POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Biomedica

Tesi di Laurea Magistrale

Valutazione comparativa dei centri di istantanea rotazione di stabilizzazioni vertebrali su modello di rachide lombare sintetico



Relatore

Prof. Mara Terzini

CoRelatori

Ing. Simone Borrelli Ing. Giovanni Putame Candidato

Elisabetta Spinazzola

Anno Accademico 2021/2022

Indice

Abstract		
1 Int	roduzione	
1.1	Anatomia del rachide e Richiami diBiomeccanica	
1.1.1	Anatomia del rachide	
1.1.2	Posizione, orientamento e cinematica del sistemascheletrico	
1.1.3	Sistemi di riferimento	
1.1.4	Matrici di Rotazione	
1.1.5	Cir & Iar	
1.1.6	Metastasi e Stabilizzazione del rachide	
1.2	Introduzione modelli	
1.2.1	Tipologie di modelli	

2	Materiali eMetodi 47
2.1	Strumentazione utilizzata
2.1.1	Dic
2.1.2	Prove effettuate e set up dell'esperimento
2.1.3	Marker e posizioni
2.2	<i>Vic 3D</i>
2.2.1	Post processamento
2.2.2	Calibrazione
2.2.3	Tracciamento dei marker
2.3	Analisi Cinematica
2.3.1	Post elaborazione dei dati
2.3.2	Metodo di analisi segmentale del modellomultilivello73

1.1.1	Metodo di Reuleaux	
3 Ris	sultati e discussioni 80	
3.1	Risultati	
3.1.1	Analisi Cir & Iar: Protocolli	
3.1.2	Spostamenti tra istante finale e iniziale107	
3.2	Discussioni 109	
3.2.1	Confronti tra layout109	
4 Co	nclusioni 115	
Appe	endice	
Bibliografia		

Lista figure

Figura 1: Anatomia del rachide, andando in direzione cranio-caudale si mostrano la zona cervicale, dorsale,			
lombare e sacrale			
Figura 2: Anatomia di vertebra lombare			
Figura 3: Catena cinematica aperta con corpi rigidi in serie a cui si associa un sistema di riferimento			
generico o globale (in rosso) e sistemi di riferimento locali per ciascun corpo rigido (in nero)11			
Figura 4: Piani di riferimento anatomici (sagittale in rosso, trasversale in verde e frontale in blu)16			
Figura 5: Rappresentazione della cinematica articolare			
Figura 6: Determinazione per via grafica del centro di istantanea rotazione			
Figura 7: Posizionamento anatomico dei centri di istantanea rotazione per le vertebre			
Figura 8: Posizionamento anatomico dei centri di istantanea rotazione in flessione delle vertebre lombari 36			
Figura 9: Posizionamento anatomico dei centri di istantanea rotazione delle vertebre lombari in estensione 36			
Figura 10: Mezzi di sintesi, viti e placche			
Figura 11: Costrutto biomimetico lombosacrale montato nell'apparato di carico, per ciascuna diversa			
direzione di carico			
Figura 12: Fasi chiave del disegno sperimentale. A: inserimento delle viti peduncolari nella struttura			
biomimetica lombare mediante sistema Carboclear (CarboFix Orthopaedics Ltd). B: Lesione osteolitica e			
replica della decompressione posteriore prima dell'applicazione delle stabilizzazioni; C: realizzazione della			
stabilizzazione del segmento lungo; D: realizzazione della stabilizzazione del segmento corto con il cross-			
link			
Figura 13: Rappresentazione delle otto configurazioni costruttive realizzate per l'analisi comparativa,			
mostrando solo il segmento lombare (L1-L5). La numerazione (I-VII) rispecchia l'ordine delle prove			
sperimentali			
Figura 14: L'impianto sperimentale utilizzato per eseguire le prove sperimentali			
Figura 15: Modello sintetico di rachide lombare strumentato con i marker riportati nella tabella a fianco 54			
Figura 16: Vic3D Digital Image Correlation Measurement System			
Figura 17. Project image panel showing speckle images			
Figura 18: Calibration image list in project panel			
Figura 19: Set reference image			
Figura 20: Calibration dialog			
Figura 21: Ellipse extraction for calibration			
Figura 22: Calibration results			
Figura 23: Calibration target definition			
Figura 24: Marker tracking tool box			
Figura 25: Sistema di riferimento globale associata al modello sintetico di rachide lombare			
Figura 26: Terna di vettori usata per determinare il sistema di riferimento globale			
Figura 27: Sistema di riferimento globale finale			
Figura 28: Passaggio dal sistema di riferimento 'sconosciuto' delle telecamere a quello globale			
Figura 29: Method for determining the local IAR of upper body (UB) relative to the lower body (LB). A)			
UB1 is a known location of Upper Body at time 1, UB2 is a known location of Upper Body at time 2, LB1 is			
a known location of Lower Body at time 1, LB2 is a known location of Lower Body at time 2, B) UB2' is a			
calculated location of Upper Body at time 2 due to the motion of Lower Body alone, C) The relative change			
of the UB between UB2' and the final position UB2 is given by $\Delta 2$ -2'UB, and D) UB2'' is a calculated			

location of Upper Body at time 2 due the motion of Upper Body alone relative to a stationary LB	
Figura 30: Marker points A and B in the initial and final (A' and B') positions after a rotation by 4 about the	
instantaneous center of rotation (CR,), defined as the origin	
Figura 31: Protocollo flessionale, costrutto intatto a sinistra e patologico a destra	
Figura 32: Protocollo flessionale, costrutto lungo a sinistra e corto a destra	
Figura 33: Protocollo flessionale, costrutto corto mobile a sinistra e corto trasverso a destra	
Figura 34: Protocollo flessionale, costrutto corto trasverso mobile	
Figura 35: Protocollo flessionale, partendo da sinistra verso destra: costrutto intatto, patologico, lungo, corto.	87
Figura 36: Protocollo flessionale, costrutto intatto a sinistra e patologico a destra	
Figura 37: Protocollo flessionale, costrutto lungo a sinistra e corto a destra	
Figura 38: Protocollo flessionale, costrutto corto mobile a sinistra e corto trasverso a destra	
Figura 39: Protocollo flessionale, costrutto corto trasverso mobile	
Figura 40 Protocollo flessionale, partendo da sinistra verso destra: costrutto intatto, patologico, lungo, corto.	92
Figura 41: Protocollo di rigidezza, costrutto intatto a sinistra e patologico a destra	
Figura 42: Protocollo di rigidezza, costrutto lungo a sinistra e corto a destra	
Figura 43: Protocollo di rigidezza, costrutto corto mobile a sinistra e corto trasverso a destra	
Figura 44: Protocollo di rigidezza, costrutto corto trasverso mobile	
Figura 45: Protocollo di rigidezza, partendo da sinistra verso destra: costrutto intatto, patologico, lungo, corto.	98
Figura 46: Flessione, protocollo di rigidezza, Cir per vertebre L1, L2, L3, L4, L5	
Figura 47: Protocollo di rigidezza, costrutto intatto a sinistra e patologico a destra 100	
Figura 48: Protocollo di rigidezza, costrutto lungo a sinistra e corto a destra	
Figura 49: Protocollo di rigidezza, costrutto corto mobile a sinistra e corto trasverso a destra 102	
Figura 50: Protocollo di rigidezza, costrutto corto trasverso mobile 103	
Figura 51:Protocollo di rigidezza: da sinistra a destra costrutto intatto, patologico, lungo e corto 104	
Figura 52: Estensione, protocollo di rigidezza, Cir per vertebre L1, L2, L3, L4, L5 105	
Figura 53: Overloading flessione 108	
Figura 54: Overloading estensione	
Figura 55: spostamenti dei CIR dall'istante iniziale a finale per l'estensione 108	
Figura 56: spostamenti dei CIR dall'istante iniziale a finale per la flessione	

Ringraziamenti

Sono molto grato alla mia relatrice, Professoressa Mara Terzini, per l'opportunità, la fiducia e l'orientamento che mi sono stati forniti nell'ambito di questa tesi.

Un ringraziamento particolare va all'Ing. Simone Borrelli, il mio corelatore, per la grande disponibilità e gentilezza che mi ha mostrato, per avermi istruito e per la collaborazione nello sviluppo di questo lavoro. Vorrei ringraziare anche l'Ing. Giovanni Putame per il feedback che mi ha

fornito e per la guida durante la parte sperimentale in laboratorio.

Abstract

La stabilizzazione nei disturbi della colonna vertebrale è fondamentale per valutare il successo del trattamento chirurgico. Lo studio sperimentale con modello sintetico biomeccanico si riferisce alla decompressione con stabilizzazione di lesioni osteolitiche secondarie vertebrali toracolombari. A riguardo, si presenta un'analisi biomeccanica comparativa delle stabilizzazioni in fibra di carbonio per il trattamento chirurgico delle metastasi spinali (lunghe e corte -con e senza cross-link augmentation-), ricorrendo al costrutto lombo-sacrale biomimetico caricato lungo i tre assi.

L'elemento principale dello studio è rappresentato dall'analisi cinematica circa il movimento delle vertebre in seguito all'applicazione del carico sulla struttura. I carichi biomeccanici applicati al costrutto biomimetico includono flessione, estensione e flessione laterale, nonché coppia in senso orario e antiorario.

Il rachide lombare è stato modellato tramite i suoi costituenti principali: vertebre, dischi intervertebrali e legamenti. I test sono iniziati con il costrutto intatto e non strumentato, seguito dal modello patologico in cui si è realizzata una lesione osteolitica dell'emisoma del corpo vertebrale L3. In seguito, si è protesizzato tale modello creando 5 stabilizzazioni differenti che comprendessero strutture lunghe, corte e con cross-link.

I movimenti delle vertebre sono stati ricavati dapprima attraverso il sistema di inseguimento dei dati dei marker DIC, posizionati sul costrutto ed elaborati in seguito con il software Vic3D.

A partire dal tracciamento delle coordinate dei marker, si è potuto procedere all'elaborazione dei dati tramite software Matlab, al fine di valutare i descrittori della cinematica del corpo rigido. Si è scelto di rappresentare le traiettorie dei centri di istantanea rotazione di ciascuna vertebra rispetto alla vertebra sottostante, assieme al corrispettivo asse di istantanea rotazione.

L'obiettivo finale si propone di analizzare le principali differenze e risposte dei modelli fra le diverse stabilizzazioni vertebrali, con lo scopo di stabilire quale configurazione sia la più conveniente, in termini di stabilità a breve o a lungo termine e simulante meglio il comportamento fisiologico applicando una stabilizzazione lunga, una stabilizzazione corta, una stabilizzazione corta con connettori trasversali.

1 Introduzione

1.1 Anatomia del rachide e Richiami di Biomeccanica

1.1.1 Anatomia del rachide

La colonna vertebrale è il principale sostegno del <u>corpo umano</u> e dei <u>vertebrati</u>. Essa è composta da 33 o raramente da 34 vertebre ed è suddivisa in 5 regioni distinte:

- 1. Zona Cervicale: composta da 7 vertebre cervicali.
- 2. Zona Dorsale: composta da 12 vertebre dorsali.
- 3. Zona Lombare: composta da 5 vertebre lombari.
- 4. Zona Sacrale: composta da 5 vertebre sacrali.
- 5. Coccige: composta da 4 vertebre coccigee.



Figura 1: Anatomia del rachide, andando in direzione cranio-caudale si mostrano la zona cervicale, dorsale, lombare e sacrale

La colonna vertebrale è un complesso osseo che costituisce lo scheletro del

rachide. Essa ha la funzione di sostegno del tronco e della testa e di protezione del midollo spinale, racchiuso al suo interno. Le vertebre, costituenti fondamentali, si articolano tra loro. Sono ossa corte, non tutte uguali fra di loro, ma che presentano caratteristiche comuni che consentono di farne una generica descrizione. Le vertebre sono costituite da un *corpo vertebrale* che, insieme al cosiddetto *arco vertebrale*, delimita il *foro vertebrale*.

Attraverso la sovrapposizione delle vertebre si forma una specie di canale per via dei *fori vertebrali*: questo canale contiene il midollo spinale che è parte del <u>sistema nervoso centrale</u>. Il corpo vertebrale è la parte più grande e resistente della vertebra, di forma pressoché cilindrica. Esso presenta tre facce, una superiore, una inferiore e una di contorno (detta anche circonferenza). L'arco vertebrale costituisce la parte posteriore della vertebra; esso è costituito da varie porzioni: due peduncoli, due masse apofisarie, due lamine e un processo spinoso.

La colonna vertebrale, oltre alla funzione di sostegno, assolve a una funzione protettiva (le vertebre evitano che urti o vibrazioni arrechino danni al <u>midollo spinale</u>) e a una funzione motoria (grazie alle sue articolazioni, la colonna vertebrale consente di muovere la <u>testa</u> nello spazio, di piegare il corpo in avanti ed estenderlo in senso opposto, di fletterlo e di ruotarlo).

Gli archi vertebrali presentano, oltre i cosiddetti *peduncoli* (ossia la parte dell'arco a diretto contatto col corpo vertebrale), due processi laterali simmetrici, detti *processi trasversi*, mentre posteriormente il cosiddetto *processo spinoso*: il complesso dei processi spinosi forma ciò che è volgarmente detto *spina dorsale*.

I punti articolari fra le <u>vertebre</u> sono essenzialmente tre: anteriormente, fra un corpo e l'altro, si interpone un disco biconvesso, detto <u>disco</u> <u>intervertebrale</u>, costituito quasi totalmente da fibrocartilagine, eccetto la parte centrale, nella quale si osserva il cosiddetto *nucleo polposo*, struttura assiale dell'<u>embrione</u>; posteriormente alla radice dei due processi trasversi si hanno invece due simmetriche facce articolari, di tipo sinoviale, in contatto con corrispondenti eminenze della <u>vertebra</u> posta immediatamente sopra a quella considerata.

Lo studio in questione è stato condotto in particolare per il tratto lombare che comprende le vertebre: L1, L2, L3, L4, L5 in direzione cranio-caudale. La generica forma di una vertebra lombare è la seguente.



Figura 2: Anatomia di vertebra lombare

Le vertebre lombari presentano un corpo maggiore delle vertebre <u>dorsali</u> e <u>cervicali</u>. Il corpo tende ad aumentare andando in direzione cranio-caudale. Presentano un processo spinoso e i processi trasversi sono tripartiti, ovvero divisi in tre differenti processi (anteriore, accessorio e mammillare).

Il foro vertebrale ha una forma triangolare con base anteriore, ovvero in prossimità della parete posteriore del corpo vertebrale. Le sue dimensioni sono ridotte rispetto ai fori vertebrale presenti nelle vertebre dorsali e cervicali. ("Colonna Vertebrale", 2022)

1.1.2 Posizione, orientamento e cinematica del sistema scheletrico

L'analisi della postura e del movimento umano costituisce un settore biomedico in forte espansione e di grande interesse dal punto di vista clinico, in quanto il controllo posturale e la locomozione sono il risultato dell'interazione di tre principali sistemi fisiologici: il sistema nervoso, il sistema muscolo-scheletrico ed il sistema sensoriale.

La valutazione delle caratteristiche della postura e del movimento, nonché delle loro variazioni rispetto ad una situazione di normalità, possono essere di enorme utilità in campo clinico per la diagnosi di particolari patologie a carico di uno dei sistemi coinvolti, così come per la conoscenza del livello di limitazione funzionale conseguente alla patologia o per la pianificazione di specifici trattamenti riabilitativi (chirurgico, ortesico, ...).

Lo studio del movimento prevede la misura di variabili che descrivono la cinematica e la dinamica dei segmenti anatomici.

La cinematica è quella parte della meccanica che studia le proprietà del movimento senza tener conto delle cause che lo determinano. È un problema puramente geometrico e non richiede perciò le caratteristiche inerziali degli elementi che compongono il sistema (massa, momenti d'inerzia, posizione del baricentro). Definire dal punto di vista cinematico il moto, o la legge del moto, di un punto equivale a definire, per ogni istante, la sua posizione rispetto a un sistema di riferimento scelto. Per definire la posa di un corpo rigido, che è identificato da tre punti non allineati, è necessario conoscere non solo il vettore posizione ma anche la matrice che ne stabilisce l'orientamento, in modo da descrivere completamente i suoi sei gradi di libertà.

Posizione e orientamento

Il vettore posizione è un'entità matematica che permette di individuare la posizione di un punto P di un segmento di interesse rispetto ad un sistema di riferimento locale al segmento, tipicamente cartesiano. In una catena cinematica (aperta o chiusa) ad ogni elemento può essere associata una terna ortogonale di riferimento.

Il posizionamento di un corpo nello spazio può essere descritto dalla posizione e dall'orientamento di una terna di riferimento ad esso solidale.

La terna Oxyz di versori k j i è solidale alla base della catena cinematica. Se la base è fissa, il sistema di riferimento Oxyz è detto assoluto o globale.

La terna O_i uvw di versori $\lambda \mu \nu$ è solidale ad uno degli elementi mobili della catena cinematica. Questa definisce un sistema di riferimento locale. È possibile definire le posizioni e gli orientamenti delle diverse terne locali sia rispetto al sistema globale sia relativamente tra di loro.



Figura 3: Catena cinematica aperta con corpi rigidi in serie a cui si associa un sistema di riferimento generico o globale (in rosso) e sistemi di riferimento locali per ciascun corpo rigido (in nero)

Il vettore posizione 'p', ad esempio indica la posizione del centro P della terna locale nel sistema globale. Esso lo si può esprimere sia in coordinate del sistema di riferimento globale che in quello locale. Esso sarà composto sempre da 3 componenti.

$$p_{\mathrm{u}} = [p_{\mathrm{v}}] = p_{\mathrm{u}}\lambda + p_{\mathrm{v}}\mu + p_{\mathrm{w}}
u$$

Queste sono le componenti del vettore P lungo gli assi della terna locale. Spesso può essere necessario rappresentare le coordinate del punto P del segmento rispetto a un altro sistema di riferimento, che definiremo globale (SG).

$$p = \begin{bmatrix} p_{x} \\ p_{y} \end{bmatrix} = p_{x}i + p_{y}j + p_{z}k$$
$$p_{z}$$

Queste, invece, sono le componenti del vettore P lungo gli assi della terna globale.

La posizione del sistema di riferimento locale rispetto al globale viene descritta in termini del vettore posizione della sua origine rappresentato nel sistema globale. L'orientamento del SL rispetto al SG è univocamente descritto dagli angoli che gli assi del sistema locale formano con quelli del sistema globale.

È possibile anche assegnare i versori degli assi del SL espressi nel globale che altro non sono che i coseni direttori degli angoli tra i due sistemi di riferimento.

L'orientamento relativo tra i versori delle due terne è descrivibile in questo modo:

Orientamento relativo tra versori







 $i = \cos\alpha \cdot \lambda + \cos(90^{\circ} + \alpha) \cdot \mu = Cxu \cdot \lambda + Cxv \cdot \mu$ $j = \cos(\alpha - 90^{\circ}) \cdot \underline{\lambda} + \cos\alpha \cdot \mu = Cyu \cdot \underline{\lambda} + Cyv \cdot \mu$

Le proiezioni di un versore lungo i diversi assi di un sistema di riferimento sono i suoi coseni direttori. (Ferraresi)

$$Cxu = Cux = \cos \alpha = \underline{\lambda} \cdot i$$
$$Cxv = Cvx = \cos(90^\circ + \alpha) = \mu \cdot i$$
$$Cyu = Cuy = \cos(90^\circ - \alpha) = \underline{\lambda} \cdot j$$
$$Cyv = Cvy = \cos \alpha = \mu \cdot j$$

Descrizione cinematica del sistema scheletrico

Per descrivere la cinematica 3D del rachide, si utilizza un modello costituito da un sistema multilink i cui membri rigidi sono le vertebre. Per una valutazione quantitativa del movimento delle vertebre è necessario ricostruire la posa dei segmenti ossei in esame in ognuno degli istanti in cui si è acquisito il movimento del rachide.

La descrizione della cinematica del sistema scheletrico deve essere associata a quella morfologica. La descrizione morfologica di un segmento osseo può essere ottenuta rappresentandolo come un insieme di particelle (marker) e fornendo il vettore posizione di ciascuna di esse relativamente a un sistema di riferimento locale.

Nell'ambito degli obiettivi tipici dell'analisi del movimento, i segmenti ossei vengono modellizzati utilizzando l'assunzione di corpo rigido. In maniera del tutto analoga a quanto avviene in meccanica classica, per evidenti ragioni di praticità, si tende a separare il problema della descrizione del movimento dall'analisi degli sforzi interni, tensioni e delle deformazioni. L'assunzione di corpo rigido, fatta per i segmenti ossei, implica che i SL siano solidali con questi e che i vettori posizione delle particelle sopra menzionati siano invarianti rispetto al tempo e/o alle condizioni meccaniche al contorno e possano, dunque, essere determinati una sola volta e nelle condizioni sperimentali più favorevoli.

La stereofotogrammetria consente una ricostruzione della morfologia dell'osso "a bassa risoluzione" (*Cappozzo, 1984*). Ciò è imposto dal fatto che possono essere identificati solo punti superficiali, cioè ricoperti da un sottile strato di tessuto molle, e con distinte caratteristiche morfologiche. Grazie alla loro accessibilità, tali punti di repere anatomici (RA), sono individuabili per palpazione e la loro posizione può essere ricostruita apponendovi dei marcatori.

La stima della posizione e dell'orientamento di un segmento si fonda sul concetto teorico in base al quale un corpo rigido in movimento è univocamente determinabile dalla conoscenza della cinematica di un SDR solidale al corpo stesso. La registrazione del SDR solidale al segmento osseo si attua a partire dalla conoscenza delle coordinate, rispetto al SDR globale, di almeno tre punti non collineari disposti sul segmento.

Si noti tuttavia che il riferimento alla morfologia delle porzioni del sistema scheletrico di interesse è indispensabile anche nel caso in cui l'obiettivo sia la sola descrizione matematica del movimento. Molte delle grandezze meccaniche utilizzate a tale scopo sono, infatti, vettoriali e la loro rappresentazione numerica dipende dal sistema di assi utilizzato. Per ovvie ragioni di ripetibilità dei risultati, la definizione di tali assi deve essere ripetibile. Se i sistemi di riferimento locali sono solidali con porzioni del corpo umano, allora questa circostanza può essere garantita unicamente da un riferimento all'anatomia, costruendo detti assi utilizzando RA. I sistemi di riferimento locali definiti sulla base di RA prendono il nome di sistemi di

riferimento anatomici (SA) e vengono definiti per soddisfare requisiti di ripetibilità intra – e – inter-soggettiva. (Anastasi, 2006)

Piani e assi anatomici

I movimenti del rachide nello spazio si sviluppano interno a differenti piani e assi:

Piano **sagittale** divide il corpo umano in due parti simmetriche: destra e sinistra;

Piano **trasversale** taglia la figura nelle due porzioni superiore ed inferiore, passando per il centro di massa;

Piano **frontale o coronale** divide il corpo in due parti anteriore e posteriore; Gli assi anatomici definiscono l'asse intorno al quale si verifica un movimento rotatorio:

Asse **sagittale** (dato dall'intersezione dei piani sagittale e trasversale) movimenti di abduzione e adduzione; indica la direzione antero-posteriore ed è perpendicolare al piano frontale.

Asse **trasversale** (dato dall'intersezione dei piani frontale e trasversale) movimenti di flesso estensione; è indicativo della direzione medio-laterale ed è perpendicolare al piano sagittale.

Asse **verticale** (dato dall'incontro del piano frontale con il sagittale) movimenti di torsione in riferimento al rachide e rotazione in riferimento agli arti; rappresenta la direzione cranio-caudale ed è perpendicolare al piano trasverso.

I movimenti di flesso-estensione hanno luogo sul piano sagittale intorno all'asse medio-laterale; i movimenti di ab-adduzione hanno luogo sul piano frontale intorno all'asse sagittale, mentre i movimenti di intra-extra rotazione si svolgono sul piano trasverso intorno all'asse longitudinale.



Figura 4: Piani di riferimento anatomici (sagittale in rosso, trasversale in verde e frontale in blu) Il movimento complessivo della **colonna vertebrale** deriva dalla combinazione dei piccoli movimenti delle vertebre che si sommano tra loro, ovviamente questo è possibile anche grazie al movimento del bacino e dell'arto inferiore. Il movimento di ogni vertebra si può scomporre in traslazioni e rotazioni. Le traslazioni e rotazioni cessano quando si sviluppano movimenti antagonisti e uguali a quelli motori.

Ma in definitiva possiamo definire i seguenti movimenti:

- 1. Flesso-estensione sul piano sagittale
- 2. Inclinazione o "side bending" sul piano frontale
- 3. Rotazione o torsione sul piano trasversale

La colonna vertebrale può effettuare dei movimenti composti, ovvero la risultante dell'unione di uno o più movimenti sopracitati.

Durante la flessione: Avanzamento e discesa sulla vertebra superiore, lo spazio tra i 2 corpi vertebrali diminuisce anteriormente e aumenta posteriormente. Le faccette articolari si allontanano (divergenza), il disco fibrocartilagine viene schiacciato anteriormente e il nucleo polposo, contenuto al suo interno, viene spinto posteriormente;

Durante l'estensione: Procedimento inverso rispetto alla flessione. Le faccette articolari si avvicinano (convergenza), il disco fibrocartilagineo viene schiacciato posteriormente e il nucleo polposo, contenuto al suo interno, viene spinto anteriormente.

È importante evidenziare che in flessione i fori intervertebrali aumentano di diametro, mentre in estensione diminuiscono.

La colonna vertebrale non effettua mai dei movimenti puri. I movimenti sono sempre composti, questo viene fatto per preservare la struttura stessa. Un'inclinazione pura porterebbe ad una eccessiva tensione del compartimento muscolo-legamentoso controlaterale all'inclinazione. Il movimento di inclinazione del **rachide** avviene sempre con la rotazione e viceversa. L'inclinazione è guidata dalle faccette articolari.

L'**inclinazione lombare** pura è impossibile, nell'inclinazione Dx la faccetta articolare Dx si avvicina alla sottostante in convergenza e la Sx si allontana in divergenza.

Per l'inclinazione, quindi, bisogna fondere i 2 movimenti, l'inclinazione è accompagnata da una rotazione nel verso opposto.

I movimenti avvantaggiati nel segmento lombare sono quelli di flessoestensione, dovuti alla conformazione delle facce articolari poste su un piano para-sagittale. La rotazione è limitata.

1.1.3 Sistemi di riferimento

La descrizione del movimento del sistema scheletrico coinvolge la definizione di sistemi di riferimento globali e locali.

Per il sistema di riferimento globale si sono presi in considerazione tre maker fissi giacenti sulla base del modello sui quali costruire una terna e un sistema di riferimento fisso assoluto.

Un generico sistema di riferimento locale, rigidamente associato ad un corpo o ad un segmento osseo viene detto **sistema tecnico** (ST) (*Cappozzo, 1984; Cappozzo et al., 1997a*). Questa espressione deriva dal fatto che la definizione di questo sistema di riferimento ubbidisce a considerazioni esclusivamente tecniche legate agli strumenti di misura utilizzati o ai protocolli sperimentali adottati e, normalmente, non ha una relazione geometrica prevedibile con l'anatomia del sistema sotto analisi. Tale sistema di riferimento viene costruito utilizzando la posizione istantanea di marcatori non allineati collocati sul segmento d'interesse (affinché il problema sia determinato i marcatori devono essere almeno tre per poter determinare la terna).

Contrariamente ai ST, il cui posizionamento rispetto al segmento a cui si riferiscono è arbitrario e di conseguenza non ripetibile, i **sistemi di riferimento anatomici** (SA) vengono definiti proprio per soddisfare requisiti di ripetibilità intra – e – inter-soggettiva.

Inoltre, i loro piani approssimano i piani frontale, sagittale e trasverso così come definiti dalla anatomia, aspetto che rende più facilmente interpretabili dati che vengano rappresentati in quei sistemi di riferimento. Se riferiti al segmento corporeo relativo, i SA possono essere utilizzati per definire la posizione del relativo centro di massa e, con un'approssimazione accettata in molte applicazioni, possono essere considerati coincidenti con gli assi principali di inerzia. I SA vengono determinati utilizzando i relativi RA; tali punti dovrebbero essere scelti in modo da risultare relativamente facili da identificare per palpazione e che la loro determinazione risulti ripetibile.

(Cappozzo et al., 1995)

Riassumendo, allo scopo di procedere alla descrizione cinematica del rachide, per ciascun segmento osseo di interesse e in ciascun istante di tempo campionato, devono essere acquisite le seguenti informazioni utilizzando dati stereofotogrammetrici:

• Posizione istantanea di marcatori opportunamente collocati sul modello rispetto al sistema della fotogrammetria.

• Vettore posizione e matrice di orientamento di un SL costruito sui marcatori, rispetto ad un sistema globale.

Nel nostro caso studio, quest' ultimi dati sono stati ricavati dal software VIC3D e implementati analiticamente mediante l'uso di software Matlab.

Matrici di orientamento

Per rappresentare il solo orientamento relativo tra due diverse terne, queste possono essere rappresentate con l'origine in comune.

Si proiettano i versori di una terna lungo gli assi dell'altra terna:



Attraverso i coseni direttori è possibile descrivere i versori come:

$$\underline{\lambda} = Cux \cdot \underline{i} + Cuy \cdot \underline{j} + Cuz \cdot \underline{k}$$
$$\underline{\mu} = Cvx \cdot \underline{i} + Cvy \cdot \underline{j} + Cvz \cdot \underline{k}$$
$$\underline{\nu} = Cwx \cdot \underline{i} + Cwy \cdot \underline{j} + Cwz \cdot \underline{k}$$

$$i = Cux \cdot \underline{\lambda} + Cvx \cdot \mu + Cwx \cdot v$$

$$\begin{cases} j = Cuy \cdot \underline{\lambda} + Cvy \cdot \underline{\mu} + Cwy \cdot v \\ \underline{k} = Cuz \cdot \underline{\lambda} + Cvz \cdot \underline{\mu} + Cwz \cdot v \end{cases}$$

La matrice dei coseni direttori ${}^{0}A_{i}$ è la **Matrice di Orientamento**, che rappresenta l'orientamento della terna λ , μ , ν rispetto alla terna i, j, k. Viceversa, la trasposta di questa matrice ci permette di esprimere la terna i, j, k rispetto alla terna λ , μ , ν .

$$\begin{bmatrix} Cux & Cvx & Cwx \\ Cuy & Cvy & Cwy \\ Cuz & Cvz & Cwz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & \nu \end{bmatrix} = {}^{0}A_{i}$$

$$\begin{vmatrix} Cux & Cuy & Cuz \\ Cvx & Cvy & Cvz \\ Cvx & Cvy & Cvz \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} i & j & \underline{k} \end{bmatrix} = {}^{i}A_{0} = {}^{0}A_{i}^{T}$$

$$\begin{vmatrix} Cwx & Cwy & Cwz \\ Uwz & Cwy & Cwz \end{vmatrix}$$

La matrice di orientamento è costituita da 9 coseni direttori, che rappresentano complessivamente 3 informazioni indipendenti, cioè definiscono i 3 g.d.l. di orientamento della terna associata.

6 relazioni legano tra loro i coseni direttori:

- ogni colonna è un versore, quindi (p. es.):

$$Cux^2 + Cuy^2 + Cuz^2 = 1$$

- i versori sono tra loro ortogonali, quindi (p. es.):

$$- \underline{\lambda} \cdot \mu = 0 \qquad \Rightarrow Cux \cdot Cvx + Cuy \cdot Cvy + Cuz \cdot Cvz = 0$$

Se i j k è una terna fissa si può usare una simbologia semplificata:

$${}^{0}A_{i} = A_{i} ; \quad {}^{i}A_{0} = {}^{i}A$$

(Ferraresi)

Espressione di un vettore in due sistemi di riferimento diversi

Supponendo di avere due sistemi di riferimento differenti con l'origine coincidente, si proietta uno stesso vettore lungo gli assi di due diversi sistemi di riferimento ottenendo due diverse espressioni:

$$\underline{r} = R - O = r_{x} \cdot \underline{i} + r_{y} \cdot \underline{j} + r_{z} \cdot \underline{k}$$

$$\overset{i}{\underline{r}} = R - O_{i} = r_{u} \cdot \underline{\lambda} + r_{v} \cdot \underline{\mu} + r_{w} \cdot \underline{\nu}$$

$$\underline{r} = \begin{bmatrix} r_{x} \\ r_{y} \\ r_{z} \end{bmatrix} \quad \overset{i}{\underline{r}} = \begin{bmatrix} r_{u} \\ r_{v} \\ r_{w} \end{bmatrix} \quad \underline{r} \equiv \overset{i}{\underline{r}}$$

Il primo appartiene al sistema Oxyz mentre il secondo al sistema Oi uvw, stiamo così parlando dello stesso vettore ma in sistemi di riferimento diversi.



Tra le due diverse espressioni del vettore si può ricavare una relazione, tramite i coseni direttori di una terna rispetto all'altra:

$$\begin{aligned} r_{x} &= \underline{r} \cdot \underline{i} &= r_{u} \cdot \underline{\lambda} \cdot \underline{i} + r_{v} \cdot \underline{\mu} \cdot \underline{i} + r_{w} \cdot \underline{\nu} \cdot \underline{i} &= r_{u} \cdot Cux + r_{v} \cdot Cvx + r_{w} \cdot Cwx \\ r_{y} &= \underline{r} \cdot \underline{j} &= r_{u} \cdot \underline{\lambda} \cdot \underline{j} + r_{v} \cdot \underline{\mu} \cdot \underline{j} + r_{w} \cdot \underline{\nu} \cdot \underline{j} &= r_{u} \cdot Cuy + r_{v} \cdot Cvy + r_{w} \cdot Cwy \\ r_{z} &= \underline{r} \cdot \underline{k} &= r_{u} \cdot \underline{\lambda} \cdot \underline{k} + r_{v} \cdot \underline{\mu} \cdot \underline{k} + r_{w} \cdot \underline{\nu} \cdot \underline{k} &= r_{u} \cdot Cuz + r_{v} \cdot Cvz + r_{w} \cdot Cwz \end{aligned}$$

La relazione tra le due espressioni del vettore può così essere espressa tramite la matrice di orientamento:

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Cux & Cvx & Cwx \\ Cuy & Cvy & Cwy \\ Cuz & Cvz & Cwz \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_u \\ r_v \\ r_w \end{bmatrix}$$

Che in forma compatta diventa:

$$\underline{r} = A_i \cdot \underline{r}$$

Si può ricavare la relazione inversa:

$$i_{\underline{r}} = A_{\underline{i}}^{-1} \cdot \underline{r} = A_{\underline{i}}^{T} \cdot \underline{r}$$

La matrice di orientamento è formata dai coseni direttori di una terna ortogonale: per questo la sua inversa e la sua trasposta coincidono.

$$A_i^{-1} = A_i^T$$

(Ferraresi)

1.1.4 Matrici di Rotazione

Le rotazioni elementari sono operazioni rappresentabili tramite le matrici di orientamento.

Si supponga di far ruotare una terna Oxyz attorno al suo primo asse (asse x) secondo un dato angolo 9. Al termine dell'operazione, la posizione finale x'

del primo asse coinciderà con quella iniziale, mentre gli assi y e z assumeranno nuove posizioni y' e z'.

Questa rotazione si può esprimere come orientamento della terna finale $\lambda \mu$ v rispetto alla terna iniziale k j i.



Si può esprimere la terna i j k nel proprio sistema di riferimento (iniziale) come segue:

$${}^{0}A_{0} = \begin{bmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = U$$

La terna finale $\lambda \mu \nu$ la si ottiene assegnando alla terna iniziale una rotazione ϑ attorno all'asse x (terna finale). Così segue che le proiezioni dei versori della terna finale rispetto a quella della terna iniziale sono:

$$\begin{bmatrix} \underline{\lambda} & \underline{\mu} & \underline{\nu} \end{bmatrix} = {}^{0}A_{i} = Rot(x, \vartheta) \cdot U = Rot(x, \vartheta)$$
$$\begin{cases} \underline{\lambda} = \underline{i} \\ \underline{\mu} = \cos \vartheta \cdot \underline{j} + \sin \vartheta \cdot \underline{k} \\ \underline{\nu} = -\sin \vartheta \cdot \underline{j} + \cos \vartheta \cdot \underline{k} \end{cases}$$

In forma abbreviata e per le rotazioni analoghe attorno a y e z si ricava:

$$Rot(x,\vartheta) = {}^{0}A_{i} = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & \nu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\vartheta & -\sin\vartheta \\ 0 & \sin\vartheta & \cos\vartheta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\vartheta & -s\vartheta \\ 0 & s\vartheta & c\vartheta \end{bmatrix}$$
$$Rot(y,\vartheta) = \begin{bmatrix} c\vartheta & 0 & s\vartheta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\vartheta & 0 & c\vartheta \end{bmatrix} \qquad Rot(z,\vartheta) = \begin{bmatrix} c\vartheta & -s\vartheta & 0 \\ s\vartheta & c\vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Eseguendo una rotazione opposta si torna alla terna iniziale. La terna iniziale è anche il prodotto della matrice di rotazione per la sua inversa, questo è dovuto al fatto che sono matrici di coseni direttori di terne ortogonali. (Ferraresi)

Matrici di posizionamento (di trasformazione)

Le matrici di posizionamento definiscono sia la posizione relativa, sia l'orientamento relativo tra due terne comunque posizionate nello spazio. Sia R un punto solidale alla terna locale Puvw, che ruota e trasla rispetto ad una terna di riferimento globale Oxyz.

Il vettore r indica la posizione di R nel sistema globale; il vettore r' indica la posizione di R nel sistema locale; il vettore p indica la posizione del centro P della terna locale nel sistema globale. Nella relazione che lega tra loro i tre

vettori, questi devono essere tutti espressi nello stesso sistema di riferimento.



 $\mathbf{r} = \mathbf{r'} + \mathbf{p}$

Sia r che p sono espressi nel sistema di riferimento globale o di base Oxyz, r' invece è espresso nel sistema Puvw, sistema di riferimento locale. Di conseguenza anche quest'ultimo deve essere espresso nel sistema di riferimento globale Oxyz, tramite la matrice di orientamento. Solo in questo modo i tre vettori possono essere messi in relazione tra loro.

$$\underline{r} = \begin{bmatrix} r_{x} \\ r_{y} \\ r_{z} \end{bmatrix} = r_{x}\underline{i} + r_{y}\underline{j} + r_{z}\underline{k}$$

$$\underline{p} = \begin{bmatrix} p_{x} \\ p_{y} \\ p_{z} \end{bmatrix} = p_{x}\underline{i} + p_{y}\underline{j} + p_{z}\underline{k}$$

$$\underline{r} = \begin{bmatrix} r'^{u} \\ r'^{v} \\ r'^{v} \end{bmatrix} = r'^{u}\underline{\lambda} + r'^{v}\underline{\mu} + r'^{w}\underline{\nu}$$

$$\underline{r} = \begin{bmatrix} r'^{u} \\ r'^{v} \\ r'^{w} \end{bmatrix} = r'^{u}\underline{\lambda} + r'^{v}\underline{\mu} + r'^{w}\underline{\nu}$$

$$\underline{r} = \begin{bmatrix} r'^{u} \\ r'^{v} \\ r'^{v} \\ r'^{z} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} r_{x} \\ r_{y} \\ r_{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Cux & Cvx & Cwx \\ Cuy & Cvy & Cwy \\ Cuz & Cvz & Cwz \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r'^{u} \\ r'^{v} \\ r'^{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_{x} \\ p_{y} \\ p_{z} \end{bmatrix} = \underline{r}' + \underline{p}$$

Nel sistema di tre equazioni lineari che rappresentano la precedente relazione può essere aggiunta una quarta che rende quadrata la matrice dei coefficienti.

$$\begin{cases} r_x = Cux \cdot r'u + Cvx \cdot r'v + Cwx \cdot r'w + p_x \\ r_y = Cuy \cdot r'u + Cvy \cdot r'v + Cwy \cdot r'w + p_y \\ r_z = Cuz \cdot r'u + Cvz \cdot r'v + Cwz \cdot r'w + p_z \\ 1 = 0 + 0 + 0 + 1 \end{cases}$$

Si ricava così:

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Cux & Cvx & Cwx & p_x \\ Cuy & Cvy & Cwy & p_y \\ Cuz & Cvz & Cwz & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r'u \\ r'v \\ r'w \\ 1 \end{bmatrix}$$
 $\widehat{\underline{r}} = \widehat{A}_i \cdot \underline{\hat{r}'}$ (in forma compatta)

Questi due vettori r e r' cappello sono due vettori diversi, che indicano la

posizione del punto R rispetto alla terna globale (r) e alla terna locale (ri). I vettori sono anche espressi in due diversi sistemi di riferimento. I vettori r e r i sono espressi in coordinate omogenee. Il 4° termine è il fattore di scala: le coordinate effettive del punto indicato si ottengono dividendo i primi tre termini per il quarto.

Le prime tre colonne della matrice rappresentano ciascuna la posizione (nel S.R. di base) di un punto che si trova all'infinito lungo il versore corrispondente, cioè all'estremità degli assi u, v e w; in altre parole, indicano le lunghezze (infinite) dei tre assi.

Si definisce così la matrice di posizionamento (o di trasformazione). Essa è detta anche **posa.** Le prime tre colonne indicano l'orientamento degli assi locali u,v,w nel riferimento di base (0). La quarta colonna indica le coordinate dell'origine della terna uvw, cioè il punto P. Rappresenta la posizione e l'orientamento della terna locale (i) e dei punti ad essa solidali rispetto alla terna globale (0).

$${}^{o}\widehat{A}_{i} = \widehat{A}_{i} = \begin{bmatrix} Cux & Cvx & Cwx & p_{x} \\ Cuy & Cvy & Cwy & p_{y} \\ Cuz & Cvz & Cwz & p_{z} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Si può rappresentare in forma compatta, che evidenzia le sue parti fondamentali (orientamento e posizione relativi):

3 -	A_i	$\left p \right $
A_i^-	0 0	011

Nell'operazione inversa la matrice di trasformazione fornisce la posizione e l'orientamento della terna globale rispetto a quella locale:

$$i \underline{\widehat{r'}} = \widehat{A_i}^{-1} \cdot \underline{\widehat{r'}}$$

La matrice di trasformazione è sempre invertibile. La sua inversa si ricava facilmente come:

$$\hat{A}_{i}^{-1} = \hat{A}_{0} = \begin{bmatrix} A_{i}^{T} & -A_{i}^{T} \cdot \underline{p} \\ \hline 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(Ferraresi)

Cinematica articolare

Supponiamo di avere due segmenti ossei, uno prossimale e uno distale, considerati come corpi rigidi, ai quali siano associati due sistemi di riferimento locali, chiamati rispettivamente prossimale e distale.

L'espressione cinematica articolare si riferisce, quindi, alla descrizione del moto relativo fra due segmenti corporei adiacenti (ad esempio il segmento prossimale e distale di una articolazione), supposti rigidi. Note le matrici di rotazione e i vettori posizione del segmento prossimale e di quello distale rispettivamente, è possibile ricavare rispettivamente la matrice di orientamento e il vettore posizione del giunto, che descrive in modo completo la posa del segmento distale rispetto il segmento prossimale.



Figura 5: Rappresentazione della cinematica articolare

Le caratteristiche della matrice di orientamento del giunto permettono di scrivere i nove elementi della matrice stessa in funzione di sole tre coordinate indipendenti. Tali coordinate vanno quindi ad aggiungersi alle tre componenti del vettore posizione, fornendo in tutto sei gradi di libertà, tre associati alla posizione e tre all'orientamento di un corpo rigido relativo ad un altro corpo rigido. Queste sei coordinate scalari possono essere rappresentate in vario modo a seconda della convenzione scelta.

In particolare, una generica matrice di rotazione può essere ricavata per composizione di tre rotazioni elementari attorno ad assi predefiniti. Mentre per le traslazioni la sequenza degli spostamenti non ha alcuna influenza, questo non è vero per le rotazioni. L'orientamento finale della terna, che si ricava con la composizione di rotazioni definite rispetto alla terna corrente, è caratterizzato dalla matrice di rotazione ottenuta moltiplicando le matrici rappresentative delle rotazioni elementari nell'ordine imposto dalla sequenza. Se si utilizza, invece, la terna fissa come riferimento, allora la composizione si ottiene moltiplicando le singole matrici nell'ordine opposto a quello imposto dalla sequenza di rotazioni. È importante notare che,

poiché la moltiplicazione tra matrici non gode della proprietà commutativa, la composizione di più rotazioni dipende dall'ordine con cui le singole rotazioni si succedono.

Qualunque orientamento del sistema di riferimento distale rispetto il prossimale può essere, quindi, considerato come il risultato di tre rotazioni elementari successive, supponendo inizialmente coincidenti i due sistemi di riferimento. Un'altra soluzione è quella di esprimere l'orientamento del SL distale rispetto al SL prossimale come una singola rotazione di un certo angolo θ attorno ad un unico asse; in entrambi i casi si assume che, a partire da un'orientazione di riferimento iniziale, si ruota il sistema distale in modo tale che esso assuma la sua orientazione attuale rispetto al riferimento prossimale.

Riassumendo, quindi, la stima della cinematica articolare può essere scomposta nei seguenti passi:

- definire un sistema di riferimento locale a ciascun segmento.
- definire la convenzione matematica per la descrizione dell'orientamento e della posizione relativa dei due sistemi locali; occorre cioè definire il metodo usato per calcolare le sei componenti scalari.
- Il vincolo, è che la combinazione dei punti 1 e 2, permette di ottenere informazioni clinicamente interpretabili e ripetibili. Infatti, per la ripetibilità e la confrontabilità dei risultati è necessario riferire il movimento a sistemi di riferimento anatomici. Per la significatività fisiologica dei risultati è inoltre auspicabile che gli assi articolari, ovvero gli assi attorno a cui si ipotizza avvengano le rotazioni, coincidano con gli assi di rotazione dell'anatomia funzionale. (Ferraresi)

1.1.5 Cir & Iar

Supponendo di considerare il modello in esame come un corpo rigido, ossia

un sistema di punti materiali, tale che durante il moto la distanza fra una coppia di punti si mantenga costante, si può definire che un moto qualsiasi può essere descritto mediante la *polare del moto* ossia è la successione dei centri di istantanea rotazione. Un generico moto può essere considerato come somma di tanti moti istantanei, ciascuno dei quali è una rotazione attorno ad un punto (centro di istantanea rotazione). Le polari del moto sono i profili che realizzano la legge assegnata del moto mediante un puro rotolamento, essendo per definizione luogo dei centri di istantanea rotazione.

Il moto è considerato piano o bidimensionale quando tutti i punti del corpo rigido in movimento rimangono sempre sullo stesso piano durante il moto. Il centro di istantanea rotazione è il punto del corpo rigido che ha velocità nulla in un istante di moto.

Si consideri lo spazio connesso ad un corpo rigido da un moto di rototraslazione. Esiste sempre un punto di tale spazio caratterizzato dall'avere velocità nulla ad un dato istante. Tale punto, che può essere a distanza finita o infinita dal corpo e, in generale, varia istante per istante, viene chiamato **centro istantaneo di rotazione** del corpo rigido C.

Per esprimere la velocità di un qualsiasi punto P del corpo si ricorre alla **legge fondamentale dei moti rigidi**, secondo la quale nota la velocità di un altro punto O sul corpo e il vettore velocità angolare $\vec{\omega}$, si ricava:

$$\overrightarrow{v_{(P)}} = \overrightarrow{v_{(0)}} + \vec{\omega} \quad \wedge (P - 0)$$

Sostituendo P con il punto C, centro di istantanea rotazione, la sua posizione può essere determinata risolvendo l'equazione nell'incognita C, dove C contiene le coordinate x e y.

$$\overrightarrow{v_{(C)}} = \overrightarrow{v_{(0)}} + \vec{\omega} \quad \land (C - 0) = 0$$

Moltiplicando vettorialmente l'equazione precedente per $\vec{\omega}$, si ricava:

$$\vec{\omega} \wedge \vec{v(c)} = \vec{\omega} \wedge \vec{v(0)} + \vec{\omega} \wedge |\vec{\omega} \wedge (C - 0)| = 0$$

Operando sul triplo prodotto, otteniamo:

$$\vec{\omega} \wedge \vec{v_{(0)}} - \vec{\omega}^2(C - 0) = 0$$

che ci permette di determinare la posizione del C.I.R. muovendoci da C ortogonalmente a $\vec{\omega}$. In un problema di meccanica completamente bidimensionale (ossia il moto di una lamina nel suo piano) l'equazione precedente diventa:

$$\overrightarrow{Xc} = \frac{\overrightarrow{\omega} \quad \wedge \quad \overrightarrow{v_{(0)}}}{\overrightarrow{\omega}^2} + \overrightarrow{Xo}$$

La retta passante per C parallela a $\vec{\omega}$ ha equazione:

$$(P-C) = \lambda \vec{\omega}$$

dove P è un punto generico della retta e C è la soluzione dell'equazione per il calcolo delle coordinate del centro di istantanea rotazione. La retta che si individua è il luogo dei punti che si muovono con velocità $\overline{v_{(P)}}$. Questa retta è detta asse istantaneo di moto, la cui esistenza è assicurata istante per istante quando sia $\vec{\omega} \neq 0$, essa è parallela ad $\vec{\omega}$, ed i suoi punti o sono istantaneamente fermi (quando $\overline{v_{(P)}} = 0$) o si muovono con velocita $\overline{v_{(P)}}$ parallela a $\vec{\omega}$.

Se si ricorda la definizione di asse centrale, come luogo dei punti dello spazio rispetto ai quali il momento risultate è parallelo al vettore risultate R, ovvero si riduce alla sola parte parallela e che quindi ha il modulo minimo, si vede la perfetta analogia con l'asse istantaneo di moto. Quindi la derivazione dell'asse di moto è perfettamente analoga a quella dell'asse centrale, con la sola differenza che qui i vettori (velocità invece dei momenti) sono dipendenti dal tempo e quindi l'asse ha la caratteristica di essere calcolato istante per istante.

Dalla relazione precedente si evince che la velocità di un qualsiasi punto del

corpo è, istante per istante, ortogonale alla retta che unisce il punto stesso al CIR. Da tale proprietà possiamo derivare un metodo per la determinazione della posizione del CIR a partire dalla conoscenza della velocità di almeno due punti del corpo. Infatti, segue che il CIR. deve necessariamente corrispondere all'intersezione delle rette ortogonali al vettore velocità in due (o più) punti del corpo rigido (è il caso dei punti F e G in figura). ("Centro di istantanea rotazione", 2009)



Figura 6: Determinazione per via grafica del centro di istantanea rotazione

Inoltre, se due punti hanno vettori velocità paralleli e sono situati lungo la retta ortogonale a tali vettori (vedi punti F e E in figura) è possibile dimostrare che il CIR si trova nell'intersezione tra la retta passante per gli estremi liberi dei vettori velocità e la retta passante per i due punti.

A questo punto è stato possibile definire un **metodo grafico** per il calcolo delle coordinate del CIR, implementabile anche attraverso semplici equazioni e definizioni geometriche. Trattandosi di variazioni del moto nel tempo, è utile vedere la posizione del CIR stabilitasi dalla rotazione tra due istanti di tempo successivi.

La procedura prevede di individuare sul corpo in movimento due punti fissi A e B. Tali punti A e B sono visualizzati nei vari istanti del moto. A questo punto si tracciano i segmenti che congiungono due stessi punti tra istanti di tempo consecutivi, ottenendo un vettore di velocità grafico. Si passa così a tracciare la perpendicolare ai segmenti nel punto medio, che raffigura la retta ortogonale al vettore velocità. Dall'intersezione delle due rette ortogonali ai segmenti di ciascuno dei due punti individuati si ottiene il centro di istantanea rotazione. Raccordando i punti Cir trovati si ottiene un profilo del moto noto come polare del moto.

Abbiamo visto che il centro istantaneo di rotazione varia durante il moto del corpo. È possibile individuare due curve dello spazio definite come il luogo dei punti occupati dal CIR durante il moto, nel riferimento fisso R ed in quello mobile R_m . Tali curve vengono chiamate **base** e **rulletta**.

Con riferimento al sistema fisso, il luogo delle successive posizioni dell'asse di istantanea rotazione è una superficie rigata, che viene detta *rigata fissa del moto*. Analogamente nel sistema solidale al corpo rigido mobile, le posizioni dell'asse di istantanea rotazione generano un'altra rigata, detta *rigata mobile del moto*. Rispetto al sistema mobile, nell'istante t, le rigate fissa e mobile hanno la stessa generatrice, lungo la quale le due rigate sono a contatto. Durante il moto, i punti di tale asse o subiscono un momentaneo arresto oppure hanno velocità parallela all'asse stessa, quindi o le due rigate non strisciano l'una sull'altra o al più possono slittare l'una sull'altra lungo la generatrice di contatto. In ogni caso per effetto della rotazione $\vec{\omega}$, la rigata mobile solidale con il corpo rigido ruota dell'angolo ωdt intorno all'asse nell'intervallo di tempo infinitesimo dt. In questa rotazione vengono a contatto le due nuove generatrici infinitamente vicine.

In conclusione, in un moto rigido, la rigata mobile rotola sulla rigata fissa, scorrendo lungo la generatrice di contatto con velocità $\overline{v(c)} = \overline{v(0)} \cdot vers \vec{\omega}$. (Lemma, 2020)

Il moto del corpo, quindi, può essere descritto come puro rotolamento della rulletta sulla base.

In questo caso studio si può studiare la cinematica delle vertebre attraverso la posizione dei centri di istantanea rotazione (CIR) e dei suoi assi istantanei
di rotazione (IAR).

La rappresentazione dei CIR diventa interscambiabile con quella degli IAR in quanto la posizione dei CIR è descritta come il punto in cui l'IAR interseca il piano del moto. Nel corso della trattazione quindi si è scelto di rappresentare il pathway dei CIR nel tempo come visualizzazione anche dei corrispettivi IAR.

Nel caso fisiologico è noto che la posizione dei centri di istantanea rotazione nel caso delle diverse prove meccaniche sia la seguente:



Figura 7: Posizionamento anatomico dei centri di istantanea rotazione per le vertebre In particolare, per la prova di estensione, nel caso del tratto lombare, è noto che il CIR si vada a posizionare più in corrispondenza dei peduncoli laterali della vertebra, mentre in flessione si localizzano presso il corpo vertebrale.



Figura 8: Posizionamento anatomico dei centri di istantanea rotazione in flessione delle vertebre lombari Nell'estensione il CIR di L1 si localizza a livello della zona che individua le articolari posteriori di L2-L3. Il CIR di L2 si localizza nell'articolare di L3-L4, quello di L3 fra L4-L5, quello di L4 fra L5-S1. Come atteso sono situati posteriormente verso i peduncoli laterali.



Figura 9: Posizionamento anatomico dei centri di istantanea rotazione delle vertebre lombari in estensione Per la flessione si evidenzia che il CIR si sposta anteriormente ed in basso, più precisamente tra i corpi ed i dischi delle ultime vertebre lombari. I CIR sono spostati più verso il corpo vertebrale.

A partire da queste considerazioni sarà poi possibile effettuare confronti tra layout diversi di stabilizzazione al fine di identificare la soluzione più simile al modello fisiologico anatomico. (Anatomofisiologia_rachide, s.d.)

1.1.6 Metastasi e Stabilizzazione del rachide

La colonna vertebrale è il sito di più frequente localizzazione delle metastasi scheletriche. Circa un terzo di tutti i pazienti con tumore sviluppa metastasi vertebrali. L'ottimizzazione del trattamento oncologico ha condotto ad un aumento dell'aspettativa di vita e, conseguentemente, l'incremento della sopravvivenza ha determinato un aumento nell'incidenza di metastasi. L'obiettivo delle cure mediche si è dunque spostato sul miglioramento della qualità di vita. Le fratture vertebrali successive a metastasi causano dolore, deformità, perdita della mobilità ed eventuali complicanze neurologiche che influiscono significativamente sulla qualità della vita. Dunque, risulta importante poter valutare adeguatamente una lesione vertebrale metastatica al fine di prevenire l'insorgenza di fratture. A tal proposito è stato introdotto il concetto di *"Impending Fracture"* in riferimento ad una condizione patologica che indebolisce il segmento osseo fino al punto che questo rischia di fratturarsi sotto carichi fisiologici. (Prof. Vincenzo Denaro, 2019-2021)

La stabilizzazione nei disturbi della colonna vertebrale è fondamentale per valutare il successo del trattamento chirurgico.

Nella malattia lombare metastatica, l'instabilità biomeccanica ha una duplice fonte: l'indebolimento della qualità dell'osso vertebrale dovuto agli effetti collaterali neoplastici e la procedura chirurgica di decompressione che tradizionalmente prevede la rimozione delle strutture di supporto dell'osso. Tuttavia, ad oggi, non esistono linee guida per la gestione dei pazienti con metastasi vertebrali a rischio fratturativo, né metodi oggettivi per selezionare i pazienti che potrebbero beneficiare di un trattamento preventivo.

Il rischio fratturativo è funzione:

- della localizzazione della lesione tumorale nel corpo vertebrale (anteriore, posteriore, superiore, inferiore, laterale)

- del coinvolgimento dei peduncoli e della corticale ossea,

- della presenza di metastasi multiple nel medesimo corpo vertebrale e su molteplici vertebre,

- dell'entità e della tipologia del carico applicato.

Ad oggi una delle possibili strategie di vertebroplastica è il cemento con le migliori proprietà meccaniche, in grado di stabilizzare il corpo vertebrale senza alterare la distribuzione dei carichi, riducendo così il rischio di frattura dei livelli adiacenti.

Circa la frattura sono stati condotti studi con un modello a elementi finiti (L3-L5) utilizzato per simulare una metastasi osteolitica o osteoblastica e poi l'osteoporosi. Sono state misurate le modificazioni in larghezza (VB) e altezza (VH) indotte dalla compressione vertebrale.

Si è riscontrato che la metastasi osteolitica o osteoblastica determina un aumento del VB e VH, senza differenze tra le due tipologie di metastasi. La concomitante osteoporosi determina un ulteriore incremento del VB e VH, senza differenze tra le due tipologie di metastasi. Quindi la metastasi determina un rischio fratturativo non correlato alla tipologia della lesione. Da un punto di vista meccanico, la metastasi comporta un'alterazione delle fisiologiche interazioni tra osteoclasti e osteoblasti che conducono ad un anormale turnover osseo e cambiamenti radicali nell'architettura, densità e qualità dell'osso. Nelle metastasi osteolitiche, l'eccessiva osteoclastogenesi conduce al maggiore riassorbimento osseo, ipercalcemia e compromissione strutturale dello scheletro. Nelle metastasi osteoblastiche, si verifica un assorbimento irregolare di calcio dal sangue e deposizione di matrice ossea scarsamente organizzata. La qualità ossea che risulta da entrambe le lesioni presenta delle proprietà strutturali che predispongono in egual modo al rischio di frattura.

La minore densità minerale ossea riduce la rigidità del corpo vertebrale, determinando un aumento della deformazione assiale e del VB per effetto sul modulo di Poisson, al quale si aggiunge la ridotta possibilità di espansione laterale della lesione metastatica relativamente incomprimibile. Questo suggerisce che un individuo con metastasi vertebrali e bassa densità minerale ossea abbia un rischio sostanzialmente aumentato di frattura.

Protesizzazione

Come alternative valide al cemento, usato come puro sostitutivo o riempitivo osseo, sono frequenti anche strategie di utilizzo di protesi, fissatori, chiodi e viti usati principalmente in campo ortopedico. Per osteosintesi si intende la riduzione di una frattura mediante un mezzo di sintesi. I mezzi di sintesi più usati sono: (Bignardi)

Placche, viti, fili (fili di Kirschner);

Chiodi endomidollari;

Fissatori esterni.

La scelta della tecnica da adottare dipende dalle caratteristiche della frattura, dalle condizioni dell'osso e dall'età del paziente.



Figura 10: Mezzi di sintesi, viti e placche

Esistono anche numerosi mezzi di osteosintesi interni che differiscono per la tecnica operatoria, per le dimensioni o per la geometria e per il materiale usato.

Le due principali tipologie sono:

- placche: che vengono fissate sulla superficie esterna dell'osso, sopra e sotto la frattura, mediante viti.

- chiodi endomidollari: che vengono inseriti all'interno del canale midollare di ossa lunghe, con o senza sistemi di fissaggio, allo scopo di tenere fra loro vincolati i vari frammenti ossei. Il mezzo di sintesi ideale in termini di efficienza meccanica e biologica dovrebbe avere due requisiti fondamentali:
• resistenza a trazione e compressione più alta di quella dell'osso, per evitare fenomeni di rottura in esercizio della protesi stessa,

•rigidezza a trazione più bassa di quella dell'osso, per consentire una rapida crescita del callo osseo (difficile da garantire).

Le placche sono usualmente realizzate in acciaio inossidabile o Titanio In ambito prettamente riguardante le vertebre si parla di piastre, utilizzate soprattutto in caso di fusioni multilivello e che hanno il compito di mantenere in sede l'innesto evitando micromovimenti che provocherebbero il cedimento dello stesso.

Come dispositivi di fissaggio si considerano gli spaziatori, utilizzati per preservare l'altezza della cavità intervertebrale nel caso venga deciso di mantenerla vuota, senza cioè provvedere ad innesto osseo. Alternative valide ma più invasive, solo in caso di completa sostituzione di vertebre o parti di esse sono:

- Dischi artificiali: Utilizzati per sostituire il disco intervertebrale e permettere di preservare il movimento del rachide.
- Protesi parziali del solo nucleo.

Ad oggi possono essere usate stabilizzazioni di vario tipo, come ad esempio le strumentazioni lunghe, le quali vanno a prendere due livelli superiori o inferiori rispetto alla parte lombare oppure corte in cui vanno a interessare il livello adiacente superiore o inferiore della vertebra interessata da metastasi. La stabilizzazione del segmento lungo posteriore è diventata la pratica clinica consolidata strumentando più livelli spinali sopra e sotto il segmento interessato dal tumore con viti peduncolari. Attualmente, molti studi stanno esplorando la possibilità di adottare la stabilizzazione del segmento corto per superare le carenze di questo paradigma clinico (es. elevata invasività, alto rischio di morbilità chirurgica, sovraccarico a livello adiacente, grave riduzione della mobilità), in modo da limitare l'alterazione della cinematica vertebrale e della distribuzione del carico oltre il segmento strumentato, soprattutto nel caso della colonna lombare di pazienti oncologici fragili. Tuttavia, l'adozione di alternative a segmento corto nella gestione chirurgica dei tumori spinali metastatici lombari costituisce ancora un dibattito fortemente controverso che richiede ulteriori approfondimenti, principalmente riguardo a considerazioni appropriate sul loro impatto a nonché lungo termine sull'esito chirurgico, sulle ripercussioni biomeccaniche di un evento di guasto biomeccanico (p. es., allentamento della vite).

Allo stesso tempo, molti studi hanno studiato l'effetto biomeccanico dell'aumento del cross-link nella stabilizzazione posteriore, mostrando una rigidità incrementale non significativa nella flessione sagittale e laterale mentre un miglioramento della rigidità nelle condizioni torsionali.

La stabilizzazione corta è meno invasiva ma il livello di stabilizzazione viene messo a rischio perché ci sono meno viti che lavorano simultaneamente nel tenere il segmento compatto. Per ovviare a questo problema può essere aggiunto il cross link augmentation, un connettore transverso che collega le due barre in modo trasversale.

Per i pazienti che richiedono la stabilizzazione della colonna vertebrale, il titanio è il materiale più comunemente usato negli impianti di viti e aste, ed esso è definito dalla letteratura come il gold standard. Questi impianti offrono resistenza sufficiente e rigidità costruttiva e il materiale ha, rispetto all'acciaio inossidabile, proprietà biomeccaniche più vicine all'osso, migliore biocompatibilità e riduzione degli artefatti di risonanza magnetica.

Inoltre, più recentemente, la fibra di carbonio incorporata in PEEK è stata introdotta con successo nella strumentazione per la fissazione spinale (cioè viti e barre peduncolari), risultando un materiale promettente per i progressi della chirurgia oncologica grazie alla sua intrinseca radiotrasparenza e alle sue prestazioni biomeccaniche. In questo quadro, questa tecnologia soddisfacente consente di avere una possibile alternativa di introdurre legami incrociati in fibra di carbonio nella stabilizzazione posteriore per metastasi spinali. In effetti, nonostante i risultati allo stato dell'arte del cross link augmentation, vale la pena sottolineare alcuni aspetti rilevanti riguardo alle relative conclusioni. In primo luogo, molti studi si riferiscono alla stabilizzazione del segmento lungo per altri disturbi della colonna vertebrale, quindi i loro risultati non possono essere applicati direttamente a stabilizzazioni brevi destinate al trattamento chirurgico metastatico. Allo stesso modo, le stabilizzazioni in fibra di carbonio completamente incorporate nel PEEK non sono state studiate in modo approfondito così come l'effetto biomeccanico di un legame incrociato a livello di tumore coinvolto (superamento dei problemi di artefatto nell'imaging e scattering in radioterapia).

Per questo motivo, uno studio coerente, strutturato e completo che indaghi le risposte al carico e i modelli cinematici di diverse stabilizzazioni della fibra di carbonio per la chirurgia del tumore spinale metastatico trarrebbe ampio beneficio dalla pratica clinica nel supportare le linee guida e nella progettazione di nuove soluzioni.

1.2Introduzione modelli

1.2.1 Tipologie di modelli

In questa sezione si tratta la descrizione dei modelli in esame, ponendo l'attenzione su come è stato costituito e quali sono i layout che si sono esaminati. Per eseguire lo studio sperimentale è stato utilizzato un costrutto biomimetico Sawbones (SKU340). Il costrutto includeva il segmento lombare con le vertebre adiacenti T12 e S1. Il costrutto rappresentava i dischi intervertebrali e i legamenti principali: sono ben distinti i legamenti longitudinali anteriori e posteriori, il legamento flava, i legamenti intertrasversali, i legamenti sovraspinali e interspinali. L'apparato sperimentale è mostrato in Figura 11. I carichi biomeccanici applicati al costrutto biomimetico includevano flessione, estensione e flessione laterale, nonché coppia in senso orario e antiorario.

Questo apparato di carico della colonna vertebrale orienta la struttura in modo da rendere orizzontale la piastra terminale inferiore L3 (coerentemente con l'orientamento anatomico del segmento lombare) e permette l'applicazione di una flessione tramite un carico verticale applicato alla vertebra cranica, mantenendo quella caudale fissata alla macchina. Pertanto, il momento risultante consiste in una forza con un braccio costante rispetto al vincolo. Nel caso di torsione è stato realizzato uno specifico giunto personalizzato per consentire l'applicazione del carico alla vertebra cranica sul piano orizzontale.



Figura 11: Costrutto biomimetico lombosacrale montato nell'apparato di carico, per ciascuna diversa direzione di carico.

Il modello è servito per creare i seguenti layout:

- B Long Carb: stabilizzazione lunga (LS)
- C Short trasverso: stabilizzazione corta con collegamento trasversale (SS-CL)
- D Short: stabilizzazione corta (SS)
- E Short mobile trasverso: stabilizzazione corta con collegamento trasversale e allentamento della vite su L2 (SS-CLm)

- F Short mobile: stabilizzazione corta con allentamento della vite su L2 (SSm)
- H Patologico: configurazione decompressa patologica simulante (Dc)
- Fisiologico: intatto e non strumentato (Ic)

Le lettere che accompagnano ciascun layout sono state attribuite per indicare l'ordine con cui sono state eseguite le prove.

I test sono iniziati con il costrutto intatto e non strumentato (Ic). Le viti peduncolari sono state quindi inserite su L1, L2, L4, L5 attraverso il sistema Carboclear (CarboFix Orthopaedics Ltd), dopodiché è stato praticato manualmente un foro pilota nella corteccia vertebrale sintetica (A). La coerenza dimensionale tra peduncoli e viti, nonché il loro orientamento reciproco, sono stati confermati dai chirurghi mediante visualizzazione diretta. Quindi, una lesione osteolitica dell'emisoma del corpo vertebrale L3 combinata con il trattamento chirurgico di decompressione è stata simulata rimuovendo la metà destra del corpo vertebrale L3, il peduncolo corrispondente e l'arco posteriore, assicurandosi che i legamenti e i dischi intervertebrali adiacenti non fossero interessati (B). A partire da questa configurazione decompressa patologica simulante (Dc), sono state replicate cinque diverse strategie di stabilizzazione utilizzando viti peduncolari e barre bilaterali in PEEK rinforzate con fibra di carbonio a sezione circolare di CarboFix Orthopaedics Ltd. È stata realizzata una stabilizzazione lunga che coinvolge due livelli spinali sopra e sotto la lesione metastatica livello (LS, C); i robs di carbonio sono stati piegati in modo specifico in modo che la curvatura del costrutto non fosse alterata. Per realizzare la stabilizzazione corta, sono state tagliate delle aste per disconnettere i livelli L1 e L5 e fare in modo che solo le vertebre adiacenti fossero coinvolte nel layout di stabilizzazione (SS). Quindi, alla stabilizzazione corta è stata aggiunta un collegamento trasversale ad un

livello intermedio di L3 (SS-CL, D). Infine, sono state analizzate entrambe le configurazioni di stabilizzazione corta simulando un allentamento della vite: la vite posizionata in L2 sul lato della lesione è stata scollegata staccando manualmente il giunto stelo-vite (SSm, SS-CLm).



Figura 12: Fasi chiave del disegno sperimentale. A: inserimento delle viti peduncolari nella struttura biomimetica lombare mediante sistema Carboclear (CarboFix Orthopaedics Ltd). B: Lesione osteolitica e replica della decompressione posteriore prima dell'applicazione delle stabilizzazioni; C: realizzazione della stabilizzazione del segmento lungo; D: realizzazione della stabilizzazione del segmento corto con il cross-link.



Figura 13: Rappresentazione delle otto configurazioni costruttive realizzate per l'analisi comparativa, mostrando solo il segmento lombare (L1-L5). La numerazione (I-VII) rispecchia l'ordine delle prove sperimentali.

2 Materiali e Metodi

2.1 Strumentazione utilizzata2.1.1 Dic

La correlazione digitale di immagini DIC è una tecnica optically-based usata per misurare l'evoluzione delle coordinate 2D o 3D sulla superficie di un oggetto durante una prova meccanica. Le quantità di interesse QOIs principali che possono essere valutate sulla base di tali coordinate sono spostamenti, deformazioni e velocità di deformazione. In particolare, l'attenzione è stata focalizzata sulla correlazione di immagini 3D, la cosiddetta 3D-DIC o stereo-DIC, che è una tecnica ottico-numerica che consente di valutare il comportamento meccanico dinamico delle superfici di strutture e materiali, tra i quali abbiamo anche i tessuti biologici. Per condurre una corretta analisi DIC è necessario seguire alcuni step fondamentali: progettazione delle misurazioni DIC in termini di attrezzatura e hardware, scelta del pattern DIC, routine di pre-calibrazione, calibrazione, routine post-calibrazione, esecuzione della prova con misurazioni DIC ed elaborazione delle immagini DIC. (Correlazione immagini digitali, 2022) Poiché DIC è una tecnica non-contact, ossia indipendente dal materiale che viene testato o dalla scala di lunghezza di interesse, può essere usata in un'ampia varietà di applicazioni per investigare e caratterizzare la deformazione dei solidi. Questa versatilità ha portato allo sviluppo di metodologie e codici software, sia commerciali che sviluppati indipendentemente, per utilizzare i dati catturati da una misurazione DIC. Un'assunzione fondamentale nelle misurazioni DIC è che il pattern sulla

47

superficie del provino, sia esso naturale o applicato, segui la deformazione dello stesso. Così facendo, le immagini catturate attraverso il test possono essere tra loro correlate al fine di produrre le coordinate full-field rappresentative della forma, movimento e deformazione della superficie del provino. Le coordinate 2D della superficie possono essere misurate usando una singola fotocamera e in questo caso, si fa riferimento al 2D-DIC. La misurazione invece di coordinate 3D della superficie richiede un minimo di due camere orientate secondo un angolo di stereo per eseguire la fotogrammetria in aggiunta alla correlazione di immagini: questo è chiamato stereo-DIC o più comunemente 3D-DIC. Prima che le misurazioni siano effettuate è necessaria una calibrazione del sistema fotocamera/lenti. Tale calibrazione consente al software DIC di correggere le distorsioni per le lenti e, nel caso di 3D-DIC, fornisce la posizione e l'orientazione delle camere nello spazio l'una rispetto all'altra e rispetto al provino.

Ci sono diversi tipi di software sviluppati per eseguire questa correlazione ma le categorie più comuni sono i metodi DIC locali e globali. In un metodo locale, la soluzione della coordinata in un punto dipende solo da un piccolo subset dell'immagine nella vicinanza di quel punto ma è altrimenti indipendente dalla soluzione in tutti gli altri punti di interesse. In un metodo globale, la soluzione in un punto ha la stessa dipendenza dalla soluzione negli altri punti nella vicinanza del punto di interesse.

In breve, un codice software analizza una regione di interesse (region of interest ROI) definita dall'utente attraverso delle immagini, la quale contiene un set di punti di interrogazione o di misura. Nella DIC locale, il punto di interrogazione è centrato con il subset dell'immagine. I punti di interrogazione sono tipicamente definiti rispettando un certo step-size in modo tale che i subset vicini a quello preso in considerazione possano, o non possano, sovrapporsi. I subset sono poi correlati numericamente partendo dall'immagine di riferimento (prima del movimento/deformazione) sino all'immagine successiva (durante il movimento/deformazione). Questa correlazione è eseguita dapprima approssimando il pattern in ogni subset usando una funzione di interpolazione e successivamente consentendo alla funzione di deformare dall'immagine di riferimento basata su di un subset della funzione di forma. È poi utilizzato un criterio di corrispondenza basato su pesi dei subset per eseguire un'operazione di matching tra ogni subset nell'immagine di riferimento e il corrispondente nell'immagine deformata. Nella 3D-DIC abbiamo che tale criterio di corrispondenza, abbinato ai parametri provenienti dalla calibrazione dello stereo-system, consente di abbinare i subset di una fotocamera con quelli dell'altra fotocamera. Il risultato della correlazione sono le coordinate misurate del centro di ogni subset.

Il calcolo delle QOIs è l'ultimo step in molti degli schemi di processo DIC. Le più comuni di queste quantità derivate sono probabilmente le deformazioni, ma nel nostro caso di studio si è posta l'attenzione sul tracciamento delle coordinate dei marker, quindi sugli spostamenti.

Il setup della misurazione (cioè selezione della fotocamera, contrasto dell'immagine, dimensione caratteristica del pattern della DIC) e parametri di processo (cioè dimensione del subset, funzione di forma del subset, misuratore della deformazione virtuale) sono aspetti che influenzano la risoluzione minima delle QOIs, anche chiamata noise-floor. Inoltre, per determinare tale risoluzione è necessario condurre un'analisi di quantificazione delle incertezze relative alle misure effettuate.

2.1.2 Prove effettuate e set up dell'esperimento

Le prove sperimentali sono state eseguite in collaborazione con chirurghi ortopedici che hanno svolto tutte le azioni chirurgiche necessarie.

Le prove meccaniche svolte sul modello sono state le seguenti:

-Flessione

-Estensione

-Blending Laterale Destro

-Blending Laterale Sinistro

-Torsione oraria

-Torsione antioraria

Il preparato anatomico di rachide lombare di cinque vertebre da osso sintetico biomeccanico è stato preparato per valutare le coordinate di spostamento dei marker della struttura, ossia il tracciamento degli stessi attraverso la strumentazione DIC a partire dallo stato iniziale corrispondente al layout fisiologico. Inseguito le viti peduncolari sono state posizionate nelle due vertebre superiori e nelle due vertebre inferiori. Quindi si è eseguita una osteolisi del corpo vertebrale centrale, di un peduncolo e una decompressione a livello del corpo vertebrale litico, realizzando il modello patologico sperimentale di neoplasia osteolitica instabile. Successivamente sono state posizionate le barre di connessione delle viti in modo tale da ottenere una stabilizzazione lunga. Si è passati poi a convertire la stabilizzazione lunga con una stabilizzazione corta (rimuovendo le viti agli estremi e sostituendo le barre lunghe con due barre corte). Si è valutata così la stabilità del segmento litico con stabilizzazione corta semplice e con stabilizzazione corta con connettori trasversali. Alle stabilizzazioni corte, sia semplice che con connettori trasversali si è rimossa, infine, una delle due viti posizionate sulla vertebra superiore a quella litica valutando così anche due configurazioni corte mobili. Di tutti questi layout è stato eseguito e valutato il tracciamento dei marker.

I dati dei marker ottenuti dal sistema di inseguimento sono stati integrati con la curva carico-spostamento della macchina di prova per valutare il momento applicato generato al giunto fisso S1. Il braccio della forza è stato determinato con il marker posto sull'attuatore e il baricentro dell'area intercettata dell'osso sacro con l'apparato inferiore. È stato scelto un precarico di 0,4 Nm per la flessione sagittale e laterale e di 0,6 Nm per la coppia, per allineare le curve sperimentali e renderle comparabili. I movimenti sono stati studiati proiettando lungo i piani anatomici umani i marker posizionati sulla parte anteriore del corpo vertebrale e sul peduncolo trasversale sinistro di ciascun corpo vertebrale. Gli assi di riferimento sono stati ottenuti con la perpendicolare alla faccia laterale della base dell'apparato di carico della colonna vertebrale, un asse verticale e il loro prodotto trasversale.

Nel caso di flessione il costrutto è stato caricato con una rampa ad una velocità di spostamento di 20 mm/min fino a 10 mm, mentre, nel caso di coppia, ad una velocità angolare di 0,5 °/s fino a 3°. Le basse velocità hanno permesso di controllare gli effetti viscoelastici sia durante il singolo test che durante tutto il protocollo sperimentale. Per ogni test sono state eseguite tre diverse repliche; la posizione iniziale è stata sempre impostata in modo da garantire un leggero contatto tra la struttura e la macchina senza introdurre alcuna condizione di precompressione iniziale rilevante.

A seguito dello svolgimento delle prove meccaniche di flessione ed estensione, blending laterale destro e sinistro, si è eseguita un'analisi cinematica del carrello di prova al fine di verificare che l'andamento dello spostamento nel tempo del carrello della macchina con cui sono avvenute le prove, fosse il più possibile lineare al variare dei frame. Inoltre, è noto che lo spostamento massimo che questo avrebbe dovuto raggiungere fosse pari a 10mm. Tuttavia, quello che registriamo in questa fase si discosta di circa 2 mm da quanto atteso, in quanto tutti i dati di coordinate sono stati considerati a partire dallo stesso carico applicato. Pertanto, sono stati eliminati i primi frame. Si è considerato il marker 'carr1', e in particolare, lo spostamento d'interesse è quello della coordinata y. Si noterà che le altre due componenti x e z sono circa nulle, soggette a qualche variazione. La distanza totale percorsa è stata calcolata attraverso la distanza euclidea. Il problema fondamentale, osservato in questa fase del lavoro, è stato ricavare un andamento il più possibile lineare, così come atteso dalla teoria. Si sono notate infatti delle zone 'a salti' e poco lineari durante l'esecuzione della prova. Questi scatti, valutati anche osservando il video della prova, sono stati provocati da piccoli spostamenti della telecamera, che in quel momento hanno fatto sì che si registrassero valori di coordinate del carrello non corretti. In realtà, queste coordinate vengono considerate errate se riferite al

sistema di riferimento globale calcolato nel primo frame e mantenuto per tutta la prova. Allora si è pensato di analizzare le coordinate del carrello di un determinato frame riferendoci al sistema globale generato dalle coordinate dei punti di riferimento della struttura di quel preciso frame. In questo modo qualsiasi variazione tra frame dovuta allo spostamento delle telecamere e a errori casuali della prova, non apporta alcuna conseguenza sull'esattezza delle coordinate dei marker in questione. La costruzione della terna per il sistema di riferimento globale avviene in maniera analoga per tutti i frame.

Questa valutazione è stata ripetuta per tutti i layout a nostra disposizione e per tutte le repliche delle prove.

Si osservano in questa sezione quelle che sono le condizioni di prova e di setup che sono state utilizzate nel laboratorio per effettuare misurazioni DIC:

Prima di condurre misurazioni DIC, bisogna definire chiaramente le aspettative e i requisiti della prova meccanica e gli obiettivi delle misurazioni DIC. I limiti qui scelti saranno utilizzati in seguito per asserire se i risultati analizzati sono all'interno o oltre i limiti per i quali le misurazioni DIC sono state progettate.

Si è scelta come quantità di interesse QOI (ad esempio la forma, lo spostamento, la velocità, l'accelerazione, la deformazione, la velocità di deformazione, ecc) lo spostamento dei marker nel corso della prova.

Successivamente è bene scegliere la regione di interesse ROI del provino e determinare il movimento che ci si aspetta da questa regione. Il ROI può essere una specifica porzione dell'intero provino, in questo caso studio si è considerato l'intero modello di rachide lombare.

Si passa poi a determinare il campo di visione richiesto FOV basato sulle ROI del modello e il movimento che ci si aspetta e/o la deformazione del provino.

Tipicamente, il ROI del provino dovrebbe quasi riempire il FOV al fine di ottimizzare la risoluzione spaziale, pur rimanendo nel FOV per tutta la

durata del teste. Per la 3D-DIC, dove il FOV non è lo stesso per ciascuna fotocamera, il FOV effettivo non è altro che il FOV comune ad entrambe le camere.

Si stima poi la posizione potenziale per le camere, che montano l'hardware, e le luci per determinare la cosiddetta stand-off distance (SOD) e la locazione.

Selezionare l'angolo stereo richiesto è un altro step fondamentale. Esso dipende essenzialmente dalla geometria della configurazione della prova e dal QOI, che è ancora più importante. Angoli stereo più piccoli portano ad ottenere un'accuratezza maggiore degli spostamenti nel piano a fronte di un aumento dell'incertezza fuori dal piano. In maniera del tutto opposta, angoli stereo più grandi portano ad un'accuratezza maggiore degli spostamenti fuori dal piano a fronte di un aumento dell'incertezza nel piano.

Questa relazione tra angolo stereo e incertezza è influenzata anche dalla lunghezza focale delle lenti. Lunghezze focali più piccole, infatti, richiedono un angolo stereo più grande al fine di ottenere la stessa incertezza fuori dal piano che si avrebbe utilizzato lunghezze focali più grandi.

L'angolo stereo influenza la profondità di campo (Depth-of-Field DOF) utilizzabile. Con angoli stereo più piccoli, il provino rimarrà nel fuoco di entrambe le camere per un intervallo di movimenti fuori dal piano più grande. In maniera opposta, con angoli stereo più grandi, il movimento fuori dal piano consentito al fine di mantenere il provino nel fuoco delle camere è ridotto.

Tipicamente, l'angolo stereo dovrebbe essere approssimativamente di 15-35 gradi.

Per la 3D-DIC, bisogna determinare la profondità di campo DOF (Depth of field) richiesta così che l'intera ROI del provino rimanga a fuoco durante la prova, prendendo in considerazione il movimento fuori dal piano atteso e l'angolo stereo delle camere.

Se i gradienti spaziali della QOI sono più grandi di quelli che il sistema DIC può risolvere, bisogna considerare di aumentare la grandezza del sistema ottico (1) utilizzando una fotocamera con una risoluzione dell'immagine maggiore o (2) riducendo la ROI del provino in modo tale che sia una porzione dello stesso ancora più piccola.

Si determina il frame rate desiderato: nel nostro caso studio si sono registrate prove di circa 1.01' per un totale di 322 immagini/frame, si parla quindi di 5.27 Hz circa.

Il Set up quindi consta del sistema di tracciamento dei marker, costituito essenzialmente dalle due telecamere (L e R), dal sistema di tracciamento sincronizzato con il carico, il costrutto biomimetico che viene sottoposto ai test della macchina di torsione lineare.



Figura 14: L'impianto sperimentale utilizzato per eseguire le prove sperimentali.

2.1.3 Marker e posizioni

Lo studio condotto si è basato sul tracciamento dei marker posizionati sul modello nei punti indicati in figura.



Figura 15: Modello sintetico di rachide lombare strumentato con i marker riportati nella tabella a fianco

Si può osservare come questi siano stati messi in punti ben specifici delle vertebre e del modello. Particolare attenzione è stata riposta su precisi marker su cui è avvenuto lo studio della cinematica vertebrale. I marker della base, invece, così come quelli posti sul carrello o l'attuatore sono stati posizionati in modo da avere punti di riferimento stabili per la costruzione successiva di terne e sistemi di riferimento.

I marker REF1, REF2, REF3 vengono posti sull'appoggio fisso, pertanto, sono fissi in tutta la prova e di seguito vengono esaminati per la costruzione del sistema di riferimento globale o assoluto.

I marker denominati con 'base' sono stati posizionati sulla base del modello e si mantengono fissi per tutta la prova.

Sulle vertebre sono stati posizionati dai 6 ai 7 marker per ciascuna, la nominazione di ognuno è la seguente:

-Ln_CVn: è il marker posto sulla vertebra ennesima (es. L1_CV1 è il marker riferito alla vertebra lombare L1), precisamente sul corpo vertebrale. La numerazione dei marker segue il corpo vertebrale andando in direzione postero-anteriore.

-Ln_PL: è il marker che giace sul peduncolo laterale della vertebra ennesima.

Per ciascuna vertebra invece, sono stati considerati fondamentali i marker: Ln_CV1, Ln_CV6 (L1_CV7 per la L1), Ln_PL. Da questi si è in grado di costruire terne locali per ogni vertebra ed eventuali punti notevoli del modello come baricentri o centri di massa.

I marker 'cap' sono stati fissati sull'estremità superiore del modello, anche in questo caso in maniera non casuale. Sul carrello che conduce la prova meccanica sono stati posti i marker 'carr' sui quali è stata condotta successivamente un'analisi del loro andamento nel tempo. i marker 'barr' sono quelli riferiti alla barra che permette al modello di estendersi e flettersi. Per le prove di torsione invece si sono posizionati i marker 'att' sull'attuatore.

Inoltre, è stato determinato un ulteriore marker per ogni vertebra 'P', per costruzione con le coordinate dei marker CV7/6 e PL. Questo marker verrà utilizzato inseguito per il calcolo dei parametri biomeccanici d'interesse. La sua posizione cerca di rappresentare il centro di massa della vertebra, al fine di ottenere risultati che siano il più possibile affini alla fisiologia del caso studio.

Come si analizzerà di seguito, questi marker sono stati il punto di partenza per la costruzione del metodo su cui si è basata l'analisi cinematica dei CIR delle vertebre.

2.2Vic 3D

2.2.1 Post processamento

Per il post processamento dei dati acquisiti con la Dic, si è scelto di proseguire lo studio con il software di elaborazione dati Vic 3D.



Figura 16: Vic3D Digital Image Correlation Measurement System

Il sistema VIC-3D è un sistema software molto potente per misurare e visualizzare la forma, lo spostamento e deformazione tridimensionale a tutto campo basata sul principio della correlazione delle immagini digitali (DIC). Utilizzando questo metodo, gli spostamenti e le deformazioni 3D sono disponibili in ogni punto della superficie del campione. Tutti i sistemi sono personalizzati in base alle svariate esigenze dell'operatore e sono disponibili per un'ampia gamma di scale dimensionali per eventi quasi statici e dinamici. Nel nostro caso, l'unica quantità che è servito analizzare è stata lo spostamento dei marker. (Correlated Solution -VIC-3D, s.d.)

VIC-3D 9 misura gli spostamenti fino alla risoluzione nanometrica (a seconda delle dimensioni dell'oggetto) e le deformazioni da 100 microstrain al 2000% fino a una risoluzione di deformazione di 50 microstrain o superiore. Sono possibili dimensioni del campione che vanno da <1 mm a >50 m e gli eventi dinamici possono essere acquisiti fino a una velocità di 5.000.000 fps (fotogrammi al secondo). La configurazione del sistema è semplice e richiede solo una procedura di calibrazione rapida e un modello di speckle.

In Vic-3D, le immagini sono i dati di input principali usati per la calibrazione del sistema stereofotogrammetrico, così come per l'analisi degli spostamenti e delle deformazioni. (Vic-3D 8 Manual and Testing Guide)

Ci sono due categorie di immagini:

- immagini speckle
- immagini di calibrazione

Entrambi i tipi di immagini possono essere visualizzati nel workspace con doppio click, dopo essere stati inseriti nel progetto di lavoro.

Le immagini speckle sono quelle prese da un campione sottoposto a carico o movimento e vengono utilizzate per estrarre informazioni su forma, spostamento e deformazione utilizzando la tecnica della correlazione dell'immagine digitale.



Figura 17. Project image panel showing speckle images.

Le immagini di calibrazione invece vengono aggiunte selezionando le specifiche immagini usate per la calibrazione dello strumento. Anche queste compariranno nel workspace.



Figura 18: Calibration image list in project panel.

Una volta aggiunte al progetto, le immagini possono essere visualizzate, animate, rimosse, riaggiunte.

È importante settare l'immagine di riferimento (Reference Image). Viene usata per descrivere l'immagine del campione in cui tutti gli spostamenti sono nulli. Tipicamente si prende l'immagine in cui non è stato applicato nessun carico o è stato aggiunto un piccolo pre-carico. Tutti gli spostamenti analizzati in Vic-3D sono quindi riferiti a quest'immagine. Ad esempio, gli spostamenti sono ottenuti in un sistema di coordinate Lagrangiano.



Figura 19: Set reference image.

Su questa immagine verranno posizionati e individuati tutti i marker d'interesse del modello per poter procedere all'estrazione delle informazioni volute.

2.2.2 Calibrazione

La calibrazione può essere condotta attraverso una calibrazione stereo in cui parametri estrinseci ed intrinseci vengono calcolati insieme, o attraverso una calibrazione separata in cui i parametri intrinseci sono determinati separatamente per ogni camera e l'orientazione relativa ad ogni camera è determinata da una visuale comune.

Generalmente si usa la calibrazione stereo. La calibrazione target è fatta simultaneamente in entrambe le camere e le immagini target sincronizzate sono usate per calibrare l'intero sistema in un unico step.

Per iniziare, la stereo calibrazione dopo aver caricato le immagini, si procede alla determinazione dei parametri della griglia e dei punti della griglia che saranno estratti automaticamente. Le posizioni dei punti vengono visualizzate per tutte le immagini durante l'estrazione. I punti di orientamento sono etichettati con colori diversi e i punti di codifica, se presenti, sono etichettati in rosso.



Figura 20: Calibration dialog.

Una volta che l'analisi è completata il valore finale (Score) viene mostrato

in basso e si può procedere all'accettazione.

Se il controllo viene lasciato in Auto, il sistema di coordinate risultante verrà centrato sulle fotocamere.

Se si è selezionato l'orientamento della griglia, questo orientamento diventerà il centro di

un nuovo sistema di coordinate cartesiane. Se consideriamo i tre punti individuati come una "L", l'angolo della L diventerà l'origine; la gamba orizzontale della L sarà l'asse X positivo; e

il piano della griglia sarà il piano XY. Il sistema di coordinate selezionato non viene mostrato tra i parametri di calibrazione visualizzati, che mostrano solo la posizione relativa delle due telecamere; tuttavia, le informazioni necessarie per quanto riguarda la posizione assoluta viene memorizzata nel file di progetto. Nella pratica si avrà l'accortezza di notare, durante la selezione dei vari marker, che la linea di calibrazione su ogni marker preso sull'immagine della telecamera 1 centri al meglio lo stesso marker preso dalla telecamera 2.



Figura 21: Ellipse extraction for calibration

La selezione del sistema di coordinate può essere utilizzata per creare un

sistema di riferimento per la deformazione e lo spostamento, o stabilire rapidamente un sistema di coordinate approssimativamente comune tra più coppie di telecamere. Questo passaggio è necessario anche quando si determina una visualizzazione comune per la calibrazione della fotocamera esterna.



Figura 22: Calibration results.

Se le dimensioni della griglia utilizzata non sono in menù, si possono aggiungere altri valori.

È necessario inserire solo la spaziatura della griglia.

Il diagramma seguente illustra il significato di ciascun parametro della griglia:

Offset (X) Length (X) Number of dots (X) Offset (Y) Length (Y) Number of dots (Y)



Figura 23: Calibration target definition

Nel nostro caso si sono usati i seguenti parametri:

	X	Y
N° of dots	14	10
Offset	3	3
Length	9	5

Per ogni immagine, viene visualizzato un valore (score). Questo è l'errore medio (in pixel) tra la posizione di dove è stato trovato un punto target nell'immagine e la posizione teorica in cui il modello matematico di calibrazione posiziona il punto. Valori ottimali vengono mostrati in verde. (Vic-3D 8 Manual and Testing Guide)

2.2.3 Tracciamento dei marker

Il tracciamento dei marker è lo scopo primario di questo lavoro, al fine di poter seguire le posizioni dei marker durante la prova meccanica.

Tracking tools	×
🕐 🐓 💽 🐜 📐	
Maximum size;	15
Show epipolar line	

Figura 24: Marker tracking tool box.

Si visualizzano per ogni frame le immagini relative a ciascuna telecamera e partendo dalla prima si iniziano a selezionare i marker d'interesse. Ciascuno di questi viene numerato automaticamente e manualmente si centrano i marker.

Se viene trovato un marker, la posizione dello stesso verrà associata al centro del marcatore. Si è posta particolare attenzione in questa fase del lavoro in quanto:

Il software individua automaticamente i centroidi dei marker presi manualmente. Lo spostamento del marker tra i frame viene, quindi, definito come spostamento relativo tra due centroidi. Il calcolo del centroide dipende dalla forma assunta dal marker. A seconda che questo sia stato più o meno centrato, che la sua forma sia può o meno circolare o ellittica, il valore del centroide può essere più o meno preciso.

Per questo motivo, in base anche alla qualità dell'immagine, si è cercato di selezionare e dare una forma quanto più precisa possibile del marker reale, al fine di non registrare falsi spostamenti o valori errati.

Dopo che il marker è stato inserito nell'immagine della fotocamera1, deve essere abbinato nella vista della fotocamera 2 per il tracciamento stereo. In questa fase ci si assicura inoltre, che la calibrazione si andata a buon fine. In questo esperimento in particolare, sono stati utilizzati tre set di immagini di calibrazione differenti: una 'calibrazione begin', 'calibrazione end' e 'calibrazione fisiologico'.

Ci si accerta inoltre, per l'elaborazione successiva dei dati, che i label di ciascun marker siano unici e non ripetuti.

Dopo aver individuato tutti i marker necessari, si passa a scorrere tutte le speckle images per verificare che tutti i marker del frame iniziale siano stati presi anche per tutti gli altri frame. In questo caso studio, l'analisi è stata condotta manualmente, per 160 frame (ramo di salita dell'estensione, flessione, blendind) e per tutti i 90 frame della torsione. In molti casi si è notato come alcuni marker venissero 'persi' e indicati con '?' tra i frame. Questo è stato attribuito al fatto che nell'immagine il marker perdeva di definizione e contrasto a seguito sia dell'usura del marker nelle varie prove, sia di immagini a basso contrasto.

È evidente che il tracciamento manuale del marker sia affetto da una precisione minore, dovuto proprio alla difficoltà di individuare lo stesso. Spesso si è quindi ritenuto opportuno, almeno per maker meno importanti, di non considerare le loro posizioni, affette da maggiore incertezza.

Terminato questo step si scorrono i vari frame dal primo all'ultimo e si salva il progetto insieme all'esportazione delle coordinate dei marker.

Le coordinate nello spazio X, Y, Z, sono riferite al sistema di riferimento delle telecamere e salvate in formato .csv per tutti i frame e per tutti i marker numerati.

Ottenuti i file .csv si è deciso di organizzare i dati nel seguente modo:

Per ciascun file di coordinate .csv, si è creato un file .csv che mettesse in correlazione ciascun marker con la nomenclatura fornita precedentemente, con il numero del marker attribuito col software Vic3D. Questi file sono stati nominati 'NOM'.

Il file 'NOM' è stato posto a controllo ulteriore attraverso script Python, affinché non ci fossero marker ripetuti o nominati allo stesso modo.

Tramite script Pyhton, si è convertito il file originariamente esportato da Vic3D in un file che presentasse le stesse coordinate dei marker ma con la nomenclatura dei marker che era stata assegnata in origine. Così risulta più facile trattare i dati univocamente. Il file 'OUT' ottenuto presenta una colonna per ogni marker, la quale contiene in sequenza su ciascuna riga le coordinate per ogni frame, X, Y, Z.

I file 'OUT' saranno il punto di partenza per l'elaborazione delle strutture in Matlab. (Vic-3D 8 Manual and Testing Guide)

2.3 Analisi Cinematica

2.3.1 Post elaborazione dei dati

In questa sezione si passa ad esaminare l'elaborazione delle coordinate dei marker acquisiti nei vari frame, gli spostamenti. Dapprima si sono organizzati i dati a disposizione come segue: i file OUT che si sono ottenuti sono stati inseriti all'interno di *structure array*. Questo è un tipo di dato composto da elementi individuali. Ogni elemento individuale è chiamato 'campo' (field) a cui viene associato un nome. Ogni campo può contenere ogni tipo di dato e gli elementi possono essere di diverso tipo. Le strutture possono essere organizzate in array. La creazione di una struttura può essere fatta campo per campo mediante assegnazione o mediante la funzione integrata 'struct'. Per accedere a ogni campo si usa la notazione puntata come 'structName.fieldName'.

Questo ha permesso di riunire i dati in maniera più compatta e più facilmente richiamabile nello script.

Per ogni prova meccanica (Estensione, Flessione, Blending destro, Blending sinistro, Torsione Clk, Torsione CClk), sono state create delle strutture, i cui campi all'interno corrispondono alla prova di ciascun layout (Fisiologico, Patologico, Long carb, Short, Short Trasverso Mobile, Short mobile, Short Trasverso). All'interno di ogni campo a sua volta sono stati inseriti i marker come array che contengono le coordinate per ogni frame (riga) e 3 colonne che contengono rispettivamente la coordinata X, Y, Z.

Per la gestione delle 3 repliche a disposizione di ogni prova, si è successivamente impiegato lo stesso criterio: per la replica di ciascuna prova meccanica è stata assegnata la corrispondente struttura.

Come si vedrà di seguito l'organizzazione in structure array si è rivelata utile anche per gestire l'analisi cinematica.



L'obiettivo primario per condurre la nostra analisi è stato spostare il sistema di riferimento: da quello delle telecamere che si supporne essere 'sconosciuto' a un sistema di riferimento assoluto o globale del modello 'noto'. Per poter far ciò è necessario definire tale sistema assoluto con almeno 3 marker fissi. I marker che si sono andati a considerare per questo scopo sono i marker della base fissa 'REF1', 'REF2', 'REF3'.



Figura 25: Sistema di riferimento globale associata al modello sintetico di rachide lombare Da questi costruiamo una terna ortogonale nel seguente modo: Creazione di due vettori non paralleli che vanno a definire un piano.

L'asse ortogonale al piano definito al punto precedente è uno degli assi della terna. Per ottenere tale asse si effettua il prodotto vettoriale tra i vettori scelti precedentemente.

Il vettore ortogonale al piano ottenuto deve essere normalizzato per avere lunghezza unitaria e diventare un versore.

A questo punto si determina un vettore che giaccia sul piano definito all'inizio, questo vettore può essere uno dei due vettori di partenza o la proiezione di un altro vettore sul piano stesso. Tale vettore corrisponde al secondo asse della terna.

Il secondo vettore appena descritto deve essere anch'esso normalizzato per diventare versore.

Tramite prodotto vettoriale dei due versori appena determinati si ottiene il terzo versore ortogonale a entrambi.

Si scelgono come vettori iniziali il vettore differenza REF3-REF1 (viola) e il vettore REF1-REF2 (verde). Il terzo vettore che si passa è REF3-REF2 (celeste), che è parallelo all'asse x positivo diretto verso 'ref3'. Il prodotto vettoriale tra viola e verde restituisce l'asse z uscente e ortogonale al piano descritto dai due vettori. L'asse y è ottenuta per prodotto vettoriale tra asse z e celeste.



Figura 26: Terna di vettori usata per determinare il sistema di riferimento globale





Il sistema di riferimento così creato sarà caratterizzato da: Origine in 'REF2' Asse X positivo che parte da 'REF2' verso 'REF3'

Asse Y positivo che parte da 'REF2' verso 'REF1'

Asse Z uscente dal piano secondo la regola della mano destra.

La creazione di questo sistema di riferimento assoluto, per ogni frame avviene tramite costruzione della matrice di rotazione.

Per portare le nostre coordinate riferite nel sistema di riferimento della telecamera in coordinate 'assolute' del sistema di riferimento globale appena creato si passa per le seguenti tre operazioni:



Trasliamo le coordinate nell'origine del sistema di riferimento assoluto 'REF2' come descritto precedentemente. (passaggio sistema di riferimento sconosciuto in verde al sistema di riferimento traslato in rosa).

Calcoliamo la matrice di rotazione per orientare il vecchio sistema di riferimento come il sistema di riferimento assoluto.

Con la matrice di rotazione ottengo le coordinate riorientate nel sistema di riferimento globale. (passaggio dal sistema di riferimento traslato in rosa al sistema di riferimento globale in blu attraverso semplice rotazione).


Figura 28: Passaggio dal sistema di riferimento 'sconosciuto' delle telecamere a quello globale. Si calcola per ogni frame di ciascun campo, la matrice di rotazione con le coordinate traslate (riferite adesso al sistema di riferimento originario 'sconosciuto' traslato in ref2 (sistema in rosa)). La matrice viene costruita analogamente a quanto descritto precedentemente per la generazione del sistema di riferimento globale. In questo modo la terna che si ottiene è orientata come il sistema di riferimento globale e la matrice contiene le informazioni necessarie per la rotazione.

La rotazione per orientare il sistema traslato nel sistema di riferimento globale assoluto avviene per moltiplicazione della matrice di rotazione per le coordinate esclusivamente traslate del corrispettivo frame. Adesso le coordinate sono riferite rispetto al sistema di riferimento assoluto.

Creazione di terne locali

Successivamente si definisce la funzione utilizzata per la creazione dei sistemi di riferimento locali. Su ciascuna vertebra si è costruita una terna locale, tramite il metodo già descritto. I marker presi in considerazione sono stati scelti in maniera tale da ottenere terne locali quanto più possibile simili all'orientamento della terna del sistema globale. La terna ottenuta, inoltre, deve essere sempre ortogonale. In particolare, l'attenzione è stata rivolta all'asse z, che fosse sempre uscente. Si usano le coordinate dei marker e in riferimento alla specifica prova meccanica si considerano 3 marker per la costruzione della terna. Inoltre, si specifica anche la vertebra su cui si sta lavorando. Si ottengono matrici di rotazione che permettono di passare dal sistema di riferimento globale al locale per ciascuna vertebra.

Di seguito, queste matrici di rotazione sono state trasposte, attraverso la funzione 'trasposta', al fine di ottenere matrici di rotazione per passare dalle coordinate locali di ciascuna vertebra a quelle del sistema di riferimento globale.

Le terne sono state determinate in maniera univoca per tutti i layout e il più possibile simile per tutte le prove meccaniche, cercando di utilizzare sempre gli stessi marker. In particolare, si è fatto riferimento ai marker 'Ln_CV1', 'Ln_CV6', 'Ln_PL'.

2.3.2 Metodo di analisi segmentale del modello multilivello

L'analisi cinematica dell'intero modello di rachide lombare, nelle sue diverse configurazioni, è stata condotta valutando i parametri dei centri di istantanea rotazione CIR tra vertebre adiacenti e di assi di istantanea rotazione IAR, che forniscono una descrizione biomeccanica efficace non solo del layout del modello ma anche della prova meccanica a cui è stato sottoposto. Ci si è soffermati al caso di flesso-estensione nel piano bidimensionale XY valutando i centri e gli assi tra i segmenti L1-L2, L2-L3, L3-L4, L5-riferimento. I valori dei centri sono stati valutati utilizzando le

coordinate dei marker delle vertebre espressi nel sistema di riferimento globale, precedentemente descritto, pertanto possiamo parlare di CIR globali.

Il CIR di un segmento di rachide lombare è tipicamente calcolato dalle posizioni iniziali e finali delle vertebre adiacenti mentre l'IAR descrive il path del movimento del segmento spinale usando le variazioni delle posizioni di due punti fissi sul corpo rigido in questione.

Per determinare l'IAR di ogni livello spinale, sono state isolate due vertebre spinali adiacenti dal resto dell'intero modello. Il movimento del segmento spinale è stato visualizzato come l'insieme di due corpi: un Upper Body UB (vertebra superiore) e Lower Body LB (vertebra inferiore).

Volendo risalire al CIR della vertebra superiore rispetto a quella inferiore, è necessario esprimere il moto di UB rispetto al LB stazionario, trascurando tutti i cambiamenti traslazionali e rotazionali dovuti al moto della vertebra inferiore su quella superiore.

Le posizioni note di ciascuno dei due corpi sono riferite al sistema di riferimento globale, dopo essere stato trasferito da sistema di riferimento della telecamera.

Inizialmente, viene descritto un vettore UB_{2} , come le coordinate spaziali di UB al tempo 2 che contiene unicamente gli effetti del moto del corpo LB (in quanto UB è rigidamente attaccato a LB). Le posizioni spaziali (coordinate x e y) di questo vettore sono calcolate come segue:

1A.
$$\overrightarrow{\Delta_{12^{LB}}} = \overrightarrow{LB_2} - \overrightarrow{LB_1}$$

1B.
$$\overrightarrow{UB_{2'}(x)} = \overrightarrow{UB_1(x)} + \overrightarrow{\Delta_{12^{LB}}}(x) - L * [\cos(\beta_1) - \cos(\beta_2)]$$

1C.
$$\overrightarrow{UB_{2'}(y)} = \overrightarrow{UB_1(y)} + \overrightarrow{\Delta_{12^{LB}}(y)} - L * [\sin(\beta_1) - \sin(\beta_2)]$$

Dove $\beta_1 = tan^{-1} \left(\frac{UB_1(y) - LB_1(y)}{UB_1(x) - LB_1(x)} \right) e \beta_2 = \beta_1 + \Delta_{12}LB(\theta)$

L'angolo θ o la posizione rotazionale di $UB_{2'}$ è stata calcolata come segue:

2.
$$UB_{2'}(\theta) = UB_1(\theta) + \Delta_{12}LB(\theta)$$

l'angolo di $UB_{2'}$ è stato espresso come la somma della posizione angolare di

UB al tempo 1 e lo spostamento angolare di LB tra gli istanti di tempo 1 e2.

Infine, è stato determinato un secondo vettore $UB_{2''}$, definito come la posizione spaziale di UB al tempo 2 ma dovuto esclusivamente al moto di UB stesso (trascurando gli effetti di (LB). $UB_{2''}$ è stato calcolato come segue:

3.A
$$\Delta_{2-2}UB(x, y, \theta) = UB_2(x, y, \theta) - UB_{2'}(x, y, \theta)$$

3.B $UB_{2''}(x, y, \theta) = UB_1(x, y, \theta) + \Delta_{2-2}UB(x, y, \theta)$

la posizione di $UB_{2''}$ è stata calcolata usando le posizioni note di UB_2 meno la posizione calcolata con $UB_{2'}$ e sommando la nota posizione di partenza di UB_1 .



Figura 1: Method for determining the local IAR of upper body (UB) relative to the lower body (LB). A) UB₁ is a known location of Upper Body at time 1, UB₂ is a known location of Upper Body at time 2, LB₁ is a known location of Lower Body at time 1, LB₂ is a known location of Lower Body at time 2, B) UB₂ is a calculated location of Upper Body at time 2 due to the motion of Lower Body alone, C) The relative change of the UB between UB₂ and the final position UB₂ is given by $\Delta 2$ -2'UB, and D) UB₂^w is a calculated location of Upper Body at time 2 due the motion

Questi calcoli sono stati ripetuti incrementalmente al passo di 1 frame e aggiungendo al vettore finale la posizione iniziale, comune ad entrambi. Così si è determinato un nuovo path di moto della vertebra UB relativamente al sistema fisso di LB, al fine di usare questo nuovo vettore per calcolare le posizioni dei CIR e IAR con il metodo descritto inseguito.

Dapprima questi nuovi vettori, 'puliti' dall'effetto del moto della vertebra sottostante, sono stati calcolati per ogni vertebra rispetto a quella sottostante. Tramite questi, è stato necessario determinare un altro punto sul corpo rigido della vertebra che ci permettesse di determinare il CIR.

Questo nuovo punto è stato calcolato per ogni vertebra sfruttando le posizioni dei vettori $UB_{2''}$.

Il nuovo punto lo si ottiene nel seguente modo:

4.A Q(x) =
$$UB_{2''}(x) + \cos(\theta)$$

4.B Q(y) = $UB_{2''}(y) + \sin(\theta)$

Dove $\theta = UB_{2''}(\theta)$.

Questo angolo è stato determinato valutando l'orientamento del punto $UB_{2''}$ rispetto all'asse orizzontale del moto, per la flesso-estensione.



Secondo quanto riportato nelle considerazioni di Crisco, l'accuratezza del calcolo del CIR e IAR viene notevolmente migliorata aumentando il numero di punti presi in considerazione sul corpo rigido. Pertanto, si è partiti considerando i marker 'P' di ciascuna vertebra e dalle coordinate di questi determinare la costruzione dei vettori nuovi UB. Tramite i marker 'PL' e 'CV6/7' si sono invece ottenuti gli orientamenti dei corpi rigidi, superiore e inferiore.

Prima di procedere alle operazioni, è stato necessario inoltre, introdurre un filtraggio delle coordinate, per ottenere dei risultati meno rumorosi e più

stabili. Il filtraggio è stato effettuato tramite semplice estrazione del trend.

1.1.1 Metodo di Reuleaux

Il CIR può essere definito come il punto che non subisce modifiche a seguito di una trasformazione rigida che include traslazione e rotazione. (McCane). Il metodo di cui si tratterà può essere facilmente adattato alla situazione di questo caso studio e implementato agevolmente tramite script in Matlab. Il metodo di Reuleaux è la tecnica più comunemente utilizzata per calcolare l'IAR sebbene, questa sia affetta dall'accuratezza del sistema di misura, come precedentemente accennato. Per cercare di avere risultati più precisi, si è preso in considerazione il procedimento che Crisco definisce nel suo caso studio, richiamando il metodo di Reuleaux e riducendo l'errore nel processo di calcolo dell'IAR.

Si consideri come corpo rigido in questione, la vertebra. Su di essa si identifichino due punti in due istanti di tempo consecutivi. Le coordinate dei punti saranno sempre espresse nel sistema di riferimento globale, mentre i punti in questione sono quelli dei nuovi vettori UB e Q analizzati precedentemente. Il corpo è definito rigido se esiste una corrispondenza biunivoca tra i punti dei vettori all'istante finale $(\overline{x'})$ e quelli all'istante iniziale (\overline{x}) , che si definisce come segue:

$$\overline{x'} = \mathbf{R}\,\overline{x} + \overline{v} \tag{1}$$

Dove R è la matrice di rotazione espressa nella forma:

$$R = \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi\\ \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix}$$

E ϕ è l'angolo di rotazione che in questo caso è dato dall'orientamento reciproco tra le due vertebre adiacenti, e \bar{v} è il vettore di traslazione.

In un sistema di coordinate globale arbitrario in cui sono definite le posizioni del vettore, il moto del corpo può essere descritto relativamente a un sistema di coordinate a scelta. Determinato il sistema di riferimento di coordinate, la cui posizione e orientamento sono definiti rispetto alle coordinate del sistema globale, si nota che l'angolo di rotazione ϕ è invariante rispetto alla scelta del sistema di coordinate. Comunque, la posizione e l'orientamento del sistema di coordinate influisce il valore e la

direzione del vettore di traslazione \bar{v} .

Si dimostra che esiste un'unica posizione per un sistema di coordinate tale per cui

$$|\bar{\nu}| = 0 \tag{3}$$

Quest'unica posizione viene definita come centro di istantanea rotazione (CIR). Il termine istantaneo enfatizza che i CIR è specifico all'istante di moto definito da due posizioni associate.

Quindi, il moto di due qualsiasi corpi rigidi nel piano bidimensionale può essere unicamente descritto dall'angolo di rotazione e la posizione del CIR. La posizione del CIR nel sistema di coordinate globali è definita dal vettore \bar{c} che si ottiene sostituendo l'equazione (3) nella (1). Quindi il moto del corpo rigido può essere descritto come segue:

$$\overline{x'} - \overline{c} = \mathbf{R} \ \overline{(x} - \overline{c}) \tag{4}$$

Risolvendo in \bar{c} , le cui coordinate globali sono x_{cr} e y_{cr} , possiamo ottenere:

$$\bar{c} = \begin{bmatrix} x_{cr} \\ y_{cr} \end{bmatrix} = [I - R]^{-1} (\overline{x'} - R\bar{x})$$
(5)

Dove I identifica la matrice identità. La matrice inversa può essere calcolata esplicitamente:

$$[I - R]^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & \frac{-\sin\phi}{2(1 - \cos\phi)} \\ \frac{\sin\phi}{2(1 - \cos\phi)} & 1/2 \end{bmatrix}$$

Per il calcolo di $\phi e \bar{c}$, si considerano due punti sul corpo rigido, noti come marker, che sono necessari e sufficienti. In questo caso si prendono in considerazione i punti dei vettori UB e Q. Di questi si considerano le coordinate dei punti all'istante iniziale e finale: l'insieme dei punti A coincide con il vettore UB all'istante iniziale, quindi A = (x1, y1); B coincide con il vettore Q all'istante iniziale B = (x3, y3); A' = (x2,y2) corrisponde al vettore UB all'istante finale, B' = (x4, y4) corrisponde al vettore Q all'istante finale.

L'angolo tra i vettori appena citati viene calcolato:

$$\bar{u} = \bar{A} - \bar{B}$$

e

$$u'=\bar{A}'-B'$$

così che il coseno dell'angolo sia dato da:

$$\cos\phi = \frac{\bar{u}\cdot\bar{u}'}{|\bar{u}||\bar{u}'|}$$

Il seno dell'angolo può essere calcolato direttamente come $|\sqrt{1 - \cos \phi}|$. La direzione (segno) del $\sin \phi$ è determinata col prodotto vettoriale di $\bar{u} e \bar{u}'$. Se il prodotto vettoriale $\bar{u} x \bar{u}'$ è un vettore positivo, allora la regola della mano destra definisce la rotazione da $\bar{u} a \bar{u}'$ come un angolo positivo. Un vettore risultate negativo indica una rotazione negativa.



Figura 2: Marker points A and B in the initial and final (A' and B') positions after a rotation by 4 about the instantaneous center of rotation (CR,), defined as the origin.

Dati quindi ϕ e le coordinate iniziali e finali di un punto le coordinate del CIR possono essere scritte espressamente espandendo l'equazione (5).

$$x_{cr} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) + \frac{(y_1 - y_2) \cdot \sin\phi}{2(1 - \cos\phi)}$$

$$y_{cr} = \frac{1}{2}(y_1 + y_2) - \frac{(x_1 - x_2) \cdot \sin\phi}{2(1 - \cos\phi)}$$

3 Risultati e discussioni

3.1 Risultati

3.1.1 Analisi Cir & Iar: Protocolli

In questo capitolo verranno presentati i risultati ottenuti dallo studio effettuato per valutare la cinematica del costrutto biomimetico per tutte le configurazioni di stabilizzazione testate. In particolare, sarà possibile osservare i grafici relativi a tutti i layout del modello per le prove di flesso-estensione e le rappresentazioni riassuntive, che sono state ottenute per agevolare il confronto tra le principali 4 tipologie di costrutto: Fisiologico, Patologico, Lungo e Corto.

Le coordinate dei Cir sono state dapprima calcolate rispetto a tutta la durata della prova, per uno spostamento massimo del carrello di 10mm per la flesso-estensione. Si è deciso successivamente di considerare due protocolli per l'analisi dei dati.

Le posizioni dei centri di istantanea rotazione durante l'intera prova di flesso-estensione giacciono sul piano XY per avere una visione complessiva dell'effetto della stabilizzazione sulla struttura. I Cir sono stati ottenuti valutando la rotazione istantanea tra due istanti di tempo consecutivi.

L'Iar, asse di istantanea rotazione è stato rappresentato come la successione temporale dei centri di istantanea rotazione, in quanto esso rappresenta l'asse attorno a cui avviene la rotazione e che interseca il piano esattamente nel Cir.

I valori dei Cir sono stati quindi mostrati in successione evidenziando un pathway di moto per ciascuna delle vertebre del modello.

Si è sovrapposto al grafico, l'immagine del rachide al fine di avere migliore cognizione della posizione effettiva dei Cir e di poter effettuare confronti anatomicamente più consistenti tra i diversi layout.

I pathway di ciascuna prova e di ciascun tipo di costrutto sono stati ricavati attraverso l'analisi delle tre repliche di dati raccolti. In particolare, i valori sono stati ottenuti attraverso la media delle tre repliche.

Occorre anche precisare che i dati sono stati filtrati con l'operazione Smoothdata di Matlab prima di calcolare i CIR, al fine di avere traiettorie più precise e lineari, con meno rumore e outliers.

Per metodo di prova ben definito si intende che le condizioni finali del provino durante ogni istanza di prova sono completamente definite. In altre parole, i carichi e i movimenti alle estremità del provino, e, di conseguenza, ad ogni livello intervertebrale, sono noti con precisione o possono essere calcolati. Ciò rende il metodo di prova riproducibile e trasportabile tra i laboratori di biomeccanica, contribuendo a generare dati affidabili, comparabili e indipendenti dal laboratorio.

Pertanto, sono stati proposti due protocolli di test ben definiti per il test della colonna vertebrale, ovvero un protocollo flessionale e uno di rigidezza. Nel protocollo di prova di flessibilità multidirezionale l'ingresso è il carico, mentre l'uscita è lo spostamento.

Nel protocollo del test di rigidità, la procedura è simile ma invertita: l'input è lo spostamento, mentre l'output è il carico. (Panjabi 2006)

Protocollo di flessibilità

Questo si basa sul protocollo che ha in input il carico come momento puro. Il momento puro presenta due importanti vantaggi: il momento puro applicato alle vertebre terminali viene applicato in modo uguale a tutti i segmenti del campione; e il momento puro rimane lo stesso poiché la colonna vertebrale si deforma durante il test (con un design appropriato dell'apparato). È un metodo popolare nei laboratori di biomeccanica per ottenere le caratteristiche di base della colonna vertebrale e indagare su problemi clinicamente rilevanti, come lesioni/instabilità spinali, trauma spinale, fissazione spinale e dispositivi non di fusione. La progettazione dell'apparato per il metodo flessionale deve creare tre condizioni essenziali durante l'intera prova: (1) il provino della colonna vertebrale è completamente libero di muoversi naturalmente; (2) il momento applicato rimane un momento puro; (3) la magnitudo del momento e il suo orientamento rimangono gli stessi rispetto alla vertebra terminale a cui è applicato il momento. (Panjabi 2006)

In pratica si nota quanto si riduce il moto a parità di momento applicato. Quindi dando in input un carico si nota quanto varia il ROM e conseguentemente lo spostamento del provino per raggiungere tale carico. In Matlab si sono ricampionati i CIR calcolati per la durata dell'intera prova meccanica, in base al momento minimo comune, sia per l'estensione che per la flessione, a tutti i layout in maniera tale che tale valore potesse essere raggiunto da tutti i costrutti. Nel caso della flessione il momento minimo registrato è pari a **5.5 Nm** e corrisponde al massimo momento a cui arriva il costrutto patologico. Ciò è coerente rispetto al fatto che dovrebbe essere il costrutto più mobile; quindi, si ha bisogno di un carico minore per arrivare ad avere lo stesso spostamento, rispetto agli altri costrutti.

Per l'estensione invece il minimo momento tra i layout che corrisponde al momento massimo del patologico corrisponde a **-2Nm**. Conseguentemente si può notare come il costrutto patologico abbia pathway più lunghi degli altri layout.

Flessione

Per tutti i grafici sotto riportati, riguardanti i pathway dei CIR per ciascun costrutto si farà riferimento al seguente codice colore:

0	L1
0	L2
0	L3
0	L4
0	L5



Figura 33: Protocollo flessionale, costrutto intatto a sinistra e patologico a destra



Figura 34: Protocollo flessionale, costrutto lungo a sinistra e corto a destra



Figura 35: Protocollo flessionale, costrutto corto mobile a sinistra e corto trasverso a destra



Figura 36: Protocollo flessionale, costrutto corto trasverso mobile Al fine osservare in maniera più compatta le principali differenze tra i 4 tipi principali di costrutto (Intatto, Patologico, Lungo e Corto), si riportano insieme i diversi casi.



Figura 35: Protocollo flessionale, partendo da sinistra verso destra: costrutto intatto, patologico, lungo, corto.

Estensione

Per tutti i grafici sotto riportati, riguardanti i pathway dei CIR per ciascun costrutto si farà riferimento al seguente codice colore:

0	L1
0	L2
0	L3
0	L4
0	L5



Figura 37: Protocollo flessionale, costrutto intatto a sinistra e patologico a destra



Figura 38: Protocollo flessionale, costrutto lungo a sinistra e corto a destra



Figura 39: Protocollo flessionale, costrutto corto mobile a sinistra e corto trasverso a destra



Figura 40: Protocollo flessionale, costrutto corto trasverso mobile

Al fine osservare in maniera più compatta le principali differenze tra i 4 tipi principali di costrutto (Intatto, Patologico, Lungo e Corto), anche per l'estensione si riuniscono i pathway di questi 4 modelli.



Figura 41 Protocollo flessionale, partendo da sinistra verso destra: costrutto intatto, patologico, lungo, corto.

Protocollo di rigidezza

Questo metodo si basa sul protocollo in cui come input si ha lo spostamento. Si impone quindi un certo range di movimento, ROM, e si valuta l'overloading a parità di ROM. Dando in input un ROM si vede quanto cambia il carico necessario per ottenere lo stesso ROM. Nei costrutti protesizzati si necessita di un carico ovviamente maggiore per poter raggiungere lo stesso ROM comune a tutti i layout. Nella pratica si è individuato il ROM minimo comune a tutti i layout che corrisponde a:

- 4° nel caso di flessione e corrisponde al ROM massimo raggiunto dal costrutto lungo.

-2.6° per l'estensione che corrisponde al ROM massimo raggiunto dal costrutto lungo.

Per questo motivo in questo caso i pathway del costrutto lungo saranno i più estesi, in quanto coincidono a tutta la durata della prova.

La posizione ideale del provino, è fondamentale, e sarà quella che produce naturali movimenti fisiologici della colonna vertebrale.

Flessione

Per tutti i grafici sotto riportati, riguardanti i pathway dei CIR per ciascun costrutto si farà riferimento al seguente codice colore:

0	L1
0	L2
0	L3
0	L4
0	L5



Figura 42: Protocollo di rigidezza, costrutto intatto a sinistra e patologico a destra.



Figura 10: Protocollo di rigidezza, costrutto lungo a sinistra e corto a destra.



Figura 11: Protocollo di rigidezza, costrutto corto mobile a sinistra e corto trasverso a destra.



Figura 12: Protocollo di rigidezza, costrutto corto trasverso mobile.

Al fine osservare in maniera più compatta le principali differenze tra i 4 tipi principali di costrutto (Intatto, Patologico, Lungo e Corto), si presentano i diversi tipi di modello.



Figura 13: Protocollo di rigidezza, partendo da sinistra verso destra: costrutto intatto, patologico, lungo, corto.

Per questo protocollo si è pensato anche si esaminare singolarmente i CIR di ciascuna vertebra nei costrutti Intatto, Patologico, Lungo e Corto. Il codice colore utilizzato è riportato di seguito.



Per la Flessione otteniamo:



Figura 14: Flessione, protocollo di rigidezza, Cir per vertebre L1, L2, L3, L4, L5.

Estensione

Per tutti i grafici sotto riportati, riguardanti i pathway dei CIR per ciascun costrutto si farà riferimento al seguente codice colore:

0	L1
0	L2
0	L3
0	L4
0	L5



Figura 15: Protocollo di rigidezza, costrutto intatto a sinistra e patologico a destra.



Figura 16: Protocollo di rigidezza, costrutto lungo a sinistra e corto a destra.



Figura 17: Protocollo di rigidezza, costrutto corto mobile a sinistra e corto trasverso a destra.



Figura 18: Protocollo di rigidezza, costrutto corto trasverso mobile.

Al fine osservare in maniera più compatta le principali differenze tra i 4 tipi principali di costrutto (Intatto, Patologico, Lungo e Corto), anche per l'estensione si riuniscono i pathway di questi 4 modelli.



Figura 19:Protocollo di rigidezza: da sinistra a destra costrutto intatto, patologico, lungo e corto.

Per questo protocollo si è pensato anche si esaminare singolarmente i CIR di ciascuna vertebra nei costrutti Intatto, Patologico, Lungo e Corto. Il codice colore è riportato di seguito.

0	Ι
0	Р
0	L
0	S

Per l'Estensione otteniamo:



Figura 20: Estensione, protocollo di rigidezza, Cir per vertebre L1, L2, L3, L4, L5.

Volendo, infine, evidenziare l'overloading necessario di ciascun layout per raggiungere lo stesso ROM, si riportano i seguenti bar plot. Questi mostrano i momenti applicati a ciascun costrutto nel momento in cui si registra il minimo ROM comune menzionato precedentemente.

Per la flessione otteniamo che effettivamente il momento massimo è raggiunto dal costrutto lungo, cioè la stabilizzazione più bloccante. Stessa cosa dicasi per l'estensione, riportata in seguito.



Figura 21: Overloading flessione.



Figura 22: Overloading estensione.

3.1.2Spostamenti tra istante finale e iniziale

In seguito alle simulazioni per la valutazione dei pathway dei Cir e Iar, mostrati nel paragrafo precedente, si sono confrontati gli spostamenti dei Cir di ciascuna vertebra per ciascuno dei 4 costrutti principali. Lo spostamento è stato calcolato in termini di distanza euclidea tra l'istante iniziale della prova meccanica e l'istante finale.

Qui di seguito sono mostrati i grafici in bar plot riassuntivi dei risultati, ottenuti prendendo in considerazione gli spostamenti lineari in corrispondenza del CIR di ogni vertebra.

Occorre precisare che i risultati si riferiscono soltanto alle prove di flessoestensione. I valori riportati sono frutto della media delle tre repliche di dati; perciò, si evidenzia anche la deviazione standard per ciascuno dei seguenti valori.


Figura 23: spostamenti dei CIR dall'istante iniziale a finale per l'estensione.



Figura 24: spostamenti dei CIR dall'istante iniziale a finale per la flessione.

3.2Discussioni

3.2.1 Confronti tra layout

Sono stati forniti i risultati di dati biomeccanici relativi alla media delle tre repliche di dati ottenuti, che descrivono le prestazioni di un nuovo modello sintetico integrale della colonna lombare valutato in diverse configurazioni. Tali modelli possono essere considerati come materiale alternativo al tessuto cadaverico umano; pertanto, è necessaria la convalida della loro analisi cinematica. A stabilire alcune delle proprietà cinematiche della colonna lombare sintetica, un metodo è stato determinare i percorsi locali del CIR di ogni segmento del rachide. Questo metodo può essere facilmente implementato tramite dati di posizione globale di ogni corpo vertebrale.

I componenti meccanici utilizzati per modellare gli elementi costitutivi della colonna vertebrale si sono dimostrati efficaci.

Il comportamento fisiologico è stato riprodotto correttamente e i valori dei parametri ricavati hanno fornito risultati realistici. Nelle prove effettuate di flesso estensione, infatti, sono stati ottenuti risultati coerenti con la letteratura.

Il pathway globale dei centri di istantanea rotazione di ogni vertebra del modello multibody è stato riportato rispetto al sistema di riferimento globale.

A seguito di ciò si è mostrato nella sezione dei risultati il pathway dell'IAR evidenzia che nel caso della **flessione**, i Cir del costrutto Intatto tendono a localizzarsi prevalentemente in corrispondenza del corpo vertebrale posteriore muovendosi in direzione postero-anteriore durante la prova meccanica. Rispetto alla posizione anatomica di ciascuna vertebra, i Cir di ognuna si vanno a posizionare principalmente tra le vertebre inferiori L4 ed L5. Questi risultati sono molto affini e coerenti rispetto alle definizioni delle posizioni che si trovano in letteratura dei Cir di vertebre lombari in flessione. Questi, infatti, sono caratterizzati dal fatto di essere localizzati molto in basso rispetto al tratto lombare. Il caso Patologico differisce rispetto alla localizzazione nel piano coronale, ma rimangono abbastanza allineati ai pathway fisiologici rispetto al piano sagittale.

Per quanto riguarda il costrutto lungo e corto, entrambi mostrano uno spostamento posteriore dei pathway dei CIR, più tendente ai peduncoli laterali. Il layout lungo va a localizzare in serie tutti i pathway di ciascuna vertebra tra la L5 e il disco intervertebrale tra la L5 e il sacro. Stessa cosa dicasi per il costrutto corto, la cui differenza principale riguarda la localizzazione dei CIR di L1 ed L2 che si trovano più in alto alla struttura: ossia, il CIR di L1 arriva al peduncolo della L4 mentre il Cir della L2 arriva al peduncolo della L5.

Per quanto riguarda l'estensione, si evince che i Cir del costrutto Intatto tendono a localizzarsi prevalentemente in corrispondenza del corpo vertebrale anteriore muovendosi in direzione antero-posteriore durante la prova meccanica di estensione, verso i peduncoli laterali. Rispetto alla posizione anatomica di ciascuna vertebra. Questi risultati sono molto affini e coerenti rispetto alle definizioni che si trovano in letteratura dei Cir di vertebre lombari in estensione. Questi, infatti, sono caratterizzati dal fatto di essere localizzati meno in basso al tratto lombare rispetto alla flessione e di essere più in corrispondenza dei peduncoli vertebrali. Nel caso Patologico, i CIR si spostano superiormente rispetto all'assetto dei corrispettivi CIR del caso Fisiologico eccetto per i CIR delle vertebre L4 e L5.

Il costrutto Lungo colloca i pathway posteriormente a quelli dei costrutti appena descritti, ancora più in prossimità dei peduncoli.

Il layout corto invece si va a posizionare in mezzo alle traiettorie dei CIR del costrutto Intatto e Lungo.

Anche altri casi studio hanno analizzato parametri di IAR e CIR della colonna lombare.

Gertzbein et al., testò cinque modelli di cadavere umano dei segmenti L4-L5 segnalando un locus di punti dell'IAR nella metà posteriore della regione del disco intervertebrale, mentre Haher et al., trovò che il IAR di un singolo segmento L4-L5 si localizzava più in prossimità delle faccette.

Tuttavia, molti degli studi precedenti, simili a Gertzbein et al.,

e Haher et al., avevano differenze metodologiche che limitavano direttamente confronto o la validazione tra essi.

I metodi di prova basati su tessuti sono riconosciuti come la pratica standard per l'analisi e il confronto dei dispositivi di strumentazione spinale.

Tuttavia, ci sono molte limitazioni con l'utilizzo di tessuto umano che può avere un impatto sulla fattibilità e sui risultati dello studio che includono, ma sono anche limitati al costo, la qualità del tessuto, condizione di età, genere e chirurgico o malattia. Per cui modelli biomimetici sintetici del corpo umano forniscono un'alternativa conveniente al tessuto cadaverico che dovrebbe superare molte di queste limitazioni. Questo studio ha determinato che le proprietà di CIR e IAR sull'intero modello lombare sintetico di colonna vertebrale nella configurazione 'Intatto' e quindi Fisiologico, è paragonabile a risultati ottenuti da letteratura, ricavati da studi in vivo e in vitro. Inoltre, questo approccio matematico è stato sviluppato per calcolare i parametri CIR e IAR utilizzando misure comuni di dati spaziali dei singoli corpi in movimento nello spazio.

Sulla base di questo, un possibile scopo sarebbe quello di utilizzare un modello sintetico della colonna lombare come fondamento per test standard sulla valutazione biomeccanica, la classificazione, il posizionamento e l'effetto di dispositivi di supporto e stabilizzazione del rachide.

Pertanto, si è passati ad analizzare le differenze tra i costrutti di stabilizzazione del rachide Lungo e Corto.

In analogia con le indicazioni al trattamento delle fratture vertebrali instabili la letteratura propone la stabilizzazione della vertebra litica ancorando le viti peduncolari due livelli al di sopra e due livelli al di sotto di quella malata. Questa configurazione permette una rigidità sufficiente per la concessione del carico al malato. Un altro vantaggio della stabilizzazione descritta (stabilizzazione lunga) è quello di mantenere una presa sui corpi vertebrali anche in caso di progressione di malattia in una vertebra adiacente con perdita di presa di una o più viti peduncolari.

Una stabilizzazione con viti peduncolari un livello al di sopra e un livello al di sotto di quella malata (stabilizzazione corta) ha il vantaggio di essere più rapida e meno invasiva rispetto alla stabilizzazione lunga, ma non permette una rigidità adeguata in caso di osteolisi instabile ed è a rischio di fallimento in caso di progressione di malattia alle vertebre adiacenti tale da mobilizzare anche solo una delle quattro viti.

Esiste la possibilità di eseguire una stabilizzazione corta con connettori trasversali, tale da produrre un costrutto quadrangolare invece che due sole barre parallele. Questo costrutto potrebbe semplificare la stabilizzazione chirurgica fornendo con una stabilizzazione corta una rigidità paragonabile a quella di una stabilizzazione lunga. La scelta di ridurre il confronto tra i 4 costrutti: Fisiologico, Patologico, Lungo e Corto è motivata dal fatto che i modelli protesizzati con barre corte e segmenti trasversi, barre corte e viti mobili e la combinazione di questi, mostrano risultati molto simili tra loro e pressoché analoghi a quelli del semplice costrutto corto. Per tale motivo ai fini di ottenere un confronto più evidente e pratico ci si è limitati a considerare il costrutto corto semplice in sostituzione a tutti e 4 i modelli con barre corte. Si è valutato che queste configurazioni corte con connettori trasversali o viti mobili, mostrino parametri pressoché simili a quelli del costrutto corto semplice. Pertanto, una stabilizzazione con barre trasversali non è paragonabile a una stabilizzazione lunga in termini biomeccanici. Anche nel caso di perdita di tenuta di una vite (corto mobile) il costrutto si mostra più simile a quello con stabilizzazione semplice corta e non a quello lungo. Così, è stato possibile limitare le considerazioni esclusivamente sui costrutti lungo e corto.

L'idea era quella di valutare se la stabilizzazione lunga fosse migliore di una stabilizzazione corta.

Le ipotesi su cui si basano le valutazioni dei risultati ottenuti sono che la stabilizzazione corta semplice è inadeguata per la stabilizzazione di una metastasi osteolitica decompressa. D'altronde una metastasi litica decompressa è assimilabile ad una frattura vertebrale instabile e quindi richiede una stabilizzazione lunga se stabilizzata solo posteriormente. Questo in accordo anche con le considerazioni di McLain circa la differenza di utilizzo tra una protesizzazione lunga o corta.

La fissazione multilivello (costrutti lunghi) si è dimostrata affidabile ed efficace nel trattamento delle lesioni toraciche, con o senza ricostruzione anteriore. La strumentazione del peduncolo a segmento corto (costrutti corti) si è dimostrata efficace nella stabilizzazione delle fratture toracolombari e lombari limitando l'interruzione dei segmenti di movimento lombare inferiore. La perdita dell'integrità della colonna anteriore porta al fallimento della fissazione quando i costrutti corti non vengono integrati con un'ulteriore fissazione o una ricostruzione anteriore.

Poiché la decisione di operare è solitamente basata sulla presenza di instabilità spinale, la strumentazione fa quasi sempre parte del piano chirurgico. Il tipo di strumentazione utilizzata dipende dal livello della lesione, dalla frattura, dal modello, dalla necessità di stabilizzazione o decompressione anteriore e dal livello di esperienza e formazione del chirurgo. Esistono numerose opzioni per strumentare le fratture della colonna vertebrale toracica e toracolombare. Una delle considerazioni fondamentali è se strumentare solo la colonna anteriore, la colonna posteriore o entrambe. Una volta presa questa decisione, il chirurgo deve scegliere un costrutto per la strumentazione posteriore e questa decisione viene presa in base al livello della frattura, al modello di comminuzione, all'entità dell'instabilità, allo stato neurale, nonché alla decisione iniziale di ricostruire anteriormente o meno. Da questo si evince quindi che:

• Sia i costrutti lunghi che quelli corti possono essere usati con successo per la cura delle fratture toracolombari.

• I costrutti lunghi funzionano meglio nei segmenti toracico e toracolombare.

• I costrutti corti funzionano meglio nelle fratture toracolombari e lombari.

• Se si ignorano i principi biomeccanici con entrambi i costrutti, possono verificarsi gravi complicazioni.

Valutando le differenze tra i 4 costrutti per ciascuna vertebra in termini di

spostamento effettuato tra l'istante iniziale e finale si può dire che:

- per quanto concerne la flessione: la vertebra più sottoposta a spostamento è la L1 in cui il layout più mobile è chiaramente quello fisiologico. Seguono poi il layout lungo e patologico, mentre la stabilizzazione maggiore la sia ha con il costrutto corto. Anche per le altre vertebre a parità di movimento la struttura più mobile risulta essere quella con il layout lungo, che quindi non sembrerebbe essere in grado di stabilizzare al meglio la struttura. Viceversa, il costrutto corto consente una minore mobilità, ma sicuramente più affine ai valori di spostamento registrati per il caso fisiologico.
- considerazioni analoghe possono essere applicate anche per l'estensione considerando, così come sostenuto da McLain, che una stabilizzazione segmentale corta sia più adatta a fratture del tratto lombare. Anche per l'estensione si registrano spostamenti maggiori per la L1 e a scalare le vertebre inferiori. Il costrutto lungo permette spostamenti maggiori di quelli registrati sia con il caso patologico che con quello fisiologico, per cui sembrerebbe stabilizzare al meglio il costrutto. Viceversa, il costrutto corto registra valori più coerenti con il caso Intatto.

4 Conclusioni

L'obiettivo finale di questo progetto era quello di analizzare le principali differenze e risposte dei modelli fra i diversi layout sotti i vari carichi di prova, con lo scopo di stabilire quale configurazione sia la più conveniente, in termini di stabilità a breve o a lungo termine e simulante meglio il comportamento fisiologico applicando una stabilizzazione lunga o corta.

Alla luce delle simulazioni effettuate e dei risultati ottenuti è possibile trarre alcune conclusioni circa il confronto tra le 4 tipologie di stabilizzazione, in base alle caratteristiche dei CIR e IAR e degli spostamenti analizzati.

Originariamente in base alle ipotesi fatte ci si era chiesti quale delle stabilizzazioni fosse più simile al comportamento fisiologico ed appare evidente che tutte si differenziano dal costrutto intatto. Nonostante ciò, la stabilizzazione corta sembrerebbe discostarsi meno.

Circa la bontà di una la stabilizzazione lunga rispetto ad una corta, si evince che la lunga sia sostanzialmente differente in termini biomeccanici rispetto a quella corta.

La stabilizzazione con barre trasversali invece si è mostrata molto più confrontabile con una stabilizzazione corta piuttosto che con una lunga, pertanto, è evidente che non possa essere paragonabile a una stabilizzazione lunga.

In termini di stabilità a lungo termine si è visto che una stabilizzazione corta che presentasse un allentamento della vite fosse simile a una stabilizzazione corta, sempre poco paragonabile a una lunga, che dovrebbe essere la più stabile.

Ciò detto, la questione è molto più vasta di quanto viene presentato in questo caso studio. Ci sono molteplici aspetti e analisi che potrebbero essere effettuate ed esaminate. Pertanto, il dibattito rimane ancora aperto a nuovi sviluppi futuri. Questi potranno validare nuovi modelli di calcolo di CIR e IAR, cercando di rendere la pratica di valutazione su modelli biomeccanici sintetici un test standard. Infine, si potrebbe suggerire di integrare tali parametri della cinematica del corpo rigido, con altri indicatori, quali angoli, velocità angolari.....



Si riportano di seguito le funzioni implementate in Matlab per il calcolo delle coordinate dei CIR.

```
function [S] = DiAngelo_vettori_puliti(M)
%% caricamento dati
F =fieldnames(M);
for i = 1:numel(fieldnames(M))
S. (F\{i\})(:,1) = M.(F\{i\})(:,1);
S.(F{i})(:,2) = M.(F{i})(:,2);
end
%% filtraggio dei dati
FieldList 1={'L5 PL';'L5 CV6';'L4 PL';'L4 CV6';'L3 PL';'L3 CV6';'L2 PL';'L2 CV6'
;'L1 PL';'L1 CV7';'L5 P';'L4 P';'L3 P';'L2 P';'L1 P';'base5';'base6';'ref1';'ref
2';'ref3'};
 for f=1:numel(FieldList 1)
  S.(FieldList 1{f})(:,1) = smoothdata(S.(FieldList 1{f})(:,1));
  S.(FieldList 1{f})(:,2) = smoothdata(S.(FieldList 1{f})(:,2));
 end
%% Eq DiAngelo SB L1
UB P1 =[]; %conterrà le coordinate x e y e teta (angle) dello spostamento di UB
al tempo 2 dovuto solo alla vertebra superiore
L = size(S.L2 CV1, 1);
for i =1:L-1
LB1 = S.L2 P(i,1:2); %spostamento vertebra inferiore all'istante 1
LB2 = S.L2 P(i+1,1:2); %spostamento vertebra inferiore all'istante 2
delta12 LB = LB2-LB1; %EQ 1A
UB1 = S.L1 P(i,1:2); %spostamento vertebra superiore all'istante 1
UB2 = S.L1 P(i+1,1:2); %spostamento vertebra superiore all'istante 2
     % SONO VERSORI considerare solo x e y
O UB1=(S.L1 PL(i,1:2)-S.L1 CV7(i,1:2))./vecnorm((S.L1 PL(i,1:2)-
S.L1 CV7(i,1:2)),2,2); % Orientamento Upper Body istante 1
O UB2=(S.L1 PL(i+1,1:2)-S.L1 CV7(i+1,1:2))./vecnorm((S.L1 PL(i+1,1:2)-
S.L1 CV7(i+1,1:2)),2,2); % Orientamento Upper Body istante 2
O LBI=(S.L2 PL(i,1:2)-S.L2 CV6(i,1:2))./vecnorm((S.L2 PL(i,1:2)-
S.L2 CV6(i,1:2)),2,2); % Orientamento Lower Body istante 1
O LB2=(S.L2 PL(i+1,1:2)-S.L2 CV6(i+1,1:2))./vecnorm((S.L2 PL(i+1,1:2)-
S.L2 CV6(i+1,1:2)),2,2); % Orientamento Lower Body istante 2
TETA12 LB=rad2deg(acos(dot(O_LB1,O_LB2)));
% angolo rispetto a che cosa, assi normali? [1 0] non basta perchè sono a tre
componenti
% gli orientamenti, li riduco a 2 o aggiungo [1 0 0]?
UB1(3)=rad2deg(acos(dot(0 UB1,[1 0 ]))); % Teta della vertebra superiore
all'istante 1
UB2(3)=rad2deg(acos(dot(O UB2,[1 0 ]))); %Teta della vertebra superiore
all'istante 2
L = sqrt((UB1(1)-LB1(1))^2+(UB1(2)-LB1(2))^2);%distanza euclidea tra UB1 e LB1
beta1 = atan2((UB1(2)-LB1(2)),(UB1(1)-LB1(1))); %angolo tra le due vertebre al
tempo1
                beta1+TETA12 LB;
                                      %somma
beta2
          =
                                                 angoli
UB2a(1) = UB1(1) + delta12 LB(1) - L^{+}(cos(beta1) - cos(beta2));
```

```
UB2a(2)=UB1(2)+delta12 LB(2)-L*(sin(beta1)-sin(beta2));
TETA1 UB = UB1(3);
UB2a(3)=TETA1 UB+TETA12 LB; %TETA1 UB è UB1(3)
UB2aa(1)=UB1(1)+UB2(1)-UB2a(1); % X al tempo 2, vertebra superiore dovuto solo a
se' stessa;
UB2aa(2)=UB1(2)+UB2(2)-UB2a(2); % Y al tempo 2, vertebra superiore dovuto solo a
se' stessa;
UB2aa(3)=UB1(3)+UB2(3)-UB2a(3); % TETA al tempo 2, vertebra superiore dovuto
solo a se' stessa;
UB P1(i+1,:)=UB2aa; %contiene le coordinate x e y e teta di di UB dovuto solo
alla vertebra superiore
end
% rimetto la prima posizione del vettore
O UB1start=(S.L1 PL(1,1:2)-S.L1 CV7(1,1:2))./vecnorm((S.L1 PL(1,1:2)-
S.L1 CV7(1,1:2)),2,2); % Orientamento Upper Body istante iniziale
PIPPO=rad2deg(acos(dot(0 UB1start, [1 0]))); % Teta della vertebra superiore
all'istante iniziale
UB P1(1,:)=[S.L1 P(1,1:2) PIPPO]; % la posizione iniziale è comune sia delle
coord "normali" che quelle pulite dai movimenti della vertebra sotto.
%FILTRAGGIO UB P
UB P1= [UB P1(:,1)-detrend(UB P1(:,1)) UB P1(:,2)-detrend(UB P1(:,2))
UB P1(:,3)-detrend(UB P1(:,3))]; %ottengo le oscillazioni
end
```

Allo stesso modo le equazioni di DiAngelo sono state applicate per le vertebre successive alla L1. Questa prima funzione consente di ricavare i nuovi vettori spostamento della vertebra relativi alla vertebra inferiore, considerando solo il moto della vertebra stessa.

```
function [Q1,Q2,Q3,Q4,Q5] = new_point(P1,P2,P3,P4,P5)
%NEW_POINT for all the vertebra
%    P is UB_P
L = size(P1,1);
for i = 1:L
    Q1(i,:) = [P1(i,1)+cos(deg2rad(P1(i,3))) P1(i,2)+sin(deg2rad(P1(i,3)))];
    Q2(i,:) = [P2(i,1)+cos(deg2rad(P2(i,3))) P2(i,2)+sin(deg2rad(P2(i,3)))];
    Q3(i,:) = [P3(i,1)+cos(deg2rad(P3(i,3))) P3(i,2)+sin(deg2rad(P3(i,3)))];
    Q4(i,:) = [P4(i,1)+cos(deg2rad(P4(i,3))) P4(i,2)+sin(deg2rad(P4(i,3)))];
    Q5(i,:) = [P5(i,1)+cos(deg2rad(P5(i,3))) P5(i,2)+sin(deg2rad(P5(i,3)))];
end
end
```

Questa seconda funzione consente di ricavare un secondo punto sul corpo rigido della vertebra in base al vettore ottenuto al passo precedente.

```
R = [COS -SIN;
SIN COS];I = [ 1
1;1 1];
%calcolo cir
COR(end+1,:)=[0.5*(P(time,1)+P(time+1,1))+((P(
time,2)-
P(time+1,2))*SIN)/(2*(1-COS)),
0.5*(P(time,2)+P(time+1,2))-((P(time,1)-P(time+1,1))*SIN)/(2*(1-COS))];
end
```

In ultimo si applica la funzione che implementa il metodo di Reuleaux secondo Crisco.

Bibliografia

- 1. *"Centro di istantanea rotazione"*. (2009, Novembre 6). Tratto da https://meccanicaweb.it/centro-di-istantanea-rotazione/
- 2. "Colonna Vertebrale". (2022, maggio 18). Tratto da Wikipedia: https://it.wikipedia.org/wiki/Colonna vertebrale
- 3. 1. Denis J DiAngelo, D. S. (2019). 'Biomechanical evaluation of a full-length (T12-S) synthetic lumbar spine model'.
- 4. Anastasi, G. (2006, 10). Trattato di Anatomia umana. Edi-Ermes IV.
- 5. *Anatomofisiologia_rachide*. (s.d.). Tratto da Anatomofisiologia e biomeccanica delrachide.
- Bignardi, P. C. (s.d.). 'Mezzi di sintesi'. *Dispense di Bioingegneria Meccanica*. Politecnico di Torino.
- Correlated Solution -VIC-3D. (s.d.). Tratto da https://www.correlatedsolutions.com/vic-3d/
- Correlazione immagini digitali. (2022, luglio 2). Tratto da https://it.wikipedia.org/wiki/Correlazione_digitale_di_immagini
- 9. Ferraresi, C. (s.d.). Dispensa. Posizionamento dei corpi nello spazio. Politecnico diTorino.
- 10. Joseph j. Crisco iii, C. C. (s.d.). Optimal marker placement for calculating the instantaneous center of rotation.
- 11. Lemma, U. (2020, marzo 21). '*Centro di istantanea rotazione*'. Tratto da http://iemma.ing.uniroma3.it/node73.html
- Prof. Vincenzo Denaro, U. G. (2019-2021). *Impending fracture del rachide lombare metastatico*. Tratto da https://www.unicampus.it/ricerca/unita-di-ricerca/ortopedia- unita-di-ricerca/88031-impending-fracture-del-rachide-lombare-metastatico
- Robert F. McLain, M. (s.d.). The Biomechanics of Long Versus Short Fixation for Thoracolumbar Spine Fractures.

14. *Vic-3D 8 Manual and Testing Guide*. (s.d.). Tratto da Correlated Solutions, Inc.: (kayako.com)

15. Manohar M.Panjabi, (2006). Hybrid multidirectional test method to evaluate spinal adjacent-level effects.