POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea Magistrale

Studio aerodinamico di un rotore in condizioni di volo a punto fisso

Relatori
Prof. Andrea Ferrero
Prof. Francesco Larocca

Candidata
Marika Sinisi

Anno Accademico 2021-2022

Ai miei genitori e a mia nonna Antonietta.

Sommario

L'utilizzo della fluidodinamica computazionale, in inglese *Computational Fluid Dynamics (CFD)*, risulta ormai rilevante in ambito ingegneristico, soprattutto in campo aerospaziale. Questa ha permesso lo sviluppo di algoritmi e modelli in grado di fornire risultati sempre più precisi e aderenti a quelli sperimentali, rispetto al passato, in cui lo strumento più efficace in fase di progettazione era quello della fluidodinamica sperimentale. Inoltre, lo sviluppo tecnologico in termini di risorse computazionali ha portato vantaggi in termini di tempi e facilità di analisi e, non meno importante, in termini di costi rendendo così indispensabile l'utilizzo della CFD. Allo stesso tempo, il largo utilizzo di questa tecnica ha fatto sì che si sviluppassero anche diversi software commerciali, che sfruttano la CFD per lo studio di flussi, che al giorno d'oggi sono ampiamente utilizzati sia in ambito accademico che industriale. Il seguente lavoro si basa sull'utilizzo della fluidodinamica computazionale al fine di studiare un problema tipico della propulsione aerospaziale, ovvero il campo di moto che si sviluppa attorno alle pale di un rotore. Nello specifico, verranno da prima analizzati alcuni tra gli aspetti principali della CFD, quali la discretizzazione spaziale, le varie tipologie di griglie utilizzabili e i diversi modelli usati per l'approssimazione dei flussi turbolenti. Successivamente, mediante l'utilizzo di un codice ai volumi finiti, sono state svolte diverse simulazioni sulle pale del PSP rotor.

La scelta del PSP rotor è stata fatta per via dei diversi studi condotti su quest ultimo, che permettono quindi di avere diversi risultati sui quali confrontare il lavoro svolto. Il lavoro è stato diviso in due fasi. La prima, nella quale si è ricavata la geometria del rotore tramite l'utilizzo del software CAD Solidoworks, partendo dalle coordinate dei profili alle diverse stazioni dell'elica. La seconda fase ha riguardo l'impostazione della simulazione tridimensionale del problema finalizzata all'ottenimento di informazioni di massima sulle prestazioni dell'elica, in termini di spinta e coppia. I risultati ottenuti sono stati quindi confrontati con quelli numerici presenti in bibliografia.

Nei primi capitoli verrà trattata una breve introduzione sulle caratteristiche principali della pala sperimentale, come ad esempio dati geometrici e condizioni operative. Viene anche effettuata una descrizione generale sui sistemi propulsivi ad elica, ponendo l'attenzione sul calcolo delle performance e sulla definizione delle grandezze e dei coefficienti che verranno utilizzati nel corso della trattazione. Segue poi un capitolo in cui è descritto il rotore oggetto dello studio. Viene successivamente descritto il flusso di ottimizzazione delle impostazioni di setup del software per l'analisi CFD. In questo modo, effettuando il confronto dei risultati ottenuti con i dati numerici disponibili per il rotore di riferimento, si verifica quale sia il setup del codice in termini di mesh, condizioni al contorno, condizioni iniziali, modello di turbolenza, dimensione del dominio (rotante e non) che restituisce risultati piú accurati. Seguirà un approfondimento legato ai modelli di ordine ridotto maggiormente utilizzati per l'analisi delle eliche ed uno riguardo la risoluzione numerica di un flusso turbolento con le equazioni mediate da Reynolds (RANS) con chiusura del problema col modello di turbolenza $k-\omega$ SST confrontato con quello Spalart-Allmaras. Infine nel capitolo dei risultati sono mostrati l'andamento della spinta e della coppia e la visualizzazione di scene scalari in termini di velocità e di *Q-criterion*.

Indice

1 Introduzione 5

2 Elica 7
2.1 L'elica aeronautica . . . 7
2.1.1 Geometria . . . 8
2.1.2 Parametri adimensionali . . . 9
2.2 Studio dell'elica: teorie di ordine ridotto . . . 11
2.2.1 Modello di disco attuatore . . . 11
2.2.2 Teoria impulsiva semplice . . . 12
2.2.3 Teoria impulsiva generale . . . 15
2.3 Studio dell'elica: teoria dell'elemento di pala . . . 17
2.3.1 Sistema vorticoso dell'elica . . . 17
2.3.2 Teoria generale dell'elemento di pala . . . 20
2.4 Regimi di funzionamento . . . 22
2.5 Eliche a passo variabile . . . 23

3 Rotore PSP 27

4 Fluidodinamica computazionale 31
4.1 Modellazione fisica e geometrica . . . 32
4.2 Discretizzazione spaziale . . . 32
4.3 Discretizzazione equazioni . . . 35
4.4 Risoluzione equazioni discretizzate . . . 35
4.5 Metodo ai volumi finiti . . . 36
4.5.1 Proprietà equazioni discretizzate . . . 37
4.5.2 Condizioni al contorno . . . 38
4.5.3 Tipologia di mesh . . . 40

5 Analisi CFD rotore PSP 45
5.1 Geometria e topologia di simulazione . . . 45
5.1.1 Modellazione CAD rotore PSP . . . 45
5.1.2 Dominio di calcolo . . . 45
5.2 Regioni e moto . . . 48
5.3 Mesh . . . 48
5.3.1 Configurazione e generazione della mesh . . . 48

5.3.2 Mesh di strato limite e y+ 50
5.3.3 Rifinimenti 53
5.3.4 Condizioni al contorno 54
5.4 Fisica della simulazione 55
5.4.1 Scelta modelli fisici 55
5.4.2 Modellazione turbolenza 56

6 Risultati 59
6.1 Studio di convergenza sulla griglia e validazione risultati 59
6.2 Andamento campo velocità 64
6.3 Andamento *Q-criterion* 65

7 Conclusioni 69

Bibliografia 71

Capitolo 1

Introduzione

Lo studio di problemi riguardanti il comportamento dei fluidi ha sempre ricoperto un ruolo di primaria importanza in ambito ingegneristico. Fino agli anni Settanta lo studio della fluidodinamica era prettamente teorico, essendo di fatto impossibile la risoluzione analitica o numerica delle equazioni che regolano i relativi fenomeni fisici. In seguito la fluidodinamica si è divisa tra la fluidodinamica classica e quella numerica. La fluidodinamica classica presuppone lo studio analitico e fornisce modelli di problemi le cui equazioni sono spesso non lineari. Per molto tempo l'unico metodo in grado di fornire risultati concreti era quello della fluidodinamica sperimentale, in quanto la risoluzione analitica di tali problemi è limitata ad alcuni casi semplificati. Questo è dovuto al fatto che i modelli matematici, utilizzati per descrivere la meccanica e la termodinamica dei fluidi, sono caratterizzati da sistemi di equazioni differenziali che risultano irrisolvibili analiticamente, se non per pochi semplici casi. La fluidodinamica numerica affronta egregiamente la risoluzione numerica dei problemi posti dalla fluidodinamica classica, caratterizzati da sistemi di equazioni differenziali che risultano irrisolvibili analiticamente, se non per pochi semplici casi.

La CFD è basata sulla risoluzione numerica di tali sistemi permettendo di ottenerne una soluzione che approssima in maniera ottimale il comportamento naturale dei fluidi. Le avanzate risorse computazionali odierne permettono un'ottima precisioni dei codici di risoluzione, rendendo così la fluidodinamica computazionale protagonista nella fase di progettazione in diversi settori.
I vantaggi di questa branca della fluidodinamica sono innumerevoli, in primo luogo la netta riduzione dei tempi dell'analisi rispetto all'approccio sperimentale. Quest ultimo, infatti, richiede tempi lunghi per la fase di allestimento della catena di misura, costruzione del modello e integrazione tra modello e catena di misura. Tempi più lunghi comportano, di conseguenza, un aumento dei costi, resi già onerosi dai costi della strumentazione, del modello e dell'uso della galleria del vento. Inoltre, in fase di progettazione, l'esigenza di effettuare modiche al modello comporta aumento di costi e di tempi di esecuzione.

La CFD permette di superare queste problematiche ma presenta alcune limitazioni. Le risorse computazionali non sono illimitate pertanto l'essere direttamente legata a queste comporta uno svantaggio, in quanto costo e tempi di simulazione sono proporzionali al numero di Reynolds. Dunque analisi ad elevati numeri di Reynolds non risultano essere di semplice esecuzione. Al contrario, nel caso sperimentale questo è possibile, con l'utilizzo di apposite tecniche, come gallerie del vento criogeniche e pressurizzate. Un altro problema della CFD è quello di andare a trattare alcuni casi particolari, come ad esempio flussi in cui si ha lo strato limite in fase di transizione, per i quali i modelli matematici a disposizione risultano estremamente sensibili. Tuttavia, la CFD resta un mezzo estremamente vantaggioso in sede di analisi progettuale: essa permette di eseguire, in maniera relativamente semplice e, in ogni caso, sempre più semplice rispetto all'indagine reale, parametrizzazioni per differenti configurazioni iniziali, sia per geometrie, che per condizioni al contorno, consentendo di valutare le risposte dei componenti in esame a condizioni operative vicine alla realtà fisica. Un altro grande vantaggio della CFD è l'indipendenza rispetto al fattore di scala: questo permette l'eliminazione dei problemi, a volte molto importanti o di difficile e costosa risoluzione, di visualizzazione dei parametri fluidodinamici nella simulazione su prototipi reali. Il modello geometrico da analizzare al computer viene realizzato definendo le superfici che racchiudono il dominio di fluido da esaminare. Oggi, in fase di progettazione l'uso combinato delle due tecniche risulta essere la strada vincente.In particolare, si predilige una prima fase di studio computazionale seguita da una fase sperimentale utile a validare i risultati ottenuti.

In questa tesi verrà svolta un'attività di ricerca sulle prestazioni del *PSP rotor* mediante l'uso del software *Star-CCM+* per l'analisi CFD. Nel dettaglio, verrà simulata una condizione di hovering. Questa scelta è dettata dal fatto che sono presenti diversi studi numerici in letteratura attraverso i quali è possibile quindi validare il risultati ottenuti. Il lavoro è articolato in due fasi. La prima è caratterizzata da uno studio sulla geometria della pala e dall'ottenimento del CAD di questa, a partire dalle coordinate dei profili noti lungo le diverse stazioni. La seconda vede una valutazione della scelta della griglia di calcolo e del modello matematico per la discretizzazione della turbolenza. Successivamente si è proceduto con lo studio del campo di moto attorno alle pale del *PSP rotor*. In questo modo è stato possibile valutare le prestazioni del rotore in termini di coppia e spinta. Inoltre a seguito dello studio tridimensionale del problema si è potuto valutare l'evoluzione del campo di moto. I risultati ottenuti vengono confrontati con quelli numerici in bibliografia così da validarli e valutarne la fattibilità di tale studio per mezzo di un software commerciale.

Capitolo 2

Elica

2.1 L'elica aeronautica

L'elica è un organo propulsore utilizzato in larga scala in ambito aeronautico, in particolare per velivoli basso e medio subsonici [9]. Tra i sistemi di propulsione ad elica rientrano:

- *Motori ad elica*: l'elica è messa in rotazione da un motore a combustione interna e produce la spinta necessaria [10].
- *Turboelica*: l'elica è messa in azione dalla potenza generata dalla turbina a seguito dell'espansione dei gas combusti [10].
- *Turbofan*: l'elica è intubata, così che il motore utilizzi due flussi d'aria separati, garantendo prestazioni migliori rispetto al turbogetto [10].

L'elica è costituita da due elementi principali: il mozzo e le pale. Il mozzo permette il fissaggio dell'elica all'albero motore, il quale permette l'applicazione della coppia necessaria a mettere in rotazione l'intero organo. La sua forma presenta caratteristiche ogivali in modo da rendere minima la resistenza all'avanzamento. Su di esso sono calettate le pale, con un numero che può variare tra due e sei, hanno asse perpendicolare a quello del mozzo e come sezioni profili alari [8]. L'azione del flusso d'aria sull'elica si misura tramite due quantità, che ne definiscono le prestazioni:la prima è la forza aerodinamica agente sulle pale dell'elica, misurata in direzione del moto, in senso opposto alla velocità dell'aria, ovvero la spinta T. La seconda è il momento che le forze aerodinamiche generano rispetto all'albero dell'elica e che sarà responsabile della potenza consumata dall'elica. Questo momento prende il nome di coppia resistente Q. Le pale sono gli elementi che creano la forza traente e sono vere e proprie ali rotanti. Esse, infatti, messe in rotazione producono una distribuzione di forze locali, con risultante la spinta, mentre il momento risultante permette il bilanciamento delle coppia fornita dal motore. Si ha, dunque, la conversione di potenza all'albero *(shaft brake power)* P_b in potenza disponibile P_a. La prima è definita in (2.1) come il prodotto tra la coppia motrice Q per la velocità angolare dell'elica Ω:

$$P_b = Q \cdot \Omega \tag{2.1}$$

mentre la seconda è definita come il prodotto tra la spinta T per la velocità di volo V_∞ (2.2)

$$P_a = T \cdot V_\infty \tag{2.2}$$

2.1.1 Geometria

L'elica dipende dalla geometria della singola pala, dall'angolo con cui ogni pala è montata sul mozzo (*calettamento* della pala) e dal numero di pale n_b. Si definisce *diametro* dell'elica D il diametro del cilindro circolare circoscritto all'elica, il cui asse coincide con quello di rotazione, mentre con *disco dell'elica* si indica il cerchio di diametro pari al diametro dell'elica e giacente nel piano normale all'asse di rotazione, pertanto corrisponde all'area spazzata dalle pale durante la rotazione dell'elica [9].

Figura 2.1: Illustrazione elica

Come visibile in fig. 2.1 l'apertura della pala b_b è definita come la differenza tra il raggio dell'elica e il raggio del mozzo r_h: $b_b = R - r_h$ [9].

La singola pala è definita dai seguenti parametri:

- distribuzione **profili alari** lungo il raggio, variabile tra raggio del mozzo r_h e raggio dell'elica R [9];
- distribuzione delle **corde** dei profili lungo il raggio $c(r)$ [9];
- distribuzione dell'**angolo di calettamento** dei profili $\theta(r)$ [9].

L'angolo di calettamento è definito come l'angolo tra l'asse della corda del profilo e il piano del disco dell'elica. Convenzionalmente, il calettamento di una pala viene definito come l'angolo corrispondente al 75% del raggio dell'elica: $\theta_{75} = \theta(0.75R)$.

Si definisce *passo geometrico* p_g lo spazio di cui la singola sezione a distanza r dall'asse del mozzo avanzerebbe a seguito di un giro completo se il profilo si avvitasse in un corpo solido: questa grandezza è legata all'angolo di calettamento tramite la relazione (2.3) [9]:

$$p_g(r) = 2\pi r \tan\theta(r) \tag{2.3}$$

L'avanzamento effettivo dell'elica, detto *passo aerodinamico* p_a, è determinato dalla traslazione del velivolo nel suo complesso, che si suppone avvenga lungo la direzione dell'asse dell'elica con velocità V_∞ ed è definito dalla relazione (2.4):

$$p_a = 2\pi r \frac{V_\infty}{v_t(r)} \tag{2.4}$$

dove con $v_t(r)$ si intende la componente rotatoria della sezione a distanza r dall'asse dell'elica, definita come: $v_t(r) = \Omega\, r$. Pertanto si ha:

$$p_a = 2\pi r \frac{V_\infty}{\Omega r} = 2\pi \frac{V_\infty}{\Omega} = \frac{V_\infty}{N} \tag{2.5}$$

Con $N = \Omega/(2\pi)$, che indica il numero di giri dell'elica nell'unità di tempo.

Solitamente tra radice ed estremità della pala si ha una variazione delle grandezze descritte, in particolare al crescere del raggio si ha:

- un andamento della corda inizialmente crescente e poi decrescente [9];
- un andamento dello spessore massimo dei profili decrescente [9];
- un andamento dell'angolo di calettamento decrescente così da ottenere una differenza tra passo geometrico e aerodinamico costante, ottimizzando l'aerodinamica dell'elica [9].

2.1.2 Parametri adimensionali

Le eliche sono definite attraverso alcuni coefficienti adimensionali che si riportano qui di seguito [9]:

- rapporto di funzionamento (*advance ratio*) J:

$$J = \frac{V_\infty}{ND} \tag{2.6}$$

  Da cui, essendo $\Omega = 2\pi N$ si ha:

$$J = \pi \frac{V_\infty}{\Omega R} = \pi \frac{V_\infty}{v_t(R)} \tag{2.7}$$

  Inoltre, essendo $p_a = \frac{V_\infty}{N}$ si ha anche:

$$J = \frac{V_\infty}{ND} = \frac{p_a}{D} \tag{2.8}$$

  Il rapporto di funzionamento può essere interpretato come passo adimensionale dell'elica.

- coefficiente di spinta (*thrust coefficient*) C_T:

$$C_T = \frac{T}{\rho N^2 D^4} \tag{2.9}$$

- coefficiente di coppia (*torque coefficient*) C_Q:

$$C_Q = \frac{Q}{\rho N^2 D^5} \tag{2.10}$$

- coefficiente di potenza (*power coefficient*) C_P:

$$C_P = \frac{P_b}{\rho N^3 D^5} \tag{2.11}$$

con $P_b = Q\Omega$, da cui si ottiene:

$$C_P = \frac{Q\Omega}{\rho N^3 D^5} = \frac{Q 2\pi N}{\rho N^3 D^5} = \frac{Q 2\pi N}{\rho N^3 D^5} = \frac{2\pi N}{\rho N^3 D^5} \frac{\rho N^2 D^5}{\rho N^2 D^5} Q = 2\pi C_Q \tag{2.12}$$

Da cui pertanto si nota che il coefficiente di potenza e il coefficiente di coppia sono collegati tra loro, noto uno, è noto anche l'altro.

- rendimento propulsivo (*propulsive efficiency*) η_p, definito come il rapporto tra potenza disponibile e potenza all'albero:

$$\eta_p = \frac{P_a}{P_b} = \frac{T V_\infty}{Q\Omega} \tag{2.13}$$

I coefficienti di spinta e potenza sono legati tra loro tramite tale parametro secondo la seguente relazione:

$$\eta_p = \frac{T}{Q} \frac{V_\infty}{2\pi N} = \frac{\rho N^2 D^4 C_T}{\rho N^2 D^5 C_Q} \frac{JD}{2\pi} = \frac{J}{2\pi} \frac{C_T}{C_Q} \tag{2.14}$$

Le prestazioni aerodinamiche dell'elica dipendono da sei parametri (diametro D, velocità di volo V, densità ρ, viscosità dinamica μ, velocità di rotazione ω, velocità del suono a), tuttavia tramite l'analisi dimensionale è possibile esprimere tale dipendenza attraverso tre parametri adimensionali [10]:

- Numero di Reynolds Re

$$Re = \frac{\rho n D}{\mu} \tag{2.15}$$

- Numero di Mach M

$$M = \frac{nD}{a} \tag{2.16}$$

- Rateo di avanzamento J

$$J = \frac{V}{ND} \tag{2.17}$$

Con $N = \frac{\Omega}{2\pi}$. In base alle condizioni operative dell'elica, alcuni di questi parametri possono essere peró trascurati. Nel caso di test su eliche a dimensione reale il numero di Reynolds cresce e gli effetti viscosi diventano trascurabili, di conseguenza si può trascurare la variazione delle prestazioni con Re. Per contro nelle suddette tipologie di test è molto probabile che il flusso, soprattutto nelle regioni vicine al tip della pala, raggiunga condizioni di compressibilità (M > 0.3), che non permettono quindi di trascurare la variazione delle prestazioni con M.

2.2 Studio dell'elica: teorie di ordine ridotto

Il campo di moto attorno ad un'elica risulta essere di difficile analisi, trattandosi di un moto rotazionale, con numeri di Reynolds e Mach differenti a seconda della sezione radiale considerata. Inoltre, la geometria dell'elica, espressa in termini di spessore e inarcamento, varia sezione per sezione e per uno studio completo, si deve considerare la viscosità del fluido, l'instazionarietà e la possibile comprimibilità del campo di moto, essendo plausibile che all'estremità delle pale le velocità locali possano rientrare nel campo comprimibile. Dunque, si fa uso di analisi di ordine ridotto in modo da semplificare il calcolo, ottenendo

risultati attendibili con la minima spesa a livello computazionale. Negli ultimi anni, grazie all'avanzamento delle analisi di fluidodinamica computazionale, è stato possibile migliorare la qualità dei risultati, ottenuti da una risoluzione completa o semplificata delle equazioni di Navier Stokes [13]. Tuttavia, le tecniche semplificate non sono state del tutto accantonate dal momento che non sempre si dispone di strumenti di analisi così sofisticati e spesso si preferisce avere dei dati approssimati così da non avere una spesa computazionale eccessiva specie nelle prime fasi della progettazione. Tra le tecniche più comuni, procedendo in ordine di complessità, si hanno le teorie impulsive, le teorie dell'elemento di pala e la teoria vorticosa. Quello che differenzia le diverse teorie sta nelle approssimazioni che si compiono per modellizzare il flusso [13].

2.2.1 Modello di disco attuatore

Il modello di disco attuatore permette di semplificare nettamente il problema dell'elica, ma con la condizione di non poter conoscere e dunque trascurare il campo di moto in prossimità dell'elica stessa [7]. L'elica è considerata come un disco di spessore infinitesimo, attraverso cui si ha una variazione delle grandezze fluidodinamiche, dunque risulta essere una superficie di discontinuità per il campo [7]. Il campo di moto si genera a seguito delle forze di rotazione esterne impresse sull'elica. Le equazioni di Eulero sono risolte considerando una discontinuità di pressione attraverso il disco, con l'ipotesi di flusso stazionario, inviscido, incomprimibile e con velocità asintotica V_∞ che investe in maniera normale una superficie circolare di spessore infinitesimo e diametro D. La velocità, a seguito di una variazione continua, raggiunge in maniera asintotica i valori al contorno del problema. Essendo il livello energetico della corrente a valle del tubo di flusso diverso da quello del flusso esterno,è possibile che a valle si formi una discontinuità di contatto: la scia dell'elica. La variazione di energia che subisce il fluido attraverso il disco, per la conservazione dell'energia, deve essere una diretta conseguenza della potenza spesa P [7].

Si consideri una superficie all'infinito S_∞ che racchiude il campo di moto e si applichi l'equazione di bilancio della quantità di moto integrale al volume compreso tra S_∞ e A, area del disco attuatore [7]. Si ha:

$$\int_{S_\infty} (p\bar{\bar{I}} + \rho\bar{V}\bar{V}) \cdot \bar{n} dS - \Delta p A \bar{k} = 0 \tag{2.18}$$

Con Δp il salto di pressione attraverso il disco,$\bar{n}$ il versore normale uscente da S_∞ e $\bar{k}$ il versore diretto lungo l'asse z allineato con V_∞.

La spinta dell'elica in direzione del flusso risulta essere pari a:

$$T = \Delta p\, A = \bar{k} \cdot \int_{S_\infty} (p\bar{\bar{I}} + \rho\bar{V}\bar{V}) \cdot \bar{n} dS \tag{2.19}$$

La conservazione della massa attraverso il tubo di flusso può essere espressa attraverso la relazione della portata che si mantiene costante tra monte e valle della scia dell'elica:

$$\dot{m} = \rho V_\infty A_c = \rho V_j A_j \tag{2.20}$$

Con A_c la sezione del tubo all'infinito a monte, ovvero l'area di cattura,A_j la sezione del tubo all'infinito a valle della scia. Si considera la superficie S_∞ come l'unione della superficie a monte e valle e della superficie laterale [7]:

$$S_\infty = S_{\infty,ext} + A_j + A_m \tag{2.21}$$

Si applica la 2.19 tra la sezione a monte e valle del disco, considerando che le sezioni a monte e valle sono uguali tra loro, $A_j = A_m$:

$$T = \bar{k} \cdot \int_{S_{\infty,ext}} [(p - p_\infty)\bar{n} + \rho\bar{V}\bar{V} \cdot \bar{n}]\, dS + \dot{m}(V_j - V_\infty) + (p_j - p_\infty)A_j \tag{2.22}$$

L'equazione 2.22 ha tre contributi: uno dovuto al flusso attraverso la superficie laterale, uno attraverso la superficie a monte del volume di controllo ed uno attraverso quella a valle [7]. Il primo termine, ovvero l'integrale,dà contributo nulla in quanto si considera la superficie laterale come una superficie di corrente tale per cui il flusso di quantità di moto sia pari a zero. Anche il termine di pressione dà un contributo nullo, in quanto all'infinito la soluzione è data da una distribuzione di sorgenti lungo l'asse z, pertanto l' integrando è di ordine $1/r^2$. Rimangono il termine di flusso di massa e quello di salto di pressione, in generale non nullo in quanto nella scia a valle del disco potrebbero esserci dei termini rotazionali che causano la presenza di un gradiente di pressione anche nella sezione all'infinito a valle della scia [7].

$$T = \dot{m}(V_j - V_\infty) + (p_j - p_\infty)A_j \tag{2.23}$$

2.2.2 Teoria impulsiva semplice

Nella seconda metà dell'ottocento Rankine sviluppò una teoria basata sul modello di disco attuatore, secondo cui si considerano solo le variazioni delle grandezze in direzione assiale z, trascurando le componenti radiali e tangenziali. Per ogni stazione si considerano le grandezze medie nel tubo [13].

In corrispondenza del disco si ha un salto di pressione, responsabile del moto del fluido, ed una distribuzione continua della velocità. Pertanto il disco non introduce una rotazione del flusso, per cui $p_j = p_\infty$. In riferimento alla 2.23 si azzera il termine di pressione [7].

In riferimento alla fig. 2.2 si considerano quattro sezioni significative lungo il tubo di flusso:

1. la sezione 1, relativa alle condizioni indisturbate a monte dell'elica, caratterizzata dalla velocità relativa del flusso $V_1 = V_\infty$, pressione p_1 e superficie A_1 [9];

2. la sezione 2, relativa alle condizioni subito a monte dell'elica, caratterizzata dalla velocità relativa del flusso V_2, pressione p_2 e superficie A_2. La velocità V_2 è data dalla somma tra la velocità indisturbata a monte V_∞ e la velocità indotta dalla scia sul disco dell'elica, $V_2 = V_\infty + w$ [9];
3. la sezione 3, relativa alle condizioni subito a valle dell'elica, caratterizzata dalla velocità relativa del flusso $V_3 = V_2$, pressione p_3 e superficie A_3 [9];
4. la sezione 4, relativa alle condizioni indisturbate a valle dell'elica, caratterizzata dalla velocità relativa del flusso V_4, pressione p_4 e superficie A_4. La velocità V_4 è data dalla somma tra la velocità indisturbata a monte V_∞ e la velocità indotta all'infinito a valle, $V_2 = V_\infty + w_j$ [9];

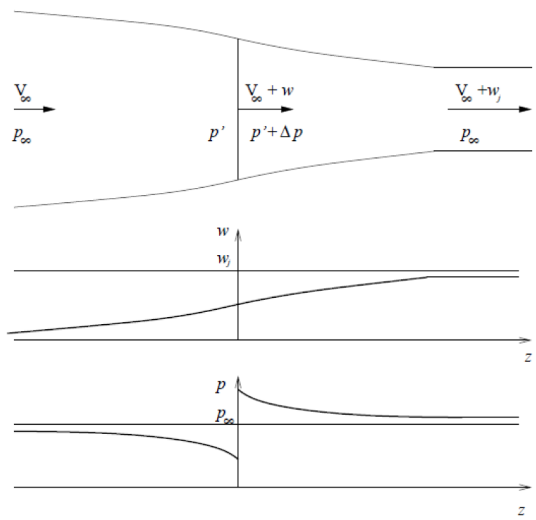


Figura 2.2: Teoria impulsiva semplice [9]

Si applichi il teorema di Bernoulli sulle due sezioni di tubo di flusso, con $V_\infty + w$ la velocità sul disco e con $V_\infty + wj$ la velocità infinitamente a valle [9]. Sottraendo le due relazioni si ha:

$$\Delta p = \rho w_j (V_\infty + \frac{1}{2} w_j) \tag{2.24}$$

Mentre da eq.2.19 e eq.2.23 si ha:

$$\Delta p = \rho w_j (V_\infty + w) \tag{2.25}$$

Dal confronto tra eq.2.24 e eq.2.25 si arriva ad un risultato fondamentale di tale teoria, secondo cui *l'induzione sul disco ω è la metà dell'induzione all'infinito a valle ω_j* [9]. Per cui la spinta in funzione della sola velocità sul disco vale:

$$T = 2\rho A (V_\infty + w) w \tag{2.26}$$

Pertanto se la spinta T è positiva,ovvero l'elica è propulsiva, la velocità lungo la direzione assiale V_z sarà crescente e comporterà una contrazione delle linee di corrente lungo z, come è possibile osservare dalla fig.2.2. Per poter ottenere la spinta T, la potenza necessaria P a mettere in moto il flusso si ricava dalla variazione di energia cinetica tra monte e valle del disco:

$$P = \dot{m}[P = \dot{m}[\frac{1}{2}(V_\infty + w_v)^2 - \frac{1}{2}V_\infty^2] = T(V_\infty + w)] \tag{2.27}$$

La potenza totale scambiata, che corrisponde alla potenza all'albero, è uguale al prodotto della forza T esercitata dall'elica per la velocità $V_2 = V_\infty + w$ a cui tale forza si applica al flusso [9].

Il rendimento di questo sistema viene detto ideale ed è pari a:

$$\eta = \frac{TV_\infty}{P} = \frac{1}{1+a} \tag{2.28}$$

Con $a = \frac{w}{V_\infty}$, detto fattore di interferenza assiale. Inoltre, la potenza necessaria che deve essere fornita all'asse dell'elica può essere definita in funzione della coppia Q e della velocità angolare dell'albero Ω, nonché $P = Q \cdot \Omega$. Dalla relazione 2.28 emerge che a fissata spinta, il rendimento di un'elica è ottimizzato minimizzando il fattore di interferenza assiale, ovvero utilizzando il più grande diametro [13].

Il regime di funzionamento dell'elica è individuato dal rapporto di funzionamento

$$J = \frac{V_\infty}{nD} \tag{2.29}$$

dove n il numero di giri dell'elica nell'unità di tempo. Spesso è conveniente definire il rapporto di funzionamento in termini della velocità angolare dell'elica Ω e del suo raggio R con la relazione del rapporto di funzionamento:

$$\lambda = \frac{V_\infty}{\Omega R} \tag{2.30}$$

con la quale si evince meglio il significato di rapporto di funzionamento come rapporto tra velocità di avanzamento dell'elica e velocità di rotazione alla sua estremità [13]. Spinta, coppia e potenza possono essere più comodamente trattate introducendo i coefficienti di spinta $C_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4}$, di coppia $C_Q = \frac{Q}{\rho n^2 D^5}$ e di potenza $C_P = \frac{P}{\rho n^3 D^5}$.

Essendo $C_P = 2\pi C_Q$, oltre a C_T, solo uno degli altri due coefficienti è incognito; le curve $C_T(J)$,$C_P(J)$ vengono dette **curve caratteristiche dell'elica**; e permettono la definizione delle prestazioni [13]. Questi coefficienti sono legati tra loro dalla definizione di rendimento:

$$\eta = J\frac{C_T}{C_P} \tag{2.31}$$

Spesso in letteratura si trova una scelta leggermente diversa dell'adimensionalizzazione di spinta, coppia e potenza con una conseguente diversa definizione dei coefficienti adimensionali:

$$T_c = \frac{T}{\rho\Omega^2\pi R^4}, \qquad Q_c = \frac{Q}{\rho\Omega^2\pi R^5} = \frac{P}{\rho\Omega^3\pi R^5} \tag{2.32}$$

Pertanto il rendimento in termini dei nuovi coefficienti risulta essere:

$$\eta = \lambda\frac{T_c}{Q_c} \tag{2.33}$$

Inoltre è possibile esprimere il rendimento ideale della teoria impulsiva semplice in funzione di C_P e di J. In base alla eq. 2.28 si ha:

$$\eta\, P = T\, V_\infty = \frac{\pi}{2} D^2 \rho V_\infty^3 (1 + a) a \tag{2.34}$$

Da cui:

$$\frac{1-\eta}{\eta^3} = \frac{2}{\pi} C_P \frac{1}{J^3} \tag{2.35}$$

La teoria impulsiva semplice non fornisce nessuna informazione relativa alle caratteristiche $C_T(J)$ e $C_P(J)$; tramite la eq. 2.46 è possibile una prima stima di $\eta(J)$ fissato il coefficiente di potenza $C_P(J)$, utilizzando le curve come in fig. 2.3.

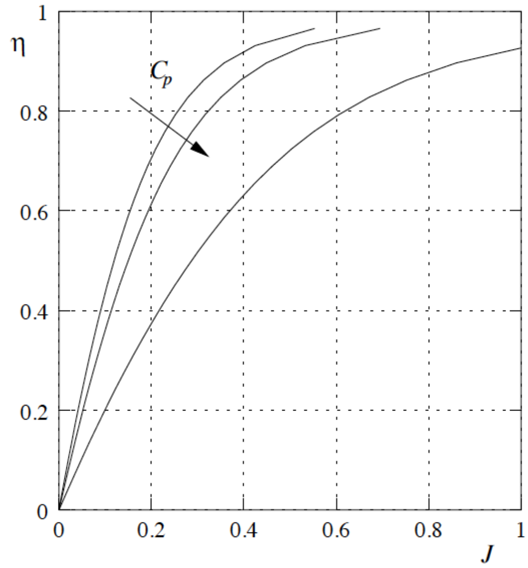


Figura 2.3: Andamento del rendimento ideale in funzione del rapporto di funzionamento a potenza costante secondo la teoria impulsiva semplice [13]

I risultati ottenibili da tale teoria sono significativi e possono costituire una stima preliminare degli effetti dell'elica. Si tenga conto che le stime risultanti da questa teoria sono ottimistiche per quanto riguarda spinte e rendimenti dato che, per le ipotesi fatte, nel modello non sono state prese in considerazione le dissipazioni e le perdite cinetiche legate alla torsione della scia dell'elica.

2.2.3 Teoria impulsiva generale

La teoria impulsiva semplice è stata derivata considerando solo le variazioni di velocità assiali; si sono invece trascurate le variazioni di velocità radiale (u) e tangenziale o rotazionale (v) rispetto all'asse del disco attuatore [13]. La rotazione dell'elica con velocità angolare Ω induce una componente rotazionale della velocità v a valle dell'elica. In questa teoria si continua a trascurare l'effetto di u, cioè si trascura la "contrazione" della scia; o meglio si considerano w e v dello stesso ordine di grandezza mentre si ritiene $u = O(w^2)$ [13]. Si considera il bilancio integrale del momento della quantità di moto in un volume di controllo tra due tubi di flusso di raggio r e $r + dr$ di lunghezza dz, come in fig. 2.4.

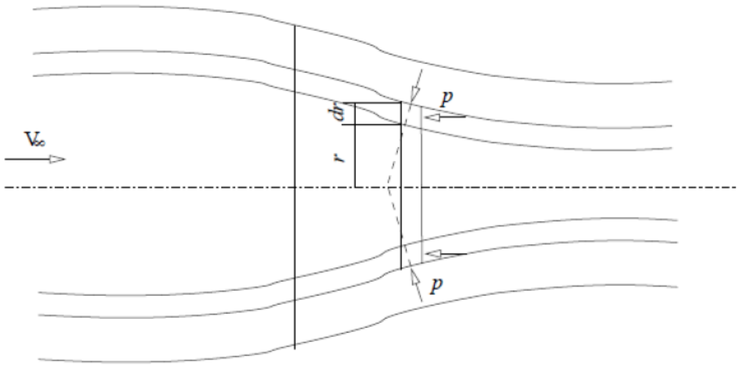


Figura 2.4: Volume di controllo per il bilancio della quantità di moto [13]

Il bilancio varrà:

$$\int_S \rho(\bar{r} \times \bar{V})\bar{V} \cdot \bar{n}\, dS + \int_S \bar{r} \times p\, \bar{n}\, dS = 0 \tag{2.36}$$

Dato che il problema è a simmetria cilindrica si annullano i contributi di pressione e gli unici termini non nulli sono dovuti al flusso convettivo attraverso le superfici perpendicolari all'asse. Dal bilancio della massa si definisce una portata $d\dot{m}$ che si mantiene costante lungo le sezioni. Per cui si ottiene:

$$-vrd\dot{m} + [v\,r + \frac{\partial(v\,r)}{\partial z}dz]d\dot{m} = 0 \tag{2.37}$$

Da cui,con le assunzione fatte:

$$\frac{\partial(v\,r)}{\partial z} = 0 \tag{2.38}$$

che integrata diventa:

$$vr = \omega r^2 = costante \tag{2.39}$$

Questo risultato è valido soltanto in direzione assiale, tenendo conto che con ω si intende la velocità angolare della particella fluida all'interno del volume di controllo definito in precedenza. Questo risultato ha senso soltanto in assenza di forze esterne, per cui rispettivamente a monte e a valle del disco; a cavallo del disco, invece, non è applicabile. Dato che all'infinito a monte la velocità di rotazione è nulla per la condizione al contorno lo rimarrà finché non vi si applica una coppia esterna [7]. Dalla posizione del disco all'infinito a valle, invece, la velocità di rotazione si mantiene costante assialmente e varia soltanto in funzione della coordinata radiale $\omega = \omega(r)$.

La componente rotazionale ω imprime sul disco la coppia infinitesima dQ:

$$dQ = \omega r^2 d\dot{m} = 4\pi r^3 \rho V_\infty (1 + a)\Omega a' dr \tag{2.40}$$

Con $a' = \frac{\omega}{2\Omega}$, fattore di interferenza rotazionale. Quest ultimo è legato ad una perdita di energia cinetica rotazionale delle particelle attorno all'elica [7]. Appurato che $\omega(r) = costante$ si può considerare ogni singola particella come un moto che mantiene la stessa distanza r dall'asse, per cui mantiene anche la stessa velocità angolare. Dato che è presente anche una velocità assiale, il moto risulterà elicoidale [13]. Per cui, come nel caso precedente, nel giusto volume di controllo è possibile trascurare i gradienti di pressione sulla definizione della spinta [7]. Per la potenza, invece, non si può trascurare la componente rotazionale dell'energia cinetica, ovvero $dP_R = \frac{1}{2}(\omega r)^2 d\dot{m}$, per cui si ha:

$$P = P_A + P_R = T\left(V_\infty + w\right) + \dot{m}\frac{D^4}{4}\Omega^2 a'^2 \tag{2.41}$$

La potenza può essere ricavata anche per integrazione da:

$$P = \int_0^R \Omega\, dQ = \dot{m}a'\Omega^2\frac{D^2}{4} \tag{2.42}$$

Combinando eq.2.41 e eq. 2.42 si ottiene:

$$P = TV_\infty(1 + a) + Pa' \tag{2.43}$$

Da cui pertanto si ricava il rendimento ideale dalla teoria impulsiva generale:

$$\eta = \frac{1 - a'}{1 + a} \tag{2.44}$$

Le relazione 2.26, 2.41, 2.42 costituiscono le equazioni fondamentali della teoria impulsiva generale [7]. Con un'opportuna adimensionalizzazione consentono di legare tra loro i coefficienti di spinta, coppia e potenza mediante un'unica relazione indipendente dalla forma effettiva delle pale dell'elica. In questa teoria non sono state considerate le perdite viscose che nascono dall'interazione delle pale dell'elica con il fluido ed il rendimento ideale (2.44) non è superabile. Dunque la teoria impulsiva consente l'ottenimento, per ogni valore di C_T e J, del limite superiore del rendimento che non può essere superato qualunque sia la forma dell'elica [13].

2.3 Studio dell'elica: teoria dell'elemento di pala

2.3.1 Sistema vorticoso dell'elica

L'origine della spinta dell'elica risiede completamente nella generazione di portanza delle pale [7]. In realtà esistono anche delle eliche basate sulla generazione di resistenza, denominate *'pure drag machines'*, ma sono molto meno efficienti di quelle che sfruttano la portanza [7].

Si prenda in considerazione la pala ad una determinata posizione radiale, in cui è possibile approssimarla localmente come il profilo di un'ala, per cui è chiaro che le ipotesi semplificative note per l'analisi di un'ala finita sono adattabili all'analisi di un'elica [7]. In particolare, la teoria dell'ala portante di Prandtl permette di approssimare il campo di moto attorno ad un'ala come una serie di vortici opportunamente distribuiti e, considerando un'elica come un'ala finita con velocità locale variabile in base alla posizione radiale, si può adottare lo stesso procedimento [7]. Considerato un numero infinito di pale, l'elica è approssimabile ad infiniti vortici aderenti disposti radialmente di intensità $\gamma(r)$ [7]. La circuitazione ad una data stazione radiale sarà per cui:

$$\Gamma(r) = 2\pi\gamma(r)r \tag{2.45}$$

La variazione radiale della vorticità $d\Gamma$ lungo la coordinata radiale corrisponde ad una superficie vorticosa cilindrica di pari intensità [7]. Inoltre, la forma dei vortici liberi, per essere coerente con le teorie dei vortici, dovrà seguire la traiettoria delle particelle, per cui sarà elicoidale [7]. La distribuzione di vorticità può essere utilizzata per studiare l'intera scia a valle dell'elica. Questa teoria sarà molto più precisa in quanto terrà conto anche dell'influenza dei vortici che si genereranno a valle del rotore. Si consideri una coordinata radiale tale che la circuitazione si mantenga costante $\Gamma(r) = costante$ [7]. Questo corrisponde ad un caso semplificato che permette una scomposizione meno complessa della distribuzione di vortici. Uno dei principi della teoria vorticosa è legato al fatto che i vortici non possono iniziare o terminare all'interno del campo, per cui serve un modello che rispetti tale regola [7]. Ci saranno delle distribuzioni di vortici radiali aderenti alle pale ed anche un vortice centrale che le unirà nell'asse del disco. Inoltre, essendo il campo di moto a monte irrotazionale, la distribuzione di vortici proseguirà dall'estremità del disco verso valle con una distribuzione elicoidale come in fig. 2.5 [7].

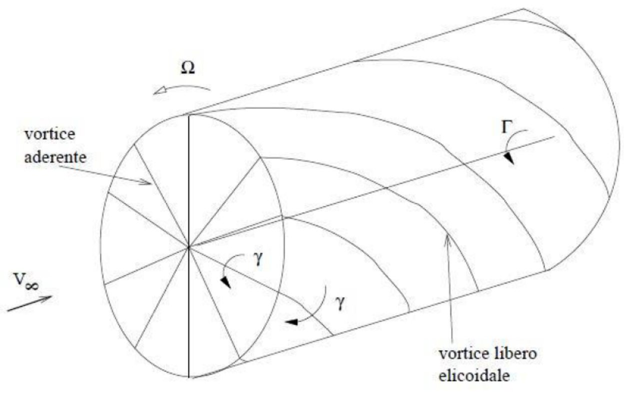


Figura 2.5: Schema del sistema vorticoso dell'elica [13]

L'elicoide descritta da ciascun vortice libero è ottenibile, in prima approssimazione, componendo la traslazione dell'elica con velocità V_∞ con la sua rotazione rigida con velocità angolare Ω [7]. Il passo dell'elicoide (passo aerodinamico) varrà:

$$\frac{p_a}{D} = J \tag{2.46}$$

Tale relazione porta ad una interpretazione geometrica del rapporto di funzionamento come passo adimensionale dell'elicoide. Nota la distribuzione di carico $\gamma(r)$ è noto il campo di circolazione in tutta la scia ed è possibile risalire al campo di velocità indotto in base alla legge di Biot-Savart. Nel caso di filetto vorticoso di intensità costante γ, il campo di velocità è dato da:

$$V(\bar{P}) = -\frac{\gamma}{4\pi}\int \frac{\bar{R}\times\bar{\bar{dl}}}{R^3} \tag{2.47}$$

Con $\bar{R}$ il vettore posizione da $\bar{\bar{dl}}$ a P.

La comprensione del campo indotto dai vortici liberi è semplificata considerandolo come equivalente al campo indotto da un sistema di vortici liberi rettilinei e paralleli all'asse dell'elica più un sistema di vortici ad anello concentrici che si sviluppa lungo la scia. Il sistema di vortici ad anello induce all'interno della scia certamente un contributo di velocità assiale w. La w in una sezione perpendicolare all'asse dell'elica e posta all'infinito a valle è doppia rispetto al valore analogo sul disco dell'elica [13]. Infatti sul piano dell'elica l'induzione è dovuta solo al sistema di vortici ad anello che si sviluppa a partire da questa sezione, mentre all'infinito a valle occorre sommare il contributo degli anelli che si sviluppano anche infinitamente a monte. Risulta evidente la congruenza con la teoria impulsiva semplice: $w_j = 2w$ [13].
I vortici liberi paralleli all'asse dell'elica inducono nel tubo di flusso, sia a monte che a valle, una velocità rotazionale concorde con la rotazione dell'elica (fig.2.5). Anche la velocità rotazionale indotta all'infinito a valle è doppia rispetto a quella indotta sul disco; l'andamento qualitativo è descritto in figura 2.6.

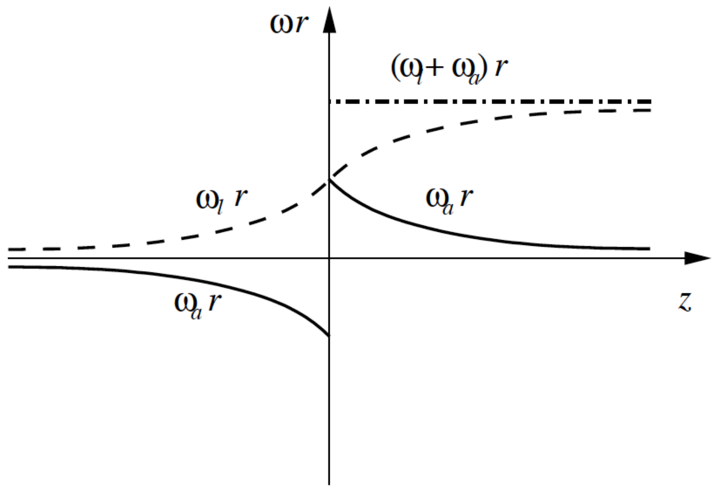


Figura 2.6: Andamento delle velocità rotazionali indotte dal sistema di vortici liberi($\omega_l\, r$) ed aderenti ($\omega_a\, r$) [13]

Così come nella teoria della linea di Prandtl l'autoinduzione dei vortici aderenti è nulla; essi inducono una velocità rotazionale a valle concorde con ΩR, mentre a monte essa è di verso opposto (fig.2.5). Indicando con ω_l la velocità angolare indotta dai vortici liberi, con ω_a la velocità angolare (in valore assoluto) indotta dai vortici aderenti ed imponendo la eq.2.39 a monte ed a valle dell'elica si ottiene [13] (vedi figura 2.6):

$$\forall z > 0 : (\omega_l + \omega_a)r = \omega r; \qquad \forall z < 0 : (\omega_l - \omega_a)r = 0. \tag{2.48}$$

La velocità angolare indotta sul disco dell'elica $\omega'(r)$ dipendente solo dal sistema di vortici liberi è:

$$\omega'(r) = \frac{\omega(r)}{2} \tag{2.49}$$

Il caso di elica uniformemente caricata è molto prossimo alla condizione di massimo rendimento. La spinta elementare esercitata dalla singola pala è proporzionale alla portanza locale esercitata per cui, indicando con N il numero della pale dell'elica, si ha:

$$\frac{dT}{dA} \approx \frac{N\,dL}{2\pi r\,dr} \tag{2.50}$$

Nella teoria dell'elemento di pala semplice si suppone che ciascun profilo della pala lavori investito dalla velocità asintotica $V_e = \sqrt{V_\infty^2 + \Omega^2 r^2}$, per cui indicando con Γ la circuitazione totale alla stazione r $(NdL = \rho V_e \Gamma dr)$, si ottiene ([13]):

$$\frac{dT}{dA} \approx \rho \Gamma n \sqrt{1 + \frac{J^2 R^2}{\pi^2 r^2}} \tag{2.51}$$

Per $J \to 0$ la portanza varia linearmente lungo la pala mentre la circuitazione Γ è costante. Ne consegue che, nel modello di scia vorticosa di un'elica con carico costante lungo il raggio, i vortici liberi elicoidali partono solo dall'estremità del disco con intensità $\gamma = \frac{\Gamma}{2\pi R}$ poichè i vortici non possono nè iniziare nè terminare all'interno del campo, dal centro del disco parte un altro vortice rettilineo in direzione assiale di intensità Γ [13].

2.3.2 Teoria generale dell'elemento di pala

Sia nota la geometria dell'elica, ovvero noto il numero delle pale e la loro geometria. Secondo la teoria generale dell'elemento di pala il generico profilo lavora in condizioni bidimensionali ed investito da una velocità effettiva dipendente dal sistema vorticoso [9]. Si veda la fig.2.7. La velocità che investe il generico profilo risulta essere pari a:

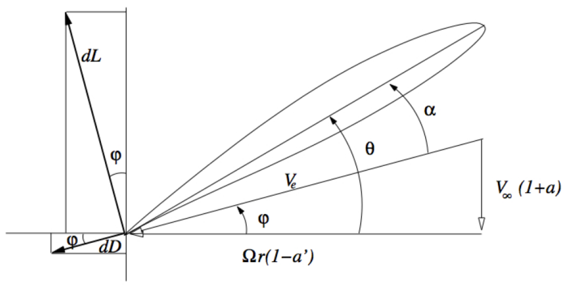


Figura 2.7: Condizioni di funzionamento di un elemento di pala [9]

$V_e = \sqrt{V_\infty^2 (1+a)^2 + \Omega^2 r^2 (1-a')^2}$.
L'angolo di attacco a cui lavora ogni profilo è dato da

$$\alpha = \theta - \varphi, \tag{2.52}$$

con θ l'angolo di calettamento e con φ l'angolo fra la velocità effettiva e il piano dell'elica, definito come:

$$\tan\varphi = \frac{V_\infty(1+a)}{\Omega r(1-a')} \tag{2.53}$$

Si indica con c_l e c_d i coefficienti di portanza e resistenza di un generico elemento che svilupperà una portanza ed una resistenza date da:

$$dL = \frac{1}{2}\rho V_e^2 c c_l dr, \qquad dD = \frac{1}{2}\rho V_e^2 c c_d dr \tag{2.54}$$

Queste possono essere scomposte in una componente assiale ed in una tangenziale, per cui la risultante nella direzione dell'asse dell'elica è

$$f_z = dL\cos\varphi - dD\sin\varphi, \tag{2.55}$$

mentre quella in direzione circonferenziale

$$f_\theta = dL\sin\varphi + dD\cos\varphi. \tag{2.56}$$

Considerando $\lambda_1 = c_l\cos\varphi - c_d\sin\varphi$ e $\lambda_2 = c_l\sin\varphi + c_d\cos\varphi$ è possibile esprimere la spinta e la coppia agenti sul singolo elemento di pala come:

$$dT' = \lambda_1\frac{1}{2}\rho V_e^2 c dr; \qquad dQ' = \lambda_2\frac{1}{2}\rho V_e^2 c r dr; \tag{2.57}$$

Indicando con N il numero di pale dell'elica e con $\sigma = \frac{Nc}{2\pi r}$ la solidità dell'elica alla stazione r, per tutta l'elica si avrà:

$$\frac{dT}{dr} = \sigma\pi\lambda_1 r\rho V_e^2; \qquad \frac{dQ}{dr} = \sigma\pi\lambda_2 r^2\rho V_e^2. \tag{2.58}$$

Dalla fig.2.7 si evince che:

$$V_e^2 = \frac{V_\infty^2(1+a)^2}{\sin^2\varphi} = \frac{\Omega^2 r^2(1-a')^2}{\cos^2\varphi} \tag{2.59}$$

allora la eq.2.58 è possibile riscriverla in termini adimensionali:

$$\frac{dc_T}{d\bar{r}} = \frac{\pi^3\sigma\lambda_1\bar{r}^3(1-a')^2}{4\cos^2\varphi}; \qquad \frac{dc_Q}{d\bar{r}} = \frac{\pi^3\sigma\lambda_2\bar{r}^4(1-a')^2}{8\cos^2\varphi}; \qquad \frac{dc_P}{d\bar{r}} = 2\pi\frac{dc_Q}{d\bar{r}}. \tag{2.60}$$

Con $\bar{r} = r/R$. Note le curve $\frac{dc_T(\bar{r})}{d\bar{r}}$ e $\frac{dc_P(\bar{r})}{d\bar{r}}$, tramite integrazione, è possibile determinare i coefficienti di spinta e potenza dell'elica:

$$C_T = \int_0^1 \frac{dc_T(\bar{r})}{d\bar{r}}d\bar{r}; \qquad C_P = \int_0^1 \frac{dc_P(\bar{r})}{d\bar{r}}d\bar{r}; \tag{2.61}$$

Inoltre dalla eq.2.53 è possibile ricavare il rapporto di funzionamento:

$$J = \pi\bar{r}\frac{1-a'}{1+a}\tan\varphi \tag{2.62}$$

Noto J è possibile ottenere anche il rendimento ideale dell'elica, completando così la conoscenza delle carattertistiche dell'elica [9].

$$\eta = J\frac{C_T}{C_P} \tag{2.63}$$

2.4 Regimi di funzionamento

Le diverse condizioni operative per l'elica possono essere determinate analizzando le curve caratteristiche dell'elica in termini di rendimento, coefficiente di spinta e coefficiente di potenza/coppia. Il loro andamento tipico è mostrato in fig.2.8, da cui si nota che i coefficienti di spinta e potenza sono entrambi positivi per $J = 0$ e che, in generale, si annullano per valori diversi di J, indicati rispettivamente con J_1 e J_2.

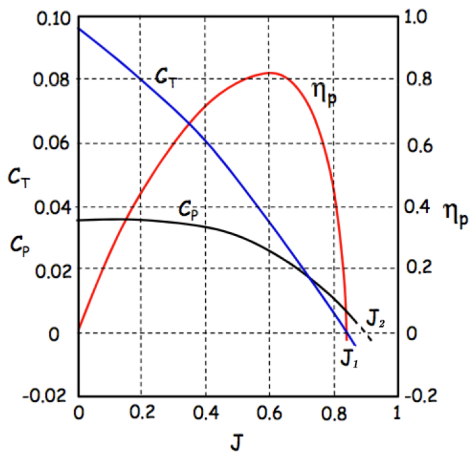


Figura 2.8: Esempio di curve caratteristiche in funzione di J [9]

Si possono avere le seguenti condizioni operative:

- elica a punto fisso:
$$J = 0; \tag{2.64}$$
in questa condizione l'elica sviluppa la spinta massima e si ha il massimo rapporto fra spinta erogata e potenza assorbita. Questa condizione si verifica quando il velivolo è fermo al suolo o in condizione di *hover* ;

- elica traente:
$$0 < J < J_1; \tag{2.65}$$
questa situazione corrisponde alle normali condizioni di impiego. L'elica sviluppa una spinta positiva, assorbendo una potenza positiva, che viene spesa in parte per vincere la resistenza aerodinamica delle pale, in parte per accelerare il flusso che attraversa il piano dell'elica [9]. Il coefficiente di spinta diminuisce con legge quasi lineare all'aumentare di J in quanto diminuisce l'angolo di attacco effettivo degli elementi di pala mentre il coefficiente di potenza diminuisce con legge parabolica in quanto dipende principalmente dal coefficiente di resistenza dei profili che varia con legge quadratica con l'angolo di attacco [9];

- elica a spinta nulla:
$$J = J_1; \tag{2.66}$$

l'elica non sviluppa spinta ma assorbe potenza positiva in modo da vincere la resistenza aerodinamica delle pale [9];

- elica frenante:

$$J_1 < J < J_2; \tag{2.67}$$

l'elica sviluppa una spinta negativa, assorbe una potenza positiva, spesa in parte per vincere la resistenza aerodinamica delle pale, in parte per decelerare il flusso che attraversa l'elica [9];

- elica autorotante:

$$J = J_2; \tag{2.68}$$

in questa condizione l'elica sviluppa spinta negativa, assorbendo una potenza nulla; la potenza necessaria per vincere la resistenza aerodinamica delle pale è fornita dallo stesso flusso d'aria che attraversa l'elica [9];

- elica frenante a mulinello:

$$J > J_2; \tag{2.69}$$

l'elica sviluppa una spinta negativa assorbendo una potenza negativa; in questa condizione l'elica eroga una coppia motrice, corrispondente al divario fra la potenza assorbita dal flusso che l'attraversa e quella necessaria a vincere la resistenza aerodinamica delle pale. Questa non è una condizione operativa ed è pericolosa per l'integrità del gruppo propulsore [9];

- elica bloccata:

$$J \to \infty; \tag{2.70}$$

viene impedita la rotazione dell'elica, ovvero $\Omega = 0$, solitamente è una condizione che si verifica per avaria.

2.5 Eliche a passo variabile

Si valutano gli andamenti delle curve caratteristiche all'aumentare del passo nominale delle pale (ovvero del calettamento nominale $\theta_{0.75}$). In particolare in termini di coefficiente di spinta, è possibile notare dalla fig.2.9 un aumento del valore del coefficiente di spinta a punto fisso e del valore di $J = J_1$ per cui la spinta si annulla; ciò è dovuto al fatto che a parità di J i profili lavorano ad un'incidenza maggiore [9]; l'aumento di C_T a punto fisso risulta meno marcato al crescere del calettamento, fino a che non si arriva ad un punto di massimo dopo il quale il coefficiente di spinta comincia a ridursi (ciò accade per elevati valori di$\theta_{0.75}$) a causa dello stallo dei profili delle pale [9].

Per quanto concerne il coefficiente di potenza si evince dalla fig.2.10 un generale aumento dei valori del coefficiente a punto fisso e, allo stesso tempo, un incremento progressivo dei valori di $J = J_2$ per cui la potenza si annulla.

Mentre in termini di rendimento propulsivo l'andamento è visibile in fig.2.11 da cui si evince una dilatazione generale della curva del rendimento, con uno spostamento verso destra del rapporto di funzionamento $J*$ a cui corrisponde il massimo rendimento: ciò

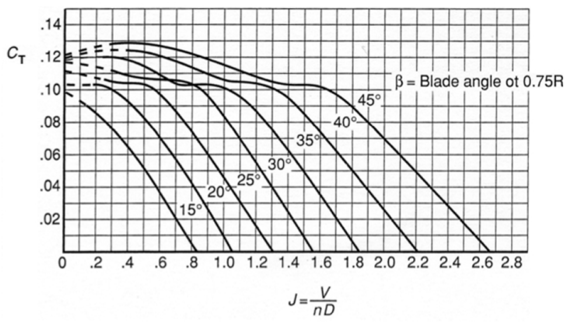


Figura 2.9: Andamento di C_T in funzione di J al variare del calettamento nominale [9]

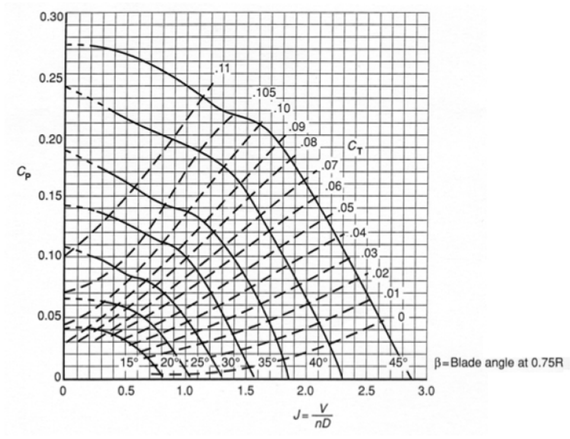


Figura 2.10: Andamento di C_P in funzione di J al variare del calettamento nominale [9]

è dovuto al fatto che gli elementi di pala lavorano, fissata Ω ad un'incidenza minore e quindi ad un c_d minore per valori più elevati di V_∞.

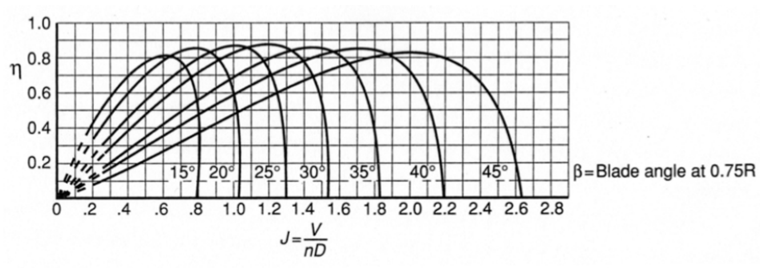


Figura 2.11: Andamento di η in funzione di J al variare del calettamento nominale [9]

Un'elica nelle normali condizioni operative lavora a diversi rapporti di funzionamento. Dal punto di vista progettuale si incontrano situazioni diverse che necessitano di soluzioni differenti: al decollo, dato che la velocità asintotica, V_∞, è bassa, servirebbe un passo corto (curva del rendimento poco dilatata e quindi basso valore di J per cui si ha il massimo rendimento) mentre in condizione di crociera servirebbe un passo lungo (curva del rendimento dilatata), dato che V_∞ è alta (Fig.2.12); ma fissare un passo corto penalizzerebbe notevolmente le condizioni di crociera mentre uno lungo quelle di decollo [9].

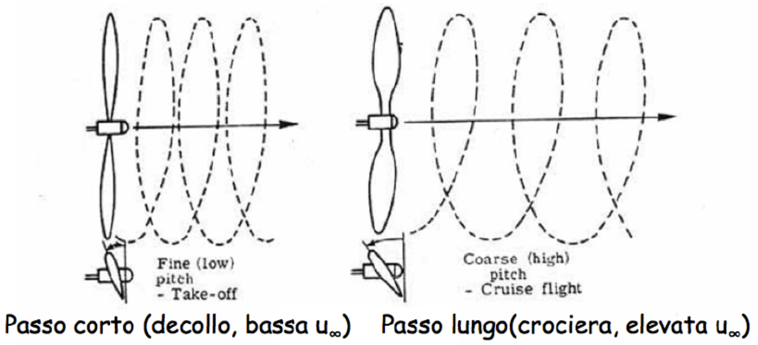


Figura 2.12: Passo ideale a confronto tra decollo e crociera [9]

Per ovviare a questo problema si ricorre alle eliche a passo variabile,modificare l'angolo di calettamento al variare di J, così da mantenere un elevato rendimento per un grande intervallo di funzionamento. Esse sono dotate di un sistema d'attuazione (cerniere di variazione del passo) che consente di controllare il calettamento delle pale: la variazione è data da una rotazione rigida dell'intera pala attorno ad un asse longitudinale (asse di variazione del passo), perpendicolare all'asse del mozzo [9]. In linea teorica quindi un'elica a passo variabile, unitamente ad un regolatore di giri meccanico capace di mantenere il numero di giri dell'elica costante, consente di percorrere, al variare di J, il luogo dei punti che unisce tutti i massimi del rendimento per ogni valore di $\theta_{0.75}$.

In figura 2.13 si riporta la curva caratteristica del rendimento di un'elica a passo variabile, data dall'inviluppo delle curve relative a diversi angoli di calettamento.

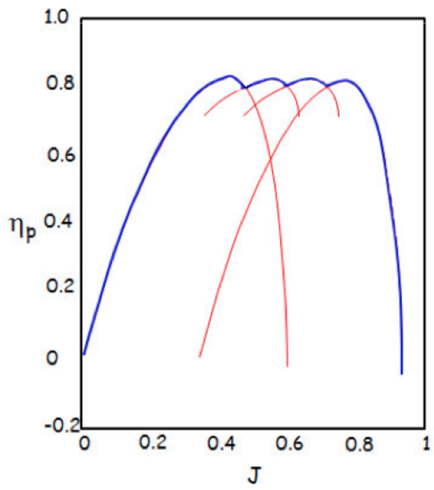


Figura 2.13: Andamento di η in funzione di J per un'elica a passo variabile [9]

Capitolo 3

Rotore PSP

Il rotore oggetto di studio in questa tesi è il *PSP rotor*. Il nome deriva dalla vernice sensibile alla pressione (*Pressure Sensitive Paint*) di cui sono state ricoperte le pale del rotore. Quest'ultime sono state progettate congiuntamente dall'U.S. Army Aviation Development Directorate (ADD) e dalla NASA [3].

La pala è stata finora utilizzata per esperimenti di confronto tra i dati ottenuti con la vernice sensibile alla pressione PSP e le misure effettuate con trasduttori di pressione nella Rotor Test Cell (RTC), alla Galleria del Vento Subsonico del Centro di Ricerca Langley della NASA ed è stata riutilizzata per ulteriori test in hover a un numero di Mach al tip delle pale pari a $M_{tip} = 0.58$ al NASA Ames Full-Scale Aerodynamics Complex (NFAC) 80X120 Foot Wind Tunnel. [6]

Il rotore è formato da quattro pale, con un raggio e pari a $1.6891\,m$. Il rotore è fatto funzionare a 1150 RPM, con una velocità al tip di $V_{tip} = 202.997\,m/s$. Le pale utilizzate sono della *serie RC* (in fig.3.1) del governo americano con la forma in pianta mostrata nella Figura 3.2.

Table 1. PSP Blade Planform

r/R	Twist (deg)	Chord (in)	Sweep (Deg)	Airfoil
0.12	8.2	5.45	0	-
0.17	8.2	5.45	0	RC(4)-12
0.25	7.01	5.45	0	RC(4)-12
0.65	1.4	5.45	0	RC(4)-12
0.70	0.7	5.45	0	RC(4)-10
0.80	-0.7	5.45	0	RC(4)-10
0.85	-1.4	5.45	0	RC(6)-8
0.95	-2.8	5.45	0	RC(6)-8
1.00	-3.5	3.27	30	RC(6)-8

Figura 3.1: Serie RC profili [2]

Il PSP rotor a quattro pale ha un *aspect ratio* R/c di 12.2 e una torsione lineare di -14 gradi che inizia a $r/R = 0.252$ e termina al tip del rotore.(fig.3.3) La pala ha una lunghezza di corda di riferimento di $c_{ref} = 0.1384\,m$ con uno sweep al tip di $30\,gradi$ e una corda al tip di $c_{tip} = 0.083\,m$.

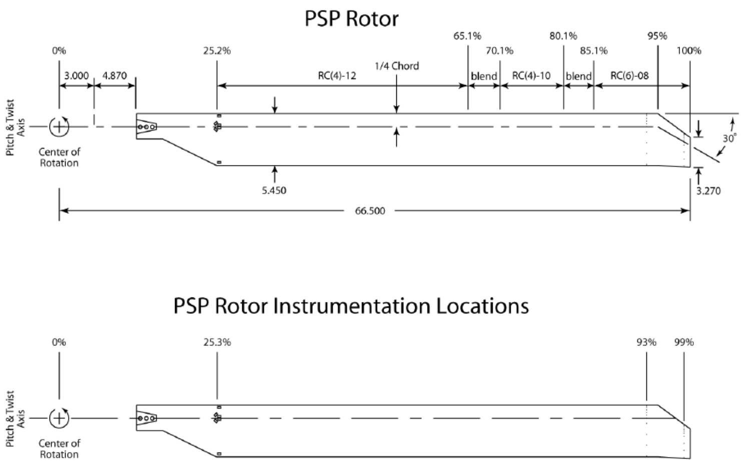


Figura 3.2: Visualizzazione in pianta *PSP rotor* [2]

Ne deriva pertanto un numero di Reynolds al tip pari a:

$$Re = \frac{V_{tip} \cdot c_{tip}}{\nu_\infty} = 1.05 \times 10^6 \tag{3.1}$$

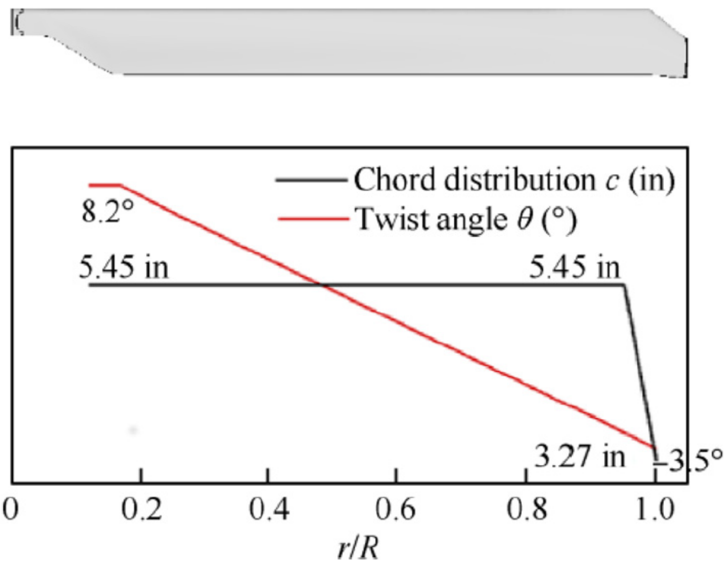


Figura 3.3: Geometria del PSP rotor [6]

La forma planimetrica del rotore si basa sulle pale del rotore High Lift Rotor (HLR) fabbricate nel 2002 per i test nel Transonic Dynamics Tunnel (TDT) della NASA. Le pale del rotore sono state acquistate nel 2007 appositamente per un test di convalida della tecnica PSP.

La solidità del rotore σ è pari a 0.1033.

La condizione operativa, ai fini dell'analisi da effettuare è di volo a punto fisso, pertanto non si ha velocità di avanzamento (*forward speed*).

Si riassumono in questa tabella i principali parametri del rotore in analisi:

Parameter	Value
Rotor radius R	1.6891 m
Root cutout	25.2%R
Number of blades	4
Solidity σ	0.1033
Reference chord c_{ref}	0.1384 m
Tip sweep (95%R)	30 deg
Tip taper ratio (95%R)	0.6
Linear twist	-14 deg$/R$
Rotor shaft speed	1150 rpm
Tip Mach number M_{tip}	0.585
Tip Reynolds number Re_{tip}	1.05×10^6

Figura 3.4: Principali parametri PSP rotor [6]

Capitolo 4

Fluidodinamica computazionale

La fluidodinamica computazionale (CFD) è uno degli strumenti di simulazione più utili al giorno d'oggi. Nasce per essere utilizzato nell'industria aeronautica e aerospaziale, grazie alla sua flessibilità e adattabilità, oggi è uno strumento essenziale per un'ampia gamma di settori di progettazione come quello chimico, nucleare, automobilistico e molto altro ancora. Anche l'industria elettronica impiega la CFD per ottimizzare i sistemi di trasferimento del calore e dell'energia all'interno dei dispositivi elettronici, nell'industria edilizia la CFD è utilizzata per la simulazione HVAC e la valutazione della qualità dell'aria.

Oltre alla fluidodinamica computazionale, ci sono altri strumenti in ambito CAE (*Computer Aided Engineering*), spesso utilizzati, come l'analisi agli elementi finiti per la meccanica solida e le vibrazioni, ma a differenza dell'analisi agli elementi finiti, la quale risulta essere abbastanza semplice da implementare al computer, la CFD ha tardato a diventare di uso comune, a causa della complessità delle equazioni. Si tratta di equazioni di Navier Stokes che trasportano con precisione un'intera serie di fenomeni, da quelli con flusso laminare o turbolento a singola fase incomprimibile, a quelli comprimibili e a tutti i tipi di multifase. Se si considera l'ambito della simulazione dei fluidi, l'analisi CFD è un pratico sostituto della galleria del vento. Se si considera la galleria del vento come un'analisi fluidodinamica equivalente, è facile intuire i vantaggi dell'uso della CFD, in quanto la seconda è più economica e sicuramente meno ingombrante. Oggi le aziende che hanno bisogno di effettuare molte simulazioni fluidodinamiche, piuttosto che affittare una galleria del vento per un breve periodo, dove possono effettuare solo poche analisi, preferiscono procedere attraverso una campagna di simulazioni CFD e infine, quando si è abbastanza sicuri dei risultati, si effettuano alcuni test in galleria del vento. La CFD studia un fenomeno reale attraverso la semplificazione delle equazioni e la discretizzazione dello spazio, questo metodo può essere suddiviso in cinque fasi:

1. Modellazione dominio;
2. Modellazione fisica;
3. Discretizzazione dominio;
4. Discretizzazione equazioni;
5. Metodo di soluzione.

4.1 Modellazione fisica e geometrica

Un fenomeno fisico solitamente non può essere compreso se non può essere formulato matematicamente e poi questa formulazione deve essere testata e validata. Il processo di modellazione prevede di ignorare o semplificare molti dettagli, come ad esempio trasformare un dominio tridimensionale in uno bidimensionale oppure un componente fisico sostituito da un'appropriata rappresentazione matematica. Per esempio, la portanza di un'elica può essere modellata utilizzando un dominio a simmetria assiale per ridurre le dimensioni del dominio di studio e poi, utilizzando la teoria, si può scrivere un sistema di equazioni lineari o non lineari per descrivere i risultati fisici della rotazione dell'elica.

4.2 Discretizzazione spaziale

Al fine di poter risolvere numericamente le equazioni di governo della fluidodinamica, nonchè le equazioni di Navier-Stokes è necessario andarle a discretizzare nello spazio e nel tempo, laddove si cercasse una soluzione non stazionaria. Discretizzare le equazioni nello spazio consiste nell'andare a suddividere il dominio fluido, all'interno del quale si muove il flusso, in una serie di elementi geometrici, di diverso tipo, al fine di costruire una griglia di calcolo (o mesh) [11]. Le griglie possono essere di diverso tipo a seconda del tipo di problema in analisi. In generale è possibile fare una prima distinzione tra griglie body-fitted e griglie cartesiane (fig.4.1).

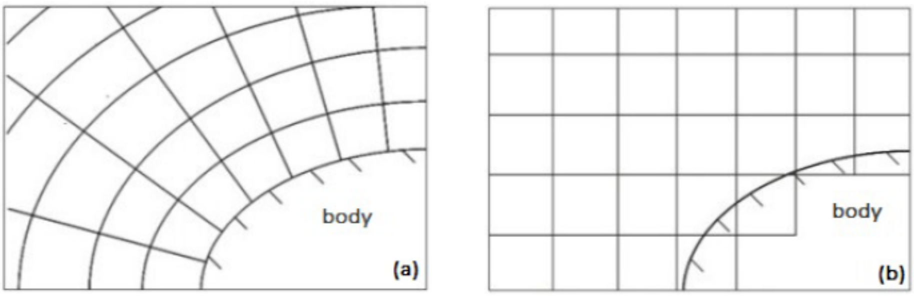


Figura 4.1: (a)Griglia body-fitted e (b)griglia cartesiana [11]

Nel primo caso, la griglia segue fedelmente la geometria dei contorni dello spazio fisico in cui il flusso si muove, come in fig.4.1,a. Nel secondo caso, la griglia non segue la geometria fisica del problema e si caratterizza per il fatto che i bordi delle celle sono paralleli alle coordinate cartesiane, come in fig.4.1,b. La griglia di tipo body-fitted ha il vantaggio di essere più adatta alla risoluzione dei flussi di strato limite, di contro il suo utilizzo diventa più complicato per geometrie più complesse [11]. La griglia di tipo cartesiano risulta invece più adatta allo studio dell'evoluzione dei flussi e sicuramente è caratterizzata da una più facile implementazione rispetto alla precedente. Tuttavia, la necessità di dover tener conto di ciò che avviene all'interno dello strato limite ha fatto sì che, in ambito di applicazione ingegneristica, la prima tipologia sia preferita [11].

Un'ulteriore distinzione è quella tra griglie strutturate e griglie non strutturate. (fig.4.2).

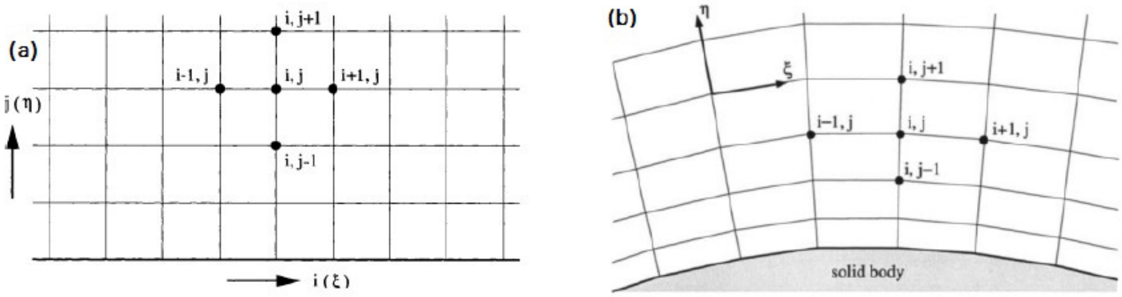


Figura 4.2: Griglia strutturata e approccio body-fitted.(a)spazio fisico e (b)spazio computazionale [11]

Nelle prime ogni punto della griglia viene identificato attraverso degli indici (i, j, k) e attraverso una coordinata Cartesiana $(x_{ijk}; y_{ijk}; z_{ijk})$ [11]. In questo caso si avranno delle griglie con celle quadrangolari nei casi bidimensionali ed esaedrica per quelli tridimensionali. Il vantaggio principale sta nella linearità dello spazio computazionale in quanto ogni variabile fluidodinamica corrisponde direttamente a come verrà memorizzata all'interno della macchina. Tale proprietà facilita di molto tutte le operazioni di calcolo in cui è necessario valutare i valori assunti dalle variabili nei nodi adiacenti, come ad esempio avviene nel calcolo dei flussi o dei gradienti. Allo stesso tempo, l'utilizzo di questa tecnica diventa più complicato all'aumentare della complessità della geometria del problema [11]. Per evitare tale complessità è possibile l'utilizzo di una griglia multiblocco, (fig.4.3) dove vengono utilizzati blocchi di griglia diversi per poter seguire al meglio la geometria dei contorni del dominio fisico.

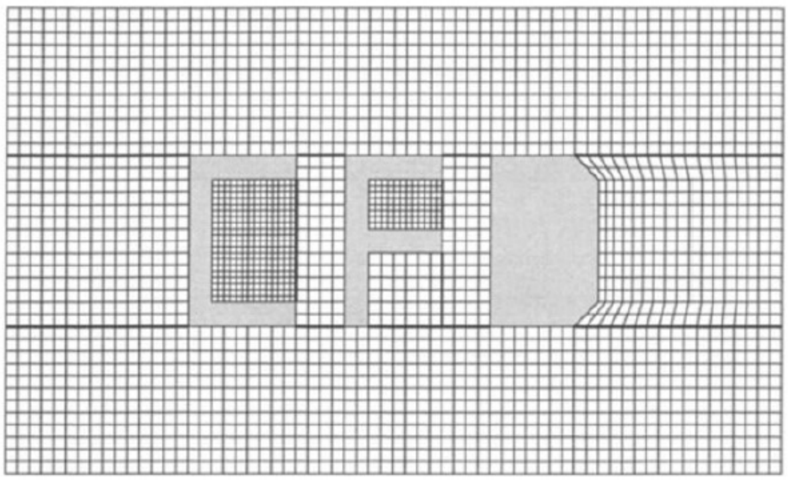


Figura 4.3: Griglia multiblocco [11]

Un approccio del genere però risulta più oneroso dal punto di vista computazionale, implicando anche l'utilizzo di un solutore più complesso, soprattutto per via delle interfacce tra i blocchi caratterizzati da celle di diverse dimensioni [11]. Per rendere più flessibile la griglia è possibile utilizzare la tecnica degli *hanging nodes*, nelle zone in cui i nodi all'interfaccia non coincidono tra i due blocchi a contatto o attraverso una griglia chimera (fig.4.4).

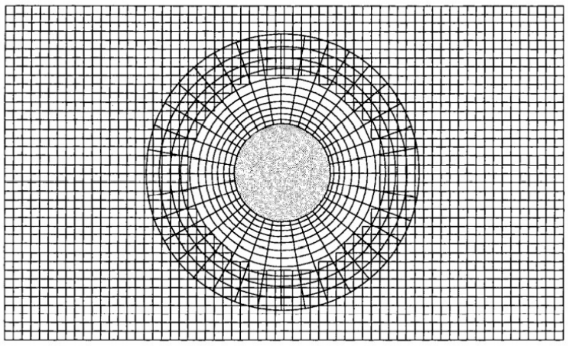


Figura 4.4: Griglia *chimera* [11]

In questo ultimo caso vengono eliminate completamente le interfacce, andando a sovrapporre griglie diverse. In particolar modo, viene generata la prima griglia indipendentemente da quella che è la geometria del dominio e questa viene poi combinata con griglie apposite che tengono conto della forma delle pareti. In questi casi, griglia multiblocco e chimera, il vantaggio ottenuto nella migliore capacità di utilizzo per geometri complesse si contrappone ad un costo computazionale maggiore della costruzione della griglia e una perdita della linearità del dominio che permetteva una semplificazione in fase di calcolo [11]. Per questo motivo si preferiscono le griglie non strutturate. In questo tipo di griglie le celle, come i punti, non hanno un ordine ben preciso e non possono essere identificate direttamente con degli indici [11]. Risulta possibile numerare le celle, ma non si può più sfruttare l'indicizzazione per spostarsi all'interno della griglia, perdendo il vantaggio che si aveva prima in fase di immagazzinamento dei dati all'interno della macchina. La forma delle celle, in questo caso, risulta più complessa in quanto solitamente si utilizzano combinazioni di celle quadrangolari e triangolari per il caso 2D e esaedriche,tetraedriche, piramidali o prismatiche per il caso 3D. Si parla dunque di griglie ibride. (fig.4.5)

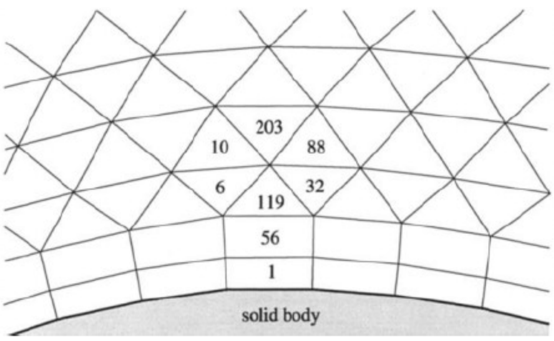


Figura 4.5: Griglia non strutturata con tecnica ibrida [11]

Il vantaggio principale è quello legato alla precisione con cui si riesce a descrivere il dominio fisico mantenendo comunque un costo computazionale più basso rispetto alla generazione della griglia di tipo multiblocco o chimera. In più, grazie alla tecnica ibrida, si riduce notevolmente il numero di punti della griglia [11]. Di contro, una struttura così complicata è associata ad un solutore del flusso molto complesso e richiede una memoria computazionale della macchina utilizzata superiore a quella richiesta per le griglie strutturate. Tuttavia, il bilancio tra vantaggi e svantaggi fa sì che spesso, soprattutto nei software CFD commerciali, venga preferita l'implementazione di questi sistemi [11].

4.3 Discretizzazione equazioni

La fase di discretizzazione dell'equazione viene eseguita per ogni elemento del dominio di calcolo così da ottenere una relazione algebrica che associ il valore di una variabile in un elemento ai valori della variabile negli elementi vicini. Per il metodo dei volumi finiti la discretizzazione dell'equazione si ottiene in primo luogo dall'integrazione dell'equazione differenziale su un volume di controllo o su una cella,così da ottenere una forma semi-discretizzata, poi si approssima la variazione della variabile dipendente tra gli elementi della griglia in modo da raggiungere la forma discretizzata finale. Aumentando il numero di elementi della griglia, la soluzione delle equazioni discretizzate si avvicina alla soluzione esatta delle equazioni differenziali corrispondenti [12].

4.4 Risoluzione equazioni discretizzate

Per ottenere la soluzione numerica è necessario risolvere un insieme di equazioni algebriche discrete derivanti dalla discretizzazione delle equazioni differenziali. Le tecniche per risolvere queste equazioni algebriche sono indipendenti dal metodo di discretizzazione, tuttavia, a meno che l'insieme di equazioni algebriche non sia lineare la soluzione ottenuta può essere diversa da un metodo all'altro. Di solito i metodi per risolvere i sistemi lineari, ottenibili dalla discretizzazione delle equazioni, possono essere suddivisi in due tipi:

- Metodi diretti: la soluzione del sistema è ottenuta usando un complesso algoritmo, una sola volta e per un dato set di coefficienti. Tali metodi non sono usati spesso nella fluidodinamica computazionale a causa del loro elevato requisito di calcolo e di archiviazione. Nei problemi di CFD sono coinvolte centinaia di migliaia di celle con molte incognite per ogni cella, la matrice A è spesso non lineare, quindi il metodo diretto necessita di un ciclo iterativo per poter superare la non linearità in A [12].

- Metodi iterativi: questi metodi permettono di risalire gradualmente alla soluzione stimata risolvendo ripetutamente il sistema discreto di equazioni. I metodi iterativi sono particolarmente adatti per i problemi non lineari e possono essere implementati con una quantità di memoria molto ridotta [12].

4.5 Metodo ai volumi finiti

Esistono diversi metodi per discretizzare nello spazio le equazioni di Navier-Stokes, questi possono essere raccolti in tre principali categorie:

- schemi alle differenze finite;
- schemi ai volumi finiti;
- schemi agli elementi finiti.

Si andrà ad approfondire la seconda ,in quanto sarà poi quella utilizzata durante il lavoro di tesi. Questo, utilizzato con la formulazione integrale delle equazioni di Navier-Stokes, soddisfa automaticamente le leggi di conservazione di massa, quantità di moto ed energia [11].
La discretizzazione delle equazioni di Navier-Stokes parte dalla suddivisione del dominio fisico in un numero arbitrario di volumi di controllo poliedrici, con i quali è possibile approssimare gli integrali di superficie come somma dei flussi che attraversano le singole superfici dei diversi volumi di controllo. Esistono molteplici approcci per effettuare la divisione dello spazio fisico in volumi di controllo che possono essere però raccolti in due principali categorie: schemi cella-centrati e schemi cella-vertice. Ovviamente a seconda dello schema considerato si avrà una determinata accuratezza della discretizzazione [11].
Per gli schemi cella-centrati (cell-centred) le quantità delle grandezze di flusso sono assegnate ai centroidi delle celle, così facendo i volumi di controllo, utilizzati per suddividere il volume fisico, coincidono esattamente con le celle della griglia, come mostrato in fig.4.6 [4].

Figura 4.6: A sinistra volume di controllo per uno schema cella centrato, a destra volume di controllo per uno schema cella–vertice (dual) [11]

Negli schemi cella-vertice (*cell-vertex*) le quantità di flusso sono assegnate ai punti della griglia. In questo caso è possibile distinguere due tipologie di volumi di controllo: quelli sovrapposti (*overlapping*) dove il volume di controllo è definito da tutte le celle che caratterizzate dallo stesso punto della griglia e quelli doppi (*dual*) in cui il volume di controllo è centrato intorno ad un nodo della griglia [11]. Quest'ultimo caso è mostrato a destra nella fig.4.6.

I vantaggi introdotti dagli schemi ai volumi finiti sono diversi. In primo luogo si evidenzia la capacità di questi schemi ad adattarsi senza alcun problema sia a griglie strutturate che a griglie non strutturate. Questo permette di poter studiare anche problemi caratterizzati da geometrie complesse. Inoltre, visto che la suddivisione in volumi di controllo, e quindi la discretizzazione spaziale, è fatta direttamente sullo spazio fisico, i metodi ai volumi finiti non necessitano di trasformazioni del sistema di coordinate da quello fisico a numerico [11].
Gli schemi ai volumi finiti sono derivati direttamente dalle leggi di conservazione il ché permette di ottenere una soluzione debole (*wake solution*) direttamente dalle equazioni. In più, questa caratteristica garantisce che la condizione di Rankine-Hugoniot sia rispettata lungo le discontinuità della soluzione, come può essere un'onda d'urto [11]. Nelle equazione di Eulero al fine di evitare soluzione irreali, come soluzioni che prevedono una diminuzione di entropia violando il secondo principio della termodinamica, è necessario introdurre una condizione aggiuntiva, detta condizione di entropia [11].

Il metodo dei volumi finiti si basa sulla suddivisone dello spazio fisico in volumi di controllo. Come detto precedentemente, per una griglia non strutturata questo significa dividere lo spazio fisico in elementi geometrici che di solito sono: triangoli e quadrati, o una loro combinazione, per il caso 2D e combinazioni di tetraedi, piramidi,prismi ed esaedri nel caso 3D. Sebbene i metodi che si stanno analizzando siano implicitamente conservativi, anche la griglia deve essere curata in modo tale da conservare tale caratteristica delle leggi di governo. Per farlo devono essere rispettate alcune caratteristiche quali: la completa copertura del dominio fisico da parte della griglia, mancanza di buchi tra gli elementi e di sovrapposizione tra questi ultimi. Anche le dimensioni degli elementi devono essere tali da non prevedere rapide variazioni tra elementi adiacenti. Gli elementi così definiti permettono di valutare le grandezze fluidodinamiche [11].

4.5.1 Proprietà equazioni discretizzate

Avendo definito la griglia di calcolo, se la dimensione dell'elemento tende a zero, la soluzione numerica dovrebbe tendere alla soluzione esatta dell'equazione di conservazione generale [12]. Tuttavia, è essenziale che le equazioni discretizzate possiedano alcune proprietà, poiché si utilizzano volumi finiti, al fine di garantire una soluzione significativa del campo.
Le proprietà che devono rispettare le equazioni discretizzate sono le seguenti:

- **Conservazione:**
  È molto importante, da un punto di vista fisico, che le variabili trasportate, generalmente conservative, siano conservate anche nel dominio della soluzione discretizzata. Per qualsiasi superficie comune a due elementi, il valore del flusso che entra nella faccia di un elemento sarà esattamente uguale al flusso in uscita dall'altro elemento attraverso quella stessa faccia. Pertanto, questi flussi sono di uguale grandezza e di segno opposto.

- **Accuratezza:**
  Questa proprietà si riferisce a quanto la soluzione numerica sia vicina alla soluzione esatta. Tuttavia, in generale la soluzione esatta del problema da risolvere non è nota,

quindi il confronto diretto per verificare l'accuratezza non è possibile. Un'alternativa è quella di considerare come misura dell'accuratezza l'errore di troncamento. Con una discretizzazione al primo passo, un errore associato di $O(x - x_f)^2$ rappresenta un ordine di accuratezza di grado due. L'errore di discretizzazione non restituisce il valore dell'errore su una determinata griglia, ma è un indice della velocità con cui l'errore diminuirà con il rifinimento della griglia. Quanto più alto è l'ordine dell'errore, tanto più velocemente diminuirà con l'aumento del rifinimento della griglia.

- **Convergenza:**
  Per gestire la natura non lineare delle equazioni di conservazione è necessario un approccio iterativo. Le soluzioni si ottengono applicando ripetutamente un algoritmo di soluzione con la soluzione ottenuta alla fine di un'iterazione partendo da un'ipotesi iniziale. Si dice che una soluzione è convergente quando non cambia più con il progredire delle iterazioni. In generale, una soluzione è definita convergente quando la variazione tra due iterazioni consecutive restituiscono una quantità trascurabile.

  La convergenza di un sistema numerico prevede invece che raffinando la griglia la soluzione numerica tende ad un valore finito.

- **Consistenza:**
  La soluzione di un'equazione algebrica che approssima un'equazione differenziale parziale è stabilita come consistente se, in ogni punto del dominio della soluzione, la soluzione numerica si avvicina alla soluzione esatta dell'equazione differenziale con la spaziatura della griglia e il passo temporale che tendono a zero.

- **Stabilità:**
  Questa proprietà si riferisce al comportamento dell'equazione discretizzata che deve essere risolta da un risolutore iterativo, nel caso in cui il sistema di equazioni algebriche risultante possa essere risolto con un'ampia gamma di condizioni iniziali e al contorno. Per i problemi transitori, uno schema numerico stabile mantiene l'errore nella soluzione con il procedere del *time marching*. L'uso di schemi transitori espliciti o impliciti ha un impatto diretto sulla stabilità del metodo numerico. La stabilità dei metodi espliciti è garantita dalla limitazione della dimensione del passo temporale.

4.5.2 Condizioni al contorno

La valutazione dei flussi sulle facce del confine di un dominio non richiede un'assunzione di base. Di solito viene eseguita una sostituzione diretta. Esiste un'ampia gamma di tipi di condizioni al contorno, ma le più utilizzate sono le condizioni di Dirichlet e di Neumann.

- **Dirichlet BC**
  Questa condizione al contorno assume un valore scalare noto e tale valore è utilizzato per valutare il flusso al contorno per sostituzione [12].

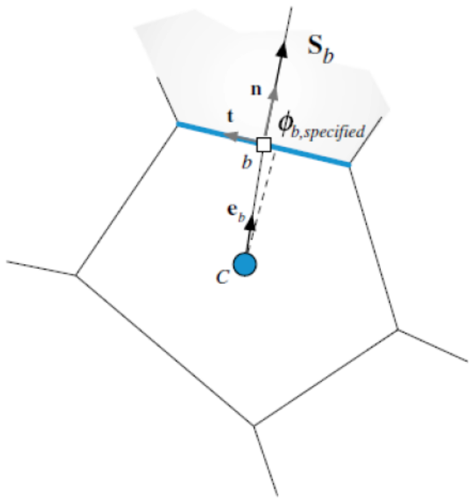


Figura 4.7: Condizione al contorno di Dirichlet [12]

- **Neumann BC**

  La condizione di Neumann sostituisce la quantità di flusso ϕ definita in corrispondenza del confine della faccia di un elemento C (come visibile in fig.4.8).

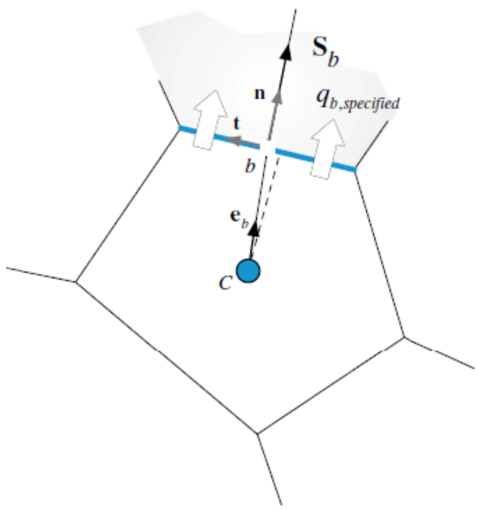


Figura 4.8: Condizione al contorno di Neumann [12]

4.5.3 Tipologia di mesh

Concentrandosi sul tipo di mesh, esistono fondamentalmente due tipologie principali utilizzate per discretizzare il dominio geometrico, assumendo un campo tridimensionale:

- **Trimmed mesher:**

  Questo tipo di mesh è una mesh strutturata, formata da celle cubiche con dimensioni definite, tagliate in prossimità del confine del dominio. La mesh è allineata lungo il sistema di riferimento globale e l'altezza e la lunghezza di ogni strato di celle è definita dai parametri dell'utente. Di solito questa mesh viene utilizzata per problemi in cui il fluido da studiare è quasi unidimensionale e allineato alla geometria del corpo, come la simulazione di un'auto nella galleria del vento. Un esempio di questo tipo di mesh è visibile in fig.4.9 [12].

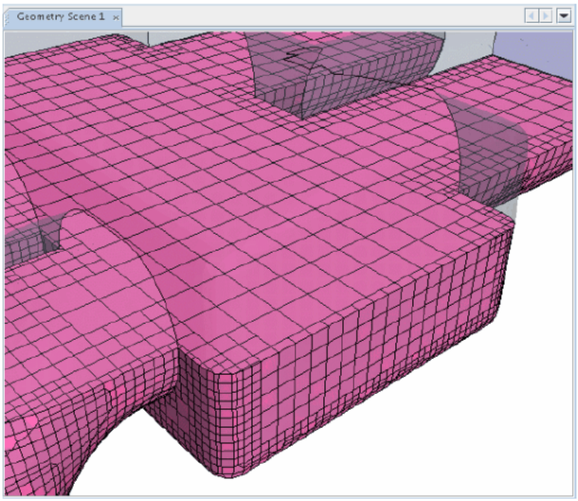


Figura 4.9: Esempio di Trimmed Mesher [15]

- **Polyhedral mesher:**

  Questo tipo comprende un'ampia gamma di mesh a seconda del numero di facce delle celle. Aumentando il numero di quest'ultime si ottiene una simulazione migliore, ma d'altra parte si aumenta il costo computazionale. La mesh poliedrica viene solitamente utilizzata per le simulazioni in cui la direzione del flusso che interagisce con il corpo è sconosciuta. Un esempio di questo tipo di mesh è visibile in fig.4.10.

- **Overset mesh:**

  L'*overset mesh*, nota anche come "chimera" o mesh sovrapposta, è utilizzata per discretizzare un dominio computazionale con diverse maglie che si sovrappongono l'una all'altra in modo arbitrario. Nei problemi che hanno a che fare con corpi multipli o in movimento questa tipologia di mesh è ampiamente utilizzata.

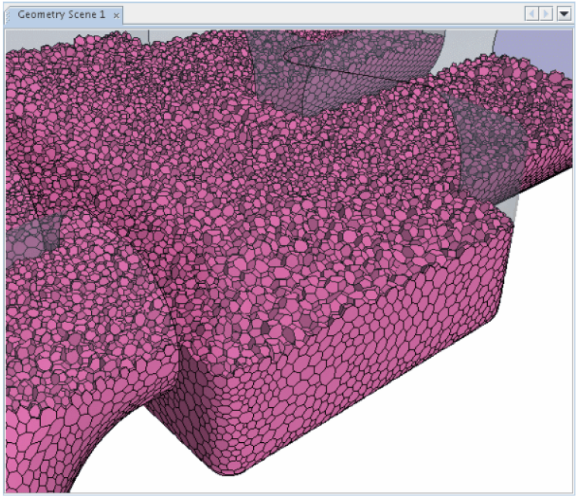


Figura 4.10: Esempio di Polyhedral Mesher [15]

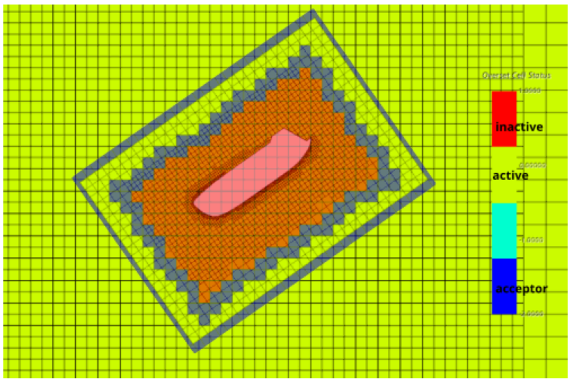


Figura 4.11: Esempio di Overset Mesh [15]

Un vantaggio della sovrapposizione delle griglie è la possibilità di utilizzare griglie di alta qualità (ad esempio, griglie cilindriche, ortogonali e sferiche) quando si trattano geometrie complesse. I componenti della griglia possono essere modificati per rappresentare al meglio la forma delle geometrie reali. Le tecniche di griglia sovrapposta, a differenza di quelle a maglia non strutturata, offrono molta più flessibilità quando si trattano problemi che coinvolgono più corpi in moto relativo [12].

In questo caso, man mano che le griglie dei componenti si spostano l'una rispetto all'altra, solo i punti che si trovano al confine sulle interfacce sovrapposte coinvolte nell'interpolazione cambiano. I punti della griglia non devono essere ricreati e le griglie mantengono la loro topologia e le loro proprietà geometriche. Inoltre, negli studi di ottimizzazione è spesso necessario modificare la geometria durante la ricerca del progetto ottimale. Di conseguenza, nella maggior parte dei casi, è necessario generare una nuova griglia per la nuova configurazione. Le tecniche di griglia sovrapposta offrono anche in questo caso una grande flessibilità, infatti la griglia può essere modificata solo localmente. L'uso di griglie sovrapposte non strutturate permette di ridurre il dominio computazionale, riducendo così la complessità del dominio computazionale.

Gli elementi di base della tecnica a griglia sovrapposta sono principalmente due: la decomposizione del dominio computazionale in sotto-domini, quindi la generazione di una griglia adeguata per ogni sotto-dominio; lo sviluppo di un metodo accoppiato per ottenere una soluzione efficiente, accurata e unica.

Nell'overset mesh ci sono due griglie separate attorno ad ogni corpo, la restante parte del dominio è caratterizzata da un'altra griglia chiamata "griglia di Background" (si veda fig.4.12).

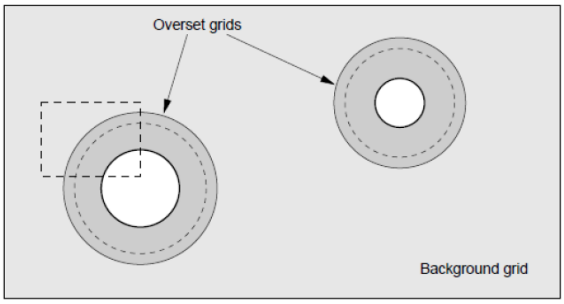


Figura 4.12: Dettaglio overset mesh [12]

Nel caso di corpi in movimento potrebbe essere necessario mantenere tutte le celle della griglia, poiché, a causa del movimento dei corpi, parti diverse della griglia, in momenti diversi, sono occupate dai corpi, oggetto dell'analisi. Pertanto, le celle occupate dai corpi vengono disattivate e non rimosse. Queste celle diventano pertanto inattive. Per separare le celle inattive dal resto del dominio, è necessario creare un'interfaccia artificiale all'interno della griglia di background.

In fig.4.13 si riporta uno zoom della regione racchiusa nel rettangolo tratteggiato della fig.4.12.

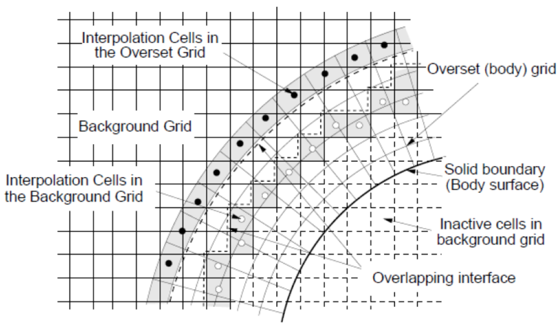


Figura 4.13: Zoom della regione di sovrapposizione (*overset mesh*) [12]

I nodi nei centri delle celle che si trovano lungo il confine all'interno della griglia di background sono indicati con "○ " nella figura 4.13. I valori delle variabili in queste celle e nelle celle lungo l'interfaccia esterna della griglia del corpo *overset* (indicate con " $\bullet$ ") sono ottenuti per interpolazione dei valori delle variabili della griglia donatrice.

In base al loro ruolo nel processo di soluzione delle equazioni di governo, le celle di un sistema di griglie sovrapposte possono essere suddivise in tre gruppi: celle di discretizzazione, di interpolazione e celle inattive. Le celle di discretizzazione sono utilizzate per discretizzare le equazioni di governo, le celle di interpolazione ricevono le informazioni utili all'ottenimento della soluzione e le celle inattive vengono ignorate durante il processo di soluzione. processo di soluzione [12].

Capitolo 5

Analisi CFD rotore PSP

Fulcro del lavoro di tesi sta nel simulare e analizzare il *PSP rotor* in termini di coefficiente di spinta e di coppia in condizioni di volo a punto fisso. Dati sperimentali sul singolo rotore non sono disponibili, pertanto si è limitato il confronto con soli dati bibliografici, questo permetterà di validare tale studio.

Per analizzare il problema, si parte dalla progettazione dell'elica tramite un software CAD (*SOLIDWORKS*). Dopodichè risulta necessario definire l'ambiente in cui l'elica deve lavorare attraverso la scelta dei modelli fisici utilizzati in ambiente StarCCM+, questo servirà per permettere al software di calcolo di risolvere le equazioni di governo del problema e giungere ai risultati desiderati.

5.1 Geometria e topologia di simulazione

5.1.1 Modellazione CAD rotore PSP

L'analisi del rotore parte dal software CAD. In particolare, è stato necessario costruire il CAD del PSP rotor partendo dalla costruzione della singola pala. Questa è stata ottenuta grazie alla conoscenza delle coordinate dei profili alle diverse stazioni della pala. Si veda fig.3.1 e fig.3.2. Ottenuta la singola pala, per rivoluzione si sono ottenute le restanti tre, poste tra loro in modo simmetrico. (si veda la fig.5.1) Un'ulteriore modifica alla geometria della pala ha riguardato il calettamento di questa. Infatti, i dati bibliografici di riferimento con cui effettuare la validazione dello studio, considerano una pala con calettamento al 75% della corda, pari a $\theta_{0.75} = 12$. Pertanto, si è proceduto sezionando la singola pala ed effettuando una rotazione di questa. Infine, il mozzo è stato ottenuto partendo dal disegno dell'ogiva, visibile in fig.5.2.

5.1.2 Dominio di calcolo

Il dominio computazionale può avere una geometria cilindrica o conica. In questo caso è stata scelta una geometria cilindrica con calotta sferica, così da evitare l'inversione di flusso sulle pareti, che comprometterebbe i risultati e la velocità di convergenza della simulazione. Un rotore in hovering comporta la presenza di vortici controrotanti alle estremità che si staccano e vengono trascinati dalla velocità indotta. Per questo motivo

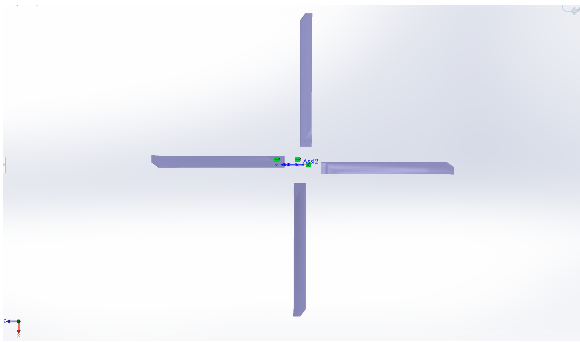


Figura 5.1: Pale PSP rotor

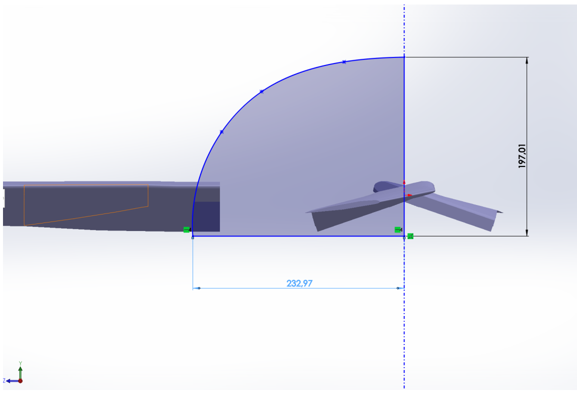


Figura 5.2: Ogiva mozzo

risulta necessario scegliere accuratamente la dimensione e la forma del dominio di calcolo [7].

Il dominio fluido è suddiviso in due regioni; la regione esterna, che rimarrà ferma e dunque stazionaria, a forma cilindrica con calotta sferica ed una regione interna a forma cilindrica che include il rotore e che sarà in rotazione, muovendosi con il rotore stesso. (si veda fig.5.3 e fig.5.4).

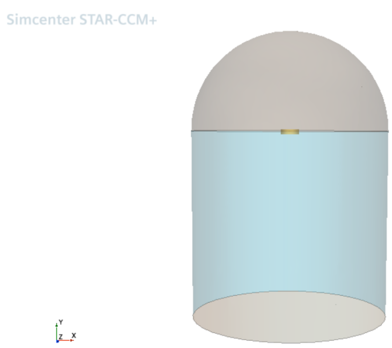


Figura 5.3: Dominio stazionario e dominio rotante

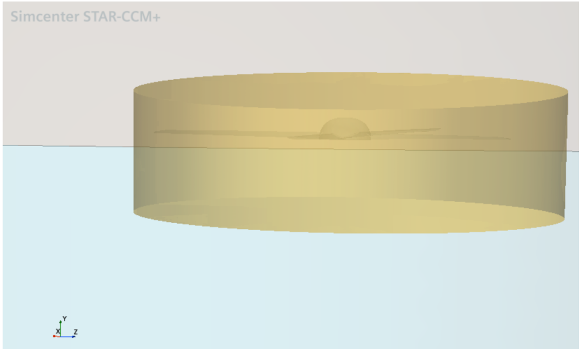


Figura 5.4: Dettaglio del dominio rotante

Le dimensioni dei domini sono le stesse utilizzate da diversi autori in letteratura [2], [6]. Risulta cruciale scegliere al meglio la dimensione del dominio, in particolare per quello rotante, in quanto un errato dimensionamento porterebbe ad errori computazionali e quindi a risulti non corretti.

Per semplicità, per tutte le simulazioni è usata la stessa lunghezza caratteristica pari al diametro del rotore, essendo questa la lunghezza caratteristica massima attesa. Il rotore è posto al centro in corrispondenza della base della calotta sferica.

I domini sono stati costruiti nel seguente modo:

- la regione rotante è costituita da un cilindro di raggio $1.1R = 1.86\,m$ e che si estende da $0.2R = 0.34\,m$, sopra il rotore, a $0.4R = 0.68\,m$ sotto (fig.5.4);

- la regione stazionaria è costituita da un cilindro, con calotta semisferica. Il cilindro si estende per circa $20R = 34\,m$, nonché dieci volte la lunghezza caratteristica, ed ha un raggio di $10R = 18\,m$. Si riporta in fig.5.5 la vista in pianta della regione che rimane ferma nel corso della simulazione.

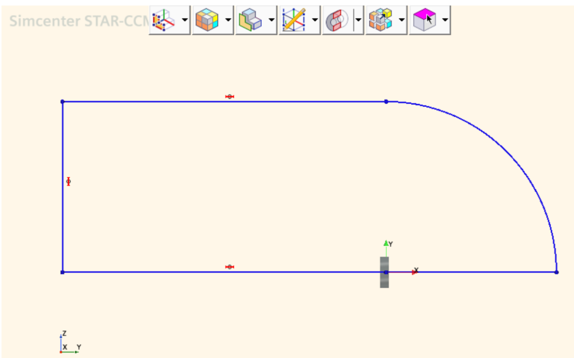


Figura 5.5: Vista in pianta del dominio stazionario

5.2 Regioni e moto

Per eseguire una simulazione CFD in rotazione ci sono generalmente due metodi, il DFBI (*Dynamics Fluid Body Interaction*) che studia un corpo rotante all'interno della mesh e come reagisce il flusso nel suo intorno [12]. Questo tipo di simulazione è piuttosto onerosa in termini di costo computazionale ed è consigliata per analisi complesse dove ci sono diversi corpi nello stesso spazio. Mentre per un analisi più semplice risulta più efficiente la tecnica del Sistema di Riferimento Rotante RFR (*Rotating Reference Frame*) [12]. Il suo nome deriva proprio dalla creazione di un dominio rotante all'interno del dominio di background ed al primo viene applicato un sistema di riferimento rotante. Questo metodo è più economico in termini di costo computazionale ed inoltre risulta essere migliore per analisi di semplici corpi rotanti, come il caso in esame.

In particolare, per definire il movimento del rotore è stato definito un piccolo volume cilindrico, che verrà chiamato "cilindro rotante". L'intero dominio,quindi, è stato suddiviso in due regioni con la prima data dall'intero dominio meno il cilindro rotante e la seconda regione costituita dal cilindro rotante meno la geometria del rotore. Inoltre, è stato definito un sistema di coordinate rotante,con velocità pari alla velocità di rotazione del rotore ($n = 6000\, rpm$), con origine al centro di esso e poi applicato al cilindro rotante così da definirne il suo moto. Al confine tra il cilindro rotante e il resto del dominio è stata creata un'interfaccia interna così da unire i domini rotanti e stazionari della simulazione. Pertanto il trasferimento delle informazioni delle singole celle avviene solo attraverso l'interfaccia interna definita. Un *overset mesh* potrebbe migliorare i risultati, ma con un incremento del tempo computazionale, in quanto il trasferimento di informazioni tra le celle avverrebbe in modo più graduale in una regione, come il caso dell'overset, rispetto al passaggio di informazioni attraverso un solo contorno, come nel caso dell'interfaccia.

5.3 Mesh

5.3.1 Configurazione e generazione della mesh

Il software Star CCM+ è stato utilizzato per lo sviluppo e la costruzione della mesh. All'interno del lavoro di tesi, si sono utilizzate diverse griglie, infatti è stato effettuato uno studio di raffinamento di essa, così da far emergere le principali differenze. In generale, il tipo di griglia utilizzata è di tipo non strutturata ibrida. Lo schema utilizzato per la discretizzazione spaziale è quello cella centrato ai volumi finiti [11]. I vantaggi nell'utilizzo di questo tipo di mesh sono stati descritti all'interno del quarto capitolo, riassumendo si può concludere che queste risultano le più adatte sia in termini di precisione dei risultati sia in termini di costi computazionali per la discretizzazione di problemi come quello in esame. In particolare, la curvatura del profilo e le ridotte dimensioni di bordi di fuga ed attacco, rendono indispensabile l'utilizzo di un tipo di griglia in grado di adattarsi a geometrie complesse senza introdurre elevati costi computazionali in fase di costruzione della griglia stessa [11].

La simulazione sarà di tipo instazionario, dunque un punto chiave sta nella corretta scelta del tipo di mesh più adeguato ed efficiente. Per il "cilindro rotante" è stata scelta una mesh poliedrica, con la definizione dei *prism layers*. Questo perchè la mesh poliedrica riesce ad adattarsi meglio in zone con superfici curve, come quelle del rotore. Il resto del dominio fluido è stato meshato con un mesher tipo *Trimmed Cell.* Per entrambi i domini è stato utilizzato in aggiunta il *Surface Remesher*.

I valori impostati sono frutto di un adattamento fatto a partire dai valori trovati in bibliografia [2] [6]. I principali parametri impostati sono:

- *Base Size:* valore di riferimento attraverso il quale è possibile esprimere gli altri parametri della mesh;
- *Target Surface Size:* dimensione raggiunta dalle celle della mesh in assenza di controllo sulla mesh che impongono dimensioni più piccole;
- *Minimum Surface Size:* valore minimo della dimensione delle celle a parete, essenziale nel caso di geometrie con curvature rilevanti;
- *Surface Growth Rate:* rateo di crescita delle celle.
- *Maximum Cell Size:* valore massimo di dimensione delle celle.

Questi parametri sono impostati in modo da avere il giusto compromesso tra una mesh sufficientemente raffinata in modo da permettere l'ottenimento di buone soluzioni, ma che allo stesso tempo non comporti elevati costi computazionali. Pertanto, si inseriscono dei controlli sulla mesh in modo da poter modificare la griglia solo in determinate aree specifiche. Questo processo può essere effettuato in due modi: sfruttando superfici già presenti all'interno del volume di controllo, quindi si parlerà di *Surface Control*, o costruendo un volume che poi verrà sfruttato dal software per identificare la zona di interesse nel caso del *Volume Control* [11].

La mesh relativa al cilindro rotante, costituita da griglia non strutturata è composta da celle poligonali, poliedriche. Le impostazioni per questo tipo di mesher sono state modificate in modo da adattarsi meglio alla lunghezza caratteristica della simulazione e permettere una transizione graduale delle dimensioni della griglia dalle celle di dimensioni più piccole sulla superficie del rotore alle celle più grandi sul confine esterno del dominio. Inoltre sono stati aggiunti anche due controlli superficiali ed uno volumetrico in modo da ottenere la mesh desiderata. I primi sono stati impostati in modo che la superficie della regione rotante fosse discretizzata con celle più piccole rispetto al resto, in quanto in questa regione sono desiderati i risultati più precisi e pertanto si vuole raggiungere un grado di raffinatezza elevato. I parametri modificati riguardano la *Target Surface Size* resa pari allo 0.04% della *Base size*; la *Minimum Surface Size:* pari allo 0.02% della *Base size* e la *Surface Curvature* il cui valore è stato aumentato a 200 pts/circle, trattandosi di una geometria con diverse curvature. L'altro controllo superficiale riguarda la superficie del cilindro rotante in modo da disabilitare la creazione dei prism layer, non essendoci formazione di strato limite. Il controllo volumetrico è destinato al volume creato ad hoc il rifinamento della mesh (verrà definito nel paragrafo 5.3.3), ed è stato definito in modo da avere un rifinamento della mesh dello 0.3% rispetto alla *Base size.* Inoltre è stato utilizzato il *Surface Remesher* per fornire una mesh più definita e accurata lungo tutte le superfici del dominio. Tutte le impostazioni sono state lasciate ai valori predefiniti per il mesher di superficie.

Il remeshing si basa principalmente su una lunghezza target dei bordi fornita dall'utente e può anche includere un raffinamento basato sulla curvatura e sulla prossimità della superficie [15].

Seguendo gli accorgimenti presenti in letteratura ([6]; [2]) e nella documentazione del software CFD utilizzato e iterando questa fase in base alla visualizzazione della mesh ottenuta, sono stati selezionati i seguenti parametri riportati in tab.5.1:

Mesh completa		
	Percentuale *Base Size*	Valore assoluto
Base Size	-	13 m
Target Surface Size	10%	1.3 m
Minimum Surface Size	1%	0.13 m
Surface Growth Rate	-	1.1
Surface Control cilindro rotante		
Target Surface Size	0.04%	0.0052 m
Minimum Surface Size	0.02%	0.0026 m
Surface Growth Rate		1.1
Volumetric Control volume di rifinimento		
Custom Size	0.3%	0.039 m

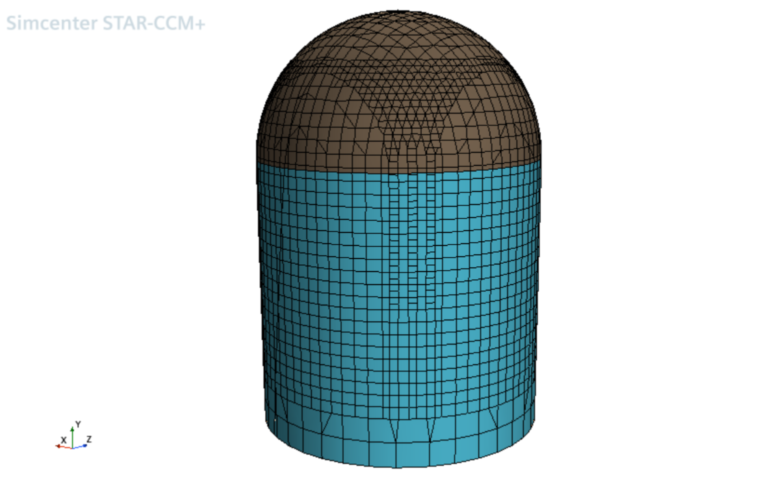
Tabella 5.1: Parametri *mesh 1* dominio fluido

Si nota dunque che tutti i parametri necessari alla creazione della mesh sono stati definiti in funzione della *Base size*. In questo modo si accelerano notevolmente i tempi di settaggio di nuove simulazioni con dimensioni di celle desiderate diverse. Infatti, in questo lavoro di tesi si andranno a confrontare due analisi diverse, la prima con parametri definiti poco sopra ed una seconda in cui si va a diminuire il valore della *Base size*, ottenendo così un numero di celle maggiore e permettendo un confronto tra i risultati, evidenziando eventuali connessioni tra numero di celle e correttezza dei risultati. Il valore della *Base size* scelto è di 8 m, il resto dei parametri è rimasto invariato come in tab.5.1.

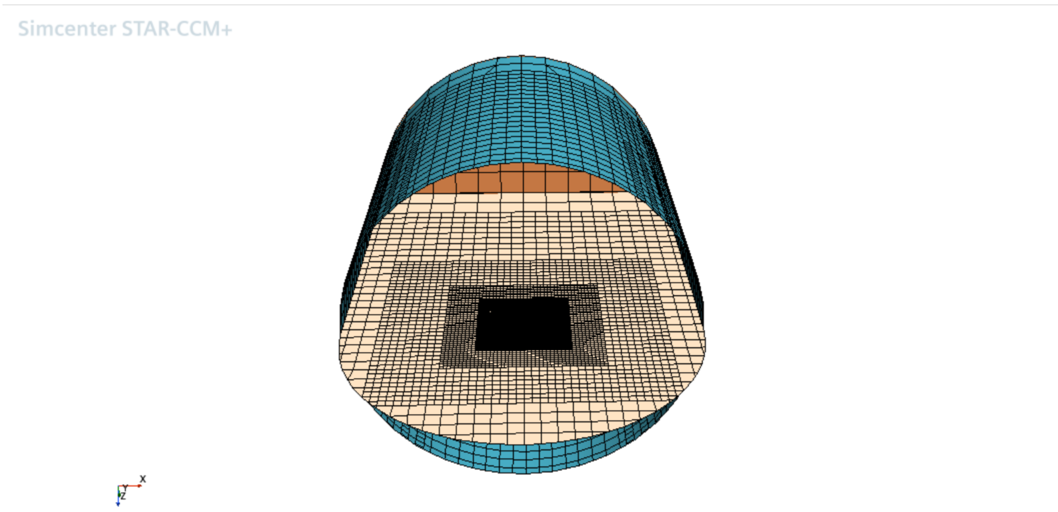
Il dominio fluido al di là del rotore è fermo e questo fa sì che il *Trimmed Mesher* sia la scelta più efficiente. Infatti, questo tipo di griglia si genera molto velocemente e può essere implementata nelle zone del dominio lontane dai corpi in cui non si necessita di un'elevata definizione della soluzione [14]. Tutti i parametri sono stati impostati come quelli del mesher poliedrico, con l'eccezione del rateo di crescita del volume per il trimmed mesher, che è stato specificato come molto lento. L'altra differenza tra il trimmed cell mesher e il meshher poliedrico è stata l'aggiunta di un controllo di superficie su tutte le superfici di confine del dominio, attraverso cui è stata impostata la *Target Surface Size* al 43 % della *Base size*. La griglia risultante è visibile nella Figura 5.6.

5.3.2 Mesh di strato limite e y+

Il *Prism layer mesher* definisce gli strati limite della superficie del rotore, pertanto è particolarmente importante che vengano utilizzati i parametri corretti. Vengono riportati



(a)

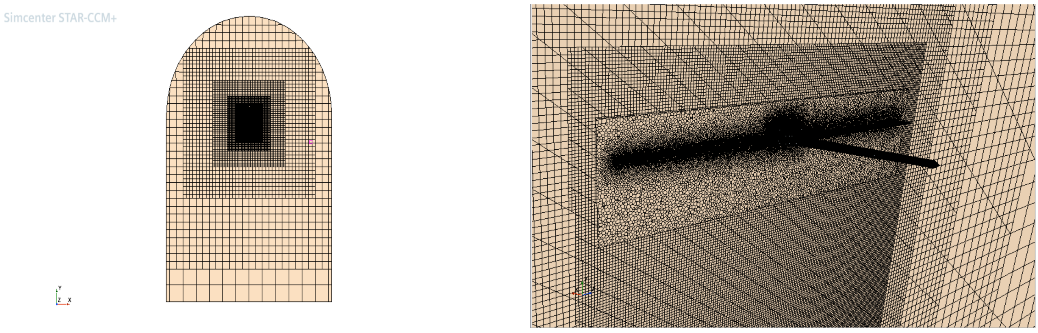


(b)

Figura 5.6: Mesh dominio fluido (a) e piano sezionante (b)

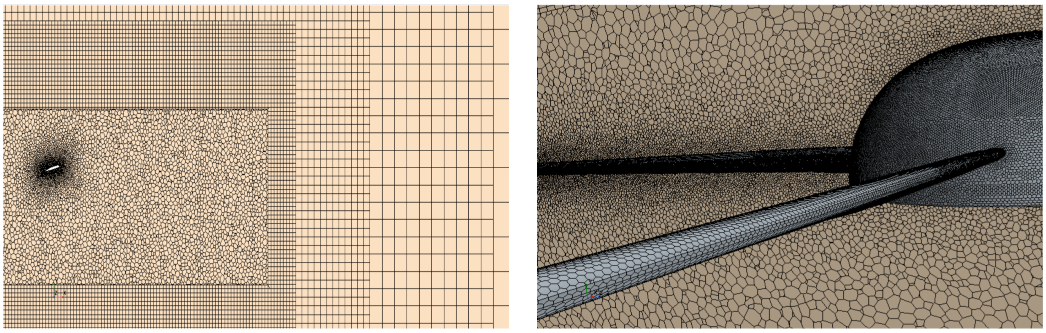
i calcoli utilizzati per determinare lo spessore dello strato limite, il numero necessario di celle dello strato prismatico e lo strato prismatico iniziale [14].

Si considera il numero $Y+$, che è essenzialmente un indice della bontà di risoluzione dello strato limite definito come il rapporto tra la dimensione della prima cella adiacente a parete e una lunghezza caratteristica derivata dallo sforzo viscoso a parete. Per risolvere l'intero sottostrato viscoso è necessario un valore Y+ pari a uno. Tuttavia, la risoluzione con un Y+ pari a 1 comporta un aumento significativo del tempo di calcolo. Di conseguenza, ci sono alcune funzioni di trattamento a parete che utilizzano le equazioni per approssimare lo strato limite. Nelle simulazioni qui analizzate è stato utilizzato il modello di trattamento della pareti *All Y+* che richiede valori di Y+ inferiori a 1 o maggiori di



(a) (b)

Figura 5.7: Zoom Mesh



(a) Polyhedral Mesher e Trimmed Mesher (b) Dettaglio mesh

Figura 5.8: Dettagli mesh

30 e che permette di approssimare lo strato limite. Utilizzando questa funzione di trattamento della parete, si evita la risoluzione dell'intero strato limite, ottenendo così un risparmio computazionale consistente, essendosi dimezzato il numero di elementi necessari. Sebbene questo modello di parete consenta un range di valori di Y+, è comunque importante assicurarsi che i valori di Y+ siano nell'intervallo giusto. A tal fine è stato calcolato il numero di Reynolds [14].

$$Re_x = \frac{\rho V_{tip} c_{tip}}{\mu} = 1.06 \cdot 10^6 \tag{5.1}$$

Nella 5.1 è usata una densità ρ di 1.19 kg/m^3 ed una viscosità dinamica μ di $1.85 \cdot 10^{-5}$ $Pa \cdot s$, mentre la corda c_{tip} è pari a 0.083 m. Per calcolare lo spessore totale dello strato limite (T) si utilizza la seguente equazione dalla teoria di *Schlichting* (*Schlichting's boundary-layer theory*).

$$T = \frac{0.37 \cdot c_{tip}}{(Re_{0.75})^0.2} = 0.002\, m \tag{5.2}$$

Dunque, settato il Y+ al valore desiderato, si può stimare lo spessore dello strato limite iniziale (t):

$$t = \frac{Y + \cdot c_{tip}}{Re_{0.75}} \sqrt{\frac{2}{c_f}} \tag{5.3}$$

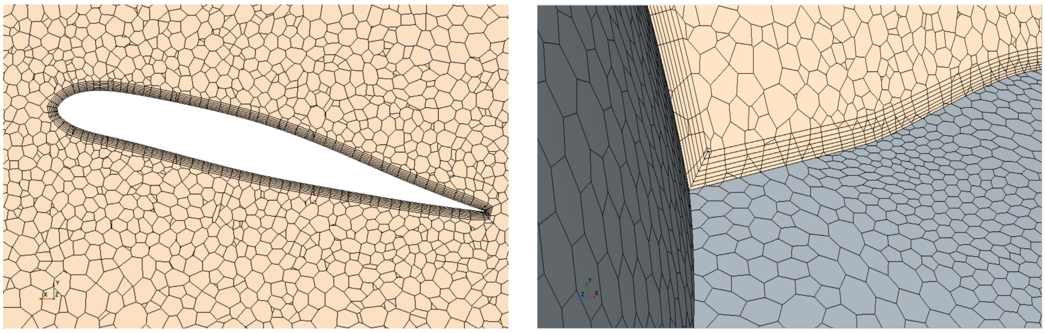
Per trovare il c_f, si assume uno strato limite turbolento e si approssima il suo valore attraverso una formula empirica:

$$c_f = \frac{0.0592}{(Re_{0.75})^0.2} \tag{5.4}$$

Il software richiede in input lo spessore dello strato limite e il numero di strati. Questi ultimi sono calcolati secondo la seguente formula:

$$N = \log_s \left(\frac{T}{t}(s-1) + 1 \right) \tag{5.5}$$

Si considera una sovrastima di 1 mm per quanto riguarda la *total thickness* T così da avere la certezza di coprire l'intero strato limite. Pertanto lo spessore totale dello strato limite è impostato a $0.003\,m$, mentre il numero totale di *Prism layer* è impostato a 7. Si veda fig.5.9.



(a) (b)

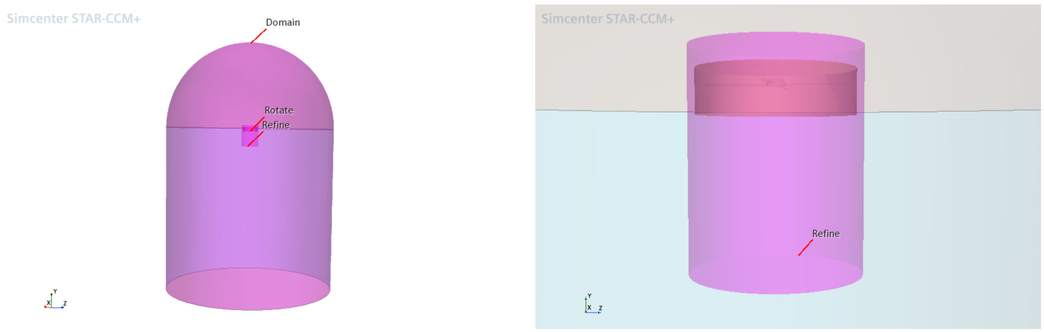
Figura 5.9: *Prism layer* attorno profilo ottenuto da piano sezionante la pala

5.3.3 Rifinimenti

Per ottenere una buona mesh, mantenendo un numero di celle accettabile, è essenziale creare dei rifinimenti di volume utilizzati per rifinire la mesh in zone di specifico interesse [14].

La regione di rifinamento del volume del rotore in esame è costituita da un cilindro di raggio $1.2R$ e che si estende per $0.5R$ sopra il rotore e $2.5R$ sotto.

Questo tipo di rifinimento risulta essere importante essendo strettamente connesso con l'ottenimento di risultati accurati. È emerso che se la dimensione della cella non è almeno 5 volte minore del diametro del dominio rotante, i risultati non convergeranno [14]. Pertanto, è stata impostata una dimensione massima delle celle dello 0.3% rispetto alla Base size. La mesh risultante è visibile in fig.5.11



(a) (b)

Figura 5.10: Volume di rifinimento

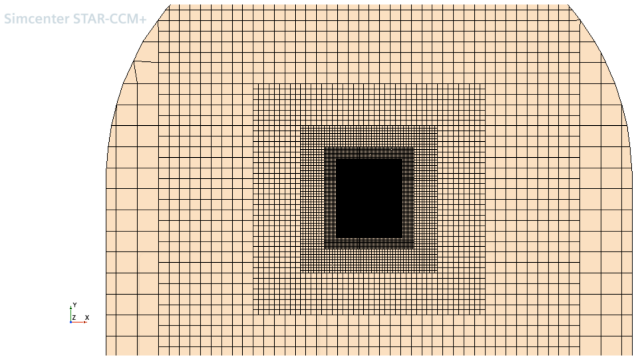


Figura 5.11: Mesh risultante con il rifinimento

5.3.4 Condizioni al contorno

L'estremità sferica del dominio, che in fig.5.12 è denominata *inlet* è stata impostata come *Freestream*, la superficie cilindrica è stata definita come *Symmetry Plane* e la parte inferiore del dominio è stata definita come *Pressure Outlet*.

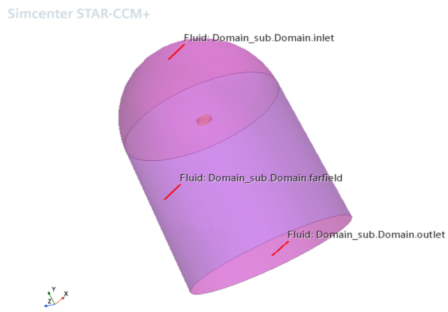


Figura 5.12: Dominio fluido con regioni

Queste condizioni al contorno sono state tutte impostate a velocità nulla o alla pressione ambiente, in modo da rappresentare il volo in condizione di hovering. La definizione del moto avviene attraverso l'interfaccia creta, come descritto nella sezione "Regione e moto". Questo tipo di condizione al contorno permette di unire i due volumi di fluido come se si trattasse di un unico regime fluido continuo.

5.4 Fisica della simulazione

5.4.1 Scelta modelli fisici

Lo step successivo alla generazione della griglia è quello relativo alla definizione delle caratteristiche fondamentali del problema, andando così a delineare il modello fisico. In tab.5.2 si riporta un riassunto dei modelli selezionati:

Modello fisco	
Spazio	3D
Tempo	*Implicit Unsteady*
Materiale	Gas
Flusso	*Coupled flow*
Equazione di stato	Equazione di stato per i gas perfetti
Regime viscoso	Turbolento
Modello di turbolenza	Spalart-Allmaras
	K - ω SST

Tabella 5.2: Modello fisico imposto per le simulazione

Trattandosi di uno studio tridimensionale, per il campo *spazio* è stato selezionato il caso 3D, essendo il problema tridimensionale. Nel campo *tempo* si sceglie il tipo di soluzione nel tempo che si sta cercando, in questo caso *Implicit Unsteady.* Questo metodo di soluzione tende ad avanzare nel tempo aggiornando la soluzione ad ogni passo temporale.

Considerando un generico problema dipendente dal tempo:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = f(t, \phi(t)) \tag{5.6}$$

integrando rispetto al tempo, su un passo temporale, si ottiene:

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \int_t^{t+\Delta t} f(t, \phi(t))dt \tag{5.7}$$

dove l'apice n indica una quantità valutata al tempo t , e $n+1$ al tempo $t + \Delta t$ [1]. Se l'integrale viene approssimato utilizzando il valore dell'integrando al tempo finale, allora si ha:

$$\phi^{n+1} = \phi^n + f(t + \Delta t, \phi^{n+1})\Delta t \tag{5.8}$$

che corrisponde al metodo completamente implicito. Questa espressione non può essere risolta in modo puntuale, poiché i valori di ϕ^{n+1} appaiono sia sul lato sinistro che su quello destro. In generale, quindi, sarà necessaria una procedura di risoluzione iterativa per ottenere ϕ^{n+1} [1]. Pertanto il metodo implicito risulta essere più lento, in quanto non solo utilizza le informazioni dei passi temporali precedenti, ma anche quelle (sconosciute) del passo temporale corrente. A tale risolutore è associata una discretizzazione temporale del primo ordine e il valore di time-step è stato posto pari a $5.2 \cdot 10^{-4}\,s$. Questo valore è stato ricavato considerando che per compiere un giro completo siano necessari 100 step.

Successivamente si seleziona il tipo di materiale che compone il flusso dell'analisi in esame, in questo caso gas. La scelta di utilizzare il risolutore *Coupled flow* significa che l'equazione dell'energia sarà risolta in modo accoppiato con quella della massa e della quantità di moto. La variazione dei valori della densità, trattandosi di un flusso che risente degli effetti della comprimibilità, è tenuta in considerazione dalla scelta di utilizzare l'equazione di stato dei gas perfetti.

Per quanto riguarda il regime viscoso, questo è selezionato come turbolento. I modelli di turbolenza trattati in questa analisi sono due: $K-\omega SST$ e $Spalart-Allmaras$. Questi verranno analizzati nel paragrafo seguente e successivamente confrontati nel capitolo dei Risultati.

5.4.2 Modellazione turbolenza

La maggior parte dei flussi di interesse ingegneristico presentano fluttuazioni pseudo-casuali e quantità irregolari che non ne permettono una semplice risoluzione [7]. Queste sono le caratteristiche del fenomeno della turbolenza. Il software Star-CCM+ adotta due tipi di approcci:

- Reynolds Avarage Navier-Stokes, per fenomeni stazionari (RANS) e instazionari (URANS);
- Scale-resolving simulation, tra cui Large Eddy Simulation (LES) e Detached Eddy Simulation (DES).

Le equazioni di Navier-Stokes regolano il moto dei fluidi, ogni generica variabile ϕ è decomposta come somma della grandezza media $\bar{\phi}$ e di una componente fluttuante ϕ' ([7]):

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \tag{5.9}$$

con ϕ una qualsiasi grandezza tra velocità, pressione, energia.

Nel caso stazionario le grandezze possono essere mediate con una media temporale ([7]):

$$\bar{\phi}(\vec{x}, t) = \frac{1}{2T_0} \int_{t-T_0}^{t+T_0} \bar{\phi}(\vec{x}, t')dt' \tag{5.10}$$

A partire dalle equazioni di Navier-Stokes, ogni grandezza viene scomposta in questo modo e l'equazione viene infine mediata. Inoltre, le grandezze fluttuanti sono mediamente nulle, per cui il risultato sarà fortemente semplificato. Si trascurano gli effetti di compressibilità, le forze di campo e gli effetti termici di dissipazione viscosa. Nel caso di simulazioni stazionarie sono trascurati i termini dipendenti dal tempo.

Le equazioni che si hanno sono la seguenti:

- Continuità:
$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \tag{5.11}$$

- Quantità di moto:
$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho \nabla \cdot (\vec{V}\vec{V}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\tau'_u - \rho \bar{u'}\bar{u'}) \tag{5.12}$$

- Energia:
$$\rho C_P \frac{\partial h}{\partial t} + \rho\, C_P\, \vec{V} \nabla h = \nabla \cdot (K \nabla \vec{V} - \rho\, C_P \bar{T}\bar{\vec{V}'}) \tag{5.13}$$

- Energia:
$$\tau'_u = \mu[\nabla \vec{V} + (\nabla \vec{V})^T] \tag{5.14}$$

Il termine $-\rho \bar{u'} u'$ è chiamato tensore degli sforzi di Reynolds, dipende solo da quantità fluttuanti pertanto non è noto e va modellato. Ci sono due tipologie di modelli che permettono di trattare il tensore: i modelli basati sulla *Eddy Viscosity* e quelli legati agli sforzi di Reynolds [7]. Il primo si basa sulla determinazione della viscosità turbolenta all'interno del campo di moto, mentre il secondo fa uso di equazioni di trasporto per il termine degli sforzi di Reynolds, molto simili alle equazioni di bilancio [7].

Il primo approccio risulta più semplice a livello computazionale e per questo motivo è anche quello che viene maggiormente utilizzato. Esso si basa sull'analogia tra il processo di diffusione molecolare e il moto turbolento. La viscosità turbolenta (turbolent eddy viscosity) μ_t permette di esprimere il tensore degli sforzi come funzione di quantità medie [7]. L'approssimazione di Boussinesq permette di definire una proporzionalità tra la parte anisotropa del tensore degli sforzi di Reynolds e il tensore di velocità di deformazione. Di seguito si riportano i principali modelli che utilizzano l'approssimazione di Boussinesq:

- *Spalart-Allmaras*, usato specialmente per flussi transonici/supersonici in cui la separazione è dolce, impreciso per flussi con forti ricircolazioni di corrente o flussi di taglio [7];

- *Modello k-ϵ* un modello che permette la determinazione dell'energia cinetica turbolenta k e del rapporto di dissipazione turbolento ϵ. Questo modello funziona molto bene anche se può avere alcuni problemi per i flussi caratterizzati da alta separazione e curvature elevate delle linee di corrente. Non è indicato per i flussi rotanti [7];

- *Modello k-ω*, risolve il campo di energia cinetica turbolenta e il rapporto di dissipazione specifica. Tra i vantaggi di questo modello si ha un miglioramento dei risultati nel caso di strati limite in presenza di gradiente di pressione avverso. Inoltre, il vantaggio principale è che può essere usato sull'intero strato limite compresa la regione dominata dagli sforzi viscosi. Il principale svantaggio deriva dalla variazione di ω all'esterno dello strato limite, il che si traduce in una maggiore sensibilità alle condizioni al contorno dei flussi interni. [7] A questo modello ne è spesso associato un altro, il Menter Shear Stress Transport (SST) in cui si sfrutta il vantaggio a parete del modello k-ω l'insensibilità alle condizioni al contorno del modello k-ϵ. Questo modello risulta ottimale nel caso di gradienti elevati di pressione e con separazioni e interazioni viscose. Ne deriva un costo computazionale piuttosto elevato,in quanto vengono implementati entrambi i modelli, ma nonostante ciò è molto utile per i flussi attorno ai propeller.

Nel caso invece di uno studio non stazionario, vengono implementate le Unsteady Reynolds Average Navier-Stokes (URANS). Ciò che cambia rispetto alle RANS è che la definizione delle variabili medie avviene per mezzo delle medie spaziali.

Come detto all'inizio di questo capitolo, la turbolenza può essere modellizzata anche attraverso le LES e le DES. In particolare, le prime risolvono il flusso completo e non mediato, mentre le *Detached Eddy Simulations* uniscono la qualità di risoluzione delle LES con il basso costo computazionale delle RANS. Mentre le ultime vengono implementate per le zone prossime a parete, le LES vengono applicate in tutto il resto del campo, in particolare sono maggiormente utilizzate nelle zone dove le RANS non sono ottimali, come regioni di mixing, nelle combustioni e nei flussi attorno ai corpi tozzi.

Capitolo 6

Risultati

6.1 Studio di convergenza sulla griglia e validazione risultati

Come spiegato nel capitolo 5.3.1 si è effettuato uno studio tale da valutare gli effetti del raffinamento della mesh. Sono state impostate due diverse simulazioni in modo da evidenziare eventuali vantaggi nella precisione dello sviluppo del campo di moto a seconda della mesh considerata. Entrambe utilizzano lo stesso metodo di modellazione della turbolenza, ovvero il k-ωSST, essendo il più adatto per questo tipo di campi di moto. In tab.6.1 si riportano le caratteristiche delle due griglie in termini di numero di celle, di facce e di vertici.

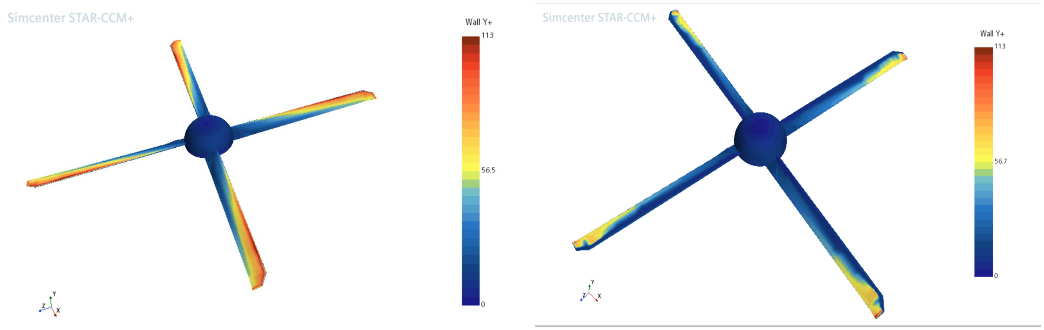
	Mesh 1	***Mesh 2***
Base Size	13 m	8 m
n. celle	4086043	10250720
n. vertici	3209784	14604367
n. facce	20652377	47993751

Tabella 6.1: Dimensioni caratteristiche *mesh 1* e *mesh 2*

Prima di valutare i risultati ottenuti, si riporta uno studio fatto per valutare la mesh generata. In particolare, si utilizza il valore di y+ per verificare la qualità della mesh vicina alla parete e all'interno dello strato limite, in quanto per risolvere lo strato limite si ha bisogno di una mesh maggiormente raffinata in vicinanza della parete [5].

Il parametro y+ è un numero scalare e adimensionale che aumenta all'aumentare dei possibili errori ottenibili. StarCCM+ nel caso in cui lo strato limite sia sottorisolto attiva in automatico le *wall functions* secondo cui sono ritenuti accettabili i valori di y+ se inferiori a 100. In fig.6.1 è confrontato il wall y+ per le due griglie. Si nota come nel caso di mesh più fine (*mesh 2*) il y+ assume valori migliori rispetto al caso con *mesh 1*. Infatti nella fig.6.1.a lungo la pale si raggiungono valori di y+ più elevati a differenza del caso con *mesh 2*.

Inoltre è stato considerato anche un istogramma in cui viene riportata la qualità della singola cella. La qualità delle celle è una funzione determinata dalla distribuzione

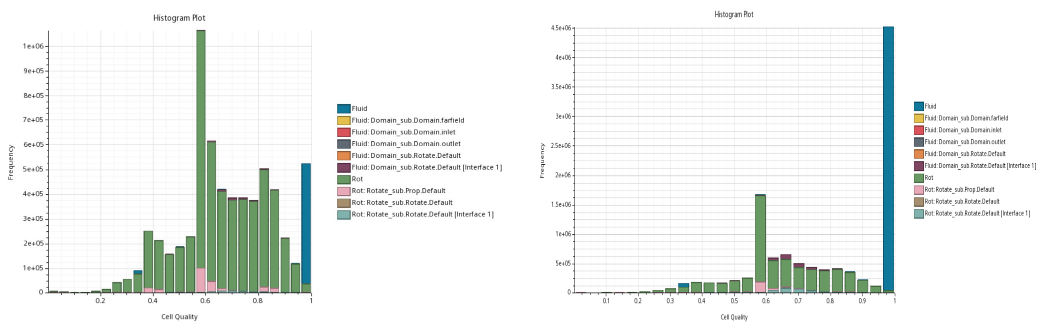


(a) Mesh 1 (b) Mesh 2

Figura 6.1: Confronto y+

geometrica relativa ai centroidi delle celle vicine alla faccia e dall'orientamento delle facce delle celle. In generale, le celle con facce facce non ortogonali hanno una qualità bassa. Una cella con una qualità di 1 è considerata perfetta. Una cella degenerata ha una qualità di cella prossima a 0. A seconda della fisica selezionata, la qualità di una cella può essere piuttosto bassa e fornire comunque un risultato valido. Tuttavia, una scarsa qualità delle celle può influire sulla robustezza e sull'accuratezza della soluzione. e l'accuratezza della soluzione. [15]

In fig.6.3 si ha un confronto tra la qualità dei due tipi di mesh.



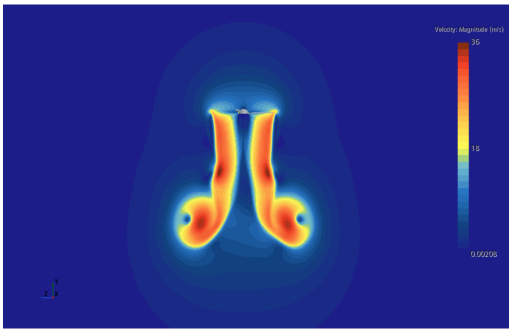
(a) Mesh 1 (b) Mesh 2

Figura 6.2: Qualità della singola cella

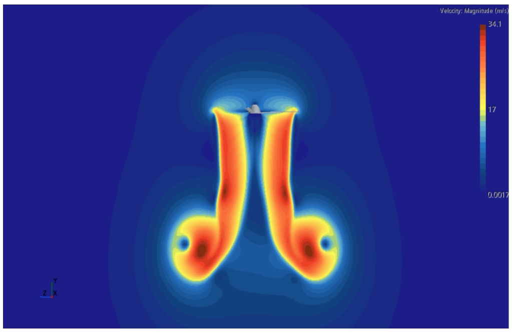
Anche in questo caso emerge una superiorità della mesh 2, in quanto presenta molti più elementi con una qualità vicino al valore unitario.

Valutata dunque la qualità della mesh ottenuta, è possibile ora analizzare l'andamento di alcune grandezze caratteristiche. In particolare, nell'ottica del confronto tra grado di raffinatezza differente a seconda della griglia considerata, per la *mesh 1* si ottiene il campo di moto in fig.6.3.a, mentre per la *mesh 2* si ottiene il campo di moto in fig.6.3.b.

I risultati sembrano non differenziarsi molto tra le due differenti griglie. Nonostante la differenza in numero di celle sia consistente, infatti dalla mesh 2 alla mesh 1 c'è una



(a) Mesh 1



(b) Mesh 2

Figura 6.3: Campo di moto

riduzione del 60%, i risultati non sono molto diversi. Infatti il campo di moto si genera totalmente in ambo i casi, ed è possibile notare che la dimensione del sistema vorticoso a valle del tip del rotore non presenta valori diversi tra le due mesh. Questo perchè, pur essendoci una griglia più raffinata rispetto all'altra, in questo caso la *mesh 2*, il grado di raffinatezza ottenuto con la base size di 13 m (*mesh 1*) risulta essere sufficiente e pertanto non va ad inficiare l'ottenimento dei dati attesi.

I valori target per lo studio effettuato sul rotore PSP si trovano in bibliografia [6] [2], in particolare i valori di interesse sono il coefficiente di spinta ed il coefficiente di coppia. In tab.6.4 si riportano i valori di riferimento ottenuti da Jimenez-Garcia, A. e Barakos, G.N. con un modello di turbolenza *k-ωSST*.

Turbulence Model	C_T/σ	C_Q/σ	**FoM**
k-ω Wilcox [13]	0.10285	0.010531	0.7118
k-ω Menter (BSL) [14]	0.10270	0.010497	0.7125
k-ω Menter (SST) [14]	0.10259	0.010501	0.7112

Figura 6.4: Risultati attesi [2]

In fig.6.5 è presente l'andamento della spinta, mentre in fig.6.6 quello della coppia in funzione del tempo fisico di simulazione, ossia quanto impiega il rotore a compiere dieci giri completi. Infatti, nell'impostazione del risolutore instazionario si è fissato il valore di step massimo da eseguire pari a 1000, in quanto è stato stabilito precedentemente il numero di step necessari al compimento di un giro completo, fissati a 100. Tale andamento è ottenuto dalla risoluzione della griglia con *base size* di 8 m, in quanto nell'ottica del confronto e dunque della validazione dei risultati si predilige utilizzare la griglia più raffinata.

Si può notare che sia il valore di spinta che di coppia converge dopo circa 400 iterazioni, in particolare la spinta si assesta al valore di: $T = 4632N$ e la coppia al valore di$Q = 864N \cdot m$. Il confronto dei risultati viene eseguito in termini di coefficienti. Dunque si

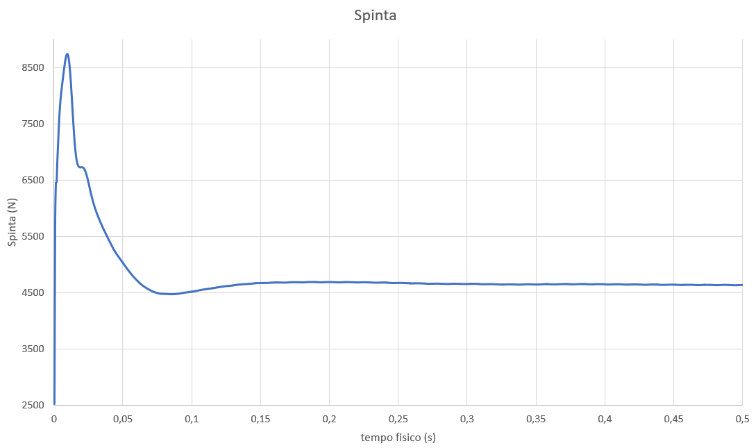


Figura 6.5: Andamento spinta ottenuto da *mesh 2*

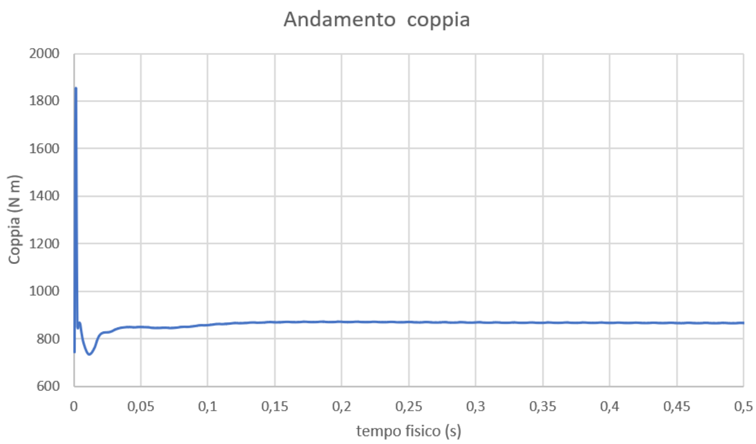


Figura 6.6: Andamento coppia ottenuto da *mesh 2*

ricava il valore di C_T (eq.6.1) e di C_Q(eq.6.2):

$$C_T = \frac{T}{\rho_\infty(\omega \cdot R)^2 \cdot 2\pi \cdot R^2} = 0.01019 \tag{6.1}$$

$$C_Q = \frac{Q}{\rho_\infty(\omega \cdot R)^2 \cdot 2\pi \cdot R^3} = 0.001126 \tag{6.2}$$

Con ω ricavata dalla velocità di rotazione nota pari a $1150rpm$ e ρ_∞ pari alla densità standard. Dalla fig.6.4 si estrapolano i valori di riferimento:

$$\frac{C_T}{\sigma} = \mathbf{0.10259} \tag{6.3}$$

$$\frac{C_Q}{\sigma} = \mathbf{0.010501} \tag{6.4}$$

Pertanto si procede con il rapportare tali coefficienti alla solidità σ ottenendo:

$$\frac{C_T}{\sigma} = 0.09869 \tag{6.5}$$

e

$$\frac{C_Q}{\sigma} = 0.01089 \tag{6.6}$$

Ora è possibile confrontarli con i valore estrapolati da 6.4, tenendo in considerazione il modello di turbolenza medesimo a quello utilizzato nella trattazione, ovvero il $k - \omega SST$.

Il risultato ottenuto in termini di spinta si discosta da quello atteso con un errore percentuale di circa il 3%. Dunque il risultato è considerato accettabile essendo all'interno di un range di errore molto piccolo. Si consideri che i dati di target derivino a loro volta da analisi computazionali, in quanto gli unici dati sperimentali reperibili considerano la presenza della fusoliera e dunque il confronto sarebbe inevitabilmente affetto da errori. Mentre per quanto riguarda il coefficiente di coppia questo risulta essere di poco superiore rispetto al dato atteso, con un errore, anche in questo caso del 3%. Una delle possibili cause delle discrepanza tra i risultati potrebbe riguardare il tempo di simulazione, infatti questo è stato limitato a sole dieci rotazioni mentre nei dati presenti in bibliografia questo è di trenta rotazioni, in modo da far stabilizzare totalmente la soluzione. La limitazione a dieci giri è stata effettuata per ridurre i tempi computazionali, ma è da sottolineare che il risultato riesce comunque a stabilizzarsi in poche iterazioni. Certamente, minime variazioni si sarebbero potuto riscontrare con tempi più lunghi, tuttavia essendo la simulazione andata a convergenza, queste variazioni sarebbero state di poco conto.

Fin'ora i risultati oggetto della comparazione sono stati ottenuti dalla simulazione con griglia più fine e modello di turbolenza k-ωSST, scelto per coerenza con i dati bibliografici di confronto. Tuttavia si cerca una maggior comprensione dell'errore andando a confrontare i risultati ottenuti con le altre simulazioni svolte, la prima con stesso modello di turbolenza (k-ωSST) ma con una *base size* della griglia maggiore e la seconda con un diverso modello di turbolenza (Spalart-Allmaras) e stessa *base size* dell'analisi già utilizzata per il confronto.

Si riporta in fig.6.7 il confronto dei risultati in termini di spinta per ciascuna simulazione e in fig.6.8 quelli in termini di coppia.

Dal confronto tra queste simulazioni si evince che,sia per quanto riguarda la spinta che la coppia, il valore più vicino ai risultati attesi è quello effettivamente utilizzato per il confronto dei dati, ossia con stesso modello di turbolenza ($k - \omega SST$) rispetto alle simulazioni presenti in letteratura e mesh più raffinata. Nel caso di mesh con *base size* più elevata il risultato a cui converge l'analisi si discosta leggermente dai valori attesi, a conferma della convergenza della griglia. In particolare la spinta si allontana dal valore di target con un errore del 7% mentre la coppia arriva a toccare un errore del 15%. Valori di questo tipo mettono in enfasi l'importanza della corretta dimensione di mesh implementata.

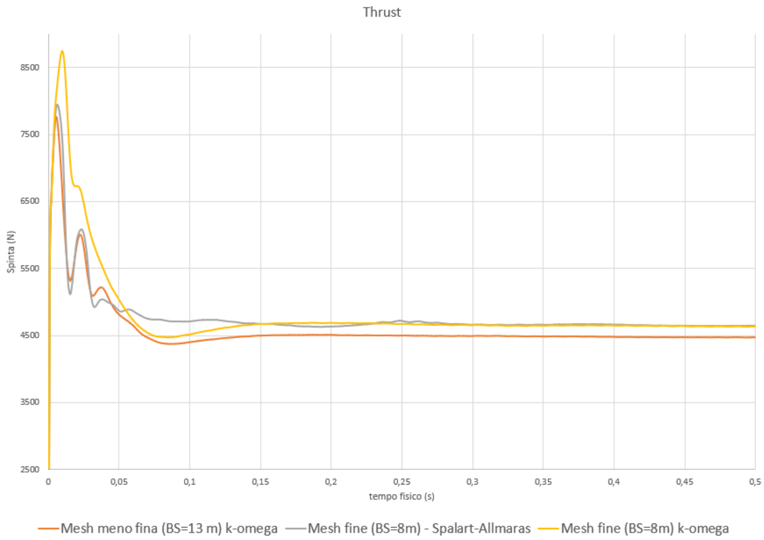


Figura 6.7: Confronto andamento spinta

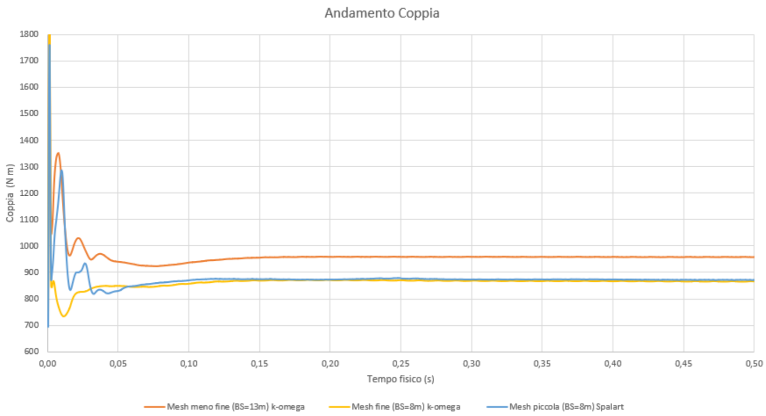


Figura 6.8: Confronto andamento coppia

Dato interessante invece riguarda il confronto tra le due simulazioni con modello di turbolenza differente. Ovviamente la dimensione della mesh è rimasta invariata, in quanto si è stabilito che il valore di *base size* che porta a convergenza la griglia è 8 m. Dal confronto si evince che in questo tipo di studio il modello di turbolenza non ha influito sull'ottenimento dei risultati, infatti dalla fig.6.7 e dalla fig.6.8 si nota una sovrapposizione tra le due curve, il che significa che le due simulazioni convergono a valori molto simili tra loro.

6.2 Andamento campo velocità

In fig.6.9 si riporta l'andamento della scena scalare relativo alla velocità e dunque si ha la visualizzazione del campo di moto. Sono state selezionate alcune scene rilevanti in cui è possibile visualizzare la formazione della scia a valle del rotore, con annessa formazione dei vortici. Dalla visualizzazione di queste scene scalari è evidente il classico comportamento di un rotore in hovering, ossia la formazione di vortici controrotanti alle estremità che si staccano e non vengono trascinati dal flusso esterno verso valle, ma rimangono in posizione e si allargano.

6.3 Andamento *Q-criterion*

Risulta adeguato considerare la variabile del *Q-criterion* che permette di visualizzare e individuare le strutture vorticose. Dallo studio di Wang [17] si deduce che a seconda del regime di funzionamento ci sono tre diversi vortici che interagiscono fra loro e si deformano a valle del rotore. Questi vortici prendono il loro nome in base alla zona in cui si formano: *tip vortex*, *rotor vortex* e *hub vortex*. La presenza di queste strutture vorticose ha delle influenze sulle prestazioni dell'elica, pertanto risulta interessante visualizzare il *Q-criterion*. Esso è definito nel seguente modo [16]:

$$Q = \frac{1}{2}(\Omega_{ij}\Omega_{ij} - S_{ij}S_{ij}) = \frac{1}{4}(\omega^2 - 2S_{ij}S_{ij}) = \frac{1}{2}\frac{\nabla^2 p}{\rho} \tag{6.7}$$

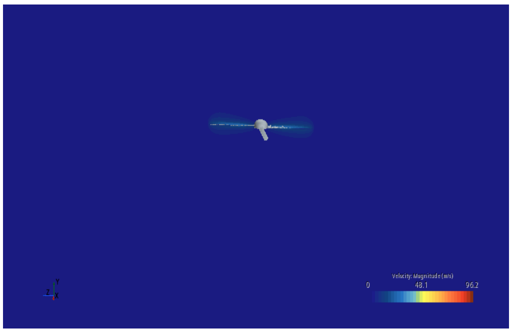
Con Ω_{ij} e S_{ij} definiti così [7]:

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2}(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}); \qquad S_{ij} = \frac{1}{2}(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}); \tag{6.8}$$

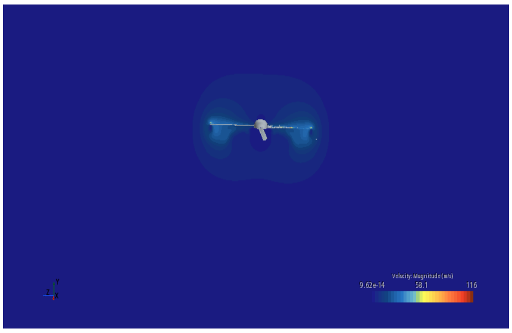
Ω_{ij} è la parte antisimmetria del vettore gradiente di velocità, mentre S_{ij} è quella simmetrica.

Il Q-criterion rappresenta il bilancio tra l'incremento di vorticità $\Omega^2 = \Omega_{ij}\Omega_{ij}$ ed il rapporto di deformazione delle particelle $S^2 = S_{ij}S_{ij}$. Nel centro dei vortici la vorticità aumenta molto per cui Q diventa positivo, con valori anche molto alti. [7]

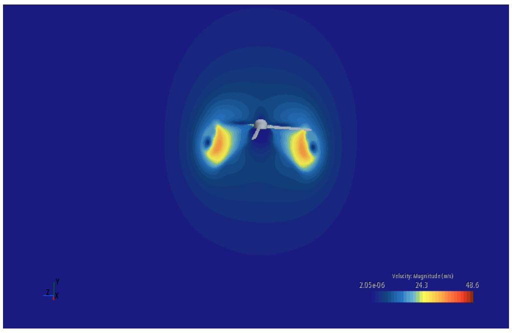
In fig.6.10 si riporta la visualizzazione dei vortici di estremità a spirale tramite creazione di isosuperfici a fissato valore di *Q-criterion*, pari $\bar{Q} = 70s^{-2}$. Risultano ben visibili i vortici di estremità a spirale ed il tubo vorticoso centrale che rappresenta la "scia" del mozzo. Tale tubo vorticoso generato dal mozzo è molto simile a ciò che accade nelle turbine eoliche, in cui oltre ai vortici di estremità del tip, è presente uno vicino all'hub che compare ai raggi bassi dove la sezione della pala diventa un cilindro e quindi scompare la portanza.



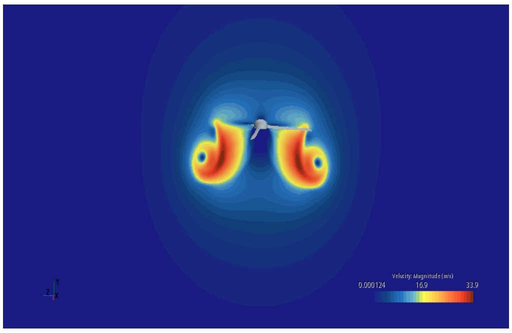
(a) time-step=1



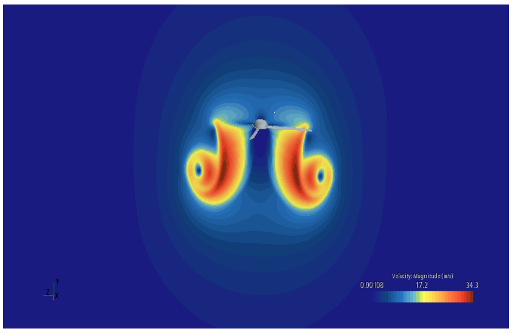
(b) time-step=100



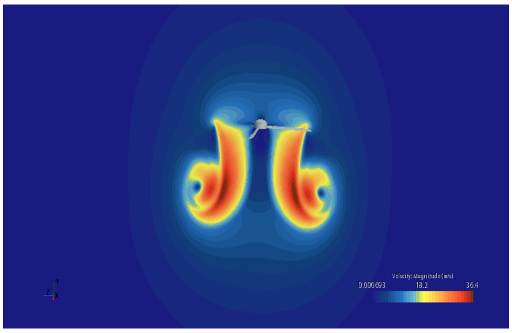
(c) time-step=200



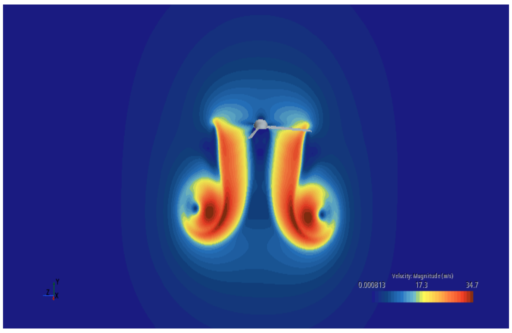
(d) time-step=300



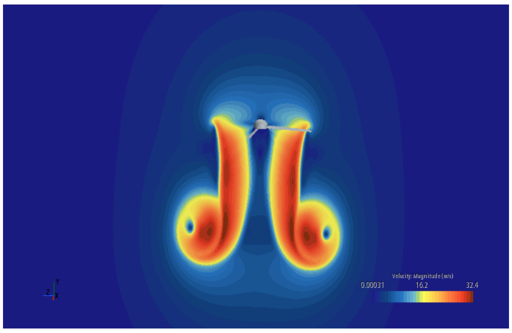
(e) time-step=400



(f) time-step=500



(g) time-step=600



(h) time-step=700

Figura 6.9: Andamento scena scalare velocità

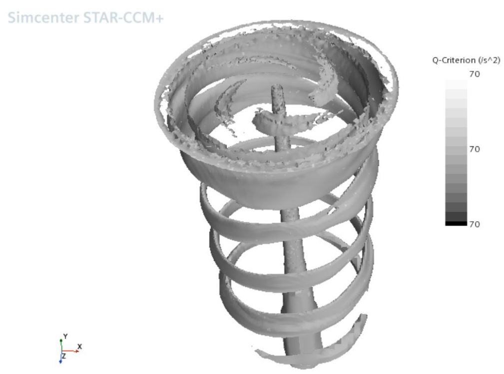


Figura 6.10: Visualizzazione vortici di scia tramite *Q-criterion*

Capitolo 7

Conclusioni

Nel presente lavoro di tesi è stato risolto il campo di moto attorno ad un rotore in condizioni di volo a punto fisso attraverso un'analisi di fluidodinamica computazionale. Il problema di corpo rotante nell'ambito della CFD può essere trattato con metodi differenti. In questo studio si è utilizzato un sistema di riferimento rotante. L'uso della griglia statica è stata preferito a quello della griglia dinamica in quanto permette una netta riduzione di costi computazionali. Trattandosi di una simulazione instazionaria e con dominio di dimensioni non irrilevanti si è dovuto necessariamente porre l'attenzione sul costo computazionale. Questo tipo di studio ha mostrato che l'influenza maggiore sulla convergenza dei risultati è data principalmente dalla dimensione della griglia, si è visto che i modelli di turbolenza analizzati ($k - \omega$ e *Spalart-Allmaras*) non hanno influenza sulla convergenza. Pertanto, è stata rivolta particolare attenzione alla scelta della griglia più opportuna.

Pur avendo ottenuto risultati accettabili ed in linea con quelli attesi, ci sono alcuni aspetti che aprono numerose porte future sullo studio di questo rotore. In primis la simulazione è effettuata in un tempo fisico di dieci rivoluzioni, tuttavia sarebbe opportuno far continuare la simulazione, in modo da compiere almeno trenta rivoluzioni. Questo porterebbe il numero totale delle iterazioni da 5000 a 15000, in modo che nelle prime 5000 iterazioni si permetta ad eventuali transitori di estinguersi totalmente.

Nell'ottica della riduzione del costo computazionale si sarebbe potuto ridurre il dominio sfruttando l'interfaccia periodica. Questa scelta non è stata presa in quanto si è voluto restare coerenti con gli studi presenti in bibliografia sul rotore oggetto di analisi, in vista anche di sviluppi futuri in cui si introdurrà la fusoliera.

Un altro possibile sviluppo riguarda la modellizzazione della turbolenza, in particolare si potrebbero testare e confrontare diversi modelli di transizione da flusso laminare a turbolento.

Infine una fase successiva potrebbe riguardare lo studio della configurazione completa di fusoliera in modo da potersi confrontare direttamente con i dati sperimentali disponibili. Questo potrebbe essere utile anche al fine di validare ulteriormente i risultati ottenuti, e capire se il modello di set-up utilizzato sia effettivamente valido.

Bibliografia

[1] Physic models in star-ccm+. *Theansweris27.com*.

[2] G. N. Barakosb A. Jimenez-Garciaa. Numerical simulations on the psp rotor using hmb3. In *Enlighten – Research publications by members of the University of Glasgow*, Glasgow, UK, December8, 2017.

[3] Dr. Preston B. Martin Austin D. Overmeyer. Measured boundary layer transition and rotor hover performance at model scale. In *American Institute of Aeronautics and Astronautics,*, Hampton, USA.

[4] Jiri Blazek. *Computational fluid dynamics: principles and applications*. Butterworth-Heinemann, 2015.

[5] Martina Giaveno. Analisi cfd di resistenza di un'imbarcazione da canottaggio. M. eng. thesis, Politecnico di Torino, Torino, Italia, December 2018.

[6] B.Thornber H.S.Park, D.Linton. Cfd simulation of flow around robin-mod7 fuselage with psp rotor using an immersed boundary method. In *Vertical Flight Society's 78th Annual Forum Technology Display, Ft. Worth,*, Texas, USA, May10-11, 2022.

[7] Andrea Manavella. *Validazione delle prestazioni di eliche a bassi numeri di Reynolds tramite analisi CFD e modelli di ordine ridotto*. Tesi di laurea, Politecnico di Torino, 2020/2021.

[8] Giuseppe Mangialomini. Principi di funzionamento e caratteristiche delle eliche. 2014.

[9] Luca Menna. *Progetto preliminare di eliche libere e intubate per velivoli ultraleggeri*. Tesi di laurea, Università di Pisa, 2012/2013.

[10] Vincenzo Modica. *Set-up ed analisi fluidodinamico-numerica per una pala di nuova concezione*. Tesi di laurea, Politecnico di Torino, 2021/2022.

[11] Savino Pontino. Analisi rans bidimensionale e tridimensionale per la palettatura di una turbina aeronautica. M. ing. tesi, Politecnico di Torino, Torino, Italia, 2020-2021.

[12] Luca Raiola. Topological optimization of a drone propeller using commercial cfd code. M. ing. tesi, Politecnico di Torino, Torino, Italia, 2019-2020.

[13] Tognaccini Renato. *Lezioni di Aerodinamica dell'ala rotante*. Università degli Studi di Napoli Federico II.

[14] Austin R. Schenk. Computational investigation of the effects of rotor-on-rotor interactions on thrust and noise. M. eng. thesis, Brigham Young University, Provo, Utah, January 2020.

[15] Siemens. *Simcenter STAR-CCM+ Documentation Version 2022.1*, 2022.

[16] Alejandra Uranga, Per-Olof Persson, Mark Drela, and Jaime Peraire. Implicit large eddy simulation of transitional flows over airfoils and wings. In *19th AIAA Computational Fluid Dynamics*, page 4131. 2009.

[17] Lian-Zhou Wang, Chun-Yu Guo, Yu-Min Su, and Tie-Cheng Wu. A numerical study on the correlation between the evolution of propeller trailing vortex wake and skew of propellers. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 10(2):212–224, 2018.