

# POLITECNICO DI TORINO

Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Aerospaziale



Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea Magistrale

## Analisi Arbitrary Lagrangian Eulerian della fontana del Nettuno a Firenze sottoposta a carichi esplosivi

*Relatore*

Marco Domaneschi

*Correlatore*

Marco Tanganelli

*Candidato*

Piermatteo Cicolini



*Dedica*

# Ringraziamenti

# Indice

Abstract	pag. 6
Capitolo 1	pag. 8
1.1 Definizioni di Base	pag. 6
1.2 L'onda d'urto	pag. 13
1.3 Reazioni Chimiche	pag. 16
1.4 Configurazioni di Carico	pag. 20
1.5 Stima dei danni	pag. 25
Capitolo 2	pag. 28
2.1 Calcolo scalato	pag. 29
2.2 TNT equivalente	pag. 32
2.3 Fase positiva dell'onda d'urto	pag. 34
Capitolo 3	pag. 39
3.1 Il metodo ALE	pag. 40
3.2 Metodi impliciti vs metodi espliciti	pag. 41
3.3 Modello numerico	pag. 44
3.4 Mesh size sensitivity	pag. 48
3.5 Keyword Load_Blast_Enhanced	pag. 49
Capitolo 4	pag. 52
4.1 Risultati del metodo ALE	pag. 53
4.2 Verifica dei risultati	pag. 56
Capitolo 5	pag. 60
5.1 Conclusioni	pag. 61
5.2 Sviluppi futuri	pag. 61
Bibliografia	pag. 64

# Abstract

Il presente lavoro di tesi si pone l'obiettivo di studiare e modellare la detonazione di una carica esplosiva con un approccio numerico e analitico. Si è partiti da un'indagine compiuta sulla statua del Nettuno sita in piazza della Signoria, a Firenze [1].

Il *case study* è frutto di un'iniziativa dell'Università di Firenze avente l'obiettivo di tutelare il patrimonio artistico e culturale del nostro Paese: ci si interroga dunque su quali sarebbero gli effetti sull'opera nel caso di attentato terroristico, così da predire i danni e trovare eventuali misure di mitigazione o messa in sicurezza.

Nel lavoro precedente l'attenzione è stata posta sugli effetti generati dall'onda d'urto generata dall'esplosione di una carica di 45 kg di TNT posti sulla balaustra appena fuori dalla balastra a 8,8 m dal target, come mostrato in fig. 1 [1].

Data la complessità della geometria, per ottenere un modello numerico della statua è stato necessario effettuare una scansione laser che ha permesso di risalire ad un modello geometrico e infine ad una mesh, come mostrato in figura 2 [1].

I carichi di pressione sono stati invece stimati con le formule semi-empiriche che verranno esposte nel capitolo 2.

Si vuole ora proseguire l'indagine costruendo un modello numerico che simuli l'esplosione della carica di 45 kg di TNT: questo consente di svincolarsi dai limiti delle formulazioni semi-empiriche aumentando l'accuratezza dell'analisi.

In questa sede ci si è limitati ad ottenere il carico di pressione in funzione del tempo, senza soffermarsi né sull'analisi dei danni né su eventuali misure di mitigazione.



# Capitolo I

## Fisica del fenomeno

## 1.1 Definizioni di base

Per esplosione è da intendersi ogni fenomeno caratterizzato da una brusca trasformazione chimico-fisica, anche di combustione, che produce un aumento della pressione e/o della temperatura (onda di pressione e gradiente di temperatura secondo la UNI EN 1127-1), che si verifica in un intervallo di tempo molto breve e con caratteristiche tali da generare un campo di sovrappressione sufficientemente intenso da provocare danni a persone o cose [2]. Le esplosioni possono essere di natura differente (chimica, fisica, nucleare, elettrica...). In questa sede verranno prese in considerazione solamente le esplosioni chimiche, che per definirsi tali devono soddisfare tre caratteristiche [4, 7]:

1. **Reazione esotermica.** Il rilascio di calore genera un incremento di temperatura. Si definisce *temperatura di detonazione* quella raggiunta dopo l'esplosione, che va dai 3447 °C della TNT ai 4277 °C della nitroglicerina.
2. **Alta velocità di avanzamento della reazione**, che è esprimibile come

$$v = k[A]^a[B]^b \quad (1)$$

$a, b$  sono coefficienti da ricavare sperimentalmente. I parametri da cui dipende la velocità di reazione sono:

- *Temperatura*  
La legge di Arrhenius afferma che

$$k = k_0 e^{-\frac{\Delta E}{RT}} \quad (2)$$

La velocità aumenta all'aumentare della temperatura. Se la reazione è esotermica

$$q > 0 \rightarrow T \uparrow \rightarrow k \uparrow \rightarrow q \uparrow$$

Quindi il processo si autoalimenta portando ad un vertiginoso incremento della temperatura.

- *Concentrazione dei reagenti*
- *Area della superficie di contatto tra i reagenti*
- *Presenza di catalizzatori*

3. **Presenza di gas nei prodotti di reazione.** I gas espandono quanto T aumenta. L'aumento è dovuto al rilascio di calore innescato dalla reazione esotermica.

Mentre la natura endotermica o esotermica e la presenza di prodotti gassosi dipendono intrinsecamente dal tipo di reazione, la sua velocità di propagazione come visto è funzione di alcuni parametri e quindi può variare. Accade dunque che alcune sostanze possano bruciare o esplodere a seconda di come sono costrette nell'ambiente; basta pensare alla benzina, la quale brucia in una lampada da saldatore e invece esplose nei cilindri delle macchine a scoppio. Per fare un altro esempio, dando fuoco ad un grosso blocco di carbone questo tenderà a bruciare lentamente, ma se viene ridotto in polvere e miscelato con il nitrato di potassio (dando così origine alla *polvere nera*) diventa un esplosivo.

E' possibile individuare due grandi famiglie di reazioni esotermiche che possono dar luogo ad un'esplosione:

- *Reazione omogenea*: la stessa reazione avviene contemporaneamente in tutto il materiale esplosivo. Questo tipo di esplosione si chiama *runaway reaction*, e si verifica quando un reattore all'interno del quale avviene una reazione esotermica non viene correttamente refrigerato. Ricordando la (2), se la reazione è esotermica

$$q > 0 \rightarrow T \uparrow \rightarrow k \uparrow \rightarrow q \uparrow$$

L'aumento incontrollato della temperatura porta ad un aumento della pressione

$$p = nR^*T \quad (3)$$

che porta all'esplosione del reattore.

- *Reazione eterogenea*: la reazione si innesca in un punto preciso, e si propaga dando luogo a nuovi processi di reazione in regioni che prima non erano state interessate dal fenomeno. La regione in cui avviene la reazione si definisce *fronte di propagazione*. Esso ha uno spessore molto piccolo (dell'ordine dei millimetri) ma si muove estremamente velocemente.

Le reazioni eterogenee a loro volta si possono classificare in base alla velocità di avanzamento della reazione. Si distingue tra:

- *Deflagrazione*: la velocità di avanzamento della reazione è minore della velocità del suono nel mezzo in cui la reazione si propaga

$$v < a$$

Si crea un'onda di pressione, che genera un graduale aumento del picco di pressione, il quale si muove attraverso il mezzo circostante, e che a parità di energia equivalente risulta inferiore a quello creato da un'esplosione detonante [2]. L'onda di pressione precede sempre il fronte di reazione.

- *Detonazione*: la velocità di avanzamento della reazione è maggiore della velocità del suono nel mezzo in cui la reazione si propaga

$$v > a$$

Le velocità di detonazione vanno dai 9,4 km/s dell'HMX fino agli 1,5 km/s delle gelatine a basso tenore di nitroglicerina.

L'onda d'urto, una discontinuità di pressione, temperatura ed entropia che si propaga radialmente verso l'esterno della sorgente in tutte le direzioni, causa un immediato aumento del picco di pressione che si muove attraverso l'aria circostante []. In questo caso il fronte di reazione precede l'onda d'urto.

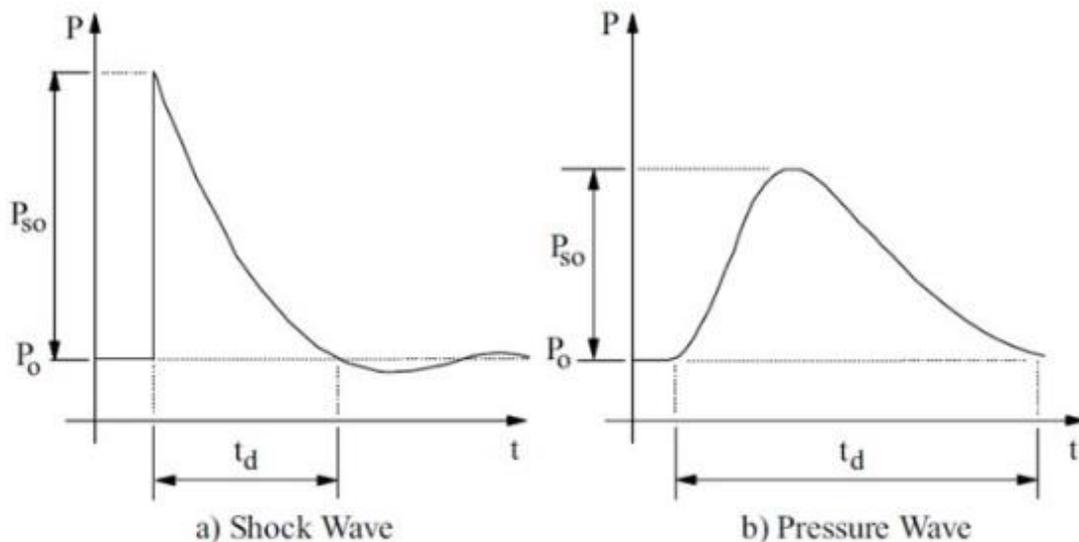


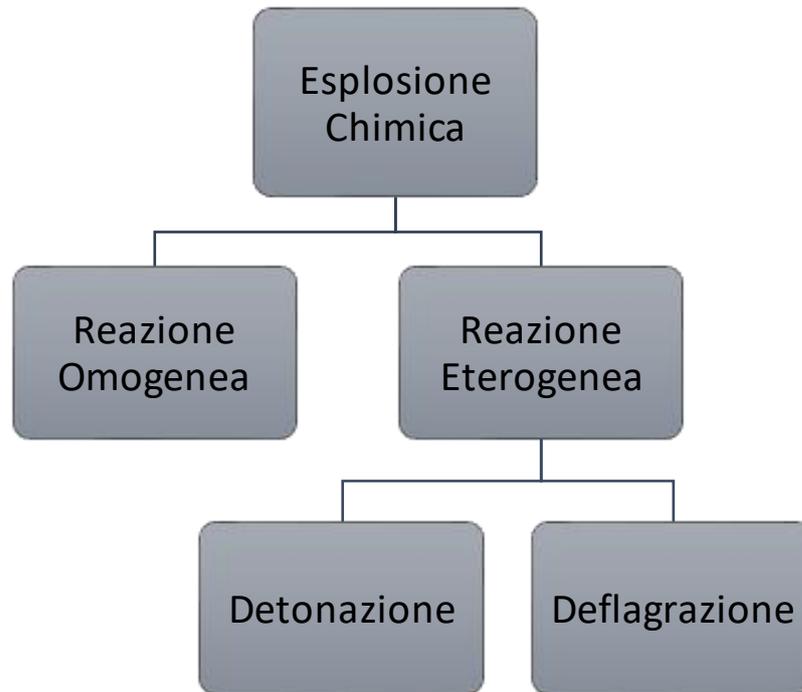
figura 1.1 – onda d'urto e onda di pressione [56]

Nelle detonazioni si raggiungono tipicamente picchi di pressione maggiori in tempi minori rispetto alle deflagrazioni, ed è per questo che i danni causati a cose o persone risultano più catastrofici.

Alcune sostanze possono deflagrare o detonare a seconda delle condizioni al contorno (tipo di innesco, temperatura...). Ne è un esempio la miscela ossido di etilene-aria, che detona se innescata da una precedente esplosione, deflagra se innescata con una scintilla. Un

esplosivo deflagrante come la polvere nera può detonare se fortemente innescato, mentre un esplosivo detonante come la dinamite può deflagrare se stimolato con un innesco troppo debole [2].

Lo schema seguente riassume quanto esposto fino ad ora.



In questa sede si andrà a studiare un'esplosione detonante di TNT in aria, pertanto viene sempre generata un'onda d'urto accoppiata al fronte di propagazione della reazione

Gli esplosivi detonanti si dividono in:

- *Primari*

E' molto facile innescare la reazione chimica che origina l'esplosione, ad esempio tramite una sollecitazione meccanica (urto, compressione...) oppure mediante una sollecitazione termica (calore, scintilla...). Esempi di esplosivi primari sono il fulminato di mercurio, l'azoto idratato e lo stinonato di piombo.

- *Secondari*

La reazione ha un'energia di attivazione molto elevata. Per questa ragione è necessario predisporre un detonatore.

Gli esplosivi primari vengono utilizzati nei detonatori degli esplosivi secondari per dare origine alla reazione a catena che porta alla detonazione.

## 1.2 L'onda d'urto

Come già detto, a seguito di una detonazione chimica si formano un'onda d'urto e un fronte di reazione. Quest'ultimo viene analizzato nel dettaglio nel paragrafo 1.3, adesso ci si concentra sull'onda d'urto che a seconda della tipologia di carico esplosivo e delle condizioni al contorno può avere solitamente forma sferica, semisferica o cilindrica. Nel grafico seguente viene mostrato l'andamento della pressione in funzione del tempo per una esplosione tipo [11, 12]:

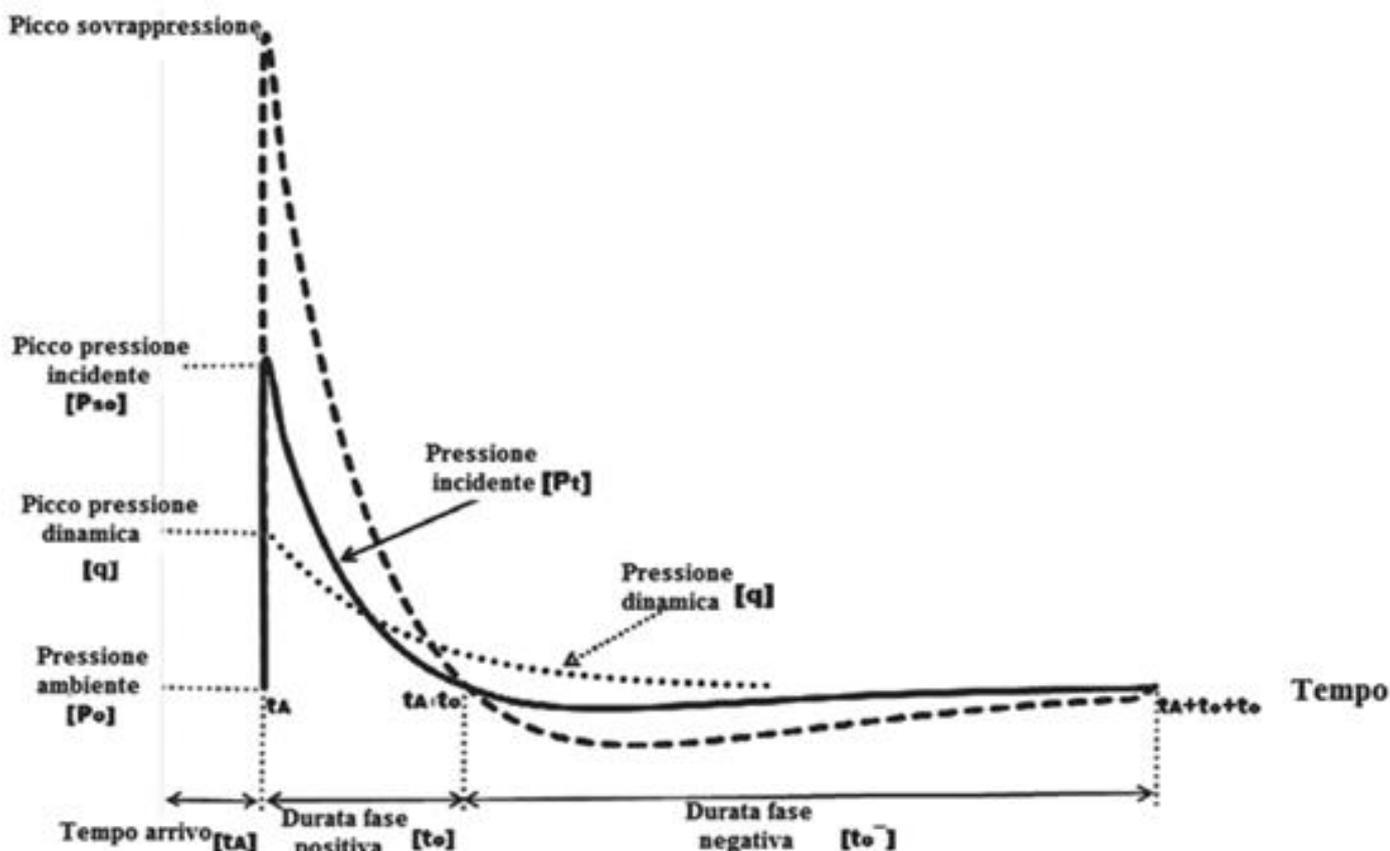


figura 1.2 – andamento della pressione nel tempo [59]

Si possono distinguere:

- Il *picco di sovrappressione incidente*  $p_s$ . Questa è la discontinuità di pressione trasportata dall'onda d'urto.
- Il *picco di sovrappressione riflessa*  $p_r$ . L'onda incidente può interagire con le superfici solide del target, di conseguenza si genera un'onda riflessa e la pressione risultante sarà maggiore di quella incidente. Inoltre a seconda delle condizioni al contorno, ovvero di dove la carica esplosiva (al suolo, all'interno di un locale chiuso...), si possono verificare delle riflessioni già prima che l'onda raggiunga il target: il fronte d'onda infatti interagisce con

questi vincoli esterni e viene riflesso, generando dei campi di moto piuttosto complessi. E' questo il caso di una carica che esplose al livello del suolo, come quello che interessa studiare nel presente lavoro. Per una trattazione più dettagliata delle onde di riflessione si rimanda al paragrafo 1.5.

- Il *picco di pressione dinamica*  $q$ . La pressione dinamica è legata alle forze aerodinamiche che si scaricano sugli edifici, quindi può avere in alcuni casi un ruolo importante nella valutazione del danno. Si rimanda al paragrafo 1.6
- Il *tempo di arrivo*  $t_a$ , ossia il tempo che intercorre tra la detonazione e l'arrivo del fronte d'onda.
- La *durata della fase positiva*  $t_0$ , in cui  $p > p_{amb}$ . Questa è la fase in cui si concentrano la maggior parte dei danni.
- La *durata della fase negativa*  $t_0^-$ , in cui  $p < p_{amb}$ . Il rapido avanzamento del fronte d'onda lascia dietro di sé una zona di depressione: raggiunto il picco, la pressione decade rapidamente fino a portarsi a valori inferiori della pressione ambiente. La fase nella quale  $p < p_{atm}$  è detta *fase negativa*. Talvolta si può manifestare un picco secondario, generato dal risucchio di gas indotto dalla fase negativa. Questo picco secondario è comunque molto inferiore se comparato a quello principale, e tuttavia causerà a sua volta una fase di decadimento della pressione cui segue una seconda fase negativa, che potrà indurre un terzo picco e così via. Si innesca quindi un'oscillazione libera smorzata della pressione.

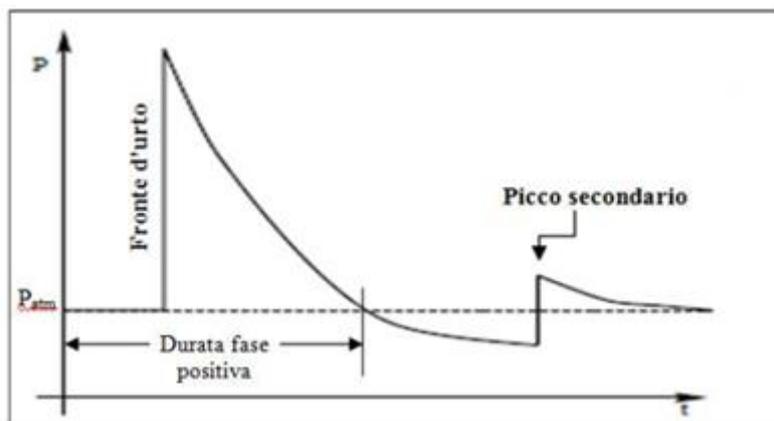


figura 1.3 – picco principale e picco secondario

Man mano che l'onda si propaga, la sua intensità diminuisce perché la potenza resta al più costante ma la superficie su cui si distribuisce aumenta nel tempo

$$I = \frac{P}{\Sigma} \quad (3)$$

Nel caso di onda sferica

$$\Sigma = 4\pi r^2$$

per cui

$$r \uparrow \rightarrow \Sigma \uparrow \rightarrow I \downarrow$$

Questo fenomeno è detto *attenuazione di spazio libero*. Per di più una frazione della potenza cinetica delle particelle viene dissipata sotto forma di calore. In figura 1.4 si può notare come l'ampiezza del picco di sovrappressione diminuisca col tempo.

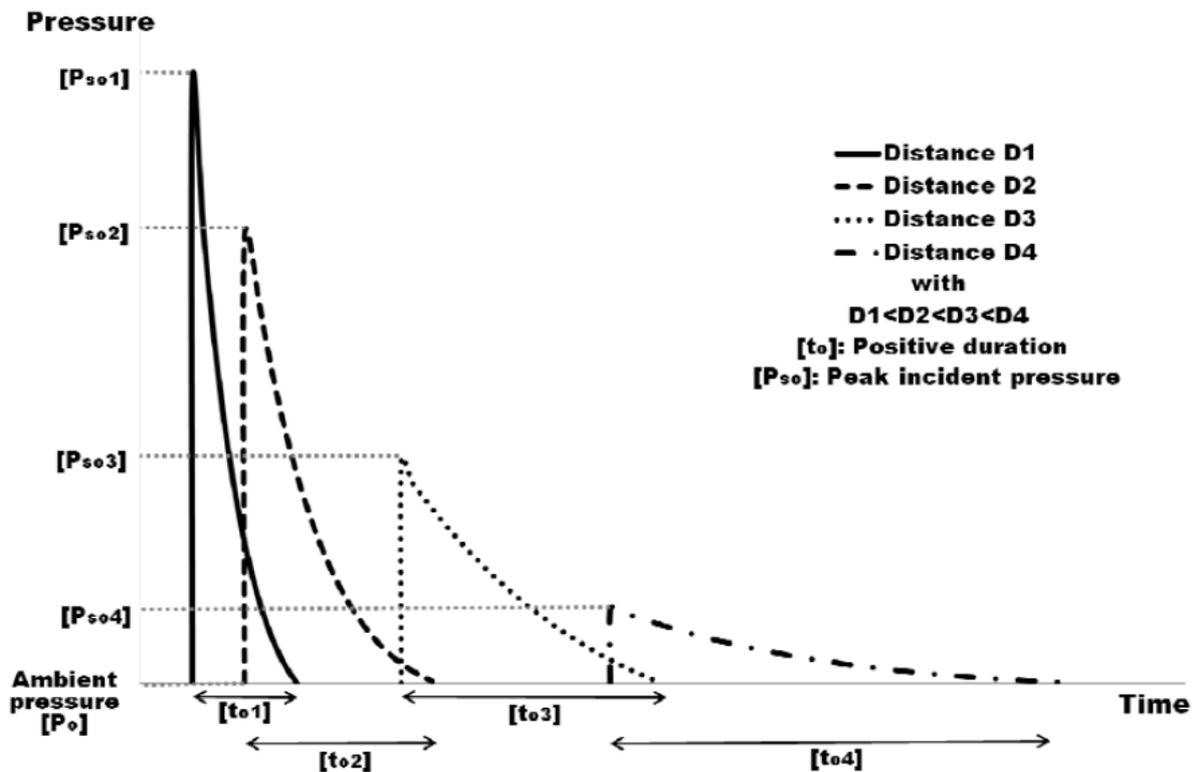


figura 1.4 – evoluzione del picco di pressione nel tempo [59]

Si vuole concludere questo capitolo con una curiosità. L'esistenza della fase negativa, pur non essendo rilevante ai fini della previsione del danno serve a spiegare come mai le strutture investite da carichi esplosivi vengano spesso ritrovate inclinate verso il punto di origine della detonazione.

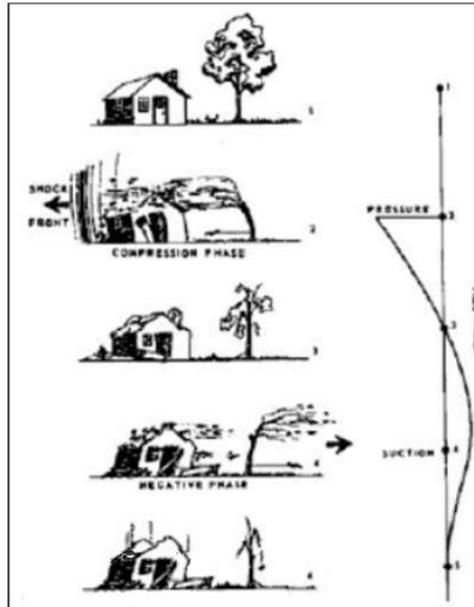


figura 1.5 – effetti dell'onda d'urto su un edificio

### 1.3 Reazioni chimiche

In linea teorica una qualsiasi reazione esotermica che rispetta i tre requisiti esposti nel paragrafo 1.1 può generare un'esplosione. Nella pratica le reazioni impiegate sono di due tipi: combustione e decomposizione [4, 7, 9]. Queste possono avvenire in maniera omogenea o eterogenea. Per le ragioni esposte nel paragrafo 1.1 in questa sede ci si occupa delle reazioni eterogenee di combustione e dissociazione.

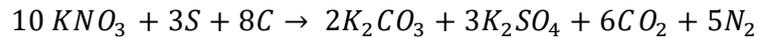
#### ○ COMBUSTIONE

Dato che la reazione è eterogena, questa ha origine in un punto preciso e poi si propaga radialmente. Il fronte di propagazione della reazione viene definito *fronte di fiamma*.

Non è sufficiente che una combustione sia eterogenea affinché dia luogo ad un'esplosione: bisogna avere anche un'alta velocità di propagazione della reazione, che è influenzata dai quattro parametri visti nel paragrafo 1.1. Da un punto di vista chimico un processo ossidativo che avviene in mesi o anni (es. arrugginimento del ferro), una combustione che avviene in pochi secondi (es. fiamma) o un'esplosione che avviene in un tempo dell'ordine dei millisecondi (es. detonazione) sono del tutto equivalenti. Quello che cambia è la velocità di avanzamento della reazione: nell'esplosione la velocità di avanzamento è estremamente rapida.

Il primo esplosivo ad essere utilizzato dall'uomo è stata la *polvere nera*, una miscela composta da carbone di legno in polvere, nitrato di potassio e zolfo. I dosaggi possono variare, e a seconda di questo varia la stechiometria della

reazione. Facendo riferimento al dosaggio inglese (15% C, 10% S, 75%  $KNO_3$ ) la reazione è la seguente:



Il carbonio e lo zolfo fungono da combustibile, mentre il salnitro è il comburente. Lo zolfo abbassa leggermente la velocità di reazione ma permette di ottenere temperature più elevate.

Negli esplosivi è necessario aggiungere un comburente, questo perché l'ossigeno molecolare presente nell'aria per legarsi al combustibile deve prima trasformarsi nel suo complesso attivato. Nei comburenti la barriera energetica che consente all'ossigeno di liberarsi è molto bassa. Inoltre nell'esplosione si cerca di massimizzare la velocità di reazione, e quindi bisogna massimizzare la probabilità che il combustibile urti una molecola di comburente pronta per legarsi. Più la frazione di comburente è alta, maggiore è la probabilità di collisione. Questa è la ragione per cui in aria libera una combustione raramente dà origine ad una detonazione [9].

Se l'ossigeno presente nell'esplosivo è sufficiente ad ossidare tutto il combustibile, si parla di bilancio di ossigeno nullo. Il bilancio è positivo se c'è più ossigeno di quello necessario, viceversa il bilancio si direbbe negativo.

Ci si sofferma ora brevemente sulle condizioni che permettono alla combustione di propagarsi. *fire triangle*, ossia una fonte di innesco.

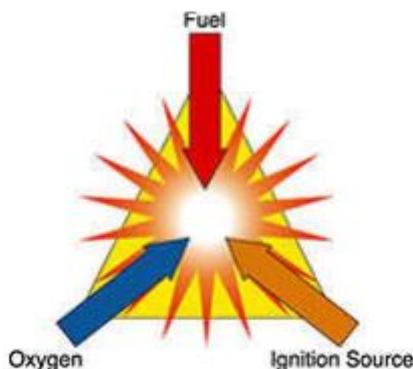


figura 1.6 – *fire triangle*

La maggior parte delle combustioni avviene in fase gassosa: anche se il combustibile è liquido (o solido), avviene prima una evaporazione (o sublimazione) e poi la combustione. Affinché la reazione si inneschi il triangolo del fuoco potrebbe non essere sufficiente. Bisogna infatti guardare due parametri fondamentali [4, 7]:

- la composizione della miscela combustibile-comburente
- la temperatura

in basso è riportato un diagramma che riporta le tre regioni “safe”, “campo di infiammabilità” e “campo di detonazione” al variare della concentrazione per la miscela idrogeno-vapore.

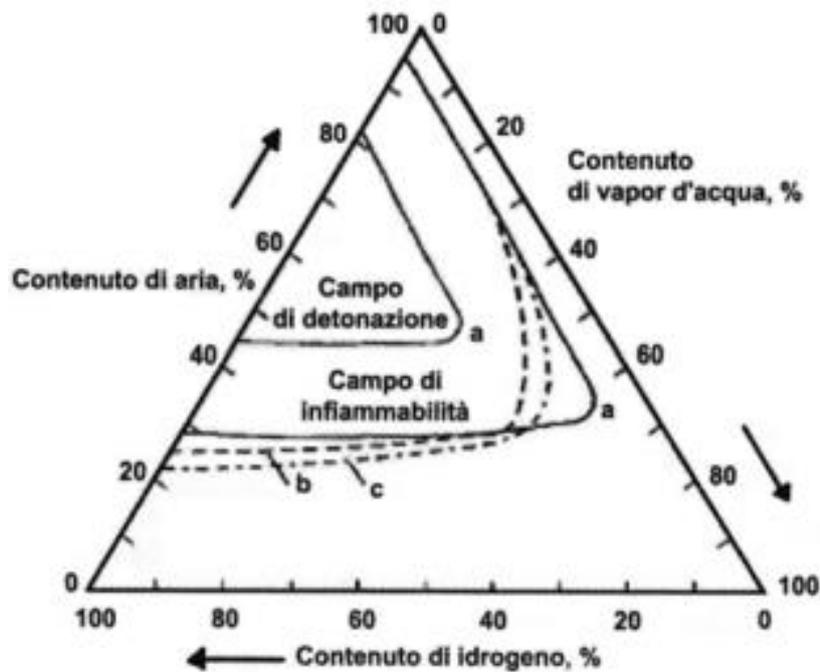


figura 1.7 – diagramma di infiammabilità idrogeno + aria umida [57]  
 Nel diagramma seguente sono riportate le curve di *minimum ignition energy* in funzione della concentrazione di alcune miscele aria-fuel:

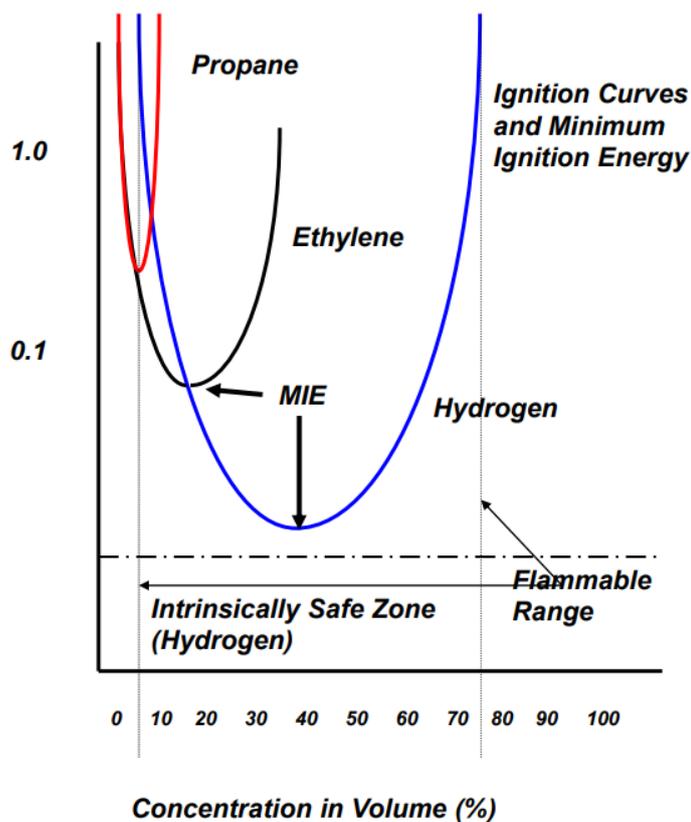


figura 1.8 – diagramma di infiammabilità di alcune sostanze

Oltre alla concentrazione di combustibile e comburente, anche la temperatura gioca un ruolo fondamentale.

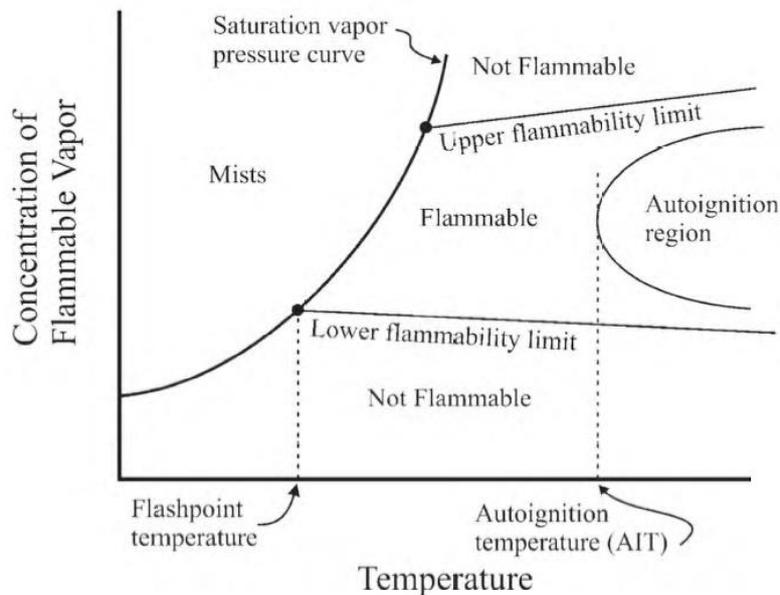
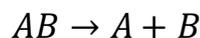


figura 1.9 – diagramma di infiammabilità in funzione di  $T$

La figura 1.9 non fa riferimento ad una specifica miscela, ma mostra solamente come al variare della temperatura e della concentrazione la reazione possa variare completamente.

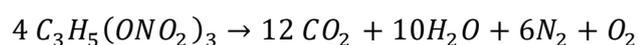
○ DECOMPOSIZIONE

In questo caso la molecola originaria si scinde in molecole più piccole e stabili [4, 7]. La più semplice delle reazioni di decomposizione può essere schematizzata come segue:



Solitamente queste reazioni sono endotermiche: la rottura dei legami richiede energia e la reazione non è spontanea. Accade però che alcuni composti siano altamente instabili, in quel caso bastano delle piccolissime perturbazioni per avviare una reazione a catena che porta la molecola a scindersi nei suoi componenti più stabili. Se la reazione è sufficientemente rapida e la maggior parte dei prodotti di reazione sono allo stato gassoso, allora tutti e tre i requisiti elencati nel paragrafo 1.1 sono rispettati: si verifica un'esplosione.

Un esempio di esplosivi in cui avviene questo tipo di reazione sono la nitroglicerina e la TNT. La reazione di decomposizione della nitroglicerina è:



La reazione di decomposizione della TNT è



La grande differenza tra la TNT e la nitroglicerina risiede nella differente energia di attivazione che innesca la reazione di decomposizione. Nel primo caso è alta, il che rende la TNT relativamente sicura da manipolare se si evita il contatto diretto con la pelle e con le sue polveri. Per la nitroglicerina invece l'energia di attivazione è estremamente bassa, il che ne complica l'uso ed il trasporto. Per questa ragione non viene usata pura ma sotto forma di dinamite.

Come nel caso della combustione, anche qui c'è un fronte di reazione che si propaga finché tutti i reagenti vengono convertiti nei prodotti. A quel punto la reazione si arresta e rimane solo l'onda d'urto.

## 1.4 Configurazioni di carico

Le esplosioni possono essere classificate sulla base delle condizioni al contorno. Si differenziano 2 famiglie principali [20, 21]:

- **Esplosioni confinate.** Avvengono in un locale totalmente o parzialmente chiuso. In questo caso i picchi di sovrappressione saranno estremamente più alti, poiché amplificati dalla riflessione contro le pareti della struttura. Inoltre le elevate temperature e l'accumulo dei gas all'interno del locale può portare al collasso e indurre una seconda esplosione di natura non più chimica, ma fisica. La presenza di aperture riduce le riflessioni e consente ai gas di evacuare, riducendo così le sollecitazioni. Le pressioni che propagano verso l'esterno della struttura vengono definite *pressioni di dispersione*, quelle associate all'accumulo di gas *pressioni gassose* mentre le onde d'urto generate dalla riflessione contro le pareti prendono il nome di *shock interni*.
- **Esplosioni non confinate.** Avvengono in un ambiente aperto. In questa sede ci si occupa solamente delle esplosioni non confinate, che a loro volta possono essere divise in tre categorie:
  - Esplosione in aria libera

In questo caso l'onda incidente interagisce solamente con il target. Si verifica una *riflessione regolare*, come mostrato in fig. 1.10.

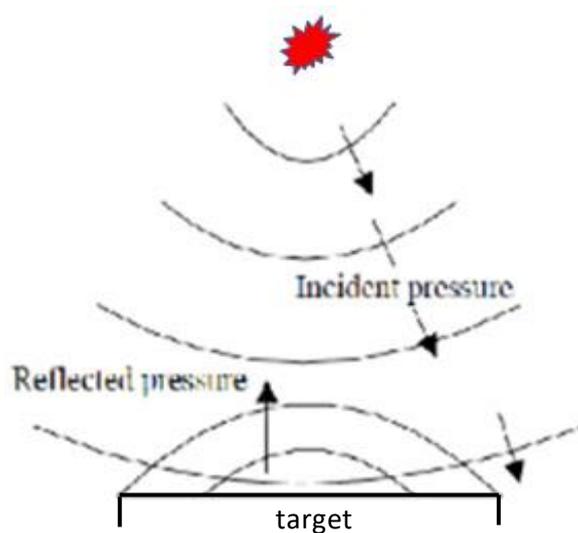


figura 1.10 – esplosione in aria libera [53]

Il picco di pressione riflessa nel caso di incidenza nulla è calcolabile con la formula di Smith:

$$p_r = C_r p_i \quad (4)$$

Dove  $C_r$  è definito *coefficiente di riflessione*, ed è funzione dell'incidenza  $\alpha$  che verrà definita a breve. Nell'esplosione in aria libera è possibile assumere

$$\alpha \approx 0 \rightarrow C_r \approx \text{cost}$$

Per  $\alpha = 0$

$$C_r = 3 \sqrt[4]{p_i} \quad (5)$$

○ Esplosione ad una certa altezza dal suolo

Per comprendere ciò che avviene occorre innanzitutto definire l'angolo di incidenza  $\alpha$  e l'angolo di incidenza critica  $\alpha_D$ .  $\alpha$  è l'angolo compreso tra la perpendicolare al terreno passante per l'epicentro dell'esplosione e la congiungente tra l'epicentro ed il punto in cui l'onda incidente raggiunge il suolo. Con  $\alpha_D$  viene indicata l'incidenza critica per cui si verifica la transizione. Questo valore dipende da alcune variabili ma tipicamente cade nell'intervallo

$$40^\circ \leq \alpha_D \leq 50^\circ$$

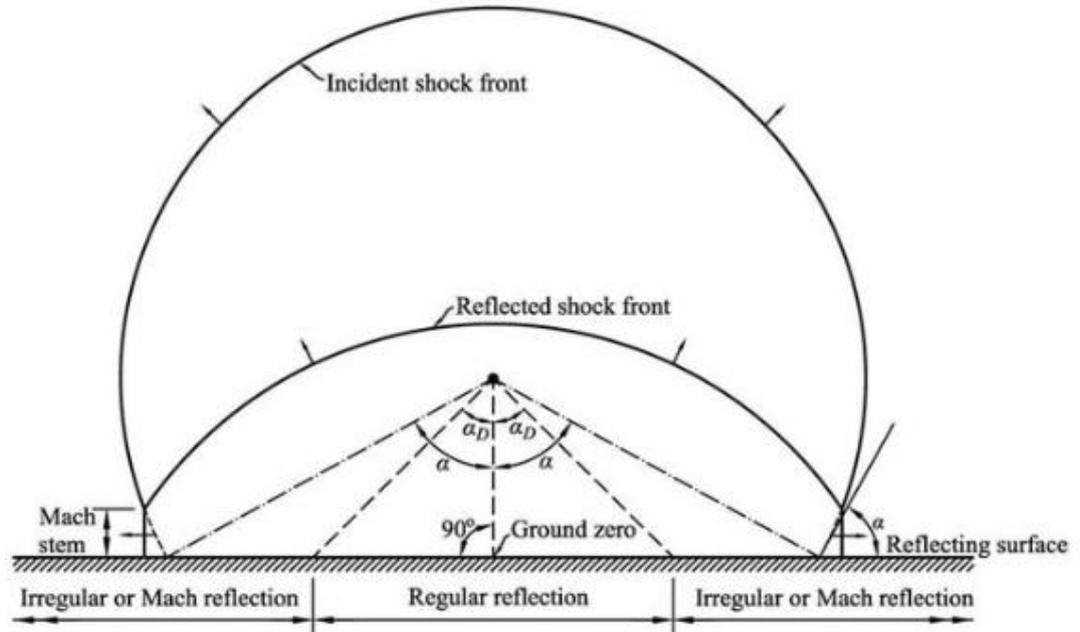
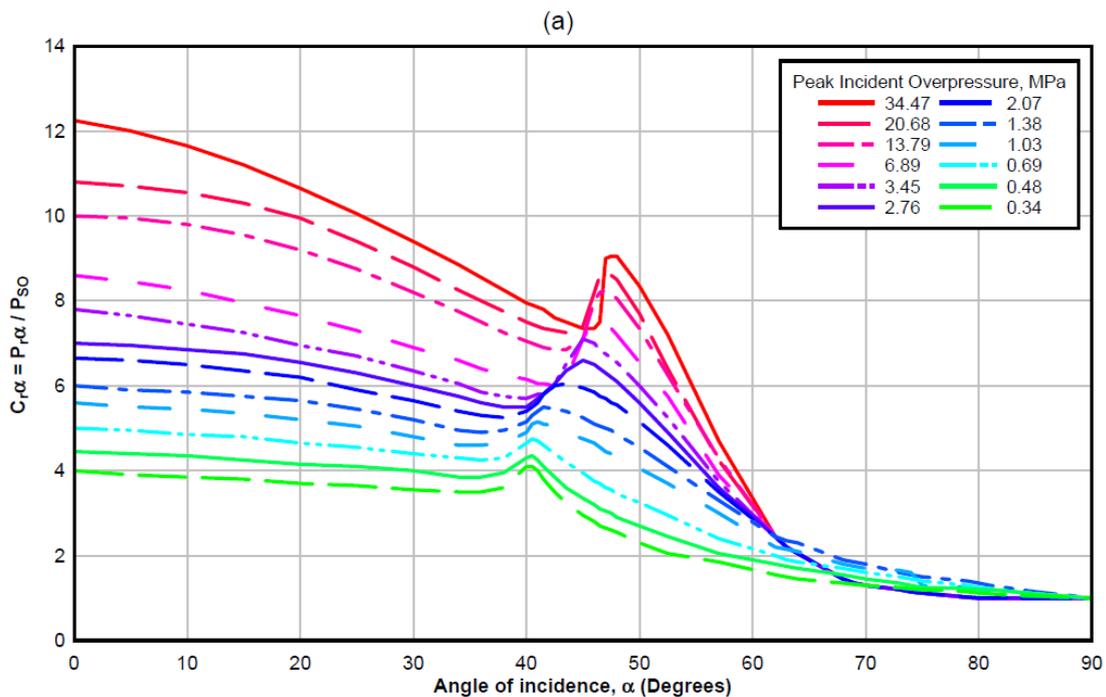


figura 1.11 – regioni di riflessione al variare di  $\alpha$  [6]

Facendo riferimento a figura 1.11, si nota come si formino due regioni distinte, a seconda dell'angolo di incidenza:

- Per  $\alpha < \alpha_D$  si forma una regione di riflessione regolare. Il picco di pressione riflessa è calcolabile sempre mediante la (4). Il coefficiente di riflessione  $C_r$  nel caso  $\alpha \neq 0$  si ricava da opportuni diagrammi, come quello mostrato in figura



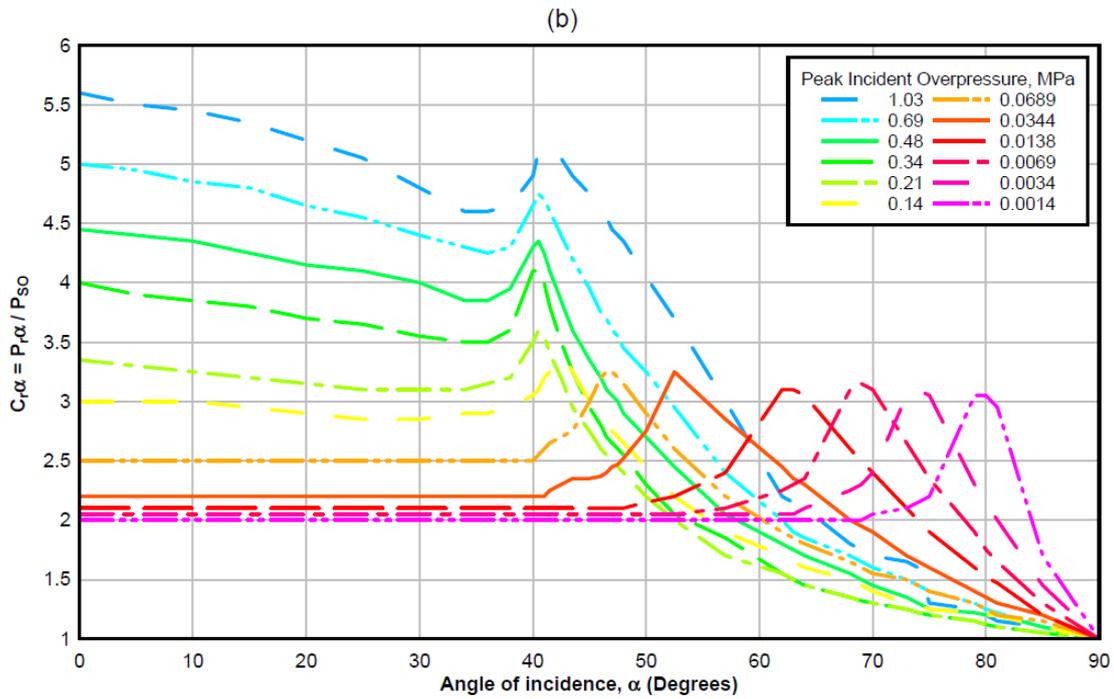


figura 1.12 a, b –  $C_r$  al variare di  $\alpha$  e  $p_s$  [59]

- Per  $\alpha > \alpha_D$  si origina una riflessione di Mach, ossia una regione in cui le onde riflesse si combinano dando luogo ad un *fronte di Mach* [5].

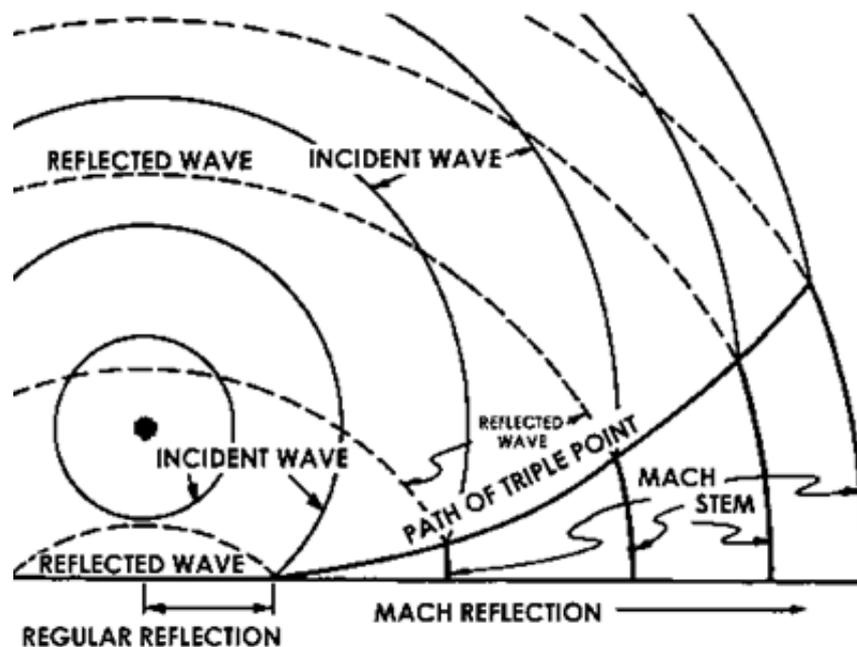


figura 1.13 – onde riflesse e onde incidenti [6]

La figura 1.13 mostra le differenze tra le due regioni di riflessione semplice e di Mach. L'interfaccia tra questi due domini viene chiamata

linea del punto triplo. Esistono dei grafici che permettono di stimare l'altezza del punto triplo, in funzione di alcune grandezze scalate.

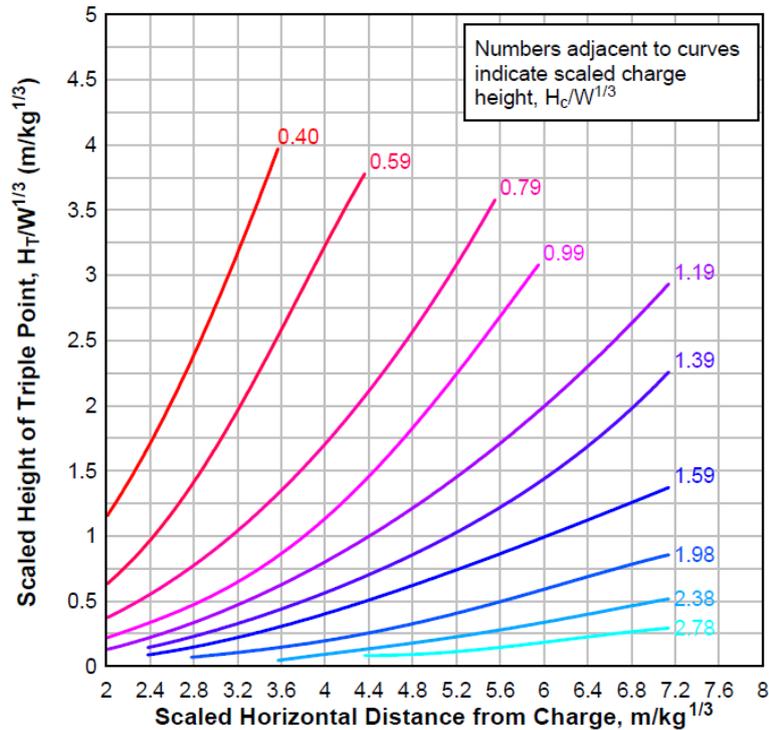


figura 1.13 – altezza del punto triplo [59]

Indicando con  $W$  la massa della carica in libbre, si definiscono i seguenti rapporti:

- $R/W^{1/3}$  [ $ft/lb^{1/3}$ ] è la distanza scalata tra la carica e il punto considerato;
- $H_C/W^{1/3}$  [ $ft/lb^{1/3}$ ] è l'altezza scalata della carica rispetto al suolo;
- $H_T/W^{1/3}$  [ $ft/lb^{1/3}$ ] è l'altezza scalata del punto triplo;

○ Esplosione al suolo

Simile al caso precedente, si forma una regione di riflessione regolare ed una regione di Mach. In quest'ultima il fronte d'onda diventa piano. [3, 5]. La linea del punto triplo si origina esattamente nell'epicentro dell'esplosione. Il modo in cui l'onda viene riflessa quindi non dipende più dall'angolo di incidenza con il suolo (che è pari a  $90^\circ$  ovunque), bensì dall'angolo di incidenza con la linea del punto triplo.

Come nel caso precedente, esistono dei diagrammi che permettono di stimare la sovrappressione e l'altezza del punto triplo in funzione di alcune grandezze scalate.

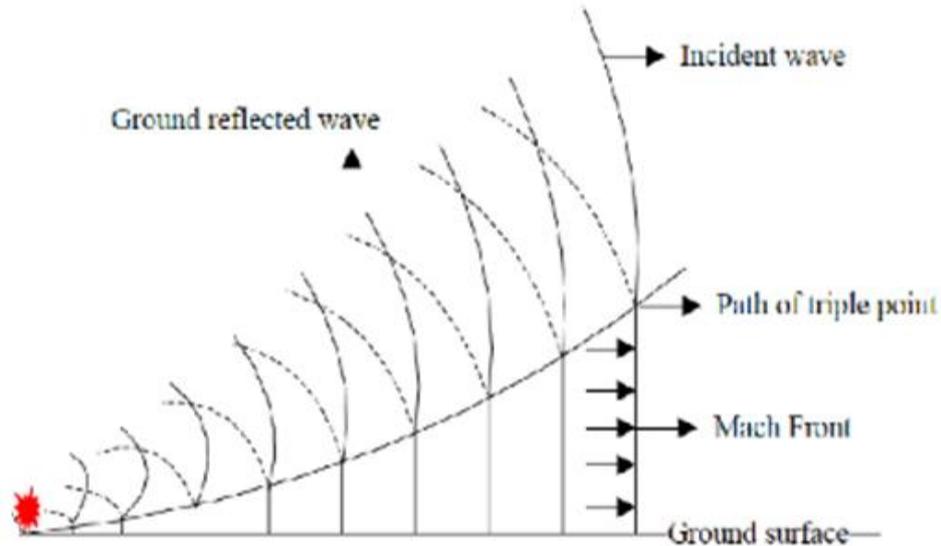


figura 1.14 – esplosione al suolo [53]

Si noti che questa è la configurazione di carico ipotizzata per la statua del Nettuno, che sarà quindi investita da un fronte di Mach.

## 1.5 Stima dei danni

I danni causati dalle esplosioni sono riconducibili al passaggio dell'onda d'urto. La criticità non nasce solamente dall'entità del carico, quanto piuttosto dalla sua natura fortemente dinamica: l'onda d'urto si manifesta in tempi talmente brevi che la struttura non ha il tempo di ridistribuire le tensioni interne. In altre parole, non viene seguito il percorso di carico previsto dal progettista e questo può portare al collasso della struttura. L'impulso associato alla detonazione è definito come

$$i = \int_{t_a}^{t_a+t_0} [p(t) - p_0] dt \quad (6)$$

A riprova del fatto che la criticità del carico esplosivo risieda nella sua impulsività, basti pensare che negli esplosivi con bilancio di ossigeno negativo solo 1/3 dell'energia totale di reazione viene rilasciata durante la detonazione. I restanti 2/3 vengono rilasciati dalla post-combustione (anche detta *afterburning*) dei prodotti secondari che reagiscono con l'ossigeno presente nell'aria. I danni causati da questa post-combustione sono trascurabili se comparati con quelli causati dalla detonazione, perché la combustione pur liberando più energia lo fa in un lasso di tempo molto più lungo (secondi vs millisecondi).

E' possibile stimare il danno noto il picco di sovrappressione, usando delle tabelle come quella qui riportata.

DAMAGE	INCIDENT OVERPRESSURE (kPa)
Typical Glass Window Damage	1.03-1.52
Minor Damage to Some Buildings	3.45-7.60
Panels of Sheet Metal Buckled	7.58-12.41
Failure of Concrete Blockwork	12.41-19.99
Collapse of Wood Framed Buildings	over 34.47
Serious Damage to Steel Framed Buildings	27.58-48.26
Severe Damage to Reinforced Concrete Structures	41.37-62.05
<b>Probable Total Destruction of Most Buildings</b>	<b>68.95-82.74</b>

tabella 1.1 [43]

In altri casi, come per piccoli edifici o strutture intelaiate, il danno non è riconducibile al solo picco di pressione: vanno tenute in conto le forze aerodinamiche indotte dal vento che segue il fronte d'onda. Queste forze sono proporzionali alla pressione dinamica

$$q = \frac{1}{2} \rho V^2 \quad (7)$$

Dove

$$\rho = \text{densità aria}$$

$$V = \text{velocità vento}$$

L'andamento della pressione dinamica in funzione del tempo è riportato in figura 1.2.



# Capitolo II

## Modelli semi-empirici

## 2.1 Calcolo Scalato [10, 12, 15]

Consideriamo un certo tipo di esplosivo. I parametri che caratterizzano un'esplosione dipendono dalla massa e dalla distanza. E' possibile prevedere gli effetti di un'esplosione con un approccio che prende il nome di *calcolo scalato* ed è stato sviluppato in maniera indipendente da Hopkinson [25] e Cranz [26]. La legge *cube-root scaling*, anche detta legge scalata di Hopkinson-Cranz, afferma:

*“Due cariche dello stesso materiale esplosivo, aventi stessa geometria ma di differenti dimensioni che vengono fatte detonare nelle stesse condizioni atmosferiche producono onde d'urto simili se comparate alla stessa distanza scalata”*

Si ipotizzi di considerare una carica sferica. La massa è pari a

$$W = \rho \frac{4}{3} \pi r^3 = \rho \frac{\pi d^3}{6} \quad (8)$$

Due cariche sferiche di dimensioni differenti ma dello stesso materiale avranno la stessa densità, per cui vale la relazione

$$\frac{W_1}{d_1^3} = \frac{W_2}{d_2^3} \quad (9)$$

Posto

$$\lambda = \frac{d_1}{d_2} \quad (10)$$

La (9) diventa

$$\lambda = \left( \frac{W_1}{W_2} \right)^{1/3} \quad (11)$$

Si faccia riferimento a figura 2.1. Indicando con  $R$  la distanza dall'epicentro dell'esplosione, appare intuitivo che due cariche di dimensioni  $d_1$  e  $d_2$  manifesteranno la stessa sovrappressione  $p_s$  ad una distanza rispettivamente  $R_1$  ed  $R_2$ , che stanno nello stesso rapporto

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{d_1}{d_2} = \lambda \quad (12)$$

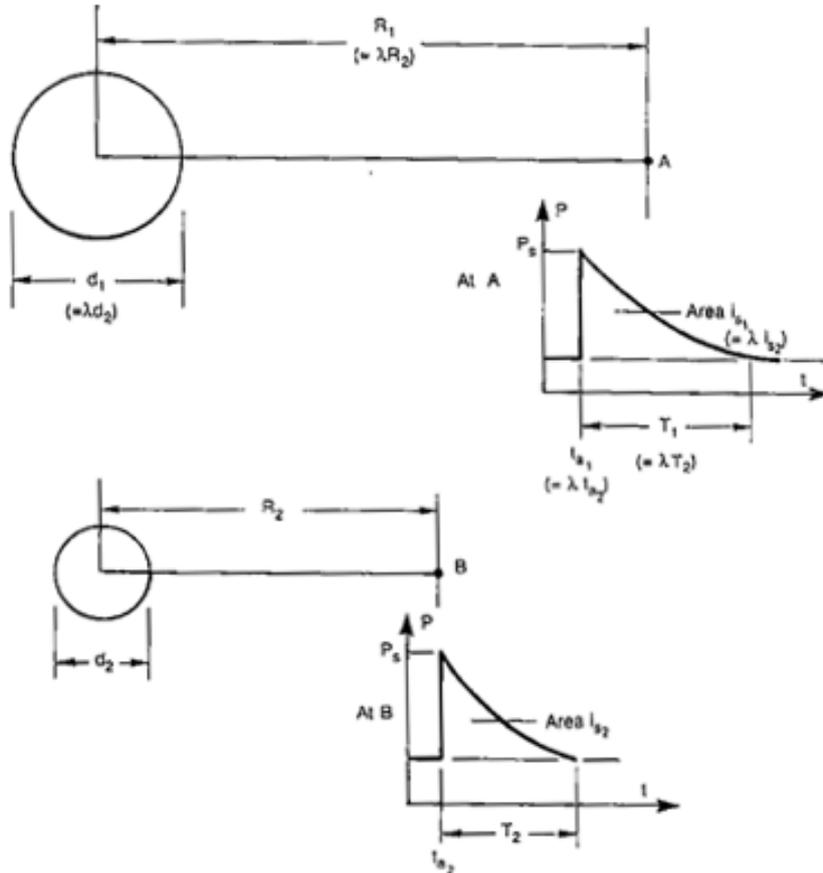


figura 2.1 – distanza scalata [38]

La (11) può essere riscritta come

$$\frac{R_1}{R_2} = \left( \frac{W_1}{W_2} \right)^{1/3} \quad (13.1)$$

o in alternativa

$$\frac{R_1}{W_1^{1/3}} = \frac{R_2}{W_2^{1/3}} \quad (13.2)$$

La *distanza scalata* è definita come il rapporto

$$Z = \frac{R}{W^{1/3}} \left[ \frac{m}{kg^{1/3}} \right] \quad (14)$$

Per quanto detto fino ad ora, si deduce che se  $Z_1 = Z_2$  il picco di sovrappressione è lo stesso, e per analogia lo saranno anche tutte le altre grandezze caratteristiche dell'onda d'urto.

In letteratura sono presenti dei diagrammi che riportano queste grandezze per un dato esplosivo (picco di sovrappressione incidente, tempo di arrivo, durata della fase positiva...) in funzione della distanza scalata  $Z$ . Questi grafici vengono costruiti conducendo delle prove sperimentali ed effettuando misurazioni con una massa  $W$  costante al variare della distanza  $R$  dall'epicentro.

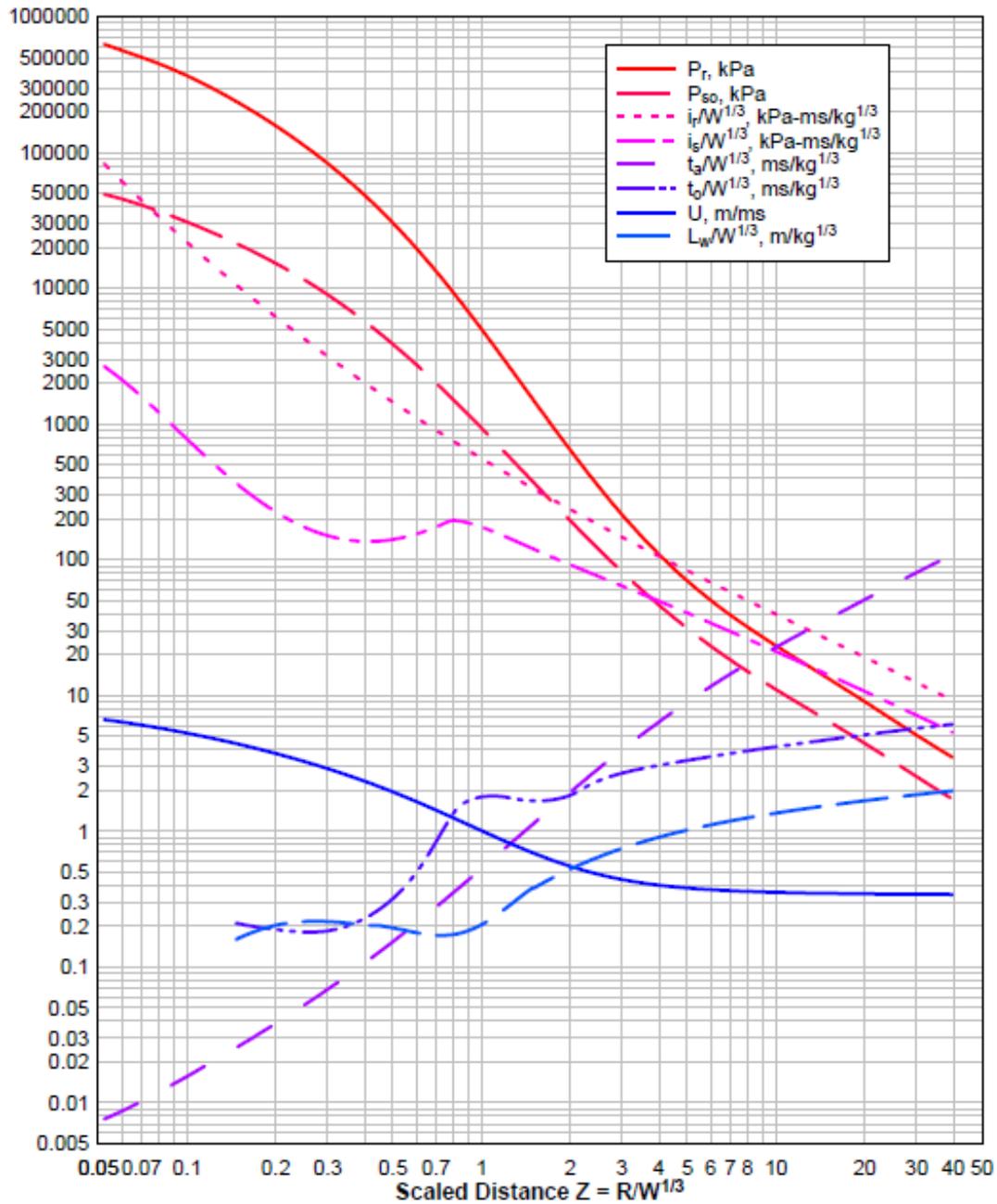


figura 2.2 – grandezze caratteristiche in funzione di  $Z$  [59]

## 2.2 TNT equivalente

Attualmente esistono un gran numero di esplosivi sul mercato, ed altri sono in fase di studio. Le caratteristiche di ogni esplosivo (temperatura di detonazione, picco di sovrappressione, velocità di propagazione...) cambiano a seconda della reazione chimica che si sviluppa. Pertanto, se si volesse stimare l'effetto dell'esplosione di una massa  $W$  di un generico esplosivo, bisognerebbe avere a disposizione un grafico come quello di figura 2.2 per ogni tipo di esplosivo.

Per ovviare a ciò è stato introdotto il concetto di TNT equivalente. Si va quindi a calcolare la massa  $W$  di ogni esplosivo che produce lo stesso effetto utile di 1 kg di TNT. In questo modo è possibile riferire qualunque esplosivo al TNT e con il solo diagramma di figura 2.2 calcolare le grandezze caratteristiche dell'onda d'urto di qualsiasi esplosivo avente generica massa  $W$  e ad una generica distanza  $R$ .

La massa di TNT equivalente può essere calcolata scrivendo un semplicissimo bilancio di potenze, con la formula

$$W_{eq\ TNT} = W \frac{\eta Q}{\eta_{TNT} Q_{TNT}} \quad (15)$$

Dove:

$W$  = massa esplosivo

$\eta$  = rendimento di reazione

$Q$  = calore di esplosione del generico esplosivo<sup>1</sup>

$\eta_{TNT} Q_{TNT} \cong 4690 \text{ kJ/kg}$

Si definisce *fattore di conversione in TNT equivalente* il rapporto

$$k = \frac{\eta Q}{\eta_{TNT} Q_{TNT}} \quad (16)$$

Questo fattore può essere calcolato sperimentalmente per ciascun esplosivo. La (15) diventa

$$W_{eq\ TNT} = kW \quad (17)$$

Noto il fattore  $k$  il calcolo di  $W_{eq\ TNT}$  diventa immediato. Nella tabella 2.1 sono riportati i fattori di conversione e il calore di esplosione (anche detto *energia specifica*) di alcuni degli esplosivi più comuni.

---

<sup>1</sup>Quantità di calore liberata dalla detonazione di una massa unitaria di esplosivo [kJ/kg]

S. No.	Explosive	Mass specific energy $Q_x$ (kJ/kg)	TNT equivalent ( $Q_x/Q_{TNT}$ )
1	Torpex (42 % RDX, 40 % TNT, 18 % aluminium)	7,540	1.667
2	Nitroglycerin (liquid)	6,700	1.481
3	PETN	5,800	1.282
4	HMX	5,680	1.256
5	Semtex	5,650	1.250
6	RDX (Cyclonite)	5,360	1.185
7	Compound B (60 % RDX, 40 % TNT)	5,190	1.148
8	Pentolite 50/50 (50 % PETN 50 % TNT)	5,110	1.129
9	TNT	4,520	1.000
10	Tetryl	4,520	1.000
11	Blasting gelatin (91 % nitroglycerin, 7.9 % nitrocellulose, 0.9 % antacid, 0.2 % water)	4,520	1.000
12	60 % Nitroglycerin dynamite	2,710	0.600
13	Amatol (80 % ammonium nitrate 20 % TNT)	2,650	0.586
14	Mercury fulminate	1,790	0.395
15	Lead azide	1,540	0.340

tabella 2.1 [52]

Ci si potrebbe chiedere come mai sia stato scelto proprio il TNT come esplosivo di riferimento. Il trinitrotoluene, comunemente detto *tritololo*, è un nitrocomposto aromatico ottenuto per nitrurazione del toluene.

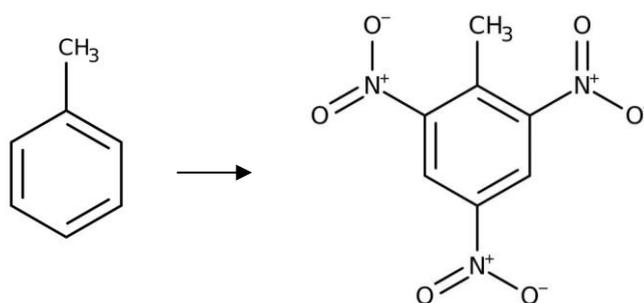


figura 2.3 – dal toluene al trinitrotoluene

Nella forma pura è molto stabile: non è innescato da urti né da fiamme libere (brucia, senza esplodere) ed è inerte se esposto alla maggior parte degli ambienti. Può quindi essere conservato per tempi molto lunghi. Per queste ragioni e per le buone proprietà esplodenti è l'esplosivo più commercializzato ed utilizzato al mondo, sebbene non sia il più performante

### 2.3 Fase Positiva dell'onda d'urto

Numerosi autori si sono impegnati a trovare una formula semplice che descrivesse in maniera accurata gli effetti generati da un'esplosione. Di particolare importanza è riuscire a calcolare la pressione  $p$  in funzione della distanza scalata  $Z$  e del tempo  $t$  durante la fase positiva<sup>2</sup>. Tutte le indagini hanno portato ad una legge esponenziale, nota come *equazione di Friedlander modificata* [10, 11, 12, 15]:

$$p(Z, t) = p_0 + p_s \left(1 - \frac{t}{t_0}\right) e^{-\frac{bt}{t_0}} \quad (18)$$

Dove  $p_s, b, t_0$  sono dei parametri determinati sperimentalmente in cui è nascosta la dipendenza dalla distanza scalata  $Z$ . Le indagini si sono concentrate sempre e solo sul TNT, in quanto grazie al concetto di massa equivalente è possibile con la formula (17) ricondurre qualsiasi tipo di esplosivo proprio al tritolo. Le differenze tra i modelli proposti dai diversi autori non risiedono nella legge di dipendenza della pressione, che è sempre la (18), bensì nel calcolo dei tre coefficienti  $p_s, b, t_0$ . Di seguito sono illustrate le formulazioni più utilizzate in letteratura.

### 2.3.1 Picco di sovrappressione incidente

Per tutte le relazioni le unità di misura sono le seguenti:

$$p_s = [\text{bar}]$$

$$Z = [m/kg^{1/3}]$$

- **Henrych** [15, 27]

$$p_s = \frac{14.072}{Z} + \frac{5.54}{Z^2} - \frac{0.357}{Z^3} + \frac{0.0062}{Z^4} \quad \text{per } 0.05 \leq Z \leq 0.3 \quad (19.1)$$

$$p_s = \frac{6.194}{Z} - \frac{0.326}{Z^2} + \frac{2.132}{Z^3} \quad \text{per } 0.3 \leq Z \leq 1 \quad (19.2)$$

$$p_s = \frac{0.662}{Z} + \frac{4.05}{Z^2} + \frac{3.288}{Z^3} \quad \text{per } 1 \leq Z \leq 10 \quad (19.3)$$

- **Brode** [15, 27, 28]

$$p_s = \frac{6.7}{Z^3} + 1 \quad \text{per } Z < 0.9063 \quad (20.1)$$

$$p_s = \frac{0.975}{Z} + \frac{1.455}{Z^2} + \frac{5.85}{Z^3} - 0.019 \quad Z > 0.9063 \quad (20.2)$$

---

<sup>2</sup> Vedi figura 1.2 pag. 18

- *Naumyenko, Petrovsky, Sadovsky* [15, 29, 30]

$$p_s = \frac{10.7}{Z^3} + 1 \quad \text{per } Z < 1 \quad (21.1)$$

$$p_s = \frac{0.76}{Z} + \frac{2.55}{Z^2} + \frac{6.5}{Z^3} \quad \text{per } 1 \leq Z \leq 15 \quad (21.2)$$

- *Gelfand e Silnikov* [32]

$$p_s = 10 [1700 e^{-7.5 Z^{0.28}} + 0.0156] \quad \text{per } 0.1 < Z < 8 \quad (23.1)$$

$$p_s = 10 [8000 e^{-10.7 Z^{0.1}}] \quad \text{per } Z \geq 8 \quad (23.2)$$

- *Kinney e Graham* [23, 31]

$$p_s = \frac{808 p_0 \left[ 1 + \left( \frac{Z}{4.5} \right)^2 \right]}{\sqrt{\left[ 1 + \left( \frac{Z}{0.048} \right)^2 \right] \left[ 1 + \left( \frac{Z}{0.32} \right)^2 \right] \left[ 1 + \left( \frac{Z}{1.35} \right)^2 \right]}} \quad (22.1)$$

- *Mills* [33]

$$p_s = \frac{\left( \frac{1772}{Z^3} - \frac{114}{Z^2} + \frac{108}{Z} - 0.019 \right)}{100} \quad (24)$$

- *Wei e Dharani* [34]

$$p_s = p_0 \left( \frac{0.696}{Z} + \frac{2.1}{Z^2} + \frac{4.13}{Z^3} \right) \quad (25)$$

- *Sadovski* [35, 36]

$$p_s = \frac{0.81}{Z} + \frac{2.8}{Z^2} + \frac{7.07}{Z^3} \quad (26)$$

In figura 2.4 è riportato l'andamento del picco di sovrappressione in funzione della distanza scalata  $Z$  secondo le varie teorie esposte fin ora.

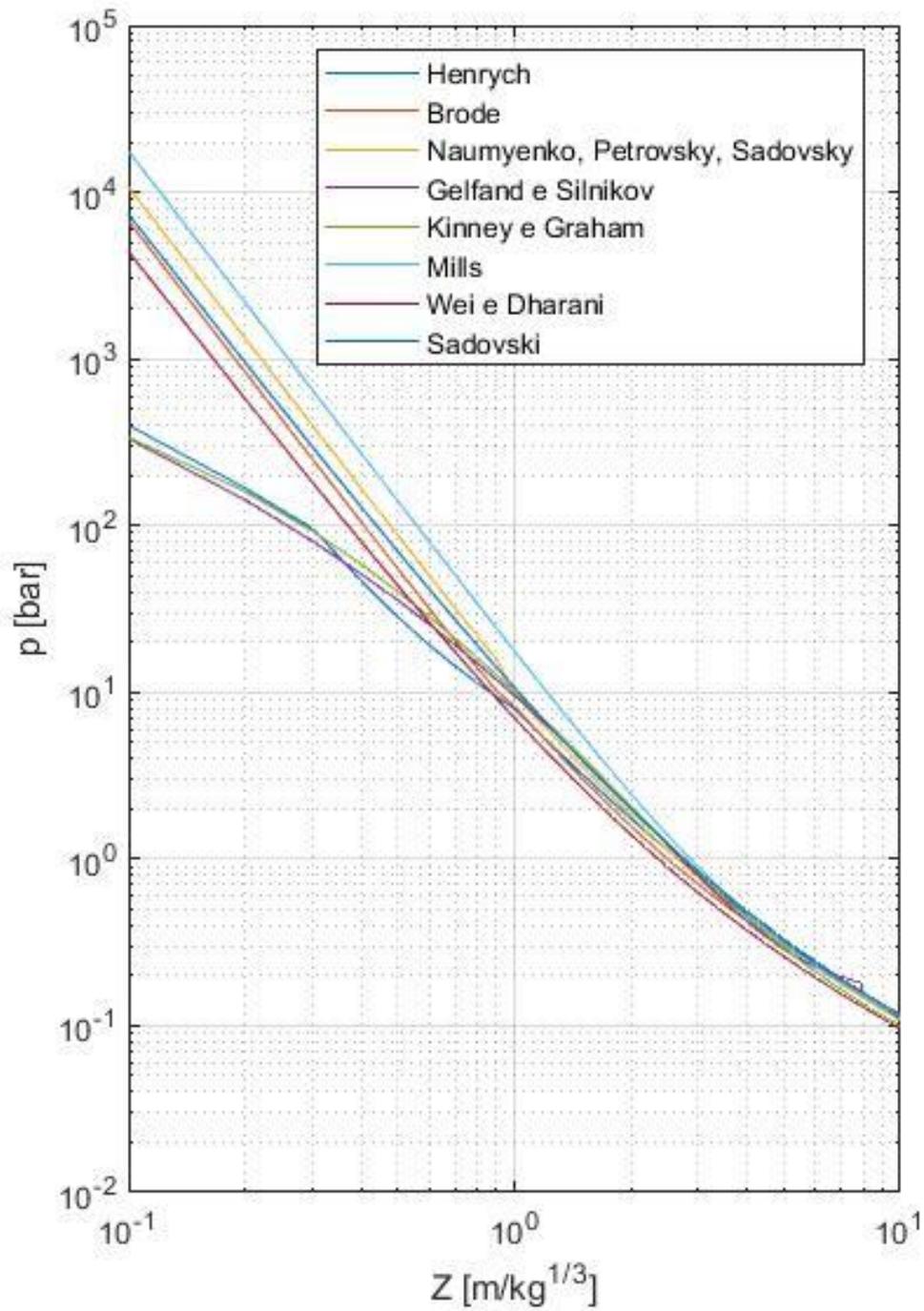


figura 2.4 –  $p_s(Z)$

### 2.3.2 Coefficiente di decadimento

La distanza scalata  $Z$  va espressa in  $[m/kg^{1/3}]$ . Ovviamente il coefficiente  $b$  è adimensionale

- **Wei e Dharani** [14, 34]

$$b = -0.0697 Z - \frac{9.63}{Z} + \frac{15.9}{Z^2} - \frac{5.65}{Z^3} + 2.735 \quad (27)$$

- **Friedlander** [14, 23]

$$b = Z^2 - 3.7 Z + 4.2 \quad (28)$$

### 2.3.3 Durata della fase positiva

Si usano le seguenti unità di misura:

$$t = [ms]$$

$$W = [kg]$$

$$Z = [m/kg^{1/3}]$$

- **Henrych** [15, 27]

$$t_0 = W^{1/3} (0.107 + 0.44 Z + 0.264 Z^2 - 0.129 Z^3 + 0.0335 Z^4) \quad (29)$$

- **Kinney e Graham** [23, 31]

$$t_0 = W^{1/3} \left\{ \frac{980 \left[ 1 + \left( \frac{Z}{0.45} \right)^{10} \right]}{\left[ 1 + \left( \frac{Z}{0.02} \right)^3 \right] \left[ 1 + \left( \frac{Z}{0.74} \right)^6 \right] \sqrt{1 + \left( \frac{Z}{6.9} \right)^2}} \right\} \quad (30)$$

- **Wei e Dharani** [34]

$$t_0 = W^{1/3} \left( 24.44 Z^{1/5} - \frac{0.0316}{Z} - 40.99 \right) \quad (31)$$

- **Sadovski** [35, 36]

$$t_0 = W^{1/3} 1.2 \sqrt{Z} \quad (32)$$

## 2.4 Tempo di arrivo

- *Onorio* [24]

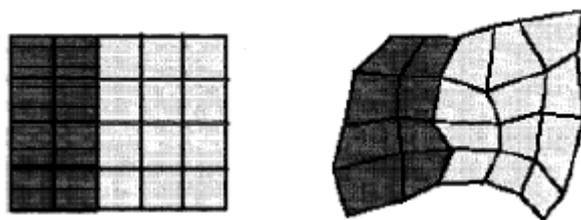
$$t_a = 400 R^{1.2} \frac{W^{-0.2}}{a_0} \quad (33)$$

# Capitolo III

## Modello numerico

### 3.1 Metodo ALE

In una mesh lagrangiana la mesh ha la possibilità di muoversi nello spazio, e dunque un elemento può deformarsi. Gli stress all'interno di un componente vengono calcolati dal solutore proprio in base alla deformazione subita dalla mesh (e dunque dai nodi), quindi questa formulazione è indicata per modellare corpi solidi soggetti a carichi meccanici. Per contro non sono ammessi flussi di massa attraverso i bordi di un elemento. Inoltre se le deformazioni sono molto importanti le distorsioni degli elementi diventano significative, e possono inficiare la bontà del calcolo.



*figura 3.1 – mesh lagrangiana*

Una mesh euleriana non ha la possibilità di muoversi nello spazio, dunque gli elementi non possono deformarsi e cambiare forma. Tuttavia sono ammessi flussi di massa tra gli elementi. Questo fa sì che questa formulazione sia particolarmente indicata per modellare i fluidi.



*figura 3.2 – mesh euleriana*

Una mesh ALE è un ibrido tra le due precedenti ed unisce i vantaggi dell'una e dell'altra. Essa è vincolata solamente nei bordi, pertanto all'interno del dominio sono concesse deformazioni degli elementi. Quando le distorsioni degli elementi diventano molto importanti viene effettuato in automatico un adjust della mesh, che consente di rigenerare gli elementi compromessi garantendo la stabilità del calcolo. Per di più sono consentiti i flussi di massa tra due elementi adiacenti.

La formulazione ALE viene utilizzata in varie applicazioni, specie quando si hanno solidi soggetti a grandi deformazioni plastiche o interazioni fluido-strutturali, come ad esempio:

- Problemi di aeroelasticità
- Problemi di interazione fluido-struttura
- Metal forming
- Fenomeni esplosivi

in figura seguente viene mostrato molto chiaramente qual è la differenza tra un processo di metal forming modellizzato con mesh lagrangiana rispetto ad un approccio con mesh ALE. Nel primo caso il materiale è indissolubilmente legato all'elemento. In fase di deformazione plastica, gli elementi vengono fortemente deformati dato che il materiale non può oltrepassare il dominio del singolo elemento. Nel secondo caso il flusso di massa attraverso le maglie della mesh è consentito, pertanto le distorsioni nel reticolo sono assai inferiori.

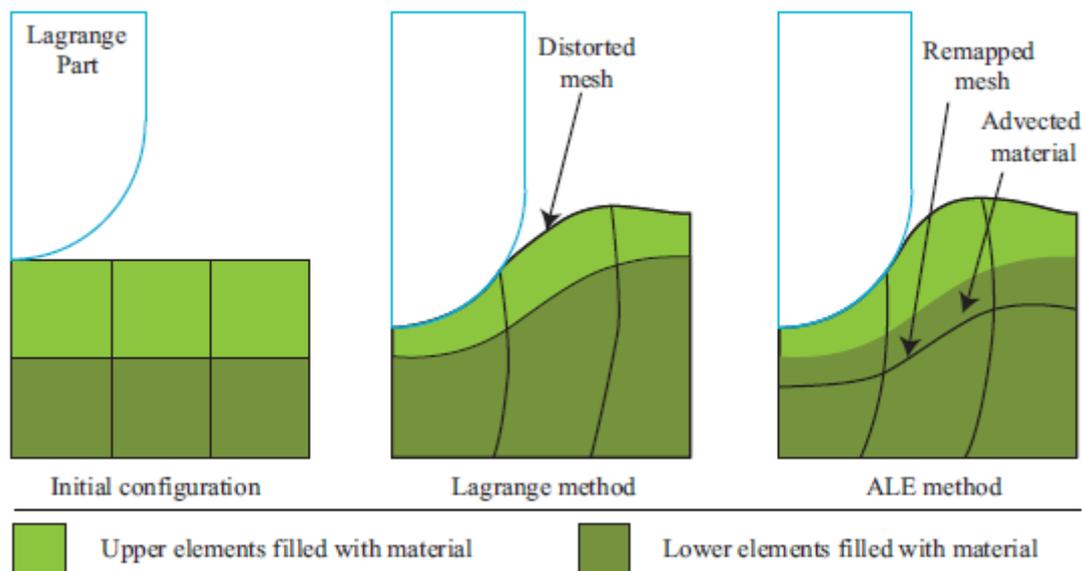


figura 3.3 – differenza tra mesh lagrangiana e mesh ALE [49]

## 3.2 Metodi impliciti vs metodi espliciti

Esistono due tipi di solutori agli elementi finiti:

- Solutori impliciti: usati per carichi statici, quasi statici o creep
- Solutori espliciti: usati per carichi fortemente dinamici come urti ad alta/altissima velocità o esplosioni.

Per capire le ragioni per cui sia preferibile risolvere un calcolo computazionale con un metodo piuttosto che con un altro è sufficiente studiare come operano i due solutori e comprenderne le differenze [37, 38].

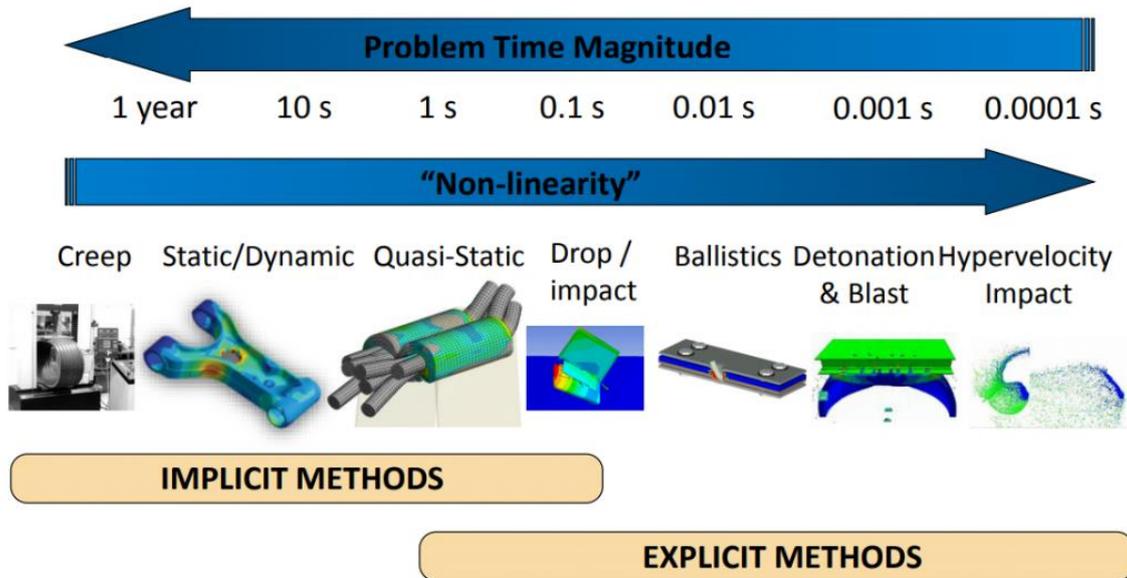


figura 3.4 – campi di applicazione dei metodi impliciti ed espliciti [51]

I solutori espliciti vanno a calcolare gli spostamenti risolvendo l'equazione di equilibrio dinamico

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \quad (34)$$

Dove

- $[M]$  = matrice di massa
- $[k]$  = matrice di rigidezza
- $\{F\}$  = vettore dei carichi esterni
- $\{x\}$  = vettore degli spostamenti
- $\{\ddot{x}\}$  = vettore delle accelerazioni

Lo spostamento viene ricavato con la (35)

$$\{x\}_{t+\Delta t} = \{x\}_t + \Delta t_{t+\Delta t} \{\dot{x}\}_{t+\frac{\Delta t}{2}} \quad (35)$$

Dove

- $\Delta t$  = time step

La velocità che compare nella (35) è ottenuta integrando l'accelerazione con differenze finite centrate:

$$\{\dot{x}\}_{t+\frac{\Delta t}{2}} = \{\dot{x}\}_t + \frac{\Delta t_{t+\Delta t} + \Delta t_t}{2} \{\ddot{x}\}_t \quad (36)$$

Nel metodo implicito il time step deve essere molto piccolo in modo da rispettare la condizione CFL<sup>3</sup>, in quanto è basato sull'ipotesi che l'accelerazione sia costante nel singolo intervallo di tempo.

Il metodo implicito viene utilizzato quando

$$\{\ddot{x}\} \approx 0$$

Per cui la (34) diventa

$$[K]\{x\} = \{F\} \quad (37)$$

La matrice di rigidità è nota, così come il vettore dei carichi esterni  $\{F\}$ . L'unica incognita è il vettore degli spostamenti, che può essere calcolato invertendo la matrice di rigidità

$$\{x\} = [k]^{-1}\{F\} \quad (38)$$

L'inversione della matrice di rigidità diventa estremamente costosa in termini computazionali quando il rango della matrice è elevato. Quest'ultimo dipende dal numero di nodi del sistema: il costo computazionale aumenta enormemente nei sistemi molto complessi. Inoltre se il fenomeno manifesta delle non linearità sono necessarie iterazioni per arrivare a convergenza. Per contro, il sistema implicito non presenta nessuna limitazione sull'ampiezza del time step, che può quindi essere maggiore anche di alcuni ordini di grandezza rispetto al caso esplicito, dato che non deve essere rispettata la condizione CFL.

Riassumendo:

- Nel metodo implicito non ho limitazioni sul time step. In quello esplicito

$$\Delta t < C$$

- Se il fenomeno presenta delle non-linearità, usando un metodo implicito sono necessarie un certo numero di iterazioni per andare a convergenza. Nel metodo esplicito questo non è necessario in quanto il calcolo viene fatto direttamente mediante la (35) e la (36).
- Il metodo implicito richiede sempre l'inversione della matrice di rigidità, quello esplicito mai.

Alla luce di quanto visto è facile comprendere quali siano i campi di applicazione dei due metodi, mostrati in fig. 3.4 e 3.5.

---

<sup>3</sup> CFL= Courant-Friedrichs-Lewy. Condizione che permette di ottenere un calcolo computazionalmente stabile.

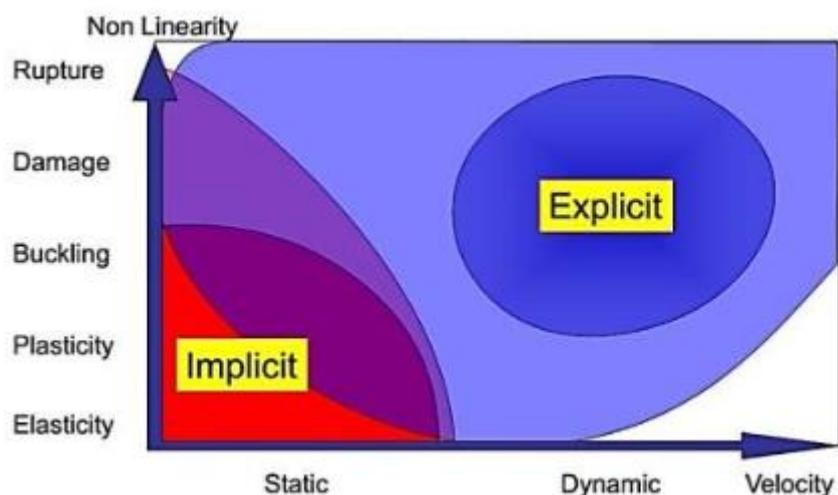


figura 3.5– campo applicazione solutori espliciti vs impliciti [50]

In generale le prestazioni dei metodi impliciti sono migliori quando i modelli hanno dimensioni contenute, i carichi sono statici o quasi-statici e non ci sono non-linearità. Viceversa con sistemi di grandi dimensioni, con carichi fortemente dinamici o con forti non-linearità è preferibile utilizzare solutori espliciti.

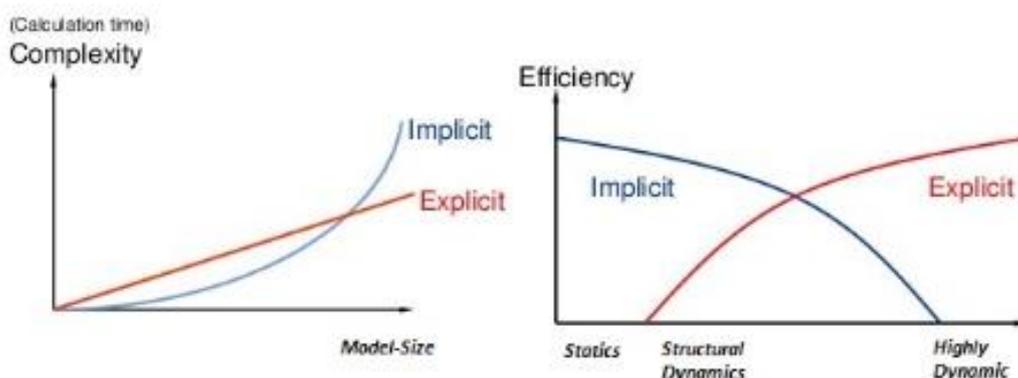


figura 3.6 – prestazioni di solutori espliciti vs impliciti [50]

Per quanto detto finora, nel caso in esame è stato utilizzato un solutore esplicito.

### 3.3 Modello numerico

La simulazione numerica è stata ottenuta mediante il software LS\_Dyna. Questo solutore è utilizzato prevalentemente per analisi esplicite, sebbene sia stato implementato al suo interno anche un solutore implicito per analisi statiche [38]. Quando viene generata la geometria del modello numerico, al singolo elemento vengono associati un certo numero di nodi, e all'elemento viene assegnata una \*PART, caratterizzate da:

- un ben preciso materiale, le cui proprietà vengono inserite all'interno della keyword `*MAT`
- una `*SECTION`, che descrive il tipo di elemento utilizzato (solid, shell...)

Si noti che la stessa sezione e lo stesso materiale possono essere associate anche a più di una `*PART`.

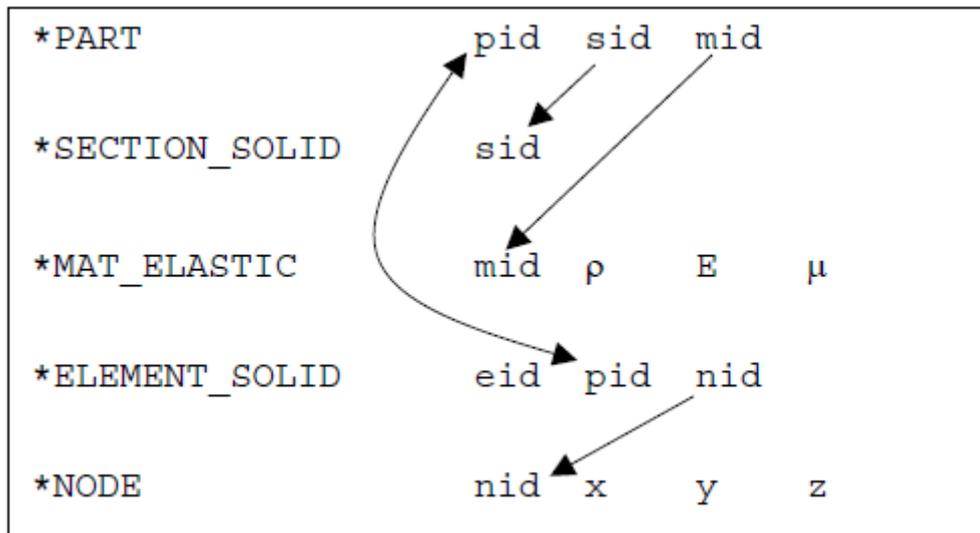


figura 3.7 – schema del file di lancio [39]

Il modello agli elementi finiti della statua era stato ricavato nel lavoro precedente svolto presso l'Università di Firenze [1]. Vista la complessità della geometria, si è resa necessaria una scansione laser che ha permesso di ricavare dapprima un modello geometrico, e successivamente una mesh.

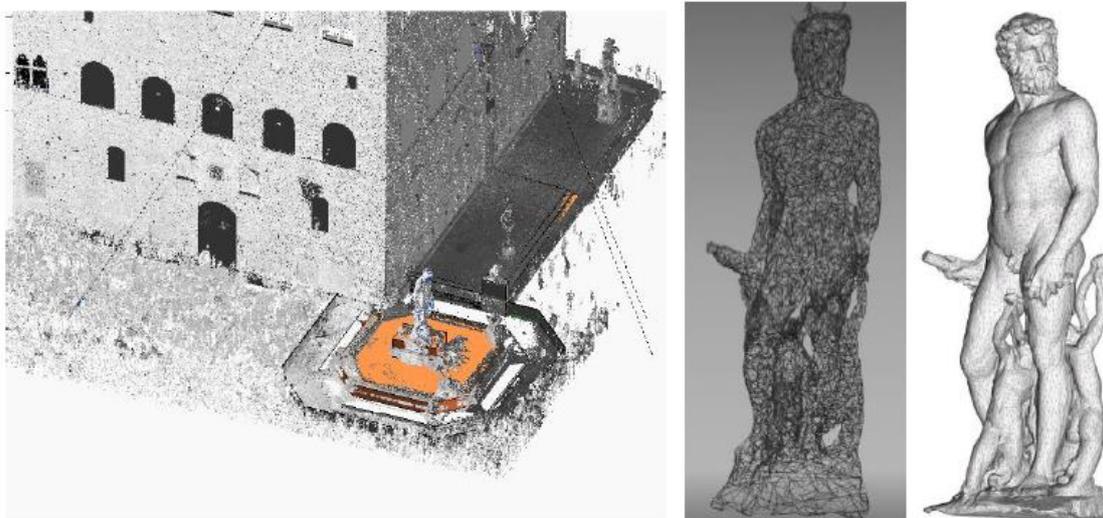
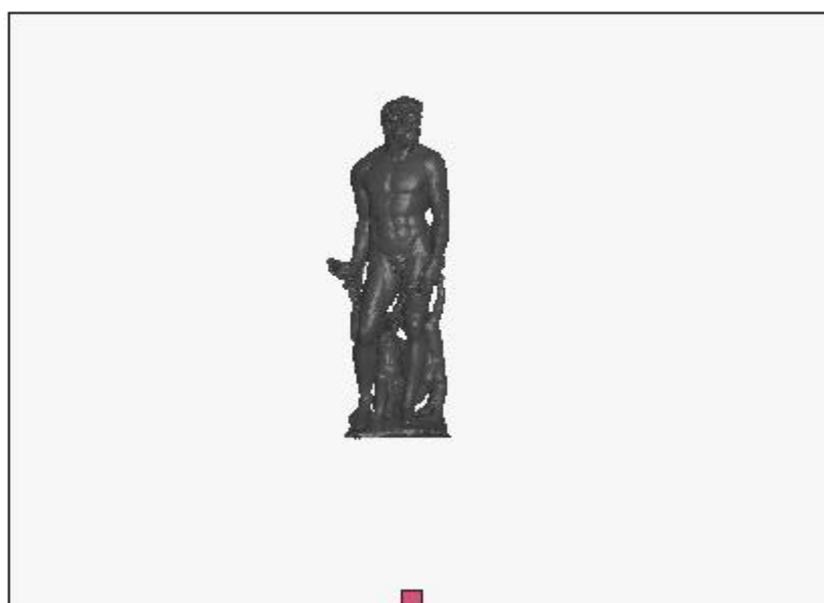


figura 3.8 – dalla scansione laser al modello FEM [1]

La statua è composta da elementi *shell*, a cui è stato assegnato per semplicità un materiale rigido. La mesh è di tipo lagrangiano.



*figura 3.9 – vista in pianta del modello*



*figura 3.10 – vista frontale del modello*

Si è passati poi a modellare il dominio ALE, composto dalle due parti aria-esplosivo. Per minimizzare le riflessioni è stato creato un dominio ragionevolmente grande, tenendo presente la necessità di non generare troppi elementi per non far salire troppo il costo computazionale. Si è optato per un dominio di dimensioni 14x12x8 m, come mostrato nelle figure 3.9 e 9.10.

Il dominio ALE, composto da due \*PART differenti (\*PART AIR con  $ID = 2$  e \*PART TNT con  $ID = 3$ ) è composto da elementi *solid*.

Alla parte 2 è stato assegnato il materiale usando le keyword \*MAT\_NULL ed \*EOS\_LINEAR\_POLYNOMIAL per definire l'equazione di stato.

Per la parte 3 è stato usato il materiale \*MAT\_HIGH\_EXPLOSIVE\_BURN insieme alla keyword \*EOS\_JWL per definire l'equazione di stato. Quest'ultima è basata sull'equazione di Jones-Wilkins-Lee:

$$p = A \left[ 1 - \frac{\omega}{R_1 v} \right] e^{-R_1 v} + B \left[ 1 - \frac{\omega}{R_2 v} \right] e^{-R_2 v} + \frac{\omega E}{v} \quad (39)$$

I coefficienti che compaiono nella (39) sono reperibili in letteratura [11, 13, 14, 15, 16, 17, 18].

Infine è necessario definire la keyword \*INITIAL\_DETONATION per specificare le coordinate della carica, la relativa \*PART ID e l'istante in cui si vuole innescare la detonazione.

Ai fini del corretto funzionamento dell'analisi è fondamentale definire l'accoppiamento tra il dominio ALE e la mesh lagrangiana del target, mediante la keyword \*CONSTRAINED\_LAGRANGE\_IN\_SOLID.

Gli output vengono richiesti mediante le keyword \*DATABASE:

\*DATABASE\_BINARY\_D3PLOT permette di ottenere un singolo frame della simulazione, da cui in fase di post processing è possibile estrapolare tutta una serie di dati.

\*DATABASE\_FSI\_SENSOR permette di definire dei sensori di pressione sui singoli elementi del target.

\*DATABASE\_FSI permette di ricavare le pressioni su tutta la statua

Infine, nel file di lancio vengono attivate una serie di keyword di controllo:

\*CONTROL\_TERMINATION. Questa keyword è sempre presente, e serve a definire il tempo di arresto dell'analisi.

\*CONTROL\_TIMESTEP. Questa keyword tiene sotto controllo l'ampiezza del timestep.

\*CONTROL\_ALE. Permette di calibrare l'accoppiamento ALE-Lagrange.

### 3.4 Mesh size sensitivity

In letteratura [48] è raccomandato di utilizzare una taglia di mesh per il dominio ALE pari a

$$l_{mesh} \sim \frac{1}{10} l_{charge} \quad (40)$$

Con  $l_{charge}$  = *dimensione caratteristica carica*

Nel caso in esame si ha

$$V_{TNT} = \frac{W_{TNT}}{\rho_{TNT}} = \frac{45 \text{ kg}}{1650 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0.027273 \text{ m}^3 \quad (41)$$

Assumendo per semplicità che la carica di TNT abbia una geometria cubica

$$l_{TNT} = \sqrt[3]{V_{TNT}} = 0.3010 \text{ m} = 301 \text{ mm} \quad (42)$$

La dimensione consigliata della mesh è dunque

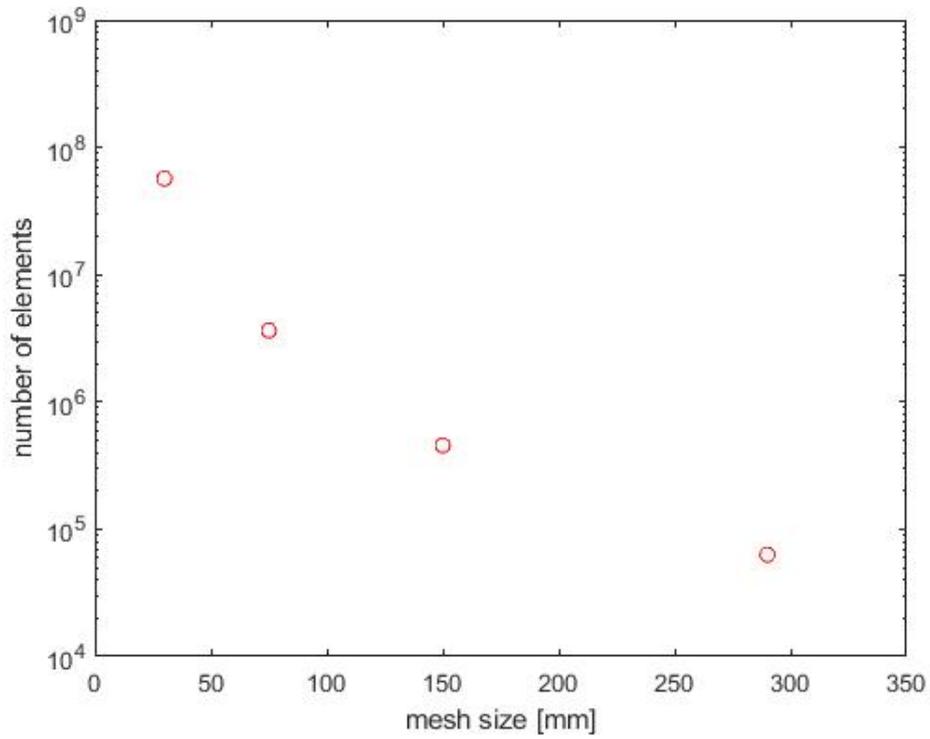
$$l_{mesh} = \frac{1}{10} l_{TNT} \cong 30 \text{ mm}$$

Il numero di elementi del modello cresce al ridursi di  $l_{mesh}$ , essendo

$$N = \frac{V_{ALE}}{l_{mesh}^3} \quad (43)$$

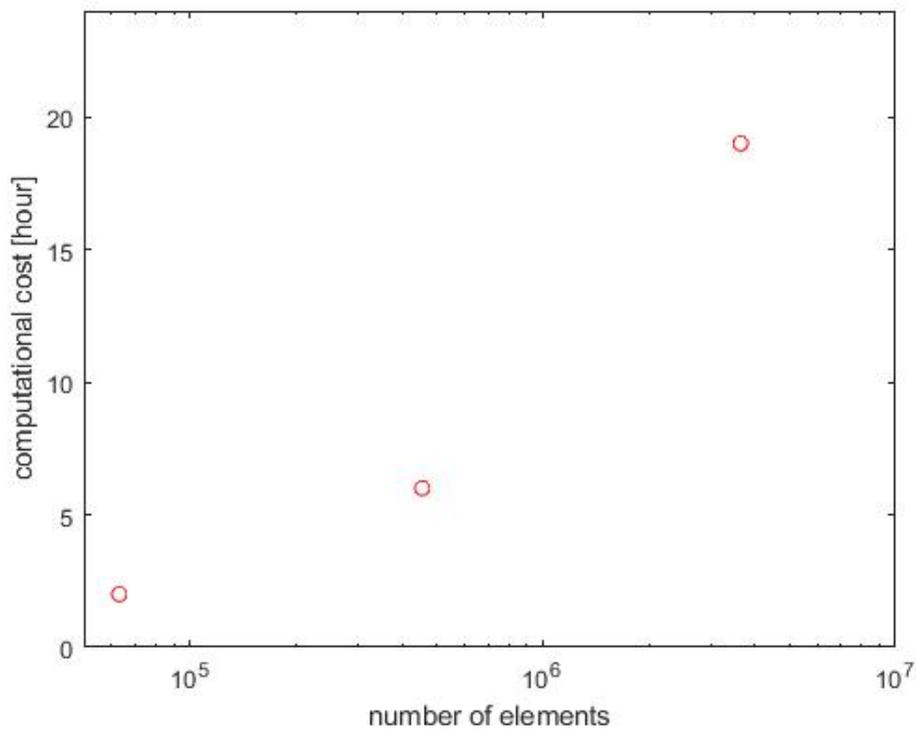
Dove  $V_{ALE}$  è la dimensione del dominio ALE

$$V_{ALE} = 1344 \text{ m}^3$$



*figura 3.11 – numero di elementi del dominio ALE*

All'aumentare del numero di elementi aumenta il costo computazionale, come si può vedere in figura seguente.



*figura 3.12 – costo computazionale*

Il costo computazionale corrispondente alla taglia di mesh raccomandata di 30 mm non è qui riportato, in quanto si arrivava ad avere un numero di elementi troppo elevato e la simulazione non è mai stata completata con successo.

Il picco di pressione dipende fortemente dal numero di elementi impiegati per la simulazione. Con taglie grossolane il valore del picco viene sottostimato, come già osservato in precedenti pubblicazioni.

L'accordo dei risultati tra metodo ALE e metodo LBE migliora se la taglia della mesh si avvicina alla soglia dei 30 mm. Il risultato più accettabile è stato quello ottenuto con  $l_{mesh} = 75 \text{ mm}$ .

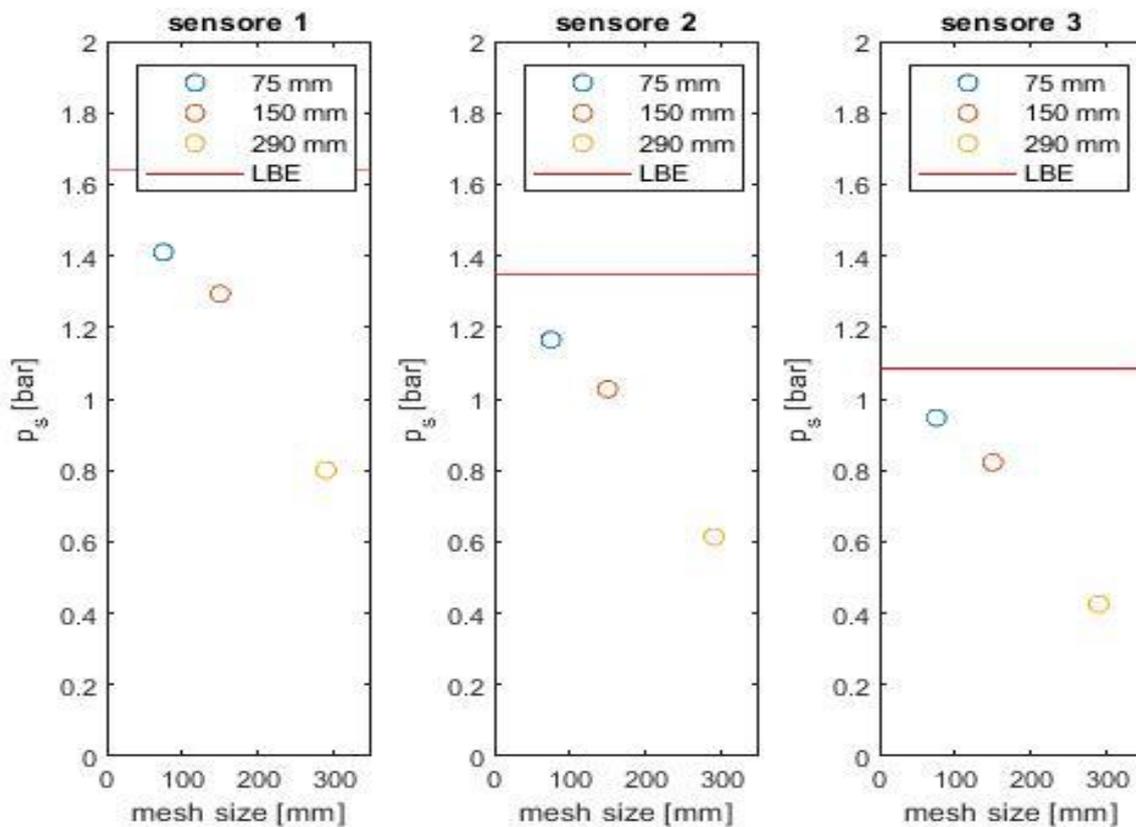


figura 3.13 – picco di sovrappressione incidente al variare di  $l_{mesh}$

### 3.5 Keyword Load Blast Enhanced

Costruire un modello ALE è solo uno dei modi con cui è possibile simulare un'esplosione nell'ambiente Dyna. Ad esempio è disponibile anche la keyword \*LOAD\_BLAST\_ENHANCED, che sfruttando i concetti di distanza scalata e TNT equivalente introdotti nel capitolo 2, ed attingendo ad un database di prove sperimentali condotte per varie configurazioni di carico (esplosione sferica in aria libera, esplosione emisferica al suolo...) è in grado di predire con grande

precisione ed accuratezza il carico di pressione sul target. Questo metodo è mesh-free, pertanto è estremamente veloce e non serve neppure fare un'indagine di mesh size sensitivity. Il grande limite di questa keyword risiede nel fatto che non è in grado di considerare eventuali ostacoli ed oggetti interposti tra la carica esplosiva ed il target. Nel caso in esame, in cui carica esplosiva e target sono in linea di vista, la simulazione può essere considerata molto accurata.

Di seguito sono indicate le keyword fondamentali da attivare. Per generare il carico di blast si usa

**\*LOAD\_BLAST\_ENHANCED**

Si vanno quindi a definire le coordinate della carica, la massa di TNT equivalente, la configurazione di carico. Con questa keyword è obbligatorio definire un set di elementi che costituiranno l'interfaccia target-aria, su cui andare a calcolare gli output di pressione generata dall'onda d'urto. Si va quindi a definire il set di elementi shell, assegnando un ID a piacere, e si attiva

**\*LOAD\_BLAST\_SEGMENT\_SET**

All'interno di questa keyword va richiamato il set di elementi shell creato in precedenza.

Per stampare gli output di pressione si attiva la keyword

**\*DATABASE\_BINARY\_BLSTFOR**

che permette di visualizzare sia la pressione incidente che quella riflessa.

Per concludere l'analisi si attiva sempre

**\*CONTROL\_TERMINATION**



# Capitolo IV

## Risultati

## 4.1 Risultati del metodo ALE

Vengono di seguito riportati gli output di pressione sul target. Questi risultati sono stati ottenuti con mesh ALE da 75 mm. In figura 4.1 viene visualizzata sia la pressione incidente mentre in figura 4.2 è mostrata la sovrappressione che tiene conto delle riflessioni sul target, del suolo e delle pareti esterne del dominio ALE. Come ci si aspettava si trova

$$p > p_i$$

in quanto bisogna tenere conto delle riflessioni che in questo caso saranno piuttosto importanti. Si anticipa che picco massimo di sovrappressione registrato è dell'ordine di

$$p_{max} \sim 10^5 Pa = 1 bar$$

Le pressioni vengono mostrate a 3 istanti di tempo differenti, ciò permette di distinguere chiaramente il fronte dell'onda d'urto che avanzando investe il target (colore rosso acceso).

Alle spalle del fronte d'onda la sovrappressione decresce rapidamente, fino a tornare lentamente a zero. Nella zona in cui il fronte d'onda non è ancora arrivato, la sovrappressione è ovviamente nulla.

Si presti attenzione al fatto che i valori massimo e minimo della scala cromatica non sono costanti nei 6 casi.

Il fondo scala è sempre zero in quanto sono riportate la sovrappressione e la sovrappressione incidente, che quindi non tengono conto della pressione dell'ambiente. Per ottenere la pressione assoluta sarebbe sufficiente sommare quella atmosferica. Questo non è stato fatto in quanto è ovviamente la sovrappressione a generare i carichi e dunque stress, deformazioni e/o spostamenti. Come si può notare da tabella 1.1 infatti i danni sono stimati proprio in funzione della sovrappressione incidente.

Si rammenta che in questa sede non ci si è occupati di studiare gli stress o gli spostamenti generati dall'onda di blast. L'obiettivo principale è stato quello di calibrare il modello verificando che fornisse dei risultati accettabili. Questo è stato verificato nel paragrafo 4.2.

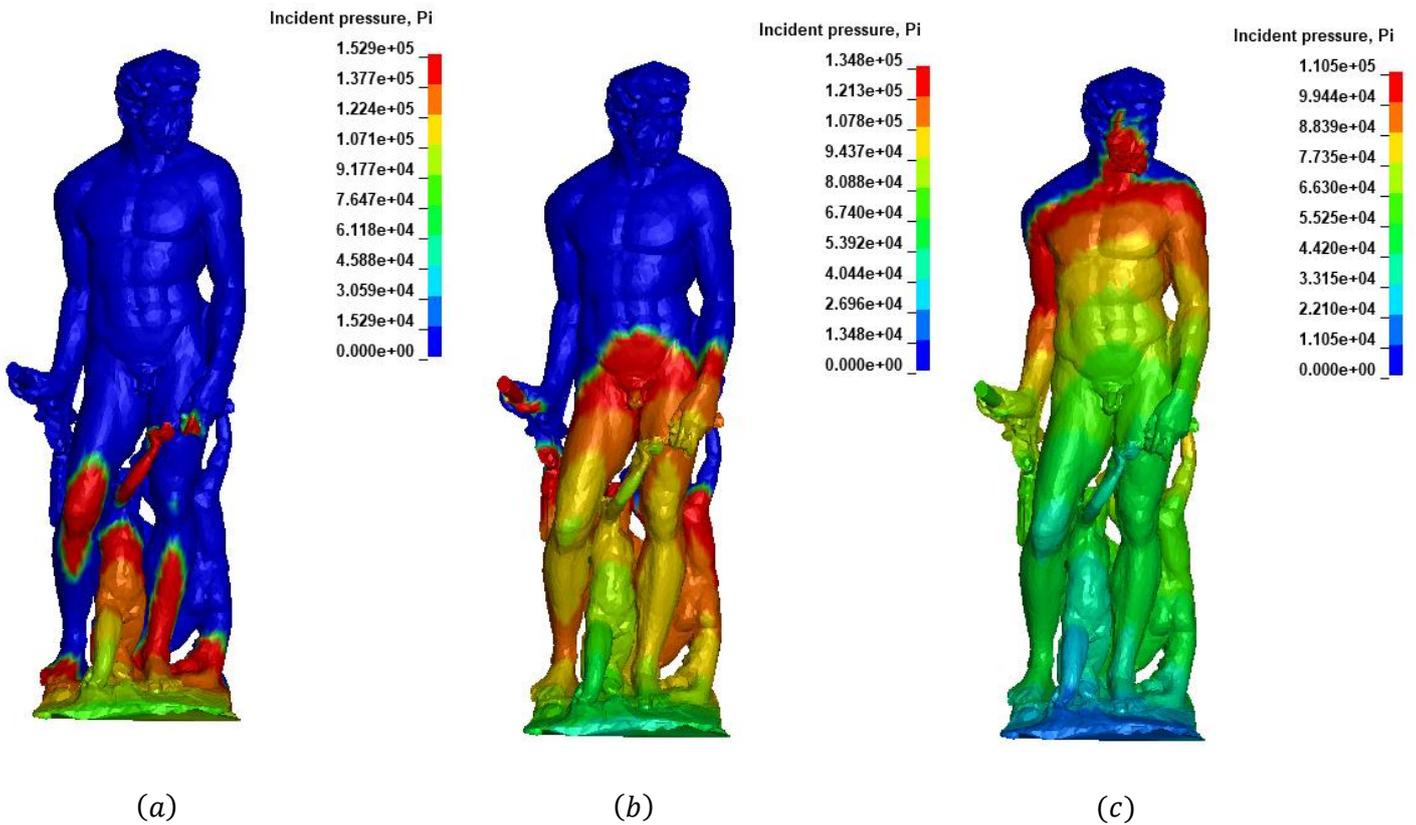
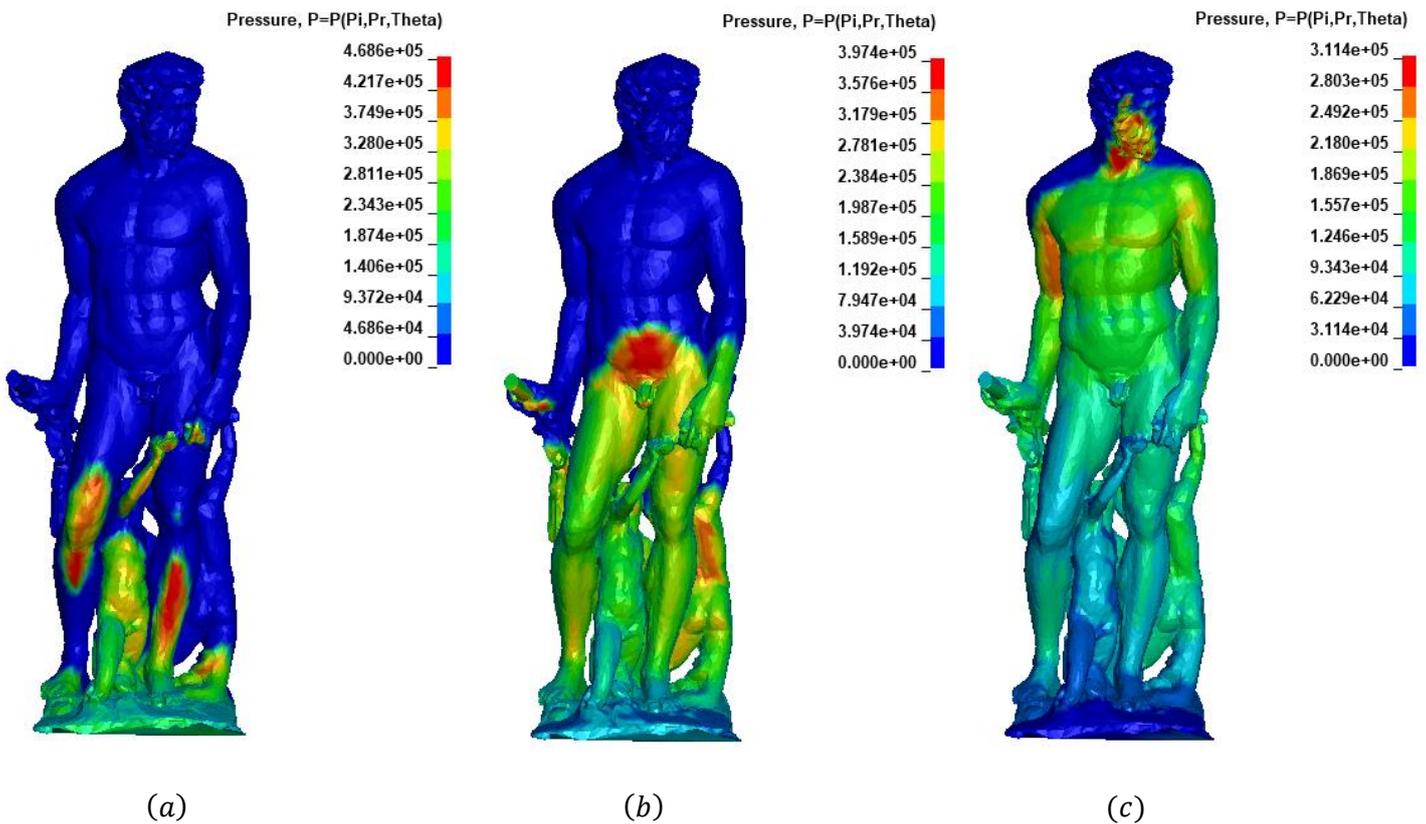


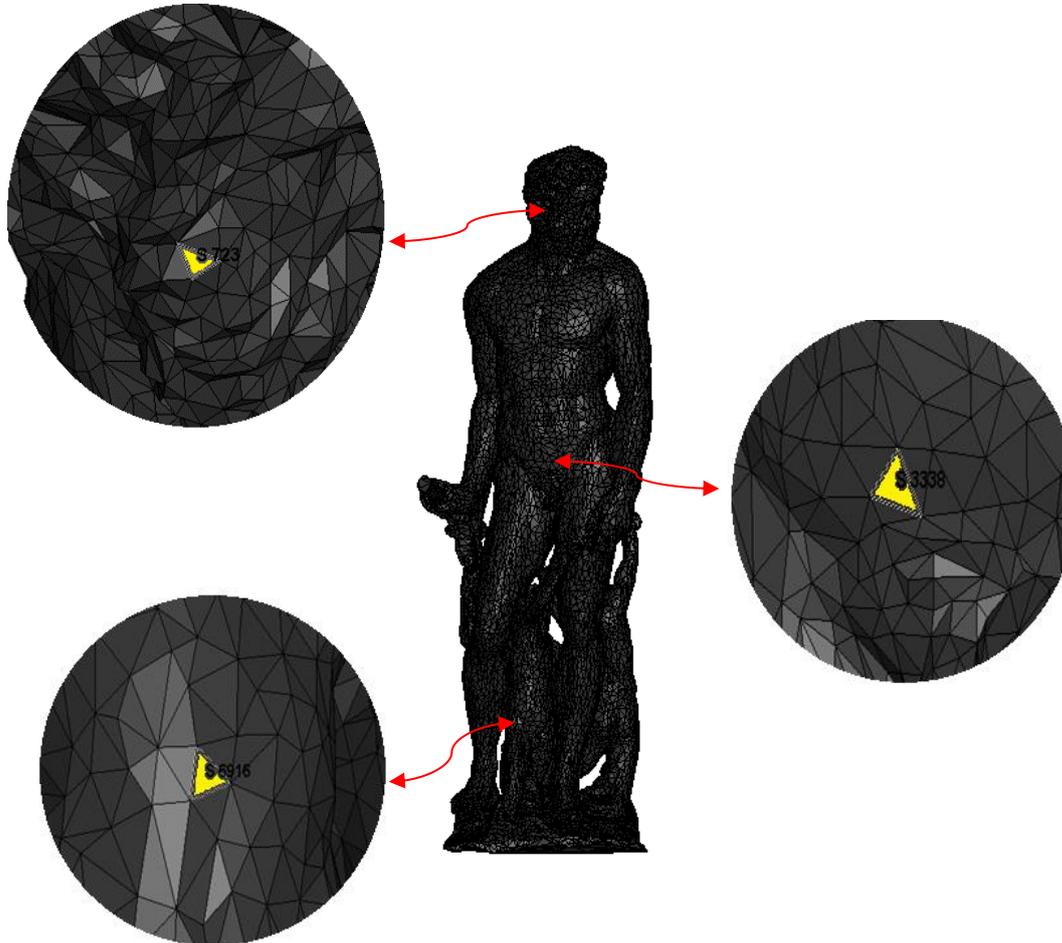
figura 4.1: pressione incidente per  $t = 10$  ms (a),  $t = 11$  ms (b),  $t = 13$  ms (c)



*figura 4.2: sovrappressione per  $t = 10\text{ ms}$  (a),  $t = 11\text{ ms}$  (b),  $t = 13\text{ ms}$  (c)*

## 4.2 Verifica dei risultati

Per capire se i risultati forniti dal modello ALE siano accettabili, bisogna confrontarli con quelli forniti dalle teorie oppure dalla keyword LBE. A tale scopo sono stati definiti 3 sensori, mostrati in figura 4.4:



*figura 4.3 disposizione dei sensori*

In figura 4.4 vengono riportate 4 curve per ciascun sensore, ossia:

- Pressione registrata nel modello ALE
- Pressione registrata nel modello LBE
- Pressione prevista dalla formula di Mills

- Pressione prevista dalla formula di Wei & Dharani.

Delle 8 teorie formulazioni analitiche viste nel capitolo 2 vengono riportate solamente quelle di Mills e di Wei&Dharani, che forniscono rispettivamente la stima massima e minima della pressione incidente. In questo modo si può avere un'idea dell'intervallo in cui dovrebbe trovarsi la pressione registrata dai sensori senza che il grafico risulti eccessivamente appesantito.

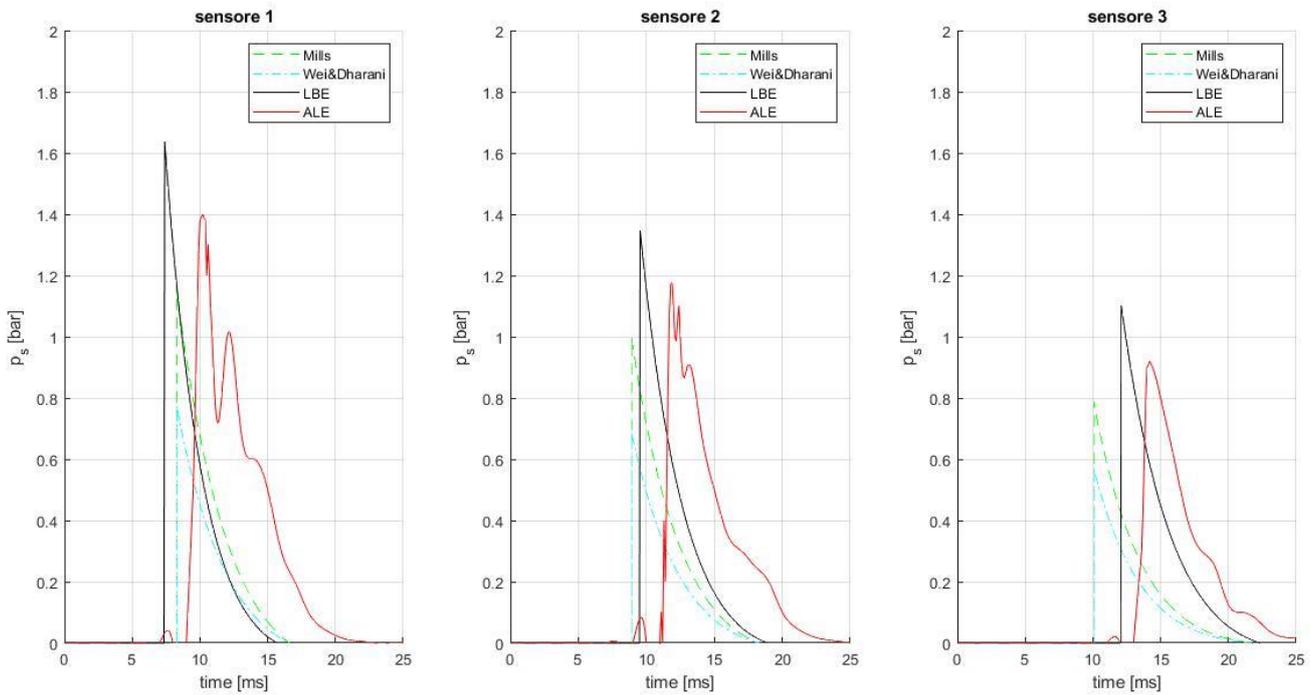


figura 4.4: confronto dei valori di  $p_i$  registrati con i diversi approcci

Le curve ottenute dai 3 sensori del metodo ALE erano affette da un certo rumore numerico, dovuto probabilmente alla grossolana taglia della mesh utilizzata per il dominio AIR. E' stato quindi necessario filtrarle usando il filtro Butterworth implementato direttamente nel software di post processing LS\_PP. La frequenza di filtraggio è stata impostata a 1000 Hz, in quanto il dato fisico che ci si aspetta è del tipo riportato in fig. 1.2 ossia del tutto privo di fluttuazioni. Si può ragionevolmente supporre che qualsiasi oscillazione di frequenza maggiore ai 1000 Hz nel dato di pressione sia sicuramente causata da rumore numerico. Questo filtraggio è stato utilizzato anche in altri autorevoli lavori [45, 46].

Come si può notare, c'è un buon accordo nei risultati prodotti con i 3 differenti approcci. Le discrepanze con le teorie analitiche sono in gran parte dovute al fatto che sia il modello ALE che la keyword Load\_Blast\_Enhanced in LS\_Dyna tengono conto delle riflessioni, mentre le teorie analitiche sono state ricavate per una carica isolata che esplosa in aria libera e quindi non tengono conto delle eventuali riflessioni.

Come ulteriore conferma della bontà dei risultati ottenuti è stata condotta una ricerca bibliografica su lavori simili. B. Samali, G. McKenzie, C. Zhang ed E. Ancich dell'università di Sydney hanno compiuto delle indagini con cariche differenti a varie distanze dal target. I loro risultati sono riportati in tabella 4.1 [43]:

DISTANCE m	5 kg TNT	50 kg TNT	100 kg TNT	500 kg TNT	1000 kg TNT	2000 kg TNT	3000 kg TNT
1	3.77	11.65	15.74	30.13	38.47	47.95	54.09
5	0.12	0.690	1.157	3.321	4.875	6.908	8.367
10	0.033	0.143	0.239	0.819	1.357	2.168	2.797
20	0.011	0.037	0.056	0.168	0.283	0.483	0.695
30	0.007	0.019	0.028	0.072	0.115	0.191	0.295
40	0.004	0.013	0.018	0.042	0.064	0.102	0.136
50	0.003	0.009	0.013	0.029	0.043	0.065	0.085
70	-	0.006	0.008	0.017	0.024	0.036	0.045
100	-	0.004	0.005	0.010	0.014	0.020	0.025
200	-	-	-	0.004	0.006	0.008	0.009
300	-	-	-	0.002	0.003	0.004	0.005

tabella 4.1:  $p_s$  [MPa] al variare di  $W$  e  $R$  per una carica emisferica [43]

Si nota che:

$$\begin{cases} W_{TNT} = 50 \text{ kg} \\ R = 10 \text{ m} \end{cases} \rightarrow p_s = 0.143 \text{ MPa} = 1.43 \text{ bar}$$

In questa sede il picco registrato sul sensore S1 stato

$$p_{s_{\text{sensore } 1}} \approx 1.4 \text{ bar}$$

Come si può notare i risultati sono perfettamente confrontabili.

Un'ultima verifica può essere fatta utilizzando i diagrammi presenti in letteratura, costruiti sulla base delle prove sperimentali effettuate. Ne è un esempio quello riportato in figura 2.2. Con i tools del software è stato possibile calcolare la distanza tra la carica ed i tre sensori, e ciò ha permesso di ricavare le tre grandezze scalate. Si è trovato

$$Z_1 = 2.6879 \frac{m}{\sqrt[3]{kg}}$$

$$Z_2 = 2.8584 \frac{m}{\sqrt[3]{kg}}$$

$$Z_3 = 3.1636 \frac{m}{\sqrt[3]{kg}}$$

Entrando nel grafico 2.2 con questi dati, è facile verificare che la pressione incidente  $p_s$  è proprio dell'ordine di 1 bar.



# Capitolo V

## Conclusioni e Sviluppi Futuri

## 5.1 Conclusioni

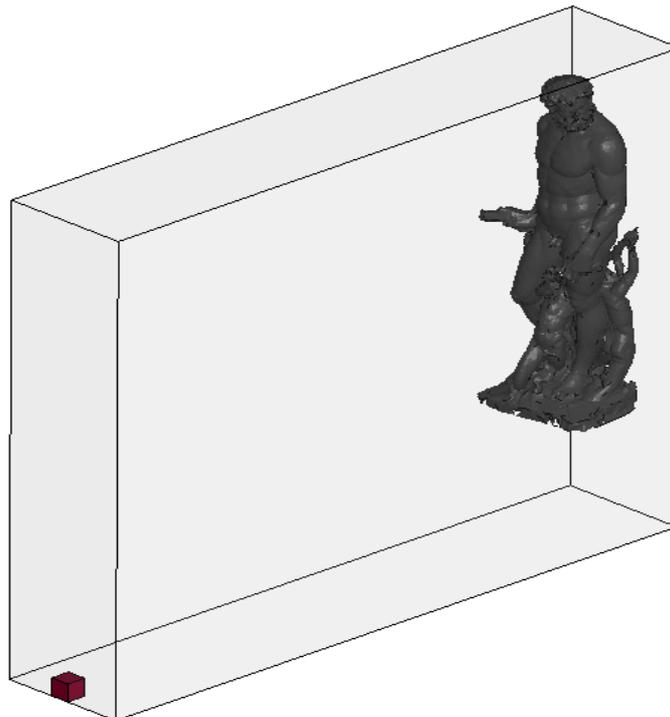
La verifica dei risultati ha portato ad un riscontro positivo, per cui si può concludere che il modello 1 fornisce risultati affidabili. E' ragionevole supporre che un ulteriore affinamento della mesh avrebbe condotto a risultati ancor più accurati.

Parlando degli effetti generati dal passaggio dell'onda d'urto, ricordando la tabella 1.1 [43] ci si aspetta un grave danneggiamento della statua e/o un suo ribaltamento.

## 5.2 Sviluppi futuri

Come visto il modello 1 è affidabile ma ha uno svantaggio di avere un dominio AIR molto grande. Non è quindi possibile raffinare ulteriormente la taglia della mesh, poiché un ulteriore aumento nel numero di elementi si tradurrebbe in costi computazionali proibitivi, almeno per un PC di potenze commerciali.

Per migliorare ulteriormente i risultati bisogna concentrarsi sullo sviluppo di un modello con dominio AIR di dimensioni ridotte, e che sfrutti delle keyword di boundary conditions. Un esempio viene riportato di seguito.



*figura 5.1: modello con dominio ALE ridotto e BC*

Il modello è analogo al precedente, con la differenza che su tutte le pareti esterne del dominio AIR, ad eccezione di quella inferiore, è stata attivata la keyword \*BOUNDARY\_NON\_REFLECTING, che permette di simulare la condizione di dominio infinitamente esteso. Le dimensioni sono state così ridotte drasticamente sia lungo l'asse x che lungo l'asse y. Questo consente di abbattere il numero di elementi riducendo così il costo computazionale. Sfortunatamente questo modello è ancora da perfezionare.

Terminato lo studio delle pressioni e del modello ALE lo step successivo sarà spostare il focus sugli effetti prodotti dal passaggio dell'onda d'urto. Si assegnerà un materiale con caratteristiche appropriate e che preveda un meccanismo di frattura fragile. All'interno del database di LS\_Dyna [44] sono già state individuate alcuni materiali che potrebbero essere utilizzati:

- MAT\_\*: *Inviscid Two Invariant Geologic Cap*
- MAT\_\*: *Soil Concrete*
- MAT\_\*: *Ramberg-Osgood*
- MAT\_\*: *Brittle Damage*
- MAT\_\*: *Johnson Holmquist Concrete*
- MAT\_\*: *Schwer Murray Cap Model*
- MAT\_\*: *FWHA Soil*
- MAT\_\*: *FHWA Soil Nebraska*

Così facendo si potranno studiare le modalità di propagazione del danno e la sua entità, qualora in un punto venga superata la tensione di rottura  $\sigma_R$ . Conducendo un'approfondita indagine parametrica si potrà anche diagrammare il tipo di danno e la sua entità in funzione della distanza scalata  $Z$ .



## Bibliografia

- [1] M. Domaneschi, M. Tanganelli, S. Viti, G. P. Cimellaro, *Protection of art works to blast hazards: the Fountain of Neptune in Florence*, 2021.
- [2] R. A. Strehlow, W. E. Baker, *Progress in Energy and Combustion Science*, 27, 1976.
- [3] V. Tehnicki, *Blast Loading on Structures*, 2012.
- [4] A. Borraccini, M. Marchetti, *Chimica degli esplosivi e dei propellenti*.
- [5] U.S. Army Corps of Engineers Protective Design Center Technical Report, *Methodology Manual for the Single-Degree-of-Freedom Blast Effects Design Spreadsheets*, 2008.
- [6] J. Shin, A. Whittaker, A. Aref, D. Cormie, *Reflection Coefficients and Reflected Scaled Impulses from Detonations of High Explosives as a Function of Angle of Incidence*.
- [7] P. Cardillo, *Le esplosioni di gas, vapori e polveri*. Sviluppo Chimica editore, 2002.
- [8] T. Ngo, P. Mendis, A. Gupta, J. Ramsay, *Blast Loading and Blast Effects on Structures – An Overview*. EJSE Special Issue: Loading on Structures, 2007.
- [9] S. Scaini, A. M. Ruccio, “*Esplosivi e Security*”, EPC Libri.
- [10] H. Draganić, V. Sigmund, *Blast Loading on structures*, Tehnicki Vjesnik, 2012.
- [11] P. Vannucci, F. Masi, I. Stefanou, *A comparative study on the effects of blast actions on a monumental structure*, 2018.
- [12] V. Karlos, G. Solomos, M. Larcher, *Analysis of blast parameters in the near-field for spherical free-air explosions*, 2016.
- [13] S. Koli, P. Chellapandi, L. B. Rao, A. Sawant, *Study on JWL equation of state for the numerical simulation of near-field and far-field effects in underwater explosion scenario*, Engineering Science and Technology, an International Journal, 2020
- [14] V. Karlos, G. Solomos, M. Larcher, *Analysis of the blast wave decay coefficient using the Kingery–Bulmash data*, International Journal of Protective Structures, 2016

- [15] S. Lukić, H. Draganić, G. Gazić, I. Radić, *Statistical Analysis Of Blast Wave Decay Coefficient And Maximum Pressure Based On Experimental Results*, WIT Press, 2020.
- [16] A. Kalra, F. Zhu, K. H. Yang, A. I. King, *Key Parameters in Blast Modeling Using 2D and 3D ALE Mapping Technique*, XIII LS\_Dyna Users Conference, 2021
- [17] H. Yong, X. Xinyuan, J. Zhihai, *Equation of state of detonation products for TNT by aquarium experiment*, AIP Conference, 2018.
- [18] R. Castedo, M. Natale, L.M. Lopez, J.A. Sanchidrian, A.P. Santos, J. Navarro, P. Segarra, *Estimation of Jones-Wilkins-Lee parameters of emulsion explosives using cylinder tests and their numerical validation*, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2018.
- [19] W.K.E. Huntington-Thresher, I.G. Cullis, *TNT blast scaling for small Charges*, Defence Evaluation and Research Agency, Forth Halstead, Sevenoaks, Kent TN14 7BP UK, 2001.
- [20] P.S. Bulson, “*Explosive Loading of Engineering Structures*”, E & FN Spon, UK, 1997.
- [21] P. Miller, “*Towards the modeling of blast loads on structures*”, Department of Civil Engineering, University of Toronto, 2004.
- [22] W.E. Baker, P.A. Cox, P.S. Westine, J.J. Kulesz, R.A. Strehlow, *Explosion Hazards and Evaluation*, Elsevier, Amsterdam (1983).
- [23] M. Larcher, “*Simulation of the Effects of an Air Blast Wave*”, JRC Technical Notes, PUBSY JRC41337-2007.
- [24] F. S. Onorio, *Tempo di arrivo dell’onda di blast*, Dinamica delle esplosioni VII, L’angolo dell’ingegnere strutturista, 2012.
- [25] B. Hopkinson, British Ordnance Board Minutes 13565, 1915
- [26] C. Cranz, “*Lehrbuch der Ballistik*”, Springer-Verlag, Berlin, 1926
- [27] P.D. Smith, *Blast and ballistic loading*, Butterworth-Heinemann Ltd Linacre House, Jordan Hill , Oxford OX2 8DP, 1994.
- [28] H. L. Brode, *Numerical solution of spherical blast waves*, Journal of Applied Physics, American Institute of Physics, Ney York, 1955.

- [29] I.A. Naumyenko, I.G. Petrovsky, *The shock wave of a nuclear explosion*, BOEH, CCCP, 1956.
- [30] M. A. Sadovsky, *Mechanical effects of air shock waves from explosion according to experiments*, AH CCCP; Mosca 1952.
- [31] G. F. Kinney, K. J. Graham, *Explosive Shocks in Air*, Springer-Verlag, New York, NY, second edition, 1985.
- [32] B. Gelfand, M. Silnikov, *Blast effects caused by explosions*, Final Technical Report, European Research office of the U.S.Army, London, England, 2004.
- [33] Mills, C. A., *The design of concrete structure to resist explosions and weapon effects*, Proceedings of the 1st Int. Conference on concrete for hazard protections, Edinburgh, UK, 1987.
- [34] Wei J. and Dharani L. R., *Fracture mechanics of laminated glass subjected to blast loading*, Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2005.
- [35] J. R. Florek, “*Study of simplified models of aircraft structures subjected to generalized explosive loading*”, Graduate School-New Brunswick, New Jersey, October 2007.
- [36] D. B. Chang, C. S. Young, “*Probabilistic Estimates of Vulnerability to Explosive Overpressures and Impulses*”, Journal of Physical Security, 2010.
- [37] K. Balakrishnan, A. Sharma, R. Ali, *Comparison of Explicit and Implicit finite element methods and its effectiveness for drop test of Electronic control unit*, 11th International Symposium on Plasticity and Impact Mechanics, Implast 2016.
- [38] *LS\_Dyna Support Site*. <https://www.dynasupport.com/>
- [39] *Getting Started with LS\_Dyna*, Livermore Software Technology Corporation, 2002.
- [40] P. Vachal, R. V. Garimella, *On quality improvement of triangular meshes using node reconnection*, 2005.
- [41] Department of the Army, the Navy and the Air Force of the US, *Structures to resist the effects of accidental explosions*, 1990.
- [42] D. Hilding, *Methods for modelling Air Blast on Structures in LS\_DYNA*, 14th German LS\_DYNA forum, 2016.
- [43] B. Samali, G. McKenzie, C. Zhang, E. Ancich, *Review Of The Basics Of State Of The Art Of Blast Loading*, Western Sydney University.

- [44] *LS\_Dyna Keyword User's Manual – Vol. II: Material Models*, Livermore Software Technology Corporation.
- [45] G. J. Vassilakos, *Elemental Water Impact Test: Phase 1 – 20 inch Hemisphere*, NASA/CR–2015-218679.
- [46] G. J. Vassilakos, *Elemental Water Impact Test: Phase 3 - Plunge Depth of a 36-inch Aluminum Tank Head*. NASA/CR–2015-218679.
- [47] T. P. Slavik, *Blast Loading in LS\_Dyna*. University of California, 2012.
- [48] D. Hilding, *Methods for modelling Air blast on structures in LS\_Dyna*. 14<sup>th</sup> German LS-DYNA forum, 2016.
- [49] M. Bakroon, R. Daryaei, D. Aubram, F. Rackwitz, *Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Formulations Applied to Geotechnical Problems*, 2017
- [50] <https://yasincapar.com/implicit-vs-explicit-approach-in-fem/>
- [51] <https://www.mechead.com/what-is-explicit-dynamics-in-ansys/>
- [52] M. D. Goel, *Blast: Characteristics, Loading and Computation – An Overview*, ResearchGate, 2015
- [53] I.T. Wang, *Numerical Simulation and Experimental Validation of the Mach reflection effect of shock wave under ground surface blast*, Journal of Vibroengineering, 2015.
- [54] A. M. Remennikov, *The state of the art of explosive loads characterization*.
- [55] R. Benintendi, *Process Safety Calculations – 2<sup>nd</sup> edition*, 2021.
- [56] <http://www.hysafe.net/wiki/BRHS/ChemicalExplosions>
- [57] V. Giordano, G. C. Paternò, *Convegno Nazionale Valutazione e Gestione del Rischio negli Insediamenti Civili ed Industriali*.
- [58] S. Singla, P. Singla, A. Singla, *Computation Of Blast Loading For A Multi Storeyed Framed Building*, International Journal of Research in Engineering and Technology.
- [59] V. Karlos, G. Solomos, *Calculation of Blast Loads for Application to Structural Components*, JRC Technical Report, 2013.