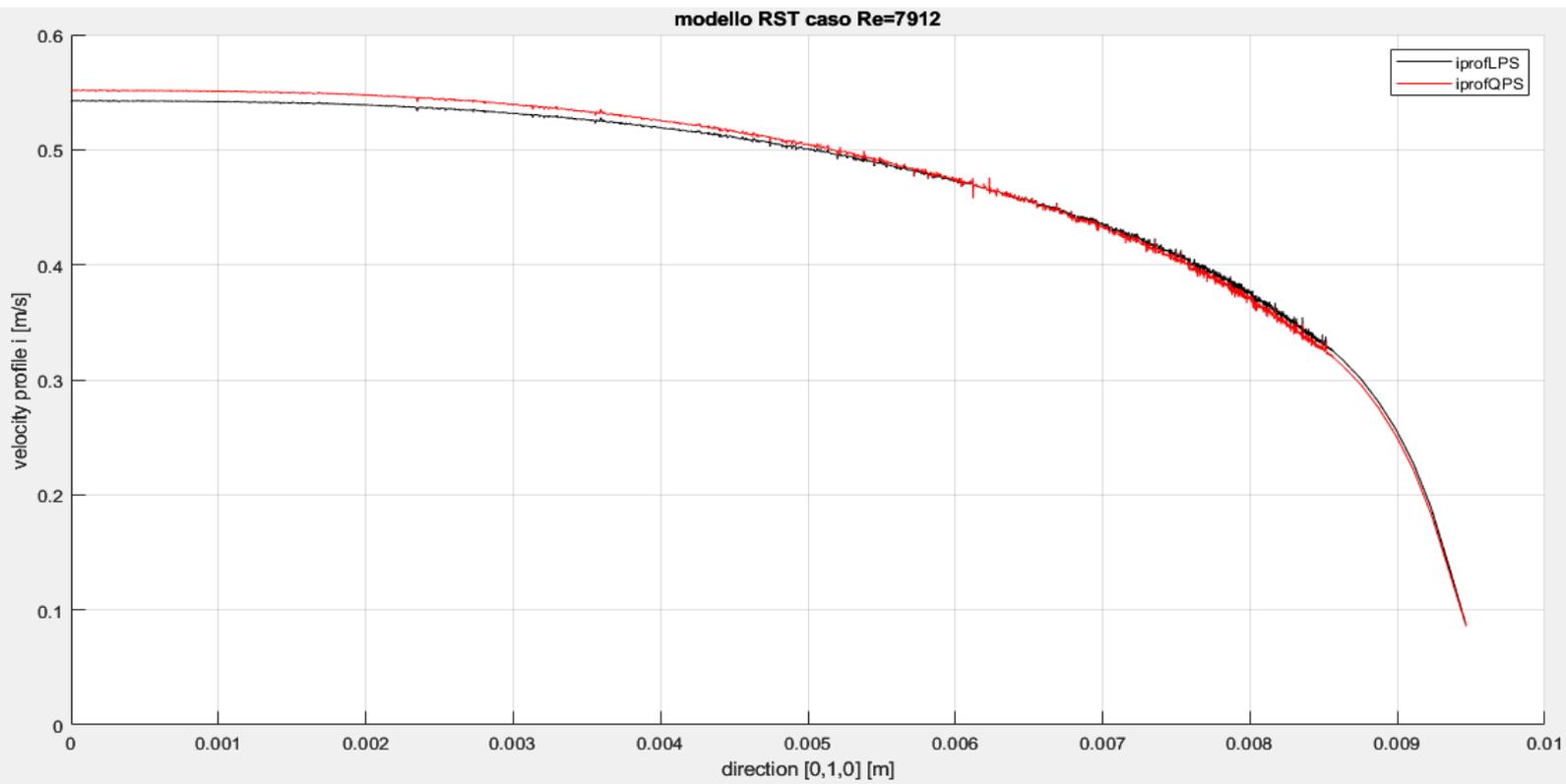


Figura 3.1.9: confronto del profilo di velocità per modello RST

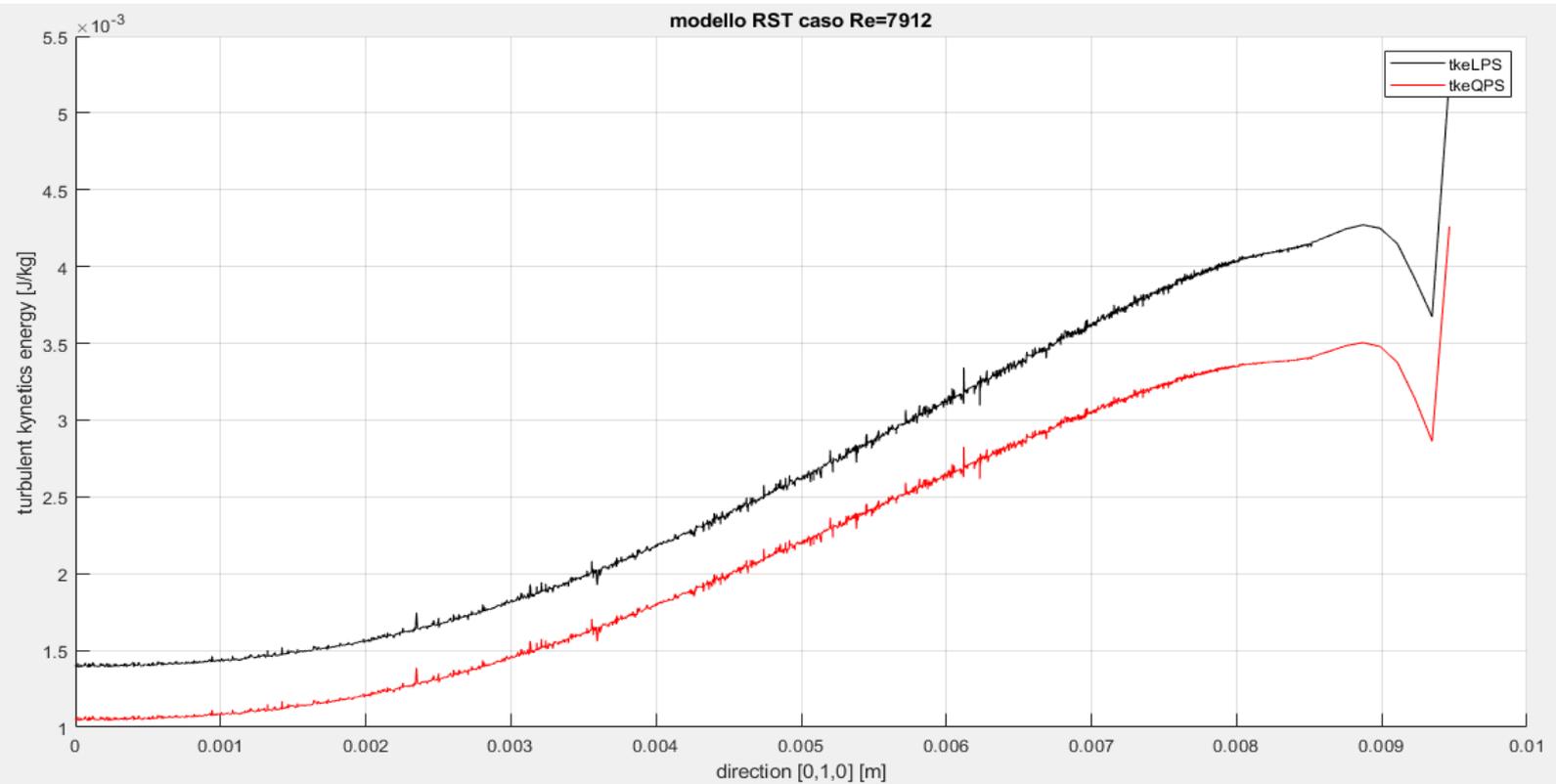


Figura 3.1.10: confronto dell'energia cinetica turbolenta per modello RST

Ancora una volta si dimostra che, data la differenza tra le componenti, l'analisi dovrà essere effettuata per tutte le varianti di ciascuno dei tre modelli. Vista la complessità legata al passaggio dal bidimensionale al tridimensionale, con conseguente notevole incremento dei tempi di risoluzione, nel capitolo successivo si effettuerà l'analisi per la sola variante Standard del modello $k-\varepsilon$. Tuttavia, una volta risolto il problema dal punto di vista geometrico-fisico, occorre solo lanciare le altre simulazioni ed attendere il completamento delle stesse per l'estrazione dei dati (ciò non sarà oggetto della tesi).

3.2 Soluzione ottenuta usando la variante Standard del modello di turbolenza $k-\varepsilon$

In questa sezione verranno ricavate le componenti di velocità lungo x e y e l'energia cinetica turbolenta da confrontare con i dati sperimentali usando la variante standard del modello $k-\varepsilon$. Il procedimento da seguire sarà sempre lo stesso con la sola differenza della geometria, la quale dovrà passare da una configurazione bidimensionale ad una tridimensionale. Non essendo certi della natura fisica del problema per il caso $Re=7912$, si procederà con un'analisi in regime stazionario con un approccio di tipo high $y+$ wall treatment, e solo controllando l'andamento dei residui si potrà stabilire la correttezza di quanto fatto.

3.2.1 Processo di meshing e analisi in regime stazionario

Il primo passo per risolvere il problema è quello di creare la geometria tridimensionale. La metodologia usata è analoga a quella del condotto che ha permesso di ricavare le condizioni al contorno; essa consiste nell'eseguire una rivoluzione a 360° attorno all'asse del condotto della sezione raffigurata in Figura 2.2.2. Il risultato di tale operazione viene mostrato nella figura sottostante:

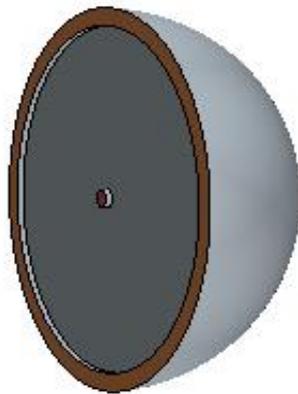


Figura 3.2.1: geometria tridimensionale

Dalla figura risulta ben chiaro che il problema si complica, con conseguente aumento dei costi computazionali rispetto al caso $Re=3413$. Questo perché la nuova geometria porta con sé una maggiore difficoltà nella creazione della mesh visto il maggior numero di celle di cui si necessita. L'iter, tuttavia, è sempre lo stesso: fissare una base size e un prism layer total thickness e, in base al tipo di approccio, scegliere il prism layer near wall thickness in modo da ottenere la funzione a parete y^+ ottimale (compresa tra 13 e 15). Si decide di imporre un valore di BS pari a $5 \cdot 10^{-3}$ m e un PLTT pari a $1 \cdot 10^{-3}$ m:

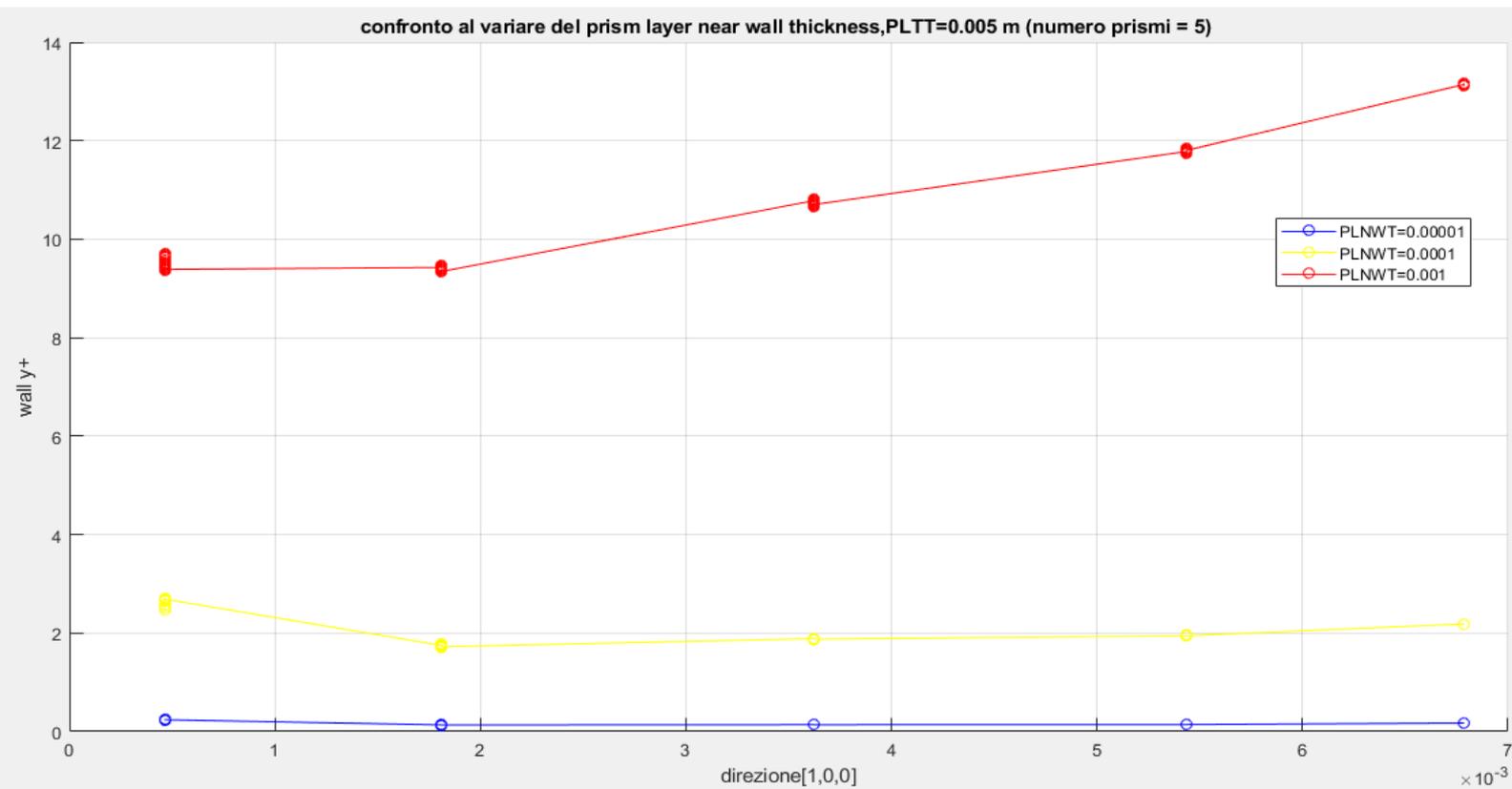


Figura 3.2.2: distribuzione y^+ lungo la parete al variare del prism layer near wall thickness

Dal grafico risulta chiaro che scegliendo un PLNWT pari a 0.001 m si ottiene un valore per la funzione a parete compreso tra 12 e 14, che concilia con quanto ricercato. La conseguenza sarà quella di avere un numero di strati tutti della stessa dimensione (come per il caso bidimensionale). Scelto il PLNWT bisogna adesso valutare la corretta Base size. Al fine di evitare una mesh accurata anche in regioni lontani dal getto, si decide di mantenere il valore scelto in precedenza ed infittire la regione attorno al getto, delineandola con un cilindro di diametro leggermente superiore (100 mm) alla regione del getto.

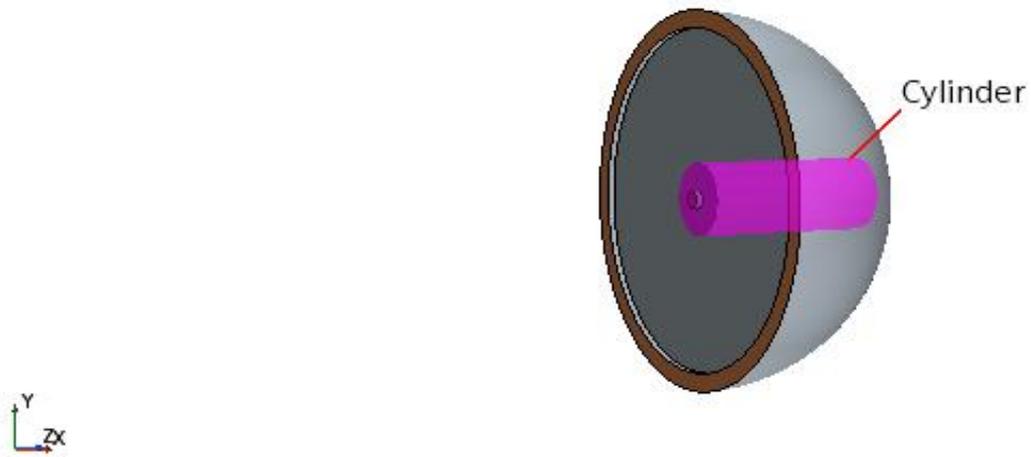


Figura 3.2.3: Visualizzazione cilindro che contorna il getto

Simcenter STAR-CCM+

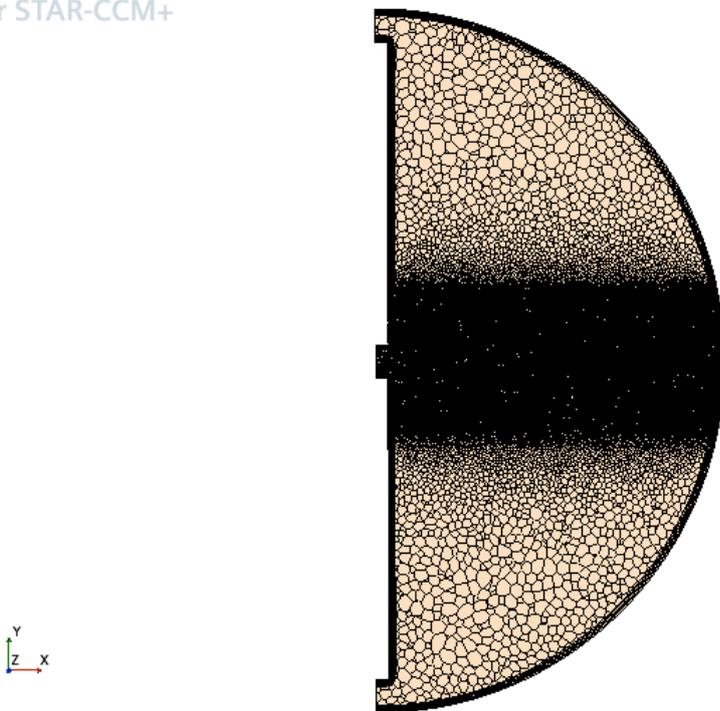


Figura 3.2.4: Discretizzazione dominio

Completato il processo di meshing, non resta altro che imporre le condizioni al contorno ricavate nel paragrafo 3.1. La variante standard, come ben visibile dalla figura sottostante, necessita del profilo di velocità, dell'energia cinetica turbolenta e del rateo di dissipazione turbolenta.

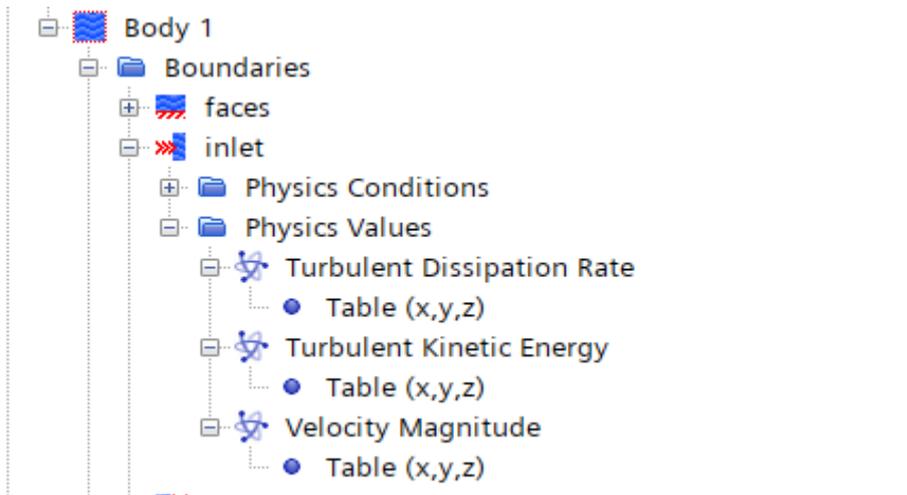


Figura 3.2.5: Schermata STAR CCM+ per condizioni al contorno

Inserite le variabili nella corretta posizione si procede alla risoluzione iterativa delle equazioni allo scopo di ricavare le componenti da confrontare con i dati sperimentali. L'operazione di estrazione dati è subordinata al grado di accuratezza. Tanto più questo è alto tanto più accurati saranno i risultati. Dalla lettura dei residui, però, si può ricavare un'altra importante informazione, ovvero la natura del problema fisico. La presenza di oscillazioni nei residui, riportati nella figura 3.2.6, sono sintomo di un regime non stazionario nel caso in esame e che quanto fatto non è corretto per risolvere le RANS. L'analisi del transitorio sarà affrontata in dettaglio nella sezione successiva e comprenderà lo studio di un altro parametro, il CCN (Convective Courant Number), necessario per la convergenza numerica della soluzione.

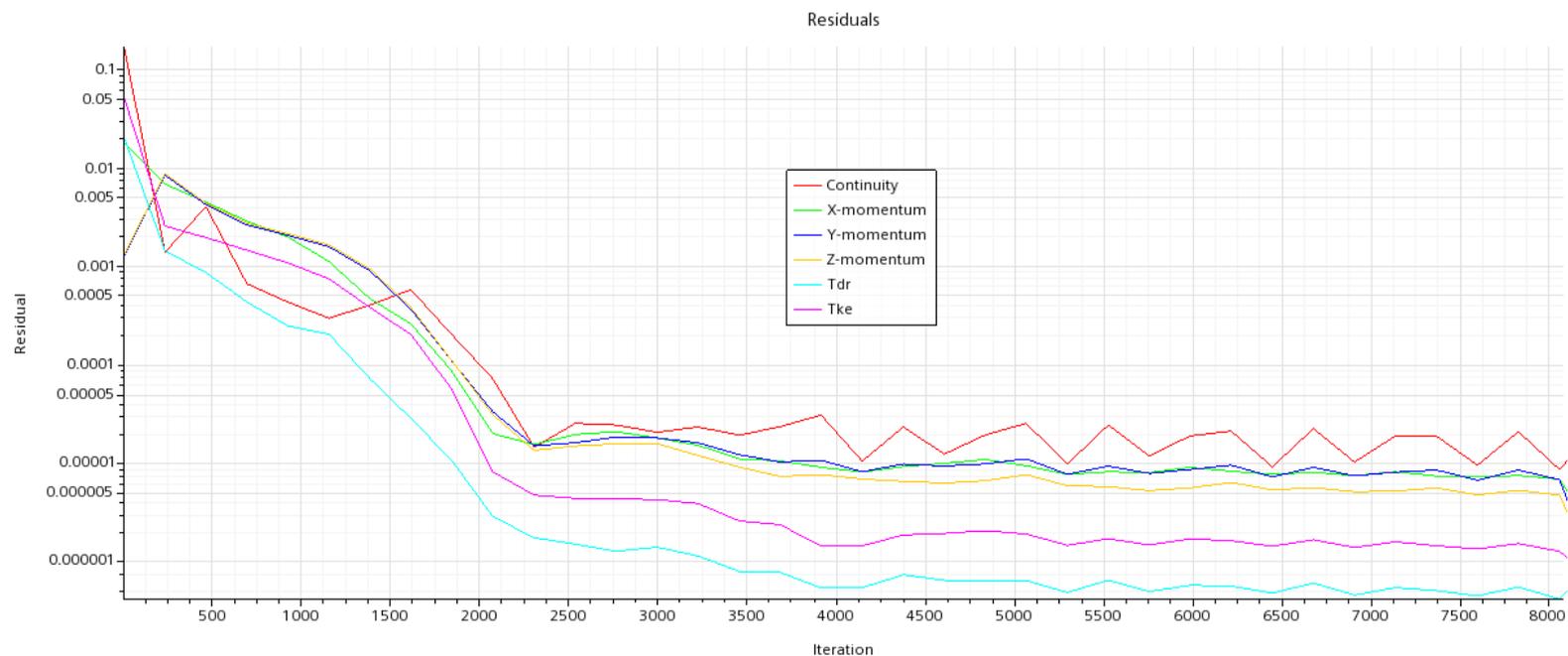


Figura 3.2.6: Residui simulazione in regime stazionario

3.2.2 Analisi in regime transitorio: condizione CFL e determinazione del passo temporale

L'analisi in regime stazionario ha evidenziato, per Re pari a 7912, la presenza di oscillazioni nei residui, a testimonianza del fatto che la condizione del flusso refrigerante sta transitando verso un regime non stazionario. Si parla di transizione e non di regime non stazionario vero e proprio per via del fatto che, in punti diversi della corrente, le grandezze in gioco (velocità e pressione) variano leggermente nel tempo. Ciò sarà dimostrato andando a valutare le variazioni delle componenti di velocità lungo l'asse del getto e quello ortogonale ad esso in un punto non tanto lontano dall'asse stesso e, si vedrà come tali variazioni non risultano essere abbastanza accentuate da determinare una condizione di assoluta non stazionarietà. Fondamentale, come già detto, sarà l'analisi del numero di Courant, il quale permette di stabilire la convergenza numerica della soluzione. Tale numero, nel caso di flusso unidimensionale, è espresso dalla seguente relazione:

$$C = \frac{u^* \Delta t}{\Delta x} \quad (1.1)$$

Dove u = velocità del flusso; Δt il passo temporale e Δx l'intervallo spaziale.

Per stabilire se una soluzione tende a convergenza o meno, è necessario imporre la condizione CFL (Courant – Friedrichs – Lewy), che può essere scritta come:

$$C < C_{max} \quad (1.2)$$

Con la costante C_{max} che dipende dalla tipologia di equazioni da risolvere (ellittiche, iperboliche...) e dal tipo di schema numerico utilizzato. Avendo usato nel nostro caso uno schema di tipo implicito, ovvero uno schema che necessita della risoluzione di un'equazione algebrica al fine di ottenere la soluzione (la variabile approssimata compare in entrambi i membri dell'equazione), il C_{max} può assumere valori più elevati dell'unità. Avendo già determinato l'intervallo spaziale col processo di discretizzazione del dominio, non resta altro che determinare il corretto passo temporale.

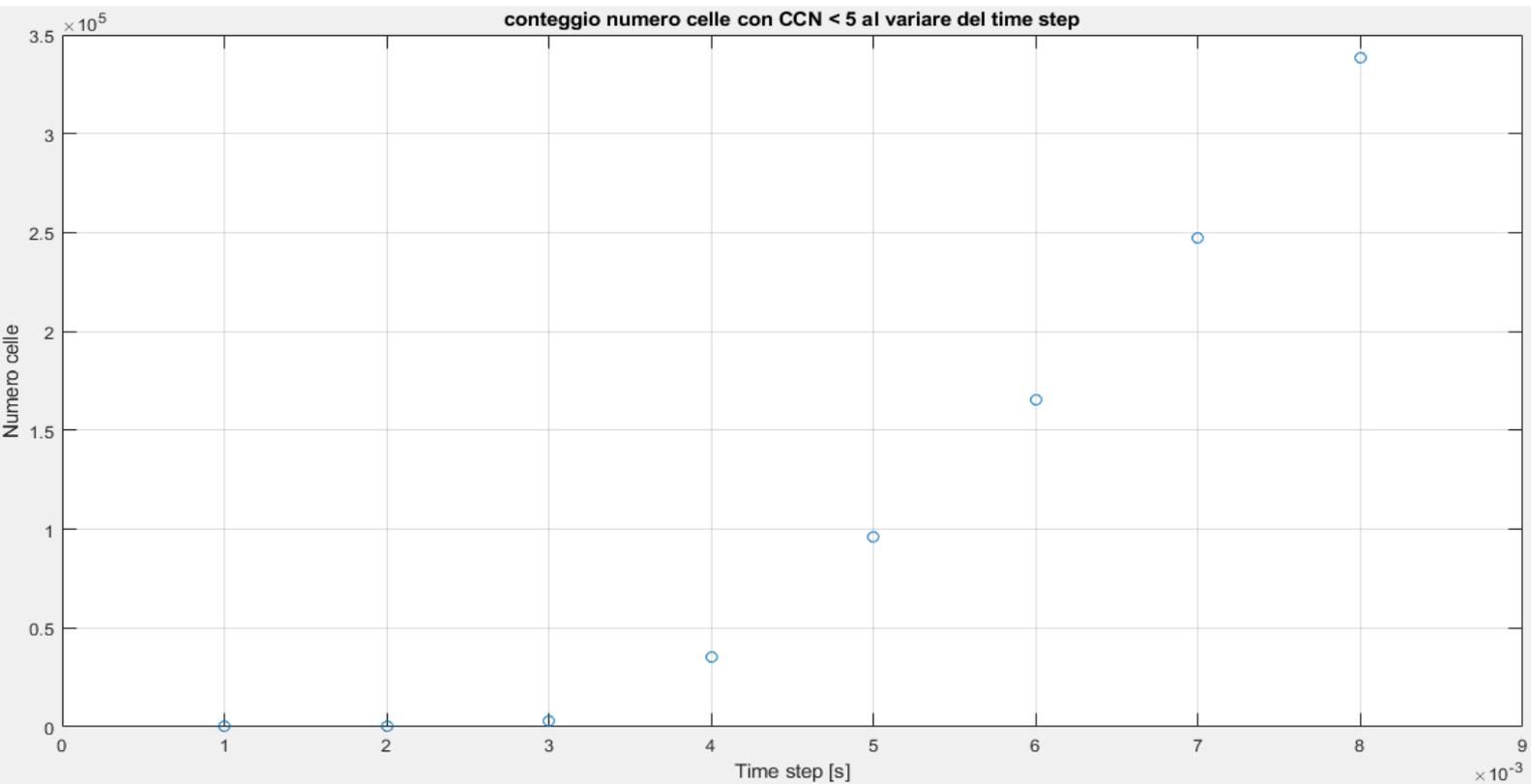


Figura 3.2.7: Numero di celle con $CCN < 5$ in funzione del passo temporale

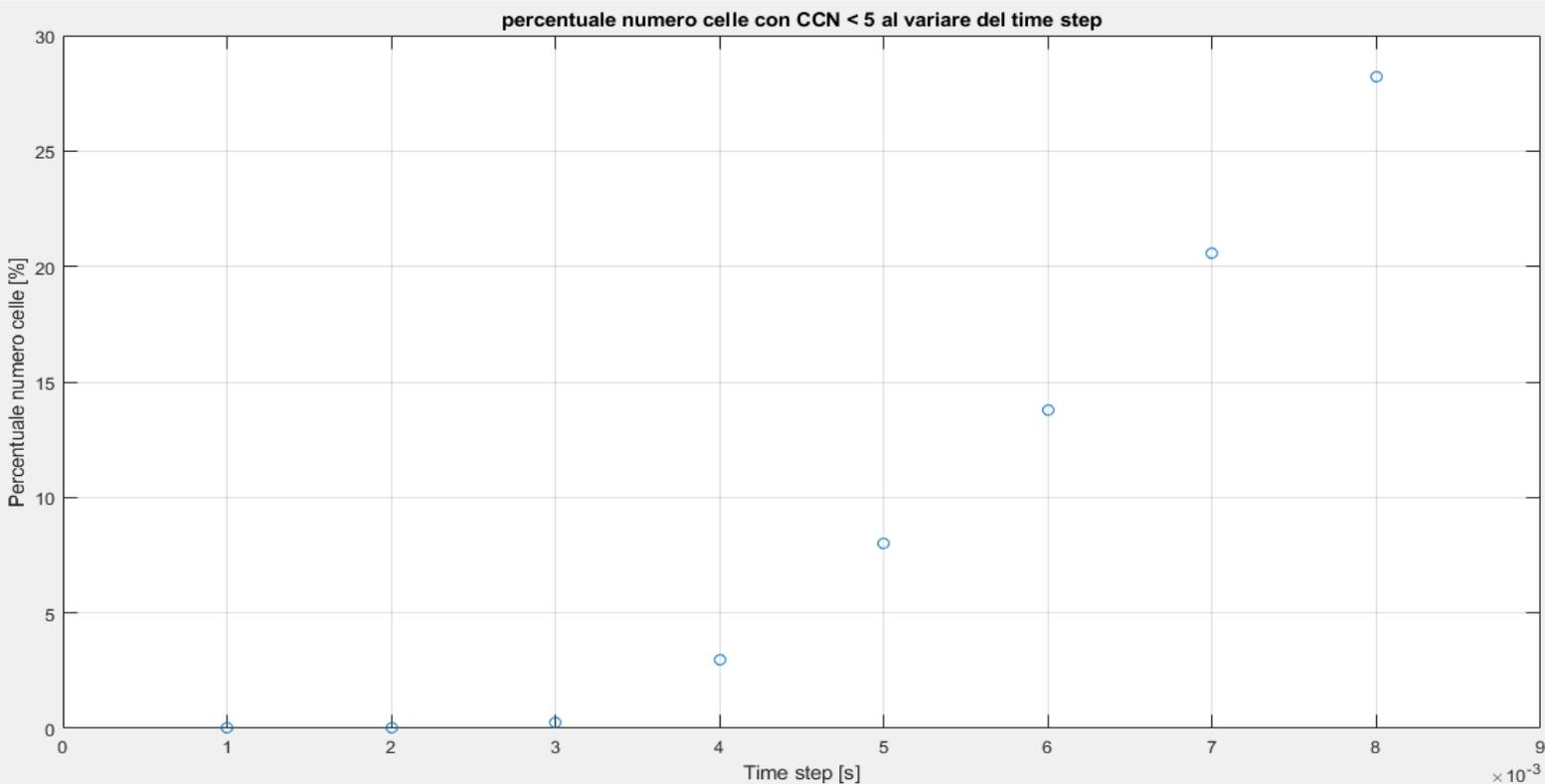


Figura 3.2.8: Variazione percentuale numero di celle con CCN < 5 in funzione del passo temporale

I grafici sopra riportati sono stati ottenuti stimando il numero di celle aventi un CCN < 5 al variare del passo temporale. Da questa analisi risulta che, per un passo temporale di 4 ms, solo il 2,75 % delle celle nella regione delimitata dal getto non rispettano la condizione di stabilità, una percentuale che non rischia di compromettere la correttezza della soluzione. Determinato il passo temporale è possibile risolvere iterativamente le equazioni al fine di estrarre le componenti di velocità u e v e l'energia cinetica turbolenta. A differenza del caso 2D, dove le simulazioni venivano monitorate controllando solamente i residui, adesso si dovrà monitorare la variazione temporale delle componenti di velocità u e v in un punto della corrente e la simulazione si potrà ritenere completa quando ampiezza e periodo delle oscillazioni cesseranno di variare. L'obiettivo è quello di stimare il periodo dell'oscillazione in modo da determinare il profilo medio delle variabili di nostro interesse (u_{mean} , v_{mean} e tke_{mean}).

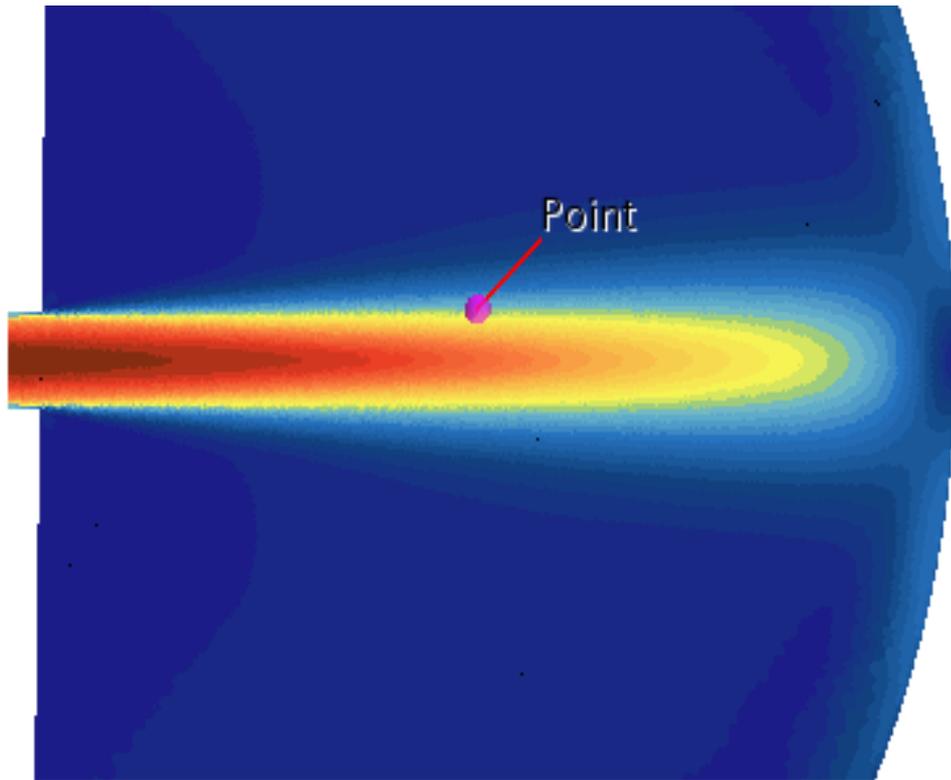


Figura 3.2.9: Punto della corrente in cui sono valutate le componenti di velocità

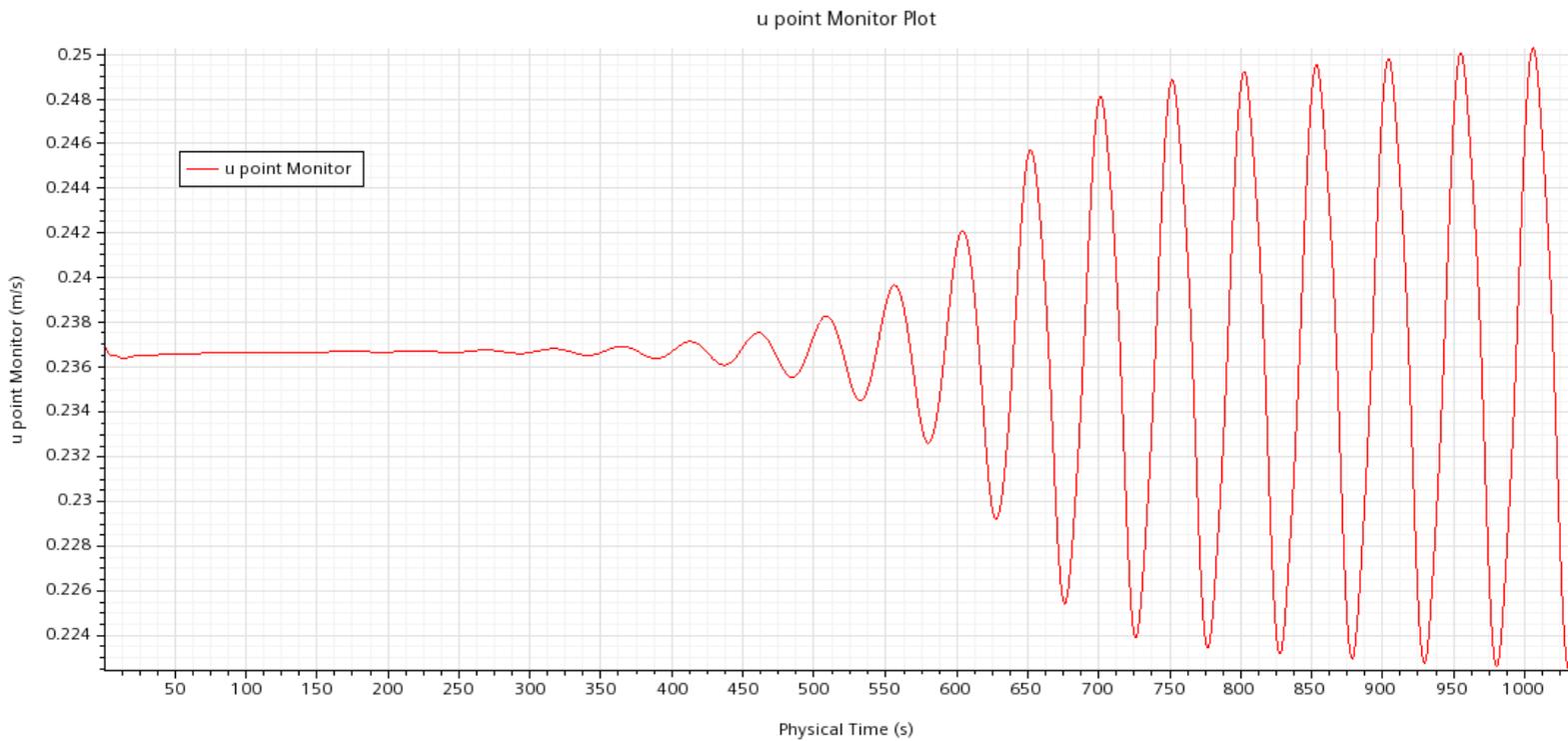


Figura 3.2.10: Componente di velocità u in funzione del tempo simulato

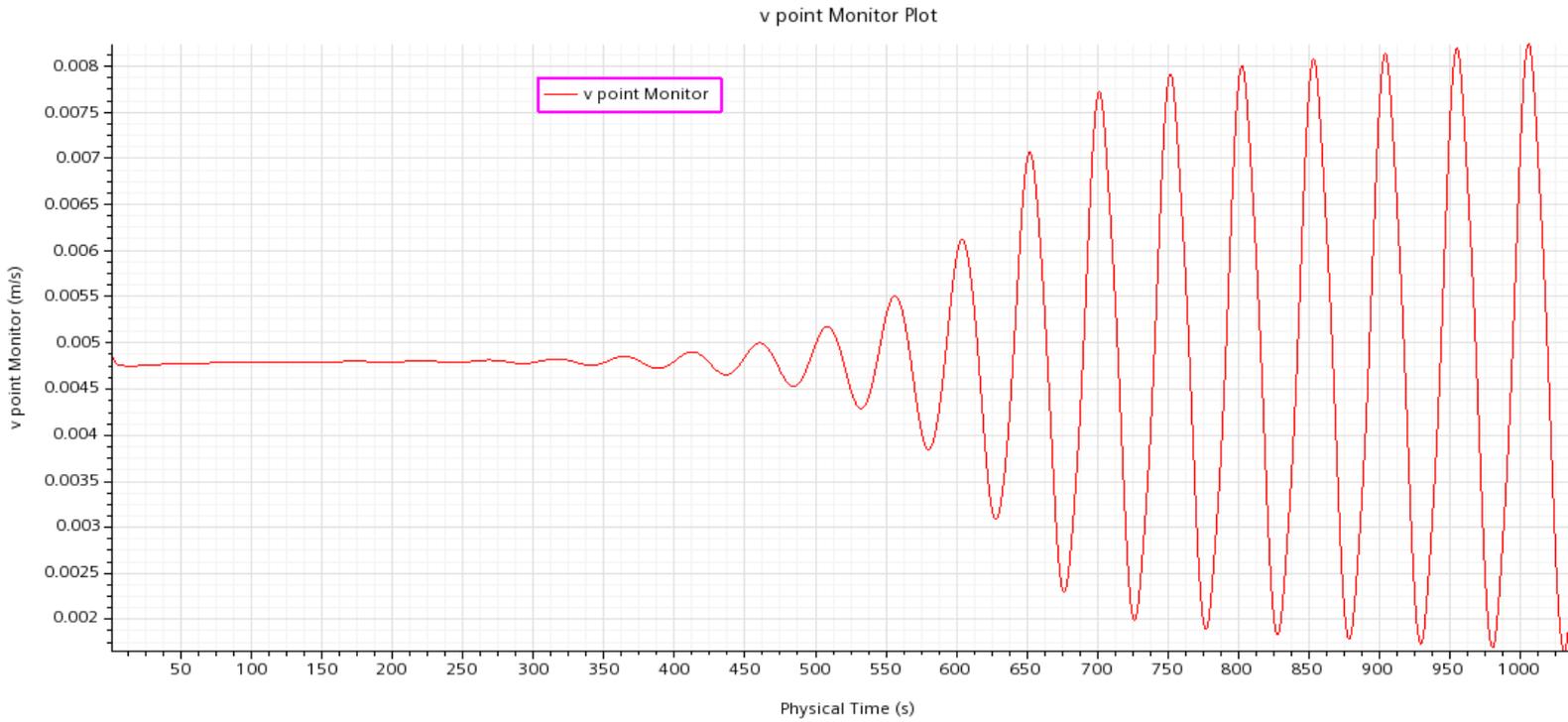


Figura 3.2.11: Componente di velocità v in funzione del tempo simulato

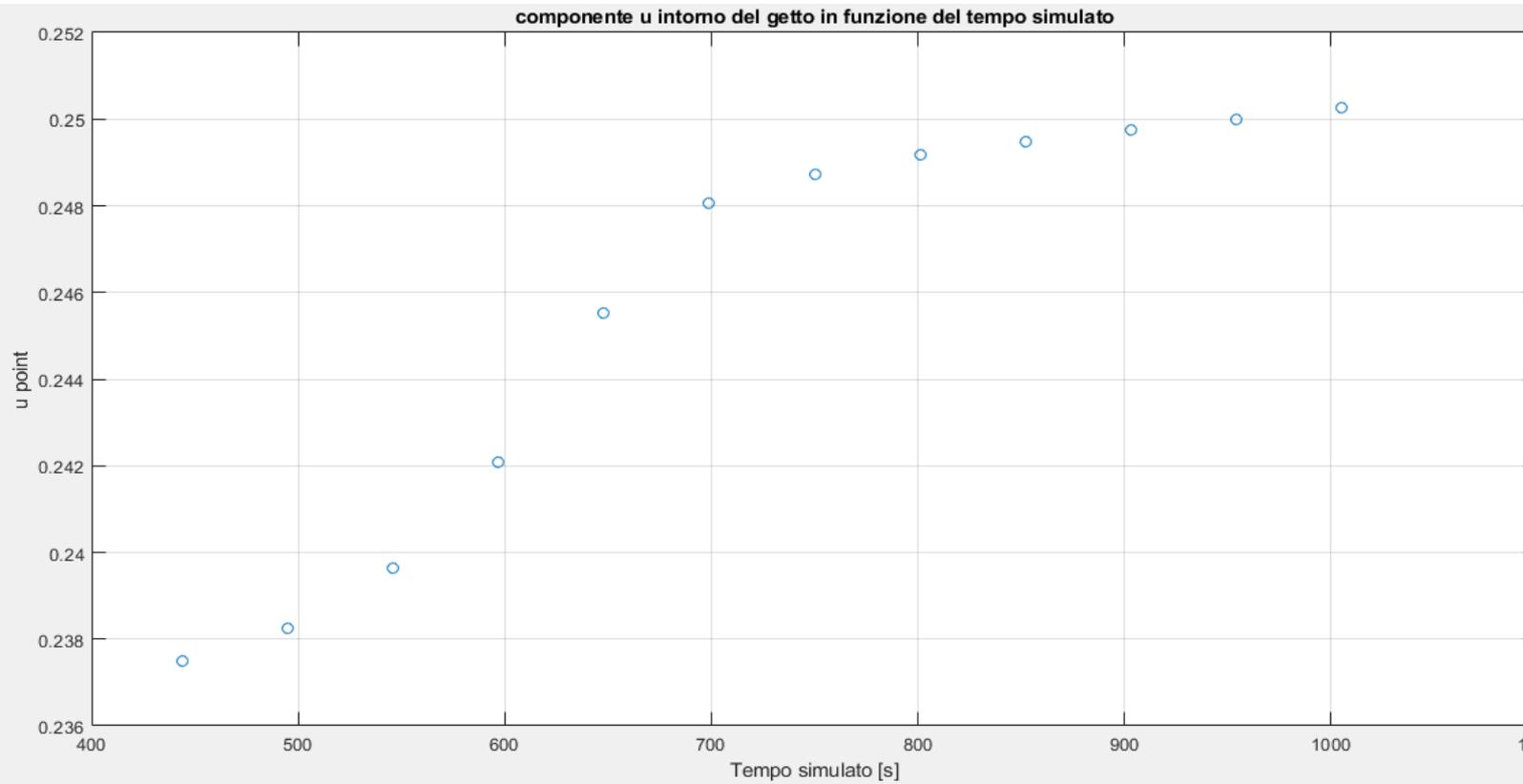


Figura 3.2.12: Valutazione dei massimi della curva u in funzione del tempo simulato

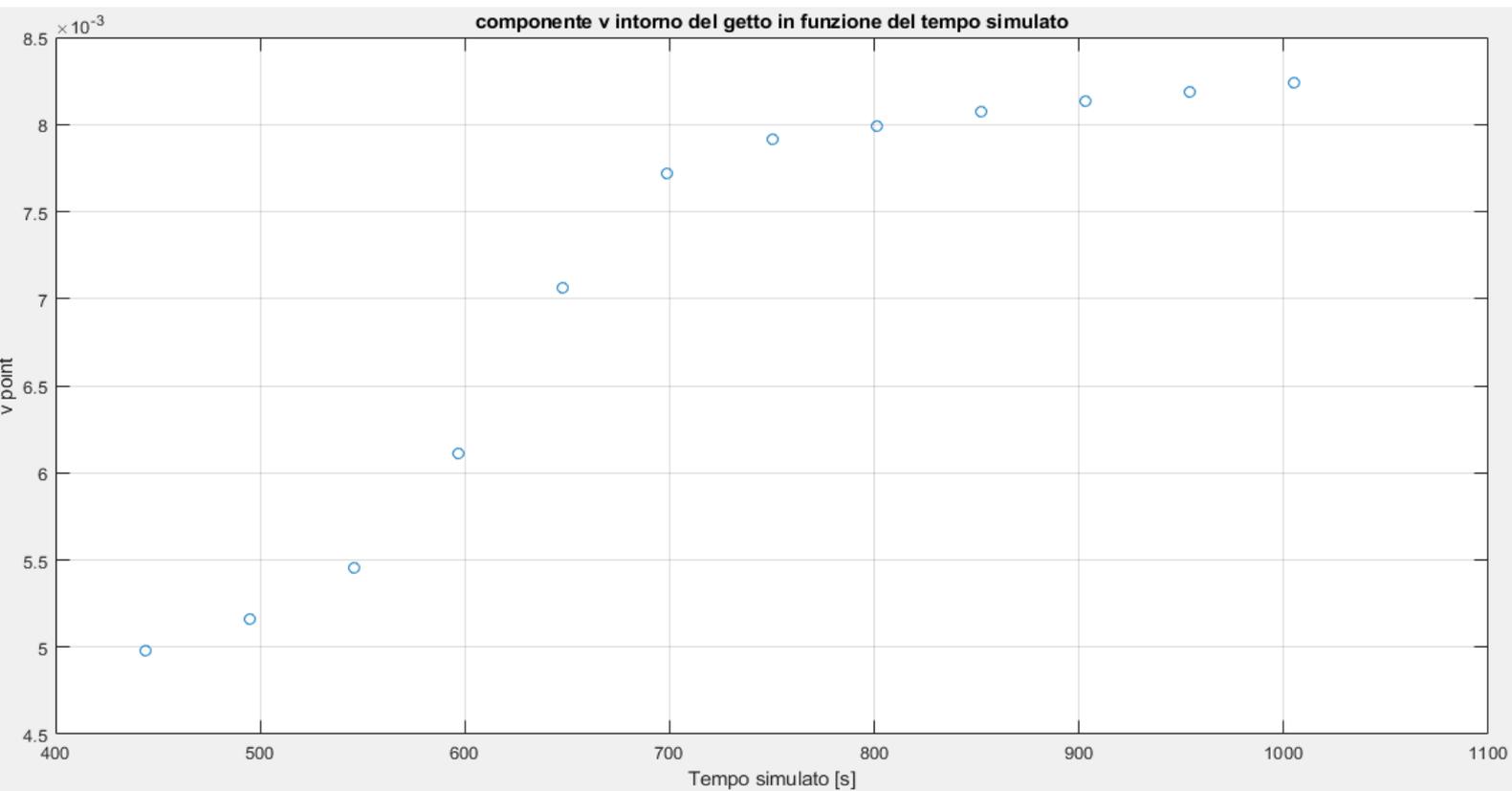


Figura 3.2.13: Valutazione dei massimi della curva v in funzione del tempo simulato

Dalle figure 3.2.10 e 3.2.11 si vede come il periodo sia la prima delle due grandezze a stabilizzarsi, risultando essere pari a 51 s circa. Le figure 3.2.12 e 3.2.13, invece, mostrano l'andamento dei picchi massimi al variare del tempo simulato e solo, intorno al novecentesimo secondo la variazione si può ritenere trascurabile. Determinato il periodo su cui mediare le variabili e fatta stabilizzare l'ampiezza di oscillazione non resta altro che estrarre le componenti al fine di determinare i profili medi da confrontare con i dati sperimentali. Ciò sarà oggetto dell'ultimo paragrafo.

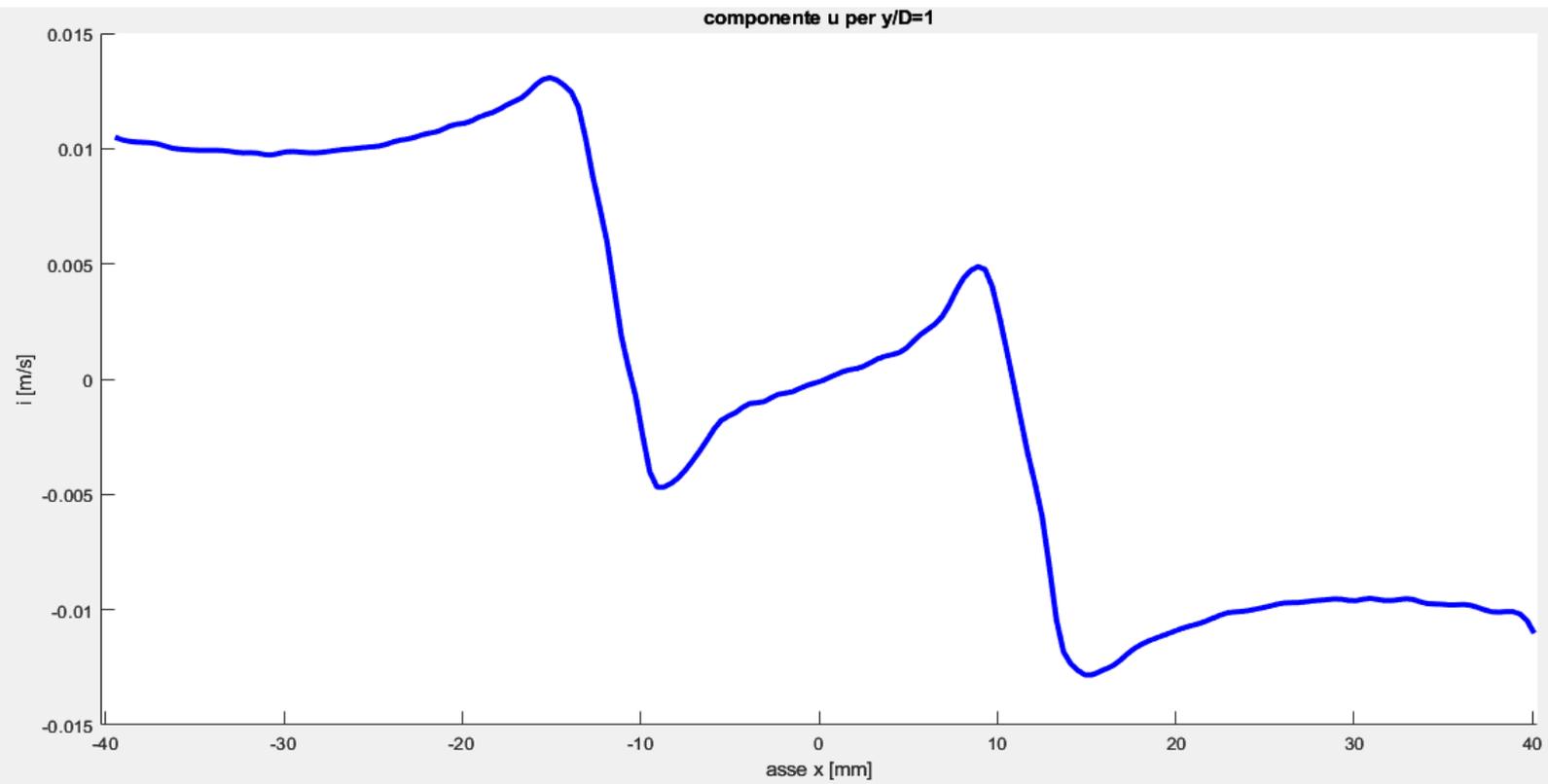


Figura 3.2.14: Profilo medio della componente di velocità u per $y/D = 1$

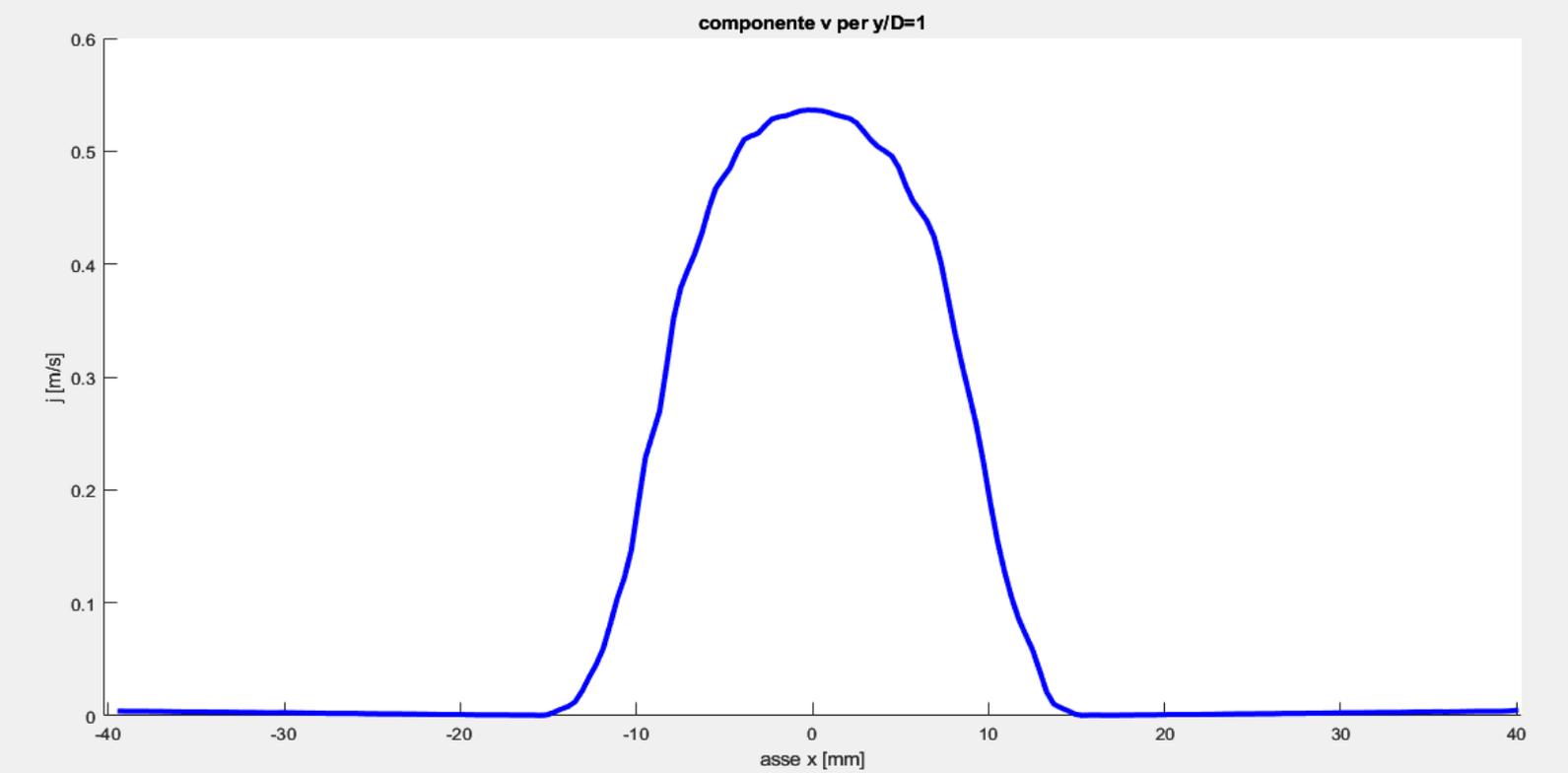


Figura 3.2.15: Profilo medio della componente di velocità v per $y/D = 1$

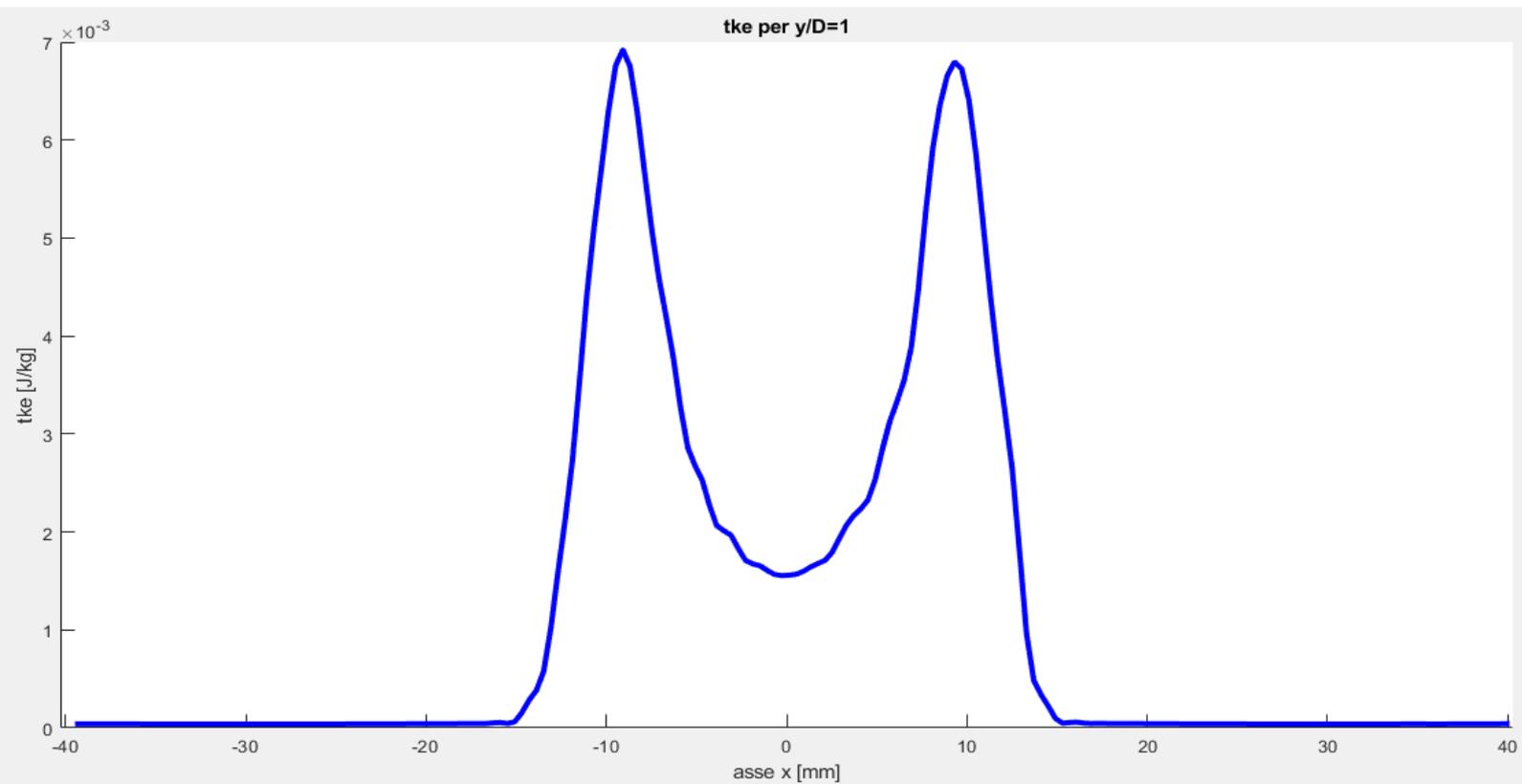


Figura 3.2.16: Profilo medio dell'energia cinetica turbolenta per $y/D = 1$

3.3 Confronto con i dati sperimentali e conclusioni

Nel paragrafo 3.2 ci si è occupati di ricavare i profili medi delle componenti di velocità u e v e dell'energia cinetica turbolenta. Come visto, si è partiti dalla definizione della geometria tridimensionale per poi passare alla discretizzazione del dominio e, più nello specifico, della zona che circonda il getto attraverso la definizione di un cilindro di estensione superiore a quella della corrente. Non essendo nota la natura del problema, si è decisi di partire con un'analisi stazionaria, salvo poi passare ad analisi in regime transitorio a causa delle oscillazioni presenti nei residui. Passare in regime transitorio significa gestire le oscillazioni delle variabili nel tempo, significa avere un metodo numerico che vada a convergenza, un metodo che soddisfi la condizione di stabilità. A tal proposito, si è deciso di adottare uno schema numerico di tipo implicito, meno sensibile alle instabilità numeriche, che ci ha permesso di avere una maggiore libertà nella scelta del passo temporale vista la

maggiore tolleranza ai valori più elevati di C_{max} . Fatto ciò, è stato possibile risolvere le equazioni monitorando le componenti di velocità in un punto non lontano dall'asse del getto, con l'obiettivo di ricavare il periodo su cui mediare le componenti di velocità u e v e l'energia cinetica turbolenta. Il confronto con i dati sperimentali rappresenta la verifica ultima al metodo adottato, la cosiddetta prova del nove. I grafici riportano il confronto tra le variabili mediate e i dati sperimentali per sei valori del parametro y/D sulle dieci disponibili. Oltre al confronto grafico, si procederà anche al calcolo dell'errore medio relativo per ciascuna delle tre componenti, all'errore sulle variabili (ottenuto sommando per ogni y/D l'errore commesso sulle tre componenti: $\frac{err(i)+err(j)+err(tke)}{3}$), all'errore complessivo su tutte e dieci le valutazioni (ottenuto sommando l'errore sulle variabili per tutti i valori di y/D e dividendo per 10: $\frac{\sum_{y=1}^{10} \text{errore sulle variabili}}{10}$) ed infine si confronterà l'errore complessivo della variante standard con quello commesso nel caso 2D.

- CASO $y/D = 1$

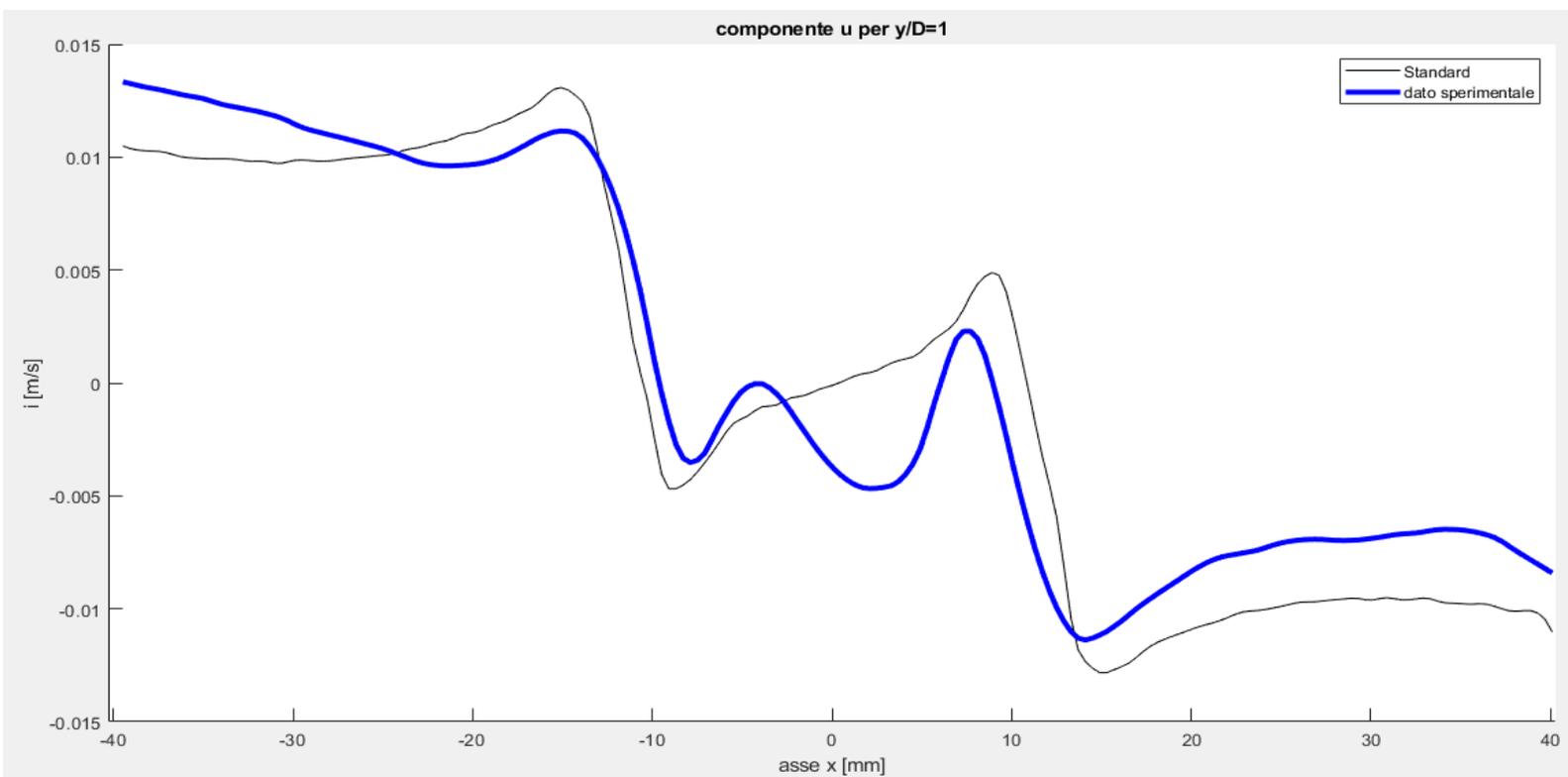


Figura 3.3.1: Confronto tra il profilo medio della componente di velocità u e la u sperimentale per $y/D = 1$

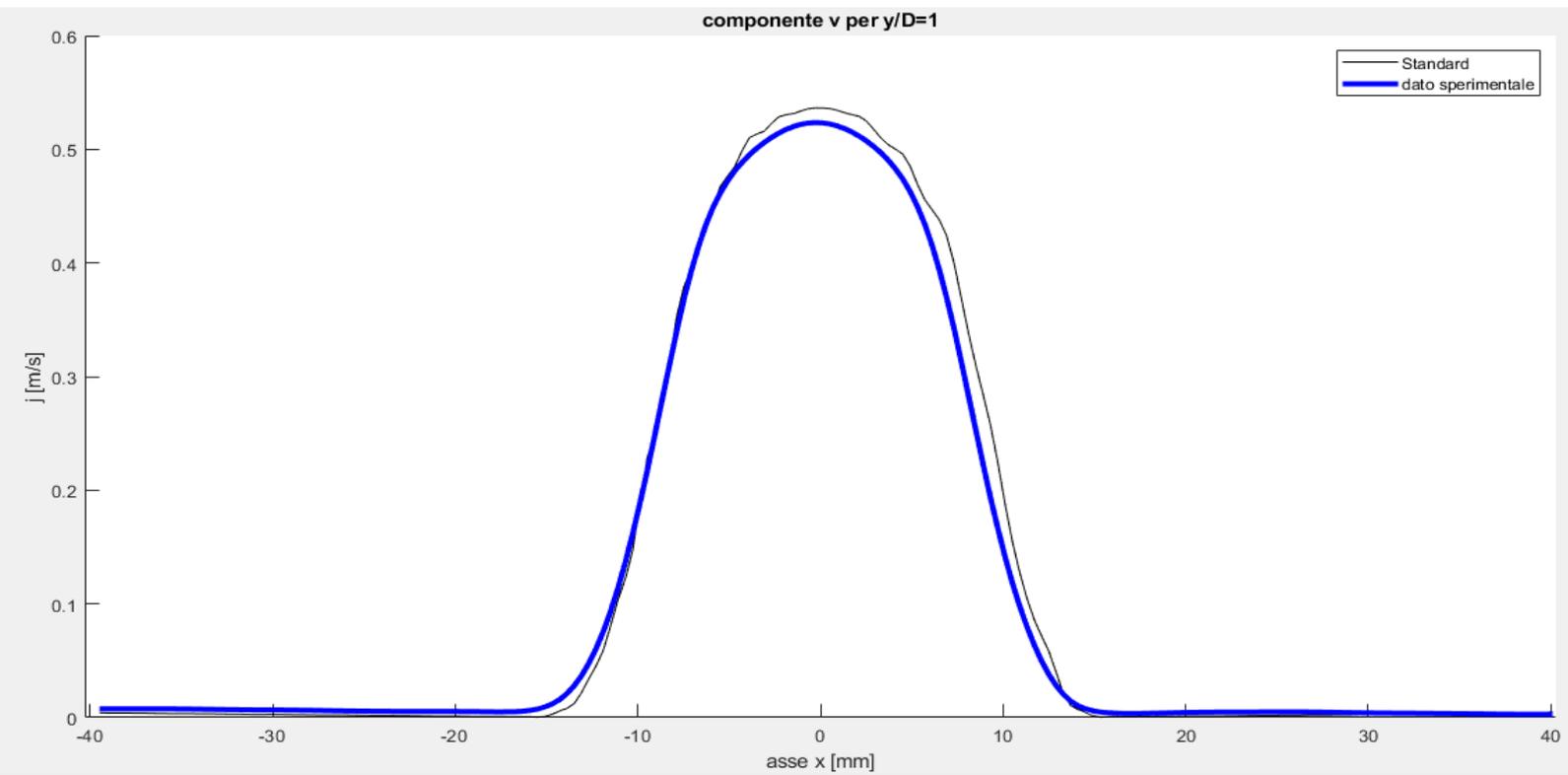


Figura 3.3.2: Confronto tra il profilo medio della componente di velocità v e la v sperimentale per $y/D = 1$

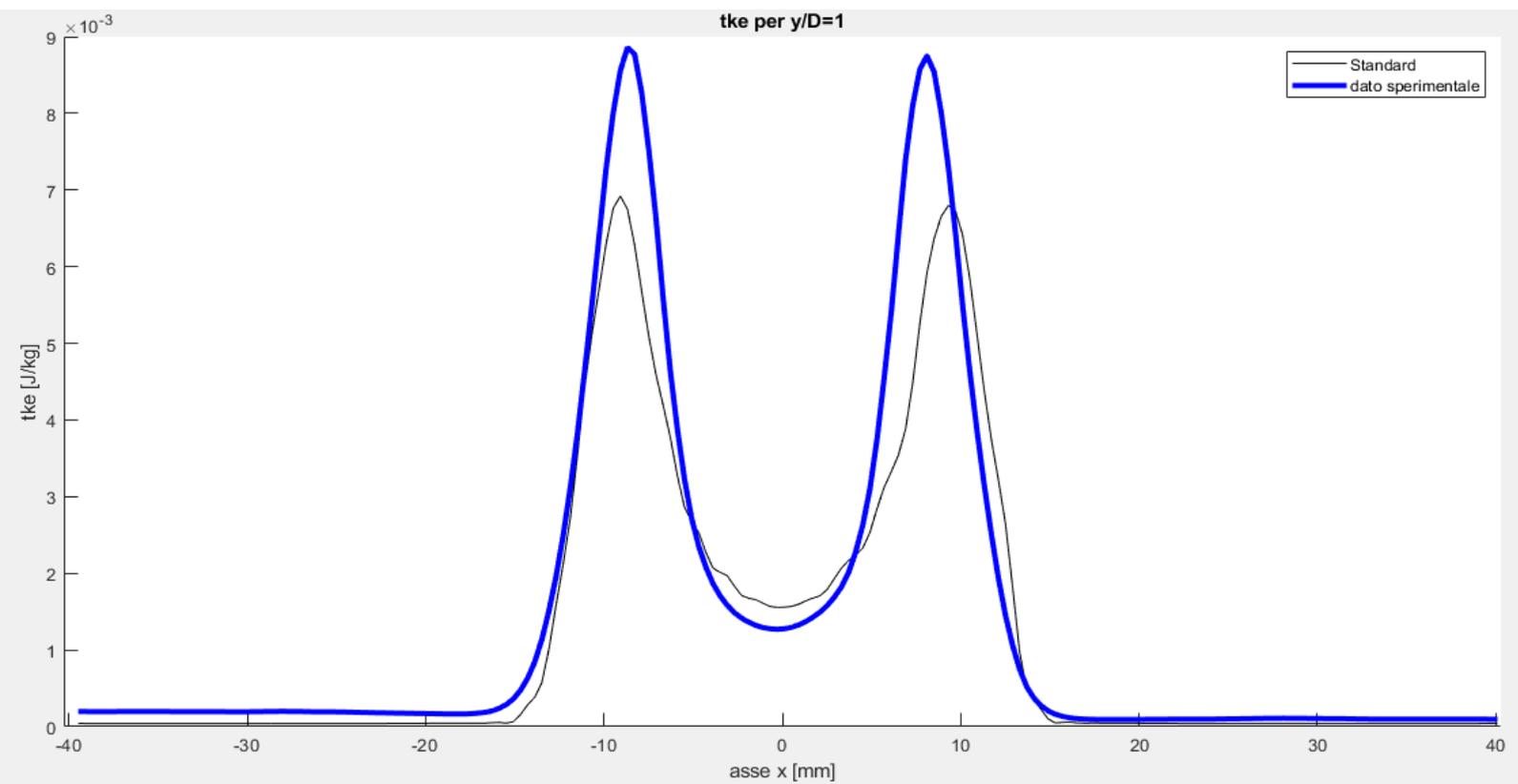


Figura 3.3.3: Confronto tra il profilo medio dell'energia cinetica turbolenta e la tke sperimentale per $y/D = 1$

- CASO $y/D = 2$

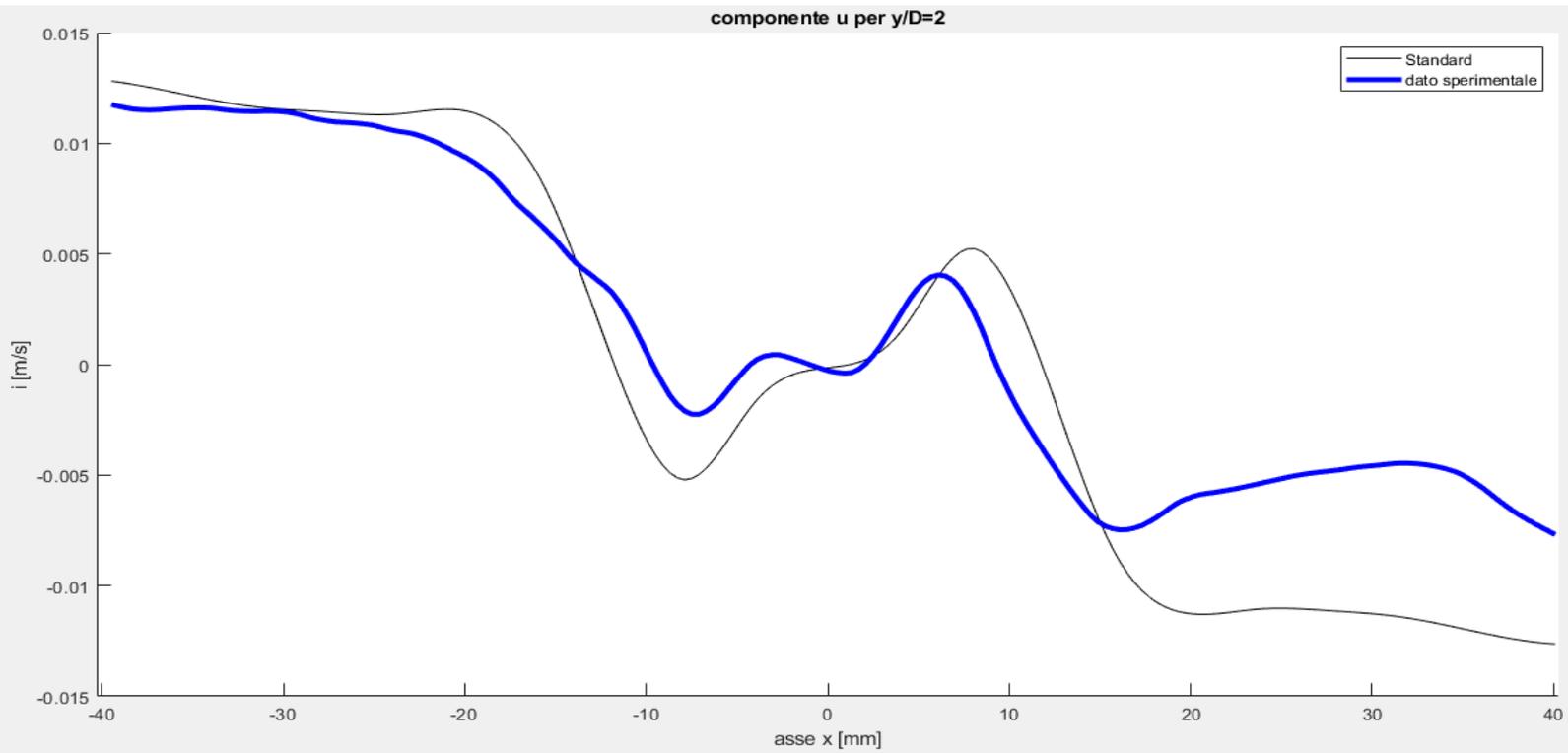


Figura 3.3.4: Confronto tra il profilo medio della componente di velocità u e la u sperimentale per $y/D = 2$

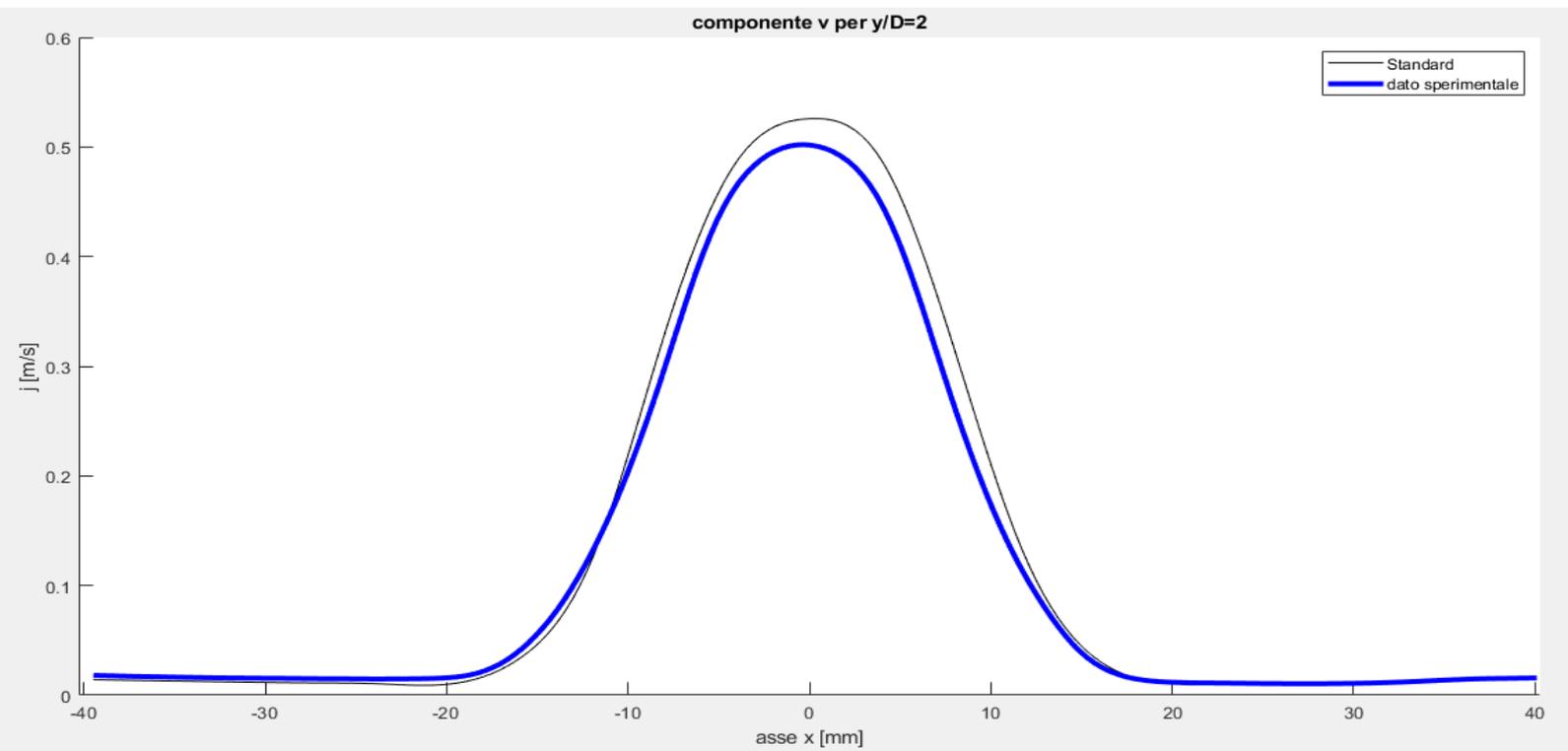


Figura 3.3.5: Confronto tra il profilo medio della componente di velocità v e la v sperimentale per $y/D = 2$

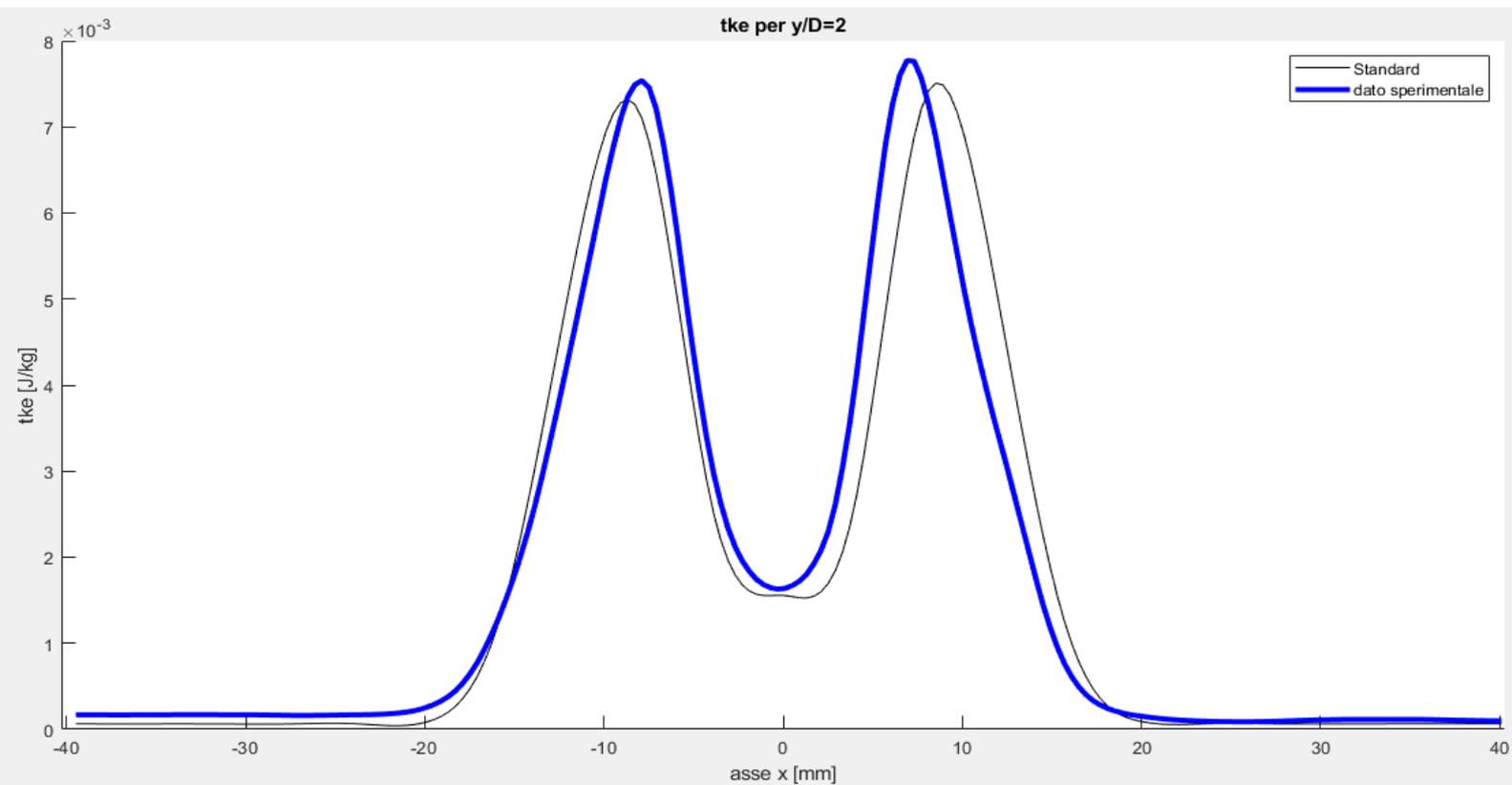


Figura 3.3.6: Confronto tra il profilo medio dell'energia cinetica turbolenta e la tke sperimentale per $y/D = 2$

- CASO $y/D = 5$

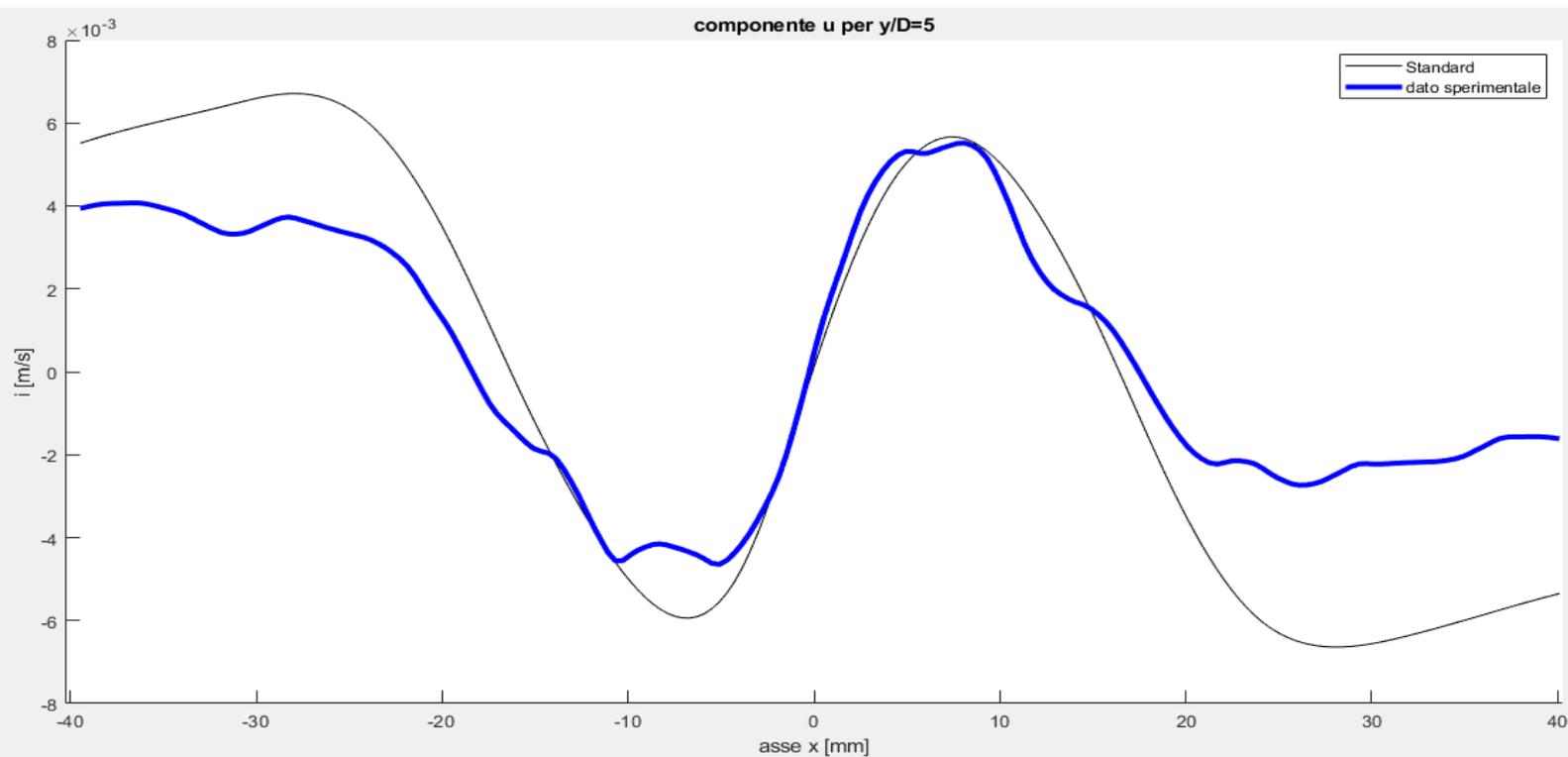


Figura 3.3.7: Confronto tra il profilo medio della componente di velocità u e la u sperimentale per $y/D = 5$

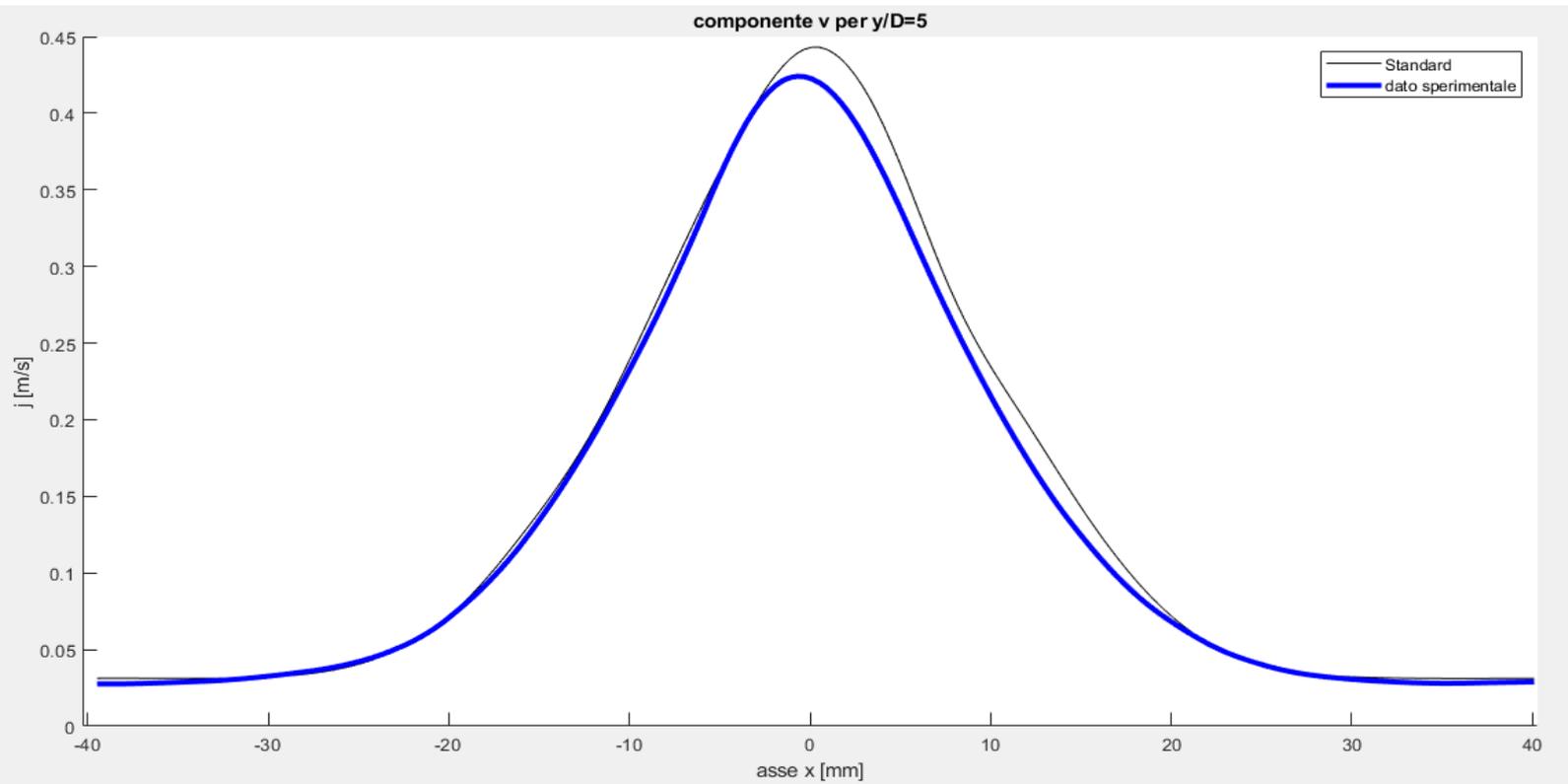


Figura 3.3.8: Confronto tra il profilo medio della componente di velocità v e la v sperimentale per $y/D = 5$

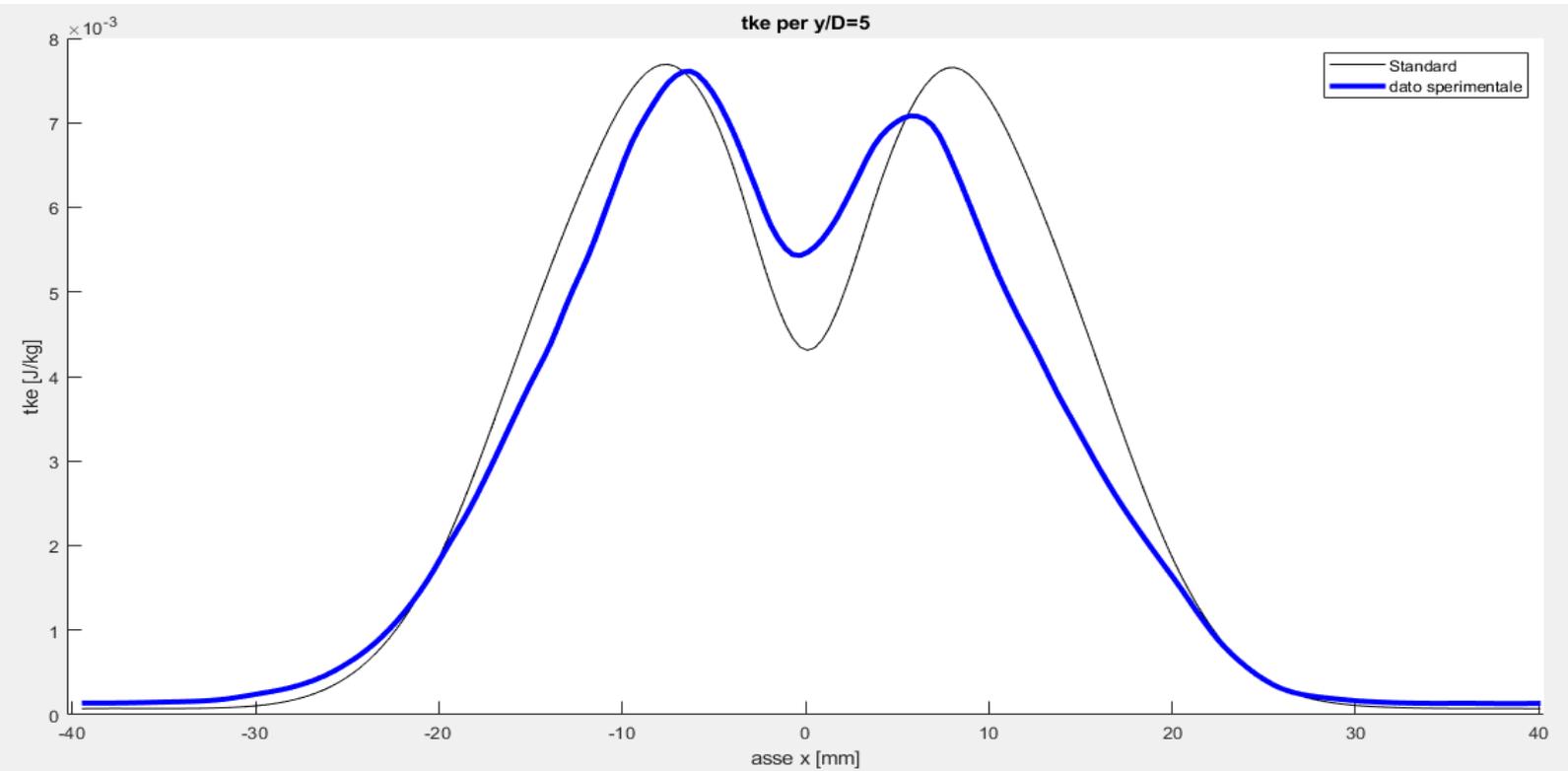


Figura 3.3.9: Confronto tra il profilo medio dell'energia cinetica turbolenta e la tke sperimentale per $y/D = 5$

- CASO $y/D = 6$

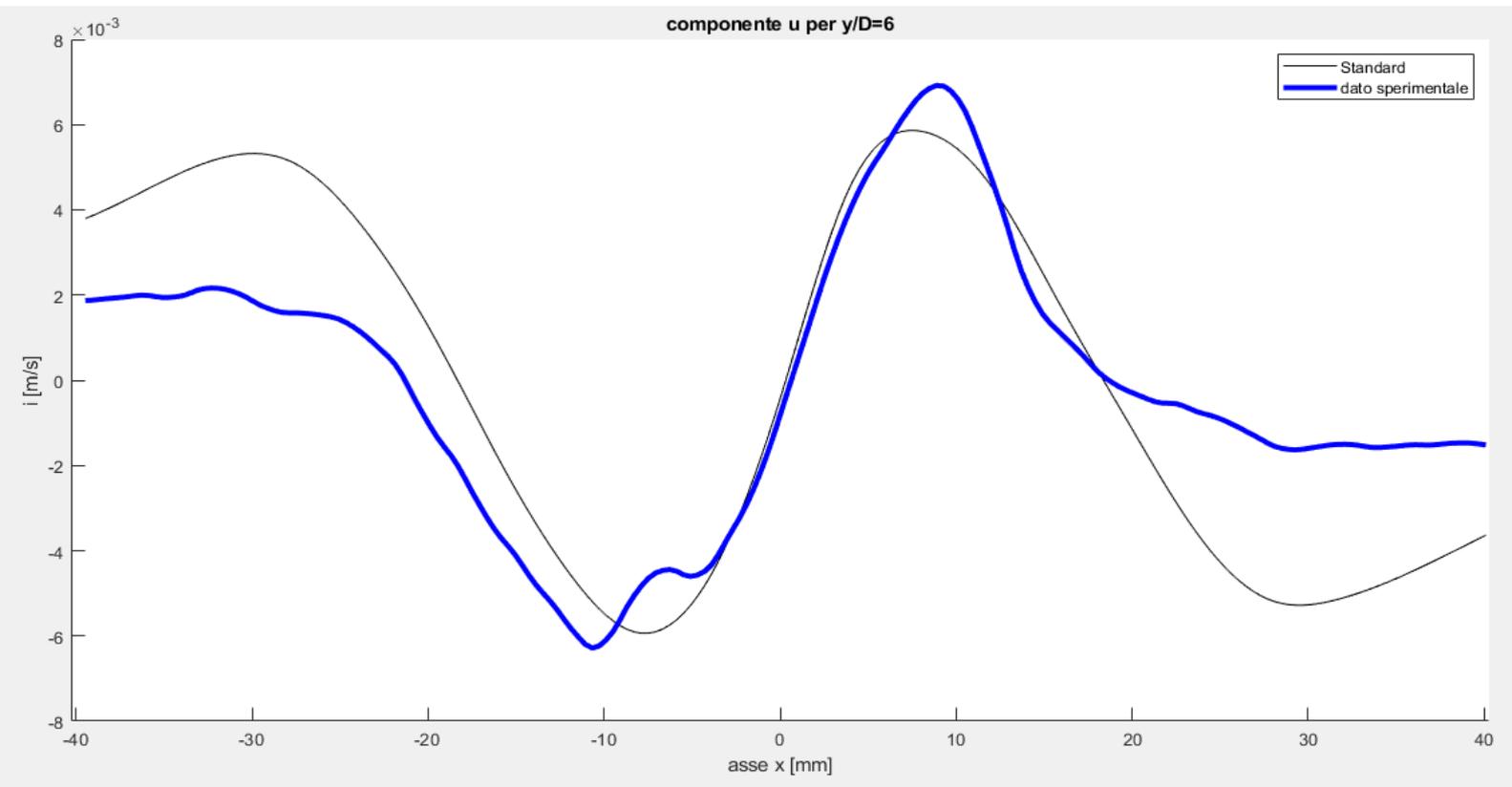


Figura 3.3.10: Confronto tra il profilo medio della componente di velocità u e la u sperimentale per $y/D = 6$

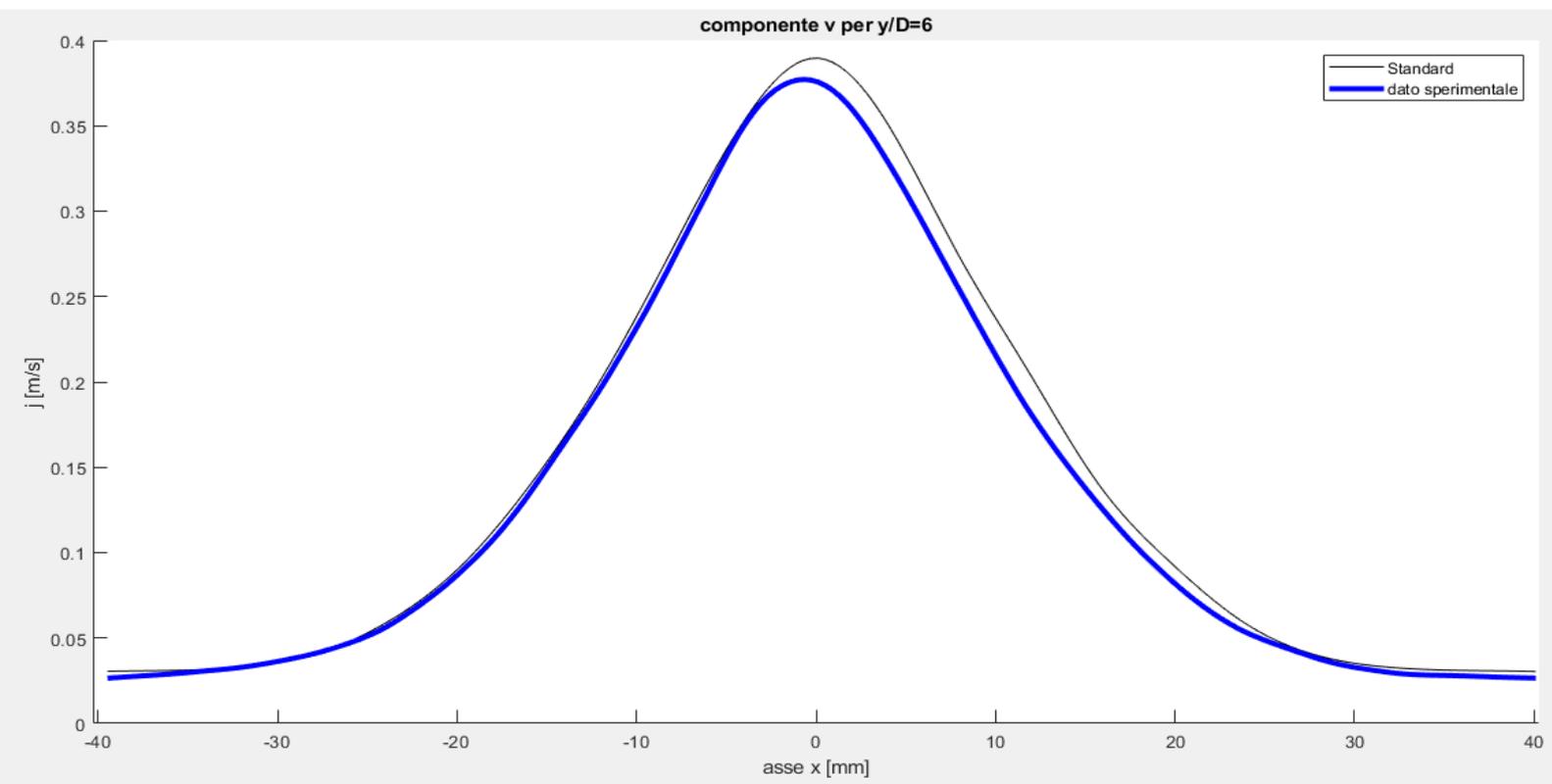


Figura 3.3.11: Confronto tra il profilo medio della componente di velocità v e la v sperimentale per $y/D = 6$

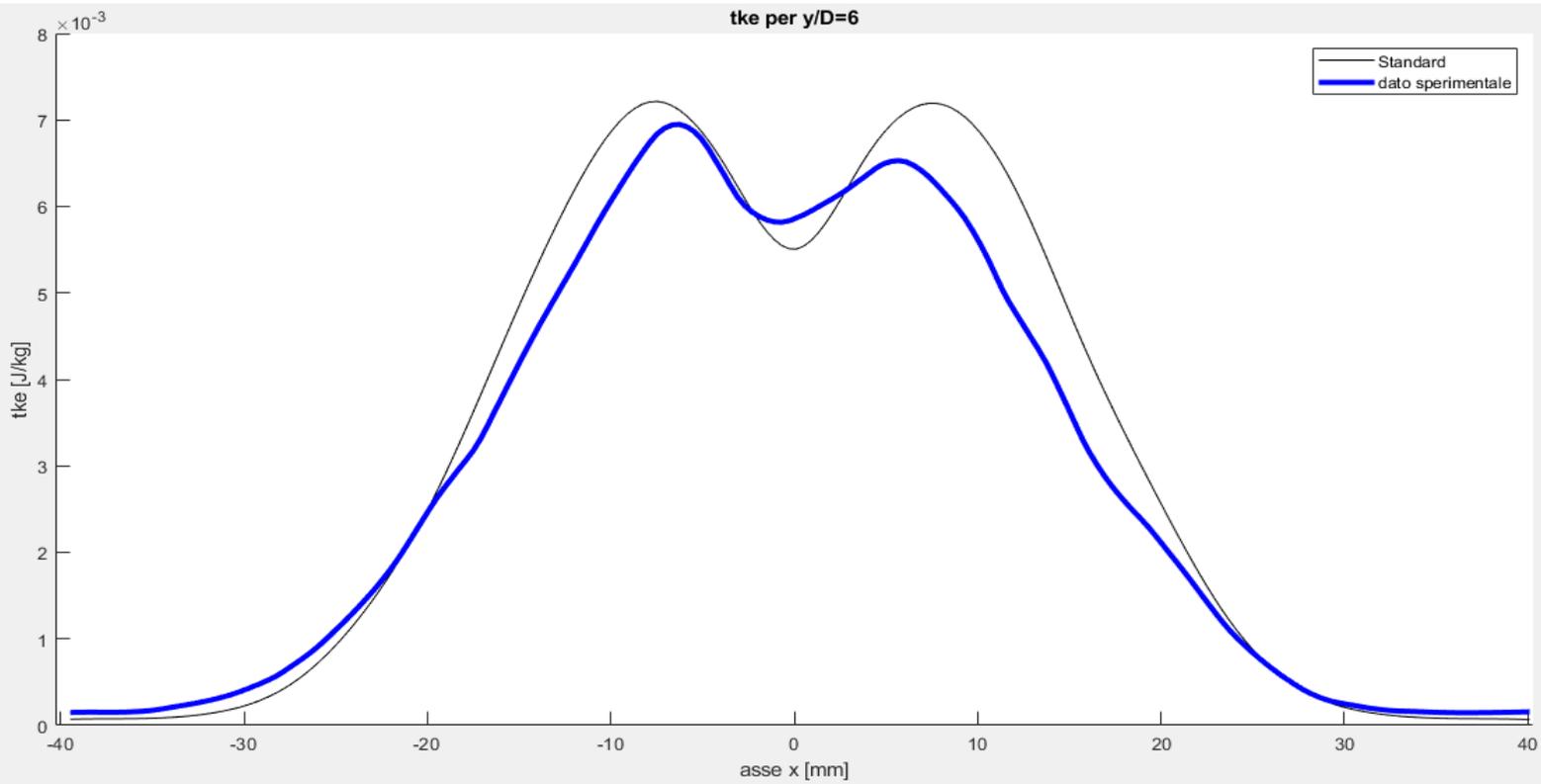


Figura 3.3.12: Confronto tra il profilo medio dell'energia cinetica turbolenta e la tke sperimentale per $y/D = 6$

- CASO $y/D = 9$

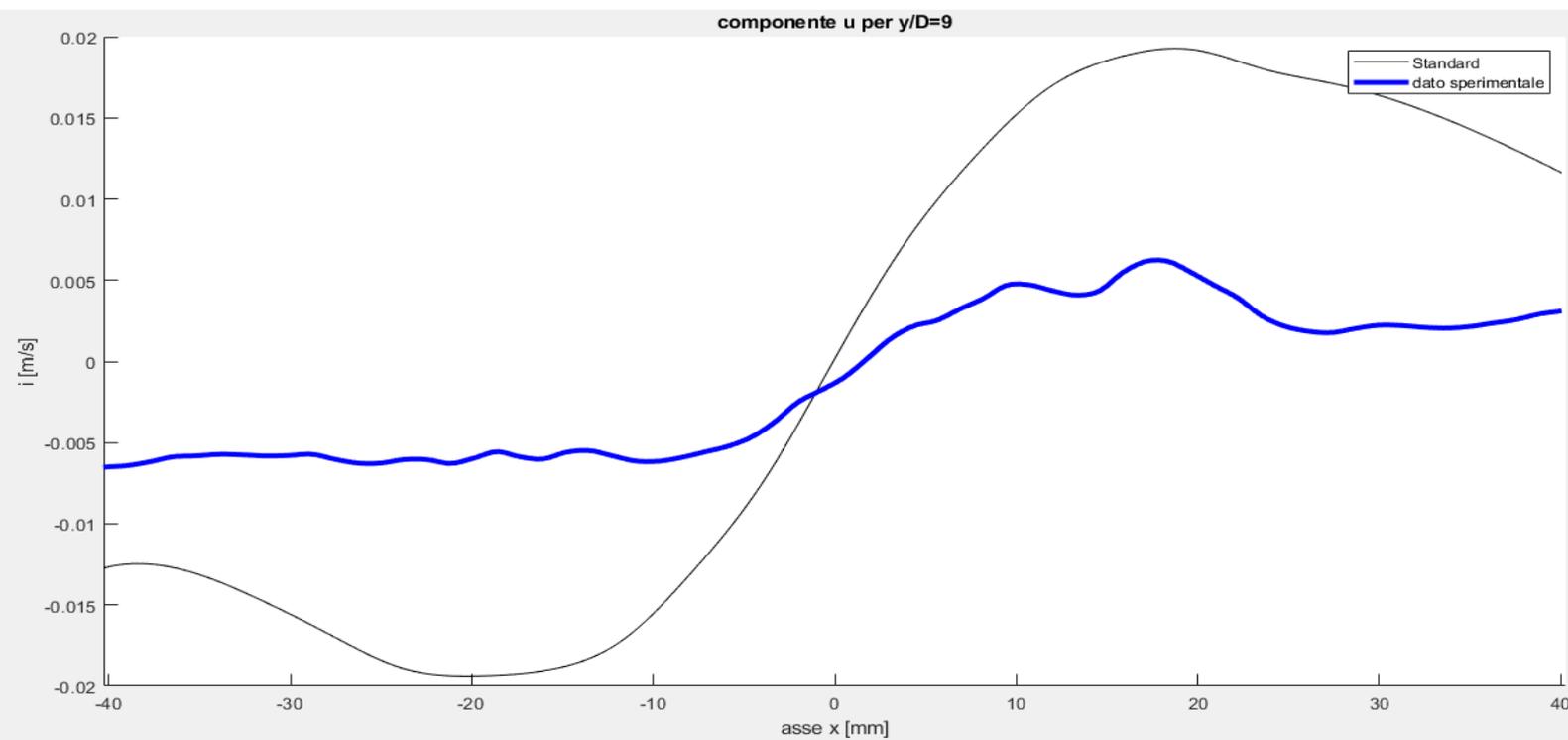


Figura 3.3.13: Confronto tra il profilo medio della componente di velocità u e la u sperimentale per $y/D = 9$

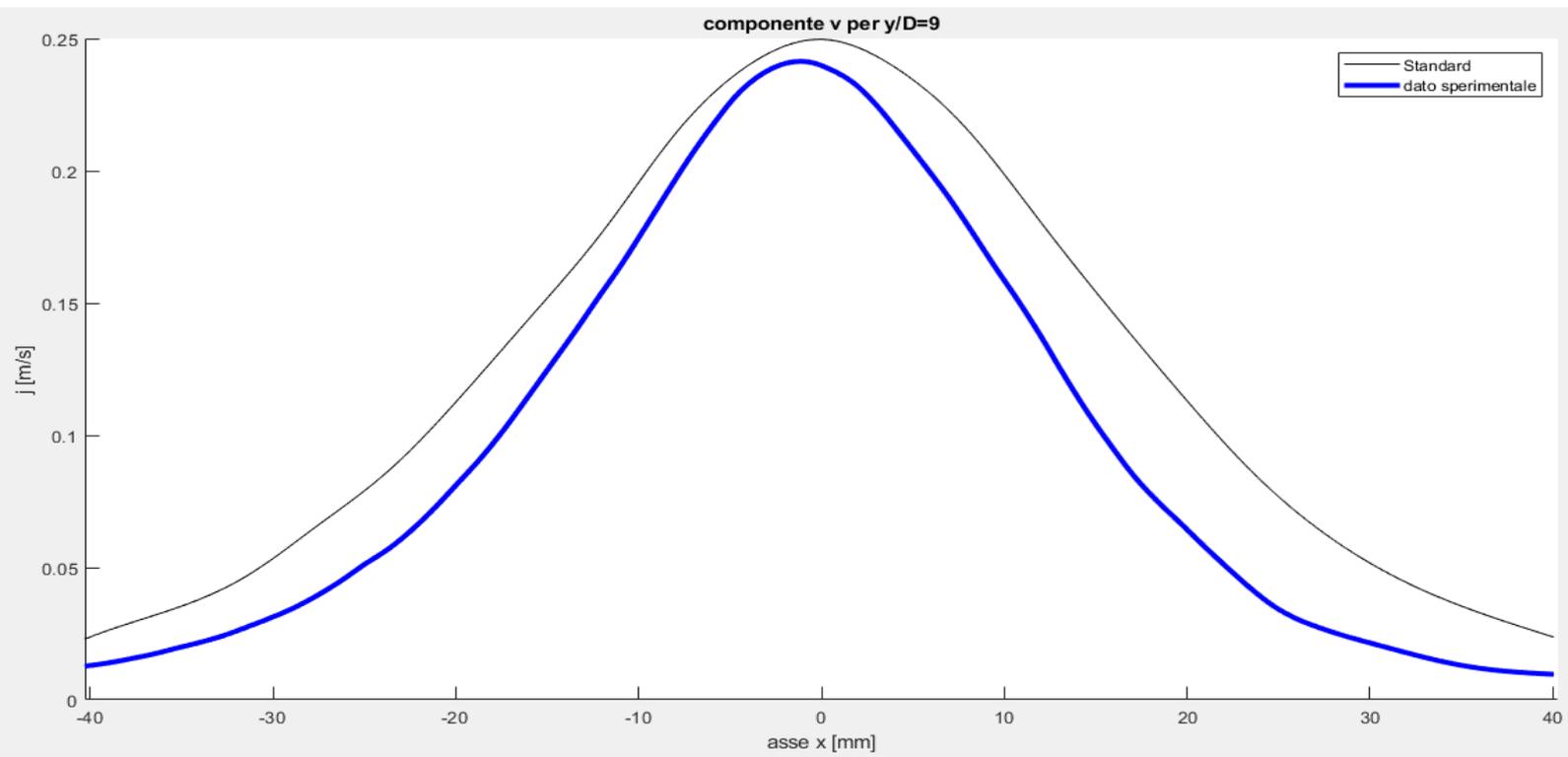


Figura 3.3.14: Confronto tra il profilo medio della componente di velocità v e la v sperimentale per $y/D = 9$

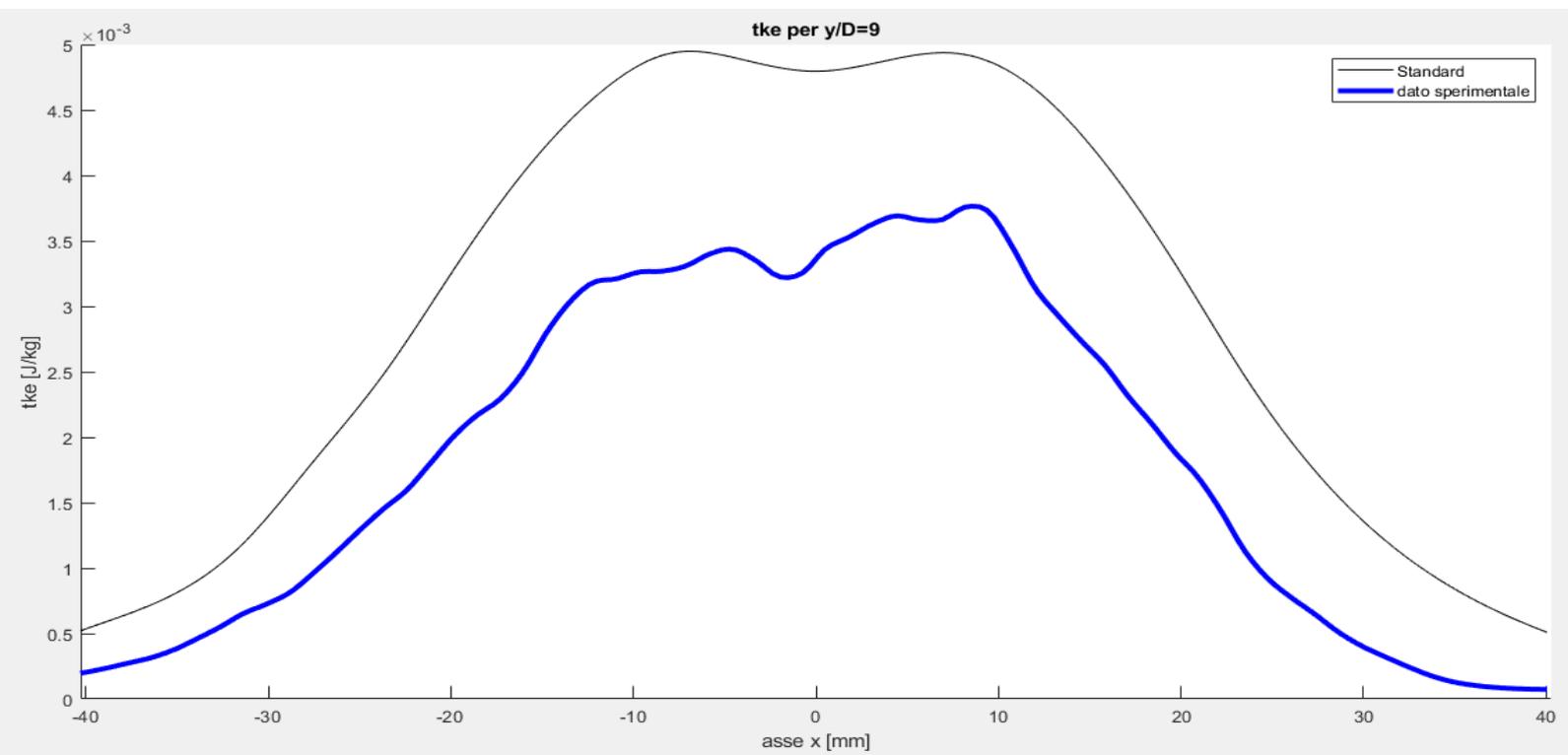


Figura 3.3.15: Confronto tra il profilo medio dell'energia cinetica turbolenta e la tke sperimentale per $y/D = 9$

- CASO $y/D = 10$

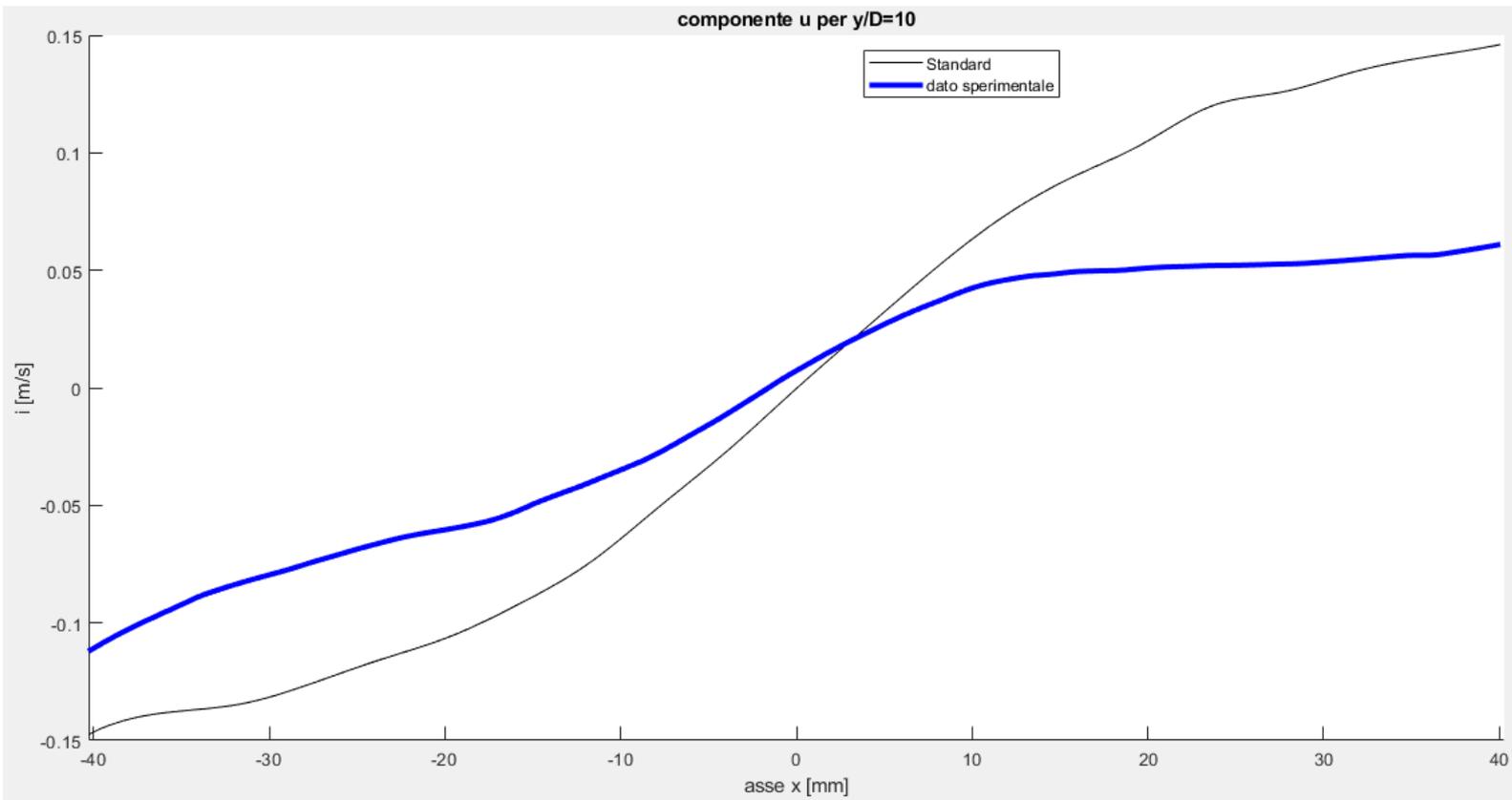


Figura 3.3.16: Confronto tra il profilo medio della componente di velocità u e la u sperimentale per $y/D = 10$

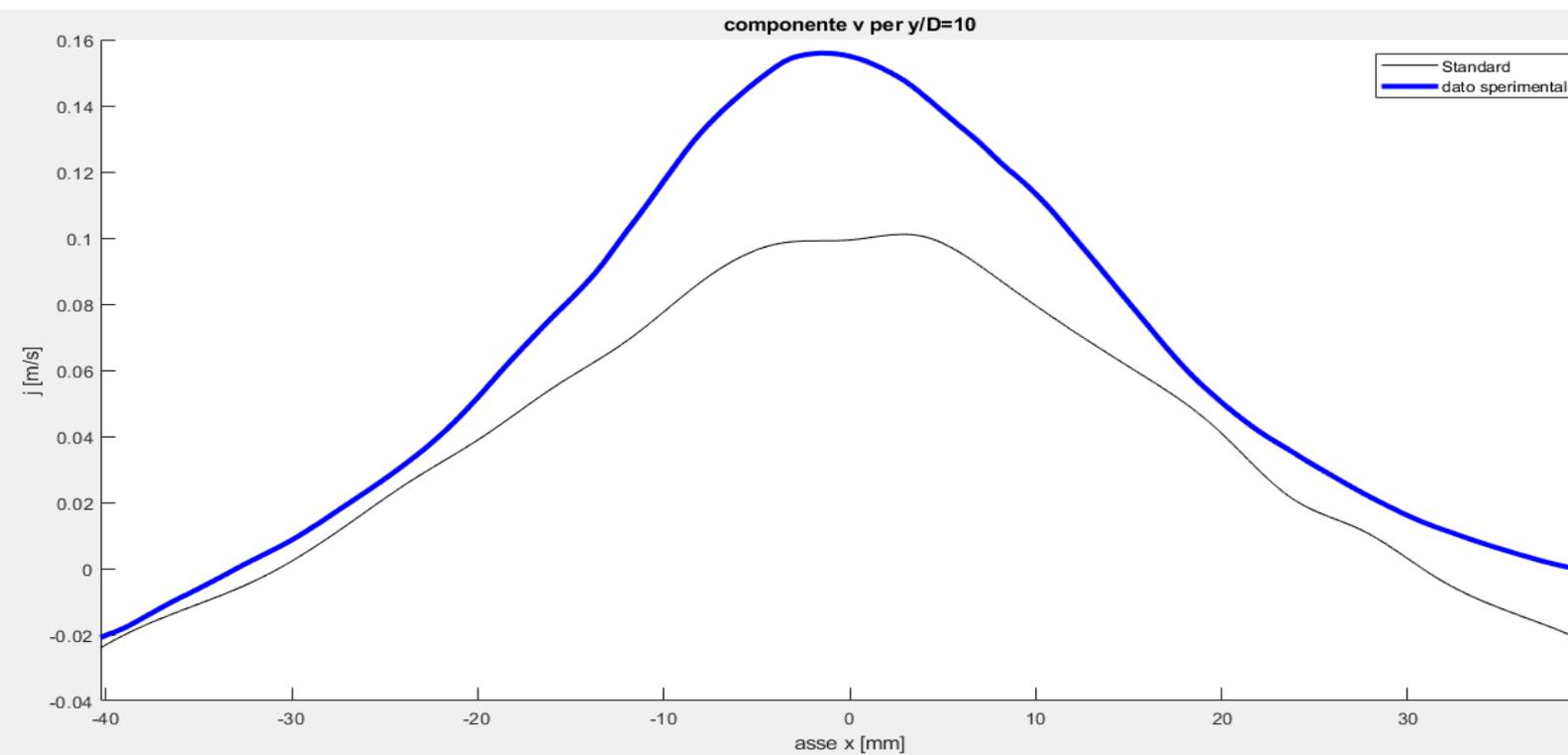


Figura 3.3.17: Confronto tra il profilo medio della componente di velocità v e la v sperimentale per $y/D = 10$

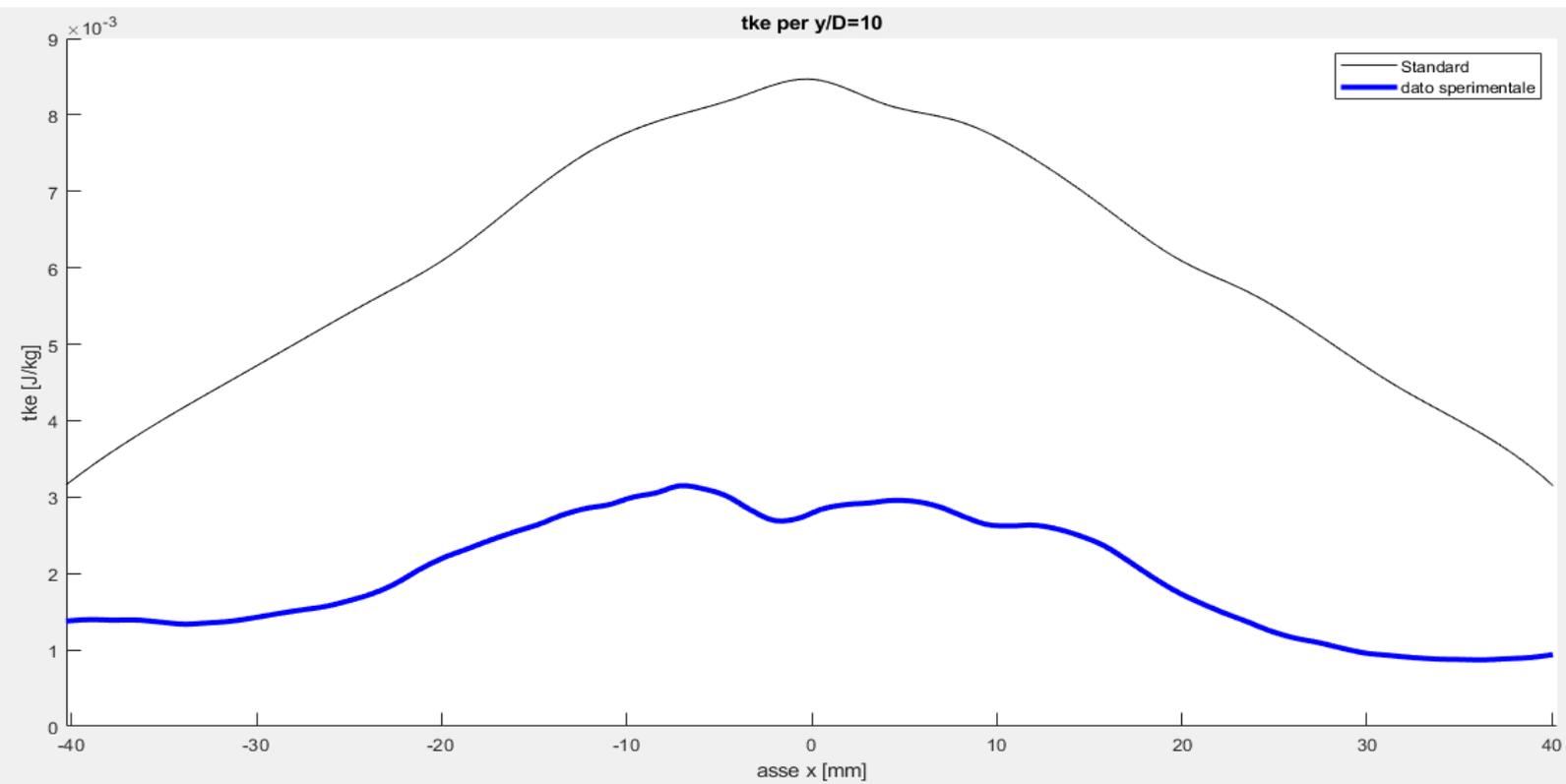


Figura 3.3.18: Confronto tra il profilo medio dell'energia cinetica turbolenta e la tke sperimentale per $y/D = 10$

Dai grafici sopra riportati si può osservare che, per y/D pari a nove e per y/D pari a dieci, le curve ottenute risolvendo le RANS tendono ad avere un errore maggiore rispetto alla sperimentale. Per stimare di quanto le due curve si distacchino, nella tabella successiva, è stato valutato l'errore relativo rispetto alla sperimentale per le tre componenti:

errore relativo sulle componenti			
y/D	componente i	componente j	tke
1	0,8455	2,2959	1,0305
2	0,2856	4,5101	0,7463
3	0,1602	4,9113	0,6197
4	0,106	2,2779	0,5954
5	0,1293	2,2625	0,4488
6	0,1266	2,9499	0,4344
7	0,1485	6,4002	0,3838
8	0,201	2,3935	0,2985
9	1,2549	6,1637	2,5854
10	5,1781	2,2954	4,4779

Figura 3.3.19: Errore relativo sulle componenti i, j e tke .

Tuttavia, né il metodo grafico, né la valutazione dell'errore relativo permettono di determinare con certezza quanto "buona" sia l'approssimazione della variante standard del modello k-ε; ciò è legato al fatto che, la risoluzione numerica delle equazioni del moto dei fluidi rappresenta un problema abbastanza complesso e molte variabili entrano in gioco; si basti pensare che ciascuna delle tre componenti, per ognuno dei dieci valori del parametro adimensionale y/D , è valutata su centouno punti differenti. Trovare un metodo che univocamente ci dica quale modello è il migliore risulta estremamente difficile; ci saranno modelli che approssimeranno meglio una componente piuttosto che un'altra. Tuttavia, interessante è vedere come varia l'errore di un modello cambiando la velocità della corrente:

y/D	caso 2D + stazionario	caso 3D + transitorio
1	0,8406	1,3906
2	0,7335	1,8473
3	0,2849	1,8971
4	0,2752	2,9793
5	0,359	0,9469
6	0,3739	1,1703
7	0,5094	2,3109
8	4,9144	0,9643
9	17,25	3,3347
10	3,2552	3,9838
errore complessivo	1,43	2,0825

Figura 3.3.20: Confronto errori tra il caso 2D e il caso 3D

Confrontando gli errori commessi dalla variante standard sia per il caso di flusso bidimensionale e stazionario e sia per il caso di flusso tridimensionale in regime transitorio, si può notare che, la maggiore complessità dettata dalla variazione temporale delle variabili porta ad una riduzione nell'accuratezza dei risultati con un conseguente incremento dell'errore. Interessante sarebbe a questo punto eseguire l'analisi non solo per le altre varianti del modello k-ε, ma anche per quelle dei modelli RST e k-ω e procedere alla valutazione degli errori rispetto al caso bidimensionale. Il problema è stato risolto per la variante standard dal punto di vista geometrico-fisico, la mesh è stata ottimizzata, le condizioni al contorno ricavate e il periodo di oscillazione stimato, non resta altro che attendere che l'ampiezza si stabilizzi ed estrarre i dati che ci consentiranno di definire i profili medi delle componenti fin qui analizzate. Ciò, per questioni di tempo, non sarà oggetto della tesi in questione.

Sitografia

[https://it.wikipedia.org/wiki/Equazioni di Navier-Stokes](https://it.wikipedia.org/wiki/Equazioni_di_Navier-Stokes)

<https://it.wikipedia.org/wiki/Fluidodinamica>

[https://cfd.spbstu.ru/agarbaruk/doc/2006 Wilcox Turbulence-modeling-for-CFD.pdf](https://cfd.spbstu.ru/agarbaruk/doc/2006_Wilcox_Turbulence-modeling-for-CFD.pdf)

[https://www-cfd--online-com.translate.goog/Wiki/Algebraic turbulence models? x tr sl=en& x tr tl=it& x tr hl=it& x tr pto=sc](https://www-cfd--online-com.translate.goog/Wiki/Algebraic_turbulence_models?_tr_sl=en&_tr_tl=it&_tr_hl=it&_tr_pto=sc)

[https://en-m-wikipedia-org.translate.goog/wiki/Reynolds stress equation model? x tr sl=en& x tr tl=it& x tr hl=it& x tr pto=sc](https://en-m-wikipedia-org.translate.goog/wiki/Reynolds_stress_equation_model?_tr_sl=en&_tr_tl=it&_tr_hl=it&_tr_pto=sc)

<https://hal.science/hal-02990466/document#:~:text=The%20model%2C%20called%20the%20elliptic,and%20consistency%20with%20the%20physics>

[https://www-sciencedirect-com.translate.goog/topics/engineering/reynolds-stress-model? x tr sl=en& x tr tl=it& x tr hl=it& x tr pto=sc](https://www-sciencedirect-com.translate.goog/topics/engineering/reynolds-stress-model?_tr_sl=en&_tr_tl=it&_tr_hl=it&_tr_pto=sc)

Ringraziamenti

Vorrei ringraziare i miei docenti Antonio Froio e Andrea Zappatore per avermi permesso di lavorare a questo argomento, seguendomi passo dopo passo.

Vorrei ringraziare mio Zio Nino per essere stato sempre disponibile, sempre pronto ad aiutarmi, un padre aggiunto.

Un ringraziamento va al mio più grande amico e fratello Salvatore. Se cercassi nel dizionario la definizione di amicizia troverei sicuramente il suo nome; un amico vero, un amico che puoi non sentire per tanto tempo ma che quando senti è come se ne fosse passato pochissimo, quell'amico che ti dà tutto senza chiedere nulla in cambio. Cosa posso dirti che tu già non sai? Ti ringrazio di far parte della mia vita e sono onorato di far parte della tua.

Un ringraziamento speciale non può che non andare alla mia famiglia. Grazie per essermi stati sempre vicini, economicamente ed emotivamente. Se sono quello che sono oggi è solo merito vostro e non smetterò mai di ringraziare la vita per avermi donato delle persone così uniche e speciali. Siete la mia più grande fortuna. Grazie infinite.

Un grosso ringraziamento va ad una persona di vitale importanza per me, una persona che incide a 360 gradi sul mio umore e più in generale sulla mia vita. Sicuramente sarei arrivato lo stesso a questo obiettivo, ma non ci sarei arrivato con questo entusiasmo, felicità e speranza nel futuro. Mi sei stata vicina nei miei successi, ma la cosa che mi rende sereno e di cui sono sicuro è che mi starai ancora più vicino quando arriveranno le delusioni, e non potrei desiderare persona migliore. Ti chiedo scusa se alle volte sembra che a me non importi, ma non è assolutamente così. Sei la persona più importante della mia vita e spero di poter scrivere insieme a te tantissime altre pagine delle nostre storie e della nostra storia. Grazie di esistere

Alla mia C

Ps: dici sempre che sono bravo con le parole e meno con i fatti, ma questa volta ho trovato più difficile scrivere questo ringraziamento che l'intera tesi...Cosa rappresenti e cosa sento per te non voglio dirtelo a parole, non ne sarei in grado, ma con i fatti a cominciare da questo

Voltati e