



**Politecnico
di Torino**

POLITECNICO DI TORINO
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Tesi di Laurea Magistrale

Sensorizzazione di un soft robot per applicazioni spaziali

Relatori

prof. Stefano Mauro
ing. Matteo Gaidano
ing. Pierpaolo Palmieri

Candidato

Davide Sorli

Luglio 2022

Abstract

I soft robot sono particolari sistemi robotici composti parzialmente o interamente da elementi flessibili, che possono costituire sia la parte strutturale che la parte attuativa. L'interesse verso questa categoria è dato dalla grande libertà che viene lasciata al progettista in termini di geometrie e funzionalità, tanto che sono molte le applicazioni proposte in campi che vanno dalla robotica collaborativa all'aerospazio. La presenza di elementi flessibili porta tuttavia a una nuova serie di problemi che nella robotica tradizionale non si presentano. La forza esercitabile da questi sistemi è limitata e gli elementi flessibili sono per definizione soggetti a una certa deformazione se sollecitati. Questo secondo aspetto in particolare deve essere considerato nell'implementazione della strategia di controllo, diversamente da quanto comunemente avviene per robot tradizionali.

Per misurare tali deformazioni i robot sono spesso equipaggiati con diversi sensori, la cui misura fornisce una stima della deformazione a cui è soggetto l'elemento flessibile con una certa incertezza, che è naturalmente presente in tutti i processi di misura. Una stima migliore si ottiene integrando le informazioni provenienti dai vari sensori con la deformazione che è possibile calcolare una volta definito un modello fisico che descriva il comportamento dell'elemento flessibile.

In questo lavoro di tesi si prende in esame un manipolatore robotico gonfiabile sviluppato per applicazioni spaziali presente nei laboratori del DIMEAS del Politecnico di Torino. L'applicazione della robotica soft in questo campo è interessante per via degli ingombri e delle masse ridotte che è possibile ottenere. Si propone una metodologia per caratterizzare e definire l'incertezza di misura dei sensori utilizzati, dati propedeutici all'impostazione di un filtro di Kalman che permetta di ottenere una stima più precisa della deformazione, integrando le informazioni dei sensori con un modello fisico opportunamente definito. I risultati ottenuti portano alla conclusione che l'algoritmo applicato è valido, permettendo anche una futura estensione a modelli più complicati e all'introduzione di tipologie di sensori diverse da quelle utilizzate.

Indice

Elenco delle tabelle	5
Introduzione	9
1 Descrizione e modellazione del Popup robot	13
1.1 Descrizione del Popup Robot	13
1.2 Modelli pregressi del Popup Robot	14
1.2.1 Modello dinamico	14
1.2.2 Modello Cinematico	16
1.3 Definizione del problema di stima di q_k	17
2 Sensori - Modellazione e caratterizzazione	19
2.1 Scelta dei sensori	20
2.1.1 IMU	20
2.1.2 Flex sensor	22
2.2 Modelli di misura	23
2.2.1 Modello Giroscopio	23
2.2.2 Modello Accelerometro	24
2.2.3 Modello Flex Sensor	25
2.3 Caratterizzazione IMU	26
2.3.1 Fonti di rumore	26
2.3.2 Varianza di Allan	28
2.3.3 Risultati sperimentali	30
2.4 Modello Simulink IMU	37
2.5 Caratterizzazione Flex Sensor	38

2.5.1	Caratterizzazione statica	38
2.5.2	Errore dell'approssimazione lineare	44
2.5.3	Caratterizzazione dinamica	46
2.5.4	Rumore di misura	51
3	Introduzione alla teoria degli osservatori	53
3.1	Filtro di Kalman	54
3.1.1	Predizione	55
3.1.2	Aggiornamento	55
3.2	Filtro di Madgwick	57
4	Sintesi degli algoritmi e validazione sperimentale	59
4.1	Modello dinamico	59
4.2	Modello cinematico	63
4.3	Risultati	65
4.3.1	Parametri della simulazione	65
4.3.2	Modello dinamico	67
4.3.3	Modello cinematico	71
4.3.4	Influenza della misura del Flex Sensor sulla stima	73
4.3.5	Considerazioni sul modello migliore	74
4.4	Considerazioni su implementazioni future	77
	Conclusioni	79
	Bibliografia	81

Elenco delle tabelle

1.1	Parametri del modello pseudo-rigido	16
1.2	Dimensioni del Popup robot	16
2.1	Relazione tra PSD dei diversi contributi di rumore e AV	30
2.2	Parametri del rumore misurati per il giroscopio	36
2.3	Parametri del rumore misurati per l'accelerometro	36
2.4	Parametri dell'approssimazione lineare per ogni trasduttore	43
2.5	Varianza dell'errore introdotto dall'approssimazione lineare	45
2.6	Contenuto in frequenza del segnale misurato	50
4.1	Varianza dell'errore introdotto dall'approssimazione lineare	61
4.2	Condizione iniziale dello stato dei giunti e posizione di EE	66
4.3	Errore calcolato per la stima e per la misura della IMU	71
4.4	Errore calcolato della stima di KF per i due modelli	72
4.5	Errore calcolato per la stima con e senza Flex sensor	73
4.6	Errore calcolato per la stima con e senza Flex sensor	77

Acronimi

ARW Angle Random Walk

AV Varianza di Allan

BI Bias Instability

COV Coefficiente di Variazione

DOF Degree of Freedom

EE End Effector

EKF Filtro di Kalman esteso

IMU Inertial Measurement Units

KF Filtro di Kalman

MEMS Micro Electro-Mechanical System

MF Filtro di Madgwick

PSD Funzione di distribuzione spettrale di potenza

RBS Resistive Bend Sensor

RMSE Radice dell'errore quadratico medio

RRW Rate Random Walk

VRW Velocity Random Walk

Introduzione

Il presente lavoro si colloca nel campo di studio dei dispositivi robotici appartenenti alla categoria dei soft robot. L'oggetto preso in esame è un manipolatore robotico gonfiabile per applicazioni spaziali, chiamato Popup Robot, presente nei laboratori del dipartimento di ingegneria meccanica e aerospaziale del Politecnico di Torino. Il Popup robot è composto da un giunto base spalla e un giunto gomito, uniti da due collegamenti, ai quali ci si riferirà con il termine link. È possibile dispiegare e ripiegare i link a seconda del bisogno poiché sono costruiti utilizzando un tessuto impermeabile in PVC.

Data la natura flessibile degli elementi costitutivi del robot, la deformazione dovuta alle forze esterne e agli sforzi dinamici a cui questi elementi sono soggetti risulta non trascurabile, come avviene comunemente per i manipolatori tradizionali. L'importanza nel determinare tali deformazioni è dettata dal volere ottenere precisioni nel posizionamento dell'end effector paragonabili a quelle ottenibili da un manipolatore rigido. Affinché il posizionamento sia preciso, anche e soprattutto in presenza di sforzi dinamici, è necessario che l'informazione di retroazione contenga una stima della deflessione dell'elemento gonfiabile in modo da permettere al controllo di compensare tale errore di posizionamento. Per ottenere queste informazioni viene proposto un sistema di sensorizzazione dell'elemento flessibile, composto da sensori inerziali e sensori resistivi denominati *Flex sensor*, con lo scopo di ottenere diverse misure della medesima deformazione.

È importante ricordare che qualsiasi strumento di misura fornisce una stima della grandezza misurata con una certa incertezza, che si può tradurre in errori sistematici, la cui descrizione è di solito riconducibile a una causa ambientale o alla realizzazione dello strumento, e ad errori stocastici la cui causa è di solito non definibile

esplicitamente[1]. Le caratteristiche proprie di ogni sensore che descrivono quanto la stima fornita sia vicina al valore vero sono affidabilità e riproducibilità, proprietà che ogni buon sensore deve possedere e che possono essere descritte caso per caso da una grandezza specifica. Una prima fase del lavoro compiuto si è concentrata proprio sul valutare quanto sia affidabile la stima fornita dai sensori scelti.

L'interpretazione critica dei dati ottenuti da un qualsiasi strumento di misura è quindi fondamentale nella stima della grandezza considerata, è importante avere coscienza di quale sia la natura e il comportamento del sistema considerato. Nel caso specifico analizzato nel presente lavoro, il comportamento degli elementi gonfiabili e flessibili del manipolatore può essere descritto attraverso un opportuno modello fisico, che consente di avere una forma analitica che descriva il moto e la deformazione nel tempo del robot. Si deve specificare che un modello matematico è un'approssimazione del fenomeno reale che descrive, le informazioni che fornisce sono delle stime con un certo grado di errore.

In questa tesi vengono proposti diversi modelli fisici per descrivere il comportamento dei link gonfiabili: il primo, basato sulle ricerche pregresse [10] e [8], è un modello dinamico a parametri concentrati, efficace a descriverne il comportamento nel caso di deformazione puntuale causata dal collasso del lato del link sottoposto a compressione. Tale modello è stato considerato come riferimento principale. Il secondo è semplice modello cinematico ad accelerazione costante, che si basa sull'ipotesi che se il link si sta deformando in un istante con una certa accelerazione angolare manterrà la stessa accelerazione angolare anche nell'istante successivo.

Il problema tipico nella robotica è la determinazione della posizione e dell'orientamento dell'end effector. A questo problema ci si riferisce comunemente con il termine *pose estimation*. Le informazioni di posizione e orientamento dell'end effector sono date da strumenti di misura con una certa incertezza e da modelli matematici con una certa approssimazione: parte centrale di questo studio è l'introduzione di un algoritmo che abbia lo scopo e la capacità di fondere tutte queste informazioni meno affidabili in un'unica informazione più affidabile. Questa operazione viene comunemente chiamata *data fusion*.

In letteratura si trovano diversi metodi che affrontano questa categoria di problemi, in [3] viene proposto un Filtro di Kalman esteso (EKF) adattivo per stimare la forma

assunta dal braccio di un robot composto da link rigidi e giunti flessibili. Il filtro proposto integra la stima di posizione calcolata attraverso un modello di deformazione quasi statico con la misura ottenuta da un sensore plastico a fibre ottiche. In [4] viene proposto un EKF per la determinazione della posa di un manipolatore robotico tradizionale utilizzando sensori inerziali di tipo microelettromeccanico (MEMS), molto economici e largamente disponibili sul mercato. La misura dei sensori viene integrata con un modello cinematico classico per i robot tradizionali. Per il Popup robot si è scelto di realizzare la data fusion usando un Filtro di Kalman (KF) che, a partire dalle informazioni dei sensori e del modello dinamico, fornisce una migliore stima dello stato del sistema.

Come detto i sensori utilizzati sono *Flex sensor*, costituiti da trasduttori di tipo resistivo collegati a un circuito di condizionamento, che misurano direttamente la deflessione del link, e sensori di tipo inerziale chiamati IMU, tipicamente composti da un accelerometro, che misura un'accelerazione, e da un giroscopio, che misura una velocità angolare, per ogni asse di una terna cartesiana. La misura fornita dalla IMU non è direttamente riconducibile alla grandezza che si intende misurare, cioè la deformazione del link flessibile, ma deve essere manipolata. La prima operazione da svolgere è, dalle misure di accelerometro e giroscopio, di ottenere l'orientamento del sensore rispetto a un sistema di riferimento fisso, problema al quale ci si riferisce con il termine *orientation estimation*. Questa è un'operazione tipica che viene comunemente svolta sulle misure della IMU, per compiere la quale è necessario ricorrere nuovamente alla *data fusion*. I metodi sono molteplici, spesso si utilizza un EKF [5], adatto alla trattazione di sistemi non lineari. Nel caso del Popup Robot si è preferito utilizzare un algoritmo chiamato Filtro di Madgwick (MF) sviluppato per determinare l'orientamento dei sensori IMU[6]. La scelta è stata dettata dal fatto che, come verrà illustrato nella sezione specifica, EKF prevede un'inversione matriciale, operazione che in generale si preferisce evitare essendo computazionalmente costosa; MF invece non prevede tale operazione, si comporta in modo più simile a un classico filtro complementare mantenendo una precisione nella stima comparabile se non migliore rispetto a un EKF, come illustrato da Madgwick nel suo studio[6]. L'orientamento della IMU è calcolato rispetto a un sistema di riferimento fisso, per ottenere la stima della deformazione del link è necessario confrontare tramite

differenza algebrica l'orientamento misurato da due IMU poste agli estremi del link. Il presente lavoro ha quindi analizzato due temi: la determinazione dell'affidabilità di misura dei sensori mediante prove sperimentali e l'implementazione di tecniche di *data fusion* basate su modello fisico per determinare la deflessione degli elementi flessibili gonfiabili del Popup Robot.

Questo testo è organizzato in quattro capitoli. Il primo capitolo è introduttivo, colloca il Popup robot nel mondo dei soft robot e ne descrive gli aspetti costruttivi e funzionali. In questo capitolo viene anche riportato il lavoro pregresso svolto in termini di modellazione dinamica e cinematica, esplicitando il tema che questa tesi affronta.

Il secondo capitolo tratta la parte riguardante la sensorizzazione, vengono descritti i sensori scelti e i modelli che ne descrivono il processo di misura, evidenziando come i diversi sensori abbiano comportamenti diversi. Qui viene anche introdotta la necessità di poter ottenere misure simulate, vengono quindi riportati i modelli costruiti in ambiente Matlab/Simulink. Infine viene riportata la procedura e i risultati sperimentali della caratterizzazione, evidenziando le fonti di rumore dei sensori IMU MEMS e i contributi di incertezza dei *Flex sensor* resistivi. Il comportamento di questi ultimi viene indagato anche da un punto di vista dinamico.

Il terzo capitolo tratta le basi teoriche delle tecniche di data fusion scelte, in particolare viene discusso il funzionamento del filtro di Kalman e del filtro di Madgwick utilizzati nel problema di *orientation estimation*.

Il quarto capitolo tratta la sintesi degli elementi costitutivi dei filtri, vengono riportati i differenti modelli fisici proposti e ne vengono discusse le differenze. I risultati ottenuti dall'uso degli algoritmi sono riportati in questo capitolo, utilizzando come riferimento un modello dinamico pseudo rigido completo del Popup robot simulato in ambiente Simulink, confrontando i risultati di tale modello con i risultati ottenuti attraverso *data fusion* a partire da segnali simulati. Al termine del capitolo vengono sintetizzate alcune linee guida per una futura implementazione di sensori e modelli diversi negli algoritmi di *data fusion*.

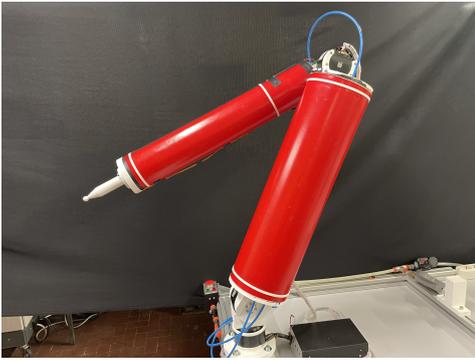
Capitolo 1

Descrizione e modellazione del Popup robot

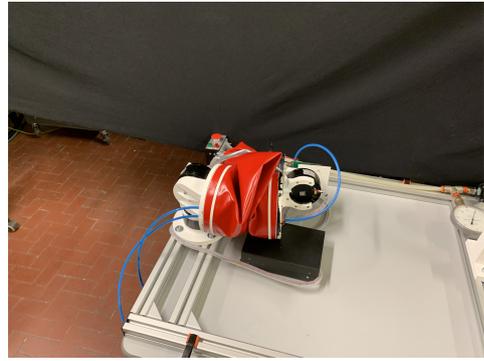
1.1 Descrizione del Popup Robot

L'oggetto preso in esame nel presente lavoro è un manipolatore robotico chiamato Popup robot, sviluppato dall'ing Pierpaolo Palmieri e dall'ing Matteo Gaidano nell'ambito del loro lavoro di dottorato. Tale manipolatore si colloca nella categoria dei *soft robot*, i quali si differenziano dai robot tradizionali per via della presenza parziale o totale di elementi flessibili nella loro struttura. Proprietà caratterizzanti di *soft robot* sono adattabilità e massa ridotta, oltre al fatto che l'ingombro quando non utilizzati è sensibilmente minore rispetto a un manipolatore tradizionale. Queste caratteristiche consentono un'applicazione in diversi campi, dalla biomedica, dove si apprezza la possibilità di creare dispositivi indossabili [7], passando per la robotica collaborativa, dove la deformabilità degli elementi riduce il rischio di infortuni, fino all'aerospazio, dove si apprezza la compattezza e la relativa leggerezza offerta. Queste soluzioni portano tuttavia degli svantaggi, soprattutto in termini di forza che è possibile esercitare e di difficoltà di controllo, oltre a un sistema di dispiegamento e ripiegamento che rende il manipolatore necessariamente più complesso. I soft robot possono essere costituiti interamente da elementi flessibili, consentendo una quasi totale libertà nelle scelte progettuali in termini di forma, accentuando tuttavia le

problematiche sopra descritte, o da elementi flessibili interfacciati da elementi rigidi. È nella seconda categoria che il Popup robot si colloca essendo costituito da giunti tradizionali e da link gonfiabili. Questa scelta progettuale consente di combinare i vantaggi in termini di ingombri e massa del robot con la possibilità di utilizzare tutte quelle tecniche di controllo e i modelli descrittivi tipici dei manipolatori rigidi. Costruttivamente il Popup robot, in figura 1.1a, è composto da un giunto base spalla e un giunto gomito, i cui movimenti vengono realizzati attraverso l'uso di tre motori DC brushless AK80-80 Robotic Actuator, e due link gonfiabili che possono essere dispiegati o ripiegati quando necessario. Il dispositivo è progettato per avere un ingombro ridotto quando non utilizzato, è possibile sgonfiare i link ottenendo una configurazione ripiegata e compatta, mostrata in figura 1.1b.



(a) *Popup in condizione dispiegata*



(b) *Popup in condizione ripiegata*

Figura 1.1: Foto del Popup robot nelle due condizioni possibili

1.2 Modelli pregressi del Popup Robot

1.2.1 Modello dinamico

Gli elementi gonfiabili caratteristici del Popup robot nel consentire tutti i vantaggi elencati portano alla nascita di un aspetto che i robot tradizionali non conoscono: gli elementi gonfiabili sono infatti da considerarsi flessibili, la loro deformazione durante il movimento e la manipolazione di oggetti non è trascurabile come comunemente avviene del caso di robot rigidi. È quindi importante definire una legge che descriva tale comportamento allo scopo di ottenere un controllo più preciso. È stata fatta la

scelta di modellare il link come due corpi rigidi di lunghezza l_1 e l_2 connessi da un sistema molla smorzatore illustrato in figura 1.2 [8].

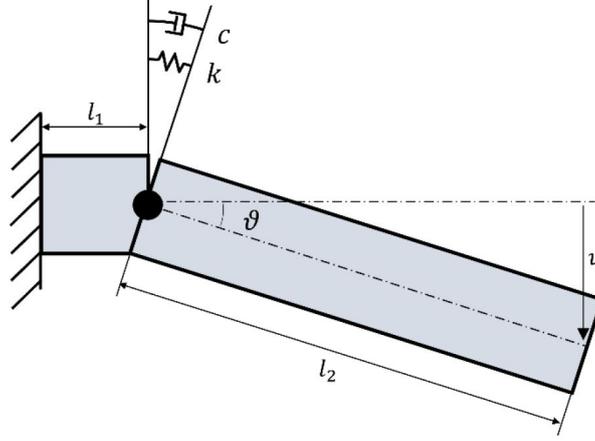


Figura 1.2: Modello pseudo-rigido del link gonfiabile

Il modello, descritto in [8], assume la seguente forma

$$I\ddot{\theta} + c(p)\dot{\theta} + k(p)\theta = \tau \quad (1.1)$$

Dove I è momento di inerzia, p è la pressione interna e τ è la coppia esterna. L'equazione (1.1) evidenzia come in generale la rigidità e lo smorzamento del link siano da considerarsi dipendenti dalla pressione. Il comportamento del link gonfiabile così descritto introduce quello che è da considerarsi un giunto avente due gradi di libertà (DOF), la variabile θ nell'equazione (1.1) rappresenta il DOF del giunto, il quale verrà indicato come giunto virtuale.

Ulteriore aspetto considerato nella modellazione del link flessibile è il fenomeno definito come wrinkling[9], ovvero il collasso della struttura gonfiabile dovuto a una coppia esterna superiore a un certo limite. È quindi definito un momento di wrinkling, che è considerato un vincolo nella scelta del carico che il manipolatore può sostenere e nella determinazione delle accelerazioni che possono essere raggiunte durante il moto. Tale aspetto è stato approfondito in [8], dove sono calcolati smorzamento, rigidità e wrinkling in funzione della pressione.

Per le prove di laboratorio e quindi nell'ambito di questo lavoro è stata scelta una pressione di 30 kPa, che consente un payload di 2 kg. I parametri del modello

descritto dall'equazione (1.1) sono riportati in tabella 1.1, le dimensioni del Popup robot sono indicate in tabella 1.2.

Tabella 1.1: Parametri del modello pseudo-rigido

Grandezza	Link 1	Link 2
c (Nm s/rad)	50	5
k (Nm/rad)	860	360
l_1 (mm)	30	570
l_2 (mm)	30	570

Tabella 1.2: Dimensioni del Popup robot

Grandezza	Link 1	Link 2
Lunghezza (mm)	600	600
Raggio (mm)	85	55
Pressione (kPa)	30	30

1.2.2 Modello Cinematico

Il Popup robot può essere assimilato a un manipolatore a sette gradi di libertà, dove ai tre DOF inizialmente introdotti da spalla e gomito vengono aggiunti i quattro DOF legati ai giunti virtuali. Questa considerazione è data dal fatto che ogni link è approssimato come due corpi rigidi connessi con due sistemi molla smorzatore giacenti su assi ortogonali. La deformazione attorno all'asse di assialsimmetria del link è considerata trascurabile in questa fase.

Il modello cinematico così descritto è riportato in figura 1.3 [10].

Si evidenzia la differenza tra le variabili dei giunti motori $q_m = [\theta_1, \theta_2, \theta_5]^T$ e le variabili dei giunti virtuali $q_k = [\theta_3, \theta_4, \theta_6, \theta_7]^T$.

Avendo in questo modo descritto un manipolatore a sette DOF è possibile determinare la posa dell'end effector e lo stato delle variabili di giunto data una certa traiettoria attraverso le tecniche di cinematica diretta e inversa tipicamente utilizzate nell'ambito della robotica. La trattazione analitica di tale problema è sviluppata

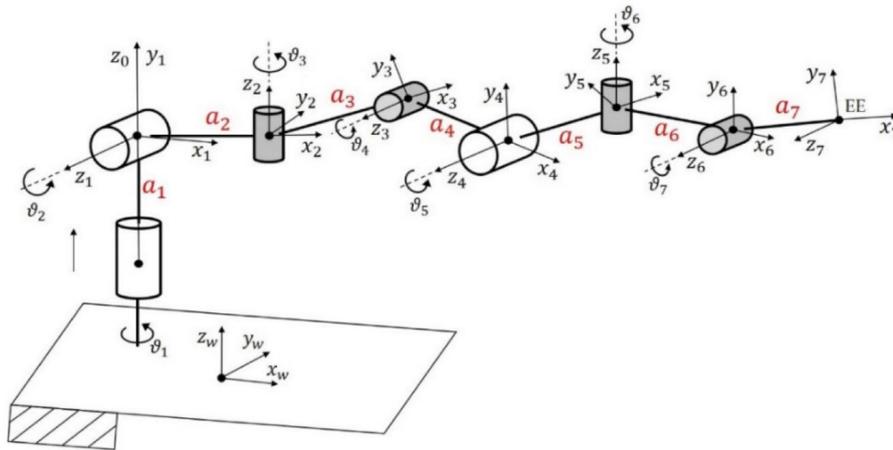


Figura 1.3: Modello cinematico completo del Popup robot con i giunti virtuali

in [10] ma, non essendo oggetto specifico di questo lavoro, non viene riportata nel seguito del testo.

Lo scopo di questo paragrafo è di riportare qualitativamente il modello cinematico che si ottiene assimilando ogni link gonfiabile a due corpi rigidi legati da un giunto a due gradi di libertà.

1.3 Definizione del problema di stima di q_k

Descritto il Popup robot e le sue criticità viene ora identificato il problema che si intende affrontare nel presente lavoro.

Dal modello cinematico descritto nella sezione 1.2.2 è evidente che la conoscenza dello stato dei giunti virtuali q_k sia necessaria alla determinazione della posa del manipolatore, tuttavia non è certamente possibile affidarsi solo a un eventuale modello dinamico, come quello descritto in sezione 1.2.1, per avere una stima adeguata del comportamento dei link flessibili. Per questo motivo il robot è sensorizzato allo scopo di misurare la deflessione di tali elementi. Il problema che deve essere affrontato è in che modo utilizzare le informazioni date dai sensori, unitamente alle informazioni ricavabili dal modello fisico, per ottenere una stima univoca e sufficientemente precisa dello stato dei giunti virtuali. Per raggiungere tale risultato è necessario introdurre diverse tecniche di data fusion che consentano di pesare le

informazioni in base alla affidabilità relativa dei sensori e del modello, e integrarle in un singolo segnale che possa costituire un feedback al controllore. Nei successivi capitoli verranno approfondite le tecniche usate per determinare l'affidabilità dei sensori e per implementare la data fusion nel controllo del Popup robot.

Verranno anche proposti diversi modelli fisici e verrà discusso come la scelta del modello fisico influenzi la prestazione della *data fusion*.

Capitolo 2

Sensori - Modellazione e caratterizzazione

Il Popup robot è dotato di diversi sensori che ne monitorano le condizioni di funzionamento. È misurata la pressione di alimentazione dei link e lo stato dei giunti motori e dei giunti virtuali. La posizione angolare dei motori è determinata attraverso l'uso di encoder magnetici presenti all'interno del componente motore stesso, mentre lo stato dei giunti virtuali è misurato da sensori inerziali (IMU) e da sensori flessibili a resistenza variabile denominati *Flex sensor*.

Questo lavoro si è concentrato nello stimare lo stato dei giunti virtuali, introdotti per modellare il comportamento elastico dei link gonfiabili. La stima è ottenuta fondendo le informazioni fornite dalle IMU e dai Flex sensor. Le IMU sono montate alle estremità di ogni link e permettono di calcolare la deformazione come differenza di orientamento, i Flex sensor sono montati in corrispondenza del punto di piega calcolato secondo il modello pseudo-rigido nell'ipotesi di wrinkling [11].

Nel successivo capitolo verrà introdotto il Filtro di Kalman (KF), tecnica di data fusion che permette di unire informazioni di diversi sensori e di un opportuno modello fisico semplificato del manipolatore per ottenere una stima più precisa del suo stato rispetto a quanto non si potrebbe avere considerando le informazioni separatamente. Tuttavia, per impostare correttamente un KF è necessario conoscere una stima degli errori di misura introdotti dai sensori, si è proceduto effettuando

un'analisi approfondita dell'accuratezza, della ripetibilità e del rumore di misura di ogni sensore.

Inoltre conoscere il comportamento di un sensore permette di costruire un modello in ambiente Matlab/Simulink che ne simuli il comportamento, dando la possibilità di sviluppare e testare le diverse possibili strategie di controllo evitando di dover effettuare sperimentazioni continue in ambiente fisico.

2.1 Scelta dei sensori

2.1.1 IMU

Un sensore inerziale è un dispositivo che misura l'orientamento di un corpo rigido nello spazio combinando la lettura di uno o più giroscopi e accelerometri. In passato tali dispositivi erano particolarmente ingombranti e costosi, prevedevano l'utilizzo di una massa considerevole, che nel caso del giroscopio doveva anche essere mantenuta in rotazione, richiedendo un dispendio di energia. Oggigiorno i sensori IMU sono costruiti principalmente utilizzando tecnologia MEMS (*Micro Electro-Mechanical System*) che consente di ottenere dimensioni ridotte, costi contenuti e precisione costruttiva elevata. Queste caratteristiche hanno permesso una diffusione capillare di questo tipo di sensori per la misura dell'orientamento, tanto che ogni cellulare moderno ne possiede uno.

L'architettura più comune del giroscopio MEMS è basata su struttura vibrante: prevede due masse che oscillano in direzioni opposte, quando il dispositivo è sottoposto a una rotazione l'accelerazione di Coriolis che ne deriva genera una forza sulla struttura oscillante ortogonale alla direzione della velocità di rotazione. Tale forza causa uno spostamento del corpo del giroscopio che viene misurato da una struttura a diapason.

L'accelerometro MEMS si basa sulla misura dello spostamento di una massa quando sottoposta a un'accelerazione. È costituito da una massa sospesa da un elemento trave che ha un comportamento assimilabile a una molla. Quando il dispositivo è soggetto a un'accelerazione, compresa l'accelerazione di gravità, la massa si sposta. Nota la rigidità della molla, la massa e misurato lo spostamento, sempre mediante struttura a diapason, si determina l'accelerazione dalla soluzione dell'equazione

di bilancio di corpo libero. L'orientamento dell'accelerometro viene di solito determinato confrontando la direzione dell'accelerazione misurata con la direzione dell'accelerazione di gravità, nota nel sistema di riferimento fisso con la Terra.

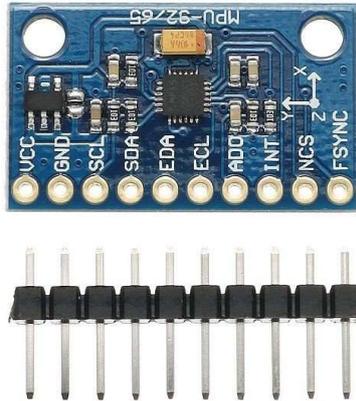


Figura 2.1: Sensore IMU

Tra i vari modelli disponibili sul mercato, per il Popup Robot è stata scelta la IMU InvenSense MPU9265 a nove assi, un chip multi modulo che integra accelerometro, giroscopio e magnetometro, ognuno dei quali a tre assi. È un dispositivo di dimensioni ridotte che integra anche i protocolli di comunicazione tra i sensori. Tra le diverse funzionalità che offre ci sono la possibilità di tarare i sensori eliminando l'errore sistematico di misura. Offre inoltre un algoritmo di *data fusion* integrato che fornisce in output direttamente l'orientamento del sensore, senza dover manipolare i dati grezzi manualmente. Quest'ultima funzionalità non viene però utilizzata ma vengono caratterizzati separatamente i diversi sensori, proponendo poi un algoritmo specifico per il calcolo dell'orientamento.

La IMU scelta ha anche un magnetometro integrato che fornisce l'orientamento del sensore misurando la sua posizione rispetto al riferimento del campo magnetico terrestre. Tuttavia, visto il posizionamento del sensore agli apici del link e quindi in prossimità dei motori, la lettura del magnetometro risulta eccessivamente alterata dai campi magnetici generati dai motori durante il funzionamento. Si è deciso quindi di non utilizzare la misura del magnetometro per determinare l'orientamento nello spazio dei link del Popup Robot.

La deflessione del link gonfiabile viene poi calcolata come differenza tra le misure delle due IMU poste agli estremi del link stesso.

2.1.2 Flex sensor

I Flex sensor sono dei trasduttori sensibili alla flessione: una deformazione provoca una variazione della resistenza elettrica del trasduttore. Tra i diversi sistemi di misura della flessione utilizzabili, per esempio sistemi ottici, il Flex sensor offre una soluzione a basso costo e a bassa complessità di implementazione. È costituito da un supporto plastico sul quale è posato un particolare inchiostro secondo un certo disegno. Il collegamento del trasduttore è permesso tramite due placchette di saldatura. Se sottoposto a trazione l'inchiostro si frattura, aumentando la resistenza elettrica; maggiore è la deformazione e maggiore è la dimensione delle crepe, con conseguente aumento della resistenza. Dato il principio di funzionamento ci si attende che il trasduttore misuri la flessione in un solo verso, dato che in generale un elemento inflesso ha una faccia in trazione e una in compressione. Si è infatti osservato come il sensore misuri efficacemente la deformazione in una sola direzione e in un solo verso, una deformazione concava causa sì una variazione di resistenza ma con un comportamento fortemente non lineare e difficilmente predicibile. È quindi necessario applicare quattro Flex sensor per ogni link, due per ogni verso della deformazione.

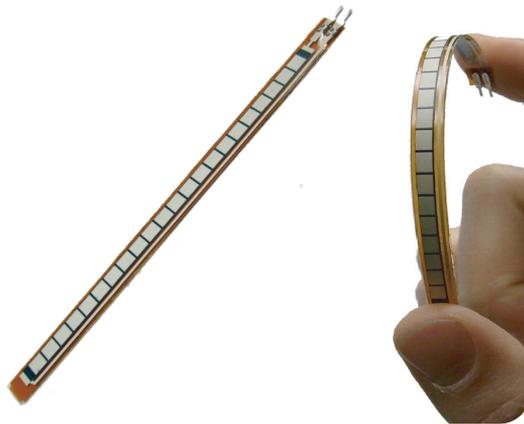


Figura 2.2: Trasduttore Flex sensor

Il modello di Flex sensor scelto è fornito da Spectra Symbols, figura 2.2[12], che

può essere acquistato in due dimensioni diverse. La scelta è stata per la maggiore, il trasduttore ha lunghezza 115mm, che diventano 130mm con le placchette di saldatura; da scheda tecnica è data una resistenza in condizione indeformata di $10k\Omega$ e tolleranza del $\pm 30\%$.

Essendo il Flex sensor un trasduttore, per avere un sensore a tutti gli effetti è necessario un circuito di condizionamento che permetta di leggere la variazione di resistenza. È stato scelto di utilizzare un partitore di tensione come suggerito dal produttore, la cui definizione puntuale è discussa nelle sezioni successive.

2.2 Modelli di misura

In questa sezione vengono descritti i modelli di misura adottati per i tre sensori utilizzati. I modelli di giroscopio e accelerometro proposti hanno un solido riscontro in letteratura, nello specifico la trattazione riportata in questo lavoro è tratta da [13].

Il modello adottato per il Flex sensor è un semplice modello di misura di validità generale adattato secondo le caratteristiche osservate.

2.2.1 Modello Giroscopio

Il modello di misura del giroscopio è descritto dall'equazione (2.1)

$$y_{\omega,t} = \omega_t^b + \delta_{\omega,t}^b + e_{\omega,t}^b \quad (2.1)$$

Dove l'output del giroscopio $y_{\omega,t}$ dipende dalla velocità angolare ω_t^b , dal bias di misura $\delta_{\omega,t}^b$ e dal rumore $e_{\omega,t}^b$. L'apice b indica che le grandezze sono riferite al sistema di riferimento del sensore, definito come *body reference frame*.

Nella sezione successiva si dimostrerà come il rumore di misura ha una distribuzione gaussiana, è possibile quindi affermare che $e_{\omega,t}^b \sim N(0, \Sigma_\omega)$ dove $N(0, \Sigma_\omega)$ indica una distribuzione normale a media nulla e varianza Σ_ω . Se il sensore è correttamente calibrato le misure dei tre giroscopi sono indipendenti, Σ_ω ha la forma seguente

$$\Sigma_\omega = \begin{bmatrix} \sigma_{\omega,x}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\omega,y}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\omega,z}^2 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Le varianze contenute nella matrice Σ_ω sono parametri caratteristici dei giroscopi, usualmente chiamati *angle random walk* (ARW). Il bias di misura può essere assunto costante o variabile nel tempo. Il comportamento scelto in questo lavoro di tesi è il secondo, considerando che durante le procedure di test del manipolatore in laboratorio le IMU possono essere alimentate consecutivamente anche per diverse ore.

Il modello considerato per il bias di misura assume la forma di un *random walk*.

$$\delta_{\omega,t+1}^b = \delta_{\omega,t}^b + e_{\delta,t}^b \quad (2.3)$$

Dove l'errore $e_{\delta,t}^b \sim N(0, \Sigma_\delta)$ rappresenta quanto il bias è costante nel tempo, le varianze della matrice Σ_δ prendono per l'appunto il nome di *bias instability* (BI). La derivata nel tempo di $\delta_{\omega,t}^b$ è un parametro di interesse, che viene definito dall'equazione (2.4)

$$\dot{\delta}_{\omega,t}^b = \beta_\omega \quad (2.4)$$

Al parametro β_ω ci si riferisce con il nome di *rate random walk* (RRW).

2.2.2 Modello Accelerometro

Il modello di misura dell'accelerometro è descritto dall'equazione (2.5)

$$y_{a,t} = R_t^{bn}(a_i^n - g^n) + \delta_{a,t}^b + e_{a,t}^b \quad (2.5)$$

L'output dell'accelerometro dipende dalla differenza tra l'accelerazione a_i^n e l'accelerazione di gravità g^n , ruotata secondo la matrice di trasformazione R^{bn} che esprime l'orientamento esistente tra il sistema di riferimento World e il sistema di riferimento del sensore. L'apice n indica che le grandezze sono riferite al sistema di riferimento *world*. Come il giroscopio, anche l'accelerometro è affetto da un errore di misura considerato gaussiano $e_{a,t}^b \sim N(0, \Sigma_a)$, i parametri di Σ_a sono detti *velocity random walk* (VRW). Per il bias di misura $\delta_{a,t}^b$ valgono considerazioni analoghe a quanto detto per il giroscopio, può essere considerato costante o usare un modello di *random walk*.

Se si considera un sistema di riferimento world rigido con la Terra, l'accelerazione a_i^n può essere scritta come

$$a_i^n = a_n^n + 2\omega_e^n \times v_n^n + \omega_e^n \times \omega_e^n \times p^n \quad (2.6)$$

L'accelerazione a_i^n dipende dalla derivata nel tempo della velocità lineare nel sistema di riferimento world a_n^n , dall'accelerazione di Coriolis $2\omega_e^n \times v_n^n$ e dall'accelerazione centripeta $\omega_e^n \times \omega_e^n \times p^n$. È ragionevole assumere come trascurabile il contributo di Coriolis considerate le limitate velocità di attuazione realizzate; inoltre il termine centripeto viene usualmente assorbito nella definizione dell'accelerazione di gravità g^n , potendo concludere che l'accelerazione complessiva del sensore sia coincidente con l'accelerazione lineare.

$$a_i^n = a_n^n \quad (2.7)$$

Si può osservare come l'accelerometro fornisca sia informazioni sulla posizione spaziale attraverso a_n^n , sia sull'orientamento, fornito attraverso la lettura di g^n . Tuttavia, in un problema di *orientation estimation* come quello affrontato in questo lavoro, solo l'informazione di orientamento risulta interessante. Allo scopo è possibile introdurre una semplificazione del modello considerando le accelerazioni a cui è soggetto il manipolatore durante il funzionamento trascurabili rispetto all'accelerazione di gravità. Il modello semplificato ha forma illustrata in equazione (2.8)

$$y_{a,t} = -R_t^{bn} g^n + \delta_{a,t}^b + e_{a,t}^b \quad (2.8)$$

dove in questo caso il termine $e_{a,t}^b$ tiene conto sia del rumore di misura che dell'incertezza del modello.

2.2.3 Modello Flex Sensor

Il modello di misura del Flex sensor considerato è descritto dall'equazione (2.9)

$$\theta_{f,t} = \theta_t + \delta_f + e_{f,t} \quad (2.9)$$

L'output del Flex sensor è l'angolo misurato $\theta_{f,t}$, dipendente dall'angolo effettivo di flessione del sensore θ_t e dall'errore di misura $e_{f,t} \sim N(0, \Sigma_f)$. Nel modello viene anche considerato un bias di misura costante δ_f che rappresenta l'errore sistematico introdotto dalla linearizzazione della caratteristica del sensore che verrà discussa di seguito.

Nella sezione successiva verrà descritta la procedura utilizzata per caratterizzare il trasduttore, evidenziando come lo stesso presenti comportamenti diversi a seconda nel momento in cui viene effettuata la misura, quindi come abbia una scarsa

ripetibilità, e come diversi trasduttori, anche se appartenenti allo stesso modello e allo stesso lotto, presentino comportamenti non comparabili e sovrapponibili. Nella sezione riguardante la caratterizzazione di questo sensore si discutono le assunzioni fatte per poter utilizzare le informazioni di misura nel filtro di Kalman. Verranno anche indicati i valori dei disturbi di misura determinati dai dati sperimentali.

2.3 Caratterizzazione IMU

La caratterizzazione di accelerometro e giroscopio consiste nel descrivere le diverse componenti di rumore di misura secondo le specifiche costanti caratteristiche. Si è deciso di approfondire questo tema vista la necessità di costruire un modello accurato del sensore in ambiente simulato, operazione che risulterebbe incompleta utilizzando i dati limitati forniti nelle schede tecniche disponibili.

In questa sezione verranno in una prima parte descritti i diversi contributi di rumore che è possibile osservare nel funzionamento dei sensori. In seguito si illustrerà la metodologia seguita, approfondendo la definizione dello strumento statistico utilizzato; infine verranno riportati i risultati sperimentali ottenuti, evidenziando la differenza di comportamento tra accelerometro e giroscopio. Per entrambi si segue la stessa procedura mantenendo però separata la trattazione.

Il comportamento del magnetometro non viene caratterizzato dato che, come discusso in sezione 2.1.1, non viene utilizzato nel calcolo dell'orientamento della IMU per via del disturbo dato dai campi magnetici generati dai motori.

2.3.1 Fonti di rumore

In questa sezione verranno descritte le diverse fonti di rumore introdotte nei modelli di misura utilizzati. Verranno esplicitate le funzioni di distribuzione spettrale di potenza (PSD) per ogni fonte.

La PSD è definita nell'ambito della teoria dei segnali dall'equazione di Wiener-Khinchine 2.10 [5].

$$S_X(j\omega) = \mathcal{F} [R_X(\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} R_X(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (2.10)$$

Dove $R_X(\tau)$ è la funzione di autocorrelazione del processo stocastico X , τ è il tempo di campionamento. La PSD coincide con la trasformata di Fourier della funzione di autocorrelazione del processo. Rappresenta la distribuzione in frequenza della potenza del segnale analizzato.

Angle Random Walk Il segnale di output del giroscopio è affetto da un disturbo di tipo termomeccanico che prende il nome di *angle random walk* (ARW). Tale disturbo, che viene espresso in $(rad/s)/(1/\sqrt{Hz})$, è direttamente applicabile alla misura della velocità angolare, questo porta a un segnale disturbato da un rumore bianco a media nulla. Rappresenta l'errore del segnale integrato nel tempo che tende a crescere. Essendo descritto come un rumore bianco, la sua PSD è indipendente dalla frequenza

$$S_{\Omega}(f) = N^2 \quad (2.11)$$

dove N è il coefficiente di ARW espresso in $(rad/s)/(1/\sqrt{Hz})$

Velocity Random Walk Il disturbo di misura dell'accelerometro duale all'ARW viene chiamato *velocity random walk* (VRW). Viene descritto come rumore bianco, la cui PSD è indicata in equazione 2.11. Il coefficiente N che lo descrive è espresso in $(rad/s)/(1/\sqrt{Hz})$

Bias instability La misura dei sensori è affetta da un bias che è composto da una parte costante e da una non costante, definibile con una variabile statistica. La parte costante è sostanzialmente un errore sistematico che viene corretto attraverso l'operazione di taratura del sensore, la parte variabile esprime la velocità alla quale l'errore si accumula nel tempo. Essa viene descritta come *bias instability* (BI) e rappresenta il processo stocastico che influenza il bias di misura. È usualmente descritto come rumore flicker, o rumore rosa, avente una PSD proporzionale a $1/f$

$$S_{\Omega}(f) = \frac{B^2}{2\pi} \cdot \frac{1}{f} \quad (2.12)$$

Dove B è il coefficiente di bias instability espresso in (rad/s)

Rate Random Walk Il *rate random walk* (RRW) è una fonte di errore di origine sconosciuta e rappresenta la derivata temporale del bias di misura, come discusso nella sezione 2.2.2. È usualmente descritto come rumore browniano, o rumore rosso, la cui PSD è proporzionale a $1/f^2$

$$S_{\Omega}(f) = \left(\frac{K}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{f^2} \quad (2.13)$$

Dove K è il coefficiente di RRW espresso in $(rad/s)/(1/\sqrt{Hz})$

2.3.2 Varianza di Allan

La varianza di Allan (AV) è una tecnica sviluppata nel 1966 da David Allan nata con lo scopo di descrivere la caratterizzare la frequenza di instabilità degli oscillatori armonici. Da diversi anni è stato accettato come strumento per l'identificazione del rumore nei sensori inerziali, il cui uso è standardizzato da [14].

Di seguito verrà brevemente illustrato il metodo di calcolo della AV e la relazione esistente tra AV e PSD. È grazie all'esistenza di questa relazione che è possibile caratterizzare i diversi contributi di rumore descritti.

La varianza di Allan è una tecnica di analisi multivariata dei dati. Si considera un flusso di dati rappresentativi della grandezza Ω campionati a una frequenza f . Immaginando il numero totale di campionamenti N , viene definito un gruppo di dati consecutivi di dimensione n . Il numero totale di gruppi così formati viene definito $K = N/n$, è naturale associare a ciascuno dei gruppi un periodo $T = n/f$. All'atto pratico del calcolo di AV vengono usualmente definiti gruppi che si sovrappongono l'uno con l'altro con lo scopo di sfruttare al massimo le informazioni potenzialmente contenute nel set di dati.

Su ogni sottogruppo viene calcolata la media integrale del valore di output Ω

$$\bar{\Omega}_k = \frac{1}{T} \int_{t_k}^{t_k+T} \Omega(t) dt \quad (2.14)$$

Dove $\bar{\Omega}_k$ rappresenta la media del gruppo il cui primo valore è il k -esimo dell'intero set di dati, campionato al tempo t_k .

La media integrale nel gruppo successivo è analogamente calcolata come

$$\bar{\Omega}_{k+1} = \frac{1}{T} \int_{t_k+T}^{t_k+2T} \Omega(t) dt \quad (2.15)$$

La varianza di Allan è quindi definita come

$$\sigma^2(T) = \frac{1}{2(K-1)} \sum_{k=1}^{K-1} [\bar{\Omega}_{k+1}(T) - \bar{\Omega}_k(T)]^2 \quad (2.16)$$

È importante puntualizzare che, per definizione, gli errori sistematici di misura ai quali ci si riferisce comunemente con il termine bias, non influenzano il calcolo di AV, essendo questa dipendente dalla differenza tra la media sul gruppo k e la media sul gruppo $k+1$.

Risulta naturale estendere il concetto a una divisione in gruppi aventi dimensioni differenti. Questo porta alla possibilità di definire AV in funzione del tempo di media T . La forma che assunta da AV questo secondo caso è data dall'equazione (2.17)

$$\sigma^2(T) = \frac{1}{2T^2(N-2m)} \sum_{k=1}^{N-2m} (\theta_{k+2m} - 2\theta_{k+m} + \theta_k)^2 \quad (2.17)$$

dove θ_k è il valore integrato di $\Omega(t)$ calcolato sul periodo k/f . L'espressione è funzione del parametro m detto fattore di media.

Rappresentando suddetta funzione su un diagramma log-log è possibile osservare i diversi contributi di rumore, una volta descritta la relazione che esiste tra PSD e AV. La derivazione di tale funzione non è di specifico interesse nello svolgimento di questo lavoro ma è descritto esplicitamente da [14]. Di seguito viene riportata la forma finale della relazione.

$$\sigma^2(T) = \int_0^\infty S_\Omega(f) \cdot \frac{\sin^4(\pi fT)}{(\pi fT)^2} df \quad (2.18)$$

Note le funzioni di distribuzione spettrale di potenza e la relazione tra PSD e AV è naturale definire la relazione specifica che esiste tra deviazione di Allan e le varie fonti di rumore sopra descritte che ci si attende di osservare, ottenuta semplicemente sostituendo la formula di distribuzione spettrale di potenza nell'equazione (2.18).

I risultati sono riportati in tabella 2.1. Si può affermare che, se nel calcolo della deviazione di Allan di un set di dati sperimentali vengono osservati degli asintoti come quelli descritti, la misura del sensore è affetta dal dato rumore che può essere caratterizzato nella misura della sua costante caratteristica.

Tabella 2.1: Relazione tra PSD dei diversi contributi di rumore e AV

Parametro	Power Spectral Density	Allan Variance	Allan Deviation slope
ARW/VRW	$S_{\Omega}(f) = N^2$	$\sigma^2(T) = \frac{N^2}{T}$	-1/2
BI	$S_{\Omega}(f) = \frac{B^2}{2\pi} \cdot \frac{1}{f}$	$\sigma^2(T) = \frac{2B^2}{\pi} \ln 2$	0
RRW	$S_{\Omega}(f) = \left(\frac{K}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{f^2}$	$\sigma^2(T) = \frac{K^2 T}{3}$	1/2

2.3.3 Risultati sperimentali

Viene predisposto un sistema di acquisizione collegando la IMU a una scheda Arduino DUE, i dati vengono salvati direttamente in ambiente Matlab da un laptop Dell Inspiron 15 7566. I dati devono essere acquisiti con una misurazione statica; se la IMU fosse in condizione di moto durante la misura i valori di AV calcolati sarebbero influenzati dal movimento del sensore e quindi non più specifici e caratterizzanti delle diverse fonti di rumore. Si imposta un'acquisizione con durata di 5 ore e una frequenza di campionamento di 100Hz. Il periodo di acquisizione è stato scelto considerando l'applicazione ipotizzata del Popup robot, tenendo conto anche delle prove sperimentali svolte in laboratorio. I diversi contributi di rumore si manifestano per tempi di media diversi, quindi maggiore sarà il periodo di campionamento e maggiori saranno i fenomeni osservati, tuttavia risulta inutile acquisire un gran numero di dati per caratterizzare un comportamento che all'atto pratico non si manifesterà mai per il semplice motivo che il dispositivo non sarà in funzione per un tempo sufficiente. Discorso analogo riguarda la frequenza di campionamento scelta, è inutile scegliere una frequenza elevata per descrivere un fenomeno molto rapido che all'atto pratico non influenza la misura nel normale funzionamento del manipolatore.

I dati grezzi sono acquisiti senza preoccuparsi della calibrazione dei sensori proprio per via della natura di AV, che come illustrato è indipendente da errori sistematici. In figura 2.3 vengono riportati i dati grezzi raccolti. In questa fase viene inoltre verificato che la distribuzione dell'errore di misura dei sensori siano effettivamente normale a media nulla come ipotizzato nei modelli introdotti nella sezione 2.2.1.

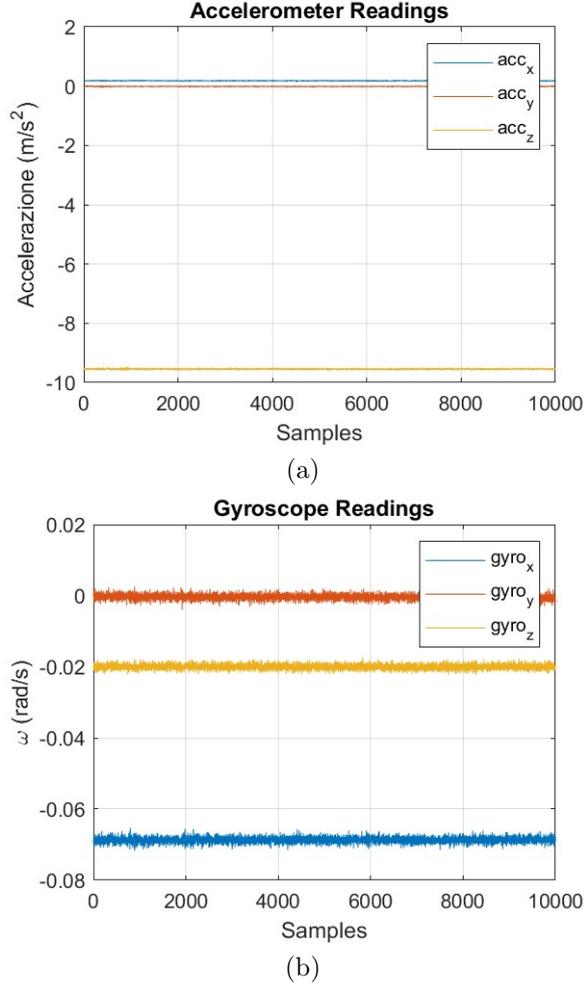


Figura 2.3: Dati grezzi di accelerometro e giroscopio

In figura 2.4 si osserva come, sia per l’accelerometro che per il giroscopio, l’errore di misura ha andamento gaussiano, verificando le assunzioni portate nella modellazione dei sensori illustrate nella sezione 2.2.1.

Viene implementato il calcolo della varianza di Allan come descritto nella sezione 2.3.2, per facilità di lettura viene riportata l’equazione di calcolo.

$$\sigma^2(T) = \frac{1}{2T^2(N-2m)} \sum_{k=1}^{N-2m} (\theta_{k+2m} - 2\theta_{k+m} + \theta_k)^2 \quad (2.19)$$

Il fattore di media m può essere scelto arbitrariamente rispettando la condizione di esistenza $m < N/2$. Viene costruito un vettore di valori di m con spaziatura definita da una funzione logaritmica. Con lo scopo di valutare la ripetibilità della misura,

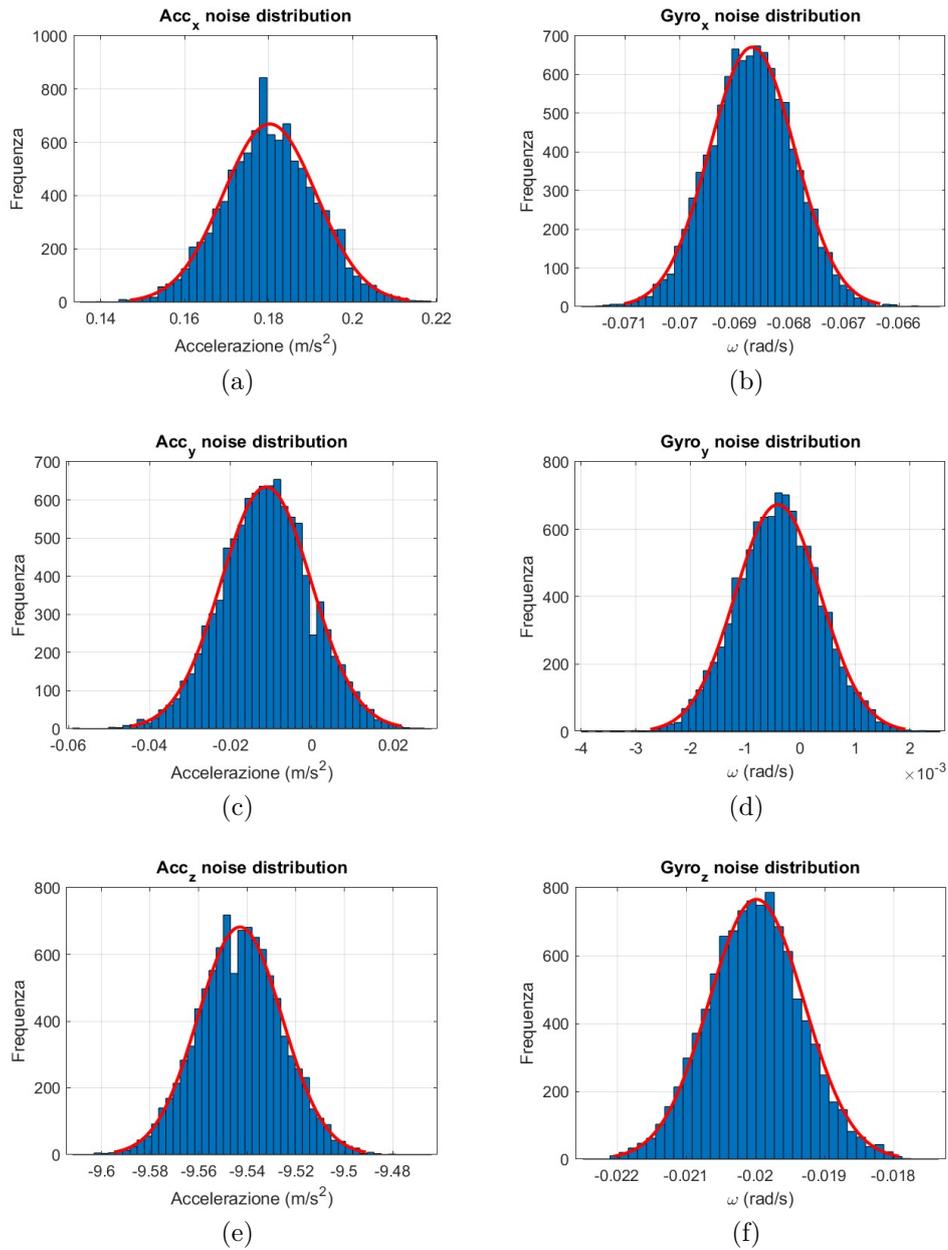


Figura 2.4: Distribuzione del rumore di misura di accelerometro e giroscopio

sono state svolte tre acquisizioni di uguale durata e frequenza di acquisizione. Di seguito viene riportato il risultato complessivo del calcolo di AV applicato alle IMU.

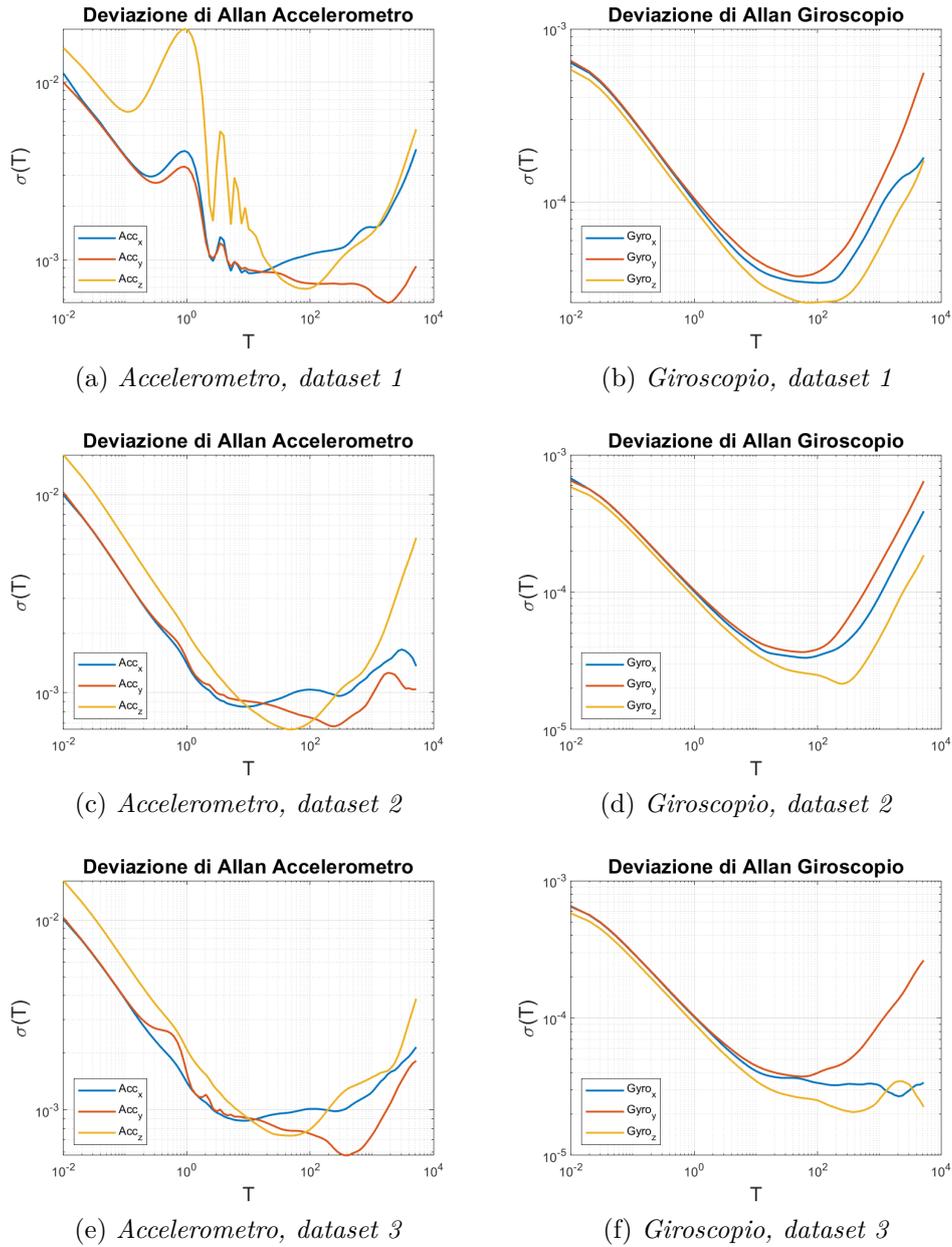


Figura 2.5: Deviazione di Allan del sensore inerziale per i tre set di dati raccolti

Si osserva come i fenomeni di rumore a frequenza più alta si apprezzino e si manifestino nella parte sinistra dei grafici; crescendo con il tempo di media T si presentano i fenomeni via via più lenti. Questo si spiega con la natura intrinseca della definizione di varianza di Allan e con la descrizione di tutti i fenomeni di rumore che sono sempre rappresentabili come processi statistici a media nulla, per

cui incrementando progressivamente i tempi di media T i fenomeni a frequenza più alta vengono per l'appunto mediati, permettendo l'evidenziarsi delle caratteristiche di rumore a frequenza più bassa.

Si osserva inoltre come la caratterizzazione dell'accelerometro porti all'evidenziarsi di un rumore di tipo sinusoidale; tuttavia, vista la difficoltà di rappresentazione di questo contributo in un modello di misura e vista la marginalità che assume nel comporre il comportamento stocastico complessivo in questo lavoro si è scelto di non approfondire tale contributo[14].

La procedura di determinazione dei diversi contributi viene illustrata approfonditamente per un set di dati riferito a un solo asse del giroscopio, procedura che viene ripetuta in modo del tutto analogo per tutti i set di dati riferiti a ciascuno degli assi di entrambi i sensori.

Angle Random Walk Come riportato in tabella 2.1 la relazione tra AV e PSD del rumore bianco è

$$\sigma^2(T) = \frac{N^2}{T} \quad (2.20)$$

Il coefficiente N di ARW viene determinato invertendo l'equazione (2.20) e misurando da diagramma la deviazione di Allan al tempo di media $T = 1$.

Bias Instability La relazione esistente tra AV e PSD riferita al rumore flicker è

$$\sigma^2(T) = \frac{2B^2}{\pi} \ln 2 \quad (2.21)$$

La relazione tra BI, definito dal coefficiente B , e deviazione di Allan è data dalla costante di proporzionalità $\sqrt{\frac{2 \cdot \ln 2}{\pi}} = 0.664$. Misurando la deviazione di Allan dell'asintoto orizzontale viene calcolato il coefficiente B invertendo l'equazione (2.21).

Rate Random Walk Si riporta la relazione descritta in precedenza tra AV e PSD riferita al rumore browniano

$$\sigma^2(T) = \frac{K^2 T}{3} \quad (2.22)$$

Dall'equazione (2.22) risulta come il coefficiente K di RRW coincida con la deviazione di Allan letta sull'asintoto $1/2$ in log-log al tempo di media $T = 3$.

Di seguito viene riportato il diagramma riferito all'asse z del giroscopio dove vengono evidenziati gli asintoti e i coefficienti caratteristici del rumore.

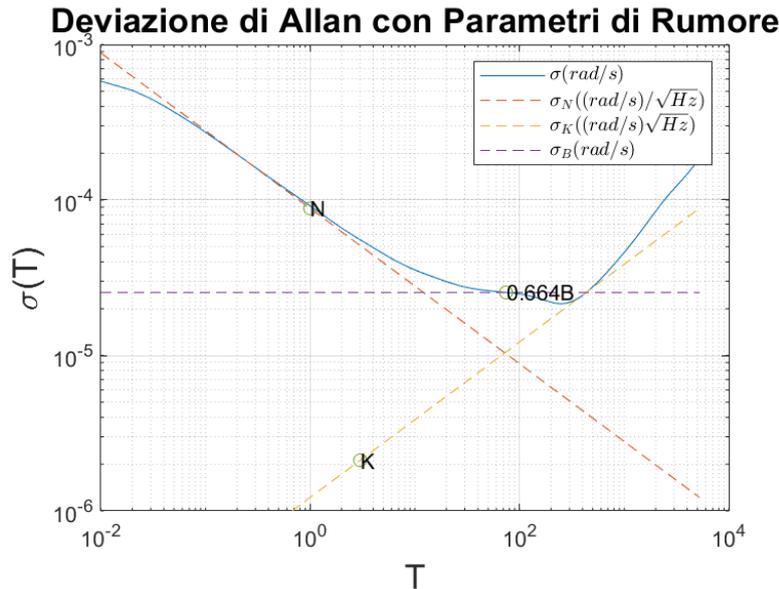


Figura 2.6: Deviazione di Allan del giroscopio z con esplicitazione degli asintoti

Come detto la procedura viene ripetuta per tutti i dati disponibili, notando come non sempre tutti i contributi descritti si presentino all'atto pratico del calcolo di AV e anzi, per quando riguarda l'accelerometro, il fenomeno di RRW non si osservi affatto.

In tabella 2.2 vengono riportati i risultati ottenuti e i risultati mediati, oltre al valore di coefficiente di variazione (COV) calcolato.

Si osserva come il RRW calcolato per il giroscopio y e il giroscopio z presenti un COV considerevole, suggerendo che il fenomeno non sia pienamente sviluppato e quindi non del tutto evidente. I valori calcolati per l'accelerometro e riportati in tabella 2.3 presentano anch'essi una certa dispersione.

In generale sono stati considerati validi i risultati ottenuti, considerando che i segnali sono stati acquisiti in condizioni simili, portando quindi a concludere che

ci sia una certa variabilità casuale nell'errore di misura dei sensori IMU di difficile identificazione.

Tabella 2.2: Parametri del rumore misurati per il giroscopio

	<i>Giroscopio_x</i>	<i>Giroscopio_y</i>	<i>Giroscopio_z</i>
ARW	$9,74e-5$	$9,83e-5$	$8,82e-5$
	$9,62e-5$	$9,69e-5$	$8,83e-5$
	$9,80e-5$	$9,86e-5$	$8,95e-5$
<i>Media_{ARW}</i>	$9,72e-5$	$9,79e-5$	$8,87e-5$
<i>COV_{ARW}</i>	0,95%	0,94%	0,85%
BI	$5,13e-5$	$5,59e-5$	$3,94e-5$
	$5,01e-5$	$5,52e-5$	$3,83e-5$
	$5,52e-5$	$5,65e-5$	—
<i>Media_{BI}</i>	$5,22e-5$	$5,59e-5$	$3,88e-5$
<i>COV_{BI}</i>	5,09%	1,17%	2,00%
RRW	$4,29e-6$	$5,67e-6$	$2,73e-6$
	$4,33e-6$	$5,98e-6$	$2,12e-6$
	—	$4,63e-6$	—
<i>Media_{RRW}</i>	$4,31e-6$	$5,42e-6$	$2,42e-6$
<i>COV_{RRW}</i>	0,72%	13,06%	17,97%

Tabella 2.3: Parametri del rumore misurati per l'accelerometro

	<i>Accelerometro_x</i>	<i>Accelerometro_y</i>	<i>Accelerometro_z</i>
VRW	$1,12e-3$	$1,17e-3$	$1,80e-3$
	$1,42e-3$	$1,52e-3$	$2,04e-3$
	$1,21e-3$	$1,92e-3$	$2,16e-3$
<i>Media_{VRW}</i>	$1,25e-3$	$1,54e-3$	$2,00e-3$
<i>COV_{VRW}</i>	12,07%	24,62%	9,09%
BI	$1,27e-3$	$1,29e-3$	$1,04e-3$
	$1,28e-3$	$1,37e-3$	$9,84e-4$
	$1,53e-3$	$1,39e-3$	$1,10e-3$
<i>Media_{BI}</i>	$1,36e-3$	$1,35e-3$	$1,04e-3$
<i>COV_{BI}</i>	10,72%	4,15%	5,79%

2.4 Modello Simulink IMU

Come detto precedentemente, il lavoro approfondito di analisi del rumore dei sensori ha il doppio scopo di fornire allo stimatore introdotto in seguito parametri accurati dell'incertezza di misura e di consentire una modellazione in ambiente Matlab/Simulink dei sensori stessi, permettendo quindi di progettare e implementare in modo più accurato le varie strategie di controllo e di *data fusion* che nell'evoluzione del progetto possono essere prese in considerazione, riducendo la necessità di operare sul manipolatore fisico.

Nel caso dei sensori inerziali si sceglie di utilizzare un modello già esistente nelle librerie di Simulink, il cui funzionamento viene descritto brevemente di seguito, mentre una descrizione approfondita è data dalla documentazione tecnica di Matlab. La libreria Simulink offre un blocco denominato *ImuSensor*, che necessita in input le informazioni di accelerazione e velocità angolare del sensore nel sistema di riferimento world, oltre all'orientamento del sistema di riferimento del sensore rispetto al world. In output fornisce la lettura simulata di accelerometro, giroscopio e magnetometro, informazione quest'ultima che non viene presa in considerazione per l'applicazione proposta. I parametri caratterizzanti del sensore sono i coefficienti definiti nella sezione precedente, oltre che altri parametri specifici di fonti di disturbo ambientale non approfondite in questo lavoro e quindi considerate assenti. Il modello di misura implementato nel sensore virtuale è dato da

$$\Omega_{mes} = \Omega_{true} + \Omega_{ARW} + \Omega_{BI} + \Omega_{RRW} \quad (2.23)$$

dove i diversi contributi di disturbo sono considerati indipendenti e il cui valore è calcolato a partire da un flusso bianco gaussiano opportunamente filtrato e corretto attraverso i coefficienti specifici e la frequenza di acquisizione.

In figura 2.7 viene riportato a titolo di esempio il comportamento in termini di AV del sensore simulato rispetto al sensore reale.

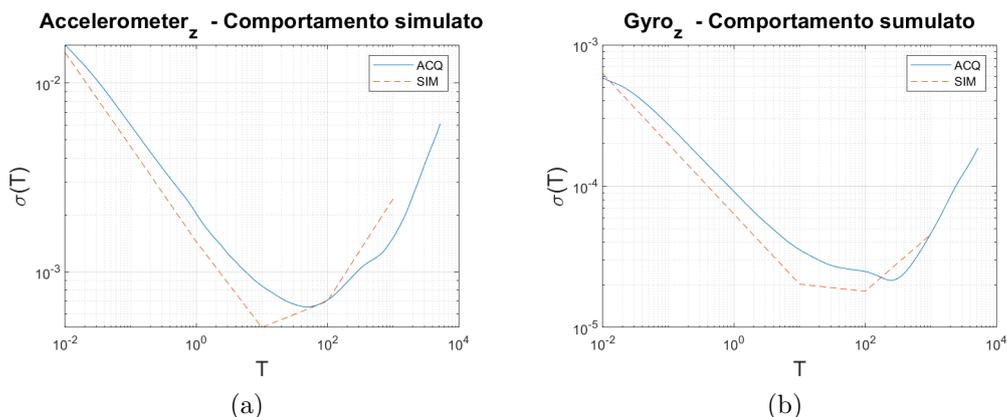


Figura 2.7: Comportamento sperimentale contro comportamento del modello simulato

2.5 Caratterizzazione Flex Sensor

Il sensore flessibile a resistenza variabile, comunemente detto Flex sensor o *Resistive Bend Sensor* (RBS), come suggerisce il nome consiste in una resistenza variabile proporzionalmente alla deformazione imposta, che costituisce il vero e proprio trasduttore, il cui segnale deve essere condizionato secondo un opportuno circuito. In questa sezione viene illustrato il processo seguito per la caratterizzazione statica e dinamica, con l'obiettivo di estrapolare una caratteristica lineare e di verificare che la dinamica del sensore sia di ordine zero rispetto alla dinamica del robot.

2.5.1 Caratterizzazione statica

In questa sezione viene proposta una metodologia di caratterizzazione statica volendo imporre una deformazione al trasduttore omogenea lungo la lunghezza, in analogia con quanto avviene nel funzionamento normale del sensore quando applicato al robot.

Il lavoro è svolto in continuità con quanto fatto dall'ing. Francesco Gambino nel suo lavoro di tesi magistrale[15], dove viene proposta una caratterizzazione dell'RBS per deformazioni puntuali. Si è voluto estendere il lavoro cercando di descrivere il comportamento per una deformazione libera del sensore, con l'intenzione di indagare

il comportamento del trasduttore in un campo di deformazione esteso. Nello specifico l'angolo di flessione è definito come l'angolo esistente tra le tangenti alla deformata del sensore, definizione che viene considerata coincidente con il grado di libertà del giunto virtuale; in figura 2.8 viene illustrato l'angolo così come è stato descritto.

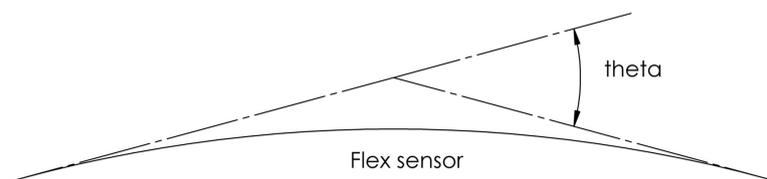


Figura 2.8: Rappresentazione dell'angolo di deflessione considerato

Un'indagine per deformazioni tanto estese risulta interessante data la congenita non linearità che questo tipo di sensori presentano nel misurare la deformazione quando si trovano nell'intorno della posizione indeformata, ipotizzando quindi un montaggio del trasduttore in posizione fortemente deformata in condizione di link indeformato. Il banco prova in figura 2.9 utilizzato per la caratterizzazione statica è stato costruito assemblando componenti di facile reperibilità, scegliendo piastre di acciaio con spessore 2 mm per i supporti angolari e una tavola di compensato da 10 mm per la base con lo scopo di garantire una sufficiente rigidità al sistema, volendo ridurre al minimo l'incertezza di misura causata dalla flessibilità del banco stesso.

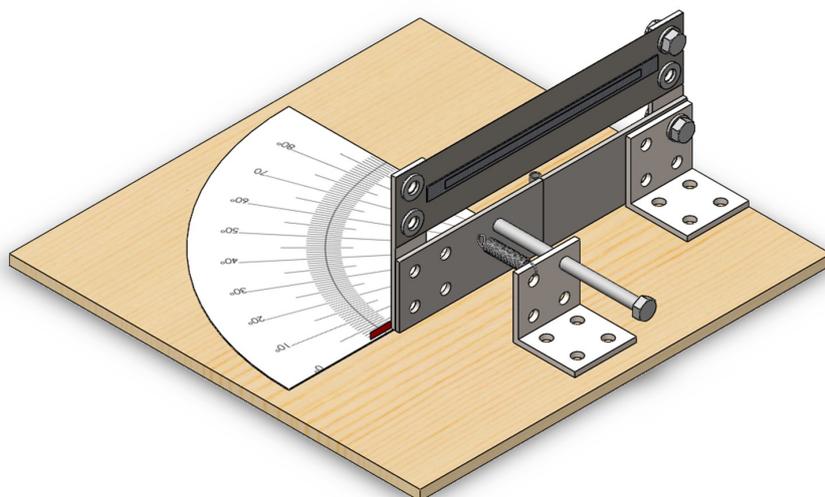


Figura 2.9: Modello CAD del banco di prova del Flex sensor

Il sistema di acquisizione è stato messo a punto incollando un trasduttore RBS al lamierino del banco in figura 2.9; il trasduttore è stato collegato a un circuito di condizionamento, nel caso specifico un partitore di tensione seguito da un voltage follower, alimentato con un alimentatore a 24V; la tensione è misurata sulla resistenza R_2 del circuito in figura 2.11 utilizzando un multimetro da banco, trascrivendo manualmente il valore di tensione misurato di volta in volta. La resistenza R_2 è stata determinata utilizzando il metodo proposto da [16]. Il sistema di acquisizione così descritto è mostrato in figura 2.10. Per ogni trasduttore a disposizione sono state svolte due acquisizioni.

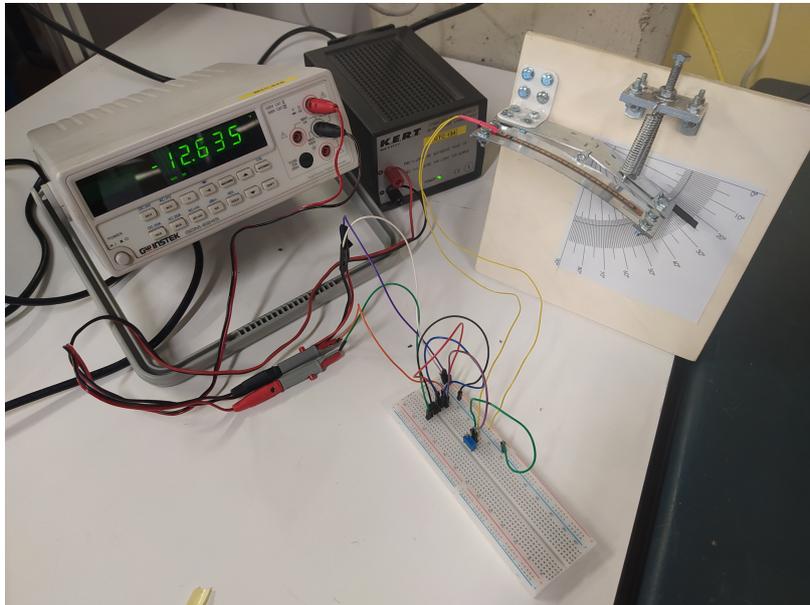


Figura 2.10: Sistema di acquisizione per la caratterizzazione statica del flex sensor

Il trasduttore viene testato usando il banco in figura 2.9; una cerniera viene movimentata regolando una vite, alla cerniera è collegato rigidamente un lamierino armonico sul quale è incollato il trasduttore. Nel suo moto la cerniera deforma uniformemente il lamierino e quindi il trasduttore. Il valore di resistenza è calcolato dal voltaggio letto dal multimetro da banco, l'angolo di deformazione è misurato attraverso il goniometro montato sul piano del banco in corrispondenza della cerniera.

Dalla misura della tensione sulla resistenza R_2 è possibile calcolare il valore di R_{flex} attraverso l'equazione (2.24), consentendo quindi di tracciare le caratteristiche $Rvs\theta$

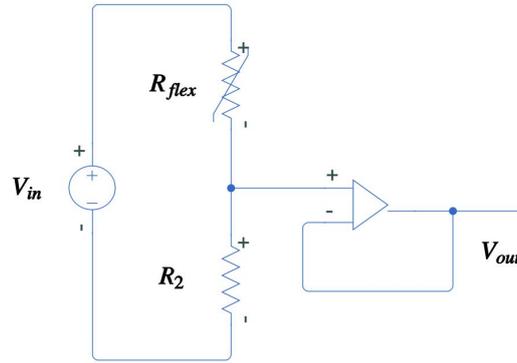


Figura 2.11: Schema del circuito di partitore di tensione usato

per ogni trasduttore. I risultati ottenuti sono riportati in figura 2.12.

$$R_{flex} = R_2 \frac{V_{out}}{V_{in} - V_{out}} \quad (2.24)$$

Si osserva come uno stesso trasduttore presenti differenti caratteristiche per i due set di dati, suggerendo una certa influenza di fattori ambientali, quali ad esempio la temperatura, sul suo comportamento. si osserva inoltre che, come anticipato, la caratteristica sia non lineare per piccoli angoli di deflessione, assumendo poi un andamento lineare per angoli maggiori. Dall'analisi dei dati raccolti è stato verificato che il comportamento è lineare per una deflessione maggiore di 20 gradi, valore oltre il quale una retta approssima la caratteristica con un coefficiente di determinazione, detto R^2 , sempre maggiore di 0,995.

L'obiettivo della caratterizzazione è definire il comportamento del trasduttore e verificare se è lineare per almeno una parte della deflessione totale. Si cerca quindi di ottenere una caratteristica del tipo

$$R_f = K\theta + R_{const} \quad (2.25)$$

con lo scopo di invertire la 2.25 per ottenere una relazione lineare di θ in funzione di R . Come mostrato dai risultati in figura 2.12 il comportamento di questo tipo di trasduttori è fortemente influenzato dalle condizioni ambientali. I due set di dati, che sono stati raccolti in giornate diverse, presentano uno scostamento sensibile soprattutto per quanto riguarda la resistenza indeformata. Questo comportamento

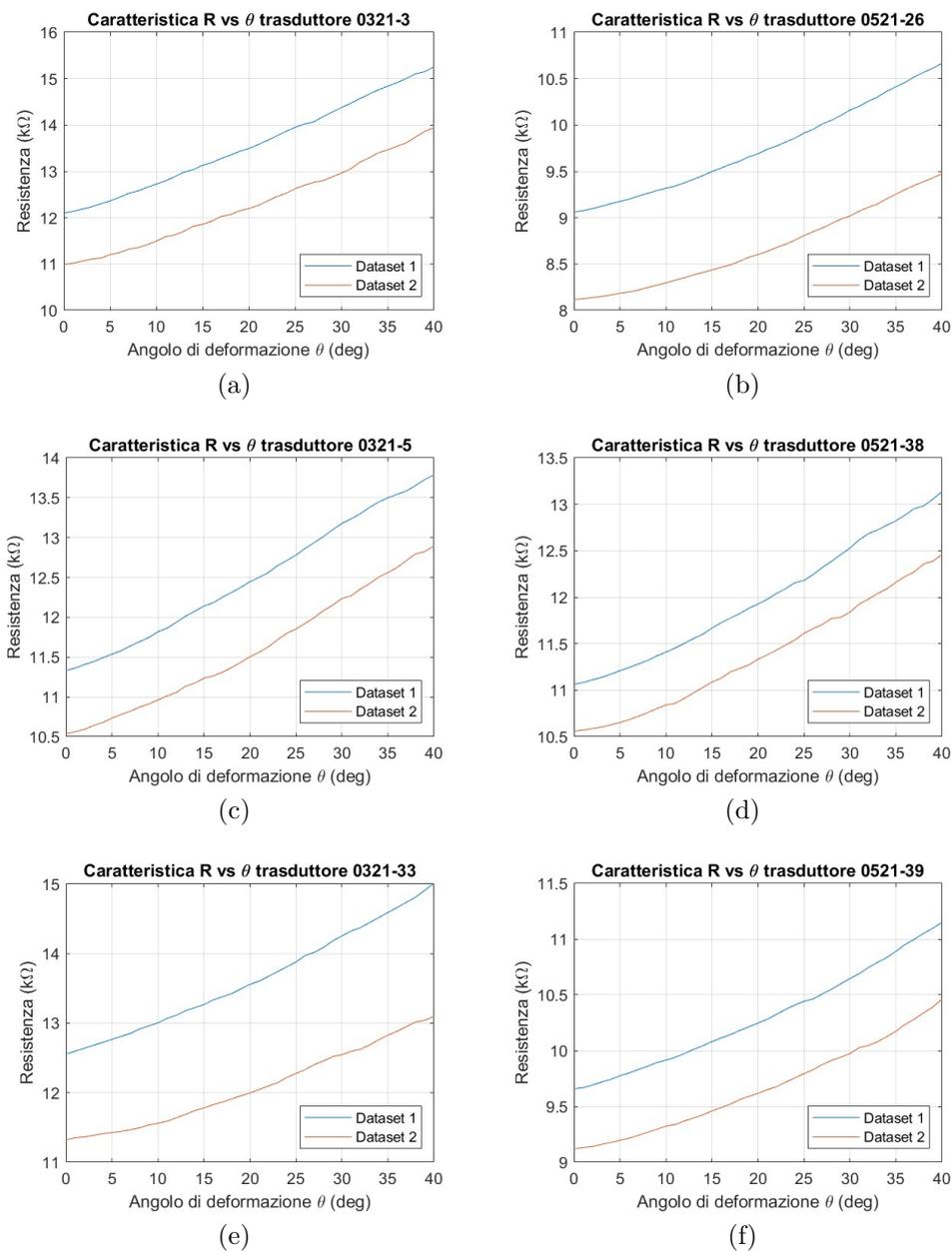


Figura 2.12: Caratteristiche $Rvs\theta$ calcolate dai dati sperimentali

non consente di definire una relazione univoca per definire la caratteristica del trasduttore per ogni condizione.

Il campo lineare dello stesso trasduttore presenta tuttavia una pendenza simile per i due dataset, si assume quindi il guadagno del trasduttore in campo lineare indipendente dalle condizioni ambientali. Per ogni trasduttore viene calcolato un

guadagno medio dalle regressioni lineari delle due serie di dati raccolte, i risultati sono riportati in tabella 2.4.

Tabella 2.4: Parametri dell'approssimazione lineare per ogni trasduttore

<i>Trasduttore</i>	K_{medio} ($k\Omega/deg$)	$R_{const}@25^{\circ}C$ ($k\Omega$)
0321-3	0,0877	10,43
0321-5	0,0695	10,09
0321-33	0,0636	10,89
0521-26	0,0469	8,68
0521-38	0,0587	10,69
0521-39	0,0430	9,31

L'errore introdotto dall'approssimazione lineare della caratteristica verrà in seguito considerato nella matrice di varianza della misura definita nel filtro di Kalman, descritto nella sezione successiva. Nella continuazione del presente lavoro, si considererà sempre il trasduttore lavorare in condizioni ambiente standard a temperatura di 25 °C, utilizzando la caratteristica definita attraverso l'analisi del secondo set di dati raccolti. In figura 2.13 sono riportate le caratteristiche linearizzate di ogni trasduttore in termini di $\theta vs R_{flex}$. Si nota come il segnale del sensore 0321-33 non sia adeguatamente approssimato, suggerendo un malfunzionamento o un errore nel processo di acquisizione dei dati.

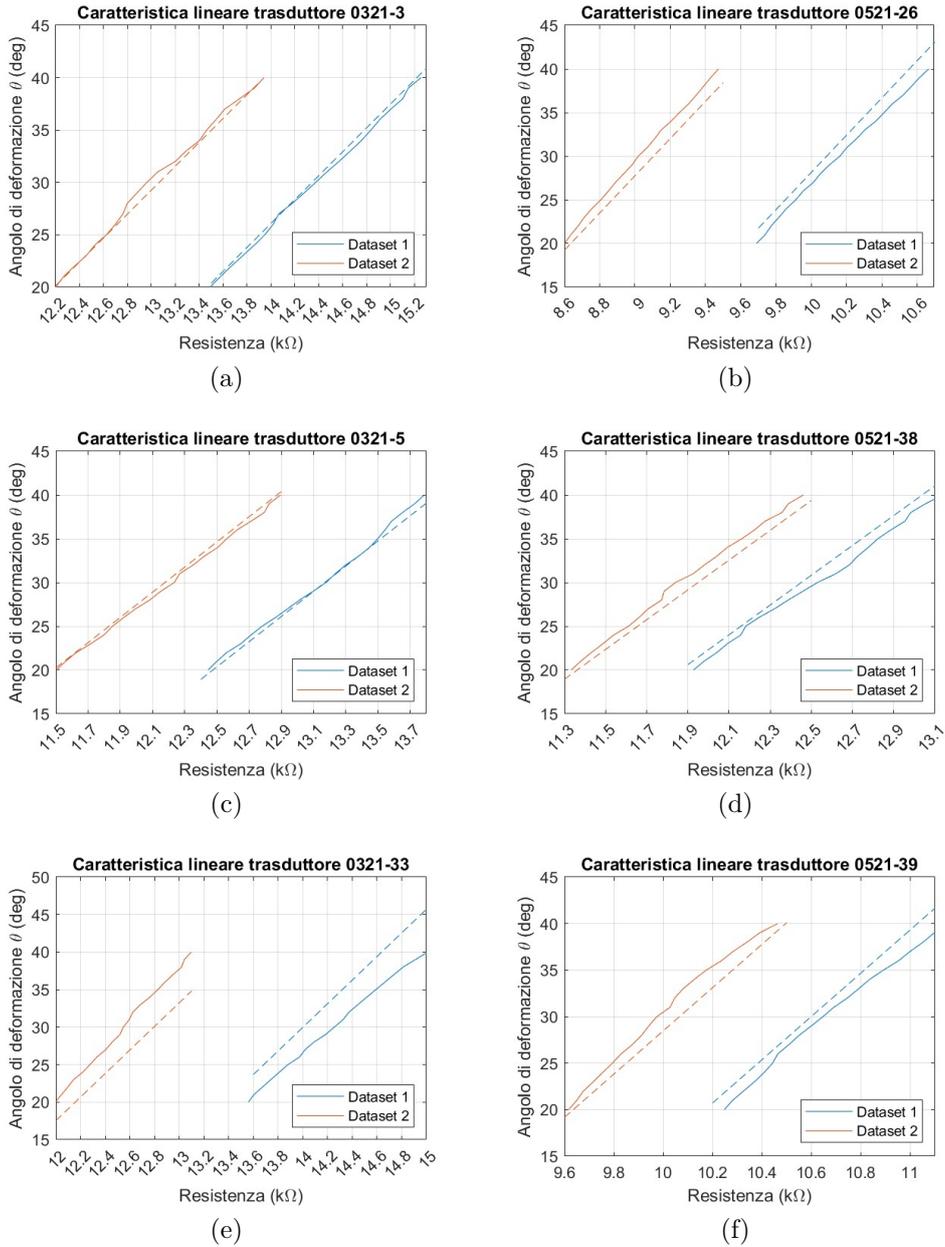


Figura 2.13: Caratteristiche θ vs R dei trasduttori con approssimazione lineare

2.5.2 Errore dell'approssimazione lineare

Dall'analisi dei dati raccolti è stata calcolata la varianza dell'errore di linearizzazione introdotto, secondo la definizione riportata in equazione (2.26)

$$\sigma_{flex}^2 = \frac{\sum(\theta_{sp} - \theta_{lin})^2}{n} \quad (2.26)$$

dove θ_{sp} è l'angolo misurato sperimentalmente, θ_{lin} è l'angolo determinato dall'approssimazione lineare, n è la numerosità delle misure, in questo caso pari a 20.

In tabella 2.5 viene riportato il valore di varianza σ_{flex}^2 calcolato per ogni trasduttore per il dataset 2, considerato di riferimento. Il trasduttore 0321-33 viene escluso, considerati non significativi i dati ad esso riferiti.

Tabella 2.5: Varianza dell'errore introdotto dall'approssimazione lineare

<i>Trasduttore</i>	<i>Varianza σ_{flex}^2 (deg²)</i>
0321-3	0,065
0321-5	0,111
0321-33	-
0521-26	1,525
0521-38	0,769
0521-39	0,227

Nell'implementare il filtro di Kalman in ambiente Matlab si è deciso di simulare i dati del sensore, il bias di misura introdotto nel modello in equazione (2.9) viene generato mediante una distribuzione normale a media nulla e varianza da tabella 2.5, antepoendo al generatore della serie stocastica il comando *rng(default)* per ottenere lo stesso valore tra una prova e l'altra. Il bias viene calcolato in fase di impostazione del filtro e mantenuto costante per tutta la durata della simulazione.

2.5.3 Caratterizzazione dinamica

Si è eseguito uno studio del comportamento dinamico del Flex sensor essendo assenti informazioni che approfondiscano tale aspetto sulla scheda tecnica fornita dal produttore. Uno studio della risposta dinamica del sensore è impostato in [17] dove il comportamento dinamico viene indagato in condizioni compatibili con l'operazione di dispiegamento dell'elemento gonfiabile, che richiede qualche secondo. I risultati ottenuti mostrano come la dinamica del Flex sensor per le frequenze alle quali questa operazione viene svolta è di ordine zero.

Nel caso del Popup robot si intende utilizzare il Flex sensor per avere un'indicazione puntuale sulla deflessione anche quando esso sia soggetto a carichi dinamici e a fenomeni transitori, per questo è opportuno accertarsi il sensore non presenti dinamica nell'intorno della frequenza naturale del link gonfiabile. Dall'analisi dei dati simulati ottenuti dal modello pseudo rigido costruito in ambiente Simulink si può determinare una frequenza naturale del braccio gonfiabile nell'ordine di 2 Hz , si desidera quindi verificare la dinamica del sensore fino a una frequenza di 7 Hz .

Le prove sono state svolte modificando il banco utilizzato nella caratterizzazione statica, in figura 2.9, montando un sistema biella-manovella mosso da un motore stepper Nema 17, modello 17HS15-1504S-X1. Il driver scelto per controllare il motore è un AZ-Delivery DRV8825, la velocità di rotazione è comandata da una scheda arduino uno rev3. Il segnale misurato dal Flex sensor viene acquisito in ambiente LabView mediante una scheda National Instruments NI USB-6221 collegata a un laptop Dell Inspiron 15 7566. Una foto del sistema di acquisizione descritto è riportata in figura 2.14

Il cinematismo realizzato è schematizzato in figura 2.15. La manovella, collegata al motore tramite una flangia comunemente utilizzata nell'ambito delle macchine utensili CNC, è stata realizzata in plastica ABS tramite processo di stampa 3D. La lunghezza di manovella è stata calcolata di $10,9\text{ mm}$ per consentire un'ampiezza dell'oscillazione di 10 gradi. Per la biella è stato scelto di utilizzare un elemento di lunghezza regolabile utilizzato in ambito modellistico come tirante servosterzo, è stato collegato alla cerniera che movimentata il Flex sensor attraverso un profilo ad L in acciaio con spessore di 2mm. In figura 2.16 viene mostrato il modello CAD del banco costruito per le prove dinamiche.

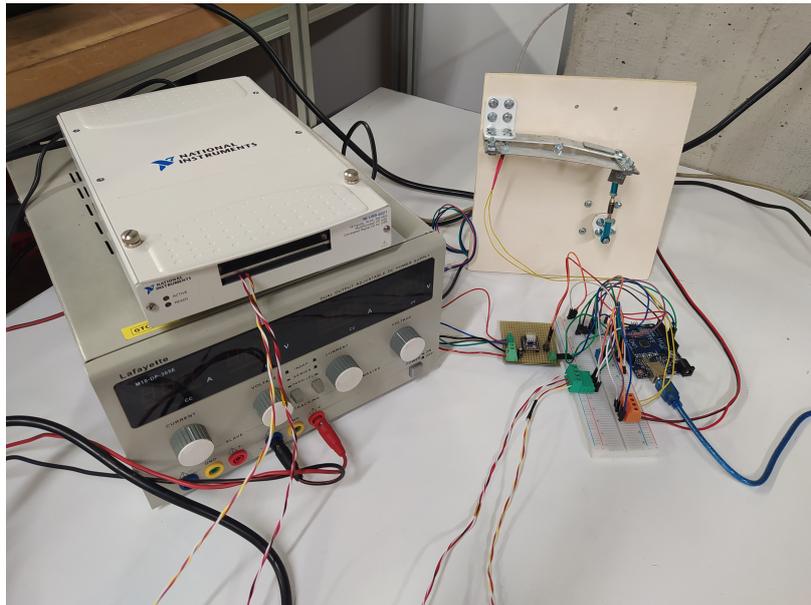


Figura 2.14: Banco prova e sistema di acquisizione utilizzati per le prove dinamiche

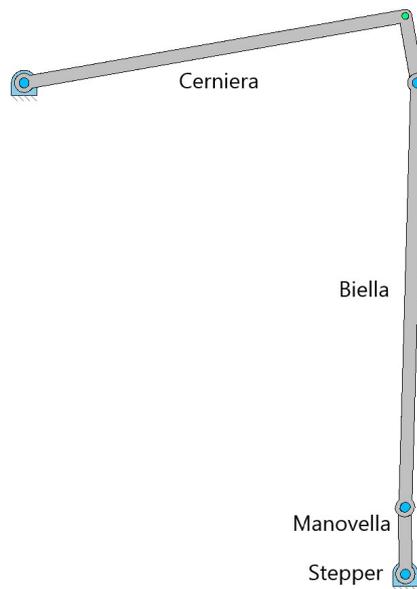


Figura 2.15: Cinematismo biella-manovella realizzato per le prove dinamiche

La legge del moto dell'angolo di deflessione θ che si realizza non è una sinusoide perfetta, mostrata in figura 2.17a, tuttavia visto il contenuto in frequenza del segnale si può assumere come valida per la definizione del diagramma di Bode del sensore.

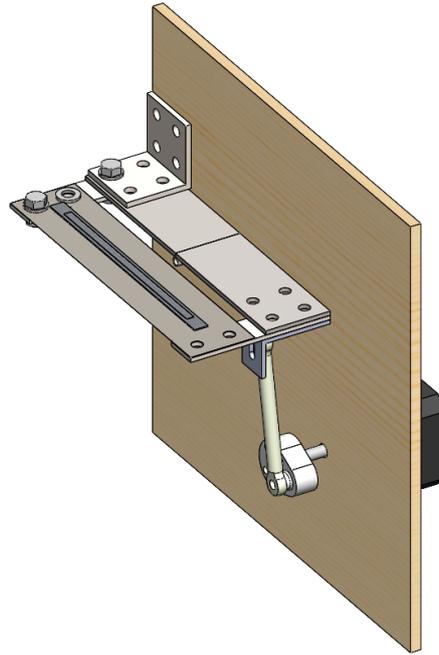


Figura 2.16: Modello CAD del banco prova usato per le prove dinamiche

In figura 2.17b è riportata la distribuzione spettrale della sinusoide della legge del moto, evidenziando come non siano presenti contenuti spettrali secondari rilevanti.

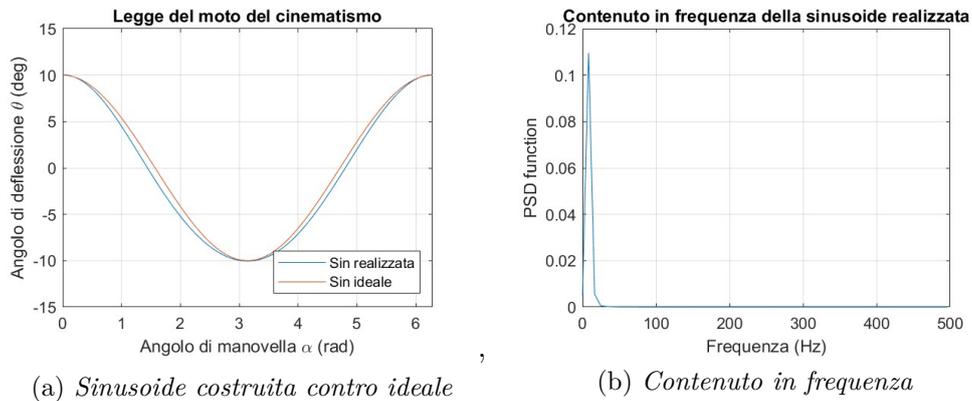


Figura 2.17: Proprietà caratteristiche della legge del moto del cinematismo costruito

Si è scelto di procedere effettuando misure per frequenze di eccitazione del flex sensor da 1 Hz a 7 Hz a passi di 1 Hz. La frequenza viene impostata attraverso la scelta della velocità di rotazione costante del motore stepper, che si traduce in un'oscillazione

del sensore attraverso il manovellismo. Il motore stepper viene alimentato a 12V da un alimentatore da banco Lafayette M10-DP-305E. La scheda di acquisizione può leggere segnali entro un range di $\pm 10V$, il circuito di condizionamento del Flex sensor viene alimentato a 12 V mantenendo la caduta di tensione sul partitore leggibile dalla scheda. Non avendo a disposizione sensori montati sul motore che ne misurino direttamente la velocità di rotazione, per sincronizzare il segnale di set dato dal motore con il segnale di feedback del Flex sensor è necessario acquisire una seconda informazione. Si sceglie di utilizzare il segnale logico dato dalla scheda arduino al driver del motore che comanda l'avanzamento della rotazione step dopo step.

Per costruire il diagramma di Bode è necessario che set e feedback si riferiscano alla stessa grandezza con la stessa unità di misura, per questo prima della prova dinamica viene determinata la caratteristica resistenza contro deflessione del sensore nel campo $\pm 10 \text{ deg}$. Il segnale di set viene costruito utilizzando la legge del moto in figura 2.17a, la deflessione ottenuta viene tradotta in una resistenza di set attraverso la caratteristica statica determinata. In questo modo si ottengono un segnale di set e uno di feedback confrontabili riferiti alla resistenza del sensore. I due segnali vengono sincronizzati usando come riferimento il comando di passo al motore stepper. Il trasduttore scelto per le prove è il numero 0321-33 e la frequenza di acquisizione è 250 Hz.

Il contenuto in frequenza del segnale del sensore viene analizzato per verificare la frequenza effettiva di eccitazione. Questa verifica è particolarmente importante data la mancanza di un segnale di set acquisito, che deve essere invece costruito con la stessa frequenza del segnale di feedback. I risultati sono riportati in tabella 2.6.

Il segnale del Flex sensor in Volt viene trasformato in un segnale in Ohm applicando l'equazione (2.24). In figura 2.18 viene mostrato il diagramma di Bode ottenuto. Si nota che, come atteso, il sensore non presenta una dinamica significativa nel range di funzionamento del Popup Robot. Il guadagno si mantiene a circa 0 dB, coincidente con guadagno unitario, fino alla frequenza naturale del robot, presentando poi una minima amplificazione all'aumentare della frequenza. Lo sfasamento è nullo per frequenze fino a 5 Hz, limite oltre il quale si inizia a osservare un leggero ritardo. Deve essere ricordato che il segnale di set non è direttamente acquisito ma costruito

Tabella 2.6: Contenuto in frequenza del segnale misurato

f_{set} (Hz)	f_{mes} (Hz)
1	0,98
2	1,96
3	2,97
4	3,99
5	4,96
6	5,93
7	6,96

facendo alcune ipotesi sul funzionamento dello stepper, lo sfasamento osservato potrebbe anche riferirsi al ritardo di avviamento dello stepper dovuto all'inerzia interna del motore e all'inerzia meccanica del sistema.

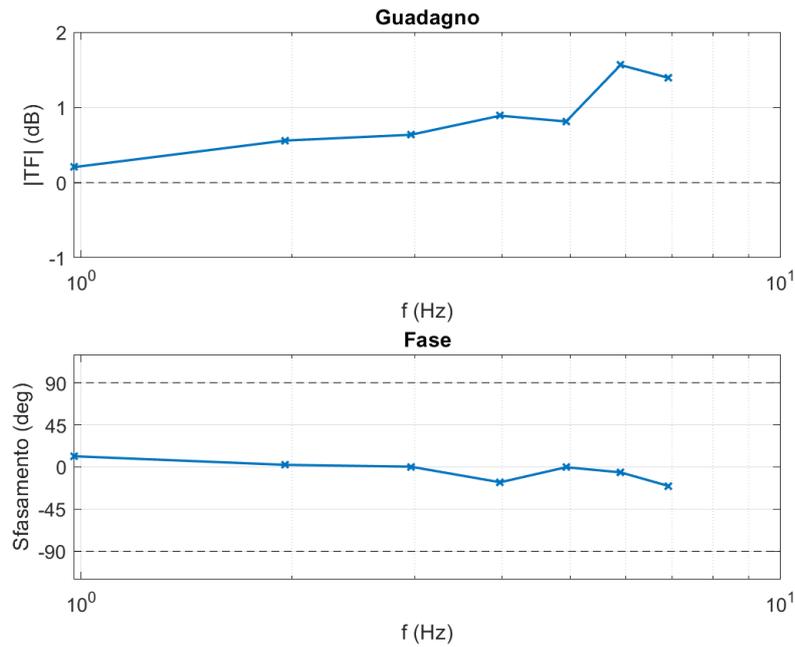


Figura 2.18: Diagramma di Bode del Flex sensor

2.5.4 Rumore di misura

Avendo impostato il sistema di acquisizione così descritto nella sezione precedente, viene impostata un'acquisizione statica per determinare l'errore stocastico $e_{f,t}$ introdotto dal sensore nel modello della misura del Flex sensor nell'equazione(2.9). Si acquisisce un segnale della misura del sensore in situazione statica a un angolo di 10 gradi a una frequenza di 250 Hz , figura 2.19. Vista l'elevata rumorosità della misura si decide di eliminare i dati nei primi cinque e negli ultimi cinque percentili. Su questo ristretto campo di dati viene calcolata la varianza, che risulta essere 0,0065 $k\Omega$, coincidente a una varianza in termini di deflessione misurata di 0,25 gradi.

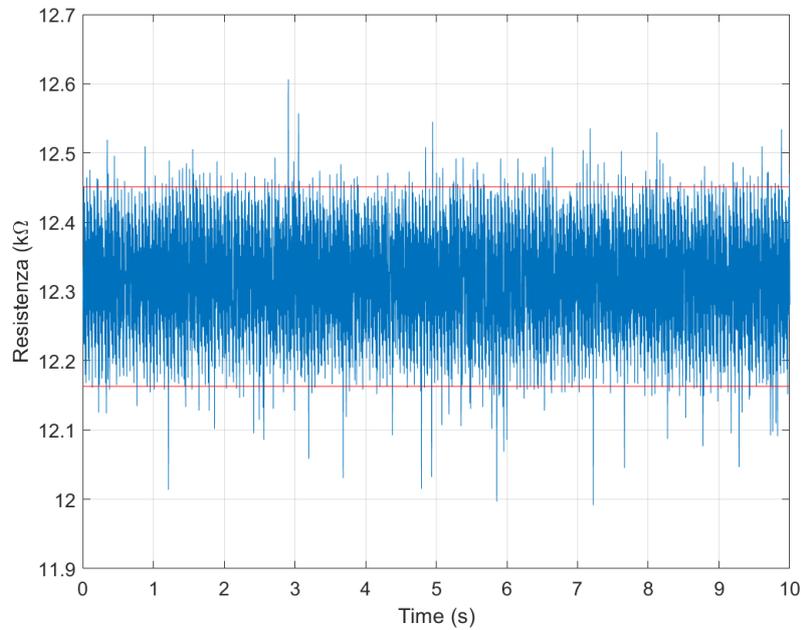


Figura 2.19: Acquisizione statica del Flex

Capitolo 3

Introduzione alla teoria degli osservatori

Si è illustrato come i sensori di cui il Popup robot è dotato misurino direttamente la deflessione del link gonfiabile nel caso del Flex sensor, oppure grandezze riconducibili all'orientamento nello spazio del link nel caso dei sensori IMU. Si è anche visto come questi sensori introducano nel processo di misura errori e scostamenti, rendendo l'output che forniscono approssimato. È necessario inoltre introdurre le informazioni calcolabili da un certo modello fisico del sistema per correggere le misure.

L'algoritmo che si è scelto di utilizzare per realizzare la *data fusion* è il filtro di Kalman.

Quello che è definito come IMU e viene comunemente considerato come un dispositivo singolo è invece composto da diversi sensori, così come illustrato precedentemente. Deve essere introdotto un altro filtro che permetta di unire le misure di accelerometro e giroscopio del sensore inerziale per ottenere una stima univoca dell'orientamento nello spazio del sensore, in modo da avere una misura diretta della deflessione del link tramite differenza di orientamento tra le misure delle IMU montate agli apici del link stesso. Il filtro scelto per compiere questa operazione è il filtro di Madgwick, che se applicato alle IMU consente di stimare l'orientamento con minore costo computazionale e maggiore precisione rispetto a un comune filtro di Kalman. Entrambi i filtri vanno intesi come osservatori di sistemi stocastici a tempo discreto

che consentono di stimare lo stato del sistema mediante un algoritmo ricorsivo in tempo reale[18]. Di seguito si approfondisce il funzionamento di entrambi i filtri[5].

3.1 Filtro di Kalman

Il filtro di Kalman è stato sviluppato e descritto come strumento matematico da R.E. Kalman in uno studio [19] pubblicato nel 1960. Da subito si è riconosciuta la potenzialità dello strumento, tanto che tra le prime applicazioni risulta l'implementazione dell'algoritmo di filtro nel computer di bordo delle capsule Apollo con lo scopo di stimare la traiettoria orbitale [20]. Il filtro di Kalman (KF) si basa sulla minimizzazione dell'errore quadratico medio tra il valore esatto e il valore stimato ed è definito per segnali discreti. Definisce un algoritmo ricorsivo per stimare lo stato di un sistema che segua un'evoluzione tipo catena di Markov, dove l'evoluzione del sistema nel tempo dipende unicamente dallo stato presente e non da tutta la catena di stati passati. L'unica informazione necessaria a determinare l'evoluzione del sistema è quindi solo la configurazione che tale sistema assume al tempo presente. Un generico processo stocastico lineare discreto ha forma

$$x_{k+1} = F_K x_k + w_k \quad (3.1)$$

$$z_k = H_K x_k + v_k \quad (3.2)$$

x_k è il vettore di stato di dimensione $(n \times 1)$ al tempo t_k

F_k è la matrice di transizione di stato in assenza di forzante di dimensione $(n \times n)$

w_k è il vettore di dimensione $(n \times 1)$ che contiene il contributo di rumore al vettore di stato per l'intervallo di tempo t_k, t_{k+1}

z_k è il vettore delle misure al tempo t_k , che in generale ha dimensione $(m \times 1)$ diversa da x_k

H_k è la matrice di correlazione tra stato e misura, di dimensione $(m \times n)$

v_k è il vettore di dimensione $(m \times 1)$ che contiene l'errore di misura

Sulla forma dei vettori w_k e v_k devono essere fatte alcune ipotesi:

- w_k e v_k sono assunti essere sequenze di rumore bianco con covarianza nota
- w_k e v_k hanno correlazione incrociata nulla

- la correlazione tra il rumore al tempo t_k e il rumore al tempo t_i dove $i \neq k$ è nulla

Sotto queste ipotesi vengono definite le matrici $Q_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $R_k \in \mathbb{R}^{m \times m}$, dette rispettivamente matrici di covarianza dell'errore di processo e dell'errore di misura. È possibile definire una stima *a priori* dello stato del sistema data la conoscenza del processo fino a t_k , rappresentata come \hat{x}_k^- , dove l'apice $-$ ricorda che è la miglior stima ottenibile vista la conoscenza del sistema fino a t_k . Viene definito l'errore di processo come

$$e_k^- = x_k - \hat{x}_k^- \quad (3.3)$$

al quale viene associata la matrice di covarianza P_k^- , di dimensione $(n \times n)$. L'algoritmo del filtro di Kalman è composto da due fasi ricorsive di predizione e aggiornamento, con lo scopo di minimizzare l'errore di processo 3.3 e quindi la matrice P_k .

3.1.1 Predizione

La predizione di KF calcola la stima *a priori* dello stato nota l'evoluzione che il sistema ha seguito fino a t_k . Per farlo viene usata l'equazione di transizione di stato (3.1) proiettando lo stato \hat{x} in avanti di un passo temporale, trascurando il contributo di rumore essendo indipendente dall'avanzamento temporale. La predizione ha quindi forma

$$\hat{x}_{k+1}^- = F_K \hat{x}_k \quad (3.4)$$

In questa fase viene aggiornata la matrice di covarianza dell'errore di processo secondo l'equazione (3.5)

$$P_{k+1}^- = F_k P_k F_k^T + Q_k \quad (3.5)$$

3.1.2 Aggiornamento

La fase di aggiornamento corregge la stima a priori con la differenza tra la misura ottenuta al tempo t_{k+1} e la predizione della misura che è possibile calcolare nota la stima a priori. L'equazione di aggiornamento dello stato ha quindi la forma

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1}(z_{k+1} - H_{k+1}\hat{x}_{k+1}^-) \quad (3.6)$$

il termine K_{k+1} è detto guadagno di Kalman, che viene calcolato secondo la l'equazione (3.7)

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (3.7)$$

In questa fase viene anche aggiornata la matrice di covarianza dell'errore di processo

$$P_{k+1} = (I - K_{k+1} H_{k+1}) P_{k+1}^- \quad (3.8)$$

dove I è matrice identità.

In sostanza il filtro di Kalman può essere assimilato a un filtro complementare dove il guadagno non è costante e determinato a priori ma dinamico, cioè aggiornato e ottimizzato per ogni passo di avanzamento temporale, minimizzando la matrice P_k [13]. Deve essere considerato tuttavia che nell'algoritmo di KF è presente un'inversione matriciale nell'equazione 3.7 che viene ripetuta ad ogni passo di avanzamento, operazione tanto più computazionalmente costosa quanto maggiore è la dimensione del problema. Nell'impostare il KF è necessario cercare di ridurre per quanto possibile le dimensioni del vettore di stato x_k .

In figura 3.1 è illustrato l'algoritmo del filtro di Kalman così come è stato descritto.

Il filtro si ripete avanzando da un passo temporale al successivo, aggiornando di volta in volta il guadagno di Kalman.

Alcune considerazione devono essere fatte sulla natura del sistema al quale si applica il filtro: il processo deve essere lineare e caratterizzato da rumore bianco, così come la misura, ipotesi restrittiva che limiterebbe di molto il campo di utilizzo di KF; tuttavia in presenza di processi non lineari è possibile introdurre il filtro di Kalman esteso (EKF), che linearizza con uno sviluppo al primo ordine le funzioni non lineari ad ogni passo temporale

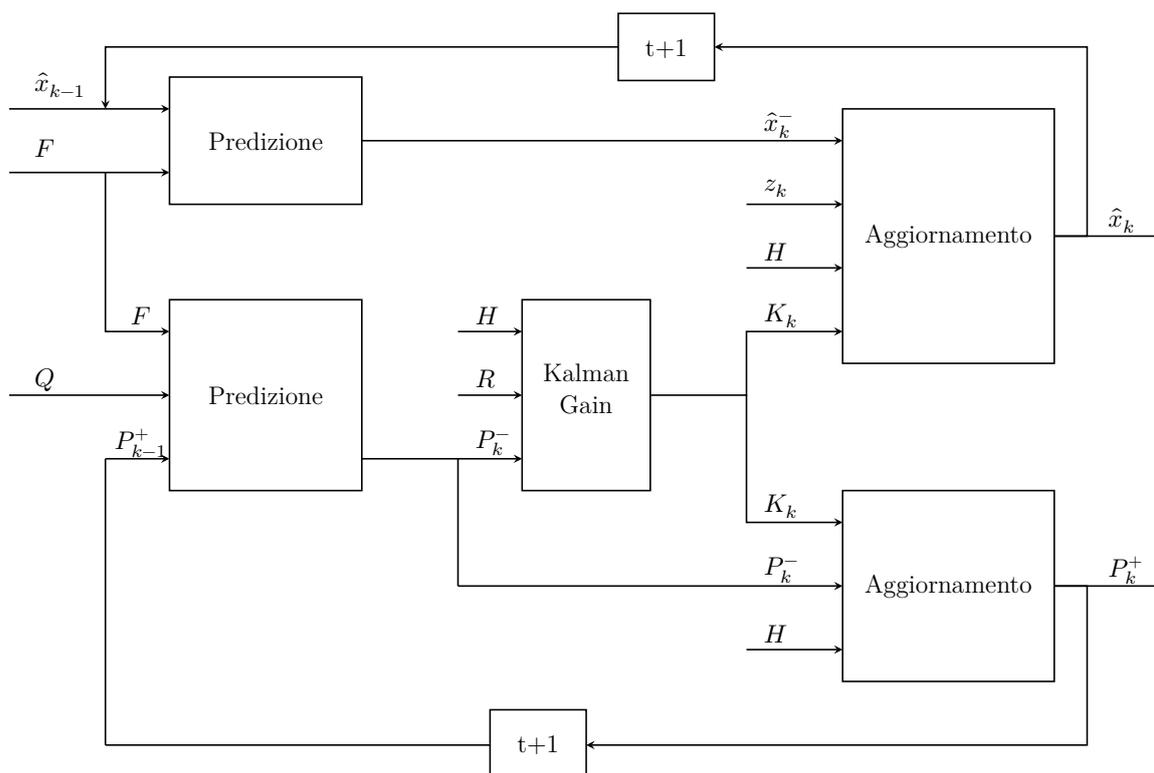


Figura 3.1: Schema a blocchi dell'algoritmo del filtro di Kalman

3.2 Filtro di Madgwick

I sensori inerziali sono tipicamente composti da accelerometro e giroscopio, i quali misurano grandezze che di solito si desidera ricondurre a un'informazione di orientamento. Esistono diversi metodi che consentono tale operazione, molti dei quali coinvolgono l'uso di EKF[4][13] dove l'operazione di inversione matriciale è sempre necessaria.

Madgwick nel suo studio [6] propone un filtro basato sulla descrizione dell'orientamento del sensore nello spazio in forma di quaternioni. L'algoritmo ricorsivo si basa sulla minimizzazione dell'errore del giroscopio, ottenuto come derivata del quaternioni, attraverso l'integrazione con la rappresentazione in forma di gradiente dell'orientamento dato dall'accelerometro. L'unico parametro caratteristico del filtro è definito in base alla precisione dei sensori e al passo temporale, coincidente con l'inverso della frequenza di acquisizione.

In figura 3.2 è riportato lo schema a blocchi dell'algoritmo combinato filtro di Madgwick e filtro di Kalman.

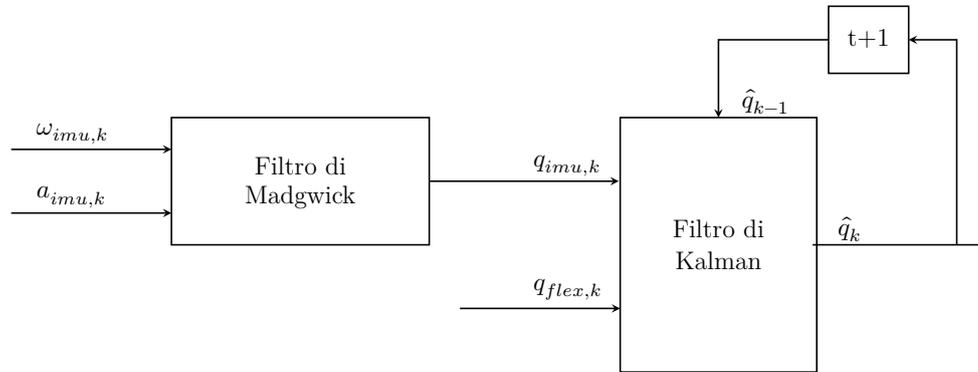


Figura 3.2: Schema a blocchi dell'algoritmo di filtro utilizzato

Capitolo 4

Sintesi degli algoritmi e validazione sperimentale

4.1 Modello dinamico

Il modello dinamico sviluppato per approssimare il comportamento del link flessibile è un semplice sistema massa molla smorzatore la cui incognita è la posizione angolare del giunto virtuale

$$I\ddot{q} + \gamma\dot{q} + Kq = g(q) \quad (4.1)$$

Il termine q e le sue derivate si riferiscono allo stato del grado di libertà del giunto virtuale: come detto il giunto possiede due gradi di libertà, il comportamento di ogni grado di libertà viene descritto con un'equazione del tipo (4.1) nelle variabili q_x e q_y . I gradi di libertà del giunto sono indipendenti, quindi le due equazioni scritte per approssimare il suo comportamento sono equazioni scalari indipendenti.

Il termine $g(q)$ si riferisce al momento al quale il giunto è soggetto per sostenere la massa del link e dell'eventuale carico sull'end effector; tuttavia, la definizione analitica di $g(q)$ non è banale, dipende dalla posizione del manipolatore istante per istante secondo relazioni non lineari. Nello sviluppo di questo lavoro si è deciso di trascurare questo termine; questa è un'approssimazione forte che è comunque considerata valida vista l'applicazione per cui il manipolatore preso in considerazione è stato pensato: in ambiente spaziale la forza peso è equilibrata da una forza centripeta e il termine

$g(q)$ è nullo. Inoltre, si può verificare la validità di questa ipotesi restrittiva anche attraverso prove sperimentali in laboratorio, il contributo della forza peso esiste solo per la deformazione attorno ad un asse mentre non incide per le deformazioni attorno all'altro, permettendo di verificare la validità del modello descritto dall'equazione 4.1. Infine è in fase di studio un prototipo di manipolatore che possa muoversi sostenuto da cuscini d'aria in modo da simulare l'ambiente spaziale.

Visti tutti i motivi sopra riassunti, l'approssimazione fatta di trascurare il contributo di forza peso è considerata valida e l'equazione (4.1) si semplifica come di seguito

$$I\ddot{q} + \gamma\dot{q} + Kq = 0 \quad (4.2)$$

L'equazione (4.2) è un'equazione differenziale del secondo ordine; per impostare correttamente il filtro di Kalman, la (4.2) viene ricondotta a due equazioni del primo ordine

$$\begin{cases} z = \dot{q} \\ \dot{z} = -\frac{\gamma}{I}\dot{q} - \frac{K}{I}q \end{cases} \quad (4.3)$$

Risulta comodo assumere come stato del sistema da inserire nel filtro il vettore $(q, \dot{q})^T$ la cui variazione nel tempo è espressa dall'equazione (4.3), che in forma matriciale può essere riscritta come

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{I} & -\frac{\gamma}{I} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

Il termine \hat{q}_{k+1}^- del filtro di Kalman viene calcolato dall'integrale numerico dell'equazione (4.4)

$$\hat{q}_{k+1}^- = \hat{q}_k^+ + \Delta T \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{I} & -\frac{\gamma}{I} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix} \Big|_{\hat{q}_k^+} \quad (4.5)$$

Il termine ΔT nell'equazione (4.5) esprime l'incremento temporale tra il passo k e il passo $k + 1$. La matrice F del KF che esprime la condizione di transizione di stato è definita come

$$F = \begin{bmatrix} 1 & \Delta T \\ -\Delta T \frac{K}{I} & 1 - \Delta T \frac{\gamma}{I} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Ogni link gonfiabile è dotato di quattro Flex sensor, che misurano direttamente la deflessione attorno ai due assi trasversali, e due IMU dalle quali si ottiene

l'orientamento degli estremi del link. Tramite la differenza tra gli orientamenti delle due IMU si ottiene una seconda misura della deflessione. Il vettore delle misure è di dimensione 2, riportato in equazione (4.7), contenente le misure di Flex sensor e IMU.

$$z_k = \begin{pmatrix} q_{flex} \\ q_{imu} \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

La matrice di correlazione stato-misura del KF è riportata in equazione (4.8).

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

La matrice di covarianza dell'errore di misura R_k è assunta diagonale e costante indipendente dal tempo avente forma

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_{flex}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{imu}^2 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

dove i termini diagonali σ_{flex}^2 e σ_{imu}^2 rappresentano la varianza dell'errore di misura dei sensori, calcolate nel capitolo precedente e di seguito riportate. Per semplicità e coerenza si assume che tutti i sensori dello stesso tipo abbiano stessa varianza. Il valore σ_{flex}^2 è stato determinato semplicemente sommando le varianze introdotte da errore sistematico e errore stocastico, il valore σ_{imu}^2 è stato determinato comparando i dati della misura simulata e filtrata con Madgwick con l'output del modello Simulink, applicando l'equazione 2.26 a questi due segnali. In tabella 4.1 sono riportati i valori così calcolati. Si nota come la misura della IMU sia nettamente meno dispersa della misura del Flex sensor, il filtro di Kalman considererà maggiormente la prima e solo in minima parte la seconda.

Tabella 4.1: Varianza dell'errore introdotto dall'approssimazione lineare

<i>Varianza</i>	<i>Valore</i>
σ_{flex}^2	8,75e-3
σ_{imu}^2	4,95e-6

La matrice di covarianza dell'errore di processo Q_k è in generale ignota, tuttavia in

letteratura esistono diversi spunti che permettono di scegliere la forma adeguata a seconda del caso. Si fa riferimento a [21], dove viene proposto un metodo adattivo per ottimizzare Q_k ad ogni passo del KF attraverso l'uso di un filtro complementare. La forma a priori è data da

$$Q_0 = \sigma_q^2 \begin{bmatrix} \frac{\Delta t^3}{3} & \frac{\Delta t^2}{2} \\ \frac{\Delta t^2}{2} & \Delta t \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

dove σ_q^2 è la varianza di processo arbitraria, scelta pari a 0,01, e Δt esprime l'intervallo di tempo tra due istanti successivi

L'aggiornamento ricorsivo viene ottenuto attraverso l'equazione (4.11)

$$Q_k = \alpha Q_{k-1} + (1 - \alpha)(K_k d_k d_k^T K_k^T) \quad (4.11)$$

Dove α è il parametro del filtro complementare, opportunamente scelto per ottimizzare Q_k . Il termine d_k coincide con il residuo di misura a priori, definito come

$$d_k = (z_k - H_k \hat{x}_k^-) \quad (4.12)$$

L'algoritmo del filtro di Kalman così modificato è riportato in figura 4.1

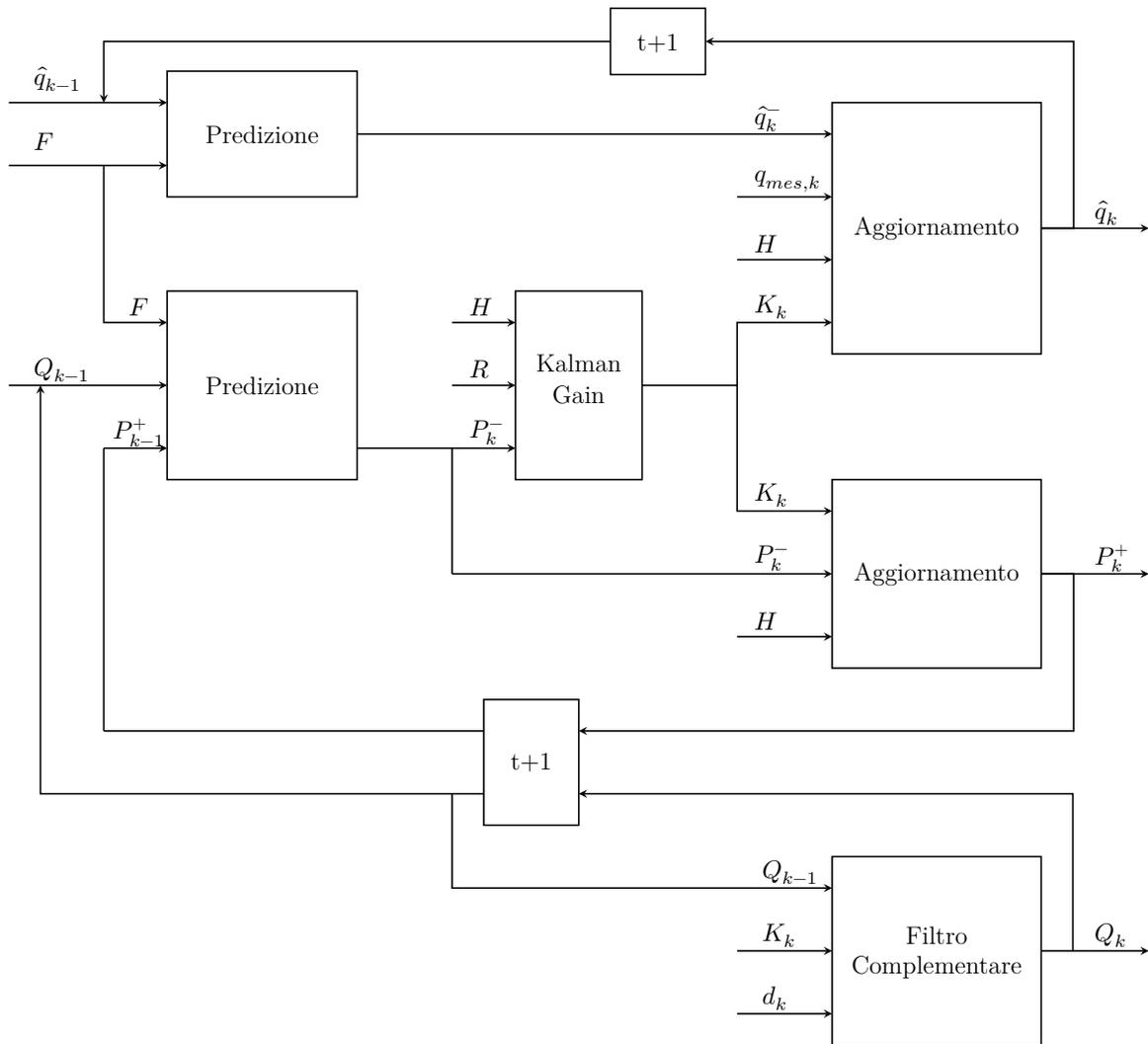


Figura 4.1: Schema a blocchi dell'algoritmo del filtro di Kalman con aggiornamento dinamico della covarianza di processo

4.2 Modello cinematico

Come visto il modello dinamico descritto alla sezione precedente introduce una serie di ipotesi sulla natura degli sforzi agenti sul robot. Per valutare l'entità dell'approssimazione causata da tali ipotesi si sceglie di confrontare le prestazioni del KF basato su modello dinamico con un KF basato su un semplice modello

cinematico ad accelerazione costante [18], descritto dal sistema di equazioni (4.13)

$$\begin{cases} q_{k+1} = q_k + \dot{q}_k \Delta t + \ddot{q}_k \Delta t^2 / 2 \\ \dot{q}_{k+1} = \dot{q}_k + \ddot{q}_k \Delta t \\ \ddot{q}_{k+1} = \ddot{q}_k \end{cases} \quad (4.13)$$

Lo stato del sistema è il vettore contenente la variabile del giunto virtuale e le sue derivate, come riportato in equazione (4.14). Come nel caso di KF per il modello dinamico, si decide di impostare un KF indipendente per ogni rotazione dei giunti virtuali, in modo da ridurre le dimensioni delle matrici e quindi il costo computazionale dell'inversione matriciale. Il KF proposto di seguito deve essere ripetuto per ogni giunto virtuale e per ogni direzione di deformazione.

$$x = \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \\ \ddot{q} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 1} \quad (4.14)$$

Dal sistema lineare (4.13) si ricava la matrice di transizione di stato F .

$$F = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & \Delta t^2 / 2 \\ 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

La matrice di correlazione stato misura in questo caso aumenta di dimensione e ha forma

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

É bene ricordare che il vettore delle misure rimane invariato, in questa sezione vengono fatte solo considerazioni riguardo al modello. Per questo si assume valida l'equazione (4.9) per descrivere la matrice di covarianza dell'errore di misura R .

La matrice di covarianza dell'errore di processo in questo caso viene assunta tempo invariante, la forma è data da [22]

$$Q = \sigma_q^2 \begin{bmatrix} \Delta t^5 / 20 & \Delta t^4 / 8 & \Delta t^3 / 6 \\ \Delta t^4 / 8 & \Delta t^3 / 3 & \Delta t^2 / 2 \\ \Delta t^3 / 6 & \Delta t^2 / 2 & \Delta t \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

dove σ_q^2 è di nuovo la varianza dell'errore di processo, scelta di valore unitario.

4.3 Risultati

In questa sezione vengono riportati i risultati ottenuti applicando l'algoritmo di filtro proposto a un'acquisizione simulata utilizzando un modello del Popup Robot pseudo-rigido a parametri concentrati. Vengono confrontati i risultati ottenuti dal filtro con modello dinamico e dal filtro con modello cinematico, valutando lo scostamento rispetto al valore di output della simulazione in termini di radice dell'errore quadratico medio (RMSE). La prestazione dell'algoritmo di filtro in termini assoluti è valutata confrontando il valore di RMSE del filtro rispetto alla deformazione ottenuta dalla misura simulata della IMU, considerato il più preciso dei sensori.

4.3.1 Parametri della simulazione

L'algoritmo di data fusion è validato utilizzando come riferimento il modello pseudo rigido sviluppato in ambiente Simulink dall'ing Palmieri e simulando le misure dei sensori dagli output di tale modello. In ambiente Simulink il robot è controllato mediante tre anelli di retroazione: in posizione nello spazio cartesiano, in velocità nello spazio dei giunti, in corrente integrato nel controllo dei motori. Il robot si muove secondo una traiettoria assegnata all'end effector (EE), giacente in un piano parallelo al piano xz del sistema di riferimento globale mostrato in Figura 4.2.

La condizione iniziale dello stato dei giunti motore e la posizione di EE nello spazio cartesiano sono indicati in tabella 4.2. Il carico su EE è impostato a 2 Kg. La traiettoria scelta è una senoide che si sviluppa lungo l'asse x con ampiezza 40 mm e frequenza 0,2 Hz, la velocità lungo x della traiettoria è impostata a 0,004 m/s . Il piano sul quale giace la traiettoria è parallelo al piano xz e distante da esso 115 mm, coincidente con la posizione iniziale dell'end effector. Questo piano è chiamato piano dell'end effector. Si è scelto un tempo di durata della simulazione di 20 secondi, verosimile con un azionamento reale del manipolatore. La traiettoria è riportata in figura 4.3.

Avendo scelto in questo modo le condizioni iniziali e la traiettoria, nella simulazione il movimento del robot giace nel piano dell'end effector, le deformazioni dei link che

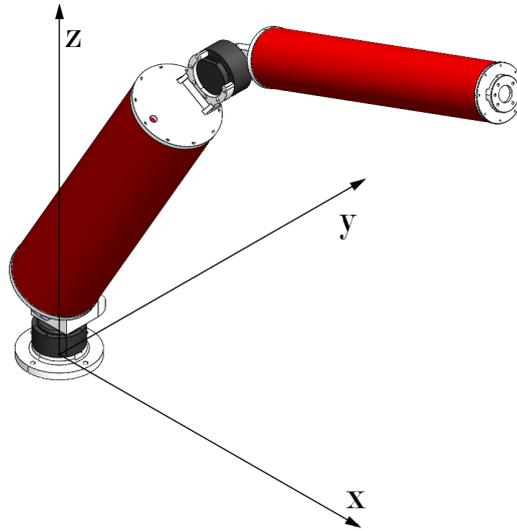


Figura 4.2: Modello CAD del Popup Robot nel sistema di riferimento fisso

Tabella 4.2: Condizione iniziale dello stato dei giunti e posizione di EE

<i>Grandezza</i>	<i>Valore</i>
θ_1 (deg)	0
θ_2 (deg)	60
θ_5 (deg)	50
x_{EE} (mm)	990
y_{EE} (mm)	115
z_{EE} (mm)	1000
<i>Payload</i> (kg)	2

risultano di interesse sono solo le deformazioni attorno all'asse y, entrante nel detto piano. I risultati riportati saranno quindi riferiti solo a un grado di libertà dei giunti virtuali, considerata la deformazione attorno all'asse x invariata dalle condizioni statiche.

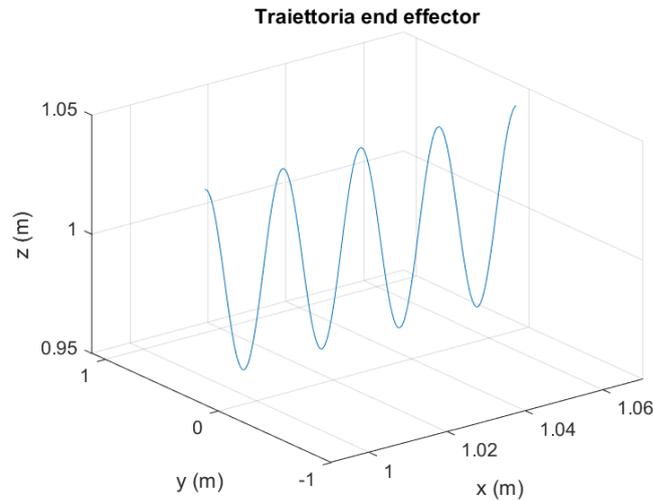


Figura 4.3: Traiettoria impostata all’end effector nello spazio cartesiano

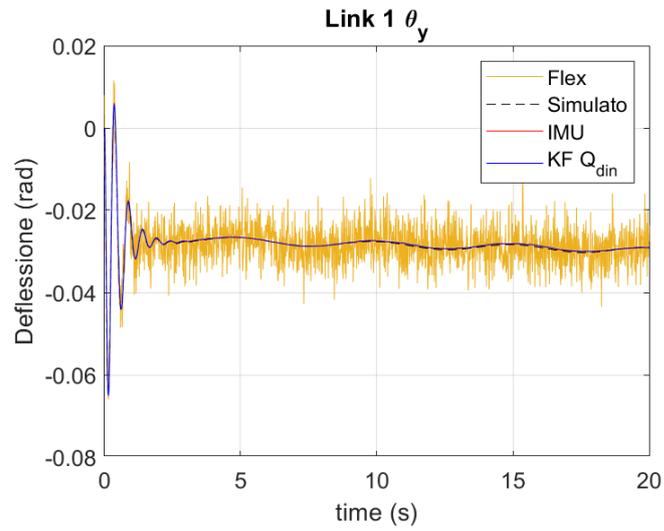
4.3.2 Modello dinamico

In questa sezione vengono illustrati i risultati ottenuti dal KF basato sul modello dinamico. Le performance del KF introdotto basato sul modello dinamico sono valutate confrontando l’errore quadratico medio della stima compiuta da KF con l’errore calcolato considerando la misura della IMU, che è il sensore più preciso. Il filtro con modello dinamico ha nel suo algoritmo una parte che aggiorna dinamicamente la matrice di covarianza del processo Q secondo l’equazione (4.11), l’efficacia di tale procedura viene verificata tramite il confronto con un KF classico.

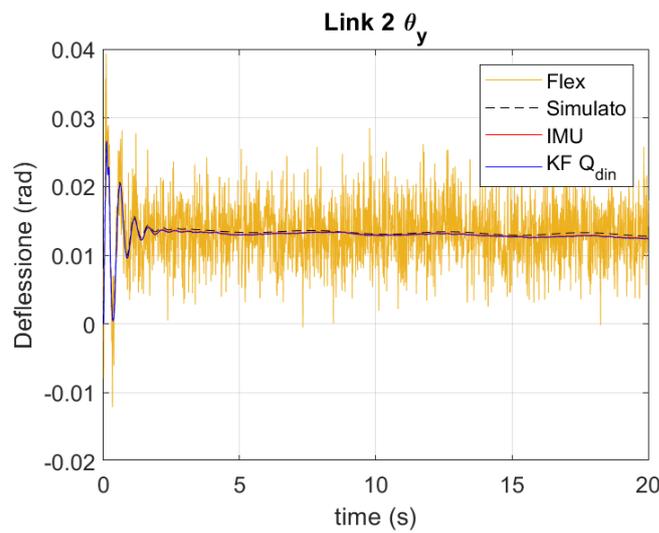
In figura 4.4 è mostrato il risultato del filtro confrontato con le misure dei sensori. Si nota come la misura del Flex sensor sia nettamente più rumorosa della misura della IMU, che infatti è stata ottenuta mediante una prima operazione di filtraggio. Il filtro KF, nel calcolare il guadagno di Kalman, conferisce un peso maggiore alla misura con varianza minore. Dato che la varianza della misura del Flex è tre ordini di grandezza superiore alla varianza della misura della IMU, nell’aggiornare lo stato del sistema la misura del Flex viene sostanzialmente trascurata dal filtro, rendendo la sua presenza superflua.

Per evidenziare quanto il segnale del Flex sensor sia dominato dal rumore viene riportato in figura 4.5 un ingrandimento dei diagrammi in figura 4.4.

In figura 4.6 vengono riportati i risultati ottenuti dai due algoritmi confrontati con



(a)



(b)

Figura 4.4: Stato dei giunti virtuali stimato e reale

il valore considerato reale della simulazione. Si nota come la deflessione abbia un transitorio iniziale dovuto allo stabilizzarsi del giunto virtuale nella condizione di equilibrio tra forza peso e reazione elastica al giunto, fase dovuta dalle condizioni impostate nella simulazione multibody. Superato il transitorio la deflessione resta circa costante. Si apprezza come la stima del filtro non presenti transitorio né derive

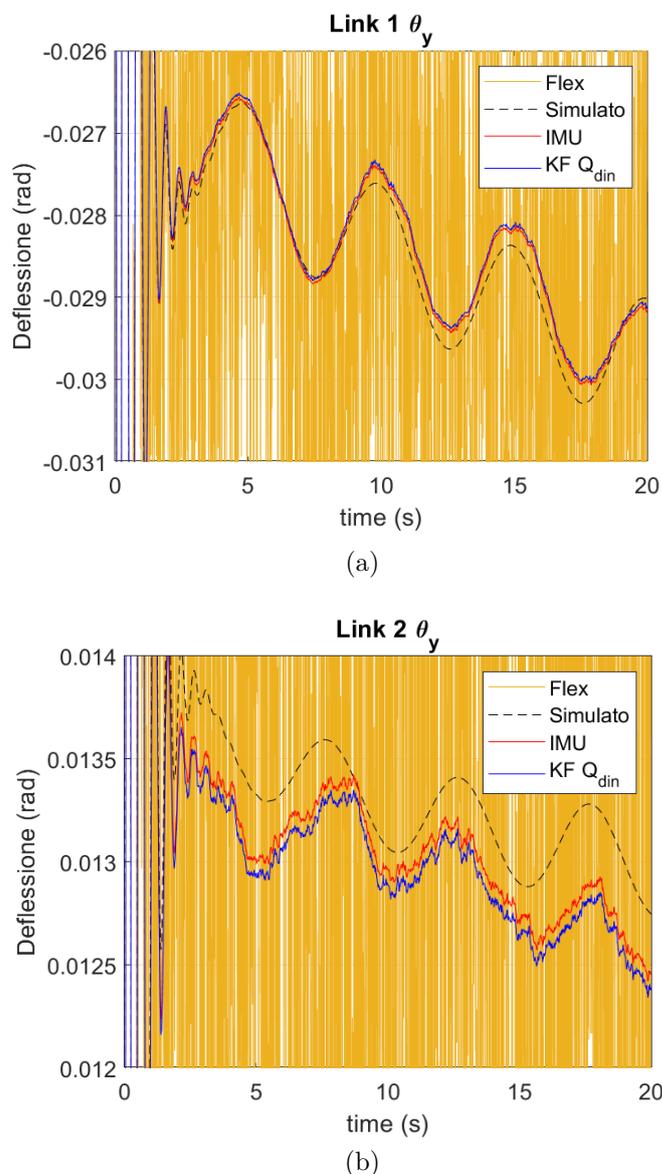
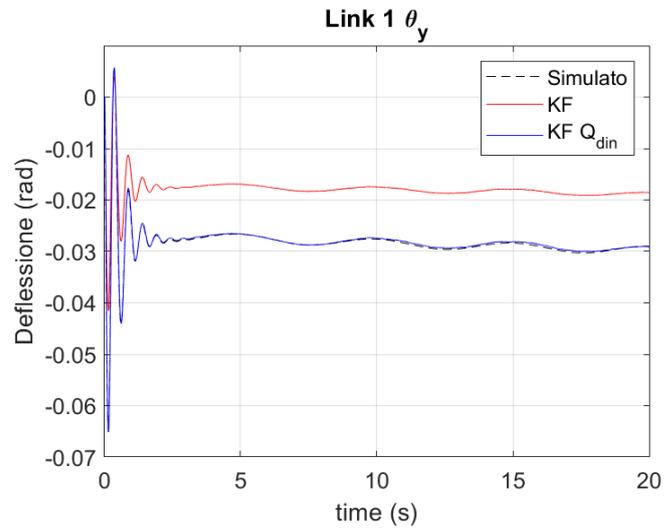
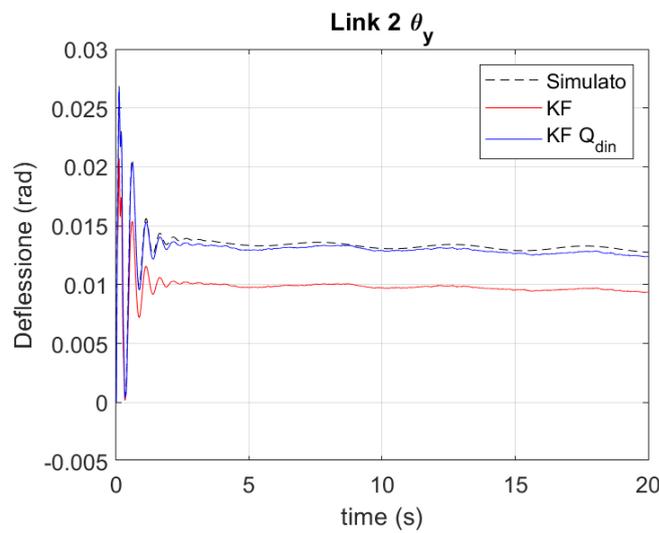


Figura 4.5: Zoom dei segnali dei sensori e della stima con modello dinamico

di sorta. I due algoritmi sono impostati nella medesima maniera con le stesse condizioni iniziali, si nota come il filtro con correzione dinamica della matrice Q fornisca una stima molto più precisa già dopo le prime iterazioni. Lo scostamento del KF semplice è dovuto al fatto che il modello dinamico sul quale è basato non prevede la presenza di forza peso, che invece è presente nell'ambiente simulato. Questo porta il modello a stimare la deflessione del link solo secondo i carichi dinamici, non



(a)



(b)

Figura 4.6: Performance di KF con Q dinamico rispetto allo standard

considerando la deformazione statica. Il KF semplice, che non ha aggiornamento dinamico della matrice di covarianza Q considera troppo affidabile la stima del processo vista l'approssimazione nella modellazione, portando ad avere un offset considerevole.

La radice dell'errore quadratico medio (RMSE) calcolata per i due filtri e per la misura della IMU è riportata in tabella 4.3.

Tabella 4.3: Errore calcolato per la stima e per la misura della IMU

<i>RMSE</i>	KF semplice	KF + Q dinamica	IMU + Madgwick
<i>Link 1 θ_y (rad)</i>	1,05e-2	4,37e-4	3,93e-4
<i>Link 2 θ_y (rad)</i>	3,50e-3	3,87e-4	3,14e-4

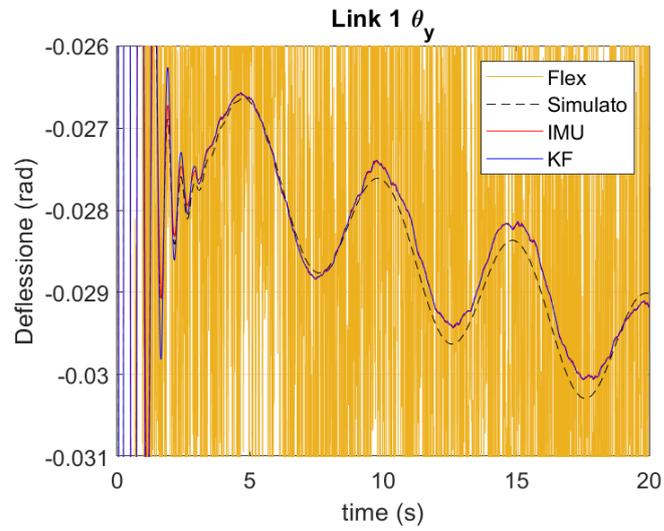
Si osserva come il filtro proposto presenti un errore leggermente superiore alla misura della IMU, anche se comparabile. Deve tuttavia essere considerato che i dati del sensore sono ottenuti attraverso una simulazione e non un’acquisizione, e il riferimento è anch’esso ottenuto mediante simulazione di un modello fisico. Si può quindi accettare l’algoritmo proposto come valido, immaginando una prossima implementazione nel controllo del Popup Robot per stabilirne quantitativamente la performance.

4.3.3 Modello cinematico

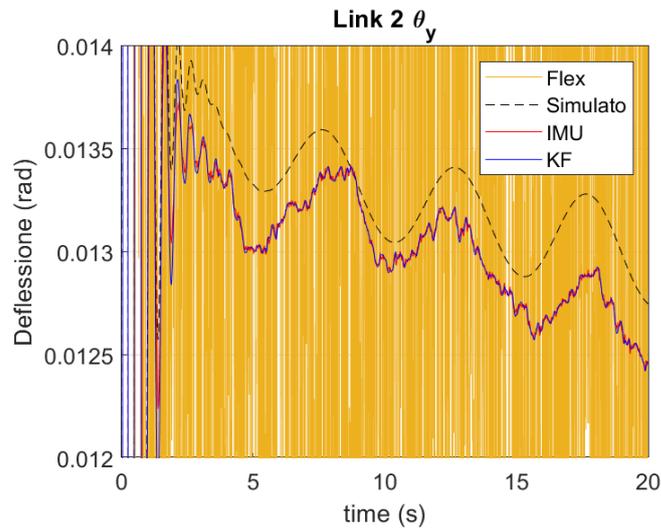
Il KF basato su modello cinematico non ha implementata la correzione dinamica della covarianza di processo Q , quindi i valori attesi in termini di errore sono maggiori. Il set di dati simulati usato è lo stesso del modello dinamico, i risultati sono riportati in figura 4.7. Per poter apprezzare le differenze tra le misure dei diversi sensori e il segnale del KF viene riportato un ingrandimento del segnale nell’intorno della condizione vera simulata. Si nota come anche in questo caso il diagramma sia dominato dal rumore del Flex sensor.

Si osserva come in questo caso nella prima fase del movimento del Popup robot, dove si presenta il wrinkling dovuto all’assestamento della sua struttura sottoposta alla forza peso nella simulazione multibody il filtro tenda ad amplificare la stima della deformazione. Questo è dovuto al modello cinematico, che stima il comportamento considerando che se il robot si muove per un istante con una certa accelerazione, manterrà tale accelerazione anche nell’istante successivo. Il modello dinamico tende viceversa a smorzare l’accelerazione da un’istante al successivo, riducendo quindi la misura delle oscillazioni stimate.

Il valore di RMSE del filtro basato sui due modelli viene confrontato con l’errore della misura dell’IMU in tabella 4.4



(a)



(b)

Figura 4.7: Zoom dei segnali dei sensori e della stima con modello cinematico

Tabella 4.4: Errore calcolato della stima di KF per i due modelli

<i>RMSE</i>	KF cinematico	KF dinamico	IMU + Madgwick
<i>Link 1 θ_y (rad)</i>	1,60e-3	4,37e-4	3,93e-4
<i>Link 2 θ_y (rad)</i>	6,73e-4	3,87e-4	3,14e-4

In questo caso si nota come l'errore del KF basato su modello cinematico sia maggiore proprio per via dell'amplificazione notevole nella stima durante la prima fase di transitorio.

4.3.4 Influenza della misura del Flex Sensor sulla stima

Nell'analizzare i risultati ottenuti dalle simulazioni degli algoritmi di filtro si è notato come il risultato dello stimatore tenda a coincidere con il risultato dato dal sensore più preciso, in questo caso la IMU. Si è svolta un'ulteriore analisi per valutare quanto il contributo dato dal Flex sensor sia significativo nell'algoritmo di *data fusion*, prendendo come riferimento il filtro basato su modello dinamico con aggiornamento ricorsivo della matrice di varianza di processo. È stato impostato un KF dove il vettore delle misure è composto solo dall'output della IMU filtrato attraverso Madgwick. Le componenti del KF, introdotte in equazioni (4.7) e (4.8) sono modificate come segue

$$z_k = \{q_{imu}\}, \quad H = [1 \ 0] \quad (4.18)$$

La matrice di covarianza della misura risulta essere uno scalare coincidente con il valore della varianza della IMU, tabella 4.1.

Le prove si sono basate sui medesimi output della simulazione impostata secondo i parametri dati in sezione 4.3.1, il confronto ha preso in considerazione solo il KF basato su modello dinamico. I risultati in termini di RMSE sono riportati in tabella 4.5

Tabella 4.5: Errore calcolato per la stima con e senza Flex sensor

<i>RMSE</i>	KF dinamico, IMU + Flex	KF dinamico, solo IMU
<i>Link 1</i> θ_y (rad)	4,3654e-4	4,3655e-4
<i>Link 2</i> θ_y (rad)	3,8663e-4	3,8664e-4

Per apprezzare una differenza è stato necessario considerare la quinta cifra significativa in notazione scientifica, risulta evidente quanto sia trascurabile il miglioramento in termini di performance dato dalla misura del Flex sensor. Si può concludere che non è necessario implementare questo sensore per misurare lo stato del Popup robot,

riducendo la complicazione generale del dispositivo e la mole di segnali da acquisire. In generale è possibile affermare che se i sensori considerati hanno varianze non comparabili la misura del sensore meno preciso non migliora significativamente le prestazioni del filtro.

4.3.5 Considerazioni sul modello migliore

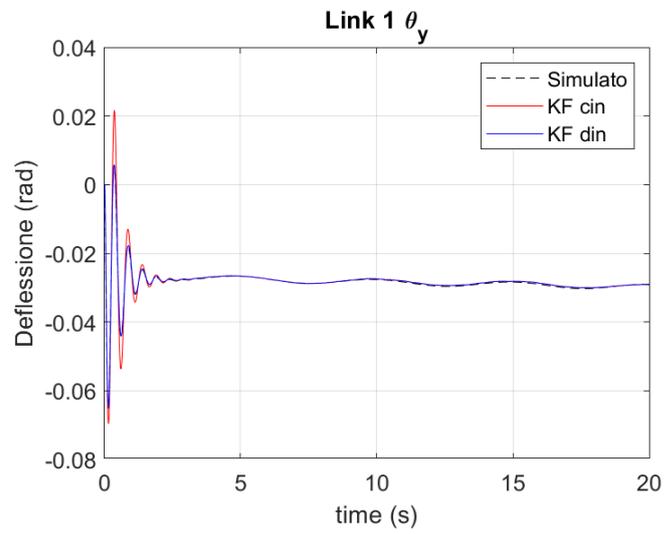
I modelli proposti possono essere entrambi considerati validi, a una prima analisi il modello dinamico potrebbe sembrare il migliore presentando un RMSE inferiore. Una valutazione più precisa è possibile confrontando le stime ottenute mediante i due modelli, in figura 4.8. In particolare si divide il dataset in due, una prima parte comprendente solo il transitorio e una seconda comprendente la condizione a regime. Si considera solo la deformazione sul secondo link valutando ogni considerazione estendibile anche al primo. In figura 4.9 viene riportato il confronto, il transitorio del robot è completamente esaurito dopo circa tre secondi.

Risulta evidente come superato il transitorio iniziale il KF basato su modello cinematico fornisca una stima tendenzialmente migliore. Se si considera solo la condizione di moto completamente sviluppato l'errore si riduca di due terzi, risultando minore dell'errore del KF basato su modello dinamico.

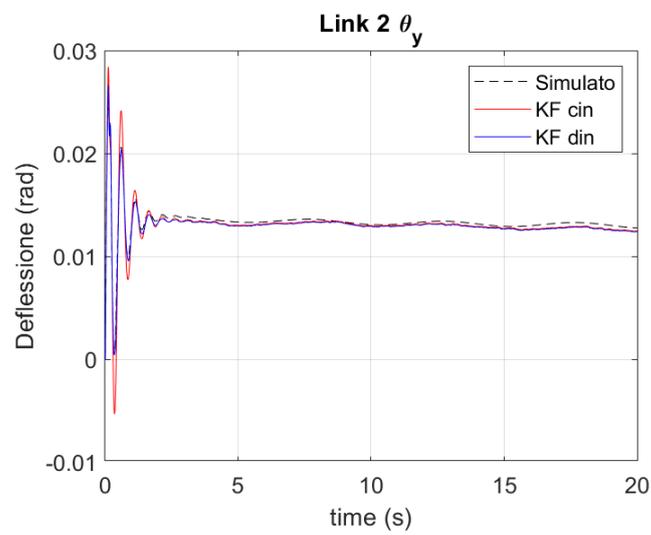
Una valutazione sul costo computazionale dei KF basati sui diversi modelli viene svolta confrontando il tempo di calcolo necessario ad applicare i due algoritmi sui dati di output della simulazione durata 20 secondi. In tabella 4.6 sono riportati i risultati.

Si nota come il KF basato su modello dinamico richieda un tempo di calcolo superiore di circa il 20% rispetto al KF con modello cinematico.

Viste le considerazioni riguardanti la precisione in condizione di deformazione uniforme, quindi assenza di wrinkling, e il tempo di calcolo, parametro indicativo del peso computazionale dell'algoritmo, la scelta ricade sul KF basato su modello cinematico.

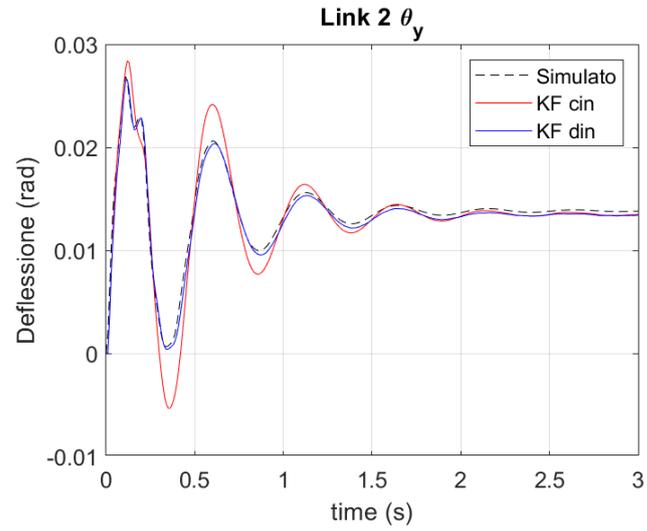


(a)

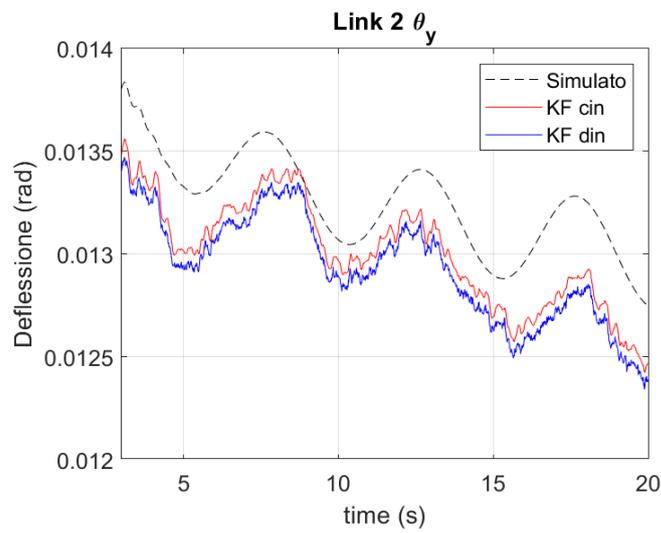


(b)

Figura 4.8: Confronto di KF con modello dinamico e cinematico



(a) *Condizione transitoria*



(b) *Condizione stazionaria*

Figura 4.9: Confronto dei modelli fisici di KF secondo la condizione del Popup

Tabella 4.6: Errore calcolato per la stima con e senza Flex sensor

<i>Modello</i>	Tempo di calcolo (ms)
KF Modello Dinamico	13,3
KF Modello Cinematico	11,3

Deve essere puntualizzato che tutte le considerazioni fatte e i risultati ottenuti sono basati su una simulazione multibody del Popup robot in ambiente Simulink, si deve considerare l'ipotesi di fare una valutazione definitiva della performance di entrambi i modelli attraverso prove sperimentali sul Popup stesso.

4.4 Considerazioni su implementazioni future

In questo lavoro si è illustrata una configurazione specifica di sensori per misurare e stimare la deformazione dei link del Popup robot, introducendo e testando un algoritmo KF per integrare le diverse misure. In futuro si potrebbe decidere di usare altre tipologie di sensori e un altro algoritmo di *data fusion*. Questa sezione contiene alcune linee guida per rendere sistematica questa operazione alla luce delle competenze apprese durante lo sviluppo del presente lavoro.

Il primo aspetto da tenere in conto è l'effettiva grandezza misurata dai sensori: nel caso descritto le misure coincidono con la deformazione del link flessibile, che è lo stato che si desidera stimare attraverso il filtro. In questo caso la matrice di correlazione stato misura, equazione (3.2), contiene solo identità e elementi nulli. Se la grandezza misurata è diversa dalle grandezze di stato è necessario conoscere la relazione analitica che lega stato e misura, ovvero la matrice H in equazione (4.8). Il KF è adatto a trattare solo equazioni lineari, se tale relazione risulta non lineare nelle variabili di stato è necessario integrare nell'algoritmo di KF la linearizzazione della relazione stato-misura.

Stessa considerazione deve essere fatta per la matrice di transizione di stato, se il modello fisico scelto per descrivere il comportamento del Popup robot è definito da un sistema di equazioni non lineari è necessario linearizzarlo, la matrice di transizione di stato F coincide con lo Jacobiano del sistema di equazioni del

modello. Questi due processi, linearizzazione di transizione di stato e di relazione stato-misura, definiscono l'algoritmo del filtro di Kalman esteso (EKF).

Nell'implementare un EKF deve essere valutato l'eventuale miglioramento in termini di performance del filtro, i passi di linearizzazione necessari in EKF rendono l'operazione computazionalmente più onerosa, deve essere valutato il giusto compromesso tra una descrizione precisa del sistema e un algoritmo che non appesantisca troppo il controllo.

Nel lavoro proposto il link gonfiabile del Popup robot è stato modellato come due corpi rigidi collegati da un sistema molla smorzatore costitutivo di un giunto virtuale. In futuro si può considerare di utilizzare un modello dinamico adatto a descrivere la flessione di corpi continui come il modello di Eulero-Bernoulli. Un'implementazione di tale modello nella stima della deformazione di un *soft robot* è stata proposta in [2] dove viene ricavato un sistema di equazioni non lineare. Tale modello potrebbe essere più adatto a calcolare la deformazione in assenza di wrinkling.

Ultimo aspetto da considerare è l'effettiva accuratezza e affidabilità relativa dei sensori scelti. Nel caso illustrato, con IMU e Flex sensor, si è verificato come la misura della IMU sia di tre ordini di grandezza più affidabile della misura del Flex sensor. Il KF pesa le informazioni in input secondo la loro dispersione relativa in forma di varianza, se un sensore è tre ordini di grandezza meno affidabile dell'altro la sua misura viene sostanzialmente ignorata. Nella scelta dei sensori questo aspetto deve essere considerato, scegliere strumenti di misura con accuratezza tanto diversa è inutile dal punto di vista dell'effettiva performance dello stimatore ma introduce un'inevitabile complicazione nel sistema di sensorizzazione del dispositivo, essendo necessario un supporto per il sensore, cablaggi, segnali che devono essere condizionati e acquisiti e via dicendo. La raccomandazione che viene data è quindi di utilizzare diversi tipi di sensori solo nel caso in cui essi abbiano varianze di misura comparabili, nel caso contrario è sufficiente utilizzare solo il sensore più affidabile e accurato.

Conclusioni

In questo lavoro di tesi si è affrontato il tema riguardante la sensorizzazione di un manipolatore robotico gonfiabile per applicazioni spaziali chiamato Popup Robot. In particolare l'obiettivo posto prevedeva di stabilire una metodologia per ottenere una stima della deformazione degli elementi gonfiabili indotta durante il movimento e il normale ciclo di lavoro del dispositivo.

In una prima parte è stato descritto il Popup Robot da un punto di vista costruttivo e funzionale, portando in evidenza i modelli pregressi che hanno svolto il ruolo di riferimento per questo lavoro.

Nella seconda parte i diversi sensori utilizzati sono stati descritti e, evidenziata l'esigenza di conoscerne il comportamento durante il processo di misura, si è affrontato approfonditamente il tema. In particolare il sensore integrato inerziale IMU è stato analizzato nei suoi componenti costitutivi, ovvero accelerometro e giroscopio. Il rumore introdotto nel processo di misura di entrambi i sensori è stato caratterizzato, si è evidenziato come il giroscopio abbia tendenzialmente un comportamento meno rumoroso dell'accelerometro, avendo tuttavia la tendenza ad accumulare errore integrato nel tempo. Dai dati misurati sulla IMU è stato definito un modello in ambiente Matlab/Simulink per poter simulare il processo di misura, verificando come il comportamento simulato sia sovrapponibile con le acquisizioni sperimentali. Il secondo tipo di sensore, definito Flex sensor, è stato descritto negli aspetti costruttivi e nel principio di funzionamento. Dalla caratterizzazione statica si è verificata la scarsa ripetibilità ed accuratezza del trasduttore, evidenziando anche l'elevato contributo di rumore portato nella misura. È stato dimostrato come la varianza dell'errore di misura stocastico e dell'errore di linearizzazione del Flex sensor sia tre ordini di grandezza superiore rispetto alla IMU.

La caratterizzazione dinamica ha permesso di tracciare il diagramma di Bode che ha mostrato come il sensore non ha dinamica nell'intorno della frequenza naturale del Popup.

I risultati degli algoritmi di *data fusion* basati sui modelli fisici introdotti hanno evidenziato come il modello dinamico sia più adatto a descrivere il comportamento del link gonfiabile in presenza di forti oscillazioni e di wrinkling, mentre il modello cinematico sia più adatto nel caso di deformazione uniforme e in generale nel normale funzionamento del dispositivo. Inoltre si è evidenziato come il tempo di calcolo del KF basato su modello dinamico sia del 20% superiore al filtro con modello cinematico. In futuro, per migliorare ulteriormente le performance del KF cinematico può essere valutata l'implementazione della correzione dinamica della matrice di covarianza Q . In generale i risultati ottenuti fanno propendere per il KF cinematico, risultato che deve essere validato mediante prove sperimentali.

Infine sono stati riportate alcune raccomandazioni, maturate sulla base dell'esperienza acquisita durante lo svolgimento del presente lavoro, riguardanti futuri aggiornamenti e implementazioni nel sistema di sensorizzazione e sull'approccio al problema degli osservatori, con lo scopo di rendere il processo sistematico, portando anche in evidenza come la scelta dei diversi sensori utilizzati debba essere fatta con cognizione dell'affidabilità degli stessi, dimostrando come utilizzare sensori aventi varianza dell'errore di misura non comparabile porti a una complicazione del sistema senza un miglioramento della stima data dall'algoritmo del filtro di Kalman.

Bibliografia

- [1] GIULIO Barbato, ALESSANDRO Germak e DANIELE D'Agostino. «Misurare per decidere». In: *Progetto Leonardo, Bologna* (2005), pp. 229–242.
- [2] Gina Olson et al. «An Euler–Bernoulli beam model for soft robot arms bent through self-stress and external loads». In: *International Journal of Solids and Structures* 207 (2020), pp. 113–131.
- [3] Dario Lunni et al. «Shape estimation based on kalman filtering: Towards fully soft proprioception». In: *2018 IEEE International Conference on Soft Robotics (RoboSoft)*. IEEE. 2018, pp. 541–546.
- [4] Yizhou Wang, Wenjie Chen e Masayoshi Tomizuka. «Extended kalman filtering for robot joint angle estimation using mems inertial sensors». In: *IFAC Proceedings Volumes* 46.5 (2013), pp. 406–413.
- [5] Robert Grover Brown e Patrick Y C Hwang. *Introduction to random signals and applied kalman filtering: with MATLAB exercises and solutions; 3rd ed.* New York, NY: Wiley, 1997.
- [6] Sebastian Madgwick et al. «An efficient orientation filter for inertial and inertial/magnetic sensor arrays». In: *Report x-io and University of Bristol (UK)* 25 (2010), pp. 113–118.
- [7] Chiwon Lee et al. «Soft robot review». In: *International Journal of Control, Automation and Systems* 15.1 (2017), pp. 3–15.
- [8] Pierpaolo Palmieri. «An Inflatable Robotic Assistant for Onboard Applications Pierpaolo Palmieri*, Matteo Gaidano, Andrea Ruggeri, Laura Salamina, Mario Troise and Stefano Mauro». In: (2021).

- [9] Christian Wielgosz e J-C Thomas. «Deflections of inflatable fabric panels at high pressure». In: *Thin-walled structures* 40.6 (2002), pp. 523–536.
- [10] Mario Troise et al. «Preliminary analysis of a lightweight and deployable soft robot for space applications». In: *Applied Sciences* 11.6 (2021), p. 2558.
- [11] Pierpaolo Palmieri et al. «A deployable and inflatable robotic arm concept for aerospace applications». In: *2021 IEEE 8th International Workshop on Metrology for AeroSpace (MetroAeroSpace)*. IEEE. 2021, pp. 453–458.
- [12] Spectra Symbol. «Flex Sensor Datasheet». In: ().
- [13] Manon Kok, Jeroen D Hol e Thomas B Schön. «Using inertial sensors for position and orientation estimation». In: *arXiv preprint arXiv:1704.06053* (2017).
- [14] Nongyroscopic Single-Axis. «IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Linear». In: (1999).
- [15] Francesco Gambino. «Development of the control system for an Inflatable Robot». Tesi di Laurea Magistrale. Politecnico di Torino, 2021.
- [16] Giovanni Saggio e Giancarlo Orengo. «Flex sensor characterization against shape and curvature changes». In: *Sensors and Actuators A: Physical* 273 (2018), pp. 221–231.
- [17] Giada Gerboni et al. «Feedback control of soft robot actuators via commercial flex bend sensors». In: *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 22.4 (2017), pp. 1881–1888.
- [18] Pierpaolo Palmieri. «Rilievo del movimento umano tramite sensore Kinect per applicazioni di robotica collaborativa». Tesi di Laurea Magistrale. Politecnico di Torino, 2018.
- [19] Rudolph Emil Kalman. «A new approach to linear filtering and prediction problems». In: (1960).
- [20] Mohinder S Grewal e Angus P Andrews. «Applications of Kalman filtering in aerospace 1960 to the present [historical perspectives]». In: *IEEE Control Systems Magazine* 30.3 (2010), pp. 69–78.

- [21] Shahrokh Akhlaghi, Ning Zhou e Zhenyu Huang. «Adaptive adjustment of noise covariance in Kalman filter for dynamic state estimation». In: *2017 IEEE power & energy society general meeting*. IEEE. 2017, pp. 1–5.
- [22] Yaakov Bar-Shalom, X Rong Li e Thiagalingam Kirubarajan. «Estimation for kinematic models». In: *Estimation with applications to tracking and navigation* (2001), pp. 72–77.