

POLITECNICO DI TORINO

Collegio di Ingegneria Meccanica, Aerospaziale,
dell'Autoveicolo e della Produzione

Corso di Laurea in
Ingegneria Meccanica

Tesi di Laurea Magistrale

Modellazione di un sistema rotore-cuscinetto tramite FEM per analisi delle vibrazioni



**Politecnico
di Torino**

Relatori

Prof.ssa Cristiana DELPRETE

Prof. Eugenio BRUSA

Ing. Lorenzo GIORIO

Candidato

Stefano FAVRE 278916

Ottobre 2022

Sommario

Indice delle tabelle.....	3
Indice delle figure.....	5
1 Introduzione	12
1.1 Motivazioni per lo sviluppo del modello	12
1.1.1 Il “condition monitoring”	13
1.1.2 La correlazione difetto-vibrazioni nei cuscinetti	14
1.1.3 Il banco prova.....	14
1.2 Oggetto della tesi.....	15
1.2.1 Introduzione	16
1.2.2 Fonti e metodologie esaminate	16
1.2.3 Simulazione delle forze impulsive.....	17
1.2.4 Simulazione delle vibrazioni.....	17
1.2.5 Verifica sperimentale	18
1.2.6 Risultati	18
1.2.7 Conclusioni	18
1.2.8 Bibliografia	18
2 Fonti e metodologie esaminate.....	20
2.1 Sistemi rotore-cuscinetto	20
2.2 Cuscinetti.....	21
2.3 Difetti sui cuscinetti.....	21
2.4 Modellazione dei difetti.....	22
2.4.1 Metodologie multi-body	22
2.4.2 Metodologie analitiche iterative.....	23
2.4.3 Metodologia “separata”.....	24
2.5 Verifica sperimentale ed approfondimenti	25
3 Simulazione delle forze impulsive.....	28
3.1 Inizializzazione dei parametri	38
3.2 Valutazione del contatto secondo Hertz.....	44
3.3 Distribuzione di carico lungo la pista dell’anello.....	53
3.3.1 Ipotesi importanti	53
3.3.2 Stima del carico radiale e sua distribuzione (secondo Stribeck).....	53
3.3.3 Stima del carico assiale e sua distribuzione	66
3.3.4 Stima del carico totale normale alla superficie di contatto	68
3.4 Valutazione della forza impulsiva secondo Khanam	69

3.4.1	La fase di “Rilassamento”	74
3.4.2	La fase di “Impatto”	84
3.4.3	La fase di riapplicazione del carico.....	95
3.5	Definizione del vettore di forzanti.....	96
4	Simulazione delle vibrazioni	109
4.1	Elaborazione su Solidworks	111
4.1.1	Semplificazione del modello.....	113
4.1.2	Suddivisione del modello (per evidenziare punti notevoli)	115
4.2	Analisi su Ansys.....	118
4.2.1	Il modello	118
4.2.2	Analisi Modale.....	120
4.2.3	Analisi Dinamica.....	124
4.3	Elaborazione dei risultati mediante MATLAB	129
5	Verifica sperimentale	137
5.1	Il banco prova.....	137
5.1.1	L’assieme cuscinetto-adattatore radiale	140
5.2	Svolgimento delle prove.....	141
5.3	Risultati delle prove sperimentali.....	142
6	Risultati delle simulazioni	151
6.1	Caso 1, velocità elevata, carichi intermedi.....	151
6.2	Caso 2, velocità ridotta, carichi intermedi.....	156
6.3	Caso 3, velocità elevata, carichi nulli.....	161
6.4	Caso 4, velocità elevata, carichi elevati	163
6.5	Caso 5, velocità elevata, carichi combinati (rad. - ass.).....	169
7	Conclusioni e sviluppi futuri	175
7.1	Validazione e pregi del modello.....	175
7.2	Problematiche e limiti del modello	177
7.3	Sviluppi futuri per il potenziamento del modello.....	179
	Bibliografia	183

Indice delle tabelle

Tabella 3.1,	notazioni utilizzate all'interno della trattazione e del codice MATLAB per il calcolo delle forzanti impulsive	28
Tabella 3.2,	esempio di variabili in input del programma (effettivamente testate).....	38
Tabella 3.3,	parametri costruttivi e dimensioni caratteristiche dei cuscinetti SKF 22240 CCK/W33 oggetto di studio	39
Tabella 3.4,	valori degli angoli di contatto geometrico e del difetto, rilevati dallo studio delle geometrie	42
Tabella 3.5,	giochi radiali tipici in cuscinetti ad anelli conici per classi di gioco "normale" e diametro compreso tra 180-225 mm	42
Tabella 3.6,	valori utili alla definizione del gioco radiale dei cuscinetti esaminati	43
Tabella 3.7,	proprietà meccaniche della lega 100CrMo7-3 (1.3536) [58], per i cuscinetti	44
Tabella 3.8,	raggi di curvatura caratteristici del contatto Hertziano tra corpi volventi ed anelli nella direzione x (assiale).....	45
Tabella 3.9,	raggi di curvatura caratteristici del contatto Hertziano tra corpi volventi ed anelli nella direzione y (circonferenziale).....	47
Tabella 3.10,	curvature radiali, sommatoria delle curvature, $\cos(\tau)$ del contatto Hertziano tra anello esterno e corpo volvente.....	49
Tabella 3.11,	curvature radiali, sommatoria delle curvature, $\cos(\tau)$ del contatto Hertziano tra anello interno e corpo volvente	49
Tabella 3.12,	tabulato di relazioni empiriche tra il valore di $\cos(\tau)$ e i parametri adimensionali del contatto Hertziano [5].....	50
Tabella 3.13,	parametri adimensionali per il calcolo della deformazione da contatto Hertziano (interno ed esterno).....	51
Tabella 3.14,	parametri di rigidezza del contatto Hertziano interno, esterno, ed equivalente (compresi entrambi i fenomeni)	55
Tabella 3.15,	tabulato di relazioni empiriche tra il parametro adimensionale ϵ e l'integrale della distribuzione di carico	61
Tabella 3.16,	risultati della valutazione della distribuzione di carico radiale nel caso con $Fr = 62.4kN$	64
Tabella 3.17,	dimensioni caratteristiche del difetto simulato (coerenti con quanto misurato in laboratorio)	71
Tabella 3.18,	massa e momenti d'inerzia dei corpi volventi del cuscinetto SKF 22240 CCK/W3382	
Tabella 3.19,	proprietà del materiale, rilevanti nella valutazione del contatto Hertziano tra corpo volvente ed orlo del difetto.....	86
Tabella 3.20,	frequenze caratteristiche della simulazione (BPFO, BPFI, BSF) per una velocità di rotazione dell'albero di 997 rpm	98
Tabella 3.21,	periodi eccitazione e time to impact nella valutazione del caso con velocità di rotazione dell'albero di 997 rpm	98

Tabella 3.22,	esempio parametri in input (effettivamente utilizzati) per la determinazione del vettore di forzanti impulsive.....	104
Tabella 4.1,	proprietà meccaniche della lega S235 (acciaio strutturale) per gli adattatori	119
Tabella 4.2,	esempio parametri in input (effettivamente utilizzati) per la determinazione delle accelerazioni simulate	129
Tabella 5.1,	dati e parametri per il calcolo della vita utile dei cuscinetti SKF 22240 CCK/W33 (utilizzati per impostare il banco prova).....	142
Tabella 5.2,	esempio parametri di prova (effettivamente utilizzati) per la determinazione delle accelerazioni sperimentali	143
Tabella 6.1,	parametri in input per il rilevamento sperimentale e per la simulazione delle accelerazioni del “caso 1”	151
Tabella 6.2,	parametri in input per il rilevamento sperimentale e per la simulazione delle accelerazioni del “caso 2”	156
Tabella 6.3,	parametri in input per il rilevamento sperimentale e per la simulazione delle accelerazioni del “caso 3”	161
Tabella 6.4,	parametri in input per il rilevamento sperimentale e per la simulazione delle accelerazioni del “caso 4”	163
Tabella 6.5,	parametri in input per il rilevamento sperimentale e per la simulazione delle accelerazioni del “caso 5”	169

Indice delle figure

Figura 3.1,	dimensioni caratteristiche del corpo volvente con dettaglio dei diametri ed estensione in direzione assiale	39
Figura 3.2,	rappresentazione della dimensione adottata per la stima del “pitch diameter”	40
Figura 3.3,	rappresentazione dell’angolo di contatto geometrico “ α ” (immagine a sinistra) e della conseguente ripartizione del carico radiale Q_r (immagine a destra) nella descrizione offerta da Harris [5]	40
Figura 3.4,	dettaglio della differenza tra angolo di contatto geometrico ed angolo di contatto relativo al difetto	41
Figura 3.5,	dettaglio del gioco radiale come definito per la raccolta dei dati utilizzati [55]	42
Figura 3.6,	rappresentazione della proiezione del gioco radiale in direzione verticale	43
Figura 3.7,	rappresentazione dell’orma delle superfici di contatto Hertziano in un cuscinetto a singola corona di sfere, associata alle formule per il calcolo delle rispettive curvature [39]	45
Figura 3.8,	dettaglio del raggio di curvatura in direzione “x” del rullo a botte	46
Figura 3.9,	dettaglio del raggio di curvatura in direzione “x” dell’anello esterno (a sinistra) e di quello interno (a destra)	46
Figura 3.10,	dettaglio del raggio di curvatura in direzione “y” degli anelli interno ed esterno del cuscinetto	48
Figura 3.11,	andamento del parametro adimensionale δ^* in funzione di $\cos(\tau)$	51
Figura 3.12,	dettaglio dell’andamento del parametro adimensionale δ^* in funzione di $\cos(\tau)$ nell’intorno di $\cos(\tau) = 1$	52
Figura 3.13,	andamento dei vari parametri adimensionali del contatto Hertziano al variare di $\cos(\tau)$ [5]	52
Figura 3.14,	dettaglio della proiezione della deformazione normale al contatto in direzione radiale (per effetto della geometria orientabile a doppia corona di rulli)	56
Figura 3.15,	rappresentazioni utili alla definizione dello spostamento radiale dell’anello interno δ_r , per effetto dei giochi e delle deformazioni da contatto con i corpi volventi sottesi alla distribuzione di carico [5]	57
Figura 3.16,	rappresentazioni delle distribuzioni di carico al variare del parametro ϵ , dipendente dal gioco/interferenza radiale [5]	58
Figura 3.17,	rappresentazione della ripartizione di carico radiale esterno su un singolo corpo volvente per effetto della geometria orientabile a doppia corona di rulli	59
Figura 3.18,	diagramma empirico dell’andamento dell’integrale della distribuzione di carico radiale in funzione di ϵ con riportato il valore specifico ottenuto al termine delle procedure di calcolo nell’ipotesi di applicare un carico di 62.4 kN	63
Figura 3.19,	diagramma simulato dell’andamento della reazione in direzione radiale sviluppata dal cuscinetto all’aumentare dello spostamento radiale δ_r , con riportato il valore specifico di traslazione ottenuta nell’ipotesi di applicare un carico di 62.4 kN	63

Figura 3.20,	rappresentazione della relazione tra deformazione radiale e rispettivo gioco in un punto generico (differente dal punto di massimo della distribuzione di carico)	65
Figura 3.21,	rappresentazione della ripartizione di carico assiale esterno su un singolo corpo volvente per effetto della geometria orientabile a doppia corona di rulli	67
Figura 3.22,	rappresentazione del corpo volvente al termine della fase di rilassamento, con dettaglio delle varie quote geometriche d'interesse, tra cui, l'affondamento [29].....	70
Figura 3.23,	rappresentazione delle geometrie associate al singolo corpo volvente, con dettaglio del valore del diametro del rullo a botte in corrispondenza del contatto con il difetto	71
Figura 3.24,	rappresentazione delle tre fasi di attraversamento di un difetto da parte di un corpo volvente: fase di rilassamento, fase d'impatto, fase di riapplicazione del carico, con rispettivo delle forze associate	73
Figura 3.25,	rappresentazione grafica della forza applicata sul corpo volvente in corrispondenza dell'orlo d'ingresso nel difetto, approssimata come se fosse equivalente al valore misurato al centro del difetto nell'ipotesi che questo non sia presente	75
Figura 3.26,	rappresentazione degli angoli sottesi al difetto (θ_0 e θ_b) e dei raggi e diametri utilizzati per calcolarli	76
Figura 3.27,	triangoli di velocità realizzati dagli elementi che compongono il sistema cuscinetto (con anello esterno fisso).....	77
Figura 3.28,	confronto tra il raggio dell'anello interno riferito al centro del cuscinetto e la rispettiva proiezione sulla verticale	78
Figura 3.29,	rappresentazione delle principali grandezze coinvolte nella stima della velocità finale del corpo volvente, pochi istanti prima dell'urto [29].....	79
Figura 3.30,	rappresentazione delle principali grandezze coinvolte nella stima della velocità finale del corpo volvente, pochi istanti prima dell'urto, mediante l'uso della formula semplificata (no forza peso)	81
Figura 3.31,	rappresentazione delle principali grandezze coinvolte nella stima della massima forza d'impatto, introducendo la quota di reazione elastica e mantenendo l'uso della formula semplificata (no forza peso)	85
Figura 3.32,	rappresentazione del raggio di curvatura dell'orlo del difetto associato alla descrizione della rigidità equivalente del contatto [29].....	87
Figura 3.33,	dettaglio delle accelerazioni del corpo volvente in concomitanza con la fase d'impatto, corredate di raggi ed angoli utili a determinarne la componente normale all'orlo del difetto e, quindi, utile al calcolo dell'urto	89
Figura 3.34,	dettaglio delle velocità iniziali del corpo volvente durante la fase d'impatto, corredate di raggi ed angoli utili a determinarne la componente normale all'orlo del difetto e, quindi, utile al calcolo dell'urto	92
Figura 3.35,	rappresentazione indicativa del metodo numerico adottato all'interno del codice MATLAB per la rilevazione della deformazione massima realizzata mediante l'urto e del rispettivo tempo d'impatto	95
Figura 3.36,	rappresentazione dell'andamento della forza associata alla distribuzione di carico durante il passaggio di un corpo volvente sul difetto in tutte e tre le fasi caratteristiche (I, II, III).	96
Figura 3.37,	sistema di riferimento adottato dal modello in Ansys.....	101

Figura 3.38,	proiezione della forza normale al contatto nella sua componente assiale (X)	103
Figura 3.39,	scomposizione della forza normale al contatto nelle direzioni principali: X (assiale) ed Y, Z (radiali).....	103
Figura 3.40,	andamento della forzante impulsiva normale al contatto, valutata per l'intera durata della simulazione.....	105
Figura 3.41,	andamento della forzante impulsiva normale al contatto, valutata per i primi 60 ms della simulazione.....	105
Figura 3.42,	andamento della forzante impulsiva in direzione X, valutata per i primi 60 ms della simulazione.....	106
Figura 3.43,	andamento della forzante impulsiva in direzione Y, valutata per i primi 60 ms della simulazione.....	106
Figura 3.44,	andamento della forzante impulsiva in direzione Y, valutata per i primi 60 ms della simulazione.....	107
Figura 4.1,	vista frontale dell'assieme cuscinetto-adattatore radiale (dotato di accelerometro) presente nel banco prova	109
Figura 4.2,	vista superiore del banco prova con dettaglio dell'assieme cuscinetto-adattatore contenente il componente danneggiato	110
Figura 4.3,	una vista completa dell'assieme (a sinistra) e rispettiva sezione passante per l'asse centrale (a destra) del modello CAD del cuscinetto SKF 22240 CCK/W33 oggetto di studio	111
Figura 4.4,	modello CAD Solidworks del solo anello esterno del cuscinetto SKF 22240 CCK/W33 oggetto di studio	112
Figura 4.5,	modello CAD Solidworks della metà superiore dell'adattatore radiale (dotata di sede per accelerometro).....	112
Figura 4.6,	modello CAD Solidworks della metà inferiore dell'adattatore radiale.....	112
Figura 4.7,	dettaglio delle semplificazioni effettuate sul modello CAD Solidworks dell'anello esterno del cuscinetto	113
Figura 4.8,	rappresentazione del modello CAD Solidworks dell'anello esterno del cuscinetto a valle delle semplificazioni.....	114
Figura 4.9,	dettaglio delle semplificazioni effettuate sul modello CAD Solidworks della metà superiore dell'adattatore radiale	114
Figura 4.10,	dettaglio delle semplificazioni effettuate sul modello CAD Solidworks della metà inferiore dell'adattatore radiale	115
Figura 4.11,	rappresentazione del modello suddiviso dell'anello esterno, con evidenziata la posizione del difetto	116
Figura 4.12,	tavola fornita dal costruttore recante le informazioni relative le dimensioni e la posizione del difetto	116
Figura 4.13,	rappresentazione del modello suddiviso dell'adattatore superiore, con evidenziata la posizione dell'accelerometro.....	117
Figura 4.14,	rappresentazione del modello semplificato e suddiviso dell'assieme anello esterno - adattatore radiale	117

Figura 4.15,	rappresentazione del modello Ansys prima (a sinistra) e dopo la realizzazione della mesh a facce quadrate (a destra).....	119
Figura 4.16,	schema funzionale del modello Ansys sviluppato, con evidenziato il blocco “modal” per l’analisi delle forme modali.....	120
Figura 4.17,	settima forma modale, eccitata a frequenze di 920 Hz.....	121
Figura 4.18,	ottava forma modale, eccitata a frequenze di 1160 Hz e rappresentata ai due estremi della deformazione	121
Figura 4.19,	nona forma modale, eccitata a frequenze di 1200 Hz e rappresentata ai due estremi della deformazione	122
Figura 4.20	decima forma modale, eccitata a frequenze di 1210 Hz.....	123
Figura 4.21,	quattordicesima forma modale, eccitata a frequenze di 3010 Hz (a sinistra); e quindicesima forma modale, eccitata a frequenze di 3100 Hz (a destra).....	123
Figura 4.22,	schema funzionale del modello Ansys sviluppato, con evidenziato il blocco “explicit dynamics” per l’analisi del comportamento vibrazionale dell’assieme a seguito all’applicazione del treno di carichi impulsivi	124
Figura 4.23,	confronto delle dimensioni caratteristiche degli elementi della mesh tetragonale prima (a sinistra) e dopo (a destra) dell’eliminazione della sporgenza dell’anello esterno dall’adattatore (colori accesi => forte differenza tra gli elementi).....	125
Figura 4.24,	rappresentazione delle condizioni al bordo del modello Ansys durante la simulazione, in blu (a sinistra) è il vincolo completamente fisso a contatto con il fondo della scatola, in giallo (a destra) è il vincolo di traslazione laterale in direzione Z	127
Figura 4.25,	rappresentazione della forzante impulsiva applicata al modello Ansys per l’analisi FEM delle vibrazioni dell’assieme.....	127
Figura 4.26,	rappresentazione del “acceleration probe” implementato in Ansys per rilevare i segnali d’interesse della simulazione, corredato anche di sistema di riferimento locale per la definizione della direzione in cui campionare le accelerazioni (Y)	128
Figura 4.27,	andamento delle accelerazioni simulate dall’analisi FEM per effetto delle forzanti impulsive	130
Figura 4.28,	andamento dello spettro in frequenza delle accelerazioni simulate dall’analisi FEM per effetto delle forzanti impulsive.....	132
Figura 4.29,	andamento delle accelerazioni simulate corrette restituite dall’analisi FEM.....	133
Figura 4.30,	andamento dello spettro in frequenza delle accelerazioni simulate corrette restituite dall’analisi FEM	133
Figura 4.31,	spettro d’involuppo delle accelerazioni corrette simulate dall’analisi FEM ricavate mediante una simulazione di 1.5s.....	134
Figura 4.32,	dettaglio dello spettro d’involuppo delle accelerazioni corrette, simulate dall’analisi FEM, a frequenze inferiori a 500 Hz, e ricavate per mezzo di una simulazione di 1.5s	135
Figura 4.33,	dettaglio dello spettro d’involuppo delle accelerazioni corrette, simulate dall’analisi FEM, a frequenze inferiori a 500 Hz e ricavate per mezzo di una simulazione di 0.5s	135
Figura 5.1,	schema di funzionamento della “self-contained box” presente nel banco prova [32]	138

Figura 5.2,	immagine del contenuto della “self-contained box”: albero rotante e quattro gruppi di adattatori – cuscinetti [32].....	139
Figura 5.3,	immagine del contenuto della “self-contained box”: dettaglio del sistema idraulico di messa in pressione degli attuatori assiali e dei cuscinetti secondari a supporto dell’albero [32].....	139
Figura 5.4,	immagine esterna del banco prova utilizzato per la verifica sperimentale del modello [32]	140
Figura 5.5,	schema di funzionamento della “self-contained box” con identificazione del cuscinetto recante difetto sull’anello esterno e dettaglio del suo orientamento all’interno del banco durante le prove [32].....	141
Figura 5.6,	andamento nel tempo delle accelerazioni grezze rilevate per mezzo delle prove sperimentali su tutti e quattro i cuscinetti testati (danneggiamento su componente numero 4)	144
Figura 5.7,	andamento in frequenza delle accelerazioni grezze rilevate per mezzo delle prove sperimentali su tutti e quattro i cuscinetti testati (danneggiamento su componente numero 4)	146
Figura 5.8,	andamento nel tempo delle accelerazioni filtrate alle frequenze di 4000 ed 8000 Hz, rilevate per mezzo delle prove sperimentali su tutti e quattro i cuscinetti testati (danneggiamento su componente numero 4).....	147
Figura 5.9,	andamento in frequenza delle accelerazioni filtrate alle frequenze di 4000 ed 8000 Hz, rilevate per mezzo delle prove sperimentali su tutti e quattro i cuscinetti testati (danneggiamento su componente numero 4).....	147
Figura 5.10,	spettro d’involuppo delle accelerazioni filtrate alle frequenze di 4000 ed 8000 Hz, rilevate per mezzo delle prove sperimentali su tutti e quattro i cuscinetti testati (danneggiamento su componente numero 4).....	148
Figura 5.11,	spettro d’involuppo delle accelerazioni rilevate per mezzo delle prove sperimentali su tutti e quattro i cuscinetti testati, ripulite del rumore di fondo e filtrate alle frequenze di 4000 ed 8000 Hz (danneggiamento su componente numero 4).....	149
Figura 6.1,	andamento nel tempo delle accelerazioni simulate del “caso 1”, valutate su un intervallo di 1s	152
Figura 6.2,	andamento nel tempo delle accelerazioni sperimentali filtrate del “caso 1”, valutate su un intervallo di 1s	152
Figura 6.3,	spettro d’involuppo delle accelerazioni simulate del “caso 1”	153
Figura 6.4,	spettro d’involuppo delle accelerazioni sperimentali filtrate del “caso 1”	154
Figura 6.5,	confronto tra gli spettri d’involuppo delle accelerazioni simulate divise per un fattore 3.5 (in blu) e le accelerazioni sperimentali filtrate (in rosso) per il “caso 1”.....	155
Figura 6.6,	andamento nel tempo delle accelerazioni simulate del “caso 2”, valutate su un intervallo di 1s	157
Figura 6.7,	andamento nel tempo delle accelerazioni sperimentali filtrate del “caso 2”, valutate su un intervallo di 1s	157
Figura 6.8,	spettro d’involuppo delle accelerazioni simulate del “caso 2”	159
Figura 6.9,	spettro d’involuppo delle accelerazioni sperimentali filtrate del “caso 2”	159

Figura 6.10,	confronto tra gli spettri d'inviluppo delle accelerazioni simulate divise per un fattore 3.5 (in blu) e le accelerazioni sperimentali filtrate (in rosso) per il "caso 2"	160
Figura 6.11,	andamento nel tempo delle accelerazioni sperimentali filtrate del "caso 3", valutate su un intervallo di 1s	162
Figura 6.12,	spettro d'inviluppo delle accelerazioni sperimentali filtrate del "caso 3"	162
Figura 6.13,	andamento nel tempo delle accelerazioni simulate del "caso 4", valutate su un intervallo di 1s	164
Figura 6.14,	andamento nel tempo delle accelerazioni sperimentali filtrate del "caso 4", valutate su un intervallo di 1s	165
Figura 6.15,	spettro d'inviluppo delle accelerazioni simulate del "caso 4"	166
Figura 6.16,	spettro d'inviluppo delle accelerazioni sperimentali filtrate del "caso 4"	167
Figura 6.17,	confronto tra gli spettri d'inviluppo delle accelerazioni simulate divise per un fattore 3.5 (in blu) e le accelerazioni sperimentali filtrate (in rosso) per il "caso 4"	168
Figura 6.18,	confronto tra gli spettri d'inviluppo delle accelerazioni simulate divise per un fattore 3.5 e poi, nuovamente, per un ulteriore fattore 5 (in blu) e le accelerazioni sperimentali filtrate (in rosso) per il "caso 4"	168
Figura 6.19,	andamento nel tempo delle accelerazioni simulate del "caso 5", valutate su un intervallo di 1s	170
Figura 6.20,	andamento nel tempo delle accelerazioni sperimentali filtrate del "caso 5", valutate su un intervallo di 1s	170
Figura 6.21,	spettro d'inviluppo delle accelerazioni simulate del "caso 5"	171
Figura 6.22,	spettro d'inviluppo delle accelerazioni sperimentali filtrate del "caso 5"	172
Figura 6.23,	confronto tra gli spettri d'inviluppo delle accelerazioni simulate divise per un fattore 3.5 (in blu) e le accelerazioni sperimentali filtrate (in rosso) per il "caso 5"	173

Capitolo 1

Introduzione

La seguente tesi di laurea tratta la modellazione di un sistema rotore-cuscinetto per l'analisi dei fenomeni vibrazionali che si generano conseguentemente alla presenza di difetti sulle superfici che realizzano un contatto tra gli anelli e gli elementi volventi. Lo scopo ultimo di questo progetto è lo sviluppo di un programma atto a simulare le relazioni che si instaurano durante il passaggio di un corpo volvente al di sopra di una sezione danneggiata del cuscinetto e, a partire da queste, dedurre il conseguente comportamento vibrazionale dell'intero assieme. La realizzazione del modello è avvenuta, innanzitutto, per mezzo di un codice MATLAB, dedito alla descrizione fenomenologica degli impatti realizzati alla presenza di difetti, ed alla costruzione di un vettore contenente l'andamento del treno d'impulsi generato. Successivamente, i risultati di tale studio sono stati importati all'interno del software Ansys, al fine di realizzare un'analisi FEM in grado di tradurre le forzanti precedentemente stimate nelle vibrazioni di sistema che ne conseguono. Il caso particolare del danneggiamento della pista esterna di un cuscinetto SKF 22240 CCK/W33 è stato preso a riferimento per lo sviluppo del modello e, infine, esso è stato testato in laboratorio per mezzo di un opportuno banco prova al fine verificare la validità dei risultati ottenuti.

1.1 Motivazioni per lo sviluppo del modello

Le motivazioni per lo sviluppo di un simile modello sono molteplici, tuttavia, la ragione principale risiede nell'intento di indagare la possibilità di simulare eventi di malfunzionamento all'interno di un sistema rotore-cuscinetto senza la necessità di danneggiare fisicamente i componenti per condurre test sperimentali. Infatti, la raccolta di dati relativi al manifestarsi di eventi anomali avviene, tradizionalmente, per mezzo di studi di natura empirica i quali, però, possono dimostrarsi molto costosi nell'ipotesi di realizzare molteplici prove inerenti differenti tipologie di danneggiamenti. Questo limita gli studi all'analisi di poche casistiche principali, e non permette una valutazione approfondita di condizioni di malfunzionamento più specifiche o complesse. Lo sviluppo di sistemi per la simulazione predittiva di tali comportamenti diventa, pertanto, desiderabile, grazie alla significativa riduzione dei costi che si determina facendo ricorso ad una simulazione virtuale piuttosto che ad un test sperimentale in laboratorio. Tale beneficio è legato al fatto che un modello digitale consente di reperire informazioni su eventi molto differenti tra loro semplicemente attraverso la modifica dei parametri in input, e, quindi, senza la necessità di effettuare complesse lavorazioni meccaniche di danneggiamento intenzionale sul componente. Conseguentemente, diventa anche possibile testare numerose condizioni di malfunzionamento differenti, incluse casistiche molto complesse, attraverso una semplice implementazione ragionata dei parametri di input. Questo è un beneficio importante nell'ottica di sviluppo di un ricco database di informazioni in merito a comportamenti anomali di un sistema meccanico. La creazione di tali basi di dati è un passo fondamentale nell'implementazione di tecniche di "condition monitoring" per la valutazione dello stato di salute di un sistema, verso cui la realizzazione di questa tesi è proiettata.

1.1.1 Il “condition monitoring”

Con il termine “condition monitoring” si indica l’implementazione di un processo di verifica delle condizioni di funzionamento di un sistema ingegneristico, realizzato con continuità nel tempo, al fine di determinarne lo stato di salute e di rilevarne eventuali malfunzionamenti. La valutazione delle condizioni di lavoro di una macchina avviene per mezzo dell’analisi di alcuni parametri rappresentativi quali, principalmente, i carichi, le temperature, la velocità di rotazione e, infine, le vibrazioni. La stima di tali grandezze è realizzata mediante l’inserimento di opportuni sensori all’interno della struttura macchinario, la cui collocazione avviene, tipicamente, in prossimità dei componenti più sollecitati ed importanti dell’insieme, quali, ad esempio, i cuscinetti. Per questo motivo, la tesi in questione analizzerà il comportamento vibrazionale dei cuscinetti SKF 22240 CCK/W33 in presenza di difetti sulla superficie della pista dell’anello esterno.

L’implementazione del “condition monitoring” garantisce molteplici benefici da un punto di vista ingegneristico, primo tra tutti, l’ottimizzazione delle condizioni di lavoro. Questo aspetto è molto importante se si considera, per esempio, una macchina per la lavorazione industriale quale un laminatoio, dal momento che il buon funzionamento del macchinario influisce direttamente sulla qualità del prodotto finale. La verifica delle condizioni di lavoro migliora, pertanto, l’efficacia di un sistema, attraverso la rilevazione repentina di comportamenti anomali. Infatti, l’identificazione di eventuali danneggiamenti, permette di evidenziare la necessità di effettuare sostituzioni mirate dei componenti, anche al di fuori del programma manutenzione ordinario, in modo da ridurre le sollecitazioni esercitate sulle parti sane per effetto di quella danneggiata. Conseguentemente, diventa anche possibile estendere la vita utile dei restanti componenti, i quali vengono mantenuti in condizioni di funzionamento ottimali rimuovendo le cause delle anomalie. Infine, grazie alla capacità di determinare se il sistema ed i suoi componenti si trovano in uno stato di salute accettabile, diventa possibile estendere ulteriormente la vita utile delle singole parti, dal momento che le sostituzioni programmate avvengono in previsione di una probabile rottura/danneggiamento che potrebbe non essersi ancora manifestata. Quindi, andando a sostituire le parti quando queste effettivamente lo necessitano, piuttosto che ad intervalli di utilizzo regolari, se ne estende la durata, anche di molto, nell’ipotesi che il parametro d’incertezza sulla vita residua sia stato imposto come molto stringente.

Il massimo beneficio del “condition monitoring”, tuttavia, risiede nella capacità di inserire tale pratica all’interno di un contesto di intelligenza artificiale in grado di estenderne le potenzialità e di identificare in maniera autonoma le specifiche anomalie al fine di prendere decisioni correttive opportune. Tali decisioni possono consistere nel portare il sistema in condizioni di fermo macchina e messa in sicurezza, modificare i parametri di funzionamento con l’intento di ottimizzarlo, oppure, contattare gli addetti alla manutenzione per la sostituzione delle componenti danneggiate, indicando specificamente quale parte necessita di riparazioni. Inoltre, l’utilizzo di algoritmi di intelligenza artificiale consente, all’occorrenza, di arricchire il database di conoscenze acquisite, quando il sistema rileva un’anomalia che non era stata precedentemente studiata e gli vengono fornite le opportune misure correttive. Quest’ultimo aspetto aumenta ulteriormente il potenziale d’utilizzo del condition monitoring ed apre le porte a successivi sviluppi, quali, lo sviluppo di un “digital twin” e le metodologie e pratiche definite dal concetto di “Industria 4.0”.

Tuttavia, come anticipato, per permettere l’implementazione del “condition monitoring”, la realizzazione di un database contenente le informazioni in merito alle condizioni di funzionamento ottimali e ad eventuali comportamenti anomali deve comunque essere perseguita, indipendentemente dalla presenza di sviluppi ulteriori mediante l’uso di algoritmi di intelligenza artificiale o altri sistemi avanzati. La raccolta dei dati in questione deve avvenire per mezzo di prove sperimentali o simulazioni e, in tale contesto, si inserisce il modello sviluppato nella seguente tesi, il quale andrà ad

emulare il comportamento vibrazionale di un sistema rotore-cuscinetto in presenza di difetti sulla pista dell'anello esterno.

1.1.2 La correlazione difetto-vibrazioni nei cuscinetti

Come anticipato, la stima di parametri rilevanti per l'implementazione del "condition monitoring" deve riguardare il funzionamento di elementi cruciali presenti all'interno dell'assieme. I cuscinetti sono tipicamente alcuni dei componenti maggiormente sollecitati in un sistema meccanico ed il loro danneggiamento può dare origine a fenomeni deleteri per l'intero macchinario. Conseguentemente, essi si presentano come candidati ideali per la valutazione delle condizioni di salute dell'assieme in cui vengono montati. Più precisamente, è stato dimostrato, all'interno della letteratura, così come per mezzo di svariate prove sperimentali, il fatto che la presenza di difetti sulle superfici di contatto dei cuscinetti vada a generare un comportamento oscillatorio anomalo caratterizzato da vibrazioni a frequenze caratteristiche. Ne consegue, pertanto, che è possibile stimare lo stato di usura di un cuscinetto in relazione alle frequenze eccitate dal componente stesso. Tali frequenze dipendono dal numero di difetti presenti sulle superfici di contatto, nonché dalla loro ubicazione e dalla velocità di rotazione dell'albero su cui i cuscinetti sono stati calettati. La letteratura ha, infatti, identificato tre differenti frequenze caratteristiche, dipendenti dalla velocità dell'albero, per i casi contenenti difetti, rispettivamente, sulla pista dell'anello esterno, sulla pista dell'anello interno, e sulla superficie di un corpo volvente.

La fenomenologia che descrive l'eccitazione di tali frequenze è stata indagata da molteplici autori e, ciò che è stato verificato, è che i corpi volventi, quando sono coinvolti nel passaggio su una zona danneggiata, vedono il loro carico di compressione ridursi per poi essere riapplicato istantaneamente nella fase di uscita dal difetto. Tale riapplicazione di carico determina l'insorgenza di una forza impulsiva che eccita le vibrazioni precedentemente descritte. Conseguentemente, la presenza di difetti può essere indagata sperimentalmente per mezzo di uno studio sulle vibrazioni di un cuscinetto, o di un suo assieme, realizzato applicando uno o più accelerometri su di esso.

Sulla base di queste considerazioni, il modello sviluppato nelle pagine seguenti descriverà i fenomeni appena esposti a partire dalla valutazione degli impatti, passando poi alla definizione del treno d'impulsi, fino alla determinazione delle conseguenti vibrazioni. Più precisamente, la modellazione è avvenuta in due fasi successive, la prima dedicata alla determinazione delle forzanti coinvolte nell'attraversamento del difetto da parte del corpo volvente, la seconda dedicata alla valutazione degli effetti di tale urto sull'assieme, sotto forma di vibrazioni. Come anticipato, l'intero programma è stato costruito sulla base delle specifiche tecniche dei cuscinetti SKF 22240 CCK/W33, utilizzati, peraltro, per la validazione dei risultati ottenuti. Si specifica, tuttavia, che il codice è stato realizzato in modo da garantire flessibilità nella stima delle forzanti anche per quanto concerne lo studio di tipologie di cuscinetti differenti, attraverso una opportuna modifica dei parametri dimensionali in input. Tuttavia, la seconda metà del modello, essendo basata su un design 3D del componente d'interesse, dovrà essere soggetta a modifiche più estese per poter essere utilizzata.

1.1.3 Il banco prova

Come sostenuto al termine del paragrafo precedente, i cuscinetti SKF 22240 CCK/W33 sono stati utilizzati come base per lo sviluppo dell'intero programma di simulazione. Essi appartengono alla categoria dei cuscinetti orientabili di grandi dimensioni a doppia corona di rulli, adatti alla trasmissione di carichi elevati con velocità di rotazione ridotte. La scelta di tali componenti è dipesa in parte dal fatto che la loro complessa morfologia favorisse lo sviluppo di un codice di calcolo delle

forzanti il più possibile generalizzato, per quanto concerne le variabili geometriche implementabili. Tuttavia, la vera ragione di tale scelta è da ricondursi alla presenza di un banco prova all'interno dei laboratori del Politecnico di Torino coinvolto in test sperimentali sulla natura delle vibrazioni di un sistema rotore-cuscinetto adattato propriamente alla sollecitazione e monitoraggio dei componenti appena presentati. Il banco prova in questione è costituito da un treno di quattro cuscinetti montati in serie su di un albero messo in rotazione per mezzo di un motore elettrico. Le componenti testate sono calettate con interferenza sull'anello interno e bloccate assialmente per mezzo di opportuni organi di fissaggio. I carichi esterni sono applicati tramite un gruppo di attuatori idraulici, sia assiali sia radiali, la cui spinta viene ripartita equamente sui vari cuscinetti per mezzo di una serie di adattatori, i quali vanno in battuta tra di loro, e con le superfici limitrofe, per trasferire le forze. Dal momento che i cuscinetti testati sono progettati per sostenere carichi elevati (fino anche alle centinaia di tonnellate), l'intero gruppo è stato racchiuso all'interno di una scatola che impedisce la trasmissione delle sollecitazioni verso l'esterno, evitando di danneggiare la piattaforma di sostegno ed i cuscinetti secondari atti a vincolare l'albero in prossimità dei lati non caricati. Per maggiori informazioni in merito agli elementi ed al funzionamento del banco prova, si rimanda al capitolo 5.1 della tesi.

Tale banco è stato, infatti, coinvolto nell'analisi delle vibrazioni di una coppia di cuscinetti SKF 22240 CCK/W33 danneggiati, su richiesta, dallo stesso costruttore in corrispondenza dei punti tipicamente soggetti a cedimento.

L'opportunità di fruire questo banco prova per la raccolta di risultati sperimentali si è rivelata utile per determinare l'effettivo comportamento del sistema in presenza di danneggiamenti e, quindi, di convalidare i risultati ottenuti per mezzo delle simulazioni. In particolare, è stato valutato il caso di un cuscinetto recante un difetto circolare sulla pista dell'anello esterno, calettato in modo che il danno fosse posto in corrispondenza del punto di massima sollecitazione radiale all'interno del banco. Le simulazioni, così come le prove sperimentali, sono avvenute per diverse condizioni di carico e velocità di rotazione, ed infine, confrontate a verifica della validità dei risultati.

1.2 Oggetto della tesi

L'oggetto della seguente tesi, come anticipato, è la modellazione di un sistema rotore-cuscinetto per la stima del relativo comportamento vibrazionale in presenza di difetti, realizzata mediante l'implementazione di un'analisi FEM. Lo studio è avvenuto a partire dalla consultazione della documentazione offerta dalla letteratura sull'argomento e, a partire da essa, sono stati identificati due principali fenomeni legati alla presenza di danneggiamenti sulle superfici di contatto dei cuscinetti.

Il primo di tali fenomeni riguarda la generazione di forzanti impulsive al passaggio di un corpo volvente al di sopra di una superficie danneggiata. Infatti, prendendo in considerazione la formazione di piccole "cave" sulle superfici dei corpi volventi e delle piste degli anelli, come conseguenza della presenza di meccanismi di usura quali il pitting, si determinano delle irregolarità di contatto che sollecitano i componenti coinvolti. Più precisamente, quando un rullo sottoposto a carico da compressione attraversa una di queste zone, esso vede diminuire la sollecitazione applicata su di esso come conseguenza del suo affondamento all'interno della cava. Il carico applicato dall'esterno, pertanto, va a ridistribuirsi sugli elementi volventi restanti per compensare la quota di carico ceduta dal corpo entrante nel difetto, fintanto che questo è coinvolto nella fase di attraversamento. Al termine di tale fase, tuttavia, il carico viene riapplicato bruscamente sul rullo interessato, il quale viene trascinato in sede dalla gabbia. Tale fenomeno da origine ad un urto, i cui effetti si propagano all'interno dell'intera struttura sotto forma di vibrazioni. La simulazione del fenomeno di generazione delle forze nei casi presentanti un difetto, è stata realizzata per mezzo di un codice MATLAB, il quale

ha restituito gli specifici valori di forza massima sviluppata ed il vettore di impulsi generati per la durata della simulazione.

Il secondo fenomeno tratta, invece, gli effetti dell'applicazione di tali urti sulla struttura che, come anticipato, dà origine ad una serie di vibrazioni caratteristiche a seconda della posizione del difetto e della velocità di rotazione dell'albero. Tuttavia, dal momento che all'interno del banco prova sperimentale, i dati relativi le vibrazioni sono stati ricavati per mezzo di un gruppo di accelerometri fissati in corrispondenza degli adattatori radiali dei cuscinetti, si è reso necessario modellare l'intero blocco per poter stimare efficacemente delle vibrazioni compatibili con quelle registrate. Pertanto, essendo tale assieme alquanto complesso da un punto di vista geometrico e presentando proprietà meccaniche diverse per quanto concerne cuscinetto e adattatore, esso è stato analizzato per mezzo di una FEM tridimensionale. In questo modo sono state preservate le informazioni relative alle inerzie ed agli smorzamenti delle singole parti dell'assemblato, ed è stato, inoltre, possibile ricavare le accelerazioni del sistema in corrispondenza dell'esatto punto in cui è collocato l'accelerometro all'interno del banco.

Si chiarisce, tuttavia, che la seguente tesi ha modellato esclusivamente uno dei quattro gruppi cuscinetto-adattatore effettivamente presenti all'interno del banco. Nello specifico, è stato trattato l'insieme contenente il cuscinetto danneggiato.

Nei seguenti sottoparagrafi vengono descritti, nell'ordine in cui sono presentati, i vari capitoli di questa tesi, enunciandone brevemente i contenuti.

1.2.1 Introduzione

L'introduzione, appena descritta, riporta le motivazioni per lo sviluppo della seguente tesi e presenta, concisamente, le scelte e le metodologie adottate all'interno dello studio. Nello specifico, vengono brevemente descritti il concetto di "condition monitoring", la relazione fenomenologica tra difetti, impulsi e vibrazioni, e, infine, il banco prova utilizzato per la verifica sperimentale dei risultati.

1.2.2 Fonti e metodologie esaminate

Il capitolo dedicato alla descrizione delle fonti e delle metodologie esaminate fornisce uno sguardo sulle principali nozioni e tecniche presentate dalla letteratura nell'ambito delle tematiche utili allo sviluppo di questa tesi. Innanzitutto, vengono brevemente presentate le caratteristiche e le proprietà relative la descrizione dei fenomeni vibrazionali che si instaurano all'interno di sistemi rotanti del tipo rotore-cuscinetto. Successivamente, il capitolo si dilunga nella presentazione delle nozioni inerenti alla teoria del contatto Hertziano, in quanto aspetto fondamentale nella modellazione delle forzanti impulsive. Fornite tali informazioni, il testo si dilunga nella descrizione delle caratteristiche dei cuscinetti e delle rispettive variabili di calcolo volte alla determinazione delle distribuzioni di carico, facendo riferimento, prevalentemente, al testo di Harris [5]. Successivamente, le principali metodologie adottate per descrivere, simulare ed analizzare i fenomeni vibrazionali associati alla presenza di difetti sulle superfici di contatto tra corpi volventi ed anelli, vengono ampiamente approfondite. Tra di esse si evidenzia, in particolare, l'articolo fornito dal Professor Khanam et al. [29] come principale riferimento per lo sviluppo del modello, specialmente per quanto concerne la stesura del codice MATLAB.

Infine, raccolte tutte le nozioni precedentemente presentate, esse vengono applicata in una breve descrizione concettuale del modello realizzato e della rispettiva implementazione.

1.2.3 Simulazione delle forze impulsive

Il terzo capito di questa tesi è anche il più esteso; esso riguarda le metodologie e le ipotesi adottate nella scrittura del codice MATLAB, atto a simulare il fenomeno d'impatto del corpo volvente con la pista del cuscinetto esterno, in uscita dal difetto. La stesura del codice di calcolo, così come il capitolo in questione, è stata suddivisa in molteplici parti. La prima di esse ha trattato l'implementazione dei dati geometrici e meccanici dei cuscinetti e dei difetti all'interno del programma. Particolare cura è stata posta nel descrivere le ipotesi adottate nella definizione delle geometrie e degli angoli di costruzione, dal momento che i cuscinetti oggetto di studio (SKF 22240 CCK/W33) presentano un complesso sistema di ripartizione delle forze e dei giochi radiali come conseguenza della loro configurazione orientabile a doppia corona di rulli.

Il secondo sotto-capitolo entra nel merito della descrizione delle forzanti scambiate tra corpi volventi e piste per effetto del contatto Hertziano sviluppato, andando a determinare, principalmente, le curvature d'interesse ed i rispettivi coefficienti di calcolo. La terza porzione di testo ha recuperato i dati precedentemente elaborati e li ha applicati all'interno delle formule atte a definire la distribuzione di carico radiale secondo la descrizione di Stribeck. Successivamente, vengono presentate anche le tecniche ripartizione di un eventuale carico assiale esterno, e la sua combinazione con l'inevitabile carico radiale precedentemente descritto. Questo passaggio permette di determinare l'entità della forza trasmessa da un singolo corpo volvente quando questo attraversa uno specifico punto della distribuzione di carico, valutata in assenza di difetti. Il passaggio in questione è molto importante, in quanto influisce direttamente sui risultati della fase successiva, ovvero, quella che determina il valore dei carichi impulsivi che si vengono a generare una volta introdotto il difetto in corrispondenza del punto valutato.

Il quarto sotto-capitolo, infatti, descrive il fenomeno della realizzazione dell'urto secondo quanto enunciato nell'articolo di Khanam [29]. In esso l'attraversamento del difetto viene definito per mezzo di tre fasi differenti, ovvero, una di "rilassamento" del corpo volvente, una d'impatto, ed una di riapplicazione del carico. Le tre fasi in questione vengono analizzate all'interno del testo, e del codice MATLAB, al fine di ottenere i valori delle forze d'interesse sviluppate al termine di ogni fase, così come le "durate" di ognuno dei tre eventi. Le grandezze così ottenute sono state, infine, elaborate all'interno della quinta ed ultima sezione, per compilare il vettore di forzanti da trasferire nell'analisi FEM.

1.2.4 Simulazione delle vibrazioni

Il quarto capitolo della seguente tesi tratta la realizzazione dell'analisi FEM di un assieme contenente l'anello esterno del cuscinetto SKF 22240 CCK/W33 e le due metà dell'adattatore radiale che lo avvolge, come disposti all'interno del banco prova. Il testo descrive, innanzitutto, le caratteristiche dei design d'interesse, realizzati per mezzo del software Solidworks, e, successivamente, le scelte adottate per la modifica e semplificazione delle rispettive geometrie, volte a minimizzare il costo computazionale delle simulazioni. Una volta definiti i modelli CAD-3D, il capitolo prosegue trattando la loro importazione all'interno di Ansys, programma che, vista la disponibilità di un tool di strumenti di calcolo più ampio, è stato adottato per lo svolgimento delle analisi. Vengono, quindi, implementate e descritte le proprietà meccaniche del modello e realizzata la rispettiva mesh, per poi passare allo studio e risoluzione di una simulazione di ricerca delle principali forme modali. I risultati relativi tale studio vengono poi commentati insieme alle frequenze caratteristiche ad esse associate, al fine di identificare l'insorgenza di eventuali fenomeni di risonanza nei paragrafi successivi.

L'estratto più importante del capitolo in questione giunge, tuttavia, solo a questo punto, e tratta la definizione dell'analisi dinamica del sistema a partire dall'impostazione dei vincoli e delle variabili in input, tra cui compare il vettore di forze impulsive valutato al termine del capitolo 3. Dopo aver descritto i dettagli per il completamento dell'analisi FEM del modello dinamico, i risultati di questa

vengono rielaborati per mezzo di un secondo codice MATLAB per poterli trasporre in andamenti maggiormente rappresentativi (nel dominio della frequenza). Infine, il caso di una simulazione specifica è stato presentato con i relativi valori numerici, concludendo il capitolo.

1.2.5 Verifica sperimentale

Il quinto capitolo di questa tesi si dilunga in merito alle modalità adottate per realizzare la procedura di verifica sperimentale dei risultati simulati. Innanzitutto, vengono presentate le caratteristiche del banco prova utilizzato per condurre i test empirici, descrivendone in breve il funzionamento e gli elementi costruttivi. Particolare attenzione viene posta nella descrizione del gruppo cuscinetto-adattatore radiale ad alle caratteristiche dell'accelerometro utilizzato per rilevare i dati sperimentali d'interesse. Successivamente, il testo riporta una breve descrizione delle informazioni acquisite al termine delle prove in laboratorio e, come era avvenuto al termine del capitolo 4, esplicita i calcoli effettuati all'interno di un codice MATLAB per rielaborare i dati ottenuti e permettere di visualizzare graficamente gli andamenti maggiormente rappresentativi. Infine, vengono presentati e discussi i risultati di una prova sperimentale eseguita, relativa a tutti e quattro i cuscinetti testati. Si specifica, che tale prova ricalca le condizioni descritte come input di calcolo nella sezione finale del precedente capitolo (4°).

1.2.6 Risultati

Il sesto capitolo riporta i risultati ottenuti a valle delle varie simulazioni e delle rispettive prove sperimentali, andando a confrontarne gli andamenti con l'intento di verificare la validità del modello sviluppato. Inizialmente, vengono semplicemente ripresi e sovrapposti i risultati già visualizzati al termine dei capitoli 4 e 5, prendendo in considerazione per quest'ultimo solamente i dati del cuscinetto danneggiato. Successivamente, una volta verificata la consistenza dei risultati ottenuti per il primo caso di studio, la trattazione ha esposto gli esiti di ulteriori simulazioni. Tali prove sono state realizzate modificando alcuni dei parametri di sollecitazione del sistema, quali, la velocità di rotazione dell'albero, i carichi radiali esterni e la presenza di un eventuale carico assiale esterno. All'interno del testo, per ognuna delle singole casistiche, vengono inoltre evidenziati i principali limiti riscontrati all'interno delle simulazioni e le presumibili cause di tali problematiche.

1.2.7 Conclusioni

Il capitolo conclusivo riporta una stima di massima degli esiti delle simulazioni e le considerazioni in merito alla validità del modello vibrazionale rotore-cuscinetto descritto, evidenziandone i risultati di maggiore interesse. La trattazione prosegue elencando anche i limiti del programma sviluppato, accompagnandoli, ove possibile, con proposte per eventuali modifiche correttive. Infine, vengono indagati i possibili sviluppi futuri del modello, quali il potenziamento del simulatore per la valutazione di casi presentanti difetti sull'anello interno o sui corpi volventi, oppure, l'estensione dell'analisi FEM all'intero treno di cuscinetti racchiuso all'interno del banco prova.

1.2.8 Bibliografia

L'ultimo capitolo della trattazione comprende, semplicemente, una raccolta delle fonti bibliografiche consultate e citate per lo sviluppo di questa tesi.

Capitolo 2

Fonti e metodologie esaminate

Il primo passo nello sviluppo della seguente tesi è stato la ricerca del maggior numero possibile di articoli, libri e presentazioni relative al fenomeno studiato. Dopo aver analizzato una ricca raccolta di documenti inerenti ai temi d'interesse, i contenuti di tali testi sono stati estratti singolarmente, a seconda delle necessità, per la realizzazione di differenti porzioni dello sviluppo del modello digitale del sistema studiato. Conseguentemente, all'interno del capitolo in questione, vengono presentate le principali metodologie descritte in letteratura per le analisi e la valutazione delle vibrazioni generate da sistemi rotore-cuscinetto in presenza di difetti sulle superfici di contatto.

Inizialmente vengono brevemente esposte le nozioni acquisite in merito allo studio delle vibrazioni all'interno di sistemi rotore-cuscinetto e la modellazione semplificata dei "bearings" per mezzo di una di rigidità lineari e smorzamenti. Il secondo sott-capitolo, invece, si addentra nella descrizione dettagliata delle grandezze d'interesse per la modellazione dei cuscinetti, valutati in assenza di difetti. Successivamente, gli effetti della presenza dei difetti vengono introdotti e le frequenze caratteristiche di vibrazione associate vengono presentate come definite da letteratura. Il quarto sotto-capitolo è il più esteso dell'intera trattazione e descrive le principali metodologie di modellazione dei difetti su cuscinetti e lo studio delle conseguenti vibrazioni associate. Tre diverse tecniche risolutive vengono presentate, quella multi-body, quella iterativa e quella "separata". Particolare interesse viene posto alla soluzione sviluppata da Khanam et al. [29], in quanto le considerazioni presentate nel rispettivo articolo sono state cruciali nella impostazione finale del modello realizzato all'intero di questa tesi. Il quinto, ed ultimo, capitolo presenta una raccolta di ulteriore documentazione, utile alla realizzazione della verifica sperimentale del modello ed alla descrizione del banco prova utilizzato. Alla presentazione degli articoli relativi all'analisi dei dati empirici viene fatta seguire una breve esposizione di testi utili nell'ottica di possibili sviluppi futuri del modello.

2.1 Sistemi rotore-cuscinetto

La valutazione del sistema rotore-cuscinetto che si intende modellare all'interno della seguente tesi è stata effettuata a partire dallo studio di quelli che sono i principali fenomeni descritti in letteratura riguardo la dinamica di sistemi rotanti. Nello specifico, i testi di Genta [1] e [2], sono stati presi a riferimento in questa fase iniziale dello studio. In essi vengono presentati tutti i principali fenomeni associati alla presenza di vibrazioni in un sistema rotante, generati, per esempio, per effetto dell'applicazione di carichi esterni variabili, della presenza di eccentricità, della realizzazione di moti di precessione, o altre cause. Tuttavia, la modellazione dei cuscinetti all'interno di questi testi è risultata fortemente semplificata, in quanto essi venivano semplicemente descritti come dei vincoli elastici smorzati, suddivisi sulle due direzioni principali del sistema X-Y, ed applicati agli elementi rotanti soggetti a moto vibrazionale (alberi e dischi). Tale modellazione del sistema rotore-cuscinetto, sebbene, ampiamente convalidata ed utilizzata all'interno della letteratura, come dimostrato, per esempio, dagli articoli di Boukhalfa et al. [3], Van Thanh [4] e Shiau et al. [9], non si è rivelata utile allo studio del caso in esame. Infatti, anche rappresentazioni di maggiore dettaglio, come quella offerta da Fei et al. [12], in cui il sistema cuscinetto è stato modellato attraverso una doppia corona di rigidità e smorzamenti, in modo da descrivere il contributo elastico sia degli elementi volventi sia degli anelli, non hanno trovato applicazione nel modello di studio se non da un punto di vista puramente teorico della descrizione della trasmissione dei carichi esterni. Infatti, nessuna di queste

rappresentazioni si è rivelata utile nel determinare l'entità delle vibrazioni generate nel sistema per effetto del passaggio di un corpo volvente al di sopra di una superficie danneggiata. Tuttavia, si ribadisce la validità dei test presentati per una collocazione dei fenomeni studiati all'interno di un contesto più grande, quale, per esempio, il banco prova utilizzato per la realizzazione delle verifiche sperimentali del modello. Infatti, durante l'analisi di alcuni dei test eseguiti, sono emersi alcuni risultati riconducibili all'influenza dei fenomeni macroscopici descritti da Genta [1] e [2], come sarà possibile osservare all'intero del capitolo 6 riguardante i risultati dell'intera trattazione.

2.2 Cuscinetti

Conseguentemente, per poter valutare gli effetti della presenza di difetti sulle superfici di contatto dei cuscinetti, lo studio si è spostato verso una valutazione più dettagliata dei componenti stessi e delle loro caratteristiche. In questo modo, è stato possibile analizzare alcuni aspetti che erano stati precedentemente trascurati nelle descrizioni più generiche dell'intero gruppo rotore-cuscinetto. In particolare, il testo di Harris [5] si è rivelato un supporto essenziale nell'identificazione delle principali variabili da studiare per la realizzazione del modello in condizioni di assenza di danneggiamenti. Più precisamente, il documento in questione è stato utilizzato, innanzitutto, per la definizione della ripartizione statica dei carichi esterni applicati sui cuscinetti oggetto di studio (SKF 22240 CCK/W33 orientabili a doppia corona di rulli) [56], la cui geometria complessa rendeva la loro determinazione un aspetto non scontato. Successivamente, la trattazione è stata richiamata anche per la descrizione dei giochi radiali, forniti dal costruttore [55] e, anch'essi, corretti in vista della morfologia dei componenti analizzati. Fondamentale è stato, poi, l'utilizzo dei tabulati empirici riportati all'interno del testo [5] per la determinazione dei parametri adimensionali utili allo studio del contatto Hertziano sviluppato tra corpi volventi ed anelli, nonché per la risoluzione numerica della distribuzione di carico radiale esterno applicato.

A partire da tali informazioni, sono state definite le caratteristiche principali del cuscinetto privo di difetti, generalizzato per lo studio di molteplici condizioni di carico esterno differenti. Successivamente, il modello di funzionamento del componente sano, così ottenuto, è stato utilizzato come base per i successivi sviluppi dello studio, attraverso l'introduzione del difetto e la valutazione degli effetti da esso generati.

2.3 Difetti sui cuscinetti

Conseguentemente a quanto affermato al termine del paragrafo precedente, la ricerca di articoli si è concentrata, a questo punto, sulla valutazione delle principali metodologie di modellazione matematica del difetto stesso, da inserire e confrontare con la precedente stima di funzionamento in assenza di danneggiamenti. Pertanto, i documenti reperiti hanno permesso di identificare, innanzitutto, gli effetti previsti dalla letteratura in presenza di difetti sulle superfici di contatto dei cuscinetti. Tra i primi autori a trattare la tematica in questione, si possono annoverare Sunnersjö [6] e [7] e McFadden-Smith [8], i cui articoli descrivono la realizzazione di prove sperimentali su cuscinetti danneggiati ed introducono aspetti e considerazioni importanti in merito alla descrizione dei fenomeni. In particolare, vengono introdotti per la prima volta i concetti di "Ball Pass Frequency on Outer ring" (*BPF_O*), "Ball Pass Frequency on Inner ring" (*BPF_I*) e "Ball Spin Frequency" (*BSF*). Tali grandezze descrivono, rispettivamente, la frequenza con cui un corpo volvente entra in contatto con un punto fisso dell'anello esterno; la frequenza con cui un corpo volvente entra in contatto con un punto fisso dell'anello interno, la quale sarà maggiore rispetto alla precedente per effetto della

rotazione dell'anello interno; e la frequenza di rotazione del corpo volvente intorno al proprio asse. L'entità di queste grandezze dipende dalla geometria dei cuscinetti studiati e dalla frequenza di rotazione dell'albero su cui essi sono calettati, e sarà utile all'identificazione della presenza di danneggiamenti. Infatti, analizzando lo spettro d'involuppo delle vibrazioni rilevate per effetto della presenza di un difetto sul cuscinetto, si andranno ad evidenziare dei picchi in corrispondenza dei multipli di una delle frequenze precedenti. Quale tra di esse andrà ad essere eccitata dipende dalla posizione in cui si manifesta il danneggiamento: sull'anello esterno, sull'anello interno o su uno dei corpi volventi. Alcuni esempi di analisi sperimentale di cuscinetti danneggiati, con successiva valutazione dello spettro d'involuppo delle accelerazioni e confronto con le frequenze caratteristiche, possono essere osservati all'interno dei documenti forniti da Saruhan et al. [14] e Dipen et al. [15]. Simili analisi vengono effettuate anche da Rahnejat e Gohar [13], i quali, inoltre, vanno a correlare agli esperimenti ed ai risultati una dettagliata descrizione fenomenologica degli eventi osservati.

2.4 Modellazione dei difetti

Una volta valutate le grandezze caratteristiche del fenomeno in esame e il comportamento previsto, sono state considerate le effettive metodologie per la modellazione dei difetti sulle superfici dei cuscinetti presenti in letteratura.

2.4.1 Metodologie multi-body

La prima tecnica risolutiva identificata ha fatto ricorso alla stima delle interazioni tra elementi del cuscinetto e superfici danneggiate per mezzo di una modellazione multi-body dell'intero sistema rotore-cuscinetto, o di una sua parte. Tale metodologia, di fatto, prevede una definizione molto dettagliata della geometria del modello, delle superfici coinvolte, del difetto. Successivamente, andando ad applicare le condizioni di prova specifiche al modello, ovvero, i carichi esterni e la velocità di rotazione, i sistemi appena descritti sono in grado di restituire direttamente gli andamenti delle accelerazioni ricercate per lo studio degli spettri d'involuppo. Uno degli articoli maggiormente rappresentativi dell'utilizzo di tale metodologia è quello fornito da Apandi [16], nel quale, però, la trattazione si dilunga prevalentemente sulla valutazione del *BPFO* e del *BPFI*, senza approfondire eccessivamente la descrizione del simulatore. Quest'ultimo, tuttavia, appare definito con un alto livello di dettaglio in quanto comprende non solo il design degli anelli esterno ed interno separati per mezzo dei corpi volventi, ma anche il modello dell'albero rotante e della gabbia per la tenuta in sede dei corpi. Molto differente è, invece, la soluzione offerta da Salunkhe et al. [17], in quanto, in essa, viene modellata esclusivamente una piccola porzione dell'anello (contenente il difetto) e solamente metà della sfera rappresentante il corpo volvente. Tale scelta, permette di ridurre il costo computazionale dell'intera simulazione; tuttavia, restituisce esclusivamente i valori delle forzanti impulsive sviluppate dall'impatto, le quali dovranno, successivamente, essere rielaborate per mezzo di un secondo modello rappresentante l'intero assieme al fine di determinarne il comportamento vibrazionale. Infine, si riporta anche il modello sviluppato da Kulkarni [18] dal momento che anch'esso, facendo ricorso alla metodologia multi-body, semplicemente ricostruisce il difetto all'interno della mesh e ne valuta gli effetti imponendo i carichi esterni e la velocità di rotazione al componente, ottenendo direttamente, in risposta, i risultati delle accelerazioni.

Tuttavia, il modello risolutivo facente uso della tecnica multi-body di maggior interesse tra quelli identificati è stato quello offerto da Singh et al. [19]. In esso, infatti, viene modellato l'intero cuscinetto corredato di: anello esterno, anello interno, raccolta di tutti i corpi volventi, gabbia di distanziamento e supporto esterno di bloccaggio. Tuttavia, la natura del simulatore presentato è limitata esclusivamente ad una valutazione bidimensionale per poter ridurre il costo computazionale

del calcolo, dal momento il sistema viene suddiviso per mezzo di una mesh molto fine in grado di rappresentare efficacemente un piccolo difetto. Il contenuto dell'articolo in questione è particolarmente interessante in quanto, non solo descrive dettagliatamente il funzionamento del modello ma, inoltre, introduce alcune considerazioni molto innovative. Infatti, il simulatore in questione viene utilizzato per indagare la natura degli urti realizzati dal passaggio dei corpi volventi su di un danneggiamento esteso e presenta una descrizione degli impatti come costituita da una sequenza di piccoli urti successivi, piuttosto che da un unico evento principale come tradizionalmente descritto in letteratura.

Per quanto concerne la valutazione approfondita della morfologia dei difetti e loro influenza sulla definizione del contatto Hertziano tra superficie danneggiata e corpi volventi, si dilungano anche Ashtekar et al. [20] e [21], andando a descrivere gli andamenti di pressione sottesi ad orme di contatto solo parzialmente entranti nel difetto. Similmente, anche Liu, Jing, e Yimin Shao [22] valutano gli effetti della forma del difetto sulle forze generate, tuttavia concentrando l'interesse della trattazione intorno alla tematica della morfologia dell'orlo del difetto, ipotizzato come: spigoloso, a rampa o raccordato.

Tuttavia, nonostante i molteplici pregi dei modelli multi-body, primo tra tutti quello descritto da Singh [19], si è deciso di non basare la simulazione del comportamento dei cuscinetti SKF 22240 CCK/W33, oggetto di studio, sulla costruzione di un programma simile a quest'ultimo per molteplici ragioni. Innanzitutto, sebbene la simulazione di difetti estesi sia interessante da valutare, essa non è rilevante per il caso studiato dal momento che i cuscinetti danneggiati per la verifica sperimentale presentano, comunque, solamente un semplice difetto puntuale. Inoltre, l'analisi dei cuscinetti mediante un modello bidimensionale non si addice alla valutazione del comportamento di componenti dalla geometria complessa quali, per l'appunto, i cuscinetti a doppia corona di rulli orientabili testati. Conseguentemente, in considerazione di tali aspetti, si è deciso di abbandonare l'idea di adottare un modello multi-body per la simulazione dei fenomeni d'interesse anche in vista del fatto che, tali programmi sono tipicamente caratterizzati da costi computazionali maggiori. Infatti, la realizzazione di bassi tempi di esecuzione del modello era presente tra gli obiettivi di questa tesi.

2.4.2 Metodologie analitiche iterative

Pertanto, per i fini della simulazione delle grandezze d'interesse, si è deciso di procedere separando la valutazione delle forzanti impulsive generate al passaggio di un corpo volante sul difetto, dalla conseguente stima delle accelerazioni associate alle vibrazioni del sistema. Per lo sviluppo di simili soluzioni sono stati presi a riferimento, innanzitutto, gli articoli di Petersen et al. [23] e Wang et al. [24]. Al loro interno, viene proposto l'utilizzo di metodi di calcolo iterativi attraverso la definizione di equazioni del moto dei corpi secondo le leggi della dinamica e del contatto Hertziano. Queste ultime, introdotte all'interno di un programma di calcolo, restituiscono valori di spostamento locale che stimolano la generazione di forze di reazione elastica che, a loro, volta determinano ulteriori spostamenti fino alla conclusione del ciclo di simulazione. In particolare, il documento [23] approfondisce anche la trattazione dei risultati, proponendo confronti con le frequenze caratteristiche della simulazione e gli spettrogrammi delle accelerazioni restituite dal modello. Si precisa, inoltre, che quest'ultimo fa ricorso all'utilizzo di calcoli matriciali per la risoluzione numerica del problema, maggiori dettagli possono essere reperiti all'interno dell'articolo in questione. Anche queste soluzioni, tuttavia, non hanno trovato applicazione nella metodologia finale effettivamente adottata per lo sviluppo del modello studiato all'interno di questa tesi, dal momento che non consentivano la completa separazione degli eventi di generazione dell'impatto e della rispettiva risposta sotto forma di accelerazioni.

2.4.3 Metodologia “separata”

Proseguendo nella ricerca di documenti rilevanti, è stato identificato l'articolo presentato da Nabhan et al. [25], il quale ha evidenziato una possibile soluzione molto interessante in vista del sistema che si intende studiare all'interno di questa tesi. Più precisamente, l'estratto appena citato, ha valutato l'ipotesi di considerare un modello FEM costituito dal solo anello esterno del cuscinetto corredato della rispettiva struttura di supporto, su cui vanno ad essere applicate localmente le forzanti impulsive calcolate in separata sede. La soluzione proposta è congeniale allo sviluppo di questa tesi, in quanto il banco prova utilizzato per la verifica sperimentale degli andamenti simulati, rileva le vibrazioni dell'assieme per mezzo di un accelerometro posto su di un blocco adattatore che avvolge l'anello esterno del cuscinetto. Conseguentemente, si rende necessario considerare, all'interno del modello finale, anche la struttura che contiene i cuscinetti, proprio come nel caso presentato da Nabhan [25]. Il testo in questione, infine, si dilunga sulle metodologie statistiche utilizzabili per la rielaborazione, e la successiva analisi, dei risultati ottenuti, aspetto particolarmente importante per quanto concerne la valutazione di dati sperimentali. Uno studio del tutto simile viene proposto anche da Kiral et al. [26] in cui, analogamente, viene costruita la mesh dell'anello esterno di un cuscinetto corredato della rispettiva struttura di sostegno. All'interno del documento, il modello viene testato andando a variare la morfologia del supporto in modo da determinarne l'influenza sulle accelerazioni sviluppate. Infatti, attraverso la simulazione del binomio anello esterno-struttura, l'articolo va a determinare i punti di massima accelerazione simulata al fine di identificare le posizioni ottimali per l'inserimento della sensoristica in un eventuale successiva concretizzazione del modello in un prototipo sperimentale. Sulla base di questi due articoli, si è deciso di modellare il comportamento vibrazionale dell'assieme anello esterno del cuscinetto - adattatore radiale presente nel banco prova, mediante lo sviluppo di una analisi FEM dell'intero blocco. Tale modello avrebbe ricevuto in ingresso le forzanti impulsive volte ad emulare la presenza di un difetto sulle superfici di contatto, calcolate per mezzo di un apposito programma separato.

Una volta definito come realizzare il modello per la valutazione del comportamento vibrazionale dell'assieme, è stato necessario ricavare il valore della forzante impulsiva da introdurre in input. La valutazione della suddetta forzante non poteva che dipendere dalla dinamica del contatto Hertziano sviluppato tra corpi volventi e superfici danneggiate come descritto all'interno dell'articolo di Fanzhao et al. [27]. All'interno di tale documento, infatti, vengono riportate le equazioni atte a descrivere il meccanismo d'urto analizzato, attraverso, non solo la presentazione delle formule associate al fenomeno, ma anche per mezzo dello studio di un caso sperimentale di verifica. Simili considerazioni sono state effettuate anche all'interno dell'articolo presentato da Khanam et al. [29], il quale si è rivelato essere il riferimento principale nella descrizione del treno di forzanti impulsive per la relativa fase di sviluppo della seguente tesi. Il documento in questione, infatti, tratta con elevato livello di dettaglio la determinazione dei massimi e minimi di sollecitazione ottenuti durante la generazione dell'urto, entrando nel merito anche delle tempistiche caratteristiche dell'evento. Quest'ultimo viene diviso in tre fasi principali, quella di rilassamento, quella d'impatto e quella di riapplicazione del carico, le quali vanno a susseguirsi esattamente in quest'ordine. Il calcolo del treno d'impulsi si sviluppa a partire dalla determinazione della distribuzione di carico nell'ipotesi dell'assenza di difetti, precedentemente stimata per mezzo delle formulazioni offerte da Harris [5]. Successivamente, mediante l'analisi delle proporzioni tra le geometrie dei difetti simulati e quelle dei corpi volventi, viene determinato l'affondamento dell'elemento volvente all'interno del danneggiamento. Quest'ultimo coincide con la posizione assunta dal rullo al termine della prima fase (quella di rilassamento), ed è utile all'identificazione della minima forza di contatto realizzata. Successivamente, mediante la definizione del diagramma di corpo libero dell'elemento volvente al termine della fase di rilassamento appena descritta, se ne determina l'equazione di equilibrio alla rotazione. Attraverso l'integrazione nel tempo di tale formulazione diventa, quindi, possibile ricavare

l'entità massima della deformazione realizzata tra corpo volvente e difetto al termine della fase d'impatto. Tale deformazione viene, poi, convertita nel valore di picco della forzante impulsiva mediante l'uso delle equazioni del contatto Hertziano. La fase finale di riapplicazione del carico, invece, vede le condizioni di carico in assenza di difetto, semplicemente, ristabilite. I tempi associati alle singole fasi vengono, quindi, ricavati attraverso l'integrazione nel tempo delle formulazioni precedentemente descritte e l'applicazione delle condizioni al bordo ormai note. Combinando tali risultati, l'autore fornisce, infine, un treno di forzanti definito mediante l'utilizzo di serie di Fourier.

In questo modo, anche il treno d'impulsi in ingresso nell'analisi FEM è stato valutato. Tuttavia, nonostante meriti della trattazione offerta da Khnam [29], bisogna precisare che essa fa riferimento a casistiche alquanto differenti da quelle trattate all'interno di questa tesi. Infatti, il modello trattato dall'autore descrive il semplice caso di un cuscinetto a singola corona di sfere, molto diverso dalla geometria orientabile a doppia corona di rulli dei cuscinetti SKF 22240 CCK/W33 oggetto di studio di questa tesi. La letteratura, infatti, risulta essere molto scarna in merito alla valutazione del comportamento vibrazionale conseguente alla presenza di difetti in componenti dotati di morfologie complesse, come quella attualmente studiata. Per questo motivo, si rende necessario richiamare l'articolo di Cao e Xiao [30] in quanto uno dei pochi ad approfondire la trattazione dei cuscinetti a doppia corona orientabili.

2.5 Verifica sperimentale ed approfondimenti

Come anticipato all'interno del capitolo introduttivo, la seguente tesi ha fatto della verifica sperimentale dei risultati un aspetto cardine dello sviluppo del modello. Pertanto, ulteriori estratti della letteratura sono stati presi a riferimento per un opportuno svolgimento ed analisi delle prove empiriche effettuate sui cuscinetti SKF 22240 CCK/W33 oggetto di studio. Per prima cosa, infatti, è stato consultato l'articolo "Design of an Innovative Test Rig for Industrial Bearing Monitoring with Self-Balancing Layout" [32] relativo al funzionamento del banco prova utilizzato per lo svolgimento dei test sperimentali e realizzato all'interno del Politecnico di Torino. Il documento in questione introduce i vari elementi costitutivi del banco e le relative prestazioni, tuttavia, l'aspetto di maggiore interesse esposto riguarda la descrizione della "self-contained box", in quanto utilizzata per l'applicazione dei carichi di prova. Quest'ultima, infatti, è una "scatola" blindata contenente i vari componenti sottoposti a test, ed utilizzata per evitare la trasmissione delle sollecitazioni applicate verso l'esterno. Infatti, essendo i componenti in questione appositamente progettati per utilizzi a basse velocità e carichi elevati, si rende necessario introdurre forzanti molto importanti durante le prove, per poter realizzare un'opportuna valutazione del comportamento dei cuscinetti. Note le dinamiche di funzionamento del banco, esso è stato utilizzato per lo svolgimento dei test empirici ed il rilevamento delle vibrazioni associate ai cuscinetti per mezzo di acceleramenti montati sugli adattatori radiali. A questo punto, si è reso necessario reperire della documentazione in merito alla rielaborazione dei dati ottenuti. L'articolo di Heng e Nor [31], per esempio, è stato preso come riferimento per l'analisi statistica degli andamenti sperimentali registrati attraverso i sensori. I risultati delle rielaborazioni, quindi, sono stati confrontati con le frequenze caratteristiche precedentemente descritte e, in particolare, il documento presentato da Tian et al. [33] è stato consultato per il riconoscimento delle corrispondenze.

Note le modalità di reperimento dei dati sperimentali, si presentano ora alcuni estratti interessanti, consultati durante lo sviluppo della tesi, in vista di possibili percorsi di potenziamento futuro del

modello. Primi tra tutti sono gli articoli di Patel et al. [34] e Hu et al. [35], trattanti, entrambi, la valutazione della presenza di difetti multipli all'interno del cuscinetto. Il primo di essi ne considera le caratteristiche generali ed i fenomeni associati, mentre il secondo risulta incentrato verso l'identificazione di dati significativi all'interno di segnali fortemente disturbati dalla presenza di molteplici difetti. Eventuali applicazioni del progetto all'interno di un contesto di "condition monitoring" vengono, invece, esplorate facendo riferimento al manuale fornito da Davies [36]. Tale documento descrive in chiave introduttiva i vari aspetti costitutivi delle tecniche per il monitoraggio dei sistemi ingegneristici. Infine, l'articolo di Kankar et al. [37] analizza molto brevemente l'eventualità di introdurre il sistema all'interno di un contesto più ampio di intelligenza artificiale.

Capitolo 3

Simulazione delle forze impulsive

Nel seguente capitolo vengono esposte le soluzioni adottate durante lo sviluppo della prima porzione del modello, ovvero, quella relativa alla simulazione delle forzanti impulsive generate dalla presenza dei difetti sulla pista dell'anello esterno del cuscinetto. Lo scopo di questa fase dello studio è quello di realizzare, attraverso l'utilizzo della documentazione e delle soluzioni disponibili in letteratura, un codice MATLAB per la valutazione del treno di impulsi generato dal passaggio dei corpi volventi sul difetto. I risultati di tale simulazione saranno, poi, oggetto di un'ulteriore elaborazione nel prossimo capitolo, dove saranno importati nel modello FEM per la valutazione effettiva delle vibrazioni.

Lo sviluppo del programma di simulazione è avvenuto nell'ordine riproposto dai vari sotto-capitoli, partendo dalla valutazione delle proprietà del contatto Hertziano e della distribuzione di carico secondo Stribeck, per poi spostarsi alla definizione della forza impulsiva vera e propria ed alla sua conversione in treno di impulsi.

Si specifica, prima di addentrarsi nei dettagli di calcolo, che il programma riceve in input: le dimensioni principali del cuscinetto nonché quelle del difetto (inclusa la sua posizione), le proprietà del materiale di anelli e corpi volventi, ed i dati relativi al carico ed alla velocità di rotazione, restituendo in output dei vettori contenenti le componenti cartesiane delle forze impulsive in funzione del tempo.

Tutte le grandezze di interesse per questa fase della trattazione vengono riportate all'interno della [Tabella 3.1](#), espresse sia nella loro notazione fisica sia in quella utilizzata per definirle in MATLAB:

Tabella 3.1, notazioni utilizzate all'interno della trattazione e del codice MATLAB per il calcolo delle forzanti impulsive

Notazioni utilizzate				
Variabile	Simbolo	Unità di Misura	Notazione MATLAB	Note
Parametri di simulazione				
Carico radiale	F_r	N	Fr	Carico esterno applicato radialmente
Carico assiale	F_a	N	Fa	Carico esterno applicato assialmente
Velocità di rotazione	Ω	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$	omega	Velocità di rotazione imposta all'albero dal motore
Posizione angolare del difetto	ψ	rad	phi	Angolo che descrive la posizione del difetto rispetto all'asse verticale passante per il centro del cuscinetto
Diametro del difetto	D_{dif}	mm	D_dif	Diametro della sezione del difetto (nello studio in questione sono state effettuate prove su danneggiamenti singoli, locali, di forma circolare)

Variabile	Simbolo	Unità di Misura	Notazione MATLAB	Note
Profondità del difetto	h_{dif}	mm	H_dif	Profondità del danneggiamento in direzione radiale
Angolo di contatto del difetto	α_{dif}	rad	alpha_dif	Angolo di contatto per la trasmissione del carico corretto in corrispondenza del difetto (dato dall'angolo della retta passante per il difetto ed il centro del cuscinetto rispetto alla verticale)

Dimensioni principali del cuscinetto

Numero di corpi volventi	N_{cv}	/	Ncv	Numero totale di corpi volventi presenti nel cuscinetto (divisi su due corone di rulli)
Diametro massimo corpi volventi	D_{cv}	mm	Dcv	Diametro dei corpi volventi valutato in corrispondenza del loro centro di massa
Diametro minimo corpi volventi	$D_{cv,min}$	mm	Dcv_min	Diametro dei corpi volventi valutato in corrispondenza delle superfici laterali (escludendo la presenza del raccordo)
Lunghezza dei corpi volventi	L_{cv}	mm	L_cv	Estensione assiale dei corpi volventi
Diametro medio (pitch diameter)	D_m	mm	Dm	Diametro della circonferenza contenente i centri di massa dei corpi volventi
Angolo di contatto geometrico	α	rad	alpha	Angolo di contatto per la ripartizione del carico assiale sulla doppia corona
Gioco radiale minimo	$g_{r,min}$	mm	gr_min	Gioco radiale minimo in funzione della classe di gioco del cuscinetto
Gioco radiale massimo	$g_{r,max}$	mm	gr_max	Gioco radiale massimo in funzione della classe di gioco del cuscinetto
Gioco radiale medio	g_r	mm	gr	Media aritmetica dei giochi radiali minimo e massimo
Gioco radiale medio sul contatto	$g_{r,cont}$	mm	gr_cont	Quota di gioco radiale proiettata sulla verticale in corrispondenza del contatto

Variabile	Simbolo	Unità di Misura	Notazione MATLAB	Note
Proprietà del materiale del cuscinetto (100CrMo7-3)				
Durezza Brinell	HB	/	/	Non implementato in MATLAB
Durezza Rockwell	HRC	/	/	Non implementato in MATLAB
Coefficiente di Poisson	ν	/	ni	/
Modulo di Young	E	MPa	E	/
densità	ρ	$\frac{Kg}{m^3}$	rho	/
Tensione di Snervamento	R_{po2}	MPa	/	Non implementato in MATLAB
Tensione a Rottura	R_m	MPa	/	Non implementato in MATLAB
Fattore di smorzamento	ε_{smorz}	/	/	Non implementato in MATLAB

Costanti fisiche				
Accelerazione gravitazionale	g	$\frac{m}{s^2}$	g	

Raggi di curvatura caratteristici di corpi volventi e piste

Raggio medio di curvatura x	$r_{medio,x}$	mm	r_medio_x	Raggio di curvatura nella direzione "x" del contatto (valutato dal modello CAD ed identico per corpi volventi e piste)
Raggio di curvatura x per i corpi volventi	$r_{cv,x}$	mm	r_curv_cv_x	Raggio di curvatura nella direzione "x" del contatto, corretto, per i corpi volventi
Raggio di curvatura x per l'anello esterno	$r_{ext,x}$	mm	r_ext_x	Raggio di curvatura nella direzione "x" del contatto, corretto, per l'anello esterno
Raggio di curvatura x per l'anello interno	$r_{int,x}$	mm	r_int_x	Raggio di curvatura nella direzione "x" del contatto, corretto, per l'anello interno
Raggio di curvatura y per l'anello esterno	$r_{ext,y}$	mm	r_ext_y	Raggio di curvatura nella direzione "y" del contatto, per l'anello esterno
Raggio di curvatura y per l'anello interno	$r_{int,y}$	mm	r_int_y	Raggio di curvatura nella direzione "y" del contatto, per l'anello interno

Variabile	Simbolo	Unità di Misura	Notazione MATLAB	Note
Curvature contatto corpo volvente – piste				
Curvatura x per il corpo volvente nel contatto esterno	$\alpha_{x,ext}$	$\frac{1}{\text{mm}}$	alpha_xe	
Curvatura y per il corpo volvente nel contatto esterno	$\alpha_{y,ext}$	$\frac{1}{\text{mm}}$	alpha_ye	Definite mediante il reciproco dei rispettivi raggi di curvatura nel contatto esterno (non rispetto ai diametri di curvatura)
Curvatura x per l'anello nel contatto esterno	$\beta_{x,ext}$	$\frac{1}{\text{mm}}$	beta_xe	
Curvatura y per l'anello nel contatto esterno	$\beta_{y,ext}$	$\frac{1}{\text{mm}}$	beta_ye	
<hr/>				
Curvatura x per il corpo volvente nel contatto esterno	$\alpha_{x,int}$	$\frac{1}{\text{mm}}$	alpha_xi	
Curvatura y per il corpo volvente nel contatto esterno	$\alpha_{y,int}$	$\frac{1}{\text{mm}}$	alpha_yi	Definite mediante il reciproco dei rispettivi raggi di curvatura nel contatto interno (non rispetto ai diametri di curvatura)
Curvatura x per l'anello nel contatto esterno	$\beta_{x,int}$	$\frac{1}{\text{mm}}$	beta_xi	
Curvatura y per l'anello nel contatto esterno	$\beta_{y,int}$	$\frac{1}{\text{mm}}$	beta_yi	
Parametri di calcolo per contatto Hertziano tra corpi volventi e piste				
Sommatoria delle curvature del contatto esterno	$sommatoria_{ext}$	$\frac{1}{\text{mm}}$	somma_ext	/
Fattore “cos-tau” di contatto esterno	$cos(\tau)_{ext}$	/	cos_tau_ext	Fattore dipendente dalle curvature utilizzato per la determinazione dei coefficienti correttivi dell'orma di contatto e delle deformazioni in normali ad essa
Sommatoria delle curvature del contatto interno	$sommatoria_{int}$	$\frac{1}{\text{mm}}$	somma_int	/

Variabile	Simbolo	Unità di Misura	Notazione MATLAB	Note
Fattore “cos-tau” di contatto interno	$\cos(\tau)_{int}$	/	<code>cos_tau_int</code>	Fattore dipendente dalle curvature utilizzato per la determinazione dei coefficienti correttivi dell’orma di contatto e delle deformazioni in normali ad essa
“delta star” per il contatto esterno	δ^*_{ext}	/	<code>delta_star_ext</code>	Parametro correttivo per il calcolo della deformazione dei corpi nel contatto esterno
“delta star” per il contatto interno	δ^*_{int}	/	<code>delta_star_int</code>	Parametro correttivo per il calcolo della deformazione dei corpi nel contatto interno
Rigidezza del contatto esterno	K_{ext}	$\frac{N}{mm^{3/2}}$	<code>K_ext</code>	Parametro di rigidezza equivalente dei corpi nel contatto tra rullo ed anello esterno
Rigidezza del contatto interno	K_{int}	$\frac{N}{mm^{3/2}}$	<code>K_int</code>	Parametro di rigidezza equivalente dei corpi nel contatto tra rullo ed anello esterno
Rigidezza equivalente	K_n	$\frac{N}{mm^{3/2}}$	<code>K_n</code>	Parametro di rigidezza equivalente considerata la deformazione di entrambi i contatti (esterno ed interno)

Parametri di calcolo per la valutazione delle distribuzioni di carico radiale

Deformazione normale al contatto	δ_n	mm	/	Deformazione del corpo volvente in direzione normale alla forza trasmessa, realizzata tenendo conto di entrambi i contatti
Spostamento radiale dell’anello	δ_r	mm	/	Spostamento radiale dell’anello interno ottenuto per effetto del gioco radiale e della deformazione normale massima
Fattore della distribuzione di carico	ε	/	<code>epsilon</code>	Fattore di carico dipendente dal gioco radiale del cuscinetto e dallo spostamento δ_r
Integrale della distribuzione di carico	$J_r(\varepsilon)$	/	<code>Jr_epsilon</code>	(andamento tabulato)

Variabile	Simbolo	Unità di Misura	Notazione MATLAB	Note
Deformazione normale al contatto massima	$\delta_{n,MAX}$	mm	<code>delta_n</code>	Deformazione normale percepita nel punto di massima sollecitazione della distribuzione di carico
Spostamento radiale dell'anello massimo	$\delta_{r,MAX}$	mm	<code>delta_r</code>	Spostamento radiale percepito nel punto di massima sollecitazione della distribuzione di carico
Carico radiale massimo	Q_0	N	<code>Q_0</code>	Valore massimo di forza trasmessa all'interno della distribuzione di carico
Carico radiale massimo di Stribeck	$Q_{0,Stribeck}$	N	<code>Q_0_Stribeck</code>	Valore massimo di forza trasmessa all'interno della distribuzione di carico teorizzato da Stribeck per cuscinetti con classe di gioco standard
Angolo della distribuzione di carico	ψ_{MAX}	rad	<code>phi_MAX</code>	Angolo massimo, rispetto alla verticale, a cui vengono trasmessi i carichi radiali per mezzo dei corpi volventi
Passo angolare tra i corpi volventi	$\Delta\psi$	rad	<code>angolo_fisso</code>	Angolo presente tra i centri di massa di due corpi volventi successivi (in direzione circonferenziale)
Numero di corpi volventi in presa	$n_{cv,in\ presa}$	/	<code>n_corpi_sotto_carico</code>	Numero di corpi volventi sottesi alla distribuzione di carico

Carichi trasmessi dal cuscinetto in condizioni "sane"

Carico radiale trasmesso	$Q_r = Q_\psi$	N	<code>Q_phi</code>	Componente di carico trasmessa dal corpo volvente in direzione normale al contatto in presenza di sollecitazioni radiali esterne
Quota di carico radiale trasmessa in direzione radiale	$Q_{r,r}$	N	/	Quota di componente di carico trasmessa dal corpo volvente in direzione radiale in presenza di sollecitazioni radiali esterne
Quota di carico radiale trasmessa in direzione assiale	$Q_{r,a}$	N	/	Quota di componente di carico trasmessa dal corpo volvente in direzione assiale in presenza di sollecitazioni radiali esterne

Variabile	Simbolo	Unità di Misura	Notazione MATLAB	Note
Carico radiale trasmesso	Q_a	N	Q_a	Componente di carico trasmessa dal corpo volvente in direzione normale al contatto in presenza di sollecitazioni assiali esterne
Quota di carico radiale trasmessa in direzione radiale	$Q_{a,r}$	N	Q_a_r	Quota di componente di carico trasmessa dal corpo volvente in direzione radiale in presenza di sollecitazioni assiali esterne
Quota di carico radiale trasmessa in direzione assiale	$Q_{a,a}$	N	Q_a_a	Quota di componente di carico trasmessa dal corpo volvente in direzione assiale in presenza di sollecitazioni assiali esterne
Carico normale totale	$Q_{TOT,n}$	N	Q_TOT_n	Carico totale trasmesso dal corpo volvente in direzione normale al contatto, in presenza di sollecitazioni esterne combinate ed assenza di difetti
Deformazione normale totale	$\delta_{TOT,n}$	mm	delta_TOT_n	Deformazione totale del corpo volvente in direzione normale al contatto, in presenza di sollecitazioni esterne combinate ed assenza di difetti

Parametri per il calcolo delle forze impulsive secondo Khanam

Variazione di diametro del corpo volvente	ΔD_{cv}	mm	delta_Dcv	Diminuzione di diametro del corpo volvente in corrispondenza delle superfici laterali, rispetto al valore centrale (per effetto della geometria a "botte")
Diametro del corpo volvente in corrispondenza del difetto	$D_{cv,dif}$	mm	Dcv_dif	Diametro del corpo volvente rilevato in corrispondenza del difetto (per effetto della geometria a "botte")
affondamento	Δh	mm	delta_h	Affondamento del corpo volvente all'interno della cava del difetto
Angolo coperto di avanzamento del corpo volvente	η	rad	eta	Spostamento angolare coperto dal corpo volvente nella fase di ingresso nel difetto

Variabile	Simbolo	Unità di Misura	Notazione MATLAB	Note
Deformazione minima normale	$\delta_{min,n}$	mm	delta_min_n	Deformazione minima del contatto realizzata nell'attraversamento del difetto
Carico minimo normale (nel difetto)	$Q_{min,n}$	N	Q_min_n	Carico normale minimo trasmesso durante l'attraversamento del difetto
Deformazione massima normale	$\delta_{MAX,n}$	mm	delta_MAX_n	Deformazione massima del contatto realizzata nell'attraversamento del difetto (impatto)
Carico massimo normale (nel difetto)	$Q_{MAX,n}$	N	Q_MAX_n	Carico normale massimo trasmesso durante l'attraversamento del difetto (impatto)
Velocità tangenziale	vel	$\frac{m}{s}$	vel	Velocità tangenziale del contatto tra anello interno e corpo volvente
Velocità angolare iniziale	$\omega_{cv,i}$	$\frac{rad}{s}$	omega_cv_i	Velocità angolare del corpo volvente rispetto al centro di istantanea rotazione (ovvero, anello esterno) all'ingresso nel difetto
Velocità angolare finale	$\omega_{cv,f}$	$\frac{rad}{s}$	omega_cv_f	Velocità angolare del corpo volvente rispetto al centro di istantanea rotazione (ovvero, anello esterno) pochi istanti prima dell'impatto
Velocità angolare media	$\omega_{cv,media}$	$\frac{rad}{s}$	omega_cv_media	Velocità angolare media del corpo volvente rispetto al centro di istantanea rotazione (ovvero, anello esterno) durante l'affondamento nel difetto
“Time to impact”	TTI	s	TTI	Durata della fase di rilassamento (affondamento del corpo volvente nella cava del difetto)
Tempo d'impatto	t_i	s	ti	Durata della fase di impatto
“Teta b”	θ_b	rad	theta_b	Angolo a cui è sottesa l'estensione del difetto rispetto al centro di massa del corpo volvente nell'istante di massimo affondamento

Variabile	Simbolo	Unità di Misura	Notazione MATLAB	Note
“Teta zero”	θ_0	rad	<code>theta_0</code>	Angolo a cui è sottesa l'estensione del difetto rispetto al centro di massa dell'intero cuscinetto

Parametri d'inerzia dei corpi volventi

Massa del corpo volvente	m_{cv}	kg	<code>m_cv</code>	Massa di un singolo corpo volvente
Inerzia baricentrica del corpo volvente	J_G	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	/	Momento d'inerzia di un singolo corpo volvente riferito al centro di massa
Inerzia totale del corpo volvente	J	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	<code>J_cv</code>	Momento d'inerzia di un singolo corpo volvente riferito al centro d'istantanea rotazione (contatto con anello esterno)

Parametri di reazione elastica del bordo del difetto all'impatto

Rigidezza equivalente	K_c	$\frac{N}{\text{mm}^{3/2}}$	<code>K_c</code>	Parametro di rigidezza equivalente del contatto tra corpo volvente ed orlo del difetto
Modulo elastico equivalente	E^*	MPa	<code>E_star</code>	Modulo di elastico equivalente del contatto definito dai materiali delle superfici coinvolte
Raggio ridotto di curvatura	R^*	mm	<code>R_star</code>	Raggio di curvatura definito come il reciproco dei reciproci dei raggi di curvatura coinvolti

Frequenze caratteristiche

“Ball Pass Frequency on Outer ring”	$BPFO$	Hz	<code>BPFO</code>	Frequenza di passaggio dei corpi volventi su di un punto specifico dell'anello esterno
“Ball Pass Frequency on Inner ring”	$BPMI$	Hz	<code>BPMI</code>	Frequenza di passaggio dei corpi volventi su di un punto specifico dell'anello interno
“Ball Spin Frequency”	BSF	Hz	<code>BSF</code>	Frequenza rotazione di un corpo volvente intorno al proprio asse

Variabile	Simbolo	Unità di Misura	Notazione MATLAB	Note
Parametri per la descrizione del vettore di forzanti impulsive				
Periodo	T	s	T	Intervallo di tempo che intercorre tra due urti consecutivi
Numero di urti	n_{urti}	/	n_cicli	Numero totale di cicli di carico realizzati nella simulazione
Durata della simulazione	t_f	s	tf_approx	Durata totale della simulazione (approssimativamente)
Vettore di istanti simulati	t_{vett}	s	TEMPI	Vettore contenente gli istanti notevoli simulati da importare nella FEM
Vettore di forzanti normali	$F_{n,vett}$	N	FORZE_n	Vettore contenente i valori di forza notevoli simulati in direzione normale al contatto da importare nella FEM
Vettore di forzanti in direzione X	$F_{x,vett}$	N	FORZE_X	Vettore contenente i valori di forza notevoli simulati in direzione X da importare nella FEM
Vettore di forzanti in direzione Y	$F_{y,vett}$	N	FORZE_Y	Vettore contenente i valori di forza notevoli simulati in direzione Y da importare nella FEM
Vettore di forzanti in direzione Z	$F_{z,vett}$	N	FORZE_Z	Vettore contenente i valori di forza notevoli simulati in direzione Z da importare nella FEM

Noti tutti i parametri richiamati all'interno del testo, si passa alla definizione della procedura di calcolo, con la descrizione dei vari passaggi relativi la stesura del codice di calcolo delle forzanti impulsive associate alla presenza di difetti sulla pista dell'anello esterno di un cuscinetto.

3.1 Inizializzazione dei parametri

Il primo passo nella simulazione degli impulsi associati ai singoli difetti è stato l'inizializzazione delle variabili di interesse all'interno del codice MATLAB. Sono state create due sezioni, la prima dedicata all'inserimento dei parametri di simulazione, quali carichi, velocità e caratteristiche del difetto e la seconda volta alla definizione di variabili soggette a modifica solo in caso di riadattamento del codice per applicazioni differenti quali il test di una diversa selezione di cuscinetti. Pertanto, nella seconda sezione sono stati definiti dati relativi al materiale (densità, modulo di Young, coefficiente di Poisson, durezza superficiale) ed alla geometria dei cuscinetti (raggi, diametri, angoli e lunghezze varie, nonché il gioco radiale). Ovviamente, all'interno del codice le varie grandezze sono state convertite nelle opportune unità di misura del sistema internazionale in modo da garantire consistenza ai calcoli da un punto di vista dimensionale. Tuttavia, le variabili di maggiore interesse sono state convertite anche in unità di grandezza diverse, non utili al calcolo, ma convenienti per una più semplice lettura dei risultati come, ad esempio, convertendo le misure degli angoli da radianti a gradi. Per quanto concerne la prima sezione, ovvero quella relativa alle variabili di simulazione, non sono necessarie particolari osservazioni. I parametri sono stati inizializzati direttamente senza adottare particolari ipotesi semplificative. L'unica considerazione d'interesse riguarda il fatto di definire le grandezze con unità di misura coerenti con quelle riportate nei commenti presenti all'interno del codice, per avere consistenza dei risultati al termine della simulazione. Si precisa, chiaramente, che tale accortezza deve essere applicata anche nel caso della sezione successiva. Bisogna tuttavia precisare che l'angolo " ψ " è stato assunto costante in quanto il modello è stato valutato per il solo caso di difetto posto sull'anello esterno e, quindi, fisso, sebbene il suo valore possa oscillare da 0° fino a $\pm 180^\circ$.

Si riportano All'interno della [Tabella 3.2](#), a titolo di esempio, alcuni valori riconducibili ad uno dei set di prove sperimentali effettuate:

Tabella 3.2, esempio di variabili in input del programma (effettivamente testate)

Variabile	Simbolo/Formula	Valore numerico	Unità di misura
Carico radiale	F_r	62.4	kN
Carico assiale	F_a	0	kN
Velocità di rotazione	Ω	997	rpm
Posizione angolare del difetto	ψ	0	deg
Diametro del difetto	D_{dif}	2	mm
Profondità del difetto	h_{dif}	0.5	mm

In merito alla seconda sezione del codice, ovvero quella adibita alla definizione delle proprietà dimensionali e meccaniche dei cuscinetti, è opportuno riportare alcune considerazioni ed ipotesi di calcolo. Più precisamente, anche in questo caso, sono stati imposti dei valori numerici che rispecchiassero quelli degli elementi testati all'interno del banco, ovvero i cuscinetti orientabili a rulli SKF 22240 CCK/W33. Le informazioni in merito a tali parametri sono state recuperate tenendo conto principalmente delle specifiche espresse all'interno della scheda tecnica fornita dal costruttore [56], nonché delle geometrie rilevabili dal modello CAD 3D anch'esso fornito. Queste non sono state le uniche fonti consultate, ma hanno chiaramente giocato il ruolo maggiore nella definizione della maggior parte dei parametri.

Innanzitutto, per quanto concerne le dimensioni dei componenti, esse sono state recuperate, come anticipato, dalla scheda tecnica del cuscinetto [56]. Alcuni parametri, tuttavia, non erano direttamente forniti e, pertanto, i modelli CAD forniti dal sito del produttore [56] sono stati analizzati e gli schizzi

quotati per ottenere tali valori come, ad esempio, nel caso della stima del diametro minimo dei corpi volventi. Si riportano di seguito, all'interno della **Tabella 3.3** i valori numerici ricavati dalle suddette analisi:

Tabella 3.3, parametri costruttivi e dimensioni caratteristiche dei cuscinetti SKF 22240 CCK/W33 oggetto di studio

Variabile	Simbolo/Formola	Valore numerico	Unità di misura
Numero di corpi volventi	N_{cv}	38	/
Diametro massimo corpi volventi	D_{cv}	40	mm
Diametro minimo corpi volventi	$D_{cv,min}$	37.9	mm
Lunghezza dei corpi volventi	L_{cv}	37	mm
Diametro medio (pitch diameter)	D_m	280	mm

Per il diametro massimo dei corpi volventi si intende il valore stimato in corrispondenza del centro di massa dell'elemento, mentre per quello minimo si intende la grandezza in corrispondenza del lato del cilindretto il quale, essendo bombato, chiaramente assiste ad una riduzione del proprio diametro ai lati. Il diametro medio del cuscinetto, invece, è stato valutato come il diametro della circonferenza dei centri di massa della corona di rulli. Infatti, trattandosi di cuscinetti a doppia corona di rulli, non è possibile definire il cosiddetto "pitch diameter" come media dei diametri interni ed esterni degli anelli. Si riporta, di seguito, una rappresentazione di dettaglio delle dimensioni del corpo volvente d'interesse per lo studio (**Figura 3.1**).

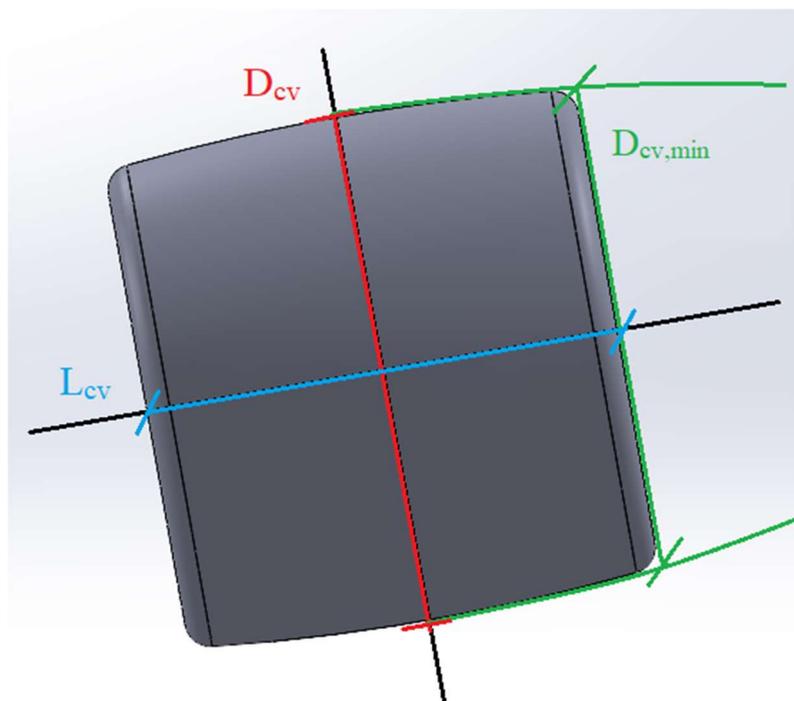


Figura 3.1, dimensioni caratteristiche del corpo volvente con dettaglio dei diametri ed estensione in direzione assiale

Di seguito, invece, viene evidenziata la quota mediante la quale è stato definito il valore del “pitch diameter” per mezzo della *Figura 3.2*.

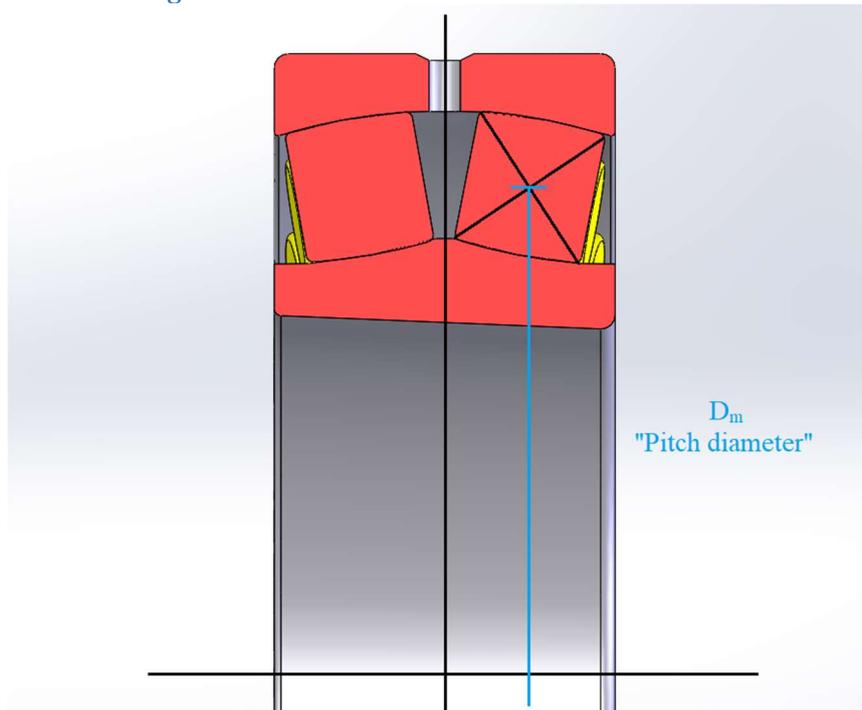


Figura 3.2, rappresentazione della dimensione adottata per la stima del “pitch diameter”

L’angolo “ α ”, invece, è stato definito con diverse metodologie. L’angolo di contatto vero e proprio, è stato valutato secondo quanto descritto nel testo di Harris [5] indicando “ α ” come l’angolo presente tra l’asse passante per centro del cuscinetto ed il centro di massa dei corpi volventi, rispetto all’asse verticale. Esso è stato utilizzato per la ripartizione dei carichi radiali esterni sulle corone di corpi volventi nelle rispettive quote assiali e radiali, secondo le modalità riportate nella *Figura 3.3*.

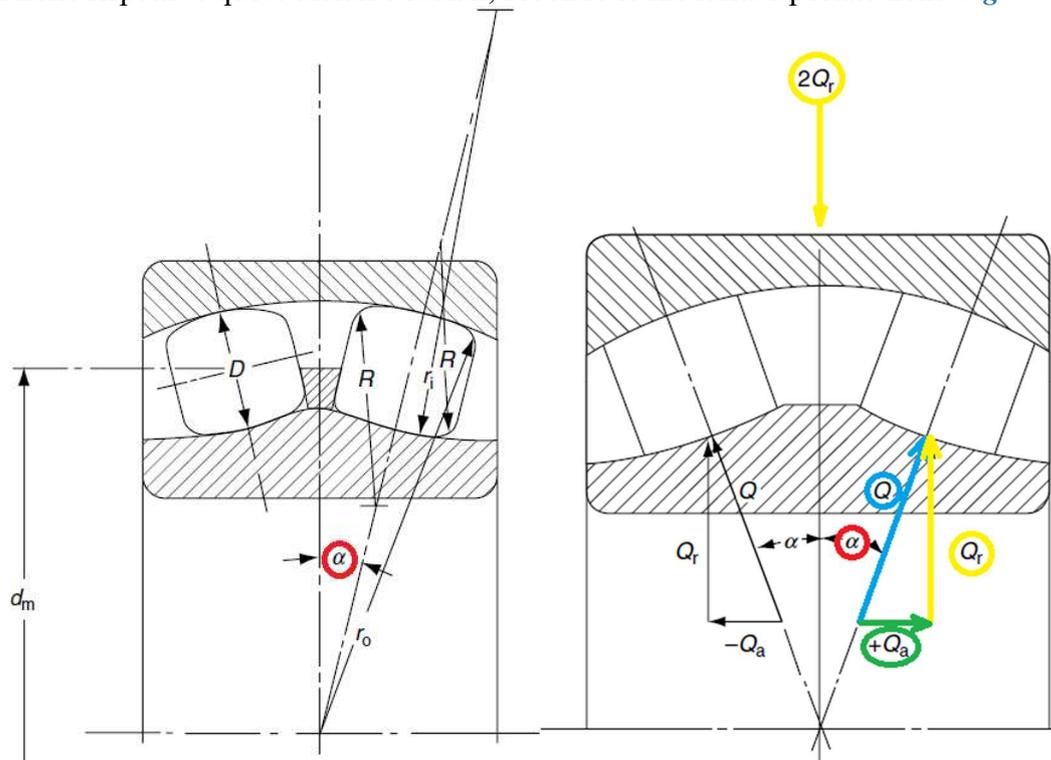


Figura 3.3, rappresentazione dell’angolo di contatto geometrico “ α ” (immagine a sinistra) e della conseguente ripartizione del carico radiale Q_r (immagine a destra) nella descrizione offerta da Harris [5]

Tuttavia, l'asse di trasmissione del carico non risulta intersecare il difetto, il quale si trova spostato leggermente verso l'esterno. Questo è un problema significativo in quanto riporta una incongruenza in merito alla redistribuzione dei carichi per effetto della doppia corona, dal momento che la presenza del difetto lungo una direzione diversa suggerisce la possibilità di dover valutare un differente angolo di contatto. Infatti, bisogna considerare che i difetti oggetto di studio sono stati realizzati direttamente in azienda SKF in relazione alle zone più frequentemente soggette a "failure" per i cuscinetti in esame. In quanto questi danneggiamenti avvengono tipicamente in corrispondenza del centro dell'orma di contatto è ragionevole supporre che l'angolo di applicazione sia in realtà leggermente diverso da quello valutato geometricamente dal modello.

Ad ogni modo, all'interno del codice, questo problema è stato superato ipotizzando che la redistribuzione dei carichi radiali avvenisse comunque congruamente a quanto definito dall'angolo presentato da Harris, ma che la forza impulsiva dovesse essere, successivamente, riorientata lungo l'angolo relativo alla posizione del difetto (mantenendo inalterato il modulo della forza). Questa è una ipotesi forte, ma bisogna considerare che le differenze tra gli angoli in questione sono relativamente ridotte (meno di 3°). In questo modo lo studio delle forze è stato semplificato mentre la normalità della forza rispetto alla superficie di contatto è stata rispettata. Quest'ultima è una condizione fondamentale per la verifica delle condizioni di contatto Hertziano, che sarà descritto nelle pagine seguenti.

Nella *Figura 3.4* vengono presentati i due angoli appena descritti. Si noti che per discernere meglio la differenza tra i due assi ed i rispettivi assi il valore di " α_{dif} " è stato leggermente incrementato e le rispettive proporzioni, pertanto, non coincidono precisamente con le effettive dimensioni di tali grandezze.

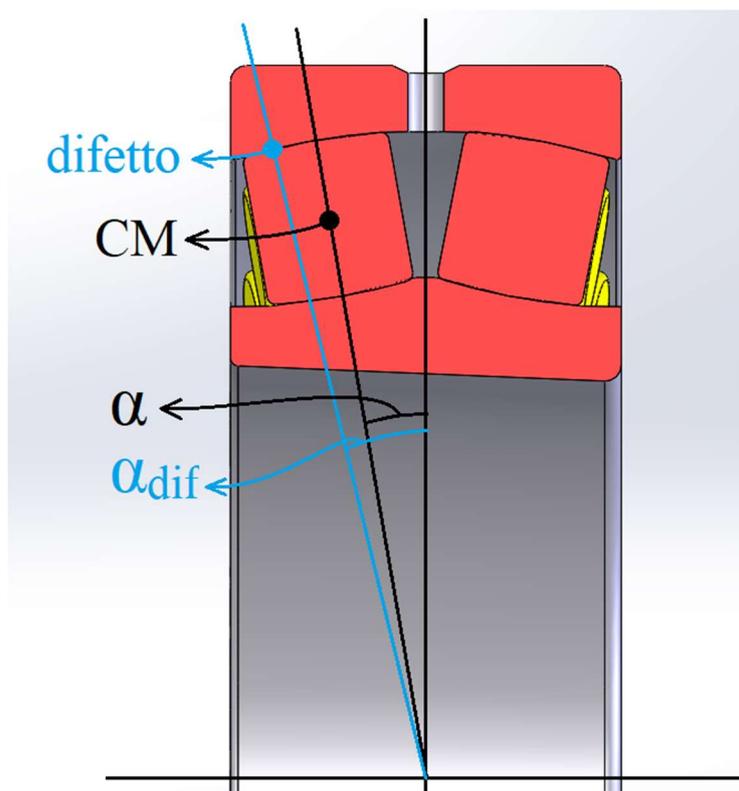


Figura 3.4, dettaglio della differenza tra angolo di contatto geometrico ed angolo di contatto relativo al difetto

Si riportano nella *Tabella 3.4* i valori dei due angoli appena presentati per il caso in esame (difetto sull'anello esterno).

Tabella 3.4, valori degli angoli di contatto geometrico e del difetto, rilevati dallo studio delle geometrie

Variabile	Simbolo/Formula	Valore numerico	Unità di misura
Angolo di contatto del difetto	α_{dif}	12.5	deg
Angolo di contatto geometrico	α	9.7	deg

Per quanto concerne lo studio dei giochi radiali, il cuscinetto SKF 22240 CCK/W33 in esame presenta una classe di gioco “normale” o “gruppo N” o “C0” sulla propria scheda tecnica. La definizione del gioco radiale viene, quindi, ricavata dalla tabella 6 (cuscinetti con foro conico) presente sul sito SKF [55] in funzione del diametro interno del cuscinetto “d” e risulta compresa in un range di grandezze ammissibili. Tuttavia, essendo il diametro interno del cuscinetto pari a 200 mm, esso si trova proprio al limite tra due diverse classi di diametro interno per la stima dei giochi. Per questa ragione, i valori presi in esame sono stati il gioco maggiore della classe più piccola (220 μm per la classe $d = 180 - 200\text{mm}$) ed il minore della classe più grande (180 μm per la classe $d = 200 - 225\text{mm}$). Si riportano le misure in *Tabella 3.5* per maggior chiarezza.

Tabella 3.5, giochi radiali tipici in cuscinetti ad anelli conici per classi di gioco “normale” e diametro compreso tra 180-225 mm

Diametro interno	Unità di misura	Gioco radiale “CN”	Unità di misura
180-200	mm	160-220	μm
200-225	mm	180-250	μm

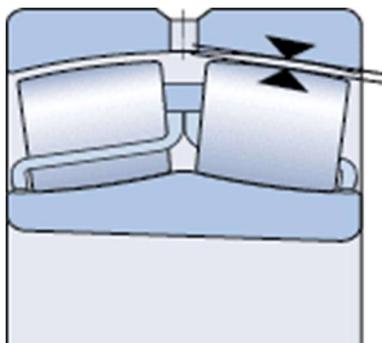


Figura 3.5, dettaglio del gioco radiale come definito per la raccolta dei dati utilizzati [55]

Si osservi come, da normativa, il valore di tali giochi viene valutato come la massima distanza percorribile (in direzione radiale) dall'anello interno spostandosi da una condizione di eccentricità a quella opposta. Il valore riportato è, pertanto, associabile alla misura del gioco diametrico del cuscinetto nonostante la notazione “radiale”, dovuta alla notazione internazionale di “radial clearance”.

All'interno dei calcoli, è stato poi preso in esame il valore pari alla media aritmetica delle grandezze minima e massima precedentemente riportate. Inoltre, successivamente, questa quota di gioco è stata corretta dividendola per il coseno dell'angolo “ α ” (precedentemente descritto) per proiettarlo sulla direzione verticale in corrispondenza del punto di contatto tra corpo volvente e anello. Questo passaggio sarà utile al calcolo della deformazione nella distribuzione di carico (si noti, comunque, come la variazione di gioco sia minima). Si evidenzia in *Figura 3.6* la trasposizione effettuata.

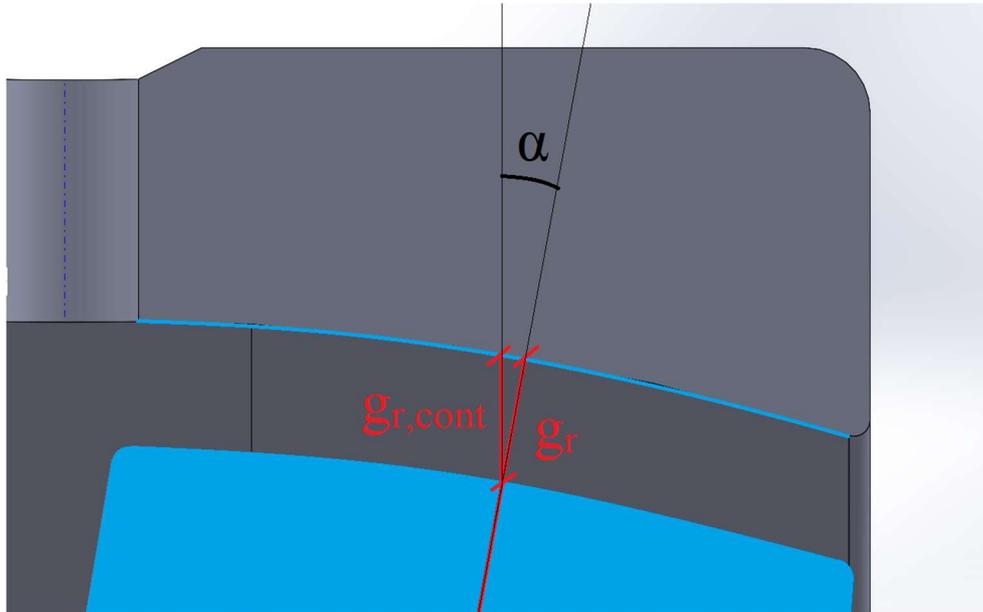


Figura 3.6, rappresentazione della proiezione del gioco radiale in direzione verticale

Si riportano di seguito le grandezze ottenute (Tabella 3.6):

Tabella 3.6, valori utili alla definizione del gioco radiale dei cuscinetti esaminati

Variabile	Simbolo/Formula	Valore numerico	Unità di misura
Gioco radiale minimo	$g_{r,min}$	180	μm
Gioco radiale massimo	$g_{r,max}$	220	μm
Gioco radiale medio	g_r	200	μm
Gioco radiale medio sul contatto	$g_{r,cont} = \frac{g_r}{\cos(\alpha)}$	203	μm

Si consideri che, durante la simulazione, non sono state prese in considerazione modifiche al gioco radiale come conseguenza di accoppiamenti forzati tra anello interno ed albero rotante (per semplicità) e neanche variazioni di temperatura (in quanto i valori registrati durante le prove si sono comunque rivelati pressoché costanti e di poco superiori ai 20 °C). Ora, sebbene la seconda ipotesi sia attendibile, la prima, invece, meriterebbe ulteriori approfondimenti e verifiche nel caso si intendesse ottimizzare il modello attraverso sviluppi futuri. Ad ogni modo, allo stato attuale, tali approssimazioni possono comunque ritenersi accettabili.

Infine, si apre ora una breve digressione in merito alle proprietà del materiale. Durante la scrittura del codice sono state inizializzate le proprietà del materiale costituente gli elementi del cuscinetto. La definizione di tali proprietà non è stata fornita direttamente all'interno della scheda tecnica di SKF [56]. Si è quindi ricorso alla ricerca dei dati attraverso altre fonti. Questa scelta è stata giustificata dal fatto che i parametri utilizzati, ovvero, il modulo di Young (E), il coefficiente di Poisson (ν) e la densità (ρ), presentano valori pressoché costanti per tutte le principali categorie di acciai. Conseguentemente, la ricerca del materiale esatto presenta una scarsa rilevanza nella stima dei parametri utili alla definizione del codice MATLAB.

Le informazioni in merito al materiale, viceversa, hanno trovato maggiore applicazione nel capitolo 4 della tesi (relativo il modello FEM dell'assieme) dove saranno riproposte. Si riporta, quindi, di seguito una discussione in merito ai criteri per la scelta del materiale e delle rispettive proprietà.

Innanzitutto, si è ragionevolmente supposto che anelli e corpi volventi fossero costituiti dalla stessa lega, come da prassi. Per quanto concerne le proprietà del materiale stesso, si è supposto di realizzare il componente in 100CrMo7-3 (1.3536) [58], in quanto acciaio prediletto per la produzione di cuscinetti aventi diametri e spessori elevati, riconducibili a quelli del cuscinetto oggetto di studio. Inoltre, la scheda tecnica del materiale indicato esibiva le migliori prestazioni meccaniche nel settore, un aspetto che ben si addice agli elevati standard di qualità attribuiti ai cuscinetti orientabili a doppia corona, quali il modello SKF 22240 CCK/W33. I parametri raccolti dalla scheda tecnica sono i seguenti (**Tabella 3.7**):

Tabella 3.7, proprietà meccaniche della lega 100CrMo7-3 (1.3536) [58], per i cuscinetti

100CrMo7-3			
Variabile	Simbolo/Formola	Valore numerico	Unità di misura
Durezza Brinell	HB	688	/
Durezza Rockwell	HRC	62	/
Coefficiente di Poisson	ν	0.3	/
Modulo di Young	E	210000	MPa
densità	ρ	7790	$\frac{Kg}{m^3}$
Tensione di Snervamento	$R_{p0.2}$	650	MPa
Tensione a Rottura	R_m	980	MPa
Fattore di smorzamento	ε_{smorz}	2-5 %	/

È inoltre opportuno specificare che, date le elevate proprietà meccaniche degli elementi del cuscinetto, è ragionevole supporre che esso sia stato sottoposto ad opportuni trattamenti termici volti ad aumentarne, prima la malleabilità per facilitare le lavorazioni, e successivamente la durezza per massimizzarne le prestazioni. In particolare, osservando i dati riportati dalla scheda tecnica [58], è stato ipotizzato di sottoporre il componente prima ad un trattamento di ricottura a 850°C con raffreddamento in aria e, successivamente, ad una tempra superficiale in olio a 860°C seguita da un rinvenimento in aria a 200°C per la distensione del componente e la riduzione delle tensioni interne. Nella tabella precedente vengono riportate anche le informazioni relative alle tensioni di snervamento e rottura riferite al “cuore” non temprato del componente, il quale ha mantenuto l’elevata tenacità e le basse proprietà meccaniche derivanti dal trattamento di ricottura di sferoidizzazione.

La sezione numero 3 del codice MATLAB, invece, contiene semplicemente la conversione delle grandezze di maggiore interesse in unità di misura di più facile lettura, come anticipato nelle pagine precedenti. Così si conclude la definizione dei parametri in input del programma.

3.2 Valutazione del contatto secondo Hertz

Una volta inizializzate le variabili d’interesse, lo sviluppo del codice di calcolo vero e proprio ha avuto inizio. Il primo passo di tale analisi è stata la valutazione delle forze di contatto tra corpi volventi ed anello esterno secondo la definizione fornita da Hertz. Il testo di Harris è stato preso come riferimento principale durante questa fase della trattazione [5].

Nello specifico, la teoria del contatto hertziano permette di definire la relazione tra la deformazione che si viene a generare tra due superfici poste l’una in corrispondenza dell’altra conseguentemente

all'applicazione di una forza normale al punto di contatto tra tali superfici. L'applicazione del carico determina la formazione di un'orma di contatto e di una deformazione radiale che si estendono conseguentemente alle proprietà elastiche dei corpi ed alla loro geometria. La determinazione di tali variabili si è rivelata necessaria per lo studio descritto nel prossimo paragrafo, ovvero, la definizione della zona sotto carico del cuscinetto. Si evidenzia, tuttavia, che la teoria di Hertz trova validità solamente nell'ipotesi di deformazioni puramente elastiche e che, pertanto, le simulazioni del programma in questione non possono essere ritenute attendibili per i casi manifestanti deformazioni di tipo plastico.

Il primo passo è stato quello di definire le curvature principali in corrispondenza del punto di contatto come evidenziato nell'immagine seguente (*Figura 3.7*).

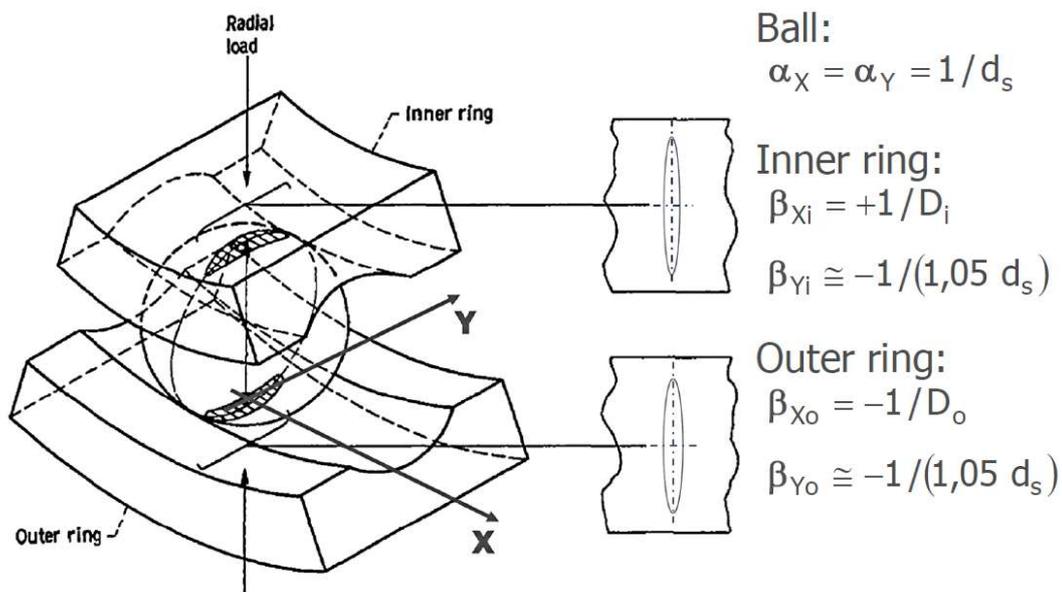


Figura 3.7, rappresentazione dell'orma delle superfici di contatto Hertziano in un cuscinetto a singola corona di sfere, associata alle formule per il calcolo delle rispettive curvature [39]

Si noti come siano rilevanti sia le curvature nel contatto tra corpi volventi ed anello interno sia quelle del contatto con l'anello esterno. Saranno infatti valutati entrambi i casi nella definizione della distribuzione di carico (sotto-capitolo seguente).

La rappresentazione appena fornita, tuttavia, si riferisce al semplice caso di un cuscinetto a singola corona di sfere. I cuscinetti presentati in questo studio, invece, sono assai più complessi, in quanto si tratta di un modello a doppia corona orientabile e, conseguentemente, le curvature sono meno intuitive da identificare. Per quanto concerne le curvature nella direzione "x" (o indicativamente radiali) lo studio ha preso in considerazione i seguenti valori (*Tabella 3.8*):

Tabella 3.8, raggi di curvatura caratteristici del contatto Hertziano tra corpi volventi ed anelli nella direzione x (assiale)

Variabile	Simbolo/Formula	Valore numerico	Unità di misura
Raggio medio di curvatura x	$r_{medio,x}$	161.32	mm
Raggio di curvatura x per i corpi volventi	$r_{cv,x}$	157.29	mm
Raggio di curvatura x per l'anello esterno	$r_{ext,x}$	165.35	mm
Raggio di curvatura x per l'anello interno	$r_{int,x}$	165.35	mm

Si noti come sia stato definito un raggio di curvatura x generico. Ciò è dovuto al fatto che, attraverso la valutazione del modello CAD, sono stati ricavati 3 valori analoghi di raggio di curvatura in direzione radiale per la pista interna, la pista esterna e del profilo del corpo volvente, come evidenziato nelle immagini seguenti (*Figura 3.8*, *Figura 3.9*):

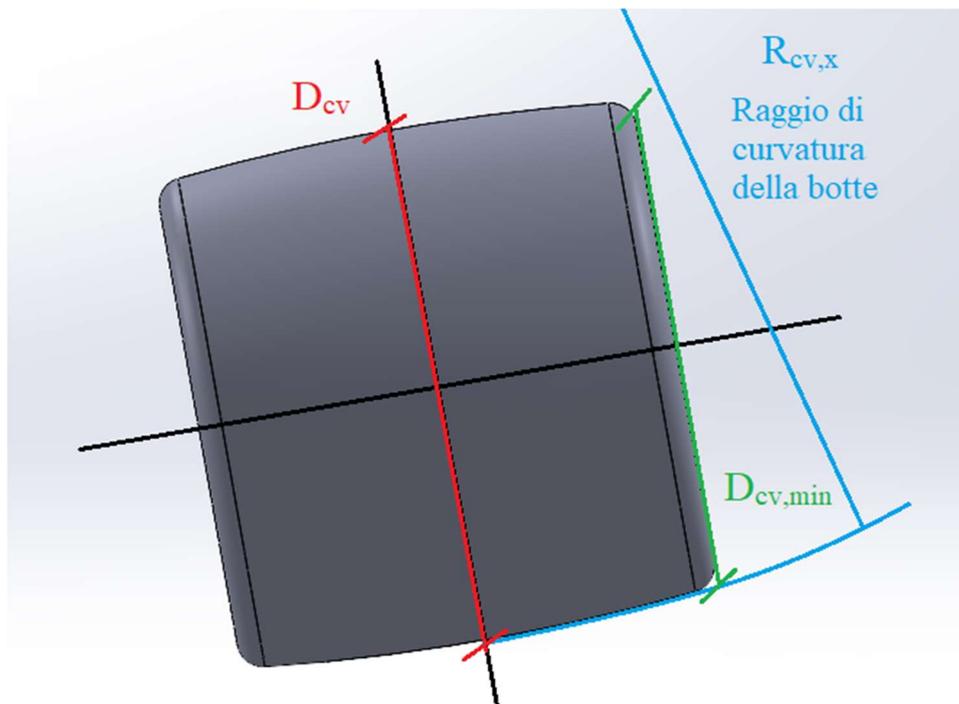


Figura 3.8, dettaglio del raggio di curvatura in direzione "x" del rullo a botte

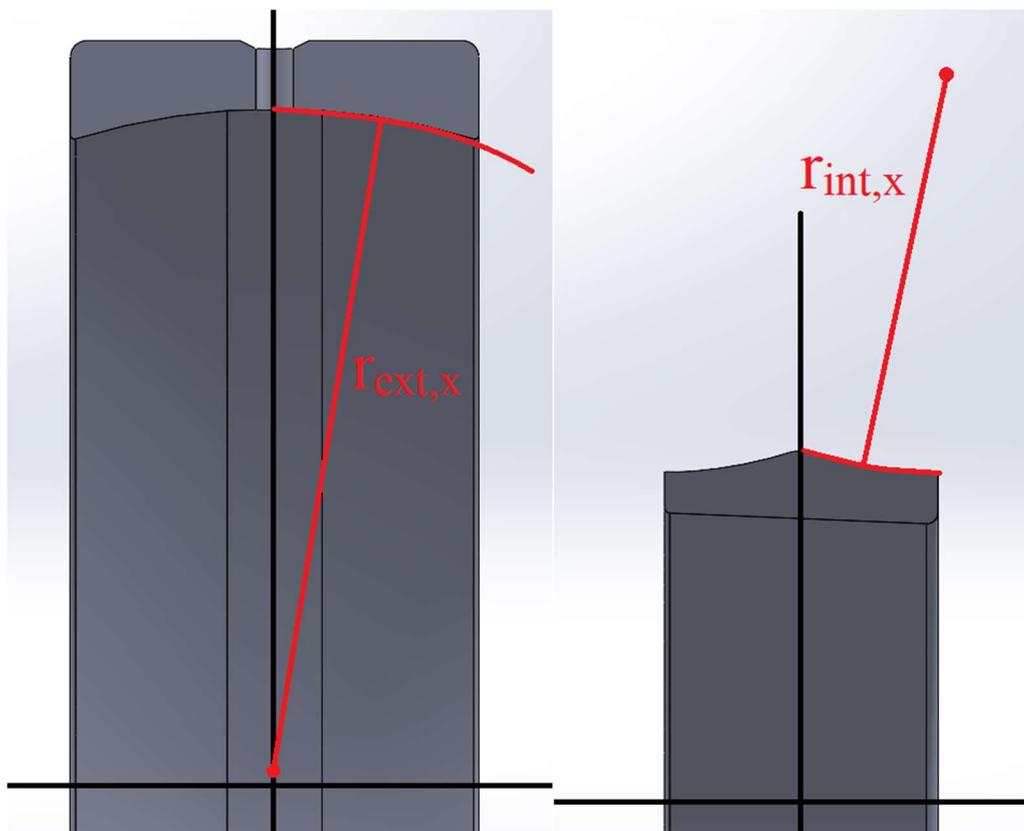


Figura 3.9, dettaglio del raggio di curvatura in direzione "x" dell'anello esterno (a sinistra) e di quello interno (a destra)

Tuttavia, questa condizione non coincide affatto con le geometrie ragionevolmente associabili ad un cuscinetto funzionante. Per questo motivo, si è ricorso alla modifica dei valori dei raggi di curvatura dei vari componenti secondo la formulazione presentata nelle slide sulla teoria di Hertz [39]. Nello specifico il raggio medio di curvatura x è stato diminuito del 2.5% per definire il raggio di bombatura del corpo volvente e maggiorato del 2.5% per i raggi delle 2 piste i quali, conseguentemente, risultano uguali.

La scelta di utilizzare una differenza del 2.5% è legata al fatto questa coincida con i valori di scarto tipici per un cuscinetto standard. È tuttavia ragionevole supporre che il valore effettivo di tale coefficiente possa essere assai più basso vista l'elevata qualità dei cuscinetti esaminati. Ad ogni modo, l'unico procedimento che permetterebbe di ottenere una stima esatta del valore di tali scostamenti è attraverso un set misure sperimentali eseguite direttamente sui componenti. Tale procedura però, non è stata svolta per ragioni di tempo e conseguentemente, i fattori 0.975 per i corpi volventi e 1.025 per gli anelli sono rimasti inalterati.

Si noti, inoltre, dalle immagini appena riportate come, specialmente nel caso dell'anello esterno, il raggio di curvatura in direzione "x" **non** intersechi il centro di massa del cuscinetto sebbene vi vada molto vicino. Da ciò dobbiamo intuire che tale raggio di curvatura sarà molto simile, ma non esattamente uguale, nelle direzioni "x" e "y", come sarà evidenziato nelle righe seguenti.

Lo studio delle curvature nella direzione "y" (o indicativamente assiali), infatti, ha preso in considerazione i seguenti valori (*Tabella 3.9*):

Tabella 3.9, raggi di curvatura caratteristici del contatto Hertziano tra corpi volventi ed anelli nella direzione y (circonferenziale)

Variabile	Simbolo/Formula	Valore numerico	Unità di misura
Diametro dei corpi volventi	$r_{cv,y} = \frac{D_{cv}}{2}$	20	mm
Raggio di curvatura y per l'anello esterno	$r_{ext,y}$	163.40	mm
Raggio di curvatura y per l'anello interno	$r_{int,y}$	123.40	mm

Dove il raggio di curvatura dell'anello esterno è stato valutato come il segmento che va dal centro di massa del cuscinetto alla superficie della pista interna dell'anello esterno lungo la retta di contatto (con angolo α). Viceversa, il raggio di curvatura per l'anello interno è stato definito semplicemente sottraendo al raggio esterno il diametro dei corpi volventi e la quota di gioco radiale, secondo la seguente formula:

$$r_{int,y} = r_{ext,y} - D_{cv} - g_r$$

Si riportano di seguito le rappresentazioni dei raggi di curvatura degli anelli in direzione “y” (*Figura 3.10*):

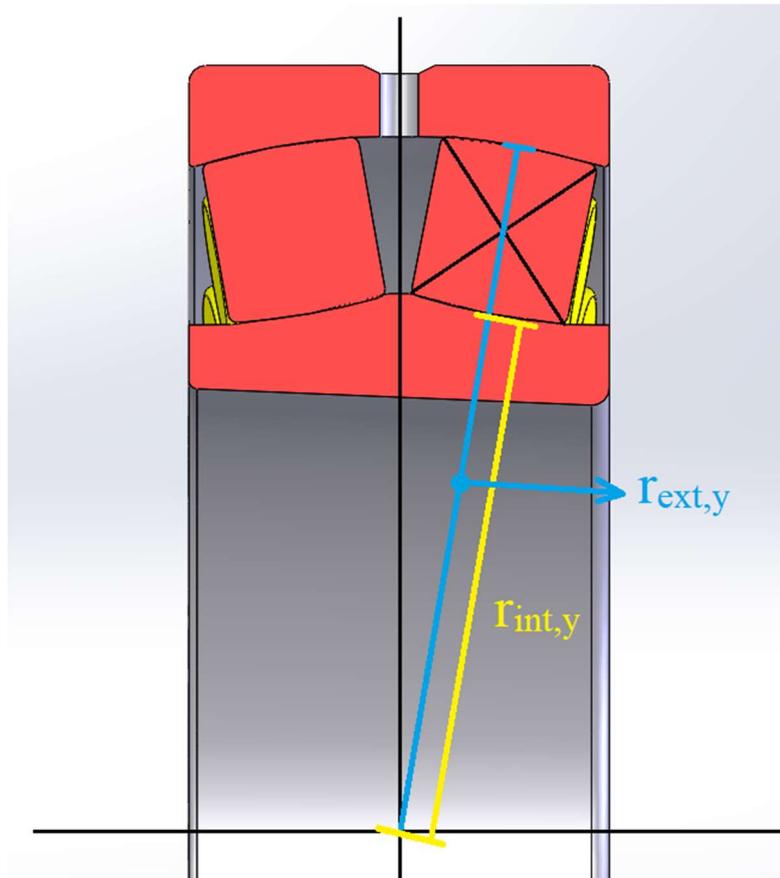


Figura 3.10, dettaglio del raggio di curvatura in direzione “y” degli anelli interno ed esterno del cuscinetto

Una volta ottenuti i parametri relativi al calcolo dei raggi di curvatura, sono stati identificati i valori delle curvature stesse, identificate come α_x e α_y per i corpi volventi e come β_x e β_y per gli anelli.

NB → è importante non confondere le grandezze appena presentate (α_x , α_y , β_x , β_y) associate con le curvature principali dei due contatti realizzati dal corpo volvente con gli α precedentemente esposti e relativi gli angoli di contatto per la trasmissione di carico! Tali grandezze non solo differiscono per i valori rappresentati ma anche per le unità di misura.

Quindi, sono stati stimati i valori della sommatoria delle curvature e di $\cos(\tau)$, rispettivamente definiti come:

$$\text{sommatoria} = \alpha_x + \alpha_y + \beta_x + \beta_y$$

$$\cos(\tau) = \frac{|(\alpha_x - \alpha_y) + (\beta_x - \beta_y)|}{\text{sommatoria}}$$

Si consideri che tale notazione è valida sempre nel caso dei cuscinetti ma differisce da quella di contatto Hertziano generalizzato, in quanto i contatti sfera-sfera e cilindro-cilindro dei cuscinetti garantiscono che la direzioni delle curvature principali coincidano. Si consideri, inoltre, che la notazione facente uso dei simboli α_x , α_y , β_x e β_y tipicamente si riferisce ai reciproci dei diametri di curvatura e **non** dei raggi. Tuttavia, all'interno della trattazione, la loro implementazione in una o

l'altra forma non ha portato differenza nei risultati, dal momento che $\cos(\tau)$ non varia. Per questo motivo, si è deciso di optare comunque per la notazione con α e β , piuttosto che a quella con ρ , onde evitare confusione con il valore della densità del materiale.

Nelle tabelle seguenti vengono riportati i risultati numerici delle varie curvatures, della loro sommatoria e di $\cos(\tau)$ rispettivamente per il contatto con l'anello esterno (*Tabella 3.10*) e con l'anello interno (*Tabella 3.11*).

Tabella 3.10, curvatures radiali, sommatoria delle curvatures, $\cos(\tau)$ del contatto Hertziano tra anello esterno e corpo volvente

Contatto corpi volventi – anello esterno		
Variabile	Valore numerico	Unità di misura
$\alpha_{x,ext} = \frac{1}{r_{cv,x}}$	0.0064	$\frac{1}{\text{mm}}$
$\alpha_{y,ext} = \frac{1}{r_{cv,y}} = \frac{2}{D_{cv}}$	0.0500	$\frac{1}{\text{mm}}$
$\beta_{x,ext} = -\frac{1}{r_{ext,x}}$	-0.0060	$\frac{1}{\text{mm}}$
$\beta_{y,ext} = -\frac{1}{r_{ext,y}}$	-0.0061	$\frac{1}{\text{mm}}$
sommatoria $_{ext}$	0.0442	$\frac{1}{\text{mm}}$
$\cos(\tau)_{ext}$	0.9860	/

Si osservi come le curvatures associate all'anello esterno debbano essere imposte negative in quanto riferite ad un elemento concavo. Viceversa, le curvatures associate ai corpi volventi hanno valore positivo in quanto descrivono elementi convessi e sono, quindi, semplicemente pari al reciproco del raggio di curvatura

Tabella 3.11, curvatures radiali, sommatoria delle curvatures, $\cos(\tau)$ del contatto Hertziano tra anello interno e corpo volvente

Contatto corpi volventi – anello interno		
Variabile	Valore numerico	Unità di misura
$\alpha_{x,int} = \frac{1}{r_{cv,x}}$	0.0064	$\frac{1}{\text{mm}}$
$\alpha_{y,int} = \frac{1}{r_{cv,y}} = \frac{2}{D_{cv}}$	0.0500	$\frac{1}{\text{mm}}$
$\beta_{x,int} = -\frac{1}{r_{ext,x}}$	-0.0060	$\frac{1}{\text{mm}}$
$\beta_{y,int} = -\frac{1}{r_{ext,y}}$	0.0081	$\frac{1}{\text{mm}}$
sommatoria $_{int}$	0.0584	$\frac{1}{\text{mm}}$
$\cos(\tau)_{int}$	0.9894	/

Anche in questo caso le curvatures del corpo volvente rimangono, ovviamente, le medesime. Tuttavia, quelle associate all'anello differiscono non solo in modulo ma anche in segno in quanto sebbene il

raggio della bombatura rimanga riferito ad un elemento concavo (e quindi risulti negativo), quello nella direzione opposta risulta riferito ad un elemento convesso e, quindi, positivo.

I valori di $\cos(\tau)$ ottenuti evidenziano la presenza di un'orma di contatto molto "allungata" lungo la direzione "y", risultato compatibile con la tipologia di corpi volventi utilizzati (rulli a botte). Tuttavia, nonostante la presenza di queste caratteristiche, accoppiate alla forma pressoché cilindrica dei corpi volenti, il contatto che si viene a generare non è di tipo cilindrico. Infatti, l'orma non si estende fino agli estremi del rullo a causa della presenza della bombatura e, conseguentemente, non sviluppa il tipico contorno rettangolare dell'orma. Conseguentemente, la natura del contatto sarà di tipo ellittico, sebbene con una estensione in direzione "y" molto maggiore rispetto alla direzione "x". Questo risultato è, in realtà, previsto e, anzi, intenzionale in quanto, poter ottenere la caratteristica di orientabilità dei cuscinetti, questi devono realizzare un contatto inevitabilmente di tipo sferico dal momento che uno cilindrico non permetterebbe la traslazione dei corpi all'interno delle piste per compensare i disallineamenti. Per questa ragione, le formule adottate per la stima delle forze associate al contatto Hertziano saranno quelle del caso con orma da contatto sfera-sfera, come si potrà osservare nelle pagine seguenti.

Una volta resi noti i valori delle curvature è stato necessario ricavare il fattore correttivo δ^* per il calcolo della deformazione dei corpi sotto carico. La stima di questo parametro avviene in funzione di $\cos(\tau)$ attraverso apposite tabelle e diagrammi. Il testo di Harris preso in esame [5] fornisce un tabulato con una selezione di vari δ^* utili al tracciamento di un diagramma. Se ne riporta una immagine esemplificativa qui di seguito (*Tabella 3.12*).

Tabella 3.12, tabulato di relazioni empiriche tra il valore di $\cos(\tau)$ e i parametri adimensionali del contatto Hertziano [5]

TABLE 6.1
Dimensionless Contact Parameters

$\cos(\tau)$	a^*	b^*	δ^*
0	1	1	1
0.1075	1.0760	0.9318	0.9974
0.3204	1.2623	0.8114	0.9761
0.4795	1.4556	0.7278	0.9429
0.5916	1.6440	0.6687	0.9077
0.6716	1.8258	0.6245	0.8733
0.7332	2.011	0.5881	0.8394
0.7948	2.265	0.5480	0.7961
0.83495	2.494	0.5186	0.7602
0.87366	2.800	0.4863	0.7169
0.90999	3.233	0.4499	0.6636
0.93657	3.738	0.4166	0.6112
0.95738	4.395	0.3830	0.5551
0.97290	5.267	0.3490	0.4960
0.983797	6.448	0.3150	0.4352
0.990902	8.062	0.2814	0.3745
0.995112	10.222	0.2497	0.3176
0.997300	12.789	0.2232	0.2705
0.9981847	14.839	0.2072	0.2427
0.9989156	17.974	0.18822	0.2106
0.9994785	23.55	0.16442	0.17167
0.9998527	37.38	0.13050	0.11995
1	∞	0	0

I valori sopra riportati sono stati, quindi, trascritti in una coppia di vettori, uno contenente i numeri associati al $\cos(\tau)$ e l'altro riguardante δ^* . Questi vettori sono quindi stati interpolati per mezzo della funzione “griddedInterpolant” fornita da MATLAB per approssimare l'andamento delle variabili attraverso la definizione di una funzione a tratti passante per i singoli ponti. Tale funzione, è stata successivamente applicata agli specifici valori di $\cos(\tau)_{ext}$ e di $\cos(\tau)_{int}$, precedentemente valutati, per ottenere i seguenti coefficienti per il contatto dei corpi volventi con anello esterno ed anello interno (**Tabella 3.13**):

Tabella 3.13, parametri adimensionali per il calcolo della deformazione da contatto Hertziano (interno ed esterno)

Variabile	Valore numerico	Unità di misura
δ^*_{ext}	0.0064	/
δ^*_{int}	0.0500	/

Si riporta di seguito il plot dei parametri specifici valutati rispetto all'andamento fornito dal testo. In rosso viene evidenziato il parametro relativo al contatto esterno, mentre in verde quello relativo al contatto interno. Inoltre, come è possibile notare dalla prima rappresentazione (**Figura 3.11**), poiché i valori di $\cos(\tau)$ sono molto elevati, ci si ritrova ad un estremo della rappresentazione per entrambi i casi. Per questa ragione viene riportata anche una immagine di dettaglio del grafico nell'intorno di $\cos(\tau) = 1$ (valore massimo assumibile) (**Figura 3.12**).

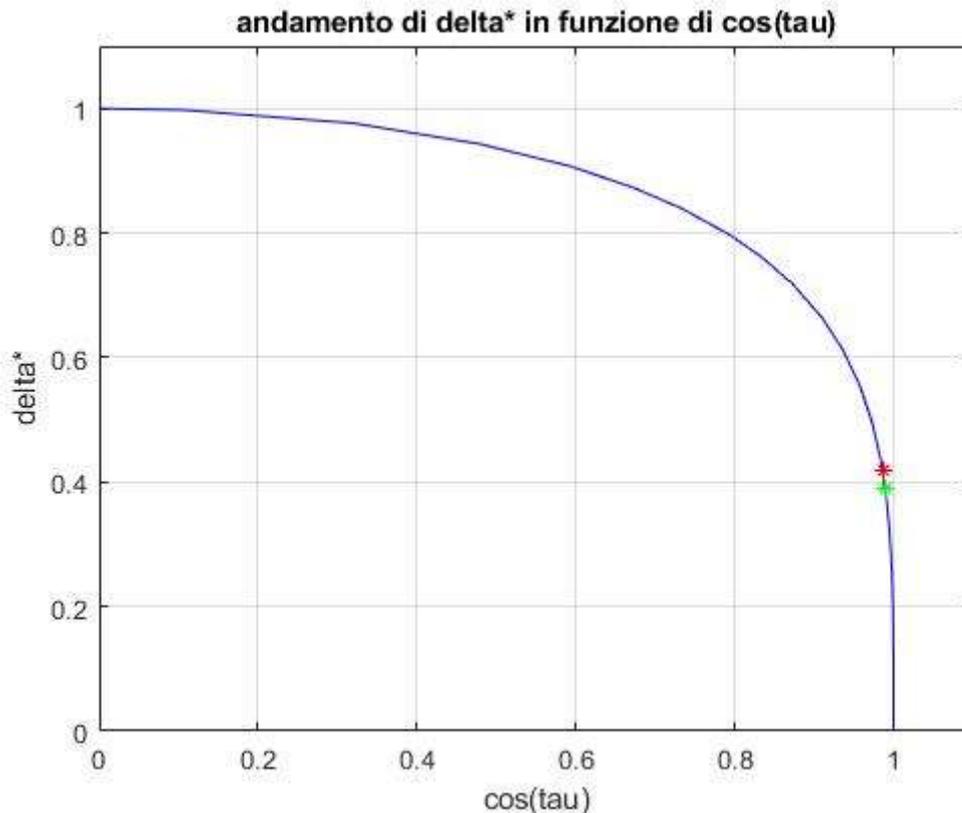


Figura 3.11, andamento del parametro adimensionale δ^* in funzione di $\cos(\tau)$

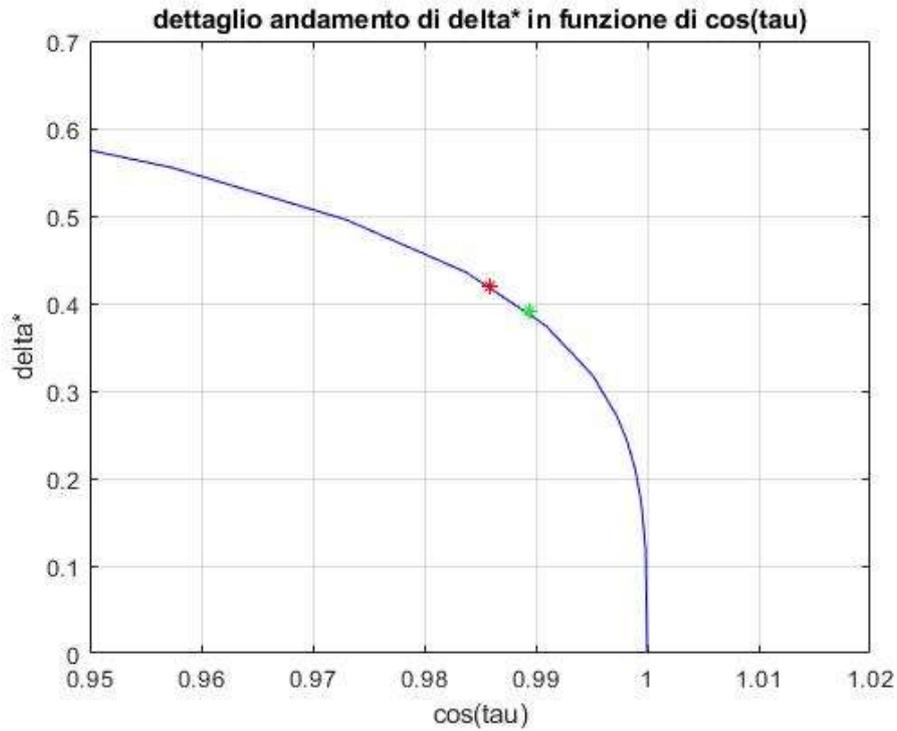


Figura 3.12, dettaglio dell'andamento del parametro adimensionale δ^* in funzione di $\cos(\tau)$ nell'intorno di $\cos(\tau) = 1$

Le rappresentazioni ottenute ricalcano fedelmente i diagrammi presenti nel testo di Harris (Figura 3.13) offrendo veridicità ai valori ottenuti.

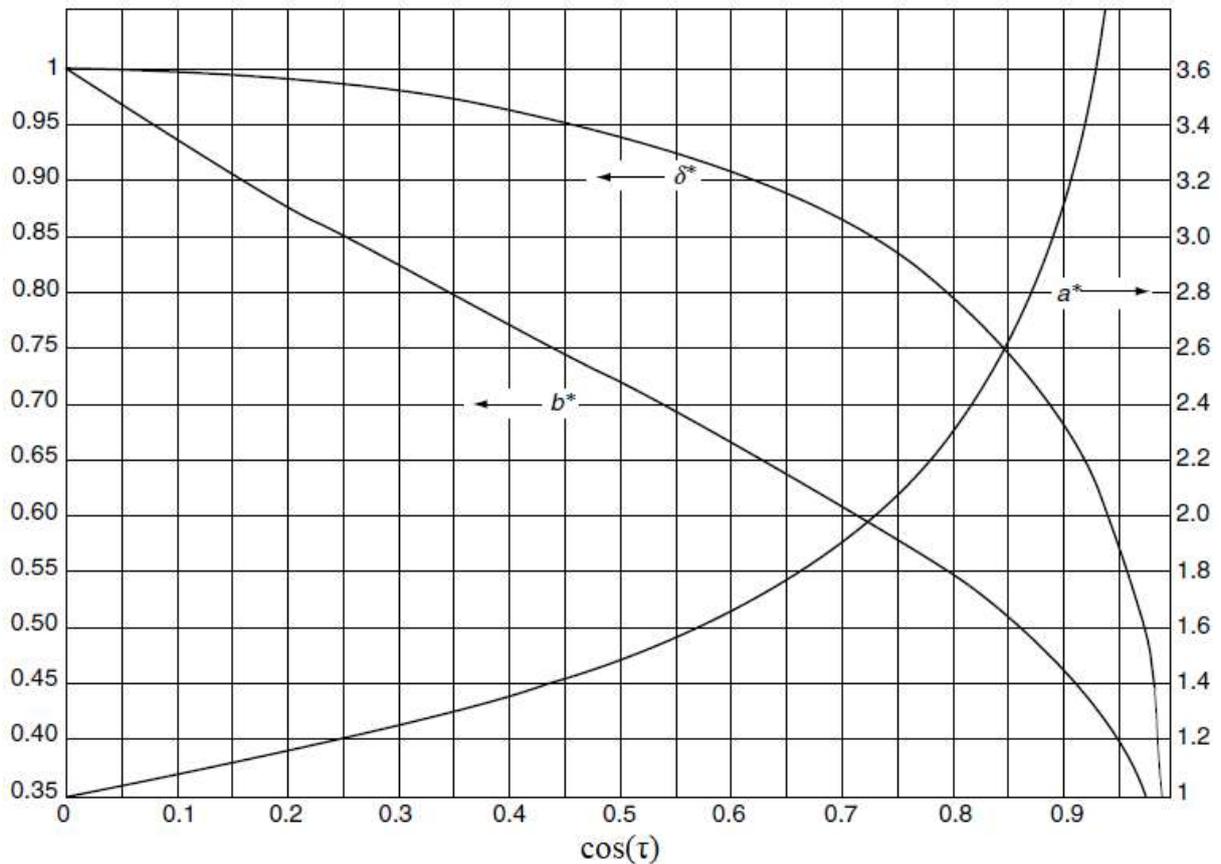


Figura 3.13, andamento dei vari parametri adimensionali del contatto Hertziano al variare di $\cos(\tau)$ [5]

3.3 Distribuzione di carico lungo la pista dell'anello

La definizione dei parametri utili al calcolo di forze e deformazioni associabili ad un contatto Hertziano è stata funzionale allo sviluppo di questo terzo sotto-capitolo, dedicato alla descrizione della distribuzione del carico sotteso al cuscinetto. Lo sviluppo di questa sezione ha preso in considerazione prevalentemente i dati e le formule presentate da Harris nel suo testo relativo la descrizione delle principali caratteristiche dei cuscinetti [5] e le teorie sviluppate da Stribeck in merito alla distribuzione di carico.

Il primo passo della seguente trattazione è stata la definizione della forza normale alla superficie di contatto tra corpo volvente e pista dell'anello esterno. Questa viene trasmessa dall'anello interno, attraverso un singolo corpo volvente, fino a quello esterno, deformandone le superfici. L'entità di tale forza è funzione dei carichi applicati dall'esterno verso il cuscinetto, ma soprattutto della loro ripartizione all'interno del componente stesso. In particolare, le distribuzioni di carico associate a sollecitazioni assiali o radiali sono state valutate separatamente all'interno del programma ed una particolare attenzione è stata posta alla definizione del caso con carico radiale in quanto non solo maggiormente complesso, ma, soprattutto, di peculiare rilievo per l'applicazione studiata, dal momento che i cuscinetti (SKF 22240 CCK/W33) sono progettati per lavorare in condizioni di carico prevalentemente radiale. Questo aspetto viene evidenziato dal fattore di carico " $e = 0.26$ " riportato nella scheda tecnica dei componenti, in quanto esso rappresenta la capacità del cuscinetto di lavorare in condizioni ottimali solamente fintanto che il carico assiale si mantiene inferiore al 26% di quello radiale.

Per quanto concerne la distribuzione delle sollecitazioni sulla pista dell'anello esterno in presenza di carichi combinati (sia radiali sia assiali) il testo di Harris presenta alcune soluzioni. Tuttavia, i modelli presentati sono validi solamente per cuscinetti che presentano un gioco radiale nullo, condizione non vera per il caso studiato. Pertanto, alla luce di tale limite e , considerato che le forze assiali previste sono comunque ridotte rispetto a quelle radiali, si è deciso di trattare le due componenti separatamente per poi combinarle nella definizione finale della forzante normale alla superficie di contatto.

3.3.1 Ipotesi importanti

Prima di procedere con il calcolo è necessario precisare alcune importanti osservazioni:

- Poiché i cuscinetti testati appartengono alla tipologia progettata per applicazioni con carichi elevati e velocità ridotte. **I contributi delle forze centrifughe sono stati trascurati** in quanto ridotti rispetto ai carichi esterni applicati.
- Similmente, viste le elevatissime sollecitazioni esterne sostenibili da tali cuscinetti, **il contributo associato al peso dei componenti è stato trascurato** in quanto esiguo. A conferma di quanto appena riportato, si consideri che il minimo carico radiale applicato durante i test in laboratorio è stato pari a 64200 N , mentre il peso di un singolo cuscinetto risulta di, appena, $42\text{ kg} * 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 412\text{ N}$, ovvero, circa lo 0.6% del carico applicato.

3.3.2 Stima del carico radiale e sua distribuzione (secondo Stribeck)

Innanzitutto, si è reso necessario evidenziare come le caratteristiche costruttive del cuscinetto comportino, all'applicazione di un carico radiale esterno, l'inevitabile insorgenza di uno sforzo

assiale “interno” la cui entità è proporzionale alla sollecitazione radiale entrante. Questo evento è dovuto dalla presenza della doppia corona di rulli abbinata alla geometria di piste e corpi volventi necessaria per ottenere un cosiddetto effetto “orientabile”. La compresenza di queste caratteristiche determina la ripartizione del carico su 2 differenti file di corpi volventi, le cui rette di carico, però, non sono perpendicolari all’asse di rotazione dell’anello interno. Conseguentemente, mentre il carico radiale viene sorretto da una coppia di rulli a botte, la direzione di trasmissione di tale carico risulta inclinata di “+ α ” per una corona e di “- α ” per l’altra, dove “ α ” è l’angolo di contatto precedentemente definito. Di conseguenza insorgono delle quote di carico assiale contrapposte, descrivibili mediante le seguenti formule:

Carico normale alla superficie di contatto

$$Q_r = \sqrt{(Q_{r,r})^2 + (Q_{r,a})^2}$$

Carico radiale applicato al singolo corpo volvente

$$Q_{r,r} = \frac{F_r}{2}$$

Carico assiale applicato al singolo corpo volvente

$$Q_{r,a} = \pm Q_{r,r} \cdot \tan(\alpha)$$

Dove il segno “-” viene applicato per la corona di rulli posta a “sinistra” ed il “+” a quella posta a “destra”, nell’ipotesi di osservare il cuscinetto da un piano frontale. Si consideri che, all’interno della notazione il primo pedice “r” si riferisce al fatto che la forza Q normale alla superficie deriva dall’applicazione di un carico esterno puramente radiale. Il secondo pedice, che può essere vicendevolmente “r” o “a” si riferisce alla quota, rispettivamente, radiale ed assiale della forza normale alla superficie precedentemente descritta.

Per maggiore chiarezza in merito alla ripartizione delle forze, si rimanda alla [Figura 3.3](#), precedentemente presentata. Da essa, risulta facile osservare come le quote radiali trasmesse dai 2 corpi volventi si vadano a sommare equilibrando il carico esterno, mentre le componenti assiali si compensino ed annullino a vicenda, producendo un effetto nullo all’esterno del cuscinetto ma sottoponendo gli elementi interni ad uno sforzo maggiore.

Si noti, tuttavia, come la formulazione di $Q_{r,r}$ fornita alla pagina precedente abbia validità solo nell’ipotesi che la forza radiale venga interamente ripartita tra soli 2 corpi volventi, peraltro paralleli l’uno all’altro. Entrambe queste ipotesi sono ovviamente false nel nostro caso, in quanto il carico viene suddiviso su un numero di corpi volventi sicuramente maggiore di 2, i quali peraltro sono mantenuti sfalsati all’interno delle corone dalla presenza della gabbia. In questo modo il loro ingresso nella zona sotto carico avviene alternatamente per una corona e poi per l’altra, ad intervalli regolari, garantendo una riduzione degli impulsi generati da tale fenomeno e la minimizzazione delle sollecitazioni e vibrazioni associate.

La semplificazione di applicare tutto il carico su solamente due corpi verrà comunque abbandonata durante la definizione della distribuzione di carico secondo Stribeck nelle pagine seguenti. L’unico aspetto rilevante, per il momento, è la definizione della relazione tra carico radiale e forzante assiale conseguentemente generata. Quest’ultima, infatti, è stata utilizzata come termine di incremento della forza di contatto Hertziano rispetto alla mera spinta assiale che si avrebbe in una configurazione più semplice a singola corona.

A tal proposito, è stata presa in considerazione la trattazione che vede la definizione del carico radiale secondo Stribeck nel caso di un cuscinetto sottoposto a carico puramente radiale, come presentata nel testo di Harris [5]. La teoria associata prevede di definire la relazione tra la deformazione radiale delle superfici ed il carico ad esse normale mediante la seguente relazione:

$$Q = K_p \cdot \delta^n$$

Dove K_p è una costante che dipende dalle proprietà del materiale e delle curvature in prossimità dell'orma di contatto, ed n è un coefficiente che dipende dal tipo di contatto realizzato. Esso vale $\frac{3}{2}$ nel caso di contatto sferico/ellittico e $\frac{10}{9}$ nel caso di contatto cilindrico. Nel nostro modello è stato assunto $n = \frac{3}{2} = 1.5$.

Come anticipato, K_p è un parametro che dipende dalle proprietà dei materiali adottati. Tuttavia, essendo sia le sfere sia gli anelli realizzati in acciaio, le cui proprietà sono note ($\nu = 0.3$ ed $E = 210000 \text{ MPa}$), è stata adottata una formula semplificata per il calcolo di tale valore. La formula in questione è la seguente e viene presentata nel testo di Harris [5].

$$K_p = 2.15 \cdot 10^5 \cdot (\text{sommatoria})^{-\frac{1}{2}} \cdot (\delta^*)^{-\frac{3}{2}}$$

Dove la “sommatoria” è la sommatoria di curvature associata ad uno dei due contatti, esterno o interno, precedentemente esaminate, δ^* è il coefficiente correttivo ricavato dal digramma MATLAB riportato nel paragrafo precedente.

Dal momento che sono presenti 2 contatti, come evidenziato dalla presenza di 2 sommatorie di curvature differenti, si rende necessario definire una nuova grandezza che leghi il contributo di entrambe le deformazioni alla forzante applicata. Si definisce quindi un nuovo parametro di rigidità che tornerà utile nella stima del “recupero dei giochi” secondo Stribeck per il calcolo dell'angolo massimo della distribuzione di carico. Tale fattore è definito in relazione alle 2 rigidità precedentemente valutate attraverso la seguente formula:

$$K_n = \left[\frac{1}{\left(\frac{1}{K_{p,ext}}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(\frac{1}{K_{p,int}}\right)^{\frac{1}{n}}} \right]^n$$

Una volta implementate tali funzioni nel codice MATLAB, questo ha restituito i seguenti valori per le 3 grandezze d'interesse ([Tabella 3.14](#)):

Tabella 3.14, parametri di rigidità del contatto Hertziano interno, esterno, ed equivalente (compresi entrambi i fenomeni)

Variabile	Valore numerico	Unità di misura
$K_{p,ext}$	3.760.799	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^n}$
$K_{p,int}$	3.646.668	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^n}$
K_n	1.309.208	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^n}$

Poiché stiamo andando a considerare una “doppia deformazione” (i due estremi del corpo volvente) a carico della stessa forzante di contatto Q è ragionevole che il valore di K_n risulti minore di quelli propri del solo contatto esterno ed interno dal momento che esso è rappresentativo di una “rigidezza” che si oppone alla deformazione. Infatti, chiaramente, a parità di carico, minore rigidezza determina maggiore deformazione (legata al contatto interno ed esterno), come esplicitato nelle righe seguenti.

La formula per la definizione del carico radiale è stata, quindi, riscritta nei seguenti termini:

$$Q = K_n \cdot \delta_n^n$$

Con

$$\delta_n = \delta_e + \delta_i$$

Ovvero, dove δ_n è lo spostamento definito come la somma della deformazione del contatto tra anello esterno e corpi volventi e la deformazione tra anello interno e corpi volventi. All’applicazione di un carico radiale si rende necessario definire due parametri fondamentali per la descrizione della distribuzione di carico sotteso all’anello del cuscinetto. Nello specifico, si definiscono le variabili “ ψ ”, indicante l’angolo rispetto alla verticale alla quale è posto il corpo volvente che sta trasferendo il carico, e δ_r , ovvero la misura della deformazione δ_n precedentemente descritta, proiettata sulla direzione verticale e sommata a metà del gioco radiale (anch’esso in direzione verticale). La seguente formula ne esplicita il valore:

$$\delta_r = \delta_n \cdot \cos(\alpha) + \frac{g_{r,dif}}{2}$$

La proiezione della deformazione in direzione verticale si rende necessaria in quanto il contatto non avviene perpendicolarmente all’asse di rivoluzione del cuscinetto, bensì, inclinato di un angolo α . La quota di deformazione utile a definire il recupero del gioco radiale è, tuttavia, solamente quella radiale. Pertanto, si riporta tale deformazione normale δ_n nella direzione d’interesse, applicando la formula precedente.

Si evidenzia tale fenomeno con l’immagine seguente (*Figura 3.14*).

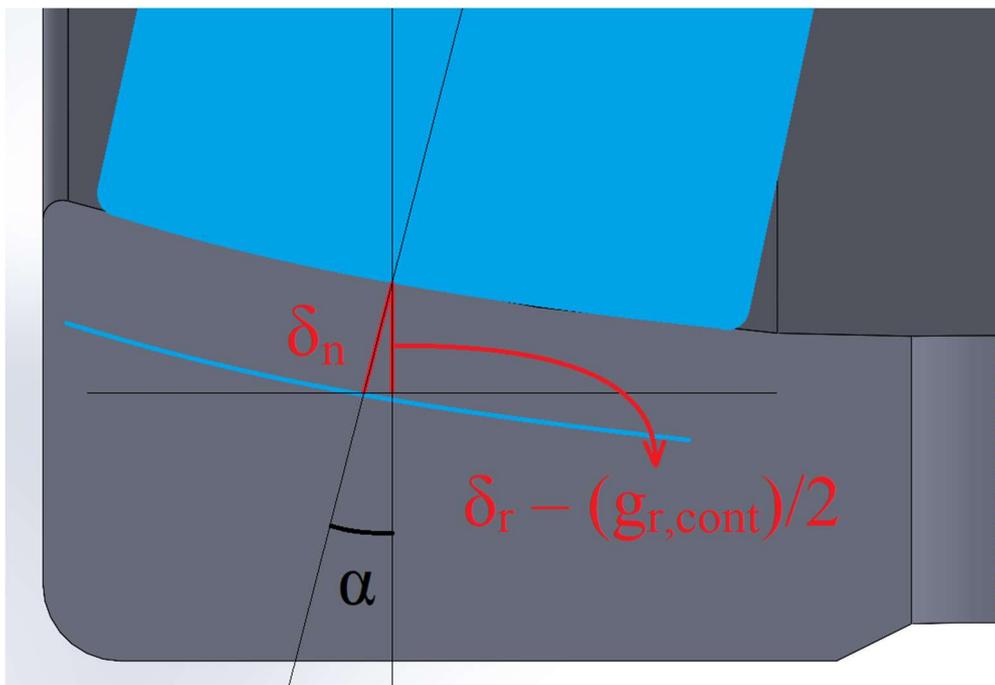


Figura 3.14, dettaglio della proiezione della deformazione normale al contatto in direzione radiale (per effetto della geometria orientabile a doppia corona di rulli)

Si noti, tuttavia, come, a differenza di quanto visto per il gioco radiale, la componente massima in questo caso sia la componente normale alla superficie e non quella radiale. Ciò è dovuto al fatto che, mentre nella fase di studio del gioco radiale il moto del corpo volvente si realizzava lungo la verticale arrestandosi al primo contatto con la superficie, nella valutazione della deformazione lo spostamento avviene invece lungo la direzione della retta di trasmissione del carico. Ciò è dovuto al fatto che la deformazione da contatto Hertziiano, si arresta solamente quando la relazione tra la forza applicata e la reazione elastica delle superfici a contatto si uguagliano. Ciò può chiaramente avvenire solo con uno spostamento nella direzione parallela al carico, il quale determinerà il valore massimo di deformazione, mentre la deformazione radiale non sarà altro che la quota proiettata sulla verticale.

Si evidenzia, di seguito (*Figura 3.15*), anche la rappresentazione che descrive δ_r secondo Harris in un cuscinetto sottoposto ad un semplice carico radiale (ovvero in assenza della dipendenza da α e, viceversa, dipendente solamente da ψ).

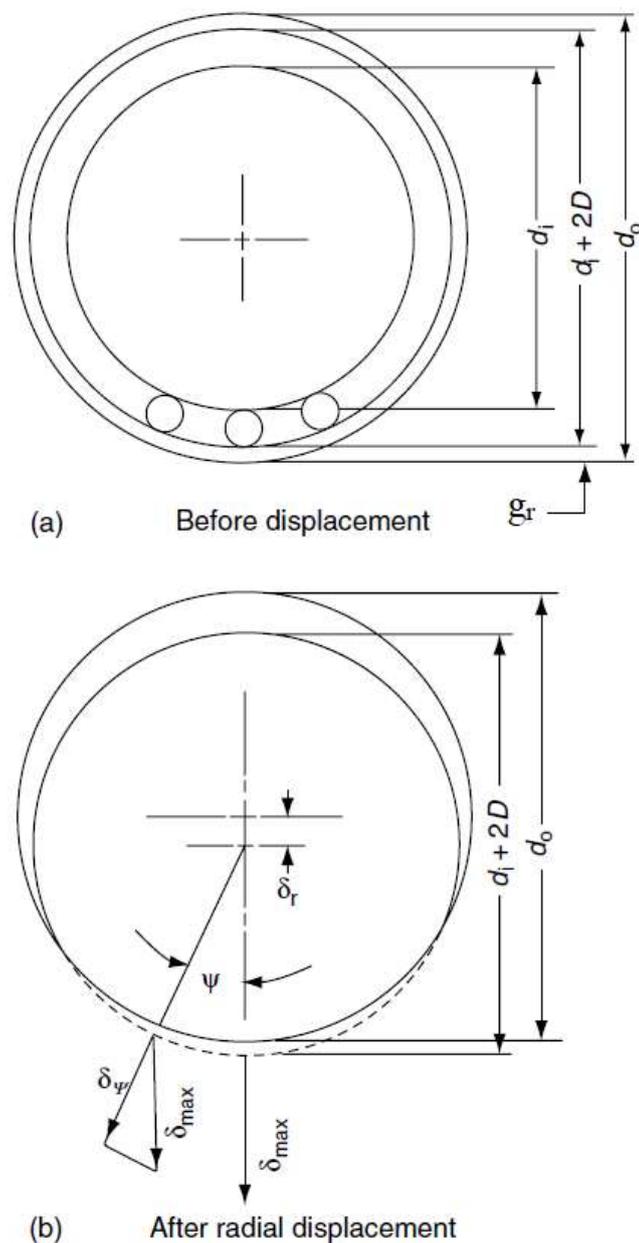


Figura 3.15, rappresentazioni utili alla definizione dello spostamento radiale dell'anello interno δ_r , per effetto dei giochi e delle deformazioni da contatto con i corpi volventi sottesi alla distribuzione di carico [5]

In funzione di tale grandezza, viene definito anche il parametro adimensionale ε :

$$\varepsilon = \frac{1}{2} * \left(1 - \frac{g_{r,cont}}{2\delta_r} \right)$$

Osserviamo ora la distribuzione di carico che si viene a generare sottoponendo un cuscinetto ad un carico puramente radiale. Essa è tale che ogni corpo volente sviluppi una forza radiale rivolta verso l'esterno del cuscinetto per ogni elemento a contatto. L'estensione di tale zona sotto carico è direttamente proporzionale al valore di ε e si mantiene al di sotto dei 180° totali in presenza di gioco radiale mentre si porta oltre tale valore solamente all'insorgere di fenomeni di interferenza tra anello interno e corpi volenti (non è il nostro caso), come evidenziato dalle seguenti immagini (Figura 3.16).

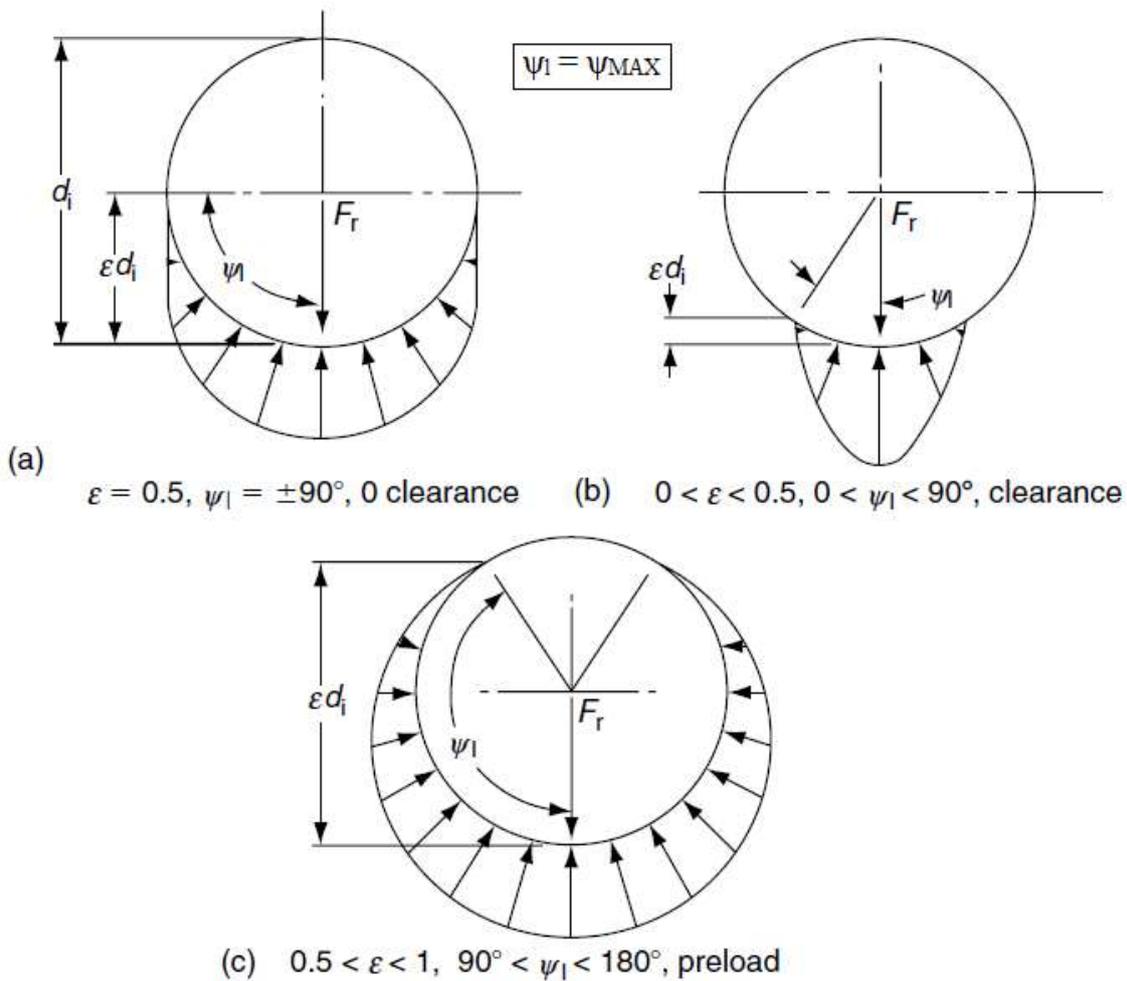


Figura 3.16, rappresentazioni delle distribuzioni di carico al variare del parametro ε , dipendente dal gioco/interferenza radiale [5]

Osservando le rappresentazioni fornite si deduce che la sommatoria della proiezione di tali contributi lungo la verticale è pari al carico radiale totale applicato dall'esterno, come esplicitato dalla seguente formula:

$$F_r = F_n * \cos(\alpha) = \sum_{\psi=0}^{\psi=\pm\psi_{MAX}} Q_\psi * \cos(\psi) * \cos(\alpha)$$

Tuttavia, si osservi che, essendo il cuscinetto studiato della tipologia a doppia corona, è opportuno ricordarsi che parte del carico che contribuisce alla deformazione delle superfici all'interno dell'orma di contatto è, in realtà, derivante da una forza assiale generata dalla direzione di trasmissione della forza. Ecco perché si rende necessario ridurre il contributo della sommatoria delle forze (rivolte in direzione normale alla superficie di contatto) di un fattore pari a $\cos(\alpha)$. La componente di forza normale, invece, può essere definita semplicemente attraverso la formulazione di Harris, ovvero, come sommatoria dei contributi apportati dai singoli componenti ed attualizzati rispetto alla direzione di massimo carico, vale a dire, nel punto più "basso" del cuscinetto. Si evidenzia di seguito (*Figura 3.17*) la direzione della forza normale alla superficie contrapposta a quella puramente radiale

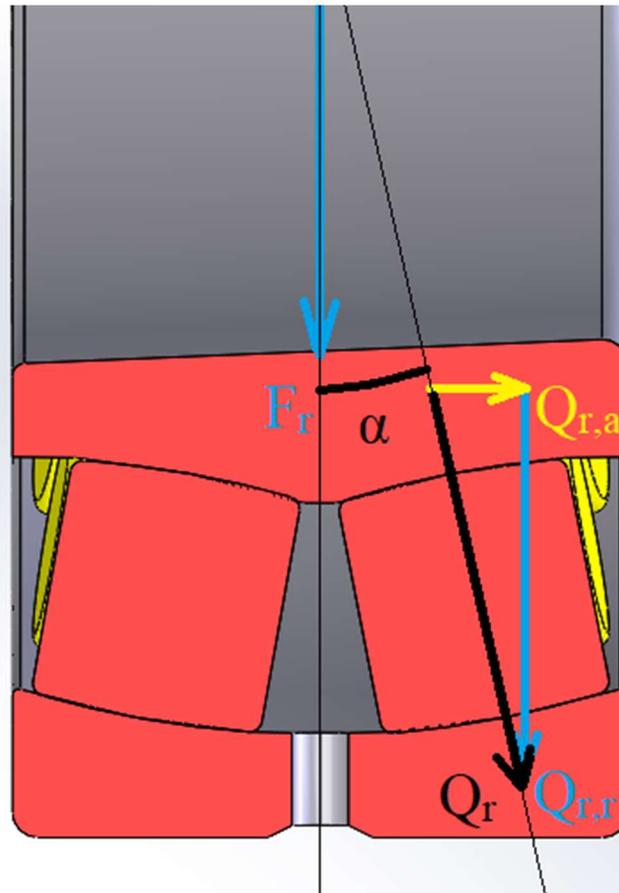


Figura 3.17, rappresentazione della ripartizione di carico radiale esterno su un singolo corpo volvente per effetto della geometria orientabile a doppia corona di rulli

Il valore di Q_r varia per ognuno dei corpi volventi esaminati, in base alla sua posizione all'interno della distribuzione di carico, la quale viene definita attraverso l'angolo ψ , sopra riportato nelle immagini tratte da Harris [5]. Conseguentemente il valore specifico della forza normale alla superficie di contatto per uno specifico corpo volvente viene indicato con la notazione di Q_ψ e va a descrivere lo sforzo di un singolo corpo volvente in compressione, rivolto verso l'esterno del cuscinetto lungo la retta di carico del rullo in esame (\Rightarrow con inclinazione α). Attraverso l'applicazione del fattore $\cos(\alpha)$, inoltre, diventa possibile proiettare tale forza lungo la direzione d'interesse, ovvero, quella radiale di applicazione del carico esterno e definendo, di fatto, una $Q_{\psi,r} = Q_\psi \cos(\alpha)$.

Il valore esatto di Q_ψ , come anticipato, dipende dalla sua posizione rispetto alla distribuzione di carico, nonché dal valore massimo assumibile da essa, vale a dire, Q_0 . Quest'ultimo si sviluppa nel punto in cui la superficie della pista del cuscinetto "interseca" la direzione di applicazione del carico radiale esterno. La stima di Q_0 verrà esplicitata successivamente, ma, per il momento, è utile evidenziare la formulazione di Q_ψ in relazione a tale valore come definita nel testo di Harris [5]:

$$Q_{\psi} = Q_0 \cdot \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos(\psi)) \right]^n$$

Dal momento che:

$$\frac{Q_{\psi}}{Q_0} = \left(\frac{\delta_{\psi}}{\delta_0} \right)^n$$

$$\delta_{\psi} = \delta_0 \cdot \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos(\psi)) \right]$$

Esplicitando Q_{ψ} nella formula per il calcolo di F_r , precedentemente presentata, si ottiene la seguente espressione:

$$F_r = \sum_{\psi=0}^{\psi=\pm\psi_{MAX}} Q_0 \cdot \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos(\psi)) \right]^n \cdot \cos(\alpha)$$

A questo punto, si portano al di fuori della sommatoria i valori che non dipendono da essa (Q_0 e $\cos(\alpha)$) e si sostituisce la sommatoria con un integrale equivalente. Questo passaggio permette di rimodellare l'insieme di carichi discreti realizzati dai vari corpi volventi in una distribuzione di carico continua lungo l'anello, come teorizzata da Stribeck.

Si riporta di seguito la formula rielaborata:

$$F_r = N_{cv} Q_0 \cos(\alpha) \frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_{MAX}}^{+\psi_{MAX}} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos(\psi)) \right]^n \cos(\psi) d\psi$$

Infine, si definisce un fattore che descriva l'integrale della distribuzione di carico in funzione di ε (J_{ε}), e si riscrive la formula sostituendo all'integrale tale fattore:

$$F_r = N_{cv} Q_0 \cos(\alpha) \cdot J_{\varepsilon}$$

$$J_{\varepsilon} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_{MAX}}^{+\psi_{MAX}} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos(\psi)) \right]^n \cos(\psi) d\psi$$

Il valore massimo di carico sotteso alla distribuzione, invece, può essere ricavato mediante la formula di contatto Hertziano precedentemente descritta all'inizio di questo capitolo, sostituendo opportunamente i valori di δ e K :

$$Q_0 = K_n \cdot \delta_{n,MAX}^n$$

Tuttavia, applicando la formula, precedentemente citata, atta a descrivere la relazione tra deformazione posta in direzione normale (δ_n) per il singolo contatto e la sua conversione in δ_r , risulta possibile riscrivere l'equazione di Q_0 in questa forma.

$$\delta_r = \delta_n \cdot \cos(\alpha) + \frac{g_{r,cont}}{2} \rightarrow \delta_n = \frac{\left(\delta_r - \frac{g_{r,cont}}{2}\right)}{\cos(\alpha)}$$

$$Q_0 = K_n \cdot \left(\frac{\delta_{r,MAX} - \frac{g_{r,cont}}{2}}{\cos(\alpha)}\right)^n$$

Si esplicita, quindi, la formulazione finale adottata nei calcoli numerici.

$$F_r = N_{cv} * \left[K_n \cdot \left(\frac{\delta_{r,MAX} - \frac{g_{r,cont}}{2}}{\cos(\alpha)}\right)^n \right] * \cos(\alpha) * J_\varepsilon$$

Raggruppando questa selezione di formule è stato possibile definire l'esatto valore della deformazione massima mediante l'utilizzo di un calcolo iterativo implementato nel codice MATLAB. Se ne descrivono di seguito i dettagli.

Innanzitutto, bisogna considerare che il testo di Harris fornisce dei tabulati sperimentali che correlano numericamente i valori di J_ε ad ε stesso. Pertanto, similmente a quanto già avvenuto per la stima di δ^* in funzione di $\cos(\tau)$, i tabulati sono stati trasposti in MATLAB sotto forma di vettori e successivamente, mediante la funzione "griddedInterpolant", è stata approssimata la legge matematica correlante le due grandezze per punti. Si riporta una rappresentazione dei tabulati utilizzati ([Tabella 3.15](#)).

Tabella 3.15, tabulato di relazioni empiriche tra il parametro adimensionale ε e l'integrale della distribuzione di carico

TABLE 7.1

Load Distribution Integral $J_r(\varepsilon)$

ε	Point Contact	Line Contact	ε	Point Contact	Line Contact
0	1/Z	1/Z	0.8	0.2559	0.2658
0.1	0.1156	0.1268	0.9	0.2576	0.2628
0.2	0.1590	0.1737	1.0	0.2546	0.2523
0.3	0.1892	0.2055	1.25	0.2289	0.2078
0.4	0.2117	0.2286	1.67	0.1871	0.1589
0.5	0.2288	0.2453	2.5	0.1339	0.1075
0.6	0.2416	0.2568	5.0	0.0711	0.0544
0.7	0.2505	0.2636	∞	0	0

Ricordiamo nuovamente che il contatto sviluppato dai cuscinetti esaminati è del tipo sfera-sfera.

Quindi, il calcolo iterativo è stato realizzato, definendo un vettore di deformazioni radiali $\delta_{r,vett}$ costituito da 1000 punti equi-spaziati avente come valore minimo 0 e come valore massimo la deformazione radiale che si otterrebbe nell'ipotesi che tutto il carico fosse sostenuto da soli 3 corpi volventi, come esplicitato dalla seguente formula approssimata.

$$\delta_{n,vett,MAX} = \left(F_n / 3K_n \right)^{\frac{1}{n}}$$

Con

$$F_n = \frac{F_r}{\cos(\alpha)}$$

È stato scelto di adottare questo valore per il calcolo della deformazione radiale massima in quanto, a causa della doppia corona, la trasmissione del carico non può avvenire con meno di 3 corpi volventi in presa e, sebbene sia assurdo aspettarsi che il rullo posto alla base della distribuzione possa sostenere solamente 1/3 del carico radiale, questa è comunque un'ipotesi di distribuzione fortemente irrealistica per un cuscinetto contenente 38 corpi volventi. In questo modo è stato possibile assicurarsi che il valore massimo registrato nel vettore di deformazioni non potesse essere maggiore del valore effettivo di massima deformazione rilevabile nella distribuzione di carico pur mantenendo un campionamento sufficientemente fine.

A questo punto, sono stati definiti ulteriori vettori applicando le funzioni descritte nelle pagine precedenti al vettore di 1000 punti $\delta_{r,vett}$ appena inizializzato. Si riportano i vettori conseguentemente valutati:

$$\varepsilon_{vett} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{g_{r,cont}}{2\delta_{r,vett}} \right)$$

$J_{\varepsilon,vett}$ (ottenuto applicando la funzione ricavata da MATLAB al vettore ε_{vett})

$$F_{r,vett} = N_{cv} \cdot \left[K_n \cdot \left(\frac{\delta_{r,vett} - \frac{g_{r,cont}}{2}}{\cos(\alpha)} \right)^n \right] \cdot \cos(\alpha) \cdot J_{\varepsilon,vett}$$

Una volta ottenuti tali valori, è stato impostato un ciclo FOR all'interno del codice con il quale il vettore di forze radiali $F_{r,vett}$ è stato confrontato valore per valore con l'entità del carico radiale esterno F_r inizializzato nella definizione dei parametri di simulazione. Si noti che, dal momento che il vettore di deformazioni $\delta_{r,vett}$ è stato definito con valori equi-spaziati crescenti, e che la forza ottenuta per effetto della deformazione è proporzionale alla deformazione stessa, anche il vettore $F_{r,vett}$ conterrà termini via via maggiori. Pertanto, sarà semplicemente necessario arrestare il ciclo FOR non appena il valore di $F_{r,vett}$ supererà quello di F_r e registrare le variabili di $\delta_{r,MAX}$, ε e J_{ε} , presenti nei rispettivi vettori all'indice "i" salvato al momento dell'interruzione dell'iterazione.

Si riportano di seguito le rappresentazioni dei valori ottenuti ([Figura 3.18](#) e [Figura 3.19](#)) nell'ipotesi di applicare un carico radiale di 62.4 kN, a titolo di esempio. In blu vediamo le distribuzioni ottenute plottando tutti i valori dei vettori, mentre in rosso vediamo i punti specifici del caso simulato.

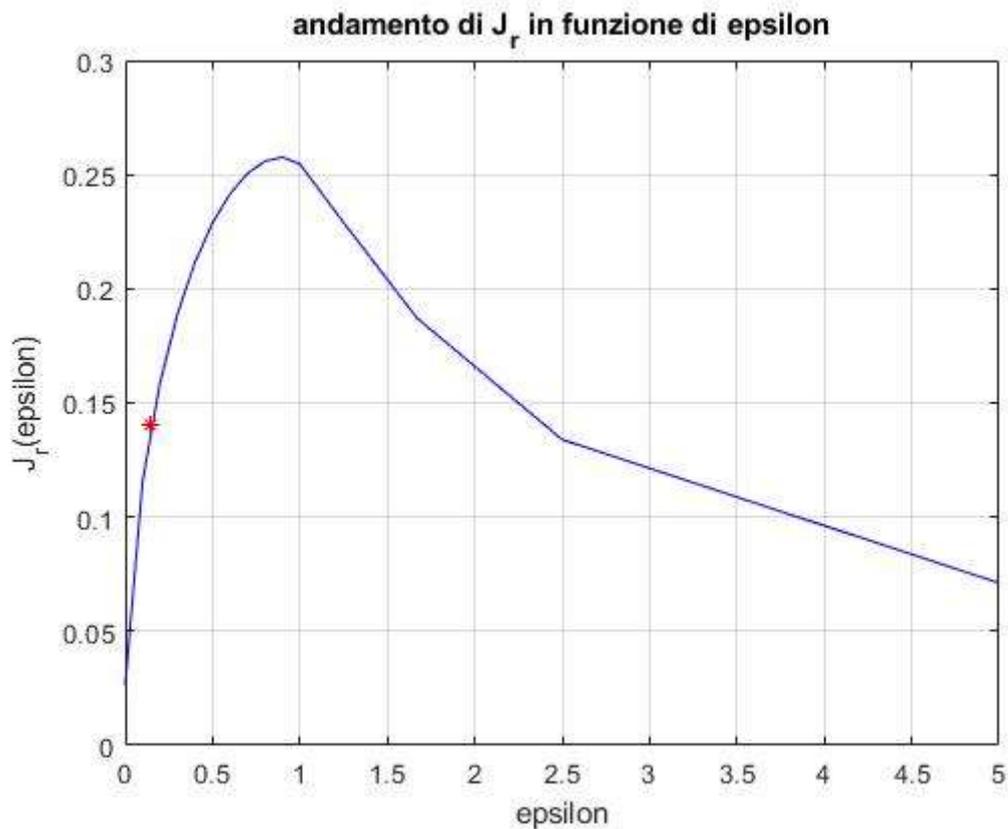


Figura 3.18, diagramma empirico dell'andamento dell'integrale della distribuzione di carico radiale in funzione di ϵ con riportato il valore specifico ottenuto al termine delle procedure di calcolo nell'ipotesi di applicare un carico di 62.4 kN

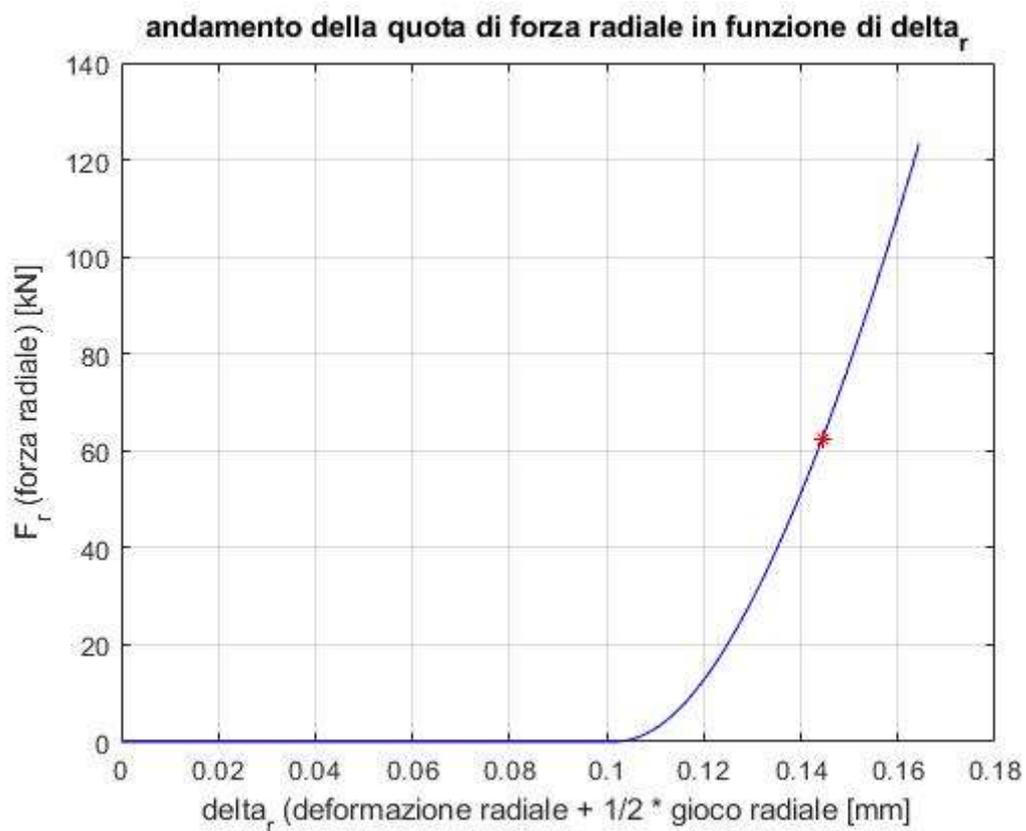


Figura 3.19, diagramma simulato dell'andamento della reazione in direzione radiale sviluppata dal cuscinetto all'aumentare dello spostamento radiale δ_r , con riportato il valore specifico di traslazione ottenuta nell'ipotesi di applicare un carico di 62.4 kN

Si osservi, nella rappresentazione della forza radiale F_r espressa in funzione del δ_r (*Figura 3.19*), come sia presente un plateau iniziale in cui la forza rimane nulla nonostante l'aumentare di δ_r . Ciò è dovuto al fatto che, nelle prime fasi della simulazione, il modello sta "emulando" l'avvicinamento del corpo volvente alla pista prima della realizzazione del contatto a causa della presenza del gioco radiale. Pertanto, dal momento che il contatto non esiste ancora, durante questa fase non si verifica deformazione e, soprattutto, non si sviluppa alcuna forza. Ciò viene confermato dal fatto che la forza radiale inizi ad aumentare solamente quando δ_r raggiunge circa $100\mu\text{m}$, ovvero, l'esatto valore del gioco radiale $\frac{g_{r,cont}}{2}$ presente nella formula che descrive la deformazione.

Infine, è opportuno considerare che i valori di $F_{r,vett}$ ricavati in corrispondenza del plateau sono in realtà dei numeri complessi a causa della presenza dell'elevazione a potenza $n = 1.5 = \frac{3}{2}$. Questa, infatti, indica la presenza di una radice quadrata all'interno dell'equazione, il cui argomento risulta negativo fintanto che $\delta_{r,vett} < \frac{g_{r,cont}}{2}$. Per questa ragione, la parte immaginaria del vettore $F_{r,vett}$ è stata rimossa mediante la funzione "real" all'interno del codice, per poter garantire il funzionamento del ciclo FOR e la rappresentazione nel piano cartesiano della grandezza.

A partire dal valore della deformazione radiale massima ricavata all'interno del ciclo iterativo, diventa possibile definire anche quello associato alla deformazione legata al contatto Hertziano in direzione normale ($\delta_{n,MAX}$), attraverso l'applicazione della formula inversa dell'equazione utilizzata per definire $\delta_{r,MAX}$.

$$\delta_{n,MAX} = \frac{\delta_{r,MAX} - \frac{g_{r,cont}}{2}}{\cos(\alpha)}$$

I valori numerici di rilievo per la simulazione con $F_r = 62.4\text{kN}$ sono i seguenti (*Tabella 3.16*).

Tabella 3.16, risultati della valutazione della distribuzione di carico radiale nel caso con $F_r = 62.4\text{kN}$

Variabile	Valore numerico	Unità di misura
$\delta_{r,MAX}$	0.144	mm
$\delta_{n,MAX}$	0.044	mm
ε	0.1488	/
J_ε	0.1400	/

Una volta ottenuto il valore del $\delta_{r,MAX}$, è stato possibile ricavare l'angolo massimo sotteso a distribuzione di carico mediante la seguente formula, definita nel testo di Harris [5]:

$$\psi_{MAX} = \cos^{-1} \left(\frac{g_{r,cont}}{2 * \delta_{r,MAX}} \right)$$

L'angolo così ottenuto descrive, fondamentalmente, la posizione in cui la deformazione da contatto si annulla e, quindi, la deformazione radiale proiettata normalmente alla superficie uguaglia il gioco radiale, come evidenziato dalla *Figura 3.20*.

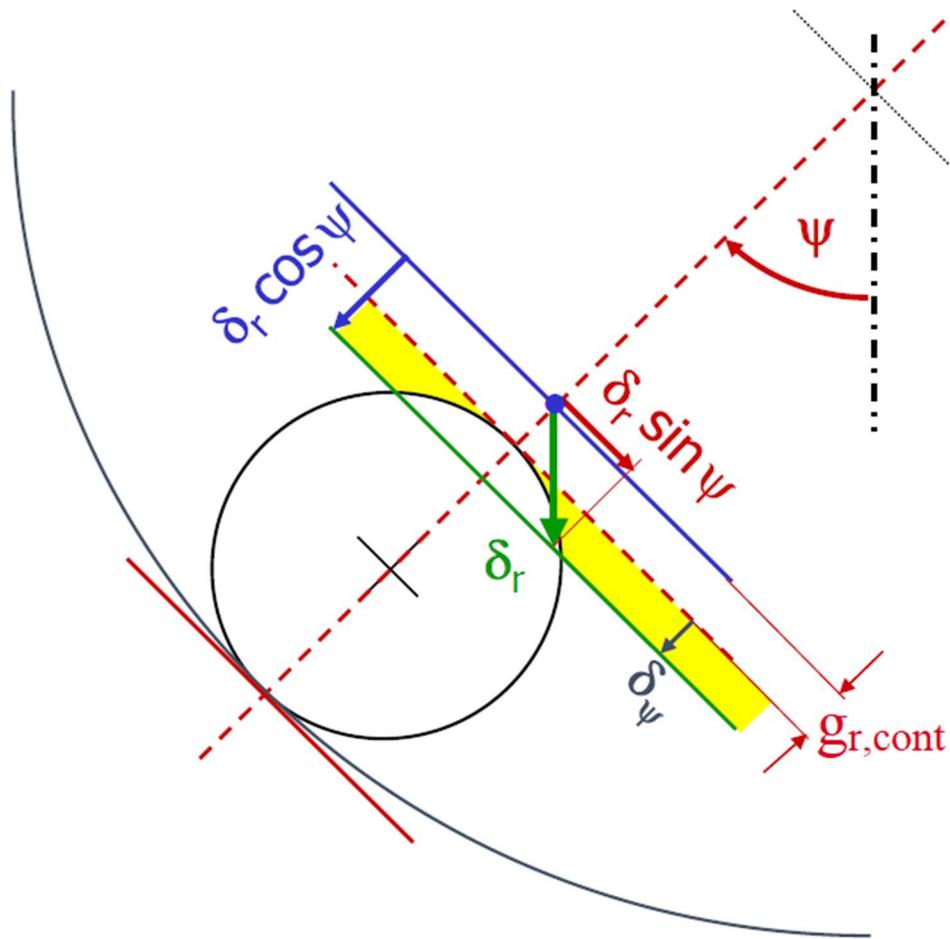


Figura 3.20, rappresentazione della relazione tra deformazione radiale e rispettivo gioco in un punto generico (differente dal punto di massimo della distribuzione di carico)

Più precisamente, si impone: $\delta_{r,\psi} = \delta_{r,MAX} \cdot \cos(\psi_{MAX}) = g_{r,cont}$

Quindi, noto ψ_{MAX} , risulta anche possibile valutare quanti corpi volventi possano entrare in presa (suddivisi tra le 2 corone) mediante la seguente formula (approssimata all'intero inferiore):

$$n_{cv,in\ presa} = \frac{2 \cdot \psi_{MAX}}{\Delta\psi}$$

Dove $\Delta\psi$ è l'angolo presente tra due corpi volventi successivi, ed è semplicemente pari a

$$\Delta\psi = \frac{2\pi}{N_{cv}} = 0.165\ rad = 9.5^\circ\ (circa)$$

Sempre per il caso esaminato prima, ovvero quello con un carico radiale esterno di 62.4 kN, è stato registrato un angolo sotto carico pari a $\psi_{MAX} = \pm 45.38^\circ$ per un massimo totale di 9 corpi volventi posti in compressione durante il funzionamento.

Una volta individuato il valore della deformazione radiale attraverso il calcolo iterativo, diventa anche possibile definire lo sforzo massimo trasmissibile da un corpo volvente, ovvero il valore massimo della distribuzione di carico ottenuto quando $\psi = 0$. La formula che permette di determinare tale valore è la stessa riportata più volte nelle pagine precedenti ed aggiornata per il punto d'interesse.

$$Q_0 = K_n \cdot \delta_{n,MAX}^n$$

Dove Q_0 è la massima forza normale alla superficie di contatto all'interno della distribuzione e $\delta_{n,MAX}$ è la rispettiva deformazione valutata come, lo ricordiamo:

$$\delta_{n,MAX} = \frac{\delta_{r,MAX} - \frac{g_{r,cont}}{2}}{\cos(\alpha)}$$

Infine, a titolo di verifica e confronto, all'interno del codice è stato calcolato il valore di Q_0 descritto nella formulazione approssimata di Stribeck nell'ipotesi di applicazione di carico puramente radiale in presenza di gioco radiale nominale (coerente con il caso dei cuscinetti studiati). Si riporta tale formula:

$$Q_{0,Stribeck} = \frac{5F_r}{N_{cv} \cdot \cos(\alpha)}$$

Per il prosieguo della trattazione, una volta definito il valore di carico massimo della distribuzione, è stato sufficiente aggiornarlo in funzione della posizione del difetto, indicata dall'angolo ψ . La formula per ricavare tale grandezza è, in realtà, già stata descritta all'inizio del paragrafo ma viene qui di seguito riportata per maggior chiarezza.

$$Q_\psi = Q_0 \cdot \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos(\psi)) \right]^n$$

Il valore così ottenuto è utile alla stima delle vibrazioni in presenza di un carico puramente radiale. L'applicazione di sollecitazioni assiali deve essere, invece, valutata diversamente, come esplicitato nel paragrafo successivo.

3.3.3 Stima del carico assiale e sua distribuzione

Lo studio della trasmissione dei carichi assiali si è svolto in maniera simile a quanto visto nel caso radiale per quel che concerne la generazione di forze "interne" come conseguenza delle direzioni di trasmissione del carico. Tuttavia, la gestione della distribuzione di carico è avvenuta in maniera totalmente diversa. Inoltre, contrariamente a quanto avvenuto prima, la stima della distribuzione di carico è stata svolta per prima, per poi passare solo in seguito alla conversione delle forze nella direzione normale alla superficie di contatto.

Ricordiamo, inoltre, che si è ipotizzato di trattare i fenomeni di carico esterno radiale e assiale separatamente per poi sommarne i contributi. In questo modo è stato possibile garantire una corretta

stima delle sollecitazioni da contatto Hertziano in presenza di un carico “puro” (o radiale o assiale) ed una buona approssimazione delle forze locali in presenza di un carico combinato. Una stima esatta della distribuzione di carico in presenza di forzanti esterne combinate richiederebbe ulteriori affinamenti del codice ma, per le finalità di questo studio, il livello di approssimazione adottato è stato ritenuto sufficiente. Conseguentemente, è stato implementato un codice di calcolo per la stima della sola forza assiale.

La prima considerazione è stata effettuata in merito al fatto che, all’applicazione di un carico assiale, i corpi volventi vadano tutti in battuta con la superficie della pista, diversamente dal caso radiale in cui solo una parte dei corpi risultava sotto-carico, a causa della distribuzione descritta da Stribeck. Conseguentemente, in prima approssimazione, il carico assiale sarà ripartito uniformemente su tutti i corpi volventi posti a contatto con la pista. Si noti, tuttavia, che, essendo i cuscinetti oggetto di studio (SKF 22240 CCK/W33) della tipologia a doppia corona di rulli, solamente gli elementi della corona posti nella direzione di applicazione del carico ne sosterranno le relative forze. Pertanto, la forza applicata su ogni corpo volvente in direzione assiale sarà pari alla quota di carico assiale entrante nel cuscinetto divisa per il numero di rulli presenti in una sola corona (la metà del numero totale di corpi volventi).

$$Q_{a,a} = \frac{F_a}{(N_{cv}/2)}$$

Quanto ricavato, tuttavia, non corrisponde alla forza trasmessa dal corpo volvente normalmente alla superficie, in quanto, come già visto nel caso del carico radiale, la forza viene trasmessa con una inclinazione pari a $\frac{\pi}{2} - \alpha$ (in questo caso). Si riporta una immagine rappresentativa di tale fenomeno (*Figura 3.21*).

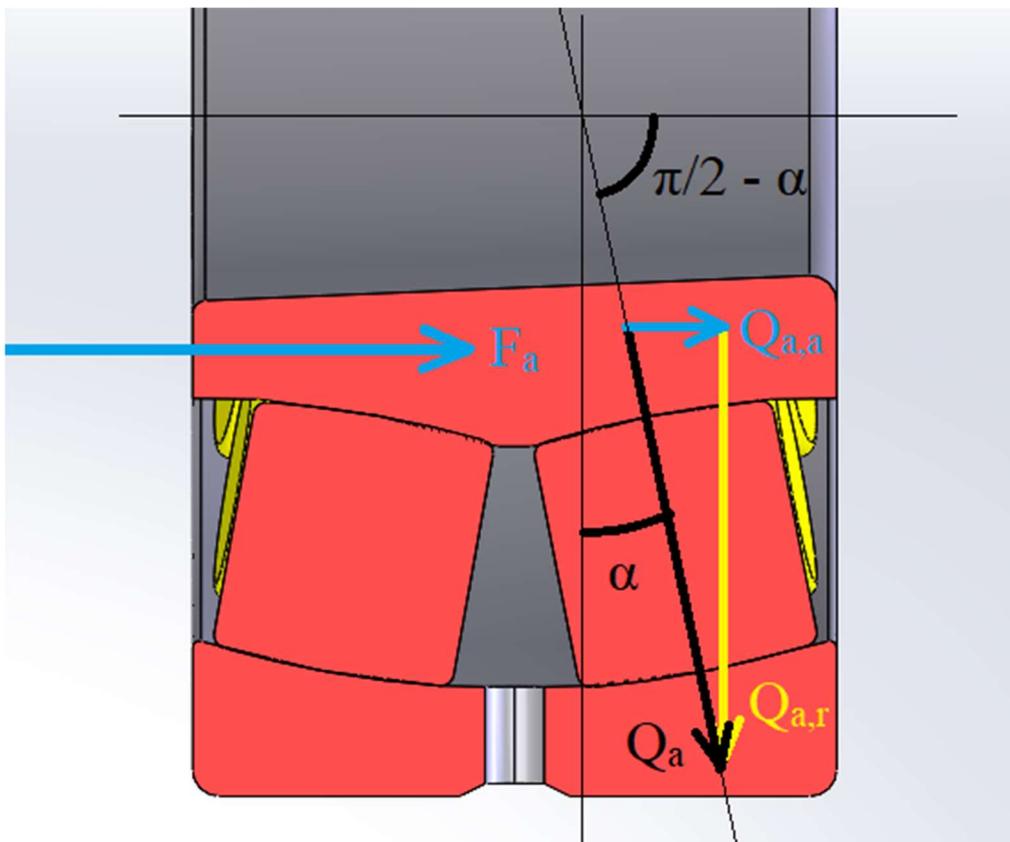


Figura 3.21, rappresentazione della ripartizione di carico assiale esterno su un singolo corpo volvente per effetto della geometria orientabile a doppia corona di rulli

Si noti come, in questo caso come in quello radiale precedentemente descritto, il primo pedice “a” delle forzanti si riferisca al fatto che esse sono derivate dalla presenza di un carico assiale esterno. Viceversa, il secondo pedice, il quale può essere “r” o “a” indica la rispettiva proiezione della forza in direzione radiale o assiale.

Le formule per la ripartizione del carico assiale sono, quindi, le seguenti.

$$Q_{a,a} = \frac{F_a}{(N_{cv}/2)} = \text{(per i cuscinetti SKF 22240 CCK/W33)} = \frac{F_a}{(38/2)} = \frac{F_a}{(17)}$$

Carico radiale applicato al singolo corpo volvente

$$Q_{a,r} = Q_{a,a} \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

Carico normale alla superficie di contatto

$$Q_a = \sqrt{(Q_{a,r})^2 + (Q_{a,a})^2}$$

3.3.4 Stima del carico totale normale alla superficie di contatto

Una volta valutate le quote di carico normali alle superfici di contatto in corrispondenza della posizione del difetto, come conseguenza dell’applicazione di carichi o radiali o assiali, questi sono stati sommati vettorialmente per definire la forzante totale definita in presenza di un eventuale carico combinato. Dal momento che la direzione di applicazione del carico associato ad una forzante radiale esterna (Q_ψ) è la stessa del caso con forzante assiale esterna (Q_a), ovvero, lungo la retta di contatto con inclinazione α , è stato sufficiente sommare i moduli di tali forze per ottenere $Q_{TOT,n}$. Si riporta brevemente la formula.

$$Q_{TOT,n} = Q_\psi + Q_a$$

Si ricorda, nuovamente, come i carichi sopra presentati siano normali alle superfici di contatto e **non** puramente radiali. Inoltre, la Q_ψ rappresenta il valore della cosiddetta Q_r valutata su un angolo della distribuzione di carico pari a $0 < \Psi < \pm\Psi_{MAX}$ in base alla posizione del difetto sull’anello esterno. Nel caso in cui Ψ dovesse risultare $> \pm\Psi_{MAX}$, allora il codice restituisce semplicemente, $Q_\psi = 0$.

È opportuno commentare tuttavia che, in presenza di carico assiale esterno, la formulazione appena discussa è utile alla definizione del carico solamente per quanto concerne gli elementi della corona sottoposta a compressione assiale, mentre non risulta valida per la corona “libera”. Pertanto, è opportuno sottolineare che, se il difetto studiato venisse posto sul lato della corona che non può trasmettere il carico assiale, **la quota di F_a dovrà comunque essere inizializzata come nulla ed il caso considerato come puramente radiale**, nonostante il sistema sia sottoposto a carichi esterni assiali non nulli durante le prove! Questo perché, chiaramente, i corpi volventi in questione non si occupano della trasmissione del carico assiale.

Tenuto conto di questo problema, è anche opportuno evidenziare come una simile condizione sia, in realtà, poco rappresentativa per gli studi eseguiti, dal momento che la presenza di un carico assiale favorirebbe sollecitazioni maggiori sulla corona adibita al sostegno di tali sforzi. Questo comporterebbe la generazione di tensioni maggiori nel sottopelle della corona più sollecitata e quindi, la formazione di difetti proprio in corrispondenza della corona caricata assialmente, piuttosto che in quella caricata solo radialmente. Conseguentemente, nella simulazione di fenomeni rilevanti da un punto di vista sperimentale, l'accortezza precedentemente evidenziata in grassetto non trova tipicamente luogo.

Così si conclude la stima delle distribuzioni di carico e della forzanti da contatto Hertziano. Ora, come anticipato, il valore finale di forza locale generata dalla distribuzione di carico $Q_{TOT,n}$ verrà utilizzato nella 5^a ed ultima sezione del codice MATLAB per la definizione della forzante impulsiva d'interesse, la quale sarà trattata nel successivo sotto capitolo di questa trattazione.

3.4 Valutazione della forza impulsiva secondo Khanam

Il passo più importante della simulazione delle sollecitazioni associate alla presenza di un difetto all'interno del codice MATLAB è stata la valutazione della forza impulsiva dovuta all'impatto generato dal corpo volvente al passaggio sopra la cavità del difetto. Per la simulazione di tale fenomeno, il modello presentato da Khanam et al. [29] è stato preso a riferimento e la dinamica degli urti è stata descritta attraverso la definizione di tre eventi principali, suddivisi in altrettante fasi, l'una successiva all'altra. Esse sono, la fase di rilassamento, quella d'impatto, e quella di riapplicazione della sollecitazione all'uscita del corpo dal difetto. Ognuna di esse genera sollecitazioni differenti sul sistema e si protrae per tempi altrettanto differenti, con la fase d'impatto caratterizzata dalla durata più breve.

Prima di passare alla definizione del calcolo, si rende necessario esplicitare le ipotesi adottate da Khanam nel suo studio per garantirne la validità. Il seguente elenco puntato riporta tali ipotesi:

- I corpi volventi sono sottoposti ad un moto di pura rotazione, ovvero, in assenza di scorrimenti relativi tra le superfici di contatto (condizione necessaria per descrivere il contatto Hertziano e già adottata nella trattazione all'interno dei capitoli precedenti).
- I componenti del cuscinetto sono infinitamente rigidi, fatta eccezione per le zone di contatto.
- Le deformazioni in corrispondenza del bordo del difetto avvengono secondo i meccanismi descritti dalla teoria del contatto Hertziano e, conseguentemente, vengono accettati piccoli spostamenti (deformazioni) in campo elastico mentre si assume che non avvengano fenomeni di natura plastica (deformazioni non reversibili).
- L'effetto del meato di lubrificante non viene considerato e, pertanto, un modello di contatto diretto tra le superfici del corpo volvente e del bordo del difetto ("dry contact") viene definito.
- Le interazioni tra i corpi volventi e la gabbia sono trascurate.
- La dimensione del difetto è tale che la sua estensione risulti minore del diametro del corpo volvente. Inoltre, la profondità del difetto è maggiore dell'affondamento del corpo volvente, in modo da evitare che questo impatti con il "fondo" del difetto. Conseguentemente, si determina l'insorgenza di un singolo impatto al passare del rullo sopra il difetto in quanto

questo colpisce direttamente il bordo opposto della cava, senza rimbalzare più volte sulla superficie alla base del danneggiamento.

- Infine, il bordo del difetto presenta un raccordo il cui raggio di curvatura è minore di $\frac{1}{10}$ del raggio di curvatura del corpo volvente, equivalente a metà del diametro del rullo a botte in corrispondenza del difetto. Quest'ultima ipotesi non è stata verificata sperimentalmente, in quanto il raggio del raccordo non è stato misurato in laboratorio ma, certamente, questo risulta minore di 2mm, ovvero $\frac{1}{10}$ del raggio dei corpi volventi.

Come anticipato, ognuna di queste ipotesi è stata verificata nella simulazione dei cuscinetti SKF 22240 CCK/W33, oggetto di studio della presente tesi. Tuttavia, tali ipotesi, dovrebbero essere nuovamente verificate ogniqualvolta si intendesse riadattare il codice, ed il modello in generale, per la simulazione di altre tipologie di cuscinetti o difetti.

Presentiamo ora le varie fasi dell'implementazione del calcolo sviluppato da Khanam. Il primo passo è stato valutare l'entità dell'affondamento del corpo volvente all'interno della cavità del difetto, come riportato nella *Figura 3.22* estratta del rispettivo articolo [29]. Il parametro di affondamento si rivela importante non solo per lo svolgimento dei calcoli successivi, ma anche come grandezza fondamentale per la verifica delle ipotesi precedentemente elencate.

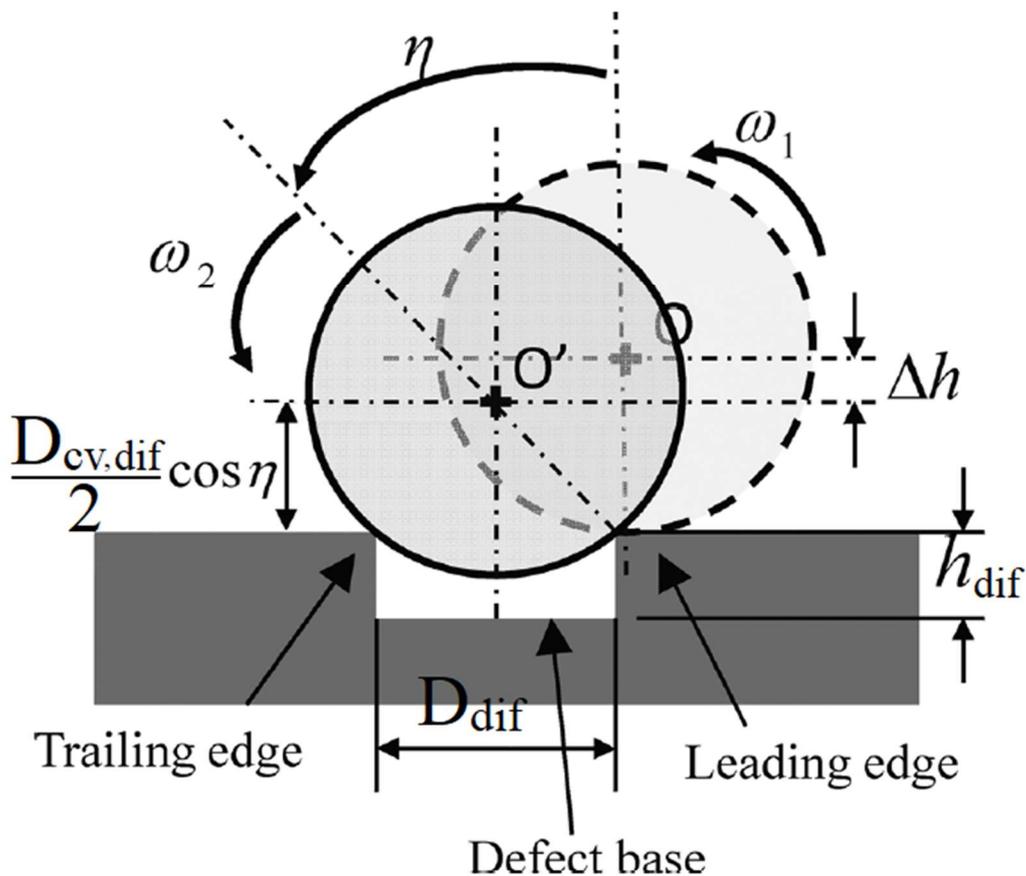


Figura 3.22, rappresentazione del corpo volvente al termine della fase di rilassamento, con dettaglio delle varie quote geometriche d'interesse, tra cui, l'affondamento [29]

Dove Δh è l'affondamento del corpo volvente all'interno del difetto e $D_{cv,dif}$ è il diametro del rullo a botte in corrispondenza della sezione che attraversa il centro del difetto. Quest'ultimo viene

descritto mediante la seguente formula come conseguenza del raggio di curvatura del profilo del rullo ($r_{ext,x}$) e del diametro massimo indicato nella scheda tecnica (D_{cv}) [29].

$$\Delta D_{cv} = r_{ext,x} \cdot (1 - \cos(\alpha_{dif}))$$

$$D_{cv,dif} = D_{cv} - 2 \cdot \Delta D_{cv}$$

Per meglio comprendere i risultati delle formule appena elencate si faccia riferimento alla geometria riportata nell'immagine sottostante (**Figura 3.23**).

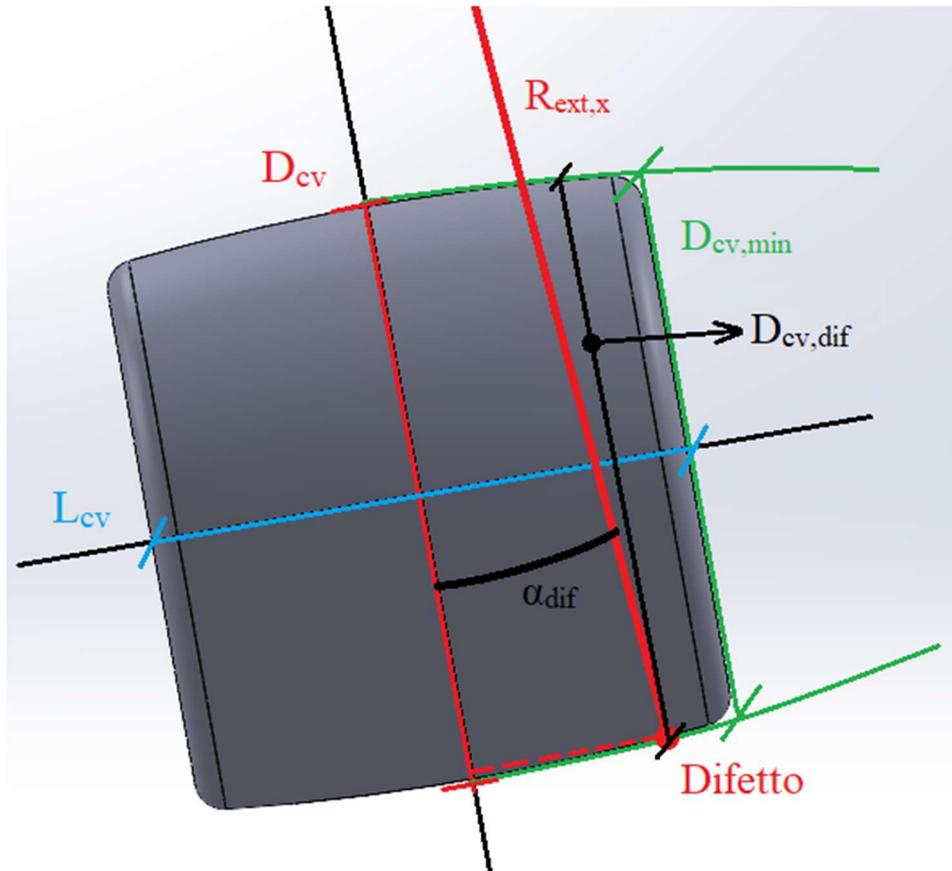


Figura 3.23, rappresentazione delle geometrie associate al singolo corpo volvente, con dettaglio del valore del diametro del rullo a botte in corrispondenza del contatto con il difetto

Viceversa, h_{dif} e D_{dif} , rappresentano, rispettivamente, la profondità ed il diametro del difetto stesso (di forma circolare nel nostro caso come in quello di Khanam), i cui dati sono stati forniti direttamente da SKF a seguito del danneggiamento dei cuscinetti e verificati in laboratorio. Si riportano i valori numerici di tali grandezze per il caso con cuscinetto danneggiato sulla pista dell'anello esterno (**Tabella 3.17**).

Tabella 3.17, dimensioni caratteristiche del difetto simulato (coerenti con quanto misurato in laboratorio)

Variabile	Valore numerico	Unità di misura
h_{dif}	0.5	mm
D_{dif}	2	mm

La formula che ha permesso di definire il valore numerico di Δh è, invece, la seguente.

$$\Delta h = \frac{D_{cv,dif}}{2} \cdot (1 - \cos(\eta))$$

Dove η è l'angolo coperto dal corpo volvente mentre intento a ruotare rimanendo fisso sul bordo d'ingresso nel difetto, fino all'istante dell'urto con il bordo opposto. Dal momento che tale angolo è molto piccolo, è possibile approssimarne il valore con la seguente formula, ricavata considerando quanto riportato in [Figura 3.22](#).

$$\eta \cong \sin(\eta) = \frac{D_{dif}/2}{D_{cv,dif}/2} = \frac{D_{dif}}{D_{cv,dif}}$$

$$\Rightarrow \frac{\eta}{2} \cong \sin\left(\frac{\eta}{2}\right)$$

Applicando le regole della trigonometria,

$$\frac{1 - \cos(\eta)}{2} = \sin^2 \frac{\eta}{2} \cong \left(\frac{\eta}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2} \frac{D_{dif}}{D_{cv,dif}}\right)^2$$

$$1 - \cos(\eta) = \frac{2}{4} \left(\frac{D_{dif}}{D_{cv,dif}}\right)^2$$

Sostituendo tale risultato nella formula dell'affondamento si ottiene,

$$\Delta h = \frac{D_{cv,dif}}{2} \cdot \frac{2}{4} \left(\frac{D_{dif}}{D_{cv,dif}}\right)^2$$

$$\Delta h \cong \frac{D_{dif}^2}{4D_{cv,dif}} \quad (\text{valore approssimato})$$

Dove, lo ricordiamo, $D_{cv,dif}$ è il diametro assunto dal corpo volvente a forma di botte in corrispondenza del centro del difetto, mentre D_{dif} è il diametro della sezione del difetto stesso.

Si tenga conto, tuttavia, di come lo studio di Khanam, e le rispettive rappresentazioni, descrivano il semplice caso di un cuscinetto a sfere a singola corona. Le formule presentate nell'articolo [29], pertanto, trovano applicazione nel più complesso caso di un cuscinetto orientabile a doppia corona di rulli, solamente a patto di applicare gli opportuni fattori correttivi, come già era avvenuto per le formulazioni presentate da Harris nella stima delle distribuzioni di carico. Un esempio di simili accorgimenti è stato appena discusso, nelle pagine precedenti, con la stima del valore del diametro del corpo volvente in corrispondenza del difetto. In quanto, appunto, il diametro del rullo tende ad assottigliarsi man mano che ci si avvicina alle basi laterali.

Come anticipato, la valutazione dell'affondamento del corpo volvente nel difetto, è un aspetto essenziale per lo studio, dal momento che le formulazioni di Khanam risultano valide solamente a

patto che il corpo volvente non impatti con il “fondo” del difetto. Questa condizione viene verificata solamente se l’affondamento del corpo risulta minore della profondità del danneggiamento, ovvero quando,

$$\Delta h < h_{dif} \quad e \quad \frac{D_{dif}}{D_{cv,dif}} \leq 1$$

La verifica di tale condizione è stata implementata all’interno del codice MATLAB, il quale restituisce un warning in caso di mancata verifica dell’ipotesi. Tale warning, specifica anche la tipologia di errore riscontrato, rendendo più facile l’eventuale correzione del problema e la modifica dei parametri in input.

Ricordando quanto anticipato all’inizio del capitolo, il testo di Khanam descrive il fenomeno della generazione di impulsi legata alla presenza di difetti sulla pista dell’anello esterno come costituito di 3 fasi principali, quella di “rilassamento”, quella d’impatto e quella di riapplicazione del carico. Queste, possono essere visualizzate nella [Figura 3.24](#) recante le principali posizioni assunte dal corpo volvente con le relative forze trasmesse.

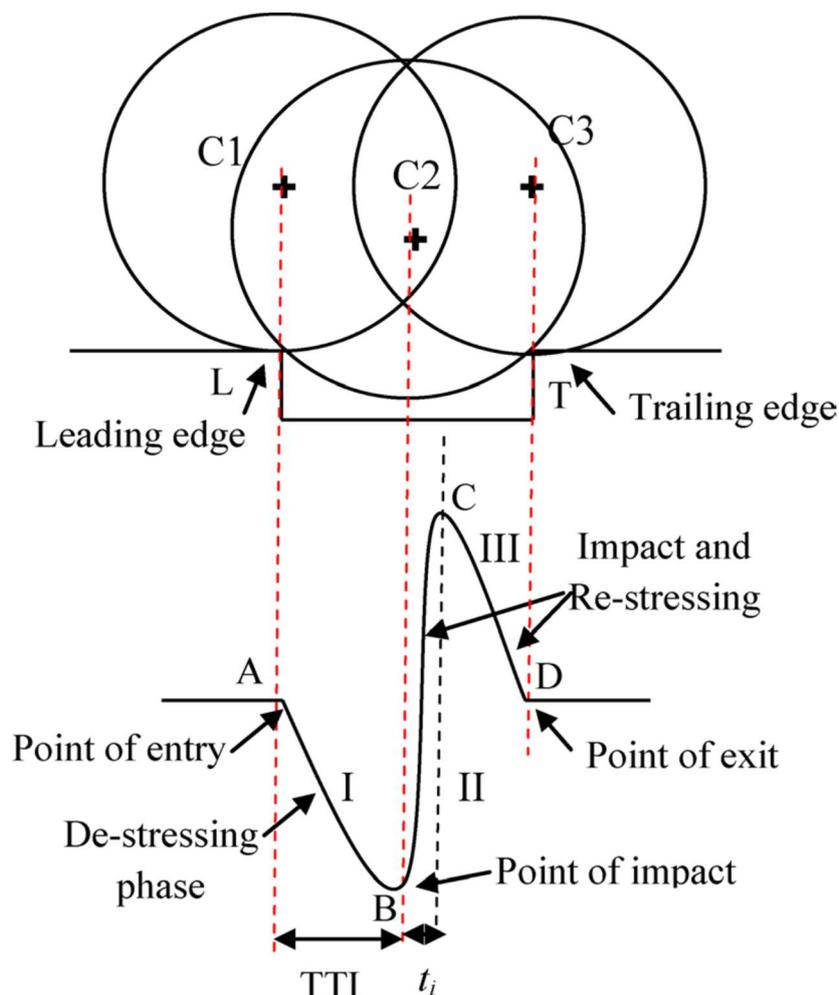


Figura 3.24, rappresentazione delle tre fasi di attraversamento di un difetto da parte di un corpo volvente: fase di rilassamento, fase d’impatto, fase di riapplicazione del carico, con rispettivo delle forze associate

È possibile notare come, tipicamente, la massima entità della forza trasmessa dal corpo venga a realizzarsi al termine della fase d’impatto, con l’insorgenza di un rapido aumento del carico, subito dopo che questo è andato a ridursi durante la fase di rilassamento. Quest’ultima, sarà meglio descritta nel prossimo sotto-capitolo.

3.4.1 La fase di “Rilassamento”

La prima di tali fasi, ovvero quella di rilassamento, comporta una riduzione del carico a cui è sottoposto il corpo volvente come conseguenza dell'affondamento del rullo nella cavità del difetto stesso. Tale spostamento, infatti, diminuisce l'entità della deformazione del corpo volvente in corrispondenza dei due contatti realizzati, rispettivamente, con l'anello interno e con l'anello esterno. La diminuzione delle deformazioni, precedentemente valutate mediante la definizione delle distribuzioni di carico, comporta inevitabilmente anche una riduzione della forza di reazione elastica sviluppata al contatto. Pertanto, la forza trasmessa dal singolo corpo va a diminuire man mano che esso affonda, fino, eventualmente, ad annullarsi, nel caso in cui l'affondamento risulti maggiore della deformazione totale normale alle due superfici di contatto. Ne segue che il carico esterno viene ripartito maggiormente tra i rimanenti elementi delle due corone di rulli per compensare la quota di reazione elastica persa dal corpo volvente passante sul difetto. Per semplicità, tuttavia, all'interno delle simulazioni sarà trascurato l'effetto di variazione della ripartizione di carico e della relativa deformazione a contatto per i vari rulli come conseguenza del rilassamento di uno degli elementi volventi. Questa è una ipotesi relativamente forte ma, tenuto conto dell'elevato numero di corpi volventi inclusi all'interno dei cuscinetti, si avrebbe comunque uno spostamento radiale minimo dell'anello interno rispetto alle condizioni prive di difetto, anche in presenza di angoli della distribuzione di carico radiale ridotti. Conseguentemente, l'ipotesi è comunque accettabile per il livello di dettaglio della seguente trattazione.

L'entità della forza minima, valutata in corrispondenza del difetto durante la fase di rilassamento, può essere descritta mediante la formula del contatto Hertziano presentata nei capitoli precedenti. Si valutano, quindi, due diversi valori di deformazione: quello che si avrebbe in assenza di danneggiamento ($\delta_{TOT,n}$), e quello che si ottiene, introducendo il difetto, quando la sfera ha raggiunto il massimo affondamento ($\delta_{min,n}$). Il primo di tali valori, pertanto, può essere valutato a partire dal carico stimato come combinazione delle distribuzioni di forza radiale ed assiale precedentemente valutate.

$$Q = K_p \cdot \delta^n \quad \text{con } n = 1.5 \text{ (contatto puntuale)}$$

$$\delta_{TOT,n} = \left(\frac{Q_{TOT,n}}{K_n} \right)^{1/n}$$

Si osservi inoltre come, a causa delle dimensioni relativamente ridotte del difetto rispetto all'anello esterno, la forza normale $Q_{TOT,n}$, appena riportata, corrisponde in buona approssimazione al valore assunto dalla distribuzione di carico in corrispondenza dell'orlo d'ingresso del difetto (“leading edge”). Quest'ultima dovrebbe, infatti, essere corretta in relazione alla diversa posizione angolare del corpo volvente nell'istante iniziale, ma, per il livello di dettaglio dello studio, è ragionevole supporre che $Q_{TOT,n}$ coincida con il valore di forza trasmessa all'inizio della fase di rilassamento. La [Figura 3.25](#) evidenzia quanto appena affermato.

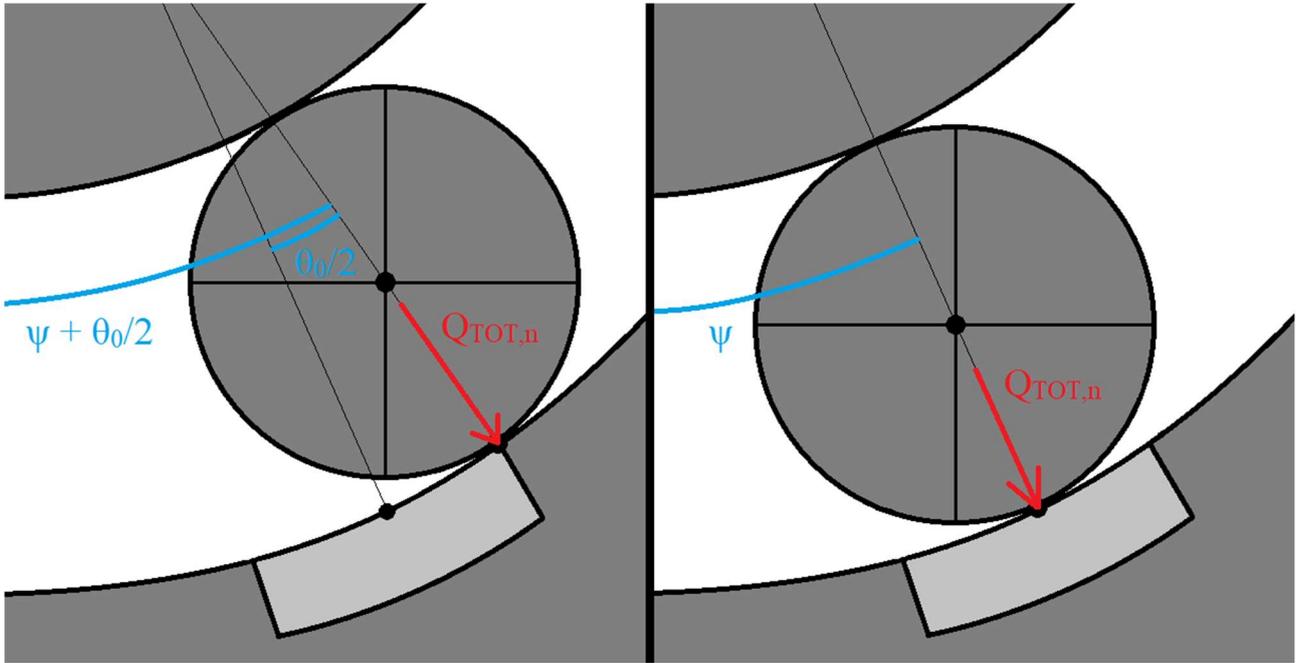


Figura 3.25, rappresentazione grafica della forza applicata sul corpo volvente in corrispondenza dell'orlo d'ingresso nel difetto, approssimata come se fosse equivalente al valore misurato al centro del difetto nell'ipotesi che questo non sia presente

Si noti come l'angolo $\theta_0/2$, che sarà meglio descritto nelle pagine seguenti, sia molto piccolo e, conseguentemente, le due forze presentate, sebbene inevitabilmente diverse a causa della distribuzione radiale di carico, possono in realtà essere assunte come coincidenti.

Viceversa, il secondo valore di deformazione, ovvero quello associato alla presenza del difetto, può essere ottenuto sottraendo a quello originale l'entità dell'affondamento, ed arrotondando il valore ottenuto, se negativo, a 0.

$$\delta_{min,n} = \delta_{TOT,n} - \Delta h$$

Il valore minimo della forza di rilassamento si ricava, pertanto, riapplicando la formula descritta da Harris [5] per il contatto Hertziano dei corpi volventi all'interno dei cuscinetti, come riportato di seguito.

$$Q_{min,n} = \begin{cases} K_P \cdot \delta_{min,n}^n & \text{se } \delta_{min,n} > 0 \\ 0 & \text{se } \delta_{min,n} \leq 0 \end{cases}$$

Con $n = \frac{3}{2} = 1.5$ e K_P noto dalla trattazione dei capitoli precedenti.

La durata della fase di rilassamento, invece, dipende dal tempo impiegato dal corpo volvente per ruotare facendo perno sull'orlo d'ingresso nel difetto fino al raggiungimento dell'orlo d'impatto pochi istanti prima che l'impatto stesso si verifichi. Tale intervallo di tempo è stato indicato da Khanam [29] come TTI ("time to impact") ed è stato valutato mediante la seguente formula.

$$TTI = \frac{\eta}{\omega_{cv,media}}$$

Dove η è l'angolo percorso dal corpo volvente dall'inizio al termine della fase di rilassamento, mentre ω_{media} è la velocità angolare media del corpo durante tale fase. Il valore di η può essere valutato

osservando la geometria del sistema e definendo altri due angoli di interesse per lo studio, ovvero θ_0 e θ_b . Questi ultimi vengono evidenziati nell'immagine seguente (*Figura 3.26*).

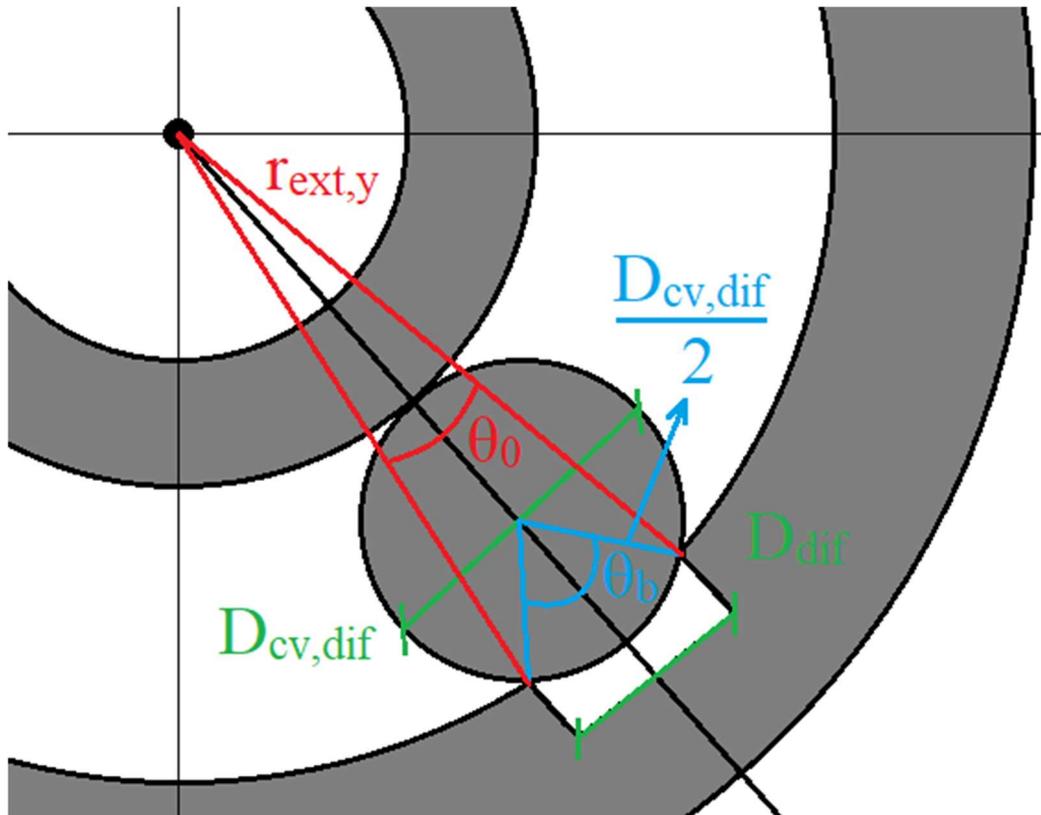


Figura 3.26, rappresentazione degli angoli sottesi al difetto (θ_0 e θ_b) e dei raggi e diametri utilizzati per calcolarli

Osservando la rappresentazione, è possibile dedurre l'entità di θ_0 , ovvero l'angolo a cui è sotteso il difetto rispetto al centro di rotazione dell'anello interno, e θ_b , che descrive l'angolo a cui è sotteso il difetto rispetto al centro di massa del corpo volvente nell'istante di massimo affondamento. Le formule che permettono di determinare il loro valore sono,

Per θ_b ,

$$\begin{aligned} \frac{D_{dif}}{2} &= \frac{D_{cv,dif}}{2} \sin\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \\ \Rightarrow D_{dif} &= D_{cv,dif} \sin\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \\ \Rightarrow \theta_b &= 2 \cdot \text{asin}\left(\frac{D_{dif}}{D_{cv,dif}}\right) \end{aligned}$$

Similmente, per θ_0 ,

$$\begin{aligned} \frac{D_{dif}}{2} &= r_{ext,y} \sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right) \\ \theta_0 &= 2 \cdot \text{asin}\left(\frac{D_{dif}}{2 \cdot r_{ext,y}}\right) \end{aligned}$$

Una volta implementato il calcolo di tali valori all'interno del codice MATLAB è stato possibile valutare l'angolo η , precedentemente citato, con la formula seguente.

$$\eta = \frac{\theta_b - \theta_0}{2}$$

La ω_{media} , viceversa, è stata definita come la velocità angolare media assunta dal corpo volvente durante la fase di rilassamento. Essa dipende, pertanto, dalle velocità angolari iniziale ($\omega_{cv,i}$) e finale ($\omega_{cv,f}$) del corpo volvente, secondo la seguente formula.

$$\omega_{cv,media} = \frac{\omega_{cv,i} + \omega_{cv,f}}{2}$$

La stima della velocità iniziale $\omega_{cv,i}$ è stata effettuata mediante un semplice studio di cinematica nel caso privo di difetti attraverso la definizione dei triangoli di velocità realizzati dai punti appartenenti all'anello interno ed ai corpi volventi. Infatti, avendo adottato l'ipotesi di assenza di scorrimento relativo tra i rulli e le piste, è stato possibile imporre la velocità tangenziale nel contatto tra anello interno rotante e i corpi volventi come uguale per i due elementi, come evidenziato nell'immagine seguente (*Figura 3.27*). I valori così stimati, inoltre, si mantengono invariati anche in presenza di danneggiamenti purché ci si trovi in corrispondenza dell'ingresso nel difetto e sono, pertanto, utili al calcolo della velocità iniziale.

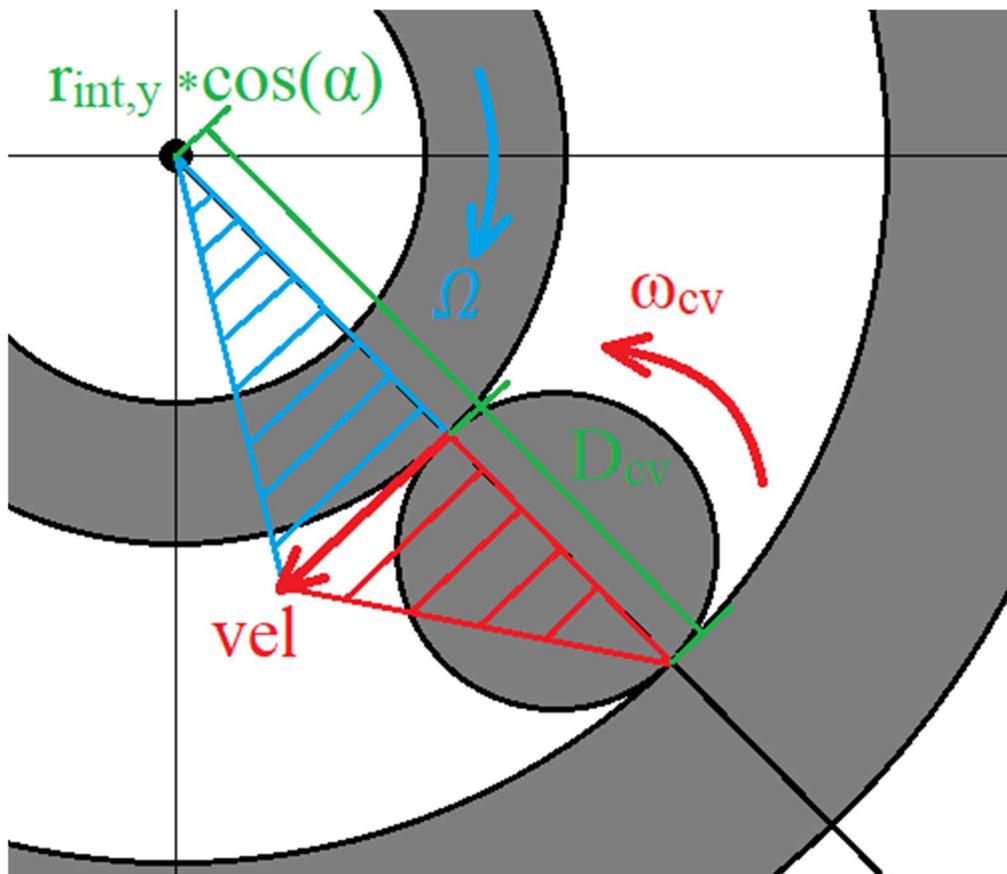


Figura 3.27, triangoli di velocità realizzati dagli elementi che compongono il sistema cuscinetto (con anello esterno fisso)

Si osservi come, dal momento che l'anello interno è solidale con l'albero rotante del banco prova, la sua velocità angolare sarà pari a quella imposta dal motore che aziona il sistema (applicata e verificata in laboratorio). La velocità tangenziale al contatto sarà, pertanto, semplicemente pari alla velocità angolare dell'anello interno moltiplicata per il raggio che va dall'asse di rotazione dell'albero al punto di contatto, dal momento che l'anello interno ruota intorno al suo centro di massa. Viceversa, la velocità angolare del corpo volvente sarà pari alla velocità tangenziale precedentemente valutata (*vel*) divisa per il diametro del rullo, dal momento che il centro d'istantanea rotazione, in questo caso, **non** coincide con il centro di massa. Le formule adottate saranno, pertanto, le seguenti,

$$vel = \Omega \cdot r_{int,y} \cos(\alpha)$$

$$\omega_{cv,i} = \frac{vel}{D_{cv}}$$

$$\Rightarrow \omega_{cv,i} = \frac{\Omega \cdot r_{int,y} \cos(\alpha)}{D_{cv}}$$

È opportuno sottolineare come il raggio utilizzato per definire la velocità angolare dell'anello interno sia differente da quello adottato per il precedente calcolo di θ_0 . Ciò è dovuto al fatto che, dal momento che stiamo valutando una trasmissione del moto rotatorio da un corpo ad un altro, i raggi d'interesse per le trasformazioni sono quelli relativi agli assi di rotazione specifici dei corpi, i quali, lo ricordiamo, non sono paralleli a causa della morfologia del cuscinetto (orientabile a doppia corona di rulli). Viceversa, nel precedente caso di studio degli angoli sottesi al difetto, erano rilevanti i raggi riferiti ai centri di massa del corpo volente e dell'intero cuscinetto, i quali sono, invece, paralleli. La **Figura 3.28** evidenzia la differenza tra i due raggi appena descritti, dove $r_{int,y} \cos(\alpha)$ si addice al calcolo della ω_{cv} , ed $r_{int,y}$ alla stima di θ_0 e, quindi, dell'angolo η .

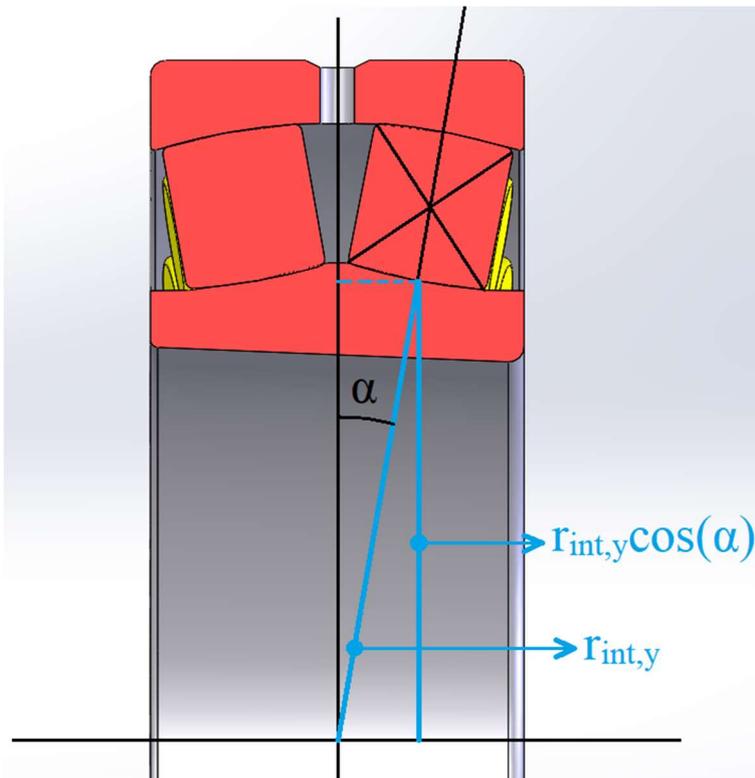


Figura 3.28, confronto tra il raggio dell'anello interno riferito al centro del cuscinetto e la rispettiva proiezione sulla verticale

Conseguentemente, la rappresentazione dei triangoli delle velocità precedentemente riportata avviene, in realtà, su due piani diversi, ovvero, quello perpendicolare all'asse di rotazione dell'anello interno (verticale) e quello perpendicolare all'asse di rotazione del corpo volvente (con inclinazione α rispetto alla verticale). Pertanto, inevitabilmente, l'illustrazione dei triangoli di velocità non avviene con le giuste proporzioni a causa dei limiti legati alla rappresentazione 2D di fenomeni che non avvengono sullo stesso piano. Tuttavia, a fine puramente illustrativo, l'immagine può comunque assumere significato, seppur sia necessario tener conto di tale accorgimento.

La stima della velocità angolare finale, invece, è stata più complessa. Khanam [29] ha valutato tale grandezza applicando una equazione Newtoniana per descrivere l'accelerazione del corpo volvente durante la fase di rilassamento, come conseguenza delle forze applicate. La **Figura 3.29** evidenzia le principali grandezze chiamate in gioco e permette di visualizzare le quote di carico precedentemente valutate, ovvero, $Q_{min,n}$ e $Q_{TOT,n}$. Si introduce, inoltre, l'angolo variabile θ a rappresentare l'avanzamento del corpo volvente nel moto di rilassamento istante per istante, fino ad un valore finale di $\theta_f = \eta$.

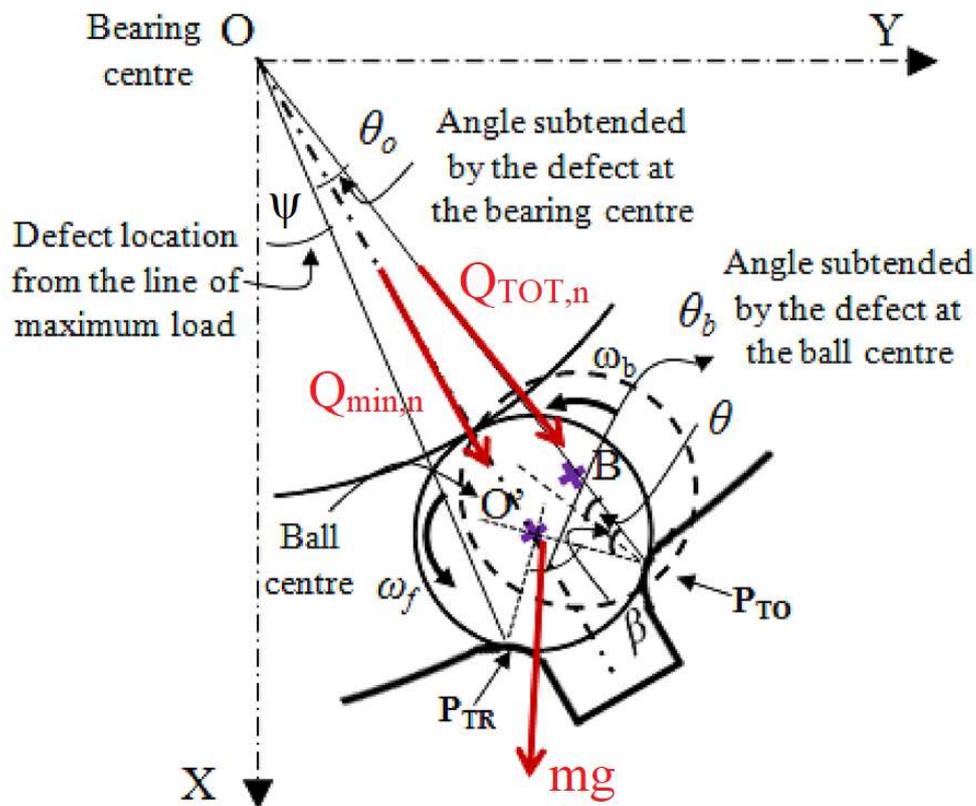


Figura 3.29, rappresentazione delle principali grandezze coinvolte nella stima della velocità finale del corpo volvente, pochi istanti prima dell'urto [29]

Si sottolinea ora un'importante ipotesi effettuata dall'autore del testo nella formulazione dell'equazione. Il contributo del carico esterno preso in esame è stato, infatti, solamente quello minimo, rappresentato da $Q_{min,n}$, mentre il valore massimo all'ingresso nel difetto ($Q_{TOT,n}$) non è stato inserito all'interno della formula. Questa, a primo avviso, potrebbe sembrare come una ipotesi fortemente restrittiva, in quanto si valuta l'accelerazione del corpo come conseguenza della forza minima applicata (la quale potrebbe essere anche nulla) e si trascura completamente il contributo della forza massima. Tale decisione, tuttavia, appare ragionevole se si considera il fatto che l'equazione del moto in esame è una equazione di rotazione e che il braccio utile all'applicazione della forza massima, è in realtà nullo ($\sin(\theta) = 0$, per $\theta = 0$), in quanto la direzione di tale forza è

rivolta verso il centro di massa del rullo. Per questo motivo, il contributo del carico esterno è tanto più influente quanto maggiore è l'affondamento del corpo volvente nel difetto e, quindi, tanto è minore la forza di compressione esercitata. Nel caso in cui il valore di $Q_{min,n}$ si riduca a 0, semplicemente si assumerà che il carico esterno non dia contributi rilevanti all'accelerazione angolare del corpo.

L'equazione descritta da Khanam [29] è, pertanto la seguente. (con ω si intende una generica velocità di rotazione del corpo volvente)

$$J \frac{d\omega}{dt} = \left[mg \frac{D_{cv,dif}}{2} \sin(\psi + \theta_0 + \theta) \cos(\alpha) \right] + \left[Q_{min,n} \frac{D_{cv,dif}}{2} \sin\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \right]$$

Come anticipato, essa descrive l'accelerazione angolare percepita dal rullo a botte mentre ruota rimanendo fisso sul "leading edge" ($P_{TO} = CIR$). Il termine a sinistra nell'equazione valuta l'accelerazione del corpo in relazione alla sua inerzia, riferita, lo sottolineiamo, al centro di istantanea rotazione e **non** al centro di massa del corpo volvente. I contributi a destra dell'uguale, invece, riportano i momenti generati dal peso del corpo volvente e dal carico applicato, moltiplicati per i rispettivi bracci. Si ricorda, inoltre, che il contributo del peso deve essere ridotto di una quota pari a $\cos(\alpha)$ nel nostro caso, a causa dell'inclinazione della direzione di carico per effetto della geometria orientabile a doppia corona. Per maggior chiarezza, si invita a fare riferimento all'immagine precedente per identificare tutte le forze ed i bracci di interesse.

Si elencano, ora le definizioni degli angoli dei vari angoli riportati all'interno della formula:

- ψ , ovvero l'angolo a cui è posto il centro del difetto rispetto all'asse verticale (già definito nella descrizione della distribuzione di carico radiale).
- α , ovvero l'angolo di contatto indicante l'inclinazione della retta di carico (già definito nella descrizione della distribuzione di carico radiale).
- θ , ovvero, l'angolo di avanzamento nel tempo del corpo volvente durante il suo affondamento all'interno del difetto (ruotando fisso intorno al punto di contatto con il "leading edge").
- θ_0 , ovvero l'angolo a cui è sotteso il difetto rispetto al centro di rotazione dell'anello interno (già definito nella descrizione del *TTI*).
- θ_b , ovvero l'angolo a cui è sotteso il difetto rispetto al centro di massa del singolo corpo volvente (già definito nella descrizione del *TTI*).

Tuttavia, nel modello studiato all'interno di questa tesi, è stata effettuata un'importante ipotesi che lo distingue da quanto teorizzato da Khanam [29]. Nello specifico, l'ipotesi adottata per il prosieguo dello studio altro non è che la riapplicazione di una considerazione precedentemente esposta nella definizione delle distribuzioni di carico, ovvero, che il contributo delle forze peso sia trascurabile rispetto a quello dei carichi esterni. Se ne deduce che la formulazione adottata sia, in realtà, la seguente.

$$J \frac{d\omega}{dt} = Q_{min,n} \frac{D_{cv,dif}}{2} \sin\left(\frac{\theta_b}{2}\right)$$

Questa scelta viene giustificata dal fatto che, come sarà evidenziato nelle prossime righe, il massimo contributo del peso dei singoli corpi volventi si attesta sui 3.4 N conseguentemente ad una massa per

singolo corpo di soli 343g. Questi valori di forze sono infatti esigui rispetto ai kN che caratterizzano la distribuzione di carico.

Tuttavia, trascurando il contributo della forza peso, ci si espone al rischio di studiare la paradossale condizione di totale assenza di forze agenti sul corpo volvente, nell'ipotesi che l'affondamento superi, in ampiezza, la deformazione. In tali circostanze, infatti, il valore della $Q_{min,n}$ risulterebbe pari a 0 e, conseguentemente, anche l'accelerazione del corpo risulterebbe nulla. Ad ogni modo, l'ipotesi di trascurare il contributo della forza peso è da ritenersi comunque ragionevole anche in questo caso, dal momento che, data la rapidità dei fenomeni studiati, l'influenza di tali forze sarebbe comunque minima nell'accelerare il corpo.

Si evidenziano ora, con la seguente rappresentazione (*Figura 3.30*), i valori d'interesse per l'implementazione della formula semplificata.

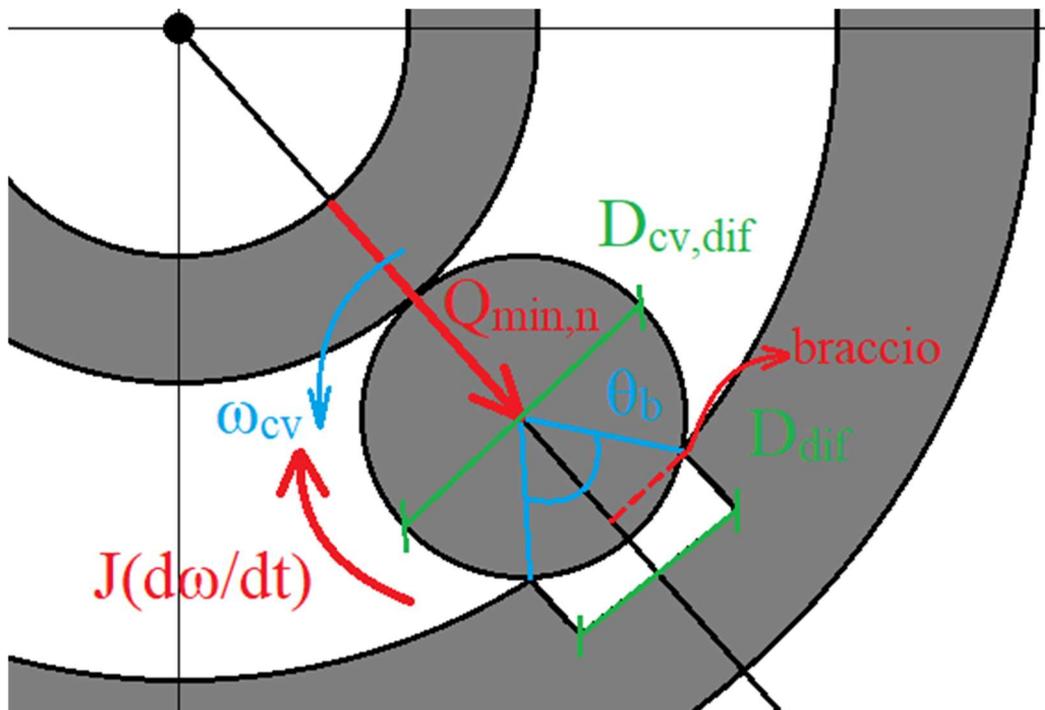


Figura 3.30, rappresentazione delle principali grandezze coinvolte nella stima della velocità finale del corpo volvente, pochi istanti prima dell'urto, mediante l'uso della formula semplificata (no forza peso)

L'ultimo parametro da esplicitare per poter risolvere l'equazione precedente è l'inerzia del corpo volvente. Questa è stata stimata approssimando i rulli a botte come dei semplici rulli cilindrici di diametro pari alla media aritmetica tra il diametro massimo e minimo misurati per i corpi volventi all'inizio del capitolo. Le formule, implementate nel codice MATLAB, per stimare l'inerzia degli elementi volventi sono le seguenti.

$$D_{cv,medio} = \frac{D_{cv} + D_{cv,min}}{2}$$

$$m_{cv} = \rho \cdot V = \rho * \left(L_{cv} \cdot \frac{\pi}{4} (D_{cv,medio})^2 \right)$$

Dove m_{cv} è la massa di un singolo corpo volvente, ρ è la densità del materiale (precedentemente illustrata) ed L_{cv} è la lunghezza del rullo a botte (precedentemente illustrata).

$$J_G \frac{1}{2} m_{cv} (r_{cv,medio})^2 = \frac{1}{2} m_{cv} \left(\frac{D_{cv,medio}}{2} \right)^2 = \frac{1}{8} m_{cv} (D_{cv,medio})^2$$

$$J = J_G + m_{cv} \left(\frac{D_{cv,medio}}{2} \right)^2 = \frac{3}{8} m_{cv} (D_{cv,medio})^2$$

Dove J_G è il momento d'inerzia riferito al centro di massa del corpo volvente e J è quello riferito al centro di istantanea rotazione (CIR) del caso in esame, il quale va a coincidere con il punto di contatto tra rullo e "leading edge". Quest'ultimo sarà, pertanto, quello d'interesse per la trattazione.

I valori di massa ed inerzia dei singoli corpi volventi presenti all'interno dei cuscinetti SKF 22240 CCK/W33 oggetto di studio, sono risultati i seguenti (*Tabella 3.18*), a seguito della simulazione su MATLAB.

Tabella 3.18, massa e momenti d'inerzia dei corpi volventi del cuscinetto SKF 22240 CCK/W33

Variabile	Valore numerico	Unità di misura
m_{cv}	343	g
J_G	$65 * 10^{-6}$	Kg * m ²
J	$195 * 10^{-6}$	Kg * m ²

A questo punto, noti tutti i parametri dell'equazione di Newton, essa è stata espressa in forma differenziale e, successivamente, integrata, a partire dalla seguente formula.

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow dt = \frac{d\theta}{\omega}$$

$$\Rightarrow J d\omega = \left(Q_{min,n} \frac{D_{cv,dif}}{2} \sin\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \right) dt$$

$$\Rightarrow J d\omega = \left(Q_{min,n} \frac{D_{cv,dif}}{2} \sin\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \right) \frac{d\theta}{\omega}$$

$$\Rightarrow J \cdot \omega d\omega = \left(Q_{min,n} \frac{D_{cv,dif}}{2} \sin\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \right) d\theta$$

La quale, una volta integrata, permette di ottenere,

$$\frac{\omega^2}{2} + C = \frac{1}{J} \left[Q_{min,n} \frac{D_{cv,dif}}{2} \sin\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \right] \cdot \theta$$

Dove C rappresenta la costante d'integrazione determinabile attraverso l'inserimento delle condizioni iniziali del moto. Esse sono, infatti, note e coincidono con i valori assunti da ω e θ quando il corpo volvente inizia la fase di rilassamento. Ne segue che:

$$\begin{cases} C.I. \ \omega_{iniziale} = \omega_{cv,i} \\ C.I. \ \theta_{iniziale} = 0^\circ \\ EQ. \ \frac{\omega_{iniziale}^2}{2} + C = \frac{1}{J} \left[Q_{min,n} \frac{D_{cv,dif}}{2} \sin\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \cdot \theta_{iniziale} \right] \end{cases}$$

Osservando il sistema precedente, è facile intuire come il secondo termine si elida e, pertanto, il valore della costante d'integrazione dipenda fondamentalmente solo dalla velocità iniziale. Si noti, tuttavia, come questo risultato si discosti da quanto visto nella trattazione offerta da Khanam [29] in quanto in essa, tenendo conto del contributo della forza peso, la costante d'integrazione ne risulta fortemente influenzata.

$$C = -\frac{\omega_{cv,i}^2}{2}$$

Ottenuto il valore della costante d'integrazione C , diventa possibile esplicitare l'entità della velocità angolare assunta dal corpo volvente in relazione alla posizione del rullo, definita mediante l'angolo θ , attraverso la seguente formula.

$$\begin{aligned} \frac{\omega^2}{2} + C &= \frac{1}{J} \left[Q_{min,n} \frac{D_{cv,dif}}{2} \sin\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \cdot \theta \right] \\ \Rightarrow \ \omega &= \sqrt{2 \cdot \left(\frac{1}{J} \left(Q_{min,n} \frac{D_{cv,dif}}{2} \sin\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \cdot \theta \right) - C \right)} \end{aligned}$$

La quale può essere riscritta, anche, come,

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{J} \left(Q_{min,n} D_{cv,dif} \sin\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \cdot \theta \right) + \omega_{cv,i}^2}$$

Quest'ultima può, infine, essere utilizzata per ricavare il valore della velocità angolare del corpo volvente al termine della fase di rilassamento, ovvero, quando questo si porta al contatto con il "trailing edge" pochi istanti prima di generare l'impatto. Tale evento si verifica quando il corpo raggiunge il massimo affondamento, ovvero, quando $\theta = \eta$. Sarà, quindi, sufficiente sostituire all'interno dell'equazione la seguente condizione.

$$\theta = \eta = \frac{\theta_b - \theta_0}{2}$$

Richiamiamo nuovamente la [Figura 3.26](#) per maggior chiarezza nell'illustrare la misura di θ_b e di θ_0 .

Il valore della velocità angolare al termine della fase di rilassamento sarà, pertanto, il seguente.

$$\omega_{cv,f} = \sqrt{\frac{1}{J} \left(Q_{min,n} D_{cv,dif} \cdot \sin\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \cdot \frac{\theta_b - \theta_0}{2} \right) + \omega_{cv,i}^2}$$

$$\Rightarrow \omega_{cv,f} = \sqrt{\left(\frac{Q_{min,n} D_{cv,dif} \cdot \sin\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \cdot \eta}{J}\right)^2 + \omega_{cv,i}^2}$$

(ricordarsi che il valore di $D_{cv,dif}$ va trasformato da mm in m (moltiplicato per $\frac{1}{1000}$) per realizzare la verifica dimensionale)

Noto il termine $\omega_{cv,f}$, diventa quindi possibile stimare la durata dell'intera fase di rilassamento (TTI) con la formula presentata nelle pagine precedenti, che andiamo a riportare qui di seguito ora che tutti i parametri d'interesse sono noti.

$$\begin{cases} TTI = \frac{\eta}{\omega_{media}} \\ \eta = \frac{\theta_b - \theta_0}{2} \\ \omega_{cv,media} = \frac{\omega_{cv,i} + \omega_{cv,f}}{2} \end{cases}$$

3.4.2 La fase di “Impatto”

Successivamente alla fase di rilassamento si verifica l'evento di maggiore interesse per lo studio, ovvero, l'impatto del corpo volvente sull'orlo “di arrivo” del difetto (trailing edge). Tale fenomeno è particolarmente rilevante in quanto determina l'insorgenza delle forze impulsive che comportano la formazione di fenomeni vibrazionali anomali nella struttura. Pertanto, la stima di tale forza d'impatto sarà fondamentale nel determinare la validità dell'intero modello di simulazione.

La metodologia adottata a questo punto della trattazione riprende quanto osservato per il calcolo della velocità massima del corpo volvente al termine della fase di rilassamento, descritto nel capitolo precedente. Conseguentemente, è stata nuovamente implementata una formula per il calcolo delle accelerazioni angolari del corpo volvente ma, questa volta, è stato introdotto un termine di reazione elastica, derivante dal contatto tra rullo ed orlo del difetto (trailing edge) che si viene a generare durante l'impatto. L'equazione ottenuta risulta, quindi la seguente.

$$J \frac{d\omega}{dt} + F_{ela} \cdot b = Q_{min,n} \cdot \cos\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \cdot b$$

Dove F_{ela} è la reazione elastica del contatto rivolta dal punto d'impatto verso il centro di massa del sistema, e $Q_{min,n} \cdot \cos\left(\frac{\theta_b}{2}\right)$ è la proiezione della forza minima in fase di rilassamento sulla direzione della F_{ela} appena descritta. b rappresenta, invece, il braccio con cui sono applicate tali forze in modo da generare il momento angolare che determina l'insorgenza delle accelerazioni e dei relativi fenomeni inerziali. La **Figura 3.31** riporta le grandezze appena descritte.

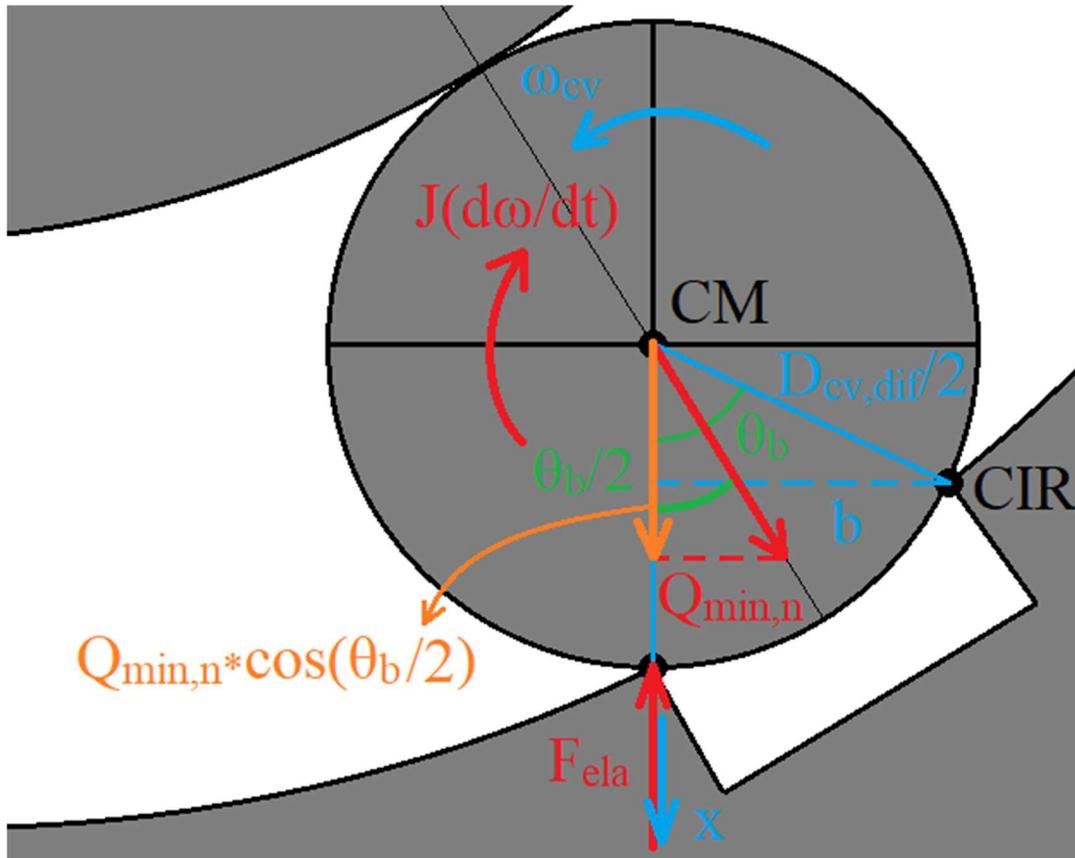


Figura 3.31, rappresentazione delle principali grandezze coinvolte nella stima della massima forza d'impatto, introducendo la quota di reazione elastica e mantenendo l'uso della formula semplificata (no forza peso)

Il nuovo contributo (F_{ela}), introdotto come conseguenza dell'interazione delle superfici di rullo ed orlo del difetto, è stato definito per mezzo delle formule del contatto Hertziano, riscritte secondo una notazione che esplicita le forze come dipendenti da uno spostamento per un parametro di rigidità. Si riporta di seguito tale notazione,

$$F_{ela} = K_c \cdot x^{3/2}$$

La grandezza x appena introdotta rappresenta la deformazione realizzata tra il corpo volvente e l'orlo del difetto, non appena questi entrano in contatto l'uno con l'altro. Tale deformazione avviene nella direzione che collega centro di massa del rullo con il centro dell'orma di contatto, come è possibile vedere nella rappresentazione precedente. Si origina, pertanto, uno "spostamento localizzato" in corrispondenza dell'orma di contatto, il quale genera una forza di reazione come conseguenza dell'applicazione dei carichi trasmessi dal rullo e dell'energia cinetica accumulata dal corpo volvente durante la fase di rilassamento. Si consideri, tuttavia, che, trattandosi di una deformazione Hertziana nel campo elastico, l'entità delle traslazioni in gioco non è tale da influenzare in maniera significativa le dimensioni dei bracci applicati alle varie forze e non è, quindi, necessario introdurre particolari accorgimenti correttivi nella formula.

La stima del parametro K_c è stata effettuata da Khanam [29] facendo ricorso alle formule utili alla descrizione della rigidità di un contatto Hertziano del tipo "sfera-sfera non conforme", riportata di seguito,

$$K_c = \frac{4}{3} E^* \sqrt{R^*}$$

L'ipotesi di definire K_c mediante tale formulazione, tuttavia, è alquanto forte dal momento che le geometrie dei corpi volventi presenti all'interno di questa tesi sono molto differenti da quelle valutate all'interno dell'articolo. Nonostante ciò, analizzando quanto espresso all'interno della documentazione offerta da Harris [5], l'ipotesi di adottare la formulazione fornita dall'autore risulta, comunque, la più ragionevole.

Si procede, pertanto, con l'esplicitare il primo dei parametri presenti all'interno dell'equazione: E^* . Esso esprime il contributo delle proprietà dei materiali costituenti corpi volventi ed anelli del cuscinetto e viene definito mediante la seguente equazione.

$$E^* = \frac{E_{cv} \cdot E_{anello}}{((1 - (\nu_{cv})^2)E_{cv} + (1 - (\nu_{anello})^2)E_{anello})}$$

Tuttavia, avendo anticipato che corpi volventi ed anelli risultano costituiti dallo stesso materiale, la precedente formula può essere semplificata come segue,

$$E^* = \frac{E \cdot E}{((1 - (\nu)^2)E + (1 - (\nu)^2)E)}$$

$$E^* = \frac{E^2}{2(1 - (\nu)^2)E}$$

$$E^* = \frac{E}{2(1 - (\nu)^2)}$$

Con la [Tabella 3.19](#) ricordiamo il valore delle proprietà dei materiali utilizzati e introduciamo quello del nuovo parametro E^* .

Tabella 3.19, proprietà del materiale, rilevanti nella valutazione del contatto Hertziano tra corpo volante ed orlo del difetto

Variabile	Valore numerico	Unità di misura
E	210	GPa
ν	0.3	/
E^*	115	GPa

(si noti, tuttavia, che i valori di E e di E^* sono stati implementati in MPa all'interno del codice)

Il secondo termine (R^*), invece, descrive il cosiddetto “raggio ridotto di curvatura” che, nel caso di Khanam come in questo, viene semplicemente definito come il reciproco della sommatoria dei reciproci dei raggi di curvatura.

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_{cv,x}} + \frac{1}{R_{dif,x}}$$

L'entità di tali raggi può essere dedotta dalla seguente rappresentazione ([Figura 3.32](#)) ed è, in parte, nota.

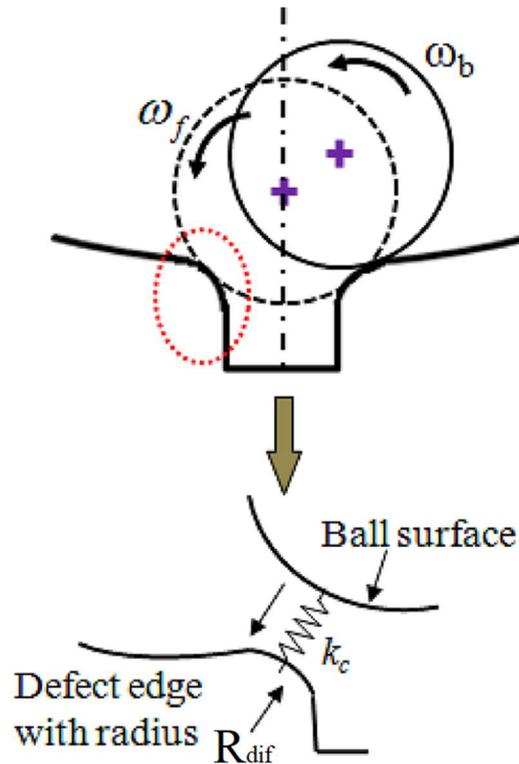


Figura 3.32, rappresentazione del raggio di curvatura dell'orlo del difetto associato alla descrizione della rigidità equivalente del contatto [29]

Infatti, il raggio di curvatura associato al corpo volvente è pari a,

$$R_{cv,x} = \frac{D_{cv,dif}}{2}$$

Viceversa, il raggio di curvatura associato al raccordo del difetto è più complesso da valutare. Infatti, non disponendo di misure affidabili relative a tale dimensione, essa è stata stimata come pari ad 1/5 della dimensione del difetto minima tra profondità e diametro. Nei casi esaminati, si tratta della profondità della cava del danneggiamento h_{dif} . Pertanto,

$$R_{dif,x} = \frac{\min(D_{dif}, h_{dif})}{5}$$

Conseguentemente, la formula del raggio ridotto di curvatura può essere riscritta come,

$$R^* = \frac{1}{\left(\frac{2}{D_{cv,dif}} + \frac{5}{\min(D_{dif}, h_{dif})} \right)}$$

La quale va ad inserirsi all'interno dell'equazione del parametro di rigidità,

$$K_c = \frac{4}{3} \cdot \frac{E}{2(1-(\nu)^2)} \cdot \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{2}{D_{cv,dif}} + \frac{5}{\min(D_{dif}, h_{dif})} \right)}}$$

$$\Rightarrow K_c = \frac{2}{3} \cdot \frac{E}{(1 - (v)^2)} \cdot \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{2}{D_{cv,dif}} + \frac{5}{\min(D_{dif}, h_{dif})}\right)}}$$

Noto il valore di K_c diventa possibile riscrivere l'equazione del moto nella seguente forma.

$$J \frac{d\omega}{dt} + K_c \cdot x^{3/2} \cdot b = Q_{min,n} \cdot \cos\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \cdot b$$

Con,

$$K_c = \frac{2}{3} \cdot \frac{E}{(1 - (v)^2)} \cdot \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{2}{D_{cv,dif}} + \frac{5}{\min(D_{dif}, h_{dif})}\right)}}$$

Quindi, si rende necessario esplicitare il valore del braccio b in funzione di parametri noti, dal momento che esso rimane l'unica variabile non ancora valutata.

Richiamando la [Figura 3.31](#), appare evidente come il braccio delle due forze dipenda dalla dimensione del raggio del rullo in corrispondenza del difetto e dell'angolo θ_b già valutato in precedenza, e ne consegue che,

$$b = \frac{D_{cv,dif}}{2} \cdot \sin(\theta_b)$$

Pertanto, riportando il contributo della forza elastica al secondo termine e sostituendo b , si ottiene la seguente equazione dinamica.

$$J \frac{d\omega}{dt} = \left(Q_{min,n} \cdot \cos\left(\frac{\theta_b}{2}\right) - K_c \cdot x^{3/2} \right) \cdot \frac{D_{cv,dif}}{2} \sin(\theta_b)$$

La formula ottenuta, tuttavia, correla la derivata di una velocità angolare al primo termine con uno spostamento lineare al secondo. Conseguentemente, per poter effettivamente usufruire della relazione esplicitata, si rende necessario esprimere una delle due misure in funzione dell'altra. Essendo di particolare interesse il valore della forza elastica generata in reazione all'impatto, la grandezza ω sarà quella trasformata e l'equazione di moto sarà, pertanto, riscritta interamente in funzione di x . La sostituzione avviene per mezzo della seguente formula.

$$\frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega} = \frac{\ddot{x}_{CM}}{R} = \frac{\ddot{x}_{CM}}{\left(\frac{D_{cv,dif}}{2}\right)}$$

Dove \ddot{x}_{CM} è l'accelerazione del centro di massa della sfera in direzione normale al segmento che va dal centro d'istantanea rotazione (CIR) al centro di massa (CM) del corpo volvente. Tuttavia, la direzione di tale accelerazione non coincide con quella della deformazione del contatto x . Si rende, pertanto, necessario proiettare il vettore \ddot{x}_{CM} sull'asse che collega il centro di massa del rullo con il punto d'impatto sull'orlo del difetto, in modo da ottenere la quota di \ddot{x}_{CM} parallela alla x (\ddot{x}).

Prendendo a riferimento la **Figura 3.33**, la formulazione diventa, quindi, la seguente.

$$\ddot{x} = \ddot{x}_{CM} \cdot \sin(\theta_b) \Rightarrow \ddot{x}_{CM} = \frac{\ddot{x}}{\sin(\theta_b)}$$

$$\dot{\omega} = \frac{\ddot{x}_{CM}}{\left(\frac{D_{cv,dif}}{2}\right)} = \frac{\ddot{x}}{\left(\frac{D_{cv,dif}}{2}\right) \sin(\theta_b)}$$

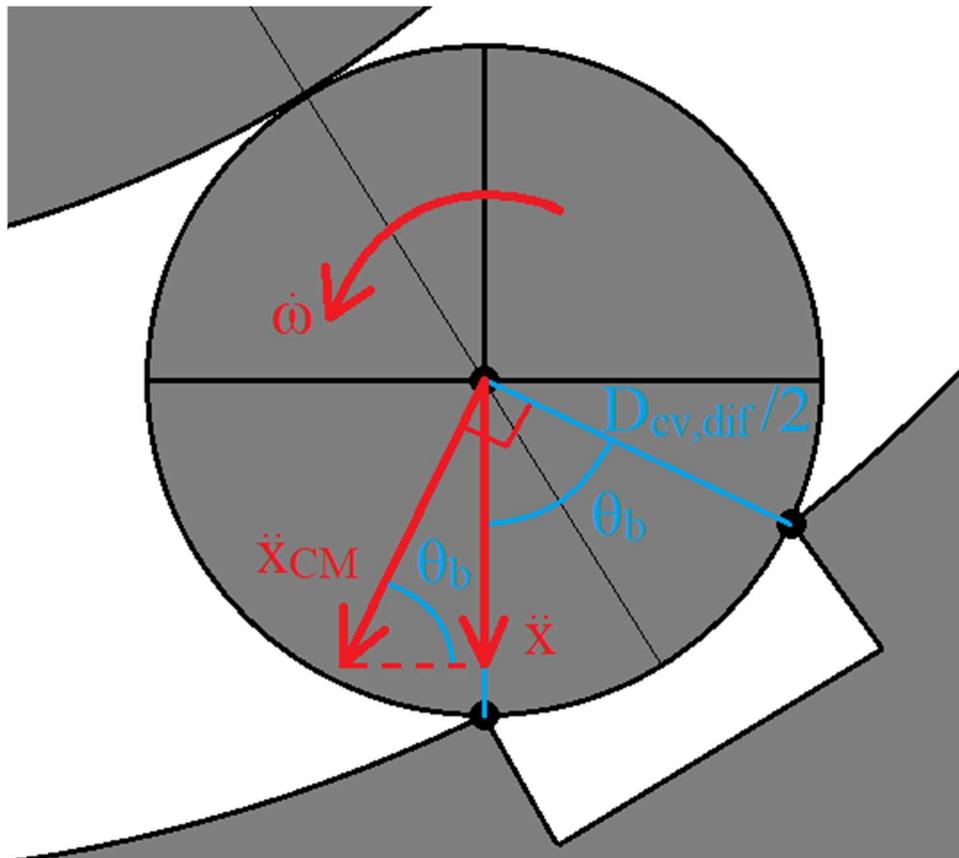


Figura 3.33, dettaglio delle accelerazioni del corpo volvente in concomitanza con la fase d'impatto, corredate di raggi ed angoli utili a determinarne la componente normale all'orlo del difetto e, quindi, utile al calcolo dell'urto

L'equazione di moto diventa, pertanto, la seguente.

$$\Rightarrow J \frac{\ddot{x}}{\left(\frac{D_{cv,dif}}{2}\right) \sin(\theta_b)} = \left(Q_{min,n} \cdot \cos\left(\frac{\theta_b}{2}\right) - K_c \cdot x^{3/2} \right) \cdot \frac{D_{cv,dif}}{2} \sin(\theta_b)$$

$$J \cdot \ddot{x} = \left(Q_{min,n} \cdot \cos\left(\frac{\theta_b}{2}\right) - K_c \cdot x^{3/2} \right) \cdot \left(\frac{D_{cv,dif}}{2}\right)^2 \sin^2(\theta_b)$$

Osservando l'ultima di queste formule, appare evidente come il secondo termine dipenda, di fatto, dal quadrato del diametro del corpo volvente, mentre il primo dipenda dall'inerzia del rullo a botte riferita al centro d'istantanea rotazione. Tale momento d'inerzia è già stato definito nelle pagine precedenti ed anch'esso presenta la stessa dipendenza dal quadrato del diametro del corpo volvente. Pertanto, è conveniente richiamare il valore del momento d'inerzia del rullo ed esplicitarlo all'interno dell'equazione, come evidenziato nelle seguenti formule.

$$J = \frac{3}{8} m_{cv} (D_{cv,medio})^2$$

$$\Rightarrow \frac{3}{8} m_{cv} (D_{cv,medio})^2 \cdot \ddot{x} = \left(Q_{min,n} \cdot \cos\left(\frac{\theta_b}{2}\right) - K_c \cdot x^{3/2} \right) \cdot \left(\frac{D_{cv,dif}}{2} \right)^2 \sin^2(\theta_b)$$

Considerato che il valore dei due diametri considerati ($D_{cv,medio}$ e $D_{cv,dif}$) sono all'incirca uguali, si rende possibile semplificare loro ed i rispettivi dividendi, ottenendo, quindi, la seguente formula finale.

$$\frac{3}{2} m_{cv} \cdot \ddot{x} = \left(Q_{min,n} \cdot \cos\left(\frac{\theta_b}{2}\right) - K_c \cdot x^{3/2} \right) \sin^2(\theta_b)$$

Si conclude esplicitando l'accelerazione lineare all'interno dell'equazione.

$$\ddot{x} = \frac{2}{3} \left(\frac{Q_{min,n}}{m_{cv}} \cdot \cos\left(\frac{\theta_b}{2}\right) - \frac{K_c}{m_{cv}} \cdot x^{3/2} \right) \sin^2(\theta_b)$$

La formulazione appena fornita permette di descrivere le forze coinvolte nella dinamica di generazione dell'impatto tra corpo volvente e difetto. Come anticipato, esso si verificherà come conseguenza della presenza di una velocità in direzione x (sviluppata durante la fase di rilassamento), la quale andrà ad azzerarsi per effetto della reazione elastica. Si rende, quindi, necessario riscrivere l'equazione in forma differenziale e poi integrare quanto ottenuto ed esplicitare l'andamento della velocità appena citata. Si procede considerando che,

$$\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt} \quad \text{e} \quad \dot{x} = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dt = \frac{dx}{\dot{x}}$$

Si ottiene,

$$\frac{d\dot{x}}{dt} = \frac{2}{3} \left(\frac{Q_{min,n}}{m_{cv}} \cdot \cos\left(\frac{\theta_b}{2}\right) - \frac{K_c}{m_{cv}} \cdot x^{3/2} \right) \sin^2(\theta_b)$$

Riportando dt al secondo termine si ottiene, invece,

$$\begin{aligned} d\dot{x} &= \left\{ \frac{2}{3} \left(\frac{Q_{min,n}}{m_{cv}} \cdot \cos\left(\frac{\theta_b}{2}\right) - \frac{K_c}{m_{cv}} \cdot x^{3/2} \right) \sin^2(\theta_b) \right\} dt \\ \Rightarrow d\dot{x} &= \left\{ \frac{2}{3} \left(\frac{Q_{min,n}}{m_{cv}} \cdot \cos\left(\frac{\theta_b}{2}\right) - \frac{K_c}{m_{cv}} \cdot x^{3/2} \right) \sin^2(\theta_b) \right\} \frac{dx}{\dot{x}} \\ \Rightarrow \dot{x} d\dot{x} &= \left\{ \frac{2}{3} \left(\frac{Q_{min,n}}{m_{cv}} \cdot \cos\left(\frac{\theta_b}{2}\right) - \frac{K_c}{m_{cv}} \cdot x^{3/2} \right) \sin^2(\theta_b) \right\} dx \end{aligned}$$

Integrando quest'ultima equazione si ottiene, infine,

$$\frac{\dot{x}^2}{2} + C_1 = \frac{2}{3} \left(\frac{Q_{min,n}}{m_{cv}} \cos\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \cdot x - \frac{2}{5} \frac{K_c}{m_{cv}} \cdot x^{5/2} \right) \sin^2(\theta_b)$$

Prima di procedere con la determinazione del coefficiente d'integrazione C_1 è interessante osservare come la formula precedente contenga al suo interno i contributi energetici legati a due fenomeni differenti, esplicitabili riportando nuovamente i parametri di massa al primo termine dell'equazione. Tali contributi energetici sono.

Il termine di energia cinetica,

$$E_{cin} = \frac{1}{2} J \omega^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} m_{cv} \left(\frac{D_{cv,medio}}{2} \right)^2 \right) \frac{\dot{x}^2}{2}$$

Il contributo del raggio del corpo volvente è stato semplificato all'interno dell'equazione con i bracci di applicazione delle forze, ma è comunque presente a livello concettuale.

Il termine di energia potenziale elastica associata alla deformazione,

$$E_{ela} = \int_0^x [K_c \cdot (x)^{3/2}] dx = \frac{2}{5} K_c \cdot (x)^{5/2}$$

La determinazione della costante d'integrazione è avvenuta in maniera analoga a quanto già esposto nella valutazione della velocità del corpo volvente al termine della fase di rilassamento, ovvero, applicando le condizioni iniziali del moto. Si consideri, tuttavia, che, in questo momento, si sta considerando la fase d'impatto del corpo e, quindi, le condizioni iniziali di tale fase coincidono con quelle finali della fase precedente. Conseguentemente, la velocità iniziale deriverà dalla velocità angolare "finale" ($\omega_{cv,f}$) precedentemente stimata. Il sistema studiato sarà, pertanto il seguente,

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{C. I.} \quad \dot{x}_{iniziale} = \dot{x}_{CM,iniziale} \sin(\theta_b) = \omega_{cv,f} \left(\frac{D_{cv,dif}}{2} \right) \sin(\theta_b) \\ \text{C. I.} \quad x_{iniziale} = 0 \\ \text{EQ.} \quad \frac{\dot{x}_{iniziale}^2}{2} + C_1 = \frac{2}{3} \left(\frac{Q_{min,n}}{m_{cv}} \cos\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \cdot x_{iniziale} - \frac{2}{5} \frac{K_c}{m_{cv}} \cdot x_{iniziale}^{5/2} \right) \sin^2(\theta_b) \end{array} \right.$$

Dove la $x_{iniziale}$ è stata posta pari a 0 dal momento che, all'inizio dell'impatto, la deformazione è nulla. Viceversa, la $\dot{x}_{iniziale}$ è stata espressa in funzione della velocità angolare del corpo volvente pochi istanti prima dell'urto ($\omega_{cv,f}$), rielaborata tenendo conto della trigonometria associata a tali grandezze, già descritta nelle pagine precedenti per convertire $\dot{\omega}$ in \ddot{x} . Si riporta di seguito un'immagine rappresentativa delle velocità nelle condizioni iniziali ([Figura 3.34](#)).

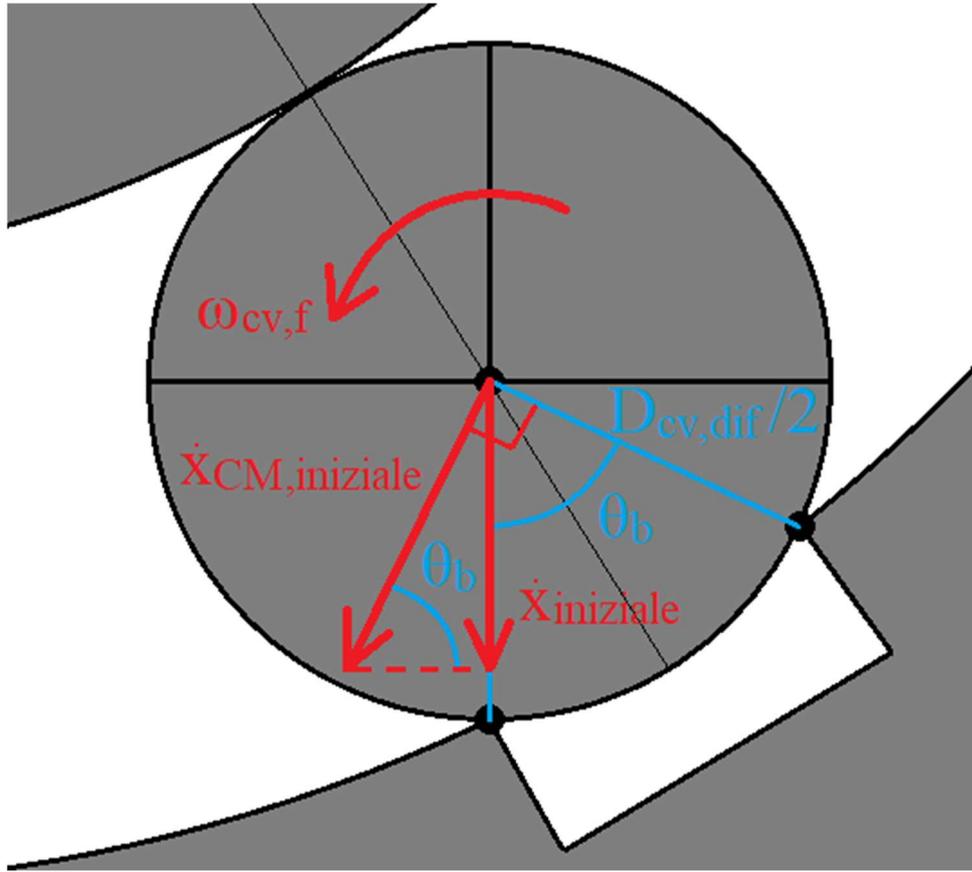


Figura 3.34, dettaglio delle velocità iniziali del corpo volvente durante la fase d'impatto, corredate di raggi ed angoli utili a determinarne la componente normale all'orlo del difetto e, quindi, utile al calcolo dell'urto

Osservando l'equazione presente all'interno del sistema, si intuisce come il contributo del secondo termine dell'equazione sia nullo nelle condizioni iniziali e, pertanto, come la costante d'integrazione dipenda, solamente dalla velocità iniziale del sistema ($\dot{x}_{iniziale}$),

$$C_1 = -\frac{\dot{x}_{iniziale}^2}{2} = -\frac{\left(\omega_{cv,f} \left(\frac{D_{cv,dif}}{2}\right) \sin(\theta_b)\right)^2}{2}$$

$$\Rightarrow C_1 = -\frac{(\omega_{cv,f}(D_{cv,dif}) \sin(\theta_b))^2}{8}$$

Pertanto, l'equazione della velocità istantanea può essere riscritta nella seguente forma, per poi esplicitarne la \dot{x} .

$$\frac{\dot{x}^2}{2} = \frac{(\omega_{cv,f}(D_{cv,dif}) \sin(\theta_b))^2}{8} + \frac{2}{3} \left(\frac{Q_{min,n}}{m_{cv}} \cdot x \cdot \cos\left(\frac{\theta_b}{2}\right) - \frac{2}{5} \frac{K_c}{m_{cv}} \cdot x^{\frac{5}{2}} \right) \sin^2(\theta_b)$$

$$\Rightarrow \dot{x}^2 = \frac{1}{4} (\omega_{cv,f}(D_{cv,dif}) \sin(\theta_b))^2 + \frac{4}{3} \left(\frac{Q_{min,n}}{m_{cv}} \cdot x \cdot \cos\left(\frac{\theta_b}{2}\right) - \frac{2}{5} \frac{K_c}{m_{cv}} \cdot x^{\frac{5}{2}} \right) \sin^2(\theta_b)$$

$$\Rightarrow \dot{x}^2 = \left(\frac{1}{4} (\omega_{cv,f}(D_{cv,dif}))^2 + \frac{4}{3} \frac{Q_{min,n}}{m_{cv}} \cos\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \cdot x - \frac{8}{15} \frac{K_c}{m_{cv}} \cdot x^{\frac{5}{2}} \right) \cdot \sin^2(\theta_b)$$

$$\Rightarrow \dot{x} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}(\omega_{cv,f}(D_{cv,dif}))^2 + \frac{4}{3} \frac{Q_{min,n}}{m_{cv}} \cos\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \cdot x - \frac{8}{15} \frac{K_c}{m_{cv}} \cdot x^{\frac{5}{2}}\right) \cdot \sin^2(\theta_b)}$$

Quest'ultima equazione rappresenta l'andamento della velocità di spostamento del centro di massa del corpo volvente, ma anche della deformazione delle superfici di contatto durante la fase d'impatto. Come anticipato, tale velocità va a ridursi come conseguenza dell'applicazione della reazione elastica, la quale sarà massima in corrispondenza dell'istante in cui si ottiene massima deformazione. Tale condizione si verifica solamente quando la velocità \dot{x} è nulla. Tuttavia, la formula in esame è molto complessa, ed è difficile ricavare il risultato richiesto analiticamente. Pertanto, la soluzione a tale quesito è stata ottenuta numericamente, definendo un vettore di 2000 valori equi-spaziati da "0" fino ad un massimo di deformazione pari 20 volte la deformazione totale del contatto privo di difetto precedentemente valutata ($\delta_{TOT,n}$). Ovviamente, l'ottenimento di una simile deformazione è assurdo da un punto di vista fisico ma, imponendo un limite superiore così ampio diventa possibile correlare efficacemente i due fenomeni di contatto, senza rischiare di incorrere in malfunzionamenti del codice. Infatti, dobbiamo ricordare che il precedente fenomeno Hertziano era riferito al caso di un contatto con le piste degli anelli, mentre il caso in esame descrive l'impatto con l'orlo del difetto, il quale, lo ricordiamo, è caratterizzato da curvature caratteristiche assai differenti. Tale vettore (x_{vett}) è poi stato applicato all'interno della formula che descrive \dot{x}^2 , implementata all'interno di MATLAB, e valutato per ciascun valore di deformazione, generando il vettore \dot{x}_{vett}^2 . Successivamente, dal momento che la velocità \dot{x} valutabile per mezzo dell'equazione precedente presenta soluzione reale solamente fintanto \dot{x}^2 si mantiene positivo, è stato implementato un ciclo FOR all'interno del codice. Tale ciclo ha controllato ogni valore di \dot{x}_{vett}^2 presente all'interno del vettore, ad ha restituito l'entità della deformazione corrispondente all'ultimo valore positivo di \dot{x}^2 in quanto esso rappresenta anche il minimo della soluzione reale di \dot{x} (memorizzando anche l'indice j di tale valore nel vettore).

Per una maggiore semplicità nella implementazione della formula all'interno del codice MATLAB, essa è stata descritta attraverso tre differenti costanti di calcolo definite separatamente.

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \frac{1}{4}(\omega_{cv,f}(D_{cv,dif}))^2 \\ b = \frac{4}{3} \frac{Q_{min,n}}{m_{cv}} \cos\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \\ c = \frac{8}{15} \frac{K_c}{m_{cv}} \\ \dot{x}_{vett}^2 = \left(a + b \cdot x_{vett} - c \cdot x_{vett}^{\frac{5}{2}}\right) \cdot \sin^2(\theta_b) \end{array} \right.$$

È bene considerare che i termini b e c devono essere moltiplicati per un fattore 1000 (all'interno del codice), al fine di realizzare la verifica dimensionale.

L'entità della velocità vera e propria è stata, poi, ottenuta implementando la seguente formula nel codice.

$$\dot{x}_{vett} = \sqrt{(\dot{x}_{vett}^2)} \quad \left[\frac{mm}{s}\right]$$

Si identifica così, applicando a \dot{x}_{vett}^2 il ciclo FOR precedentemente descritto, la massima deformazione del contatto x_{MAX} . Da essa, poi, si ricava la rispettiva forzante massima, riapplicando la formula descrittiva la reazione elastica del contatto Hertziano.

$$Q_{MAX,n} = F_{ela,MAX} = K_c \cdot x_{MAX}^{3/2}$$

Dove $Q_{MAX,n}$ rappresenta la massima forza sviluppata durante l'impatto in direzione normale alle superfici di contatto. Tale valore dovrà essere rielaborato da un punto di vista vettoriale per descrivere efficacemente il treno d'impulsi da importare nel modello FEM.

Il "tempo d'impatto" t_i , inteso come il periodo necessario alla deformazione per raggiungere il valore massimo può essere ottenuto integrando la formula appena descritta.

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}(\omega_{cv,f}(D_{cv,dif}))^2 + \frac{4}{3} \frac{Q_{min,n}}{m_{cv}} \cos\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \cdot x - \frac{8}{15} \frac{K_c}{m_{cv}} \cdot x^{\frac{5}{2}}\right) \cdot \sin^2(\theta_b)}$$

$$\Rightarrow t_i = \int_0^{x_{MAX}} \frac{dx}{\sqrt{\left(\frac{1}{4}(\omega_{cv,f}(D_{cv,dif}))^2 + \frac{4}{3} \frac{Q_{min,n}}{m_{cv}} \cos\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \cdot x - \frac{8}{15} \frac{K_c}{m_{cv}} \cdot x^{\frac{5}{2}}\right) \cdot \sin^2(\theta_b)}}$$

Tuttavia, vista la complessità risolutiva di tale integrale, ed avendo già implementato un sistema di risoluzione numerico all'interno del codice, è conveniente riscrivere la formula nella notazione discreta riportata di seguito e risolverla di conseguenza.

$$\Rightarrow t \cong \sum_{k=0}^{k=j} \Delta t_k = \sum_{k=0}^{k=j} \frac{\Delta x_k}{\dot{x}_k} = \sum_{k=0}^{k=j-1} \frac{x_{vett_{k+1}} - x_{vett_k}}{\dot{x}_{vett_k}}$$

In essa, fondamentalmente, la durata viene descritta come la sommatoria dei vari intervalli di tempo discreti, valutabili rapportando allo spostamento realizzato tra due istanti successivi la velocità media in tale intervallo (\dot{x}_k). Dal momento che,

$$v = \dot{x} = \frac{dx}{dt}$$

$$\Rightarrow dt = \frac{dx}{\dot{x}}$$

$$\text{con } dt = \frac{dx}{\dot{x}} \approx \Delta t = \frac{\Delta x}{\dot{x}}$$

Tale calcolo è stato implementato in un ciclo FOR per ciascuno dei valori del vettore di deformazioni fino al raggiungimento del i -esimo valore, ovvero, quello associato alla deformazione massima. Tale ragionamento può essere visualizzato nella seguente rappresentazione (*Figura 3.35*).

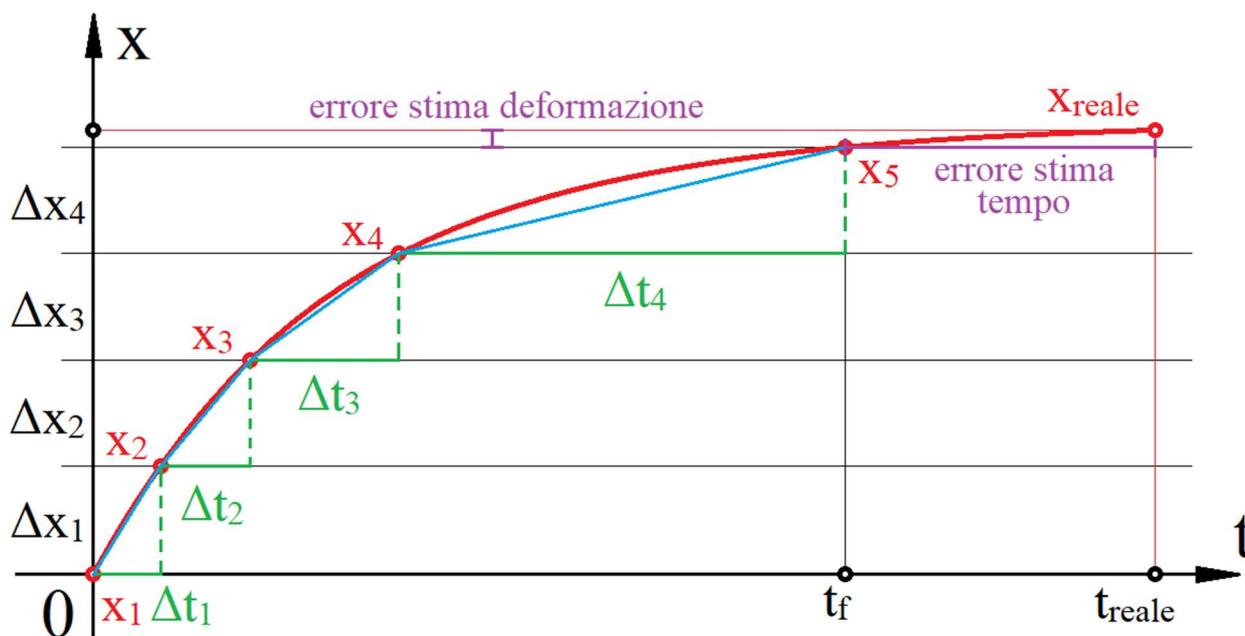


Figura 3.35, rappresentazione indicativa del metodo numerico adottato all'interno del codice MATLAB per la rilevazione della deformazione massima realizzata mediante l'urto e del rispettivo tempo d'impatto

L'andamento riportato è solamente indicativo e non rappresenta con esattezza la variazione della deformazione del contatto nel tempo. Tuttavia, la curva è comunque ragionevolmente simile a quella reale e, pertanto, riporta una buona approssimazione dell'effettiva evoluzione del fenomeno.

È inoltre interessante osservare come la figura evidenzi la comparsa di un errore che inevitabilmente si genera rispetto alla stima della deformazione massima del contatto, come conseguenza del metodo di calcolo adottato. Questo errore determina una incertezza nella stima della deformazione massima ottenuta, dal momento che il valore effettivo di tale grandezza potrebbe essere maggiore rispetto a quello ottenuto numericamente di una quota pari all'intervallo di discretizzazione costante Δx . Inoltre, si può notare anche come l'introduzione dell'errore generi un'incertezza di entità assai maggiore per quanto concerne la stima del tempo necessario a raggiungere la condizione di deformazione finale. È possibile osservare, infatti, come la gravità dei due errori appena descritti sia molto accentuata all'interno della rappresentazione, a tal punto da rendere la valutazione della durata totale t_f non rappresentativa del caso reale t_{reale} . Tuttavia, bisogna considerare che, grazie alla fitta discretizzazione del vettore di 2000 deformazioni ammissibili, l'entità dell'errore generato per mezzo del calcolo iterativo implementato nel codice è, in realtà, trascurabile. La stima della deformazione sarà, pertanto, attendibile, tuttavia, l'errore sul tempo risulterà più marcato e, conseguentemente, la stima di t sarà meno attendibile t_f .

3.4.3 La fase di riapplicazione del carico

La terza ed ultima fase dell'evento di passaggio del corpo volvente sul difetto corrisponde alla fase di riapplicazione del carico, durante la quale, la sollecitazione si riporta, dal valore massimo d'impatto al valore di carico statico che si ha in corrispondenza dell'orlo di uscita dal difetto. L'entità di tale sollecitazione può essere assunta, in buona approssimazione, come pari al valore il valore della forza applicata all'inizio della fase di rilassamento. Quest'ultima è già stata descritta nei capitoli precedenti e considerata, approssimativamente, pari al valore della forza di carico che si avrebbe quando il corpo volvente si porta al centro del difetto ipotizzando che il danneggiamento non sia presente. L'entità di

tale forza è stata definita al termine della definizione delle distribuzioni di carico come $Q_{TOT,n}$. Si riporta una rappresentazione indicativa di tale andamento (*Figura 3.36*).

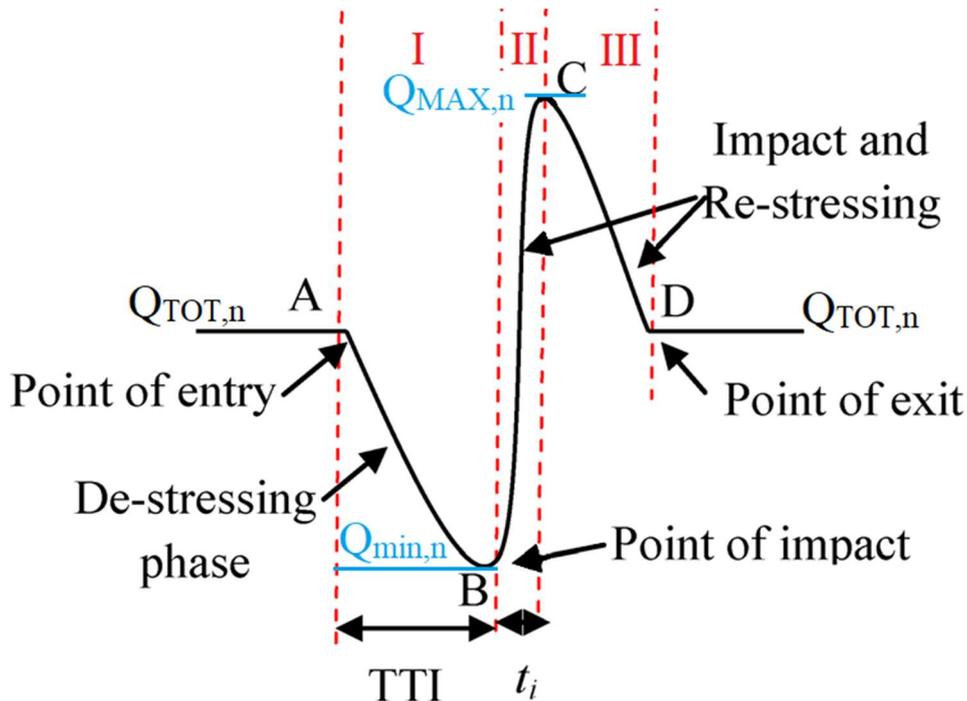


Figura 3.36, rappresentazione dell'andamento della forza associata alla distribuzione di carico durante il passaggio di un corpo volvente sul difetto in tutte e tre le fasi caratteristiche (I, II, III).

La durata della fase di riapplicazione del carico, invece, può essere stimata, in buona approssimazione, come circa pari al TTI. Questa non è una descrizione esatta del fenomeno, ma, per gli obiettivi di questo studio può essere considerata accettabile.

3.5 Definizione del vettore di forzanti

Una volta noti tutti i valori assunti dalle forze in corrispondenza degli istanti di tempo che delimitano le tre fasi e le rispettive durate, è stato possibile definire il vettore che descrive l'evoluzione delle forzanti impulsive periodiche da importare nel modello FEM. Il primo passo nella definizione del suddetto vettore consiste nel determinarne, in linea di massima, l'estensione. Per raggiungere tale scopo, la valutazione della frequenza caratteristica associata alla presenza di difetti sulla pista dell'anello esterno è sicuramente l'aspetto più importante da osservare. Tale frequenza prende il nome di "Ball-Pass Frequency for Outer race" o frequenza di passaggio della sfera su un punto della pista dell'anello esterno (*BPFO*) e viene valutata mediante la seguente formula.

$$BPFO = N_{cv,corona} \frac{f_s}{2} \left(1 - \frac{D_{cv}}{D_m} \cos(\alpha) \right)$$

Dove $N_{cv,corona}$ è il numero di corpi volventi presenti all'interno di una singola corona di rulli del cuscinetto, il quale, essendo a doppia corona, porta alla definizione della seguente formula.

$$N_{cv,corona} = \frac{N_{cv}}{2}$$

D_{cv} e D_m , invece, sono già stati descritti all'interno del capitolo di inizializzazione delle variabili di calcolo del codice e corrispondono, rispettivamente, al diametro del corpo volvente fornito dalla scheda tecnica di SKF [56], ed al diametro medio del cuscinetto o "pitch diameter". Quest'ultimo, in particolare, è stato definito come il diametro della circonferenza percorsa dai centri di massa dei corpi volventi nel loro moto di rivoluzione intorno all'asse dell'albero. Similmente, α è già stato definito come l'angolo di contatto dipendente dalla geometria del cuscinetto.

Infine, f_s rappresenta la frequenza di rotazione dell'albero su cui è montato il cuscinetto e può essere calcolata semplicemente come,

$$f_s = \Omega/60$$

Ipotizzando di fornire una velocità angolare dell'albero in rpm.

Ne consegue che, per il caso in esame, la frequenza caratteristica può essere riscritta come,

$$BPFO = \frac{N_{cv}}{2} \frac{\Omega}{2 \cdot 60} \left(1 - \frac{D_{cv}}{D_m} \cos(\alpha)\right)$$

$$\Rightarrow BPFO = \frac{N_{cv} \cdot \Omega}{240} \left(1 - \frac{D_{cv}}{D_m} \cos(\alpha)\right)$$

Si consideri, tuttavia, che tale frequenza assume significato solamente nell'ipotesi che il difetto sia posto in corrispondenza della pista dell'anello esterno del cuscinetto (condizione vera nel caso attualmente in esame). Infatti, nel caso si volesse analizzare il fenomeno della presenza di difetti sulla pista interna o sui corpi volventi, le frequenze caratteristiche da considerare sarebbero, rispettivamente la *BPFI* e la *BSF*, valutate come,

$$BPFI = N_{cv,corona} \frac{f_s}{2} \left(1 + \frac{D_{cv}}{D_m} \cos(\alpha)\right)$$

$$BSF = \frac{D_m}{2D_{cv}} f_s \left[1 - \left(\frac{D_{cv}}{D_m} \cos(\alpha)\right)^2\right]$$

Si noti, tuttavia, che, in presenza di un difetto sul corpo volvente, la frequenza di "eccitazione" del sistema sarebbe doppia rispetto alla "ball spin frequency" (*BSF*) dal momento che il danneggiamento entra in contatto una volta con la pista interna e l'altra con la pista esterna, generando due fenomeni d'impatto durante una sola rotazione. È opportuno introdurre, questo punto, anche il valore della *FTF* che descrive la frequenza associata al moto di precessione dei corpi volventi, mentre la *BSF* ne descriveva la rotazione.

$$FTF = \frac{f_s}{2} \left(1 - \frac{D_{cv}}{D_m} \cos(\alpha)\right)$$

Considerati i parametri di frequenza appena descritti, si riporta, a titolo di esempio, il valore di *BPFO*, *BPFI* e di *BSF* valutati nel caso di massima velocità di rotazione imposta all'albero durante le prove sperimentali ($\Omega = 997$ rpm) (*Tabella 3.20*).

Tabella 3.20, frequenze caratteristiche della simulazione (BPFO, BPFI, BSF) per una velocità di rotazione dell'albero di 997 rpm

Variabile	Valore numerico	Unità di misura
Ω	997	rpm
f_s	16.6	Hz
<i>BPFO</i>	135.6	Hz
<i>BPFI</i>	180.1	Hz
<i>BSF</i>	3.43	/
<i>FTF</i>	7.13	Hz

Ricordando che la trattazione seguente tratta il semplice caso di danneggiamento sull'anello esterno, nota la frequenza caratteristica d'interesse (la *BPFO*) diventa possibile ricavare il periodo della forzante impulsiva periodica che si intende definire. Infatti, essendo la frequenza pari al reciproco del periodo, possiamo determinare l'intervallo di tempo che intercorre tra un impulso e quello successivo mediante la seguente formula.

$$T = \frac{1}{BPFO}$$

Nell'ipotesi di applicare la massima velocità di rotazione $\Omega = 997$ rpm, descritta precedentemente, si ottiene il seguente periodo (*Tabella 3.21*). Si riporta, per completezza, anche il "time to impact" (*TTI*) valutato attraverso il metodo di Khanam [29].

Tabella 3.21, periodi eccitazione e time to impact nella valutazione del caso con velocità di rotazione dell'albero di 997 rpm

Variabile	Valore numerico	Unità di misura
Ω	997	rpm
<i>BPFO</i>	135.6	Hz
<i>T</i>	0.0074	s
<i>T</i>	7.4	ms
<i>TTI</i>	0.14	ms

Noto il periodo del fenomeno che va dalla generazione di un impatto fino all'urto successivo (*T*), diventa necessario determinare quella che sarà la durata totale della simulazione (t_{vett}) ed il numero di impulsi da simulare (n_{urti}). Anticipando quanto sarà esposto all'interno del capitolo successivo, è possibile affermare che la durata minima ragionevole, per una simulazione valida dei fenomeni oggetto di studio, è di 1.5 s. Tale scelta è dovuta al fatto che, durante la fase di rielaborazione dei dati, si cercherà di rappresentare l'involuppo dello spettro in frequenza delle accelerazioni. Questa procedura necessita di raccogliere dati attraverso la simulazione di fenomeni di esattamente 1s al fine di poter riportare i risultati su un digramma avente come intervallo di discretizzazione minimo di un 1 Hz e per poter, quindi, apprezzare le frequenze d'interesse. Tuttavia, considerato che una parte dei dati ottenuti dovrà comunque essere scartata a causa dei transitori di inizio simulazione, si rende necessario simulare i fenomeni per durate superiori ad 1s, ottenendo esiti via via migliori man mano che la durata della simulazione aumenta. Ad ogni modo, è stato verificato come la raccolta di dati su intervalli di tempo minori quali, per esempio, 0.5s può essere ritenuta comunque accettabile al fine di ridurre i tempi calcolo. Viceversa, si sconsiglia di eccedere in durate superiori ai 2s, dal momento che le simulazioni diventerebbero molto costose da un punto di vista computazionale.

Pertanto, a questo punto, essendo noto il singolo periodo T , pari al reciproco del $BPFO$, nonché la durata massima della simulazione t_f , diventa possibile determinare il numero di eventi d'urto modellati, mediante la formula.

$$n_{urti} = \frac{t_f}{T} = t_f * BPFO$$

Conseguentemente, ipotizzando di valutare il caso precedente, caratterizzato da un $BPFO$ di 135 Hz, all'interno di una simulazione di 1.5 s, si otterranno in totale 202-203 urti simulati, a seconda di come è stato implementato il vettore di dati in uscita. A tal proposito, il passo successivo nella definizione del vettore di tempi è stato la discretizzazione della durata dell'intera simulazione in intervalli di tempo sufficientemente brevi da apprezzare tutte le fasi che caratterizzano l'attraversamento del difetto da parte del corpo volvente (descritte da Khanam [29] e precedentemente analizzate). All'interno del testo, infatti, l'autore ricorre all'utilizzo di una serie di Fourier per rappresentare opportunamente tutti i dettagli delle forze sviluppate. Tuttavia, considerato che la durata del "time to impact" (TTI) risulta essere pari a 0.14 ms, nell'ipotesi di valutare il caso caratterizzato da una $\Omega = 997$ rpm, si intuisce facilmente come sia difficile descrivere dettagliatamente l'evoluzione delle forzanti all'interno di una simulazione così estesa nel tempo. Infatti, con eventi d'urto talmente brevi, si renderebbe necessario definire il vettore di tempi delle forzanti su intervalli inferiori a 10^{-5} s, ovvero, con frequenze di aggiornamento della funzione forzante superiori alla frequenza di campionamento dell'accelerometro utilizzato nelle prove sperimentali. Ne consegue, pertanto, che il livello di dettaglio descritto nella formulazione di Khanam [29], caratterizzata dall'utilizzo delle equazioni di Fourier per la modulazione della forzante, dovrà essere abbandonato in favore di una rappresentazione più semplice a tratti, in modo da ridurre il costo computazionale delle simulazioni.

Il vettore di tempi è stato, quindi, definito su un numero di punti dipendente dal numero di eventi rilevanti presenti all'interno di un singolo periodo, ovvero, le varie fasi descritte del fenomeno d'impatto, moltiplicate per il numero totale di urti simulati. Nello specifico, pertanto, è stato definito un vettore di tempi secondario, associato ad un singolo periodo di sollecitazione ed utile alla costruzione del vettore di tempi in uscita dal simulatore. In particolare, assumendo che il primo istante di tempo ($t = 0$ s) coincida con il momento dell'ingresso di un corpo volvente nella fase di rilassamento, il vettore secondario risulta contenere, in ordine, i valori di: TTI , descrivente la fine della fase di rilassamento, $TTI + t_i$, a rappresentare il termine della fase d'impatto, $TTI + t_i + TTI$, ad indicare il completamento della fase di riapplicazione del carico e, infine, T a concludere l'intero periodo. È possibile osservare come non sia stato inizializzato l'istante di tempo iniziale $t = 0$ s. Ciò è dovuto al fatto che, il vettore appena presentato, è stato costruito funzionalmente al suo inserimento all'interno del ciclo iterativo utile alla definizione del vettore di tempi di reale interesse per lo studio, ovvero, quello in uscita dal codice. Se, infatti, si andasse ad introdurre l'istante iniziale all'interno del vettore secondario, questo andrebbe a sovrapporsi con il valore finale dell'evento iterato precedentemente, creando una ripetizione dello stesso istante. Tale fenomeno è tanto privo di significato fisico, quanto dannoso per il calcolo numerico ed è stato, pertanto, evitato.

A questo punto, è stato, quindi, necessario inizializzare il vettore tempi in uscita, per permetterne l'inserimento all'interno del ciclo iterativo. Per descrivere tale fase, tuttavia, si rende necessario anticipare che, all'interno delle simulazioni eseguite per mezzo di Ansys, sono stati rilevati fenomeni di disturbo molto elevati nelle fasi iniziali del calcolo, per effetto dell'applicazione della componente di forza costante $Q_{TOT,n}$. Quest'ultima, infatti, risultava essere applicata in modo pressoché istantaneo e determinava l'insorgenza di accelerazioni molto elevate in fase di transitorio. Per questo motivo, si è reso necessario introdurre la quota costante delle forze simulate in modo progressivo, prima attraverso una rampa della durata di 3 periodi caratteristici, e poi attraverso un'ulteriore fase, della durata di un solo periodo, in cui avviene l'applicazione della sola componente costante senza

realizzare fenomeni impulsivi. Conseguentemente, l'inizializzazione del vettore di tempi da esportare è stata realizzata definendo i seguenti istanti notevoli: l'istante iniziale, pari a 0s, il termine della durata della rampa, pari $3 \cdot T$, ed il termine del periodo privo componente alternata ($3 \cdot T + T = 4T$).

Una volta definite le prime fasi della simulazione, atte a ridurre l'influenza dei fenomeni transitori, il vettore tempi è stato arricchito applicando iterativamente il contenuto del vettore secondario, associato ad un singolo periodo di eccitazione (T). Quest'ultimo vettore, infatti, è stato corretto per ogni iterazione del ciclo FOR, ed applicato al termine del vettore di tempi principale, per il numero totale di urti che si intende simulare. Si riporta un estratto del codice MATLAB utilizzato per definire il vettore di tempi in uscite, in modo da chiarire i passaggi precedenti.

```
t=[TTI, TTI+ti, TTI+ti+TTI, T]; % vettore tempi singolo periodo
TEMPI = [0, 3*T, 4*T]; % vettore tempi in uscita

for iterazioni = 1:n_cicli
    TEMPI = [TEMPI, 3*T+(iterazioni*T)+t];
end
```

Si osservi come si rende necessario correggere il contenuto del vettore secondario di tempi moltiplicandolo per l'iterazione che si sta eseguendo e sommando ad esso il contributo dei quattro periodi iniziali utili alla riduzione degli effetti dei transitori, dal momento che il vettore finale tempi è di tipo cumulativo.

Noto il vettore di tempi in uscita $t_{n,vett}$, si costruisce su di esso, quello di forze $F_{n,vett}$, affinché possano essere entrambi importati nel modello FEM. Come anticipato, tuttavia, data la brevità degli eventi d'impatto, non saranno applicate le metodologie descritte da Khanam [29] per rappresentare con elevato dettaglio l'andamento delle forzanti, mediante l'uso delle equazioni di Fourier, bensì, per mezzo di una, più semplice, funzione a tratti.

Conseguentemente, anche in questo caso, è stato definito un vettore secondario contenente le forze notevoli che si manifestano all'interno di un singolo periodo di eccitazione. Essendo tale vettore di forze basato su quello di tempi, i valori inseriti al suo interno saranno quelli ottenuti negli specifici istanti di tempo precedentemente elencati. Pertanto, il vettore secondario conterrà al suo interno i seguenti valori: $Q_{min,n}$ (corrispondente al valore assunto al termine della fase di rilassamento), $Q_{MAX,n}$ (percepito al termine dell'impatto), $Q_{TOT,n}$ (ottenuto una volta conclusa la fase di riapplicazione del carico) e, nuovamente, $Q_{TOT,n}$ (mantenuto costante fino al termine del periodo di eccitazione). Conseguentemente, anche in questo caso, è stato necessario eliminare il contributo del vettore di forze di riferimento in corrispondenza dell'istante iniziale, onde evitare che questo interferisse nell'implementazione del ciclo iterativo.

A questo punto, come per il caso del vettore tempi esportato, è stato necessario definire il vettore di forze principale, richiamando all'interno di un ciclo FOR il vettore secondario precedentemente descritto. Pertanto, ricordando quanto affermato in merito alla necessità di minimizzare il disturbo legato all'applicazione dei carichi negli istanti iniziali della simulazione, il vettore di forze da esportare è stato inizializzato anch'esso per mezzo di tre valori. Il primo valore di tali valori è stato imposto pari a 0N, in modo che, uguagliando il secondo a $Q_{TOT,n}$, fosse possibile definire la rampa iniziale. Il terzo parametro, invece, è stato posto nuovamente pari a $Q_{TOT,n}$ permettendo di realizzare una condizione di sollecitazione costante, priva di componenti alternate per la durata di un intero

periodo. Tale vettore, una volta definito, è stato infine arricchito con termini del vettore di forze secondario mediante l'utilizzo di un ciclo FOR, come era avvenuto in precedenza. Si riporta, anche qui, un estratto del codice per meglio comprendere il procedimento.

```
F_n_vett=[Q_min_n, Q_MAX_n, Q_TOT_n, Q_TOT_n]; % vettore sec.
FORZE_n = [0, Q_TOT_n, Q_TOT_n]; % vettore finale

for iterazioni2 = 1:n_cicli
    FORZE_n = [FORZE_n, F_n_vett];
end
```

Si noti ora come, diversamente da com'era avvenuto per il vettore tempi, quello di forze non necessita di accorgimenti correttivi all'interno dell'iterazione, dal momento che tratta di un vettore periodico e non cumulativo.

Una volta ottenuto il vettore di forze $F_{n,vett}$, si è reso necessario tradurlo in una notazione vettoriale compatibile con il sistema di riferimento adottato all'interno del modello FEM, affinché questo possa importare efficacemente le sollecitazioni simulate. La seguente rappresentazione (*Figura 3.37*) riporta un'anteprima del sistema di riferimento presente nel modello Ansys, in quanto utile alla definizione dei calcoli di scomposizione.

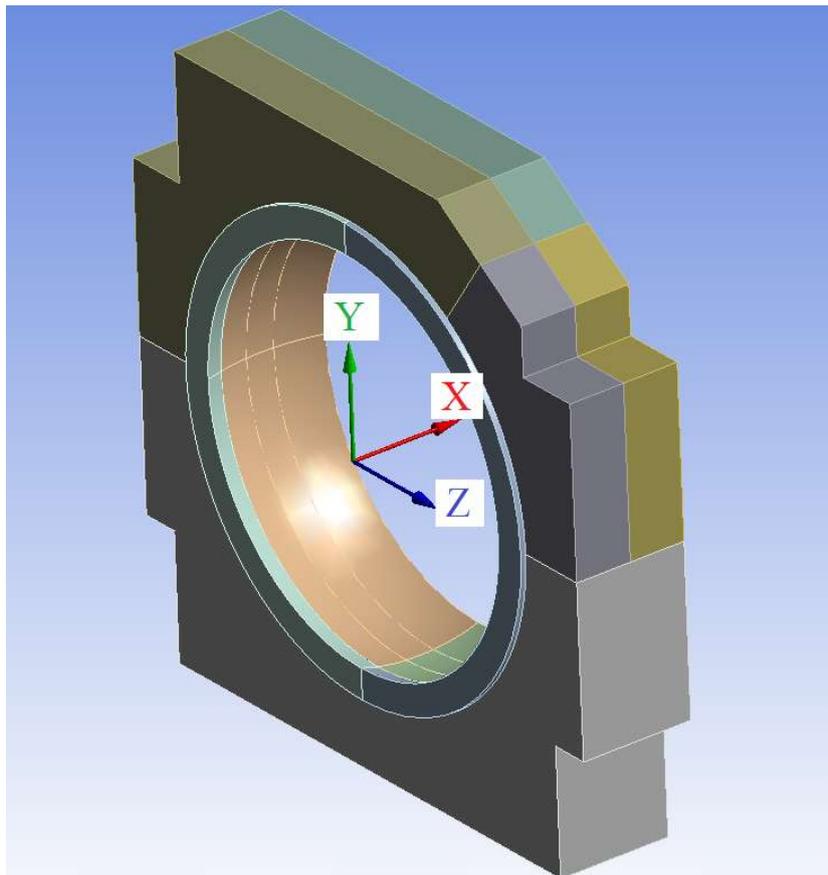


Figura 3.37, sistema di riferimento adottato dal modello in Ansys

Come si può osservare, l'asse X coincide con l'asse di rotazione dell'anello interno, ed è rivolto in direzione opposta rispetto alla posizione del difetto. L'asse Y è, invece, rivolto verticalmente verso l'alto, mentre l'asse Z è ricavato a partire dagli altri due per mezzo della "regola della mano destra".

Si consideri, tuttavia, che, il vettore di forze appena descritto trova validità nell'ipotesi che l'angolo di contatto sia pari ad α , a seguito di una trasmissione dei carichi geometrica, come definita da Harris [5]. Tuttavia, è stato anticipato, e sarà ripreso nelle pagine seguenti, il fatto che la posizione del difetto si colloca lungo un asse posto ad un angolo α_{dif} differente da α . Conseguentemente, in teoria, la forza ottenuta non sarebbe esatta per la definizione del carico in tale direzione. Tuttavia, vista la ridotta differenza tra i due angoli appena descritti e le varie approssimazioni precedentemente effettuate, si è deciso, per semplicità, di mantenere costante il modulo della forzante $F_{n,vett}$ e di supporla, in buona approssimazione, normale alla superficie della pista in corrispondenza del difetto. Tale ipotesi trova ulteriore validità dal momento che la forzante $F_{n,vett}$ è stata valutata facendo riferimento a quella che dovrebbe essere la massima forza trasmessa dall'orma di contatto tra corpo volvente ed anello. Se si considera che i danneggiamenti sono stati realizzati appositamente sui cuscinetti in corrispondenza delle zone tipicamente soggette a cedimento, è comunque ragionevole sostenere che la forzante massima sia applicata in tali punti.

Pertanto, nota la precedente considerazione così come il sistema di riferimento adottato, è possibile determinare le relazioni trigonometriche che intervengono nella scomposizione del vettore di forze normali alla superficie precedentemente descritto. Tali relazioni sono,

$$F_{x,vett} = -F_{n,vett} \sin(\alpha_{dif})$$

$$F_{y,vett} = -F_{n,vett} \cos(\alpha_{dif}) \cdot \cos(\psi)$$

$$F_{z,vett} = -F_{n,vett} \cos(\alpha_{dif}) \cdot \sin(\psi)$$

Dove il primo elemento del pedice rappresenta la direzione di applicazione della forza. Si osservi, ora, come la forzante normale ($F_{n,vett}$) debba essere proiettata nelle varie componenti con segno negativo. Ciò è dovuto al fatto che si sta studiando una condizione di sollecitazione con carico radiale esterno rivolto verso il basso, ed inoltre si assume il valore di ψ come positivo in senso antiorario. La quota in direzione "X", in particolare, è da assumersi negativa in quanto il difetto è posto "a sinistra dell'origine" ma, tale segno, dovrebbe essere invertito se il difetto fosse posto in corrispondenza della corona di rulli opposta.

Si riportano, nella pagina seguente, un paio di rappresentazioni indicative, volte ad esplicitare le proiezioni delle forze in relazione agli angoli introdotti. La prima riporta la sola componente assiale (**Figura 3.38**), la seconda introduce la quota radiale suddivisa nelle direzioni "Y" e "Z" (**Figura 3.39**).

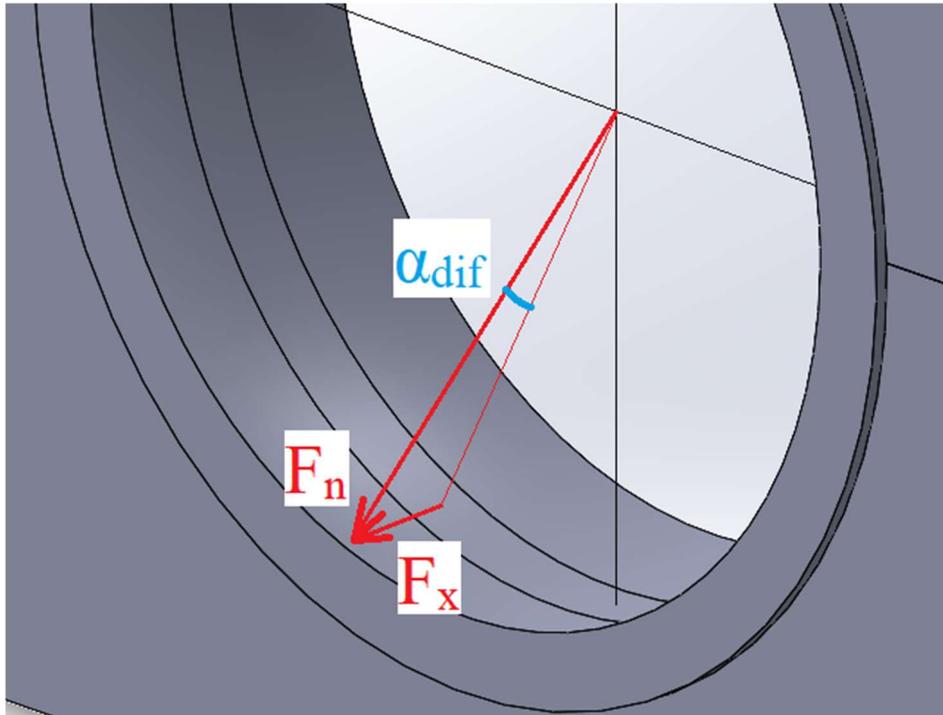


Figura 3.38, proiezione della forza normale al contatto nella sua componente assiale (X)

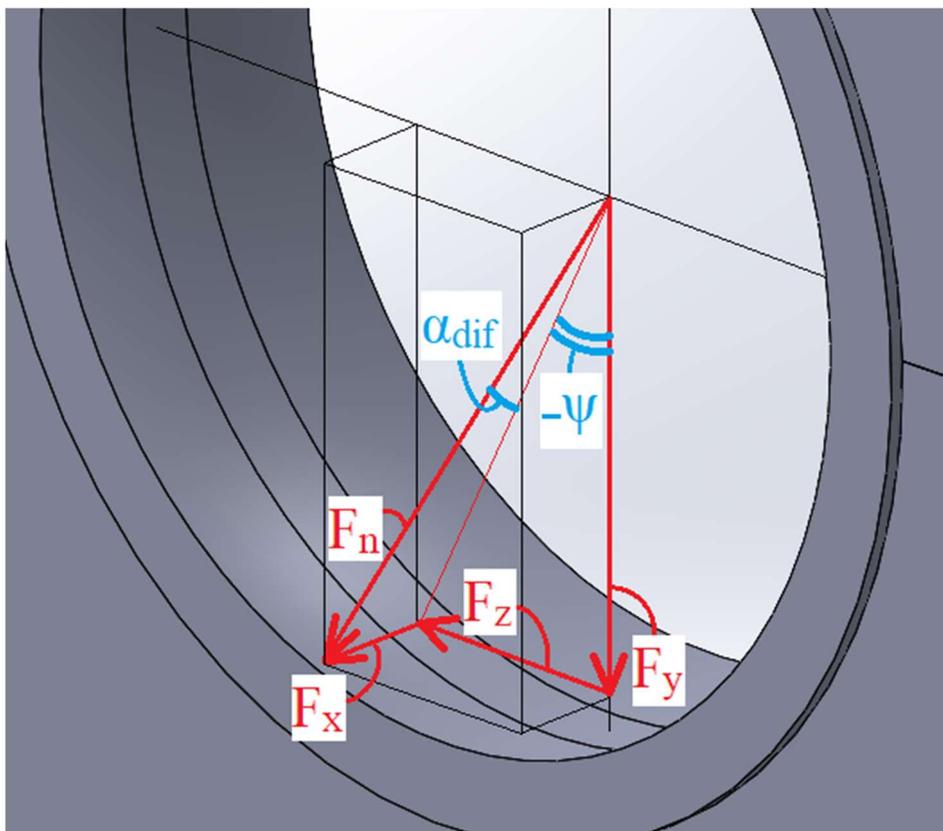


Figura 3.39, scomposizione della forza normale al contatto nelle direzioni principali: X (assiale) ed Y, Z (radiali)

Si specifica, infine, che gli angoli d'interesse utilizzati sono α_{dif} , ovvero l'angolo di contatto "corretto" rispetto alla posizione del difetto, e ψ , ovvero l'angolo che descrive la posizione del difetto rispetto all'asse verticale già utilizzato nel calcolo delle distribuzioni di carico. Per quanto concerne il primo di questi due angoli, esso è stato inizializzato nel primo sotto-capitolo dello sviluppo del

codice MATLAB ed è stato dedotto mediante l'analisi del modello CAD del cuscinetto fornito da SKF. La rappresentazione del confronto tra tale angolo e l'angolo di contatto geometrico (α) è già stata presentata all'interno della **Figura 3.4**, che viene ad essere richiamata per maggior chiarezza.

In conclusione, così facendo, si ottiene l'output dell'intero modello di simulazione delle forze, il cui risultato consiste, specificamente, in tre vettori di forze, associati ad un vettore di tempi, qui di seguito riportati.

$$\begin{cases} t_{vett} \\ F_{x,vett} \\ F_{y,vett} \\ F_{z,vett} \end{cases}$$

Nelle pagine seguenti, si riportano una serie di rappresentazioni esemplificative delle tre componenti di forza in questione, valutate nel tempo, nell'ipotesi di applicare le seguenti condizioni di simulazione (**Tabella 3.22**).

Tabella 3.22, esempio parametri in input (effettivamente utilizzati) per la determinazione del vettore di forzanti impulsive

Variabile	Valore numerico	Unità di misura	Note
F_r	62.4	kN	Carico radiale applicato esternamente
F_a	0	kN	Carico assiale applicato esternamente
Ω	997	rpm	Velocità di rotazione dell'albero/anello interno
ψ	0	deg	Angolo di posizione del difetto sull'anello esterno, riferito alla verticale
α_{dif}	12.5	deg	Angolo di contatto del difetto (posto sull'anello esterno)
D_{dif}	2	mm	Diametro del difetto
H_{dif}	0.5	mm	Profondità del difetto

Le prime due immagini riportano l'andamento della forzante normale alla superficie, rispettivamente, per l'intera durata della simulazione (1.5s) (**Figura 3.40**) ed in una rappresentazione di dettaglio dei primi 60 ms dello studio (**Figura 3.41**). Si noti la presenza della rampa iniziale così come del primo ciclo dotato di sola componente di forza costante

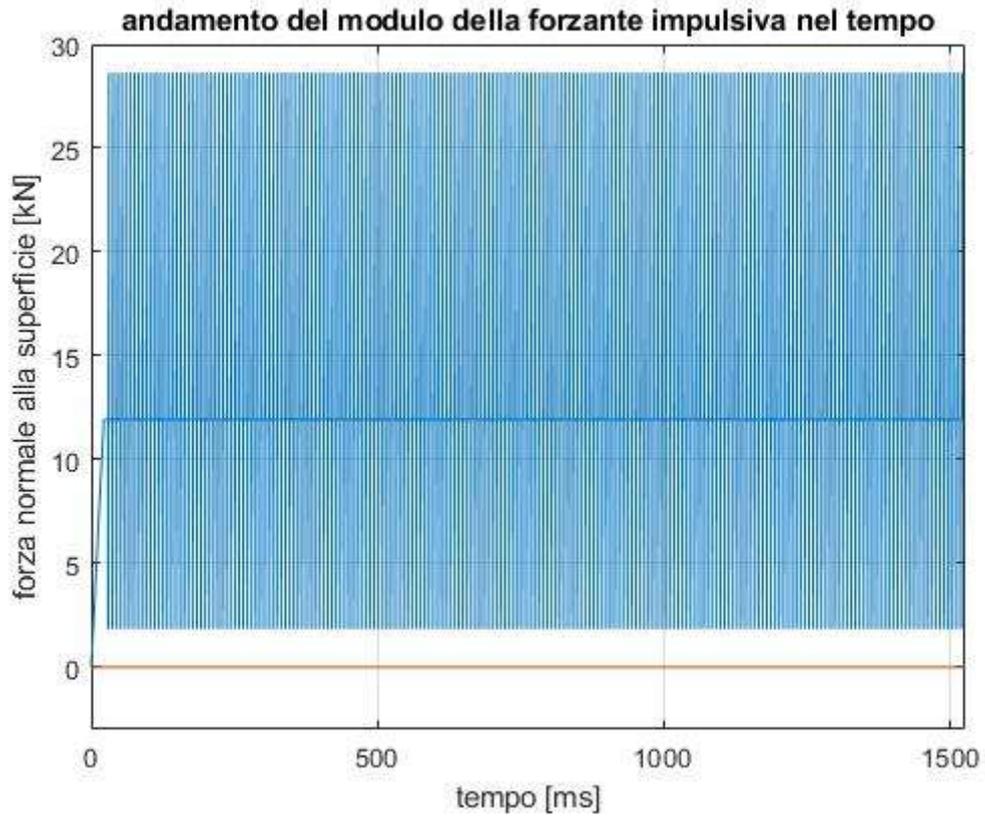


Figura 3.40, andamento della forzante impulsiva normale al contatto, valutata per l'intera durata della simulazione

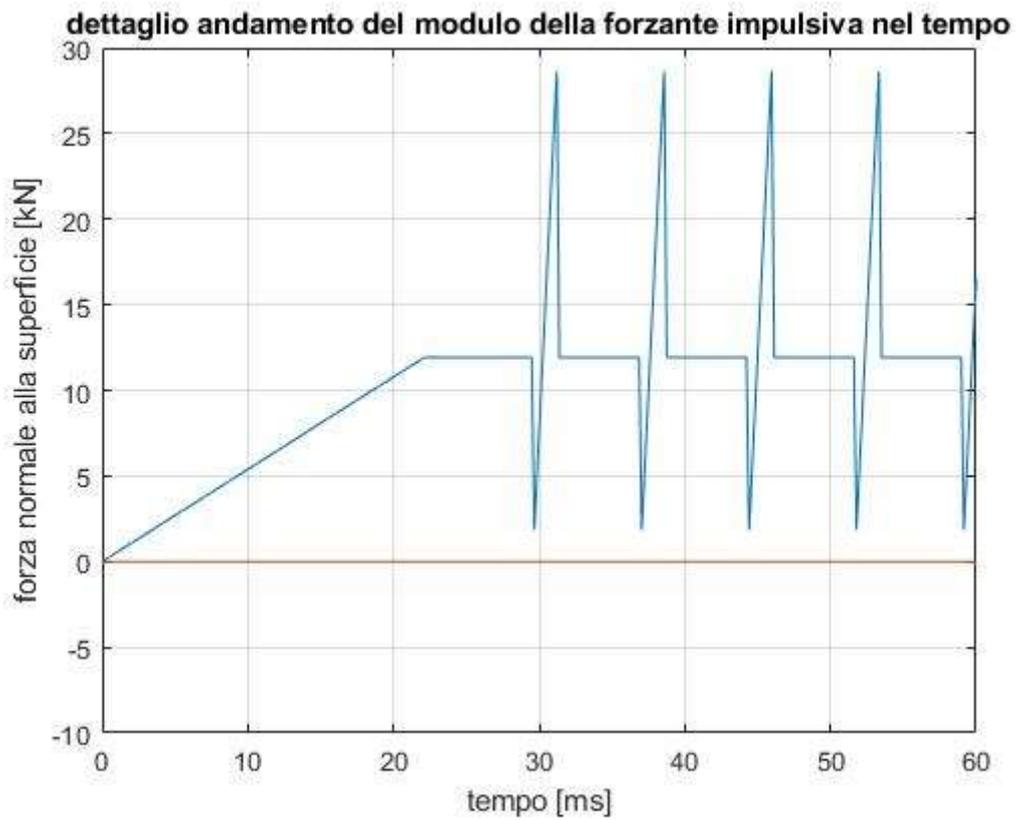


Figura 3.41, andamento della forzante impulsiva normale al contatto, valutata per i primi 60 ms della simulazione

Le successive tre figure riportano, invece, la stessa forzante, suddivisa nelle sue componenti cartesiane, rispettivamente X (*Figura 3.42*), Y (*Figura 3.43*) e Z (*Figura 3.44*). Si noti, come il segno delle forze sia diventato negativo, dal momento che il loro verso di applicazione è rivolto verso il basso, ovvero, opposto alle direzioni del sistema di coordinate principali del modello Ansys, precedentemente anticipato. Si osservi, inoltre, come la quota X risulti assai ridotta rispetto alla quota Y, vista l'assenza di sollecitazioni assiali esterne che determina una prevalenza del carico in direzione radiale. La quota di carico Z, infine, risulta nulla, dal momento che l'angolo ψ , che descrive la posizione del difetto rispetto alla verticale, è stato posto pari a 0° .

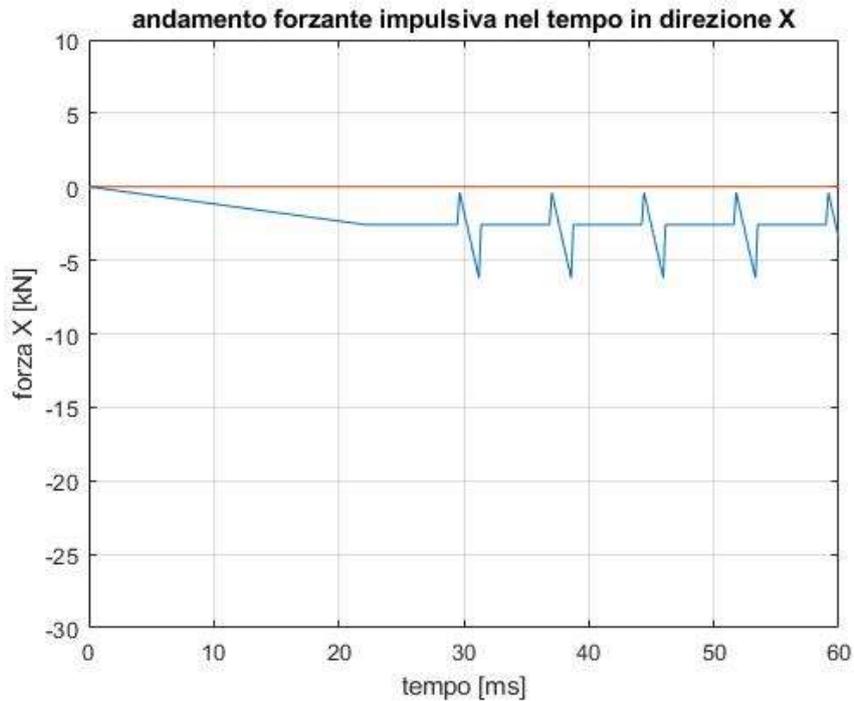


Figura 3.42, andamento della forzante impulsiva in direzione X, valutata per i primi 60 ms della simulazione

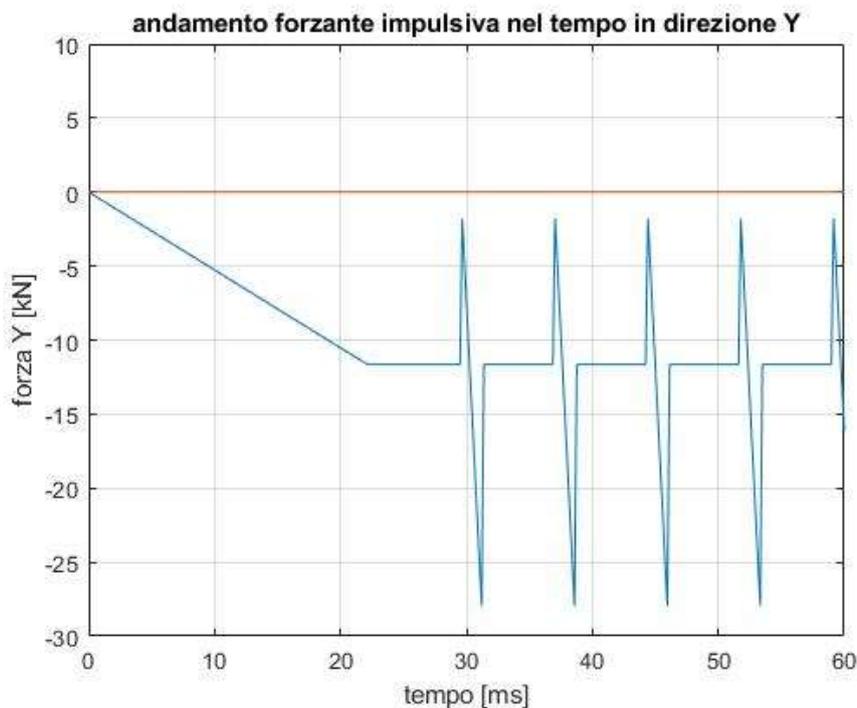


Figura 3.43, andamento della forzante impulsiva in direzione Y, valutata per i primi 60 ms della simulazione

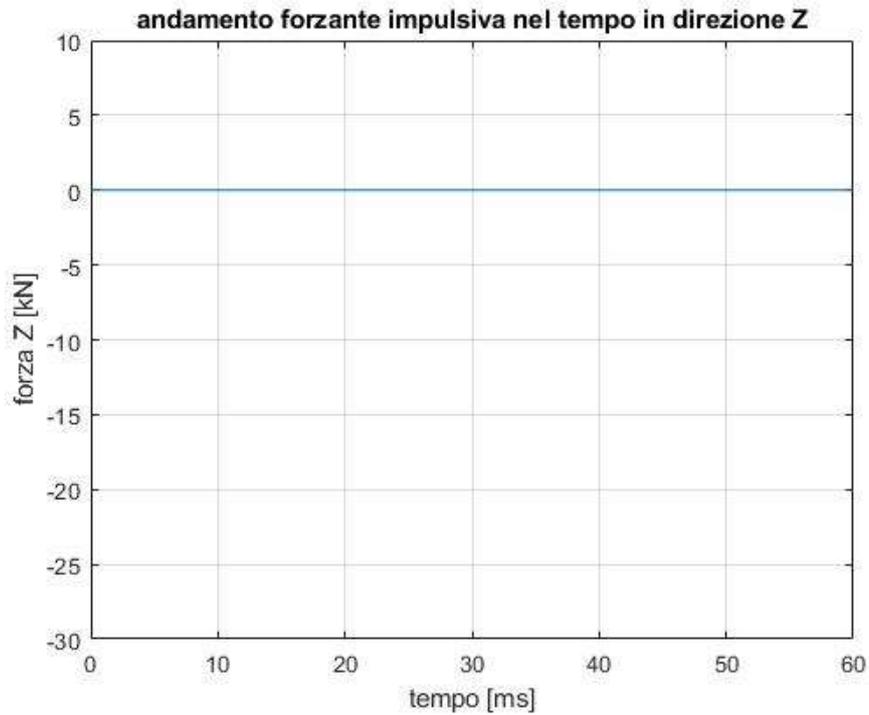


Figura 3.44, andamento della forzante impulsiva in direzione Y, valutata per i primi 60 ms della simulazione

Per massimizzare la fruibilità dei risultati ottenuti, questi sono stati raggruppati in un'unica matrice i cui vettori colonna corrispondono, rispettivamente, ai vettori: t_{vett} , $F_{x,vett}$, $F_{y,vett}$ ed $F_{z,vett}$. Infine, il contenuto di tale matrice è stato memorizzato all'interno di un file di testo il cui nome identifica le condizioni di carico simulate (rispettivamente, velocità di rotazione, carico radiale esterno, carico assiale esterno), per favorirne, non solo la tracciabilità, ma anche il trasferimento in Ansys.

Capitolo 4

Simulazione delle vibrazioni

Una volta ultimato il programma di calcolo delle forzanti, si è passati alla definizione dei modelli CAD-3D utili alla realizzazione dell'analisi FEM. Più precisamente, all'interno dello studio sono stati modellati l'anello esterno del cuscinetto e l'adattatore "radiale" presente all'interno del banco prova per l'applicazione dei carichi "esterni". Si è deciso di implementare all'interno del software CAD questi due componenti, in quanto il cuscinetto rappresenta, chiaramente, l'elemento attraverso il quale viene eccitata la struttura, mentre l'adattatore è il componente su cui è fissato l'accelerometro utilizzato per la raccolta di dati sperimentali. Conseguentemente, i fenomeni vibrazionali rilevati in laboratorio sono influenzati tanto dai cuscinetti danneggiati quanto dagli adattatori che li avvolgono, dal momento che le accelerazioni rilevate dipendono anche dalla massa e dallo smorzamento di tali elementi, interposti tra sorgente della sollecitazione e punto di rilievo. La *Figura 4.1*, tratta dal laboratorio, identifica gli elementi citati all'interno del banco prova preso a riferimento.

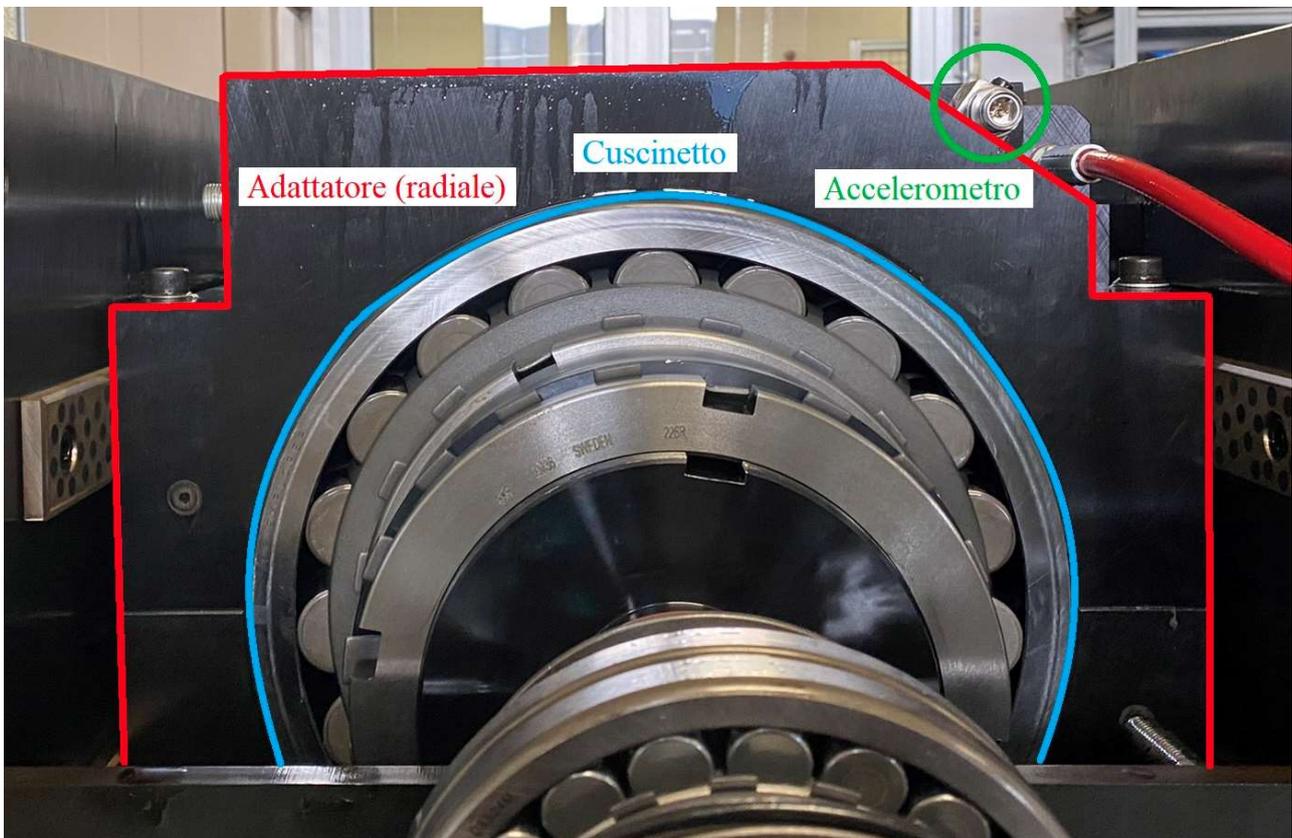


Figura 4.1, vista frontale dell'insieme cuscinetto-adattatore radiale (dotato di accelerometro) presente nel banco prova

Dal momento che l'adattatore su cui è montata la sensoristica è solidale all'anello esterno del cuscinetto, solamente questo è stato modellato all'interno del programma. Infatti, il principale beneficio della simulazione delle forzanti legate al passaggio dei corpi volventi sui difetti tramite un codice di calcolo analitico, risiede nella possibilità di sfruttare un modello FEM semplificato privo di complesse interazioni multi-body. Queste ultime, infatti, renderebbero l'analisi estremamente costosa da un punto di vista computazionale, estendendo notevolmente i tempi di calcolo. Con il metodo adottato, invece, si riportano le geometrie semplici degli elementi statici (adattatore ed anello esterno), non si introducono componenti rotanti, e non si definiscono condizioni di contatto

complesse, ma si simulano direttamente i loro effetti sugli elementi fissi. Si rende, pertanto, necessario applicare solamente minime correzioni al codice ed al modello FEM per simulare condizioni di carico e di danneggiamento totalmente diverse. Inoltre, a seguito di opportuni accorgimenti, il sistema rimane aperto a numerosi possibili percorsi di potenziamento senza necessità di rivedere in maniera estesa quanto trattato, per esempio, riadattando il codice al caso con difetti posti **non** sull'anello esterno.

Per quanto concerne la geometria del cuscinetto (SKF 22240 CCK/W33), essa è stata fornita dall'azienda produttrice SKF attraverso il rispettivo catalogo multimediale presente sul sito internet [55]. Viceversa, la geometria dell'adattatore è stata realizzata sulla base dei dati tecnici, dei disegni e delle specifiche relative al componente, il quale, lo si ricorda, era stato precedentemente progettato e prodotto all'interno del Politecnico di Torino. La realizzazione delle rappresentazioni CAD-3D di entrambi i componenti, ed il loro assemblaggio in un unico assieme, è avvenuta per mezzo del software Solidworks.

I modelli così ottenuti sono stati, successivamente, sottoposti ad una serie di modifiche e rielaborazioni utili ad una efficace risoluzione ed ottimizzazione delle simulazioni. Queste ultime sono state realizzate attraverso l'importazione delle forzanti impulsive simulate dal codice MATLAB descritte al termine del capitolo precedente, ed hanno permesso di stimare il comportamento vibrazionale dell'intero assieme. Di seguito vengono riportati i passaggi relativi allo sviluppo dei modelli CAD, la loro semplificazione e modifica, fino alla conversione in sistemi utili alla realizzazione di una FEM. Infine, si riportano alcune informazioni in merito alle soluzioni ottenute, le quali, tuttavia, saranno valutate in maggior dettaglio nel capitolo successivo.

Si consideri, infine, che, sebbene all'interno del banco prova siano presenti in totale quattro cuscinetti corredati da rispettivi adattatori sottoposti a test, solamente uno di tali assiami è stato modellato all'interno del software. Nello specifico, è stato considerato, chiaramente, il "blocco" contenente il cuscinetto danneggiato. La *Figura 4.2* evidenzia l'assieme studiato rispetto all'intero banco prova.

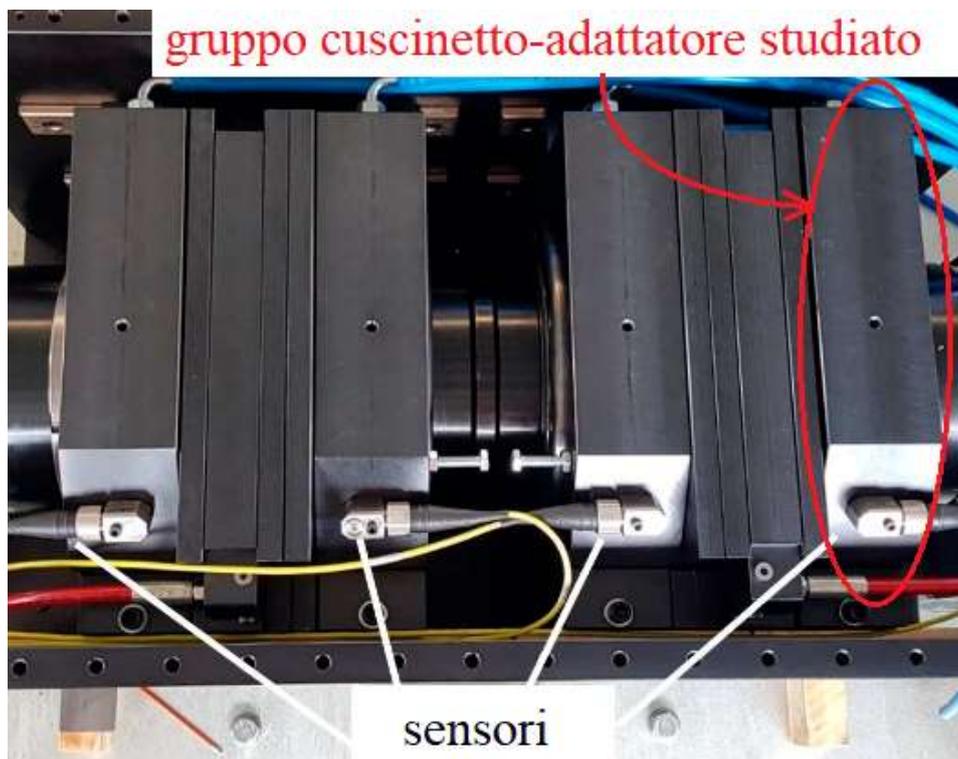


Figura 4.2, vista superiore del banco prova con dettaglio dell'assieme cuscinetto-adattatore contenente il componente danneggiato

4.1 Elaborazione su Solidworks

La prima fase della definizione del modello FEM è stata l'importazione e/o la costruzione delle geometrie per mezzo del software Solidworks. Come anticipato, il modello digitale del cuscinetto (SKF 22240 CCK/W33) era già disponibile sul catalogo multimediale del costruttore (SKF) [56] e, conseguentemente, il rispettivo file è stato semplicemente importato e le funzioni descriventi le geometrie ricostruite. Il design è costituito da un assieme di parti definite separatamente, di cui: 1 anello esterno, 1 anello interno e 38 corpi volventi a forma di botte. Si riportano di seguito una rappresentazione completa dell'assieme ed una sua sezione rappresentativa (*Figura 4.3*).

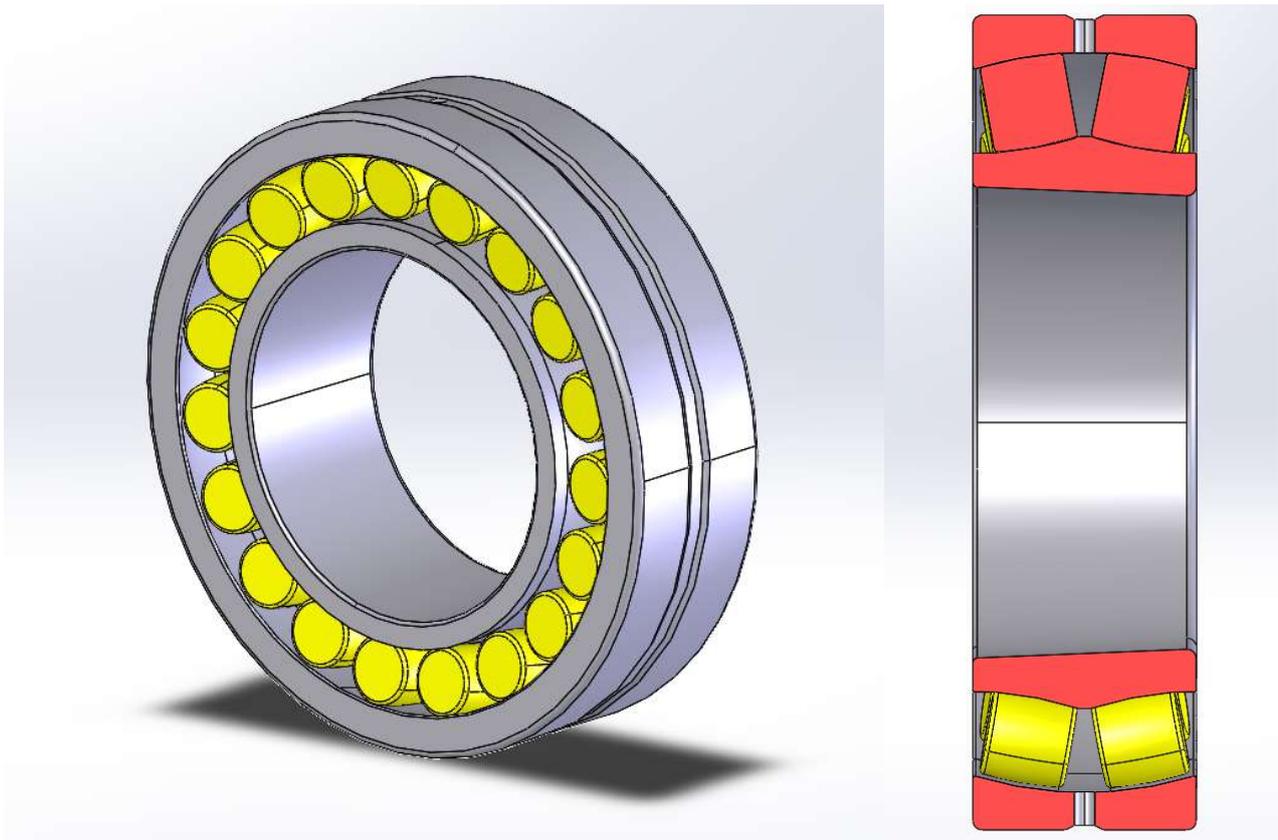


Figura 4.3, una vista completa dell'assieme (a sinistra) e rispettiva sezione passante per l'asse centrale (a destra) del modello CAD del cuscinetto SKF 22240 CCK/W33 oggetto di studio

Si noti, dalla rappresentazione, come l'anello interno sia di tipo conico per favorire calettamento e bloccaggio. Il modello esposto, in realtà, è già stato preso in considerazione nel capitolo precedente risultato in quanto utile alla determinazione dei parametri geometrici da implementare all'interno del codice MATLAB. In particolare, le informazioni relative i raggi di curvatura caratteristici di piste e corpi volventi, non essendo forniti all'interno della scheda tecnica del cuscinetto, sono state ricavate quotando le funzioni costruttive delle geometrie d'interesse. Tuttavia, come anticipato, per lo sviluppo del modello 3D utile alla realizzazione della simulazione FEM, solamente l'anello esterno è stato preso a riferimento dall'assieme. Se ne riporta di seguito una immagine di dettaglio (*Figura 4.4*).



Figura 4.4, modello CAD Solidworks del solo anello esterno del cuscinetto SKF 22240 CCK/W33 oggetto di studio

Per quanto concerne il modello dell'adattatore, esso si compone di due parti, una "superiore", su cui è presente l'alloggiamento per l'accelerometro, ed una "inferiore", dalla geometria simile ma semplificata a causa dell'assenza dell'alloggiamento. Tali parti sono tenute serrate per mezzo di bulloni una volta montate all'interno del banco prova, ma questi ultimi, non essendo utili alla simulazione, non sono stati rappresentati. Anche in questo caso, a fine illustrativo, si riportano alcune rappresentazioni del componente suddiviso nelle due metà, rispettivamente, superiore (*Figura 4.5*) e inferiore (*Figura 4.6*).

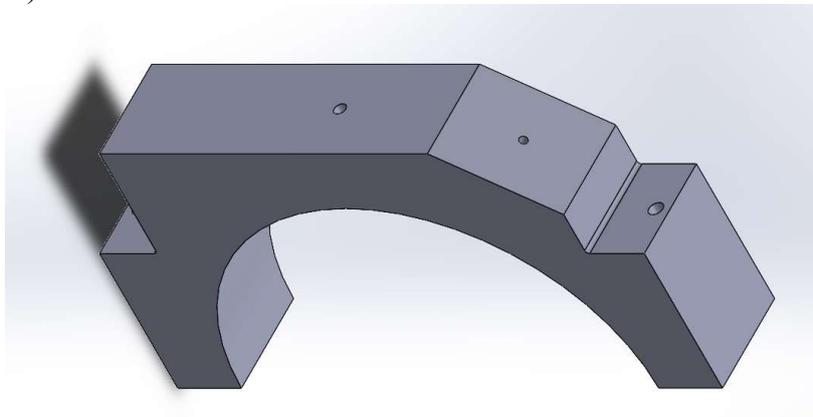


Figura 4.5, modello CAD Solidworks della metà superiore dell'adattatore radiale (dotata di sede per accelerometro)

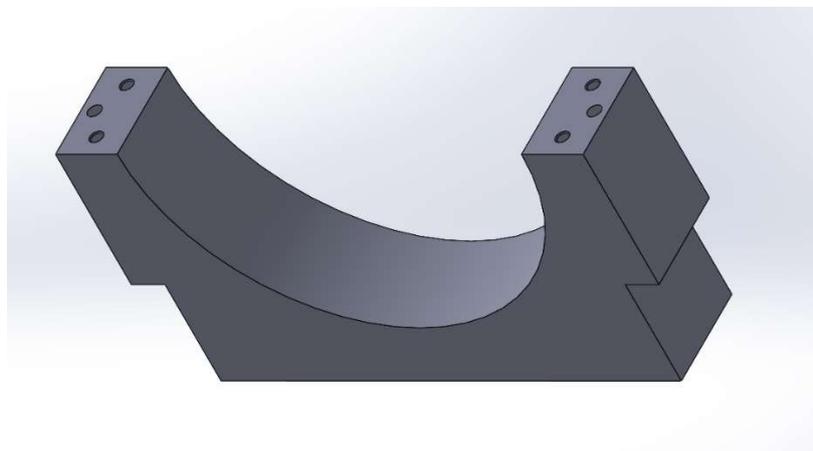


Figura 4.6, modello CAD Solidworks della metà inferiore dell'adattatore radiale

4.1.1 Semplificazione del modello

Come è possibile notare dalle precedenti rappresentazioni, i modelli forniti sono caratterizzati da geometrie complesse, dotate di fori passanti, cave e raccordi. Simili dettagli costruttivi, sebbene fondamentali per la funzionalità dei componenti, risultano sconvenienti per una analisi FEM, dal momento che tendono ad affinare eccessivamente la mesh in punti di scarso interesse per lo studio in questione. Questo è un problema significativo dal momento che determina un aumento del costo computazionale della simulazione senza fornire particolari benefici a vantaggio della qualità dei risultati ottenuti. Per questa ragione, i modelli precedentemente descritti sono stati sottoposti ad una procedura di semplificazione del design attraverso le seguenti modifiche.

Per quanto concerne l'anello esterno del cuscinetto, ad esso sono stati rimossi i fori per il passaggio del lubrificante, i raccordi ai lati dell'anello ed il canale centrale (sempre adibito ad un miglioramento della lubrificazione interna del cuscinetto). La rappresentazioni seguenti evidenziano tali modifiche prima che vengano applicate (*Figura 4.7*), e successivamente alla loro realizzazione (*Figura 4.8*). È stata, invece, preservata la geometria della pista interna dell'anello e le dimensioni principali.

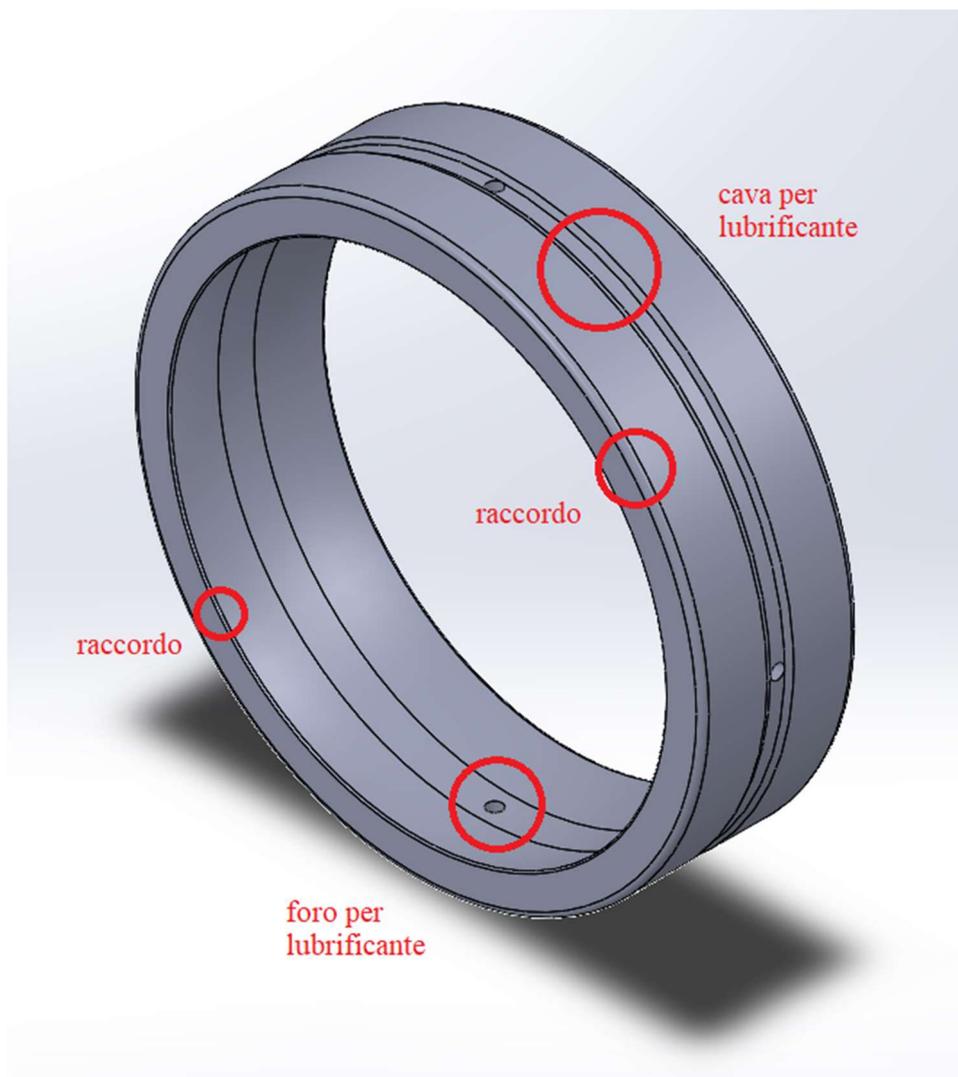


Figura 4.7, dettaglio delle semplificazioni effettuate sul modello CAD Solidworks dell'anello esterno del cuscinetto

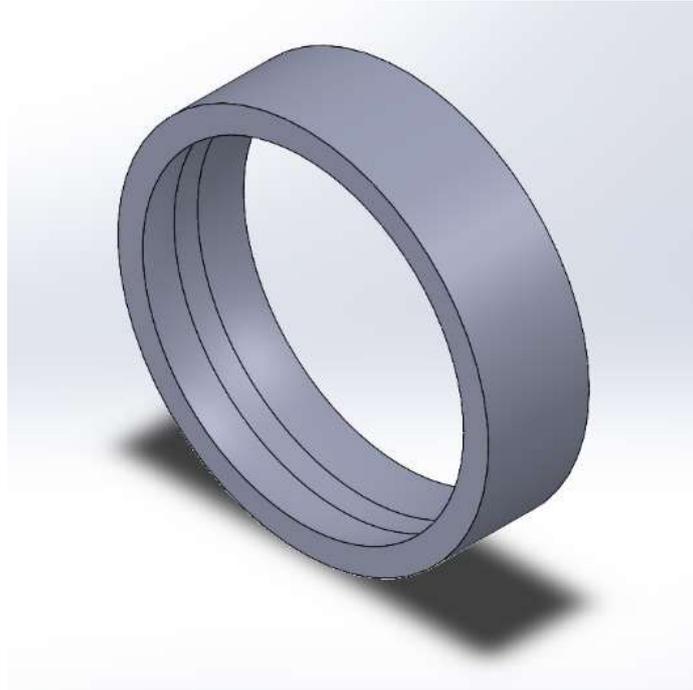


Figura 4.8, rappresentazione del modello CAD Solidworks dell'anello esterno del cuscinetto a valle delle semplificazioni

Similmente, per quanto riguarda le due metà dell'adattatore, queste sono state anch'esse private dei raccordi e degli smussi presenti in corrispondenza degli spigoli. Anche in questo caso, inoltre, sono state rimosse le cavità, sebbene la loro funzione fosse differente, dal momento che esse erano adibite al passaggio degli organi di serraggio e all'alloggiamento dell'accelerometro. Le modifiche effettuate sono riportate nelle seguenti rappresentazioni per la metà superiore (Figura 4.9) e quella inferiore (Figura 4.10). Si precisa che, dal momento che tali semplificazioni saranno facilmente visibili all'interno dell'assieme finale del modello, differentemente dal caso dell'anello del cuscinetto, non saranno riportate le immagini delle parti a valle della procedura di semplificazione.

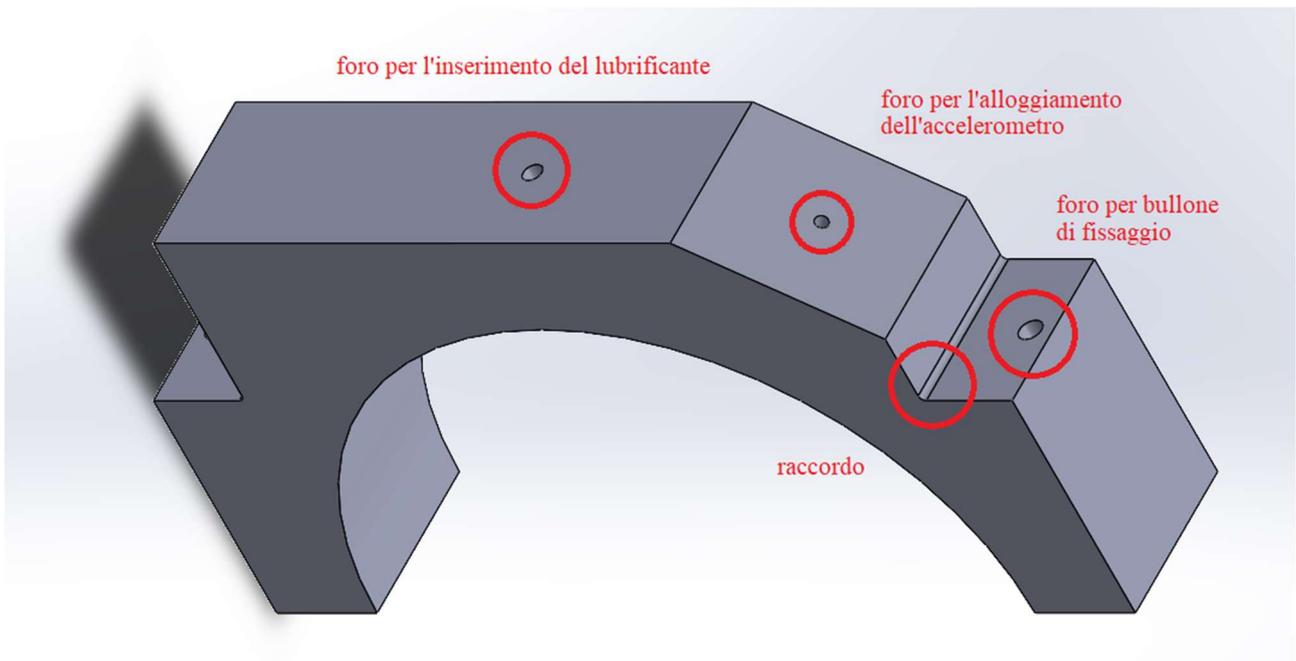


Figura 4.9, dettaglio delle semplificazioni effettuate sul modello CAD Solidworks della metà superiore dell'adattatore radiale

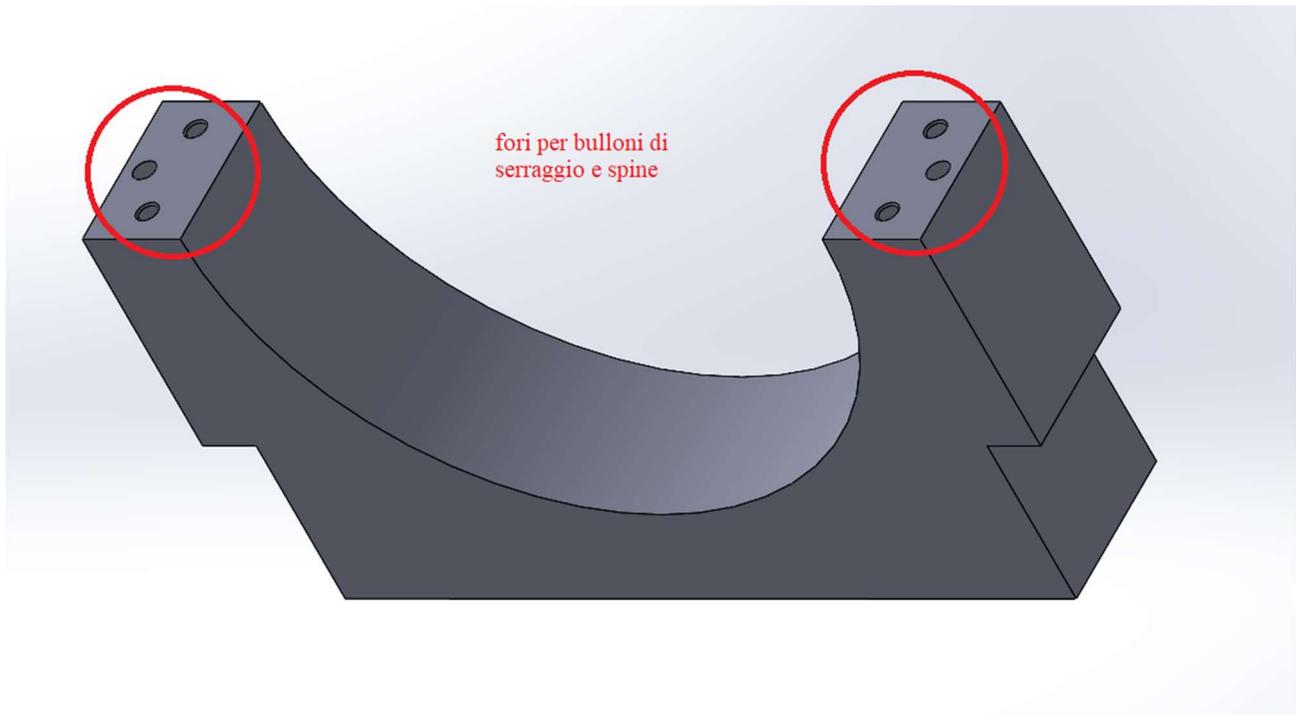


Figura 4.10, dettaglio delle semplificazioni effettuate sul modello CAD Solidworks della metà inferiore dell'adattatore radiale

4.1.2 Suddivisione del modello (per evidenziare punti notevoli)

Una volta semplificati, i design realizzati su Solidworks risultavano adatti alla realizzazione di una simulazione FEM. Tuttavia, durante il tentativo di importare tali modelli all'interno del software Ansys per l'analisi delle vibrazioni, non è stato possibile trasferire alcuni punti notevoli della geometria, ovvero, la posizione del difetto, in cui applicare la forzante impulsiva, e quella dell'accelerometro, da cui ricavare le informazioni in merito alle oscillazioni del sistema. Per questa ragione si è reso necessario "scomporre" il modello in corrispondenza di tali punti per poter trasferire l'informazione geometrica nel secondo programma. Per questo motivo, il design dell'anello esterno è stato suddiviso in quattro componenti mediante due piani perpendicolari, la cui congiunzione, in corrispondenza della superficie della pista, corrisponde all'esatta posizione del difetto sull'anello esterno. Se ne riporta una rappresentazione per chiarezza nella pagina seguente ([Figura 4.11](#)), nonché, un estratto della tavola contenente le informazioni relative al difetto ([Figura 4.12](#)).

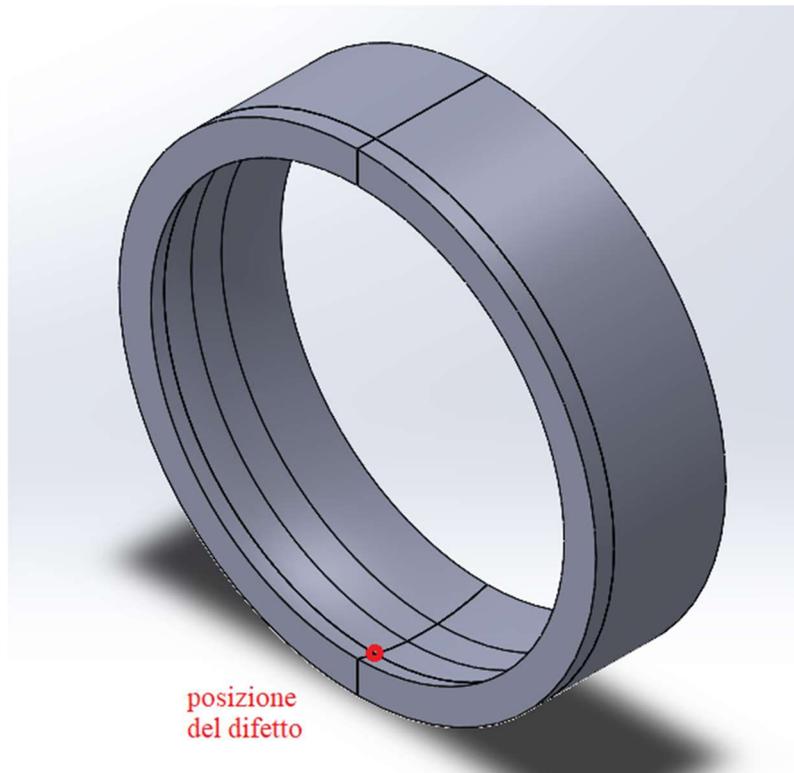


Figura 4.11, rappresentazione del modello suddiviso dell'anello esterno, con evidenziata la posizione del difetto

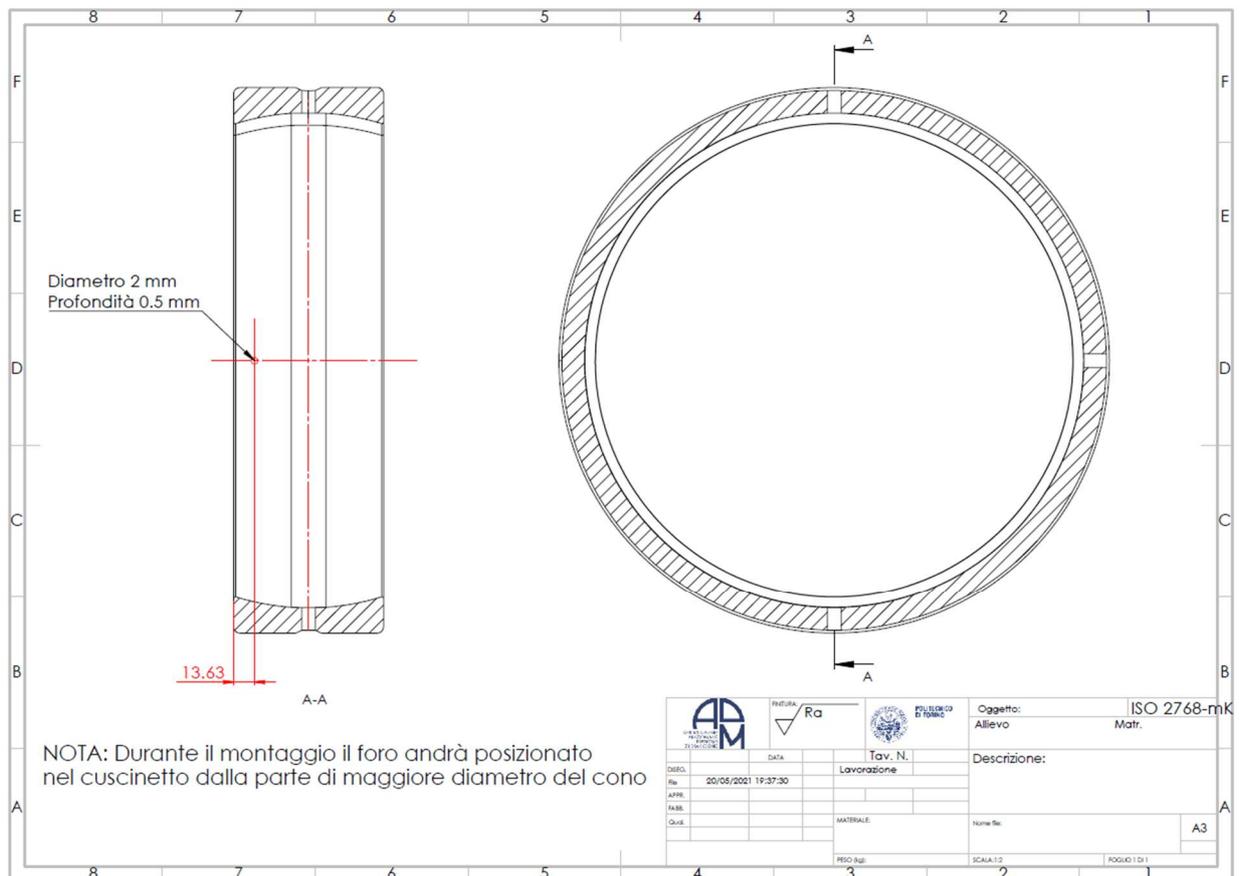


Figura 4.12, tavola fornita dal costruttore recante le informazioni relative le dimensioni e la posizione del difetto

A seguito di un ragionamento analogo al precedente, la geometria dell'adattatore "superiore" è stata anch'essa frammentata al fine di evidenziare la posizione della sede dell'accelerometro. Se ne riporta una rappresentazione (*Figura 4.13*).

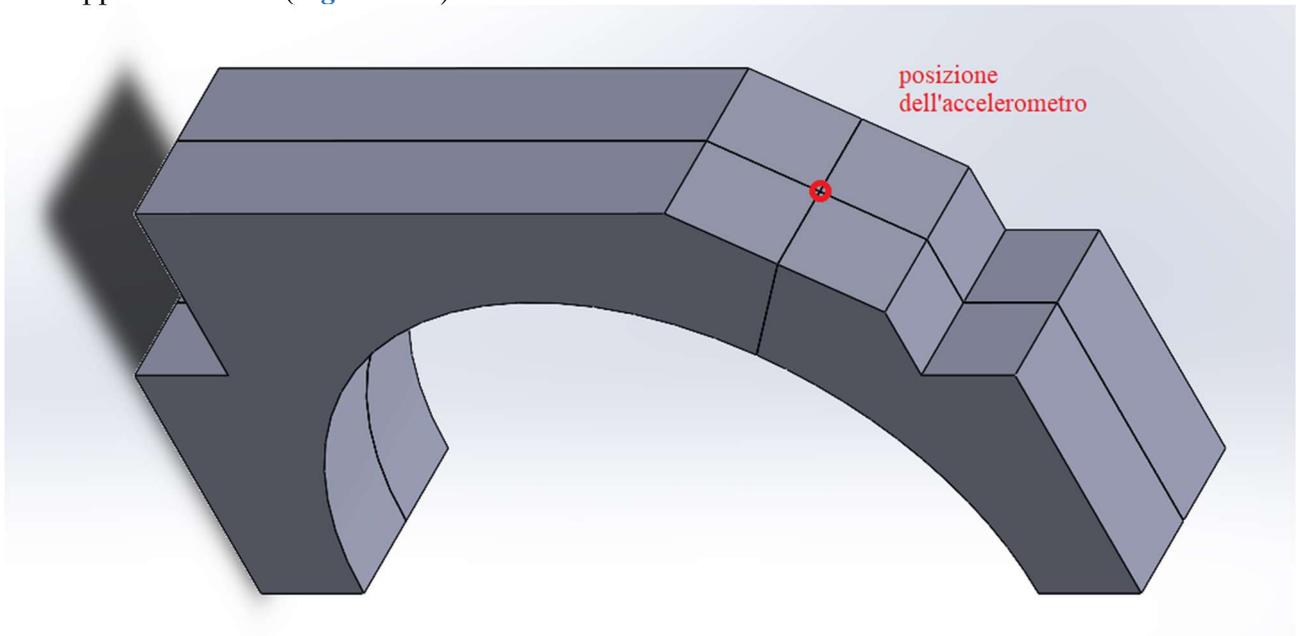


Figura 4.13, rappresentazione del modello suddiviso dell'adattatore superiore, con evidenziata la posizione dell'accelerometro

Infine, una volta terminate le fasi di rielaborazione dei vari componenti, essi sono stati raggruppati all'interno di un unico assieme, per poi essere convertiti in formato "IGES" per il trasferimento in Ansys. La *Figura 4.14*, riporta l'intero assieme costituito dai tre modelli semplificati e suddivisi per l'identificazione dei punti notevoli.

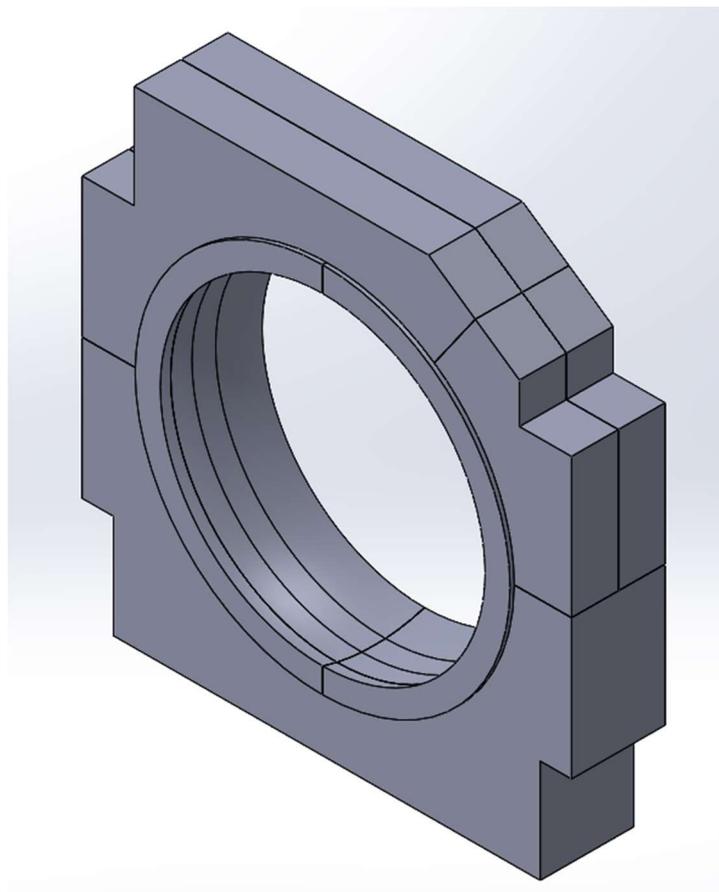


Figura 4.14, rappresentazione del modello semplificato e suddiviso dell'assieme anello esterno - adattatore radiale

4.2 Analisi su Ansys

I tentativi di realizzare le simulazioni di vibrazione all'interno del software Solidworks si sono rivelati inconcludenti a causa della difficoltà nell'importare in maniera efficace all'interno del modello un treno di forzanti variabili repentinamente nel tempo. Conseguentemente, come anticipato, il design ottimizzato per la simulazione è stato trasferito in un secondo software (Ansys) dedito specificamente alla risoluzione della analisi FEM del sistema. Per realizzare l'esportazione il modello è stato trascritto in diversi formati e, alla fine, si è optato per il trasferimento mediante l'estensione ".IGS" (IGES) in quanto questa forniva i migliori risultati in merito alla definizione delle geometrie. Il formato Parasolid, per esempio, restituiva una grezza approssimazione delle forme circolari ed è stato, per questo, scartato.

4.2.1 Il modello

Pertanto, è stato inizializzato un nuovo progetto in Ansys, ed il file (in formato IGES) è stato importato all'interno di un blocco di tipo "mechanical model". Quindi, il suddetto blocco è stato aperto ed il contatto tra le superfici dei vari elementi presenti all'interno dell'assieme è stato impostato come "bonded". Quest'ultima è un'ipotesi molto forte, in quanto impone che il contatto tra i componenti non venga mai meno durante tutta la simulazione e che questi non possano traslare l'uno rispetto all'altro. Questo è sicuramente vero per quei componenti che erano stati "frammentanti" in Solidworks dal momento che essi rappresentano comunque un pezzo unico, ma non è sicuramente altrettanto applicabile nei contatti tra le superfici dell'anello esterno e quelle degli adattatori. Tuttavia, dal momento che i vari componenti, una volta assemblati, sono sottoposti a stretto serraggio all'interno del banco prova, è ragionevole supporre che il contatto tra questi non venga mai meno e che essi non riescano a traslare l'uno con l'altro. Pertanto, l'applicazione del contatto di tipo "bonded" risulta giustificata anche in questo caso e, quindi, per tutte le superfici di contatto. In vista di tali considerazioni, la condizione di "shared topology" è stata applicata a tutti gli elementi dell'assieme, in modo da impostare di default la condizione "bonded" sulle superfici di contatto, ma, soprattutto, per imporre continuità tra le mesh dei vari componenti attraverso la condivisione dei nodi superficiali. Si specifica, inoltre, che il sistema di riferimento del modello è stato definito adottando l'asse di rotazione del cuscinetto come direzione X, la verticale come asse Y (rivolto verso l'alto) e la normale ai precedenti due assi come direzione Z.

Si richiama la [Figura 3.37](#) già proposta all'interno del capitolo 3, relativo lo sviluppo del codice MATLAB per il calcolo delle forzanti impulsive, per evidenziare il design corredato del sistema di riferimento principale.

Una volta definite le geometrie ed i rispettivi contatti, sono state implementate all'interno del programma ed applicate ad ognuno dei singoli elementi, le rispettive proprietà dei materiali. Tali proprietà erano già state definite nel paragrafo relativo l'implementazione delle variabili del codice MATLAB per quanto concerne l'anello. Pertanto, le informazioni precedentemente riportate si mantengono valide anche a questo punto della trattazione. Si faccia riferimento a quanto espresso alla [Tabella 3.7](#) ed alla rispettiva trattazione per ulteriori informazioni.

Viceversa, si presenta ora, per la prima volta, la descrizione del caso dell'adattatore, il cui materiale è un classico acciaio strutturale S235. Le proprietà di tale lega sono state reperite direttamente dal

database di Ansys e le grandezze d'interesse per lo studio sono, nello specifico, le seguenti (*Tabella 4.1*):

Tabella 4.1, proprietà meccaniche della lega S235 (acciaio strutturale) per gli adattatori

S235 – acciaio strutturale			
Variabile	Simbolo/Formola	Valore numerico	Unità di misura
Coefficiente di Poisson	ν	0.3	/
Modulo di Young	E	210000	MPa
densità	ρ	7800	$\frac{Kg}{m^3}$
Tensione di Snervamento	R_{po2}	250	MPa
Tensione a Rottura	R_m	460	MPa
Fattore di smorzamento	ϵ_{smorz}	5 %	/

Infine, una volta terminata l'importazione delle geometrie, la definizione delle condizioni di contatto tra le varie superfici e l'applicazione delle corrette proprietà dei materiali a ciascuno dei singoli componenti, l'assieme è stato sottoposto a meshatura. La griglia è stata realizzata mediante una suddivisione del modello in elementi a facce quadrate di dimensioni massime 20 mm, generata automaticamente dal programma e definita per avere continuità nei punti di griglia nel passaggio da un componente a quello limitrofo (grazie alla condizione “shared topology”). Si riporta di seguito una rappresentazione del componente prima e dopo la generazione della mesh (*Figura 4.15*).

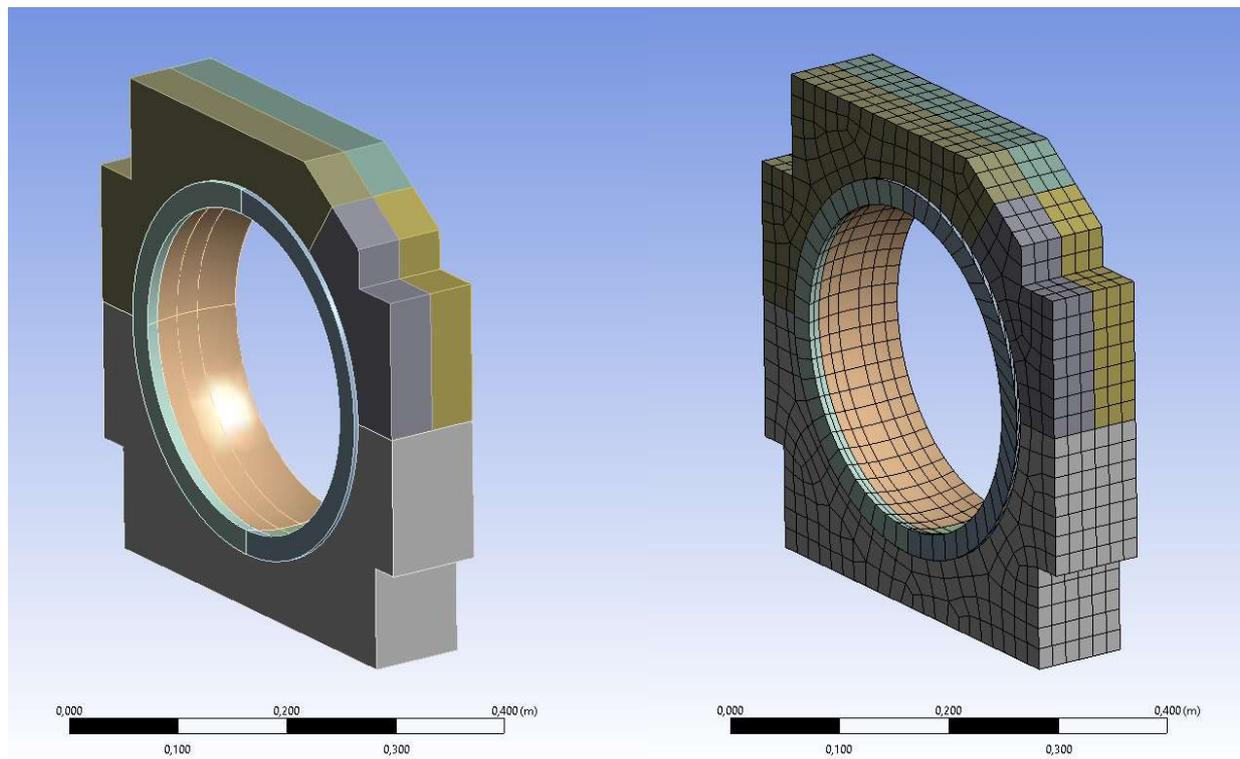


Figura 4.15, rappresentazione del modello Ansys prima (a sinistra) e dopo la realizzazione della mesh a facce quadrate (a destra)

4.2.2 Analisi Modale

Una volta definito completamente il “mechanical model”, i suoi risultati e le sue proprietà sono state trasferite all’interno di un secondo blocco, del tipo “modal”. Quest’ultimo ha realizzato un’analisi modale dell’assieme al fine di evidenziare le varie forme modali del sistema e le rispettive frequenze di eccitazione. Tale studio si è reso necessario per poter identificare l’eventuale presenza di fenomeni di risonanza durante le simulazioni o i test. La seguente rappresentazione (*Figura 4.16*) evidenzia il blocco “modale” ed il relativo collegamento con il blocco “modello meccanico”.

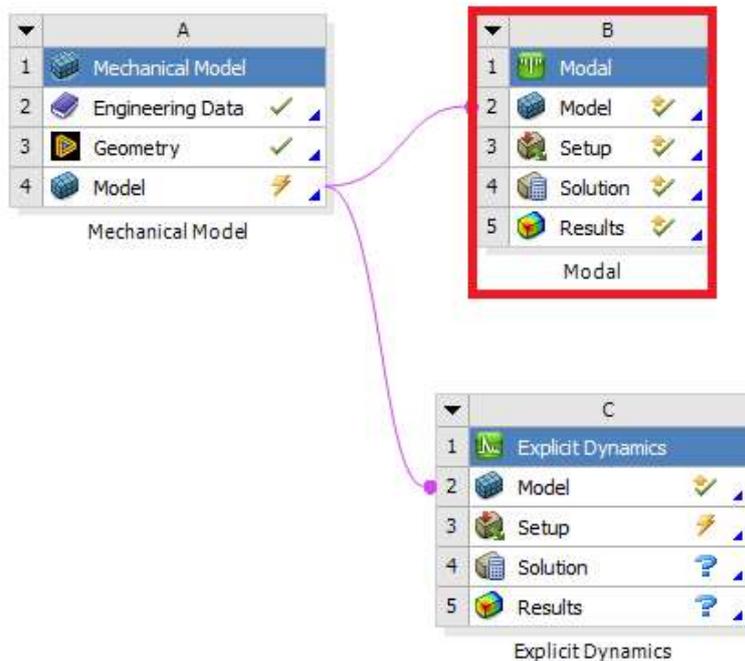


Figura 4.16, schema funzionale del modello Ansys sviluppato, con evidenziato il blocco “modal” per l’analisi delle forme modali

All’interno del blocco, lo studio è stato inizializzato per la valutazione delle prime 15 forme modali del sistema, di queste, le prime 6 hanno restituito frequenze quasi nulle. Ciò è dovuto al fatto che la simulazione delle forme modali è stata effettuata senza applicare vincoli alla geometria e, conseguentemente, le prime 6 forme riscontrate descrivono il moto dei 6 gradi di libertà del sistema e non sono d’interesse per la trattazione. La prima forma modale rappresentativa compare ad una frequenza di 920 Hz e riproduce un movimento di torsione dell’assieme intorno ad un asse posto a 45° rispetto alla verticale e passante per lo spigolo privo di sede per l’accelerometro dell’adattatore. Tuttavia, tale moto è di scarso interesse per la trattazione dal momento che simili oscillazioni non dovrebbero essere eccitate dall’applicazione dei carichi impulsivi in fase di funzionamento. Inoltre, essendo l’intero banco prova molto compatto, con cuscinetti e adattatori assiali portati in battuta gli uni con gli altri, è definitivamente impossibile che tale forma modale possa risultare interessante in ambito pratico. Si riporta un’immagine della settima forma modale con rispettiva morfologia di deformazione a titolo rappresentativo (*Figura 4.17*). Tuttavia, si precisa che la seguente rappresentazione, così come tutte le restanti immagini presenti all’interno di questo sotto-capitolo, riportano delle deformazioni che sono significativamente accentuate rispetto alla realtà degli spostamenti generati a seguito dell’eccitazione delle frequenze proprie di risonanza. Questa scelta è stata effettuata per permettere di cogliere la natura dei moti che si generano al variare delle frequenze sollecitate, i quali altrimenti, sarebbero troppo ridotti da poter essere chiaramente percepiti.

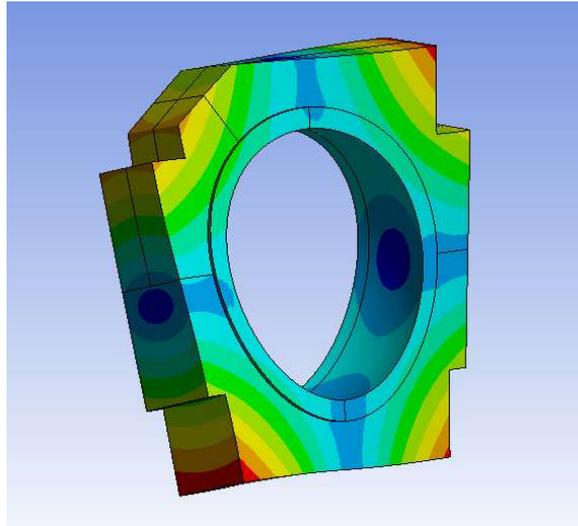


Figura 4.17, settima forma modale, eccitata a frequenze di 920 Hz

Decisamente più interessanti sono le 2 forme modali successive (8^a e 9^a), le quali descrivono due differenti fenomeni di oscillazione radiale. Più precisamente, l'ottava riporta un moto di pura traslazione massimo lungo le direzioni del sistema di riferimento principale, mentre la nona si sviluppa lungo assi inclinati di 45° rispetto alla forma precedente. Gli spostamenti appena descritti sono particolarmente interessanti in quanto si sviluppano nelle direzioni di applicazione dei carichi impulsivi sull'anello esterno e, pertanto, saranno eccitati durante la simulazione del danneggiamento. L'ottava e la nona forma modale si collocano, rispettivamente, a 1160 Hz e 1200 Hz e, pertanto, avvengono in buona approssimazione intorno ad una stessa frequenza di circa 1180 Hz. Si riportano, di seguito, le rappresentazioni dei suddetti modi di vibrare per evidenziarne le direzioni di deformazione. Le prime due immagini descrivono le massime deformazioni ottenute dall'eccitazione dell'ottava forma modale (*Figura 4.18*), mentre le due figure successive riportano le oscillazioni della nona forma (*Figura 4.19*).

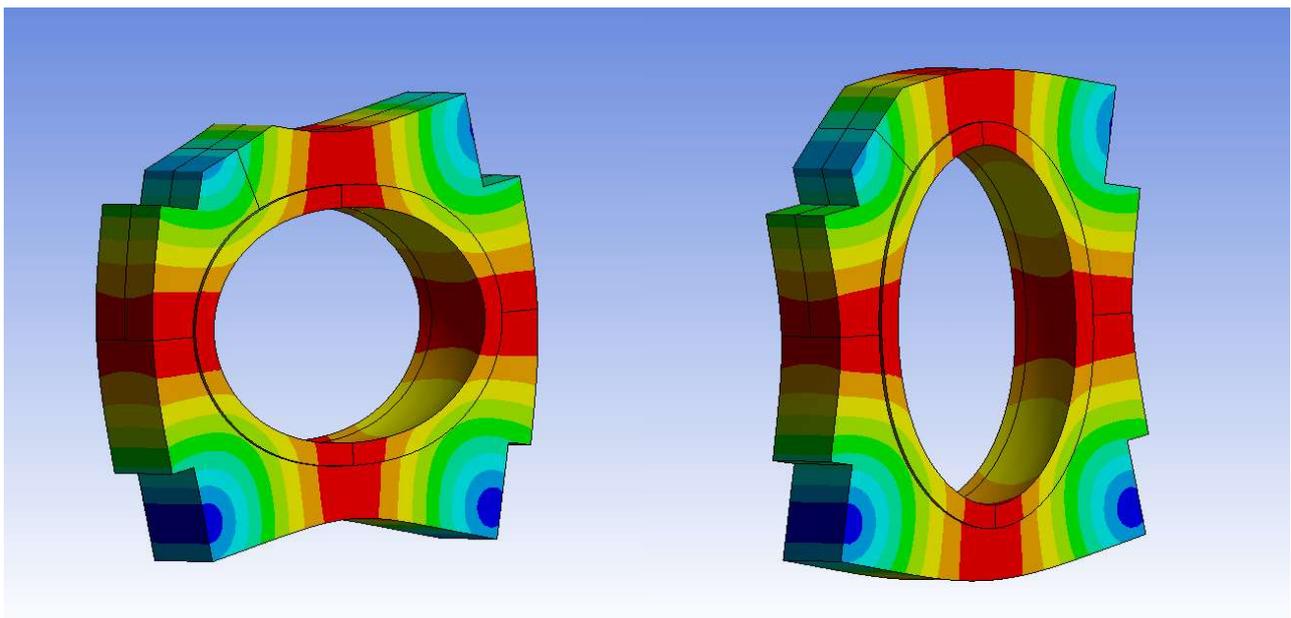


Figura 4.18, ottava forma modale, eccitata a frequenze di 1160 Hz e rappresentata ai due estremi della deformazione

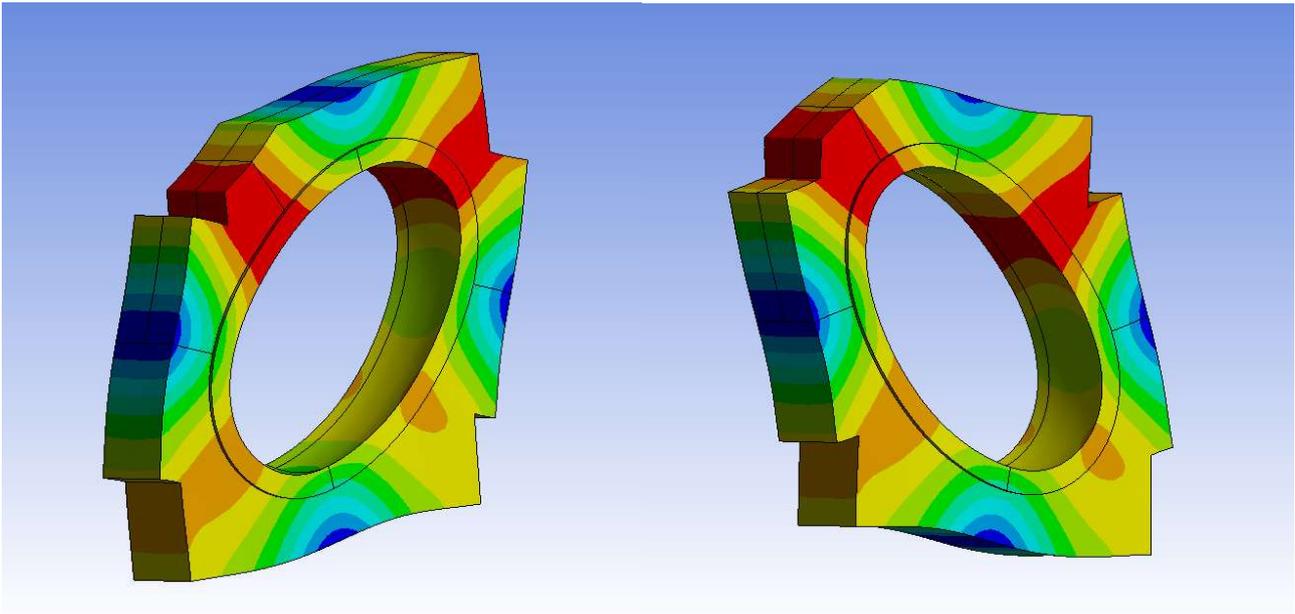


Figura 4.19, nona forma modale, eccitata a frequenze di 1200 Hz e rappresentata ai due estremi della deformazione

Si osservi dalle immagini come l’ottava forma modale solleciti una deformazione in corrispondenza dei “lati” dell’assieme, mentre la nona ecciti le vibrazioni in prossimità degli spigoli. Ad ogni modo, dal momento che, come anticipato, le frequenze proprie di tali modi sono molto simili così come lo sono le tipologie di movimenti realizzati, è possibile considerare queste due forme come una singola condizione di eccitazione radiale dell’assieme, che sarà sollecitata dall’applicazione dei carichi impulsivi, indipendentemente dalla posizione del difetto sull’anello esterno.

Tuttavia, si può anche osservare che la frequenza di eccitazione associata di circa 1180 Hz è piuttosto elevata e, dal momento che i cuscinetti in esame appartengono alla categoria per “carichi elevati e velocità ridotte”, è improbabile che tali frequenze andranno ad essere eccitate a meno della presenza di molteplici difetti opportunamente distanziati l’uno dall’altro. Quanto affermato trova conferma se si considerano i risultati della stima della frequenza caratteristica dei fenomeni d’impatto per la presenza di un singolo difetto sulla pista dell’anello esterno (*BPF0*), valutata all’interno del codice MATLAB. Quest’ultima, infatti, è risultata pari ad un massimo a 135.6 Hz, nell’ipotesi di applicare la velocità di rotazione limite dell’albero utilizzata nei test sperimentali ($\Omega = 997$ rpm), ovvero, ben al di sotto della frequenza di eccitazione dell’ottava e della nona forma modale.

È stata, infine, rilevata un’ulteriore forma modale ad una “bassa” frequenza di 1210 Hz. Tuttavia, essa risulta essere la forma complementare al 7° modo descritto precedentemente, così come la nona forma era complementare all’ottava. Ne consegue che il decimo modo descriva un moto di torsione del componente intorno ad assi ruotati di 45° rispetto a quelli della settima forma e che, pertanto, gli assi di torsione in questione coincidano con quelli del sistema di riferimento principale. La ragione per cui la frequenza di eccitazione di tale forma modale risulta essere significativamente maggiore rispetto a quella settima forma risiede, verosimilmente, nel fatto che il decimo modo descrive una torsione per effetto dell’inezia dei “lati” dell’assieme, mentre il settimo genera il proprio moto per effetto dell’inerzia dei vertici. Questi ultimi, infatti, presentano non solo una massa concentrata maggiore ma anche bracci di azione più estesi i quali favoriscono l’insorgere di oscillazioni a frequenze più basse. Tuttavia, come era stato per il caso della settima forma, se ne deduce che il moto

eccitato non è d'interesse per la trattazione. Si riporta una rappresentazione della 10^a forma modale e delle rispettive deformazioni a titolo rappresentativo (*Figura 4.20*).

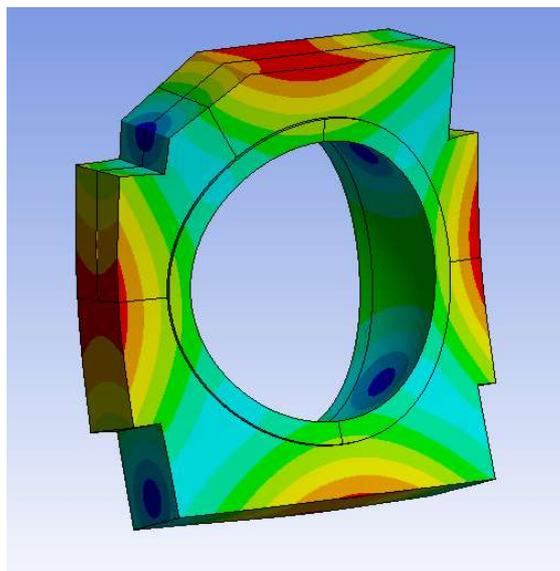


Figura 4.20 decima forma modale, eccitata a frequenze di 1210 Hz

Le restanti forme modali si collocano tutte al di sopra dei 2000 Hz (nello specifico 2400, 2500, 2860, 3010, 3100 Hz) e presentano tutte direzioni di deformazione poco interessanti per lo studio, eccezione fatta per le ultime 2 (14^a e 15^a). Tuttavia, si può notare come le frequenze di tali forme modali siano estremamente elevate, specialmente in relazione al *BPFO* (massimo: 135.6 Hz) precedentemente citato, rendendo difficile non solo la loro eccitazione in applicazioni pratiche, ma anche il loro campionamento in ambito sia simulativo, sia sperimentale. Conseguentemente, anche se la quattordicesima e la quindicesima forma modale, riportate nella *Figura 4.21*, realizzano delle deformazioni interessanti da un punto di vista direzionale, non saranno rappresentative per lo studio.

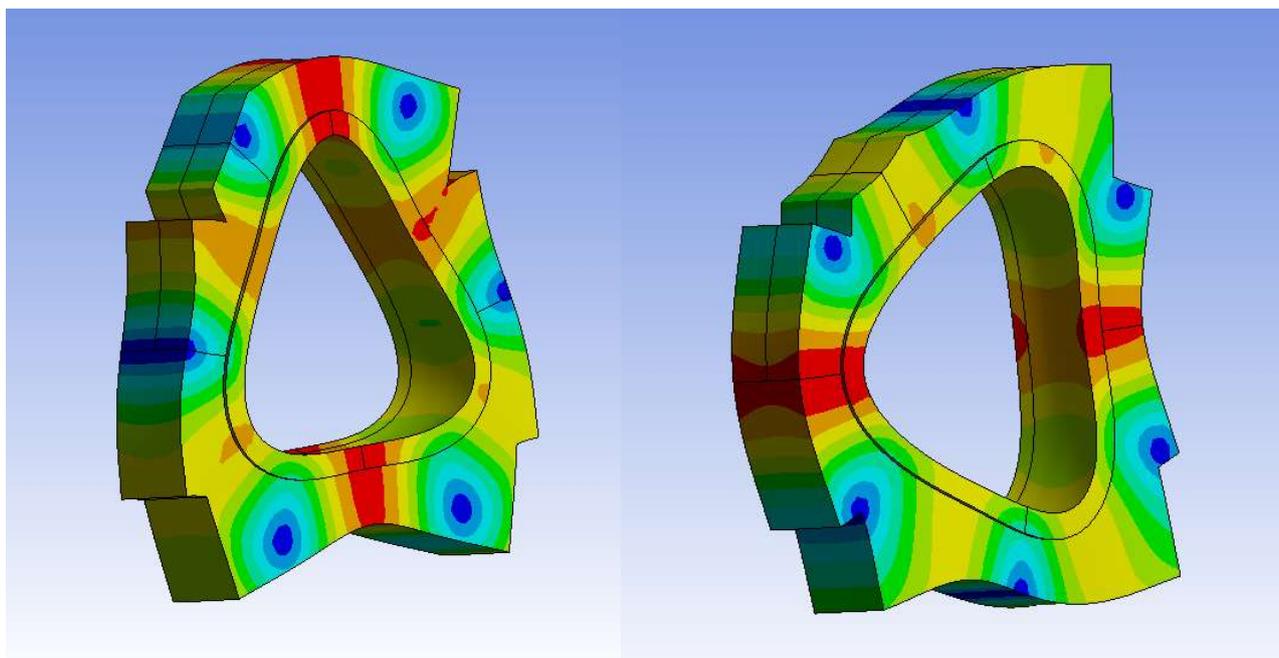


Figura 4.21, quattordicesima forma modale, eccitata a frequenze di 3010 Hz (a sinistra); e quindicesima forma modale, eccitata a frequenze di 3100 Hz (a destra)

Se ne conclude, pertanto, che le frequenze di risonanza principali per lo studio si collocano intorno ai 1080 Hz e 3000 Hz, sebbene queste ultime siano difficilmente realizzabili. La frequenza caratteristica del fenomeno di sollecitazione impulsiva per effetto della presenza di difetti, tuttavia, si colloca a valori molto più bassi per il caso di singolo danneggiamento sulla pista dell’anello esterno, con un *BPFO* massimo di circa 136 Hz. Se ne deduce che, a meno della presenza di molteplici difetti opportunamente distanziati sulla pista, le frequenze di risonanza non saranno raggiunte in esercizio.

4.2.3 Analisi Dinamica

Una volta completata l’analisi modale e verificate le condizioni per la realizzazione di fenomeni di risonanza, lo studio è passato alla descrizione del caso di reale interesse per la trattazione, ovvero, la definizione di un blocco “explicit dynamics” per la stima delle vibrazioni come conseguenza dell’importazione del vettore di forzanti realizzato in MATLAB. Pertanto, com’era avvenuto per il caso dello studio delle forme modali, le proprietà ed i risultati valutati all’interno del blocco “mechanical model” sono stati trasferiti all’interno del nuovo blocco di studio dinamico, come evidenziato nella seguente rappresentazione (*Figura 4.22*).

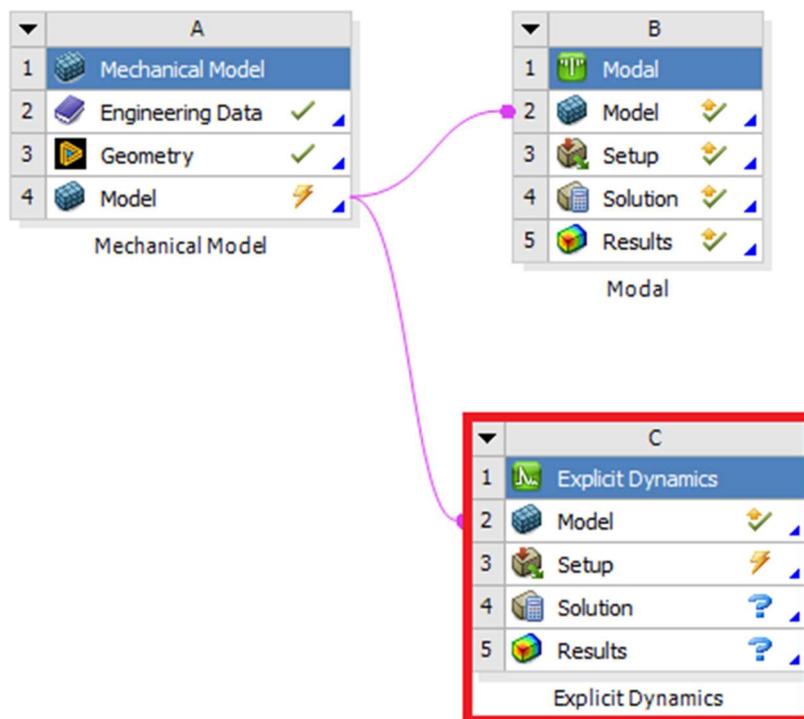


Figura 4.22, schema funzionale del modello Ansys sviluppato, con evidenziato il blocco “explicit dynamics” per l’analisi del comportamento vibrazionale dell’assieme a seguito all’applicazione del treno di carichi impulsivi

Il primo aspetto che bisogna considerare in merito al blocco appena introdotto è che, se confrontato con quello dell’analisi modale, la sua risoluzione è assai più dispendiosa da un punto di vista computazionale, ecco perché si rende necessario effettuare alcune modifiche atte a migliorarne l’efficacia e ridurre i tempi di calcolo.

Per prima cosa, è stato necessario modificare il metodo di costruzione della mesh, passando da un modello di tipo “sweep”, ad uno tetragonale, più stabile e preferibile per lo svolgimento dei calcoli.

Inoltre, dal momento che l'unico parametro d'interesse per la seguente simulazione è l'accelerazione del punto corrispondente alla sede dell'adattatore, le dimensioni massime dei singoli componenti della mesh sono state aumentate a 50mm. Questa scelta è stata motivata dal fatto che gli andamenti rappresentativi sono di fatto quelli relativi ad un singolo nodo, mentre le specifiche in merito alle restanti parti dell'assieme non trovano utilizzo. Quest'ultima modifica ha permesso di ridurre il numero di nodi da valutare a solamente 1/3 di quelli previsti con una dimensione massima 20mm, riducendo di altrettanto i tempi di calcolo.

Tuttavia, l'abbandono degli elementi a faccia rettangolare precedentemente utilizzati nello studio modale, in favore di quelli tetragonali, ha portato all'insorgenza di un nuovo problema, che ha reso necessario semplificare ulteriormente la geometria. Infatti, dal momento che l'estensione assiale del cuscinetto risulta leggermente maggiore rispetto a quella dell'adattatore, essa determina la formazione di una sporgenza di 4 mm su ciascuno dei lati. Come anticipato, questo aspetto non si era rivelato particolarmente gravoso per lo studio delle forme modali grazie all'utilizzo del metodo "sweep" e, pertanto, la geometria non era stata semplificata. Inoltre, per lo studio delle frequenze proprie del sistema, era stato preferito mantenere le geometrie il più possibile invariate. Viceversa, dal momento che il passo di avanzamento nel tempo nelle simulazioni del tipo "explicit dynamics" è direttamente correlato alla dimensione più piccola rilevata all'interno della mesh; tale sporgenza ha rappresentato un grande problema. Per questo motivo, gli estremi ai lati del cuscinetto sono stati, semplicemente, rimossi attraverso il tool CAD di Ansys, in modo da velocizzare la procedura di calcolo.

Le due immagini seguenti, incluse sotto l'identificativo "*Figura 4.23*" illustrano il valore della dimensione caratteristica massima per ciascun elemento della mesh, nel caso studiato senza rimuovere la sporgenza (modello a sinistra), ed in quello recante geometria semplificata (modello a destra). Si consideri che la presenza di un colore rosso acceso indica come alcuni elementi presentino dimensioni significativamente minori rispetto ad altri e, quindi, vadano ad incrementare i tempi risolutivi della simulazione.

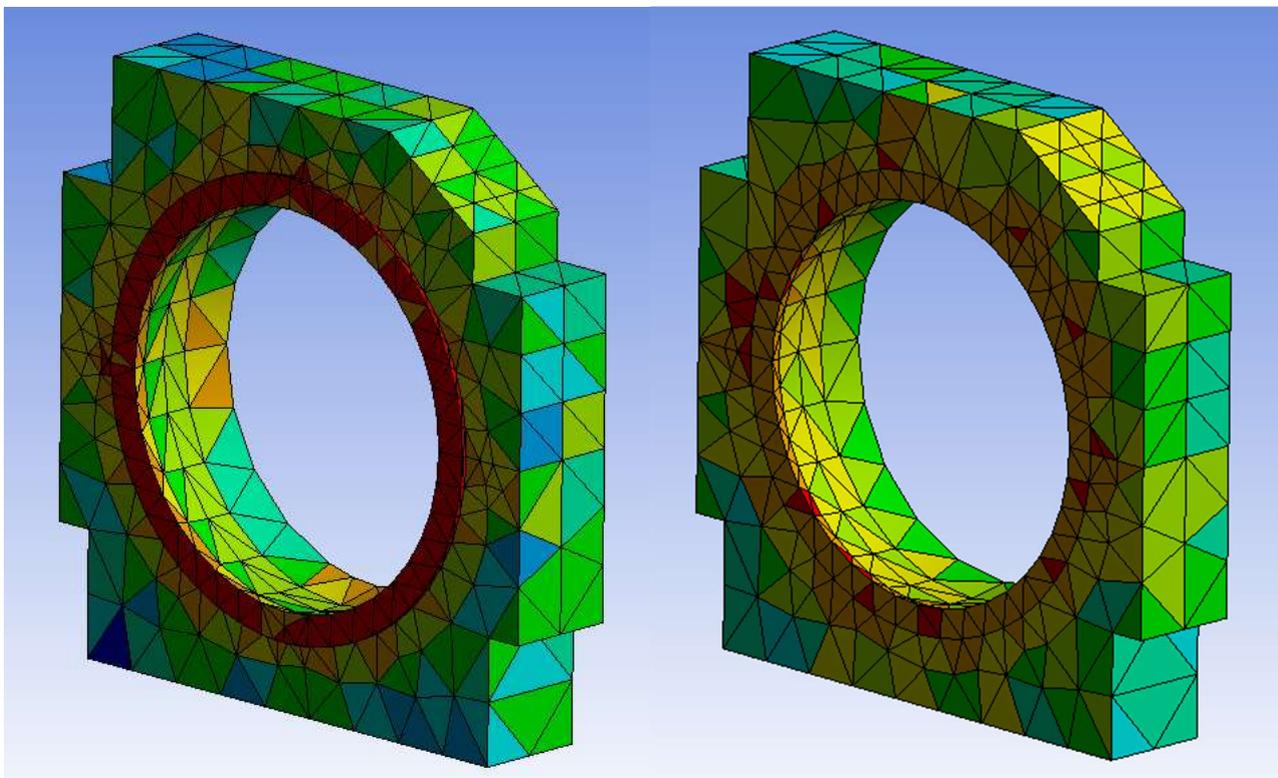


Figura 4.23, confronto delle dimensioni caratteristiche degli elementi della mesh tetragonale prima (a sinistra) e dopo (a destra) dell'eliminazione della sporgenza dell'anello esterno dall'adattatore (colori accesi => forte differenza tra gli elementi)

Come si può notare dalle due precedenti rappresentazioni, è stato necessario modificare anche il metodo di costruzione della mesh, passando da un modello di tipo “sweep”, ad uno tetragonale, più stabile e preferibile per lo svolgimento dei calcoli. Infine, dal momento che l’unico parametro d’interesse per la seguente simulazione è l’accelerazione del punto corrispondente alla sede dell’adattatore, le dimensioni massime dei singoli componenti della mesh sono state aumentate a 50mm. Questa scelta è stata motivata dal fatto che gli andamenti rappresentativi sono di fatto quelli relativi ad un singolo nodo, mentre le specifiche in merito alle restanti parti dell’assieme non trovano utilizzo. Quest’ultima modifica non ha aumentato l’intervallo di tempo massimo coperto da un ciclo risolutivo di calcolo della simulazione, come era stato possibile mediante la semplificazione della geometria, tuttavia, ha permesso di ridurre il calcolo alla stima di solamente 1/3 dei nodi del caso con dimensione massima 20mm.

Una volta completate le modifiche di ulteriore ottimizzazione della geometria e della mesh, si è reso necessario definire le varie impostazioni relative alle modalità di esecuzione della simulazione. I primi parametri ad essere impostati sono stati quelli delle “analysis settings”, attraverso le quali è stata definita, innanzitutto, la durata totale della simulazione (0.5 o 1.5s, a seconda del livello di dettaglio ricercato). Successivamente, è stato specificato il numero massimo di cicli di calcolo da eseguire durante lo studio, il quale è stato posto a 10^7 iterazioni per garantire il completamento dei calcoli fino al termine della durata totale dell’evento valutato. Le modalità di restituzione dei dati in output, invece, sono state definite considerando innanzitutto le frequenze caratteristiche ricercate. Infatti, sapendo che il valore massimo del *BPFO* risulta pari a circa 136 Hz nei casi esaminati, si è deciso di campionare i risultati con delle frequenze superiori di quasi due ordini di grandezza rispetto a tale valore. Nello specifico, il campionamento è avvenuto sulla base di un intervallo di tempo di 10^{-4} s, ovvero 10000 Hz, i quali risultano pari a circa 70 volte la frequenza del fenomeno esaminato e garantiscono rilevanza ai risultati ottenuti. I restanti parametri di calcolo presenti nelle “analysis settings”, invece, sono stati lasciati invariati e, nella maggior parte dei casi, sottoposti a diretto controllo da parte del programma per permettere l’ottimizzazione delle procedure di calcolo della simulazione.

Successivamente, sono state imposte le condizioni al bordo dell’assieme. Più precisamente, i punti della mesh appartenenti alla superficie orizzontale inferiore dell’adattatore radiale sono stati definiti come fissi nello spazio. Tale scelta è dovuta al fatto che, all’interno del banco prova, l’applicazione dei carichi radiali avviene proprio per mezzo della superficie in questione, la quale è portata in battuta contro la “scatola” di contenimento e ripartizione delle forze che racchiude l’intero gruppo. Ne consegue che, tale superficie, per effetto degli elevatissimi sforzi normali e delle conseguenti forze di attrito che la bloccano, non vari la propria posizione all’applicazione dei carichi impulsivi e possa, quindi essere assunta come fissa nello spazio. Similmente, un’ulteriore condizione di vincolo è stata imposta per quanto concerne lo spostamento in direzione Z delle superfici laterali degli adattatori (senza però limitare il moto nelle altre direzioni). Questa scelta è dipesa dal fatto che, all’interno della scatola di contenimento, sono presenti delle guide laterali che evitano, appunto, la realizzazione di traslazioni in direzione Z.

Le seguenti immagini riportate a pagina seguente (*Figura 4.24*) esplicitano i vincoli imposti agli spostamenti.

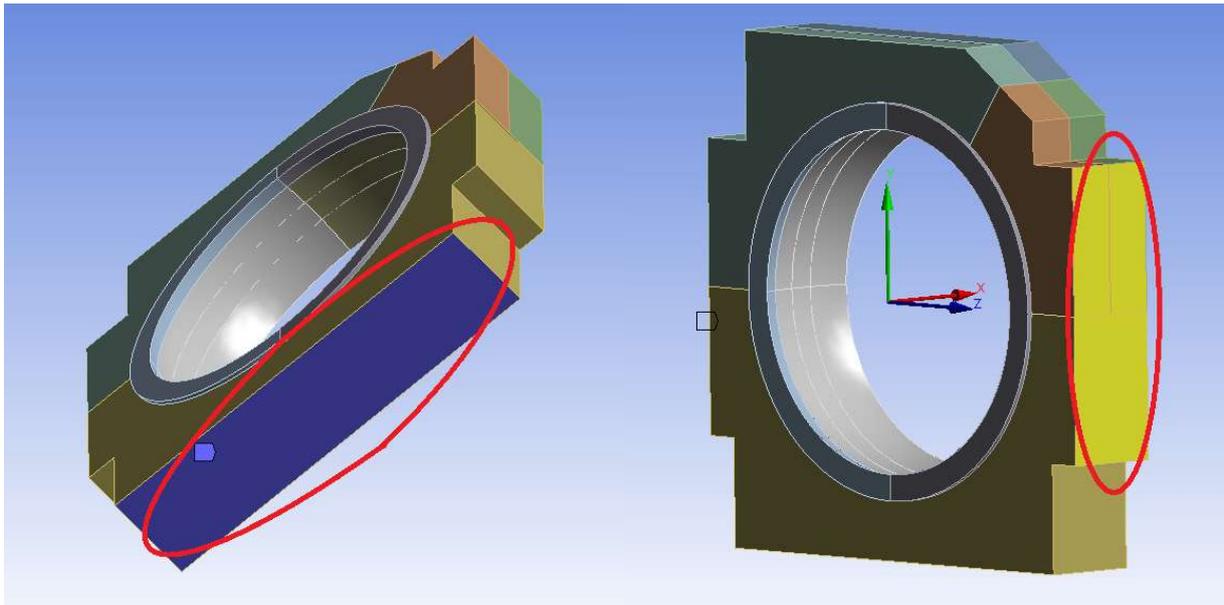


Figura 4.24, rappresentazione delle condizioni al bordo del modello Ansys durante la simulazione, in blu (a sinistra) è il vincolo completamente fisso a contatto con il fondo della scatola, in giallo (a destra) è il vincolo di traslazione laterale in direzione Z

L'ultimo parametro da implementare all'interno della simulazione è stato il treno di impulsi precedentemente valutato in MATLAB. Per definire tale grandezza è stata, innanzitutto, applicata una variabile forza al modello, in corrispondenza del punto di intersezione dei vari elementi in cui era stato suddiviso il CAD dell'anello esterno del cuscinetto. Tale forza è stata definita per componenti vettoriali, secondo il sistema di riferimento globale implementato in Ansys e precedentemente descritto. L'evoluzione nel tempo della variabile "forza" in questione è stata descritta mediante la successione dei valori di tempo, forza in direzione X, forza in direzione Y e forza in direzione Z, precedentemente stimati, ed introdotti nel software per mezzo di una tabella di dati. Si precisa, tuttavia che, per effettuare efficacemente l'importazione dei dati in forma tabulare, il file di testo stampato dal codice MATLAB è stato aperto per mezzo del programma Microsoft Excel, e le rispettive celle trasferite manualmente in Ansys.

La **Figura 4.25** rappresentazione riporta la forzante impulsiva applicata.

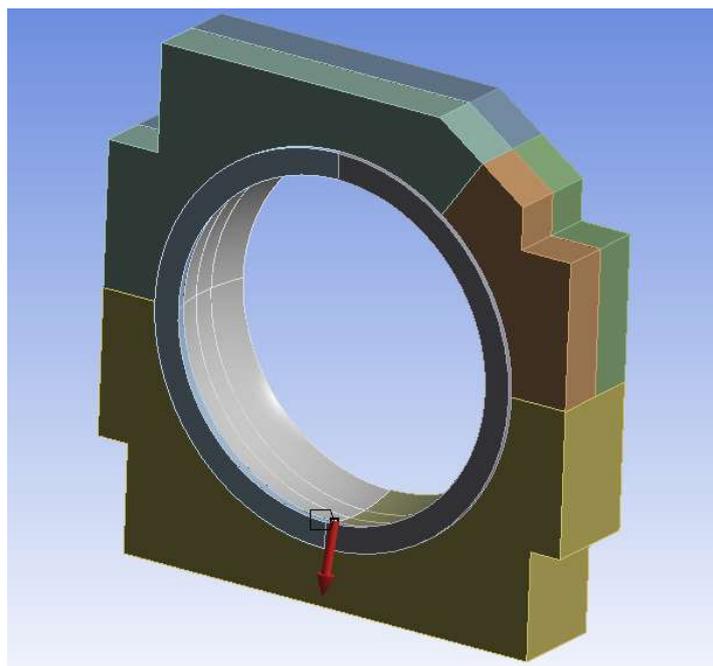


Figura 4.25, rappresentazione della forzante impulsiva applicata al modello Ansys per l'analisi FEM delle vibrazioni dell'assieme

Una volta terminata la definizione delle grandezze in input nel programma, si è reso necessario identificare gli output di sistema prima di svolgere la simulazione. In particolare, dal momento che il confronto con i dati sperimentali deve avvenire per mezzo della stima delle accelerazioni registrate in corrispondenza del punto dedito ad ospitare l'accelerometro, le grandezze d'interesse per lo studio sono proprio quelle relative alle accelerazioni locali nel punto appena descritto. Per poter registrare tali informazioni, è stato introdotto un elemento "acceleration probe" in corrispondenza del punto di intersezione delle parti in cui era stato suddiviso l'adattatore radiale. Quindi, è stato definito un sistema di riferimento secondario (denominato "accelerometro") posizionato in corrispondenza del punto di applicazione del sensore e ruotato affinché l'asse Y risulti normale alla superficie inclinata dell'adattatore. L'introduzione di questo nuovo sistema di riferimento si è resa necessaria dal momento che le accelerazioni percepite dall'accelerometro sono propriamente quelle nella direzione Y appena descritta, e, affinché il "probe" possa registrarle, tale direzione deve, innanzitutto, essere definita. Infine, si precisa che, come era avvenuto per la registrazione dei risultati impostata all'interno delle "analysis settings", anche nella valutazione dei valori stimati dal "acceleration probe" è stato necessario specificare una frequenza di campionamento di 10000 Hz, per raccolta dei dati da esportare.

La **Figura 4.26** evidenzia lo "acceleration probe" ed il nuovo sistema di riferimento "accelerometro".

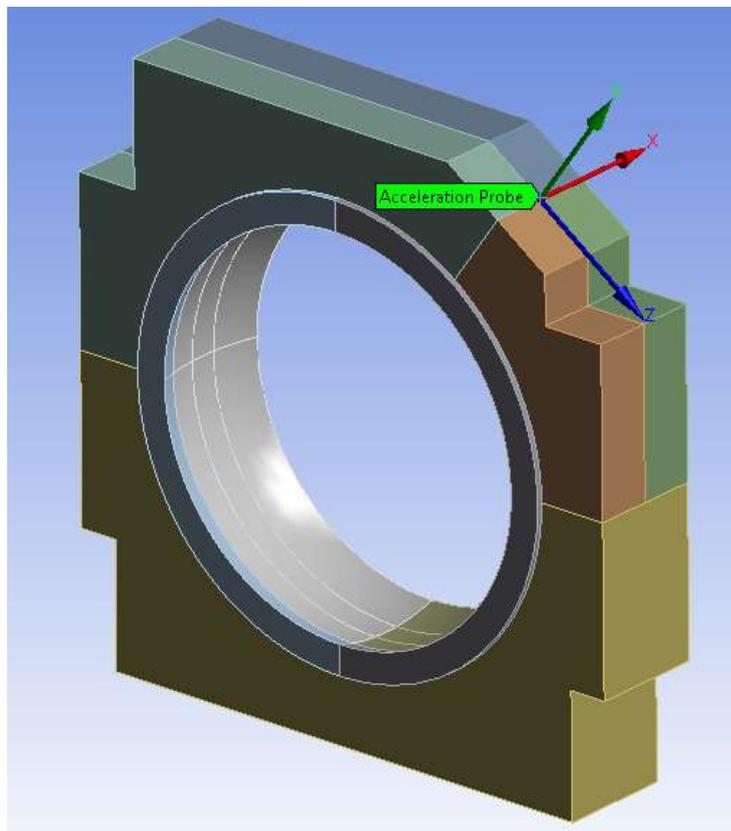


Figura 4.26, rappresentazione del "acceleration probe" implementato in Ansys per rilevare i segnali d'interesse della simulazione, corredato anche di sistema di riferimento locale per la definizione della direzione in cui campionare le accelerazioni (Y)

Una volta terminata la definizione di tutti questi parametri, la risoluzione del modello è stata affidata al software di calcolo, il quale ha valutato l'evoluzione dell'intero sistema per la durata prestabilita.

Infine, i valori registrati dal "acceleration probe" nella direzione Y del sistema di riferimento secondario (accelerometro), valutati per ciascuno degli istanti simulati, sono stati esportati in un file di testo, per la successiva rielaborazione in MATLAB ed il confronto con i dati sperimentali.

4.3 Elaborazione dei risultati mediante MATLAB

Come anticipato, il software Ansys ha restituito un documento di testo contenente i dati delle accelerazioni simulate in corrispondenza della sede dell'accelerometro, per ciascuno degli istanti di tempo valutati. Tale risultato, tuttavia, è di scarsa utilità in assenza di un'opportuna rielaborazione delle informazioni che consenta un confronto con i dati sperimentali.

Conseguentemente, è stato redatto un secondo codice MATLAB ricevente in input il file di testo esportato dalla simulazione in Ansys per determinare gli andamenti delle accelerazioni in funzione, per esempio, delle frequenze eccitate. I dati forniti dal file di testo sono stati, quindi, tradotti in una matrice numerica di informazioni contenente nella prima colonna l'indice del ciclo di simulazione, nella seconda l'istante di tempo simulato, e nella terza l'accelerazione. Le prime righe del programma, invece, sono state dedicate alla inizializzazione dei valori utili ai successivi calcoli ed alla realizzazione delle rappresentazioni. Tuttavia, le grandezze in questione non sono altro che una raccolta di variabili precedentemente valutate all'interno del primo codice, dedito alla simulazione delle forzanti impulsive. Tali variabili sono, più precisamente, la velocità di rotazione dell'albero ed altri parametri utili alla determinazione del *BPFO*, il numero totale di istanti simulati all'interno del primo codice MATLAB e la durata totale della simulazione. Si specifica che, ognuna delle grandezze appena descritte, deve essere aggiornata ogni volta che vengono variati i parametri di simulazione del modello di calcolo, prima di mandare in esecuzione il codice di rielaborazione dei risultati.

La prima sezione di calcolo del programma in questione è stata dedicata a riscrivere il contenuto della matrice numerica di dati simulata in Ansys ed importata in MATLAB. Innanzitutto, da tale matrice sono stati scartati i dati rilevati ad un primo intervallo di tempo pari a 5 periodi caratteristici, al fine di eliminare la presenza di fenomeni transitori. La durata esplicitata si riconduce, infatti, ai valori simulati prima nella rappresentazione della rampa iniziale, poi all'interno della fase dotata di sola componente di forza costante e, infine, al primo ciclo di carico simulato. Il numero di istanti da elidere, pertanto, è stato, semplicemente valutato come il rapporto tra la durata che si intende scartare e la frequenza di campionamento del fenomeno.

$$n_{istanti_da_scartare} = \frac{t_{scartato}}{f_{camp,sim}} = \frac{5 \cdot T}{f_{camp,sim}}$$

Conseguentemente, sono stati definiti due vettori, uno contenente i tempi e l'altro le rispettive accelerazioni simulate, costituiti da n valori, dove n è pari all'estensione delle colonne della matrice numerica meno $n_{istanti_da_scartare}$. In questo modo, non solo sono stati eliminati i contributi dei transitori, ma i valori sono stati inoltre trascritti in una forma più maneggevole (vettori separati).

A questo punto, diventa possibile, pertanto, rappresentare i risultati della simulazione delle accelerazioni su un grafico in funzione del tempo. Si riporta quindi, a titolo rappresentativo, l'andamento delle accelerazioni nel tempo ([Figura 4.27](#)) valutato nel caso della simulazione realizzata con i seguenti parametri di input ([Tabella 4.2](#)).

Tabella 4.2, esempio parametri in input (effettivamente utilizzati) per la determinazione delle accelerazioni simulate

Variabile	Valore numerico	Unità di misura	Note
F_r	62.4	kN	Carico radiale applicato esternamente
F_a	0	kN	Carico assiale applicato esternamente

Ω	997	rpm	Velocità di rotazione dell'albero/anello interno
ψ	0	deg	Angolo di posizione del difetto sull'anello esterno, riferito alla verticale
α_{dif}	12.5	deg	Angolo di contatto del difetto (posto sull'anello esterno)
D_{dif}	2	mm	Diametro del difetto
H_{dif}	0.5	mm	Profondità del difetto
t_f	1.5	s	Durata della simulazione

Si evidenzia come tali condizioni coincidano con quelli adottati per il calcolo delle forzanti forniti al termine del capitolo 3.

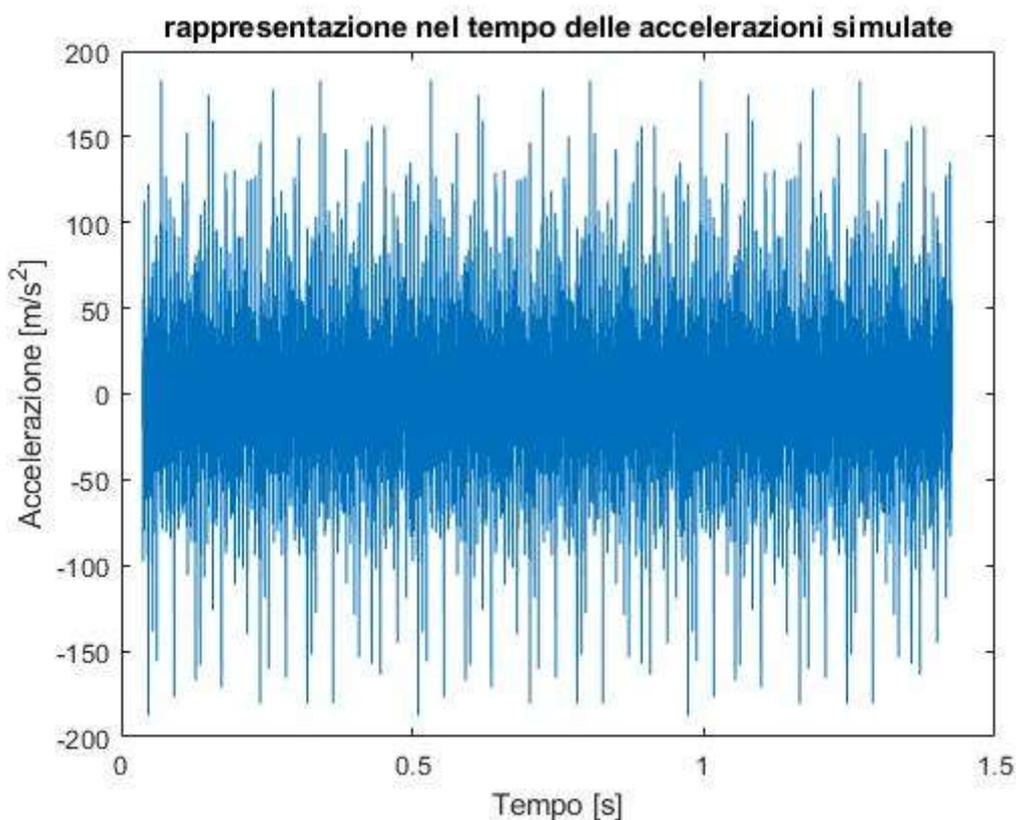


Figura 4.27, andamento delle accelerazioni simulate dall'analisi FEM per effetto delle forzanti impulsive

È interessante osservare come sia presente un “gap” iniziale all'interno della rappresentazione, legato ai tempi di transitorio che sono stati scartati. Per questo motivo, i risultati vengono presentati solamente a partire da, circa, 0.05s, lasciando uno spazio bianco negli istanti precedenti. Si anticipa, inoltre, la presenza di un problema significativo, ovvero, il fatto che le accelerazioni simulate siano molto grandi, indicativamente, maggiori di due ordini di grandezza rispetto ai casi sperimentali. Questa è una problematica importante e si rende necessario precisarlo già ora per quanto si andrà ad osservare in [Figura 4.28](#).

Ad ogni modo, come si può notare dall'immagine precedente, i valori di accelerazione espressi in relazione al sono poco rappresentativi in sé e, pertanto, il codice prosegue con l'implementazione dei calcoli utili alla valutazione delle accelerazioni d'interesse nel campo delle frequenze. Quest'ultima,

è stata valutata, innanzitutto, mediante l'utilizzo delle trasformate di Fourier. Per prima cosa, è stato definito un vettore di frequenze crescenti a passo costante, con valore minimo 0Hz e massimo la metà della frequenza di campionamento. Tali valori saranno utilizzati per la discretizzazione dell'asse delle ascisse nella rappresentazione delle funzioni di risposta in frequenza. Pertanto, per poter disporre di risultati rappresentativi, si rende necessario adottare come passo d'incremento del vettore di frequenze, la frequenza di campionamento del "acceleration probe" stesso, rapportata al numero totale di istanti valutati.

$$\Delta f = \frac{f_{camp,sim}}{n_{camp,sim}}$$

Una volta definito il vettore delle ascisse, è stato valutato il contenuto di quello delle ordinate, mediante l'utilizzo della funzione "fft" (Fast Fourier Transform) presente in MATLAB. Tale funzione riceve in input l'andamento delle accelerazioni e ne restituisce la funzione di risposta in frequenza. L'analisi dell'ampiezza dello spettro in frequenza viene completata applicando per ogni valore stimato dalla "fft" le seguenti formule correttive.

$$Y = fft(acc_{sim})$$

$$P_2 = \left| \frac{Y}{n_{camp,sim}} \right|$$

Dove acc_{sim} è il vettore delle accelerazioni simulate, privato dei valori di transitorio, mentre $n_{camp,sim}$ rappresenta il numero di campionamenti effettuati, anch'esso ridotto della quota scartata per il transitorio e coincidente, pertanto, con l'estensione totale del vettore precedente. Si definisce, successivamente, un secondo vettore P_1 contenente i valori compresi nella sola prima metà di P_2 (valutata per eccesso).

Infine, scartando il primo e l'ultimo termine delle colonne del vettore P_1 , appena descritto, e raddoppiando l'entità delle variabili rimanenti, si ottiene il vettore di accelerazioni finali d'interesse, rappresentante l'ampiezza delle accelerazioni percepite in funzione del vettore di frequenze crescenti precedentemente definito.

Si riporta di seguito un estratto del codice utilizzato per il calcolo delle ampiezze di accelerazione, per maggiore chiarezza sui passaggi appena descritti (schema di calcolo fornito direttamente dal sito del software MATLAB).

```
N = length(acc_sim) ;

Y = fft(acc_sim) ;
P2 = abs(Y/N) ;
P1 = P2(1:N/2+1) ;
P1(2:end-1) = 2*P1(2:end-1) ;

Acc_sim_FFT = P1 ;
```

Conseguentemente, si ottiene il valore dello spettro di risposta in frequenza del vettore di accelerazioni in forma discreta, come evidenziato all'interno della [Figura 4.28](#). Si specifica, peraltro, che l'andamento descritto è stato ottenuto facendo riferimento alla simulazione realizzata con le condizioni di input viste in [Tabella 4.2](#).

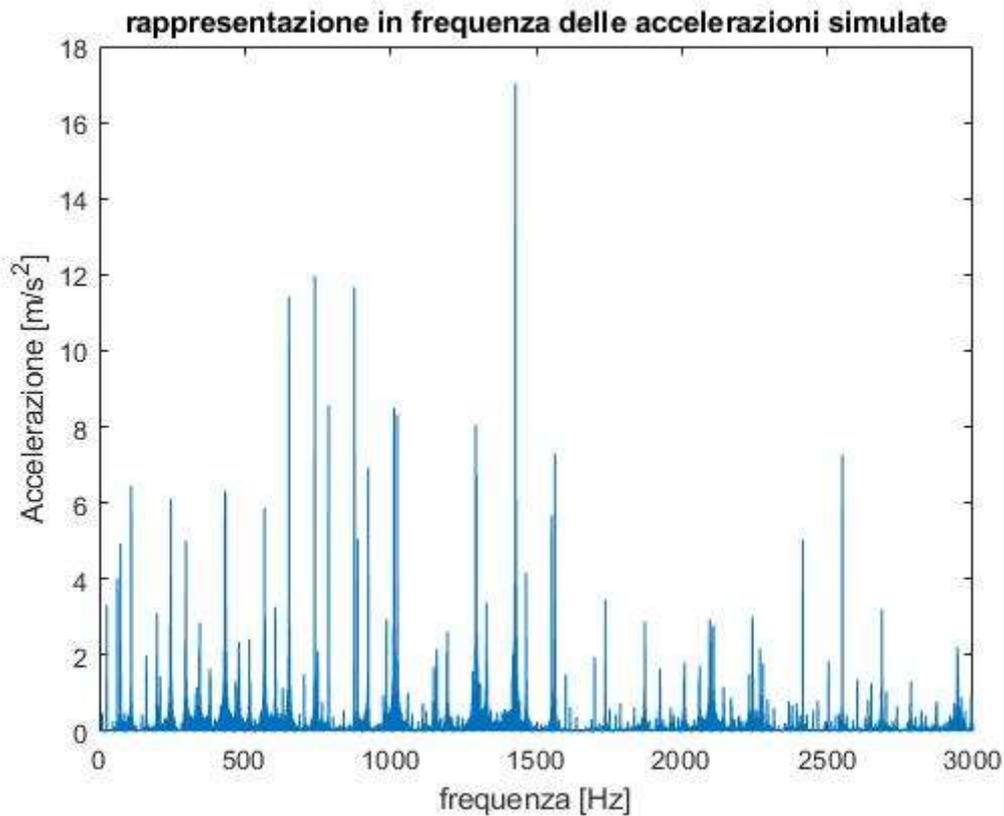


Figura 4.28, andamento dello spettro in frequenza delle accelerazioni simulate dall'analisi FEM per effetto delle forzanti impulsive

La rappresentazione appena fornita è molto interessante, dal momento che, anch'essa, risulta assai differente da quanto visto all'interno delle prove sperimentali. Infatti, oltre a presentare ampiezze molto elevate, come già visto nel caso delle rappresentazioni in funzione del tempo, il sistema ha restituito numerosi picchi di accelerazione a frequenze molto elevate. Questo aspetto è insolito, dal momento che vibrazioni realizzate a tali frequenze dovrebbero, generalmente, dissolversi per effetto degli smorzamenti. Tuttavia, ciò non avviene, come conseguenza delle elevate ampiezze delle accelerazioni sviluppate che si oppongono allo smorzamento anche ad alte frequenze. È altrettanto, presumibile, tuttavia, che lo smorzamento realizzato all'interno delle simulazioni non sia modellato con sufficiente efficacia. Ad ogni modo, si intuisce la necessità di correggere la formulazione delle forzanti ricavate mediante MATLAB, dal momento che queste risultano chiaramente, troppo gravose. Questa problematica deriva, fondamentalmente, dal fatto che, attraverso l'implementazione della formula descrivente il parametro di rigidità offerto da Khanam [29], si effettua una sovrastima dei carichi esercitati per effetto della differenza delle geometrie valutate dall'autore e quelle effettivamente presenti nella tesi in esame. Questo fenomeno trova conferma all'interno di tutte le simulazioni eseguite, dove le accelerazioni valutate superano quelle sperimentali con andamento proporzionale alle forze trasmesse per effetto del corpo volvente, rimarcandone la dipendenza diretta. Conseguentemente, il codice di calcolo delle forzanti è stato corretto, introducendo un fattore di riduzione della massima escursione delle forze d'impatto trasmesse dal rullo pari ad 1/10 dei valori originariamente stimati. Questa correzione, come anticipato, ha permesso di ottenere risultati coerenti con le prove sperimentali ed ha, di fatto, attualizzato le formule adottate da Khanam [29] al caso dei cuscinetti oggetto di studio.

Si riportano, di seguito, le rappresentazioni degli andamenti nel tempo (*Figura 4.29*) ed in frequenza (*Figura 4.30*) valutate ripetendo le prove precedenti, ma, avendo inserito il parametro correttivo di forza.

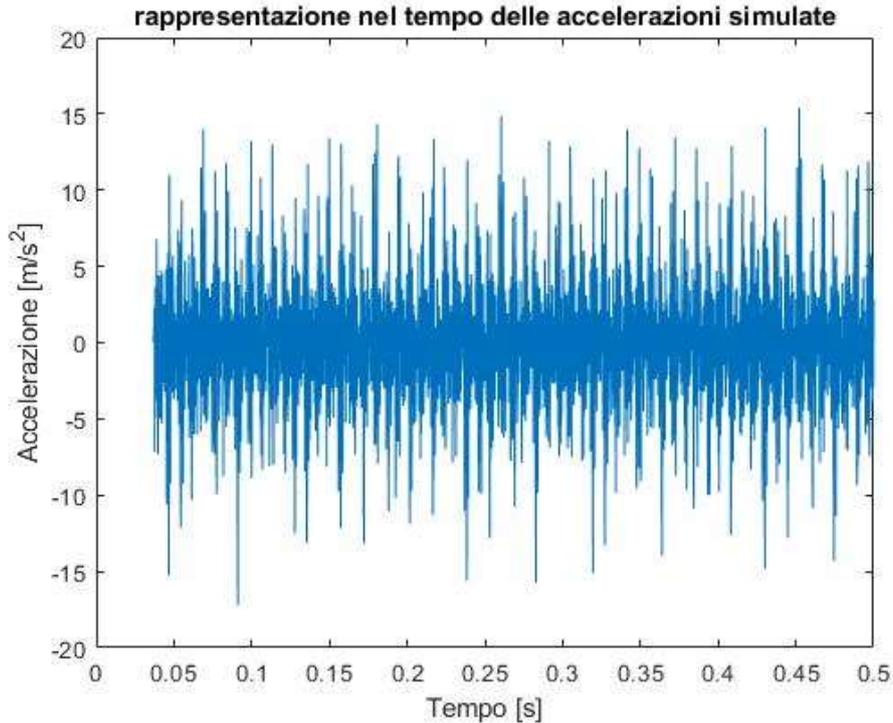


Figura 4.29, andamento delle accelerazioni simulate corrette restituite dall'analisi FEM

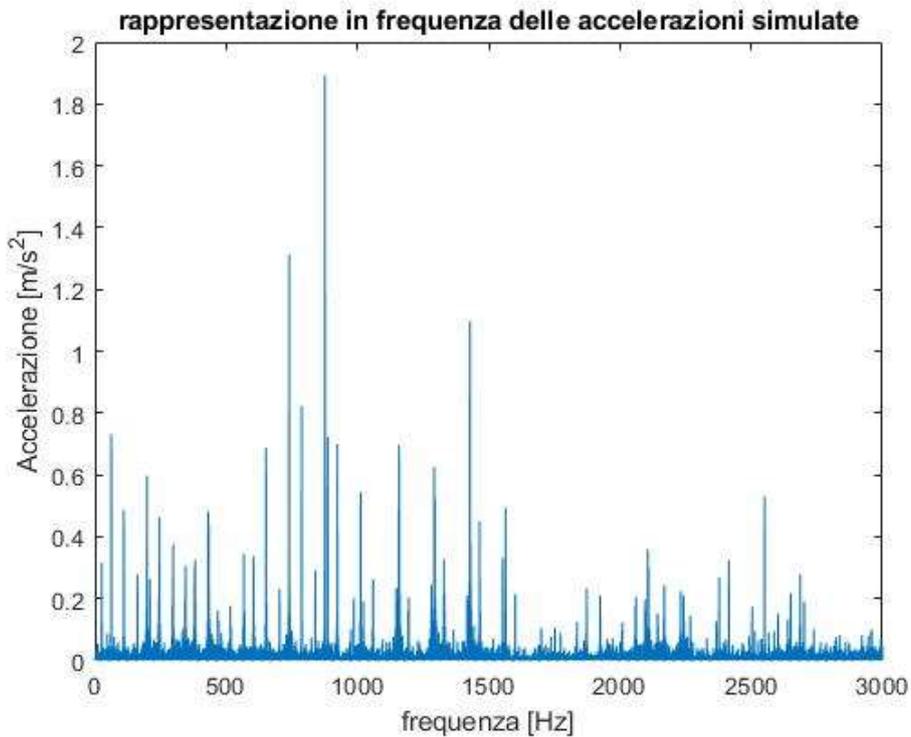


Figura 4.30, andamento dello spettro in frequenza delle accelerazioni simulate corrette restituite dall'analisi FEM

È possibile osservare, dalle due rappresentazioni precedenti come l'applicazione del fattore correttivo abbia restituito andamenti maggiormente sensati con picchi di accelerazione più prossimi a quelli sperimentali, nonché, la riduzione delle vibrazioni ad alte frequenze per effetto dello smorzamento. Appare altrettanto evidente che l'entità delle accelerazioni è, ancora, relativamente alta rispetto ai valori sperimentali, tuttavia, le escursioni non sono eccessive. Ciò evidenzia la necessità di affinare il fattore correttivo adottato all'interno di sviluppi futuri, tuttavia, non ne pregiudica la validità.

Infine, è stato valutato lo spettro d'involuppo del vettore di accelerazioni, mediante l'utilizzo della funzione "envspectrum" presente nel database MATLAB. Tale funzione riceve in input i dati relativi al vettore di accelerazioni ed alla frequenza di campionamento con cui era stato discretizzato il nuovo vettore di tempi equi-spaziati. In output, invece, vengono restituiti il valore dello spettro d'involuppo, le rispettive frequenze, il segnale d'involuppo ed il tempo a cui questo viene computato. Si anticipa, tuttavia, che gli ultimi due parametri non saranno valutati in quanto poco rappresentativi. Ancora una volta, vengono riportati i risultati relativi la simulazione contenente i dati in input presentati nella **Tabella 4.2** relativi alla valutazione dello spettro d'involuppo. Si evidenziano, inoltre, mediante linee rosse tratteggiate, anche le frequenze caratteristiche del *BPFO* e dei suoi primi quattro multipli, in quanto per frequenze maggiori l'influenza dal fenomeno si riduce notevolmente.

La **Figura 4.31** riporta l'andamento dello spettro d'involuppo su un range di 1500 Hz e permette di verificare come i picchi di ampiezza vadano a collocarsi prevalentemente in corrispondenza del primo multiplo del *BPFO*. Questo risultato è molto importante in quanto verifica l'efficacia del sistema nel riconoscere la presenza di frequenze caratteristiche indipendente dalla imprecisione nel valutare correttamente le ampiezze di accelerazione. Inoltre, si rilevano fenomeni di corrispondenza dei picchi anche sui multipli della frequenza caratteristica, sebbene tali fenomeni siano molto meno marcati e, comunque, nascosti dal rumore di fondo. Infine, si verifica come l'influenza delle accelerazioni ad alte frequenze vada a diminuire, con gli ultimi picchi intorno ai 1200 Hz che si ricordano essere frequenze di risonanza dell'assieme.

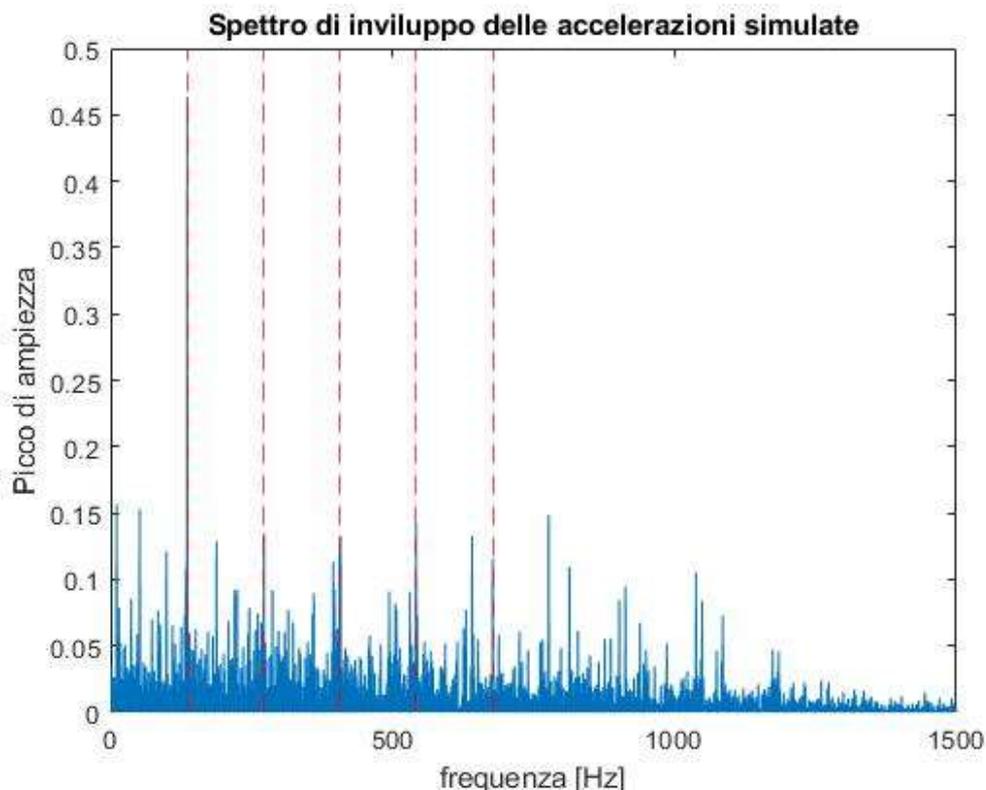


Figura 4.31, spettro d'involuppo delle accelerazioni corrette simulate dall'analisi FEM ricavate mediante una simulazione di 1.5s

Tuttavia, l'andamento appena riportato è di difficile lettura visto il range elevato di frequenze considerate. Pertanto, si riporta un'immagine di dettaglio del precedente diagramma rappresentante lo spettro d'involuppo per frequenze inferiori a 500 Hz (**Figura 4.32**). Si rilevano pertanto, in maniera più chiara, i primi 3 multipli del *BPFO*. Ad ogni modo, la rappresentazione non fornisce particolari informazioni aggiuntive rispetto alla **Figura 4.31**, a parte il fatto di evidenziare come il picco caschi

precisamente in corrispondenza della frequenza caratteristica, ma sarà utilizzata come riferimento per il confronto con gli andamenti sperimentali trattati nel prossimo capitolo (5°).

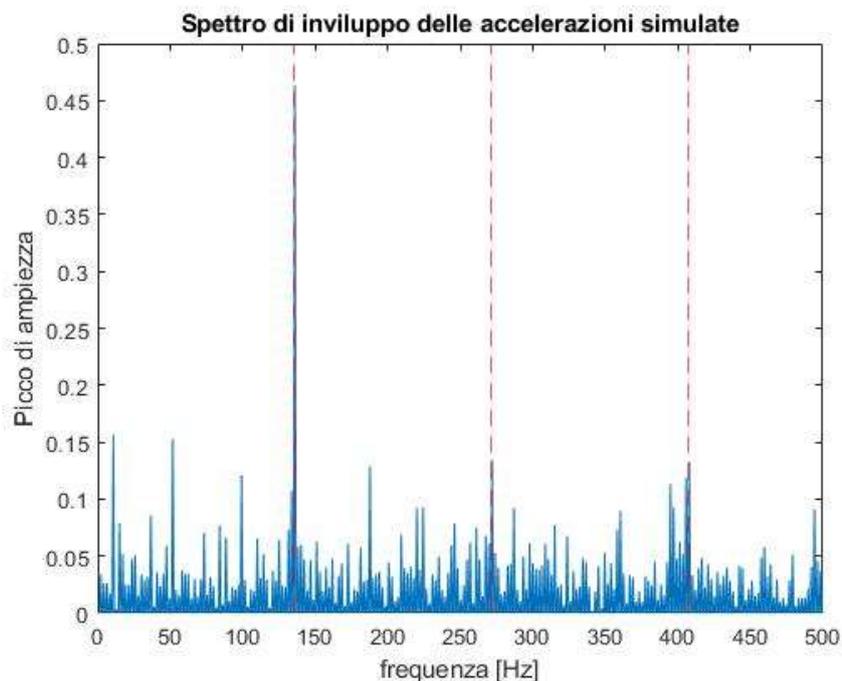


Figura 4.32, dettaglio dello spettro d'involuppo delle accelerazioni corrette, simulate dall'analisi FEM, a frequenze inferiori a 500 Hz, e ricavate per mezzo di una simulazione di 1.5s

L'ultima immagine riportata all'interno di questo capitolo (*Figura 4.33*) evidenzia, sostanzialmente, lo stesso spettro d'involuppo precedentemente visualizzato e valutato su un range di 500 Hz. Tuttavia, in questi casi, i dati sono stati ricavati a partire da una simulazione di soli 0.5 s di evento. Si osserva, quindi, come gli andamenti vengano comunque rilevati e le frequenze caratteristiche identificate, ma il livello di dettaglio con cui vengono definite le corrispondenze tra frequenze e picchi di ampiezza è assai minore. Conseguentemente, simulazioni della durata di 0.5s sono da ritenersi valide per una stima di massima degli andamenti, ma sconsigliate per uno studio approfondito dei fenomeni.

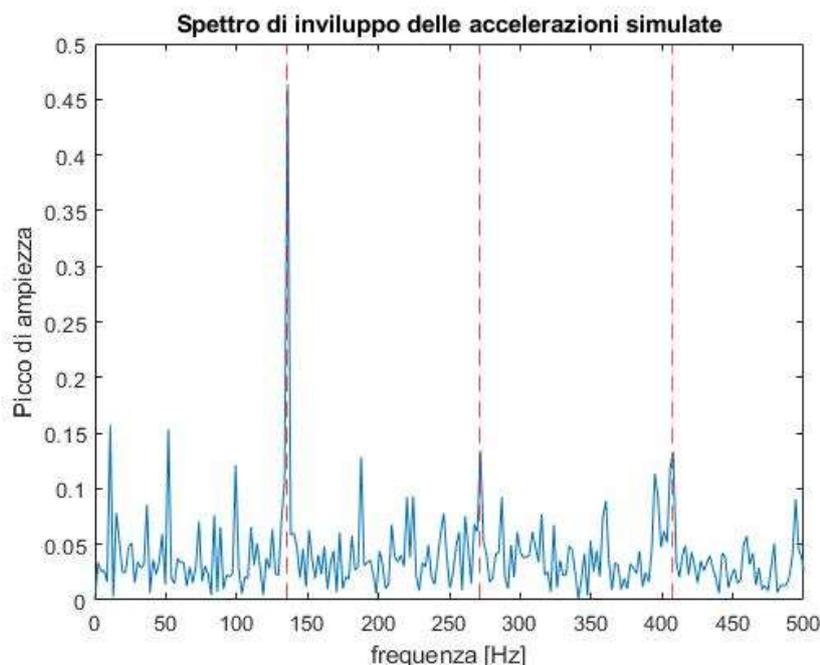


Figura 4.33, dettaglio dello spettro d'involuppo delle accelerazioni corrette, simulate dall'analisi FEM, a frequenze inferiori a 500 Hz e ricavate per mezzo di una simulazione di 0.5s

Capitolo 5

Verifica sperimentale

La convalida dei risultati ottenuti per mezzo delle simulazioni descritte nei capitoli precedenti è avvenuta tramite la raccolta di dati sperimentali relativi le vibrazioni generate dal danneggiamento dei cuscinetti tipologia SKF 22240 CCK/W33, su cui i modelli di studio erano stati basati. Come anticipato all'interno del capitolo introduttivo, la presenza di un banco prova sperimentale nei laboratori del Politecnico di Torino, appositamente progettato per la realizzazione di test su cuscinetti di grandi dimensioni, è stata decisiva nella scelta della tipologia di componenti da simulare. Infatti, tale sistema è stato utilizzato per valutare il comportamento di una coppia di cuscinetti appositamente danneggiati, rispettivamente, uno sulla pista dell'anello interno ed uno su quella dell'anello esterno. È stato, inoltre fornito, successivamente, anche un cuscinetto recante due difetti sulla pista interna distanziati esattamente di 180° l'uno dall'altro, si ribadisce, tuttavia, che per la seguente tesi, solamente il caso del danneggiamento sull'anello esterno è stato valutato. I difetti in questione sono stati realizzati su esplicita richiesta direttamente dalla ditta produttrice (SKF), e sono stati posti in corrispondenza dei punti in cui i modelli SKF 22240 CCK/W33 avevano mostrato segni di cedimenti ed usura in applicazioni precedenti.

I cuscinetti presentanti difetto sono, quindi, stati inseriti all'interno del banco prova per essere monitorati ed i dati ottenuti, sono stati successivamente rielaborati per il confronto con i valori della simulazione. Pertanto, nelle seguenti pagine vengono descritte, brevemente, le caratteristiche del banco prova utilizzato e delle sue componenti, nonché i calcoli utili all'elaborazione dei dati empirici reperiti.

5.1 Il banco prova

Il banco prova utilizzato per la conduzione dei test sui cuscinetti precedentemente descritti, è stato progettato appositamente all'interno del Politecnico di Torino. La sua descrizione ed il relativo principio di funzionamento possono essere reperiti a partire dall'articolo "Design of an Innovative Test Rig for Industrial Bearing Monitoring with Self-Balancing Layout" [32] rilasciato dal gruppo di ricerca associato allo sviluppo della piattaforma in questione. Più precisamente, si tratta di un sistema appositamente sviluppato per testare cuscinetti di grandi dimensioni in grado di sostenere carichi elevati, quale, per l'appunto, la tipologia SKF 22240 CCK/W33, la quale è stata progettata per resistere all'applicazione di forze pari fino a centinaia di tonnellate di peso. Conseguentemente, si può dedurre che, affinché le prove abbiano validità, i componenti devono essere sottoposti a sollecitazioni di entità confrontabili a quelle di esercizio. Tale aspetto rappresenta un limite notevole nella realizzazione di un sistema in grado di monitorare in maniera affidabile i componenti testati, dal momento che per, sostenere simili carichi senza subire danneggiamenti, si rende necessario ricorrere a soluzioni estremamente massive e, di conseguenza, costose.

Il banco prova utilizzato per i test sperimentali dei cuscinetti analizzati, tuttavia, è in grado di ovviare a tale problematica attraverso l'introduzione di una "self-contained box" ovvero di una "scatola" blindata che racchiude l'intero gruppo di elementi testati. All'interno della suddetta scatola sono, infatti, contenuti sia i cuscinetti sottoposti a test, sia il gruppo di attuatori idraulici dediti all'applicazione di forze radiali ed assiali su di essi. I vari cuscinetti sono, poi, avvolti da una serie di adattatori sia in direzione radiale, sia in direzione assiale, il cui scopo principale è quello di andare in

battuta con gli attuatori idraulici e le pareti della scatola in modo da trasmettere le forze ai cuscinetti. Questi ultimi sono calettati su di un albero rotante passante all'interno della scatola, e sono disposti in una configurazione costituita da due coppie di elementi che interagiscono indipendentemente, per un totale di quattro componenti testati. Questo è anche il limite principale della soluzione proposta in quanto, affinché il banco prova possa funzionare correttamente, all'interno del box devono essere presenti quattro cuscinetti tutti sottoposti a carico, in modo che il sistema risulta equilibrato e, quindi, in sicurezza.

La realizzazione della condizione di equilibrio è subordinata alla sollecitazione di tutti gli elementi, in quanto il gruppo di attuatori radiali, presenti all'interno del banco, preme esclusivamente sugli anelli esterni dei cuscinetti posti più internamente nell'assieme. La spinta di tali cuscinetti si scarica sull'albero, in quale inizierebbe a traslare verso il basso se non fosse per la presenza dei cuscinetti posti più esternamente, i quali vanno in battuta con la base della scatola trasferendo ad essa il carico. Tale carico va, quindi a scaricarsi all'interno delle pareti laterali della "self-contained box", le quali sono anche coinvolte nel sorreggere la spinta di reazione generata dagli attuatori. In questo modo, il sistema risulta isolato, e le forze non vengono trasmesse verso l'esterno né per mezzo dell'albero né attraverso il telaio di sostegno. Un simile meccanismo è associato anche al gruppo di spingitori assiali, i quali applicano un carico sugli anelli esterni di una coppia di cuscinetti per andare a separarli. Tuttavia, poiché i cuscinetti interni vanno in battuta su uno spallamento e quelli esterni sono bloccati per mezzo di una spessa ghiera dotata di sistema anti-svitamento, la forza viene interamente scaricata e compensata all'interno dell'albero. Per tale ragione, le sezioni dell'albero rotante presenti nelle sedi di calettamento sono molto estese se paragonate con quelle in uscita dalla scatola. Si precisa, infine, che, per mezzo degli attuatori, si rende possibile applicare fino a 200kN di forza sia in direzione radiale, sia in direzione assiale, per ciascun cuscinetto. Pertanto, è possibile sviluppare delle condizioni di carico compatibili con i limiti di sollecitazione a fatica per i modelli SKF 22240 CCK/W33 testati. La [Figura 5.1](#) esplicita quanto affermato nelle righe precedenti, riportando uno schema di funzionamento della "self-contained box" presente nel banco prova.

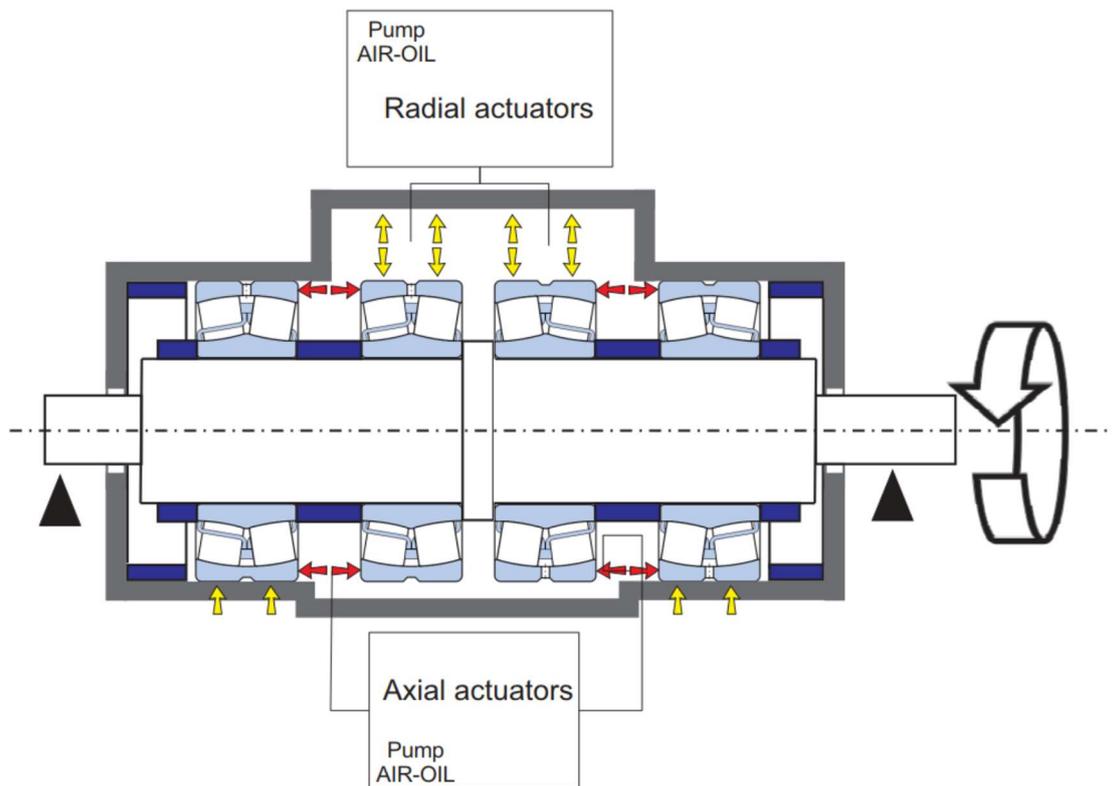


Figura 5.1, schema di funzionamento della "self-contained box" presente nel banco prova [32]

Si riporta, inoltre, un'immagine relativa al contenuto della "self-contained box" che risulta accoppiato all'albero (*Figura 5.2*), ovvero, l'albero rotante stesso e gli adattatori serrati intorno ai cuscinetti.

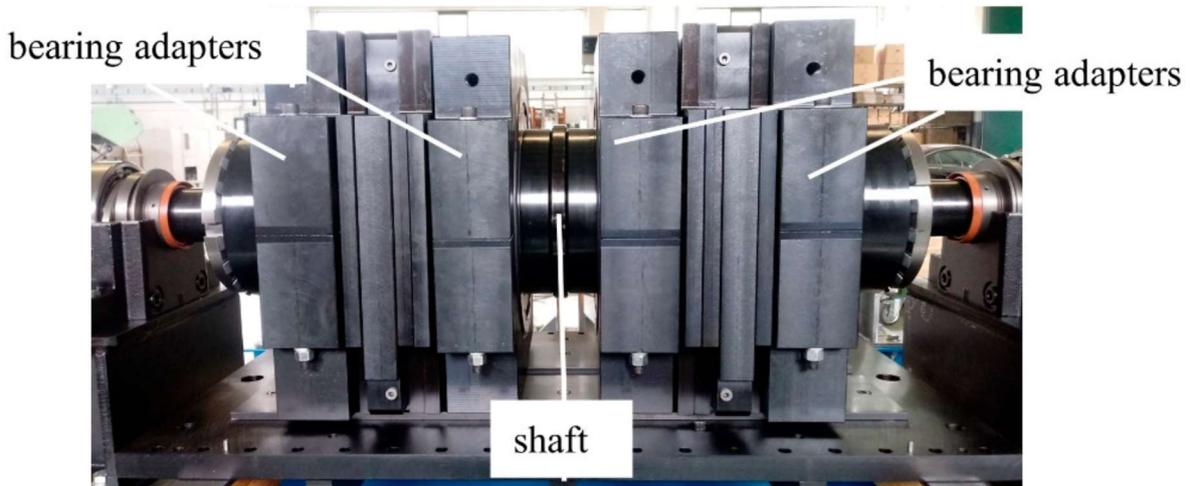


Figura 5.2, immagine del contenuto della "self-contained box": albero rotante e quattro gruppi di adattatori – cuscinetti [32]

È opportuno, infine, specificare che la "self-contained box" viene opportunamente riempita di olio per garantire la lubrificazione dei componenti durante l'utilizzo. Una volta definita la geometria della scatola ed il suo funzionamento, è bene proseguire la trattazione andando a presentare i principali organi di funzionamento presenti all'interno del banco, ma posti al di fuori della scatola.

Innanzitutto, per quanto concerne l'albero rotante, esso è azionato da un motore elettrico alternato trifase della potenza di 30kW, in grado di raggiungere velocità massime di circa 2500 rpm, e comandato per mezzo di un inverter. La trasmissione del moto dal sistema di propulsione alla scatola contenente gli elementi testati avviene per mezzo di un giunto elastico del tipo Periflex, il cui scopo è quello di ridurre le sollecitazioni generate durante le fasi di accelerazione, nonché di minimizzare il disturbo derivante dalle inevitabili oscillazioni di coppia legate all'alimentazione alternata tramite inverter del motore. Quest'ultimo obiettivo è molto importante da perseguire in quanto la presenza di oscillazioni di coppia tende a generare fenomeni di vibrazione molto marcati che potrebbero interferire con la raccolta dei dati provenienti dai cuscinetti effettivamente legati alla presenza dei difetti. Si anticipa, tuttavia, che il disturbo proveniente dal motore sarà comunque presente e dovrà essere appositamente filtrato nell'analisi dei risultati. Il sostegno dell'albero, invece, è affidato ad una coppia di cuscinetti di piccola taglia (se confrontati a quelli testati) i quali sorreggono l'albero ai suoi estremi, in corrispondenza dell'uscita dalla scatola. Per meglio comprendere l'ubicazione dei cuscinetti secondari adibiti a vincoli dell'albero, si faccia riferimento alla *Figura 5.3*.

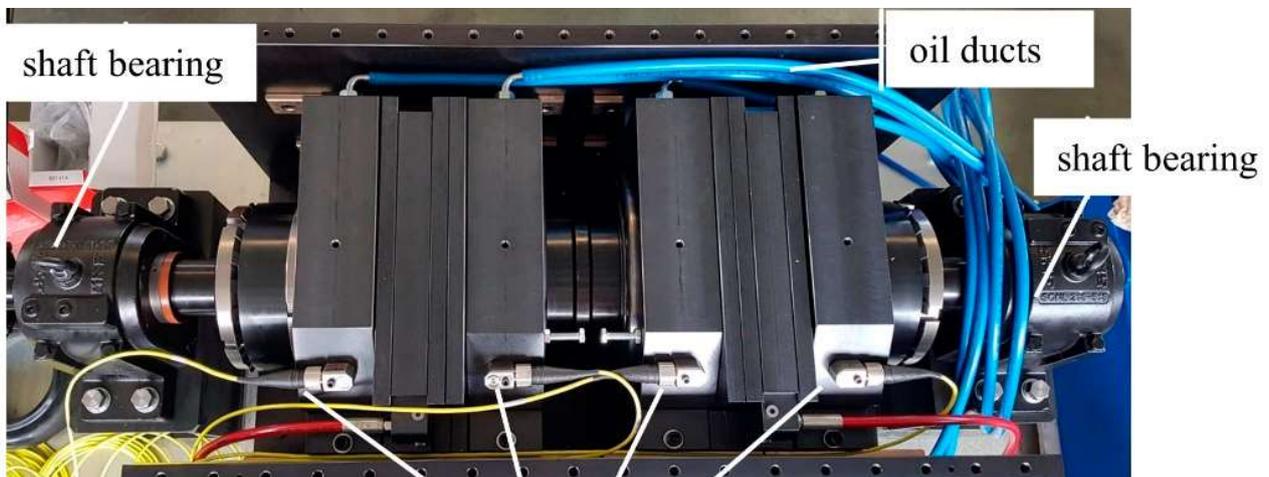


Figura 5.3, immagine del contenuto della "self-contained box": dettaglio del sistema idraulico di messa in pressione degli attuatori assiali e dei cuscinetti secondari a supporto dell'albero [32]

L'intero assieme è, infine, sostenuto per mezzo di un telaio rinforzato appositamente progettato (l'intera struttura pesa intorno ai 3000kg) su cui i vari elementi sono saldamente ancorati. L'alimentazione degli attuatori avviene per mezzo di una pompa in grado di convertire la bassa pressione proveniente dall'impianto pneumatico del laboratorio negli elevati valori di pressione idraulica richiesta. Si anticipa, tuttavia, che l'utilizzo di un simile un sistema di moltiplicazione della pressione ha limitato il range di sollecitazioni realizzabili ad una selezione discreta e limitata di condizioni di carico.

Si riporta, di seguito, una rappresentazione dell'intero banco prova corredato di "self-contained box", motore, telaio, giunto, pompe ed un dettaglio del gruppo di attuatori radiali (*Figura 5.4*).

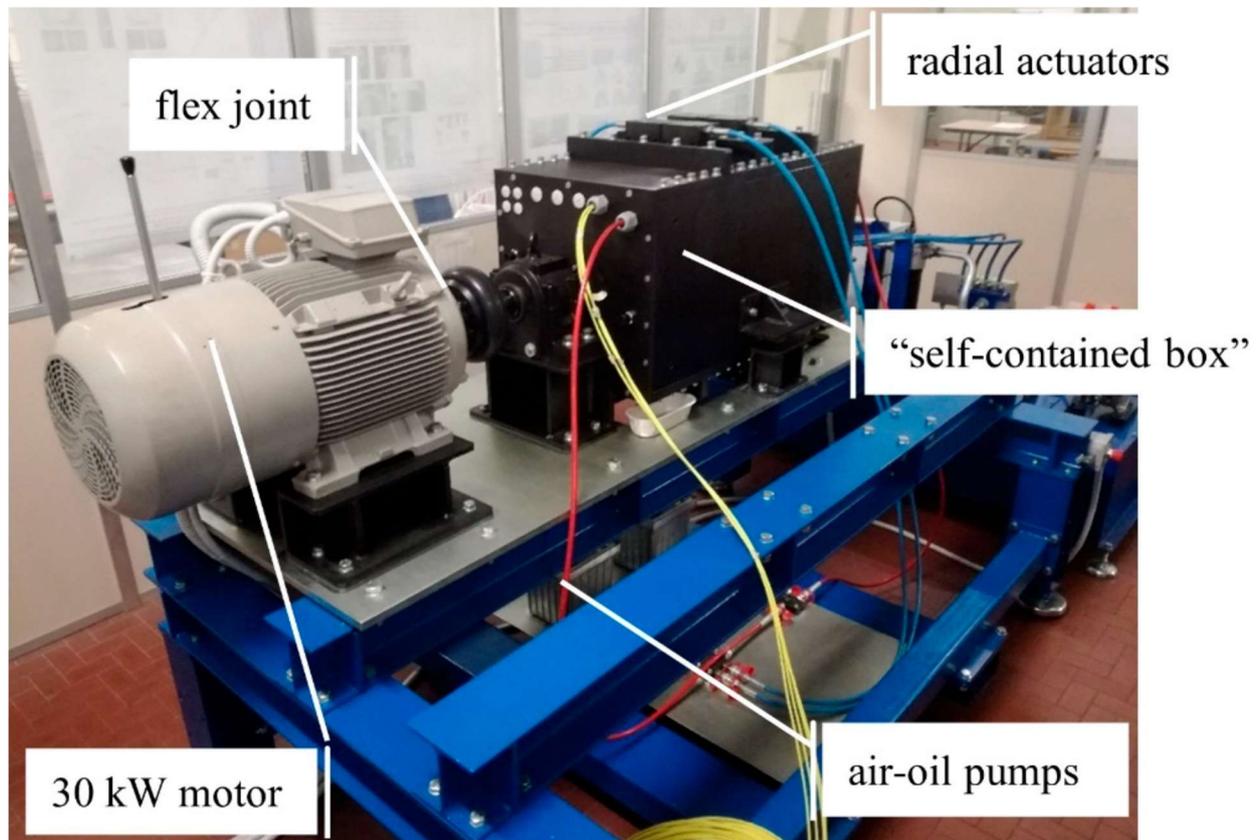


Figura 5.4, immagine esterna del banco prova utilizzato per la verifica sperimentale del modello [32]

5.1.1 L'assieme cuscinetto-adattatore radiale

Una volta descritto il banco utilizzato per eseguire le prove, è opportuno spostare l'attenzione verso l'elemento di maggiore interesse della struttura, ovvero, quello specificamente coinvolto nella raccolta dei dati delle vibrazioni. Più precisamente, come era stato precedentemente descritto all'interno del capitolo 4 relativo la simulazione delle vibrazioni, tale elemento è costituito dal binomio cuscinetto-adattatore radiale. Questa coppia di elementi è particolarmente interessante dal momento che, essendo l'adattatore serrato attorno all'anello esterno del cuscinetto, esso ne trasmette, ed influenza, le vibrazioni generate per effetto della presenza di difetti sulle piste. Tali oscillazioni, vengono quindi percepite e registrate mediante un accelerometro ancorato in corrispondenza della superficie inclinata della porzione superiore dell'adattatore, come era già stato evidenziato nel capitolo precedente. I sensori in questione, nello specifico, hanno permesso di percepire le accelerazioni dell'adattatore radiale nella direzione perpendicolare alla superficie su cui essi sono montati, ovvero, nella direzione Y del sistema di riferimento "accelerometro" descritto all'interno del

capitolo 4. Si rimanda alla *Figura 4.1*, precedentemente esaminata, per il riconoscimento del binomio cuscinetto-adattatore sottoposto a test, nonché per evidenziare la posizione del sensore.

Si consideri, infine che, all'interno del banco prova sono presenti in totale quattro di questi assiemi e ciascuno di essi ha registrato gli andamenti delle accelerazioni per l'intera durata del test, sebbene il difetto fosse presente su solamente uno dei cuscinetti. Inoltre, si anticipa che, attraverso la raccolta dei dati per mezzo di tutti i componenti, è stato possibile verificare che il sistema è in grado di percepire gli effetti del danneggiamento anche dai risultati registrati dai cuscinetti sani. Questa è una considerazione molto importante in quanto evidenzia la possibilità di individuare le tracce della presenza di un difetto, senza monitorare direttamente il componente interessato.

5.2 Svolgimento delle prove

Durante le prove eseguite in laboratorio, è stato valutato il caso di un cuscinetto recante un difetto a sezione circolare di diametro di 2mm e profondità 0.5mm, posto sulla pista dell'anello esterno. Il cuscinetto in questione è stato, quindi, calettato sull'albero in corrispondenza della sede più lontana dal motore, collocando il danneggiamento nel punto più "basso" rispetto all'asse verticale. In tal modo, è stato possibile accertarsi che il difetto si trovasse in corrispondenza del massimo valore della distribuzione di carico radiale descritta all'interno del capitolo 3. Inoltre, l'anello esterno è stato orientato in modo che il danno fosse posto sulla corona di rulli rivolta verso l'interno della "self-contained box", affinché la zona danneggiata potesse essere sollecitata anche dall'eventuale applicazione di carichi radiali.

La *Figura 5.5* esplicita la collocazione del difetto durante le prove eseguite, e ne evidenzia il posizionamento in corrispondenza del punto di massima sollecitazione, com'è possibile vedere osservando le direzioni delle forze esterne.

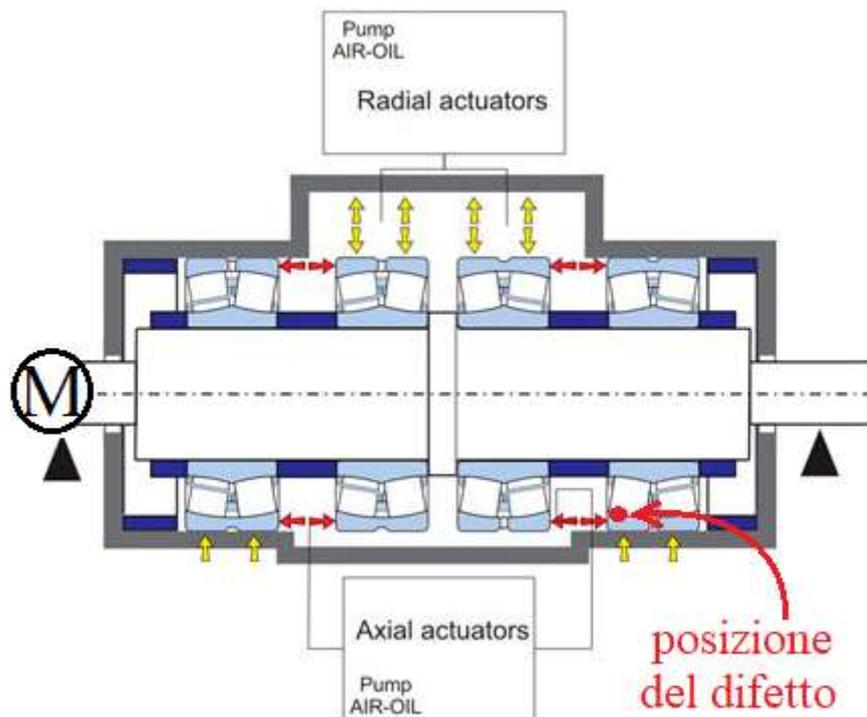


Figura 5.5, schema di funzionamento della "self-contained box" con identificazione del cuscinetto recante difetto sull'anello esterno e dettaglio del suo orientamento all'interno del banco durante le prove [32]

Per lo svolgimento delle prove, le informazioni in merito alle proprietà meccaniche dei cuscinetti SKF 22240 CCK/W33 testati non hanno trovato particolare utilizzo se non nel determinare le condizioni limite per i carichi applicati e le velocità imposte. Le variabili d'interesse in tal senso vengono riportate nella *Tabella 5.1* e sono state reperite all'interno della scheda tecnica fornita dal costruttore [56].

Tabella 5.1, dati e parametri per il calcolo della vita utile dei cuscinetti SKF 22240 CCK/W33 (utilizzati per impostare il banco prova)

SKF 22240 CCK/W33			
Variabile	Valore numerico	Unità di misura	Descrizione
C	1526	kN	“Basic dynamic load rating”
C_0	2930	kN	Coefficiente di carico statico di base
P_u	166	kN	Carico limite a fatica
Ω_{rif}	1600	rpm	Velocità di riferimento
Ω_{lim}	2200	rpm	Velocità limite
e	0.26	/	Fattore di calcolo per il carico combinato radiale-assiale

Per quanto concerne l'ultimo parametro della tabella, esso è particolarmente rappresentativo. Infatti, il fattore di carico e sottintende che le condizioni di buon funzionamento per il cuscinetto in esame possono ritenersi soddisfatte solamente se il carico assiale si mantiene al di sotto del 26% della quota di carico radiale. Tale condizione, tuttavia, non è stata perseguita durante le prove a causa delle limitazioni imposte dall'utilizzo del moltiplicatore di pressioni. Quest'ultimo, infatti, come anticipato, non consente di regolare le pressioni esercitate con continuità e, pertanto, la prova è dovuta avvenire in condizioni di carico assiale gravoso, nello specifico $F_r = 124.8$ kN e $F_a = 49$ kN applicate su un singolo cuscinetto.

Si specifica, infine, che ogni prova si è svolta per una durata totale di 60 s, ed i dati relativi alle accelerazioni sono stati percepiti dai rispettivi sensori con una frequenza di campionamento pari a 20.480 Hz. Le prove, inoltre, sono avvenute su una vasta selezione di differenti configurazioni di carico e velocità di rotazione. Tuttavia, si anticipa che i risultati maggiormente rappresentativi sono stati reperiti solamente dai test svolti con velocità di rotazione dell'albero superiori ai 600 rpm e, pertanto, solamente queste saranno prese in considerazione ed analizzate all'interno della seguente tesi.

5.3 Risultati delle prove sperimentali

Durante l'esecuzione delle varie prove, il sistema di raccolta dati, presente all'interno del laboratorio, ha registrato e catalogato tutte le informazioni provenienti da ciascuno dei sensori presenti nel banco prova ed ha, successivamente, restituito un apposito documento, contenente gli andamenti di ciascuna delle variabili monitorate. Tuttavia, analizzando il documento, è possibile notare che al suo interno risultano specificati anche parametri differenti dai rilevamenti delle vibrazioni dei gruppi cuscinetto-adattatore. Ciò è dovuto al fatto che, sebbene non fosse stato specificato precedentemente, il banco utilizzato monta, oltre agli accelerometri, dell'ulteriore sensoristica atta a monitorare una serie di indicatori utili per la verifica del buon funzionamento del sistema. Nello specifico, le variabili introdotte riguardano: la variazione dei carichi trasmessi, valutata attraverso opportuna cella di carico, il monitoraggio della temperatura interna alla “self-contained box” e la verifica della velocità di

rotazione dell'albero. Tutte queste informazioni sono state valutate per mezzo di opportuni sensori, ciascuno dotato di una propria frequenza di campionamento caratteristica, e, successivamente, registrate all'interno del documento fornito. Tuttavia, sebbene tali dati siano importanti per convalidare i risultati delle prove, essi non hanno valore per gli scopi della trattazione seguente e saranno, pertanto, trascurati. Se ne deduce, quindi, che solamente i parametri di accelerazione percepita in corrispondenza degli adattatori saranno influenti e, pertanto, estratti dal documento ed elaborati per mezzo di un opportuno codice MATLAB.

Si ricorda, tuttavia, che, durante le varie prove, sono stati raccolti, e forniti attraverso il documento, i dati relativi a tutti e quattro i cuscinetti testati e non solamente quelli del componente con difetto. Ora, sebbene il confronto d'interesse tra i valori simulati e quelli sperimentali debba avvenire solamente in merito al blocco cuscinetto-adattatore contenente l'elemento danneggiato, la disponibilità dei dati relativi agli altri componenti è comunque interessante da valutare, specialmente nell'ottica di eventuali sviluppi futuri del modello. Pertanto, nelle pagine seguenti saranno riportati i risultati di ognuno dei componenti presenti all'interno della "self-contained box". Il confronto diretto tra i dati simulati e quelli sperimentali del solo elemento difettoso sarà, invece, analizzato all'interno del capitolo successivo (cap. 6), presentante i risultati dell'intero progetto.

Come anticipato nelle pagine precedenti, si è reso necessario rielaborare i dati grezzi ottenuti dagli accelerometri attraverso la costruzione di un opportuno codice di calcolo e rappresentazione dei risultati. Tale programma è stato realizzato mediante il software MATLAB, il quale ha importato le informazioni trasmesse dal documento di laboratorio sotto forma di una "struttura di dati". Pertanto, innanzitutto, i rilevamenti delle accelerazioni contenuti all'interno di essa sono stati, innanzitutto, trascritti in matrici, vettori e singole variabili per facilitarne la fruibilità da parte del codice di calcolo. Più precisamente, è stata memorizzata la frequenza di campionamento degli accelerometri in una singola variabile, mentre gli andamenti delle accelerazioni, ed i rispettivi tempi di campionamento, sono stati raccolti all'interno di due matrici contenenti 4 colonne di valori, una per ognuno dei gruppi cuscinetto-adattatore testati. A partire da questi dati, è stato possibile plottare l'andamento delle accelerazioni sperimentali rilevate nel tempo per ciascun cuscinetto.

Conseguentemente, considerando le condizioni di prova riportate all'interno della *Tabella 5.2*, sono stati ottenuti gli andamenti delle accelerazioni sperimentali grezze riportati in *Figura 5.6*. Si sottolinea che, per questa e per le successive rappresentazioni, la convenzione adottata per nominare i cuscinetti definisce come componente numero 1 quello più vicino al motore, ed i successivi come 2, 3 e 4 man mano che ci si allontana da esso. Conseguentemente, all'interno di tutte le prove esaminate, i dati relativi al cuscinetto danneggiato saranno quelli indicati con il numero 4.

Tabella 5.2, esempio parametri di prova (effettivamente utilizzati) per la determinazione delle accelerazioni sperimentali

Variabile	Valore numerico	Unità di misura	Note
F_r	62.4	kN	Carico radiale applicato esternamente
F_a	0	kN	Carico assiale applicato esternamente
Ω	997	rpm	Velocità di rotazione dell'albero/anello interno
ψ	0	deg	Angolo di posizione del difetto sull'anello esterno, riferito alla verticale
D_{dif}	2	mm	Diametro del difetto
H_{dif}	0.5	mm	Profondità del difetto
n	4	/	Identificativo del cuscinetto danneggiato

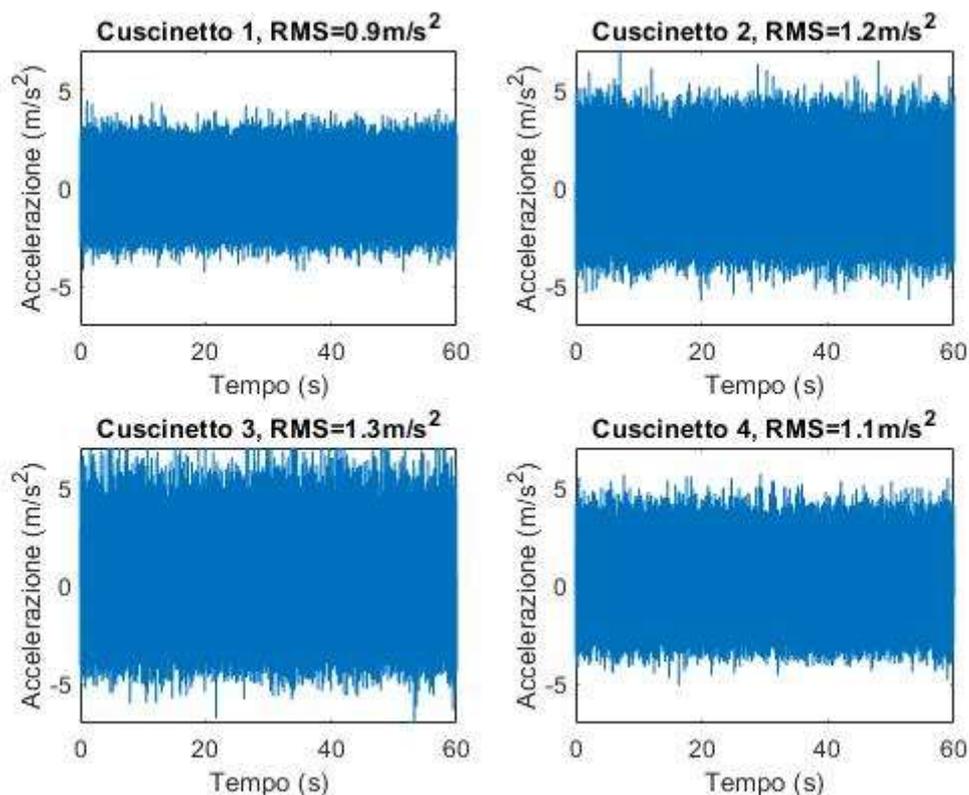


Figura 5.6, andamento nel tempo delle accelerazioni grezze rilevate per mezzo delle prove sperimentali su tutti e quattro i cuscinetti testati (danneggiamento su componente numero 4)

Appare evidente, dall'immagine precedente, come gli andamenti in funzione del tempo non siano in alcun modo rappresentativi per lo studio. Conseguentemente, come era avvenuto per il caso della simulazione, i dati in questione sono stati rielaborati per mezzo della funzione "fft" ("Fast Fourier Transform") presente in MATLAB, in modo da esprimere l'andamento delle accelerazioni nel dominio della frequenza. Le formule implementate sono analoghe a quanto visto precedentemente nella rielaborazione dei risultati delle simulazioni solamente che, in questo caso, sono riferite a delle matrici di quattro colonne piuttosto che ad un vettore. Le formule implementate sono, pertanto, le seguenti.

Innanzitutto, è stato definito un vettore di frequenze crescenti a passo costante. Tali valori saranno utilizzati per la discretizzazione dell'asse delle ascisse nella rappresentazione delle funzioni di risposta in frequenza. Tuttavia, per poter disporre di risultati rappresentativi, si rende necessario adottare come passo d'incremento del vettore di frequenze, la frequenza di campionamento dell'accelerometro stesso rapportata al numero totale di istanti valutati.

$$\Delta f = \frac{f_{camp,exp}}{n_{camp,exp}}$$

Una volta definito il vettore delle ascisse, è stato valutato il contenuto di quello delle ordinate, mediante l'utilizzo della funzione "fft" (Fast Fourier Transform) presente in MATLAB. Tale funzione riceve in input l'andamento delle accelerazioni e ne restituisce la funzione di risposta in frequenza.

L'analisi dell'ampiezza dello spettro in frequenza viene completata applicando per ogni valore stimato dalla "fft" le seguenti formule correttive.

$$Y = \text{fft}(\text{acc}_{exp})$$

$$P_2 = \left| \frac{Y}{n_{camp,exp}} \right|$$

Dove acc_{exp} è la matrice delle accelerazioni sperimentali rilevate, mentre $n_{camp,exp}$ rappresenta il numero di campionamenti effettuati. Tale numero coincide anche con l'estensione totale delle colonne della matrice di variabili analizzata (acc_{exp}). Si definisce, successivamente, una seconda matrice P_1 contenente i valori compresi nella sola prima metà di P_2 (valutata per eccesso).

Infine, scartando il primo e l'ultimo termine delle colonne della matrice P_1 , appena descritta, e raddoppiando l'entità delle variabili rimanenti, si ottiene la matrice finale d'interesse, rappresentante l'ampiezza delle accelerazioni percepite in funzione del vettore di frequenze crescenti precedentemente definito.

Si riporta di seguito un estratto del codice utilizzato per il calcolo delle ampiezze di accelerazione per maggiore chiarezza sui passaggi appena descritti (schema di calcolo fornito direttamente dal sito del software MATLAB).

```
N = size(acc_exp,1) ;

Y = fft(acc_exp) ;
P2 = abs(Y/N) ;
P1 = P2(1:N/2+1) ;
P1(2:end-1) = 2*P1(2:end-1) ;

Acc_exp_FFT = P1 ;
```

Si osservi che, poiché nel caso delle prove sperimentali la grandezza acc_{exp} è una matrice, e non un vettore come nel caso delle simulazioni, il calcolo dell'estensione della variabile deve avvenire mediante la funzione "size" e non "length".

Conseguentemente, si ottiene il valore dello spettro di risposta in frequenza delle accelerazioni di tutti e quattro i gruppi testati. La [Figura 5.7](#), riportata a pagina seguente, ne evidenzia gli spettri, valutati per la prova realizzata con le condizioni di input viste in tabella [Tabella 5.2](#).

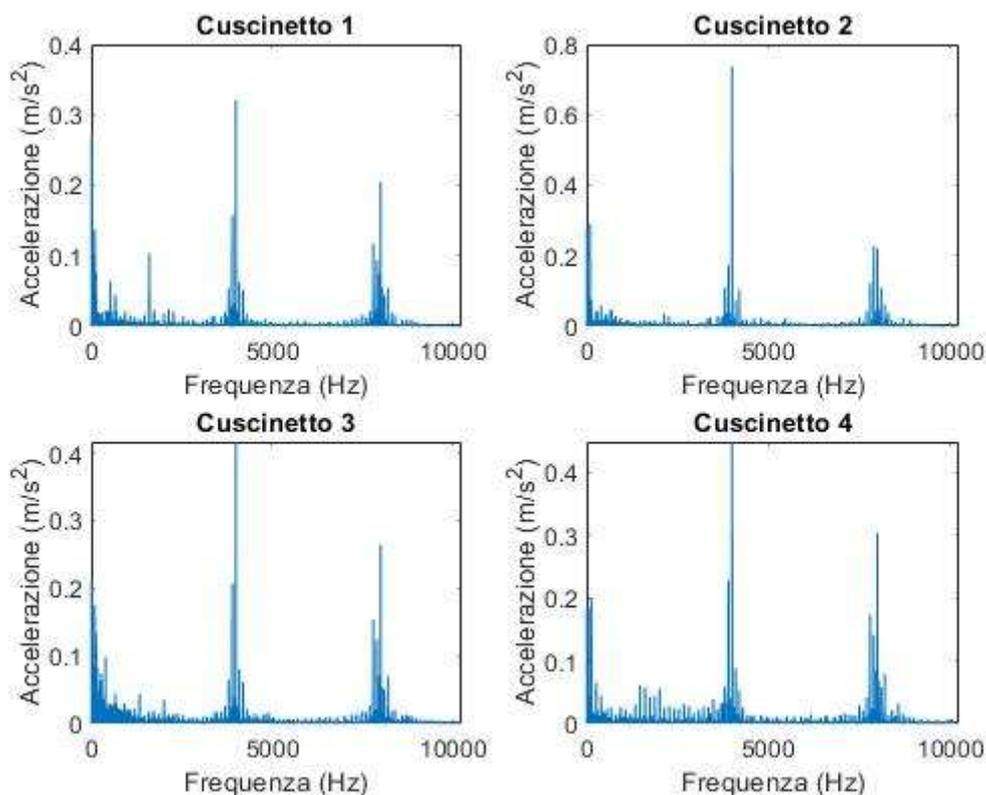


Figura 5.7, andamento in frequenza delle accelerazioni grezze rilevate per mezzo delle prove sperimentali su tutti e quattro i cuscinetti testati (danneggiamento su componente numero 4)

Come si può notare dall'immagine precedente, sono chiaramente presenti dei picchi di accelerazione intorno ad alcune frequenze caratteristiche. Tuttavia, tali picchi si concentrano intorno ai valori di 4000 ed 8000 Hz, ben maggiori rispetto alla frequenza del *BPFO* precedentemente valutata. Quest'ultima, infatti, presentava un valore limite di circa 136 Hz nell'ipotesi di adottare la massima velocità di rotazione dell'albero. Si deduce, pertanto, che i picchi di vibrazione rilevati alle frequenze maggiori non sono d'interesse per la trattazione, ma anzi rappresentano un disturbo, verosimilmente generato dalle oscillazioni di coppia del motore trifase.

Conseguentemente, si è reso necessario filtrare il segnale delle accelerazioni intorno alle frequenze di 4000 ed 8000 Hz, attraverso l'utilizzo della funzione "fdesign.notch" presente nel database di MATLAB. Quest'ultima, ricevendo in input i dati relativi a: l'ordine del filtro, la frequenza da filtrare, il fattore di qualità e la frequenza di campionamento del segnale, restituisce una specifica funzione di filtraggio. Quindi, una volta definiti i filtri per entrambe le frequenze, essi sono stati applicati alle varie colonne della matrice di accelerazioni per ottenerne una nuova contenente i valori filtrati. Questo passaggio ha permesso di eliminare il disturbo legato alla presenza di vibrazioni non rappresentative ad alte frequenze, tuttavia, ha inevitabilmente contaminato il contributo in ampiezza delle accelerazioni.

Ad ogni modo, una volta ottenuti i dati delle accelerazioni filtrate è stato possibile rappresentarne gli andamenti per ciascuno dei cuscinetti nel dominio del tempo (*Figura 5.8*) e della frequenza (*Figura 5.9*). Per ottenere questi ultimi, infatti, è stato sufficiente riapplicare la funzione "fft", precedentemente descritta ai nuovi valori di accelerazione, semplicemente sostituendo la matrice $acc_{exp, filt}$ alla matrice acc_{exp} .

Si riportano gli andamenti delle accelerazioni nel tempo e nella frequenza per le prove eseguite nelle condizioni riportate in *Tabella 5.2*.

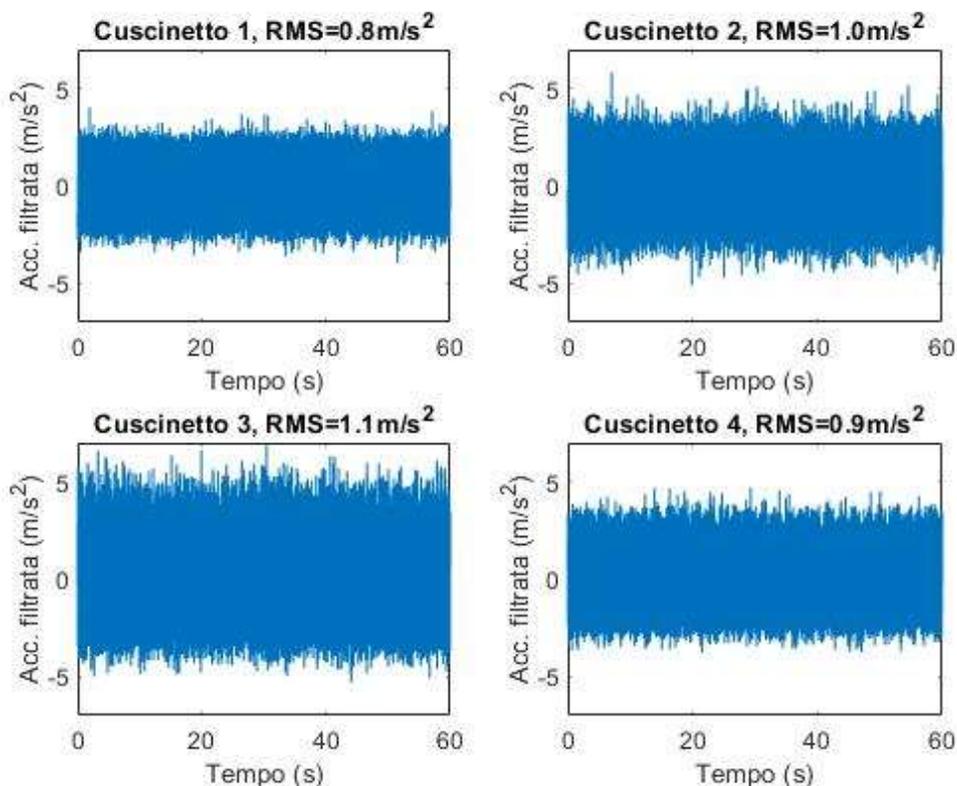


Figura 5.8, andamento nel tempo delle accelerazioni filtrate alle frequenze di 4000 ed 8000 Hz, rilevate per mezzo delle prove sperimentali su tutti e quattro i cuscinetti testati (danneggiamento su componente numero 4)

Come si può osservare nella precedente rappresentazione, appare evidente, ancora una volta, che lo studio delle vibrazioni nel dominio del tempo non restituisce risultati di lettura significativa. Pertanto, essa non sarà riproposta in futuro, se non brevemente per la realizzazione di viste di dettaglio.

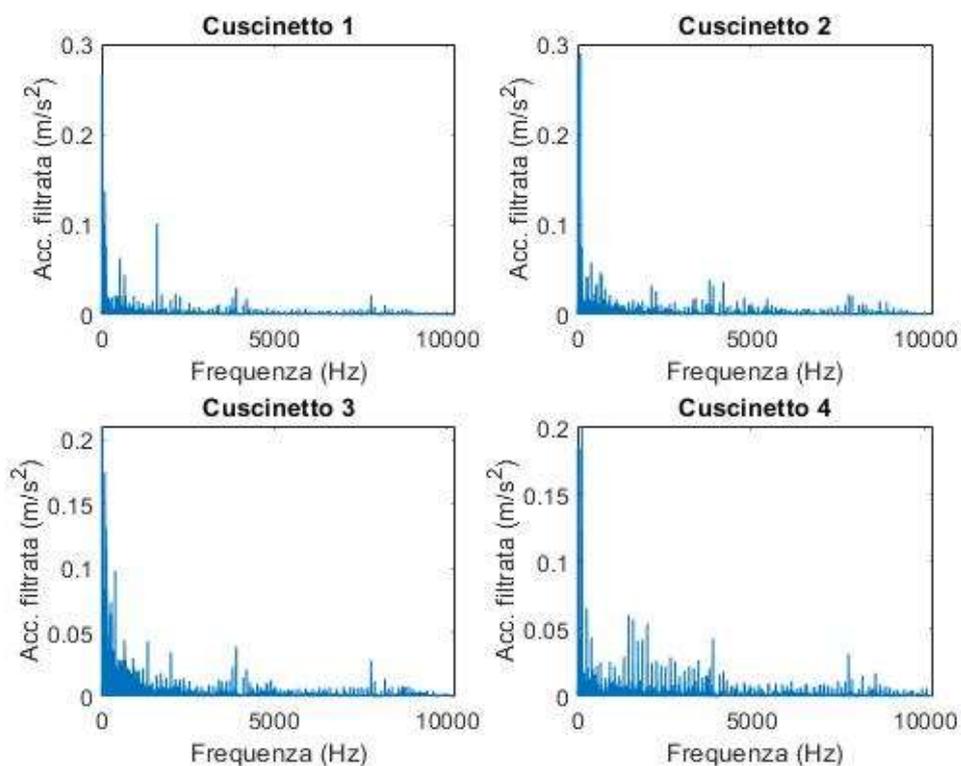


Figura 5.9, andamento in frequenza delle accelerazioni filtrate alle frequenze di 4000 ed 8000 Hz, rilevate per mezzo delle prove sperimentali su tutti e quattro i cuscinetti testati (danneggiamento su componente numero 4)

La rappresentazione dello spettro delle accelerazioni in frequenza, invece, evidenzia l'efficacia dei filtri applicati, dal momento che risultano eliminati contributi a 4000 ed 8000 Hz. Ad, ogni modo, il risultato ottenuto è di scarso interesse nella forma attuale in quanto non permette di visualizzare il dettaglio delle ampiezze in prossimità della frequenza del *BPFO*. Pertanto, si rende necessario considerare, nelle pagine seguenti, il dettaglio di frequenze inferiori a 500 Hz.

Infine, come era avvenuto per il caso simulato, è stato valutato anche lo spettro d'involuppo della matrice di accelerazioni sperimentali filtrate, attraverso l'utilizzo della funzione "envspectrum" presente nel database MATLAB. Tale funzione riceve in input i dati relativi alle accelerazioni filtrate ed alla frequenza di campionamento dell'accelerometro e, inoltre. In output, invece, vengono restituiti il valore dello spettro d'involuppo, le rispettive frequenze, il segnale d'involuppo ed il tempo a cui questo viene computato. Si anticipa, tuttavia, che gli ultimi due parametri non saranno valutati in quanto poco rappresentativi.

Ancora una volta, vengono riportati i risultati relativi le prove svolte nelle condizioni descritte nella [Tabella 5.2](#) all'interno della seguente rappresentazione dello spettro d'involuppo ([Figura 5.19](#)).

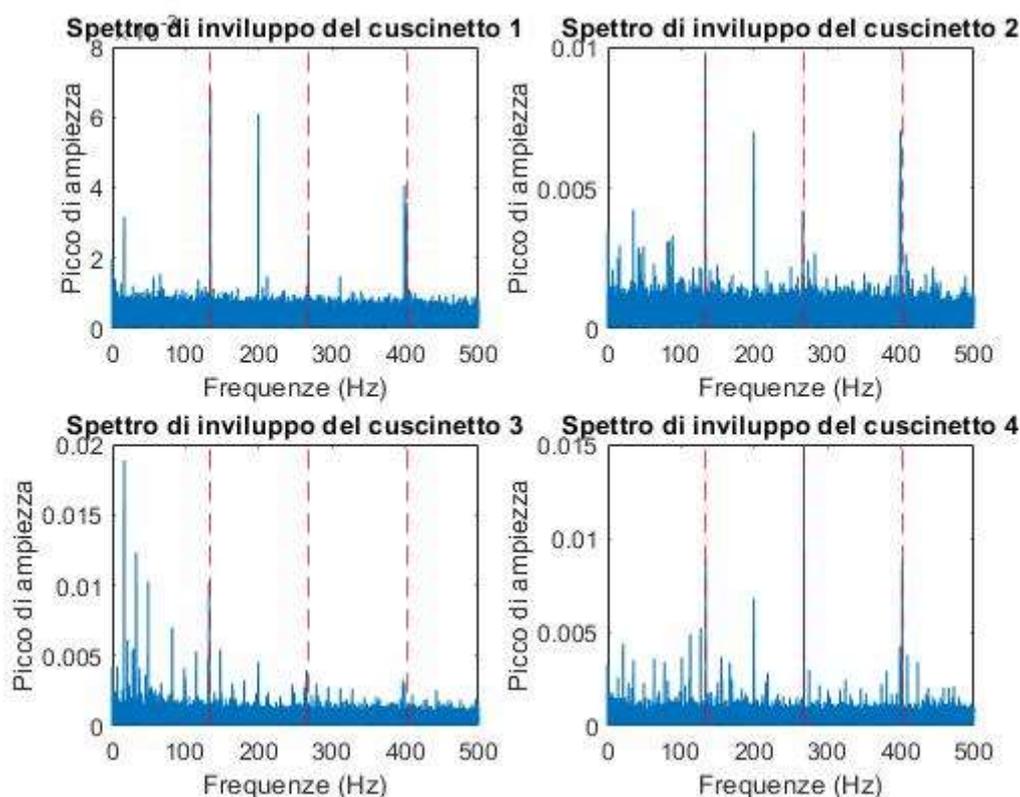


Figura 5.10, spettro d'involuppo delle accelerazioni filtrate alle frequenze di 4000 ed 8000 Hz, rilevate per mezzo delle prove sperimentali su tutti e quattro i cuscinetti testati (danneggiamento su componente numero 4)

Tuttavia, come si può notare dalla [Figura 5.10](#), lo studio dello spettro d'involuppo sperimentale ha evidenziato la presenza di un significativo rumore di fondo all'interno dei segnali, specialmente se confrontato con gli andamenti simulati. Questa, infatti, è una condizione tipica nella valutazione di dati empirici, dove i disturbi ambientali, ed altre forme d'interazione esterna, contaminano inevitabilmente il segnale ricevuto. Questo aspetto, tuttavia, sebbene non fosse particolarmente rilevante nello studio della FFT, si è rivelato molto dannoso nella valutazione dello spettro d'involuppo, in quanto è andato a nascondere gli andamenti delle frequenze caratteristiche, all'interno del diagramma. Per questo motivo, si è reso necessario filtrare ulteriormente i dati in ingresso nella funzione di calcolo dello spettro d'involuppo, definendo un filtro passa-basso per l'eliminazione delle componenti minori del segnale di accelerazione. L'entità della banda del filtro, applicata direttamente negli input della funzione "envspectrum", è stata definita specificatamente per ciascun segnale di

accelerazione presente nella matrice, mediante lo studio del kurtogramma dei risultati. Quest'ultimo, infatti, è stato valutato mediante la funzione "kurtogram" presente in MATLAB ed ha permesso di determinare la banda di filtraggio consigliata per il segnale, nonché la massima frequenza spettrale del Kurtosis intorno a cui centrare il filtro. Quest'ultimo valore di frequenza dovrebbe coincidere esattamente con il primo multiplo del *BPFO*, se i rilevamenti sperimentali sono avvenuti correttamente. In questo modo, la banda di filtraggio è stata centrata sulla frequenza caratteristica ed ha permesso di riscrivere l'andamento dello spettro d'involuppo eliminando il contributo del rumore di fondo.

Si riporta di seguito, in *Figura 5.11*, un'immagine dello spettro d'involuppo dei quattro cuscinetti, filtrato dei picchi a 4000 ed 8000 Hz, nonché del rumore di fondo, e valutato per le condizioni di prova riportate in *Tabella 5.2*.

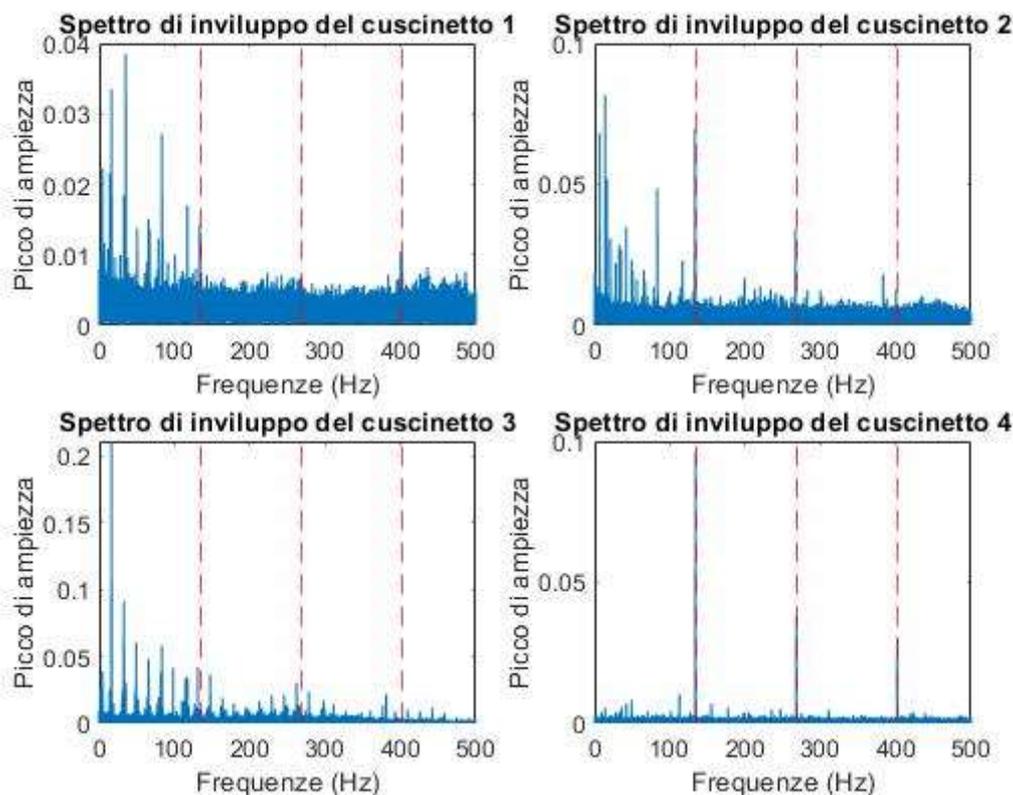


Figura 5.11, spettro d'involuppo delle accelerazioni rilevate per mezzo delle prove sperimentali su tutti e quattro i cuscinetti testati, ripulite del rumore di fondo e filtrate alle frequenze di 4000 ed 8000 Hz (danneggiamento su componente numero 4)

Si noti, ancora una volta, come nella figura vengano evidenziate, mediante linee rosse tratteggiate, anche le frequenze caratteristiche del *BPFO* e dei suoi multipli (il secondo ed il terzo, per l'esattezza). Per quanto concerne il cuscinetto numero 4, ovvero, quello danneggiato, è possibile rilevare chiaramente la presenza dei picchi di ampiezza di accelerazione in corrispondenza delle frequenze caratteristiche precedentemente descritte, come previsto dalla letteratura. La loro entità si riduce man mano che si allontana dal primo multiplo, ma essi risultano comunque sempre identificabili. Tuttavia, è altrettanto interessante notare come tali picchi siano riscontrabili, sebbene in forma assai minore, anche nei restanti componenti. Questo aspetto è molto importante in quanto delinea, come anticipato, la possibilità di rilevare la presenza di difetti su di un cuscinetto, attraverso lo studio dei componenti limitrofi privi di danneggiamenti. Tale fenomeno è sicuramente interessante da osservare, tuttavia, richiederebbe ulteriori approfondimenti che non saranno valutati all'interno di questa tesi. Osservando il pezzo numero 3, infatti, è possibile riscontrare picchi di accelerazione molto significativi a frequenze inferiori rispetto al *BPFO*, mentre il cuscinetto 1 manifesta la presenza di disturbi molto marcati che si traducono in una persistenza del rumore di fondo, che oscura completamente il secondo multiplo.

Capitolo 6

Risultati delle simulazioni

All'interno del seguente capitolo vengono riportati, e confrontati, i vari risultati ottenuti per mezzo delle simulazioni e delle prove sperimentali. Saranno, innanzitutto, presentati i valori ottenuti per la prova maggiormente rappresentativa ($\Omega = 997$ rpm, $F_r = 62.4$ kN, $F_a = 0$ kN), ovvero quella utilizzata come riferimento all'interno dei capitoli precedenti della trattazione. Successivamente, saranno considerati quattro ulteriori casi di studio, caratterizzati, ciascuno, dalla variazione di una delle principali variabili di simulazione rispetto al caso precedente assunto a riferimento. Più precisamente, la presentazione dei risultati sarà suddivisa in cinque sotto-capitoli, ognuno facente riferimento ad una prova specifica e corredato di: tabella dei parametri in input, rappresentazioni utili allo studio e brevi considerazioni in merito al caso specifico.

6.1 Caso 1, velocità elevata, carichi intermedi

Il primo caso considerato coincide con quello già visualizzato all'interno delle pagine precedenti della trattazione e, pertanto, sarà utilizzato come andamento di riferimento per il confronto con tutte le altre prove. Conseguentemente, in relazione alle successive prove descritte, il "caso 1" potrà essere definito come caratterizzato da: velocità elevate e carichi applicati intermedi. Si riportano, pertanto, per mezzo della **Tabella 6.1**, i dati relativi alle condizioni di simulazione e test sperimentale del "caso 1".

Tabella 6.1, parametri in input per il rilevamento sperimentale e per la simulazione delle accelerazioni del "caso 1"

Caso 1, riferimento			
Variabile	Valore numerico	Unità di misura	Note
F_r	62.4	kN	Carico radiale applicato esternamente
F_a	0	kN	Carico assiale applicato esternamente
Ω	997	rpm	Velocità di rotazione dell'albero/anello interno
ψ	0	deg	Angolo di posizione del difetto sull'anello esterno, riferito alla verticale
α_{dif}	12.5	deg	Angolo di contatto del difetto (posto sull'anello esterno)
D_{dif}	2	mm	Diametro del difetto
H_{dif}	0.5	mm	Profondità del difetto
t_f	1.5	s	Durata della simulazione
n	4	/	Identificativo del cuscinetto danneggiato

A valle dell'applicazione di tali condizioni sia all'interno del simulatore, sia in laboratorio attraverso i controlli del banco prova, sono stati restituiti i seguenti valori di accelerazione nel tempo, valutate su di un intervallo che va da 0.1 a 1.1s. Nello specifico, la **Figura 6.1** riporta i valori simulati, mentre

la *Figura 6.2* esplicita i campionamenti sperimentali rilevati dall'accelerometro del quarto blocco cuscinetto-adattatore testato nel banco.

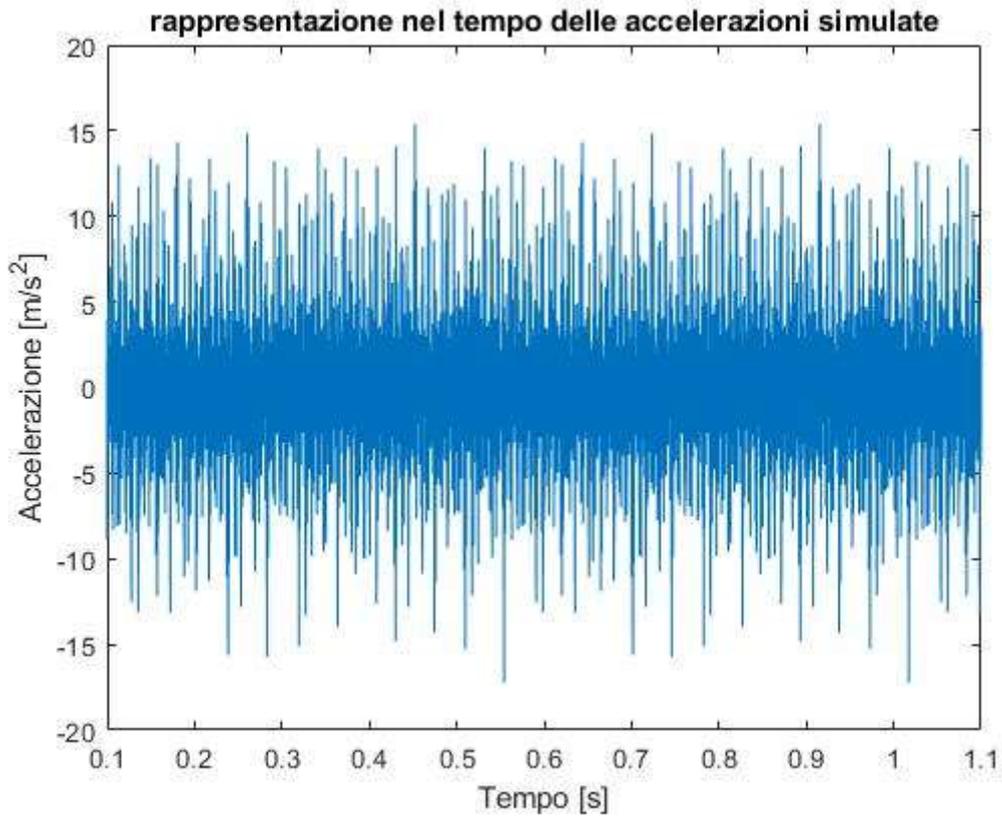


Figura 6.1, andamento nel tempo delle accelerazioni simulate del "caso 1", valutate su un intervallo di 1s

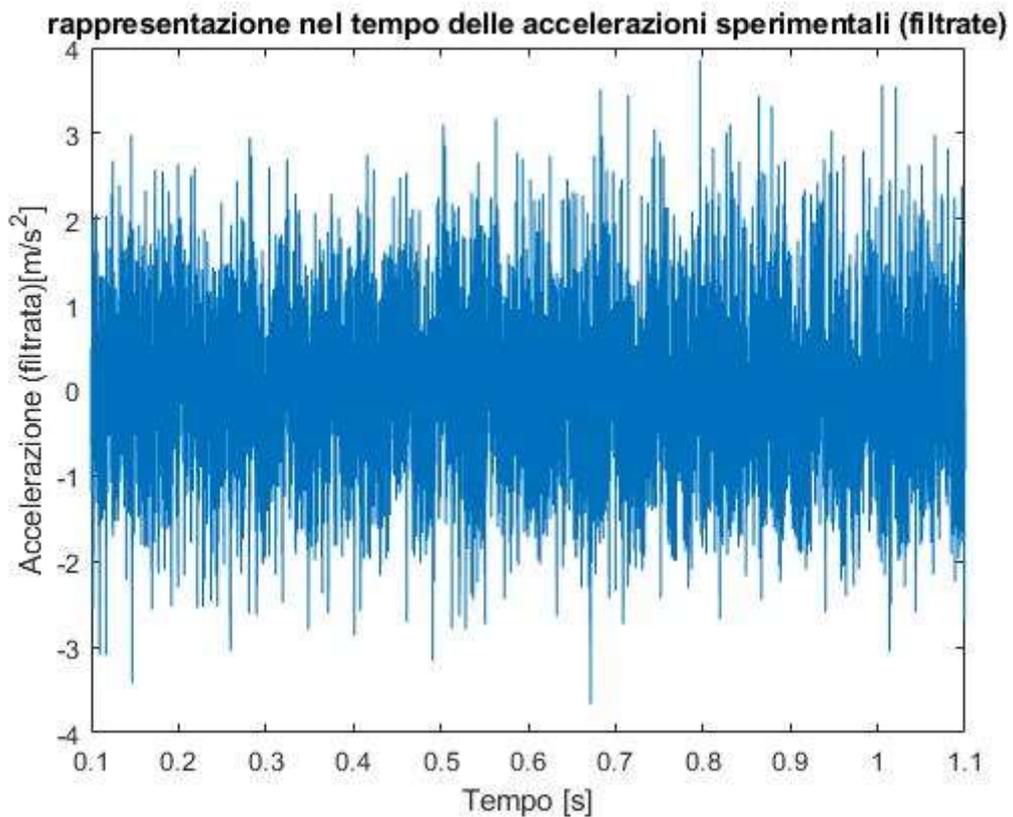


Figura 6.2, andamento nel tempo delle accelerazioni sperimentali filtrate del "caso 1", valutate su un intervallo di 1s

Osservando le due rappresentazioni precedenti, è possibile notare come il segnale sperimentale risulti più “denso”, per effetto della frequenza di campionamento circa doppia e, sicuramente, più “sporco”, a causa degli inevitabili disturbi esterni che caratterizzano la raccolta di dati empirici, anche successivamente alle procedure di filtraggio. Inoltre, come era già stato anticipato all’interno del capitolo 4, gli andamenti delle accelerazioni simulate risultano maggiori rispetto a quelli sperimentali, con valori di picco restituiti dal modello pari a circa a 3-4 volte quelli effettivi. Tale risultato è sintomo di una simulazione del fenomeno solo parzialmente riuscita, a causa dell’evidente scostamento tra i due dati.

Gli effetti della differenza tra valori simulati e sperimentali possono essere visti anche all’interno dei relativi spettri d’involuppo, i quali, conseguentemente, non possono essere confrontati direttamente all’interno di un’unica rappresentazione a causa della eccessiva differenza nei valori appartenenti all’asse delle ordinate. Tuttavia, nonostante i limiti nella valutazione dell’ampiezza delle accelerazioni precedentemente esplicitati, è comunque possibile osservare la corrispondenza dei picchi alle frequenze caratteristiche del fenomeno (*BPFO* e suoi multipli), che, nel caso in esame, risultano essere proporzionali a 135.6 Hz. Conseguentemente, viene quantomeno verificata la validità del programma nell’emulare i comportamenti vibrazionali del sistema al fine di identificarne le frequenze dei fenomeni d’interesse.

Si riporta, di seguito, la rappresentazione dello spettro d’involuppo simulato per il caso in esame (*Figura 6.3*).

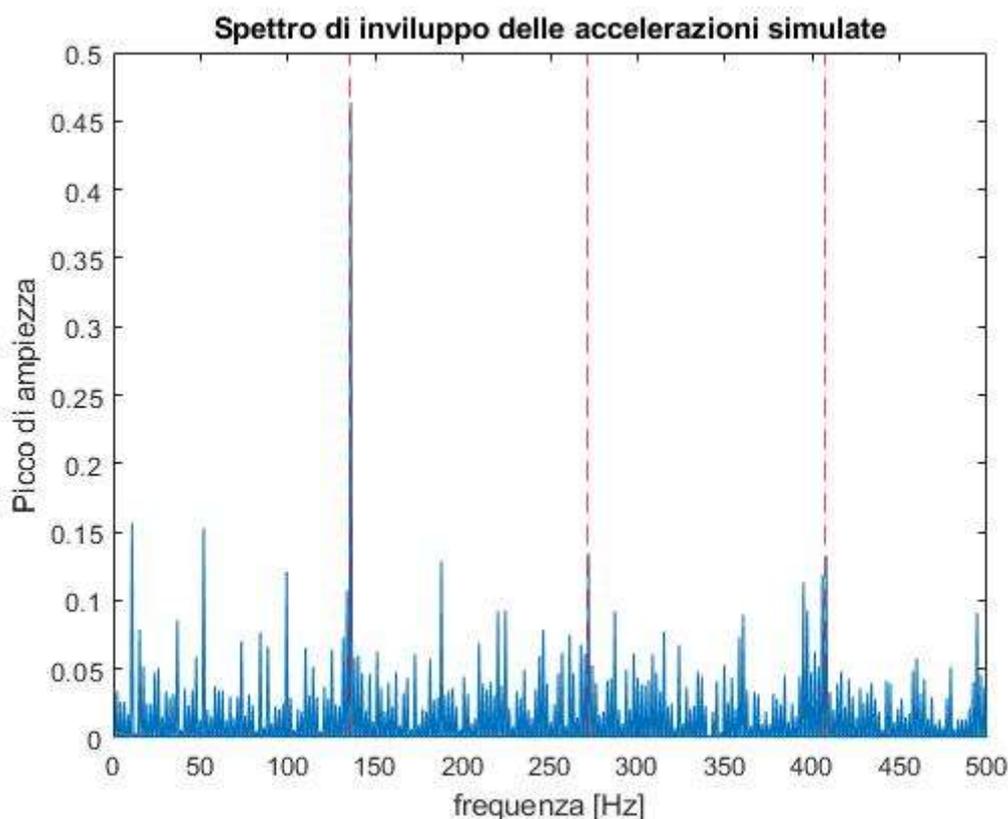


Figura 6.3, spettro d’involuppo delle accelerazioni simulate del “caso 1”

Osservando il precedente diagramma, infatti, appare evidente la presenza di un significativo picco di accelerazioni in corrispondenza del primo multiplo del *BPFO* e, quindi, la conseguente capacità di ottenere risultati indicativi della presenza di difetti, nonostante l’imprecisione nel determinarne con esattezza le accelerazioni. I successivi due multipli possono essere anch’essi riconoscibili all’interno dell’andamento, tuttavia, la loro presenza viene oscurata per effetto del rumore di fondo della

simulazione. Probabilmente, attraverso un campionamento più fine ed un eventuale filtraggio sarebbe possibile estrarre i loro picchi in maniera più precisa. Ad ogni modo, i valori rilevati sono comunque compatibili con i risultati sperimentali riportati di seguito (*Figura 6.4*).

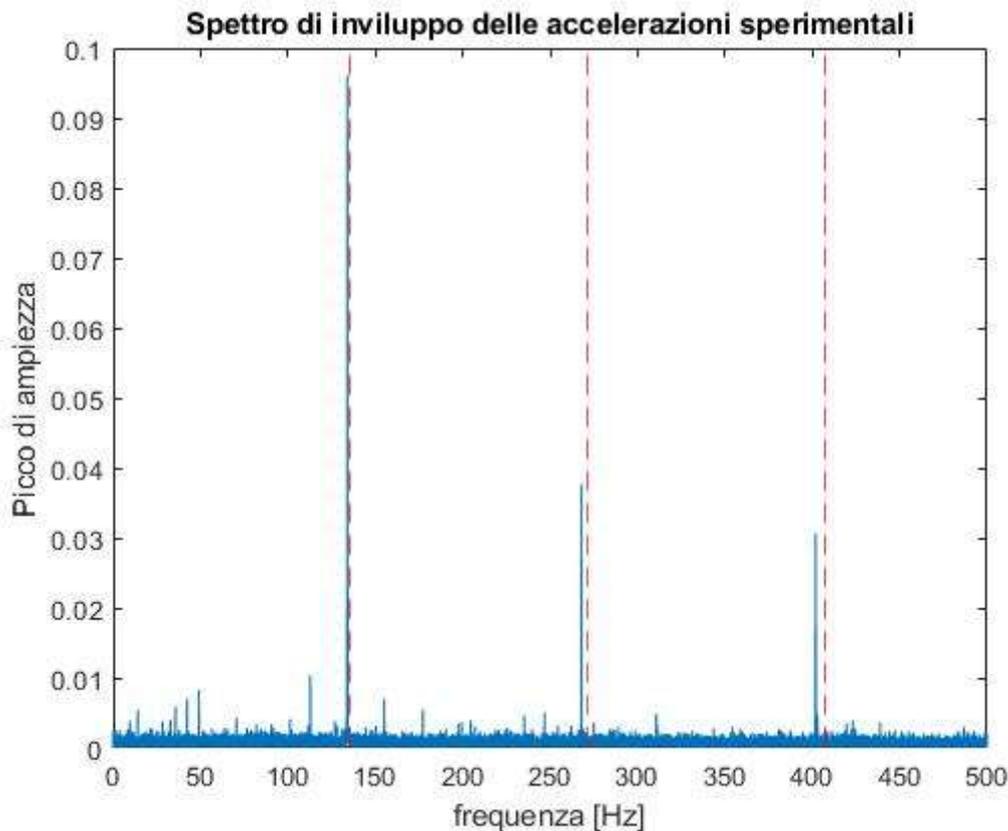


Figura 6.4, spettro d'inviluppo delle accelerazioni sperimentali filtrate del "caso 1"

Come è possibile osservare dallo spettrogramma appena riportato, il reperimento dei dati empirici del "caso 1", e la rispettiva analisi, hanno fornito andamenti molto ben definiti. È infatti possibile vedere la presenza di un rumore di segnale minimo alle frequenze non rappresentative e, viceversa, dei picchi molto nitidi in corrispondenza del *BPFO* e dei suoi multipli. Tuttavia, ad un'analisi più attenta, è anche possibile notare uno scorrimento dei picchi di accelerazione verso frequenze leggermente minori rispetto a quelle previste. Questo fenomeno diventa via via più influente man mano che ci si sposta verso multipli maggiori e, purtroppo, va ad inficiare la spendibilità delle informazioni reperite a frequenze crescenti. La realizzazione di questi scorrimenti è, tuttavia, di natura **non** fisica, e dipende esclusivamente dall'utilizzo delle tecniche di filtraggio adottate in concomitanza con la funzione "envspectrum". Infatti, una volta combinate, queste due procedure di calcolo causano inevitabilmente un lieve abbassamento delle frequenze valutate man mano che ci si sposta verso valori maggiori sull'asse delle ascisse.

Pertanto, è infine possibile dedurre che la simulazione della presenza di difetti sulla pista dell'anello esterno del cuscinetto, mediante l'utilizzo del modello sviluppato, ha dato origine a fenomeni vibrazionali compatibili con quelli rilevati sperimentalmente per quanto concerne l'eccitazione di frequenze caratteristiche. Tuttavia, è altrettanto vera la presenza di uno scostamento dei valori di ampiezza simulati rispetto a quelli empirici, limitando, di fatto, l'applicabilità del modello. Tuttavia, osservando i risultati ottenuti anche all'interno delle altre prove, appare evidente come la differenza tra i massimi di accelerazione simulata e sperimentale si mantenga, circa, costante, con i valori offerti dal modello pari a, circa, 3-4 volte quelli rilevati in laboratorio. Conseguentemente, è stato introdotto

un fattore correttivo delle accelerazioni simulate pari a $\frac{1}{3.5}$ per permettere di adeguare i risultati sperimentali a quelli empirici, e realizzare un confronto valido, in prima approssimazione, anche per quanto concerne le ampiezze di accelerazione. L'effetto di tale modifica è subito risultato apprezzabile per tutti i casi stimati e, infatti, applicando tale correttivo, gli spettri d'inviluppo di tutte le simulazioni hanno restituito andamenti confrontabili con le rispettive controparti sperimentali. Si riporta, pertanto, un diagramma in cui vengono sovrapposti gli andamenti dello spettro d'inviluppo delle accelerazioni simulate con quelle sperimentali (*Figura 6.5*), in modo da evidenziare gli effetti dell'applicazione del correttivo.

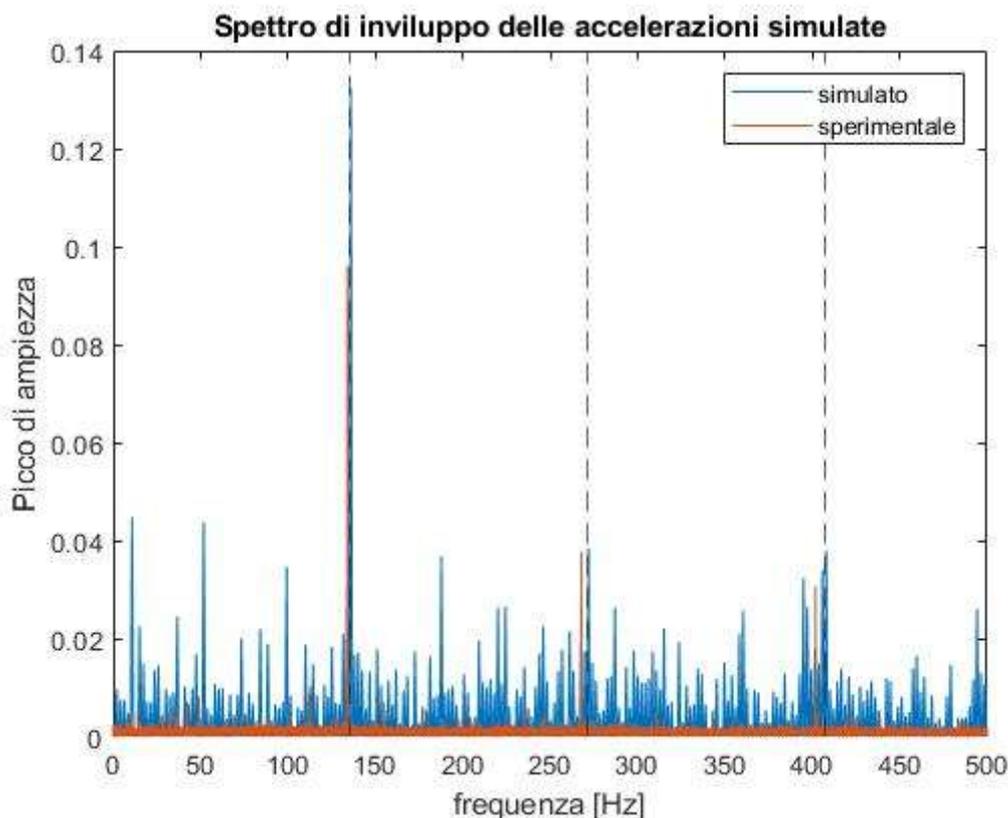


Figura 6.5, confronto tra gli spettri d'inviluppo delle accelerazioni simulate divise per un fattore 3.5 (in blu) e le accelerazioni sperimentali filtrate (in rosso) per il "caso 1"

Come è possibile notare dalla precedente immagine, le accelerazioni sperimentali, così come quelle simulate, hanno manifestato picchi nell'intorno delle stesse frequenze caratteristiche evidenziando, nuovamente, la validità dei risultati in tal senso. Tuttavia, appare altrettanto evidente che, mediante l'applicazione di un dividendo correttivo pari a 3.5 ai risultati del modello sviluppato, è inoltre possibile restituire degli andamenti caratterizzati da ampiezze compatibili, in buona approssimazione, con quelle sperimentali. Quest'ultimo aspetto troverà verifica anche nelle successive analisi. È inoltre possibile osservare la presenza di un disturbo maggiore per quanto concerne il caso simulato. Tale fenomeno suggerisce la necessità di introdurre dei filtri all'interno del programma di elaborazione dei risultati, tuttavia, altre soluzioni potrebbero essere preferibili ed offrire i risultati sperati. Per esempio, affinare la funzione per la definizione della forma delle forzanti impulsive, passando da una forma a tratti ad una meglio definita, oppure, indagare in maniera più approfondita la natura del contatto Hertziano sviluppato tra corpi volventi ed orlo del difetto nell'istante dell'impatto. Entrambe queste modifiche potrebbero, infatti, ridurre non solo il disturbo di fondo ma, anche, la discrepanza tra le ampiezze delle accelerazioni.

6.2 Caso 2, velocità ridotta, carichi intermedi

Il secondo caso considerato, valuta gli effetti di una riduzione della velocità di rotazione del sistema sulle vibrazioni restituite, sia per quanto concerne l'ampiezza delle accelerazioni valutate sia, soprattutto, per quanto riguarda la definizione delle frequenze caratteristiche. Conseguentemente, il "caso 2" potrà essere definito come caratterizzato da: velocità ridotte e carichi applicati intermedi. Si riportano, pertanto, per mezzo della **Tabella 6.2** i dati relativi alle condizioni di simulazione e di prova sperimentale del "caso 2".

Tabella 6.2, parametri in input per il rilevamento sperimentale e per la simulazione delle accelerazioni del "caso 2"

Caso 2, velocità ridotta			
Variabile	Valore numerico	Unità di misura	Note
F_r	62.4	kN	Carico radiale applicato esternamente
F_a	0	kN	Carico assiale applicato esternamente
Ω	353	rpm	Velocità di rotazione dell'albero/anello interno
ψ	0	deg	Angolo di posizione del difetto sull'anello esterno, riferito alla verticale
α_{dif}	12.5	deg	Angolo di contatto del difetto (posto sull'anello esterno)
D_{dif}	2	mm	Diametro del difetto
H_{dif}	0.5	mm	Profondità del difetto
t_f	1.5	s	Durata della simulazione
n	4	/	Identificativo del cuscinetto danneggiato

A valle dell'applicazione di tali condizioni sia all'interno del simulatore, sia in laboratorio attraverso i controlli del banco prova, sono stati restituiti i seguenti valori di accelerazione nel tempo, valutate su di un intervallo che va da 0.1 a 1.1s. Nello specifico, a pagina seguente, la **Figura 6.6** riporta i valori simulati, mentre la **Figura 6.7** esplicita i campionamenti sperimentali rilevati dall'accelerometro del quarto blocco cuscinetto-adattatore testato nel banco.

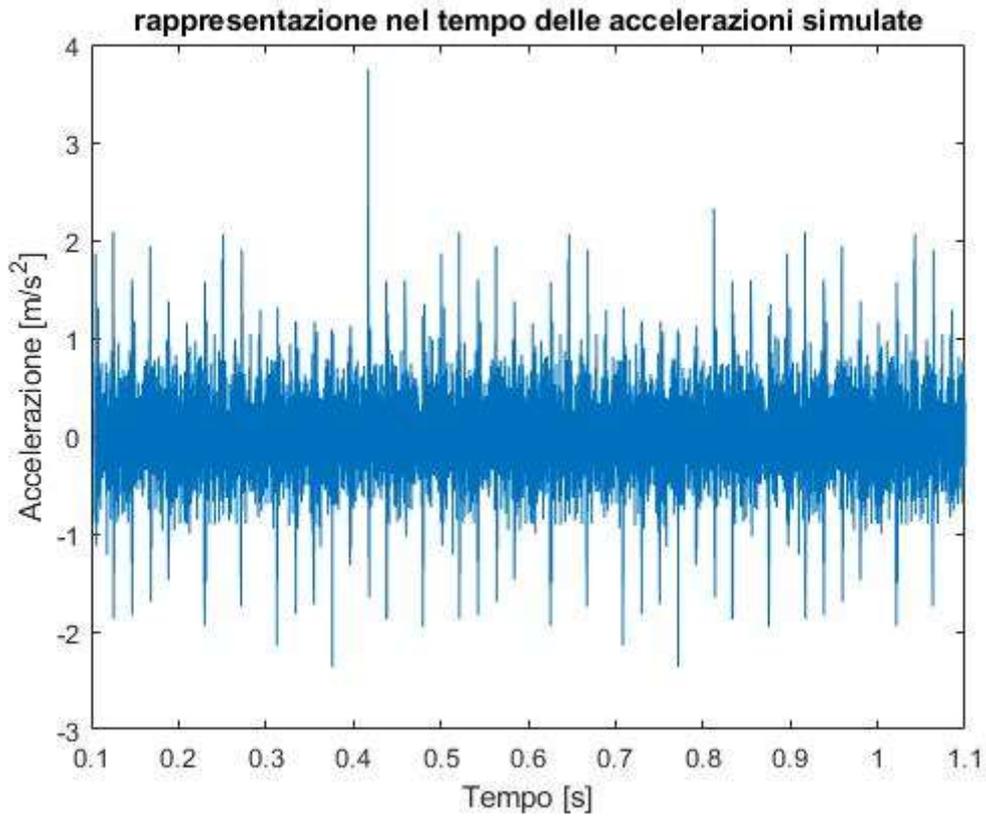


Figura 6.6, andamento nel tempo delle accelerazioni simulate del “caso 2”, valutate su un intervallo di 1s

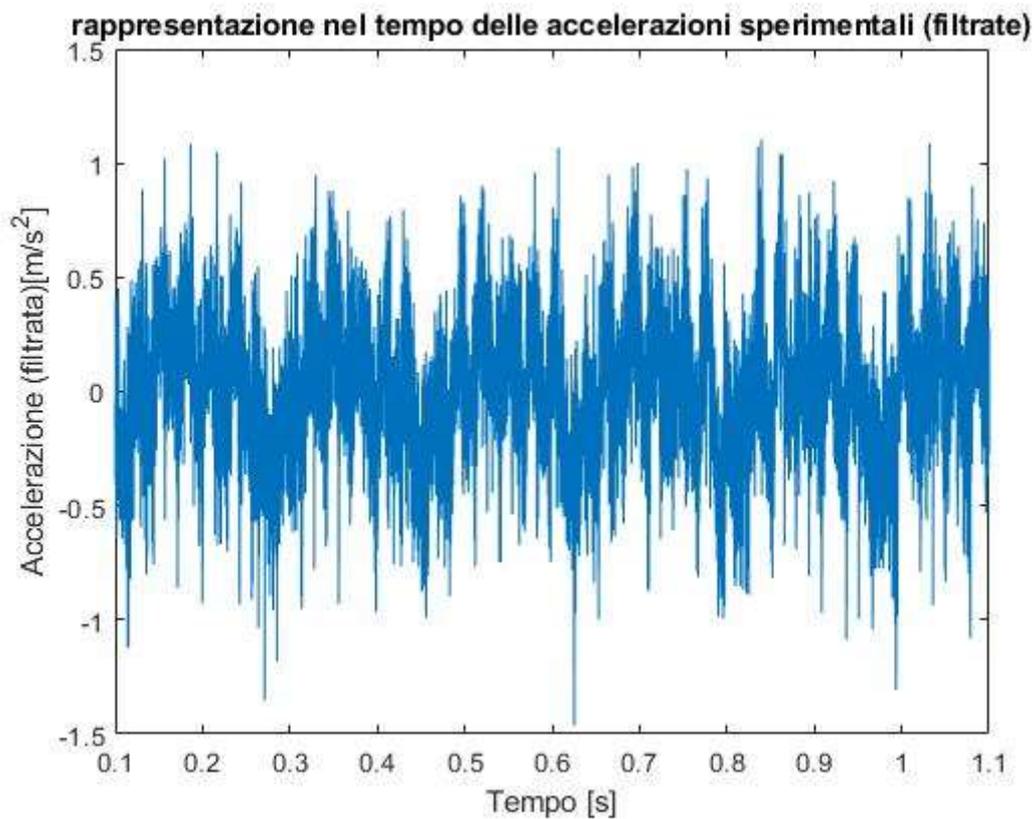


Figura 6.7, andamento nel tempo delle accelerazioni sperimentali filtrate del “caso 2”, valutate su un intervallo di 1s

Le due rappresentazioni precedenti ricadono sotto le stesse considerazioni effettuate per il “caso 1” in merito a densità e pulizia del segnale, nonché discostamento nelle ampiezze registrate. La differenza tra i due dati, infatti, si mantiene proporzionale ad un fattore 3-4, come visto in precedenza, sebbene a prima vista i due andamenti possano sembrare differire solamente di un fattore 2. La ragione per cui la proporzionalità di fatto non cambia, risiede nella presenza di un fenomeno di oscillazione del valore centrale delle accelerazioni che si realizza esclusivamente all’interno delle prove sperimentali. Tale fenomeno causa un incremento delle accelerazioni realizzate in un verso ed un decremento nel verso opposto, susseguendosi con fare periodico. La causa di questo fenomeno è, verosimilmente, legata alla presenza di eccentricità o deformazioni all’interno del sistema rotante, le quali vanno ad eccitare moti di precessione del “gruppo albero” alla specifica frequenza di rotazione esaminata. Tale considerazione trova conferma nel fatto che il fenomeno di oscillazione secondaria presenta 6 picchi su un intervallo di 1s, ovvero, un valore compatibile con la frequenza di rotazione dell’albero.

$$\Omega = 353 \text{ rpm} \quad \Rightarrow \quad f_{albero} = \frac{\Omega}{60} = 5.88 \text{ Hz}$$

Inoltre, osservando i valori delle ampiezze delle accelerazioni, sia simulate sia sperimentali, è possibile dedurre che una riduzione delle velocità di rotazione comporta una diminuzione delle vibrazioni ottenute. Questa condizione è sintomo dell’abbassamento della frequenza con cui si presentano gli urti, ma anche, della riduzione delle forze sviluppate per mezzo dell’impatto, dal momento che velocità di rotazione minori determinano la formazione di quote di energia cinetica inferiori che andranno a dissiparsi mediante il fenomeno impulsivo. L’ultima considerazione notevole in merito a tali andamenti riguarda il fatto che i valori all’interno dell’andamento simulato presentano picchi di massimo più marcati rispetto a quanto rilevato nel “caso 1”. Ciò è, verosimilmente, dovuto alla, precedentemente citata, riduzione della frequenza dei fenomeni d’impatto come conseguenza della diminuzione della velocità di rotazione dell’albero; condizione che va ad evidenziare i picchi in quanto più isolati all’interno di uno stesso intervallo di tempo. Infine, si rileva la presenza di un outlier all’interno dell’andamento simulato, verosimilmente dovuto ad un errore di calcolo o ad una sovrapposizione di fenomeni oscillatori. Ad ogni modo, visto l’ampio numero di campionamenti realizzati (15000) si è deciso di non correggere il suo contributo in quanto molto limitato sui risultati.

Gli effetti della differenza tra valori simulati e sperimentali, anche in questo caso, possono essere riscontrati all’interno dei rispettivi spettri d’involuppo. Inoltre, similmente a prima, si trova nuovamente corrispondenza tra le frequenze di picco valutate mediante i due metodi (simulato e sperimentale) e le frequenze caratteristiche descritte dalla letteratura (*BPFO* e suoi multipli). Tuttavia, dal momento che la velocità di rotazione dell’albero è andata a ridursi di circa 2/3 rispetto al valore originale di riferimento (“caso 1”), anche il primo multiplo del *BPFO* è andato a ridursi di una quota equivalente, assestandosi su una frequenza di 48 Hz. Conseguentemente, all’interno delle rappresentazioni degli spettri d’involuppo del segnale di accelerazione valutato su un intervallo di 500 Hz, saranno esplicitati i primi cinque multipli del *BPFO* e non solamente i primi tre.

Si riporta, pertanto, nella pagina seguente, la rappresentazione dello spettro d’involuppo simulato per il caso in esame ([Figura 6.8](#)).

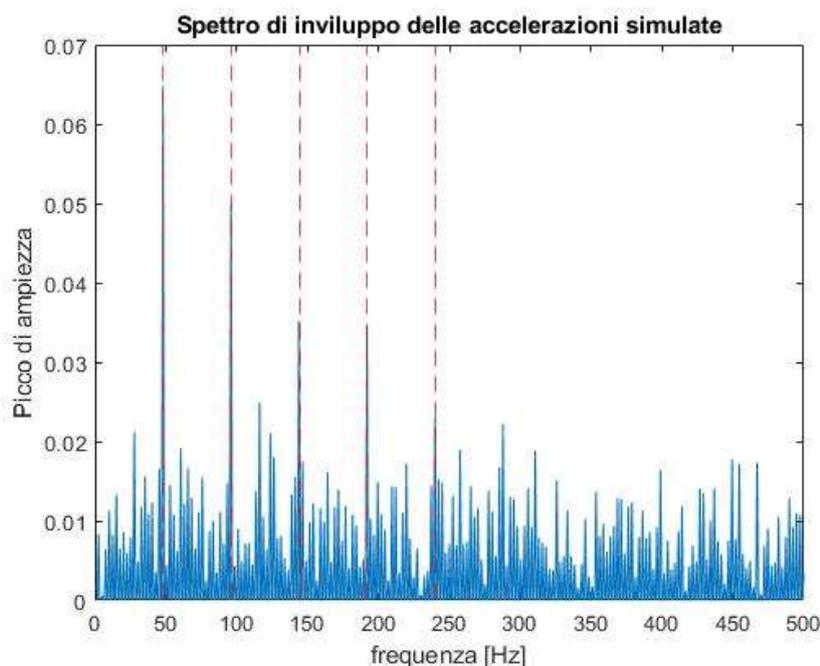


Figura 6.8, spettro d'inviluppo delle accelerazioni simulate del "caso 2"

Rispetto allo spettrogramma simulato ottenuto nel "caso 1", è possibile notare una migliore definizione dei picchi intorno alle frequenze caratteristiche. Infatti, risulta possibile identificare facilmente i massimi dello spettro in corrispondenza non solo del primo, ma anche del secondo, del terzo, e del quarto multiplo del *BPF0*. Il quinto, da canto suo, si confonde con il rumore di fondo, ma può comunque essere identificato. Simili risultati sono sintomo di una simulazione efficace del fenomeno nonostante la discrepanza dei valori di ampiezza, e, dal momento che le forze applicate in questa parte dello studio sono molto più contenute che nella valutazione del "caso 1", è possibile dedurre che una sottostima delle forze impulsive generate dal codice è, verosimilmente, benefica ai risultati del modello. Si determina, pertanto, nuovamente, la necessità di approfondire il fenomeno del contatto Hertziano nell'istante dell'urto.

Per completezza, si riporta, di seguito, il diagramma dello spettro d'inviluppo relativo ai dati sperimentali (*Figura 6.9*).

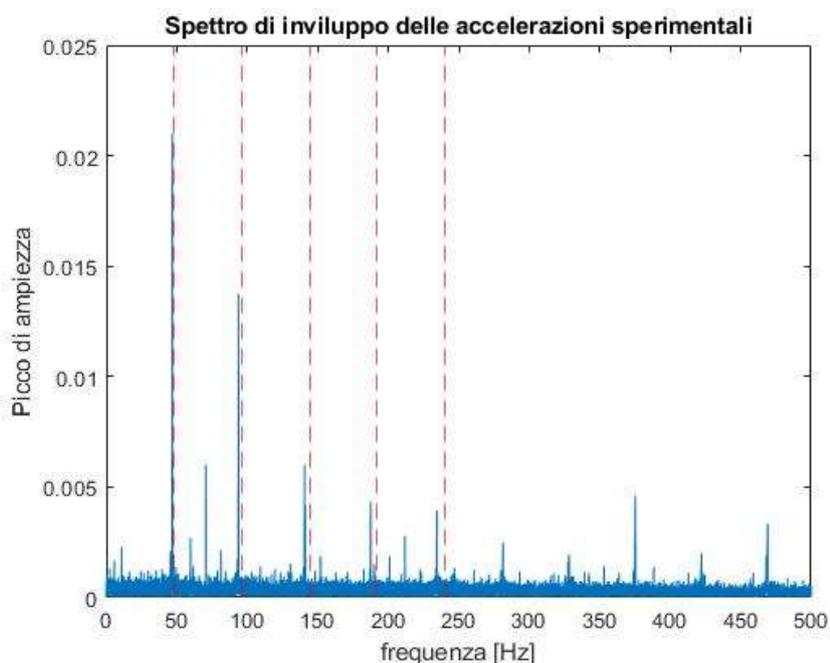


Figura 6.9, spettro d'inviluppo delle accelerazioni sperimentali filtrate del "caso 2"

Anche in questo caso sono evidenti le corrispondenze tra picchi di accelerazione e tutti i multipli del *BPFO* evidenziati e non solo. Infatti, sebbene le tracce delle frequenze caratteristiche non si estendano oltre il quinto multiplo, per una questione di rilevanza dei dati, è comunque possibile identificare i picchi corrispondenti ai successivi cinque multipli a frequenze superiori ai 250 Hz (dal sesto al decimo multiplo). L'andamento di questi ultimi, inoltre, sembra indicare la presenza un fenomeno di "battimento", compatibile con la presenza del meccanismo di oscillazione portante a bassa frequenza precedentemente descritto. Il picco di accelerazione rilevato a circa 75 Hz (lontano dalle frequenze caratteristiche previste), sembra inserirsi anch'esso all'interno di questo contesto. Infine, anche per quanto concerne il "caso 2", può essere visualizzata la riduzione di frequenza per effetto del filtraggio con kurtogramma dello spettro d'involuppo.

Per concludere lo studio del caso, si riporta la sovrapposizione dello spettro d'involuppo valutato sperimentalmente, con quello simulato delle accelerazioni ridotte per mezzo del fattore correttivo $\frac{1}{3.5}$ (*Figura 6.10*).

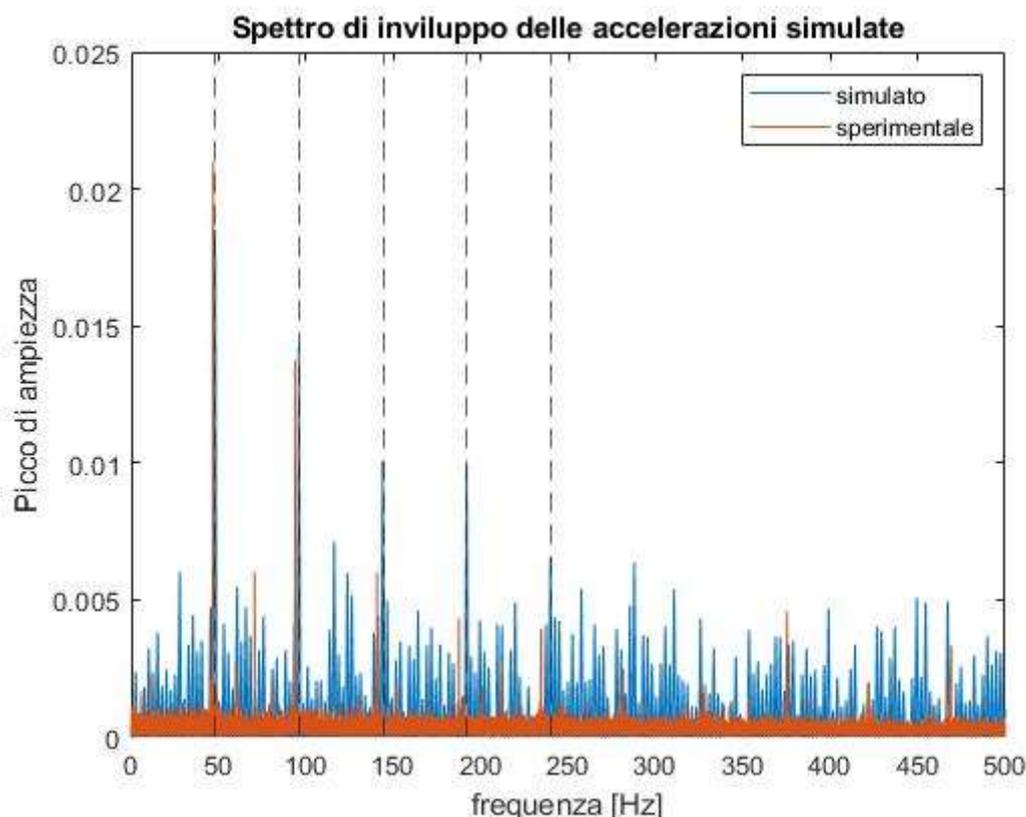


Figura 6.10, confronto tra gli spettri d'involuppo delle accelerazioni simulate divise per un fattore 3.5 (in blu) e le accelerazioni sperimentali filtrate (in rosso) per il "caso 2"

Attraverso tale diagramma si evidenzia, nuovamente, la bontà dei risultati ottenuti mediante la sottostima delle accelerazioni computate. Infatti, non solo entrambi gli andamenti identificano chiaramente i primi quattro multipli del *BPFO* ma, inoltre, riportano ampiezze dello spettro d'involuppo compatibili. Anche in questo caso, purtroppo, il contributo del rumore sui dati simulati è evidente.

6.3 Caso 3, velocità elevata, carichi nulli

Il terzo caso considerato valuta gli effetti della rimozione dei carichi esterni sul sistema e la rispettiva influenza sulle vibrazioni restituite, sia per quanto concerne l'ampiezza delle accelerazioni, sia per quanto riguarda la definizione delle frequenze caratteristiche. Conseguentemente, il "caso 2" potrà essere definito come caratterizzato da: velocità elevate e carichi applicati nulli. Si riportano, pertanto, per mezzo della *Tabella 6.3* i dati relativi alle condizioni di simulazione e di prova sperimentale del "caso 3".

Tabella 6.3, parametri in input per il rilevamento sperimentale e per la simulazione delle accelerazioni del "caso 3"

Caso 3, carichi nulli			
Variabile	Valore numerico	Unità di misura	Note
F_r	0	kN	Carico radiale applicato esternamente
F_a	0	kN	Carico assiale applicato esternamente
Ω	997	rpm	Velocità di rotazione dell'albero/anello interno
ψ	0	deg	Angolo di posizione del difetto sull'anello esterno, riferito alla verticale
α_{dif}	12.5	deg	Angolo di contatto del difetto (posto sull'anello esterno)
D_{dif}	2	mm	Diametro del difetto
H_{dif}	0.5	mm	Profondità del difetto
t_f	1.5	s	Durata della simulazione
n	4	/	Identificativo del cuscinetto danneggiato

Prima di procedere con la descrizione delle immagini ottenute a valle dello studio, è importante precisare che il modello di simulazione **non** è stato in grado di restituire un andamento. Le ragioni dietro questa failure risiedono nel fatto che il codice di calcolo, essendo stato sviluppato per lo studio di cuscinetti di grandi dimensioni per carichi elevati e velocità ridotte, non fosse stato corredato del contributo della forza centrifuga. Questa semplificazione è stata realizzata a valle del confronto tra i massimi carichi sostenibili a fatica dal cuscinetto e le rispettive forze centrifughe, le quali sono risultate, vista la velocità limite inferiore ai 2500rpm, trascurabili. Infatti, considerata la natura dei componenti studiati (SKF 22240 CCK/W33), non solo il contributo delle forze centrifughe è di poco rilievo, ma la condizione di assenza di carichi esterni è assolutamente assurda nei campi di applicazione di simili componenti. Pertanto, al momento della stesura del codice di calcolo delle forzanti, l'ipotesi di trascurare i contributi centrifughi era stata giustificata per permettere una definizione più semplice della distribuzione di carico (già molto complessa a causa della geometria orientabile a doppia corona di rulli). Inoltre, chiaramente, essendo trascurabile il contributo delle forze centrifughe, lo è anche di certo quello delle masse coinvolte, dal momento che l'anello interno pesa meno di 15 kg e l'albero rotante è sostenuto sia dai restanti cuscinetti testati, sia dai cuscinetti di supporto del banco stesso. Conseguentemente, il programma non è stato in grado di determinare le forzanti da applicare per ricavare gli impulsi. Tuttavia, come sarà possibile vedere all'interno dello spettro d'involuppo degli andamenti sperimentali, il fallimento nell'esecuzione del programma di calcolo è di scarso rilievo, visti i risultati ottenuti empiricamente.

Si riportano, pertanto, in *Figura 6.11* i campionamenti sperimentali, opportunamente filtrati, rilevati dall'accelerometro del quarto blocco cuscinetto-adattatore testato nel banco su di un intervallo che va da 0.1 a 1.1s.

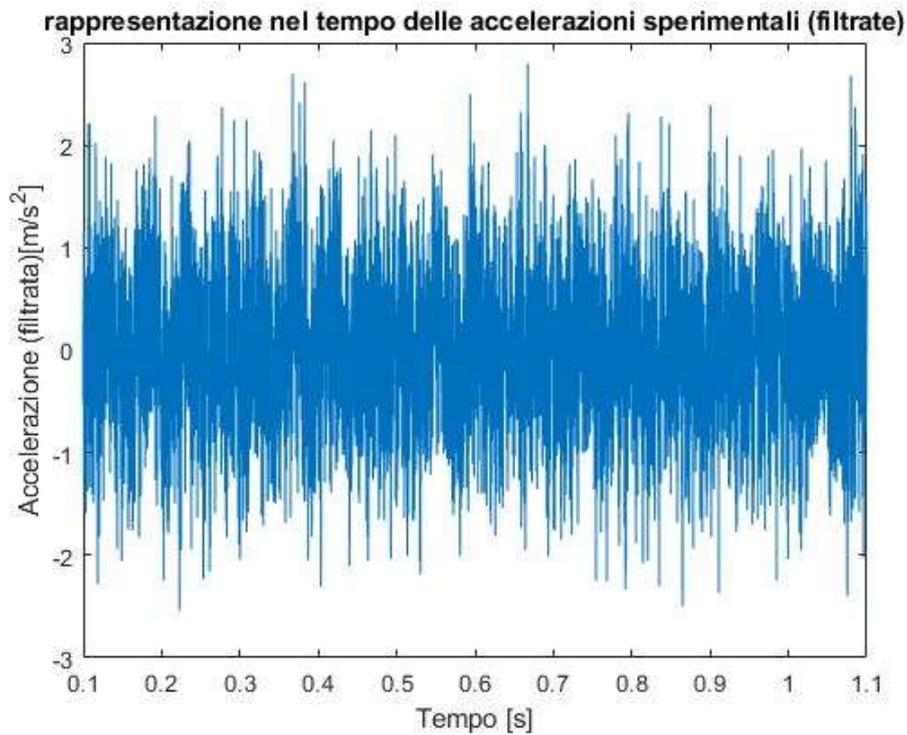


Figura 6.11, andamento nel tempo delle accelerazioni sperimentali filtrate del "caso 3", valutate su un intervallo di 1s

Osservando tale immagine risulta difficile trarre conclusioni, pertanto, si riporta subito lo spettro d'involuppo sperimentale del "caso 3" (*Figura 6.12*).

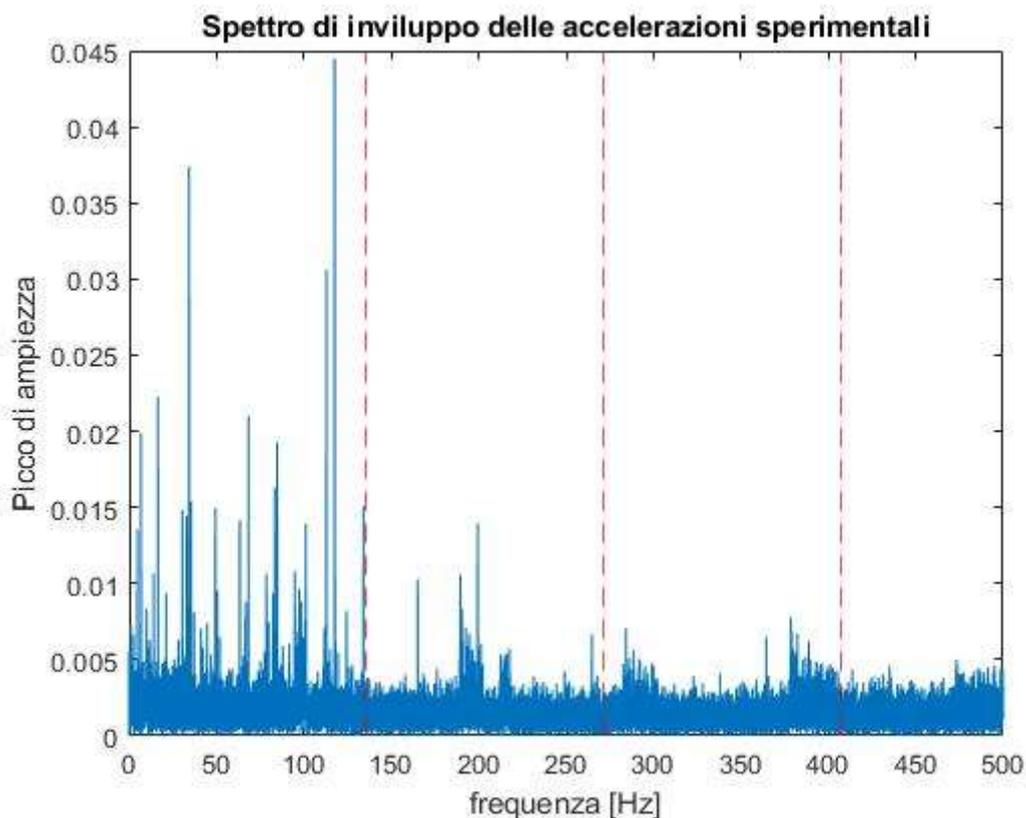


Figura 6.12, spettro d'involuppo delle accelerazioni sperimentali filtrate del "caso 3"

Osservando lo spettro d'inviluppo, si deduce che i risultati ottenuti a valle dei test empirici per il caso privo di carichi esterni sono molto interessanti, dal momento che evidenziano come non sia possibile trarre conclusioni in merito alla presenza di difetti senza andare a sollecitare direttamente la zona danneggiata. Infatti, osservando l'immagine precedente si rileva una distribuzione dei picchi di accelerazione assolutamente non rappresentativa, in quanto non vi è corrispondenza tra questi ed i multipli delle frequenze caratteristiche. L'unico picco rilevabile, che sia riconducibile alla presenza di un difetto, è quello relativo al primo multiplo del *BPFO* (135.6 Hz), ma esso è comunque oscurato dalla presenza di molteplici picchi di entità assai maggiore a frequenze minori. Se ne deduce che, indipendentemente dalle capacità del modello di simulare il comportamento del sistema in assenza di carichi esterni, i rilevamenti sperimentali non sarebbero comunque in grado di evidenziare la corrispondenza dei risultati. La ragione per cui risultano eccitate frequenze assai minori è, infatti, sintomo del fatto che gli effetti della presenza del difetto sono trascurabili rispetto ad altri fenomeni quali, per esempio, eventuali eccentricità o deformazioni dell'albero. La presenza di simili condizioni, infatti, comporterebbe l'eccitazione di frequenze differenti, tipicamente, minori rispetto a quelle del *BPFO*. Inoltre, in assenza di carichi esterni, il moto dei corpi volventi presenti all'interno del cuscinetto sarebbe maggiormente influenzato da eventuali errori di forma delle piste e della loro rugosità piuttosto che dalla presenza della cava del danneggiamento. Tali errori, inoltre, potrebbero favorire lo sviluppo di moti casuali, ed assolutamente imprevedibili, dell'assieme anello interno-gabbia contenute i corpi volventi, per effetto del recupero dei giochi radiali. La direzione di recupero di tali giochi, tuttavia, non potrebbe essere specificata (a causa dell'assenza del carico esterno) e porterebbe gli elementi interni ad urtare l'anello esterno diversi punti, senza instaurare correlazioni prevedibili in merito a direzione e frequenze degli impatti generati. Si conclude sottolineando che l'elevato rumore di fondo rilevato nonostante l'utilizzo del kurtogramma per la definizione della banda del filtro è, nuovamente, sintomo di un segnale poco rappresentativo della presenza di eventi sistematici.

6.4 Caso 4, velocità elevata, carichi elevati

Il quarto caso considera un aumento dei carichi radiali esterni applicati sul sistema e gli effetti che questa modifica ha sulle vibrazioni restituite, sia per quanto concerne l'ampiezza delle accelerazioni valutate, sia per quanto riguarda la definizione delle frequenze caratteristiche. Conseguentemente, il "caso 4" potrà essere definito come caratterizzato sia da velocità sia da carichi applicati elevati. Si riportano, pertanto, per mezzo della *Tabella 6.4* i dati relativi alle condizioni di simulazione e di prova sperimentale del "caso 4".

Tabella 6.4, parametri in input per il rilevamento sperimentale e per la simulazione delle accelerazioni del "caso 4"

Caso 4, carichi radiali massimi			
Variabile	Valore numerico	Unità di misura	Note
F_r	124.8	kN	Carico radiale applicato esternamente
F_a	0	kN	Carico assiale applicato esternamente
Ω	997	rpm	Velocità di rotazione dell'albero/anello interno
ψ	0	deg	Angolo di posizione del difetto sull'anello esterno, riferito alla verticale

α_{dif}	12.5	deg	Angolo di contatto del difetto (posto sull'anello esterno)
D_{dif}	2	mm	Diametro del difetto
H_{dif}	0.5	mm	Profondità del difetto
t_f	1.5	s	Durata della simulazione
n	4	/	Identificativo del cuscinetto danneggiato

A valle dell'applicazione di tali condizioni sia all'interno del simulatore, sia in laboratorio attraverso i controlli del banco prova, sono stati restituiti i seguenti valori di accelerazione nel tempo, valutate su di un intervallo che va da 0.1 a 1.1s. Nello specifico, la [Figura 6.13](#) riporta i valori simulati, mentre la [Figura 6.14](#), riportata a pagina seguente, esplicita i campionamenti sperimentali rilevati dall'accelerometro del quarto blocco cuscinetto-adattatore testato nel banco.

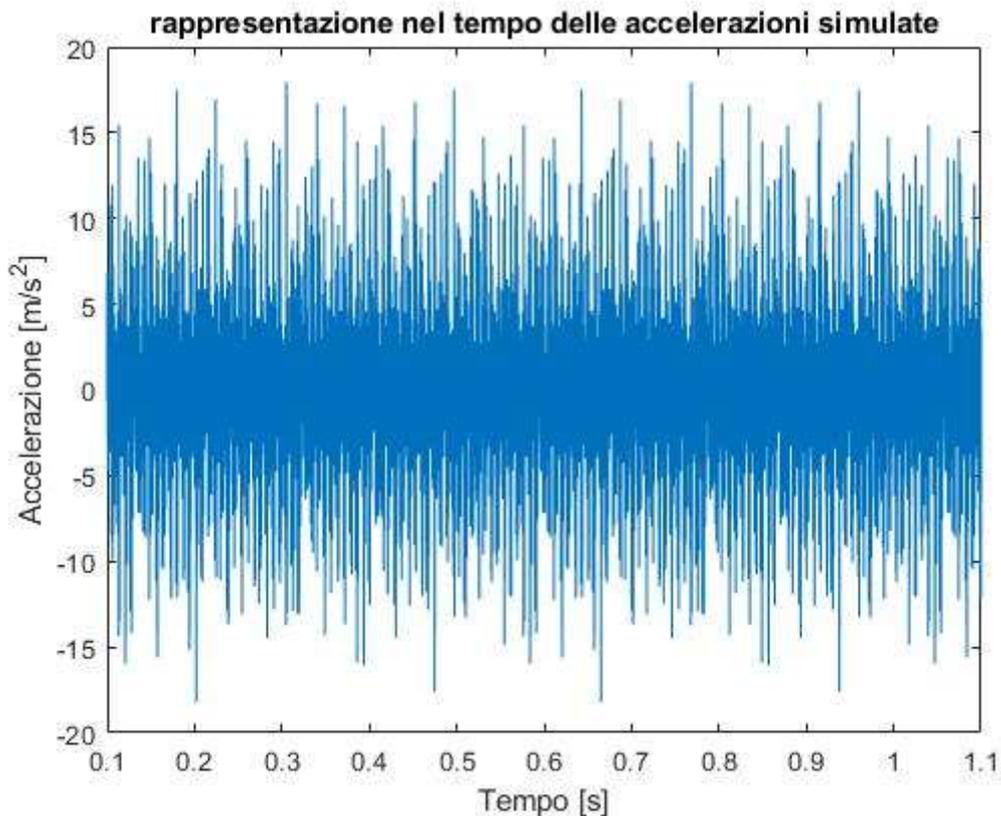


Figura 6.13, andamento nel tempo delle accelerazioni simulate del "caso 4", valutate su un intervallo di 1s

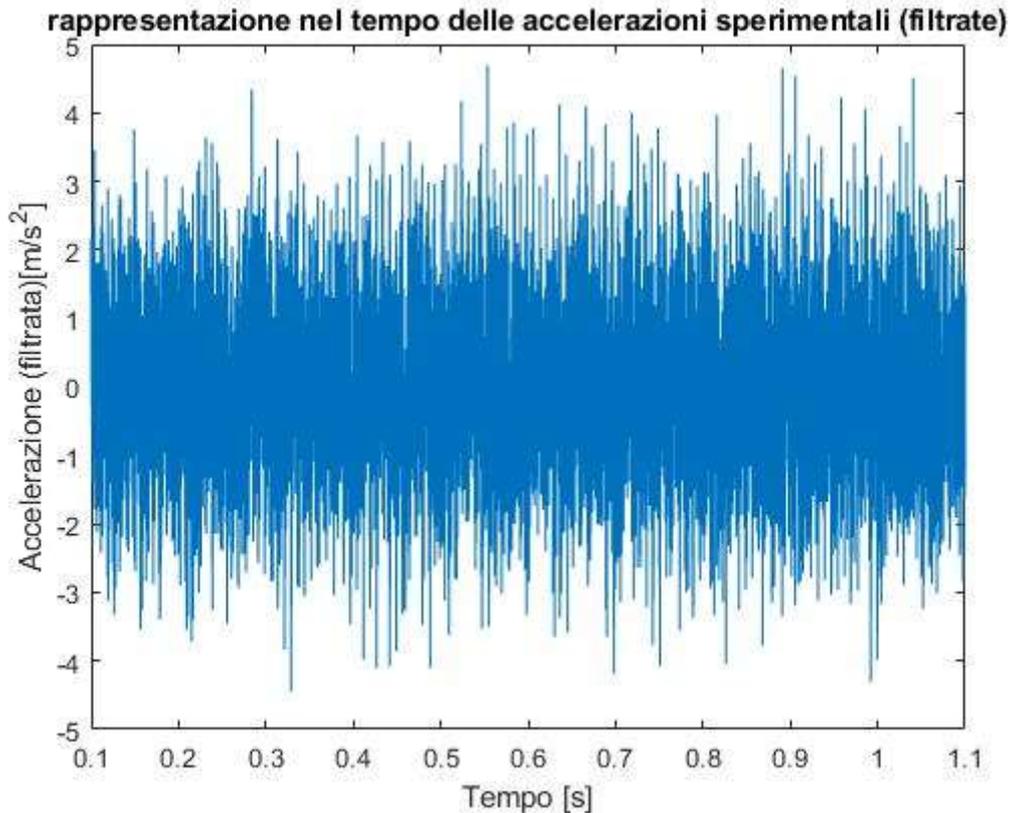


Figura 6.14, andamento nel tempo delle accelerazioni sperimentali filtrate del “caso 4”, valutate su un intervallo di 1s

Osservando le due rappresentazioni precedenti, è possibile notare, anche in questo caso, come esse ricadono sotto le stesse considerazioni effettuate per il “caso 1” e per il “caso 2”, in merito al discostamento nelle ampiezze registrate ed alla “densità” e pulizia del segnale. Ad ogni modo, se confrontati con il “caso 1” di riferimento, gli andamenti del “caso 4” hanno registrato un lieve aumento delle vibrazioni rilevate sia per quanto concerne i risultati offerti dal modello, sia per quanto riguarda i valori acquisiti empiricamente. Tale aumento è prevedibile come conseguenza dell’incremento delle sollecitazioni esterne applicate, le quali, vanno a determinare inevitabilmente un aumento nell’intensità degli impulsi generati nella fase di urto. Tuttavia, è interessante osservare come, raddoppiando i carichi esterni, non sia raddoppiata di conseguenza l’entità delle vibrazioni percepite, ma anzi, si ottiene solamente un lieve aumento. Viceversa, la riduzione delle velocità valutata all’interno del “caso 2” aveva dato origine a differenze molto più marcate. Pertanto, si deduce che la variazione della velocità di rotazione dell’albero è molto più influente nella determinazione dei fenomeni vibrazionali di quanto non lo siano i carichi esterni. Questo risultato dà conferma sperimentale alle considerazioni fisiche effettuate nella valutazione delle forzanti d’impulso, fornita da Khanam [29], dove, di fatto, le variabili principali coinvolte nella valutazione degli impatti sono proporzionali all’energia cinetica assunta dal corpo volvente (direttamente correlata alla velocità di rotazione dell’albero) ed alla sua corrispondente conversione in energia potenziale elastica di deformazione al contatto. L’entità delle forzanti esterne interviene, infatti, solamente nella definizione della quota minima di carico e nella, modesta, accelerazione del corpo volvente durante la fase di affondamento, giustificandone la bassa influenza sui risultati.

Proseguendo coerentemente con quanto visto nei casi precedenti, si riporta, a pagina seguente, la rappresentazione dello spettro d’involuppo simulato per il “caso 4” in esame (*Figura 6.15*).

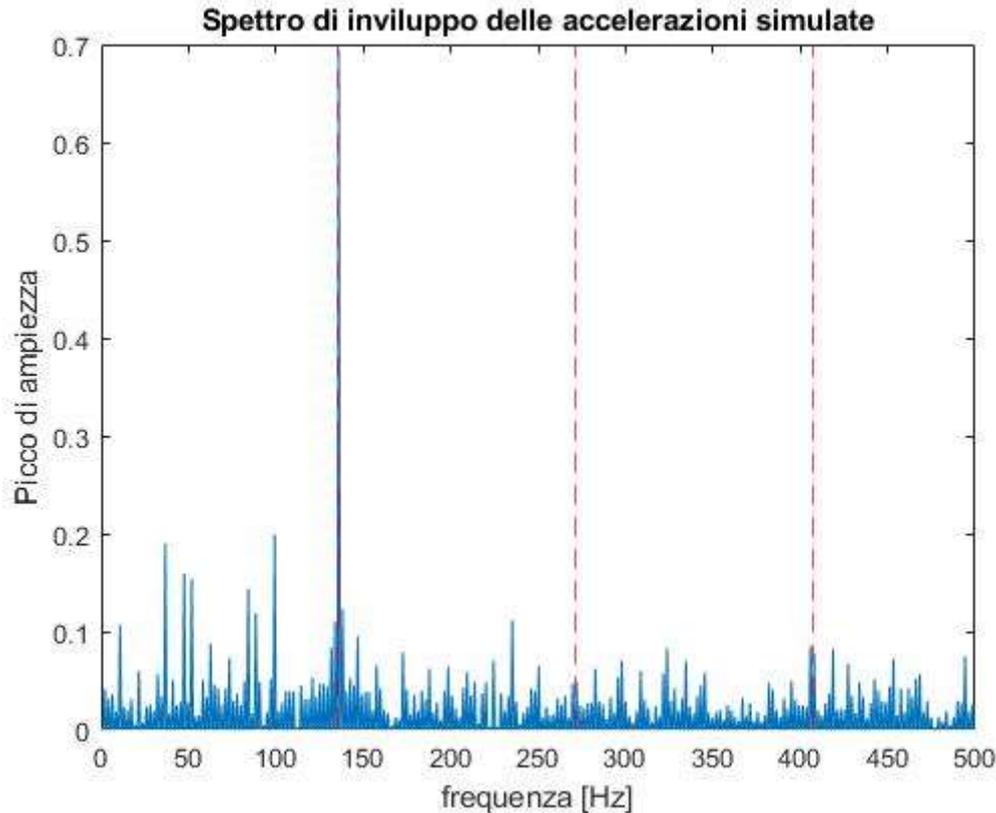


Figura 6.15, spettro d'involuppo delle accelerazioni simulate del "caso 4"

Osservando tale diagramma appare evidente la presenza di un significativo picco di accelerazioni in corrispondenza del primo multiplo del *BPFO*, il quale si staglia in maniera molto chiara rispetto al resto delle frequenze esaminate nello spettro. I successivi due multipli, tuttavia, non possono essere distinti in quanto risultano oscurati dal rumore di fondo, specialmente per quanto concerne il secondo multiplo. Questo aspetto non è gradito ai fini della simulazione, in quanto rende difficile identificare la presenza di eventi d'urto sistematici riconducibili alla presenza di un difetto sull'anello esterno a causa della presenza di un unico picco isolato. Tuttavia, la concomitanza di tale picco d'involuppo con la frequenza primo multiplo del *BPFO*, valutato per la specifica velocità di rotazione imposta all'albero, è comunque un importante indicatore della presenza di un probabile difetto. Infatti, la rilevazione di un simile risultato, dovrebbe suggerire la valutazione di un possibile approfondimento del caso in esame, per esempio, ricorrendo a lievi modifiche della velocità di rotazione dell'albero, le quali dovrebbero determinare conseguenti variazioni del *BPFO*. Il picco, pertanto, a seguito di tali modifiche, dovrebbe andare a "seguire" gli spostamenti della frequenza caratteristica, nel caso fosse effettivamente correlato alla presenza di un difetto sull'anello esterno del cuscinetto.

Pertanto, si riportano, nella pagina seguente, i risultati sperimentali delle prove, rielaborati mediante l'applicazione dei filtri e la realizzazione dello spettro d'involuppo (Figura 6.16).

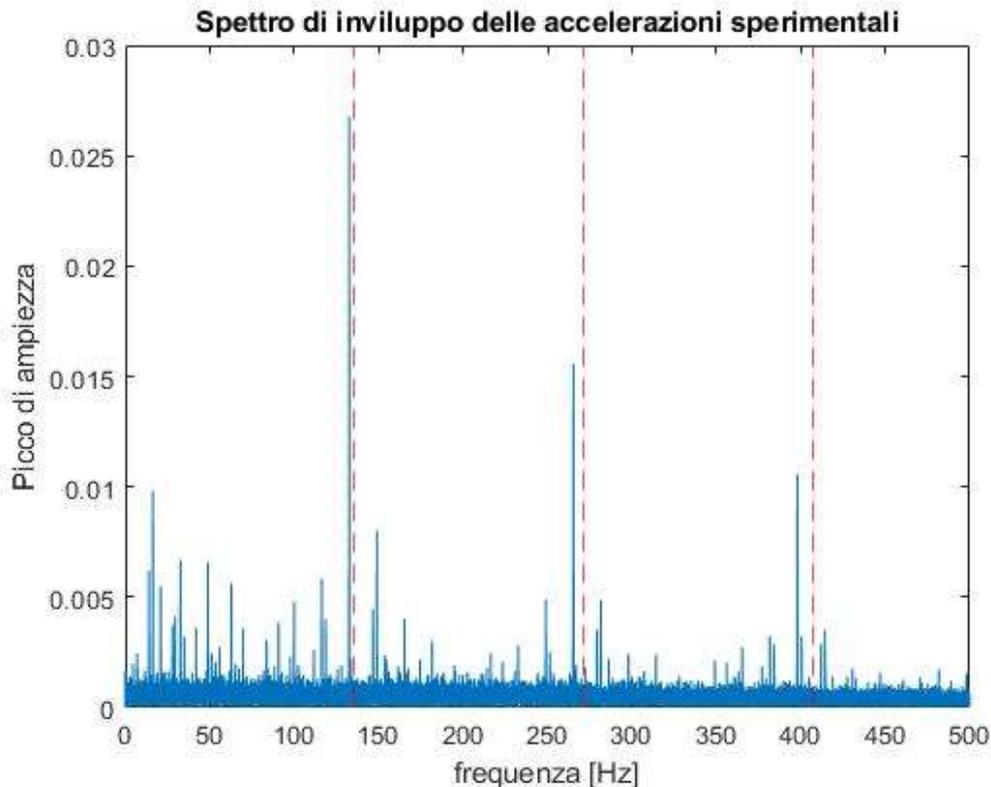


Figura 6.16, spettro d'involuppo delle accelerazioni sperimentali filtrate del "caso 4"

Lo spettrogramma appena fornito presenta molte somiglianze con quello valutato all'interno del "caso 1". Infatti, sono chiaramente visibili i picchi di ampiezza in corrispondenza dei primi tre multipli della frequenza caratteristica, nonché il loro lieve spostamento verso frequenze più basse man mano che si osservano picchi riferiti a multipli maggiori. Tuttavia, osservando più attentamente, è possibile notare come l'entità dell'errore appena descritto sia maggiore nel "caso 4" rispetto a quello di riferimento. Tale condizione è sintomo dell'applicazione di un filtro dei dati più "aggressivo", i quali, tuttavia, sono rimasti fortemente disturbati, com'è possibile notare osservando l'entità del rumore di fondo ancora presente all'interno dello spettro d'involuppo delle accelerazioni sperimentali (Figura 6.16). Infatti, nonostante la rielaborazione dei risultati, sono presenti degli importanti picchi d'ampiezza alle basse frequenze, nonché la presenza di "banda" di rumore a bassa entità su tutte le frequenze dello spettro. Tale condizione è sintomo di un rilevamento dei dati empirici fortemente disturbato da fenomeni esterni, i quali sono andati ad inficiare la qualità del segnale reperito. Il disturbo appena descritto, tuttavia, è andato anche a diminuire fortemente l'ampiezza dei picchi di accelerazione rilevati all'interno dello spettro d'involuppo in corrispondenza delle frequenze caratteristiche. Tali picchi, infatti, si collocano a più di un ordine di grandezza al di sotto rispetto a quanto visto all'interno del "caso 1", sebbene l'entità delle accelerazioni registrate nel tempo fosse, invece, aumentata. Quest'ultimo aspetto è nuovamente sintomo di un campionamento non efficace e si traduce nell'impossibilità di confrontare gli spettri d'involuppo sperimentali e simulati anche a valle dell'applicazione del fattore correttivo $\frac{1}{3.5}$ alle accelerazioni restituite dal programma sviluppato. Tali risultati mettono in evidenza una considerazione importante: non importa l'affidabilità e l'efficacia del modello di simulazione dei fenomeni esaminati se la raccolta dei dati viene disturbata da cause esterne, in quanto la determinazione di correlazioni tra i risultati forniti da entrambi diventa pressoché impossibile.

La Figura 6.17, riportata nella pagina seguente, evidenzia quanto appena detto, mostrando la profonda discrepanza tra gli spettri d'involuppo valutati sperimentalmente e per mezzo della simulazione.

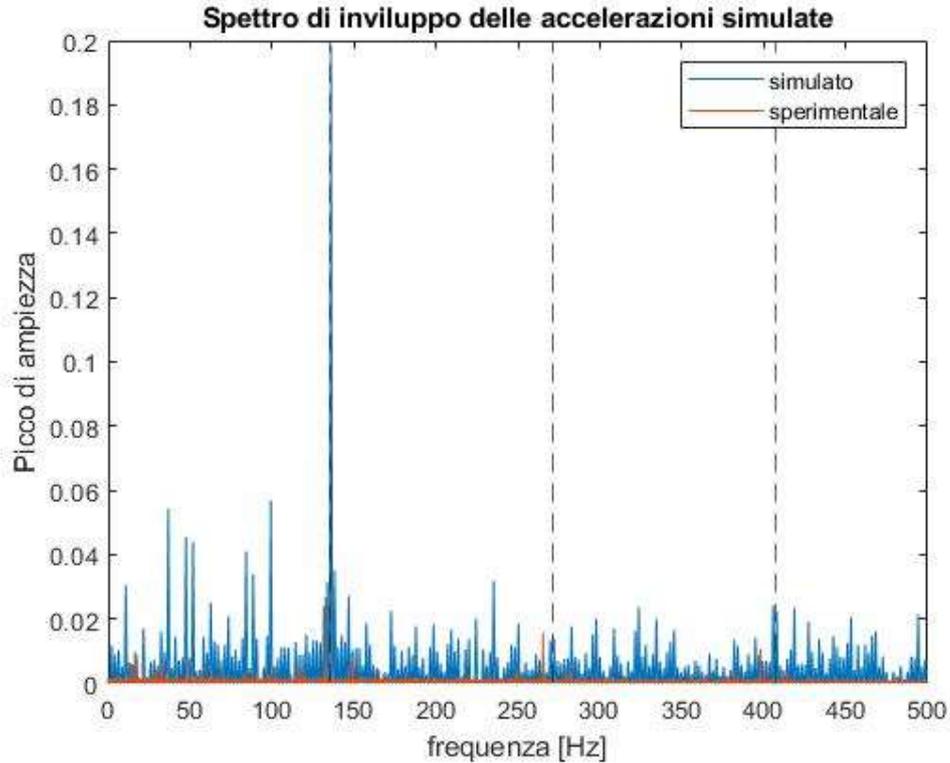


Figura 6.17, confronto tra gli spettri d'involuppo delle accelerazioni simulate divise per un fattore 3.5 (in blu) e le accelerazioni sperimentali filtrate (in rosso) per il "caso 4"

Come anticipato, infatti, lo spettro d'involuppo sperimentale risulta a malapena visibile nella rappresentazione, se confrontato con quello simulato. Si riporta, infine, lo stesso grafico precedente applicando una riduzione degli andamenti simulati ad $\frac{1}{5}$ del loro valore effettivo (Figura 6.18), per permettere una valutazione migliore dei risultati ed un confronto anche solo indicativo.

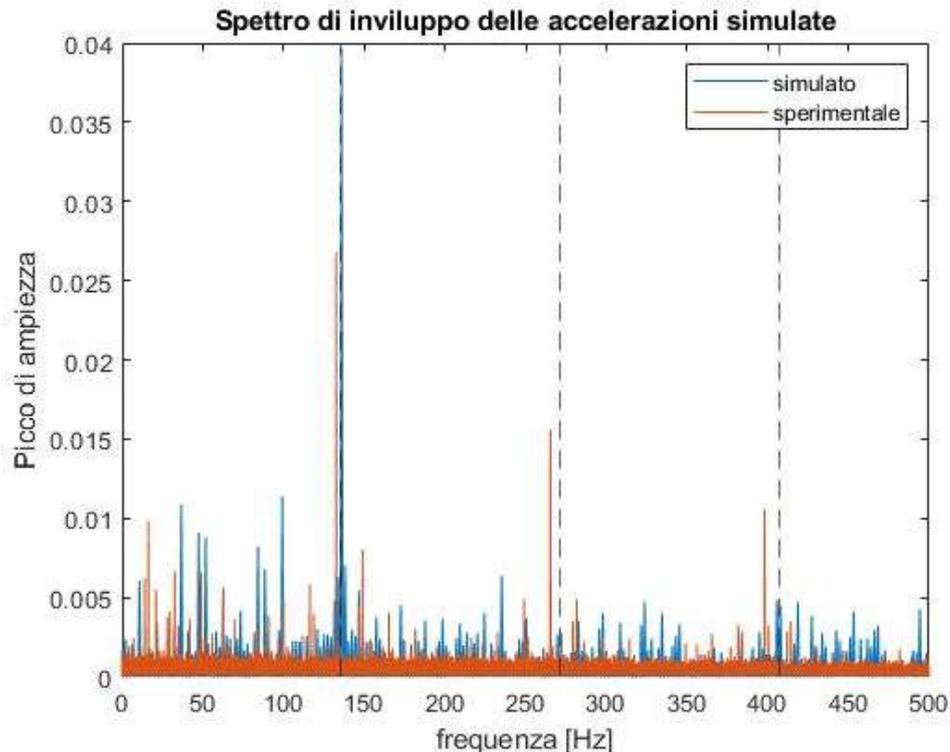


Figura 6.18, confronto tra gli spettri d'involuppo delle accelerazioni simulate divise per un fattore 3.5 e poi, nuovamente, per un ulteriore fattore 5 (in blu) e le accelerazioni sperimentali filtrate (in rosso) per il "caso 4"

Come è possibile notare da quest'ultima immagine, le accelerazioni sperimentali, presentano, per la prima volta in tutti i casi esaminati, un rumore di fondo e dei disturbi più importanti di quelli percepiti per mezzo delle simulazioni. Tale aspetto è tantopiù vero se inoltre si considera che il campionamento sperimentale è avvenuto su una durata pari a 40 volte quella simulata (60s sperimentale, 1.5s simulata) e, pertanto, lo spettro d'involuppo empirico, ed il relativo rumore, si estende verso frequenze molto più elevate. Aspetto che, appunto, favorisce il significativo abbassamento dei picchi di ampiezza alle frequenze caratteristiche.

6.5 Caso 5, velocità elevata, carichi combinati (rad. - ass.)

Il quinto ed ultimo caso considera l'introduzione di un carico assiale esterno sul sistema, rispetto alle condizioni valutate nel "caso 4", e ne valuta gli effetti sull'andamento delle vibrazioni simulate e sperimentali, sia per quanto concerne l'ampiezza delle accelerazioni, sia per quanto riguarda la definizione delle frequenze caratteristiche. Conseguentemente, il "caso 5" potrà essere definito come caratterizzato da: velocità elevate e carichi combinati (radiali - assiali).

Si riportano, pertanto, per mezzo della *Tabella 6.5* i dati relativi alle condizioni di simulazione e di prova sperimentale del "caso 5".

Tabella 6.5, parametri in input per il rilevamento sperimentale e per la simulazione delle accelerazioni del "caso 5"

Caso 5, aggiunta del carico assiale			
Variabile	Valore numerico	Unità di misura	Note
F_r	124.8	kN	Carico radiale applicato esternamente
F_a	49	kN	Carico assiale applicato esternamente
Ω	997	rpm	Velocità di rotazione dell'albero/anello interno
ψ	0	deg	Angolo di posizione del difetto sull'anello esterno, riferito alla verticale
α_{dif}	12.5	deg	Angolo di contatto del difetto (posto sull'anello esterno)
D_{dif}	2	mm	Diametro del difetto
H_{dif}	0.5	mm	Profondità del difetto
t_f	1.5	s	Durata della simulazione
n	4	/	Identificativo del cuscinetto danneggiato

A valle dell'applicazione di tali condizioni, sia all'interno del simulatore, sia in laboratorio attraverso i controlli del banco prova, sono stati restituiti i seguenti valori di accelerazione nel tempo, valutate su di un intervallo che va da 0.1 a 1.1s. Nello specifico, la *Figura 6.19* riporta i valori simulati, mentre la *Figura 6.20* esplicita i campionamenti sperimentali rilevati dall'accelerometro del quarto blocco cuscinetto-adattatore testato nel banco.

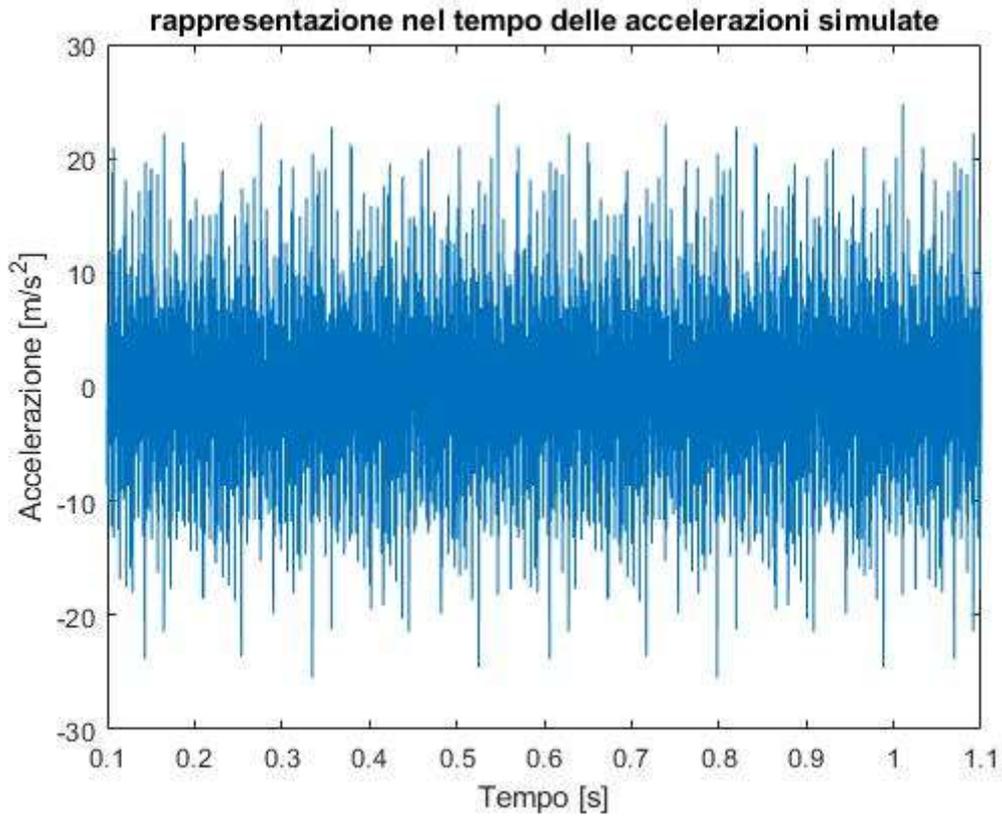


Figura 6.19, andamento nel tempo delle accelerazioni simulate del “caso 5”, valutate su un intervallo di 1s

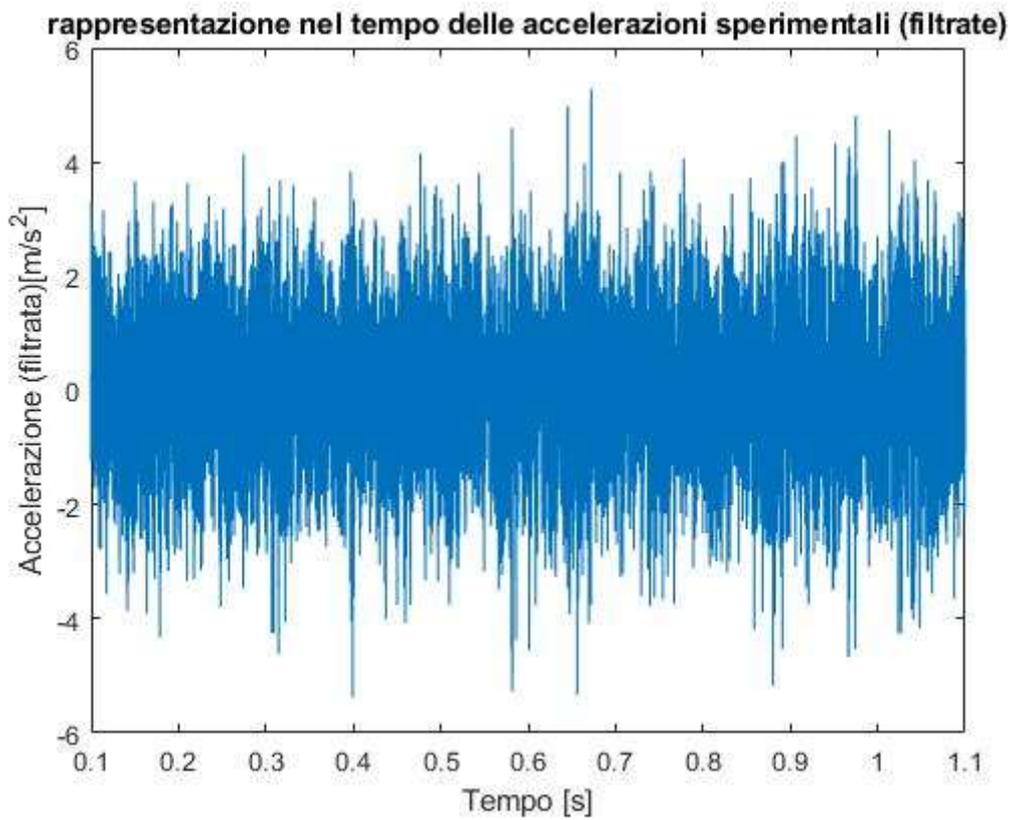


Figura 6.20, andamento nel tempo delle accelerazioni sperimentali filtrate del “caso 5”, valutate su un intervallo di 1s

Osservando le due rappresentazioni fornite, è possibile notare, ancora una volta, la validità delle considerazioni effettuate per i casi precedenti, in merito a discostamento nelle ampiezze registrate, nonché “densità” e pulizia generale del segnale. Anche in questo caso, inoltre, l’introduzione di quote di carico aggiuntive si è tradotta in un aumento delle vibrazioni sia sperimentali, sia simulate. Infatti, i valori massimi registrati all’interno dei diagrammi accelerazione-tempo del “caso 5” sono aumentati rispetto al “caso 4” in modo simile a come quelli di quest’ultimo erano aumentati rispetto al “caso 1”.

Non essendo possibile fornire ulteriori digressioni rispetto agli andanti precedentemente illustrati, si procede riportando, di seguito, la rappresentazione dello spettro d’involuppo simulato per il “caso 5” (*Figura 6.21*).

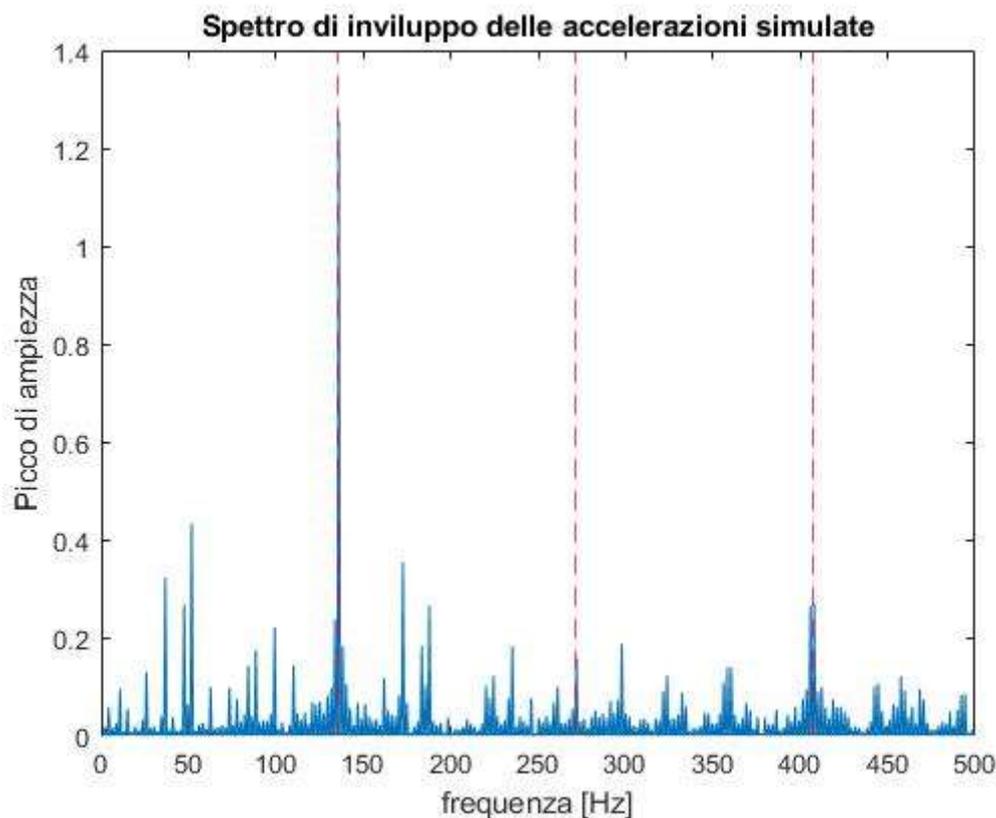


Figura 6.21, spettro d’involuppo delle accelerazioni simulate del “caso 5”

Lo spettro d’involuppo dei risultati restituiti dal simulatore nel “caso 5” presenta un evidente picco di ampiezza in corrispondenza del primo multiplo del *BPFO*, mentre il secondo multiplo risulta di difficile identificazione. Il picco sul terzo multiplo, invece, appare nuovamente sufficientemente ben definito. In tal senso, i risultati ottenuti ricalcano abbastanza fedelmente quanto visto nel “caso 1”, anche se, come prevedibile a valle dell’aumento delle vibrazioni registrate, l’ampiezza del picco massimo è inevitabilmente aumentata. Si sottolinea, infine, come tale simulazione abbia restituito uno degli spettri meno disturbati dal rumore di fondo, per quanto concerne le analisi effettuate per mezzo del modello.

Si riporta, ora, l’equivalente spettro d’involuppo sperimentale (*Figura 6.22*), nella pagina seguente.

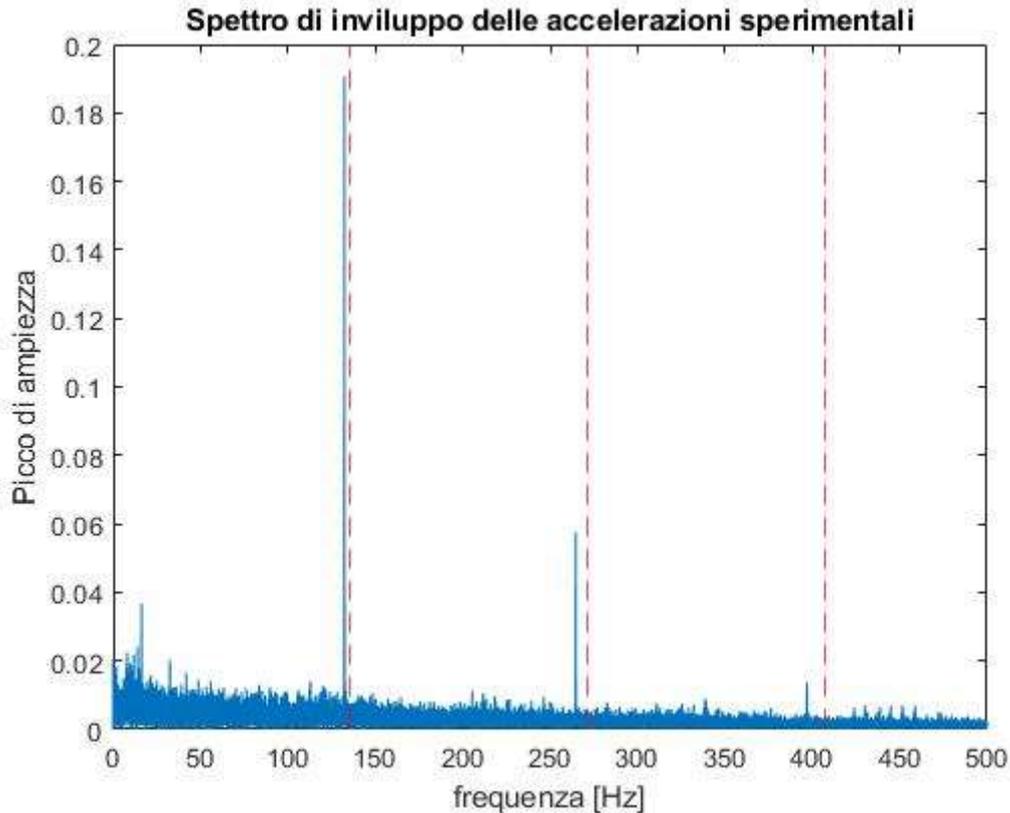


Figura 6.22, spettro d'involuppo delle accelerazioni sperimentali filtrate del "caso 5"

Osservando lo spettro d'involuppo delle accelerazioni sperimentali rilevate per il "caso 5", appare nuovamente evidente la concomitanza dei picchi di ampiezza in corrispondenza delle frequenze caratteristiche, nonostante la presenza della solita lieve sottostima delle frequenze per effetto del filtraggio. Anche qui, tuttavia, come era avvenuto per il "caso 4" sono presenti le tracce di un disturbo esterno, tradottosi in un rumore di fondo non efficacemente filtrato, come visibile per mezzo della "fascia blu" di accelerazioni di ampiezza modesta distribuite lungo tutte le frequenze dello spettro ed i piccoli picchi di disturbo a bassa frequenza. Conseguentemente, anche in questo caso, l'ampiezza massima dei picchi delle frequenze caratteristiche è risultata ridotta, rispetto al valore previsto. Tuttavia, il livello di compromissione del segnale è molto ridotto se confrontato con quanto visto precedentemente nel "caso 4", dal momento che la sottostima delle ampiezze è inferiore ad un ordine di grandezza. Ne consegue che, sebbene i valori restituiti dallo spettro d'involuppo dei dati sperimentali siano offuscati dalla presenza del rumore di fondo, essi sono comunque confrontabili, in buona approssimazione, con gli andamenti simulati.

Si riporta, infine, il solito diagramma di sovrapposizione degli spettri d'involuppo relativi le accelerazioni sperimentali e quelle simulate corrette per mezzo del fattore $\frac{1}{3.5}$ (Figura 6.23), all'interno della pagina seguente.

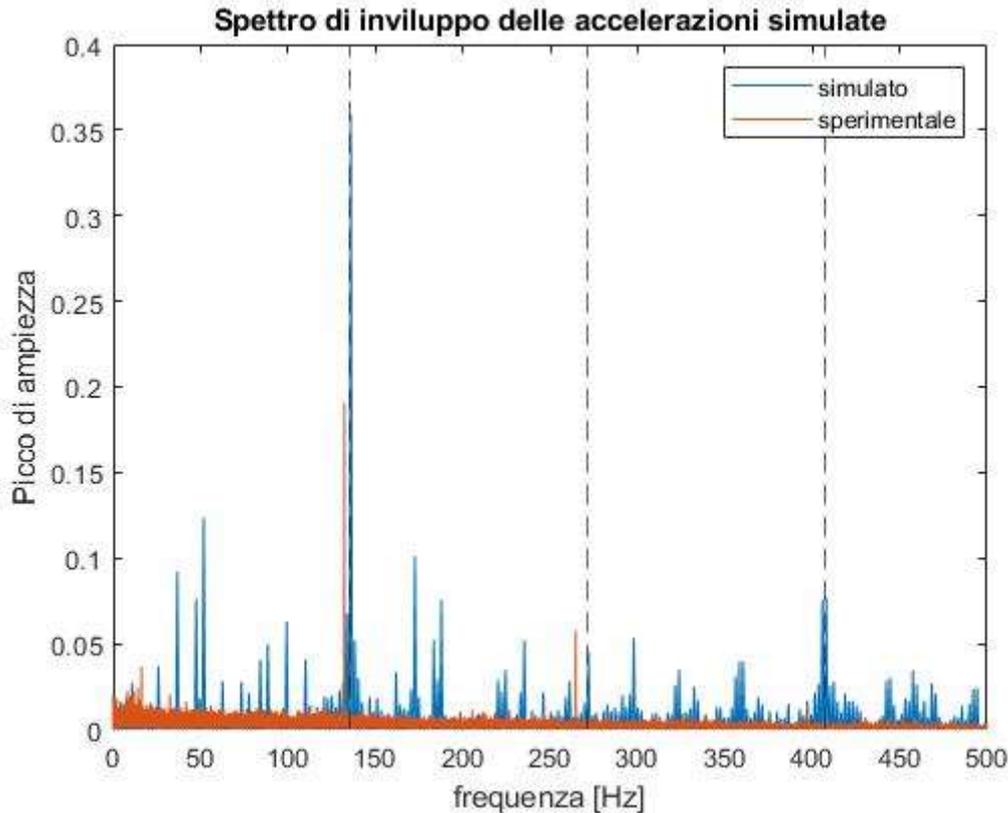


Figura 6.23, confronto tra gli spettri d'inviluppo delle accelerazioni simulate divise per un fattore 3.5 (in blu) e le accelerazioni sperimentali filtrate (in rosso) per il "caso 5"

Come è possibile notare dalla precedente immagine, le accelerazioni sperimentali, così come quelle simulate, hanno manifestato picchi nell'intorno delle stesse frequenze caratteristiche evidenziando, nuovamente, la validità dei risultati in tal senso. Tuttavia, a causa della presenza del rumore di fondo nella raccolta dei dati empirici, è possibile vedere chiaramente il distacco tra i picchi di ampiezza previsti e quelli rilevati.

Tale problematica di discrepanza tra le ampiezze sperimentali e quelle simulate nei vari spettri d'inviluppo, essendosi manifestata molteplici volte all'interno dei casi di studio, anche per effetto di cause differenti, evidenzia come il confronto tra i valori di ampiezza possa essere fallace. Tuttavia, la rilevazione delle frequenze eccitate è sicuramente rappresentativa per determinare la presenza di difetti.

Pertanto, si conclude osservando come i risultati delle simulazioni trovino corrispondenza con le prove sperimentali eseguite in termini di frequenze caratteristiche eccitate per ognuno dei casi studiati, fatta eccezione, ovviamente, per il "caso 3". Ora, un simile risultato sembra suggerire che l'identificazione di picchi di eccitazione delle accelerazioni sperimentali in corrispondenza del *BPFO* sia, in realtà, sufficiente per rilevare la presenza di difetti. Tuttavia, ciò risulta vero solamente nell'ipotesi di valutare il semplice caso della presenza di un singolo difetto. Tale condizione, tuttavia, non trova riscontro nella pratica ingegneristica, in quanto i difetti non sono, quasi, mai isolati. L'utilità del modello subentra, pertanto, nella valutazione di casi di sollecitazione più complessa, per esempio, con l'introduzione di un secondo difetto. Simili condizioni di sollecitazione, tuttavia, non state analizzate all'interno della seguente tesi, il cui scopo ultimo era quello di verificare la funzionalità del modello sviluppato per mezzo di semplici prove di sollecitazione. Eventuali sviluppi futuri sono consigliati in tal senso.

Capitolo 7

Conclusioni e sviluppi futuri

Nel seguente, e conclusivo, capitolo vengono analizzati gli esiti in merito allo sviluppo dell'intero progetto, evidenziandone punti di forza ed eventuali limiti, relativi le capacità del modello realizzato. Infine, alcune proposte per la risoluzione di tali limiti vengono avanzate, così come alcuni possibili percorsi di arricchimento del codice e della FEM, utili al potenziamento delle capacità e della flessibilità del simulatore.

7.1 Validazione e pregi del modello

Il modello oggetto di studio, realizzato a partire dalla valutazione fenomenologica dei meccanismi di generazione delle forze che si instaurano al passaggio di un corpo volvente su di una superficie danneggiata, con conseguente sviluppo di un treno di impulsi periodico che va ad eccitare specifiche frequenze di vibrazione del sistema, si è rivelato efficace. Infatti, andando ad importare il treno d'impulsi stimato come parametro in ingresso all'interno di una analisi FEM appositamente costruita sulle specifiche dei componenti simulati (cuscinetti orientabili a doppia corona di rulli SKF 22240 CCK/W33), è stata verificata l'eccitazione delle frequenze caratteristiche previste dalla letteratura. Infatti, più precisamente, attraverso l'analisi dello spettro di inviluppo dei risultati ottenuti a valle della simulazione, sono stati identificati picchi di ampiezza delle accelerazioni registrate in corrispondenza del *BPFO* ("Ball-Pass Frequency on Outer ring") e dei suoi multipli. Dove il *BPFO* indica la frequenza di passaggio di un corpo volvente in corrispondenza di un punto fisso sulla pista dell'anello esterno, e dipende dal numero di corpi volventi presenti all'interno del cuscinetto, dalle rispettive dimensioni caratteristiche e della velocità di rotazione dell'anello interno (solidale all'albero rotante). L'eccitazione di tali frequenze è, infatti, associabile in letteratura alla presenza di un singolo difetto puntuale sulla pista dell'anello esterno di un cuscinetto, e, pertanto, il loro rilevamento valle delle simulazioni eseguite dimostra l'efficacia del modello quantomeno da un punto di vista teorico.

Tuttavia, per poter garantire maggiore affidabilità ai risultati ottenuti, essi sono stati confrontati con i rispettivi andamenti sperimentali. Infatti, la tipologia di cuscinetti presa a riferimento per lo sviluppo del modello di simulazione digitale è stata scelta conseguentemente alla presenza di un banco prova, presente all'interno dei laboratori del Politecnico di Torino, adibito al monitoraggio del comportamento vibrazionale di un gruppo di cuscinetti SKF 22240 CCK/W33 danneggiati sia sulla pista esterna sia sulla pista interna. Per gli obiettivi di questa tesi, pertanto, sono stati presi a riferimento i dati empirici estratti dal test dei soli cuscinetti danneggiati in corrispondenza dell'anello esterno. Diverse prove sono state eseguite e, le più rappresentative, sono state utilizzate per realizzare la convalida sperimentale dei risultati del modello. Quest'ultimo, infatti, ha mostrato corrispondenza delle frequenze eccitate non solo coerentemente con le previsioni offerte dalla teoria, ma anche con gli esiti delle varie prove sperimentali eseguite. La raccolta dei confronti di maggiore interesse, tra dati empirici e simulati, viene descritta ampiamente all'interno del capitolo 6, in cui viene evidenziata la validità dei risultati ottenuti per mezzo del modello al variare dei seguenti parametri di input.

- **Variazione della velocità di rotazione dell'albero.** La modifica di tale parametro non ha influito sulla validità dei risultati e, anzi, si è rivelata essere la più influente sugli esiti delle prove analizzate. Infatti, bisogna ricordare che la velocità di rotazione dell'albero interviene

direttamente nella determinazione del valore delle frequenze caratteristiche eccitate su cui il confronto viene basato. Inoltre, è stata verificata la presenza di una forte dipendenza delle ampiezze delle accelerazioni da tale parametro, specialmente, se confrontato con gli effetti della modifica dei carichi applicati dall'esterno. Quest'ultimo aspetto è particolarmente importante in quanto dà conferma sperimentale alle considerazioni fisiche effettuate nella definizione delle forzanti d'impulso dove, di fatto, le variabili principali coinvolte nella valutazione degli impatti sono proporzionali all'energia cinetica assunta dal corpo volvente (direttamente correlata alla velocità di rotazione dell'albero). L'entità delle forzanti esterne interviene, infatti, solamente nella definizione della quota minima di carico e nella, modesta, accelerazione del corpo volvente durante la fase di affondamento, giustificandone la bassa influenza sui risultati

- **Variazione del carico radiale.** Come anticipato, la modifica di tale parametro ha avuto effetti molto meno rilevanti sui risultati delle prove rispetto alla variazione della velocità della rotazione dell'albero. Infatti, per esempio, andando ad aumentare il carico radiale applicato, non si determinano modifiche al *BPFO*, mentre l'incremento delle accelerazioni percepite è piuttosto lieve. Gli esiti delle simulazioni del modello a diversi valori di carico radiale si sono rivelati tutti efficaci. L'unico caso che ha destato problemi è stato quello completamente sprovvisto di carichi, sia radiali sia assiali, in quanto il simulatore non è stato in grado di restituire alcun risultato. Tuttavia, si rimanda al sotto-capitolo successivo, relativo ai difetti e limiti del modello, per maggiori informazioni.
- **Variazione del carico assiale.** La modifica del parametro di carico assiale ha avuto esiti comparabili con quelli della variazione della forza radiale esterna, con lievi aumenti delle accelerazioni sviluppate all'aumentare della quota di carico. Anche qui, gli esiti delle simulazioni sono stati verificati per tutte le condizioni di carico fatta eccezione per quella completamente scaricata.

È interessante, inoltre, osservare alcuni aspetti ulteriori ricavati dal confronto tra risultati offerti dal modello e prove sperimentali. Più precisamente, la verifica della validità delle simulazioni contenenti carichi combinati si è rivelata particolarmente apprezzata in vista delle semplificazioni adottate per descriverne la distribuzione di carico, in quanto ha giustificato le scelte di calcolo adottate. Inoltre, è interessante osservare come i risultati ottenuti dalle simulazioni si siano rivelati più affidabili degli stessi dati empirici raccolti nei casi delle prove caratterizzate da carichi radiali elevati all'interno del banco prova. Infatti, questi ultimi, si sono rivelati poco attendibili a causa della presenza di disturbi esterni, che hanno causato un forte rumore di fondo, probabilmente dovuto alla sollecitazione delle pompe moltiplicatrici di pressione utilizzate per applicare i carichi. Questo aspetto ha, inoltre, evidenziato una considerazione importante: non importa l'affidabilità e l'efficacia del modello di simulazione dei fenomeni esaminati se la raccolta dei dati viene disturbata da cause esterne, in quanto la determinazione di correlazioni tra i risultati forniti da entrambi diventa pressoché impossibile.

Si conclude la presentazione dei pregi del modello precisando che questo è stato sviluppato in modo da prestare massima flessibilità, attraverso la possibilità di variare ulteriori parametri di calcolo, sebbene questi non siano stati verificati sperimentalmente per limitazioni di natura tecnica. Si riporta, di seguito, un elenco delle ulteriori variabili modificabili in input nel programma, che però non sono state testate all'interno di questa tesi.

- **Variazione della posizione angolare del difetto.** Parametro che descrive l'ubicazione del difetto sulla pista dell'anello esterno del cuscinetto riferita rispetto all'asse di applicazione del carico, che, nel caso in esame, coincide con la verticale. La verifica sperimentale degli effetti della modifica di tale parametro non è stata effettuata dal momento che esso, sostanzialmente, si traduce in una variazione dell'entità del treno d'impulsi come conseguenza di una

collocazione differente del difetto all'interno della distribuzione di carico. Infatti, simili risultati possono essere ottenuti semplicemente mantenendo virtualmente il difetto in corrispondenza del punto di massimo valore della distribuzione di carico e variando l'entità della forza applicata esternamente. Tuttavia, la definizione di tale valore è utile alla modellazione di cuscinetti recanti difetti multipli, dal momento che esso deve essere utilizzato per determinare lo sfasamento tra gli eventi di urto relativi a ciascun difetto.

- **Variazione delle dimensioni dei difetti.** L'influenza della geometria e delle proporzioni dei difetti è determinante nella definizione degli impulsi realizzati al passaggio dei corpi volventi su di essi. Tuttavia, la modifica di tale parametro non è stata realizzata sperimentalmente a causa della presenza di un singolo cuscinetto danneggiato sulla pista dell'anello esterno utilizzabile per i test, e, conseguentemente, anche il numero di difetti valutabili è stato limitato ad una singola casistica. I restanti cuscinetti danneggiati presenti in laboratorio, infatti, presentavano difetti solamente sugli anelli interni e, pertanto, non erano d'interesse per la trattazione.
- **Valutazione di cuscinetti di tipologie differenti.** La generalizzazione dei parametri geometrici rilevanti nella descrizione dei cuscinetti all'interno del codice MATLAB per il calcolo del treno d'impulsi, ottenuta conseguentemente alla modellazione della complessa morfologia dei cuscinetti SKF 22240 CCK/W33, consente di aggiornare il modello alla descrizione del comportamento di differenti tipologie di componenti. Infatti, a valle di un'opportuna definizione dei parametri in input, risulta possibile emulare la generazione di urti anche in cuscinetti del tipo a singola o doppia corona di rulli, radiali, obliqui, fino anche a modelli puramente assiali, purché sia realizzato un contatto Hertziano del tipo sfera-sfera. Purtroppo, invece, l'adattamento del modello per l'analisi FEM richiederebbe inevitabilmente più tempo per essere realizzato a causa della necessità di sostituire e rielaborare i file CAD del caso studiato. La valutazione applicativa del modello alla simulazione di componenti differenti non è stata realizzata in quanto ampiamente al di fuori degli scopi di questa tesi, nonché a causa della carenza di componenti adeguate alla verifica sperimentale (il banco prova è stato adattato al monitoraggio della tipologia SKF 22240 CCK/W33).

Si conclude, pertanto la descrizione della validazione del modello e la descrizione dei rispettivi pregi.

7.2 Problematiche e limiti del modello

Una volta osservati gli aspetti positivi dello sviluppo del modello, si rende necessario presentarne le lacune, in modo da evidenziare possibili percorsi risolutivi delle problematiche attualmente rilevate.

Il primo, e più rilevante, problema riscontrato all'interno del modello è una imprecisione nel valutare l'ampiezza delle accelerazioni sviluppate all'applicazione dei carichi, in maniera coerente con i risultati sperimentali. Infatti, come osservato all'interno del capitolo 6, sebbene le frequenze caratteristiche dell'assieme studiato siano state identificate con sistematicità all'interno di tutte le prove, è altrettanto vero che le simulazioni hanno restituito accelerazioni dell'ordine di circa 3 volte le grandezze percepite dagli accelerometri presenti nel banco prova. Questo è una problematica poco influente dal punto di vista della rilevazione dei difetti, dal momento che lo studio degli spettri d'involuppo ha evidenziato una bassa affidabilità dei valori di ampiezza percepiti sperimentalmente, in quanto la presenza di disturbi esterni ne modifica significativamente lo spettro. Tuttavia, nonostante l'efficacia del modello sia mantenuta, attraverso la rilevazione delle frequenze caratteristiche, la presenza di un errore sistematico nei risultati ottenuti è sintomo della necessità di

affinare il calcolo per descrivere più accuratamente i casi studiati. I possibili procedimenti correttivi in tal senso sono tre.

- **Approfondimento della dinamica di contatto Hertziano nell'istante dell'impatto.** L'aspetto più importante della trattazione che meriterebbe un approfondimento è la dinamica realizzata tra corpo volvente ed orlo del difetto nell'istante dell'impatto. Quest'ultima, difatti è stata modellata applicando alcune ipotesi semplificative in merito al parametro di rigidità equivalente del contatto, le quali, tuttavia, sebbene efficaci all'interno della trattazione offerta da Khanam [29] potrebbero necessitare di ulteriori revisioni per il caso esaminato in questa tesi. Infatti, la natura dei contatti realizzati all'interno dell'articolo citato, così come le geometrie dei corpi volventi, sono molto differenti dal caso oggetto di studio e, pertanto, si suggerisce di approfondire l'analisi in tal senso. Per esempio, sarebbe possibile integrare, all'interno del modello, un ulteriore programma di calcolo, della tipologia multi-body, dedicato esclusivamente alla determinazione del parametro di rigidità del contatto attraverso la modellazione precisa della geometria del difetto che si intende studiare, nonché della superficie di un solo corpo volvente, o di una sua porzione.
- **Correzione del gioco radiale per effetto di interferenza e temperatura.** Durante la definizione dell'entità del gioco radiale presente nel cuscinetto, all'interno del codice di calcolo delle forzanti impulsive, sono state trascurate, per semplicità, le modifiche al valore effettivo del gioco come conseguenza dell'accoppiamento con interferenza sull'albero e della variazione di temperatura in esercizio. Tuttavia, tale approssimazione, sebbene valida a primo avviso, potrebbe contribuire allo scostamento delle ampiezze di accelerazione simulate rispetto a quelle sperimentali. Infatti, dal momento che la definizione del gioco radiale è determinante nella valutazione della distribuzione di carico, che poi influisce sulla forzante media applicata ed i rispettivi impulsi, si suggerisce di introdurre tali termini correttivi all'interno del codice. Questi ultimi, infatti, andrebbero a favorire la presenza di una distribuzione di carico radiale più estesa, con conseguente diminuzione del valore delle forzanti locali che determinano gli impulsi.
- **Affinamento della forma della funzione forzante impulsiva.** All'interno della trattazione, l'andamento del treno di forzanti impulsive è stato definito mediante l'utilizzo di una funzione a tratti, con l'intento di minimizzare la complessità rappresentativa e ridurre i tempi computazionali del sistema. Tuttavia, sarebbe più opportuno descrivere tale fenomeno attraverso l'utilizzo di una serie di Fourier, come proposto da Khanam [29]. Infatti, la presenza di bruschi cambi del valore di forza in corrispondenza dei picchi della funzione a tratti potrebbe contribuire alla determinazione di vibrazioni maggiori rispetto a quelle generabili per mezzo di una forzante con andamento meno brusco.

Un ulteriore limite può essere identificato nella metodologia adottata per la definizione dei punti notevoli della geometria all'interno del file CAD importato in Ansys. Infatti, la tecnica di scomporre l'anello esterno del cuscinetto in molteplici parti in modo da permettere di identificare il punto esatto di applicazione del treno d'impulsi, può essere giustificato per la simulazione di casi semplici caratterizzati dalla presenza di un solo difetto. Tuttavia, essa diventa rapidamente disfunzionale nell'ipotesi di rappresentare danneggiamenti multipli o, ancora peggio, nel tentativo di modellare forzanti rotanti, come quelle realizzate dalla presenza di difetti sull'anello interno (sviluppi futuri). Conseguentemente diventa importante individuare delle metodologie alternative per memorizzare efficacemente la posizione dei punti notevoli all'interno della geometria.

Oltre alle due problematiche precedentemente descritte, è stato riscontrato un ulteriore limite relativo all'esecuzione del programma di calcolo. Infatti, come è stato anticipato all'interno del sotto-capitolo precedente, la simulazione della forzante impulsiva nella totale assenza di carichi esterni, sia radiali

sia assiali, non restituisce alcun risultato. Le ragioni di questa failure risiedono nella decisione di trascurare il contributo delle forze centrifughe e di peso dei singoli componenti nella definizione del treno d'impulsi. Le motivazioni dietro tale scelta dipendono dallo scarso contributo offerto da queste due componenti di carico se confrontate con le sollecitazioni esterne applicabili sui cuscinetti oggetto di studio, specialmente in vista dei tipici campi di applicazione di tali componenti. Infatti, essendo i cuscinetti SKF 22240 CCK/W33 della categoria orientabili a doppia corona di rulli **per carichi elevati** e velocità ridotte, si deduce l'assurdo ingegneristico di ipotizzare il ricorso a simili componenti in condizioni di lavoro totalmente prive di sollecitazioni esterne. Inoltre, come era stato rilevato dai test sperimentali, il fallimento della simulazione non è risultato grave da un punto di vista funzionale, dal momento che i rilevamenti empirici non sono comunque riusciti a identificare la presenza picchi di ampiezza delle accelerazioni in corrispondenza del *BPFO*. Ne consegue, pertanto, che, indipendentemente dalla funzionalità o meno del modello in tali condizioni, le applicazioni possibili delle informazioni da esso reperite sono, comunque, inesistenti.

Tuttavia, questa problematica, sebbene ininfluenza nella valutazione del comportamento vibrazionale in presenza di difetti per i cuscinetti SKF 22240 CCK/W33 oggetto di studio, diventerebbe sicuramente importante nell'ipotesi di adattare il modello alla valutazione di componenti per usi differenti, quali, per l'appunto, cuscinetti di piccola taglia o per applicazioni ad alte velocità. Infatti, nel caso di questi ultimi, non solo le forzanti esterne sostenibili sono tipicamente ridotte, ma inoltre, il contributo delle quote centrifughe è tutt'altro che trascurabile. Pertanto, la correzione di tale difetto di approssimazione si introduce nell'ottica degli sviluppi futuri del modello.

7.3 Sviluppi futuri per il potenziamento del modello

Riprendendo quanto detto al termine del paragrafo precedente, il primo possibile percorso di futuro sviluppo del modello consiste nell'introduzione, all'interno del codice di calcolo delle forzanti impulsive, del contributo di forze peso e forze centrifughe. Questa aggiunta, infatti, permetterebbe la valutazione delle sollecitazioni anche nei casi di cuscinetti per applicazioni ad alte velocità, andando ad incrementare la flessibilità del simulatore.

Un'ulteriore modifica del codice, atta ad estenderne i campi di applicazione, consiste nella definizione di un percorso di calcolo alternativo per la risoluzione di casistiche con contatto tra anelli e corpi volventi del tipo cilindro-cilindro. Infatti, allo stato attuale, il codice ricorre alle formulazioni del contatto Hertziano per il solo caso definito come sfera-sfera e, pertanto, non risulta adatto alla valutazione di modelli del tipo: cuscinetti a rulli cilindrici o conici.

Tuttavia, è possibile identificare un ulteriore percorso potenziamento del programma di calcolo senza andare necessariamente a riconvertire l'intero modello per la simulazione di componenti differenti da quella attualmente oggetto di studio (cuscinetti SKF 22240 CCK/W33 orientabili a doppia corona di rulli per carichi elevati e velocità ridotte). Infatti, ricordando le ipotesi adottate nel capitolo relativo la stima delle forzanti impulsive, definite secondo Khanam [29], ci si rende conto che il sistema è in grado di simulare solamente il caso di difetti puntuali caratterizzati da profondità sufficienti ad evitare l'interazione tra il corpo volvente coinvolto nel passaggio sopra la zona danneggiata e la superficie di "fondo" del difetto stesso. Tale ipotesi era stata adottata in quanto compatibile con i difetti analizzati per mezzo delle prove sperimentali, tuttavia, in questo modo, il modello risulta essere semplificato, in quanto non si vede costretto a valutare le molteplici interazioni che si generano quando un corpo volvente impatta, anche molteplici volte, contro la superficie alla base del difetto, prima di raggiungere l'orlo di uscita. Tali interazioni danno origine ad una serie di impulsi multipli

durante un solo ciclo di attraversamento che ben si differenziano dalla semplicistica considerazione della presenza di un unico urto direttamente sviluppato al contatto con il bordo di uscita dal difetto. Questa è una limitazione importante dal momento che non permette la valutazione dei casi di cuscinetti contenenti danneggiamenti estesi che, frequentemente, si presentano nelle condizioni di reale impiego dei componenti. In tal senso, le soluzioni adottate da Singh et al. [19], potrebbero essere prese a riferimento per un'analisi iniziale del processo di arricchimento del modello attraverso la simulazione di difetti estesi.

Tuttavia, a valle delle procedure di potenziamento del modello precedentemente presentate, le quali, sebbene relativamente semplici da un punto di vista realizzativo, si inseriscono in un'ottica di sviluppo a lungo termine, si riportano, di seguito, le tre procedure di sviluppo futuro di maggiore interesse nell'immediato. Infatti, in vista della disponibilità in laboratorio di due ulteriori cuscinetti SKF 22240 CCK/W33 danneggiati, recanti difetti sulla pista dell'anello interno, anche multipli, è possibile suggerire le seguenti proposte di sviluppo futuro:

- Arricchimento del programma di calcolo per la valutazione della presenza di difetti multipli.
- Potenziamento dell'intero modello per la simulazione della presenza di difetti sull'anello interno del cuscinetto ed anche, eventualmente, su un singolo corpo volvente.
- Estensione dell'analisi FEM per la modellazione dell'intero contenuto della "self-contained box" presente nel banco prova.

Il primo punto dell'elenco precedente può, in realtà, essere realizzato piuttosto facilmente. Infatti, la modularità del codice di calcolo delle forzanti impulsive permetterebbe, attraverso l'integrazione di un ulteriore codice di richiamo, di eseguire il calcolo per la stima delle forzanti associate a ciascun difetto in maniera totalmente indipendente l'una dall'altra. In questo modo, sarebbe possibile restituire due, o anche più, file di testo contenenti le specifiche delle forze associate ad un singolo danneggiamento per l'importazione in Ansys. Gli unici accorgimenti importanti da implementare, relativi alla definizione del treno di impulsi, riguardano la valutazione dello sfasamento temporale realizzato tra gli istanti di eccitazione delle due, o più, forzanti. Tali sfasamenti possono essere determinati come conseguenza della posizione angolare relativa dei difetti e dell'angolo interposto tra due corpi volventi successivi appartenenti alla stessa corona. Una volta ottenuti i risultati, si rende necessario suddividere, nuovamente, il modello CAD in corrispondenza dei punti sull'anello esterno in cui si intende simulare la presenza di ognuno dei difetti, con, inoltre, la possibilità di "disattivare" il contributo di una delle forzanti impulsive, senza compromettere la funzionalità del programma.

Il secondo punto dell'elenco è, sicuramente, il più interessante in assoluto tra tutti i possibili sviluppi futuri del modello, in quanto ne estende la capacità di calcolo alla valutazione dei casi contenenti difetti sull'anello interno e sui corpi volventi. Le procedure da adottare, in realtà, sono molto simili a quelle già presentate all'interno del paragrafo precedente. Infatti, si rende necessario, innanzitutto, arricchire il codice di calcolo delle forzanti impulsive con l'inserimento di un ulteriore programma per la descrizione del carico rotante alternato che inevitabilmente si genera per effetto del moto dei componenti recanti difetto. Tale programma, a partire dall'analisi della geometria del cuscinetto, andrebbe a valutare i punti in cui il difetto, solidale con l'anello rotante o il singolo corpo volvente, va ad impattare contro il rispettivo elemento di contatto. Conseguentemente, l'esecuzione della nuova porzione di codice, dovrebbe restituire la sequenza di posizioni angolari eccitate mediante la trasmissione del carico impulsivo per effetto della presenza di un difetto "mobile" all'interno di una singola rotazione. Tali posizioni dovrebbero essere, successivamente, introdotte come parametro in input all'interno del programma, già realizzato, utile alla stima dei valori di massimo e di minimo

delle forzanti impulsive locali in relazione alla distribuzione di carico. Ognuno di questi valori andrebbe, poi, ad essere associato ad una singola forzante impulsiva valutata nel tempo per mezzo di un secondo codice di calcolo. Tale codice, come per il caso dei difetti multipli, restituirebbe una serie di file di testo, ciascuno correlato alla definizione dell'andamento di una singola forzante impulsiva valutata in relazione ai massimi di forza locali, precedentemente studiati per ciascuno dei punti angolari evidenziati. Tuttavia, si sottolinea che, differentemente da quanto visto in precedenza, il periodo di eccitazione di una forzante in una specifica posizione angolare è, in questo caso, dipendente dalla frequenza di rotazione dell'albero e non da quella di passaggio di un corpo volvente sul punto dell'anello esterno considerato (*BPFO*), dal momento che il difetto non è "fisso".

Una volta noti gli andamenti delle singole forzanti impulsive, corredate delle rispettive posizioni angolari, si rende necessario suddividere, nuovamente, il modello CAD del componente per identificare ciascuno dei punti di applicazione dei vettori di forze nel tempo. Pertanto, ci si rende conto, come anticipato, della necessità di identificare metodologie più efficienti per evidenziare le l'ubicazione dei punti di applicazione delle forze, rispetto a quella fino ad ora utilizzata. Infatti, vista la possibilità che le posizioni angolari restituite dal codice siano molteplici, la tecnica di suddividere la geometria dell'anello esterno in più parti prima di importarla in Ansys diventa molto laboriosa.

Infine, per poter realizzare un confronto con le previsioni offerte dalla teoria, si rende necessario implementare alcune righe di codice per l'identificazione delle frequenze caratteristiche del caso con difetto sull'anello interno (*BPFI*) oppure, sul corpo volvente (*BSF*).

La terza, ed ultima modifica, prevede la modellazione dell'intero contenuto della "self-contained box", presente nel banco prova, all'interno del programma di simulazione. Tale sviluppo non richiede modifiche del codice di calcolo delle forzanti impulsive realizzato in MATLAB, ma comporta una significativa revisione del modello Ansys. Infatti, le modalità di valutazione fenomenologia delle interazioni tra difetto e corpo volvente non vengono alterate dall'introduzione di ulteriori elementi nell'assieme. Viceversa, per quanto riguarda l'analisi FEM delle vibrazioni, si rende innanzitutto necessario importare le restanti componenti contenute all'interno della scatola nel design tridimensionale del gruppo. Dopodiché, aspetto ancora più importante, occorre definire con grande attenzione le relazioni di forza e spostamento presenti tra i vari componenti.

La realizzazione di un simile modello permetterebbe la ricerca di relazioni tra il comportamento vibrazionale percepito su un gruppo di cuscinetti integri per effetto della presenza di difetti su di un altro componente. La determinazione di tali relazioni, inoltre, apre la strada alla possibilità di ricercare la presenza di danneggiamenti all'intero di un sistema, mediante l'utilizzo di un numero minore di sensori. Infatti, diventerebbe possibile indentificare la presenza di difetti all'intero della "self-contained box", per esempio, registrando e confrontando le accelerazioni relative ad una singola coppia di cuscinetti. Simili risultati si inseriscono all'interno di un più ampio processo di sviluppo, relativo l'ottimizzazione di un sistema ingegneristico di controllo, e la realizzazione di un "Digital Twin" dell'intero banco prova utilizzato per la costruzione del modello e la rispettiva verifica sperimentale.

Infine, nell'intento di favorire l'automazione dei cicli di simulazione, coerentemente con lo sviluppo di un "Digital Twin", si precisa la necessità di realizzare un collegamento più diretto tra le varie componenti del modello, specialmente nell'ottica di integrare i risultati all'interno in un contesto di "condition moitoring" ed "intelligenza artificiale". Infatti, allo stato attuale, le singole componenti del modello realizzato sono, ancora, piuttosto scorrelate tra di loro, con la necessità di importare manualmente i risultati della simulazione delle forzanti in Ansys, e poi, nuovamente, trasferire i dati delle conseguenti accelerazioni all'interno del codice di elaborazione dei risultati. Si rende, pertanto, necessario effettuare alcune modifiche ed approfondimenti del sistema per permettere una risoluzione più diretta ed automatica della simulazione, in modo da minimizzare, inoltre, il rischio di compiere errori durante la fase (non tracciabile) di importazione manuale dei file.

Bibliografia

- [1] Genta, G. *Dynamics of Rotating Systems*. Mechanical Engineering Series. New York: Springer, 2005.
- [2] Genta, Giancarlo. *Vibration of Structures and Machines*. New York, NY: Springer US, 1995. <https://doi.org/10.1007/978-1-4684-0236-0>.
- [3] Boukhalfa, Abdelkrim, e Abdelhamid Hadjoui. «Free Vibration Analysis of an Embarked Rotating Composite Shaft Using the Hp-Version of the FEM». *Latin American Journal of Solids and Structures* 7, fasc. 2 (2010): 105–41. <https://doi.org/10.1590/S1679-78252010000200002>.
- [4] Ngo, Van Thanh, Danmei Xie, Yangheng Xiong, Hengliang Zhang, e Yi Yang. «Dynamic Analysis of a Rig Shafting Vibration Based on Finite Element». *Frontiers of Mechanical Engineering* 8, fasc. 3 (settembre 2013): 244–51. <https://doi.org/10.1007/s11465-013-0264-8>.
- [5] Harris, Tedric A, e Michael N Kotzalas. «Essential Concepts of Bearing Technology». Taylor & Francis Inc. 9 ott. 2006. 392. isbn: 084937183X
- [6] C.S. Sunnersjö. «Varying compliance vibrations of rolling bearings», *Journal of Sound and Vibration* 58.3 (1978): 363–373, [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(78\)80044-3](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(78)80044-3).
- [7] C.S. Sunnersjö. «Rolling bearing vibrations-The effects of geometrical imperfection and wear». *Journal of Sound and Vibration* 98.4 (1985): 455–474. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(85\)90256-1](https://doi.org/10.1016/0022-460X(85)90256-1).
- [8] P.D. McFadden e J.D. Smith. «The vibration produced by multiple point defects in a rolling element bearing». *Journal of Sound and Vibration* 98.2 (1985): 263–273. issn: 0022-460X. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(85\)90390-6](https://doi.org/10.1016/0022-460X(85)90390-6).
- [9] Shiau, T. N., J. R. Chang, C. H. Kang, e C. Y. Liao. «Dynamic Characteristic Analysis of a Rotor-Bearing System Using Global Assumed Mode Method With Different Polynomial Function». In *Volume 6: Structures and Dynamics, Parts A and B*, 435–43. Vancouver, British Columbia, Canada: ASMEDC, 2011. <https://doi.org/10.1115/GT2011-46293>.
- [10] Müller, Christopher, Sebastian Greco, Benjamin Kirsch, e Jan C. Aurich. «A Finite Element Analysis of Air Bearings Applied in Compact Air Bearing Spindles». *Procedia CIRP* 58 (2017): 607–12. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2017.03.337>.
- [11] Wu, Hao, Qiong Zhou, Zhiming Zhang, e Qi An. «Vibration Analysis on the Rolling Element Bearing-Rotor System of an Air Blower». *Journal of Mechanical Science and Technology* 26, fasc. 3 (marzo 2012): 653–59. <https://doi.org/10.1007/s12206-011-1201-6>.
- [12] Fei, Zhong-xiu, Shui-guang Tong, e Chao Wei. «Investigation of the Dynamic Characteristics of a Dual Rotor System and Its Start-up Simulation Based on Finite Element Method». *Journal of Zhejiang University SCIENCE A* 14, fasc. 4 (aprile 2013): 268–80. <https://doi.org/10.1631/jzus.A1200298>.
- [13] Rahnejat, H, e R Gohar. «The Vibrations of Radial Ball Bearings». *Proceedings of the*

- Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 199, fasc. 3 (luglio 1985): 181–93.
https://doi.org/10.1243/PIME_PROC_1985_199_113_02.
- [14] Saruhan, H., S. Sandemir, A. Çiçek, e I. Uygur. «Vibration Analysis of Rolling Element Bearings Defects». *Journal of Applied Research and Technology* 12, fasc. 3 (giugno 2014): 384–95. [https://doi.org/10.1016/S1665-6423\(14\)71620-7](https://doi.org/10.1016/S1665-6423(14)71620-7).
- [15] Dipen S. Shah e Vinod N. Patel. «A Review of Dynamic Modeling and Fault Identifications Methods for Rolling Element Bearing». *Procedia Technology* 14 (2014): 447–456.
<https://doi.org/10.1016/j.protcy.2014.08.057>.
- [16] Apandi, N S R, R Ismail, e M F B Abdollah. «Vibration Analysis of Ball Bearing Using Finite Element Analysis», 2017, 3.
- [17] Salunkhe, V. G., R. G. Desavale, e Surajkumar G. Kumbhar. «Vibration Analysis of Deep Groove Ball Bearing Using Finite Element Analysis and Dimension Analysis». *Journal of Tribology* 144, fasc. 8 (1 agosto 2022): 081202. <https://doi.org/10.1115/1.4053262>.
- [18] Mr. Shaha Rohit D, Prof. S. S. Kulkarni. «Vibration Analysis of deep groove ball bearing using Finite Element Analysis». *ISSN : 2248-9622, Vol. 5, Issue 5, (Part -2)* (maggio 2015) 44-50.
- [19] Singh, Sarabjeet, Uwe G. Köpke, Carl Q. Howard, e Dick Petersen. «Analyses of Contact Forces and Vibration Response for a Defective Rolling Element Bearing Using an Explicit Dynamics Finite Element Model». *Journal of Sound and Vibration* 333, fasc. 21 (ottobre 2014): 5356–77. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2014.05.011>.
- [20] Ashtekar, A, F Sadeghi, e L-E Stacke. «Surface Defects Effects on Bearing Dynamics». *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology* 224, fasc. 1 (1 gennaio 2010): 25–35. <https://doi.org/10.1243/13506501JET578>.
- [21] Ankur Ashtekar, Farshid Sadeghi e Lars-Erik Stacke. «A New Approach to Modeling Surface Defects in Bearing Dynamics Simulations». *Journal of Tribology* 130.4 (ago. 2008).
<https://doi.org/10.1115/1.2959106>.
- [22] Liu, Jing, e Yimin Shao. «A Numerical Investigation of Effects of Defect Edge Discontinuities on Contact Forces and Vibrations for a Defective Roller Bearing». *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-Body Dynamics* 230, fasc. 4 (dicembre 2016): 387–400.
<https://doi.org/10.1177/1464419315615451>.
- [23] Petersen, Dick, Carl Howard, Nader Sawalhi, Alireza Moazen Ahmadi, e Sarabjeet Singh. «Analysis of Bearing Stiffness Variations, Contact Forces and Vibrations in Radially Loaded Double Row Rolling Element Bearings with Raceway Defects». *Mechanical Systems and Signal Processing* 50–51 (gennaio 2015): 139–60.
<https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2014.04.014>.
- [24] Wang, Fengtao, Minqing Jing, Jun Yi, Guihua Dong, Heng Liu, e Bowen Ji. «Dynamic Modelling for Vibration Analysis of a Cylindrical Roller Bearing Due to Localized Defects on Raceways». *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-Body Dynamics* 229, fasc. 1 (marzo 2015): 39–64.

- <https://doi.org/10.1177/1464419314546539>.
- [25] Nabhan, A, M Nouby, Am Sami, e Mo Mousa. «Vibration Analysis of Deep Groove Ball Bearing with Outer Race Defect Using ABAQUS». *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control* 35, fasc. 4 (dicembre 2016): 312–25.
<https://doi.org/10.1177/0263092316676414>.
- [26] Kiral, Zeki, e Hira Karagülle. «Simulation and Analysis of Vibration Signals Generated by Rolling Element Bearing with Defects». *Tribology International* 36, fasc. 9 (settembre 2003): 667–78. [https://doi.org/10.1016/S0301-679X\(03\)00010-0](https://doi.org/10.1016/S0301-679X(03)00010-0).
- [27] Fanzhao Kong, Wentao Huang, Yunchuan Jiang, Weijie Wang e Xuezheng Zhao, «A Vibration Model of Ball Bearings with a Localized Defect Based on the Hertzian Contact Stress Distribution», *Shock and Vibration* (2018): 1–14,
<https://doi.org/10.1155/2018/5424875>.
- [28] Shah, Dipen S., e V.N. Patel. «Study on Excitation Forces Generated by Defective Races of Rolling Bearing». *Procedia Technology* 23 (2016): 209–16.
<https://doi.org/10.1016/j.protcy.2016.03.019>.
- [29] Khanam, Sidra, J. K. Dutt, e N. Tandon. «Impact Force Based Model for Bearing Local Fault Identification». *Journal of Vibration and Acoustics* 137, fasc. 5 (1 ottobre 2015): 051002. <https://doi.org/10.1115/1.4029988>.
- [30] M. Cao e J. Xiao. «A comprehensive dynamic model of double-row spherical roller bearing—Model development and case studies on surface defects, preloads, and radial clearance». *Mechanical Systems and Signal Processing* 22.2 (feb. 2008): 467–489.
<https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2007.07.007>.
- [31] R.B.W. Heng e M.J.M. Nor. «Statistical analysis of sound and vibration signals for monitoring rolling element bearing condition». *Applied Acoustics* 53.1-3 (gen. 1998). 211–226. [https://doi.org/10.1016/s0003-682x\(97\)00018-2](https://doi.org/10.1016/s0003-682x(97)00018-2).
- [32] Brusa, Eugenio, Cristiana Delprete, Lorenzo Giorio, Luigi Gianpio Di Maggio, e Vittorio Zanella. «Design of an Innovative Test Rig for Industrial Bearing Monitoring with Self-Balancing Layout». *Machines* 10, fasc. 1 (11 gennaio 2022): 54.
<https://doi.org/10.3390/machines10010054>.
- [33] Tian Ran Lin, Kun Yu e Jiwen Tan. «Condition Monitoring and Fault Diagnosis of Roller Element Bearing». *Bearing Technology*. InTech, mag. 2017. <https://doi.org/10.5772/67143>.
- [34] V.N. Patel, N. Tandon e R.K. Pandey. «Vibrations Generated by Rolling Element Bearings having Multiple Local Defects on Races». *Procedia Technology* 14 (2014): 312–319.
<https://doi.org/10.1016/j.protcy.2014.08.041>.
- [35] Lei Hu, Lun Zhang, Fengshou Gu, Niaoqing Hu e Andrew Ball. «Extraction of the largest amplitude impact transients for diagnosing rolling element defects in bearings». *Mechanical Systems and Signal Processing* 116 (feb. 2019): 796–815.
<https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2018.07.022>.
- [36] Davies, cur. *Handbook of Condition Monitoring*. Springer Netherlands, 1998.
<https://doi.org/10.1007/978-94-011-4924-2>.

- [37] P.K. Kankar, Satish C. Sharma e S.P. Harsha. «Fault diagnosis of ball bearings using machine learning methods». *Expert Systems with Applications* 38.3 (mar. 2011): 1876–1886. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.07.119>.
- [38] Palmgren e G. Palmgren. *Ball and Roller Bearing Engineering*. A cura di SKF Industries Inc. SKF Industries, 1959.
- [39] Bernard J. Hamrock e William J. Anderson. «Rolling-element bearings». NASA Reference Publication 1105 (giu. 1983).
- [40] Aditya Sharma, M Amarnath e PK Kankar. «Feature extraction and fault severity classification in ball bearings». *Journal of Vibration and Control* 22.1 (apr. 2014): 176–192. <https://doi.org/10.1177/1077546314528021>.
- [41] Prashant P. Kharche, Dr. Sharad V. Kshirsagar e K. B. Muchandani. «Review of Fault Detection in Rolling Element Bearing». *International Journal of Innovative Research in Advanced Engineering (IJIRAE)*. Vol. 1. (Giu. 2014): 169–174.
- [42] Sham Kulkarni e S.B. Wadkar. «Experimental Investigation for Distributed Defects in Ball Bearing Using Vibration Signature Analysis». *Procedia Engineering* 144 (2016): 781–789. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.05.086>.
- [43] Stephan Schmidt, P. Stephan Heyns e Konstantinos C. Gryllias. «A discrepancy analysis methodology for rolling element bearing diagnostics under variable speed conditions». *Mechanical Systems and Signal Processing* 116 (feb. 2019): 40–61. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2018.06.026>.
- [44] Y.-T. Su, M.-H. Lin e M.-S. Lee. «The Effects of Surface Irregularities on Roller Bearing Vibrations». *Journal of Sound and Vibration* 165.3 (ago. 1993): 455–466. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1993.1270>.
- [45] M. Tiwari, K. Gupta e O. Prakash. «Dynamic response of an unbalanced rotor supported on ball bearings». *Journal of Sound and Vibration* 238.5 (dic. 2000): 757–779. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1999.3108>.
- [46] S.P. Harsha, K. Sandeep e R. Prakash. «The effect of speed of balanced rotor on nonlinear vibrations associated with ball bearings». *International Journal of Mechanical Sciences* 45.4 (apr. 2003): 725-740. [https://doi.org/10.1016/s0020-7403\(03\)00064-x](https://doi.org/10.1016/s0020-7403(03)00064-x).
- [47] J. Sopianen e A. Mikkola. «Dynamic model of a deep-groove ball bearing including localized and distributed defects. Part 1: Theory». *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics* 217.3 (set. 2003): 201–211. <https://doi.org/10.1243/14644190360713551>.
- [48] V. N. Patel, N. Tandon e R. K. Pandey. «A Dynamic Model for Vibration Studies of Deep Groove Ball Bearings Considering Single and Multiple Defects in Races». *Journal of Tribology* 132.4 (ott. 2010). <https://doi.org/10.1115/1.4002333>.
- [49] V.N. Patel, N. Tandon e R.K. Pandey. «Vibration Studies of Dynamically Loaded Deep Groove Ball Bearings in Presence of Local Defects on Races». *Procedia Engineering* 64 (2013): 1582–1591. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2013.09.240>.

- [50] Robert B. Randall e Jérôme Antoni. «Rolling element bearing diagnostics – A tutorial». *Mechanical Systems and Signal Processing* 25.2 (feb. 2011): 485–520. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2010.07.017>.
- [51] Akhand Rai e S.H. Upadhyay. «A review on signal processing techniques utilized in the fault diagnosis of rolling element bearings». *Tribology International* 96 (apr. 2016): 289–306. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2015.12.037>.
- [52] Sadok Sassi, Bechir Badri e Marc Thomas. «A Numerical Model to Predict Damaged Bearing Vibrations». *Journal of Vibration and Control* 13.11 (nov. 2007): 1603–1628. <https://doi.org/10.1177/1077546307080040>.
- [53] N. Sawalhi e R.B. Randall. «Simulating gear and bearing interactions in the presence of faults». *Mechanical Systems and Signal Processing* 22.8 (nov. 2008): 1924–1951. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2007.12.001>.
- [54] N. Sawalhi e R.B. Randall. «Simulating gear and bearing interactions in the presence of faults». *Mechanical Systems and Signal Processing* 22.8 (nov. 2008): 1952–1966. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2007.1>.
- [55] Principali specifiche tecniche per cuscinetti SKF. <https://www.skf.com/it/products/rolling-bearings/roller-bearings/spherical-roller-bearings/bearing-data>.
- [56] SKF 22240 CCK/W33 cuscinetto a doppia corona di rulli orientabili, specifiche tecniche. <https://www.skf.com/it/products/rolling-bearings/roller-bearings/spherical-roller-bearings/productid-22240%20CCK%20FW33>.
- [57] Raccolta delle principali leghe di acciaio per la realizzazione di cuscinetti di grandi dimensioni. <https://virgamet.com/construction-alloy-bearing-steel-for-rolling-bearings>.
- [58] Proprietà lega 100CrMo7-3 (1.3536). <https://virgamet.com/100crmo7-100crmo73-100crmo72-1-3537-100crmo74-1-3536-bearing-steel>.