



**Politecnico
di Torino**

**Simulazione di gap/overlap nei processi
AFP e effetto sulla risposta meccanica di
laminati in composito a fibra curva**

Corso di laurea magistrale in Ingegneria Aerospaziale

Relatore:

Prof. Alfonso Pagani

Laureando:

Eugenio Sabatini

Correlatore:

**Dott. Alberto Racionero
Sánchez-Majano**

Anno accademico 2022/2023

Indice

1	Materiali Compositi a rigidezza variabile	1
1.1	Descrizione generale	1
1.2	VAT - Variable Angle tow	3
1.3	Automated fiber placement & Automated Tape Laying	5
1.3.1	Descrizione generale	5
1.3.2	Difetti	8
2	Machine Simulation	17
2.1	Parametrizzazione fibra fondamentale	17
2.2	Modellazione della piastra	21
2.3	Modellazione Difetti	22
2.4	Defect Layer Methods (DLM)	25
3	Metodi numerici per la analisi	27
3.1	CUF - Carrera unified formulation	27
3.1.1	Elementi finiti 1D e 2D	27
3.1.2	Espansioni: Polinomi Taylor e Lagrange	32
3.2	Applicazione numerica alle simulazioni	35
4	Risultati	40
4.1	Analisi Modale	40
4.1.1	Studio convergenza elementi finiti	40
4.1.2	Gap	50
4.1.3	Overlap	61
4.2	Buckling	72
4.2.1	Studio convergenza elementi finiti	72
4.2.2	Gap	74
4.2.3	Overlap	78
5	Conclusioni	84
5.1	Teoria strutturale	84
5.2	Effetto Difetti	86
5.3	Effetto Parametri di stampa	88
	Elenco delle figure	91

Elenco delle tabelle	95
A Gap - Variazione Parametri di stampa	98
A.0.1 Analisi Modale	98
A.0.2 Buckling	106
B Overlap - Variazione Parametri di stampa	107
B.0.1 Analisi Modale	107
B.0.2 Buckling	115
Bibliografia	117

Abstract

I materiali compositi sono una classe di materiali che nel tempo ha preso molta fetta di mercato e viene utilizzata in un ampio tipo di strutture e applicazioni.

Nel tempo, proseguendo con la ricerca e i risultati sperimentali, si è andata sempre di più a affermarsi la produzione di questi materiali mediante metodi automatizzati per ridurre il costo e produrne con maggiore quantità. Oltre questo, sono cambiati i processi di realizzazione e la tipologia.

In particolare è stato possibile nel tempo sviluppare delle strutture composite dove le fibre non sono più diritte ma presentano delle curvature, i cosiddetti Variable Angle Tow (VAT).

Assieme alla produzione di tali strutture tuttavia, si è andato a studiare nel tempo la qualità della stampa, e si è scoperta la presenza di difetti intrinseci, derivanti dalla strategia di stampa stessa e dal materiale usato, che possono o non possono inficiare le proprie caratteristiche meccaniche.

L'obiettivo di questa tesi consiste nella simulazione di difetti di tipo gap e overlap per strutture in composito VAT, realizzati con tecnologia AFP (Automated Fiber Placement), stabilirne i principali tipi di difetti, come realizzare la modellizzazione della struttura, generazione delle funzioni analitiche che serviranno per la analisi, analisi di risposta meccanica della struttura e influenza dei parametri di stampa sui difetti e sulle risposte meccaniche.

Studiarne il comportamento può portare a un aumento dello spazio di progettazione, riuscire a identificare quali parametri riescono a massimizzare o minimizzare delle caratteristiche meccaniche della struttura.

Nello sviluppo di questa tesi, si è fatta prima in una categorizzazione dei materiali e delle tecnologie generalmente impiegate nella produzione, si è fatto un approfondimento sulla tipologia di difetti che si possono verificare e cosa li ha prodotti. Successivamente ci si è concentrati maggiormente sulla fase di modellizzazione delle fibre e calcolo delle aree di difetti presenti nella struttura.

Dopo di che si è passati alla analisi vera e propria mediante l'utilizzo di software a elementi finiti basati sulla Carrera Unified Formulation (CUF), facendo delle analisi sui modi propri di vibrare e sulla resistenza al Buckling delle piastre prese in esame, riempite di difetti.

Capitolo 1

Materiali Compositi a rigidezza variabile

1.1 Descrizione generale

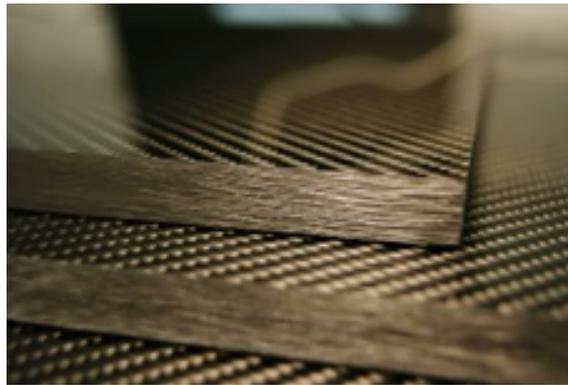


Figura 1.1: Generica immagine materiali Compositi [1]

I materiali compositi rinforzati con fibre hanno guadagnato una vasta popolarità rispetto ai materiali convenzionali, nei settori quali l'aerospaziale, l'edilizia, i prodotti di consumo, i trasporti e gli articoli sportivi. Questo spostamento dai materiali convenzionali, è dovuto al fatto che si può avere una personalizzazione maggiore nella progettazione, resistono meglio a fatica e hanno caratteristiche meccaniche migliori con un peso minore. Tuttavia, il loro principale svantaggio risiede nella lavorazione e nella fabbricazione, tradizionalmente costosa e a alta intensità di manodopera.

Sono composti da fibre e da matrice/resina. Questi due componenti sono distinti e macroscopicamente identificabili (struttura eterogenea). La qualità di qualsiasi struttura composita dipende dall'efficacia della matrice o della resina nel legare le fibre in modo compatto. Le prestazioni del componente sono quindi intimamente legate al metodo di fabbricazione. Esso varia a seconda della fase delle materie prime, cioè è diverso per i pre-preg (fibre pre-impregnate di resina) e per le forme di fibre secche.

Per realizzare strutture semplici, o per quelle in cui non è necessario ottimizzare il peso, è preferito utilizzare il metodo a lay-up manuale, ovvero strato per strato manualmente, mentre invece per le strutture per le quali è importante il rapporto resistenza/peso, si utilizzano tecniche avanzate di posizionamento delle fibre che consentono di collocare i pre-preg sulla geometria desiderata. Questi pre-preg forniscono orientamenti delle fibre più precisi rispetto al lay-up manuale.

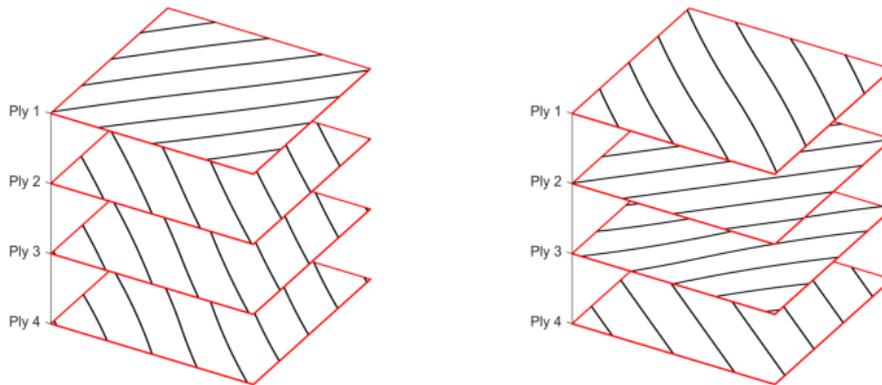


Figura 1.2: Esempio stratificazione composito tradizionale Ref. [2]

Le fibre di ogni strato sono solitamente fissate con lo stesso orientamento, mentre lo si alterna solo da strato a strato (ad esempio, 0° , $\pm 45^\circ$, 90°). Sebbene queste restrizioni facilitino il processo di produzione, non sono necessariamente ideali dal punto di vista strutturale per la distribuzione dei carichi. Con l'avvento delle macchine per il posizionamento automatico delle fibre, ad esempio l'Automated fiber placement (AFP), non siamo più limitati all'orientamento fisso delle fibre all'interno di uno strato, ma possiamo pensare di generare geometrie ben diverse.

Uno dei principali vantaggi dell'utilizzo di compositi laminati rinforzati con fibre nella progettazione strutturale è la capacità di modificare le proprietà di rigidità e di resistenza del laminato andando a modificare la sequenza sequenza degli orientamenti degli strati del laminato.

La resistenza strutturale come il taglio, è dettata dal numero di strati con diversi angoli di orientamento presenti che compongono lo spessore totale. La resistenza a flessione, invece, è dettata dalla posizione relativa degli strati oltre che dal numero di essi. Pertanto, anche se le percentuali totali degli strati variano, si possono ottenere valori di rigidità a flessione sostanzialmente diversi con un semplice ri-arrangiamento della sequenza di stratificazione.

1.2 VAT - Variable Angle tow

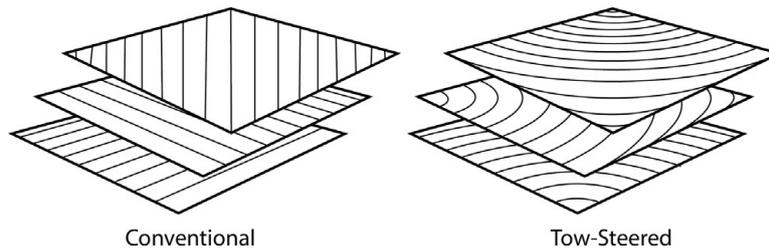


Figura 1.3: Composito convenzionale vs VAT Ref. [3]

Nei materiali Variable Angle Tow (VAT) si abbandona lo schema tradizionale per cui le fibre di materiale composito vengono realizzate diritte, e si utilizza invece un posizionamento curvilineo. In questo caso la fibra presenta angoli locali di orientamento che variano lungo la dimensione di stampa. In questo modo lo spazio di progettazione aumenta drasticamente e consente una più efficace personalizzazione delle proprietà del materiale. Ad esempio si può ridurre al minimo il peso e aumentare le prestazioni strutturali, migliorare le risposte in frequenza del materiale, solo modificando la geometria di posizionamento delle fibre e le variabili di stampa.

L'impiego di questi materiali è oggetto di studio da decenni, per le loro caratteristiche peculiari. Nella Ref. [4] si è esplorato il guadagno che si ha in termini di prestazioni nella instabilità di buckling deviando il percorso delle fibre e permettendo la variazione degli orientamenti tra gli strati che compongono il caso in esame, con un foro presente al centro. Nella Ref. [5] si è investigato come varia la rigidità della risposta nel piano dell'instabilità di tipo buckling variando gli orientamenti delle fibre, dimostrando il disaccoppiamento tra la rigidità assiale e l'instabilità. Nella Ref. [6] è stato mostrato come un percorso curvilineo può migliorare, rispetto a un tradizionale, la risposta aeroelastica di ali rettangolari senza inclinazione creata in composito.

Un gran numero di parti in composito include ritagli per ospitare finestre, porte e giunzioni bullonate. Queste aree sono punti importanti in termini di progettazione perché concentrano le sollecitazioni, diventando così critiche in termini di integrità strutturale del pezzo. Nella Ref. [7] si è dimostrato che è possibile progettare e produrre pannelli compositi le cui risposte di instabilità e di rottura sono insensibili all'esistenza di un foro centrale. Inoltre, si dimostra che le prestazioni strutturali di questi progetti sono più che doppie rispetto a quelle delle configurazioni a fibre diritte.

Non è univoco né il metodo di stampa, né la legge matematica che regola l'orientamento della fibra. In letteratura si trovano diverse rappresentazioni quali: lineare (il θ locale varia linearmente), raggio di curvatura costante (si imposta un raggio di una circonferenza ausiliaria, simile al braccio robotico che ruota rispetto al proprio asse di riferimento), polinomiale (curva disegnata attraverso un polinomio), Bezier Curves (una curva parametrica utilizzata nella grafica computerizzata e in campi correlati)... In questo lavoro di tesi, è stata scelta la variazione lineare.

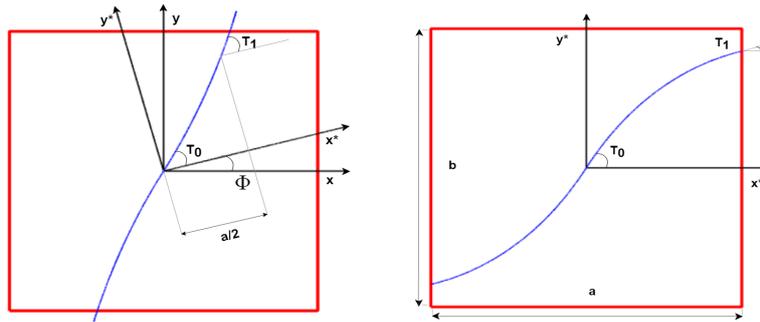


Figura 1.4: Parametri fibra variazione lineare Ref. [2]

La piastra che si usa per la definizione del percorso della fibra ha una larghezza a e altezza b . Come si vede dalla figura 1.4, presa dalla Ref. [2], la fibra si sviluppa orizzontalmente per una lunghezza $\frac{a}{2}$ e $-\frac{a}{2}$.

Si definiscono due sistemi di riferimento, uno globale della piastra centrato in $(0,0)$ e uno locale del materiale, che può essere sia coincidente al precedente oppure traslato. Valore importante che lega i due è la ϕ , che identifica la rotazione del sistema di riferimento del materiale rispetto alla globale, definito positivo in senso antiorario a partire dall'asse x globale.

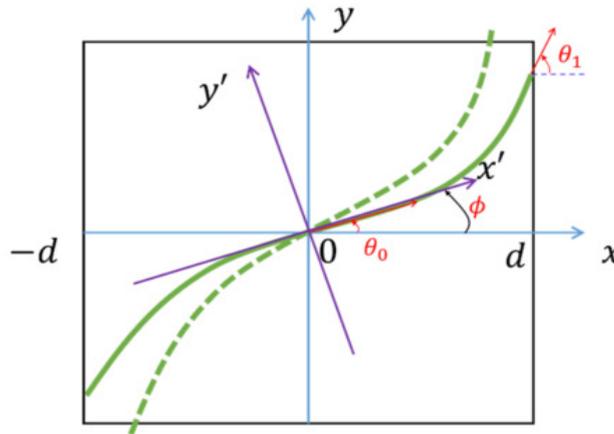


Figura 1.5: Rappresentazione sistema riferimento materiale e globale Ref. [8]

T_0 e T_1 sono rispettivamente gli angoli locali di curvatura nel centro dello sviluppo della fibra (origine sistema riferimento materiale) e negli estremi, una volta terminato il percorso. In presenza di una ϕ diversa da zero, il punto terminale dove si calcola la T_1 è posizionata geometricamente all'interno della piastra, altrimenti sarebbe coincidente con il bordo destro e sinistro.

In letteratura si utilizza il termine d per la distanza dove l'orientamento passa da T_0 a T_1 , e ci si svincola dalla semi-lunghezza $a/2$, tuttavia ciò richiederebbe ciclicamente che il ramo della fibra raggiunga un orientamento T_0 e poi T_1 fino al raggiungimento della lunghezza $a/2$. Ciò permetterebbe di studiare una superficie molto più estesa di

materiale, ma calcolo computazionale maggiore. In questo lavoro di tesi si è scelto di far coincidere la d con $a/2$.

Per studiare l'evoluzione della fibra, si definisce l'angolo θ che rappresenta l'inclinazione locale della tangente alla curva.

Per citare degli esempi su quanto la definizione della forma della fibra sia importante nella creazione di un materiale VAT, nella Ref. [9] si investiga quale sia il percorso ottimale di stampa, poichè a causa del processo stesso, il materiale realizzato può presentare dei difetti, e il loro effetto sulle caratteristiche del materiale è ancora oggi oggetto di studio, come lo è stato in questa tesi.

Per esempio, nella Ref. [2] si è andati a studiare l'effetto dei difetti nei modi fondamentali di vibrazione di materiali VAT, si è realizzato una strategia di ottimizzazione per trovare l'angolo di orientamento della fibra che massimizzasse le frequenze. In particolare, nella Ref. [10] si cerca di strutturare un metodo per la analisi a elementi finiti di piastre di materiale VAT andando a penalizzare gli elementi contenenti gap e a aumentare lo spessore per quelli contenenti overlap. Questo metodo sarà la base per le analisi effettuate nel lavoro di tesi.

1.3 Automated fiber placement & Automated Tape Laying

1.3.1 Descrizione generale

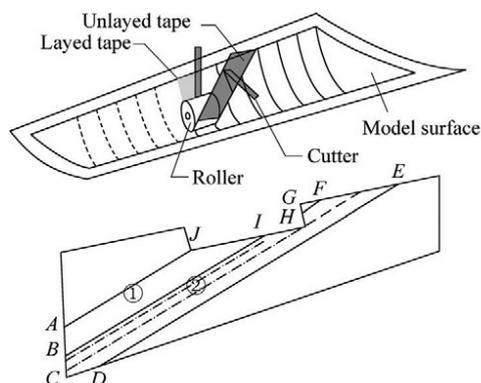


Figura 1.6: ATL in lavorazione Ref. [11]

L'Automated Tape Laying (ATL) e l'Automated Fiber Placement (AFP) sono le due tecnologie principali che vengono oggi impiegate per produrre laminati compositi avanzati. L'ATL è utilizzato per applicare un nastro pre-impregnato largo unidirezionalmente su una superficie, rimuovendo automaticamente il supporto dello strato. Se la superficie di stampa ha una forma 3D complessa, un sistema a braccio robotico risulta indispensabile, come la figura di destra in Fig. 1.6. La testa dell' ATL è dotata di un sistema

di taglio a ultrasuoni a 3 assi, comprensivo di un sistema di controllo della tensione. Costruito all'interno della testina, il sistema di taglio del nastro ha una forma che si adatta alla sagoma progettata del componente. I nastri su misura vengono posati sulla superficie del modello dopo aver superato la fase di riscaldamento. La macchina adotta un sistema "follow-cut" per far sì che segua i movimenti della mano robotica. Inoltre, sono presenti diverse unità di controllo on-off che lavorano in modo coordinato con il sistema di movimento, esse costituiscono fattori chiave per la realizzazione del processo ATL. Le unità on-off servono a controllare il rullo principale, il rullo assistente e la taglierina nel premere e nel sollevare, nonché l'accensione e lo spegnimento del sistema di riscaldamento. Introducendo la modalità "follow-cut" per realizzare i nastri con inclinazioni diverse, la forma del nastro composito può raggiungere l'esatto profilo scelto dalla stampa. La velocità di stesura, la temperatura e la tensione del nastro possono essere controllate durante la stesura.

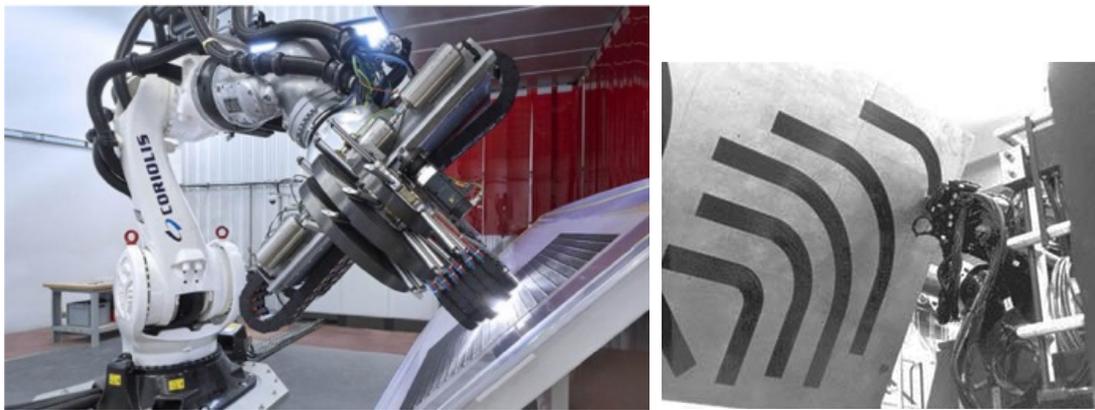


Figura 1.7: AFP in lavorazione Ref. [12] e [13]

L'AFP è simile all'ATL, ma utilizza una fascia di fette di pre-preg strette, che vengono collimate sulla testa e poi stampate insieme.

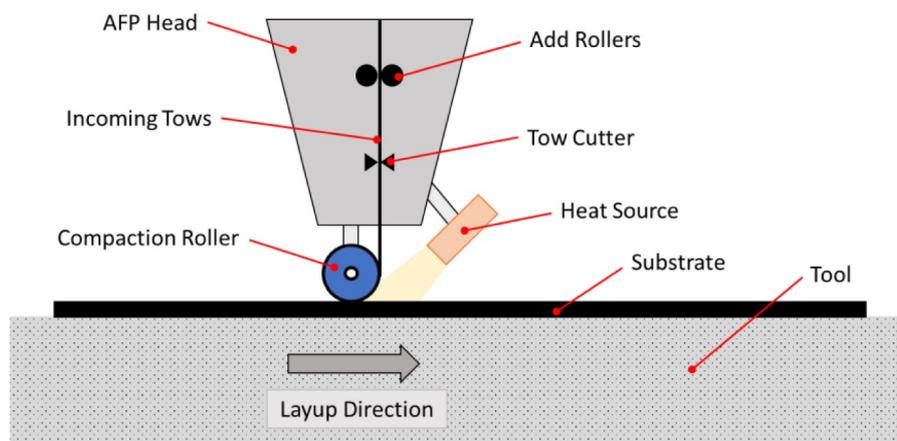


Figura 1.8: Schema AFP Ref. [12]

Una macchina AFP è tipicamente composta da un braccio robotico/gantry e da una testa di posizionamento in grado di posare più strisce di materiale in fibra di carbonio,

solitamente infuse in resina. Queste strisce di materiale, note come "tows", sono spesso disposte in "plies" orientati in modo diverso, per aumentare la resistenza del pezzo.

Per garantire l'adesione di queste strisce all'utensile, o agli strati precedenti, la testa di posizionamento delle fibre deve disporre di un metodo per riscaldare la resina e compattarla sulla superficie. Ciò avviene grazie a una quantità controllata di calore proveniente da un riscaldatore all'interno della testa e a un rullo di compattazione che passa sopra le trecce dopo il loro posizionamento. Dopo aver compattato il primo strato sull'utensile, è possibile aggiungere strati successivi fino a raggiungere la forma e la resistenza desiderate per il pezzo.

Come notiamo dallo schema semplificato in figura 1.8, il pre-preg viene steso seguendo una direzione sulla superficie. Per permettere tale processo di stampa viene deciso quanti filamenti, o tows, possono essere stesi contemporaneamente. Nelle macchine AFP, il numero massimo di tows è di 32, e possono essere modificati durante la stampa in maniera discreta.

La scelta del materiale può portare a effetti negativi o positivi sul processo di produzione e sulla qualità finale complessiva. Esistono tre tipi principali di materiali utilizzati per la produzione di AFP: i termoindurenti, termoplastici e fibre secche. I termoindurenti e i termoplastici sono definiti "preimpregnati" perché le fibre sono già preimpregnate di resina, mentre le fibre secche non lo sono. Ognuno di questi prodotti ha la propria gamma di lavorazioni e tecniche. Dalla Ref. [12] abbiamo una vasta definizione dei tipi di materiali.

I termoindurenti utilizzano una combinazione di fibre e resine termoindurenti. Esse sono resine polimeriche con una viscosità relativamente bassa e, una volta indurite, formano una struttura reticolare 3D rigida. Questi materiali sono i più comuni tra quelli utilizzati per l'AFP perché sono i più facili da produrre, grazie alla temperatura di lavorazione ottimale relativamente bassa richiesta per un layup di successo. Poiché la temperatura di lavorazione necessaria per raggiungere il punto di gel o di fusione del materiale è vicina alla temperatura ambiente, è necessario un minore apporto di calore, il che facilita la produzione. Tuttavia, i nastri termoindurenti richiedono una fase di lavorazione secondaria, come il consolidamento in autoclave, aumentando i tempi e i costi di lavorazione. In genere, le temperature di lavorazione dei termoindurenti non dovrebbero superare i 70°C per evitare l'innesco della reazione di polimerizzazione all'interno della resina.

I materiali termoplastici utilizzano una combinazione di fibre e resina termoplastica. Questi tipi di resine hanno un'elevata viscosità e non si uniscono chimicamente, o polimerizzano, quando vengono riscaldate, il che significa che possono passare attraverso trasformazioni solide e fluide molte volte. I termoplastici sono vantaggiosi in quanto presentano molti vantaggi rispetto ai termoindurenti, tra cui la riciclabilità, la capacità di rilavorazione, le prestazioni ad alta temperatura, l'elevata resistenza agli urti e la lunga durata a temperatura ambiente. Inoltre, questi materiali offrono la possibilità di saltare una fase successiva al consolidamento, come l'autoclave, il forno o la pressa a

caldo, utilizzando il consolidamento in situ. Tuttavia, sono difficili da stratificare a causa delle temperature più elevate richieste (tipicamente intorno ai 400°C) e della minore finestra operativa di lavorazione.

I materiali in fibra secca non contengono una matrice di resina. Come i materiali termoplastici, la stratificazione della fibra secca richiede temperature più elevate e ha una finestra operativa ridotta. La fibra secca ha una lunga durata a temperatura ambiente e si presta all'applicazione di guida in quanto è più facile da governare, non c'è una matrice che confina le fibre, consentendo alla stoppa di piegarsi o di tagliare. Tuttavia, le stoppe secche non hanno adesività, per cui è necessario un vail per consentire la stesura delle stoppe. L'assenza di resina all'interno del materiale ha il vantaggio di ridurre l'accumulo di resina nella testa della macchina, con conseguenti intervalli di manutenzione più lunghi e maggiore affidabilità. Questo materiale presenta uno svantaggio anche nella post-lavorazione, a causa della necessità di infondere la resina nel pezzo finale.

1.3.2 Difetti

L'AFP è uno dei principali processi di produzione dei VAT, ma può generare molti difetti durante il processo di stratificazione che spesso richiedono un'azione correttiva manuale per produrre un pezzo di qualità accettabile. Questi difetti sono il principale limite della tecnologia e possono essere difficili da classificare o definire in molte situazioni. Pertanto, è fondamentale comprendere appieno quali sono e come interagiscono con il pezzo. Informazioni più dettagliate si possono trovare alla Ref. [14].

Gap/Overlap

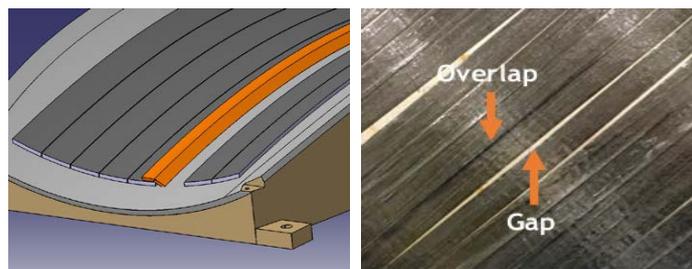


Figura 1.9: Gap/Overlap Ref. [14]

Un gap si ha quando due tows adiacenti non sono perfettamente uniti l'uno con l'altro, e si genera un vuoto tra i due. Un overlap, al contrario, è quando due tows si sovrappongono aumentando localmente lo spessore. La formazione di questi difetti dipende dalla strategia di stampa, se si sceglie per stampare i tows facendo un off-set perpendicolare alla direzione di stampa, e non si impone il parallelismo, in base all'angolo locale iniziale e finale della fibra, si possono generare gap o overlap. Tuttavia, gli spazi vuoti e le sovrapposizioni possono verificarsi naturalmente anche al di fuori della sterzata, se la

stesura avviene su una superficie 3D complessa. Un gap e/o un overlap possono diventare un sito di innesco di cedimenti sotto carico. I gap creerebbero regioni ricche di resina per la crescita delle cricche. Gli overlap creano un'ondulazione nella fibra che può portare a cedimenti per compressione. Possono anche diventare un sito per la formazione di grinze tra strati successivi.

Pucker

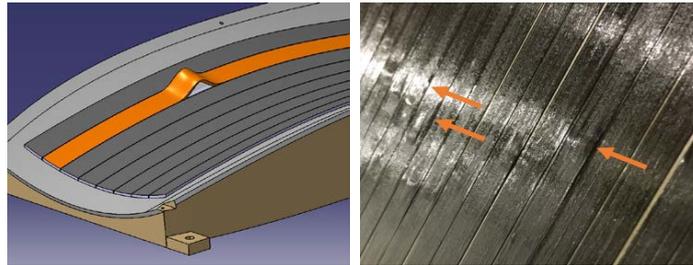


Figura 1.10: Pucker Ref. [14]

Si instaura nel punto di raggio di curvatura interno di un tow, con conseguente sollevamento dalla superficie dell'utensile, in parte o per l'intera larghezza del nastro, formando un arco di materiale in eccesso che non aderisce al substrato sottostante. I pucker sono causati da un'alimentazione eccessiva del tow che si accumula gradualmente davanti al rullo di compattazione e a un certo punto emerge dalla superficie. I pucker vengono in genere appiattiti dagli strati successivi. Tuttavia, se le pieghe non sono adeguatamente compattate, si può verificare una significativa perdita di resistenza.

Wrinkle

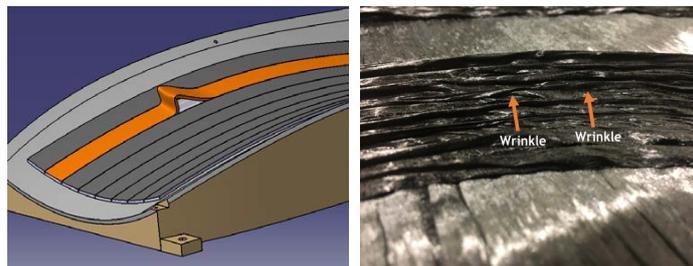


Figura 1.11: Wrinkle Ref. [14]

Un wrinkle è tipicamente un motivo ondulato di pieghe lungo il bordo di un tow quando questo viene guidato attraverso un percorso non geodetico su una superficie complessa (potenzialmente a doppia curvatura) o seguendo un percorso guidato su una superficie piana. Questi tipi di difetti si verificano sul raggio interno e rimangono fuori dal piano dopo la compattazione e l'indurimento. Essi sono spesso causati dal posizionamento di

tows con raggi di curvatura ridotti, che possono portare a una lunghezza differenziale eccessiva tra i due bordi del pezzo. I due lembi di tows stampati dalla testa della macchina sono di uguale lunghezza, quindi parte dell'eccessiva lunghezza differenziale si presenta sotto forma di puckers e/o wrinkle. I wrinkle si appiattiscono nel mentre si stampano gli strati successivi, tuttavia possono portare al formare gap lungo lo spessore).

Bridging

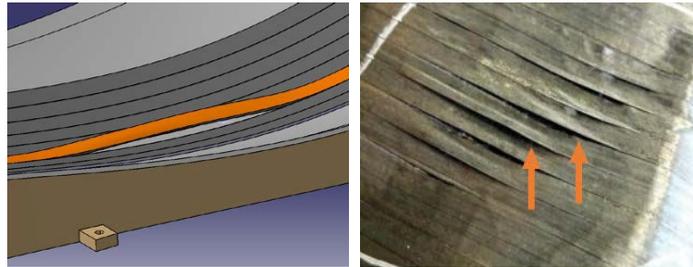


Figura 1.12: Bridging Ref. [14]

Un tow con un bridging non aderisce completamente alla superficie concava o a un angolo rientrante o a un'area di rampa su cui vengono posati i nastri, lasciando uno spazio tra il raggio della superficie concava dell'utensile e il nastro. Le cause principali di un bridging sono una tensione eccessiva sul nastro, che lo costringe a sollevarsi, o un'adesione insufficiente alla superficie su cui viene steso, dovuta al fatto che il rullo non fornisce un contatto completo con il materiale del substrato. Successive passate del rullo per posizionare ulteriori strati con orientamenti diversi o una fase di "sbollatura" con il vuoto possono spingere il nastro a riaderirsi al substrato. Tuttavia, il ponte potrebbe lasciare aree ricche di resina nel migliore dei casi, o delaminazione nel peggiore.

Boundary Coverage

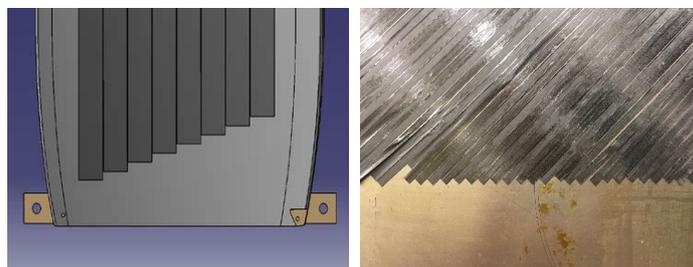


Figura 1.13: Boundary Coverage Ref. [14]

Un boundary coverage si verifica quando il materiale non può incontrarsi perfettamente con il bordo di un pezzo quando la posa avviene con un orientamento fuori asse, come ad esempio $\pm 45^\circ$ nei pezzi rettangolari. Poiché le trafilate non si incontrano perfettamente con il bordo, si verifica un eccesso di materiale lungo il bordo o una mancanza tra

l'estremità della traina e il bordo di confine. Questo può trovarsi al confine di qualsiasi zona di copertura, sia interna al pezzo, con conseguente caduta di strati, sia esterna. Un boundary coverage può avere un effetto sulla forma del pezzo, poiché l'andamento non sarà in linea con la geometria desiderata. Se i bordi vengono rifilati per garantire l'accuratezza, il pezzo può anche avere maggiori probabilità di cedere in quei punti.

Angle deviation

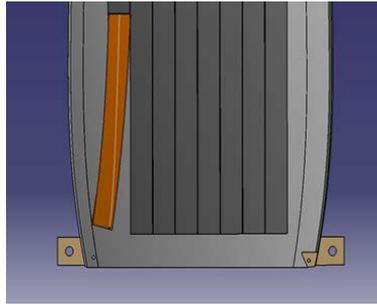


Figura 1.14: Angle deviation Ref. [14]

La deviazione angolare si verifica quando l'angolo della stesura prodotta si discosta da quello progettato. La deviazione dell'angolo può essere causata da un'errata copertura del rullo o da un raggio di sterzata ridotto, poiché il rimorchio può spostarsi dopo essere stato sterzato. La deviazione dell'angolo può causare la sovrapposizione di porzioni di strato quando un tow viene posato sopra i tows deviati. Questo può portare a una forma indesiderata del laminato e può essere causa di cedimento a causa di aree ricche di resina sul lato opposto. Si tratta di un effetto simile a quello di gap e overlap.

Fold



Figura 1.15: Fold Ref. [14]

Questo difetto si verifica quando il tow si piega in direzione trasversale su se stesso, creando un vuoto nella copertura della superficie e raddoppiando lo spessore del tow sulla parte piegata. Un'estensione del ripiegamento potrebbe essere l'arrotolamento (o

la completa torsione) del tow che diventa simile a una "corda". Errori del tenditore, mancanza o eccesso di tensione, potrebbero aumentare la propensione del tow a piegarsi. Anche lunghe trazioni non sostenute o complesse dalle bobine alla testa del macchinario possono provocare il ripiegamento. In un percorso di stesura curvo/diretto, il segmento esterno della stoppa può piegarsi verso il lato interno dopo il punto di arresto del rullo di compattazione, a causa della tensione sul bordo esterno della stoppa e di un'adesione impropria. Risulta essere uno dei tipi di difetto più gravi per i laminati polimerizzati, portando all'aumento dello spessore proprio accanto a una regione a spessore ridotto. Influenza notevolmente la variazione locale della frazione di volume delle fibre e la creazione di aree ricche di resina per l'innescio dei cedimenti.

Twist

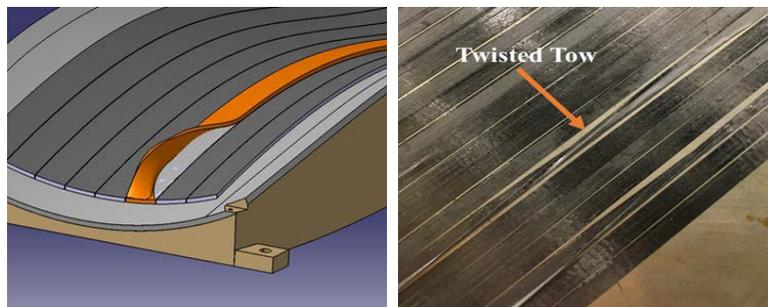


Figura 1.16: Twist Ref. [14]

Per questo tipo di difetto dato dalla AFP, il nastro viene arrotolato assialmente di 180° su se stesso e poi appiattito dal rullo di compattazione. A seconda della lunghezza della torsione, la forma può essere simile a quella di un papillon, con un raggruppamento delle fibre e un aumento dello spessore al centro. Per le torsioni lunghe, lunghezza maggiore di cinque volte lo spessore del tow, i lati sono semplicemente piegati. La torsione potrebbe essere avviata da una piegatura, in cui la piega cresce e completa un giro piuttosto che svolgersi (la torsione piegata potrebbe essere considerata incompleta). L'attrito tra i fori di guida lungo il towpath lungo/complesso e un tow appiccicoso può causare torsioni dovute alla rotazione della testa durante le stesure bidirezionali. come nel caso delle pieghe, la torsione radica una parte della superficie del pezzo non coperta da fibre, soprattutto nel caso di torsioni lunghe e di parti con spessore maggiore. Una torsione può essere considerata più dannosa di una piega, poiché il carico strutturale può causare una deformazione a forbice.

Wandering Tow

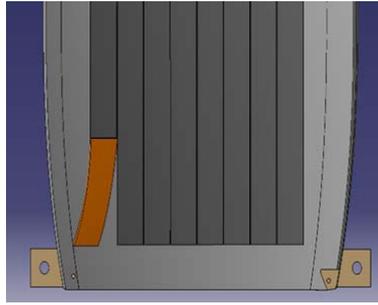


Figura 1.17: Wandering Ref. [14]

Si parla di wandering tow quando la porzione di tow tra il rullo e la taglierina si allontana dal percorso originale della fibra dopo il taglio. Simile alla deviazione angolare nel Capitolo 1.3.2, il wandering tow è più attribuibile alla presenza di una porzione di tow non supportata tra il rullo di compattazione e la taglierina e quindi la deviazione angolare sarà solo della dimensione di questa lunghezza di tow non supportata. Le wandering tows possono portare a gap/overlap tra le funi metalliche, con conseguente formazione di un'area ricca di resina e, in ultima analisi, una maggiore probabilità di cedimento.

Loose Tow

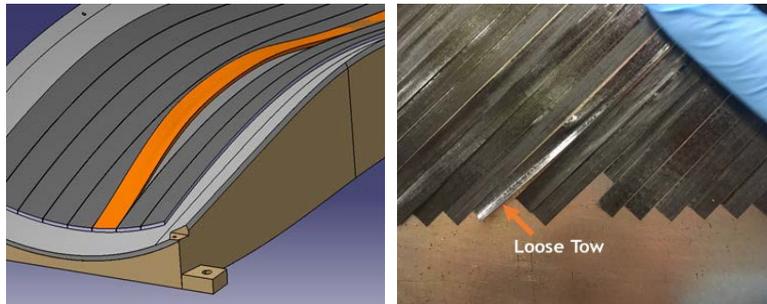


Figura 1.18: Loose Tow Ref. [14]

Un loose tow si riferisce generalmente a una sezione del tow (o dei tows) che la testa della macchina tenta di posizionare su un pezzo senza avere un controllo completo e preciso sul punto in cui viene effettivamente posizionato, causando il serpeggiamento del tow. Un tow è completamente libero quando la lunghezza di esso è inferiore alla lunghezza tra le frese e il rullo di compattazione che controlla la posizione finale del tow. In questo caso, il tow è libero di giacere in una posizione arbitraria. Se alla fine di un percorso il fiber path è ancora guidato, la sezione del nastro prima del rullo di compattazione potrebbe non seguire il percorso definito.

Missing Tow

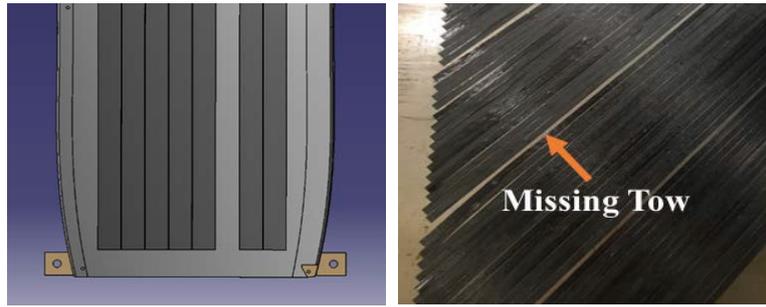


Figura 1.19: Missing Tow Ref. [14]

Questo difetto si verifica tipicamente quando un intero nastro non aderisce correttamente e cade dalla superficie o non viene alimentato correttamente su una superficie dalle bobine. Il filo mancante che ne risulta è molto simile a un gap, e in effetti può essere considerato come un gap di dimensioni pari alla larghezza del filo. La mancanza di tow è causata da un'alimentazione discontinua del materiale nella testa della macchina o dalla stesura di un tow con un'adesione insufficiente. Come un gap, la mancanza di un tow provoca una variazione locale dello spessore e potenziali sacche ricche di resina nella stesura che possono fungere da punto di innesco per la rottura.

Splice

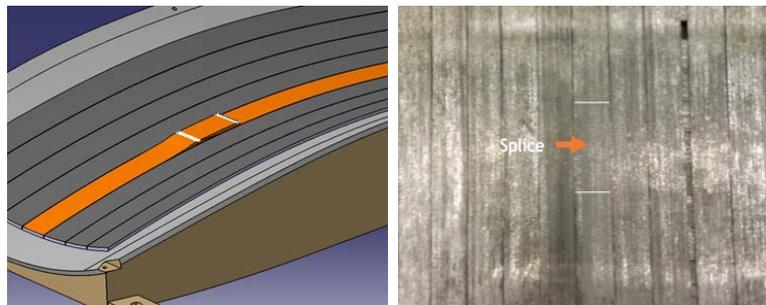


Figura 1.20: Splice Ref. [14]

Si verifica quando due tows vengono uniti insieme dal materiale o dal taglio da un capo all'altro in una bobina sovrapponendole con una lunghezza che va da 1 a 3 pollici l'una sull'altra e fissandole insieme. In questo modo si ottiene una porzione di bobina più spessa del resto, solitamente contrassegnata da trattini bianchi per il riconoscimento. In teoria, le fibre di carbonio possono essere disegnate all'infinito. Tuttavia, la maggior parte dei tows preimpregnati nella AFP sono tow a fessura tagliati da un rotolo di nastro unidirezionale di lunghezza finita. Questi nastri a fessura vengono giuntati all'interno della bobina in base alle specifiche del cliente.

La variazione di spessore su una piccola area può essere insignificante per la variazione di rigidità complessiva. Questo punto può diventare un punto di innesco della rottura, soprattutto in presenza di carichi di compressione.

Position Error

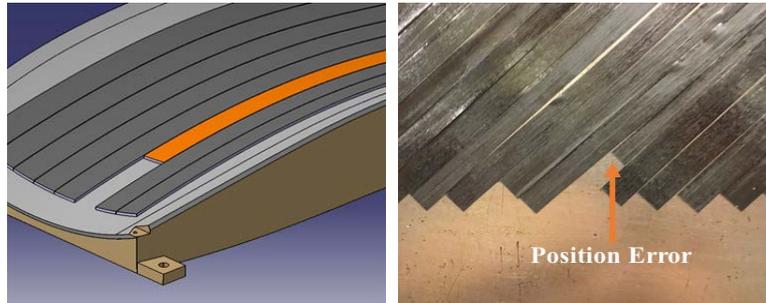


Figura 1.21: Position Error Ref. [14]

Un errore di posizione si verifica quando un tow viene posizionato in una posizione errata rispetto alla fine o all'inizio di un fibr path. Ciò si traduce in un tow disallineato rispetto al resto dei tows del perimetro. Le cause principali di questo difetto sono l'ostruzione del tow durante l'alimentazione (come l'accumulo di lanugine in uno degli scivoli di guida della testa della macchina), oppure punti di riferimento errati della macchina rispetto al pezzo per un determinato percorso. A volte sono dovuti a problemi di controllo della macchina e a requisiti di autotuning. Come il tow gap vicino al bordo del pezzo, la loro influenza rispetto ai difetti normali dovrebbe essere più pronunciata a causa dei guasti per effetto bordo osservati nei compositi multistrato.

Foreign Object Detection

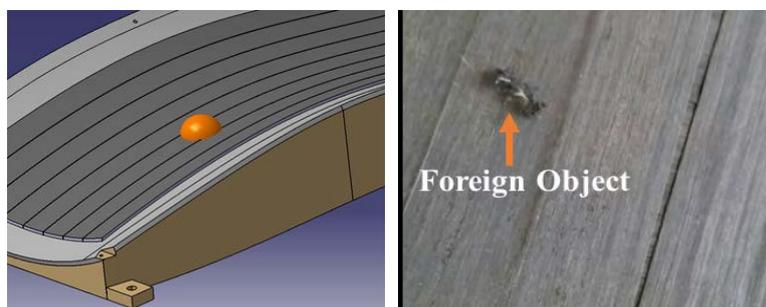


Figura 1.22: FOD - Foreign Object Detection Ref. [14]

Un foreign object debris (FOD) si verifica quando un piccolo pezzo di materiale composito, una "pallina" di fibra di carbonio o una "pallina di resina" che si è raccolta sulle superfici della testa o altri detriti provenienti dall'area di produzione, cadono sul pezzo

durante la stesura. Questo provoca un piccolo volume di materiale in eccesso sullo strato, se viene steso sopra. Un difetto di FOD durante la stesura può far sì che la porzione di strato successiva al difetto aderisca in modo improprio allo strato del difetto. Ciò comporta una forma e una resistenza indesiderate del pezzo da realizzare.

Capitolo 2

Machine Simulation

In questa sezione andremo a definire quali sono stati i ragionamenti logici usati per riuscire a modellizzare una piastra multistrato di materiale VAT, in assenza e in presenza di gap e overlap. Si investigheranno le forme analitiche per la realizzazione delle fibre fondamentali e il riempimento di tutta la superficie, l'influenza dei vari parametri di stampa e, come fine ultimo, il calcolo della matrice di riempimento da utilizzare per le successive analisi. Per la realizzazione del modello è stato utilizzato il linguaggio di programmazione Python, sia per il calcolo della geometria della fibra che per la matrice di riempimento.

2.1 Parametrizzazione fibra fondamentale

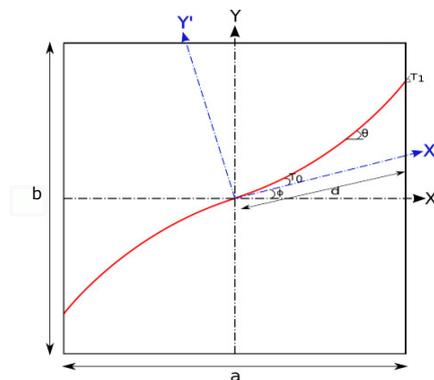


Figura 2.1: Parametri fibra VAT

Come si è discusso nel capitolo 1.2, una variazione lineare dell'orientamento si può scrivere come:

$$\theta(x') = \phi + T_0 + \frac{T_1 - T_0}{d} x'$$

Dove:

T_0 [°] : Orientamento iniziale

T_1 [°]: Orientamento finale

ϕ [°]: Rotazione sistema di riferimento fibra

d [m]: Lunghezza caratteristica di variazione della fibra

a [m]: Larghezza piastra

b [m]: Altezza piastra

h [m]: Spessore piastra

Dove per per semplicità, si è scelto $\phi = 0$, e quindi $d = a/2$.

Per riuscire tuttavia a disegnare tali curve, si necessitava della funzione analitica vera e propria, dove per necessità di rappresentazione, si è dovuto modellizzare anche una porzione di spazio che eccede i limiti della piastra, poiché in presenza di un ϕ diverso da zero, la rotazione avrebbe troncato la curva in un punto interno ai limiti geometrici della piastra.

La funzione che permette riprodurre la fibra fondamentale viene calcolata dalla relazione:

$$\frac{dy}{dx} = \tan \theta$$

da cui si ottiene:

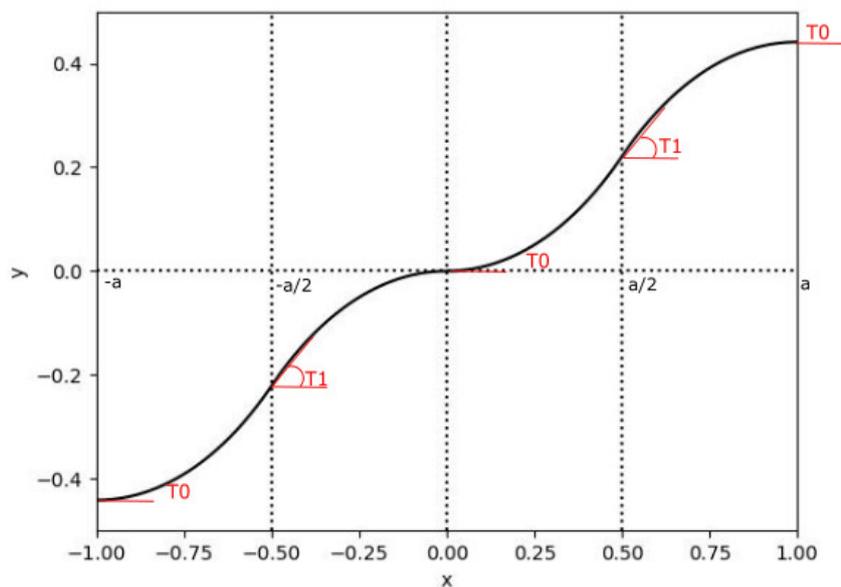


Figura 2.2: Rappresentazione grafica funzione analitica

$$y(x) = \begin{cases} \frac{a}{2(T_0 - T_1)} \{ \ln [\cos T_0] + \ln [\cos (-T_0 + 2T_1 + \frac{2(T_1 - T_0)}{a} x)] \} & \text{per } -a \leq x \leq -\frac{a}{2} \\ \frac{a}{2(T_1 - T_0)} \{ -\ln [\cos T_0] + \ln [\cos (T_0 + \frac{2(T_0 - T_1)}{a} x)] \} & \text{per } -\frac{a}{2} \leq x \leq 0 \\ \frac{a}{2(T_0 - T_1)} \{ -\ln [\cos T_0] + \ln [\cos (T_0 + \frac{2(T_1 - T_0)}{a} x)] \} & \text{per } 0 \leq x \leq \frac{a}{2} \\ \frac{a}{2(T_1 - T_0)} \{ \ln [\cos T_0] + \ln [\cos (-T_0 + 2T_1 + \frac{2(T_0 - T_1)}{a} x)] \} & \text{per } \frac{a}{2} \leq x \leq a \end{cases}$$

La schematizzazione scelta è caratterizzata da un ripetersi ciclicamente degli orientamenti T_0 e T_1 lungo la "Reference Path" a distanze $a/2$. Avendo la relazione, la si è inserita nello script Python realizzato dall'autore per generare la fibra fondamentale.

Tuttavia tali informazioni non sono ancora sufficienti in quanto il materiale VAT è costituito da tanti tows quanti ne sono richiesti dai parametri di stampa. Per un AFP c'è un limite massimo di $N_{tows} = 32$, nei casi analizzati si è scelto di usarne 16 per motivi che si chiariranno quando si parlerà di difetti. Ciò porta quindi ad avere, in una passata della macchina, una striscia di fibre pre-impregnate legate tra di loro, con una larghezza totale dato dal numero di tows presenti. La larghezza del singolo tow scelto è di $t_{width} = 3.125$ mm, ciò porta quindi ad avere, nel caso di 16 filamenti, una larghezza totale di 50 mm.

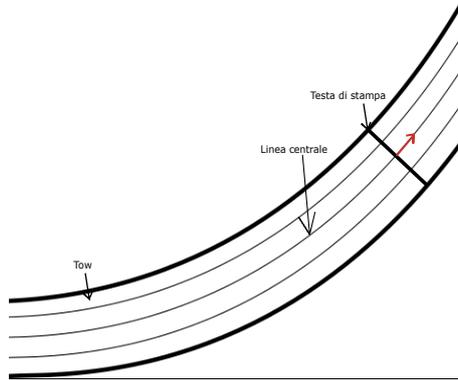


Figura 2.3: Schema Course

Dalla figura 2.3 possiamo notare visivamente la divisione dei singoli tows all'interno di un unico "course". Ciò porta dal punto di vista di programmazione al definire, a partire dalla linea centrale, la creazione di un ramo destro e ramo sinistro della curva, distanziate in base al numero di tows dalla linea centrale. Nella schematizzazione scelta si sono usati i parametri:

$$w_{max} = N_{tows} t_{width} : \text{Larghezza totale del course}$$

$$p_l = w_{max}/2 : \text{Semi larghezza del course}$$

$$x_l = x - p_l \sin \theta(x) : \text{Dominio ramo sinistro}$$

$$x_r = x + p_l \sin \theta(x) : \text{Dominio ramo destro}$$

$$y_l(x) = y(x) + p_l \cos \theta(x) : \text{Ramo sinistro}$$

$$y_r(x) = y(x) - p_l \cos \theta(x) : \text{Ramo destro}$$

Avendo definito tali relazioni, possiamo finalmente discretizzare il course fondamentale:

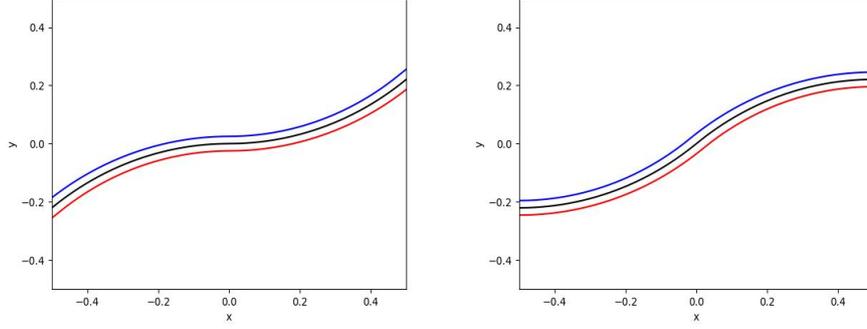


Figura 2.4: Realizzazione di due courses dove l'orientamento della fibra varia linearmente. Sinistra $T_0 = 0, T_1 = 45$. Destra: $T_0 = 45, T_1 = 0$

In caso di presenza di un ϕ diverso da zero, la fibra fondamentale risulta ruotata rispetto all'origine dei sistemi di riferimento:

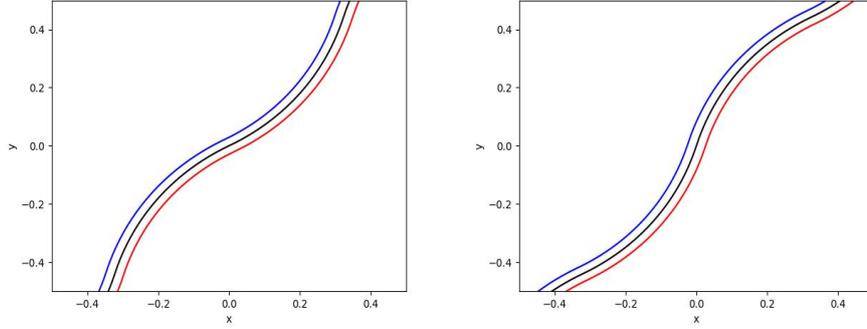


Figura 2.5: Realizzazione di due courses dove l'orientamento della fibra varia linearmente. Sinistra $T_0 = 0, T_1 = 45 \phi = 30$. Destra: $T_0 = 45, T_1 = 0 \phi = 30$

Dove le relazioni che permettono la rotazione sono:

$$x_{l_{new}} = x_l * \cos \phi - y_l(x) * \sin \phi : \text{Dominio ramo sinistro}$$

$$y_{l_{new}}(x) = x_l * \sin \phi + y_l(x) * \cos \phi : \text{Ramo sinistro}$$

$$x_{r_{new}} = x_r * \cos \phi - y_r(x) * \sin \phi : \text{Dominio ramo destro}$$

$$y_{r_{new}}(x) = x_r * \sin \phi + y_r(x) * \cos \phi : \text{Ramo destro}$$

Tuttavia è doveroso precisare che, a causa di limiti imposti dalla produzione AFP, non tutti gli orientamenti scelti possono essere realizzati. Nell Ref.[15] viene stabilito il limite massimo di curvatura che può avere un singolo course:

$$K = \frac{2(T_1 - T_0)}{a} \cos\left((T_1 - T_0)\frac{x}{a/2} + T_0\right) < 3.28 \text{ m}^{-1}$$

In ogni punto lungo il percorso della fibra di riferimento, la curvatura deve essere inferiore alla curvatura massima consentita di 3.28 m^{-1} , per garantire che il laminato possa essere realizzato.

2.2 Modellazione della piastra

Una volta ottenuta la fibra fondamentale, non resta altro che riempire l'intera piastra con un numero opportuno di ripetizioni di fibre per coprirla interamente. Il metodo più ottimale per farlo è imporre il parallelismo tra i courses, ovvero raggiungere una configurazione come rappresentata in Fig. 2.6:

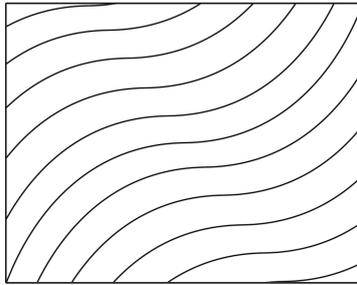


Figura 2.6: Parallel path

Questo è il metodo ottimale poichè non permette la creazione dei difetti quali gap e/o overlap nei luoghi di contatto tra i course. Tuttavia richiede la capacità del braccio robotico della AFP di adattarsi al percorso per rispettare tale vincolo e soprattutto, al centro della piastra e nei bordi non si avranno valori di T_0 e T_1 costanti lungo la direzione di ripetizione delle fibre.

Un modo più vicino alla realtà è quello di seguire uno spostamento lungo la direzione di ripetizione dello stampaggio delle fibre, verosimile all'off-set che può avere il braccio robotico. Ottenendo in Fig.2.7:

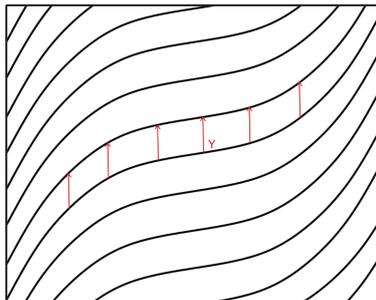


Figura 2.7: Shifted path

Tuttavia, in tale configurazione, non imponendo più il parallelismo, a causa del valore di T_0 e T_1 , si generano gap o overlap molto estesi, di cui se ne discuterà approfonditamente nel capitolo 2.3.

2.3 Modellazione Difetti

Concentrandosi sulla fibra fondamentale, possiamo notare come all'avanzare lungo la direzione orizzontale, la proiezione verticale dello spessore aumenti o si riduca in base alla regressione dell'angolo di curvatura locale, come descritto in Ref. [16].

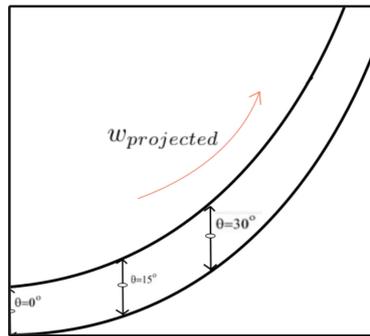


Figura 2.8: Variazione proiezione larghezza course $T_0 = 0$ e $T_1 = 60$

Nella figura 2.8 si nota come dalla larghezza iniziale, all'aumentare del θ locale, la $w_{projected}$ aumenta. La variazione è data dalla relazione:

$$w_{projected} = \frac{w_{max}}{\cos \theta(x)} = \frac{w_{nominal}}{\cos \theta(x)}$$

Questa variazione lungo l'asse orizzontale della larghezza fa sì che, in caso di una modellizzazione della piastra non parallela ma basata sul modello shifted, si generino gap o overlap. La presenza di essi è determinata dai valori di T_0 , T_1 , e dalla strategia di stampa, ovvero si può scegliere di far stampare i course successivi imponendo una condizione di contatto al centro della piastra, oppure al bordo (più verosimile alla realtà).

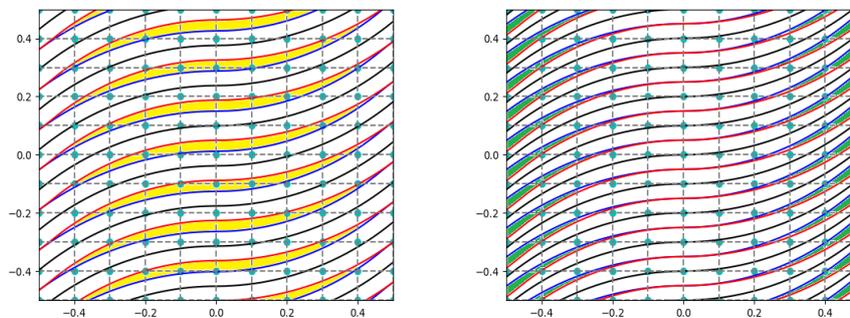


Figura 2.9: Rappresentazione di materiale VAT con orientamento $\langle 0-45 \rangle$, full gap a sinistra e full overlap a destra

Nella Fig. 2.9 si rappresenta una variazione lineare della fibra dove $T_0 = 0$ e $T_1 = 45$. La fibra centrale di riferimento è riportata in nero, mentre il ramo sinistro del course è in blu e il ramo destro di esse è in rosso. Inoltre, l'area di gap viene evidenziata in giallo e quella di overlap in verde. Da questo grafico si può notare che se $\cos T_0 > \cos T_1$, e avendo scelto fibre adiacenti ai bordi della piastra, si avrà una configurazione di full gap al centro della piastra, come si apprezza in Fig. 2.9 sinistra. Se le fibre fossero adiacenti al centro, ai bordi si troverebbe una soluzione full overlap, come riportato in Fig. 2.9 destra.

Discorso opposto vale quando abbiamo un $\cos T_1 > \cos T_0$, i gap in questo caso sono presenti ai bordi quando le fibre sono adiacenti al centro, e overlap al centro quando sono adiacenti ai bordi, come fin Fig. 2.10

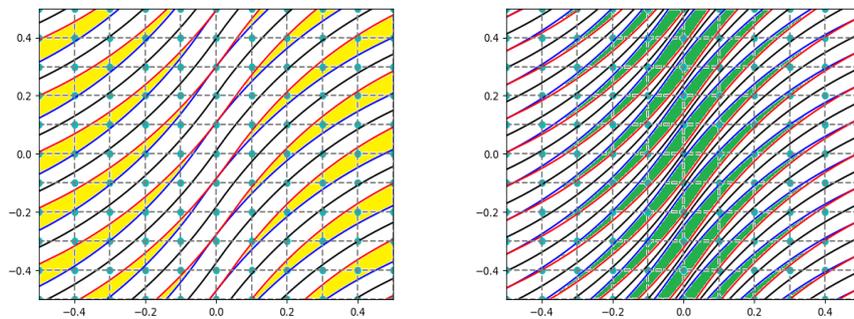


Figura 2.10: Rappresentazione di materiale VAT con orientamento $\langle 60-30 \rangle$, full gap a sinistra e full overlap a destra

Tuttavia l'entità di tali aree è troppo grande e quindi si è reso necessario nel tempo lo svilupparsi di un metodo in grado di poter limitare la creazione di difetti per le AFP. Siccome un singolo course è costituito da un numero fissato di tows, si è proposto in letteratura di sviluppare una strategia che riesca a modificare il numero di tows stampati in modo da non generare difetti.

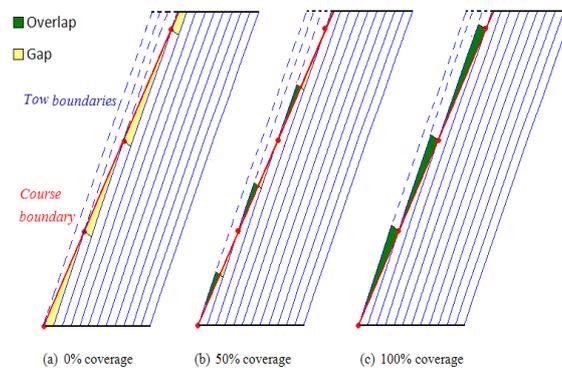


Figura 2.11: Tows Coverage Ref. [17]

Come suggerito dalla Ref. [10], idealmente, una AFP dovrebbe modificare la larghezza del proprio course in modo continuo. Cioè, nel momento in cui durante la stampa il successivo course si sovrappone o non raggiunge il bordo del precedente, può ridurre o aumentare la w_{max} . Nella pratica però non lo si può fare in modo continuo ma solo in maniera discreta, ovvero aggiungendo o rimuovendo tows. Ciò fa sì che, anche se è una strategia messa in atto per ridurre i difetti di Gap e Overlap, rimarranno comunque delle aree triangolari di difetti, come mostrato nella Fig. 2.11. In essa si possono vedere le diverse strategie di correzione dei difetti, la cui entità è dovuta dalla percentuale di sovrapposizione che si accetta in fase di stampa. Con una coverage dello 0%, si avranno solo gap, del 100% solo overlap.

Questo salto discreto ora spiega il motivo per cui si è scelto nei paragrafi precedenti di modellizzare una piastra con 16 tows, poiché se ci fossimo trovati nella situazione in cui, già fossimo partiti con 32, e in completo gap, la macchina non sarebbe stata in grado di stampare un 33-esimo tow in modo da ridurre il difetto, poiché avrebbe ecceduto il limite massimo.

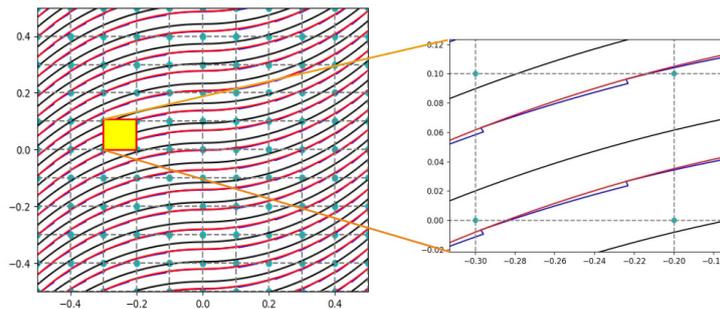


Figura 2.12: Rappresentazione <0-45> Full Gap 0% Coverage

Utilizzando la variazione discreta dei tows otteniamo la figura 2.12, con un 0% di coverage. Discorso analogo si può fare con un 100% di coverage. come illustrato in Fig. 2.13

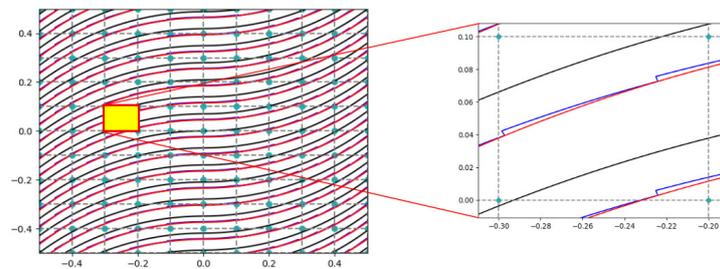


Figura 2.13: Rappresentazione <0-45> Full Overlap 100% Coverage

Questa configurazione, assieme alla prima, è un input importante per le successive

simulazioni, in quanto a partire da uno stesso orientamento, possiamo in realtà generare difetti in posizioni geometriche differenti e di entità differenti, portando a analisi strutturali differenti. La strategia di stampa quindi è intrinsecamente responsabile della qualità dell'oggetto stampato e le applicazioni reali del componente. Optare per una correzione dei difetti fa sì che, oltre alla riduzione in valore assoluto dell'area di essi, si verifichi una omogeneizzazione geometrica, si vanno a distribuire queste piccole aree triangolari lungo tutta la direzione della fibra.

2.4 Defect Layer Methods (DLM)

La posizione spaziale dei difetti nella piastra incide sulla risposta della struttura alle sollecitazioni meccaniche. Ad esempio le frequenze proprie e i carichi di buckling vengono modificati da essi. Per lo studio di queste quantità, nel caso di difetti, si è scelto di utilizzare una modellizzazione a elementi finiti usando il Defect Layer Method (DLM), proposto in Ref. [10].

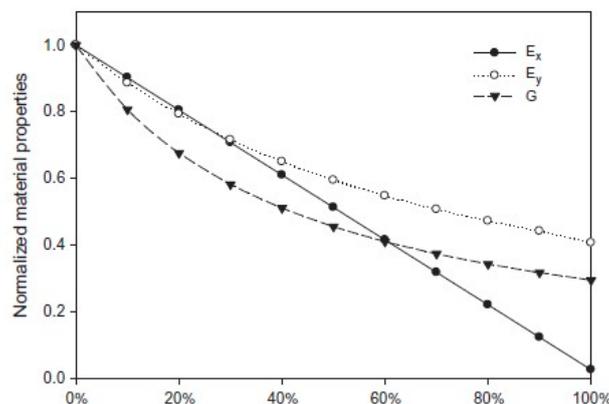


Figura 2.14: Variazione dei moduli elastici e a taglio con la percentuale di difetto tipo gap all'interno del elemento finito. Da Ref.[10].

Nella Ref. [10] si afferma che invece di studiare il materiale ipotizzando ogni elemento finito costituito da composito regolare e da elementi di completo difetto, portando quindi a una mesh talmente fitta da catturare perfettamente i difetti, si adotta una modellizzazione basata sulla area totale di difetto presente nel singolo elemento. L'elemento avrà proprietà modificate in base alla percentuale dei difetti, che è l'unico parametro utilizzato per la modifica. Nella Fig. 2.14 è rappresentata la variazione dei moduli elastici e a taglio a seconda della percentuale di difetto gap all'interno dello elemento. Nel caso di difetti di tipo overlap, non cambiano le caratteristiche ma si modella lo strato aumentandone proporzionalmente lo spessore.

Nel lavoro di tesi svolto si integra la teoria del DLM a una analisi strutturale basata sulla CUF illustrata nel Capitolo [3.1](#) utilizzando elementi finiti high-order. La procedura di accoppiamento tra DLM e CUF è spiegata nel Capitolo [3.2](#).

Capitolo 3

Metodi numerici per la analisi

In questo lavoro di tesi, le simulazioni delle piastre, con e senza difetti, si basano su una formulazione a elementi finiti basata sulla Carrera Unified Formulation (CUF) illustrata e approfondita nella Ref. [18]. Nello specifico, si sono utilizzati elementi 2D nella superficie con delle espansioni lungo lo spessore. In base alle esigenze, che verranno specificate caso per caso, si sono utilizzate espansioni di tipo Lagrange (LE) e Taylor (TE).

3.1 CUF - Carrera unified formulation

3.1.1 Elementi finiti 1D e 2D

L'approccio CUF consente di derivare le matrici/vettori di elementi finiti in termini di nuclei fondamentali, inglobando al suo interno le teorie approssimate a elementi finiti utilizzate precedentemente in letteratura. In questo modo, si possono derivare le equazioni di governo senza nessuna ipotesi ad hoc.

Nell'ambito della CUF, il campo di spostamento è espresso in modi diversi a seconda del modello utilizzato. Tuttavia, in tutti i casi dipende da un'espansione arbitraria F_τ .

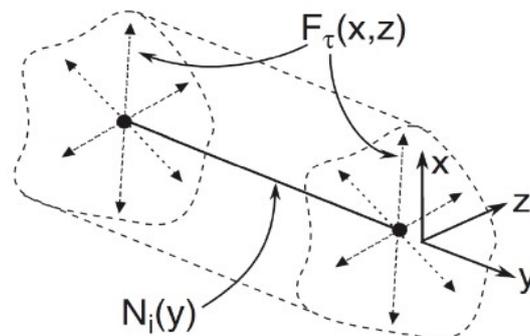


Figura 3.1: Elementi finiti 1D

$$u(x, y, z) = F_\tau(x, z)u_\tau(y) \text{ con } \tau=1\dots M$$

In un modello a elementi finiti unidimensionale, si discretizza il campo di spostamenti u come funzione di una singola variabile (in questo caso lungo y), e si effettuano delle espansioni lungo le altre due (x e z), inglobandole in una funzione F_τ .

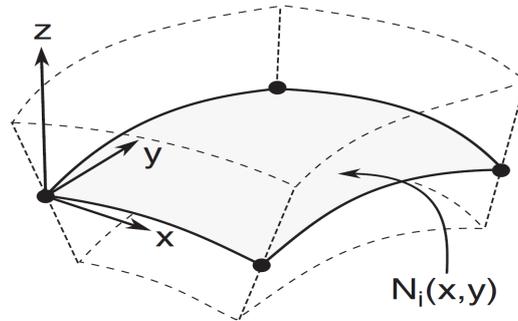


Figura 3.2: Elementi finiti 2D Ref. [?]

$$u(x, y, z) = F_\tau(y)u_\tau(x, y) \text{ con } \tau=1\dots M$$

In un modello a elementi finiti bidimensionale, invece, si discretizza lungo una superficie (x e y) e si espande lungo solo una direzione (nello spessore z).

Il termine τ va da 1 a M in base all'ordine di espansione che si vuole ottenere. Le u_τ che rappresentano il generico spostamento, sono funzioni approssimate, composte da una funzione di forma, e lo spostamento effettivo dei nodi.

$$\begin{aligned} u_\tau(y) &= N_i(y)q_{\tau i} \quad i=1\dots N \text{ nodi dell'elemento } N_{NE} & 1D \\ u_\tau(x, y) &= N_i(x, y)q_{\tau i} \quad i=1\dots N \text{ nodi dell'elemento } N_{NE} & 2D \end{aligned}$$

In generale quindi possiamo affermare che lo spostamento può essere scritto come:

$$\mathbf{u} = \mathbf{F}_\tau \mathbf{N}_i \mathbf{q}_{\tau i}$$

Mentre per la variazione virtuale, attraverso l'indice j e s :

$$\delta \mathbf{u} = \mathbf{F}_s \mathbf{N}_j \delta \mathbf{q}_{sj}$$

L'equazioni di governo si ottengono tramite il Principio dei Lavori Virtuali (PLV). Il PLV stabilisce che la variazione virtuale dell'energia di deformazione interna δL_{int} deve essere uguale al lavoro virtuale delle forze esterne δL_{ext} meno il lavoro virtuale delle forze d'inerzia δL_{ine} .

$$\delta L_{int} = \delta L_{ext} - \delta L_{ine}$$

Per andare ad analizzare la sola relazione sforzo deformazione, ignoriamo per il momento la componente del lavoro degli sforzi di inerzia.

Essendo δ l'operatore che intende una variazione virtuale, L_{int} è il lavoro di deformazione interno del materiale e L_{ext} dato dalle forze esterne applicate. Questi lavori possono essere scritti nella forma:

$$\begin{aligned}\delta L_{int} &= \int_V \delta \boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV \\ \delta L_{ext} &= \delta \mathbf{u}^T \mathbf{P}\end{aligned}$$

Dove $\boldsymbol{\sigma}$ e $\boldsymbol{\epsilon}$ sono gli sforzi e le deformazioni, \mathbf{P} i carichi esterni applicati, \mathbf{u} gli spostamenti. La $\boldsymbol{\epsilon}$ può essere scritta come :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial_x & 0 & 0 \\ 0 & \partial_y & 0 \\ 0 & 0 & \partial_z \\ \partial_z & 0 & \partial_x \\ 0 & \partial_z & \partial_y \\ \partial_y & \partial_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \mathbf{b}\mathbf{u}$$

Relazione che lega le deformazioni come derivate del campo degli spostamenti. Al tempo stesso, dalla legge di Hooke:

$$\boldsymbol{\sigma} = \tilde{\mathbf{C}}\boldsymbol{\epsilon} \quad \text{e} \quad \tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{T}^T \mathbf{C} \mathbf{T}$$

Dove la T è la matrice di rotazione tra il sistema di riferimento globale e del materiale. Possiamo inserire tali relazioni nel PLV e otteniamo:

$$\begin{aligned}\delta L_{int} &= \int_V \delta(\mathbf{b}\mathbf{u})^T \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{b}\mathbf{u} dV = \int_V \delta \mathbf{u}^T \mathbf{b}^T \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{b}\mathbf{u} dV \\ \delta L_{ext} &= \delta \mathbf{u}^T \mathbf{P} = \mathbf{F}_s \mathbf{N}_j \delta \mathbf{q}_{sj}^T \mathbf{P} \\ \delta L_{int} &= \int_V \delta \mathbf{u}^T \mathbf{b}^T \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{b}\mathbf{u} dV = \delta \mathbf{q}_{sj}^T (\int_V \mathbf{F}_s \mathbf{N}_j \mathbf{b}^T \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{b} \mathbf{F}_\tau \mathbf{N}_i dV) \mathbf{q}_{\tau i} = \delta \mathbf{q}_{sj}^T \mathbf{k}^{ij\tau s} \mathbf{q}_{\tau i}\end{aligned}$$

Dove

$$\mathbf{k}^{ij\tau s} = \int_V \mathbf{F}_s \mathbf{N}_j \mathbf{b}^T \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{b} \mathbf{F}_\tau \mathbf{N}_i dV$$

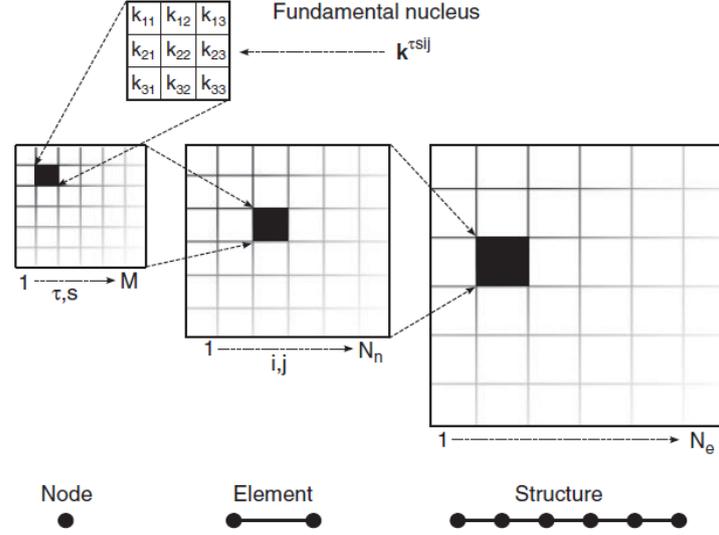


Figura 3.3: Nucleo fondamentale Ref. [18]

$k^{ij\tau s}$ è una matrice 3×3 e è detto nucleo fondamentale. La matrice di rigidezza finale della struttura viene assemblata facendo dei loop di nuclei fondamentali negli indici i, j, τ, s . Dove τ e s si riferiscono alle funzioni F_τ e F_s che approssimano il campo di spostamenti nella espansione, invece i e j alle funzioni di forma N_i e N_j .

Per ulteriori approfondimenti sulle funzioni di forma F_τ e F_s consultare il libro [18].

Allo stesso modo, partendo dalla uguaglianze dei lavori, è possibile analizzare la risposta in frequenza.

$$\delta L_{int} = -\delta L_{ine}$$

Dove il δL_{ine} sta per lavoro delle forze di inerzia, esprimibile come:

$$\delta L_{ine} = \int_l \delta \mathbf{u}_{sj}^T \mathbf{N}_j [\int_\Omega \rho(\mathbf{F}_s \mathbf{I})(\mathbf{F}_\tau \mathbf{I}) d\Omega] \mathbf{N}_i \ddot{\mathbf{u}}_{\tau i} dy$$

Che può essere riscritta come:

$$\delta L_{ine} = \delta \mathbf{u}_{sj}^T \mathbf{m}^{\tau sij} \ddot{\mathbf{u}}_{\tau i}$$

Dove $m^{\tau sij}$ è definita la matrice di massa (ragionamenti analoghi alla matrice di rigidezza precedente) definita:

$$\begin{aligned} m_{xx}^{\tau sij} &= m_{yy}^{\tau sij} = m_{zz}^{\tau sij} = \rho \int_A \mathbf{F}_\tau \mathbf{F}_s dx dz \int_l \mathbf{N}_i \mathbf{N}_j dy \\ m_{xy}^{\tau sij} &= m_{xz}^{\tau sij} = m_{yz}^{\tau sij} = m_{zx}^{\tau sij} = m_{zy}^{\tau sij} = 0 \end{aligned}$$

Utilizzando quindi il formulismo degli elementi finiti, si traduce nello scrivere:

$$\delta L_{ine} = \delta \mathbf{U}^T \mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}}$$

Riscrivendo l'equilibrio dei lavori otteniamo:

$$\begin{aligned}\delta L_{ine} + \delta L_{int} &= 0 \\ \delta \mathbf{U}^T \mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}} + \delta \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K} \mathbf{U} &= \mathbf{0}\end{aligned}$$

Introducendo soluzioni armoniche, è possibile calcolare le frequenze naturali (ω_i) risolvendo un problema agli autovalori:

$$-\omega_i^2 \mathbf{M} + \mathbf{K} = \mathbf{0}$$

Una generica equazione differenziale per il calcolo vibrazionale, nel caso dinamico, è definita invece come :

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{A}} + \mathbf{K} \mathbf{A} = \mathbf{P}$$

Dove A è il vettore delle incognite nodali e P è il vettore dei carichi. Rispetto al caso statico entra in gioco il termine forzante. Tale equazione però ha soluzione numerica e non analitica.

Per quanto riguarda lo studio del carico di buckling, come ampiamente descritto nel documento [19], si impone la condizione:

$$|\mathbf{K}_T| = \mathbf{0}$$

Dove $|k_T|$ è la matrice tangente della struttura ottenibile tramite il PLV:

$$\delta^2(L_{int}) = \int_V \delta(\delta \boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\sigma}) dV = \int_V [\delta(\delta \boldsymbol{\epsilon}^T) \boldsymbol{\sigma} + \delta \boldsymbol{\epsilon}^T \delta \boldsymbol{\sigma}] dV$$

Che con la formulazione a elementi finiti diventa:

$$\delta^2(L_{int}) = \delta \mathbf{u}_{sj}^T \mathbf{K}_T^{ijrs} \delta \mathbf{u}_{ri}$$

Questa equazione può essere scritta per il caso del problema di instabilità linearizzato come:

$$\delta^2(L_{int}) \approx \delta \mathbf{u}_{sj}^T (\mathbf{K}^{ijrs} + \mathbf{K}_\sigma^{ijrs}) \delta \mathbf{u}_{ri}$$

Infine, poiché l'ipotesi lineare si suppone che K_σ sia proporzionale a λ_{cr} , che è la soluzione del problema degli autovalori ed è proporzionale al carico applicato nel caso di instabilità linearizzata. Pertanto, l'equazione può essere riscritta come segue

$$|\mathbf{K} + \lambda_c \mathbf{K}_\sigma| = \mathbf{0}$$

Dove K è la matrice di rigidezza e K_σ matrice geometrica, λ_c il carico di buckling da calcolare.

Ulteriori informazioni sulla definizione della matrice di rigidezza e di massa e sulla procedura per ottenere la matrice di rigidezza e di massa globale sono disponibili nella Ref. [18].

3.1.2 Espansioni: Polinomi Taylor e Lagrange

Avendo definito nel capitolo 3.1 i passi fondamentali della CUF, ci manca di andare a definire più nel dettaglio quali sono le funzioni di forma usate nelle analisi successive.

La caratteristica principale della CUF è quella di poter scegliere arbitrariamente il numero dei termini delle espansioni utilizzate, tuttavia, andrebbe fatta una analisi di convergenza per non eccedere negli ordini se non necessario, portando analisi onerose.

Come abbiamo scritto nel capitolo precedente, uno generico spostamento può essere scritto come una combinazione dello spostamento nodale, di una funzione di forma e di una espansione:

$$\mathbf{u} = \mathbf{F}_\tau \mathbf{u}_\tau$$

Espansioni Taylor

Nel caso di espansioni date da polinomi di Taylor, dobbiamo fare una breve distinzione a seconda del modello agli elementi finiti usato.

- Modello 1D

Come abbiamo detto nel capitolo precedente, si sceglie di discretizzare il campo di spostamento nodale lungo due direzioni, e si espande nella terza. Per esempio possiamo discretizzare in y e espandere in x e z , vedendo le funzioni F_τ e F_s assumere valori dati dalla espansione in serie di McLaurin che usa due polinomi $x^i z^j$. Per una espansione del secondo ordine otteniamo:

$$\begin{aligned} u_x(x, y, z) &= u_{x1}(y) + xu_{x2}(y) + zu_{x3}(y) + x^2u_{x4}(y) + xzu_{x5}(y) + x^2u_{x6}(y) \\ u_y(x, y, z) &= u_{y1}(y) + xu_{y2}(y) + zu_{y3}(y) + x^2u_{y4}(y) + xzu_{y5}(y) + x^2u_{y6}(y) \\ u_z(x, y, z) &= u_{z1}(y) + xu_{z2}(y) + zu_{z3}(y) + x^2u_{z4}(y) + xzu_{z5}(y) + x^2u_{z6}(y) \end{aligned}$$

- Modello 2D

Nel caso di un modello bidimensionale, lo spostamento è definito in x e y e espansioni in z con una espansione in serie di polinomi z^i :

$$\begin{aligned} u_x(x, y, z) &= u_{x1}(x, y) + zu_{x2}(x, y) + z^2u_{x3}(x, y) \\ u_y(x, y, z) &= u_{y1}(x, y) + zu_{y2}(x, y) + z^2u_{y3}(x, y) \\ u_z(x, y, z) &= u_{z1}(x, y) + zu_{z2}(x, y) + z^2u_{z3}(x, y) \end{aligned}$$

L'espansione di Taylor è solitamente correlata al metodo del singolo strato equivalente (ESL), ovvero alla teoria in cui una piastra o un guscio laminato eterogeneo viene trattato come un singolo strato staticamente equivalente, riducendo così il problema 3D a uno 2D. Le teorie ESL forniscono una descrizione sufficientemente accurata del laminato globale. I principali vantaggi dei modelli ESL sono la loro semplicità e il basso costo

computazionale dovuto al numero relativamente ridotto di variabili da risolvere. Tuttavia, i modelli ESL sono spesso inadeguati per determinare il campo di sollecitazione tridimensionale a livello di risposta dei singoli strati.

Espansioni Lagrange

Come l'espansione di Taylor, i modelli di Lagrange, LE, utilizzano le espansioni di Lagrange come F_τ e F_s per espandere la soluzione dal nodo della trave alla sezione trasversale per un modello 1D e dal nodo della piastra allo spessore per un modello 2D.

- Modello 1D

I polinomi di Lagrange sono generalmente usati in termini di coordinate normalizzate. Il più semplice polinomio quadrilatero di Lagrange è il quattro-punti (L4), dove α e β sono coordinate adimensionate, con α_τ e β_τ gli spostamenti nodali, ottenendo :

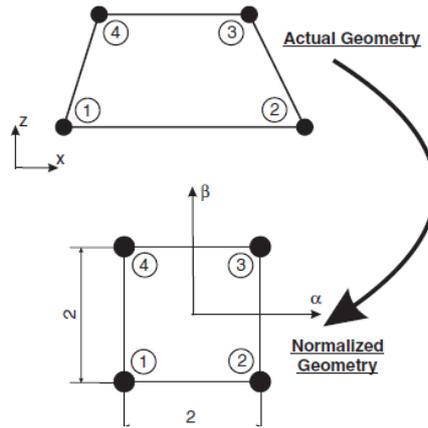


Figura 3.4: L4 Lagrange Ref. [18]

$$F_\tau = \frac{1}{4}(1 + \alpha\alpha_\tau)(1 + \beta\beta_\tau) \quad \tau = 1.2.3.4$$

Dopo di che, il campo di spostamenti diventa:

$$\begin{aligned} u_x(x, y, z) &= F_1(x, z)u_{x1}(y) + F_2(x, z)u_{x2}(y) + F_3(x, z)u_{x3}(y) + F_4(x, z)u_{x4}(y) \\ u_y(x, y, z) &= F_1(x, z)u_{y1}(y) + F_2(x, z)u_{y2}(y) + F_3(x, z)u_{y3}(y) + F_4(x, z)u_{y4}(y) \\ u_z(x, y, z) &= F_1(x, z)u_{z1}(y) + F_2(x, z)u_{z2}(y) + F_3(x, z)u_{z3}(y) + F_4(x, z)u_{z4}(y) \end{aligned}$$

Nel caso invece di una L9, aumentando il numero dei termini otteniamo:

$$\begin{aligned} F_\tau &= \frac{1}{4}(\alpha^2 + \alpha\alpha_\tau)(\beta^2 + \beta\beta_\tau) \quad \tau = 1.3.5.7 \\ F_\tau &= \frac{1}{2}\beta_\tau^2(\beta^2 + \beta\beta_\tau)(1 - \alpha^2) + \frac{1}{2}\alpha_\tau^2(\alpha^2 + \alpha\alpha_\tau)(1 - \beta^2) \quad \tau = 2.4.6.8 \\ F_\tau &= (1 - \alpha^2)(1 - \beta^2) \quad \tau = 9 \end{aligned}$$

Per una generica geometria si possono sviluppare molteplici tipi di polinomi di Lagrange:

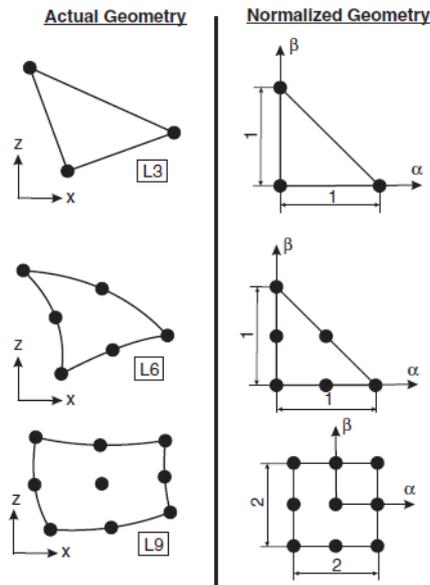


Figura 3.5: Generico Elemento di Lagrange Ref. [18]

- Modello 2D

Si considerano due funzioni di espansione, una per la superficie superiore F_t e una per la superficie inferiore F_b :

$$F_t = \frac{1+\zeta}{2}$$

$$F_b = \frac{1-\zeta}{2}$$

Con il polinomio di lagrange in coordinate adimensionate con ζ . Il campo di spostamenti diventa:

$$u_x(x, y, z) = F_t(z)u_{xt}(x, y) + F_b(z)u_{xb}(x, y)$$

$$u_y(x, y, z) = F_t(z)u_{yt}(x, y) + F_b(z)u_{yb}(x, y)$$

$$u_z(x, y, z) = F_t(z)u_{zt}(x, y) + F_b(z)u_{zb}(x, y)$$

A differenza delle teorie ESL, le teorie Layerwise (LW) assumono espansioni separate del campo di spostamento all'interno di ogni strato di materiale, fornendo così una rappresentazione cinematicamente corretta del campo di deformazione in laminati a strati discreti e consentendo una determinazione accurata delle sollecitazioni a livello di strato.

3.2 Applicazione numerica alle simulazioni

Illustrati nei capitoli precedenti i principi costituenti la definizione, categorizzazione, e modellizzazione dei compositi VAT e le basi numeriche sulla analisi a elementi finiti, si possono unire questi concetti per simulare un generico comportamento di una struttura.

In assenza di difetti, sono richiesti i valori di ϕ , T_0 , T_1 e d , le caratteristiche del materiale, si crea una piastra di dimensione data dai nodi presenti dalla struttura, si modella, si espande, e si studia in base alla analisi scelta (buckling, risposta statica in frequenza, dinamica...) e alle condizioni al contorno imposte, e si dà tutto al solutore.

In presenza di difetti si integra la teoria del DLM vista nel cap. 2.4. E' quindi possibile riuscire a stimare, in ogni elemento finito, come cambiano le proprietà meccaniche in base alla percentuale di difetto del singolo elemento. Avendo tali valori, ogni elemento viene considerato come un materiale a se stante. In sostanza, l'intera piastra viene fittiziamente considerata come multi-materiale. La differenza sostanziale rispetto alle analisi presenti in letteratura dove la mesh di elementi finiti è talmente fitta da dover centrare perfettamente l'area dei difetti, è che utilizzando modelli high-order si possono mantenere elementi più grandi, andando a aumentare l'ordine delle espansioni usate nel modello, senza penalizzare l'accuratezza del risultato.

Siccome un materiale VAT è composto da pre-preg e resina, nei gap verosimilmente si andrà a posizionare quest'ultima, cambiando la densità locale. Questo cambiamento è dato dalla regola della miscela:

$$\rho_{elemento} = (1 - A_{gap})\rho_{pre-preg} + A_{gap}\rho_{resina}$$

Dove A_{gap} è l'area percentuale di difetto presente negli elementi finiti bidimensionali utilizzati.

Avendo tali informazioni ci è possibile usarle in input per le simulazioni (vedi capitolo 4.1.2).

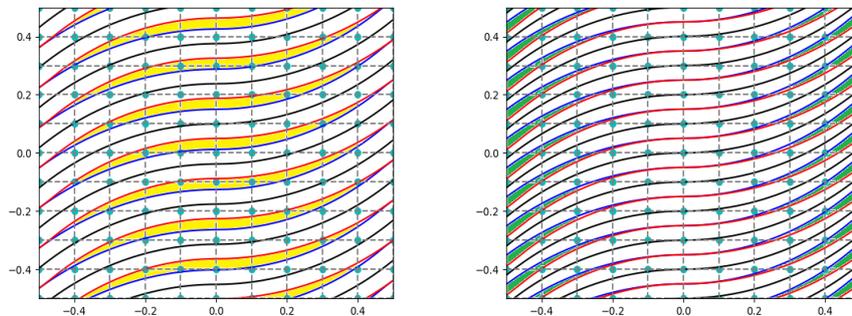


Figura 3.6: Sinistra $\langle 0-45 \rangle$ Full Gap , Destra $\langle 0-45 \rangle$ Full Overlap

Per spiegare l'accoppiamento del DLM ai modelli CUF, si mostra un caso di laminazione $\langle T_0, T_1 \rangle = \langle 0.45 \rangle$, dove si è seguito un approccio Full Gap e uno Full

Overlap, come si può vedere nella Fig. 3.6. Nel lavoro di tesi svolto, la suddivisione della piastra è coincidente con il numero di elementi finiti che si useranno nelle simulazioni. Di preciso, nella Fig. 3.6, un totale di 100 elementi sono stati considerati, numero estremamente minore rispetto alla Ref. [10] dove si considerano un numero di elementi per la analisi FE pari a 10240.

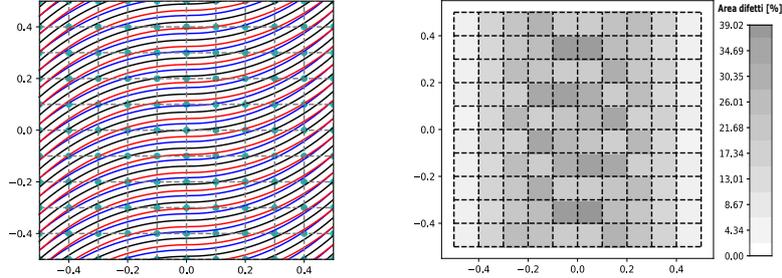


Figura 3.7: Confronto Difetti e DLM - Gap

In presenza di difetti di tipo gap, si stima la variazione delle caratteristiche in percentuale dei difetti come visto nella Fig. 2.14 presente nel cap.2.4. Nella Fig. 3.7 abbiamo messo in evidenza la piastra modellizzata e la distribuzione e entità dei difetti nelle celle identificate. Si definisce matrice di riempimento la matrice che contiene i valori delle aree dei difetti presenti negli elementi dello strato.

Questa modellizzazione ci permette di studiare il caso di un materiale VAT in presenza di Gap con una teoria LW, basata sulle espansioni dei polinomi di Lagrange. Ogni elemento, che è coincidente con le celle usate per il calcolo della matrice di riempimento, è penalizzato in funzione del DLM, ma mantiene inalterate le proprie caratteristiche geometriche.

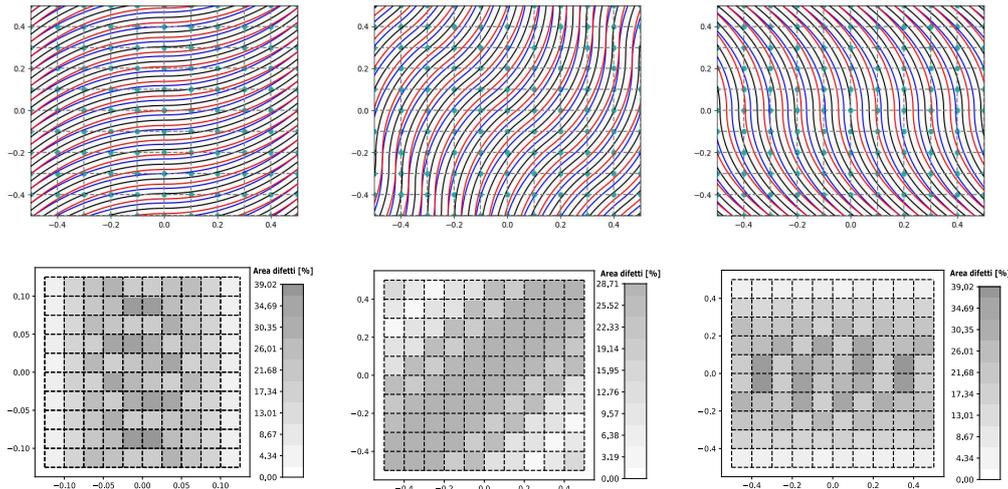


Figura 3.8: No correzione gap - LAM1 $N_{tows} = 16$ - Variazione ϕ 0-45-90

In presenza di ϕ i difetti si vanno a distribuire seguendo la rotazione anti-oraria, come mostrato in figura 3.8, la cui posizione è relativa alla strategia di stampa adottata e agli orientamenti. Tra 0° e 90° troviamo la stessa area di difetti ma ruotata.

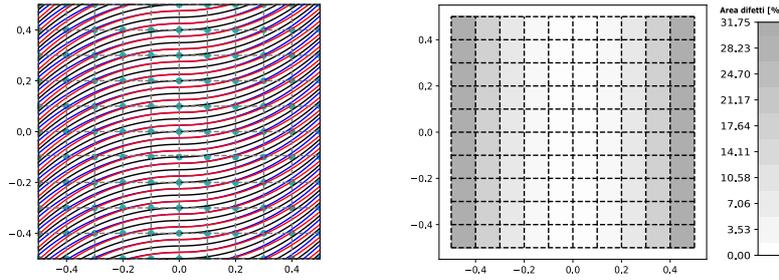


Figura 3.9: Confronto Difetti e DLM - Overlap

In presenza di difetti di tipo overlap, gli elementi usati hanno un incremento locale di spessore in base alla percentuale di difetti, le caratteristiche meccaniche rimangono invariate, tuttavia, questo porta a complicare la costruzione del modello.

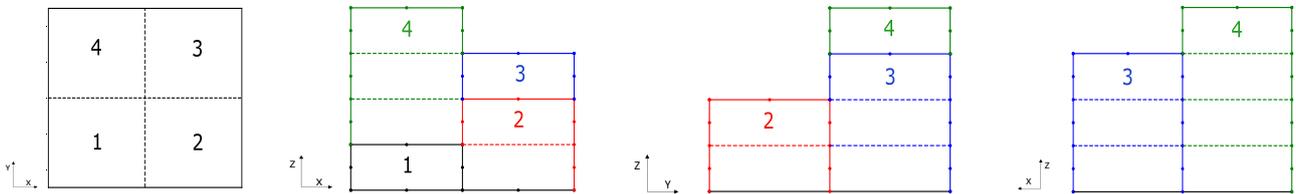


Figura 3.10: Schema variazione spessore in una piastra a 4 elementi finiti

Come mostrato in Fig. 3.10, uno strato esempio composto da quattro elementi, ognuno di esso è costituito da uno spessore dettato dalla area totale di overlap presente nella cella. Utilizzando un modello LW si dovrebbe modellizzare prima lo spessore più basso (elemento 1), aggiungere un elemento di appoggio, che permette di garantire la continuità dello spessore dei diversi course a livello di modello numerico per raggiungere lo spessore di lunghezza successivo (elemento 2) aumentando quindi i nodi da utilizzare, il tutto fino al raggiungimento del massimo presente nello strato (elemento 4). Questa procedura però porta a perdere il vantaggio computazionale che si ha utilizzando modelli high-order basati sulla CUF, in quanto ne complica e ne rende più oneroso il calcolo, essendo gli aumenti di spessori non lineare o proporzionali ma basati sulla percentuale di difetto. Perciò, nel caso overlap, si è scelto di utilizzare una teoria ESL basata sui polinomi di Taylor, dove questi incrementi di spessori vengono compattati in un unico strato equivalente.

Nel lavoro svolto, si è scelto di aumentare lo spessore proporzionalmente all'area di Overlap che si andrà a trovare nella cella, fissando un tetto massimo all'aumento dello spessore del 95%, dovuto al compattamento in autoclave, come stabilito nella Ref. [9] seguendo la relazione:

$$h_{overlap} = h_0(1 + A_{overlap})0.95$$

Dove h_0 è lo spessore nominale dello strato, il termine 0.95 intende che l'aumento dello spessore in caso di overlap del 100% viene ristretto a un aumento massimo del 95%, $A_{overlap}$ l'area effettiva di difetto nell' elemento che si sta analizzando.

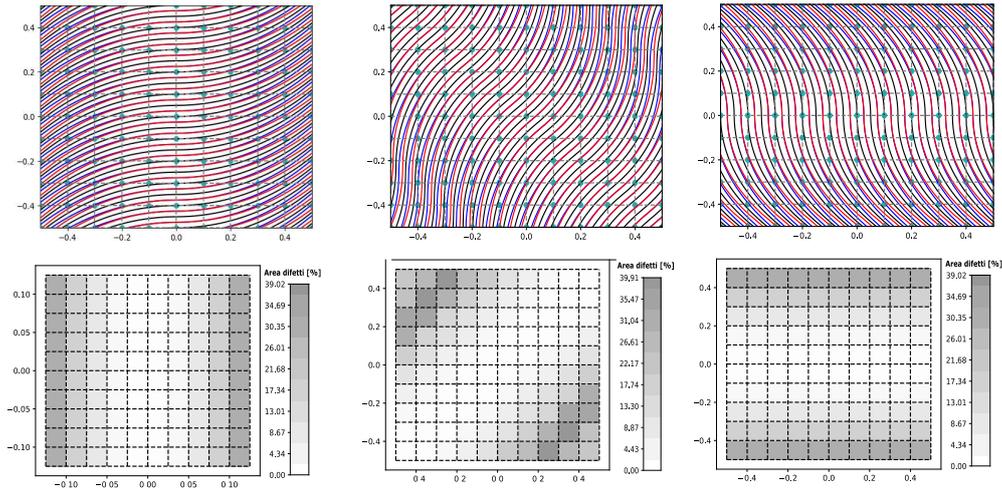


Figura 3.11: No correzione overlap - LAM1 $N_{tows} = 16$ - Variazione ϕ 0-45-90

In presenza di ϕ i difetti si vanno a distribuire seguendo la rotazione anti-oraria, come mostrato in Fig. 3.11, la cui posizione è relativa alla strategia di stampa adottata e agli orientamenti. Tra 0° e 90° troviamo la stessa area di difetti ma ruotata.

Andiamo ora a descrivere la strategia operativa nella elaborazione delle simulazioni.

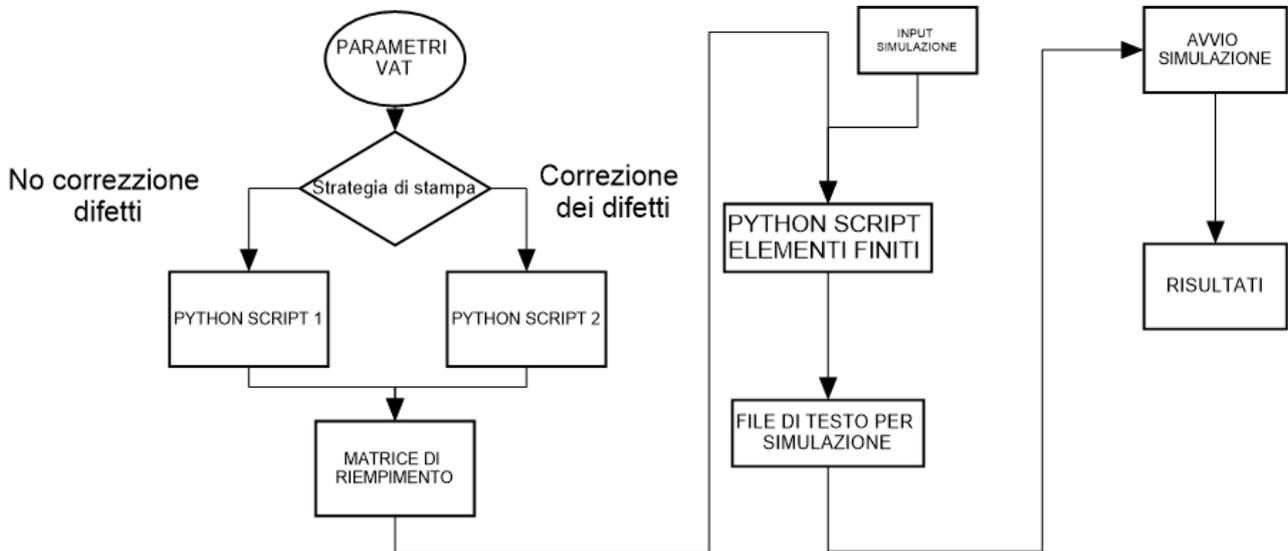


Figura 3.12: Diagramma di Flusso

Nella Fig. 3.12 è rappresentato il percorso logico della creazione del modello, fino alla analisi in presenza di difetti.

- Parametri VAT

In questo blocco si decidono i valori del materiale VAT, ovvero ϕ , T_0 , T_1 , d , a e h e z della piastra, il numero di celle $N_x \cdot N_y$ necessario per la analisi a elementi finiti, infine il numero di tows presenti nel singolo course. Si sceglie inoltre se le fibre

adiacenti saranno tangenti al centro, oppure ai bordi della piastra (vedi Capitolo 2.3).

- Strategia di Stampa
Blocco di condizione per cui si sceglie se effettuare una correzione dei difetti come definita nel capitolo 2.3 oppure no, portando a gap e overlap di entità differente.
- Python Script 1
In questo blocco è scritto il codice python usato dall'autore nella realizzazione dell'intero modello del materiale VAT in presenza di difetti senza effettuare nessuna correzione, come presente nelle Fig. 2.9 e 2.10.
- Python Script 2
In questo blocco è scritto il codice python usato dall'autore nella realizzazione dell'intero modello del materiale VAT in presenza di difetti effettuando la correzione vista nel capitolo 2.3 e rappresentate nelle Fig. 2.12 e 2.13.
- Matrice di riempimento
Primo output necessario per la analisi, preso il modello e il numero di celle e quindi di elementi finiti bidimensionali scelti, ogni cella è caratterizzata da una percentuale di Gap e/o Overlap, tale valore viene raccolto in una matrice $N_x \cdot N_y$.
- Input Simulazione
Assieme alla matrice di riempimento fornisce gli input per la generazione dei file di testo che servono per il codice del MUL2. In esso sono presenti E_1 E_2 E_3, ν_{12} ν_{13} ν_{23} , G_{12} G_{13} G_{23} e $\rho_{materiale}$, i polinomi usati per l'espansione se di tipo Lagrange o Taylor, le espansioni di che tipo. Vengono scelte in questa fase le condizioni al contorno e il tipo di analisi da eseguire.
- Python Script Elementi Finiti
Preso la matrice di riempimento e gli input simulazione, si generano i file di testo necessari. Il numero di nodi, le celle, l'ordine delle celle, la classe di espansioni, i polinomi interpolanti, le densità delle celle data dal DLM entrano nei file di output.
- File di Testo per Simulazione
Output della fase di elaborazione.
- Avvio Simulazione
Avvio del software
- Risultati
File di testo contenenti i risultati della analisi.

Capitolo 4

Risultati

4.1 Analisi Modale

4.1.1 Studio convergenza elementi finiti

Per verificare che i software utilizzati portino a risultati accurati, si è scelto in una prima fase di verificarne tale funzionamento con dei casi presi dalla letteratura, precisamente dalla Ref. [15]. Sono state analizzate le prime nove frequenze naturali per delle piastre a tre strati con due differenti tipi di sequenze di laminazione, $[\langle 0.45 \rangle, \langle -45, -60 \rangle, \langle 0.45 \rangle]$, $[\langle 30.0 \rangle, \langle 45.90 \rangle, \langle 30.0 \rangle]$, che per semplicità le chiameremo rispettivamente LAM1 e LAM2, ognuna con due differenti rapporti spessore lunghezza (h/a pari a 0.01 e 0.1), con condizioni al contorno di semplice appoggio e incastrato su tutti i lati.

In primo luogo, abbiamo realizzato una analisi di convergenza variando il numero di elementi finiti. Gli elementi finiti scelti sono degli elementi 2D di ordine quadratico, conformati da nove nodi ognuno. Una espansione LE di secondo ordine (LE2) è stata considerata per l'analisi di convergenza. I risultati si mostrano nelle tabelle 4.1 a 4.9.

In secondo luogo, abbiamo realizzato una analisi di convergenza al variare delle espansioni di Lagrange per un modello LW, analizzando una LE1, LE2, LE3 a fissato numero di elementi, $N_e = 100$. I risultati sono presenti dalla tabella 4.10 alla 4.16.

Dopo di che, abbiamo analizzato al variare del modello fisico, ovvero al variare delle espansioni di Taylor usate per un modello ESL, nello specifico le espansioni TE1, TE2, TE3, TE4 nelle tabelle dalla 4.17 alla 4.20.

Si sono analizzati gli orientamenti LAM1 e LAM2 per avere una popolazione sufficientemente completa di casi da analizzare.

N° Freq. [Hz]	Ref. [15]	LE2 $N_e = 36$	LE2 $N_e = 100$	LE2 $N_e = 400$
1	92.26	100.59	94.44	92.50
2	130.82	147.28	135.36	131.41
3	195.19	238.26	206.40	196.81
4	237.86	275.59	247.05	238.79
5	274.99	322.88	287.67	276.37
6	282.67	382.83	307.89	286.32
7	340.10	423.15	361.65	342.52
8	389.10	561.16	433.83	395.43
9	431.02	578.37	476.35	436.45

Tabella 4.1: Piastra incastrata - LAM1 -Variazione Numero elementi finiti - $h/a = 0.01$

N° Freq. [Hz]	Ref. [15]	LE2 $N_e = 36$	LE2 $N_e = 100$	LE2 $N_e = 400$
1	614.11	614.70	609.79	608.41
2	909.55	915.76	903.63	900.75
3	1233.02	1230.15	1216.04	1212.39
4	1338.63	1361.26	1328.41	1321.46
5	1485.64	1491.79	1469.33	1464.25
6	1798.60	1817.01	1774.84	1765.33
7	1932.28	1966.99	1931.36	1923.29
8	1965.59	2024.96	1930.15	1913.33
9	2152.26	2150.31	2113.88	2105.55

Tabella 4.2: Piastra incastrata - LAM1 -Variazione Numero elementi finiti - $h/a = 0.1$

N° Freq. [Hz] [Hz]	Ref. [15]	LE2 $N_e = 36$	LE2 $N_e = 100$	LE2 $N_e = 400$
1	106.24	111.32	107.32	106.29
2	137.41	153.96	141.46	137.89
3	196.60	249.63	209.31	198.25
4	270.87	299.32	279.99	272.57
5	282.73	342.31	305.59	284.68
6	302.94	389.84	311.99	303.66
7	361.44	462.32	384.83	363.87
8	367.94	558.18	411.77	372.96
9	458.53	599.09	517.33	464.43

Tabella 4.3: Piastra incastrata - LAM2 -Variazione Numero elementi finiti - $h/a = 0.01$

N° Freq. [Hz]	Ref. [15]	LE2 $N_e = 36$	LE2 $N_e = 100$	LE2 $N_e = 400$
1	660.01	653.12	651.04	650.52
2	907.04	911.16	900.35	897.987807
3	1300.44	1279.29	1274.15	1273.10897
4	1308.05	1323.99	1293.67	1287.59452
5	1522.65	1516.19	1496.41	1492.55021
6	1720.59	1747.99	1705.57	1697.04129
7	1945.30	1973.60	1935.86	1920.45715
8	2025.53	2020.73	1956.75	1953.85657
9	2158.06	2157.05	2126.40	2121.12874

Tabella 4.4: Piastra incastrata - LAM2 -Variazione Numero elementi finiti - $h/a = 0.1$

N° Freq. [Hz]	Ref. [15]	LE2 $N_e = 36$	LE2 $N_e = 100$	LE2 $N_e = 400$
1	57.08	57.72	56.51	55.91
2	93.93	96.45	93.63	92.42
3	152.92	163.74	155.03	151.95
4	171.21	176.82	171.54	169.71
5	211.45	221.79	211.81	208.16
6	234.82	266.49	241.39	233.11
7	274.95	298.82	278.57	271.61
8	340.31	378.92	346.37	331.46
9	360.27	400.27	364.36	354.59

Tabella 4.5: Piastra appoggiata - LAM1 -Variazione Numero elementi finiti - $h/a = 0.01$

N° Freq. [Hz]	Ref. [15]	LE2 $N_e = 36$	LE2 $N_e = 100$	LE2 $N_e = 400$
1	467.30	434.25	432.12	430.20
2	746.54	697.50	692.01	688.49
3	1114.80	1070.16	1061.63	1053.29
4	1166.28	1127.29	1109.47	1102.04
5	1349.01	1289.35	1276.17	1265.88
6	1663.82	1600.30	1571.11	1556.22
7	1736.78	1748.84	1697.76	1612.54
8	1855.62	1796.73	1773.34	1682.38
9	2040.27	1857.79	1716.78	1755.68

Tabella 4.6: Piastra appoggiata - LAM1 -Variazione Numero elementi finiti - $h/a = 0.1$

N° Freq. [Hz]	Ref. [15]	LE2 $N_e = 36$	LE2 $N_e = 100$	LE2 $N_e = 100$
1	49.17	49.85	49.25	49.07
2	80.22	83.58	81.00	80.13
3	134.64	148.50	138.30	134.87
4	180.14	185.99	181.26	179.93
5	203.80	219.28	210.27	204.22
6	208.18	235.24	211.97	207.63
7	270.96	307.20	279.40	270.45
8	280.09	341.57	294.55	279.77
9	372.93	415.83	389.71	366.09

Tabella 4.7: Piastra appoggiata - LAM2 -Variazione Numero elementi finiti - $h/a = 0.01$

N° Freq. [Hz]	Ref. [15]	LE2 $N_e = 36$	LE2 $N_e = 100$	LE2 $N_e = 100$
1	417.26	408.53	406.95	405.43
2	672.89	658.52	653.64	650.65
3	1067.53	1061.61	1045.31	1038.46
4	1133.96	1116.68	1108.59	1100.14
5	1334.95	1306.58	1292.68	1282.61
6	1483.62	1480.76	1452.13	1439.38
7	1764.25	1710.01	1618.59	1544.92
8	1872.93	1769.96	1718.67	1701.52
9	1935.37	1849.31	1821.76	1872.45

Tabella 4.8: Piastra appoggiata - LAM2 -Variazione Numero elementi finiti - $h/a = 0.1$

N° Freq. [Hz]	Ref. [15]	LE1 $N_e = 100$	LE2 $N_e = 100$	LE3 $N_e = 100$
1	92.26	94.49	94.44	94.43
2	130.82	135.45	135.36	135.34
3	195.19	206.57	206.40	206.36
4	237.86	247.21	247.05	247.04
5	274.99	287.87	287.67	287.64
6	282.67	308.17	307.89	307.79
7	340.10	361.938	361.64	361.58
8	389.10	434.24	433.83	433.66
9	431.02	476.78	476.35	476.24

Tabella 4.9: Piastra incastrata - LAM1 -Variazione Espansioni - $h/a = 0.01$

N° Freq. [Hz]	Ref. [15]	LE1 $N_e = 100$	LE2 $N_e = 100$	LE3 $N_e = 100$
1	614.11	612.71	609.79	608.48
2	909.55	907.06	903.63	900.34
3	1233.02	1223.27	1216.04	1212.98
4	1338.63	1333.01	1328.41	1321.60
5	1485.64	1476.92	1469.33	1464.66
6	1798.60	1781.69	1774.84	1764.06
7	1932.28	1943.78	1931.36	1922.65
8	1965.59	1938.15	1930.15	1925.19
9	2152.26	2126.46	2113.88	2105.67

Tabella 4.10: Piastra incastrata - LAM1 -Variazione Espansioni - $h/a = 0.1$

N° Freq. [Hz]	Ref. [15]	LE1 $N_e = 100$	LE2 $N_e = 100$	LE3 $N_e = 100$
1	106.24	107.37	107.32	107.32
2	137.41	141.57	141.46	141.45
3	196.60	209.50	209.31	209.26
4	270.87	280.18	279.99	279.98
5	282.73	305.90	305.59	305.52
6	302.94	312.22	311.99	311.96
7	361.44	385.16	384.83	384.74
8	367.94	412.22	411.77	411.66
9	458.53	517.83	517.33	517.15

Tabella 4.11: Piastra incastrata - LAM2 -Variazione Espansioni - $h/a = 0.01$

N° Freq. [Hz]	Ref. [15]	LE1 $N_e = 100$	LE2 $N_e = 100$	LE3 $N_e = 100$
1	660.01	654.60	651.04	649.91
2	907.04	904.03	900.35	898.10
3	1300.44	1282.28	1274.16	1270.70
4	1308.05	1298.59	1293.67	1289.96
5	1522.65	1504.00	1496.41	1491.34
6	1720.59	1712.67	1705.58	1700.31
7	1945.30	1943.50	1935.87	1928.18
8	2025.53	1969.54	1956.76	1949.89
9	2158.06	2138.63	2126.40	2130.01

Tabella 4.12: Piastra incastrata - LAM2 -Variazione Espansioni - $h/a = 0.1$

N° Freq. [Hz]	Ref. [15]	LE1 $N_e = 100$	LE2 $N_e = 100$	LE3 $N_e = 100$
1	57.08	56.54	56.51	56.50
2	93.93	93.71	93.64	93.62
3	152.92	155.17	155.03	154.99
4	171.21	171.62	171.54	171.52
5	211.45	211.96	211.81	211.77
6	234.82	241.63	241.39	241.32
7	274.95	278.81	278.57	278.50
8	340.31	346.70	346.37	346.24
9	360.256	364.63	364.36	364.31

Tabella 4.13: Piastra appoggiata - LAM1 -Variazione Espansioni - $h/a = 0.01$

N° Freq. [Hz]	Ref. [15]	LE1 $N_e = 100$	LE2 $N_e = 100$	LE3 $N_e = 100$
1	467.31	431.91	432.13	429.63
2	746.54	691.34	692.01	686.85
3	1114.80	1060.18	1061.63	1051.63
4	1166.28	1107.68	1109.47	1098.96
5	1349.01	1273.80	1276.17	1262.98
6	1663.82	1565.64	1571.11	1527.51
7	1736.78	1565.68	1697.76	1549.81
8	1855.62	1696.47	1773.34	1682.65
9	2040.27	1770.82	1716.79	1753.12

Tabella 4.14: Piastra appoggiata - LAM1 -Variazione Espansioni - $h/a = 0.1$

N° Freq. [Hz]	Ref. [15]	LE1 $N_e = 100$	LE2 $N_e = 100$	LE3 $N_e = 100$
1	49.17	49.27	49.25	49.25
2	80.22	81.06	81.00	80.99
3	134.64	138.43	138.30	138.28
4	180.14	181.33	181.26	181.25
5	203.80	210.39	210.27	210.25
6	208.18	212.18	211.97	211.92
7	270.96	279.63	279.40	279.33
8	280.09	294.86	294.55	294.47
9	372.93	390.00	389.71	389.65

Tabella 4.15: Piastra appoggiata - LAM2 -Variazione Espansioni - $h/a = 0.01$

N° Freq. [Hz]	Ref. [15]	LE1 $N_e = 100$	LE2 $N_e = 100$	LE3 $N_e = 100$
1	417.26	406.84	406.95	405.20
2	672.89	653.11	653.64	650.07
3	1067.53	1043.91	1045.31	1037.81
4	1133.96	1107.25	1108.59	1098.17
5	1334.95	1290.51	1292.68	1280.20
6	1483.62	1448.96	1452.13	1438.92
7	1764.25	1502.34	1618.59	1462.06
8	1872.93	1715.17	1718.67	1701.15
9	1935.37	1815.57	1821.76	1797.16

Tabella 4.16: Piastra appoggiata - LAM2 -Variazione Espansioni - $h/a = 0.1$

N° Freq. [Hz]	Ref. [15]	TE1 $N_e = 100$	TE2 $N_e = 100$	TE3 $N_e = 100$	TE4 $N_e = 100$
1	92.26	95.41	94.62	94.45	94.45
2	130.82	137.75	135.63	135.38	135.38
3	195.19	211.20	206.92	206.46	206.46
4	237.86	249.26	247.87	247.06	247.06
5	274.99	291.19	288.65	287.69	287.69
6	282.67	315.73	308.84	308.01	308.01
7	340.09	367.89	362.96	361.72	361.72
8	389.10	444.19	435.59	434.04	434.04
9	431.02	484.85	478.31	476.48	476.48

Tabella 4.17: Piastra incastrata - LAM1 -Variazione Modello fisico - $h/a = 0.01$

N° Freq. [Hz]	Ref. [15]	TE1 $N_e = 100$	TE2 $N_e = 100$	TE3 $N_e = 100$	TE4 $N_e = 100$
1	614.11	638.76	634.27	611.06	610.93
2	909.55	955.16	943.28	907.83	907.54
3	1233.02	1278.32	1273.77	1217.91	1217.47
4	1338.63	1419.09	1399.32	1337.92	1337.21
5	1485.64	1553.30	1542.06	1473.89	1473.19
6	1798.60	1910.50	1890.96	1789.98	1788.59
7	1932.28	2033.09	2029.40	1940.64	1933.35
8	1965.59	2057.77	2028.15	1934.37	1939.16
9	2152.26	2237.90	2228.84	2119.95	2118.56

Tabella 4.18: Piastra incastrata - LAM1 -Variazione Modello fisico - $h/a = 0.1$

N° Freq. [Hz]	Ref. [15]	TE1 $N_e = 100$	TE2 $N_e = 100$	TE3 $N_e = 100$	TE4 $N_e = 100$
1	106.24	108.33	107.53	107.33	107.33
2	137.41	144.14	141.81	141.47	141.47
3	196.60	214.67	210.04	209.34	209.34
4	270.87	282.54	281.02	280.00	280.00
5	282.73	313.57	306.94	305.65	305.64
6	302.94	315.92	313.21	312.01	312.01
7	361.44	392.22	386.56	384.91	384.91
8	367.94	422.58	413.91	411.86	411.86
9	458.53	528.18	520.20	517.50	517.50

Tabella 4.19: Piastra incastrata - LAM2 -Variazione Modello fisico - $h/a = 0.01$

N° Freq. [Hz]	Ref. [15]	TE1 $N_e = 100$	TE2 $N_e = 100$	TE3 $N_e = 100$	TE4 $N_e = 100$
1	660.01	681.62	677.39	651.29	651.18
2	907.04	949.02	935.77	901.84	901.60
3	1300.44	1335.61	1331.73	1274.81	1274.42
4	1308.05	1368.05	1345.31	1296.76	1296.23
5	1522.65	1581.27	1569.39	1498.94	1498.29
6	1720.59	1803.27	1775.89	1709.82	1708.92
7	1945.30	2048.22	2036.32	1942.52	1941.12
8	2025.53	2062.40	2043.27	1958.37	1957.56
9	2158.06	2195.51	2177.08	2129.56	2128.38

Tabella 4.20: Piastra incastrata - LAM2 -Variazione Modello fisico - $h/a = 0.1$

Nel caso incastrato, all'aumentare delle celle nella superficie, il modello è convergente alla letteratura, tale comportamento è evidente per una piastra più sottile, in quella più spessa non c'è sostanziale differenza (Tabelle da 4.1 a 4.4). Nel caso di semplice appoggio, all'aumentare degli elementi finiti nella superficie, il modello è convergente alla letteratura per una piastra sottile, mentre per la più spessa l'aumento del numero non lo è poiché nella reference usano un modello ESL di terzo ordine, mentre nei risultati ottenuti un modello LW che è più flessibile. Perciò abbiamo una frequenza più bassa. Bisogna sottolineare che comunque i risultati sono esatti, ma leggermente differenti (Tabelle da 4.5 a 4.8). Analizzando come variano le frequenze proprie al variare delle espansioni, nel caso incastrato, il modello è convergente, non evidenziando minor accuratezza in nessun caso (Tabelle da 4.9 a 4.12). Analizzando come variano le frequenze proprie al variare delle espansioni, nel caso di semplice appoggio, come il caso incastrato, tutti i risultati sono convergenti, non evidenziando minor accuratezza in nessun caso (Tabelle da 4.13 a 4.16). Anche variando modello fisico, passando a una teoria ESL, tutti i risultati sono convergenti, non evidenziando minor accuratezza in nessun caso (Tabelle da 4.17 a 4.20).

Dalle analisi effettuate ora si può constatare che, generalmente, all'aumentare degli elementi finiti, migliora la accuratezza di queste analisi, tuttavia non è stato riportato il valore del tempo delle simulazioni necessario per ottenere il risultato, però si può affermare tranquillamente che all'aumentare del numero degli elementi bidimensionali, esso aumenti. Per le espansioni invece la variazione non è considerevole, mentre allo stesso modo il tempo aumenta all'aumentare di esse.

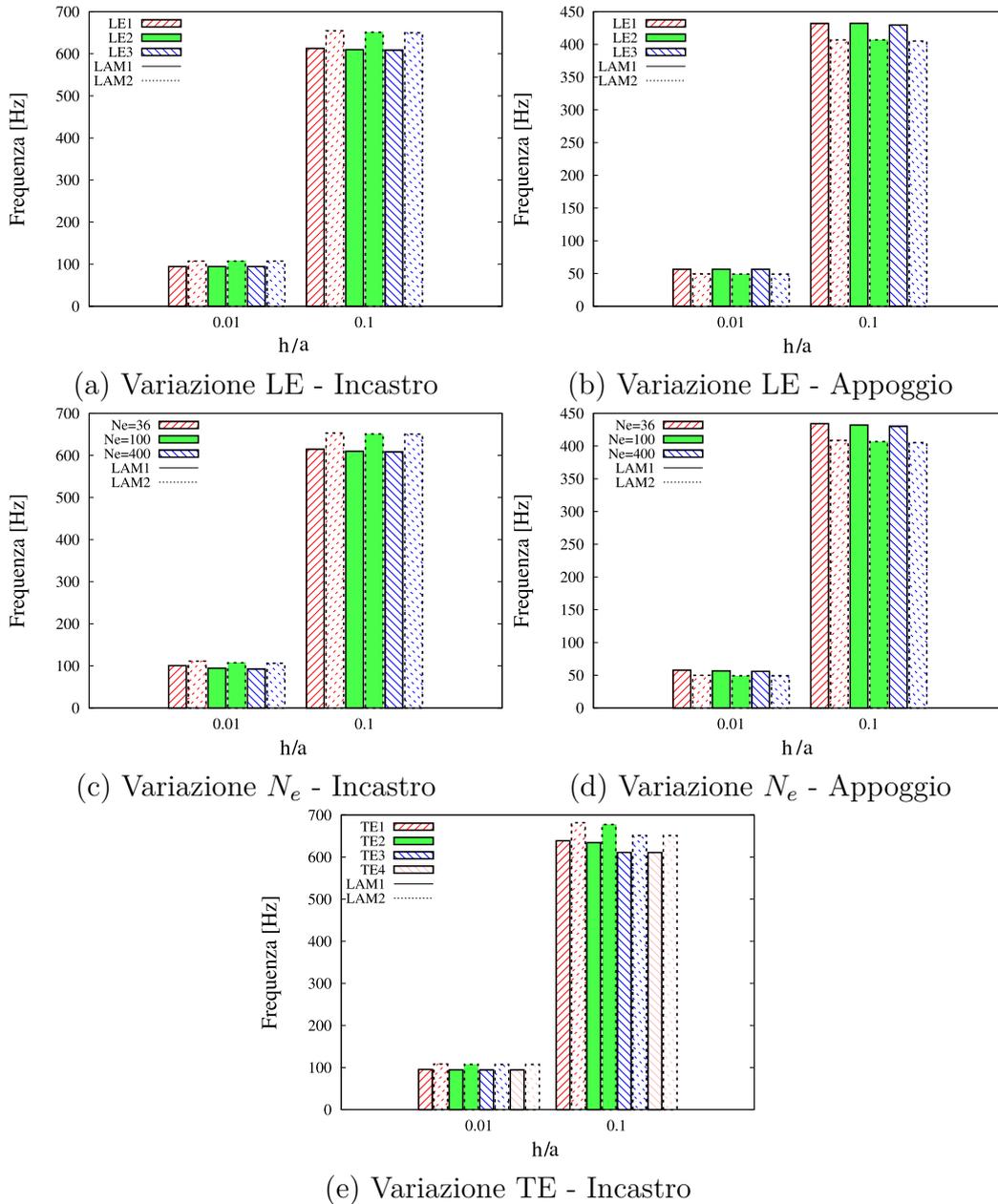


Figura 4.1: Analisi Modale - Variazione percentuale accuratezza Espansioni, numero di Elementi, Modello fisico

Possiamo concludere che il software raggiunge il risultato corretto in tutti i casi, tuttavia bisogna fare una scelta su quale combinazione di espansione e numero di celle è ottimale per il tempo impiegato e accuratezza. Dalle analisi fatte non si cade in errore

se si sceglie un LE2 oppure una TE3 e un numero di celle pari a 100, risulta abbastanza preciso e tempi di simulazione non eccessivamente grandi.

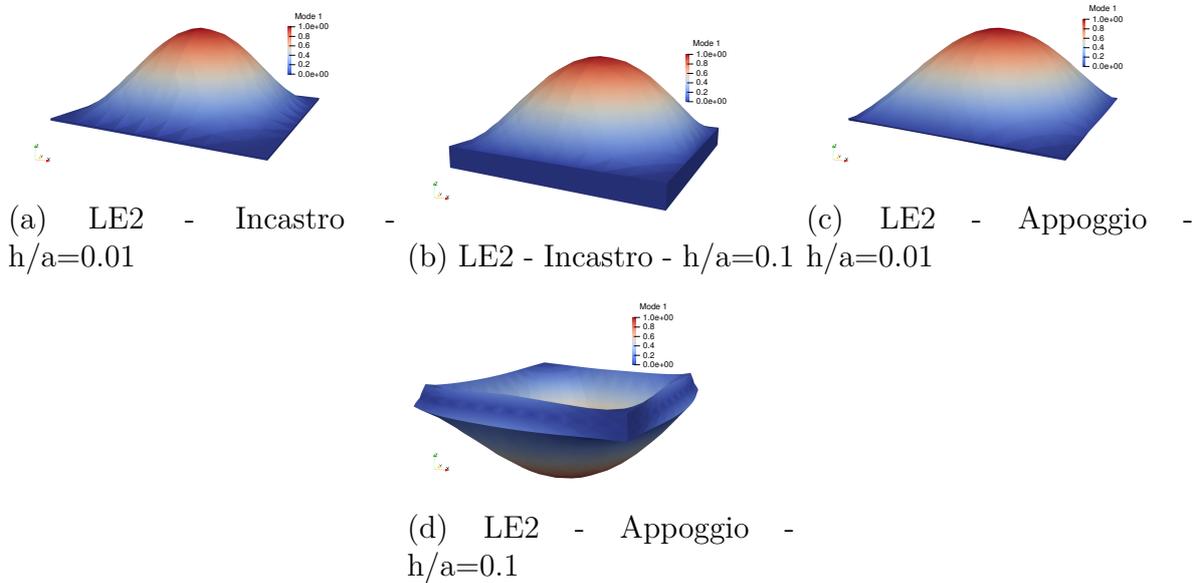


Figura 4.2: Analisi Modale - Forme modali

In Fig. 4.2 è riportata in forma visiva, per la piastra LAM1, la prima frequenza propria per una espansione LE2 a 100 elementi finiti, al variare delle condizioni al contorno e dello spessore. Il valore riportato è adimensionale, Fig. 4.2d mostra il modo capovolto dovuto a un errore del solutore.

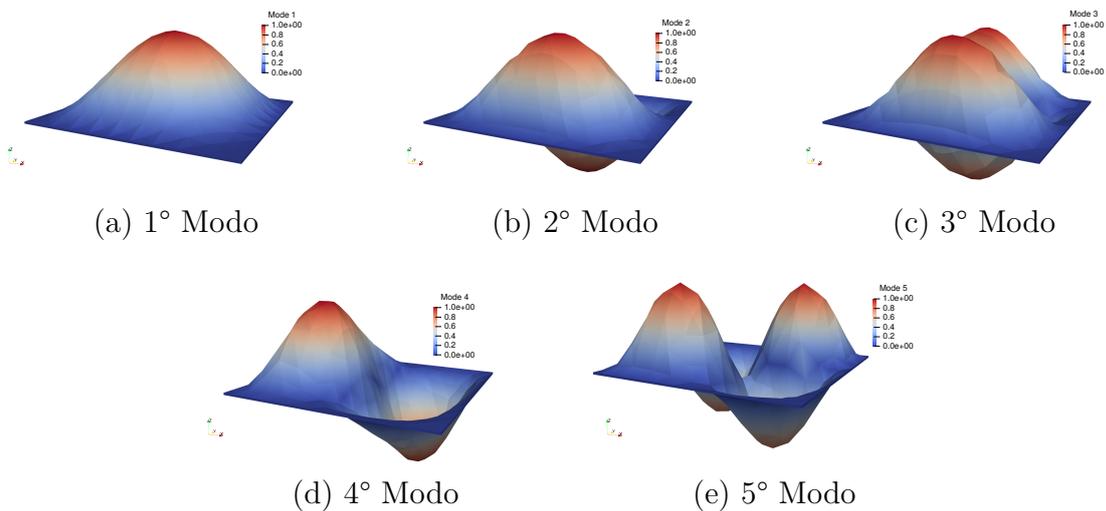


Figura 4.3: Analisi Modale - visione primi 5 modi vibrazione libera - LE - incastro - $h=0.01$

Avendo dimostrato in Fig. 4.2 che la prima frequenza fondamentale non cambi al variare delle condizioni al contorno e spessore, rappresentiamo in Fig. 4.3 i primi 5 modi della piastra analizzata in condizioni di una espansione LE2, incastrata, e $h/a = 0.01$.

4.1.2 Gap

In questa sezione analizzeremo come cambiano le caratteristiche meccaniche in presenza di gap definiti come nel capitolo 2, ovvero nel caso di non correzione di difetti (presenza dovuta esclusivamente alla combinazione di T_0 e T_1), e nella correzione, impostando il parametro di sovrapposizione (full Gap o full Overlap).

Confronto senza difetti vs difetti

:

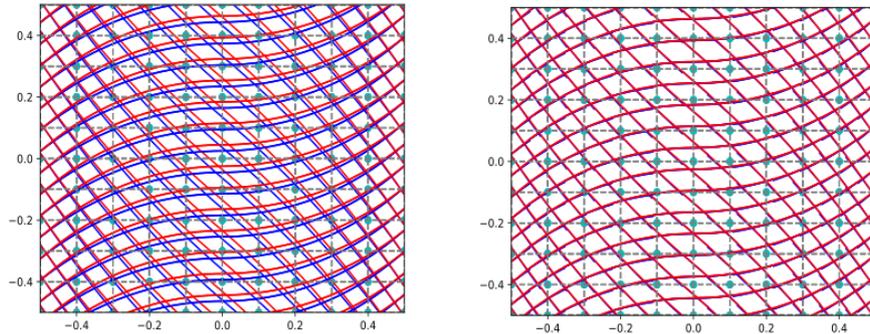


Figura 4.4: LAM1 - Gap - No correzione vs Correzione - $N_{tows} = 16$

In primo luogo abbiamo scelto di effettuare delle simulazioni per evidenziare la variazione delle frequenze naturali calcolate nel capitolo 4.1.1 in presenza di gap. Abbiamo preso di riferimento l'orientamento LAM1 nelle condizioni di semplice appoggio e incastrato, con due diversi spessori della piastra, ovvero $h/a = 0.1; 0.01$, e un numero scelto di N_{tows} pari a 16. Le simulazioni fatte si riferiscono al caso in assenza di correzione di difetti e in presenza, con una strategia full gap. I valori nella prima colonna di ogni tabella si riferiscono alla simulazione con LE2 e 100 elementi finiti, non alla letteratura. Dalle analisi effettuate si evidenzia un comportamento peggiorativo delle frequenze globalmente, proporzionale alla percentuale di Gap, che nella LAM1 si attesta intorno a una media di -18.28% nei tre strati senza la correzione. Maggiori sono i difetti, peggiori sono le prestazioni. Nel caso di correzione dei difetti, non ci si discosta sensibilmente dal valore iniziale, avendo una area media di gap pari a -2.22% . Senza correzione è presente un peggioramento del circa 10% , ma può variare sensibilmente con orientamenti diversi e parametri di stampa diversi.

N° Freq. [Hz]	Senza difetti	Gap No Correction	Gap Correction
1	94.44	86.68	93.45
2	135.36	122.45	133.91
3	206.40	184.92	204.19
4	247.05	225.11	244.23
5	287.67	261.07	284.31
6	307.89	272.74	304.47
7	361.64	325.77	357.39
8	433.83	388.55	428.88
9	476.35	423.50	471.08
Variazione media		-9.96%	-1.11%

Tabella 4.21: Piastra incastrata - LAM1 - No difetti/difetti - $h/a = 0.01$ - Gap

N° Freq. [Hz]	Senza difetti	Gap No Correction	Gap Correction
1	609.79	547.82	599.10
2	903.63	797.10	888.99
3	1216.04	1083.41	1193.21
4	1328.40	1159.71	1306.87
5	1469.33	1295.57	1442.75
6	1774.84	1556.30	1742.89
7	1931.36	1660.96	1892.45
8	16930.15	1692.53	1898.27
9	2113.88	1850.73	2071.73
Variazione media		-12.05%	-1.79%

Tabella 4.22: Piastra incastrata - LAM1 - No difetti/difetti - $h/a = 0.1$ - Gap

N° Freq. [Hz]	Senza difetti	Gap No Correction	Gap Correction
1	56.51	50.91	55.95
2	93.64	84.58	92.63
3	155.03	139.13	153.33
4	171.54	155.51	169.68
5	211.81	192.42	209.45
6	241.39	215.18	238.72
7	278.57	252.02	275.40
8	346.37	312.70	342.52
9	364.36	328.68	360.71
Variazione media		-9.80%	-1.08%

Tabella 4.23: Piastra appoggiata - LAM1 - No difetti/difetti - $h/a = 0.01$ - Gap

N° Freq. [Hz]	Senza difetti	Gap No Correction	Gap Correction
1	432.13	386.21	158.57
2	692.01	614.34	425.96
3	1061.63	941.36	681.85
4	1109.47	973.92	1043.83
5	1276.17	1129.97	1092.95
6	1571.10	1384.16	1254.78
7	1697.76	1474.92	1545.18
8	1773.33	1550.454	1670.88
9	1716.79	1627.86	1686.43
Variazione media		-11.07%	-1.63%

Tabella 4.24: Piastra appoggiata - LAM1 - No difetti/difetti - $h/a = 0.1$ - Gap

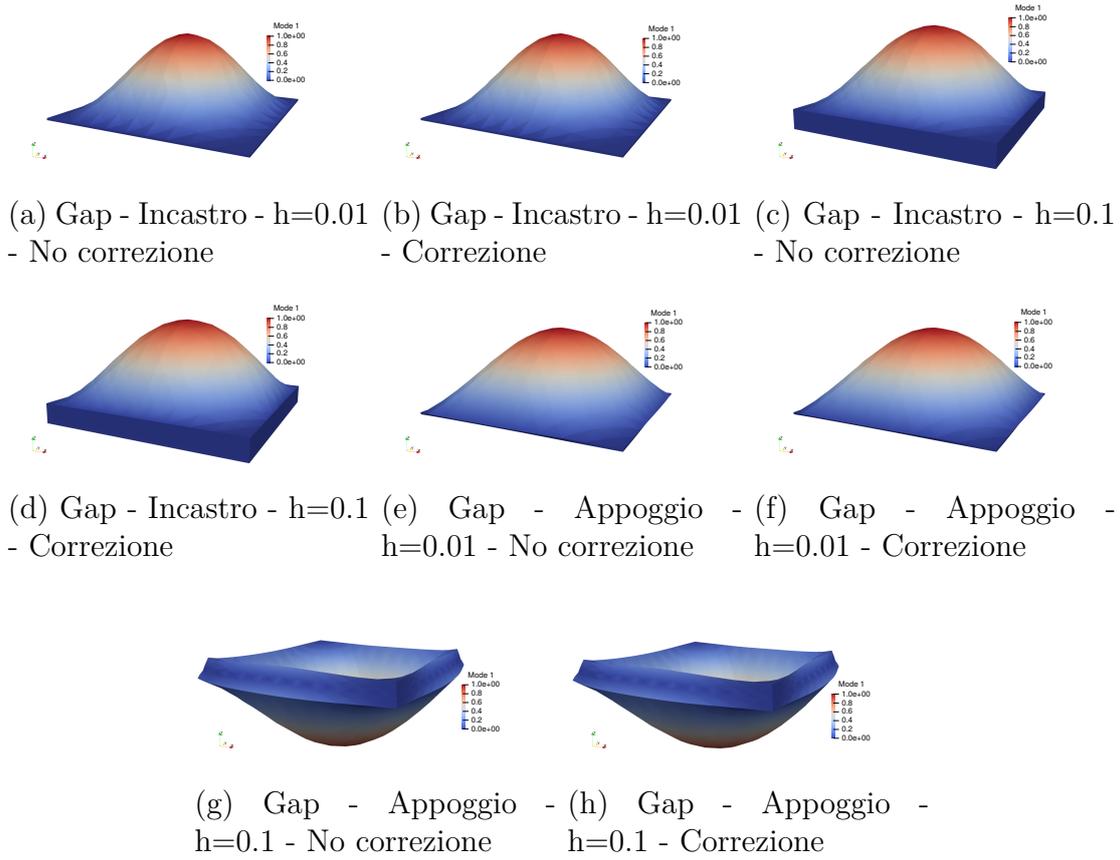


Figura 4.5: Analisi Forma Modale - Gap - No correzione vs correzione

Dalle forme modali riportate in Fig. 4.5, possiamo concludere che il modo non cambi al variare della correzione o meno, ma ne cambia il valore.

Effetto del parametro N_{tows}

Rimanendo nel campo delle analisi degli effetti dei Gap sulle frequenze naturali, possiamo ora investigare come la variazione del parametro N_{tows} può incidere.

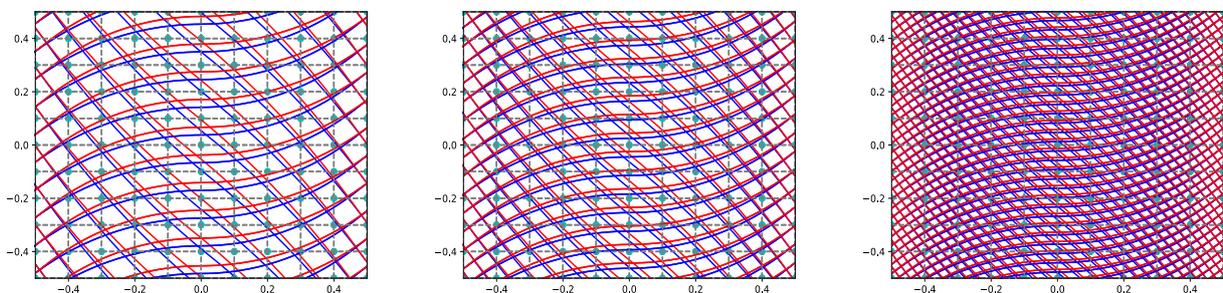


Figura 4.6: LAM1 - No correzione - Da sinistra a destra $N_{tows} = 24; 16; 8$

Come possiamo notare in Fig. 4.6, al diminuire del parametro N_{tows} , che si traduce nello stampare meno tows per singolo course, abbiamo un infittimento delle fibre stampate, ciò porta al tempo stesso un aumento dei difetti presenti nella struttura, in quanto essi si trovano sempre nelle zone di confine tra i rami destri e sinistri del course. Infatti nel caso di 24 tows, abbiamo un'area media di difetto del -18.03% , con 16 del -18.28% , con 8 del -18.80% .

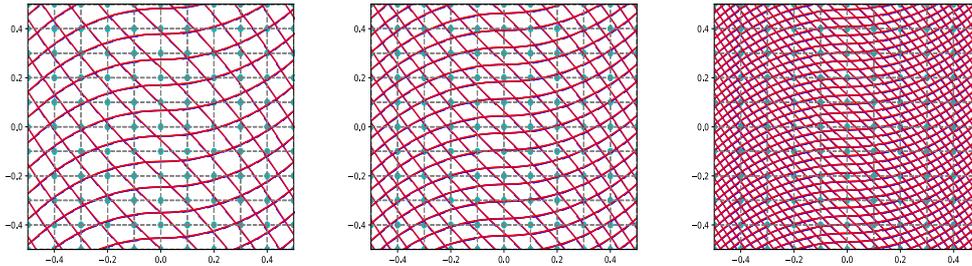
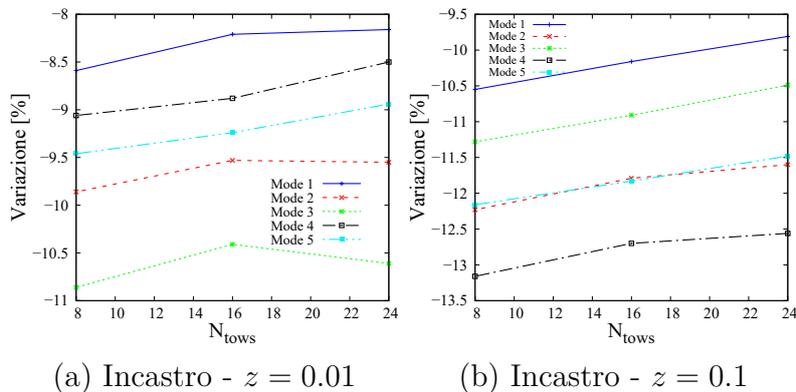


Figura 4.7: LAM1 - Correzione - Da sinistra a destra $N_{tows} = 24; 16; 8$; correzione dei difetti

Stesso comportamento lo abbiamo nel caso di correzione di difetti come in Fig. 4.7, dove i difetti passano da un -1.47% a un -2.22% e infine a un -4.40% . Risulta in questo caso maggiore la variazione, poichè le aree triangolari di difetti dovute alla correzione, sono omogeneamente distribuite lungo le fibre, ne risulta un incremento percentuale relativo maggiore al variare del parametro di stampa.

Nel caso simulato abbiamo preso di riferimento la piastra LAM1 definita precedentemente, rappresentando in ordinata la variazione percentuale rispetto al caso senza difetti delle prime 5 frequenze naturali al variare del parametro N_{tows} , nelle condizioni di Semplice appoggio e incastro, con due diversi spessori, ottenendo:



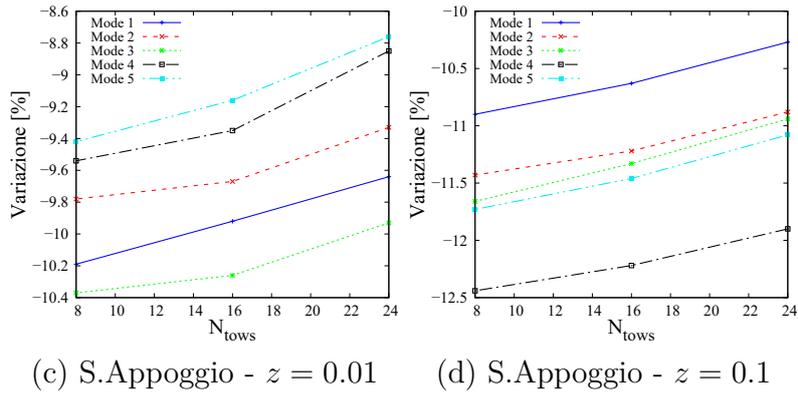


Figura 4.8: gap - Variazione percentuale Modi vibrazionali senza correzione - valori numerici si trovano nella tabelle in Appendice A.0.1.

Come possiamo vedere dai grafici, per dei casi senza la correzione dei difetti, il comportamento al diminuire delle N_{tows} è peggiorativo per le frequenze.

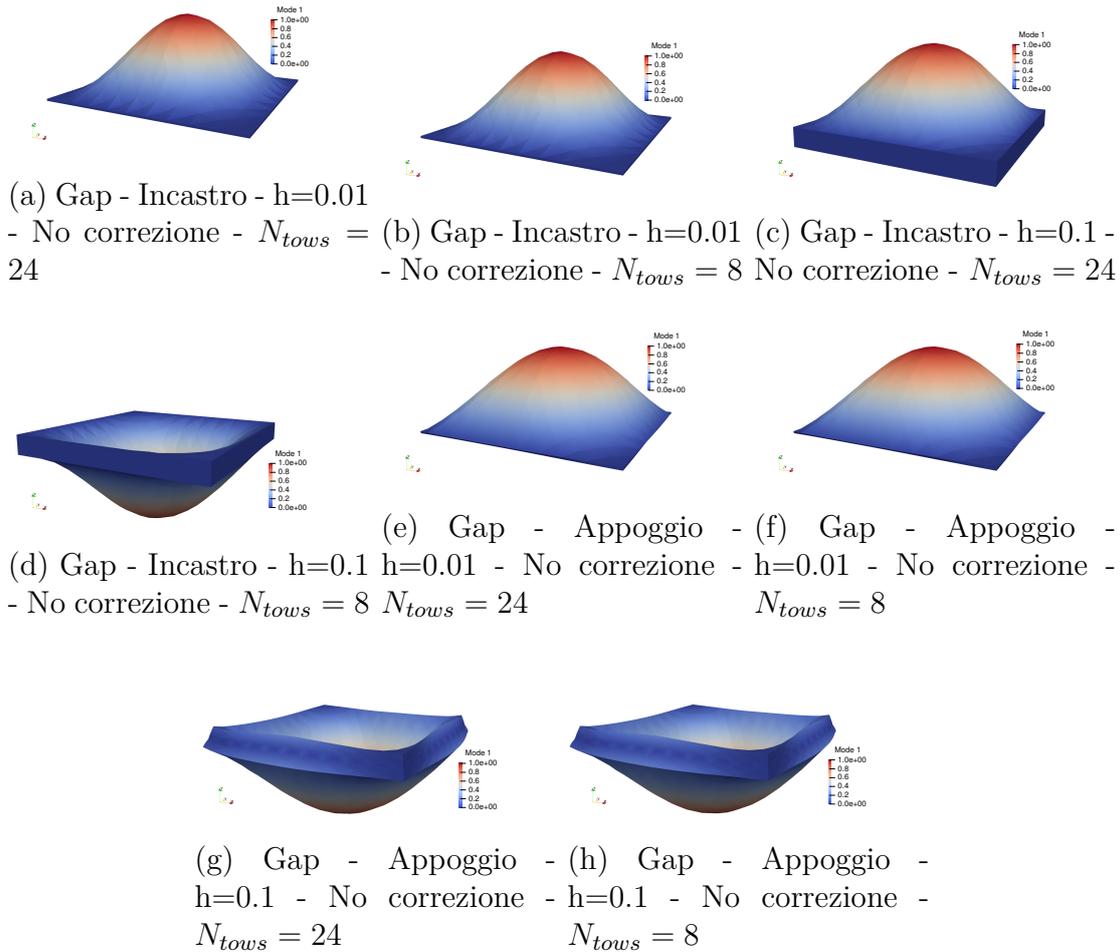


Figura 4.9: Analisi Forma Modale - Gap - Variazione N_{tows}

Dalle immagini delle forme modali possiamo notare come, senza correzione dei difetti, i modi non cambino a parità di condizioni al contorno e spessore, al variare di N_{tows} .

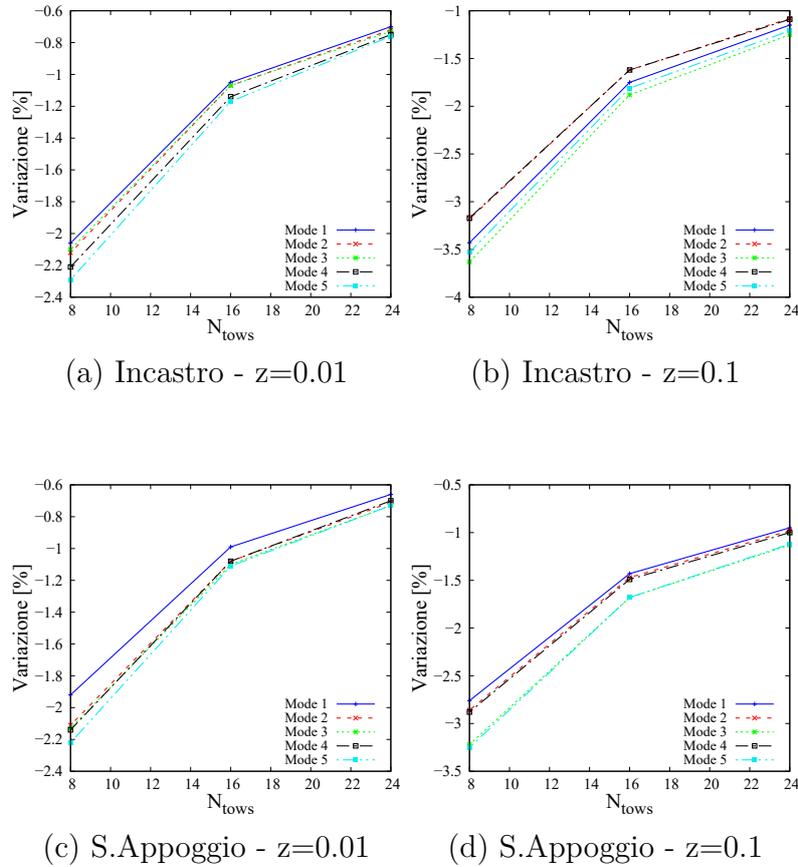
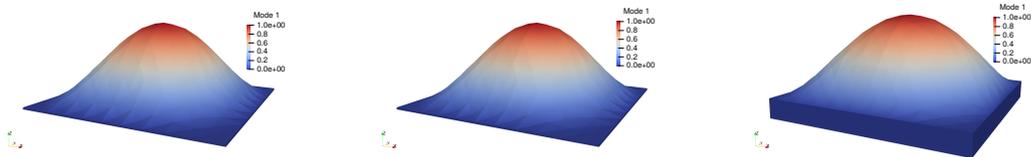


Figura 4.10: gap - Variazione percentuale Modi vibrazionali con correzione - valori numerici si trovano nella tabelle in Appendice A.0.1.

Anche correggendo i difetti e diminuendo il numero di tows, abbiamo risultati analoghi, risultando più marcata la variazione in questo caso, come ci si poteva aspettare dall'incremento più marcato dell'area dei difetti al diminuire del parametro di stampa.



- Correzione - $N_{tows} = 24$ - Correzione - $N_{tows} = 8$ - Correzione - $N_{tows} = 24$

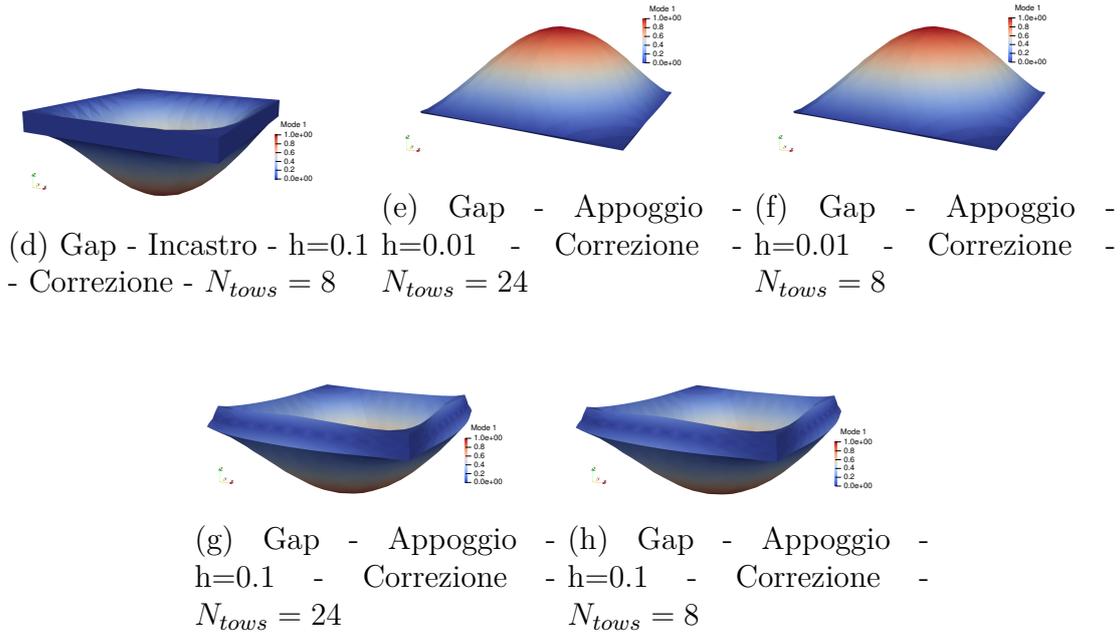


Figura 4.11: Analisi Forma Modale - Gap - Variazione N_{tows}

Dalle immagini delle forme modali possiamo notare come, con correzione dei difetti, i modi non cambino a parità di condizioni al contorno e spessore, al variare di N_{tows} .

Effetto del parametro ϕ

Rimanendo nel campo delle analisi degli effetti dei gap sulle frequenze naturali, possiamo ora investigare come la variazione del parametro ϕ può incidere.

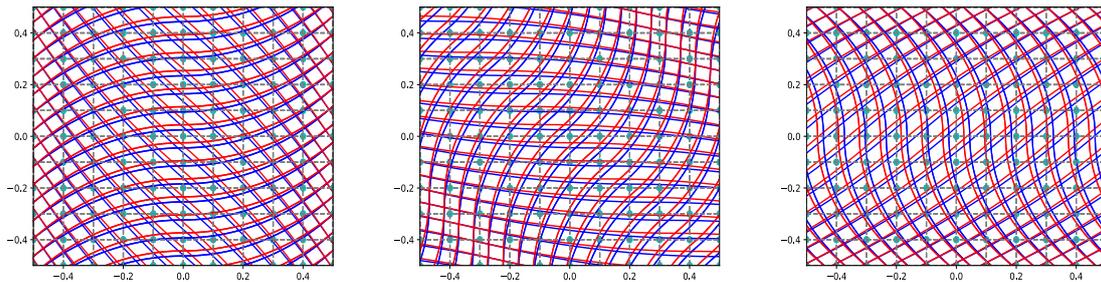


Figura 4.12: No correzione gap - LAM1 $N_{tows} = 16$ - Variazione ϕ 0-45-90

Come si può notare nella Fig. 4.12 al variare della ϕ in senso anti-orario, la piastra ruota di conseguenza, perdendo la caratteristica per cui, in una shifted path, ai bordi si verifica un orientamento locale delle fibre pari a T_1 , in questo caso è variabile lungo y in funzione della ϕ scelta. L'area totale dei difetti presenti nella piastra passa da un -18.28% con $\phi = 0$, a un -19.42% con $\phi = 30$, -19.65% con $\phi = 45$, -19.46% con $\phi = 60$ e infine -18.29% con $\phi = 90$, valore prossimo all'iniziale. Sostanzialmente abbiamo un incremento massimo delle aree di difetti in $\phi = 45$.

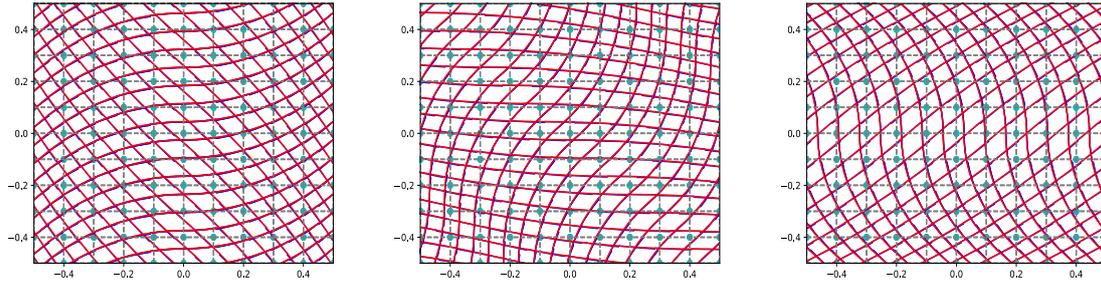


Figura 4.13: Correzione gap - LAM1 $N_{tows} = 16$ Variazione ϕ 0-30-45-60-90

Stesso accade nel caso di correzione dei difetti, l'area di questi passa da un -2.22% a -2.18% a -2.14% a -2.28% a -2.21% , rispettivamente per orientamenti 0.30.45.60.90. La variazione è meno marcata a causa della correzione omogeneamente distribuita.

Andiamo ora ad analizzare come cambiano le frequenze al variare della ϕ :

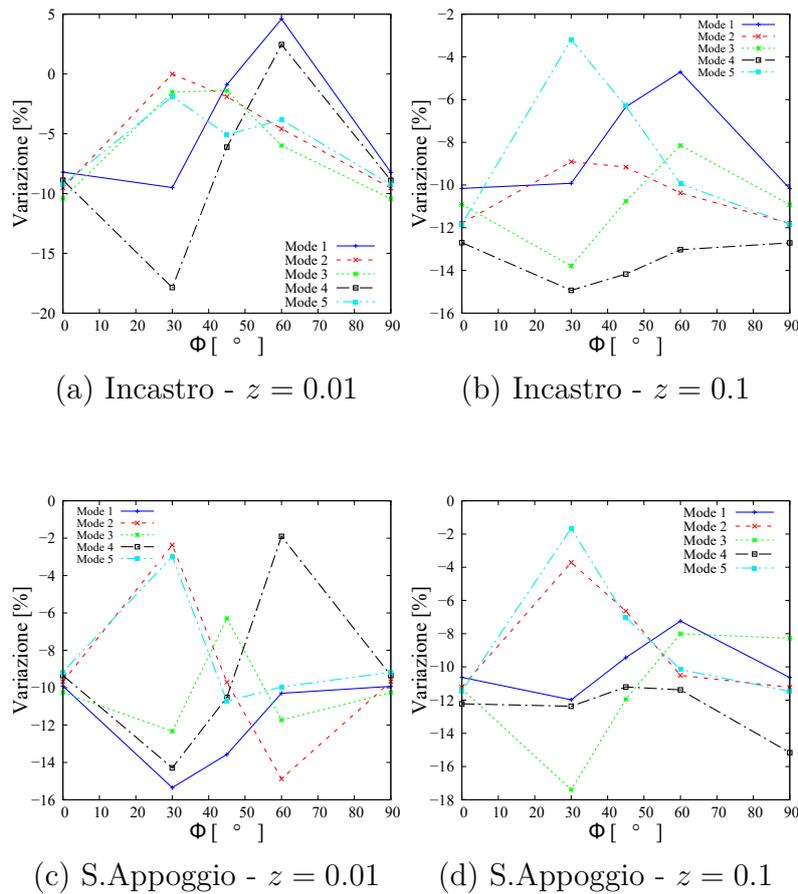


Figura 4.14: gap - Variazione percentuale modi vibrazionali - senza correzione - valori numerici si trovano nella tabelle in Appendice A.9.

Per il caso in assenza di correzione, non si rilevano schemi di variazione delle frequenze, alcune aumentano, altre diminuiscono, ma per una rotazione di 90 gradi, ritornano ai valori iniziali, al netto di piccoli errori di calcolo del solutore.

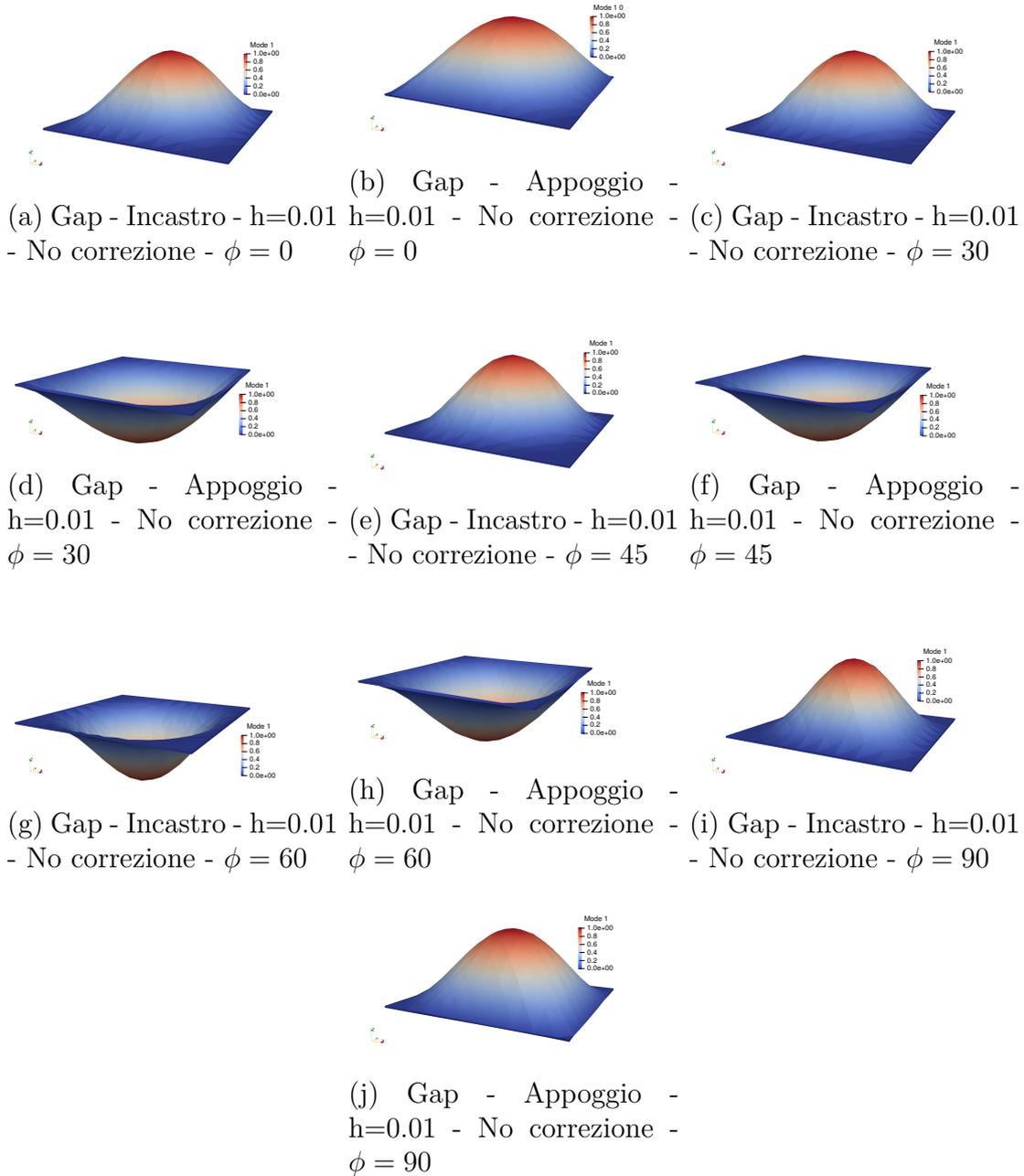


Figura 4.15: Analisi Forma Modale - Gap - Variazione ϕ

Dalla Fig. 4.15 notiamo che variare la ϕ non porta variazione delle forme modali, a fissato spessore e condizioni al contorno.

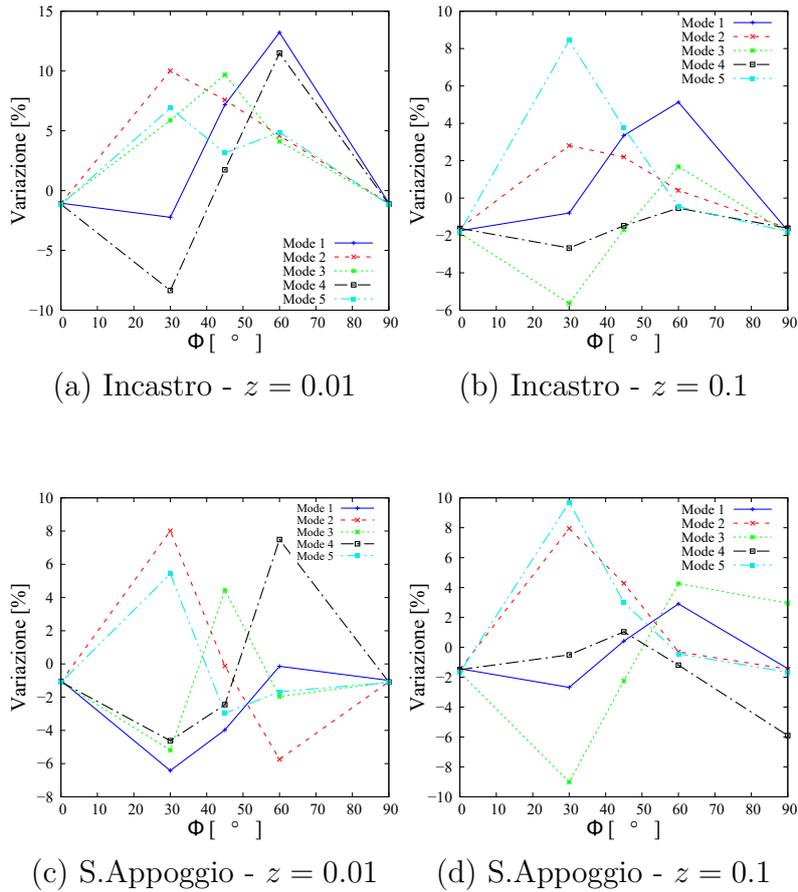
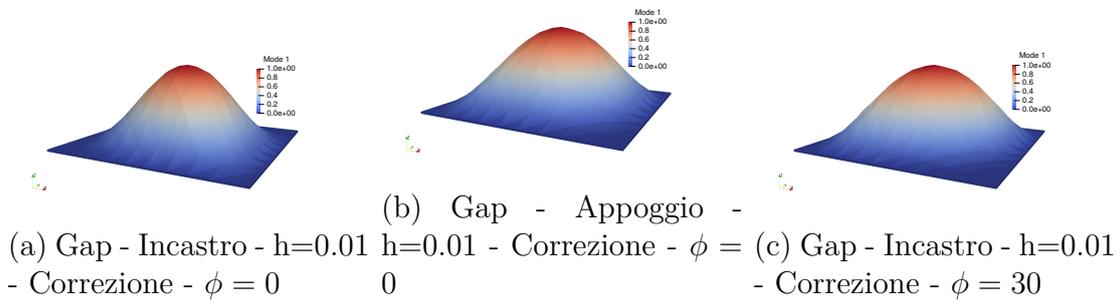


Figura 4.16: gap - Variazione percentuale modi vibrazionali - con correzione - valori numerici si trovano nella tabelle in Appendice A.9.

Per il caso in presenza di correzione, non si rilevano schemi di variazione delle frequenze, alcune aumentano, altre diminuiscono, ma per una rotazione di 90 gradi, ritornano ai valori iniziali, al netto di piccoli errori di calcolo del solutore.



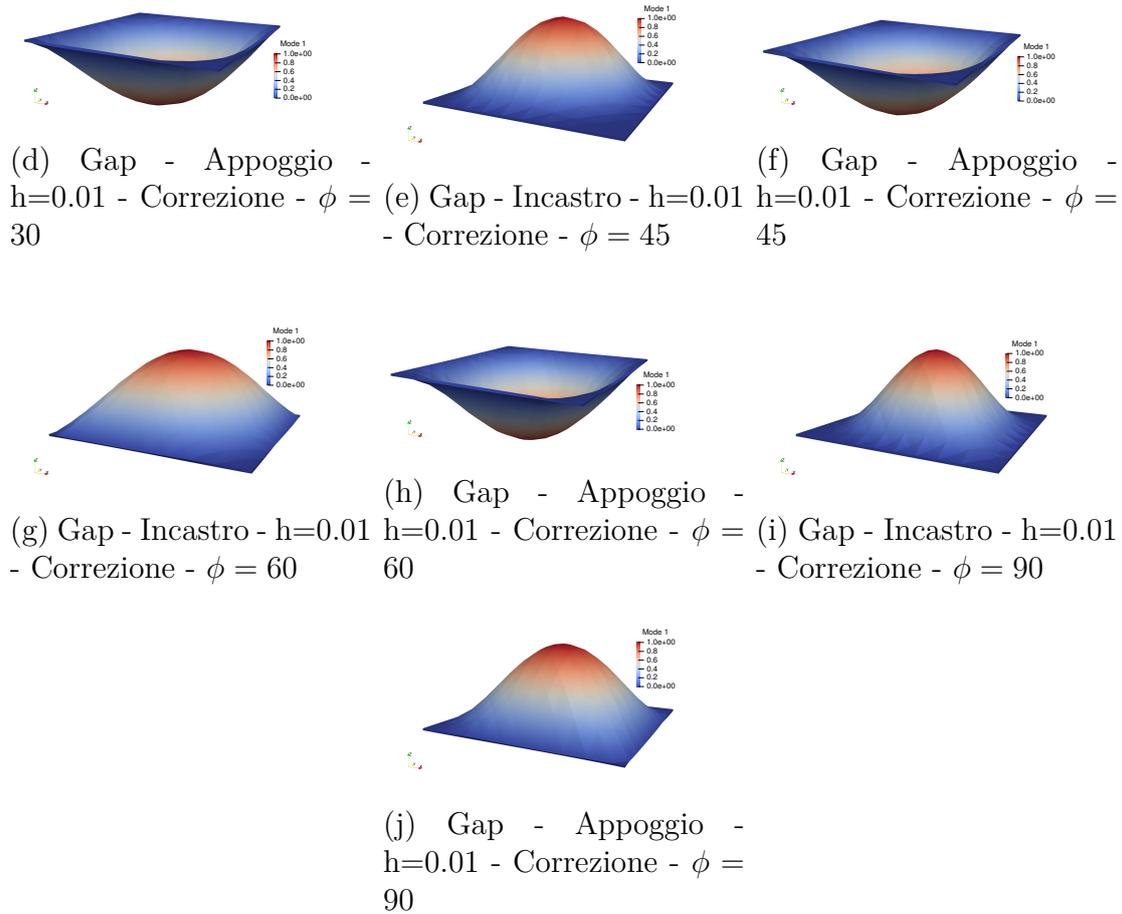


Figura 4.17: Analisi Forma Modale - Gap - Variazione ϕ

Dalla Fig. 4.17 notiamo come variare la ϕ non porti variazione nelle forme modali, il modo rimane lo stesso, ma cambia il valore della frequenza.

4.1.3 Overlap

In questa sezione analizzeremo come cambiano le caratteristiche meccaniche in presenza di overlap definiti come nel capitolo 2, ovvero nel caso di non correzione di difetti (presenza dovuta esclusivamente alla combinazione di T_0 e T_1), e nella correzione, impostando il parametro di sovrapposizione (full gap o full overlap).

Confronto senza difetti vs difetti

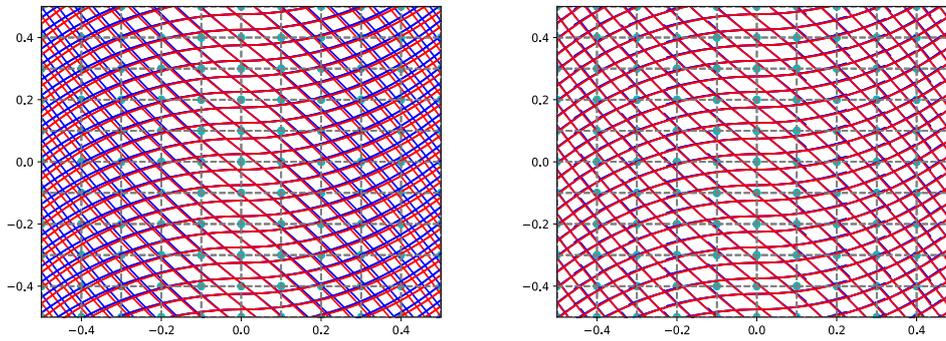


Figura 4.18: LAM1 - Overlap - No correzione vs Correzione - $N_{tows} = 16$

In primo luogo abbiamo scelto di effettuare delle simulazioni per evidenziare la variazione delle frequenze naturali calcolate nel capitolo 4.1.1 in presenza di overlap. Abbiamo preso di riferimento l'orientamento LAM1 nelle condizioni di semplice appoggio e incastrato, con due diversi spessori della piastra, ovvero $h/a = 0.1; 0.01$. Le simulazioni fatte si riferiscono al caso in assenza di correzione di difetti e in presenza, con una strategia full overlap. I valori nella prima colonna di ogni tabella si riferiscono alla simulazione con LE2 e 100 elementi finiti, non alla letteratura.

A differenza del caso precedente, tuttavia, sono stati utilizzati degli elementi di espansione usando i polinomi di Taylor, a causa della presenza di questi aumenti locali di spessore dovuti ai difetti. Per fare una analisi accurata abbiamo verificato l'influenza della variazione dell'ordine al campo di soluzioni, usando modelli TE1, TE2, TE3 e TE4 per il caso in assenza di correzione dei difetti. Nel caso di correzione dei difetti, invece, si è utilizzato il modello TE3.

N° Freq. [Hz]	Senza difetti	TE1	TE2	TE3	TE4	Corr. TE3
1	94.44	114.10	113.22	112.59	113.02	97.10
2	135.36	157.73	155.59	154.96	155.27	139.09
3	206.40	233.62	229.31	228.64	228.74	211.77
4	247.05	286.66	284.93	284.68	283.84	254.14
5	287.67	332.47	329.60	329.14	335.57	295.81
6	307.89	343.71	336.59	335.68	328.30	315.61
7	361.64	413.63	408.51	407.62	406.79	371.53
8	433.83	485.69	475.74	474.37	473.94	444.66
9	476.36	532.68	524.78	523.16	522.37	501.77
Variazione media		14.66%	13.01%	12.78%	12.75%	2.99%

Tabella 4.25: Piastra incastrata - LAM1 - No difetti/difetti - $h/a = 0.01$ - Overlap

N° Freq. [Hz]	Senza difetti	TE1	TE2	TE3	TE4	Corr. TE3
1	609.79	711.89	704.89	679.02	679.00	620.72
2	903.63	1034.63	1020.30	980.20	978.74	922.19
3	1216.04	1360.71	1350.05	1290.34	1284.20	1.230.51
4	1328.41	1505.95	1483.84	1414.51	1411.83	1.356.06
5	1469.33	1649.52	1632.36	1558.46	1551.67	1.490.76
6	1774.84	2024.07	2000.63	1885.70	1880.27	1.810.48
7	1931.36	2101.83	2091.02	1992.02	1985.28	1.944.62
8	1930.15	2146.39	2114.91	2019.35	2013.78	1.962.73
9	2113.88	2322.94	2308.37	2192.43	2363.62	2.133.54
Variazione media		12.53%	11.34%	6.25%	6.89%	1.54%

Tabella 4.26: Piastra incastrata - LAM1 - No difetti/difetti - $h/a = 0.1$ - Overlap

N° Freq. [Hz]	Senza difetti	TE1	TE2	TE3	TE4	Corr. TE3
1	56.51	64.01	63.44	63.32	63.19	58.02
2	93.64	108.31	106.66	106.48	106.25	96.30
3	155.03	177.09	173.68	173.41	173.10	159.32
4	171.54	195.08	193.87	193.51	193.17	176.75
5	211.81	244.10	241.67	241.03	240.53	218.08
6	241.39	272.71	266.93	266.38	265.97	247.83
7	278.57	321.50	317.00	316.10	315.46	286.51
8	346.37	393.27	385.42	384.37	383.74	355.55
9	364.36	410.07	406.60	405.29	404.64	373.28
Variazione media		14.07%	12.51%	12.25%	12.04%	2.77%

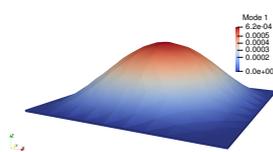
Tabella 4.27: Piastra appoggiata - LAM1 - No difetti/difetti - $h/a = 0.01$ - Overlap

N° Freq. [Hz]	Senza difetti	TE1	TE2	TE3	TE4	Corr. TE3
1	432.13	487.05	479.02	460.18	457.09	440.71
2	692.01	793.13	775.67	747.81	743.35	710.64
3	1061.63	1189.69	1167.49	1113.43	1100.35	1.077.16
4	1109.47	1265.14	1234.63	1187.43	1180.43	1.141.09
5	1276.17	1451.54	1422.22	1357.63	1343.49	1.303.24
6	1571.11	1812.43	1767.65	1680.28	1662.87	1.616.02
7	1697.76	1914.09	1872.16	1795.43	1797.59	1.739.21
8	1773.34	1954.15	1914.66	1824.56	1784.19	1.790.53
9	1716.79	2162.51	2118.39	2070.98	1988.10	1.967.39
Variazione media		14.60%	12.02%	7.67%	6.29%	3.55%

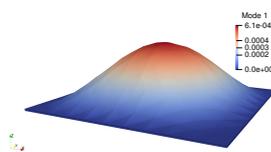
Tabella 4.28: Piastra appoggiata - LAM1 - No difetti/difetti - $h/a = 0.1$ - Overlap

Dalle analisi effettuate possiamo notare come in presenza di overlap le frequenze naturali aumentino (in senso opposto alle analisi fatte nel capitolo 4.1.2) proporzionalmente alla percentuale di overlap, che si attesta a un 13.82% senza correzione, e a un 2.93% con correzione. La scelta fatta per il caso in presenza della correzione di fermarsi a un TE3 nasce dalle analisi fatte in assenza, dove si nota una certa stabilità di risultato tra TE3 e TE4 (supponibile una convergenza dei risultati verso la soluzione corretta).

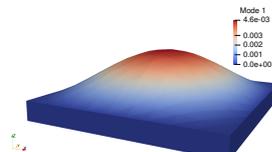
Nel caso di correzione dei difetti, non ci si discosta sensibilmente dal valore iniziale, ciò che invece non accade senza, portando, nel caso della LAM1, a un aumento intorno al 10%, ma può variare sensibilmente con orientamenti diversi e parametri di stampa diversi. Rispetto al caso gap, tuttavia, gli overlap, a parità di area di difetto, generano una variazione in senso assoluto più grande, imputabile alla maggiore inerzia fisica del componente.



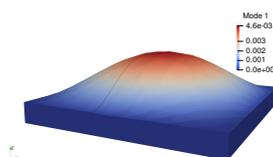
(a) Overlap - Incastro - $h=0.01$ - No correzione



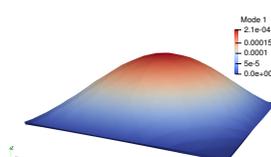
(b) Overlap - Incastro - $h=0.01$ - Correzione



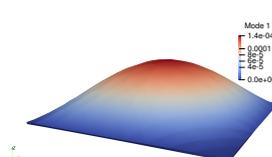
(c) Overlap - Incastro - $h=0.1$ - No correzione



(d) Overlap - Incastro - $h=0.1$ - Correzione



(e) Overlap - Appoggio - $h=0.01$ - No correzione



(f) Overlap - Appoggio - $h=0.01$ - Correzione



(g) Overlap - Appoggio - h=0.1 - No correzione (h) Overlap - Appoggio - h=0.1 - Correzione

Figura 4.19: Analisi Forma Modale - Overlap - No correzione vs correzione

Effetto del parametro N_{tows}

Rimanendo nel campo delle analisi degli effetti degli overlap sulle frequenze naturali, possiamo ora investigare come la variazione del parametro N_{tows} può incidere.

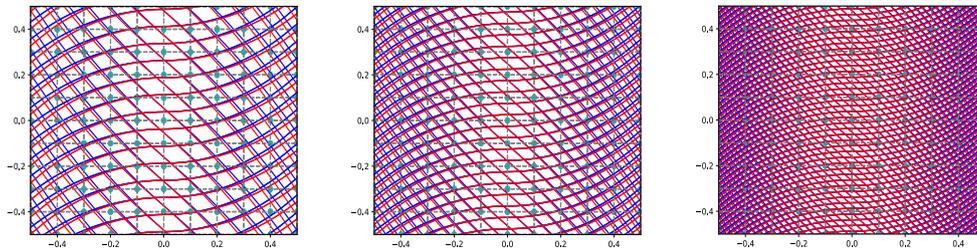
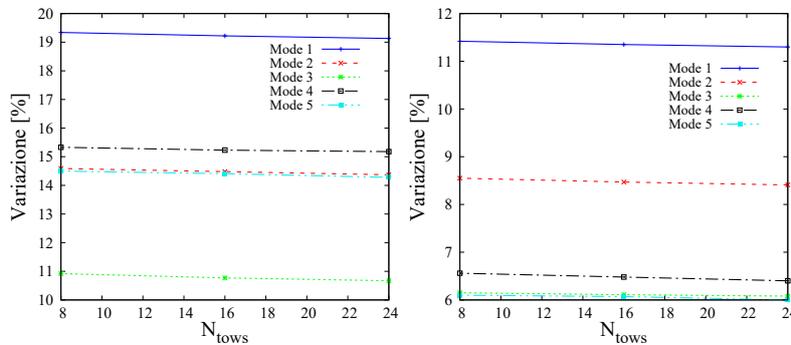


Figura 4.20: LAM1 - overlap No Correction - Da sinistra a destra $N_{tows} = 24; 16; 8$

Sia nel caso di correzione dei difetti che in assenza, diminuire il numero di N_{tows} porta a un infittimento dei course, come notiamo dalle Fig. 4.20 e 4.23, portando a un lieve incremento dell'area totale di overlap presenti nelle zone di contatto tra course, passando da un 13.72%, 13.82%, 13.91% senza correggere i difetti, a un 2.05%, 2.93%, 5.49% correggendoli. Anche in questo caso, nel caso di correzione, l'amento relativo è più marcato al variare delle variabili di stampa.



(a) Incastro - $z = 0.01$

(b) Incastro - $z = 0.1$

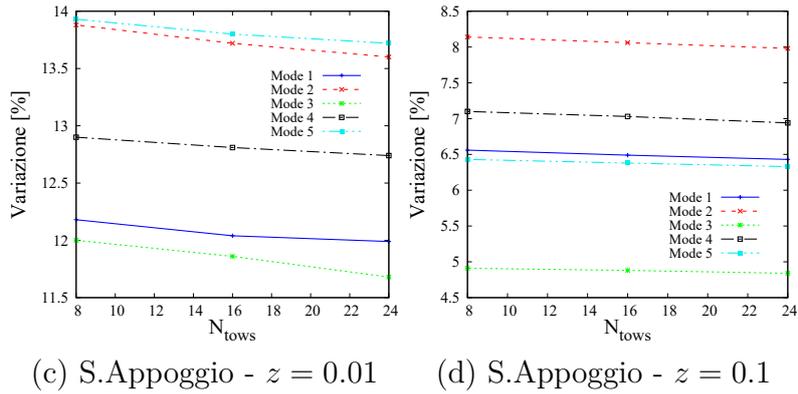


Figura 4.21: overlap - Variazione percentuale Modi vibrazionali senza correzione - valori numerici si trovano nella tabelle in Appendice B.1.

Come riportato in Fig. 4.21, se diminuisce il parametro N_{tows} , aumenta la variazione delle frequenze naturali (al netto di errori di calcolo del solutore). La variazione tuttavia non è marcata (meno di qualche punto percentuale).

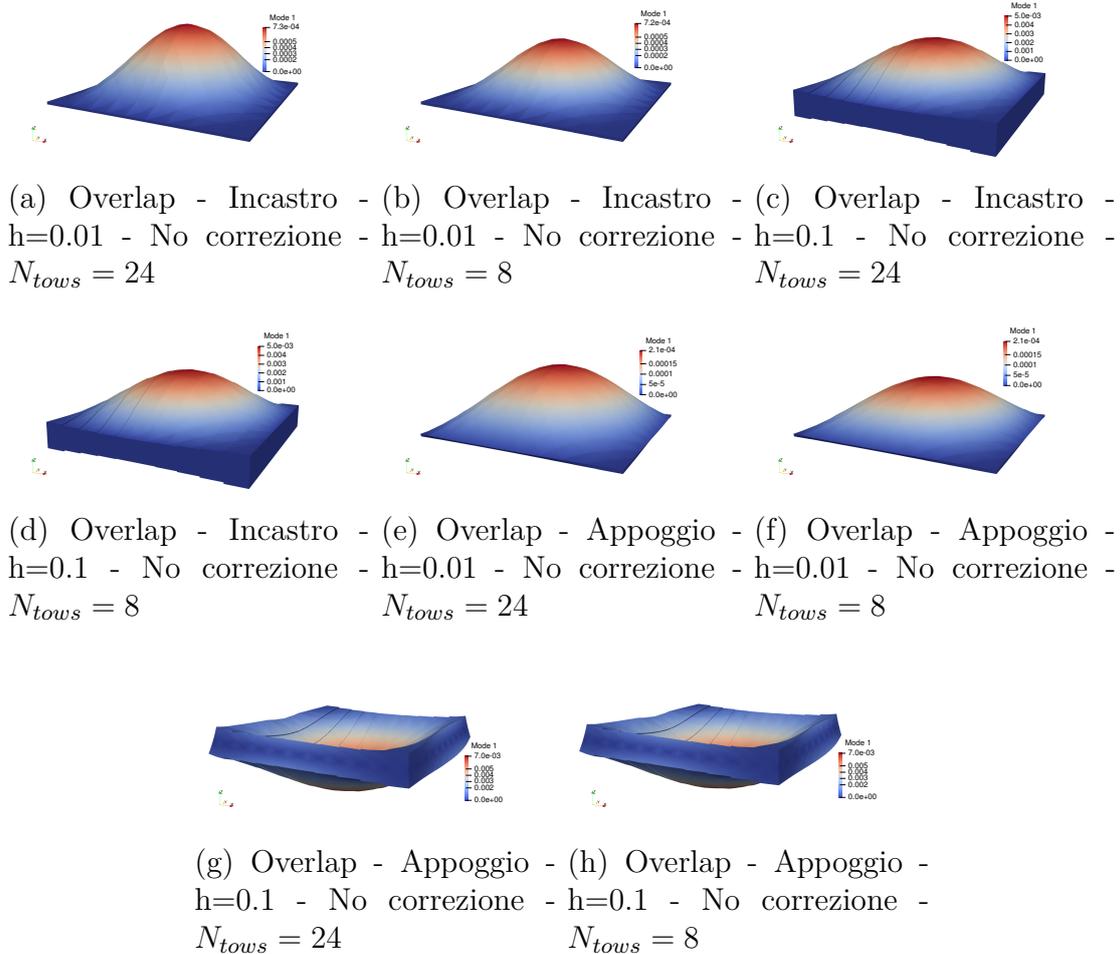


Figura 4.22: Analisi Forma Modale - Overlap - Variazione N_{tows}

Dalla Fig. 4.22 notiamo come variare il parametro di stampa, non modifica i modi, ma ne cambia solo il valore.

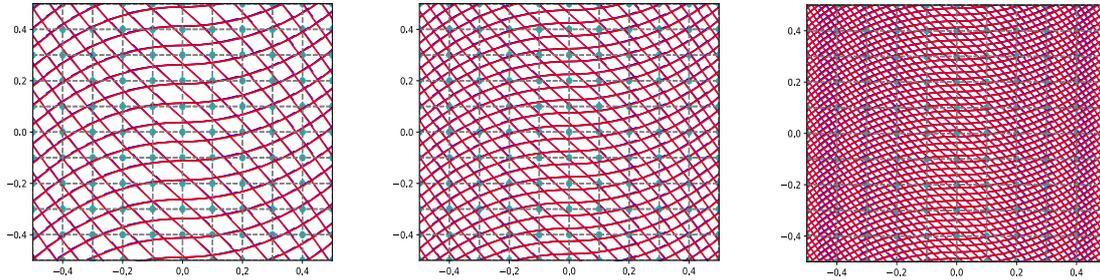


Figura 4.23: LAM1 - overlap Correction - Da sinistra a destra $N_{tows} = 24; 16; 8$

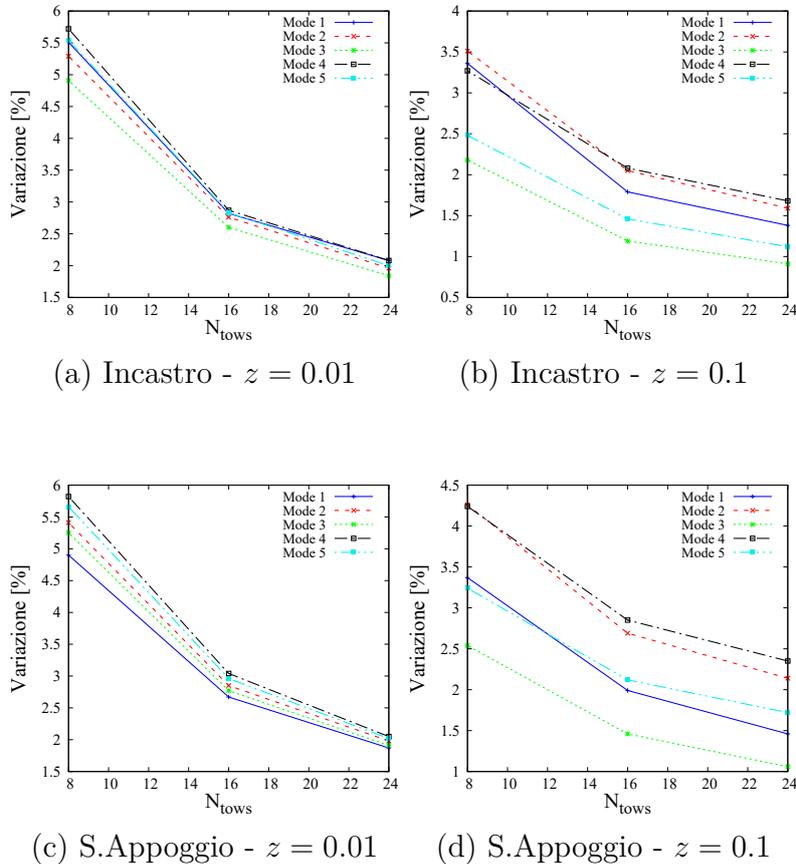


Figura 4.24: overlap - Variazione percentuale Modi vibrazionali con correzione - valori numerici si trovano nella tabelle in Appendice B.1.

Stesso comportamento nella piastra con correzione dei difetti, dove però la variazione è più marcata, imputabile alla variazione maggiore dell'area di difetti.

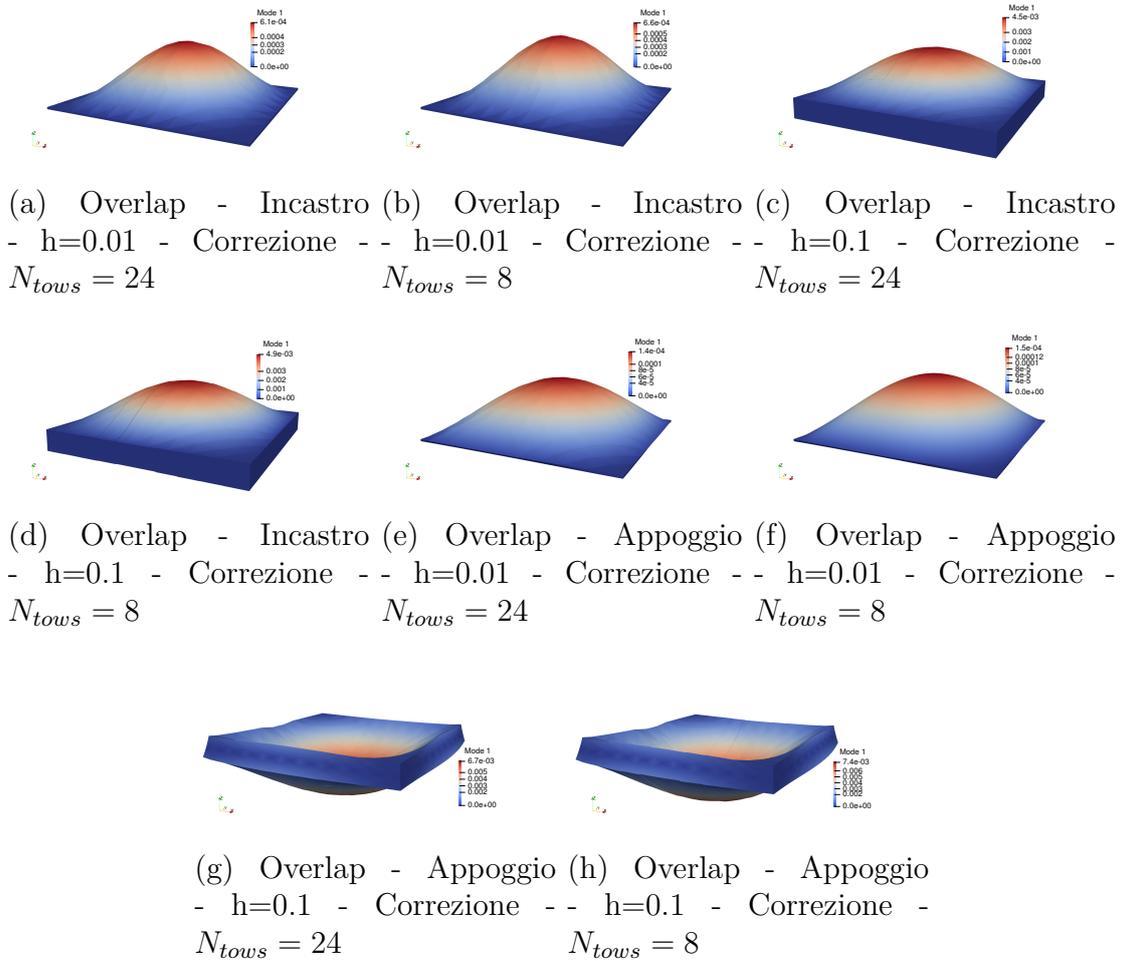


Figura 4.25: Analisi Forma Modale - Overlap - Variazione N_{tows}

Dalle immagini delle forme modali possiamo notare come, senza correzione dei difetti, i modi non cambino a parità di condizioni al contorno e spessore, al variare di N_{tows} .

Effetto del parametro ϕ

Rimanendo nel campo delle analisi degli effetti degli overlap sulle frequenze naturali, possiamo ora investigare come la variazione del parametro ϕ può incidere.

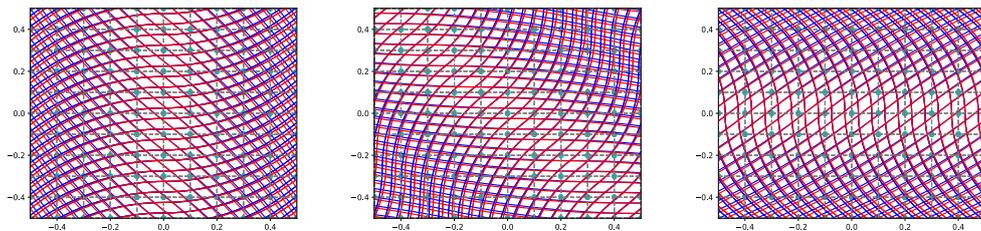


Figura 4.26: No correzione Overlap - LAM1 $N_{tows} = 16$ - Variazione ϕ 0-45-90

Come si può notare dalla Fig. 4.26 e dalla Fig. 4.29, al variare della ϕ in senso antiorario, la piastra ruota di conseguenza, perdendo la caratteristica per cui, in una shifted path, al bordo destro si verifica un orientamento locale delle fibre uguale, in questo caso è variabile lungo y in funzione della ϕ scelta. L'area dei difetti varia, rispettivamente 13.82%,12.36%,11.94%,12.39%,13.82% per orientamenti 0° . 30° . 45° . 60° . 90° senza la correzione. Essendo i difetti concentrati ai bordi della piastra, per un orientamento di 45° , abbiamo il minimo dei difetti presenti.

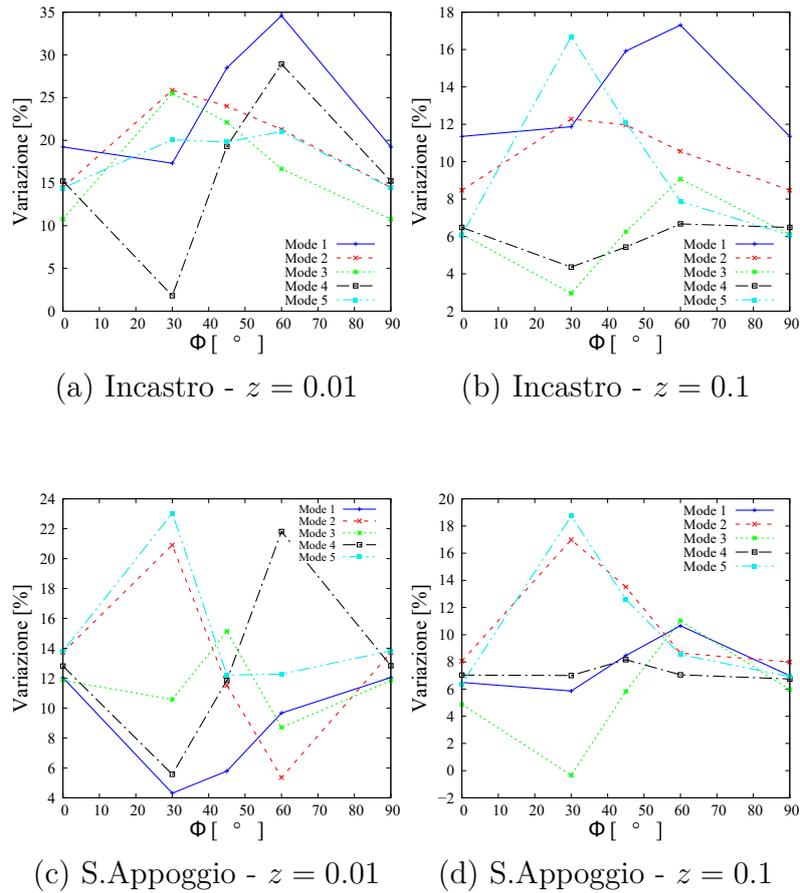
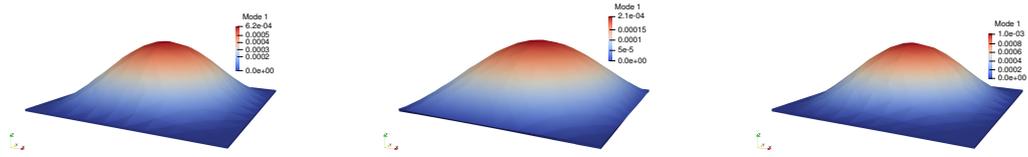
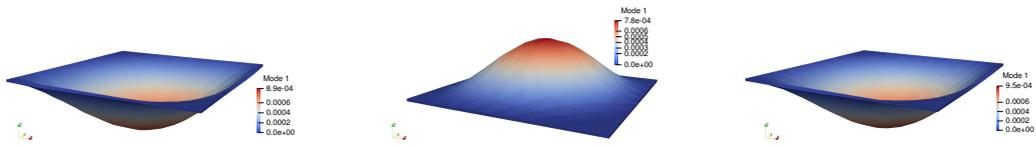


Figura 4.27: overlap - Variazione percentuale modi vibrazionali - senza correzione - valori numerici si trovano nella tabelle in Appendice B.0.1.

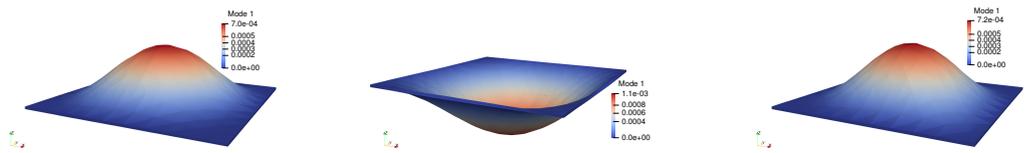
Per il caso in assenza di correzione, non si rilevano schemi di variazione delle frequenze, alcune aumentano, altre diminuiscono, ma per una rotazione di 90 gradi, ritornano ai valori iniziali.



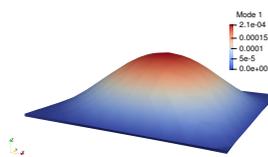
(a) Overlap - Incastro - $h=0.01$ - No correzione - $\phi = 0$ (b) Overlap - Appoggio - $h=0.01$ - No correzione - $\phi = 0$ (c) Overlap - Incastro - $h=0.01$ - No correzione - $\phi = 30$



(d) Overlap - Appoggio - $h=0.01$ - No correzione - $\phi = 30$ (e) Overlap - Incastro - $h=0.01$ - No correzione - $\phi = 45$ (f) Overlap - Appoggio - $h=0.01$ - No correzione - $\phi = 45$



(g) Overlap - Incastro - $h=0.01$ - No correzione - $\phi = 60$ (h) Overlap - Appoggio - $h=0.01$ - No correzione - $\phi = 60$ (i) Overlap - Incastro - $h=0.01$ - No correzione - $\phi = 90$



(j) Overlap - Appoggio - $h=0.01$ - No correzione - $\phi = 90$

Figura 4.28: Analisi Forma Modale - Overlap - Variazione ϕ

Dalla Fig. 4.28 notiamo che variare la ϕ non porta variazione delle forme modali, a fissato spessore e condizioni al contorno.

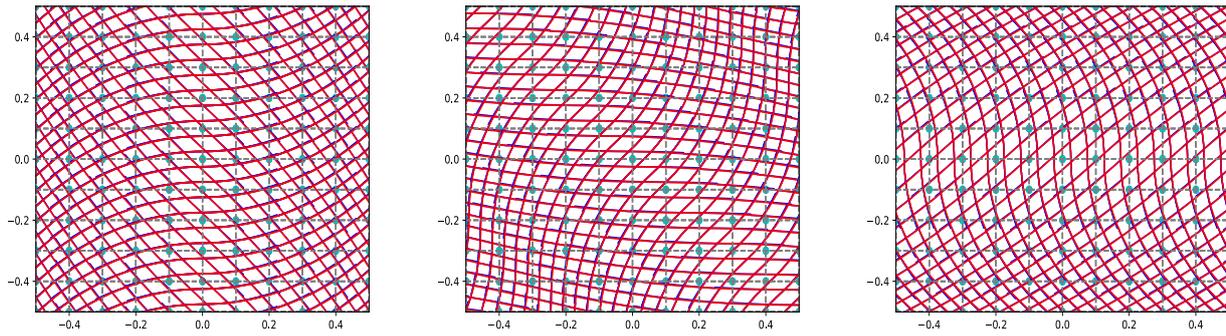


Figura 4.29: Correzione overlap - LAM1 $N_{tows} = 16$ - Variazione ϕ 0-45-90

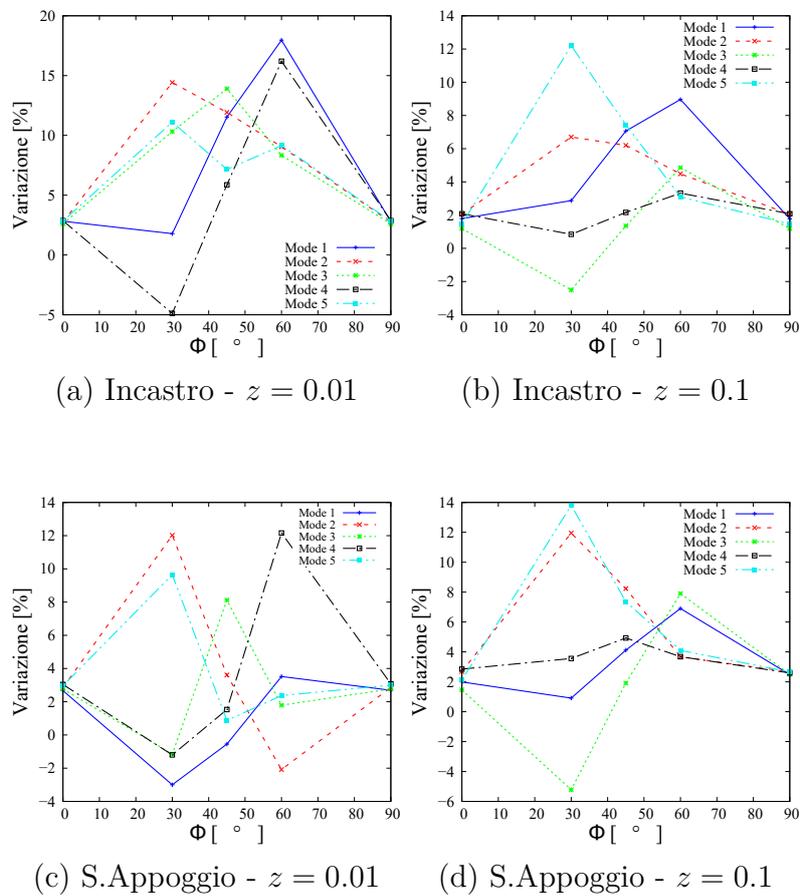


Figura 4.30: overlap - Variazione percentuale modi vibrazionali - con correzione - valori numerici si trovano nella tabelle in Appendice B.0.1.

Stesso accade con la correzione. L'area di difetti passa rispettivamente per 2.93%, 2.85%, 2.76%, 3.03%, 2.94%, per orientamenti 0° . 30° . 45° . 60° . 90° . Come nel caso Gap con correzione, l'entità dei difetti è circa la stessa anche ruotando.

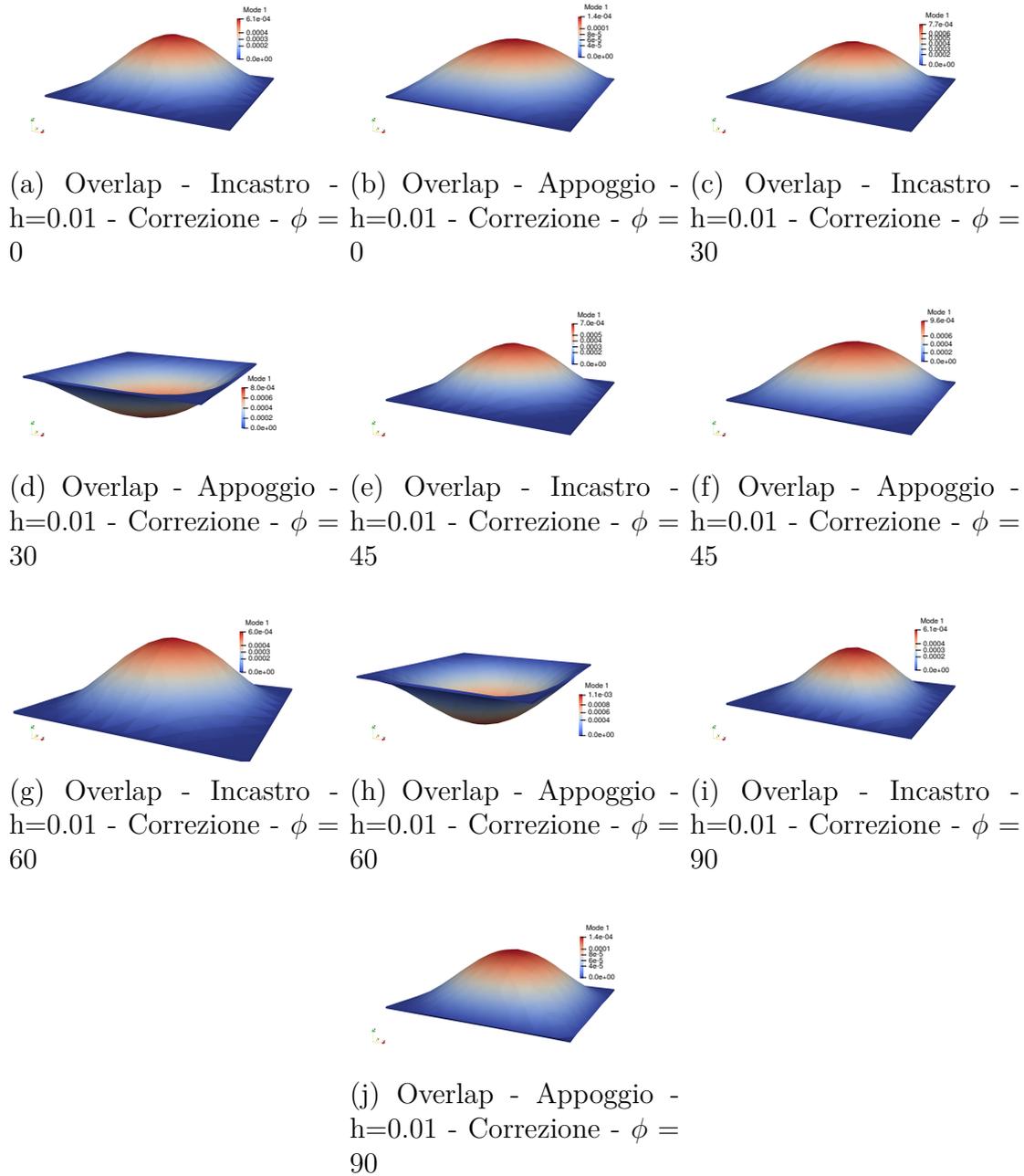


Figura 4.31: Analisi Forma Modale - Overlap - Variazione ϕ

Dalla Fig. 4.31 notiamo che variare la ϕ non porta variazione delle forme modali, a fissato spessore e condizioni al contorno.

4.2 Buckling

4.2.1 Studio convergenza elementi finiti

Riprendendo il lavoro fatto per le vibrazioni nel capitolo 4.1.1, andiamo innanzi tutto a verificare il modello utilizzato in confronto a casi in letteratura per il calcolo del carico di bukling. Prendendo in riferimento il caso della Ref. [5], si è analizzato una piastra

di materiale VAT a 12 strati con orientamenti $\pm \langle 0.52 \rangle_{3s}$, $E_1 = 181$, $E_2 = 10.27$ GPa, $G_{12} = 7.17$ GPa, $\nu_{12} = 0.28$ e spessore per singolo strato di 0.127 mm.

N° [N]	LE2 $N_e = 36$	LE2 $N_e = 100$	LE2 $N_e = 400$	LE1 $N_e = 100$	LE3 $N_e = 100$
1	3537.33	3506.60	3475.75	3507.40	3506.60
2	6849.89	6616.66	6502.69	6618.20	6616.66
3	8718.90	8518.97	8397.04	8521.61	8518.97
4	11098.52	10722.47	10526.16	10725.64	10722.47
5	14154.42	13158.50	12672.73	13162.13	13158.50

Tabella 4.29: Convergenza Carico Critico Buckling - Dimensionale

Tabella che può essere riscritta in variabili adimensionali come nella Ref.[5]:

N°	LE2 $N_e = 36$	LE2 $N_e = 100$	LE2 $N_e = 400$	LE1 $N_e = 100$	LE3 $N_e = 100$
1	1.40	1.39	1.38	1.39	1.39
2	2.72	2.62	2.58	2.62	2.62
3	3.46	3.38	3.33	3.38	3.38
4	4.40	4.25	4.17	4.25	4.25
5	5.61	5.22	5.02	5.22	5.22

Tabella 4.30: Convergenza Carico Critico Buckling - Adimensionale

Mostrando come, si ottenga il risultato della Ref.[5] (che si è fermato al primo carico di Buckling trovando una carico massimo adimensionalizzato di 1.4). Anche questa volta, la combinazione $LE2$ e $N_e = 100$ porti a dei risultati accurati e tempi non eccessivamente lunghi di calcolo.

Per completezza di informazioni andiamo a riportare anche la la variazione che è presente nell'usare un modello fisico differente:

N° [N]	TE1 $N_e = 100$	TE2 $N_e = 100$	TE3 $N_e = 100$	TE4 $N_e = 100$
1	3562.93	3514.86	3506.54	3506.80
2	6727.34	6633.53	6616.55	6616.87
3	8738.05	8539.60	8515.62	8517.68
4	10930.35	10757.03	10719.19	10721.26
5	13382.61	13207.71	13158.94	13159.22

Tabella 4.31: Convergenza Modello fisico Buckling - Dimensionale

Riassumendo in un istogramma la variazione del primo carico critico:

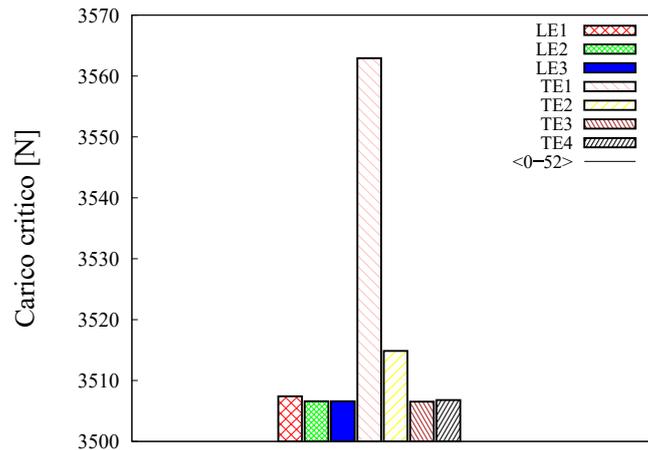


Figura 4.32: Convergenza elementi finiti, classe espansioni, modello fisico - Analisi Buckling

Si può concludere che, come nel caso della analisi modale, sia al cambio del modello fisico che dell'ordine delle espansioni, i risultati risultano accurati. Buon compromesso tra tempo di calcolo e accuratezza sono le LE2 con 100 elementi e le TE3.

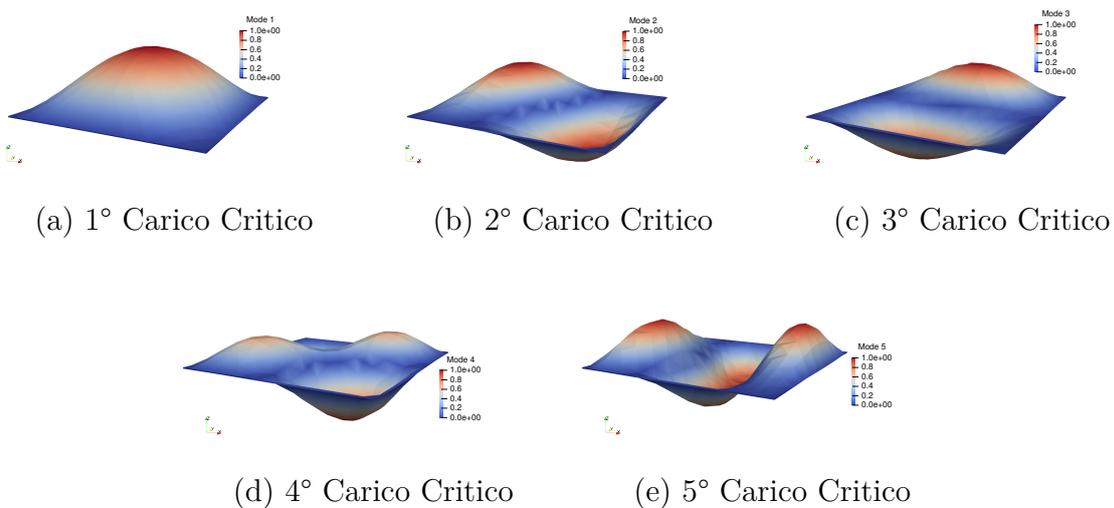


Figura 4.33: Analisi Buckling - visione primi 5 carichi critici - LE2 - incastro

La Fig. 4.33 riporta la deformato della piastra sotto effetto dei carichi di buckling riportati nelle tabelle, nelle condizioni di una LE2 e numero di elementi finiti pari a 100, risultato ottimale della convergenza precedentemente studiata.

4.2.2 Gap

In questo capitolo andremo a verificare l'effetto dei difetti di tipo Gap sulla instabilità di Buckling, l'effetto dei parametri di trampa e degli orientamenti. Abbiamo preso di riferimento una piastra a 4 strati con orientamento $[\pm < 21,33 >]_s$ di dimensioni $a \times b = 0.25 \times 0.25$ m, spessore del singolo strato di 0.125 mm, sottoposta a un carico laterale distribuito. Si è scelto un numero di N_{tows} pari a 16 e la risultante area media

di Gap presenti per strato è del -4.90% . Il materiale utilizzato è caratterizzato da un $E_1 = 143$ GPa, $E_2 = 9.1$ GPa, $G_{12}=4.8$ GPa, $\nu_{12} = 0.3$.

Con la piastra così definita, non si necessita di effettuare alcuna correzione dei difetti, in quanto essi sono in entità minore della larghezza del tow, in sostanza la configurazione corretta e non corretta coincidono.

Confronto senza difetti vs difetti

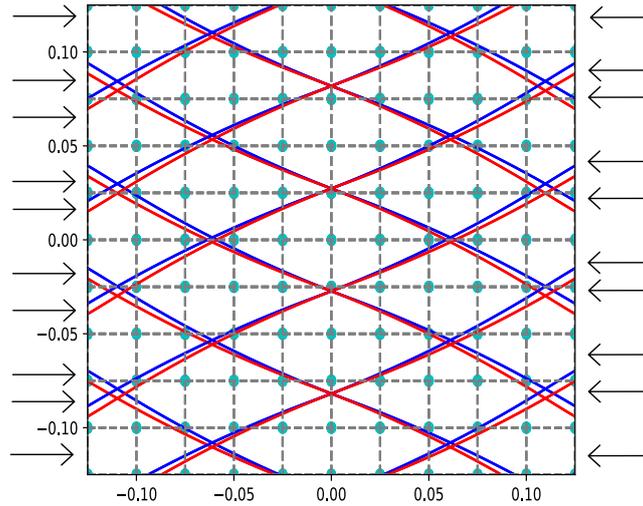


Figura 4.34: Piastra $\pm < 21,33 >_s$ con carico distribuito laterale

In primo luogo abbiamo scelto di effettuare delle simulazioni per evidenziare la variazione dei primi 5 carichi critici di buckling in presenza di gap. Le simulazioni fatte si riferiscono al caso in assenza di correzione di difetti e in presenza, con una strategia full overlap. I valori sono stati ottenuti impiegando una modellizzazione basata su elementi finiti con 100 elementi e espansioni LE2.

N° Carico [N]	Senza Difetti	Gap
1	76.06	71.72
2	139.89	131.45
3	221.23	209.74
4	226.77	212.87
5	334.73	314.34
Variazione media		-5.83%

Tabella 4.32: Buckling - Piastra incastrata - $[\pm < 21,33 >]_s$ - Confronto difetti e senza difetti - gap

Come si può notare dalla tabella 4.32, la presenza dei difetti di tipo Gap ha l'effetto di abbassare il valore del carico critico in misura dell'area dei difetti presenti negli elementi.

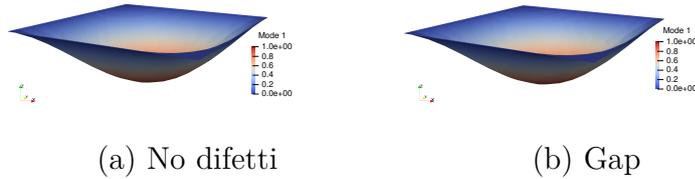


Figura 4.35: Rappresentazione deformata primo carico critico buckling - Gap

Nella Fig. 4.35 vediamo rappresentate le deformazioni dovute al primo carico critico di buckling senza difetti e con i difetti inseriti. La forma non cambia, solo il valore.

Effetto del parametro N_{tows}

Rimanendo nel campo delle analisi degli effetti dei Gap sul carico critico di Bukling, possiamo ora investigare come la variazione del parametro N_{tows} può incidere.

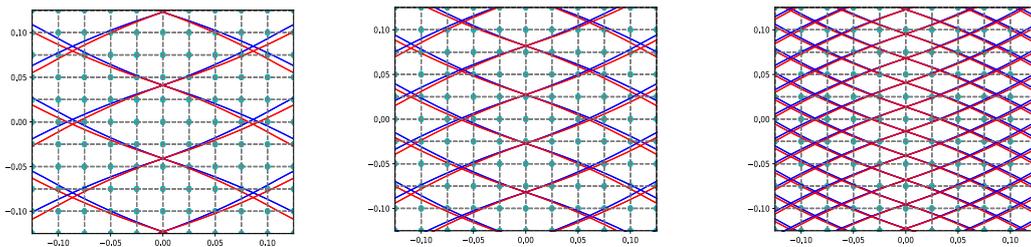


Figura 4.36: Piastra $\pm < 21,33 >_s$ con carico distribuito laterale - Variazione N_{tows} 24;16;8

Come possiamo notare in Fig. 4.36, al diminuire del parametro N_{tows} , abbiamo un infittimento delle fibre stampate, ciò porta a un aumento dei difetti presenti nella struttura. Infatti, nel caso di 24 tows, abbiamo un'area media di difetto del -4.39% , con 16 del -4.90% , con 8 del -5.25% .

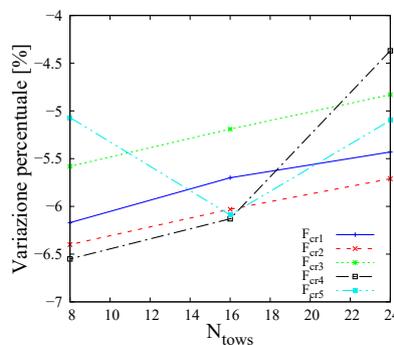


Figura 4.37: Buckling Gap - Variazione N_{tows} - valori numerici si trovano nella tabelle in Appendice A.17.

Come possiamo apprezzare nella Fig. 4.37, questa variazione della area di difetti presenti incide sul valore del carico critico. Notiamo come al diminuire del parametro N_{tows} il carico critico diminuisca, rispetto al valore senza difetti.

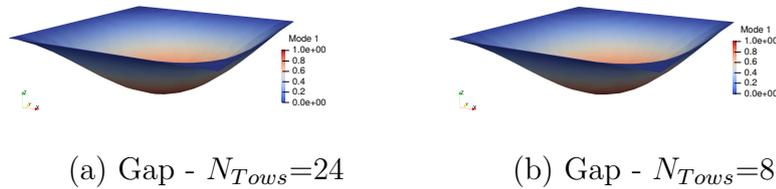


Figura 4.38: Rappresentazione deformata primo carico critico buckling - Gap - Variazione N_{tows}

Nella Fig. 4.38 vediamo rappresentate le deformazioni dovute al primo carico critico di buckling al variare del parametro N_{tows} . La forma non cambia, solo il valore.

Effetto del parametro ϕ

Rimanendo nel campo delle analisi degli effetti dei gap sui carichi critici, possiamo ora investigare come la variazione del parametro ϕ può incidere.

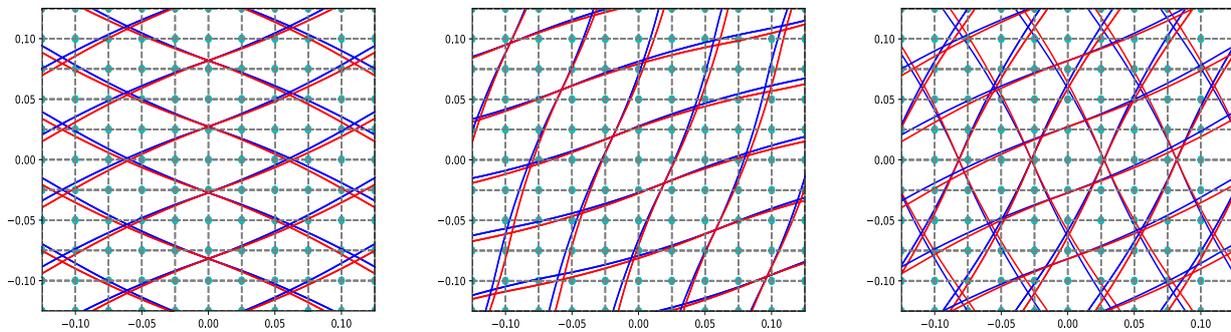


Figura 4.39: Piastra $\pm < 21,33 >_s$ con carico distribuito laterale - Variazione ϕ 0;45;90

Come si può notare nella Fig. 4.39 al variare della ϕ in senso anti-orario, la piastra ruota di conseguenza, perdendo la caratteristica per cui, in una shifted path, ai bordi si verifica un orientamento locale delle fibre pari a T_1 , in questo caso è variabile lungo y in funzione della ϕ scelta. L'area totale dei difetti presenti nella piastra passa da un -4.90% con $\phi = 0$, -5.59% con $\phi = 45$, -4.91% con $\phi = 90$, valore prossimo all'iniziale. Sostanzialmente abbiamo un incremento massimo delle aree di difetti in $\phi = 45$.

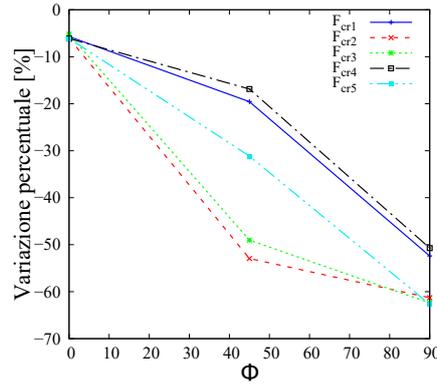


Figura 4.40: Buckling Gap - Variazione ϕ - valori numerici si trovano nella tabelle in Appendice A.18.

In questo caso, al variare di ϕ abbiamo un peggioramento repentino del carico critico, differenza imputabile non al variare dell'area dei diretti, ma dalla direzione delle fibre. Mantenendo il carico lungo il bordo destro e sinistro della piastra, le fibre saranno sollecitate trasversalmente al carico, riducendo di molto la resistenza.

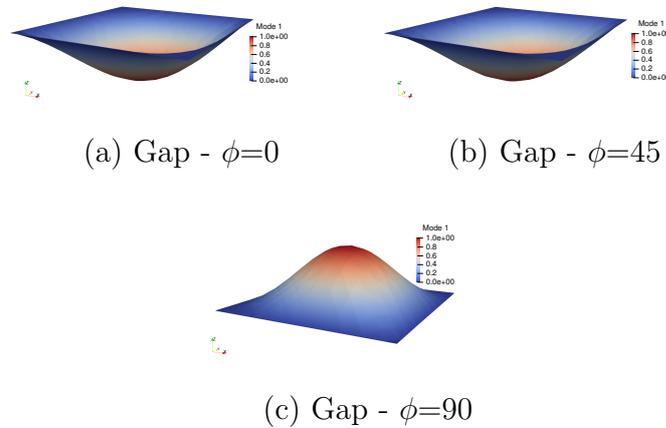


Figura 4.41: Rappresentazione deformata primo carico critico buckling - Gap - Variazione ϕ

Nella Fig. 4.41 vediamo rappresentate le deformazioni dovute al primo carico critico di buckling al variare del parametro ϕ . La forma non cambia, solo il valore.

4.2.3 Overlap

In questo capitolo andremo a verificare l'effetto dei difetti di tipo Overlap sulla instabilità di Buckling, l'effetto dei parametri di stampa e degli orientamenti. Abbiamo preso di riferimento una piastra a 4 strati con orientamento $[\pm < 21,33 >]_s$ di dimensioni $a \times b = 0.25 \times 0.25$ m, spessore del singolo strato di 0.125 mm, sottoposta a un carico

laterale distribuito. Si è scelto un numero di N_{tows} pari a 16 e la risultante area media di Overlap presenti per strato è del 4.61%. Il materiale utilizzato è caratterizzato da un $E_1 = 143$ GPa, $E_2 = 9.1$ GPa, $G_{12}=4.8$ GPa, $\nu_{12} = 0.3$.

Con la piastra così definita, non si necessita di effettuare alcuna correzione dei difetti, in quanto essi sono in entità minore della larghezza del tow, in sostanza la configurazione corretta e non corretta coincidono.

Confronto senza difetti vs difetti

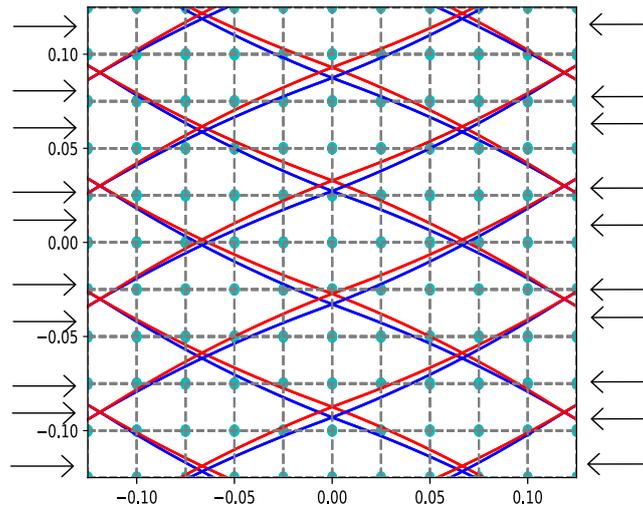


Figura 4.42: Piastra $\pm < 21,33 >_s$ con carico distribuito laterale

In primo luogo abbiamo scelto di effettuare delle simulazioni per evidenziare la variazione dei primi 5 carichi critici di buckling in presenza di overlap. Le simulazioni fatte si riferiscono al caso full overlap. I valori sono stati ottenuti impiegando una modellizzazione basata su elementi finiti con 100 elementi e espansioni TE3 poichè, come spiegato nel capitolo 3.2, nel caso di overlap con una teoria LW si sarebbero dovuti modellizzare degli elementi di appoggio per riuscire a schematizzare l'intero spessore, facendo perdere il vantaggio computazionale dato dai modelli high-order basati sulla CUF.

N° Carico. [N]	Senza Difetti	Overlap
1	76.06	84.15
2	139.89	157.39
3	221.23	248.73
4	226.77	255.97
5	334.73	379.41
Variazione media		12.36%

Tabella 4.33: Buckling - Piastra incastrata - $[\pm < 21,33 >]_s$ - Confronto difetti e senza difetti - overlap

Come si può notare dalla tabella 4.33, la presenza dei difetti di tipo Overlap ha l'effetto di alzare il valore del carico critico in misura dell'area dei difetti presenti negli elementi. Rispetto al caso gap, l'innalzamento dei valori è più marcato, imputabile alla maggiore inerzia fisica portata dall'aumento di materiale.

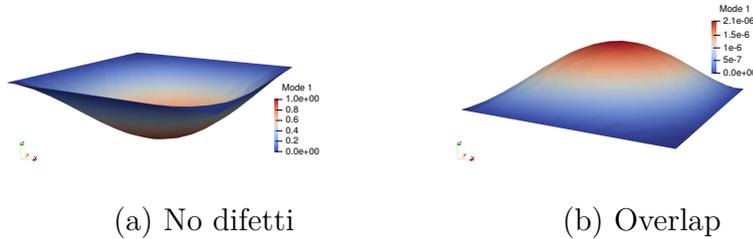


Figura 4.43: Rappresentazione deformata primo carico critico buckling - Overlap

Nella Fig. 4.43 vediamo rappresentate le deformazioni dovute al primo carico critico di buckling senza difetti e con i difetti inseriti. La forma non cambia, solo il valore.

Effetto del parametro N_{tows}

Rimanendo nel campo delle analisi degli effetti dei Overlap sul carico critico di Bukling, possiamo ora investigare come la variazione del parametro N_{tows} può incidere.

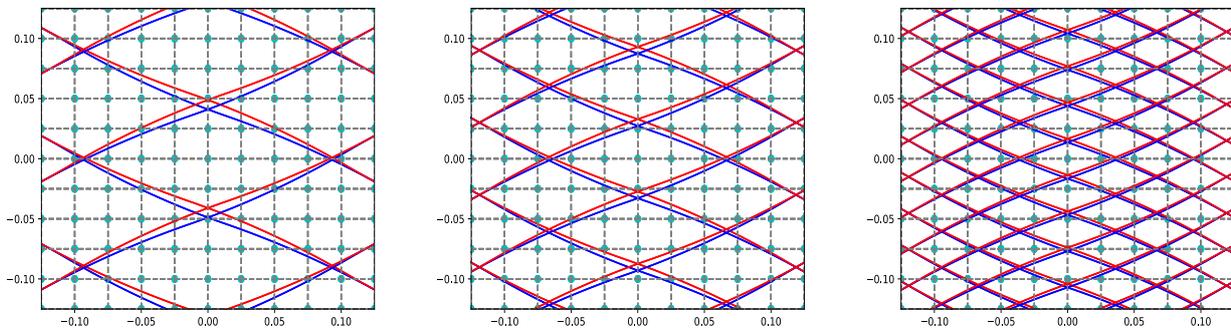


Figura 4.44: Piastra $\pm < 21,33 >_s$ con carico distribuito laterale - Variazione N_{tows} 24;16;8

Come possiamo notare in figura 4.44, al diminuire del parametro N_{tows} , che si traduce nello stampare meno tows per singolo course, abbiamo un infittimento delle fibre stampate, ciò porta al tempo stesso un aumento dei difetti presenti nella struttura, in quanto essi si trovano sempre nelle zone di confine tra i rami destri e sinistri del course. Infatti nel caso di 24 tows, abbiamo un area media di difetto del 4.50%, con 16 del 4.61%, con 8 del 4.91%.

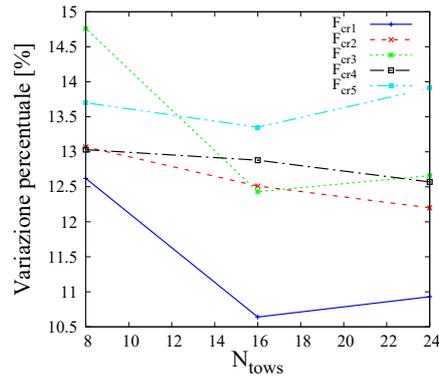


Figura 4.45: Buckling Overlap - Variazione N_{tows} - valori numerici si trovano nella tabelle in Appendice B.0.2.

Come possiamo apprezzare nella Fig. 4.45, questa variazione della area di difetti presenti incide sul valore del carico critico. Notiamo come al diminuire del parametro N_{tows} il carico critico aumenti, rispetto al valore senza difetti.

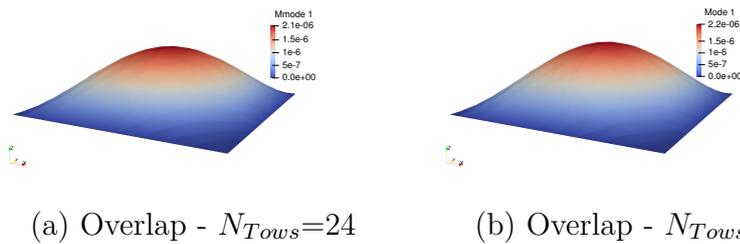


Figura 4.46: Rappresentazione deformata primo carico critico buckling - Overlap - Variazione N_{tows}

Nella Fig. 4.46 vediamo rappresentate le deformazioni dovute al primo carico critico di buckling al variare del parametro N_{tows} . La forma non cambia, solo il valore.

Effetto del parametro ϕ

Rimanendo nel campo delle analisi degli effetti dei overlap sui carichi critici, possiamo ora investigare come la variazione del parametro ϕ può incidere.

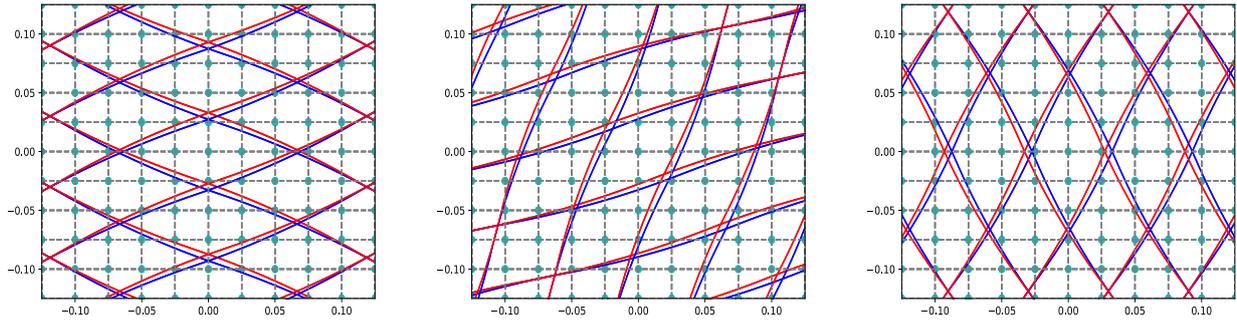


Figura 4.47: Piastra $\pm < 21,33 >_s$ con carico distribuito laterale - Variazione ϕ 0;45;90

Come si può notare nella Fig. 4.47 al variare della ϕ in senso anti-orario, la piastra ruota di conseguenza, perdendo la caratteristica per cui, in una shifted path, ai bordi si verifica un orientamento locale delle fibre pari a T_1 , in questo caso è variabile lungo y in funzione della ϕ scelta. L'area totale dei difetti presenti nella piastra passa da un 4.61% con $\phi = 0$, 4.11% con $\phi = 45$, 4.61% con $\phi = 90$, valore prossimo all'iniziale. Sostanzialmente abbiamo un decremento massimo delle aree di difetti in $\phi = 45$.

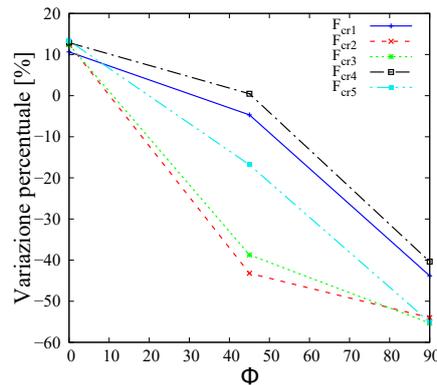


Figura 4.48: Buckling Overlap - Variazione ϕ - valori numerici si trovano nella tabelle in Appendice B.0.2.

In questo caso, come nel caso gap, al variare di ϕ abbiamo un peggioramento repentino del carico critico, differenza imputabile non al variare dell'area dei diretti, ma dalla direzione delle fibre. Mantenendo il carico lungo il bordo destro e sinistro della piastra, le fibre saranno sollecitate trasversalmente al carico, riducendo di molto la resistenza.

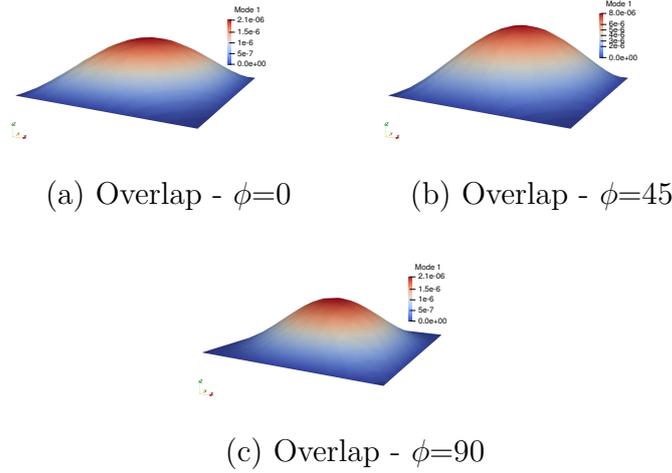


Figura 4.49: Rappresentazione deformata primo carico critico buckling - Overlap - Variazione ϕ

Nella Fig. 4.49 vediamo rappresentate le deformazioni dovute al primo carico critico di buckling al variare del parametro ϕ . La forma non cambia, solo il valore.

Capitolo 5

Conclusioni

In questa sezione si andranno a riassumere i principali risultati ottenuti e si faranno delle considerazioni su di essi. Si analizzeranno gli effetti della teoria strutturale, dei difetti e dei parametri di stampa, nelle analisi modali di vibrazione libera e buckling presenti nel Cap. 4.

5.1 Teoria strutturale

Come definito nel cap. 3.2, nella modellizzazione e simulazione dei materiali VAT si è utilizzato un approccio a elementi finiti bidimensionali basati sulla CUF. Nelle analisi svolte si è scelto di eseguire il calcolo di risposta meccanica utilizzando due approcci differenti, Equivalent Single Layer (ESL) e Layer Wise (LW). I due approcci sono differenti in quanto nella ESL si utilizzano polinomi di Taylor per espandere gli elementi finiti bidimensionali lungo lo spessore, le informazioni del singolo elemento vengono compattate in un unico strato equivalente. Con questo metodo è possibile simulare l'effetto dei gap e overlap, tuttavia si perdono delle informazioni a causa dello strato equivalente generato.

Nella teoria LW si utilizzano invece polinomi di Lagrange sempre per le espansioni lungo lo spessore, tra uno strato e l'altro la continuità è garantita dallo spostamento dei nodi.

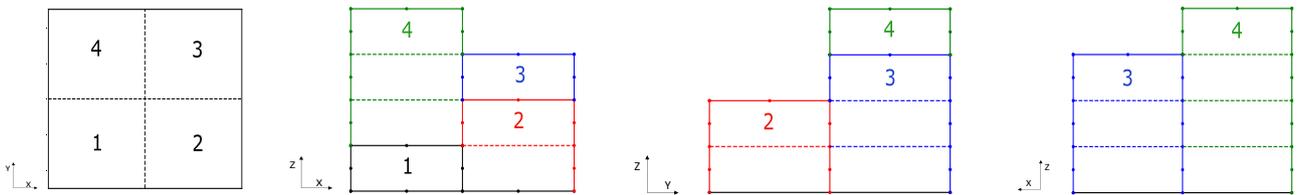


Figura 5.1: Schema variazione spessore in una piastra a 4 elementi finiti

Come è stato discusso nel capitolo 3.2, si è scelto di usare un modello ESL per la modellizzazione degli overlap per non perdere il vantaggio computazionale dato dagli elementi high-order basati sulla CUF, evitando di inserire degli elementi di *appoggio* per

rappresentare tutto lo spessore della piastra.

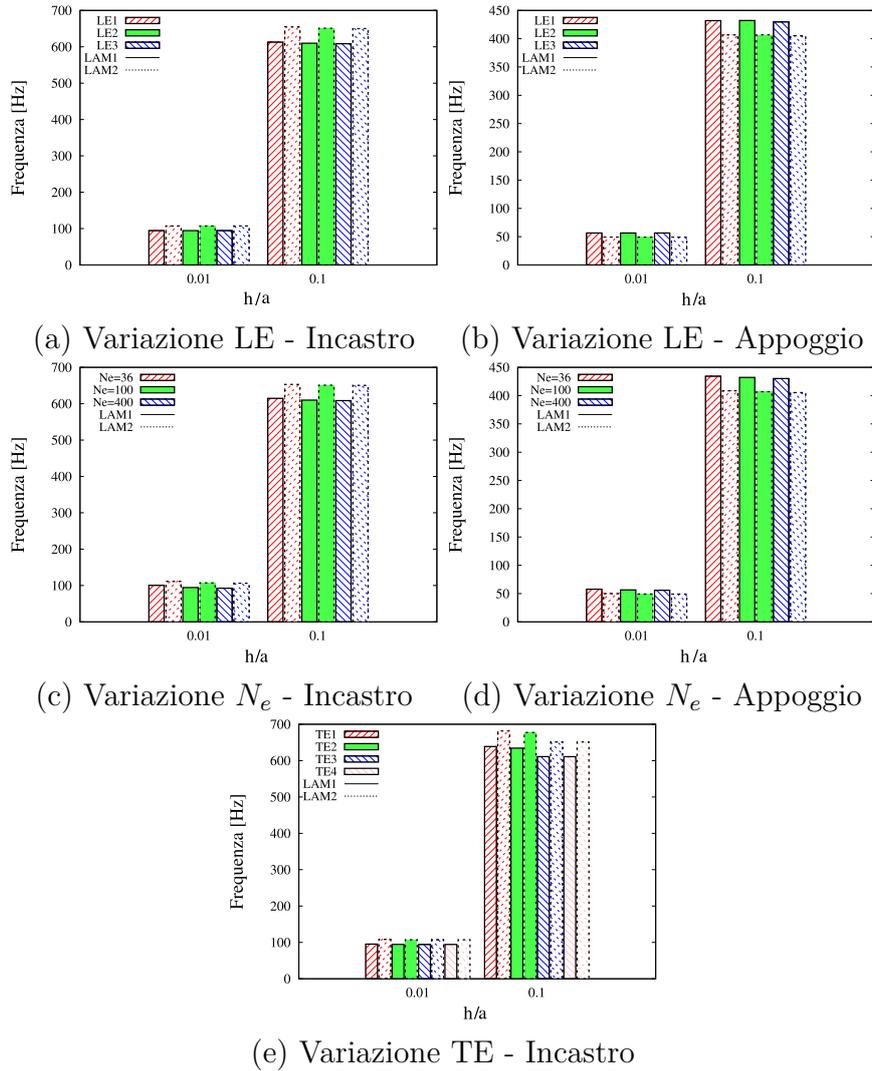


Figura 5.2: Analisi Modale - Variazione percentuale accuratezza Espansioni, numero di Elementi, Modello fisico

Come possiamo vedere dalla Fig.5.2, che riporta i valori della prima frequenza naturale nei casi di laminazione LAM1 e LAM2, per due rapporti di spessore lunghezza, come già ampiamente analizzato nel cap. 4.1.1, utilizzare un approccio LW o ESL in condizione di assenza di difetti è accurato, si ottiene una convergenza dei risultati utilizzando delle TE3 e dei LE2, in entrambi i casi con un numero di elementi finiti per strato di 100.

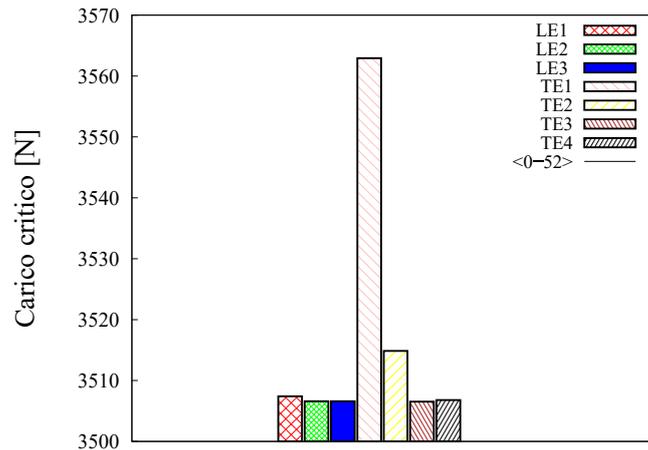


Figura 5.3: Analisi Buckling - Convergenza elementi finiti, classe espansioni, modello fisico

Come possiamo notare dalla Fig. 5.3, utilizzare un approccio LW o ESL in condizione di assenza di difetti è accurato, si ottiene una convergenza dei risultati utilizzando delle TE3 e dei LE2, in entrambi i casi con un numero di elementi finiti per strato di 100.

In entrambe le analisi svolte, il numero di elementi per strato scelto è molto minore rispetto ai classici metodi a elementi finiti dove il numero può salire senza troppi problemi nelle decine di migliaia, e tempi di simulazioni molto grandi. Quello che si nota tuttavia è che il metodi basati sulla CUF hanno dei risultati più accurati per delle piastre sottili (risultati numerici nel cap. 4.1.1).

5.2 Effetto Difetti

In questa sezione si andrà a analizzare quale è stato il principale effetto dei difetti di tipo gap e overlap nelle analisi svolte, i risultati ottenuti e considerazioni finali sulle frequenze proprie e i carichi critici di buckling.

Analisi Modale

Riprendendo i risultati presenti nei cap. 4.1.2 e 4.1.3, andiamo a investigare quale è stato l'effetto dei difetti nelle analisi modali di vibrazione libera.

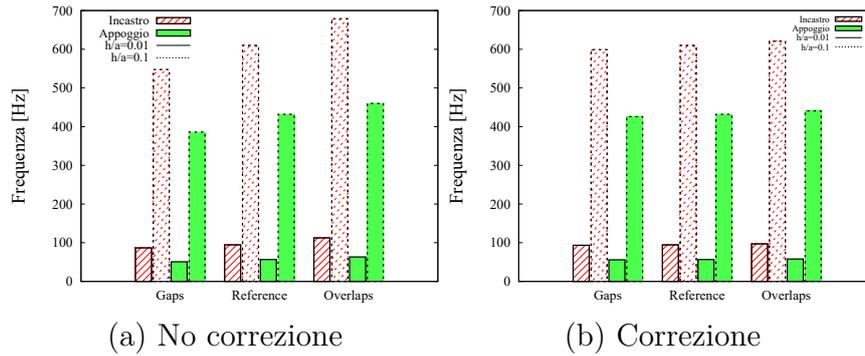


Figura 5.4: Analisi Modale - Effetto dei difetti

Dagli istogrammi sopra riportati, che riportano il valore della 1° frequenza propria di vibrare della piastra LAM1 a tre strati con orientamento $[\langle 0.45 \rangle, \langle -45 \rangle, \langle 0.45 \rangle]$, di dimensioni $a \times h = 1 \times 1$ m, valutata per due rapporti di spessore lunghezza 0.01 e 0.1, possiamo notare come la presenza dei gap ha il ruolo di abbassare il valore della frequenza, di un valore proporzionale, ma non uguale, alla area di difetti presente nel materiale. Con difetti di tipo overlap la frequenza invece si alza, con una variazione, a parità di area di difetto, leggermente maggiore in valore assoluto rispetto ai gap. Questa differenza può essere imputabile al fatto che abbiamo più massa, ma anche più rigidità. Così, il rapporto K/M viene più alto, e permette quindi di supporre che il software di calcolo giunga a risultati apparentemente corretti.

Non c'è sostanziale differenza dal punto di vista fisico tra elementi non corretti e corretti, ovvero dove si è andati a ridurre i difetti troppo estesi tagliando i singoli tows durante la stampa. Correggendo, la variazione dal valore senza difetti è notevolmente inferiore, ma presente lo stesso.

Buckling

Riprendendo i risultati presenti nei cap. 4.2.2 e 4.2.3, andiamo a investigare quale è stato l'effetto dei difetti nel carico critico di buckling.

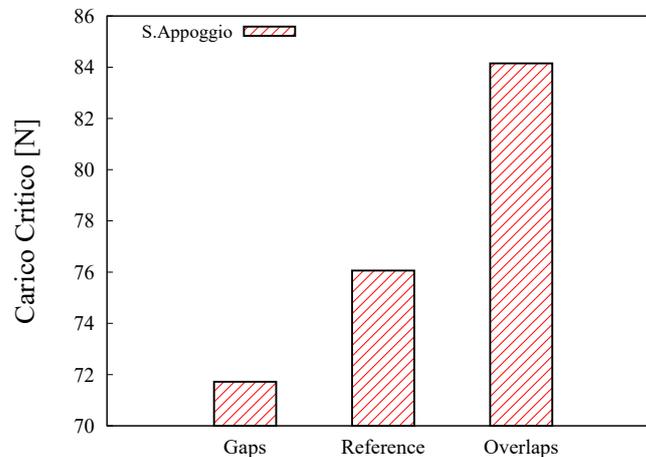


Figura 5.5: Buckling - Effetto dei difetti

Dagli istogrammi sopra riportati, che riportano il valore del primo carico critico della piastra con orientamento $[\pm < 21,33 >]_s$ di dimensioni $a \times h = 0.25 \times 0.25$ m, spessore del singolo strato di 0.125 mm, sottoposta a un carico laterale distribuito, possiamo notare come la presenza dei gap ha il ruolo di abbassare il valore del carico critico, di un valore proporzionale, ma non uguale, alla area di difetti presente nel materiale. Con difetti di tipo overlap il carico critico invece si alza, maggiormente rispetto al caso gap (di più di due volte in valore assoluto), comportamento dovuto alla maggiore presenza di materiale disposto lungo le fibre.

A causa dell'entità ridotta di difetti che si ottiene con questi orientamenti, non è stato necessario correggere i difetti durante la stampa in quanto area di difetti minore della sensibilità della correzione.

5.3 Effetto Parametri di stampa

Analisi Modale

Riprendendo i risultati presenti nei cap. 4.1.2 e 4.1.3, andiamo a investigare quale è stato l'effetto dei parametri di stampa nelle analisi modali di vibrazione libera.

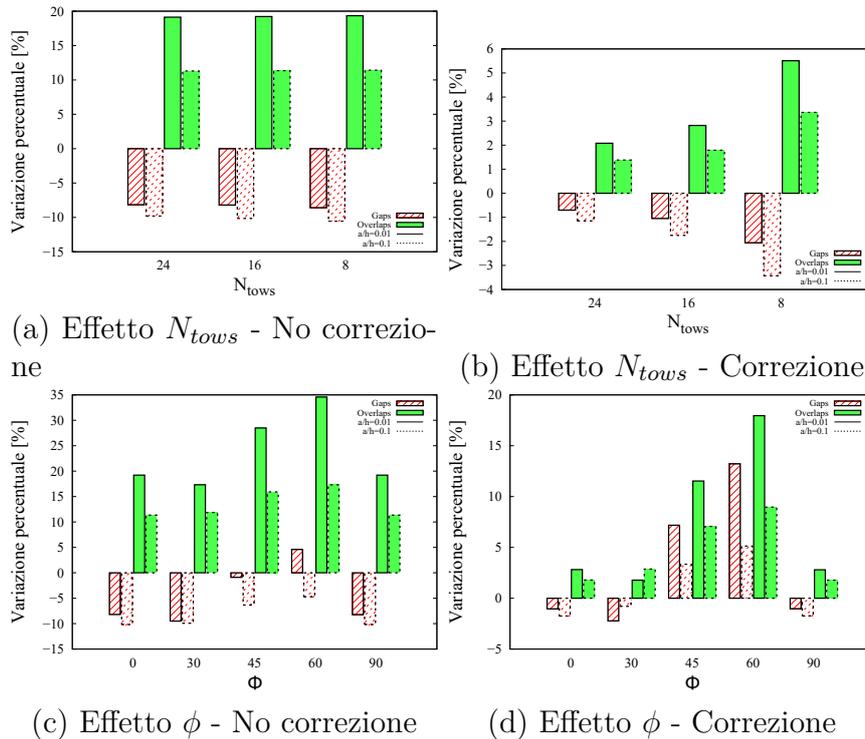


Figura 5.6: Analisi Modale - Effetto dei parametri di stampa

Come possiamo vedere dalle immagini sovrastanti, rappresentati il caso di laminazione LAM1, con condizioni di incastro sui quattro lati e due rapporti di spessore lunghezza, si è analizzato come cambia la prima frequenza propria di vibrare, percentualmente al

caso senza difetti, al variare del parametro N_{tows} e ϕ nel caso di Gap e Overlap. Diminuendo N_{tows} si ottiene una piastra con fibre di materiale VAT più fitte, ciò aumenta la quantità di difetti presenti, poiché essi si trovano nelle zone di contatto tra course. Nel caso dei gap abbiamo un peggioramento delle prestazioni al diminuire di N_{tows} , negli overlap invece aumenta. Risulta più marcata la variazione percentuale con il caso di correzione dei difetti, poiché effettuandola, andando i difetti a spalmarsi lungo tutta la fibra curvilinea, al diminuire di N_{tows} c'è un incremento relativo maggiore di area di difetto per strato rispetto al caso non corretto dove i difetti erano concentrati in determinate zone in base agli angoli e alla strategia di stampa scelta.

Modificando il valore di ϕ invece non si ha uno schema preciso di variazione sia nel caso corretto o non corretto. A 45° si può avere un massimo di area di difetto o un minimo, in base alla strategia di stampa e agli orientamenti (vedi cap. 3.2), e ciò incide sulla variazione del valore della frequenza misurata. Tra 0° e 90° si torna ai valori iniziali, riportando la piastra a avere la configurazione iniziale, ma ruotata, non inficiando quindi la frequenza.

Buckling

Riprendendo i risultati presenti nei cap. 4.2.2 e 4.2.3, andiamo a investigare quale è stato l'effetto dei parametri di stampa nel carico critico di buckling.

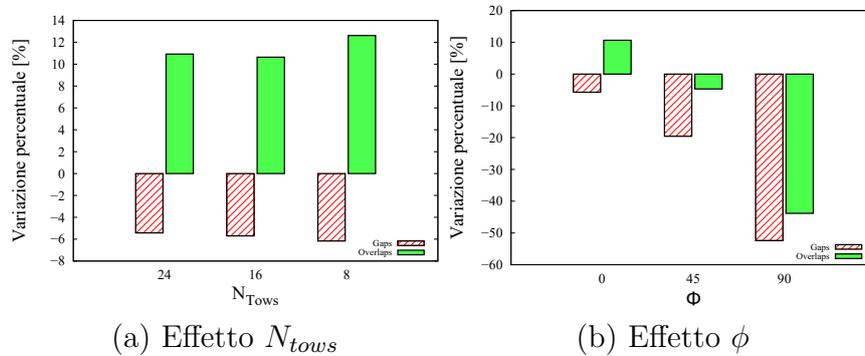


Figura 5.7: Buckling - Effetto dei parametri di stampa

Come possiamo vedere dalle immagini sovrastanti, si è analizzato come cambia la prima frequenza propria di vibrare al variare del parametro N_{tows} e ϕ . A causa dell'entità ridotta di difetti che si ottiene con questi orientamenti, non è stato necessario correggerli durante la stampa in quanto area di difetti minore della sensibilità della correzione.

Diminuendo N_{tows} si ottiene una piastra con fibre di materiale VAT più fitte, ciò aumenta la quantità di difetti presenti, poiché essi si trovano nelle zone di contatto tra course. Nel caso dei gap abbiamo un peggioramento del carico critico al diminuire di N_{tows} , negli overlap invece aumenta.

Modificando il valore di ϕ invece il comportamento è sensibilmente diverso. Essendo la piastra caricata lateralmente, in una configurazione a 0° il carico è longitudinale alle fibre, mentre se invece si inizia a ruotare, esso tende a essere sempre più trasversale, riducendo notevolmente il carico critico. Se ne deduce che per il buckling è meglio avere il carico longitudinale alle fibre. Sia nel caso gap e overlap osserviamo lo stesso comportamento, ma con valori sensibilmente diversi, se si volesse realizzare una piastra in cui il carico è trasversale alle fibre, il caso overlap a 90° risulta avere un valore critico maggiore rispetto allo speculare in condizioni di gap.

Elenco delle figure

1.1	Generica immagine materiali Compositi [1]	1
1.2	Esempio stratificazione composito tradizionale Ref.[8] [?]	2
1.3	Composito convenzionale vs VAT Ref. [3]	3
1.4	Parametri fibra variazione lineare Ref. [2]	4
1.5	Rappresentazione sistema riferimento materiale e globale Ref. [8]	4
1.6	ATL in lavorazione Ref. [11]	5
1.7	AFP in lavorazione Ref. [12] e [13]	6
1.8	Schema AFP Ref. [12]	6
1.9	Gap/Overlap Ref. [14]	8
1.10	Pucker Ref. [14]	9
1.11	Wrinkle Ref. [14]	9
1.12	Bridging Ref. [14]	10
1.13	Boundary Coverage Ref. [14]	10
1.14	Angle deviation Ref. [14]	11
1.15	Fold Ref. [14]	11
1.16	Twist Ref. [14]	12
1.17	Wandering Ref. [14]	13
1.18	Loose Tow Ref. [14]	13
1.19	Missing Tow Ref. [14]	14
1.20	Splice Ref. [14]	14
1.21	Position Error Ref. [14]	15
1.22	FOD - Foreign Object Detection Ref. [14]	15
2.1	Parametri fibra VAT	17
2.2	Rappresentazione grafica funzione analitica	18
2.3	Schema Course	19
2.4	Realizzazione di due courses dove l'orientamento della fibra varia linearmente. Sinistra $T_0 = 0, T_1 = 45$. Destra: $T_0 = 45, T_1 = 0$	20
2.5	Realizzazione di due courses dove l'orientamento della fibra varia linearmente. Sinistra $T_0 = 0, T_1 = 45 \phi = 30$. Destra: $T_0 = 45, T_1 = 0 \phi = 30$	20
2.6	Parallel path	21
2.7	Shifted path	21
2.8	Variazione proiezione larghezza course $T_0 = 0$ e $T_1 = 60$	22

2.9	Rappresentazione di materiale VAT con orientamento <0-45>, full gap a sinistra e full overlap a destra	22
2.10	Rappresentazione di materiale VAT con orientamento <60-30>, full gap a sinistra e full overlap a destra	23
2.11	Tows Coverage Ref. [17]	23
2.12	Rappresentazione <0-45> Full Gap 0% Coverage	24
2.13	Rappresentazione <0-45> Full Overlap 100% Coverage	24
2.14	Variazione dei moduli elastici e a taglio con la percentuale di difetto tipo gap all'interno del elemento finito. Da Ref.[10].	25
3.1	Elementi finiti 1D	27
3.2	Elementi finiti 2D Ref. [?]	28
3.3	Nucleo fondamentale Ref. [18]	30
3.4	L4 Lagrange Ref. [18]	33
3.5	Generico Elemento di Lagrange Ref. [18]	34
3.6	Sinistra <0-45> Full Gap , Destra <0-45> Full Overlapp	35
3.7	Confronto Difetti e DLM - Gap	36
3.8	No correzione gap - LAM1 $N_{tows} = 16$ - Variazione ϕ 0-45-90	36
3.9	Confronto Difetti e DLM - Overlap	37
3.10	Schema variazione spessore in una piastra a 4 elementi finiti	37
3.11	No correzione overlap - LAM1 $N_{tows} = 16$ - Variazione ϕ 0-45-90	38
3.12	Diagramma di Flusso	38
4.1	Analisi Modale - Variazione percentuale accuratezza Espansioni, numero di Elementi, Modello fisico	48
4.2	Analisi Modale - visione forma modale	49
4.3	Analisi Modale - visione primi 5 modi vibrazione libera - LE - incastro - $h=0.01$	49
4.4	LAM1 - Gap - No correzione vs Correzione - $N_{tows} = 16$	50
4.5	Analisi Forma Modale - Gap - No correzione vs correzione	53
4.6	LAM1 - No correzione - Da sinistra a destra $N_{tows} = 24; 16; 8$	53
4.7	LAM1 - Correzione - Da sinistra a destra $N_{tows} = 24; 16; 8$; correzione dei difetti	54
4.8	gap - Variazione percentuale Modi vibrazionali senza correzione - valori numerici si trovano nella tabelle in Appendice A.0.1.	55
4.9	Analisi Forma Modale - Gap - Variazione N_{tows}	55
4.10	gap - Variazione percentuale Modi vibrazionali con correzione - valori numerici si trovano nella tabelle in Appendice A.0.1.	56
4.11	Analisi Forma Modale - Gap - Variazione N_{tows}	57
4.12	No correzione gap - LAM1 $N_{tows} = 16$ - Variazione ϕ 0-45-90	57
4.13	Correzione gap - LAM1 $N_{tows} = 16$ Variazione ϕ 0-30-45-60-90	58
4.14	gap - Variazione percentuale modi vibrazionali - senza correzione - valori numerici si trovano nella tabelle in Appendice A.9.	58
4.15	Analisi Forma Modale - Gap - Variazione ϕ	59
4.16	gap - Variazione percentuale modi vibrazionali - con correzione - valori numerici si trovano nella tabelle in Appendice A.9.	60

4.17	Analisi Forma Modale - Gap - Variazione ϕ	61
4.18	LAM1 - Overlap - No correzione vs Correzione - $N_{tows} = 16$	62
4.19	Analisi Forma Modale - Overlap - No correzione vs correzione	65
4.20	LAM1 - overlap No Correction - Da sinistra a destra $N_{tows} = 24; 16; 8$	65
4.21	overlap - Variazione percentuale Modi vibrazionali senza correzione - valori numerici si trovano nella tabelle in Appendice B.1.	66
4.22	Analisi Forma Modale - Overlap - Variazione N_{tows}	66
4.23	LAM1 - overlap Correction - Da sinistra a destra $N_{tows} = 24; 16; 8$	67
4.24	overlap - Variazione percentuale Modi vibrazionali con correzione - valori numerici si trovano nella tabelle in Appendice B.1.	67
4.25	Analisi Forma Modale - Overlap - Variazione N_{tows}	68
4.26	No correzione Overlap - LAM1 $N_{tows} = 16$ - Variazione ϕ 0-45-90	68
4.27	overlap - Variazione percentuale modi vibrazionali - senza correzione - valori numerici si trovano nella tabelle in Appendice B.0.1.	69
4.28	Analisi Forma Modale - Overlap - Variazione ϕ	70
4.29	overlap correction - LAM1 OVERLAP $N_{tows} = 16$ - Variazione phi 0-45-90	71
4.30	overlap - Variazione percentuale modi vibrazionali - con correzione - valori numerici si trovano nella tabelle in Appendice B.0.1.	71
4.31	Analisi Forma Modale - Overlap - Variazione ϕ	72
4.32	Convergenza elementi finiti, classe espansioni, modello fisico - Analisi Buckling	74
4.33	Analisi Buckling - visione primi 5 carichi critici - LE2 - incastro	74
4.34	Piastra $\pm < 21,33 >_s$ con carico distribuito laterale	75
4.35	Rappresentazione deformata primo carico critico buckling - Gap	76
4.36	Piastra $\pm < 21,33 >_s$ con carico distribuito laterale - Variazione N_{tows} 24;16;8	76
4.37	Buckling Gap - Variazione N_{tows} - valori numerici si trovano nella tabelle in Appendice A.17.	76
4.38	Rappresentazione deformata primo carico critico buckling - Gap - Variazione N_{tows}	77
4.39	Piastra $\pm < 21,33 >_s$ con carico distribuito laterale - Variazione ϕ 0;45;90	77
4.40	Buckling Gap - Variazione ϕ - valori numerici si trovano nella tabelle in Appendice A.18.	78
4.41	Rappresentazione deformata primo carico critico buckling - Gap - Variazione phi	78
4.42	Piastra $\pm < 21,33 >_s$ con carico distribuito laterale	79
4.43	Rappresentazione deformata primo carico critico buckling - Overlap	80
4.44	Piastra $\pm < 21,33 >_s$ con carico distribuito laterale - Variazione N_{tows} 24;16;8	80
4.45	Buckling Overlap - Variazione N_{tows} - valori numerici si trovano nella tabelle in Appendice B.0.2.	81
4.46	Rappresentazione deformata primo carico critico buckling - Overlap - Variazione N_{tows}	81
4.47	Piastra $\pm < 21,33 >_s$ con carico distribuito laterale - Variazione ϕ 0;45;90	82

4.48	Buckling Overlap - Variazione ϕ - valori numerici si trovano nella tabelle in Appendice B.0.2.	82
4.49	Rappresentazione deformata primo carico critico buckling - Overlap - Variazione phi	83
5.1	Schema variazione spessore in una piastra a 4 elementi finiti	84
5.2	Analisi Modale - Variazione percentuale accuratezza Espansioni, numero di Elementi, Modello fisico	85
5.3	Analisi Buckling - Convergenza elementi finiti, classe espansioni, modello fisico	86
5.4	Analisi Modale - Effetto dei difetti	87
5.5	Buckling - Effetto dei difetti	87
5.6	Analisi Modale - Effetto dei parametri di stampa	88
5.7	Buckling - Effetto dei parametri di stampa	89

Elenco delle tabelle

4.1	Piastra incastrata - LAM1 -Variazione Numero elementi finiti - $h/a = 0.01$	41
4.2	Piastra incastrata - LAM1 -Variazione Numero elementi finiti - $h/a = 0.1$	41
4.3	Piastra incastrata - LAM2 -Variazione Numero elementi finiti - $h/a = 0.01$	41
4.4	Piastra incastrata - LAM2 -Variazione Numero elementi finiti - $h/a = 0.1$	42
4.5	Piastra appoggiata - LAM1 -Variazione Numero elementi finiti - $h/a = 0.01$	42
4.6	Piastra appoggiata - LAM1 -Variazione Numero elementi finiti - $h/a = 0.1$	42
4.7	Piastra appoggiata - LAM2 -Variazione Numero elementi finiti - $h/a = 0.01$	43
4.8	Piastra appoggiata - LAM2 -Variazione Numero elementi finiti - $h/a = 0.1$	43
4.9	Piastra incastrata - LAM1 -Variazione Espansioni - $h/a = 0.01$	43
4.10	Piastra incastrata - LAM1 -Variazione Espansioni - $h/a = 0.1$	44
4.11	Piastra incastrata - LAM2 -Variazione Espansioni - $h/a = 0.01$	44
4.12	Piastra incastrata - LAM2 -Variazione Espansioni - $h/a = 0.1$	44
4.13	Piastra appoggiata - LAM1 -Variazione Espansioni - $h/a = 0.01$	45
4.14	Piastra appoggiata - LAM1 -Variazione Espansioni - $h/a = 0.1$	45
4.15	Piastra appoggiata - LAM2 -Variazione Espansioni - $h/a = 0.01$	45
4.16	Piastra appoggiata - LAM2 -Variazione Espansioni - $h/a = 0.1$	46
4.17	Piastra incastrata - LAM1 -Variazione Modello fisico - $h/a = 0.01$	46
4.18	Piastra incastrata - LAM1 -Variazione Modello fisico - $h/a = 0.1$	46
4.19	Piastra incastrata - LAM2 -Variazione Modello fisico - $h/a = 0.01$	47
4.20	Piastra incastrata - LAM2 -Variazione Modello fisico - $h/a = 0.1$	47
4.21	Piastra incastrata - LAM1 - No difetti/difetti - $h/a = 0.01$ - Gap	51
4.22	Piastra incastrata - LAM1 - No difetti/difetti - $h/a = 0.1$ - Gap	51
4.23	Piastra appoggiata - LAM1 - No difetti/difetti - $h/a = 0.01$ - Gap	52
4.24	Piastra appoggiata - LAM1 - No difetti/difetti - $h/a = 0.1$ - Gap	52
4.25	Piastra incastrata - LAM1 - No difetti/difetti - $h/a = 0.01$ - Overlap	62
4.26	Piastra incastrata - LAM1 - No difetti/difetti - $h/a = 0.1$ - Overlap	63
4.27	Piastra appoggiata - LAM1 - No difetti/difetti - $h/a = 0.01$ - Overlap	63
4.28	Piastra appoggiata - LAM1 - No difetti/difetti - $h/a = 0.1$ - Overlap	64
4.29	Convergenza Carico Critico Buckling - Dimensionale	73
4.30	Convergenza Carico Critico Buckling - Adimensionale	73
4.31	Convergenza Modello fisico Buckling - Dimensionale	73
4.32	Buckling - Piastra incastrata - $[\pm < 21,33 >]_s$ - Confronto difetti e senza difetti - gap	75

4.33	Buckling - Piastra incastrata - $[\pm < 21,33 >]_s$ - Confronto difetti e senza difetti - overlap	79
A.1	Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra incastrata - h=0.01 - Variazione N_{tows} - No Correzione	98
A.2	Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra incastrata - h=0.1 - Variazione N_{tows} - No Correzione	99
A.3	Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.01 - Variazione N_{tows} - No Correzione	99
A.4	Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.1 - Variazione N_{tows} - No Correzione	100
A.5	Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra incastrata - h=0.01 - Variazione N_{tows} - Correzione	100
A.6	Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra incastrata - h=0.1 - Variazione N_{tows} - Correzione	101
A.7	Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.01 - Variazione N_{tows} - Correzione	101
A.8	Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.1 - Variazione N_{tows} - Correzione	102
A.9	Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra Incastrata - h=0.01 - Variazione ϕ - No Correzione	102
A.10	Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra Incastrata - h=0.1 - Variazione ϕ - No Correzione	103
A.11	Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.01 - Variazione ϕ - No Correzione	103
A.12	Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.1 - Variazione ϕ - No Correzione	104
A.13	Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra Incastrata - h=0.01 - Variazione ϕ - Correzione	104
A.14	Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra Incastrata - h=0.1 - Variazione ϕ - Correzione	105
A.15	Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.01 - Variazione ϕ - Correzione	105
A.16	Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.1 - Variazione ϕ - Correzione	106
A.17	Buckling - Gap - $[\pm < 21,33 >]_s$ - Piastra Appoggiata - Variazione N_{tows}	106
A.18	Buckling - Gap - $\pm < 21,33 >_s$ - Piastra Appoggiata - Variazione ϕ . . .	106
B.1	Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra incastrata - h=0.01 - Variazione N_{tows} - No Correzione	107
B.2	Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra incastrata - h=0.1 - Variazione N_{tows} - No Correzione	108
B.3	Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.01 - Variazione N_{tows} - No Correzione	108
B.4	Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.1 - Variazione N_{tows} - No Correzione	109

B.5	Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra incastrata - h=0.01 - Variazione N_{tows} - Correzione	109
B.6	Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra incastrata - h=0.1 - Variazione N_{tows} - Correzione	110
B.7	Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.01 - Variazione N_{tows} - Correzione	110
B.8	Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.1 - Variazione N_{tows} - Correzione	111
B.9	Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra Incastrata - h=0.01 - Variazione ϕ - No Correzione	111
B.10	Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra Incastrata - h=0.1 - Variazione ϕ - No Correzione	112
B.11	Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.01 - Variazione ϕ - No Correzione	112
B.12	Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.1 - Variazione ϕ - No Correzione	113
B.13	Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra Incastrata - h=0.01 - Variazione ϕ - Correzione	113
B.14	Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra Incastrata - h=0.1 - Variazione ϕ - Correzione	114
B.15	Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.01 - Variazione ϕ - Correzione	114
B.16	Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.1 - Variazione ϕ - Correzione	115
B.17	Buckling - Overlap - $[\pm < 21,33 >]_s$ - Piastra Appoggiata - Variazione N_{tows}	115
B.18	Buckling - Overlap - $\pm < 21,33 >_s$ - Piastra Appoggiata - Variazione ϕ	116

Appendice A

Gap - Variazione Parametri di stampa

A.0.1 Analisi Modale

Variazione N_{tows}

N° Freq. [Hz]	$N_{tows} = 24$	$N_{tows} = 16$	$N_{tows} = 8$
1	86.74	86.68	86.33
2	122.44	122.45	122.01
3	184.50	184.92	183.99
4	226.04	225.11	224.68
5	261.96	261.07	260.45
6	273.87	272.74	273.02
7	326.57	325.77	324.90
8	387.40	387.55	385.98
9	424.96	422.50	423.57
Variazione media	-9.78 %	-9.96%	-10.16%

Tabella A.1: Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra incastrata - h=0.01 - Variazione N_{tows} - No Correzione

N° Freq. [Hz]	$N_{tows} = 24$	$N_{tows} = 16$	$N_{tows} = 8$
1	549.96	547.82	545.45
2	798.85	797.10	793.16
3	1088.49	1083.41	1078.92
4	1161.56	1159.71	1153.61
5	1300.67	1295.57	1290.65
6	1563.65	1556.30	1551.55
7	1666.28	1660.96	1653.86
8	1699.51	1692.53	1685.38
9	1859.71	1850.73	1843.86
Variazione media	-11.73 %	-12.05%	-12.42%

Tabella A.2: Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra incastrata - h=0.1 - Variazione N_{tows} - No Correzione

N° Freq. [Hz]	$N_{tows} = 24$	$N_{tows} = 16$	$N_{tows} = 8$
1	51.06	50.91	50.75
2	84.90	84.58	84.47
3	139.64	139.13	138.96
4	156.35	155.51	155.17
5	193.26	192.42	191.85
6	216.59	215.18	215.42
7	253.08	252.02	251.38
8	312.56	312.70	310.89
9	329.50	328.68	327.44
Variazione media	-9.47 %	-9.80%	-10.02%

Tabella A.3: Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.01 - Variazione N_{tows} - No Correzione

N° Freq. [Hz]	$N_{tows} = 24$	$N_{tows} = 16$	$N_{tows} = 8$
1	387.76	386.21	385.01
2	616.71	614.34	612.91
3	945.46	941.36	937.87
4	977.46	973.92	971.49
5	1134.81	1129.97	1126.49
6	1390.39	1384.16	1380.58
7	1482.41	1474.92	1471.86
8	1557.09	1550.45	1544.46
9	1635.07	1627.86	1622.47
Variazione media	-10.69%	-11.07%	-11.33%

Tabella A.4: Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.1 - Variazione N_{tows} - No Correzione

N° Freq. [Hz]	$N_{tows} = 24$	$N_{tows} = 16$	$N_{tows} = 8$
1	93.78	93.45	92.50
2	134.38	133.91	132.49
3	204.89	204.19	202.07
4	245.21	244.23	241.60
5	285.48	284.31	281.08
6	305.58	304.47	301.37
7	358.84	357.39	353.27
8	430.45	428.88	423.97
9	472.83	471.08	466.38
Variazione media	-0.74 %	-1.11%	-2.17%

Tabella A.5: Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra incastrata - h=0.01 - Variazione N_{tows} - Correzione

N° Freq. [Hz]	$N_{tows} = 24$	$N_{tows} = 16$	$N_{tows} = 8$
1	602.76	599.10	588.85
2	893.84	888.99	874.88
3	1200.79	1193.21	1171.89
4	1313.91	1306.87	1286.35
5	1451.56	1442.75	1417.44
6	1754.03	1742.89	1712.33
7	1905.62	1892.45	1858.53
8	1908.61	1898.27	1868.58
9	2086.07	2071.73	2033.69
Variazione media	-1.19 %	-1.79%	-3.47%

Tabella A.6: Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra incastrata - h=0.1 - Variazione N_{tows} - Correzione

N° Freq. [Hz]	$N_{tows} = 24$	$N_{tows} = 16$	$N_{tows} = 8$
1	56.14	55.95	55.42
2	92.97	92.63	91.66
3	153.90	153.33	151.73
4	170.33	169.68	167.87
5	210.27	209.45	207.11
6	239.60	238.72	236.24
7	276.48	275.40	272.28
8	343.77	342.52	338.63
9	361.91	360.71	357.09
Variazione media	-0.72%	-1.08%	-2.13%

Tabella A.7: Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.01 - Variazione N_{tows} - Correzione

N° Freq. [Hz]	$N_{tows} = 24$	$N_{tows} = 16$	$N_{tows} = 8$
1	428.03	425.96	420.18
2	685.26	681.85	672.25
3	1049.68	1043.83	1027.49
4	1098.42	1092.95	1077.52
5	1261.86	1254.78	1234.67
6	1554.06	1545.18	1520.54
7	1679.80	1670.88	1646.08
8	1750.81	1739.11	1709.11
9	1696.84	1686.43	1662.20
Variazione media	-1.08%	-1.63%	-3.11%

Tabella A.8: Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.1 - Variazione N_{tows} - Correzione

Variazione ϕ

N° Freq. [Hz]	$\phi = 0$	$\phi = 30$	$\phi = 45$	$\phi = 60$	$\phi = 90$
1	86.68	85.47	93.60	98.79	86.67
2	122.45	135.34	132.78	129.15	122.44
3	184.92	203.27	203.52	194.04	184.90
4	225.11	202.92	231.94	253.13	225.08
5	261.07	282.25	273.03	276.62	261.05
6	272.74	281.95	287.43	285.07	272.70
7	325.77	366.42	372.54	341.32	325.73
8	387.55	380.74	383.06	382.46	387.51
9	422.50	397.98	439.59	473.93	422.44
Variazione media	-9.96%	-7.40%	-4.27 %	-3.64%	-9.97%

Tabella A.9: Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra Incastrata - h=0.01 - Variazione ϕ - No Correzione

N° Freq. [Hz]	$\phi = 0$	$\phi = 30$	$\phi = 45$	$\phi = 60$	$\phi = 90$
1	547.82	549.32	571.13	581.05	547.78
2	797.10	823.08	820.86	809.92	797.05
3	1083.41	1048.35	1085.14	1116.94	1083.31
4	1159.71	1130.06	1140.16	1155.32	1159.63
5	1295.57	1422.43	1376.64	1323.32	1295.46
6	1556.30	1462.99	1468.29	1501.38	1556.22
7	1660.96	1560.28	1644.16	1721.87	1660.82
8	1692.53	1773.27	1786.71	1733.06	1692.41
9	1850.73	1819.48	1819.76	1857.34	1850.61
Variazione media	-12.05%	-12.18 %	-11.14 %	-10.53%	-12.06%

Tabella A.10: Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra Incastrata - h=0.1 - Variazione ϕ - No Correzione

N° Freq. [Hz]	$\phi = 0$	$\phi = 30$	$\phi = 45$	$\phi = 60$	$\phi = 90$
1	50.91	47.84	48.84	50.69	50.90
2	84.58	91.42	84.54	79.71	84.57
3	139.13	135.92	145.28	136.85	139.11
4	155.51	147.03	153.48	168.28	155.49
5	192.42	205.47	189.08	190.71	192.40
6	215.18	212.86	212.24	210.60	215.16
7	252.02	275.52	278.97	252.36	252.00
8	312.70	305.42	291.32	289.54	312.68
9	328.68	293.79	329.27	365.39	328.63
Variazione media	-9.80%	-10.16%	-9.81%	-9.67%	-9.81%

Tabella A.11: Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.01 - Variazione ϕ - No Correzione

N° Freq. [Hz]	$\phi = 0$	$\phi = 30$	$\phi = 45$	$\phi = 60$	$\phi = 90$
1	386.21	380.36	391.33	400.83	386.17
2	614.34	666.31	646.04	619.28	614.29
3	941.36	876.97	934.80	976.72	973.84
4	973.92	972.23	985.07	983.24	941.26
5	1129.97	1255.07	1186.76	1146.46	1129.86
6	1384.16	1304.21	1310.87	1322.91	1384.08
7	1474.92	1405.94	1527.14	1553.76	1474.79
8	1550.45	1547.51	1533.90	1551.23	1550.36
9	1627.86	1616.02	1636.87	1612.61	1627.82
Variazione media	-11.07%	-11.10 %	-10.11%	-10.02%	-11.06%

Tabella A.12: Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.1 - Variazione ϕ - No Correzione

N° Freq. [Hz]	$\phi = 0$	$\phi = 30$	$\phi = 45$	$\phi = 60$	$\phi = 90$
1	93.45	92.34	101.22	106.92	93.46
2	133.91	148.92	145.62	141.59	133.91
3	204.19	218.52	226.38	214.88	204.19
4	244.23	226.43	251.34	275.46	244.23
5	284.31	307.49	296.69	301.69	284.32
6	304.47	316.47	322.68	319.35	304.48
7	357.39	398.98	407.54	370.88	357.39
8	428.88	427.84	432.12	429.91	428.89
9	471.08	439.56	480.07	520.89	471.07
Variazione media	-1.11%	-1.80%	-5.24%	-5.89%	-1.11%

Tabella A.13: Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra Incastrata - h=0.01 - Variazione ϕ - Correzione

N° Freq. [Hz]	$\phi = 0$	$\phi = 30$	$\phi = 45$	$\phi = 60$	$\phi = 90$
1	599.10	604.91	630.23	641.08	599.21
2	888.99	929.02	923.47	907.38	889.13
3	1193.21	1147.61	1195.38	1236.52	1193.51
4	1306.87	1292.98	1308.80	1321.28	1307.07
5	1442.75	1593.31	1524.52	1462.54	1443.05
6	1742.89	1687.27	1696.64	1726.77	1743.23
7	1892.45	1726.07	1841.87	1937.97	1898.51
8	1898.27	2010.24	2029.22	1940.90	1892.92
9	2071.73	2233.55	2117.86	2085.95	2072.22
Variazione media	-1.79%	-0.40 %	-0.27 %	-0.34%	-1.77%

Tabella A.14: Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra Incastrata - h=0.1 - Variazione ϕ - Correzione

N° Freq. [Hz]	$\phi = 0$	$\phi = 30$	$\phi = 45$	$\phi = 60$	$\phi = 90$
1	55.95	52.88	54.26	56.43	55.95
2	92.63	101.14	93.52	88.26	92.63
3	153.33	146.99	161.91	152.00	153.33
4	169.68	163.62	167.34	184.39	169.67
5	209.45	223.29	205.51	208.27	209.45
6	238.72	237.94	237.97	235.93	238.73
7	275.40	298.97	303.87	273.91	275.40
8	342.52	335.87	327.73	324.37	342.52
9	360.71	329.85	388.00	400.64	360.71
Variazione media	-1.08%	-1.04 %	0.41 %	-0.26%	-1.08%

Tabella A.15: Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.01 - Variazione ϕ - Correzione

N° Freq. [Hz]	$\phi = 0$	$\phi = 30$	$\phi = 45$	$\phi = 60$	$\phi = 90$
1	425.96	420.56	433.95	444.70	426.01
2	681.85	747.01	721.66	689.95	681.93
3	1043.83	965.98	1037.79	1106.94	1093.08
4	1092.95	1103.89	1120.95	1096.29	1044.06
5	1254.78	1399.96	1314.43	1270.67	1255.03
6	1545.18	1491.99	1501.79	1510.20	1545.48
7	1670.88	1563.90	1617.19	1636.23	1671.08
8	1739.11	1624.65	1714.27	1727.69	1687.30
9	1686.43	1824.51	1843.61	1817.26	1739.48
Variazione media	-1.63%	-1.06 %	0.15%	0.12%	-1.58%

Tabella A.16: Analisi Modale - Gap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.1 - Variazione ϕ - Correzione

A.0.2 Buckling

Variazione N_{tows}

Carico Critico [N]	$N_{tows} = 24$	$N_{tows} = 16$	$N_{tows} = 8$
1	71.93	71.72	71.37
2	131.91	131.45	130.93
3	210.54	209.74	208.88
4	216.86	212.87	211.91
5	317.67	314.34	317.75
Variazione media	-4.39%	-4.90%	-5.25%

Tabella A.17: Buckling - Gap - $[\pm < 21,33 >]_s$ - Piastra Appoggiata - Variazione N_{tows}

Variazione ϕ

Carico Critico [N]	$\phi = 0$	$\phi = 45$	$\phi = 90$
1	71.72	61.17	36.20
2	131.45	65.83	54.16
3	209.74	112.76	83.20
4	212.87	188.54	111.77
5	314.34	230.47	124.96
Variazione media	-5.83%	-33.91%	-57.89%

Tabella A.18: Buckling - Gap - $[\pm < 21,33 >]_s$ - Piastra Appoggiata - Variazione ϕ

Appendice B

Overlap - Variazione Parametri di stampa

B.0.1 Analisi Modale

Variazione N_{tows}

N° Freq. [Hz]	$N_{tows} = 24$	$N_{tows} = 16$	$N_{tows} = 8$
1	112.51	112.59	112.70
2	154.81	154.96	155.10
3	228.43	228.64	228.94
4	284.55	284.68	284.92
5	328.75	329.14	329.38
6	335.20	335.68	335.95
7	407.46	407.62	408.05
8	473.84	474.37	475.00
9	522.71	523.16	523.53
Variazione media	12.68%	12.78%	12.89%

Tabella B.1: Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra incastrata - h=0.01 - Variazione N_{tows} - No Correzione

N° Freq. [Hz]	$N_{tows} = 24$	$N_{tows} = 16$	$N_{tows} = 8$
1	678.73	679.02	679.42
2	979.58	980.20	980.85
3	1290.03	1290.34	1290.77
4	1413.43	1414.51	1415.54
5	1557.45	1558.46	1558.99
6	1884.07	1885.70	1886.52
7	1991.73	1992.02	1992.48
8	2018.32	2019.35	2020.19
9	2191.52	2192.43	2192.99
Variazione media	6.19%	6.25%	6.29%

Tabella B.2: Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra incastrata - $h=0.1$ - Variazione N_{tows} - No Correzione

N° Freq. [Hz]	$N_{tows} = 24$	$N_{tows} = 16$	$N_{tows} = 8$
1	63.28	63.32	63.40
2	106.37	106.48	106.64
3	173.13	173.41	173.63
4	193.38	193.51	193.66
5	240.86	241.03	241.31
6	265.86	266.38	266.59
7	315.98	316.10	316.50
8	383.88	384.37	384.94
9	405.17	405.29	405.56
Variazione media	12.15%	12.25%	12.38%

Tabella B.3: Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra Appoggiata - $h=0.01$ - Variazione N_{tows} - No Correzione

N° Freq. [Hz]	$N_{tows} = 24$	$N_{tows} = 16$	$N_{tows} = 8$
1	459.91	460.18	460.46
2	747.21	747.81	748.36
3	1112.99	1113.43	1113.78
4	1186.44	1187.43	1188.29
5	1356.92	1357.63	1358.22
6	1678.87	1680.28	1681.15
7	1794.83	1795.43	1796.34
8	1823.97	1824.56	1824.93
9	2015.50	2070.98	2016.81
Variazione media	7.26%	7.67%	7.37%

Tabella B.4: Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.1 - Variazione N_{tows} - No Correzione

N° Freq. [Hz]	$N_{tows} = 24$	$N_{tows} = 16$	$N_{tows} = 8$
1	96.41	97.10	99.65
2	138.01	139.09	142.52
3	210.21	211.77	216.54
4	252.19	254.14	261.20
5	293.44	295.81	303.61
6	313.30	315.61	322.14
7	368.72	371.53	380.65
8	441.53	444.66	454.45
9	484.37	501.77	497.38
Variazione media	1.90%	2.99%	5.11%

Tabella B.5: Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra incastrata - h=0.01 - Variazione N_{tows} - Correzione

N° Freq. [Hz]	$N_{tows} = 24$	$N_{tows} = 16$	$N_{tows} = 8$
1	618.20	620.72	630.27
2	917.96	922.19	935.33
3	1227.15	1230.51	1242.53
4	1350.70	1356.06	1371.91
5	1485.78	1490.76	1505.78
6	1804.59	1810.48	1828.42
7	1956.09	1944.62	1952.99
8	1942.33	1962.73	1980.97
9	2130.14	2133.54	2145.27
Variazione media	1.23%	1.54%	2.56%

Tabella B.6: Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra incastrata - $h=0.1$ - Variazione N_{tows} - Correzione

N° Freq. [Hz]	$N_{tows} = 24$	$N_{tows} = 16$	$N_{tows} = 8$
1	57.57	58.02	59.28
2	95.48	96.30	98.70
3	158.00	159.32	163.16
4	175.05	176.75	181.51
5	216.09	218.08	223.81
6	245.83	247.83	253.43
7	284.12	286.51	293.78
8	352.79	355.55	363.91
9	370.45	373.28	380.51
Variazione media	1.91%	2.77%	5.22%

Tabella B.7: Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra Appoggiata - $h=0.01$ - Variazione N_{tows} - Correzione

N° Freq. [Hz]	$N_{tows} = 24$	$N_{tows} = 16$	$N_{tows} = 8$
1	438.43	440.71	446.68
2	706.79	710.64	721.50
3	1072.86	1077.16	1088.62
4	1135.57	1141.09	1156.50
5	1298.09	1303.24	1317.56
6	1609.66	1616.02	1634.26
7	1732.52	1739.21	1758.23
8	1787.02	1790.53	1799.16
9	2085.97	1967.39	1979.64
Variazione media	3.94%	3.55%	4.67%

Tabella B.8: Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.1 - Variazione N_{tows} - Correzione

Variazione ϕ

N° Freq. [Hz]	$\phi = 0$	$\phi = 30$	$\phi = 45$	$\phi = 60$	$\phi = 90$
1	112.59	110.80	121.35	127.10	112.60
2	154.96	170.36	167.85	164.14	154.96
3	228.64	259.08	252.04	240.78	228.64
4	284.68	251.52	294.73	318.49	284.70
5	329.14	345.40	344.58	348.14	329.14
6	335.68	354.44	351.76	348.98	335.68
7	407.62	454.27	466.72	428.46	407.62
8	474.37	470.14	466.08	466.30	474.36
9	523.16	493.63	547.95	587.60	523.16
Variazione media	12.78%	15.92 %	19.94 %	20.57%	12.78%

Tabella B.9: Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra Incastrata - h=0.01 - Variazione ϕ - No Correzione

N° Freq. [Hz]	$\phi = 0$	$\phi = 30$	$\phi = 45$	$\phi = 60$	$\phi = 90$
1	679.02	682.20	706.88	715.33	679.03
2	980.20	1014.64	1011.82	999.06	980.20
3	1290.34	1252.04	1292.09	1326.37	1290.37
4	1414.51	1386.33	1400.50	1416.95	1414.50
5	1558.46	1714.53	1647.32	1585.03	1558.46
6	1885.70	1791.71	1797.01	1831.83	1885.69
7	1992.02	1833.31	1938.35	2029.47	1992.05
8	2019.35	2140.25	2160.70	2094.35	2019.34
9	2192.43	2227.04	2224.46	2197.00	2192.45
Variazione media	6.25%	6.70%	7.83%	8.02%	6.25%

Tabella B.10: Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra Incastrata - h=0.1 - Variazione ϕ - No Correzione

N° Freq. [Hz]	$\phi = 0$	$\phi = 30$	$\phi = 45$	$\phi = 60$	$\phi = 90$
1	63.32	58.95	59.78	61.98	63.32
2	106.48	113.21	104.43	98.65	106.48
3	173.41	171.43	178.51	168.51	173.40
4	193.51	181.10	191.87	208.95	193.56
5	241.03	260.60	237.67	237.83	241.11
6	266.38	257.45	258.93	257.16	266.36
7	316.10	346.17	350.24	316.51	316.17
8	384.37	358.01	353.95	353.38	384.33
9	405.29	379.28	409.39	451.54	426.12
Variazione media	12.25%	11.42%	11.56%	11.55%	12.89%

Tabella B.11: Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.01 - Variazione ϕ - No Correzione

N° Freq. [Hz]	$\phi = 0$	$\phi = 30$	$\phi = 45$	$\phi = 60$	$\phi = 90$
1	460.18	457.44	468.73	478.19	462.31
2	747.81	809.61	785.53	751.86	747.31
3	1113.43	1058.02	1123.51	1178.79	1124.90
4	1187.43	1187.17	1200.02	1187.64	1184.23
5	1357.63	1515.31	1437.01	1385.17	1364.48
6	1680.28	1600.53	1604.89	1612.89	1683.26
7	1795.43	1683.16	1826.85	1881.68	1791.01
8	1824.56	1949.42	1979.96	1929.58	1846.81
9	2070.98	2039.32	2039.51	2055.06	2031.49
Variazione media	7.67%	8.66%	9.86%	9.77%	7.74%

Tabella B.12: Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.1 - Variazione ϕ - No Correzione

N° Freq. [Hz]	$\phi = 0$	$\phi = 30$	$\phi = 45$	$\phi = 60$	$\phi = 90$
1	97.10	96.13	105.33	111.40	97.08
2	139.09	154.87	151.50	147.61	139.08
3	211.77	227.71	235.09	223.59	211.77
4	254.14	234.97	261.54	287.07	254.15
5	295.81	319.62	308.25	313.98	295.82
6	315.61	327.88	334.32	331.43	315.61
7	371.53	414.02	423.85	386.57	371.55
8	444.66	442.48	446.97	445.73	444.70
9	501.77	456.46	497.63	542.31	487.61
Variazione media	2.99%	5.73%	9.30%	10.20%	2.66%

Tabella B.13: Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra Incastrata - h=0.01 - Variazione ϕ - Correzione

N° Freq. [Hz]	$\phi = 0$	$\phi = 30$	$\phi = 45$	$\phi = 60$	$\phi = 90$
1	620.72	627.29	652.82	664.42	620.67
2	922.19	964.14	959.62	944.13	922.16
3	1230.51	1185.52	1232.49	1275.11	1230.53
4	1356.06	1339.56	1357.14	1372.52	1356.07
5	1490.76	1648.59	1578.70	1514.86	1490.75
6	1810.48	1747.12	1756.50	1786.32	1810.47
7	1944.62	1776.16	1892.25	1990.87	1962.76
8	1962.73	2077.63	2098.97	2022.09	1944.61
9	2133.54	2307.53	2167.43	2147.06	2133.52
Variazione media	1.54%	3.03%	3.60%	3.86%	1.54%

Tabella B.14: Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra Incastrata - h=0.1 - Variazione ϕ - Correzione

N° Freq. [Hz]	$\phi = 0$	$\phi = 30$	$\phi = 45$	$\phi = 60$	$\phi = 90$
1	58.02	54.82	56.20	58.50	58.03
2	96.30	104.89	97.01	91.69	96.31
3	159.32	153.25	167.62	157.81	159.33
4	176.75	169.47	174.15	192.39	176.81
5	218.08	232.24	213.66	216.84	218.16
6	247.83	246.43	245.91	244.63	247.84
7	286.51	310.48	316.20	285.67	286.60
8	355.55	341.38	338.39	336.39	355.60
9	373.28	348.78	373.83	416.55	373.39
Variazione media	2.77%	2.68 %	3.25 %	3.68%	2.79%

Tabella B.15: Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra Appoggiata - h=0.01 - Variazione ϕ - Correzione

N° Freq. [Hz]	$\phi = 0$	$\phi = 30$	$\phi = 45$	$\phi = 60$	$\phi = 90$
1	440.71	436.06	449.92	461.93	442.89
2	710.64	774.72	749.01	717.40	710.41
3	1077.16	1006.22	1081.91	1145.52	1088.12
4	1141.09	1149.00	1164.19	1150.33	1138.21
5	1303.24	1452.37	1370.07	1328.52	1310.15
6	1616.02	1560.74	1567.11	1573.91	1619.82
7	1739.21	1628.14	1787.93	1805.13	1734.15
8	1790.53	1889.51	1913.46	1899.35	1810.39
9	1967.39	2000.74	1979.37	2012.42	1981.42
Variazione media	3.55%	4.82 %	6.09%	6.34%	3.96%

Tabella B.16: Analisi Modale - Overlap - LAM1 - Piastra Appoggiata - $h=0.1$ - Variazione ϕ - Correzione

B.0.2 Buckling

Variazione N_{tows}

Carico Critico [N]	$N_{tows} = 24$	$N_{tows} = 16$	$N_{tows} = 8$
1	84.37	84.15	85.66
2	156.96	157.38	158.18
3	249.24	248.73	253.88
4	255.26	255.97	256.32
5	381.28	379.41	380.61
Variazione media	4.50%	4.61%	4.91%

Tabella B.17: Buckling - Overlap - $[\pm < 21,33 >]_s$ - Piastra Appoggiata - Variazione N_{tows}

Variazione ϕ

Carico Critico [N]	$\phi = 0$	$\phi = 45$	$\phi = 90$
1	84.15	72.49	42.73
2	157.38	79.44	64.35
3	248.73	135.54	98.86
4	255.97	227.80	135.24
5	379.41	278.46	150.24
Variazione media	12.36%	-20.60%	-49.72%

Tabella B.18: Buckling - Overlap - $[\pm < 21,33 >]_s$ - Piastra Appoggiata - Variazione ϕ

Bibliografia

- [1] Andrea F. Fat carbon materials. <https://coltellimania.com/fat-carbon-materials>, 2020.
- [2] A. Sohoul J. Carvalho and A. Suleman. Fundamental frequency optimization of variable angle tow laminates with embedded gap defects. 2022.
- [3] J.R.R.A. Martins T. R. Brooks. On manufacturing constraints for tow-steered composite design optimization. 2018.
- [4] H.H. Lee M.W. Hyer. The use of curvilinear fiber format to improve buckling resistance of composite plates with central circular holes. 1991.
- [5] C.K. Wu Z. Gurdal, B.F. Tatting. Variable stiffness composite panels: Effects of stiffness variation on the in-plane and buckling response. 2007.
- [6] P. M. Weaver P. Kealy O. Stodieck, J. E. Cooper. Improved aeroelastic tailoring using tow-steered composites. 2013.
- [7] P.P. Camanho C.S. Lopes, Z. Gurdal. Tailoring for strength of composite steered-fibre panels with cutouts. 2010.
- [8] R. K. Kapania W.Zhao. Buckling analysis and optimization of stiffened variable angle tow laminates with a cutout considering manufacturing constraints. 2022.
- [9] A. M. Waas A. A. Vijayachandran, P. Davidson. Optimal fiber paths for robotically manufactured composite structural panels. 2020.
- [10] D. Pasini L. Lessard K. Fayazbakhsh, M. A. Nik. Defect layer method to capture effect of gap and overlap in variable stiffness laminates made by automated fiber placement. 2012.
- [11] W.Liwei X.Jun L.Lin, L.Yong. Pmac-based tracking control system for 8-axis automated tape-laying machine. 2008.
- [12] C. Sacco A. Brasington. Automated fiber placement: A review of history, current technologies, and future paths forward. 2021.
- [13] C. Ward K. D. Potte H. Dirk, Lukaszewicz. The engineering aspects of automated prepreg layup: History, present and future. 2011.
- [14] Z. Gurdal R. Harik. Automated fiber placement defect identity cards: cause, anticipation, existence, significance, and progression, 2018.
- [15] P. Ribeiro H. Akhavan. Natural modes of vibration of variable stiffness composite laminates with curvilinear fibers. 2011.
- [16] P.T. Langley. *Finite Element Modeling of Tow-Placed Variable-Stiffness Composite Laminates*. PhD thesis, 1999.
- [17] S. Prabhakar. *A Methodology for Finite Element Analysis of Curvilinear Fiber Laminates with Defects, Fabricated by Automated Fiber Placement Technique*. PhD thesis, 2011.

- [18] M. Petrolo E.Carrera, M. Cinefra and E. Zappino. *Finite Element Analysis of Structures through Unified Formulation*. 2014.
- [19] M. Petrolo A. Racionero Sanchez-Majano, A. Pagani and C. Zhang. Buckling sensitivity of tow-steered plates subjected to multiscale defects by high-order finite elements and polynomial chaos expansion. 2021.