POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

Tesi di Laurea Magistrale

IDENTIFICAZIONE NUMERICA DI PATTINI PNEUMOSTATICI MULTIFORO A GEOMETRIA RETTANGOLARE

Relatore

Prof. Terenziano Raparelli

Candidato

Corrado Montalto 270003

Correlatore

Ing. Luigi Lentini

A.A. 2021/22

Sommario

Grazie al loro attrito nullo, alla loro eco sostenibilità, pulizia e lunga vita di esercizio, i pattini pneumostatici sono impiegati in molte applicazioni dove sono richieste elevate precisioni di posizionamento. Tra queste applicazioni vi sono macchine utensili, guide lineari e scanner ottici. Tuttavia, questa tipologia di cuscinetti è caratterizzata da bassi valori di rigidezza relativa e smorzamento. Per tale motivo sono state analizzate molte soluzioni che permettono di ridurre queste limitazioni. A tal fine, sono state valutate soluzioni finalizzate ad incrementare le prestazioni dei cuscinetti scegliendo opportunamente i loro sistemi di alimentazione. Ad esempio, è stata studiata l'influenza della disposizione, il numero e la dimensione dei fori di alimentazione di pattini multiforo. In maniera simile, altri studi hanno trattato l'uso di ragnature, microfori o superfici porose. Successivamente, grazie anche al progresso tecnologico, sono state sviluppate nuove metodologie di compensazione che consistono nell'integrare i cuscinetti con componenti aggiuntivi al fine di incrementarne le prestazioni. In generale è possibile distinguere metodi di compensazione passivi ed attivi. I sistemi di compensazione passiva utilizzano componenti, quali ad esempio valvole pneumatiche o elementi cedevoli, che sfruttano solo l'energia associata alla pressione di alimentazione. Al contrario, nella compensazione attiva i pattini sono integrati con elementi quali i sensori, controllori e attuatori che richiedono l'utilizzo di fonti di energia esterna. Nella maggior parte dei casi, l'utilizzo di questi metodi di compensazione ha richiesto un uso sempre più frequente di modelli a parametri concentrati. Infatti, ciò permette sia di ridurre notevolmente i tempi di calcolo che implementare in maniera relativamente semplice dei modelli costituiti da più cuscinetti semplici e/o integrati con sistemi che richiedono l'implementazione di equazioni fisiche di diversa natura. Purtroppo, per poter utilizzare i modelli a parametri concentrati, non sempre si dispone di formulazioni accurate, specialmente per quanto riguarda il calcolo dei coefficienti di efflusso e della pressione media all'interno del meato. Lo scopo del presente lavoro di tesi è quello di effettuare un'identificazione numerica per pattini a geometria rettangolare. In particolare, l'obiettivo principale è sfruttare i risultati ottenuti da un modello numerico di tipo FEM per poter poi risalire a delle formulazioni a parametri concentrati che forniscano dei risultati vicini a quelli del modello a parametri distribuiti.

Il modello FEM è stato sfruttato per effettuare una “mappatura” delle prestazioni di un modello di pattino pneumostatico multiforo al variare di diversi parametri funzionali: la geometria, la pressione di alimentazione e l’altezza del meato. In seguito, è stato implementato il corrispondente modello a parametri concentrati, le cui equazioni sono state poi sfruttate al fine implementare una procedura di identificazione numerica. I dati ottenuti da questa interpolazione sono poi stati interpolati al fine di ottenere delle opportune espressioni analitiche da integrare all’interno dei modelli a parametri concentrarti. Infine, le formulazioni proposte sono state integrate all’interno del modello a parametri concentrati che è poi stato verificato tramite confronto con il modello a parametri distribuiti. Tale ha dimostrato che la procedura proposta consente di ottenere modelli a parametri concentrati che presentano comportamenti statici molto simili a quelli dei parametri distribuiti per un elevato numero di condizioni di lavoro. Eventuali lavori futuri prevederanno la realizzazione di prototipi di pattini al fine di poter verificare tale procedura anche nel caso in cui si considerino dei dati di partenza di tipo sperimentale.

Ringraziamenti

Prima di procedere con la trattazione, vorrei dedicare qualche riga a tutti coloro che mi sono stati vicini in questo percorso di crescita personale e professionale.

Un ringraziamento particolare va al mio relatore il Prof. Terenenziano Raparelli che mi ha seguito, con la sua infinita disponibilità, in ogni step della realizzazione dell'elaborato, fin dalla scelta dell'argomento.

Grazie anche al mio correlatore Ing. Luigi Lentini per i suoi preziosi consigli e per avermi suggerito puntualmente le giuste modifiche da apportare alla mia tesi.

Ringrazio infinitamente mia madre e mio padre, senza i loro insegnamenti e senza il loro supporto, questo lavoro di tesi non esisterebbe nemmeno.

Vorrei ringraziare i colleghi con cui ho affrontato questi due anni, tra cui Michelangelo, Giorgio, Francesco, Ludovico e Giulia.

Ringrazio inoltre tutti i miei amici, sia lontani che vicini, costantemente presenti in ogni circostanza.

Un grazie speciale a Monalisa, la persona che più di tutte è stata capace di capirmi e di sostenermi nei momenti difficili. Grazie a lei ho avuto il coraggio di sperimentare nuove idee, di mettermi in gioco e di capire che, in fondo, gli ostacoli esistono per essere superati.

Infine ringrazio me stesso per la tenacia e la voglia di fare che inizialmente non mi aspettavo di avere. Questo giorno segna un piccolo traguardo che mi spinge ad andare avanti e a continuare a credere in me stesso. Mi pongo ancora tanti obiettivi davanti sperando un giorno di potermi realizzare professionalmente lavorando per ciò in cui ho creduto in questi anni.

"Il desiderio è rivoluzionario perchè cerca quello che non si vede"
Platone

Indice

Elenco delle tabelle VIII

Elenco delle figure IX

1 Stato dell'arte: I Pattini Pneumostatici 1
1.1 Introduzione . . . 1
1.2 Caratteristiche Principali . . . 2
1.2.1 Caratteristiche Statiche . . . 3
1.2.2 Caratteristiche Dinamiche . . . 3
1.3 Principio di Funzionamento . . . 5
1.4 Metodologie per incrementare le Prestazioni . . . 7
1.4.1 Sistema di Alimentazione . . . 8
1.4.2 Compensazione Passiva . . . 10
1.4.3 Compensazione Attiva . . . 12
1.5 Coefficiente d'efflusso . . . 14
1.6 Circuito Pneumatico Equivalente . . . 16
1.7 Tecniche di Modellazione numerica . . . 17
1.8 Obiettivo del Progetto . . . 20

2 Implementazione numerica del modello in COMSOL multiphysics 21
2.1 Introduzione . . . 21
2.2 Inizializzazione del Modello . . . 23
2.3 Dichiarazione dei Parametri . . . 24
2.4 Configurazione del Modello . . . 26
2.4.1 Definizione delle equazioni di riferimento . . . 26
2.4.2 Analisi e scelta del Coefficiente di efflusso c_d . . . 27
2.4.3 Geometria . . . 28
2.4.4 Definizione della fisica e delle funzioni di supporto . . . 29
2.4.5 Mesh . . . 32
2.5 Visualizzazione e Analisi dei risultati ottenuti . . . 33

3 Identificazione del modello numerico 36
3.1 Introduzione 36
3.2 Modello a Parametri Concentrati ("*Lumped Model*") 38
3.2.1 Definizione del modello di base 39
3.2.2 Identificazione delle pressioni equivalenti 41
3.2.3 Fitting dei risultati ottenuti 46
3.2.4 Confronto delle formulazioni proposte 59
3.2.5 Procedura iterativa per determinare le condizioni iniziali . . 60
3.2.6 Procedura iterativa per determinare le condizioni statiche . . 63

4 Validazione del Modello proposto 66
4.1 Introduzione 66
4.2 Caratteristiche statiche per un diametro dei fori d_s=0.2 mm 67
4.3 Caratteristiche statiche per un diametro dei fori d_s=0.5 mm 72
4.4 Caratteristiche statiche per un diametro dei fori d_s=0.75 mm 77
4.5 Caratteristiche statiche per un diametro dei fori d_s=1 mm 82

5 Conclusioni e Studi futuri 89

A Formula ISO 6358 91

B Comparazione "Orifice Compensation" vs "Inherently Compensation" 96

C Guida COMSOL "Orifice Compensation" 99

D Guida COMSOL "Inherently Compensation" 128

E Listati Matlab "Orifice Compensation" 158
E.1 Identificazione delle pressioni equivalenti 158
E.2 Fitting dei risultati ottenuti e identificazione della trasformata . . . 163
E.3 Procedura iterativa per determinare le condizioni iniziali e statiche . 164
E.3.1 Formulazione Esponenziale 164
E.3.2 Formulazione Gaussiana 168

F Listati Matlab "Inherently Compensation" 174
F.1 Identificazione delle pressioni equivalenti 174
F.2 Fitting dei risultati ottenuti e identificazione della trasformata . . . 179
F.3 Procedura iterativa per determinare le condizioni iniziali e statiche . 180
F.3.1 Formulazione Esponenziale 180
F.3.2 Formulazione Gaussiana 184

Bibliografia 190

Elenco delle tabelle

1.1 Comparazione tipologie attuatori. Tratto da [13] 13

2.1 Parametri fisici del modello COMSOL 24
2.2 Parametri geometrici del modello COMSOL 25

3.1 Parametri fisici del modello a parametri concentrati 41
3.2 Parametri geometrici del modello a parametri concentrati 42

Elenco delle figure

1.1 Pattino Pneumostatico a geometria rettangolare 1
1.2 Caratteristiche statiche: Capacità di carico,Portata d'aria e Rigidezza statica 3
1.3 Caratteristiche dinamiche: a) Rigidezza dinamica k b) Smorzamento c. Tratto da [2] 3
1.4 Principio di funzionamento del pattino pneumostatico. Tratto dal sito della Mager 5
1.5 Esempio di capacità di carico F e di portata Q. tratto da [5] 5
1.6 Esempio di rigidezza statica k. Tratto dal Sito della Sd Fortune Machinery. 6
1.7 Caratteristiche a confronto tra le varie tipologie di orifizi. Tratto da [7] 8
1.8 Foro semplice e foro inherent. Tratto da [8] 9
1.9 Schema di funzionamento del metodo di compensazione mediante fori elastici. Tratto da [9] 10
1.10 Compensazione mediante membrana conica. Tratto da [10] 11
1.11 a) Inherently Compensation b)Orifice Compensation. Tratto da [17] 15
1.12 Esempio di schema pneumatico del pattino. 16

2.1 Moduli presenti nel software COMSOL Multiphysics 22
2.2 Esempio di analisi tridimensionale svolta in COMSOL 23
2.3 Vista 2D del pattino realizzato in COMSOL Multiphysics 28
2.4 Vista 2D della mesh realizzata in COMSOL Multiphysics 32
2.5 Analisi della mesh al variare del numero di nodi 33
2.6 Andamento della capacità di carico al variare dell'altezza del meato per un diametro di 0.5 mm 34
2.7 Andamento della portata al variare dell'altezza del meato per un diametro di 0.5 mm 35

3.1 Schema pneumatico del pattino pneumostatico a 8 fori. 37
3.2 Caratteristiche geometriche del pattino pneumostatico 38
3.3 Metodo della falsa posizione applicato ad una generica funzione . . 44

3.4 Flow chart per l'identificazione delle pressioni equivalenti 45
3.5 Andamento del coefficiente **a1** derivante dalla Capacità di carico F_p 48
3.6 Andamento del coefficiente **b1** derivante dalla Capacità di carico F_p 49
3.7 Andamento del coefficiente **a1** derivante dalla Portata G 50
3.8 Andamento del coefficiente **b1** derivante dalla Portata G 51
3.9 Andamento del coefficiente **a2** derivante dalla Capacità di carico F_p 53
3.10 Andamento del coefficiente **b2** derivante dalla Capacità di carico F_p 54
3.11 Andamento del coefficiente **c2** derivante dalla Capacità di carico F_p 55
3.12 Andamento del coefficiente **a2** derivante dalla Portata G 56
3.13 Andamento del coefficiente **b2** derivante dalla Portata G 57
3.14 Andamento del coefficiente **c2** derivante dalla Portata G 58
3.15 Confronto tra la relazione esponenziale e quella gaussiana 59
3.16 Flow chart per il calcolo delle condizioni iniziali 62
3.17 Flow chart per il calcolo delle condizioni statiche 65

4.1 Andamento della Portata G per un ds=0.2 mm e una P_1= 4 bar. . . 67
4.2 Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.2 mm e una P_1= 4 bar. 67
4.3 Andamento della Portata G per un ds=0.2 mm e una P_1= 5 bar. . . 68
4.4 Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.2 mm e una P_1= 5 bar. 68
4.5 Andamento della Portata G per un ds=0.2 mm e una P_1= 6 bar. . . 69
4.6 Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.2 mm e una P_1= 6 bar. 69
4.7 Andamento della Portata G per un ds=0.2 mm e una P_1= 7 bar. . . 70
4.8 Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.2 mm e una P_1= 7 bar. 70
4.9 Andamento della Portata G per un ds=0.2 mm e una P_1= 8 bar. . . 71
4.10 Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.2 mm e una P_1= 8 bar. 71
4.11 Andamento della Portata G per un ds=0.5 mm e una P_1= 4 bar. . . 72
4.12 Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.5 mm e una P_1= 4 bar. 72
4.13 Andamento della Portata G per un ds=0.5 mm e una P_1= 5 bar. . . 73
4.14 Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.5 mm e una P_1= 5 bar. 73
4.15 Andamento della Portata G per un ds=0.5 mm e una P_1= 6 bar. . . 74
4.16 Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.5 mm e una P_1= 6 bar. 74
4.17 Andamento della Portata G per un ds=0.5 mm e una P_1=7 bar. . . 75

4.18 Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.5 mm e una P_1= 7 bar. 75
4.19 Andamento della Portata G per un ds=0.5 mm e una P_1= 8 bar. . . 76
4.20 Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.5 mm e una P_1= 8 bar. 76
4.21 Andamento della Portata G per un ds=0.75 mm e una P_1= 4 bar. . 77
4.22 Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.75 mm e una P_1= 4 bar. 77
4.23 Andamento della Portata G per un ds=0.75 mm e una P_1= 5 bar. . 78
4.24 Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.75 mm e una P_1= 5 bar. 78
4.25 Andamento della Portata G per un ds=0.75 mm e una P_1= 6 bar. . 79
4.26 Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.75 mm e una P_1= 6 bar. 79
4.27 Andamento della Portata G per un ds=0.75 mm e una P_1= 7 bar. . 80
4.28 Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.75 mm e una P_1= 7 bar. 80
4.29 Andamento della Portata G per un ds=0.75 mm e una P_1= 8 bar. . 81
4.30 Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.75 mm e una P_1= 8 bar. 81
4.31 Andamento della Portata G per un ds=1 mm e una P_1= 4 bar. . . 82
4.32 Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=1 mm e una P_1=4 bar. 82
4.33 Andamento della Portata G per un ds=1 mm e una P_1= 5 bar. . . 83
4.34 Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=1 mm e una P_1=5 bar. 83
4.35 Andamento della Portata G per un ds=1 mm e una P_1= 6 bar. . . 84
4.36 Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=1 mm e una P_1=6 bar. 84
4.37 Andamento della Portata G per un ds=1 mm e una P_1= 7 bar. . . 85
4.38 Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=1 mm e una P_1= 7 bar. 85
4.39 Andamento della Portata G per un ds=1 mm e una P_1= 8 bar. . . 86
4.40 Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=1 mm e una P_1= 8 bar. 86

A.1 Andamento della Portata G in funzione della Pressione 94

B.1 Confronto andamenti delle Portate G con d_s=0.2 mm. 96
B.2 Confronto andamenti delle Portate G con d_s=0.5 mm. 97
B.3 Confronto andamenti delle Portate G con d_s=0.75 mm. 97

B.4 Confronto andamenti delle Portate G con d_s=1 mm. 98

Capitolo 1

Stato dell'arte: I Pattini Pneumostatici

1.1 Introduzione

I pattini pneumostatici sono dei cuscinetti di tipo assiale e unidirezionale che vengono utilizzati in sistemi di tipo lineare, come ad esempio macchine utensili e macchine di misura. A differenza di quelli volventi, questi cuscinetti utilizzano un sottile meato d'aria in pressione per separare le superfici coniugate che costituiscono la parte fissa e mobile dell'accoppiamento.

Figura 1.1: Pattino Pneumostatico a geometria rettangolare

La fuoriuscita dell'aria nel meato può avvenire attraverso fori, scanalature oppure superfici porose. Uno dei principali vantaggi dei supporti di tipo pneumostatico è che, essendo alimentati esternamente, possono sempre garantire la presenza di un meato anche in assenza di velocità relativa tra la superficie fissa e mobile del cuscinetto.

Generalmente, la sorgente esterna è un compressore che fornisce aria compressa, con valori di pressioni che variano tra i 4 e il 6 bar relativi, ma in alcuni casi particolari, per applicazioni che richiedono elevate rigidezze e capacità di carico, l'alimentazione può arrivare fino a 10 bar [1].

1.2 Caratteristiche Principali

Le caratteristiche dei pattini pneumostatici li rendono unici nel loro genere e impossibili da sostituire con altre tipologie di supporti più convenzionali come quelli che utilizzano lubrificanti liquidi (acqua o olio) o elementi volventi. L'utilizzo di gas come lubrificante rende questi cuscinetti particolarmente adatti per applicazioni dove risulti necessario lavorare in presenza di:

- Silenziosità e assenza di vibrazioni
- Bassissimo attrito
- Ambienti dove non è concessa alcun tipo di contaminazione

Il principale motivo della diffusione di questi componenti all'interno di applicazioni, che richiedono un grado elevato di precisione, è legato principalmente alle caratteristiche intrinseche dei lubrificanti gassosi che, avendo una bassa viscosità, consentono di ottenere moti traslatori in assenza di attrito e usura garantendo posizionamenti con precisioni dell'ordine del nanometro (nm), così come una vita infinita dei supporti. Il meato d'aria ha inoltre la proprietà di mediare piccoli errori di forma, dovuti ad ondulazioni e rugosità, delle guide su cui scorre, siano esse lineari o di rivoluzione, annullando il fenomeno dei microimpuntamenti e compensando in parte gli errori di forma del sistema di guida, aumentandone la precisione.

Come i vantaggi, anche gli aspetti negativi di questo tipo di supporti sono legati alle caratteristiche dei lubrificanti gassosi. Infatti, la bassa viscosità e la comprimibilità comportano anche un utilizzo di meati di lavoro estremamente ridotti che solitamente vanno dai 5 ai 15 micrometri. Altri aspetti critici dei pattini riguardano i bassi valori di rigidezza e smorzamento dovuti alla comprimibilità dei lubrificanti gassosi.

1.2.1 Caratteristiche Statiche

I parametri fondamentali relativi alle caratteristiche statiche dei pattini pneumostatici sono la capacità di carico F_p, la portata G e la rigidezza statica k. I fattori che la influenzano sono molteplici, tra la cui la numero e la disposizione degli orifizi, le sue dimensioni geometriche, ma anche le condizioni operative come ad esempio la pressione di alimentantazione, infatti la previsione e il miglioramento della forma che rappresenta la caratteristica statica dei cuscinetti aerostatici in fase di progettazione sono un importante punto su cui si basa la ricerca di oggi.

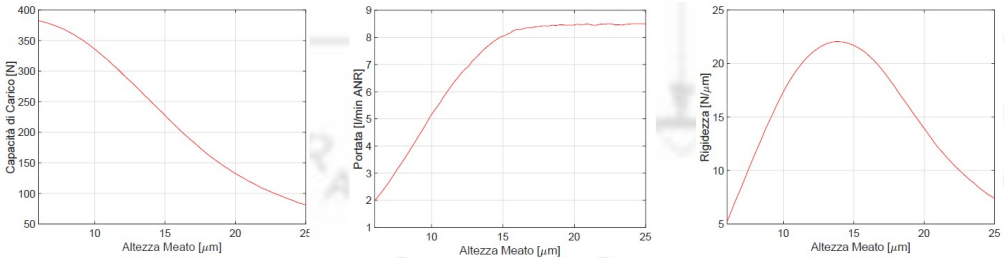

Figura 1.2: Caratteristiche statiche: Capacità di carico,Portata d'aria e Rigidezza statica

1.2.2 Caratteristiche Dinamiche

Per poter definire valido un progetto di un cuscinetto aerostatico, oltre a valutare le sue caratteristiche statiche, bisogna tenere in considerazione le sue caratteristiche dinamiche, al fine di evitare il verificarsi di fenomeni di instabilità. I parametri che la catterizzano e che vanno analizzati a pieno sono la rigidezza dinamica k e lo smorzamento c del cuscinetto.

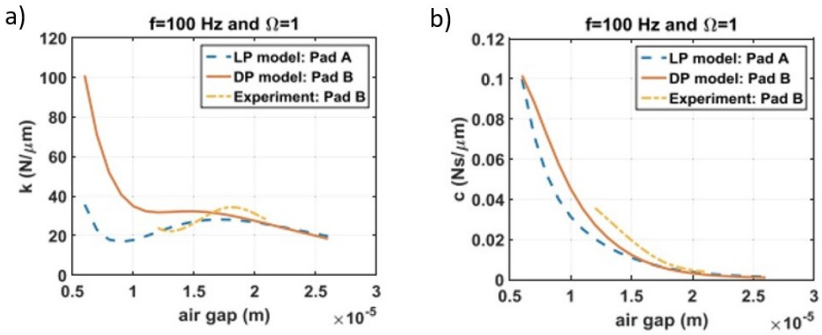

Figura 1.3: Caratteristiche dinamiche: a) Rigidezza dinamica k b) Smorzamento c. Tratto da [2]

Allo stato attuale, la stima accurata delle prestazioni dinamiche dei cuscinetti ad aria ha attirato molta attenzione e sono stati impiegati diversi metodi per cercare di prevedere e contrastare un fenomeno chiamato "Pneumatic hammer", il quale non è altro che una vibrazione autoeccitata che si instaura a causa del ritardo tra variazione dell'altezza del meato e la pressione all'interno dello stesso.

Cui et al. [3] e Chen et al. [4], hanno svolto svari studi e analisi per affrontare questa problematica, ottenendo la rigidezza dinamica e lo smorzamento di un cuscinetto reggispinta aerostatico utilizzando il metodo dei volumi finiti con la tecnica della griglia dinamica. Nel complesso, il metodo di rigidità e smorzamento dinamico è un metodo di analisi nel dominio della frequenza in grado di calcolare quantitativamente la caratteristica dinamica del cuscinetto aerostatico, anche se si è visto che il processo di modellazione richiede tempo ed è inoltre abbastanza complesso.

1.3 Principio di Funzionamento

Il principio di funzionamento di questi dispositivi è basato sull'introduzione di aria in pressione all'interno del meato che separa la parte mobile da quella stazionaria e, mediante appositi sistemi di alimentazione, più o meno complessi (ugelli e microragnature), viene distribuita fra le superfici interagenti. La distribuzione di pressione all'interno del meato decresce man mano che il fluido si avvicina al bordo del cuscinetto dove raggiunge il valore della pressione ambiente. Questa consente di bilanciare il carico esterno entro quelli che sono le capacità di carico massime del cuscinetto. La variazione dell'altezza del meato al variare del carico applicato fa si che la distribuzione di pressione si possa modificare in modo da garantire l'equilibrio.

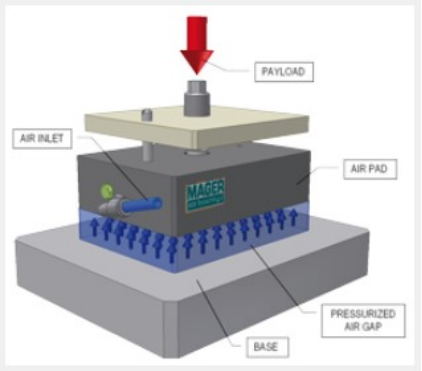

Figura 1.4: Principio di funzionamento del pattino pneumostatico. Tratto dal sito della Mager

Per spiegare e caratterizzare il comportamento di un pattino pneumostatico si possono diagrammare il carico F, la portata Q, la pressione P del meato (qualora vi sia un foro sonda) e la rigidezza k in funzione del meato d'aria h. Sono presentati di seguito degli esempi di caratteristica pneumostatica che rappresentano il carico F, la portata G e la rigidezza k in funzione dello spessore del film di aria h.

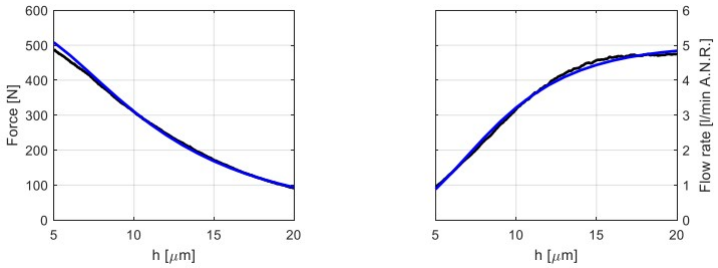

Figura 1.5: Esempio di capacità di carico F e di portata Q. tratto da [5]

In figura 1.5 si osserva che all'aumentare dell'altezza del meato h diminuisce la forza portante del pattino pneumostatico. La relazione che lega la capacità di carico F e l'altezza del meato h è una funzione non lineare e la derivata di questa funzione determina la rigidezza statica del pattino, inoltre all'aumentare dell'altezza del meato h aumenta la portata consumata dal pattino e anche in questo caso la relazione che lega la portata e l'altezza del meato è non lineare.

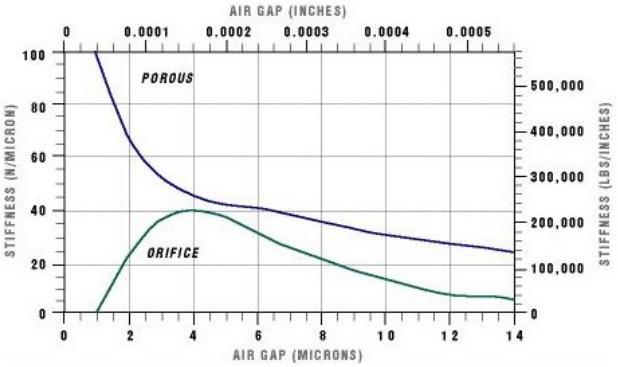

Figura 1.6: Esempio di rigidezza statica k. Tratto dal Sito della Sd Fortune Machinery.

Una caratteristica altrettanto importante è la rigidezza statica, riportata in Figura 1.6, definita come il rapporto, in valore negativo, tra la derivata della capacità di carico F rispetto all'altezza del meato d'aria h:

$$k = -\frac{\partial F}{\partial h} \tag{1.1}$$

1.4 Metodologie per incrementare le Prestazioni

Come illustrato nei paragrafi precedenti la capacità di carico, la rigidezza, lo smorzamento ed il consumo di aria sono le grandezze che caratterizzano le prestazioni dei pattini pneumostatici e in generale per poter ottenere maggiori performance è necessario migliorare i valori di queste grandezze. Ciò che si è svolto in letteratura scientifica è valutare varie soluzioni che permettono di incrementare le performance. Inizialmente sono state valutate soluzioni progettando opportunamente i sistemi di alimentazione. Questa metodologia è la più economica e consente di modificare le prestazioni del pattino pneumostatico agendo solo sulla geometria del sistema di alimentazione. Ad esempio, nel caso di pattini con fori semplici si può agire modificando la loro dimensione, numero e disposizione. Altre soluzioni più efficaci che possono essere adottate sono l'utilizzo di piccole scanalature sulla superficie dei cuscinetti (dette ragnature) o di superfici parzialmente o interamente porose. Tuttavia, questo tipologie di soluzioni permettono solamente di ottenere limitati miglioramenti delle performance e portare a problemi di instabilità qual ora si adottino delle ragnature con volumi troppo elevati e a difficoltà produttive nei casi in cui si utilizzino delle superfici porose come sistema di alimentazione del meato. Successivamente grazie al progresso tecnologico, in particolare nei settori della produzione e dell'elettronica, sono state sviluppate metodologie di compensazione che consistono nell'integrare i cuscinetti con componenti aggiuntivi al fine di incrementarne le prestazioni.In generale è possibile distinguere metodi di compensazione passivi ed attivi.

I sistemi di compensazione passiva utilizzando componenti più economici e che sfruttano solo l'energia associata alla pressione di alimentazione come, per esempio, valvole pneumatiche o elementi cedevoli, possono rappresentare delle soluzioni che più si potrebbero prestare all'ambito industriale.

Differentemente da quella passiva, nella compensazione attiva i pattini sono integrati con elementi quali i sensori, controllori e attuatori che richiedono l'utilizzo di fonti di energia esterna. Questo metodo di compensazione permette di ottenere dinamiche maggiori, maggiori accuratezze di posizionamento ed inoltre la possibilità di integrazione con sistemi di monitoraggio. I metodi di compensazione attiva più efficaci utilizzano attuatori per controllare l'apertura degli orifizi e per modificare la geometria del pattino tra cui lo spessore stesso. Nonostante le loro elevate performance, ad oggi, i metodi di compensazione attivi, essendo molto costosi, non possono essere ancora pronti per essere utilizzati all'interno di applicazioni industriali.

1.4.1 Sistema di Alimentazione

La diverse tipologie di sistema di alimentazione permette di classificare i pattini pneumostatici in diverse categorie:

- *inherently compensated*: fori con diametri grandi rispetto alle dimensioni del meato e tali che al variare dell'altezza del meato vari la conduttanza fino a diventare πdh.
- *orifice compensated*: fori con diametri piccoli rispetto alle dimensioni del meato e tali che al variare dell'altezza del meato non causano una variazione della conduttanza;
- *microfori*: fori con diametri inferiori a 0.1 mm e vista la loro ridotta dimensione sono storicamente più recenti in quanto vengono realizzati mediante sistemi di fabbricazione MEMS che utilizzano micro punte, laser o elettroerosione;
- con *ragnatura (grooved)*: la superficie del pattino presenta delle scanalature che favoriscono il deflusso del lubrificante e consente un aumento della capacità di carico e della rigidezza, specialmente per meati molto sottili. Tuttavia lo studio di Chen et al [6] ha mostrato come ragnature con larghezza e profondità troppo grandi aumentano la possibilità di incorrere nel fenomeno del 'pneumatic hammer';
- *porosi (porous)*: i fori vengono sostituiti con inserti o superfici porose e anche qui si ottengono distribuzioni di pressione più regolari con gradienti inferiori. Purtroppo le ridotte dimensioni dei fori di alimentazione possono facilmente incorrere in malfunzionamenti prodotti da ostruzioni inferiori.

Restrictor type	Load capacity	Stiffness	Stability	Gas consumption	Manufacture
Annular orifice	Low	Low	Fair	Small	Easy
Simple orifice	High	High	Poor	Small	Easy
Slot	Medium	Medium	Good	Large	Medium
Groove	High	High	Good	Medium	Hard
Porous	High	High	Excellent	Large	Hard

Figura 1.7: Caratteristiche a confronto tra le varie tipologie di orifizi. Tratto da [7]

Inherently compensated Vs. Orifice compensated

La sostanziale differenza tra i sistemi di alimentazione con inherently compensated e orifice compensated è dovuta alla conduttanza del sistema di alimentazione che può assumere due differenti valori in base al valore del diametro del foro di alimentazione confrontato con il valore dell'altezza del meato di aria.

In particolare abbiamo che il foro è:

- *Orifice compensated* se $\frac{\pi d^2}{4} < \pi dh$
- *Inherently compensated* se $\frac{\pi d^2}{4} > \pi dh$

Attraverso studi e analisi sviluppate nel corso degli anni, si è dedotto che le prestazioni dei pattini con *Orifice compensated* risultano superiori a quelli con *Inherently compensated* per diametri dei fori di alimentazione inferiori ai 0.4 millimetri. Infatti si ottengono capacità di carico, rigidezze statiche, consumi di aria e smorzamenti superiori rispetto a sistemi di alimentazione con *Inherently compensated*. Per diametri dei fori con dimensioni pari o maggiori ai 0.4 millimetri, si è constatato che si presenta un'inversione del trend, infatti si hanno delle migliori performance con sistemi di alimentazione di tipo *Inherently compensated* rispetto a quelli di tipo *Orifice compensated*.

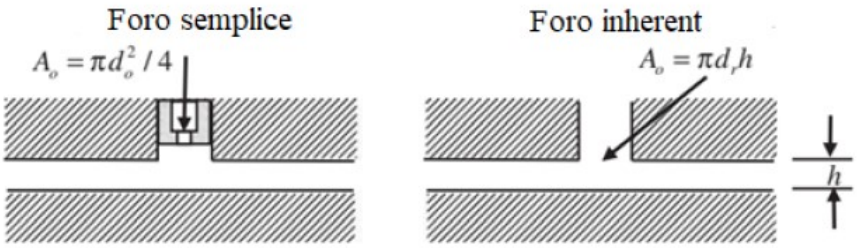

Figura 1.8: Foro semplice e foro inherent. Tratto da [8]

1.4.2 Compensazione Passiva

Grazie alla loro facilità di integrazione e costo relativamente basso, i metodi di compensazione passiva sono state le prime strategie di compensazione adottate. Sebbene i metodi di compensazione passiva siano soluzioni economiche e relativamente semplici, sono caratterizzati da limitati incrementi di prestazioni.

Infatti, queste metodologie possono incrementare le prestazioni solo su una parte ridotta del loro campo di funzionamento e non sempre permettono di ottenere rigidezza quasi-statica infinita. Questa tipologia di compensazione permette di migliorare le caratteristiche dei supporti ad aria senza dover apportare maggiore energia al sistema e adesso verranno elencate alcune tipologie:

- *Compensazione mediante fori elastici*
- *Compensazione mediante meati convergenti deformabili*

Compensazione mediante fori elastici

Questo metodo, proposto da Newgard et al.[9], prevede l'uso di un foro elastico che grazie alla sua flessibilità rende possibile la regolazione del flusso di aria in uscita dal cuscinetto al variare del carico applicato.

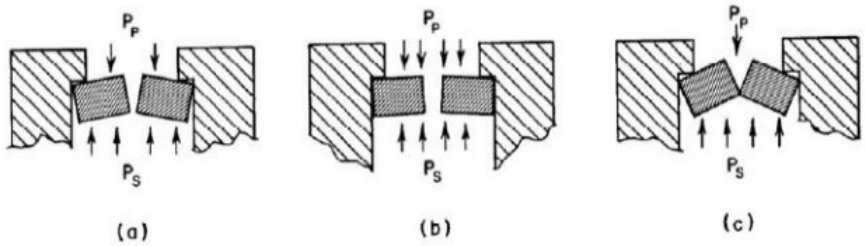

Figura 1.9: Schema di funzionamento del metodo di compensazione mediante fori elastici. Tratto da [9]

Consideriamo la figura 1.9 in cui vengono rappresentate 3 condizioni di lavoro del foro elastico. La condizione (a) fa riferimento ad un carico nominale applicato al pattino pneumostatico, la condizione (b) è quella in cui il carico applicato al pattino sia maggiore della condizione nominale, la condizione (c) è quella di carico applicato sul pattino minore del carico nominale.

Il principio di funzionamento può essere spiegato considerando due differenti condizioni di carico applicato: alti carichi e bassi carichi; se il carico esterno è maggiore del carico nominale la pressione nel meato sale determinando un allargamento dell'aria di passaggio.

Come conseguenza aumenta il flusso di portata che riporta il pattino nelle condizioni nominali in termini di altezza di meato di aria, in questa situazione siamo nel caso alti carichi. Se il carico esterno è minore del carico nominale la pressione nel diminuisce determinando una diminuzione dell'aria di passaggio fino alla completa chiusura. Di conseguenza diminuisce il flusso di portata e il pattino ritorna nelle condizioni di altezza di meato nominale; in questa condizione siamo in presenza di bassi carichi.

Compensazione mediante meati convergenti deformabili

Questo metodo, proposto da Blondeel et al. [10], prevede l'impiego di meati convergenti deformabili.

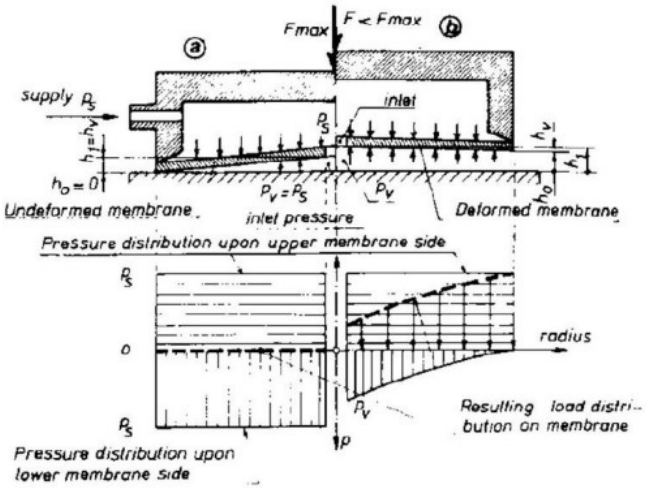

Figura 1.10: Compensazione mediante membrana conica. Tratto da [10]

La superficie del cuscinetto è rappresentata da una membrana che può flettere poiché è sottoposta alla pressione di alimentazione da un lato e alla pressione del meato di aria dall'altro. Il principio di funzionamento è il seguente se per esempio il carico esterno aumenta: la conicità della membrana aumenta. Questo fenomeno determina l'incremento della pressione nel meato fino a raggiungere il massimo valore di pressione che coincide con la pressione di alimentazione nel caso in cui il massimo carico applicato è il massimo carico supportato dal cuscinetto. Come conseguenza aumenta la forza di reazione contrapposta al carico che riporta il pattino nelle condizioni di altezza di meato nominale. In questo modo si è riusciti ad ottenere una regolazione della pressione sotto il pattino in funzione della forza esterna. Questo metodo di compensazione permette certamente di migliorare il valore della rigidezza ma ha ridotti campi di regolazione.

1.4.3 Compensazione Attiva

I metodi di compensazione attiva possono garantire dinamiche maggiori, maggiori accuratezze di posizionamento ed inoltre la possibilità di integrazione con sistemi di monitoraggio.

Questo tipo di sistemi utilizzano fonti di energia esterne in particolare per alimentare attuatori elettrici controllori elettronici, driver. Come riportato da Li et al. [11] questa tipologia di compensazione può essere suddivisa in:

- *Active flow resistance compensation method*: gli attuatori controllano l'apertura degli orifizi dell'aria del pattino;
- *Active geometrical compensation method*: mediante il sistema di controllo si modificano le geometrie del pattino tra cui lo spessore stesso oppure la forma del meato;
- *Hybrid active compensation method*: adotta soluzione ibride fra le tipologie precedenti.

Gli elementi utilizzati per i sistemi attivi sono: Valvole pneumatiche per regolare il flusso di aria ed attuatori.

Il metodo di compensazione attiva tramite sistema di iniezione, tratto da Morosi et al. [12], regola la portata di aria che arriva al pattino tramite l'utilizzo di un attuatore piezoelettrico e di una molla a tazza e permette di ottenere rigidezza infinite. Un altro metodo noto in letteratura è quello relativo all'utilizzo di attuatori magnetostrittivi ed elettromagnetici che consentono di migliorare le prestazioni dei cuscinetti pneumostatici nonostante la dinamica inferiore e le dimensioni superiori.

Un ulteriore metodo noto in letteratura è quello relativo all'utilizzo di valvole digitali comandate in PWM che consentono di migliorare le prestazioni dei pattini pneumostatici.

Sulla valutazione della convenienza della scelta dell'uno e dell'altro tipo di attuatore incidono molteplici fattori. Si riporta nella seguente tabella tratta da [13] le varie tipologie di attuatori con i relativi vantaggi e svantaggi.

Tipo di Attuatore	Vantaggi	Svantaggi
Piezoelettrico	• Elevate dinamiche • Elevate efficienze • Elevata energia specifica • Alta risoluzione • Bassa isteresi	• Brevi corse • Necessità sistema di controllo ausiliario • Non linearità • Tipicamente fragile
Magnetostrittivo	• Elevata energia specifica • Attuazione senza contatto • Elevate dinamiche • Elevate efficienze • Discreta risoluzione • Discreto sforzo di attuazione • Media-bassa isteresi	• Necessità sistema di controllo ausiliario • Brevi corse • Non linearità • Tipicamente fragile
Elettromagnetico	• Discrete dinamiche • Media efficienza • Attuazione senza contatto • Discrete corse • Discreta energia specifica • Discreta risoluzione • Bassa isteresi	• Non linearità • Necessità sistema di controllo ausiliario
Valvole pneumatiche	• Economiche • Grandi corse • Discreta energia specifica • Discreta risoluzione	• Non linearità • Elevate isteresi • Perdite • Bassa efficienza • Basse dinamiche • Rumorose

Tabella 1.1: Comparazione tipologie attuatori. Tratto da [13]

1.5 Coefficiente d'efflusso

I pattini pneumostatici possono essere dotati di diversi tipi di sistemi di alimentazione, come già detto nei paragrafi precedenti, ed il comportamento del flusso d'aria dipende fortemente dal tipo di sistema utilizzato. Come indicano tutti gli studi fatti nel corso degli anni, la scelta dei parametri di identificazione corretti ha una chiara influenza sui risultati del modello matematico che descrive il sistema.

Come illustrato da Belforte e al. [14], ogni foro di alimentazione è considerato un ugello ideale, attraverso il quale la portata massica G è data da:

$$G = c_d \cdot G_{th} \tag{1.2}$$

dove G_{th} rappresenta la portata massica teorica del flusso attraverso l'ugello seguendo un'espansione isoentropica e c_d è il coefficiente di efflusso:

$$G_{th} = A\frac{P_1}{\sqrt{R_g T_s}}\sqrt{\frac{2k}{k-1}}\varphi\left(\frac{P_{th}}{P_1}\right) \tag{1.3}$$

$$\varphi = \begin{cases} \left[\left(\frac{P_{th}}{P_1}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_{th}}{P_1}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]^{1/2} & \text{se } \left(\frac{P_{th}}{P_1}\right) > \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = 0.5283 \\ \\ \left[\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{2}{k-1}} - \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}\right]^{1/2} & \text{se } \left(\frac{P_{th}}{P_1}\right) \leq \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = 0.5283 \end{cases}$$

dove P_1 è la pressione di alimentazione del pattino, k è il rapporto tra i calori specifici dei gas e A è l'area della sezione trasversale. Quest'area può essere convenzionalmente scelta uguale all'orifizio di sezione trasversale "πr^2" o uguale all'area anulare all'ingresso del traferro "$2\pi rh$".

In quest'ultimo caso, poiché l'area della sezione trasversale è una funzione lineare dell'altezza del meato, l'orifizio è definito come "*Inherently Compensated*". Viceversa, nel primo caso, l'orifizio è definito come "*Orifice compensated*" perché l'area della sezione non dipende dall'altezza del traferro. Da un punto di vista teorico, la formulazione Inherently o Orifice Compensated dovrebbe essere scelta in base al valore effettivo dell'altezza del meato. Tuttavia, come affermato da Colombo et al. [15], queste due formulazioni sono equivalenti se integrate con coefficienti di efflusso opportuni. Vale la pena sottolineare che i valori di questi coefficienti di efflusso dipendono dalla posizione radiale in cui viene misurata o calcolata la pressione teorica a valle. Secondo la Letteratura, questa posizione radiale è assunta in corrispondenza del raggio dell'orifizio della pattino o del raggio della cresta di pressione a valle dell'orifizio della pattino.

L'identificazione del coefficiente di efflusso è stata effettuata per entrambe le formulazioni, come spiegato in [14] e in [16], ottenendo le seguenti relazioni a seconda dei casi esaminati:

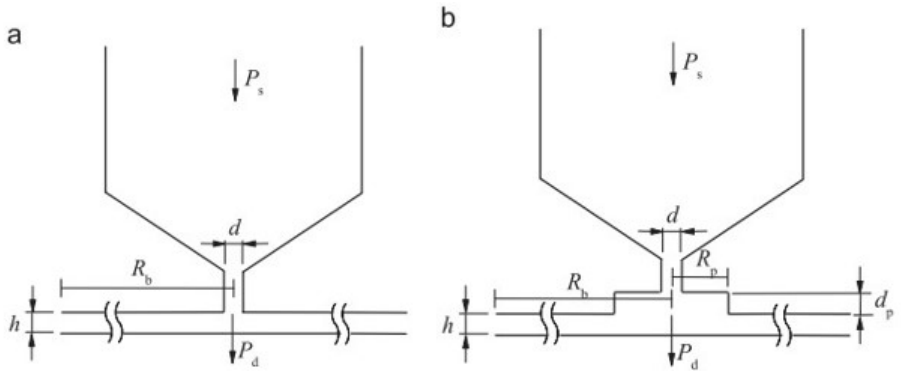

Figura 1.11: a) Inherently Compensation b)Orifice Compensation. Tratto da [17]

- **Inherently Compensation**:

$$Re_{,a} = \frac{\rho u h}{\mu} = \frac{G}{\pi d_s \mu} \tag{1.4}$$

$$c_{d,a} = 1.05(1 - 0.3e^{-0.005 Re_{,a}}) \tag{1.5}$$

- **Orifice Compensation**:

$$Re_{,c} = \frac{\rho u d_s}{\mu} = \frac{4G}{\pi d_s \mu} \tag{1.6}$$

$$c_{d,c} = 0.85(1 - e^{-8.2\frac{h}{d_s}})(1 - 0.3e^{-0.001 Re_{,c}}) \tag{1.7}$$

dove ρ, u e μ sono la densità, la velocità e la viscosità dinamica dell'aria.

1.6 Circuito Pneumatico Equivalente

Lo schema funzionale e pneumatico proposto, a titolo di esempio, per il modello di pattino pneumostatico a geometria rettangolare è rappresentato in figura:

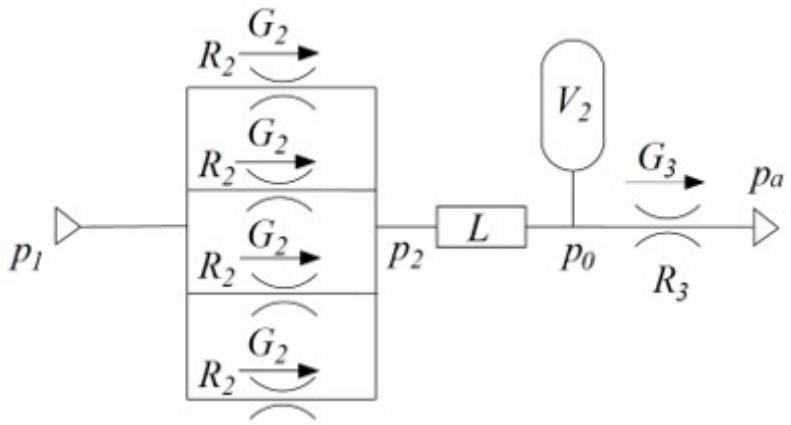

Figura 1.12: Esempio di schema pneumatico del pattino.

Il sistema è modellato come un circuito pneumatico composto da resistenze e volumi. Partendo da monte si hanno la pressione di alimentazione costante del pattino P_1, la pressione sotto i fori di alimentazione P_2, la pressione media P_0 all'interno del volume centrale del pattino e la pressione ambiente P_amb al bordo del pattino. In Particolare la P_0 è considerata come una media delle pressioni locali all'interno del rettangolo di alimentazione. Le resistenze R_2 sono rappresentative dei fori di alimentazione del cuscinetto, mentre la resistenza R_3 corrisponde a quella legata al meato. Le Portate G_2 sono le portate che attraversano i fori di alimentazione e dipendono sia dalle pressioni P_1 e P_2 che dalla resistenza R_2, mentre la Portata G_3, corrispondente a quella sotto il pattino, dipende dalle caratteristiche geometriche del pattino. Infine la trasformata L rappresenta il legame tra la pressione P_0 nel volume V e la pressione P_2 all'uscita dei fori.

1.7 Tecniche di Modellazione numerica

I Modelli numerici sono diventati uno strumento indispensabile nella progettazione dei dispositivi in ogni ambito tecnologico. Fin dagli anni 50 l'applicazione dei metodi numerici ai problemi dei cuscinetti pneumostatici è stata di grande importanza, in considerazione delle difficoltà incontrate nelle varie geometrie complicate che li caratterizzano e sia nelle equazioni, di carattere non lineare, che li governano. Vista la crescente necessità di supporti per alberi rotanti ad elevate velocità e temperature, fu avviato un grande sforzo per analizzare e studiarne a fondo il comportamento dei cuscinetti a gas. In particolare, i primi studi, pubblicati nel 1960 da Lich e Elrod [18], si basavano sull'instabilità di questi componenti e di quali fossero i parametri, su cui intervenire per approcciare modelli semplificati atti a risolvere queste problematiche. Venne effettuata un'analisi di stabilità, semplificandola attraverso l'utilizzo dei parametri concentrati, presumendo che la distribuzione della in pressione in condizioni di carico dinamico fosse uguale al caso del cuscinetto caricato staticamente. Questo studio dimostrò che, minimizzando parametri come il diametro degli orifizi oppure la massa del pattino, e massimizzando parametri come il diametro del foro di alimentazione o il rapporto tra le aree (Anulari/tasche), si poteva osservare una buona stabilità del componente.

Mori et al. [12] illustrarono studi ed esperimenti atti al miglioramento della capacità di carico. Il modo piu' semplice, come illustrato sempre nell'articolo, fu quello di introdurre una restrizione all'interno del cuscinetto per trattenere l'alta pressione, in modo da poter aumentare la capacità di carico. Questo sistema presentava dei fenomeni di instabilità causati dalla cavità stessa poiché venivano generate in maniera autonoma delle vibrazioni. In un primo momento, le analisi delle vibrazioni autoeccitate nei cuscinetti furono studiate da diversi ricercatori, quali Licht et al. [18, 19, 20], Grossman [21], e furono ottenute condizioni di progetto per prestazioni stabili, ma quelle condizioni di stabilità non erano sempre compatibili con un design pratico per ottenere un'elevata capacità di carico.

Mori H. e Mori A. proposero due metodi di stabilizzazione dei cuscinetti a gas, composti da una restrizione del fluido e da una capacità. Uno dei due metodi fu già studiato da Loch [22], però purtroppo la base teorica delle sue analisi aveva dei punti discutibili, quindi Mori H. e Mori A. partirono da un punto di vista nuovo e diverso, e applicarono questo stesso anche al secondo metodo introdotto. Essi linearizzarono le equazioni riguardanti le variazioni di pressione e di gioco del cuscinetto, poiché ritenevano che fossero piccole, e utilizzarono il concetto dei parametri concentrati per i flussi e le restrizioni degli elementi portanti e stabilizzanti.

Wilcock [23], analizzando i fenomeni di compensazione del carico che avvengono nei pattini per via di un flusso costante o di un dispositivo di compensazione del flusso, affermò che i fenomeni di compensazione automatica del carico sono paragonabili ad un cuscinetto alimentato esternamente, il cui funzionamento può essere paragonato a quello di un servomeccanisco idraulico a circuito chiuso. Poichè molte delle moderne tecniche di servo-analisi sono state sviluppate per sistemi elettrici o elettromeccanici, è conveniente studiare il cuscinetto attraverso gli elementi di base del campo elettrico, quali Resistenze, induttanze e capacità.

Utilizzando queste analogie, furono sviluppati schemi a blocchi dettagliati e funzioni di trasferimento. Da uno studio dei diagrammi di Bode ad anello aperto e ad anello chiuso, basati su funzioni di trasferimento, si potevano ottenere informazioni dettagliate sulle prestazioni dei cuscinetti. La necessità di metodi computazionali efficienti per la soluzione di problemi di lubrificazione idrodinamica è ben riconosciuta poiché le equazioni che governano sono generalmente intrattabili con metodi analitici.I metodi agli elementi finiti e alle differenze finite,come illustrato da Gero et al. [24], sono diventati i due metodi principali per risolvere l'equazione di Reynolds dei supporti lubrificati a gas.

Per quanto riguarda FDM, è piuttosto convenientemente utilizzato per la stima delle prestazioni di cuscinetti aerostatici per meshing meno complessi e algoritmi iterativi piu' semplici, rispetto a FEM.

Secondo le ricerche di Lo et al. [25] e Liu et al. [26], le prestazioni dei cuscinetti aerostatici, come la distribuzione della pressione, la capacità di carico, la rigidità, la portata volumetrica, possono essere stimate convenientemente da FDM. Ma anche gli svantaggi dell'FDM sono evidenti, come la scarsa efficienza computazionale e la convergenza. Il metodo degli elementi finiti (FEM), grazie alla sua elevata precisione di calcolo e flessibilità per la geometria irregolare dei cuscinetti, è stato ampiamente utilizzato nella stima delle prestazioni dei cuscinetti aerostatici. I risultati più vicini al comportamento reale, come spiegato da Colombo et al. [27], si ottengono con i modelli a parametri distribuiti, dove il campo di pressione è calcolato su una griglia opportunamente disegnata che ricopre la superficie di spinta del cuscinetto. Ai nodi della griglia sono applicate le equazioni di Reynolds e ad ogni nodo corrisponde una incognita, cioè la pressione dell'aria in quel punto.

L'accuratezza del risultato è tanto migliore quanto maggiore è il numero di nodi. Per le geometrie più semplici la creazione della griglia e la soluzione delle equazioni possono essere ottenute con la scrittura di listati autoprodotti, creati sulla base della specifica tipologia del cuscinetto in esame.

Nei sistemi più complessi può essere conveniente utilizzare strumenti di calcolo commerciali, più versatili perché gli algoritmi risolutivi delle equazioni, già preparati, si adattano automaticamente a differenti geometrie senza la necessità di scrivere listati dedicati a specifici casi.

Dalla fine degli anni '70, come illustrato da Gao et al. [7], grazie all'avvento di computer ad alte prestazioni e allo sviluppo di algoritmi numerici accurati come il metodo dei volumi finiti, il CFD (Computational Fluid Dynamics) ha offerto un modo alternativo per studiare problemi considerando simultaneamente differenti domini fisici come quello fluidodinamico, termico, strutturale e non solo.

Soprattutto negli ultimi due decenni, con il rapido progresso dei software CFD commerciali, come esempio COMSOL multiphysics, CFD è diventato uno strumento sempre più popolare per studiare le prestazioni dei cuscinetti aerostatici. La fluidodinamica computazionale mostra anche una migliore flessibilità e precisione per l'analisi delle prestazioni dei cuscinetti aerostatici con diversi tipi di limitatori e parametri geometrici del film d'aria. In particolare, mostra una superiorità rispetto a FEM(Finite Element Analysis) e FDM (Finite Difference Method) nell'investigare l'impatto delle diverse dimensioni e forma del film d'aria sulle sue prestazioni. Sebbene i CFD abbiano così tanti meriti, purtroppo i tempi di realizzazione e di calcolo sono piuttosto lunghi, e inoltre il problema legato ai diversi ordini di grandezza riguardante ad esempio le dimensioni del pattino, l'altezza del meato d'aria e non solo, ha una grossa influenza sullo studio. Un tipico processo di analisi CFD generalmente consiste in pre-elaborazione, risoluzione e post-elaborazione. Durante la preelaborazione, è necessario preparare diverse mesh con risoluzioni diverse per garantire che i risultati del calcolo siano indipendenti dalla risoluzione della mesh, che potrebbe richiedere circa l'ottanta percento del tempo totale per discretizzare il dominio del fluido durante la preelaborazione. Inoltre, la parametrizzazione nella simulazione CFD è piuttosto difficile, quindi qualsiasi modifica dei parametri geometrici del cuscinetto aerostatico porterà al ricalcolo della simulazione. Inoltre, il metodo CFD può incontrare il problema della convergenza in alcuni casi complessi. Per calcolare rapidamente le prestazioni dei cuscinetti si possono utilizzare modelli numerici a parametri concentrati, cioè con un ridottissimo numero di incognite (in genere poche unità). In questo modo la precisione del modello, come riportato da Colombo et al.[27], si riduce ma è comunque possibile ottenere risultati vicini a quelli dei modelli a parametri distribuiti se si identifica la distribuzione di pressione con opportune formule correttive sperimentali studiate caso per caso.

Tali formule sono funzioni della geometria del cuscinetto e della tipologia del sistema di alimentazione (numero e distribuzione dei fori sulla superficie del cuscinetto, presenza o meno di ragnature). Oltre alle caratteristiche statiche è importante valutare il comportamento dinamico del cuscinetto; ad una data pressione di alimentazione si impone una variazione periodica dell'altezza del meato e si calcolano rigidezza e smorzamento del film d'aria in funzione della frequenza di applicazione della forzante.

Tali parametri possono essere ottenuti ancora più rapidamente mediante linearizzazione delle equazioni di portata e di continuità. Con i modelli a parametri concentrati il ridotto numero di equazioni non solo migliora la rapidità di calcolo ma permette di scrivere formule analitiche semplici, adatte quindi alla comprensione del comportamento dei cuscinetti.

A dimostrazione della validità dei modelli i principali risultati numerici sono confrontati con quelli dei modelli a parametri distribuiti o con quelli ottenuti sperimentalmente.

1.8 Obiettivo del Progetto

Lo scopo di questo lavoro di tesi è modellare ed identificare numericamente un pattino pneumostatico rettangolare multiforo, ovvero ottimizzare un modello a parametri concentrati che al meglio approssimi il comportamento del cuscinetto reale/sperimentale.

Il contributo dato dal modello numerico a parametri concentrati, come illustrato nel paragrafo precedente, oltre che essere vantaggioso sia in termini di complessità di calcolo, che di rapidità di implementazione e di esecuzione, esso permette di risolvere la problematica riscontrata nel modello numerico a parametri distribuiti legato ai diversi ordini di grandezza dei parametri che lo caratterizzano. Nonostante questo, l'identificazione di formule correttive sperimentale per descrivere i legami tra le grandezze fondamentali che li caratterizzano non è immediato, poiché tali formule dipendono da molte caratteristiche del pattino, che non possono essere trascurate, come ad esempio la sua geometria, la tipologia e il numero di fori che lo compongono.

Nello specifico, l'obiettivo preposto è stato quello di andare alla ricerca della trasformata "L" ottimizzata che lega la pressione media P_0 al di sotto del volume contornato dalla disposizione dei fori e la pressione P_2 all'uscita degli stessi, in modo tale da ottenere un andamento delle curve di capacità di carico F_p e portata G ,al variare dell'altezza del meato d'aria h, che meglio rispecchino l'andamento delle curve desiderate ottenute attraverso il software multifisico COMSOL, il quale permette di simulare il comportamento reale del pattino pneumostatico.

Capitolo 2

Implementazione numerica del modello in COMSOL multiphysics

2.1 Introduzione

COMSOL Multiphysics è un software commerciale che utilizza sia il metodo agli elementi finiti (*FEM*), ma anche ai volumi finiti (*FVM*) o agli elementi al contorno (*BEM*), per modellare e risolvere tutti quei problemi scientifici basati su equazioni differenziali alle derivate parziali (*PDE*), su equazioni differenziali ordinarie (*ODE*) e su molte altre tipologie.

Questo è un software multifisico che permette di studiare e simulare i sistemi complessi, il cui comportamento sia legato all'interazione di piu' fenomeni fisici di diverse nature, come ad esempio la meccanica strutturale, l'elettromagnetismo, la trasmissione del calore e molti altri. In COMSOL sono contenute di default le equazioni e le variabili necessarie per descrivere i diversi fenomeni fisici. Questo software è uno strumento molto flessibile in quanto, tramite il modulo *Mathematics*, permette di sfruttare delle equazioni, differenziali o integrali generalizzate, tramite le quali è possibile implementare formulazioni matematiche "personalizzate" . Questo garantisce una buona flessibilità e consente di risolvere vari problemi, di modellare fenomeni complessi, di natura diversa e più precisamente:

- *AC/DC module*, permette di realizzare modelli numerici di quei componenti il cui comportamento è caratterizzato dai fenomeni di elettrostatica, magnetostatica ed elettromagnetismo;
- *Acoustic module*, permette di studiare la propagazione delle onde sonore nei fluidi e nei solidi;

- *Chemical Species Transport module*,è creato appositamente per studiare i fenomeni di trasporto di massa ed energia che si sviluppano nelle reazioni chimiche;
- *Fluid Flow module*, permette di simulare i campi di flusso e pressione di liquidi e gas. Le interfacce fisiche coprono il flusso monofase, il flusso multifase, il flusso a film sottile, il flusso di mezzi porosi e il flusso nei tubi;
- *Heat transfer module*, permette di simulare i vari fenomeni che caratterizzano lo scambio termico: convezione, conduzione ed irraggiamento;
- *Radio Frequency) module*, permette di studiare il comportamento di quei componenti che sfruttano la propagazione delle onde elettromagnetiche e delle microonde;
- *Structural mechanics module*,è creato per lo studio del comportamento delle strutture meccaniche;
- *Mathematics module*, contiene interfacce per la risoluzione di PDE e ODE, l'esecuzione di analisi di sensibilità, la modellazione di mesh mobili, geometrie deformate e altro ancora.

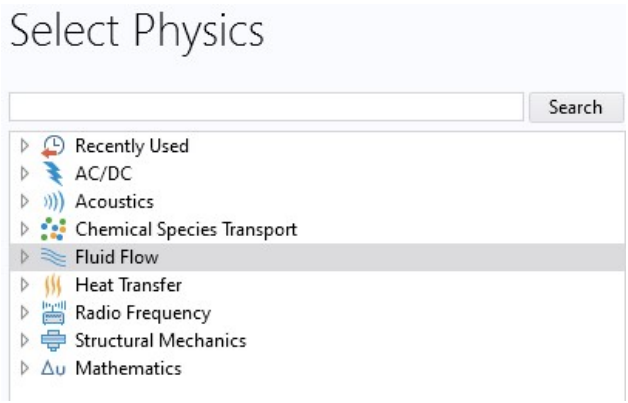

Figura 2.1: Moduli presenti nel software COMSOL Multiphysics

Nel software sono presenti vari tipi di risolutori numerici diretti e iterativi in grado di risolvere vari tipi di problemi: stazionari, transitori, lineari o non e modali.

Come nella maggior parte dei software che effettuano analisi con il metodo degli elementi finiti, anche COMSOL si interfaccia con i vari software CAD utilizzabili per la realizzazione della geometria del modello. E' presente inoltre il collegamento con MATLAB e SIMULINK che permette di effettuare simulazioni ancora più complesse combinando insieme le capacità di calcolo di questi software.

2.2 Inizializzazione del Modello

La prima selezione da fare in COMSOL Multiphysics è scegliere la dimensione spaziale della simulazione: 3D, 2D assial-simmetrico, 2D, 1D assial-simmetrico, 1D, 0D.

Successivamente è possibile scegliere la fisica del modello teorico che si intende implementare. È possibile accoppiare più modelli fisici per descrivere il modello teorico globale o scegliere il modello in uno step successivo.

L'ultimo passo, prima di procedere con l'inserimento dei dati e con l'assegnazione delle condizioni al contorno e delle condizioni iniziali, consiste nel decidere il tipo di studio che si vuole condurre, per esempio stazionario (*stationary*) o dipendente dal tempo (*time dependent*).

Nel caso in esame è stato scelto di lavorare in 2D e di condurre uno studio stazionario.

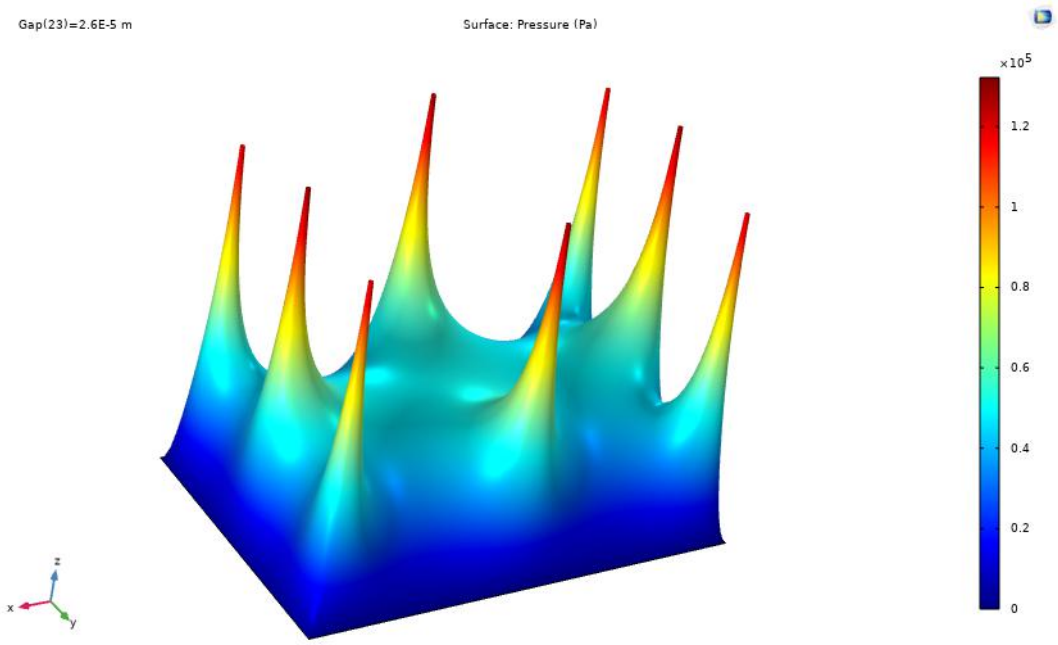

Figura 2.2: Esempio di analisi tridimensionale svolta in COMSOL

2.3 Dichiarazione dei Parametri

All'interno della sezione (*node*) **Global Definitions** di COMSOL Multiphysics è possibile definire i parametri (*parameters*), sia fisici che geometrici, del modello che si intende implementare. I parametri sono numeri scalari che rimangono invariati per la geometria e per il modello e che vengono utilizzati per definire le equazioni dello stesso. COMSOL Multiphysics permette di specificare le unità di misura dei parametri, dando la possibilità di effettuare una verifica sulla correttezza delle equazioni implementate dall'utente.

I parametri fisici per condurre la simulazione e le loro unità di misura sono riportati in Tabella 2.1.

Parametri fisici	Simbolo	**Valore**	**Unità di misura**
Pressione ambiente	P_{amb}	101325	Pa
Rapporto di pressione critico negli ugelli	P_{cr}	0.5283	/
Coefficiente di dilatazione adiabatica	k	1.4	/
Costante universale dei gas	R_g	287.053	J/(kg $\cdot K$)
Temperatura di alimentazione	T_s	293.15	K
Altezza del meato iniziale	h	4	μm
Viscosità dinamica	μ	1.81*10^{-5}	Pa $\cdot s$
Densità dell'aria a 20°C e 1 atm	ρ	1.204	kg/m^3
Fattore correttivo delle portate in l/min a 20°C	C_g	49834	(l $\cdot s$)/($min \cdot kg$)

Tabella 2.1: Parametri fisici del modello COMSOL

Oltre ai parametri fisici sono stati definiti anche altri valori necessari per caratterizzare dal punto di vista geometrico il pattino, in modo tale da rendere complete le simulazioni sotto qualsiasi aspetto caratterizzante. Questi valori sono riportati nella Tabella 2.2.

Parametri geometrici	Simbolo	**Valore**	**Unità di misura**
Lunghezza del pattino	L_x	0.075	m
Altezza del pattino	L_y	0.050	m
Spessore del pattino	L_z	0.013	m
Distanza del foro dal bordo del pattino lungo la direzione x e y	c_{xy}	0.005	m

Tabella 2.2: Parametri geometrici del modello COMSOL

Infine, vi sono dei parametri, sia fisici che geometrici, che andremo a variare durante le simulazioni e sono rispettivamente:

Pressione di alimentazione assoluta del pattino

- $P_1 = 4 \cdot 10^5$ Pa;
- $P_1 = 5 \cdot 10^5$ Pa;
- $P_1 = 6 \cdot 10^5$ Pa;
- $P_1 = 7 \cdot 10^5$ Pa;
- $P_1 = 8 \cdot 10^5$ Pa;

Diametro dei fori

- $d_s = 0.2$ mm;
- $d_s = 0.5$ mm;
- $d_s = 0.75$ mm;
- $d_s = 1$ mm;

2.4 Configurazione del Modello

Per la realizzazione di un modello numerico in grado di simulare il comportamento di un pattino pneumostatico è necessario implementare le equazioni che descrivono i fenomeni fisici che si sviluppano durante il suo funzionamento, dove l'insieme di queste equazioni costituisce la formulazione analitica del problema. Ogni modulo di COMSOL è creato per studiare un fenomeno fisico ed al suo interno sono già implementate le equazioni principali che lo descrivono.

2.4.1 Definizione delle equazioni di riferimento

La definizione delle equazioni che governano il modello del pattino ad aria deve prendere in considerazione sia la teoria legata ad una formulazione che permetta di modellare il flusso d'aria quando attraversa i fori di alimentazione, che la teoria legata all'equazione di Reynolds. Proprio per questo motivo possiamo definire la modellazione del pattino su COMSOL composta da due parti principali.

La prima parte si occupa di definire il flusso che attraversa i fori di alimentazione e possiamo affermare che una formulazione matematica che ben si presta alla descrizione di questa tipologia di problemi è quella di un'espansione isoentropica, descritta nel capitolo precedente dalle equazioni (1.2) e (1.3). La suddetta formulazione è stata implementate da zero nel software attraverso la sezione *variables* , le quali sono definite da relazioni matematiche che intervengono all'interno del modello, globalmente. Nello specifico verranno implementate le equazioni di portata del flusso G, il coefficiente di efflusso c_d e il numero di Reynolds Re.

La seconda parte, invece, si occupa della modellazione del dominio del flusso nel sottile meato d'aria h, che separa il pattino dalla base su cui è contatto in assenza di alimentazione, il quale è efficacemente descritto dall'equazione di Reynolds e presente di default all'interno del software. L'equazione di Reynolds è un'equazione differenziale alle derivate parziali e di seguito andremo a rappresentarla nella sua forma più generale:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho h^3}{12\mu}\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho h^3}{12\mu}\frac{\partial p}{\partial y}\right)=\frac{\partial}{\partial t}\big(\rho h\big)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho h(u_a+u_b)}{2}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho h(v_a+v_b)}{2}\right) \tag{2.1}$$

A sua volta questa formulazione può essere semplificata, poiché la superficie al di sotto del pattino non è in movimento, quindi potendo adottare le ipotesi di flusso isotermo, comprimibile e stazionario l'equazione di riferimento diventa:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{ph^3}{12\mu RT}\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{ph^3}{12\mu RT}\frac{\partial p}{\partial y}\right)=0 \tag{2.2}$$

2.4.2 Analisi e scelta del Coefficiente di efflusso c_d

Le simulazioni svolte per simulare il comportamento reale del pattino pneumostatico sono state eseguite, oltre che per diversi valori di pressione di alimentazione P_1, anche per quattro dimensioni diverse del diametro dei fori d_s. Come illustrato nel capitolo precedente, vi è la possibilità di utilizzare due tipologie di formulazione del coefficiente di efflusso c_d, le quali sono equivalenti e hanno entrambe come obiettivo quello di ottenere dei risultati quanto piu' vicini possibili a quelli sperimentali. In particolare, nel nostro caso, non avendo a disposizione i dati sperimentali di un pattino pneumostatico a geometria rettangolare con otto fori di alimentazione, l'analisi è stata svolta separatamente per le due formulazioni (1.5) e (1.7), andandole ad applicare per i diversi valori di diametro dei fori di alimentazione d_s.

Ciò che si evince dal calcolo della portata attraverso le due formulazioni è che in realtà queste non funzionano nella stessa maniera come dovrebbero, per ogni valori altezza di meato d'aria h. Nello specifico si ha una corrispondenza solo per valori di altezza del meato h che vanno da 4 a 14/16 μm e questo è dovuto al fatto che le due formulazioni sono state identificate, come spiegato da Belforte et al. [14], attraverso studi sperimentali svolti per altezze di meato d'aria fino a 14/16 μm. Di conseguenza si è scelto, per semplicità, di optare per la formulazione di fori con *Inherently Compensated* (1.5), in modo tale da evitare di dilungarsi troppo sulle simulazioni da svolgere in COMSOL e sulle identificazioni da eseguire per trovare la relazione che lega la pressione P_0 e P_2 del pattino pneumostatico.

Inherently Compensated

- $d_s = 0.2$ mm
- $d_s = 0.5$ mm
- $d_s = 0.75$ mm
- $d_s = 1$ mm

2.4.3 Geometria

COMSOL Multiphysics fornisce strumenti di modellazione geometrica per la creazione di parti mediante oggetti solidi, superfici, curve e operazioni booleane. Le geometrie sono definite da sequenze di operazioni in cui ogni operazione può ricevere parametri di input per semplici modifiche e studi parametrici in modelli multifisici. La connessione tra la definizione geometrica e le impostazioni fisiche definite è completamente associativa: una modifica della geometria propagherà automaticamente le modifiche correlate in tutte le impostazioni del modello associate. Le entità geometriche come i domini accomunati dallo stesso materiale e le superfici possono essere raggruppati in selezioni per l'uso successivo nelle definizioni di fisica, mesh e post-processing. Inoltre, è possibile utilizzare una sequenza di operazioni per creare una geometria parametrizzata, incluse le sue selezioni, che può quindi essere memorizzata in una *Part Library* per essere riutilizzata in più modelli. L'importazione di tutti i file CAD ed ECAD standard in COMSOL Multiphysics è supportata dal *CAD Import Module* (/cadimport- module) e dall'*ECAD Import Module* (*ecad-import module*), rispettivamente.

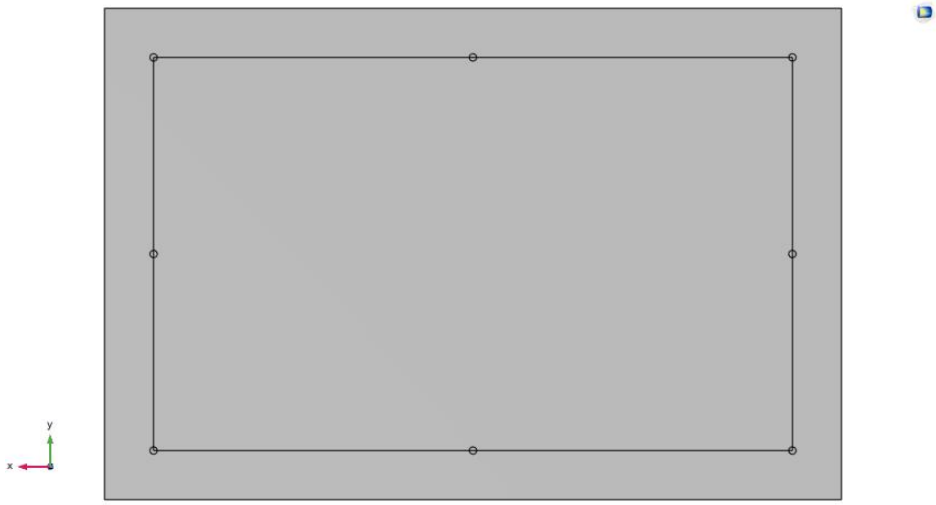

Figura 2.3: Vista 2D del pattino realizzato in COMSOL Multiphysics

Nel caso in esame la geometria è stata definita utilizzando il CAD integrato nel software. La realizzazione è stata effettuata partendo da uno schizzo 2D, di forma rettangolare, su cui è stata successivamente apportata l'estrusione in direzione perpendicolare al piano dello schizzo, in modo da ottenere la dimensione tridimensionale del pattino, assumendo la forma di un parallelepipedo rettangolo. Successivamente, si è passati alla definizione della disposizione dei fori, rispetto alla distanza dal bordo e alla loro dimensione caratteristica.

2.4.4 Definizione della fisica e delle funzioni di supporto

Per definire il modello teorico globale all'interno del nostro software usato per la simulazione è stata utilizzata la fisica denominata: *Thin-Film Flow.*

Thin-Film Flow

L'interfaccia *Thin-Film Flow* viene utilizzata per modellare e descrivere il flusso di fluido bidimensionale in uno strato sottile, utilizzando l'equazione di Reynolds o Reynolds modificata. La condizione di bidimensionalità è stata ottenuta grazie alla semplificazione delle equazioni di Navier-Stokes fatte su considerazione di tipo geometrico (h/L,h/D «1), che permette di semplificare la formulazione matematica dalle tre dimensioni alle due dimensioni. Il modulo in COMSOL esprime l'equazione di Reynolds classica e quella modificata nelle forme:

$$\nabla \cdot (h\rho u) = 0 \tag{2.3}$$

$$\nabla \cdot (hpv_{ave}) = 0 \tag{2.4}$$

dove p è la pressione locale del meato di aria (assunto in ogni nodo della mesh), h è l'altezza del meato e ν_{ave} è la velocità media locale del fluido:

$$v_{ave} = v_{ave,x}\,\hat{i} + v_{ave,y}\,\hat{j} \tag{2.5}$$

Le cui componenti della velocità media locale del fluido v_{ave} corrispondono al rapporto tra la portata volumetrica per unità di lunghezza (q_x, q_y) e l'altezza del meato h:

$$v_{ave,x} = \frac{1}{h}\int_0^h u(z)\,dz = \frac{q_x}{h} \tag{2.6}$$

$$v_{ave,y} = \frac{1}{h}\int_0^h v(z)\,dz = \frac{q_y}{h} \tag{2.7}$$

Funzioni

La prima funzione da definire è la (1.2) per la portata che attraversa il foro di alimentazione. Viene espressa come funzione a tratti (*piecewise*) con argomento P_2 che varia tra la pressione ambiente e quella di alimentazione. La velocità del fluido in uscita dall'ugello viene definita analogamente, utilizzando l'equazione seguente:

$$v_{hole} = c_d\sqrt{R_g T_s}\sqrt{\frac{2k}{k-1}\left(1-\overline{p}^{\frac{k-1}{k}}\right)} \tag{2.8}$$

$$\overline{p} = \begin{cases} \frac{P_2}{P_1} & se \quad \frac{P_2}{P_1} > 0.5283 \\ \\ \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} & se \quad \frac{P_2}{P_1} \leq 0.5283 \end{cases}$$

La velocità del fluido, come possiamo notare dall'equazione, dipende dal coefficiente di efflusso c_d, di conseguenza anche questa funzione può assumere diverse forme durante le analisi, in relazione alla tipologia di sistema di alimentazione attuato.

Condizioni al contorno ed equazione globale di continuità

Nel paragrafo precedente sono riportate le equazioni implementate nel modello numerico per descrivere i fenomeni fisici che si verificano durante il funzionamento del pattino pneumostatico. La definizione delle equazioni non è sufficiente per realizzare un modello numerico, occorre infatti assegnare le condizioni al contorno alle superfici della geometria del modello perché altrimenti il problema numerico risulta indefinito e di conseguenza non è risolvibile.

Le condizioni al contorno di Dirichlet applicate per l'equazione di Reynolds sono le seguenti:

- *Condizione di inlet*: pressione pari a P_2 sul bordo di uscita del foro.
- *Condizione di outlet*: Pressione ambiente P_{amb} trascurabile sul bordo esterno di uscita del pattino.

Per mettere ora in relazione le due parti del modello occorre considerare che la pressione all'uscita del foro di alimentazione corrisponde a quella in ingresso al meato d'aria h: viene dunque aggiunta un'equazione di continuità applicata al volume del meato d'aria, dove $V = h \cdot A$.

$$n_s \cdot G_{hole} - G_{gap} = 0 \tag{2.9}$$

$$G_{gap} = \oint_{\Gamma} (ph\nu_{ave}) \cdot \hat{n}\, dl \tag{2.10}$$

dove Γ indica il bordo esterno del pattino attraverso il quale il flusso d'aria esce, $\hat{n}$ è il versore normale al bordo e n_s corrisponde al numero di fori di alimentazione.

La portata G_{hole} in uscita da ogni singolo foro di alimentazione è calcolata attraverso la formula ISO 6358 [28]. Queste equazioni devono essere risolte considerando un fattore di scala di 10^{10} dovuto all'enorme disparità nell'ordine di grandezza dei valori di portata rispetto a quelli di pressione P_2 che devono essere calcolati, poiché l'ordine di grandezza di quest'ultima è è pari a 10^5 Pa, mentre l'ordine di grandezza dell'equazione che descrive la portata è di 10^{-5} kg/s. Il valore iniziale per la risoluzione di queste equazioni non lineari è stato assunto pari a $0.999 \cdot P_1$.

2.4.5 Mesh

Nella realtà un corpo è continuo, cioè è composto da un numero infinito di punti, quindi il modello matematico che descrive il fenomeno fisico che avviene nella realtà ha un numero infinito di incognite. Siccome la risoluzione analitica del problema è impossibile, si deve procedere ad una risoluzione numerica del modello matematico che prevede una discretizzazione del problema, in modo da ottenere un problema caratterizzato da un numero finito di incognite. Questa discretizzazione viene realizzata modellando la geometria del corpo con un insieme di elementi di forma e dimensioni stabilite, dove l'insieme di questi elementi viene chiamato "$mesh$". Ognuno di questi elementi è delimitato da un certo numero di punti, chiamati nodi, sul quale vengono applicate le equazioni del modello matematico. In questo modo il problema può essere definito mediante un sistema di equazioni con un numero finito di incognite dipendente dal numero di questi nodi.

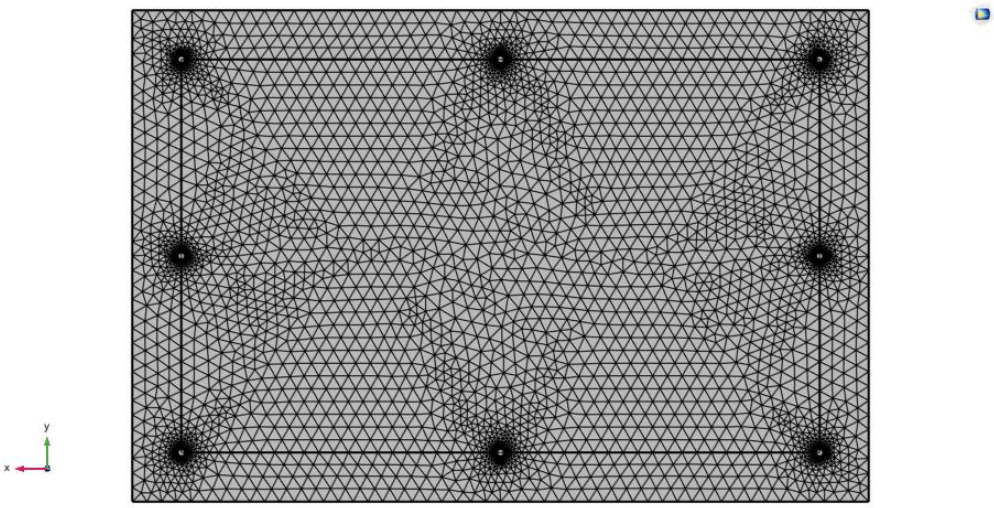

Figura 2.4: Vista 2D della mesh realizzata in COMSOL Multiphysics

La realizzazione della mesh deve essere fatta tenendo conto che, aumentando il numero di elementi migliora l'accuratezza della soluzione, ma allo stesso tempo aumenta il tempo di calcolo necessario per risolvere il problema. Di conseguenza per la scelta della mesh si deve effettuare un compromesso fra accuratezza della soluzione e tempo di calcolo. Per affrontare lo studio del pattino è stata usufruita la mesh generata automaticamente dal software, senza imporre condizioni particolari alla disposizione degli elementi, e nello specifico è stata scelta quella con una migliore accuratezza in termini di risoluzione, denominata "$Extremelyfine$".

2.5 Visualizzazione e Analisi dei risultati ottenuti

Attraverso il software COMSOL Multiphysics sono state riprodotte le curve delle caratteristiche statiche del pattino pneumostatico, sotto tutti gli aspetti che lo caratterizzano. Sono state svolte numerose simulazioni e analisi per identificare il trend assunto dalle grandezze cardini che descrivono il suo comportamento, andando a variare alcuni parametri, come annunciato all'inizio del capitolo, come la pressione di alimentazione P_1 e la dimensione della geometria del fori d_s.

Analisi di Convergenza dei parametri al variare della Mesh

In un primo momento è stata svolta l'analisi di convergenza dei risultati ottenuti, per valutare la bontà e il corretto funzionamento del modello proposto. Questa analisi è stata svolta per le tutte grandezze caratteristiche al variare di tutti i parametri di lavoroal variare del numero di elementi della mesh. Per semplicità è stata raffigurata solo l'analisi di convergenza della *Capacità di carico* F_p svolta per dei determinati parametri di lavoro.

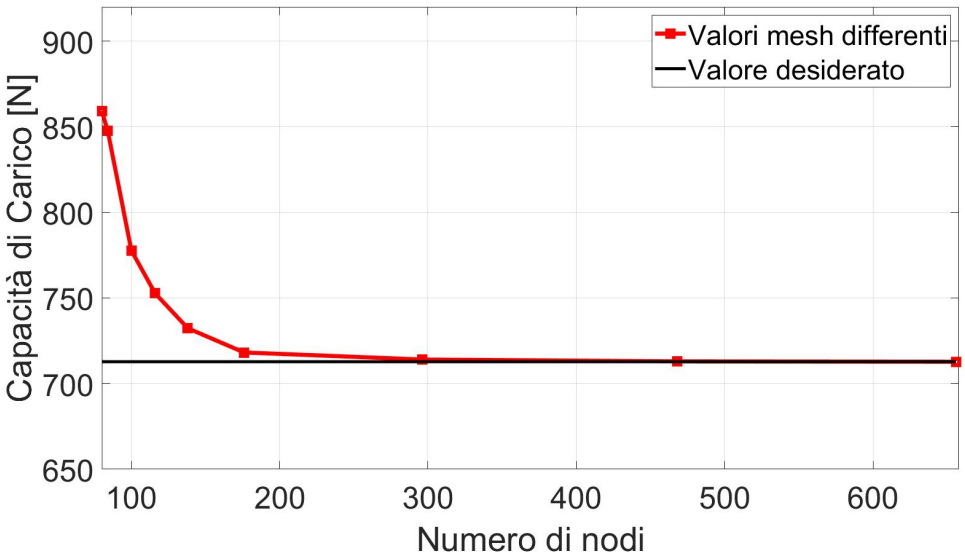

Figura 2.5: Analisi della mesh al variare del numero di nodi

Nello specifico, l'analisi di convergenza è stata svolta per questi parametri di input:

- *Pressione di alimentazione assoluta* = 7 bar;
- *Altezza del meato d'aria* = 12 μm;
- *Distanza dei fori dal bordo* = 5 mm;
- *Diametro dei fori di alimentazione* = 1 mm;

Come si può notare dalla figura 2.5, all'aumentare del numero di nodi la capacità di carico F_p tende a convergere verso un determinato valore, così da dimostrare il corretto funzionamento del modello implementato.

Andamento della Capacità di Carico F_p e della Portata G

In Figura 2.6 è stato raffigurato, a titolo di esempio, l'andamento di una delle capacità di carico F_p calcolate dal modello COMSOL. In particolare è stata raffigurata la casistica con una dimensione dei fori di alimentazione pari a 0.5 mm (sistema di alimentazione: Inherently Compensation). E' possibile notare come la capacità di carico F_p decresca all'aumentare dell'altezza del meato d'aria h, considerando un valore di pressione di alimentazione costante $P_1 = cost$. A parità di altezza di meato h e andando ad aumentare la pressione di alimentazione $P_1 = cost$, si ha invece un traslazione verso l'alto della capacità di carico F_p.

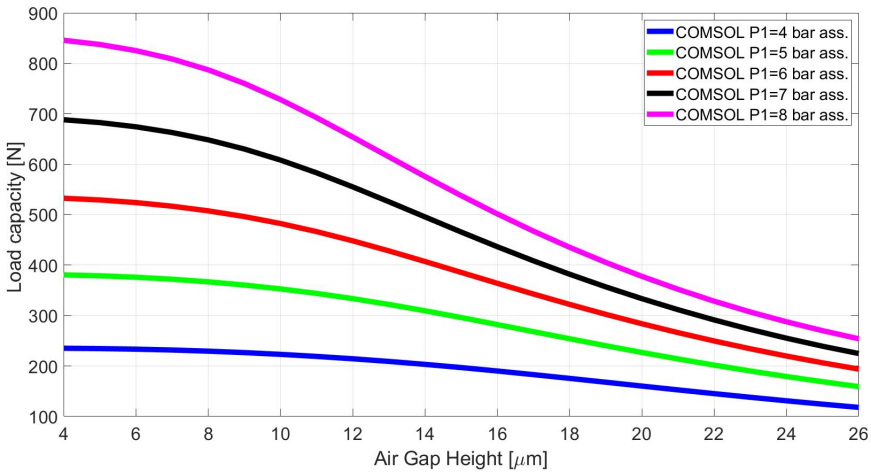

Figura 2.6: Andamento della capacità di carico al variare dell'altezza del meato per un diametro di 0.5 mm

Non si può dire lo stesso per quel che riguarda l'andamento della Portata G del pattino, espressa sempre in funzione dell'altezza del meato d'aria h e per diversi valori di pressione di alimentazione P_1. In questo caso si ha che la portata del pattino G cresce all'aumentare dell'altezza del meato d'aria h, considerando un valore di pressione di alimentazione costante $P_1 = cost$. A parità di altezza di meato h e andando ad aumentare la pressione di alimentazione P_1, si ha invece un traslazione verso l'alto della portata del pattino G.

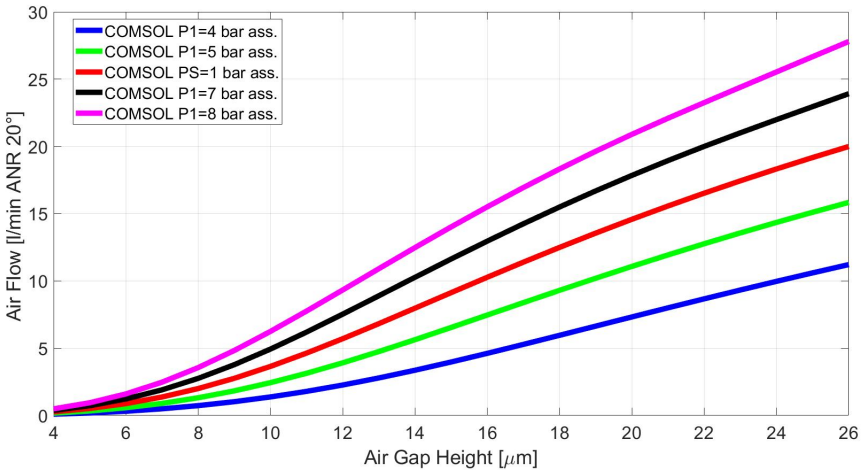

Figura 2.7: Andamento della portata al variare dell'altezza del meato per un diametro di 0.5 mm

Capitolo 3

Identificazione del modello numerico

3.1 Introduzione

In questo capitolo viene trattato l'argomento principale della tesi, che riguarda l'identificazione numerica del modello a parametri concentrati di un pattino pneumostatico multiforo a geometria rettangolare.

La realizzazione del modello numerico a parametri concentrati è stato stata effettuata seguendo la logica seguente:

1. Il pattino pneumostatico è stato implementato come un circuito pneumatico composto da otto resistenze e volumi. Partendo da monte si ha la pressione di alimentazione P_1, le 8 Resistenze R_2 rappresentative dei fori di alimentazione del pattino e le portate G_2 che li attraversano. Successivamente vi è la pressione sotto i fori di alimentazione P_2 e la pressione media P_0 all'interno del volume centrale del pattino, dove tra la due è interposta la trasformata L, che rappresenta il legame tra queste due pressioni. Infine abbiamo la resistenza R_3, corrispondente a quella legata al meato d'aria h, mentre la portata G_{out} rappresenta la portata presente sotto il pattino.

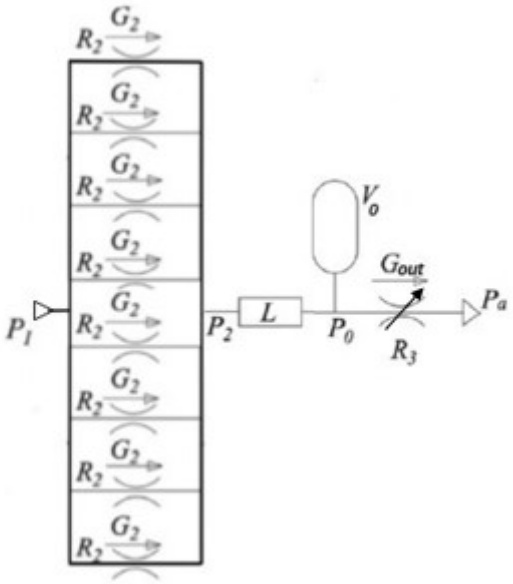

Figura 3.1: Schema pneumatico del pattino pneumostatico a 8 fori.

2. Per come è strutturato il modello bisogna andare ad identificare la trasformata L che relaziona la pressione sotto i fori di alimentazione P_2 e la pressione media P_0 all'interno del volume centrale del pattino, in modo tale che il modello presenti caratteristiche simili al modello a parametri distribuiti.

3. Per effettuare una corretta identificazione si è partiti proprio dai valori ottenuti dal modello a parametri distribuiti, implementato in COMSOL, e grazie alle relazioni che costituiscono il modello a parametri concentrati, illustrate successivamente nel capitolo, è stato possibile calcolare le grandezze di interesse, come la pressione media P_0 all'interno del volume centrale del pattino, indispensabili ai fini dell'identificazione della trasformata L.

4. Successivamente, si è passati al fitting della curva che descrive l'andamento del rapporto di queste due pressioni (P_0 e P_2), in relazione ai valori di altezza del meato d'aria h, pressione e geometria, in modo tale da poter individuare una corretta formulazione che riesca ad esprimere in maniera ottimale la dipendenza di una pressione dell'altra.

5. Infine, l'ultima parte dello studio ha riguardato la validazione delle formulazione proposte.

3.2 Modello a Parametri Concentrati ("*Lumped Model*")

Come oggetto di studio è stata considerato un pattino pneumostatico rettangolare caratterizzato da otto fori di alimentazione posti ad una distanza di 5 mm dal bordo esterno del pattino. Il pattino ha una base rettangolare (A = 75 mm e B = 50 mm) e fori di alimentazione di diametro 0.2, 0.5, 0.75, 1 mm, a seconda della tipologia di simulazione svolta, posti sul perimetro del rettangolo interno del pattino di dimensioni a = 65 mm e b = 40 mm.

In figura 3.2 è stata riportata la configurazione del pattino con un diametro dei fori di alimentazione pari a 1 mm.

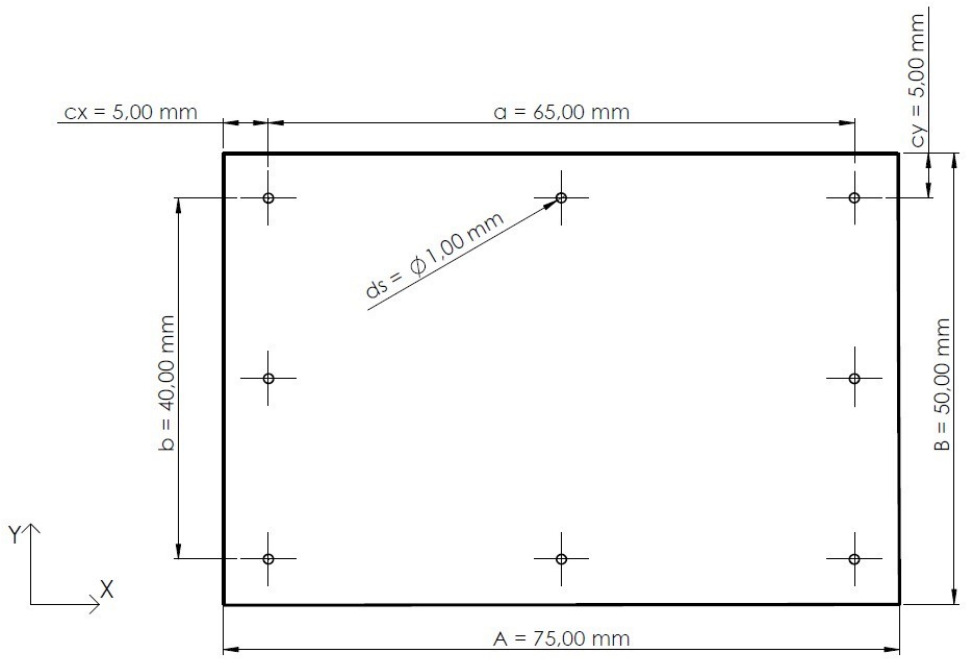

Figura 3.2: Caratteristiche geometriche del pattino pneumostatico

3.2.1 Definizione del modello di base

Il modello a parametri concentrati che viene sviluppato considera le superficii del pattino e della base perfettamente lisce e parallele tra loro. La figura 3.1 mostra l'esempio di uno schema pneumatico del pattino pneumostatico, dove vi è la presenza di otto resistenze resistenze e otto portate che transitano dai fori di alimentazione.

La portata G_{hole}, corrispondente a quella che transita attraverso un solo foro di alimentazione, può essere descritta attraverso la formula ISO 6358 [28], invece per il calcolo di quella complessiva che li attraversa, basterà moltiplicare il valore ottenuto da solo un foro per il numero di fori. Per quel che riguarda il coefficiente di efflusso c_d, la sezione A di riferimento del foro e il numero di Reynolds Re, verranno presi in considerazione quelli del sistema di alimentazione *Inherently Compensated* (1.4, 1.5), come riportato nel par. (1.5).

Per caratterizzare invece la portata in uscita dal pattino pneumostatico si può considerare la distribuzione di pressione sotto il pattino sulla base delle equazioni di Reynolds 2D considerando le condizioni di flusso isotermo, comprimibile e stazionario. In particolare la formulazione nota è la seguente:

$$\frac{dP}{dx} + 12\mu RT\frac{g_x}{Ph^3} = 0 \tag{3.1}$$

$$\frac{dP}{dy} + 12\mu RT\frac{g_y}{Ph^3} = 0 \tag{3.2}$$

Dove g_x e g_y sono le portate per unità di lunghezza lungo le direzioni x e y. Il flusso di massa G_x, G_y in uscita da ogni lato del pattino si può' ottenere integrando le equazioni di Reynolds sotto l'ipotesi di distribuzione di pressione lineare all'esterno del rettangolo delimitato dalla disposizione dei fori di alimentazione fino al bordo esterno. Il risultato che si ottiene è il seguente:

$$G_x = g_x b = \frac{h^3({P_0}^2 - {P_{amb}}^2)}{24\mu R_g T_s}\frac{b}{cx} \tag{3.3}$$

$$G_y = g_y a = \frac{h^3({P_0}^2 - {P_{amb}}^2)}{24\mu R_g T_s}\frac{a}{cy} \tag{3.4}$$

Di conseguenza la portata totale in uscita è pari a:

$$G_{out} = 2 \cdot (G_x + G_y) = \frac{h^3}{12\mu R_s T_s}({P_0}^2 - {P_{amb}}^2)\left(\frac{b}{cx} + \frac{a}{cy}\right) \tag{3.5}$$

Dove la pressione P_0 è la pressione media all'interno del volume delimitato dai fori di alimentazione. L'ultima grandezza fisica da caratterizzare è la Capacità di carico F_p sotto l'ipotesi di una distribuzione di pressione a tronco di piramide retta: costante nella zona interna al volume delimitato dal rettangolo dove sono collocati i fori di alimentazione e una distribuzione lineare all'esterno.

$$F_p = S_{eq} \cdot (P_0 - P_{amb}) \tag{3.6}$$

Dove la superficie equivalente S_{eq} viene definita come:

$$S_{eq} = \frac{1}{3}\left[ab + AB + \left(\frac{Ab + aB}{2}\right)\right] \tag{3.7}$$

Per terminare il modello numerico del pattino risulta necessario determinare il valore della pressione P_0 e P_2. Per determinare questi valori si considera il gap di aria sotto il pattino come un serbatoio di volume V_0. Di conseguenza per calcolare il valore della pressione basta considerare l'equazione di continuità applicata al volume di aria tra il pattino e l'ambiente. L'equazione di continuità applicata al volume centrale V_0 è la seguente:

$$n_{fori} \cdot G_{in} - G_{out} = \frac{1}{R_g T_s}\frac{d(P_0 V_0)}{dt} \tag{3.8}$$

Dove il volume V_0 è calcolabile con la seguente equazione: $V_0 = a \cdot b \cdot h$.

In questo caso si osserva una dipendenza diretta tra V_0 e h, detto ciò questo implica che il volume non è un valore costante ma è dipendente dal tempo. Di conseguenza l'equazione di continuità si semplifica nella seguente formulazione:

$$n_{fori} \cdot G_{in} - G_{out} = \frac{V_0}{R_g T_s}\frac{dP_0}{dt} + \frac{A \cdot P_0}{R_g T_s}\frac{dh}{dt} \tag{3.9}$$

Infine, andremo a definire l'equazione di equilibrio del pattino, atta a calcolare l'altezza del meato d'aria h, attraverso l'imposizione di un carico esterno applicato al pattino pari a F_{ext}, in modo tale da simulare il caso reale. L' equazione di equilibrio può essere così espressa:

$$m\ddot{h} = F_{ext} - F_p \tag{3.10}$$

dove m corrisponde alla massa supportata dal pattino.

3.2.2 Identificazione delle pressioni equivalenti

Per poter identificare la relazione che lega la pressione media P_0 all'interno del volume centrale e la pressione P_2 all'uscita dai fori di alimentazione del pattino pneumostatico, sono stati eseguiti i seguenti step:

1. **Definizione dei parametri**.

   Per prima cosa sono stati definiti i parametri che caratterizzano il pattino, suddividendoli in fisici (3.1) e geometrici (3.2):

Parametri fisici	Simbolo	**Valore**	**Unità di misura**
Pressione ambiente	P_{amb}	101325	Pa
Coefficiente di dilatazione adiabatica	k	1.4	/
Costante universale dei gas	R_g	287.053	J/(kg $\cdot K$)
Temperatura di alimentazione	T_s	293.15	K
Viscosità dinamica	μ	1.81*10^{-5}	Pa*s
Fattore correttivo delle portate in l/min a 20°C	C_g	49834	(l $\cdot s$)/($min \cdot kg$)
Accelerazione di gravità	g	9.806	m/s^2

Tabella 3.1: Parametri fisici del modello a parametri concentrati

Parametri Geometrici	Simbolo	**Valore**	**Unità di misura**
Base del pattino	A	0.075	m
Altezza del pattino	B	0.050	m
Distanza x tra due fori agli estremi	a	0.065	m
Distanza y tra due fori agli estremi	b	0.040	m
Distanza x del fori dal bordo esterno	cx	0.005	m
Distanza y del fori dal bordo esterno	cy	0.005	m
Numero di fori di alimentazione	n_{fori}	8	/

Tabella 3.2: Parametri geometrici del modello a parametri concentrati

2. **Calcolo di P_0 derivante dalla Portata G e Capacità di carico F_p calcolati in COMSOL**

   Una volta definiti i parametri nelle tabelle, ciò che si è fatto è andare a calcolare il valore di P_0, andandola a ricavare dalle formule inverse di Capacità di carico F_p e Portata totale di uscita G_{out}, illustrate nel paragrafo precedente, andando ad inserire come Portate e Capacià di carico quelle calcolate attraverso COMSOL Multiphysics. Le formulazioni ricavate sono le seguenti:

$$P_{0,F_p} = \left(\frac{3 \cdot F_{p,comsol}}{ab + AB + ((Ab) + (aB))/2}\right) + p_{amb} \tag{3.11}$$

$$P_{0,G_{out}} = \sqrt{\frac{G_{out} \cdot 12\mu R_g T_s}{h^3((b/cx) + (a/cy))} + p_{amb}} \tag{3.12}$$

3. **Calcolo di P_2 attraverso l'equazione di continuità**.

   Dopo aver identificato i valori di $P_{0,g}$ e $P_{0,Fp}$, lo step successivo è quello di andare ad individuare il valore della pressione P_2 in uscita dai fori di alimentazione, al variare dell'altezza del meato d'aria h, risolvendo iterativamente la seguente equazione di continuità:

$$\left[n_{fori} \cdot c_d \cdot A \cdot \frac{P_1}{\sqrt{R_g T_s}} \sqrt{\frac{2k}{k-1}} \varphi\left(\frac{P_2}{P_1}\right)\right] - G_{out,comsol} = 0 \tag{3.13}$$

$$\varphi = \begin{cases} \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]^{1/2} & \text{se } \left(\frac{P_2}{P_1}\right) > \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = 0.5283 \\ \\ \left[\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{2}{k-1}} - \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}\right]^{1/2} & \text{se } \left(\frac{P_2}{P_1}\right) \leq \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = 0.5283 \end{cases}$$

   Inoltre, la portata $G_{out,comsol}$ la troviamo all'interno delle due formulazioni del numero di Reynolds, (1.4) e (1.6), utilizzate per differenziare i sistemi di alimentazioni del pattino e indispensabili per il calcolo del coefficiente di efflusso c_d.

   In questo caso l'equazione è stata risolta attraverso l'ausilio del metodo di falsa posizione (o anche denominato "regula falsi"). Quest'ultimo è un metodo iterativo attraverso cui si trova una stima della radice dell'equazione andando a sostituire la funzione studiata con un segmento di retta avente come estremi dei valori scelti arbitrariamente.

   In figura 3.3 è stato riportato l'andamento di una funzione generica, su cui è stato applicato il metodo di regula falsi. Il procedimento svolto per applicare il metodo alla nostra casistica è stato strutturato partendo dalla definizione dei valori iniziali degli estremi del segmento, dove nello specifico sono stati assegnati i seguenti valori:

   - Estremo di sinistra $P_{20} = 0.53 \cdot P_1$;
   - Estremo di destra $P_{21} = P_1$;

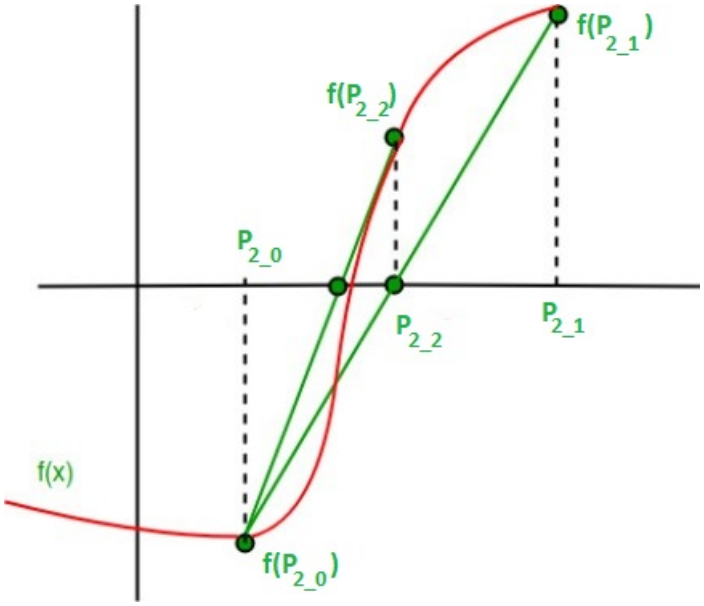

Figura 3.3: Metodo della falsa posizione applicato ad una generica funzione

Successivamente, è stato calcolato il punto in cui la retta interseca l'asse delle ascisse P_{22}, attraverso la seguente formulazione:

$$P_{22} = P_{21} - f(P_{21}) \cdot \frac{P_{21} \cdot P_{20}}{f(P_{21}) - f(P_{20})} \tag{3.14}$$

A questo punto, il nuovo punto P_{22} rappresenterà il nuovo estremo dell'intervallo. Quindi adesso bisognerà aggiornare uno dei due estremi, andando a sostituire il valore P_{22} all'interno dell'equazione (3.13) e analizzando il segno di quest'ultima, in modo tale da aggiornare il nuovo estremo trovato a quello di destra, se il segno dell'equazione risulta *negativo*, altrimenti, in caso di segno *positivo*, si aggiorna l'intervallo di sinistra con il nuovo punto trovato. Ripetendo questo passaggi, il metodo giunge a convergenza identificando il valore $P_{2,ideale}$ che risolve l'equazione (3.13).

4. **Definizione del Rapporto tra P_0 e P_2**

   Infine è stato calcolato, al variare dell'altezza del meato h, sia il rapporto tra la P_{0,F_p} e la P_2, che anche quello tra la $P_{0,G_{out}}$ e sempre la P_2, entrambi di vitale importanza ai fini dell'identificazione della relazione che lega queste due pressioni, affrontata nel paragrafo successivo.

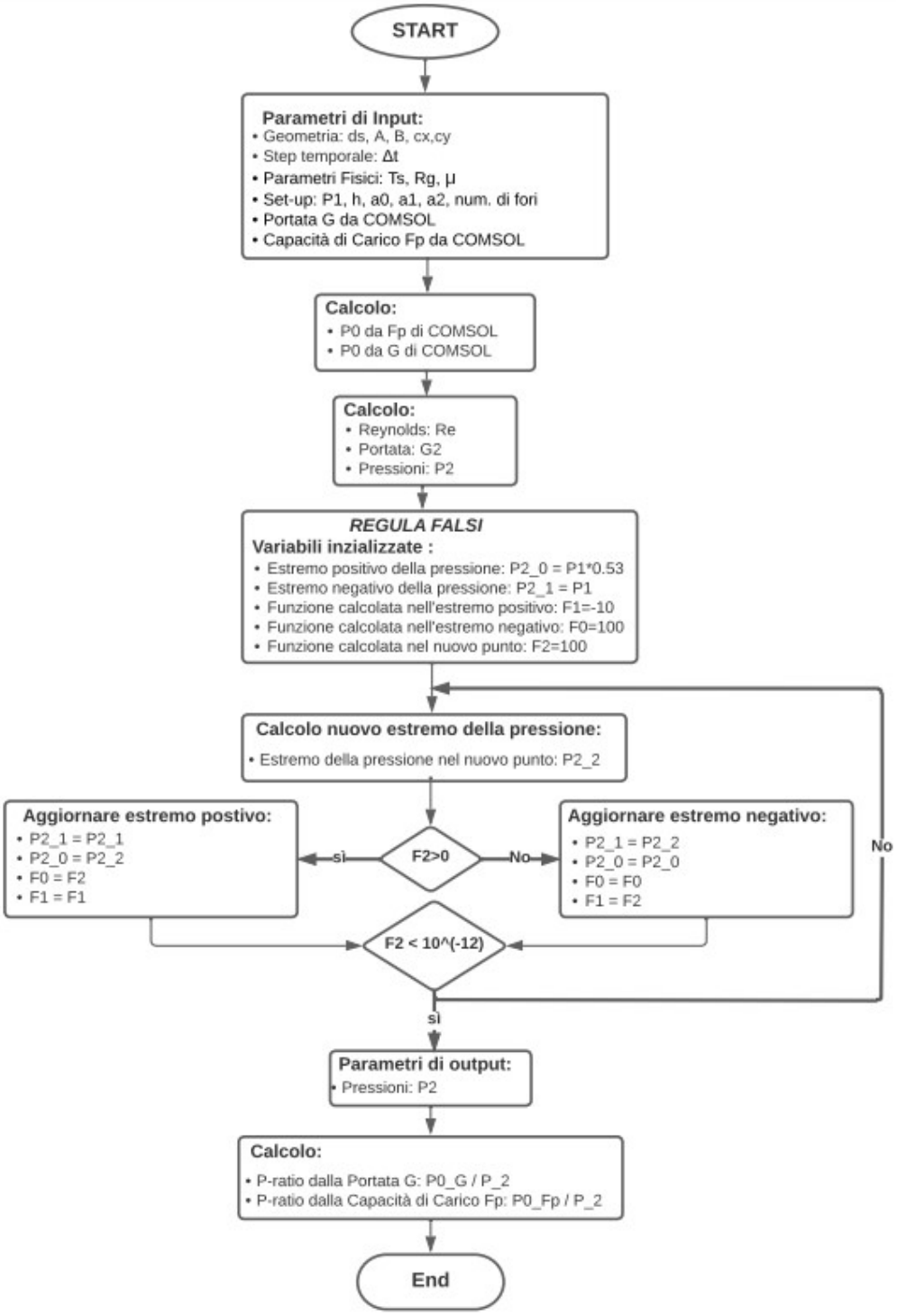

Figura 3.4: Flow chart per l'identificazione delle pressioni equivalenti

3.2.3 Fitting dei risultati ottenuti

L'identificazione della funzione che lega la pressione media P_0 all'interno del volume centrale e la pressione P_2 all'uscita dai fori di alimentazione, rappresenta la parte più' importante di questo modello numerico a parametri concentrati, poiché sia la scelta della tipologia di relazione, che l'individuazione dei coefficienti che la caratterizzano, dipendenti dai parametri caratteristici del pattino, risulta essere davvero complessa e delicata. Nel caso in esame sono state valutate due relazioni diverse, in termini di struttura, e successivamente è stato effettuato un confronto sulla bontà e l'accuratezza di entrambe.

Il modello che permette di identificare i coefficienti che caratterizzano le due equazioni è stato implementato tramite il software MATLAB definendo i seguenti parametri e le seguenti funzioni:

1. Parametro "x" $\Longrightarrow$ Definizione del vettore contente tutte le altezze del meato h, da cui deve dipendere la nostra funzione.

2. Parametro "y" $\Longrightarrow$ Definizione del vettore contente tutti rapporti tra la P_0 e P_2, al variare del gap h, che devono essere interpolati.

3. Funzione "*fitoptions*" $\Longrightarrow$ Definizione della tipologia di metodo utilizzato per linearizzare i dati a disposizione. Inoltre vengono definiti anche i valori di partenza, minimi e massimi che devono assumere i coefficienti che caratterizzano la relazione.

4. Funzione "*fittype*" $\Longrightarrow$ Definizione della forma da dare alla relazione, del numero e denominazione dei coefficienti che compongono quest'ultima.

5. Funzione "*myfit*" $\Longrightarrow$ Assegna i valori, individuati dall'interpolazione dei dati di input, ai coefficienti della relazione.

6. Funzione "*plot*" $\Longrightarrow$ Comparazione dei dati ottenuti dall'interpolazione con quelli di riferimento.

In particolare, come tipologia di metodo utilizzato per la linearizzazione, è stato tirato in causa il **Metodo dei minimi quadrati non lineari**, basato su algoritmi di ricerca delle stime dei minimi quadrati. Nel principio, questo metodo funziona partendo da stime iniziali, approssimate da parametri che vengono corretti in ogni iterazione successiva fino ad ottenere la convergenza sui valori che minimizzano lo scostamento tra i valori osservati e quelli previsti dalla funzione.

1^a Formulazione proposta

La prima analisi è stata svolta utilizzando un relazione composta da un'equazione esponenziale, già trattata da Colombo et al. [29] nello studio di un pattino pneumostatico di forma rettangolare, composto da quattro fori con ragnature. La formulazione è la seguente:

$$P_{ratio|exp} = \frac{P_0}{P_2} = \left(a1 - b1^{\left(\frac{c1}{h}\right)}\right) \tag{3.15}$$

con h espressa in μm.

L'identificazione dei coefficienti $a1$, $b1$ e $c1$ è stata effettuata per le coppie $(P_0, P_2)_{Fp}$ e $(P_0, P_2)_G$ ottenute mediante la procedura descritta in precedenza (par. 3.2.2), a partire dai valori di Capacità di carico F_p e Portata G ottenuti tramite dal modello COMSOL Multiphysics. Dopo le prime simulazioni svolte sul modello, si è constatato che, per ottenere una buona interpolazione, è indispensabile vincolare i valori di partenza, minimi e massimi dei coefficienti che caratterizzano la relazione. Successivamente, grazie a questa ottimizzazione di set up del modello, è stato possibile ottenere i coefficienti che permettono di descrivere al meglio la curva ideale che raffigura il rapporto tra le due pressioni.

La verifica definitiva sulla bontà della relazione in questione e dei suoi coefficienti, verrà effettuata nei paragrafi successivi andando ad inserirli all'interno del modello per il calcolo delle condizioni iniziali e statiche del pattino. Nelle figure a seguire sono stati rappresentati gli andamenti dei coefficienti $a1$ e $b1$ in funzione delle pressioni di alimentazioni P_1 e per i vari diametri dei fori d_s del pattino, in modo tale da rendere ancora più' chiara e comprensibile l'analisi svolta. L'andamento del coefficiente $c1$ non è stato riportato, in quanto rimane costante al variare dei parametri elencati prima ed assume un valore pari a 20.

Coefficiente a1 derivante dalla Capacità di Carico F_p

Coefficiente a1					
P1 Assoluta	**4 bar**	**5 bar**	**6 bar**	**7 bar**	**8 bar**
$\mathbf{d}_s = 0.2mm$	0.401	0.396	0.395	0.395	0.394
$\mathbf{d}_s = 0.5mm$	0.435	0.439	0.445	0.450	0.455
$\mathbf{d}_s = 0.75mm$	0.454	0.461	0.469	0.476	0.483
$\mathbf{d}_s = 1mm$	0.468	0.478	0.488	0.497	0.504

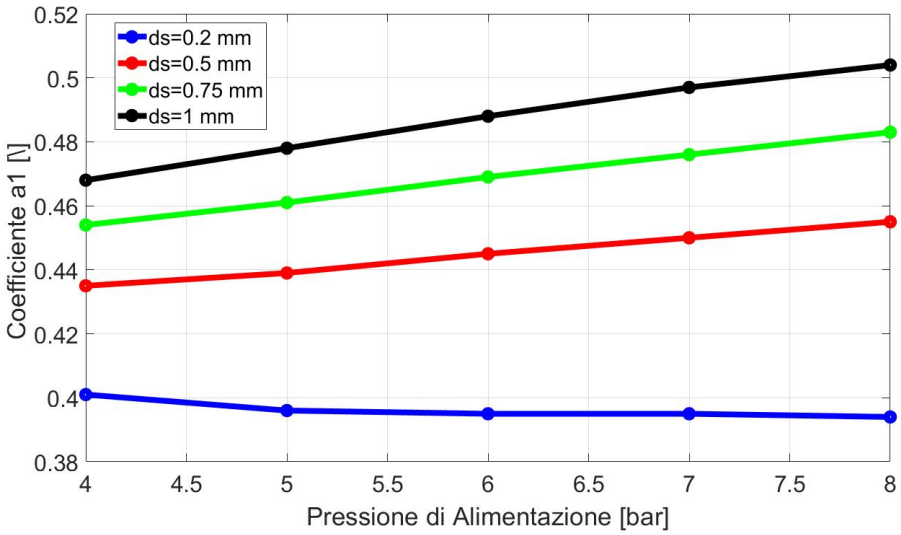

Figura 3.5: Andamento del coefficiente **a1** derivante dalla Capacità di carico F_p

Coefficiente b1 derivante dalla Capacità di Carico F_p

Coefficiente b1					
P1 Assoluta	**4 bar**	**5 bar**	**6 bar**	**7 bar**	**8 bar**
$\mathbf{d}_s = 0.2mm$	0.024	0.053	0.080	0.104	0.123
$\mathbf{d}_s = 0.5mm$	0.015	0.034	0.056	0.078	0.100
$\mathbf{d}_s = 0.75mm$	0.012	0.026	0.043	0.063	0.083
$\mathbf{d}_s = 1mm$	0.010	0.022	0.037	0.054	0.073

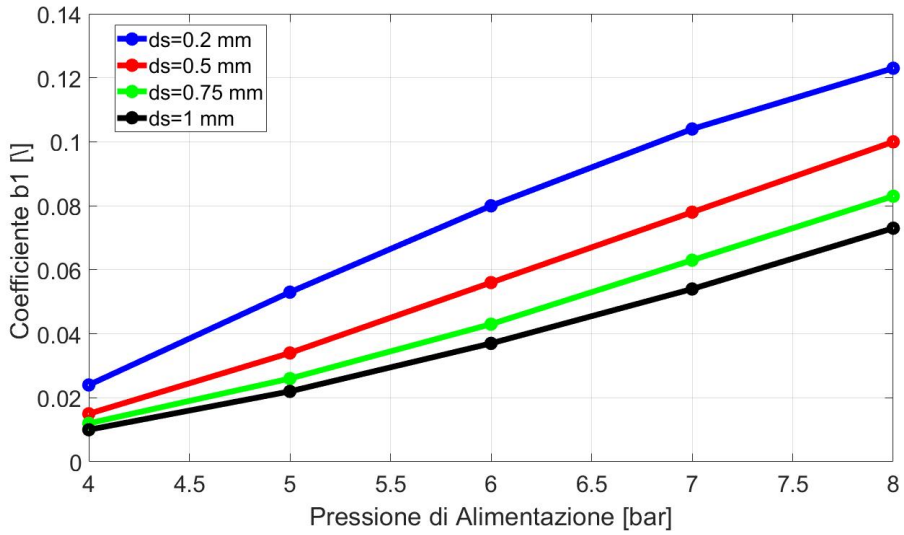

Figura 3.6: Andamento del coefficiente **b1** derivante dalla Capacità di carico F_p

Coefficiente a1 derivante dalla Portata G

Coefficiente a1					
P1 Assoluta	**4 bar**	**5 bar**	**6 bar**	**7 bar**	**8 bar**
$\mathbf{d}_s = 0.2mm$	0.429	0.427	0.426	0.422	0.416
$\mathbf{d}_s = 0.5mm$	0.469	0.474	0.476	0.475	0.471
$\mathbf{d}_s = 0.75mm$	0.491	0.499	0.502	0.501	0.497
$\mathbf{d}_s = 1mm$	0.509	0.519	0.522	0.521	0.516

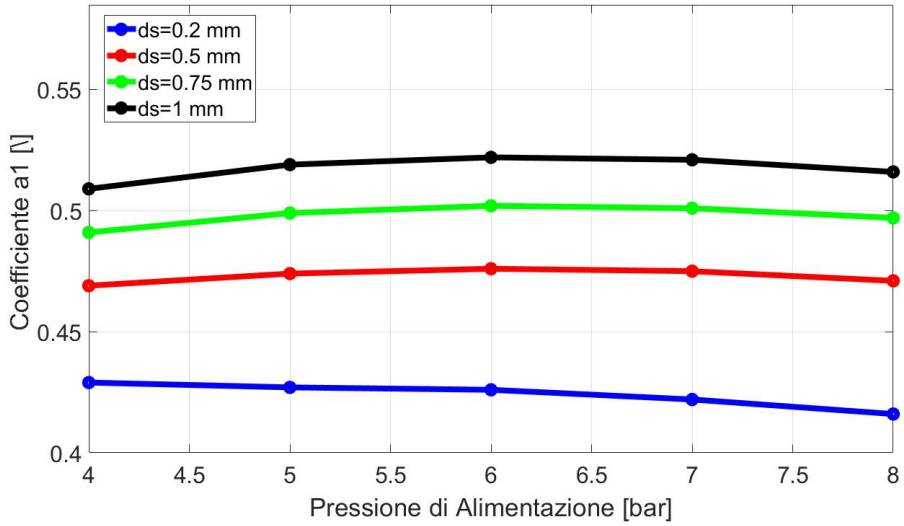

Figura 3.7: Andamento del coefficiente **a1** derivante dalla Portata G

Coefficiente b1 derivante dalla Portata G

Coefficiente b1					
P1 Assoluta	**4 bar**	**5 bar**	**6 bar**	**7 bar**	**8 bar**
$\mathbf{d}_s = 0.2mm$	0.034	0.066	0.093	0.114	0.128
$\mathbf{d}_s = 0.5mm$	0.022	0.041	0.060	0.078	0.093
$\mathbf{d}_s = 0.75mm$	0.017	0.031	0.045	0.059	0.073
$\mathbf{d}_s = 1mm$	0.014	0.025	0.037	0.049	0.060

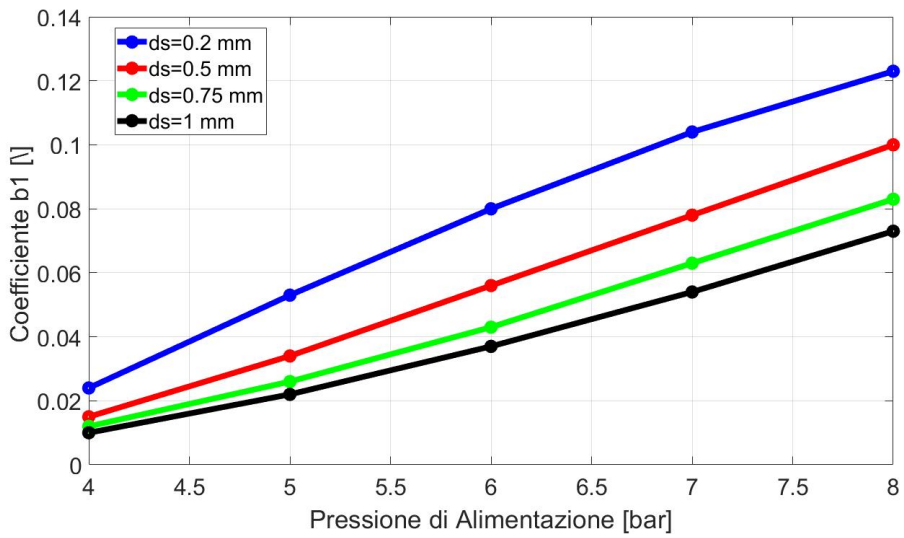

Figura 3.8: Andamento del coefficiente **b1** derivante dalla Portata G

2^a Formulazione proposta

La scelta di optare anche per lo studio di una seconda formulazione, è stata presa per avere un confronto con quella già utilizzata in studi simili da diversi ricercatori [29], in modo tale da capire se sia possibile ottenere maggiore accuratezza per questo tipo di analisi. La seconda formulazione utilizzata per eseguire l'identificazione si rifà alla funzione di Gauss, descritta dall'equazione:

$$P_{ratio|Gauss} = \frac{P_0}{P_2} = \left(a_2 \cdot e^{-\left(\frac{h-b_2}{c_2}\right)^2} \right) \tag{3.16}$$

con h espressa in μm.

Anche in questo caso l'identificazione dei coefficienti $a2$, $b2$ e $c2$ è stata eseguita andando ad interpolare i valori delle pressioni ottenute dalle Capacità di carico F_p e Portate G di COMSOL. A differenza della prima relazione, in questo caso nessun coefficiente è costante al variare dei parametri che caratterizzano il pattino e nelle figure a seguire verranno riportati i medesimi andamenti.

Coefficiente a2 derivante dalla Capacità di Carico F_p

Coefficiente a2					
P1 Assoluta	**4 bar**	**5 bar**	**6 bar**	**7 bar**	**8 bar**
$\mathbf{d}_s = 0.2mm$	0.412	0.413	0.432	0.479	0.614
$\mathbf{d}_s = 0.5mm$	0.439	0.443	0.449	0.457	0.467
$\mathbf{d}_s = 0.75mm$	0.457	0.464	0.472	0.481	0.489
$\mathbf{d}_s = 1mm$	0.471	0.481	0.491	0.501	0.509

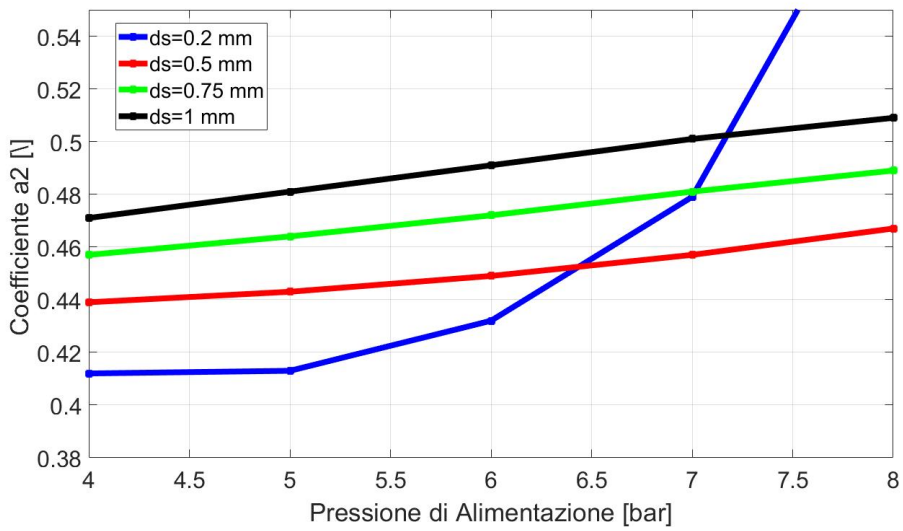

Figura 3.9: Andamento del coefficiente **a2** derivante dalla Capacità di carico F_p

Coefficiente b2 derivante dalla Capacità di Carico F_p

Coefficiente b2					
P1 Assoluta	**4 bar**	**5 bar**	**6 bar**	**7 bar**	**8 bar**
$\mathbf{d}_s = 0.2mm$	-1.166	-1.258	-5.293	-12.83	-27.91
$\mathbf{d}_s = 0.5mm$	3.147	4.365	4.131	3.237	1.622
$\mathbf{d}_s = 0.75mm$	3.903	5.119	4.992	4.363	3.405
$\mathbf{d}_s = 1mm$	4.183	5.443	5.399	4.822	3.975

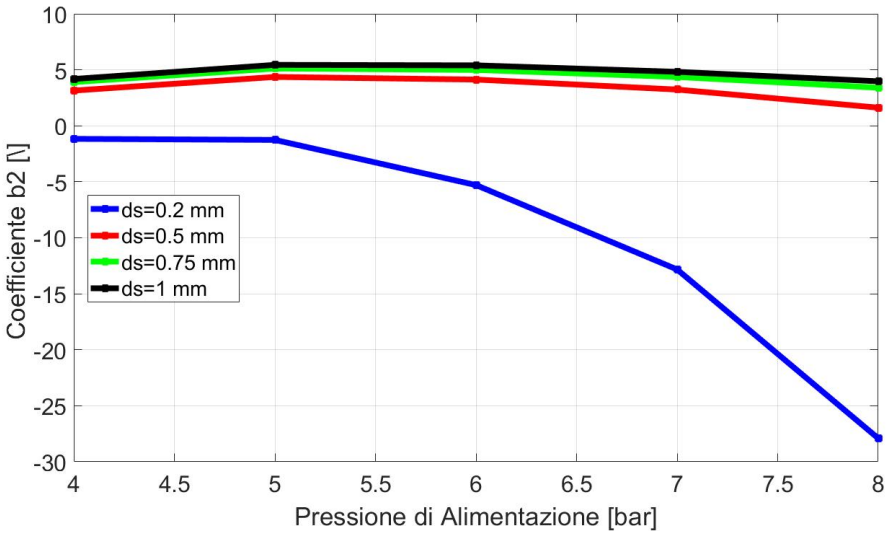

Figura 3.10: Andamento del coefficiente **b2** derivante dalla Capacità di carico F_p

Coefficiente c2 derivante dalla Capacità di Carico F_p

Coefficiente c2					
P1 Assoluta	**4 bar**	**5 bar**	**6 bar**	**7 bar**	**8 bar**
$\mathbf{d}_s = 0.2mm$	68.530	48.5	44.57	46.19	52.800
$\mathbf{d}_s = 0.5mm$	74.420	50.750	41.340	36.880	35.180
$\mathbf{d}_s = 0.75mm$	81.460	56.280	45.680	40.140	37.000
$\mathbf{d}_s = 1mm$	88.090	61.110	49.420	43.220	39.500

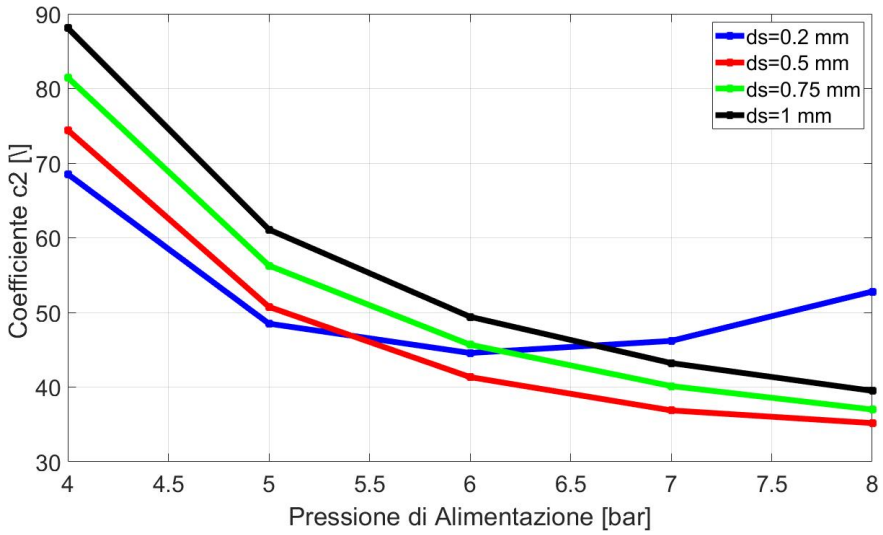

Figura 3.11: Andamento del coefficiente **c2** derivante dalla Capacità di carico F_p

Coefficiente a2 derivante dalla Portata G

Coefficiente a2					
P1 Assoluta	**4 bar**	**5 bar**	**6 bar**	**7 bar**	**8 bar**
$\mathbf{d}_s = 0.2mm$	0.444	0.446	0.456	0.476	0.514
$\mathbf{d}_s = 0.5mm$	0.474	0.478	0.479	0.478	0.476
$\mathbf{d}_s = 0.75mm$	0.495	0.502	0.504	0.503	0.499
$\mathbf{d}_s = 1mm$	0.512	0.521	0.525	0.523	0.519

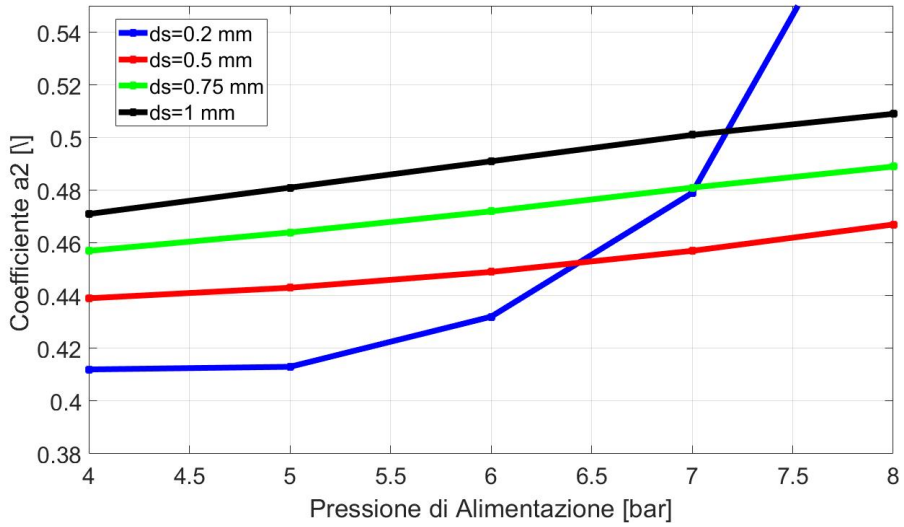

Figura 3.12: Andamento del coefficiente **a2** derivante dalla Portata G

Coefficiente b2 derivante dalla Portata G

Coefficiente b2					
P1 Assoluta	**4 bar**	**5 bar**	**6 bar**	**7 bar**	**8 bar**
$\mathbf{d}_s = 0.2mm$	-2.709	-1.103	-3.044	-6.729	-12.480
$\mathbf{d}_s = 0.5mm$	3.089	4.609	4.950	4.687	3.857
$\mathbf{d}_s = 0.75mm$	3.937	5.323	5.658	5.543	5.131
$\mathbf{d}_s = 1mm$	4.351	5.603	5.921	5.789	5.405

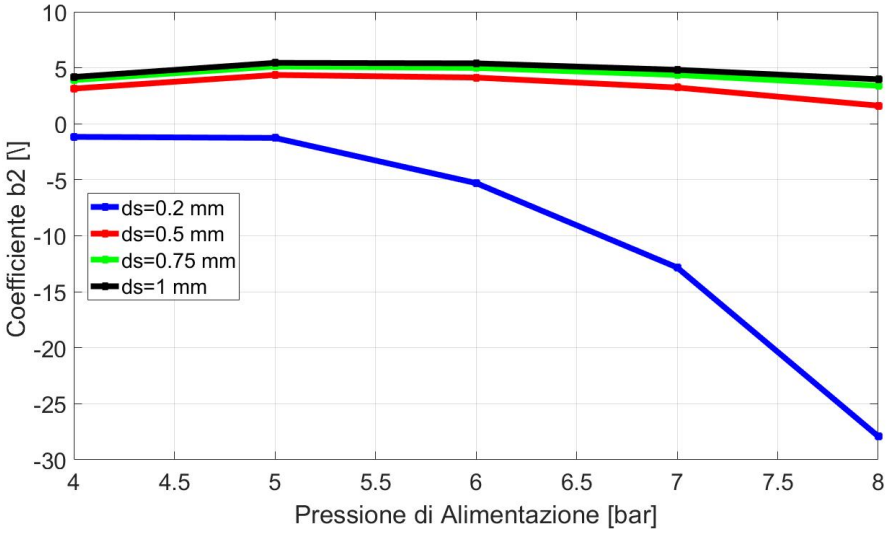

Figura 3.13: Andamento del coefficiente **b2** derivante dalla Portata G

Coefficiente c2 derivante dalla Portata G

Coefficiente c2					
P1 Assoluta	**4 bar**	**5 bar**	**6 bar**	**7 bar**	**8 bar**
$\mathbf{d}_s = 0.2mm$	63.490	45.39	40.8	40.47	42.58
$\mathbf{d}_s = 0.5mm$	66.740	48.160	39.880	35.680	33.900
$\mathbf{d}_s = 0.75mm$	73.420	54.060	45.080	40.020	36.990
$\mathbf{d}_s = 1mm$	79.120	59.350	49.740	44.240	40.720

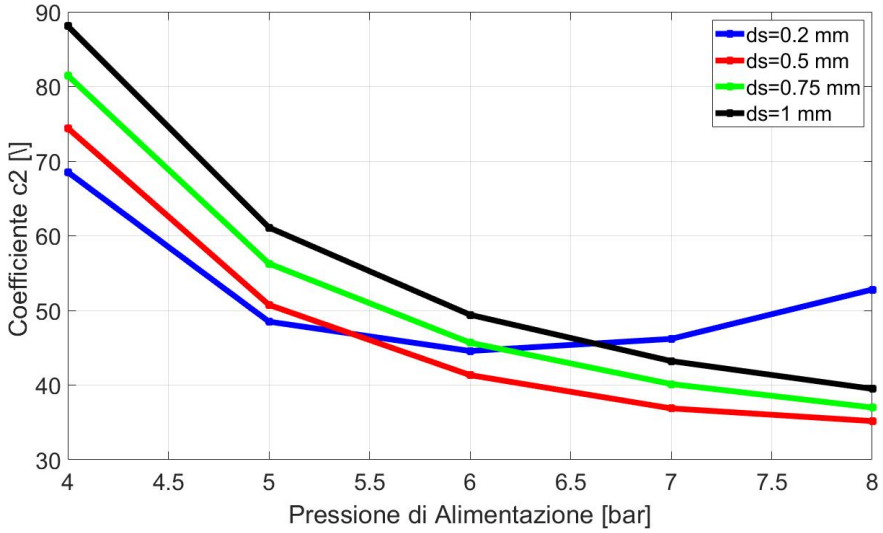

Figura 3.14: Andamento del coefficiente **c2** derivante dalla Portata G

3.2.4 Confronto delle formulazioni proposte

E' possibile svolgere una prima analisi, ma non definitiva, su quale sia la migliore relazione, delle due proposte, da utilizzare ai fini dell'identificazione. In figura 3.15 è stato rappresentato il confronto tra le due relazioni rispetto a quella di riferimento, per una pressione di alimentazione $P_1 = 7$ bar assoluti, per un diametro dei fori di alimentazione $d_s = 1$ mm e con coefficienti identificati dalla Capacità di carico F_p. Possiamo notare come le due formulazioni si comportano in maniera efficace al variare dell'altezza del meato h, però si nota un andamento molto più performante della relazione gaussiana soprattutto per bassi valori di meato d'aria fino ad arrivare ad altezze di 16-18 μm.

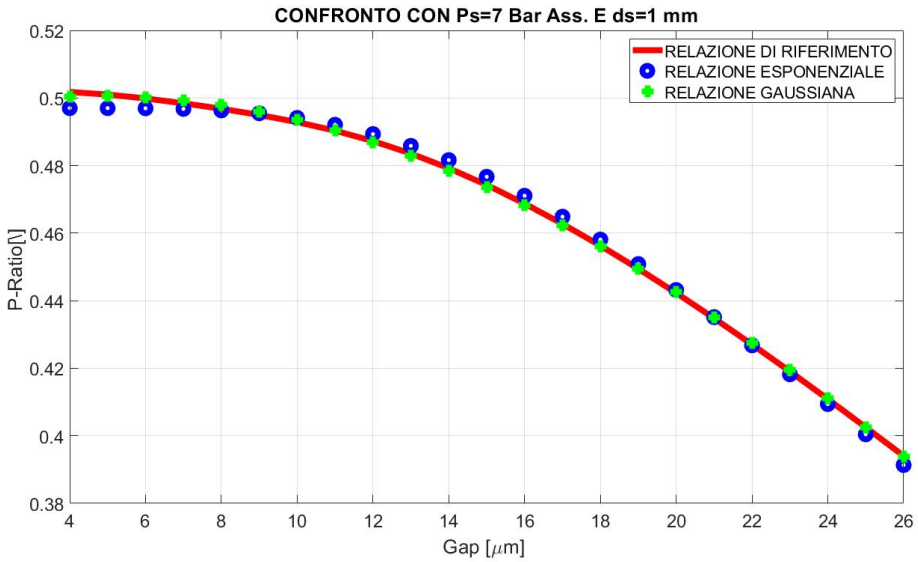

Figura 3.15: Confronto tra la relazione esponenziale e quella gaussiana

Il decisione definita sulla scelta della migliore relazione tra le due, verrà presa dopo aver analizzato i parametri di output calcolati dal modello per le determinazioni delle condizioni iniziali e statiche.

3.2.5 Procedura iterativa per determinare le condizioni iniziali

Il modello del sistema a parametri concentrati è implementato in Matlab utilizzando il metodo di Eulero esplicito e simulando il riempimento delle capacità del sistema. Il riempimento delle capacità è simulato risolvendo le equazioni di Reynolds tempo dipendenti ipotizzando uno step temporale pari a 10^{-7}. Il metodo di Eulero esplicito serve per discretizzare le equazioni di continuità utilizzate in questo studio, poichè esse sono tempo dipendenti e di seguito vengono riportate le assunzioni di tale metodo:

$$\dot{y}(t) = \frac{dy}{dt} = \frac{y(t+\Delta t) - y(t)}{\Delta t} \tag{3.17}$$

$$\ddot{y}(t) = \frac{d\dot{y}(t)}{dt} = \frac{y(t+1) - 2y(t) + y(t-1)}{\Delta t^2} \tag{3.18}$$

Per la determinazione dei valori, quali : F_{p0}, G_{20}, P_{00}, P_{20}, si considera un valore dell'altezza del meato iniziale $h = 4\ \mu m$. Inoltre per poter calcolare le varie grandezze utilizzeremo i parametri di input descritti nel paragrafo (3.2.2).

Per poter procedere con il processo iterativo è necessario inizializzare i valori di alcuni parametri quali la pressione P_2 a valle dei fori di alimentazione e le portate che li attraversano G_2, la portata sotto il pattino G_{out}, la capacità di carico F_p, il numero di Reynolds Re e gli errori calcolati sulle Portate err_G e sulla Capacità di Carico err_F. Le formulazioni che caratterizzano i due errori sono le seguenti:

- $$err_G = \frac{G_{in} - G_{out}}{G_{out}} \tag{3.19}$$

- $$err_F = \frac{F_p{}^{i} - F_p{}^{i-1}}{F_p{}^{i-1}} \tag{3.20}$$

Adesso andremo a definire le variabili da inizializzare:

- $F_p = 0$;
- $err_G = 0$;
- $err_F = 0$;
- $Re = 0$;
- $G_2 = 0$;

- $G_{out} = 0$;
- $P_2 = P_1$;

L'inizializzazione delle variabili delle condizioni iniziali è necessaria per sviluppare l'intera procedura iterativa infatti basta considerare per esempio ad una delle due relazioni che legano la P_2 e la P_0 o all'equazione utilizzata per il calcolo della P_0:

$$P_0(i+1) = P_0(i) + (G_{in} - G_{out}) \cdot \frac{R_g T_s dt}{V_2} \tag{3.21}$$

Come si può notare dalla formula, per poter determinare la pressione $P_0(2)$ nella prima iterazione ($i = 1$), è necessario conoscere la pressione $P_0(1)$, calcolata dalla relazione con il valore di P_2 inizializzato.

Avendo definito le condizioni di inizializzazione delle variabili, il passo successivo è quello di procedere con il calcolo delle varie grandezze tramite le equazioni precedentemente elencate. La logica e l'ordine da seguire per le varie equazioni è la seguente:

1. Calcolo della portata G_2 che attraversa ogni foro di alimentazione, verificando se si è in condizione di flusso sonico o subsonico;
2. Calcolo della portata G_{out} in uscita dal meato d'aria h;
3. Risoluzione delle equazioni tempo dipendenti per il calcolo della pressione media P_0 all'interno del volume centrale del pattino:

$$P_0 = P_0 + (n_{fori} \cdot G_2 - G_{out}) \cdot \frac{Rg \cdot Ts \cdot dt}{V0} \tag{3.22}$$

4. Calcolo della pressione P_2 di uscita dai fori di alimentazione, attraverso la relazione che la lega con la P_0:

$$P_2 = \frac{P_0}{a0 - a1\frac{a2}{h0 \cdot 1e6}} \tag{3.23}$$

5. Calcolo della Capacità di carico F_p;
6. Verifica dei limiti di convergenza attraverso gli errori calcolati sulle portate e sulla forza:

- $$err_G < 10^{-6} \tag{3.24}$$
- $$err_F < 10^{-6} \tag{3.25}$$

Dopo aver soddisfatto le condizioni di convergenza, attraverso le condizioni iniziali appena calcolate, si procede con il calcolo delle caratteristiche statiche del cuscinetto. E' stato realizzato anche un algoritmo, per rendere più comprensibile il funzionamento del modello, come si può vedere dalla figura 3.16.

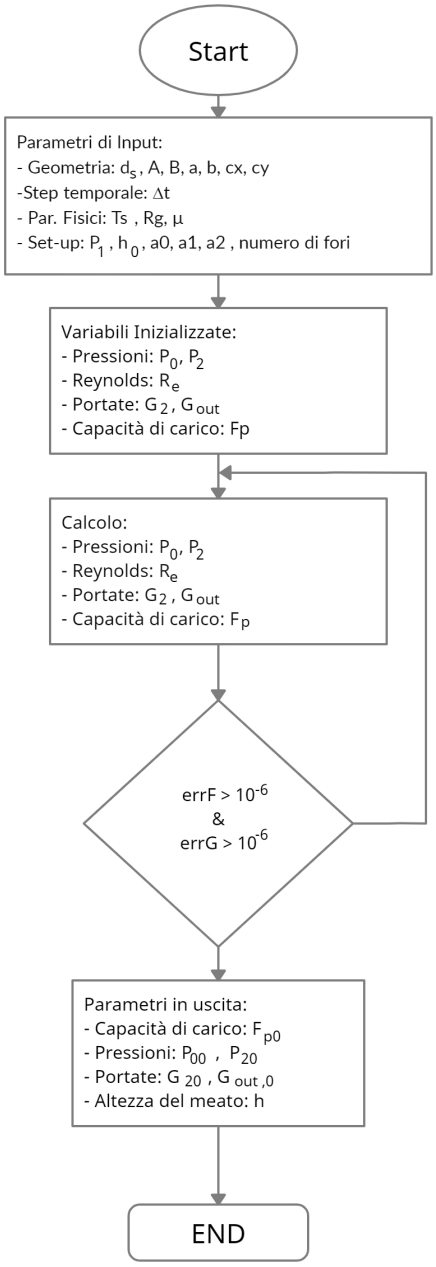

Figura 3.16: Flow chart per il calcolo delle condizioni iniziali

3.2.6 Procedura iterativa per determinare le condizioni statiche

Determinate le condizioni iniziali F_{p0}, P_{00}, P_{20}, g_{20}, G_{out} e h, si utilizzano questi parametri come input per la seconda parte della procedura iterativa ovvero per determinare le condizioni statiche. Questi parametri definiscono le condizioni iniziali di questa seconda procedura e il valore dell'altezza del meato d'aria h che garantisce l'equilibrio del pattino è iterativamente calcolato nel dominio del tempo simulando l'applicazione di uno step di forza ΔF. Date le condizioni iniziali e lo step di forza, la forza esterna applicata sul pattino è calcolata come segue:

$$F_i^{ext} = F_{p0} - i\Delta F \tag{3.26}$$

dove i = 0,1,2,3,...,i_{max} è il numero di punti sulle curve caratteristiche che vogliamo calcolare. In ogni step iterativo il valore di equilibrio dell'altezza del meato h è calcolata considerando l'equazione di equilibrio del pattino tramite il metodo di Eulero esplicito, ovvero:

$$F^{ext} = F_p - m\ddot{h} \tag{3.27}$$

Che si traduce tramite il metodo di Eulero esplicito nella seguente equazione nel dominio del tempo:

$$h(t+1) = 2h(t) - h(t-1) + \frac{F_p - F_{ext}}{F_{ext}}\Delta t^2 \tag{3.28}$$

dove m è la massa supportata dal pattino calcolabile con la seguente formulazione:

$$m = \frac{F_{ext}}{g} \tag{3.29}$$

con g pari all'accelerazione di gravità. Il flusso logico seguito per le grandezze statiche è molto simile a quello utilizzato per determinare le grandezze iniziali.

L'ordine da seguire è il seguente:

1. Calcolo della portata G_2 che attraversa ogni foro di alimentazione;
2. Calcolo della portata G_{out} in uscita dal meato d'aria h;
3. Risoluzione delle equazioni tempo dipendenti per il calcolo della pressione media P_0 all'interno del volume centrale del pattino:

$$P_0 = P_0 + \left(\left(n_{fori} \cdot G_2 - G_{out} \right) \cdot \frac{Rg \cdot Ts}{V0} + \frac{h - h_{old}}{dt} \cdot \frac{P_0}{h} \right) \cdot dt \tag{3.30}$$

4. Calcolo della pressione P_2 di uscita dai fori di alimentazione, attraverso la relazione che la lega con la P_0:

$$P_2 = \frac{P_0}{a0 - a1^{\frac{a2}{h \cdot 1e6}}} \tag{3.31}$$

5. Calcolo della Capacità di carico F_p;
6. Risoluzione delle equazioni tempo dipendenti per il calcolo del valore di equilibrio dell'altezza del meato h;
7. Verifica dei limiti di convergenza attraverso gli errori calcolati sulle portate e sulla forza:

- $$err_G = \frac{G_{in} - G_{out}}{G_{out}} < 10^{-4} \tag{3.32}$$
- $$err_F = \frac{{F_p}^i - {F_p}^{i-1}}{{F_p}^{i-1}} < 10^{-4} \tag{3.33}$$

Se queste condizioni sono simultaneamente soddisfatte si può procedere al calcolo del punto di funzionamento successivo, incrementando il valore dell'indice i. Tramite questa procedura è possibile calcolare le curve statiche del pattino pneumostatico.

È importante osservare che la discretizzazione delle curve caratteristiche del pattino dipendono sia dallo step di forza ΔF ipotizzato e sia dal valore di i_{max}. Anche per questo modello è stato realizzato un Flow chart che riporta il funzionamento di quanto descritto durante tutta la procedura, illustrato in figura 3.17.

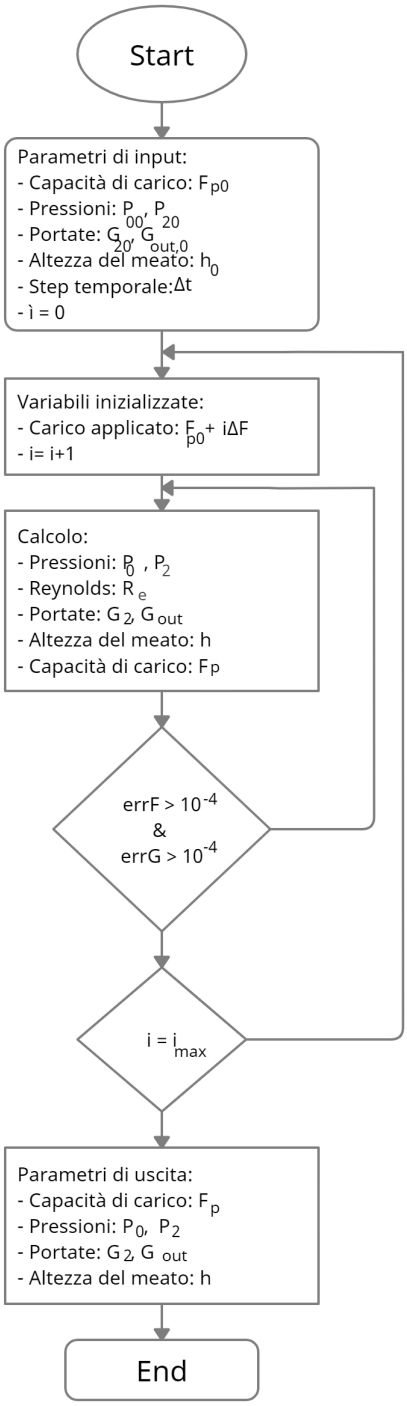

Figura 3.17: Flow chart per il calcolo delle condizioni statiche

Capitolo 4

Validazione del Modello proposto

In questo capitolo andremo a riportare i risultati ottenuti grazie all'identificazione svolta con il modello a parametri concentrati e li compareremo con quelli a parametri distribuiti, ottenuti con il software COMSOL Multiphysics, il quale, come abbiamo già annunciato, permette di andare a simulare il comportamento reale del pattino pneumostatico a geometria rettangolare.

4.1 Introduzione

Una volta determinato il comportamento reale del pattino, simulato con COMSOL, si è passati alla comparazione degli andamenti reali di Portata G e Capacità di Carico F_p ottenuti dal modello a parametri distribuiti con quelli analitici ottenuti tramite il modello a parametri concentrati, implementato in MATLAB, in modo tale da valutare la validità di quest'ultimo. Le comparazioni sono state suddivise in base al diametro dei fori di alimentazione d_s, e poi all'interno di ognuno di essi vi sarà l'andamento della Portata G e della Capacità di Carico F_p per ogni pressione di alimentazione P_1 adottata.

4.2 Caratteristiche statiche per un diametro dei fori d_s=0.2 mm

Comparazione degli andamenti della Portata G e Capacità di Carico F_p con P_1= 4 bar

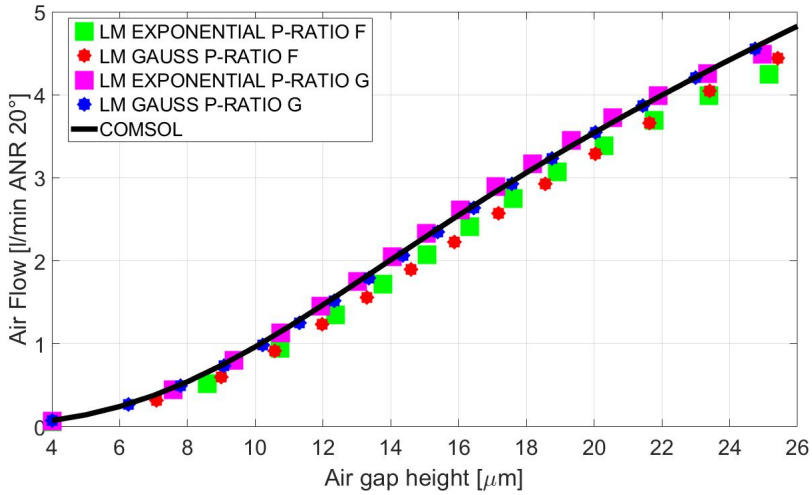

Figura 4.1: Andamento della Portata G per un ds=0.2 mm e una P_1= 4 bar.

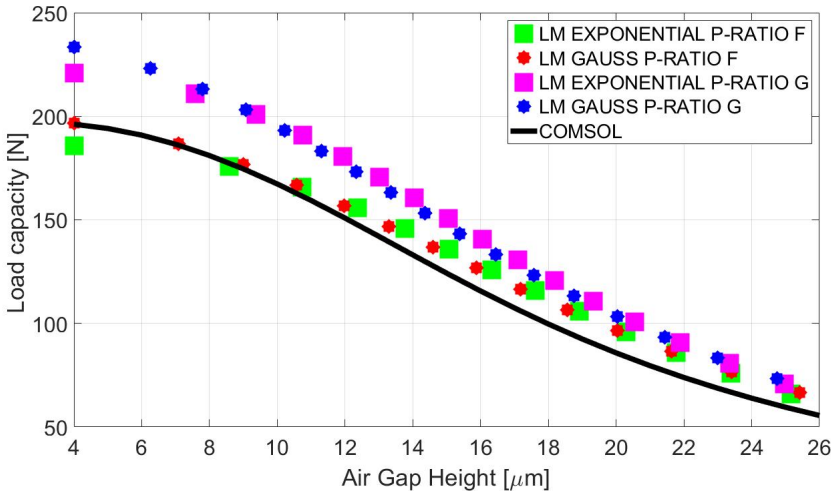

Figura 4.2: Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.2 mm e una P_1= 4 bar.

Comparazione degli andamenti della Portata G e Capacità di Carico F_p con P_1= 5 bar

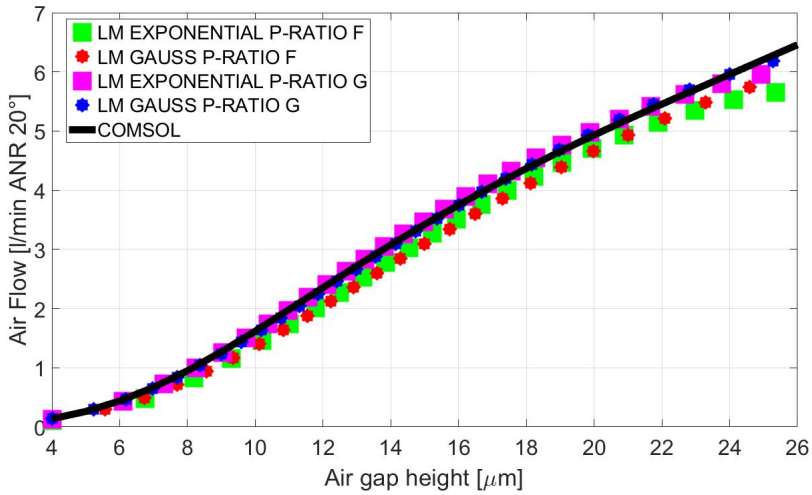

Figura 4.3: Andamento della Portata G per un ds=0.2 mm e una P_1= 5 bar.

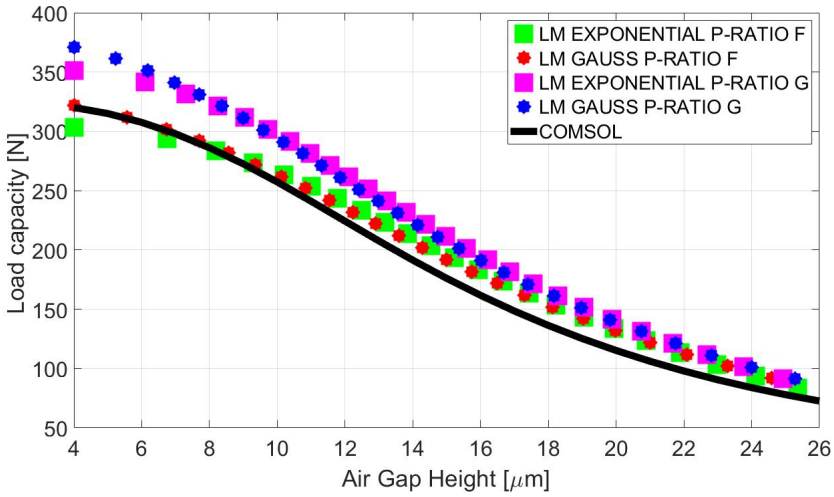

Figura 4.4: Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.2 mm e una P_1= 5 bar.

Comparazione degli andamenti della Portata G e Capacità di Carico F_p con P_1= 6 bar

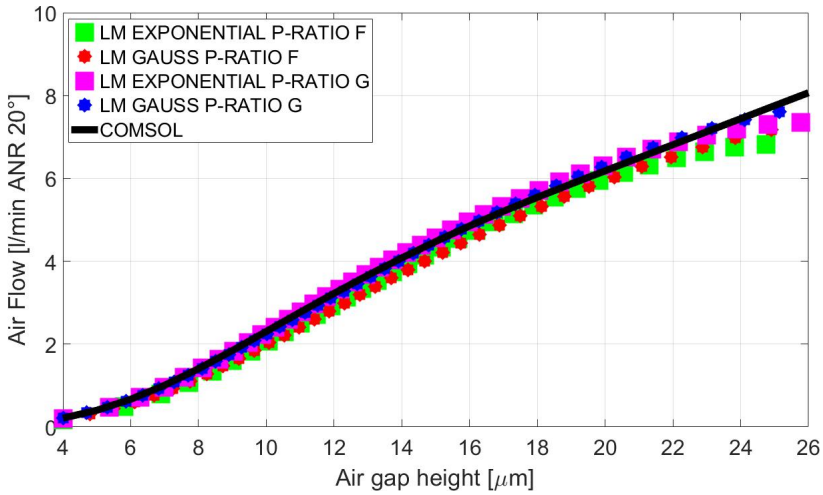

Figura 4.5: Andamento della Portata G per un ds=0.2 mm e una P_1= 6 bar.

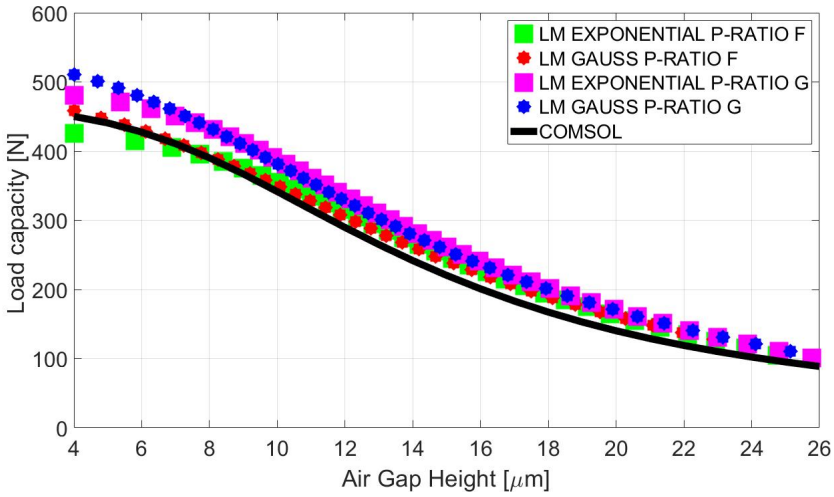

Figura 4.6: Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.2 mm e una P_1= 6 bar.

Comparazione degli andamenti della Portata G e Capacità di Carico F_p con P_1= 7 bar

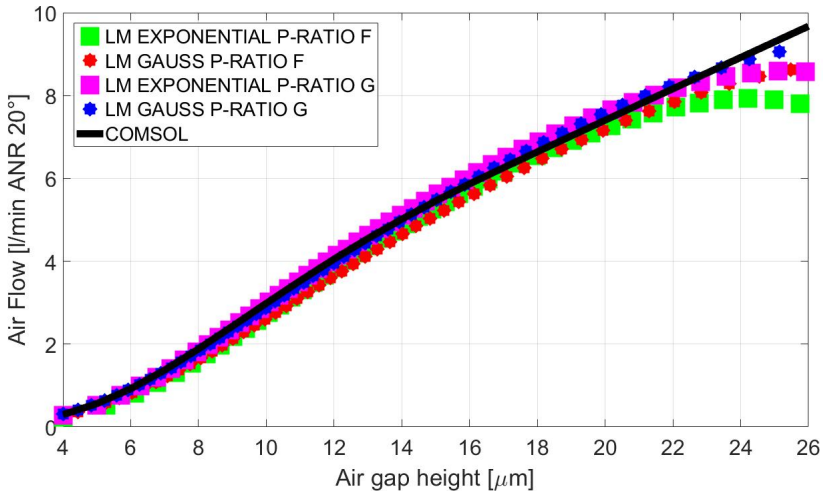

Figura 4.7: Andamento della Portata G per un ds=0.2 mm e una P_1= 7 bar.

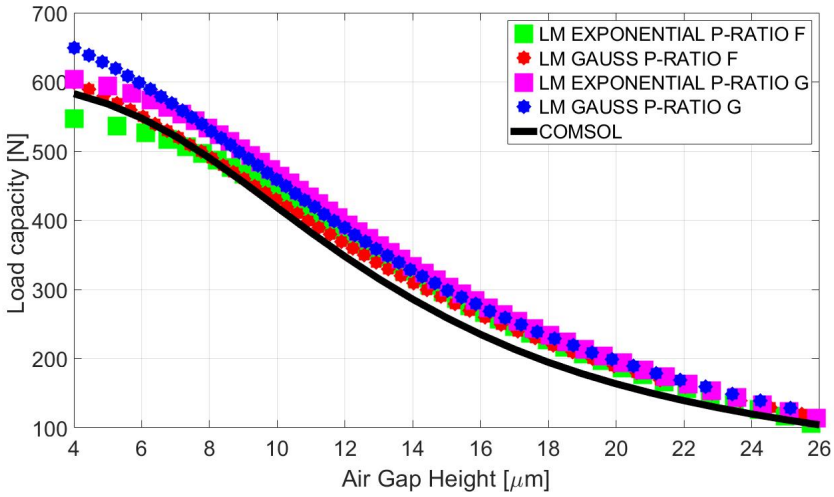

Figura 4.8: Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.2 mm e una P_1= 7 bar.

Comparazione degli andamenti della Portata G e Capacità di Carico F_p con P_1= 8 bar

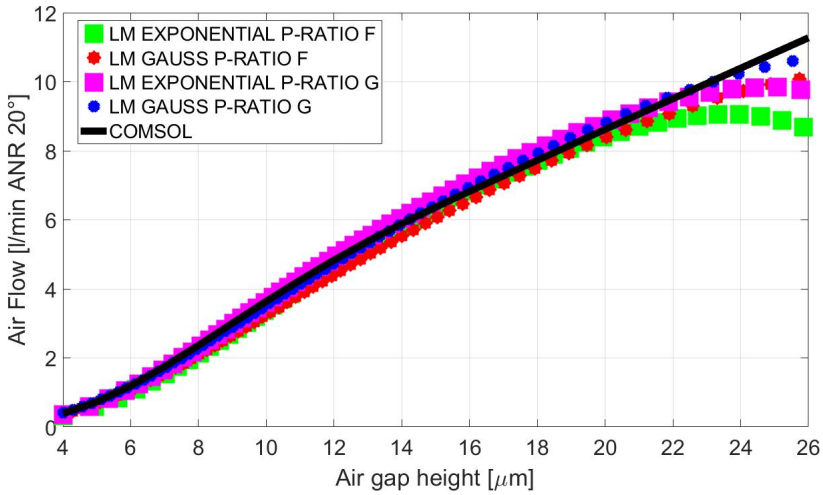

Figura 4.9: Andamento della Portata G per un ds=0.2 mm e una P_1= 8 bar.

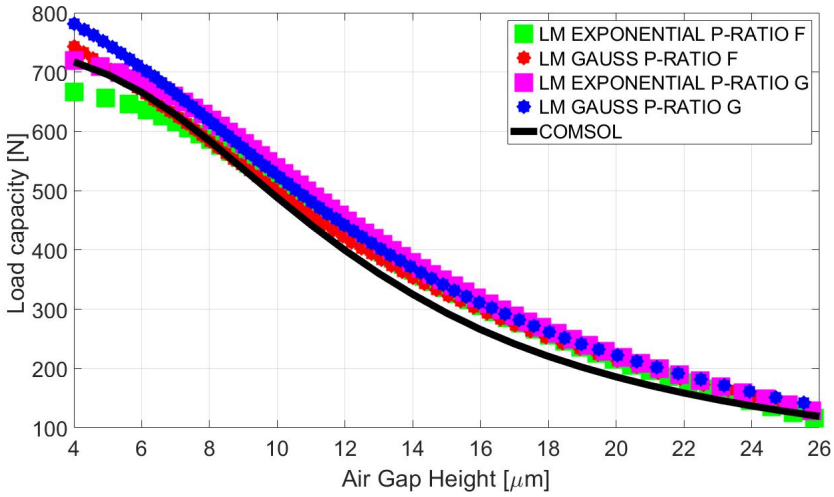

Figura 4.10: Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.2 mm e una P_1= 8 bar.

4.3 Caratteristiche statiche per un diametro dei fori d_s=0.5 mm

Comparazione degli andamenti della Portata G e Capacità di Carico F_p con P_1= 4 bar

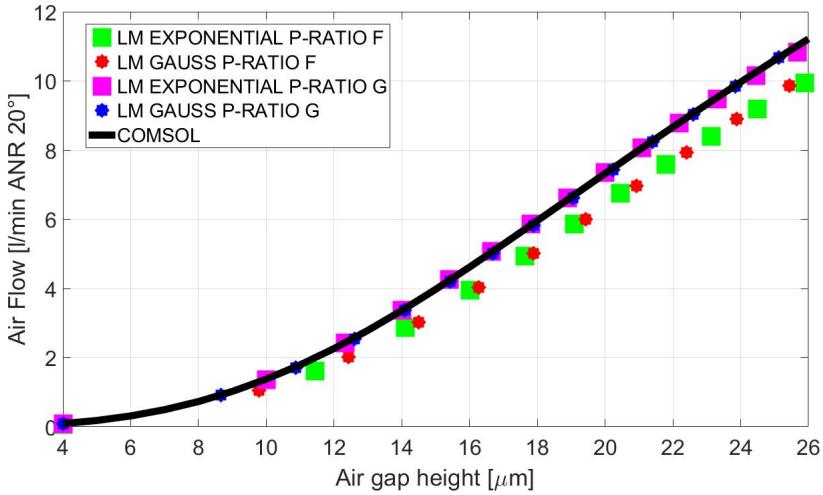

Figura 4.11: Andamento della Portata G per un ds=0.5 mm e una P_1= 4 bar.

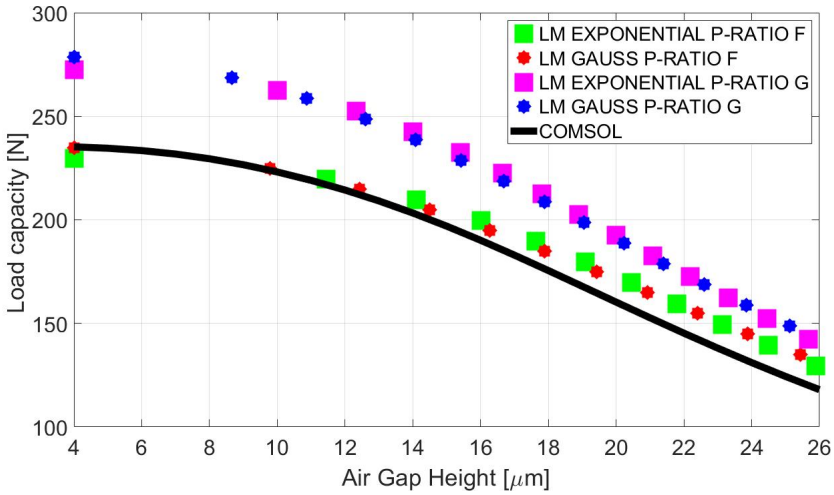

Figura 4.12: Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.5 mm e una P_1= 4 bar.

Comparazione degli andamenti della Portata G e Capacità di Carico F_p con P_1= 5 bar

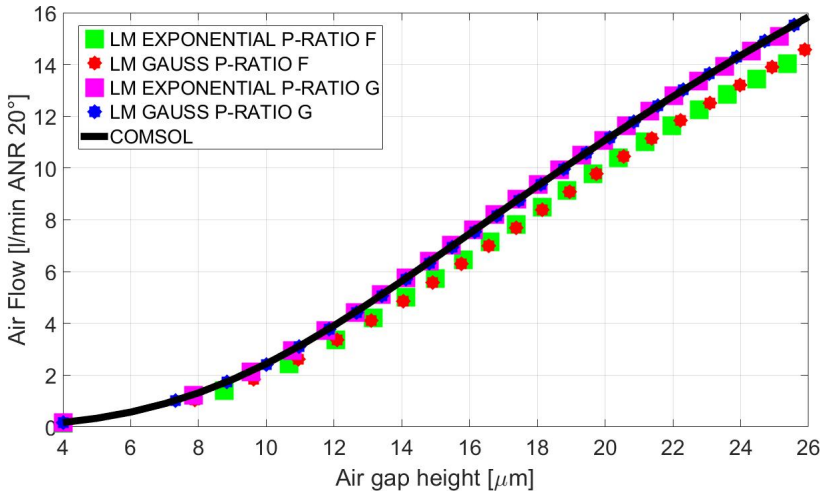

Figura 4.13: Andamento della Portata G per un ds=0.5 mm e una P_1= 5 bar.

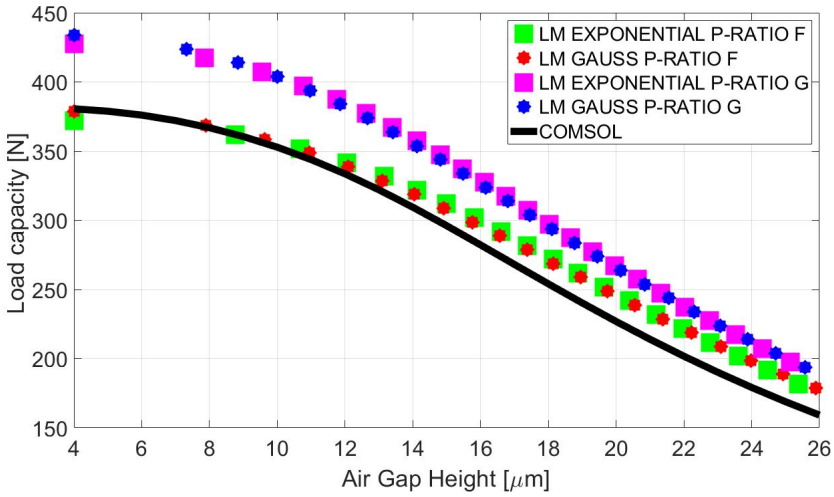

Figura 4.14: Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.5 mm e una P_1= 5 bar.

Comparazione degli andamenti della Portata G e Capacità di Carico F_p con P_1= 6 bar

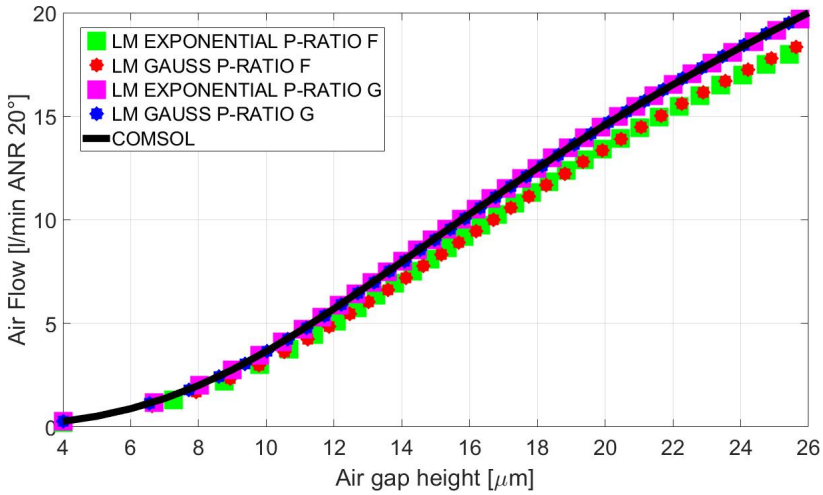

Figura 4.15: Andamento della Portata G per un ds=0.5 mm e una P_1= 6 bar.

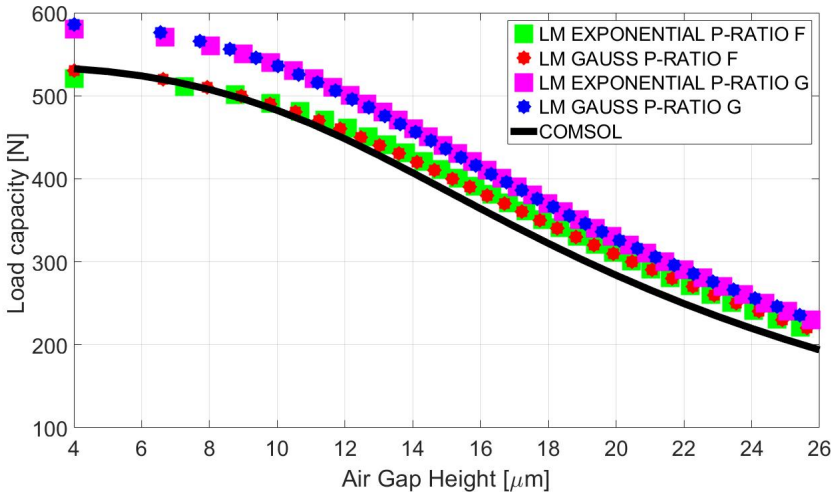

Figura 4.16: Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.5 mm e una P_1= 6 bar.

Comparazione degli andamenti della Portata G e Capacità di Carico F_p con P_1= 7 bar.

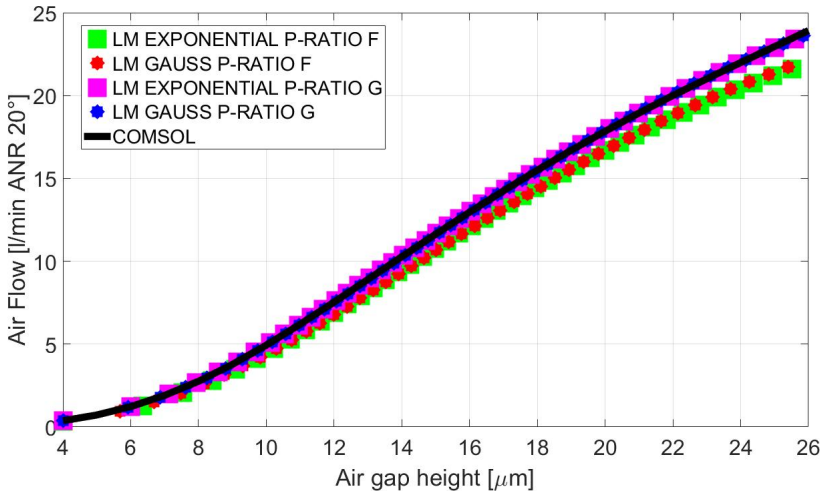

Figura 4.17: Andamento della Portata G per un ds=0.5 mm e una P_1=7 bar.

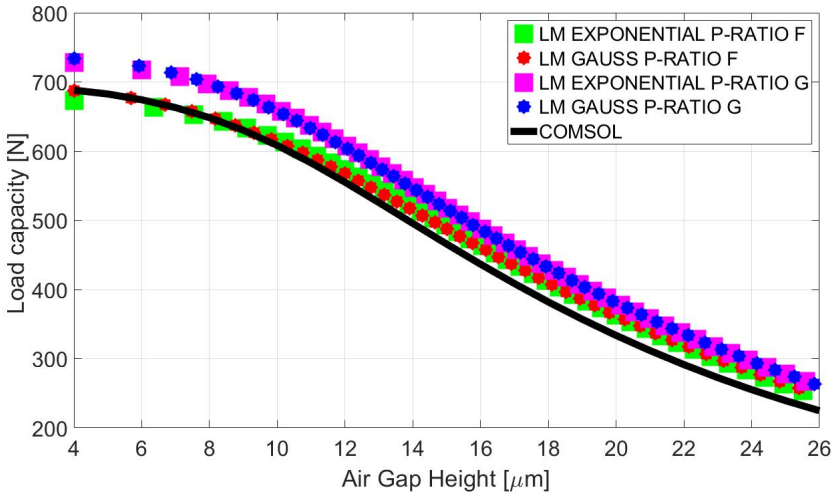

Figura 4.18: Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.5 mm e una P_1= 7 bar.

Comparazione degli andamenti della Portata G e Capacità di Carico F_p con P_1= 8 bar

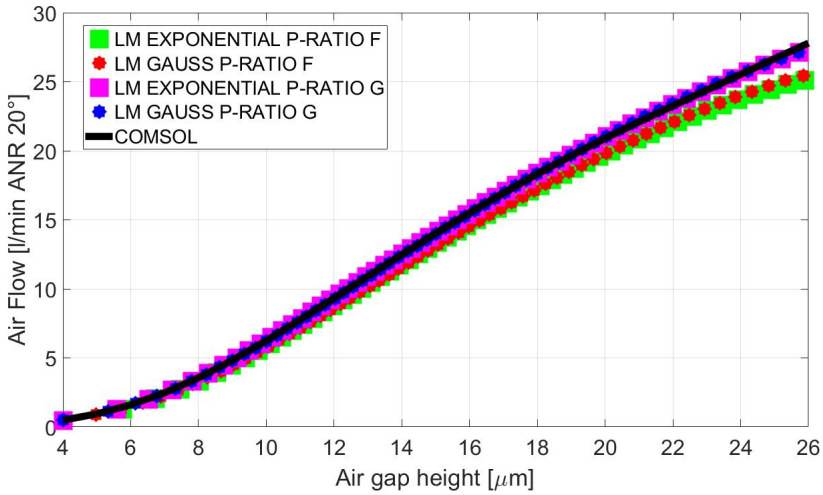

Figura 4.19: Andamento della Portata G per un ds=0.5 mm e una P_1= 8 bar.

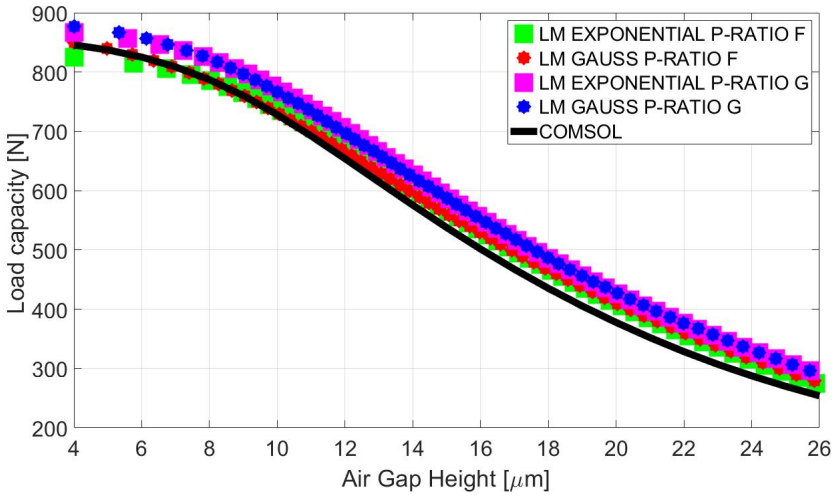

Figura 4.20: Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.5 mm e una P_1= 8 bar.

4.4 Caratteristiche statiche per un diametro dei fori d_s=0.75 mm

Comparazione degli andamenti della Portata G e Capacità di Carico F_p con P_1= 4 bar

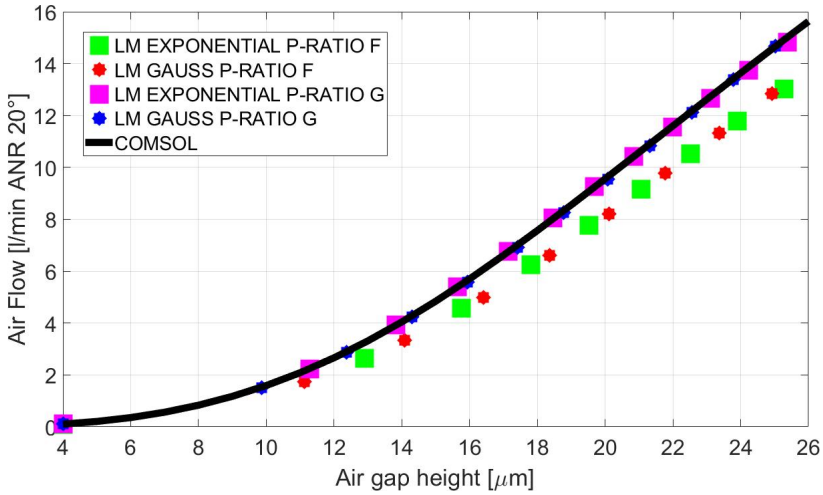

Figura 4.21: Andamento della Portata G per un ds=0.75 mm e una P_1= 4 bar.

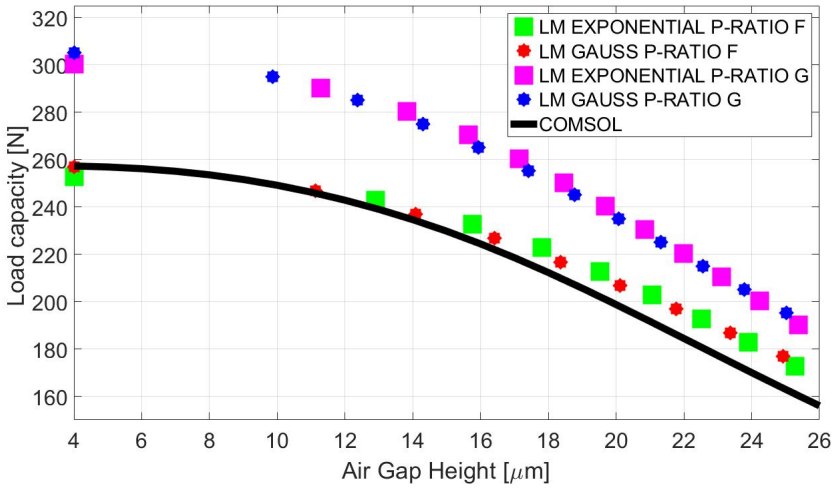

Figura 4.22: Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.75 mm e una P_1= 4 bar.

Comparazione degli andamenti della Portata G e Capacità di Carico F_p con P_1= 5 bar

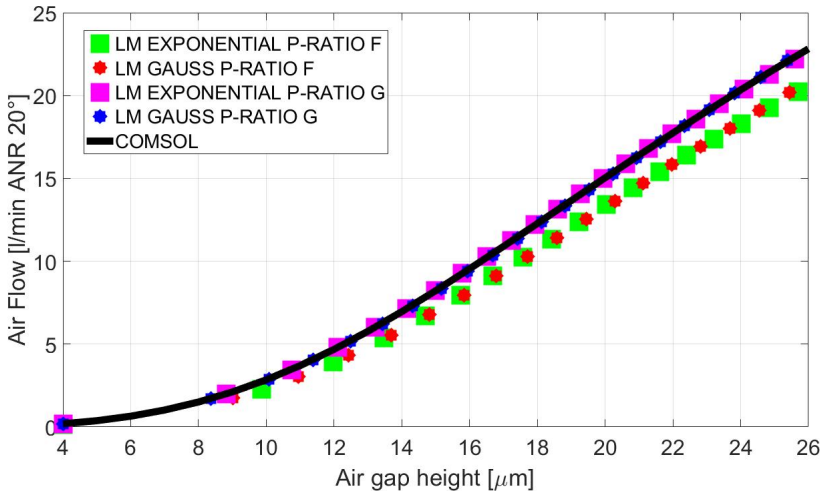

Figura 4.23: Andamento della Portata G per un ds=0.75 mm e una P_1= 5 bar.

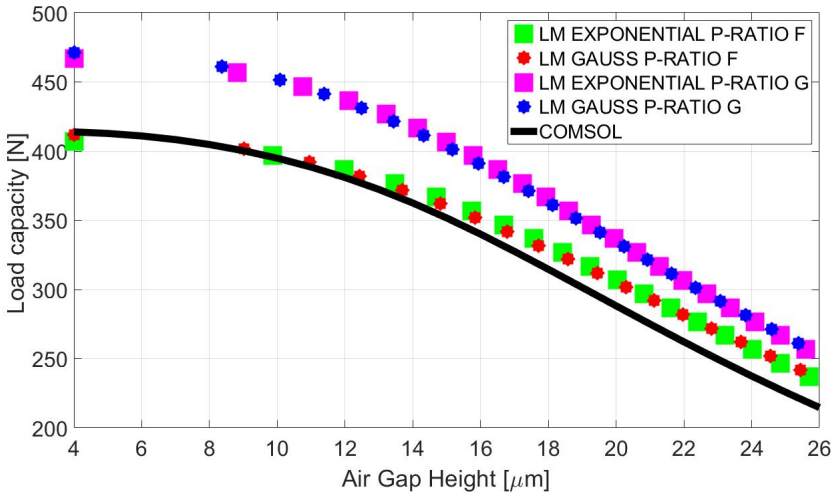

Figura 4.24: Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.75 mm e una P_1= 5 bar.

Comparazione degli andamenti della Portata G e Capacità di Carico F_p con P_1= 6 bar

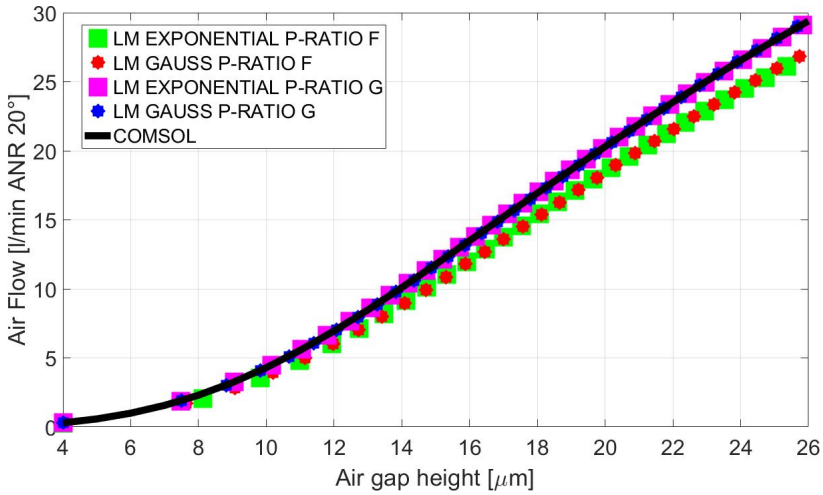

Figura 4.25: Andamento della Portata G per un ds=0.75 mm e una P_1= 6 bar.

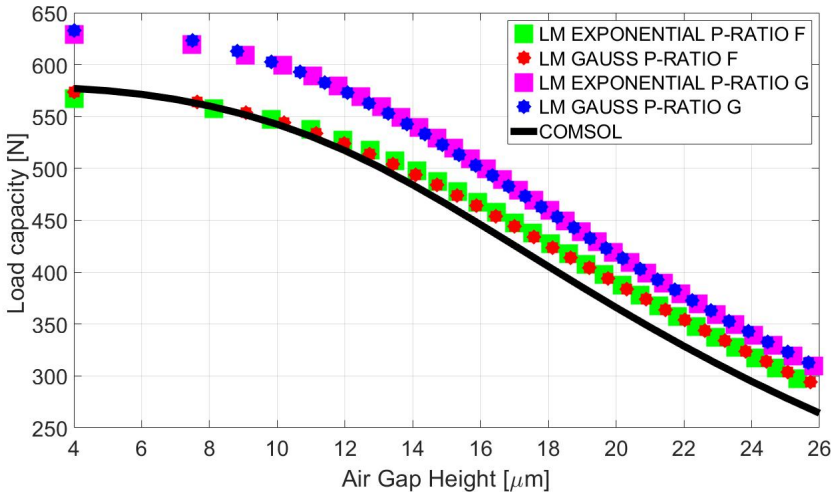

Figura 4.26: Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.75 mm e una P_1= 6 bar.

Comparazione degli andamenti della Portata G e Capacità di Carico F_p con P_1= 7 bar

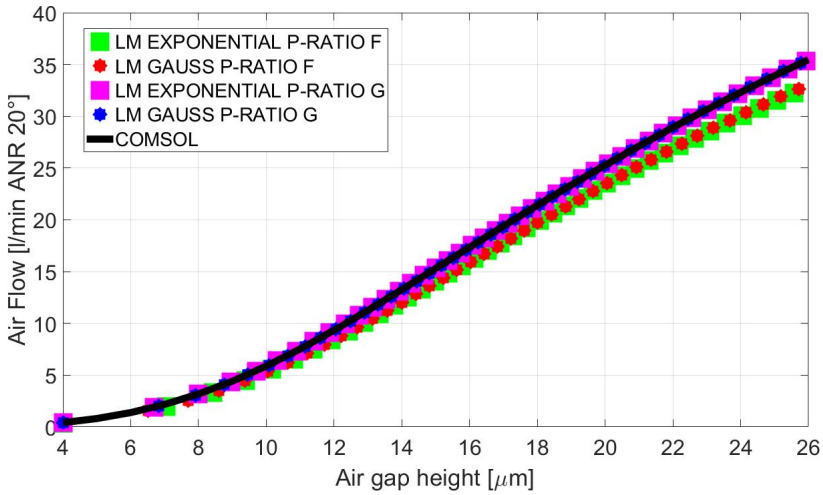

Figura 4.27: Andamento della Portata G per un ds=0.75 mm e una P_1= 7 bar.

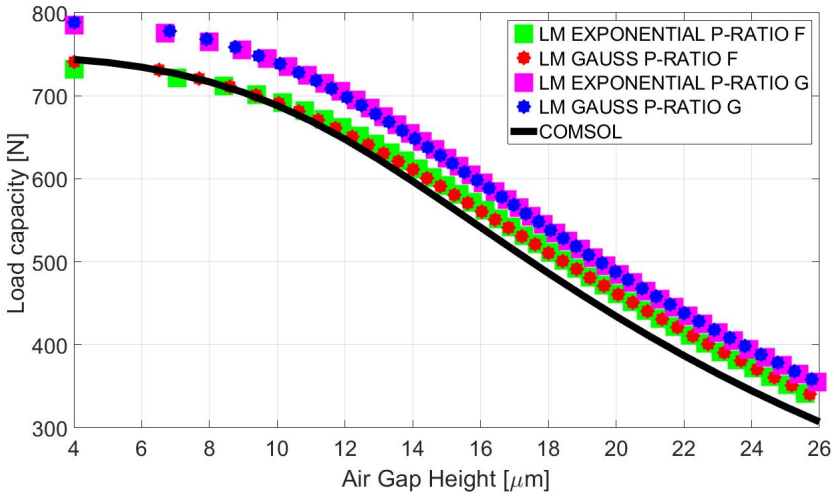

Figura 4.28: Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.75 mm e una P_1= 7 bar.

Comparazione degli andamenti della Portata G e Capacità di Carico F_p con P_1= 8 bar

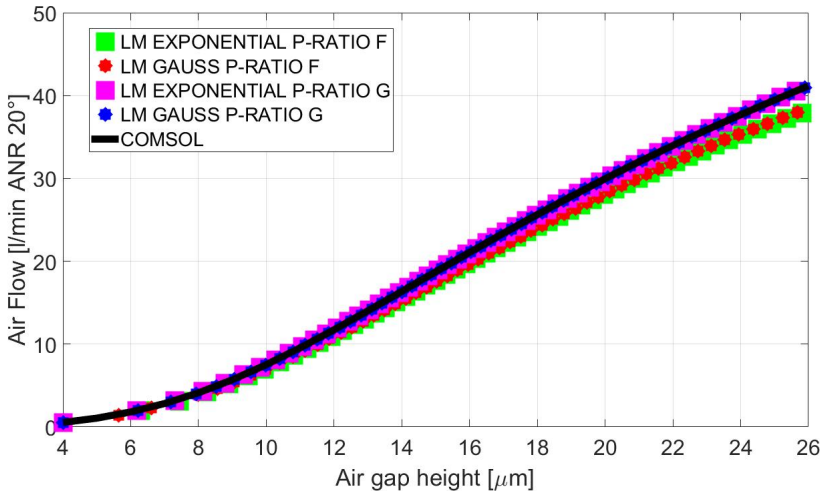

Figura 4.29: Andamento della Portata G per un ds=0.75 mm e una P_1= 8 bar.

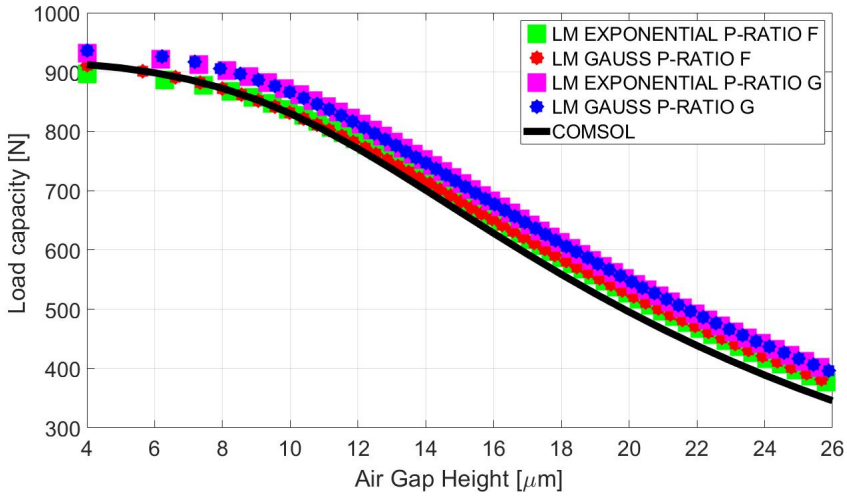

Figura 4.30: Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=0.75 mm e una P_1= 8 bar.

4.5 Caratteristiche statiche per un diametro dei fori d_s=1 mm

Comparazione degli andamenti della Portata G e Capacità di Carico F_p con P_1= 4 bar

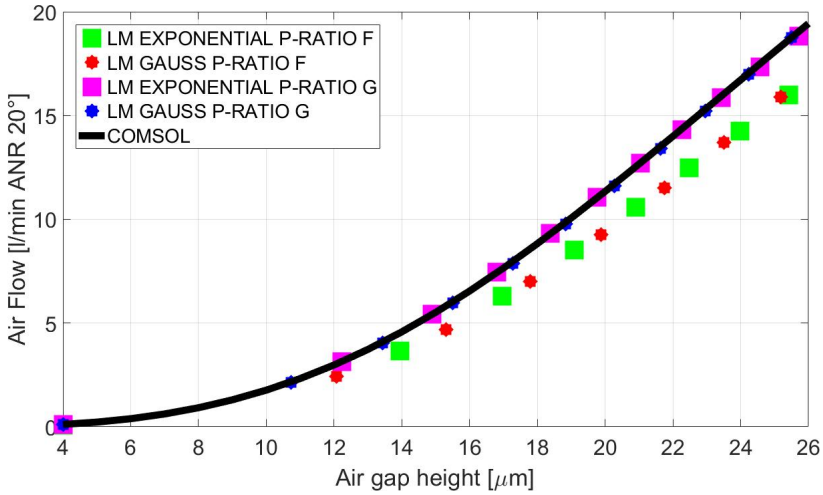

Figura 4.31: Andamento della Portata G per un ds=1 mm e una P_1= 4 bar.

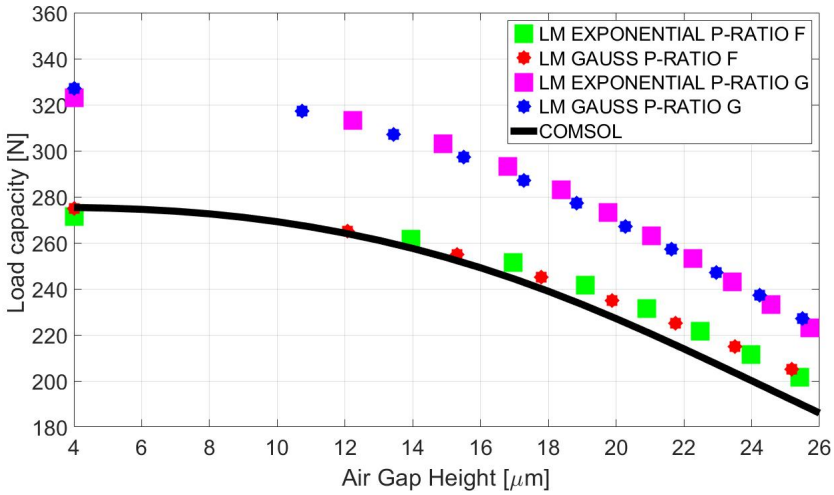

Figura 4.32: Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=1 mm e una P_1=4 bar.

Comparazione degli andamenti della Portata G e Capacità di Carico F_p con P_1= 5 bar

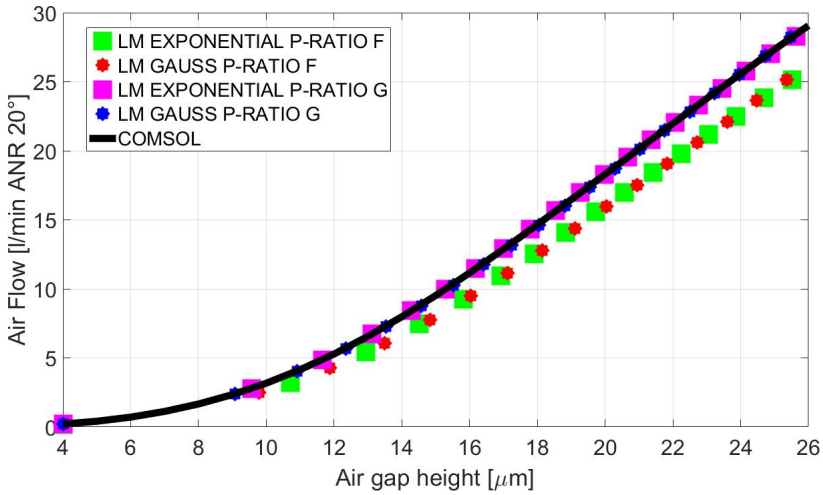

Figura 4.33: Andamento della Portata G per un ds=1 mm e una P_1= 5 bar.

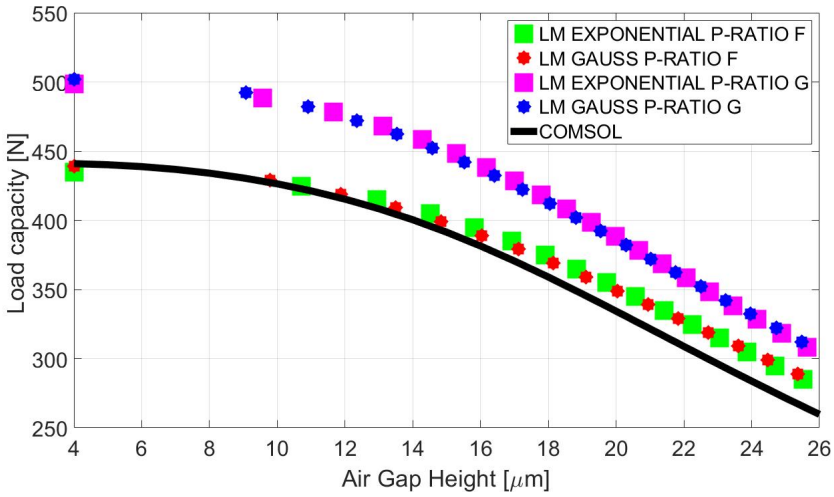

Figura 4.34: Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=1 mm e una P_1=5 bar.

Comparazione degli andamenti della Portata G e Capacità di Carico F_p con P_1= 6 bar

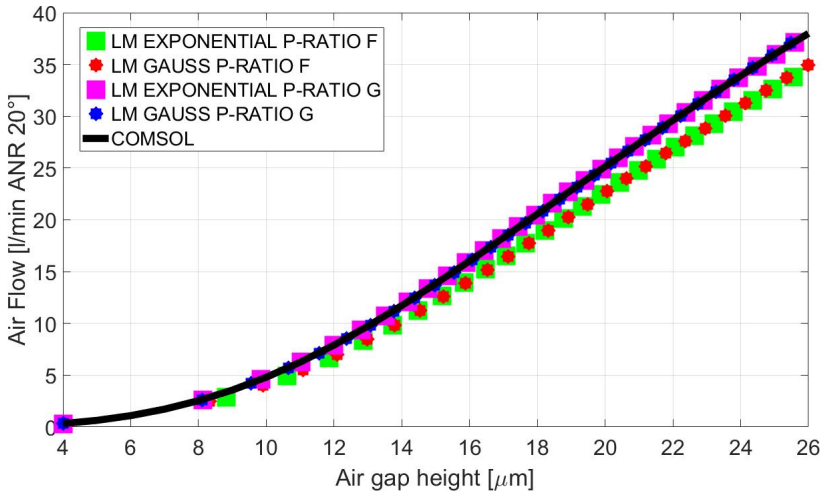

Figura 4.35: Andamento della Portata G per un ds=1 mm e una P_1= 6 bar.

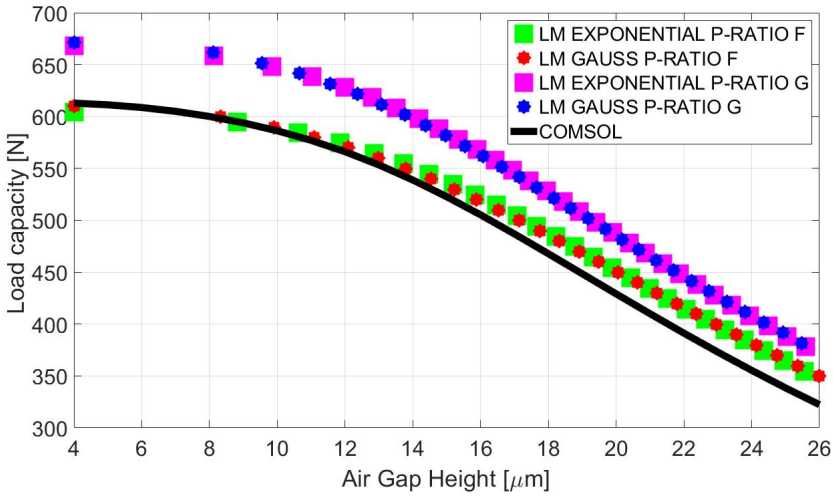

Figura 4.36: Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=1 mm e una P_1=6 bar.

Comparazione degli andamenti della Portata G e Capacità di Carico F_p con P_1= 7 bar

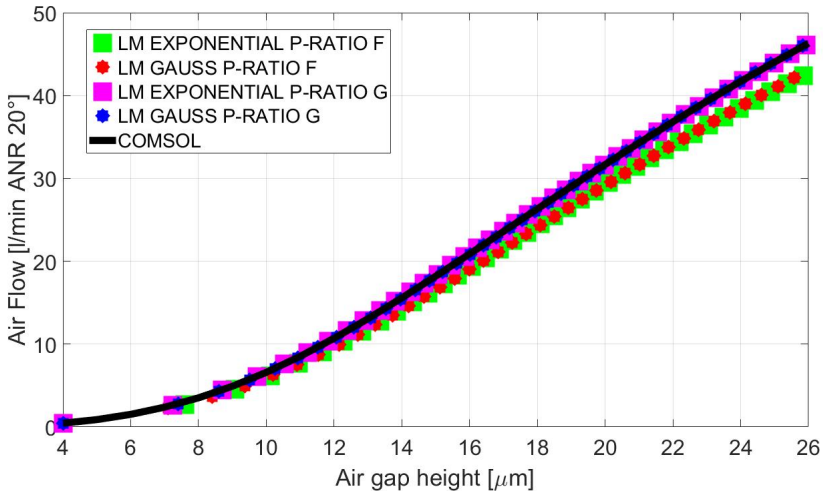

Figura 4.37: Andamento della Portata G per un ds=1 mm e una P_1= 7 bar.

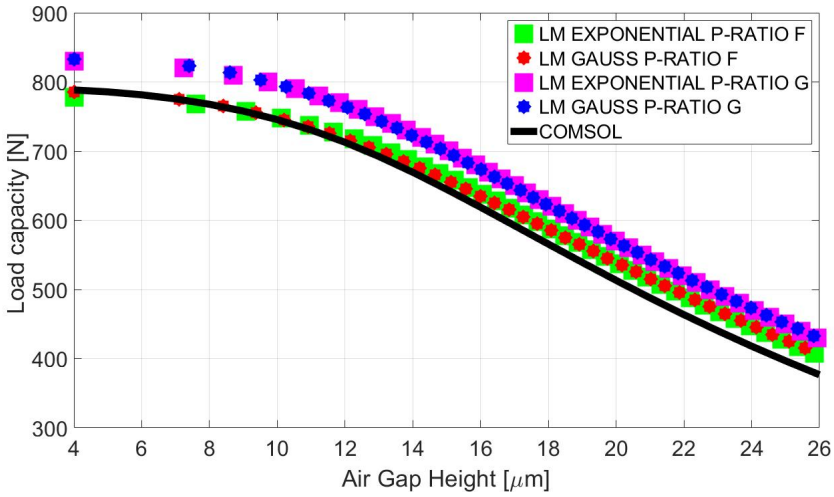

Figura 4.38: Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=1 mm e una P_1= 7 bar.

Comparazione degli andamenti della Portata G e Capacità di Carico F_p con P_1= 8 bar

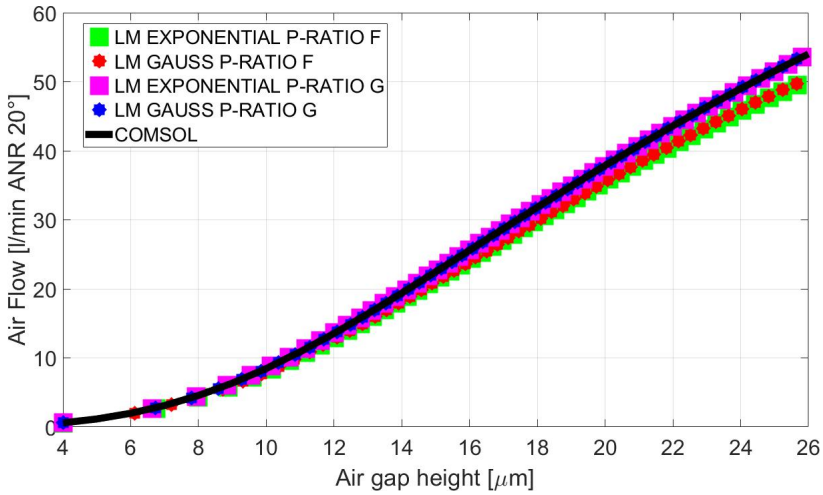

Figura 4.39: Andamento della Portata G per un ds=1 mm e una P_1= 8 bar.

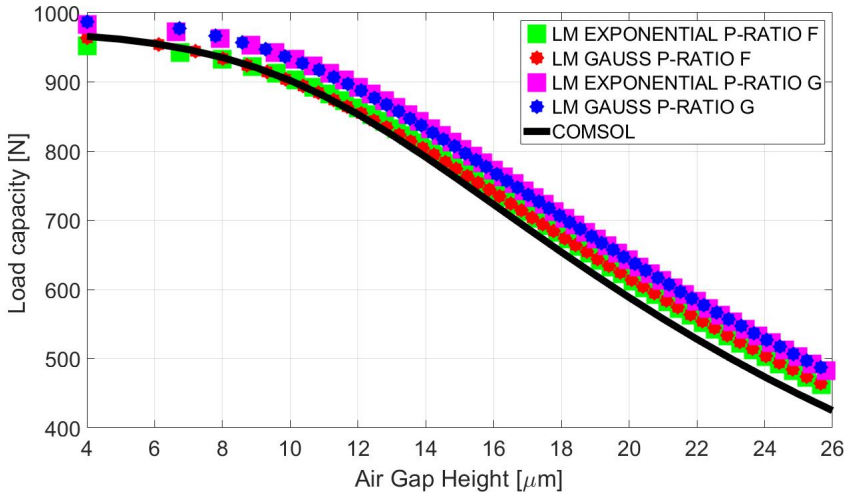

Figura 4.40: Andamento della Capacità di Carico Fp per un ds=1 mm e una P_1= 8 bar.

Andando ad analizzare in maniera accurata e scrupolosa il comportamento delle caratteristiche statiche, è possibile affermare che, a parità di pressione di alimentazione P_1 e di diametro dei fori d_s, si ha un aumento della portata G con l'aumentare dell'altezza del meato d'aria h e diminuzione dei valori della capacità di carico F_p con l'aumentare dell'altezza del meato d'aria h.

Esaminando il comportamento della portata G al variare della pressione di alimentazione P_1, possiamo dire che, a parità di altezza di meato d'aria h e di diametro dei fori d_s, si ha un aumento della portata G all'aumentare della pressione di alimentazione P_1, soprattutto si ha una maggiore influenza per altezze di meato d'aria h pari a 24-26 μm. A parità sempre di altezza di meato d'aria h e di diametro dei fori d_s, è possibile notare come la capacità di carico F_p aumenti con l'aumentare della pressione di alimentazione P_1, soprattutto in maniera più' marcata per altezze di meato d'aria molto basse, comprese tra i 4 e 10 μm. Studiando il comportamento delle caratteristiche statiche al variare del diametro dei fori di alimentazione d_s, a parità di pressione di alimentazione P_1 e altezze di meato d'aria h, si vede come la capacità di carico F_p aumenti all'aumentare della dimensione del diametro dei fori e questo effetto è molto marcato soprattutto quando si passa da un diametro d_s=0.2 mm ad un diametro dei fori pari a d_s=0.5 mm. Per quanto riguarda invece l'andamento della Portata G, esaminata al variare del diametro dei fori di alimentazione d_s, sempre a parità di pressione di alimentazione P_1 e altezze di meato d'aria h, possiamo dire come la portata G tenda a crescere all'aumentare della dimensione del diametro dei fori d_s.

Spostando adesso l'analisi sulle curve ottenute dal modello numerico a parametri concentrati usufruendo delle due formulazioni identificate, è possibile affermare che partendo dall'esaminare le caratteristiche statiche calcolate per ogni formulazione, attraverso l'uso dei coefficienti identificati dal rapporto delle pressioni ottenuti dalla Portata reale in COMSOL, possiamo dire che le curve di capacità di carico calcolate con entrambe le formulazioni, a parità di pressione di alimentazione e per qualsiasi diametro dei fori di alimentazione, presentano un errore percentuale, rispetto ai valori desiderati, pari a circa 18% per piccole altezze di meato d'aria, fino a raggiungere valori pari al 20-21% per altezze di meato pari a 26μm. Mantenendo costate il diametro dei fori e l'altezza del meato d'aria, è possibile dedurre come l'errore percentuale diminuisca all'aumentare della pressione di alimentazione, in particolare per piccoli meati d'aria si passa dal 18% a circa il 5%, mentre per altezze di meato pari a 24-26 μm si passa dal 21% al 13-14% circa. Passando adesso all'analisi della portata calcolata con le due formulazioni, attraverso l'uso dei coefficienti identificati dal rapporto delle pressioni ottenuti dalla portata reale in COMSOL, è possibile affermare come il comportamento risulti essere molto coerente con i valori desiderati, in quanto non è presente alcuno scostamento al variare delle diverse condizioni di lavoro.

Successivamente, si è passati all'analizzare il comportamento della portata G e della capacità di carico F_p, calcolate con la formulazione gaussiana e esponenziale, utilizzando i coefficienti identificati dal rapporto delle pressioni ottenute dalla capacità di carico reale in COMSOL. E' possibile dedurre come il comportamento della capacità di carico, a parità di pressione di alimentazione e per qualsiasi dimensione del diametro dei fori di alimentazione, tenda ad avere un errore percentuale pari a circa l'1-2% per piccole altezze di meato d'aria, fino a raggiungere un picco pari al 7-8% per altezze pari a 24-26μm. In particolare è possibile affermare come questo trend si mantenga costante all'aumentare della pressione di alimentazione del pattino. Analizzando, invece, il comportamento della portata, per qualsiasi valore di diametro dei fori di alimentazione e a parità di pressione di alimentazione, è possibile affermare come l'errore percentuale assuma valori pari a circa 10-12% per piccole altezze di meato e all'aumentare di quest'ultima si raggiungono valori dell'errore pari al 6-7% per altezze di meato pari a 24-26 μm.

In definitiva possiamo dire che gli andamenti della portata G e della capacità di carico F_p ottenuti attraverso la formulazione gaussiana risultano essere più' accurate a discapito di quelli ottenuti attraverso la formulazione esponenziale, soprattutto nei pressi di altezze di meato d'aria h comprese tra i 4 e i 10-12 μm.

Capitolo 5

Conclusioni e Studi futuri

In questo lavoro di tesi è stata svolta la modellazione e l'identificazione numerica di un pattino pneumostatico multiforo a geometria rettangolare. L'obiettivo principale è stato quello di andare sfruttare i risultati ottenuti da un modello numerico di tipo FEM per poter poi risalire, attraverso l'identificazione numerica, a delle formulazioni a parametri concentrati che forniscano dei risultati quanto piu' vicini a quelli del modello a parametri distribuiti. La prima fase dello studio per eseguire l'identificazione numerica si è basata sulla definizione del modello FEM all'interno del software COMSOL MULTIPHYSICS, il quale permette di andare a simulare il comportamento reale del pattino definendo tutte le caratteristiche che lo caratterizzano e le formulazioni che lo governano. Nel modello FEM sono state eseguite diverse simulazioni al variare di diversi parametri funzionali quali la dimensione del diametro dei fori, la pressione di alimentazione del pattino e l'altezza del meato d'aria. Inoltre è stata effettuata anche un'analisi di convergenza delle grandezze statiche, per constatare la validità e bontà del modello. Successivamente, i dati ottenuti dal modello FEM sono stati utilizzati come parametri di input per la nostra identificazione. Tale identificazione consisteva nell'andare ad individuare i valori di pressione sotto i fori di alimentazione P_2 e di pressione media P_0 all'interno del volume centrale del pattino a partire dalle formulazioni inverse che definiscono la portata e la capacità di carico nel modello a parametri concentrati, inserendo al loro interno i valori di portata e capacità di carico calcolati attraverso il modello FEM. Dopodichè si è passati all'identificazione delle formulazioni che riescano ad interpolare al meglio i rapporti di P_0/P_2, ottenuti nello step precedente al variare dei diversi parametri funzionali. In particolare, dopo diverse analisi e considerazioni, è stata scelta un formulazione di tipo esponenziale e un'altra formulazione che si rifà all'equazione di Gauss, le quali ben si prestano agli obiettivi preposti. Queste formulazioni sono state inserite all'interno del modello numerico a parametri concentrati, in modo tale da rendere il modello completo per poter simulare le stesse condizioni del modello FEM.

Infine sono state comparate le caratteristiche statiche calcolate attraverso il modello FEM e quelle calcolate attraverso il modello a parametri concentrati, dove è emerso come entrambe le formulazioni, caratterizzandole con i coefficienti identificati dal P-ratio derivante dalla capacità di carico in COMSOL, risultano essere molto accurate per il calcolo sia della portata che della capacità di carico. In conclusione i risultati ottenuti indicano che la formulazione gaussiana permette di avere una maggiore accuratezza ai bassi meati rispetto alla formulazione esponenziale, soprattutto nei pressi di altezze di meato d'aria h comprese tra i 4 e i 10-12 μm.

Il modello numerico proposto per produrre risultati ancor più precisi può essere certamente migliorato. In particolare uno degli studi futuri potrebbe riguardare la verifica del modello numerico a parametri concentrati a partire dai dati sperimentali derivanti da simulazioni e analisi svolte in laboratorio, attraverso l'ausilio del banco prova. Inoltre, confrontando le formulazioni del coefficiente di efflusso si è notata una certa discrepanza, come si nota nell'appendice B, in alcune condizioni di lavoro, di conseguenza sarebbe opportuno riprendere questa tipologia di analisi al fine di estenderne la validità e migliorarne l'accuratezza.

Appendice A

Formula ISO 6358

1° Principio della Termodinamica:

$$Q - L + \sum E_{in} - \sum E_{out} = \Delta E_{c.v} \tag{A.1}$$

dove:

- Q - L = Energia scambiata ai bordi;
- $\sum$E$_{in}$ - $\sum$E$_{out}$ = Energia associata al flusso di massa;
- Δ $E_{c.v}$ = Variazione dell'energia all'interno del volume di controllo;

Il lavoro scambiato attraverso l'interazione da fluido - fluido è il seguente:

$$L_p = F \cdot x = P \cdot A \cdot x = P \cdot V \tag{A.2}$$

Definiamo l'energia totale di un fluido che scorre:

$$\theta = p\theta + c = pv + u + \frac{w^2}{2} + gz \tag{A.3}$$

Sostituendo l'equazione A.3 nell'equazione A.1 e considerando il caso di un condotto rigido otteniamo:

$$Q - L + m_1(p_1v_1 + u_1 + \frac{{w_1}^2}{2} + g_1z_1) - m_2(p_2v_2 + u_2 + \frac{{w_2}^2}{2} + g_2z_2) = \Delta E_{c.v} \tag{A.4}$$

Applicando le ipotesi di flusso adiabatico, pareti veloci e considerando il flusso per unità di massa l'equazione diventa:

$$(p_1v_1 + u_1 + \frac{{w_1}^2}{2}) = (p_2v_2 + u_2 + \frac{{w_2}^2}{2}) = E_{c.v} \tag{A.5}$$

Introducendo:

- $c_p = \frac{dh}{dT}$
- $c_v = \frac{du}{dT}$

E' possibile ricavare dalla formula inversa del cp l'entalpia:

$$h = c_p(T_1 - T_2) \tag{A.6}$$

Andando a sommare l'equazione A.5 e A.6 si ottiene:

$$c_p(T_1 - T_2) + \frac{{w_1}^2 - {w_2}^2}{2} = \Delta h^o = 0 \tag{A.7}$$

Quindi è possibile affermare che l'entalpia totale h^o = costante.

Applicando l'equazione A.7 ad un serbatio il risultato è il seguente:

$$c_p T_1 + \frac{{w_1}^2}{2} = c_p T_2 + \frac{{w_2}^2}{2} \tag{A.8}$$

$$c_p T^o = c_p T_2 + \frac{{w_2}^2}{2} \tag{A.9}$$

$$T^o = T_2 + \frac{{w_2}^2}{2c_p} \tag{A.10}$$

$$\begin{cases} c_p = R + c_v \\ k = \frac{c_p}{c_v} \end{cases}$$

$$c_p = \frac{kR}{k-1} \tag{A.11}$$

Adesso andremo a sommare l'equazione A.10 e A.11:

$$T^o = T_2 + \frac{{w_2}^2}{2kR}(k-1) \tag{A.12}$$

In condizioni di flusso adiabatico si ha che:

$$c = \sqrt{\frac{\partial P}{\partial \rho}} \tag{A.13}$$

dove: $\frac{P}{\rho^k} = cost$ di conseguenza sostituendo nella A.13 si ottiene:

$$\frac{\partial P}{\partial \rho} = \frac{Pk}{\rho} = RTk \tag{A.14}$$

Adesso andiamo a sommare la A.13 con la A.14:

$$c = \sqrt{kRT} \tag{A.15}$$

Riprendendo l'equazione A.12 e andando a sostituire il numero di Mach $M = \frac{w}{c}$ si ottiene:

$$\frac{T^o}{T_2} = 1 + M^2 \frac{(k-1)}{2} \tag{A.16}$$

Andando a considerare l'equazione di stato e le condizioni di adiabaticità si ottengono le seguenti relazioni:

$$P_1 \rho_1^{-k} = P_2 \rho_2^{-k} \tag{A.17}$$

$$T = \frac{P}{\rho R} \tag{A.18}$$

$$\frac{P_1}{P_2}^{1-k} = \frac{T_2}{T_1}^{k} \tag{A.19}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1}^{\frac{k-1}{k}} \tag{A.20}$$

Sommando l'equazione A.16 e l'equazione A.20 si ottiene:

$$\frac{P^o}{P} = (1+M^2 \frac{(k-1)}{2})^{\frac{k}{k-1}} \tag{A.21}$$

$$\frac{\rho^o}{\rho} = (1+M^2 \frac{(k-1)}{2})^{\frac{1}{k-1}} \tag{A.22}$$

Sotto le condizioni di flusso sonico si ha che:

- M=1;
- k=1.4;
- $P = P^*$;
- $T = T^*$;
- $\rho = \rho^*$;
- $\frac{T^o}{T^*} = 1 + \frac{k-1}{2} = 1.2$
- $\frac{\rho^o}{\rho} = (1+\frac{(k-1)}{2}\Big)^{\frac{-1}{k-1}} = 0.6339$
- $\frac{P^o}{P} = (1+\frac{(k-1)}{2}\Big)^{\frac{-k}{k-1}} = 0.6339$

Adesso è possibile usare questi valori per esprimere la portata massica G:

$$\begin{aligned} G &= \rho u A \\ &= (1+M^2\frac{(k-1)}{2}\Big)^{\frac{-1}{k-1}}(1+M^2\frac{(k-1)}{2}\Big)^{\frac{-1}{2}}\frac{MP^o\sqrt{k}2A}{\sqrt{RT^o}(k+1} \\ &= (1+M^2\frac{(k-1)}{2}\Big)^{\frac{-(k+1)}{2(k-1)}}\frac{MAP^o}{\sqrt{RT^o}} \end{aligned} \tag{A.23}$$

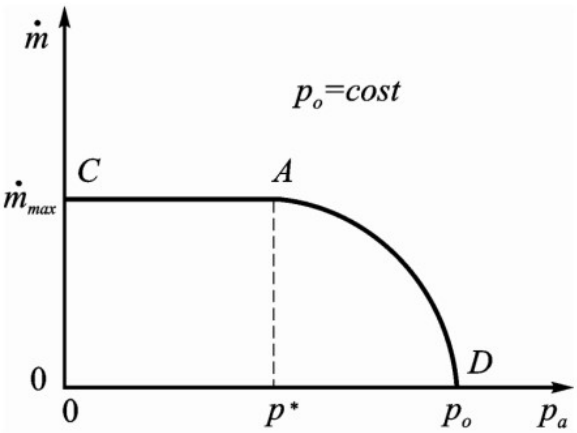

Figura A.1: Andamento della Portata G in funzione della Pressione

La portata massima G_{max} è caratterizzata da due condizioni:

- $A = A_{cr}^*$;
- M = 1;

$$G_{max} = A^* \frac{P^o}{\sqrt{RT^o}} \sqrt{k} \frac{2}{k+1} (1 + \frac{(k-1)}{2}\Big)^{\frac{-(k+1)}{2(k-1)}} \tag{A.24}$$

$$\frac{(\frac{P_d}{P_u} - 0.528)^2}{(1-0.528)^2} + \frac{G_{th}^2}{G_{max}^2} = 1 \tag{A.25}$$

$$G_{in} = c_d A^* \frac{0.6847 P^o}{\sqrt{RT^o}} \sqrt{1 - \frac{(\frac{P_d}{P_u} - 0.528)^2}{(1-0.528)^2}} \tag{A.26}$$

Appendice B

Comparazione "Orifice Compensation" vs "Inherently Compensation"

In questa appendice andremo a raffigurare la comparazione degli andamenti delle portate, ottenute dal modello reale implentato in COMSOL, attraverso le due differenti formulazioni del c_d.

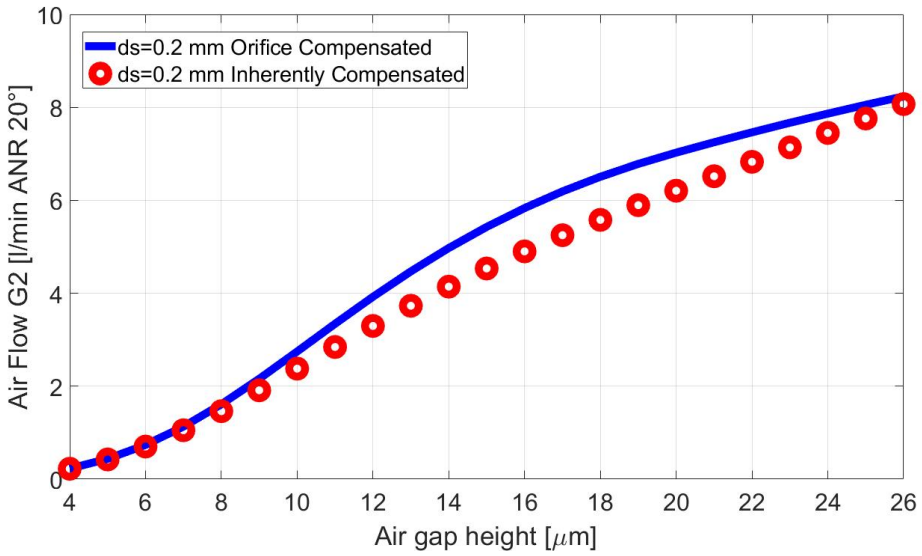

Figura B.1: Confronto andamenti delle Portate G con d_s=0.2 mm.

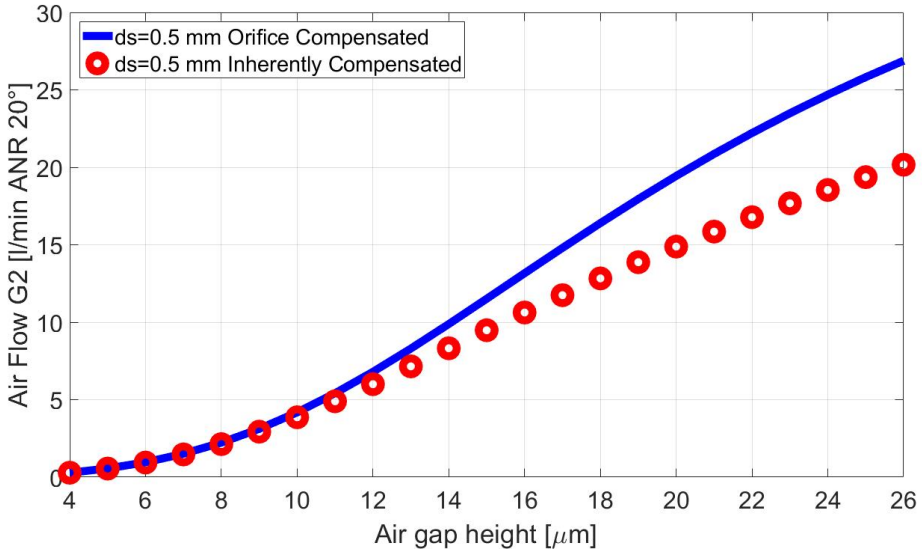

Figura B.2: Confronto andamenti delle Portate G con d_s=0.5 mm.

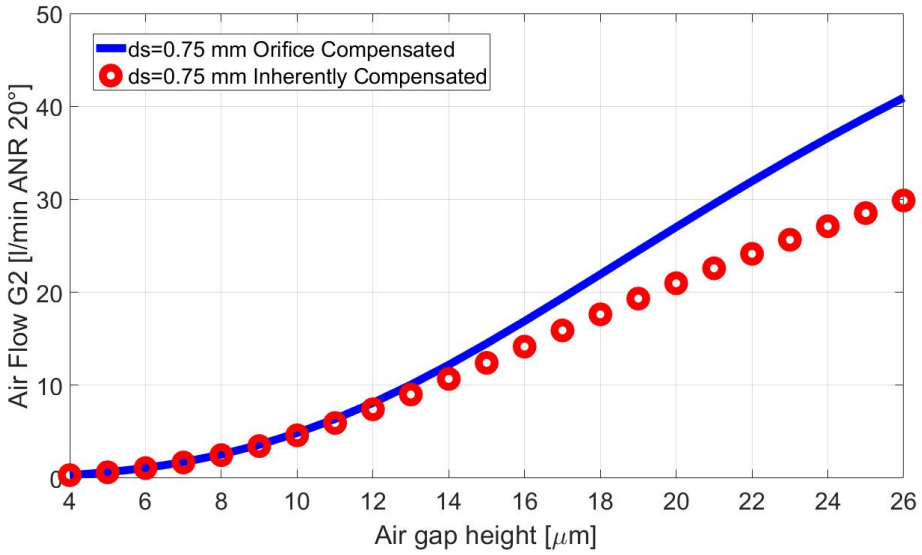

Figura B.3: Confronto andamenti delle Portate G con d_s=0.75 mm.

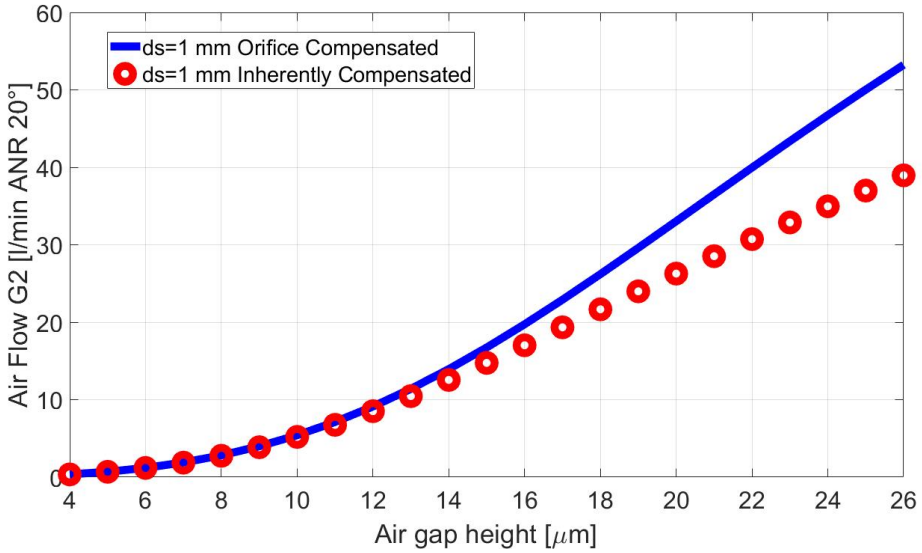

Figura B.4: Confronto andamenti delle Portate G con d_s=1 mm.

Appendice C

Guida COMSOL "Orifice Compensation"

Dal menu **File**, scegli **New**.

NEW

1 Nella finestra **New**, clicca **Model Wizard**.

MODEL WIZARD

1 Nella finestra **Model Wizard**, clicca **3D**.

2 Nella sezione **Select Physics**, selezionare **Fluid Flow>Thin-Film Flow> Thin-Film Flow, Shell (tffs)**.

3 Clicca **Add**.

4 Clicca **Study**.

5 Nella sezione **Select Study**, selezionare **General Studies>Stationary**.

6 Clicca **Done**.

GLOBAL DEFINITIONS

Parameters I

1 Nella finestra **Model Builder**, sotto **Global Definitions** clicca **Parameters**.

2 Nella finestra **Settings** per **Parameters**, individuare la sezione **Parameters**.

3 Nella tabella, inserisci le seguenti impostazioni:

Name	Expression	Value	Description
P_{amb}	101325 [Pa]	1.0133E5 Pa	Pressione ambiente
P_1	3e5[Pa]	3E5 Pa	Pressione ambiente
P_{cr}	0.52828	0.52828	Rapporto di pressione critico negli ugelli
k	1.4	1.4	Coefficiente di dilatazione adiabatica
cd_0	0.85	0.85	Costante del coeff. di efflusso
$a1$	8.2	8.2	Termine del coeff. di efflusso
R_{gas}	287.053 [J/kg/K]	287.05 J/(kg · K)	Costante universale dei gas
T_s	293.15[K]	293.15 K	Temperatura di supply
Gap	4[um]	4E-6 m m	Altezza del meato iniziale
μ	1.81e-5[Pa*s]	1.81E-5 Pa · s	Viscosità dinamica
ρ	1.204 [Kg/m^3]	1.204 Kg/m^3	Densità aria a 20°C- 1atm
C_g	60000/ρ	49834	Fattore correttivo delle portate in l/min a 20°C

Parameters II

1 Nella finestra **Model Builder**, sotto **Global Definitions** clicca **Geometry**.

2 Nella finestra **Settings** per **Parameters**, individuare la sezione **Parameters**.

3 Nella tabella, inserisci le seguenti impostazioni:

Name	Expression	Value	Description
L_x	75[mm]	0.075 m	Lunghezza del pattino
L_y	50[mm]	0.05 m	Altezza del pattino
L_z	13[mm]	0.013 m	Spessore del pattino
$row1$	Ly/2-c_{xy}	0.02 m	1a riga per la posizione dei fori
$row2$	0[mm]	0 m	2a riga per la posizione dei fori
$row3$	-Ly/2+c_{xy}	-0.02 m	3a riga per la posizione dei fori
$col1$	-Lx/2+c_{xy}	-0.0325 m	1a colonna per la posizione dei fori
$col2$	0[mm]	0 m	2a colonna per la posizione dei fori
$col3$	Lx/2-c_{xy}	0.0325 m	3a colonna per la posizione dei fori
d_s	0.2[mm]	2E-4 m	Diametro dei fori di alimentazione
c_{xy}	5 [mm]	0.005 m	distanza dei fori dal bordo lungo x e y

GEOMETRY

Work Plane 1 (wp1)

1 Nella barra degli strumenti **Geometry**, clicca **Work Plane**.

2 Nella finestra **Settings** per **Work Plane**, clicca **Show Work Plane**.

Work Plane 1 (wp1)>Plane Geometry

1 Nella finestra **Model Builder**, clicca **Plane Geometry**.

Work Plane 1 (wp1)> Rectangle 1(r1)

1 Nella barra degli strumenti **Work Plane**, click **Rectangle**.

2 Nella finestra **Setting** per **Rectangle**, individua la sezione **Size and Shape**.

3 Nel campo di testo **Width**, inserisci **Lx**.

4 Nel campo di testo **Height**, inserisci **Ly**.

5 Clicca **Build Selected**.

Work Plane 1 (wp1)> Circle 1 (c1)

1 Nella barra degli strumenti **Work Plane**, click **Circle**.

2 Nella finestra **Setting** per **Circle**, individua la sezione **Size and Shape**.

3 Nel campo di testo **Radius**, inserisci **ds/2**.

4 Nel campo di testo **Sector Angle**, inserisci **360**.

5 Nella finestra **Setting** per **Circle**, individua la sezione **Position**.

5 Nella finestra **Base**, scegliere **Base**.

6 Nel campo di testo **xw**, inserisci **col1**.

7 Nel campo di testo **yw**, inserisci **row1**.

8 Clicca **Build Selected**.

Work Plane 1 (wp1)> Circle 2 (c2)

1 Nella barra degli strumenti **Work Plane**, click **Circle**.

2 Nella finestra **Setting** per **Circle**, individua la sezione **Size and Shape**.

3 Nel campo di testo **Radius**, inserisci **ds/2**.

4 Nel campo di testo **Sector Angle**, inserisci **360**.

5 Nella finestra **Setting** per **Circle**, individua la sezione **Position**.

5 Nella finestra **Base**, scegliere **Base**.

6 Nel campo di testo **xw**, inserisci **col2**.

7 Nel campo di testo **yw**, inserisci **row1**.

8 Clicca **Build Selected**.

Work Plane 1 (wp1)> Circle 3 (c3)

1 Nella barra degli strumenti **Work Plane**, click **Circle**.

2 Nella finestra **Setting** per **Circle**, individua la sezione **Size and Shape**.

3 Nel campo di testo **Radius**, inserisci **ds/2**.

4 Nel campo di testo **Sector Angle**, inserisci **360**.

5 Nella finestra **Setting** per **Circle**, individua la sezione **Position**.

5 Nella finestra **Base**, scegliere **Base**.

6 Nel campo di testo **xw**, inserisci **col3**.

7 Nel campo di testo **yw**, inserisci **row1**.

8 Clicca **Build Selected**.

Work Plane 1 (wp1)> Circle 4 (c4)

1 Nella barra degli strumenti **Work Plane**, click **Circle**.

2 Nella finestra **Setting** per **Circle**, individua la sezione **Size and Shape**.

3 Nel campo di testo **Radius**, inserisci **ds/2**.

4 Nel campo di testo **Sector Angle**, inserisci **360**.

5 Nella finestra **Setting** per **Circle**, individua la sezione **Position**.

5 Nella finestra **Base**, scegliere **Base**.

6 Nel campo di testo **xw**, inserisci **col1**.

7 Nel campo di testo **yw**, inserisci **row2**.

8 Clicca **Build Selected**.

Work Plane 1 (wp1)> Circle 5 (c5)

1 Nella barra degli strumenti **Work Plane**, click **Circle**.

2 Nella finestra **Setting** per **Circle**, individua la sezione **Size and Shape**.

3 Nel campo di testo **Radius**, inserisci **ds/2**.

4 Nel campo di testo **Sector Angle**, inserisci **360**.

5 Nella finestra **Setting** per **Circle**, individua la sezione **Position**.

5 Nella finestra **Base**, scegliere **Base**.

6 Nel campo di testo **xw**, inserisci **col3**.

7 Nel campo di testo **yw**, inserisci **row2**.

8 Clicca **Build Selected**.

Work Plane 1 (wp1)> Circle 6 (c6)

1 Nella barra degli strumenti **Work Plane**, click **Circle**.

2 Nella finestra **Setting** per **Circle**, individua la sezione **Size and Shape**.

3 Nel campo di testo **Radius**, inserisci **ds/2**.

4 Nel campo di testo **Sector Angle**, inserisci **360**.

5 Nella finestra **Setting** per **Circle**, individua la sezione **Position**.

5 Nella finestra **Base**, scegliere **Base**.

6 Nel campo di testo **xw**, inserisci **col1**.

7 Nel campo di testo **yw**, inserisci **row3**.

8 Clicca **Build Selected**.

Work Plane 1 (wp1)> Circle 7 (c7)

1 Nella barra degli strumenti **Work Plane**, click **Circle**.

2 Nella finestra **Setting** per **Circle**, individua la sezione **Size and Shape**.

3 Nel campo di testo **Radius**, inserisci **ds/2**.

4 Nel campo di testo **Sector Angle**, inserisci **360**.

5 Nella finestra **Setting** per **Circle**, individua la sezione **Position**.

5 Nella finestra **Base**, scegliere **Base**.

6 Nel campo di testo **xw**, inserisci **col2**.

7 Nel campo di testo **yw**, inserisci **row3**.

8 Clicca **Build Selected**.

Work Plane 1 (wp1)> Circle 8 (c8)

1 Nella barra degli strumenti **Work Plane**, click **Circle**.

2 Nella finestra **Setting** per **Circle**, individua la sezione **Size and Shape**.

3 Nel campo di testo **Radius**, inserisci **ds/2**.

4 Nel campo di testo **Sector Angle**, inserisci **360**.

5 Nella finestra **Setting** per **Circle**, individua la sezione **Position**.

5 Nella finestra **Base**, scegliere **Base**.

6 Nel campo di testo **xw**, inserisci **col3**.

7 Nel campo di testo **yw**, inserisci **row3**.

8 Clicca **Build Selected**.

Work Plane 1 (wp1)> Rectangle 2(r2)

1 Nella barra degli strumenti **Work Plane**, click **Rectangle**.

2 Nella finestra **Setting** per **Rectangle**, individua la sezione **Size and Shape**.

3 Nel campo di testo **Width**, inserisci $Lx - 2c_{xy}$.

4 Nel campo di testo **Height**, inserisci $Ly - 2c_{xy}$.

5 Clicca **Build Selected**.

Block 1(blk1)

1 Nella barra degli strumenti **Geometry**, clicca **Block**.

2 Nella finestra **Setting** per **Rectangle**, individua la sezione **Size and Shape**.

3 Nel campo di testo **Width**, inserisci **Lx**.

4 Nel campo di testo **Depth**, inserisci **Ly**.

5 Nel campo di testo **Height**, inserisci **Lz**.

6 Nella finestra **Setting** per **Rectangle**, individua la sezione **Position**.

7 Nella finestra **Base**, scegliere **Base**.

8 Nel campo di testo **x**, inserisci **0**.

9 Nel campo di testo **y**, inserisci **0**.

10 Nel campo di testo **Height**, inserisci $Lz/2$.

11 Nella barra degli strumenti **Geometry**, clicca **Build all**.

Form Union (fin)

1 Clicca **Build All**.

2 Clicca sul pulsante **Go to Default View** nella barra degli strumenti **Graphics**.

3 Clicca sul pulsante nella barra degli strumenti **Graphics**.

DEFINITIONS

Integration 1 (intop1)

1 Nella barra degli strumenti **Definition**, clicca **Nonlocal Couplings** e individua **Integration**.

2 Nella finestra **Setting** per **Integration**, individua la sezione **Source Selection**.

3 Dalla lista **Geometric entity level**, individua **Boundary**.

4 Seleziona i seguenti punti: **3,10**.

Integration 2 (intop2)

1 Nella barra degli strumenti **Definition**, clicca **Nonlocal Couplings** e individua **Integration**.

2 Nella finestra **Setting** per **Integration**, individua la sezione **Source Selection**.

3 Dalla lista **Geometric entity level**, individua **Edge**.

4 Seleziona i seguenti punti: **2,3,7,62**.

Integration 3 (intop3)

1 Nella barra degli strumenti **Definition**, clicca **Nonlocal Couplings** e individua **Integration**.

2 Nella finestra **Setting** per **Integration**, individua la sezione **Source Selection**.

3 Dalla lista **Geometric entity level**, individua **Edge**.

4 Seleziona i seguenti punti: **9,10,15,19**.

Integration 4 (intop4)

1 Nella barra degli strumenti **Definition**, clicca **Nonlocal Couplings** e individua **Integration**.

2 Nella finestra **Setting** per **Integration**, individua la sezione **Source Selection**.

3 Dalla lista **Geometric entity level**, individua **Edge**.

4 Seleziona i seguenti punti: **30,31,36,37**.

Integration 5 (intop5)

1 Nella barra degli strumenti **Definition**, clicca **Nonlocal Couplings** e individua **Integration**.

2 Nella finestra **Setting** per **Integration**, individua la sezione **Source Selection**.

3 Dalla lista **Geometric entity level**, individua **Edge**.

4 Seleziona i seguenti punti: **40,44,50,53**.

Integration 6 (intop6)

1 Nella barra degli strumenti **Definition**, clicca **Nonlocal Couplings** e individua **Integration**.

2 Nella finestra **Setting** per **Integration**, individua la sezione **Source Selection**.

3 Dalla lista **Geometric entity level**, individua **Edge**.

4 Seleziona i seguenti punti: **11,12,21,23**.

Integration 7 (intop7)

1 Nella barra degli strumenti **Definition**, clicca **Nonlocal Couplings** e individua **Integration**.

2 Nella finestra **Setting** per **Integration**, individua la sezione **Source Selection**.

3 Dalla lista **Geometric entity level**, individua **Edge**.

4 Seleziona i seguenti punti: **45,46,55,57**.

Integration 8 (intop8)

1 Nella barra degli strumenti **Definition**, clicca **Nonlocal Couplings** e individua **Integration**.

2 Nella finestra **Setting** per **Integration**, individua la sezione **Source Selection**.

3 Dalla lista **Geometric entity level**, individua **Edge**.

4 Seleziona i seguenti punti: **13,14,25,27**.

Integration 9 (intop9)

1 Nella barra degli strumenti **Definition**, clicca **Nonlocal Couplings** e individua **Integration**.

2 Nella finestra **Setting** per **Integration**, individua la sezione **Source Selection**.

3 Dalla lista **Geometric entity level**, individua **Edge**.

4 Seleziona i seguenti punti: **33,34,38,39**.

Integration 10 (intop10)

1 Nella barra degli strumenti **Definition**, clicca **Nonlocal Couplings** e individua **Integration**.

2 Nella finestra **Setting** per **Integration**, individua la sezione **Source Selection**.

3 Dalla lista **Geometric entity level**, individua **Edge**.

4 Seleziona i seguenti punti: **47,49,59,60**.

Average 1 (aveop1)

1 Nella barra degli strumenti **Definition**, clicca **Nonlocal Couplings** e individua **Average**.

2 Nella finestra **Setting** per **Average**, individua la sezione **Source Selection**.

3 Dalla lista **Geometric entity level**, individua **Edge**.

4 Seleziona i seguenti punti: **9,10,15,19**.

Average 2 (aveop2)

1 Nella barra degli strumenti **Definition**, clicca **Nonlocal Couplings** e individua **Average**.

2 Nella finestra **Setting** per **Average**, individua la sezione **Source Selection**.

3 Dalla lista **Geometric entity level**, individua **Edge**.

4 Seleziona i seguenti punti: **30,31,36,37**.

Average 3 (aveop3)

1 Nella barra degli strumenti **Definition**, clicca **Nonlocal Couplings** e individua **Average**.

2 Nella finestra **Setting** per **Average**, individua la sezione **Source Selection**.

3 Dalla lista **Geometric entity level**, individua **Edge**.

4 Seleziona i seguenti punti: **42,44,50,53**.

Average 4 (aveop4)

1 Nella barra degli strumenti **Definition**, clicca **Nonlocal Couplings** e individua **Average**.

2 Nella finestra **Setting** per **Average**, individua la sezione **Source Selection**.

3 Dalla lista **Geometric entity level**, individua **Edge**.

4 Seleziona i seguenti punti: **11,12,21,23**.

Average 5 (aveop5)

1 Nella barra degli strumenti **Definition**, clicca **Nonlocal Couplings** e individua **Average**.

2 Nella finestra **Setting** per **Average**, individua la sezione **Source Selection**.

3 Dalla lista **Geometric entity level**, individua **Edge**.

4 Seleziona i seguenti punti: **45,46,55,57**.

Average 6 (aveop6)

1 Nella barra degli strumenti **Definition**, clicca **Nonlocal Couplings** e individua **Average**.

2 Nella finestra **Setting** per **Average**, individua la sezione **Source Selection**.

3 Dalla lista **Geometric entity level**, individua **Edge**.

4 Seleziona i seguenti punti: **13,14,25,27**.

Average 7 (aveop7)

1 Nella barra degli strumenti **Definition**, clicca **Nonlocal Couplings** e individua **Average**.

2 Nella finestra **Setting** per **Average**, individua la sezione **Source Selection**.

3 Dalla lista **Geometric entity level**, individua **Edge**.

4 Seleziona i seguenti punti: **33,34,38,39**.

Average 8 (aveop8)

1 Nella barra degli strumenti **Definition**, clicca **Nonlocal Couplings** e individua **Average**.

2 Nella finestra **Setting** per **Average**, individua la sezione **Source Selection**.

3 Dalla lista **Geometric entity level**, individua **Edge**.

4 Seleziona i seguenti punti: **47,49,59,60**.

Average 9 (aveop9)

1 Nella barra degli strumenti **Definition**, clicca **Nonlocal Couplings** e individua **Average**.

2 Nella finestra **Setting** per **Average**, individua la sezione **Source Selection**.

3 Dalla lista **Geometric entity level**, individua **Boundary**.

4 Seleziona il seguente punto: **10**.

Piecewise I

1 Nella barra degli strumenti **Definitions**, clicca **Piecewise**.

2 Nel campo di testo **Function Name**, inserisci **pw1**.

3 All'interno della sezione **Definition**, nel campo di testo **Argument**, inserisci $\mathbf{P}_c$.

$\mathbf{4}Nellatabella, inseriscileseguentiimpostazioni:$

$\mathbf{5}All'internodellasezione\mathbf{Units}, nelcampoditesto\mathbf{Argument}, inserisci\mathbf{Pa}.$

$\mathbf{6}All'internodellasezione\mathbf{Units}, nelcampoditesto\mathbf{Function}, inserisci\mathbf{1}.$

Piecewise II

1 Nella barra degli strumenti Definitions, clicca Piecewise.

2 Nel campo di testo Function Name, inserisci pw2.

3 All'interno della sezione Definition, nel campo di testo Argument, inserisci $\mathbf{P}_c$.

4$Nellatabella, inseriscileseguentiimpostazioni:$

5$All'internodellasezione$**Units**$, nelcampoditesto$**Argument**$, inserisci$**Pa**.

6$All'internodellasezione$**Units**$, nelcampoditesto$**Function**$, inserisci$**m/s**.

Variables I

1 Nella barra degli strumenti Definitions, clicca Variables e scegli Local Variables.

2 Nella finestra Settings per Variables, individua la sezione Variables.

3 Nella tabella, inserisci le seguenti impostazioni:

Name	Expression	Unit
$u3$	pw2(Pc1)	m/s
$inlet1$	Pc1	Pa
$inlet2$	Pc2	Pa
$inlet3$	Pc3	Pa
$inlet4$	Pc4	Pa
$inlet5$	Pc5	Pa
$inlet6$	Pc6	Pa
$inlet7$	Pc7	Pa
$inlet8$	Pc8	Pa

Name	Expression	Unit
$Re1$	$4*Gin1/(pi*mu*ds)$	
$Re2$	$4*Gin2/(pi*mu*ds)$	
$Re3$	$4*Gin3/(pi*mu*ds)$	
$Re4$	$4*Gin4/(pi*mu*ds)$	
$Re5$	$4*Gin5/(pi*mu*ds)$	
$Re6$	$4*Gin6/(pi*mu*ds)$	
$Re7$	$4*Gin7/(pi*mu*ds)$	
$Re8$	$4*Gin8/(pi*mu*ds)$	
$cd1$	$cd0*(1-exp(-a1*H1/(ds)))*(1-0.3*exp(-0.001*Re1))$	
$cd2$	$cd0*(1-exp(-a1*H2/(ds)))*(1-0.3*exp(-0.001*Re2))$	
$cd3$	$cd0*(1-exp(-a1*H3/(ds)))*(1-0.3*exp(-0.001*Re3))$	
$cd4$	$cd0*(1-exp(-a1*H4/(ds)))*(1-0.3*exp(-0.001*Re4))$	
$cd5$	$cd0*(1-exp(-a1*H5/(ds)))*(1-0.3*exp(-0.001*Re5))$	
$cd6$	$cd0*(1-exp(-a1*H6/(ds)))*(1-0.3*exp(-0.001*Re6))$	
$cd7$	$cd0*(1-exp(-a1*H7/(ds)))*(1-0.3*exp(-0.001*Re7))$	
$cd8$	$cd0*(1-exp(-a1*H8/(ds)))*(1-0.3*exp(-0.001*Re8))$	

Name	Expression	Unit
$H1$	aveop1(tffs.h)	m
$H2$	aveop2(tffs.h)	m
$H3$	aveop3(tffs.h)	m
$H4$	aveop3(tffs.h)	m
$H5$	aveop3(tffs.h)	m
$H6$	aveop3(tffs.h)	m
$H7$	aveop3(tffs.h)	m
$H8$	aveop3(tffs.h)	m
H_{mean}	(H1+H2+H3+H4+H5+H6+H7+H8)/8	m
Re_{mean}	(Re1+Re2+Re3+Re4+Re5+Re6+Re7+Re8)/8	
Pc_{mean}	(Pc1+Pc2+Pc3+Pc4+Pc5+Pc6+Pc7+Pc8)/8	Pa

Variables II

1 Nella barra degli strumenti Home, clicca a= Variables e scegli Local Variables.

2 Nella finestra Settings per Variables, individua la sezione Variables.

3 Nella tabella, inserisci le seguenti impostazioni:

Name	Expression	Unit	Description
$Gin1$	$H1(abs(intop3(tffs.pA/$ Rgas/Ts*tffs.vavesx* *tffs.nbndx))+ +abs(intop3(tffs.pA/Rgas/Ts* *tffs.vavesy*tffs.nbndy)))	kg/s	Portata foro 1
$Gin2$	$H2(abs(intop4(tffs.pA/$ Rgas/Ts*tffs.vavesx* *tffs.nbndx))+ +abs(intop4(tffs.pA/Rgas/Ts* *tffs.vavesy*tffs.nbndy)))	kg/s	Portata foro 2
$Gin3$	$H3(abs(intop5(tffs.pA/$ Rgas/Ts*tffs.vavesx* *tffs.nbndx))+ +abs(intop5(tffs.pA/Rgas/Ts* *tffs.vavesy*tffs.nbndy)))	kg/s	Portata foro 3
$Gin4$	$H4(abs(intop6(tffs.pA/$ Rgas/Ts*tffs.vavesx* *tffs.nbndx))+ +abs(intop6(tffs.pA/Rgas/Ts* *tffs.vavesy*tffs.nbndy)))	kg/s	Portata foro 4
$Gin5$	$H5(abs(intop7(tffs.pA/$ Rgas/Ts*tffs.vavesx* *tffs.nbndx))+ +abs(intop7(tffs.pA/Rgas/Ts* *tffs.vavesy*tffs.nbndy)))	kg/s	Portata foro 5
$Gin6$	$H6(abs(intop8(tffs.pA/$ Rgas/Ts*tffs.vavesx* *tffs.nbndx))+ +abs(intop8(tffs.pA/Rgas/Ts* *tffs.vavesy*tffs.nbndy)))	kg/s	Portata foro 6

Name	Expression	Unit	Description
$Gin7$	$H7(abs(intop9(tffs.pA/$ Rgas/Ts*tffs.vavesx* *tffs.nbndx))+ +abs(intop9(tffs.pA/Rgas/Ts* *tffs.vavesy*tffs.nbndy)))	kg/s	Portata foro 7
$Gin8$	$H8(abs(intop10(tffs.pA/$ Rgas/Ts*tffs.vavesx* *tffs.nbndx))+ +abs(intop10(tffs.pA/Rgas/Ts* *tffs.vavesy*tffs.nbndy)))	kg/s	Portata foro 8
Gin	$Gin1 + Gin2 + Gin3 + Gin4+$ Gin5+Gin6+Gin7+Gin8	kg/s	Portata totale fori
$Gout$	$(abs(intop2(tffs.h*$ *tffs.pA/Ts*tffs.vavesx* *tffs.nbndx))+abs(intop2(tffs.h* *tffs.pA/Rgas/Ts*tffs.vavesy* *tffs.nbndy)))	kg/s	Portata totale di efflusso
W	intop1(pfilm)	N	Capacità di carico
$Pmean$	$aveop9(pfilm) + tffs.pA$	Pa	Pressione media sotto il pattino

ADD MATERIAL

1 Nella barra degli strumenti Home, clicca Add Material per aprire la finestra Add Material.

2 Nell'albero, seleziona Liquids and Gases>Gases>Air.

3 Clicca due volte sull'icona Air per aggiungere il componente.

4 Nell'albero, seleziona Built-in>Aluminum 3003-H18.

5 Clicca due volte sull'icona Aluminum 3003-H18 per aggiungere il componente.

6 Nella barra degli strumenti Home,clicca Add Material per chiudere la finestra Add Material.

THIN-FILM FLOW, SHELL (TFFS)

1 Nella finestra Model Builder, sotto Component 1 (comp1) clicca Thin-Film Flow, Shell (tffs).

2 Nella finestra Settings per Thin-Film Flow, Shell, individuare la sezione Boundary Selection.

3 Clicca Clear Selection.

4 Seleziona i seguenti punti: 3,10.

5 All'interno della sezione *Physical Model*, selezionare Modified Reynolds equation.

5 All'interno della sezione *Dependent Variables*, digitare nella voce Pressure: pfilm.

Fluid-Film Properties I

1 Nella finestra Model Builder, sotto Component 1 (comp1)>Thin-Film Flow, Shell (tffs) clicca Fluid-Film Properties I.

2 Nella finestra Settings, individua la sezione Wall Properties.

3 Nel campo di testo hw1, inserisci Gap.

2 Nella finestra Settings, individua la sezione Base Properties.

3 Nel campo di testo hb1, inserisci 0.

Border I

1 Come puoi vedere nella sezione Border Settings, la condizione predefinita che si applica alle estremità del pattino è Zero pressure.

Initial Values I

1 Nella sezione Initial Values, dentro la voce pfilm inserisci Pamb.

Inlet 1

1 Nella barra degli strumenti Physics, clicca **Edge e individua Inlet.**

2 All'interno della sezione Edge selection, selezionare i seguenti punti: 9,10,15,19.

3 All'interno della sezione Inlet Settings, selezionare la voce Pressure e inserire Pc1-Pamb.

Inlet 2

1 Nella barra degli strumenti Physics, clicca **Edge e individua Inlet.**

2 All'interno di Edge selection, selezionare i seguenti punti: 30,31,36,37.

3 All'interno della sezione Inlet Settings, selezionare la voce Pressure e inserire Pc2-Pamb.

Inlet 3

1 Nella barra degli strumenti Physics, clicca Edge e individua Inlet.

2 All'interno di Edge selection, selezionare i seguenti punti: 42,44,50,53.

3 All'interno della sezione Inlet Settings, selezionare la voce Pressure e inserire Pc3-Pamb.

Inlet 4

1 Nella barra degli strumenti Physics, clicca Edge e individua Inlet.

2 All'interno di Edge selection, selezionare i seguenti punti: 11,12,21,23.

3 All'interno della sezione Inlet Settings, selezionare la voce Pressure e inserire Pc4-Pamb.

Inlet 5

1 Nella barra degli strumenti Physics, clicca Edge e individua Inlet.

2 All'interno di Edge selection, selezionare i seguenti punti: 45,46,55,57.

3 All'interno della sezione Inlet Settings, selezionare la voce Pressure e inserire Pc5-Pamb.

Inlet 6

1 Nella barra degli strumenti Physics, clicca Edge e individua Inlet.

2 All'interno di Edge selection, selezionare i seguenti punti: 13,14,25,27.

3 All'interno della sezione Inlet Settings, selezionare la voce Pressure e inserire Pc6-Pamb.

Inlet 7

1 Nella barra degli strumenti Physics, clicca Edge e individua Inlet.

2 All'interno di Edge selection, selezionare i seguenti punti: 33,34,38,39.

3 All'interno della sezione Inlet Settings, selezionare la voce Pressure e inserire Pc7-Pamb.

Inlet 8

1 Nella barra degli strumenti Physics, clicca Edge e individua Inlet.

2 All'interno della sezione Edge selection, selezionare i seguenti punti: 47,49,59,60.

3 All'interno della sezione Inlet Settings, selezionare la voce Pressure e inserire Pc8-Pamb.

Outlet

1 Nella barra degli strumenti Physics, clicca Edge e individua Outlet.

2 All'interno di Edge selection, selezionare i seguenti punti: 2,3,7,62.

3 All'interno della sezione Outlet Settings, selezionare la voce Zero Pressure.

Global Equations

1 Nella barra degli strumenti Physics, clicca Global e individua Global Equations.

2 Nella finestra Settings per Global Equations, individuare la sezione Global Equations.

3 Nella tabella, inserisci le seguenti impostazioni:

Name	f(u,ut,utt,t) (kg/s)	Initial value (u_0)(Pa)	Initial value (u_t0)(Pa/s)
Pc1	$(cd1 * \pi * ds^2/4 * Ps/sqrt(Rgas * Ts) * pw1(Pc1) - Gin1) * 1e10$	$0.999 * Ps$	0
Pc2	$(cd2 * \pi * ds^2/4 * Ps/sqrt(Rgas * Ts) * pw1(Pc2) - Gin2) * 1e10$	$0.999 * Ps$	0
Pc3	$(cd3 * \pi * ds^2/4 * Ps/sqrt(Rgas * Ts) * pw1(Pc3) - Gin3) * 1e10$	$0.999 * Ps$	0
Pc4	$(cd4 * \pi * ds^2/4 * Ps/sqrt(Rgas * Ts) * pw1(Pc4) - Gin4) * 1e10$	$0.999 * Ps$	0
Pc5	$(cd5 * \pi * ds^2/4 * Ps/sqrt(Rgas * Ts) * pw1(Pc5) - Gin5) * 1e10$	$0.999 * Ps$	0
Pc6	$(cd6 * \pi * ds^2/4 * Ps/sqrt(Rgas * Ts) * pw1(Pc6) - Gin6) * 1e10$	$0.999 * Ps$	0
Pc7	$(cd7 * \pi * ds^2/4 * Ps/sqrt(Rgas * Ts) * pw1(Pc7) - Gin7) * 1e10$	$0.999 * Ps$	0
Pc8	$(cd8 * \pi * ds^2/4 * Ps/sqrt(Rgas * Ts) * pw1(Pc8) - Gin8) * 1e10$	$0.999 * Ps$	0

4 Individuare la sezione Units. Clicca Select Dependent Variable Quantity.

5 Nella casella Physical Quantity, inserisci Pressure.

6 Click Filter.

7 Nell'albero, seleziona General>Pressure (Pa) e clicca ok.

8 Individuare la sezione Units. Clicca Select Source Term Quantity.

9 Nella casella Physical Quantity, inserisci Mass Flow.

10 Click Filter. 11 Nell'albero, seleziona General>Mass Flow (Kg/s) e clicca ok.

MESH

1 Nella finestra Model Builder, sotto Component 1 (comp1) clicca col tasto destro ed individua Add Mesh.

2 All'interno della sezione Sequence Type, individua Physycs-controlled mesh.

3 All'interno della sezione Physycs-controlled mesh, individua Extremely fine.

4 Clicca Build all.

STUDY I

Step I: Stationary

1 Nella finestra Model Builder, sotto Study I clicca Step I: Stationary.

2 Nella finestra Setting per Stationary,, clicca per espandere la sezione Study Extensions.

3 Seleziona la casella Auxiliary sweep e clicca su Add.

4 Nella tabella, inserisci le seguenti impostazioni:

Parameter name	Parameter value list	Parameter unit
Gap(Air Gap height)	range(4.0e-6,1.0e-6,26e-6)	m

5 Nella sezione Stationary Solver 1 clicca il tasto destro e aggiungi Parametric.

6 Nella barra degli strumenti Study, clicca Compute.

Result

1 Nella finestra Model Builder, clicca Result.

2 Sotto la sezione Derived Valuse, clicca Global evaluation.

3 Nella finestra Setting per Global evaluation, individua la sezione Expressions e inserisci le grandezze di interesse da calcolare.

4 Clicca Evaluate.

5 Nella sezione Tables, troverai tutte le tabelle con all'interno i valori desiderati.

6 Clicca sul tasto destro nella Tables desiderata per esportarla.

7 All'interno della sezione Export, troverai tutte le tabelle esportate.

8 Nella finestra Setting per Export, clicca Export per salvare le tabelle in file blocco note.

Appendice D

Guida COMSOL "Inherently Compensation"

Dal menu File, scegli New.

NEW

1 Nella finestra New, clicca

Model Wizard.

MODEL WIZARD

1 Nella finestra Model Wizard, clicca **3D.**

2 Nella sezione Select Physics, selezionare Fluid Flow>Thin-Film Flow> Thin-Film Flow, Shell (tffs).

3 Clicca Add.

4 Clicca **Study.**

5 Nella sezione Select Study, selezionare General Studies>Stationary.

6 Clicca **Done.**

GLOBAL DEFINITIONS

Parameters I

1 Nella finestra Model Builder, sotto Global Definitions clicca Parameters.

2 Nella finestra Settings per Parameters, individuare la sezione Parameters.

3 Nella tabella, inserisci le seguenti impostazioni:

Name	Expression	Value	Description
P_{amb}	101325 [Pa]	1.0133E5 Pa	Pressione ambiente
P_s	3e5[Pa]	3E5 Pa	Pressione ambiente
P_{cr}	0.52828	0.52828	Rapporto di pressione critico negli ugelli
k	1.4	1.4	Coefficiente di dilatazione adiabatica
cd_0	1.05	1.05	Costante del coeff. di efflusso
$a1$	8.2	8.2	Termine del coeff. di efflusso
R_{gas}	287.053 [J/kg/K]	287.05 J/(kg · K)	Costante universale dei gas
T_s	293.15[K]	293.15 K	Temperatura di supply
Gap	4[um]	4E-6 m m	Altezza del meato iniziale
μ	1.81e-5[Pa*s]	1.81E-5 Pa · s	Viscosità dinamica
ρ	1.204 [Kg/m^3]	1.204 Kg/m^3	Densità aria a 20°C- 1atm
C_g	60000/ρ	49834	Fattore correttivo delle portate in l/min a 20°C

Parameters II

1 Nella finestra Model Builder, sotto Global Definitions clicca Geometry.

2 Nella finestra Settings per Parameters, individuare la sezione Parameters.

3 Nella tabella, inserisci le seguenti impostazioni:

Name	Expression	Value	Description
L_x	75[mm]	0.075 m	Lunghezza del pattino
L_y	50[mm]	0.05 m	Altezza del pattino
L_z	13[mm]	0.013 m	Spessore del pattino
$row1$	Ly/2-c_{xy}	0.02 m	1a riga per la posizione dei fori
$row2$	0[mm]	0 m	2a riga per la posizione dei fori
$row3$	-Ly/2+c_{xy}	-0.02 m	3a riga per la posizione dei fori
$col1$	-Lx/2+c_{xy}	-0.0325 m	1a colonna per la posizione dei fori
$col2$	0[mm]	0 m	2a colonna per la posizione dei fori
$col3$	Lx/2-c_{xy}	0.0325 m	3a colonna per la posizione dei fori
d_s	0.75[mm]	7.5E-4 m	Diametro dei fori di alimentazione
c_{xy}	5 [mm]	0.005 m	distanza dei fori dal bordo lungo x e y

GEOMETRY

Work Plane 1 (wp1)

1 Nella barra degli strumenti Geometry, clicca Work Plane.

2 Nella finestra Settings per Work Plane, clicca Show Work Plane.

Work Plane 1 (wp1)>Plane Geometry

1 Nella finestra Model Builder, clicca Plane Geometry.

Work Plane 1 (wp1)> Rectangle 1(r1)

1 Nella barra degli strumenti Work Plane, click Rectangle.

2 Nella finestra Setting per Rectangle, individua la sezione Size and Shape.

3 Nel campo di testo Width, inserisci Lx.

4 Nel campo di testo Height, inserisci Ly.

5 Clicca Build Selected.

Work Plane 1 (wp1)> Circle 1 (c1)

1 Nella barra degli strumenti Work Plane, click Circle.

2 Nella finestra Setting per Circle, individua la sezione Size and Shape.

3 Nel campo di testo Radius, inserisci ds/2.

4 Nel campo di testo Sector Angle, inserisci 360.

5 Nella finestra Setting per Circle, individua la sezione Position.

5 Nella finestra Base, scegliere Base.

6 Nel campo di testo xw, inserisci col1.

7 Nel campo di testo yw, inserisci row1.

8 Clicca Build Selected.

Work Plane 1 (wp1)> Circle 2 (c2)

1 Nella barra degli strumenti Work Plane, click Circle.

2 Nella finestra Setting per Circle, individua la sezione Size and Shape.

3 Nel campo di testo Radius, inserisci ds/2.

4 Nel campo di testo Sector Angle, inserisci 360.

5 Nella finestra Setting per Circle, individua la sezione Position.

5 Nella finestra Base, scegliere Base.

6 Nel campo di testo xw, inserisci col2.

7 Nel campo di testo yw, inserisci row1.

8 Clicca Build Selected.

Work Plane 1 (wp1)> Circle 3 (c3)

1 Nella barra degli strumenti Work Plane, click Circle.

2 Nella finestra Setting per Circle, individua la sezione Size and Shape.

3 Nel campo di testo Radius, inserisci ds/2.

4 Nel campo di testo Sector Angle, inserisci 360.

5 Nella finestra Setting per Circle, individua la sezione Position.

5 Nella finestra Base, scegliere Base.

6 Nel campo di testo xw, inserisci col3.

7 Nel campo di testo yw, inserisci row1.

8 Clicca Build Selected.

Work Plane 1 (wp1)> Circle 4 (c4)

1 Nella barra degli strumenti Work Plane, click Circle.

2 Nella finestra Setting per Circle, individua la sezione Size and Shape.

3 Nel campo di testo Radius, inserisci ds/2.

4 Nel campo di testo Sector Angle, inserisci 360.

5 Nella finestra Setting per Circle, individua la sezione Position.

5 Nella finestra Base, scegliere Base.

6 Nel campo di testo xw, inserisci col1.

7 Nel campo di testo yw, inserisci row2.

8 Clicca Build Selected.

Work Plane 1 (wp1)> Circle 5 (c5)

1 Nella barra degli strumenti Work Plane, click Circle.

2 Nella finestra Setting per Circle, individua la sezione Size and Shape.

3 Nel campo di testo Radius, inserisci ds/2.

4 Nel campo di testo Sector Angle, inserisci 360.

5 Nella finestra Setting per Circle, individua la sezione Position.

5 Nella finestra Base, scegliere Base.

6 Nel campo di testo xw, inserisci col3.

7 Nel campo di testo yw, inserisci row2.

8 Clicca Build Selected.

Work Plane 1 (wp1)> Circle 6 (c6)

1 Nella barra degli strumenti Work Plane, click Circle.

2 Nella finestra Setting per Circle, individua la sezione Size and Shape.

3 Nel campo di testo Radius, inserisci ds/2.

4 Nel campo di testo Sector Angle, inserisci 360.

5 Nella finestra Setting per Circle, individua la sezione Position.

5 Nella finestra Base, scegliere Base.

6 Nel campo di testo xw, inserisci col1.

7 Nel campo di testo yw, inserisci row3.

8 Clicca Build Selected.

Work Plane 1 (wp1)> Circle 7 (c7)

1 Nella barra degli strumenti Work Plane, click Circle.

2 Nella finestra Setting per Circle, individua la sezione Size and Shape.

3 Nel campo di testo Radius, inserisci ds/2.

4 Nel campo di testo Sector Angle, inserisci 360.

5 Nella finestra Setting per Circle, individua la sezione Position.

5 Nella finestra Base, scegliere Base.

6 Nel campo di testo xw, inserisci col2.

7 Nel campo di testo yw, inserisci row3.

8 Clicca Build Selected.

Work Plane 1 (wp1)> Circle 8 (c8)

1 Nella barra degli strumenti Work Plane, click Circle.

2 Nella finestra Setting per Circle, individua la sezione Size and Shape.

3 Nel campo di testo Radius, inserisci ds/2.

4 Nel campo di testo Sector Angle, inserisci 360.

5 Nella finestra Setting per Circle, individua la sezione Position.

5 Nella finestra Base, scegliere Base.

6 Nel campo di testo xw, inserisci col3.

7 Nel campo di testo yw, inserisci row3.

8 Clicca Build Selected.

Work Plane 1 (wp1)> Rectangle 2(r2)

1 Nella barra degli strumenti Work Plane, click Rectangle.

2 Nella finestra Setting per Rectangle, individua la sezione Size and Shape.

3 Nel campo di testo Width, inserisci $Lx - 2c_{xy}$**.**

4 Nel campo di testo Height, inserisci $Ly - 2c_{xy}$**.**

5 Clicca Build Selected.

Block 1(blk1)

1 Nella barra degli strumenti Geometry, clicca Block.

2 Nella finestra Setting per Rectangle, individua la sezione Size and Shape.

3 Nel campo di testo Width, inserisci Lx.

4 Nel campo di testo Depth, inserisci Ly.

5 Nel campo di testo Height, inserisci Lz.

6 Nella finestra Setting per Rectangle, individua la sezione Position.

7 Nella finestra Base, scegliere Base.

8 Nel campo di testo x, inserisci 0.

9 Nel campo di testo y, inserisci 0.

10 Nel campo di testo Height, inserisci $Lz/2$.

11 Nella barra degli strumenti Geometry, clicca Build all.

Form Union (fin)

1 Clicca Build All.

2 Clicca sul pulsante Go to Default View nella barra degli strumenti Graphics.

3 Clicca sul pulsante nella barra degli strumenti Graphics.

DEFINITIONS

Integration 1 (intop1)

1 Nella barra degli strumenti Definition, clicca Nonlocal Couplings e individua Integration.

2 Nella finestra Setting per Integration, individua la sezione Source Selection.

3 Dalla lista Geometric entity level, individua Boundary.

4 Seleziona i seguenti punti: 3,10.

Integration 2 (intop2)

1 Nella barra degli strumenti Definition, clicca Nonlocal Couplings e individua Integration.

2 Nella finestra Setting per Integration, individua la sezione Source Selection.

3 Dalla lista Geometric entity level, individua Edge.

4 Seleziona i seguenti punti: 2,3,7,62.

Integration 3 (intop3)

1 Nella barra degli strumenti Definition, clicca Nonlocal Couplings e individua Integration.

2 Nella finestra Setting per Integration, individua la sezione Source Selection.

3 Dalla lista Geometric entity level, individua Edge.

4 Seleziona i seguenti punti: 9,10,15,19.

Integration 4 (intop4)

1 Nella barra degli strumenti Definition, clicca Nonlocal Couplings e individua Integration.

2 Nella finestra Setting per Integration, individua la sezione Source Selection.

3 Dalla lista Geometric entity level, individua Edge.

4 Seleziona i seguenti punti: 30,31,36,37.

Integration 5 (intop5)

1 Nella barra degli strumenti Definition, clicca Nonlocal Couplings e individua Integration.

2 Nella finestra Setting per Integration, individua la sezione Source Selection.

3 Dalla lista Geometric entity level, individua Edge.

4 Seleziona i seguenti punti: 40,44,50,53.

Integration 6 (intop6)

1 Nella barra degli strumenti Definition, clicca Nonlocal Couplings e individua Integration.

2 Nella finestra Setting per Integration, individua la sezione Source Selection.

3 Dalla lista Geometric entity level, individua Edge.

4 Seleziona i seguenti punti: 11,12,21,23.

Integration 7 (intop7)

1 Nella barra degli strumenti Definition, clicca Nonlocal Couplings e individua Integration.

2 Nella finestra Setting per Integration, individua la sezione Source Selection.

3 Dalla lista Geometric entity level, individua Edge.

4 Seleziona i seguenti punti: 45,46,55,57.

Integration 8 (intop8)

1 Nella barra degli strumenti Definition, clicca Nonlocal Couplings e individua Integration.

2 Nella finestra Setting per Integration, individua la sezione Source Selection.

3 Dalla lista Geometric entity level, individua Edge.

4 Seleziona i seguenti punti: 13,14,25,27.

Integration 9 (intop9)

1 Nella barra degli strumenti Definition, clicca Nonlocal Couplings e individua Integration.

2 Nella finestra Setting per Integration, individua la sezione Source Selection.

3 Dalla lista Geometric entity level, individua Edge.

4 Seleziona i seguenti punti: 33,34,38,39.

Integration 10 (intop10)

1 Nella barra degli strumenti Definition, clicca Nonlocal Couplings e individua Integration.

2 Nella finestra Setting per Integration, individua la sezione Source Selection.

3 Dalla lista Geometric entity level, individua Edge.

4 Seleziona i seguenti punti: 47,49,59,60.

Average 1 (aveop1)

1 Nella barra degli strumenti Definition, clicca Nonlocal Couplings e individua Average.

2 Nella finestra Setting per Average, individua la sezione Source Selection.

3 Dalla lista Geometric entity level, individua Edge.

4 Seleziona i seguenti punti: 9,10,15,19.

Average 2 (aveop2)

1 Nella barra degli strumenti Definition, clicca Nonlocal Couplings e individua Average.

2 Nella finestra Setting per Average, individua la sezione Source Selection.

3 Dalla lista Geometric entity level, individua Edge.

4 Seleziona i seguenti punti: 30,31,36,37.

Average 3 (aveop3)

1 Nella barra degli strumenti Definition, clicca Nonlocal Couplings e individua Average.

2 Nella finestra Setting per Average, individua la sezione Source Selection.

3 Dalla lista Geometric entity level, individua Edge.

4 Seleziona i seguenti punti: 42,44,50,53.

Average 4 (aveop4)

1 Nella barra degli strumenti Definition, clicca Nonlocal Couplings e individua Average.

2 Nella finestra Setting per Average, individua la sezione Source Selection.

3 Dalla lista Geometric entity level, individua Edge.

4 Seleziona i seguenti punti: 11,12,21,23.

Average 5 (aveop5)

1 Nella barra degli strumenti Definition, clicca Nonlocal Couplings e individua Average.

2 Nella finestra Setting per Average, individua la sezione Source Selection.

3 Dalla lista Geometric entity level, individua Edge.

4 Seleziona i seguenti punti: 45,46,55,57.

Average 6 (aveop6)

1 Nella barra degli strumenti Definition, clicca Nonlocal Couplings e individua Average.

2 Nella finestra Setting per Average, individua la sezione Source Selection.

3 Dalla lista Geometric entity level, individua Edge.

4 Seleziona i seguenti punti: 13,14,25,27.

Average 7 (aveop7)

1 Nella barra degli strumenti Definition, clicca Nonlocal Couplings e individua Average.

2 Nella finestra Setting per Average, individua la sezione Source Selection.

3 Dalla lista Geometric entity level, individua Edge.

4 Seleziona i seguenti punti: 33,34,38,39.

Average 8 (aveop8)

1 Nella barra degli strumenti Definition, clicca Nonlocal Couplings e individua Average.

2 Nella finestra Setting per Average, individua la sezione Source Selection.

3 Dalla lista Geometric entity level, individua Edge.

4 Seleziona i seguenti punti: 47,49,59,60.

Average 9 (aveop9)

1 Nella barra degli strumenti Definition, clicca Nonlocal Couplings e individua Average.

2 Nella finestra Setting per Average, individua la sezione Source Selection.

3 Dalla lista Geometric entity level, individua Boundary.

4 Seleziona il seguente punto: 10.

Piecewise I

1 Nella barra degli strumenti Definitions, clicca Piecewise.

2 Nel campo di testo Function Name, inserisci pw1.

3 All'interno della sezione Definition, nel campo di testo Argument, inserisci Pc.

4 Nella tabella, inserisci le seguenti impostazioni:

Start	End	Function
1e5[Pa]	Ps	$sqrt((2*k/(k-1))*$ $((\mathrm{Pc/Ps})^(2/k) - (Pc/Ps)^((k+1)/k)))*$ $*((\mathrm{Pc/Ps})>\mathrm{Pcr})+\mathrm{sqrt}((2*\mathrm{k}/(\mathrm{k-1}))*$ $(\mathrm{Pcr}^(2/k) - Pcr^((k+1)/k)))*$ $((\mathrm{Pc/Ps})<=\mathrm{Pcr})$

5 All'interno della sezione Units, nel campo di testo Argument, inserisci Pa.

6 All'interno della sezione Units, nel campo di testo Function, inserisci 1.

Piecewise II

1 Nella barra degli strumenti Definitions, clicca Piecewise.

2 Nel campo di testo Function Name, inserisci pw2.

3 All'interno della sezione Definition, nel campo di testo Argument, inserisci Pc.

4 Nella tabella, inserisci le seguenti impostazioni:

5 All'interno della sezione Units, nel campo di testo Argument, inserisci Pa.

Start	End	Function
1e5	Ps	$sqrt((2*k*Rgas*Ts/(k-1))*$ *(1-(Pc/Ps)$^{(}(k-1)/k)))*$ *((Pc/Ps)>Pcr)+sqrt((2*k*Rgas*Ts/(k-1))* *(1-Pcr$^{(}(k-1)/k))) * ((Pc/Ps) <= Pcr)$

6 All'interno della sezione Units, nel campo di testo Function, inserisci m/s.

Variables I

1 Nella barra degli strumenti Definitions, clicca Variables e scegli Local Variables.

2 Nella finestra Settings per Variables, individua la sezione Variables.

3 Nella tabella, inserisci le seguenti impostazioni:

Name	Expression	Unit
$u3$	pw2(Pc1)	m/s
$inlet1$	Pc1	Pa
$inlet2$	Pc2	Pa
$inlet3$	Pc3	Pa
$inlet4$	Pc4	Pa
$inlet5$	Pc5	Pa
$inlet6$	Pc6	Pa
$inlet7$	Pc7	Pa
$inlet8$	Pc8	Pa

Name	Expression	Unit
$Re1$	$Gin1/(pi*mu*ds)$	
$Re2$	$Gin2/(pi*mu*ds)$	
$Re3$	$Gin3/(pi*mu*ds)$	
$Re4$	$Gin4/(pi*mu*ds)$	
$Re5$	$Gin5/(pi*mu*ds)$	
$Re6$	$Gin6/(pi*mu*ds)$	
$Re7$	$Gin7/(pi*mu*ds)$	
$Re8$	$Gin8/(pi*mu*ds)$	
$cd1$	$cd0*(1-0.3*exp(-0.005*Re1))$	
$cd2$	$cd0*(1-0.3*exp(-0.005*Re2))$	
$cd3$	$cd0*(1-0.3*exp(-0.005*Re3))$	
$cd4$	$cd0*(1-0.3*exp(-0.005*Re4))$	
$cd5$	$cd0*(1-0.3*exp(-0.005*Re5))$	
$cd6$	$cd0*(1-0.3*exp(-0.005*Re6))$	
$cd7$	$cd0*(1-0.3*exp(-0.005*Re7))$	
$cd8$	$cd0*(1-0.3*exp(-0.005*Re8))$	

Name	Expression	Unit
$H1$	aveop1(tffs.h)	m
$H2$	aveop2(tffs.h)	m
$H3$	aveop3(tffs.h)	m
$H4$	aveop3(tffs.h)	m
$H5$	aveop3(tffs.h)	m
$H6$	aveop3(tffs.h)	m
$H7$	aveop3(tffs.h)	m
$H8$	aveop3(tffs.h)	m
H_{mean}	(H1+H2+H3+H4+H5+H6+H7+H8)/8	m
Re_{mean}	(Re1+Re2+Re3+Re4+Re5+Re6+Re7+Re8)/8	
Pc_{mean}	(Pc1+Pc2+Pc3+Pc4+Pc5+Pc6+Pc7+Pc8)/8	Pa

Variables II

1 Nella barra degli strumenti Home, clicca a= Variables e scegli Local Variables.

2 Nella finestra Settings per Variables, individua la sezione Variables.

3 Nella tabella, inserisci le seguenti impostazioni:

Name	Expression	Unit	Description
$Gin1$	$H1(abs(intop3(tffs.pA/$ Rgas/Ts*tffs.vavesx* *tffs.nbndx))+ +abs(intop3(tffs.pA/Rgas/Ts* *tffs.vavesy*tffs.nbndy)))	kg/s	Portata foro 1
$Gin2$	$H2(abs(intop4(tffs.pA/$ Rgas/Ts*tffs.vavesx* *tffs.nbndx))+ +abs(intop4(tffs.pA/Rgas/Ts* *tffs.vavesy*tffs.nbndy)))	kg/s	Portata foro 2
$Gin3$	$H3(abs(intop5(tffs.pA/$ Rgas/Ts*tffs.vavesx* *tffs.nbndx))+ +abs(intop5(tffs.pA/Rgas/Ts* *tffs.vavesy*tffs.nbndy)))	kg/s	Portata foro 3
$Gin4$	$H4(abs(intop6(tffs.pA/$ Rgas/Ts*tffs.vavesx* *tffs.nbndx))+ +abs(intop6(tffs.pA/Rgas/Ts* *tffs.vavesy*tffs.nbndy)))	kg/s	Portata foro 4
$Gin5$	$H5(abs(intop7(tffs.pA/$ Rgas/Ts*tffs.vavesx* *tffs.nbndx))+ +abs(intop7(tffs.pA/Rgas/Ts* *tffs.vavesy*tffs.nbndy)))	kg/s	Portata foro 5
$Gin6$	$H6(abs(intop8(tffs.pA/$ Rgas/Ts*tffs.vavesx* *tffs.nbndx))+ +abs(intop8(tffs.pA/Rgas/Ts* *tffs.vavesy*tffs.nbndy)))	kg/s	Portata foro 6

Name	Expression	Unit	Description
$Gin7$	$H7(abs(intop9(tffs.pA/$ Rgas/Ts*tffs.vavesx* *tffs.nbndx))+ +abs(intop9(tffs.pA/Rgas/Ts* *tffs.vavesy*tffs.nbndy)))	kg/s	Portata foro 7
$Gin8$	$H8(abs(intop10(tffs.pA/$ Rgas/Ts*tffs.vavesx* *tffs.nbndx))+ +abs(intop10(tffs.pA/Rgas/Ts* *tffs.vavesy*tffs.nbndy)))	kg/s	Portata foro 8
Gin	$Gin1 + Gin2 + Gin3 + Gin4+$ Gin5+Gin6+Gin7+Gin8	kg/s	Portata totale fori
$Gout$	$(abs(intop2(tffs.h*$ *tffs.pA/Ts*tffs.vavesx* *tffs.nbndx))+abs(intop2(tffs.h* *tffs.pA/Rgas/Ts*tffs.vavesy* *tffs.nbndy)))	kg/s	Portata totale di efflusso
W	intop1(pfilm)	N	Capacità di carico
$Pmean$	$aveop9(pfilm) + tffs.pA$	Pa	Pressione media sotto il pattino

ADD MATERIAL

1 Nella barra degli strumenti Home, clicca Add Material per aprire la finestra Add Material.

2 Nell'albero, seleziona Liquids and Gases>Gases>Air.

3 Clicca due volte sull'icona Air per aggiungere il componente.

4 Nell'albero, seleziona Built-in>Aluminum 3003-H18.

5 Clicca due volte sull'icona Aluminum 3003-H18 per aggiungere il componente.

6 Nella barra degli strumenti Home,clicca Add Material per chiudere la finestra Add Material.

THIN-FILM FLOW, SHELL (TFFS)

1 Nella finestra Model Builder, sotto Component 1 (comp1) clicca Thin-Film Flow, Shell (tffs).

2 Nella finestra Settings per Thin-Film Flow, Shell, individuare la sezione Boundary Selection.

3 Clicca Clear Selection.

4 Seleziona i seguenti punti: 3,10.

5 All'interno della sezione *Physical Model*, selezionare Modified Reynolds equation.

5 All'interno della sezione *Dependent Variables*, digitare nella voce Pressure: pfilm.

Fluid-Film Properties I

1 Nella finestra Model Builder, sotto Component 1 (comp1)>Thin-Film Flow, Shell (tffs) clicca Fluid-Film Properties I.

2 Nella finestra Settings, individua la sezione Wall Properties.

3 Nel campo di testo hw1, inserisci Gap.

2 Nella finestra Settings, individua la sezione Base Properties.

3 Nel campo di testo hb1, inserisci 0.

Border I

1 Come puoi vedere nella sezione Border Settings, la condizione predefinita che si applica alle estremità del pattino è Zero pressure.

Initial Values I

1 Nella sezione Initial Values, dentro la voce pfilm inserisci Pamb.

Inlet 1

1 Nella barra degli strumenti Physics, clicca **Edge e individua Inlet.**

2 All'interno della sezione Edge selection, selezionare i seguenti punti: 9,10,15,19.

3 All'interno della sezione Inlet Settings, selezionare la voce Pressure e inserire Pc1-Pamb.

Inlet 2

1 Nella barra degli strumenti Physics, clicca **Edge e individua Inlet.**

2 All'interno di Edge selection, selezionare i seguenti punti: 30,31,36,37.

3 All'interno della sezione Inlet Settings, selezionare la voce Pressure e inserire Pc2-Pamb.

Inlet 3

1 Nella barra degli strumenti Physics, clicca Edge e individua Inlet.

2 All'interno di Edge selection, selezionare i seguenti punti: 42,44,50,53.

3 All'interno della sezione Inlet Settings, selezionare la voce Pressure e inserire Pc3-Pamb.

Inlet 4

1 Nella barra degli strumenti Physics, clicca Edge e individua Inlet.

2 All'interno di Edge selection, selezionare i seguenti punti: 11,12,21,23.

3 All'interno della sezione Inlet Settings, selezionare la voce Pressure e inserire Pc4-Pamb.

Inlet 5

1 Nella barra degli strumenti Physics, clicca Edge e individua Inlet.

2 All'interno di Edge selection, selezionare i seguenti punti: 45,46,55,57.

3 All'interno della sezione Inlet Settings, selezionare la voce Pressure e inserire Pc5-Pamb.

Inlet 6

1 Nella barra degli strumenti Physics, clicca Edge e individua Inlet.

2 All'interno di Edge selection, selezionare i seguenti punti: 13,14,25,27.

3 All'interno della sezione Inlet Settings, selezionare la voce Pressure e inserire Pc6-Pamb.

Inlet 7

1 Nella barra degli strumenti Physics, clicca Edge e individua Inlet.

2 All'interno di Edge selection, selezionare i seguenti punti: 33,34,38,39.

3 All'interno della sezione Inlet Settings, selezionare la voce Pressure e inserire Pc7-Pamb.

Inlet 8

1 Nella barra degli strumenti Physics, clicca Edge e individua Inlet.

2 All'interno di Edge selection, selezionare i seguenti punti: 47,49,59,60.

3 All'interno della sezione Inlet Settings, selezionare la voce Pressure e inserire Pc8-Pamb.

Outlet

1 Nella barra degli strumenti Physics, clicca Edge e individua Outlet.

2 All'interno della sezione Edge selection, selezionare i seguenti punti: 2,3,7,62.

3 All'interno della sezione Outlet Settings, selezionare la voce Zero Pressure.

Global Equations

1 Nella barra degli strumenti Physics, clicca Global e individua Global Equations.

2 Nella finestra Settings per Global Equations, individuare la sezione Global Equations.

3 Nella tabella, inserisci le seguenti impostazioni:

Name	f(u,ut,utt,t) (kg/s)	Initial value (u_0)(Pa)	Initial value (u_t0)(Pa/s)
Pc1	$(cd1 * \pi * ds * H1 * Ps/sqrt(Rgas * Ts) * pw1(Pc1) - Gin1) * 1e10$	$0.999 * Ps$	0
Pc2	$(cd2 * \pi * ds * H2 * Ps/sqrt(Rgas * Ts) * pw1(Pc2) - Gin2) * 1e10$	$0.999 * Ps$	0
Pc3	$(cd3 * \pi * ds * H3 * Ps/sqrt(Rgas * Ts) * pw1(Pc3) - Gin3) * 1e10$	$0.999 * Ps$	0
Pc4	$(cd4 * \pi * ds * H4 * Ps/sqrt(Rgas * Ts) * pw1(Pc4) - Gin4) * 1e10$	$0.999 * Ps$	0
Pc5	$(cd5 * \pi * ds * H5 * Ps/sqrt(Rgas * Ts) * pw1(Pc5) - Gin5) * 1e10$	$0.999 * Ps$	0
Pc6	$(cd6 * \pi * ds * H6 * Ps/sqrt(Rgas * Ts) * pw1(Pc6) - Gin6) * 1e10$	$0.999 * Ps$	0
Pc7	$(cd7 * \pi * ds * H7 * Ps/sqrt(Rgas * Ts) * pw1(Pc7) - Gin7) * 1e10$	$0.999 * Ps$	0
Pc8	$(cd8 * \pi * ds * H8 * Ps/sqrt(Rgas * Ts) * pw1(Pc8) - Gin8) * 1e10$	$0.999 * Ps$	0

4 Individuare la sezione Units. Clicca Select Dependent Variable Quantity.

5 Nella casella Physical Quantity, inserisci Pressure.

6 Click Filter.

7 Nell'albero, seleziona General>Pressure (Pa) e clicca ok.

8 Individuare la sezione Units. Clicca Select Source Term Quantity.

9 Nella casella Physical Quantity, inserisci Mass Flow.

10 Click Filter. 11 Nell'albero, seleziona General>Mass Flow (Kg/s) e clicca ok.

MESH

1 Nella finestra Model Builder, sotto Component 1 (comp1) clicca col tasto destro ed individua Add Mesh.

2 All'interno della sezione Sequence Type, individua Physycs-controlled mesh.

3 All'interno della sezione Physycs-controlled mesh, individua Extremely fine.

4 Clicca Build all.

STUDY I

Step I: Stationary

1 Nella finestra Model Builder, sotto Study I clicca Step I: Stationary.

2 Nella finestra Setting per Stationary,, clicca per espandere la sezione Study Extensions.

3 Seleziona la casella Auxiliary sweep e clicca su Add.

4 Nella tabella, inserisci le seguenti impostazioni:

Parameter name	Parameter value list	Parameter unit
Gap(Air Gap height)	range(4.0e-6,1.0e-6,26e-6)	m

5 Nella sezione Stationary Solver 1 clicca il tasto destro e aggiungi Parametric.

6 Nella barra degli strumenti Study, clicca Compute.

Result

1 Nella finestra Model Builder, clicca Result.

2 Sotto la sezione Derived Valuse, clicca Global evaluation.

3 Nella finestra Setting per Global evaluation, individua la sezione Expressions e inserisci le grandezze di interesse da calcolare.

4 Clicca Evaluate.

5 Nella sezione Tables, troverai tutte le tabelle con all'interno i valori desiderati.

6 Clicca sul tasto destro nella Tables desiderata per esportarla.

7 All'interno della sezione Export, troverai tutte le tabelle esportate.

8 Nella finestra Setting per Export, clicca Export per salvare le tabelle in file blocco note.

Appendice E

Listati Matlab "Orifice Compensation"

sezione

E.1 Identificazione delle pressioni equivalenti

```
clc
clear all
close all

% %%COMSOL
load('COMSOL_0_2mm_dati_P1=4.mat')
load('COMSOL_0_2mm_dati_P1=5.mat')
load('COMSOL_0_2mm_dati_P1=6.mat')
load('COMSOL_0_2mm_dati_P1=7.mat')
load('COMSOL_0_2mm_dati_P1=8.mat')

% %%DATI INIZIALI
Ts=293; %Temperatura assoluta [K]
k=1.4;
Rg=287.053; %Costante dell'aria [J/kg/K]
mu=1.81e-5; %viscosita' dinamica dell'aria a 200C [Pa s]
pa=101325; % Pressione Ambiente a valle del meato
g=9.806;
cG=60000/1.204; %fattore correttivo per ottenere la portata
    in l/min a 20 C
```

```
% %%GEOMETRIA
L=75e-3;  %base
B=50e-3;  %altezza
l=65e-3;  %distanza x tra due fori agli estremi
b=40e-3;  %distanza y tra due fori agli estremi
d_p=0.2e-3; %diametro foro
c_xy=5e-3; %distanza x/y foro-bordo
num_fori=8; %numero di fori
h=[4:1:26].*1e-6; %altezza meato

% %%PRESSIONI DI ALIMENTAZIONE
% P1=4*1e5;  %pressione di alimentazione del pattino assoluta(8bar relativi)
% P1=5*1e5;  %pressione di alimentazione del pattino assoluta(8bar relativi)
% P1=6*1e5;  %pressione di alimentazione del pattino assoluta(5bar relativi)
% P1=7*1e5;  %pressione di alimentazione del pattino assoluta(6bar relativi)
% P1=8*1e5;  %pressione di alimentazione del pattino assoluta(7bar relativi)
Load=Load_0_2mm6;
Outflow_1mm=Outflow_0_2mm6./cG;

j=0;
tic
for i=4:1:26
    h0=i.*1e-6;
    j=j+1;

P_sonic=(2/(k+1))^(k/(k-1));
Re=abs(4*(Outflow_1mm(1,j)))/(pi*mu*d_p);
A=pi*d_p*d_p/4;
cd=0.85*(1-exp(-8.2*((h0)/(d_p))))*(1-0.3*exp(-0.001*Re));

%caso subsonico
%c = p2/p1>0.5283;
g2_sub=@(P2) num_fori*(cd*A*P1/sqrt(Rg*Ts)*sqrt(2*k/(k-1))*sqrt((P2/P1)^(2/k)-(P2/P1)^((k+1)/k)))-Outflow_1mm(1,j);

% figure
% fplot(g2_sub,[P1*0.53 P1],'-','linewidth',4),hold on
% ylabel('G_2*num_fori-G3_comsol=0 [l/min] '),xlabel('P2')
% legend('subsonico')
```

```
% grid on, zoom on,
% set(gca,'FontSize',32)

P2_0=[]; %Estremo positivo (Subsonico)
P2_1=[]; %Estremo negativo (Sonico)
P2_2=[];
iter=1;
toll=1e-12;

P2_0(iter)=P1*0.5283; %Estremo positivo (Subsonico)
P2_1(iter)=P1; %Estremo negativo (Sonico)/(Subsonico)
F1=-10; %Funzione Calcolata nell'estremo positivo
F0=100; %Funzione Calcolata nell'estremo negativo
F2=100; %Funzione Calcolata nel nuovo punto

while abs(F2)>toll
%%Calcolo valori della funzione negli estermi

%Ps0 Subsonico
c=P2_0(iter)/P1>0.5283;
F0(c)=g2_sub(P2_0(iter));

%Ps1 Subsonico
c=P2_1(iter)/P1>0.5283;
F1(c)=g2_sub(P2_1(iter));

%Calcolo nuovo estremo
P2_2(iter)=P2_0(iter)-F0*(P2_1(iter)-P2_0(iter))/(F1-F0);

%Calcolo della funzione nel nuovo estremo
%Ps2 Subsonico
c=P2_2(iter)/P1>0.5283;
F2(c)=g2_sub(P2_2(iter));
%Cambio estremi intervallo
if F2>0 %cambio l'estremo positivo (Ps0)->(Ps2)
P2_1(iter+1)=P2_1(iter);
P2_0(iter+1)=P2_2(iter);
F0=F2;
F1=F1;
else P2_0(iter+1)=P2_0(iter); %cambio l'estremo negativo (
    Ps1)->(Ps2)
P2_1(iter+1)=P2_2(iter);
F0=F0;
F1=F2;
end
```

```
Err(iter)=F2;
iter=iter+1;
end
P2_fin(j)=P2_2(end);

% figure
% plot(P2_2,'y','linewidth',4,'MarkerSize',2),hold on
% ylabel('P2_2'), xlabel('Iterazioni'),
%grid on, zoom on
%set(gca,'FontSize',10)
%title('Andamento di P2 fino a Convergenza')

end

%capacità di carico
P0_Fp=3.*(Load_0_2mm9)./(b*l+L*B+((b*L+l*B)/2))+pa; %P0 calcolata dalla Load Capacity
Fp_F=(P0_Fp-pa)/3*(b*l+L*B+(b*L+l*B)/2); %
g3_F=((h.^3.*(P0_Fp.^2-pa.^2))./(12*mu*Rg*Ts)).*(b/c_xy+l/c_xy);
p_ratioF=P0_Fp./P2_fin; %rapporto di p0/p2 dalla Capacità di Carico

%Portata
P0_g3=sqrt((((Outflow_1mm.*(12*mu*Rg*Ts))./(b/c_xy+l/c_xy))./(h.^3))+pa^2);
Fp_G=(P0_g3-pa)/3*(b*l+L*B+(b*L+l*B)/2);
g3_G=((h.^3.*(P0_g3.^2-pa.^2))./(12*mu*Rg*Ts)).*(b/c_xy+l/c_xy);
p_ratioG=P0_g3./P2_fin; %rapporto di p0/p2 dalla outflow

% %% Salvataggio
stringaG=['P_ratio_F'   num2str(round(P1*1e-5)) '=p_ratioF;'];
stringaX=['P_ratio_G'   num2str(round(P1*1e-5)) '=p_ratioG;'];
stringaF=['p2_P'        num2str(round(P1*1e-5)) '=P2_fin;'];
stringaH=['LC_F'        num2str(round(P1*1e-5)) '=Fp_F;'];
stringaP=['G_F'         num2str(round(P1*1e-5)) '=g3_F;'];
stringaW=['LC_G'        num2str(round(P1*1e-5)) '=Fp_G;'];
stringaZ=['G_G'         num2str(round(P1*1e-5)) '=g3_G;'];

stringa=['save Regula_falsi_P_ratiog_f_ds_0_2mm'  '_P1='num2str(round(P1*1e-5)) ' P_ratio_F'   num2str(round(P1*1e-5))...
```

```
    ' P_ratio_G'    num2str(round(P1*1e-5)) ' p2_P'
   num2str(round(P1*1e-5))...
    ' LC_F'         num2str(round(P1*1e-5)) ' G_F'
   num2str(round(P1*1e-5))...
    ' LC_G'         num2str(round(P1*1e-5)) ' G_G'
   num2str(round(P1*1e-5))];
eval(stringaG)
eval(stringaX)
eval(stringaF)
eval(stringaH)
eval(stringaP)
eval(stringaW)
eval(stringaZ)
eval(stringa)
```

E.2 Fitting dei risultati ottenuti e identificazione della trasformata

```
clc
clear all
close all

% dati da fittare
Gap=[4:1:26];
load('Regula_falsi_P_ratiog_f_ds_0_2mm_P1=4.mat')
load('Regula_falsi_P_ratiog_f_ds_0_2mm_P1=5.mat')
load('Regula_falsi_P_ratiog_f_ds_0_2mm_P1=6.mat')
load('Regula_falsi_P_ratiog_f_ds_0_2mm_P1=7.mat')
load('Regula_falsi_P_ratiog_f_ds_0_2mm_P1=8.mat')
x = Gap;
y = P_ratio_G9;
fo = fitoptions('Method','NonlinearLeastSquares',...
                'Lower',[0 0 0],...  % vettore con valore minimo dei coefficienti
                'Upper',[Inf Inf Inf],...  % vettore con valore massimo dei coefficienti
                'StartPoint',[0 0 20]);     % vettore con valore di partenza dei coefficienti

myfittype = fittype('a-b.^(c./x)',...
    'dependent',{'y'},'independent',{'x'},...
    'coefficients',{'a','b','c'},'options',fo);

myfit = fit(x',y',myfittype);

plot(myfit,x,y)
xlim([4 26]);
```

E.3 Procedura iterativa per determinare le condizioni iniziali e statiche

E.3.1 Formulazione Esponenziale

```
clc
clear all
close all
% %%DATI INIZIALI
Ts=293; %Temperatura assoluta [K]
k=1.4;
Rg=287.053; %Costante dell'aria [J/kg/K]
mu=1.81e-5; %viscosita' dinamica dell'aria a 20 C  [Pa s]
pa=101325; % Pressione Ambiente a valle del meato
g=9.806;
cG=60000/1.204; %fattore correttivo per ottenEre la portata
    in l/min a 20 C

% %%GEOMETRIA
L=75e-3;  %base
B=50e-3;  %altezza
l=65e-3;  %distanza x tra due fori agli estremi
b=40e-3;  %distanza y tra due fori agli estremi
d_p=0.2e-3; %diametro foro
c_xy=5e-3; %distanza x/y foro-bordo
no_fori=8; %numero di fori

P_sonic=(2/(k+1))^(k/(k-1));
p1=4*1e5;
dt=1e-7;
%Meato Iniziale
h0=4e-6;
%Inizializzazione
Re2=0;
g2=0;
g3=0;
p2=p1;
% %% RELAZIONE ARTICOLO
a0=0.4046; %pratiof
a1=0.02412; %pratiof
```

```
a2=20;
p0=(a0-a1.^(a2./(h0.*1e6))).*p2; %pratiogef

iter=0;
Fp0=1;
err_G=10;
err_F=10;
tic
while (abs(err_G)>1e-6 || abs(err_F)>1e-6)
    iter=iter+1;
%Caclolo portata G2
[g2]=M_portatab(p1,p2,d_p,h0,g2,Rg,Ts,mu,k);
%Calcolo portata meato
g3=(h0^3*(p0^2-pa^2))/(12*mu*Rg*Ts)*(b/c_xy+l/c_xy);

%Calcolo pressioni
V0=b*l*h0;
p0=p0+(no_fori*g2-g3)*(Rg*Ts*dt)/(V0);
p2=p0./(a0-a1.^(a2./(h0.*1e6))); %pratiog

%capacità di carico
Fp=(p0-pa)/3*(b*l+L*B+(b*L+l*B)/2);
% P0_iter(iter)=p0;
% G2_iter(iter)=4*g2;
% G3_iter(iter)=g3;
% Fp_iter(iter)=Fp;

%calcolo errore
err_G=(no_fori*g2-g3)/g3;
err_F=(Fp-Fp0)/Fp0;

Fp0=Fp;

end

%
% figure
% plot([1:iter]*dt,Fp_iter,'b','linewidth',4),grid on, hold on,
% xlabel('Time [s]'),ylabel('Load capacity [N] '),
% grid on, zoom on,legend('Air Gap','External Load')
% set(gca,'FontSize',32)
%
%
% figure
```

```
% plot([1:iter]*dt,G2_iter*cG,'b','linewidth',4),grid on,
    hold on,
% plot([1:iter]*dt,G3_iter*cG,'r','linewidth',4),grid on,
    hold on,
% xlabel('Time [s]'),ylabel('Air Mass Flow Rate [N] '),
% grid on, zoom on,legend('G_2','G_3')
% set(gca,'FontSize',32)
%
close all

toc
z=0;
%Vettore forze esterne
LOAD=[Fp:-10:1];
    h_new=h0;
    h=h0;
    h_old=h0;
    iter=0;

for i=1:length(LOAD)
    F_ext=LOAD(i);

    m=F_ext/g;
    err_F=10;
    err_G=10;
z=z+1
    while (abs(err_G)>1e-4 || abs(err_F)>1e-4)

iter=iter+1;
%Caclolo portata G2
[g2]=M_portatab(p1,p2,d_p,h,g2,Rg,Ts,mu,k);
%Calcolo portata meato
g3=(h^3*(p0^2-pa^2))/(12*mu*Rg*Ts)*(b/c_xy+l/c_xy);

%Calcolo pressioni
V0=B*L*h;
p0=p0+((no_fori*g2-g3)*(Rg*Ts)/(V0)-(h-h_old)/dt*(p0/h))*dt;
p2=p0./(a0-a1.^(a2./(h.*1e6))); %pratiog

%capacità di carico
Fp=(p0-pa)/3*(b*l+L*B+(b*L+l*B)/2);

%Equilibrio
h_new=2*h-h_old+(Fp-F_ext)/m*dt^2;
```

```
P0_iter(iter)=p0;
G2_iter(iter)=no_fori*g2;
G3_iter(iter)=g3;
Fp_iter(iter)=Fp;
H_iter(iter)=h_new;

%calcolo errore
err_G=(no_fori*g2-g3)/g3;
err_F=(Fp-F_ext)/F_ext;

h_old=h;
h=h_new;


end
toc
%%
% figure(1)
% plot([1:iter]*dt,Fp_iter,'b','linewidth',4),grid on, hold on,
% xlabel('Time [s]'),ylabel('Load capacity [N] '),
% grid on, zoom on,legend('Air Gap','External Load')
% set(gca,'FontSize',32)
%
%
% figure(2)
% plot([1:iter]*dt,G2_iter*cG,'b','linewidth',4),grid on, hold on,
% plot([1:iter]*dt,G3_iter*cG,'r','linewidth',4),grid on, hold on,
% xlabel('Time [s]'),ylabel('Air Mass Flow Rate [N] '),
% grid on, zoom on,legend('G_2','G_3')
% set(gca,'FontSize',32)
%
%
% figure(3)
% plot([1:iter]*dt,H_iter,'b','linewidth',4),grid on, hold on,
% xlabel('Time [s]'),ylabel('Air Gap Height [\mum] '),
% grid on, zoom on,legend('G_2','G_3')
% set(gca,'FontSize',32)

%%
F(i)=Fp;
H(i)=h_new;
```

```
G2(i)=no_fori*g2;
G3(i)=g3;
P0(i)=p0;

end

H=H*1e6;
G2=G2*cG;
G3=G3*cG;

% %% Salvataggio
stringaG=['ART_Gap_0_2mm_pratio_f_'   num2str(round(p1)) '=H;'];
stringaX=['ART_G3_0_2mm_pratio_f_'   num2str(round(p1)) '=G3;'];
stringaY=['ART_Load_0_2mm_pratio_f_'   num2str(round(p1)) '=F;'];
stringaZ=['ART_P0_0_2mm_pratio_f_'   num2str(round(p1)) '=P0;'];

stringa=['save ART_LP_0_2mm_pratio_f_'  '_P1=' num2str(round(p1))...
    ' ART_Gap_0_2mm_pratio_f_'   num2str(round(p1))...
    ' ART_G3_0_2mm_pratio_f_'   num2str(round(p1))...
    ' ART_Load_0_2mm_pratio_f_'   num2str(round(p1))...
    ' ART_P0_0_2mm_pratio_f_'   num2str(round(p1))];

eval(stringaG)
eval(stringaX)
eval(stringaY)
eval(stringaZ)
eval(stringa)
```

E.3.2 Formulazione Gaussiana

```
clc
clear all
close all
% %%DATI INIZIALI
Ts=293; %Temperatura assoluta [K]
k=1.4;
```

```
Rg=287.053; %Costante dell'aria [J/kg/K]
mu=1.81e-5; %viscosita' dinamica dell'aria a 200C [Pa s]
pa=101325; % Pressione Ambiente a valle del meato
g=9.806;
cG=60000/1.204; %fattore correttivo per ottenEre la portata
    in l/min a 20 C

% %%GEOMETRIA
L=75e-3;  %base
B=50e-3;  %altezza
l=65e-3;  %distanza x tra due fori agli estremi
b=40e-3;  %distanza y tra due fori agli estremi
d_p=0.2e-3; %diametro foro
c_xy=5e-3; %distanza x/y foro-bordo
no_fori=8; %numero di fori


P_sonic=(2/(k+1))^(k/(k-1));
p1=4*1e5;
dt=1e-7;
%Meato Iniziale
h0=4e-6;
%Inizializzazione
Re2=0;
g2=0;
g3=0;
p2=p1;

% %% RELAZIONE NUOVA GAUSSIANA
a1=0.4091; %pratiof
b1=3.86; %pratiof
c1=57.33; %pratiof
p0=(a1*exp(-(((h0.*1e6)-b1)/c1)^2)).*p2; %pratiof

iter=0;
Fp0=1;
err_G=10;
err_F=10;
tic
while (abs(err_G)>1e-6 || abs(err_F)>1e-6)
    iter=iter+1;
%Caclolo portata G2
[g2]=M_portatab(p1,p2,d_p,h0,g2,Rg,Ts,mu,k);
%Calcolo portata meato
g3=(h0^3*(p0^2-pa^2))/(12*mu*Rg*Ts)*(b/c_xy+l/c_xy);
```

```
%Calcolo pressioni
V0=b*l*h0;
p0=p0+(no_fori*g2-g3)*(Rg*Ts*dt)/(V0);
% p2=p0./(a0-a1.^(a2./(h0.*1e6))); pratiog
p2=p0./(a1*exp(-(((h0.*1e6)-b1)/c1)^2)); %pratiof

%capacità di carico
Fp=(p0-pa)/3*(b*l+L*B+(b*L+l*B)/2);
% P0_iter(iter)=p0;
% G2_iter(iter)=4*g2;
% G3_iter(iter)=g3;
% Fp_iter(iter)=Fp;

%calcolo errore
err_G=(no_fori*g2-g3)/g3;
err_F=(Fp-Fp0)/Fp0;

Fp0=Fp;

end

%
% figure
% plot([1:iter]*dt,Fp_iter,'b','linewidth',4),grid on, hold on,
% xlabel('Time [s]'),ylabel('Load capacity [N] '),
% grid on, zoom on,legend('Air Gap','External Load')
% set(gca,'FontSize',32)
%
%
% figure
% plot([1:iter]*dt,G2_iter*cG,'b','linewidth',4),grid on, hold on,
% plot([1:iter]*dt,G3_iter*cG,'r','linewidth',4),grid on, hold on,
% xlabel('Time [s]'),ylabel('Air Mass Flow Rate [N] '),
% grid on, zoom on,legend('G_2','G_3')
% set(gca,'FontSize',32)
%
close all

toc
z=0;
```

```
%Vettore forze esterne
LOAD=[Fp:-10:1];
   h_new=h0;
   h=h0;
   h_old=h0;
   iter=0;

for i=1:length(LOAD)
   F_ext=LOAD(i);

   m=F_ext/g;
   err_F=10;
   err_G=10;
z=z+1
   while (abs(err_G)>1e-4 || abs(err_F)>1e-4)

iter=iter+1;
%Caclolo portata G2
[g2]=M_portatab(p1,p2,d_p,h,g2,Rg,Ts,mu,k);
%Calcolo portata meato
g3=(h^3*(p0^2-pa^2))/(12*mu*Rg*Ts)*(b/c_xy+l/c_xy);

%Calcolo pressioni
V0=B*L*h;
p0=p0+((no_fori*g2-g3)*(Rg*Ts)/(V0)-(h-h_old)/dt*(p0/h))*dt;
p2=p0./(a1*exp(-(((h.*1e6)-b1)/c1)^2)); %pratiof

%capacità di carico
Fp=(p0-pa)/3*(b*l+L*B+(b*L+l*B)/2);

%Equilibrio
h_new=2*h-h_old+(Fp-F_ext)/m*dt^2;

P0_iter(iter)=p0;
G2_iter(iter)=no_fori*g2;
G3_iter(iter)=g3;
Fp_iter(iter)=Fp;
H_iter(iter)=h_new;

%calcolo errore
err_G=(no_fori*g2-g3)/g3;
err_F=(Fp-F_ext)/F_ext;

h_old=h;
h=h_new;
```

```
end
toc
%%
% figure(1)
% plot([1:iter]*dt,Fp_iter,'b','linewidth',4),grid on, hold on,
% xlabel('Time [s]'),ylabel('Load capacity [N] '),
% grid on, zoom on,legend('Air Gap','External Load')
% set(gca,'FontSize',32)
%
%
% figure(2)
% plot([1:iter]*dt,G2_iter*cG,'b','linewidth',4),grid on, hold on,
% plot([1:iter]*dt,G3_iter*cG,'r','linewidth',4),grid on, hold on,
% xlabel('Time [s]'),ylabel('Air Mass Flow Rate [N] '),
% grid on, zoom on,legend('G_2','G_3')
% set(gca,'FontSize',32)
%
%
% figure(3)
% plot([1:iter]*dt,H_iter,'b','linewidth',4),grid on, hold on,
% xlabel('Time [s]'),ylabel('Air Gap Height [\mum] '),
% grid on, zoom on,legend('G_2','G_3')
% set(gca,'FontSize',32)

%%
F(i)=Fp;
H(i)=h_new;
G2(i)=no_fori*g2;
G3(i)=g3;
P0(i)=p0;

end

H=H*1e6;
G2=G2*cG;
G3=G3*cG;

% %% Salvataggio
```

```
stringaG=['GAUSS_Gap_0_2mm_pratio_f_'   num2str(round(p1)) '
    =H;'];
stringaX=['GAUSS_G3_0_2mm_pratio_f_'   num2str(round(p1)) '=
    G3;'];
stringaY=['GAUSS_Load_0_2mm_pratio_f_'   num2str(round(p1))
    '=F;'];
stringaZ=['GAUSS_P0_0_2mm_pratio_f_'   num2str(round(p1)) '=
    P0;'];

stringa=['save GAUSS_LP_0_2mm_pratio_f_'  '_P1=' num2str(
    round(p1))...
     ' GAUSS_Gap_0_2mm_pratio_f_'   num2str(round(p1))...
     ' GAUSS_G3_0_2mm_pratio_f_'   num2str(round(p1))...
     ' GAUSS_Load_0_2mm_pratio_f_'   num2str(round(p1))...
     ' GAUSS_P0_0_2mm_pratio_f_'   num2str(round(p1))];

eval(stringaG)
eval(stringaX)
eval(stringaY)
eval(stringaZ)
eval(stringa)
```

Appendice F

Listati Matlab "Inherently Compensation"

F.1 Identificazione delle pressioni equivalenti

```
clc
clear all
close all

% %%COMSOL
load('COMSOL_0_5mm_plus_dati_P1=4.mat', 'Load_0_5mm4')
load('COMSOL_0_5mm_plus_dati_P1=4.mat', 'Outflow_0_5mm4')
load('COMSOL_0_5mm_plus_dati_P1=5.mat', 'Load_0_5mm5')
load('COMSOL_0_5mm_plus_dati_P1=5.mat', 'Outflow_0_5mm5')
load('COMSOL_0_5mm_plus_dati_P1=6.mat', 'Load_0_5mm6')
load('COMSOL_0_5mm_plus_dati_P1=6.mat', 'Outflow_0_5mm6')
load('COMSOL_0_5mm_plus_dati_P1=7.mat', 'Load_0_5mm7')
load('COMSOL_0_5mm_plus_dati_P1=7.mat', 'Outflow_0_5mm7')
load('COMSOL_0_5mm_plus_dati_P1=8.mat', 'Load_0_5mm8')
load('COMSOL_0_5mm_plus_dati_P1=8.mat', 'Outflow_0_5mm8')

% %%DATI INIZIALI
Ts=293; %Temperatura assoluta [K]
k=1.4;
Rg=287.053; %Costante dell'aria [J/kg/K]
mu=1.81e-5; %viscosita' dinamica dell'aria a 200C [Pa s]
pa=101325; % Pressione Ambiente a valle del meato
g=9.806;
```

```
cG=60000/1.204; %fattore correttivo per ottenEre la portata in l/min a 20 C

% %%GEOMETRIA
L=75e-3;  %base
B=50e-3;  %altezza
l=65e-3;  %distanza x tra due fori agli estremi
b=40e-3;  %distanza y tra due fori agli estremi
d_p=0.5e-3; %diametro foro
c_xy=5e-3; %distanza x/y foro-bordo
num_fori=8; %numero di fori
h=[4:1:26].*1e-6; %altezza meato

% %%PRESSIONI DI ALIMENTAZIONE
P1=4*1e5;  %pressione di alimentazione del pattino assoluta (5bar relativi)
% P1=5*1e5;  %pressione di alimentazione del pattino assoluta(5bar relativi)
% P1=6*1e5;  %pressione di alimentazione del pattino assoluta(5bar relativi)
% P1=7*1e5;  %pressione di alimentazione del pattino assoluta(6bar relativi)
% P1=8*1e5;  %pressione di alimentazione del pattino assoluta(7bar relativi)
Load=Load_0_5mm6;
Outflow_1mm=(Outflow_0_5mm6)./cG;

j=0;
tic
for i=4:1:26
    h0=i.*1e-6
    j=j+1;

P_sonic=(2/(k+1))^(k/(k-1));
Re=abs((Outflow_1mm(1,j)))/(pi*mu*d_p);
A=pi*d_p*h0;
cd=1.05*(1-0.3*exp(-0.005*Re));

%caso subsonico
%c = p2/p1>0.5283;
g2_sub=@(P2) (num_fori*(cd*A*P1/sqrt(Rg*Ts)*sqrt(2*k/(k-1))*sqrt((P2/P1)^(2/k)-(P2/P1)^((k+1)/k))))-Outflow_1mm(1,j);

% figure
% fplot(g2_sub,[P1*0.2 P1],'-','linewidth',4),hold on
```

```
% ylabel('G_2*num_fori-G3_comsol=0 [l/min] '),xlabel('P2')
% legend('subsonico')
% grid on, zoom on,
% set(gca,'FontSize',32)

P2_0=[]; %Estremo positivo (Subsonico)
P2_1=[]; %Estremo negativo (Sonico)
P2_2=[];
iter=1;
toll=1e-12;

P2_0(iter)=P1*0.53; %Estremo positivo (Subsonico)
P2_1(iter)=P1; %Estremo negativo (Sonico)/(Subsonico)
F1=-10; %Funzione Calcolata nell'estremo positivo
F0=100; %Funzione Calcolata nell'estremo negativo
F2=100; %Funzione Calcolata nel nuovo punto

while abs(F2)>toll
%%Calcolo valori della funzione negli estermi
%P10 Sonico
% c=P2_0(iter)/P1<=0.5283;
% F0(c)=g2_sub2;
%Ps0 Subsonico
c=P2_0(iter)/P1>0.5283;
F0(c)=g2_sub(P2_0(iter));

%Ps1 Sonico
% c=P2_1(iter)/P1<=0.5283;
% F1(c)=g2_sub2;
%Ps1 Subsonico
c=P2_1(iter)/P1>0.5283;
F1(c)=g2_sub(P2_1(iter));

%Calcolo nuovo estremo
P2_2(iter)=P2_0(iter)-F0*(P2_1(iter)-P2_0(iter))/(F1-F0);

%Calcolo della funzione nel nuovo estremo
%Ps2 Sonico
% c=P2_2(iter)/P1<=0.5283;
% F2(c)=g2_sub2;
%Ps2 Subsonico
c=P2_2(iter)/P1>0.5283;
F2(c)=g2_sub(P2_2(iter));
%Cambio estremi intervallo
if F2>0 %cambio l'estremo positivo (Ps0)->(Ps2)
```

```
P2_1(iter+1)=P2_1(iter);
P2_0(iter+1)=P2_2(iter);
F0=F2;
F1=F1;
else P2_0(iter+1)=P2_0(iter); %cambio l'estremo negativo (Ps1)->(Ps2)
P2_1(iter+1)=P2_2(iter);
F0=F0;
F1=F2;
end
Err(iter)=F2;
iter=iter+1;
end
P2_fin(j)=P2_2(end);
% g2_MM(j)=g2_mm;
% g2_SUB2(j)=g2_sub2;
toc
% figure
% plot(P2_2,'y','linewidth',4,'MarkerSize',2),hold on
% ylabel('P2_2'), xlabel('Iterazioni'),
%grid on, zoom on
%set(gca,'FontSize',10)
%title('Andamento di P2 fino a Convergenza')
end

%capacità di carico
P0_Fp=3.*(Load)./(b*l+L*B+((b*L+l*B)/2))+pa; %P0 calcolata dalla Load Capacity
Fp_F=(P0_Fp-pa)/3*(b*l+L*B+(b*L+l*B)/2); %
g3_F=((h.^3.*(P0_Fp.^2-pa.^2))./(12*mu*Rg*Ts)).*(b/c_xy+l/c_xy);
p_ratioF=P0_Fp./P2_fin; %rapporto di p0/p2 dalla Capacità di Carico

%Portata
P0_g3=sqrt((((Outflow_1mm.*(12*mu*Rg*Ts))./(b/c_xy+l/c_xy))./(h.^3))+pa^2);
Fp_G=(P0_g3-pa)/3*(b*l+L*B+(b*L+l*B)/2);
g3_G=((h.^3.*(P0_g3.^2-pa.^2))./(12*mu*Rg*Ts)).*(b/c_xy+l/c_xy);
p_ratioG=P0_g3./P2_fin; %rapporto di p0/p2 dalla outflow

% %% Salvataggio
```

```
stringaG=['P_ratio_F'   num2str(round(P1*1e-5)) '=p_ratioF;']
stringaX=['P_ratio_G'   num2str(round(P1*1e-5)) '=p_ratioG;']
stringaF=['p2_P'        num2str(round(P1*1e-5)) '=P2_fin;'];
stringaH=['LC_F'        num2str(round(P1*1e-5)) '=Fp_F;'];
stringaP=['G_F'         num2str(round(P1*1e-5)) '=g3_F;'];
stringaW=['LC_G'        num2str(round(P1*1e-5)) '=Fp_G;'];
stringaZ=['G_G'         num2str(round(P1*1e-5)) '=g3_G;'];

stringa=['save ccRegula_falsi_P_ratiog_f_ds_0_5mm'  '_P1='
    num2str(round(P1*1e-5)) ' P_ratio_F'   num2str(round(P1*1
    e-5))...
     ' P_ratio_G'   num2str(round(P1*1e-5)) ' p2_P'
    num2str(round(P1*1e-5))...
     ' LC_F'        num2str(round(P1*1e-5)) ' G_F'
    num2str(round(P1*1e-5))...
     ' LC_G'        num2str(round(P1*1e-5)) ' G_G'
    num2str(round(P1*1e-5))];
eval(stringaG)
eval(stringaX)
eval(stringaF)
eval(stringaH)
eval(stringaP)
eval(stringaW)
eval(stringaZ)
eval(stringa)
```

F.2 Fitting dei risultati ottenuti e identificazione della trasformata

```
clc
clear all
close all

% dati da fittare
Gap=[4:1:26];
load('ccRegula_falsi_P_ratiog_f_ds_0_5mm_P1=4.mat')
load('ccRegula_falsi_P_ratiog_f_ds_0_5mm_P1=5.mat')
load('ccRegula_falsi_P_ratiog_f_ds_0_5mm_P1=6.mat')
load('ccRegula_falsi_P_ratiog_f_ds_0_5mm_P1=7.mat')
load('ccRegula_falsi_P_ratiog_f_ds_0_5mm_P1=8.mat')

x = Gap;
y = P_ratio_G9;
fo = fitoptions('Method','NonlinearLeastSquares',...
                'Lower',[0 0 0],...  % vettore con valore minimo dei coefficienti
                'Upper',[Inf Inf Inf],...  % vettore con valore massimo dei coefficienti
                'StartPoint',[0 0 20]);     % vettore con valore di partenza dei coefficienti

myfittype = fittype('a-b.^(c./x)',...
    'dependent',{'y'},'independent',{'x'},...
    'coefficients',{'a','b','c'},'options',fo);

myfit = fit(x',y',myfittype);

plot(myfit,x,y)
xlim([4 26]);
```

F.3 Procedura iterativa per determinare le condizioni iniziali e statiche

F.3.1 Formulazione Esponenziale

```
clc
clear all
close all
% %%DATI INIZIALI
Ts=293; %Temperatura assoluta [K]
k=1.4;
Rg=287.053; %Costante dell'aria [J/kg/K]
mu=1.81e-5; %viscosita' dinamica dell'aria a 200C [Pa s]
pa=101325; % Pressione Ambiente a valle del meato
g=9.806;
cG=60000/1.204; %fattore correttivo per ottenEre la portata
    in l/min a 20 C

% %%GEOMETRIA
L=75e-3;  %base
B=50e-3;  %altezza
l=65e-3;  %distanza x tra due fori agli estremi
b=40e-3;  %distanza y tra due fori agli estremi
d_p=0.5e-3; %diametro foro
c_xy=5e-3; %distanza x/y foro-bordo
no_fori=8; %numero di fori


P_sonic=(2/(k+1))^(k/(k-1));
p1=4*1e5;
dt=1e-7;
%Meato Iniziale
h0=4e-6;
%Inizializzazione
Re2=0;
g2=0;
g3=0;
p2=p1;
% %% RELAZIONE ARTICOLO
a0=0.4352; %pratiof
a1=0.01512; %pratiof
```

```
a2=20; %pratiof
p0=(a0-a1.^(a2./(h0.*1e6))).*p2; %pratiogef

iter=0;
Fp0=1;
err_G=10;
err_F=10;
tic
while (abs(err_G)>1e-6 || abs(err_F)>1e-6)
    iter=iter+1;
%Caclolo portata G2
[g2]=M_portata_cda(p1,p2,d_p,h0,g2,Rg,Ts,mu,k);
%Calcolo portata meato
g3=(h0^3*(p0^2-pa^2))/(12*mu*Rg*Ts)*(b/c_xy+l/c_xy);

%Calcolo pressioni
V0=b*l*h0;
p0=p0+(no_fori*g2-g3)*(Rg*Ts*dt)/(V0);
p2=p0./(a0-a1.^(a2./(h0.*1e6))); %pratiog

%capacità di carico
Fp=(p0-pa)/3*(b*l+L*B+(b*L+l*B)/2);
% P0_iter(iter)=p0;
% G2_iter(iter)=4*g2;
% G3_iter(iter)=g3;
% Fp_iter(iter)=Fp;

%calcolo errore
err_G=(no_fori*g2-g3)/g3;
err_F=(Fp-Fp0)/Fp0;

Fp0=Fp;

end

%
% figure
% plot([1:iter]*dt,Fp_iter,'b','linewidth',4),grid on, hold on,
% xlabel('Time [s]'),ylabel('Load capacity [N] '),
% grid on, zoom on,legend('Air Gap','External Load')
% set(gca,'FontSize',32)
%
%
```

```
% figure
% plot([1:iter]*dt,G2_iter*cG,'b','linewidth',4),grid on, hold on,
% plot([1:iter]*dt,G3_iter*cG,'r','linewidth',4),grid on, hold on,
% xlabel('Time [s]'),ylabel('Air Mass Flow Rate [N] '),
% grid on, zoom on,legend('G_2','G_3')
% set(gca,'FontSize',32)
%
close all

toc
z=0;
%Vettore forze esterne
LOAD=[Fp:-10:5];
    h_new=h0;
    h=h0;
    h_old=h0;
    iter=0;

for i=1:length(LOAD)
    F_ext=LOAD(i);

    m=F_ext/g;
    err_F=10;
    err_G=10;
z=z+1
    while (abs(err_G)>1e-4 || abs(err_F)>1e-4)

iter=iter+1;
%Caclolo portata G2
[g2]=M_portata_cda(p1,p2,d_p,h,g2,Rg,Ts,mu,k);
%Calcolo portata meato
g3=(h^3*(p0^2-pa^2))/(12*mu*Rg*Ts)*(b/c_xy+l/c_xy);

%Calcolo pressioni
V0=B*L*h;
p0=p0+((no_fori*g2-g3)*(Rg*Ts)/(V0)-(h-h_old)/dt*(p0/h))*dt;
p2=p0./(a0-a1.^(a2./(h.*1e6))); %pratiog

%capacità di carico
Fp=(p0-pa)/3*(b*l+L*B+(b*L+l*B)/2);

%Equilibrio
h_new=2*h-h_old+(Fp-F_ext)/m*dt^2;
```

```
P0_iter(iter)=p0;
G2_iter(iter)=no_fori*g2;
G3_iter(iter)=g3;
Fp_iter(iter)=Fp;
H_iter(iter)=h_new;

%calcolo errore
err_G=(no_fori*g2-g3)/g3;
err_F=(Fp-F_ext)/F_ext;

h_old=h;
h=h_new;


end
toc
%%
% figure(1)
% plot([1:iter]*dt,Fp_iter,'b','linewidth',4),grid on, hold on,
% xlabel('Time [s]'),ylabel('Load capacity [N] '),
% grid on, zoom on,legend('Air Gap','External Load')
% set(gca,'FontSize',32)
%
%
% figure(2)
% plot([1:iter]*dt,G2_iter*cG,'b','linewidth',4),grid on, hold on,
% plot([1:iter]*dt,G3_iter*cG,'r','linewidth',4),grid on, hold on,
% xlabel('Time [s]'),ylabel('Air Mass Flow Rate [N] '),
% grid on, zoom on,legend('G_2','G_3')
% set(gca,'FontSize',32)
%
%
% figure(3)
% plot([1:iter]*dt,H_iter,'b','linewidth',4),grid on, hold on,
% xlabel('Time [s]'),ylabel('Air Gap Height [\mum] '),
% grid on, zoom on,legend('G_2','G_3')
% set(gca,'FontSize',32)

%%
F(i)=Fp;
```

```
H(i)=h_new;
G2(i)=no_fori*g2;
G3(i)=g3;
P0(i)=p0;

end

H=H*1e6;
G2=G2*cG;
G3=G3*cG;

% %% Salvataggio
stringaG=['ART_Gap_0_5mm_pratio_f_'   num2str(round(p1)) '=H
    ;'];
stringaX=['ART_G3_0_5mm_pratio_f_'   num2str(round(p1)) '=G3
    ;'];
stringaY=['ART_Load_0_5mm_pratio_f_'   num2str(round(p1)) '=
    F;'];
stringaZ=['ART_P0_0_5mm_pratio_f_'   num2str(round(p1)) '=P0
    ;'];

stringa=['save ART_LP_0_5mm_pratio_f_'  '_P1=' num2str(round
    (p1))...
     ' ART_Gap_0_5mm_pratio_f_'   num2str(round(p1))...
     ' ART_G3_0_5mm_pratio_f_'   num2str(round(p1))...
     ' ART_Load_0_5mm_pratio_f_'   num2str(round(p1))...
     ' ART_P0_0_5mm_pratio_f_'   num2str(round(p1))];

eval(stringaG)
eval(stringaX)
eval(stringaY)
eval(stringaZ)
eval(stringa)
```

F.3.2 Formulazione Gaussiana

```
clc
clear all
close all
% %%DATI INIZIALI
Ts=293; %Temperatura assoluta [K]
k=1.4;
```

```
Rg=287.053; %Costante dell'aria [J/kg/K]
mu=1.81e-5; %viscosita' dinamica dell'aria a 200C [Pa s]
pa=101325; % Pressione Ambiente a valle del meato
g=9.806;
cG=60000/1.204; %fattore correttivo per ottenEre la portata
    in l/min a 20 C

% %%GEOMETRIA
L=75e-3;  %base
B=50e-3;  %altezza
l=65e-3;  %distanza x tra due fori agli estremi
b=40e-3;  %distanza y tra due fori agli estremi
d_p=0.5e-3; %diametro foro
c_xy=5e-3; %distanza x/y foro-bordo
no_fori=8; %numero di fori

P_sonic=(2/(k+1))^(k/(k-1));
p1=4*1e5;
dt=1e-7;
%Meato Iniziale
h0=4e-6;
%Inizializzazione
Re2=0;
g2=0;
g3=0;
p2=p1;
% %% RELAZIONE NUOVA GAUSSIANA
a1=0.4394; %pratiof
b1=3.147; %pratiof
c1=74.42; %pratiof
p0=(a1*exp(-(((h0.*1e6)-b1)/c1)^2)).*p2; %pratiof

iter=0;
Fp0=1;
err_G=10;
err_F=10;
tic
while (abs(err_G)>1e-6 || abs(err_F)>1e-6)
    iter=iter+1;
%Caclolo portata G2
[g2]=M_portata_cda(p1,p2,d_p,h0,g2,Rg,Ts,mu,k);
%Calcolo portata meato
g3=(h0^3*(p0^2-pa^2))/(12*mu*Rg*Ts)*(b/c_xy+l/c_xy);

%Calcolo pressioni
```

```
V0=b*l*h0;
p0=p0+(no_fori*g2-g3)*(Rg*Ts*dt)/(V0);
p2=p0./(a1*exp(-(((h0.*1e6)-b1)/c1)^2)); %pratiof

%capacità di carico
Fp=(p0-pa)/3*(b*l+L*B+(b*L+l*B)/2);
% P0_iter(iter)=p0;
% G2_iter(iter)=4*g2;
% G3_iter(iter)=g3;
% Fp_iter(iter)=Fp;

%calcolo errore
err_G=(no_fori*g2-g3)/g3;
err_F=(Fp-Fp0)/Fp0;

Fp0=Fp;

end
%
% figure
% plot([1:iter]*dt,Fp_iter,'b','linewidth',4),grid on, hold on,
% xlabel('Time [s]'),ylabel('Load capacity [N] '),
% grid on, zoom on,legend('Air Gap','External Load')
% set(gca,'FontSize',32)
%
%
% figure
% plot([1:iter]*dt,G2_iter*cG,'b','linewidth',4),grid on, hold on,
% plot([1:iter]*dt,G3_iter*cG,'r','linewidth',4),grid on, hold on,
% xlabel('Time [s]'),ylabel('Air Mass Flow Rate [N] '),
% grid on, zoom on,legend('G_2','G_3')
% set(gca,'FontSize',32)
%
close all

toc
z=0;
%Vettore forze esterne
LOAD=[Fp:-10:5];
    h_new=h0;
    h=h0;
    h_old=h0;
```

```
    iter=0;

for i=1:length(LOAD)
    F_ext=LOAD(i);

    m=F_ext/g;
    err_F=10;
    err_G=10;
z=z+1
    while (abs(err_G)>1e-4 || abs(err_F)>1e-4)

iter=iter+1;
%Caclolo portata G2
[g2]=M_portata_cda(p1,p2,d_p,h,g2,Rg,Ts,mu,k);
%Calcolo portata meato
g3=(h^3*(p0^2-pa^2))/(12*mu*Rg*Ts)*(b/c_xy+l/c_xy);

%Calcolo pressioni
V0=B*L*h;
p0=p0+((no_fori*g2-g3)*(Rg*Ts)/(V0)-(h-h_old)/dt*(p0/h))*dt;

p2=p0./(a1*exp(-(((h.*1e6)-b1)/c1)^2)); %pratiof

%capacità di carico
Fp=(p0-pa)/3*(b*l+L*B+(b*L+l*B)/2);

%Equilibrio
h_new=2*h-h_old+(Fp-F_ext)/m*dt^2;

P0_iter(iter)=p0;
G2_iter(iter)=no_fori*g2;
G3_iter(iter)=g3;
Fp_iter(iter)=Fp;
H_iter(iter)=h_new;

%calcolo errore
err_G=(no_fori*g2-g3)/g3;
err_F=(Fp-F_ext)/F_ext;

h_old=h;
h=h_new;


end
toc
```

```
%%
% figure(1)
% plot([1:iter]*dt,Fp_iter,'b','linewidth',4),grid on, hold on,
% xlabel('Time [s]'),ylabel('Load capacity [N] '),
% grid on, zoom on,legend('Air Gap','External Load')
% set(gca,'FontSize',32)
%
%
% figure(2)
% plot([1:iter]*dt,G2_iter*cG,'b','linewidth',4),grid on, hold on,
% plot([1:iter]*dt,G3_iter*cG,'r','linewidth',4),grid on, hold on,
% xlabel('Time [s]'),ylabel('Air Mass Flow Rate [N] '),
% grid on, zoom on,legend('G_2','G_3')
% set(gca,'FontSize',32)
%
%
% figure(3)
% plot([1:iter]*dt,H_iter,'b','linewidth',4),grid on, hold on,
% xlabel('Time [s]'),ylabel('Air Gap Height [\mum] '),
% grid on, zoom on,legend('G_2','G_3')
% set(gca,'FontSize',32)

%%
F(i)=Fp;
H(i)=h_new;
G2(i)=no_fori*g2;
G3(i)=g3;
P0(i)=p0;

end

H=H*1e6;
G2=G2*cG;
G3=G3*cG;

% %% Salvataggio
stringaG=['GAUSS_Gap_0_5mm_pratio_f_'   num2str(round(p1)) '=H;'];
stringaX=['GAUSS_G3_0_5mm_pratio_f_'   num2str(round(p1)) '=G3;'];
```

```
stringaY=['GAUSS_Load_0_5mm_pratio_f_'   num2str(round(p1))
    '=F;'];
stringaZ=['GAUSS_P0_0_5mm_pratio_f_'   num2str(round(p1)) '=
    P0;'];

stringa=['save GAUSS_LP_0_5mm_pratio_f_'  '_P1=' num2str(
    round(p1))...
     ' GAUSS_Gap_0_5mm_pratio_f_'   num2str(round(p1))...
     ' GAUSS_G3_0_5mm_pratio_f_'   num2str(round(p1))...
     ' GAUSS_Load_0_5mm_pratio_f_'   num2str(round(p1))...
     ' GAUSS_P0_0_5mm_pratio_f_'   num2str(round(p1))];

eval(stringaG)
eval(stringaX)
eval(stringaY)
eval(stringaZ)
eval(stringa)
```

Bibliografia

[1] Frank Wardle. *Ultra-precision bearings*. Elsevier, 2015 (cit. a p. 2).

[2] M Moradi, F Colombo, T Raparelli, A Trivella e V Viktorov. «Dynamic lumped model of externally pressurized rectangular air bearings». In: *Precision Engineering* 56 (2019), pp. 101–112 (cit. a p. 3).

[3] Hailong Cui, Yang Wang, Xiaobin Yue, Yifei Li e Zhengyi Jiang. «Numerical analysis of the dynamic performance of aerostatic thrust bearings with different restrictors». In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology* 233.3 (2019), pp. 406–423 (cit. a p. 4).

[4] Xue-Dong Chen, Jin-Cheng Zhu e Han Chen. «Dynamic characteristics of ultra-precision aerostatic bearings». In: *Advances in Manufacturing* 1.1 (2013), pp. 82–86 (cit. a p. 4).

[5] F Colombo, L Lentini, T Raparelli, A Trivella e V Viktorov. «A lumped model for grooved aerostatic pad». In: *International Conference on Robotics in Alpe-Adria Danube Region*. Springer. 2018, pp. 678–686 (cit. a p. 5).

[6] Ming-Fei Chen e Yu-Ting Lin. «Static behavior and dynamic stability analysis of grooved rectangular aerostatic thrust bearings by modified resistance network method». In: *Tribology International* 35.5 (2002), pp. 329–338 (cit. a p. 8).

[7] Qiang Gao, Wanqun Chen, Lihua Lu, Dehong Huo e Kai Cheng. «Aerostatic bearings design and analysis with the application to precision engineering: State-of-the-art and future perspectives». In: *Tribology International* 135 (2019), pp. 1–17 (cit. alle pp. 8, 19).

[8] W Brian Rowe. *Hydrostatic, aerostatic and hybrid bearing design*. Elsevier, 2012 (cit. a p. 9).

[9] PM Newgard e RL Kiang. «Elastic orifices for pressurized gas bearings». In: *ASLE TRANSACTIONS* 9.3 (1966), pp. 311–317 (cit. a p. 10).

[10] E Blondeel, R Snoeys e L Devrieze. «Dynamic stability of externally pressurized gas bearings». In: (1980) (cit. a p. 11).

[11] Yuntang Li e Han Ding. «Influences of the geometrical parameters of aerostatic thrust bearing with pocketed orifice-type restrictor on its performance». In: *Tribology international* 40.7 (2007), pp. 1120–1126 (cit. a p. 12).

[12] Haruo Mori e Atsunobu Mori. «On the stabilizing methods of externally pressurized thrust gas bearings». In: (1967) (cit. alle pp. 12, 17).

[13] Terenziano Raparelli, Vladimir Viktorov, Federico Colombo e Luigi Lentini. «Aerostatic thrust bearings active compensation: Critical review». In: *Precision Engineering* 44 (2016), pp. 1–12 (cit. alle pp. 12, 13).

[14] Guido Belforte, Terenziano Raparelli, Andrea Trivella e Vladimir Viktorov. «Identification of discharge coefficients of orifice-type restrictors for aerostatic bearings and application examples». In: *New Tribological Ways* (2011), pp. 359–380 (cit. alle pp. 14, 15, 27).

[15] Federico Colombo, Luigi Lentini, Terenziano Raparelli, Andrea Trivella e Vladimir Viktorov. «An Identification Method for Orifice-Type Restrictors Based on the Closed-Form Solution of Reynolds Equation». In: *Lubricants* 9.5 (2021), p. 55 (cit. a p. 14).

[16] G Belforte, T Raparelli, V Viktorov e A Trivella. «Discharge coefficients of orifice-type restrictor for aerostatic bearings». In: *Tribology International* 40.3 (2007), pp. 512–521 (cit. a p. 15).

[17] SH Chang, CW Chan e YR Jeng. «Numerical analysis of discharge coefficients in aerostatic bearings with orifice-type restrictors». In: *Tribology International* 90 (2015), pp. 157–163 (cit. a p. 15).

[18] Lazar Licht e Harold Elrod. «A study of the stability of externally pressurized gas bearings». In: (1960) (cit. a p. 17).

[19] LDDB Licht, DD Fuller e B Sternlicht. «Self-excited vibrations of an air-lubricated thrust bearing». In: *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers* 80.2 (1958), pp. 411–414 (cit. a p. 17).

[20] Lazar Licht e HG Elrod Jr. *An Analytical and Experimental Study of the Stability of Externally-Pressurized, Gas-Lubricated Thrust Bearings*. Rapp. tecn. FRANKLIN INST PHILADELPHIA PA LABS FORRESEARCH e DEVELOPMENT, 1961 (cit. a p. 17).

[21] Robert L Grossman. «Application of flow and stability theory to the design of externally pressurized spherical gas bearings». In: (1963) (cit. a p. 17).

[22] E. Loch. «"Pneumatisch erregte Schwingungen in statischen Gaslagern». In: *Konstruklion* 15.8 (1963) (cit. a p. 17).

[23] Donald F Wilcock. «Externally pressurized bearings as servomechanisms. I—The simple thrust bearing». In: (1967) (cit. a p. 18).

[24] LR Gero e CM McC. Ettles. «An evaluation of finite difference and finite element methods for the solution of the Reynolds equation». In: *ASLE transactions* 29.2 (1986), pp. 166–172 (cit. a p. 18).

[25] Cheng-Ying Lo, Cheng-Chi Wang e Yu-Han Lee. «Performance analysis of high-speed spindle aerostatic bearings». In: *Tribology International* 38.1 (2005), pp. 5–14 (cit. a p. 18).

[26] ZS Liu, GH Zhang e HJ Xu. «Performance analysis of rotating externally pressurized air bearings». In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology* 223.4 (2009), pp. 653–663 (cit. a p. 18).

[27] Federico Colombo, Luigi Lentini, Terenziano Raparelli, Andrea Trivella e Vladimir Viktorov. «Modelli numerici a parametri concentrati per cuscinetti pneumostatici». In: *oleodinamica-pneumatica* (2021), pp. 32–38 (cit. alle pp. 18, 19).

[28] Lucian Pasieka. «The applicability of the mass-flow-model according to iso 6358 with the parameter critical conductance c and critical pressure ratio b for gases in high-pressure range up to 300 bar». In: (2020) (cit. alle pp. 31, 39).

[29] F Colombo, L Lentini, T Raparelli, A Trivella e V Vladimir. «A nonlinear lumped parameter model of an externally pressurized rectangular grooved air pad bearing». In: *Advances in Italian Mechanism Science* (2019), pp. 490–497 (cit. alle pp. 47, 52).