

# POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale



**Politecnico  
di Torino**

**Sviluppo di un modello basato su reti neurali per la  
stima delle prestazioni in condizioni di equilibrio  
chimico per un endoreattore a propellenti ibridi e sua  
applicazione all'ottimizzazione accoppiata di motore e  
traiettoria**

**Relatore:**  
Prof. Filippo Masseni

**Candidata:**  
Aurora La Malfa 281539

Dicembre 2022, Anno Accademico 2021/2022

## Sommario

La propulsione ibrida ha riacquisito l'interesse sia della comunità scientifica che del settore privato. Da un lato, l'uso di cere paraffiniche come combustibile sta permettendo la progressiva risoluzione dei problemi legati al basso rateo di regressione, grazie ai fenomeni di entrainment; dall'altro, la minore complessità ed impatto ambientale, rispetto alle controparti a propellenti solidi e liquidi, rendono gli ibridi concorrenziali nella realizzazione di piccoli lanciatori nel più ampio contesto dello sfruttamento commerciale dello spazio.

Classicamente le prestazioni di un endoreattore in condizioni di equilibrio chimico possono essere calcolate in maniera esatta tramite modelli di ordine elevato, come ad esempio il software NASA CEA, oppure tramite relazioni semplificate basate su quest'ultimo, che vanno però a trascurare alcuni dei parametri coinvolti, privilegiando la riduzione del costo computazionale.

Il lavoro di tesi consiste nella definizione di un modello basato su reti neurali per la stima delle prestazioni dell'endoreattore che garantisca un costo computazionale limitato a fronte di un'elevata capacità di predizione, e nella sua integrazione in preesistenti procedure di ottimizzazione accoppiata di motore ibrido e traiettoria. In particolare, il caso di studio analizzato è quello di un piccolo lanciatore airborne a tre stadi.

L'ottimizzazione mira a massimizzare la massa del carico utile per una data missione di riferimento, sfruttando un metodo diretto per l'ottimizzazione del design motore, ed indiretto per la traiettoria.

Dai risultati emerge che, l'utilizzo della rete richiede tempi inferiori rispetto all'utilizzo di un modello di alto ordine (CEA), pur garantendo un'analoga accuratezza. Per quanto concerne l'ottimizzazione di design motore e traiettoria, il modello basato sulle reti neurali permette di ottenere design rilevanti in termini di prestazioni ad un costo computazionale contenuto, comparabile a quello richiesto dai modelli semplificati usati in precedenza, ma con un'elevata fedeltà grazie all'addestramento: il modello implementato si pone dunque come una valida alternativa all'utilizzo del CEA.

# Indice

<b>Elenco delle figure</b>	<b>i</b>
<b>Elenco delle tabelle</b>	<b>ii</b>
<b>Acronimi</b>	<b>iii</b>
<b>1 Endoreattori a propellenti ibridi</b>	<b>1</b>
1.1 Cenni sugli Endoreattori . . . . .	1
1.1.1 Performance . . . . .	2
1.2 Propulsione ibrida . . . . .	2
1.2.1 Cenni storici . . . . .	2
1.2.2 Funzionamento degli endoreattori a propellenti ibridi . . . . .	3
1.2.3 Scelta dei propellenti . . . . .	4
1.2.4 Cenni sulla combustione negli Hybrid Rocket Engine (HRE) con propellenti convenzionali e con cere paraffiniche . . . . .	4
1.2.5 Vantaggi e svantaggi della propulsione ibrida ed applicazioni . . . . .	6
1.3 Studio dell'equilibrio chimico . . . . .	7
1.3.1 Descrizione della condizione di equilibrio chimico . . . . .	7
1.3.2 Utilizzo del CEA per la valutazione delle performance dell'endoreattore . . . . .	8
<b>2 Generazione delle mappe di addestramento e validazione e sviluppo di un modello basato sulle reti neurali</b>	<b>9</b>
2.1 Cenni sulle Reti Neurali Artificiali . . . . .	9
2.1.1 Addestramento della rete neurale . . . . .	10
2.1.2 Overfitting . . . . .	10
2.2 Chiamata del CEA . . . . .	11
2.3 Verifica della coerenza dei risultati ottenuti tramite CEA, reti neurali e polinomi . . . . .	12
2.3.1 Generazione mappa di addestramento e di validazione tramite il CEA . . . . .	12
2.3.2 Fit polinomiale dei risultati del CEA . . . . .	13
2.3.3 Addestramento e validazione della rete neurale . . . . .	13
2.3.4 Confronto CEA - fit polinomiale - reti neurali . . . . .	13
2.4 Sviluppo del modello basato sulle reti neurali . . . . .	18
<b>3 Applicazione del modello all'ottimizzazione accoppiata di motore e traiettoria per un piccolo lanciatore a tre stadi</b>	<b>28</b>
3.1 Piccoli lanciatori . . . . .	28
3.2 Ottimizzazione accoppiata di motore e traiettoria . . . . .	29
3.2.1 Ottimizzazione della traiettoria . . . . .	30
3.3 Design del motore e fasi della missione . . . . .	31
3.4 Confronto tra l'ottimizzazione eseguita per mezzo del fit polinomiale e delle reti neurali . . . . .	32
3.5 Commento dei risultati e conclusioni . . . . .	36
<b>Riferimenti bibliografici</b>	<b>38</b>
<b>Ringraziamenti</b>	<b>40</b>

## Elenco delle figure

1	(a) Solid Rocket Motors (SRM), (b) Liquid Rocket Engine (LRE), (c) HRE . . . . .	1
2	Schema tipico di un HRE [16, p. 311] . . . . .	3
3	Schema del processo di combustione all'interno di un HRE [16, p. 314] . . . . .	5
4	Schema del fenomeno di <i>entrainment</i> durante la combustione negli HRE [6, p. 112] . . . . .	5
5	Un nodo che riceve tre input . . . . .	9
6	Schema rete neurale . . . . .	10
7	Modello soggetto ad overfitting . . . . .	11
8	Errore quadratico medio 1 Hidden Layer . . . . .	14
9	Errore quadratico medio 2 Hidden Layer . . . . .	14
10	Performance $C_F$ per un singolo Hidden Layer costituito da 17 neuroni . . . . .	15
11	Performance $c^*$ per un singolo Hidden Layer costituito da 17 neuroni . . . . .	15
12	Performance $\gamma$ per un singolo Hidden Layer costituito da 17 neuroni . . . . .	16
13	Performance $C_F$ per due Hidden Layer costituiti da 8 neuroni . . . . .	16
14	Performance $c^*$ pper due Hidden Layer costituiti da 8 neuroni . . . . .	17
15	Performance $\gamma$ per due Hidden Layer costituiti da 8 neuroni . . . . .	17
16	Mappa di addestramento e validazione . . . . .	18
17	Plot dell'errore relativo tra la predizione della rete neurale ed il CEA sul $C_F$ . . . . .	19
18	Plot dell'errore relativo tra la predizione della rete neurale ed il CEA sul $c^*$ . . . . .	19
19	Plot dell'errore relativo tra la predizione della rete neurale ed il CEA sul $\gamma$ . . . . .	20
20	Mean Squared Error (MSE) della rete ad 1 Hidden Layer con neuroni da 15 a 40, passo 5 . . . . .	21
21	MSE della rete ad 1 Hidden Layer con neuroni da 35 a 40 . . . . .	21
22	Performance addestramento della rete neurale con 1 Hidden Layer e 40 neuroni . . . . .	22
23	Plot dell'errore relativo tra la rete neurale ed il CEA per il $C_F$ . . . . .	22
24	Plot dell'errore relativo tra la rete neurale ed il CEA per il $c^*$ . . . . .	23
25	Plot dell'errore relativo tra la rete neurale ed il CEA per il $\gamma$ . . . . .	23
26	MSE per 2 Hidden Layer e numero di neuroni da 10 a 20, valori Figura 21 . . . . .	24
27	MSE per 2 Hidden Layer con neuroni da 15 a 20 . . . . .	25
28	Performance addestramento della rete neurale con 2 Hidden Layer e 16 neuroni . . . . .	25
29	Plot dell'errore relativo tra la rete neurale ed il CEA per il $C_F$ . . . . .	26
30	Plot dell'errore relativo tra la rete neurale ed il CEA per il $c^*$ . . . . .	26
31	Plot dell'errore relativo tra la rete neurale ed il CEA per il $\gamma$ . . . . .	27
32	Frequenza annua di lancio pianificata per i piccoli lanciatori [13] . . . . .	29
33	Andamento nel tempo delle performance rilevanti del lanciatore: confronto tra fit polinomiale e ANN costituita da 1 Hidden Layer e 40 neuroni . . . . .	33
34	Andamento nel tempo delle performance rilevanti del lanciatore: confronto tra fit polinomiale e ANN costituita da 2 Hidden Layer e 16 neuroni . . . . .	34
35	Andamento nel tempo delle performance rilevanti del lanciatore: confronto tra fit polinomiale e ANN costituita da 2 Hidden Layer e 18 neuroni . . . . .	35

## Elenco delle tabelle

1	Propellenti utilizzati . . . . .	11
2	Range di funzionamento . . . . .	12
3	MSE dei singoli output per le diverse architetture di ANN . . . . .	14
4	MSE per 1 layer e numero di neuroni da 35 a 40, valori Figura 21 . . . . .	20
5	MSE per 2 layer e numero di neuroni da 15 a 20, valori Figura 27 . . . . .	24
6	Performance e parametri endoreattore [4] . . . . .	31
7	Risultati dell'ottimizzazione del fit polinomiale e delle reti . . . . .	32
8	Output ottimizzazione con fit polinomiale e ANN da 2 Hidden Layer e 16 neuroni . . . . .	36

## **Acronimi**

**ANN** Artificial Neural Network.

**HRE** Hybrid Rocket Engine.

**IAF** International Astronautical Federation.

**LMA** Levenberg-Marquardt Algorithm.

**LRE** Liquid Rocket Engine.

**MSE** Mean Squared Error.

**SNN** Simulated Neural Network.

**SRM** Solid Rocket Motors.



# 1 Endoreattori a propellenti ibridi

In questo capitolo, dopo una breve introduzione relativa agli endoreattori ed alle grandezze che li caratterizzano, ci si concentra sulla propulsione ibrida: sono dunque stati riassunti gli eventi salienti relativi alla ricerca ed allo sviluppo di questa tecnologia, per poi descriverne funzionamento ed il processo di combustione, ed individuarne vantaggi e svantaggi dell'utilizzo rispetto ai concorrenti LRE e SRM. Nell'ultima sezione si analizza infine la condizione di equilibrio chimico, sulla base della quale viene modellato il processo di combustione dell'HRE per mezzo del *NASA CEA Software* al fine di valutarne le prestazioni.

## 1.1 Cenni sugli Endoreattori

Un endoreattore è un dispositivo propulsivo che produce spinta espellendo della massa ad un'alta velocità relativa. A seconda del tipo di propulsione, gli endoreattori possono essere classificati come:

- Chimici
- Elettrici
- Solari
- Nucleari
- Combinazione di endoreattori ed esoreattori

Gli endoreattori *chimici* possono essere ulteriormente suddivisi in tre categorie principali, a seconda che i propellenti utilizzati siano liquidi, solidi o ibridi.

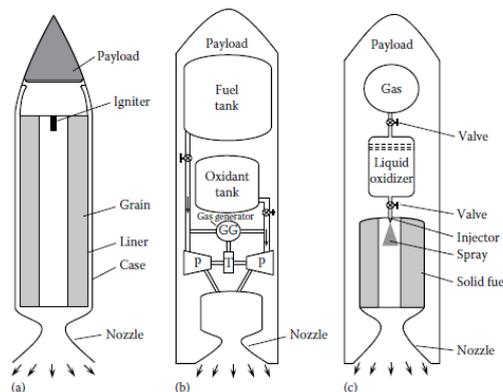


Figura 1: (a) SRM, (b) LRE, (c) HRE  
[16, p. 10]

Per tutte e tre le versioni, a gradi linee, l'endoreattore è composto da: una struttura che supporti e protegga le varie parti, uno o più serbatoi per il propellente, una camera di combustione, un ugello di scarico (che insieme alla camera di combustione viene definito *camera di spinta*), un mezzo tramite cui introdurre i propellenti nella camera di combustione e dispositivi di guida e controllo. All'interno della camera avviene la reazione di combustione, tramite la quale i propellenti sono convertiti in gas caldi che possono essere accelerati nell'ugello con alte velocità di scarico.

Gli *endoreattori a propellenti liquidi* (LRE) sono caratterizzati da missioni che richiedono un alto impulso specifico (missilistica, veicoli spaziali, retrorazzi, gas-generating systems). Il loro funzionamento prevede la presenza di combustibile ed ossidante, immagazzinati separatamente, entrambi in forma liquida: una volta spruzzati nella camera di combustione ad alta pressione reagiscono fra loro, dando vita a gas ad altissima temperatura che vengono espulsi tramite l'ugello.

Gli *endoreattori a propellenti solidi* (SRM) sono contraddistinti dalla presenza in forma solida sia di ossidante che di combustibile, che possono essere immagazzinati sotto forma di *grani* nello stesso involucro e, in alcuni casi, direttamente nella camera di combustione. Non necessitando di sistemi di alimentazione, questi motori sono affidabili e semplici in termini costruttivi: ciò li rende i candidati perfetti per le missioni in ambito militare.

Gli *endoreattori a propellenti ibridi* HRE, analizzati in 1.2.2, rappresentano un compromesso tra le due versioni precedentemente illustrate, in quanto il combustibile è in forma solida e l'ossidante è in forma liquida. Nonostante i vantaggi di questa configurazione, le difficoltà di implementazione ne hanno per lungo tempo rallentato lo sviluppo: nell'ultimo ventennio, tuttavia, gli HRE sono rientrati nel mirino della ricerca, che mira all'affermazione di questa promettente tecnologia nel futuro a venire.

### 1.1.1 Performance

I principali parametri che misurano le performance di un endoreattore sono:

- **Spinta**  $T = \dot{m}u_e + (P_e - P_a)A_e$ ;
- **Coefficiente di spinta**  $C_F = \frac{F}{p_c A_t}$ , che è una misura della bontà dell'ugello;
- **Impulso totale**  $I_t = \int_0^{t_f} F dt$ , che valuta l'effetto utile complessivo;
- **Impulso specifico**  $I_{sp} = \frac{T_t}{g_0 M_p} = \frac{c}{g_0}$ , efficienza;
- **Velocità effettiva di scarico**  $c = \frac{T}{\dot{m}} = c^* C_F$ ;
- **Velocità caratteristica**  $c^* = \frac{p_c A_t}{\dot{m}}$ , la quale è legata all'efficienza della camera.

## 1.2 Propulsione ibrida

### 1.2.1 Cenni storici

Le prime testimonianze di quello che può essere considerato un endoreattore a propellenti ibridi risalgono alla metà degli anni quaranta [6, p. 22]: la Pacific Rocket Society, in quegli anni, progettò un dispositivo che riuscì effettivamente a volare solo nel giugno del 1951, una volta individuata la combinazione di propellenti (LOX/combustibile a base di gomma) e il materiale con cui costruire l'ugello (lega di alluminio).

Per i primi programmi destinati alla ricerca sulla propulsione ibrida bisogna attendere gli anni 80, a partire dai quali hanno visto la luce il programma *Joint Government/Industry Research and Development* (JIRAD), il *DARPA's Hybrid Technology Options Project* (HYTOP) e l'*Hybrid Propulsion Demonstration Program* (HPDP) [8, p. 977].

Nonostante la ricerca, lo sviluppo di questa tecnologia è stato per lungo tempo rallentato dalle difficoltà di implementazione, se confrontate con i concorrenti: la facilità di stoccaggio del combustibile e la prontezza di lancio, infatti, hanno fatto sì che in ambito militare si preferissero sempre i SRM, mentre in ambito civile l'alto impulso specifico e la facilità di manovra hanno favorito l'utilizzo dei LRE.

Con la missione non governativa *SpaceShipOne* nel 2004 [5, p. 2], la quale, all'interno di uno spacecraft pressurizzato con equipaggio (sea-level condition), ha permesso a tre umani di volare per 100 chilometri sopra la superficie della terra, raggiungendo così la Karman Line (limite definito dalla International Astronautical Federation (IAF)), gli HRE hanno incassato il primo successo. Durante lo sviluppo di *SpaceShipTwo* hanno tuttavia avuto luogo due incidenti: nel 2007 un'esplosione avvenuta durante il *cold test fire* (un test a terra durante il quale l'ossido di azoto viene pompato all'interno dei componenti del motore) ha causato la morte di tre persone nel deserto del Mojave; nel 2014, durante un volo di prova sopra lo stesso deserto, la *SpaceShipTwo VVS Enterprise* ha subito un cedimento strutturale e causato la morte del co-pilota. Le cause degli incidenti sono state attribuite nel primo caso all'addestramento insufficiente degli operatori sull'utilizzo dell'ossido di azoto, nel secondo caso a più fattori, fra cui: misure di sicurezza inadeguate, addestramento ed esperienza dei

piloti insufficienti e mancanza di controlli da parte di enti pubblici. Nonostante sia stato appurato che i fallimenti non fossero dovuti ai motori, il loro avvenimento ha comunque provocato, unitamente alle difficoltà di implementazione di questa tecnologia citate in precedenza, una battuta di arresto nell'utilizzo dei HRE.

L'utilizzo delle *cere paraffiniche* ha determinato il punto di svolta nella ricerca nell'ambito della propulsione ibrida, in quanto l'impiego di tali propellenti risolve il problema del basso rateo di regressione. I progetti più rilevanti attualmente in corso che utilizzano gli HRE sono:

- *Nucleus Sounding Rocket*, progettati e prodotti dalla norvegese *Nammo Space* [17]. Essi sono propulsi dall'*Unitary Motor 1 (UM1)*, un motore ibrido da 30kN di spinta che usa come propellenti perossido di idrogeno e HTPB. A seconda della versione, i lanciatori sono in grado di spedire esperimenti e spacecraft tra 70 e 100 kg fino ad un'altezza dalla superficie terrestre di 100 e 130 km. La versione XL di questo cavallo di battaglia, *Nucleus XL*, sarà operativo nel 2027 ed in grado di spedire ad un'altezza di 1000km un payload di 150kg;
- *European NewSpace Vertical Orbital Launcher (ENVOL)* [9], finanziato dall'*EU's #H2020 program*: si tratta di un endoreattore ibrido a tre stadi che vuole porsi come un mezzo di accesso allo spazio sostenibile, affidabile e flessibile per piccoli satelliti che pesano più di 200 kg.

### 1.2.2 Funzionamento degli endoreattori a propellenti ibridi

Gli endoreattori a propellenti ibridi HRE [16, pp. 310–311] sono tali per cui, il più delle volte, l'ossidante è immagazzinato in fase liquida ed il combustibile in fase solida.

Uno schema tipico di questo tipo di endoreattore, raffigurato in 2, comprende la camera di combustione, un ugello un serbatoio per l'ossidante in fase liquida, un sistema di alimentazione del propellente (che può essere di tipo regolato o di tipo *blowdown*), degli iniettori ed un accenditore.

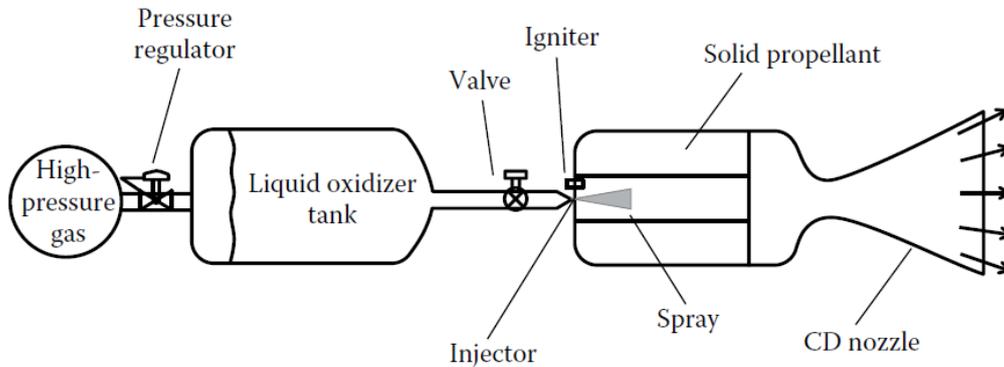


Figura 2: Schema tipico di un HRE [16, p. 311]

La funzione principale della *camera di combustione* è la produzione di gas ad alta temperatura e pressione: il liquido ossidante viene iniettato e atomizzato nella *precombustion chamber*, a monte del grano di combustibile solido, al fine di produrre un getto nebulizzato. Il grano di combustibile generalmente contiene diverse porte assiali di combustione, in ciascuna delle quali i getti di combustibile vaporizzato reagiscono con quelli di ossidante dando vita alla combustione, innescata fornendo l'energia necessaria all'accenditore.

I propellenti liquidi vengono immagazzinati in serbatoi ad alta pressione e pompati nella camera tramite un sistema di turbopompe. Al fine di garantire il completamento della combustione si inserisce una *camera di miscelazione*, ed infine i gas ad alta temperatura e pressione si espandono nell'ugello convergente-divergente per produrre la spinta.

### 1.2.3 Scelta dei propellenti

Gli ossidanti liquidi che possono essere utilizzati sono essenzialmente gli stessi utilizzati nel caso di endoreattori a propellenti liquidi [6, p. 8]:

- Acido nitrico fumante rosso inibito (RFNA);
- Acido nitrico fumante bianco inibito (WFNA);
- Tetrossido di diazoto ( $N_2O_4$ );
- Perossido di idrogeno ( $H_2O_2$ );
- **Ossigeno liquido** (LOX);
- Nitrato di idrossiammonio (HAN);
- Miscela di ossigeno liquido e fluoro liquido (FLOX), che è uno degli ossidanti più energetici insieme a LOX.

I combustibili solidi utilizzati sono:

- Gomme naturali;
- Polibutadiene con radicali ossidrilici terminali (HTPB), preferito al CTPB per via del costo e della facilità con la quale è possibile reperirlo;
- Polibutadiene con radicali carbossilici terminali (CTPB), cui è possibile aggiungere additivi per migliorarne le performance (così come al HTPB);
- Polimetilmetacrilato (PMM);
- Polietilene (PE);
- **Cere paraffiniche**, cui è possibile aggiungere additivi per migliorarne le performance, caratterizzate da un alto rateo di regressione;
- Solidi criogenici (pentano, metano, CO,  $O_2$ ,  $H_2$ ), poco competitivi a causa degli elevati costi di gestione e dell'elevato peso, nonostante le performance.

### 1.2.4 Cenni sulla combustione negli HRE con propellenti convenzionali e con cere paraffiniche

Il processo di combustione negli HRE è molto complesso e non ancora è del tutto chiaro [16, pp. 313–314]. I processi fisici di vaporizzazione, diffusione delle specie, mixing e trasferimento di calore, infatti, avvengono contemporaneamente al rilascio di calore sia per l'ossidante che per il combustibile: ciò accade in quanto le reazioni chimiche sono dei processi esotermici. Nello specifico, l'ossidante liquido viene iniettato in camera sotto forma di spray e viene successivamente vaporizzato nella zona di combustione attraverso *conduzione*, *convezione* e *irraggiamento*; similmente, tramite il trasferimento di calore proveniente dalla fiamma e dai prodotti caldi della combustione, il combustibile solido convenzionale subisce i processi di *pirolisi* e *gassificazione*, venendo così convertito in forma gassosa.

I propellenti, dunque, subiscono una serie di complesse reazioni chimiche con diversi prodotti intermedi, liberando una grande quantità di calore all'interno di una zona ristretta della camera di combustione. Al contempo, la diffusione di specie attive, come  $H$ ,  $OH$ ,  $H_2$ , rende il fluido ancora più complesso da gestire da un punto di vista analitico, trattandosi di un flusso turbolento interessato da reazioni chimiche che coinvolgono il trasferimento di massa. Nonostante la presenza delle zone di ricircolo e dei vortici turbolenti all'interno del letto di combustibile solido aumenti il mixing ed il trasferimento di calore, infatti, essa rende il fluido complesso da analizzare mediante gli strumenti analitici.

Rispetto ai propellenti convenzionali a base di polimeri, le *cere paraffiniche* si distinguono

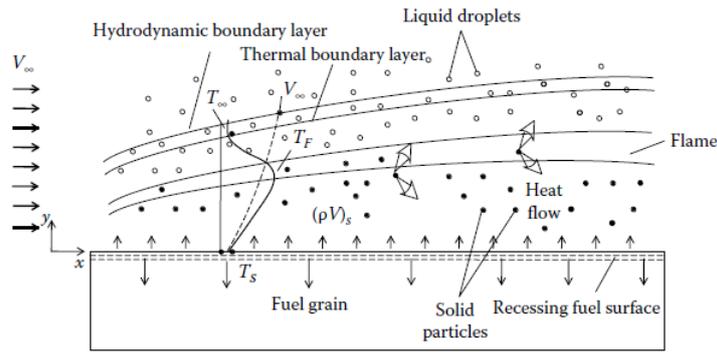


Figura 3: Schema del processo di combustione all'interno di un HRE [16, p. 314]

sostanzialmente per il fenomeno detto "entrainment", il quale è il responsabile del potenziamento, fino a 3-4 volte [18], del rateo di regressione: unitamente al basso costo, la facilità con cui possono essere reperite (in quanto possono essere derivate dagli scarti industriali), il basso impatto ambientale e le alte performance, le cere acquistano così un grande potenziale fra tutti i possibili propellenti solidi.

Prima di procedere con la trattazione, si ritiene opportuno definire il rateo di regressione, il quale è uno dei valori più importanti nel design di un endoreattore a propellenti ibridi e nella definizione delle sue performance. Il rateo di regressione è la velocità con cui la superficie del combustibile solido recede durante la combustione. In formule, esso si esprime come:

$$\dot{r} = aG_0^n = a \left( \frac{\dot{m}_0}{A_p} \right)^n \quad (1)$$

dove i coefficienti  $a$  ed  $n$  sono valori empirici, mentre  $G_0$  è il flusso di massa di ossidante. Il fenomeno dell'entrainment è stato studiato da Karabeyoglu [6, p. 112] ed il modello della combustione da lui sviluppato è rappresentato in Figura 4: sulla superficie del grano solido si forma un sottile strato di liquido che, a causa delle elevate velocità del flusso di gas attraverso le porte, può diventare instabile. A causa di tale instabilità, si generano delle goccioline, in inglese *droplets*, che rimangono intrappolate nel flusso di gas.

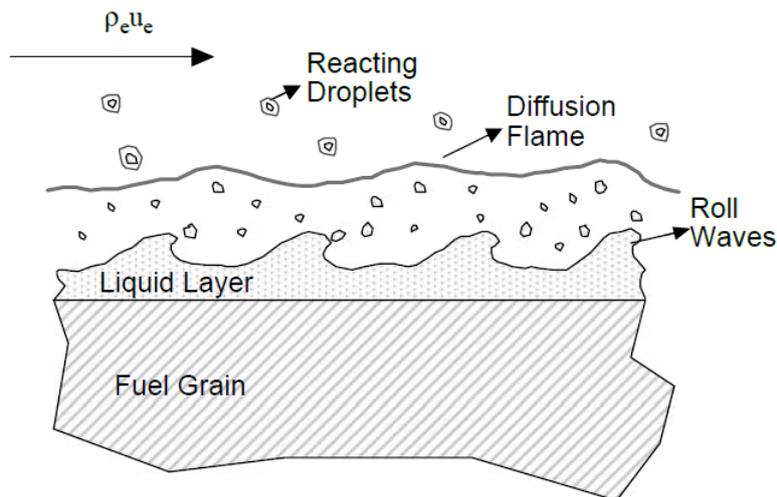


Figura 4: Schema del fenomeno di *entrainment* durante la combustione negli HRE [6, p. 112]

La presenza delle goccioline influisce rateo di regressione per due ragioni:

1. Le goccioline che si sono formate non richiedono calore di vaporizzazione, ma solo di fusione, che generalmente è inferiore rispetto il primo;

2. Essendo il flusso di gas dalla superficie ridotto, si ha una riduzione del tipico effetto di bloccaggio del calore trasferito per convezione generato dal blowing dei combustibili in fase gassosa.

Rispetto la teoria classica della combustione, valida per i propellenti a base di polimeri, nel caso di cere paraffiniche bisogna dunque considerare che: il calore effettivo di gassificazione è ridotto grazie al trasferimento di massa meccanico delle goccioline dal liquido; il bloccaggio del calore trasferito per convezione diminuisce grazie alla diminuzione del flusso di gas dalla superficie; le oscillazioni formate sulla superficie di strato liquido ne aumentano la rugosità, e di conseguenza il trasferimento del calore dal fronte di fiamma alla superficie stessa. In generale, pertanto, il rateo di regressione totale può essere scritto come la somma del rateo di regressione dovuto all'evaporazione del liquido nel flusso di gas e del rateo di regressione dovuto all'entrainment, relativo alla massa di combustibile estratto meccanicamente dalla superficie liquida.

### 1.2.5 Vantaggi e svantaggi della propulsione ibrida ed applicazioni

I principali vantaggi degli endoreattori a propellenti ibridi [8, pp. 980–981] sono:

1. *Peso* minore rispetto i LRE, essendo la densità del combustibile elevata ed l'hardware del sistema di alimentazione ridotto;
2. *Indipendenza* dalla pressione in camera del rateo di regressione;
3. Maggiore *sicurezza* dei SRM, essendo ossidante ed il combustibile immagazzinati separatamente;
4. *Controllo della spinta* semplificato, grazie alla facilità di regolazione del flusso di ossidante;
5. Scelta più ampia nella *definizione della geometria* del grano rispetto i SRM;
6. Minore *complessità*, non essendo necessario il sistema di raffreddamento rigenerativo per la camera e l'ugello.
7. Minor *costo* di realizzazione e di operatività, in quanto ci sono alti livelli di *safety* ed il combustibile può essere realizzato in ciascun sito commerciale convenzionale;
8. Meno *inquinanti*, essendo l'ossidante privo di cloro (al contrario dei SRM) ed essendoci dei propellenti che non possiedono caratteristiche nocive (come invece si verifica per i LRE).

I principali svantaggi [18, p. 2] sono, invece:

1. Minore *impulso specifico* dei LRE;
2. Minore *densità di impulso specifico* rispetto ai SRM;
3. Basso *rateo di regressione* (un ordine di grandezza in meno rispetto i SRM), richiedente una maggiore superficie di combustibile per produrre la spinta richiesta: ciò causa uno scarso *fuel loading*, basse densità di spinta e grandi ratei di lunghezza e diametro;
4. *Rapporto di miscela* mutevole dovuto all'aumento della *port area*  $A_P$  (con conseguente riduzione del rateo di regressione) e della *burning area*  $A_b$  durante la combustione: essendo i due effetti non bilanciati, si ha un cambiamento nel flusso di massa di combustibile (anche nel caso di flusso costante di ossidante);
5. Inefficienza del *mixing*, con conseguente minore efficienza di combustione rispetto i SRM e LRE;
6. Lentezza di accensione accensione e risposta al throttling a causa del ritardo termico all'interno del combustibile solido rispetto ai LRE.

L'utilizzo degli HRE rappresenta una scelta vincente in caso di missioni nelle quali shutdown, restarting e throttling giochino un ruolo importante. Essi sono anche adatti per missioni a lungo raggio, nelle quali l'immagazzinamento dei propellenti, la produzione ed il lancio devono essere agevolati: trovano dunque applicazioni in booster e stadi maggiori di veicoli di lancio e nei sistemi di manovra di satelliti [16, p. 310].

### 1.3 Studio dell'equilibrio chimico

#### 1.3.1 Descrizione della condizione di equilibrio chimico

L'analisi della composizione in equilibrio chimico in camera di combustione permette di valutare le proprietà termodinamiche e di trasporto teoriche e le performance di un di un motore, al fine di formularne il design.

L'*equilibrio chimico* è uno stato in cui la reazione diretta e la reazione inversa avvengono alla stessa velocità: in questa condizione non si ha variazione nel tempo della concentrazione di prodotti e reagenti, a meno di variazione di pressione e temperatura. L'equilibrio può essere descritto tramite le costanti di equilibrio o tramite la minimizzazione dell'energia libera: la trattazione seguente si riferirà al metodo di *minimizzazione dell'energia libera di Gibbs*, lo stesso utilizzato dal CEA. Esso prevede che ogni specie possa essere trattata in modo indipendente senza il bisogno di specificare un set di reazioni prioritarie.

Le equazioni che descrivono l'equilibrio chimico sono [11]:

- **Equazione di stato**, in quanto si assume che i gas siano ideali e che le interazioni tra le fasi possano essere trascurate. Considerando la pressione  $P$  in  $Pa$ , il volume specifico  $V$  in  $\frac{m^3}{kg}$ , il numero di moli di reagenti per unità di massa  $n$  in  $\frac{kmol}{kg}$ , la temperatura  $T$  in  $K$  e la densità  $\rho$  in  $\frac{kg}{m^3}$ :

$$PV = nRT \quad o \quad \frac{P}{\rho} = nRT \quad (2)$$

Il numero di moli di reagenti può essere scritto, considerando il numero di moli delle specie  $j$ -esime ed  $NG$  pari al numero di gas nella miscela, come:

$$n = \sum_{j=1}^{NG} n_j \quad (3)$$

- **Minimizzazione dell'energia di Gibbs** Per una miscela di  $NS$  specie, l'energia di Gibbs per chilogrammo di miscela di reagenti, definendo  $mu_j$  come il potenziale chimico per chilogrammo mole della specie  $j$ -esima, è dato da:

$$g = \sum_{j=1}^{NS} \mu_j n_j \quad \mu_j = \left( \frac{\delta g}{\delta n_j} \right)_{T,P,n_{i \neq j}} \quad (4)$$

La condizione di equilibrio chimico consiste nella minimizzazione dell'energia libera: questo processo è generalmente soggetto ad alcuni vincoli, come quello relativo al bilancio di massa:

$$\sum_{j=1}^{NS} a_{ij} n_j - b_i^\circ = 0 \quad (i = 1, \dots, l) \quad (5)$$

Riformulabile anche come:

$$b_i - b_i^\circ = 0 \quad (i = 1, \dots, l) \quad (6)$$

dove i coefficienti stechiometrici  $a_{ij}$  sono il numero di chilogrammi atomo di specie  $i$ -esima per chilogrammi mole della specie  $j$ -esima, l'indice  $l$  è il numero di elementi chimici,  $b_i^\circ$  è il numero di chilogrammi atomo di elemento  $i$ -esimo per chilogrammo della totalità dei reagenti e  $b_i$  è il numero di chilogrammi atomo di elemento  $i$ -esimo

per chilogrammi della miscela di reagenti.

Definendo i moltiplicatori Lagrangiani  $\lambda_i$ , si introduce l'energia libera di Gibbs  $G$ :

$$G = g + \sum_{i=1}^l \lambda_i (b_i - b_i^\circ) \quad (7)$$

La condizione di equilibrio chimico si realizza quando:

$$\delta G = \sum_{i=1}^l (\mu_j + \sum_{i=1}^l \lambda_j a_{ij}) \delta n_j + \sum_{i=1}^l (b_i - b_i^\circ) \delta \lambda_i = 0 \quad (8)$$

Trattando indipendentemente le variazioni  $\delta n_j$  e  $\delta \lambda_i$ , si ottiene l'Equazione 6 di bilancio della massa e l'Equazione:

$$\mu_j + \sum_{i=1}^l \lambda_i a_{ij} = 0 \quad (j = 1, \dots, NS) \quad (9)$$

Le Equazioni 5 e 9 permettono di determinare la composizione di equilibrio per gli stadi termodinamici specificati assegnata una coppia di funzioni di stato, come ad esempio temperatura e pressione, entalpia e pressione o entropia e pressione. Le equazioni per il calcolo della composizione sono di tipo non lineare, pertanto si utilizza un procedimento iterativo dove risulta conveniente trattare  $n$  come una variabile indipendente.

### 1.3.2 Utilizzo del CEA per la valutazione delle performance dell'endoreattore

La complessità della combustione e dell'analisi di equilibrio chimico hanno portato allo sviluppo del *NASA CEA software*, il quale può essere utilizzato per determinare la composizione chimica nel propulsore e le sue performance. Le ipotesi semplificative alla base dello studio sono: forma unidimensionale dell'equazione di continuità, conservazione dell'energia e del momento, velocità nulla all'ingresso della camera, espansione isoentropica nell'ugello, miscelazione omogenea, gas ideali, assenza di ritardi di temperatura e velocità tra le specie condensate e gassose.

Le operazioni dell'endoreattore sono modellate tramite il processo di combustione, seguito da un'espansione isoentropica lungo l'ugello: il CEA determina le performance ( $c^*$ ,  $I_{sp}$ ,  $I_{vac}$ ) ed altre importanti variabili per definire il design basandosi o su una regolazione continua dell'equilibrio durante l'espansione (*equilibrium*), o su una composizione fissata a quella della combustione durante tutta l'espansione (*frozen*).

L'impostazione del CEA avviene tramite i seguenti step [15]:

1. Selezione del tipo di problema che si vuole analizzare: nel caso delle performance di un endoreattore il comando è "rocket";
2. Scelta della pressione in camera, che si assume coincidente con la pressione di ristagno (essendo la velocità nella camera trascurabile rispetto la velocità supersonica nell'ugello);
3. Scelta delle specie chimiche (combustibile ed ossidante);
4. Definizione del *mixture ratio*, ovvero il rapporto tra portata di ossidante e portata di combustibile, che specifica la quantità utilizzata di ciascuna specie;
5. Definizione del rapporto delle aree dell'ugello supersonico, pari al rapporto tra area di uscita e area di gola: questa grandezza è fondamentale al fine di calcolare le performance.

## 2 Generazione delle mappe di addestramento e validazione e sviluppo di un modello basato sulle reti neurali

La prima parte della tesi ha come obiettivo la definizione di un modello, basato sulle reti neurali, che simuli le performance di un endoreattore a propellenti ibridi in condizioni di equilibrio in camera: nella prima sezione di questo capitolo, pertanto, sono stati introdotti i concetti cardine del funzionamento delle reti neurali, e le problematiche che li contraddistinguono, fra cui l'*Overfitting*.

Successivamente, si è passati allo sviluppo della rete neurale per mezzo dei seguenti step:

1. Confronto dei risultati ottenuti al variare del solo *mixture ratio* tramite la simulazione CEA, il fit polinomiale che interpola i risultati del CEA ed il modello basato sulle reti neurali;
2. Costruzione di un modello che valuti le performance di un HRE basato sulle reti neurali al variare di *mixture ratio*, *pressione in camera* e *rapporto supersonico di aree*.

### 2.1 Cenni sulle Reti Neurali Artificiali

Il *Machine Learning* è una tecnica di modellazione che analizza dei dati e costruisce autonomamente un modello che li rappresenti, ponendosi come un mezzo di risoluzione di problemi non risolvibili tramite modelli analitici.

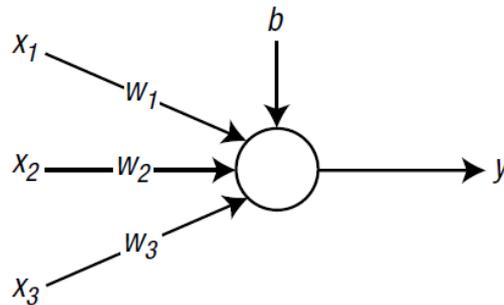


Figura 5: Un nodo che riceve tre input [12, p. 20]

Le reti neurali (ANN o SNN) rappresentano uno dei metodi di implementazione del Machine Learning: si tratta di modelli computazionali il cui *modus operandi* riflette il comportamento del cervello umano, imitandone il trasferimento dei segnali attraverso i neuroni.

La struttura di una rete neurale è costituita da nodi, suddivisi in *layer*, ciascuno dei quali trasporta dei segnali  $v$ : ad ogni segnale è associato un peso (*weight*)  $w$ , ed una soglia (*bias*)  $b$ , relativa all'immagazzinamento delle informazioni. Prima di raggiungere un nodo, i segnali in input sono moltiplicati per i propri pesi, come illustrato in Figura 5: un segnale con un peso maggiore, pertanto, avrà un effetto maggiore sulla somma pesata totale dei segnali.

$$v^k = \mathbf{W}x^k + b \quad (10)$$

Dove:

$$W = \begin{bmatrix} w_{0,0} & w_{0,1} & \dots & w_{0,n} \\ w_{1,0} & w_{1,1} & \dots & w_{1,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{k,0} & w_{k,1} & \dots & w_{k,n} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$x^k = \begin{bmatrix} x_0^k \\ x_1^k \\ \vdots \\ x_n^k \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (12)$$

Il nodo sottopone la somma pesata alla *funzione di attivazione*  $\varphi(\cdot)$ , che generalmente coincide con la sigmoide  $\varphi(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$ , la quale fa sì che il segnale venga o meno trasmesso al nodo successivo:

$$x^{k+1} = \varphi(v^k) \quad (13)$$

In Figura 6 è possibile osservare la topografia di una classica rete neurale: i nodi nella prima colonna, che costituiscono l'*input layer*, hanno il solo compito di trasmettere i segnali in input ai nodi successivi; similmente, i nodi dell'ultima colonna costituiscono l'*output layer*, ed hanno lo scopo di fornire il risultato finale della rete neurale. I neuroni appartenenti agli *Hidden Layers*, invece, sono soggetti ai calcoli relativi alla somma pesata dei segnali ed all'applicazione della funzione di attivazione; non sono accessibili dall'esterno.

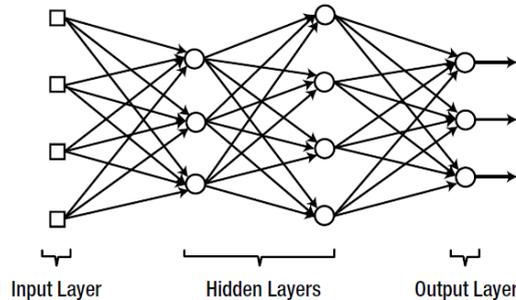


Figura 6: Schema rete neurale  
[12, p. 22]

### 2.1.1 Addestramento della rete neurale

Il metodo di addestramento *supervisionato* è utilizzato per risolvere i problemi di regressione, che consistono nella previsione su valori reali detti di *target*: la sua peculiarità è che il set di dati di addestramento consiste di dati input abbinati agli output corretti. Gli step dell'addestramento sono:

1. Inizializzazione dei pesi con valori adeguati;
2. Inserimento degli input nella rete neurale, calcolo degli output della rete e valutazione dell'errore rispetto all'output corretto;
3. Assegnazione di nuovi pesi per ridurre l'errore;
4. Ripetizione degli step 2-3 per tutti i dati di addestramento.

L'approccio tramite cui si aggiornano i valori dei pesi in accordo con le informazioni recepite, detto *learning rule*, fa sì che l'addestramento sui dati si ripeta finché l'errore corrisponda ad un valore accettabile di tolleranza: l'iterazione viene definita come *epoca*.

### 2.1.2 Overfitting

L'*overfitting* è una problematica cui l'addestramento di reti neurali profonde, che sono intrinsecamente più complesse, è tenuto a far fronte: essa consiste nella situazione in cui la rete è in grado di predire l'output sui dati di addestramento, ma produce un errore molto grande su input che non vi hanno contribuito.

Per comprendere meglio il fenomeno, si fa riferimento alla Figura 7, nella quale la curva più chiara rappresenta il modello soggetto a sovradattamento, mentre la curva più scura un modello regolarizzato. Essendo la prima curva una rappresentazione molto accurata dei dati di addestramento, essa ne è al contempo molto dipendente, pertanto è altamente probabile che produca un errore maggiore su dati mai visti.

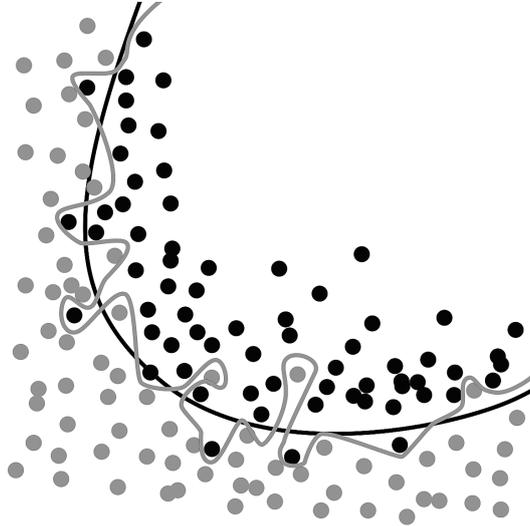


Figura 7: Modello soggetto ad overfitting [24]

Per ovviare tale problematica, si possono attuare due strategie: l'applicazione della *regolarizzazione*, un metodo numerico che mira a costruire un modello semplice, che eviti l'overfitting ma che necessariamente penalizzi le performance, o la *validazione*, ovvero un processo che riserva una parte dei dati dell'addestramento al monitoraggio delle performance. In quest'ultimo caso, il set di dati viene suddiviso in tre gruppi:

- Dati di addestramento: dati utilizzati per effettuare il training della rete;
- Dati di validazione: dati utilizzati per verificare la bontà dell'addestramento (e l'eventuale presenza di *overfitting*);
- Dati di test: dati sconosciuti al modello utilizzati per valutarne le prestazioni ed il funzionamento.

## 2.2 Chiamata del CEA

Come illustrato in 1.3.2, sono cinque i passi da seguire per inizializzare il CEA al fine dell'analisi delle performance di un endoreattore: i punti salienti consistono nella definizione dei propellenti, nella delimitazione dei range operativi in cui si colloca il funzionamento del dispositivo e nelle istruzioni relative alla *tipologia* di equilibrio che si decide di simulare.

Si vogliono valutare le performance teoriche per un endoreattore a propellenti ibridi (comando *rocket*), andando a modellare la combustione nella condizione di equilibrio chimico di tipo *frozen* (composizione nell'ugello "congelata" alla composizione in camera).

Fuel/Ox	Formula chimica	wt%	$T, k$	$h, kJ/mol$
Cera paraffinica	$C_{32}H_{66}$	100.000	533	-697.2
Ossigeno liquido	$O_2$	100.000	90.170	-129.79

Tabella 1: Propellenti utilizzati

In Tabella 1 sono esplicitati il combustibile [21] e l'ossidante che alimentano l'endoreattore a propellenti ibridi.

I parametri termodinamici da inserire in input, in ordine di immissione, sono: la pressione in camera  $p_c$ , il rapporto tra portata di ossidante e portata di combustibile, ovvero il mixture ratio,  $\alpha$  ed il rapporto supersonico delle aree di espansione dell'ugello  $\varepsilon$ . I range operativi di diverse configurazioni di HRE per questi tre parametri sono stati ricavati dalle analisi per gli stessi propellenti in [5], e sono esplicitati in Tabella 2.

Parametro	Valore iniziale	Valore finale
$p_c$ , bar	2	12
$\alpha$	1.5	4
$\varepsilon$	5	25

Tabella 2: Range di funzionamento

Le performance di interesse al fine dello sviluppo di un modello basato sulle reti neurali che simuli il modello chimico del CEA sono: la *velocità caratteristica*  $c^*$ , che è una misura dell'efficienza e delle prestazioni della camera di combustione, il coefficiente di spinta nel vuoto  $C_{F_{vac}}$ , che rappresenta la bontà dell'espansione in ugello dei gas con il fine di generare spinta, e il rapporto tra calore specifico a pressione costante ed a volume costante dei gas  $\gamma$ . Si osservi che il coefficiente di spinta nel vuoto  $C_{F_{vac}}$  non è un output del CEA, ma viene ricavato come il rapporto tra l'impulso specifico nel vuoto, che è fornito dal CEA con le unità di misura di una velocità, e la velocità caratteristica:

$$C_{F_{vac}} = \frac{I_{sp_{vac}}}{c^*} \quad (14)$$

Il valore del coefficiente di spinta nel vuoto  $C_{F_{vac}}$  è utilizzato dal CEA per valutare il  $C_F$  al variare della quota tramite l'Equazione:

$$C_F = C_{F_{vac}} - \varepsilon \frac{p_{amb}}{p_c} \quad (15)$$

dove  $p_{amb}$  è la pressione ambiente alla quota considerata.

## 2.3 Verifica della coerenza dei risultati ottenuti tramite CEA, reti neurali e polinomi

### 2.3.1 Generazione mappa di addestramento e di validazione tramite il CEA

Un metodo alternativo alla simulazione diretta tramite il CEA, presente in letteratura [5], consiste in un fit polinomiale dei risultati ottenuti tramite il CEA: quest'ultimo, tuttavia, trascura l'effetto della variazione della pressione in camera  $p_c$  nel calcolo delle prestazioni della camera.

Per validare i risultati ottenuti tramite il modello basato sulle reti neurali, pertanto, si confrontano i risultati ottenuti con la rete con quelli teorici del CEA e quelli del fit polinomiale: il primo passo per far ciò è la costruzione di una *mappa di addestramento* ed una *mappa di validazione* per mezzo del CEA.

In questa prima fase sono stati passati in input dei dati provenienti dalla letteratura [3], e nello specifico: un valore costante di pressione in camera  $p_c = 10 \text{ bar}$  ed un valore costante di rapporto delle aree di espansione dell'ugello  $\varepsilon = 14$ . La differenza nella generazione delle due mappe risiede nella definizione del vettore del mixture ratio: nel caso della mappa di addestramento il range di funzionamento in Tabella 2 è stato suddiviso in 100 punti equispaziati (estremi compresi); nel caso della mappa di validazione i 100 valori di mixture ratio sono stati individuati in maniera randomica all'interno dello stesso intervallo. Sono stati considerati 100 punti e non 150, come nella costruzione delle mappe finali, in quanto questo step ha l'obiettivo di verificare la coerenza, dunque il numero di dati è stato ridotto per diminuire il tempo ed il costo computazionale dell'analisi.

### 2.3.2 Fit polinomiale dei risultati del CEA

La subroutine FORTRAN che implementa il fit polinomiale dei risultati ottenuti tramite il CEA [5, pp. 31–33] considera la pressione in camera costante: tale approssimazione può essere considerata accettabile in quanto l'errore relativo è molto piccolo. Si assume un'espansione di tipo *frozen* e, a partire dalla conoscenza del valore del mixture ratio  $\alpha$ , si valutano i valori di  $c^*$ ,  $\gamma$  e  $C_{F_{vac}}$ .

Il coefficiente di spinta nel vuoto si ottiene iterativamente a partire dall'espressione dell'evoluzione isoentropica unidimensionale nell'ugello, considerando  $\gamma$  fissato al valore in gola (espansione di tipo frozen):

$$C_{F_{vac}} = \eta_F \left[ \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]} + \varepsilon \frac{p_e}{p_c} \right] \quad (16)$$

$\eta_F$  tiene conto degli effetti reali [22],  $p_e$  è la pressione in uscita dall'ugello,  $p_{atm}$  è la pressione ambiente,  $p_c$  è la pressione in camera ed  $\varepsilon$  è il rapporto delle aree dell'ugello. Da letteratura [22], la velocità caratteristica deve infine essere corretta con un fattore costante pari a  $\eta_{c^*} = 0.96$ , mentre il coefficiente di spinta con un'efficienza pari a  $\eta_F = 0.98$ .

### 2.3.3 Addestramento e validazione della rete neurale

Per la costruzione di un modello basato sulle reti neurali sono state considerate diverse architetture al fine di identificare quella che meglio modellasse i risultati ottenuti tramite il CEA: nello specifico si sono analizzate architetture a singolo Layer ed a due Layer, osservando in entrambi i casi l'andamento dell'*errore quadratico medio*, ovvero la discrepanza quadratica media fra i valori dei dati osservati (output ottenuti tramite la simulazione CEA) ed i valori dei dati stimati (output della rete neurale valutata sugli input della mappa di validazione). Per entrambe le casistiche, l'addestramento si è svolto considerando una suddivisione dei set di addestramento, validazione e test pari a 75%/15%/10%, individuati randomicamente; la *funzione di addestramento* utilizzata è quella di Levenberg-Marquardt Algorithm (LMA), un algoritmo iterativo di ottimizzazione utilizzato per la soluzione di problemi in forma di minimi quadrati non lineari. La *funzione di attivazione* dei nodi scelta è la sigmoide  $\varphi(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$ , in quanto presenta una derivata che è una funzione continua e comporta, pertanto, un calcolo poco oneroso.

- Nello studio di un singolo Hidden Layer, in Figura 8, il numero di neuroni è stato fatto variare tra 5 e 40: il minor MSE (media degli errori sui tre dati di output) per il set di validazione randomico è stato ottenuto con un numero di 17 neuroni nell'Hidden Layer.
- Nello studio con due Hidden Layer, in Figura 9, il numero di neuroni è stato fatto variare tra 5 e 20: il minor MSE complessivo dei tre dati di output per il set di validazione randomico corrisponde ad un numero finale di 20 neuroni in ciascun Hidden Layer. Essendo la differenza dell'errore nel caso di 20 neuroni ed 8 neuroni trascurabile, si considera come configurazione ottimale quella di 8 neuroni al fine di ridurre i costi computazionali.

### 2.3.4 Confronto CEA - fit polinomiale - reti neurali

Si osservano gli andamenti delle performance valutate rispettivamente con il CEA (in blu), le reti neurali (in rosso) ed i polinomi (in verde) per le architetture individuate nella sezione 2.3.3. In entrambi i casi i MSE sono maggiori nel calcolo di  $c^*$ , ma comunque bassi essendo tale grandezza dell'ordine delle migliaia. La preferenza ad un'architettura piuttosto che un'altra è da ricercare sia nel valore dei MSE che nei costi computazionali: essendo l'errore soddisfacente in entrambe le architetture, si preferisce riferirsi a quella con un singolo Hidden Layer, in quanto presenta minori costi computazionali.

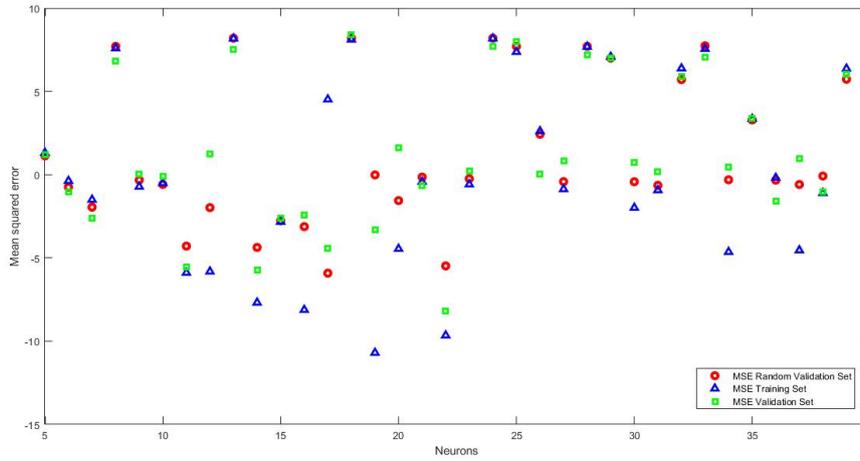


Figura 8: Errore quadratico medio 1 Hidden Layer

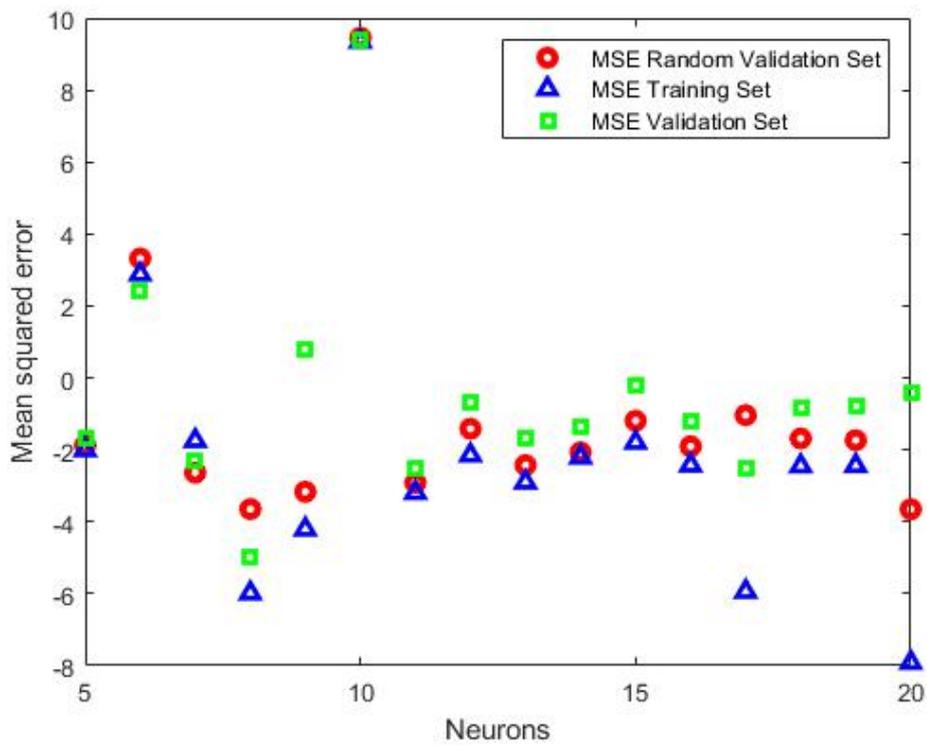


Figura 9: Errore quadratico medio 2 Hidden Layer

ANN	MSE $c^*$	MSE $C_F$	MSE $\gamma$
1HL, 17 neuroni	0.2	$8.03e^{-7}$	$1.9e^{-6}$
2HL, 8 neuroni	5.5	$4.7e^{-7}$	$3.2e^{-7}$

Tabella 3: MSE dei singoli output per le diverse architetture di ANN

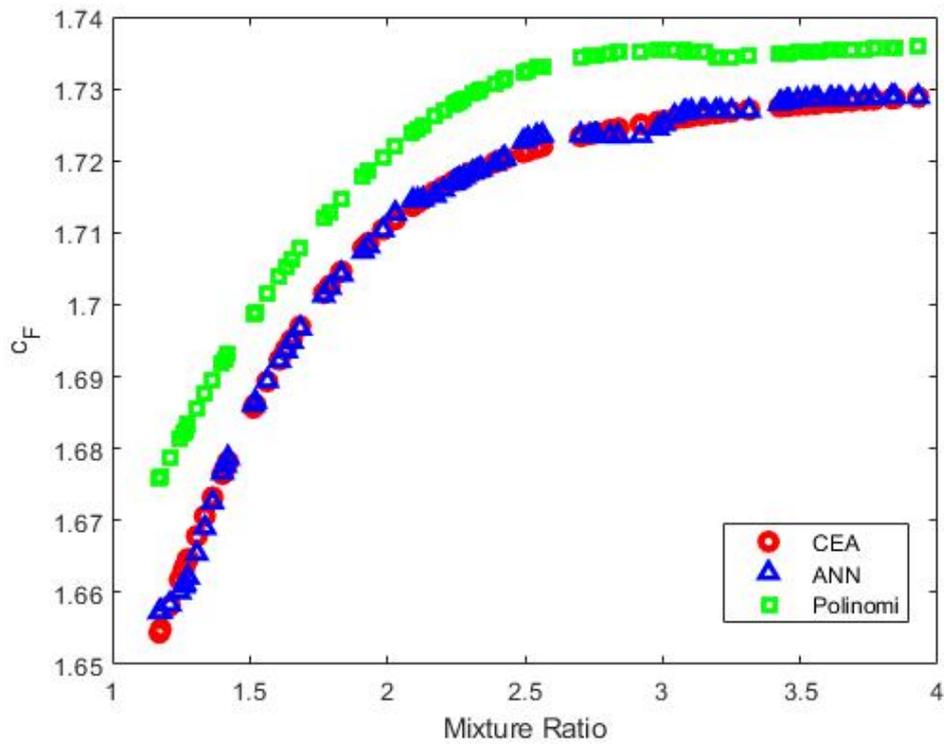


Figura 10: Performance  $C_F$  per un singolo Hidden Layer costituito da 17 neuroni

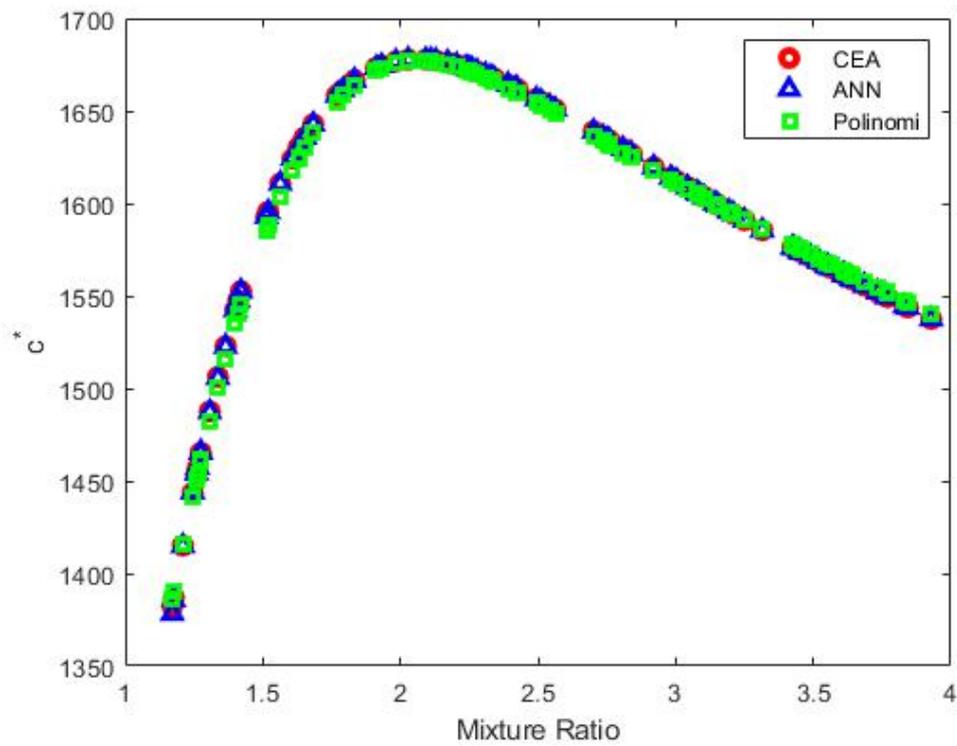


Figura 11: Performance  $c^*$  per un singolo Hidden Layer costituito da 17 neuroni

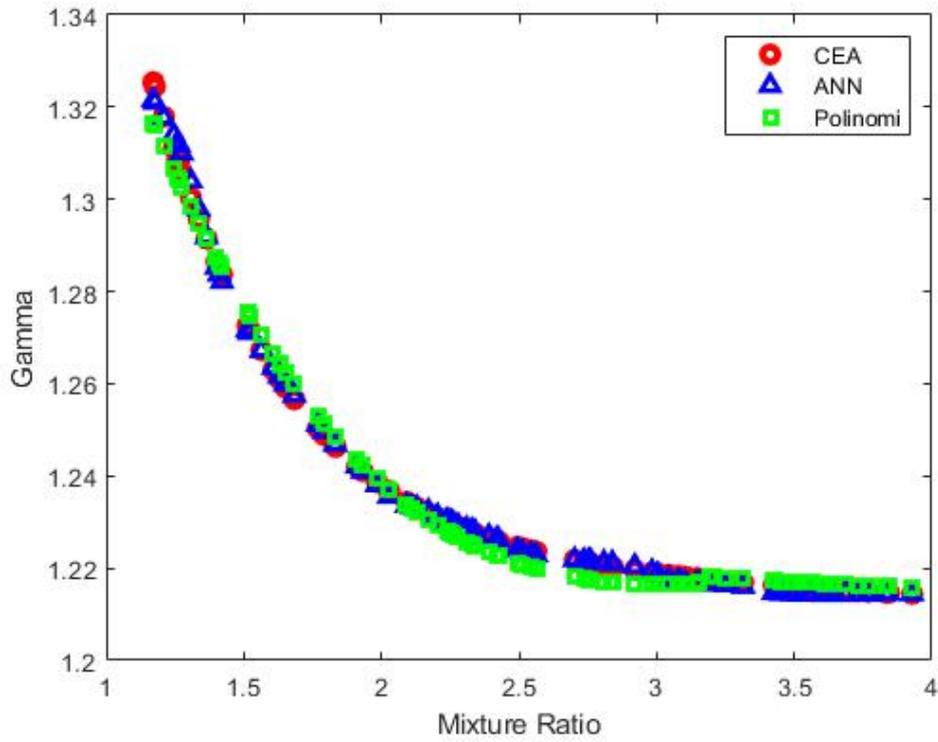


Figura 12: Performance  $\gamma$  per un singolo Hidden Layer costituito da 17 neuroni

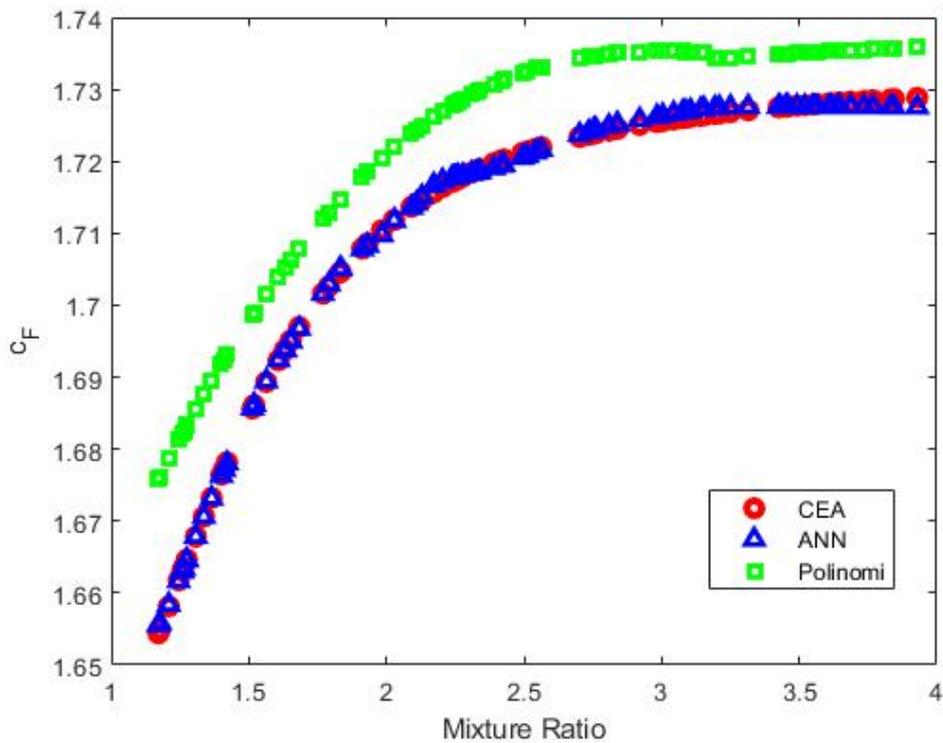


Figura 13: Performance  $C_F$  per due Hidden Layer costituiti da 8 neuroni

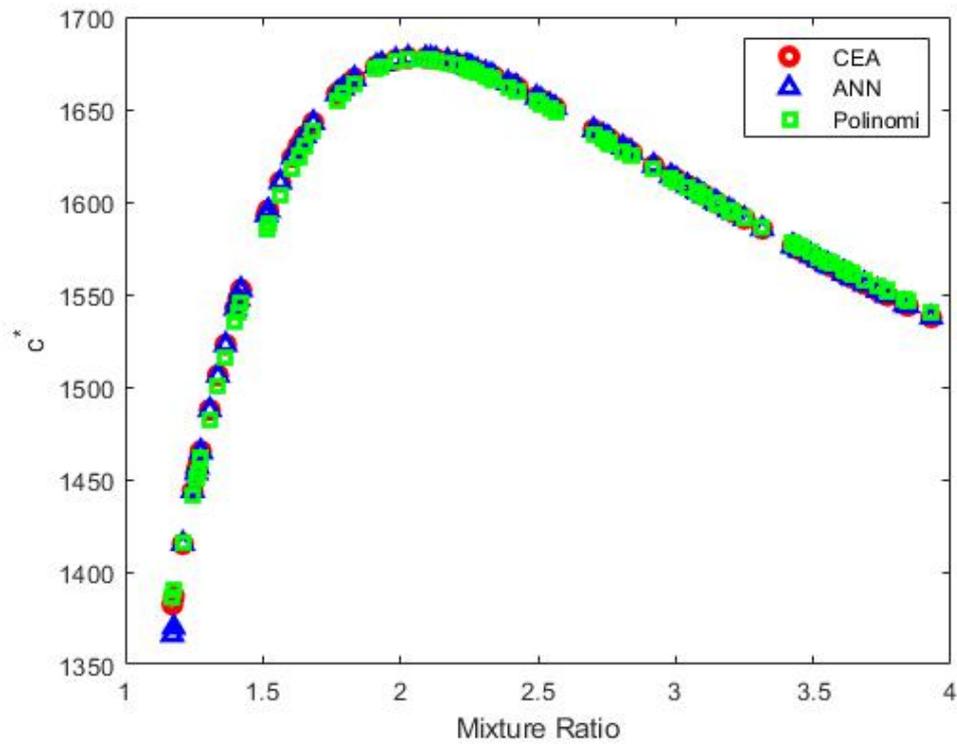


Figura 14: Performance  $c^*$  pper due Hidden Layer costituiti da 8 neuroni

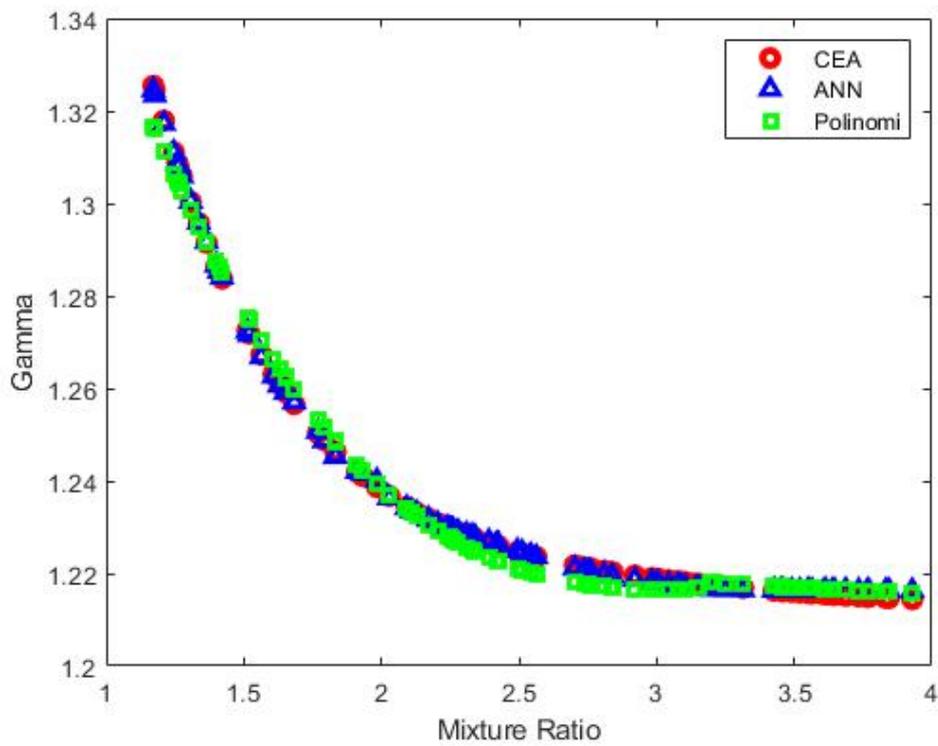


Figura 15: Performance  $\gamma$  per due Hidden Layer costituiti da 8 neuroni

Dal confronto emerge che i polinomi risultano essere molto accurati, come la rete neurale, sia nel calcolo della velocità caratteristica  $c^*$  che nel calcolo di  $\gamma$ , ma presentano un errore maggiore, comunque minore dell'1%, nella valutazione del coefficiente di spinta nel vuoto  $C_{F_{vac}}$ : tale situazione si verifica a causa del fatto che il fit polinomiale, ricevendo in input solo il valore del mixture ratio  $\alpha$ , valuta il  $C_{F_{vac}}$  in maniera semplificata, assumendo espansione isoentropica in ugello con  $\gamma = cost$ . Inoltre, i calcoli di  $b_n$  (il rapporto di espansione nell'ugello) e del  $C_{F_{vac}}$  sono iterativi: pertanto, unitamente alle considerazioni fatte sopra, si introducono errori ulteriori.

Per quanto riguarda il modello basato sulle reti neurali, invece, si osserva una inaccuratezza nell'andamento del  $C_F$  nell'intorno di valori di mixture ratio pari a 3: nonostante non si tratti di condizioni di funzionamento solite, ci si propone di raffinare il database di addestramento (nella fase di addestramento con  $p_C$  ed  $\varepsilon$  liberi) nel caso in cui si ritenga necessario in fase di ottimizzazione.

## 2.4 Sviluppo del modello basato sulle reti neurali

Seguendo le direttive illustrate in 2.2, si generano le mappe di addestramento, in Figura 16a, e validazione, in Figura 16b: in entrambe, tutti e tre i dati di input variano all'interno dei range di funzionamento raccolti in 2.

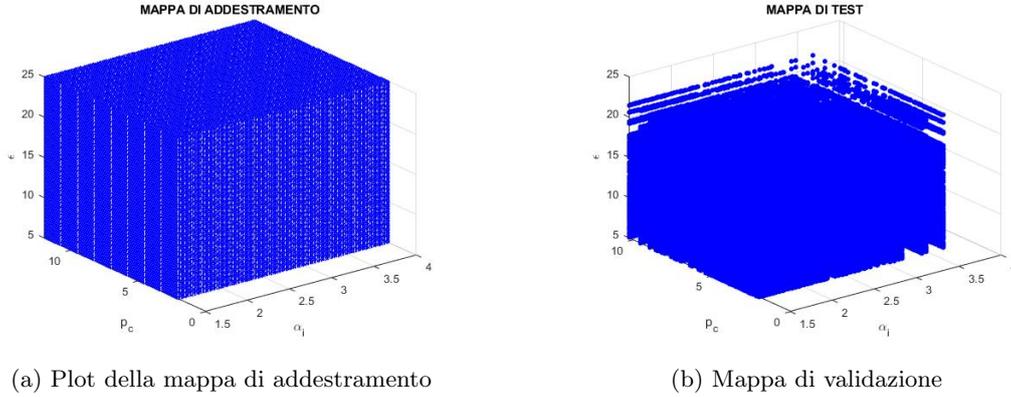


Figura 16: Mappa di addestramento e validazione

In prima battuta si effettua un confronto tra le performance ottenute dall'addestramento di una rete con due Hidden Layer e 18 neuroni con quelle già presenti in letteratura [14] dall'addestramento della medesima rete. Si osserva che i risultati in termini di ordine di grandezza sono comparabili per  $\gamma$  (Figura 19) e  $c^*$  (Figura 18), mentre  $C_F$  (Figura 17) presenta un ordine di grandezza inferiore. La discrepanza è dovuta al fatto che l'addestramento si conclude a 5000 epoche a causa del limite massimo imposto di epoche, non perché l'addestramento che rispetti i requisiti imposti sia stato davvero completato: a partire da una suddivisione casuale dei set di addestramento, test e validazione, pertanto, tale differenza è giustificata dal fatto che i set utilizzati in questo caso garantiscono un errore inferiore.

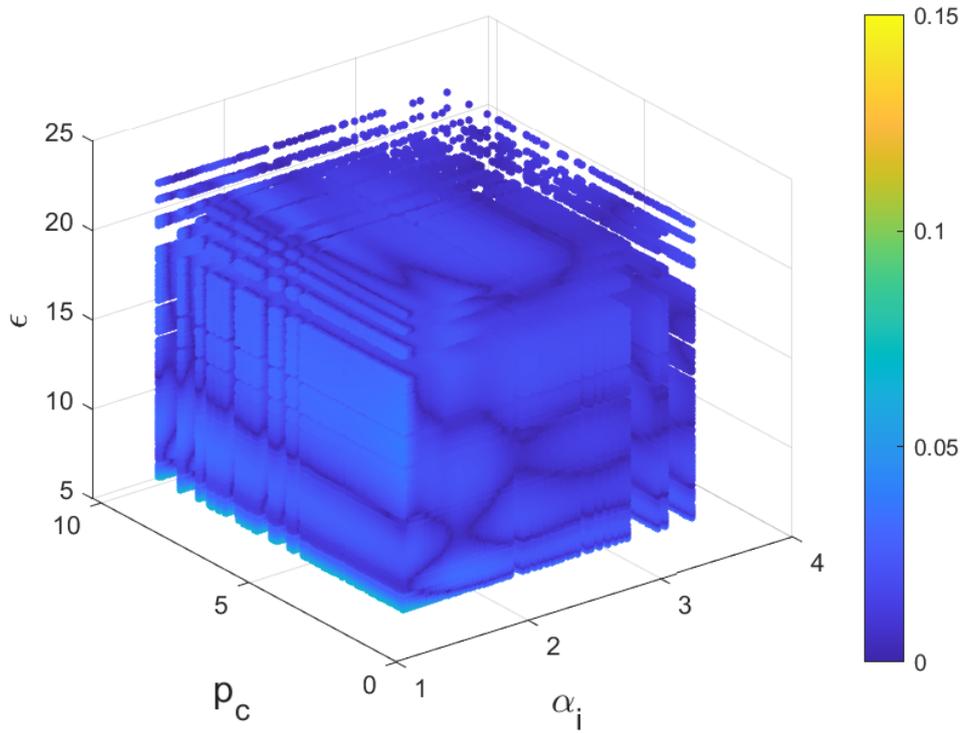


Figura 17: Plot dell'errore relativo tra la predizione della rete neurale ed il CEA sul  $C_F$

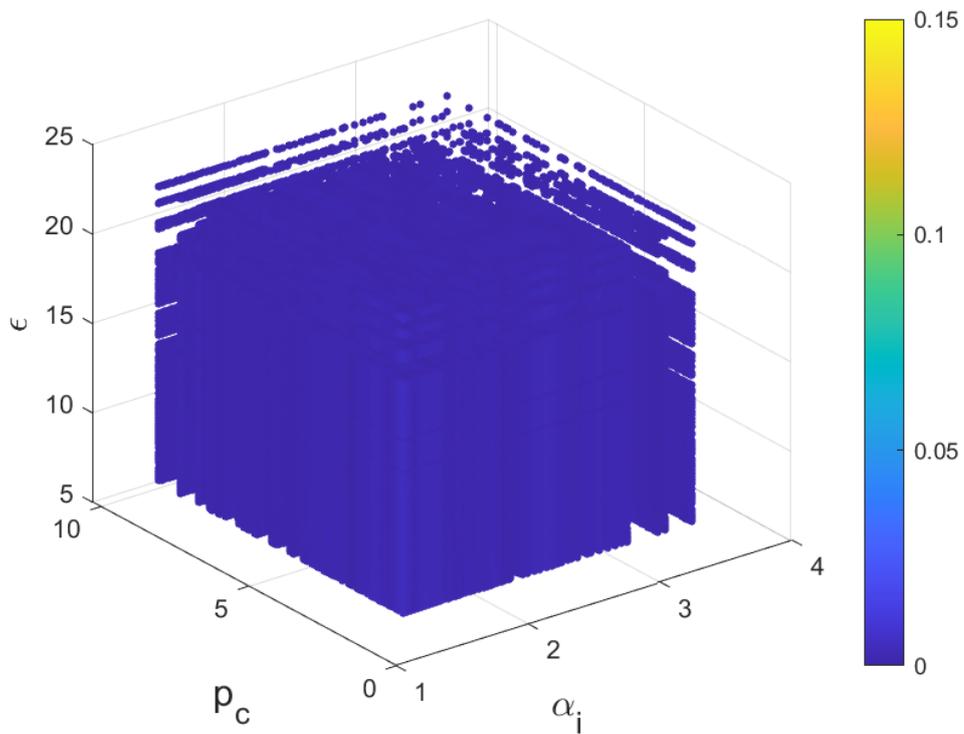


Figura 18: Plot dell'errore relativo tra la predizione della rete neurale ed il CEA sul  $c^*$

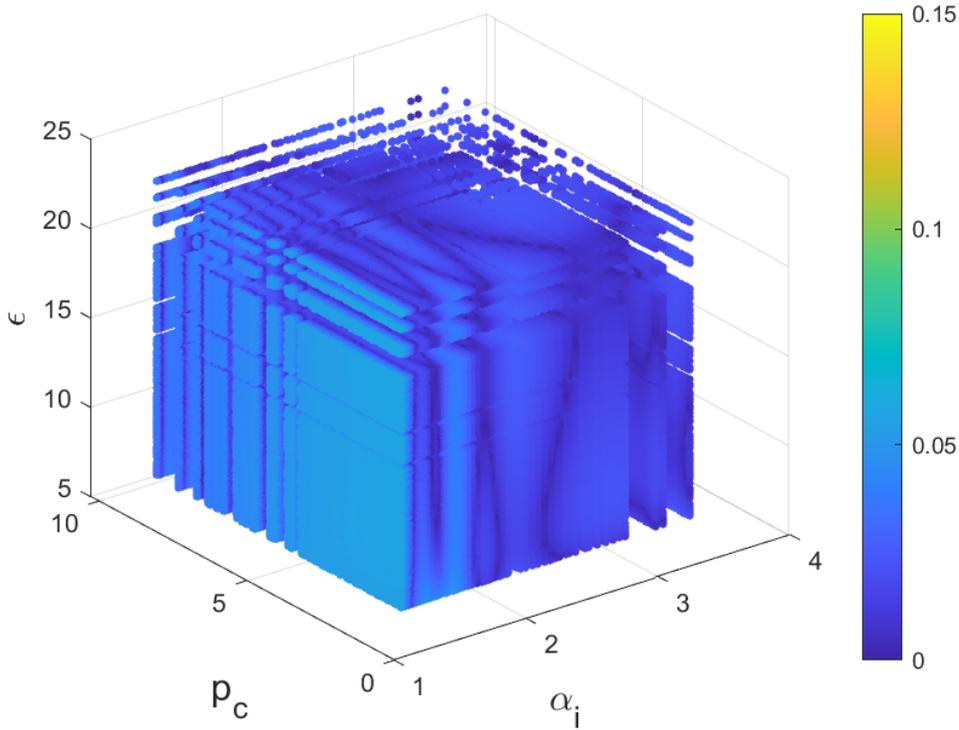


Figura 19: Plot dell'errore relativo tra la predizione della rete neurale ed il CEA sul  $\gamma$

Come fatto nella fase di verifica della coerenza dei risultati, nelle sezione 2.3.3, si analizzano diverse architetture ad un singolo e doppio Layer, ponendo a confronto i rispettivi errori quadratici medi.

- A causa degli elevati costi computazionali dovuti alla vastità della mappa, contenente un milione di punti, per lo studio della rete ad un singolo Layer si considera una parte preliminare in cui si fa variare il numero di neuroni tra 15 e 40 con passo 5, in Figura 20: non si va oltre il limite massimo in quanto i costi aumenterebbero troppo e si preferisce passare direttamente allo studio con due layer. Una volta individuato l'intervallo compreso tra 35 e 40 neuroni come quello che presenta l'errore minore, il focus si sposta su quest'ultimo e dell'analisi emerge in Figura 21 che il MSE minore corrisponde all'estremo destro, ovvero **40** neuroni.

35 Neuroni	36 Neuroni	37 Neuroni	38 Neuroni	39 Neuroni	40 Neuroni
0.0216	0.4905	0.2478	0.4123	0.0245	0.0046

Tabella 4: MSE per 1 layer e numero di neuroni da 35 a 40, valori Figura 21

Si passa dunque all'addestramento completo della rete composta da un singolo Hidden Layer e 40 neuroni: il tempo necessario per l'addestramento è stato di circa 48 ore, ed ha prodotto i risultati rappresentati nelle Figure 23, 24, 25, in termini di errore relativo della rete rispetto la soluzione esatta del CEA.

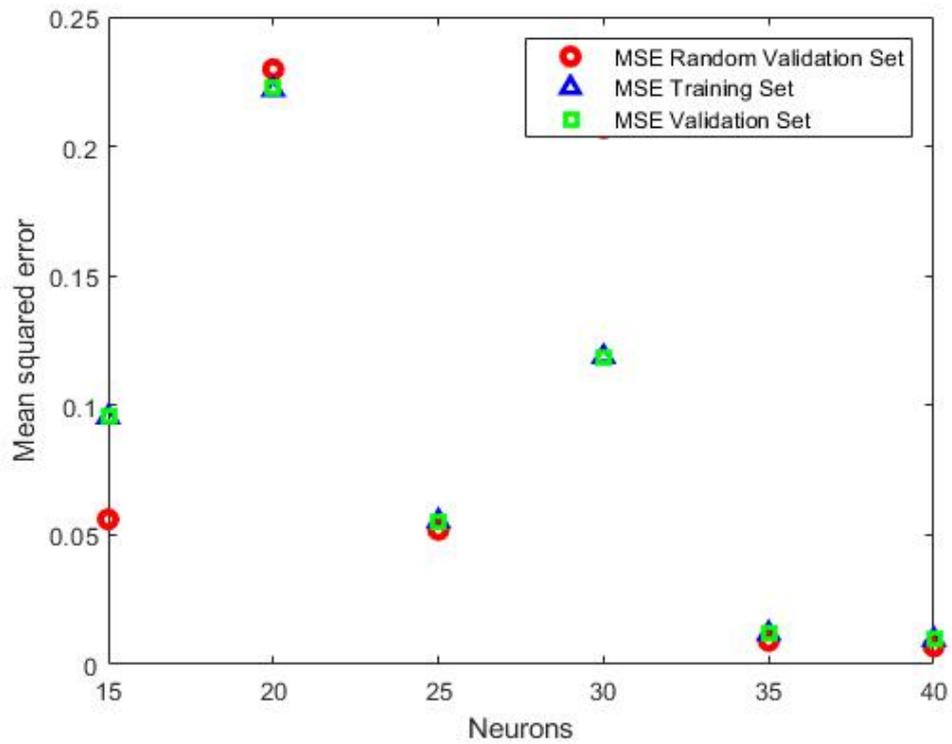


Figura 20: MSE della rete ad 1 Hidden Layer con neuroni da 15 a 40, passo 5

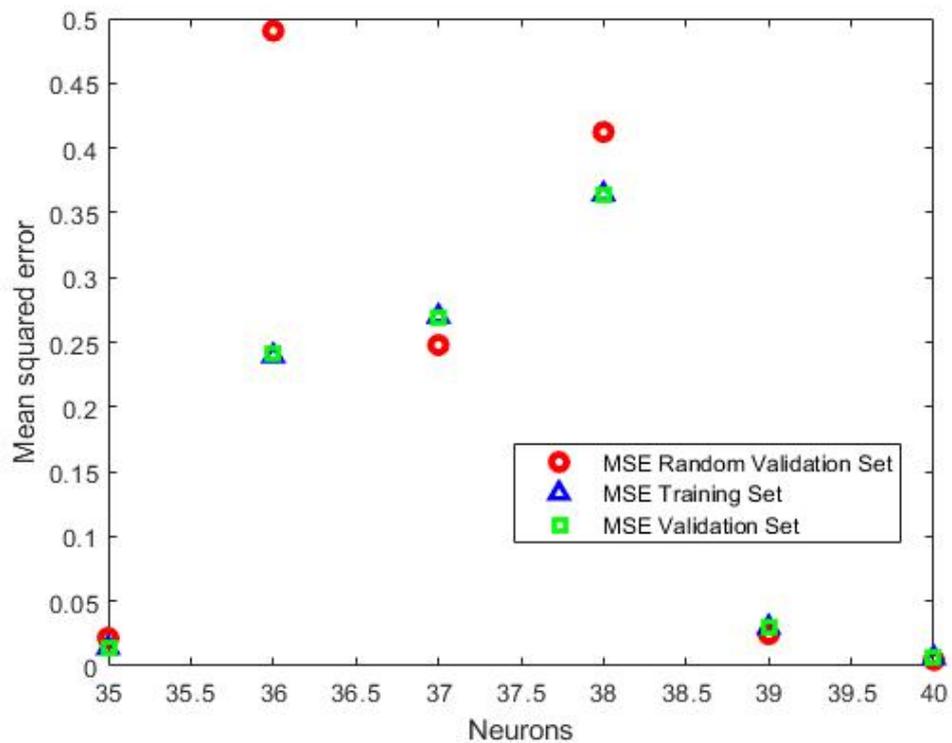


Figura 21: MSE della rete ad 1 Hidden Layer con neuroni da 35 a 40

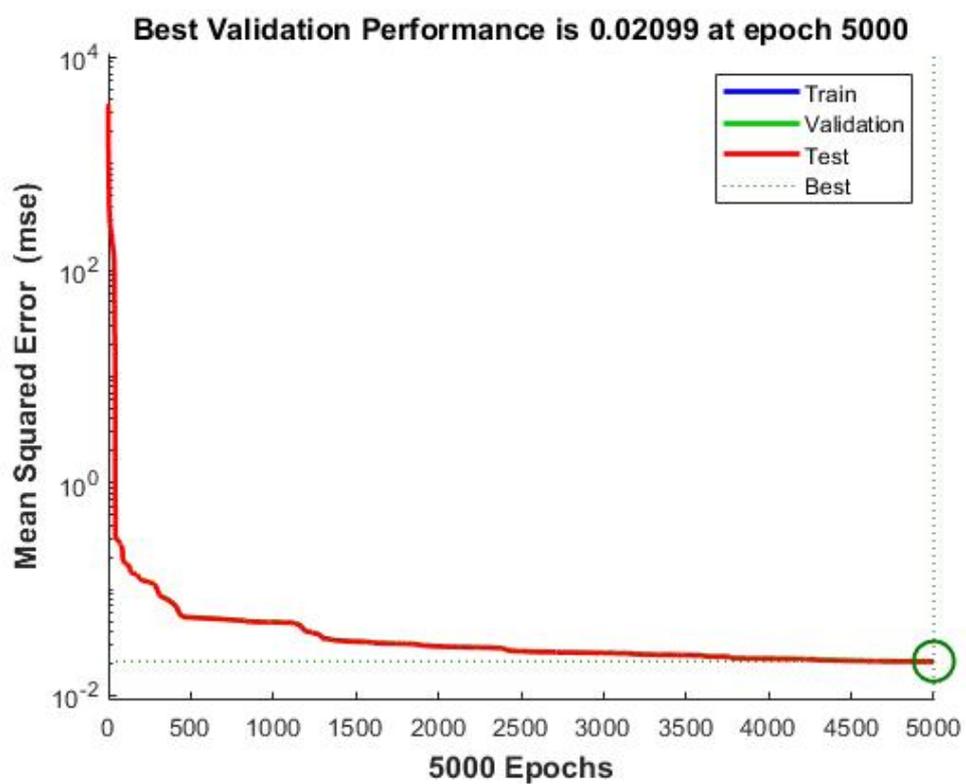


Figura 22: Performance addestramento della rete neurale con 1 Hidden Layer e 40 neuroni

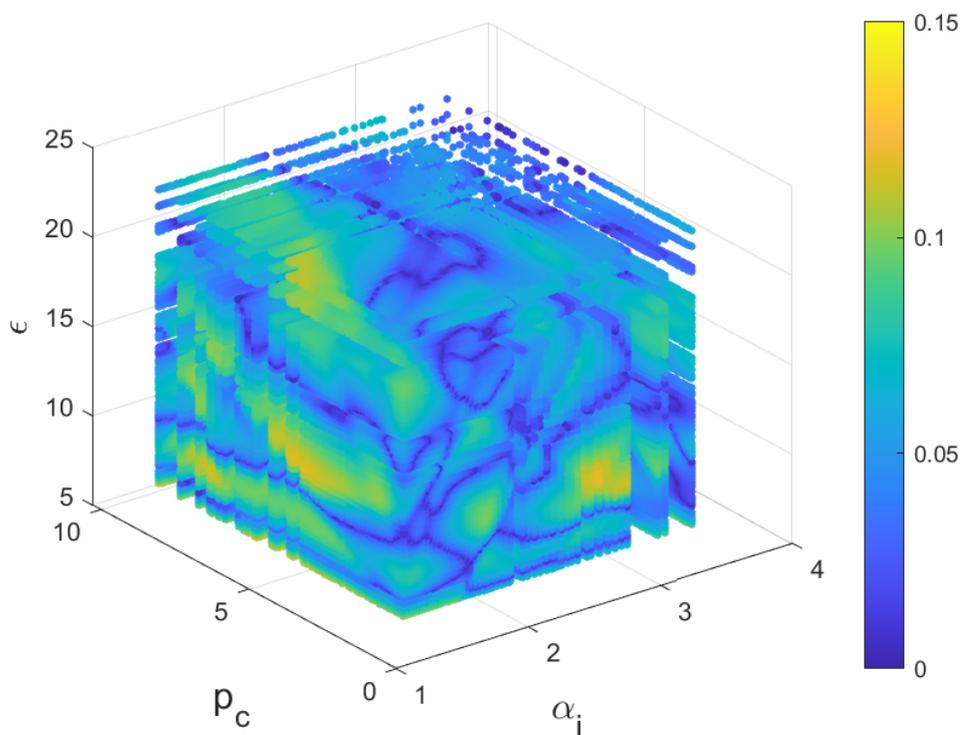


Figura 23: Plot dell'errore relativo tra la rete neurale ed il CEA per il  $C_F$

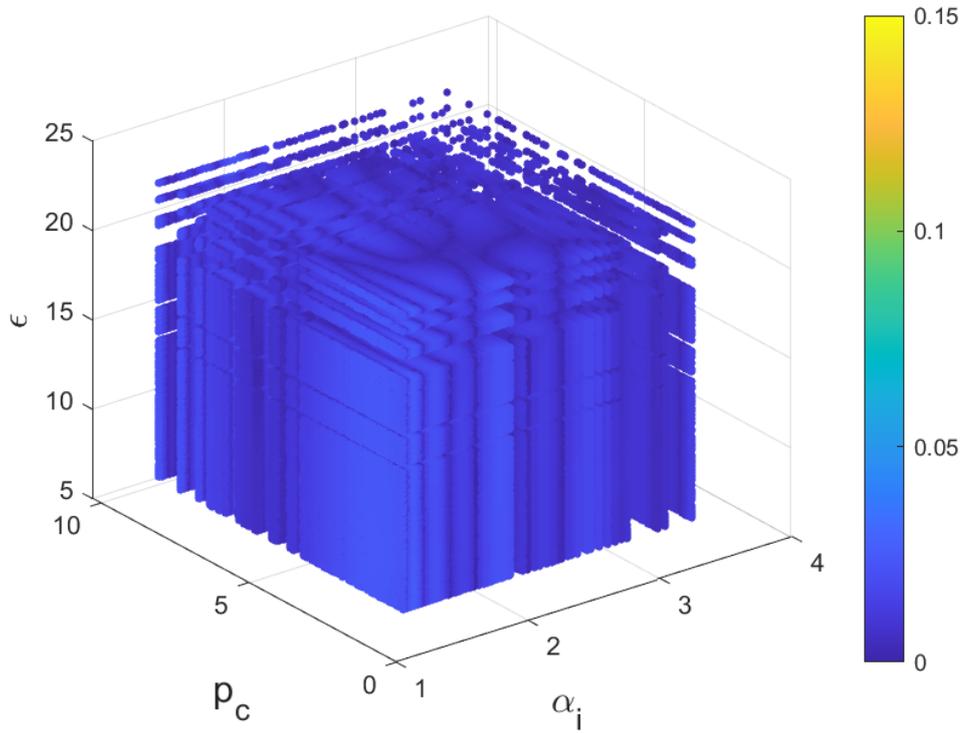


Figura 24: Plot dell'errore relativo tra la rete neurale ed il CEA per il  $c^*$

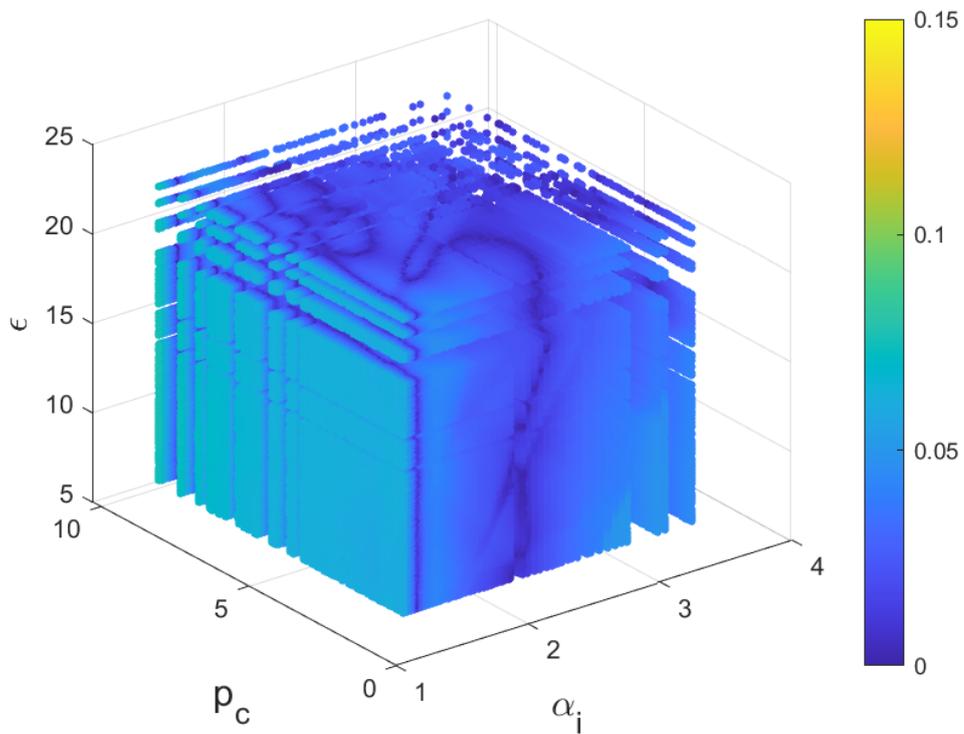


Figura 25: Plot dell'errore relativo tra la rete neurale ed il CEA per il  $\gamma$

- Per lo studio della rete costituita da due Hidden Layer, si esegue in prima battuta l'analisi considerando un numero di neuroni compreso tra 10 e 20, con passo 5, in Figura 26.

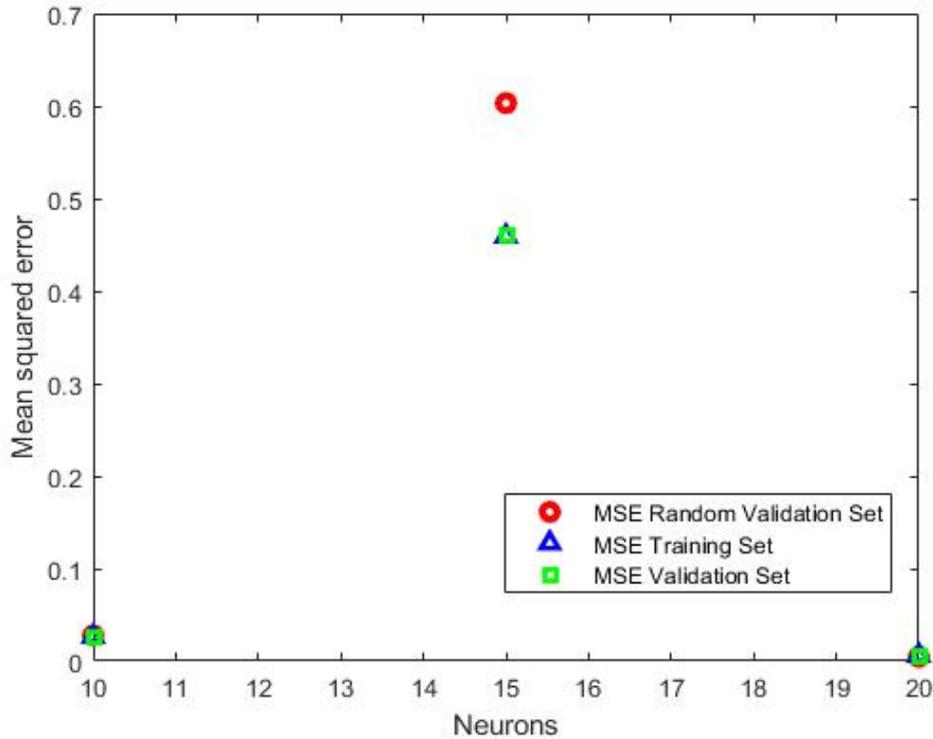


Figura 26: MSE per 2 Hidden Layer e numero di neuroni da 10 a 20, valori Figura 21

Individuato l'intervallo 15-20 come quello che da l'errore minore, ci si concentra su esso considerando passo unitario e si individua in Figura 27 un errore minimo in corrispondenza di 16 neuroni. Si passa dunque all'addestramento di tale rete, che ha richiesto un tempo complessivo di circa 85 ore ed ha prodotto i risultati rappresentati nelle Figure 29, 30 e 31.

15 Neuroni	16 Neuroni	17 Neuroni	18 Neuroni	19 Neuroni	20 Neuroni
0.0043	0.0002	0.5647	0.0017	0.0008	0.1132

Tabella 5: MSE per 2 layer e numero di neuroni da 15 a 20, valori Figura 27

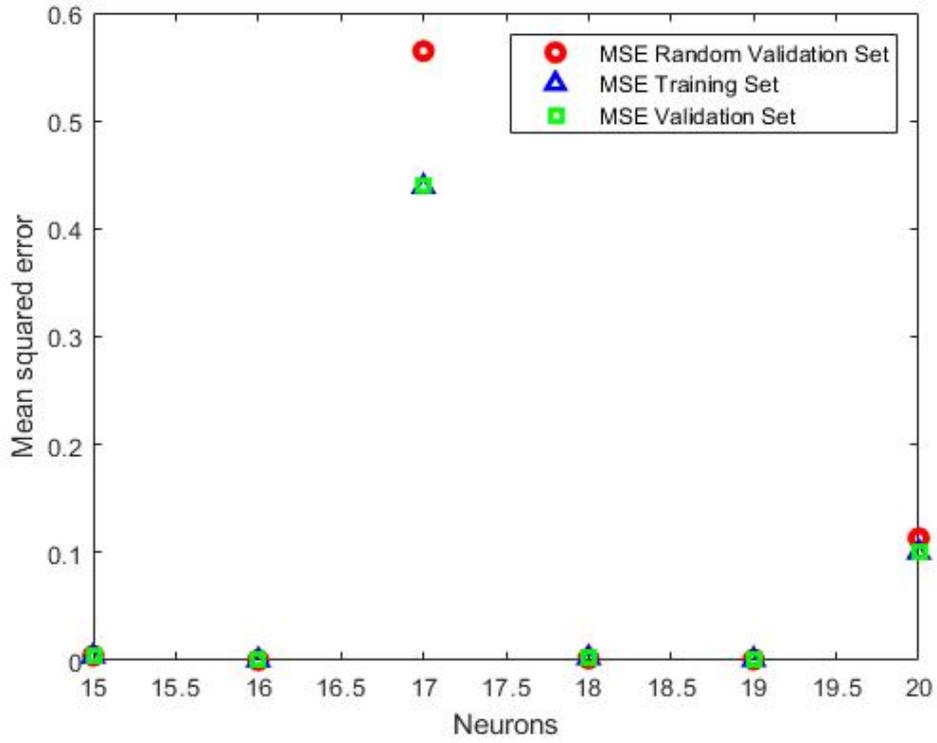


Figura 27: MSE per 2 Hidden Layer con neuroni da 15 a 20

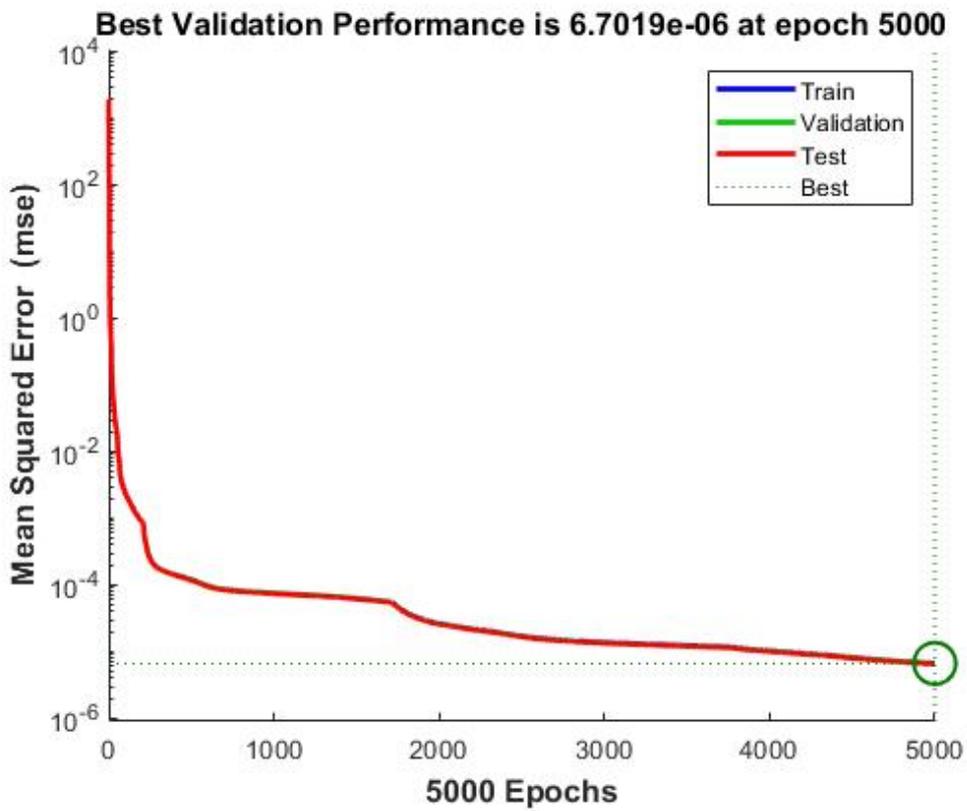


Figura 28: Performance addestramento della rete neurale con 2 Hidden Layer e 16 neuroni

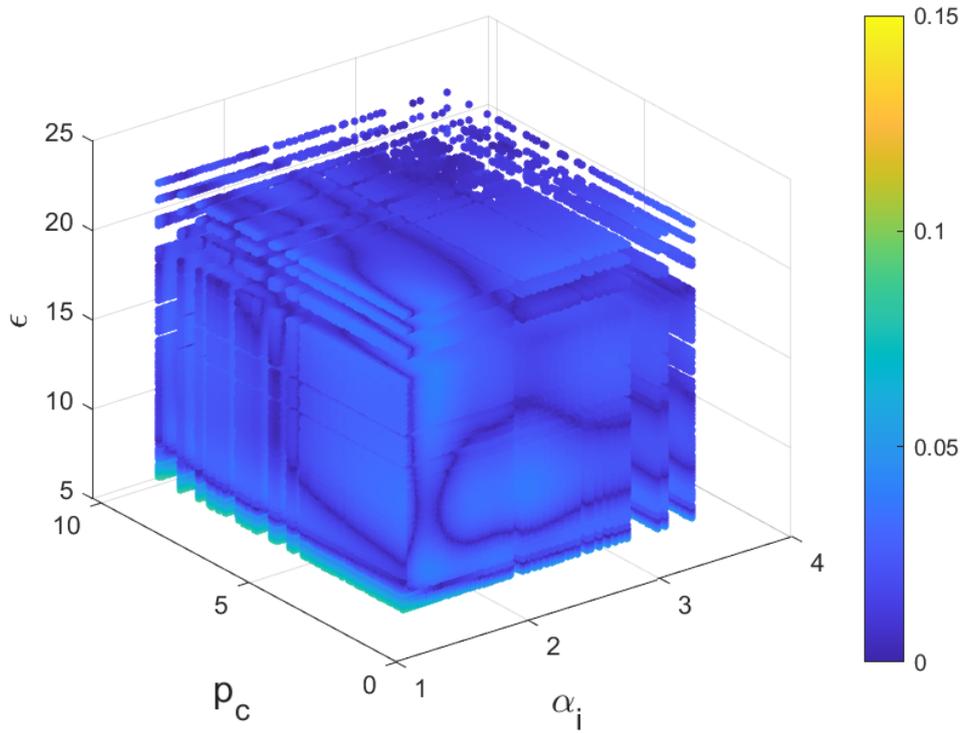


Figura 29: Plot dell'errore relativo tra la rete neurale ed il CEA per il  $C_F$

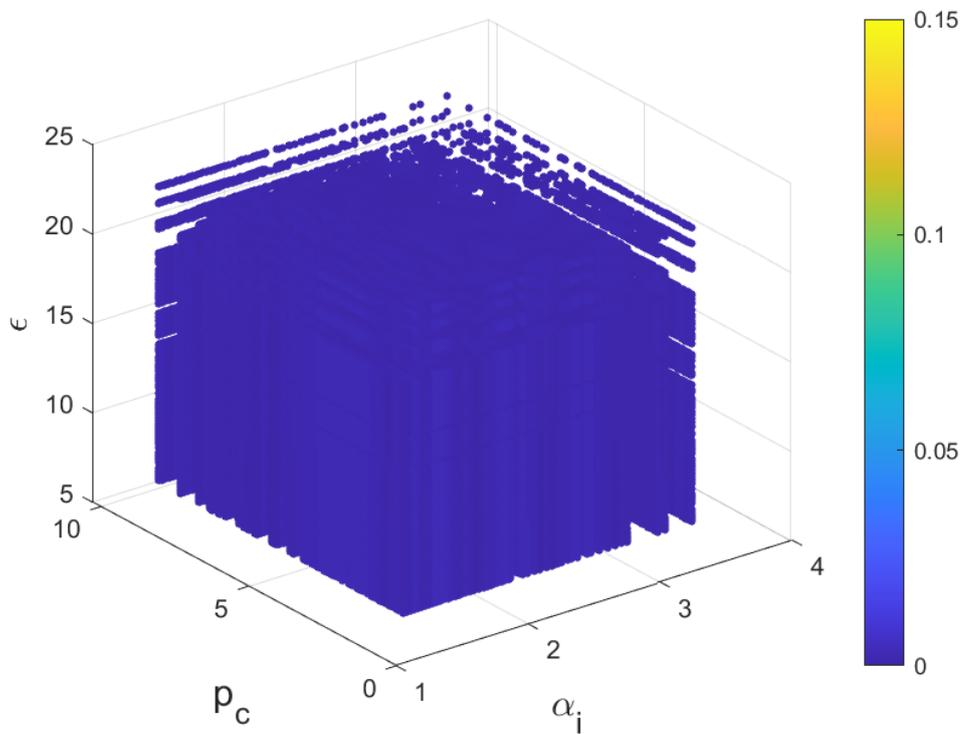


Figura 30: Plot dell'errore relativo tra la rete neurale ed il CEA per il  $c^*$

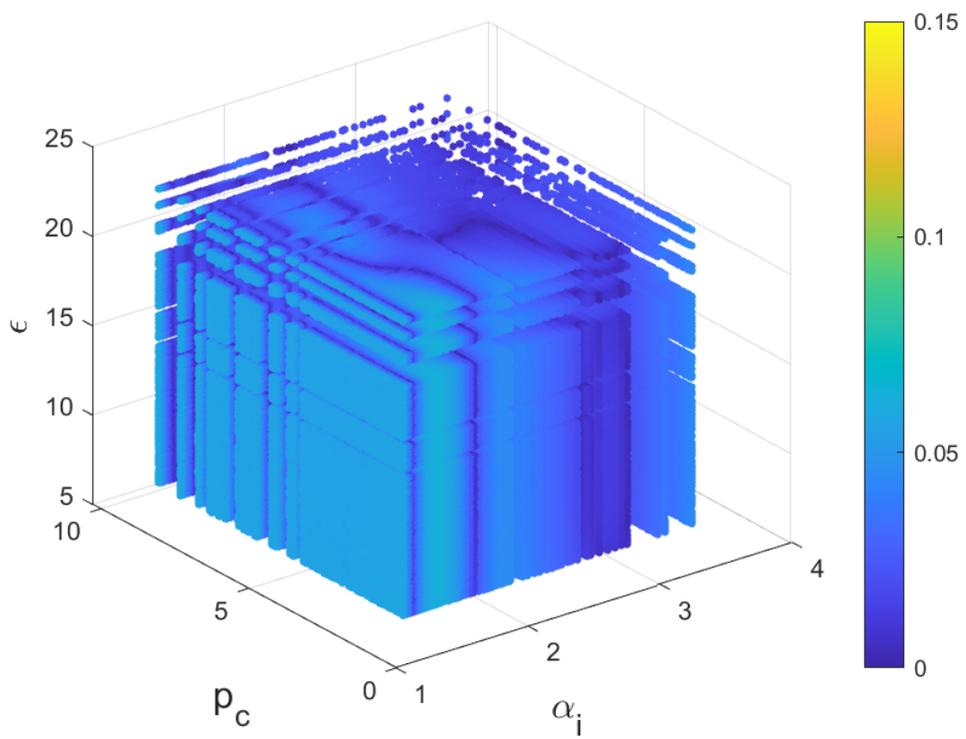


Figura 31: Plot dell'errore relativo tra la rete neurale ed il CEA per il  $\gamma$

### 3 Applicazione del modello all’ottimizzazione accoppiata di motore e traiettoria per un piccolo lanciatore a tre stadi

In questo capitolo, in prima battuta vengono trattate le motivazioni che hanno portato alla scelta dei piccoli lanciatori come soggetto dell’ottimizzazione. Si passa successivamente alla descrizione sommaria del funzionamento dei codici di ottimizzazione accoppiata di motore e traiettoria, i quali sono stati sviluppati presso il Politecnico di Torino. Si introducono i dati del design specifico considerato, e si effettua il confronto tra i dati ottenuti tramite il modello basato sulle reti neurali (per le due architetture più promettenti individuate e per la rete utilizzata in letteratura) ed il fit polinomiale.

#### 3.1 Piccoli lanciatori

Se in un primo momento i piccoli satelliti erano protagonisti esclusivamente di progetti accademici o di ricerca, al giorno d’oggi la maggior parte di quelli in orbita fanno parte di costellazioni che si occupano di telecomunicazioni ed osservazione terrestre. La disponibilità di tecnologie miniaturizzate a costi relativamente bassi (grazie allo sviluppo della tecnologia di stampa 3D) ha infatti permesso l’aumento repentino della richiesta di questa tecnologia, e se ne prospetta un aumento nell’utilizzo nell’immediato futuro: di pari passo, sono nati una serie di progetti per la realizzazione di lanciatori dedicati. In Figura 32 sono rappresentati i lanci annui programmati, fra i quali spiccano i progetti delle seguenti imprese:

- La neozelandese *RocketLab* con il lanciatore *Electron* [20], il cui primo lancio di successo è avvenuto nel 2018. Fra le innovazioni di questo progetto si citano la struttura realizzata interamente in composito in fibra di carbonio ed il motore, *Rutherford*, il quale è un RP-1/LOX LRE alimentato da una pompa elettrica che può essere interamente realizzato tramite stampa 3D (permettendo una riduzione dei costi e dei tempi di produzione); un’ulteriore aspetto interessante di *Electron* è la parziale riutilizzabilità.
- La britannica *Virgin Orbit*, con il razzo aerotrasportato *LauncherOne* [23]: esso presenta i vantaggi di poter essere lanciato da qualsiasi inclinazione ed anche in condizioni meteo non ottimali; al contempo, tuttavia, presenta gli svantaggi di avere complessità elevata e limiti in termini di dimensione. Il velivolo impiegato per portarlo ad un’altitudine ottimale è il *Boeing 747-400*, il quale viene appositamente modificato per il compimento della missione. Esso è stato lanciato per la prima volta con successo nel Gennaio 2021.
- L’americana *Firefly Aerospace* con *Alpha* [10], il quale è il più grande razzo realizzato in composito di fibra di carbonio. Entrambi i motori presenti negli stadi (*Reaver* nel primo e *Lightning* nel secondo), sono RP-1/LOX LRE ed utilizzano il *tap-off cycle*: esso sfrutta la pressione proveniente dalla camera di combustione per alimentare le turbine, permettendo a tutto il combustibile e l’ossidante di essere bruciati in camera di combustione, seppur aumentando la complessità del sistema.
- La spagnola *PLD Space*, con *Miura 5* [19]: si tratta di un lanciatore a due stadi riutilizzabile propulso da RP-1/LOX LRE. Il lanciatore era precedentemente chiamato *Arion 2*, ma nel 2018 PLD Space ha cambiato il suo nome. Il primo test di volo del lanciatore è previsto per i prossimi anni, in quanto esso è ancora in via di sviluppo.

Gli HRE, in questo contesto, rappresentano una scelta propulsiva promettente grazie alle loro performance, il loro basso costo ed il fatto che siano, in molti casi, più rispettosi dell’ambiente rispetto ai SRM e LRE [18]. Attualmente vi sono due progetti portati avanti *European Union’s Horizon 2020 research and innovation programme*:

- ALTAIR (“*Air Launch space Transportation using an Automated aircraft and an Innovative Rocket*”), che sfrutta il metodo *Air-launch-to-orbit* (il razzo viene lanciato a

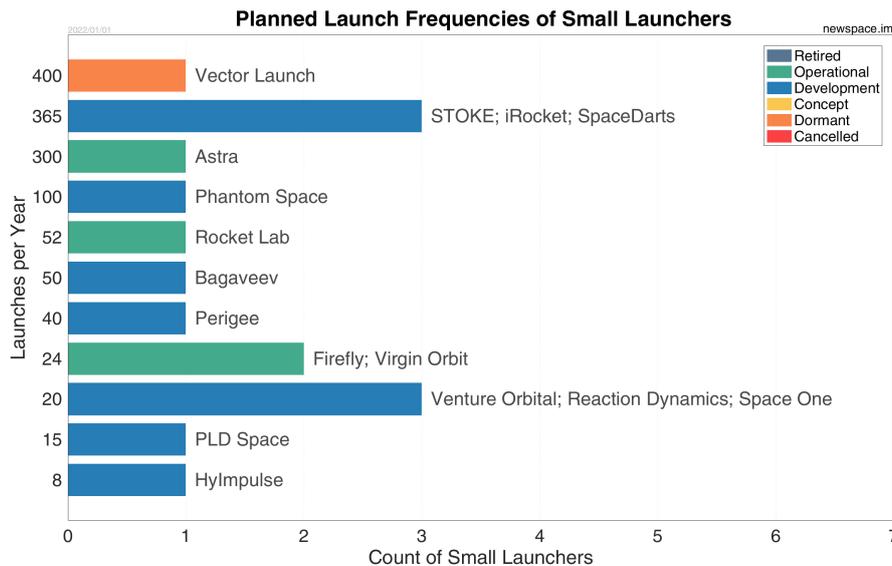


Figura 32: Frequenza annua di lancio pianificata per i piccoli lanciatori [13]

partire da una certa altitudine, alla quale viene portato tramite un velivolo *wide body* convenzionale) ed è alimentato da HRE;

- SMILE ("*Small Innovative Launcher for Europe*"), un lanciatore convenzionale, per lo sviluppo del quale si stanno considerando HRE che LRE.

Per rendere più efficiente l'ottimizzazione dei HRE, come precedentemente anticipato, si esegue l'ottimizzazione accoppiata di motore e traiettoria: gli HRE, infatti, possiedono un'unica leva di controllo del motore e presentano generalmente profili variabili di spinta e *mixture ratio* mutevole.

### 3.2 Ottimizzazione accoppiata di motore e traiettoria

Il processo di ottimizzazione ha come obiettivo finale la massimizzazione della massa del *payload*, a data massa iniziale, di un piccolo lanciatore a tre stadi. L'ottimizzazione del motore ibrido presenta delle complessità dovute in parte all'evoluzione nel tempo della geometria del grano e del flusso di ossidante, che fanno e fanno variare dunque anche le performance, in parte al fatto che essa deve essere svolta contestualmente all'ottimizzazione della traiettoria di ascesa verticale.

I codici FORTRAN utilizzati, sviluppati a partire dagli anni 90 presso il Politecnico di Torino [5], effettuano l'*ottimizzazione accoppiata* del design del motore e della traiettoria a partire dalla definizione di geometria del grano, combinazione di propellenti e sistema di alimentazione. I codici funzionano in modo tale da ottimizzare fino ad un massimo di cinque parametri di design; i restanti parametri che definiscono le performance dell'endoreattore durante l'accensione e le operazioni sono o vincolati per questioni di sicurezza e limiti operazionali, o implicitamente definiti da limiti imposti sulla traiettoria. All'interno del *main* vi è la chiamata della subroutine che effettivamente valuta la funzione e quindi che, a partire dai parametri di progetto, permette successivamente la valutazione del carico utile. Le fasi per raggiungere ciò sono:

- *Ottimizzazione del design dell'endoreattore*, ai cui fini viene impiegato un metodo **diretto** che, nel rispetto dei parametri di ottimizzazione fissati, effettua la valutazione numerica delle derivate parziali rispetto i parametri liberi tramite uno schema alle differenze finite di tipo *forward*;

- *Ottimizzazione della traiettoria* che tale endoreattore permette di compiere, con la metodologia descritta nella sezione 3.2.1 .

Alla fine di entrambi gli step, conoscendo il peso iniziale dell'endoreattore, le masse dry ed il propellente servito per raggiungere il target imposto, viene calcolato il carico utile, che è la funzione obiettivo. Tramite un processo iterativo basato sul metodo di Newton e noto il valore della funzione obiettivo, in conclusione, si correggono i valori di tentativo dei parametri di design al fine di azzerare le derivate parziali [1].

La chimica entra in gioco in quanto, ogni qual volta all'interno del codice di ottimizzazione della traiettoria si vuole valutare la spinta, è necessario conoscere i valori  $c^*$ ,  $C_F$  e  $\gamma$ . In passato, per valutare tali grandezze si utilizzava il fit polinomiale che interpola le prestazioni al variare del solo mixture ratio: si andrà adesso a sostituire il fit con i due modelli realizzati tramite le reti neurali, confrontandone i risultati ottenuti a valle dello studio di ottimizzazione. In un secondo momento, le ottimizzazioni ottenute tramite il fit e tramite i modelli basati sulle reti neurali possono essere, a loro volta, entrambe confrontate con la chiamata diretta del CEA, la quale fornisce risultati esatti ma è estremamente onerosa. Ci si aspetta che il modello basato sulle reti neurali garantisca tempi computazionali snelli e veloci rispetto la chiamata diretta del CEA, ma risultati più accurati rispetto al fit polinomiale.

### 3.2.1 Ottimizzazione della traiettoria

La traiettoria viene ottimizzata per ciascun design di motore tramite un modello **indiretto** implementato in un codice sviluppato negli anni 90 al Politecnico di Torino [7], di cui si riportano i punti salienti.

Il soggetto dello studio è un razzo di massa puntiforme, per il quale si scrivono le Equazioni di stato in forma adimensionale (al fine di garantire l'accuratezza dell'integrazione numerica):

$$\begin{cases} \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \\ \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g} + \frac{\vec{F} - \vec{D}}{M} \\ \frac{dM}{dt} = -\frac{|\vec{F}|}{c^* C_F} \end{cases} \quad (17)$$

$\vec{r}$  è il vettore posizione (di componenti raggio, latitudine e longitudine),  $\vec{v}$  è il vettore velocità (di componente radiale, verso est e verso nord),  $M$  è la massa del razzo,  $\vec{F}$  è il vettore della spinta adimensionalizzata e  $\vec{D}$  il vettore della resistenza adimensionalizzata. L'Equazione 18 definisce l'accelerazione gravitazionale  $\vec{g}$  in un sistema di riferimento inerziale di centro coincidente con quello della Terra. E' stato assunto un campo gravitazionale inversamente proporzionale al quadrato delle distanze, dove la  $G$  è la costante gravitazionale,  $M_*$  è la massa del pianeta.

$$\vec{g} = -\frac{GM_*}{\|\vec{r}\|^3} \vec{r} \quad (18)$$

A seconda del problema considerato, la traiettoria viene suddivisa in fasi (ascesa verticale, ascesa *zero-lift gravity-turn*, coast arcs); la durata temporale di alcuni avvenimenti (separazione degli stadi o il disfacimento della carenatura) viene assegnata, la durata di altri è automaticamente definita durante l'ottimizzazione della traiettoria. La spinta ed il flusso di propellente sono noti una volta selezionato il design del motore, mentre la missione è definita da una serie di condizioni a contorno. La spinta è valutata a partire della spinta nel vuoto  $F_{vac}$  (funzione del tempo nota una volta definito il design del motore), secondo la relazione  $F = F_{vac} - \varepsilon A_{th} p_{atm}$ .

Ai fini dell'ottimizzazione della traiettoria, che ha come obiettivo la massimizzazione del payload, si applica la teoria del controllo ottimale (OCT). Si associano delle variabili aggiuntive alle equazioni di stato (soluzione utile in problemi che hanno molto parametri di design e poche funzioni obiettivo) e si definisce l'Hamiltoniana (la quale ha espressione diversa seconda della fase che si sta considerando):

$$H = \lambda_r \vec{v} + \lambda_v \left( \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3} + \frac{\vec{F} - \vec{D}}{m} \right) - \lambda_m \frac{F}{c} \quad (19)$$

La teoria del controllo ottimale definisce dunque le equazioni di Eulero-Lagrange [2] per le variabili aggiuntive:

$$\begin{cases} \frac{d\lambda_r}{dt} = -\frac{dH}{d\bar{r}} \\ \frac{d\lambda_v}{dt} = -\frac{dH}{d\bar{v}} \\ \frac{d\lambda_m}{dt} = -\frac{dH}{dm} \end{cases} \quad (20)$$

Inoltre, la teoria introduce le equazioni algebriche, che definiscono le variabili di controllo, e le condizioni a contorno ottimali, che definiscono implicitamente i tempi di *switching* del motore.

Il problema viene dunque risolto per mezzo di procedure numeriche basate sul metodo di Newton: vengono assegnati dei valori di tentativo a ciascuna incognita (variabili aggiunte, parametri di design liberi), ed essi vengono aggiornati iterativamente affinché siano soddisfatte le condizioni a contorno.

### 3.3 Design del motore e fasi della missione

Si considera un piccolo lanciatore a tre stadi aerotrasportato, il cui design è stato estratto dalla letteratura [4] (design B ad 800 km): ciascuno stadio è costituito, in diverso numero, dallo stesso design di HRE. Il numero diverso di motori in ciascuno stadio (sei nel primo, tre nel secondo ed uno nel terzo) è dovuto alla volontà di realizzare una divisione quasi uniforme del  $\Delta V$  e livelli comparabili di accelerazione tra gli stadi. La combinazione di propellenti utilizzata è ossigeno liquido e cera paraffinica, ed il sistema di alimentazione è di tipo blowdown, al fin da minimizzarne i costi e la complessità.

In Tabella 6 sono riassunte le performance ed i parametri di design del piccolo lanciatore, il quale ha come target un'orbita ad 800 km dalla superficie terrestre, che sono state ottenute dai codici di ottimizzazione tramite l'applicazione del fit polinomiale.

$F_i$ , kN	$\varepsilon$	$V_{g_i}$ , $m^3$	$\alpha_i$	$w$ , m	$R_f$ , m	$R_{th}$ , m	$D$ , m	$m_O$ , kg	$m_F$ , kg	$m_d$ , kg	$\mu$ , kg
27.2	12.5	0.108	2.58	0.105	0.213	0.076	0.549	297.2	129.1	57.8	73.6

Tabella 6: Performance e parametri endoreattore [4]

$F_i$  è la spinta iniziale,  $\varepsilon$  è il rapporto delle aree dell'ugello,  $V_{g_i}$  è il volume iniziale dei gas,  $\alpha_i$  è il mixture ratio iniziale,  $w$  è lo spessore del grano,  $R_f$  è il raggio esterno del grano,  $R_{th}$  è il raggio della gola,  $D$  è il diametro esterno del razzo,  $m_O$  è la massa di ossidante,  $m_F$  è la massa di combustibile,  $m_d$  è la massa *dry* del sistema propulsivo (camera di combustione, serbatoi e *casing* del razzo),  $\mu$  è la massa del *payload*. L'accensione del razzo, di massa iniziale 5000 kg, avviene ad un'altitudine di 12 km ed una latitudine di  $45^\circ$  e ad una velocità di 250  $m/s$ : si assume che la direzione iniziale di velocità sia libera per il primo stadio, e fissata alla direzione ottimale per il secondo ed il terzo stadio.

Le fasi in cui viene suddivisa la missione [4] sono:

1. Zero-lift gravity-turn, eseguita dal primo stadio;
2. Coast arc (tempo fra lo spegnimento del motore ed il distacco dei paracaduti dello stadio che si separa) di otto secondi;
3. Bruciatura del secondo stadio con direzione di spinta ottimale;
4. Coast arc di 8 secondi per rilasciare il secondo stadio e la carenatura;
5. Prima bruciatura del terzo stadio con direzione di spinta ottimale;
6. Coast arc;
7. Seconda bruciatura del terzo stadio con direzione di spinta ottimale finalizzata alla circolarizzazione dell'orbita.

### 3.4 Confronto tra l'ottimizzazione eseguita per mezzo del fit polinomiale e delle reti neurali

Si prende come riferimento la soluzione presa da letteratura, le cui grandezze di ottimo sono riassunte in Tabella 6: si possiedono, in tal modo, le grandezze di ottimo utili al confronto con i modelli basati sulle reti neurali.

Si procede dunque con l'ottimizzazione del design motore, a partire dalla soluzione di primo tentativo in Tabella 6 (soluzione di ottimo con il fit polinomiale), utilizzando i modelli basati sulle reti neurali addestrate.

I parametri liberi ed ottimizzati sono:

- Mixture ratio iniziale;
- Volume iniziale dei gas nel serbatoio dell'ossidante pari a  $V_{g_i}$ .

I parametri fissi, ed uguali a quella della soluzione di riferimento in Tabella 6, sono:

- Pressione iniziale nel serbatoio dell'ossidante, scelta al fine da assicurare una combustione efficace;
- Rapporto delle aree nell'ugello.

Ci si aspetta che i polinomi, trascurando la variazione della pressione in camera, sovrastimino le prestazioni in qualche ambito del design. Il punto di ottimo ottenuto tramite le reti neurali, infatti, potrebbe anche avere prestazioni inferiori a causa del fatto che sta considerando in aggiunta l'effetto della pressione in camera.

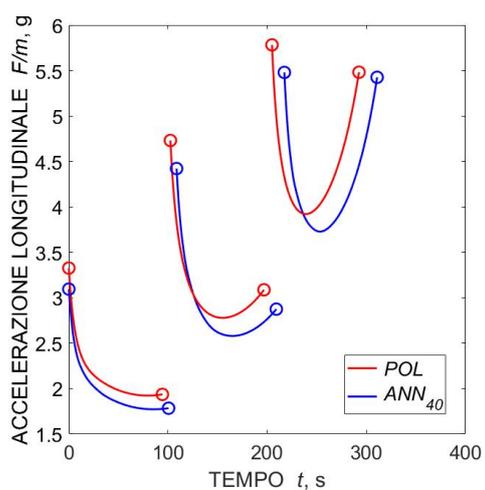
Per verificare che l'ottimizzatore diretto che ottimizza i dati di progetto non sia incappato in un ottimo locale, si esegue un *random restart* partendo da un punto di progetto diverso: in tutti i casi la soluzione converge a quella di ottimo mostrata in Tabella 7.

I risultati ottenuti per i polinomi e le diverse configurazioni delle reti neurali sono riassunti in Tabella 7.

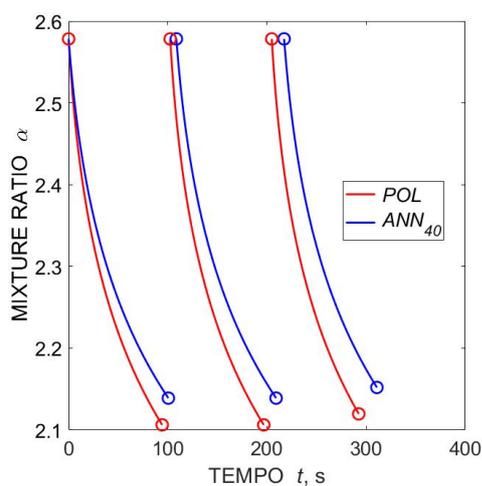
-	$\alpha_i$	$V_{g_i}, m^3$	$\mu, kg$	$m_{dry}, kg$	$m_{prop}, kg$
Polinomi	2.58	0.108	73.57	57.81	426.34
ANN 1,40	2.58	0.108	63.32	57.25	427.92
ANN 2,16	2.46	0.110	63.7	57.50	427.63
ANN 2,18	2.47	0.109	63.44	57.48	427.68

Tabella 7: Risultati dell'ottimizzazione del fit polinomiale e delle reti

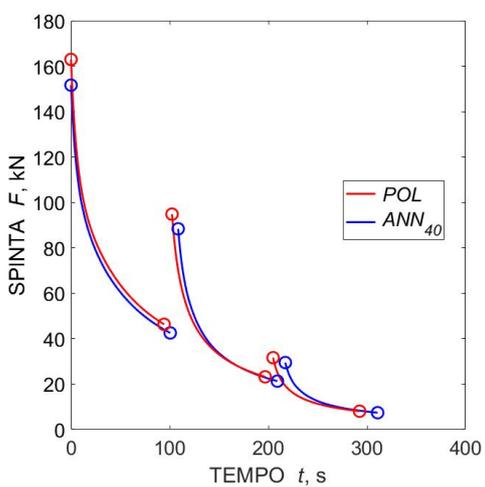
Si osserva che, come ci si aspettava, la massa del payload risulta essere maggiore nel caso di ottimizzazione eseguita per mezzo del fit polinomiale rispetto i casi che utilizzano le reti, proprio a causa del fatto che i primi sono un modello semplificato della realtà e trascurano diverse dinamiche che hanno luogo all'interno dell'endoreattore.



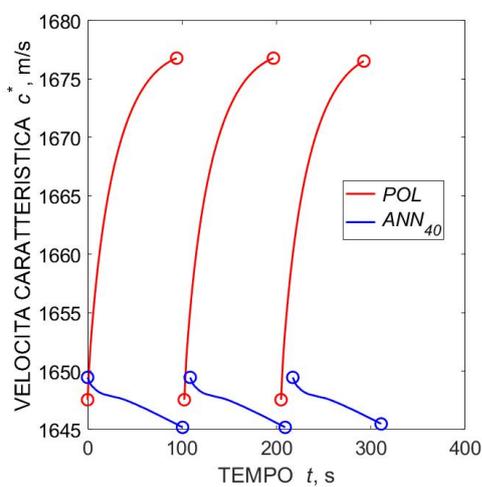
(a) Acc. longitudinale



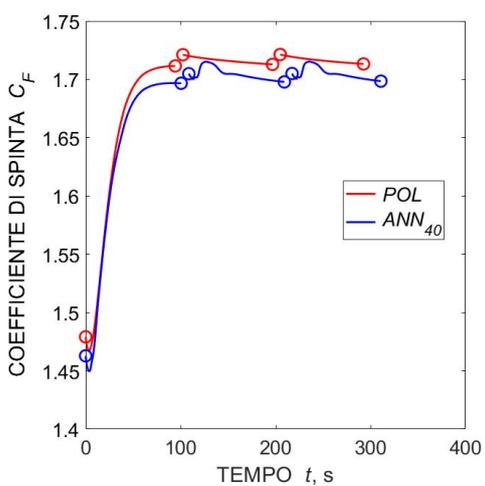
(b) Mixture ratio



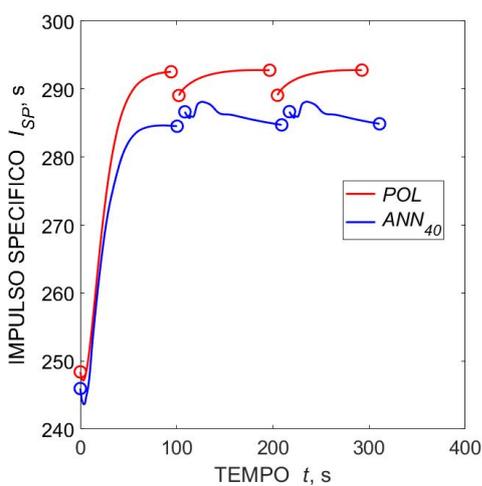
(c) Spinta



(d) Vel. caratteristica

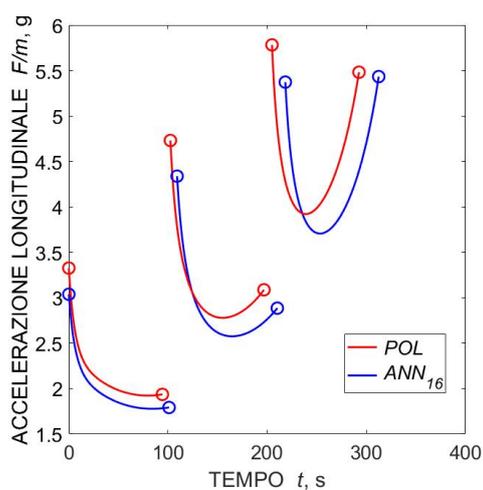


(e) Coeff. di spinta

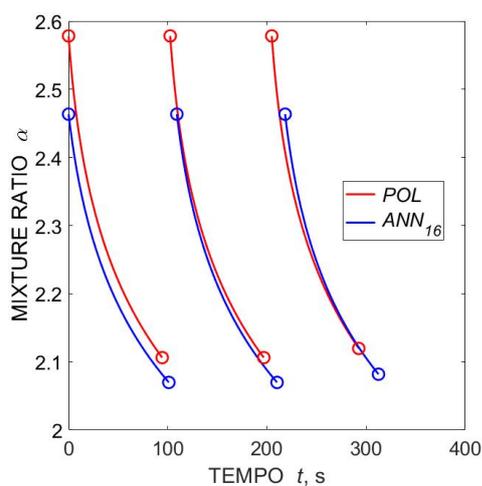


(f) Impulso specifico

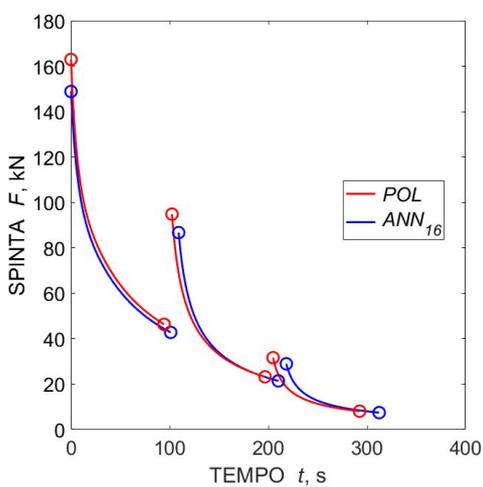
Figura 33: Andamento nel tempo delle performance rilevanti del lanciatore: confronto tra fit polinomiale e ANN costituita da 1 Hidden Layer e 40 neuroni



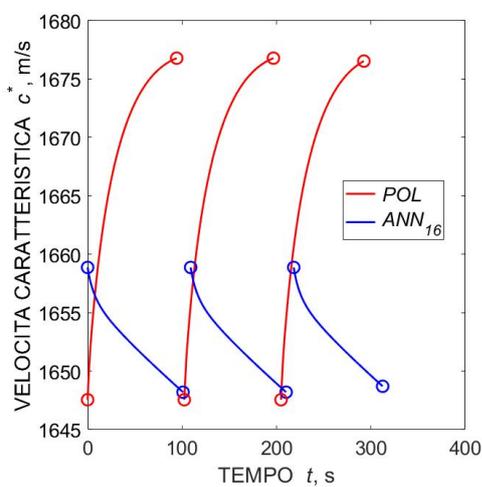
(a) Acc. longitudinale



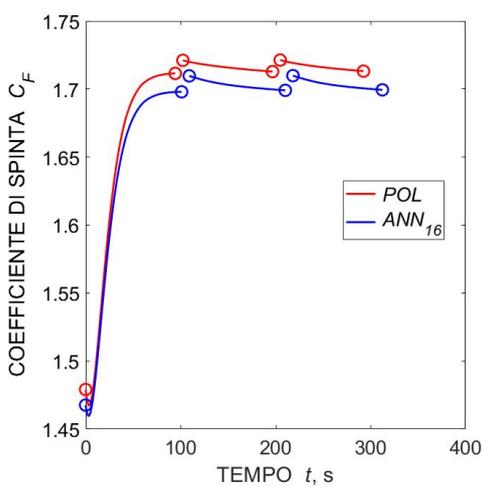
(b) Mixture ratio



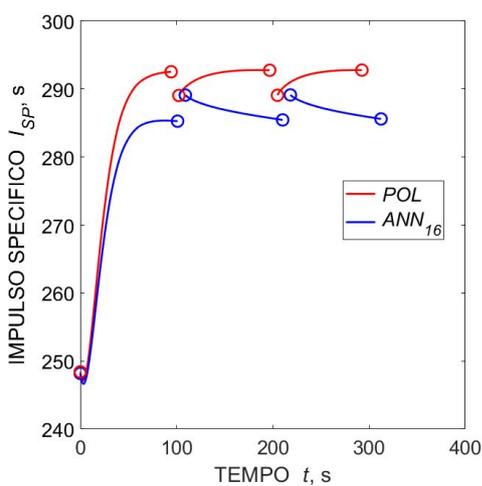
(c) Spinta



(d) Vel. caratteristica

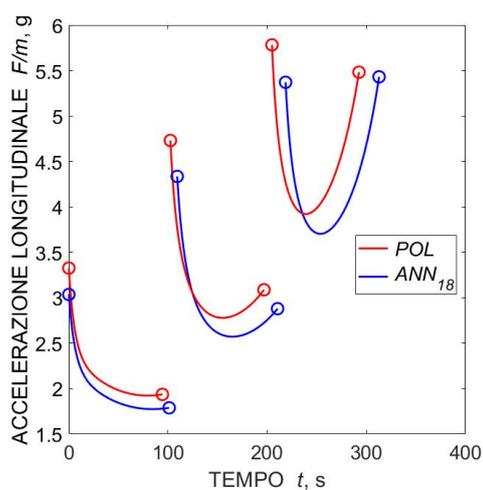


(e) Coeff. di spinta

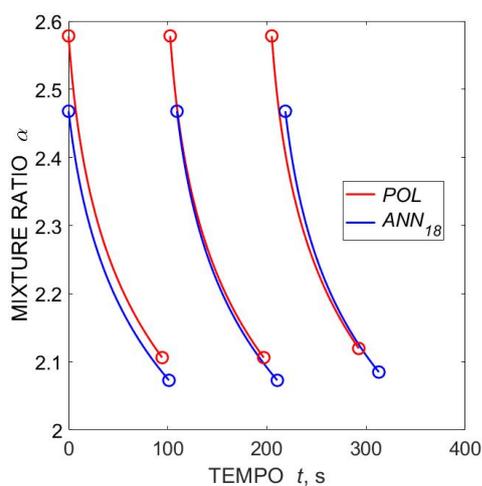


(f) Impulso specifico

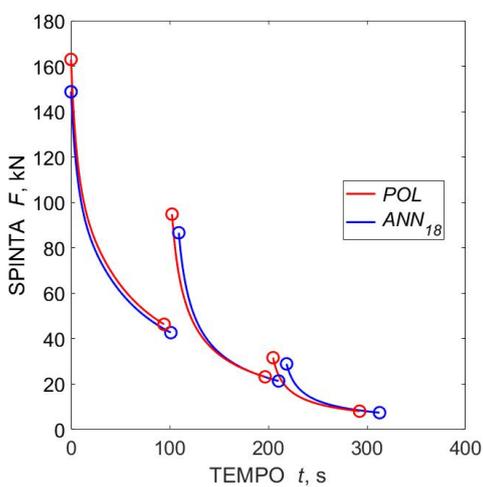
Figura 34: Andamento nel tempo delle performance rilevanti del lanciatore: confronto tra fit polinomiale e ANN costituita da 2 Hidden Layer e 16 neuroni



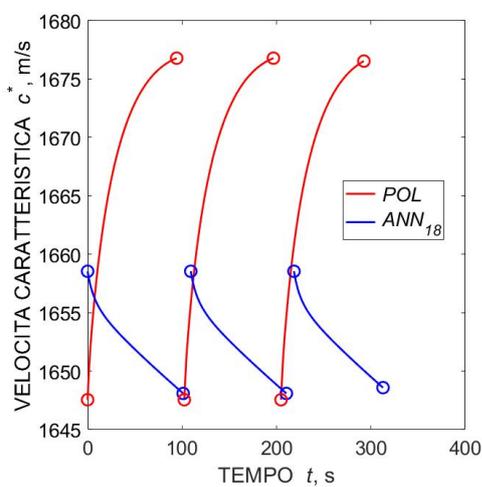
(a) Acc. longitudinale



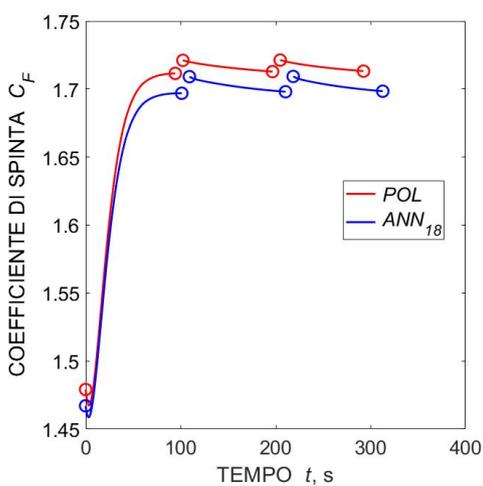
(b) Mixture ratio



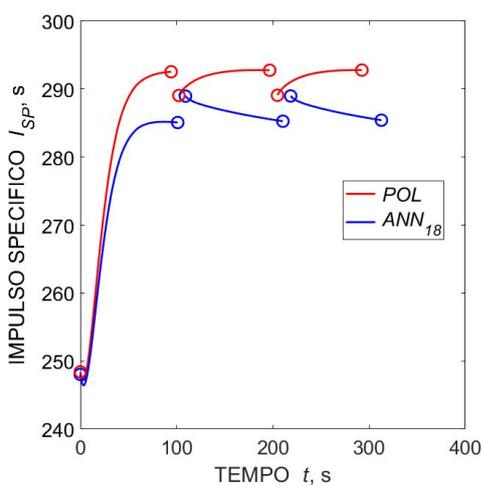
(c) Spinta



(d) Vel. caratteristica



(e) Coeff. di spinta



(f) Impulso specifico

Figura 35: Andamento nel tempo delle performance rilevanti del lanciatore: confronto tra fit polinomiale e ANN costituita da 2 Hidden Layer e 18 neuroni

### 3.5 Commento dei risultati e conclusioni

Osservando l'andamento nel tempo delle performance rilevanti del lanciatore nel caso di 1 Hidden Layer e 40 neuroni, nello specifico le Figure 33f, 33d e 33e, si osserva la presenza di sporcizia numerica. Essa è dovuta al fatto che, nonostante gli errori relativi nelle Figure 23, 24, 25 sembrassero accettabili, con l'integrazione della traiettoria essi si sono scostati molto dal valore reale, producendo dunque un modello inadeguato al caso di studio specifico, generando dunque dei risultati non fisici. Per ovviare questo problema, potevano essere necessari più neuroni in fase di definizione o un database più esteso: in entrambi i casi i tempi di addestramento sarebbero aumentati molto, non favorendo dunque la scelta di un modello costituito da un singolo Hidden Layer. Fatte queste considerazioni, pertanto, questo modello viene considerato inaccurato e non viene approfondito ulteriormente.

I modelli a 2 Hidden Layer costituiti rispettivamente da 16 e 18 neuroni mostrano delle discrepanze piccole in termini di risultati, tuttavia la rete costituita da 16 neuroni ha presentato il grande vantaggio di possedere tempi di addestramento inferiori: si sceglie dunque di proseguire con il commento dei risultati finali inerenti a questa configurazione, che si dimostra un ottimo *trade off* tra accuratezza e tempo di implementazione, raccogliendo in Tabella 8 ulteriori parametri di ottimo ottenuti da tale modello posti a confronto con il fit polinomiale.

Modello	$m_{ox}$ , kg	$m_{fuel}$ , kg	$m_{fin}$ , kg	$m_{gas}$ , kg	$m_{nozzle}$ , kg	$R_{th}$ , mm
Polinomi	297.22	129.12	131.37	0.43	11.99	76.4
ANN 2,16	295.72	131.91	121.2	0.44	11.83	73.3

Tabella 8: Output ottimizzazione con fit polinomiale e ANN da 2 Hidden Layer e 16 neuroni

In primo luogo, si osservano i grafici raccolti in Figura 34: gli andamenti di spinta (in Figura 34c), accelerazione longitudinale (in Figura 34a),  $c_F$  (in Figura 34e) e mixture ratio (in Figura 34b) sono molto simili in entrambi i casi.

In Figura 34d si osserva invece che per il fit polinomiale, il quale considera la sola variazione del mixture ratio che diminuisce verso il valore di ottimo pari a 2, l'andamento nel tempo della velocità caratteristica è crescente. Il modello basato sulle reti neurali, invece, risente sia della pressione che cala (essendo il sistema di alimentazione di tipo *blowdown*) sia del mixture ratio che tende verso il valore di ottimo: fra questi due effetti vince la pressione, che fa sì che la  $c^*$  abbia un andamento decrescente. Tale andamento decrescente si ripercuote sull'impulso specifico, il quale presenta un comportamento analogo: crescente per il fit polinomiale e decrescente per la rete.

Queste considerazioni si osservano anche nei parametri di progetto presenti nelle Tabelle 7 e 8: nel modello costruito per mezzo della rete, il mixture ratio iniziale è più vicino al valore di ottimo ( $\alpha=2$ ), mentre il volume iniziale del gas nel tank dell'ossidante è maggiore. Avendo un maggiore carico di gas, si riesce a tenere la pressione un po' più alta per tempi maggiori, compensando il decremento delle prestazioni dovuto al *blowdown*; tuttavia, ciò comporta anche un aumento della massa del gas e della massa *dry* del motore, anche se quest'ultima complessivamente risulta leggermente inferiore rispetto al fit polinomiale in quanto compensata da un decremento della massa dell'ugello. La massa di propellente aumenta, in quanto si imbarca meno ossidante ma più combustibile: ci si è sposati a punti in cui il consumo è maggiore a causa del calo delle prestazioni dovuto al fatto che si sta considerando il decremento della pressione, ma comunque si è registrata una diminuzione di circa un paio di chili complessivi sulla massa *dry*.

A fissato punto di progetto, si è constatato che la discrepanza nel calcolo del *payload* nel caso di rete neurale con 16 neuroni e la chiamata diretta del CEA è pari al 0.2%, valutazione che ha richiesto quattro giorni di calcolo. Si rimanda invece ad analisi posteriori la verifica dell'effettiva vicinanza dei risultati ottenuti tramite l'ottimizzazione eseguita per mezzo delle reti neurali e la chiamata diretta del CEA, la quale è molto dispendiosa e richiede tempi estremamente dilatati, superiori ad una settimana. Si ribadisce tuttavia come, nonostante

un eventuale percentuale di errore riscontrabile in tale analisi, in una fase preliminare del design dove l'accuratezza è importante solo se correlata alla rapidità con la quale si ottengono i risultati, i modelli costruiti per mezzo delle reti neurali rappresentano una scelta di utilizzo più consona se comparata al fit polinomiale, garantendo risultati più accurati in termini relativamente ridotti.

## Riferimenti bibliografici

- [1] M. Abramowitz, M.A.M.A.I.A. Stegun, I.A. Stegun, M.A.I.A. Stegun, I.A. Stegun, A.V. Astin, Dover Publications, USA National Bureau of Standards, United States. National Bureau of Standards, National science foundation (Etats-Unis), et al. *Handbook of Mathematical Functions: With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Applied mathematics series. Dover Publications, 1965.
- [2] A.E. Bryson and Y.C. Ho. *Applied Optimal Control: Optimization, Estimation, and Control*. A Halsted Press book. Hemisphere Publishing Corporation, 1975.
- [3] Lorenzo Casalino, Filippo Masseni, and Dario Pastrone. Optimal design of hybrid rocket small satellite launchers: Ground versus airborne launch. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 0(0):1–9, 0.
- [4] Lorenzo Casalino, Filippo Masseni, and Dario Pastrone. Optimization of hybrid rocket engines for small satellite launchers. <https://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/6.2018-4926>, 2018.
- [5] Lorenzo Casalino, Filippo Masseni, and Dario Pastrone. Hybrid rocket engine design optimization at politecnico di torino: A review. *Aerospace*, 8(8), 2021.
- [6] M.J. Chiaverini and K.K. Kuo. *Fundamentals of Hybrid Rocket Combustion and Propulsion*. Progress in astronautics and aeronautics. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2007.
- [7] Guido Colasurdo and Dario Pastrone. Indirect optimization method for impulsive transfers. <https://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/6.1994-3762>, 2012.
- [8] Ahmed F El-Sayed. *Fundamentals of aircraft and rocket propulsion*. Springer, 2016.
- [9] ENVOL. About - envol, 2020.
- [10] FireFly Aerospace. Alpha: Economical small satellite launch, 2022.
- [11] S. Gordon. *Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Applications. Part 1: Analysis*. Progress in astronautics and aeronautics. NASA (National Aeronautics and Space Administration), 1994.
- [12] Phil Kim. Matlab deep learning. *With machine learning, neural networks and artificial intelligence*, 130(21), 2017.
- [13] Erik Kulu. Small launchers - 2021 industry survey and market analysis. *72nd International Astronautical Congress (IAC 2021)*, 10 2021.
- [14] Filippo Masseni. Ann-based chemical model for hybrid rocket engines. In *ICNAAM 2022*, 2022.
- [15] Bonnie J. McBride. *Computer Program For Calculation Of Complex Chemical Equilibrium Compositions And Applications Ii. Users Manual And Program Description*. Progress in astronautics and aeronautics. NASA (National Aeronautics and Space Administration), 1996.
- [16] D.P. Mishra. *Fundamentals of Rocket Propulsion*. CRC Press, 2017.
- [17] Nammo Space AS. *Nucleus Sounding Rocket*, 3 2021.
- [18] Dario Pastrone. Approaches to low fuel regression rate in hybrid rocket engines. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2012.
- [19] PLD Space. Miura 5, 2020.
- [20] RocketLab. Electron - dedicated access to space for small satellites, 2022.

- [21] R.L. Rowley, W.V. Widling, T.E. Daubert, N.A. Zundel, T.L. Marshall, R.P. Danner, and M.E. Adams. *Physical and Thermodynamic Properties of Pure Chemicals: DIPPR 801 Evaluated Process Design Data Supplement 11/12*. Taylor & Francis, 2002.
- [22] G.P. Sutton and O. Biblarz. *Rocket Propulsion Elements*. A Wiley Interscience publication. Wiley, 2001.
- [23] Virgin Orbit. Launcherone: A new approach to proven technology, 2022.
- [24] Wikipedia. Diagram showing overfitting of a classifier, 2008.

## Ringraziamenti

Ringrazio il Professor Masseni, punto cardine della mia ultima tappa universitaria e preziosa risorsa alle mie incessanti domande: mi ha trasmesso la passione e l'entusiasmo per la Sua ricerca, ed è stato un piacere ed un onore essere stata guidata da Lei durante i mesi dedicati alla stesura della mia tesi.

Sono orgogliosa al pensiero di essere la prima donna laureata della mia famiglia: sento questo traguardo in parte possibile grazie ai sacrifici e delle rinunce delle donne nate prima di me. Vi ringrazio tutte con l'augurio e la certezza che mai più ad alcuna donna verrà negata l'opportunità di realizzare i propri sogni, ma sarà al contrario incoraggiata a farlo come nel mio caso.

Non sarei l'essere umano che sono oggi senza l'amore, la fiducia, i sacrifici e la cura che ho sempre ricevuto da mia mamma, mio papà ed il mio fratellino. Siete quanto di meglio si possa desiderare da una famiglia, e sono eternamente grata di avervi al mio fianco ogni giorno: questo traguardo è mio quanto vostro. Un grazie ovviamente anche alla piccola Maya, che mi ha tenuto compagnia durante le incessanti giornate di studio e mi dimostra, ad ogni mio ritorno, il suo affetto felino.

Torino mi ha accolta a braccia aperte cinque anni fa, e da allora tutte le persone che ho incrociato hanno contribuito a far fiorire a tutto tondo la me che esiste oggi, quindi grazie di avermi donato il vostro punto di vista ed il vostro affetto. Grazie alle mie amiche storiche, Denise, Arianna, Chiara, Valentina, Serena, Sofia e Mariarita: ci siamo separate con la promessa di ritrovarci sempre al nostro ritorno, e so che così sarà sempre. Grazie ai miei colleghi del primo giorno di Poli, Gianmichele ed Alessandro: mi commuove pensare a quanta strada abbiamo fatto da allora e di come continuiamo a supportarci come se nulla fosse cambiato. Grazie ai miei colleghi ed amici di aerospaziale Marco, Corrado, Francesco, Alessandro e Cristian: percorrere parte di questo percorso con voi ha reso tutto più leggero grazie alle risate, la disperazione ed i pranzi a mensa che abbiamo condiviso.

Denise, fra tutti, è l'unica coraggiosa che da più di dieci anni mi supporta e mi accetta incondizionatamente nella scoperta di me stessa: grazie di non aver mai smesso di credere in me e nella nostra amicizia, e per l'affetto che mi dimostri ogni giorno.

Avere l'opportunità di vivere in Collegio ha rappresentato una delle svolte più grandi ed incisive nella mia vita, in quanto *tutte* le persone che ho conosciuto mi hanno incoraggiato a mettermi in discussione, evolvere e capire in quale direzione volessi andare: in particolare grazie a Simone, Nicolò, Gabriele, Francesco, Graziana, Ernesta, Luca e Martina per i preziosi momenti condivisi insieme e di essere stati, in diverse occasioni, la mia seconda famiglia.

Un ringraziamento speciale è diretto a Nicolò, senza il quale probabilmente non sarei intera oggi. Averti al mio fianco mi fa sentire la persona più amata del mondo: grazie per la tua dolcezza, la tua autenticità e la voglia di essere una persona migliore che mi trasmetti da quando ci conosciamo. Sono impaziente di condividere con te le avventure in giro per il mondo che sogniamo.

Infine, è doveroso da parte mia ringraziare anche me stessa. Sono stati degli anni costellati da tanti momenti belli, di cui conserverò sempre con cura il ricordo, ma anche da tanti momenti difficili, che comunque hanno contribuito a definire la mia persona. Sono orgogliosa di essere stata caparbia e coraggiosa abbastanza per affrontare le mie paure, per cambiare strada quando non la sentivo mia e di aver lavorato sodo per raggiungere quello che più desideravo.