



**Politecnico
di Torino**

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

A.A. 2022-2023

Tesi di Laurea Magistrale

Simulazione numerica dell'interazione urto – strato limite

*Simulazioni CFD di un flusso laminare e valutazione degli effetti della
transizione al regime turbolento mediante modelli RANS con l'utilizzo del
software Cradle-scFLOW*

Relatori:

Prof. Andrea Ferrero

Prof. Francesco Larocca

Relatori aziendali:

Ing. Elia Cipolato

Ing. Daniele Catelani

Candidato:

Luciano Di Pasquale

Aprile 2023

Abstract

Il fenomeno dell'interazione tra urto e strato limite è rilevante per una svariata serie di applicazioni in campo aeronautico, sia per flussi supersonici interni, come all'interno delle prese d'aria di un motore, sia per quelli esterni, come sulle superfici esterne di un velivolo supersonico. Il presente documento si concentra sulla simulazione CFD bidimensionale di un flusso supersonico su una lamina piana e sull'analisi dell'interazione tra urto e strato limite. Tali simulazioni, effettuate sia in regime laminare che turbolento, hanno come obiettivo la validazione dei modelli fisici e numerici per la discretizzazione della turbolenza, in particolare di alcuni modelli RANS utilizzati nell'ambiente di lavoro di Cradle-scFLOW. I risultati ottenuti sono stati confrontati con risultati sperimentali disponibili in letteratura. Il lavoro comprende un'introduzione relativa ai fenomeni e ai modelli fisici considerati, a cui si aggiunge la descrizione dei metodi numerici implementati nel software utilizzato. La parte dei risultati include svariati test ottenuti per diverse condizioni di funzionamento e con diversi modelli RANS, al fine di valutare quale di essi sia più accurato nello studio del fenomeno.

Indice

Abstract	3
Indice delle figure	III
Indice delle tabelle.....	VII
1. Introduzione	5
1.1 La teoria dello strato limite	7
1.2 L'interazione urto – strato limite.....	10
1.2.1 Descrizione del fenomeno.....	10
1.2.2 Applicazioni	11
2. Modelli fisici per la fluidodinamica.....	15
2.1 Le leggi di bilancio.....	15
2.2 Flusso inviscido: equazioni di Eulero.....	17
2.3 Modellazione della turbolenza	18
2.3.1 Introduzione ai modelli RANS	18
2.3.2 I modelli $k - \epsilon$	22
2.3.3 Il modello Spalart-Allmaras.....	24
2.3.4 Il modello $SST - k\omega$	24
3. Modelli numerici per la fluidodinamica.....	27
3.1 Metodo ai volumi finiti	28
3.1.1 Calcolo dei termini convettivi e del gradiente	29
3.1.2 Integrazione temporale	33
3.1.3 Condizioni al contorno	34
3.2 Risolutore numerico: <i>density-based solver</i>	35
3.2.1 Flusso inviscido	36
3.2.2 Flusso viscoso	37
3.2.3 Equazioni non lineari: Metodo di Newton e JFNK.....	38
3.3 Generazione della griglia	40
3.3.1 Metodo di adattamento automatico della griglia.....	41
3.3.2 Dynamic mesh refinement	44
4. Analisi CFD e risultati	45
4.1 Descrizione dei test sperimentali.....	46
4.1.1 Test regime laminare	46
4.1.2 Test regime transizione.....	47
4.2 Convergenza della griglia.....	48
4.3 Test Hakkinen laminare	57

4.3.1	Pre-processing	57
4.3.2	Solver	58
4.3.3	Post-processing	59
4.4	Scelta del modello RANS	64
4.4.1	Pre-processing	64
4.4.2	Simulazione RANS $SST - k\omega$	69
4.4.3	Simulazione RANS Spalart-Allmaras	77
4.4.4	Simulazione RANS Realizable $k - \varepsilon$	86
4.4.5	Comparazione risultati modelli RANS	93
4.5	Variazione della configurazione geometrica del test	95
4.5.1	Pre-processing	95
4.5.2	Solver	96
4.5.3	Verifica del dynamic mesh refinement	99
4.5.4	Distribuzione di $y+$ sulle pareti	107
4.5.5	Regime strato limite	109
4.5.6	Confronto tra le configurazioni	110
4.6	Variazione delle condizioni al contorno	112
4.6.1	Pre-processing	112
4.6.2	Solver	114
4.6.3	Verifica del dynamic mesh refinement	121
4.6.4	Distribuzione di $y+$ sulle pareti	132
4.6.5	Regime strato limite	132
	Conclusioni	135
	Ringraziamenti	137
	Riferimenti	138

Indice delle figure

FIGURA 1.1: STRATO LIMITE SU UNA LAMINA PIANA. (A) SVILUPPO DELLO STRATO LIMITE A UN NUMERO DI REYNOLDS INTERMEDIO. (B) PROFILO DI VELOCITÀ ALL'INTERNO DELLO STRATO LIMITE ILLUSTRANDO LA CONDIZIONE DI ADERENZA A PARETE. SI NOTI CHE LA Scala DI GRANDEZZA IN DIREZIONE NORMALE ALLA SUPERFICIE DELLA LAMINA SIA ESAGERATA.	7
FIGURA 1.2: CONFIGURAZIONE DEL FLUSSO PER UN URTO INCIDENTE IN INTERAZIONE CON UNO STRATO LIMITE LAMINARE. (A) VISUALIZZAZIONE SCHLIEREN DELL'INTERAZIONE A MACH 1.95 (ONERA). (B) SCHEMATIZZAZIONE DEL FLUSSO.	10
FIGURA 1.3: CONFIGURAZIONE DEL CAMPO DI MOTO PER L'INTERAZIONE URTO-STRATO LIMITE CON SEPARAZIONE. (A) VISUALIZZAZIONE SCHLIEREN PER UN'INTERAZIONE A MACH 1.95 (ONERA), (B) RAFFIGURAZIONE DEL FLUSSO.	11
FIGURA 1.4: DISTRIBUZIONE DELLA PRESSIONE IN PROSSIMITÀ DELLA ZONA DI INTERAZIONE NEL CASO DI FLUSSO INVISCIDO E VISCOSO.	11
FIGURA 1.5: ONDA D'URTO SU UN'ALA TRANSONICA (6).	12
FIGURA 1.6: (A) INTERAZIONE URTO-STRATO LIMITE SU UN PROFILO TRANSONICO. (B) INTERAZIONE URTO-STRATO LIMITE IN UNA SCHIERA DI PALETTE DI UNA TURBINA AERONAUTICA (6).	12
FIGURA 1.7: PRESA D'ARIA A COMPRESSIONE ESTERNA CON RAMPA PROMINENTE A SINISTRA (A); PRESA D'ARIA A COMPRESSIONE INTERNA CON CONVERGENTE-DIVERGENTE A DESTRA (B) (6).	13
FIGURA 1.8: SEPARAZIONE DELLA CORRENTE A VALLE DELL'URTO RETTO (6).	13
FIGURA 1.9: INTERAZIONE URTO-STRATO LIMITE IN UN DIFFUSORE A SINISTRA (A); INTERAZIONE URTO-STRATO LIMITE IN UN UGELLO A DESTRA (B) (6).	14
FIGURA 3.1: IL SISTEMA ELEMENTO DI SCFLOW [SCFLOW User's GUIDE ANALYSIS METHOD].....	28
FIGURA 3.2: RAPPRESENTAZIONE DELLA DISCRETIZZAZIONE DI UNA SERIE DI DATI DI UNA GRANDEZZA VARIABILE LUNGO x [SCFLOW User's GUIDE ANALYSIS METHOD].....	28
FIGURA 3.3: VISTA SCHEMATICA 2D DEGLI ELEMENTI [SCFLOW User's GUIDE ANALYSIS METHOD].	29
FIGURA 3.4: DATI COINVOLTI PER IL CALCOLO DEL FLUSSO NUMERICO SULLA SUPERFICIE ROSSA [SCFLOW User's GUIDE ANALYSIS METHOD].	31
FIGURA 3.5: IL METODO DI RICERCA DELLA SOLUZIONE IN UN CICLO DI CALCOLO [SCFLOW User's GUIDE ANALYSIS METHOD].	35
FIGURA 3.6: CARATTERISTICHE DEL FLUSSO INVISCIDO [SCFLOW User's GUIDE ANALYSIS METHOD].....	37
FIGURA 3.7: FINESTRA OCTREE PARAMETER PER LA GENERAZIONE DELLA GRIGLIA IN SCFLOW 40	40
FIGURA 3.8: IMPOSTAZIONE DI DETTAGLIO DELLA FINESTRA OCTREE PARAMETER IN SCFLOW 41	41
FIGURA 3.9: GRIGLIA IMPOSTATA PER UN CONDOTTO CON UN RESTRINGIMENTO DI SEZIONE. 41	41
FIGURA 3.10: RAPPRESENTAZIONE DELL'INFLUENCE RANGE IN UN DETTAGLIO DELLA GRIGLIA IN PROSSIMITÀ DELLA RAMPA. 41	41
FIGURA 3.11: ESEMPIO DI MESH ADAPTATION ANALYSIS CON RE-MESHING [SCFLOW User's GUIDE ANALYSIS METHOD]..... 43	43
FIGURA 3.12: ESEMPIO DI ADATTAMENTO DINAMICO DELLA MESH [SCFLOW User's GUIDE ANALYSIS METHOD]..... 44	44
FIGURA 4.1: IN ALTO, VISUALIZZAZIONE OTTICA SCHLIEREN DELL'ESPERIMENTO; IN BASSO DETTAGLIO DELLA LAMINA PIANA. 47	47
FIGURA 4.2: MODELLO DELLA CAMERA SPERIMENTALE DELLA GALLERIA DEL VENTO <i>T-325 (ITAM SB RAS)</i> 48	48
FIGURA 4.3: GEOMETRIA (A) E DOMINIO (B) DEL TEST L100. 49	49
FIGURA 4.4: SUDDIVISIONE DEL DOMINIO NELLE PRINCIPALI REGIONI IN ALTO (A); DETTAGLIO DELLE REGIONI SYMM_2 (B) E SYMM_1 (C). 49	49
FIGURA 4.5: MESH E CAMPO DI PRESSIONE DEL MODELLO <i>COARSE</i> (SST- $K\omega$). 52	52
FIGURA 4.6: MESH E CAMPO DI PRESSIONE DEL MODELLO <i>MID</i> (SST- $K\omega$). 53	53
FIGURA 4.7: MESH E CAMPO DI PRESSIONE DEL MODELLO <i>FINE</i> (SST- $K\omega$). 54	54
FIGURA 4.8: (A) IN ALTO CAMPO DI PRESSIONE PER IL MODELLO SPALART-ALLMARAS; (B) IN BASSO CAMPO DI PRESSIONE PER IL MODELLO REALIZABLE $K-\epsilon$ 55	55
FIGURA 4.9: CONVERGENZA DELLA GRIGLIA: ANDAMENTO PRESSIONE A PARETE PER IL MODELLO SST- $K\omega$ IN CONFRONTO CON I DATI SPERIMENTALI. 56	56
FIGURA 4.10: (A) DOMINIO GEOMETRICO; (B) CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DEL DOMINIO NUMERICO. 57	57

FIGURA 4.11: CONVERGENZA DELLE PRINCIPALI VARIABILI FISICHE ESPRESSA COME ERRORE TRA I VALORI DI DUE ITERAZIONI CONSECUTIVE.	59
FIGURA 4.12: A SINISTRA, ANDAMENTO DELLE COMPONENTI DI VELOCITÀ MASSIMA E MINIMA; A DESTRA, ANDAMENTO DELLA PRESSIONE MASSIMA E MINIMA.	59
FIGURA 4.13: A SINISTRA, ANDAMENTO DELLA TEMPERATURA MINIMA E MASSIMA; A DESTRA, ANDAMENTO DELLA DENSITÀ MINIMA E MASSIMA.	59
FIGURA 4.14: ANDAMENTO DELLA PORTATA D'ARIA.	59
FIGURA 4.15: MESH E CAMPO DI PRESSIONE MODELLO COARSE.	60
FIGURA 4.16: MESH E CAMPO DI PRESSIONE MODELLO MID.	61
FIGURA 4.17: MESH E CAMPO DI PRESSIONE MODELLO FINE.	62
FIGURA 4.18: ANALISI DI GRID INDIPENDENCE PER I DATI DELLA PRESSIONE A PARETE IN CONFRONTO AI RISULTATI SPERIMENTALI.	63
FIGURA 4.19: COMPARAZIONE RISULTATI PRESSIONE A PARETE DEL MODELLO FINE CON I DATI SPERIMENTALI.	63
FIGURA 4.20: PSEUDO-SCHLIEREN VARIABLE.	63
FIGURA 4.21: GEOMETRIA DEL TEST L200.	64
FIGURA 4.22 (A) GRANDEZZE GEOMETRICHE DEL DOMINIO, (B) DEFINIZIONE DELLE REGION SUL PIANO XY, (C) FACCIA DEL DOMINIO DENOMINATA SYMM_1, (D) FACCIA DEL DOMINIO DENOMINATA SYMM_2.	65
FIGURA 4.23: (A) RAPPRESENTAZIONE DELLA GRIGLIA DI PARTENZA, (B) VISUALIZZAZIONE DEL DETTAGLIO DEL BORDO DI ATTACCO DEL CUNEO.	66
FIGURA 4.24: RAPPRESENTAZIONE DELLA MESH INIZIALE DELL'INTERO DOMINIO.	67
FIGURA 4.25: UN DETTAGLIO DEL BORDO DI ATTACCO DEL CUNEO CON LA PRESENZA DEGLI STRATI DI PRISMI PER LA DEFINIZIONE DELLO STRATO LIMITE.	68
FIGURA 4.26: CONVERGENZA DELLE PRINCIPALI GRANDEZZE FISICHE. IN ORDINATA ESPONENTE 10^X DELL'ERRORE TRA I VALORI DI DUE ITERAZIONI CONSECUTIVE.	69
FIGURA 4.27: ANDAMENTO DEL MASSIMO E MINIMO VALORE DELLE COMPONENTI DELLA VELOCITÀ ALL'INTERNO DEL DOMINIO.	69
FIGURA 4.28: ANDAMENTO DEL MASSIMO E MINIMO VALORE DELLA PRESSIONE ALL'INTERNO DEL DOMINIO.	69
FIGURA 4.29: ANDAMENTO DEL MASSIMO E MINIMO VALORE DELLA TEMPERATURA ALL'INTERNO DEL DOMINIO.	70
FIGURA 4.30: ANDAMENTO DEL MASSIMO E MINIMO VALORE DEL TASSO DI DISSIPAZIONE TURBOLENZA ALL'INTERNO DEL DOMINIO.	70
FIGURA 4.31: ANDAMENTO DEL MASSIMO E MINIMO VALORE DELLA DENSITÀ ALL'INTERNO DEL DOMINIO.	70
FIGURA 4.32: ANDAMENTO DEGLI SFORZI DI PRESSIONE SULLA LAMINA PIANA.	70
FIGURA 4.33: ANDAMENTO DELLA PORTATA D'ARIA ALL'INTERNO DEL DOMINIO.	71
FIGURA 4.34: MESH E CAMPO DI PRESSIONE DOPO IL PRIMO ADATTAMENTO AL CICLO N°300.	72
FIGURA 4.35: MESH E CAMPO DI PRESSIONE DOPO IL 4° ADATTAMENTO AL CICLO N°600.	72
FIGURA 4.36: MESH E CAMPO DI PRESSIONE FINALE DOPO L'ULTIMO ADATTAMENTO AL CICLO N°1000.	73
FIGURA 4.37: CAMPO DI PRESSIONE AL CICLO FINALE 1500.	74
FIGURA 4.38: MODELLO <i>SST - kω</i> : ANDAMENTO DELLA PRESSIONE A PARETE PER I 3 ADATTAMENTI DELLA MESH.	74
FIGURA 4.39: PSEUDO-SCHLIEREN VARIABLE AL CICLO 1500.	75
FIGURA 4.40: ANDAMENTO DI Y+ LUNGO LA PARETE INFERIORE DEL CUNEO.	76
FIGURA 4.41: ANDAMENTO DI Y+ LUNGO LA PARETE DELLA LAMINA PIANA.	76
FIGURA 4.42: DETTAGLIO DELLA DISTRIBUZIONE DI Y+ SUL BORDO DI ATTACCO DELLA LAMINA PIANA.	76
FIGURA 4.43: ANDAMENTO DI Y+ SULLE PARETI DEL CUNEO. (A) UNA VISTA LATERALE CON LA PARETE INFERIORE IN PRIMO PIANO, (B) UNA VISTA DALL'ALTO.	76
FIGURA 4.44: ANDAMENTO DELL'EFFETTO DELLA TURBOLENZA ALL'INTERNO DEL DOMINIO (A) E ZOOM SULLA ZONA DI INTERAZIONE (B).	77
FIGURA 4.45: STATO DI CONVERGENZA PER LE PRINCIPALI GRANDEZZE AL VARIARE DEL NUMERO DI CICLI.	77
FIGURA 4.46: ANDAMENTO DEL MINIMO E MASSIMO VALORE DELLE COMPONENTI DI VELOCITÀ.	78
FIGURA 4.47: ANDAMENTO DEL MINIMO E MASSIMO VALORE DELLA PRESSIONE STATICA.	78
FIGURA 4.48: ANDAMENTO DEL MINIMO E MASSIMO VALORE DELLA TEMPERATURA.	78
FIGURA 4.49: ANDAMENTO DEL MINIMO E MASSIMO VALORE DELL'INDICE DI VISCOSITÀ TURBOLENZA.	78
FIGURA 4.50: ANDAMENTO DEL MINIMO E MASSIMO VALORE DELLA DENSITÀ DELL'ARIA.	79
FIGURA 4.51: ANDAMENTO DELLE FORZE AGENTI SULLA SUPERFICIE DELLA LAMINA PIANA.	79
FIGURA 4.52: ANDAMENTO DELLA PORTATA IN MASSA D'ARIA IN INGRESSO E USCITA.	79
FIGURA 4.53: MESH E CAMPO DI PRESSIONE DOPO IL PRIMO ADATTAMENTO AL CICLO N°300.	80

FIGURA 4.54: MESH E CAMPO DI PRESSIONE DOPO IL 4° ADATTAMENTO AL CICLO N°600.....	81
FIGURA 4.55: MESH E CAMPO DI PRESSIONE FINALE DOPO L'ULTIMO ADATTAMENTO AL CICLO N°1000.....	82
FIGURA 4.56: (A) CAMPO DI PRESSIONE OTTENUTO SENZA MESH ADAPTATION; (B) CAMPO DI PRESSIONE AL CICLO FINALE 1500.	83
FIGURA 4.57: MODELLO S-A: ANDAMENTO DELLA PRESSIONE A PARETE PER I 3 ADATTAMENTI DELLA MESH.	84
FIGURA 4.58: PSEUDO-SCHLIEREN VARIABLE AL CICLO 1500.	84
FIGURA 4.59: ANDAMENTO DI Y+ LUNGO LA PARETE INFERIORE DEL CUNEO.	85
FIGURA 4.60: ANDAMENTO DI Y+ LUNGO LA PARETE DELLA LAMINA PIANA.	85
FIGURA 4.61: DETTAGLIO DELLA DISTRIBUZIONE DI Y+ SUL BORDO DI ATTACCO DELLA LAMINA PIANA.....	85
FIGURA 4.62: ANDAMENTO DI Y+ SULLE PARETI DEL CUNEO. (A) UNA VISTA LATERALE CON LA PARETE INFERIORE IN PRIMO PIANO, (B) UNA VISTA DALL'ALTO.	86
FIGURA 4.63:ANDAMENTO DELL'EFFETTO DELLA TURBOLENZA ALL'INTERNO DEL DOMINIO (A) E ZOOM SULLA ZONA DI INTERAZIONE (B).	86
FIGURA 4.64: STATO DI CONVERGENZA PER LE PRINCIPALI GRANDEZZE AL VARIARE DEL NUMERO DI CICLI. ..	87
FIGURA 4.65: ANDAMENTO DEL MINIMO E MASSIMO VALORE DELLE COMPONENTI DI VELOCITÀ.	87
FIGURA 4.66: ANDAMENTO DEL MINIMO E MASSIMO VALORE DELLA PRESSIONE STATICA.....	87
FIGURA 4.67: ANDAMENTO DEL MINIMO E MASSIMO VALORE DELLA TEMPERATURA.	87
FIGURA 4.68: ANDAMENTO DEL MINIMO E MASSIMO VALORE DELL'INDICE DI DISSIPAZIONE TURBOLENZA. ...	88
FIGURA 4.69: ANDAMENTO DEL MINIMO E MASSIMO VALORE DELLA DENSITÀ DELL'ARIA.	88
FIGURA 4.70: ANDAMENTO DELLE FORZE AGENTI SULLA SUPERFICIE DELLA LAMINA PIANA.	88
FIGURA 4.71: ANDAMENTO DELLA PORTATA IN MASSA D'ARIA IN INGRESSO E USCITA.....	88
FIGURA 4.72: MESH E CAMPO DI PRESSIONE DOPO IL PRIMO ADATTAMENTO AL CICLO N°300.	89
FIGURA 4.73: MESH E CAMPO DI PRESSIONE DOPO IL 4° ADATTAMENTO AL CICLO N°600.....	90
FIGURA 4.74: MESH E CAMPO DI PRESSIONE FINALE DOPO L'ULTIMO ADATTAMENTO AL CICLO N°1000.....	91
FIGURA 4.75: MODELLO REALIZ. $k - \epsilon$: ANDAMENTO PRESSIONE STATICA A PARETE PER I 3 MODELLI DI ADATTAMENTO DELLA MESH.....	92
FIGURA 4.76: (A) CAMPO DI PRESSIONE OTTENUTO SENZA MESH ADAPTATION; (B) CAMPO DI PRESSIONE AL CICLO FINALE 1500.	92
FIGURA 4.77: PSEUDO-SCHLIEREN VARIABLE AL CICLO 1500.	93
FIGURA 4.78: CONFRONTO RISULTATI TRA LE SIMULAZIONI CON DIVERSI MODELLI RANS.....	93
FIGURA 4.79: (A) A SINISTRA LA GEOMETRIA DEL MODELLO L250; (B) A DESTRA LA GEOMETRIA DEL MODELLO L100.....	95
FIGURA 4.80 (A) A SINISTRA IL DOMINIO NUMERICO DEL CASO L250; (B) A DESTRA IL DOMINIO NUMERICO DEL CASO L100.....	96
FIGURA 4.81: MESH INIZIALE PER IL MODELLO L250 A SINISTRA (A) E L100 A DESTRA (B).	96
FIGURA 4.82: CONVERGENZA DELLE PRINCIPALI GRANDEZZE FISICHE. IN ORDINATA ESPONENTE 10^X DELL'ERRORE TRA I VALORI DI DUE ITERAZIONI CONSECUTIVE.	97
FIGURA 4.83: ANDAMENTO DEL MASSIMO E MINIMO VALORE DELLE COMPONENTI DELLA VELOCITÀ ALL'INTERNO DEL DOMINIO.	97
FIGURA 4.84: ANDAMENTO DEL MASSIMO E MINIMO VALORE DELLA PRESSIONE ALL'INTERNO DEL DOMINIO.	97
FIGURA 4.85: ANDAMENTO DEL MASSIMO E MINIMO VALORE DELLA TEMPERATURA ALL'INTERNO DEL DOMINIO.	98
FIGURA 4.86: ANDAMENTO DEL MASSIMO E MINIMO VALORE DEL TASSO DI DISSIPAZIONE TURBOLENZA ALL'INTERNO DEL DOMINIO.	98
FIGURA 4.87: ANDAMENTO DEL MASSIMO E MINIMO VALORE DELLA DENSITÀ ALL'INTERNO DEL DOMINIO.....	98
FIGURA 4.88: ANDAMENTO DEGLI SFORZI DI PRESSIONE SULLA LAMINA PIANA.	98
FIGURA 4.89: ANDAMENTO DELLA PORTATA D'ARIA ALL'INTERNO DEL DOMINIO.....	99
FIGURA 4.90: TEST L250 - MESH E CAMPO DI PRESSIONE DOPO IL PRIMO ADATTAMENTO AL CICLO 300.	100
FIGURA 4.91: TEST L100 - MESH E CAMPO DI PRESSIONE DOPO IL PRIMO ADATTAMENTO AL CICLO N°300. .	100
FIGURA 4.92: TEST L250 – MESH E CAMPO DI PRESSIONE DOPO IL 4° ADATTAMENTO AL CICLO N°600.....	101
FIGURA 4.93: TEST L100 - MESH E CAMPO DI PRESSIONE DOPO IL 4° ADATTAMENTO AL CICLO N°600.....	102
FIGURA 4.94: TEST L250 – MESH E CAMPO DI PRESSIONE DOPO L'ULTIMO ADATTAMENTO AL CICLO N°1000.	103
FIGURA 4.95: TEST L100 - MESH E CAMPO DI PRESSIONE FINALE DOPO L'ULTIMO ADATTAMENTO AL CICLO N°1000.....	104
FIGURA 4.96: CAMPO DI PRESSIONE AL CICLO FINALE 1500 PER IL CASO L250 (IN ALTO) E PER IL CASO L100 (IN BASSO).	105
FIGURA 4.97: TEST L250: ANDAMENTO DELLA PRESSIONE A PARETE PER 3 ADATTAMENTI DELLA MESH.....	106

FIGURA 4.98: TEST L100: ANDAMENTO DELLA PRESSIONE A PARETE PER 3 ADATTAMENTI DELLA MESH.....	106
FIGURA 4.99: A SINISTRA IL TEST L250, A DESTRA IL TEST L100. PSEUDO-SCHLIEREN VARIABLE AL CICLO 1500.	107
FIGURA 4.100: A SINISTRA IL TEST L250, A DESTRA IL TEST L100. ANDAMENTO DI Y+ LUNGO LA PARETE INFERIORE DEL CUNEO.	108
FIGURA 4.101: A SINISTRA IL TEST L250, A DESTRA IL TEST L100. ANDAMENTO DI Y+ LUNGO LA PARETE DELLA LAMINA PIANA.	108
FIGURA 4.102: A SINISTRA IL TEST L250, A DESTRA IL TEST L100. DETTAGLIO DELLA DISTRIBUZIONE DI Y+ SUL BORDO DI ATTACCO DELLA LAMINA PIANA.	108
FIGURA 4.103: IN ALTO TEST L250, IN BASSO TEST L100: ANDAMENTO DI Y+ SULLE PARETI DEL CUNEO. A SINISTRA UNA VISTA LATERALE CON LA PARETE INFERIORE IN PRIMO PIANO, A DESTRA UNA VISTA DALL'ALTO.	109
FIGURA 4.104: IN ALTO TEST L250, IN BASSO TEST L100: ANDAMENTO DELL'EFFETTO DELLA TURBOLENZA ALL'INTERNO DEL DOMINIO (A SINISTRA) E ZOOM SULLA ZONA DI INTERAZIONE (A DESTRA).	109
FIGURA 4.105: GRAFICI TEST L100, L200 E L250 CON MODELLO SST-KW IN CONFRONTO AI DATI SPERIMENTALI.	111
FIGURA 4.106: RAPPRESENTAZIONE DELLA MESH INIZIALE DELL'INTERO DOMINIO DEL TEST 100kPa.....	113
FIGURA 4.107: DETTAGLIO DELLO STRATO LIMITE DELLA LAMINA PIANA CON LA PRESENZA DEGLI STRATI DI PRISMI PER LA VERIFICA DELL'ASPECT RATIO CON GLI ELEMENTI DI GRIGLIA ESTERNI PER IL TEST 100 kPa.....	114
FIGURA 4.108: (A) 55kPa, (B) 70 kPa e (C) 100 kPa - CONVERGENZA DELLE PRINCIPALI GRANDEZZE FISICHE. IN ORDINATA ESPONENTE 10^x DELL'ERRORE TRA I VALORI DI DUE ITERAZIONI CONSECUTIVE.	115
FIGURA 4.109: (A) 55kPa, (B) 70 kPa e (C) 100 kPa - ANDAMENTO DEL MASSIMO E MINIMO VALORE DELLE COMPONENTI DELLA VELOCITÀ ALL'INTERNO DEL DOMINIO.....	115
FIGURA 4.110: (A) 55kPa, (B) 70 kPa e (C) 100 kPa - ANDAMENTO DEL MASSIMO E MINIMO VALORE DELLA PRESSIONE ALL'INTERNO DEL DOMINIO.....	116
FIGURA 4.111: (A) 55kPa, (B) 70 kPa e (C) 100 kPa - ANDAMENTO DEL MASSIMO E MINIMO VALORE DELLA TEMPERATURA ALL'INTERNO DEL DOMINIO.....	117
FIGURA 4.112: (A) 55kPa, (B) 70 kPa e (C) 100 kPa - ANDAMENTO DEL MASSIMO E MINIMO VALORE DEL TASSO DI DISSIPAZIONE TURBOLENZA ALL'INTERNO DEL DOMINIO.....	118
FIGURA 4.113: (A) 55kPa, (B) 70 kPa e (C) 100 kPa - ANDAMENTO DEL MASSIMO E MINIMO VALORE DELLA DENSITÀ ALL'INTERNO DEL DOMINIO.....	119
FIGURA 4.114: (A) 55kPa, (B) 70 kPa e (C) 100 kPa - ANDAMENTO DEGLI SFORZI DI PRESSIONE SULLA LAMINA PIANA.....	120
FIGURA 4.115: (A) 55kPa, (B) 70 kPa e (C) 100 kPa - ANDAMENTO DELLA PORTATA D'ARIA ALL'INTERNO DEL DOMINIO.....	120
FIGURA 4.116: TEST 55kPa - MESH E CAMPO DI PRESSIONE DOPO IL PRIMO ADATTAMENTO AL CICLO N°300.	121
FIGURA 4.117: TEST 55kPa - MESH E CAMPO DI PRESSIONE DOPO IL 4° ADATTAMENTO AL CICLO N°600.	122
FIGURA 4.118: TEST 55kPa - MESH E CAMPO DI PRESSIONE DOPO L'ULTIMO ADATTAMENTO AL CICLO N°1000.	123
FIGURA 4.119: TEST 70kPa - MESH E CAMPO DI PRESSIONE DOPO IL PRIMO ADATTAMENTO AL CICLO N°300.	124
FIGURA 4.120: TEST 70kPa - MESH E CAMPO DI PRESSIONE DOPO IL 4°ADATTAMENTO AL CICLO N°600.	125
FIGURA 4.121: TEST 70kPa - MESH E CAMPO DI PRESSIONE DOPO L'ULTIMO ADATTAMENTO AL CICLO N°1000.	126
FIGURA 4.122: TEST 100kPa – MESH E CAMPO DI PRESSIONE DOPO IL PRIMO ADATTAMENTO AL CICLO N°300.	127
FIGURA 4.123: TEST 100kPa – MESH E CAMPO DI PRESSIONE DOPO IL 4° ADATTAMENTO AL CICLO N°600.	128
FIGURA 4.124: TEST 100kPa - MESH E CAMPO DI PRESSIONE FINALE DOPO L'ULTIMO ADATTAMENTO AL CICLO N°1000.....	129
FIGURA 4.125: CAMPO DI PRESSIONE AL CICLO FINALE 1500. IN ALTO IL TEST 55kPa, AL CENTRO IL TEST 70kPa, IN BASSO IL TEST 100 kPa.	130
FIGURA 4.126: PSEUDO-SCHLIEREN VARIABLE AL CICLO 1500. IN ALTO IL TEST 55kPa, AL CENTRO IL TEST 70kPa, IN BASSO IL TEST 100 kPa.	131
FIGURA 4.127: DETTAGLIO DELLA DISTRIBUZIONE DI Y+ SUL BORDO DI ATTACCO DELLA LAMINA PIANA. A SINISTRA IL TEST 55kPa, AL CENTRO IL TEST 70kPa, A DESTRA IL TEST 100 kPa.	132

FIGURA 4.128: ANDAMENTO DI y^+ SULLE PARETI DEL CUNEO. IN ALTO UNA VISTA LATERALE CON LA PARETE INFERIORE IN PRIMO PIANO, IN BASSO UNA VISTA DALL'ALTO. A SINISTRA IL TEST 55kPA, AL CENTRO IL TEST 70kPA, A DESTRA IL TEST 100 kPA.	132
FIGURA 4.129: ANDAMENTO DELL'EFFETTO DELLA TURBOLENZA NELLA ZONA DI INTERAZIONE. A SINISTRA IL TEST 55kPA, AL CENTRO IL TEST 70kPA, A DESTRA IL TEST 100 kPA.	133

Indice delle tabelle

TABELLA 2.1 COEFFICIENTI EMPIRICI PER IL MODELLO $STD\ k - \epsilon$	23
TABELLA 2.2: COEFFICIENTI EMPIRICI PER IL MODELLO REALIZABLE $k - \epsilon$	24
TABELLA 2.3: COEFFICIENTI EMPIRICI PER IL MODELLO SPALART-ALLMARAS.	24
TABELLA 2.4: COEFFICIENTI EMPIRICI PER IL MODELLO $k - \omega$	25
TABELLA 2.5: CORREZIONI PER IL MODELLO $SST - k\omega$	26
TABELLA 3.1: DISCRETIZZAZIONE SPAZIALE DELLE EQUAZIONI DI GOVERNO UTILIZZATE NEI TEST.	32
TABELLA 4.1: CLASSIFICAZIONE DELLE REGIONI DEL DOMINIO.	49
TABELLA 4.2: CONDIZIONI INIZIALI DELLE GRANDEZZE DEL FLUSSO.	50
TABELLA 4.3: CONDIZIONI AL CONTORNO NELLE REGIONI DI INLET E OUTLET.	50
TABELLA 4.4: IMPOSTAZIONI DI BASE E DI DETTAGLIO DELLE GRIGLIE <i>COARSE, MID E FINE</i>	51
TABELLA 4.5: PARAMETRI PER LA DISCRETIZZAZIONE DELLO STRATO LIMITE.	51
TABELLA 4.6: GRANDEZZE FISICHE INIZIALI.	57
TABELLA 4.7: CONDIZIONI AL CONTORNO PER LE REGIONI DI INLET E OUTLET.	58
TABELLA 4.8: PARAMETRI DI INPUT PER LA REALIZZAZIONE DELLA GRIGLIA.	58
TABELLA 4.9: PARAMETRI INPUT PER LA DISCRETIZZAZIONE DELLO STRATO LIMITE.	58
TABELLA 4.10: DEFINIZIONE INIZIALE DELLE GRANDEZZE DEL DOMINIO FISICO.	64
TABELLA 4.11: DEFINIZIONE DELLA TIPOLOGIA APPLICATA ALLE REGIONI DEL DOMINIO.	65
TABELLA 4.12: DEFINIZIONE DELLE CONDIZIONI AL CONTORNO PER LE REGIONI DI INLET E OUTLET.	65
TABELLA 4.13: CARATTERISTICHE DEGLI ELEMENTI DELLA GRIGLIA	66
TABELLA 4.14: CALCOLO DI y^+	67
TABELLA 4.15: INPUT E CARATTERISTICHE DEI PARAMETRI DELLA MESH IN PROSSIMITÀ DELLE SUPERFICI. ...	67
TABELLA 4.16: IMPOSTAZIONI DELLA MESH ADAPTATION ANALYSIS.	68
TABELLA 4.17: DEFINIZIONE DELLE GRANDEZZE INIZIALI DEL DOMINIO FISICO.	95
TABELLA 4.18: CONDIZIONI INIZIALI DELLE GRANDEZZE FISICHE PER IL TEST L200.	112
TABELLA 4.19: DEFINIZIONE DELLE CONDIZIONI AL CONTORNO PER LE REGIONI DI INLET E OUTLET.	112
TABELLA 4.20: STIMA INIZIALE DI y^+	113
TABELLA 4.21: INPUT E CARATTERISTICHE DEI PARAMETRI DELLA MESH IN PROSSIMITÀ DELLE SUPERFICI.	113

1. Introduzione

Lo studio della fluidodinamica ha sempre esercitato un ruolo indispensabile nel settore aeronautico, spaziale e industriale in generale. L'analisi e la comprensione dei flussi, sia interni (come il flusso all'interno dei condotti) che esterni (come un'ala investita da una corrente) hanno costituito uno strumento essenziale per l'ottimizzazione dei processi, incrementando l'efficienza e riducendo le perdite, con un conseguente risultato in ambito ecologico, economico e prestazionale. Queste componenti rappresentano punti cardinali nel settore aerospaziale, in cui gli obiettivi principali sono la massimizzazione delle prestazioni e la riduzione dei consumi. Lo studio delle problematiche relative al moto dei fluidi è tuttavia sempre stato una sfida ingegneristica per la sua complessità, dovuta in gran parte alle leggi del moto che risultano di difficile risoluzione in forma esatta, se non in casi estremamente semplici.

L'introduzione negli anni della fluidodinamica computazionale (CFD¹) ha portato a un netto miglioramento nell'analisi dei fenomeni fluidodinamici e nella risoluzione delle equazioni di governo. Tale approccio ha permesso la risoluzione di problemi caratterizzati da geometrie complesse e da fenomeni fisici articolati come la turbolenza, riducendo enormemente i costi dell'analisi rispetto ai metodi sperimentali. Se da un lato la simulazione fluidodinamica richiede tempi relativamente lunghi (ore o giorni) rispetto alle prove sperimentali (qualche minuto), dall'altro i tempi di allestimento di queste ultime sono molto più dispendiosi rispetto alle fasi di pre-processing della CFD, in particolare quando si svolgono più test, variando alcuni parametri. Grazie ai metodi numerici e ai modelli di equazioni assunti, le tecniche CFD propongono delle soluzioni approssimate, che devono essere confrontate con quelle reali per validarne l'efficacia nella predizione delle grandezze del fluido.

L'obiettivo di questa tesi è quello di effettuare diverse simulazioni, attraverso il software Cradle-scFLOW, per valutare l'efficacia delle tecniche numeriche nel lavorare con flussi supersonici, in particolare con il fenomeno dell'interazione tra urto e strato limite (SWBLI²) su una lamina piana in regime laminare e turbolento. I risultati ottenuti dalle diverse simulazioni saranno poi confrontati con i dati sperimentali.

Prima di esaminare i test svolti saranno presentati i fenomeni fisici su cui si basano le simulazioni e i metodi numerici ai quali fa riferimento il software.

La parte centrale della tesi si concentrerà sui report dei test svolti, che interesseranno inizialmente il regime laminare per poi mettere in risalto gli effetti della transizione al regime

¹ Computational Fluid Dynamics

² Shock Wave/Boundary Layer Interaction

turbolento e il caso in cui la turbolenza è completamente sviluppata. Questi ultimi saranno eseguiti attraverso l'utilizzo di diversi modelli RANS (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes equations*), in modo da valutare l'adeguatezza dei singoli modelli al problema in esame. Per ciascun test saranno estrapolati gli andamenti delle grandezze fondamentali in prossimità della lamina, all'interno dello strato limite. I risultati ottenuti dalle simulazioni CFD saranno poi messi a confronto con i dati sperimentali ricavati da P. A. Polivanov et al. (1) presso la galleria del vento T-325 (ITAM SB RAS) e con quelli dell'esperimento di R.J. Hakkinen et al. (2) nel laboratorio del M.I.T.

1.1 La teoria dello strato limite

Quando una lamina piana è investita da una corrente, in prossimità della parete si sviluppa una zona, detta strato limite, in cui la viscosità assume un ruolo importante.

Per strato limite si intende una regione in cui la velocità passa dal valore nullo (alla parete, a causa della condizione di aderenza³ dovuta alla presenza della viscosità) al valore della corrente esterna, come mostrato nella Figura 1.1. In questo sottile strato si suppone che le forze di origine viscosa abbiano lo stesso ordine di grandezza delle forze d'inerzia. Mentre il flusso esterno indisturbato si può considerare inviscido, e può essere risolto tramite le equazioni di Eulero, quello all'interno dello strato limite è viscoso, e le leggi del moto sono quelle ipotizzate da Prandtl (3) e da Blasius (4).

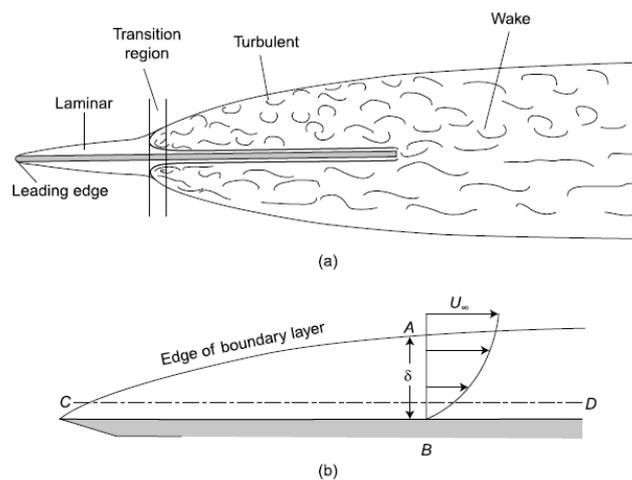


Figura 1.1: Strato limite su una lamina piana. (a) Sviluppo dello strato limite a un numero di Reynolds intermedio. (b) Profilo di velocità all'interno dello strato limite illustrando la condizione di aderenza a parete. Si noti che la scala di grandezza in direzione normale alla superficie della lamina sia esagerata.

Si distinguono due possibili regimi del flusso a causa del valore del numero di Reynolds. Per bassi numeri di Reynolds, $Re < 10^5$, il flusso nello strato limite è laminare, regime in cui le grandezze mostrano un andamento stazionario nel tempo. Per alti numeri di Reynolds, $Re > 10^7$, il flusso risulta turbolento, soggetto a variazioni non stazionarie. Ciò è dovuto alla perdita di energia cinetica causata dallo sviluppo di fluttuazioni e perturbazioni che vanno oltretutto a incrementare lo sforzo di taglio a parete. Nella zona intermedia, quando il $3 \times 10^5 < Re_T < 3 \times 10^6$, si manifesta la transizione dal regime laminare a quello turbolento. L'intervallo di insicurezza è dovuto in parte al grado di turbolenza del flusso esterno e in parte alla rugosità della superficie.

³ Condizione di aderenza: in inglese nota come *no slip condition*

Nell'ipotesi di lamina piana investita da una corrente incomprimibile, bidimensionale e stazionaria, prendendo come riferimento la Figura 1.1 (b), si nota che la direzione del flusso è lungo l'asse x e la componente della velocità u è quella in direzione del flusso, mentre v è la componente perpendicolare alla superficie, diretta lungo y , la componente lungo z è $w = 0$. Per uno strato limite incomprimibile le leggi di bilancio di Navier – Stokes si possono scrivere:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1.1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (1.2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (1.3)$$

Con condizioni al contorno:

$$\begin{array}{lll} u(x, 0) = 0 & v(x, 0) = 0 & \text{no-slip condition} \\ u(x, \infty) = U_{est} & v(x, \infty) = V_{est} = 0 & \text{condizione esterna}^4 \\ u(-\infty, y) = U_\infty(y) & v(-\infty, y) = V_\infty(y) = 0 & \text{condizione a monte}^5 \end{array}$$

Utilizzando come ipotesi $\delta \ll x$, dall'equazione di continuità si può determinare che:

$$u_x = \frac{\partial u}{\partial x} \sim \frac{u}{x}, \quad v_y = \frac{\partial v}{\partial y} \sim \frac{v}{\delta} \rightarrow u_x + v_y = \frac{u}{x} + \frac{v}{\delta} = 0 \rightarrow v \sim \frac{\delta}{x} u \rightarrow v \ll u$$

L'ultima relazione indica che la componente lungo y è molto piccola e la corrente è pressoché unidimensionale. Per l'equazione della quantità di moto lungo x i termini inerziali hanno ordine:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} \sim u \frac{u}{x} = \frac{u^2}{x} \quad e \quad v \frac{\partial u}{\partial y} \sim \frac{\delta}{x} u \frac{u}{\delta} = \frac{u^2}{x}$$

Mentre per i termini viscosi si ha:

$$\nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \sim \nu \left(\frac{u}{x^2} + \frac{u}{\delta^2} \right) \sim \nu \frac{u}{\delta^2}$$

Poiché all'interno dello strato limite le forze viscosi non sono trascurabili rispetto alle forze di inerzia, dalla loro uguaglianza si può stimare in prima approssimazione l'entità dello spessore dello strato limite δ :

$$\frac{u^2}{x} \sim \nu \frac{u}{\delta^2} \rightarrow \delta \sim \sqrt{\frac{\nu x}{u}}$$

Si noti come ci sia una dipendenza da \sqrt{x} , indicando l'andamento ipotizzato dalla Figura 1.1 (b).

Richiamando il numero di Reynolds riferito alla distanza dal bordo di attacco $Re_x = \frac{ux}{\nu}$ si ottiene:

$$\frac{\delta}{x} \sim \frac{1}{\sqrt{Re_x}}$$

⁴ U_{est} e V_{est} sono rispettivamente le componenti lungo x e lungo y della velocità del flusso esterno

⁵ $U_\infty(y)$ e $V_\infty(y)$ sono rispettivamente le componenti lungo x e lungo y della velocità del flusso indisturbato a monte della lamina piana

Ciò dimostra che il rapporto tra spessore strato limite e lunghezza della lamina si riduce al crescere del numero di Reynolds.

Eseguendo la stessa analisi degli ordini di grandezza per l'equazione della quantità di moto lungo y , si può affermare che la pressione lungo y ha una variazione molto inferiore rispetto a quella lungo x . All'interno dello strato limite la quantità di moto lungo y può essere trascurata e la pressione $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$, quindi $p = p(x)$ ed è determinata dal flusso esterno $p(x) = p_{est}(x)$.

Osservando gli ordini di grandezza visti per i termini dell'equazione della quantità di moto lungo x , si può dedurre che:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

E quindi per lo strato limite l'equazione (1.2) si riduce a:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp_{est}}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (1.4)$$

Nel caso di fluido comprimibile ($\rho \neq cost$) e di flusso turbolento bisogna considerare le equazioni di Navier-Stokes nella forma più generale, come analizzato da H. Schlichting et al. in (5).

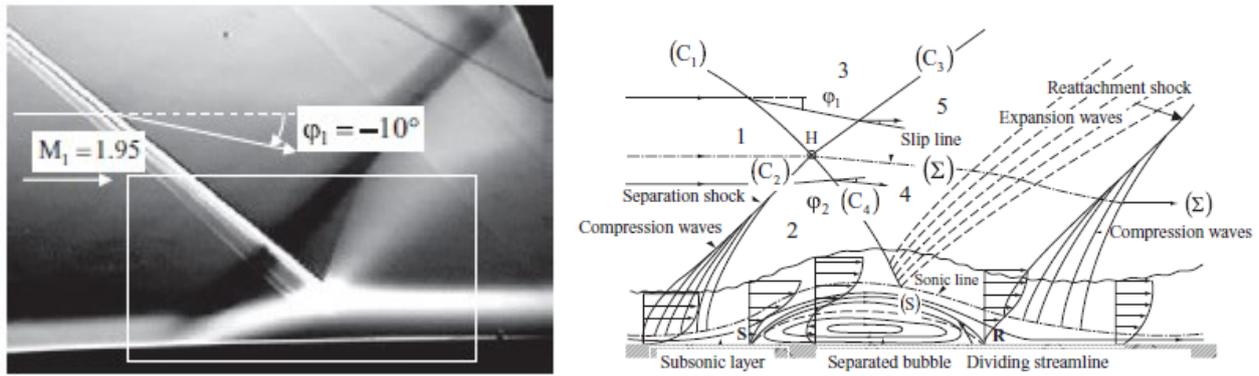


Figura 1.3: Configurazione del campo di moto per l'interazione urto-strato limite con separazione. (a) Visualizzazione Schlieren per un'interazione a Mach 1.95 (ONERA), (b) Raffigurazione del flusso (6).

Tale fenomeno fisico innesca un incremento della pressione del flusso in prossimità della parete come è riportato nella Figura 1.4 (6). Si ipotizza che il flusso esterno allo strato limite abbia un campo di pressione uniforme a monte e a valle dell'urto incidente.

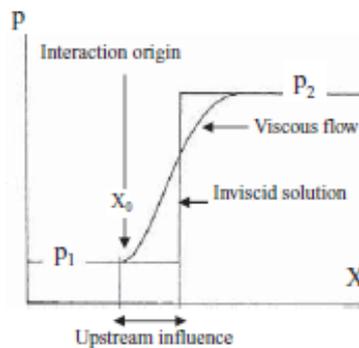


Figura 1.4: Distribuzione della pressione in prossimità della zona di interazione nel caso di flusso inviscido e viscoso (6).

1.2.2 Applicazioni

1.2.2.1 Profili alari transonici

L'interazione tra urto e strato limite trova molteplici e frequenti applicazioni in campo aeronautico, sia su superfici esterne, come un profilo alare (Figura 1.5), sia su quelle interne, come in una presa d'aria supersonica (Figura 1.6) o sulle pareti all'interno dei motori per velivoli supersonici o ipersonici, i ramjet e gli scramjet (Figura 1.7). Le conseguenze di tale fenomeno si ripercuotono sulle prestazioni del velivolo o del sistema propulsivo andando a costituire un possibile fattore critico. Da un lato, lo strato limite è sottoposto a un gradiente di pressione avverso imposto dall'urto; dall'altro, l'urto deve propagarsi attraverso una sequenza di strati di flusso inviscido e viscoso.

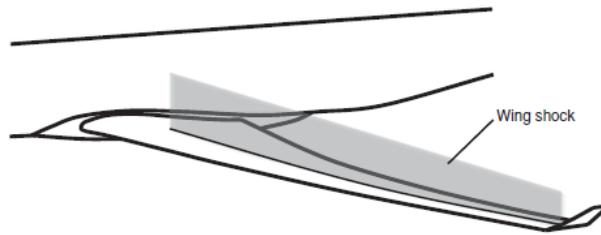


Figura 1.5: Onda d'urto su un'ala transonica (6).

A causa dell'aumento della velocità sul dorso, un profilo alare investito da una corrente subsonica (Figura 1.6a) può avere delle zone in cui il flusso è supersonico e le onde d'urto che si innescano interagiscono con lo strato limite, andando a determinare delle perdite di efficienza aerodinamica. Un discorso analogo vale per le schiere di palette all'interno dei compressori e delle turbine dei motori aeronautici (Figura 1.6b).

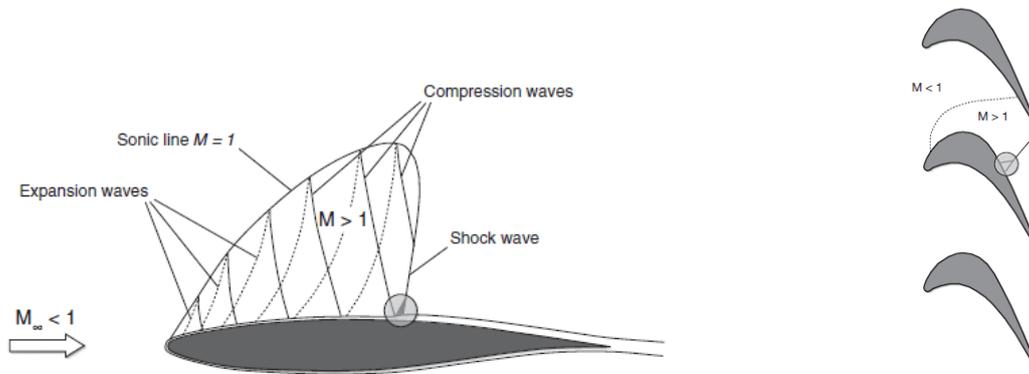


Figura 1.6: (a) Interazione urto-strato limite su un profilo transonico. (b) Interazione urto-strato limite in una schiera di palette di una turbina aeronautica (6).

In queste regioni, il flusso è strettamente dipendente dalla curvatura del profilo alare e, a causa della loro forma convessa, si formano delle onde di espansione che abbassano la pressione e aumentano il numero di Mach locale. Poiché il flusso a monte è subsonico, ci sarà una linea sonica ($Mach = 1$) dove si manifesta una riflessione dell'onda di espansione in un'onda di compressione, che propaga verso la parete. Se più onde di compressione vanno a coalescenza in un punto si origina un'onda d'urto con cui interagisce lo strato limite. L'intensità di tale fenomeno dipende dalla curvatura del profilo, dal numero di Mach del flusso a monte e dall'angolo di attacco. All'aumentare di questi termini incrementano l'intensità dell'urto e gli effetti dell'interazione tra urto e strato limite. In particolare, tale fenomeno determina una riduzione della pressione totale e un conseguente aumento della resistenza d'onda del profilo alare. Oltre un certo valore del rapporto di pressione totale dissipata dall'urto, specifico per ogni profilo aerodinamico, si origina una separazione locale del flusso con un conseguente riattacco a valle, ma, per urti ancor più dissipativi, il flusso può separare completamente dal profilo conducendolo in una condizione di stallo aerodinamico. Pertanto, i profili aerodinamici vanno

progettati monitorando accuratamente i suddetti fattori in modo da evitare fenomeni pericolosi come la separazione e lo stallo del profilo che causerebbero notevoli perdite aerodinamiche.

1.2.2.2 Prese d'aria supersoniche

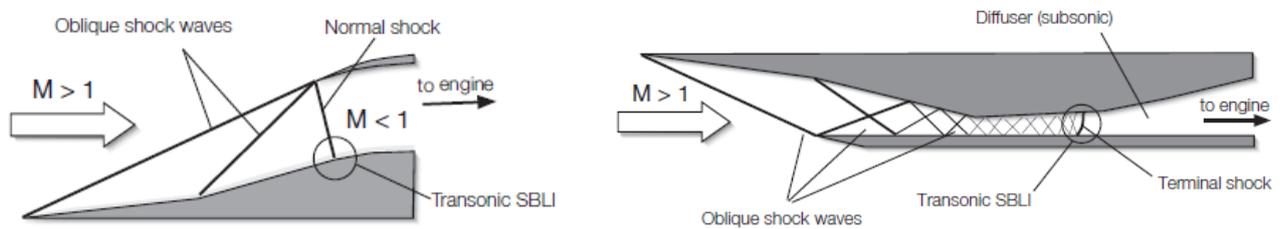


Figura 1.7: Presa d'aria a compressione esterna con rampa prominente a sinistra (a); Presa d'aria a compressione interna con convergente-divergente a destra (b) (6).

Un'altra applicazione del fenomeno è all'interno delle prese supersoniche dei motori aeronautici, dove la corrente esterna è supersonica mentre la richiesta dei componenti interni del motore è un flusso subsonico. Il compito della presa d'aria è infatti quello di comprimere e rallentare il flusso prima che esso entri nei componenti a valle di essa. Per non incorrere in notevoli perdite di pressione totale che si avrebbero con un singolo urto retto, si preferisce far attraversare al flusso una sequenza di urti obliqui, che dissipano minor energia. A valle delle suddette onde d'urto, il flusso rimane ancora supersonico, perciò il passaggio al regime subsonico avviene mediante un urto retto che risulta essere meno dissipativo rispetto alla configurazione con singolo urto retto. Le prese d'aria supersoniche si classificano in prese a compressione esterna (Figura 1.7a) e a compressione interna (Figura 1.7b) a seconda della posizione dell'urto obliquo. In entrambi i casi le onde d'urto interagiscono con lo strato limite delle pareti generandone un inspessimento. Di conseguenza, l'interazione più critica si manifesta a valle dell'urto retto finale, con cui si hanno maggiori perdite di energia e maggior probabilità di separazione del flusso, a causa delle precedenti perturbazioni a cui lo strato limite è stato soggetto. In questo caso la separazione dello strato limite induce a un ulteriore problema, cioè la non uniformità del flusso lungo la sezione trasversale del motore (Figura 1.8). Ciò può costituire una criticità per i componenti interni del motore, in quanto andrebbe a deteriorare notevolmente le prestazioni.

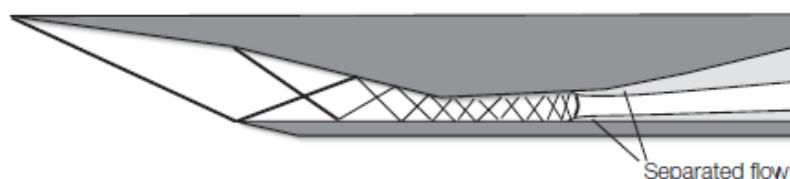


Figura 1.8: Separazione della corrente a valle dell'urto retto (6).

Inoltre, i fenomeni di instabilità dell'urto e dell'interazione con lo strato limite possono comportare una variazione della posizione dell'urto retto, che può portarsi all'interno del motore, andando a danneggiarne i componenti, o all'esterno della presa, rendendola disinnescata. Al fine di evitare questi problemi, bisogna progettare la presa in modo da stabilizzare la posizione dell'urto retto all'interno della stessa, monitorandolo attraverso diversi controlli come l'aspirazione dello strato limite o lo spillamento di aria.

Ulteriori applicazioni si hanno in flussi interni come in un diffusore, dove bisogna decelerare un flusso supersonico a velocità subsoniche (Figura 1.9a) o in un ugello convergente-divergente sovra-espanso, ovvero quando la pressione all'uscita del condotto è minore della pressione ambiente esterna (Figura 1.9b).



Figura 1.9: Interazione urto-strato limite in un diffusore a sinistra (a); Interazione urto-strato limite in un ugello a destra (b) (6).

2. Modelli fisici per la fluidodinamica

Il punto di partenza di ogni simulazione fluidodinamica è la scelta del corretto modello teorico che delinea, sotto forma analitica, i fenomeni fisici che l'analisi vuole studiare. Come si vedrà nei capitoli successivi, questa decisione è condizionata da diversi fattori. Da un lato vi è la natura fisica del problema, che definisce le caratteristiche del moto del fluido, dall'altro bisogna rispettare le esigenze dell'ambito numerico, come il costo computazionale e i problemi relativi alla discretizzazione (convergenza e stabilità della soluzione). In questo capitolo saranno presentate le nozioni principali della teoria fluidodinamica, su cui si costruiscono i molteplici modelli fisici necessari allo studio analitico del fenomeno in esame. Saranno maggiormente attenzionati i modelli che analizzano i flussi turbolenti, che costituiscono tuttora campo di dibattiti e discussioni, a causa della loro natura intrinsecamente stocastica.

2.1 Le leggi di bilancio

I principi fondamentali della meccanica dei fluidi sono rappresentati dalle leggi di conservazione della massa, della quantità di moto e dell'energia. Queste equazioni possono essere scritte in forma integrale, applicabile a una regione estesa, o in forma differenziale, applicabile a un punto o a una particella di fluido. Entrambe le forme sono ugualmente valide e possono essere derivate l'una dall'altra. Le forme integrali delle equazioni del moto sono espresse in termini di evoluzione di un volume di controllo e dei flussi di massa, quantità di moto ed energia che attraversano la sua superficie di controllo. Le forme integrali sono tipicamente utili quando l'estensione spaziale dei dettagli potenzialmente complicati del flusso è abbastanza piccola da poter essere trascurata e si cerca una proprietà media o integrale del flusso, come un flusso di massa, una forza di pressione superficiale o una velocità o un'altra grandezza complessiva.

Le equazioni che rappresentano la conservazione della massa in un fluido in movimento si basano sul principio che la massa di uno specifico insieme di particelle fluide è costante. Il volume occupato da uno specifico insieme di particelle di fluido è chiamato volume di controllo V . Le proprietà fisiche del flusso sono definite come funzioni dello spazio – ossia del vettore posizione – e del tempo. L'osservatore è solidale ad un riferimento fisso o inerziale e fotografa il campo di moto a ciascun istante temporale, senza avere informazioni relative al moto della singola particella fluida. Pertanto, la legge di conservazione della massa per un volume di controllo in un fluido che scorre è:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = - \int_S (\rho \vec{v} \cdot \vec{n}) dS \quad (2.1)$$

Dove \bar{v} è il vettore velocità del flusso e \bar{n} è il vettore normale uscente dalla superficie del volume di controllo. Si noti che il segno negativo è dovuto al fatto che il vettore normale è considerato positivo quando è uscente dalla superficie. L'equivalente equazione della conservazione della quantità di moto si sviluppa a partire dalla seconda legge di Newton, il principio fondamentale che regola la quantità di moto dei fluidi. Bisogna dunque uguagliare la somma delle forze di inerzia e dei flussi di quantità di moto alla risultante delle forze esterne agenti sul sistema. Il flusso di quantità di moto è dovuto dalla somma dei contributi delle forze applicate, sia di campo (forze gravitazionali o elettromagnetiche), sia di superficie (forze di pressione e sollecitazioni di taglio). Se applicata a un volume V con area S , la seconda legge di Newton può essere espressa direttamente come:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \bar{v} dV + \int_S (\rho \bar{v} \bar{v} \cdot \bar{n}) dS = - \int_S p \bar{n} dS + \int_S \bar{\tau} \cdot \bar{n} dS + \int_V \rho \bar{f} dV \quad (2.2)$$

dove $\bar{\tau}$ è il tensore degli sforzi viscosi e \bar{f} la risultante delle forze di campo per unità di volume. L'equazione di conservazione della quantità di moto contiene delle grandezze vettoriali e si suddivide, pertanto, in tre equazioni lungo le tre componenti vettoriali.

La legge di bilancio dell'energia uguaglia la variazione dell'energia totale all'interno del volume di controllo alla potenza delle forze applicate al sistema e al flusso di calore. Per un volume di controllo V con area S si può scrivere:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho E dV + \int_S (\rho E \bar{v} \cdot \bar{n}) dS = \\ = - \int_S p \bar{v} \cdot \bar{n} dS + \int_S (\bar{\tau} \cdot \bar{v}) \cdot \bar{n} dS + \int_V \rho \bar{f} \cdot \bar{v} dV + \int_V \rho \xi dV + \int_S \bar{q} \cdot \bar{n} dS \end{aligned} \quad (2.3)$$

in cui il termine ξ indica il calore assorbito per unità di volume e di tempo a causa di effetti radiativi, mentre \bar{q} rappresenta invece il flusso di calore per unità di superficie dovuto alla conduzione termica. L'energia totale E presente al primo membro è data dalla somma dell'energia interna e di quella cinetica:

$$E = e + \frac{1}{2} v^2 \quad (2.4)$$

Per rendere completo il sistema di equazioni, vanno poi annesse alcune relazioni aggiuntive, ovvero la legge di stato dei gas perfetti:

$$\frac{p}{\rho} = \frac{R}{\mathcal{M}} T \quad (2.5)$$

la legge di Stokes per i fluidi newtoniani:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \nabla \cdot \bar{v} \right) \quad (2.6)$$

in cui δ_{ij} è il delta di Kronecker. La legge di Fourier per la conduzione termica:

$$\bar{q} = -\bar{k}\nabla T \quad (2.7)$$

con \bar{k} , la matrice di conducibilità termica.

La legge dell'energia interna:

$$e = c_v T \quad (2.8)$$

dove c_v è il calore specifico a volume costante. L'insieme delle equazioni (2.1-2.8) costituisce un sistema non lineare di equazioni alle derivate parziali, detto sistema di equazioni alle derivate parziali di Navier-Stokes, mediante il quale si può risolvere il campo di moto dei fluidi. Questa tipologia di sistemi di equazioni, ciononostante, non si può risolvere in maniera esatta analiticamente, a meno di casi specifici per i quali sono previste opportune semplificazioni.

2.2 Flusso inviscido: equazioni di Eulero

Nell'ipotesi di flusso comprimibile ($\nabla\rho \neq 0$), stazionario ($\partial/\partial t = 0$), non viscoso ($\mu = 0$), in assenza di forze di campo ($\bar{f} = 0$), scambi di calore per conduzione e sorgenti di energia le equazioni di conservazione di Navier-Stokes si riducono alle cosiddette equazioni di Eulero, nella seguente forma integrale:

$$\int_S (\rho \bar{v} \cdot \bar{n}) dS = 0 \quad (2.9)$$

$$\int_S (\rho \bar{v} \bar{v} \cdot \bar{n}) dS + \int_S p \bar{n} dS = 0 \quad (2.10)$$

$$\int_S (\rho E \bar{v} \cdot \bar{n}) dS + \int_S p \bar{v} \cdot \bar{n} dS = 0 \quad (2.11)$$

In forma differenziale, trasformando le equazioni riportate sopra, le equazioni per un flusso bidimensionale (piano x-y) sono nella forma:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial[u(\rho E + p)]}{\partial x} + \frac{\partial[v(\rho E + p)]}{\partial y} = 0 \quad (2.15)$$

Dove u e v sono rispettivamente le componenti lungo l'asse x e lungo l'asse y della velocità. Le equazioni della quantità di moto sono state scomposte lungo i due assi del sistema di riferimento. Con queste equazioni si possono descrivere le grandezze del campo di moto di un fluido ideale; pertanto, è valida per i flussi caratterizzati da elevati numeri di Reynolds, mentre

non è applicabile in prossimità delle pareti, dove la viscosità e i suoi effetti non sono più trascurabili.

2.3 Modellazione della turbolenza

2.3.1 Introduzione ai modelli RANS

I flussi turbolenti, come accennato in precedenza, presentano delle complicazioni ulteriori, dovute alle fluttuazioni instabili su diverse scale temporali e spaziali delle grandezze fisiche, rendendoli intrinsecamente casuali e basati su leggi probabilistiche. Le equazioni di Navier-Stokes viste finora non sono in grado di risolvere il campo fisico per un flusso turbolento. La modellazione dei flussi turbolenti è tuttora in fase di sviluppo a causa della forte singolarità degli stessi applicata ai diversi fenomeni fluidodinamici. Un singolo modello di turbolenza può essere dunque valido e accurato per lo studio di un determinato fenomeno fisico, mentre può risultare meno preciso quando applicato a un altro. Ciò è dovuto alle assunzioni che i singoli modelli utilizzano per risolvere il campo di moto.

In questa trattazione saranno prese in considerazione le approssimazioni delle equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds (o *modelli RANS* – “*Reynolds Averaged Navier-Stokes equations*”). In tale approccio il punto di partenza è la scomposizione di Reynolds delle variabili del flusso in parti medie e fluttuanti, dove l’inserimento delle variabili scomposte da Reynolds nelle equazioni di Navier-Stokes – seguito da una media delle equazioni stesse – dà origine al tensore delle sollecitazioni di Reynolds, un termine sconosciuto che deve essere modellato per poter risolvere le equazioni RANS. Il problema della chiusura del sistema delle equazioni di Navier-Stokes consiste essenzialmente in questa operazione. Saranno dunque analizzate le equazioni che porteranno alle definizioni degli stress di Reynolds e della viscosità turbolenta (*eddy viscosity*) (7), (5) e (8). Considerando il concetto di scomposizione alla Reynolds, una variabile generica g del sistema è scomposta in un termine medio e uno fluttuante:

$$g = \tilde{g} + g' \quad (2.16)$$

Nel caso più generale la componente media può essere valutata come media d’insieme di una serie di valori, in funzione dello spazio e del tempo:

$$\tilde{g}(\bar{x}, t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N g(\bar{x}, t) \quad (2.17)$$

Dove N indica il numero di campioni ottenuti da una serie di esperimenti in un punto del dominio \bar{x} all’istante temporale t . Idealmente, il numero di campioni N dovrebbe tendere a infinito per risultare statisticamente valido. Per flussi con turbolenza staticamente stazionaria il valore medio della grandezza non è più dipendente dal tempo; quindi, la grandezza media può essere espressa in relazione a un intervallo temporale:

$$\tilde{g}(\bar{x}) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} g(\bar{x}, t) dt \quad (2.18)$$

La scelta del periodo T è dettata dalla statistica, poiché, al fine di ottenere una turbolenza staticamente stazionaria, tale valore deve essere molto maggiore della scala temporale in cui avvengono le fluttuazioni turbolente della grandezza. Nel caso di flussi compressibili si tiene conto della media alla Favre (9), utile quando la fluttuazione della densità è rilevante:

$$\bar{g}(\bar{x}) = \frac{\int_t^{t+T} \rho(\bar{x}, t) g(\bar{x}, t) dt}{\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \rho(\bar{x}, t) dt} \quad (2.19)$$

Da qui in avanti tutte le grandezze fisiche saranno sostituite dalla decomposizione alla Favre, mentre la densità verrà sostituita dalla decomposizione alla Reynolds. Si prendano in esame le equazioni di Navier-Stokes in forma differenziale. Per semplicità si considerano le componenti lungo l'asse x_i della quantità di moto e dell'energia (procedimenti analoghi possono essere ripetuti per gli altri assi):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_i} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i h)}{\partial x_i} = \frac{\partial p}{\partial x_i} u_i - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} + \tau_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (2.22)$$

Essendo τ_{ij} la generica componente degli sforzi tangenziali viscosi, q il flusso termico specifico, h l'entalpia specifica tale che $e = h - p/\rho$. A questo punto si possono sostituire le grandezze fisiche presenti nelle equazioni con la loro decomposizione alla Reynolds e alla Favre, assumendo le seguenti proprietà di carattere statistico:

- $\bar{g}' = 0$
- $\overline{g'g} = 0$
- per due grandezze non correlate vale $\overline{f'g'} \neq 0$
- l'operatore di derivata non influisce sulla media della grandezza $\overline{\frac{\partial g}{\partial x}} = \frac{\partial \bar{g}}{\partial x}$
- proprietà distributiva $\overline{f + g} = \bar{f} + \bar{g}$

Si ottiene il sistema di equazioni di conservazione per il moto medio del flusso:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho} \bar{u}_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho} \bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_i} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial(\bar{\tau}_{ij} - \bar{\rho} \overline{u'_i u'_j})}{\partial x_i} \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho} \bar{e})}{\partial t} + \frac{\partial[\bar{\rho} \bar{u}_i \bar{h}]}{\partial x_i} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \bar{u}_i + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} u'_i + \frac{\partial \bar{p}'}{\partial x_i} u'_i + \bar{\tau}_{ij} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} + \bar{\tau}_{ij} \frac{\partial \bar{u}'_j}{\partial x_i} - \frac{\partial(\bar{q}_{Li} + \bar{\rho} \overline{u'_i h'})}{\partial x_i} \quad (2.25)$$

In genere la quantità \bar{h} e i contributi $\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} u'_i$ e $\frac{\partial \bar{p}'}{\partial x_i} u'_i$ sono trascurabili. Il termine $\overline{q_{Li}}$ è il flusso termico medio, esprimibile dalla legge di Fourier, mentre il termine $\overline{\tilde{\rho} u'_i h'}$ si identifica con il trasporto di calore aggiuntivo rispetto a quello laminare e la sua presenza è dovuta alle fluttuazioni turbolente del flusso. Il termine $-\overline{\tilde{\rho} u'_i u'_j}$ rappresenta lo sforzo tangenziale turbolento, da cui si definisce il tensore degli sforzi di Reynolds $\overline{\tau^R} = -\overline{\tilde{\rho} u'_i u'_j}$ (8):

$$\overline{\tau^R} = \begin{bmatrix} \overline{u'_i u'_i} & \overline{u'_i u'_j} & \overline{u'_i u'_k} \\ \overline{u'_i u'_j} & \overline{u'_j u'_j} & \overline{u'_j u'_k} \\ \overline{u'_i u'_k} & \overline{u'_j u'_k} & \overline{u'_k u'_k} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

e si ottiene una grandezza che assume un effetto simile a una pressione o a una viscosità sul moto medio. Esso però fornisce al sistema sei incognite aggiuntive. La chiusura delle equazioni RANS si ottiene mediante la modellazione del tensore di Reynolds tenendo conto di alcune assunzioni.

Boussinesq (10) fu il primo ad affrontare il problema della chiusura delle equazioni, e introdusse il concetto di viscosità turbolenta μ_T (*eddy viscosity*), mettendo in relazione il tensore di Reynolds al tensore della velocità del flusso medio. Tale approssimazione risulta di fondamentale importanza e alla base di una serie di modelli RANS, detti EVM (*Eddy Viscosity Models*). L'ipotesi di Boussinesq è riportata nella seguente relazione:

$$\tau_{ij}^R = 2\mu_T \left(\overline{D_{ij}} - \frac{1}{3} \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} = S_{ij}^T - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (2.27)$$

Dove S_{ij}^T è il tensore della velocità di deformazione media del flusso, k è l'energia cinetica turbolenta, o TKE (*Turbulent Kinetic Energy*) e δ_{ij} è il delta di Kronecker:

$$\overline{D_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (2.28)$$

$$S_{ij} = 2\mu_T \left(\overline{D_{ij}} - \frac{1}{3} \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (2.29)$$

$$k = \frac{1}{2} \overline{u' u'} \quad (2.30)$$

Avendo introdotto il termine dell'energia cinetica turbolenta, definita come l'energia cinetica associata alle componenti fluttuanti della velocità, si può ricavare l'equazione di governo (11). Si moltiplica l'equazione di bilancio di quantità di moto (2.24) per la componente della velocità fluttuante e mediando entrambi i membri:

$$\overline{\rho u'_i \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \rho u'_i u'_j \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}} = -\overline{u'_i \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i}} + \overline{u'_i \frac{\partial \overline{\tau_{ij}}}{\partial x_i}} \quad (2.31)$$

A questo punto si possono riscrivere i singoli termini tenendo conto dell'equazione di continuità (2.23) e della definizione di energia cinetica turbolenta (2.30):

$$\begin{aligned}
\overline{\rho u'_i \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t}} &= \overline{\rho u'_i} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \overline{\rho u'_i \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t}} = \overline{\rho \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} u'_i u'_i \right)} \\
&= \frac{\partial}{\partial t} \left(\overline{\rho \frac{1}{2} u'_i u'_i} \right) - \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \frac{\partial \rho}{\partial t} \\
&= \frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho k}) - \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \frac{\partial \rho}{\partial t}
\end{aligned} \tag{2.32}$$

$$\begin{aligned}
\overline{\rho u'_i u'_j \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}} &= \overline{\rho u'_i \bar{u}_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \overline{\rho u_j u'_i} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \\
&= \overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \overline{\rho u_j} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \right) \\
&= \overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{\rho u_j \frac{1}{2} u'_i u'_i} \right) - \overline{\left(\frac{1}{2} u'_i u'_i \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) \right)}
\end{aligned} \tag{2.33}$$

$$\overline{u'_i \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i}} = \bar{u}'_i \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{p' u'_i}) - \overline{p' \frac{\partial u'_i}{\partial x_i}} \tag{2.34}$$

$$\overline{u'_i \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_i}} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\tau_{ij} u'_i}) - \overline{\tau_{ij} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \tag{2.35}$$

Quindi si ottiene l'equazione differenziale del bilancio dell'energia cinetica turbolenta nella forma:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho k}) + \frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho \bar{u}_j k}) &= \\
&= -\overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \tau_{ij} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{\tau_{ij} u'_i} - \overline{\rho u_j \frac{1}{2} u'_i u'_i} - \overline{p' u'_i} \right) - \bar{u}'_i \frac{\partial p}{\partial x_i} + \overline{p' \frac{\partial u'_i}{\partial x_i}}
\end{aligned} \tag{2.36}$$

La seconda relazione di chiusura è relativa al flusso termico turbolento (9), esprimibile attraverso un gradiente di temperatura medio e di un numero di Prandtl turbolento Pr_T :

$$\overline{\rho u'_i h'} = q_{Tj} = -\frac{\mu_T c_p}{Pr_T} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} = -\Lambda_T \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \tag{2.37}$$

in cui Λ_T è la conducibilità termica dell'aria in regime turbolento e c_p è il calore specifico dell'aria a pressione costante. La terza relazione è applicata alla dissipazione di energia turbolenta, connessa al termine $\overline{\tau_{ij} \frac{\partial u'_j}{\partial x_i}}$ della (2.25) e si definisce:

$$\rho \epsilon = \overline{\tau_{ij} \frac{\partial u'_j}{\partial x_i}} \tag{2.38}$$

Si aggiunge un'ulteriore relazione legata ai termini $\overline{\tau_{ij} u'_i}$ e $-\overline{\rho u_j \frac{1}{2} u'_i u'_i}$:

$$\overline{\tau_{ij} u'_i} - \overline{\rho u_j \frac{1}{2} u'_i u'_i} = \left(\mu_L + \frac{\mu_T}{Pr_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \tag{2.39}$$

Dove Pr_k è una costante determinata empiricamente e si riferisce alla diffusione k .

In assenza delle forze di volume sul fluido, le equazioni di bilancio in forma medio e con le approssimazioni di chiusura si riscrivono come:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_i} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial(\bar{\tau}_{ij} + \bar{\tau}_{ij}^R)}{\partial x_i} \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{e})}{\partial t} + \frac{\partial[\rho \bar{u}_i \bar{e}]}{\partial x_i} = -p \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} + \bar{\tau}_{ij} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Lambda \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right) + \rho \epsilon \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial[\rho \bar{u}_i k]}{\partial x_i} = \tau_{ij}^R \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} - \rho \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu_L + \frac{\mu_T}{Pr_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] \quad (2.43)$$

Essendo $\Lambda = \Lambda_L + \Lambda_T$ la conducibilità globale del fluido. Nel caso dell'aria si può assumere $\Lambda \cong (\mu_L + \mu_T)c_p/Pr$.

Mediante l'uso delle suddette relazioni per lo sforzo di Reynolds, la chiusura delle equazioni RANS si riduce alla modellazione della viscosità turbolenta, grandezza analizzata in diversi modelli, distinguendoli in modelli a una o due equazioni. Ciò dipende dal numero di incognite necessarie per la risoluzione del sistema RANS.

2.3.2 I modelli $k - \epsilon$

L'idea della viscosità turbolenta è ampiamente utilizzata e molto efficace; tuttavia, poiché la viscosità turbolenta μ_T cambia con lo stato del flusso e la sua posizione, deve essere ridefinita per ogni problema. Inoltre, anche in un flusso uniforme che attraversa una lamina metallica, è necessario considerare il trasporto della turbolenza. Bisogna selezionare una "quantità fondamentale di turbolenza", risolvere le equazioni di avvezione, diffusione, formazione e consumo relative alla quantità fondamentale e determinare la viscosità turbolenta da essa. Tale "quantità fondamentale della turbolenza" per il modello $k - \epsilon$ (12) è rappresentata da due termini: energia di turbolenza k e tasso di dissipazione della turbolenza ϵ . Di quest'ultima si riporta la definizione:

$$\epsilon = \nu \frac{\overline{\partial u'_i \partial u'_i}}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.44)$$

Le equazioni per l'energia cinetica turbolenta e il tasso di dissipazione sono espresse empiricamente dalle relazioni:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial[\rho \bar{u}_i k]}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_T}{Pr_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + G_S - G_{S1} - G_{S2} - G_{S3} - \rho \epsilon \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \frac{\partial[\rho \bar{u}_i \epsilon]}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_T}{Pr_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right) + C_1 \frac{\epsilon}{k} (G_S - G_{S1} - G_{S2} - G_{S3}) - C_2 \frac{\rho \epsilon^2}{k} \quad (2.46)$$

$$G_S = \mu_T \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad G_{S1} = \frac{2}{3} \rho k D \quad G_{S2} = \frac{2}{3} \mu_T D^2$$

$$G_{S3} = \frac{\mu_T}{Pr_T \rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \quad D = \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i}$$

Dalle equazioni per k e ϵ e dall'analisi dimensionale della viscosità turbolenta si ottiene:

$$\mu_T = C_\mu \rho \frac{k^2}{\epsilon} \quad (2.47)$$

Nelle relazioni descritte sopra per il metodo Standard $k - \epsilon$ figurano diverse costanti empiriche, le quali sono espresse dai valori riportati nella tabella 2.1

Pr_k	Pr_ϵ	C_1	C_2	C_μ	Pr_T
1	1.3	1.44	1.92	0.09	0.9

Tabella 2.1 Coefficienti empirici per il modello STD $k - \epsilon$.

Il modello $k - \epsilon$ ha visto negli anni molteplici sviluppi per diversificare i casi in cui esso può essere applicato. Il modello STD $k - \epsilon$ analizzato in precedenza, sebbene risulti accurato per lo studio dei flussi esterni o interni, non è accurato nelle zone del campo di moto a bassi valori di Re , come in prossimità dello strato limite. Per lo studio del fenomeno in esame si è pertanto deciso di selezionare un particolare modello $k - \epsilon$, cioè il *Realizable* $k - \epsilon$ (13). Attraverso l'utilizzo di tale metodo, l'energia generata dal moto turbolento non è mai assunta negativa. Inoltre, si ipotizza che le quantità $(\overline{u'_i u'_i}, \overline{u'_j u'_j}, \overline{u'_k u'_k}, -\overline{u'_i u'_j}, -\overline{u'_j u'_w}, -\overline{u'_i u'_k})$, formate dalle componenti fluttuanti della velocità (u'_i, u'_j, u'_k) , devono soddisfare la disuguaglianza di Schwartz:

$$\overline{u'_i u'_j}^2 \leq \overline{u'_i u'_i} * \overline{u'_j u'_j} \quad (2.48)$$

Il modello *Realizable* $k - \epsilon$ usato in Cradle-scFLOW soddisfa le condizioni di realizzabilità. Nella forma è identico al modello standard $k - \epsilon$, ma il coefficiente C_μ che compare nella viscosità turbolenta è così espresso:

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s U^* k / \epsilon} \quad (2.49)$$

in cui:

$$U^* = \sqrt{S_{ij} S_{ij} + \Omega_{ij} \Omega_{ij}} \quad A_s = \sqrt{6} \cos \varphi \quad \varphi = \frac{1}{3} \cos^{-1} \sqrt{6} W$$

$$W = \frac{S_{ij} S_{jk} S_{ki}}{(S_{ij} S_{ij})^{3/2}} \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

L'equazione per ϵ è data da:

$$\rho \frac{D\epsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{Pr_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_1 \rho S_\epsilon - C_2 \frac{\rho \epsilon^2}{k + \sqrt{\mu \epsilon / \rho}} \quad (2.50)$$

dove

$$C_1 = \max \left(0.43, \frac{\eta}{5 + \eta} \right) \quad \eta = \frac{Sk}{\epsilon}$$

$$S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}}$$

A_0	Pr_ϵ	C_2
4.04	1.2	1.9

Tabella 2.2: Coefficienti empirici per il modello Realizable $k - \epsilon$.

2.3.3 Il modello Spalart-Allmaras

Nei modelli a due equazioni, come i modelli $k - \epsilon$ e $SST - k\omega$ le equazioni di k e ϵ sono risolte con l'equazione del flusso, e la viscosità turbolenta si calcola da esse per tenere conto della turbolenza nel bilancio della quantità di moto. Il modello Spalart-Allmaras (14) è il modello di turbolenza più utilizzato nel settore aeronautico. Esso è caratterizzato dalla risoluzione della turbolenza con una singola equazione aggiuntiva. La viscosità turbolenta è direttamente calcolata dalle relazioni riportate di seguito:

$$\mu_T = \rho f_{v1} \tilde{\nu} \quad (2.51)$$

$$\frac{\partial(\rho\tilde{\nu})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\tilde{\nu}u_j)}{\partial x_j} = C_{b1}\tilde{S}\rho\tilde{\nu} + \frac{1}{\sigma}\frac{\partial}{\partial x}\left[\rho(v + \tilde{\nu})\frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j}\right] + \frac{1}{\sigma}\rho C_{b2}\left(\frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j}\right)^2 - \rho C_{\omega1}f_\omega\left(\frac{\tilde{\nu}}{d}\right)^2 \quad (2.52)$$

L'equazione (2.52) è risolta con le leggi del flusso. Il valore $\tilde{\nu}$ è la viscosità cinematica turbolenta, d indica la distanza dalla parete più vicina, mentre i coefficienti delle equazioni (2.51) e (2.52) sono i seguenti:

$$\begin{aligned} f_{v1} &= \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{v1}^3} & \chi &= \frac{\tilde{\nu}}{\nu} & \tilde{S} &= \Omega + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{v2} \\ f_{v2} &= 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}} & f_\omega &= g \left[\frac{1 + C_{\omega3}^6}{g^6 + C_{\omega3}^6} \right]^{1/6} & g &= r + C_{\omega2}(r^6 - r) \\ r &= \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S}\kappa^2 d^2} & C_{\omega1} &= \frac{C_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1 + C_{b2}}{\sigma} \end{aligned}$$

$C_{\omega2}$	$C_{\omega3}$	σ	κ	C_{b1}	C_{b2}	C_{v1}	C_{v2}
0.3	2	2/3	0.41	0.1355	0.622	7.1	5

Tabella 2.3: Coefficienti empirici per il modello Spalart-Allmaras

2.3.4 Il modello $SST - k\omega$

Come modello di turbolenza a due equazioni, come i modelli k-epsilon, il modello k-omega è stato proposto da Wilcox et al. (15). Invece di risolvere direttamente la dissipazione della turbolenza, si definisce il tasso di dissipazione per unità di energia di turbolenza, $\omega \sim \epsilon/k$, che ha la dimensione di una frequenza [1/s]. Questo modello ha il vantaggio di riprodurre il comportamento della turbolenza vicino alla parete; non richiede funzioni di smorzamento per ottenere un profilo di velocità vicino alla parete, che è essenziale nel modello $k - \epsilon$ a basso numero di Reynolds, e fornisce una migliore stima della separazione dello strato limite in presenza di gradienti di pressione avversi. Tuttavia, la sua forte dipendenza dalle condizioni al

contorno, come il flusso in ingresso o i valori di turbolenza del flusso libero, è un problema noto e il modello manca di affidabilità nello strato esterno del flusso libero.

Il modello SST sviluppato da Menter (16) risolve le due equazioni per k e ω con un trattamento a zone: le equazioni convenzionali di k - ω sviluppate da Wilcox sono risolte nelle regioni vicine alla parete e sono alterate nelle regioni esterne per essere equivalenti al modello $k - \epsilon$, che promette un calcolo accurato e robusto. Inoltre, il concetto di trasporto Shear-Stress utilizzato evita la sovrastima della viscosità turbolenta in presenza di gradienti di pressione avversi e riproduce correttamente i complicati fenomeni di separazione che i modelli convenzionali di viscosità turbolenta non riescono a cogliere.

Nel modello k - ω , la viscosità turbolenta è espressa come segue:

$$\mu_T|_{k\omega} = \rho \frac{k}{\omega} \quad (2.53)$$

L'equazione di trasporto dell'energia turbolenta k ha la stessa forma di quella risolta negli altri modelli $k - \epsilon$ per bassi numeri di Reynolds, a eccezione dell'espressione differente del coefficiente di dissipazione $\epsilon = C_\mu k\omega$. L'equazione di trasporto di ω è scritta come segue:

$$\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\omega u_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \frac{\gamma \rho}{\mu_T} G_S - \beta \rho \omega^2 \quad (2.54)$$

Aggiungendo il seguente termine di diffusione della precedente equazione, le relazioni k - ω diventano analiticamente equivalenti al modello k - ϵ :

$$CD_{k\omega} = 2 \frac{\rho}{\sigma_\omega \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (2.55)$$

Nel modello $SST - k\omega$ (*Shear - Stress Transport*), la transizione dal modello $k - \omega$ al modello $k - \epsilon$ è ottenuta introducendo una funzione di miscelazione, che ha come argomento la distanza dalle pareti e le quantità di turbolenza, moltiplicate per il termine di diffusione di cui sopra. Inoltre, le costanti del modello fornite per gli strati interni ed esterni sono interpolate utilizzando la stessa funzione di miscelazione. Le costanti del modello sono elencate di seguito. I pedici 1 e 2 indicano rispettivamente lo strato interno e quello esterno.

$$\gamma = \frac{\beta}{C_\mu} - \frac{\kappa^2}{\sigma_\omega \sqrt{C_\mu}} \quad (2.56)$$

C_μ	σ_{k1}	σ_{k2}	$\sigma_{\omega 1}$	$\sigma_{\omega 2}$	β_1	β_2	κ
0.09	1.18	1.0	2.0	1.17	0.075	0.0828	0.41

Tabella 2.4: Coefficienti empirici per il modello $k - \omega$

Il modello $SST - k\omega$ è inoltre rappresentato dalla seguente espressione della viscosità turbolenta:

$$\mu_T|_{SST} = \rho \frac{a_1 k}{\Omega} \quad (2.57)$$

Essendo $a_1 = 0.31$, mentre Ω è il modulo della vorticità media. Durante la fase di calcolo, entrambe le relazioni (2.53) e (2.57) sono interpolate da un'altra funzione di miscelazione che ha come argomenti la distanza dalla parete e la quantità di turbolenza.

Quando si applica la correzione per bassi numeri di Reynolds per la produzione di turbolenza di Wilcox, a_1 , γ e C_μ nel termine di dissipazione dell'equazione di k ($C_\mu \rho \omega k$) sono modificati come segue:

$$\begin{aligned} a_1' &= \frac{\beta_1/3 + Re_T/R_k}{1 + Re_T/R_k} \\ \gamma' &= \frac{\gamma_0 + Re_T/R_\omega}{1 + Re_T/R_k} \gamma \\ C_\mu' &= \frac{4/15 + (Re_T/R_\beta)^4}{1 + (Re_T/R_\beta)^4} C_\mu \end{aligned} \quad (2.58)$$

γ_0	R_β	R_k	R_ω
1/9	8	6	2.95

Tabella 2.5: Correzioni per il modello $SST - k\omega$.

3. Modelli numerici per la fluidodinamica

Il modello matematico risultante dai modelli fisici è un sistema di equazioni alle derivate parziali (PDE), che non prevede soluzioni analitiche esatte. Dunque, esso necessita di un'approssimazione con un sistema di equazioni algebriche in cui figurano grandezze fisiche in una serie di posizioni discrete nello spazio (corrispondenti alle posizioni dei centro-cella⁶ o dei vertici) e del tempo (corrispondenti alle iterazioni per i casi stazionari o agli step temporali per i casi non stazionari). Esistono tre principali tipologie di discretizzazione delle equazioni:

- Differenze finite (FDM), attraverso cui le equazioni sono risolte in forma differenziale, utilizzando l'approssimazione delle derivate con la differenza tra le grandezze valutate in una serie di celle contigue. Il numero di celle coinvolte nella singola approssimazione dipende dal grado della derivata. In generale, all'aumentare del grado incrementa il numero di celle implicate.
- Volumi finiti (FVM), in cui si approssimano e si risolvono le equazioni in forma integrale, applicando il modello a ogni singolo elemento del dominio computazionale (centro-cella). Con questo approccio il dominio è quindi suddiviso in tanti volumi elementari e il campo viene risolto localmente, per poi essere integrato su tutto il dominio di calcolo. L'utilizzo della forma integrale garantisce il rispetto del principio di conservazione delle proprietà fluidodinamiche.
- Elementi finiti (FEM), con i quali si riformulano le equazioni, in forma differenziale o integrale, in un problema variazionale. Tale metodo si serve di opportune funzioni di forma, in genere polinomiali, che approssimano le leggi di conservazione, valutate ai vertici delle celle o al centro delle facce. La ricerca della soluzione si basa sull'individuazione di un sistema di polinomi che riesca a interpolare i dati.

Cradle-scFlow utilizza il metodo ai volumi finiti per la discretizzazione delle equazioni di bilancio del flusso.

⁶ Con centro-cella si indica il punto al centro di ogni singola cella in qui è suddiviso il dominio.

3.1 Metodo ai volumi finiti

Gli elementi (elementi di calcolo) sono necessari per l'analisi e sono utilizzati per definire la posizione dei dati nella regione di calcolo. La forma degli elementi utilizzati in scFLOW è illustrata nella Figura 3.1. Essi hanno la forma di poliedri arbitrari e i dati si trovano al centro di ogni elemento, indicato come un punto rosso nella Figura 3.1.

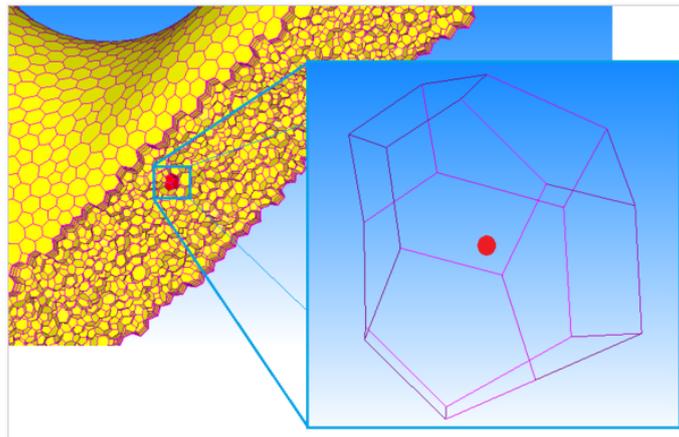


Figura 3.1: Il sistema elemento di scFLOW [scFLOW User's Guide Analysis Method] (12).

Si nota che i dati si trovano solo al centroide di un elemento; questa rappresentazione dei dati è chiamata a "dati discretizzati".

La Figura 3.2 mostra una quantità (proprietà fisica o variabile) che varia lungo la direzione delle ascisse. La variazione è continua, quindi il grafico a sinistra è abbastanza comprensibile. Il grafico a destra mostra i dati discretizzati. I dati si trovano solo sui punti rossi e mancano le informazioni tra questi. Naturalmente, se il loro numero diventa elevato, la risoluzione della rappresentazione dei dati discretizzati diventa più alta.

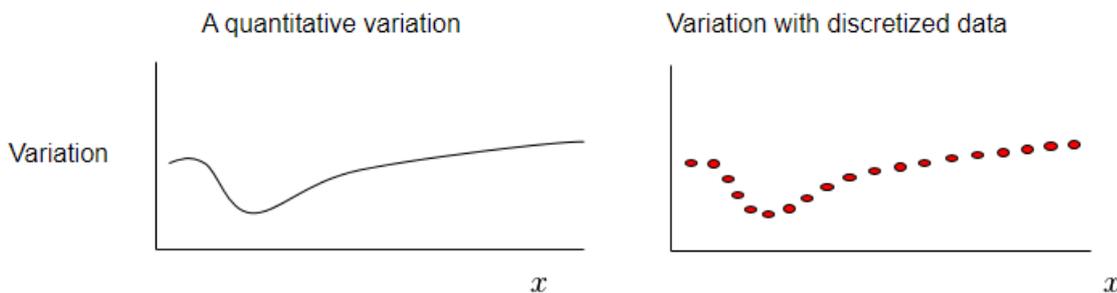


Figura 3.2: Rappresentazione della discretizzazione di una serie di dati di una grandezza variabile lungo x [scFLOW User's Guide Analysis Method] (12).

Si rivedono le equazioni di governo nel capitolo "Modelli fisici della fluidodinamica". Il sistema di equazioni di Navier-Stokes consiste in leggi di conservazione della massa, della quantità di moto e dell'energia e hanno una forma simile alla seguente:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial \varphi u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) + S \quad (3.1)$$

L'elemento mostrato nella Figura 3.1 è una parte del campo di moto, quindi il fluido entra ed esce tra gli elementi vicini. Il flusso tra gli elementi è chiamato "flusso numerico" e viene calcolato sulla base delle equazioni di governo con dati discretizzati su ciascun elemento. Se questo è determinato per ogni faccia di tutti gli elementi, è possibile trovare la variazione temporale e spaziale dei dati in ogni elemento, potendo così aggiornarli lungo la variazione temporale e spaziale. Il metodo dei volumi finiti si basa sul flusso numerico, che è un bilancio di quantità tra gli elementi; pertanto, la somma dei flussi numerici per tutti gli elementi è uguale al flusso numerico totale del dominio di calcolo. Ciò è molto adatto a rappresentare le leggi di conservazione nelle equazioni di governo.

Come mostrato nella Figura 3.1, gli elementi di scFLOW hanno la forma di poliedri arbitrari. Ora sono disponibili solo i dati situati al centro degli elementi, di conseguenza esprimiamo l'equazione di governo (3.1) con questi dati discretizzati. Per comodità, consideriamo gli elementi sul campo bidimensionale come mostrato nella Figura 3.3.

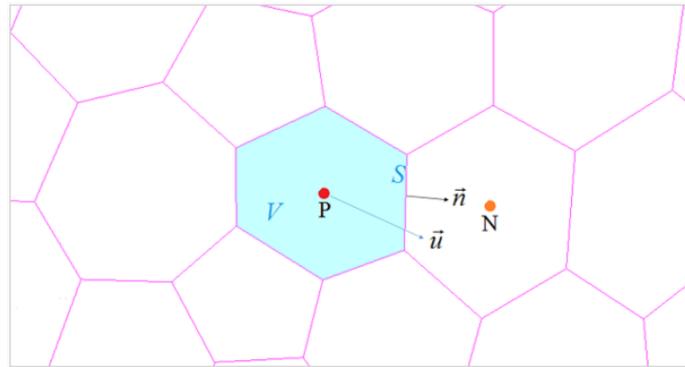


Figura 3.3: Vista schematica 2D degli elementi [scFLOW User's Guide Analysis Method] (12).

I simboli V e S rappresentano rispettivamente il volume e la superficie dell'elemento. Inoltre, \vec{n} è il vettore unitario perpendicolare alla superficie dell'elemento e \vec{u} è il vettore velocità originato dal centroide dell'elemento corrente P , mentre è indicato con N il centroide di un elemento vicino.

Le variazioni temporali delle variabili in P sono determinate dalla quantità che attraversa la superficie S insieme al flusso (convettivo) e dal gradiente della quantità tra P e N (diffusivo), nonché dalla quantità arbitrariamente generata o scomparsa nell'elemento P (sorgente).

3.1.1 Calcolo dei termini convettivi e del gradiente

Prendendo gli integrali di volume e sostituendo i termini convettivi e diffusivi con gli integrali di area utilizzando il teorema della divergenza di Gauss, l'equazione (3.1) può essere riformulata come nella (3.2):

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \varphi dV + \int_S \varphi \vec{u} \cdot \vec{n} dS = \int_S \alpha (\nabla \varphi) \cdot \vec{n} dS + \int_V S dV \quad (3.2)$$

Questa equazione è in forma integrale. Grazie alla conversione dalla forma differenziale a quella integrale, è possibile considerare un'equazione su ogni singolo elemento. I termini integrali di superficie corrispondono ai flussi numerici. Al primo membro compaiono i contributi convettivi del flusso, mentre al secondo membro sono presenti i flussi diffusivi dovuti al gradiente e quelli legati a eventuali termini sorgente. Questi flussi numerici saranno sommati su ciascun elemento. Il volume per la somma dei flussi numerici è chiamato "volume di controllo". Per scFLOW, l'elemento stesso è il volume di controllo.

Il primo termine sul lato sinistro dell'equazione (3.2), denominato non stazionario, indica la variazione temporale di φ . Se φ varia durante Δt (dal passo temporale n a $n + 1$), il termine non stazionario può essere approssimato come segue:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} \approx \frac{(\varphi^{n+1} - \varphi^n) \Delta V}{\Delta t} \quad (3.3)$$

in cui, ΔV è il volume dell'elemento da calcolare. L'equazione (3.3) indica che φ varia quasi linearmente con Δt . Tale relazione è chiamata approssimazione del primo ordine per il tempo. Naturalmente, è possibile utilizzare un'approssimazione di precisione di ordine superiore; ad esempio, l'approssimazione di secondo ordine sarà derivata utilizzando i dati relativi a un ulteriore passo temporale ed è spesso utilizzata per l'analisi non stazionaria. Il termine instabile esprime solo la variazione del tempo, quindi non ha alcun flusso numerico.

La derivata parziale del primo ordine nell'equazione di governo è chiamata termine di avvezione. Questo termine mostra l'afflusso e il deflusso di una quantità in ogni elemento, insieme al flusso locale che ha una velocità u_j . Il gradiente della quantità non deve essere modificato da questo termine; quindi, l'avvezione mostra solo il trasporto spaziale della funzione φ . Questa natura di avvezione è molto importante per descrivere i moti del flusso. La velocità è un vettore, quindi anche lo spostamento della direzione di φ è importante. Questi effetti importanti sono modellati dal flusso numerico nel metodo dei volumi finiti.

I flussi numerici sono determinati sulla superficie dell'elemento. I dati, tuttavia, si trovano solo al centro di un elemento. Di conseguenza, per calcolare i flussi numerici con dati discretizzati è necessaria un'approssimazione come l'interpolazione o l'estrapolazione. Si possono prendere in considerazione vari modi per l'interpolazione. In generale, l'accuratezza dell'interpolazione aumenta quando aumenta il numero di dati di riferimento. È importante selezionare i dati tenendo conto della direzione spaziale di quelli di riferimento. Considerando la natura del flusso, sarà meglio utilizzare un numero maggiore di dati sul lato a monte. Il calcolo del flusso numerico con questa strategia è chiamato "differenziazione upwind". Quando si utilizza un solo dato a monte della superficie dell'elemento si tratta della ben nota differenziazione upwind del primo

ordine. D'altra parte, per calcolare il flusso numerico si possono utilizzare dati sia a monte sia a valle. Si tratta della cosiddetta differenziazione centrale del secondo ordine. È possibile anche l'approssimazione utilizzando due o più dati upwind.

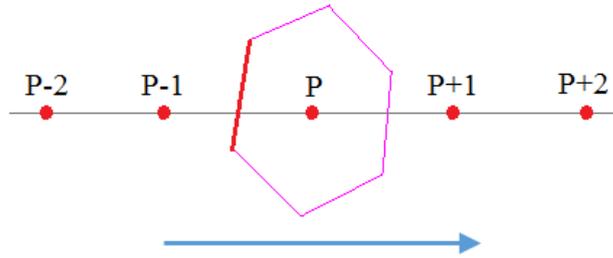


Figura 3.4: Dati coinvolti per il calcolo del flusso numerico sulla superficie rossa [scFLOW User's Guide Analysis Method] (12).

La Figura 3.4 mostra un'immagine dei dati di riferimento in un flusso monodimensionale che va da sinistra a destra. L'elemento di calcolo corrente è numerato con "P". Il numero dell'elemento viene diminuito sul lato a monte e aumentato su quello opposto. Quando si calcola il flusso numerico sulla superficie di colore rosso, se si impiegano i dati su $P - 1$, allora si tratta di una differenziazione upwind del primo ordine. Se si utilizzano i dati su $P - 1$ e $P + 1$, si parla di differenziazione centrata, mentre se si utilizzano i dati su $P - 2$, $P - 1$ e P si parla di differenziazione upwind del secondo ordine. Come già accennato, l'accuratezza dell'approssimazione del flusso numerico diventa più elevata quando il numero di dati utilizzati è maggiore. Purtroppo, però, la robustezza computazionale diventa bassa quando si esegue un'approssimazione di ordine superiore. In tal caso, è opportuno miscelare l'approssimazione di ordine inferiore o utilizzare una funzione di limitazione per controllare l'accuratezza dell'approssimazione a livello locale.

Ora, il flusso numerico sulla superficie S_j è indicato con F_j . La somma dei flussi numerici su tutte le superfici di un elemento è il flusso numerico totale dell'elemento. Pertanto, si effettua la seguente approssimazione:

$$\frac{\partial \varphi u}{\partial x_i} \approx \sum_j F_j \quad (3.4)$$

Si nota che F_j è calcolata dai dati di diversi elementi in prossimità dell'elemento di calcolo corrente. Ad esempio, se si utilizza la differenziazione upwind del primo ordine per il caso della Figura 3.4, F può essere calcolata come:

$$F = (\varphi u)_{p-1} \quad (3.5)$$

Per il caso di studio in esame si è scelto un modello di approssimazione spaziale upwind del secondo ordine (modello QUICK (17)). Al fine di alleviare il costo computazionale, Cradle scFLOW offre la possibilità di utilizzare degli schemi miscelati con cui i termini si approssimano con ordini di approssimazione di 1° ordine dove è ritenuto sufficientemente accurato e ordini di

2° ordine dove è richiesta un'accuratezza maggiore. Nella tabella 3.1 si riportano gli schemi utilizzati per risolvere le equazioni di governo in forma discreta:

Equaz. Massa	Equaz. QDM	Equaz. Energia	Equaz. Turbolenza
Upwind II ordine	Upwind II ordine	Upwind II ordine	Schema miscelato (I e II upwind)

Tabella 3.1: Discretizzazione spaziale delle equazioni di governo utilizzate nei test.

La scelta per la discretizzazione dell'equazione della turbolenza con upwind del I ordine è relativa alla parte del campo di moto in cui le fluttuazioni non sono completamente sviluppate. La derivata incrociata spaziale nell'equazione (3.1) è chiamata termine di diffusione. Nell'equazione (3.2), un gradiente di φ è presente nel flusso numerico. Per calcolare il flusso numerico della diffusione è necessario anche un gradiente sulle superfici degli elementi. In primo luogo, il gradiente al centroide dell'elemento viene calcolato con il teorema della divergenza di Gauss o con l'approssimazione dei minimi quadrati, quindi viene interpolato per ottenere un gradiente sulle superfici degli elementi. In genere, l'approssimazione dei minimi quadrati è in termini di precisione migliore del teorema della divergenza, ma richiede un tempo di calcolo maggiore. Inoltre, in scFLOW è disponibile lo schema di alpha-dumping (18) per mantenere la robustezza per gli elementi altamente distorti. Ora, lasciamo che il flusso numerico di diffusione sulla superficie S_j sia indicato con D_j .

$$\int_S \alpha(\nabla\varphi) \cdot \vec{n} dS \approx \sum_j D_j \quad (3.6)$$

Il flusso numerico totale dell'elemento è la somma di D_j ed è calcolato dai dati di una serie di elementi. Per le simulazioni del caso studio in esame è stato utilizzato il metodo dei minimi quadrati con il metodo di decomposizione QR (12).

Eventuali termini sorgente determinano direttamente la produzione di φ indipendentemente dal flusso o dal campo termico. Il calcolo è abbastanza semplice ed è il tasso di produzione dato per unità di volume moltiplicato per il volume dell'elemento:

$$\int_V S dV \approx S \Delta V \quad (3.7)$$

Dal processo di discretizzazione sopra descritto, l'equazione governativa sarà risolta in modo approssimato, quando il passo temporale e il volume dell'elemento sono dati. Sono necessari solo calcoli aritmetici come la seguente equazione, chiamata "equazione discretizzata":

$$\frac{(\varphi^{n+1} - \varphi^n)\Delta V}{\Delta t} + \sum_j F_j(\varphi, u) + \sum_j D_j(\varphi, u, \alpha) = S \Delta V \quad (3.8)$$

3.1.2 Integrazione temporale

L'approssimazione nella scala temporale avviene mediante l'utilizzo di schemi espliciti o impliciti. Nella formula (3.8) a eccezione del termine non stazionario non è specificato quale sia l'istante di tempo.

Se flussi numerici e termine sorgente sono calcolati con le proprietà al tempo n si parla di time-stepping esplicito o integrazione temporale esplicita, mentre se sono calcolati con le proprietà al tempo $n + 1$, si parla di time-stepping implicito o integrazione temporale implicita. Poiché l'equazione (3.8) vale per ogni elemento, nell'integrazione temporale implicita l'equazione discretizzata su tutti gli elementi deve essere risolta simultaneamente. Di conseguenza, quando si utilizza l'integrazione temporale implicita è necessario risolvere un gran numero di equazioni simultanee. In genere, l'integrazione implicita consente di utilizzare un passo temporale relativamente grande per ogni ciclo, pertanto viene spesso utilizzata soprattutto per le analisi stazionarie.

Il sistema di equazioni descritto in precedenza è riportato di seguito in forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \varphi_i \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots \\ S_i \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

essendo φ_i e S_i vettori colonna, mentre $[A]$ è chiamata matrice dei coefficienti, costituita dai coefficienti di φ_i . Qui φ_i è risolto invertendo le matrici:

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \varphi_i \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \vdots \\ S_i \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

La procedura numerica per risolvere l'equazione (3.9) è chiamata *matrix solver*. Si può riconoscere che esso risolve una matrice inversa di $[A]$ nell'equazione (3.10). Sono state proposte diverse procedure di risoluzione, ma il metodo iterativo – talvolta indicato come metodo del sottospazio di Krylov (19) – è spesso utilizzato per la sua flessibilità. All'inizio si assume un φ_i arbitrario, poi il calcolo iterativo viene eseguito con un'appropriata correzione numerica per φ_i fino a quando si avvicina abbastanza alla soluzione. Il numero di iterazioni diventa minore se $[A]$ è una matrice diagonalmente dominante. Pertanto, $[A]$ viene ricostruita in modo che sia diagonalmente dominante prima dell'iterazione, attraverso il “pre-condizionamento” della matrice.

Cradle – scFLOW impiega schemi di iterazione basati sul metodo del gradiente coniugato, o CG-STAB⁷ (12).

⁷ Conjugate gradient stabilized method.

3.1.3 Condizioni al contorno

Il sistema di equazioni lineari non rappresenta un problema di per sé ben posto, in quanto è necessario definire le condizioni iniziali e sui bordi del dominio computazionale. Le precedenti espressioni per la valutazione dei flussi convettivi e diffusivi sono valide per tutte le facce interne del dominio computazionale. Su quelle esterne, che coincidono con i limiti del dominio, vengono applicate le condizioni al contorno: gli integrali sulle superfici di contorno sono espressi in funzione di dati noti, provenienti dall'esterno e definiti dall'utente (o derivanti da specifiche proprietà della superficie, come la condizione di tangenza in caso di pareti), e dalle celle interne. Si distinguono due tipologie di condizioni al contorno:

- Condizioni al contorno di Dirichlet: in esse si impone il valore al contorno φ_b , esplicito o derivabile da altre condizioni impostate, per cui i flussi convettivi sono calcolati sostituendo a $\varphi_{0,j}$ il valore esterno φ_b , mentre i flussi diffusivi sono ottenuti inserendo al posto di φ_1 il valore al contorno e alla quantità $\nabla\varphi$ il gradiente $\nabla\varphi_0$:

$$[\rho\varphi(u \cdot n)S]_{0,j} = (\dot{m}\varphi)_{0,j} = \dot{m}_{0,j}\varphi_b \quad (3.11)$$

$$\nabla\varphi_{0,j} = (\varphi_b - \varphi_0)\alpha + \nabla\varphi_0 - (\nabla\varphi_0 \cdot ds)\alpha \quad (3.12)$$

- Condizioni al contorno di Neumann: si impone anche il valore del gradiente $\nabla\varphi_b$, pertanto i flussi diffusivi possono essere calcolati mediante la valutazione di $\nabla\varphi$ come segue:

$$\nabla\varphi = \frac{\nabla\varphi_b + \nabla\varphi_0}{2} \quad (3.13)$$

3.2 Risolutore numerico: *density-based solver*

Un solutore per l'analisi dei fluidi termici utilizza un metodo di calcolo specifico (algoritmo) per risolvere le equazioni di base descritte nelle equazioni di conservazione. Esistono diversi schemi di calcolo. Ad esempio, il metodo dei volumi finiti descritto nel paragrafo [3.1] esegue il calcolo in punti discreti di un dominio di calcolo a maglia. Ne esistono poi altri, come il metodo per determinare l'accuratezza della discretizzazione, quello per risolvere in modo efficiente la matrice delle equazioni di base, ecc. Un'equazione può essere risolta in molti modi diversi, anche se si trova nelle stesse condizioni al contorno e con la stessa maglia.

Gli schemi numerici utilizzati da scFLOW prendono il nome di *pressure-based* e *density-based* e rappresentano marchi di fabbrica dei software di analisi dei fluidi termici, anche se ormai sono diventati così diffusi che iniziano ad essere utilizzati come nomi comuni. I due metodi citati utilizzano modi diversi per risolvere le equazioni di base per soddisfare la conservazione di massa. Mentre il *pressure-based solver* risolve singolarmente le equazioni del sistema, andando a sostituire a cascata le variabili ottenute dai calcoli, il *density-based solver* le risolve simultaneamente, senza separare le singole equazioni di conservazione (vedi Figura 3.5). Per i fluidi comprimibili, la conservazione della massa viene risolta e soddisfatta seguendo rigorosamente la variazione di densità, per cui questo tipo di solutore è chiamato " *density-based solver* ".

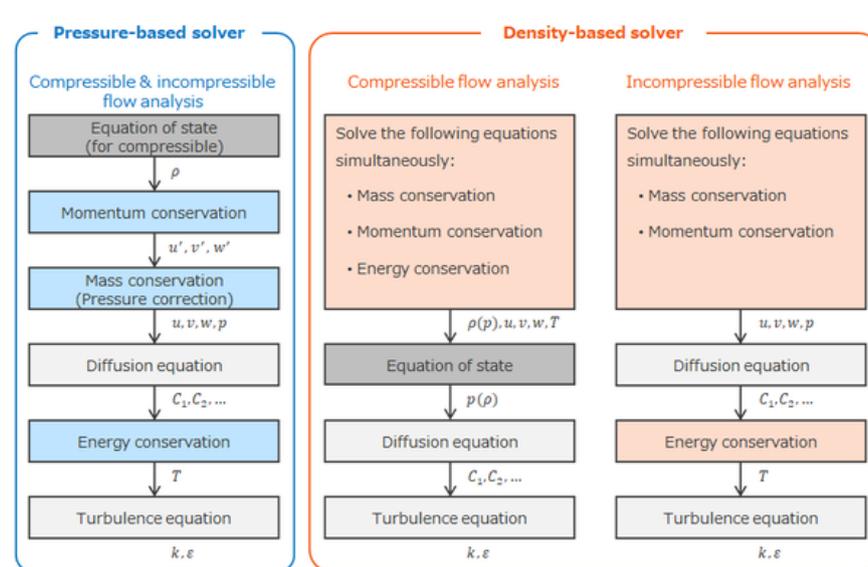


Figura 3.5: Il metodo di ricerca della soluzione in un ciclo di calcolo [scFLOW User's Guide Analysis Method] (12).

Sulla base di questa idea, il *density-based solver* non è appropriato per l'analisi di flussi lenti e rapidi cambiamenti di densità, che vengono risolti senza problemi con il *pressure-based solver*. Il *density-based solver* è adatto per l'analisi di fluidi comprimibili con flusso veloce e influenza significativa della variazione di energia. Inoltre, esso incrementa l'accuratezza della

conservazione della massa. Pertanto, le onde non lineari (come l'onda d'urto in una corrente d'aria ad alta velocità) possono essere risolte in modo stabile con il solutore di Riemann (descritto più avanti). Sebbene il *pressure-based solver* sia migliore nello studio dei flussi incomprimibili, applicando il pre-condizionamento locale descritto in seguito è possibile risolvere flussi comprimibili estremamente lenti e flussi incomprimibili anche con il *density-based solver*.

La discretizzazione avviene utilizzando il metodo ai volumi finiti visto nel capitolo [3.1]. Il flusso numerico può essere suddiviso in flusso inviscido e viscido, mentre il modo in cui vengono analizzati sarà spiegato nei paragrafi successivi.

3.2.1 Flusso inviscido

Grazie alle sue caratteristiche già citate, il solutore *density-based* è spesso utilizzato per l'analisi di un flusso ad alta velocità, dove la scala temporale della variazione di densità o della variazione di pressione (tempo di propagazione della fluttuazione di pressione attraverso il fluido) si avvicina a quella della variazione di flusso; di conseguenza, l'effetto della compressibilità produce alcuni miglioramenti. Uno degli effetti della compressibilità è la comparsa di un moto ondoso, come un'onda d'urto o un'onda di espansione.

Quando la pressione o la densità cambiano in un'area locale, il cambiamento si propaga come un'onda alla velocità del suono in un fluido. Ad esempio, quando ci si concentra su un flusso subsonico, quest'onda sembra propagarsi istantaneamente all'ambiente circostante; potrebbe non essere considerato un fenomeno di flusso se tale moto ondoso non è un fattore importante. Ciò costituisce una base per l'ipotesi di incomprimibilità. D'altra parte, se il flusso è sonico o supersonico, l'influenza dell'onda d'urto diventa significativa e non può essere ignorata. Esistono tre tipi di onde per trasmettere i cambiamenti: un'onda d'urto, un'onda di espansione e una superficie di contatto o di scorrimento. Questi tre tipi di onde appaiono come un'onda per trasmettere i cambiamenti. Il tipo e la forza dell'onda variano a seconda del momento e del luogo. È importante tracciare con precisione la dinamica di queste onde per il calcolo. Tuttavia, è quasi impossibile generare maglie fini su un'onda d'urto o su una superficie di contatto perché queste onde sono significativamente sottili. Al fine di risolvere questo problema, si utilizza un modello matematico tra i nodi per ottenere un flusso numerico che soddisfi la dinamica delle onde. In questo caso, il problema di risolvere le caratteristiche dell'onda è chiamato "problema di Riemann". Nell'analisi, il problema di Riemann è molto utile per la risoluzione tra i nodi e il relativo metodo di risoluzione è chiamato "*risolutore di Riemann*".

Un altro problema importante del moto ondoso è la sua non linearità. Sia l'onda d'urto che l'onda di espansione sono non lineari e comportano un lungo tempo di calcolo. Per risolvere il problema di Riemann in modo numerico e accurato è necessario utilizzare un algoritmo iterativo utile a

catturare lo stato davanti e dietro le onde (le variabili dei due nodi separati in cui le onde sono generate nel mezzo). Esistono molti tipi di risolutori di Riemann, ma la maggior parte di essi raggiunge lo scopo attraverso alcune tecniche di approssimazione, come l'assunzione di linearità, per evitare il calcolo iterativo. Questo metodo è chiamato "*risolutore di Riemann approssimato*". Nel *density-based solver* che utilizza il metodo dei volumi finiti, il flusso numerico tra punti di discretizzazione adiacenti viene calcolato dal *risolutore di Riemann approssimato*.

Il flusso inviscido in Cradle – scFLOW, come rappresentato nella Figura (3.6) può essere risolto mediante l'utilizzo di cinque diversi metodi di approssimazione del *risolutore di Riemann*, ognuno dei quali presenta più o meno accuratezza e più o meno stabilità di calcolo.

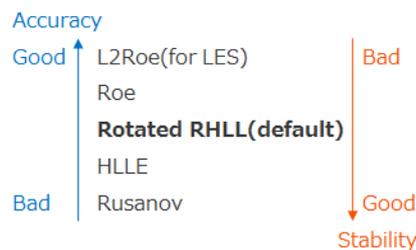


Figura 3.6: Caratteristiche del flusso inviscido [scFLOW User's Guide Analysis Method] (12).

Il caso studiato in questa trattazione utilizza il metodo Rotated RHLL (20) con cui si ottiene un discreto valore sia in termini di accuratezza che di stabilità.

3.2.2 Flusso viscoso

Fondamentalmente, il termine viscoso può regolarizzare la soluzione numerica; la discretizzazione del termine viscoso sembra essere più semplice se confrontata con quella del termine inviscido. Tuttavia, il flusso viscoso può causare oscillazioni numeriche che dipendono dalla qualità della maglia. Inoltre, il metodo di discretizzazione è determinato dall'accuratezza della forza di attrito e del flusso di calore sulla parete. Il *density-based solver* utilizza un metodo chiamato schema di *alpha-damping*, proposto da Nishikawa (21), (22) e che ha dimostrato di essere uno degli schemi più robusti e accurati tra quelli viscosi testati per griglie non strutturate. Il flusso viscoso viene calcolato tra i punti di discretizzazione adiacenti nello stesso modo in cui si calcolano i termini inviscidi e contiene anche il gradiente delle variabili, che deve essere valutato numericamente. Lo schema di *alpha-damping* proposto da Nishikawa è composto da due termini, una media del gradiente e il termine di damping. Il termine di damping è definito come il valore proporzionale alla differenza tra le variabili di sinistra e di destra su un centroide di punti di discretizzazione, stimato mediante interpolazione lineare dai punti discretizzati. Se si utilizza solo la media del gradiente, può rimanere una frequenza di fluttuazione numerica elevata. Tali fluttuazioni possono causare l'instabilità o l'imprecisione del calcolo. Il termine di damping può ridurre efficacemente l'alta frequenza di fluttuazione. In

base a questa definizione, l'effetto del damping aumenta con il degradarsi della qualità della maglia, per cui il damping consente di ottenere un metodo di calcolo robusto ed efficiente con le maglie non strutturate utilizzate in scFLOW.

3.2.3 Equazioni non lineari: Metodo di Newton e JFNK

In questa sezione, si descrivono i metodi per risolvere l'equazione del sistema non lineare. Per prima cosa si presenta il metodo di Newton, che non può essere utilizzato in scFLOW, ma è utile per spiegare il metodo JFNK⁸ inserito nelle impostazioni dello schema numerico per la risoluzione delle simulazioni prese in esame nel corso della trattazione.

Nell'aggiornamento della soluzione da parte del solutore non lineare, per evitare che le soluzioni fluttuino rapidamente, i valori della densità e dell'energia totale sono controllati in modo che non cambino di 0,2 volte o più per passo di pseudo-tempo.

In un'analisi stazionaria si risolve il vettore $U_i = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho E)_i$ che soddisfa le equazioni viste nel paragrafo del metodo ai volumi finiti. Qui il pedice i indica il numero dell'elemento. Il sistema di equazioni non lineari per un'analisi stazionaria può essere descritto come segue:

$$Res(U) = 0 \quad (3.14)$$

essendo Res il vettore dei residui. Se si definisce come il numero totale di elementi, si ottiene:

$$U = [U_1 \quad U_2 \quad \cdots \quad U_N]^T \quad (3.15)$$

Il metodo di Newton risulta essere uno dei più importanti metodi per la risoluzione delle equazioni non lineari. In esso per prima cosa si considera l'espansione in serie di Taylor del $Res(U)$ nell'intorno di $U = U^k$ come riportato di seguito:

$$Res(U^k) + \frac{\partial Res(U^k)}{\partial U} (U - U^k) + o((U - U^k)^2) = 0 \quad (3.16)$$

Il vettore soluzione U^{k+1} si ottiene con un'approssimazione del primo ordine di questa equazione, ed esso si può aggiornare come segue:

$$U^{k+1} = U^k + \Delta U \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial Res(U^k)}{\partial U} \Delta U = -Res(U^k) \quad (3.18)$$

in cui indica il numero del ciclo dell'analisi stazionaria, mentre è una derivata costruita dal flusso viscido e inviscido ed è chiamata Jacobiana. In linea di principio, il metodo di Newton è in grado di risolvere le equazioni dei residui con una convergenza quadratica per qualsiasi dimensione della griglia. Tuttavia, non è un'opzione pratica perché richiede una grande quantità di memoria per la matrice Jacobiana a causa della mancata compattezza.

⁸Jacobian-Free Newton-Krylov.

Il metodo JFNK sfrutta il principio del metodo di Newton, ma con una rivisitazione. Si usa il vettore residuo $Res'(U^k)$ per costruire una Jacobiana approssimata $\partial Res'/\partial U$, una versione semplificata del vettore residuo reale Res . In questo risolutore, è definito dal vettore residuo ignorando tutti i gradienti; in questa costruzione, il termine convettivo ha un'accuratezza del primo ordine e solo il termine di smorzamento è considerato nel termine viscoso. Si perde la convergenza quadratica, ma si ottiene comunque un ordine di convergenza di gran lunga superiore rispetto a un risolutore esplicito puro (23). In questo caso, si costruisce la Jacobiana con un flusso più stabile, e ci si può aspettare una stabilizzazione del calcolo.

Inoltre, in questo risolutore si introduce il termine di *pseudo – time step* all'equazione (3.15) e si ottiene:

$$\left(\frac{V}{\Delta\tau} I + \frac{\partial Res'(U^k)}{\partial U} \right) \Delta U = -Res(U^k) \quad (3.19)$$

essendo V il volume dell'elemento, τ lo *pseudo – time step* e I la matrice identità. Per impostazione predefinita, al *pseudo – time step* dell'equazione (3.16) viene applicato un passo temporale locale, determinato da una costante globale del numero CFL. Utilizzando un *pseudo – time step* più piccolo (ad esempio, $CFL = 1$), ci si può aspettare uno sviluppo più stabile della soluzione. D'altra parte, se si utilizza un numero maggiore (ad esempio, $CFL = 10^5$), il calcolo può diventare meno stabile, ma ci si può attendere una convergenza più rapida verso una soluzione allo stato stazionario. Il metodo JFNK è stato introdotto per migliorare la convergenza e la stabilità del metodo, minimizzando i valori dei residui.

3.3 Generazione della griglia

La griglia in scFLOW è generata mediante l'utilizzo di elementi, definiti *octants*, estesi per tutta la dimensione del dominio. La sua realizzazione avviene attraverso una serie di step all'interno della sezione denominata *octree parameter*, al cui interno devono essere fornite diverse impostazioni. Dapprima si definisce lo schema di base della griglia (Figura 3.7), andando a indicare la dimensione minima e massima che si vuole impartire agli elementi.

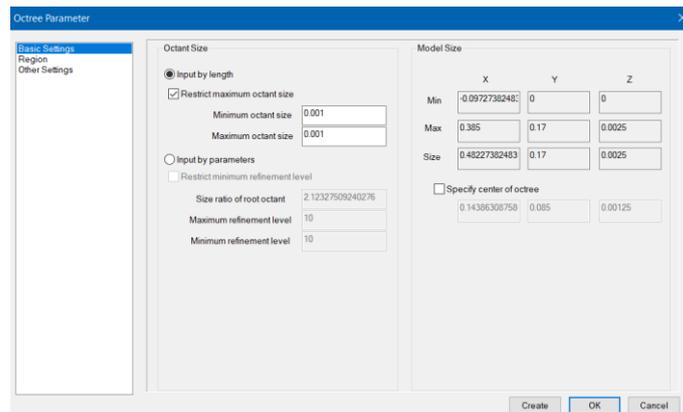


Figura 3.7: Finestra octree parameter per la generazione della griglia in scFLOW

Nel caso in cui si volesse generare una griglia non strutturata la miglior soluzione è quella di dare un'impostazione standard di base e andare a definire, nella sezione di dettaglio della finestra *octree parameter*, come mostrato nella Figura 3.8, la dimensione degli elementi su ogni singola *region*⁹ definita nel dominio, a ciascuna delle quali si può assegnare una diversa dimensione degli elementi, a seconda del grado di accuratezza richiesto in essa. In aggiunta, scFLOW ha annesso una funzione, detta *influence range*, che permette di definire la modalità con cui avviene il passaggio dalla parte di griglia più fine (o *fine*) a quella più grossolana (o *coarse*). In pratica, inserendo un valore maggiore di 0 all'*influence range* si definisce il numero di elementi all'interno del volume fluido per cui la dimensione è mantenuta costante a quella della *region*.

⁹ Per *region* si intende una zona del dominio definita in fase di pre-processing, in cui si può definire una condizione al contorno.

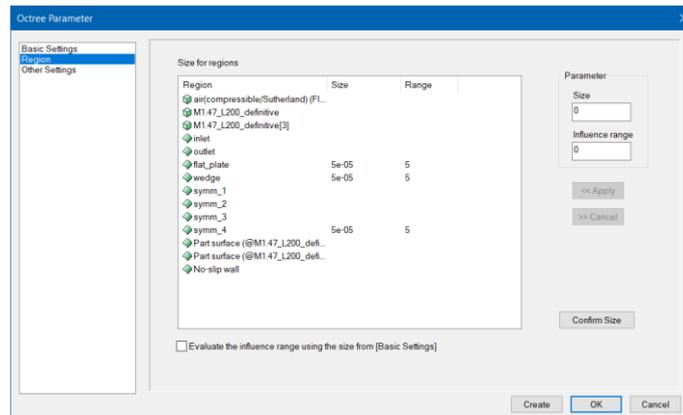


Figura 3.8: Impostazione di dettaglio della finestra octree parameter in scFLOW

Nella Figura 3.9 si riporta un esempio di griglia realizzato con impostazioni dettagliate e diversificate per determinate regioni del dominio, mentre un dettaglio di una delle regioni è mostrato nella Figura 3.10.

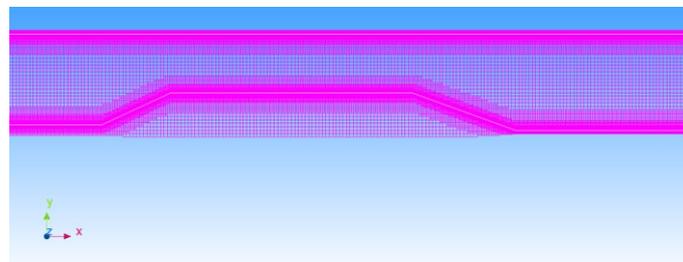


Figura 3.9: Griglia impostata per un condotto con un restringimento di sezione.

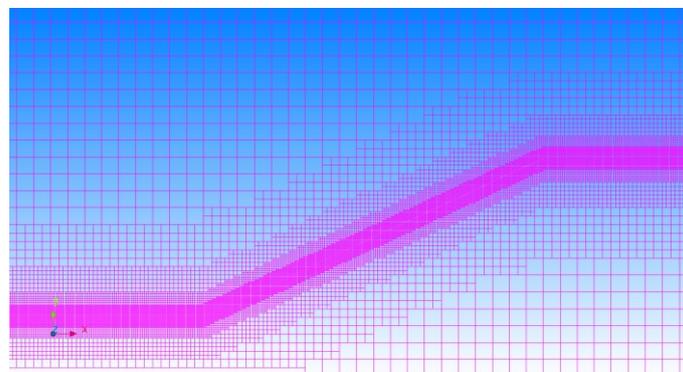


Figura 3.10: Rappresentazione dell'influence range in un dettaglio della griglia in prossimità della rampa.

3.3.1 Metodo di adattamento automatico della griglia

Il caso di studio che sarà analizzato in questa trattazione riguarda un flusso supersonico in cui sono presenti onde d'urto, che, come detto in precedenza, si propagano in uno spazio molto sottile. Al fine di cogliere al meglio la visualizzazione degli urti e conseguentemente di ottenere dei risultati più accurati del flusso e del fenomeno dell'interazione tra urto e strato limite, si è deciso di utilizzare un metodo di raffinamento della griglia automatico intrinseco a Cradle – scFLOW, chiamato *Mesh Adaptation Analysis* (12). La funzione prevede la ricostruzione di un *octree* in base ai risultati dell'analisi e la generazione di una mesh dalla geometria originale del modello. Questo metodo rappresenta bene la forma del modello perché la mesh è ricostruita dai

dati della geometria originale del modello. Nel raffinamento adattivo della mesh di scFLOW, quella di partenza viene generata automaticamente dalla geometria del modello e lo spessore appropriato degli elementi dello strato limite delle pareti viene calcolato dagli elementi circostanti.

I dati di input richiesti per la *Mesh Adaptation Analysis* sono:

- Griglia di partenza
- Analisi delle condizioni
- Il rapporto di raffinamento della mesh

La ricostruzione della mesh avviene basandosi sul seguente parametro di valutazione:

$$\Phi = \left(A \frac{|\nabla P|^{AR}}{\sum |\nabla P|^{AR}} + B \frac{|\nabla V^2|^{BR}}{\sum |\nabla V^2|^{BR}} + C \frac{|\nabla T|^{CR}}{\sum |\nabla T|^{CR}} \right) \quad (3.20)$$

Il significato delle variabili è espresso di seguito:

A: Peso del gradiente di pressione

B: Peso del gradiente del modulo della velocità

A: Peso del gradiente di temperatura

AR: Indice di concentrazione di divisione del gradiente di pressione

BR: Indice di concentrazione di divisione del gradiente del modulo della velocità

CR: Indice di concentrazione di divisione del gradiente di temperatura

scFLOW ha al suo interno due metodi di *Mesh Adaptation*, uno è il “*Recreate mesh*”, l’altro il “*Refine mesh*”. Il primo può essere impostato in due modalità:

- Si utilizzano dei valori come indicatori per rifinire la distribuzione della grandezza media degli *octants*, regolata dividendo o unendo più elementi in modo che la distribuzione di [$\Phi \times volume\ elemento$] diventi uniforme. Si definiscono il numero di iterazioni di *re-meshing* da eseguire, si definisce il rapporto tra la grandezza del nuovo elemento e dello stesso al punto precedente e si possono inserire delle restrizioni alla fusione e alla divisione degli elementi. Un esempio di adattamento della griglia con *re-meshing* è mostrato nella Figura 3.11. Durante l’analisi si effettuano i seguenti passaggi:
 1. Si calcola il massimo valore di [$\Phi \times volume\ elemento$]
 2. Si dividono gli elementi che hanno un valore vicino al massimo valore calcolato al punto 1.
 3. Si ripetono i passaggi 1 e 2 finché il massimo valore di [$\Phi \times volume\ elemento$] vada al di sotto del minimo valore della prima iterazione. Se il numero di elementi diventa eccessivamente grande rispetto al numero impostato come target di massimo, il processo di divisione degli elementi cessa.

4. a) Se il numero di elementi è minore del numero impostato come target di minimo, si prova a raggiungere il target dividendo e riducendo la dimensione degli elementi.
 - b) Se il numero di elementi è maggiore del numero di elementi target, essi saranno ingranditi. Ma se questo procedimento riduce il numero totale di elementi sotto il numero target, si prova a raggiungerlo unendo o ingrandendo la dimensione degli elementi.
- Si utilizzano dei valori come istruzioni per rifinire gli elementi. Si specifica la percentuale di elementi per i quali si vogliono applicare le istruzioni. Tali istruzioni sono affidate agli elementi che hanno il più alto parametro di valutazione. Si indica il numero di iterazioni di *re-meshing* da effettuare. Nell'analisi si eseguono i seguenti passaggi:
 1. Φ è calcolato durante la simulazione nel *scFLOWsolver*
 2. A ogni adattamento della mesh sono calcolate le istruzioni di raffinamento dell'elemento da applicare a partire da quelli con il parametro di valutazione più alto.
 3. Si rifiniscono gli elementi nella posizione indicata per un numero di volte specificato.

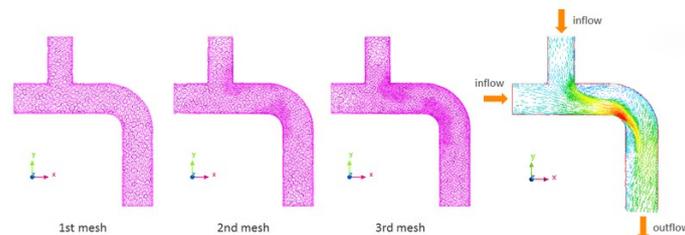


Figura 3.11: Esempio di mesh adaptation analysis con re-meshing [scFLOW User's Guide Analysis Method] (12).

Il secondo metodo è quello denominato “Refine mesh” e anche questo può essere applicato in due modalità:

- Adattamento statico della mesh, in cui si specifica la percentuale di elementi da affinare e l'adattamento è applicato agli elementi con il più grande parametro di valutazione. Si inserisce il numero di adattamenti da eseguire.
- Adattamento dinamico della mesh, con il quale si rifiniscono gli elementi esistenti nella griglia di partenza, senza ricostruire la griglia e la mesh. In questo modo l'analisi è unica e la mesh sarà modificata durante la stessa simulazione, andando ad alleggerire notevolmente il costo computazionale. Un esempio di adattamento della mesh dinamico è raffigurato nella Figura 3.12.

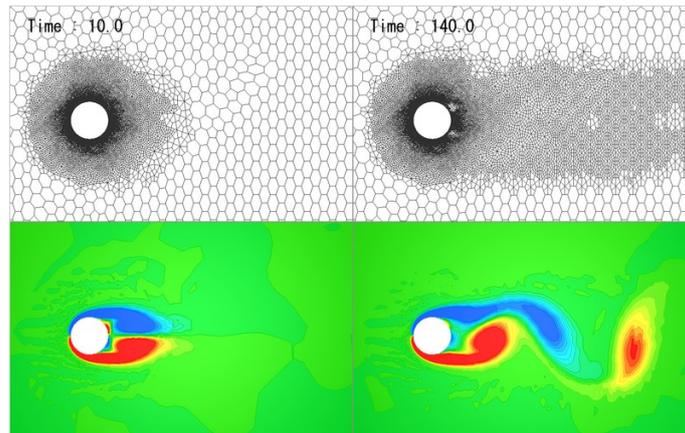


Figura 3.12: Esempio di adattamento dinamico della mesh [scFLOW User's Guide Analysis Method] (12).

3.3.2 Dynamic mesh refinement

Le simulazioni che saranno condotte più avanti contengono un adattamento dinamico automatico della griglia. Tra i suoi molteplici vantaggi sicuramente va menzionata la riduzione del costo computazionale, dovuta al minor numero di elementi con cui lavora questa tecnica e alla singola simulazione, rispetto alla modalità con *re-meshing*, per la quale sono previste tante simulazioni e ricostruzioni della mesh quanti sono i livelli di affinamento impostati in fase di *pre-processing*. Oltre a ciò, andando a costruire una mesh iniziale con elementi più grossolani dove non è necessario infittire, si può ulteriormente ridurre il costo computazionale della costruzione della mesh in fase di *pre-processing* e della simulazione in sé.

Altri vantaggi di questa tipologia di adattamento risiedono nella possibile applicazione alle analisi transitorie, alle mesh con interfacce discontinue e/o di *overset*. D'altra parte, poiché crea una mesh dividendo gli elementi esistenti iniziali, la riproducibilità delle forme del modello originale non viene migliorata. Infine, non va ad intaccare la definizione dei prismi a parete per l'analisi dello strato limite.

4. Analisi CFD e risultati

La simulazione oggetto di questa tesi è incentrata su un flusso supersonico 2D che lambisce una lamina piana, posta a incidenza nulla, al fine di valutare gli effetti dell'interazione tra lo strato limite e un urto generato da un cuneo, posto in prossimità della lamina. Tale esperimento costituisce un caso semplificato di molteplici applicazioni in campo aeronautico, per cui le impostazioni fisiche e di calcolo utilizzate in questo capitolo potranno essere implementate in modelli con geometrie più complesse o 3D.

In genere, un'analisi fluidodinamica computazionale si suddivide in tre fasi principali:

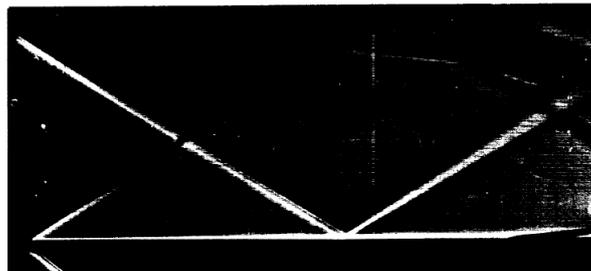
- *pre-processing*: si definiscono le caratteristiche geometriche, le impostazioni sul materiale, le regioni di interesse del dominio, i modelli fisici e numerici, le condizioni iniziali e al contorno, i requisiti per la generazione della griglia e della mesh;
- *solver*: si dà avvio alla simulazione vera e propria, eseguendo i calcoli numerici per un numero di iterazioni definito in precedenza. In questa fase si monitorano gli andamenti dei grafici di convergenza delle principali grandezze fisiche;
- *post-processing*: si visualizza il campo di moto e l'andamento delle variabili in tutto il dominio di calcolo. Si valutano i risultati ottenuti in forma analitica e grafica.

4.1 Descrizione dei test sperimentali

Le simulazioni che saranno presentate in seguito hanno come riferimento due test sperimentali, uno per il regime di flusso laminare e un altro per valutare la transizione al regime turbolento. Il primo di essi è stato condotto da R.J. Hakkinen, I. Greber, L. Trilling e S.S. Arbanel nel laboratorio del Massachusetts Institute of Technology (2), mentre il secondo è stato effettuato da P.A. Polivanov, A.A. Sidorenko e A.A. Maslov nella galleria del vento *T-325 (ITAM SB RAS)* (1).

4.1.1 Test regime laminare

Diversi esperimenti sono stati eseguiti da Hakkinen in una galleria del vento supersonica a $Mach = 2$ e per una serie di valori di pressione totale compresi tra 3 e 15 PSI¹⁰ e quindi per diversi valori del numero di Reynolds, basato sulla distanza tra il bordo di attacco e il punto di interazione, nell'intervallo tra $1 \cdot 10^5$ e $6 \cdot 10^5$. Inoltre, è stata variata anche l'intensità degli urti fino ad un massimo valore del rapporto tra le pressioni statiche $P_2/P_1 = 2.4$, a partire dai casi in cui non si manifesta la separazione dello strato limite. Le caratteristiche geometriche e fisiche degli esperimenti e le relative tecniche di misurazione sono spiegate in (2) e (24). In Figura 4.1 è illustrata la lamina piana utilizzata per i test e i relativi sistemi di misurazione della pressione.



¹⁰ PSI: Pound-force per Square Inch

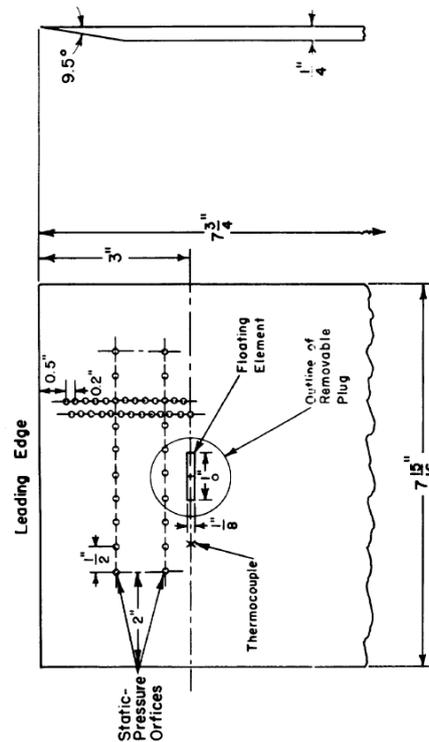


Figura 4.1: In alto, visualizzazione ottica Schlieren dell'esperimento; in basso dettaglio della lamina piana.

4.1.2 Test regime transizione

Tali esperimenti sono stati effettuati a $Mach = 1.47$ e temperatura totale $T^o = 291 K$ fissati, al variare della pressione totale e per 3 diverse posizioni del cuneo rispetto alla lamina, al fine di valutare l'impatto dell'urto in differenti zone dello strato limite, che potrebbe evolvere nel regime turbolento. In particolare, la geometria dei test è composta da un cuneo con angolo di apertura pari a 4° e una lamina piana di lunghezza pari a $L = 0.385 m$. Le diverse configurazioni del cuneo, denominate da qui in poi L100, L200 e L250, generano un urto obliquo, che interseca lo strato limite rispettivamente a 285, 185 e 135 mm dal bordo di attacco della lamina piana. Le misurazioni principali sono state effettuate dalle tecniche PIV¹¹, visualizzazioni Schlieren e da sensori di pressione statica disposti lungo il provino. I risultati ottenuti dagli esperimenti mostrano uno strato limite laminare nella parte iniziale della lamina piana, fino alla coordinata x compresa tra 120 – 150 mm, a valle della quale si verifica una transizione con un aumento del numero di Reynolds fino alla coordinata x compresa tra 180-210 mm, oltre la quale il regime diventa turbolento. Tali dati suggeriscono una natura laminare per il test L250, una transizione per il caso L200 mentre un regime turbolento per il test L100.

La configurazione sperimentale della galleria del vento è riportata nella Figura 4.2, in cui è posta in evidenza la finestra ottica di visualizzazione del fenomeno.

¹¹ PIV: Particle Image Velocimetry. È una tecnica di misurazione ottica del campo di velocità.

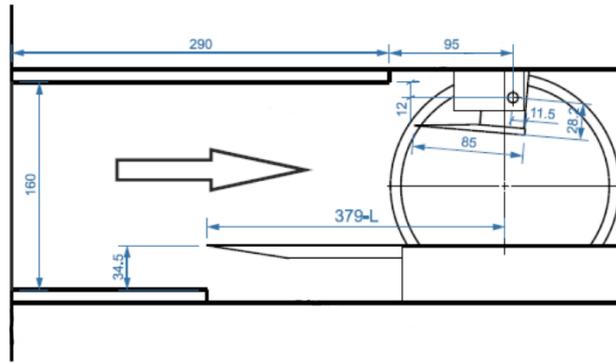


Figura 4.2: Modello della camera sperimentale della galleria del vento *T-325 (ITAM SB RAS)*.

Nei prossimi paragrafi saranno esposte le simulazioni CFD condotte nel software. Per mantenere un riferimento con i test sperimentali la classificazione dei modelli è avvenuta utilizzando le stesse denominazioni degli esperimenti.

4.2 Convergenza della griglia

In questa fase si verifica la convergenza della griglia con 3 griglie via via più fitte, sia per il flusso esterno sia in prossimità delle pareti solide. I test sperimentali a $M = 1.47$ sono stati eseguiti con 3 differenti posizioni del cuneo rispetto lamina piana, la distanza tra i bordi di attacco dei due solidi è rispettivamente:

- 0.209 m per il modello denominato L100
- 0.109 m per il modello denominato L200
- 0.059 m per il modello denominato L250

Tale procedimento è stato condotto per il modello L100, che rappresenta il caso più critico, in quanto l'urto interagisce con uno strato limite più sviluppato essendo in una posizione più a valle rispetto agli altri. Nella Figura 4.3a e 4.3b si mostrano rispettivamente la geometria e il dominio del test in esame ottenuti tramite il software Solidworks. Le dimensioni del dominio sono state configurate riducendo il dominio sperimentale all'essenziale per la visualizzazione del fenomeno. Pertanto, la parete superiore della lamina piana è coincidente con il bordo inferiore del dominio. A monte di essa è stato inserito un dominio in cui il campo è uniforme con lunghezza longitudinale pari a 0.1 m. A causa della posizione parecchio arretrata del cuneo, al fine di evitare una visualizzazione scorretta della zona di interazione, per il caso L100 il dominio è stato esteso anche a valle della lamina di un tratto longitudinale pari a 0.1 m. Dunque, il dominio ha un'estensione complessiva di 0.495 m in direzione longitudinale al flusso e di 0.17 m in direzione trasversale. Lo spessore lungo la direzione z è stato imposto a 0.0025 m, in modo da ottenere un singolo elemento di mesh lungo la terza dimensione e rendere dunque bidimensionale il modello.

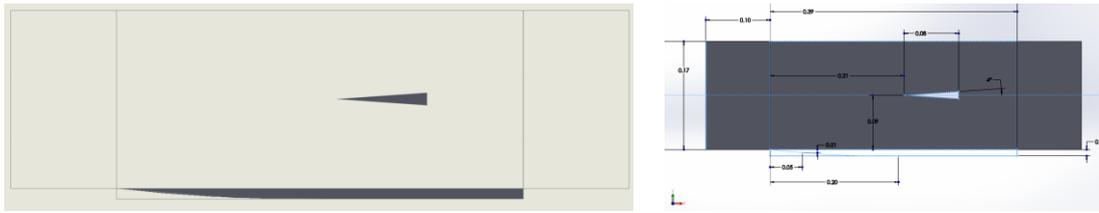


Figura 4.3: Geometria (a) e dominio (b) del test L100.

La geometria è stata importata nel pre-processor di Cradle-scFLOW all'interno del quale sono state definite le diverse regioni del dominio (riportate nella Tabella 4.1) e le condizioni iniziali e al contorno del flusso (Tabella 4.2 e 4.3) Una rappresentazione delle regioni è illustrata in Figura 4.4a, 4.4b e 4.4c.

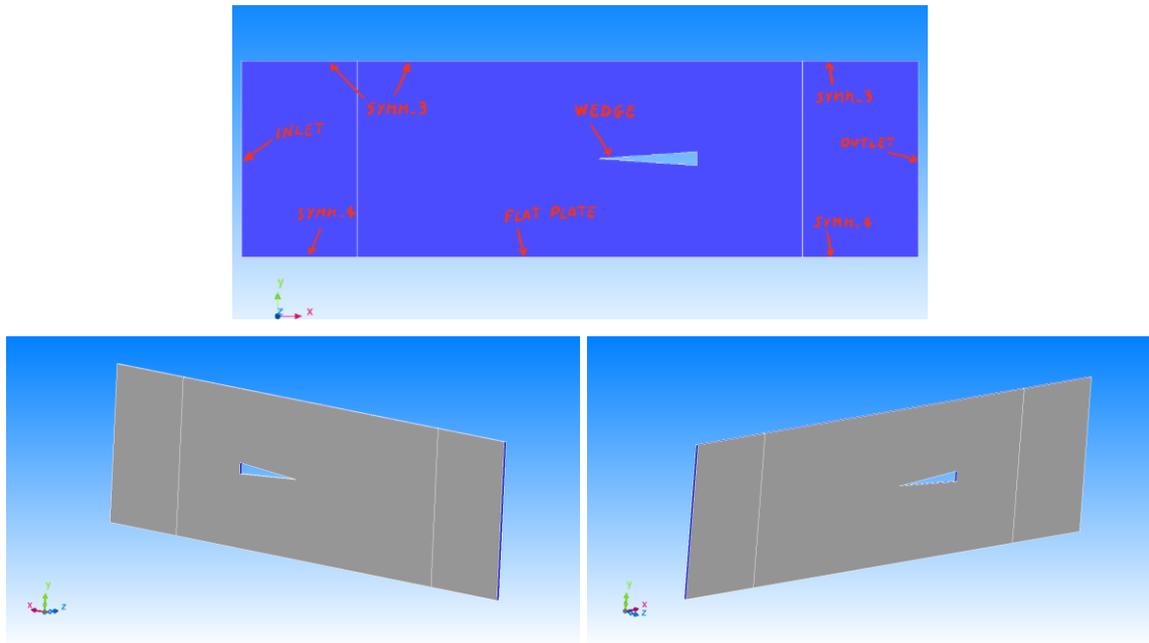


Figura 4.4: Suddivisione del dominio nelle principali regioni in alto (a); dettaglio delle regioni symm_2 (b) e symm_1 (c).

Regione	N° facce	Condizioni	Regione	N° facce	Condizioni
inlet	1	Flow boundary	symm_1	1	Symmetrical boundary
outlet	1	Flow boundary	symm_2	1	Symmetrical boundary
flat_plate	1	No-slip wall	symm_3	3	Symmetrical boundary
wedge	3	No-slip wall	symm_4	2	<u>Symmetrical boundary</u>

Tabella 4.1: Classificazione delle regioni del dominio.

	GRID INDEPENDENCE		
	<i>Coarse</i>	<i>Mid</i>	<i>Fine</i>
Temperatura ambiente totale (T0) [K]	291		
Temperatura ambiente statica (T) [K]	203.1868		
Pressione totale (P0) [Pa]	85000		
Pressione statica [Pa]	24200		
Densità [kg/m ³]	0.4145		
Velocità del suono [m/s]	285.753		
Velocità [m/s]	420.057		
Viscosità dinamica [Pa*s]	1.35E-05		
Reynolds flusso esterno	4.98E+06		
Angolo di apertura del cono	4°		
Lunghezza lamina [mm]	385		

Tabella 4.2: Condizioni iniziali delle grandezze del flusso.

INLET		
Type: Definition of Normal Velocity		
Parametro	Valore	Unità
Mach number	1.47	-
Temperature	203.187	K
Turbulence type	Turbulence intensity and ratio	
Turbulence intensity	5	%
Ratio (eddy visc./molecular visc.)	100	
Pressure	24200	Pa
OUTLET		
Type: Natural inflow/outflow		
Parametro	Valore	Unità
Temperature	203.187	K
Turbulence type	Turbulence intensity and ratio	
Turbulence intensity	5	%
Ratio (eddy visc./molecular visc.)	100	

Tabella 4.3: Condizioni al contorno nelle region di inlet e outlet.

Il numero di Mach a monte è fissato a $Mach = 1.47$, mentre la viscosità dinamica è stata ottenuta dalla legge di Sutherland e il numero di Reynolds è riferito alla lunghezza della lamina piana. Nella fase di pre-processing sono stati realizzati 3 differenti modelli di griglia (*octree* in Cradle-scFLOW), denominati *coarse*, *mid* e *fine*, riportati nella Tabella 4.4. Il valore I.R. presente in tabella è l'*influence range*, coefficiente che indica il numero di elementi influenzati dalla dimensione degli elementi impostata a parete. Per alti numeri di questo valore la griglia risulterà avere una crescita più graduale nelle zone in cui essa subisce una variazione, cioè in prossimità delle pareti.

OCTREE PARAMETER												
COARSE				MID				FINE				
	Min. size	Max. sz			Min. sz	Max. sz			Min. size	Max. sz		
Basic settings	0.01	0.01	m		0.005	0.005	m		0.001	0.001	m	
Detail	Region	Size		I.R.	Region	Size		I.R.	Region	Size	I.R.	
	<i>flat_plate</i>	5.00E-03	m	0	<i>flat_plate</i>	5.00E-04	m	5	<i>flat_plate</i>	5.00E-05	m	5
	<i>wedge</i>	5.00E-03	m	0	<i>wedge</i>	5.00E-04	m	5	<i>wedge</i>	5.00E-05	m	5
	<i>symm_4</i>	5.00E-03	m	0	<i>symm_4</i>	5.00E-04	m	5	<i>symm_4</i>	5.00E-05	m	5

Tabella 4.4: Impostazioni di base e di dettaglio delle griglie *coarse*, *mid* e *fine*.

Per la realizzazione della mesh è stato necessario introdurre una stima iniziale del valore di y^+ a parete, in modo da ottenere una buona risoluzione dello strato limite in accordo con i requisiti del modello di turbolenza utilizzato. Le simulazioni presenti in questa trattazione sono state eseguite mediante l'uso dei modelli RANS *SST - $k\omega$* , *Spalart - Allmaras* e *Realizable $k - \epsilon$* , per i quali è richiesto rispettivamente un $y^+ < 1$, $y^+ < 5$ e $y^+ < 1$ in prossimità delle pareti solide. È stato imposto un valore di $y^+ = 0.7$ per la stima iniziale, in modo da essere più conservativi, soprattutto per i modelli più stringenti. Il calcolo dello spessore del primo strato di elementi a parete per ottenere il valore di y^+ scelto è stata ottenuto tramite il tool presente all'interno del sito www.cfd-online.com (25). Allo spessore degli strati di prismi superiori si applica un incremento del 30% e del 20%, in modo da ottenere il numero di strati di prismi necessario a raggiungere la dimensione dell'elemento della griglia impostata per il flusso esterno.

MESH PARAMETER			
COARSE GRID			
	Spessore 1° strato	% variaz	N°strati
flat plate	2.40E-06	1.3	14
wedge	2.10E-06	1.3	15
symm_4	2.40E-06	1.3	14
MID GRID			
	Spessore 1° strato	% variaz	N°strati
flat plate	2.40E-06	1.2	27
wedge	2.10E-06	1.2	28
symm_4	2.40E-06	1.2	27
FINE GRID			
	Spessore 1° strato	% variaz	N°strati
flat plate	2.40E-06	1.2	14
wedge	2.10E-06	1.2	15
symm_4	2.40E-06	1.2	14

Tabella 4.5: Parametri per la discretizzazione dello strato limite.

La mesh è stata prima generata attraverso il metodo di *sweep mesh*, con cui si decide una superficie iniziale del dominio di partenza, e quindi estesa tramite traslazione lungo una direzione. La superficie di partenza scelta è la faccia *symm_2* e la direzione di sweep selezionata è l'asse z negativo. Poiché la dimensione z del dominio è stata imposta a $z = 0.0025$ m, si ottiene

un unico elemento di mesh lungo tale dimensione; il modello risultante avrà grandezze costanti lungo l'asse z per cui è assimilabile a un caso bidimensionale.

Le simulazioni sono state effettuate per un numero di iterazioni pari a 1500, punto in cui le grandezze fisiche presentano un errore inferiore a 10^{-3} e 10^{-4} ritenuto accettabile in questa fase. La mesh realizzata e il campo di moto illustrato dal campo della pressione statica per i modelli *coarse*, *mid* e *fine* sono riportati rispettivamente nella Figura 4.5 e 4.6 e 4.7. Si noti come il campo di moto sia via via più definito all'aumentare del affinamento della griglia. La simulazione del modello *coarse* mostra un campo di moto non ben definito in prossimità dello strato limite e per il flusso a valle del cuneo. I modelli *mid* e *fine* riescono ad ottenere una definizione maggiore dell'urto che va a interagire con lo strato limite della lamina e del campo a valle di essa.

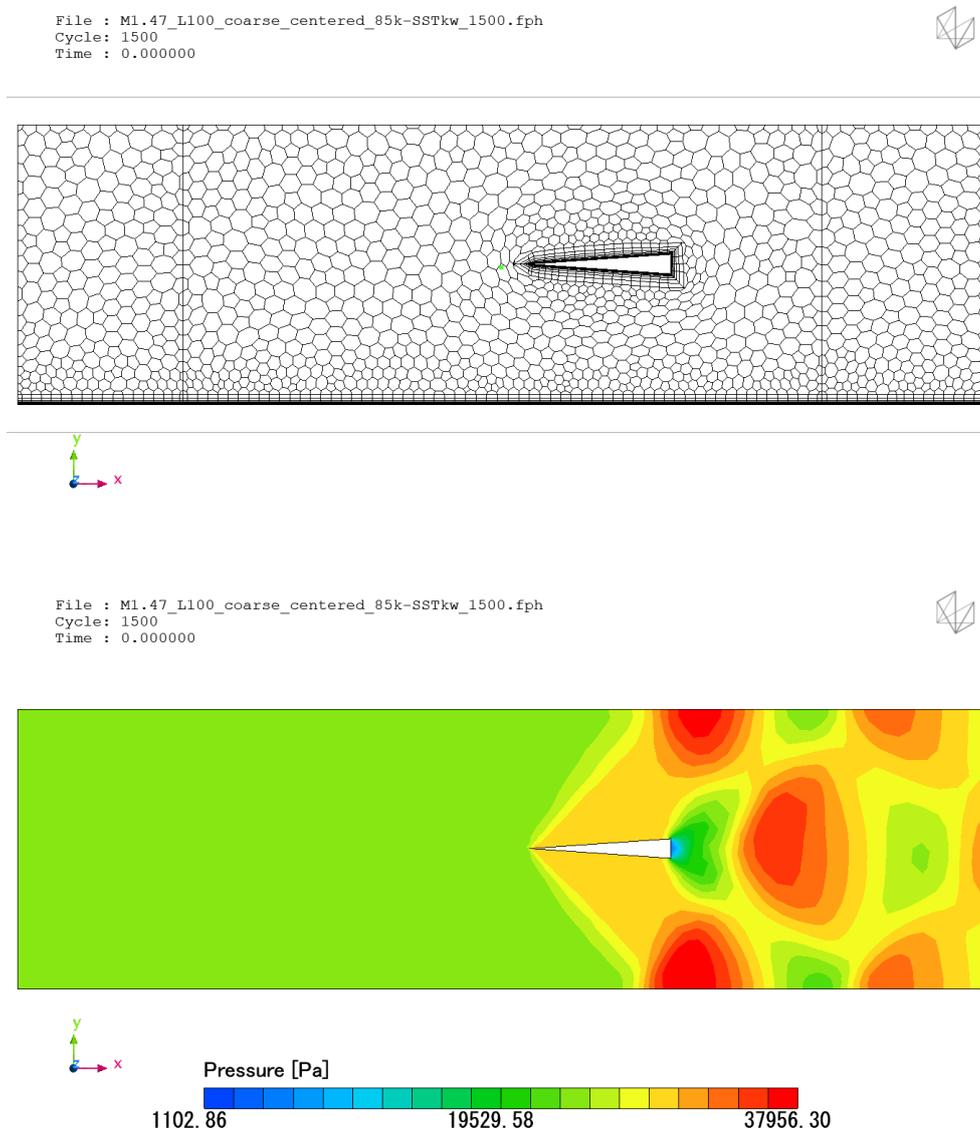
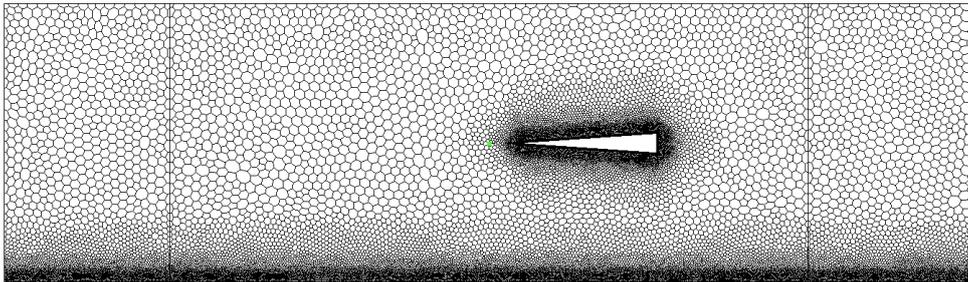


Figura 4.5: Mesh e campo di pressione del modello *coarse* (SST- $k\omega$).

File : M1.47_L100_mid_centered_85k-SSTkw_1500.fph
Cycle: 1500
Time : 0.000000



File : M1.47_L100_mid_centered_85k-SSTkw_1500.fph
Cycle: 1500
Time : 0.000000

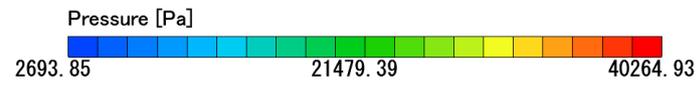
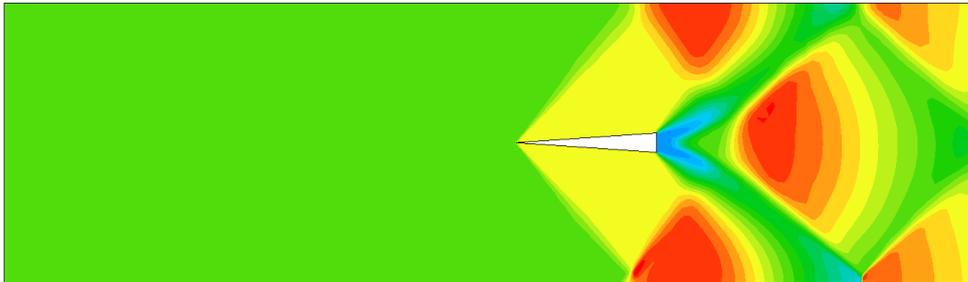
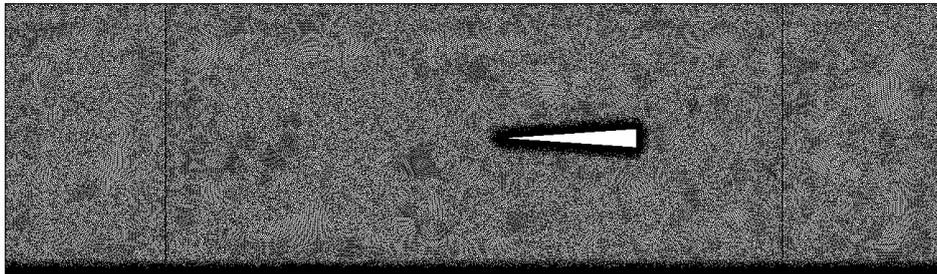


Figura 4.6: Mesh e campo di pressione del modello *mid* (SST- $k\omega$).

File : M1.47_L100_fine_centered_85k-SSTkw_1500.fph
Cycle: 1500
Time : 0.000000



File : M1.47_L100_fine_centered_85k-SSTkw_1500.fph
Cycle: 1500
Time : 0.000000

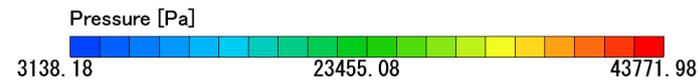
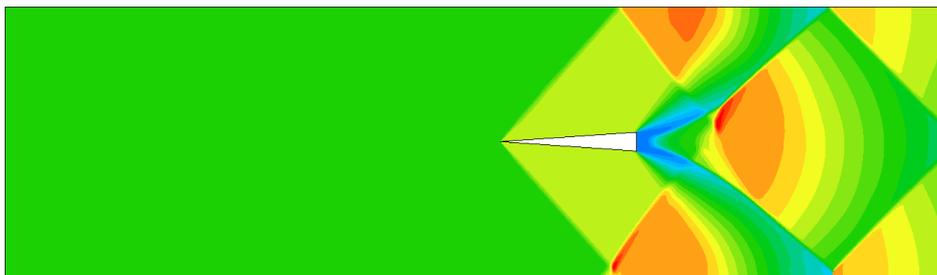
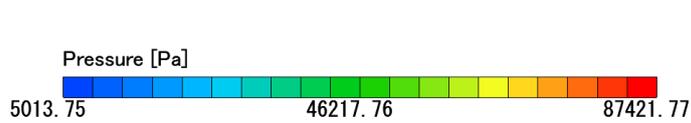
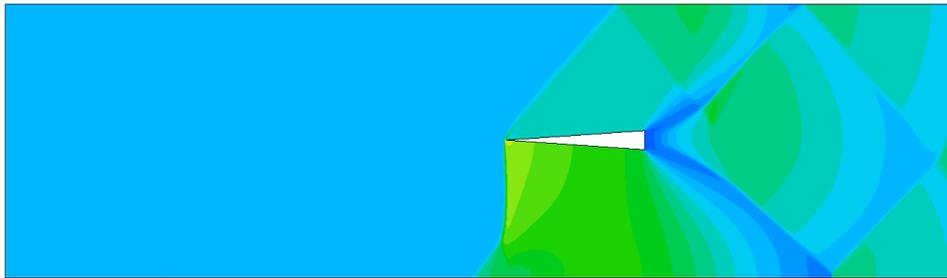


Figura 4.7: Mesh e campo di pressione del modello *fine* (SST- $k\omega$).

Sono state mostrate le visualizzazioni del fenomeno per il modello RANS $SST - k\omega$. Un'analisi analoga è stata effettuata per i modelli *Spalart - Allmaras* e *Realizable $k - \epsilon$* , per i quali si è ottenuto un campo di moto non conforme alla realtà sperimentale. In particolare, il primo non cattura in modo accurato l'urto generato dal cuneo (Figura 4.8a), andando a influenzare tutto il campo a valle, mentre il secondo manifesta una scarsa accuratezza nella zona dell'interazione tra urto e strato limite a causa della presenza di un fascio di espansione a ridosso del punto di impatto dell'urto (Figura 4.8b).

File : M1.47_L100_fine_centered_85k-Spalart_1500.fph
Cycle: 1500
Time : 0.000000



File : M1.47_L100_fine_centered_85k-Realke_1500.fph
Cycle: 1500
Time : 0.000000

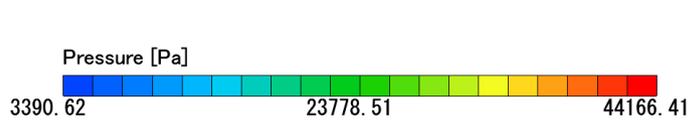
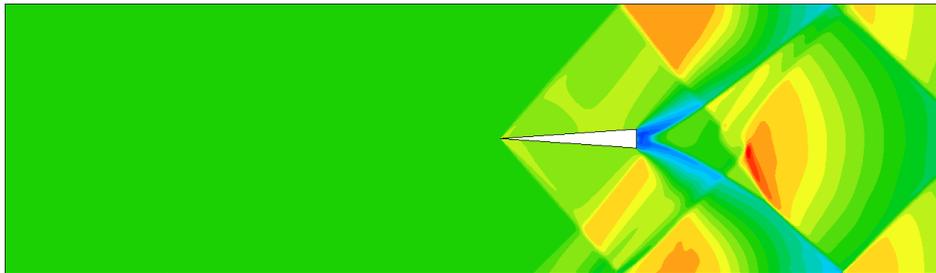


Figura 4.8: (a) In alto campo di pressione per il modello Spalart-Allmaras; (b) in basso campo di pressione per il modello Realizable $k-\epsilon$.

I risultati della pressione statica a parete in prossimità dell'interazione tra urto e strato limite sono stati confrontati con i dati sperimentali ottenuti in galleria del vento con le medesime condizioni al contorno. La Figura 4.9 mostra il grafico ottenuto per il modello $SST - k\omega$, dalla quale si evince che i modelli *mid* e *fine* hanno un andamento molto vicino tra loro, a eccezione del punto di incremento di pressione dopo il primo plateau, dove la griglia *fine* approssima in modo migliore il punto iniziale di crescita della pressione. Qui i calcoli sperimentali ottenuti da Polivanov non sono molto accurati in quanto prima dell'aumento di pressione si registra un'espansione (1). Il modello *coarse* risulta poco accurato anche in questo caso, mentre i modelli *mid* e *fine* soddisfano il salto di pressione tra monte e valle dell'interazione urto-strato limite, sebbene sia presente un picco di pressione proprio nel punto di impatto dell'urto.

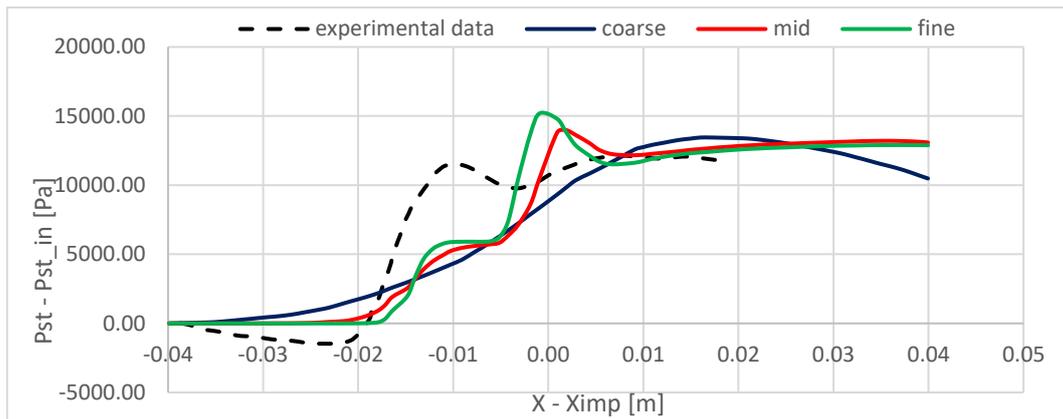


Figura 4.9: Convergenza della griglia: andamento pressione a parete per il modello SST- $k\omega$ in confronto con i dati sperimentali.

Poiché i modelli di griglia *mid* e *fine* differiscono ben poco tra di loro, si potrebbe scegliere il secondo per effettuare le simulazioni dei test in esame. Tuttavia, al fine di migliorare la convergenza delle variabili e il campo di moto ottenuto con i modelli *Spalart – Allmaras* e *Realizable $k - \epsilon$* , la griglia *fine* è stata scelta come griglia di partenza per l'applicazione del *dynamic mesh refinement*, attraverso cui la griglia viene infittita nei punti con ampi gradienti di pressione e di velocità.

4.3 Test Hakkinen laminare

4.3.1 Pre-processing

Per il test sperimentale a $M = 2$ in regime laminare è stato effettuato un analogo studio di convergenza della griglia. Le caratteristiche geometriche del dominio illustrate in Figura 4.10 sono state ottenute in modo da fare riferimento al caso sperimentale con un numero di Reynolds basato sulla distanza tra il bordo di attacco e il punto di interazione pari a $Re = 2.84 \cdot 10^5$ e un salto di pressione dell'urto $P_2/P_1 = 1.2$.



Figura 4.10: (a) Dominio geometrico; (b) caratteristiche geometriche del dominio numerico.

La suddivisione in regioni del dominio numerico è analoga a quanto visto per il precedente test (Figura 4.4 e Tabella 4.1), mentre nella Tabella 4.6 e nella Tabella 4.7 si riportano rispettivamente le grandezze fisiche iniziali e le condizioni al contorno per le regioni di inlet e outlet.

	GRID INDEPENDENCE		
	<i>Coarse</i>	<i>Mid</i>	<i>Fine</i>
Temperatura ambiente totale (T0) [K]	518.67		
Temperatura ambiente statica (T) [K]	288.15		
Pressione totale (P0) [Pa]	100172.71		
Pressione statica [Pa]	12802.53		
Densità [kg/m ³]	0.155		
Velocità del suono [m/s]	340.292		
Velocità [m/s]	680.58		
Viscosità dinamica [Pa*s]	1.79E-05		
Reynolds flusso esterno	2.84E+05		
Angolo di apertura del cono	1.5°		
Lunghezza lamina [mm]	196.85		

Tabella 4.6: Grandezze fisiche iniziali.

INLET		
Type: Definition of Normal Velocity		
Parametro	Valore	Unità
Mach number	2	-
Temperature	288.15	K
Pressure	12802.53	Pa

OUTLET		
Type: Natural inflow/outflow		
Parametro	Valore	Unità
Temperature	288.15	K

Tabella 4.7: Condizioni al contorno per le regioni di inlet e outlet.

I parametri di input per lo studio di convergenza della griglia sono riportati nella Tabella 4.8, dove si evidenzia che le modifiche di raffinamento sono state apportate alla griglia del dominio esterno allo strato limite, mentre in prossimità delle pareti viscosse questa è rimasta invariata, perché ritenuta sufficiente alla discretizzazione del flusso.

OCTREE PARAMETER												
	COARSE				MID				FINE			
	Min. size	Max. sz			Min. sz	Max. sz			Min. size	Max. sz		
Basic settings	0.001	0.001	m		5.00E-04	5.00E-04	m		2.50E-04	2.50E-04	m	
Detail	Region	Size		I.R.	Region	Size		I.R.	Region	Size		I.R.
	<i>flat_plate</i>	5.00E-05	m	0	<i>flat_plate</i>	5.00E-05	m	5	<i>flat_plate</i>	5.00E-05	m	5
	<i>wedge</i>	5.00E-05	m	0	<i>wedge</i>	5.00E-05	m	5	<i>wedge</i>	5.00E-05	m	5
	<i>symm_4</i>	5.00E-05	m	0	<i>symm_4</i>	5.00E-05	m	5	<i>symm_4</i>	5.00E-05	m	5

Tabella 4.8: Parametri di input per la realizzazione della griglia.

La discretizzazione dello strato limite è stata eseguita attraverso la scelta del numero di strati di prismi, ottenuta mediante una stima iniziale dello spessore dello strato limite δ , per mezzo delle equazioni viste nel paragrafo 1.1. I parametri inseriti per le pareti viscosse sono riportati nella Tabella 4.9:

MESH PARAMETER			
<i>COARSE, MID & FINE</i>			
	Spessore 1° strato	% variaz	N°strati
flat plate	5.00E-07	1.2	23
wedge	1.00E-06	1.2	18
symm_4	5.00E-06	1.2	23

Tabella 4.9: Parametri input per la discretizzazione dello strato limite.

4.3.2 Solver

La simulazione è stata elaborata all'interno del solver di Cradle-scFLOW per un numero di iterazioni $N = 3000$. Si riportano i grafici di monitoring dello stato di convergenza e principali grandezze fisiche durante la simulazione.

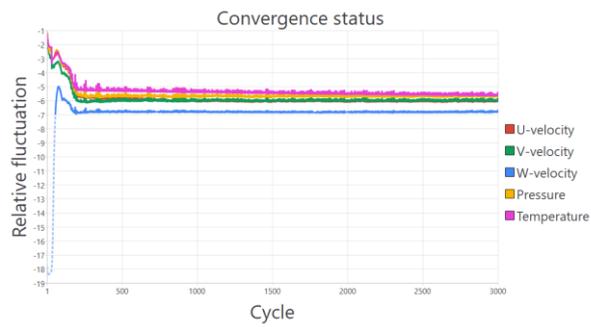


Figura 4.11: Convergenza delle principali variabili fisiche espressa come errore tra i valori di due iterazioni consecutive.

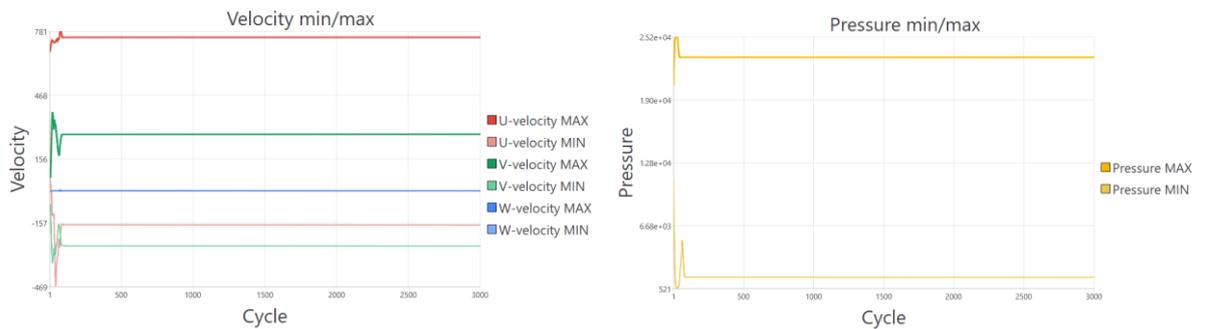


Figura 4.12: A sinistra, andamento delle componenti di velocità massima e minima; a destra, andamento della pressione massima e minima.

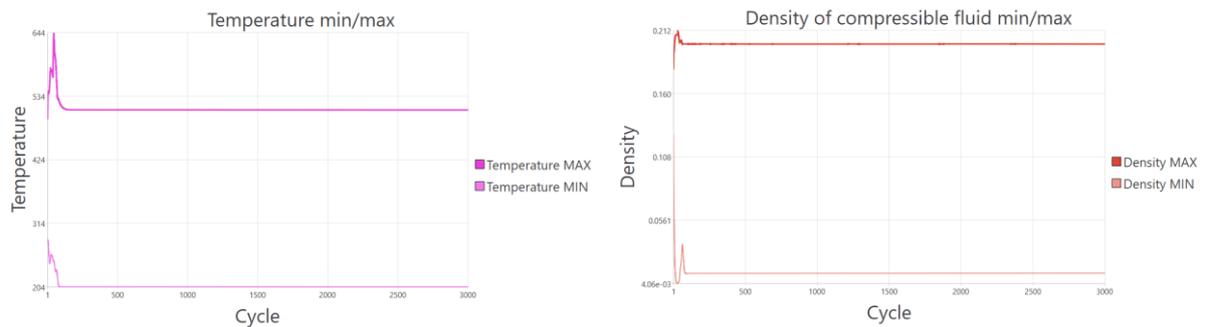


Figura 4.13: A sinistra, andamento della temperatura minima e massima; A destra, andamento della densità minima e massima.

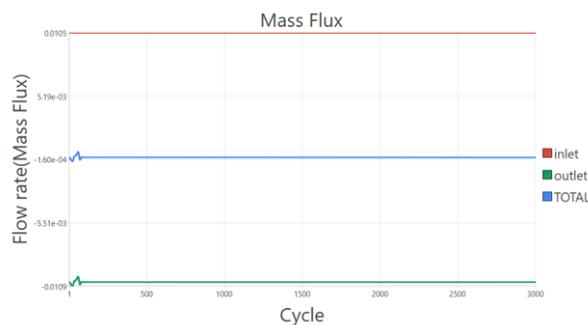


Figura 4.14: Andamento della portata d'aria.

4.3.3 Post-processing

Al completamento delle simulazioni è stato aperto il post-processing e sono stati elaborati i risultati ottenuti. Le Figure 4.15, 4.16 e 4.17 rappresentano rispettivamente le griglie utilizzate

e il relativo campo di pressione ottenuto. Si noti come il campo del flusso esterno risulti sempre più fitto e la visualizzazione del campo di pressione sia maggiormente definita. Sono stati estrapolati i dati della pressione statica a parete in prossimità del punto di impatto dell'urto e comparati ai risultati sperimentali, per valutare l'indipendenza della variabile dalla griglia. Il grafico ottenuto è illustrato in Figura 4.18, da cui si evince che i modelli *mid* e *fine* sono molto vicini tra loro e si dimostra l'indipendenza della variabile dalla griglia. I risultati numerici ricalcano abbastanza bene i dati sperimentali, a eccezione del punto di interazione, in cui subiscono un discostamento, e a valle di esso, dove ancora differiscono leggermente da essi. Ciò è probabilmente dovuto all'intensità dell'urto ottenuto durante la simulazione; infatti, l'angolo di apertura di 1.5° (determinato dalle relazioni theta-beta-Mach per gli urti obliqui (26)) utilizzato nelle simulazioni impone un salto di pressione leggermente superiore a quello osservato sperimentalmente.

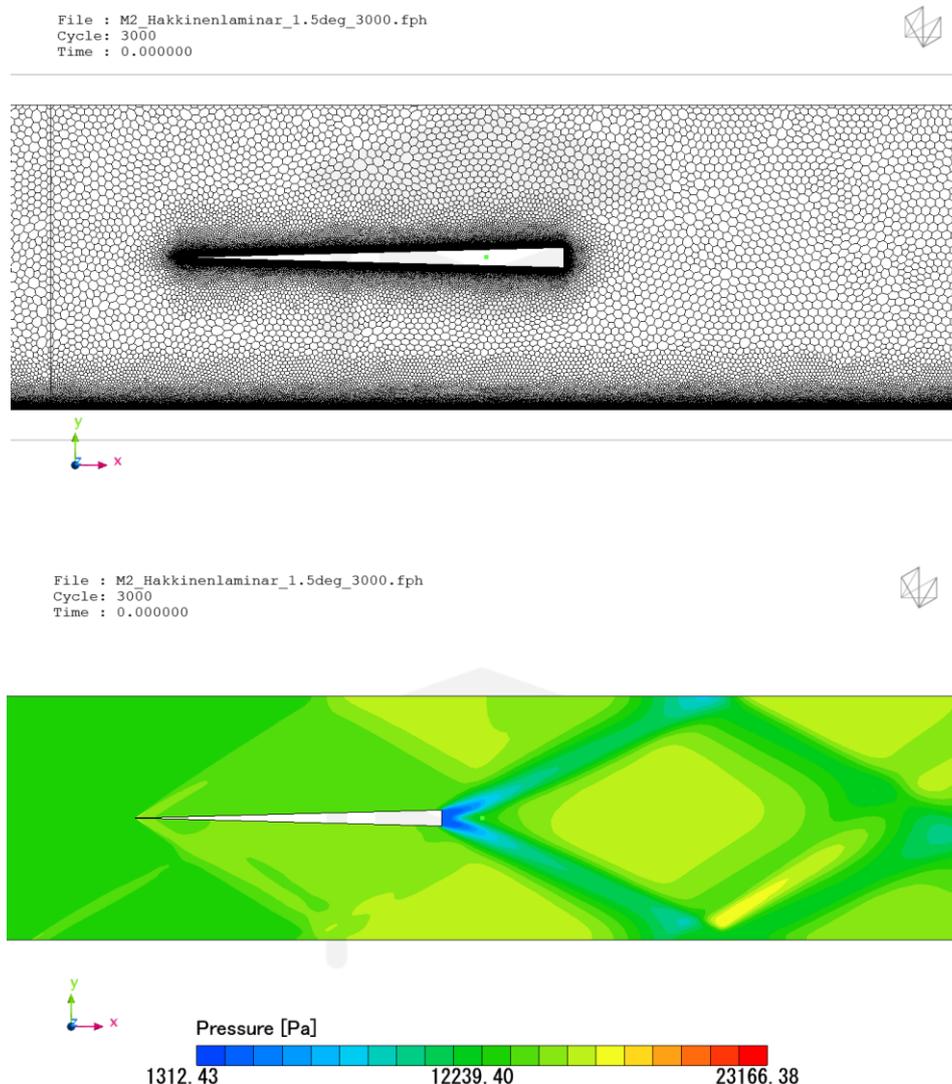
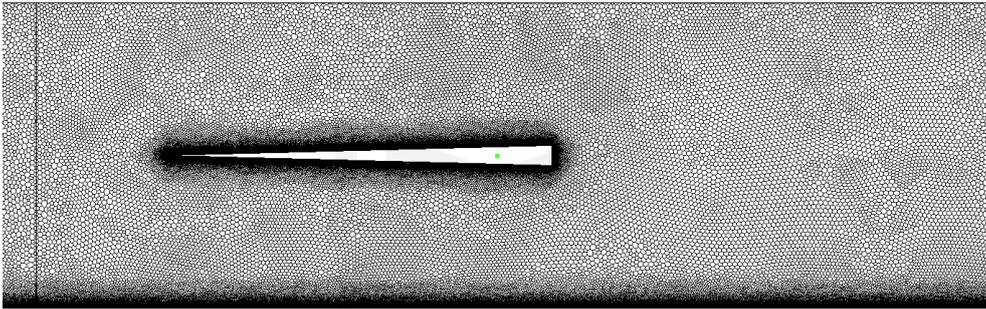


Figura 4.15: Mesh e campo di pressione modello coarse.

File : M2_Hakkinenlaminar_1.5deg_fine_3000.fph
Cycle: 3000
Time : 0.000000



File : M2_Hakkinenlaminar_1.5deg_fine_3000.fph
Cycle: 3000
Time : 0.000000

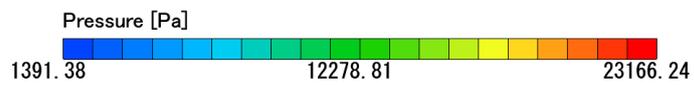
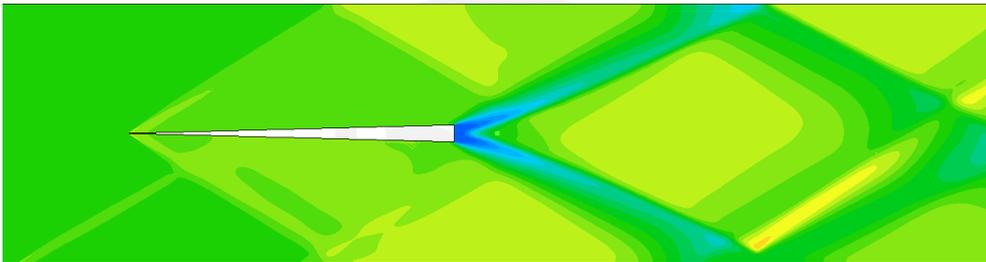
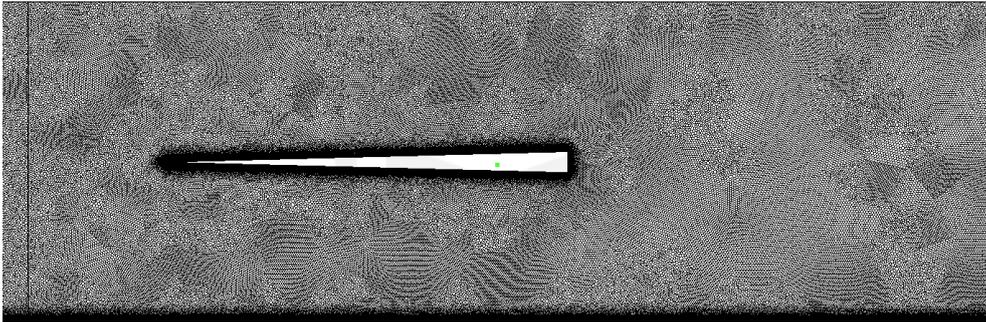


Figura 4.16: Mesh e campo di pressione modello mid.

File : M2_Hakkinenlaminar_1.5deg_def_3000.fph
Cycle: 3000
Time : 0.000000



File : M2_Hakkinenlaminar_1.5deg_def_3000.fph
Cycle: 3000
Time : 0.000000

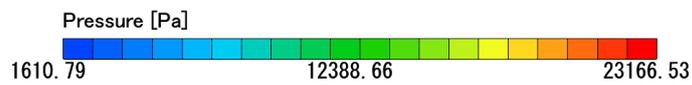
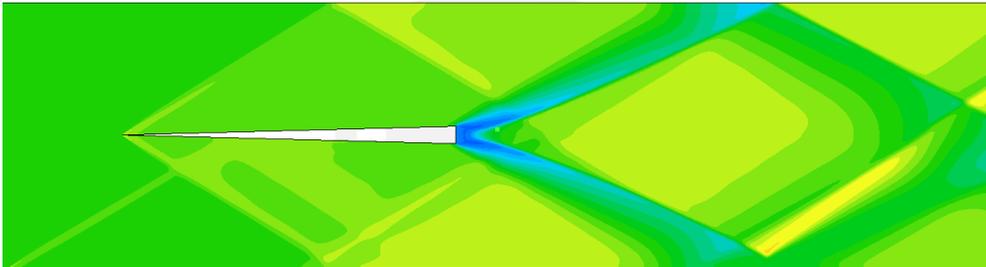


Figura 4.17: Mesh e campo di pressione modello fine.

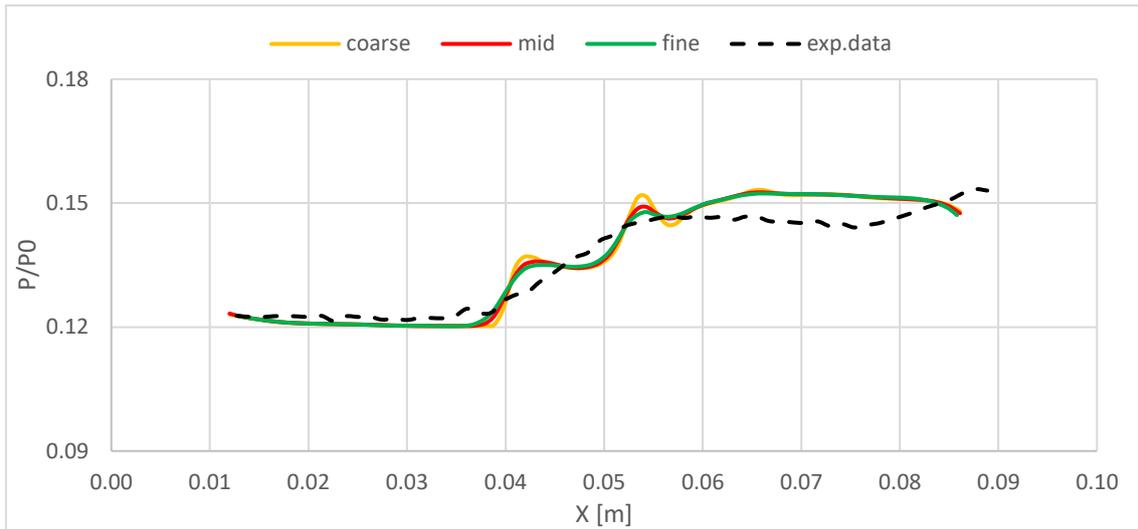


Figura 4.18: Analisi di grid independence per i dati della pressione a parete in confronto ai risultati sperimentali.

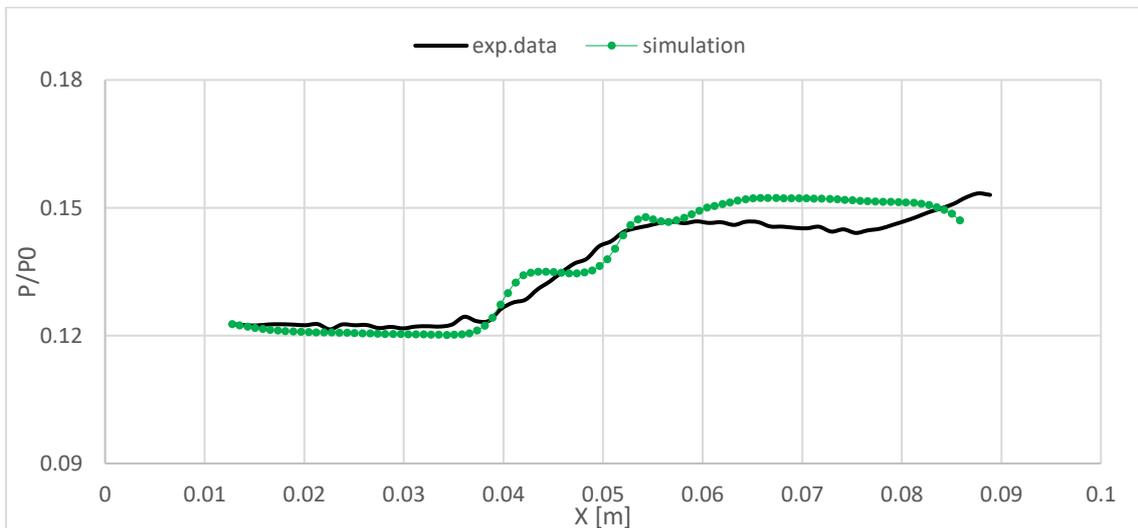


Figura 4.19: Comparazione risultati pressione a parete del modello fine con i dati sperimentali.

Per questo test si è scelto di non applicare il metodo di *mesh adaptation analysis*, poiché le simulazioni ottenevano un ordine di convergenza delle variabili inferiore rispetto a quelle senza raffinamento automatico della mesh. Nella Figura 4.20 viene mostrata la visualizzazione degli urti presenti nel campo di moto attraverso la variabile *pseudo-Schlieren*.

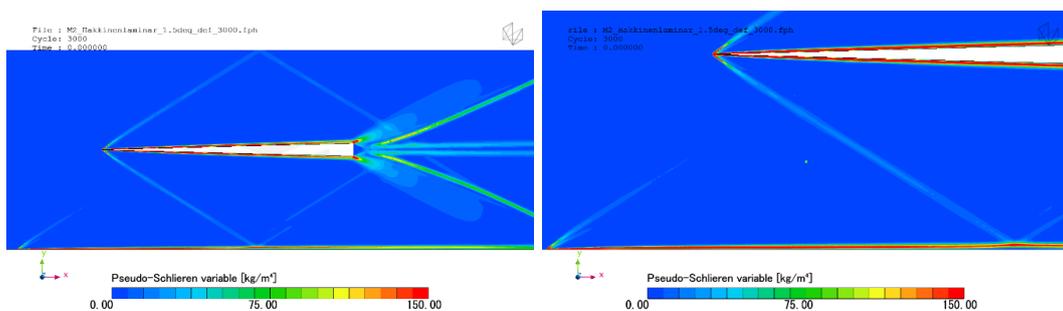


Figura 4.20: Pseudo-Schlieren variable.

4.4 Scelta del modello RANS

I dati ottenuti dalle simulazioni approssimate sono stati messi a confronto con quelli sperimentali di Polivanov et al. (1); in particolare, saranno analizzati i test relativi alla geometria L200 con condizioni al contorno di pressione di $P_0 = 85 \text{ kPa}$ per i 3 diversi modelli RANS.

4.4.1 Pre-processing

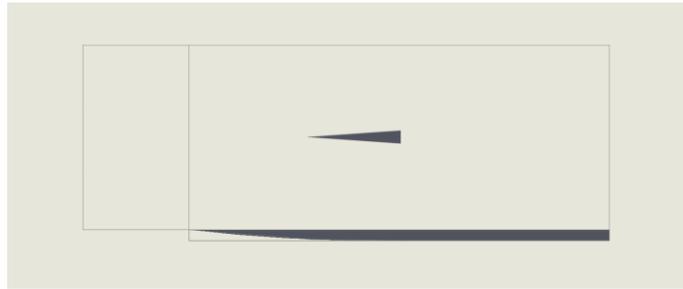


Figura 4.21: Geometria del test L200.

Per il test in esame (Figura 4.21) la distanza tra il bordo di attacco è pari a $d = 0.109 \text{ m}$. In tal modo l'interazione tra urto e strato limite avviene alla coordinata longitudinale $x = 0.185 \text{ m}$ della lamina piana, dove lo strato limite si presume essere in regime di transizione turbolenta. Nella Tabella 4.10 si riportano le inizializzazioni delle grandezze. L'aria è stata considerata come un fluido comprimibile e per il calcolo della viscosità dinamica si è utilizzata la legge di Sutherland. Le condizioni corrispondenti al test analizzato in questo report sono evidenziate in arancione.

	TEST L200
	T7
Temperatura amb. totale [K]	291
Temperatura amb. statica [K]	203.187
Pressione totale [Pa]	8.50E+04
Pressione statica [Pa]	2.42E+04
Densità [kg/m ³]	0.4145
Velocità del suono [m/s]	285.753
Velocità [m/s]	420.057
Viscosità dinamica [Pa*s]	1.35E-05
Reynolds flusso esterno	4.98E+06

Tabella 4.10: Definizione iniziale delle grandezze del dominio fisico.

4.4.1.1 Dominio e condizioni al contorno

La geometria (Figura 4.21) è stata realizzata tramite SolidWorks (27) ed è stata successivamente importata nel *pre-processor* di Cradle-scFLOW. Il dominio è composto dalle regioni illustrate in Figura 4.22, a cui sono state date le condizioni riportate nella Tabella 4.11:

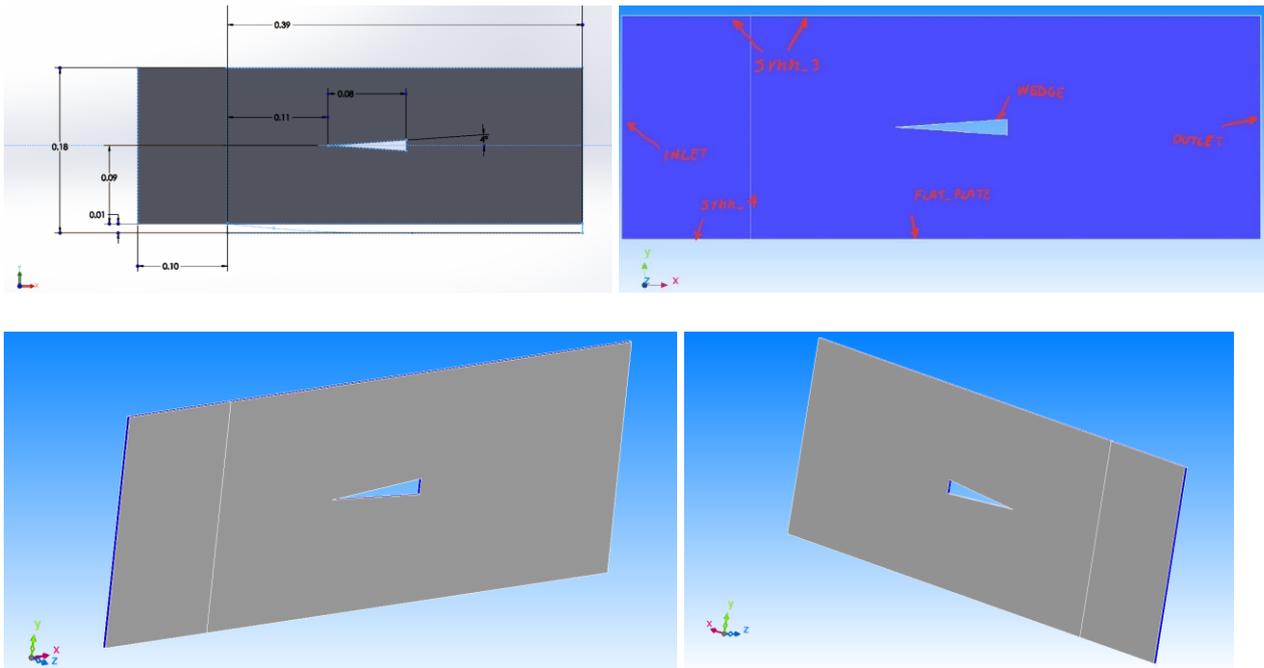


Figura 4.22 (a) grandezze geometriche del dominio, (b) definizione delle region sul piano xy, (c) faccia del dominio denominata *symm_1*, (d) faccia del dominio denominata *symm_2*.

Regione	N° facce	Condizioni	Regione	N° facce	Condizioni
<i>Inlet</i>	1	Flow boundary	<i>Symm_1</i>	1	Symmetrical boundary
<i>Outlet</i>	1	Flow boundary	<i>Symm_2</i>	1	Symmetrical boundary
<i>Flat plate</i>	1	No-slip wall	<i>Symm_3</i>	2	Symmetrical boundary
<i>Wedge</i>	3	No-slip wall *	<i>Symm_4</i>	1	<u>Symmetrical boundary</u>

Tabella 4.11: Definizione della tipologia applicata alle regioni del dominio.

Le condizioni di *flow boundary* per *inlet* e *outlet* sono mostrate nella Tabella 4.12:

INLET		
Type: Definition of Normal Velocity		
Parametro	Valore	Unità
Mach number	1.47	-
Temperature	203.187	K
Turbulence type	Turbulence intensity and ratio	
Turbulence intensity	5	%
Ratio (eddy visc./molecular visc.)	100	
Pressure	24200	Pa
OUTLET		
Type: Natural inflow/outflow		
Parametro	Valore	Unità
Temperature	203.187	K
Turbulence type	Turbulence intensity and ratio	
Turbulence intensity	5	%
Ratio (eddy visc./molecular visc.)	100	

Tabella 4.12: Definizione delle condizioni al contorno per le regioni di inlet e outlet.

4.4.1.2 Impostazioni di griglia e di mesh

Al fine di cogliere al meglio gli urti, la griglia e la mesh sono state ottenute attraverso l'utilizzo di un particolare metodo di adattamento di quest'ultima, denominato *Mesh Adaptation Analysis*, insito in Cradle-SC Flow. Per mezzo di esso e mediante l'utilizzo di uno script, si definiscono una griglia e una mesh di partenza in fase di *pre-processing*; in seguito, durante la simulazione, la mesh viene infittita nelle zone in cui si manifesta un elevato gradiente di pressione o di velocità o di temperatura.

IMPOSTAZIONI DI BASE				
Griglia	Dimensione elementi griglia di base		0.001 m	
	IMPOSTAZIONI DETTAGLIATE			
	Regione		Detail	Infl. Range ¹²
		flat plate	5e-5 m	5
wedge	5e-5 m	5		

Tabella 4.13: Caratteristiche degli elementi della griglia

Come impostazioni di griglia di partenza sono state assegnate i parametri utilizzati per il modello *fine grid* studiato nel paragrafo 4.2, le quali sono state riportate nella Tabella 4.13. Una visualizzazione della griglia dell'intero dominio e un dettaglio in prossimità della superficie del cuneo sono raffigurati nella Figura 4.23a e 4.23b.

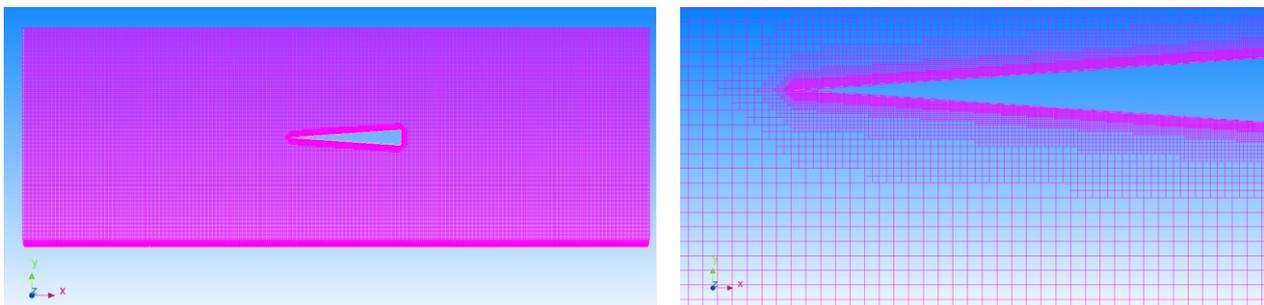


Figura 4.23: (a) Rappresentazione della griglia di partenza, (b) visualizzazione del dettaglio del bordo di attacco del cuneo.

La mesh iniziale è stata predisposta mediante il calcolo del numero di strati di prismi necessario ad ottenere un valore di $y^+ = 0.7$. Pertanto, si è stimato lo spessore del primo strato di prismi a parete della lamina e del cuneo, tramite l'utilizzo del tool presente su *cfD-online.com* (25). Nella Tabella 4.14 e 4.15 sono rispettivamente mostrati gli input per il calcolo di y^+ e le impostazioni dei parametri della mesh iniziale.

¹² Il valore di Influence Range indica il numero di strati di transizione tra l'impostazione di dettaglio della lamina e l'impostazione di base del resto della griglia.

CALCOLO Y+					
Dati iniziali			Lamina piana		
M1	1.47		Lungh. SL	0.385	m
gamma	1.4		Reynolds	5.00E+06	
R	287.05	J/kg K	Est.wall dist	1.40E-06	m
T	203.187	K			
a	285.753	m/s	Cuneo		
V	420.057	m/s	Lungh. SL	0.085	m
Density	0.4145	kg/m3	Reynolds	1.10E+06	
Viscosity	1.35E-05	Pa*s	Est.wall dist	1.30E-06	m
y+ desidered	0.7				

Tabella 4.14: Calcolo di y+.

PARAMETRI PER SUPERFICI MESH			
	Spessore 1° strato	% variaz	N°strati
<i>flat plate</i>	1.4E-06	1.2	17
<i>wedge</i>	1.3E-06	1.2	17
<i>symm_4</i>	1.4E-06	1.2	17

Tabella 4.15: input e caratteristiche dei parametri della mesh in prossimità delle superfici.

Tramite questa serie di strati di prismi, l'ultimo è di $2.59e-5$ m per la lamina piana e di $2.4e-5$ m per il cuneo, pari circa alla metà della dimensione degli elementi di griglia in prossimità delle pareti, assicurando una continuità della griglia.

La mesh iniziale (Figura 4.24 e 4.25) è stata generata attraverso un'estrusione (*sweep mesh*) a partire dalla faccia *symm_1* in direzione z. In questo modo si ottiene una struttura bidimensionale. Inoltre, poiché il software può creare soltanto modelli 3D, tale impostazione genera un solo elemento lungo la terza dimensione (asse z), riducendo il numero di elementi e dunque il costo computazionale.

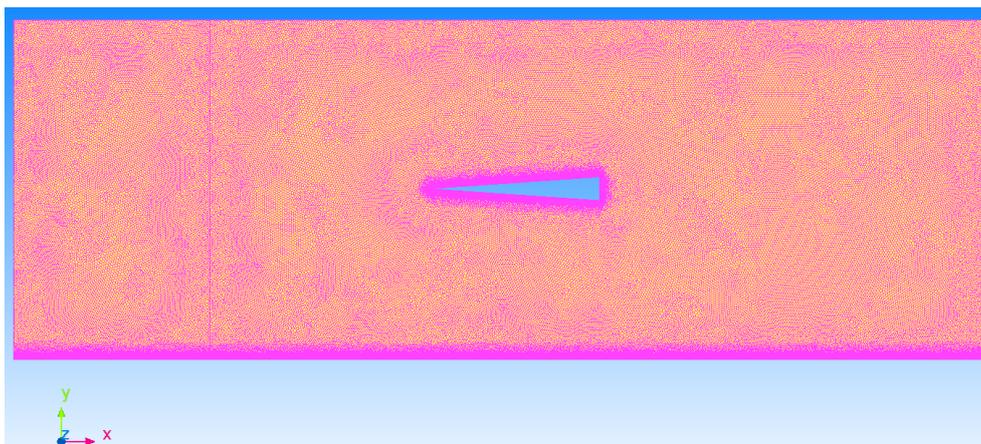


Figura 4.24: Rappresentazione della mesh iniziale dell'intero dominio.

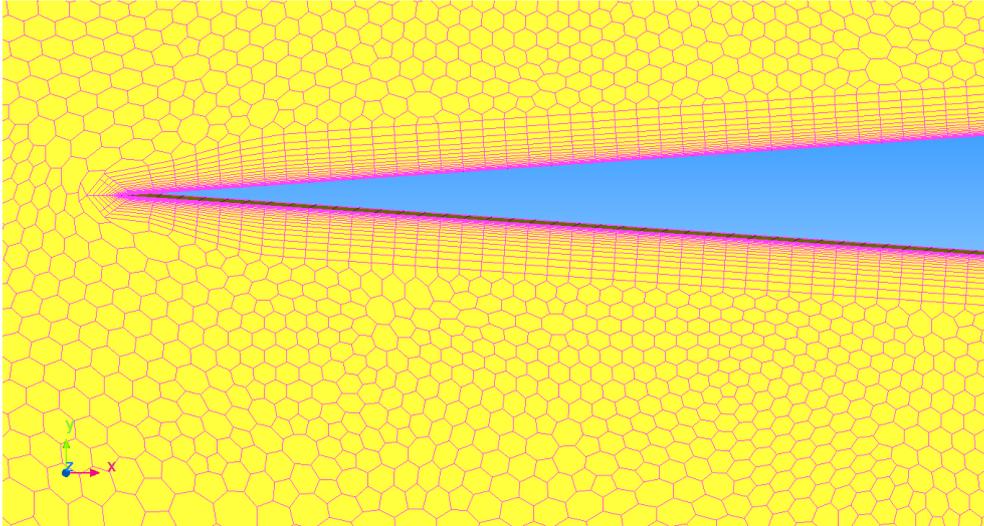


Figura 4.25: Un dettaglio del bordo di attacco del cono con la presenza degli strati di prismi per la definizione dello strato limite.

Per l'applicazione della *mesh adaptation analysis* è stata selezionata la modalità *dynamic mesh refinement*, che permette di modificare la mesh durante le iterazioni, a ogni intervallo di cicli scelto in fase di *pre-processing*. Si può inoltre selezionare il numero di cicli di inizio e termine dell'adattamento della mesh; i parametri utilizzati sono stati raggruppati nella Tabella 4.16. Si è deciso di far partire l'adattamento della mesh dopo un certo numero di cicli in modo da far avanzare inizialmente la simulazione verso una soluzione abbastanza stabile; sarà inoltre applicato a un intervallo di 100 iterazioni fino all'iterazione N°1000, ottenendo un totale di 7 adattamenti della mesh.

MESH ADAPTATION ANALYSIS	
Parametro	Valore
Execution timing of adaptation	Every specified cycle
Cycle interval	100
Start timing of adaptation	Start after specified cycle
Start cycle	230
Stop timing of adaptation	Stop at specified cycle
Stop cycle	1000

Tabella 4.16: Impostazioni della mesh adaptation analysis.

4.4.2 Simulazione RANS SST – $k\omega$

Il test è stato eseguito dal solver utilizzando il modello RANS SST – $k\omega$, per un numero complessivo di 1500 iterazioni. Si riportano alcuni grafici caratteristici del monitoring della simulazione all'interno del solver di Cradle-scFLOW:

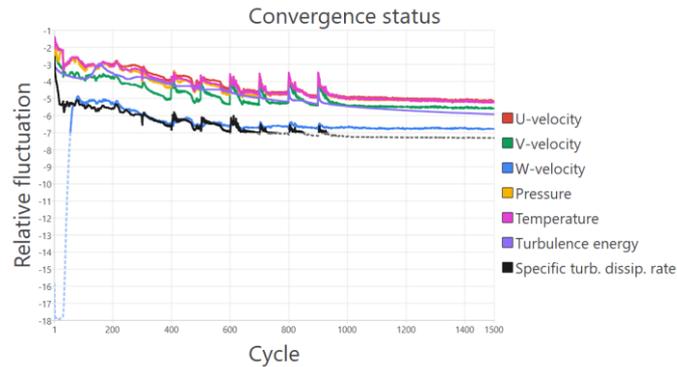


Figura 4.26: Convergenza delle principali grandezze fisiche. In ordinata esponente 10^x dell'errore tra i valori di due iterazioni consecutive.

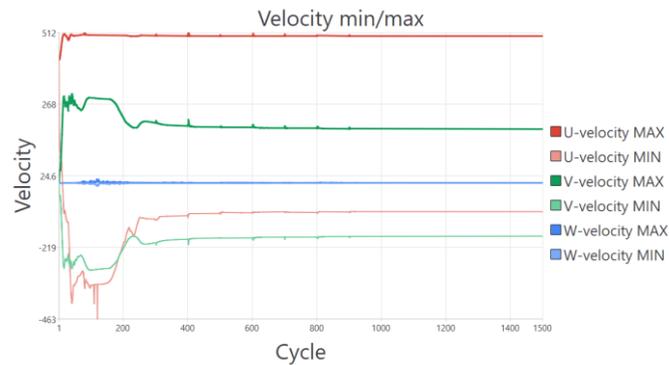


Figura 4.27: Andamento del massimo e minimo valore delle componenti della velocità all'interno del dominio.

Si noti come le oscillazioni presenti siano in coincidenza dell'adattamento alla nuova mesh, applicata ogni 100 iterazioni, e come i cicli al termine del processo di affinamento servano per abbassare ancor di più l'errore tra i valori delle grandezze di due iterazioni consecutive.

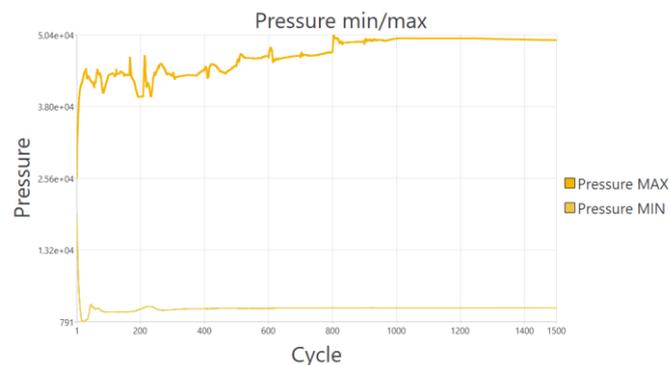


Figura 4.28: Andamento del massimo e minimo valore della pressione all'interno del dominio.

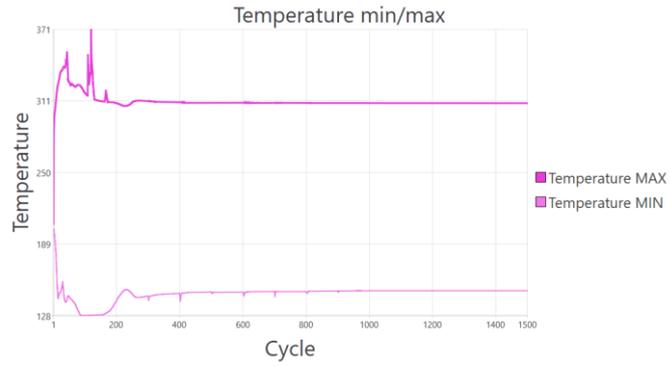


Figura 4.29: Andamento del massimo e minimo valore della temperatura all'interno del dominio.

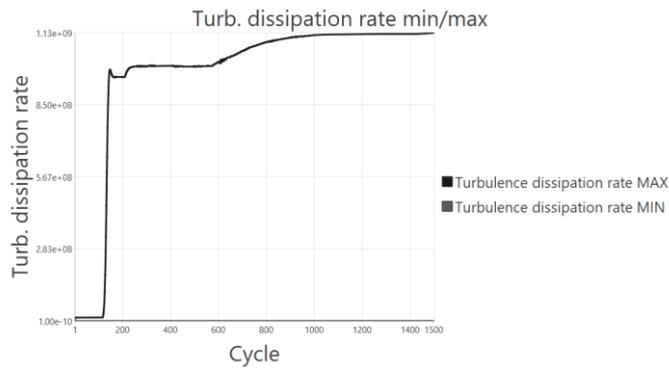


Figura 4.30: Andamento del massimo e minimo valore del tasso di dissipazione turbolenta all'interno del dominio.

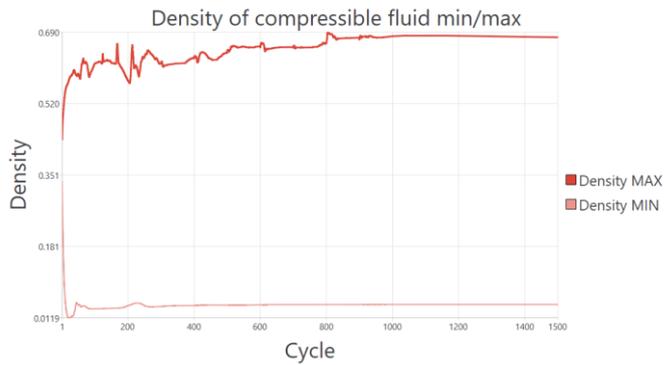


Figura 4.31: Andamento del massimo e minimo valore della densità all'interno del dominio.

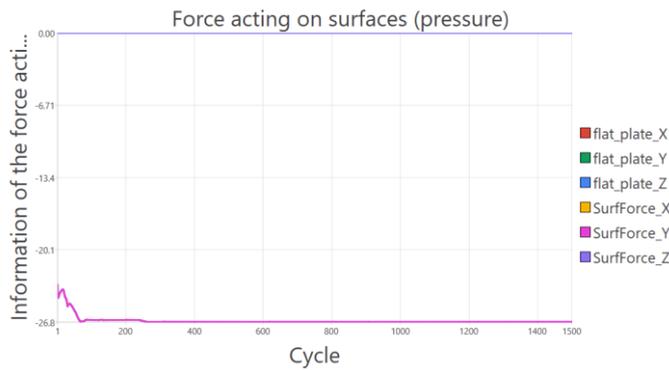


Figura 4.32: Andamento degli sforzi di pressione sulla lamina piana.

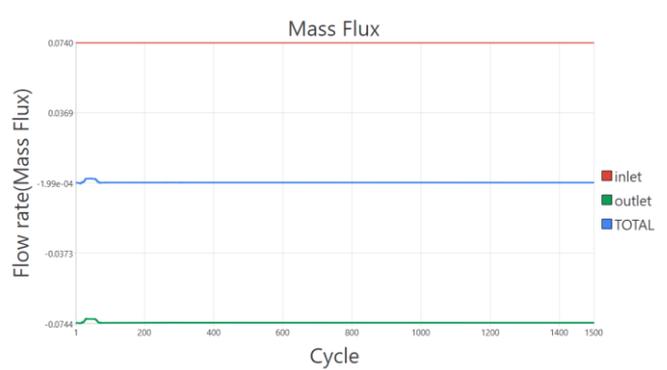


Figura 4.33: Andamento della portata d'aria all'interno del dominio.

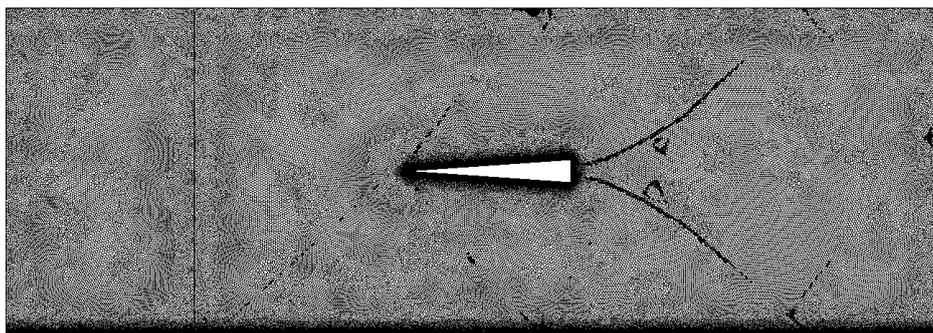
Tutte le grandezze monitorate durante la simulazione risultano avere un andamento costante, specialmente nella fase terminale della simulazione, dimostrando che esse siano andate a convergenza.

Al completamento della simulazione è stato avviato il *post-processing* di Cradle-scFLOW per la visualizzazione del fenomeno e dei risultati.

4.4.2.1 Verifica del dynamic mesh refinement

Nella Figura 4.34, 4.35 e 4.36 si riportano le rappresentazioni della mesh alle iterazioni 300, 600 e 1000 per comprenderne l'adattamento dinamico.

File : M1.47_L200_85k_correct-SSTkw_300.fph
 Cycle: 300
 Time : 0.000000



File : M1.47_L200_85k_correct-SSTkw_300.fph
Cycle: 300
Time : 0.000000

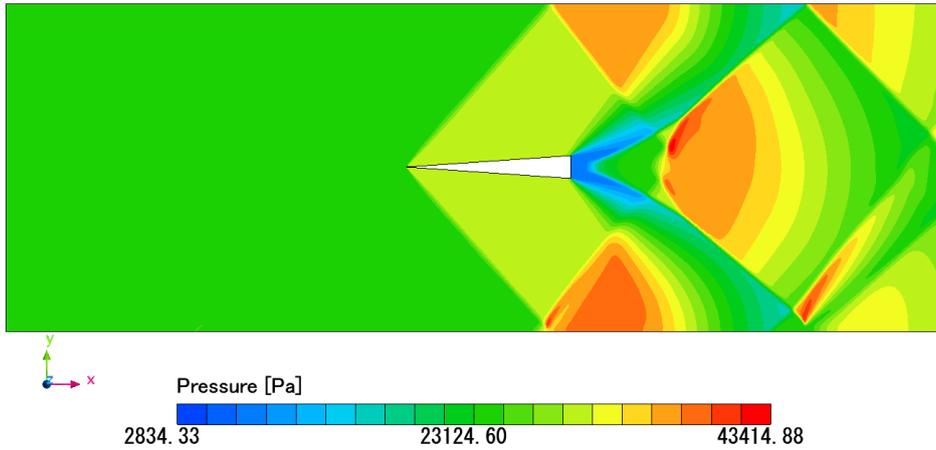
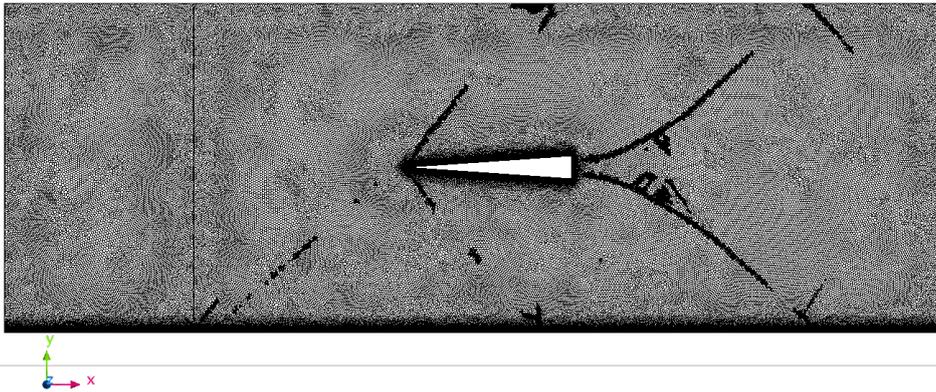


Figura 4.34: Mesh e campo di pressione dopo il primo adattamento al ciclo N°300.

File : M1.47_L200_85k_correct-SSTkw_600.fph
Cycle: 600
Time : 0.000000



File : M1.47_L200_85k_correct-SSTkw_600.fph
Cycle: 600
Time : 0.000000

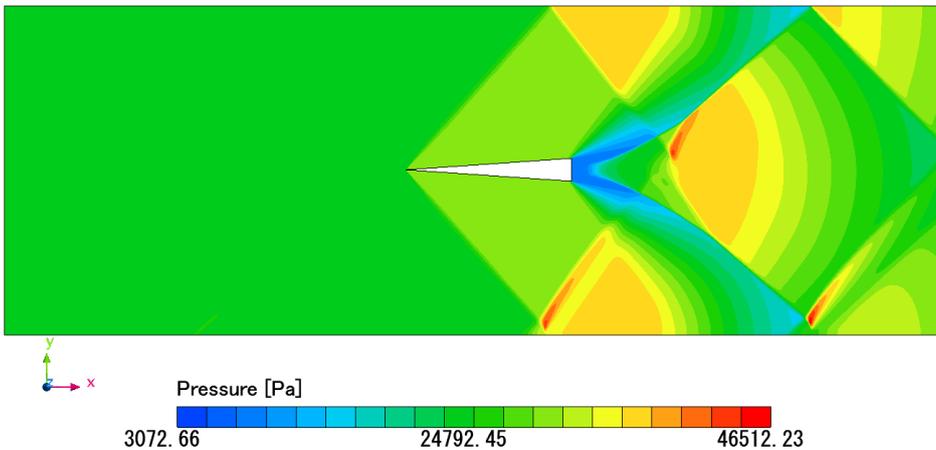
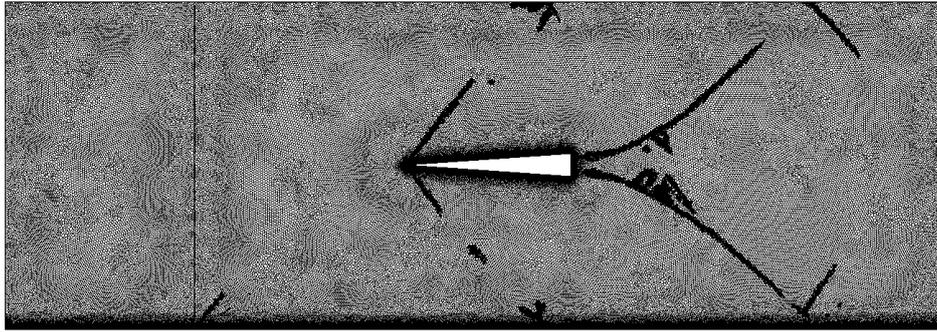
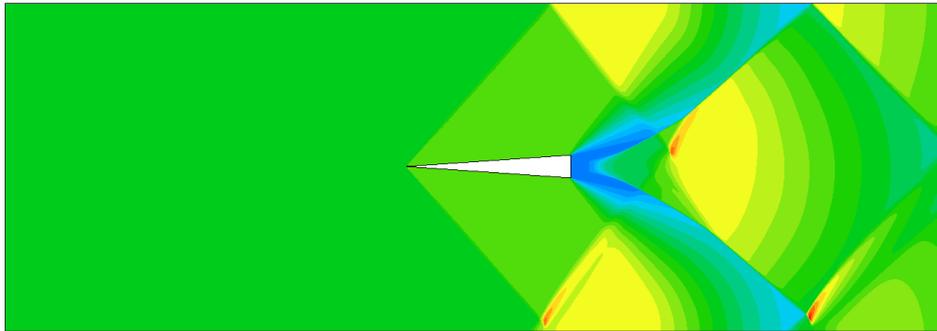


Figura 4.35: Mesh e campo di pressione dopo il 4° adattamento al ciclo N°600.

File : M1.47_L200_85k_correct-SSTkw_1000.fph
Cycle: 1000
Time : 0.000000



File : M1.47_L200_85k_correct-SSTkw_1000.fph
Cycle: 1000
Time : 0.000000



Pressure [Pa]
3169.75 26480.32 49790.89

Figura 4.36: Mesh e campo di pressione finale dopo l'ultimo adattamento al ciclo N°1000.

Si noti come il suddetto metodo di adattamento della mesh riesca effettivamente a cogliere gli urti e la infittisca in quelle zone, al fine di migliorarne la visualizzazione finale. In Figura 4.37 si riporta invece il campo di moto al termine della simulazione, dove esso risulta essere più accurato, specialmente nella zona di interazione tra urto e strato-limite. Anche il campo a valle, zona in cui si evidenzia un'ulteriore riflessione a parete dell'urto generato dalla scia del cono, mostra una maggior accuratezza.

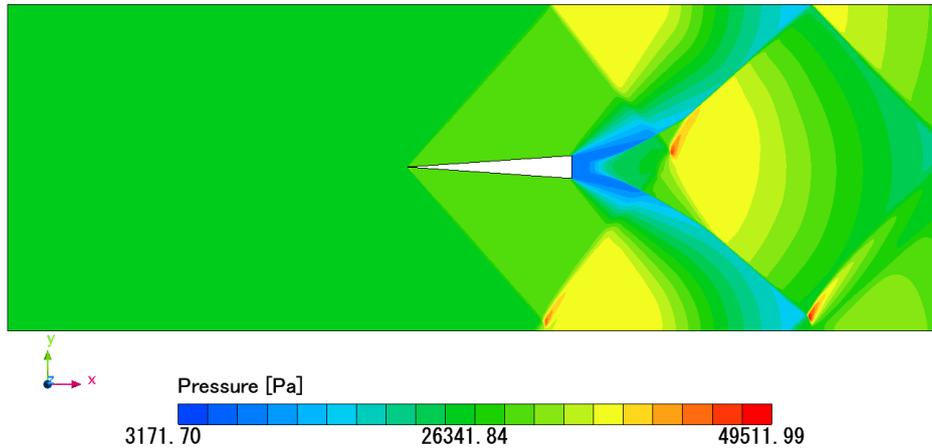


Figura 4.37: Campo di pressione al ciclo finale 1500.

Per validare tale procedimento è stata effettuata un'analisi sulla convergenza dei valori di pressione statica a parete, estrapolati per 3 iterazioni di adattamento di mesh (1°, 3° e 7° adattamento). Di conseguenza sono stati posti a confronto tra loro e in relazione ai risultati sperimentali (Figura 4.38).

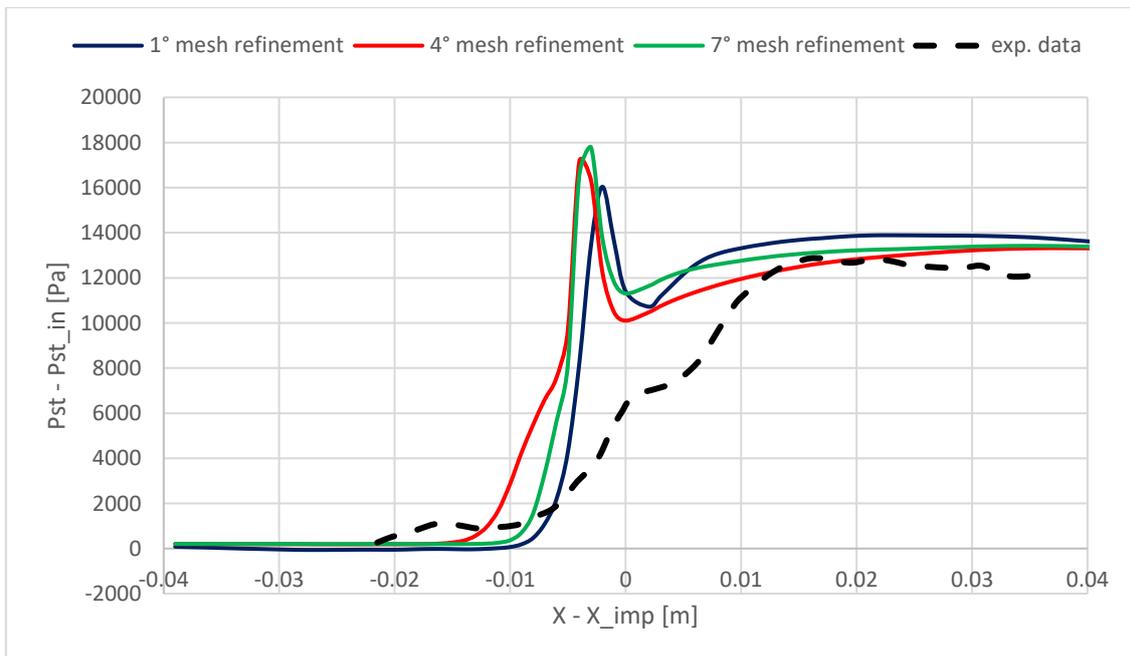


Figura 4.38: Modello SST - $k\omega$: andamento della pressione a parete per i 3 adattamenti della mesh.

Si noti come le curve della pressione si avvicinino avendo un andamento via via più simile tra loro. Il salto di pressione osservato sperimentalmente è mantenuto dalle simulazioni RANS SST - $k\omega$, e l'adattamento della mesh migliora l'accostamento alla curva sperimentale. Si osserva, tuttavia, un picco di pressione in prossimità del punto di impatto. È possibile questo sia dovuto alla riflessione dell'urto dopo l'interazione con lo strato limite, dal quale partono una serie di urti (o onde di compressione) che innalzano il valore di pressione in prossimità della

parete. Tale fenomeno è visibile dal *contour* di pressione riportato in Figura 4.37. Nella zona di impatto è presente un'area (rossa) con un ulteriore incremento di pressione.

Una visualizzazione più identificativa degli urti è mostrata nella Figura 4.39 attraverso la variabile *pseudo-Schlieren*, che simula la visualizzazione ottica Schlieren.

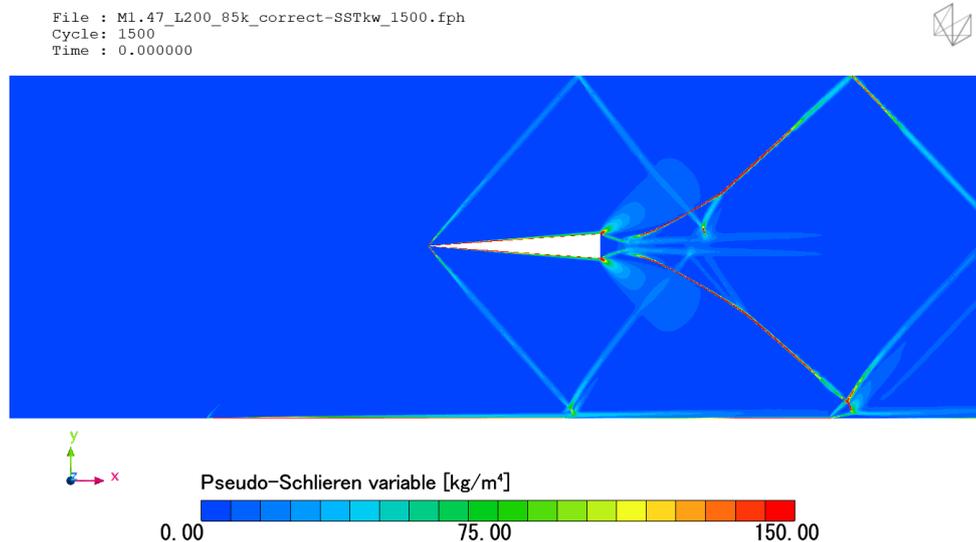


Figura 4.39: Pseudo-Schlieren variable al ciclo 1500.

Si noti come l'interazione urto-strato limite e la riflessione dell'urto siano ben visibili. Il campo di moto e la sequenza di riflessioni degli urti sulla parete superiore del dominio riguardano un flusso non viscoso a parete.

4.4.2.2 Distribuzione di y^+ sulle pareti

A seguito delle impostazioni impartite in fase di *pre-processing* per la stima del calcolo di y^+ sulle pareti viscosi, le Figure 4.40 e 4.41 mostrano i grafici della distribuzione di y^+ sulla lamina piana e sul cuneo, accompagnati dalle visualizzazioni sulle superfici ottenuti dal *post-processing* (Figura 4.42 e 4.43).

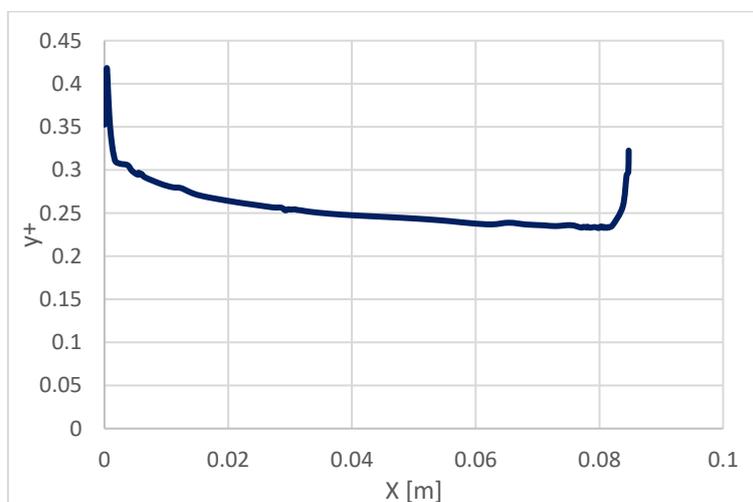


Figura 4.40: Andamento di y^+ lungo la parete inferiore del cono.

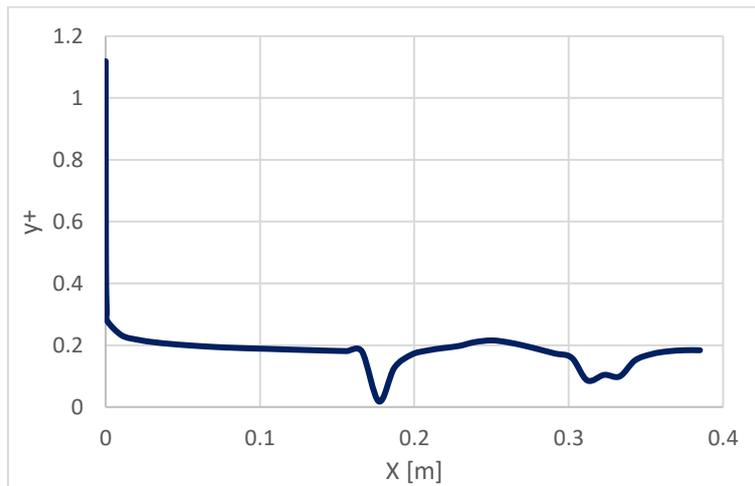


Figura 4.41: Andamento di y^+ lungo la parete della lamina piana.

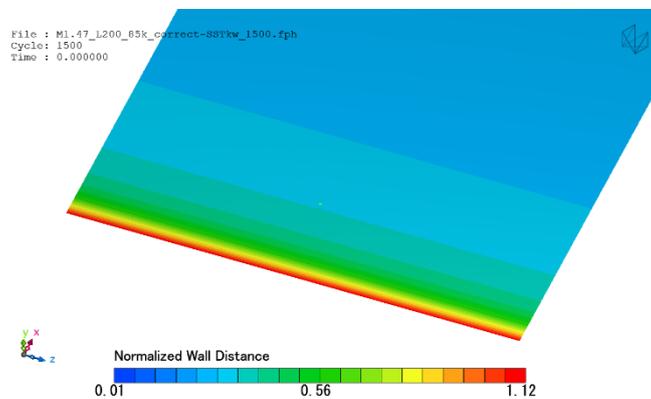


Figura 4.42: Dettaglio della distribuzione di y^+ sul bordo di attacco della lamina piana.

Si noti come l'andamento di y^+ sulla lamina piana rispetti le condizioni impostate ($y^+ < 1$) a eccezione del bordo di attacco, dove si raggiunge un valore massimo di $y^+ = 1.2$, comunque ritenuto accettabile, considerando che il bordo di attacco di qualunque profilo costituisce un punto critico.

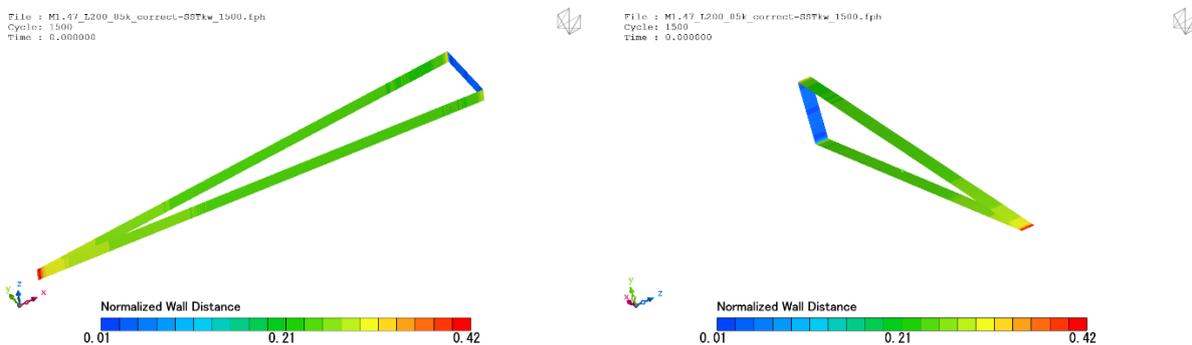


Figura 4.43: Andamento di y^+ sulle pareti del cono. (a) una vista laterale con la parete inferiore in primo piano, (b) una vista dall'alto.

4.4.2.3 Regime strato limite

Questa configurazione del test sperimentale osserva uno strato limite di transizione nella zona di impatto dell'urto con lo strato limite. Nella Figura 4.44 si mostra la visualizzazione ottenuta in *post-processing* del rapporto tra la viscosità turbolenta e quella molecolare.

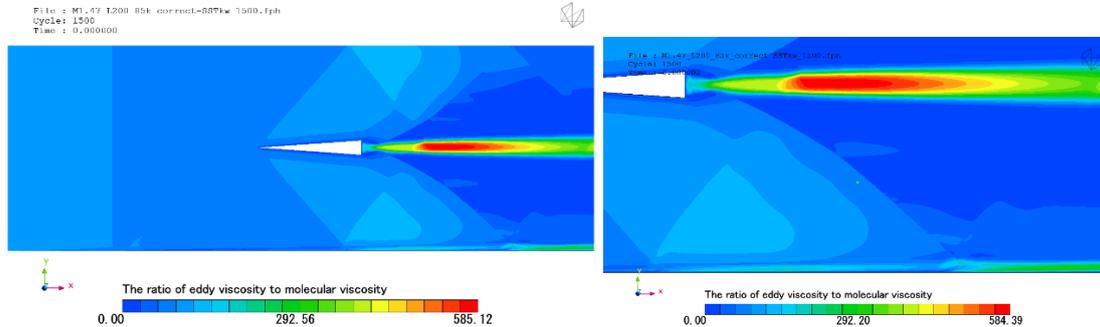


Figura 4.44: Andamento dell'effetto della turbolenza all'interno del dominio (a) e zoom sulla zona di interazione (b).

Si noti come il flusso in prossimità della zona di impatto non sia del tutto turbolento, mentre risulti sviluppato nella scia del cuneo e nella seconda di interazione tra l'urto generato dalla scia e lo strato limite.

4.4.3 Simulazione RANS Spalart-Allmaras

La simulazione con il modello RANS a un'equazione Spalart-Allmaras è stata effettuata per un numero di iterazioni pari a 1500, utilizzando le stesse impostazioni della fase di *pre-processing*, a meno dell'indice di crescita dello spessore degli strati di prismi a parete, imposto al 10%. Con tale accorgimento si assicura una corretta distribuzione del valore di y^+ sulla lamina. Si riportano i grafici di monitoring della convergenza e delle grandezze fisiche osservate durante lo svolgimento della simulazione. Si noti come tutte le grandezze vadano a convergenza, specialmente a seguito dell'adattamento della mesh iniziale, ottenendo un errore di convergenza medio delle grandezze pari a $10^{-5} / 10^{-6}$ (minore rispetto al caso studiato in precedenza senza affinamento automatico).

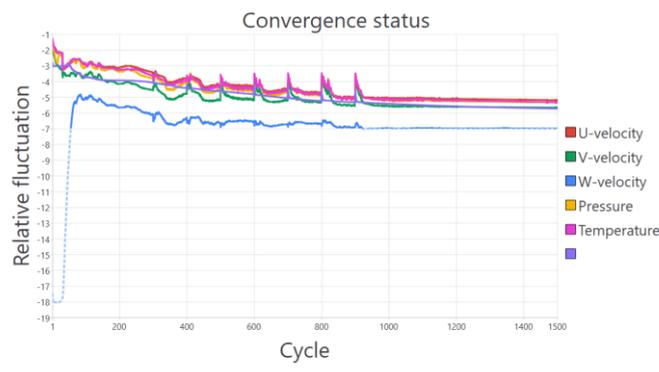


Figura 4.45: Stato di convergenza per le principali grandezze al variare del numero di cicli.

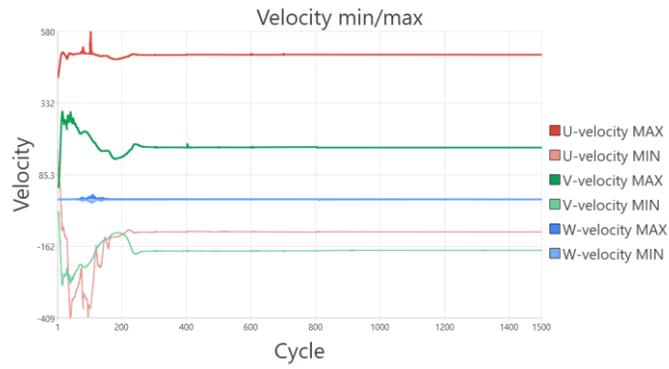


Figura 4.46: Andamento del minimo e massimo valore delle componenti di velocità.

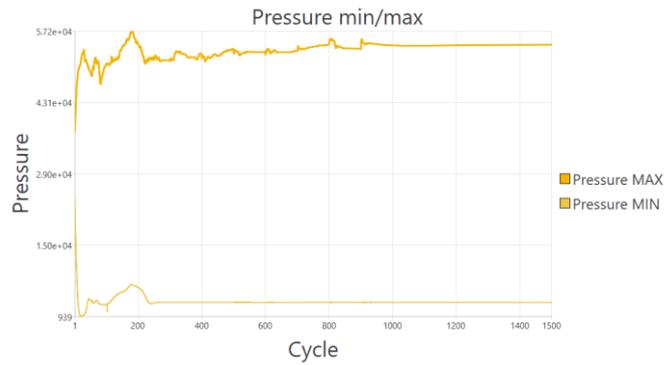


Figura 4.47: Andamento del minimo e massimo valore della pressione statica.

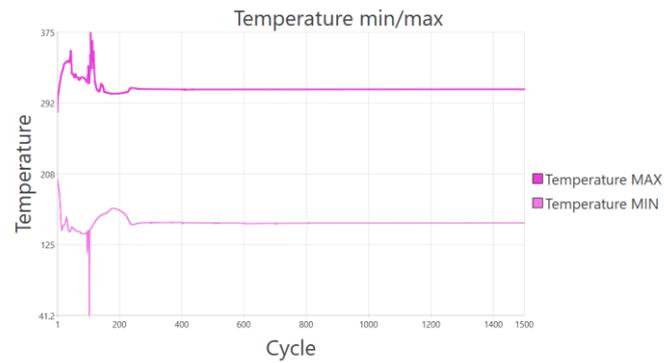


Figura 4.48: Andamento del minimo e massimo valore della temperatura.

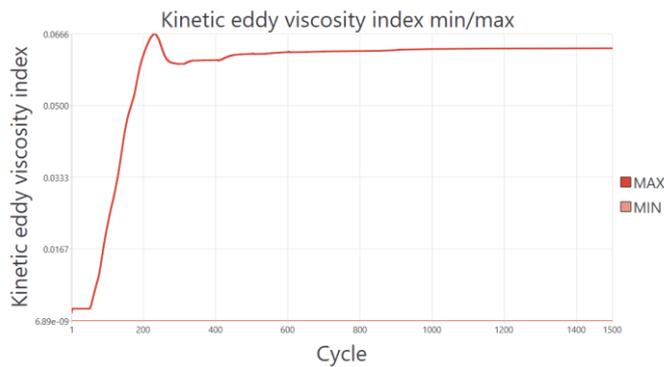


Figura 4.49: Andamento del minimo e massimo valore dell'indice di viscosità turbolenta.

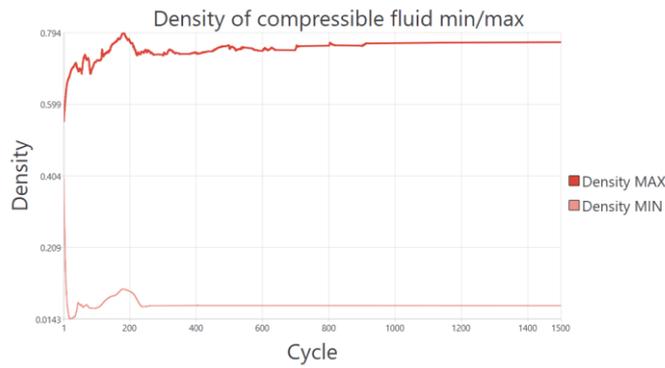


Figura 4.50: Andamento del minimo e massimo valore della densità dell'aria.

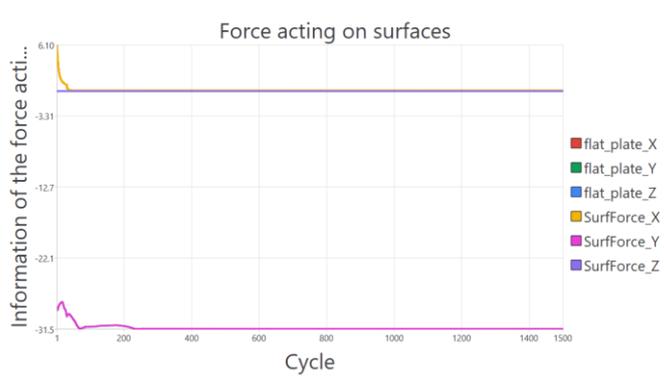


Figura 4.51: Andamento delle forze agenti sulla superficie della lamina piana.

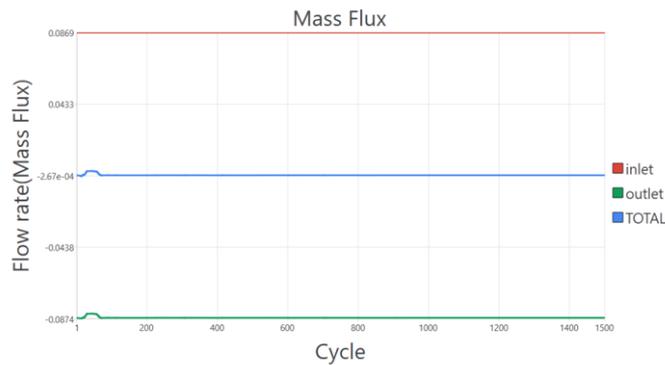


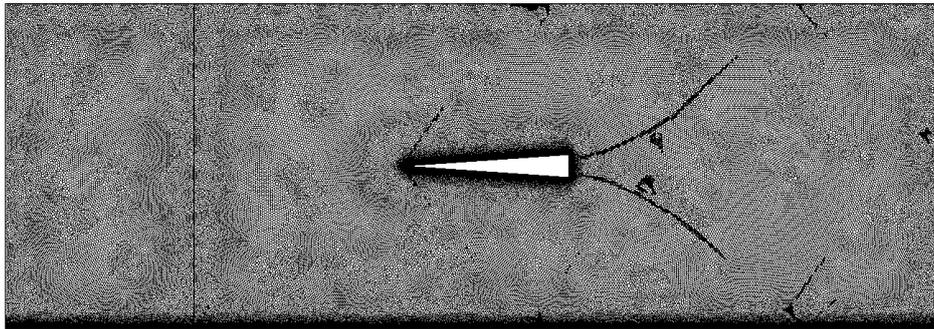
Figura 4.52: Andamento della portata in massa d'aria in ingresso e uscita.

Al completamento della simulazione si è avviato il *post-processing* di Cradle-scFLOW per l'elaborazione dei risultati.

4.4.3.1 Verifica del dynamic mesh refinement

Nella Figura 4.53, 4.54 e 4.55 si riportano le rappresentazioni della mesh alle iterazioni 300, 600 e 1000 per comprenderne l'adattamento dinamico.

File : M1.47_L200_100k_Spalart_1.1rate_300.fph
Cycle: 300
Time : 0.000000



File : M1.47_L200_100k_Spalart_1.1rate_300.fph
Cycle: 300
Time : 0.000000

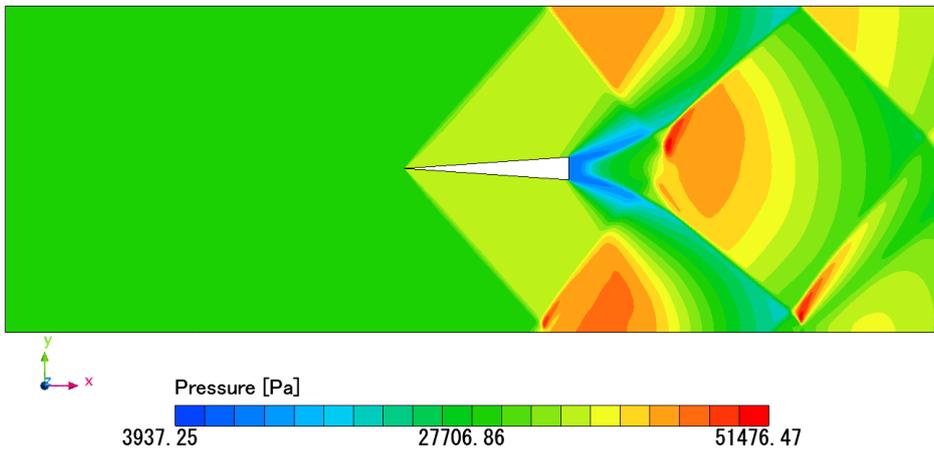
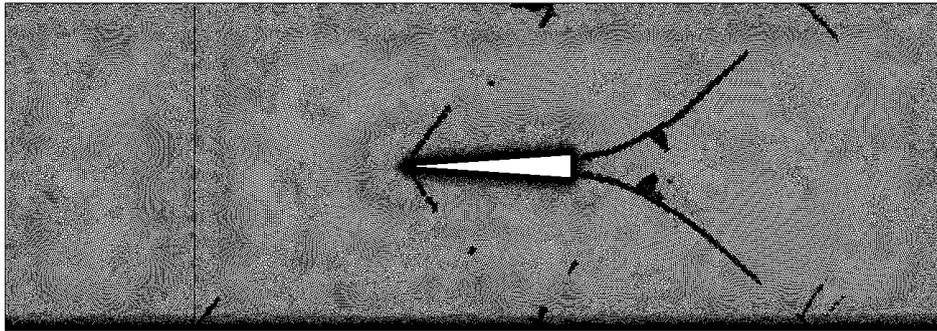


Figura 4.53: Mesh e campo di pressione dopo il primo adattamento al ciclo N°300.

File : M1.47_L200_100k_Spalart_1.1rate_600.fph
Cycle: 600
Time : 0.000000



File : M1.47_L200_100k_Spalart_1.1rate_600.fph
Cycle: 600
Time : 0.000000

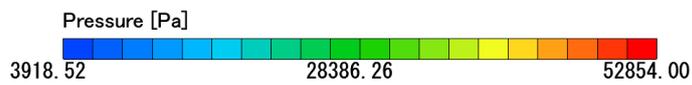
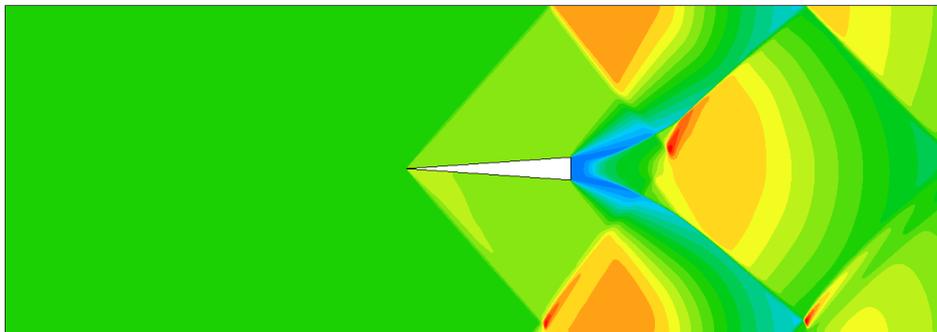
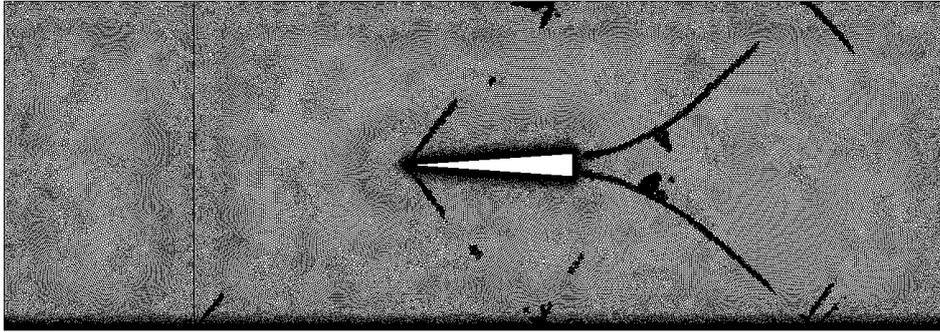


Figura 4.54: Mesh e campo di pressione dopo il 4° adattamento al ciclo N°600.

File : M1.47_L200_100k_Spalart_1.1rate_1000.fph
Cycle: 1000
Time : 0.000000



File : M1.47_L200_100k_Spalart_1.1rate_1000.fph
Cycle: 1000
Time : 0.000000

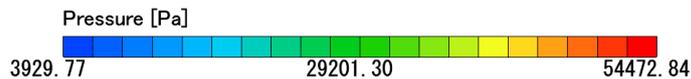
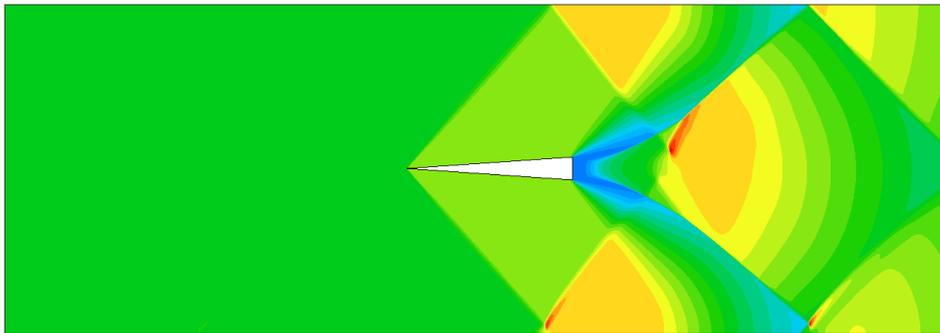
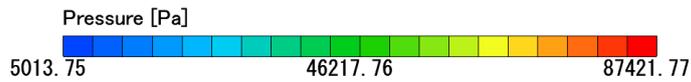
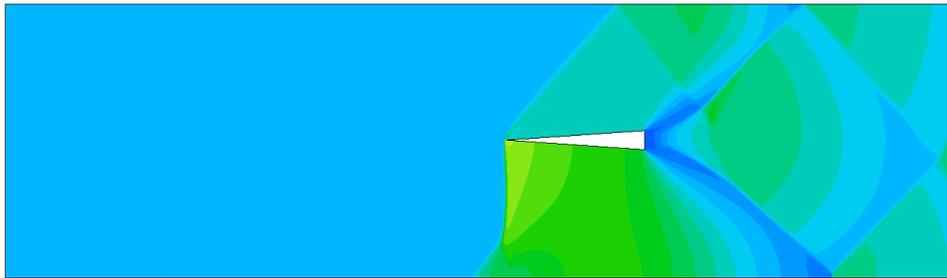


Figura 4.55: Mesh e campo di pressione finale dopo l'ultimo adattamento al ciclo N°1000.

Anche in questo caso il metodo di adattamento della mesh riesce a cogliere gli urti e a infittirla in quelle zone, al fine di migliorarne la visualizzazione finale. In Figura 4.56 si riporta invece il campo di moto al termine della simulazione, posto a confronto con quello ottenuto senza l'analisi di adattamento della mesh in precedenza nel paragrafo 4.2. Si noti come esso risulta essere ben più accurato, specialmente nella zona di interazione tra urto e strato-limite. Di conseguenza anche il campo di moto a valle dell'interazione risulta più accurato del precedente e valida ancora una volta il metodo di analisi scelto.

File : M1.47_L100_fine_centered_85k-Spalart_1500.fph
Cycle: 1500
Time : 0.000000



File : M1.47_L200_100k_Spalart_1.1rate_1500.fph
Cycle: 1500
Time : 0.000000

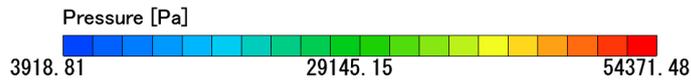
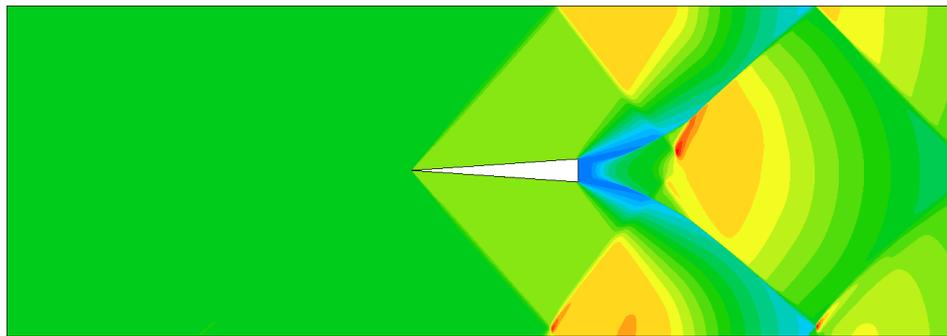


Figura 4.56: (a) Campo di pressione ottenuto senza mesh adaptation; (b) campo di pressione al ciclo finale 1500.

Per validare tale procedimento è stata effettuata un'analisi sulla convergenza dei valori di pressione statica a parete, estrapolati per 3 iterazioni di adattamento di mesh (1°, 3° e 7° adattamento). Di conseguenza sono stati posti a confronto tra loro e in relazione ai risultati sperimentali (Figura 4.57).

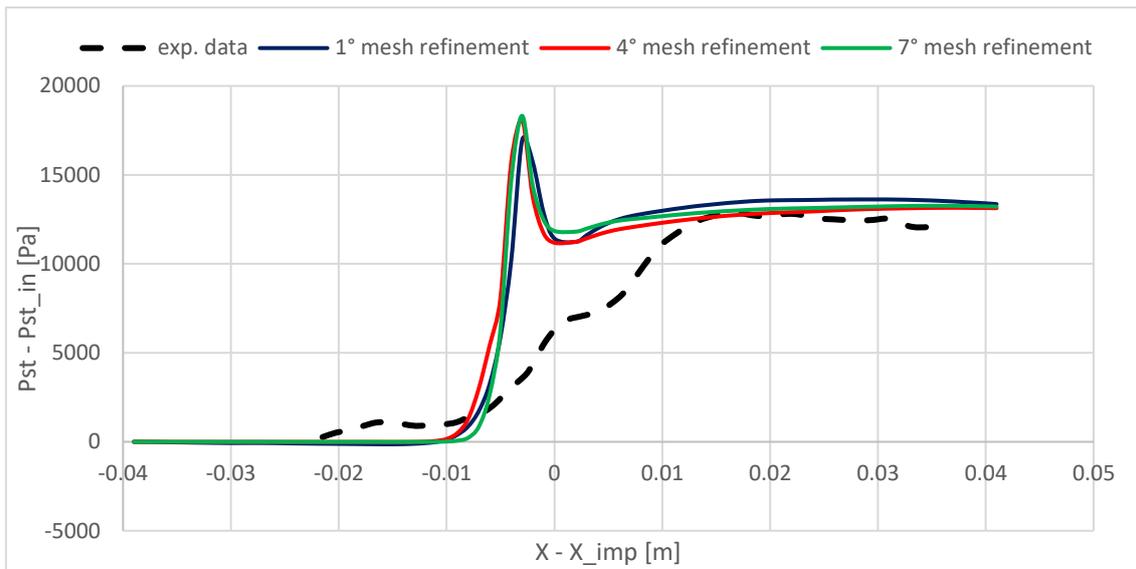


Figura 4.57: Modello S-A: andamento della pressione a parete per i 3 adattamenti della mesh.

Si noti come le curve della pressione siano molto simili tra loro. Il salto di pressione osservato sperimentalmente è mantenuto dalle simulazioni RANS Spalart-Allmaras, così come si era ottenuto per il modello $SST - k\omega$, e l'adattamento della mesh migliora l'accostamento alla curva sperimentale. Anche in questo caso si osserva, comunque, un picco di pressione in prossimità del punto di impatto dell'urto.

Una visualizzazione più identificativa degli urti è mostrata nella Figura 4.58 attraverso la variabile *pseudo-Schlieren*.

File : M1.47_L200_100k_Spalart_1.1rate_1500.fph
 Cycle: 1500
 Time : 0.000000

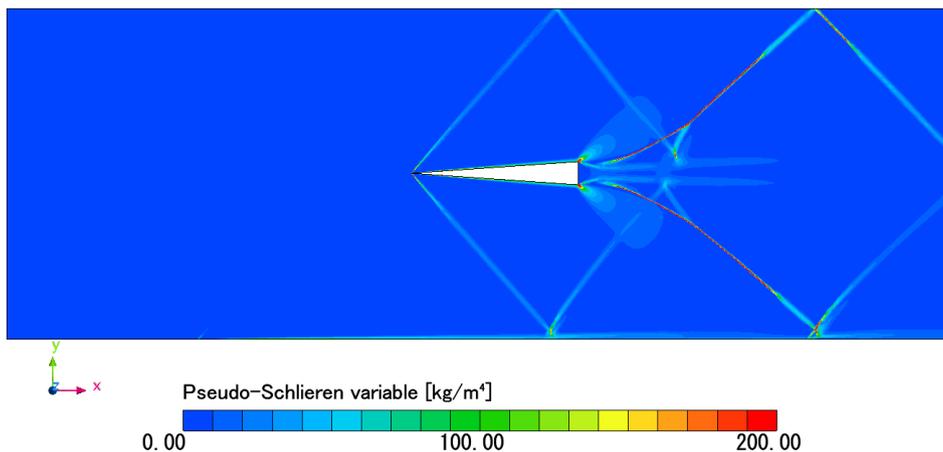


Figura 4.58: Pseudo-Schlieren variable al ciclo 1500.

4.4.3.2 Distribuzione di y^+ sulle pareti

Dopo aver stimato il calcolo di y^+ sulle pareti viscose in fase di *pre-processing*, le Figure 4.59 e 4.60 raffigurano i grafici della distribuzione di y^+ sul cuneo e sulla lamina piana, seguiti dalle visualizzazioni sulle superfici ottenuti dal *post-processing* (Figura 4.61 e 4.62).

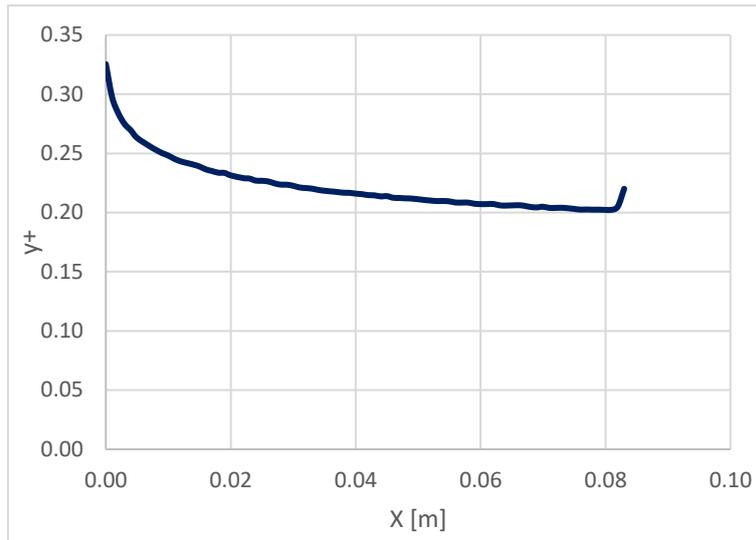


Figura 4.59: Andamento di y^+ lungo la parete inferiore del cono.

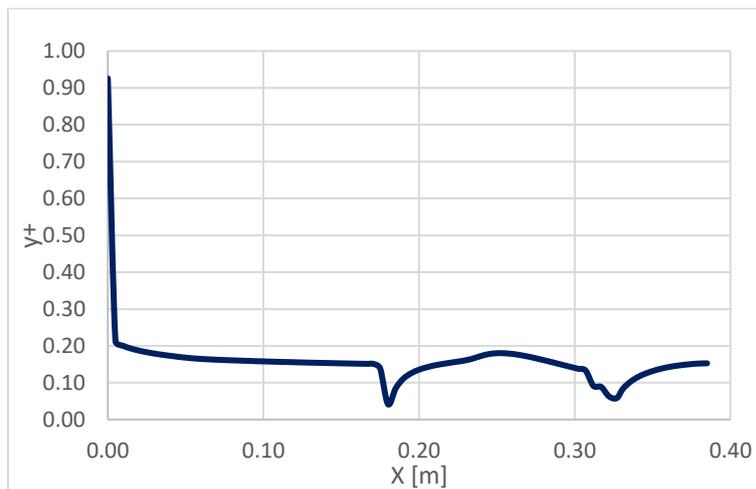


Figura 4.60: Andamento di y^+ lungo la parete della lamina piana.

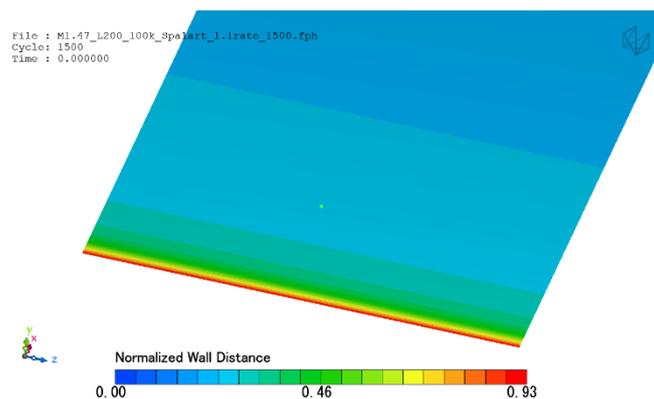


Figura 4.61: Dettaglio della distribuzione di y^+ sul bordo di attacco della lamina piana.

Rispetto al modello SST- $k\omega$ il modello Spalart-Allmaras ottiene una distribuzione migliore di y^+ , essendo al di sotto dell'unità sia per il cono sia per la totalità della lunghezza della lamina piana.

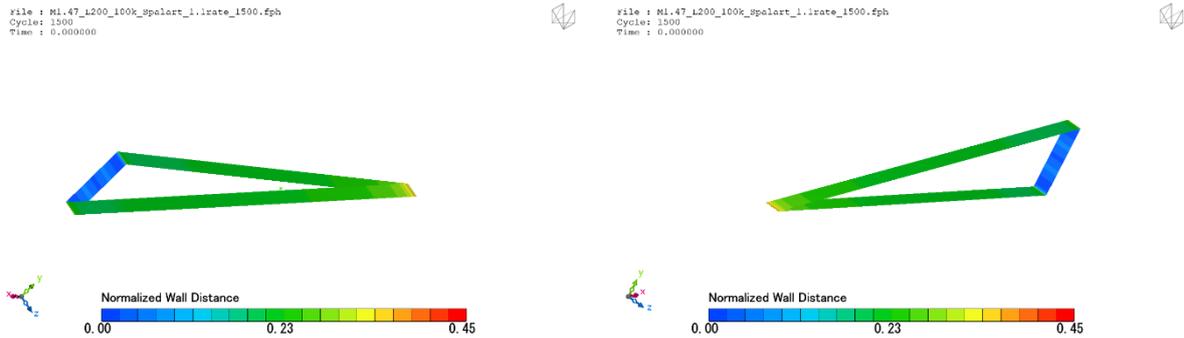


Figura 4.62: Andamento di y^+ sulle pareti del cuneo. (a) una vista laterale con la parete inferiore in primo piano, (b) una vista dall'alto.

4.4.3.3 Regime strato limite

Tale conformazione del test sperimentale mostra uno strato limite di transizione nella zona di impatto dell'urto con lo strato limite. In Figura 4.63 si illustra la visualizzazione del rapporto tra la viscosità turbolenta e quella molecolare ottenuta in *post-processing*.

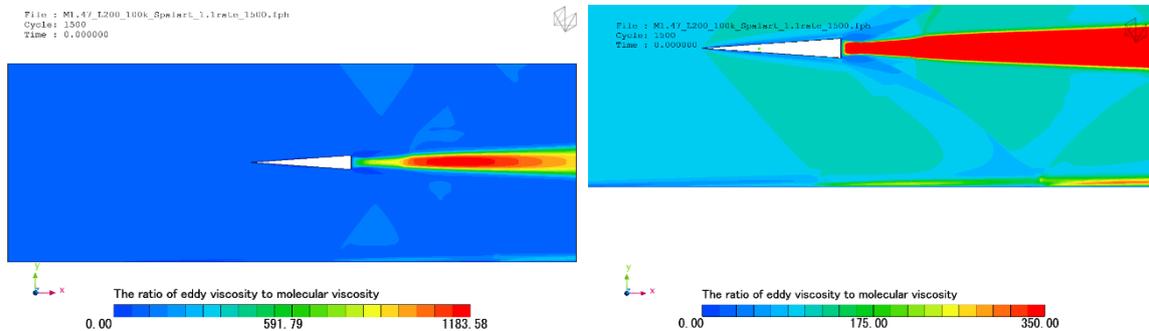


Figura 4.63: Andamento dell'effetto della turbolenza all'interno del dominio (a) e zoom sulla zona di interazione (b).

Si noti come il flusso in prossimità della zona di impatto sia effettivamente in una zona di transizione turbolenta, a differenza dello strato limite della lamina a monte dell'urto incidente, dove il rapporto tra le viscosità risulta essere inferiore. La zona di interazione risulta meno turbolenta rispetto alla scia del cuneo e alla zona dell'impatto del secondo urto generato dalla stessa scia.

4.4.4 Simulazione RANS Realizable $k - \varepsilon$

La simulazione con il modello RANS Realizable $k - \varepsilon$ è stata effettuata per un numero di iterazioni pari a 1500, utilizzando sempre le stesse impostazioni della fase di *pre-processing* del modello $SST - k\omega$. Si riportano i grafici di monitoring della convergenza e delle grandezze fisiche analizzate durante lo svolgimento della simulazione.

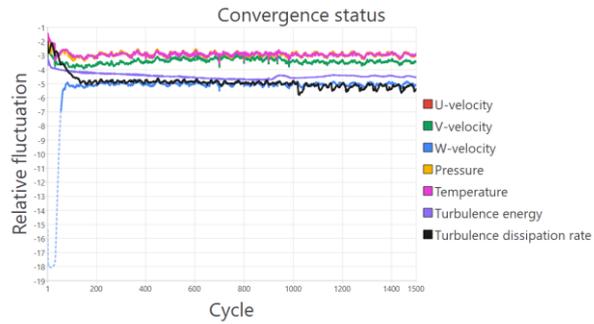


Figura 4.64: Stato di convergenza per le principali grandezze al variare del numero di cicli.

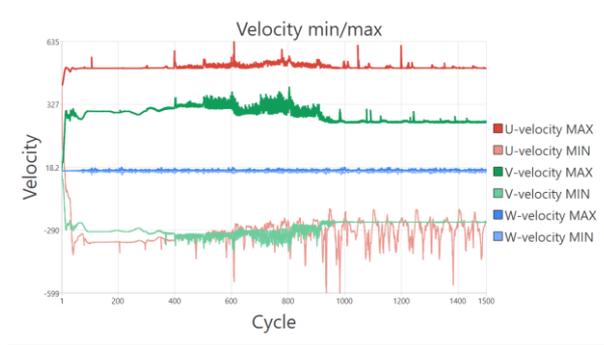


Figura 4.65: Andamento del minimo e massimo valore delle componenti di velocità.

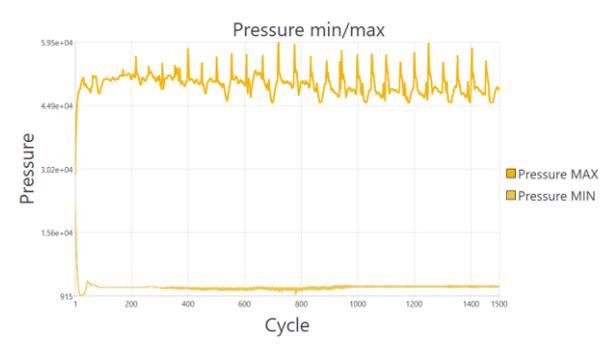


Figura 4.66: Andamento del minimo e massimo valore della pressione statica.

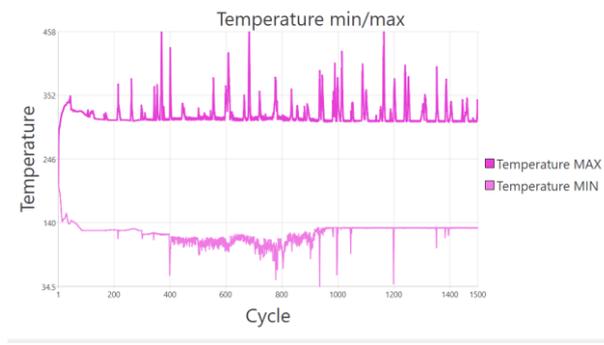


Figura 4.67: Andamento del minimo e massimo valore della temperatura.

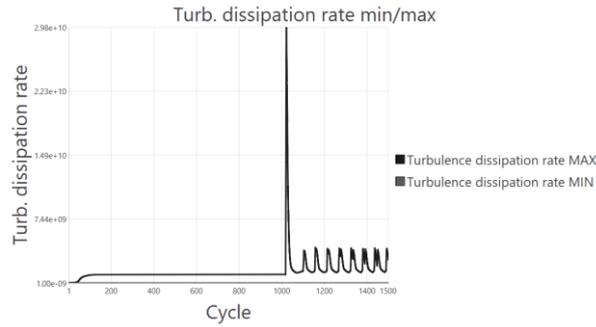


Figura 4.68: Andamento del minimo e massimo valore dell'indice di dissipazione turbolenta.

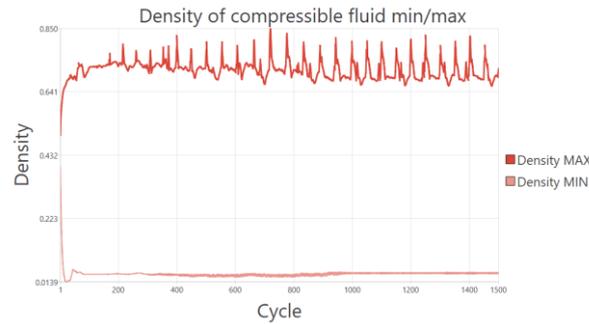


Figura 4.69: Andamento del minimo e massimo valore della densità dell'aria.

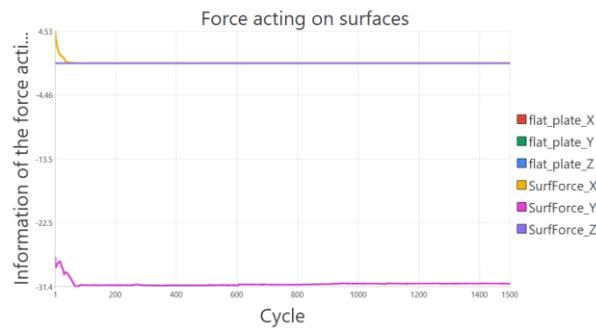


Figura 4.70: Andamento delle forze agenti sulla superficie della lamina piana.

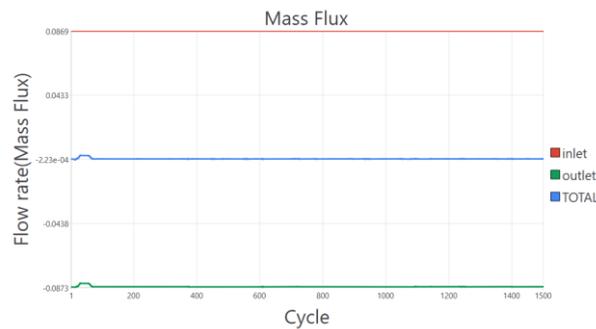


Figura 4.71: Andamento della portata in massa d'aria in ingresso e uscita.

Si osservi come i grafici di convergenza delle variabili e la maggior parte degli andamenti delle grandezze siano decisamente meno stabili rispetto ai modelli $SST - k\omega$ e Spalart Allmaras. L'errore di convergenza delle variabili è compreso tra 10^{-2} e 10^{-3} .

Al completamento della simulazione si è avviato il *post-processing* di Cradle-scFLOW per l'elaborazione dei risultati.

4.4.4.1 Verifica del dynamic mesh refinement

Nella Figura 4.72, 4.73 e 4.74 si riportano le rappresentazioni della mesh alle iterazioni 300, 600 e 1000 per comprenderne l'adattamento dinamico.

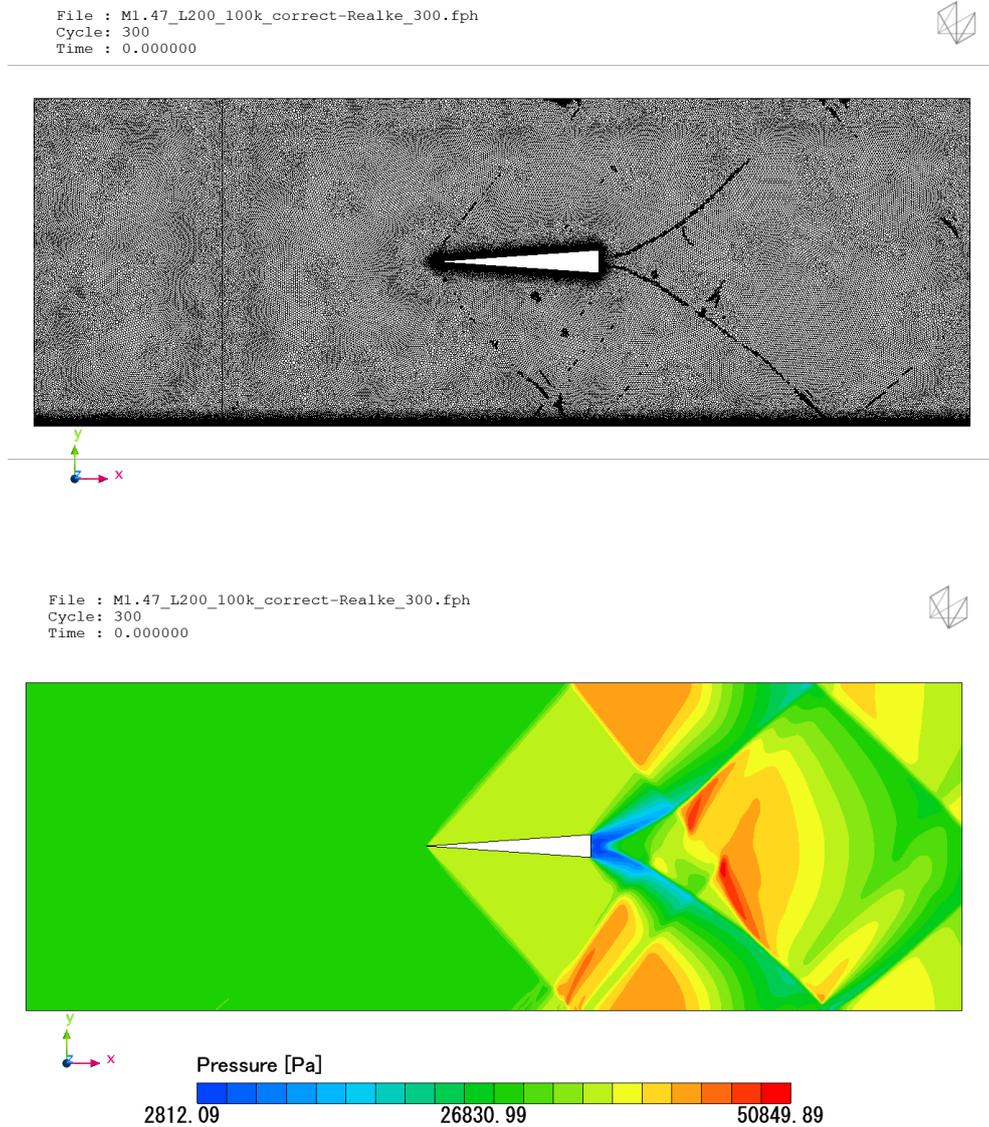
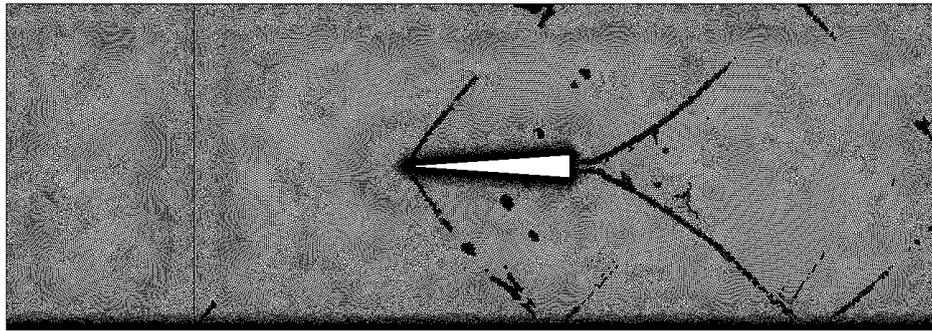
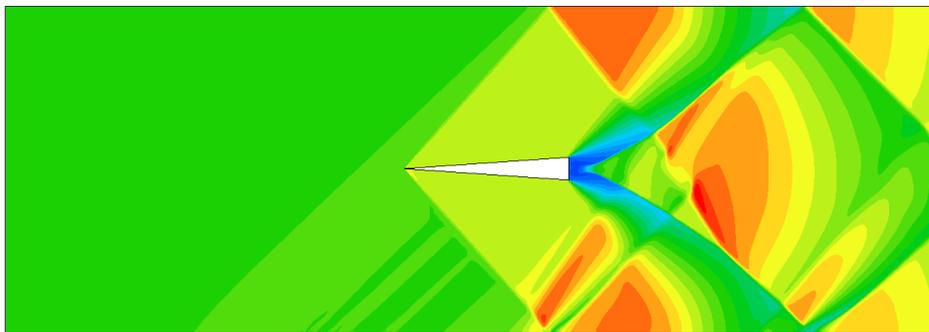


Figura 4.72: Mesh e campo di pressione dopo il primo adattamento al ciclo N°300.

File : M1.47_L200_100k_correct-Realke_600.fph
Cycle: 600
Time : 0.000000



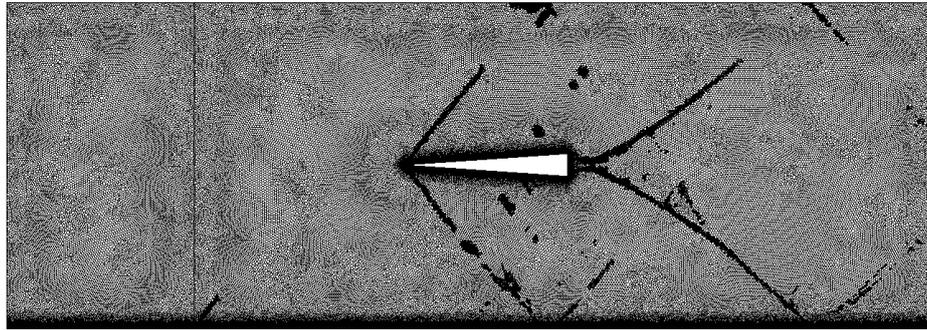
File : M1.47_L200_100k_correct-Realke_600.fph
Cycle: 600
Time : 0.000000



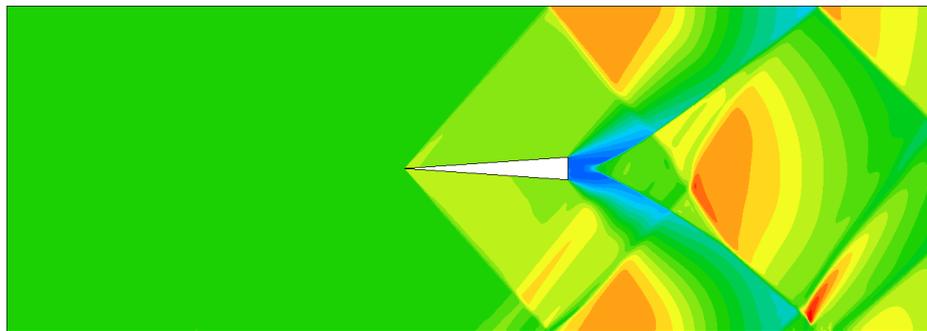
Pressure [Pa]
2737.62 26155.43 49573.24

Figura 4.73: Mesh e campo di pressione dopo il 4° adattamento al ciclo N°600.

File : M1.47_L200_100k_correct-Realke_1000.fph
Cycle: 1000
Time : 0.000000



File : M1.47_L200_100k_correct-Realke_1000.fph
Cycle: 1000
Time : 0.000000



Pressure [Pa]
2962.49 27553.52 52144.56

Figura 4.74: Mesh e campo di pressione finale dopo l'ultimo adattamento al ciclo N°1000.

Per questa simulazione il metodo di adattamento della mesh, sebbene riesca a cogliere gli urti generati dal bordo d'attacco del cuneo e l'impatto di quello inferiore con la parete della lamina, non ottiene una discreta visualizzazione del campo di moto, che appare distorto e non conforme alla realtà sperimentale. Dal confronto con i dati sperimentali riportato in Figura 4.75 si evince che l'adattamento della mesh non migliora l'approssimazione della pressione a parete, anzi accentua l'instabilità della pressione in prossimità del punto di impatto dell'urto. In Figura 4.76 si mostra il campo di moto al termine della simulazione, posto a confronto con quello ottenuto senza l'analisi di adattamento della mesh in precedenza nel paragrafo 4.2.

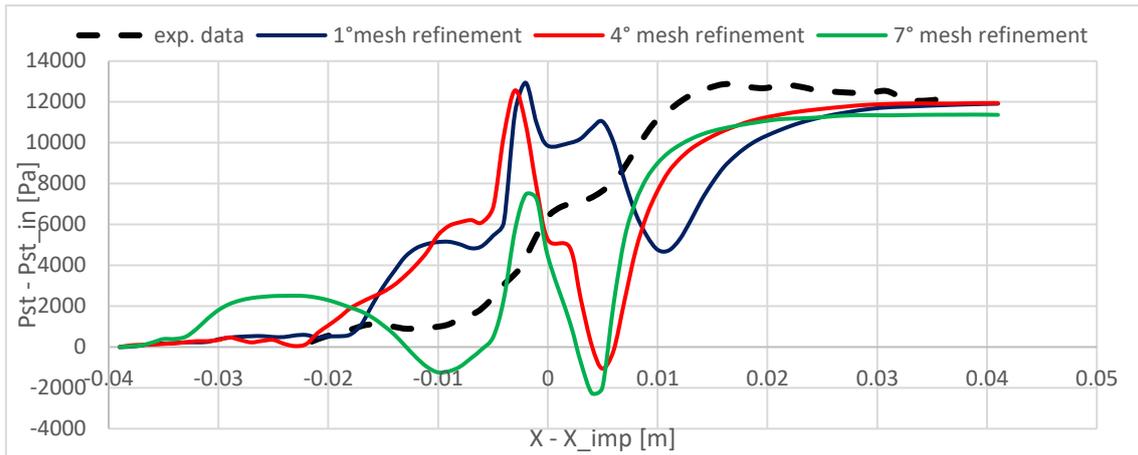
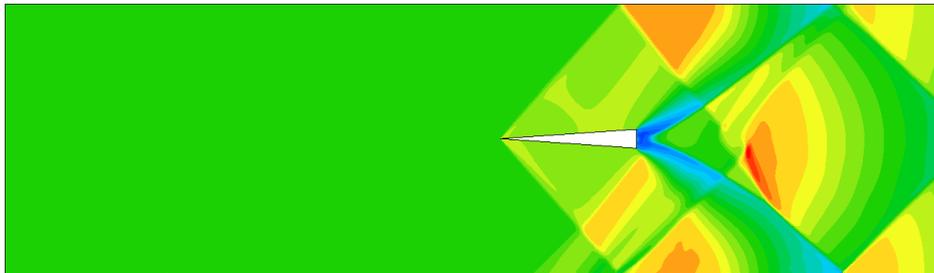


Figura 4.75: Modello Realiz. $k - \epsilon$: Andamento pressione statica a parete per i 3 modelli di adattamento della mesh.

File : M1.47_L100_fine_centered_85k-Realke_1500.fph
 Cycle: 1500
 Time : 0.000000



File : M1.47_L200_100k_correct-Realke_1500.fph
 Cycle: 1500
 Time : 0.000000

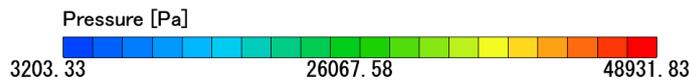
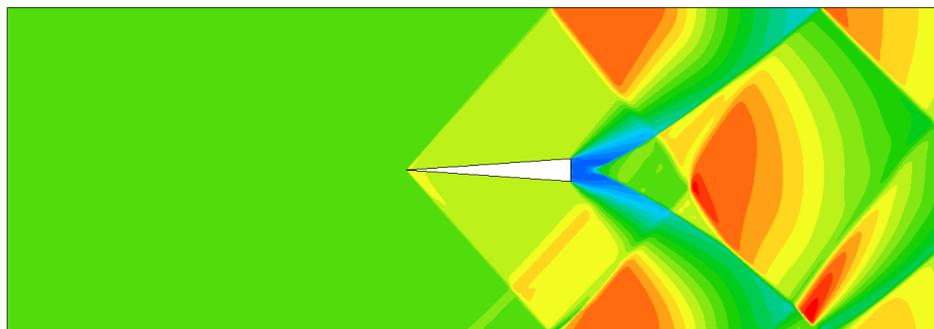


Figura 4.76: (a) Campo di pressione ottenuto senza mesh adaptation; (b) campo di pressione al ciclo finale 1500.

Nell'approssimazione del test sperimentale entrambe le simulazioni ottenute con il metodo Realizable $k - \epsilon$ ottengono un urto generato dalla parete della lamina nella zona a monte

dell'interazione e, probabilmente, l'interazione di tale fenomeno con il restante campo di moto influenza la soluzione approssimata. Esso inoltre inspessisce lo strato limite, andando a generare un'ampia zona di ricircolo in prossimità dell'interazione urto-strato limite. Nella Figura 4.77 è riportata la visualizzazione della variabile *pseudo-Schlieren*, in cui è maggiormente visibile il suddetto fenomeno. A causa di tale discrepanza si è deciso di abbandonare il modello Realizable $k - \varepsilon$ per la risoluzione del fenomeno.

File : M1.47_L200_100k_correct-Realke_1500.fph
 Cycle: 1500
 Time : 0.000000

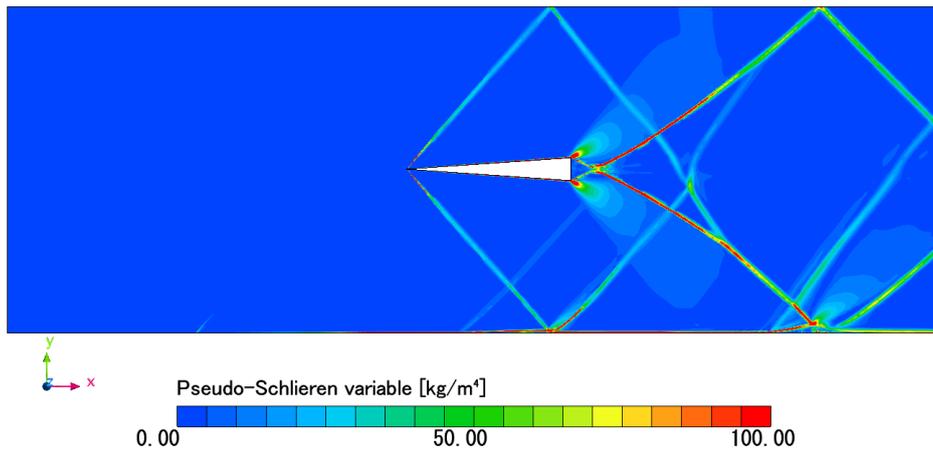


Figura 4.77: Pseudo-Schlieren variable al ciclo 1500.

4.4.5 Comparazione risultati modelli RANS

Al termine delle simulazioni con i diversi modelli RANS è stato costruito un grafico (Figura 4.78) che pone un confronto tra essi, con lo scopo di selezionarne uno con cui svolgere le altre simulazioni.

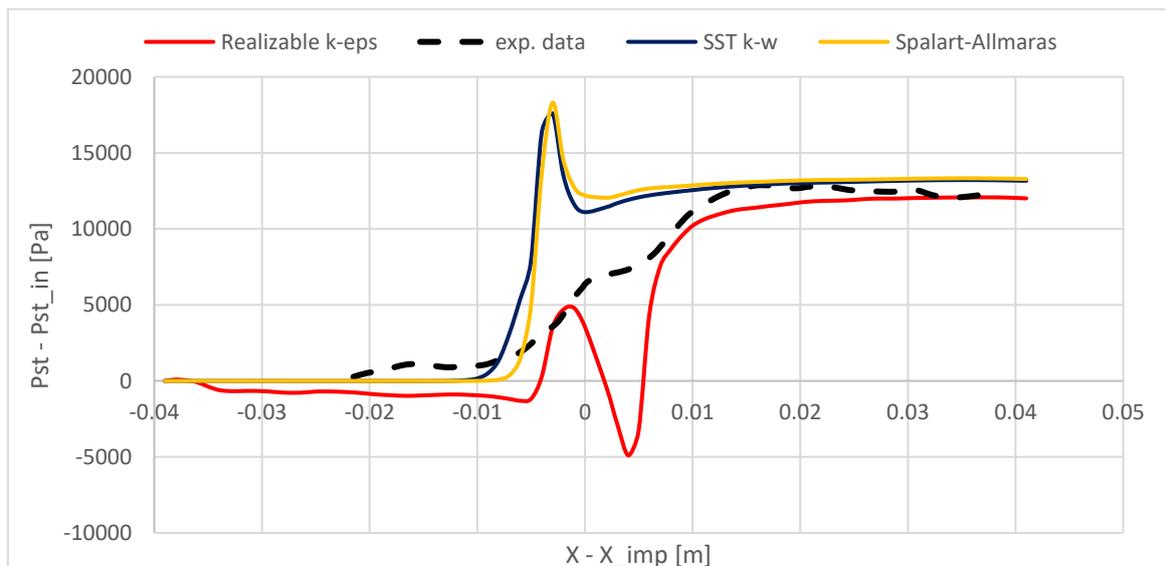


Figura 4.78: Confronto risultati tra le simulazioni con diversi modelli RANS.

È stato scelto il modello RANS $SST - k\omega$, nonostante quello Spalart-Allmaras dia una soluzione pressoché simile e altrettanto accettabile. La motivazione risiede nella stabilità della soluzione e nel costo computazionale; difatti il modello Spalart-Allmaras aveva ottenuto una convergenza delle variabili dell'ordine $10^{-5} / 10^{-6}$ utilizzando una variazione dello spessore degli strati di prismi del 10%. Ciò ha richiesto un maggior numero di strati per la discretizzazione dello strato limite e, di conseguenza, un maggior costo computazionale. Dunque, a parità di condizioni di *pre-processing*, il modello $SST - k\omega$ risulta essere il modello più stabile e dal minor costo computazionale.

4.5 Variazione della configurazione geometrica del test

Come descritto nel paragrafo 4.2 i test sperimentali di Polivanov (1) vertono su 3 diverse configurazioni, denominate L250, L200 e L100, con le quali si ottengono rispettivamente uno strato limite laminare, di transizione e turbolento, a causa della distanza tra il bordo di attacco della lamina e il punto di impatto dell'urto con il suo strato limite. Pertanto, nei paragrafi successivi saranno analizzati i modelli L250 e L100 e saranno poi comparati con i dati sperimentali.

4.5.1 Pre-processing

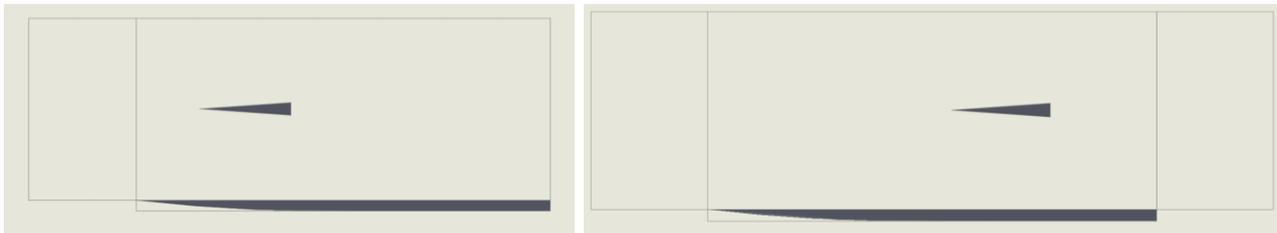


Figura 4.79: (a) a sinistra la geometria del modello L250; (b) a destra la geometria del modello L100

Le geometrie dei test in esame (Figura 4.79) sono caratterizzate dalla diversa distanza tra il bordo di attacco della lamina e quello del cuneo. In tal modo l'interazione tra urto e strato limite avviene alla coordinata longitudinale $x = 0.135$ m della lamina piana, per il modello L250 e $x = 235$ mm, per il modello L100. I test sperimentali in tali condizioni osservano rispettivamente uno strato limite in regime laminare e uno turbolento.

Nella Tabella 4.17 si riportano i valori iniziali delle grandezze. I calcoli effettuati per la determinazione delle variabili sono gli stessi svolti per i test visti in precedenza. Le condizioni del flusso esterno sono identiche, in quanto si richiede una pressione totale ambiente $P_0 = 85$ kPa.

	L250 e L100
	Valori
Temperatura amb. totale [K]	291
Temperatura amb. statica [K]	203.187
Pressione totale [Pa]	8.50E+04
Pressione statica [Pa]	2.42E+04
Densità [kg/m ³]	0.4145
Velocità del suono [m/s]	285.753
Velocità [m/s]	420.057
Viscosità dinamica [Pa*s]	1.35E-05
Reynolds flusso esterno	4.98E+06

Tabella 4.17: Definizione delle grandezze iniziali del dominio fisico.

4.5.1.1 Dominio e condizioni al contorno

Poiché in queste simulazioni è stata modificata soltanto la geometria importata sul software CFD, le impostazioni di *pre-processing* sulla definizione del dominio numerico (Figura 4.80), della suddivisione in regioni e delle relative condizioni al contorno sono uguali a quelle settate per il modello L200 studiato nel paragrafo 4.4.

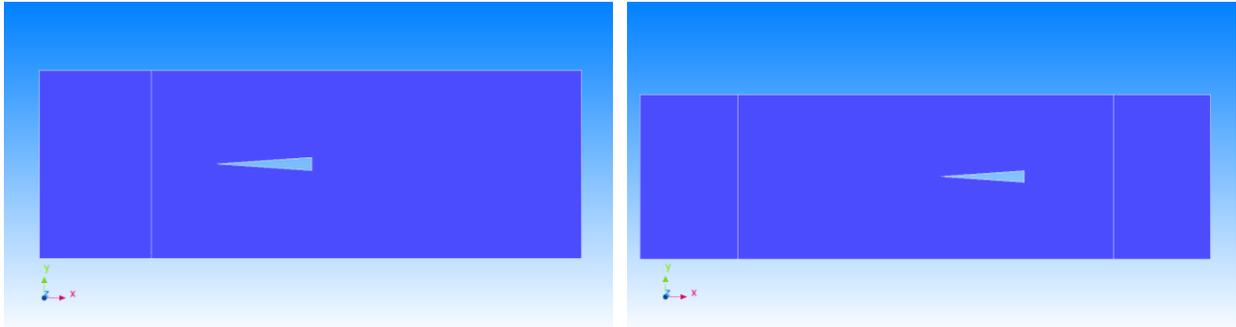


Figura 4.80 (a) a sinistra il dominio numerico del caso L250; (b) a destra il dominio numerico del caso L100.

4.5.1.2 Impostazioni di griglia e di mesh

Anche le impostazioni relative alla generazione della griglia e della mesh iniziale sono le medesime di quelle affrontate nel paragrafo 4.4. È stata selezionata la griglia *fine* ed è stata utilizzata la *Mesh Adaptation Analysis*, con le quali si sono ottenuti i modelli rappresentati dalla Figura 4.81.

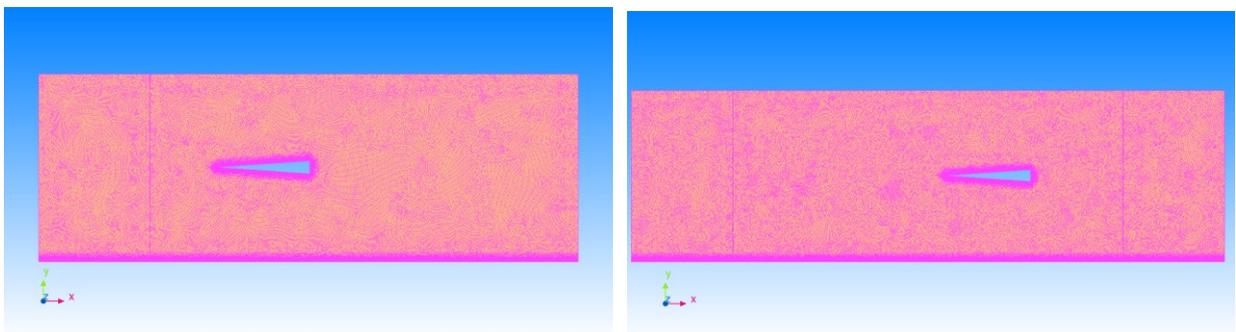


Figura 4.81: Mesh iniziale per il modello L250 a sinistra (a) e L100 a destra (b).

4.5.2 Solver

Il test è stato eseguito dal solver utilizzando il modello RANS $SST - k\omega$, per un numero complessivo di 1500 iterazioni. Si riportano alcuni grafici caratteristici dei monitoring della simulazione all'interno del solver di Cradle-scFLOW, di cui quelli a sinistra sono relativi al caso L250 e quelli a destra al caso L100:

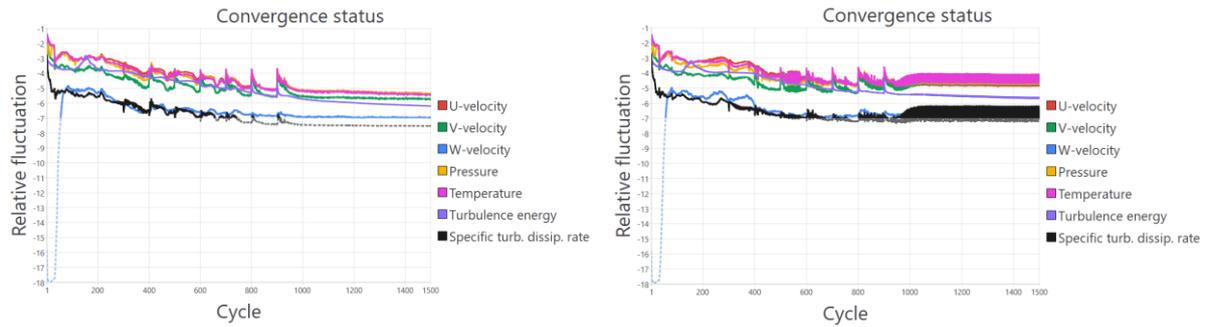


Figura 4.82: Convergenza delle principali grandezze fisiche. In ordinata esponente 10^x dell'errore tra i valori di due iterazioni consecutive.

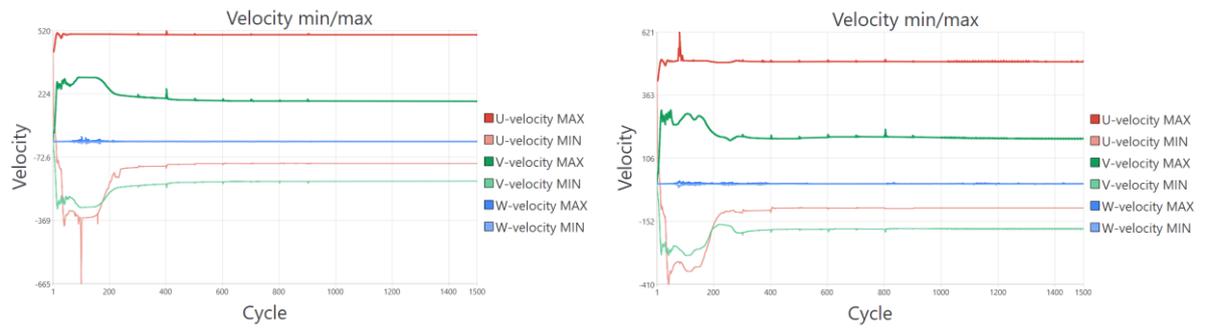


Figura 4.83: Andamento del massimo e minimo valore delle componenti della velocità all'interno del dominio.

Si noti come l'adattamento alla nuova mesh, applicata ogni 100 iterazioni, generi delle perturbazioni nel grafico della convergenza e come i cicli al termine del processo di affinamento servano per abbassare ancor di più l'errore tra i valori delle grandezze di due iterazioni consecutive, a eccezione del modello L100 in cui la temperatura e il tasso di dissipazione turbolento subiscono delle oscillazioni ma con un ordine di grandezza accettabile.

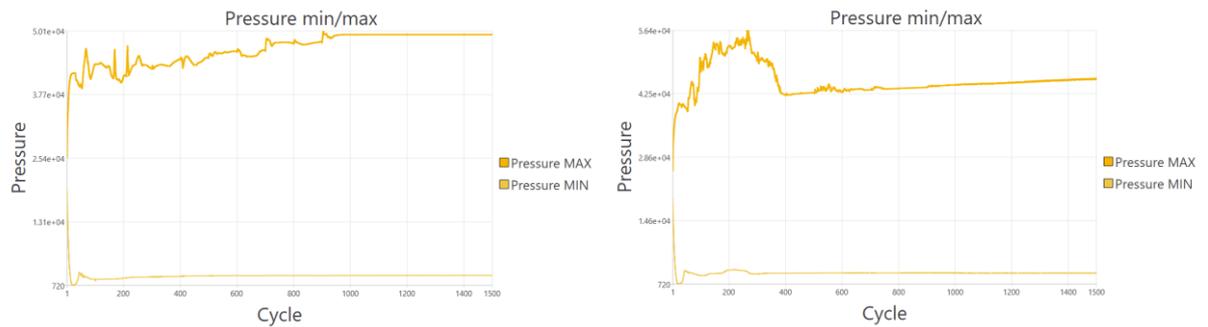


Figura 4.84: Andamento del massimo e minimo valore della pressione all'interno del dominio.

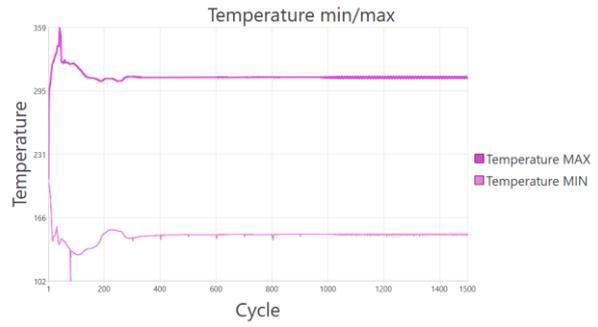
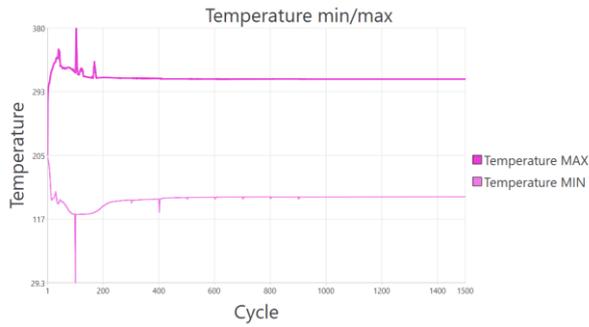


Figura 4.85: Andamento del massimo e minimo valore della temperatura all'interno del dominio.

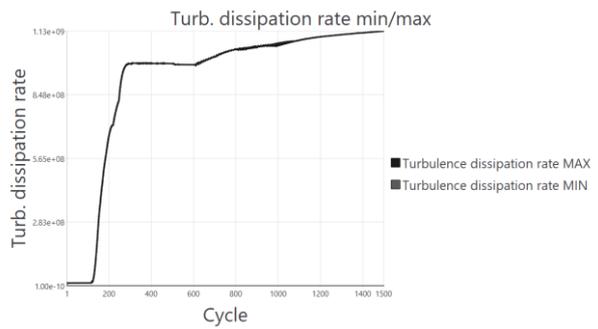
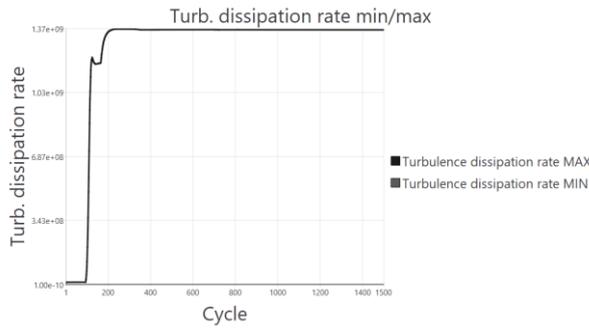


Figura 4.86: Andamento del massimo e minimo valore del tasso di dissipazione turbolenta all'interno del dominio.

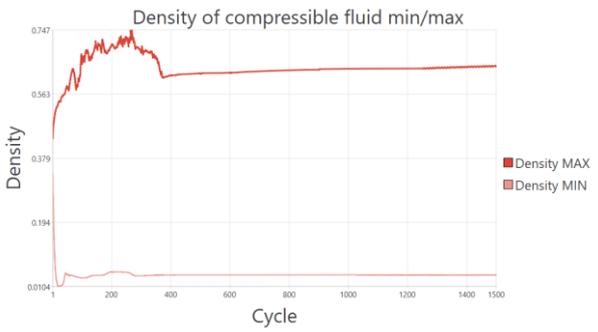
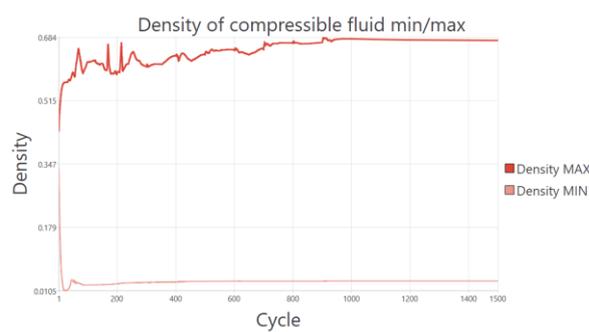


Figura 4.87: Andamento del massimo e minimo valore della densità all'interno del dominio.

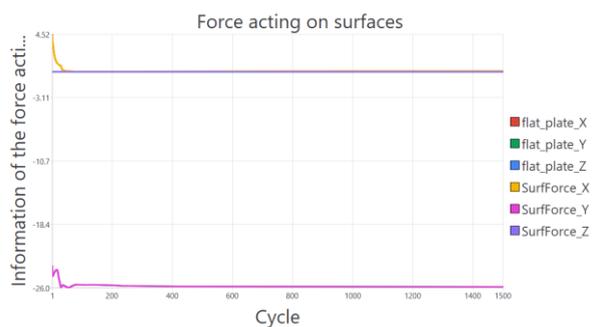
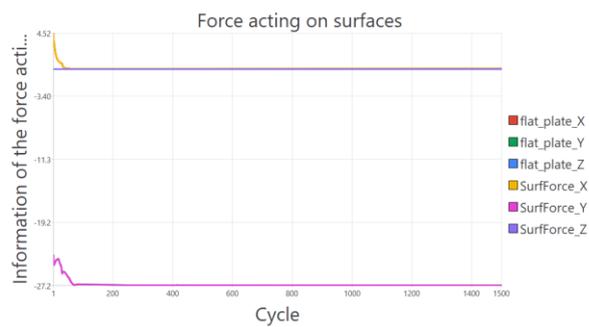


Figura 4.88: Andamento degli sforzi di pressione sulla lamina piana.

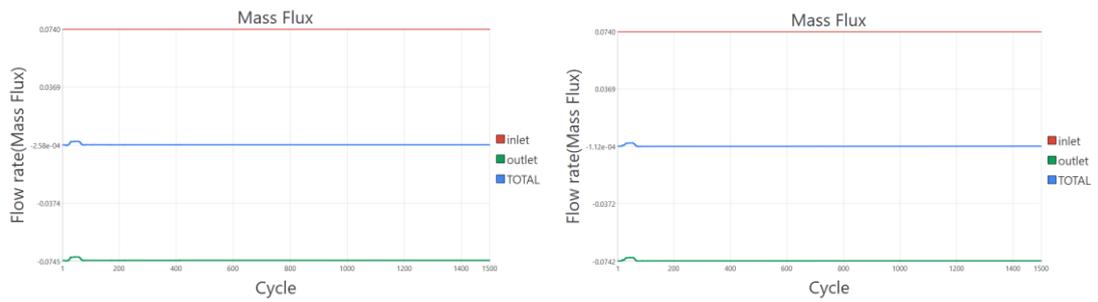


Figura 4.89: Andamento della portata d'aria all'interno del dominio.

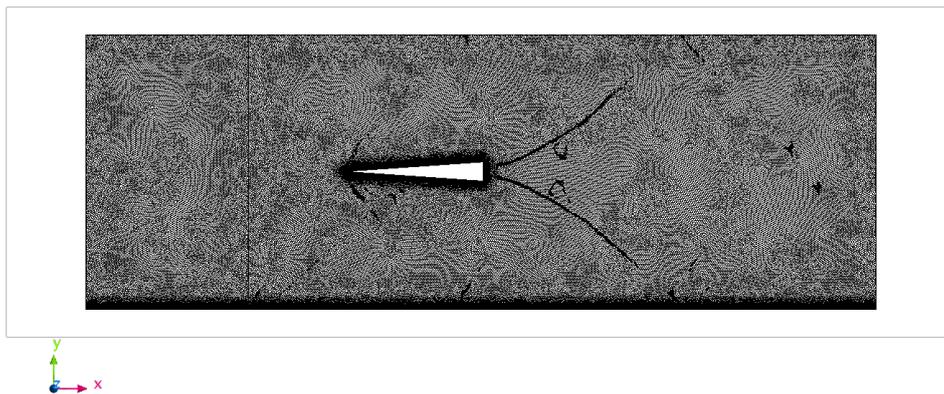
Tutte le grandezze monitorate durante la simulazione risultano avere un andamento costante nella fase terminale della simulazione, dimostrando che esse siano andate a convergenza.

Al completamento della simulazione è stato avviato il *post-processing* di Cradle-scFLOW per la visualizzazione del fenomeno e dei risultati.

4.5.3 Verifica del dynamic mesh refinement

Nella Figura 4.90, 4.91, 4.92, 4.93, 4.94 e 4.95 si riportano le rappresentazioni della mesh alle iterazioni 300, 600 e 1000 per comprenderne l'adattamento dinamico.

File : M1.47_L250_85k_correct-SSTkw_300.fph
 Cycle: 300
 Time : 0.000000



File : M1.47_L250_85k_correct-SSTkw_300.fph
Cycle: 300
Time : 0.000000

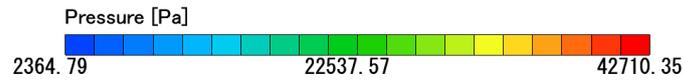
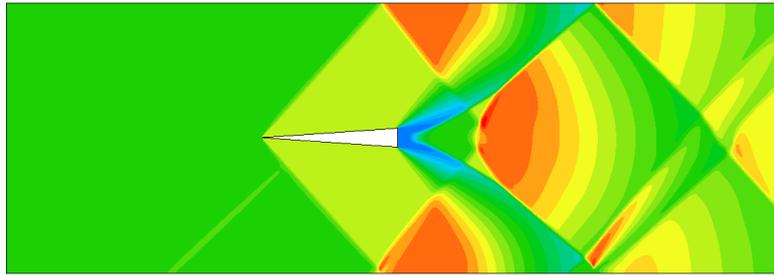
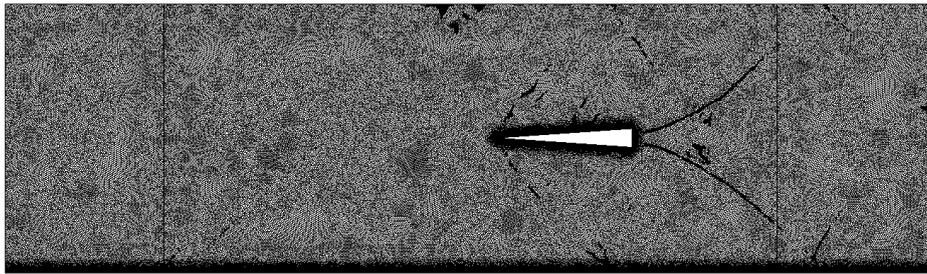


Figura 4.90: Test L250 - Mesh e campo di pressione dopo il primo adattamento al ciclo 300.

File : M1.47_L100_centered_85k_correct-SSTkw_300.fph
Cycle: 300
Time : 0.000000



File : M1.47_L100_centered_85k_correct-SSTkw_300.fph
Cycle: 300
Time : 0.000000

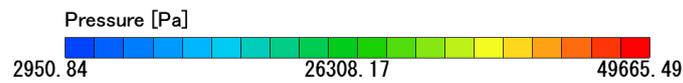
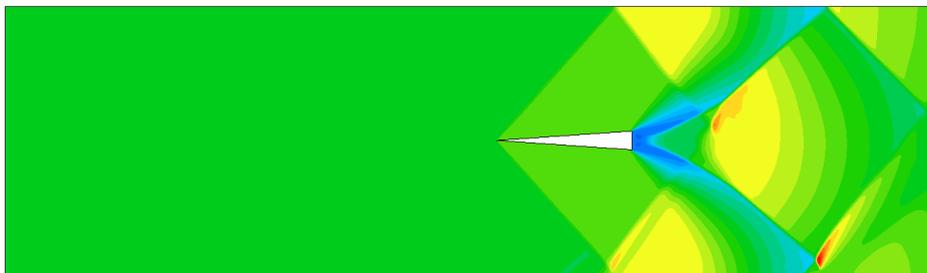
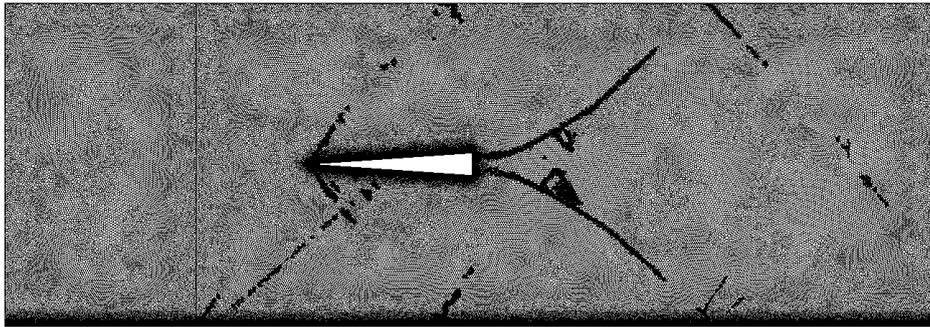


Figura 4.91: Test L100 - Mesh e campo di pressione dopo il primo adattamento al ciclo N°300.

File : M1.47_L250_85k_correct-SSTkw_600.fph
Cycle: 600
Time : 0.000000



File : M1.47_L250_85k_correct-SSTkw_600.fph
Cycle: 600
Time : 0.000000

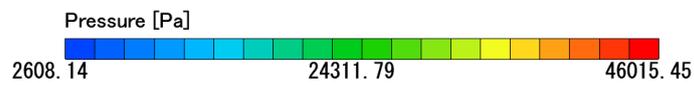
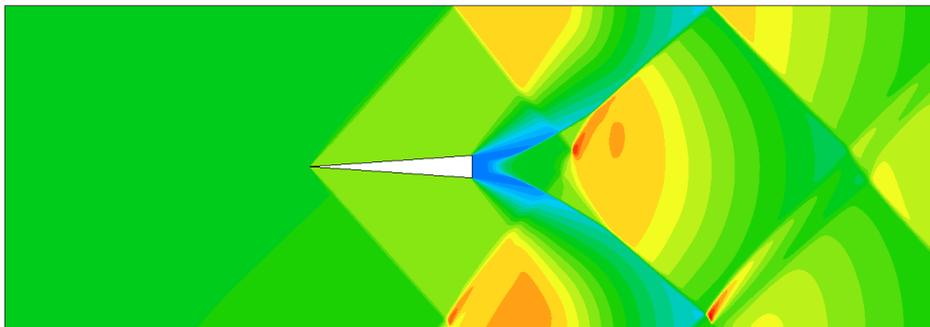
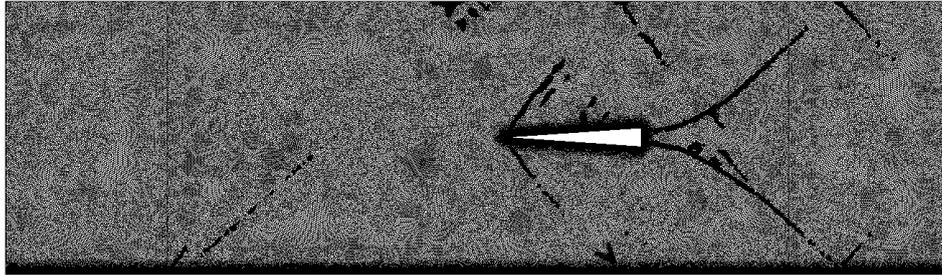


Figura 4.92: Test L250 – Mesh e campo di pressione dopo il 4° adattamento al ciclo N°600.

File : M1.47_L100_centered_85k_correct-SSTkw_600.fph
Cycle: 600
Time : 0.000000



File : M1.47_L100_centered_85k_correct-SSTkw_600.fph
Cycle: 600
Time : 0.000000

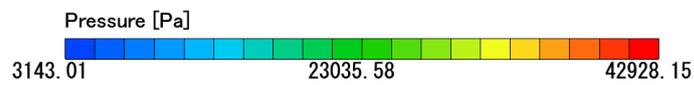
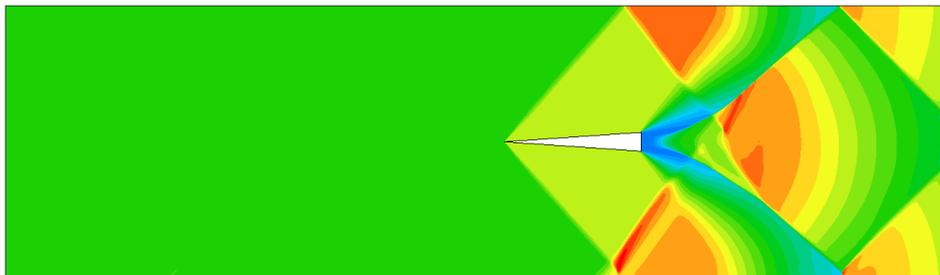
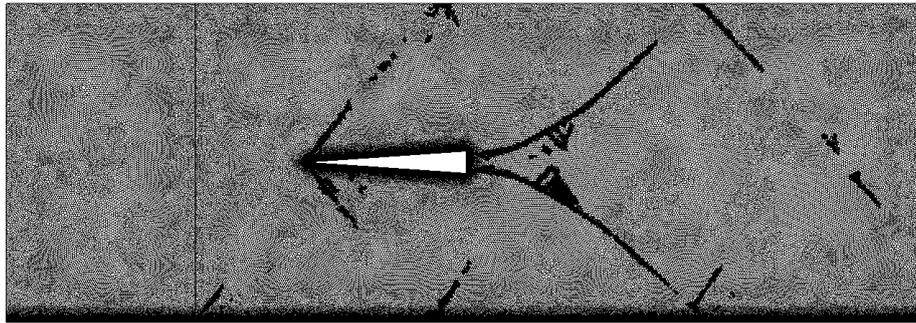


Figura 4.93: Test L100 - Mesh e campo di pressione dopo il 4° adattamento al ciclo N°600.

File : M1.47_L250_85k_correct-SSTkw_1000.fph
Cycle: 1000
Time : 0.000000



File : M1.47_L250_85k_correct-SSTkw_1000.fph
Cycle: 1000
Time : 0.000000

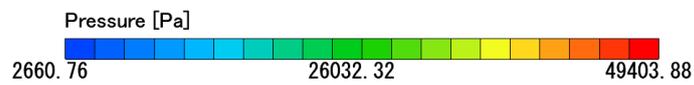
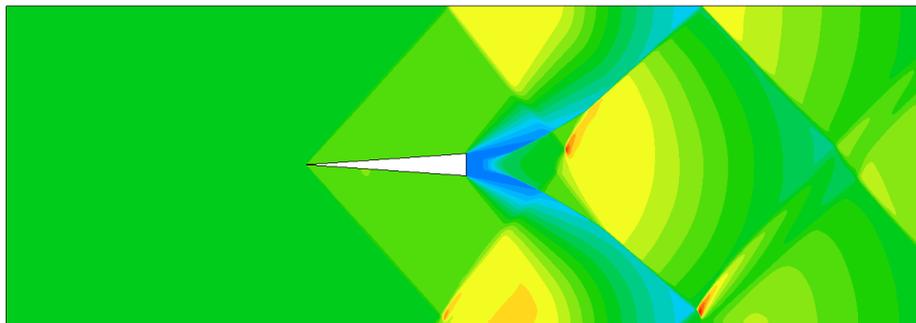
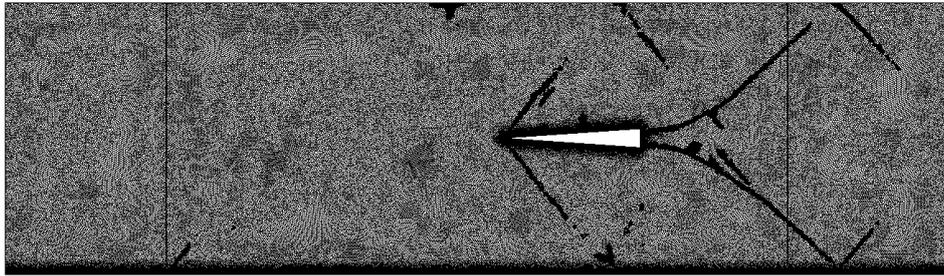


Figura 4.94: Test L250 – Mesh e campo di pressione dopo l'ultimo adattamento al ciclo N°1000.

File : M1.47_L100_centered_85k_correct-SSTkw_1000.fph
Cycle: 1000
Time : 0.000000



File : M1.47_L100_centered_85k_correct-SSTkw_1000.fph
Cycle: 1000
Time : 0.000000

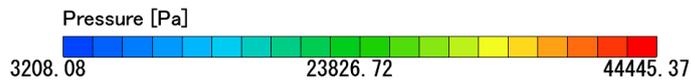
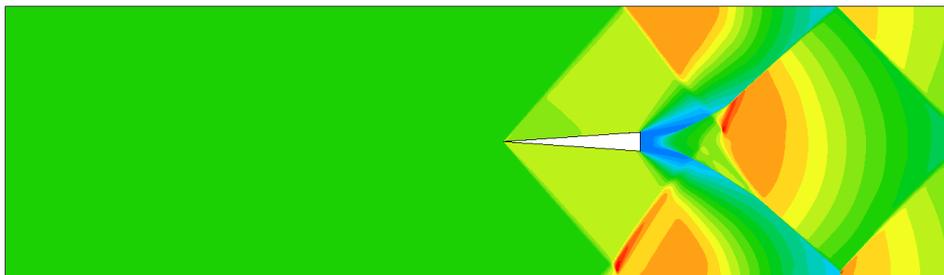
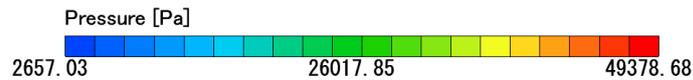
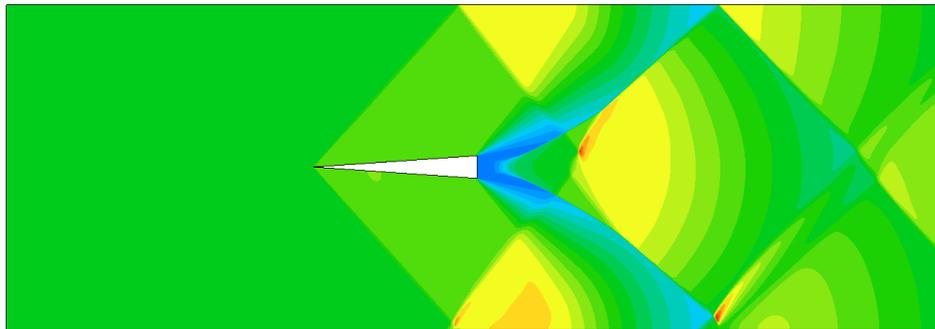


Figura 4.95: Test L100 - Mesh e campo di pressione finale dopo l'ultimo adattamento al ciclo N°1000.

Si evidenzia come il metodo di adattamento della mesh riesca a cogliere gli urti e infittirla in quelle zone, al fine di migliorarne la visualizzazione finale. Tuttavia, per il test L100 la zona di interazione non risulta ben approssimata, in particolare in prossimità della riflessione dell'urto a parete. In Figura 4.96 si riporta invece il campo di moto al termine della simulazione, dove esso risulta essere più accurato, specialmente per il caso L250. Il test L100 presenta ancora delle imprecisioni.

File : M1.47_L250_85k_correct-SSTkw_1500.fph
Cycle: 1500
Time : 0.000000



File : M1.47_L100_centered_85k_correct-SSTkw_1500.fph
Cycle: 1500
Time : 0.000000

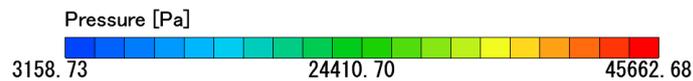
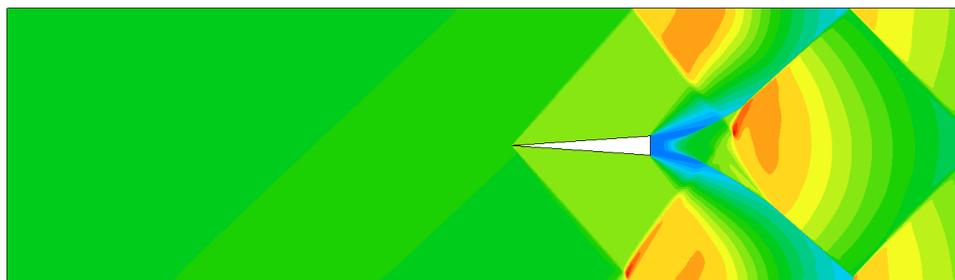


Figura 4.96: Campo di pressione al ciclo finale 1500 per il caso L250 (in alto) e per il caso L100 (in basso).

Per validare il procedimento è stata effettuata un'analisi sulla convergenza dei valori di pressione statica a parete, estrapolati per 3 iterazioni di adattamento di mesh (1°, 4° e 7° refinement). Di conseguenza sono stati posti a confronto tra loro e in relazione ai risultati sperimentali (Figura 4.97 e 4.98).

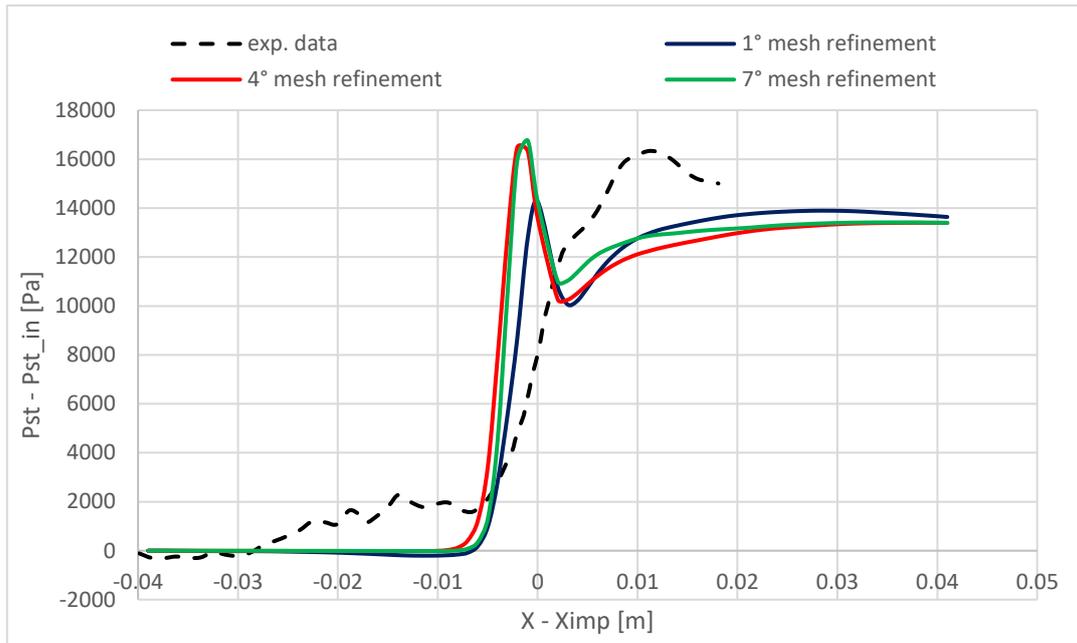


Figura 4.97: Test L250: andamento della pressione a parete per 3 adattamenti della mesh.

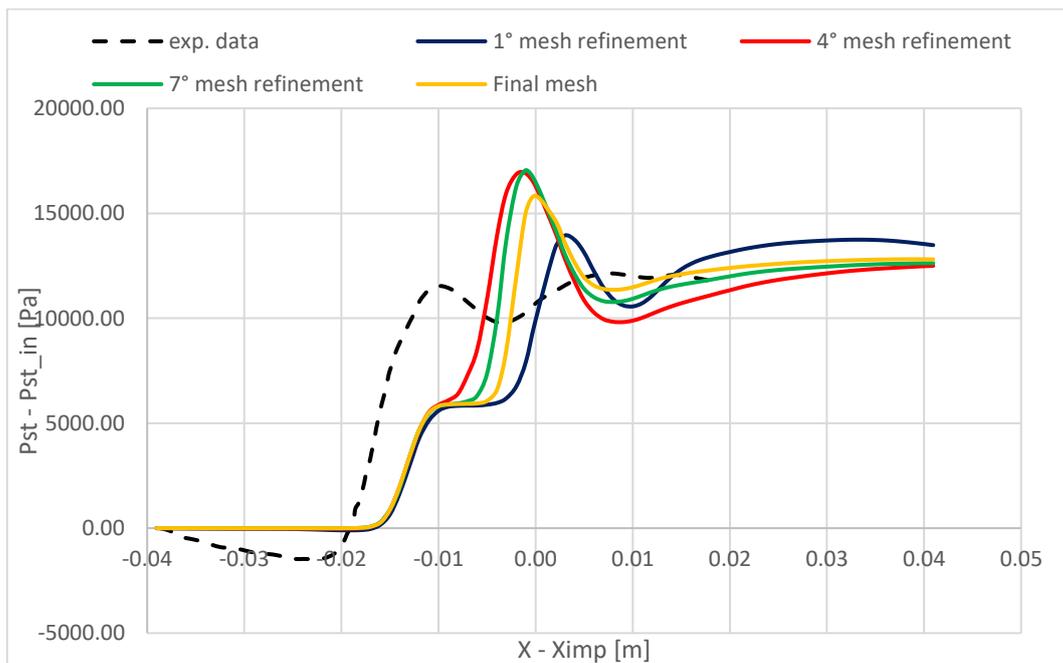
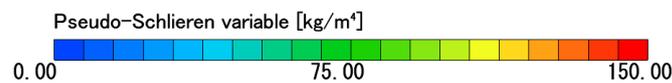
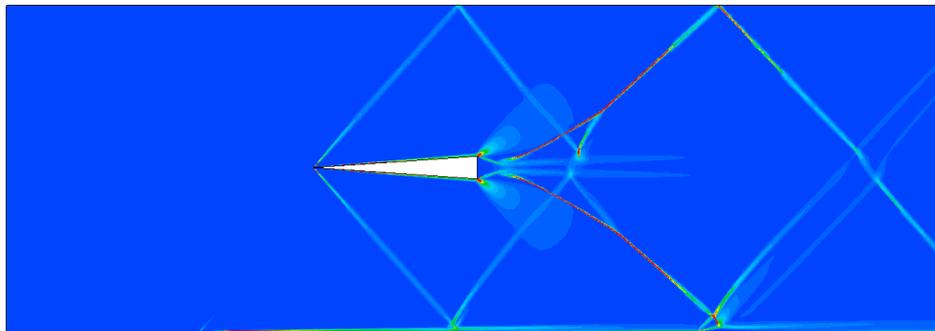


Figura 4.98: Test L100: andamento della pressione a parete per 3 adattamenti della mesh.

Dai grafici si evince che il salto di pressione osservato sperimentalmente è mantenuto dalle simulazioni L100, mentre per il test L250 la pressione a valle della zona di impatto risulta inferiore rispetto a quella ottenuta sperimentalmente. Si osserva, anche qui, una sovrastima di pressione in prossimità del punto di impatto. È possibile che tale picco sia dovuto alla riflessione dell'urto dopo l'interazione con lo strato limite, dal quale partono una serie di urti (o onde di compressione) che incrementano il valore di pressione registrato a parete.

Nella Figura 4.99 si mostra la variabile *pseudo-Schlieren*, con la visualizzazione degli urti generati dal cuneo. Si noti come per il test L100 l'urto generato dalla scia interagisca a valle della lamina piana, in una parete non viscosa.

File : M1.47_L250_85k_correct-SSTkw_1500.fph
 Cycle: 1500
 Time : 0.000000



File : M1.47_L100_centered_85k_correct-SSTkw_1500.fph
 Cycle: 1500
 Time : 0.000000

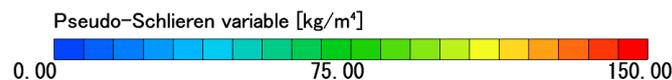
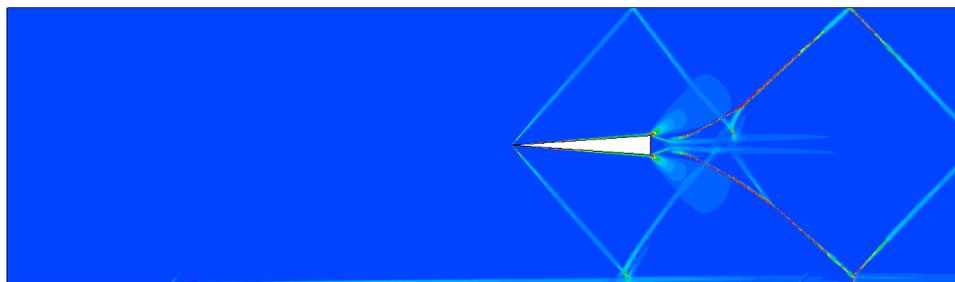


Figura 4.99: A sinistra il test L250, a destra il test L100. Pseudo-Schlieren variable al ciclo 1500.

4.5.4 Distribuzione di y^+ sulle pareti

A seguito delle impostazioni assegnate in fase di *pre-processing* per la stima iniziale del calcolo di y^+ sulle pareti viscose, le Figure 4.100 e 4.101 mostrano i grafici della distribuzione di y^+ sulla lamina piana e sul cuneo, accompagnati dalle visualizzazioni sulle superfici ottenuti dal *post-processing* (Figura 4.102 e 4.103).

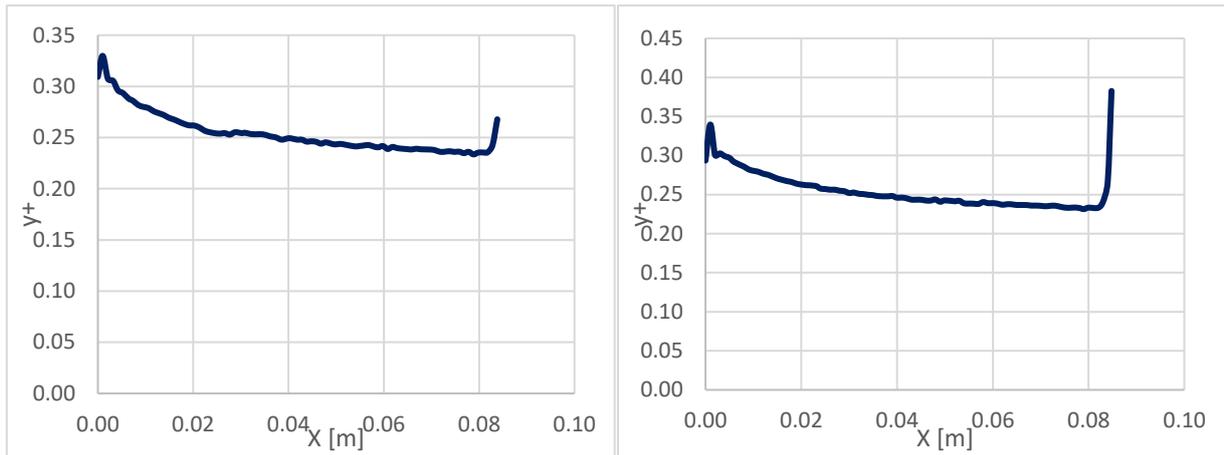


Figura 4.100: A sinistra il test L250, a destra il test L100. Andamento di y^+ lungo la parete inferiore del cono.

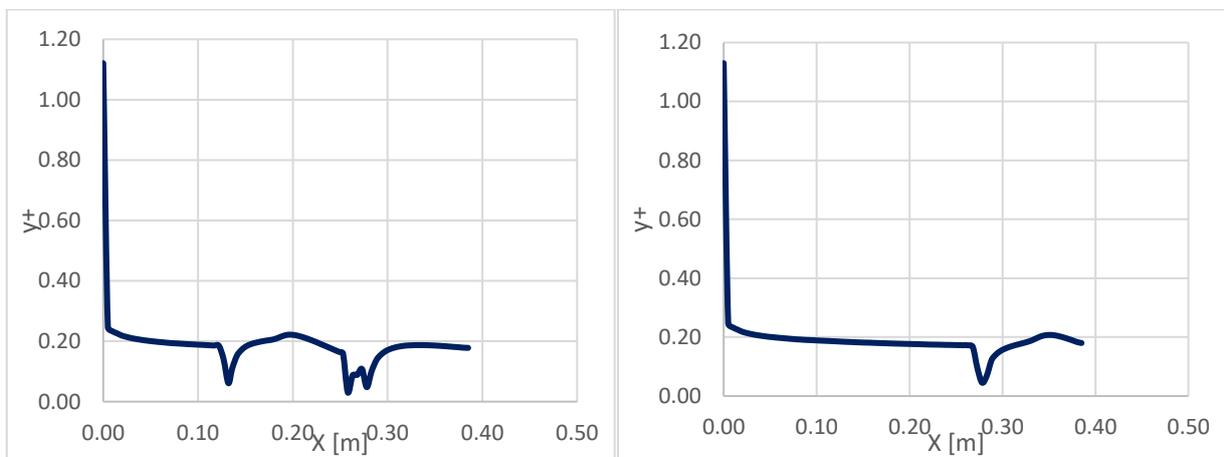


Figura 4.101: A sinistra il test L250, a destra il test L100. Andamento di y^+ lungo la parete della lamina piana.

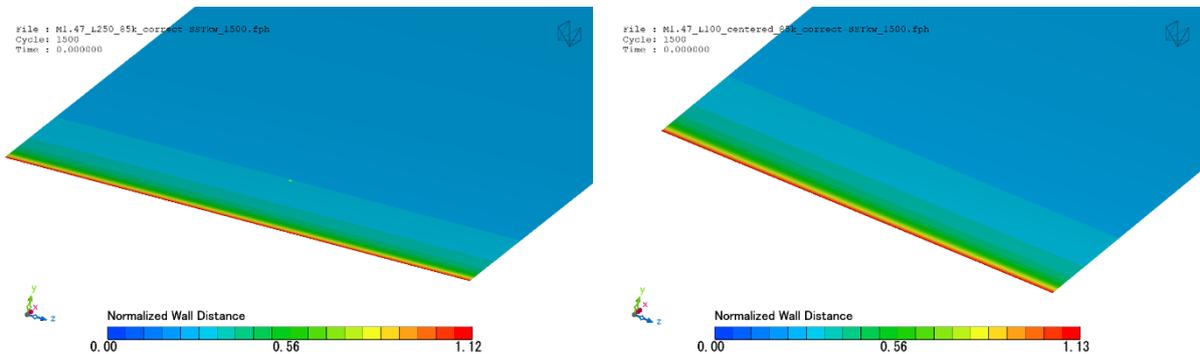


Figura 4.102: A sinistra il test L250, a destra il test L100. Dettaglio della distribuzione di y^+ sul bordo di attacco della lamina piana.

Si noti come l'andamento di y^+ sulla lamina piana rispetti le condizioni impostate ($y^+ < 1$) a eccezione del bordo di attacco, dove si raggiunge un valore massimo di $y^+ = 1.12$ e $y^+ = 1.13$, comunque ritenuto accettabile, considerando che il bordo di attacco di qualunque profilo costituisce un punto critico.

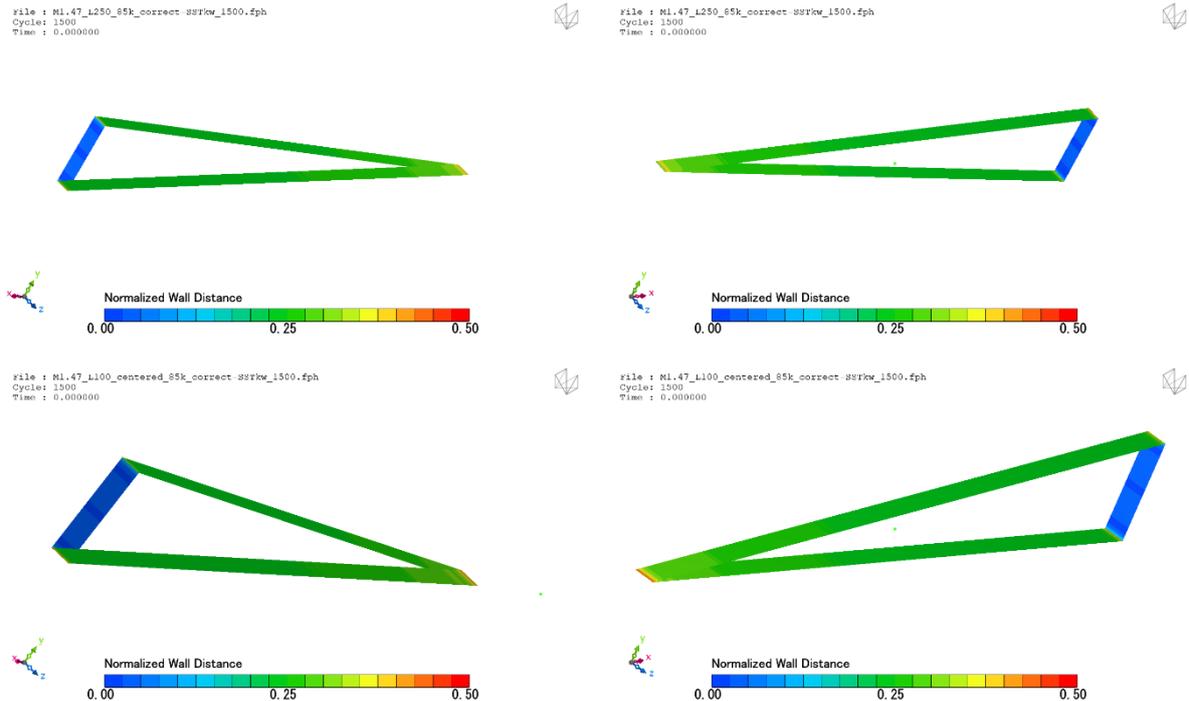


Figura 4.103: In alto test L250, in basso test L100: andamento di y^+ sulle pareti del cuneo. A sinistra una vista laterale con la parete inferiore in primo piano, a destra una vista dall'alto.

4.5.5 Regime strato limite

I risultati sperimentali mostrano un regime laminare all'interno dello strato limite del test L250, mentre uno turbolento per il test L100. In Figura 4.104 si mostra la visualizzazione ottenuta in *post-processing* del rapporto tra la viscosità turbolenta e quella molecolare.

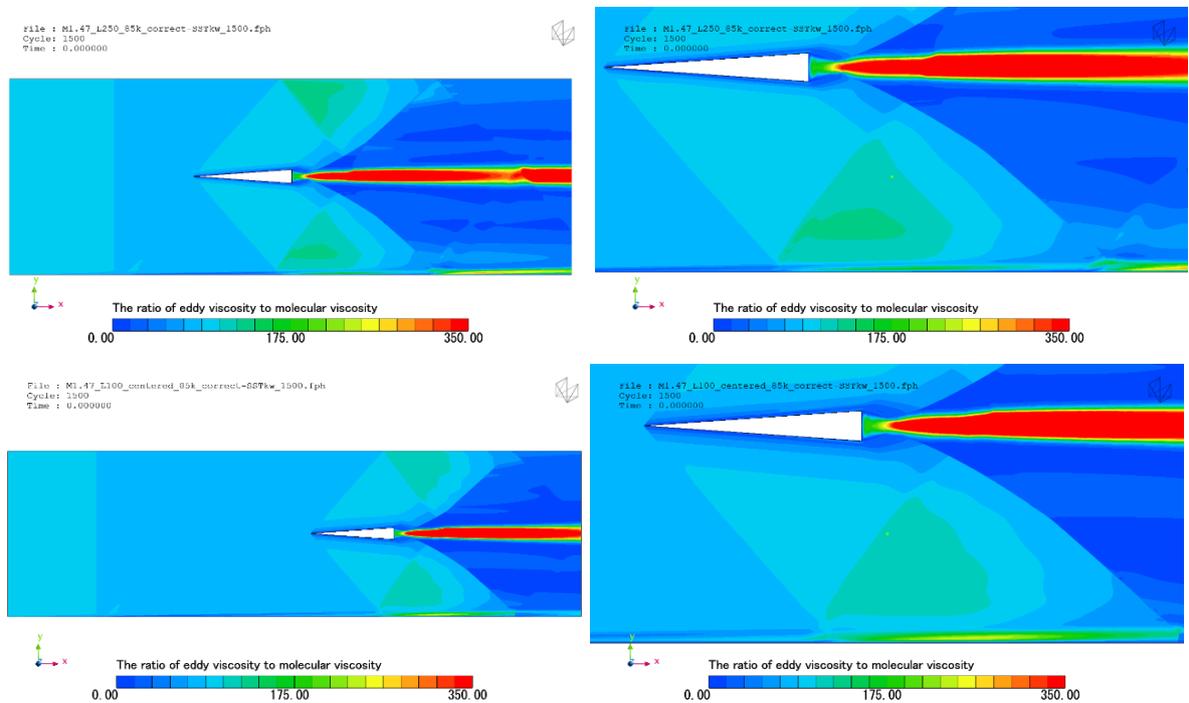
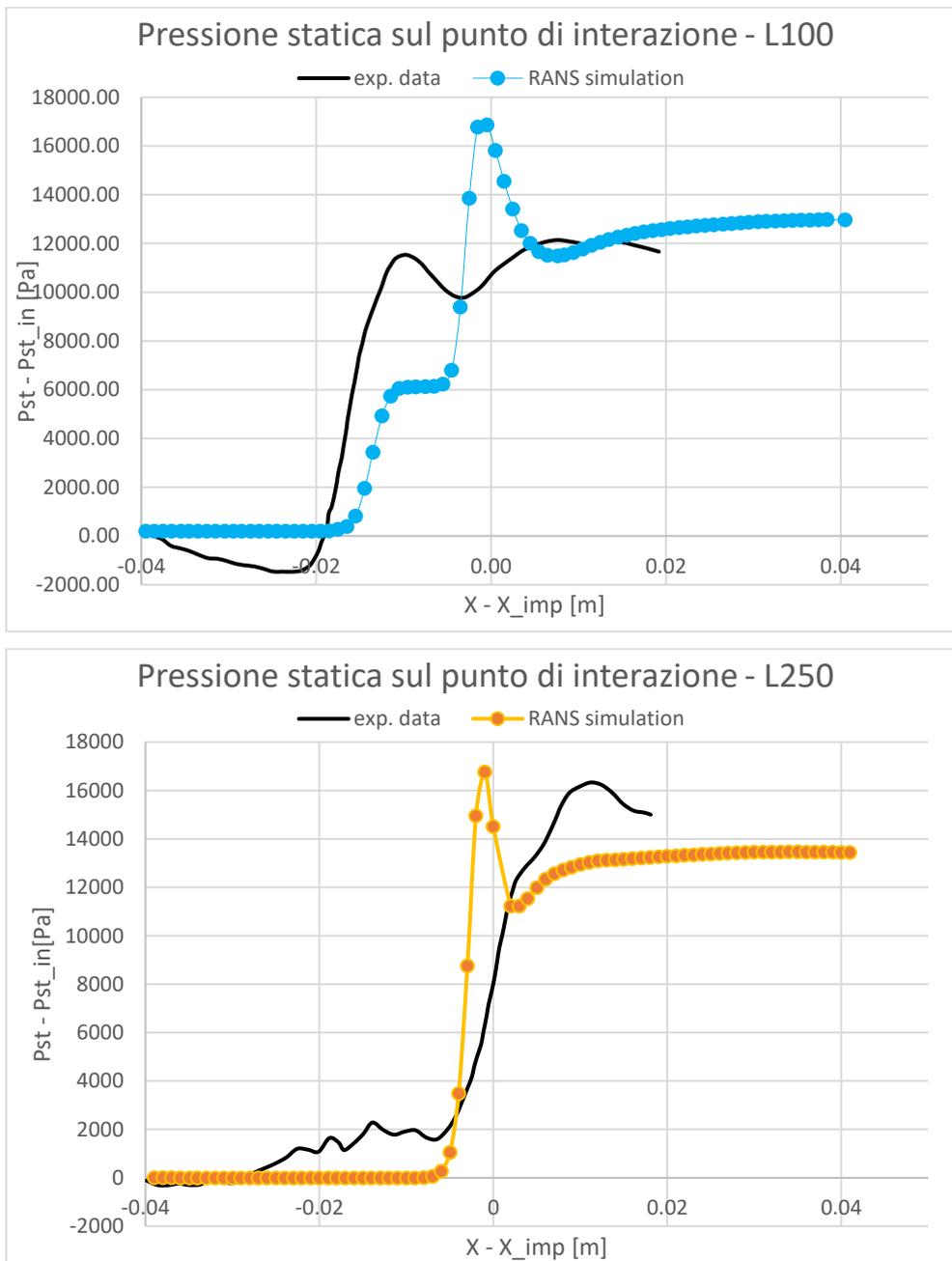


Figura 4.104: In alto test L250, in basso test L100: andamento dell'effetto della turbolenza all'interno del dominio (a sinistra) e zoom sulla zona di interazione (a destra).

Si evidenzia come il test L250 abbia un basso rapporto tra le viscosità in prossimità dell'impatto dello strato limite, mentre tale valore aumenta nello strato limite a valle, a seguito dell'interazione dell'urto generato dalla scia del cuneo. Il caso L100, a differenza di quanto appena detto, mostra invece un ampio rapporto tra la viscosità turbolenta e quella molecolare, indizio di un regime turbolento all'interno dello strato limite.

4.5.6 Confronto tra le configurazioni

Analizzando i grafici ottenuti per le tre configurazioni del test sperimentale (Figura 4.105), si evince che in ogni simulazione RANS è presente una discrepanza nei valori di pressione proprio sul punto di impatto dell'urto.



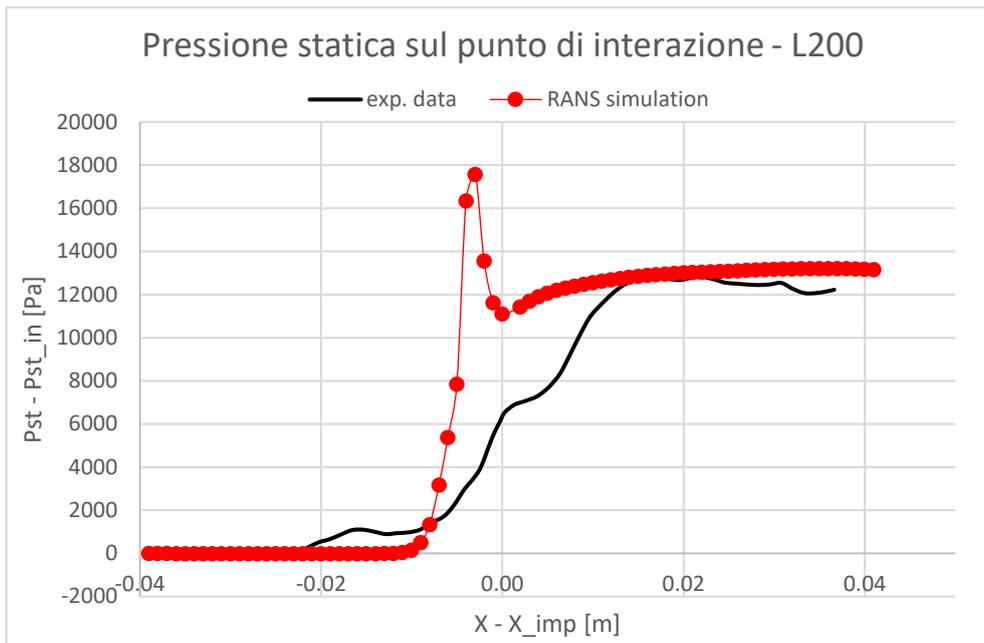


Figura 4.105: Grafici test L100, L200 e L250 con modello SST-kw in confronto ai dati sperimentali.

Nonostante il salto di pressione generato dall'urto sia rispettato per i modelli L100 e L200, tale discostamento è probabilmente intrinseco alla modellazione delle equazioni della turbolenza eseguita dai modelli RANS. Infatti, un andamento simile si era raggiunto con il modello Spalart-Allmaras nel paragrafo 4.4. Per il caso L100, i dati sperimentali raccolti nella zona a monte del punto di impatto presentano una riduzione di pressione, dovuta possibilmente all'errata misurazione della distribuzione della velocità in quell'area (1). Il test L250 osserva sperimentalmente un regime laminare all'interno dello strato limite che, tuttavia, non è stato propriamente riscontrato nella simulazione RANS. Il salto di pressione risulta sottostimato ed è comunque presente il picco del valore della pressione sul punto di impatto. Tale test è stato ulteriormente approfondito mediante un'analisi CFD in regime laminare con il quale, purtroppo, ha espresso una discrepanza maggiore dei risultati e perciò non sarà riportato in questa tesi. Una possibile futura soluzione più accurata del succitato test potrebbe essere l'applicazione di un metodo numerico adatto al regime di transizione dal regime laminare al turbolento, in quanto, in effetti, il Reynolds del flusso esterno riferito alla lunghezza della lamina è nell'ordine di 10^6 .

4.6 Variazione delle condizioni al contorno

Nei paragrafi successivi sarà analizzata l'influenza della pressione totale ambiente sul test L200, configurazione che presenta uno strato limite in regime di transizione, al fine di valutarne gli effetti sul campo di moto e sul fenomeno fisico in esame. In particolare, sono state effettuate le simulazioni con valori di pressione totale di 55 kPa, 70 kPa, 85 kPa e 100 kPa. Il test a 85 kPa è stato studiato precedentemente nel paragrafo 4.4, mentre qui saranno riportati gli altri 3 casi evidenziati nella Tabella 4.18.

	Test L200			
	55 kPa	70 kPa	85 kPa	100 kPa
	T5	T6	T7	T8
Temperatura ambiente totale (T0) [K]	291	291	291	291
Temperatura ambiente statica (T) [K]	203.187	203.187	203.187	203.187
Pressione totale (P0) [Pa]	5.50E+04	7.00E+04	8.50E+04	1.00E+05
Pressione statica [Pa]	1.56E+04	1.99E+04	2.42E+04	2.84E+04
Densità [kg/m ³]	0.2682	0.3414	0.4145	0.4877
Velocità del suono [m/s]	285.753	285.753	285.753	285.753
Velocità [m/s]	420.057	420.057	420.057	420.057
Viscosità dinamica [Pa*s]	1.35E-05	1.35E-05	1.35E-05	1.35E-05
Reynolds flusso esterno	3.22E+06	4.10E+06	4.98E+06	5.85E+06
Angolo di apertura del cono	4°	4°	4°	4°

Tabella 4.18: Condizioni iniziali delle grandezze fisiche per il test L200.

4.6.1 Pre-processing

La geometria e il dominio numerico sono gli stessi del paragrafo 4.4, invece sono state modificate le condizioni al contorno in ingresso (Tabella 4.19).

INLET			
Type: Definition of Normal Velocity			
Parametro	Valore		
	55 kPa	70 kPa	100 kPa
Mach number	1.47	1.47	1.47
Temperature [K]	203.187	203.187	203.187
Turbulence intensity [%]	5	5	5
Ratio (eddy visc. / molecular visc.)	100	100	100
Pressure [Pa]	15600	19900	28400

Tabella 4.19: Definizione delle condizioni al contorno per le regioni di inlet e outlet.

Anche le impostazioni per la generazione della griglia sono invariate e si può far riferimento a quelle riportate nel paragrafo 4.4.

La mesh iniziale è stata configurata mediante il calcolo del numero di strati di prismi necessario ad ottenere un valore di $y^+ = 0.7$, con lo scopo di rientrare nel parametro $y^+ < 1$, requisito del modello RANS *SST - $k\omega$* utilizzato per queste simulazioni. Dunque, si è stimato lo spessore del primo strato di prismi a parete della lamina e del cuneo, fornendosi del tool all'interno di *cfD-*

online.com (25). Nella Tabella 4.20 e 4.21 sono mostrati gli input per il calcolo di y^+ e le impostazioni dei parametri della mesh iniziale:

CALCOLO Y+							
	Dati iniziali			Lamina piana			
	55 kPa	70 kPa	100 kPa		55 kPa	70 kPa	100 kPa
M1	1.47	1.47	1.47	L^{13} [m]	0.385	0.385	0.385
gamma	1.4	1.4	1.4	Re	3.20E+06	4.10E+06	5.80E+06
R [J/kg K]	287.05	287.05	287.05	d^{14} [m]	2.10E-06	1.70E+06	1.20E+06
T [K]	203.187	203.187	203.187	Cuneo			
a [m/s]	285.753	285.753	285.753		55 kPa	70 kPa	100 kPa
V [m/s]	420.057	420.057	420.057	L^{12} [m]	0.085	0.085	0.085
Density [kg/m ³]	0.2682	0.3414	0.4877	Re	7.10E+05	9.00E+05	1.30E+07
Viscosity [Pa*s]	1.35E-05	1.35E-05	1.35E-05	d^{13} [m]	1.90E-06	1.50E-06	1.30E-06
y^+ desidered	0.7	0.7	0.7				

Tabella 4.20: Stima iniziale di y^+ .

PARAMETRI PER SUPERFICI MESH									
	55 kPa			70 kPa			100 kPa		
	d^{13} [m]	% var.	N	d^{13} [m]	% var.	N	d^{13} [m]	% var.	N
<i>flat plate</i>	2.10E-06	1.2	17	1.70E+06	1.2	16	1.20E+06	1.2	15
<i>wedge</i>	1.90E-06	1.2	17	1.50E+06	1.2	16	1.30E+06	1.2	15
<i>symm_4</i>	2.10E-06	1.2	17	1.70E+06	1.2	16	1.20E+06	1.2	15

Tabella 4.21: Input e caratteristiche dei parametri della mesh in prossimità delle superfici.

Attraverso queste serie di N strati di prismi l'ultimo strato di prismi è pari circa alla metà della dimensione degli elementi di griglia in prossimità delle pareti, garantendo una continuità della griglia e della mesh (Figura 4.106 e 4.107). Anche in queste simulazioni essa è stata generata attraverso un'estrusione (*sweep mesh*) a partire dalla faccia *symm_1* in direzione z .

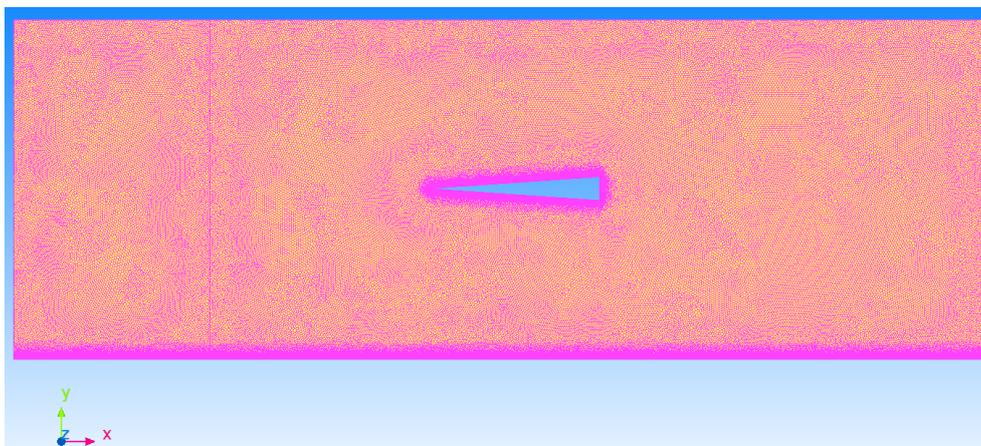


Figura 4.106: Rappresentazione della mesh iniziale dell'intero dominio del test 100kPa.

¹³ L = Lunghezza profilo

¹⁴ d = spessore primo strato di prismi a parete

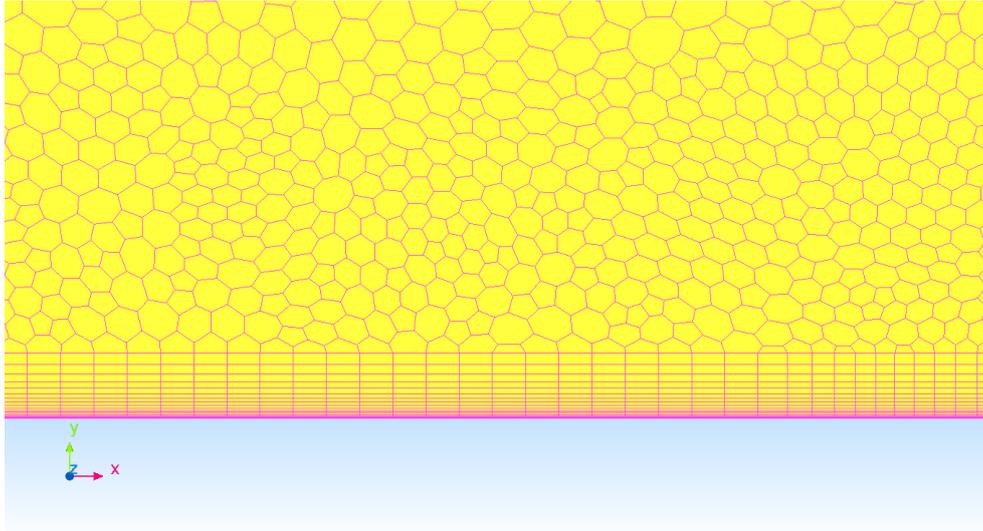
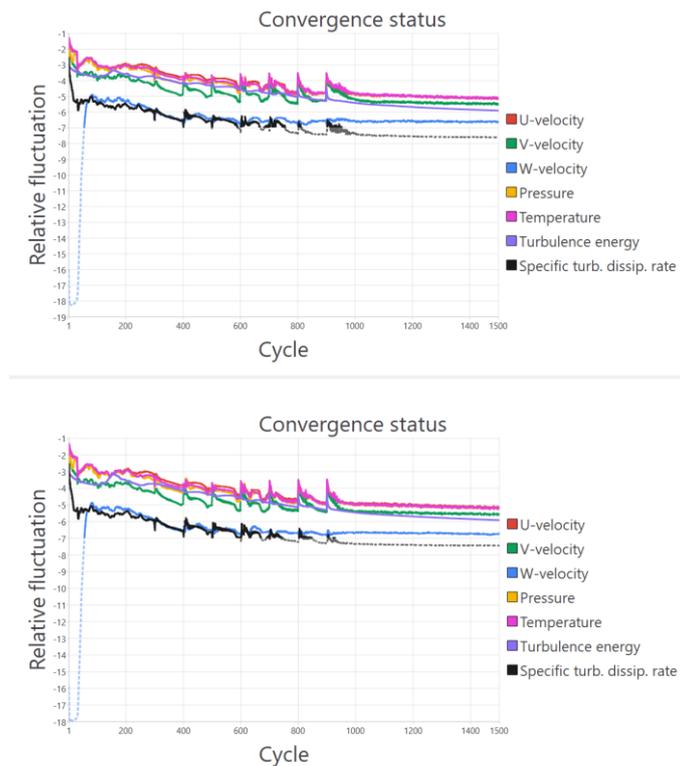


Figura 4.107: Dettaglio dello strato limite della lamina piana con la presenza degli strati di prismi per la verifica dell'aspect ratio¹⁵ con gli elementi di griglia esterni per il test 100 kPa.

È stata applicata la *mesh adaptation analysis* con la modalità *dynamic mesh refinement*, utilizzando gli stessi parametri riportati nel paragrafo 4.4.

4.6.2 Solver

Il test è stato eseguito dal solver utilizzando il modello RANS $SST - k\omega$, per un numero complessivo di 1500 iterazioni. Si trasferiscono i grafici caratteristici dei monitoring della simulazione ottenuti all'interno del solver di Cradle-scFLOW:



¹⁵ Aspect ratio: valore che indica il rapporto tra la dimensione di due elementi della mesh.

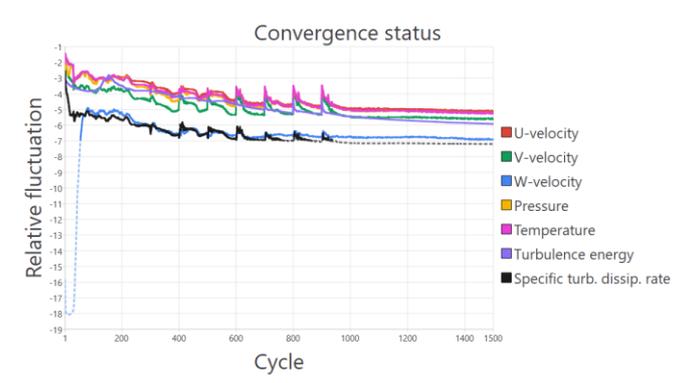


Figura 4.108: (a) 55kPa, (b) 70 kPa e (c) 100 kPa - Convergenza delle principali grandezze fisiche. In ordinata esponente 10^x dell'errore tra i valori di due iterazioni consecutive.

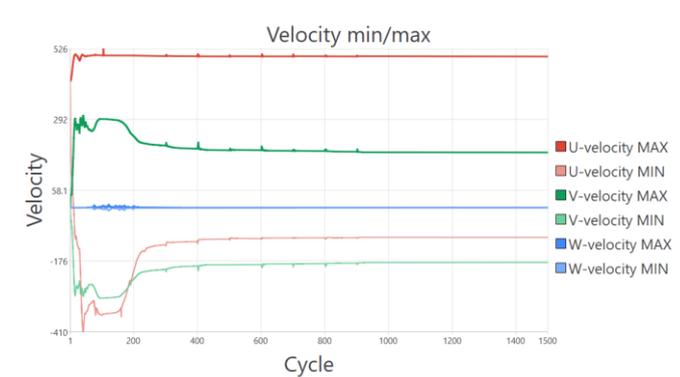
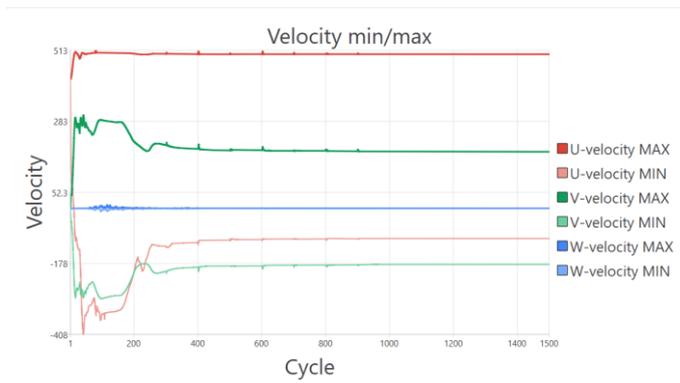
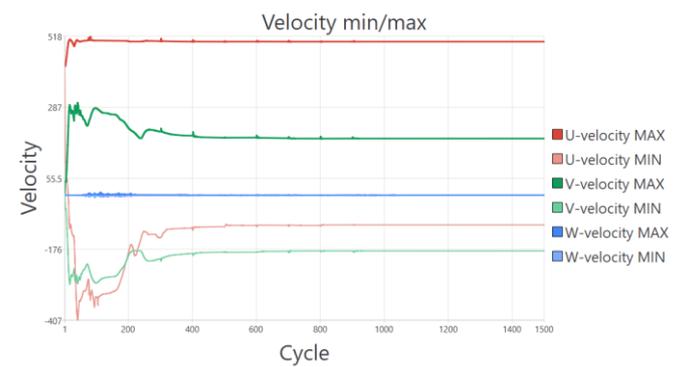


Figura 4.109: (a) 55kPa, (b) 70 kPa e (c) 100 kPa - Andamento del massimo e minimo valore delle componenti della velocità all'interno del dominio.

Le oscillazioni presenti si trovano in coincidenza dell'adattamento alla nuova mesh, applicata ogni 100 iterazioni. Gli ultimi 500 cicli sono necessari per abbassare ancor di più l'errore tra i valori delle grandezze di due iterazioni consecutive.

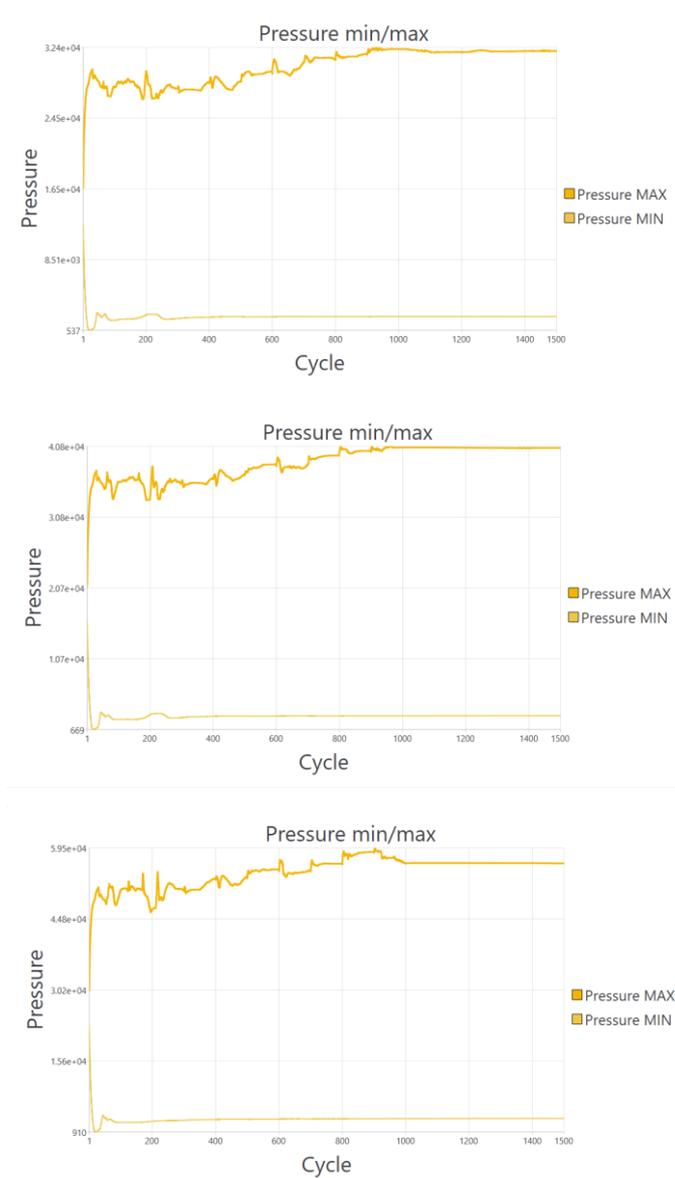


Figura 4.110: (a) 55kPa, (b) 70 kPa e (c) 100 kPa - Andamento del massimo e minimo valore della pressione all'interno del dominio.

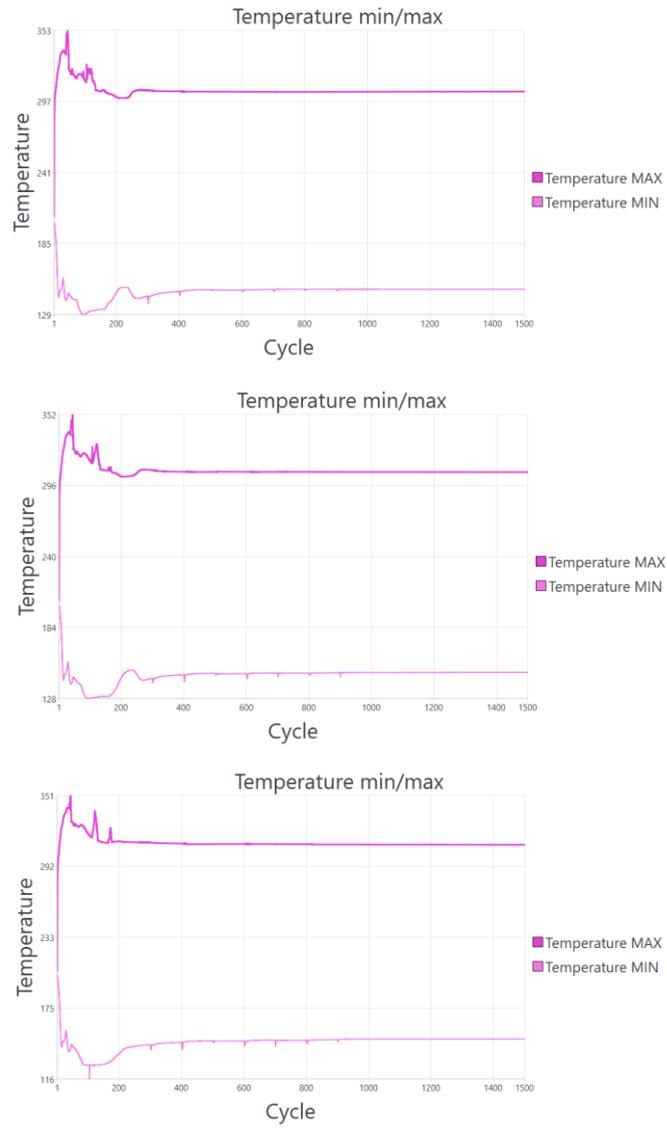


Figura 4.111: (a) 55kPa, (b) 70 kPa e (c) 100 kPa - Andamento del massimo e minimo valore della temperatura all'interno del dominio.

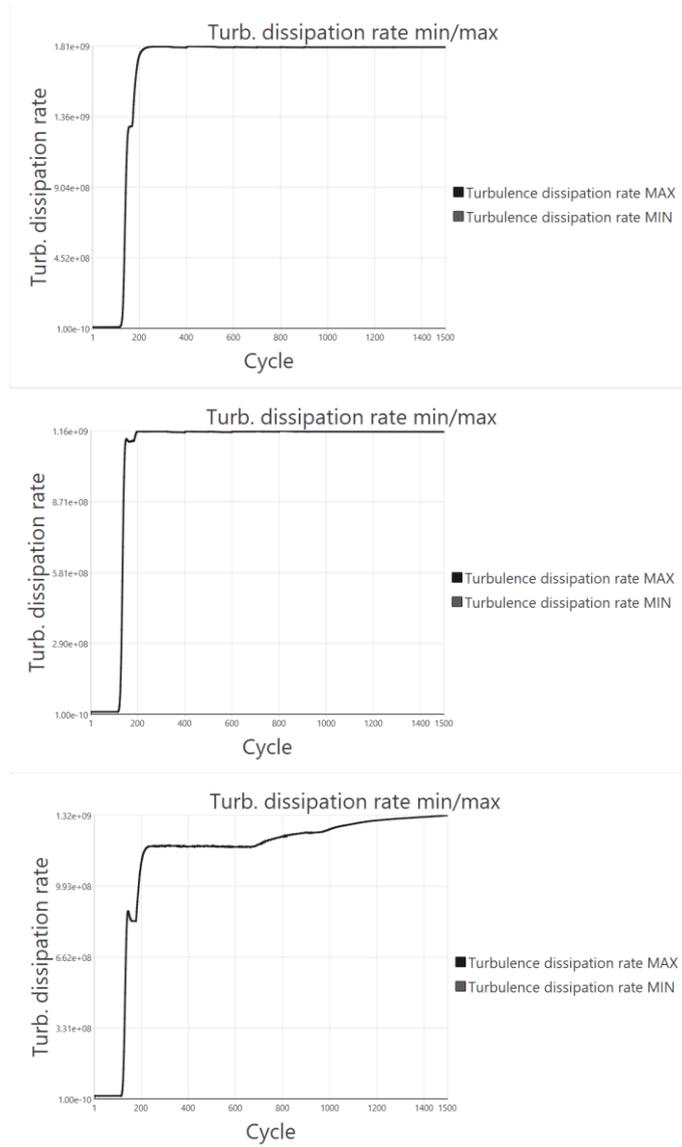
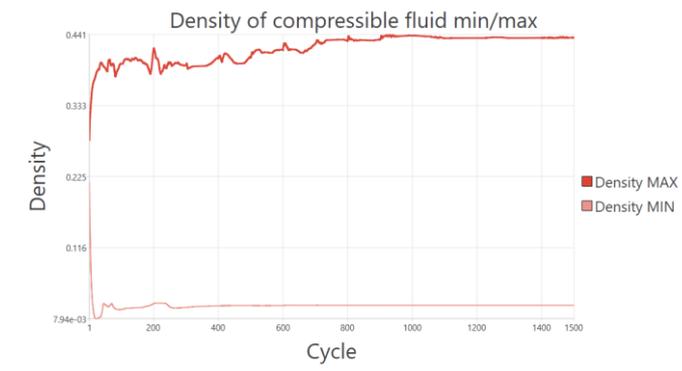


Figura 4.112: (a) 55kPa, (b) 70 kPa e (c) 100 kPa - Andamento del massimo e minimo valore del tasso di dissipazione turbolenta all'interno del dominio.



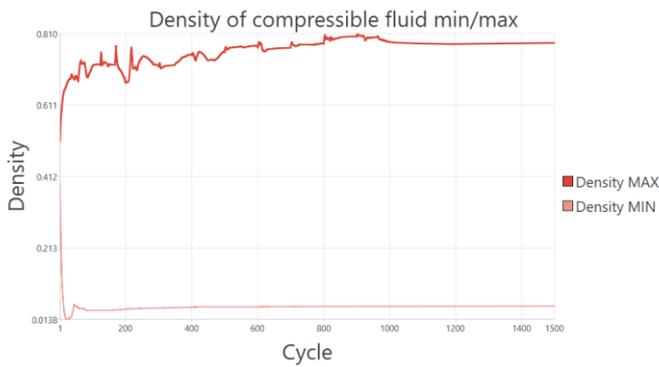
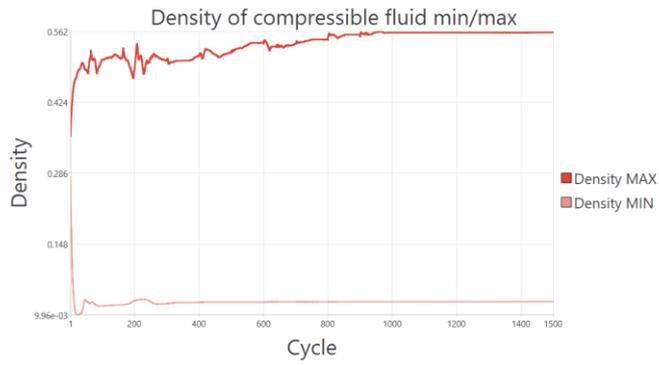
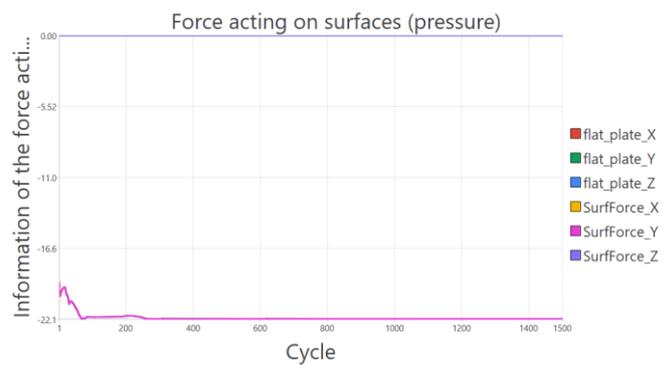
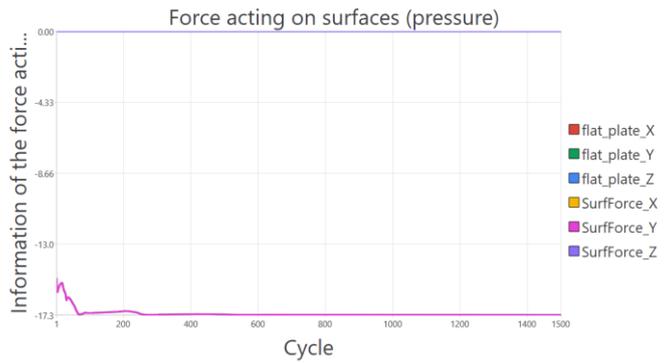


Figura 4.113: (a) 55kPa, (b) 70 kPa e (c) 100 kPa - Andamento del massimo e minimo valore della densità all'interno del dominio.



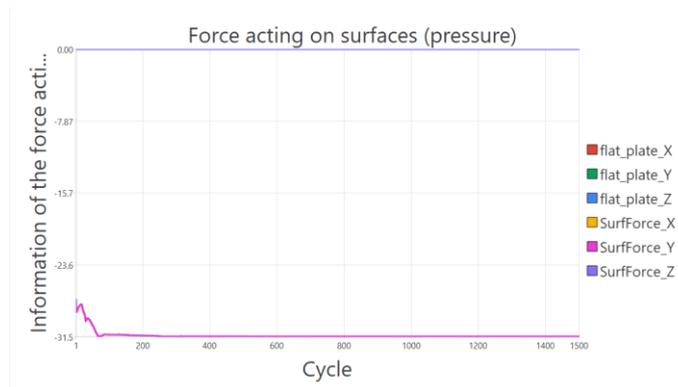


Figura 4.114: (a) 55kPa, (b) 70 kPa e (c) 100 kPa - Andamento degli sforzi di pressione sulla lamina piana.

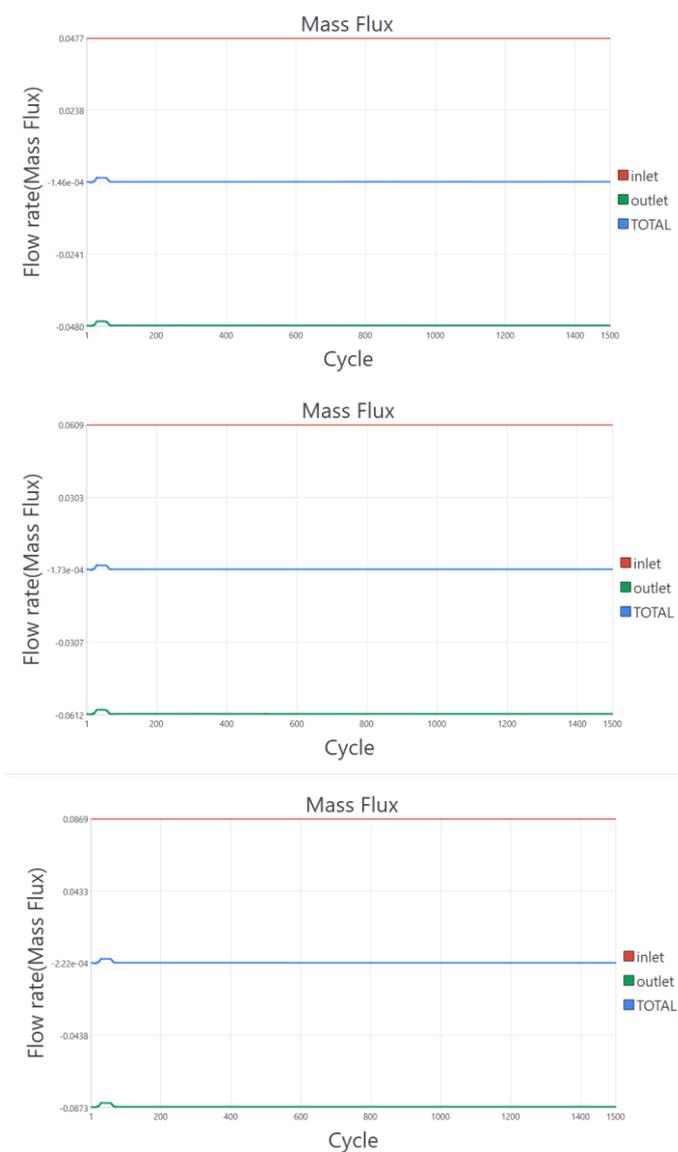


Figura 4.115: (a) 55kPa, (b) 70 kPa e (c) 100 kPa - Andamento della portata d'aria all'interno del dominio.

Al termine delle iterazioni tutte le grandezze monitorate durante le simulazioni risultano avere un andamento costante, dimostrando che esse siano andate a convergenza.

Alla fine della simulazione è stato avviato il *post-processing* di Cradle-scFLOW per la visualizzazione del fenomeno e dei risultati.

4.6.3 Verifica del dynamic mesh refinement

Nelle seguenti figure (4.116 – 4.124) si riportano le rappresentazioni della mesh alle iterazioni 300, 600 e 1000 per comprenderne l'adattamento dinamico.

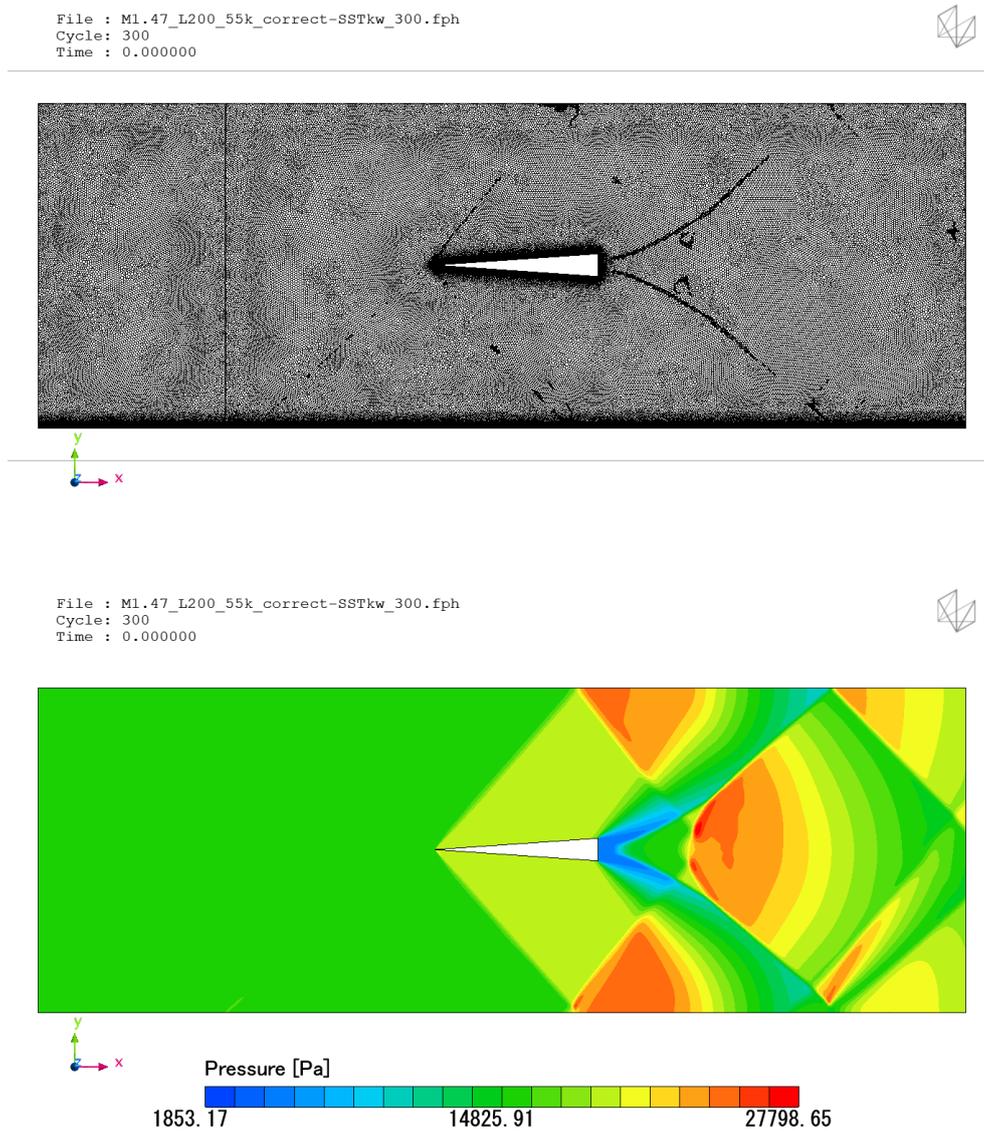
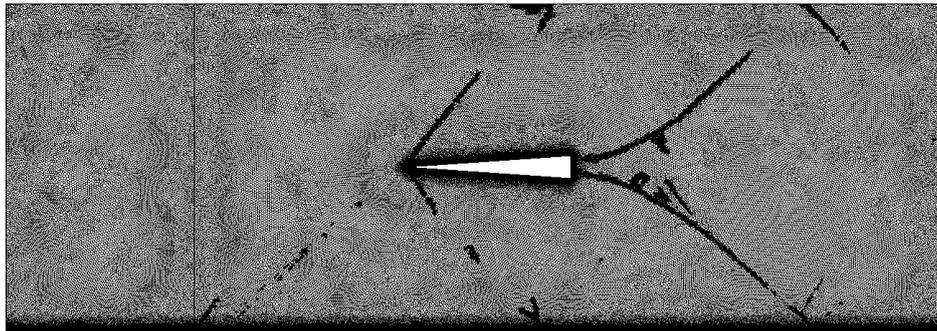


Figura 4.116: Test 55kPa - Mesh e campo di pressione dopo il primo adattamento al ciclo N°300.

File : M1.47_L200_55k_correct-SSTkw_600.fph
Cycle: 600
Time : 0.000000



File : M1.47_L200_55k_correct-SSTkw_600.fph
Cycle: 600
Time : 0.000000

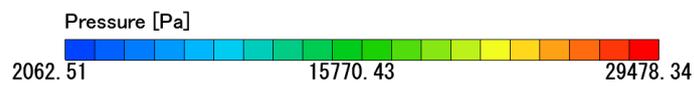
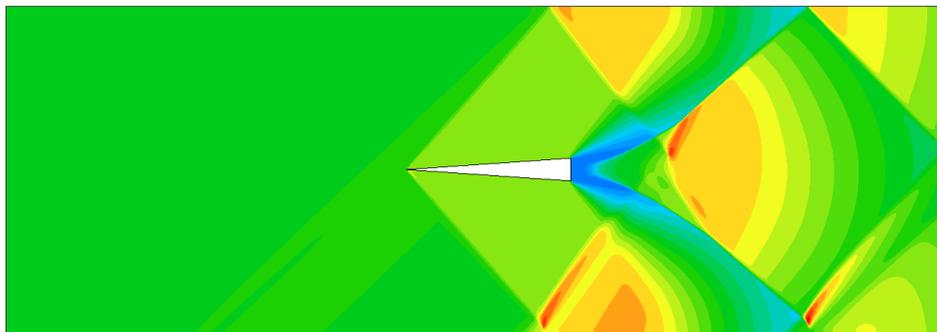
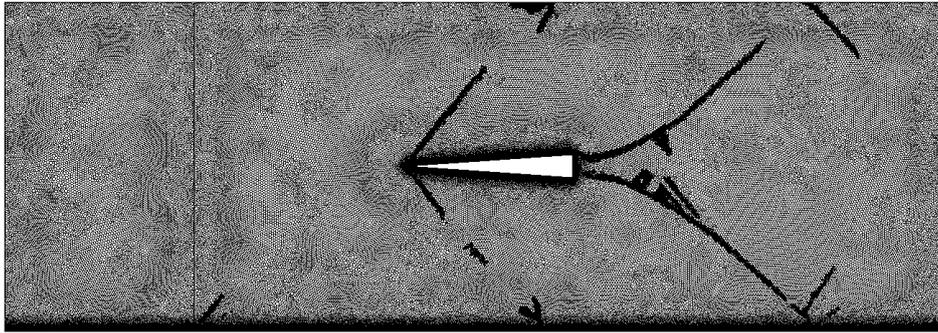


Figura 4.117: Test 55kPa - Mesh e campo di pressione dopo il 4° adattamento al ciclo N°600.

File : M1.47_L200_55k_correct-SSTkw_1000.fph
Cycle: 1000
Time : 0.000000



File : M1.47_L200_55k_correct-SSTkw_1000.fph
Cycle: 1000
Time : 0.000000

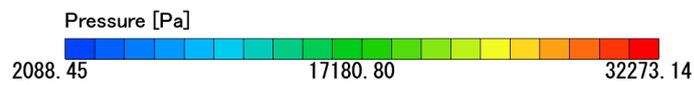
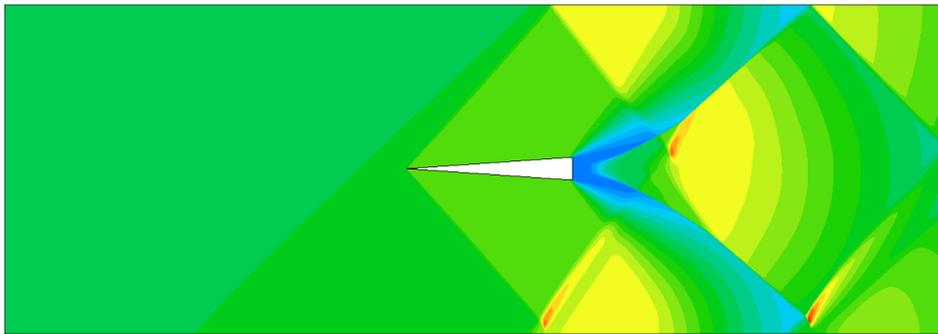
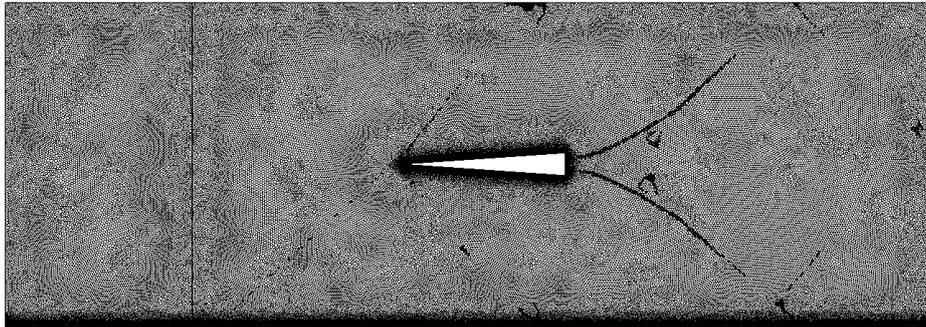


Figura 4.118: Test 55kPa - Mesh e campo di pressione dopo l'ultimo adattamento al ciclo N°1000.

File : M1.47_L200_70k_correct-SSTkw_300.fph
Cycle: 300
Time : 0.000000



File : M1.47_L200_70k_correct-SSTkw_300.fph
Cycle: 300
Time : 0.000000

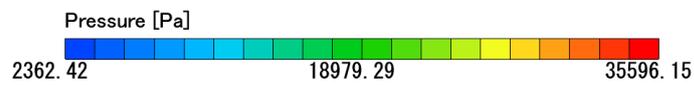
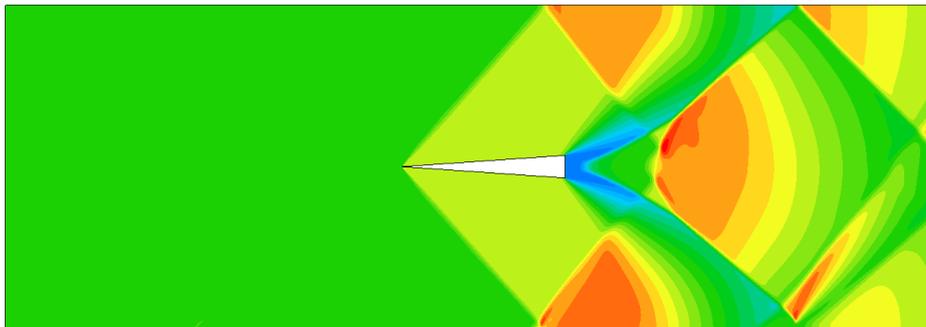
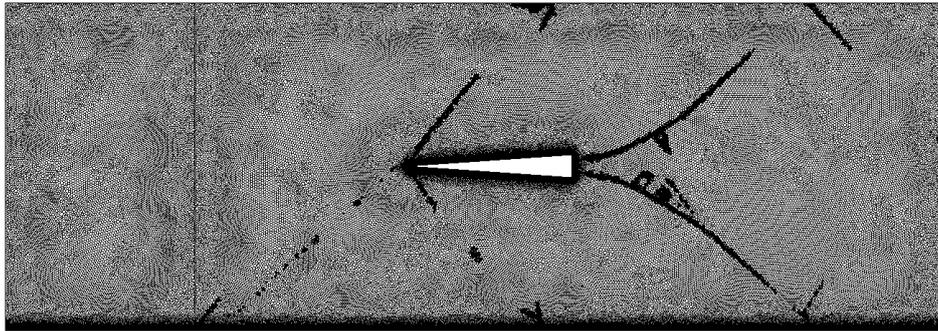


Figura 4.119: Test 70kPa - Mesh e campo di pressione dopo il primo adattamento al ciclo N°300.

File : M1.47_L200_70k_correct-SSTkw_600.fph
Cycle: 600
Time : 0.000000



File : M1.47_L200_70k_correct-SSTkw_600.fph
Cycle: 600
Time : 0.000000

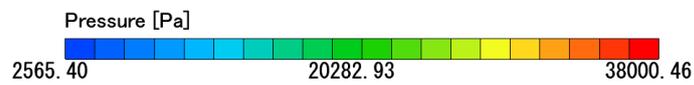
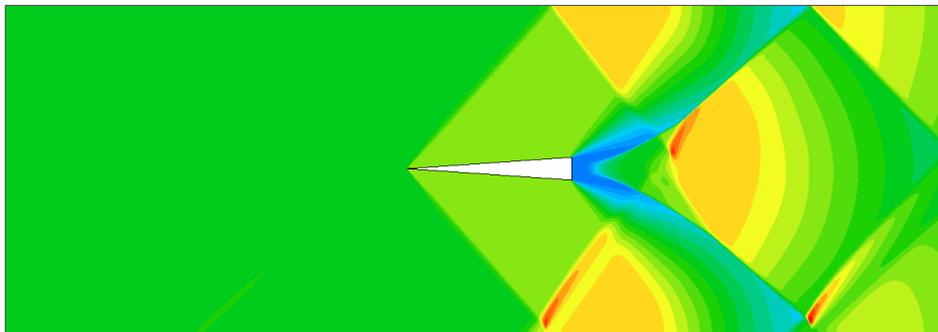
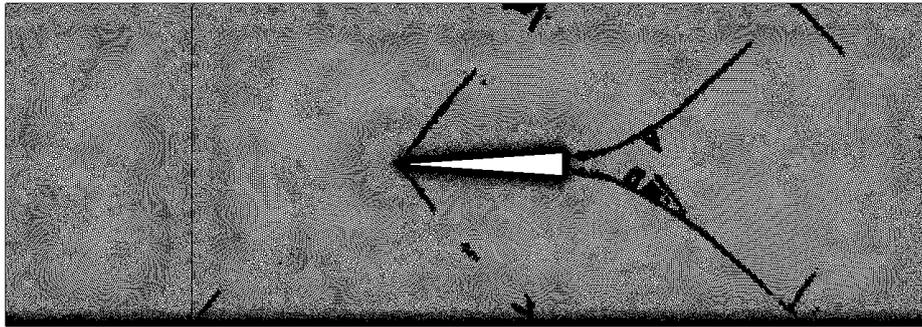


Figura 4.120: Test 70kPa - Mesh e campo di pressione dopo il 4°adattamento al ciclo N°600.

File : M1.47_L200_70k_correct-SSTkw_1000.fph
Cycle: 1000
Time : 0.000000



File : M1.47_L200_70k_correct-SSTkw_1000.fph
Cycle: 1000
Time : 0.000000

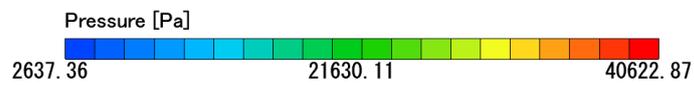
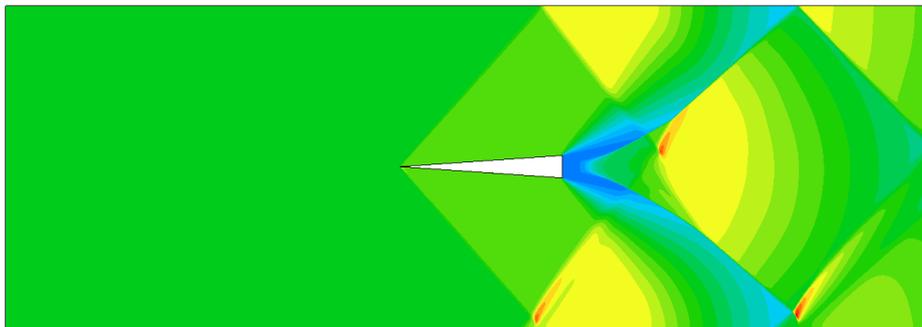
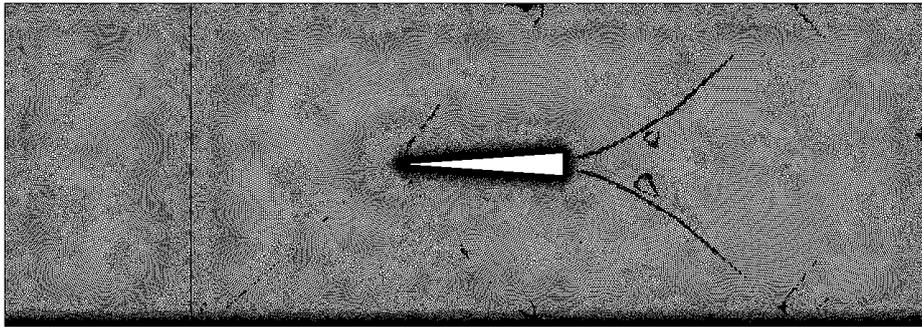


Figura 4.121: Test 70kPa - Mesh e campo di pressione dopo l'ultimo adattamento al ciclo N°1000.

File : M1.47_L200_100k_correct-SSTkw_300.fph
Cycle: 300
Time : 0.000000



File : M1.47_L200_100k_correct-SSTkw_300.fph
Cycle: 300
Time : 0.000000

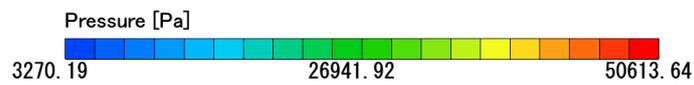
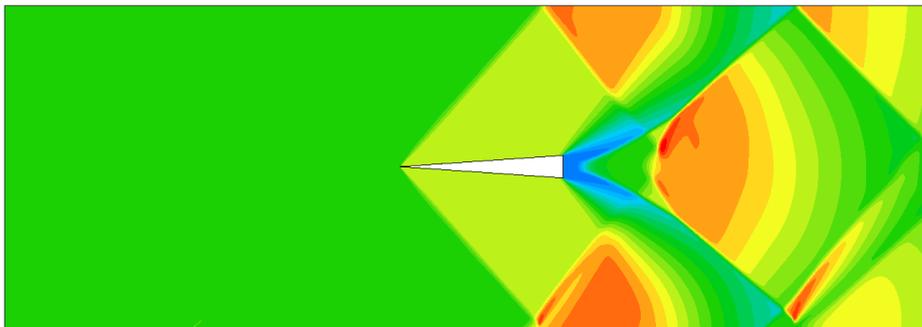
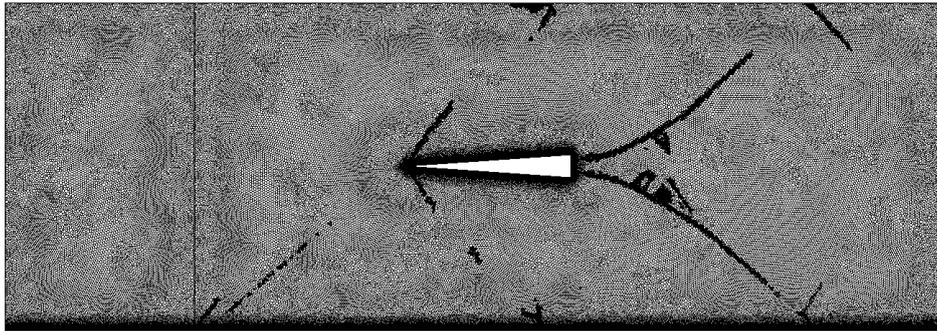


Figura 4.122: Test 100kPa – Mesh e campo di pressione dopo il primo adattamento al ciclo N°300.

File : M1.47_L200_100k_correct-SSTkw_600.fph
Cycle: 600
Time : 0.000000



File : M1.47_L200_100k_correct-SSTkw_600.fph
Cycle: 600
Time : 0.000000

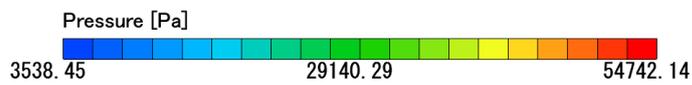
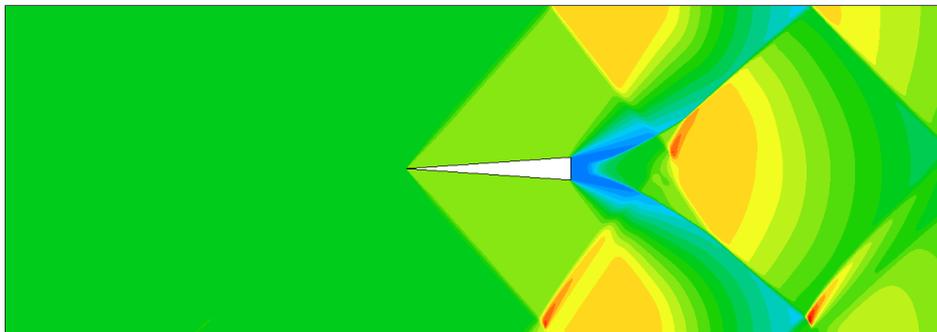
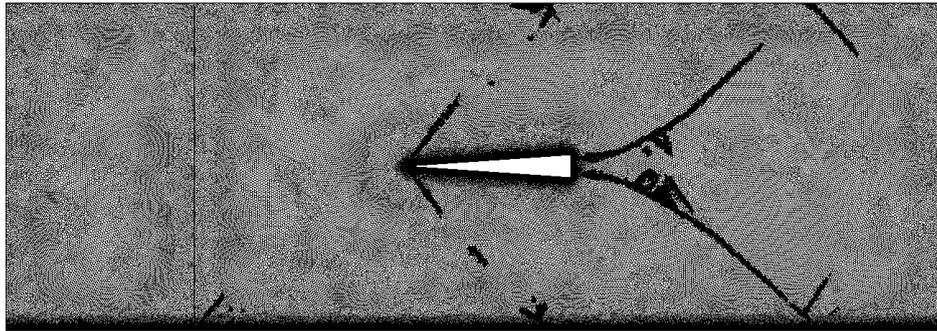


Figura 4.123: Test 100kPa – Mesh e campo di pressione dopo il 4° adattamento al ciclo N°600.

File : M1.47_L200_100k_correct-SSTkw_1000.fph
Cycle: 1000
Time : 0.000000



File : M1.47_L200_100k_correct-SSTkw_1000.fph
Cycle: 1000
Time : 0.000000

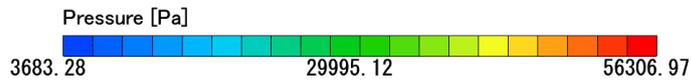
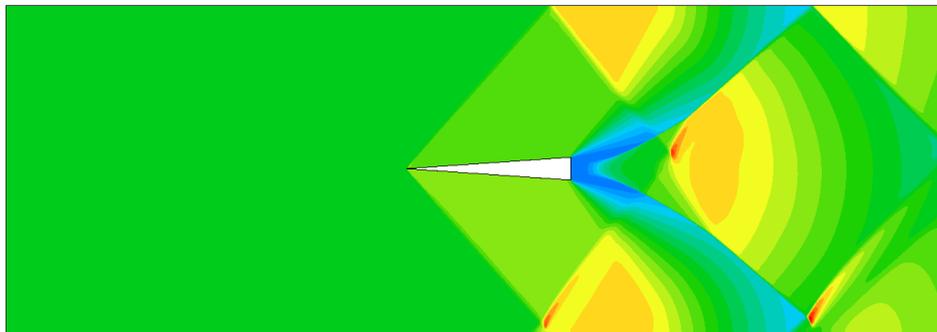
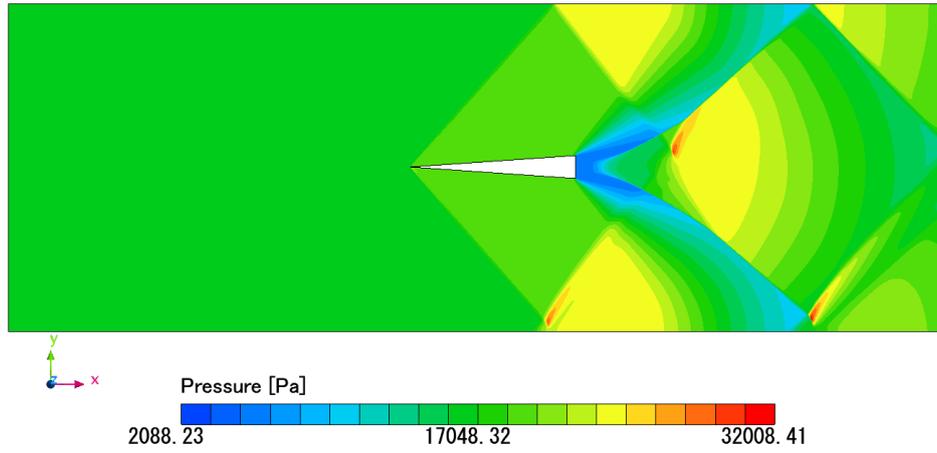


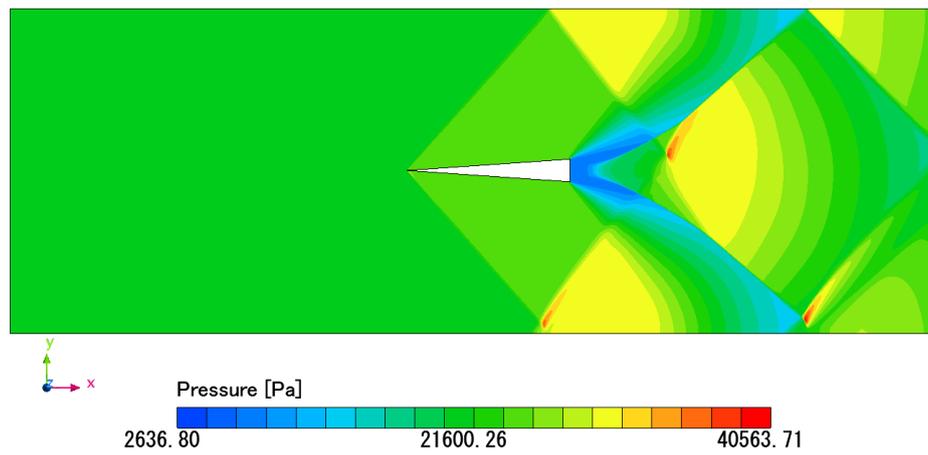
Figura 4.124: Test 100kPa - Mesh e campo di pressione finale dopo l'ultimo adattamento al ciclo N°1000.

Anche in quest'analisi il metodo di adattamento dinamico della mesh evidenzia un miglioramento della visualizzazione del campo di moto. La soluzione viene ulteriormente affinata fino al ciclo 1500 mostrato in Figura 4.125.

File : M1.47_L200_55k_correct-SSTkw_1500.fph
Cycle: 1500
Time : 0.000000



File : M1.47_L200_70k_correct-SSTkw_1500.fph
Cycle: 1500
Time : 0.000000



File : M1.47_L200_100k_correct-SSTkw_1500.fph
Cycle: 1500
Time : 0.000000

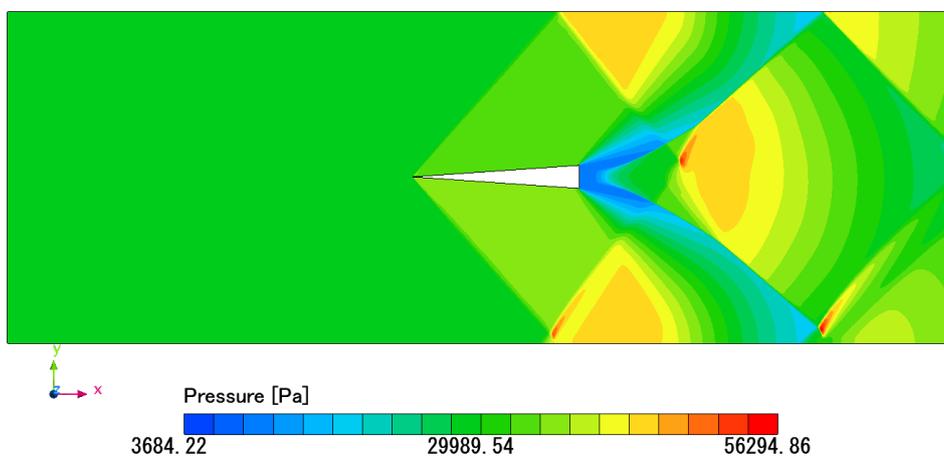


Figura 4.125: Campo di pressione al ciclo finale 1500. In alto il test 55kPa, al centro il test 70kPa, in basso il test 100 kPa.

La visualizzazione degli urti è mostrata nella Figura 4.126 attraverso la variabile *pseudo-Schlieren*. Si noti come i 3 casi siano pressoché identici a meno della scala di grandezza della variabile. Ciò dimostra che pressioni più elevate a monte dell'urto influenzano sull'intensità dell'onda stessa.

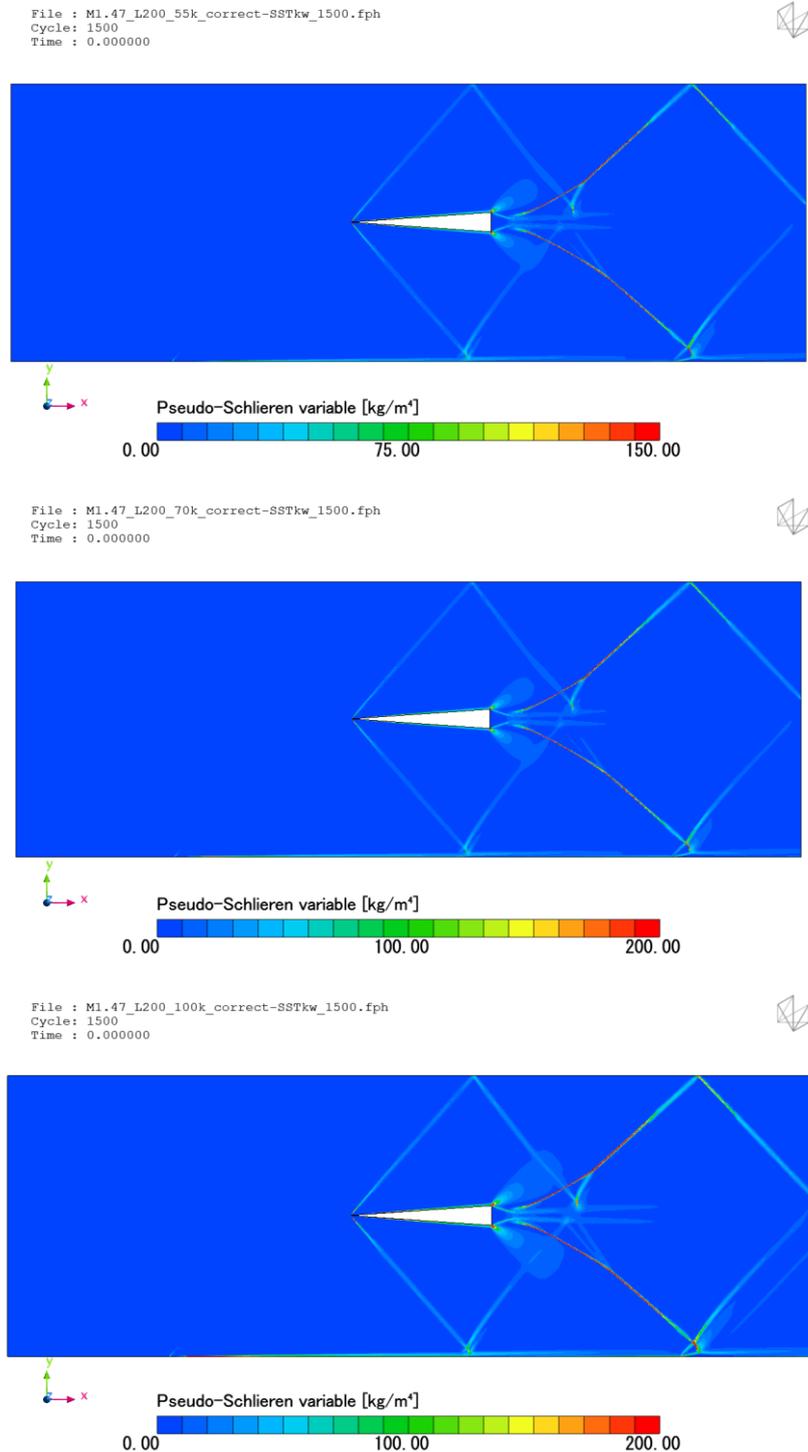


Figura 4.126: Pseudo-Schlieren variable al ciclo 1500. In alto il test 55kPa, al centro il test 70kPa, in basso il test 100 kPa.

4.6.4 Distribuzione di y^+ sulle pareti

Si illustrano le visualizzazioni della distribuzione di y^+ ottenute per le diverse simulazioni in fase di *post-processing* sulla lamina piana e sul cuneo (Figura 4.127 e 4.128).

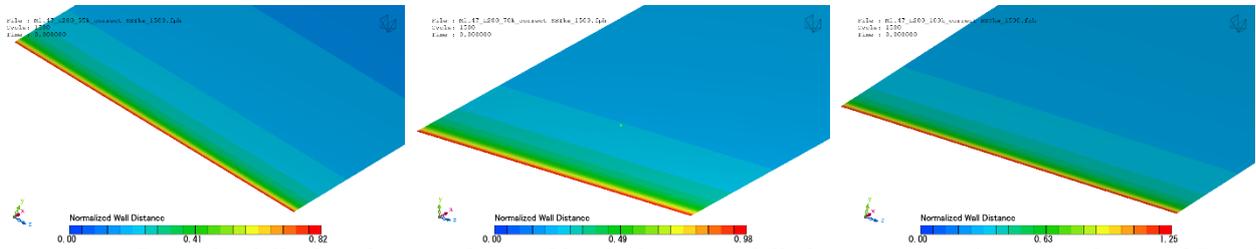


Figura 4.127: Dettaglio della distribuzione di y^+ sul bordo di attacco della lamina piana. A sinistra il test 55kPa, al centro il test 70kPa, a destra il test 100 kPa.

Si noti come l'andamento di y^+ sulla lamina piana rispetti le condizioni impostate ($y^+ < 1$) a eccezione del bordo di attacco per il caso a 100kPa, in cui si ottiene un valore massimo di $y^+ = 1.25$, comunque ritenuto accettabile, considerando che riguarda il caso con condizioni più gravose.

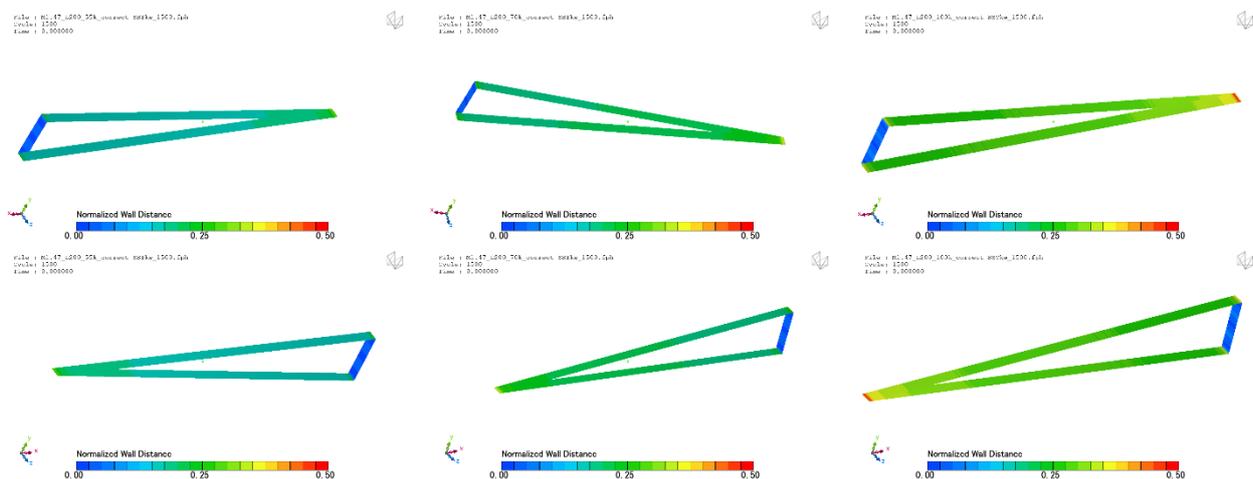


Figura 4.128: Andamento di y^+ sulle pareti del cuneo. In alto una vista laterale con la parete inferiore in primo piano, in basso una vista dall'alto. A sinistra il test 55kPa, al centro il test 70kPa, a destra il test 100 kPa.

4.6.5 Regime strato limite

Questa configurazione del test sperimentale osserva uno strato limite di transizione nella zona di impatto dell'urto con lo strato limite. In Figura 4.129 si riporta la visualizzazione ottenuta in *post-processing* del rapporto tra la viscosità turbolenta e quella molecolare.

Si evidenzia che all'interno dello strato limite, in prossimità dell'impatto dell'urto, si trova un incremento della viscosità turbolenta e ciò appare sempre più marcato all'aumentare della pressione totale esterna, indice del fatto che i fenomeni turbolenti crescono.

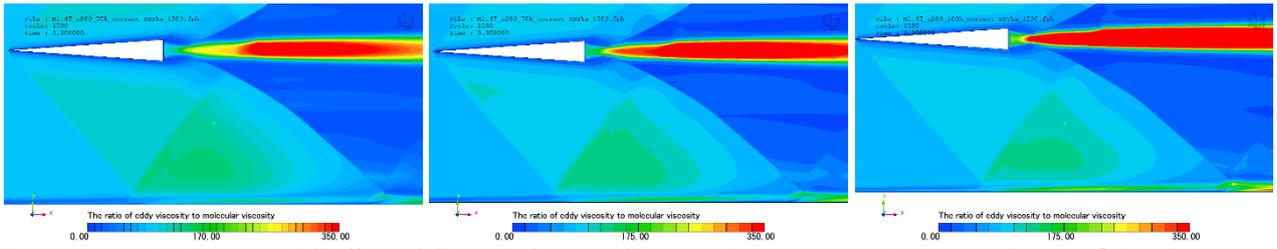


Figura 4.129: Andamento dell'effetto della turbolenza nella zona di interazione. A sinistra il test 55kPa, al centro il test 70kPa, a destra il test 100 kPa.

Conclusioni

Lo studio di questa tesi si è concentrato sull'applicazione di metodi numerici per la risoluzione di un campo di moto esemplare in presenza di un'interazione tra urto e strato limite. La simulazione svolta per il flusso laminare ha ottenuto buoni risultati, in accordo con i dati sperimentali. In essa si è osservato un leggero discostamento a valle del punto di interazione, a causa dell'intensità dell'urto, che risulta superiore a quella misurata in laboratorio. Opportuni accorgimenti sull'angolo di apertura del cuneo e sulla distanza trasversale tra il suo bordo di attacco e la lamina piana potrebbero migliorare la soluzione numerica. La visualizzazione del campo di moto risulta buona, ma non paragonabile a quella ottenuta con il metodo di raffinamento automatico usato per le altre simulazioni. Una possibile miglioria potrebbe essere l'applicazione del metodo di *Mesh Adaptation Analysis* con *remeshing*, a discapito di un aumento del costo computazionale. In alternativa, si potrebbe utilizzare il raffinamento dinamico (come è avvenuto nelle altre simulazioni) con opportune correzioni allo script utilizzato dall'analisi, dato che, allo stato attuale, il metodo ottiene un andamento delle variabili fisiche meno stabile rispetto al caso con griglia fissa. Per i test in regime di transizione l'utilizzo del metodo di raffinamento automatico della mesh, attraverso lo strumento di *Mesh Adaptation Analysis* insito in Cradle-scFLOW, si è rivelato utile ai fini della convergenza delle variabili e dei risultati. In particolare, la scelta del metodo con adattamento dinamico ha ridotto notevolmente il costo computazionale delle analisi CFD, garantendo comunque buoni ordini di convergenza. Le simulazioni ottenute con i diversi modelli RANS per la trattazione della turbolenza hanno evidenziato una discrepanza tra i risultati numerici e quelli sperimentali nell'intorno del punto di impatto dell'urto. Tale inesattezza può essere dovuta a diversi fattori:

- Posizione relativa del bordo di attacco del cuneo rispetto alla lamina piana: essa è stata scelta al fine di rispettare il punto di impatto dell'urto sullo strato limite della lamina, in modo da ottenere l'interazione ottenuta sperimentalmente. Tuttavia, il picco evidenziato in prossimità dell'impatto può essere causato dalla riflessione sulla parete inferiore del cuneo di un urto debole generato dal bordo di attacco della lamina piana.
- Effetti 3D: la turbolenza è un fenomeno prettamente tridimensionale, infatti, le fluttuazioni delle grandezze fisiche possono avvenire lungo le 3 direzioni, ognuna delle quali può influenzare le componenti lungo gli altri assi. Nei paragrafi precedenti sono state trattate simulazioni bidimensionali e le facce ortogonali all'asse z sono state considerate come superfici di simmetria, andando dunque a riprodurre un campo uniforme lungo z . Tale assunzione potrebbe aver causato un errore di approssimazione

per cui, in futuro, si potrebbero analizzare campi tridimensionali più complessi e valutarne gli effetti sui risultati.

- Modellazione RANS della turbolenza: i modelli applicati alle simulazioni approssimano la viscosità turbolenta, utilizzando un valore costante per il parametro C_μ e imponendo una relazione lineare tra il tensore e gli sforzi turbolenti. In realtà, questa ipotesi non risulta realistica in presenza di gradienti avversi di pressione, come evidenziato da Bradshaw (28) e come riportato da Thivet (29), dove bisognerebbe tener conto della TKE. L'utilizzo di alcuni modelli RANS non lineari o di altri modelli numerici potrebbe ridurre l'errore di approssimazione.

Sebbene sia presente un discostamento dai risultati sperimentali nel punto di interazione, i modelli RANS $SST - k\omega$ e Spalart-Allmaras sono quelli che ottengono i risultati più simili e che rispettano il regime del flusso osservato in galleria del vento, a eccezione del test L250 in cui si manifesta un regime di transizione turbolenta anziché uno laminare come ci si aspettava. La configurazione geometrica L250, testata senza successo anche con il modello di regime laminare, potrebbe essere studiata in futuro approssimandola con un modello di transizione, più adatto all'analisi di flussi ad elevati numeri di Reynolds rispetto al regime laminare.

I risultati ottenuti con il metodo Realizable $k - \varepsilon$, nonostante sia più indicato alle applicazioni in presenza di strato limite rispetto agli altri modelli $k - \varepsilon$, evidenzia una discrepanza maggiore nei risultati rispetto agli altri modelli applicati e non approssima correttamente il salto di pressione dovuto all'interazione.

Ringraziamenti

Al termine del mio percorso universitario voglio ringraziare tutti coloro che mi hanno supportato e aiutato dalle prime fasi fino alla sua conclusione.

Sono riconoscente ai miei relatori, il Prof. Andrea Ferrero e il Prof. Francesco Larocca, per avermi dato l'opportunità di svolgere con loro questa tesi e di effettuare un'esperienza formativa in azienda.

Tengo a ringraziare Hexagon – MSC Software per la possibilità che mi ha concesso, permettendomi di applicare alcune di quelle nozioni apprese durante i corsi frequentati al Politecnico di Torino. In particolare, ringrazio l'Ing. Daniele Catelani, che ha assiduamente mostrato interesse nel mio percorso di tesi seguendolo nelle sue fasi, e l'Ing. Elia Cipolato, per avermi costantemente fornito indispensabili consigli nella risoluzione delle problematiche affrontate nel corso dell'intera esperienza in azienda e per avermi accolto in ufficio facendomi sentire parte del gruppo, mostrandomi sempre piena disponibilità.

Sono specialmente grato ai miei familiari e amici che mi sono stati di aiuto e di conforto durante tutto il percorso di studio, condividendo con me gioie, successi e sacrifici. Una menzione particolare va fatta ai miei genitori che non hanno mai smesso di credere in me nonostante le difficoltà riscontrate nel corso degli anni. È proprio a loro che dedico tutto il mio lavoro per renderli fieri e orgogliosi di me e poterli ripagare del loro supporto.

Riferimenti

1. **P.A. Polivanov, A.A. Sidorenko, A.A. Maslov.** Transition effect on the shock wave/boundary layer interaction region and the wake at low supersonic Mach number. s.l. : AIAA SciTech, 2015.
2. **Hakkinen, R. J., Greber, I., Trilling, L., & Abarbanel, S. S.** *The interaction of an oblique shock wave with a laminar boundary layer.* s.l. : (No. NASA-MEMO-2-18-59W)., 1959.
3. **Hermann Schlichting, Klaus Gersten.** *Boundary-Layer Theory.* 9th. s.l. : Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2017. 978-3-662-52917-1.
4. **E.L. Houghton, P.W. Carpenter, Steven H. Collicott, Daniel T. Valentine.,** *Chapter 3 - Viscous Flow and Boundary Layers.* s.l. : E.L. Houghton, P.W. Carpenter, Steven H. Collicott, Daniel T. Valentine, 2017. Aerodynamics for Engineering Students (Seventh Edition), Pages 151-254. ISBN 9780081001943.
5. **Schlichting, H.** *Boundary layer theory.* s.l. : McGraw-Hill, 1979.
6. **Babinsky, Holger, and John K. Harvey, eds.** *Shock wave-boundary-layer interactions.* Cambridge University Press : Vol. 32., 2011.
7. **Andersson, Bengt e al., et.** *Computational fluid dynamics for engineers.* s.l. : Cambridge: Cambridge University Press, 2012.
8. **H. Tennekes, J. L. Lumley.** *A first course in turbulence.* s.l. : MIT press, 1972.
9. **White, F. M.** *Viscous fluid flow.* s.l. : II ed., McGraw-Hill, 1991.
10. **Boussinesq, Joseph.** *Thōrie analytique de la chaleur mise en harmonie avec la thermodynamique et avec la thōrie mēcanique de la lumi_re: Refroidissement et chauffage par rayonnement, conductibilitē des tiges, lames et masses cristallines, courants de convection, thōrie mēc.* s.l. : Gauthier-Villars, 1903.
11. **J.F.Wendt.** *Computational fluid dynamics, A Von Jarman Institute Book.* s.l. : Springer-verlag, 1992.
12. **MSC, Software.** *Analysis Method in User's Guide for Cradle-scFlow.* 2022.
13. **Shih T.H., et al.** *A new $k-\varepsilon$ eddy viscosity model for high Reynolds number turbulent flows,* *Computers Fluid.* No. 3,pp.227-238, 1995, Vol. Vol.24.
14. **Spalart, S.R. e Allmaras, P.R.** *A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows.* Reno, NV : 30th Aerospace Science Meeting and Exhibit, January, 1992. AIAA Paper 92-0439.
15. **Wilcox, D.** *Turbulence Modeling for CFD.* s.l. : CWD Industries, Second Edition, 1998.
16. **F.Menter.** *Zonal Two Equation $k-\omega$ Turbulence Models for Aerodynamic Flows.* s.l. : AIAA 93-2906, 1993.

17. **Leonard, B.P.** *A Stable and Accurate Convective Modelling Procedure Based on Quadratic Interpolation*. s.l. : Comp. Methods. Appl. Mech. & Eng., Vol.19, 59-98,, 1979.
18. **H., Nishikawa.** *Two Ways to Extend Diffusion Schemes to Navier-Stokes Schemes: Gradient Formula or Upwind Flux*. Honolulu, Hawaii : AIAA Paper 2011-3044, 20th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, 27-30 June, 2011.
19. **Liesen, Jörg, and Zdenek Strakos.** *Krylov subspace methods: principles and analysis*. Oxford University Press : s.n., 2013.
20. **H. Nishikawa, K. Kitamura.** *Very Simple, Carbuncle-free, Boundary-Layer-Resolving, Rotated-Hybrid Riemann Solvers*. s.l. : Journal of Computational Physics, 2008.
21. **Nishikawa, H.** *Beyond Interface Gradient: A General Principle for Constructing Diffusion Schemes*. 40th AIAA Fluid Dynamics Conference, and Exhibit Chicago : AIAA Paper, 2010-5093, 2010.
22. **H. Nishikawa.** *Robust and Accurate Viscous Discretization via Upwind Scheme-I: Basic Principle*. s.l. : Computers and Fluids, 2011.
23. **Y. Nakashima, N. Watanabe, H. Nishikawa.** *Development of an Effective Implicit Solver for General-Purpose Unstructured CFD Software*. The 28th Computational Fluid Dynamics Symposium, Tokyo, Japan : s.n., 2014.
24. **F.W. Barry, A.H. Shapiro and E.P. Neumann.** *The interaction of shock waves with boundary layers on a flat surface*. s.l. : Guided Missiles Program, M.I.T. Meteor, Mar.1950, Vol. Rep. No.52.
25. **CFD, Online.** CFD online. [Online] <https://www.cfd-online.com/Tools/yplus.php>.
26. **G.Iuso.** *Formulario del curso di Gasdinamica*. A.A. 2018-2019.
27. **SOLIDWORKS, Dassault Systèmes.** *SolidWorks®. Version Solidworks, 2018, 1*.
28. **Bradshaw, P., Ferriss, D.H. and Atwell, N.P.** *Calculation of Boundary-Layer Development Using the Turbulent Energy Equation*. N°3, pp. 593-616, s.l. : Journal of Fluid Mechanics, 1967, Vol. Vol.28.
29. **Thivet, Frederic.** *Lessons learned from RANS simulations of shock-wave/boundary layer interactions*. p.583, s.l. : 40th AIAA Aerospace Science Meeting & Exhibit., 2002.