

# POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica



Tesi di Laurea Magistrale

## **Studio della caduta in ambito alpinistico mediante metodi numerici (FEM)**

Relatore:

*Prof. Alessandro Scattina*

Corelatore:

*Prof. Massimiliano Avalle*

Candidato:

*Mathias Trento*

Ottobre 2022



*Alla mia famiglia e alle persone  
che mi vogliono bene*



## Sommario

Negli ultimi anni gli sport di montagna vengono praticati da un numero sempre maggiore di persone. Uno degli scopi principali di queste attività è quello di superare ostacoli di natura verticale più o meno elevata. Queste attività comportano il rischio di precipitare verso il basso. Vista la sempre maggiore diffusione della pratica dell'arrampicata sono nati degli studi il cui obiettivo è quello di analizzare le possibili cadute per conoscerne le cause, le conseguenze e per capire come migliorare la sicurezza di chi pratica queste attività.

Lo scopo di questa tesi è lo sviluppo di modelli FEM in grado di simulare correttamente le cadute in ambito alpinistico, al fine di sviluppare anche modelli analitici e approfondire lo studio sulle cadute. In particolare, si è voluta ricavare la forza di arresto che si crea all'interfaccia tra un corpo in caduta libera e la corda dinamica che serve per trattenerlo. È stato, dunque, necessario implementare un modello adeguato ai fini di rappresentare la corda, in particolare ci si è concentrati molto nel ricavare il giusto materiale e le giuste caratteristiche da attribuire agli elementi della corda. Per validare i modelli si sono confrontati tutti i risultati ottenuti numericamente con i dati ricavati sperimentalmente. Le prove sperimentali sono state svolte presso il Centro Studi Materiali e Tecniche (CSMT) alla Torre di Padova.

Si sono simulate due tipi di prove sperimentali, una utilizzando un cilindro metallico e l'altra utilizzando un manichino. Si è misurata l'accelerazione che subiscono le masse durante la caduta e di conseguenza si è ricavata la forza di arresto.

Il lavoro è quindi incentrato sulla ricerca della migliore metodologia di simulazione della corda. Si sono valutati differenti tipologie di materiali e proprietà utilizzabili, partendo da un modello con elasticità lineare fino ad arrivare ad un modello iperelastico e dissipativo.



# Indice

<b>1</b>	<b>INTRODUZIONE.....</b>	<b>1</b>
1.1	CHE COS'È L'ARRAMPICATA .....	3
1.2	CATENA DI SICUREZZA.....	9
1.3	FORZA D'ARRESTO E FATTORE DI CADUTA.....	13
1.4	LA CORDA .....	22
<b>2</b>	<b>PROVE SPERIMENTALI.....</b>	<b>27</b>
2.1	STRUTTURA.....	27
2.2	CORPI IN CADUTA .....	28
2.3	TIPI DI PROVA .....	29
2.4	RISULTATI SPERIMENTALI .....	30
<b>3</b>	<b>MODELLO FEM.....</b>	<b>34</b>
3.1	UNITÀ DI MISURA .....	34
<b>4</b>	<b>MODELLO DEL CILINDRO .....</b>	<b>36</b>
4.1	CREAZIONE DEL COMPONENTE CILINDRO .....	36
4.2	ACCELEROMETRO.....	39
4.3	MODELLO DELLA CORDA .....	40
4.4	MODELLO DELLA CORDA LINEARE ELASTICA.....	42
4.5	MODELLO CON FORZA ELASTICA E FORZA VISCOSA LINEARI .....	44
4.6	MODELLO ELASTICO DI ODGEN E DOPPIA VISCOSITÀ .....	46
4.7	RISULTATI MODELLO CON MASSA METALLICA CORDA DA 1 METRO E FC=1.....	52
4.8	RISULTATI MODELLO CON MASSA METALLICA CORDA DA 2 METRI E FC=1.....	54
4.9	RISULTATI MODELLO CON MASSA METALLICA CORDA DA 4 METRI E FC=1.....	56
4.10	MODELLI DI CADUTA DELLA MASSA CON FATTORE DI CADUTA PARI A 0,5 .....	58
4.11	RISULTATI MODELLO CON MASSA METALLICA CORDA DA 1 METRO E FC=0,5.....	60
4.12	RISULTATI MODELLO CON MASSA METALLICA CORDA DA 2 METRI E FC=0,5.....	62
4.13	RISULTATI MODELLO CON MASSA METALLICA CORDA DA 4 METRI E FC=0,5.....	64
4.14	RIASSUNTO DEI RISULTATI DEL MODELLO DEL CILINDRO .....	66
<b>5</b>	<b>MODELLO DEL MANICHINO .....</b>	<b>69</b>
5.1	MODELLO DELL'IMBRAGO .....	70
5.2	ACCELEROMETRO.....	72
5.3	MODELLO DELLA CORDA .....	73
5.4	RISULTATI MANICHINO .....	74
<b>6</b>	<b>MODELLO CON PARAMETRI DI SMORZAMENTO COSTANTI PER TUTTI I CASI ..</b>	<b>79</b>
<b>7</b>	<b>CONCLUSIONI.....</b>	<b>83</b>
<b>8</b>	<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>87</b>
<b>9</b>	<b>APPENDICE .....</b>	<b>88</b>
9.1	FUNZIONE DI FILTRO .....	88



# 1 Introduzione

Il seguente elaborato è nato da un'esigenza del Centro Studi Materiali e Tecniche del CAI (Club alpino italiano) in collaborazione con il professore Massimiliano Avalle, professore ordinario del dipartimento DIME dell'Università di Genova ed ex presidente della Sezione CAI di Alessandria. Lo studio si pone l'obiettivo di riuscire a creare un modello agli elementi finiti che simuli al meglio la caduta di un corpo trattenuto da una corda durante la pratica dell'arrampicata sportiva.

In particolare, si vuole ricavare la forza che si crea all'interfaccia tra il grave in caduta e la corda che lo trattiene. Questa forza, anche chiamata forza d'arresto, ha un ruolo fondamentale nella pratica dell'arrampicata, in quanto è quella che viene trasmessa allo scalatore e, se di intensità troppo elevata, può portare a lesioni anche fatali.

Ad oggi, lo studio della caduta è basato su metodi analitici, numerici e sperimentali studiando la forza esercitata dalla corda nell'istante in cui questa raggiunge la massima tensione, a causa di una caduta libera di una massa [1]. Non esiste, però, un modello agli elementi finiti che riesca simulare, con buona approssimazione, il fenomeno della caduta trattenuta. Con un modello affidabile si potrebbe pensare di aumentare il numero di prove effettuabili eliminando i limiti e i costi economici che le prove sperimentali possono avere.

Nella realizzazione del modello si è proceduto creando due diversi gravi di cui si è studiata la caduta, un cilindro d'acciaio e un manichino antropomorfo. I due corpi sono stati attaccati ad una corda, la quale è uguale per entrambi, e il capo della corda è stato, a sua volta, vincolato ad un punto fisso.

Oltre a cambiare il corpo in caduta si sono cambiate le condizioni di caduta variando la lunghezza della corda ed il fattore di caduta, un fattore che avrà molta importanza sull'intensità della forza d'arresto.

Per capire se i risultati ottenuti tramite la simulazione agli elementi finiti fossero fedeli con ciò che accade nella realtà, si è confrontata la forza all'interfaccia tra grave e corda calcolata con quella che è stata possibile misurare attraverso prove sperimentali effettuate dal Centro Studi Materiali e Tecniche (CSMT) alla Torre di Padova. Questo confronto con i dati sperimentali è stato fondamentale per riuscire a stimare al meglio i vari valori di rigidità e smorzamento da attribuire alla corda e, quindi, per validare il modello FEM finale.

Con questi fini nel Capitolo 1 si definisce l'arrampicata, quanto può avvenire una caduta e quali sono gli elementi che entrano in gioco durante il fenomeno che si sta studiando.

Nel Capitolo 2 vengono mostrate le prove sperimentali svolte alla Torre di Padova e si mostrano le misure di forza d'arresto ottenute sperimentalmente.

Nel Capitolo 3 si introduce l'analisi FEM che viene utilizzata nel Capitolo 4 per la creazione del modello del cilindro. Una volta ottenuto il modello del cilindro ci si è concentrati sul modello della corda. All'inizio si è modellata una corda lineare elastica. Si è, poi, passati ad un modello che rappresentasse la corda come una molla e uno smorzatore lineari in parallelo. Infine, si è ottenuto un modello per la corda introducendo il modello iperelastico di Odgen e un modello viscoso con due diversi parametri di smorzamento in funzione della velocità di deformazione.

Nel Capitolo 5 si è creato il modello del manichino che è stato collegato con l'ultimo modello della corda utilizzato nel capitolo precedente.

Poiché nei modelli di corda ottenuti i parametri di smorzamento variavano in funzione della lunghezza della corda nel Capitolo 6 si è cercato di utilizzare gli stessi parametri per tutte le condizioni simulate.

## 1.1 Che cos'è l'arrampicata

L'obiettivo di questo capitolo è quello di introdurre il fenomeno reale che si andrà a simulare. Per farlo bisogna capire che cosa sia l'arrampicata, quando può verificarsi una caduta e quali siano gli elementi e i fattori che entrano in gioco durante una caduta.

L'arrampicata è considerata un'attività che fa parte del mondo dell'alpinismo. L'UNESCO definisce l'alpinismo come: "l'arte di scalare le montagne con i propri mezzi, fisici e intellettuali, e con l'impiego di tecniche e attrezzature che consentono la progressione su pendii, creste e canaloni di roccia e di ghiaccio. In gran parte ispirato dal desiderio di scoperta dell'altrove, esso richiede ai singoli praticanti una conoscenza approfondita dei loro limiti nell'ambiente verticale d'alta quota, di fronte a difficoltà che costringono lo scalatore a misurarsi con la natura selvaggia, con i propri timori e le proprie paure" [2].

Quindi, l'arrampicata è uno sport che prevede il superamento di ostacoli di natura pressoché verticali quali: pareti, massi e montagne. Essa può essere praticata su strutture artificiali oppure su pareti naturali di roccia o ghiaccio più o meno inclinate. Si può pensare di dire che si passa dal camminare in salita all'arrampicata quando la pendenza del terreno supera all'incirca i 45° gradi; ovvero quando si iniziano ad usare sia i piedi che le mani per progredire, sfruttando appigli più o meno marcati

Come detto, quindi, l'arrampicata può essere chiamata "arrampicata indoor", nel caso venga effettuata su strutture artificiali, ad esempio palestre, oppure "arrampicata outdoor", nel caso venga svolta su pareti naturali. In quest'ultimo caso, poi, si può parlare di arrampicata su roccia, su ghiaccio o su misto. Nell'arrampicata su roccia si scala su pareti rocciose, dette falesie, utilizzando le mani e i piedi, generalmente con l'ausilio di scarpette d'arrampicata, come viene mostrato in *figura 1-1* a sinistra. Queste hanno una forma e una suola appositamente studiate per sfruttare al meglio gli appigli rocciosi. L'arrampicata su ghiaccio, invece, si pratica su strutture ghiacciate, solitamente cascate, che durante i mesi invernali si gelano, e prevede l'utilizzo di appositi attrezzi che vanno a conficcarsi nel ghiaccio per creare un punto d'appoggio per lo scalatore, le piccozze e i ramponi, *figura 1-1* a destra. L'arrampicata su misto non è altro che un tipo di scalata che si svolge su pareti dove si alterna la presenza di ghiaccio e roccia. Anche in questo caso si utilizzano le piccozze ed i ramponi.



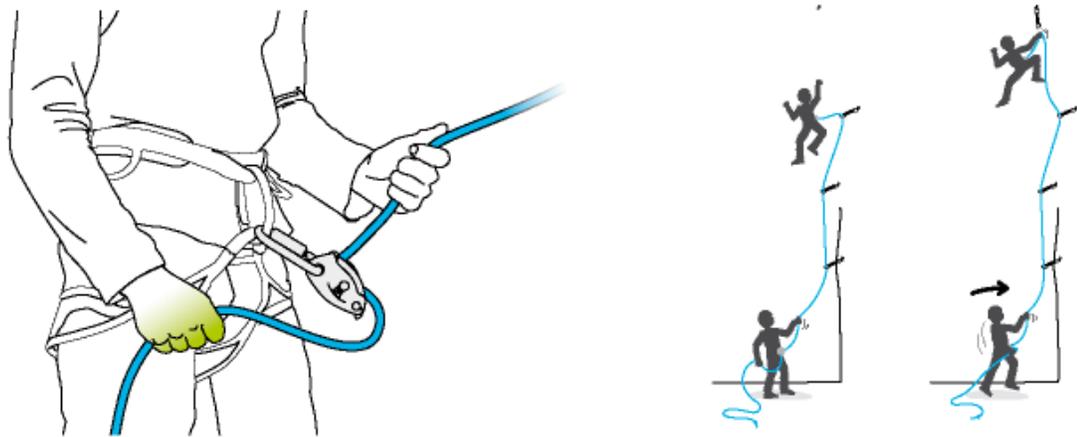
*Figura 1-1 esempio di arrampicata su ghiaccio a sinistra e arrampicata su roccia a destra*

L'arrampicata, svolta sfruttando solo le prese già esistenti per le mani e per i piedi, viene chiamata "arrampicata libera" e può essere vista come la forma più genuina di scalata. Vi è comunque un altro tipo di arrampicata detta "arrampicata artificiale". Questa prevede l'utilizzo di diversi attrezzi, quali scalette e fettucce, che applicati alla parete facilitano la progressione, soprattutto dove le difficoltà utilizzando gli appigli naturali sarebbero troppo alte.

Un'altra importante classificazione dell'arrampicata è l'arrampicata in solitaria o in cordata. Di norma l'arrampicata in solitaria viene svolta su strutture artificiali o naturali di altezza moderata, come massi, e viene chiamato "bouldering". In questa pratica, in ogni caso, la possibile caduta dello scalatore deve sempre poter essere attutita da materassi posti al suolo. Vi è poi un altro stile di scalata in solitaria chiamato "free solo". Il "free solo" non è molto diffuso in quanto vengono salite pareti con uno sviluppo verticale maggiore dove una caduta risulterebbe fatale.

Per riuscire ad affrontare pareti più alte di qualche metro, limitando notevolmente i rischi, solitamente l'arrampicata viene svolta in cordata. Una cordata è un gruppo di due o più arrampicatori o alpinisti che compiono una scalata legati alla medesima corda, permettendo in genere l'abbassamento del rischio [3].

Praticamente, la persona che si accinge a scalare, lo scalatore, indossa un imbrago e si lega ad un capo di una corda dinamica utilizzando un nodo e il suo compagno, detto assicuratore, si lega alla stessa corda attraverso uno strumento di sicura attaccato al suo imbrago, rappresentato in *figura 1-2* a sinistra. Questo strumento verrà spiegato meglio nel capitolo 1.2 ed ha il compito di regolare la quantità di corda presente tra scalatore e assicuratore e, nel caso di necessità, può bloccare lo scorrimento della corda. Come viene mostrato nella *figura 1-2* a destra, lo scalatore si muove verticalmente sulla parete. L'assicuratore, invece, rimane fermo al suolo o ancorato ad un punto di sosta fissato alla parete e funge da contrappeso nel caso di caduta dell'arrampicatore.



*Figura 1-2 esempio di sistema di sicura e di arrampicata in cordata*

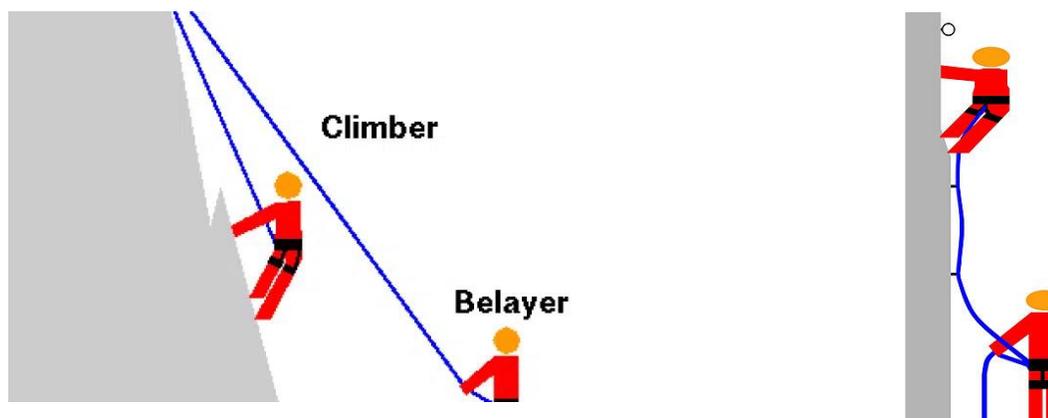
Nel caso di arrampicata in cordata vi sono due classificazioni. La prima, in base al differente tipo di via di arrampicata e la seconda in base al tipo di configurazione che viene assunta dal gruppo scalatore-corda-assicuratore.

Seguendo la prima classificazione esistono due tipi di via d'arrampicata, rappresentati in *figura 1-3*:

- La prima è l'arrampicata su monotiri o single pitch. In questo caso lo scalatore parte dal suolo e raggiunge la cima della via, dove è posto un punto di sicura fisso. La corda viene rinvitata a questo punto e lo scalatore viene calato a terra dall'assicuratore. Chi arrampica, quindi, parte e arriva sempre al punto di inizio.
- La seconda è l'arrampicata su vie a più tiri o multi-pitch. In questo caso lo scalatore parte dal suolo e raggiunge la cima della prima parte di via, dove è sempre presente il punto di sicura fisso. A questo punto lo scalatore non viene più calato al suolo ma si lega al punto fisso e assicura il suo compagno affinché pure lui raggiunga il punto di sosta. Una volta che i due si trovano nello stesso punto, lo scalatore riparte verso l'alto fino ad un altro punto fisso di sosta e così via. Lo scalatore, quindi, parte dal suolo e si ferma nel punto più alto della via.

Nella seconda classificazione, invece, si parla di arrampicata in moulinette quando la corda parte dallo scalatore e risale la parete fino ad un punto di ancoraggio. Da lì la corda discende fino a terra e viene inserita nello strumento di sicura. Mentre lo scalatore sale l'assicuratore recupera parte della corda così da tenerla sempre tesa tra i due. Questo stile di scalata è il più sicuro perché lo scalatore è sempre tenuto dall'alto dalla corda in tensione e, anche in caso di caduta, non vi sono momenti in cui si verifica la caduta libera.

Invece, si ha a che fare con l'arrampicata da primo di cordata quando lo scalatore è legato alla corda e quest'ultima non tende più a tirarlo verso l'alto ma funge solo da elemento di sicurezza in caso di caduta. Lo scalatore, infatti, si porta dietro la corda e si preoccupa di farla passare in appositi punti d'ancoraggio posti lungo la parete. Così facendo, in caso di caduta, lo scalatore cadrà in caduta libera finché la corda non andrà in tensione e verrà a crearsi una situazione simile a quella della scalata in moulinette. Ovviamente la forza d'arresto che viene a crearsi in questo caso è tanto più forte quando è maggiore la distanza tra il punto in cui lo scalatore inizia la caduta libera e l'ultimo punto di ancoraggio in cui è stata fatta passare la corda ma anche in base alla quantità di corda presente tra lo scalatore e l'assicuratore.



*Figura 1-3 arrampicata in moulinette a sinistra e da primo di cordata a destra*

Infine, si può riportare un'ultima divisione tra tipi di arrampicata in base alla natura dei punti d'ancoraggio utilizzati dal primo di cordata durante la salita. In *figura 1-4* sono mostrati diversi sistemi. Si parla di arrampicata sportiva quando i punti d'ancoraggio sono costituiti da tasselli fissati nella roccia, detti spit, a cui lo scalatore attacca un rinvio e la corda. Gli spit sono solitamente in acciaio inossidabile e rimangono fissati alla parete in modo permanente garantendo una resistenza, in caso di carico verso il basso, all'incirca di 30000N. L'altro tipo di arrampicata, invece, viene chiamato arrampicata tradizionale o trad. In questo caso i punti di ancoraggio sono costituiti da oggetti a camme o dadi, detti friends e nuts, che lo scalatore si preoccupa di incastrare nelle fessure della roccia. Questo stile viene considerato più rispettoso della natura perché una volta finita la scalata gli ancoraggi vengono rimossi e non rimane alcuna traccia del loro utilizzo. Se posizionati in maniera perfetta i friends e i nuts possono resistere a sforzi simili a quelli trattenuti da uno spit. Il problema è che sono rare le volte in cui si possono posizionare perfettamente, vi è quindi la possibilità che si stacchino dalla parete in caso di una caduta troppo forte. Nei punti d'ancoraggi installati dallo scalatore durante la scalata si possono ancora introdurre le viti da ghiaccio. Quest'ultime vengono utilizzate durante l'arrampicata su ghiaccio, appunto, e sono costituite da un cilindro d'acciaio lucato e filettato che viene avvitato direttamente nel ghiaccio.



*Figura 1-4 Diverse tipologie di punti di sicura*

Come si sarà capito, nell'arrampicata in cordata si fa molta attenzione a creare delle condizioni di sicurezza in quanto il rischio di una caduta risulta evidente. È sufficiente una minima perdita di contatto con la parete per far sì che la gravità faccia precipitare chi sta scalando perciò bisogna preoccuparsi di bloccare la sua caduta nel modo più efficace possibile.

Le cause di questa perdita di contatto possono essere di diversa natura. Può essere dovuta ad un errore dello scalatore che lo porta a perdere l'equilibrio oppure dovuta fenomeni esterni come la rottura di un appiglio o la caduta di oggetti dall'alto. In ogni caso, affinché l'assicuratore sia in grado di fermare lo scalatore in caso di necessità, si introduce la catena di sicurezza. Questa è l'insieme di oggetti e tecniche che ha il compito di garantire l'incolumità dello scalatore.

## 1.2 Catena di sicurezza

La Catena di Sicurezza è l'insieme degli elementi (materiali e tecniche) che permettono, in caso di caduta, di limitare i danni sia a colui che cade, sia all'assicuratore, il quale risentirebbe della forza che lo tira verso l'alto, in direzione opposta all'arrampicatore [4]. Ogni elemento della catena deve funzionare perfettamente in quanto, proprio come in una catena, se uno dei componenti si spezza l'integrità del tutto viene compromessa.

I principali elementi che compongono la catena di sicurezza sono:

1. Arrampicatore e assicuratore
2. Caschetto
3. Imbraghi
4. Nodo
5. Corda
6. Freno
7. Punti di ancoraggio
8. Rinvii

L'arrampicatore e l'assicuratore sono i protagonisti ed entrambi devono svolgere i loro compiti assicurandosi che tutti seguano le regole di sicurezza. Prima di iniziare la scalata devono indossare correttamente il caschetto e l'imbragatura, *figura 1-5*.

Il caschetto in arrampicata è molto importante perché protegge gli atleti sia dalla caduta di oggetti dall'alto ma anche, in caso di caduta, se si dovesse andare a sbattere con la testa contro la parete.

L'imbragatura è l'insieme di strisce di tessuto (di seguito denominate fettucce), dispositivi di regolazione o altri elementi che vengono indossati per sostenere il corpo in posizione eretta. Per quanto concerne l'imbraco esso ha un ruolo di connessione dell'alpinista alla corda, ripartizione sull'alpinista della forza d'arresto (in maniera meno traumatica possibile) e mantenimento della posizione corretta durante la fase di decelerazione [5]. L'imbragatura, inoltre, offre il punto d'ancoraggio per il freno utilizzato dall'assicuratore, e sui fianchi, presenta degli anelli a cui lo scalatore può fissare il materiale di cui avrà bisogno durante la salita.



Figura 1-5 A sinistra un imbrago e a destra un caschetto

Lo scalatore, una volta indossato l'imbrago, si può legare alla corda attraverso un nodo che va a prendere i due ponti dell'imbrago, come in *figura 1-6*. Esistono diversi tipi di nodo ma i due più utilizzati sono il nodo a otto, o nodo delle guide, e il bulino ripassato. Ognuno dei due nodi ha caratteristiche diverse però entrambi sono in grado di resistere a sforzi anche importanti senza disfarsi. Il compito dello scalatore è quello di fare il nodo nel modo corretto e l'assicuratore dovrà controllare che sia veramente giusto.

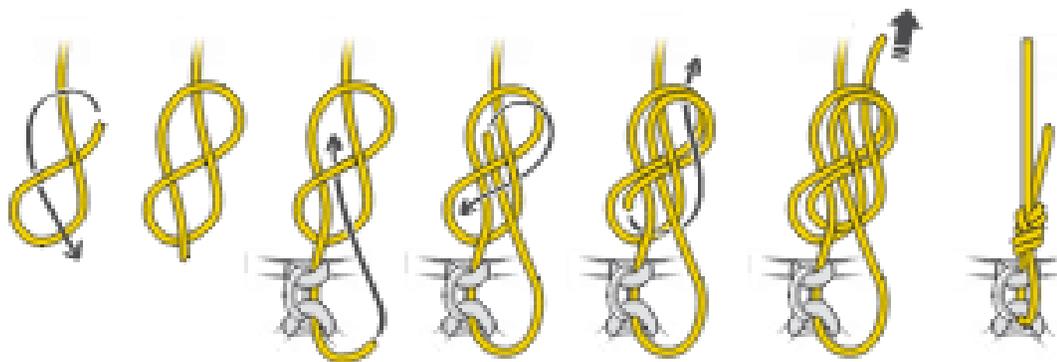


Figura 1-6 Nodo a otto

A questo punto l'arrampicatore è legato ad un capo della corda. Quest'ultima deve essere una corda appositamente studiata per l'arrampicata e deve garantire le giuste caratteristiche di elasticità e dissipazione. Si sta, quindi, parlando di corde dinamiche le quali verranno spiegate meglio nel capitolo 1.4.

Prima che lo scalatore inizi la salita anche l'assicuratore deve legarsi alla corda attraverso il freno, o strumento di sicura, rappresentati in *figura 1-7*. Esistono svariati tipi di freni per la sicura in arrampicata, i quali si dividono in due famiglie principali: i freni autobloccanti e i freni dinamici.

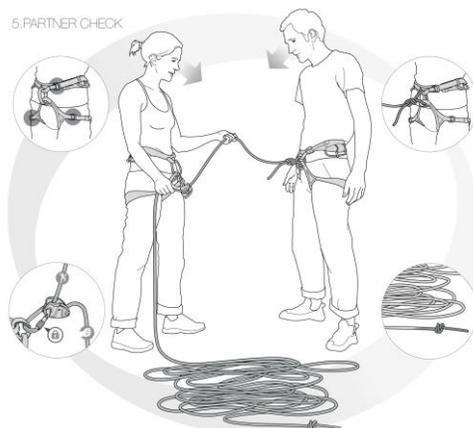
I freni autobloccanti tendono a bloccare al loro interno la corda e quasi la totalità dell'energia cinetica acquisita dall'arrampicatore in caduta viene trasformata dall'energia elastica della corda. Questi freni sono molto sicuri perché, come dice il nome, tendono a bloccarsi autonomamente e necessitano di punti di ancoraggio molto solidi. Questo perché la forza di arresto che si genera in caso di caduta non viene dissipata dal freno e viene trasmessa alla corda e ai punti di sicura. L'esempio più conosciuto di freno autobloccante è il Grigri della Petzl.

I freni dinamici, invece, necessitano dell'intervento dell'assicuratore per frenare la caduta dello scalatore. In questo caso l'energia cinetica viene in parte trasformata in energia elastica della corda e in parte viene dissipata dallo scorrimento della corda nel freno. Questo scorrimento fa sì che la corda venga rallentata gradualmente e non bloccata, così da caricare meno i punti di ancoraggio. Fra questi tipi di freno troviamo il Reverso della Petzl.



*Figura 1-7 A sinistra un freno autobloccante e a destra un freno dinamico*

Ci si trova, quindi nella condizione dell'immagine dove sia lo scalatore che l'assicuratore sono legati correttamente alla corda e lo scalatore può iniziare la salita, *figura 1-8*.



*Figura 1-8 Check pre-arrampicata*

Salendo l'arrampicatore rinvia la corda ai vari punti di ancoraggio. In questo caso ci si occupa di punti di ancoraggio fisso, gli spit, ma il meccanismo è simile per quelli mobili. Per prima cosa l'arrampicatore attacca un rinvio all'anello dello spit, *figura 1-9* a sinistra. Poiché un rinvio è formato da due moschettoni uniti da una fettuccia, uno dei due moschettoni viene attaccato allo spit e nell'altro viene fatta passare la corda. Così facendo la corda è assicurata al punto di sicura con una buona mobilità e in caso di caduta sarà il sistema spit-rinvio a sostenere buona parte della forza d'arresto, *figura 1-9* a destra.



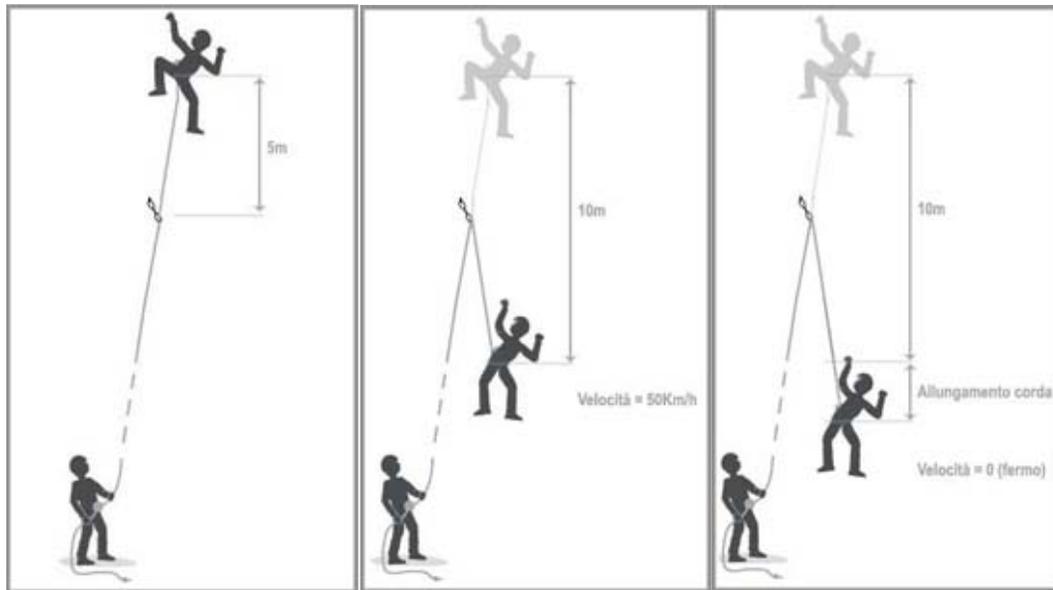
*Figura 1-9 a sinistra un rinvio e a destra uno schema di una caduta*

### 1.3 Forza d'arresto e fattore di caduta

Si è visto che una caduta vera e propria può avvenire solo quando l'arrampicatore sale da primo di cordata. Si possono dividere le fasi della caduta in diversi momenti così da comprenderne la dinamica, come rappresentato in *figura 1-10*.

In un primo momento si ha il distacco dello scalatore dalla parete. Ciò fa sì che quest'ultimo inizi a cadere in caduta libera. La caduta libera dell'arrampicatore si protrae finché non si trova al disotto dell'ultimo punto di ancoraggio, ad una distanza pari alla lunghezza di corda che si aveva tra scalatore e lo stesso punto di ancoraggio all'inizio della caduta. Per esempio, se lo scalatore si trovava 5 metri sopra il punto di ancoraggio, in caso di caduta, cadrà in caduta libera per 10 metri, ovvero 5 metri sotto il punto di sicura.

Una volta raggiunto quel punto la corda inizierà a tendersi e inizierà l'arresto della caduta con possibili rimbalzi dell'atleta. Si può dire che tutta l'energia potenziale gravitazionale che aveva lo scalatore prima di cadere viene trasformata in energia cinetica durante la caduta. Quest'ultima viene trasformata, principalmente, sotto forma di energia elastica della corda e in parte in energia termica dovuta allo scorrimento della corda nel freno e nei punti di ancoraggio.



*Figura 1-10 esempio di caduta*

L'energia è trasmessa sotto forma di forza alla catena di assicurazione. Questa è la forza di arresto. Per l'arrampicatore, è l'impatto percepito al momento dell'arresto della caduta [6].



*Figura 1-11 applicazione della forza d'arresto*

Quindi, per la sicurezza dello scalatore è necessario capire quanto sia la magnitudine di questa forza per non creare dei danni fisici. La massima decelerazione sopportabile (senza danni permanenti) da una persona in posizione eretta è pari a quindici volte l'accelerazione di gravità convenzionale, 15 G. Essa corrisponde ad una sollecitazione di circa 12 kN per un corpo di massa pari a 80 kg. Se invece la persona si trova in posizione ribaltata (a testa in giù) il valore scende da 15 G a 4÷5 G. Valori superiori di accelerazione (decelerazione) imposta al corpo umano possono portare a perdita dei sensi o a danni più gravi, temporanei o permanenti [7].

Si può svolgere un calcolo analitico di quale sia la forza d'arresto imponendo alcune condizioni e semplificazioni:

1. Un capo della corda è legato alla massa in caduta e l'altro è legato ad un punto fisso, quindi non all'assicuratore.
2. La corda ha solo caratteristiche elastiche lineari.
3. Le caratteristiche meccaniche della corda sono costanti nel tempo e omogenee al variare della sezione.
4. La corda non cambia sezione al variare della forza.
5. Si trascurano tutti gli effetti dissipativi interni alla corda e dovuto all'attrito di quest'ultima nel passaggio degli elementi di sicura.

Si definiscono i seguenti dati:

$L_0$  = Lunghezza della corda indeformata

$H$  = Altezza della caduta libera

$F_a$  = Forza d'arresto

$\Delta L$  = Allungamento della corda

$v$  = Velocità massima raggiunta dalla massa in caduta

$m$  = Massa in caduta

$g$  = Accelerazione di gravità

$k$  = Costante elastica lineare della corda

$E$  = Modulo elastico della corda

$A$  = Area della sezione della corda

$d$  = Diametro della corda

$z$  = Quota di altezza che genera energia potenziale

Si sta riconducendo il fenomeno della caduta di un alpinista al caso semplice di una massa  $m$  che cade per via della gravità su di una molla di rigidità lineare  $k$  e lunghezza a riposo  $L_0$ , come schematizzato in *figura 1-12* a sinistra.

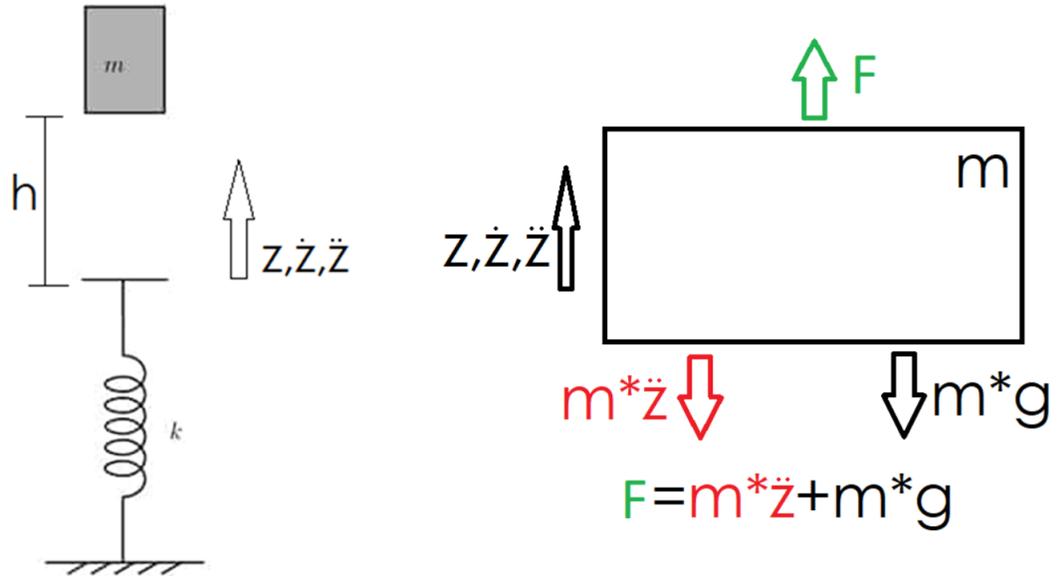


Figura 1-12 diagrammi di corpo libero

Come visto prima si può dividere il fenomeno della caduta i momenti diversi:

1. Inizio della caduta
2. Momento in cui la massa ha velocità massima e la corda inizia a tendersi
3. Istante in cui la caduta si arresta e la corda raggiunge il massimo allungamento
4. Inizia la risalita della massa e i possibili rimbalzi

Considerando l'evoluzione dell'energia dal momento 1 al momento 2 si può dire che tutta l'energia potenziale gravitazionale della massa viene trasformata in energia cinetica:

$$m * g * z = \frac{1}{2} * m * v^2 \quad (1.1)$$

Da cui si può ricavare la velocità massima come:

$$v_{max} = \sqrt{2 * z * g} \quad (1.2)$$

Dove  $z = H$ .

Per riuscire ad arrestare la caduta della massa, tutta l'energia cinetica della massa viene convertita in energia potenziale elastica della corda. Passando dal momento 2 a quello 3 avremo:

$$\frac{1}{2} * m * v^2 = \frac{1}{2} * k * \Delta L^2 \quad (1.3)$$

Partendo dalla (1.1) e dalla (1.3) si può, quindi, scrivere:

$$m * g * z = \frac{1}{2} * k * \Delta L^2 \quad (1.4)$$

La quota  $z$  è l'altezza che genera energia potenziale. Questa è formata dall'altezza  $H$  in cui la massa è in caduta libera ma anche dalla lunghezza  $\Delta L$  di deformazione della corda. Si può riscrivere la (1.4) come:

$$m * g * (H + \Delta L) = \frac{1}{2} * k * \Delta L^2 \quad (1.5)$$

Si possono ridefinire alcuni termini così da far comparire la forza d'arresto nella (1.5).

Si definisce la rigidità della corda attraverso la legge di Hooke come:

$$k = \frac{E * A}{L_0} \quad (1.6)$$

E la forza d'arresto come:

$$F_a = k * \Delta L \quad (1.7)$$

Sostituendo la (1.6) nella (1.7) si ha:

$$F_a = \frac{E * A}{L_0} * \Delta L \quad (1.8)$$

Da cui si ricava:

$$\Delta L = \frac{L_0}{E * A} * F_a \quad (1.9)$$

Si possono ora sostituire la (1.9) e la (1.6) nella (1.5) e ottenere:

$$m * g * \left( H + \frac{L_0}{E * A} * F_a \right) = \frac{1}{2} * \frac{E * A}{L_0} * \left( \frac{L_0}{E * A} * F_a \right)^2 \quad (1.10)$$

Ottenendo un'equazione di secondo grado in funzione della forza d'arresto:

$$\frac{1}{2} * F_a^2 - m * g * F_a - m * g * H * \frac{E * A}{L_0} = 0 \quad (1.11)$$

Che risolta considerando solo valori positivi dà come risultato:

$$F_a = m * g * \left( 1 + \sqrt{1 + 2 * \frac{H * E * A}{L_0 * m * g}} \right) \quad (1.12)$$

Si può introdurre un fattore molto importante per lo studio della caduta in arrampicata, il fattore di caduta:

$$F_c = \frac{H}{L_0} \quad (1.13)$$

Sostituendo la (1.13) nella (1.12) si ha:

$$F_a = m * g * \left( 1 + \sqrt{1 + 2 * F_c * \frac{E * A}{m * g}} \right) \quad (1.14)$$

Spesso si immagina che la forza d'arresto aumenti quanto più aumenti l'altezza di caduta libera  $H$ .

In realtà, dalla formula (1.14) si vede come la forza d'arresto per una massa  $m$ , nel caso in cui la corda abbia modulo elastico e area costanti, dipende dal rapporto  $F_c = \frac{H}{L_0}$  e non solo da  $H$ . Sotto queste ipotesi si può, quindi, esprimere la forza d'arresto come una funzione del fattore di caduta, come mostrato in *figura 1-13*:

$$F_a = f(F_c)$$

Il fattore di caduta è un valore, un numero, che ci dà una buona idea della severità e di quanto violento sarà il nostro volo. Gli elementi per valutarlo sono due: la lunghezza del volo e la lunghezza della corda deputata all'assorbimento [8].

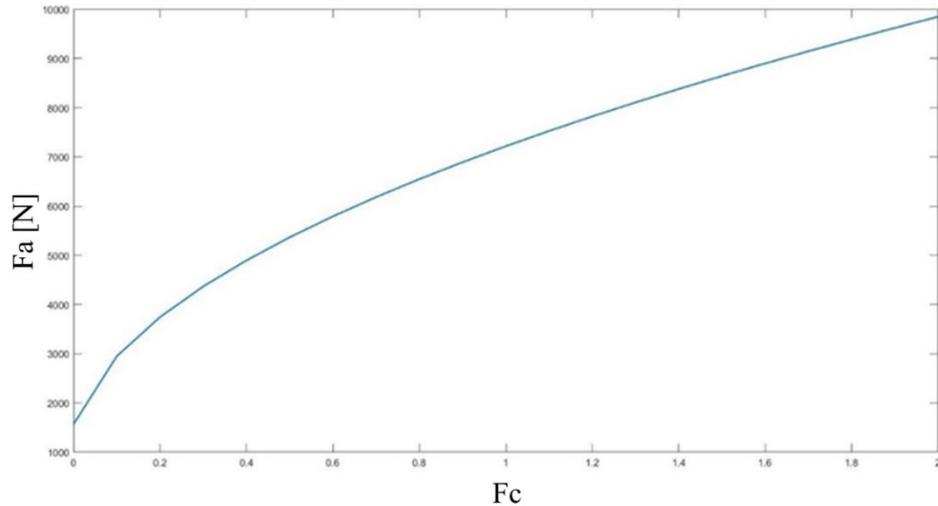


Figura 1-13 forza di arresto in funzione del fattore di caduta

Si possono fare alcuni esempi di calcolo del fattore di caduta al variare della distanza  $L1$  tra lo scalatore e punto fisso di assicurazione e la distanza  $L2$  tra lo scalatore e l'ultimo punto di sicura.

- Caso  $F_c = 1$

Si suppone che le due distanze siano come in figura 1-14:

$$L1 = 5 \text{ m}$$

$$L2 = 2,5 \text{ m}$$

Poiché, come detto, l'arrampicatore cade in caduta libera da una distanza  $L2$  sopra l'ultimo punto di sicura ad una distanza sempre pari a  $L2$  sotto lo stesso punto prima che la corda inizi a fermalo; lo scalatore cade in caduta libera per una distanza  $H$  pari a due volte  $L2$ .

$$H = 2 * L2 = 5 \text{ m}$$

Secondo la (1.13), si può calcolare il fattore di caduta come:

$$F_c = \frac{H}{L1} = 1$$

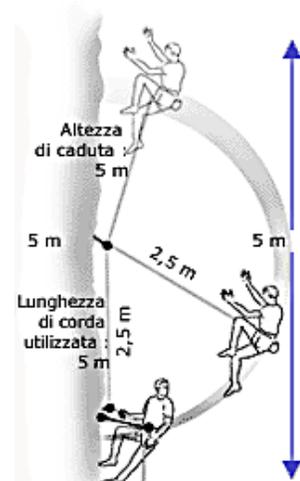


Figura 1-14 fattore di caduta pari a 1

Una caduta con fattore di caduta 1 è una delle cadute più pericolose in quanto, all'entità della forza d'arresto si aggiunge il pericolo che lo scalatore sbatta contro il suolo nel caso in cui il punto fisso di sicura sia ad una quota zero rispetto al terreno.

- Caso  $F_c = 2$

Si suppone che le due distanze siano come in *figura 1-15*:

$$L1 = 2,5 \text{ m}$$

$$L2 = 2,5 \text{ m}$$

Si calcola la distanza  $H$  pari a due volte  $L2$ .

$$H = 2 * L2 = 5 \text{ m}$$

Sempre secondo la (1.13), si può calcolare il fattore di caduta come:

$$F_c = \frac{H}{L1} = 2$$

Questo fattore di caduta 2 è il più pericoloso nell'arrampicata e l'entità della forza d'arresto è molto alta. Si può verificare solo durante una via a più tiri, quando non vi è alcun punto di sicura intermedio tra lo scalatore e il punto fisso di sicura a cui è attaccato l'assicuratore.



*Figura 1-15* fattore di caduta pari a 2

- Caso  $F_c < 1$

Si suppone che le due distanze siano:

$$L1 = 10 \text{ m}$$

$$L2 = 2,5 \text{ m}$$

Si calcola la distanza  $H$  pari a due volte  $L2$ .

$$H = 2 * L2 = 5 \text{ m}$$

Secondo la (1.13), si può calcolare il fattore di caduta come:

$$F_c = \frac{H}{L1} = 0,5$$

Un fattore di caduta minore di 1 è il più probabile durante una scalata, soprattutto su una parete dove le protezioni sono fisse e ravvicinate.

È interessante fare un paragone tra due casi diversi con fattore di caduta minore di uno mostrati in *figura 1-16*:

1. Caso 1

$$L1 = 5 \text{ m}$$

$$L2 = 1 \text{ m}$$

2. Caso 2

$$L1 = 35 \text{ m}$$

$$L2 = 5 \text{ m}$$

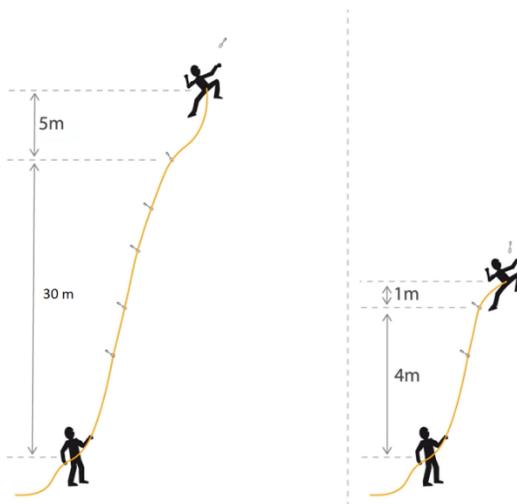
Nel caso 1 si ha una caduta libera piccola  $H = 2 * L2 = 2 \text{ m}$  piuttosto vicino al punto di sosta, quindi con poca corda tra arrampicatore e assicuratore. Si ha un fattore di caduta:

$$F_c = \frac{H}{L1} = 0.4$$

Nel caso 2, invece, si ha una caduta libera molto più lunga,  $H = 2 * L2 = 10 \text{ m}$  ma con molta più corda tra scalatore e assicuratore. Si è portati a pensare che la caduta più lunga sia più gravosa come forza d'arresto. In realtà, nel secondo caso si ha un fattore di caduta:

$$F_c = \frac{H}{L1} = 0.28$$

Ricordando che  $F_a = f(F_c)$  si scopre che il caso 2 provoca una forza d'arresto minore del caso 1 nonostante la caduta sia 5 volte più lunga.



*Figura 1-16 a sinistra il caso con  $L2=5$  e  $L1=35$  e a destra il caso con  $L2=1$  e  $L1=5$*

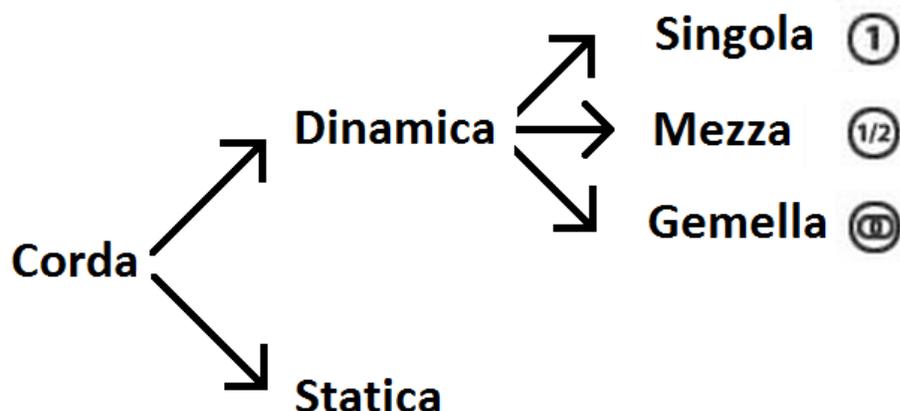
## 1.4 La corda

Come si è potuto capire, la corda, nell'arrampicata in cordata, è l'elemento principale per la sicurezza degli scalatori. Questa, infatti, deve intervenire in caso di caduta arrestandola in maniera tale da non creare danni fisici all'arrampicatore. Per questo motivo vengono utilizzate delle corde così dette dinamiche.

Le corde dinamiche devono avere un buon grado di elasticità, così da assorbire l'energia in caso di urto e dissiparla. Le principali caratteristiche di queste corde sono:

- resistenza alla rottura per un certo numero di cadute al limite delle caratteristiche per cui la corda stessa è certificata;
- deformabilità dinamica in grado di ridurre la forza d'arresto massima, che in caso di caduta si ripercuote sul corpo del caduto e sugli ancoraggi;
- notevole maneggevolezza anche nelle peggiori condizioni ambientali (ghiaccio, neve, acqua,...);
- elevata scorrevolezza nei moschettoni;
- buona annodabilità.

Nel mondo dell'arrampicata esistono diversi tipi di corda dinamica divisi in base al loro utilizzo e alla loro omologazione, come si può vedere nel seguente schema:



- Le corde singole sono le corde utilizzate per arrampicata su terreni sportivi dove i punti d'ancoraggio sono allineati e la lunghezza della via non è mai troppo elevata. Sono le corde con i diametri più importanti e vanno dai 8,5 mm di diametro ai 10,5 mm. Una corda singola, come dice il nome viene usata singolarmente ed è in grado di sopportare la forza d'arresto dovuta ad una caduta dissipandola senza rompersi. Le corde più spesse vengono utilizzate per l'arrampicata in moulinette, dove l'usura è molto alta. Quelle più fini, invece, sono utilizzate dai primi di cordata per risparmiare peso, ma possono portare a forze d'arresto più alte e risentono molto dell'usura.
- Le mezza corde sono corde di diametro più piccolo che vengono utilizzate in coppia quando i punti di sicura non sono ben allineati. Queste, infatti, hanno il vantaggio di poter essere rinviate singolarmente ad un punto di sicura facendo attenzione, però, di utilizzare entrambe le corde durante la salita. Se vi sono punti di ancoraggio a destra e a sinistra di una linea immaginaria che collega il punto di inizio della scalata e quello di fine si può usare una corda per rinviate tutti i punti di destra e l'altra per rinviate tutti i punti di sinistra, così da ridurre di molto l'attrito dovuto allo scorrimento della corda nei punti di sicura. Un altro beneficio delle mezza corde è quello di ridurre fortemente la forza di arresto in caso di volo, una caratteristica che risulta vantaggiosa anche nei confronti delle protezioni che vengono sollecitate con carichi molto inferiori a quelli subiti in caso di volo con corda singola. Per questo le mezza corde sono ideali per l'arrampicata trad dove è bene non sollecitare troppo le protezioni veloci.

- Le corde gemelle sono corde che vanno usate sempre in coppia e devono essere entrambe rinviate allo stesso punto di sicura, come se fossero una corda singola. Hanno il vantaggio di permettere discese più lunghe in caso di ritirata in corda doppia e di essere più leggere durante gli avvicinamenti perché entrambi gli scalatori possono portare una corda a testa, più leggere di una corda singola
- Negli ultimi anni si è arrivati ad avere corde che riescono ad avere le caratteristiche di tutte e tre le categorie. Sono corde molto leggere e versatili che però patiscono molto l'usura

Nello schema è rappresentata un'altra famiglia di corde, le corde statiche. Queste non vengono utilizzate per la sicura dell'arrampicatore in quanto, essendo statiche, non assorbirebbero l'energia dovuta alla caduta e creerebbero sforzi troppo alti che potrebbero creare danni allo scalatore e la loro rottura. Le corde statiche vengono utilizzate per il recupero di uno scalatore da un crepaccio, per tirare il materiale o per essere risalite, tutti casi in cui una corda elastica darebbe dei fastidi in quanto prima di iniziare a muovere la massa dovrebbe andare in tensione.

Le principali corde dinamiche sono costituite da sottili fili continui di nylon, in prevalenza poliammide 6, aventi lo spessore di circa 30  $\mu\text{m}$  (ossia 30 millesimi di millimetro, vale a dire la metà di un normale capello). Ad esempio, una corda di diametro 11 mm ne può contenere fino a 60-70 mila [9].

Questi fili di nylon, detti monofilamenti, sono intrecciati così da formare i principali componenti di una corda mostrati in *figura 1-17*:

- Stoppino: più monofilamenti attorcigliati
- Trefolo: più stoppini attorcigliati
- Anima: più trefoli attorcigliati
- Calza: più stoppini intrecciati così da formare un rivestimento
- Corda: anima più calza



Figura 1-17 composizione della corda

Sia la calza che l'anima concorrono in parallelo alla resistenza e alla dissipazione di energia della corda però hanno compiti diversi.

La camicia ha una forma tubolare ed è l'interfaccia tra la corda e l'ambiente d'utilizzo. Deve essere molto resistente all'abrasione in quanto sarà la parte a contatto con i moschettoni, i freni e i raggi ultravioletti. Nelle corde più costose, poi, la camicia è trattata in modo da renderla idrorepellente. Questo è molto importante perché nel caso in cui una corda si bagni non solo il suo peso aumenta ma le sue caratteristiche meccaniche peggiorano. Infine, la camicia ha il compito di contenere l'anima che altrimenti tenderebbe a deformarsi in maniera non corretta.

L'anima, invece, è il corpo centrale della corda formato da più trefoli intrecciati tra loro. Quando la corda viene trazionata, i trefoli si allungano e scorrono uno contro l'altro. Così facendo la corda reagisce elasticamente alla sollecitazione e dissipa energia sotto forma di calore dovuto all'attrito tra i vari trefoli.

Lo scorrimento relativo tra calza e anima è testato prima della messa sul mercato della corda e non deve superare determinati valori. Solitamente questo scorrimento non deve superare i 20mm, figura 1-18.

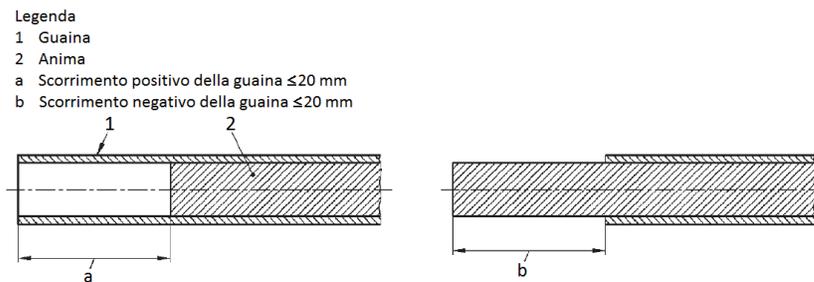


Figura 1-18 sezione della corda



## 2 Prove sperimentali

In questo capitolo ci si occuperà delle prove sperimentali i cui risultati saranno confrontati con gli output del modello creato agli elementi finiti.

### 2.1 Struttura

Le prove sono state svolte presso la Torre di Padova, un vecchio traliccio ENEL alto 16 metri riconvertito per poter essere utilizzato durante le simulazioni di caduta di gravi. Questa struttura è stata creata dal Centro Studi Materiali e Tecniche (CSMT), una sezione operativa del CAI che si occupa della sicurezza per le attività di arrampicata e alpinismo. Come detto, alla Torre vengono effettuate le simulazioni di cadute di corpi. In particolare, vengono simulate cadute trattenute da corde dinamiche al fine di registrare le forze che si generano nell'arresto.

Come si vede in *figura 2-1*, la Torre è composta da una struttura principale, quella dell'ex traliccio, dove sono collocate le scale e i vari strumenti di registrazione dei dati. Vi è poi una seconda struttura. Questa è composta da un palo verticale e una trave orizzontale che si appoggia su quest'ultimo e alla struttura principale. È proprio a questa trave che viene legato il capo fisso della corda che andrà ad arrestare la caduta del grave. La corda, però, non è legata direttamente alla trave. Infatti, viene utilizzata una cella di carico, *figura 2-1*, fissata alla struttura principale, a cui viene collegata la corda.

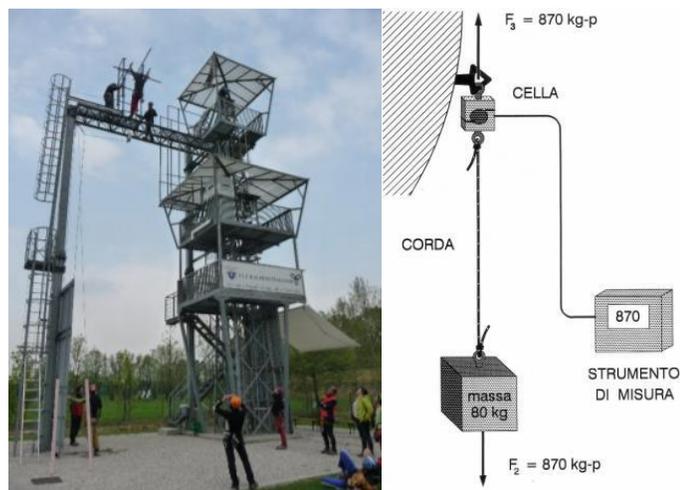


Figura 2-1 a sinistra la torre di Padova, a destra lo schema del sistema di misura

## 2.2 Corpi in caduta

Durante le misurazioni si sono registrati i dati della cella di carico per i casi di caduta e successivo arresto di due corpi diversi.

Il primo era un cilindro di acciaio. Di questo erano noti il raggio di 70 mm e la massa di 80 kg. Sapendo questi dati ci si è potuta ricavare l'altezza, utilizzando una densità di  $7.85 \cdot 10^{-6} \frac{kg}{mm^3}$ :

$$h = \frac{massa}{\pi * r^2 * \rho} \approx 660 \text{ mm}$$

Come si vede in *figura 2-2*, questo cilindro è stato legato al capo libero della corda per mezzo di un golfare presente sulla parte superiore del corpo.



*Figura 2-2 il cilindro metallico*

Il secondo grave, invece, era un manichino antropomorfo, prodotto dall'azienda RUTH LEE, anch'esso con una massa di 80 kg. Questo è stato fissato al capo libero della corda attraverso l'utilizzo di due imbraghi, come si vede in *figura 2-3*. Il primo, un classico imbrago da arrampicata composto da un ventrale e due cosciali uniti da un sistema di fettucce. Il secondo, un imbrago utilizzato sorreggere la parte superiore del manichino, composto da due fettucce che trattenevano le spalle. I due imbraghi erano poi collegati attraverso dei nodi alla corda principale.



Figura 2-3 il manichino

### 2.3 Tipi di prova

Le prove si sono distinte, oltre che per il tipo di grave in caduta, anche per il tipo di ancoraggio, ovvero per il tipo di fattore di caduta.

I fattori di caduta utilizzati sono stati:

- $fc = 1$  come si è visto, in questo caso, il corpo cade per una distanza pari alla lunghezza della corda. I gravi sono stati temporaneamente fissati sulla stessa trave a cui è fissato il capo della corda legato alla cella di carico. Da quell'altezza sono stati sganciati e hanno iniziato la loro caduta libera finché la corda non è entrata in tensione frenando la discesa. Si è avuta una caduta libera di una lunghezza pari alla lunghezza della corda utilizzata.
- $fc = 0.5$  in questo caso la lunghezza della corda è il doppio della distanza percorsa in caduta libera dal corpo. Per riuscire ad ottenere questo fattore di caduta, i corpi sono stati sganciati da un sostegno che si trovava ad una distanza pari alla metà della distanza della corda utilizzata sotto il punto di ancoraggio fisso.

Per i due fattori di caduta sono state utilizzate tre corde di diversa lunghezza. Per entrambi i casi sono state usate corde da 1m, 2m e 4m.

## 2.4 Risultati sperimentali

Per ogni combinazione di fattore di caduta e lunghezza della corda possibili sono state svolte tre prove di cui si sono salvati i dati della cella di carico.

Per ogni prova si è andati, poi, a cercare quale fosse la forza d'arresto massimo. Ovvero, quale fosse il valore massimo misurato dalla cella di carico durante una caduta. È stato utile svolgere tre prove uguali così da poter mediare i valori massimi e avere un risultato che meglio approssimi la realtà.

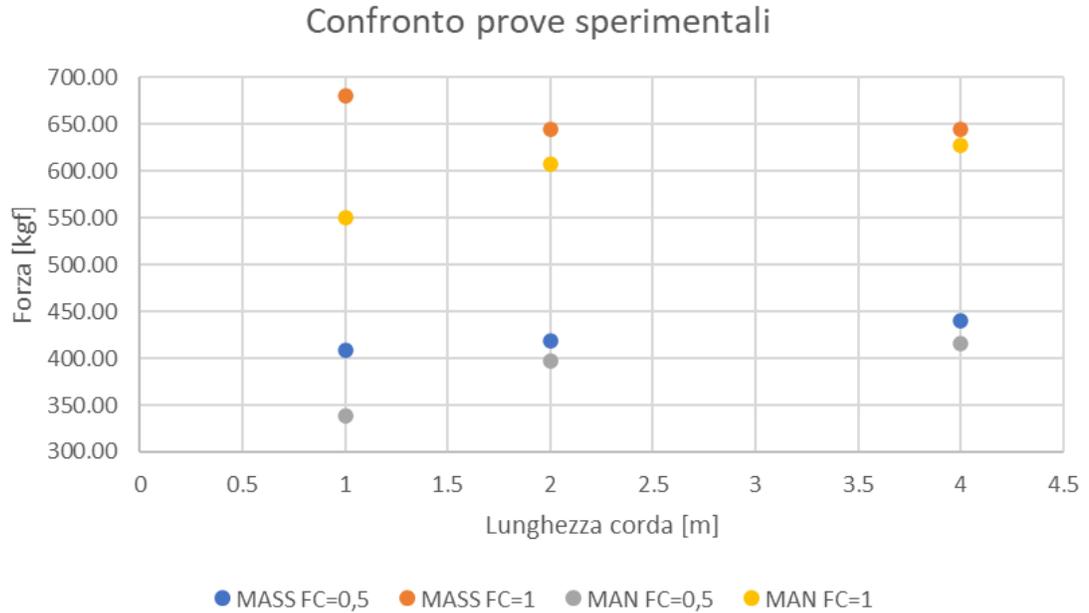
Di seguito si trova la *tabella 2-1* che riassume le forze d'arresto massime per tutte le prove svolte. In particolare, la cella di carico forniva risultati in kgf. Se si volessero i valori in Newton sarebbe sufficiente moltiplicare i risultati per l'accelerazione di gravità  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Tabella 2-1 Risultati prove sperimentali

Prove Torre confronto massa						Prove Torre confronto manichino					
Grave	fc	L spezzon e [m]	prova n.	Forza [kgf]	Media F [kgf]	Grave	fc	L spezzon e [m]	prova n.	Forza [kgf]	Media F [kgf]
MASSA	fc=0.5	1	28	405.10	408.0	MANICHINO	fc = 0.5	1	19	333.10	337.8
			29	409.70					20	335.10	
			30	409.30					21	345.30	
		2	31	425.00	419.2			2	22	388.90	396.6
			32	414.00					23	400.40	
			33	418.50					24	400.50	
		4	34		439.8			4	25	387.10	415.3
			35	439.80					26	426.40	
			36						27	432.30	
	fc=1	1	1	685.00	679.7	MANICHINO	fc=1	1	4	538.60	549.6
			2	682.60					5	551.00	
			3	671.50					6	559.10	
		2	16	642.60	643.9			2	10	604.30	607.7
			17	645.00					11	605.70	
			18	644.20					12	613.00	
4	13	644.10	644.2	4	7	628.70	627.5				
	14	642.40			8	626.20					
	15	646.10			9	627.60					

Come si può vedere dalla tabella mancano alcune misurazioni dovute sia a problemi logistici, mancanza di corda e sfilamento dei morsetti, che per errore nella memorizzazione dei dati.

Ciò nonostante, si possono riportare, in *figura 2-4*, i risultati delle forze di arresto medie per le varie prove eseguite nelle stesse condizioni:



*Figura 2-4 Forza di arresto massima delle prove sperimentali*

Si nota subito come al diminuire del fattore di caduta diminuisca anche la forza d'arresto, come spiegato in precedenza. Inoltre, si vede come il manichino registra forze leggermente inferiori rispetto alla massa metallica a parità di altre condizioni.

L'obiettivo di questo elaborato è stato proprio quello di riuscire ad ottenere risultati molto simili a questi utilizzando l'analisi FEA. Oltre a cercare di ottenere una forza di arresto massima paragonabile al caso sperimentale si è anche cercato di simulare al meglio il fenomeno dissipativo che svolge la corda. Ovvero, non ci si è soffermati solo sulla caduta e il successivo rallentamento della massa fino ad invertire la direzione del suo moto ma anche sui successivi rimbalzi del corpo fino al suo arresto definitivo.

Nella *figura 2-5* viene riportato un esempio di forza misurata durante le prove sperimentali. Nei vari casi studiati l'andamento e l'intensità del segnale variavano ma in tutti si possono trovare 5 momenti ben distinti:

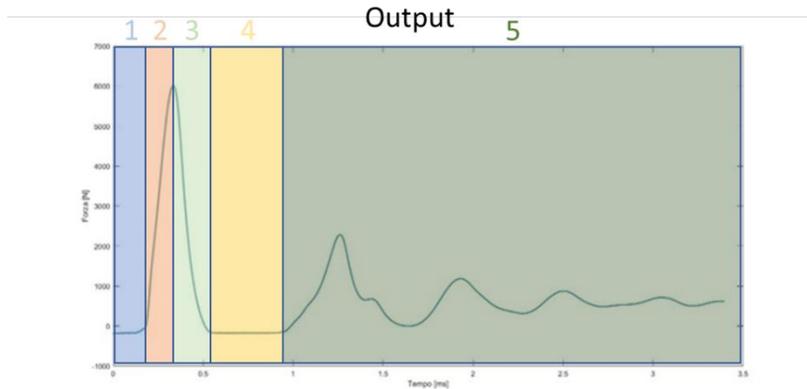


Figura 2-5 Segnale di output

1. Caduta libera del grave. L'energia potenziale si trasforma in energia cinetica.
2. La corda inizia a tendersi e a rallentare la massa fino a raggiungere il punto in cui la forza di arresto è massima. Ovvero, il momento in cui la corda assume la massima estensione e il corpo si arresta per un istante. L'energia cinetica in parte si trasforma in energia elastica e in parte viene dissipata
3. Il grave inverte il suo moto e inizia ad andare verso l'alto. Durante questo momento la deformazione della corda passa dal massimo a zero. Ciò significa che l'energia elastica della corda viene trasmessa al grave sotto forma di energia cinetica.
4. La massa continua il suo moto verso l'alto dovuto all'inerzia acquisita durante la fase 3. Una volta che tutta l'energia cinetica del grave si è trasformata in energia potenziale, il grave inverte nuovamente la direzione del suo moto e comincia di nuovo a cadere verso il basso spinto dalla forza di gravità. Durante questa fase la corda non esprime nessun tipo di forza.

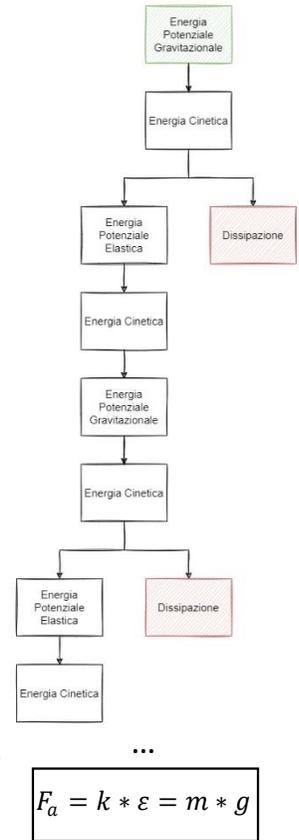


Figura 2-6 Andamento energia

5. La corda inizia nuovamente a tendersi e ad arrestare la caduta della massa e così via per i successivi rimbalzi. L'energia cinetica del grave si trasforma nuovamente parzialmente in energia potenziale elastica in parte viene dissipata. Il ciclo si ripete fino a quando tutta l'energia non viene dissipata e la forza elastica della corda non dovrà far altro che sostenere il peso della massa.

### 3 Modello FEM

In questo capitolo si introduce il modello utilizzato nello studio, il modello agli elementi finiti.

Quando si vuole studiare un fenomeno complesso dove sono presenti sollecitazioni di vario tipo, come quelle di natura statica, dinamica oppure termica, e si vuole eseguire una simulazione ingegneristica, nella maggior parte dei casi, si fa ricorso all'analisi agli elementi finiti (FEA). Questo tipo di analisi, svolta tramite un calcolatore, permette di eseguire studi sulle forze che si generano durante l'evento senza dover effettuare molte prove sperimentali, abbattendo così costi e tempi di sviluppo. L'analisi FEA è una tecnologia che sfrutta il metodo agli elementi finiti (FEM) per risolvere il problema che si è impostato, questo perché il metodo FEM permette la risoluzione in forma discreta e approssimata di un sistema di equazioni alle derivate parziali avendo un dominio finito [10]. Il concetto di fondo di questo metodo è che un sistema continuo ha un numero infinito di gradi di libertà, però, se esso viene discretizzato ottenendo un numero finito di incognite, può essere risolto con il metodo FEM ottenendo così una soluzione approssimata.

Per questo compito si è utilizzata la suite Altair, in particolare i programmi Hyperworks per la parte di modellazione, Radioss per la simulazione vera e propria e Hypergraph per la visualizzazione dei risultati.

Tutti i modelli creati si basano su simulazioni di tipo esplicito in quanto si stanno studiando eventi in cui i carichi vengono applicati molto velocemente, in maniera simile ad urti, e la velocità di deformazione degli elementi non è trascurabile come anche l'accelerazione degli elementi.

#### 3.1 Unità di misura

Per tutti i modelli che sono stati creati si è utilizzato il seguente set di unità di misura:

Tabella 3.1 Unità di misura

Lunghezza	Tempo	Massa	Forza	E	Velocità	Densità	g
<i>mm</i>	<i>ms</i>	<i>kg</i>	<i>mN</i>	<i>GPa</i>	<i>mm/ms</i>	<i>kg/mm<sup>3</sup></i>	0,00981 <i>mm/ms<sup>2</sup></i>



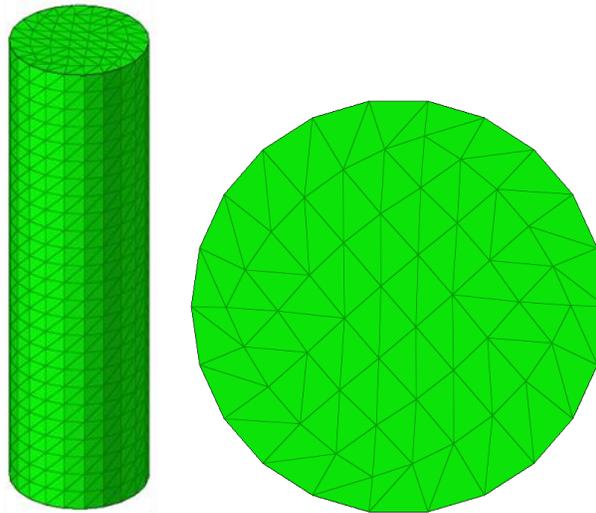
## 4 Modello del cilindro

### 4.1 Creazione del componente cilindro

Per il modello del cilindro si è partiti da un modello vuoto. Si è iniziato, quindi, creando la geometria vera e propria del cilindro seguendo le informazioni che sono state ricavate dai dati sperimentali:

- $r = 70 \text{ mm}$
- $\rho = 7.85 \cdot 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$
- $h = 660 \text{ mm}$
- $m = 80 \text{ kg}$

Si è tracciato il cerchio di base che è stato diviso in 30 elementi 2D di tipo Tria. Questi elementi sono stati estrusi così da andare a creare lo stesso numero di elementi 3D di tipo Tetra con un'altezza di 10 mm. A loro volta gli elementi Tetra sono stati ripetuti 66 volte uno sopra l'altro così da creare un cilindro di altezza  $h$  formato da un numero finito di elementi,  $66 \times 30 = 1980$  elementi 3D ai quali si sono attribuite le giuste caratteristiche e condizioni al contorno. Il modello è rappresentato in *figura 4-1*.



*Figura 4-1 il modello del cilindro in vista isometrica a sinistra e in pianta a destra*

Si nota subito che il numero di elementi che compongono il cilindro è piuttosto importante. Maggiore è il numero di elementi che con cui viene discretizzato un componente e maggiore è l'accuratezza del risultato, a costo di aumentare le risorse impiegate nel calcolo.

Poiché la deformazione del cilindro non è oggetto di questo studio, si è pensato un modo per minimizzare il numero di elementi che andranno a comporre l'oggetto.

Se si cerca di portare al minimo il numero di elementi che compongono la base della massa, mantenendo comunque un nodo al centro utilizzato per collegare la corda al cilindro, si ottiene un quadrato formato da 4 elementi, i quali sono stati estrusi per un'altezza di 300mm e poi ripetuti. In questo caso gli elementi 3D, così ottenuti, non sono più di tipo Tetra ma di tipo Brick.

Dall'unione di 8 elementi Brick si ottiene così il parallelepipedo a base quadrata, rappresentato in *figura 4-2*, le cui dimensioni sono le seguenti:

- $l = 130 \text{ mm}$
- $h = 600 \text{ mm}$
- $m = 80 \text{ kg}$

Con questa geometria si ha la stessa massa del cilindro di partenza e all'incirca gli stessi momenti di inerzia. Così facendo, però, il tempo impiegato per i calcoli delle varie simulazioni diminuisce diventando 1/6 di quello impiegato con il primo modello.

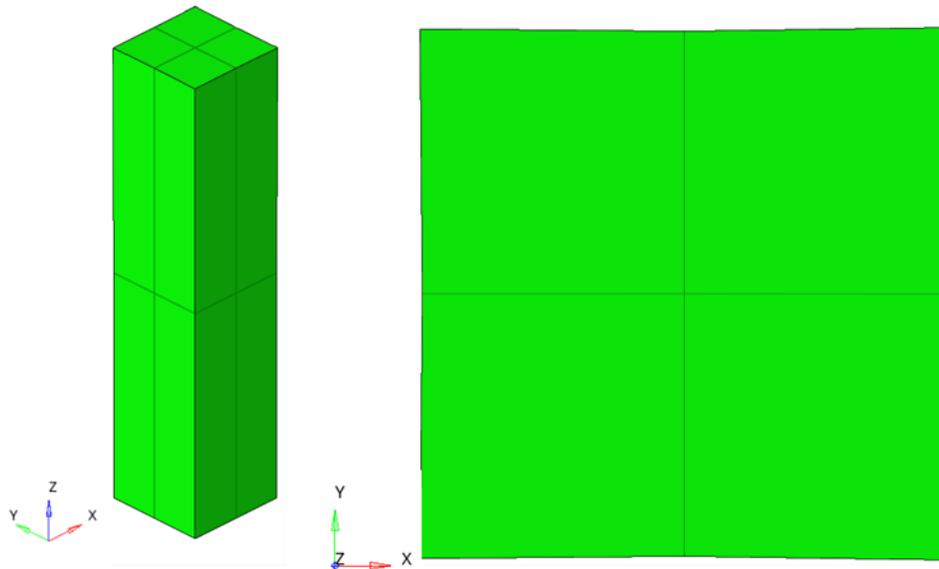


Figura 4-2 il modello del cilindro semplificato visto in isometria a sinistra e in pianta a destra

A questo punto, si è potuta attribuire la proprietà e il materiale agli elementi.

Si è usata la proprietà “P14\_SOLID” presente in Radioss. Questa viene usata per simulare elementi solidi, ovvero elementi in cui le tre dimensioni nello spazio hanno uguale importanza.

Per il materiale si è identificato un materiale “M1\_ELAST”, un materiale con caratteristiche elastiche lineari avente le seguenti caratteristiche:

- $\rho = 7,85 \times 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$
- $E = 210 \text{ GPa}$
- $\nu = 0,3$

Una volta settati questi parametri si può passare alla definizione dei vincoli e delle accelerazioni che vengono applicate al cilindro. Si è, quindi, applicata un'accelerazione di gravità pari a  $g = 0,00981 \text{ mm/ms}^2$  in direzione -z a tutti i nodi del componente, così da simulare un corpo in caduta libera.

Sarà poi l'interazione con la corda a far sì che la massa venga arrestata.

## 4.2 Accelerometro

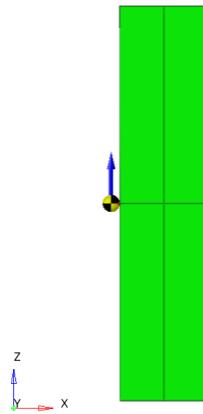
Poiché in Radioss non esistono metodi adatti per estrarre direttamente la forza, applicabili a questi modelli, si è dovuti ricorrere ad un altro metodo per riuscire a visualizzare i risultati.

Si è, infatti, inserito un accelerometro, collegato attraverso elementi rigidi ad un nodo del cilindro. Ricordando il diagramma di corpo libero in *figura 1-12* si ricava facilmente la forza attraverso l'equazione di equilibrio:

$$F = m * a + m * g$$

Sapendo che  $m = 80 \text{ kg}$  e  $a$  è l'output della simulazione espresso in  $\text{mm}/\text{ms}^2$ .

In particolare, l'accelerometro è stato posizionato nel modello come in *figura 4-3*:



*Figura 4-3 posizione dell'accelerometro*

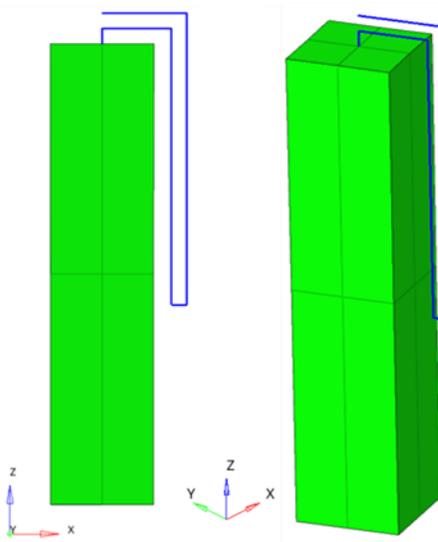
I risultati dell'accelerometro sono poi stati elaborati attraverso una funzione di filtro, il cui script si trova in appendice, per pulire il segnale dai possibili rumori.

### 4.3 Modello della corda

La geometria della corda è stata creata innanzitutto tracciando una linea che rappresentasse al meglio la posizione della corda nelle condizioni di inizio della prova. Questa linea parte dal nodo centrale della parte superiore del parallelepipedo e arriva al punto di ancoraggio fisso del sistema, come si vede in *figura 4-4*.

Una volta tracciata la linea si è creata la mesh, ovvero si sono creati gli elementi che andranno a discretizzare la corda con il metodo degli elementi finiti. Questi elementi hanno ognuno una lunghezza di 10mm, quindi, uno spezzone di corda lungo un metro viene modellato con 100 elementi uno in serie all'altro.

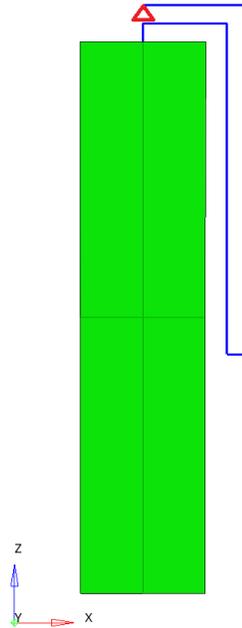
Per la corda non sono stati usati elementi 3D ma elementi 1D. Ovvero elementi in cui una dimensione è di gran lunga più importante rispetto alle altre due. Per la corda, infatti, la lunghezza è di molto maggiore rispetto alle dimensioni della sezione.



*Figura 4-4 4 Posizione della corda rispetto al cilindro*

La massa e la corda sono collegate in quanto condividono lo stesso nodo. Ovvero, il nodo al centro della superficie superiore della massa è anche il primo nodo della corda.

Come si vede in *figura 4-5*, l'altro capo della corda è stato bloccato impedendogli ogni tipo di traslazione nello spazio, ma lasciandolo libero di ruotare, ai fini da creare un punto di ancoraggio fisso di tutto il sistema simile a quelli reali.



*Figura 4-5 condizioni al contorno*

Ovviamente, anche a tutti i nodi della corda è stata applicata l'accelerazione di gravità lungo z così da simulare al meglio l'evento.

Per quanto riguarda le proprietà e i materiali assegnati agli elementi della corda si è proceduto effettuando diversi tentativi andando ad aggiungere caratteristiche di comportamento via via più complesse.

#### 4.4 Modello della corda lineare elastica

Durante le prime simulazioni si è proceduto modellando la corda come costituita da un materiale elastico lineare. Per fare ciò si è utilizzata la proprietà “P3\_Beam” settando una sezione circolare di 9,8mm e il materiale “M1\_Elastic” impostando i seguenti valori:

$$E = 0,35 \text{ GPa}$$

$$\rho = 8,35 * 10^{-4} \text{ kg/mm}^3$$

$$\gamma = 0,3$$

I valori non sono stati presi arbitrariamente ma a partire dai dati reali della corda:

- Diametro:  $d = 9,8 \text{ mm}$
- Peso al metro:  $63 \text{ g/m}$
- Forza d'arresto:  $F = 8600 \text{ N}$
- Estensione:  $\varepsilon = 33,1 \%$

Da questi dati si ricava l'area della corda:

$$A = \pi * \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 75,43 \text{ mm}^2$$

Si può calcolare la  $\sigma$  come:

$$\sigma = \frac{F}{A} = 114 \text{ MPa}$$

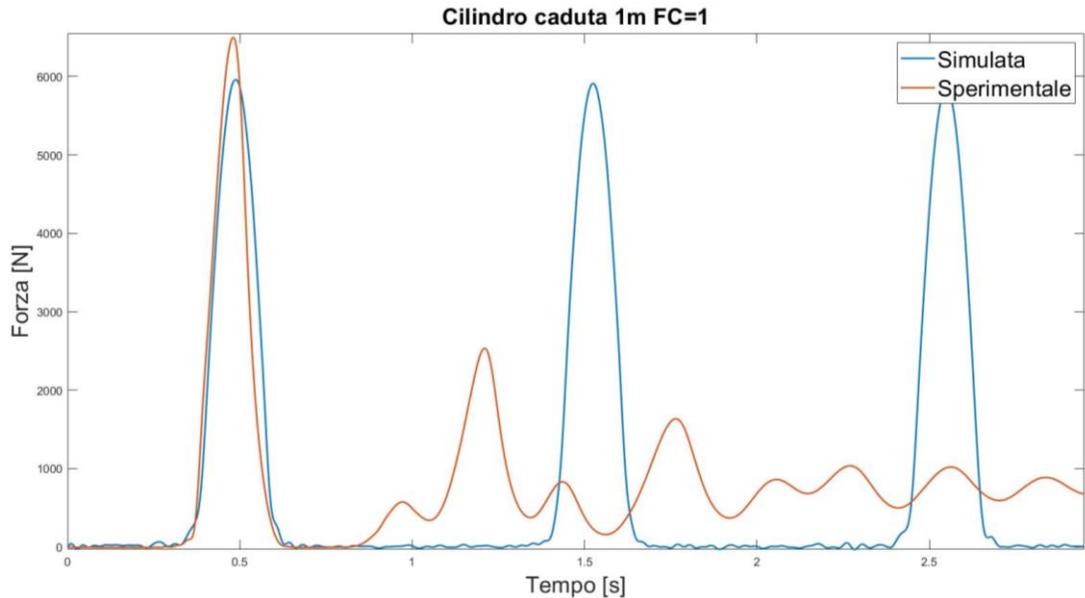
Sapendo la deformazione si ricava il modulo elastico

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = 0,34 \text{ GPa}$$

Per quanto riguarda la densità si sa che un metro di corda pesa  $0,063 \text{ kg}$  il cui volume è  $V = A * 1000 = 75,43 \text{ mm}^3$ . Quindi si può ricavare la densità  $\rho = \frac{0,063}{V} = 8,35 * 10^{-4} \text{ kg/mm}^3$ .

Quindi, la corda è stata modellata andando a creare 100 elementi “Beam” in serie, con le caratteristiche elencate in precedenza.

In *figura 4-6* vengono riportati i risultati per una simulazione di caduta da 1 metro con fattore di caduta pare a 1.



*Figura 4-6 Confronto tra risultati sperimentali e simulati per la caduta del cilindro da 1m e fattore di caduta 1 con il modello della corda lineare elastica*

Il primo picco è simile alla forza sperimentale, anche se con qualche differenza. Si ottiene una differenza di  $538\text{ N}$  fra le due forze di arresto massimo. Ovvero il picco della forza simulata è il 92% del picco della forza sperimentale.

Per quanto riguarda i picchi successivi, invece, non c'è più alcuna corrispondenza. In effetti, si è calcolato la media del modulo della differenza tra le due curve per ogni istante che è pari a  $960\text{ N}$ . Poiché il modello non prevede una dissipazione di energia ci si attendeva uno scostamento di questo genere tra i risultati numerici e quelli sperimentali.

In questo caso tutta l'energia cinetica della massa viene trasformata in energia potenziale della corda che, a sua volta, viene tutta ritrasformata in energia cinetica del grave e così via potenzialmente all'infinito.

Si è dunque passati ad un modello della corda che prevedesse uno smorzamento lineare.

#### 4.5 Modello con forza elastica e forza viscosa lineari

Per riuscire ad inserire uno smorzamento negli elementi della corda è stato necessario cambiare la proprietà e il materiale della corda.

Come proprietà si è passati dal creare elementi di tipo “beam” a creare elementi di tipo “spring”. Questo cambia totalmente il modello della corda in quanto, grazie agli elementi spring, è possibile implementare un comportamento visco-elastico. Questo è possibile definendo le costanti per le seguenti funzioni della deformazione  $\varepsilon$  e della velocità di deformazione  $\dot{\varepsilon}$  :

$$1. \quad F = f\left(\frac{\varepsilon}{A_{scale}}\right) * \left[ A + B * \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{D}\right) + E * g\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{F}\right) \right] + C * \dot{\varepsilon} + H * h\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{F}\right) \quad (4.1)$$

$$2. \quad F = K * \varepsilon + C * \dot{\varepsilon} \quad (4.2)$$

Poiché si sta ipotizzando di modellare la forza come lineare si è utilizzata la funzione (4.2), identificando, attraverso il metodo del Try and error, le costanti  $K$  e  $C$  . Si è iniziato dal caso di caduta della massa metallica con lunghezza della corda 1m e  $FC=1$  così da poter confrontare i risultati con quelli del modello precedente.

Si sono identificati:

$$K = 2 \text{ kg} * \text{mm}/\text{ms}^2$$

$$C = 20 \text{ kg} * \text{mm}/\text{ms}$$

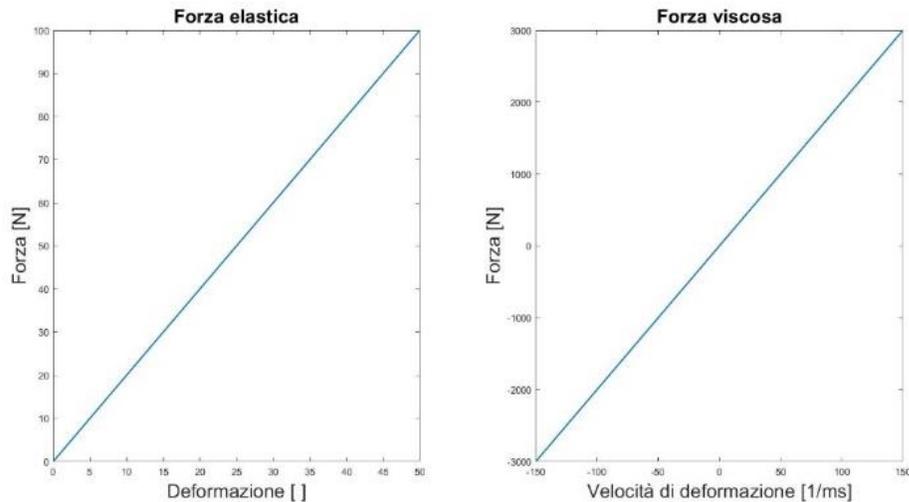


Figura 4-7 Forza in funzione della velocità di deformazione

Per il materiale, invece, si è andati a definire un materiale “void”, ovvero un materiale di cui non viene definito nessun tipo di caratteristica. Questo è stato fatto perché tutte le caratteristiche della corda vengono definite direttamente grazie ai parametri identificati nella proprietà.

Il cilindro, ovviamente, è stato modellato come nel caso precedente in quanto non vi era la necessità di cambiare nulla.

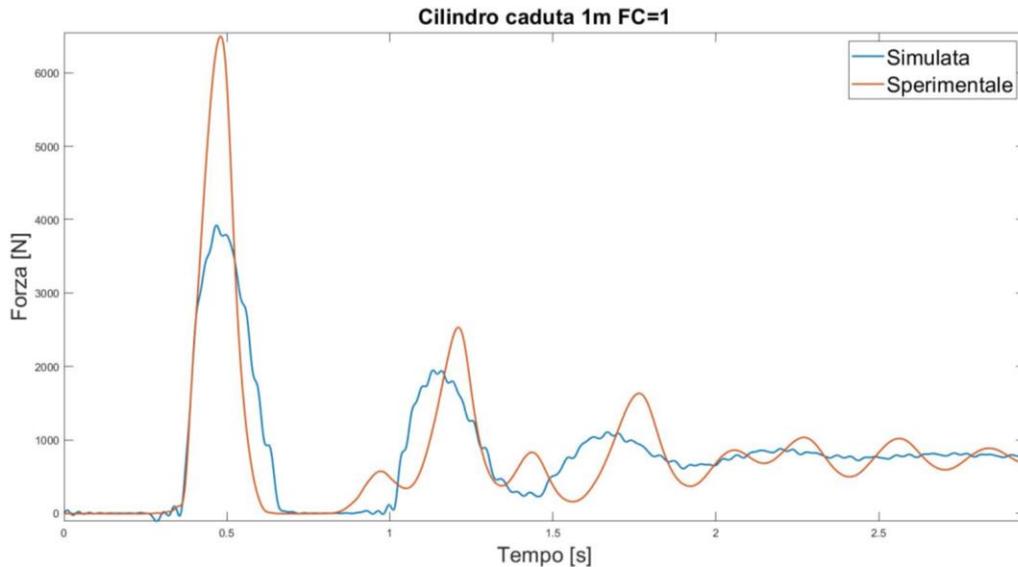


Figura 4-8 Confronto tra risultati sperimentali e simulati per la caduta del cilindro da 1m e fattore di caduta 1 con il modello della corda lineare elastica e smorzamento lineare

Come si vede nella *figura 4-8*, la curva simulata inizia ad avere un andamento simile a quella sperimentale per quanto riguarda i rimbalzi successivi al primo. Questo era auspicabile poiché, oltre alla sola forza elastica, ora viene simulata anche una forza di smorzamento. Lo smorzatore fa sì che l’energia cinetica della massa non si trasformi interamente in energia elastica della corda, ma che venga in parte dissipata. Così facendo, durante il secondo rimbalzo l’energia in gioco sarà minore rispetto al primo, e di conseguenza lo saranno anche le forze.

Ciò nonostante, la forma della curva della forza simulata si discosta ancora da quella sperimentale. Si ottiene una differenza di 2572 N fra le due forze di arresto massime. La forza simulata è il 60% della forza sperimentale. Per quanto riguarda la media del modulo della differenza tra le due curve, invece, si è passati dai 960 N, del modello precedente, a 310 N. Si è quindi ottenuto un modello con un errore maggiore sulla forza di arresto massima, che però nel complesso avvicina l’andamento delle due curve. Questo significa che un modello lineare non descrive del tutto l’evento di studio ma può essere una base di partenza.

#### 4.6 Modello elastico di Odgen e doppia viscosità

Per riuscire ad ottenere dei risultati che rispecchiassero meglio quelli ottenuti nelle prove sperimentali si è passati da un modello di forza lineare ad un modello che descrivesse un materiale iperelastico. Si definisce materiale iperelastico un materiale il cui comportamento meccanico può essere definito per mezzo di un potenziale elastico. Questo tipo di modelli risulta particolarmente adeguato a descrivere il comportamento di alcune classi di materiali, tra cui gli elastomeri [11]. In sostanza, si utilizza un modello iperelastico per tutti quei materiali la cui legge dello stress in funzione dell'allungamento  $\lambda$  non segue una legge lineare.

Per questi modelli è preferibile utilizzare l'allungamento  $\lambda$  piuttosto che la deformazione  $\varepsilon$ , dove:

$$\lambda = \frac{l_0 + \Delta l}{l_0} = 1 + e \quad (4.3)$$

Dove  $e$  è la deformazione ingegneristica

Nel caso in esame si è utilizzato il modello iperelastico di Odgen. Questo è un modello storico molto utilizzato per esprimere i comportamenti degli elastomeri, ai quali si può ben associare una corda dinamica. Il modello esprime il potenziale elastico  $W$  come segue:

$$W = \sum_{i=1}^N \frac{2 * \mu_i}{\alpha_i^2} * (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) \quad (4.4)$$

Dove:

- $W$  è il potenziale elastico
- $\mu$  e  $\alpha$  sono costanti del materiale
- $\lambda$  sono gli allungamenti lungo le direzioni principali
- $N$  è il grado del modello

Nel caso in esame si è considerato il modello di grado  $N=1$  per semplicità e per diminuire il numero di parametri da identificare:

$$W = \frac{\mu}{\alpha} * (\lambda_1^\alpha + \lambda_2^\alpha + \lambda_3^\alpha - 3) \quad (4.5)$$

e di materiale incomprimibile:

$$\lambda_3 = \frac{1}{\lambda_1 * \lambda_2} \quad (4.6)$$

Quindi sostituendo la (4.5) nella (4.4) si ottiene:

$$W = \frac{\mu}{\alpha} * (\lambda_1^\alpha + \lambda_2^\alpha + \lambda_1^{-\alpha} * \lambda_2^{-\alpha} - 3) \quad (4.7)$$

Inoltre, si può aggiungere la semplificazione di deformazione uniassiale, in quanto la corda si deforma principalmente solo lungo la sua lunghezza e in maniera trascurabile nelle altre direzioni.

Si può definire:

$$\lambda_1 = \lambda_u \quad (4.8)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{\sqrt{\lambda_u}} \quad (4.9)$$

Sapendo che la tensione principale in questo caso si calcola come:

$$\sigma_u = \lambda_1 * \frac{\partial W}{\partial \lambda_1} - \lambda_2 * \frac{\partial W}{\partial \lambda_2} \quad (4.10)$$

Ovvero, applicando la (4.10) alla (4.7) si ottiene:

$$\sigma_u = \mu * (\lambda_1^\alpha - \lambda_2^\alpha) \quad (4.11)$$

E sostituendo la semplificazione di deformazione uniassiale (4.8) e (4.9) nella (4.11) si ottiene la seguente formula per la tensione principale:

$$\sigma_u = \mu * \left( \lambda_u^\alpha - \frac{1}{\lambda_u^{\frac{\alpha}{2}}} \right) \quad (4.12)$$

Sapendo l'equazione della tensione si può ricavare la forza elastica espressa con il modello di Ogden come:

$$F_{odgen} = \sigma_u * A = \mu * A * \left( \lambda_u^\alpha - \frac{1}{\lambda_u^{\frac{\alpha}{2}}} \right) = \mu * \left( \lambda_u^\alpha - \frac{1}{\lambda_u^{\frac{\alpha}{2}}} \right) \quad (4.13)$$

Dove  $\mu$  è espressa in Newton.

Per capire meglio la differenza tra il modello di Hooke, lineare elastico, e il modello di Odgen si è confrontato il grafico Forza-Deformazione per i due modelli, come si può vedere nella *figura 4-9*:

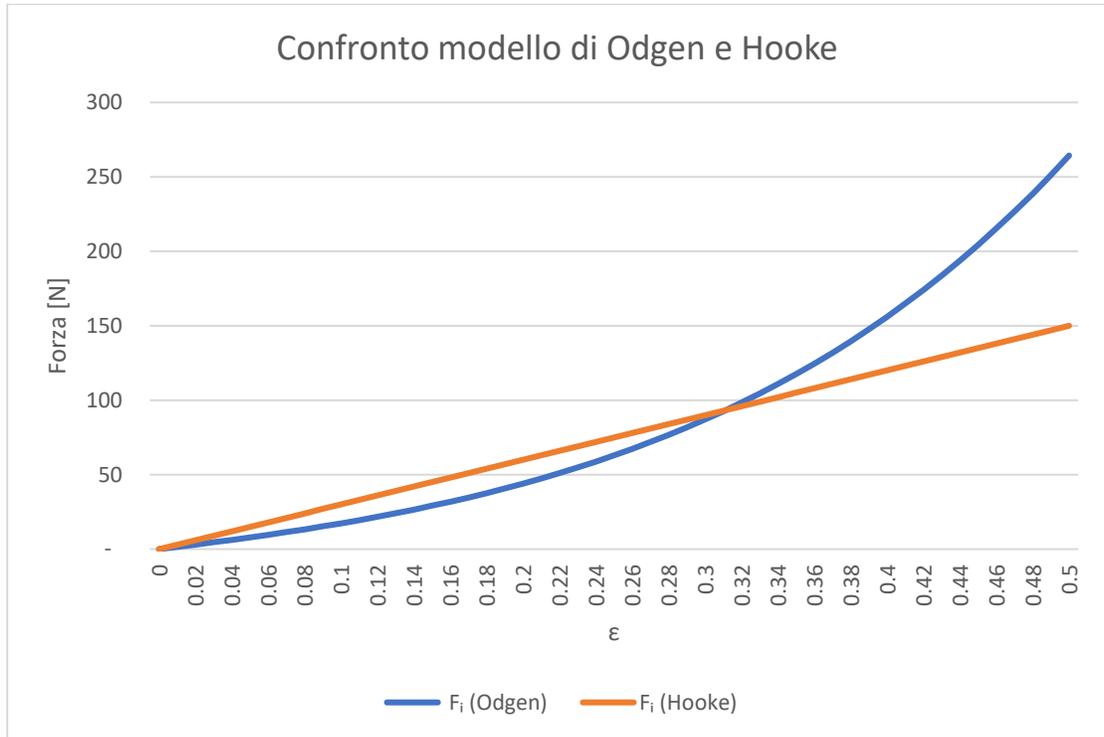


Figura 4-9 Confronto tra il modello di Odgen e il modello di Hooke

Per ottenere questi grafici si sono utilizzate le seguenti costanti:

- $\alpha = 7,45$
- $\mu = 1300 \text{ N}$
- $k = 30 \text{ N/mm}$
- $l_0 = 10 \text{ mm}$

Si nota che ad una prima parte di risposta inferiore del modello di Odgen si sussegue una risposta che fa aumentare esponenzialmente la forza elastica all'aumentare della deformazione. Questo comportamento dovrebbe permettere di ottenere un primo picco della forza decisamente più alto rispetto ai rimbalzi successivi.

Per quanto riguarda la forza di smorzamento espressa dalla corda, invece, si è pensato di utilizzare un modello che presentasse due diversi costanti di smorzamento in funzione del segno della velocità di deformazione.

Il modello può essere descritto brevemente come segue:

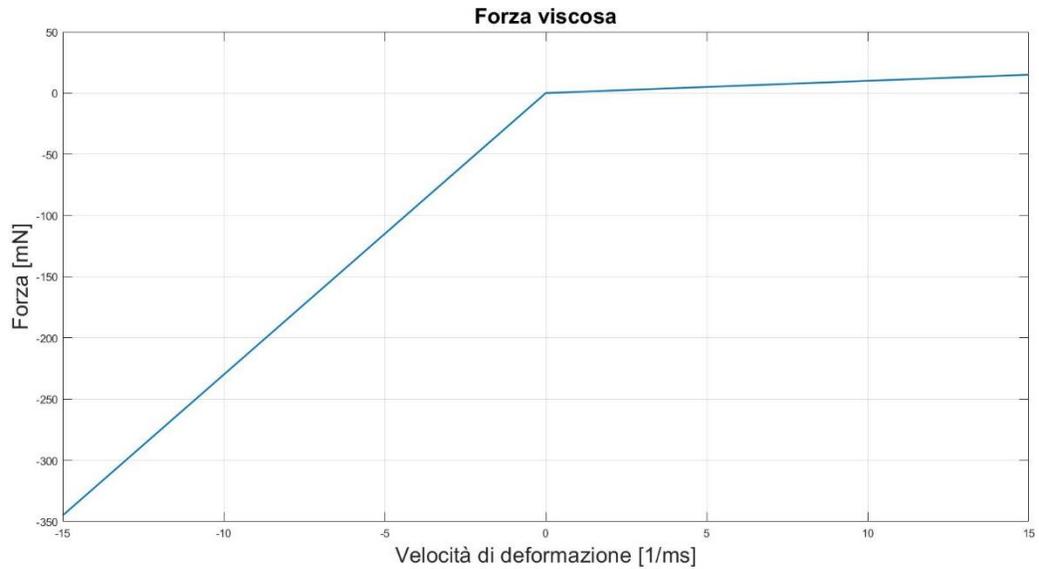
$$F_V = C_1 * \dot{\epsilon} \text{ se } \dot{\epsilon} < 0 \quad (4.13)$$

$$F_V = C_2 * \dot{\epsilon} \text{ se } \dot{\epsilon} > 0 \quad (4.14)$$

Imponendo due valori arbitrariamente:

- $C_1 = 1 \text{ kg} * \text{mm}/\text{ms}$
- $C_2 = 23 \text{ kg} * \text{mm}/\text{ms}$

In *figura 4-10* si vede il grafico della forza viscosa in funzione della velocità di deformazione:



*Figura 4-10 Forza viscosa*

Questo modello di materiale con comportamento elastico che segue il modello di Odgen e comportamento viscoso che segue il modello con due costanti viscosi si può facilmente implementare su Radioss grazie alla formula (4.1) vista in precedenza.

Imponendo:

$A_{scale}$	A	B	C	D	E	F
1	1	0	0	0	1	1

E

$$f\left(\frac{\varepsilon}{A_{scale}}\right) = \mu * \left( (\varepsilon + 1)^\alpha - \frac{1}{(\varepsilon + 1)^{\frac{\alpha}{2}}} \right)$$

$$h\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{F}\right) = C_1 * \dot{\varepsilon} \text{ se } \dot{\varepsilon} < 0$$

$$h\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{F}\right) = C_2 * \dot{\varepsilon} \text{ se } \dot{\varepsilon} > 0$$

Ottenendo la formula per la forza:

$$F = \mu * \left( (\varepsilon + 1)^\alpha - \frac{1}{(\varepsilon + 1)^{\frac{\alpha}{2}}} \right) + C_1 * \dot{\varepsilon} \text{ se } \dot{\varepsilon} < 0$$

$$F = \mu * \left( (\varepsilon + 1)^\alpha - \frac{1}{(\varepsilon + 1)^{\frac{\alpha}{2}}} \right) + C_2 * \dot{\varepsilon} \text{ se } \dot{\varepsilon} > 0$$

#### 4.7 Risultati modello con massa metallica corda da 1 metro e FC=1

Per ogni caso studiato è stato necessario definire le diverse costanti attraverso il metodo del “Try and error” per raggiungere la migliore corrispondenza tra la curva sperimentale e quella simulata. Poiché non servono molti tentativi per arrivare a convergenza visto lo scopo dello studio, questo metodo è risultato più veloce rispetto all'impostazione di una ottimizzazione dei parametri.

Nel caso della caduta della massa metallica con lunghezza della corda di 1 metro e fattore di caduta pari a 1 si sono definite le seguenti costanti:

- $\mu = 1,3 \frac{kg*mm}{ms^2}$
- $l_0 = 10 \text{ mm}$
- $\alpha = 7,46$
- $C_1 = 23 \frac{kg*mm}{ms}$
- $C_2 = 1 \frac{kg*mm}{ms}$

Si è impostato  $l_0 = 10mm$  poiché ad ogni elemento di lunghezza pari a  $10mm$ , che compone la corda, viene applicato il modello.

Con queste costanti si ottengono i seguenti grafici dell'andamento della forza elastica e della forza viscosa:

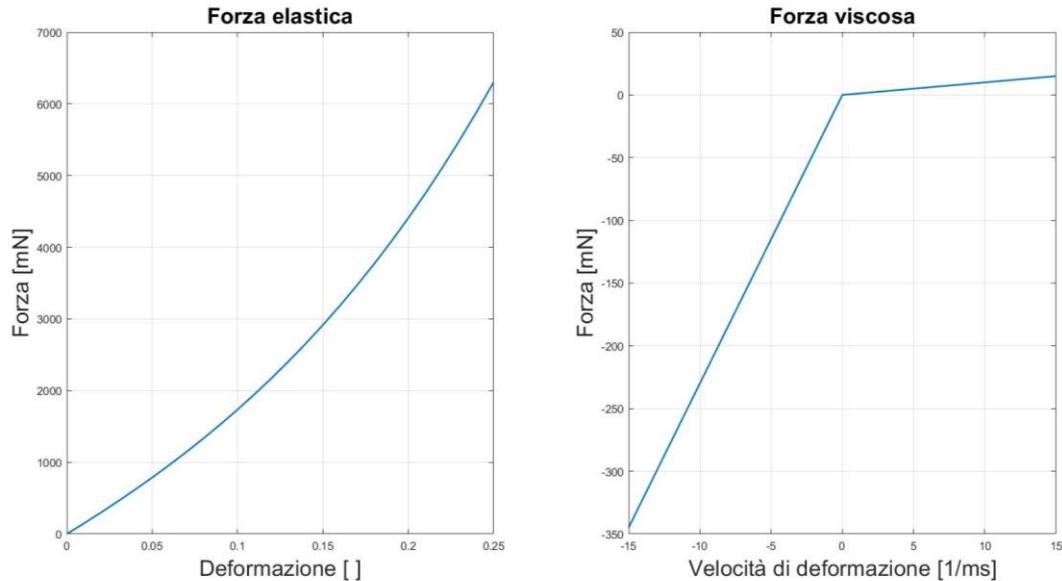
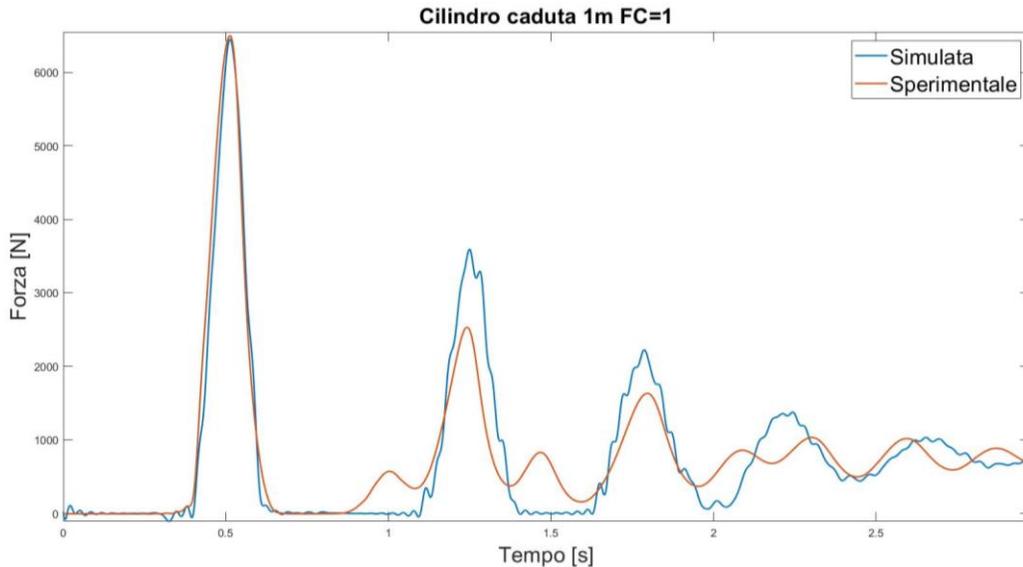


Figura 4-11 a sinistra l'andamento della forza elastica e a destra l'andamento della forza viscosa

Il grafico di confronto tra forza sperimentale e forza simulata che si ottiene utilizzando le soluzioni viste in precedenza è rappresentato in *figura 4-12*:



*Figura 4-12 Confronto tra risultati sperimentali e simulati per la caduta del cilindro da 1m e fattore di caduta 1 con il modello di Odgen e doppia viscosità*

Si nota come il primo rimbalzo venga simulato fedelmente e le seguenti oscillazioni sono rispettate in quanto a periodo ma con un'ampiezza leggermente maggiore. Si può affermare che questo tipo di modello simulato sia piuttosto coerente con quello reale poiché si ha un primo picco di intensità maggiore e i seguenti picchi che vengono smorzati nel tempo corretto.

In quanto ad intensità, la forza di arresto massima simulata è pari al 97% della forza d'arresto massima registrata sperimentalmente. Il picco della forza calcolata, infatti, è inferiore per 216 N. Per quanto riguarda la media del modulo della differenza tra le due curve, si è ottenuto un valore di 269 N, inferiore ai 310 N del modello precedente. Quindi, si è migliorata sia la simulazione del valore massimo della forza d'arresto sia la simulazione dell'andamento della curva.

Lo stesso modello è, quindi, stato applicato anche per tutti gli altri casi misurati sperimentalmente andando a cambiare opportunamente le costanti.

#### 4.8 Risultati modello con massa metallica corda da 2 metri e FC=1

Anche per il caso della caduta della massa metallica con lunghezza della corda di 2 metri e fattore di caduta pari a 1 è stato necessario definire le diverse costanti attraverso diversi tentativi raggiungendo la migliore corrispondenza tra la curva sperimentale e quella simulata.

In questo caso si sono definite le seguenti costanti:

- $\mu = 1,3 \frac{kg*mm}{ms^2}$
- $l_0 = 10 \text{ mm}$
- $\alpha = 7,46$
- $C_1 = 41 \frac{kg*mm}{ms}$
- $C_2 = 2 \frac{kg*mm}{ms}$

Per quanto riguarda la parte elastica non è cambiato nulla perché, come detto in precedenza, è come se il modello di Odgen venisse applicato ad ogni singolo elemento che compone la corda la cui lunghezza è costante in tutti i modelli.

Con queste costanti si ottengono i seguenti grafici della forza elastica e della forza viscosa:

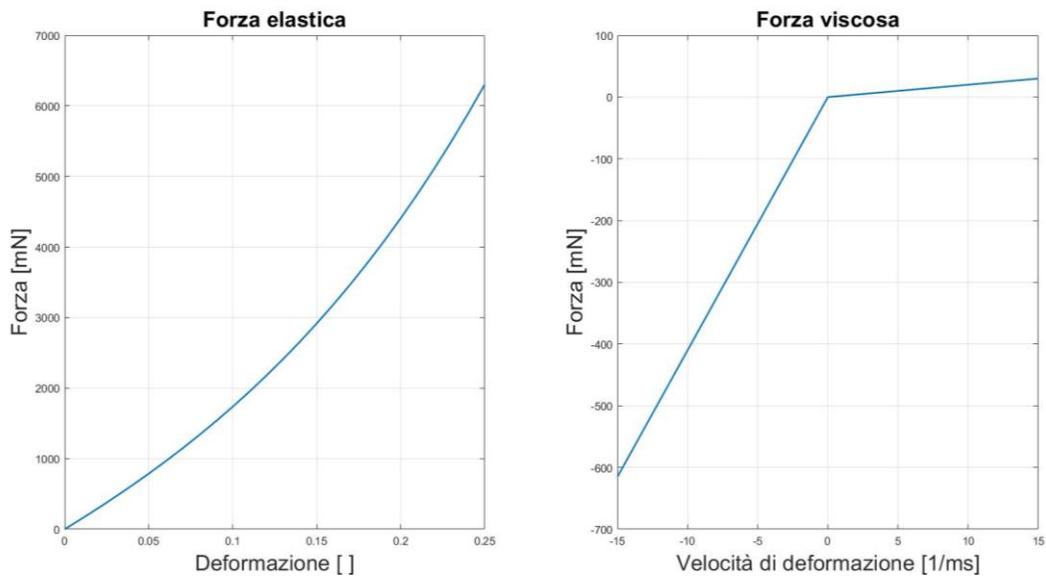
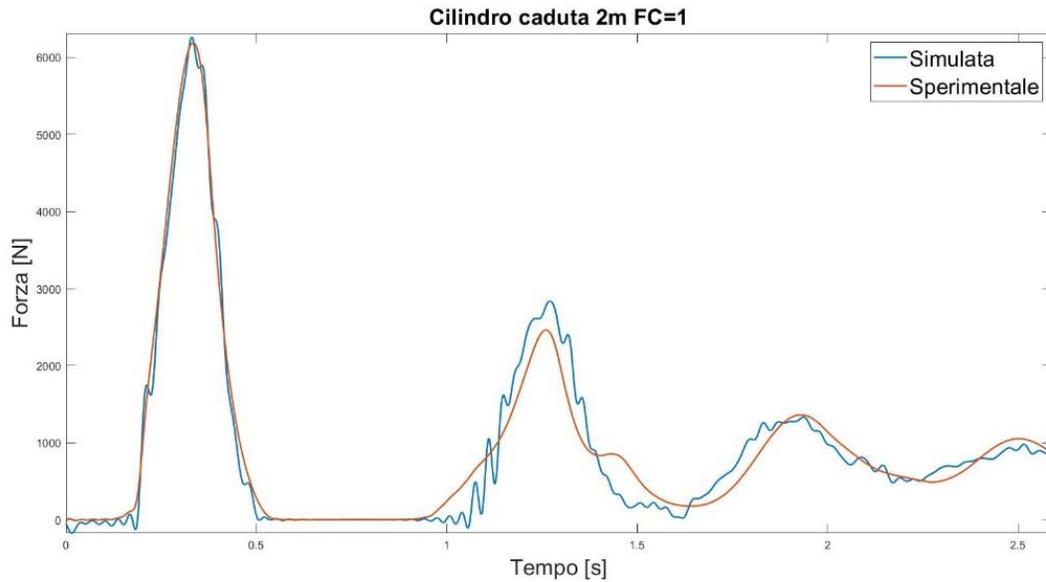


Figura 4-13 a sinistra l'andamento della forza elastica e a destra l'andamento della forza viscosa

Il confronto tra forza sperimentale e forza simulata che si ottiene utilizzando le soluzioni viste in precedenza è rappresentato in *figura 4-14*:



*Figura 4-14 Confronto tra risultati sperimentali e simulati per la caduta del cilindro da 2m e fattore di caduta 1 con il modello di Odgen e doppia viscosità*

Anche in questo caso rimangono valide le considerazioni fatte prima. Si nota come il primo rimbalzo venga simulato fedelmente e le seguenti oscillazioni sono rispettate in quanto a periodo ma con un'ampiezza leggermente maggiore.

L'intensità della forza di arresto massima simulata è pari al 99% della forza d'arresto massima registrata sperimentalmente. Il picco della forza calcolata, infatti, è inferiore per 54 N. La media del modulo della differenza tra le due curve, invece, è pari a 161 N.

#### 4.9 Risultati modello con massa metallica corda da 4 metri e FC=1

Infine, anche per il caso della caduta della massa metallica con lunghezza della corda di 4 metri e fattore di caduta pari a 1 è stato necessario definire le diverse costanti attraverso diversi tentativi raggiungendo la migliore corrispondenza tra la curva sperimentale e quella simulata.

In questo caso si sono definite le seguenti costanti:

- $\mu = 1,3 \frac{kg*mm}{ms^2}$
- $l_0 = 10 \text{ mm}$
- $\alpha = 7,46$
- $C_1 = 46 \frac{kg*mm}{ms}$
- $C_2 = 4 \frac{kg*mm}{ms}$

Anche qui per quanto riguarda la parte elastica non è cambiato nulla.

Con queste costanti si ottengono i seguenti grafici della forza elastica e della forza viscosa:

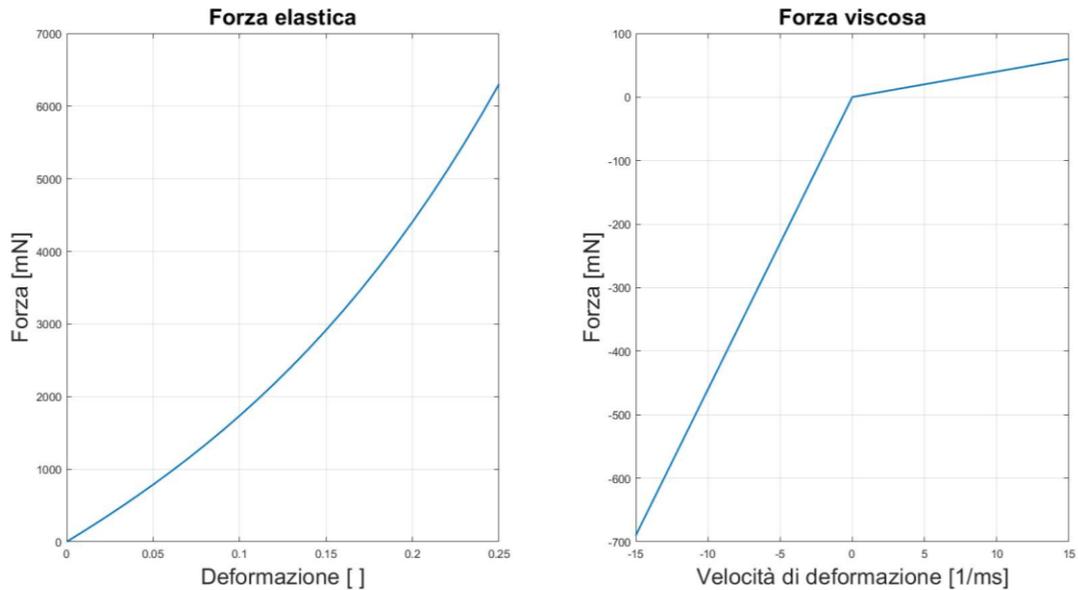
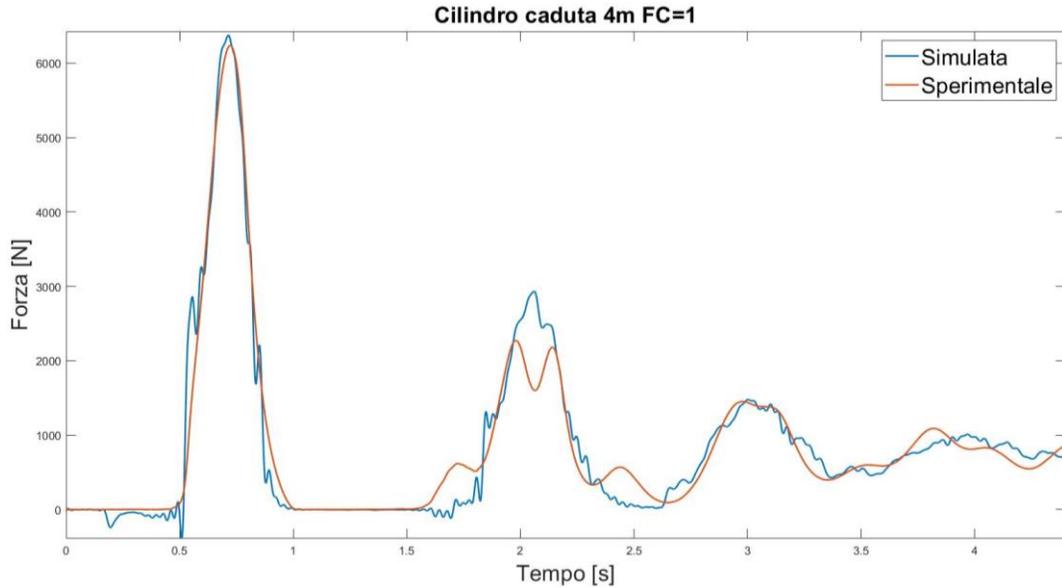


Figura 4-15 a sinistra l'andamento della forza elastica e a destra l'andamento della forza viscosa

Il confronto tra forza sperimentale e forza simulata che si ottiene utilizzando le soluzioni viste in precedenza è rappresentato in *figura 4-16*:



*Figura 4-16 Confronto tra risultati sperimentali e simulati per la caduta del cilindro da 4m e fattore di caduta 1 con il modello di Odgen e doppia viscosità*

Anche in questo caso rimangono valide le considerazioni fatte. Si nota come il primo rimbalzo venga simulato fedelmente e le seguenti oscillazioni sono rispettate in quanto a periodo ma con un'ampiezza leggermente maggiore.

L'intensità della forza di arresto massima simulata è pari al 101% della forza d'arresto massima registrata sperimentalmente. Il picco della forza calcolata, infatti, è superiore per 58 N. La media del modulo della differenza tra le due curve, invece, è pari a 175 N.

#### 4.10 Modelli di caduta della massa con fattore di caduta pari a 0,5

Come si è visto in precedenza esistono due modi per portare il fattore di caduta da 1 a 0,5. Il primo è quello di lasciare invariata la distanza di caduta del corpo e raddoppiare la quantità di corda nel sistema. Il secondo è quello di dimezzare la caduta del grave lasciando inalterata la quantità di corda.

Se si suppone di avere un caso iniziale con una lunghezza della corda  $L_1 = 1 \text{ m}$  e una caduta del grave pari ad  $H = 1 \text{ m}$ , ovvero un caso in cui  $F_c = \frac{H}{L_1} = 1$ .

Andando a raddoppiare la lunghezza della corda  $L_1 = 2 \text{ m}$  e mantenendo una caduta del grave pari ad  $H = 1 \text{ m}$ , si otterrebbe:

$$F_c = \frac{H}{L_1} = 0,5$$

Allo stesso modo se si mantenesse la lunghezza della corda  $L_1 = 1 \text{ m}$  e si dimezzasse la caduta del grave ad  $H = 0,5 \text{ m}$ , si otterrebbe:

$$F_c = \frac{H}{L_1} = 0,5$$

Durante le prove sperimentali si è utilizzato il secondo metodo per ottenere un  $F_c = 0,5$ . Ovvero, si sono mantenute le tre diverse lunghezze delle corde: 1m, 2m e 4m. È stata fatta variare l'altezza da cui veniva rilasciata la massa. Si sono così ottenute delle distanze percorse in caduta libera dai gravi di: 0.5m, 1m e 2m.

Ovviamente, lo stesso sistema è stato applicato anche per i modelli agli elementi finiti. È stato, dunque, necessario apportare delle modifiche alla geometria delle corde per fare in modo che la distanza percorsa dalla massa in caduta libera fosse pari a metà della lunghezza della corda. Questo è stato possibile alzando, della distanza necessaria, il punto di ancoraggio della corda e disegnando la geometria di conseguenza.

## Modello del cilindro

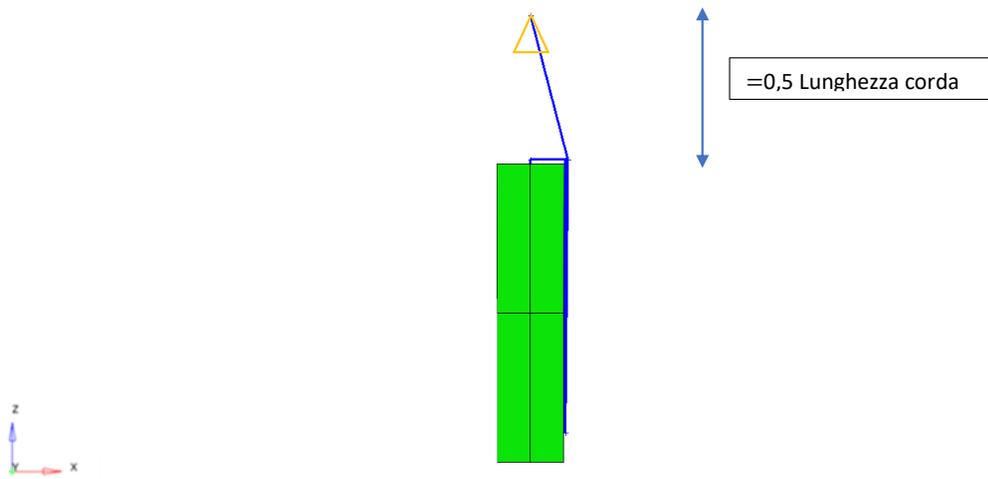


Figura 4-17 Modello con fattore di caduta 0,5

Si vede come il punto in cui è ancorata la corda è posizionato ad un'altezza pari a metà della lunghezza della corda utilizzata. Così facendo si ottiene un rapporto tra la lunghezza della caduta libera e la lunghezza della corda che permette di ottenere un  $F_c = 0,5$ .

Poiché non è cambiato altro nei modelli rispetto a quelli con  $F_c = 1$  anche in questi casi è stato necessario definire le varie costanti per la forza elastica e per la forza viscosa.

#### 4.11 Risultati modello con massa metallica corda da 1 metro e FC=0,5

Per ogni caso studiato è stato necessario definire le diverse costanti attraverso diversi tentativi raggiungendo la migliore corrispondenza tra la curva sperimentale e quella simulata.

Nel caso della caduta della massa metallica con lunghezza della corda di 1 metro e fattore di caduta pari a 0,5 si sono definite le seguenti costanti:

- $\mu = 1,3 \frac{kg*mm}{ms^2}$
- $l_0 = 10 \text{ mm}$
- $\alpha = 7,46$
- $C_1 = 35 \frac{kg*mm}{ms}$
- $C_2 = 4 \frac{kg*mm}{ms}$

Anche nei modelli con  $F_c = 0,5$  non è cambiato nulla per quanto riguarda la parte elastica.

Con queste costanti si ottengono i seguenti grafici della forza elastica e della forza viscosa:

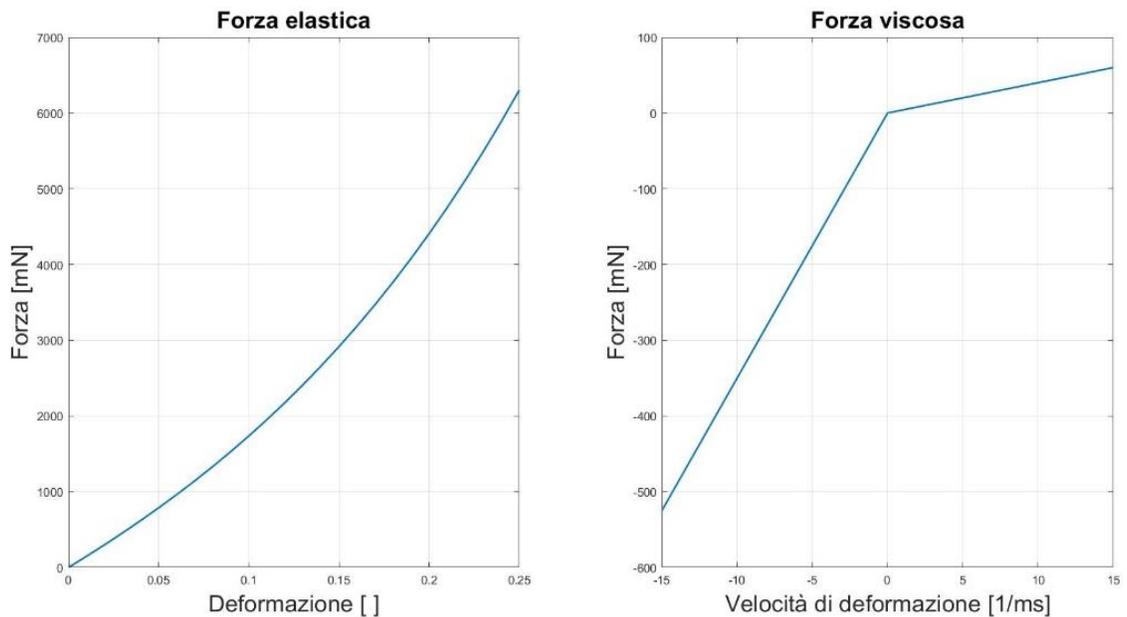
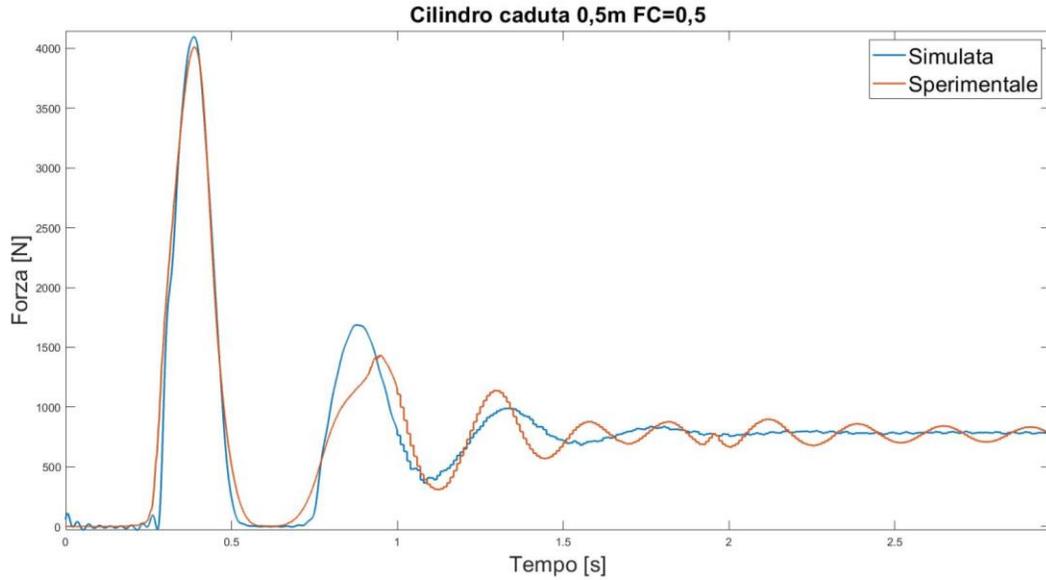


Figura 4-18 a sinistra l'andamento della forza elastica e a destra l'andamento della forza viscosa

Il confronto tra forza sperimentale e forza simulata che si ottiene utilizzando le soluzioni viste in precedenza è rappresentato in *figura 4-19*:



*Figura 4-19 Confronto tra risultati sperimentali e simulati per la caduta del cilindro da 0,5m e fattore di caduta 0,5 con il modello di Odgen e doppia viscosità*

Anche con il fattore di caduta dimezzato le osservazioni da fare sui risultati rimangono le medesime. Si ha una buona simulazione del primo rimbalzo e una discreta rappresentazione dei rimbalzi successivi.

L'intensità della forza di arresto massima simulata è pari al 102% della forza d'arresto massima registrata sperimentalmente. Il picco della forza calcolata, infatti, è superiore per 93 N. La media del modulo della differenza tra le due curve, invece, è pari a 102 N.

#### 4.12 Risultati modello con massa metallica corda da 2 metri e FC=0,5

Anche per il caso della caduta della massa metallica con lunghezza della corda di 2 metri e fattore di caduta pari a 0,5 è stato necessario definire le diverse costanti attraverso diversi tentativi raggiungendo la migliore corrispondenza tra la curva sperimentale e quella simulata.

In questo caso si sono definite le seguenti costanti:

- $\mu = 1,3 \frac{kg*mm}{ms^2}$
- $l_0 = 10 \text{ mm}$
- $\alpha = 7,46$
- $C_1 = 44 \frac{kg}{ms}$
- $C_2 = 4 \frac{kg}{ms}$

Con queste costanti si ottengono i seguenti grafici della forza elastica e della forza viscosa:

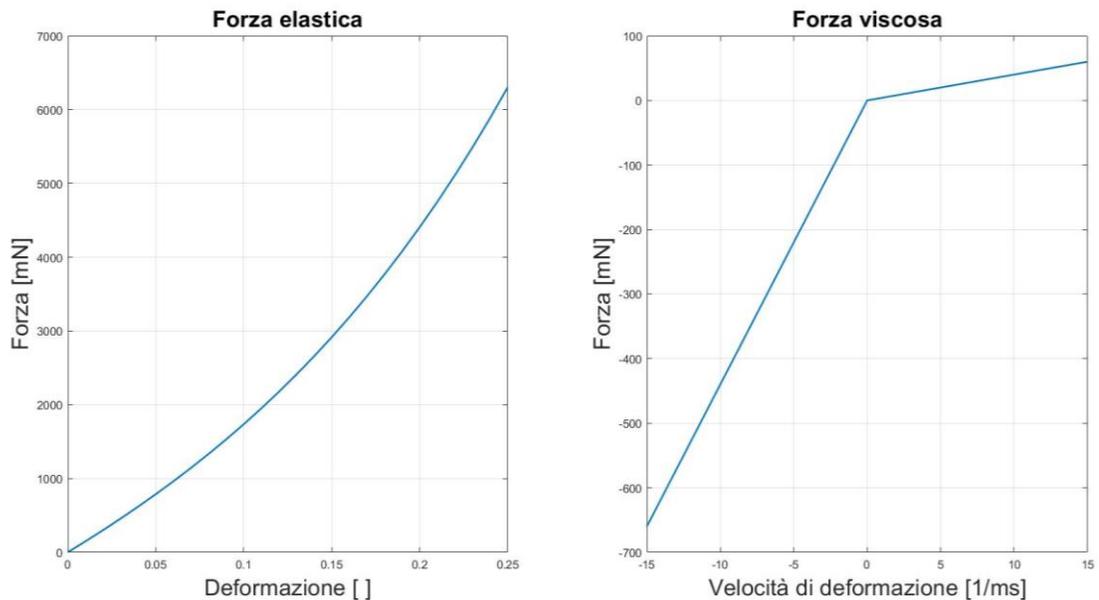
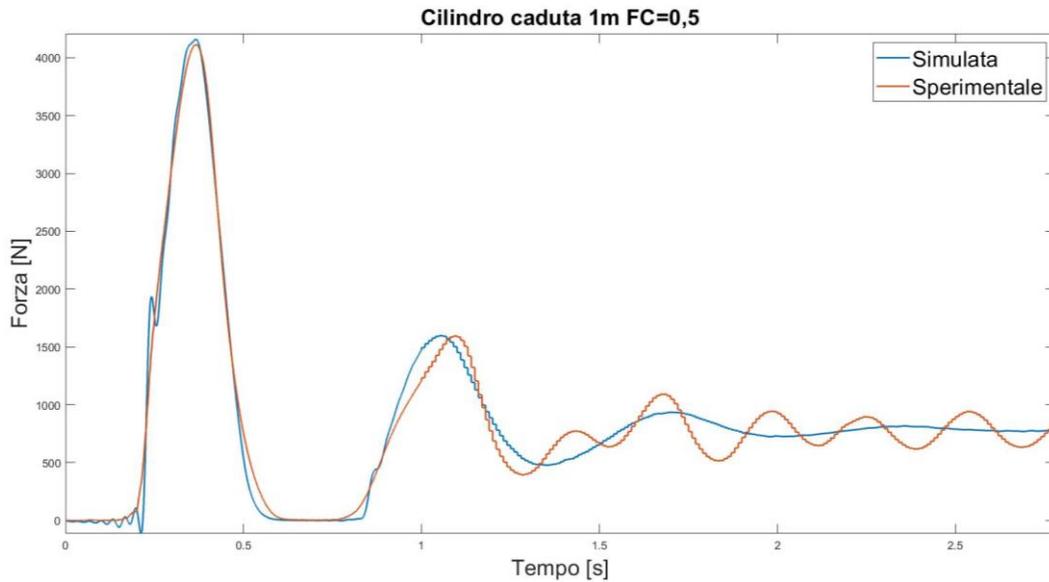


Figura 4-20 a sinistra l'andamento della forza elastica e a destra l'andamento della forza viscosa

Il confronto tra forza sperimentale e forza simulata che si ottiene utilizzando le soluzioni viste in precedenza è rappresentato in *figura 4-20*:



*Figura 4-21 Confronto tra risultati sperimentali e simulati per la caduta del cilindro da 1m e fattore di caduta 0,5 con il modello di Odgen e doppia viscosità*

Anche in questo caso rimangono valide le considerazioni fatte prima. Si nota come il primo rimbalzo venga simulato fedelmente e le seguenti oscillazioni sono rispettate in quanto a periodo ma con un'ampiezza leggermente maggiore.

L'intensità della forza di arresto massima simulata è pari al 101% della forza d'arresto massima registrata sperimentalmente. Il picco della forza calcolata, infatti, è superiore per 46 N. La media del modulo della differenza tra le due curve, invece, è pari a 106 N.

#### 4.13 Risultati modello con massa metallica corda da 4 metri e FC=0,5

Infine, anche per il caso della caduta della massa metallica con lunghezza della corda di 4 metri e fattore di caduta pari a 0,5 è stato necessario definire le diverse costanti attraverso diversi tentativi raggiungendo la migliore corrispondenza tra la curva sperimentale e quella simulata.

In questo caso si sono definite le seguenti costanti:

- $\mu = 1,3 \frac{kg*mm}{ms^2}$
- $l_0 = 10 \text{ mm}$
- $\alpha = 7,46$
- $C_1 = 46 \frac{kg}{ms}$
- $C_2 = 8 \frac{kg}{ms}$

Con queste costanti si ottengono i seguenti grafici della forza elastica e della forza viscosa:

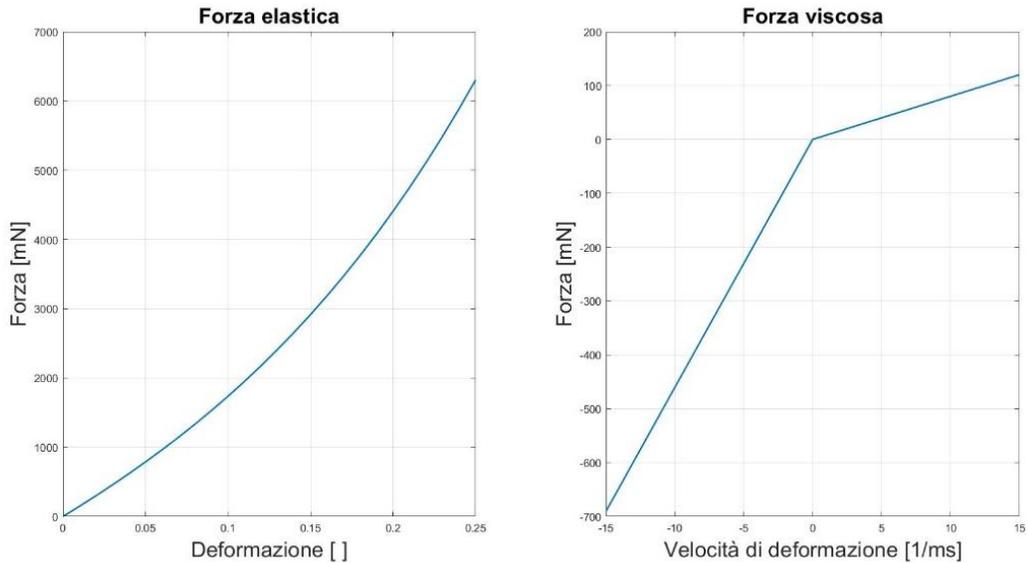
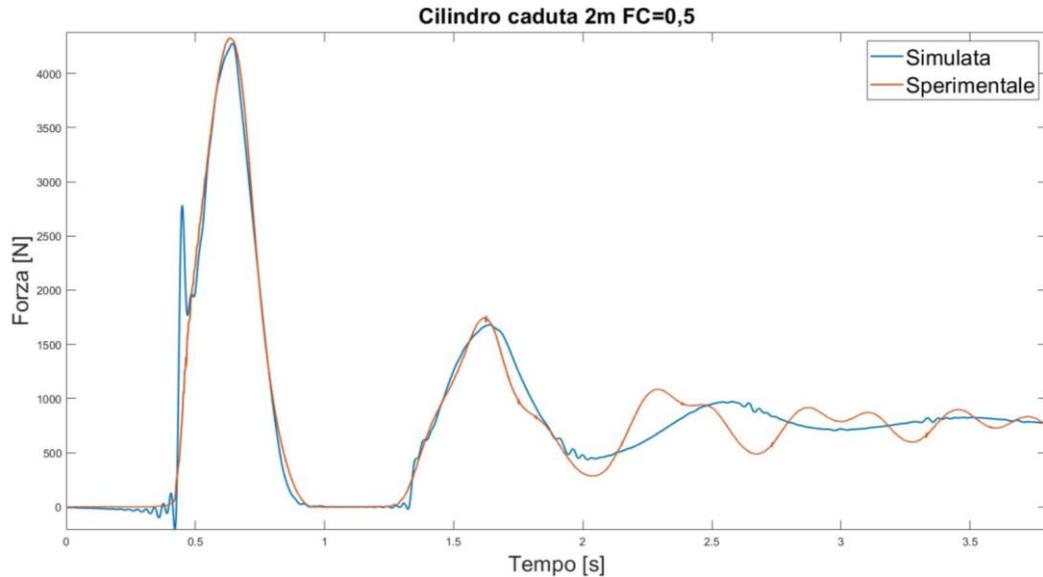


Figura 4-22 a sinistra l'andamento della forza elastica e a destra l'andamento della forza viscosa

Il confronto tra forza sperimentale e forza simulata che si ottiene utilizzando le soluzioni viste in precedenza è rappresentato in *figura 4-21*:



*Figura 4-23 Confronto tra risultati sperimentali e simulati per la caduta del cilindro da 2m e fattore di caduta 0,5 con il modello di Odgen e doppia viscosità*

Anche in questo caso rimangono valide le considerazioni fatte prima. Si nota come il primo rimbalzo venga simulato fedelmente e le seguenti oscillazioni sono rispettate in quanto a periodo ma con un'ampiezza leggermente maggiore.

L'intensità della forza di arresto massima simulata è pari al 100% della forza d'arresto massima registrata sperimentalmente. Il picco della forza calcolata, infatti, è inferiore per 1 N. La media del modulo della differenza tra le due curve, invece, è pari a 114 N.

#### 4.14 Riassunto dei risultati del modello del cilindro

Nella seguente tabella si possono riassumere i confronti tra la forza di arresto massima ottenuta sperimentalmente e quella ottenuta dalle simulazioni:

Tabella 4-1 Confronto Forze di arresto massima simulata e sperimentale

GRAVE FC	CILINDRO					
	1			0,5		
LUNGHEZZA CORDA	1m	2m	4m	1m	2m	4m
Fa SIMULATA [N]	6452	6263	6377	4096	4158	4314
Fa SPERIMENTALE [N]	6668	6317	6320	4003	4112	4314
DELTA [N]	-216	-54	58	93	46	-1
SIMULATA/SPERIMENTALE %	97%	99%	101%	102%	101%	100%

I seguenti risultati possono essere espressi graficamente come segue:

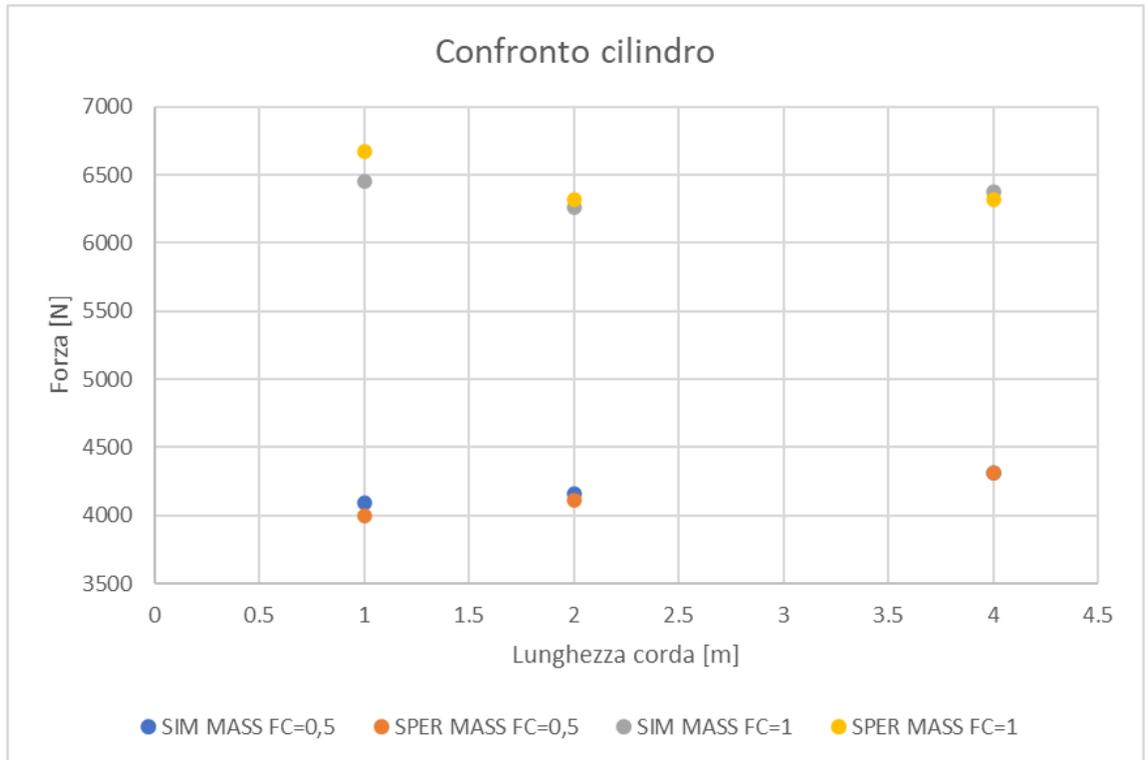


Figura 4-24 Confronto forze di arresto massima simulata e sperimentale

Per quanto riguarda la media del modulo della differenza tra le due curve per ogni istante di tempo si sono ottenuti i seguenti risultati:

Tabella 4-2 Modulo della distanza tra curva simulata e sperimentale

GRAVE	CILINDRO					
FC	1			0,5		
LUNGHEZZA CORDA	1m	2m	4m	1m	2m	4m
ERRORE MEDIO [N]	269	161	174	102	106	114

Si riportano nella *tabella 4-3* tutti i parametri implementati nei vari modelli al variare del fattore di caduta e della lunghezza della corda:

Tabella 4-3 Parametri identificati

FC	1			0,5		
CORDA	1 m	2 m	4 m	1 m	2 m	4 m
$\alpha$	7.46	7.46	7.46	7.46	7.46	7.46
$\mu$ [N]	1300	1300	1300	1300	1300	1300
$l_0$ [mm]	10	10	10	10	10	10
$C_1$ [kg*mm/ms]	23	41	46	35	44	46
$C_2$ [kg*mm/ms]	1	2	4	4	4	8

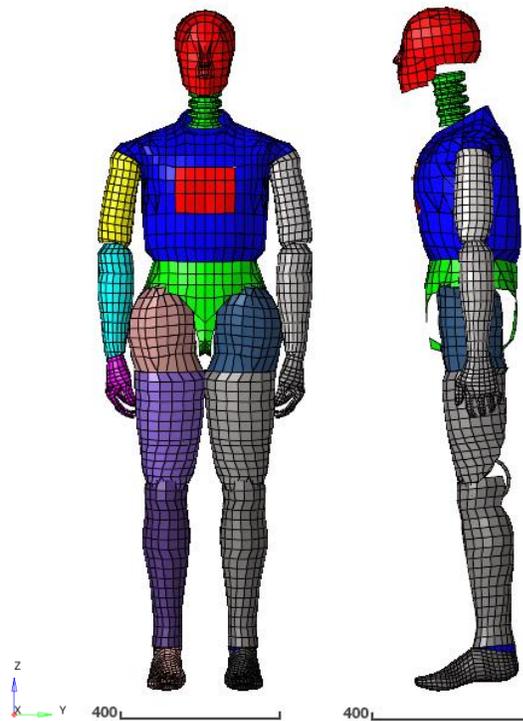


## 5 Modello del manichino

Una volta ottenuti dei risultati soddisfacenti per il caso della caduta della massa metallica si è passati alla creazione del modello agli elementi finiti del manichino.

La geometria e tutte le caratteristiche del modello del manichino non sono state create da zero. È stato possibile ottenere il modello di un manichino del tipo Hybrid III 50th percentile attraverso il programma Hypercrash, utilizzato principalmente per la simulazione di urti in ambito automobilistico.

Il modello si presenta con la geometria riportata in *figura 5-1*:



*Figura 5-1 il modello del manichino agli elementi finiti*

Le articolazioni sono simulate attraverso elementi spring opportunamente parametrizzati e le varie parti sono tutte provviste di materiali e proprietà adeguate affinché il modello rappresenti al meglio un manichino reale. Ogni elemento è stato descritto come elemento “Shell”, ovvero un elemento di cui si disegnano le due dimensioni principali e si attribuisce uno spessore uguale per tutti gli elementi che fanno parte di un componente

## 5.1 Modello dell'imbrago

Contrariamente a ciò che è stato fatto per il cilindro, dove un nodo della corda è stato direttamente unito con un nodo del grave, nel caso del manichino la corda è stata attaccata all'imbrago che a sua volta doveva interfacciarsi con il manichino. È stato, dunque, necessario modellare anche l'imbrago.

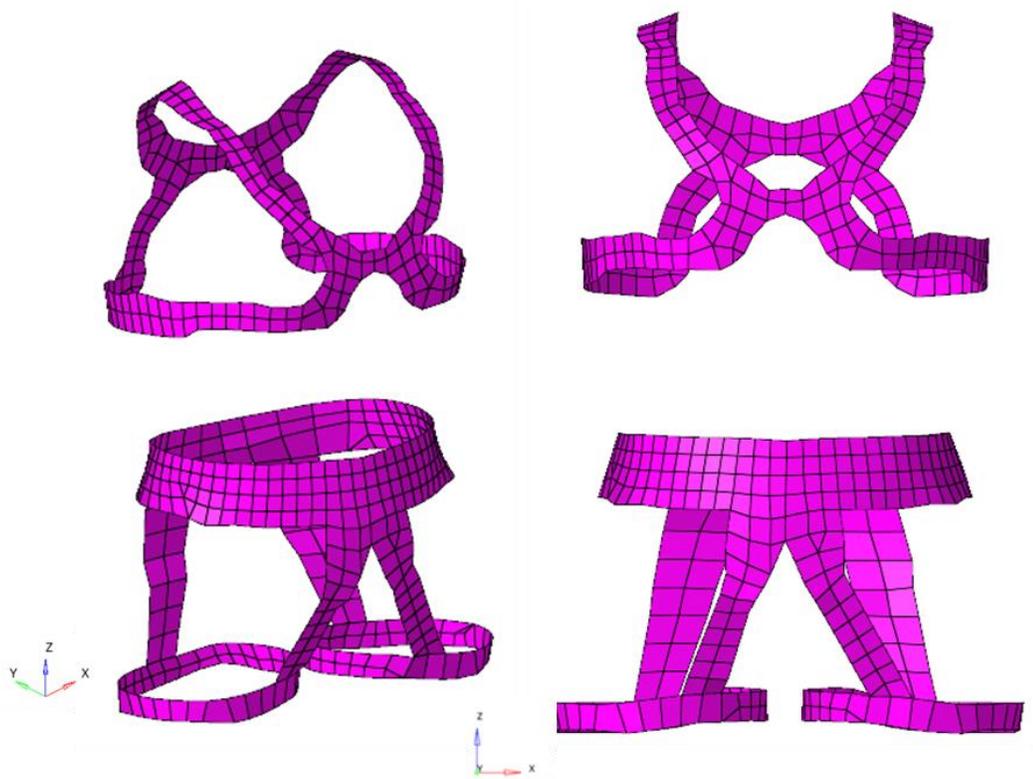
Come si vede in *figura 5-2*, il modello di imbrago utilizzato nelle prove sperimentali è il tipo imbrago più diffuso negli ultimi anni, formato da un ventrale e due cosciali appositamente collegati, come quello mostrato in *figura 5-2* a destra. Nelle prove sperimentali era presente anche una pettorina legata al busto del manichino per far sì che quest'ultimo rimanesse il più verticale possibile durante le cadute. Quindi, sono state modellate le due parti utilizzando la stessa metodologia.



*Figura 5-2 A sinistra il manichino delle prove sperimentali e a destra la tipologia di imbrago usato*

Poiché questo elemento del modello ha una forma complessa che deve ben adattarsi alla geometria del manichino, si è creata la geometria duplicando direttamente gli elementi della mesh del manichino che potevano servire. Gli elementi duplicati sono poi stati scalati per creare dello spazio tra il manichino e l'imbrago e sono stati creati degli elementi per collegare le varie parti. Una volta ottenuta una geometria di base si è andati a diminuire la dimensione degli elementi della mesh così da poter lavorare più finemente sulla forma dell'imbrago.

Si è così ottenuta la geometria rappresentata in *figura 5-3*:



*Figura 5-3 Modello dell'imbrago agli elementi finiti*

Tutti gli elementi sono stati creati con la proprietà “Shell”, ovvero piastra. Si è quindi definita la geometria 2D degli elementi e a tutti è stato impostato uno spessore di 5mm.

Per quanto riguarda il materiale da assegnare all'imbrago si è impostato lo stesso materiale che si genera utilizzando il Belt Generator su Hypercrash. Un materiale elastico che presenta le seguenti caratteristiche:

- $\rho = 2,5 * 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$
- $E = 2,5 \text{ GPa}$
- $Nu = 0,35$

Come si è accennato in precedenza è stato necessario creare un'interfaccia di contatto tra l'imbrago e il manichino affinché gli elementi dei due componenti non si compenetrino. Per farlo in Radioss si è utilizzata l'interfaccia di tipo 7, la quale crea il contatto tra nodi di un componente e le superfici di un altro.

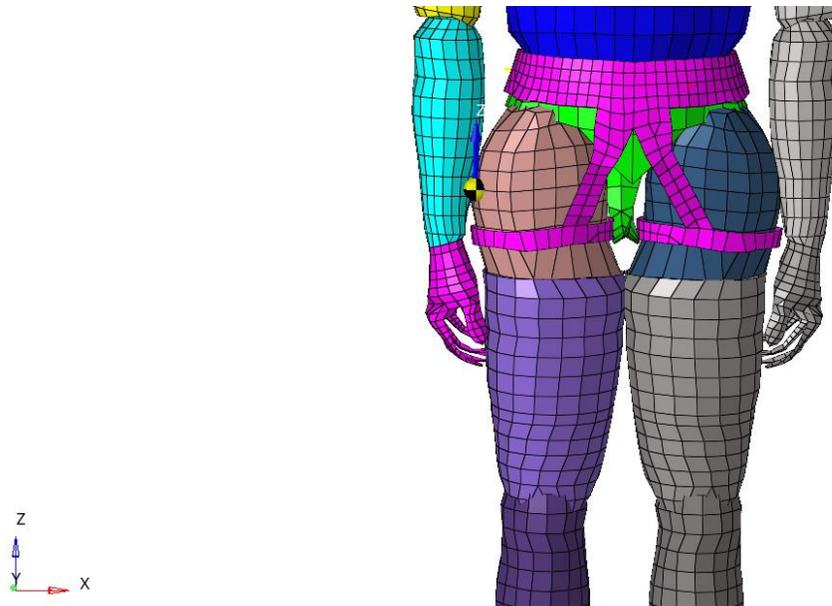
## 5.2 Accelerometro

Anche in questo modello si è andati ad inserire un accelerometro per ottenere i dati di accelerazione del manichino e di conseguenza la forza di arresto, sempre attraverso la formula:

$$F = m * a + m * g$$

Avendo sempre  $m = 80 \text{ kg}$  e  $a$  è l'output della simulazione espresso in  $\text{mm}/\text{ms}^2$ .

In questo caso, l'accelerometro è stato posizionato come mostrato in *figura 5-4*:

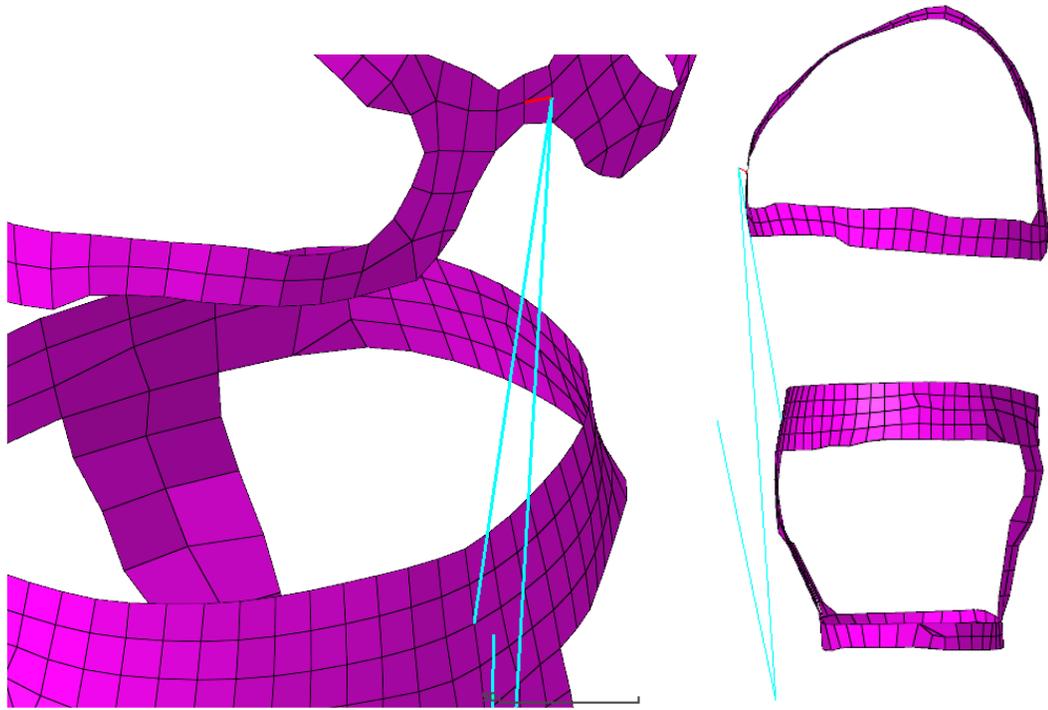


*Figura 5-4 Posizione dell'accelerometro sul manichino*

### 5.3 Modello della corda

Le assunzioni che si sono utilizzate per modellare la corda nei modelli in cui compariva il cilindro sono state utilizzate anche per i modelli del manichino.

Si è, quindi, modellata la corda per fare in modo che seguisse il modello di Odgen e della doppia viscosità. Quello che cambia rispetto ai modelli precedenti è il modo in cui la corda è collegata al grave. Il primo nodo della corda è in comune con quello dell'imbrago così da unire il capo della corda all'imbrago. Si è però dovuto aggiungere un tratto di corda per legare la parte superiore dell'imbrago con la corda come in *figura 5-5*.



*Figura 5-5 Dettaglio del collegamento tra imbrago e corda*

Ovviamente, l'altro capo della corda è stato reso un punto fisso bloccandogli la possibilità di traslare in tutte le direzioni ma lasciandolo libero di ruotare.

## 5.4 Risultati manichino

Come è stato detto, si è scelto di utilizzare le stesse costanti, per il calcolo della forza espressa dalla corda in funzione della deformazione, utilizzate per i vari casi della caduta della massa metallica riportate nella *tabella 4-3*.

Per il caso di caduta da 1 metro e fattore di caduta pari a 1 si ottiene il grafico in *figura 5-6*:

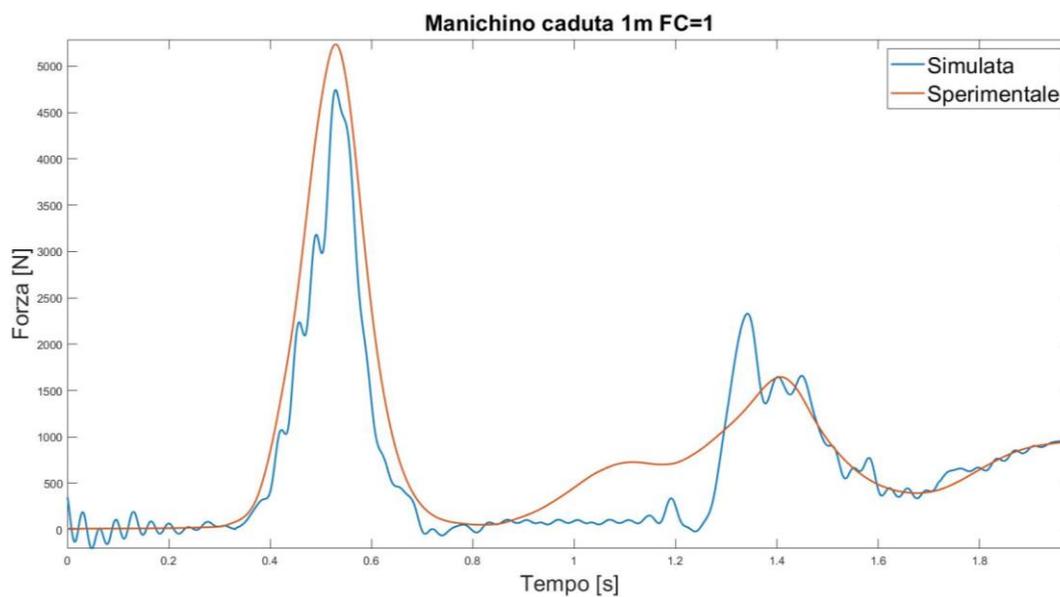


Figura 5-6 Confronto tra risultati sperimentali e simulati per la caduta del manichino da 1m e fattore di caduta 1 con il modello di Odgen e doppia viscosità

Per il caso di caduta da 2 metri e fattore di caduta pari a 1 si ottiene il grafico in figura 5-7:

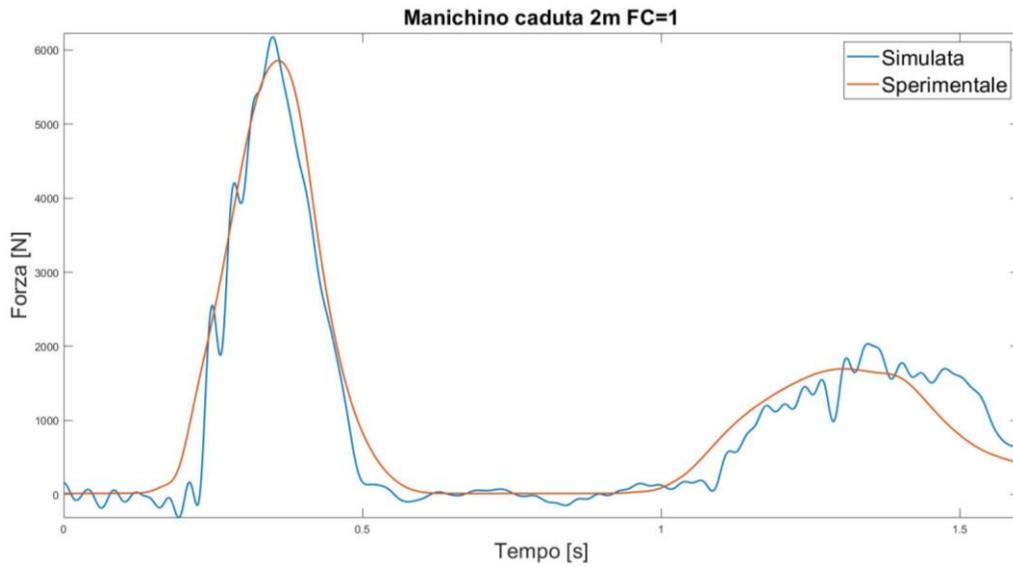


Figura 5-7 Confronto tra risultati sperimentali e simulati per la caduta del manichino da 2m e fattore di caduta 1 con il modello di Odgen e doppia viscosità

Per il caso di caduta da 4 metri e fattore di caduta pari a 1 si ottiene il grafico in figura 5-8:

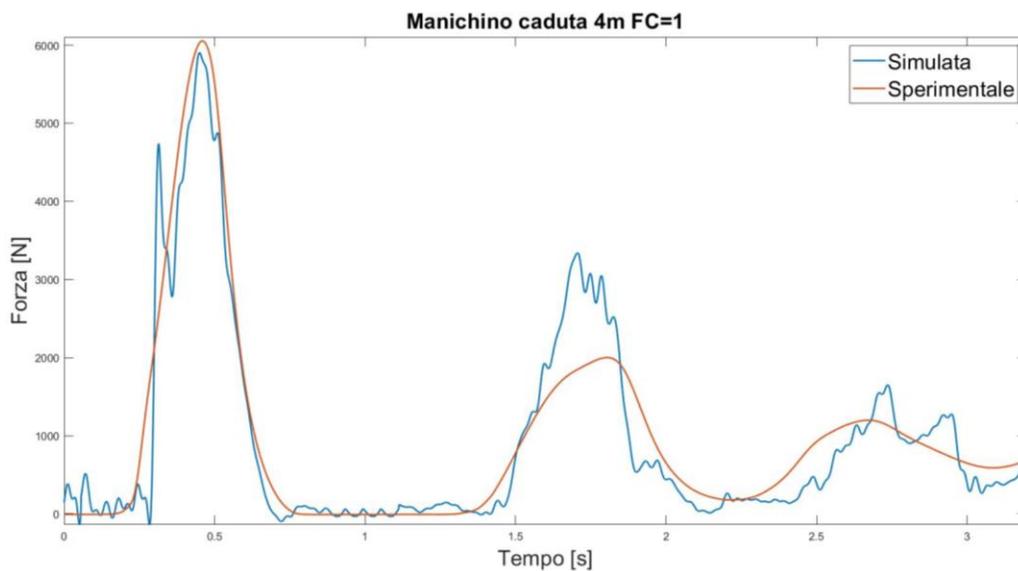


Figura 5-8 Confronto tra risultati sperimentali e simulati per la caduta del manichino da 4m e fattore di caduta 1 con il modello di Odgen e doppia viscosità

Per il caso di caduta da 0,5 metri e fattore di caduta pari a 0,5 si ottiene il grafico in figura 5-9:

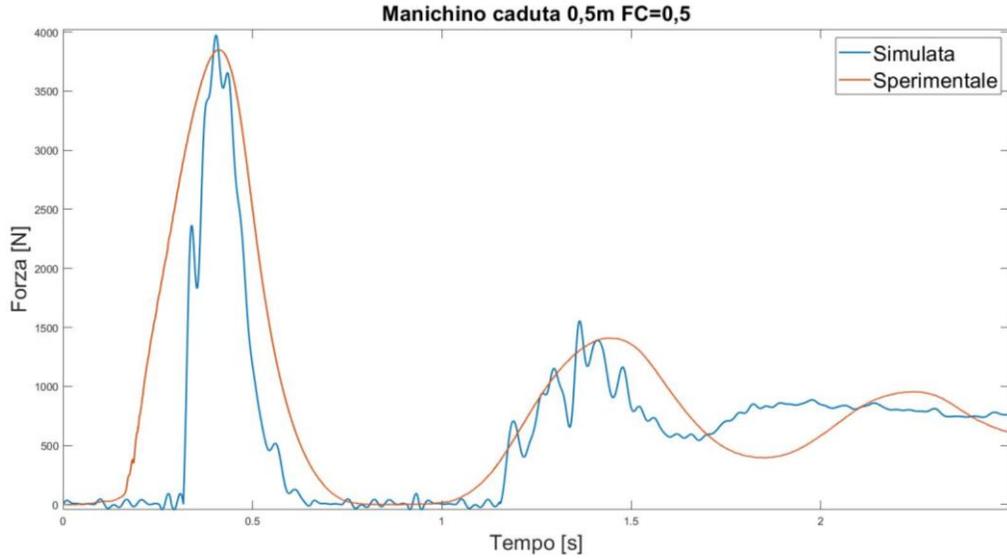


Figura 5-9 Confronto tra risultati sperimentali e simulati per la caduta del manichino da 0,5m e fattore di caduta 0,5 con il modello di Odgen e doppia viscosità

Per il caso di caduta da 1 metro e fattore di caduta pari a 0,5 si ottiene il grafico in figura 5-10:

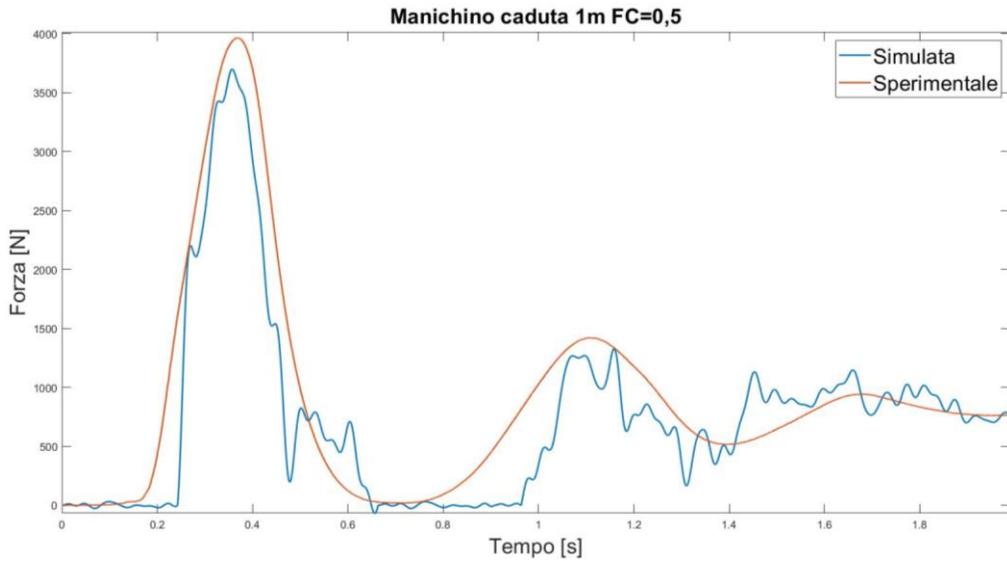


Figura 5-10 Confronto tra risultati sperimentali e simulati per la caduta del manichino da 1m e fattore di caduta 0,5 con il modello di Odgen e doppia viscosità

Per il caso di caduta da 2 metri e fattore di caduta pari a 0,5 si ottiene il grafico in figura 5-11:

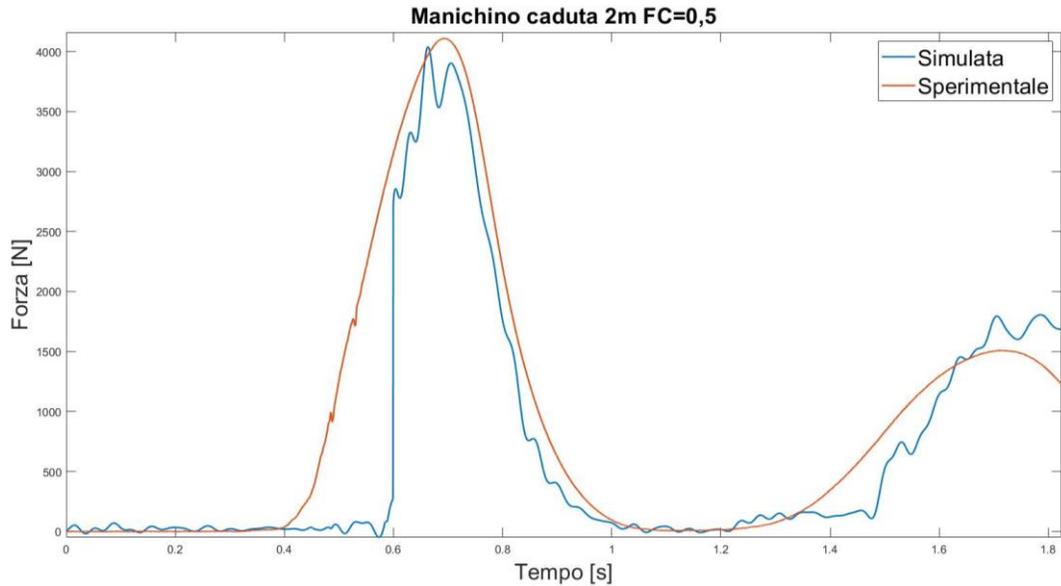


Figura 5-11 Confronto tra risultati sperimentali e simulati per la caduta del manichino da 2m e fattore di caduta 0,5 con il modello di Odgen e doppia viscosità

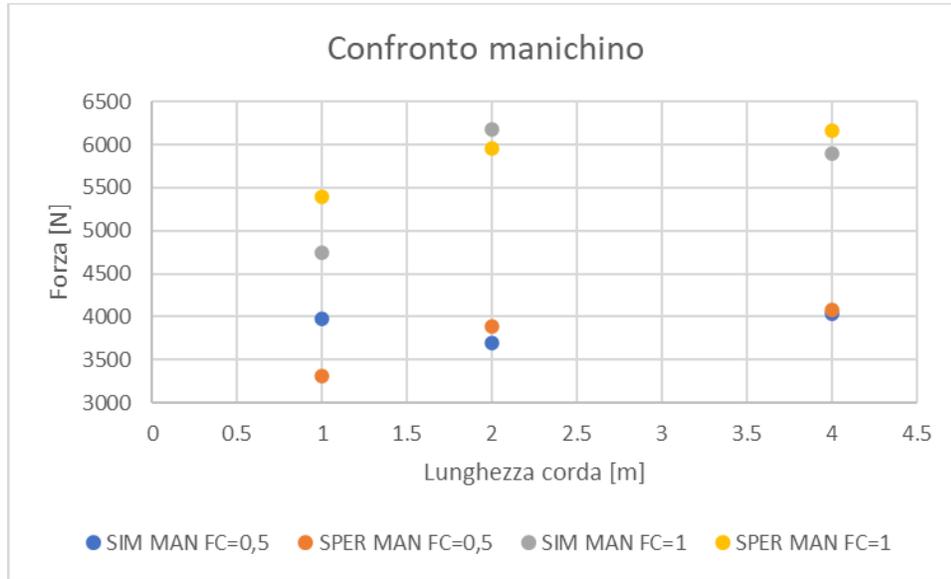
Come per il caso della massa metallica si vede che il modello rappresenta abbastanza fedelmente l'intensità del picco maggiore e anche l'andamento dello smorzamento per i rimbalzi successivi.

Si sono riportare le differenze riscontrate sui picchi delle forze di arresto per tutti casi:

Tabella 5-1 Confronto Forze di arresto massima simulata e sperimentale

GRAVE	MANICHINO					
	1			0,5		
LUNGHEZZA CORDA	1m	2m	4m	1m	2m	4m
Fa SIMULATA [N]	4746	6180	5903	3974	3700	4040
Fa SPERIMENTALE [N]	5391	5961	6156	3314	3891	4074
DELTA [N]	-645	218	-253	660	-191	-34
SIMULATA/SPERIMENTALE %	88%	104%	96%	120%	95%	99%

Che graficamente vengono visualizzati in *figura 5-12*:



*Figura 5-12 Confronto Forze di arresto massima simulata e sperimentale*

Inoltre, è stato calcolata la media del modulo della differenza tra le due curve per ogni istante di tempo anche in questi modelli:

*Tabella 5-2 Modulo della distanza tra curva simulata e sperimentale*

GRAVE	MANICHINO					
FC	1			0,5		
LUNGHEZZA CORDA	1m	2m	4m	1m	2m	4m
ERRORE MEDIO [N]	267	251	289	329	263	283

I casi in cui si hanno dei risultati poco soddisfacenti sono quelli con fattore di caduta 1. Si è provato a ripetere la simulazione con altri parametri ma il risultato è rimasto lo stesso. La salita del primo picco risulta sempre molto brusca e i disturbi in alcuni casi sono parecchi.

Nelle simulazioni del manichino si nota che il segnale di uscita della forza d'arresto risulta essere molto disturbato. Questo probabilmente è dovuto alla presenza dell'imbrago. In effetti, l'interazione tra i nodi dell'imbrago e la superficie del manichino e viceversa può essere il motivo di questi problemi dal momento in cui sia presente una compenetrazione.

## 6 Modello con parametri di smorzamento costanti per tutti i casi

Come si è visto, si sono utilizzate le stesse costanti nel modello di Odgen per tutti i casi studiati. Per quanto riguarda la parte di smorzamento, invece, sono state usate diverse costanti in funzione della lunghezza della corda e del fattore di caduta. Questo non permette di poter ottenere un modello valido anche per casi in cui le condizioni siano diverse da quelle trattate. Per ovviare a questo problema si è provato ad utilizzare le stesse costanti per tutti i casi studiati.

In particolare, sono state svolte nuovamente tutte le simulazioni del cilindro usando come costanti di smorzamento la media dei valori utilizzati durante i modelli precedenti. Si è, quindi, impostato:

$$C_1 = 40 \frac{kg * mm}{ms}$$

$$C_2 = 4 \frac{kg * mm}{ms}$$

Ottenendo i risultati rappresentati in *figura 6-1* per i casi con  $F_c=1$  e in *figura 6-2* per i casi con  $F_c=0,5$ .

Modello con parametri di smorzamento costanti per tutti i casi

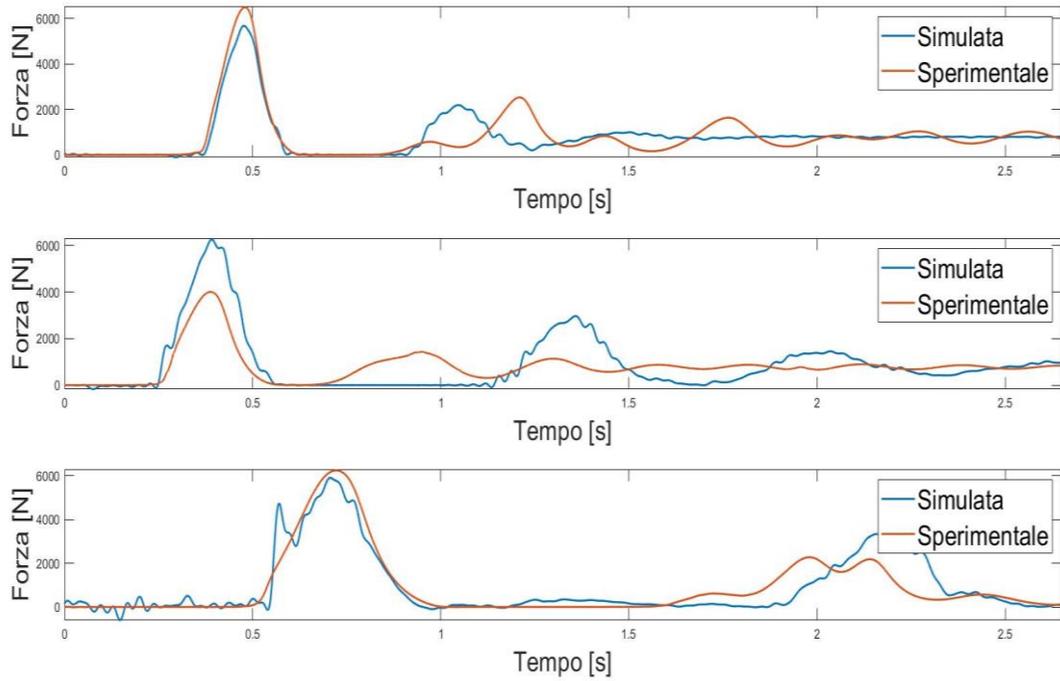


Figura 6-1 Risultati per fattore di caduta pari a 1

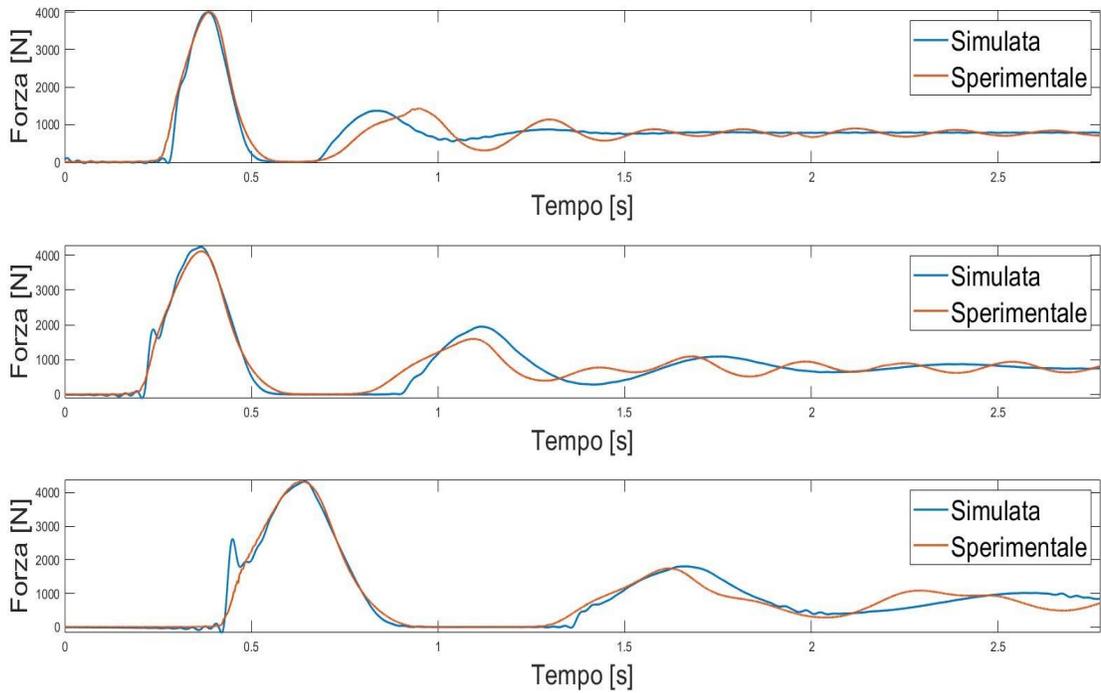


Figura 6-2 Risultati per fattore di caduta pari a 0,5

Si sono riportare le differenze riscontrate sui picchi delle forze di arresto per tutti casi:

Tabella 6-1 Confronto Forze di arresto massima simulata e sperimentale

GRAVE	CILINDRO					
	1			0,5		
FC	1m	2m	4m	1m	2m	4m
LUNGHEZZA CORDA						
Fa SIMULATA [N]	5688	6272	5903	4004	4237	4334
Fa SPERIMENTALE [N]	6668	6317	6320	4003	4112	4314
DELTA [N]	-980	-45	-416	1	125	19
SIMULATA/SPERIMENTALE %	85%	99%	93%	100%	103%	100%
% MODELLI PRECEDENTI	97%	99%	101%	102%	101%	100%

Per quanto riguarda la forza di arresto massima si ottengono dei risultati simili a quelli ottenuti in precedenza.

Graficamente vengono visualizzati come segue:

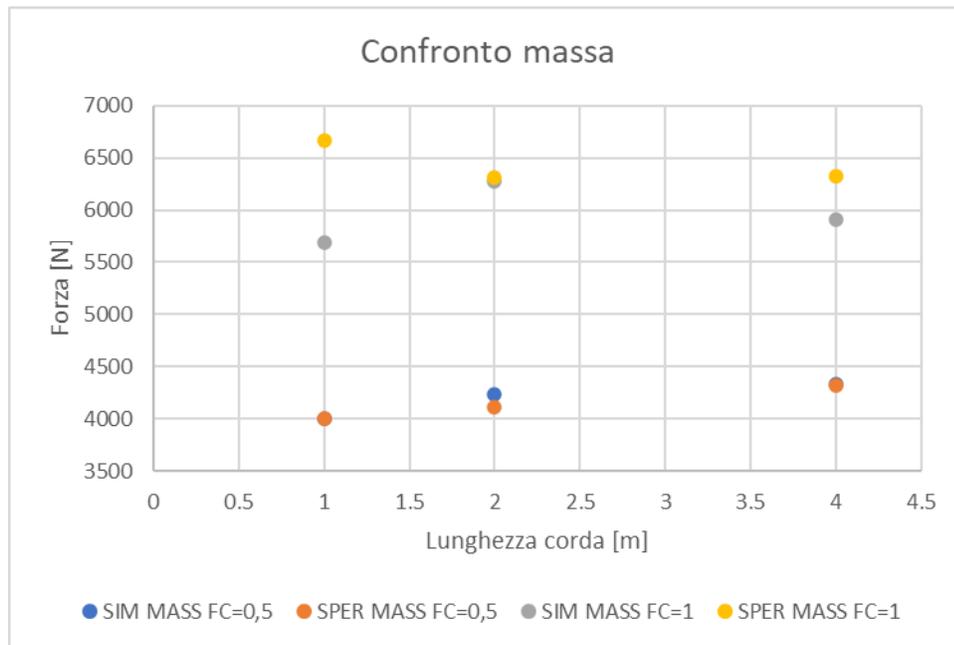


Figura 6-3 Confronto Forze di arresto massima simulata e sperimentale

Si calcolato il modulo della distanza tra le due curve per ogni istante di tempo anche in questi modelli e lo si è confrontato con i modelli precedenti:

*Tabella 6-2 Modulo della distanza tra curva simulata e sperimentale*

<b>GRAVE</b>	<b>CILINDRO</b>					
<b>FC</b>	<b>1</b>			<b>0,5</b>		
<b>LUNGHEZZA CORDA</b>	<b>1m</b>	<b>2m</b>	<b>4m</b>	<b>1m</b>	<b>2m</b>	<b>4m</b>
<b>ERRORE MEDIO [N]</b>	318	575	430	126	177	135
<b>ERRORE MEDIO MODELLI PRECEDENTI [N]</b>	269	161	174	102	106	114
<b>DELTA [N]</b>	-49	-414	-256	-24	-71	-21

Si vede che la distanza tra le due curve aumenta considerevolmente. Questo significa che i modelli con le costanti di viscosità uguali per tutti i casi non apporta delle migliorie, bensì peggiora l'andamento della curva simulata per i rimbalzi successivi al primo. Questo era prevedibile ma allo stesso tempo si ha la possibilità di ottenere un modello di corda univoca per tutti i casi simulabili e di conseguenza di poter cambiare altri elementi nei modelli.

## 7 Conclusioni

In sintesi, in questo elaborato si è studiato il fenomeno della caduta in arrampicata. In particolare, si sono ricavati 12 diversi modelli FEM, tramite il software Altair Radioss, che rappresentano altrettante prove svolte sperimentalmente dove sono stati fatti variare:

- Il grave, si è utilizzato un cilindro metallico e un manichino
- Il fattore di caduta, per la metà delle prove si è utilizzato  $F_c = \frac{H}{L1} = 0,5$  e per l'altra metà  $F_c = \frac{H}{L1} = 1$
- La lunghezza della corda, per ogni combinazione di grave e fattore di caduta si sono utilizzate delle corde di lunghezza 1m, 2m e 4m

Sia nel caso reale che in quello simulato si è misurata la forza di arresto, ovvero la forza che esercita la corda su corpo in caduta libera per arrestarlo. Si sono poi andati a confrontare le curve, rappresentanti la forza d'arresto in funzione del tempo, ottenute tramite il modello FEM e le prove sperimentali a parità di condizioni.

Per tutti i modelli si sono create le geometrie dei gravi che sono poi state trasformate in un numero finito di elementi elementari a cui sono state applicate le giuste proprietà. Ai gravi è stata poi collegata la corda modellata con degli elementi 1D di lunghezza 10mm. Lo studio si è poi concentrato sulle proprietà da attribuire a questi elementi della corda.

Nel primo modello FEM si è definito il comportamento della corda in funzione della deformazione come lineare elastico. Questo modello ha portato ad avere i seguenti risultati:

- Una buona rappresentazione della forza d'arresto massima in quanto la differenza tra la curva sperimentale e quella simulata durante il primo picco è elevata
- Dopo il primo picco le due curve hanno andamenti completamente diversi in quanto la curva sperimentale si smorza mentre che la curva simulata continua ad avere valori di picco pari a quello massimo

Si è quindi passati a descrivere il comportamento della corda come se fosse composta da una molla e uno smorzatore lineari in parallelo. Questo è stato fatto per introdurre un fenomeno dissipativo nel modello simulato ottenendo così:

- Un peggioramento nella rappresentazione della forza d'arresto massima in quanto la differenza tra le due curve è aumentata
- L'introduzione dello smorzamento dei picchi successivi al primo avvicinando così gli andamenti delle due curve

Per ottenere la migliore corrispondenza tra la curva sperimentale e quella simulata si è descritto il comportamento elastico della corda utilizzando il modello di iperelasticità di Odgen e per quanto riguarda il comportamento viscoso si è utilizzato un modello che prevede l'utilizzo di due diverse costanti di smorzamento in funzione del segno della velocità di smorzamento.

Il modello di iperelasticità di Odgen sembra essere un'ottima soluzione per descrivere il comportamento della corda in funzione della deformazione. In effetti, in tutti i casi simulati l'andamento della curva simulata e della curva sperimentale sono paragonabili. Si riesce ad ottenere una forza piuttosto elevata durante il primo picco e durante i picchi successivi si ottengono delle forze più contenute.

Anche l'assunzione di avere due costanti viscoso differenti in base al segno della velocità di deformazione sembra avere un buon impatto sui risultati. Questo fa sì che la forza abbia una salita più rapida e una discesa più dolce come accade nella realtà.

Rimangono, comunque, delle oscillazioni nel segnale raccolto dagli accelerometri nei modelli simulati, soprattutto nel caso del manichino. Questo può essere in parte dovuto all'interazione tra i vari elementi dell'imbrago e del manichino, che potrebbero avere delle leggere compenetrazioni, e in parte dovuto alle interazioni che si creano tra gli elementi che compongono la corda. In effetti, il fatto che la corda non sia modellata come un singolo elemento fa sì che quest'ultima si comporti come una catena. Ovvero tanti componenti che tendono ad urtare uno contro l'altro. Questo crea delle oscillazioni lette poi dall'accelerometro.

Non è stato necessario cambiare i valori delle costanti per il calcolo della forza elastica nelle varie prove poiché la corda è stata modellata con elementi che seguono sempre la stessa curva di forza-deformazione indipendentemente dal numero di elementi necessari per comporre la corda. In base alla deformazione che ogni elemento subisce contribuirà alla risposta della corda in maniera più o meno importante ma sempre seguendo la stessa legge.

Per quanto riguarda le costanti per la forza di smorzamento, invece, è stato necessario trovare sempre dei valori diversi per ottenere una migliore corrispondenza tra la curva simulata e quella sperimentale.

Si provato a ripetere le prove con gli stessi parametri per tutti i casi simulati. Naturalmente non utilizzando più i valori migliori per ogni condizione si sono ottenute delle differenze maggiori tra le due curve ma si è anche ottenuto un modello della corda utilizzabile anche in condizioni diverse da quelle trattate in questo elaborato.

Per migliorare i risultati, in futuro si potrebbe pensare di ottimizzare maggiormente i parametri oppure si potrebbe cercare un modo per implementare il modello di Bedogni-Manes in Radioss. Questo modello è stato sviluppato analiticamente per descrivere il comportamento di una corda dinamica ma purtroppo è difficilmente applicabile in Radioss.

Riuscire ad ottenere un modello molto affidabile permetterà di studiare meglio anche lo scambio di forze che sussiste tra lo scalatore e l'imbrago. Nella *figura 7-1* si percepisce ad occhio quali sono i punti del manichino su cui la forza di contatto è maggiore.

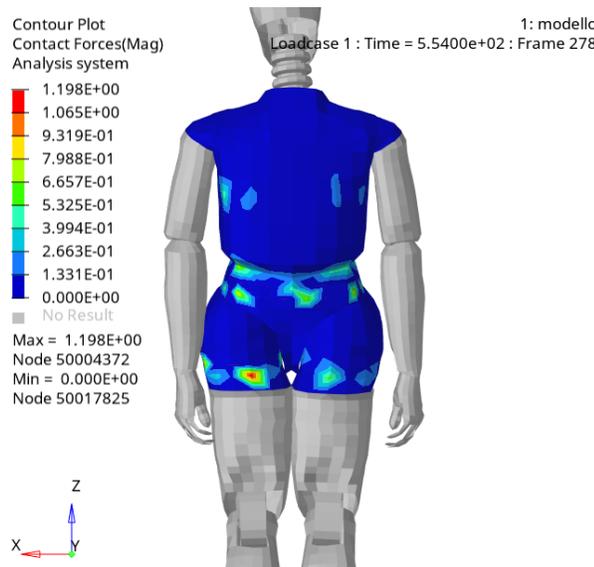


Figura 7-1 Forza di contatto manichino visto da dietro

Ottenendo un modello accurato dell'imbrago si potrebbero studiare dei sistemi per evitare che la forza d'arresto venga scaricata principalmente su dei punti specifici ma che venga distribuita in maniera meno impattante.

## Conclusioni

## 8 Bibliografia

- [1] A. M. Vittorio Bedogni, «*A constitutive equation for the behaviour of a mountaineering*» *Procedia Engineering*, 2011.
- [2] UNESCO, «*L'alpinismo all'UNESCO-Patrimonio culturale immateriale dell'umanità*», 2018
- [3] Wikipedia, [online], Available: <https://it.wikipedia.org/wiki/Cordata>
- [4] R. Cabiati, «*Catena di assicurazione*» 2010
- [5] CAI Seregno, «*Catena di assicurazione*», 2010
- [6] Petzl, [online], Available: <https://www.petzl.com/IT/it/Sport/Fattore-di-caduta-e-forza-di-arresto---teoria?ActivityName=Arrampicata>
- [7] R. Enzo, «*Sicurezza delle attrezzature da alpinismo: resistenza delle corde e influenza di fattori esterni*», Politecnico di Torino, 2012
- [8] Sesto grado, [online], Available: <https://www.sestogrado.it/it/fattore-caduta-spiegato/>
- [9] R. Enzo, «*Sicurezza delle attrezzature da alpinismo: resistenza delle corde e influenza di fattori esterni*», Politecnico di Torino, 2012
- [10] D. Vesco, «*Analisi e ottimizzazione di telaio e forcellone di un motociclo da competizione*», Politecnico di Torino, 2021
- [11] M. Avalle, «*Modelli di iperelasticità*»

## 9 Appendice

### 9.1 Funzione di filtro

```

function [x1f] = filtro(x1)

fs=2000; % Da dati CC sample frequency
fNy=fs/2;
ft=30;
fg=1.75*ft;
Rp=0.5;
attenuazione=300;
% Chebyshev
[n,Wp]=cheblord(ft/fNy,fg/fNy,Rp,attenuazione);
[b,a]= cheby1(5,Rp,Wp);
%freqz(b,a,512,fs)

% PER I IIR DEVO FARE DOPPIA PASSATA
x1f=filtfilt(b,a,x1);

end

```