POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in

Ingegneria Aerospaziale – Sistemi Propulsivi

Tesi di Laurea

Calcolo e misura sperimentale della risposta forzata di un simulacro

di turbina in presenza di mistuning intenzionale

e underplatform dampers

Candidato:
Massimo Magnano

Relatori:
Prof. Christian Firrone
Prof. Giuseppe Battiato

Anno Accademico 2022-2023

Alle intemperie della vita e al modo in cui ne usciamo migliori

Ringraziamenti

Vorrei in primo lungo esprimere la mia gratitudine a tutte le persone che mi hanno accompagnato e aiutato nel corso di questi anni.

Un particolare ringraziamento va ai miei relatori, il Prof. Christian Firrone e il Prof. Giuseppe Battiato, e all'Ing. Antonio D'Ettole di Avio Aero che si sono sempre dimostrati disponibili e cortesi nei miei confronti e mi hanno dato la possibilità di prendere parte ad un progetto di tesi stimolante e conforme ai miei interessi.

Voglio inoltre ringraziare la mia famiglia per il sostegno e i sacrifici fatti in modo da potermi permettere di realizzare questo percorso.

A concludere, vista la quantità di esperienze che mi hanno accompagnato fino al traguardo, vorrei rivolgere un ringraziamento speciale a tutti i vecchi e nuovi amici che hanno dato il loro contribuito lungo questo percorso ricco di alti e bassi ma anche pieno di soddisfazioni.

Sommario

Negli ultimi decenni un grande sforzo è stato investito nella progettazione di motori con prestazioni sempre più elevate e rendimenti maggiori al fine di ridurre l'impatto ambientale del trasporto aereo. In questo contesto, risulta fondamentale ridurre sia i consumi che il peso degli aeromobili utilizzando tecnologie e materiali sempre più all'avanguardia. Questo obiettivo può essere perseguito attraverso la progettazione di strutture sempre più snelle e leggere e quindi più facilmente soggette al fenomeno della fatica ad alto numero di cicli (high cycle fatigue - HCF). Un tipico esempio è rappresentato dalle palette dei dischi dei moduli turbina e compressore impiegati nei motori aeronautici. In particolare, a causa della loro snellezza, le palette risultano essere soggette a vibrazioni forzate e autoeccitate, che devono essere mitigate per evitare di compromettere l'integrità strutturale dell'intero motore.

Nella letteratura scientifica gli approcci proposti per il controllo delle vibrazioni nei dischi palettati prevedono l'implementazione di un pattern di mistuning intenzionale, per la stabilizzazione della risposta a flutter delle palette, e lo sfruttamento di interfacce di contatto nei giunti al fine di rendere possibile la dissipazione di energia cinetica attraverso il fenomeno dell'attrito.

L'attività di questa tesi si focalizza sullo studio della risposta forzata non lineare di un simulacro di disco di turbina in presenza di un pattern di mistuning intenzionale e underplatform dampers. Il simulacro è stato progettato in modo che presenti le stesse forme modali del disco di turbina testato nell'ambito del progetto europeo ARIAS presso l'Avio Aero Test Center. In particolare, è stata calcolata la risposta forzata del simulacro per mezzo del software Policontact, sviluppato dal gruppo AERMEC del Politecnico di Torino, ed è confrontata con i risultati sperimentali provenienti da una campagna di test eseguiti sul simulacro presso il laboratorio di dinamica sperimentale AERMEC. I test sono stati condotti

nel banco prova Spinning Rig dove la risposta sincrona del simulacro è misurata per mezzo della tecnica di misura Blade Tip-Timing.

Il presente lavoro di tesi, grazie all’opportunità offerta da Avio Aero, si inquadra in tale contesto.

Indice

Lista delle Figure

Lista delle Tabelle

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Progetto ARIAS

Il progetto ARIAS (Advanced Research in Aeromechanical Systems) è un'iniziativa di ricerca che ha come obiettivo quello di sviluppare soluzioni innovative per migliorare la sicurezza, l'affidabilità e l'efficienza dei motori aerei. Il progetto prevede la collaborazione di più istituzioni, tra cui diversi partner industriali del settore aerospaziale. Il progetto ARIAS si concentra principalmente sul miglioramento dei metodi di progettazione impiegati dai produttori di motori aeronautici in modo da essere in grado di prevedere le vibrazioni aeromeccaniche presenti all'interno del motore stesso che si verificano a causa dell'interazione tra i componenti e il flusso di aria che attraversa la macchina. I limiti dei metodi attuali portano generalmente a progettazioni molto conservative in cui il comportamento aeromeccanico indesiderato viene evitato a scapito di costi, peso e complessità dei componenti. L'accesso a metodi di progettazione più affidabili consentirà di ottimizzare i progetti di componenti accettabili dal punto di vista aeromeccanico, facilitando la produzione di motori più efficienti, affidabili e silenziosi.

Per raggiungere questo obiettivo, il progetto ARIAS prevede una combinazione di test sperimentali, modellazione computazionale e tecniche di analisi dei dati. I ricercatori lavorano a stretto contatto con i partner industriali per garantire che le tecnologie e i processi sviluppati attraverso il progetto siano applicabili e rilevanti al mondo dell'industria aerospaziale.

Il lavoro presente in questa tesi si afferma in tale contesto in quanto tratta in particolare dell'analisi numerica effettuata su un simulacro di turbina fabbricato da Avio Aero ed ispirato alla geometria di un altro disco palettato rotorico a 144 pale (Figura 1.1.1), utilizzato all'interno del progetto ARIAS per test utili allo studio delle proprietà smorzanti dei damper e delle masse mistunanti.

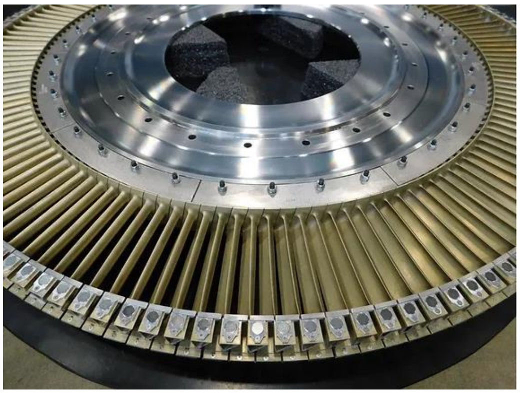
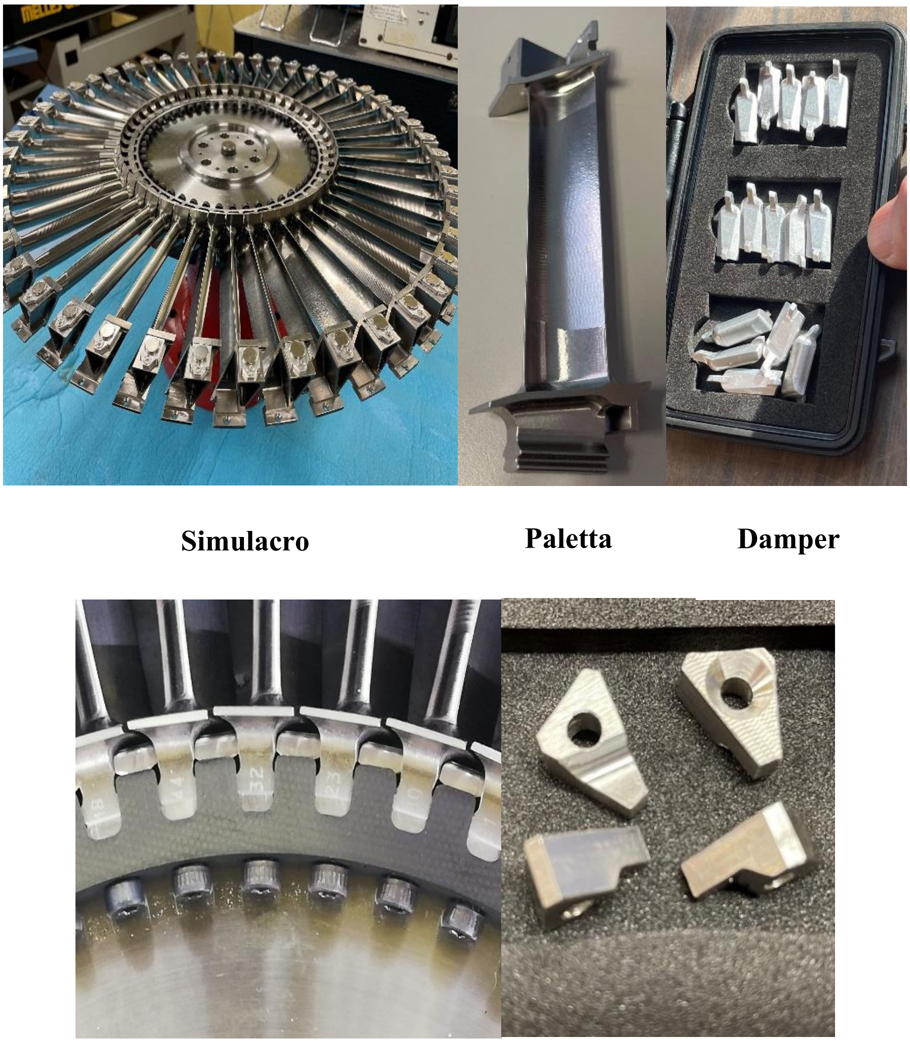


Figura 1.1.1: Disco ARIAS [6]

Il simulacro soggetto dello studio così realizzato presenta una configurazione a 48 palette, su ciascuna di esse è possibile fissare una massa mistunante ed è stato inoltre prodotto un doppio anello di contenimento con l'obiettivo di tenere in posizione i damper durante la rotazione.



Simulacro **Paletta** **Damper**

Anello di contenimento frontale **Masse mistunanti**

Figura 1.1.2: Simulacro + componenti

1.2 Dinamica dei Rotori

1.2.1 Introduzione allo studio di un disco palettato

Uno step essenziale nella progettazione e lo sviluppo di propulsori per uso aeronautico è la valutazione del comportamento dinamico di un rotore, che consente ai progettisti di studiare il campo degli spostamenti dell'intera struttura in condizioni operative specifiche, ritenute problematiche. Le suddette criticità corrispondono alle condizioni di risonanza del rotore e coincidono con la comparsa di fenomeni vibratori caratterizzati da elevata ampiezza che nel campo della fatica ad alto numero di cicli (High Cycle Fatigue) possono condurre alla generazione di cricche. È in questo contesto che nasce l'esigenza di studiare e validare configurazioni progettuali innovative e nuovi sistemi di analisi, misura e test che permettano di prevedere in modo accurato il comportamento dinamico della struttura per migliorarne aspetti come costo, sicurezza ed efficienza.

Come vedremo in seguito, lo studio dinamico del simulacro parte dalla definizione della geometria tramite un software CAD per poi venir in seguito esportata in un software di analisi ad elementi finiti (FEM) dove vengono effettuate analisi dinamiche in simmetria ciclica di un settore fondamentale (elemental sector) rappresentativo dell'intera struttura circolare del disco palettato. Questo processo ha come obiettivo quello di identificare una serie di forme modali caratterizzanti sia il simulacro che il disco ARIAS. Si effettua in seguito una valutazione dei comportamenti del disco in varie configurazioni in presenza di componenti preposti allo smorzamento delle vibrazioni che si potrebbero andare a generare durante la vita operativa del componente

L'insieme degli step sopracitati è anche utile al fine di individuare il metodo in cui le condizioni di eccitabilità dei modi di interesse possono essere raggiunte combinando il pattern di forzanti a cui è soggetto il disco e la velocità di rotazione dello stesso.

Differentemente da un disco reale, il cui sistema di eccitazione corrisponde alla distribuzione del flusso a monte dello stesso, nel caso di un simulacro di turbina questo può essere simulato per mezzo di una serie di magneti permanenti equispaziati lungo la direzione circonferenziale del disco. Questi generano un set di impulsi concentrati sulle pale rotoriche il cui numero rappresenta l'Engine Order (EO) della forzante.

In modo da rendere più agevole la lettura di questa tesi è conveniente introdurre una classificazione preventiva delle cause di sollecitazione che si possono verificare su di un disco palettato ed il comportamento dinamico che queste inducono.

1.2.2 Analisi statica e dinamica

È estremamente importante valutare il comportamento sia statico che dinamico di una qualsiasi struttura, sia essa un singolo componente o un assieme di elementi.

L'analisi statica di una struttura consente la distribuzione dei campi di spostamento, deformazione e tensione indotti dai carichi di esercizio a cui è sottoposta la struttura stessa. Nel caso specifico di un bladed disk le sollecitazioni di tipo statico possono avere diversa origine:

- Carichi aerodinamici: dovuti alla distribuzione di pressioni esercitata dalla corrente fluida sulle palette;
- Carichi centrifughi: derivanti dalle proprietà inerziali e dalla velocità di rotazione del rotore;
- Carichi termici: indotti dalla presenza di gradienti di temperatura lungo determinate direzioni che possono andare a modificare le proprietà del materiale.

D'altro canto, la valutazione del comportamento dinamico della struttura si avvale invece dell'analisi modale. Questa permette l'individuazione delle frequenze naturali delle relative forme modali del sistema che si manifestano nel momento in cui la struttura viene eccitata in particolari condizioni dette di risonanza.

Andremo adesso a richiamare più nel dettaglio le particolari applicazioni di quest'ultima tecnica di analisi e la sua applicazione sui dischi palettati, al fine di determinare quali particolari forme modali risultino effettivamente eccitabili.

1.2.3 Fenomeni vibratori nei dischi palettati

I fenomeni vibrazionali posso far parte del ciclo di vita di qualunque componente o struttura. Questi, in alcuni casi, possono anche portare al collasso della struttura stessa e pertanto devono essere evitati o perlomeno limitati.

In particolare, le macchine contenenti parti rotoriche rappresentano una categoria specifica da studiare a causa delle singolarità che riguardano la loro dinamica vibrazionale. Un classico esempio può essere quello dei turboreattori impiegati nell'industria aeronautica, settore in cui l'affidabilità dei componenti rappresenta un requisito imprescindibile.

Le vibrazioni all'interno di una turbomacchina nascono dalla presenza di campi di forza instazionari generati dal moto relativo tra i componenti rotorici e statorici.

Possiamo suddividere le principali cause di questi fenomeni in quattro macroaree:

- Vibrazioni dovute all'instabilità della combustione;
- Vibrazioni generate da fenomeni di tipo acustico;
- Squilibrio dinamico a cui sono soggetti i componenti rotorici;
- Vibrazione delle palette.

Le palette di turbina, in particolare, rappresentano uno degli elementi più soggetti a fenomeni vibratori a causa della loro elevata snellezza e flessibilità. Ciò rappresenta un problema non trascurabile in quanto possono andare incontro alla nascita di cricche e conseguenti rotture a causa dell'elevato livello di stress che sperimentano. La messa fuori servizio di anche una sola pala può risultare causa sufficiente di gravi perdite economiche e umane.

Le rotture per fatica rappresentano sicuramente una delle principali conseguenze causate dalle sollecitazioni vibrazionali, che scaturiscono a causa dell'elevato numero di cicli di sollecitazione alternata a cui sono sottoposte le palette: parliamo soprattutto di fenomeni vibratori che generano stress individuabili nel campo della fatica ad alto numero di cicli (HCF). Le rotture relative a HCF sono eventi improvvisi dovuti alla rapida propagazione della cricca che porta, in casi estremi, alla rottura del componente. Tenere in considerazione problemi di questo tipo nelle varie fasi di sviluppo di una turbina è quindi un aspetto di vitale importanza.

1.2.4 Il fenomeno della fatica

La fatica è un fenomeno meccanico permanente, progressivo e localizzato per cui un materiale sottoposto a carichi variabili nel tempo (in maniera regolare o casuale) si danneggia fino a portare alla comparsa di cricche e/o alla rottura dopo un numero sufficiente di cicli.

Per la valutazione del livello di danneggiamento dovuto alla fatica vengono utilizzate le curve di Wöhler che riportano i valori di tensione alternata σ_a in funzione del numero di cicli di carico N, maggiore è l'ampiezza di tensione, minore è la durata del componente e viceversa (Figura 1.2.1).

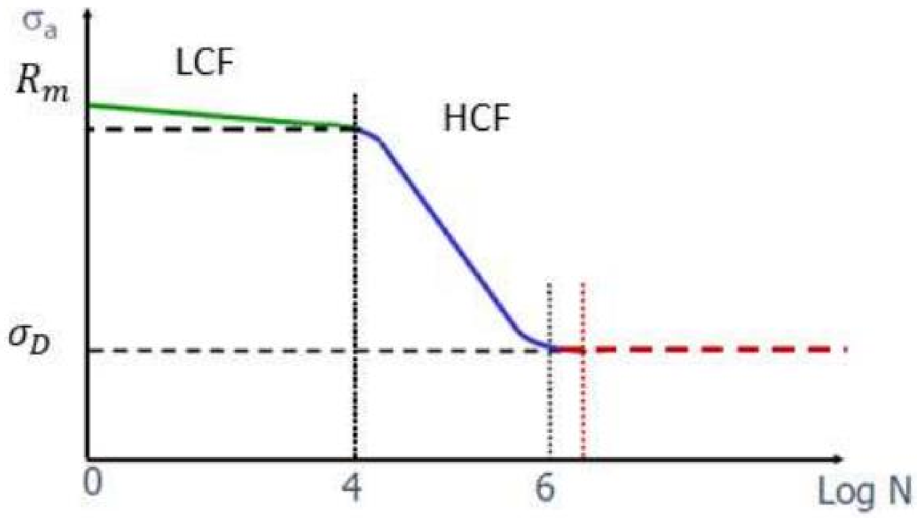


Figura 1.2.1: Curva di Wöhler [5]

In un generico diagramma di Wöhler è possibile identificare tre diverse zone:

- Zona a basso numero di cicli, dove il fenomeno predominante è quello della Low Cycle Fatigue (LCF) in cui il valore massimo di sollecitazione è superiore al limite di snervamento del materiale e l'andamento della curva è quasi orizzontale;
- Zona ad alto numero di cicli, dove troviamo il fenomeno della High Cycle Fatigue (HCF);
- Infine, la terza zona della curva presenta un asintoto orizzontale che rappresenta la zona della vita infinita in quanto al di sotto di un certo valore di sollecitazione alternata applicata la durata del componente diventa infinita e questo particolare valore di tensione viene chiamato limite di fatica.

È anche possibile valutare il rischio di rotture dovute al fenomeno della fatica per mezzo del diagramma di Haigh del componente in questione (Figura 1.2.2).

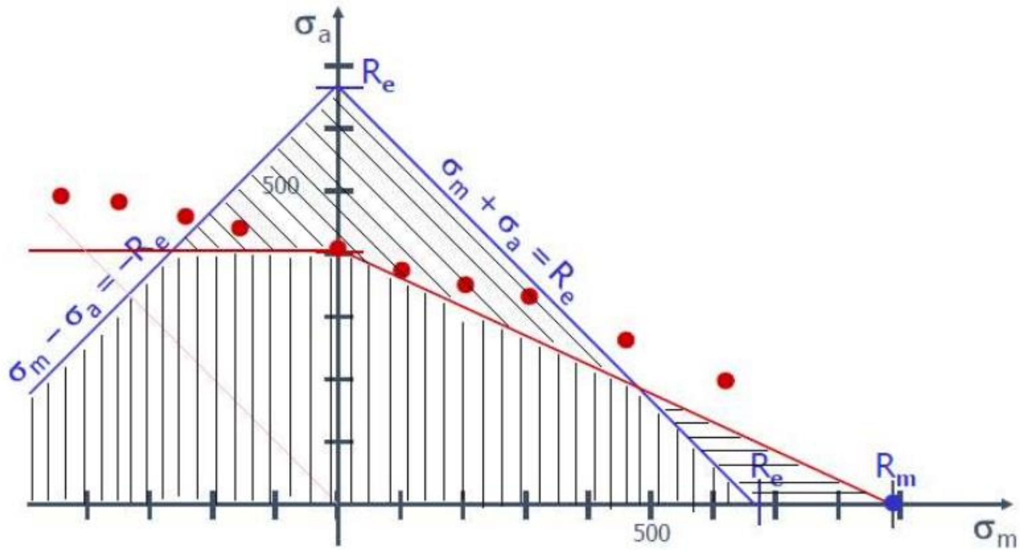


Figura 1.2.2: Diagramma di Haigh [5]

Quest'ultimo mostra l'andamento della tensione alternata σ_a in funzione della tensione media σ_m e viene inoltre completato con l'introduzione delle caratteristiche meccaniche del materiale del componente:

- Limite di snervamento $R_{p0.2}$;
- Carico di rottura R_m;
- Limite di fatica del componente σ_{D-1}.

Carichi aerodinamici statici o l'effetto della forza centrifuga provocano spostamenti e tensioni costanti sui vari componenti rotanti. D'altro canto, la presenza di carichi instazionari può all'occorrenza dare inizio a fenomeni vibrazionali sulle palette e di conseguenza renderle soggette a cicli di sollecitazione alternata.

1.2.5 Sorgenti vibrazionali nelle palette

Le vibrazioni di una turbomacchina possono anche essere classificate in base all'origine della sollecitazione, queste si distinguono principalmente in:

- Vibrazioni di origine meccanica;
- Vibrazioni di origine aerodinamica;
- Vibrazioni di origine termica.

La causa eccitante delle vibrazioni di natura meccanica può essere identificata nel contatto tra il tip della paletta e la gondola motore oppure a rotture causate da eventuali oggetti esterni risucchiati con il flusso d'aria. I fattori di maggiore interesse che influenzano la generazione di vibrazioni di origine aerodinamica includono:

- L'interazione tra schiere statoriche e rotoriche (vibrazioni forzate);
- Oscillazioni autoeccitanti di natura aeroelastica (flutter);
- L'impatto tra le pale e i getti di raffreddamento;
- Fenomeni di pompaggio o di stallo rotante sul compressore.

1.2.6 Caratteristiche modali di un disco palettato

I bladed disk, così come altre strutture circolari quali le ruote dentate, esibiscono un particolare tipo di simmetria ciclica che ne implica un comportamento dinamico tipico. Per un disco palettato è quindi possibile individuare un settore fondamentale definito dall'angolo tra due lamine adiacenti, che determina la dimensione e la forma di ciascuna lamina e il numero di palette totali sul disco e che se ripetuto N_b volte tante quante sono le palette della turbina, ricostruisce l'intera geometria della struttura (Figura 1.2.3).

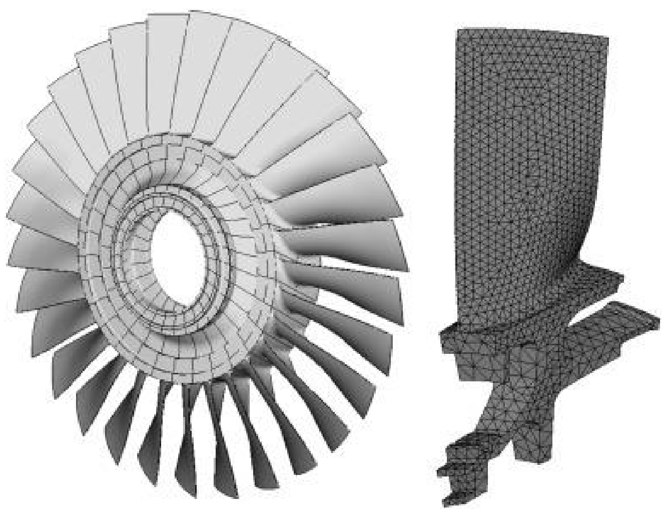


Figura 1.2.3: Esempio settore fondamentale [7]

In sintesi, il settore fondamentale è un parametro chiave che caratterizza la geometria e la funzionalità dei dischi palettati e la sua corretta progettazione e ottimizzazione risulta cruciale in previsione di ottenere prestazioni e affidabilità ottimali in varie applicazioni ingegneristiche, come turbine a gas, motori aeronautici, turbine eoliche e trasmissioni automobilistiche.

Quando un disco palettato viene sottoposto a carichi dinamici, come quelli che si verificano all'interno di una turbomacchina, le pale e il disco possono deformarsi e vibrare in vari modi, caratterizzati da frequenze, forme e ampiezze diverse.

A seguito di un'analisi modale, che è una tecnica numerica utilizzata per determinare le frequenze naturali e le forme modali di una struttura, è possibile ottenere diverse forme modali, ciascuna rappresenta una combinazione unica di modelli di vibrazione del disco.

In generale un'analisi modale parte dalla definizione dell'equazione fondamentale:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\}$$

dove $[M]$, $[C]$ e $[K]$ sono rispettivamente le matrici di massa, smorzamento e rigidezza, $\{x\}$ è il vettore contenente lo spostamento dei vari gradi di libertà del sistema e $\{f\}$ il vettore delle forze esterne. L'analisi modale risolve il precedente sistema algebrico lineare privo di smorzamento e forzanti esterne. Quindi l'equazione precedente si riduce al seguente problema agli autovalori:

$$([K] - \omega_i^2[M])\{u_i\} = \{0\} \qquad i = 1, \dots, N$$

Dove ω_i^2 e $\{u_i\}$ rappresentano l'i-esimo autovalore e autovettore del sistema. Il cacolo degli autovalori ci permetterà di conoscere le frequenze naturali mentre il calcolo degli autovettori fornisce forme modali della struttura.

Il campo degli spostamenti che contraddistingue i modi di queste strutture può essere espresso mediante una funzione del tipo $\cos(n\theta)$ o sin $(n\theta)$. L'argomento di queste funzioni armoniche rappresenta il prodotto tra θ, angolo al centro della circonferenza, ed il coefficiente n che indica il numero di diametri nodali. Quest'ultimi rappresentano linee che attraversano il disco passando per il suo asse di rotazione, i cui punti sono caratterizzati da spostamento modale nullo (Figura 1.2.4).

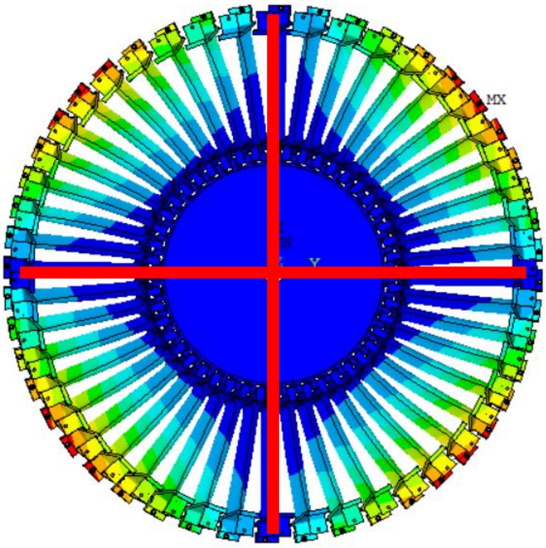


Figura 1.2.4: Esempio diametri nodali (spostamenti in valore assoluto)

Oltre ai diametri nodali è possibile anche individuare sul disco una serie di circonferenze nodali, lungo le quali lo spostamento nodale è anch'esso nullo.

Per un disco palettato costituito da N settori, il numero n dei diametri nodali varia secondo la seguente legge:

$$\begin{cases} 0 \leq n \leq \dfrac{N}{2} & se\ n \text{ è } pari \\ 0 \leq n \leq \dfrac{N-1}{2} & se\ n \text{ è } dispari \end{cases}$$

I modi propri per i quali si ha $n = 0$ e $n = N/2$ (nel caso in cui N sia pari) sono modi singoli o stazionari: tutte le pale vibrano con la stessa ampiezza e sono in fase se $n = 0$ mentre risultano fuori fase quando $n = N/2$ (Figura 1.2.5). I restanti valori di n corrispondono alle forme modali chiamati modi doppi o rotanti (Figura 1.2.6).

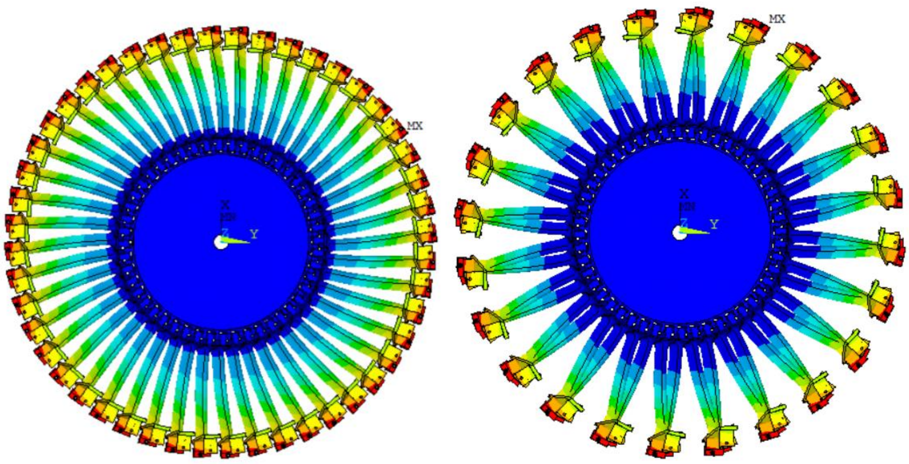


Figura 1.2.5: Esempio modi singoli: $\boldsymbol{n = 0\ e\ n = 24}$

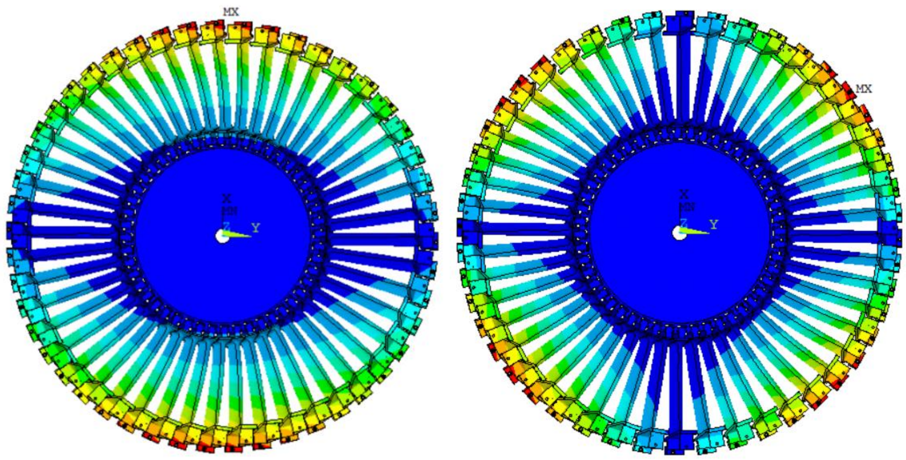


Figura 1.2.6: Esempio modi doppi: $\boldsymbol{n = 0\ e\ n = 24}$

I modi doppi sono legati all'indeterminazione univoca del modo sulla geometria circolare della struttura. Tale indeterminazione viene superata ricorrendo ad una coppia di modi che si manifestano esattamente in corrispondenza della stessa frequenza naturale ed hanno forme modali simili tra loro. Uno dei due modi della coppia è determinato arbitrariamente, mentre il secondo risulta definito in quanto ortogonale al primo. Con il termine ortogonale intendiamo una caratteristica di ortogonalità modale, non geometrica, in quanto il prodotto scalare fra i due modi della coppia è nullo.

Stabilito un n, i due modi della coppia rappresentano una base nello spazio delle configurazioni. La suddetta base permette di esprimere una qualsiasi forma modale del disco identica a ciascuna della coppia, ma con posizione dei diametri nodali diversa nell'angolo giro.

Complessivamente si può mettere in evidenza che nel momento in cui la struttura a simmetria circolare vibra liberamente alla frequenza naturale caratteristica della coppia, essa assume una qualsiasi forma determinata dalla combinazione lineare delle due forme citate, ed il suo campo di spostamento circonferenziale sarà del tipo cos $(n\theta + \varphi)$ ove φ rappresenta l'angolo di fase.

Per completare ulteriormente la descrizione del campo cinematico di una data forma modale risulta necessaria l'introduzione del parametro denominato Interblade Phase Angle (IBPA). Questo parametro rappresenta l'angolo di fase fra due settori o pale adiacenti del disco ed è definito come:

$$\varphi_n = \frac{2\pi}{N} n$$

Dove n è il numero di diametri nodali, mentre N è il numero di settori o delle pale del disco.

1.2.7 Cenni Mistuning Naturale e Mistuning Intenzionale

I dischi palettati non sono mai composti veramente da settori completamente identici tra di loro. In realtà, si riscontrano sempre differenze dovute a:

- Tolleranze di lavorazione;
- Non-omogenità del materiale;
- Montaggio;
- Usura;
- Danneggiamento delle palette.

Queste inevitabili differenze prendono il nome di mistuning. A causa della presenza di questo fenomeno, i risultati ottenuti dall'analisi modale considerando la simmetria ciclica possono risultare non validi. Può essere necessario eseguire analisi aggiuntive rispetto a quelle iniziali eseguite utilizzando l'ipotesi di simmetria ciclica, in particolare, gli effetti del mistuning sul comportamento dinamico dei dischi palettati possono essere:

- Sdoppiamento delle frequenze naturali doppie;

- Distorsione delle forme modali, che non hanno più andamento armonico in direzione circonferenziale;
- Localizzazione della risposta, con alcune pale che possono vibrare con ampiezze maggiori di altre e, in particolare, maggiori di quelle calcolate considerando valida l'ipotesi di simmetria ciclica.

A seconda dell'entità del mistuning, in letteratura si parla di:

- Small Mistuning, che non modifica la forma modale del settore ma solo la distribuzione delle relative ampiezze modali tra le diverse pale, causato principalmente dalle inevitabili differenze che esistono tra le pale a valle del processo di fabbricazione e montaggio, nonché all'usura che avviene in esercizio;
- Large Mistuning, che invece modifica sia la forma modale del settore sia la distribuzione delle ampiezze modali tra pale diverse, principalmente imputabile a eventi che modificano significativamente la geometria delle pale (fessure, elevata usura).

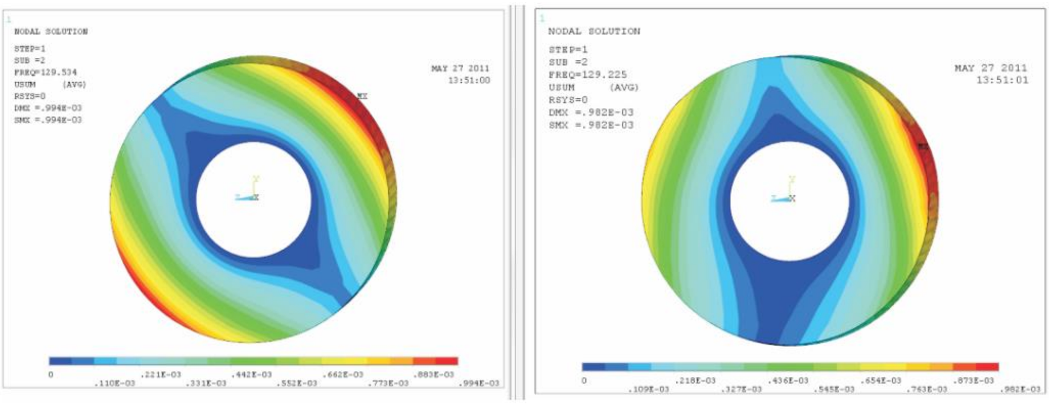


Figura 1.2.7: Esempio effetto mistuning [8]

La tecnica del mistuning intenzionale nei dischi palettati consiste nell'introdurre deliberatamente piccole variazioni nella rigidità, nella massa o nelle proprietà di smorzamento delle pale in modo da interrompere l'uniformità del disco e introdurre una variabilità nelle caratteristiche di vibrazione delle pale.

Lo scopo di questa disarmonizzazione intenzionale è quello di ridurre la probabilità del verificarsi di condizioni di risonanza delle palette che possono portare a danneggiamenti per HCF o addirittura alla rottura della pala. Quando le pale sono perfettamente uniformi, è più probabile che vibrino in modo sincronizzato, con conseguente risonanza. Introducendo un pattern di mistuning intenzionale, le frequenze di vibrazione delle lamine vengono distribuite. Inoltre, il mistuning intenzionale può anche migliorare l'efficienza complessiva del disco, riducendo l'ampiezza delle vibrazioni e le perdite associate dovute all'attrito o ad altre fonti di smorzamento.

1.2.8 Famiglie Modali di un disco TUNED

Un generico campo di spostamento, caratterizzato da un determinato numero di diametri nodali, si può manifestare in corrispondenza di infinite frequenze di risonanza, tante quante sono i gradi di libertà del sistema. Tuttavia, per conoscere con buona approssimazione il comportamento dinamico del disco è sufficiente considerare solo un limitato numero di modi, ponendo in particolare maggiore attenzione a quelli contraddistinti da frequenze di risonanza più basse e quindi da fattori di partecipazione modale elevati.

Stabilito quindi a priori il numero di modi da considerare per ogni n, si può ricorrere ad una rappresentazione sintetica del comportamento dinamico del disco introducendo il diagramma FreND (Figura 1.2.8).

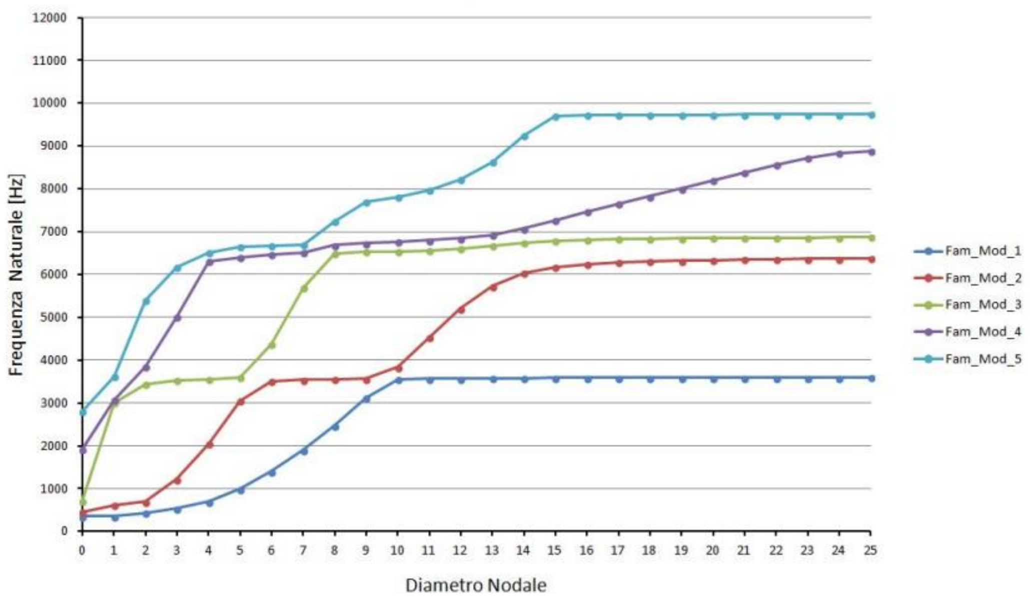


Figura 1.2.8: Esempio di diagramma FreND [3]

Il diagramma FreND è uno strumento utilizzato nell'analisi modale utile a visualizzare la distribuzione delle frequenze e delle forme modali all'interno di una famiglia modale, queste, sono presenti all'interno del diagramma in numero pari al numero di frequenze di risonanza per diametro nodale considerate, Il diagramma riporta la frequenza di ciascun modo di una famiglia sull'asse delle ordinate e il corrispondente diametro nodale sull'asse delle ascisse. Questo particolare grafico consente di identificare e confrontare rapidamente i diversi modi all'interno di una famiglia modale e può essere utilizzato per identificare i modi più inclini alla risonanza o all'accoppiamento con altri modi.

La tendenza delle famiglie modali ad un asintoto orizzontale per alti valori di n fornisce delle indicazioni riguardanti la dinamica del disco per un determinato range di frequenze. Nel primo tratto è possibile notare un andamento monotono crescente della curva e questo sta ad indicare la prevalenza dei modi di disco per valori di n vicini allo 0: il disco deformandosi trascina con sé le pale non deformate. D'altro canto, per valori di n elevati si possono osservare quasi esclusivamente modi di pala, cioè modi in cui solo le pale si deformano per via dell'irrigidimento della parte centrale del disco.

Un'altra caratteristica fondamentale del diagramma delle famiglie modali è la cosiddetta zona di veering o punto di veering, in corrispondenza del quale due famiglie modali si scambiano mutualmente i modi (Figura 1.2.9).

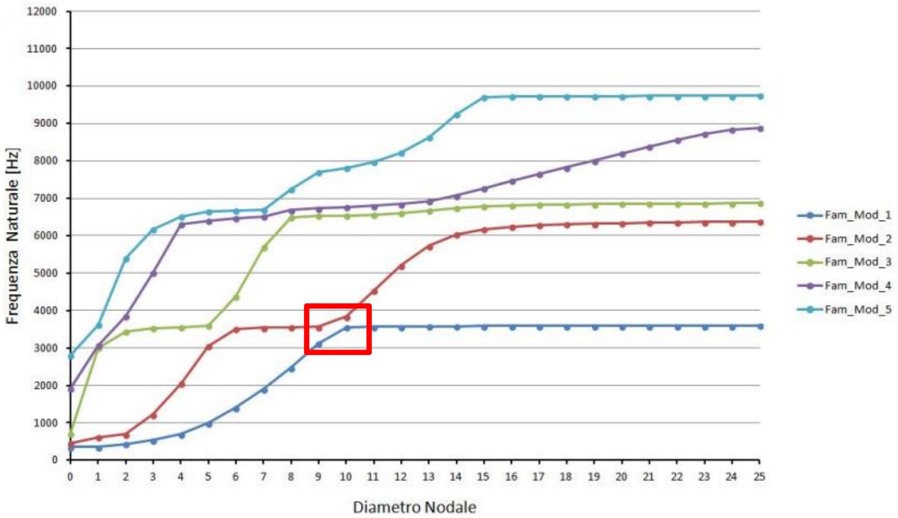


Figura 1.2.9: Zona di veering [3]

Gli asintoti orizzontali presenti in ciascuna famiglia modale mostrano ciascuno un particolare modo vibratorio delle pale. In virtù di ciò, è importante sottolineare che nonostante le palette di una turbomacchina abbiano una geometria non regolare a causa della loro svergolatura, queste ammettono delle forme modali simili a quelle di una trave e molte deformate modali si presentano come combinazione delle deformazioni in Figura 1.2.10.

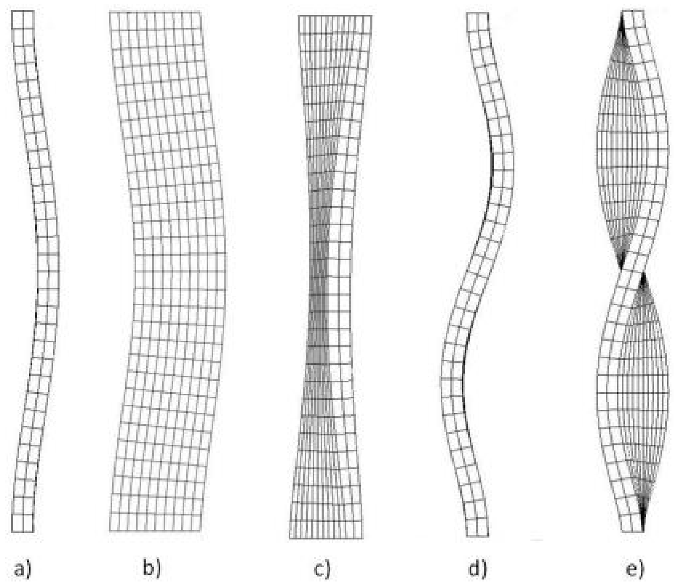


Figura 1.2.10: Modi di una trave Clamped-Clamped: a) 1a Flessionale b) Edgewise c) 1a Torsionale d) 2a Flessionale e) 2a Torsionale [3]

1.2.9 Eccitazione dei modi in risonanza

I risultati dell'analisi modale sono utili per il calcolo delle frequenze naturali del sistema e dei modi di vibrare ad esse associate, tuttavia, con l'analisi modale non si esaurisce l'analisi dinamica del sistema. Qualora, infatti, una o più frequenze naturali si trovino all'interno o in prossimità del range di frequenze delle forzanti, il calcolo della risposta forzata del sistema diventa necessario. Al fine di procedere con il calcolo della risposta forzata è prima necessario effettuare alcune osservazioni in merito alle forzanti esterne che possono sollecitare un bladed disk durante il suo funzionamento. In generale, consideriamo un campo di pressioni fisso nello spazio e costante nel tempo, se il rotore si trovasse all'interno di un condotto assialsimmetrico, anche il campo di pressioni risulterebbe assialsimmetrico. Tuttavia, a causa della presenza degli statori a monte e a valle dello stadio rotorico, il campo di pressione non risulterà assialsimmetrico. In questo contesto, un qualsiasi punto sul generico settore del sistema, che ruota con velocità angolare Ω all'interno del campo di pressione, sarà soggetto ad una pressione che varia nel tempo e che torna al valore iniziale dopo un giro completo del rotore.

L'andamento della forza aerodinamica sarebbe qualitativamente simile a quello della Figura 1.2.11, in cui il numero di picchi della forza è uguale al numero degli statori (di monte o di valle) di fronte ai quali il singolo settore passa durante un giro completo.

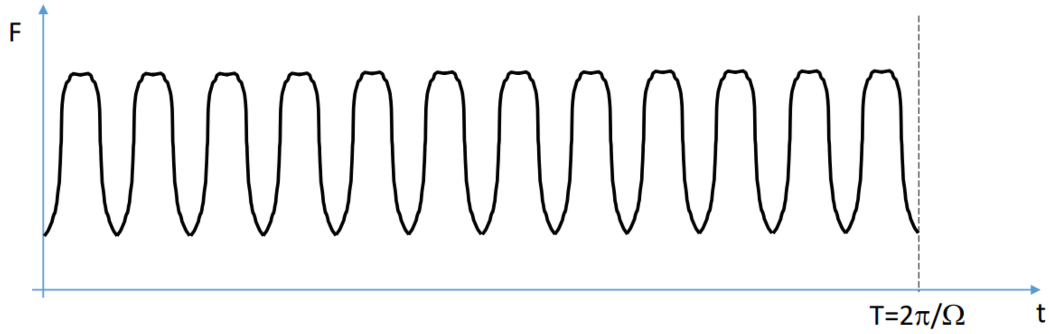


Figura 1.2.11: Andamento forza aerodinamica [5]

È evidente che, nel caso in cui il campo di pressioni sia stazionario, si possono trarre due importanti conseguenze:

- L'andamento della forza è periodico;
- Tutti i settori sono sollecitati allo stesso modo con un ritardo di Δt tra due settori adiacenti.

Se assumiamo la velocità di rotazione Ω come costante, possiamo anche diagrammare la forza in funzione dell'angolo α.

Trattandosi di una funzione periodica, è possibile rappresentarla mediante uno sviluppo in serie di Fourier:

$$F(\alpha) = F_0 + \sum_{EO} F_c^{(EO)} \cos(EO \cdot \alpha) + F_s^{(EO)} \sin(EO \cdot \alpha)$$
$$= F_0 + \sum_{EO} F^{(EO)} \cos\,(EO \cdot \alpha + \delta)$$

$$F^{(EO)} = \sqrt{F_c^{(EO)2} + F_s^{(EO)2}} \qquad \tan(\delta) = -F_s^{(EO)}/F_c^{(EO)}$$

Consideriamo ora la generica componente EO della forzante. Essa in letteratura prende il nome engine order. In figura è rappresentato un possibile $EO = 3$, caratterizzato da 3 periodi all'interno dell'angolo giro (Figura 1.2.12).

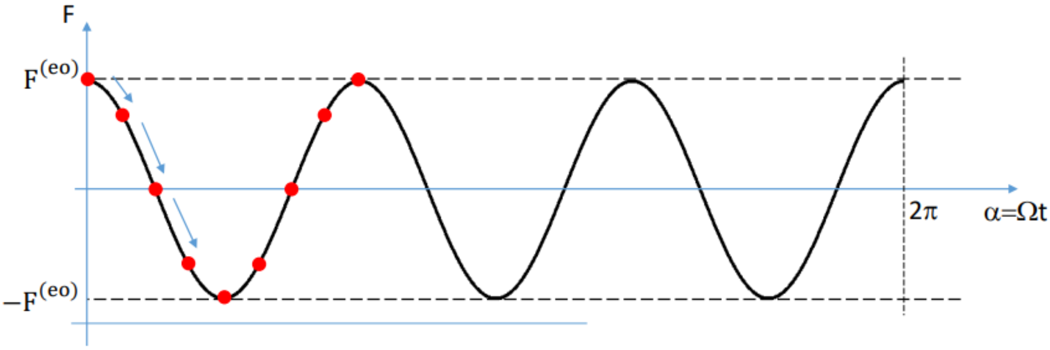


Figura 1.2.12: Andamento forzante EO 3 [5]

Il pallino rosso indica la posizione del settore n-esimo che ruota e viene sollecitato da una forza variabile nel tempo definita come:

$$F^{(n)} = F^{(EO)} \cos\,(\omega \cdot t + \delta)$$

La cui pulsazione ω risulta essere uguale a $\omega = EO\Omega$.

Consideriamo ora due settori consecutivi che, ruotando, passano di fronte al campo di pressioni associato alla generica componente EO della forzante (Figura 1.2.13).

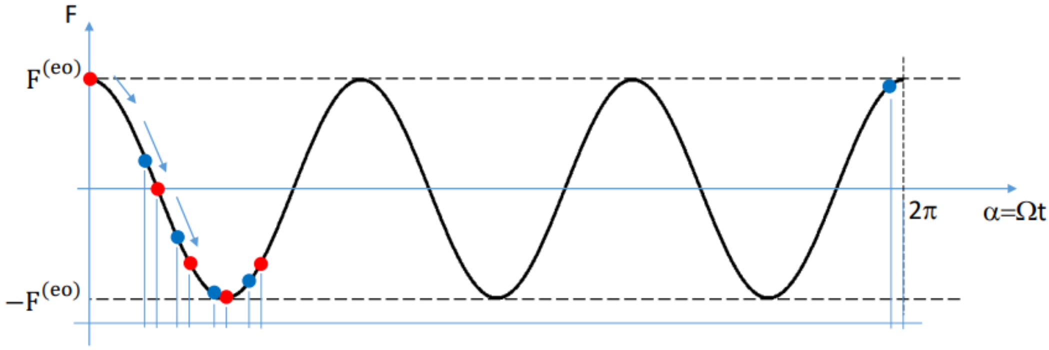


Figura 1.2.13: Andamento forzante EO 3 su due settori consecutivi [5]

Il pallino rosso in figura indica la posizione del settore n, mentre il pallino blu rappresenta quella del settore $n+1$. Quest'ultimo si troverà nella stessa posizione angolare del settore n dopo un ritardo Δt. Dal momento che l'angolo tra settori adiacenti è pari a $2\pi/N$, il ritardo sarà:

$$\Delta t = 2\pi/(\Omega \mathrm{N})$$

Quindi le forze agenti su due settori adiacenti saranno:

$$F^{(n)} = F^{(EO)} \cos(\omega \cdot t + \delta)$$

$$F^{(n+1)} = F^{(EO)} \cos(\omega \cdot (t - \Delta t) + \delta) = F^{(EO)} \cos\left(\omega \cdot \left(t - \frac{2\pi}{\Omega N}\right) + \delta\right) =$$

$$F^{(EO)} \cos\left(\omega t - EO\frac{2\pi}{N} + \delta\right) = F^{(EO)} \cos\left(\omega t - \psi + \delta\right)$$

Ovvero in presenza di engine order di ordine EO, le forze che agiscono su due settori consecutivi saranno sfasate tra loro nel tempo di un angolo $\psi = EO\frac{2\pi}{N}$.

1.2.10 Diagramma di Campbell

Le frequenze naturali di un rotore deformabile sono influenzate dalla velocità di rotazione a cui il rotore stesso è sottoposto (come capita nel caso di irrigidimento centrifugo), per cui può risultare vantaggioso disporre di uno strumento grafico che riporti l'andamento delle frequenze naturali al variare della sua velocità di rotazione. Inoltre, come si è visto in precedenza, anche la frequenza del pattern di forzanti può dipendere dalla velocità di rotazione. Riportando quindi in un unico grafico questi andamenti si ottiene il cosiddetto diagramma di Campbell (Figura 1.2.14).

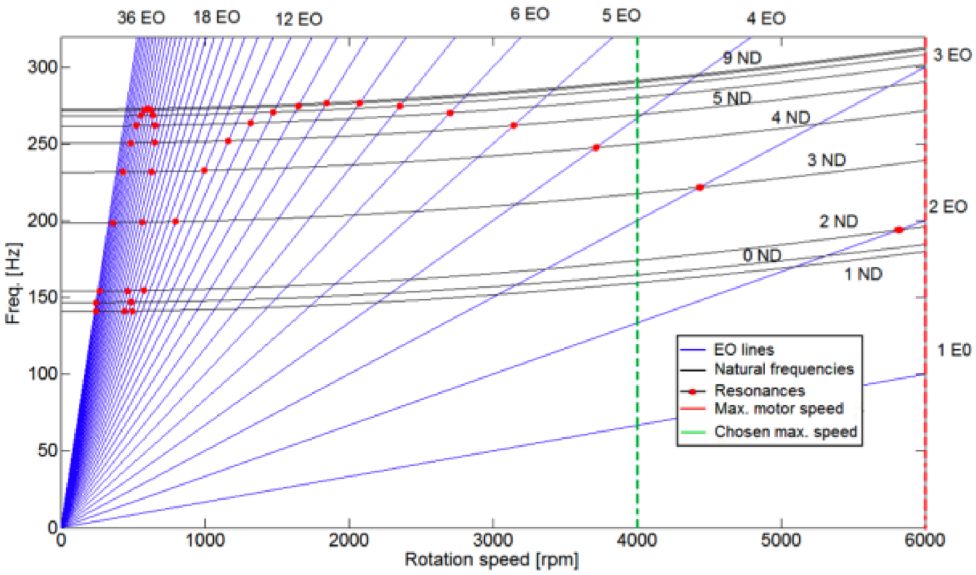


Figura 1.2.14: Diagramma di Campbell [3]

In generale, quindi, se consideriamo una famiglia modale per volta, possiamo costruire un diagramma nel quale le potenziali condizioni di risonanza sono individuabili da tutti gli incroci tra i due tipi di curve.

È evidente dalla figura che il numero di incroci tra frequenze naturali ed engine order è decisamente alto, ma soltanto alcuni di questi incroci possono eccitare in risonanza il disco secondo una particolare deformata modale, mentre tutti gli altri non riescono ad eccitare alcun modo nonostante la frequenza di eccitazione sia coincidente a quella naturale del modo stesso.

1.2.11 Determinazione dell'Engine Order eccitante un modo di diametro nodale n

Dal grafico visto in precedenza è chiaro che i punti di incrocio in corrispondenza dei quali otteniamo l'eccitazione di un modo in risonanza sono quelli per cui:

$$\begin{cases} EO = n & (1.1) \\ EO = N_b \pm n & (1.2) \end{cases}$$

Più in generale deve verificarsi la seguente condizione:

$$EO = m \cdot N_b \pm n, \qquad \forall m \in N \tag{1.3}$$

Dunque, un modo caratterizzato da un numero di diametri nodali n, qualunque sia la sua frequenza naturale, può essere eccitato in risonanza solo da una distribuzione di forzanti avente EO calcolato attraverso la precedente formula.

La giustificazione fisica per cui un modo viene eccitato dalla forzante rotante quando si verifica la condizione $EO = n$ è intuitiva: la forma della forzante rotante corrisponde esattamente alla deformata modale, naturalmente, la massima amplificazione della risposta sarà riscontrata nel momento in cui la frequenza di eccitazione coincide con la frequenza naturale del modo. Se prendiamo come riferimento una forzante caratterizzata da un $EO = 2$, questa potrà andare ad eccitare in risonanza solo modi che presentano due diametri nodali. Tutti gli altri modi caratterizzati da $n \neq 2$ non possono essere eccitati da quella particolare forzante. Questo comportamento trova giustificazione matematica nella proprietà di ortogonalità fra la forma della forzante ed il modo: la proiezione della forza fisica sul modo, ovvero la forza modale, è nulla.

Meno intuitiva è la condizione (1.1), in questo caso la risonanza è causata da un particolare fenomeno: l'aliasing.

In questo fenomeno la forma della forzante rotante viene "campionata" in modo scorretto dalle pale di turbina così da risultare esattamente di $EO = n$. Si ricade quindi ancora una volta nel caso della (1.2).

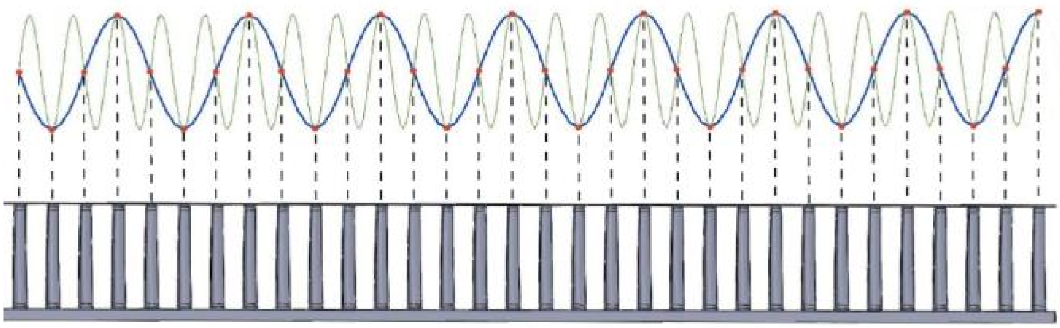


Figura 1.2.15: Effetto aliasing [3]

1.3 Smorzamento per attrito

In tutte le considerazioni presentate nelle precedenti sezioni abbiamo sempre considerato valida l'ipotesi di linearità del sistema, per i quali vale il principio di sovrapposizione degli effetti, di cui ci serviamo per, ad esempio:

- Semplificare problemi con N gradi di libertà, in una serie di problemi a grado di libertà singolo;
- Studiare l'effetto combinato di più forzanti armoniche che agiscono contemporaneamente sul sistema.

Nella realtà però, tutti i sistemi meccanici manifestano un comportamento lineare soltanto fino a quando i parametri del sistema (ad esempio il livello della forzante) rimangono all'interno di un dato intervallo di valori, oltre il quale il sistema manifesta un comportamento non-lineare.

Le principali non-linearità che i possono osservare sono:

- Non-linearità geometriche in presenza di grandi deformazioni elastiche;
- Non-linearità del materiale in presenza di deformazioni e tensioni in campo plastico;
- Non-linearità di contatto.

Le prime due tipologie di non-linearità sono potenzialmente globali, ovvero possono interessare intere parti del sistema o l'intero sistema. La terza tipologia è invece localizzata in quanto coinvolge le superfici di interfaccia tra diversi componenti di cui il sistema è composto.

Concentriamo la nostra attenzione sulle non-linearità di contatto, questo perché nel campo dei sistemi propulsivi possiamo trovare un elevato numero di interfacce in corrispondenza delle quali i corpi si scambiano forze il cui valore dipende dalla cinematica del contatto stesso.

In Figura 1.3.1 troviamo una serie di esempi in cui questo tipo di contatto può avvenire all'interno di una turbomacchina

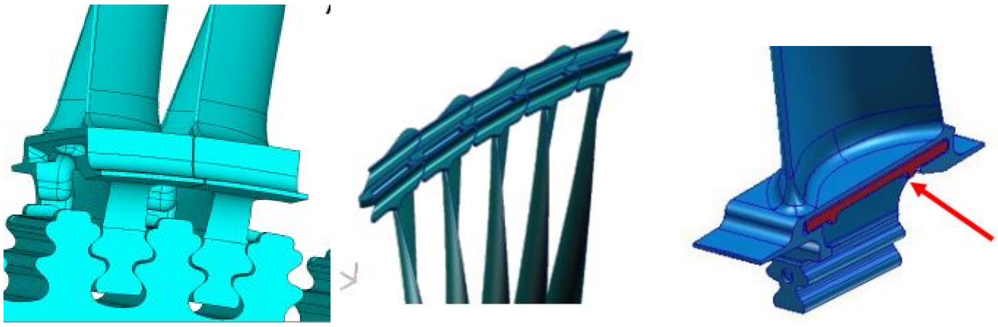


Figura 1.3.1: Esempi zone di contatto all'interno di una turbomacchina [5]

Durante il funzionamento, il disco palettato è soggetto ad elevate forze centrifughe che possono causare vibrazioni ed instabilità ma, introducendo meccanismi di smorzamento per attrito l'idea è quella di introdurre, attraverso queste interfacce a contatto tra di loro, un certo livello di dissipazione dell'energia generata dalle vibrazioni, riducendone l'ampiezza e prevenendo danni al sistema. I meccanismi di smorzamento per attrito prevedono in genere l'uso di piccoli elementi compatti, chiamati damper, che vengono fissati alla radice della paletta. Durante la rotazione, gli smorzatori subiscono cicli di carico e scarico che li portano a subire piccole deformazioni e a generare forze di attrito che si oppongono al movimento delle pale. Questo effetto può essere calibrato regolando le proprietà materiali dei damper, come le dimensioni, la rigidità e il coefficiente di attrito.

Il vantaggio principale dello smorzamento per attrito è che può essere applicato localmente alle aree del rotore che subiscono vibrazioni maggiori, senza influire in modo significativo sulla dinamica complessiva del sistema. Ciò rende questo approccio un mezzo molto efficace ed efficiente per controllare le vibrazioni e garantire un funzionamento affidabile delle turbomacchine.

1.3.1 Approccio al problema

In questo tipo di applicazioni vengono solitamente generati modelli nei quali si definiscono superfici di contatto, in corrispondenza delle quali troveremo coppie di nodi sovrapposti (Figura 1.3.2) tra i quali si applica, in una seconda fase, una serie di elementi di contatto.

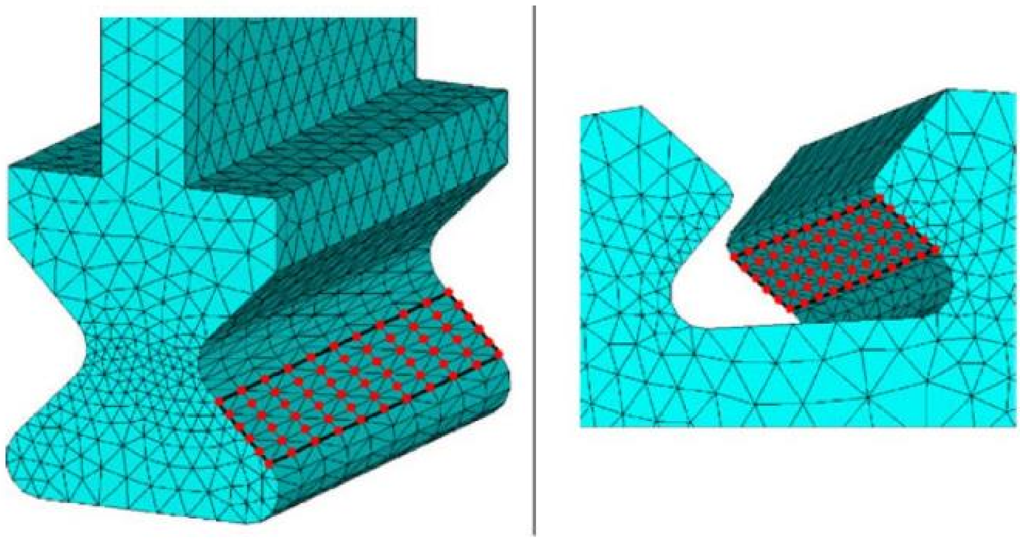


Figura 1.3.2: Esempio nodi di interfaccia [5]

Analizziamo il problema semplificandolo ad un solo grado di libertà come in Figura 1.3.3.

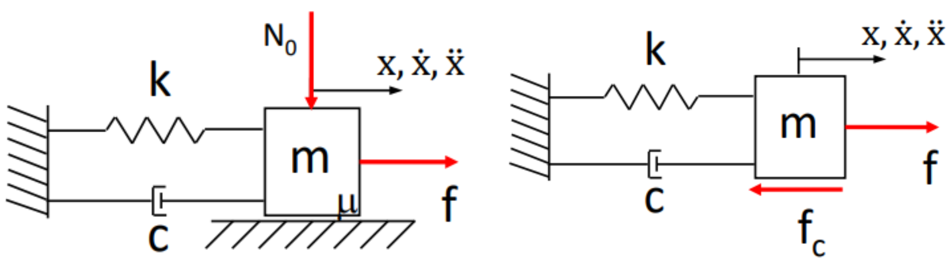


Figura 1.3.3: Contatto strisciante ad 1 gdl [5]

Durante la vibrazione la massa m striscia contro la superficie e all'interfaccia nasce quindi una forza di contatto tangenziale f_c, il cui valore dipende dal tempo, dallo spostamento relativo e dalla velocità relativa dei corpi in contatto. In questo caso, essendo la superficie ferma, la forza di contatto dipende dallo spostamento e dalla velocità della massa m, varrà quindi la seguente equazione di equilibrio:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) - f_c(x, \dot{x}, t)$$

La forza di contatto tangenziale f_c non dipende quindi linearmente da x e di conseguenza priva il sistema della proprietà di linearità: in presenza di una forzante armonica non si può più assumere che la risposta sia armonica. Consideriamo quindi il caso in cui il sistema non-lineare soggetto ad una forzante armonica avrà una risposta periodica (ma non armonica) di periodo T pari a quello della forzante. Affinché ciò risulti possibile, anche la forza di contatto $f_c(x, \dot{x}, t)$ deve essere periodica.

Sviluppando le funzioni periodiche in somma di armoniche di Fourier arriviamo a scrivere un set di equazioni algebriche a coefficienti complessi:

$$n = 1 \quad (-\omega^2 m + i\omega c + k)\overline{x}^{(1)} = \overline{f} - \overline{f_c}^{(1)}$$

$$n > 1 \quad (-n\omega^2 m + in\omega c + k)\overline{x}^{(n)} = -\overline{f_c}^{(n)}$$

Questo metodo di formulazione viene in letteratura definito come Metodo del Bilanciamento Armonico (HBM-Harmonic Balance Method).

In generale, visto che il generico coefficiente di Fourier delle forze di contatto $\overline{f_c}^{(n)}$ dipende da $x(t)$ che può essere riscritto come $x(t) \cong x_0 + \sum_{n=1}^{N} \overline{x}^{(n)} e^{in\omega t}$ allora si avrà $\overline{f_c}^{(n)}(\overline{x}^{(1)}, \overline{x}^{(2)}, \dots, \overline{x}^{(N)})$.

Le equazioni scritte nella formulazione del HBM risultano essere accoppiate tra loro e nel caso di sistemi a N gdl le equazioni diventeranno:

$$n = 1 \quad (-\omega^2[m] + i\omega[c] + [k])\left\{\overline{x}^{(1)}\right\} = \overline{\{f\}} - \left\{\overline{f_c}^{(1)}\right\}$$

$$n > 1 \quad (-n\omega^2[m] + in\omega[c] + [k])\left\{\overline{x}^{(n)}\right\} = -\left\{\overline{f_c}^{(n)}\right\}$$

Trattandosi di un sistema di equazioni algebriche reali e nonlineari, la soluzione di questo sistema richiede l'implementazione di un metodo iterativo, quale ad esempio il metodo di Newton-Raphson (metodo della tangente). Il problema con la definizione di un particolare modello di contatto sarà ripreso in seguito nel Capitolo 2.3.

1.4 Setup sperimentale e sistema di misurazione

Come precedentemente spiegato, le vibrazioni all'interno di una turbomacchina sono oggetto di numerosi studi in quanto possono dare origine a processi che alla lunga possono risultare fatali per il corretto funzionamento del componente, per esempio è ampiamente documentato l'effetto che le vibrazioni hanno sulla loro vita a fatica, aumentando il rischio di formazione di una cricca. In questo contesto, il monitoraggio della salute della paletta in un bladed disk rappresenta quindi un fattore chiave nella prevenzione di eventuali rotture. Tradizionalmente, le vibrazioni delle palette di un rotore venivano misurate attraverso l'utilizzo di estensimetri, che al giorno d'oggi rappresentano ancora il sistema di misurazione più affidabile. Tuttavia, il principale svantaggio nell'utilizzo degli estensimetri è il fatto di non poter essere utilizzati all'interno di un motore in servizio poiché necessitano di essere incollati sul profilo della pala. Per questo motivo, negli ultimi anni il sistema di monitoraggio attraverso la tecnica di misura senza contatto Blade Tip-Timing (BTT) ha guadagnato terreno. Il sistema di misurazione Blade Tip-Timing è una tecnica non intrusiva utilizzata per monitorare le vibrazioni all'interno di macchinari rotanti come turbine a gas, compressori e turbocompressori. Il sistema funziona rilevando la posizione delle pale rotanti, in genere utilizzando sensori o sonde montate vicino al percorso delle pale, quando passano in corrispondenza di un punto fisso.

Il meccanismo di questo metodo di misura può essere spiegato come segue:

1. Posizionamento dei sensori: il primo passo consiste nell'installare sensori o sonde in punti strategici del rotore. Questi sensori sono tipicamente sensori ottici di prossimità e vengono posizionati vicino al percorso della pala in modo da poterne rilevare il passaggio;
2. Rilevamento del segnale: quando le pale passano in prossimità dei sensori, generano un segnale che viene rilevato. Il segnale viene quindi amplificato e trasmesso ad un sistema di acquisizione dati;

3. Acquisizione dei dati: il sistema di acquisizione riceve i segnali dai sensori e li converte in formato digitale. Il dispositivo memorizza quindi i dati e li rielabora per determinare il tempo di passaggio della paletta;
4. Elaborazione del segnale: l'algoritmo di elaborazione del segnale utilizza il valore dei dati digitali per determinare l'esatta posizione della lamina al momento del passaggio sul sensore. Ciò avviene confrontando la tempistica del segnale proveniente dalla lamina con un segnale di riferimento preso su un riferimento rotante fisso solidale al rotore (riferimento tachimetrico);
5. Tracciamento della pala: una volta determinata la posizione della pala è possibile monitorarne la vibrazione durante la rotazione.

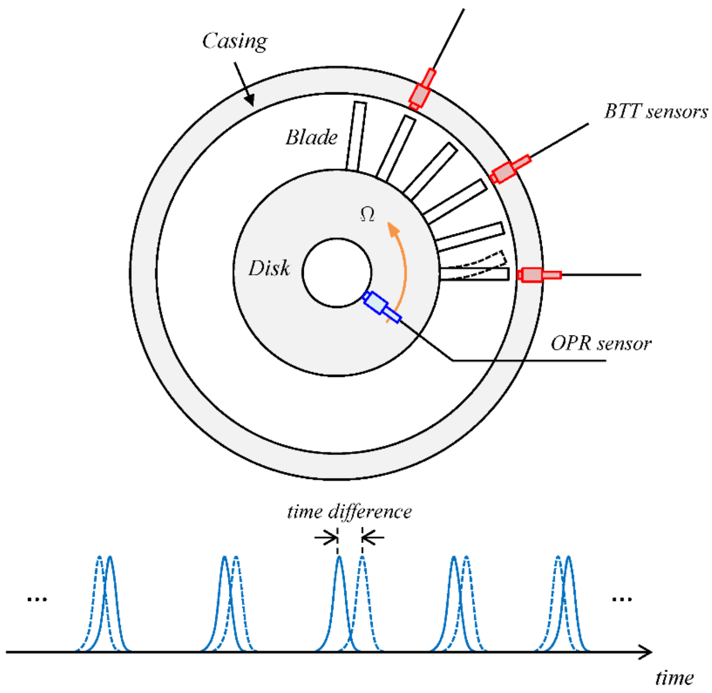


Figura 1.4.1: Blade Tip-Timing [9]

Nel nostro caso, il simulacro di turbina oggetto dello studio è stato testato all'interno dello Spinning Rig Polito presente nel laboratorio AERMEC del Politecnico di Torino. Il test viene condotto in condizioni di vuoto. Come mostrato in Figura 1.4.2 (a), il test rig presenta due strutture cilindriche protettive coassiali all'albero rotante che è posizionato al di sotto di esso. Al di sopra dell'albero una flangia consente il fissaggio del disco. Il primo cilindro protettivo consente inoltre il supporto di due anelli statici (Figura 1.4.2 (b)) utilizzati per il posizionamento dei sensori laser e dei magneti permanenti adibiti all'eccitazione delle pale.

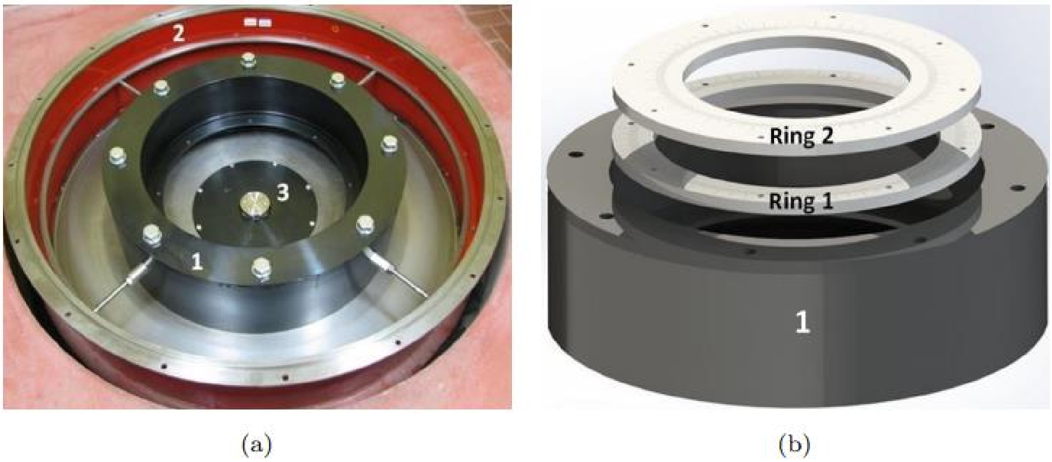


Figura 1.4.2: Spinning Rig (a), Anelli statici (b). [4]

Il sistema di eccitazione è composto da magneti permanenti cilindrici montati a eguali distanze sul primo anello statico. Ogni magnete viene incollato sulla punta di una vite che permette la regolazione della distanza assiale tra il magnete e la paletta, modificando quindi all'occorrenza la forza magnetica esercitata sulla pala. Naturalmente il numero di magneti da utilizzare nel test deve essere consono al numero di EO necessario ad eccitare il modo del disco di interesse come descritto in precedenza (Equazione 1.3)

Figura 1.4.3: Simulacro montato sullo Spinning Rig

CAPITOLO 2

Analisi CAE sul simulacro

2.1 Definizione del modello FEM

Il presente capitolo tratta la definizione e lo studio dinamico del simulacro di turbina oggetto di studio. L'intero precesso è stato eseguito avvalendosi di vari software quali SolidWorks per la parte CAD, Ansys 19.2 per l'analisi FEM e l'utilizzo del software Policontact, sviluppato dal gruppo AERMEC del Politecnico di Torino, per quanto riguarda l'analisi di risposta forzata lineare e non lineare.

Volendo analizzare più nel particolare la procedura da seguire per ottenere una conoscenza adeguata del comportamento dinamico del simulacro in modo da poter applicare la tecnica di misura Blade Tip Timing è utile a priori individuare i vari step necessari:

1. Definizione della geometria del disco palettato;
2. Realizzazione del simulacro in ambiente CAD;
3. Individuazione di un settore fondamentale rappresentativo dell'intera struttura;
4. Creazione della mesh;
5. Analisi modale del modello FEM sfruttando la proprietà di simmetria ciclica;
6. Calcolo delle risposte forzate.

Il fine ultimo della procedura descritta è quello di identificare il comportamento dinamico del simulacro e di selezionare dall'insieme le forme modali rilevabili tramite il Blade Tip Timing Method.

Andremo ad esplicitare nelle pagine successive una descrizione dettagliata dei principali elementi che costituiscono un disco palettato per applicazioni aerospaziali a cui si farà riferimento in seguito.

2.1.1 Disco palettato

Con il termine disco palettato non si indica in realtà un singolo componente ma un assieme composto da un disco e da delle palette rotoriche.

La paletta rotorica di un disco di turbina ha il compito di prelevare energia dal flusso in uscita dallo statore e di trasformarla in energia meccanica che verrà trasmessa fino all'albero per andare a favorire la rotazione del compressore.

La paletta a sua volta può essere divisa in altri elementi che la compongono: un profilo aerodinamico (airfoil) che occupa la parte centrale e due piattaforme, una superiore detta tettuccio o shroud e una inferiore detta semplicemente piattaforma.

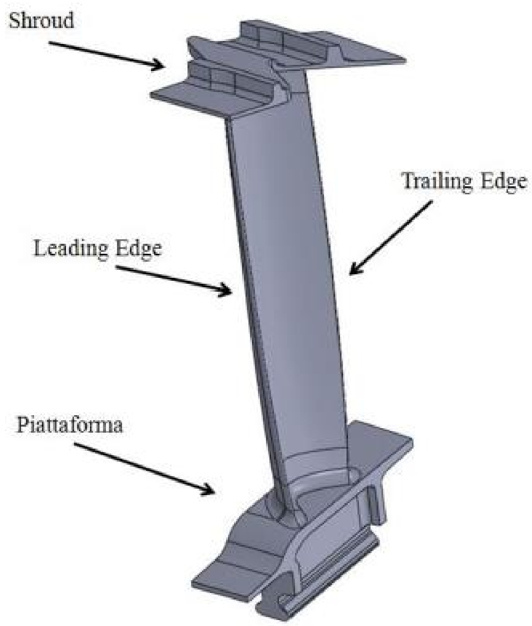


Figura 2.1.1: Paletta rotorica

Il flusso a monte investe il profilo della paletta prima sul bordo d'attacco o leading edge per poi abbandonarla in corrispondenza del bordo di fuga o trailing edge.

La base e l'estremità superiore della paletta, in cui troviamo due raccordi l'uno con la piattaforma e l'altro al tettuccio, vengono rispettivamente chiamati hub e tip. Questi raccordi hanno come obiettivo quello di rafforzare queste zone che sono caratteristicamente soggette a maggiori sollecitazioni. I tettucci di pale adiacenti si interfacciano tra di loro tramite il contatto lungo i rispettivi bordi, i quali, visti dall'alto hanno usualmente una particolare forma a 'Z'. Le superfici lungo le quali avviene il contatto tra due shroud consecutivi ed attraverso le quali questi si scambiano mutualmente forze di compressione, vengono denominate superfici di interlocking. La configurazione appena descritta è quella di un tettuccio di un rotore progettato per lavorare ad una velocità di rotazione relativamente bassa, nel caso si prevedano condizioni di lavoro più gravose la configurazione a pala libera o cantilever viene preferita.

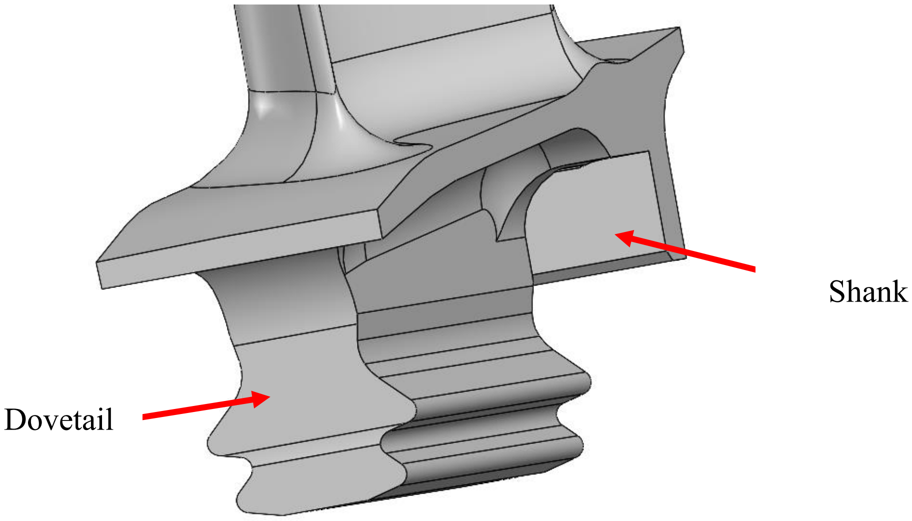


Figura 2.1.2: Dettaglio piattaforma

Nella zona inferiore alla piattaforma si individua invece prima lo shank (Figura 2.1.2) e poi la parte terminale della struttura, chiamata blade pocket, dedicata all'accoppiamento fra pala e disco. Possiamo identificare due configurazioni caratteristiche di questo tipo di accoppiamento:

- Accoppiamento a dovetail o a coda di rondine;
- Fir tree o a pino rovescio.

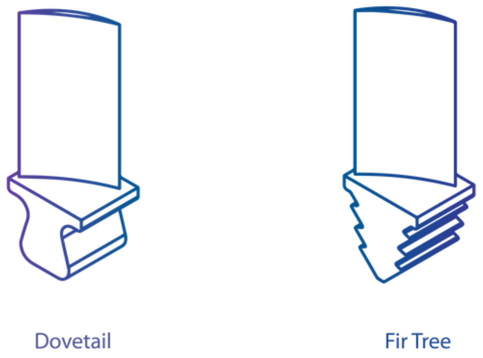


Figura 2.1.3: Tipi di attacchi pala-disco

L'attacco viene incastrato all'interno di una sede realizzata sul disco la cui geometria è progettata in funzione dell'attacco stesso. Il blade pocket è quindi un elemento realizzato con l'obiettivo di fornire un buon vincolo di supporto alla pala che a causa del moto di rotazione tenderebbe altrimenti a staccarsi. Ciò nonostante, alla pala è consentito un minimo gioco in direzione radiale in modo che possa andare in battuta contro la propria sede per effetto dei carichi centrifughi dovuti alla rotazione. Un altro ruolo fondamentale del blade pocket è quello di ridurre il più possibile le vibrazioni che coinvolgono la pala, aspetto di vitale importanza per limitare gli effetti della fatica.

Passando adesso alla descrizione del disco, questo è tipicamente composto da tre diverse parti:

- L'hub, che rappresenta la parte centrale del disco che si collega all'albero;
- Il rim, la parte più esterna del disco, qui troviamo le sedi per l'attacco pala;
- Il web, che indentifica infine la parte centrale che collega il rim all'hub.

Il particolare campo di forze centrifughe che si sviluppa durante la rotazione porta a prevedere in fase di progettazione un inspessimento del rim e dell'hub rispetto alla parte centrale del disco. Ciascun disco è dotato di flange di collegamento che lo vincolano a quelli adiacenti mentre uno di essi è connesso direttamente all'albero motore sempre per mezzo di un collegamento flangiato. All'occorrenza alcuni dischi vengono realizzati in modo da prevedere delle scanalature al loro interno per consentire il passaggio di aria utile per dare un contributo al sistema di raffreddamento delle pale.

2.1.2 Modello CAD

Lo studio del simulacro di turbina inizia con la creazione del modello CAD, viene quindi generato un modello ispirato al disco del progetto ARIAS a 144 pale avente le seguenti caratteristiche:

- Numero di pale, $N_b = 48$;
- Diametro interno hub, $d_{ih} = 16\ mm$
- Diametro interno rim, $d_{ir} = 185\ mm$
- Diametro esterno rim, $d_{er} = 209.9\ mm$
- Spessore rim, $s_r = 19.55\ mm$
- Spessore hub, $s_h = 7.35\ mm$

La geometria delle palette rimane invariata rispetto a quella della configurazione a 144 pale (vedi capitolo 1.1).

Nello step successivo è necessario identificare ed isolare dal modello un settore 'fondamentale' rappresentativo dell'intero disco palettato. Per effettuare questa operazione bisogna prevedere l'utilizzo di un doppio taglio svergolato in modo da isolare perfettamente il settore di simmetria ciclica tenendo conto della particolare geometria e svergolamento della pala e del disco (Figura 2.1.4).

L'ampiezza del settore da isolare si può calcolare dividendo il valore dell'angolo giro che individua tutto il disco per il numero di pale N_b:

$$\theta_s = \frac{360°}{N_b} = \frac{360°}{48} = 7.5°$$

Il settore individuato viene quindi esportato in formato parasolid in modo da essere disponibile per la costruzione del modello agli elementi finiti (FEM) in Ansys 19.2.

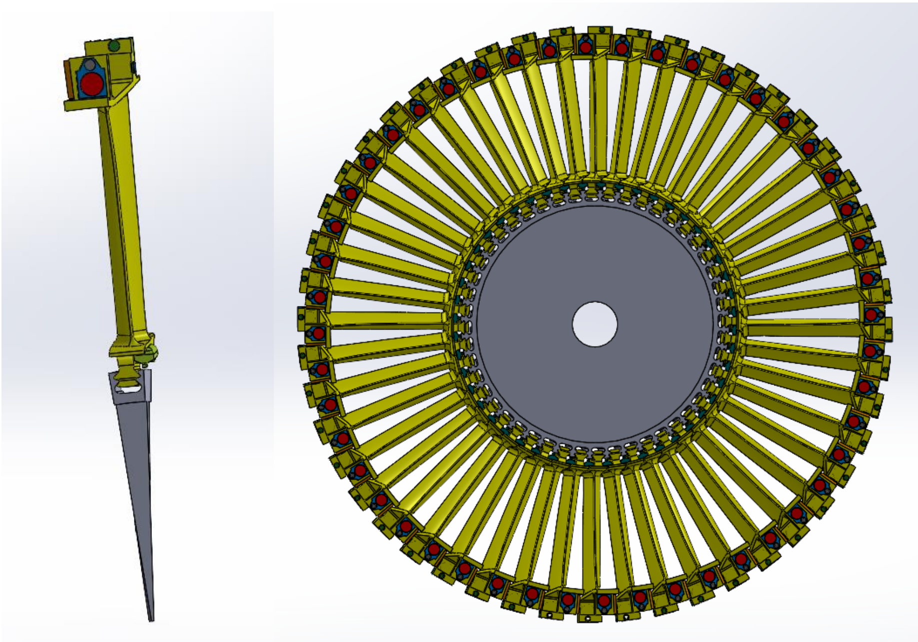


Figura 2.1.4: Modello CAD settore fondamentale e Disco completo

2.1.3 Modello agli elementi finiti

Si passa dunque alla generazione del modello FEM che rappresenta l'operazione più gravosa a causa della complessa geometria del disco palettato, ma anche la più delicata in quanto occorre porre notevole attenzione nella definizione del tipo di elementi e nel grado di discretizzazione da imporre sulla struttura. Da questi ultimi parametri dipende il grado di precisione con cui il campo degli spostamenti e delle tensioni vengono calcolati al termine delle simulazioni numeriche.

Il classico metodo di meshing prevede la suddivisione del volume in una serie di volumetti di geometria più piccola e regolare così da rendere il componente più facilmente meshabile. Si procede quindi, dapprima per il componente disco, a una serie di operazioni che possono essere riassunte come di seguito:

1. Importazione della geometria per mezzo di file in formato parasolid;
2. Discretizzazione della superficie del disco per mezzo di un reticolo di linee;
3. Definizione di una serie di aree esterne ed esterne per mezzo del set di linee generate;

4. Creazione di volumi elementari che abbiano come contorno le aree elementari determinate;
5. Scelta del tipo di elemento da utilizzare per la mesh;
6. Definizione delle proprietà meccaniche del materiale;
7. Creazione della mesh su tutti i volumetti elementari.

È chiaro fin da subito come questo metodo di approccio risulti molto impegnativo e dispendioso se applicato alla geometria più complessa della pala, il modello fem già meshato di questo componente è stato dunque reso disponibile a priori da avio aero.

2.1.4 Selezione del tipo di elemento

La qualità della soluzione, come abbiamo detto viene fortemente influenzata dalla qualità e dalle caratteristiche della mesh, pertanto la selezione del tipo di elemento da impiegare è di vitale importanza. Gli elementi utilizzati in questa analisi sono:

- MESH 200: è un elemento che non possiede proprietà dinamiche e cinematiche, viene utilizzato per operazioni di ausilio alla mesh vera e propria con l'obiettivo di definire una mesh fittizia lungo una linea, una superficie o un volume che poi deve essere seguita dall'elemento vero e proprio;

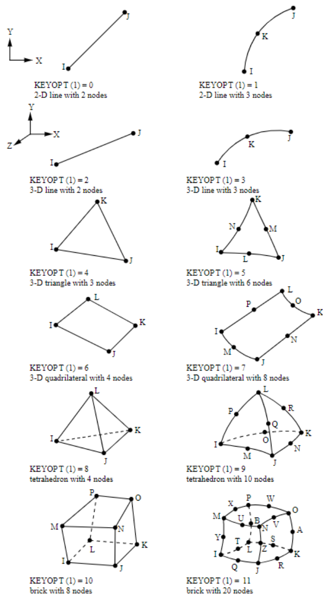


Figura 2.1.5: Elemento MESH 200

- SOLID 187: è un elemento tridimensionale a configurazione tetraedrica di secondo ordine (10 nodi) molto adatto alla modellazione di mesh su superfici irregolari (come quelle che troviamo sulla paletta).

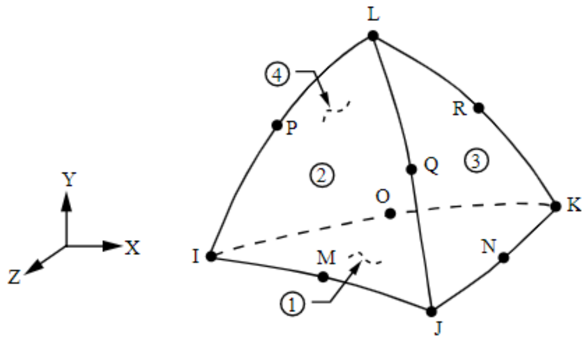


Figura 2.1.6: Elemento SOLID 187

- MASS 21: è un elemento di massa utilizzato per modellare masse concentrate. Si tratta di un elemento di massa con un singolo grado di libertà (1 nodo) ed è tipicamente utilizzato per rappresentare masse puntiformi o masse concentrate. Nel nostro caso questo elemento sarà utilizzato per definire le masse concentrate dei magneti permanenti e della massa mistunante sulle palette.

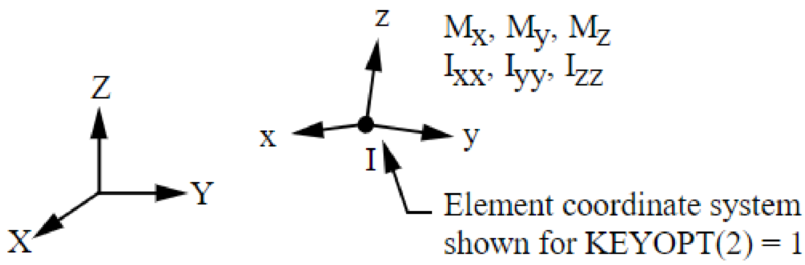


Figura 2.1.7: Elemento MASS 21

Questi elementi sono richiamati direttamente dalla libreria di Ansys 19.2 ed è inoltre possibile effettuare ulteriori perfezionamenti attraverso l'utilizzo di k-options, comandi che permettono di modificare determinate proprietà. Tenendo a mente ciò, l'elemento MESH 200 è stato configurato, attraverso l'utilizzo della rispettiva k-option, come un elemento bidimensionale avente al massimo 8 nodi, utilizzato esclusivamente come guida per la mesh a partire dalle superfici dei volumi.

Una volta deciso il tipo di elemento da utilizzare per la mesh bisogna definire le proprietà strutturali del materiale da attribuire agli elementi stessi.

Il simulacro al centro dello studio è composto di due materiali, l'acciaio AISI4340 per il disco e il titanio T6AL4V per le pale. La scelta di quest'ultimo materiale è di fondamentale importanza per la validità dei test in quanto vi è la necessità che i materiali delle palette siano diamagnetici per non interferire con le misurazioni sperimentali.

Le caratteristiche meccaniche dell'acciaio AISI 4340 e del titanio T6AL4V sono riportate in Tabella 2.1.1.

Tabella 2.1.1: Caratteristiche meccaniche utilizzate

	AISI 4340	**T6AL4V**
Densità ρ $[t/mm^3]$	7.7E-09	4.5E-09
Modulo di Young E $[N/mm^2]$	2E+05	1.03E+05
Coefficiente di Poisson ν	0.33	0.29

Una volta discretizzata la geometria del settore fondamentale, definiti gli elementi e le proprietà meccaniche del materiale, si passa all'effettiva fase di meshatura, il procedimento effettuato per la meshatura del disco può essere riassunto in questi tre step:

1. Definizione della dimensione degli elementi a seguito della suddivisione dei lati delle aree elementari;
2. Generazione di una mesh bidimensionale su tutte le aree che delimitano i volumi attraverso l'utilizzo dell'elemento MESH 200;
3. Generazione di una mesh tridimensionale su tutti i volumi tramite l'elemento SOLID 187.

Nonostante la scelta delle dimensioni dell'elemento sia un processo completamente arbitrario, deve comunque essere rispettata la logica secondo la quale le zone della struttura che vengono maggiormente sollecitate necessitano di una mesh più fitta.

La mesh completa sul settore fondamentale può essere visualizzata in Figura 2.1.8.

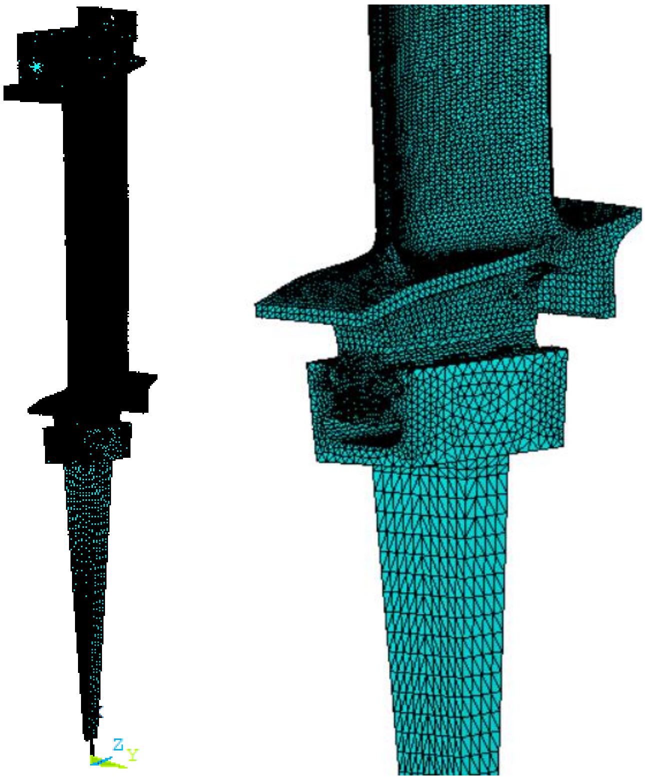


Figura 2.1.8: Mesh del settore fondamentale + particolare mesh attacco pala

2.1.5 Imposizione della simmetria ciclica

Una volta definito il modello FEM del singolo settore si passa all'espansione in modo da riottenere l'intero bladed disk per mezzo della funzione Cyclic Symmetry di Ansys, questa funzione permette di riconoscere il settore come unità fondamentale del disco per poi espanderlo N_b volte. (Figura 2.1.9)

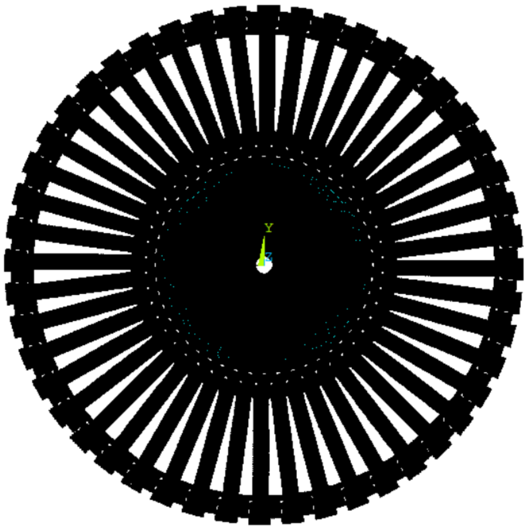


Figura 2.1.9: Espansione del settore fondamentale in Ansys

Questa procedura viene completata con successo a patto che la mesh dell'interfaccia di destra del singolo settore combaci con quella di sinistra.

La conferma di operazione avvenuta si ha una volta che:

- È possibile visualizzare l'intera geometria del disco;
- È possibile visualizzare una finestra (Figura 2.1.10) che riporta un insieme di informazioni riguardanti:
  - Il numero di settori N_b dell'intero disco;
  - L'angolo fisico individuato dal singolo settore;
  - L'avvenuto riconoscimento delle interfacce che delimitano il settore;

```
LIST CYCLIC SYMMETRY STATUS

*****************************************************
****** CYCLIC SYMMETRY STORED QUANTITIES ************
*****************************************************
*  NUMBER OF SECTORS =                 48           *
*  SECTOR ANGLE =                   7.500           *
*  CYCLIC COORDINATE SYSTEM =           1           *
*  COMPONENT NAME ROOT = CYCLIC                     *
*  LOW  EDGE COMPONENT = CYCLIC_M01L      MATCHED   *
*  HIGH EDGE COMPONENT = CYCLIC_M01H                *
*  DUPLICATE SECTOR DEFINED                         *
*****************************************************
```

Figura 2.1.10: Finestra informazioni simmetria ciclica Ansys

- È possibile, inoltre, visualizzare l'insieme delle interfacce high e low.

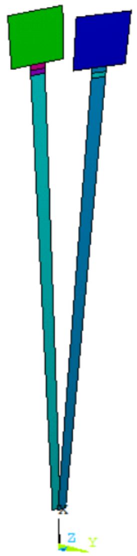


Figura 2.1.11: Settori di interfaccia High e Low

A questo punto il modello agli elementi finiti dell'intero simulacro è pronto per essere sottoposto ad un insieme di analisi. Queste vengono implementate da Ansys tramite il metodo del settore duplicato (duplicate sector method): nel momento in cui si avvia un'analisi sull'intera struttura viene generata una copia del settore fondamentale che chiameremo duplicate sector. Questo è un insieme di elementi disposti nella medesima posizione geometrica del basic sector sui quali vengono applicate tutte le forze, le condizioni al contorno e tutte le equazioni di vincolo presenti sul settore fondamentale.

L'equazione che definisce il legame fra gli spostamenti dei nodi appartenenti ai lati dei due settori è:

$$\begin{Bmatrix} U_{high}^{A} \\ U_{high}^{B} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(n\alpha) & \sin(n\alpha) \\ -\sin(n\alpha) & \cos(n\alpha) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{low}^{A} \\ U_{low}^{B} \end{Bmatrix}$$

Dove:

- n rappresenta il numero di diametri nodali;
- $\alpha = 360/N_b$ è l'angolo che individua il settore fondamentale;
- U è il vettore dei gradi di libertà rotazionali e traslazionali;

- U_{high}^{A} rappresenta il vettore degli spostamenti dei nodi del lato high del basic sector;
- U_{low}^{A} rappresenta il vettore degli spostamenti dei nodi del lato low del basic sector;
- U_{high}^{B} rappresenta il vettore degli spostamenti dei nodi del lato high del duplicate sector;
- U_{low}^{B} rappresenta il vettore degli spostamenti dei nodi del lato low del dubplicate sector.

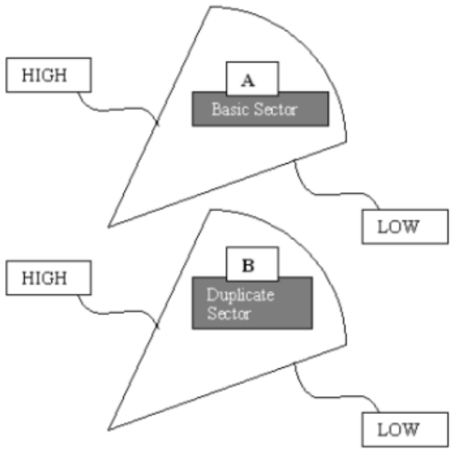


Figura 2.1.12: Basic sector e Duplicate sector

2.2 Analisi Modali in simmetria ciclica

Il problema della risposta forzata di una struttura qualsiasi si basa sulla risoluzione dell'equazione di equilibrio:

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = F(t)$$

Dove M, C e K indicano rispettivamente la matrice di massa, smorzamento e rigidezza dell'intera struttura e $x(t)$ rappresenta il vettore contenente lo spostamento dei vari gradi di libertà del sistema. La risoluzione dell'equazione precedente richiede però un grande sforzo computazionale a causa dell'elevato numero di gradi di libertà trattati.

L'analisi modale di elementi in simmetria ciclica risulta invece essere un processo semplificato dal punto di vista computazionale perché ci permette di trarre vantaggio dalla natura ripetitiva della struttura. In una struttura ciclicamente simmetrica la geometria si ripete ad intervalli uguali attorno ad un asse centrale, questo vuol dire che anche il comportamento dinamico del sistema è di tipo ripetitivo. Tutto ciò permette di concentrare lo studio su un unico settore fondamentale per poi ricavare il comportamento negli altri settori applicando le condizioni al contorno di simmetria ciclica. Analizzando un solo settore le dimensioni e quindi il numero di gradi di libertà del problema si riducono, rendendo l'analisi più rapida ed efficiente. La natura ripetitiva della struttura semplifica il problema agli autovalori. In particolare, gli autovalori e gli autovettori possono essere scritti come prodotto degli autovalori e degli autovettori del settore ripetuto, rendendo il problema più veloce da risolvere.

Definito il settore fondamentale, è possibile esprimere il vettore $x_s(t)$ dei suoi gradi di libertà come segue:

$$x_s(t) = \begin{Bmatrix} x_L(t) \\ x_I(t) \\ x_R(t) \end{Bmatrix} \tag{2.1}$$

Dove:

- x_L è il vettore degli spostamenti dei gradi di libertà dei nodi appartenenti all'interfaccia sinistra del settore;
- x_I è il vettore degli spostamenti dei gradi di libertà dei nodi interni al settore;
- x_R è il vettore degli spostamenti dei gradi di libertà dei nodi appartenenti all'interfaccia destra del settore.

Da quanto emerso in precedenza, i gradi di libertà dei vettori $x_L(t)$ e $x_R(t)$ risultano collegati tra di loro, si introduce quindi l'equazione complessa di vincolo cinematico:

$$x_R(t) = x_L(t)e^{\pm i\varphi_n} \qquad \varphi_n = \frac{2\pi}{N}n \tag{2.2}$$

Dove φ_n è definito come l'interblade phase angle, N è il numero di settori e n il numero di diametri nodali del modo considerato e il segno + o – indica l'anticipo o il ritardo del vettore $x_R(t)$ rispetto $x_L(t)$.

La (2.1) viene a questo punto riscritta introducendo una matrice di trasformazione T dipendente dal vincolo cinematico (2.2):

$$x_s(t) = \begin{Bmatrix} x_L(t) \\ x_I(t) \\ x_R(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \\ Ie^{\pm i\varphi n} & 0 \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_L(t) \\ x_I(t) \end{Bmatrix} = \overline{T^{\pm}} x_{CS}(t)$$

dove $\overline{T^{\pm}} \in \mathbb{C}$.

A questo punto, premoltiplicando e postmoltiplicando le matrici di massa e di rigidezza del singolo settore rispettivamente per $\overline{T^{\pm}}^{\dagger}$ e $\overline{T^{\pm}}$ (con $\overline{T^{\pm}}^{\dagger}$ matrice Hermitiana di $\overline{T^{\pm}}$) è possibile ottenere le loro rispettive controparti sotto l'ipotesi di simmetria ciclica:

$$\overline{K_{CS}^{\pm}} = \overline{T^{\pm}}^{\dagger} K_S \overline{T^{\pm}} \qquad \overline{M_{CS}^{\pm}} = \overline{T^{\pm}}^{\dagger} M_S \overline{T^{\pm}}$$

È possibile a questo punto definire l'autoproblema del singolo settore espresso attraverso la proprietà di simmetria ciclica:

$$\left(\overline{K_{CS}^{\pm}} - \omega^2 \overline{M_{CS}^{\pm}}\right) \overline{\Phi_{CS}^{\pm}} = 0$$

da dove è possibile ricavare gli autovettori complessi $\overline{\Phi_{CS}^{\pm}}$ che permettono quindi di definire la matrice modale $\overline{\Phi_{CS}}$:

$$\overline{\Phi_{CS}} = \begin{cases} \left[\Phi_{CS_{n=0}} \middle| \overline{\Phi_{CS_{n=1}}^{+}}\ \overline{\Phi_{CS_{n=1}}^{-}} \middle| \ldots \middle| \overline{\Phi_{CS_n}^{+}}\ \overline{\Phi_{CS_n}^{-}} \middle| \ldots\ \Phi_{CS_{n=N/2}}\right] \\ \left[\Phi_{CS_{n=0}} \middle| \overline{\Phi_{CS_{n=1}}^{+}}\ \overline{\Phi_{CS_{n=1}}^{-}} \middle| \ldots \middle| \overline{\Phi_{CS_n}^{+}}\ \overline{\Phi_{CS_n}^{-}} \middle| \ldots \middle| \overline{\Phi_{CS_{int(N/2)}}^{+}}\ \overline{\Phi_{CS_{int(N/2)}}^{-}} \middle|\right] \end{cases}$$

le cui righe identificano rispettivamente il caso in cui N sia pari e il caso in cui N sia dispari.

Una volta determinata la matrice $\overline{\Phi_{CS}}$ questa può essere espansa, sfruttando sempre le proprietà di simmetria ciclica, a tutta la struttura e determinando così la forma modale identificata dal numero di diametri nodali considerato. Ansys utilizza questo principio di risoluzione delle equazioni di analisi modale, non trattando numeri complessi però, applica uno sdoppiamento del problema separando parte reale ed immaginaria della soluzione per ciascun grado di libertà, ciò però impone la risoluzione di un problema lineare con un numero di incognite doppio rispetto al caso appena descritto.

2.2.1 TUNED no prestress

Al fine di effettuare al meglio le analisi modali in simmetria ciclica sul settore elementare è necessario prima definire una serie di parametri volti a garantire la correttezza dei risultati ottenuti, bisogna in particolare:

1. Applicare i giusti vincoli atti a simulare le reali condizioni al contorno: ad esempio, nel nostro caso vogliamo applicare i vincoli a tutti i nodi in corrispondenza della parte del disco che verrà flangiata all'albero motore all'interno dello Spinning Rig;
2. Scegliere il numero di diametri nodali da considerare;
3. Scegliere la quantità di modi da estrarre per ogni diametro nodale.

Figura 2.2.1: Vincoli applicati al settore elementare

I vincoli applicati ai nodi del disco sono di tipo strutturale e hanno la proprietà di eliminare le tre traslazioni e le tre rotazioni possibili rispetto al sistema di riferimento principale.

Per quanto riguarda il numero di diametri nodali invece, si è dapprima deciso di effettuare uno studio sul comportamento dinamico del simulacro nella configurazione TUNED scegliendo di calcolare i risultati per tutti i diametri nodali e scegliendo un opportuno numero di modi per diametro nodale in modo da poter dunque graficare il diagramma FreND del sistema.

L'oggetto dello studio del disco ARIAS a 144 palette sono stati i modi a diametro nodale pari a 4,6 e 24. Per questo motivo, attraverso un veloce calcolo che sfrutta il rapporto tra il numero di pale delle due configurazioni di disco:

$$n = 4/3 = 1.33 \quad n = 6/3 = 2 \quad n = 24/3 = 8$$

si decide di concentrarsi sull'analisi di dettaglio dei modi a diametro nodale pari a 2 e 8.

Ricorrendo alla formula (2.3) ci si rende facilmente conto che il simulacro ammette deformate modali di diametro nodale compreso tra 0 e 24:

$$0 < n < \frac{N_b}{2} \qquad N_b = 48 \quad \Rightarrow 0 \leq n \leq 24 \tag{2.3}$$

Occorre però tener presente che lo studio di questo simulacro è volto all'individuazione di modi di pala percepibili dal sistema Blade Tip Timing, in questo contesto e tenendo in considerazione la velocità di rotazione massima raggiungibile dallo Spinning Rig del Politecnico di Torino, il numero di modi per diametro nodale è stabilito in modo da sintetizzare l'intera dinamica del bladed disk in 2 famiglie modali. Quanto detto si traduce nell'estrazione di 4 modi per ogni valore assunto da n.

L'insieme delle frequenze naturali ricavate dall'analisi modale può essere riportato in una tabella che ne rende più semplice la visualizzazione in funzione di n e del modo (Tabella 2.2.1).

Tabella 2.2.1: Frequenze naturali disco TUNED senza prestress

n	*MODO 1 [Hz]*	*MODO 2 [Hz]*
0	151.5	230.91
1	143.64	216.92
2	148.52	225.84
3	163.04	290.93
4	166.09	324.37
5	167.06	334.34
6	167.48	338.12
7	167.68	339.97
8	167.77	341.02
9	167.81	341.68
10	167.82	342.12
11	167.81	342.43
12	167.78	342.65
13	167.76	342.81
14	167.73	342.94
15	167.7	343.03
16	167.67	343.11
17	167.64	343.17
18	167.62	343.21
19	167.6	343.25
20	167.58	343.28
21	167.57	343.3
22	167.56	343.32
23	167.55	343.32
24	167.55	343.33

Con i dati ottenuti il passo successivo è dunque quello di definire il diagramma delle due famiglie modali ottenuto graficando i valori di frequenza riportati in colonna per ogni modo, al variare di n. (Figura 2.2.2)

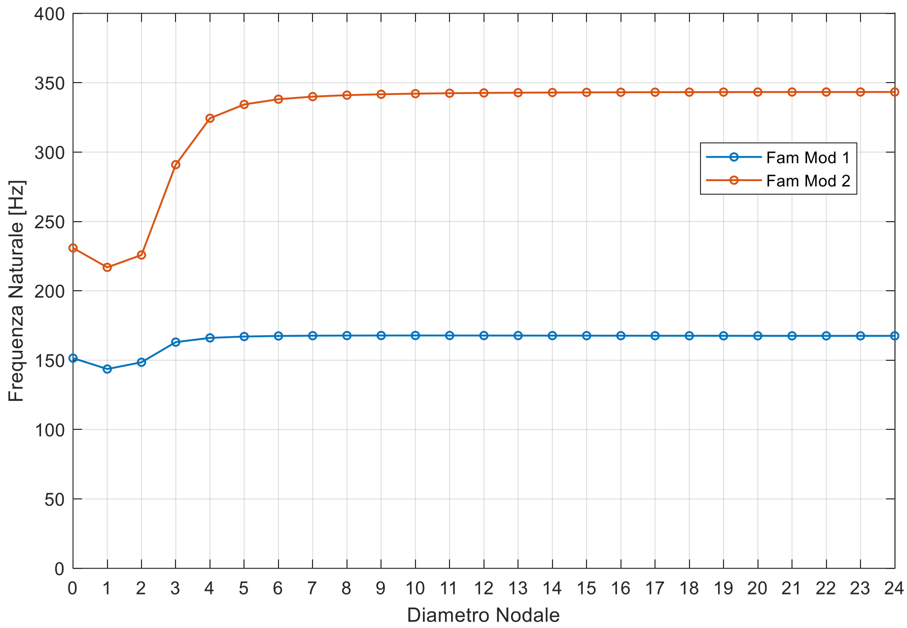


Figura 2.2.2: Grafico FreND disco TUNED no prestress

Come accennato in precedenza, alle famiglie modali competono determinate caratteristiche che permettono di comprendere l'evoluzione dei modi al variare del numero di diametri nodali. Dal diagramma FreND possiamo in particolare identificare zone in cui troviamo modi di disco e modi di pala rispettivamente per bassi e alti valori di n. I modi di pala caratterizzano i tratti asintotici orizzontali di queste curve e variano da famiglia a famiglia, diventando sempre più complessi all'aumentare della loro frequenza naturale. Nel nostro caso andando a visualizzare i modi al diametro nodale 24 delle due famiglie modali studiate si può facilmente notare la natura flessionale del primo modo e quella torsionale del secondo (Figura 2.2.3 e 2.2.4).

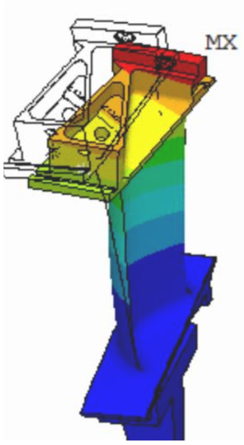


Figura 2.2.3: Modo flessionale prima famiglia $\boldsymbol{n = 24}$

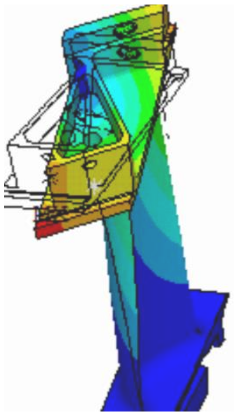


Figura 2.2.4: Modo torsionale seconda famiglia $\boldsymbol{n = 24}$

Studiando nel dettaglio la prima famiglia modale, possiamo identificare quindi tre zone in cui la curva può essere suddivisa:

1. $Prima\ zona$ $(0 \leq n \leq 2)$: qui troviamo modi a bassa frequenza naturale dove il disco deformandosi trascina con sé le pale, questo tipo di comportamento caratterizza i modi di disco;
2. $Seconda\ zona$ $(3 \leq n \leq 4)$: si tratta di una zona di transizione tra i modi di disco e quelli di pala. All'aumentare simultaneo di n e della frequenza di risonanza il disco si irrigidisce sempre di più;
3. $Terza\ zona$ $(5 \leq n \leq 24)$: rappresenta una zona dinamica esclusivamente di pala dove il disco si comporta come un componente infinitamente rigido mentre la pala è soggetta ad un modo flessionale come quello di una trave in un incastro a parete.

2.2.2 TUNED con prestress

Tutte le analisi svolte nel capitolo precedente sono state effettuate senza tenere in considerazione l'effetto di irrigidimento intrinseco alla rotazione del rotore dovuto alle sue proprietà inerziali.

In generale, quando andiamo ad effettuare una analisi nodale stiamo risolvendo l'equazione fondamentale:

$$([K] - \omega_i^2 [M])\{\varphi\}_i = \{0\}$$

Dove $[K]$ è la matrice di rigidezza, ω_i la pulsazione naturale, $[M]$ la matrice di massa e $\{\varphi\}_i$ il vettore contenente i gdl del sistema.

Nel momento in cui si voglia però tenere conto anche dell'effetto irrigidente causato dal prestress applicato al sistema, l'equazione di sopra vede l'aggiunta di un parametro che si va a sommare alla matrice di rigidezza $[K]$ come segue:

$$([K] + [S] - \omega_i^2 [M])\{\varphi\}_i = \{0\}$$

Dove con $[S]$ si identifica la matrice di stiffening.

A questo punto, tenendo presente che il disco sarà fatto girare all'interno dello Spinning Rig Polito la cui velocità di rotazione massima è pari a circa $4000\, rpm$, scegliamo un valore di rotazione indicativo di $3055\, rpm \cong 320\, rad/s$ e si vanno quindi ad effettuare le stesse analisi modali effettuate sul disco nel capitolo precedente includendo però in questo caso l'effetto del prestress dovuto alla rotazione.

Per fare ciò su Ansys è necessario dapprima svolgere una analisi statica per poi effettuare nuovamente una nuova analisi modale spuntando l'opzione di inclusione nel calcolo del prestress (Figura 2.2.5).

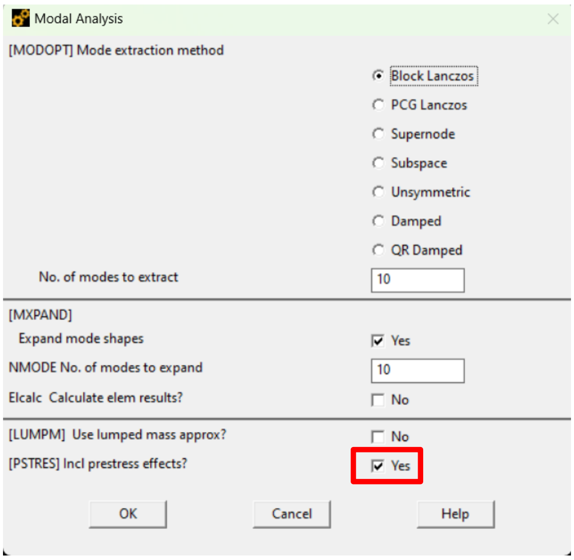


Figura 2.2.5: Finestra di opzioni modal analysis Ansys

Calcolando quindi nuovamente i risultati per tutti i diametri nodali (da 0 a 24) e 4 modi per ciascun diametro nodale è possibile tracciare il nuovo diagramma FreND del caso di simulacro TUNED in condizione di prestress (Figura 2.2.6)

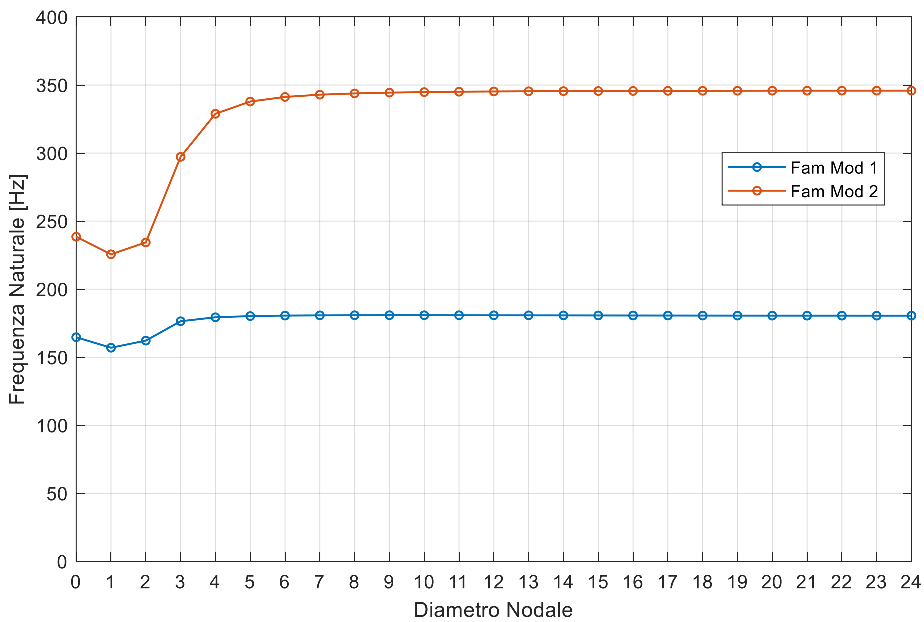


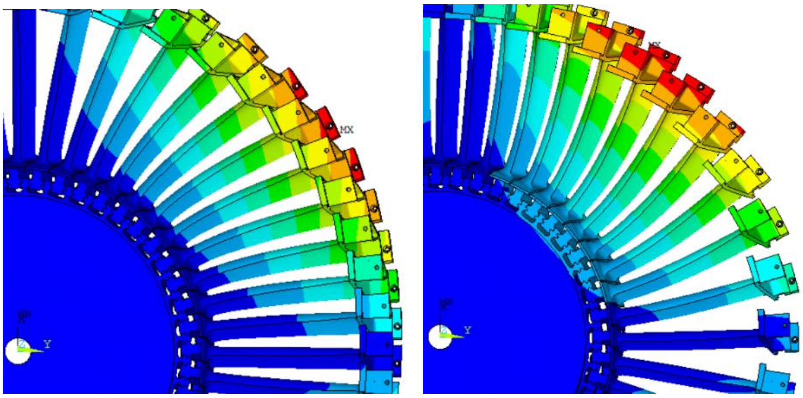
Figura 2.2.6: Diagramma FreND disco TUNED con prestress

La Figura 2.2.6 mostra in modo evidente l'effetto irrigidente dovuto al prestress è chiaro, il valore delle frequenze naturali per tutti i diametri nodali aumenta mentre la natura del modo rimane invariata. Possiamo osservare in particolare, aumenti del 7% circa per quanto riguarda i modi di pala della prima famiglia modale e aumenti dell'1% circa per i modi di pala della seconda famiglia modale.

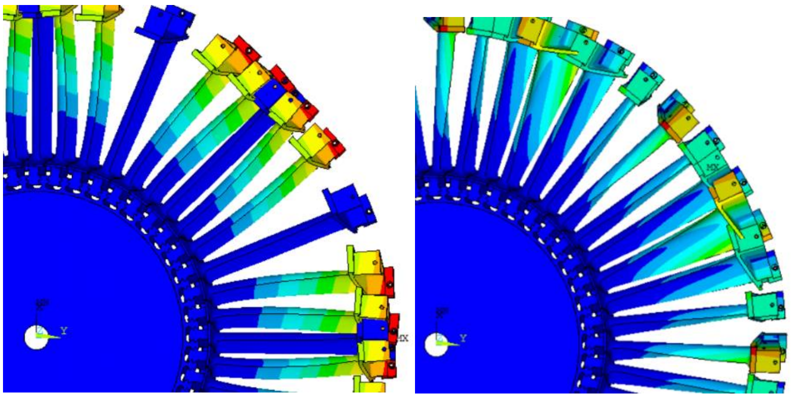
Ad analisi compiuta espandiamo quindi i modi di nostro interesse:

- Primo e secondo modo a $n = 2$;
- Primo e secondo modo a $n = 8$.

La natura di questi modi è rappresentata in Figura 2.2.7.



Modo 1 $\boldsymbol{n = 2}$ Modo 2 $\boldsymbol{n = 2}$



Modo 1 $\boldsymbol{n = 8}$ Modo 2 $\boldsymbol{n = 8}$

Figura 2.2.7: Dettagli modi 1 e 2 $\boldsymbol{n = 2\ e\ 8}$

Nella prima famiglia modale si può notare una deformata della pala a caratteristica torsionale per $n = 2$, questo comportamento non è più visualizzabile per $n = 8$ in quanto abbiamo già un comportamento flessionale della pala.

Analizzando invece la seconda famiglia si trova un comportamento inverso: modo caratterizzato da un movimento flessionale per le pale a $n = 2$ mentre spostamento puramente torsionale per il modo a $n = 8$.

In Tabella 2.2.2 sono catalogati i risultati ottenuti in questa analisi, questi saranno i risultati di riferimento per lo studio del disco nella configurazione TUNED.

Tabella 2.2.2: Frequenze naturali disco TUNED con prestress

n	*MODO 1 [Hz]*	*MODO 2 [Hz]*
0	164.69	238.52
1	156.96	225.63
2	162.19	234.32
3	176.43	297.21
4	179.32	328.85
5	180.21	337.86
6	180.58	341.24
7	180.75	342.89
8	180.82	343.82
9	180.85	344.41
10	180.84	344.79
11	180.82	345.07
12	180.79	345.26
13	180.76	345.41
14	180.72	345.52
15	180.68	345.6
16	180.65	345.67
17	180.62	345.72
18	180.59	345.76
19	180.57	345.79
20	180.55	345.82
21	180.54	345.83
22	180.53	345.85
23	180.52	345.85
24	180.52	345.86

2.2.3 Configurazione MISTUNED (pattern 1010)

Completate le analisi modali sul disco TUNED, si passa ora allo studio di una nuova configurazione di simulacro intenzionalmente mistunato. Le masse mistunanti vengono fissate nel loro alloggio sulle pale del disco palettato secondo una configurazione che chiameremo “1010” in cui per “1” si intende la paletta su cui è montata la massa mistunante mentre per “0” la paletta priva di massa mistunante, così come troviamo nella configurazione TUNED.

Si è deciso di testare questa particolare configurazione di mistuning in quanto, come mostrato in vari precedenti studi, ha dimostrato di ridurre notevolmente l’effetto dell’instabilità a flutter delle palette. Ci troviamo dunque di fronte ad un sistema completamente nuovo, dove il settore elementare identificato precedentemente non sarà più rappresentativo dell’intero disco. Il prossimo step ritorna quindi ad essere la definizione del nuovo settore fondamentale relativo al disco mistunato, che sarà composto questa volta da due palette, una mistunata e una tunata.

Tutto questo può essere ottenuto sfruttando la funzione di Ansys “copy elements”: mettendoci su un sistema di riferimento cilindrico è possibile selezionare tutti gli elementi del settore fondamentale relativo al disco TUNED in una posizione definita, decidiamo dunque di copiare questi elementi, sfruttando le coordinate cilindriche, ad una distanza angolare pari all’angolo che spazza un singolo settore: 7.5°.

Quello che otteniamo è un modello FEM di due settori adiacenti di simulacro (Figura 2.2.8)

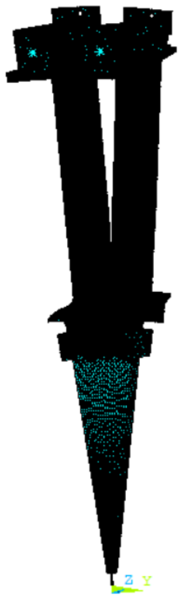


Figura 2.2.8: Settore elementare disco MISTUNED

A questo punto, manca da definire e collegare ai nodi della pala nel modello FEM la massa mistunante, questa operazione viene effettuata attraverso delle funzioni RBE3, che permetto di ridistribuire accuratamente masse e carichi applicati a degli elementi.

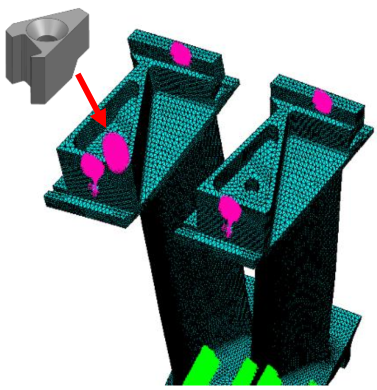


Figura 2.2.9: Dettaglio RBE3 con massa mistunante

Infine, è necessario applicare nuovamente tutti i vincoli strutturali in corrispondenza della parte flangiata del disco e le coupling equations (CP) nelle interfacce tra paletta e disco.

Otteniamo quindi il nuovo settore elementare relativo al disco MISTUNED 10 (Figura 2.2.10) ed è possibile quindi eseguire nuovamente il comando di espansione in simmetria ciclica per poi effettuare le analisi modali sulla nuova configurazione di simulacro.

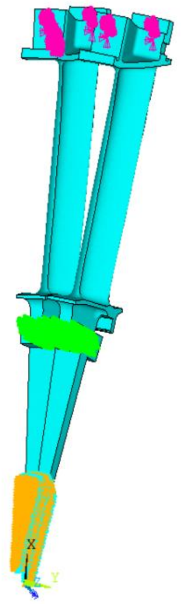


Figura 2.2.10: Settore elementare disco MISTUNED completo

2.2.4 MISTUNED no prestress

Si passa dunque all'analisi modale, inizialmente senza tenere in considerazione gli effetti di prestress.

Risulta importante sottolineare che a causa della nuova configurazione di settore in simmetria ciclica in cui sono presenti due palette, il numero di diametri nodali disponibili si riduce.

Utilizzando l'equazione 2.3:

$$0 < n < \frac{N}{2} \qquad N = 24 \quad \Longrightarrow \quad 0 \leq n \leq 12$$

Dove N in questo caso è il numero di settori fondamentali che compongono l'intero disco.

Possiamo ora quindi procedere con l'analisi modale, impostando come nuovo diametro nodale massimo il valore 12 e calcolando nuovamente 4 modi per diametro nodale.

I risultati possono essere visualizzati all'interno della Tabella 2.2.3:

Tabella 2.2.3: Frequenze naturali disco MISTUNED con prestress

n	*MODO 1 [Hz]*	*MODO 2 [Hz]*
0	147.5	164.29
1	140.18	163.93
2	144.73	164.13
3	157.16	165.84
4	159.08	166.89
5	159.59	167.33
6	159.8	167.55
7	159.91	167.66
8	159.96	167.72
9	159.99	167.75
10	160.01	167.77
11	160.02	167.78
12	160.02	167.78

Possiamo quindi andare a costruire il diagramma FreND relativo alle prime due famiglie modali per questo modello:

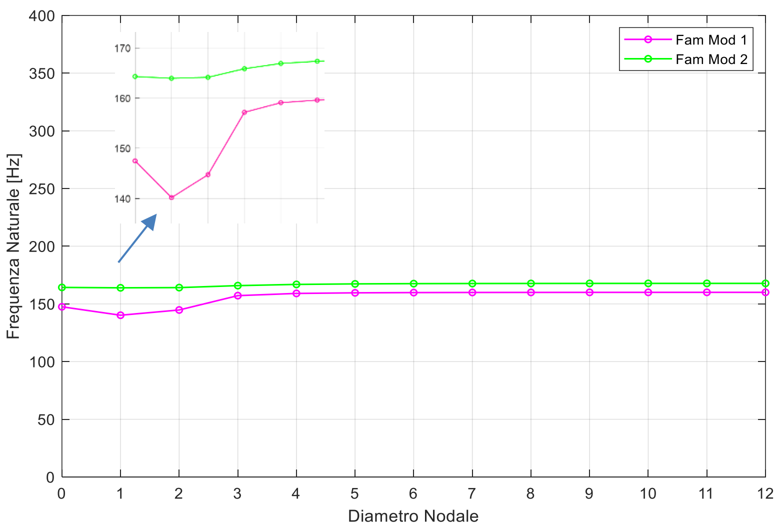


Figura 2.2.11: Diagramma FreND disco MISTUNED no prestress

2.2.5 MISTUNED prestress

Come fatto in precedenza, si va nuovamente ad effettuare un'analisi modale sul modello MISTUNED, a seguito di una previa analisi statica, tenendo in considerazione il prestress causato dalla rotazione del sistema, sempre impostata a 320 rad/s. I risultati vengono di seguito tabellati e rappresentati sul diagramma FreND.

Tabella 2.2.4: Frequenze naturali disco Mistuned con prestress

n	*MODO 1 [Hz]*	*MODO 2 [Hz]*
0	160.95	177.36
1	153.75	177.02
2	158.65	177.23
3	170.81	178.93
4	172.59	179.96
5	173.05	180.38
6	173.23	180.58
7	173.32	180.68
8	173.37	180.73
9	173.39	180.76
10	173.41	180.77
11	173.41	180.78
12	173.41	180.78

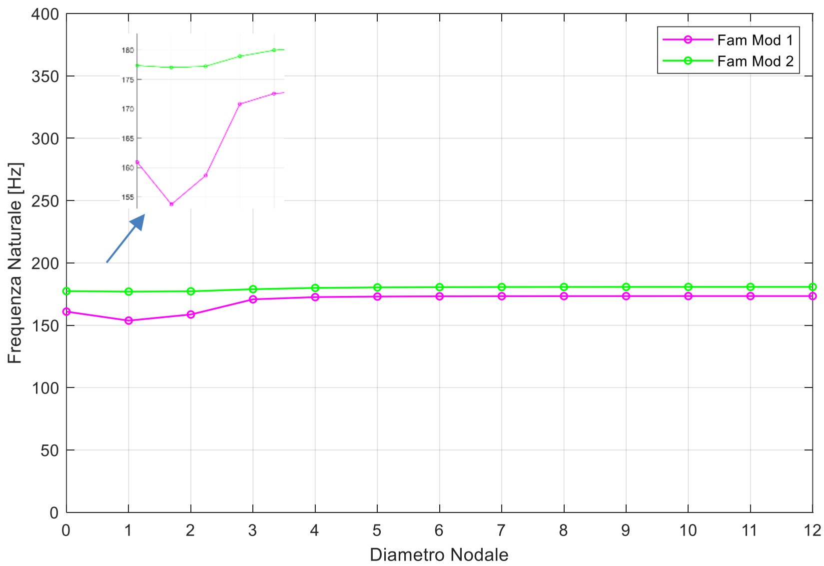


Figura 2.2.12: Diagramma FreND disco MISTUNED con prestress

Possiamo nuovamente notare l'innalzamento generale delle frequenze rispetto al caso senza prestress dovuto all'effetto irrigidente. In questo caso notiamo sempre un incremento del 8% e del 7% sulle frequenze naturali dei modi di pala rispettivamente della prima e della seconda famiglia modale.

Molto evidente è il carattere delle due curve che si presenta quasi asintoticamente orizzontale, soprattutto per la seconda famiglia modale. Questo comportamento significa che la dinamica del disco palettato passa molto velocemente da una dinamica caratterizzata da modi di disco a modi esclusivamente di pala.

2.2.6 Confronto TUNED-MISTUNED

Prendiamo adesso come riferimento il primo modo a diametro nodale pari a 8 del disco TUNED, notiamo come il suddetto modo, che si verifica ad una frequenza di 180 Hz circa, sia caratterizzato da un comportamento flessionale della pala.

Andiamo adesso invece ad espandere i primi due modi, sempre a diametro nodale pari a 8 del disco in configurazione MISTUNED:

- Il primo modo si verifica ad una frequenza pari a circa 173 Hz ed è caratterizzato da un moto flessionale che si verifica per la pala su cui troviamo fissata la massa mistunante;
- Il secondo modo invece, avviene per un valore di frequenza pari a 180 Hz e anch'esso vede un fenomeno di carattere flessionale che questa volta però interessa solo la paletta priva della massa mistunante.

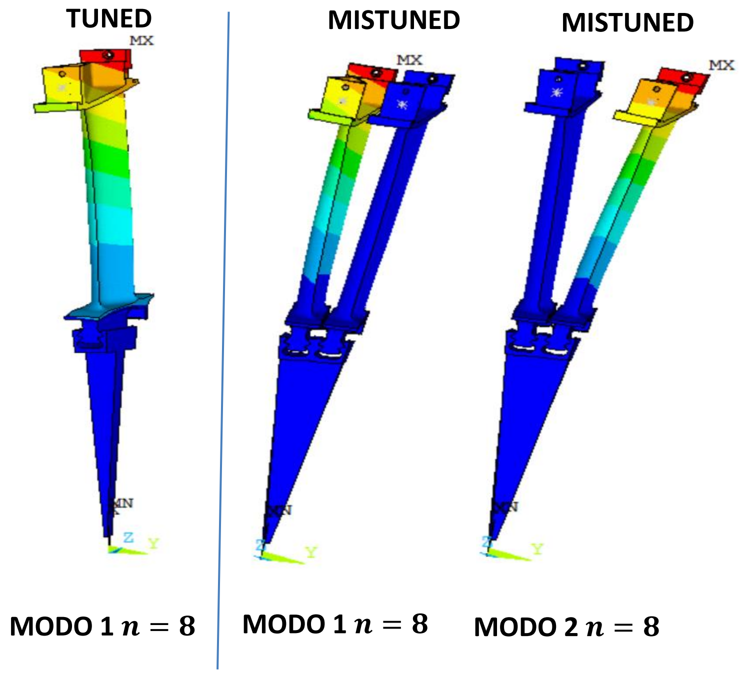


Figura 2.2.13: Confronto modi TUNED-MISTUNED

Questo particolare comportamento è prevedibile in quanto entrambi i sistemi rispettano la formula fondamentale per il calcolo della frequenza naturale di un sistema:

$$\omega_n = 2\pi f_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \;\rightarrow\; f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Dove ω_n e f_n sono rispettivamente la pulsazione e la frequenza naturale, m la massa e k la rigidezza del sistema.

La paletta con la massa mistunante rappresenta un sistema equivalente a quello relativo alla paletta TUNED, ma con una massa totale superiore che fa abbassare il suo valore di frequenza naturale. Questo spiega anche il motivo per cui il valore di frequenza del secondo modo del disco mistuned equivale a quello relativo al primo modo nel disco TUNED.

Possiamo infine porre su un unico grafico le prime due famiglie modali inerenti alle due configurazioni di simulacro studiate in cui è possibile vedere lo sdoppiamento della prima famiglia modale del disco TUNED precedentemente descritto. Per maggiore chiarezza espositiva le famiglie modali del disco MISTUNED sono state riadattate graficamente ai 25 diametri nodali del disco TUNED.

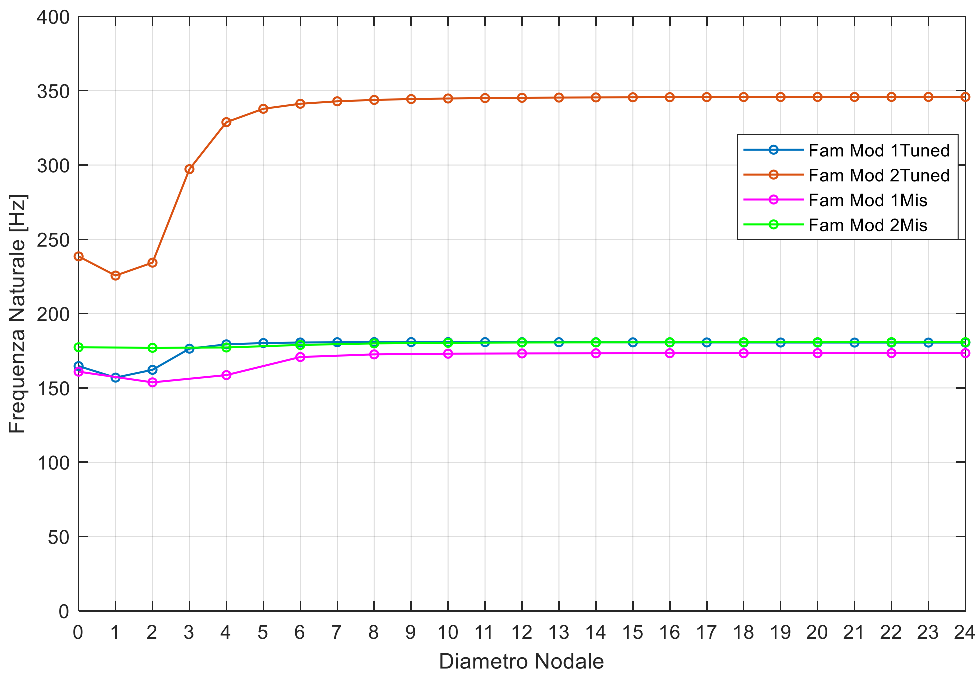


Figura 2.2.14: Confronto diagrammi FreND TUNED-MISTUNED

2.3 Risposte forzate

Una volta calcolate le frequenze naturali relative ai modi di interesse possiamo adesso procedere nell'analisi del comportamento dinamico del simulacro di turbina passando al calcolo delle risposte forzate.

L'intera fase di questo processo di analisi viene gestita attraverso l'utilizzo del software Policontact sviluppato dal gruppo di ricerca del LAQ AERMEC del Politecnico di Torino.

Questo programma permette di eseguire con successo tutte le analisi di risposta forzata lineari e in presenza di smorzamento per attrito partendo da un adeguato modello FEM in cui sono correttamente definiti tutti gli elementi che costituiscono il sistema, le loro interfacce e i nodi di simmetria ciclica.

2.3.1 Sottostrutturazione e metodi di riduzione

Policontact si avvale dell'utilizzo di particolari metodi di riduzione del modello in modo da diminuire la mole di calcoli da effettuare.

Per spiegare il funzionamento di tali metodi è opportuno fare un esempio pratico: immaginiamo di dover determinare, in fase di progetto, le frequenze naturali di un sistema composto da vari componenti e interfacce tra di loro. Un comune problema che può verificarsi è quello di non disporre di un potenza di calcolo sufficiente per eseguire l'analisi modale del sistema completo, in questo caso l'analisi modale dei componenti isolati può non essere sufficiente in quanto possono esistere forme modali che coinvolgono l'intero sistema e che non è possibile calcolare avvalendosi esclusivamente dell'analisi modale dei singoli componenti.

In questi casi si suddivide il sistema attraverso un processo definito di sotto-strutturazione dinamica (dynamic substructuring) che prevede tre passaggi fondamentali:

1. Viene generato un modello ridotto per ciascun componente;
2. Con quest'ultimi viene assemblato il modello ridotto dell'intero sistema;
3. Si esegue un'analisi modale sul modello ridotto relativo al sistema completo.

Se prendiamo ad esempio il problema di contatto in Figura 2.3.1, il procedimento che deve essere effettuato nel caso di un sistema composto da due componenti, e considerando che il risultato può essere generalizzato ed esteso a casi con più componenti, è il seguente:

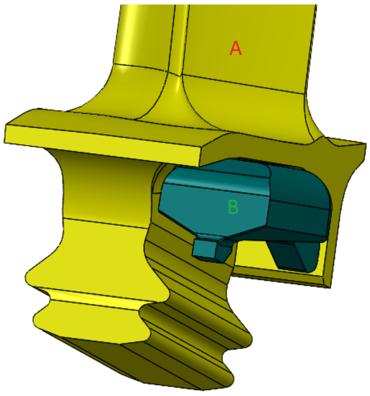


Figura 2.3.1: Problema di contatto piattaforma-damper

Si effettua innanzitutto una prima distinzione fondamentale tra i gradi di libertà che appartengono ai due sottosistemi:

- x_{Ai}: gradi di libertà interni al componente A;
- x_{Av}: gradi di libertà di vincolo o di interfaccia del componente A;
- N_{Ai}: numero di gradi di libertà interni del componente A;
- N_{Av}: numero di gradi di libertà di vincolo del componente A;
- x_{Bi}: gradi di libertà interni al componente B;
- x_{Bv}: gradi di libertà di vincolo o di interfaccia del componente B;
- N_{Bi}: numero di gradi di libertà interni del componente B;
- N_{Bv}: numero di gradi di libertà di vincolo del componente B.

É possibile quindi scrivere il sistema lineare di equilibrio per ciascun componente separando i gradi di libertà interni da quelli di vincolo:

$$\begin{bmatrix} [m_{A,ii}] & [m_{A,iv}] \\ [m_{Avi}] & [m_{A,vv}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_{A,i} \\ \ddot{x}_{A,v} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [k_{A,ii}] & [k_{A,iv}] \\ [k_{A,vi}] & [k_{A,vv}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{A,i} \\ x_{A,v} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} [m_{B,ii}] & [m_{B,iv}] \\ [m_{B,vi}] & [m_{B,vv}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_{B,i} \\ \ddot{x}_{B,v} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [k_{B,ii}] & [k_{B,iv}] \\ [k_{B,vi}] & [k_{B,vv}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{B,i} \\ x_{B,v} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

La risposta dinamica di un oggetto soggetto a spostamento dei vincoli può però essere espressa come somma della risposta statica al moto dei vincoli e di una combinazione lineare delle forme modali del sistema vincolato ($x_v = 0$) secondo il sistema:

$$\begin{Bmatrix} x_i \\ x_v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] & [T] \\ [0] & [I] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_i \\ x_v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [\Phi_i] & [T] \\ [0] & [I] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_i \\ x_v \end{Bmatrix}$$

Dove $[\Phi_i]$ è la matrice modale del sistema, $[I]$ è la matrice d'identità, $\{q_i\}$ sono i gradi di libertà modali interni e $[T] = -[k_{ii}]^{-1}[k_{iv}]$.

Scriviamo quindi per i due componenti:

$$\begin{Bmatrix} x_{A,i} \\ x_{A,v} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [\Phi_{A,i}] & [T_A] \\ [0] & [I] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_{A,i} \\ x_{A,v} \end{Bmatrix} \qquad \begin{Bmatrix} x_{B,i} \\ x_{B,v} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [\Phi_{B,i}] & [T_B] \\ [0] & [I] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_{B,i} \\ x_{B,v} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} [\Phi_{B,i}] & [T_B] \\ [0] & [I] \end{bmatrix} = [R_B] \qquad \begin{bmatrix} [\Phi_{B,i}] & [T_B] \\ [0] & [I] \end{bmatrix} = [R_B]$$

Se nelle matrici modali $[\Phi_{Ai}]$ e $[\Phi_{Bi}]$ si utilizzassero tutti i modi del componente vincolato le matrici di riduzione $[R_A]$ e $[R_B]$ sarebbero matrici quadrate e non si eseguirebbe nessuna riduzione ma se l'analisi modale del sistema ha come obiettivo il calcolo delle prime frequenze naturali del sistema, incluse in un certo intervallo ristretto, non risulta necessario includere nel modello tutti i modi $[\Phi_i]$ in quanto la stragrande maggioranza di questi non porteranno alcun contributo nell'intervallo di frequenze di nostro interesse.

Le matrici $[R]$ saranno quindi rettangolari e di conseguenza sarà possibile effettuare una riduzione delle matrici di massa e rigidezza attraverso le seguenti operazioni:

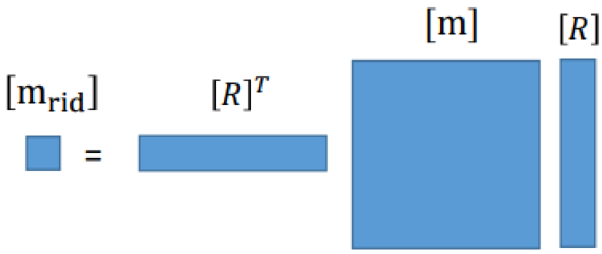
$$[m]\{\ddot{x}\} + [k]\{x\} = \{0\}$$

$$\{x\} = \begin{Bmatrix} x_i \\ x_v \end{Bmatrix} = [R] \begin{Bmatrix} q_i \\ x_v \end{Bmatrix}$$

$$[m][R] \begin{Bmatrix} \ddot{q}_i \\ \ddot{x}_v \end{Bmatrix} + [k][R] \begin{Bmatrix} q_i \\ x_v \end{Bmatrix} = \{0\}$$

$$[R]^T[m][R] \begin{Bmatrix} \ddot{q}_i \\ \ddot{x}_v \end{Bmatrix} + [R]^T[k][R] \begin{Bmatrix} q_i \\ x_v \end{Bmatrix} = \{0\}$$

$$[R]^T[m][R] = [m_{rid}] \qquad [R]^T[k][R] = [k_{rid}]$$



Una volta ottenute le matrici di massa e di rigidezza ridotte per i due componenti è possibile osservare che i gradi libertà di vincolo (interfacce) sono in comune tra i due componenti.

Per la continuità degli spostamenti vale quindi che:

$$\{\ddot{x}_{Av}\} = \{\ddot{x}_{Bv}\} = \{\ddot{x}_{v}\} \qquad\qquad \{x_{Av}\} = \{x_{Bv}\} = \{x_{v}\}$$

L'ultimo passo allora è quello di costruire la matrice del sistema ridotto assemblando le matrici dei componenti:

$$\begin{bmatrix}[m_{A,ii}] & [m_{A,iv}]\\ [m_{A,vi}] & [m_{A,vv}]\end{bmatrix}_{rid}\begin{Bmatrix}\ddot{q}_{A,i}\\ \ddot{x}_v\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix}[k_{A,ii}] & [k_{A,iv}]\\ [k_{A,vi}] & [k_{A,vv}]\end{bmatrix}_{rid}\begin{Bmatrix}q_{A,i}\\ x_v\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\ 0\end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}[m_{B,vv}] & [m_{B,vi}]\\ [m_{B,iv}] & [m_{B,ii}]\end{bmatrix}_{rid}\begin{Bmatrix}\ddot{x}_v\\ \ddot{q}_{B,i}\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix}[k_{B,vv}] & [k_{B,vi}]\\ [k_{B,iv}] & [k_{B,ii}]\end{bmatrix}_{rid}\begin{Bmatrix}x_v\\ q_{B,i}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\ 0\end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}[m_{A,ii}] & [m_{A,iv}] & [0]\\ [m_{A,vi}] & [m_{A,vv}]+[m_{B,vv}] & [m_{B,vi}]\\ [0] & [m_{B,iv}] & [m_{B,ii}]\end{bmatrix}_{rid}\begin{Bmatrix}\ddot{q}_{A,i}\\ \ddot{x}_v\\ \ddot{q}_{B,i}\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix}[k_{A,ii}] & [k_{A,iv}] & [0]\\ [k_{A,vi}] & [k_{A,vv}]+[k_{B,vv}] & [k_{B,vi}]\\ [0] & [k_{B,iv}] & [k_{B,ii}]\end{bmatrix}_{rid}\begin{Bmatrix}q_{A,i}\\ x_v\\ q_{B,i}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\ 0\\ 0\end{Bmatrix}$$

Introdotto il meccanismo base dietro al metodo sottostrutturazione dinamica dei sistemi, Policontact utilizza il particolare metodo CB-CMS per poi applicare i vincoli di simmetria ciclica con tecnica di riduzione di Tran.

2.3.2 Modello di contatto

Una volta che la riduzione del sistema è avvenuta con successo l'utilizzo del software Policontact permette di studiare sul modello ridotto fenomeni di risposta forzata lineari e non lineari.

Il meccanismo dello smorzamento per attrito è stato già precedentemente introdotto, quello che manca però alla risoluzione del problema è la definizione di un modello di contatto tra i due corpi.

Di seguito si introduce il modello di contatto implementato dal software Policontact.

Consideriamo due corpi elastici a contatto. Essi si deformano a causa delle forze di contatto che si scambiano reciprocamente e al contatto è associata una rigidezza in direzione normale (kn) e una rigidezza in direzione tangenziale (kt). La rigidezza normale è definita come la derivata della forza normale di contatto rispetto allo spostamento relativo dei due corpi in direzione normale e nel modello dinamico utilizzato si prevede che le rigidezze kn e kt siano costanti.

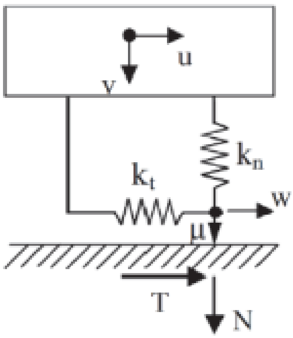


Figura 2.3.2: Modello di contatto [5]

Riprendiamo ora il modello a 1 grado di libertà già esposto nel capitolo 1.3 e aggiungiamo un elemento di contatto tra la massa m e la terra:

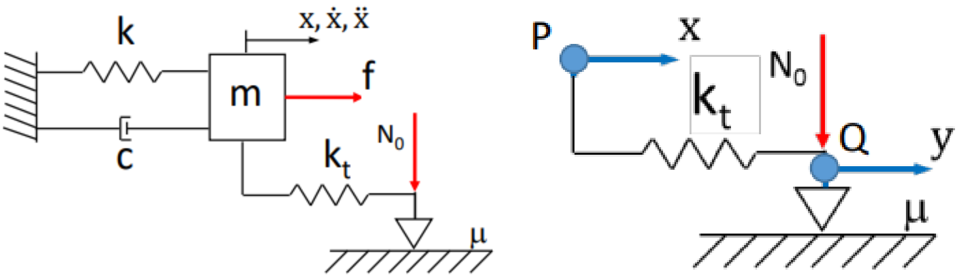


Figura 2.3.3: Modello di contatto schema [5]

La forza periodica tangenziale di contatto $f_c(t)$ dipenderà da:

- Precarico normale N_0
- Coefficiente di attrito μ
- Spostamento relativo tangenziale $x(t)$
- Strisciamento $y(t)$.

Il modello di attrito Coulombiano prevede che durante il moto periodico definito da $x(t)$ il contatto potrà alternarsi tra due diversi stati:

- Adesione/incollaggio (stick) quando $y(t) = 0$ e $|f_c(t)| < \mu N_0$
- Strisciamento (slip) quando $y(t) \neq 0$ e $|f_c(t)| = \mu N_0$

Indipendentemente dallo stato in cui si trova il contatto, la forza di contatto sarà uguale a:

$$f_c(t) = k_t(x(t) - y(t)) \tag{2.4}$$

Da convenzione, se $f_c(t) > 0$ la molla di contatto risulterà compressa mentre se $f_c(t) < 0$ la molla sarà tesa.

Per essere in grado di completare il calcolo della forza di contatto periodica è quindi prima necessario definire dei criteri per la transizione del contatto da uno stato all'altro. Queste transizioni possono dipendere dal valore che assume la forza di contatto tangenziale (caso stick to slip) o dalla cinematica del contatto (caso slip to stick).

Nel primo caso, immaginiamo di essere in condizioni di stick all'istante t. Lo spostamento $y(t)$ è rimasto invariato rispetto al valore che assumeva all'inizio dello stick, mentre $x(t)$ sta variando. La fase stick terminerà nel momento in cui il valore della forza di contatto supererà il limite di Coulomb, cioè quando $|f_c(t)| = \mu N_0$.

Immaginiamo ora invece di essere in condizioni di slip all'istante t. Secondo il modello di Coulomb si ha $|f_c(t)| = \mu N_0$, quindi la forza di contatto rimane costante e la relativa molla di contatto k_t non si deforma. Di conseguenza per la (2.4) i punti x e y si muovono della stessa quantità rispetto al valore che avevano ad inizio slip. La fase di slip terminerà quando si avrà un'inversione del moto relativo, cioè quando la velocità $\dot{x}(t)$ cambierà di segno. Nel momento in cui ciò avviene infatti la forza di contatto $f_c(t)$ torna ad essere minore del limite di Coulomb.

Precedentemente abbiamo deciso di utilizzare solamente l'armonica fondamentale, lo spostamento sarà quindi: $x(t) = x_0 \cos(\omega t + \varphi)$

Studiando il caso in cui la fase sarà uguale a 0, così poi da poter estendere i risultati ottenuti ai casi generali in cui $\varphi \neq 0$ avremo:

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t) = x_0 \cos(\theta) \quad \text{e} \quad \dot{x}(t) = -\omega x_0 \sin(\omega t) = -\omega x_0 \sin(\theta)$$

Graficando gli andamenti:

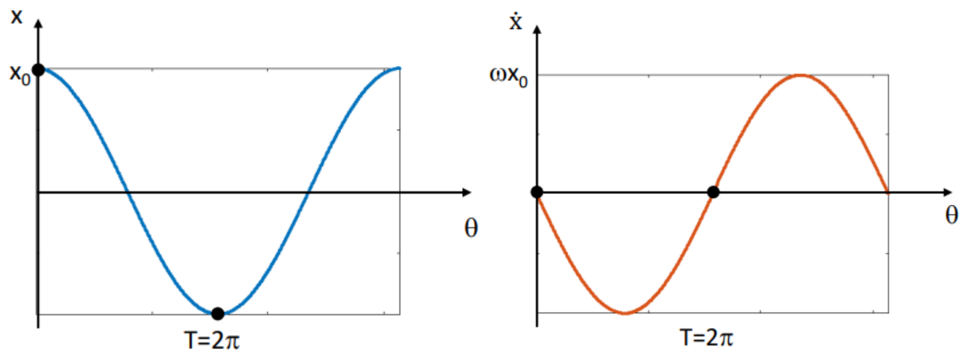


Figura 2.3.4: Andamenti velocità e spostamento [5]

Avremo che:

- $\theta = 0$: massimo spostamento del punto P e inversione della velocità (da positiva a negativa)
- $\theta = \pi$: minimo spostamento del punto P e inversione della velocità (da negativa a positiva)

Considerando adesso un moto armonico di ampiezza x_0 limitata e non sufficiente a far raggiungere alla forza di contatto tangenziale $f_c(t)$ il valore limite di Coulomb oltre il quale si ha strisciamento ($y \neq 0$).

In queste condizioni avremo adesione completa (full stick) e lo spostamento del punto Q è $y = 0$ per tutto il periodo e la forza di contatto periodica è pari a:

$$f_c(t) = k_t\big(x(t) - y(t)\big) = k_t x(t) = k_t x_0 \cos(\omega t)$$

Il contatto si comporta come un vincolo elastico lineare ed è possibile graficare la curva forza-spostamento (Figura 2.3.5).

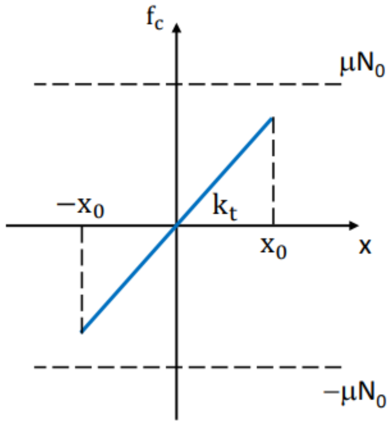


Figura 2.3.5: Modello di contatto full stick [5]

Il contatto diventa quindi una rigidezza in parallelo con la rigidezza k del sistema.

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) - f_c(x, \dot{x}, t)$$

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) - k_t x(t) \tag{2.5}$$

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + (k + k_t)x(t) = f(t)$$

Si può però identificare un'ampiezza critica (x_{cr}) oltre la quale inizia a verificarsi il fenomeno dello strisciamento. In queste condizioni di adesione completa (full stick) lo spostamento del punto Q è $y = 0$ per tutto il periodo e la forza periodica di contatto sarà:

$$f_c(0) = k_t x_{cr} = \mu N_0$$

Da cui:

$$x_{cr} = \frac{\mu N_0}{k_t}$$

Il contatto si comporterà ancora in maniera elastica e continuano a valere le equazioni (2.5)

Nel caso in cui x_0 superi il valore x_{cr} il contatto alternerà fasi di stick a fasi di slip secondo il ciclo definito di Isteresi rappresentato in Figura 2.3.6.

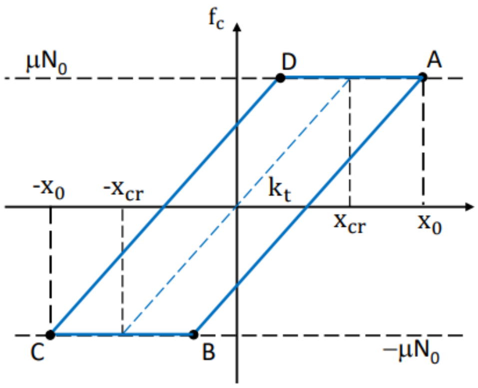


Figura 2.3.6: Modello di contatto STICK-SLIP [5]

Classificando le zone identificate nel precedente grafico:

- A) transizione slip-stick: si ha l'inversione del moto e il contatto entra in condizioni stick;
- A-B) stick: la molla caricata in compressione si scarica e il contatto resta in stick fino al punto B;
- B) transizione stick-slip;
- B-C) slip: lo strisciamento prosegue fino in C dove avrò $\theta = \pi$ e l'inversione del moto;
- C) transizione slip-stick;
- C-D) stick: la molla, che risulta attualmente caricata in compressione, si scarica e il contatto rimane in condizioni di stick fino al raggiungimento del punto D;
- D) transizione stick/slip;
- D-A) slip: lo strisciamento continua fino al punto A in cui avrò $\theta = 2\pi$ e avverrà nuovamente inversione del moto.

Definito il modello di contatto sarà quindi possibile andare ad estrarre i coefficienti di Fourier da inserire nelle equazioni di equilibrio in modo da poterle poi risolvere.

2.3.3 Selezione dei nodi master

Dalle considerazioni fatte nei capitoli precedenti, traspare chiaramente l'influenza esercitata dalla selezione delle corrette interfacce tra le quali avviene il contatto e viene calcolato lo smorzamento nell’ottenimento di una soluzione numerica il più accurata possibile.

Nel nostro sistema i punti di contatto sono localizzati nelle interfacce tra pala e disco situate nell’attacco a dovetail e il contatto che avverrà tra il damper e la parte inferiore della piattaforma. Mentre il primo tipo di contatto risulta abbastanza semplice da definire, il secondo può invece creare più problemi in quanto non è facile predire il comportamento assunto dal damper durante la rotazione e di conseguenze definire precisamente le zone in cui il contatto andrà a verificarsi. Per eseguire un’analisi numerica il più possibile fedele alla realtà sono stati quindi eseguiti alcuni test preliminari all’interno dello Spinning Rig sul simulacro in configurazione TUNED su cui sono stati montati i damper.

Al termine dei test i damper sono stati estratti dalle loro postazioni e studiati alla ricerca di possibili segni di usura dovuti allo sfregamento, i risultati sono visibili in Figura 2.3.7:

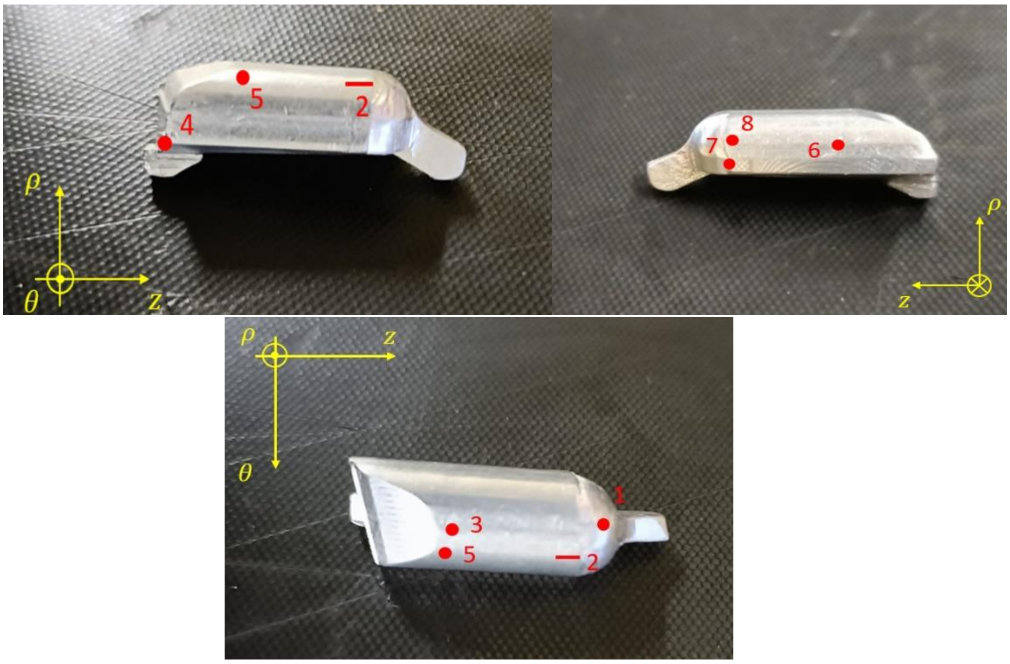


Figura 2.3.7: Zone di contatto damper

Sulla maggior parte dei 48 damper inseriti nel disco è stato possibile identificare fino a 8 zone in cui erano più o meno chiaramente visibili segni di usura.

Tabella 2.3.1: Segni di usura sui damper

#UPD	*loc 1*	*loc 2*	*loc 3*	*loc 4*	*loc 5*	*loc 6*	*loc 7*	*loc 8*
1	x	x	x			x	x	x
2			x					
3	x	x	x					x
4	x	x	x					
5		x	x			x		
6	x	x	x		x			
7		x	x	x				
8	x		x					
9		x	x			x		
10	-	-	-	-	-			
11		x	x					
12								x
13	x	x	x					
14	x			x			x	
15		x						x
16		x	x	x				
17		x	x					x
18	x	x	x					
19	x	x		x			x	
20	x	x						x
21	x	x	x					
22		x	x	x			x	
23	x	x	x				x	x
24	-	-	-	-	-	-		
25	x	x	x	x			x	
26		x	x	x				
27		x	x					
28	x	x	x					
29		x		x				
30	x	x	x					
31	x	x	x					
32	x	x	x	x				x
33		x						
34	x	x	x			x	x	x
35				x				
36	x	x	x				x	x
37	x	x	x	x				
38	x	x	x	x			x	
39	x	x	x					
40	x	x	x					x
41	x	x	x					

42		x	x					
43		-	-	-	-	-	-	-
44	-	x				x	x	x
45		-	-	-	-	-	-	-
46	-	x	x	x				
47		x						
48			x					x

Grazie a queste osservazioni è stato quindi possibile effettuare una ottimizzazione nella scelta dei gruppi di nodi delle zone di contatto che verranno considerati ed inseriti all'interno del software Policontact.

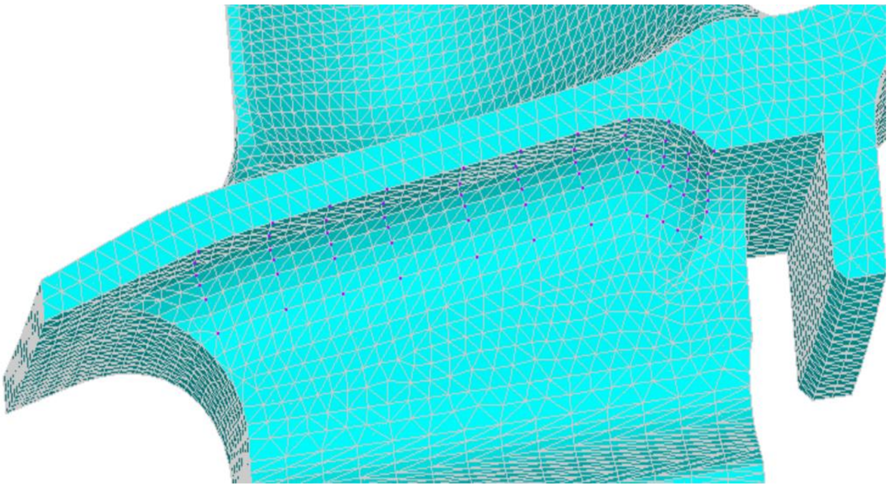


Figura 2.3.8: Gruppo nodi master piattaforma destra

2.3.4 Risposte forzate lineari

Completati tutti gli step preliminari, arriva dunque il momento di effettuare le analisi di risposta forzata sul modello di disco in configurazione TUNED precedentemente ridotto.

A seguito di una serie di test preliminari si è optato di restringere l'analisi al primo modo con $n = 8$ in quanto questo rappresenta il modo con più spostamento relativo tra le palette di due settori consecutivi e dunque risulta più facilmente osservabile e misurabile dal sistema Blade Tip-timing.

In primo luogo, l'analisi si concentra sul calcolo delle risposte forzate di natura lineare, queste sono caratterizzate da due diverse configurazioni del simulacro:

1. Free response: ossia la risposta forzata ottenuta considerando un caso in cui il damper non sia presente all'interno della soluzione del problema in quanto non in contatto con la piattaforma;
2. Condizione di full-stick: seconda configurazione in cui si ha una risposta forzata lineare in quanto il damper viene assunto in condizione appunto di full-stick sulla superficie inferiore della piattaforma e si comporta dunque come parte del sistema che però vedrà quindi una rigidezza superiore come si può vedere dalle equazioni 2.4.

La forzante viene posizionata in corrispondenza del nodo che rappresenta la posizione del magnete sul lato del bordo d'attacco (leading edge) della paletta. Il valore dello smorzamento modale viene impostato sfruttando metodo della mezza potenza sui risultati sperimentali utilizzati per il calcolo della forzante (vedi Appendice A).

A questo punto sorge però il problema riguardante l'imposizione del valore che la forzante dovrà assumere. La selezione viene effettuata a partire dai test sperimentali effettuati sul simulacro in configurazione TUNED: studiandone la risposta forzata è possibile identificare un valore medio di deformazione della paletta. Tale valore viene preso come riferimento in modo da, sfruttando la proprietà di linearità, riscalare adeguatamente il valore della forzante da inserire sul software di calcolo così da ottenere lo stesso valore di spostamento nel calcolo della risposta forzata in condizione Free response.

Settati questi valori, tutto è pronto per l'analisi della risposta forzata, i risultati possono essere visualizzati in Figura 2.3.9

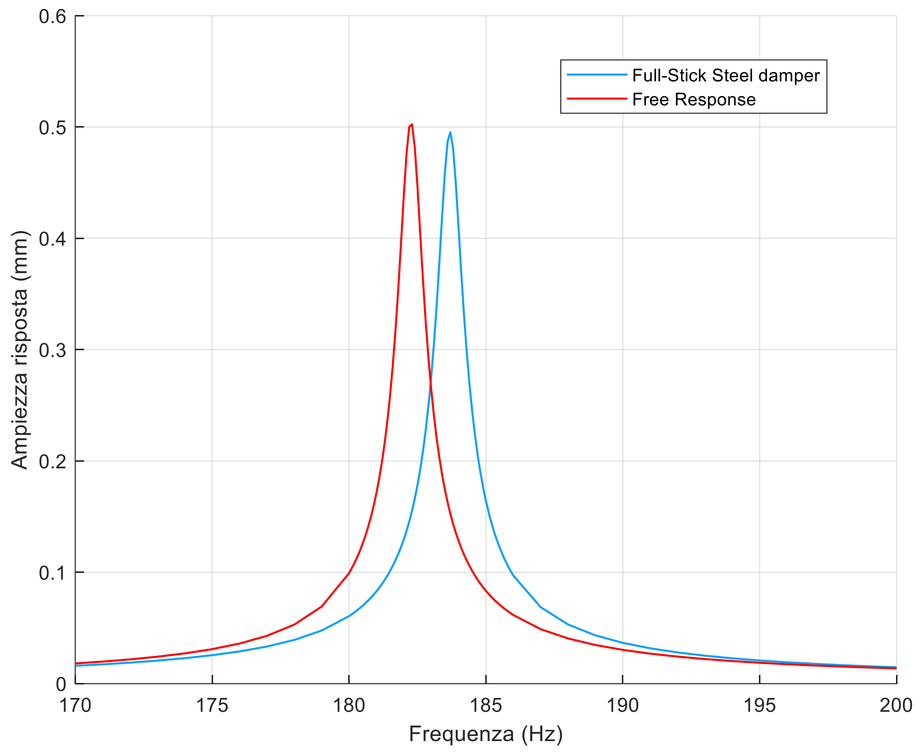


Figura 2.3.9: Risposte forzate lineari

Dai risultati esposti si può notare chiaramente l'effetto irrigidente della condizione 'full stick' sul sistema che sposta il picco più a destra e lo fa abbassare.

Il valore di riferimento da ricordare per le successive analisi sarà quello del picco ottenuto nelle condizioni di Free Response:

- Ampiezza = $0.5024\ mm$
- Frequenza critica = $182.3\ Hz$

2.3.5 Risposte forzate non lineari in presenza di contatti striscianti

Le due curve di risposta forzata calcolate nel precedente capitolo risultano essere molto rilevanti ai fini delle successive analisi in quanto identificano effettivamente un intervallo in cui tutte le risposte forzate non lineari andranno a trovarsi. La configurazione Free response corrisponde al caso senza damper mentre l'analisi effettuata in full stick al caso in cui abbiamo la rigidezza maggiore. Tutte le altre configurazioni in cui verrà considerato il contatto, e quindi lo smorzamento tra piattaforma e damper, si devono dunque per forza trovare tra queste due curve.

Si passa a questo punto allo studio dell'effetto smorzante del damper conducendo una serie di analisi di risposta forzata non lineare, in questo caso il damper viene considerato in contatto con la piattaforma. Prima di proseguire è però necessario impostare una serie di parametri quali il coefficiente di attrito e le rigidezze di contatto tangenziali e normali.

Si suppone quindi una rigidezza tangenziale di $k_t = 10000\, N/mm$ e una rigidezza normale di pari valore, ovvero $k_n = 10000\, N/mm$.

A questo punto, si effettuano una serie di analisi di risposta forzata non lineare incrementando progressivamente il valore del coefficiente di attrito μ. Di seguito i risultati ottenuti considerando un caso in cui il contatto avviene su tutte le posizioni identificate precedentemente e in presenza di un damper in acciaio facendo variare il valore del coefficiente di attrito considerato pari a 0.2, 0.5 e 0.7:

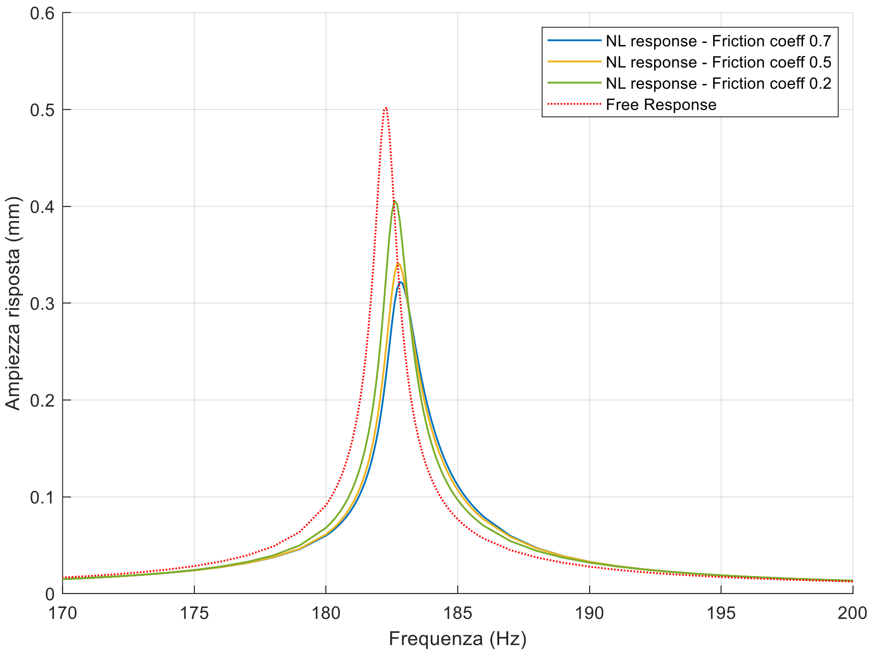


Figura 2.3.10: Risposte forzate al variare di μ

Analizzando i risultati ottenuti è possibile visualizzare nel dettaglio l'effetto che il coefficiente di attrito ha sulle soluzioni, chiaro è l'effetto smorzante del damper che si massimizza all'aumentare di μ. Nonostante il maggior effetto smorzante presente in caso di alti valori di μ, per le successive analisi il valore di coefficiente di attrito verrà assunto pari a $\mu = 0.2$ in quanto si suppone sia un valore effettivo molto vicino alla realtà.

Archiviati i precedenti risultati, è ora possibile studiare il differente comportamento che il sistema assume nel momento in cui si vanno a sostituire i damper in acciaio con dei loro omologhi in alluminio. Il processo è analogo, vengono prima calcolate le risposte forzate lineari (non è necessario ricalcolare la risposta forzata nel caso di Free Response in quanto il risultato prescinde dalle proprietà del damper) per poi concludere col calcolo della risposta forzata non lineare.

Possiamo quindi visualizzare sul grafico frequenza-ampiezza le differenze tra le risposte forzate non lineari in presenza di damper di materiale diverso:

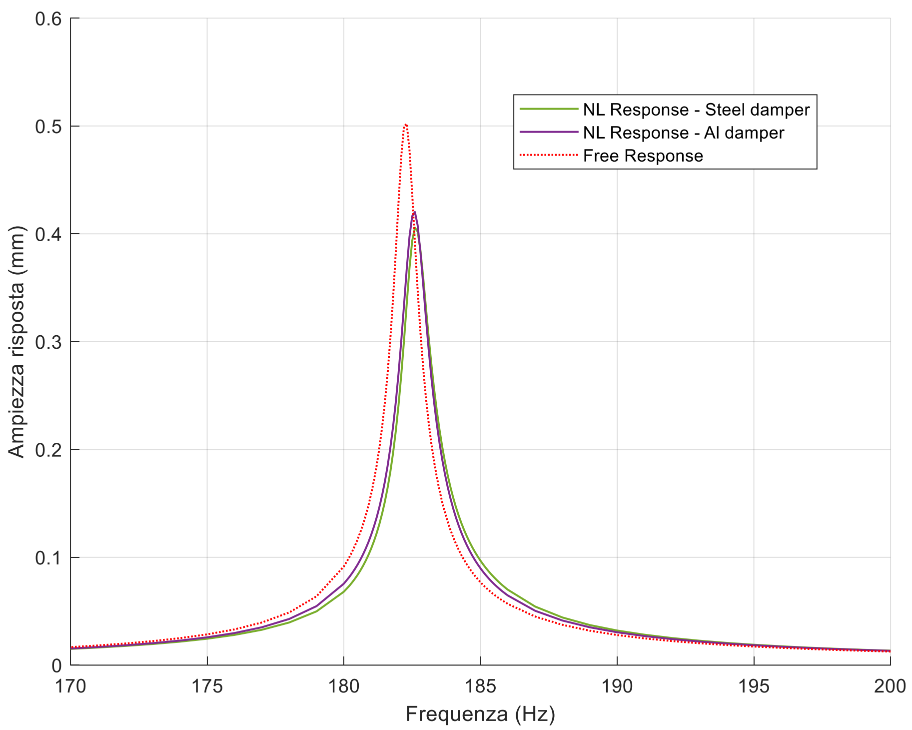


Figura 2.3.11: Risposte forzate al variare del damper, $\mu = 2$, zone di contatto: all

Come riportato sui grafici, è evidente che il damper di acciaio, quindi di massa maggiore, abbia un effetto smorzante superiore rispetto a quello in alluminio.

Si procede dunque effettuando una serie di analisi di risposta forzata considerando sia damper in acciaio che in alluminio e modificando man mano le zone in cui si prevede avvenga il contatto attraverso l'utilizzo di varie combinazioni tra le zone identificate in Figura 2.3.7. Si ricorda che l'utilizzo di diverse zone di contatto restituisce risultati differenti in quanto cambia il valore del precarico N su ciascuno contatto e quindi anche il livello di energia dissipata dallo stesso.

I risultati definitivi sono riportati in Figura 2.3.12 e i parametri utilizzati sono i seguenti:

- Smorzamento modale $\zeta = 0.0025$;
- Forzante $F = 0.25\ N$;
- Zone di contatto: $2 - 3 - 7 - 8$;
- Coefficiente di attrito $\mu = 0.2$;
- Rigidezze di contatto $k_t = k_n = 10000\ N/mm$.

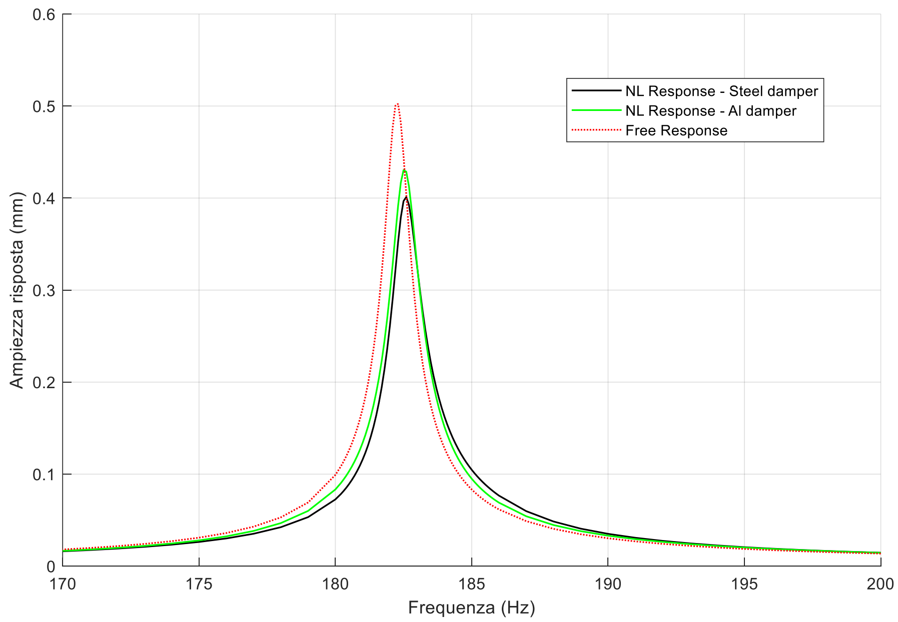


Figura 2.3.12: Risposte forzate non lineari, $\mu = 2$, zone di contatto: 2-3-7-8

Per una valutazione migliore dell'effetto smorzante i risultati confrontati con la l'analisi in Free Response vengono tabellati di seguito:

Tabella 2.3.2: Risultati risposte forzate non lineari

	AMPIEZZA RISPOSTA [mm]	*FREQUENZA CRITICA [Hz]*	*RIDUZIONE IN AMPIEZZA %*
RIFERIMENTO FREE RESPONSE	0.5024	182.3	
TUNED + STEEL	0.4012	182.6	-20.14
TUNED + AL	0.4304	182.5	-14.33

Capitolo 3

Confronto numerico sperimentale

Ottenuti i risultati delle analisi numeriche effettuate sul modello FEM ridotto è quindi arrivato ora il momento di confrontarli con i risultati sperimentali condotti all'interno dello Spinning Rig Polito.

Il confronto avverrà principalmente su tre parametri:

- Ampiezza della risposta forzata;
- Frequenza critica;
- Smorzamento percentuale.

3.1 TUNED

I primi test si sono svolti con il simulacro in condizioni TUNED, il sistema Blade Tip-Timing permette di misurare la deformazione massima di ogni singola paletta e di identificare a quale frequenza critica questa si verifica. Da questi dati si può ricavare un valore medio che verrà utilizzato come riferimento per il confronto numerico-sperimentale.

I risultati sono riportati in Tabella 3.1.1.

Tabella 3.1.1: Confronto numerico-sperimentale TUNED

TUNED	*AMPIEZZA RISPOSTA [mm]*	*FREQUENZA CRITICA [Hz]*
NUMERICO	0.5024	182.3
SPERIMENTALE	0.508	188.22
ERRORE %	1.1	3.15

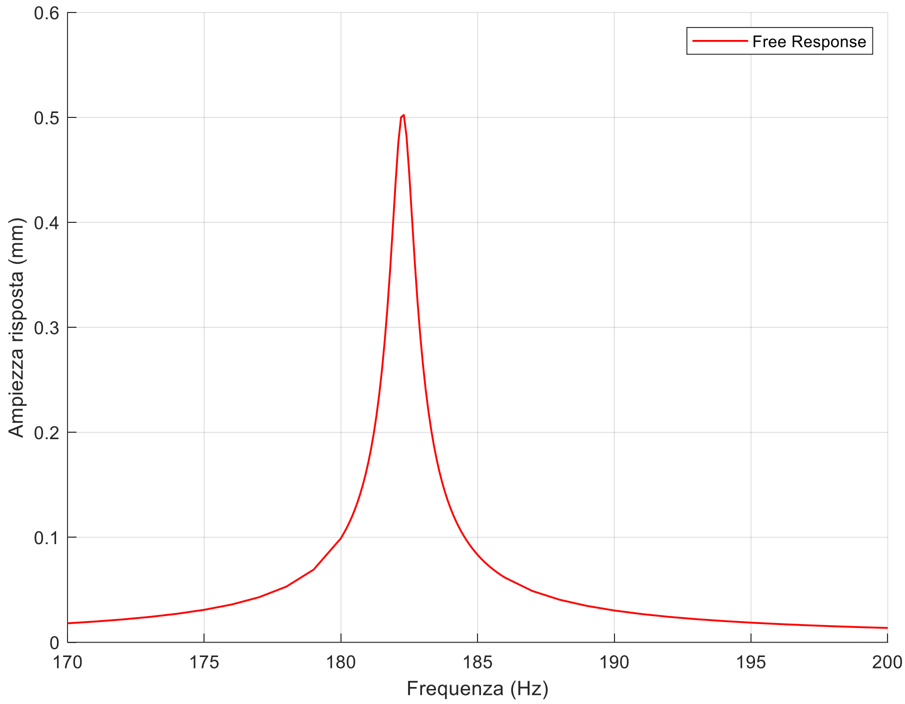


Figura 3.1.1: Risposta lineare Free Response configurazione TUNED

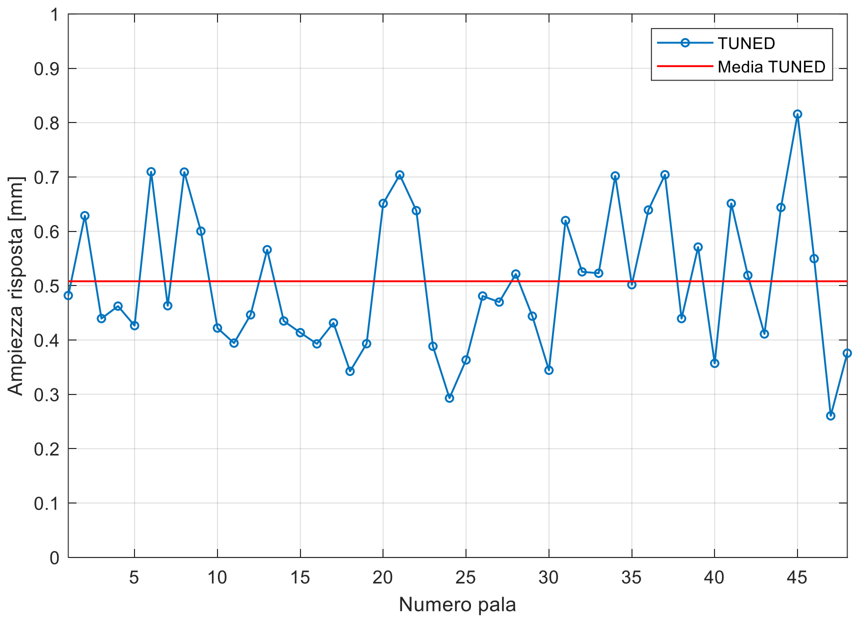


Figura 3.1.2: Risultati sperimentali TUNED (ampiezza di risposta)

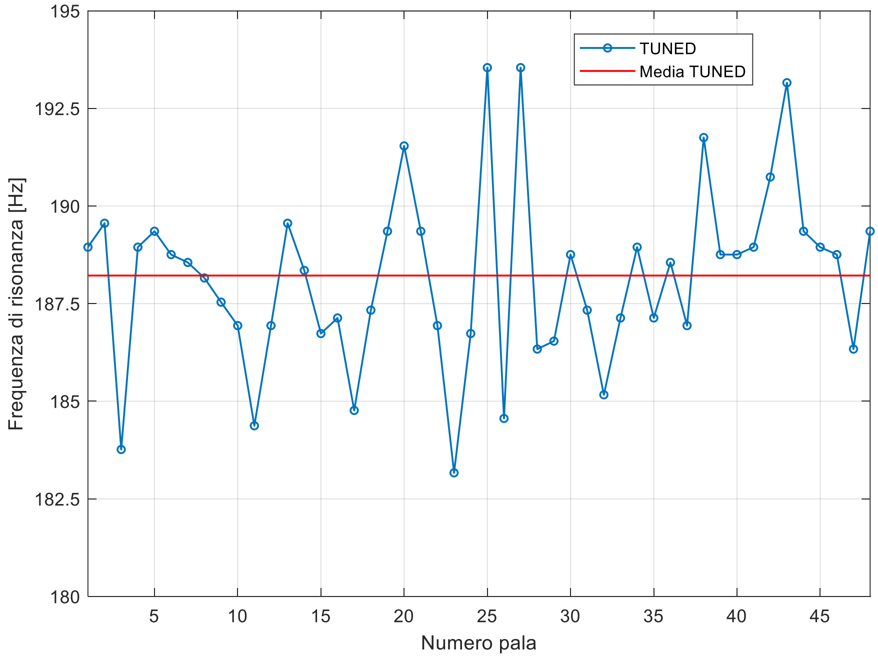


Figura 3.1.3: Risultati sperimentali TUNED (frequenza critica)

Dal confronto percentuale della risposta numerica rispetto a quella sperimentale, è possibile osservare una buona adesione dei risultati ottenuti alla realtà. Tale similarità è diretta conseguenza del riscalamento effettuato sulla forzante nel capitolo 2.3.4, in modo tale da ottenere una risposta il più possibile aderente a quella dei test sperimentali. Molto soddisfacenti sono anche i valori ottenuti per quanto riguarda la frequenza critica in cui osserviamo errori che non superano il 3%.

3.2 TUNED + underplatform damper in acciaio

Il secondo test è stato effettuato sul simulacro in configurazione TUNED in seguito all'inserimento, negli appositi alloggiamenti, dei damper in acciaio. Il confronto numerico sperimentale ha portato ai seguenti risultati:

Tabella 3.2.1: Confronto numerico-sperimentale TUNED + Steel

TUNED + STEEL	*AMPIEZZA RISPOSTA [mm]*	*FREQUENZA CRITICA [Hz]*	*RIDUZIONE IN AMPIEZZA %*
NUMERICO	0.4012	182.6	-20.14
SPERIMENTALE	0.426	187.48	-16.14
ERRORE %	5.82	2.60	4.00

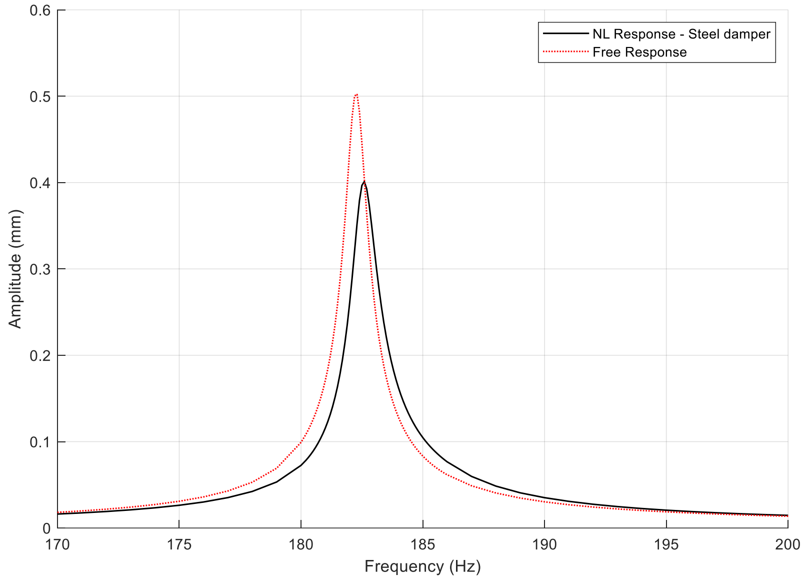


Figura 3.2.1: Risposta non-lineare configurazione TUNED + Steel

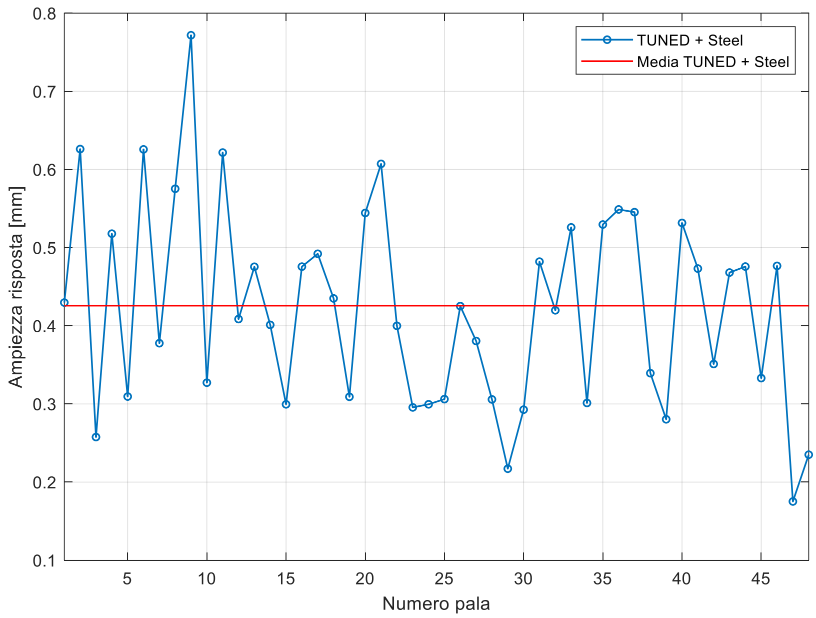


Figura 3.2.2: Risultati sperimentali TUNED + Steel (ampiezza di risposta)

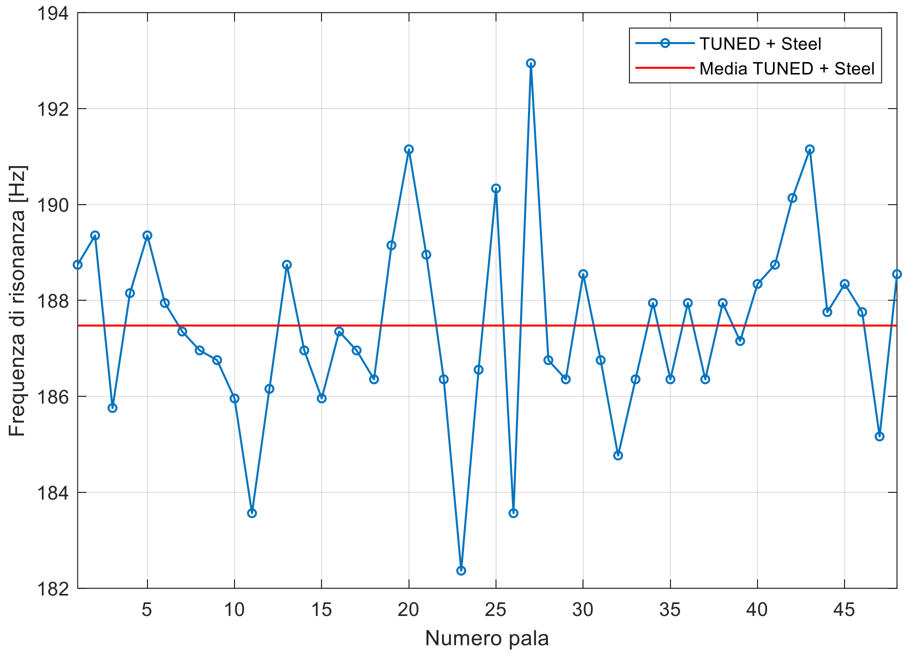


Figura 3.2.3: Risultati sperimentali TUNED + Steel (frequenza critica)

Osserviamo che l'analisi del modello agli elementi finiti ha predetto abbastanza fedelmente il comportamento sperimentale del simulacro con errori di valutazione nell'ordine del 5%. È possibile, inoltre, confermare il potere smorzante del damper in acciaio che permette quindi di abbassare sensibilmente l'ampiezza delle deformazioni della paletta.

3.3 TUNED + underplatform damper in alluminio

Infine, l'ultima configurazione studiata è quella del modello TUNED in cui questa volta vengono inseriti i damper in alluminio. Di seguito i risultati:

Tabella 3.3.1: Confronto numerico-sperimentale TUNED + Al

TUNED +AL	*AMPIEZZA RISPOSTA [mm]*	*FREQUENZA CRITICA [Hz]*	*RIDUZIONE IN AMPIEZZA %*
NUMERICO	0.4304	182.5	-14.33
SPERIMENTALE	0.479	187.7	-5.70
ERRORE %	10.14	2.77	8.62

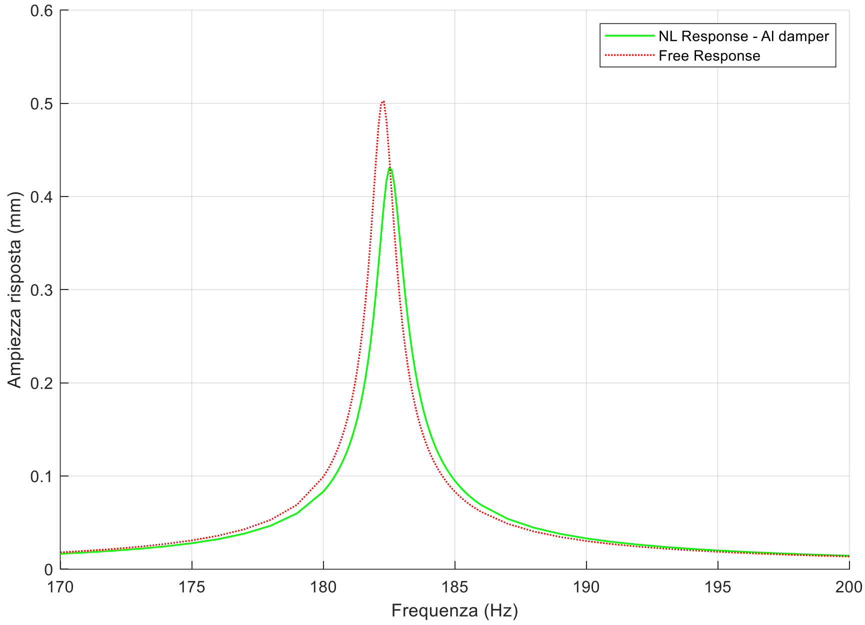


Figura 3.1.1: Risposta non-lineare configurazione TUNED + Al

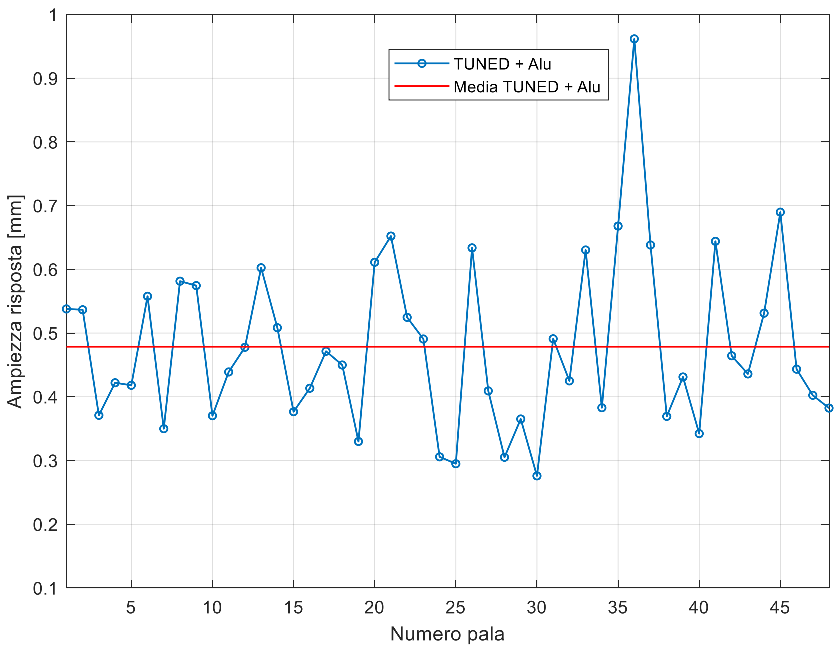


Figura 3.3.2: Risultati sperimentali TUNED + Al (ampiezza di risposta)

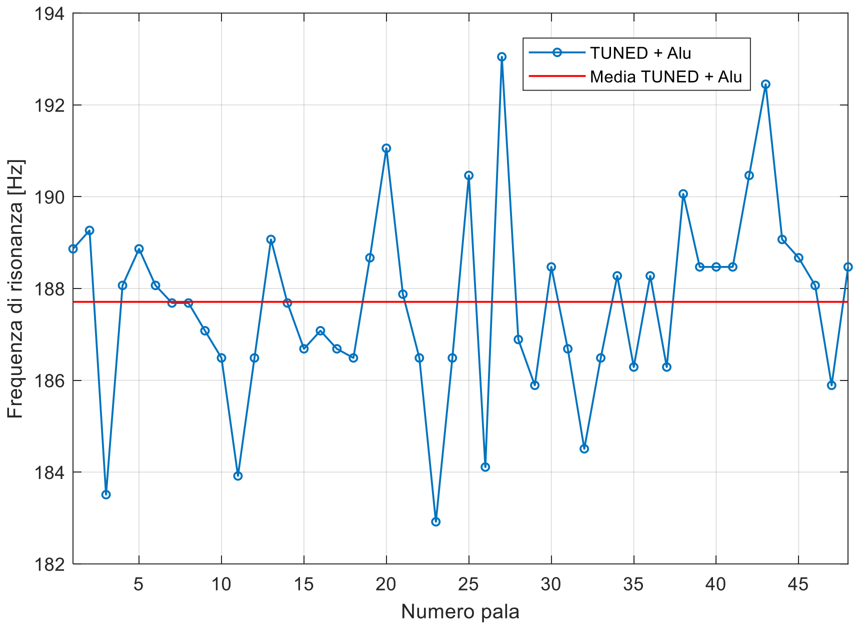


Figura 3.3.3: Risultati sperimentali TUNED + Al (frequenza critica)

In questo caso troviamo nuovamente un errore contenuto nell'ordine del 2% per quanto riguarda la frequenza critica mentre se confrontiamo i valori di ampiezza vediamo che il modello numerico commette un errore più importante nell'ordine del 10%. Nonostante la grande quantità di incertezza dovute al comportamento del damper all'interno del disco (è infatti molto difficile prevedere correttamente le varie zone in cui si verificherà contatto strisciante o contatto full- stick) e alle altre supposizioni effettuate (ad esempio il valore del coefficiente di attrito μ e delle rigidezze di contatto k_t e k_n) che sicuramente influenzano il risultato finale delle analisi sul modello matematico agli elementi finiti, i risultati ottenuti sono reputati soddisfacenti e rappresentativi del comportamento reale del simulacro.

Capitolo 4

Conclusioni

Il presente lavoro di tesi ha avuto come scopo quello di analizzare dal punto di vista dinamico il simulacro di turbina costruito da Avio Aero in diverse configurazioni atte a studiare l'efficacia dello smorzamento dovuto alla presenza di pattern di mistuning intenzionale e damper inseriti nel sottopala per poi confrontare i risultati ottenuti attraverso la simulazione matematica con quelli sperimentali svolti all'interno del laboratorio AERMEC del Politecnico di Torino.

In principio, si è proceduto con la definizione della geometria del simulacro con la creazione di un modello CAD che è stato in seguito importato in ambiente FEM. Una volta completato il processo di meshatura del modello, sono state effettuate una serie di analisi modali sullo stesso in modo da poterne studiare il comportamento in condizioni di risonanza. Lo stesso tipo di analisi sono state effettuate anche su un secondo modello in presenza di un pattern di mistuining intenzionale.

Il modello TUNED è stato in seguito ridotto e su di esso sono state effettuate una serie di calcoli di risposta forzata lineare e non in presenza dei damper in acciaio e in alluminio. A questo punto è stato possibile effettuare un processo di sensitivity che ha portato alla selezione di una soluzione numerica finale di ottimo. Questa è stata confrontata con i risultati ottenuti sperimentalmente attraverso il metodo di misurazione Blade Tip-Timing. Lo studio ha rivelato un buon livello di previsione del metodo numerico per quanto riguarda il comportamento smorzante dei damper in acciaio, con livelli di percentuale di errore sulla previsione di ampiezza di risposta forzata, frequenza naturale e smorzamento percentuale contenuti nell'ordine del 5%. I risultati dei test condotti nella configurazione TUNED + damper in alluminio invece, nonostante risultino precisi per quanto riguarda la previsione della frequenza naturale (errore nell'ordine del 2%), mostrano percentuali di errore più significativi nel calcolo dello smorzamento percentuale e dell'ampiezza di risposta. Nonostante le incertezze legate a vari fattori quali l'imprevedibilità della zona e del tipo di contatto che avviene tra damper e piattaforma e della conseguente difficoltà nella corretta valutazione delle forze e delle zone di contatto sul modello FEM, i risultati ottenuti sono stati reputati sufficientemente accurati e significativi. In generale, dall'insieme dei risultati ottenuti è possibile affermare la maggiore efficienza nello smorzamento delle vibrazioni dei damper in acciaio rispetto a quelli in alluminio.

In definitiva, l'insieme dei risultati ha permesso di prevedere in modo accurato il comportamento dinamico del simulacro di turbina ed è stato inoltre possibile valutare, con un certo livello di approssimazione, i livelli di smorzamento che l'aggiunta di damper di diverso materiale hanno introdotto nel sistema. Tutto ciò rappresenta uno step importante nel perfezionamento dell'applicazione di queste tecniche di simulazione dinamica che possono potenzialmente portare a notevoli incrementi per quanto riguarda la sicurezza dei componenti aeronautici e ad una riduzione complessiva dei costi di manutenzione. Questo lavoro di tesi è infatti anche da intendersi come riferimento e punto di partenza per futuri test che riguarderanno lo studio delle configurazioni MISTUNED.

Appendice

A. Metodo della mezza potenza

Si tratta di un metodo molto diffuso per il calcolo dello smorzamento modale e ancora oggi viene considerato come punto di riferimento in molte normative tecniche riguardanti il rumore e le vibrazioni. Tracciata la curva di risposta forzata se ne legge il massimo a:

$$\Omega = \omega_r = \omega_n\sqrt{1 - 2\zeta^2}$$

Se da tale valore di ampiezza si scende di 3 decibel, si intercettano sulla curva due punti in cui l'ampiezza diminuisce di $10^{3/20} \cong \sqrt{2}$ rispetto al massimo. Visto che la potenza dissipata in un sistema con smorzamento viscoso è proporzionale all'ampiezza di oscillazione al quadrato, questo significa che vengono quindi identificati i punti in frequenza caratterizzati dal possedere metà della potenza massima.

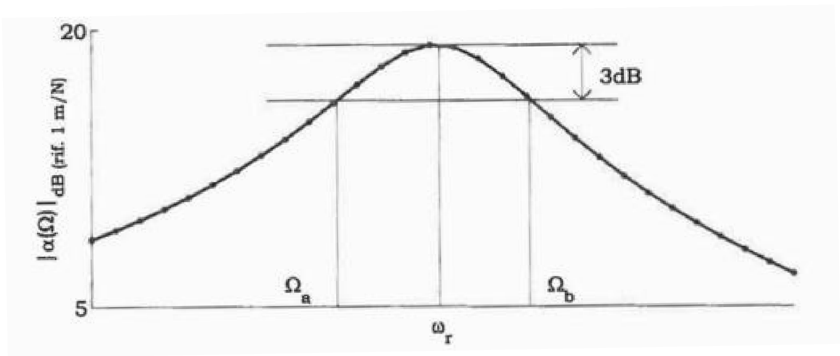


Figura A.1: Metodo dei punti di mezza potenza [1]

È possibile dimostrare attraverso una serie di passaggi matematici che lo smorzamento modale in questo caso sarà uguale a:

$$\zeta = \frac{\Omega_\mathrm{b} - \Omega_a}{2\omega_n}$$

Bibliografia e Sitografia

[1] A.FASANA- S.MARCHENSIELLO "Meccanica delle vibrazioni" CLUT - Torino – 2006

[2] C.M.FIRRONE "Comportamento dinamico di ingranaggi per applicazioni aeronautiche" Dipartimento di Meccanica Politecnico di Torino – Avio

[3] G.BATTIATO "Progetto di un Simulacro di Turbina per uso Aeronautico per Test Dinamici con Tecnica di Misura Blade Tip Timing" Tesi di Laura – Politecnico di Torino – 2013

[4] G.BATTIATO – C.M.FIRRONE – T.M.BERRUTI "Forced response of rotating bladed disks: Blade Tip-Timing measurements" - Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Aerospaziale, Politecnico di Torino – 2016

[5] S.ZUCCA – D.BOTTO "Appunti del corso di Dinamica dei rotori per applicazioni aerospaziali"- Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospazale, Politecnico di Torino – 2021

[6] ARIAS PROJECT SITE: "https://www.arias-project.eu/"

[7] J.YUAN – F.SCARPA – G.ALLEGRI – B.TITURUS – S.PATSIAS-R.RAJASEKARAN "Efficient computational techniques for mistuining analysis of bladed discs: A review" - 2017

[8] A.MAURIN – R.RZADKOWSKI – MARCIN DREWCZYNSKI "Multistage Coupling of Eight Mistuned Bladed Discs on a Solid Shaft with 1% Mistuning" – 2011

[9] S.BORNASSI – C.M.FIRRONE – T.M.BERRUTI "Vibration Parameters Estimation by Blade Tip-Timing in Mistuned Bladed Disks in Presence of Close Resonances" - Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Aerospaziale, Politecnico di Torino – 2020