POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale
in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea Magistrale

Caratterizzazione Sperimentale di un Attacco Disco - Pala in Ambito Aeronautico

Relatore
prof. FIRRONE Christian Maria

Candidato
D'ERAMO Andrea
s283817

Anno Accademico 2021-2022

Indice

1 Introduzione 1
- 1.1 Il Disco Palettato . . . 1
- 1.2 L'Attacco Disco-Pala . . . 3
  - 1.2.1 Configurazioni . . . 3
  - 1.2.2 Forze Agenti tra Disco e Pala . . . 4
  - 1.2.3 Modellazione dell'Attacco Pala . . . 7
- 1.3 Il Ruolo delle Vibrazioni . . . 8
  - 1.3.1 Fatica e Risonanza . . . 8
  - 1.3.2 Fretting . . . 9
- 1.4 Obiettivo della Tesi . . . 10

2 Richiami Teorici di Dinamica Strutturale 12
- 2.1 Sistema ad N Gradi di Libertà . . . 12
  - 2.1.1 L'Analisi Modale . . . 12
  - 2.1.2 Coordinate Fisiche e Coordinate Modali . . . 13
  - 2.1.3 La Matrice di Recettanza . . . 15

3 Il Banco di Prova 16
- 3.1 Descrizione del Banco di Prova . . . 16
- 3.2 Disco - Pala . . . 19
- 3.3 Traversa di Sospensione . . . 20
- 3.4 Blocchi di Vincolo . . . 21
- 3.5 Sistema di Carico Statico . . . 22
- 3.6 Sistema di Misurazione del Carico Statico . . . 23
  - 3.6.1 Manometro . . . 23
  - 3.6.2 Estensimetro . . . 23
  - 3.6.3 Dinamometro . . . 24

4 Rilevazione dell'Impronta di Contatto 25
- 4.1 Procedura di Rilevazione . . . 25
- 4.2 Stima dell'Impronta di Contatto . . . 28

5 Hammer Test 30
- 5.1 Descrizione della Prova . . . 30
- 5.2 Risposta Libera dei Singoli Componenti . . . 32
  - 5.2.1 Risposta in Frequenza del Disco . . . 32
  - 5.2.2 Risposta in Frequenza della Pala . . . 35
- 5.3 Risposta Libera dell'Assieme Disco-Pala . . . 38

5.3.1 Rilevazione Tramite Accelerometro . . . 38
5.3.2 Rilevazione Tramite Laser . . . 40
5.4 Risultati . . . 44
5.4.1 Frequenze Proprie . . . 44
5.4.2 Modi Propri . . . 45

6 Sviluppo del Modello Numerico dell'Assieme Disco-Pala 51
6.1 Modello FEM della Paletta . . . 52
6.1.1 Proprietà e Mesh . . . 52
6.1.2 Risposta Dinamica . . . 52
6.2 Modello FEM del Disco . . . 55
6.2.1 Proprietà e Mesh . . . 55
6.2.2 Risposta Dinamica . . . 55
6.3 Modello dell'Assieme Disco-Pala . . . 57
6.3.1 Modello di Contatto Completo, Infinitamente Rigido . . . 57
6.3.2 Modello di Contatto Parziale, Infinitamente Rigido . . . 58
6.3.3 Modello di Contatto Parziale, Rigidezza Finita . . . 60

7 Confronto tra i Modelli e *Sensitivity Analysis* 67
7.1 Confronto tra Modello FEM e Sperimentale . . . 67
7.2 *Sensitivity Analysis* . . . 74
7.2.1 Effetto dell'Impronta di Contatto . . . 74
7.2.2 Effetto della Rigidezza di Contatto . . . 78
7.2.3 Confronto *Sensitivity Analysis* - Dati Sperimentali . . . 81

8 Conclusioni 85
8.1 Prove Sperimentali . . . 85
8.2 Modello Numerico . . . 85
8.3 Confronto dei Dati Numerico-Sperimentali & *Sensitivity Analysis* . 86

A Estensimetro 87
A.1 Generalità . . . 87
A.2 Estensimetri a Resistenza . . . 87
A.2.1 Gauge Factor . . . 87
A.2.2 Problematiche . . . 89
A.3 Il Circuito di Misura - Ponte di Wheatstone . . . 92
A.4 Messa in Opera del Circuito di Misura . . . 94
A.5 Elaborazione dei Dati Estensimetrici . . . 95
A.5.1 Elementi Hardware e Software . . . 95
A.5.2 Specializzazione Equazione A.22 . . . 96
A.6 Caratteristiche Tecniche . . . 97

B Pellicole Sensibili alla Pressione 98
B.1 Caratteristiche Tecniche . . . 98
B.1.1 Principio di Funzionamento . . . 98
B.1.2 Modalità d'Impiego . . . 98
B.1.3 Pigmentazione della Pellicola . . . 99
B.1.4 Classi di Sensibilità . . . 100

C Martello Strumentato 101
C.1 Caratteristiche Tecniche 101

D Accelerometro 102
D.1 Caratteristiche Tecniche 102

E Vibrometro Laser 103
E.1 Caratteristiche Tecniche *PSV-400 Scanning Vibrometer* 103
E.2 *PSV Software* e Procedura di Acquisizione 104
E.2.1 Comandi Principali 104
E.2.2 Procedura di Acquisizione 105

Sommario

Il presente elaborato riguarda la caratterizzazione sperimentale di un attacco disco-pala in ambito aeronautico. In questo contesto i componenti sono soggetti a fatica, la quale puó determinare il cedimento improvviso degli stessi in seguito a sollecitazioni inferiori al carico di rottura. Dal momento che il giunto disco-pala influenza la vita a fatica del disco palettato, allora bisogna disporre di procedure e strumenti volti a determinare e poter prevedere il comportamento dinamico del componente. Per perseguire tale obiettivo è stato impiegato un banco di prova che potesse emulare le condizioni operative dei dischi palettati. Successivamente, dopo aver stimato l'impronta di contatto ed aver eseguito una campagna di misure *Hammer Test* per determinare la risposta in frequenza, è stato possibile affinare il modello agli elementi finiti del disco palettato affinchè fosse congruo con i modi propri che principalmente riguardano la regione dell'attacco disco-pala. Nel fare ciò è stata determinata la rigidezza di contatto.

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Il Disco Palettato

In ambito aeronautico le turbomacchine rappresentano un macrosistema estremamente complesso ed essenziale per il corretto funzionamento dell'aeromobile. La loro complessità deriva dal fatto che esse vengono progettate affinchè garantiscano adeguate prestazioni, alta efficienza in termini di consumi, un elevato grado di affidabilità ed una bassa probabilità di failure. Per questa ragione ciascun elemento della turbomacchina deve essere opportunamente studiato e caratterizzato in un ambito multi-disiplinare. Solamente in questo modo quest'ultima potrà soddisfare le esigenze sopra citate.

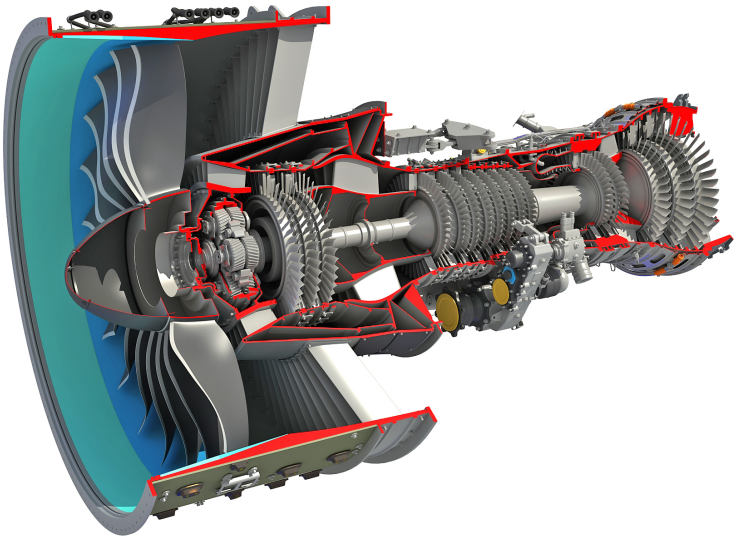


Figura 1.1: Esempio di turbomacchina *TurboFan*

Come si può osservare dalla precedente figura, uno degli elementi principali di una turbomacchina aeronautica è il disco palettato. La presenza di una successione di questi organi, i quali possono essere fissi oppure rotanti, permette di canalizzare il flusso in maniera appropriata e consente di convertire energia meccanica in energia cinetica ed infine in energia di pressione (o viceversa).

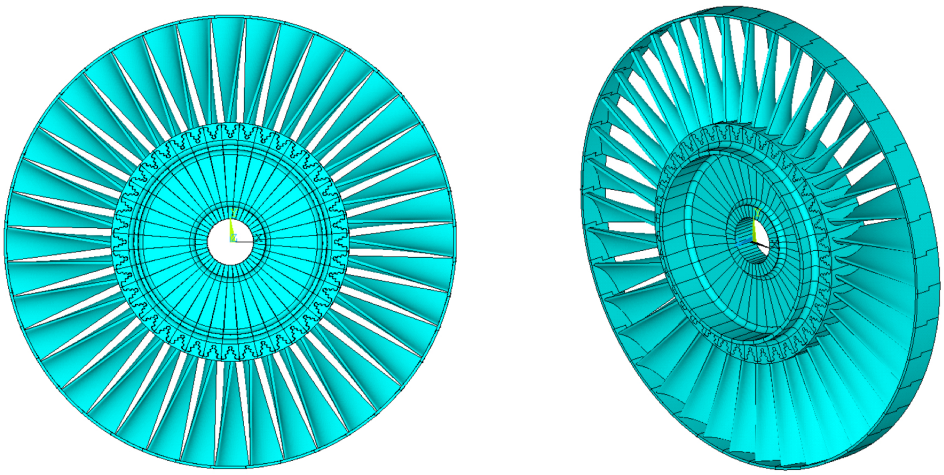


Figura 1.2: Esempio di disco palettato di compressore e/o turbina

Di fatto il disco palettato può essere studiato in prima approssimazione come un corpo composto da N settori fondamentali identici tra loro, il cui accostamento a 360^o porta ad avere un rotore completo. Gli elementi che contraddistinguono il singolo settore di un disco palettato sono due: la porzione di disco e la corrispondente paletta.

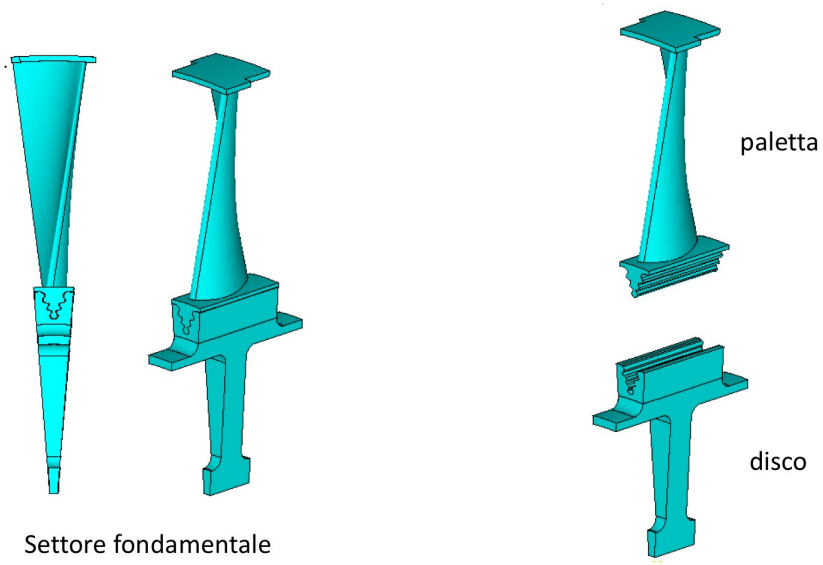


Figura 1.3: Settore fondamentale di disco palettato

Nella realtà l'ipotesi di settori perfettamente identici rappresenta una forte approssimazione in quanto, pur essendo precise, le lavorazioni meccaniche presentano tolleranze. Altri fattori che possono influire su eventuali disuniformità riguardano il processo di montaggio, difetti dei materiali, usura, ecc. Questi aspetti non possono essere trascurati in quanto influenzano il comportamento dinamico dell'assieme.

1.2 L'Attacco Disco-Pala

1.2.1 Configurazioni

Vi sono molteplici metodi per vincolare le pale di un disco di turbina o compressore al rotore a seconda delle applicazioni di utilizzo. Il più semplice è il metodo della saldatura che viene però utilizzata in contesti differenti da quello aeronautico. Ciò è dovuto a svariati motivi: i materiali impiegati risultano di scarsa saldabilità; si potrebbero verificare alterazioni delle caratteristiche di resistenza del materiale; la pala non sarebbe più smontabile ed il danneggiamento di una sola di queste comprometterebbe la funzionalità dell'intero disco palettato. L'attacco disco-pala aeronautico prevede perciò la realizzazione di una sagoma sul disco in modo tale che esso possa ospitare la radice della pala. Esistono diverse configurazioni, tra le più comuni si trovano:

(a) Attacco a "coda di rondine" (*dovetail joint*);

(b) Attacco a "pino rovesciato a lobi multipli" (*firtree joint*).

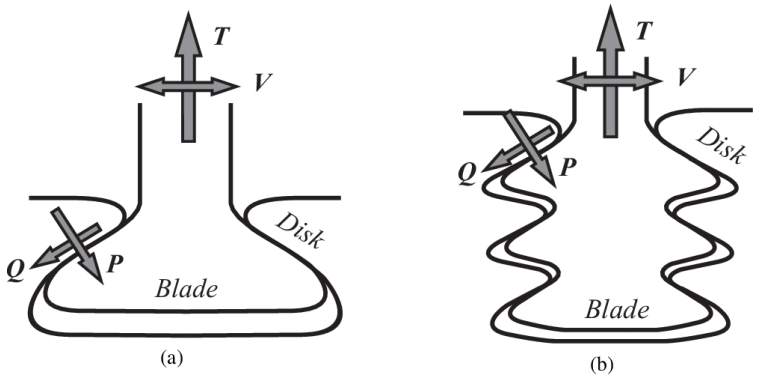


Figura 1.4: Esempi di attacchi disco-pala

Come emerge dallo studio di Andre J. Meyer, Jr., Albert Kaufman e Howard F. Calvert [5], l'aspetto che risulta preponderante è la superficie di contatto tra la radice della pala ed il disco, attraverso la quale si trasmettono le forze. Per questa ragione vengono progettate varianti delle configurazioni mostrate in precedenza, con lo scopo di migliorare la resa del giunto. In riferimento alla Figura 1.5, partendo da sinistra, si può vedere la classica configurazione ad abete con lobi multipli; è interessante notare come a fianco vi sia nuovamente una configurazione ad abete, la quale però è stata semplificata significativamente portandola ad avere un numero minimo di lobi. Proseguendo verso destra si trova un tipo di giunto definito "quattro perni", la cui particolarità è quella di affidare il compito di interferenza tra radice della pala e disco rotorico a quattro perni di materiale più duttile rispetto a quello dei due componenti che vengono tenuti insieme. Lo scopo dell'introduzione dei quattro elementi di materiale più duttile è la ricerca di una distribuzione totale del carico a cui è sottoposto il giunto su tutta la superficie di contatto disponibile tra pala e disco rotorico. Si nota come questa configurazione sia di più semplice fabbricazione rispetto a quella ad abete o alla sua variazione, ma necessità di uno spazio sufficiente ad ospitare almeno quattro perni, se fossero

di meno sarebbe impossibile ottenere una resistenza sufficiente (staticamente determinata). In seguito è presente la configurazione a "coda di rondine", anch'essa una delle più comunemente utilizzata, la quale permette alcune variazioni geometriche in fase di progettazione, come la profondità della radice di pala, la larghezza della tacca e il suo raggio. In ultimo vi è una configurazione definita "interlock", la quale può ricordare la "coda di rondine" nella parte di radice di pala, ma in questo caso vi è anche l'utilizzo di inserti in materiale più duttile rispetto a quello che compone le pale e il disco rotorico. Anche qui gli inserti di materiale più duttile servono per distribuire meglio il carico, su tutte le superfici di contatto, nel modo più omogeneo possibile. Risulta evidente come in questa ultima configurazione la realizzazione della sede sul disco rotorico richieda un processo produttivo più semplice ed economico. Inoltre un accoppiamento di questo tipo garantisce alla pala una certa libertà di oscillazione nella sede, che faciliterebbe le operazioni di assemblaggio con un comportamento autocentrante.

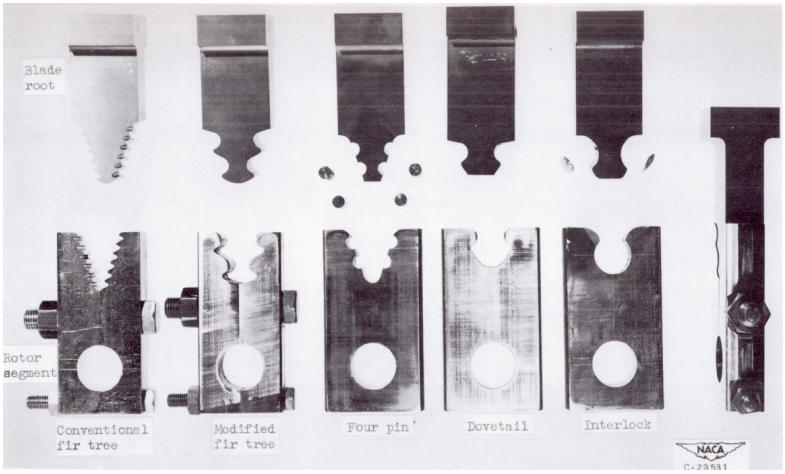


Figura 1.5: Giunti utilizzati nello studio [5]

1.2.2 Forze Agenti tra Disco e Pala

L'attacco disco-pala rappresenta un punto critico del rotore. Si tratta infatti di una regione estremamente sollecitata durante la fase operativa e, nel caso in cui non venisse progettato in maniera adeguata, potrebbe compromettere il corretto funzionamento della turbomacchina. Il suo scopo, infatti, è quello di garantire il desiderato allineamento della paletta al fine di produrre un'opportuna evoluzione aerodinamica del flusso. Se ciò non fosse verificato si manifesterebbero carichi indesiderati, i quali potrebbero portare alla deformazione plastica o addirittura alla rottura del componente. Ciò che caratterizza l'attacco disco-pala è un'interfaccia di contatto. Su di essa vengono scambiati diversi tipi di sollecitazioni, facendo riferimento alla figura 1.4 si possono distinguere:

- Reazioni vincolari P ortogonali alle superfici di contatto. Queste forze equilibrano il tiro centrifugo T in fase operativa;
- Sforzi di taglio Q, i quali nascono in seguito a spostamenti relativi. Si tratta di forze dissipative (attrito) che vanno ad influenzare il comportamento dinamico del sistema apportando smorzamento.

- Sforzi alternati (vibrazioni) V. Sono dovuti al fatto che il profilo sagomato della paletta è soggetto ad una forza aerodinamica il cui andamento è qualitativamente simile a quello della figura sottostante (Figura 1.6), in cui il numero di picchi della forza è uguale al numero dei settori statorici di fronte ai quali il singolo settore rotorico passa durante un giro completo (la presenza di palette statoriche, infatti, rende il campo di pressione non assialsimmetrico).

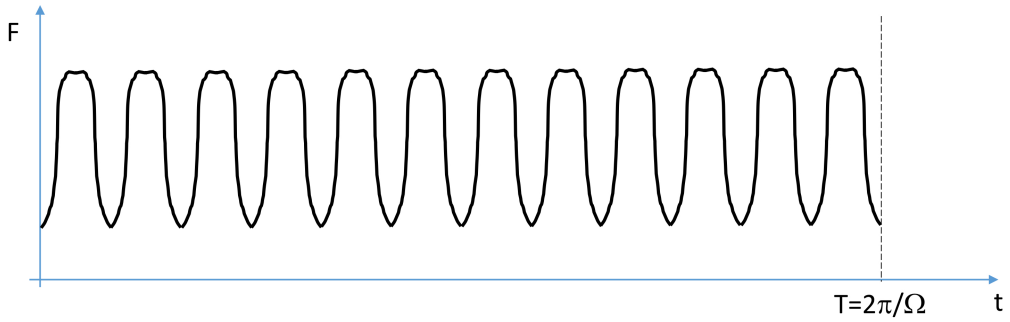


Figura 1.6: Andamento qualitativo della forza aerodinamica a cui è soggetto un settore rotorico in funzione del tempo

  É proprio la presenza di questi sforzi alternati che induce la paletta a lavorare a fatica, determinando un accumulo del danno e conseguente rottura per numero elevato di cicli (*high cicle fatigue*).

In prima approssimazione il calcolo dei carichi statici agenti sull'attacco disco-pala può essere eseguito come segue. Supponendo un carico uniformemente distribuito tra i lobi si ha che... Si possono inoltre ricavare le tensioni $\sigma_{n,\,i}$ in corrispon-

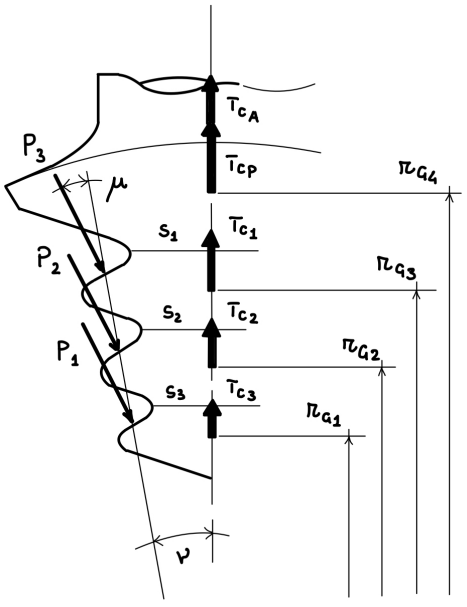


Figura 1.7: Forze agenti su una radice *firtree*

Equilibrio delle forze:

$$\sum 2\,P_i\,\cos(\mu+\nu) = T_{CA}+T_{CP}+\sum T_{Ci} \tag{1.1}$$

$$P = \frac{T_{CA}+T_{CP}+\sum T_{Ci}}{2\,z\,\cos(\mu+\nu)} \tag{1.2}$$

dove

z = Numero di coppie di lobi
P_i = Reazione vincolare lobo i-esimo
T_{CA} = Tiro centrifugo dell'*aerofoil*
T_{CP} = Tiro centrifugo del *platform*
T_{Ci} = Tiro centrifugo sul lobo i-esimo

In particolare il tiro centrifugo agente su un volume V, rotante con velocità ω e distante r dal centro di rotazione è

$$T_C = \rho\,V\,r\,\omega^2 \tag{1.3}$$

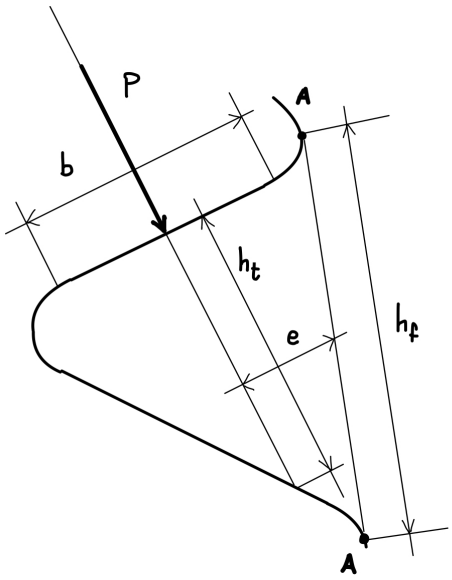


Figura 1.8: Dettaglio di un lobo della radice

Una volta noto il carico P è possibile stimare il momento flettente M ed il relativo momento flettente σ_f.

$$M = P\,e \tag{1.4}$$

$$\sigma_f = \frac{6\,M}{l\,h_f^2} \tag{1.5}$$

Per quanto riguarda invece le sollecitazioni σ e τ

$$\sigma = \frac{P}{l\,b} \tag{1.6}$$

$$\tau = \frac{P}{l\,h_f} \tag{1.7}$$

dove i parametri geometrici b ed l rappresentano rispettivamente larghezza e lunghezza dell'impronta di contatto.

denza delle gole tra due lobi successivi. Facendo riferimento alla nomenclatura adottata nella Figura 1.7, allora si ha che per la gola più vicina all'*aerofoil*...

$$\sigma_{n,\,1} = \frac{T_{CA} + T_{CP}}{l\,s_1} \tag{1.8}$$

dove

$$s = \text{Larghezza della sezione di gola} \tag{1.9}$$

Mentre per le gole successive bisognerà tenere conto del contributo alleviante dei carichi P_i, perciò...

$$\sigma_{n,\,i} = \frac{T_{CA} + T_{CP} + \sum T_{Ci} - 2\,(i-1)\,P\,\cos(\mu+\nu)}{l\,s_i} \qquad \text{con } i > 1 \tag{1.10}$$

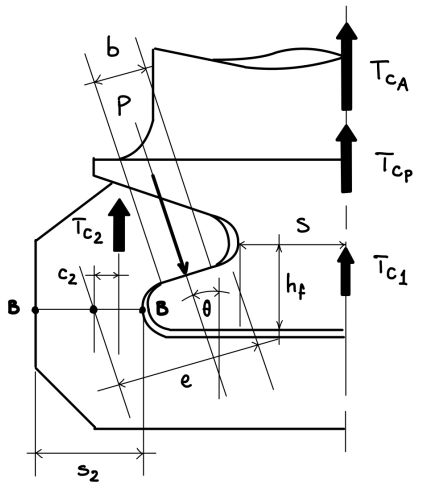


Figura 1.9: Forze agenti su una radice *dovetail*

Per quanto riguarda invece il calcolo dei carichi agenti su una radice di tipo *dovetail* si possono specializzare le equazioni generalizzate descritte in precedenza, ma facendo riferimento al diagramma laterale.

1.2.3 Modellazione dell'Attacco Pala

Nelle applicazioni reali, vengono generati modelli agli Elementi Finiti nei quali si hanno superfici di contatto con coppie di nodi sovrapposti tra i quali si applicano elementi di contatto. Tuttavia, affinchè tale modello sia aderente al rotore che si vuole studiare nella realtà, risulta necessario conoscere la geometria di tale superficie. Nell'esempio mostrato in Figura 1.10 si sta facendo riferimento al caso ideale, ovvero quello in cui tutti i nodi della superficie di contatto sono effettivamente coinvolti nel contatto stesso.

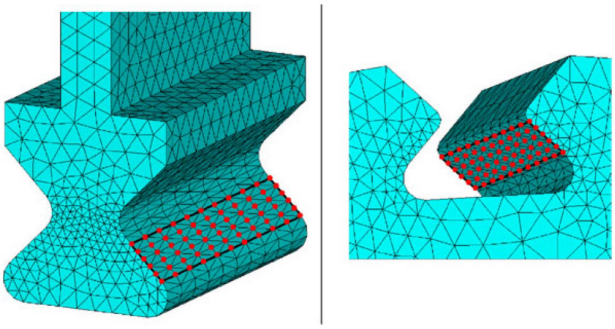


Figura 1.10: Modello FEM di una superficie di contatto

Tipicamente ciò non si verifica siccome la lavorazione meccanica per ricavare la sede nel disco (*brocciatura*) viene realizzata a meno di tolleranze.
Gli elementi di contatto, a cui si faceva riferimento in precedenza e visibili in Figura 1.11, sono descritti mediante parametri concentrati: rigidezza di contatto k e coefficiente di attrito μ. A seconda del problema che si sta studiando essi possono essere unidimensionali, bidimensionali o tridimensionali.

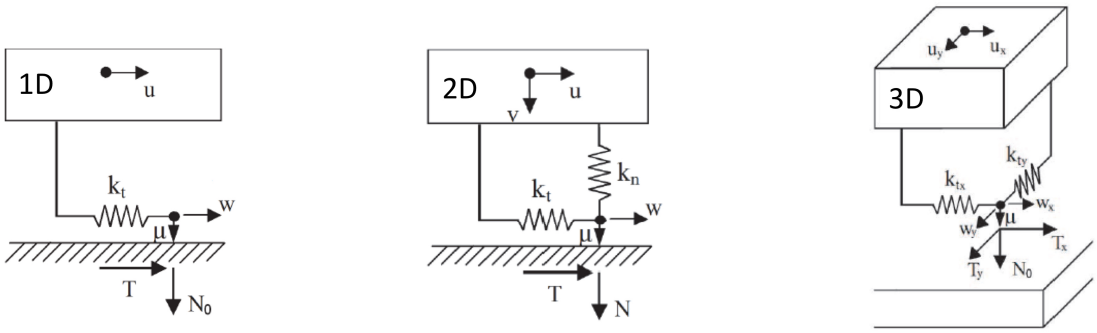


Figura 1.11: Rappresentazione di elementi di contatto 1D, 2D e 3D

Nel caso in cui non si fosse a conoscenza del valore della rigidezza di contatto, allora si potrebbe far riferimento a valori proposti in letteratura, oppure, in prima approssimazione, si potrebbero semplicemente rendere solidali le coppie di nodi associati a disco e pala.

1.3 Il Ruolo delle Vibrazioni

1.3.1 Fatica e Risonanza

A causa della natura del funzionamento delle macchine aeronautiche, i componenti di quest'ultime sono soggetti ad azioni non stazionarie. Ciò dà luogo a vibrazioni, che si traducono in campi di tensione variabili nel tempo, i quali possono produrre un danneggiamento progressivo ed irreversibile del materiale. Tale fenomeno prende il nome di *fatica* e può comportare il cedimento del componente anche se sottoposto a carichi ben inferiori a quello di rottura (statica).

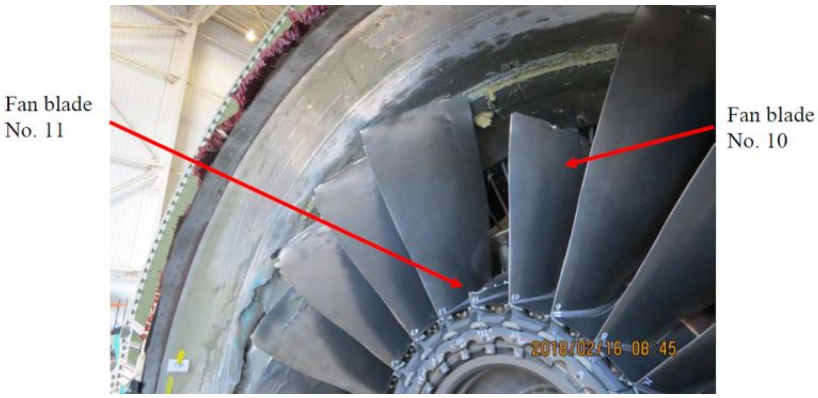


Figura 1.12: Volo 328 United Airlines - Guasto del motore per cedimento dovuto a fatica di una delle pale del fan

Le vibrazioni possono essere osservate in un qualsiasi sistema dotato di inerzia (ovvero massa) ed elasticità. In particolare queste due proprietà concorrono nel determinare il comportamento dinamico del sistema in termini di frequenze proprie. Nel caso in cui quest'ultimo fosse soggetto ad una forzante esterna, avente una frequenza prossima a quella naturale del sistema, allora si osserverebbe un aumento delle vibrazioni. In assenza di smorzamento il contenuto energetico del sistema e l'ampiezza delle oscillazioni tenderebbero ad incrementare in maniera incontrollata, divergendo. La dinamica del sistema stesso risulterebbe in disequilibrio. In questa condizione il componente manifesterebbe una deformazione eccessiva, dunque uno stato di tensione critico, che ne determinerebbe la rottura. Si tratta anche questa di una situazione indesiderata che prende il nome di *risonanza*. Per prevenire questa condizione si hanno due possibilità:

- intervenire sulle frequenze delle forzanti. Tuttavia non c'è molto margine di manovra in quanto dipendono dall'aerodinamica del flusso che attraversa la turbomacchina e dalla struttura dei rotori;

- intervenire sullo smorzamento del sistema. In particolare, oltre alla dissipazione che avviene grazie alle superfici di contatto presenti nell'attacco disco-pala (Figura 1.13 (a)), si possono introdurre degli smorzatori alla base delle palette (*underplatform damper* Figura 1.13 (c)). Un altro elemento dissipativo potrebbe essere quello rappresentato dal contatto tra più tettucci (*shroud* Figura 1.13 (b)) adiacenti (se presenti). Quest'ultimo dispositivo, oltre a migliorare

il comportamento dinamico della struttura, garantirebbe una miglior tenuta, ostacolando flussi secondari nella turbomacchina. Tuttavia costituirebbe un aggravio in peso.

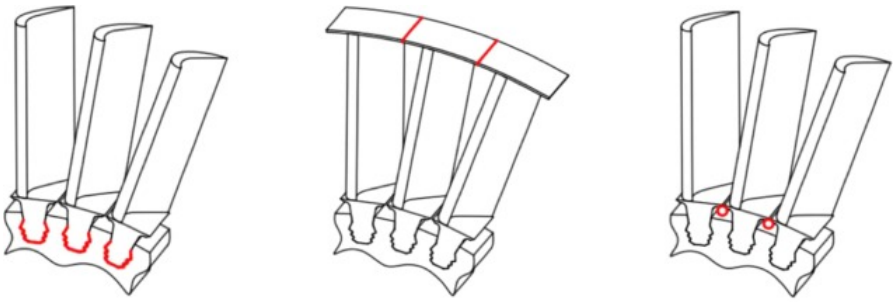


Figura 1.13: Esempi di smorzamento nei dischi palettati

Tutte le soluzioni appena esposte hanno in comune la modalità di funzionamento, ovvero dissipazione tramite attrito. Si tratta dunque di metodi affidabili siccome sono passivi, ma allo stesso tempo provocano usura. Inoltre lo studio e la modellazione di questi dispositivi risulta essere ardua, in quanto, per sua natura, l'attrito comporta non-linearità.

Sempre rimanendo nell'ambito dello smorzamento si possono menzionare altre due modalità tramite cui avviene dissipazione. Queste sono lo smorzamento viscoso, dato dall'interazione della paletta col flusso, e smorzamento strutturale. Tuttavia implementare efficacemente questi due metodi risulta difficile se lo scopo è quello di alterare la risposta dinamica del sistema.

1.3.2 Fretting

Per quanto riguarda l'attacco disco-pala, la presenza di vibrazioni risulta essere altrettanto deleteria. Infatti queste possono determinare uno scorrimento relativo delle superfici a contatto, provocandone l'usura. Inoltre, essendo la geometria della radice di pala tale da determinare un'intensificazione degli sforzi, la concomitanza di questi due fenomeni potrebbe dare luogo a *fretting*, ovvero un fenomeno di innesco e propagazione della cricca proprio dai punti di contatto maggiormente sollecitati.

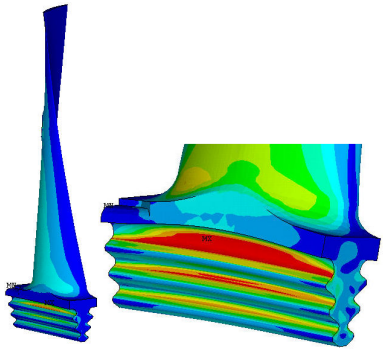


Figura 1.14: Fretting Fatigue in un attacco disco-pala

1.4 Obiettivo della Tesi

Da quanto emerso nei paragrafi precedenti, per quanto riguarda il progetto strutturale di componenti aeronautici ed aerospaziali, risulta necessario disporre di modelli e metodi che descrivano il comportamento dinamico di ciò che si vuole realizzare al fine di poter prevenire condizioni di funzionamento critiche (es. risonanza), o quantomeno riuscire a mitigarle.
A questo scopo la presente tesi definisce i seguenti obiettivi:

1. Rilevare l'impronta di contatto per poterne stabilire in maniera accurata la geometria mediante un processo ripetibile. In particolare sono state adoperate pellicole sensibili alla pressione, sperimentando sulla loro modalità d'impiego. In questo modo, una volta nota la geometria dell'impronta di contatto, sarà possibile raffinare il modello agli elementi finiti sovrapponendo solamente i nodi effettivamente coinvolti nel contatto stesso.

2. Determinare la risposta dinamica del sistema disco-pala, con particolare attenzione alle frequenze naturali dell'assieme, così da poter tarare il modello FEM. Nello specifico, per fare ciò, è stata effettuata una campagna di misure *Hammer Test* sull'assieme disco-pala, sfruttando come dispositivi di acquisizione un accelerometro ed un vibrometro laser.

3. Valutare l'effetto della geometria e della rigidezza di contatto sulla risposta dinamica, mediante il software ANSYS Mechanical APDL.

Per perseguire tali obiettivi la presente tesi è stata strutturata in un capitolo iniziale in cui si richiamano i concetti fondamentali della dinamica strutturale (Capitolo 2). In seguito si proseguirà descrivendo il banco di prova che ospiterà il simulacro oggetto di studio (Capitolo 3). Successivamente si esporranno le procedure impiegate per rilevare l'impronta di contatto disco-pala (Capitolo 4) ed il comportamento dinamico della struttura (Capitolo 5). Infine, dopo aver sviluppato il modello FEM dell'assieme (Capitolo 6), si effettuerà il confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali, valutando l'effetto della geometria e della rigidezza di contatto sulla risposta dinamica dell'assieme (Capitolo 8).

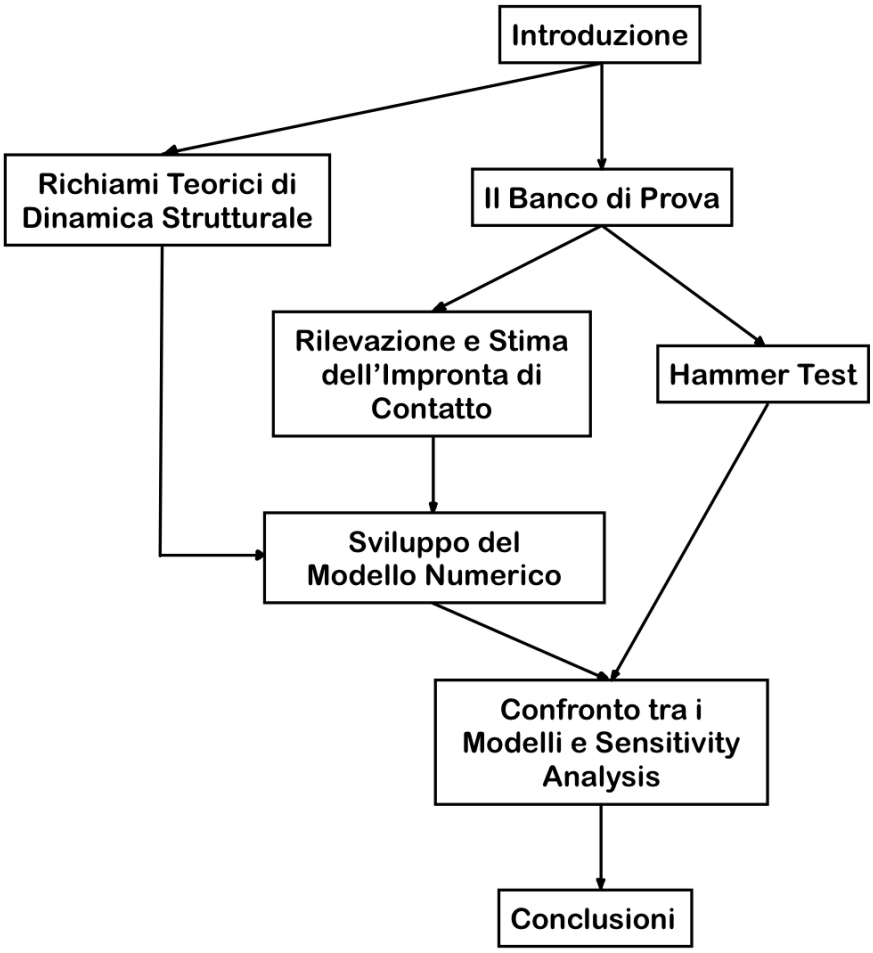


Figura 1.15: Struttura della tesi

Capitolo 2

Richiami Teorici di Dinamica Strutturale

2.1 Sistema ad N Gradi di Libertà

2.1.1 L'Analisi Modale

L'analisi modale ha come obiettivo quello di determinare il comportamento dinamico di un sistema. In particolare il quest'ultimo è caratterizzato mediante le frequenze naturali e le pulsazioni con cui il sistema stesso vibra. Come già anticipato in fase introduttiva, un qualsiasi sistema caratterizzato da inerzia (massa) ed elasticità (rigidezza) potrà essere soggetto a vibrazioni. In particolare per un sistema ad N gradi di libertà, non smorzato e non forzato, le equazioni del moto associate a ciascuno di essi possono essere condensate in un'unica espressione avente forma matriciale del tipo...

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{0\} \tag{2.1}$$

dove

$\{x\}$ = Vettore degli spostamenti dei gdl
$\{\ddot{x}\}$ = Vettore delle accelerazioni dei gdl$[M]$ = Matrice di massa del sistema
$[K]$ = Matrice di rigidezza del sistema

Supponendo una vibrazione armonica dei gradi di libertà, descritta dall'Equazione 2.2 (notazione complessa), allora la precedente espressione può essere riscritta come nell'Equazione 2.3.

$$\{x\} = \{\bar{x}\}\, e^{i\omega t} \tag{2.2}$$

$$\left(-\omega^2 [M] + [K]\right)\{\bar{x}\}\, e^{i\omega t} = \{0\} \tag{2.3}$$

dove

$\{\bar{x}\}$ = Vettore delle ampiezze d'oscillazione
ω = Pulsazione

In particolare il termine $(-\omega^2 [M] + [K])$ rappresenta formalmente una rigidezza, che in questo caso viene definita come rigidezza dinamica siccome dipende dalla

pulsazione ω.
Affinchè la soluzione dell'espressione 2.3 non rappresenti il caso banale, ovvero quello della quiete ($\{\bar{x}\} = \{0\}$), è necessario che il determinante della matrice di rigidezza dinamica sia nullo. Bisogna di fatto trovare le radici del polinomio caratteristico associato a tale matrice. Così facendo, i valori di ω^2 ottenuti rappresentano dal punto di vista algebrico gli autovalori del problema e dal punto di vista dinamico le pulsazioni naturali del sistema elevate al quadrato ω_n^2.
Una volta calcolati gli autovalori, è possibile calcolare gli autovettori $\{\Psi_n\}$ del sistema, che per un sistema dinamico corrispondono ai modi propri, ovvero le deformate che si manifestano quando la pulsazione è pari ad una di quelle naturali.
In generale, per qualsiasi sistema a N gradi di libertà, il numero di autovalori, e quindi pulsazioni naturali, è uguale proprio a N. Dunque, per questa ragione, il calcolo delle frequenze naturali, o comunque il calcolo richiesto da un'analisi modale, necessita l'impiego di metodi numerici.

$$\begin{aligned} \omega_1 &\rightarrow \{\Psi_1\} \\ \omega_2 &\rightarrow \{\Psi_2\} \\ &... \\ \omega_n &\rightarrow \{\Psi_n\} \\ &... \\ \omega_N &\rightarrow \{\Psi_N\} \end{aligned}$$

Figura 2.1: Corrispondenza pulsazioni proprie / modi propri

2.1.2 Coordinate Fisiche e Coordinate Modali

Le forme modali introdotte nel paragrafo precedente, rappresentate dagli autovettori del sistema, possono essere raggruppate in una matrice $[\Psi]$, la cui colonna n-esima contiene il modo n-esimo.

$$[\Psi] = [\{\Psi_1\}, \{\Psi_2\}, ..., \{\Psi_n\}, ..., \{\Psi_N\}] \tag{2.4}$$

Grazie a questa matrice $[\Psi]$ è possibile definire la configurazione del sistema ad un generico istante di tempo mediante delle coordinate modali $\{\bar{q}\}$, anzichè le classiche coordinate fisiche $\{\bar{x}\}$. Di fatto la matrice $[\Psi]$, dal punto di vista algebrico, rappresenta una matrice di rotazione tra i due sistemi di riferimento. Per questa ragione vale la seguente relazione:

$$\{\bar{x}\} = [\Psi]\,\{\bar{q}\} \tag{2.5}$$

É quindi possibile scrivere l'equazione del moto 2.3, non solo in coordinate fisiche, ma anche in coordinate modali, ottenendo...

$$\left(-\omega^2\,[M]+[K]\right)\{\bar{x}\}\,e^{i\,\omega\,t}=\{0\} \tag{2.6}$$

$$[\Psi]^T\left(-\omega^2\,[M]+[K]\right)[\Psi]\{\bar{q}\}\,e^{i\,\omega\,t}=\{0\} \tag{2.7}$$

$$\left(-\omega^2\,[\bar{M}]+[\bar{K}]\right)\{\bar{q}\}\,e^{i\,\omega\,t}=\{0\} \tag{2.8}$$

dove

$$[\bar{M}]=[\Psi]^T[M][\Psi]\ :\text{Matrice modale di massa}$$
$$[\bar{K}]=[\Psi]^T[K][\Psi]\ :\text{Matrice modale di rigidezza}$$

In particolare le matrici modali di massa e rigidezza sono matrici diagonali. Questo perchè i modi propri del sistema sono ortogonali tra loro, infatti anche la base modale è ortogonale. Da ciò ne deriva che, le equazioni del moto, scritte in coordinate modali, sono disaccoppiate.
Dal momento che i modi propri del sistema $[\Psi]$ sono definiti a meno di una costante moltiplicativa, allora è possibile scalarli in modo tale che la matrice modale di massa sia una matrice identità. Questa operazione prende il nome di *M-normalizzazione*. Per fare quanto appena descritto occorre definire un opportuno coefficiente di normalizzazione α_n come:

$$\alpha_n=\sqrt{\{\Psi_n\}^T[M]\{\Psi\}} \tag{2.9}$$

In questo modo si ottiene si possono m-normalizzare gli autovettori...

$$\{\Phi_n\}=\frac{\{\Psi_n\}}{\alpha_n} \tag{2.10}$$

Usando i modi m-normalizzati per diagonalizzare le equazioni del moto di ottiene

$$\left(-\omega^2\,[\Phi]^T[M][\Phi]+[\Phi]^T[K][\Phi]\right)\{\bar{q}\}\,e^{i\,\omega\,t}=\{0\} \tag{2.11}$$

$$\left(-\omega^2\,[I]+[\hat{K}]\right)\{\bar{q}\}\,e^{i\,\omega\,t}=\{0\} \tag{2.12}$$

dove

$$[\hat{K}]=[\Phi]^T[K][\Phi]\ :\text{Matrice modale di rigidezza (m-normalizzata)}$$

Affinchè l'uguaglianza 2.12 si rispettata è necessario che la matrice diagonale $[\hat{K}]$ abbia gli autovalori ω_n^2 lungo la sua diagonale.
In conclusione il sistema di equazioni in coordinate modali diventa...

$$\left(-\omega^2\,[I]+diag[\omega_N^2]\right)\{\bar{q}\}\,e^{i\,\omega\,t}=\{0\} \tag{2.13}$$

$$\left[-\omega^2\begin{bmatrix}1 & \dots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \dots & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\omega_1^2 & \dots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \dots & \omega_N^2\end{bmatrix}\right]\begin{Bmatrix}\bar{q}_1\\ \vdots\\ \bar{q}_N\end{Bmatrix}e^{i\,\omega\,t}=\begin{Bmatrix}0\\ \vdots\\ 0\end{Bmatrix} \tag{2.14}$$

Tale scrittura risulta essere vantaggiosa siccome, essendo il sistema disaccoppiato, ogni equazione può essere studiata indipendentemente dalle altre come se fosse un sistema ad un grado di libertà. Successivamente i risultati potranno essere combinati sfruttando la sovrapposizione degli effetti.

2.1.3 La Matrice di Recettanza

La matrice di recettanza è uno strumento analitico per calcolare la risposta dinamica del sistema in seguito all'applicazione di una forzante esterna. Per introdurre il concetto di matrice di recettanza si ricorre alla di matrice di rigidezza dinamica. In particolare tra le due vale la seguente relazione.

$$[A(\omega)] = [D(\omega)]^{-1} \text{ : Matrice di recettanza} \tag{2.15}$$

dove

$[D(\omega)] = -\omega^2 [M] + [K]$: Matrice di rigidezza dinamica per un sistema non smorzato

Il calcolo della matrice di recettanza come inversa della matrice di rigidezza dinamica è possibile ad ogni pulsazione, tuttavia quest'operazione risulta essere estremamente onerosa dal punto di vista computazionale nel caso di sistemi con molti gradi di libertà. Per questa ragione si ricorre alla seguente strategia di calcolo, la quale, però, necessita la conoscenza delle pulsazioni naturali e dei modi M-normalizzati. Scrivendo l'equazione del moto in coordinate modali si ha che...

$$(-\omega^2 [I] + diag[\omega_n^2]) \{\bar{q}\} = [\Phi]^T \{\bar{F}\} \tag{2.16}$$

Dal momento che la matrice che moltiplica il vettore delle coordinate modali $\{\bar{q}\}$ è una matrice diagonale, allora calcolare la sua inversa è immediato, perciò...

$$\{\bar{q}\} = diag \left[\frac{1}{\omega_n^2 - \omega^2}\right] [\Phi]^T \{\bar{F}\} \tag{2.17}$$

Premoltiplicando ambo i membri dell'equazione per $[\Phi]$ si può ottenere il vettore delle coordinate fisiche $\{\bar{x}\}$, dunque l'espressione della matrice di recettanza.

$$\begin{cases} \{\bar{x}\} = [\Phi]\, diag \left[\dfrac{1}{\omega_n^2 - \omega^2}\right] [\Phi]^T \{\bar{F}\} \\ \{\bar{x}\} = [D(\omega)]^{-1} \{\bar{F}\} = [A(\omega)] \{\bar{F}\} \end{cases} \tag{2.18}$$

$$[A(\omega)] = [\Phi]\, diag \left[\frac{1}{\omega_n^2 - \omega^2}\right] [\Phi]^T \tag{2.19}$$

In particolare il generico termine $A_{j,k}(\omega)$ della matrice di recettanza esprime il rapporto tra il j-esimo grado di libertà e la k-esima forzante ed ha la seguente espressione.

$$A_{j,k}(\omega) = \frac{\bar{x}_j}{\bar{F}_k} = \sum_{n=1}^{N} \frac{\Phi_{n,j}\, \Phi_{n,k}}{\omega_n^2 - \omega^2} \tag{2.20}$$

Osservando l'espressione 2.20 si può cogliere il significato di risonanza, ovvero, nel momento in cui la pulsazione dell'eccitante è uguale alla pulsazione n-esima del sistema, allora il contributo n-esimo alla recettanza sarà massimo. Ciò determinerà una risposta massima del sistema stesso.

Capitolo 3

Il Banco di Prova

3.1 Descrizione del Banco di Prova

A causa della difficoltà pratica che si riscontrerebbe nell'effettuare misurazioni su un disco palettato in rotazione, risulta necessario l'impiego di un banco di prova che emuli tali condizioni. Per questa ragione è stato sfruttato il banco di prova precedentemente realizzato dal Dott. Marco Allara in collaborazione con GE Avio Aero [4]. In particolare esso è stato studiato in modo che presentasse le seguenti caratteristiche / garantisse i seguenti requisiti:

- sia possibile eccitare in maniera dinamica o tramite un impulso la struttura oggetto di studio senza che vi sia un accoppiamento della sua risposta dinamica con quella del banco;
- sia possibile ricreare il medesimo stato di stress/deformazione che si verificherebbe in corrispondenza dell'attacco disco-pala in fase operativa;
- sia possibile studiare la risposta dinamica al variare del carico traente, il cui scopo sarebbe quello di simulare il tiro centrifugo subito dalla paletta posta in rotazione;
- non si introducano smorzamenti e/o rigidezze aggiuntive rispetto al sistema disco-pala.

Tuttavia è stato necessario implementare delle modifiche al banco di prova originale affinchè esso potesse ospitare l'assieme disco-pala al posto della trave vibrante inizialmente oggetto di studio. A tal fine sono richieste ulteriori caratteristiche:

- sia possibile mantenere l'assieme disco-pala sospeso in modo tale che le sollecitazioni presenti all'attacco siano rappresentative del caso reale del disco palettato posto in rotazione;
- sia possibile mantenere il piano del disco in posizione parallela rispetto al piano verticale e l'asse della paletta allineato orizzontalmente.

Di fatto il banco di prova sviluppato, il quale è in grado di soddisfare tutti i requisiti precedentemente elencati, risulta essere molto simile ad una macchina per condurre prove di rottura statica.

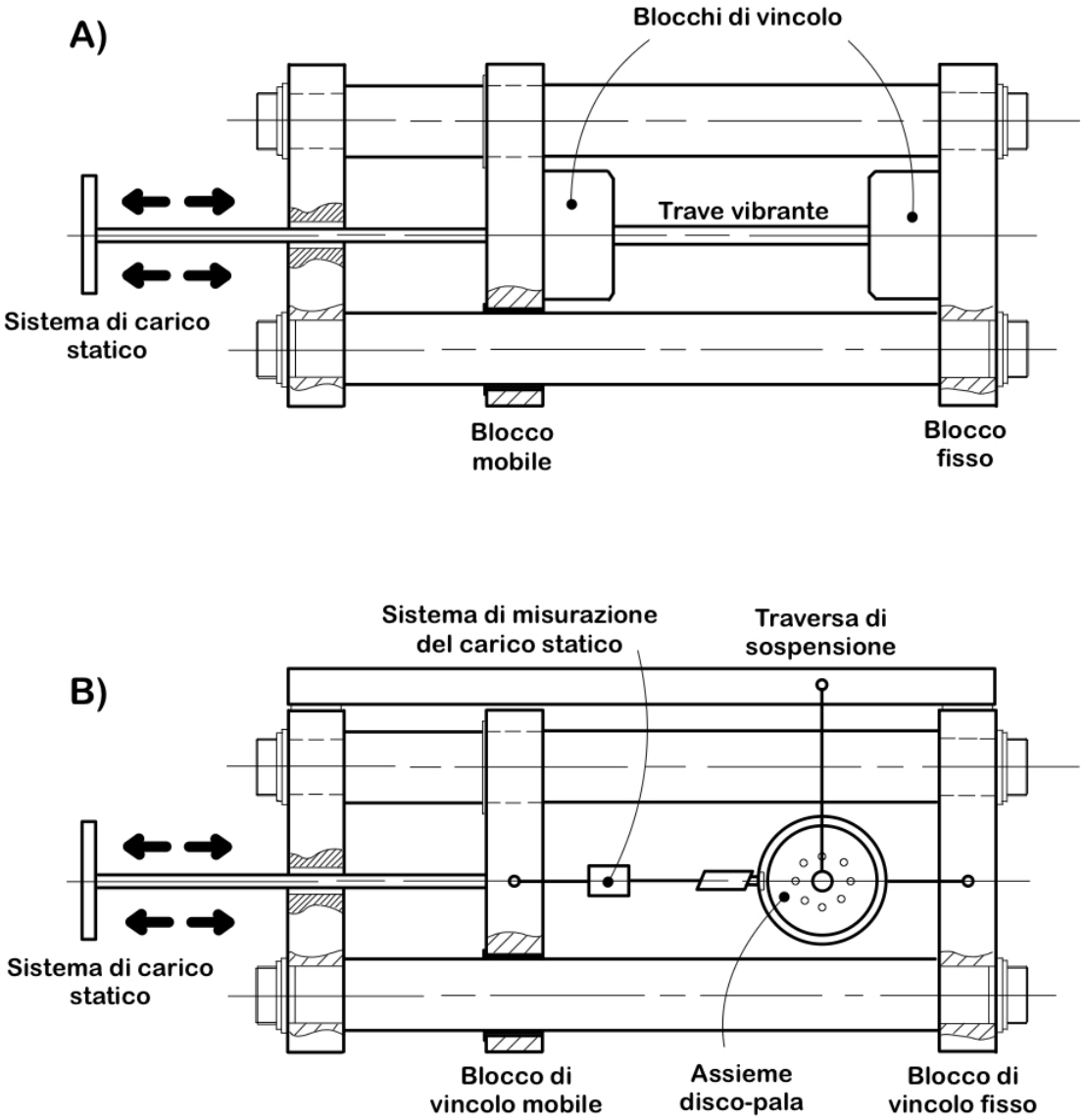


Figura 3.1: Rappresentazione schematica del banco di prova
A) Banco di prova realizzato dal Dott. Allara.
B) Banco di prova comprensivo delle modifiche necessarie per ospitare l'assieme disco-pala

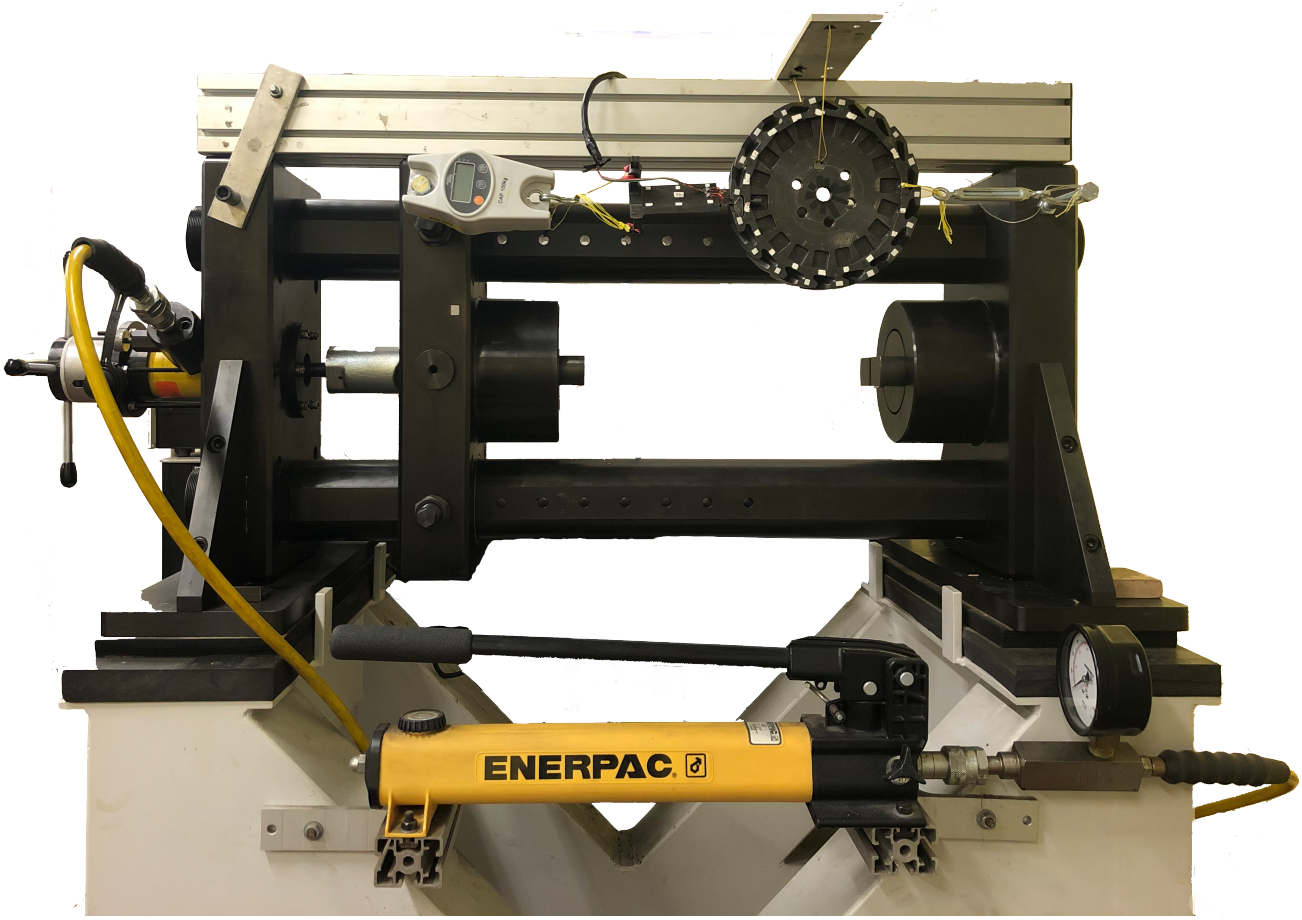


Figura 3.2: Banco di prova comprensivo delle modifiche necessarie per ospitare l'assieme disco-pala

Di seguito verranno descritti ed analizzati i principali elementi del banco di prova.

3.2 Disco - Pala

L'assieme disco-pala è l'oggetto di studio della presente tesi. In particolare la loro geometria, pur essendo rappresentativa di quella di impiego aeronautico, risulta essere semplificata. Le principali differenze/similitudini sono riassunte nei seguenti punti:

- la paletta presenta una radice a "coda di rondine" (*dovetail*), la quale si tratta di una soluzione ampiamente diffusa nei dischi palettati. Tuttavia è assente la cosiddetta "piattaforma" (*platform*). Inoltre il "profilo alare" (*aerofoil*) è costituito da un prisma avente base a forma di parallelogramma. Dunque esso non è nè rastremato, nè dispone di un'opportuna sagoma aerodinamica. Si può infine osservare come il "tettuccio" (*shroud*) non abbia una geometria convenzionale, ma sia caratterizzato da due sporgenze dotate di anelli. In particolare questi ultimi sono stati sfruttati per realizzare il vincolo col banco di prova;

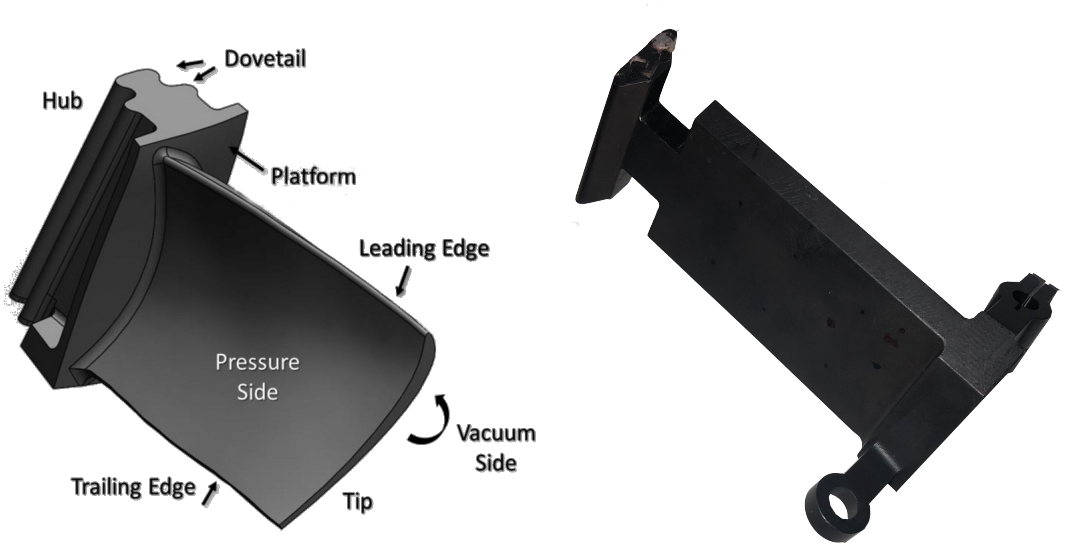


Figura 3.3: Confronto tra una paletta convenzionale (sinistra) e la "dummy blade" oggetto di studio (destra)

- il disco è dotato di 18 slot, aventi una geometria complementare a quella delle radici delle palette. Attorno al suo centro sono presenti dei fori di alleggerimento. Si possono inoltre osservare degli scavi tra i fori e gli slot. La funzione di quest'ultimi è esclusivamente pratica in quanto permettono una migliore mobilità dell'utensile che serve a serrare le viti con spine durante il montaggio delle palette. Questo tipo di installazione consente di avere un allineamento preciso tra il disco e la pala; inoltre, essendo in grado di garantire una determinata posizione dei due elementi, l'impronta di contatto sarà sempre la medesima.

3.3 Traversa di Sospensione

La traversa di sospensione ha il compito di sorreggere l'assieme disco-pala affinchè l'attacco tra la paletta ed il disco non venga sollecitato in maniera impropria. Se ciò accadesse, allora il set-up sperimentale risulterebbe incongruente con quella che è invece la realtà operativa dell'assieme. Quanto detto trova giustificazione nel fatto che, in corrispondenza della radice di pala, si potrebbe verificare il contatto tra punti che in realtà non dovrebbero essere accostati. L'impronta che ne risulterebbe, non sarebbe perciò attendibile. Inoltre, a causa dell'aderenza di porzioni della radice di pala piuttosto che altre, la risposta dinamica del sistema sarebbe diversa, siccome ciò equivale a modificare le matrici di massa, smorzamento e rigidezza del sistema stesso.

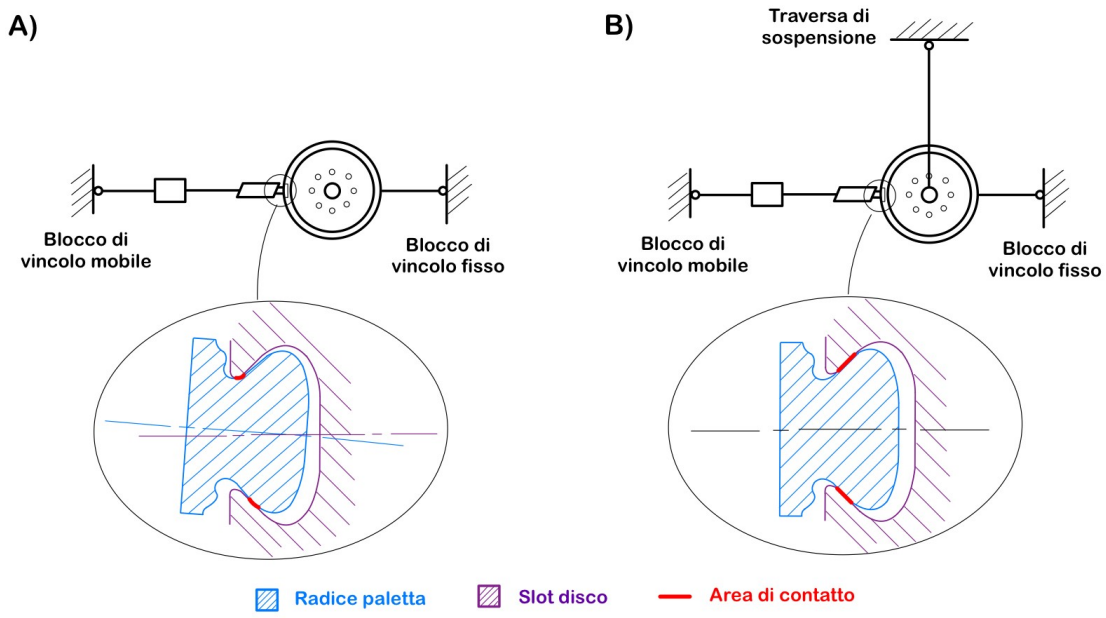


Figura 3.4: A) Attacco pala in assenza della trave di sospensione
B) Attacco pala in presenza di trave di sospensione

É opportuno specificare il motivo per cui il cavo di sospensione non è stato fatto passare per il foro centrale del disco, ma attraverso il foro di alleggerimento superiore. Tale scelta trova giustificazione in alcune osservazioni svolte in fase operativa:

- questa soluzione aiuta a mantenere l'assieme planare impedendo che, durante la prova del martello, questo oscilli eccessivamente, ma rimanga comunque sufficientemente libero;
- si ha migliore consistenza nelle misurazioni della risposta in frequenza (quando il cavo era passante per il foro centrale spesso i risultati che si ottenevano erano incongruenti tra loro).

3.4 Blocchi di Vincolo

I blocchi di vincolo fungono da punti di ancoraggio per i cavi con i quali si pone in tensione l'assieme disco pala. In particolare, facendo riferimento alla Figura 3.1 rappresentante la schematizzazione del banco di prova, il blocco di vincolo destro risulta essere fisso, mentre quello sinistro è mobile. É proprio grazie al posizionamento di quest'ultimo che si regola il tiro esercitato sulla paletta. Nella scelta dei cavi è stato necessario avere l'accortezza di adottarne una tipologia che non alterasse il comportamento dinamico della struttura oggetto di studio. Nello specifico, al fine di poter rilevare le frequenze naturali del sistema, ciò si traduce nell'assenza di rigidezze aggiuntive oltre a quelle del disco e della pala. Per questo motivo è stato scelto un cavo flessibile, ma che al tempo stesso fosse in grado di sopportare il tiro esercitato. In fase operativa è stato possibile osservare che, con un cavo di questo tipo, le oscillazioni trasmesse ai punti di ancoraggio in seguito ad una prova del martello sono lievemente percettibili. Ciò significa che la risposta dinamica della struttura è disaccoppiata da quella del sistema di vincolo o in generale da quella del banco di prova. Dunque ciò che si sta rilevando è effettivamente la risposta in frequenza dell'assieme disco-pala senza che vi siano fattori esterni "inquinanti" (o perlomeno il loro effetto è trascurabile).

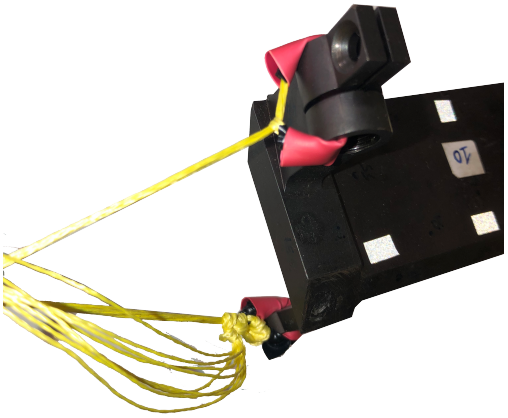


Figura 3.5: Punto di vincolo paletta

Figura 3.6: Punto di vincolo disco

3.5 Sistema di Carico Statico

Il sistema di carico statico consiste in un apparato idraulico, il quale consente di mettere in trazione l'assieme disco/pala mediante lo spostamento del blocco di vincolo mobile. Per incrementare la pressione all'interno del circuito idraulico si può agire in due modi:

1. intervenendo manualmente sulla barra del cilindro;
2. intervenendo manualmente sul sistema vite/madrevite;

La lettura della pressione esercitata avviene mediante un manometro.

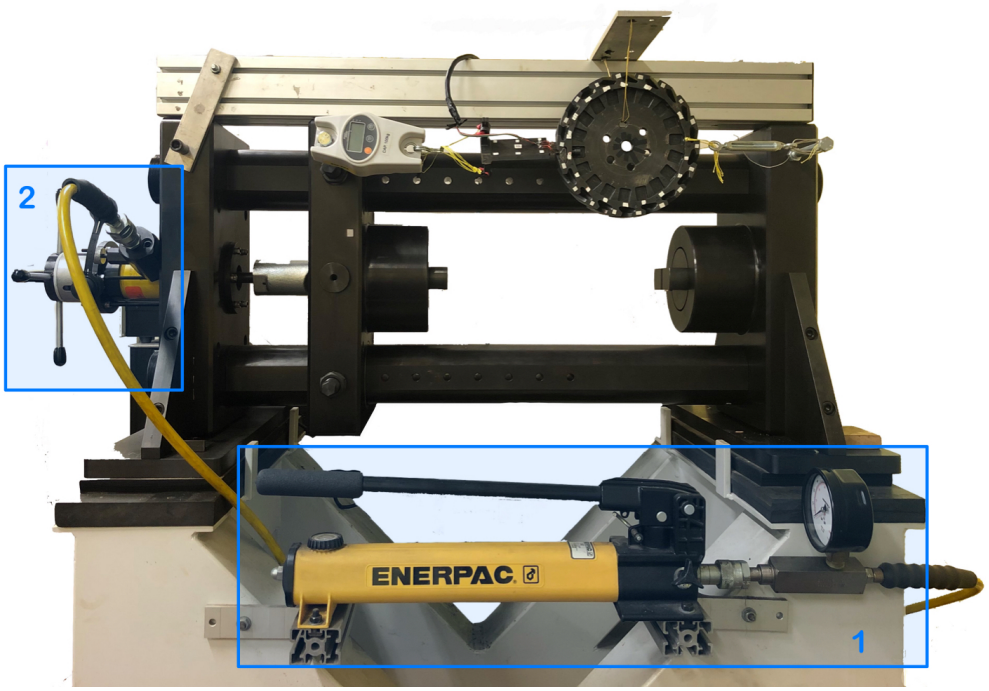


Figura 3.7: Sistema di carico statico nel banco di prova

3.6 Sistema di Misurazione del Carico Statico

Per poter emulare le condizioni operative del disco palettato è necessario esercitare un tiro sulla paletta. Quest'ultimo infatti è rappresentativo della forza di inerzia dovuta all'accelerazione centripeta a cui sarebbe soggetta la pala posta in rotazione. Bisogna dunque disporre di un sistema di misurazione del carico statico esercitato sulla struttura. Di seguito verranno esposte le metodologie mediante le quali ciò è stato possibile.

3.6.1 Manometro

Attraverso l'impiego del manometro è possibile stimare la pressione p presente all'interno del circuito idraulico. In particolare lo strumento in dotazione al banco di prova presenta le seguenti caratteristiche:

- Sensibilità: $1\,MPa$;
- Portata: $70\,MPa$;

Conoscendo l'area A sulla quale tale pressione viene esercitata, allora è possibile ricavare il tiro F sulla paletta come segue.

$$A = 1790\,mm^2 \tag{3.1}$$

$$A\,[mm^2],\ p\,[MPa] \quad \rightarrow \quad F = A\,p \quad [N] \tag{3.2}$$

Avendo a disposizione la precedente relazione è possibile ricavare un valore di pressione atteso per il tiro desiderato, ovvero $F \approx 1000\,N$. Ciò corrisponde a $p \approx 0.5587\,MPa$, perciò una pressione al di sotto della sensibilità dello strumento. Per quanto appena detto il manometro non è adatto a misurare il tiro sulla paletta.

3.6.2 Estensimetro

L'estensimetro è un dispositivo di misura puntuale usato per rilevare le deformazioni che un corpo subisce in seguito a sollecitazioni meccaniche o termiche. Più nello specifico ogni estensimetro è caratterizzato da un *gauge factor*, ovvero un coefficiente di proporzionalità tra la variazione di resistenza che si verifica nell'estensimetro e la deformazione che il corpo subisce. Si tratta di strumenti di misura accurati e sensibili, tuttavia, anche in questo caso, questa alternativa per la misurazione del tiro sulla paletta si è dimostrata inadatta. Ciò è dovuto a quanto emerso dalla prova di carico e da quella di stabilità condotte sull'estensimetro stesso. Dalla prima è stato possibile evidenziare come il carico percepito dall'estensimetro non corrisponda al carico effettivamente esercitato; mentre dalla seconda è stato possibile osservare come, nemmeno fornendo un intervallo di tempo di assestamento al sistema, la misura dell'estensimetro non converga a quella del carico effettivo. Questo può trovare giustificazione nel fatto che l'allungamento della pala posta in tensione è estremamente ridotto, perciò poco percettibile, dunque la misura che effettua l'estensimetro è affetta da deriva e rumore.

Maggiori dettagli riguardo la messa in opera del circuito estensimetrico per la misura del tiro sulla paletta sono forniti dell'Appendice A.

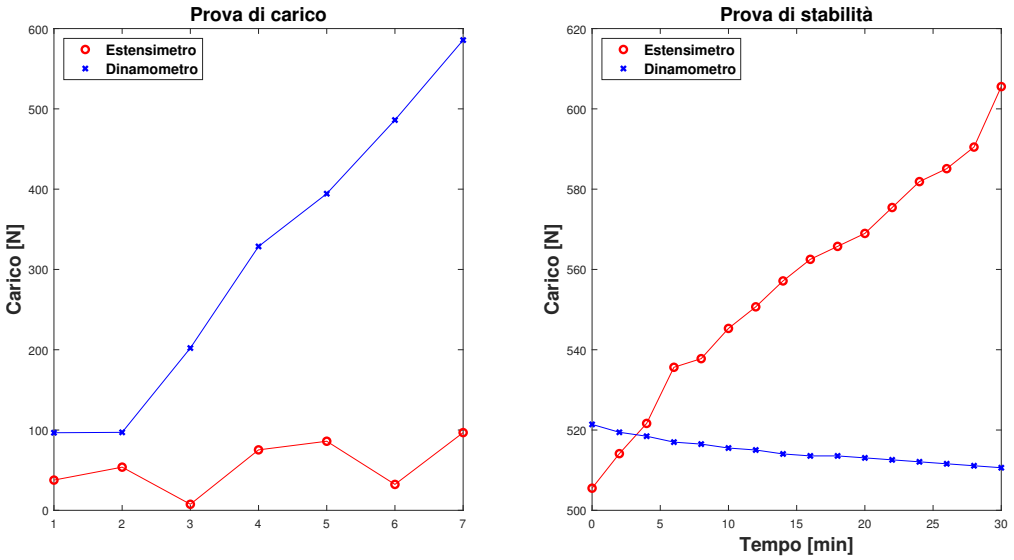


Figura 3.8: Prove di carico e stabilità dell'estensimetro

3.6.3 Dinamometro

Il dinamometro è uno strumento di misura che sfrutta il principio della legge di Hooke, per il quale la deformazione di un materiale elastico lineare è direttamente proporzionale alla forza esterna applicata. Si tratta perciò di un dispositivo semplice ed affidabile per misurare il tiro sulla paletta. L'unico svantaggio di questa soluzione è che, a differenza di un estensimetro, trattandosi di uno strumento ingombrante, il suo collocamento lungo la linea di carico, se non effettuato in maniera opportuna, potrebbe alterare la risposta dinamica del sistema.
In conclusione è stato scelto il dinamometro come strumento di misura del carico statico.

Capitolo 4

Rilevazione dell'Impronta di Contatto

L'impronta di contatto tra la radice della pala e lo slot del disco può essere impiegata nel modello FEM dell'assieme per renderlo più aderente alla realtà. Grazie a quest'informazione, infatti, è possibile selezionare i nodi dei due elementi, evidenziati da tale impronta, e renderli solidali, o, meglio ancora, interporre una rigidezza di contatto tra di essi. Si rende dunque necessaria una procedura tramite cui poter rilevare in maniera accurata e ripetibile l'impronta di contatto disco-pala.

4.1 Procedura di Rilevazione

La procedura di rilevazione dell'impronta di contatto coinvolge l'impiego di pellicole sensibili alla pressione, le cui caratteristiche tecniche sono riportate nell'Appendice B. Per far in modo che la procedura sia consistente nei risultati prodotti sono stati individuati i seguenti passi da svolgere nell'ordine indicato:

1. A partire dai film di pellicola ricavare delle linguette di forma rettangolare la cui larghezza sia di poco superiore a quella dell'impronta di contatto l. Per quanto riguarda la lunghezza essa dovrà essere pari ad almeno una volta e mezza lo spessore del disco s, in modo da facilitare le operazioni descritte nei passi successivi.

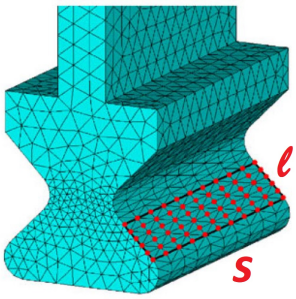


Figura 4.1: Impronta di contatto teorica

2. Avvitare la spina (senza serrarla) in modo tale da garantire il corretto allineamento tra la paletta ed il disco.

3. Portare a battuta la faccia inferiore della radice della paletta con la faccia inferiore dello slot.

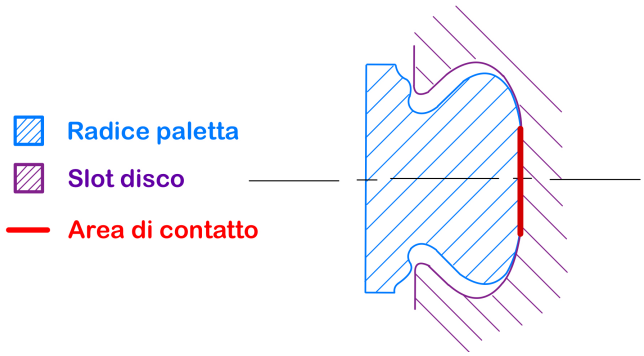


Figura 4.2: Rappresentazione dell'operazione al passo n.3

4. Precaricare l'assieme con circa $5\,kg$ di tiro (lettura dal dinamometro) avendo l'accortezza di mantenere a contatto le due superfici specificate al passo precedente.

5. Inserire le linguette di pellicola sensibile alla pressione in corrispondenza delle superfici che andranno a contatto.

6. Rilasciare in maniera controllata finchè le pellicole non saranno pinzate tra i due elementi.

7. Caricare gradualmente fino al tiro desiderato.

8. Apporre un tratto sulla linguetta in corrispondenza delle estremità della radice della paletta. In questo modo si ottiene un'indicazione chiara dell'estensione dell'impronta di contatto rispetto alla direzione dello spessore del disco.

9. Scaricare gradualmente, portando il tiro ad un valore sufficientemente basso da poter effettuare l'operazione n.3 (questo manterrà i due elementi solidali ed impedirà che vi siano strisciamenti che causerebbero la pigmentazione indesiderata della pellicola).

10. Ripetere quanto specificato al passo n.3.

11. A questo punto le linguette potranno essere estratte liberamente.

12. Incollare le pellicole ad un foglio di carta, dunque effettuarne la scansione.

Durante la procedura appena descritta il disco e la pala sono stati vincolati tramite cavi in acciaio, in modo da poter caricare il sistema senza che si verificassero cedimenti, i quali avrebbero potuto provocare pigmentazione della pellicola non riconducibile a quella che effettivamente è l'impronta di contatto.

Di seguito vengono riportate le scansioni delle impronte di contatto rilevate.

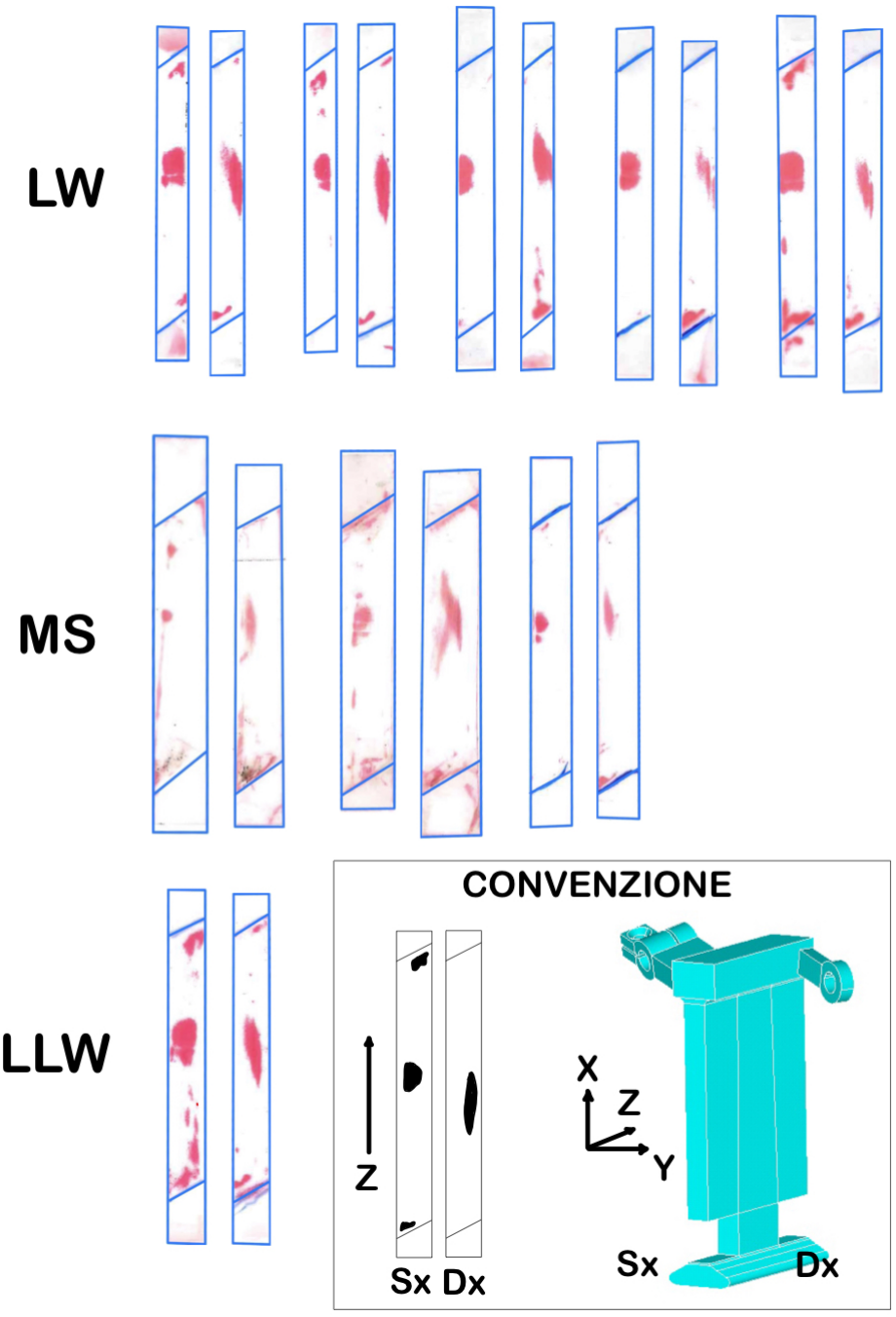


Figura 4.3: Impronte di contatto. LW (Low Pressure $2.5 - 10\,MPa$), MS (Medium Pressure $10 - 50\,MPa$), LLW (Super Low Pressure $0.5 - 2.5\,MPa$)

Una volta effettuato un numero sufficiente di rilevazioni, allora sarà possibile passare alla fase di post-processing dei dati raccolti, ovvero della stima dell'impronta di contatto.

4.2 Stima dell'Impronta di Contatto

Il processo adottato per la stima dell'impronta di contatto inizia con la digitalizzazione delle rilevazioni di cui si è discusso nel paragrafo precedente. Il risultato di tale procedura può essere osservato nella seguente immagine.

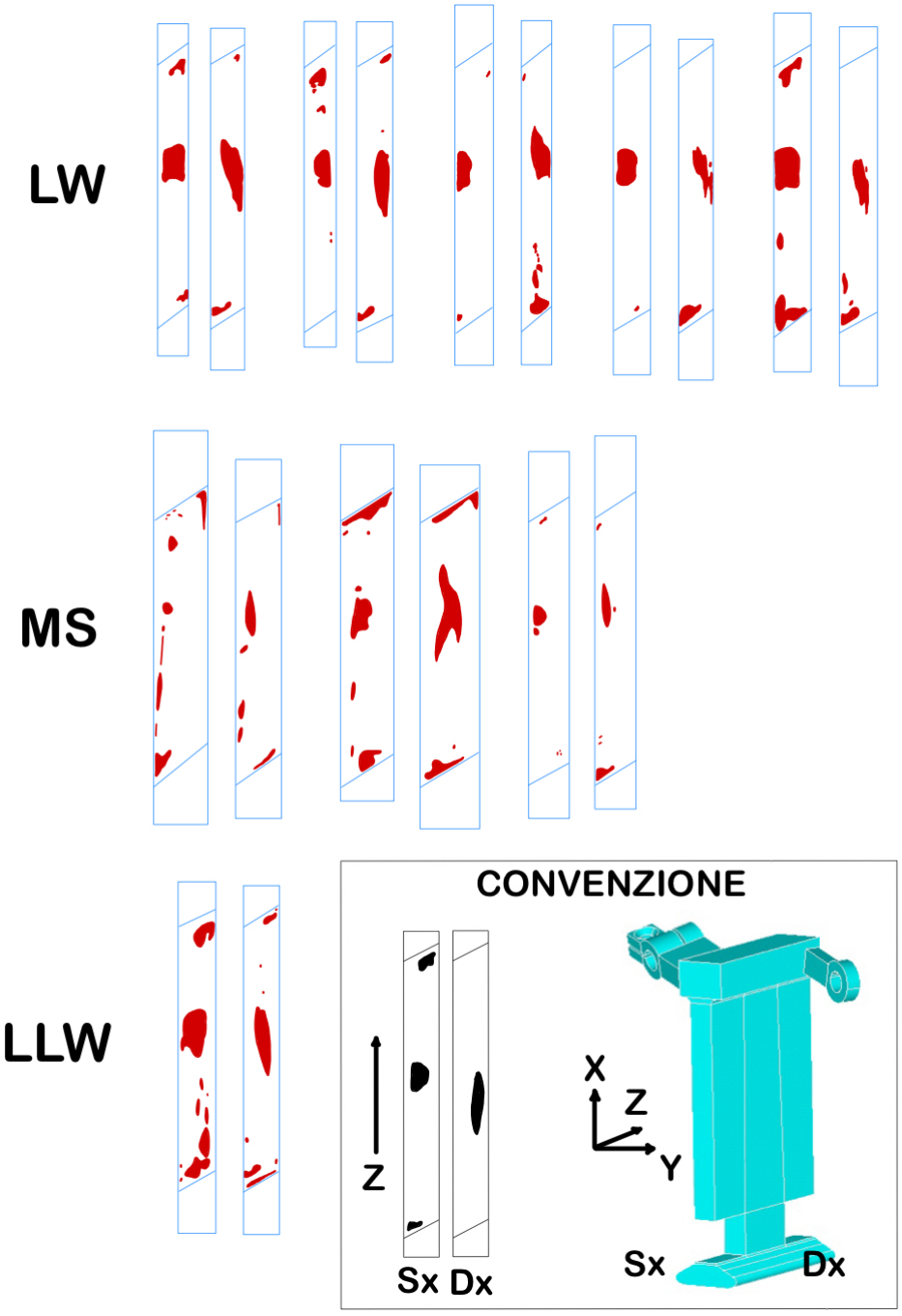


Figura 4.4: Impronte di contatto digitalizzate. LW (Low Pressure $2.5 - 10\,MPa$), MS (Medium Pressure $10 - 50\,MPa$), LLW (Super Low Pressure $0.5 - 2.5\,MPa$)

Successivamente, tramite un software di editing grafico, è stato possibile realizzare un'immagine composita delle impronte di contatto. In particolare dalla loro sovrapposizione è emerso quali fossero le superfici della radice di pala che nella maggior parte delle prove di rilevazione si trovano effettivamente in aderenza con le rispettive superfici dello slot del disco. In questo modo si sono potute rimuovere tutte quelle tracce riconducibili ad eventuali strisciamenti, o comunque ad errori involontari durante la procedura di rilevazione, che hanno portato all'erronea pigmentazione della pellicola.

Tuttavia bisogna specificare che il metodo appena descritto presenta dei limiti:

- Si tratta di un metodo probabilistico e non deterministico, perciò il risultato prodotto è una stima di quella che è l'effettiva impronta di contatto. Il risultato dipende dalla popolazione di impronte su cui si basa la stima;
- Occorre scegliere il valore della tolleranza con cui è ricostruito il perimetro dell'impronta di contatto, altrimenti ciò che si ottiene è una sagoma irregolare ed estremamente artificiosa.
- La presenza di errori sistematici durante le prove di rilevazione determina un'altra probabilità di contatto (regioni caratterizzate da colore tendente al nero nell'immagine composita)

Di seguito viene riportata l'immagine composita delle rilevazioni e della conseguente stima dell'impronta di contatto.

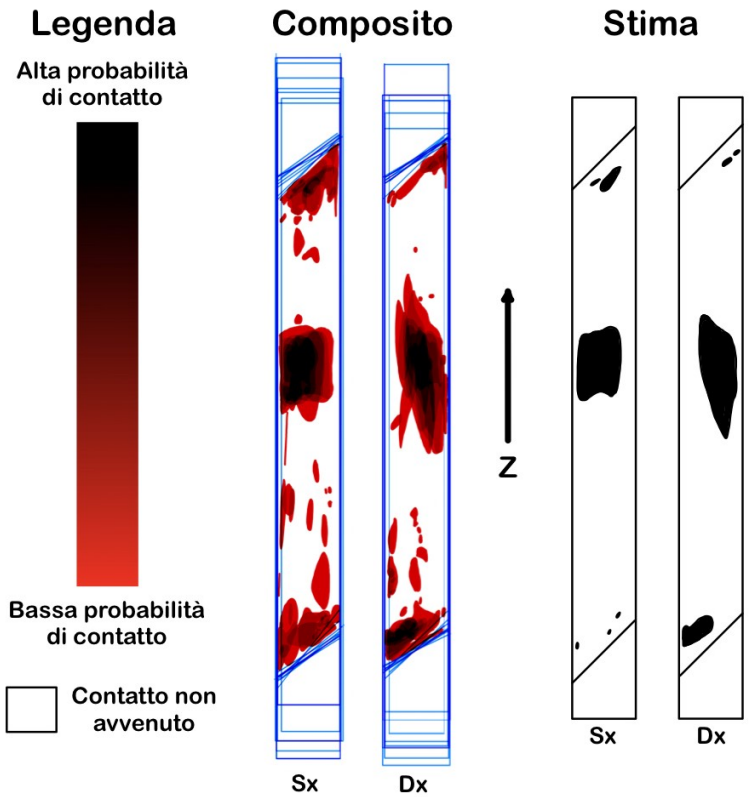


Figura 4.5: Stima finale dell'impronta di contatto tramite la sovrapposizione delle rilevazioni.

Capitolo 5

Hammer Test

5.1 Descrizione della Prova

La prova *Hammer Test* ha come obbiettivo quello di determinare la risposta dinamica del componente soggetto a tale prova. Più nello specifico il generico set-up che si adotta per svolgere l'Hammer Test prevede una condizione di vincolo del simulacro, il quale sarà soggetto anche ad un carico esterno statico e/o dinamico. Successivamente, attraverso un percussore strumentato si impatterà in maniera impulsiva il simulacro e con un dispositivo di acquisizione se ne registrerà l'oscillazione in termini di velocità oppure accelerazione.
Per il caso in esame, ovvero quello del disco palettato, le condizioni di vincolo e di carico sono quelle precedentemente descritte nel Capitolo 3. Il percussore che è stato impiegato è un martello dotato di una testa piezoelettrica in grado di tradurre l'impatto in un segnale in tensione (maggiori dettagli riguardo le caratteristiche tecniche dello strumento vengono forniti nell'Appendice C). Il punto di impatto è stato scelto sul disco, opportunamente distante dall'attacco disco-pala, in modo tale da ridurre al minimo la possibilità di disallineamenti e/o strisciamenti. Per quanto riguarda invece gli strumenti di acquisizione, sono state sfruttate le seguenti soluzioni:

- acquisizione tramite accelerometro: si tratta di una misurazione puntuale e potenzialmente intrusiva siccome il dispositivo va incollato sulla superficie del simulacro (principio di funzionamento basato sulla piezoelettricità), dunque la presenza di un cavo di connessione potrebbe alterare l'oscillazione del sistema. Inoltre, in fase di post-processing, non è possibile risalire alle deformate che si verificano per le diverse pulsazioni. (Maggiori dettagli riguardo le caratteristiche tecniche dello strumento vengono forniti nell'Appendice D)

- acquisizione tramite laser: si tratta di una misurazione globale e non invasiva. Sulla superficie del simulacro vengono posti degli adesivi riflettenti in corrispondenza dei punti di cui si vuole misurare l'oscillazione. In questo modo il fascio laser viene riflesso verso la sorgente, la quale funge anche da ricevitore. Potendo disporre di molteplici punti di campionamento, allora in fase di post-processing è possibile stimare le deformate che si verificano per le diverse pulsazioni. L'informazione acquisita tramite il vibrometro laser è in termini di velocità. (Maggiori dettagli riguardo le caratteristiche tecniche dello strumento vengono forniti nell'Appendice E)

Infine il software utilizzato per il post-processing dei dati acquisiti è quello relativo al vibrometro laser, ovvero il *PSV Software* (Maggiori dettagli riguardo i parametri di acquisizione vengono forniti nell'Appendice E).
Di seguito si riporta una schematizzazione dell'Hammer Test svolto.

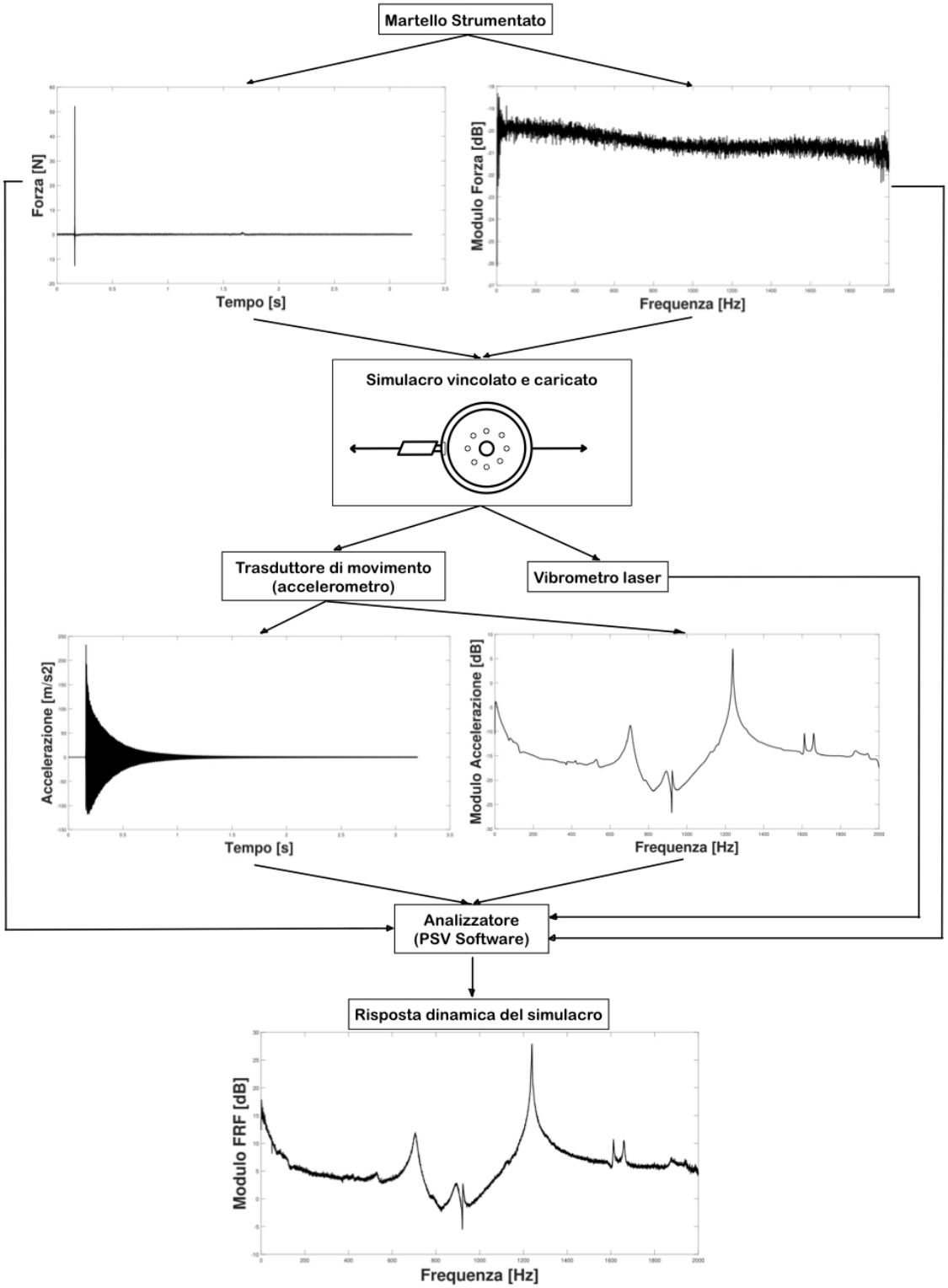


Figura 5.1: Schematizzazione Hammer Test

5.2 Risposta Libera dei Singoli Componenti

Di seguito si riportano le risposte libere dei singoli componenti (disco e paletta), i quali, durante la procedura dell'Hammer Test, sono stati sospesi mediante dei cavi sottili collegati ad una traversa. Come dispositivo di acquisizione è stato impiegato il vibrometro laser.

5.2.1 Risposta in Frequenza del Disco

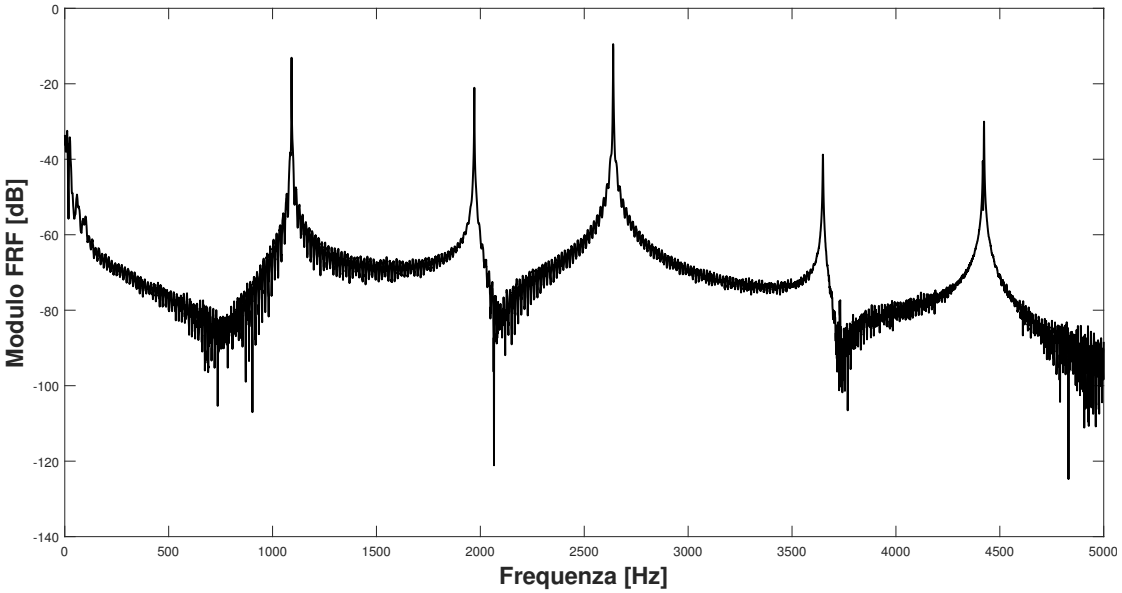


Figura 5.2: Risposta dinamica della pala in termini di accelerazione/forza

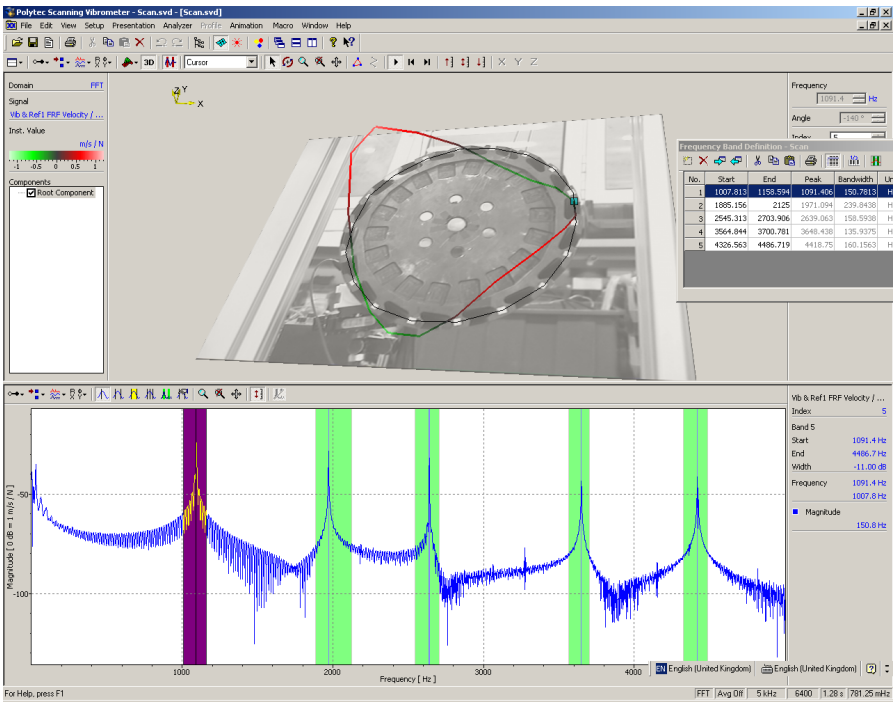


Figura 5.3: Modo proprio @ $f = 1091\,Hz$

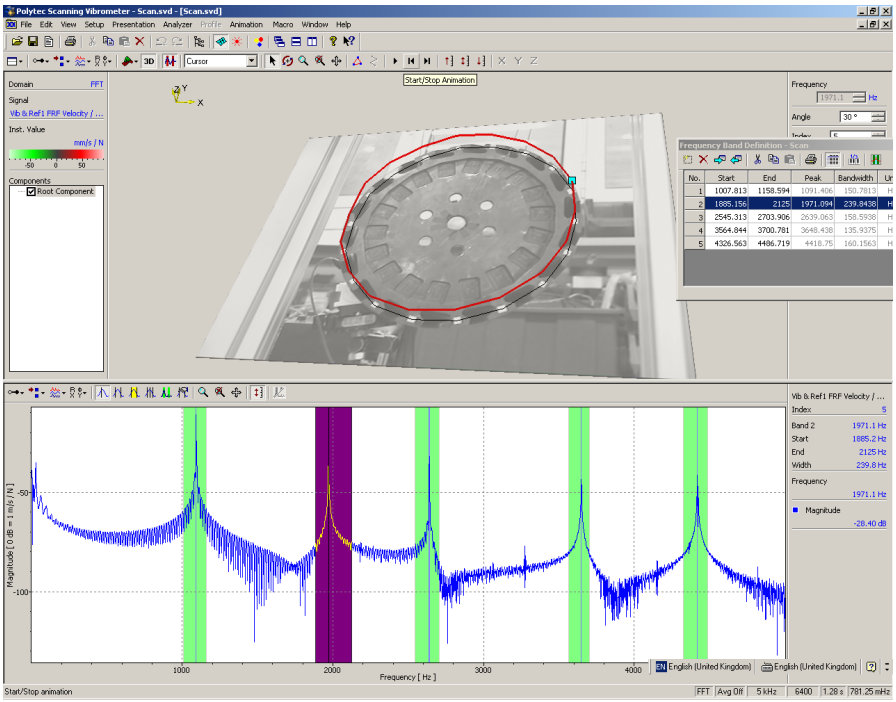


Figura 5.4: Modo proprio @ $f = 1971\,Hz$

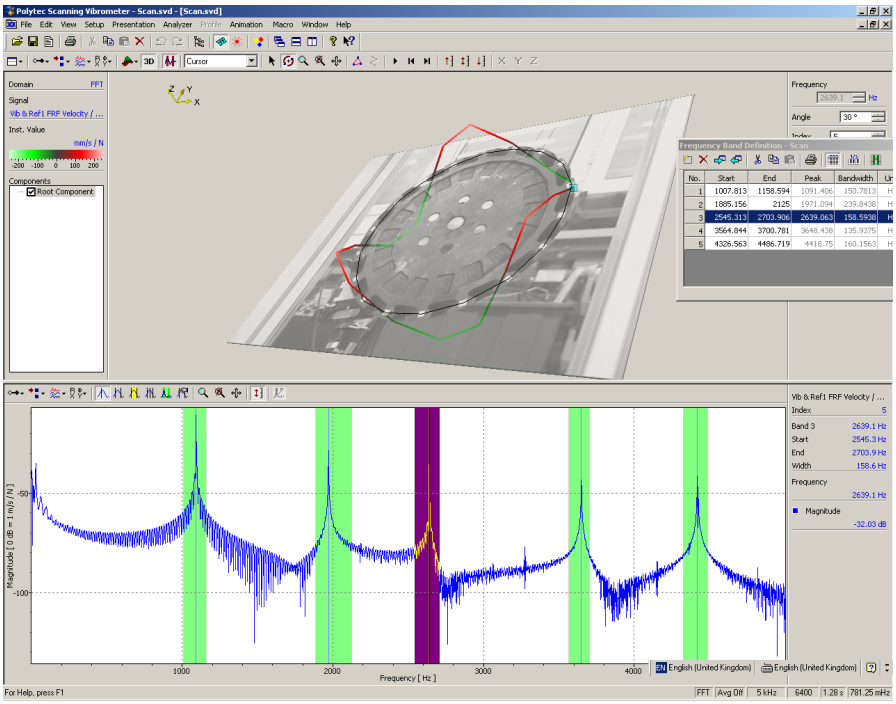


Figura 5.5: Modo proprio @ $f = 2639\,Hz$

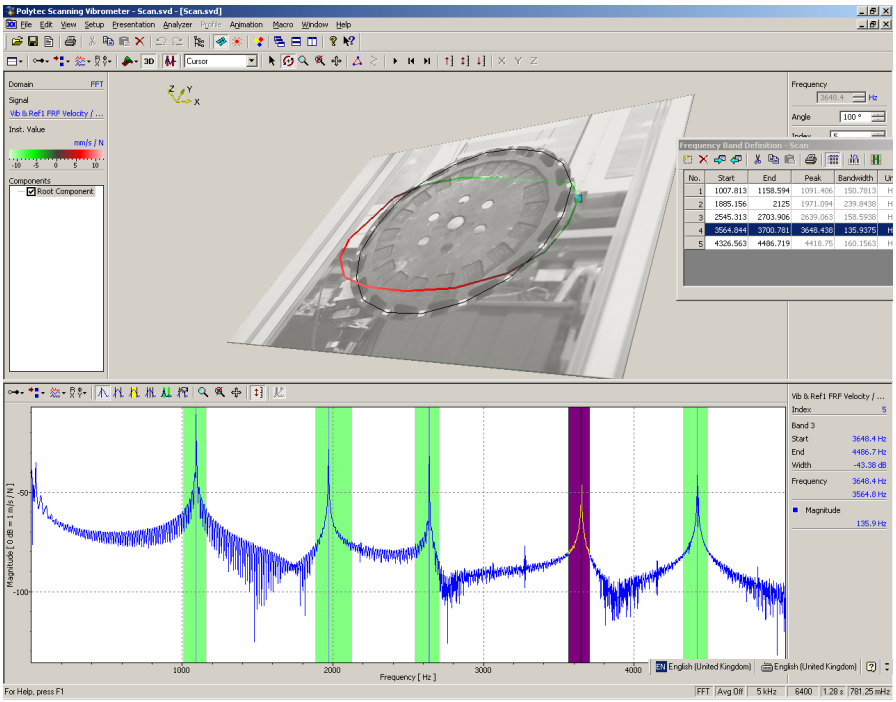


Figura 5.6: Modo proprio @ $f = 3648\,Hz$

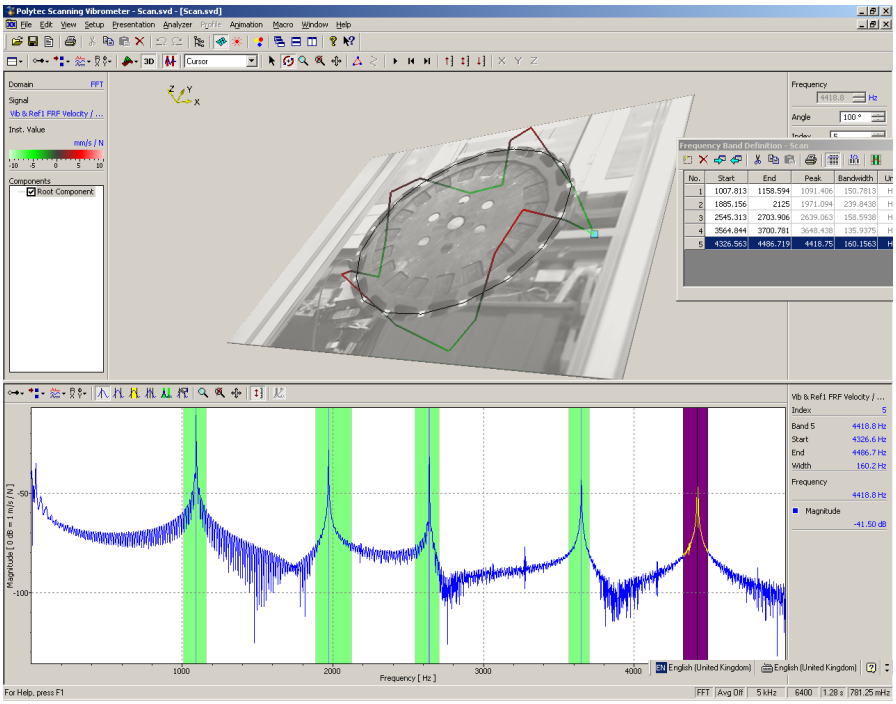


Figura 5.7: Modo proprio @ $f = 4419\,Hz$

5.2.2 Risposta in Frequenza della Pala

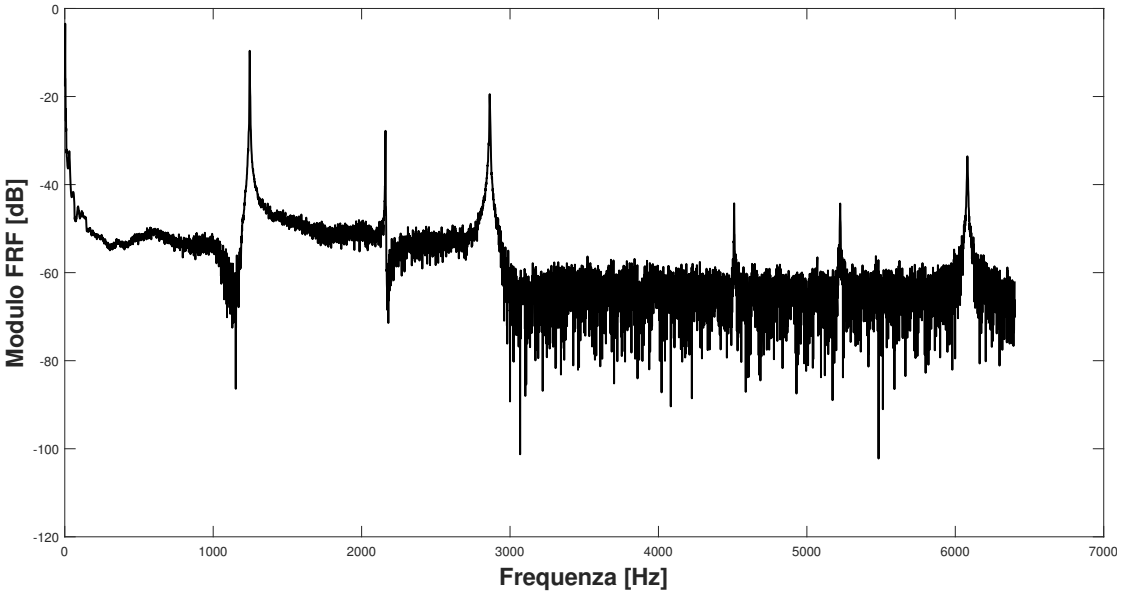


Figura 5.8: Risposta dinamica della pala in termini di accelerazione/forza

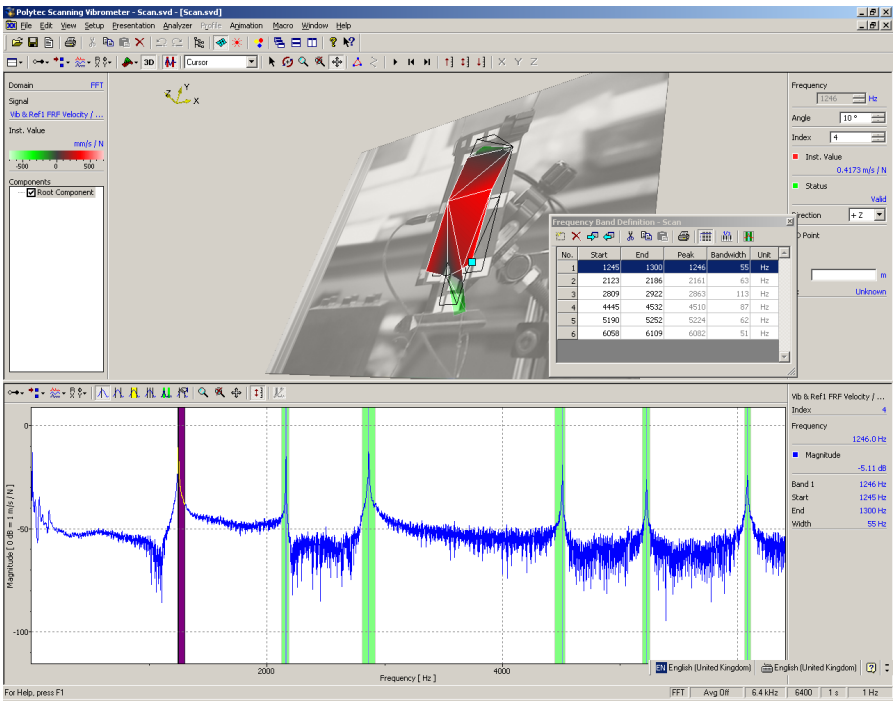


Figura 5.9: Modo proprio @ $f = 1246\,Hz$

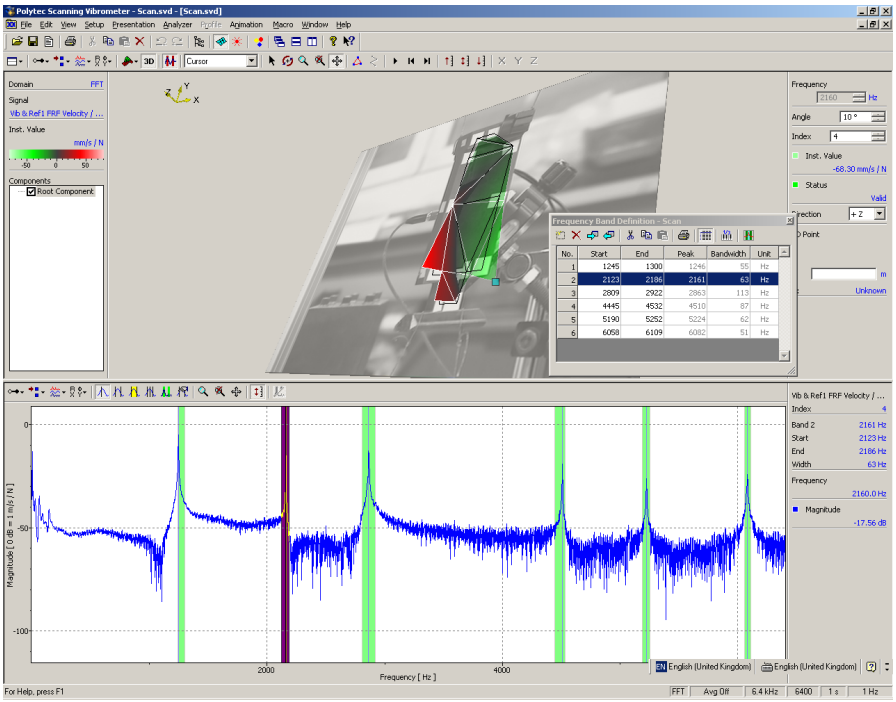


Figura 5.10: Modo proprio @ $f = 2161\,Hz$

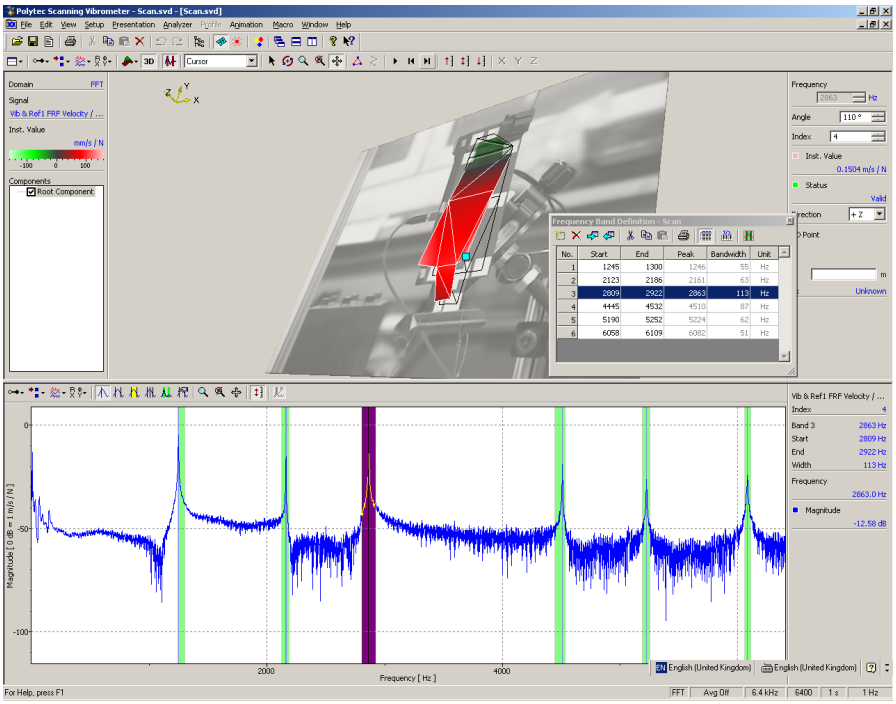


Figura 5.11: Modo proprio @ $f = 2863\,Hz$

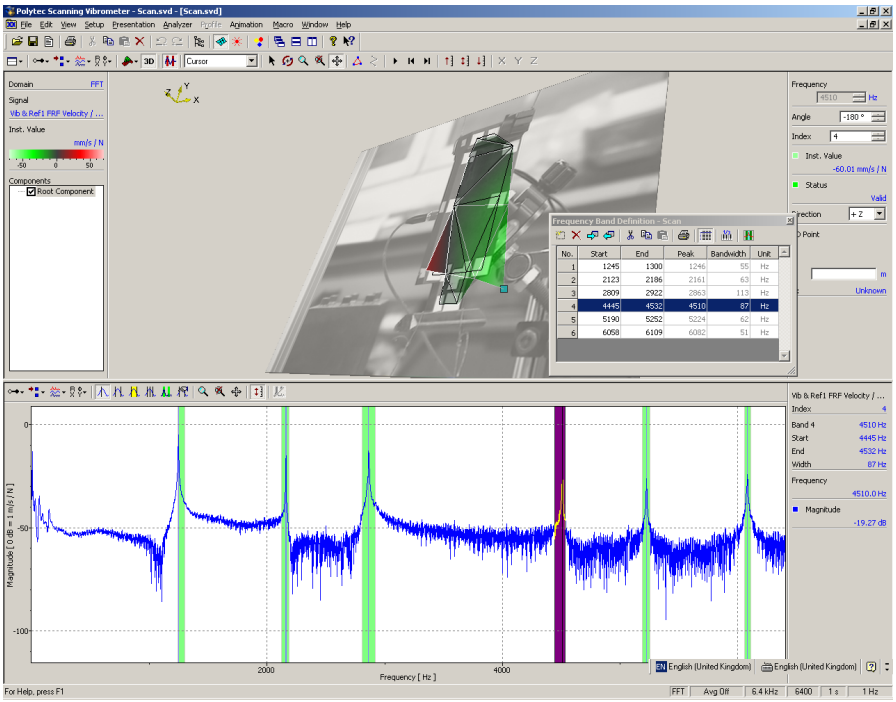


Figura 5.12: Modo proprio @ $f = 4510\,Hz$

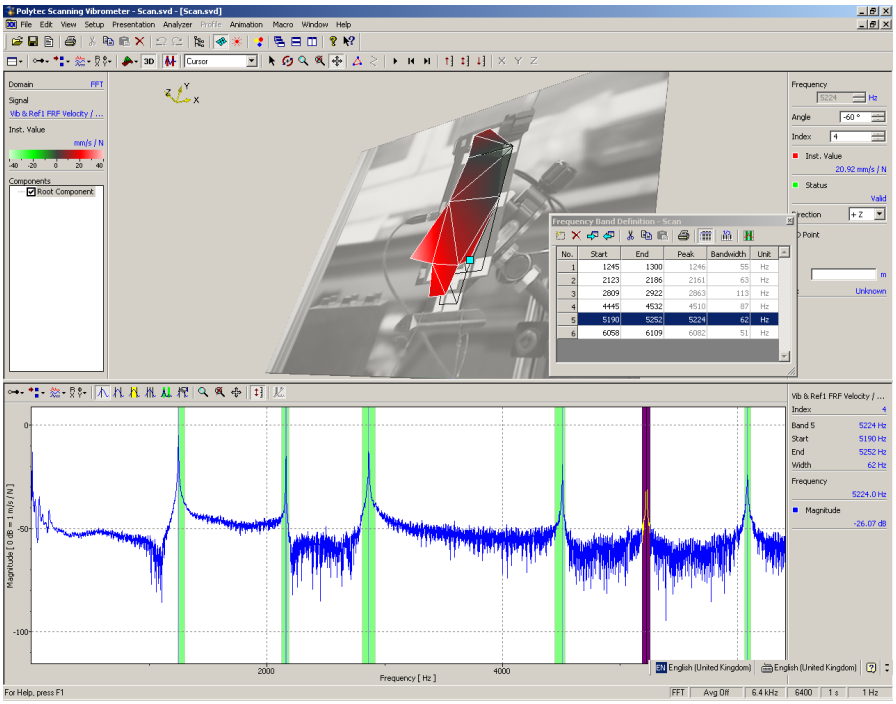


Figura 5.13: Modo proprio @ $f = 5224\,Hz$

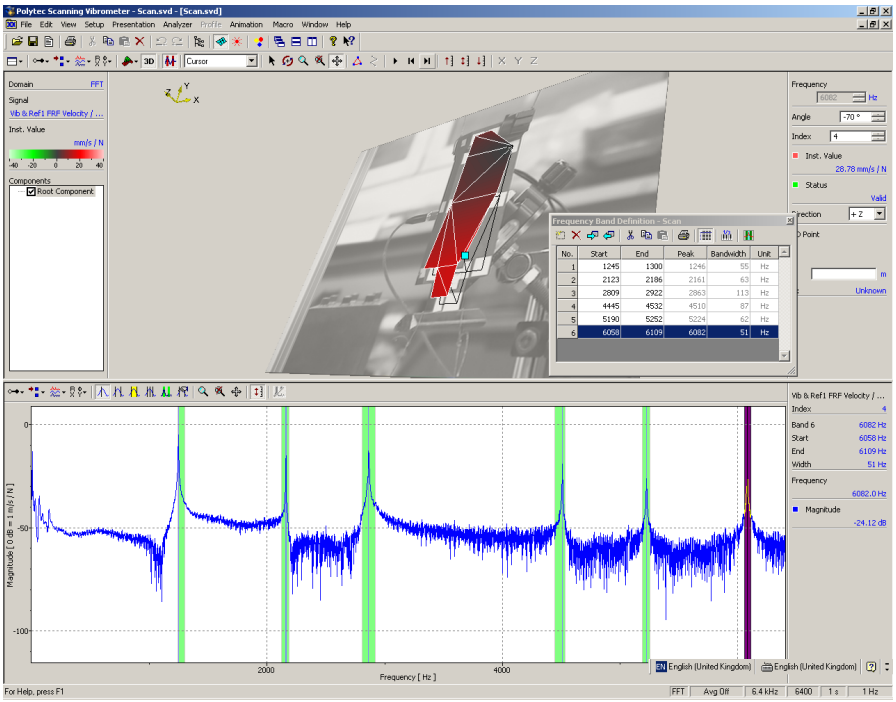


Figura 5.14: Modo proprio @ $f = 6082\,Hz$

5.3 Risposta Libera dell'Assieme Disco-Pala

5.3.1 Rilevazione Tramite Accelerometro

Frequenze Proprie [Hz]	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Prova 4	Prova 5
1	234	-	234	221	-
2	375	-	-	-	-
3	725	725	725	708	714
4	847	845	843	762	763
5	-	989	-	-	1002
6	1068	1069	1065	1082	1089
7	1109	1108	1109	1107	1107
8	-	1160	-	-	1198
9	1610	1606	1607	-	-
10	1670	1663	-	-	-
11	1985	1985	1985	1943	1942
12	-	-	-		2022
13	-	2206	2197	2215	2187
14	-	2357	-	-	2355
15	2549	2548	2547	2561	2562
16	2662	2659	2662	2650	2647
17	3058	-	3054	-	-
18	3651	3650	3652	3650	3650
Tiro [kg]	43.3	42.5	42.15	48.9	48.55

Frequenze Proprie [Hz]	Prova 6.1	Prova 6.2	Prova 6.3
1	-	-	-
2	-	394	396
3	714	714	714
4	742	746	745
5	-	-	-
6	1081	1084	1084
7	1107	1108	1108
8	1195	1201	1200
9	-	-	-
10	-	-	-
11	1934	1941	1941
12	2020	2035	2032
13	-	-	-
14	-	-	2390
15	2560	2564	2564
16	2648	2650	2650
17	-	-	-
18	3650	3650	3650
Tiro [kg]	49.75	52.85	51.75

Frequenze Proprie [Hz]	Valore medio	Deviazione Std
1	230	7.5
2	388	11.6
3	717	6.6
4	787	48.9
5	996	9.2
6	1078	9.0
7	1108	0.8
8	1191	17.4
9	1608	2.1
10	1667	4.9
11	1957	23.3
12	2027	7.4
13	2201	12.0
14	2367	19.7
15	2557	7.5
16	2654	6.4
17	3056	2.8
18	3650	0.7
Tiro [kg]	47	4.2

5.3.2 Rilevazione Tramite Laser

Prove a Tiro Medio $F = 50\,kg$

Frequenze proprie [Hz]	Prova 1	Prova 2	Prova 2'	Prova 3	Prova 4
1	-	-	227.5	222.5	-
2	391	395.125	395	391.5	386.25
3	715	715	715.62	715	714.37
4	1083	1084.37	1083.75	1079.37	1079.37
5		1108.94	1109.4	1108.12	1108.75
6	1194	1198.75	1201.87	1183.125	1183.12
7	-	-	-	-	-
8	1947	1941.75	1945.62		
9	-	-	-	2003.75	1999.37
10	2030	2037.5	2040	-	-
11	-	2242	2246	-	-
12	2561	2564.75	2566.25	2566.25	2571.25
13	2650	2651.87	2652.5	2650.62	2651.87
14	-	3066.87	3073.12	3004.37	3050
15	-	-	3638	-	3640
16	3651	3651.25	3651.25	3651.87	3652.5
17	3685	3690	3695	3687.5	3691.3
Tiro [kg]	48.1	49.4	52.8	51.1	51.05

Frequenze proprie [Hz]	Valore medio	Deviazione Std
1	225	3.5
2	392	3.6
3	715	0.4
4	1082	2.4
5	1109	0.5
6	1192	8.7
7	-	-
8	1945	2.7
9	2002	3.1
10	2036	5.2
11	2244	2.8
12	2566	3.7
13	2651	1.0
14	3049	31.1
15	3639	1.4
16	3652	0.6
17	3690	3.8
Tiro [kg]	50.49	1.8

Prove a Tiro Medio $F = 60\,kg$

Frequenze proprie [Hz]	**Prova 1**	**Prova 1'**	**Prova 1"**
1	-	-	-
2	398.12	398.75	399.37
3	716.87	716.75	716.37
4	1086.25	1086.87	1086.25
5	1109.37	1109.37	1109.37
6	1218.25	1208.75	1207.5
7	-	-	-
8	1954.37	1905.62	1953.5
9	-	-	-
10	2050.62	2065.52	2054.37
11	2255	2256	2255
12	2568.75	2569.37	2569.37
13	2653.125	2653.75	2653.75
14	3081.25	3088.12	3085
15	-	3628.12	3626.87
16	3652.5	3652.5	3652.5
17	3700	-	3701.25
Tiro [kg]	60.85	61.25	59.6

Frequenze proprie [Hz]	**Valore medio**	**Deviazione Std**
1	-	-
2	399	0.6
3	717	0.3
4	1086	0.4
5	1109	0.0
6	1212	5.9
7	-	-
8	1938	27.9
9	-	-
10	2057	7.8
11	2255	0.6
12	2569	0.4
13	2654	0.4
14	3085	3.4
15	3627	0.9
16	3653	0.0
17	3701	0.9
Tiro [kg]	60.57	0.86

Prove a Tiro Medio $F = 70\,kg$

Frequenze proprie [Hz]	**Prova 1**	**Prova 1'**	**Prova 2**
1	-	-	223.75
2	402.5	403.75	396.87
3	716.87	716.87	716.25
4	1089.4	1090	1086.25
5	1110	1110	1108.75
6	1214.37	1216.25	1195
7	-	1908.125	-
8	1959.37	1960.62	-
9	-	-	2011.87
10	2070.72	2073.75	-
11	-	2270	-
12	2571.87	2572.5	2579.37
13	2654.37	2654.37	2651.87
14	3096.87	3101.87	3019.37
15	3637.5	-	3634.37
16	3654.37	3653.75	3653.12
17	3708.75	3713.75	3706.25
Tiro [kg]	69.9	71.4	70.05

Frequenze proprie [Hz]	**Valore medio**	**Deviazione Std**
1	224	-
2	401	3.7
3	717	0.4
4	1089	2.0
5	1110	0.7
6	1209	11.8
7	1908	-
8	1960	0.9
9	2012	-
10	2072	2.1
11	2270	-
12	2575	4.2
13	2654	1.4
14	3073	46.3
15	3636	2.2
16	3654	0.6
17	3710	3.8
Tiro [kg]	70.45	0.83

Prove a Tiro Medio $F = 80\,kg$

Nel caso in questione non si è ritenuto opportuno effettuare molteplici prove come invece è stato per i casi in cui il carico era minore. Questa decisione è stata presa siccome, in fase operativa, è stato osservato un progressivo cedimento dei cavi, che, come conseguenza, ha provocato un'eccessiva diminuzione del carico nell'intervallo di tempo tra l'inizio della prova ed il suo termine.

Frequenze proprie [Hz]	**Prova 1**	**Valore medio**	**Deviazione Std**
1	227.5	227.5	-
2	404.37	404.37	-
3	-	-	-
4	1090.62	1090.62	-
5	1110.62	1110.62	-
6	1212.62	1212.62	-
7	-	-	-
8	1953.75	1953.75	-
9			-
10	2041.25	2041.25	-
11	2383.75	2383.75	-
12	2587.5	2587.5	-
13	2655	2655	-
14	3108.25	3108.25	-
15	3647.5	3647.5	-
16	-	-	-
17	3731.87	3731.87	-
Tiro [kg]	78.95	78.95	-

5.4 Risultati

Per determinare la risposta dinamica dell'assieme disco-pala è stata effettuata una campagna di misurazioni Hammer Test. In particolare, a causa della natura dei cavi impiegati per porre in trazione il simulacro, non è stato possibile raggiungere il valore di tiro desiderato ($F = 1000\,N$). Per ovviare questa limitazione le prove sono state svolte per carichi crescenti, così da poter, in un secondo momento, trarre conclusioni su quelle che dovrebbero essere le frequenze proprie del sistema per il tiro prestabilito.

5.4.1 Frequenze Proprie

Per valutare le frequenze proprie quando il tiro assume il valore prestabilito ($F = 1000\,N$) è stata impiegata una regressione lineare dei valori medi calcolati per ciascuna prova. Di seguito si riportano i risultati.

Frequenze medie [Hz]	**@ 50kg**	**@ 60kg**	**@70 kg**	**@ 80kg**	**Stima @ 100 kg**
1	225	-	224	228	228
2	392	399	401	404	415
3	715	717	717	-	720
4	1082	1086	1089	1091	1098
5	1109	1109	1110	1111	1112
6	1192	1212	1209	1213	1229
7	-	-	1908	-	1908 *
8	1945	1938	1960	1954	1968
9	2002	-	2012	-	2028
10	2036	2057	2072	2041	2066
11	2244	2255	2270	2384	2452
12	2566	2569	2575	2588	2601
13	2651	2654	2654	2655	2658
14	3049	3085	3073	3108	3143
15	3639	3627	3636	3648	3650
16	3652	3653	3654	-	3657
17	3690	3701	3710	3732	3760
Tiro [kg]	50.49	60.57	70.45	78.95	102

* - Per la frequenza propria n.7 non è stato possibile effettuare la regressione lineare, perciò il suo valore è stato supposto costante.

5.4.2 Modi Propri

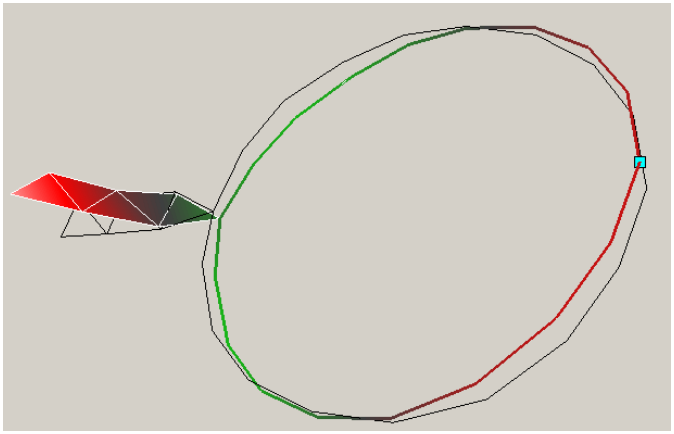


Figura 5.15: Modo proprio @ $f = 228\,Hz$

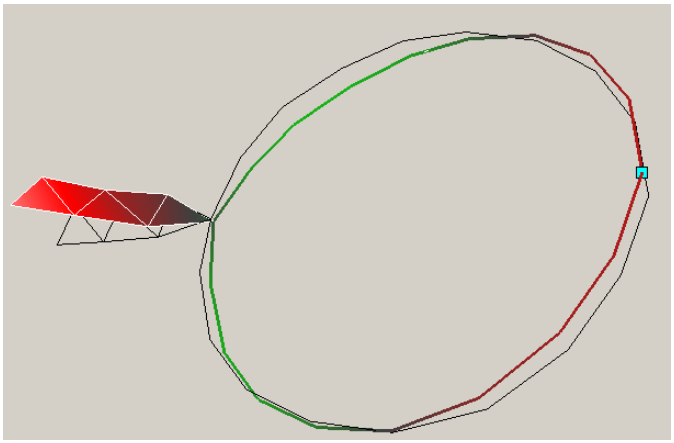


Figura 5.16: Modo proprio @ $f = 415\,Hz$

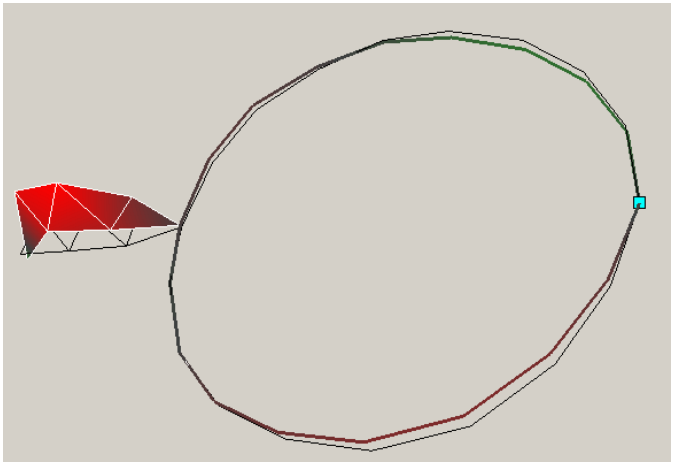


Figura 5.17: Modo proprio @ $f = 720\,Hz$

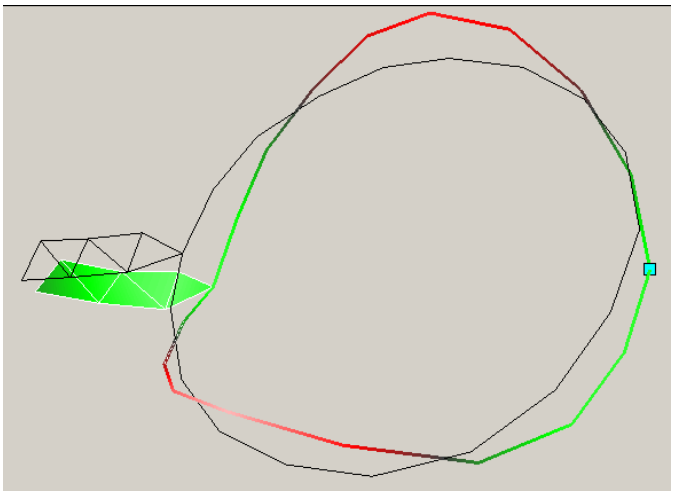


Figura 5.18: Modo proprio @ $f = 1098\,Hz$

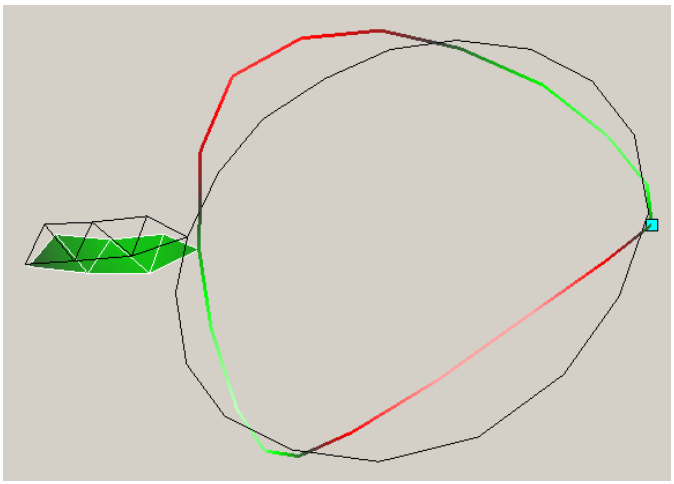


Figura 5.19: Modo proprio @ $f = 1112\,Hz$

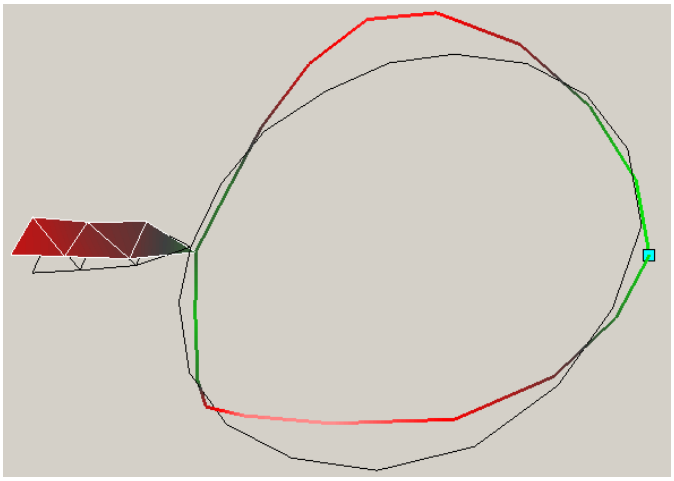


Figura 5.20: Modo proprio @ $f = 1229\,Hz$

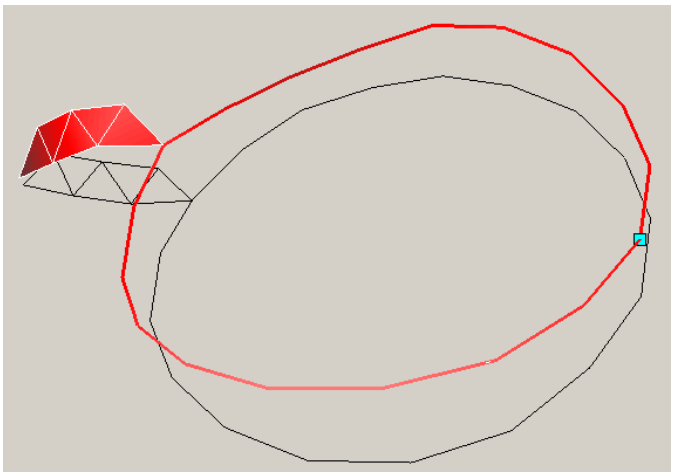


Figura 5.21: Modo proprio @ $f = 1908\,Hz$

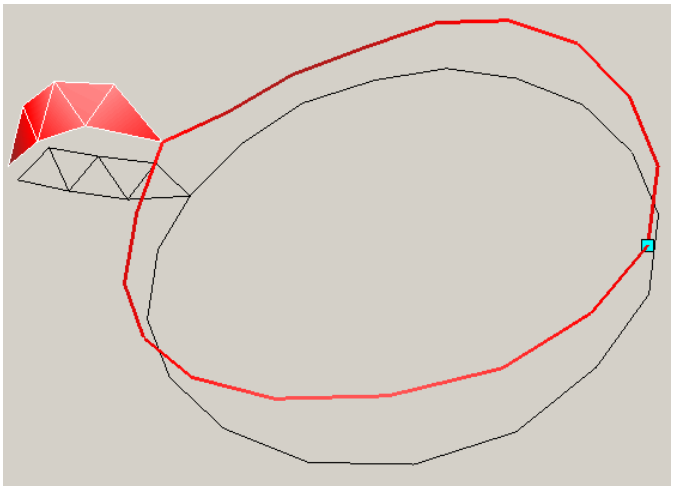


Figura 5.22: Modo proprio @ $f = 1968\,Hz$

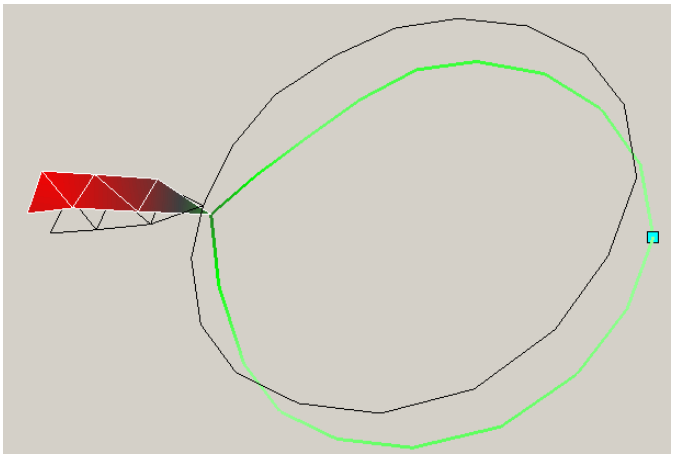


Figura 5.23: Modo proprio @ $f = 2028\,Hz$

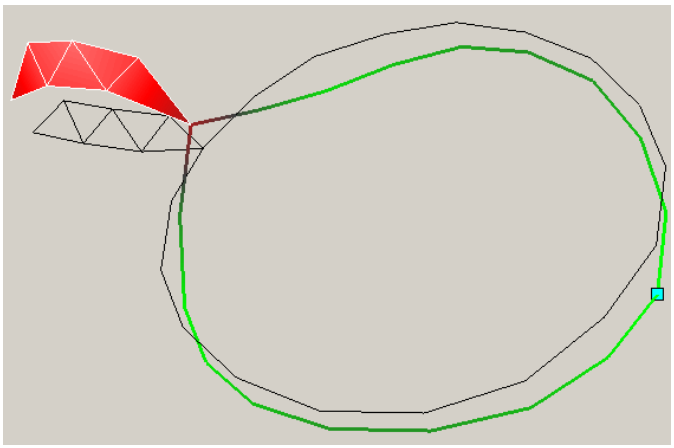


Figura 5.24: Modo proprio @ $f = 2066\,Hz$

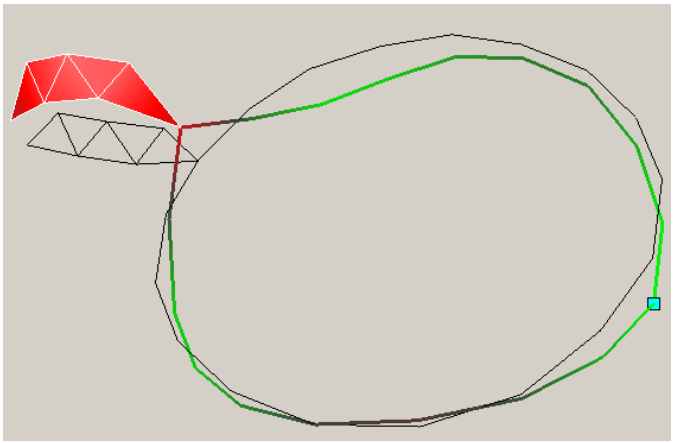


Figura 5.25: Modo proprio @ $f = 2452\,Hz$

Figura 5.26: Modo proprio @ $f = 2601\,Hz$

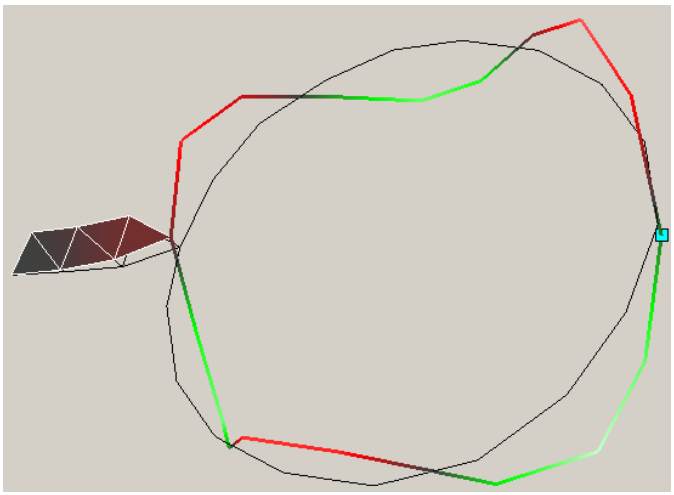


Figura 5.27: Modo proprio @ $f = 2658\,Hz$

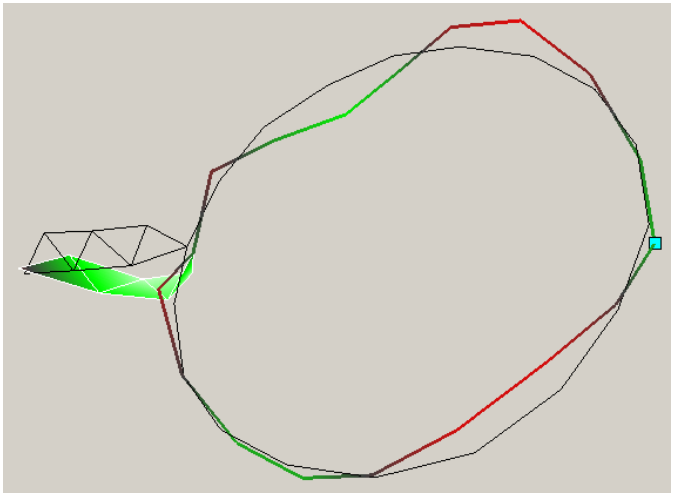


Figura 5.28: Modo proprio @ $f = 3143\,Hz$

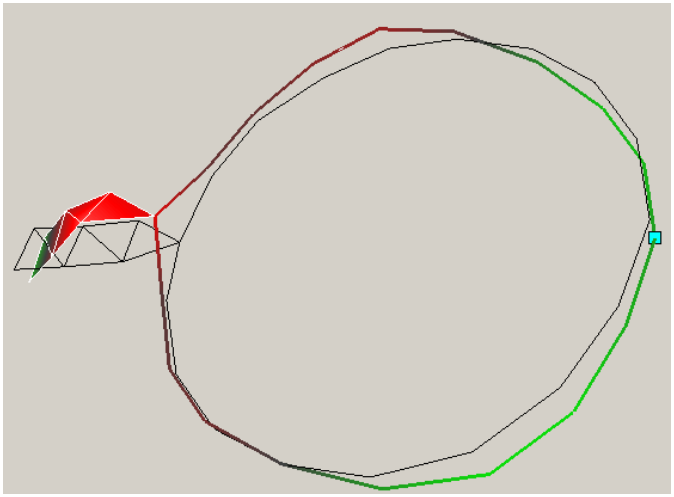


Figura 5.29: Modo proprio @ $f = 3650\,Hz$

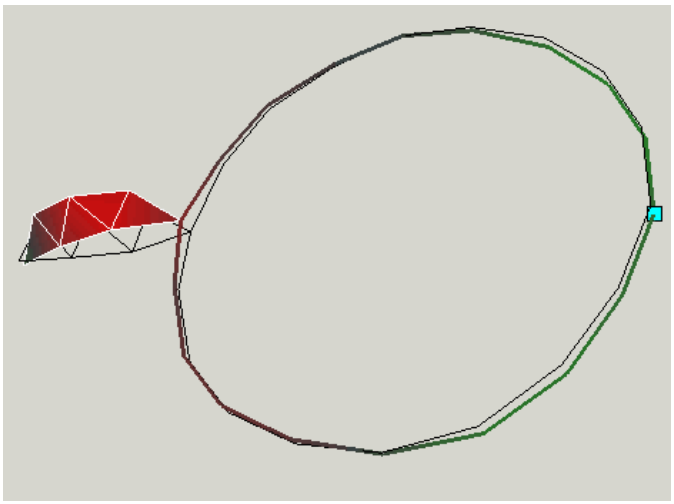


Figura 5.30: Modo proprio @ $f = 3657\,Hz$

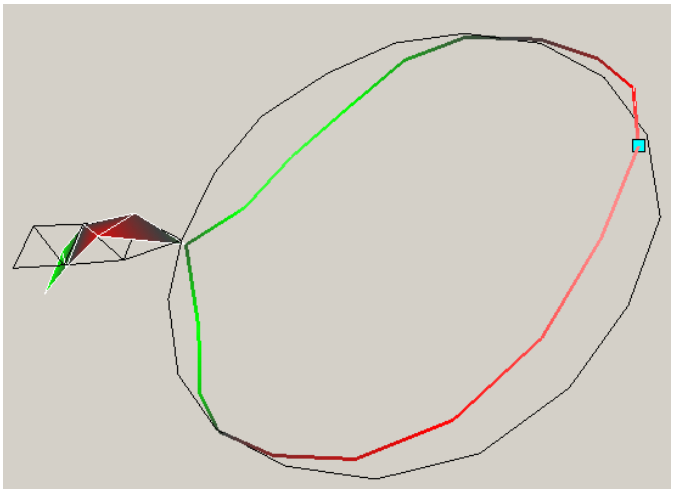


Figura 5.31: Modo proprio @ $f = 3760\,Hz$

Capitolo 6

Sviluppo del Modello Numerico dell'Assieme Disco-Pala

Per sviluppare e studiare il modello numerico del sistema disco-pala si è fatto affidamento al software ANSYS Mechanical APDL. Nella definizione e studio di un qualsiasi modello agli elementi finiti si possono distinguere le seguenti fasi:

1. Fase di *Pre-processing*: durante questa fase si scelgono gli elementi con cui verrà discretizzata la geometria del sistema, dunque viene definita la *mesh*. In seguito si potrà definire il modello del materiale ed infine si stabiliranno i vincoli ed i carichi;

2. Fase di *Solution*: la fase di risoluzione del modello agli elementi finiti può riguardare diversi aspetti. In questo caso sono state condotte delle analisi modali;

3. Fase di *Post-processing*: una volta terminata l'analisi si possono visualizzare i risultati richiesti. In questo caso si è interessati alle frequenze proprie ed ai modi propri del sistema.

In particolare per realizzare il modello agli elementi finiti dell'assieme è stato necessario partire da quello dei singoli componenti. Solamente dopo ad aver accertato che il loro comportamento dinamico fosse congruo a quello misurato sperimentalmente è stato possibile combinarli. Nel fare ciò sono state implementate tre strategie, in modo tale da poter apprezzare gli effetti delle soluzioni proposte come oggetto della tesi:

1. Modello di Contatto Completo, Infinitamente Rigido;

2. Modello di Contatto Parziale, Infinitamente Rigido;

3. Modello di Contatto Parziale, Rigidezza Finita;

6.1 Modello FEM della Paletta

6.1.1 Proprietà e Mesh

Proprietà	
Elemento	Solid186
Materiale	Acciaio
Densità [kg/m3]	7800
Modulo Elastico [Pa]	2.06E+11
Coefficiente di Poisson	0.3

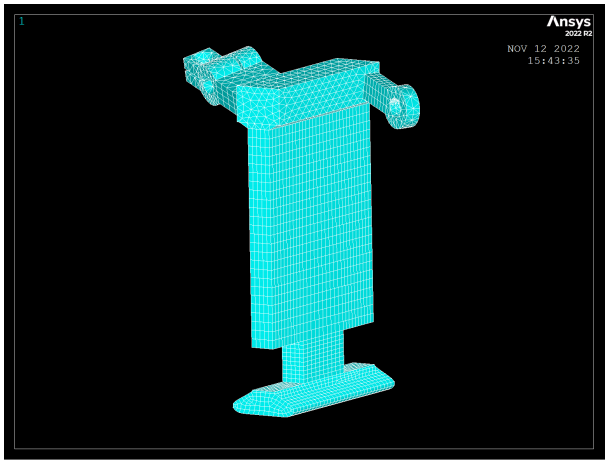


Figura 6.1: Mesh del modello della paletta

6.1.2 Risposta Dinamica

Dal momento che la pala non è stata vincolata (analisi modale *free-free*) si ha che le prime sei frequenze proprie del sistema sono nulle. Esse rappresentano pertanto dei moti rigidi, che, in questo contesto, sono privi di interesse.

Frequenze Proprie [Hz]	
7	1215.2
8	2118.3
9	2808.8
10	4296.5
11	4557.5
12	5177.7

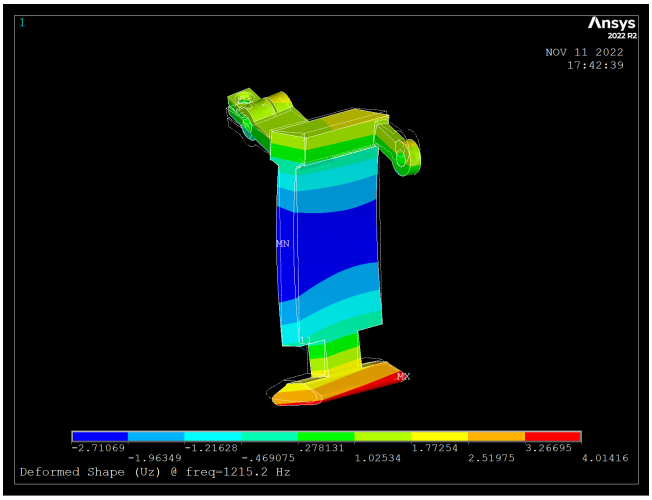


Figura 6.2: Modo proprio @ $f = 1215.2\,Hz$

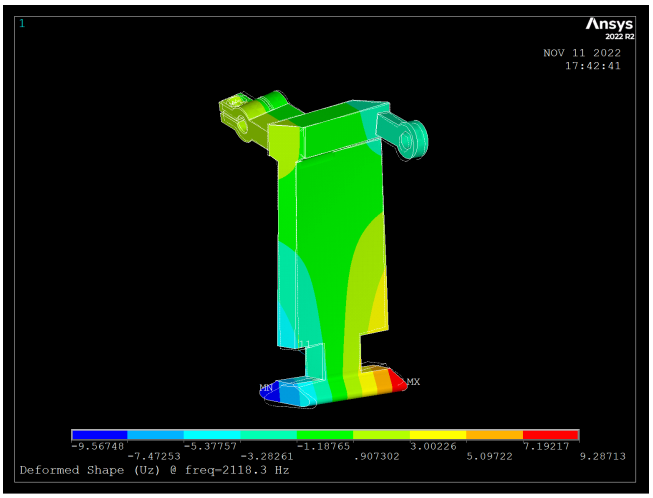


Figura 6.3: Modo proprio @ $f = 2118.3\,Hz$

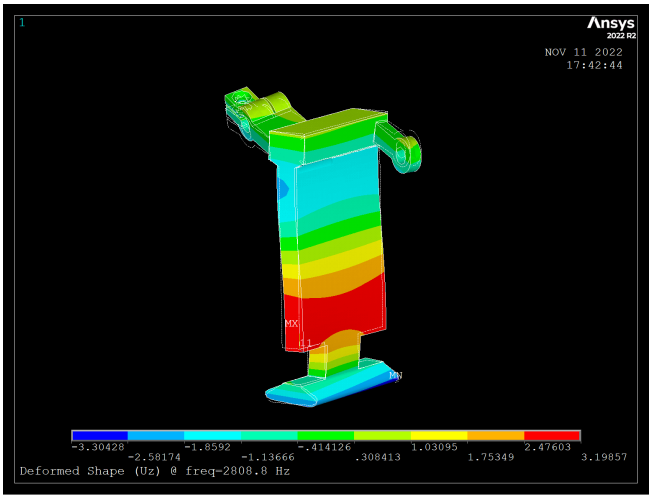


Figura 6.4: Modo proprio @ $f = 2808.8\,Hz$

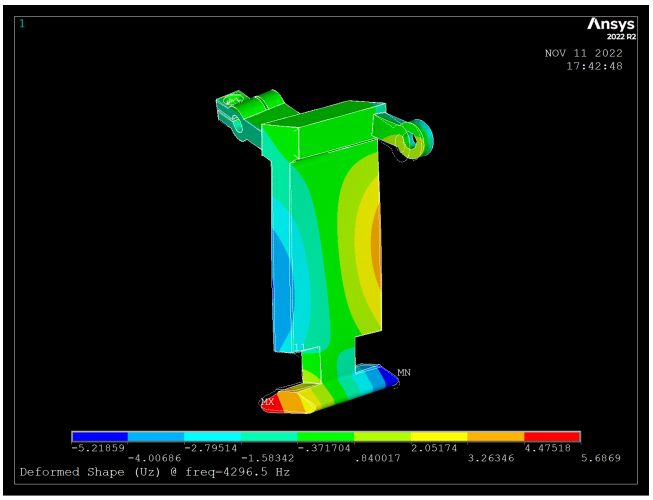


Figura 6.5: Modo proprio @ $f = 4296.5\,Hz$

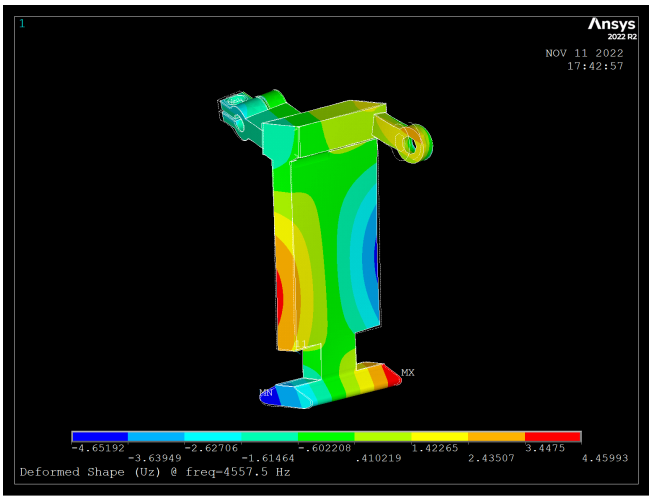


Figura 6.6: Modo proprio @ $f = 4557.5\,Hz$

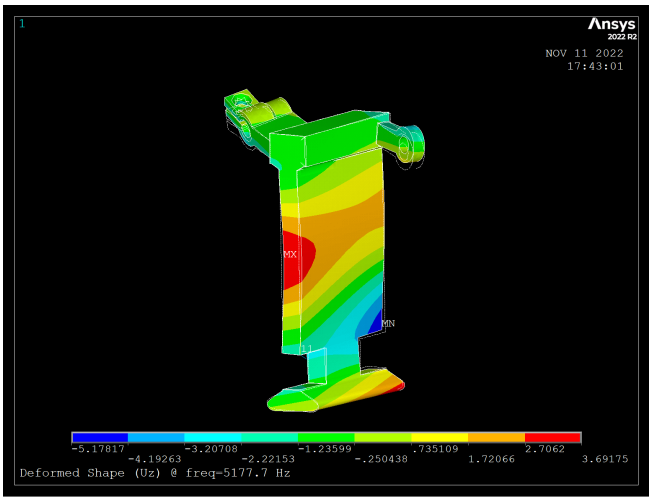


Figura 6.7: Modo proprio @ $f = 5177.7\,Hz$

6.2 Modello FEM del Disco

6.2.1 Proprietà e Mesh

Proprietà	
Elemento	Solid186
Materiale	Acciaio
Densità [kg/m3]	7800
Modulo Elastico [Pa]	1.46E+11 *
Coefficiente di Poisson	0.3

* - Il valore del modulo elastico è stato imposto in maniera artificiosa così da compensare le incongruenze nella risposta dinamica dovute all'assenza di dettagli geometrici nel modello del disco (fori secondari centrali)

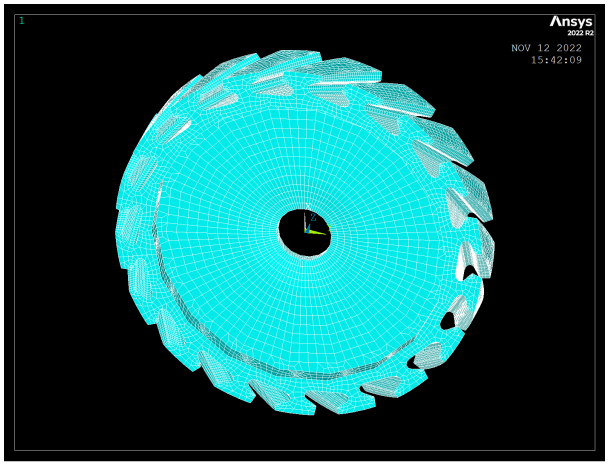


Figura 6.8: Mesh del modello del disco

6.2.2 Risposta Dinamica

Dal momento che il disco non è stato vincolato (analisi modale *free-free*) si ha che le prime sei frequenze proprie del sistema sono nulle. Esse rappresentano pertanto dei moti rigidi, che, in questo contesto, sono privi di interesse.

Frequenze Proprie [Hz]	
7	1107.6
8	1897.6
9	2718.2
10	3654.5
11	4449.5

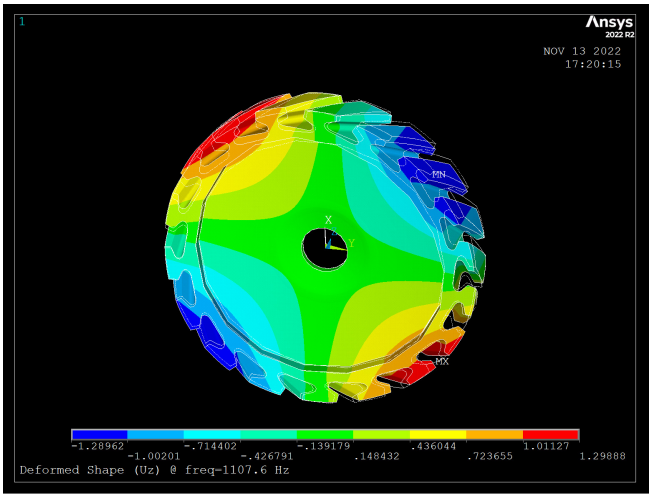


Figura 6.9: Modo proprio @ $f = 1107.6\,Hz$

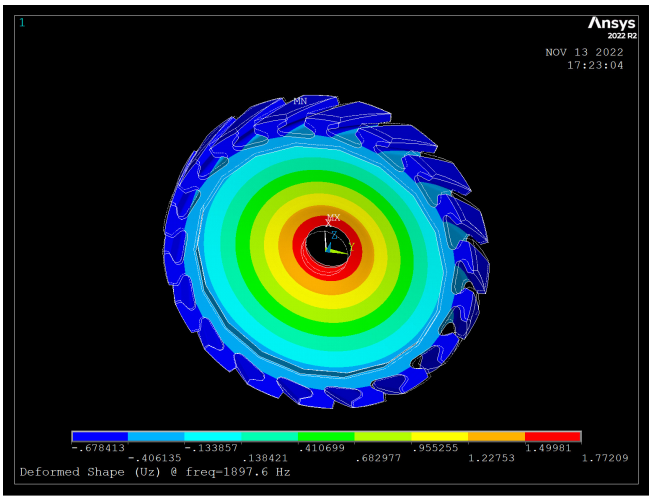


Figura 6.10: Modo proprio @ $f = 1897.6\,Hz$

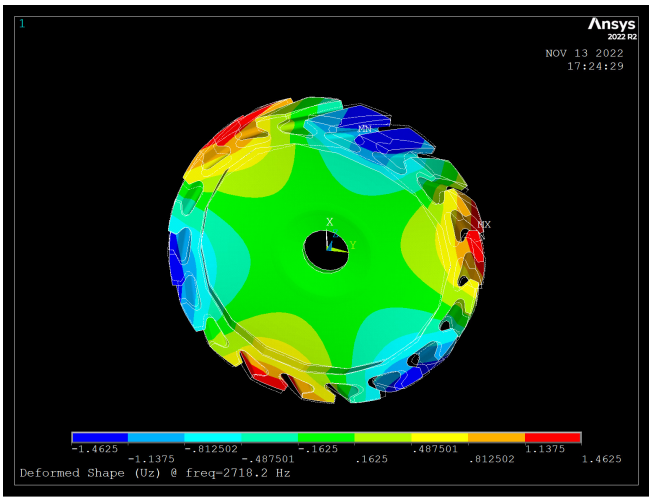


Figura 6.11: Modo proprio @ $f = 2718.2\,Hz$

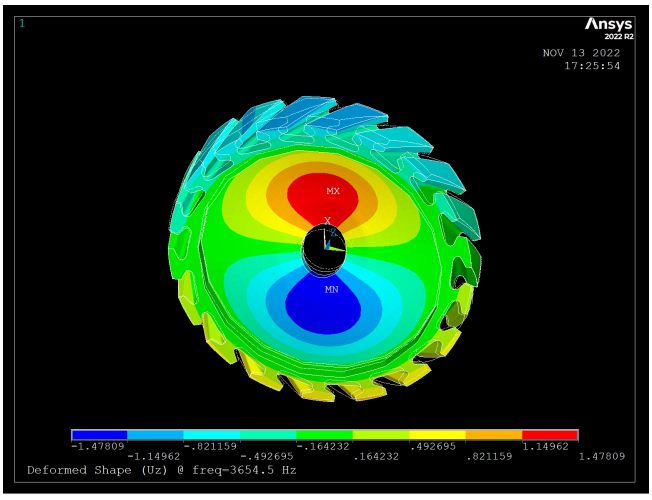


Figura 6.12: Modo proprio @ $f = 4449.5\,Hz$

6.3 Modello dell'Assieme Disco-Pala

6.3.1 Modello di Contatto Completo, Infinitamente Rigido

Si tratta del caso ideale dove l'impronta di contatto coinvolge tutti i nodi disponibili. Di fatto paletta e disco rappresentano un elemento monolitico siccome i loro gradi di libertà di interfaccia vengono imposti coincidenti. Per eseguire quest'operazione è stato sfruttato il seguente comando:

$$CP, NSET, Lab, NODE1, NODE2 \tag{6.1}$$

dove

CP – Indica il comando di *coupling*
$NSET$ – Indica il numero che indicizza l'accoppiamento
Lab – É il set di gradi di liberà da accoppiare
$NODE1, NODE2$ – Sono gli indici della coppia di nodi

Il modello FEM che ne consegue è raffigurato nella seguente immagine.

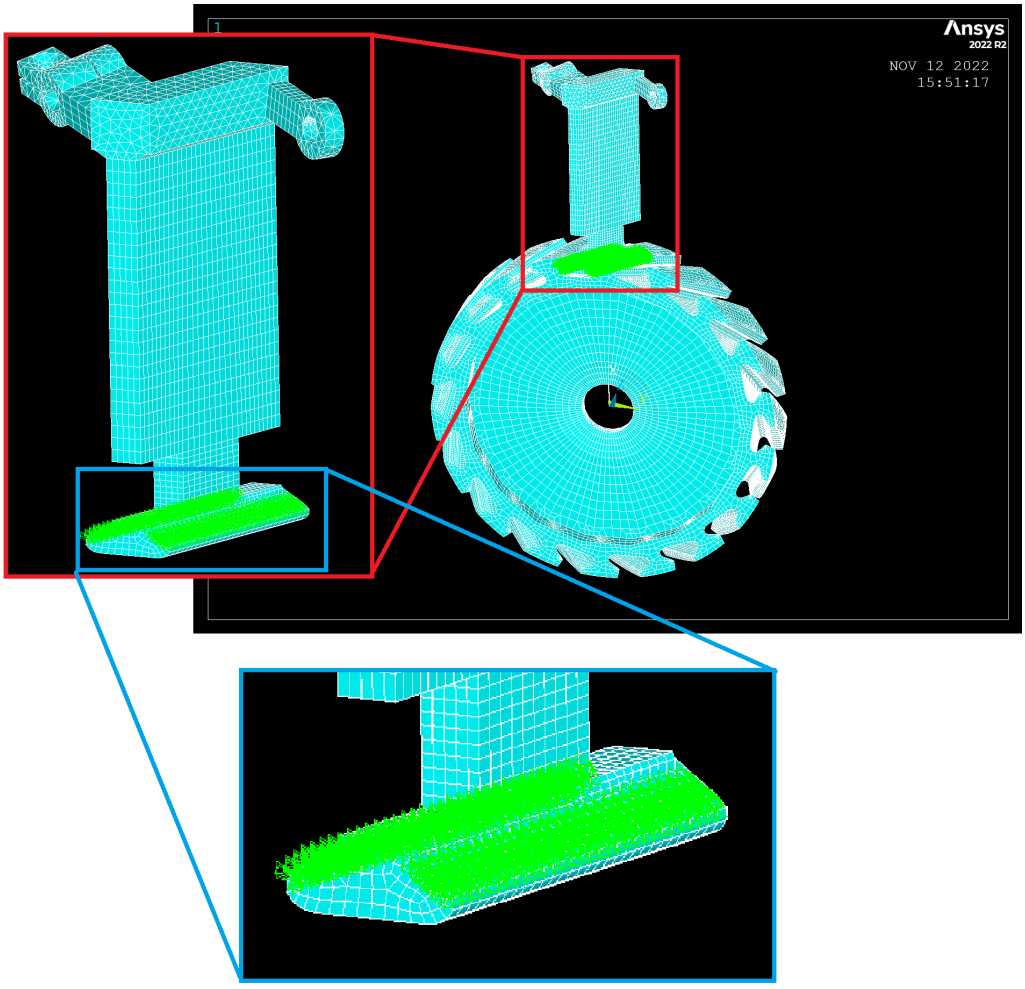


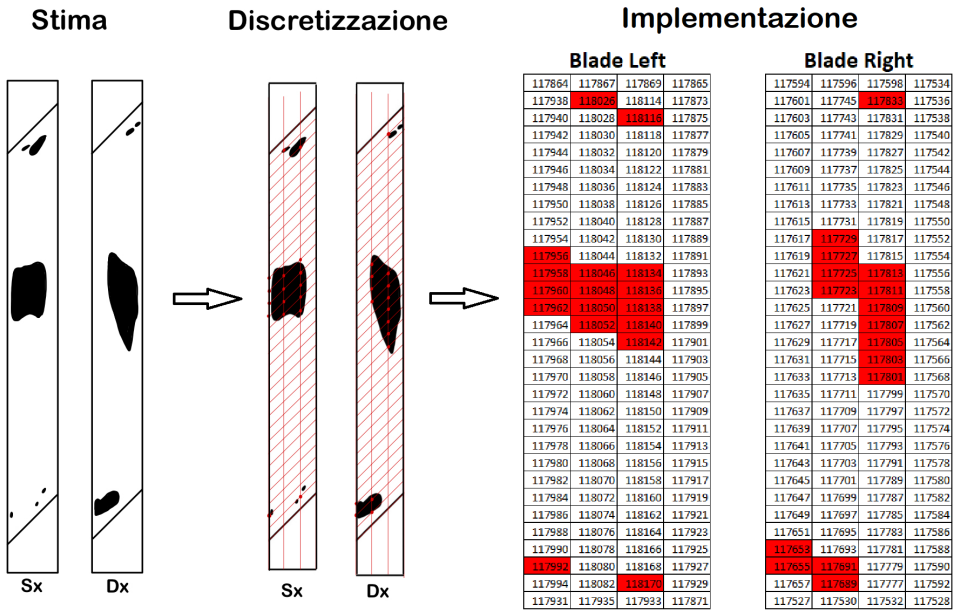
Figura 6.13: Mesh dell'assieme disco-pala (contatto completo, infinitamente rigido)

Al termine dell'analisi modale sono stati ottenuti i seguenti risultati in termini di frequenze proprie.

	Frequenze Proprie [Hz]
7	187.81
8	532.46
9	726.94
10	1124.9
11	1148.1
12	1321.2
13	1913.6
14	2634
15	2757.8
16	3162.9
17	3660.1
18	3679.3
19	3780.2
20	4317.5

6.3.2 Modello di Contatto Parziale, Infinitamente Rigido

I gradi di libertà dei nodi coinvolti nel contatto sono ancora coincidenti, dunque la rigidezza tra l'elemento pala e quello disco è infinita. Tuttavia l'area di contatto non è più completa come nel caso ideale (Paragrafo 6.3.1), infatti sono stati accoppiati solamente i nodi evidenziati dalle misurazioni sperimentali svolte nel Capitolo 5. Per eseguire quest'operazione è stato nuovamente usato il Comando 6.1 riportato nel paragrafo precedente.



Blade Left			
117864	117867	117869	117865
117938	118026	118114	117873
117940	118028	118116	117875
117942	118030	118118	117877
117944	118032	118120	117879
117946	118034	118122	117881
117948	118036	118124	117883
117950	118038	118126	117885
117952	118040	118128	117887
117954	118042	118130	117889
117956	118044	118132	117891
117958	118046	118134	117893
117960	118048	118136	117895
117962	118050	118138	117897
117964	118052	118140	117899
117966	118054	118142	117901
117968	118056	118144	117903
117970	118058	118146	117905
117972	118060	118148	117907
117974	118062	118150	117909
117976	118064	118152	117911
117978	118066	118154	117913
117980	118068	118156	117915
117982	118070	118158	117917
117984	118072	118160	117919
117986	118074	118162	117921
117988	118076	118164	117923
117990	118078	118166	117925
117992	118080	118168	117927
117994	118082	118170	117929
117931	117935	117933	117871

Blade Right			
117594	117596	117598	117534
117601	117745	117833	117536
117603	117743	117831	117538
117605	117741	117829	117540
117607	117739	117827	117542
117609	117737	117825	117544
117611	117735	117823	117546
117613	117733	117821	117548
117615	117731	117819	117550
117617	117729	117817	117552
117619	117727	117815	117554
117621	117725	117813	117556
117623	117723	117811	117558
117625	117721	117809	117560
117627	117719	117807	117562
117629	117717	117805	117564
117631	117715	117803	117566
117633	117713	117801	117568
117635	117711	117799	117570
117637	117709	117797	117572
117639	117707	117795	117574
117641	117705	117793	117576
117643	117703	117791	117578
117645	117701	117789	117580
117647	117699	117787	117582
117649	117697	117785	117584
117651	117695	117783	117586
117653	117693	117781	117588
117655	117691	117779	117590
117657	117689	117777	117592
117527	117530	117532	117528

Figura 6.14: Implementazione dell'impronta di contatto parziale nel modello FEM

Il modello FEM che ne consegue è raffigurato nella seguente immagine.

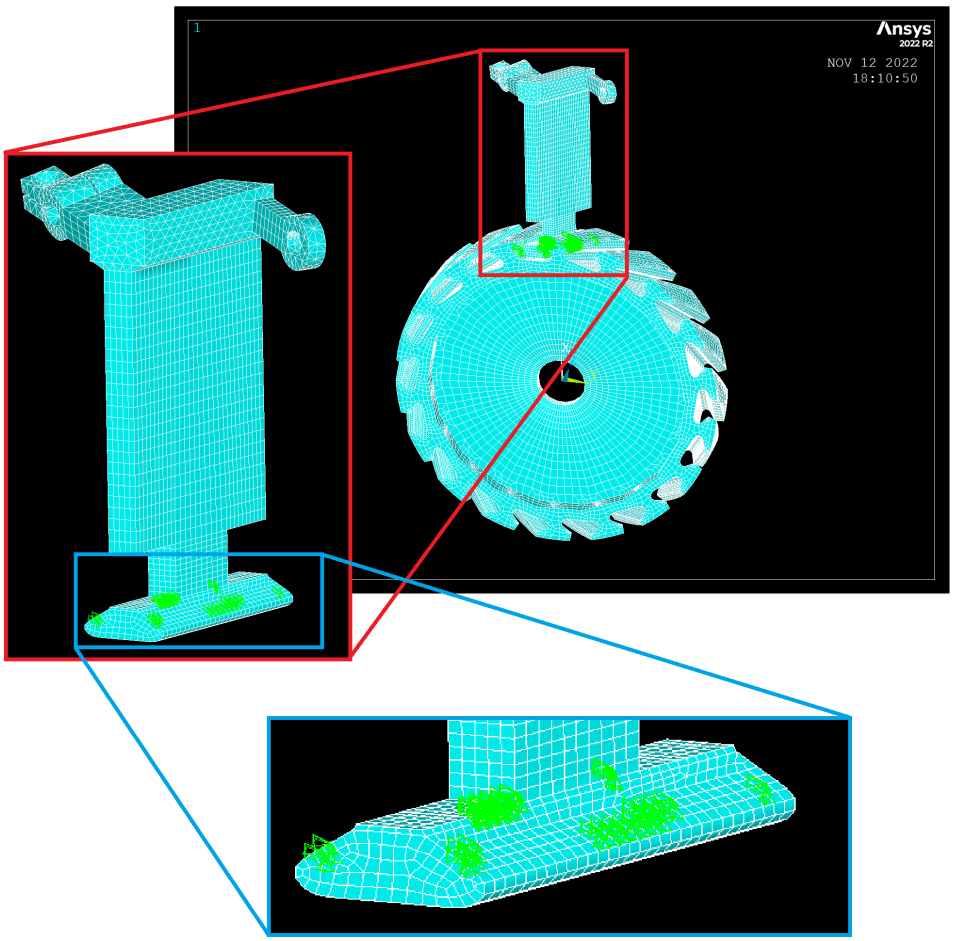


Figura 6.15: Mesh dell'assieme disco pala (contatto parziale, infinitamente rigido)

Al termine dell'analisi modale sono stati ottenuti i seguenti risultati in termini di frequenze proprie.

	Frequenze Proprie [Hz]
7	179.58
8	504.44
9	718.85
10	1120.9
11	1131.5
12	1289.6
13	1907.5
14	2620.2
15	2746.4
16	3090
17	3656.1
18	3661.5
19	3742.4
20	4207.4

6.3.3 Modello di Contatto Parziale, Rigidezza Finita

In questo caso i nodi coinvolti nel contatto rimangono quelli che sono stati evidenziati dalle misurazioni sperimentali, dunque quelli riportati nella Figura 6.14. Tuttavia tra ciascuna coppia di nodi disco-pala è stato interposto un elemento di contatto tridimensionale (Figura 6.16), il quale è caratterizzato tramite tre parametri di rigidezza concentrati:

- k_{Tx}, k_{Ty} rigidezze tangenziali al piano di contatto;
- k_{Nz} rigidezza ortogonale al piano di contatto.

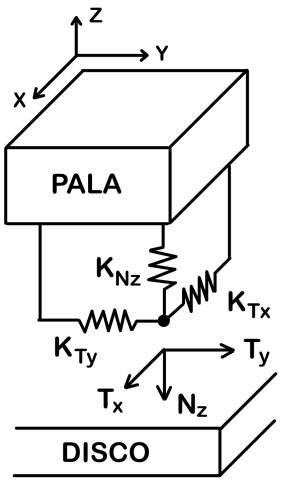


Figura 6.16: Rappresentazione dell'elemento di contatto tridimensionale

Grazie alla presenza di questo elemento di contatto il disco e la pala non possono essere considerati come un assieme monolitico.
Per implementare questa rappresentazione nel modello FEM sono stati impiegati gli elementi *MATRIX27*, i quali sono descritti da una matrice simmetrica che mette in relazione i gradi di libertà della coppia di nodi (u_{x1}, u_{y1}, u_{z1}, rot_{x1}, rot_{y1}, rot_{z1}, u_{x2}, u_{y2}, u_{z2}, rot_{x2}, rot_{y2}, rot_{z2}) mediante i valori delle rigidezze k_{Tx}, k_{Ty} e k_{Tz}. Essa è strutturata come segue.

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{Tx} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{Tx} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & k_{Ty} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{Ty} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & k_{Nz} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{Nz} & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & k_{Tx} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & k_{Ty} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & k_{Nz} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

In particolare, per ricavare i valori di tali rigidezze, è stato fatto riferimento al lavoro proposto da M.Allara [3], il quale però fornisce dei valori globali riferiti al caso ideale di contatto completo tra la radice della pala e lo slot del disco, descritto nel Paragrafo 6.3.1. Considerando le caratteristiche geometriche, del materiale e della forza che si sviluppa al contatto in seguito al tiro centrifugo a cui è sottoposta la paletta, allora si ricavano $k_{Tx,TOT}$, $k_{Ty,TOT}$ e $k_{Nz,TOT}$, associate all'insieme dei nodi considerato nel caso 6.3.1.

$$k_{Tx,TOT} = k_{Ty,TOT} = 2.41E+09\,\frac{N}{m}\,, \quad k_{Nz,TOT} = 2.85E+09\,\frac{N}{m} \tag{6.2}$$

Conoscendo il numero di nodi N con cui è stata discretizzata l'impronta di contatto, allora è possibile ricavare le rigidezze associate al singolo nodo. Queste coincidono proprio con le rigidezze relative al singolo elemento *MATRIX27* [1].

$$N = 124 \tag{6.3}$$

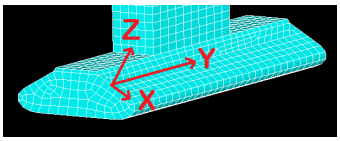
$$k_{Tx} = k_{Ty} = \frac{k_{T,TOT}}{N} = 1.94E+07\,\frac{N}{m} \tag{6.4}$$

$$k_{Nz} = \frac{k_{N,TOT}}{N} = 2.30E+07\,\frac{N}{m} \tag{6.5}$$

Dopo aver implementato le modifiche di cui si è appena discusso all'interno del modello FEM, al termine dell'analisi modale sono stati ottenuti i seguenti risultati.

	Frequenze Proprie [Hz]
7	172.91
8	471.56
9	712.35
10	1110.2
11	1122.9
12	1264.2
13	1903.1
14	2608.3
15	2738.2
16	3024.1
17	3624.8
18	3658.2
19	3699.6
20	3910.7

[1] L'elemento *MATRIX27* opera nel sistema di riferimento locale associato al nodo, definito in questo caso mediante una terna cartesiana in cui il piano xy è parallelo al piano di contatto tra pala e disco. Per quanto detto la matrice di rigidezza associata a questo elemento deve essere scritta nel sistema di riferimento locale.



Esempio di sistema di riferimento locale in corrispondenza dell'area di contatto

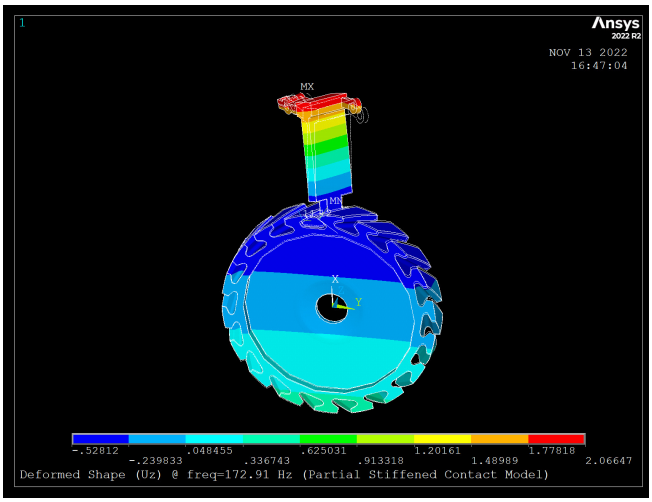


Figura 6.17: Modo Proprio @ $f = 172.91\,Hz$

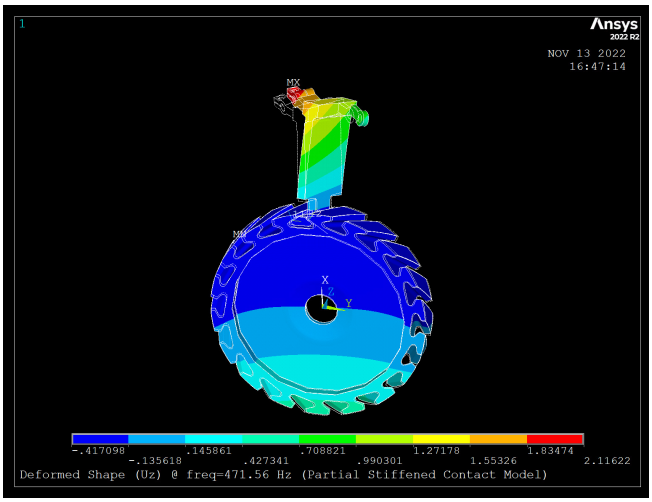


Figura 6.18: Modo Proprio @ $f = 471.56\,Hz$

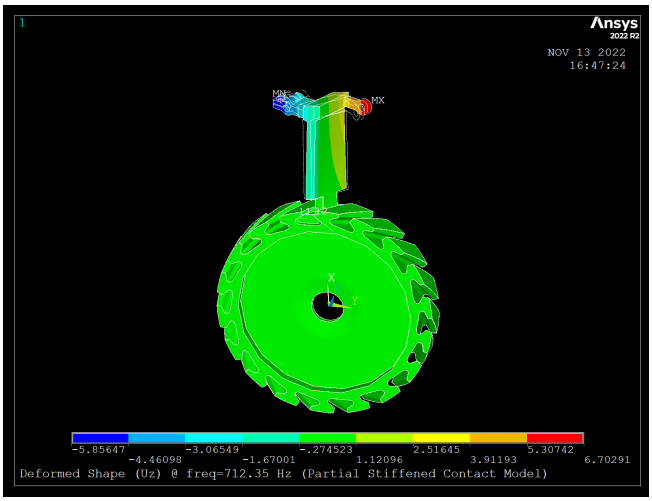


Figura 6.19: Modo Proprio @ $f = 712.35\,Hz$

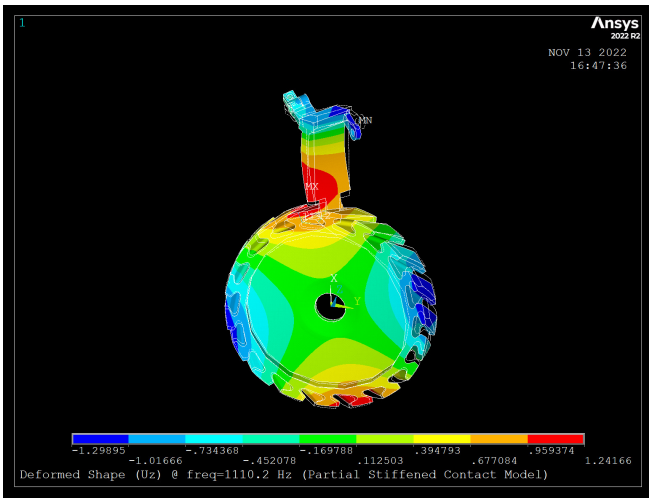


Figura 6.20: Modo Proprio @ $f = 1110.2\,Hz$

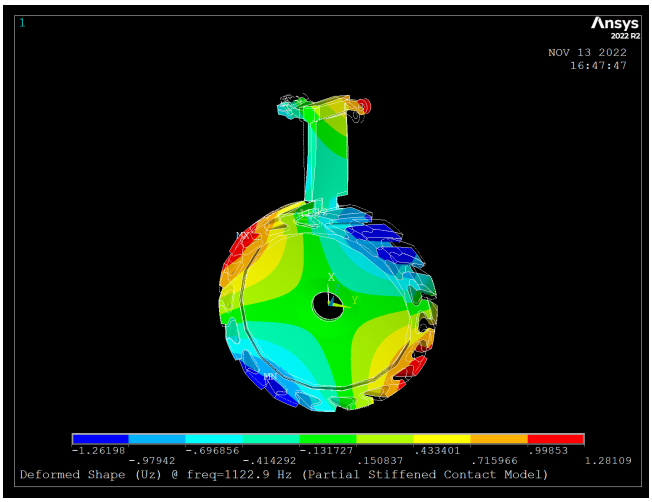


Figura 6.21: Modo Proprio @ $f = 1122.9\,Hz$

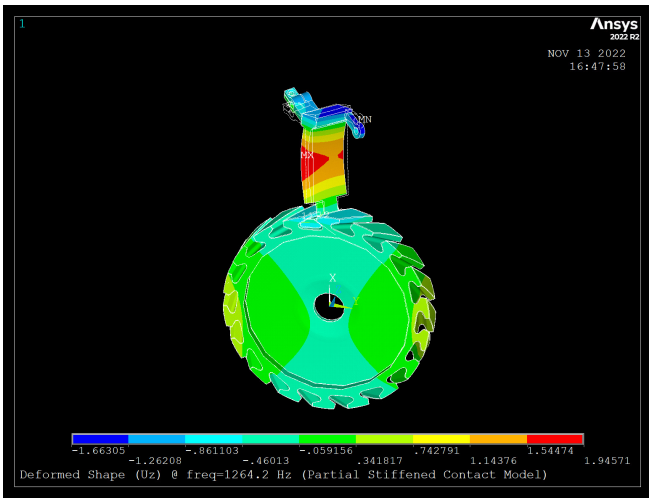


Figura 6.22: Modo Proprio @ $f = 1264.2\,Hz$

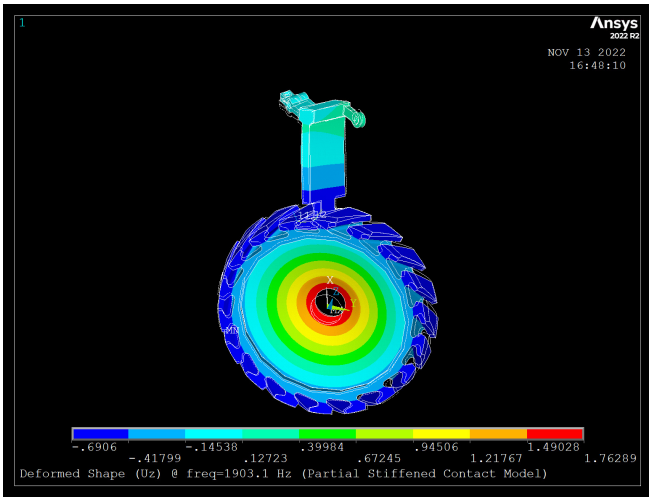


Figura 6.23: Modo Proprio @ $f = 1903.1\,Hz$

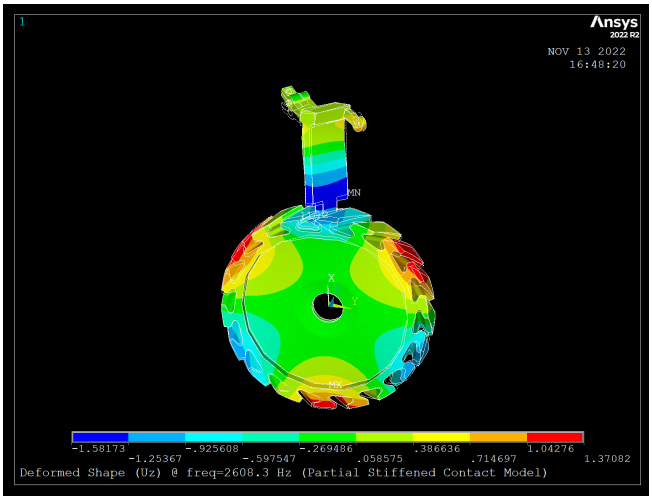


Figura 6.24: Modo Proprio @ $f = 2608.3\,Hz$

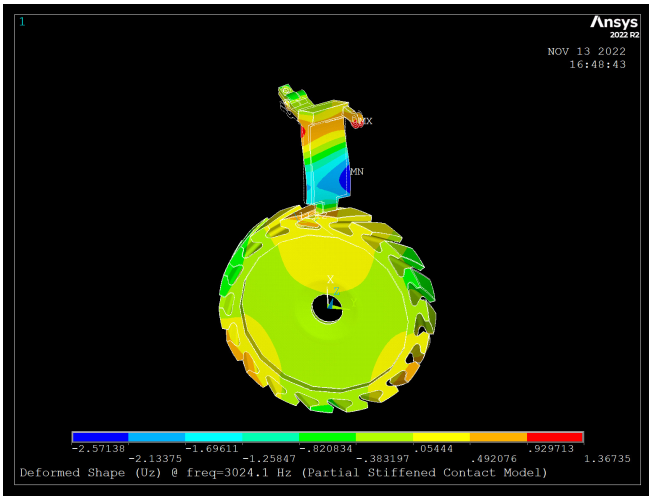


Figura 6.26: Modo Proprio @ $f = 3024.1\,Hz$

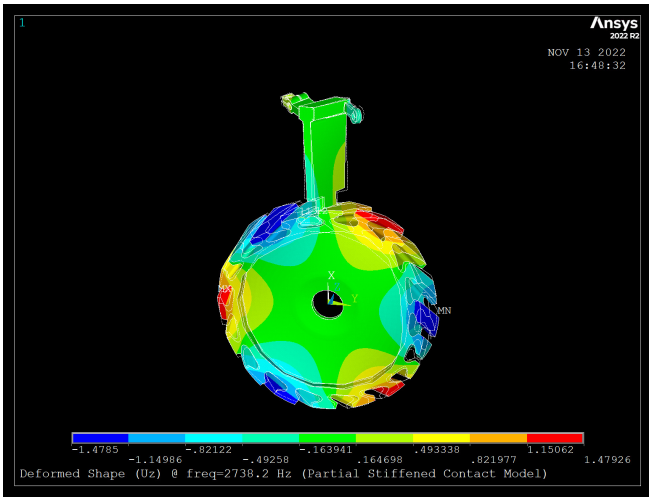


Figura 6.25: Modo Proprio @ $f = 2738.2\,Hz$

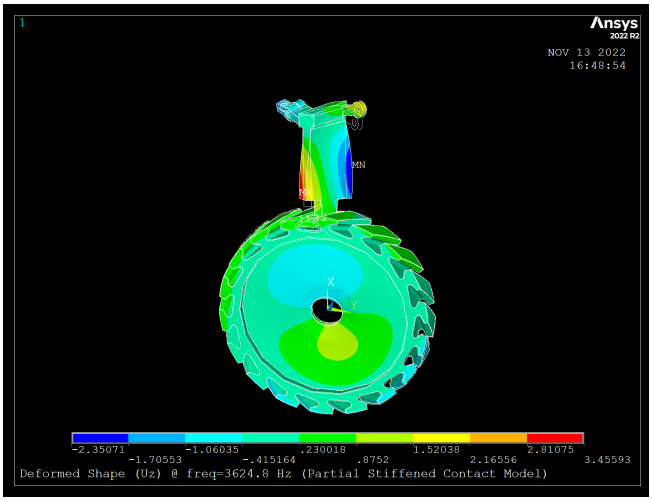


Figura 6.27: Modo Proprio @ $f = 3624.8\,Hz$

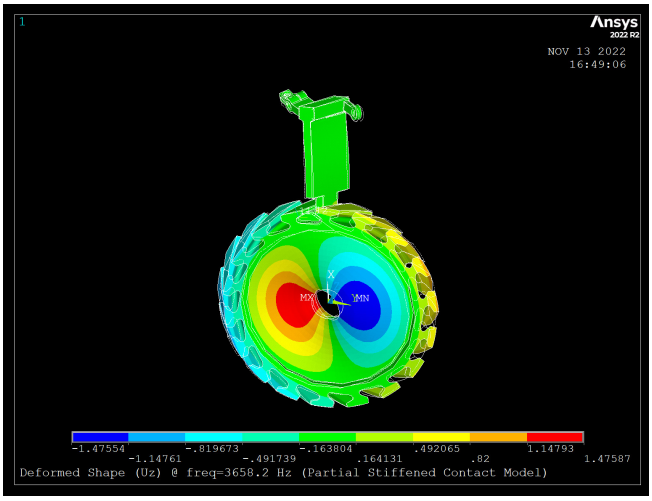


Figura 6.28: Modo Proprio @ $f = 3658.2\,Hz$

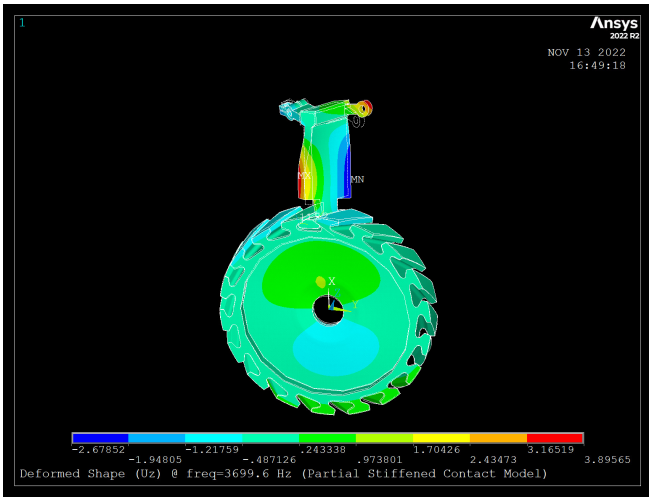


Figura 6.29: Modo Proprio @ $f = 3699.6\,Hz$

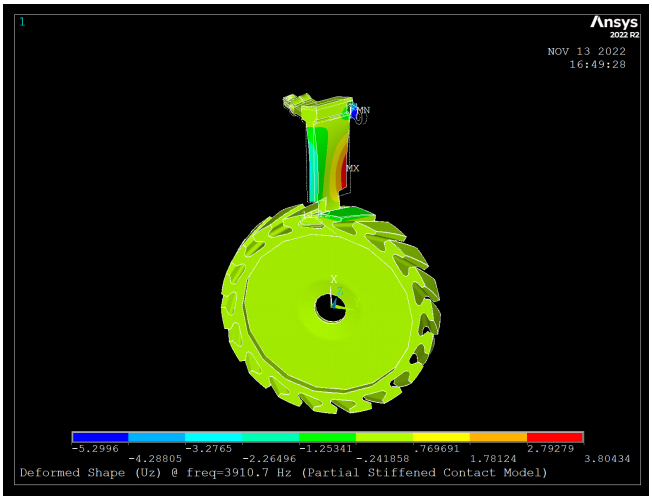


Figura 6.30: Modo Proprio @ $f = 3910.7\,Hz$

Capitolo 7

Confronto tra i Modelli e *Sensitivity Analysis*

7.1 Confronto tra Modello FEM e Sperimentale

Confrontare i due modelli, sperimentale e FEM, ha come scopo quello di verificare se ciò che si osserva numericamente ha un riscontro anche a livello sperimentale. In questo modo si può anche attestare la bontà del modello numerico stesso. Più nello specifico il confronto tra i due modelli consiste nell'associare a ciascuna deformata operativa registrata tramite Hammer Test una deformata operativa ottenuta tramite il modello FEM. Questa operazione consente in seguito di accoppiare due frequenze naturali (sperimentale e numerica) che in apparenza sembrerebbero riferirsi a due modi propri diversi.
Di seguito vengono riportati tali accoppiamenti.

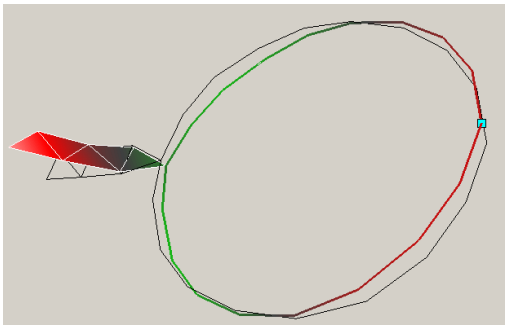


Figura 7.1: Modo proprio sperimentale @ $f = 227.6\,Hz$

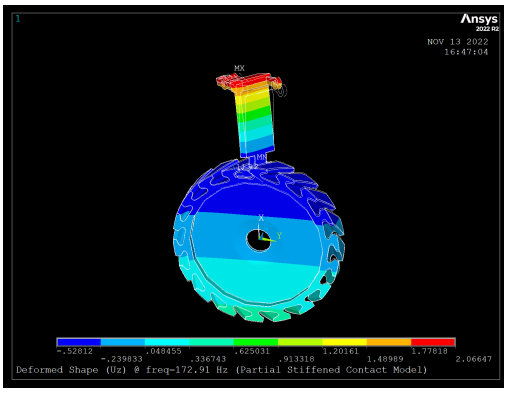


Figura 7.2: Modo proprio FEM @ $f = 172.91\,Hz$

Figura 7.3: Accoppiamento n.1

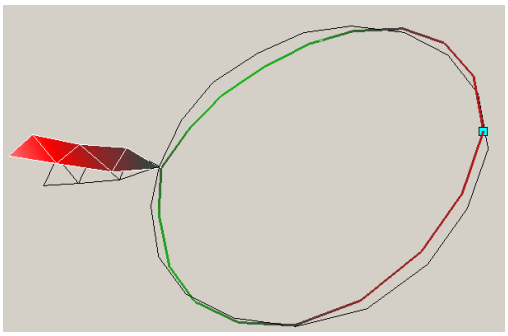


Figura 7.4: Modo proprio sperimentale @ $f = 414.5\,Hz$

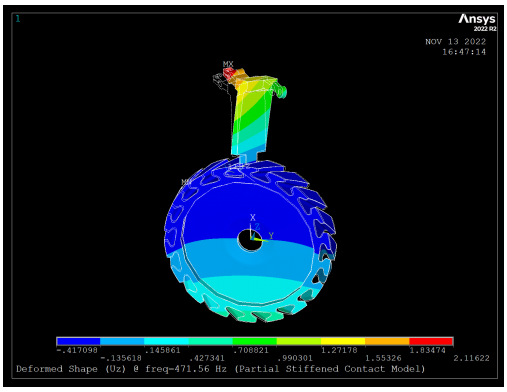


Figura 7.5: Modo proprio FEM @ $f = 471.56\,Hz$

Figura 7.6: Accoppiamento n.2

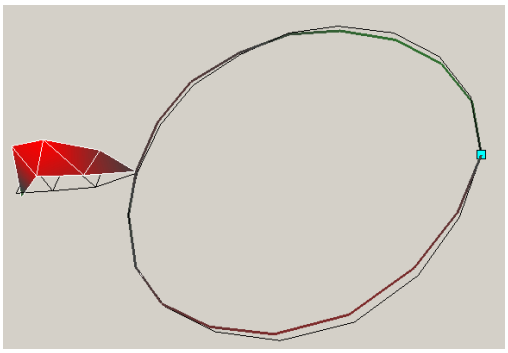


Figura 7.7: Modo proprio sperimentale @ $f = 719.6\,Hz$

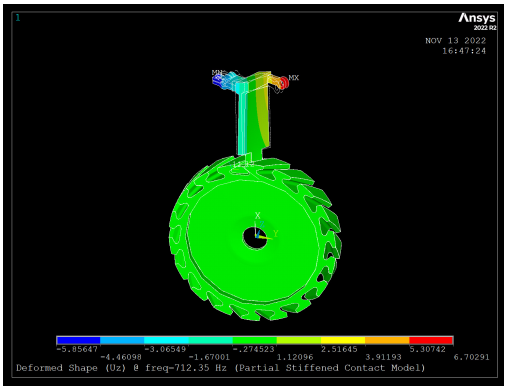


Figura 7.8: Modo proprio FEM @ $f = 712.35\,Hz$

Figura 7.9: Accoppiamento n.3

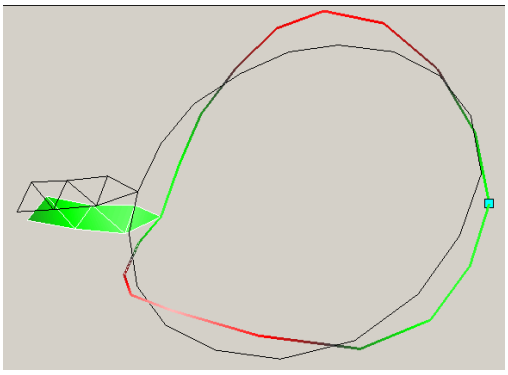


Figura 7.10: Modo proprio sperimentale @ $f = 1097.8\,Hz$

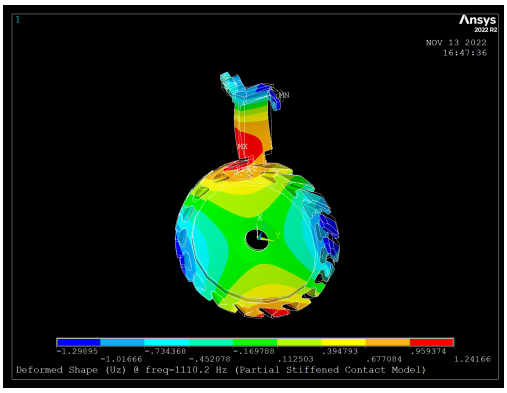


Figura 7.11: Modo proprio FEM @ $f = 1110.2\,Hz$

Figura 7.12: Accoppiamento n.4

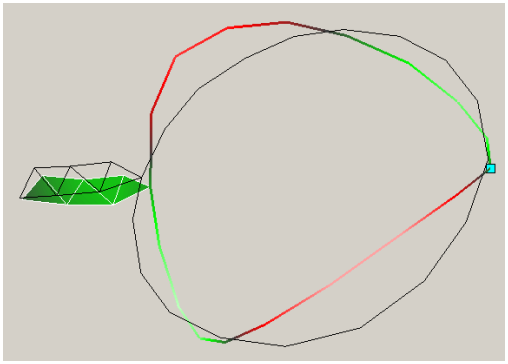


Figura 7.13: Modo proprio sperimentale @ $f = 1111.8\,Hz$

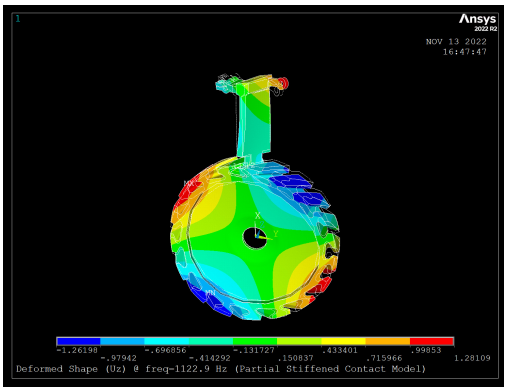


Figura 7.14: Modo proprio FEM @ $f = 1122.9\,Hz$

Figura 7.15: Accoppiamento n.5

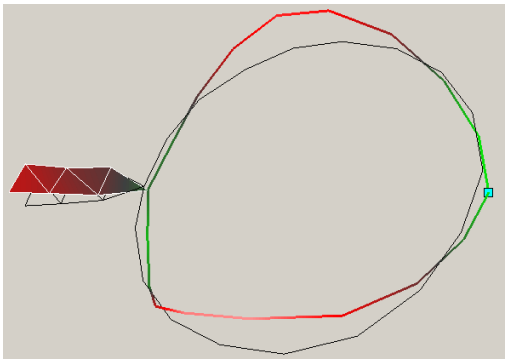


Figura 7.16: Modo proprio sperimentale @ $f = 1229.1\,Hz$

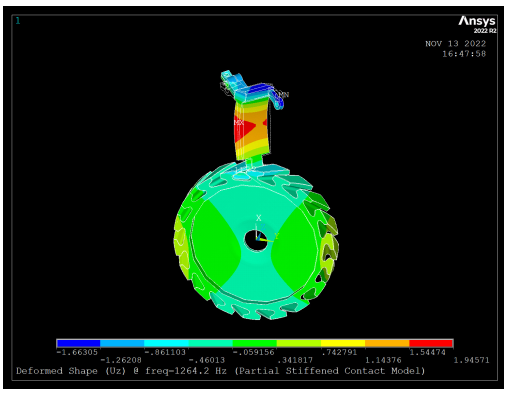


Figura 7.17: Modo proprio FEM @ $f = 1264.2\,Hz$

Figura 7.18: Accoppiamento n.6

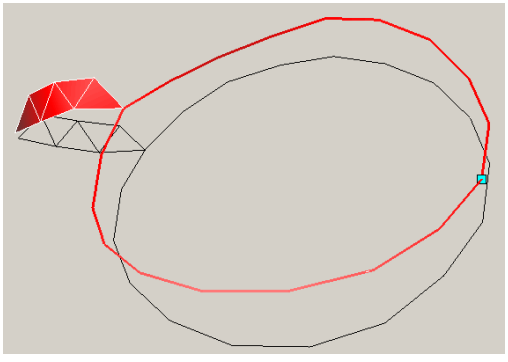


Figura 7.19: Modo proprio sperimentale @ $f = 1908\,Hz$

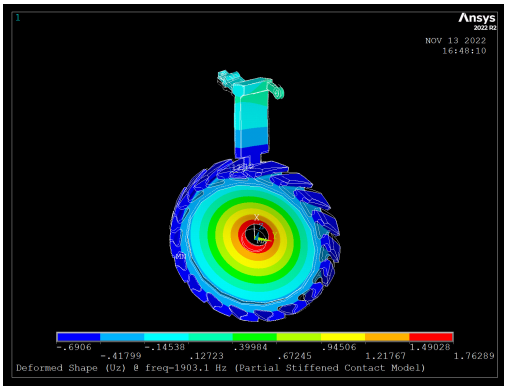


Figura 7.20: Modo proprio FEM @ $f = 1903.1\,Hz$

Figura 7.21: Accoppiamento n.7

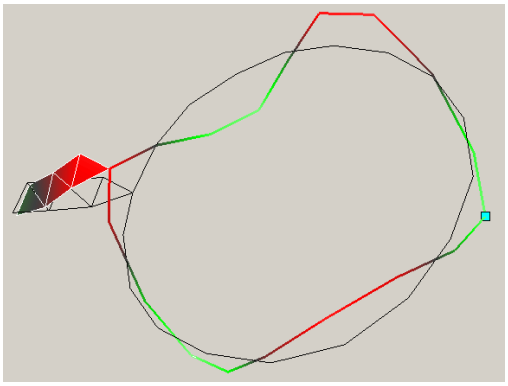


Figura 7.22: Modo proprio sperimentale @ $f = 2601.1\,Hz$

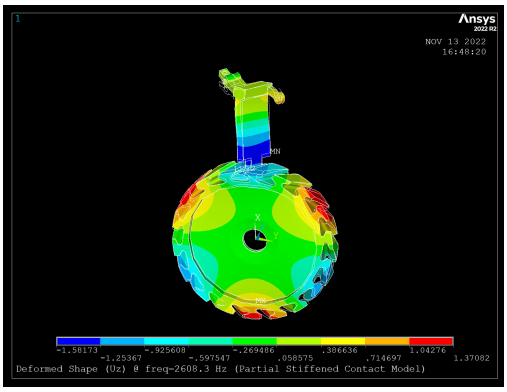


Figura 7.23: Modo proprio FEM @ $f = 2608.3\,Hz$

Figura 7.24: Accoppiamento n.8

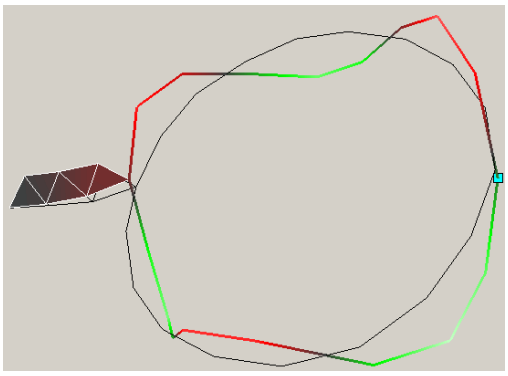


Figura 7.25: Modo proprio sperimentale @ $f = 2657.6\,Hz$

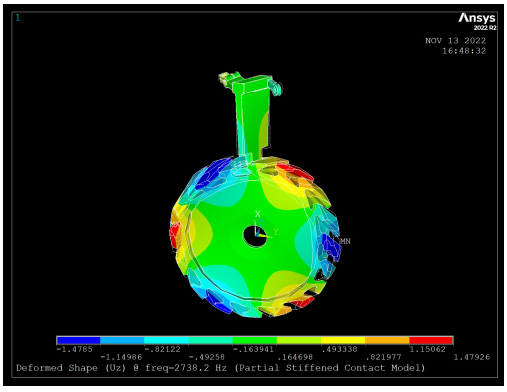


Figura 7.26: Modo proprio FEM @ $f = 2738.2\,Hz$

Figura 7.27: Accoppiamento n.9

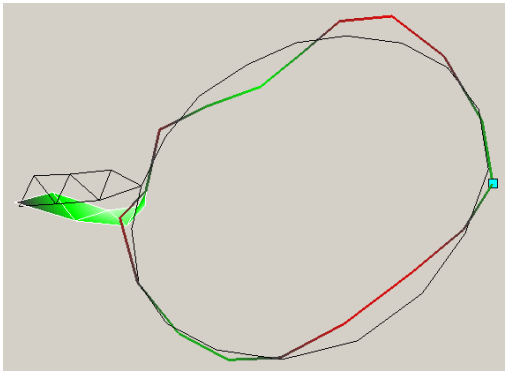


Figura 7.28: Modo proprio sperimentale @ $f = 3142.6\,Hz$

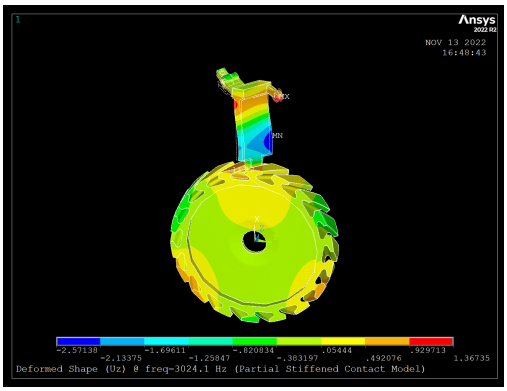


Figura 7.29: Modo proprio FEM @ $f = 3024.1\,Hz$

Figura 7.30: Accoppiamento n.10

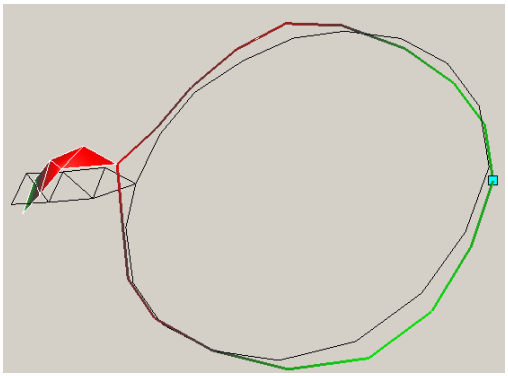


Figura 7.31: Modo proprio sperimentale @ $f = 3649.9\,Hz$

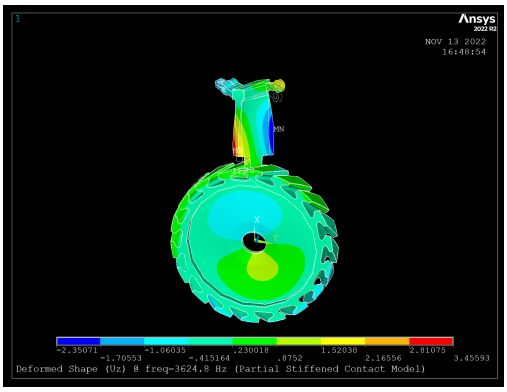


Figura 7.32: Modo proprio FEM @ $f = 3624.8\,Hz$

Figura 7.33: Accoppiamento n.11

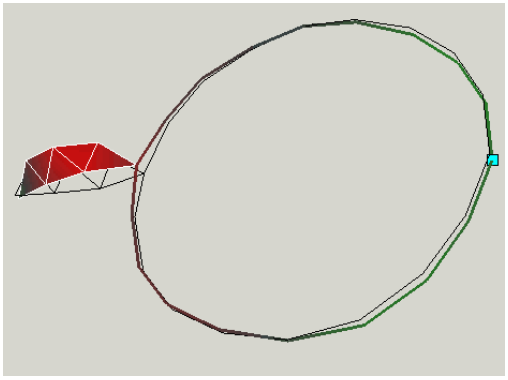


Figura 7.34: Modo proprio sperimentale @ $f = 3657.1\,Hz$

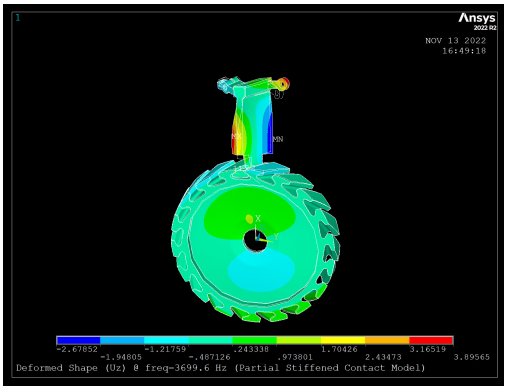


Figura 7.35: Modo proprio FEM @ $f = 3699.6\,Hz$

Figura 7.36: Accoppiamento n.12

Di seguito vengono riportate le frequenze naturali dell'assieme disco-pala per i vari modelli che sono stati studiati, tenendo conto degli accoppiamenti effettuati in precedenza. Inoltre si può avere un'indicazione sulla bontà di ciascun modello riportando per ognuno di essi l'errore relativo rispetto alla frequenza naturale misurata sperimentalmente.

Frequenze Proprie [Hz]				
Accoppiamento	Contatto Completo	Contatto Parziale	Contatto Parziale Elastico	Laser
1	187.81	179.58	172.91	227.6
2	532.46	504.44	471.56	414.5
3	726.94	718.85	712.35	719.6
4	1124.9	1120.9	1110.2	1097.8
5	1148.1	1131.5	1122.9	1111.8
6	1321.2	1289.6	1264.2	1229.1
7	1913.6	1907.5	1903.1	1908
-	-	-	-	1968.3
-	-	-	-	2028.1
-	-	-	-	2065.6
-	-	-	-	2452
8	2634	2620.2	2608.3	2601.1
9	2757.8	2746.4	2738.2	2657.6
10	3162.9	3090	3024.1	3142.6
11	3660.1	3656.1	3624.8	3649.9
-	3679.3	3661.5	3658.2	-
12	3780.2	3742.4	3699.6	3657.1
-	4317.5	4207.4	3910.7	-

Errore Percentuale Rispetto Ai Valori Sperimentali			
Accoppiamento	Contatto Completo	Contatto Parziale	Contatto Parziale Elastico
1	-17.5	-21.1	-24.0
2	28.5	21.7	13.8
3	1.0	-0.1	-1.0
4	2.5	2.1	1.1
5	3.3	1.8	1.0
6	7.5	4.9	2.9
7	0.3	0.0	-0.3
-	-	-	-
-	-	-	-
-	-	-	-
-	-	-	-
8	1.3	0.7	0.3
9	3.8	3.3	3.0
10	0.6	-1.7	-3.8
11	0.3	0.2	-0.7
-	-	-	-
12	3.4	2.3	1.2
-	-	-	-

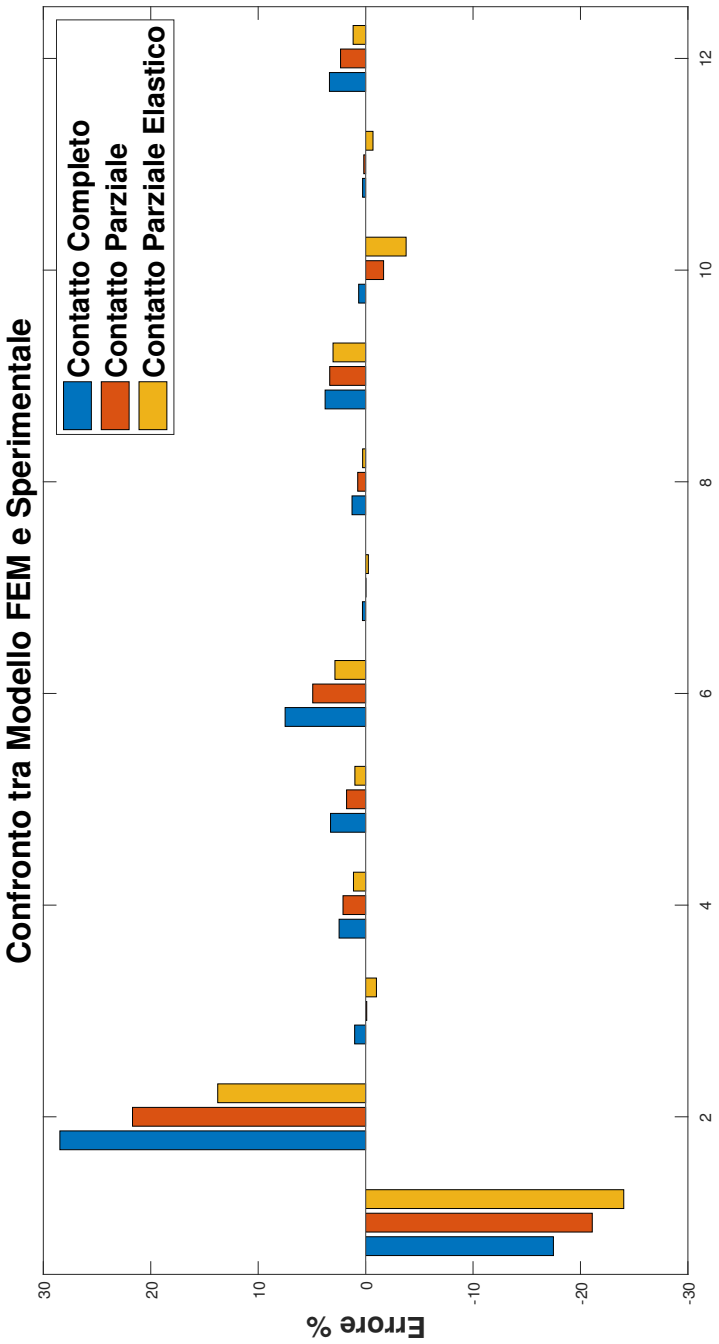


Figura 7.37: Confronto tra Modello FEM e Sperimentale

7.2 *Sensitivity Analysis*

Nei capitoli precedenti sono state apportate modifiche al modello numerico affinchè fosse più aderente col caso sperimentale. In primo luogo è stato modificato il tipo di contatto, passando dal caso ideale di contatto perfettamente rigido e conforme (Paragrafo 6.3.1), al caso parzialmente conforme e perfettamente rigido (Paragrafo 6.3.2). Successivamente, introducendo elementi elastici, è stato possibile modulare la rigidezza del contatto, mantenendo la geometria parzialmente conforme (Paragrafo 6.3.3).
Si vuole indagare adesso quale sia l'effetto di eventuali alterazioni di queste modifiche sulla risposta dinamica del disco palettato. Per questa ragione si condurrà una *sensitivity analysis* per quanto riguarda l'impronta di contatto e la rigidezza di contatto. Nel fare ciò si prenderà come caso nominale quello descritto nel Paragrafo 6.3.3 e si varierà uno dei due aspetti per volta.

7.2.1 Effetto dell'Impronta di Contatto

Per valutare quello che è l'effetto della variazione dell'impronta di contatto sulla risposta dinamica del disco palettato sono state studiate le seguenti geometrie, le quali sono contraddistinte da diverse probabilità di contatto.

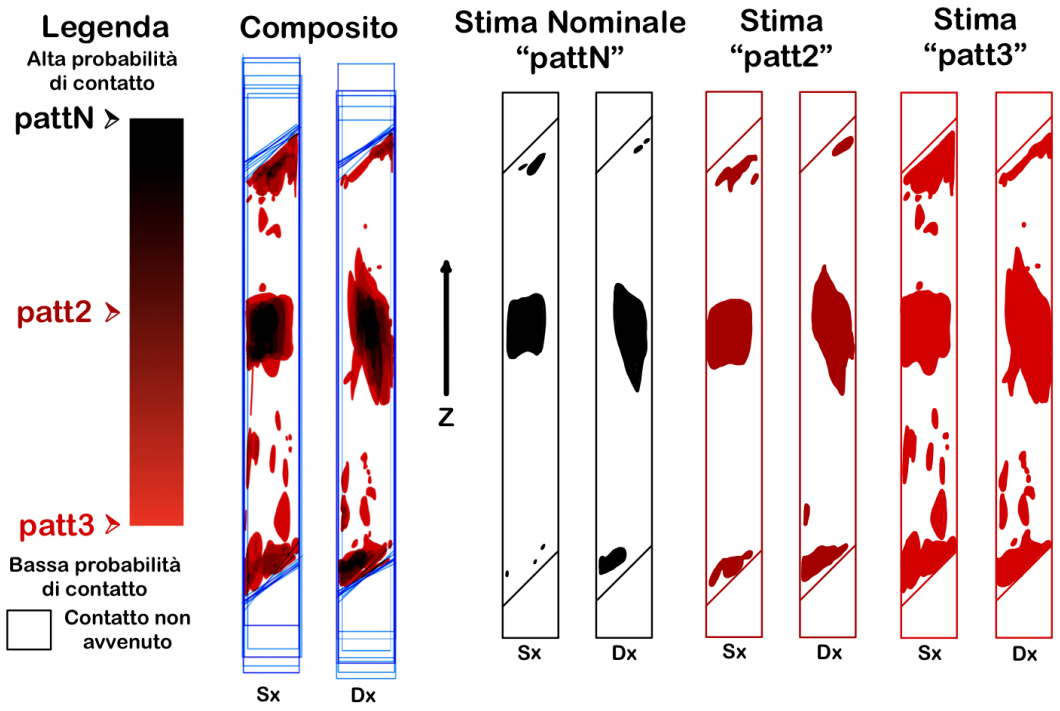


Figura 7.38: Impronte di contatto esaminate

Successivamente, ciascuna di queste è stata discretizzata, in maniera tale da poter individuare i nodi di contatto nel modello numerico. Per il caso *pattN*, ovvero quello nominale, si può fare riferimento alla Figura 6.14, mentre la discretizzazione delle altre impronte di contatto (*patt2* e *patt3*) è illustrata nelle figure sottostanti rispettivamente.

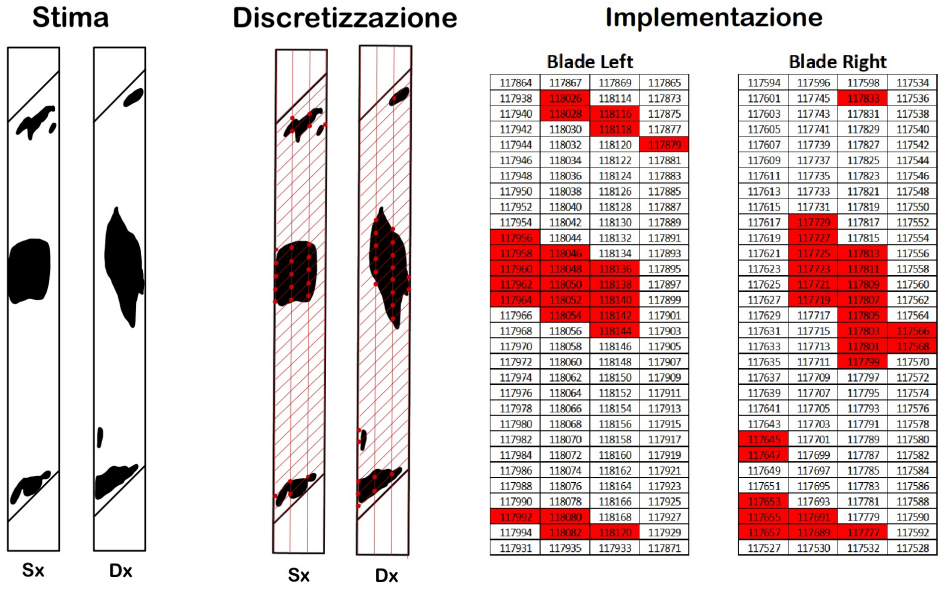


Figura 7.39: Discretizzazione ed implementazione *patt2*

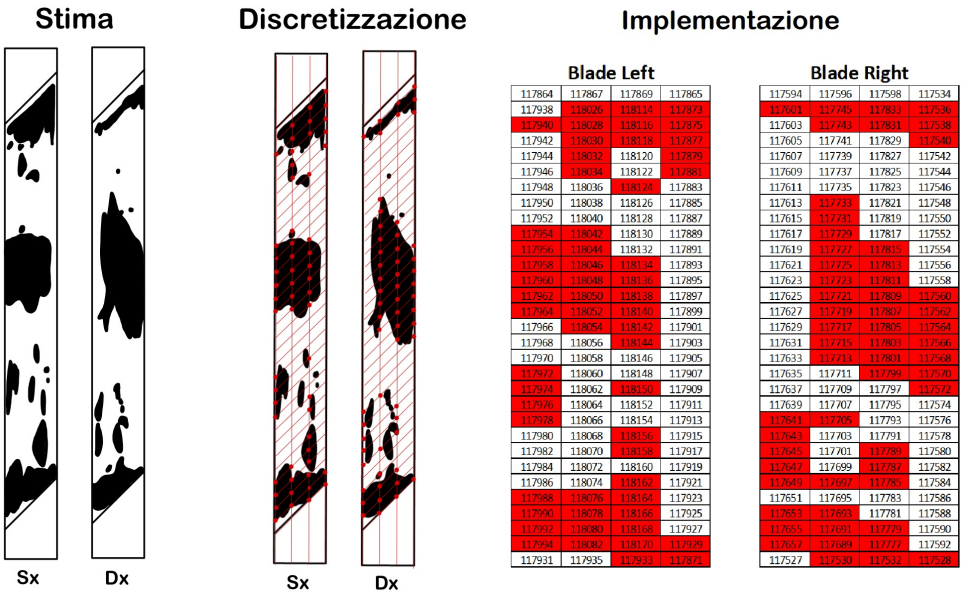


Figura 7.40: Discretizzazione ed implementazione *patt3*

Infine, mediante la procedura descritta nel Paragrafo 6.3.3, sono stati introdotti gli elementi *MATRIX27* tra le coppie di nodi evidenziati nelle due immagini precedenti.

Al termine delle analisi modali sono stati ottenuti i seguenti risultati.

Frequenze Proprie [Hz]			
@ Rigidezza di Contatto Costante	PattN Nodi di Contatto=33	Patt2 Nodi di Contatto=49	Patt3 Nodi di Contatto=113
7	172.91	176.89	181.77
8	471.56	490.51	517.05
9	712.35	716.79	722.42
10	1110.2	1117.3	1122.5
11	1122.9	1125.2	1137.4
12	1264.2	1278.9	1297.5
13	1903.1	1905.7	1909.9
14	2608.3	2614	2624.5
15	2738.2	2743	2750.3
16	3024.1	3052.6	3101.2
17	3624.8	3647.9	3658.6
18	3658.2	3658.9	3664.8
19	3699.6	3736.2	3761.3
20	3910.7	4077.4	4261.2
21	4317.5	4341	4423.8
22	4491.4	4497.4	4514.6
23	4518.6	4530.6	4566.8

Variazione % Frequenze Proprie		
@ Rigidezza di Contatto Costante	Patt2 Nodi di Contatto=49	Patt3 Nodi di Contatto=113
7	2.3	5.1
8	4.0	9.6
9	0.6	1.4
10	0.6	1.1
11	0.2	1.3
12	1.2	2.6
13	0.1	0.4
14	0.2	0.6
15	0.2	0.4
16	0.9	2.5
17	0.6	0.9
18	0.0	0.2
19	1.0	1.7
20	4.3	9.0
21	0.5	2.5
22	0.1	0.5
23	0.3	1.1

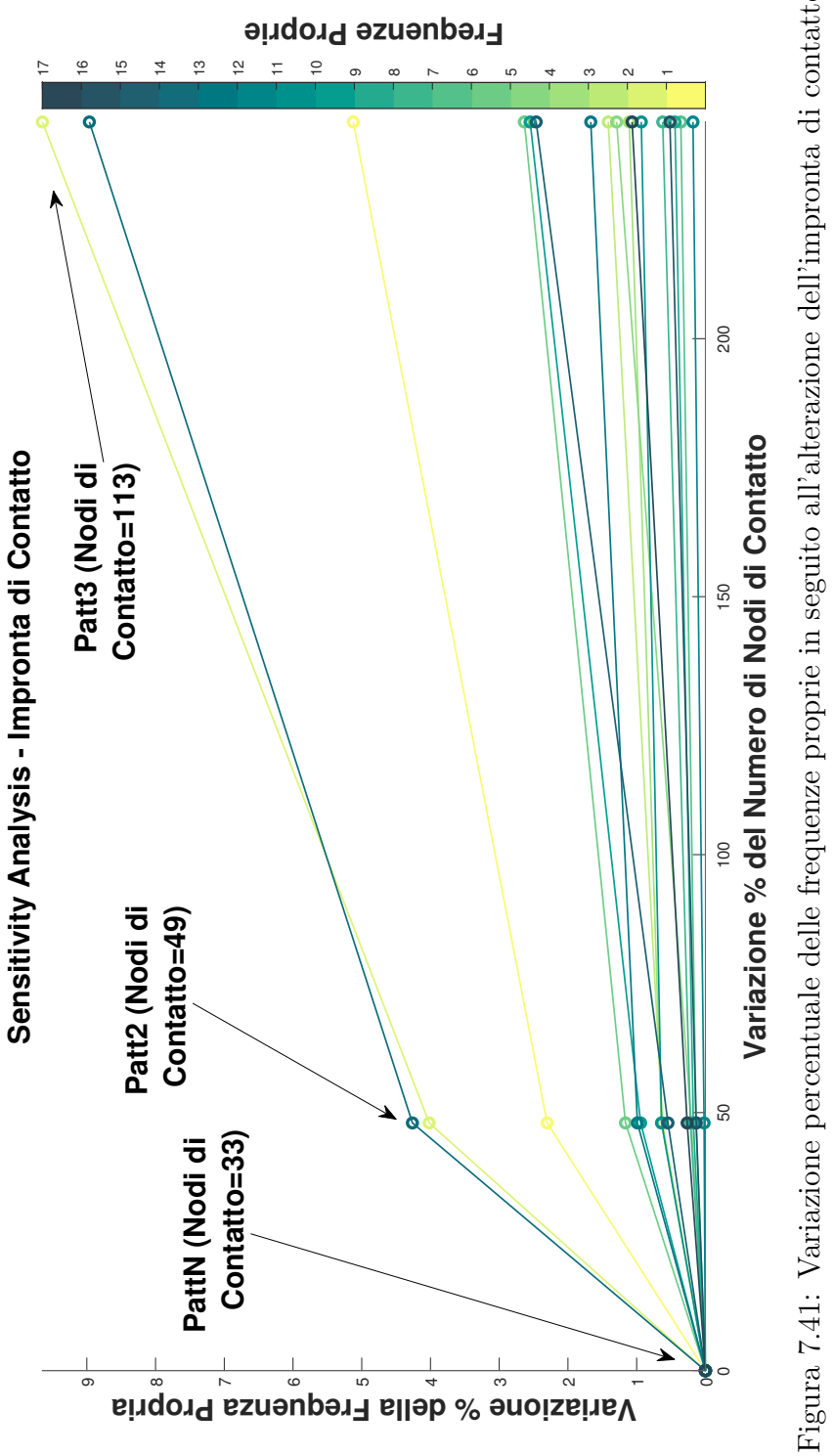


Figura 7.41: Variazione percentuale delle frequenze proprie in seguito all'alterazione dell'impronta di contatto

7.2.2 Effetto della Rigidezza di Contatto

Par valutare quello che è l'effetto della variazione della rigidezza di contatto sulla risposta dinamica del disco palettato sono state studiate le seguenti casistiche (rispetto al caso nominale dove $k_{N,z} = 2.30E+07\ \frac{N}{m}$ e $k_{Tx} = k_{Ty} = 1.94E+07\ \frac{N}{m}$):

- Rigidezza -75% : $k_N = 5.75E+06\ \frac{N}{m}$ $k_T = 4.86E+06\ \frac{N}{m}$
- Rigidezza -50% : $k_N = 1.15E+07\ \frac{N}{m}$ $k_T = 9.72E+06\ \frac{N}{m}$
- Rigidezza $+50\%$: $k_N = 3.45E+07\ \frac{N}{m}$ $k_T = 2.92E+07\ \frac{N}{m}$
- Rigidezza $+75\%$: $k_N = 4.02E+07\ \frac{N}{m}$ $k_T = 3.40E+07\ \frac{N}{m}$

In particolare per alterare le rigidezze di contatto è stato necessario intervenire sulla matrice che caratterizza gli elementi *MATRIX27*, come descritto nel Paragrafo 6.3.3. Una volta fatto ciò, al termine delle analisi modali sono stati ottenuti seguenti risultati.

Frequenze Proprie [Hz]					
@ Numero di Nodi di Contatto Costante	-75% Rigidezza	-50% Rigidezza	Rigidezza Nominale	+50% Rigidezza	+75% Rigidezza
7	158.29	167.51	172.91	174.9	179.58
8	402.7	444.8	471.56	481.68	504.44
9	698.87	707.33	712.35	714.27	718.85
10	1081.5	1098.7	1110.2	1114.3	1120.9
11	1119.1	1120.9	1122.9	1124.3	1131.5
12	1215.9	1245.1	1264.2	1271.6	1289.6
13	1896.4	1900.3	1903.1	1904.3	1907.5
14	2575.7	2598.4	2608.3	2611.9	2620.2
15	2726.7	2733.3	2738.2	2740.4	2746.4
16	2839.6	2967.1	3024.1	3044.1	3090
17	3179.7	3492.3	3624.8	3640.5	3656.1
18	3647.1	3657.1	3658.2	3658.7	3661.5
19	3655.6	3666.1	3699.6	3715.3	3742.4
20	3713.2	3776.3	3910.7	3998	4207.4
21	4253.6	4295.5	4317.5	4327.5	4372.7
22	4462.4	4479.9	4491.4	4496.2	4508.8
23	4489	4504.8	4518.6	4525.6	4554.9

Variazione % Frequenze Proprie				
@ Numero di Nodi di Contatto Costante	-75% Rigidezza	-50% Rigidezza	+50% Rigidezza	+75% Rigidezza
7	-8.5	-3.1	1.2	3.9
8	-14.6	-5.7	2.1	7.0
9	-1.9	-0.7	0.3	0.9
10	-2.6	-1.0	0.4	1.0
11	-0.3	-0.2	0.1	0.8
12	-3.8	-1.5	0.6	2.0
13	-0.4	-0.1	0.1	0.2
14	-1.2	-0.4	0.1	0.5
15	-0.4	-0.2	0.1	0.3
16	-6.1	-1.9	0.7	2.2
17	-12.3	-3.7	0.4	0.9
18	-0.3	0.0	0.0	0.1
19	-1.2	-0.9	0.4	1.2
20	-5.1	-3.4	2.2	7.6
21	-1.5	-0.5	0.2	1.3
22	-0.6	-0.3	0.1	0.4
23	-0.7	-0.3	0.2	0.8

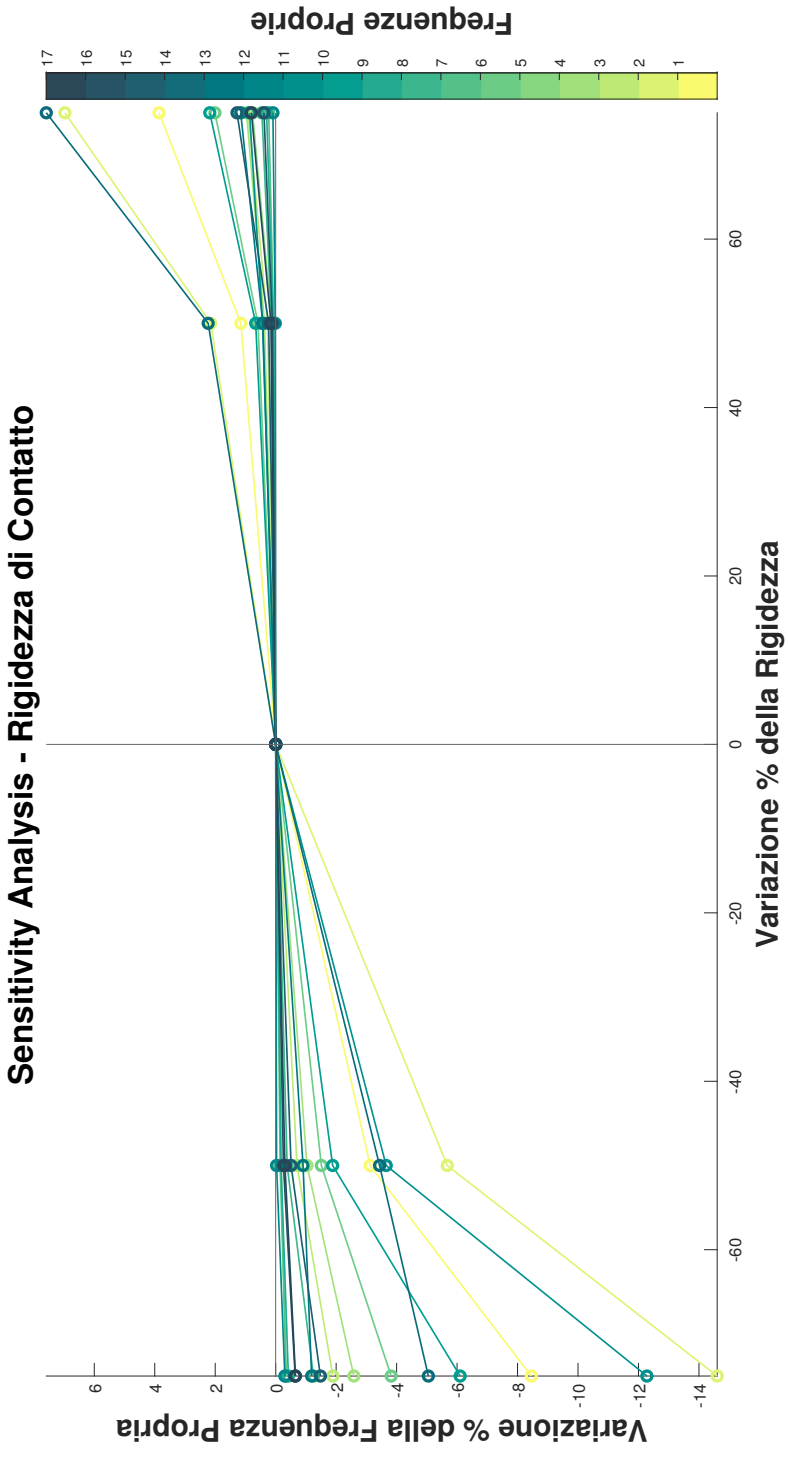


Figura 7.42: Variazione percentuale delle frequenze proprie in seguito all'alterazione della rigidezza di contatto

7.2.3 Confronto *Sensitivity Analysis* - Dati Sperimentali

I risultati ottenuti durante la *sensitivity analysis* possono essere confrontati anche con i dati acquisiti sperimentalmente mediante il vibrometro laser. In questo modo si può ottenere un'indicazione sull'errore percentuale prodotto dalle variazioni implementate rispetto al modello sperimentale.

Confronto *Sensitivity Analysis* (Impronta di Contatto) - Dati Sperimentali

Frequenze Proprie [Hz]				
Accoppiamento	PattN Contact nodes=33	Patt2 Contact nodes=49	Patt3 Contact nodes=113	Vibrometro Laser
1	172.91	176.89	181.77	227.6
2	471.56	490.51	517.05	414.5
3	712.35	716.79	722.42	719.6
4	1110.2	1117.3	1122.5	1097.8
5	1122.9	1125.2	1137.4	1111.8
6	1264.2	1278.9	1297.5	1229.1
7	1903.1	1905.7	1909.9	1908
-	-	-	-	1968.3
-	-	-	-	2028.1
-	-	-	-	2065.6
-	-	-	-	2452
8	2608.3	2614	2624.5	2601.1
9	2738.2	2743	2750.3	2657.6
10	3024.1	3052.6	3101.2	3142.6
11	3624.8	3647.9	3658.6	3649.9
-	3658.2	3658.9	3664.8	-
12	3699.6	3736.2	3761.3	3657.1

Errore % Rispetto ai Valori Sperimentali			
Accoppiamento	PattN Contact nodes=33	Patt2 Contact nodes=49	Patt3 Contact nodes=113
1	-24.0	-22.3	-20.1
2	13.8	18.3	24.7
3	-1.0	-0.4	0.4
4	1.1	1.8	2.2
5	1.0	1.2	2.3
6	2.9	4.1	5.6
7	-0.3	-0.1	0.1
-	-	-	-
-	-	-	-
-	-	-	-
-	-	-	-
8	0.3	0.5	0.9
9	3.0	3.2	3.5
10	-3.8	-2.9	-1.3
11	-0.7	-0.1	0.2
-	-	-	-
12	1.2	2.2	2.8

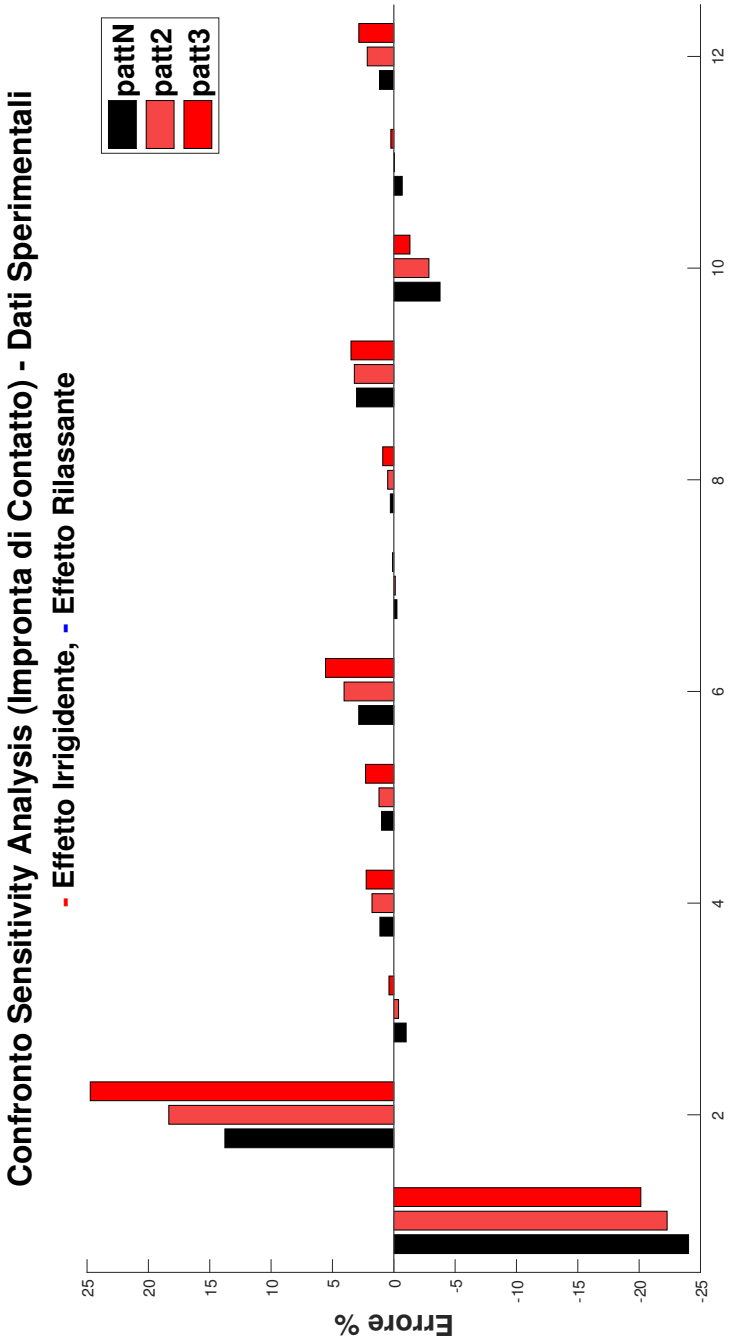


Figura 7.43: Confronto *Sensitivity Analysis* (Impronta di Contatto) - Dati Sperimentali

Confronto *Sensitivity Analysis* (Rigidezza di Contatto) - Dati Sperimentali

Frequenze Proprie [Hz]						
Accoppiamento	-75% Rigidezza	-50% Rigidezza	Rigidezza Nominale	+50% Rigidezza	+75% Rigidezza	Vibrometro Laser
1	158.29	167.51	172.91	174.9	179.58	227.6
2	402.7	444.8	471.56	481.68	504.44	414.5
3	698.87	707.33	712.35	714.27	718.85	719.6
4	1081.5	1098.7	1110.2	1114.3	1120.9	1097.8
5	1119.1	1120.9	1122.9	1124.3	1131.5	1111.8
6	1215.9	1245.1	1264.2	1271.6	1289.6	1229.1
7	1896.4	1900.3	1903.1	1904.3	1907.5	1908
-	-	-	-	-	-	1968.3
-	-	-	-	-	-	2028.1
-	-	-	-	-	-	2065.6
-	-	-	-	-	-	2452
8	2575.7	2598.4	2608.3	2611.9	2620.2	2601.1
9	2726.7	2733.3	2738.2	2740.4	2746.4	2657.6
10	2839.6	2967.1	3024.1	3044.1	3090	3142.6
11	3179.7	3492.3	3624.8	3640.5	3656.1	3649.9
-	3647.1	3657.1	3658.2	3658.7	3661.5	-
12	3655.6	3666.1	3699.6	3715.3	3742.4	3657.1

Errore % Rispetto ai Valori Sperimentali					
Accoppiamento	-75% Rigidezza	-50% Rigidezza	Rigidezza Nominale	+50% Rigidezza	+75% Rigidezza
1	-30.5	-26.4	-24.0	-23.2	-21.1
2	-2.8	7.3	13.8	16.2	21.7
3	-2.9	-1.7	-1.0	-0.7	-0.1
4	-1.5	0.1	1.1	1.5	2.1
5	0.7	0.8	1.0	1.1	1.8
6	-1.1	1.3	2.9	3.5	4.9
7	-0.6	-0.4	-0.3	-0.2	0.0
-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-
8	-1.0	-0.1	0.3	0.4	0.7
9	2.6	2.8	3.0	3.1	3.3
10	-9.6	-5.6	-3.8	-3.1	-1.7
11	-12.9	-4.3	-0.7	-0.3	0.2
-	-	-	-	-	-
12	0.0	0.2	1.2	1.6	2.3

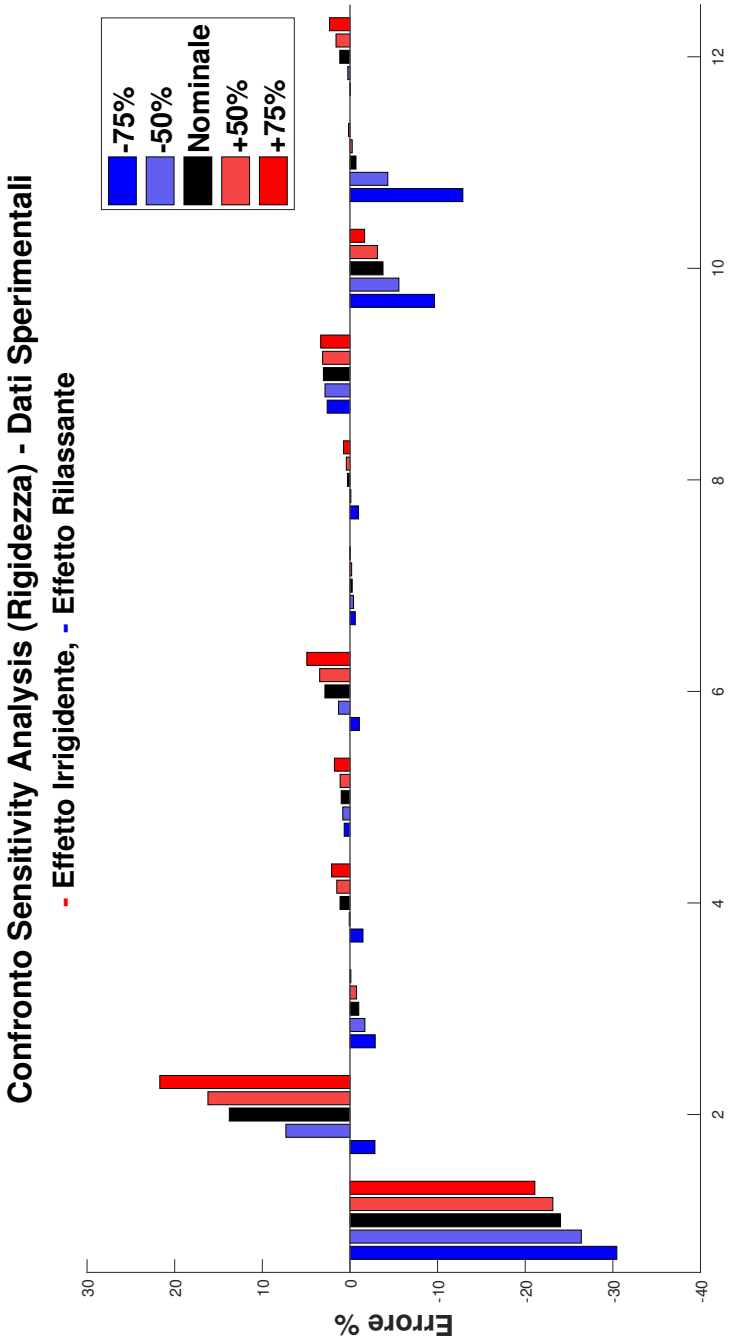


Figura 7.44: Confronto *Sensitivity Analysis* (Rigidezza) - Dati Sperimentali

Capitolo 8

Conclusioni

Il presente elaborato è inerente la caratterizzare sperimentalmente di un giunto disco-pala di tipo *dovetail*, ospitato in un banco prova volto ad emulare le condizioni operative dei dischi palettati di impiego aeronautico.

8.1 Prove Sperimentali

In primo luogo è stato necessario adattare il banco prova pre-esistente affinchè potesse alloggiare il simulacro (disco e paletta), facendo in modo che non interferisse con la risposta dinamica di quest'ultimo ed al tempo stesso fosse in grado di esercitare il carico statico desiderato sulla paletta. In seguito è stata individuata una procedura tale da rilevare l'impronta di contatto tra la radice di pala e la sede del disco con un discreto grado di attendibilità. Infine è stata condotta una campagna di misure *Hammer Test* volte a stabilire la risposta dinamica dell'assieme, ovvero le sue frequenze naturali ed i suoi modi propri.

8.2 Modello Numerico

Grazie alle informazioni presenti in letteratura riguardanti la stima della rigidezza di contatto [3] ed a quelle acquisite mediante le prove sperimentali sopra citate, è stato possibile sviluppare modelli FEM progressivamente più aderenti alla realtà operativa del simulacro. In particolare sono state implementate le seguenti soluzioni:

- Giunto disco-pala caratterizzato da un contatto conforme e perfettamente rigido;
- Giunto disco-pala caratterizzato da un contatto parzialmente conforme e perfettamente rigido (implementazione dell'impronta di contatto);
- Giunto disco-pala caratterizzato da un contatto parzialmente conforme ed elastico (implementazione dell'impronta di contatto e della rigidezza di contatto).

8.3 Confronto dei Dati Numerico-Sperimentali & *Sensitivity Analysis*

Avendo a disposizione sia i risultati sperimentali che quelli numerici è stato possibile effettuarne un confronto in maniera tale da valutare la bontà delle soluzioni proposte. In particolare, facendo riferimento agli accoppiamenti tra forme modali individuati nella Sezione 7.1, è possibile affermare che:

- Ad eccezione di due forme modali "numeriche" (individuate mediante FEM), tutte le altre dodici trovano riscontro con quanto osservato sperimentalmente;
- A livello sperimentale, si osservano più frequenze proprie di quelle che si riesce a prevedere numericamente. Infatti, mediante l'utilizzo del vibrometro laser, sono state osservate delle forme modali flessionali di pala (Figure 5.22, 5.23, 5.24, 5.25) che però non trovano riscontro con i risultati prodotti dal modello numerico;
- Implementare le soluzioni proposte (impronta di contatto e rigidezza di contatto) comporta un abbassamento delle frequenze proprie del sistema, le quali risultano più congrue con quanto si evince sperimentalmente. Si manifesta dunque un sensibile miglioramento del modello FEM, giustificato anche dal decremento dell'errore percentuale registrato tra dati numerici e sperimentali (Figura 7.37).

Grazie all'indagine di *Sensitivity Analysis* effettuata nella Sezione 7.2, è stato possibile valutare l'effetto di eventuali variazioni della geometria e rigidezza di contatto sui risultati prodotti dal modello FEM. Infine questi risultati sono stati anche confrontati con quelli sperimentali. In particolare si può affermare che:

- Facendo riferimento a quanto elaborato nel Paragrafo 7.2.1, a parità di rigidezza di contatto del singolo nodo, aumentare il numero di nodi coinvolti nel contatto equivale ad irrigidire il sistema. Si osserva pertanto un incremento delle frequenze proprie. Inoltre, l'andamento dell'errore percentuale legato alla variazione del numero dei nodi coinvolti nel contatto è comparabile a quello della funzione $\sqrt{x}$;
- Facendo riferimento a quanto elaborato nel Paragrafo 7.2.2, alterare la rigidezza di contatto determina un andamento dell'errore percentuale, riferito alle frequenze naturali del sistema, comparabile con quello di una funzione cubica. In particolare è stato osservato che mantenere lo stesso ordine di grandezza (rispetto al caso nominale [3]) produce un errore contenuto, di circa 5%. Inoltre irrigidire il contatto comporta una variazione più contenuta rispetto ad un suo eventuale rilassamento;
- Facendo riferimento alle Figure 7.43, 7.44, per quanto riguarda l'errore rispetto ai dati sperimentali, gli effetti di rigidezza ed impronta di contatto sono comparabili. Tuttavia si può affermare che il primo è quello predominante. Ciononostante non esiste un unico valore di rigidezza di contatto che consenta di tarare contemporaneamente le frequenze proprie numeriche con quelle sperimentali.

Appendice A

Estensimetro

A.1 Generalità

Un estensimetro elettrico è un dispositivo che misura una variazione di lunghezza traducendola in una deformazione. Tale misura avviene attraverso una misura delle variazioni delle proprietà elettriche del dispositivo. Tra gli estensimetri elettrici vanno menzionati gli estensimetri elettrici a resistenza, i capacitivi e gli induttivi. Nel campo dell'analisi tensionale i primi sono di gran lunga i più utilizzati, mentre i capacitivi e gli induttivi trovano applicazione generalmente nelle realizzazioni di trasduttori. Dal momento che, nell'ambito della presente tesi bisogna misurare il tiro sulla paletta, il quale è riconducibile al campo di tensione/deformazione, allora di seguito si porrà l'attenzione esclusivamente sugli estensimetri a resistenza.

A.2 Estensimetri a Resistenza

A.2.1 Gauge Factor

Il principio su cui si basa il funzionamento di questa classe di estensimetri è la variazione di resistenza. Bisogna dunque disporre di una relazione che leghi questa variazione al campo di deformazione. Successivamente si potrà risalire al carico esercitato sul provino tramite le relazioni dello stato di tensione.

La relazione che lega la resistenza elettrica R di un conduttore uniforme di lunghezza L e area della sezione trasversale A e resistenza specifica ρ è la seguente:

$$R = \rho \frac{L}{A} \tag{A.1}$$

Il differenziale logaritmico della precedente espressione è

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} - \frac{dA}{A} \tag{A.2}$$

Esplicitando i singoli contributi...

- Variazione di lunghezza:
  La variazione di lunghezza del filo conduttore coincide con la sua deformazione assiale, perciò

$$\frac{dL}{L} = \epsilon_Z \tag{A.3}$$

- Variazione dell'area:
  La variazione dell'area del filo conduttore (sezione circolare) è riconducibile alla variazione del diametro D, che, a sua volta, si può esprimere in funzione di quella della lunghezza, infatti...

$$\begin{cases} \epsilon_D = \dfrac{dD}{D} \\ \epsilon_D = -\nu\,\epsilon_Z \end{cases} \qquad \rightarrow \qquad \frac{dD}{D} = -\nu\,\frac{dL}{L} \tag{A.4}$$

  Esplicitando la relazione dell'area del cerchio si può giungere al risultato desiderato

$$A = \pi\,\frac{D^2}{4} \tag{A.5}$$

$$\frac{dA}{A} = 2\,\frac{dD}{D} = -2\,\nu\,\frac{dL}{L} \tag{A.6}$$

- Variazione della resistenza specifica:
  La variazione della resistenza specifica è proporzionale alla variazione di volume, dunque alla deformazione

$$\frac{d\rho}{\rho} = C\,\frac{dV}{V} = C'\,\epsilon_Z \tag{A.7}$$

Sostituendo le relazioni A.3, A.6 e A.7 nella A.2 si ottiene...

$$\frac{dR}{R} = C'\,\epsilon_Z + \epsilon_Z + 2\,\nu\,\epsilon_Z \tag{A.8}$$

$$= (C' + 1 + 2\,\nu)\,\epsilon_Z \tag{A.9}$$

Dalle relazione A.9 scaturisce la definizione di *gauge factor*, ovvero quel coefficiente che caratterizza ciascun estensimetro e stabilisce la relazione tra la variazione di resistenza del conduttore in seguito ad una sua deformazione in direzione assiale.

$$Gauge\,Factor: \qquad K = \frac{\dfrac{dR}{R}}{\epsilon_Z} \tag{A.10}$$

Il valore di tale parametro è fornito dal produttore ed in generale dipende dalla variazione dimensionale del conduttore $(1 + 2\,\nu)$ e dalla variazione della sua resistenza specifica (C').

A.2.2 Problematiche

Pur essendo uno strumento di misura preciso, l'estensimetro presenta problematiche che potrebbero influenzare la misurazione. Queste riguardano principalmente:

- Deformazioni trasversali e a taglio:
  Nonostante si tratti di una tecnica di misurazione puntuale, l'estensimetro possiede una superficie che, per quanto ridotta, non potrà mai essere considerata un punto. É per questa ragione che si manifestano anche deformazioni trasversali ϵ_T e a taglio γ di cui bisognerebbe tenere conto, ma che, in prima approssimazione, possono essere trascurate. Nel caso in cui ciò non fosse possibile, allora la relazione A.9 andrebbe modificata come segue:

$$\frac{dR}{R} = K_Z\,\epsilon_Z + K_T\,\epsilon_T + K_\gamma\,\gamma \tag{A.11}$$

  dove K_T e K_γ sono formalmente dei gauge factor, ma che si riferiscono rispettivamente alla deformazione trasversale e a taglio.

- Linearità, isteresi e zero-shift:
  La figura A.1 mostra il verificarsi dei tre fenomeni in esame, la deviazione dalla linearità, la formazione di un ciclo di isteresi e un non ritorno a zero dell'uscita del segnale estensimetrico a deformazione reale nulla (zero shift). Questi fenomeni dipendono essenzialmente dal livello di deformazione del materiale di incollaggio e dalle caratteristiche viscoelastiche del supporto plastico. Per estensimetri ben installati la deviazione dalla linearità può variare dallo 0.1% allo 0.05%. L'isteresi e lo zero shift dipendono dalle variazioni di resistenza permanenti, seppur piccole, che si accumulano nel conduttore. Tuttavia l'effetto è preponderante solo nei primi 10 cicli per cui è preferibile sollecitare la struttura strumentata con estensimetri con un carico pari al 125% di quello operativo almeno per 5 cicli prima di effettuare le misure.

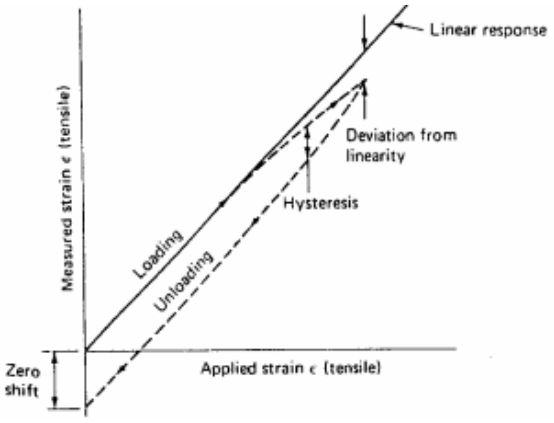


Figura A.1: Rappresentazione dei fenomeni di non linearità, isteresi e zero-shift nella curva di carico di un estensimetro

- Deformazione apparente per effetto della variazione della temperatura:
  Variazioni di temperatura durante una prova possono generare deformazioni che non sono facilmente separabili dalle deformazioni applicate sotto carico. Tali variazioni producono infatti quattro effetti:

  1. variazione della sensibilità S_A del metallo utilizzato per le griglie;
  2. elongazione della griglia ($\frac{\Delta L}{L} = \alpha\,\Delta T$);
  3. elongazione/contrazione del materiale su cui è montato l'estensimetro ($\frac{\Delta L}{L} = \beta\,\Delta T$);
  4. variazione di resistenza dell'estensimetro per effetto della variazione del coefficiente di resistività del materiale della griglia ($\frac{\Delta R}{R} = \gamma\,\Delta T$).

  La variazione di S_A è riportata in figura A.2 per alcune leghe. Si vede che a partire dalla temperatura ambiente, per variazioni di ± 10°C la variazione è trascurabile.

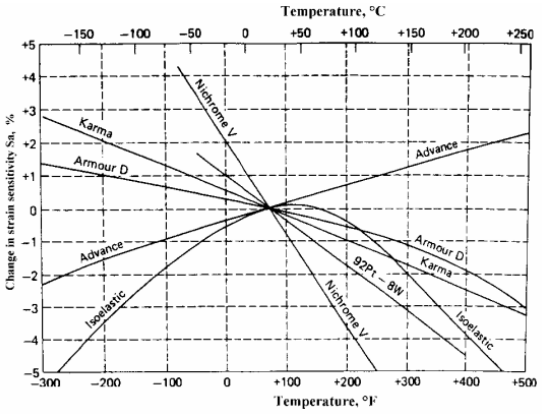


Figura A.2: Andamento di S_A in funzione della temperatura

Per gli effetti 2), 3) e 4) la variazione di resistenza dell'estensimetro con la temperatura può esprimersi nella seguente maniera:

$$\frac{\Delta R}{R}_{\Delta T} = (\beta - \alpha)\,\Delta T\,K + \gamma\,\Delta T \tag{A.12}$$

dove

α = coefficiente di espansione termica del materiale del conduttore $[K^{-1}]$

β = coefficiente di espansione termica del materiale di base $[K^{-1}]$

γ = coefficiente di temperatura di resistività del materiale del conduttore $[K^{-1}]$

Se i coefficienti di dilatazione dell'estensimetro e del materiale sono diversi vi sarà una deformazione apparente:

$$\epsilon = (\beta - \alpha)\,\Delta T \tag{A.13}$$

e sarà impossibile distinguere tale deformazione da quella generata dal carico applicato. Solo nel caso in cui la lega dell'estensimetro e il materiale di

base hanno coefficienti di espansione uguali, tale deformazione scompare. C'è poi la variazione di resistenza dovuta al coefficiente di resistività γ. Come nel caso precedente, anche questa componente comporterà una deformazione apparente non presente sul provino. Vi sono due modi per compensare queste deformazioni apparenti descritte:

1. compensazione dell'estensimetro attraverso una scelta appropriata dei coefficienti α, β e γ in modo da avere un effetto netto nullo; 2) compensazione attraverso un'appropriata scelta del circuito di misura (Ponte di Wheatstone).

- Dissipazione del calore:
Le variazioni di temperatura, come visto, possono generare degli errori di misura se l'estensimetro e/o il circuito di misura non è adeguatamente compensato. La potenza P da dissipare sarà quella legata all'effetto Joule, perciò:

$$P = I\,V = I^2\,R \tag{A.14}$$

I fattori che concorrono nella dissipazione di potenza sono i seguenti: dimensione delle griglie, configurazione griglie, materiale del provino, volume del provino nella zona di applicazione dell'estensimetro, condizioni ambientali, supporto dell'estensimetro, tipo di adesivo. Un importante fattore di cui bisogna tener conto nel problema di dissipazione del calore è la densità di potenza:

$$P_D = \frac{P}{A} \tag{A.15}$$

dove

$$A = \text{area dell'estensimetro}\,[m^2]$$

maggiore sarà il valore di questo parametro, maggiore sarà la potenza da dissipare, dunque si avranno problemi di carichi apparenti legati all'effetto termico. Nel caso invece in cui il suo valore fosse contenuto, allora il problema della dissipazione verrebbe meno, ma, se si ragionasse a parità di potenza, questo significherebbe avere un estensimetro con area maggiore. Per questa ragione la misura che ne risulterebbe non sarebbe più puntuale.

- Stabilità:
Risulta a volte necessario monitorare una lettura estensimetrica per lunghi periodi. Si è visto che a causa di "rilassamenti" del materiale di supporto si rilevano deformazioni in funzione del tempo trascorso per diversi tipi di materiali e per diverse leghe delle griglie.

A.3 Il Circuito di Misura - Ponte di Wheatstone

Le variazioni di resistenza subite da un estensimetro sono modeste e non misurabili accuratamente con le comuni apparecchiature. Per questa ragione si impiega il Ponte di Wheatstone. Esso è un semplice dispositivo che converte le variazioni di resistenza in variazioni di tensione (ΔV) che possono essere amplificate e successivamente registrate attraverso comuni sistemi di acquisizione.

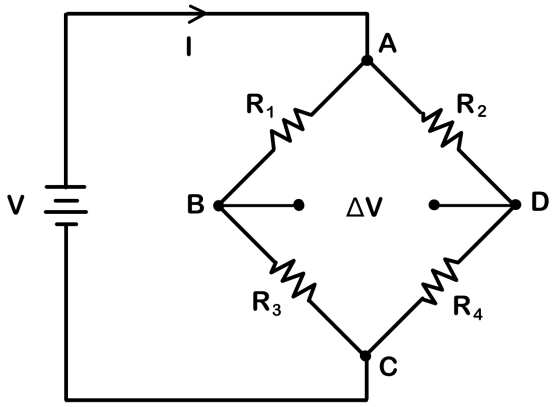


Figura A.3: Ponte di Wheatstone

La struttura del ponte di Wheatstone è costituita da un generatore di tensione (V) collegato a due rami, ciascuno composto da due resistenze in serie (R_1 e R_3, R_2 e R_4). Questo circuito elettrico può essere studiato mediante le leggi di Khirchhoff, le quali stabiliscono che le correnti nei rami sinistro e destro sono rispettivamente:

$$I_{ABC} = \frac{V}{R_1 + R_3} \tag{A.16}$$

$$I_{ADC} = \frac{V}{R_2 + R_4} \tag{A.17}$$

Perciò la tensione sulle resistenze R_1 e R_2 è

$$V_1 = V_B - V_A = R_1\, I_{ABC} = \frac{R_1}{R_1 + R_3}\, V \tag{A.18}$$

$$V_2 = V_D - V_A = R_2\, I_{ADC} = \frac{R_2}{R_2 + R_4}\, V \tag{A.19}$$

La differenza di tensione (ΔV) misurata tra i nodi B e D del circuito sarà calcolabile come

$$\Delta V = V_D - V_B = V_2 - V_1 = \left(\frac{R_2}{R_2 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_3}\right) V \tag{A.20}$$

$$= \frac{R_2\, R_1 + R_2\, R_3 - R_1\, R_2 - R_1\, R_4}{(R_2 + R_4)(R_1 + R_3)}\, V \tag{A.21}$$

$$\rightarrow \qquad \frac{\Delta V}{V} = \frac{R_2\, R_3 - R_1\, R_4}{(R_2 + R_4)(R_1 + R_3)} \tag{A.22}$$

L'equazione A.22 rappresenta la relazione tra la variazione di tensione e quella di resistenza. Si tratta perciò di un legame indispensabile per poter calcolare il carico sul provino (in questo caso la paletta). A conferma di quanto detto le resistenze rappresentano di fatto degli estensimetri e, proprio grazie a questo circuito, è possibile stimare la loro variazione di resistenza, dunque risalire al carico esercitato. Nei paragrafi successivi (A.5) la relazione A.22 sarà specializzata per il ponte di Wheatstone completo, ovvero composto da 4 estensimetri. Questo tipo di architettura risulta essere molto vantaggiosa siccome è compensa la deformazione termica apparente ed elimina le deformazioni spurie. Inoltre il segnale di misura viene incrementato di quattro volte rispetto ad un ponte con un solo estensimetro.

A.4 Messa in Opera del Circuito di Misura

Il materiale adesivo utilizzato per il montaggio di un estensimetro assolve alla funzione di trasmettere la deformazione dal materiale della struttura in prova alla griglia estensimetrica. Tale trasmissione dovrà avvenire riducendo al minimo le distorsioni, quindi un'adeguata scelta dell'adesivo ed una scrupolosa messa in opera del dispositivo saranno requisiti fondamentali per effettuare una corretta misura. Le fasi principali per la messa in opera di un circuito di misura estensimetrico (ponte di Wheatstone) possono essere sintetizzate nei seguenti punti:

1. Preparazione della superficie del materiale su cui verrà applicato l'estensimetro (pulitura, sgrassatura con solventi e acidi e neutralizzazione della superficie per renderla affine chimicamente all'adesivo);
2. Tracciatura del provino per il corretto posizionamento dell'estensimetro;
3. Applicazione dell'estensimetro;
4. Essiccatura dell'adesivo in condizioni di temperatura e pressione indicate dalla casa costruttrice;
5. Saldatura dei collegamenti per realizzare il ponte di Wheatstone;
6. Validazione dei collegamenti effettuati al punto precedente tramite un multimetro.

In particolare, facendo riferimento alla nomenclatura usata nella figura A.3, il circuito di misura installato sulla paletta può essere schematizzato come segue.

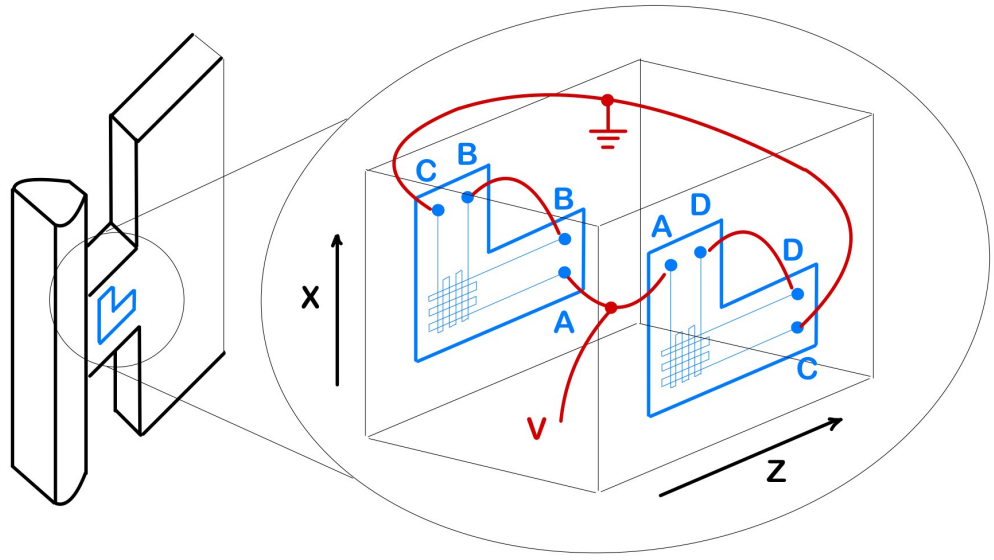


Figura A.4: Schematizzazione del circuito di misura installato sulla paletta

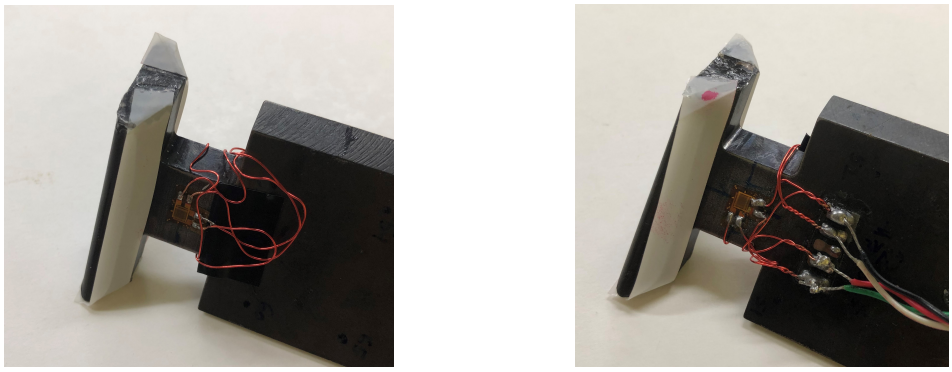


Figura A.5: Circuito di misura installato sulla paletta

A.5 Elaborazione dei Dati Estensimetrici

L'elaborazione dei dati estensimetrici coinvolge tutto ciò che è necessario per poter passare dal dato iniziale in termini di $\frac{\Delta V}{V}$, ottenuto dal ponte di Wheatstone, al risultato desiderato, ovvero il valore del tiro F esercitato sulla paletta.

A.5.1 Elementi Hardware e Software

Per poter acquisire il dato $\frac{\Delta V}{V}$ proveniente dal circuito di misura sono necessari i seguenti apparati hardware e software:

- Acquisitore di segale (HBM QuantumX)
- Spinotto dell'acquisitore di segnale
  Trattandosi di un circuito di misura costituito da un ponte di Wheatstone completo (dotato di 4 estensimetri), allora il cablaggio del connettore deve avvenire secondo quanto riportato nel manuale operativo dell'acquisitore.

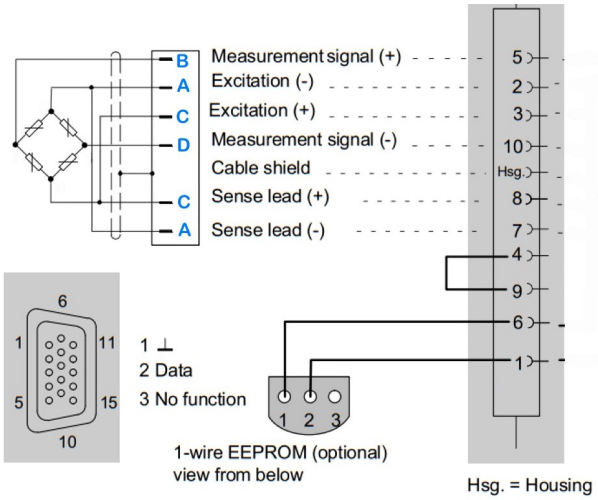


Figura A.6: Cablaggio spinotto dell'acquisitore di segnale, nomenclatura relativa alla figura A.4

- Software di elaborazione (HBM CATMAN)

A.5.2 Specializzazione Equazione A.22

La relazione A.22, riferita al generico ponte di Wheatstone, può essere ulteriormente elaborata in modo tale da ottenere un legame tra la variazione di tensione ed il tiro esercitato sull'assieme disco-pala, ovvero l'incognita di interesse. Ciò è reso possibile dalla definizione di Gauge Factor, infatti si possono introdurre le seguenti equazioni ausiliarie relative agli estensimetri disposti come nello schema A.4.

$$\frac{\Delta R'}{R} = K\,\epsilon_Z\,, \qquad \frac{\Delta R''}{R} = K\,\epsilon_X = -\nu\,K\epsilon_Z \tag{A.23}$$

dove

$$\nu = 0.3\,,\text{Coefficiente di Poisson del materiale}$$

Sapendo inoltre che i quattro estensimetri applicati sono identici, ma disposti in direzioni diverse...

$$R_1 = R_4 = R + \Delta R'' \qquad \text{(direzione X)} \tag{A.24}$$

$$R_2 = R_3 = R + \Delta R' \qquad \text{(direzione Z)} \tag{A.25}$$

dove

$\Delta R' =$ Variazione di resistenza dovuta alla contrazione della sezione del gambo della paletta

$\Delta R'' =$ Variazione di resistenza dovuta all'allungamento del gambo della paletta

Sostituendo le precedenti relazioni nella A.22 si ottiene

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{(R+\Delta R')^2 - (R+\Delta R'')^2}{(2\,R+\Delta R'+\Delta R'')^2} \tag{A.26}$$

$$= \frac{\dfrac{\Delta R'}{R} - \dfrac{\Delta R''}{R}}{2 + \dfrac{\Delta R'}{R} + \dfrac{\Delta R''}{R}} \tag{A.27}$$

$$= \frac{K\,\epsilon_Z + \nu\,K\,\epsilon_Z}{2 + K\,\epsilon_Z - \nu\,K\,\epsilon_Z} \tag{A.28}$$

$$\rightarrow \qquad \epsilon_Z = \frac{2\,\dfrac{\Delta V}{V}}{\left(1 - \dfrac{\Delta V}{V}\right)K + \left(1 + \dfrac{\Delta V}{V}\right)\nu\,K} \tag{A.29}$$

Trattandosi di uno stato di tensione uni-dimensionale, allora il tiro F sulla paletta può essere stimato come segue

$$F = A\,\sigma = E\,A\,\epsilon_Z \tag{A.30}$$

dove

$$A = 75\,mm^2\,,\text{Sezione resistente del gambo della paletta}\,[mm^2] \tag{A.31}$$

$$\sigma = \text{Tensione all'interno del materiale} \tag{A.32}$$

$$E = 206\,GPa\,,\text{Modulo elastico del materiale} \tag{A.33}$$

A.6 Caratteristiche Tecniche

L'estensimetro scelto è il MM-CEA-06-062WT-350. Si tratta di una rosetta composta da due estensimetri disposti a 90?*o* l'uno rispetto all'altro.

Gauge Factor : $K = 2.21$

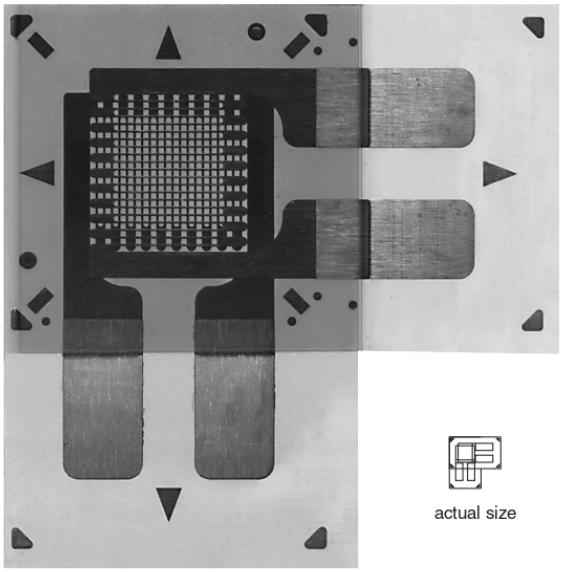
062WT

Micro-Measurements

VISHAY PRECISION GROUP

General Purpose Strain Gages - Tee Rosette

GAGE PATTERN DATA



actual size

GAGE DESIGNATION (See Note 1)	RESISTANCE (OHMS)	OPTIONS AVAILABLE
CEA-XX-062WT-120 CEA-XX-062WT-350	120 ± 0.5% 350 ± 0.5%	

DESCRIPTION

Small two-element 90° stacked rosette. Exposed solder tab area 0.07 x 0.04 in [1.8 x 1.0 mm]. Maximum operating temperature +150°F [+65°C].

Pb-free RoHS COMPLIANT

GAGE DIMENSIONS

Legend: ES = Each Section; S = Section (S1 = Sec 1); CP = Complete Pattern; M = Matrix

inch / millimeter

Gage Length	Overall Length	Grid Width	Overall Width	Matrix Length	Matrix Width
0.062 ES	0.235 CP	0.120 ES	0.235 CP	0.33	0.33
1.57 ES	5.97 CP	3.05 ES	5.97 CP	8.3	8.3

GAGE SERIES DATA See Gage Series data sheet for complete specifications.

Series	Description	Strain Range	Temperature Range
CEA	Universal general-purpose strain gages.	±3%	–100° to +150°F [–75° to +65°C]

Figura A.7: Scheda dati estensimetro

Appendice B

Pellicole Sensibili alla Pressione

B.1 Caratteristiche Tecniche

B.1.1 Principio di Funzionamento

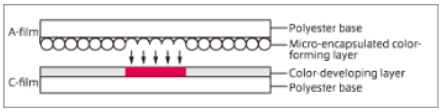
Two-sheet type

Extreme low pressure, ultra super low pressure, super low pressure, low pressure (4 types)

Composed of two kinds of films: A-film and C-film

- A-film: Base material (PET base) coated with a color-forming material (microcapsules)
- C-film: Base material (PET base) coated with a color-developing material

The coated sides of each film (color-forming and color-developing) must face each other. These are the sides with the matte finish. When pressure is applied, the microcapsules are broken and the color-forming material transfers to the color-developing material and reacts, thereby generating a red color.



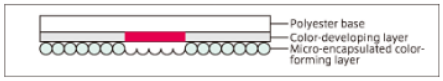
Mono-sheet type

Medium pressure, high pressure, super high pressure (3 types)

Measurement is possible with a single sheet of film.

- A color-developing material and color-forming material (microcapsules) are coated, one above the other, on a single base material (PET base).

When pressure is applied, the microcapsules are broken and the color-developing material absorbs the color-forming material and reacts, thereby generating a red color.



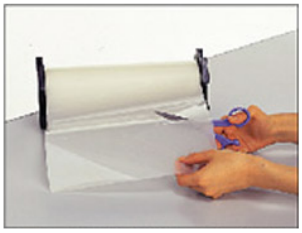
B.1.2 Modalità d'Impiego

Directions for Using Fujifilm Prescale

Prescale is the only material in the world able to measure pressure!
Microcapsules are broken and react with a color developing agent when pressure is applied.

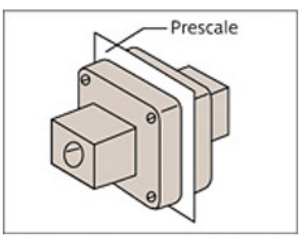
Step 1

Cut Fujifilm Prescale to desired dimension.



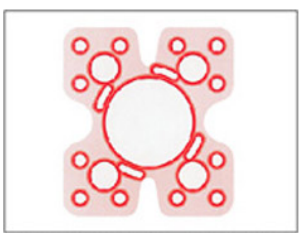
Step 2

Insert Fujifilm Prescale in desired location and apply pressure.



Step 3

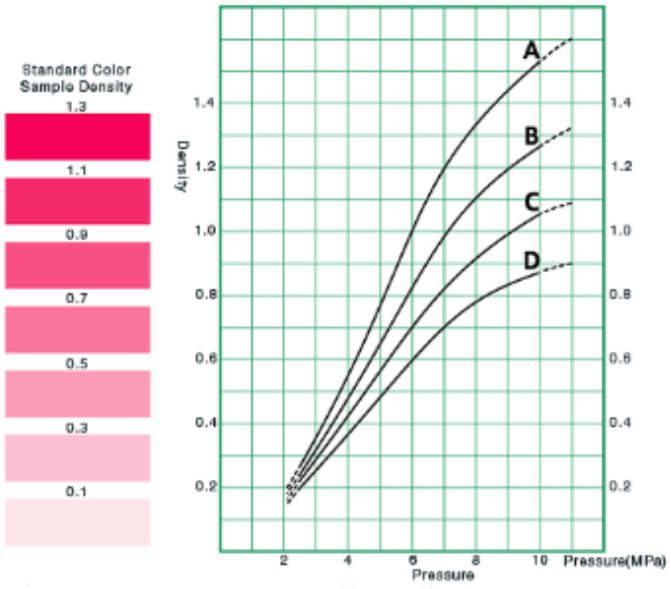
Remove pressure and film. Now, you can see and check its pressure/distribution.



B.1.3 Pigmentazione della Pellicola

Continuous Pressure

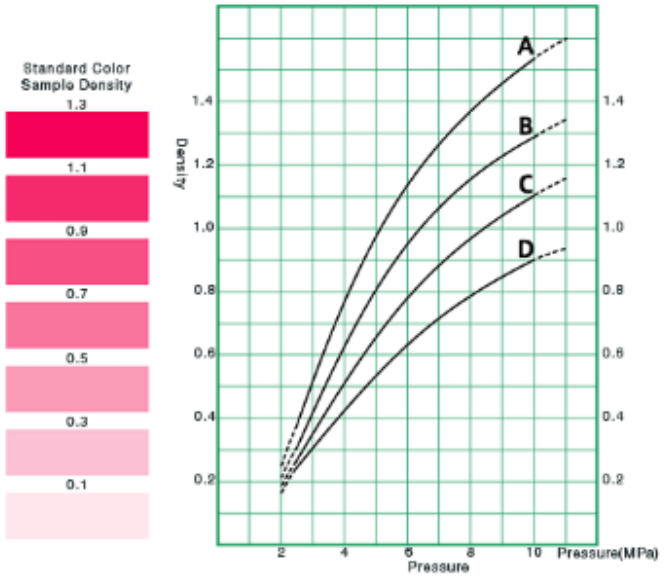
Pressure measurement range: Low pressure (2.5~10MPa)
Pressure application condition: Time to reach the pressure 2min.
Time of retention at the pressure 2min.



As the pressure indicated by the broken line may exceed the permissible error range, please use the data for refererce purpose ony.Pressure(MPa)

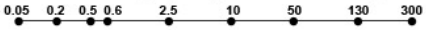
Momentary Pressure

Pressure measurement range: Low pressure (2.5~10MPa)
Pressure application condition: Time to reach the pressure 5sec.
Time of retention at the pressure 5sec.



As the pressure indicated by the broken line may exceed the permissible error range, please use the data for refererce purpose ony.

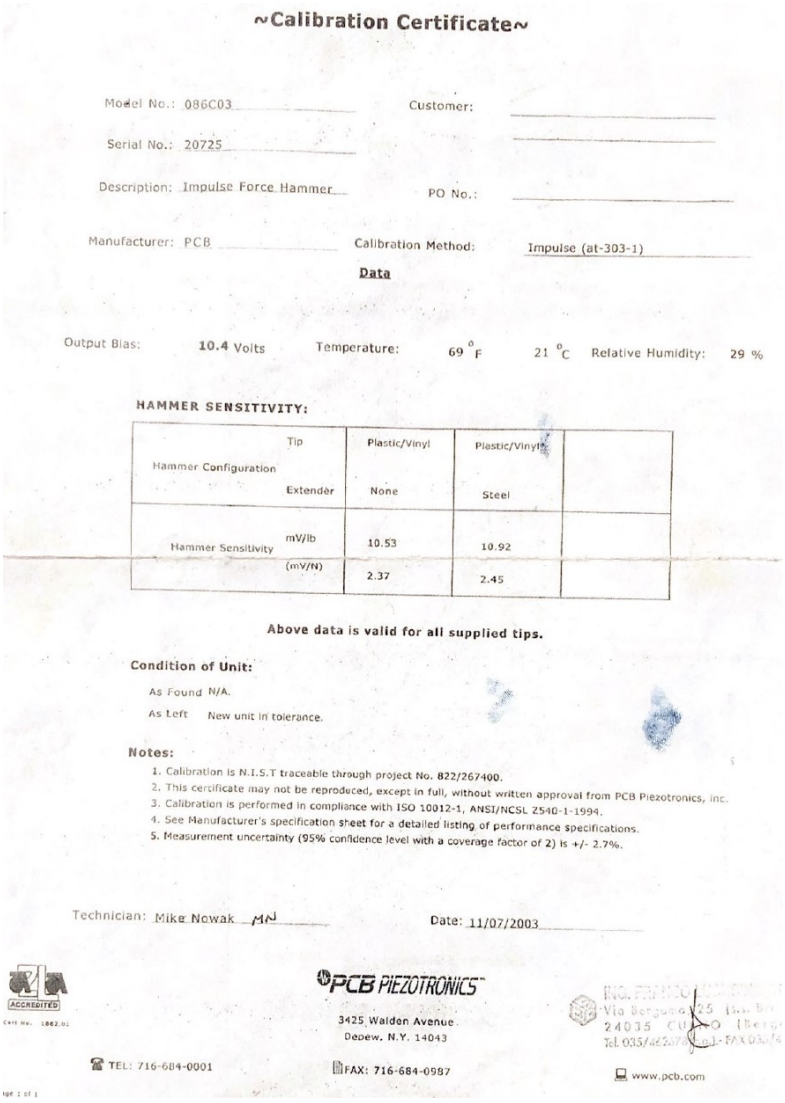
B.1.4 Classi di Sensibilità

Product (Code)	Pressure Range [MPa] 1 MPa ≈ 10.2 kg/cm²  Pressure Range [PSI] 1 PSI ≈ 6995 Pa	Product Size w(mm) x L(m)	Type
Extreme Low Pressure (4LW)		310 x 3	Two-sheet
Ultra Super Low Pressure (LLLW)		270 x 5	Two-sheet
Super Low Pressure (LLW)		270 x 6	Two-sheet
Low Pressure (LW)		270 x 12	Two-sheet
Medium Pressure (MW)		270 x 12	Two-sheet
Medium Pressure (MS)		270 x 12	Mono-sheet
High Pressure (HS)		270 x 12	Mono-sheet
Super High Pressure (HHS)		270 x 12	Mono-sheet

Appendice C

Martello Strumentato

C.1 Caratteristiche Tecniche



~Calibration Certificate~

Model No.: 086C03 Customer:

Serial No.: 20725

Description: Impulse Force Hammer PO No.:

Manufacturer: PCB Calibration Method: Impulse (at-303-1)

Data

Output Bias: 10.4 Volts Temperature: 69 °F 21 °C Relative Humidity: 29 %

HAMMER SENSITIVITY:

Hammer Configuration	Tip	Plastic/Vinyl	Plastic/Vinyl	
	Extender	None	Steel	
Hammer Sensitivity	mV/lb	10.53	10.92	
	(mV/N)	2.37	2.45	

Above data is valid for all supplied tips.

Condition of Unit:

As Found N/A.

As Left New unit in tolerance.

Notes:

1. Calibration is N.I.S.T traceable through project No. 822/267400.
2. This certificate may not be reproduced, except in full, without written approval from PCB Piezotronics, Inc.
3. Calibration is performed in compliance with ISO 10012-1, ANSI/NCSL Z540-1-1994.
4. See Manufacturer's specification sheet for a detailed listing of performance specifications.
5. Measurement uncertainty (95% confidence level with a coverage factor of 2) is +/- 2.7%.

Technician: Mike Nowak MN Date: 11/07/2003

ACCREDITED

PCB PIEZOTRONICS

3425 Walden Avenue
Depew, N.Y. 14043

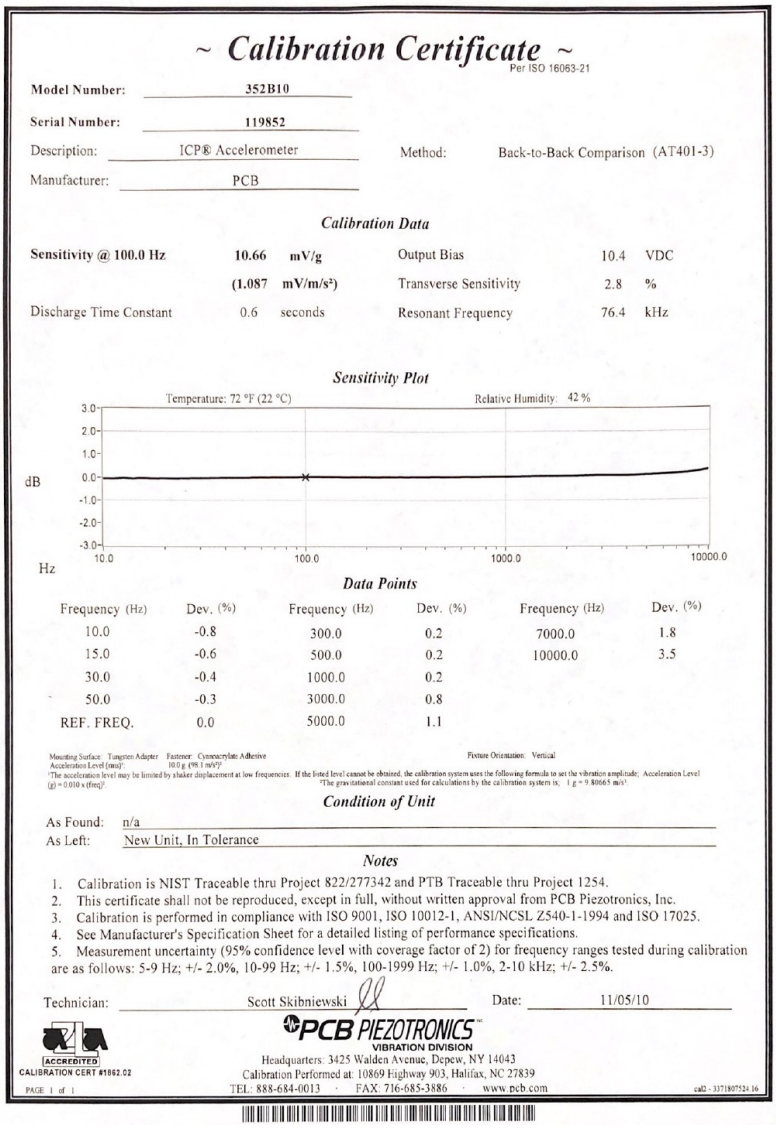
TEL: 716-684-0001 FAX: 716-684-0987 www.pcb.com

Figura C.1: Scheda dati martello strumentato

Appendice D

Accelerometro

D.1 Caratteristiche Tecniche



~ Calibration Certificate ~

Per ISO 16063-21

Model Number: 352B10

Serial Number: 119852

Description: ICP® Accelerometer

Method: Back-to-Back Comparison (AT401-3)

Manufacturer: PCB

Calibration Data

Sensitivity @ 100.0 Hz	**10.66**	**mV/g**	Output Bias	10.4	VDC
	(1.087	**mV/m/s²)**	Transverse Sensitivity	2.8	%
Discharge Time Constant	0.6	seconds	Resonant Frequency	76.4	kHz

Sensitivity Plot

Temperature: 72 °F (22 °C) Relative Humidity: 42 %

Data Points

Frequency (Hz)	Dev. (%)	Frequency (Hz)	Dev. (%)	Frequency (Hz)	Dev. (%)
10.0	-0.8	300.0	0.2	7000.0	1.8
15.0	-0.6	500.0	0.2	10000.0	3.5
30.0	-0.4	1000.0	0.2		
50.0	-0.3	3000.0	0.8		
REF. FREQ.	0.0	5000.0	1.1		

Mounting Surface: Tungsten Adapter Fastener: Cyanoacrylate Adhesive Fixture Orientation: Vertical
Acceleration Level [rms]*: 10.0 g (98.1 m/s²)
*The acceleration level may be limited by shaker displacement at low frequencies. If the listed level cannot be obtained, the calibration system uses the following formula to set the vibration amplitude; Acceleration Level (g) = 0.010 x (freq)².
²The gravitational constant used for calculations by the calibration system is; 1 g = 9.80665 m/s².

Condition of Unit

As Found: n/a

As Left: New Unit, In Tolerance

Notes

1. Calibration is NIST Traceable thru Project 822/277342 and PTB Traceable thru Project 1254.
2. This certificate shall not be reproduced, except in full, without written approval from PCB Piezotronics, Inc.
3. Calibration is performed in compliance with ISO 9001, ISO 10012-1, ANSI/NCSL Z540-1-1994 and ISO 17025.
4. See Manufacturer's Specification Sheet for a detailed listing of performance specifications.
5. Measurement uncertainty (95% confidence level with coverage factor of 2) for frequency ranges tested during calibration are as follows: 5-9 Hz; +/- 2.0%, 10-99 Hz; +/- 1.5%, 100-1999 Hz; +/- 1.0%, 2-10 kHz; +/- 2.5%.

Technician: Scott Skibniewski Date: 11/05/10

ACCREDITED
CALIBRATION CERT #1062.02

PCB PIEZOTRONICS
VIBRATION DIVISION
Headquarters: 3425 Walden Avenue, Depew, NY 14043
Calibration Performed at: 10869 Highway 903, Halifax, NC 27839
TEL: 888-684-0013 · FAX: 716-685-3886 · www.pcb.com

PAGE 1 of 1

Figura D.1: Scheda dati accelerometro

Appendice E

Vibrometro Laser

E.1 Caratteristiche Tecniche *PSV-400 Scanning Vibrometer*

Standard System Components	
Vibrometer system	■ OFV-5000 Vibrometer Controller, equipped with analog (PSV-400-B) and additional digital velocity decoder (M2-20: with analog displacement decoder) ■ PSV-I-400 Sensor Head, includes OFV-505 Vibrometer Sensor, precision scanner and color video camera with autofocus and 72X zoom, with transportation case ■ PSV-E-401 Junction Box with PSV-CL-10 main cable, 10 m
Computer	■ PSV-W-401 Data Management System ■ Industrial PC with Windows® XP or Visita 64, Gigabit Ethernet, data aquisition hardware ■ 24" Wide screen monitor, DVD writer, optical mouse and keyboard
Accessories	■ VIB-A-T02 Tripod with tip-tilt adapter ■ PSV-Z-051 Handset (optional for PSV-400-B)

Additional components depend upon PSV model and configuration

Optics			
Component	PSV-I-400 Sensor Head	PSV-A-420 Geometry Scan Unit (optional) with PSV-I-400	PSV-A-410 Close-up Unit (optional)
Dimensions [W x L x H]	190 mm x 376 mm x 163 mm (7.5 in x 14.8 in x 6.4 in)	238 mm x 376 mm x 163 mm (9.4 in x 14.8 in x 6.4 in)	124 mm x 90 mm x 75 mm (4.9 in x 3.5 in x 3.0 in)
Weight	7 kg (15.4 lbs)	7.4 kg (16.3 lbs)	0.35 kg (0.77 lbs)
Laser type	HeNe laser (633 nm)	Laser diode (620 ... 690 nm)	–
Laser safety class	Class 2 (<1 mW visible output)	Class 2 (<1 mW output)	–
Working distance	With MR lens: 0.04 m...–100 m; with LR lens: 0.35 m...–100 m		> 152 mm
Sample size	From few mm² up to several m²		
Camera	Color video camera, CCD 1/4", 752x582 pixels, with Auto Focus and 72X Zoom (4X digital, 18X optical)		
Scanner	High precision scan unit (scanning range ±20° about X,Y); angular resolution <0.002°, angular stability <0.01°/hr		
Scan speed	Up to 30 points/s (typical)		

Data Acquisition/Data Processing				
Component	OFV-5000 Vibrometer Controller	PSV-E-401 Junction Box	PSV-E-408 Junction Box (optional for H-system)	PSV-W-401 Data Management System
Dimensions mm [W x L x H] (in)	450 x 360 x 150 (17.7 x 14.1 x 5.9)	450 x 360 x 135 (17.7 x 14.1 x 5.3)	482 x 303 x 23 (19.0 x 11.9 x 0.9)	450 x 550 x 190 (17.7 x 21.7 x 7.5)
Weight	10 kg (22.0 lbs)	9 kg (19.8 lbs)	1.5 kg (3.3 lbs)	18 kg (39.7 lbs)

General Specifications	
Power	100 VAC...240 VAC ±10 %, 50/60 Hz; overall max. 800 W
Environmental conditions	Operating temperature: +5 °C ... +40 °C (41 °F ... 104 °F); storage temperature –10 °C ... +65 °C (14 °F ... 149 °F); relative humidity: max. 80 %, non-condensing
Calibration	Every 24 months (shorter re-calibration intervals available upon request)

PSV-400 Decoder/Performance Specifications						
Model	Decoder	# of ranges	Ranges mm s^{-1}/V	Full scale (p) m/s	Decoder frequency range	Resolution[1] µm s^{-1} /√Hz
PSV-400-B	VD-04	3	10 ... 1000	0.1 ... 10	0.5 Hz ... 250 kHz	0.1 ... 5
PSV-400-H4	VD-08	8	0.2 ... 50	0.002 ... 0.5	DC ... 25 kHz	< 0.01 ... 0.2
	VD-09	8	5 ... 1000	0.05 ... 10	DC ... 2.5 MHz	0.01 ... 4
PSV-400-H4-S	VD-03-S	3	20 ... 2000	0.2 ... 20	0.5 Hz ... 1.5 MHz	0.1 ... 5
	VD-07-S	6	2 ... 100	0.02 ... 1	DC ... 350 kHz	<0.05 ... 0.2
PSV-400-M2	VD-07	6	1 ... 50	0.01 ... 0.5	DC ... 350 kHz	<0.02 ... 0.2
PSV-400-M4	VD-09	8	5 ... 1000	0.05 ... 10	DC ... 2.5 MHz	0.01 ... 4
PSV-400-M4-S	VD-09-S VD-07-S	14	10 ... 2000	0.1 ... 20	DC ... 2.5 MHz	0.04 ... 8
PSV-400-M2-20 additionally	VD-05[2]	2	100/500	nom. 0.5/2.5	0.5 Hz ... 10 MHz	<3
	DD-300[2]	1	50 nm/V	75 nm[3]	30 kHz ... 24 MHz	<0.02 pm /√Hz[4]
Optional[5]	DD-900	16	0.05 ... 5000 µm/V	1 µm ... 100 mm[6]	DC ... 2.5 MHz	<0.015 ... 1500 nm[7]

E.2 *PSV Software* e Procedura di Acquisizione

Il vibrometro laser *PSV-400* è equipaggiato con un software di acquisizione ed elaborazione in grado di fornire in output la risposta in frequenza dell'oggetto della misurazione. Tuttavia esso necessita una configurazione ad hoc per quanto riguarda le sue impostazioni. La scelta di queste ultime è strettamente legata agli strumenti di cui si dispone e dal sistema che si vuol caratterizzare. Di seguito viene illustrata la procedura di definizione delle impostazioni e di acquisizione.

E.2.1 Comandi Principali

La barra di comando che consente di gestire gran parte delle impostazioni è la seguente.

Figura E.1: *PSV Software* - barra di comando

Nell'ordine (da sinistra a destra)

- Presentation mode: apre la finestra di analisi dei risultati
- Acquisition mode: apre la finestra che lancia la misura
- Toggle scanning Head: attiva/disattiva la testa laser
- Perform 2D alignement: consente di impostare il piano medio di riferimento
- Perform 3D alignement: come il precedente comando, ma in 3D
- Define scan points: comando che consente di impostare i punti di scansione
- Load settings: consente di caricare delle impostazioni predefinite
- Save settings: salva le impostazioni in uso
- Settings: da accesso alle impostazioni del vibrometro
- Generator on/off: attiva/disattiva il generatore di funzioni incluso nel programma
- Continous Scanning: avvia un processo di lettura a ciclo continuo dei dati in un punto, tra quelli di misura, scelto dall'utente
- Single shot: effettua una lettura completa in un solo punto
- Start Scanning: avvia la scansione
- Stop scanning: ferma qualsiasi processo di scansione in atto
- New analizer: apre una nuova finestra di visualizzazione grafica

E.2.2 Procedura di Acquisizione

La prima operazione da effettuare per impostare la misura è quella di posizionarsi nella sezione *Acquisition Mode*. All'interno di tale sezione è necessario definire un piano di riferimento (mediante il comando *Perform 2D Alignement*) scegliendo almeno 3 punti. Di norma dunque vengono scelti un totale di 6 punti giacenti nel piano del disco. Effettuata tale operazione si posiziona il fascio laser in un punto del disco e si effettua l'auto focus mediante l'apposito comando.

Figura E.2: Comando *Auto Focus*

In seguito è necessario definire i punti di scansione. Tali punti vengono fatti coincidere con le fascette riflettenti, in questo caso poste sul bordo del disco, tra una sede pala e la successiva. Il comando che consente di impostare i punti di scansione è *Create Points*

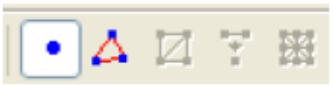


Figura E.3: Comando *Create Points*

Effettuate tali operazioni preliminari è necessario andare a definire le impostazioni del software. Cliccando sull'icona *Acquisition Settings* si apre una finestra multischeda.

- Scheda *General*: da qui si può stabilire se per portare a termine una singola misurazione verrà eseguita un'operazione di media oppure no. Quest'ultima garantisce un output meno soggetto a rumore, tuttavia richiede molteplici impatti tramite il percussore per misurare un singolo punto.
- Scheda *Channels*: è possibile impostare i canali attivi, specificando il valore della tensione di alimentazione (*Range*) e la tipologia di corrente (*Coupling*). Si può inoltre impostare il parametro (*Quantity*) relativo canale (es. nel caso del canale assegnato al percussore il parametro è la forza, mentre nel caso assegnato al vibrometro il parametro è la velocità) ed il relativo fattore di conversione (*Factor*). Infine tramite la spunta *ICP* si può specificare se lo strumento assegnato al canale è di tipo piezoelettrico oppure no.

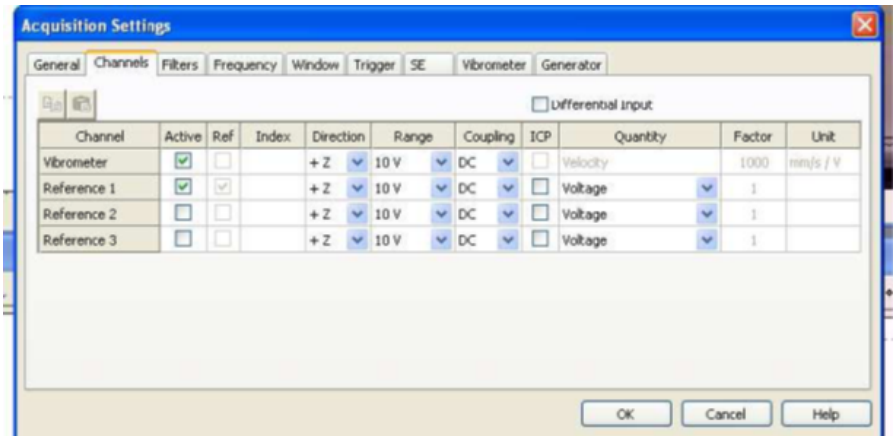


Figura E.4: Scheda *Channels*

– Scheda *Filters*: offre la possibilità di filtrare il segnale su ciascun canale attivo.

– Scheda *Frequency*: permette di impostare i parametri relativi alla risoluzione di acquisizione. Il comando *Bandwidth* definisce l'intervallo di frequenze di interesse, mentre *FFT Lines* determina il numero di campionamenti in tale intervallo. Il rapporto tra questi due parametri determina la risoluzione dell'acquisizione. Inoltre, maggiore sarà il valore di *FFT Lines*, allora maggiore sarà il tempo necessario per effettuare la misurazione.

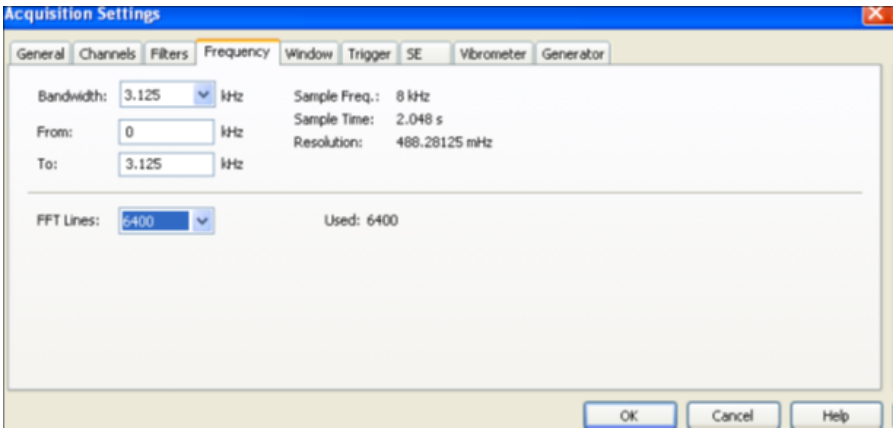


Figura E.5: Scheda *Frequency*

– Scheda *Trigger*: in questa sezione si può impostare la condizione tale per cui ha inizio l'acquisizione dei segnali dai canali attivi. Questa condizione è espressa in termini percentuali rispetto al valore che si registra sul canale *reference*. In aggiunta si può impostare un *delay* temporale tramite cui considerare nell'acquisizione anche parte del segnale antecedente al *trigger*.

Effettuate tali operazioni si fa partire la misurazione mediante il comando *Start Scanning*. Al fine di condurre una corretta misurazione è imperativo tenere sotto controllo gli indicatori di saturazione della misura (*overflow*) mediante la finestra laterale. La condizione di saturazione è contraddistinta dalla colorazione rossa della barra relativa al canale saturo.

Figura E.6: Indicatore di saturazione

Dopo aver effettuato la misurazione si passa in *Presentation Mode* per l'analisi e l'esportazione dei risultati.

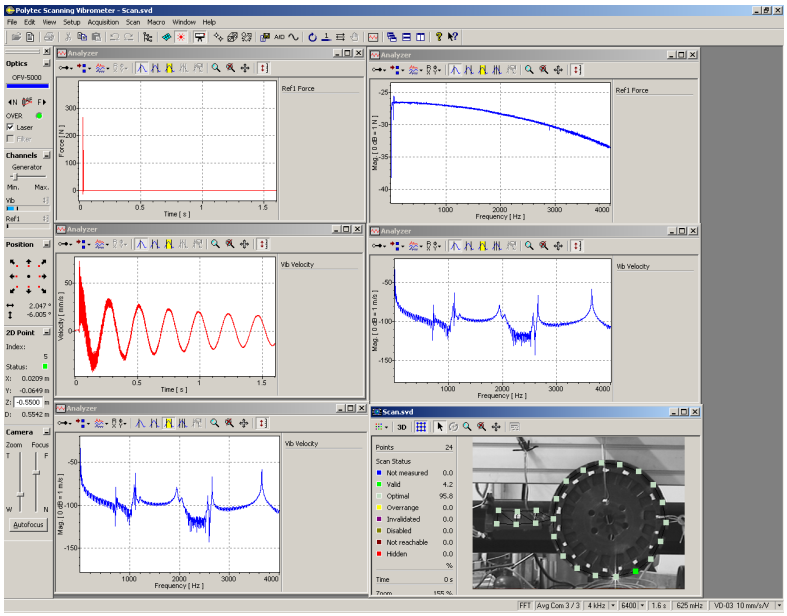


Figura E.7: Esempio di schermata al termine della misurazione.

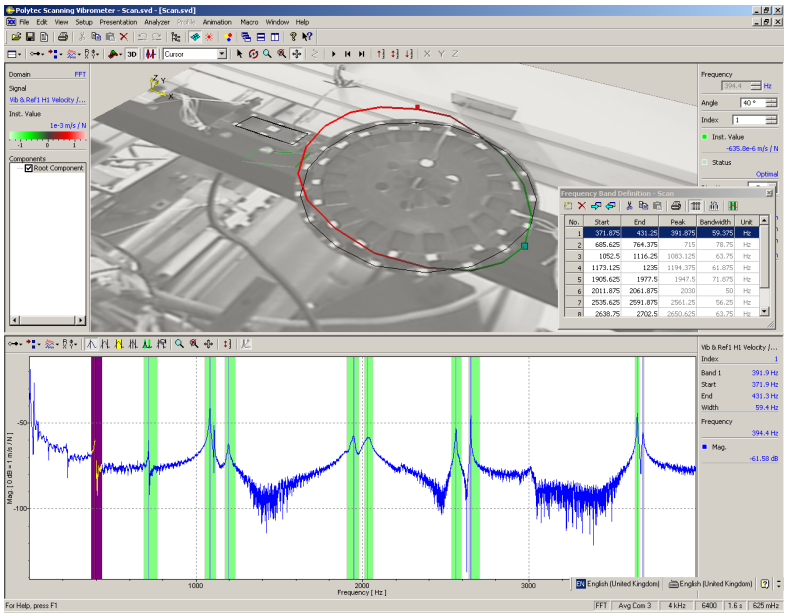


Figura E.8: Esempio di schermata *Presentation Mode*

Bibliografia

[1] Principi di estensimetria. URL https://www.docenti.unina.it/webdocenti-be/allegati/materiale-didattico/77207.

[2] S. Marchesiello A. Fasana. *Meccanica delle Vibrazioni*. CLUT, 2006.

[3] M. Allara. A model for the characterization of friction contacts in turbine blades. *Journal of Sound and Vibration*, 320(3):527–544, 2009. ISSN 0022-460X. doi: https://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.08.016. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X08007128.

[4] Marco Allara. Experimental and numerical investigation of friction damping in blade root joints of bladed disks, 2007.

[5] A J Meyer, Jr, A Kaufman, and H F Calvert. Comparative tensile strengths at 1200 f of various root designs for cermet turbine blades. URL https://www.osti.gov/biblio/4312229.

[6] Fabrizio Perona. Reverse engineering di un disco rotorico per turbogetto aeronautico, 2022.

[7] Saeed Zeeshan. Identification of blade-root joint dynamics in turbine disks, 2021.