



**Politecnico di Torino**

---

FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

**Valutazione sperimentale degli effetti sistematici in un sistema  
di taratura accelerometrico triassiale**

Candidato:  
**Michele Murgia**  
Matricola s265061

Relatori:  
**Prof. Gianfranco Genta**  
**Prof. Alessandro Schiavi**  
**Prof. Andrea Prato**

---

Anno Accademico 2021-2022



# Sommario

Il lavoro sperimentale condotto presso i laboratori dell'Istituto Nazionale di Ricerca Metrologia (INRiM) ha avuto lo scopo di valutare gli effetti sistematici in un sistema di taratura accelerometrico triassiale. Il sistema di taratura in parola è principalmente costituito da uno shaker monoassiale sulla cui tavola vibrante sono fissati sia l'accelerometro di riferimento sia l'accelerometro da tarare. Quest'ultimo è stato incollato su dei cunei d'alluminio a loro volta fissati alla tavola vibrante. I cunei permettono di scomporre l'accelerazione impressa dallo shaker su più assi in modo tale da poter ottenere una taratura simultanea su tutti gli assi di misura dell'accelerometro triassiale.

Il sistema di taratura presenta delle oscillazioni spurie dovute principalmente ai moti orizzontali della tavola vibrante e alla risonanza dei cunei di alluminio utilizzati. Tali oscillazioni sono degli effetti sistematici intrinseci nel sistema di taratura e sono stati valutati in modo da operare una taratura corretta dello strumento.

Nel primo capitolo si fornisce un modello fisico generale per comprendere il funzionamento di un accelerometro. Di seguito si descrivono le tipologie di accelerometri utilizzati e il principio di funzionamento di ognuno.

Nel secondo capitolo si descrive il setup sperimentale che costituisce la catena di misura utilizzata per le prove di taratura dell'accelerometro triassiale. Ogni strumento della catena di misura viene descritto e ne vengono riportate le caratteristiche principali indicate nelle specifiche fornite dai produttori.

Nel terzo capitolo vengono illustrati i modelli matematici utilizzati per la taratura dell'accelerometro, senza correzione degli effetti sistematici e con correzione di questi ultimi. In particolare viene riportato il metodo utilizzato per la propagazione dell'incertezza dell'accelerazione di riferimento e del trasduttore da tarare. Successivamente vengono riportate le matrici di sfruttamento, di sensibilità e le relative incertezze associate nel caso in cui si è operata la correzione degli effetti sistematici e nel caso in cui non è avvenuta. Vengono quindi confrontati i risultati ottenuti evidenziando e analizzando le differenze .

Nel quarto capitolo viene analizzata la risposta dinamica di un cuneo il cui baricentro coincide con il punto di incollaggio dell'accelerometro da tarare al fine di minimizzare gli effetti di risonanza del cuneo stesso. Infine nel quinto capitolo si riassumono i risultati ottenuti evidenziando le criticità, gli aspetti innovativi della metodologia/procedura di taratura utilizzata e si propongono possibili modifiche migliorative per il prosieguo della ricerca.

# Indice

<b>1</b>	<b>Accelerometri</b>	<b>1</b>
1.1	MEMS . . . . .	3
1.2	Tipologie di accelerometri . . . . .	4
1.2.1	Accelerometri capacitivi . . . . .	7
1.2.2	Accelerometri estensimetrici . . . . .	9
1.2.3	Accelerometri piezoelettrici . . . . .	11
1.2.4	Accelerometri magnetici . . . . .	14
1.2.5	Accelerometri termici convettivi . . . . .	14
1.2.6	Altri tipi di accelerometri . . . . .	16
<b>2</b>	<b>Fase sperimentale</b>	<b>19</b>
2.1	Setup Sperimentale per la taratura . . . . .	19
2.1.1	PC . . . . .	20
2.1.2	DAQ . . . . .	21
2.1.3	Amplificatore . . . . .	22
2.1.4	Condizionatore di segnale dei sensori . . . . .	23
2.1.5	Cunei . . . . .	25
2.1.6	Shaker monoassiale . . . . .	25
2.1.7	Accelerometro di riferimento . . . . .	27
2.1.8	Accelerometro da tarare . . . . .	28
2.2	Setup per la valutazione degli effetti sistematici . . . . .	30
2.2.1	Oscilloscopio . . . . .	31
2.2.2	Vibrometro laser a effetto Doppler . . . . .	31
<b>3</b>	<b>Prove di taratura</b>	<b>35</b>
3.1	Piano sperimentale . . . . .	35
3.2	Procedura di valutazione degli effetti sistematici . . . . .	40
3.2.1	Misurazioni effetti sistematici . . . . .	43
3.3	Matrici di sensibilità e sfruttamento . . . . .	44
3.4	Valutazione dell'incertezza . . . . .	46
3.5	Risultati prove di taratura . . . . .	49

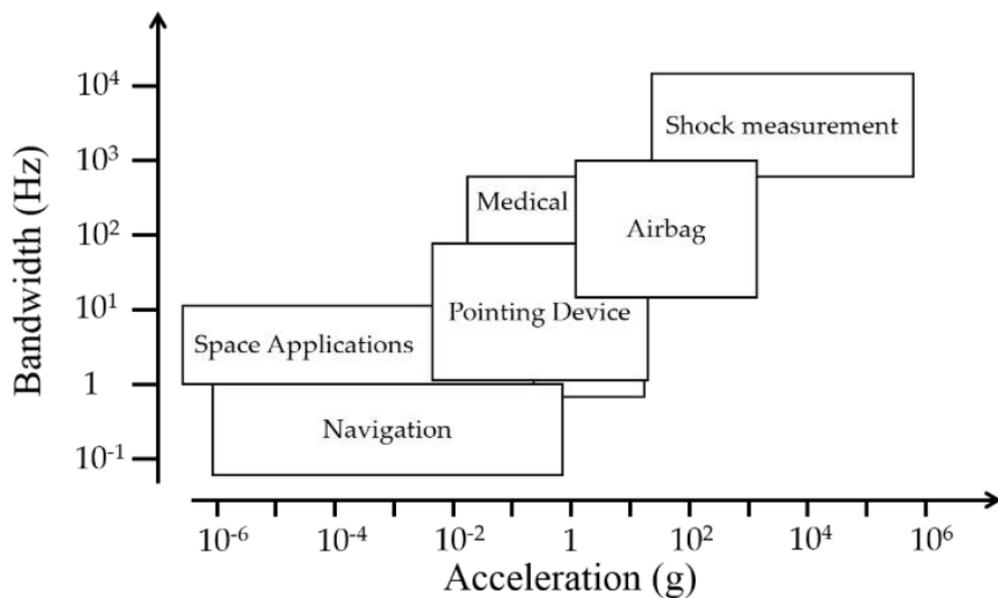
---

3.5.1	Tabelle . . . . .	50
3.5.2	Grafici . . . . .	54
3.6	Confronto risultati . . . . .	60
3.6.1	Matrici di sfruttamento . . . . .	60
3.6.2	Matrici di sensibilità . . . . .	63
3.6.3	Differenze e incertezze relative . . . . .	65
<b>4</b>	<b>Modifica geometria cunei</b>	<b>69</b>
<b>5</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>73</b>
<b>A</b>	<b>Matrici normalizzate</b>	<b>75</b>
<b>B</b>	<b>Inceteezze relative</b>	<b>79</b>
<b>C</b>	<b>Grafici errore normalizzato</b>	<b>83</b>

# Capitolo 1

## Accelerometri

Gli accelerometri sono degli strumenti che misurano l'accelerazione propria di un corpo a cui sono resi solidali. L'utilizzo di tali strumenti è aumentato notevolmente negli ultimi anni in quanto si sono estesi i campi di applicazione. Inizialmente utilizzati in ambito scientifico e aerospaziale, gli accelerometri sono oggi utilizzati anche in numerosi campi civili. Ciò ha condotto a una diversificazione delle tipologie di questi strumenti e ha impresso una forte spinta alla ricerca nell'ambito della misura delle vibrazioni. In fi-



**Figura 1.1:** Accelerazioni e frequenze nei campi di applicazione degli accelerometri [14].

gura [1.1] è riportato un diagramma che evidenzia come le accelerazioni e le

frequenze, nelle principali applicazioni degli accelerometri, varino di svariati ordini di grandezza tra un'applicazione e un'altra, ma anche all'interno della stessa applicazione. I principali campi di applicazione sono:

- ingegneria. Gli accelerometri sono utilizzati per la misura delle vibrazioni su autoveicoli. Queste informazioni sono utili per modificare i vari sottosistemi del veicolo al fine di un miglioramento globale del comportamento dinamico;
- biologia. Gli accelerometri, integrati ad altri dispositivi, permettono di identificare dei modelli comportamentali nella fauna, nonché valutare l'energia utilizzata per le attività vitali. Ciò si è rivelato particolarmente utile per i biologi marini, date le difficoltà dell'osservazione diretta di tale fauna. Negli ultimi anni questi dispositivi sono utilizzati anche per la fauna terrestre;
- industria. Gli accelerometri sono largamente usati per il monitoraggio delle vibrazioni e della loro variazione nel tempo in modo da identificare guasti meccanici o problemi di funzionamento degli alberi di turbine, pompe, ventilatori industriali, compressori o rotture dei cuscinetti che, se non identificati per tempo, determinano elevati costi per l'interruzione del funzionamento della macchina;
- monitoraggio degli edifici e delle infrastrutture. Gli accelerometri sono usati per misurare le vibrazioni di strutture sottoposte a carichi dinamici dovuti ad attività umane, attività sismiche e venti. Il monitoraggio permette di valutare come una struttura reagisce a questi fenomeni ai fini dell'utilizzo in sicurezza della struttura stessa o un eventuale adeguamento strutturale;
- sport. Gli sportwatches introdotti negli ultimi anni permettono di misurare i passi effettuati grazie ad accelerometri che determinano la distanza e la velocità dell'utilizzatore, anche in assenza di segnale GPS;
- navigazione. Gli accelerometri sono usati nei sistemi di navigazione inerziali. Questi sistemi utilizzano un processore e dei sensori spaziali (accelerometri) per il calcolo della posizione, della velocità e dell'orientazione di un oggetto in movimento senza aver bisogno di riferimenti esterni;
- sistemi di sicurezza. Gli accelerometri sono utilizzati negli Airbag degli autoveicoli per identificare un eventuale variazione repentina dell'accelerazione del veicolo che è indice di una collisione. Sono inoltre utilizzati per calcolare le forze laterali agenti sul veicolo in sistemi quali l'ABS;

- elettronica di consumo. Negli smartphone gli accelerometri sono utilizzati per orientare lo schermo in base alla direzione secondo cui l'apparecchio è utilizzato. Nei controller delle piattaforme di gioco la presenza di accelerometri triassiali permette una efficace ricostruzione virtuale della realtà. Nelle macchine fotografiche vengono utilizzati per la stabilizzazione ottica. Gli Hard disk dei personal computer integrano un accelerometro che in caso di urti permette di bloccare la testina in modo da non provocare danni al disco magnetico.

## 1.1 MEMS

Una tecnologia che ha permesso l'ampliamento dei campi di applicazione degli accelerometri è quella utilizzata nei Micro-Electro-Mechanical Systems, o MEMS, che sono elementi meccanici o elettromeccanici miniaturizzati ottenuti mediante dei processi di microfabbricazione. Le dimensioni degli strumenti MEMS variano da frazioni di micron fino a diversi millimetri. Le tipologie di MEMS possono essere molto differenti, variando da strutture relativamente semplici, prive di parti mobili, a sistemi elettromeccanici estremamente complessi con parti multiple in movimento controllate dalla microelettronica integrata. L'elemento che accomuna tipologie così diverse di strumenti e che caratterizza tutti i MEMS è la presenza di una o più parti che esplicano una funzione meccanica, siano esse mobili o no. Gli elementi che costituiscono i MEMS sono circuiti microelettronici, strutture, attuatori e sensori dei quali questi ultimi due presentano delle possibilità di sviluppo importanti e interessanti. Microsensori e microattuatori sono strumenti che convertono una forma di energia in un'altra. Nel caso dei microsensori, lo strumento generalmente converte un segnale meccanico in un segnale elettrico per ottenere una misura.

Ricercatori e sviluppatori hanno prodotto un grande numero di microsensori per la misurazione delle grandezze fisiche fra cui temperatura, pressione, forza inerziale, campi magnetici, radiazioni, individuazione di specie chimiche, etc.. Molti di questi microsensori forniscono prestazioni migliori degli strumenti in macroscala, inoltre il loro processo di produzione è lo stesso utilizzato nell'industria dei circuiti integrati (IC) e comporta un basso costo unitario. Queste caratteristiche positive hanno portato a un rapido sfruttamento commerciale della tecnologia e il mercato di questi dispositivi è attualmente in forte crescita.

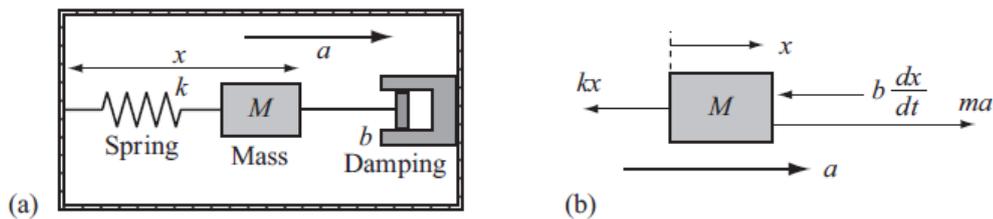
Più recentemente la comunità di ricerca e sviluppo dei microsistemi ha prodotto anche diversi microattuatori, quali microvalvole per il controllo del flusso di un gas o di un liquido, interruttori ottici e specchi per reindirizzare

o modulare raggi di luce, serie di microspecchi indipendenti per gli schermi, microrisonatori, micropompe, microflaps per controllare il flusso d'aria in una superficie alare, etc. . Questi microattuatori hanno dimensioni molto ridotte, ma frequentemente controllano effetti macroscopici. Un esempio di tali effetti è stato evidenziato da alcuni ricercatori che hanno posto dei microattuatori nelle superfici mobili delle ali di un aereo e sono stati in grado di manovrarlo usando solo questi sistemi miniaturizzati.

La maggiore efficacia di questi sistemi si ottiene quando si hanno sensori, attuatori e/o strutture integrate in un substrato comune insieme alla relativa circuiteria. Questi sistemi integrati sono una parte fondamentale dell'Internet of Things (IoT) dove più sistemi interconnessi costantemente raccolgono, memorizzano, processano e scambiano informazioni utili per controllare e monitorare l'ambiente esterno.

## 1.2 Tipologie di accelerometri

In virtù della seconda legge di Newton ( $F = ma$ ) un accelerometro può essere realizzato in modo da valutare l'accelerazione semplicemente misurando la forza agente su una massa nota. A riposo l'accelerazione è nulla ( $a = 0$ ) e dunque anche la forza agente sulla massa è nulla. Per ogni accelerazione non nulla ( $a \neq 0$ ) la forza sulla massa è direttamente proporzionale all'accelerazione e quindi l'accelerazione può essere valutata con i metodi utilizzati per valutare le forze. Le tipologie di accelerometri esistenti variano in maniera marcata l'una dall'altra, ma è possibile ricondurli a un modello comune del second'ordine, a parametri concentrati, unidimensionale come quello massa-molla-smorzatore riportato in **figura [1.2]**.



**Figura 1.2:** (a) Modello meccanico di un accelerometro basato sulla misura della forza agente su una massa. (b) Diagramma di corpo libero dell'accelerometro [6].

Possiamo scrivere la seguente equazione di equilibrio:

$$F_a = F_s + F_m$$

dove  $F_a$  è la forza d'inerzia agente sulla massa,  $F_s$  la forza dovuta all'attrito viscoso e  $F_m$  la forza esercitata dalla molla. Esplicitando le forze della precedente equazione si ottiene:

$$Mf = -b\frac{dx_2}{dt} - kx_2$$

dove  $M$  è la massa,  $x_2$  lo spostamento della massa in un sistema di riferimento solidale alla struttura dell'accelerometro,  $k$  la rigidità della molla,  $b$  il coefficiente d'attrito viscoso e  $f$  è l'accelerazione della massa rispetto a un sistema di riferimento fisso, così definita:

$$f = \frac{d^2x_2}{dt^2} - \frac{d^2x_1}{dt^2}$$

dove  $x_1$  è lo spostamento dell'involucro dell'accelerometro. Sostituendo nella precedente e riordinando otteniamo:

$$M\frac{d^2x_1}{dt^2} + b\frac{dx_1}{dt} + kx_1 = M\frac{d^2x_2}{dt^2}$$

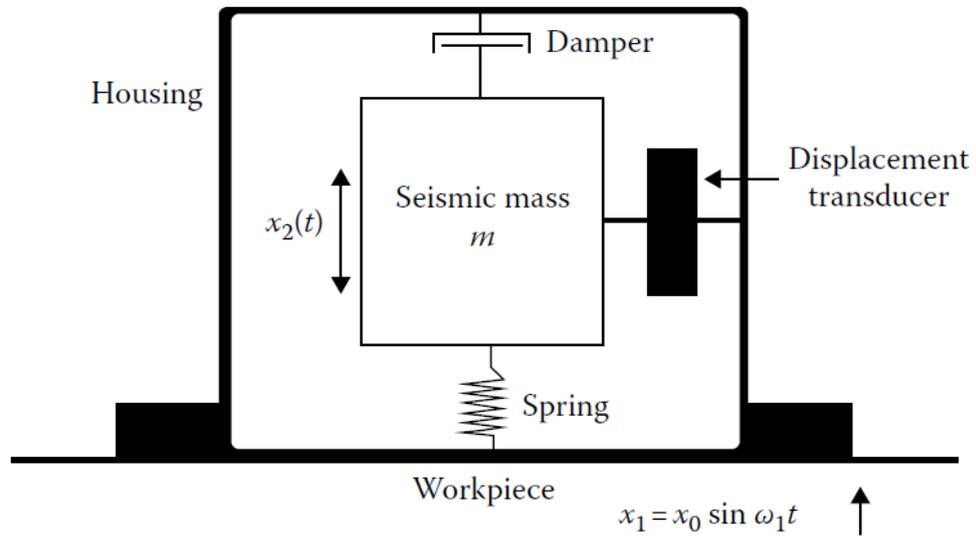
Eseguiamo la trasformata di Laplace per poter studiare più facilmente il modello:

$$Ms^2X(s) + bsX(s) + kX(s) = -MA(s)$$

dove  $X(s) = \mathcal{L}[x_1(t)]$  è la trasformata dello spostamento della massa rispetto all'involucro dell'accelerometro e  $A(s) = \mathcal{L}[d^2x_2(t)/dt^2]$  è la trasformata dell'accelerazione dell'involucro rispetto a un sistema di riferimento fisso. Introduciamo la frequenza naturale del sistema  $\omega_n = \sqrt{k/M}$  e il fattore di smorzamento  $\zeta = b/2\sqrt{km}$  ed esplicitiamo il rapporto  $X(s)/A(s)$ :

$$\frac{X(s)}{A(s)} = -\frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

questo rapporto è la funzione di trasferimento ( $G(s)$ ) del modello.

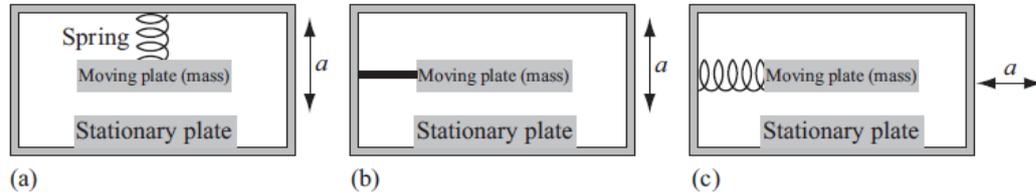


**Figura 1.3:** Schema della struttura di un accelerometro a deflessione [2].

In generale un accelerometro richiede un elemento avente una massa relativamente elevata il cui movimento sia sfasato rispetto al movimento dell'involucro che è solidale all'oggetto di cui si vuole conoscere l'accelerazione. Un trasduttore di posizione genera un segnale elettrico che è funzione dello spostamento della massa (**figura [1.3]**). La massa viene chiamata *massa sismica, di prova o inerziale*. Quale che sia la modalità costruttiva dell'accelerometro o la tecnica di conversione del segnale misurato, la misura si ottiene valutando lo spostamento della massa che è funzione dell'accelerazione. Lo smorzamento è dovuto all'effetto di "squeezed film damping" che si genera per la compressione o decompressione del gas sigillato all'interno dello strumento durante il movimento della massa. Ciò è dovuto in particolare alle ridotte tolleranze tra la massa e l'involucro del sensore. Le tipologie di accelerometri sono:

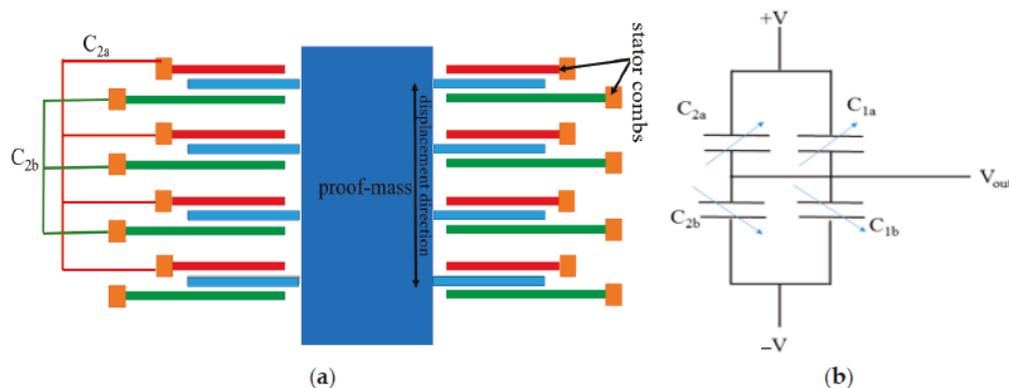
- Accelerometri capacitivi;
- Accelerometri estensimetrici;
- Accelerometri piezoelettrici;
- Accelerometri magnetici;
- Accelerometri termici convettivi;
- Altri tipi.

## 1.2.1 Accelerometri capacitivi



**Figura 1.4:** Tre strutture base di un accelerometro capacitivo: (a) Piastra mobile contrastata da una molla. (b) Piastra connessa a una trave incastrata. (c) Piastra mobile connessa lateralmente a una molla [6].

Il sensore di questa tipologia di accelerometri è costituito da un piccolo condensatore in cui una piastra è rigidamente solidale all'involucro dello strumento, mentre l'altra si muove relativamente alla prima in quanto fissata all'involucro mediante un elemento elastico. La piastra mobile si comporta come una massa inerziale. In questa tipologia di accelerometri la misura che viene rilevata è la variazione di capacità per effetto del movimento relativo tra le due piastre. Le configurazioni più semplici sono mostrate in **figura [1.4]** nella quale la configurazione (a) prevede un movimento della piastra mobile lungo la normale alla superficie della medesima piastra; nella configurazione (b) la piastra mobile è supportata da un elemento a sbalzo che flettendosi varia la distanza tra le piastre, mentre nella configurazione (c) il movimento della piastra mobile è parallelo alla superficie della piastra medesima, dunque non varia la distanza tra le piastre, ma l'area che determina la capacità.



**Figura 1.5:** (a) Schema di misura in un accelerometro differenziale a gap variabile. (b) Circuito equivalente [12].

Per ottenere variazioni lineari della capacità in funzione dell'accelerazione si utilizzano sensori differenziali come quello indicato in **figura [1.5]**. Questo è costituito da una massa mobile che presenta  $N$  denti, con una configurazione a pettine, che svolgono la funzione di piastre mobili e che sono inserite tra coppie di piastre fisse solidali all'involucro del sensore. Con la suddetta configurazione lo spostamento di una piastra mobile determina una variazione di capacità di segno opposto. La piastra mobile si muove infatti fra due piastre fisse e l'insieme costituisce due condensatori nei quali in virtù del movimento della piastra mobile stessa la capacità dell'uno diminuisce e quella dell'altro aumenta. Per ricavare la relazione tra la variazione di capacità e l'accelerazione a cui è sottoposto lo strumento si richiama la formula che permette di calcolare il valore della capacità:

$$c_{1ai} = \varepsilon \frac{lt}{d+x}$$

$$c_{1bi} = \varepsilon \frac{lt}{d-x}$$

dove  $\varepsilon$  è la permittività elettrica del mezzo che circonda le piastre,  $l$  è la lunghezza di sovrapposizione tra piastra mobile e fissa,  $t$  lo spessore delle piastre,  $d$  è la distanza tra la piastra mobile e quelle fisse in condizioni di accelerazione nulla e  $x$  è lo spostamento relativo della piastra mobile rispetto a quelle fisse per effetto dell'accelerazione. Considerando ora le  $N$  coppie di capacità presenti nello strumento si può scrivere:

$$C_{1a} = Nc_{1ai} = \varepsilon \frac{Nlt}{d+x} = \varepsilon \frac{A}{d+x} = C_0 \frac{d}{d+x}$$

$$C_{1b} = Nc_{1bi} = \varepsilon \frac{Nlt}{d-x} = \varepsilon \frac{A}{d-x} = C_0 \frac{d}{d-x}$$

dove  $A = Nlt$  è l'area totale di sovrapposizione e  $C_0 = \varepsilon A/d$  è il valore delle capacità in condizioni di spostamento nullo. La capacità differenziale  $\Delta C$  è:

$$\Delta C = C_{1b} - C_{1a} = 2C_0 \frac{dx}{d^2 - x^2}$$

Otteniamo una equazione di secondo grado in  $x$ :

$$\Delta C x^2 + 2C_0 dx - \Delta C d^2 = 0$$

Nel caso di piccoli spostamenti ( $x \ll d$ ) è possibile trascurare il termine di secondo grado così da ottenere:

$$x \approx \frac{1}{2} \frac{\Delta C}{C_0} d$$

In un modello massa-molla-smorzatore eccitato con una funzione periodica si ha che  $x = a/\omega_n^2 = ma/k$ , dunque si ha una proporzionalità diretta tra capacità differenziale e accelerazione:

$$a = \frac{1}{2} \frac{k}{m} \frac{\Delta c}{C_0} d$$

In questo tipo di accelerometri la variazione di capacità è molto bassa, dunque piuttosto che misurare direttamente questa variazione si preferisce inserire queste capacità in un oscillatore LC o RC. In questi circuiti è la frequenza di oscillazione ad essere una misura diretta dell'accelerazione che può essere facilmente convertita in un segnale digitale.

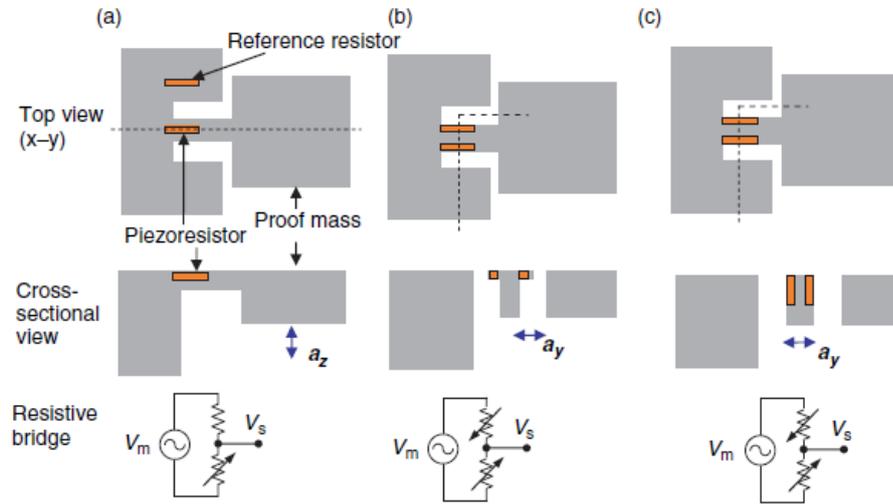
### 1.2.2 Accelerometri estensimetrici

Gli accelerometri estensimetrici utilizzano la variazione di resistenza elettrica di un materiale conduttore come misura dell'accelerazione. Se il materiale viene posto in trazione o compressione la sua resistenza varia per la combinazione di due effetti: la variazione dimensionale e l'effetto piezoresistivo. Questa dipendenza è espressa dal *gauge factor*:

$$\left(\frac{DR/R}{DL/L}\right) = 1 + 2\nu + \left(\frac{D\rho/\rho}{DL/L}\right)$$

dove:

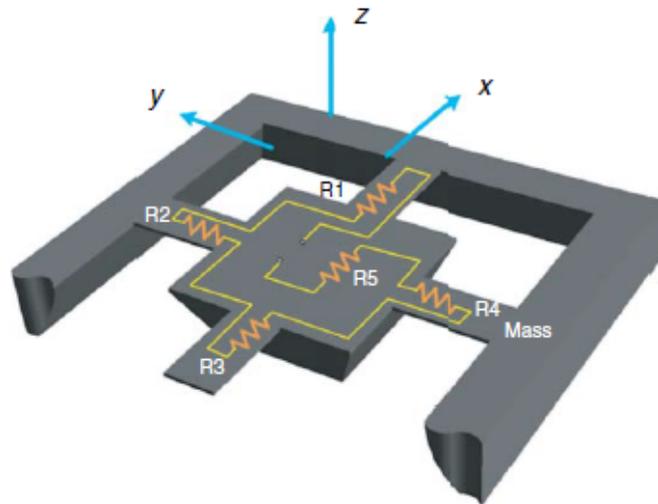
- il fattore 1 tiene conto della variazione di resistenza dovuta alla variazione di lunghezza;
- il fattore  $2\nu$ , con  $\nu$  modulo di Poisson, tiene conto della variazione di resistenza dovuta alla variazione dell'area;
- il fattore  $\left(\frac{D\rho/\rho}{DL/L}\right)$  tiene conto della variazione di resistenza dovuta alla variazione di resistività del materiale.



**Figura 1.6:** Schemi di sensori piezoresistivi. (a) Sensore fuori piano (asse Z) con un quarto di ponte attivo. (b) Sensore in piano (asse laterale), trave a T, con metà ponte attivo. (c) Sensore in piano (asse laterale) con metà ponte attivo dove le piezoresistenze sono poste sulle pareti laterali per impiantazione ionica [5].

Nella forma più semplice (**figura [1.6]**) questi accelerometri sono costituiti da una massa inerziale resa solidale all'involucro dello strumento mediante un elemento a sbalzo e degli estensimetri che in genere sono posti nel punto in cui sia ha lo sforzo massimo (massima deformazione) e quindi la massima variazione di resistenza, ossia in prossimità dell'incastro dell'elemento a sbalzo all'involucro.

Una possibile configurazione per un accelerometro triassiale è quella in cui si ha una massa inerziale sospesa e connessa da quattro elementi a sbalzo all'involucro come quello di **figura [1.7]**. Le cinque resistenze sono collegate in serie e alimentate con una corrente costante. La resistenza centrale ( $R_5$ ) è usata come resistenza di riferimento per eliminare la deriva termica delle piezoresistenze. Data un'accelerazione diretta lungo  $x$  le resistenze  $R_1$  e  $R_3$  avranno delle variazioni di segno opposto mentre  $R_2$  e  $R_4$  avranno delle variazioni dello stesso segno, dunque l'accelerazione sarà misurata per via della differenza di resistenza tra  $R_1$  e  $R_3$ . Un discorso simile vale per un'accelerazione lungo  $y$ : in questo caso la misura sarà data dalla differenza tra  $R_2$  e  $R_4$ . Un'accelerazione lungo  $z$  sarà invece misurata dai contributi di tutte le resistenze. Questa struttura ha il difetto di avere una sensibilità molto minore lungo gli assi  $x$  e  $y$  rispetto a  $z$  e gli offset DC sono grandi. Gli accelerometri piezoresistivi hanno una sensibilità fortemente influenzata



**Figura 1.7:** Visione schematica di un accelerometro triassiale piezoresistivo [5].

dalla temperatura i cui effetti devono essere compensati. Inoltre presentano non linearità e talvolta difficoltà di montaggio.

### 1.2.3 Accelerometri piezoelettrici

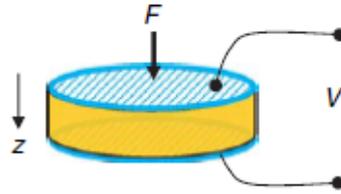
La piezoelettricità è la caratteristica di alcuni materiali di creare una polarizzazione interna per effetto di uno sforzo. In altre parole quando a un materiale piezoelettrico viene applicata una forza questo genera una tensione elettrica proporzionale alla forza applicata.

I materiali piezoelettrici maggiormente utilizzati sono Quarzo, Niobato di litio, fosfato di Gallio e altri materiali che vengono usati come sottili film piezoelettrici, tra cui anche polimeri. Tra tutti questi quello preferito è il quarzo per via della sua grande stabilità al variare della temperatura.

In generale i materiali piezoelettrici non sono adatti per misurare sforzi che variano lentamente nel tempo a causa degli effetti delle correnti continue dispersive, ma sono molto efficaci per la misura dei moti vibratorii.

In **figura [1.8]** viene riportato lo schema base di una cella piezoelettrica. La relazione tra la carica indotta e la forza applicata è rappresentata dalla seguente relazione:

$$q = dF$$

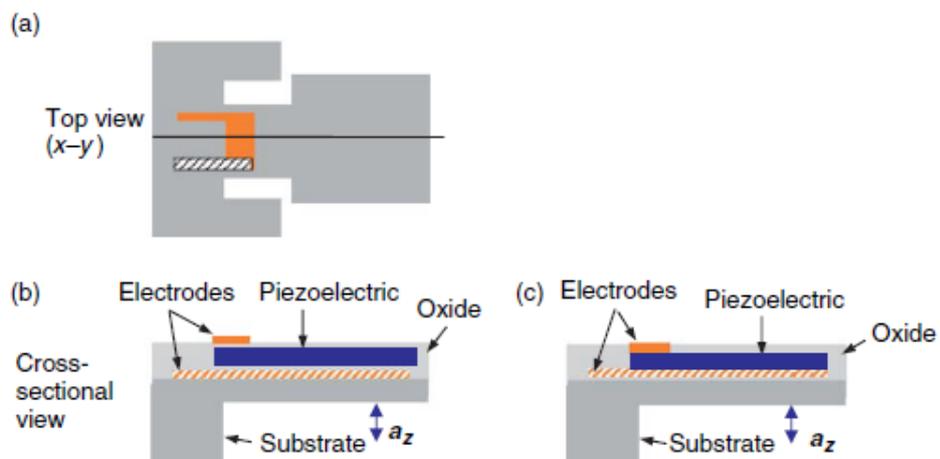


**Figura 1.8:** Schema di una cella piezoelettrica [5].

dove  $q$  è la carica totale,  $d$  la costante di carica piezoelettrica e  $F$  la forza esterna applicata. La tensione ai capi della cella è data da:

$$V = \frac{q}{C} = \frac{dF}{C} \quad (1.1)$$

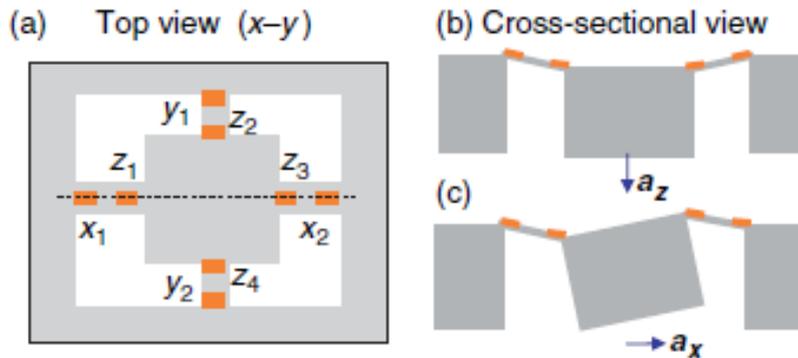
dove  $C$  è la capacità del materiale piezoelettrico. Secondo questa equazione una piccola capacità porta a una grande sensibilità, ma anche a una grande impedenza che unitamente alla presenza di capacità parassite disturbano il segnale. Per questo motivo si pone molta cura nella costruzione e in particolare nel posizionamento degli elettrodi e del materiale piezoelettrico. Nella realizzazione del sensore un requisito fondamentale è la massimizzazione simultanea di  $C$  e del rapporto  $q/C$ . È buona pratica posizionare gli elettrodi attorno alla zona di massimo sforzo.



**Figura 1.9:** Struttura di un accelerometro piezoelettrico [5].

In **figura [1.9]** sono riportati degli schemi di tali tipi di accelerometri che sono costituiti essenzialmente una struttura stratificata con al centro lo strato di piezoelettrico interposto fra due strati conduttivi. L'elettrodo superiore è posto nelle vicinanze dell'incastro dell'elemento a sbalzo, nella zona di massimo sforzo.

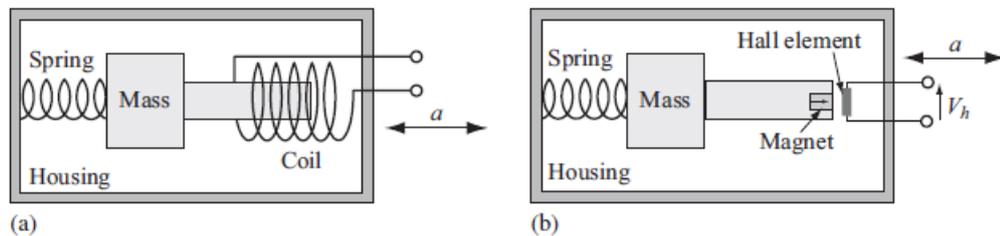
Lo strato di piezoelettrico è posto a diretto contatto con gli elettrodi e il tutto può essere rivestito da un dielettrico. La protezione con il dielettrico può ridurre significativamente le correnti disperse e migliorare le prestazioni quando la sforzo varia lentamente, tuttavia ciò aumenta la complessità costruttiva e riduce la sensibilità.



**Figura 1.10:** Schema di un accelerometro piezoelettrico triassiale con una singola massa inerziale [5].

In **figura [1.10]** è riportata una struttura di un accelerometro triassiale, simile a quello precedentemente illustrato nella descrizione degli accelerometri piezoresistivi, dove una massa inerziale centrale è collegata all'involucro mediante quattro elementi simmetrici. In presenza di un'accelerazione lungo l'asse  $z$  la massa produce uno sforzo di trazione nella parte superiore degli elementi bimorfi (ossia  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $y_1$  e  $y_2$ ) e sforzi di compressione in  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_3$  e  $z_4$ , dunque la somma delle tensioni generate da questi permetterà di determinare la componente di accelerazione lungo  $z$ . In presenza di un'accelerazione lungo l'asse  $x$  la massa di prova tende a ruotare attorno all'asse  $y$  generando sforzi di trazione in  $x_1$  e  $x_3$ , di compressione in  $z_1$  e  $x_2$ . Vengono inoltre generati sforzi tangenziali in  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $z_2$  e  $z_4$  che possono essere trascurati. Quindi un'accelerazione lungo  $x$  può essere misurata dalla differenza di  $x_1$  e  $x_2$ . La differenza tra  $y_1$  e  $y_2$  si annulla in quanto gli sforzi hanno stessa ampiezza e segno, così come la somma di  $z_1$  e  $z_4$  in quanto hanno stessa ampiezza ma segno opposto. Un ragionamento analogo può essere fatto per un'accelerazione lungo  $y$ .

## 1.2.4 Accelerometri magnetici



**Figura 1.11:** (a) Un accelerometro induttivo in cui il moto orizzontale della massa è misurato da una variazione dell'induttanza della bobina. (b) Accelerometro in cui il moto della massa è misurato da un sensore a effetto Hall [6].

Un accelerometro magnetico è essenzialmente un dispositivo costituito da un'asta, connessa a una massa mobile, che può scorrere all'interno di una bobina, quest'ultima a sua volta connessa all'involucro dello strumento. Il movimento della massa mobile è contrastato da una molla solidale all'involucro dello strumento. L'accoppiamento di asta e bobina realizza un circuito magnetico a induttanza variabile. L'induttanza della bobina è proporzionale alla posizione dell'asta e aumenta mano a mano che il materiale ferromagnetico penetra nella bobina (**figura [1.11]**). Questa configurazione realizza pertanto un semplice sensore di posizione da cui può evincersi l'accelerazione. Un approccio differente è quello di utilizzare un magnete permanente inserito nell'asta che muovendosi determina una variazione del campo magnetico rilevata da un sensore ad effetto Hall. Il sensore ad effetto Hall avrà un'uscita in tensione proporzionale al campo magnetico che a sua volta è proporzionale alla posizione, da cui sarà infine possibile misurare l'accelerazione.

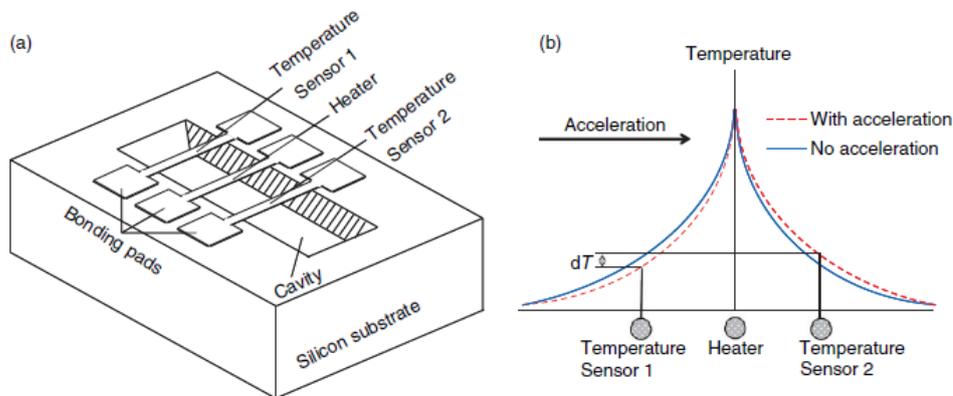
## 1.2.5 Accelerometri termici convettivi

L'equilibrio termico viene disturbato quando si genera una forza fluidica in un sistema fluido od è presente in esso una parte mobile sottoposta a una data accelerazione. La variazione di temperatura in un punto fissato del sistema disturbato è correlata all'accelerazione applicata. Ci sono essenzialmente due modi di valutare l'accelerazione termicamente:

- Usare la convezione naturale di un gas o di una miscela gas-liquido in una camera sigillata;

- Utilizzare una massa mobile per variare lo scambio di calore per conduzione.

L'approccio più interessante è sicuramente quello convettivo in quanto questo tipo di accelerometri non prevede l'utilizzo di una massa inerziale, inoltre non si hanno parti meccaniche mobili al loro interno. Per questo motivo sono dei sensori robusti che possono sopportare anche forti urti.



**Figura 1.12:** Struttura di accelerometro termico convettivo [5].

Un esempio di tali accelerometri è riportato nella **figura [1.12]**. Questo accelerometro utilizza la temperatura del gas intrappolato in una camera per valutare l'accelerazione. Il sistema è costituito da tre lamine resistive poggianti sull'involucro in silicio cavo che contiene il gas.

La resistenza sulla lamina centrale viene usata come riscaldatore. Quando il riscaldatore è in funzione la densità del gas attorno ad esso diminuisce e si crea un gradiente di temperatura dalla lamina centrale alle due laterali.

Le due resistenze integrate nelle lamine laterali sono usate come sensori di temperatura e costituiscono i rami attivi di un ponte che genera in uscita una tensione. In assenza di accelerazione la lamina scaldata crea una distribuzione di temperatura simmetrica, dunque l'uscita differenziale tra le due lamine laterali è nulla. Quando viene applicata un'accelerazione esterna la simmetria della distribuzione di temperatura viene alterata (sempre visibile in **figura [1.12]**). La differenza di temperatura delle due lamine laterali viene letta dal ponte di resistenze e convertita in una tensione proporzionale all'accelerazione.

### 1.2.6 Altri tipi di accelerometri

#### Accelerometri risonanti

Un accelerometro risonante è un dispositivo che presenta un elemento vibrante in condizioni di risonanza. La frequenza di risonanza cambia in presenza di un'accelerazione esterna. L'elemento vibrante può essere un'asta, un ponte o un diapason. La frequenza di risonanza di un qualunque sistema può modificarsi per una variazione della massa, dello sforzo, della temperatura, etc.. Per gli accelerometri la tecnica più utilizzata è la variazione dello sforzo che determina una variazione dell'elasticità del sistema. Per raggiungere la frequenza di risonanza vengono usati attuatori piezoelettrici, elettrostatici o elettrotermici. Per misurare la frequenza di risonanza possono essere usati sensori piezoelettrici, capacitivi o piezoresistivi, dunque vi è una vasta scelta di accoppiamenti attuatore-sensore. Questi accelerometri generano un'un'uscita in frequenza direttamente proporzionale all'accelerazione e sono immuni da eventuali errori dovuti all'ampiezza e inoltre sono facilmente interfacciabili con sistemi digitali.

#### Accelerometri a effetto tunnel

L'effetto tunnel si realizza tra due conduttori separati dal vuoto o da uno strato isolante sufficientemente fine. La corrente derivante dall'effetto tunnel è funzione della distanza dei due conduttori  $d(\text{Å})$  e ha la seguente dipendenza:

$$I \propto T e^{(-\alpha\sqrt{\phi}d)} \quad (1.2)$$

dove  $\phi$  è l'altezza effettiva della barriera tunnel,  $V$  è la tensione di polarizzazione e  $\alpha$  è una costante. Questa relazione esponenziale rende la corrente di tunnel estremamente sensibile anche a una piccola variazione della distanza tra i conduttori. Questa grande sensibilità della posizione dei due conduttori offre opportunità per la produzione di accelerometri dalla risoluzione molto maggiore di tutti gli altri tipi.

#### Accelerometri ottici

Gli accelerometri ottici non sono influenzati dalle interferenze elettromagnetiche (EMI), inoltre sono sensori dal costo relativamente basso. Gli strumenti basati su fibra ottica hanno anche basse perdite di trasmissione,

multiplexing intrinseco e potenzialmente un'alta risoluzione. Come gli altri sensori ottici gli accelerometri si dividono in due categorie: una basata sull'intensità luminosa e una basata sull'interferometria. Gli accelerometri basati sulla modulazione dell'intensità luminosa hanno una buona linearità e strutture che nel caso più semplice consistono in un generatore di un fascio luminoso, un otturatore mobile secondo la legge dell'accelerazione imposta e un ricevitore. Gli accelerometri interferometrici sono costituiti da una massa inerziale che sottoposta ad un'accelerazione genera uno spostamento o uno sforzo che può essere misurato attraverso sensori interferometrici.

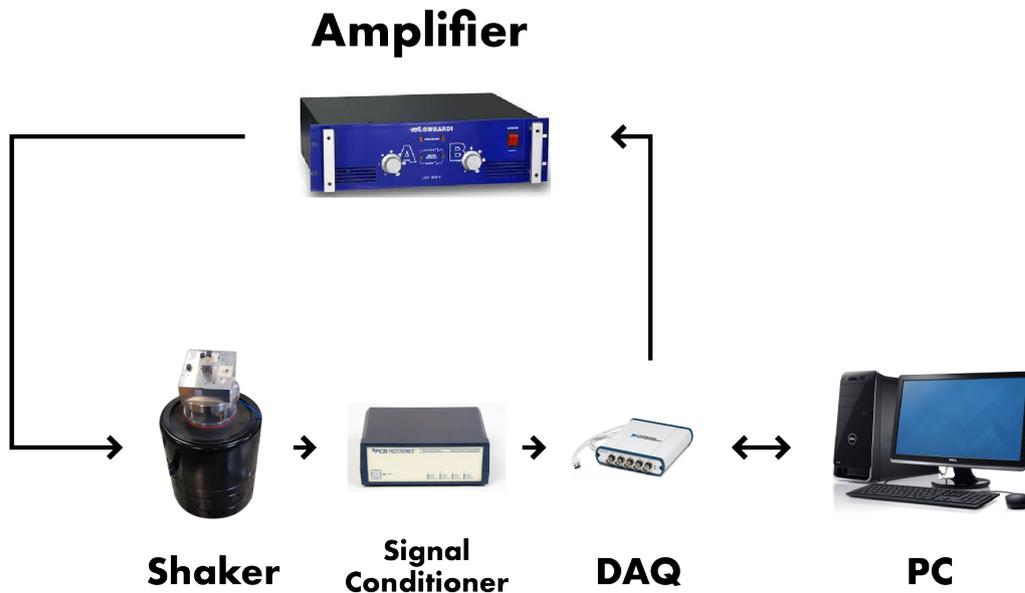


# Capitolo 2

## Fase sperimentale

### 2.1 Setup Sperimentale per la taratura

L'acquisizione dei dati nelle prove di taratura è avvenuta con l'utilizzo di diversi strumenti/apparecchiature che costituiscono la catena di misura. Come illustrato in **figura [2.1]**, essa è essenzialmente composta da un PC, una DAQ, un amplificatore, uno shaker, un condizionatore di segnale, un accelerometro di riferimento monoassiale e un accelerometro triassiale da tarare.



**Figura 2.1:** Catena di misura per la taratura dell'accelerometro triassiale.

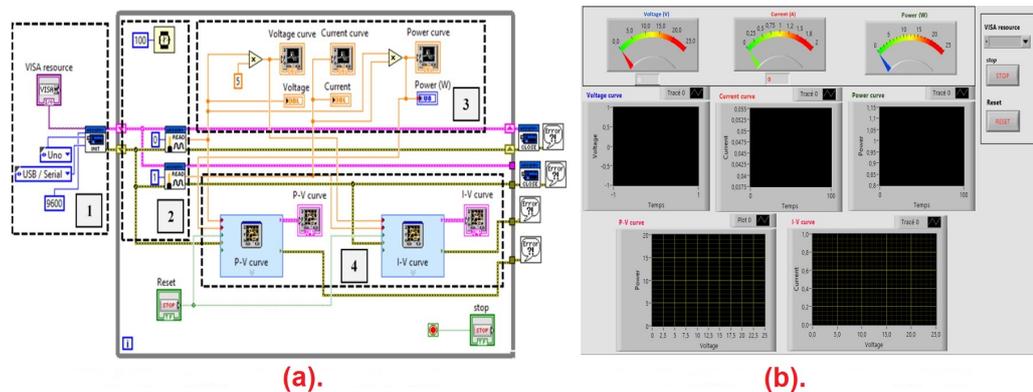
Lo shaker genera un'accelerazione di tipo sinusoidale a seguito di un segnale generato dal PC. Il segnale passa attraverso la DAQ che lo indirizza all'amplificatore e poi allo shaker. Nella tavola vibrante dello shaker sono fissati sia l'accelerometro di riferimento sia quello da tarare. La DAQ riceve in input quattro segnali: uno dall'accelerometro di riferimento monoassiale e tre dal triassiale da tarare, uno per ogni asse. I quattro segnali passano per il condizionatore di segnale prima di entrare nella DAQ.

Sono assenti i moduli di generazione e di analisi del segnale, questi infatti sono sostituiti dal PC che consente di memorizzare i dati delle prove per la successiva elaborazione tramite i software Excel e Matlab.

### 2.1.1 PC

Grazie a una postazione desktop con installato il programma LabVIEW è stato possibile interfacciarsi con ogni strumento della catena di misura, modificare il segnale in entrata allo shaker e dunque la relativa legge di accelerazione, acquisire i dati provenienti dall'accelerometro da tarare e da quello di riferimento e visualizzarli in tempo reale.

LabVIEW (Laboratory Virtual Instrumentation Engineering Workbench) è un ambiente di sviluppo integrato per il linguaggio di programmazione visuale di National Instruments ed è comunemente usato per l'acquisizione di dati, il controllo degli strumenti e l'automazione industriale in una grande varietà di sistemi operativi. Il linguaggio di programmazione usato in LabVIEW ha



**Figura 2.2:** Esempio di GUI di LabVIEW: (a) Diagramma a blocchi (b) Pannello frontale.

una sintassi grafica. Un programma o sottoprogramma scritto in G (Graphic Language), denominato VI (virtual instrument), non esiste sotto forma di testo, bensì solo come file binario che può essere aperto e compilato esclusivamente da LabVIEW. La definizione di strutture e algoritmi avviene tramite

icone e altri oggetti grafici, ognuno dei quali svolge funzioni diverse, uniti da linee di collegamento (wires), in modo da formare una sorta di diagramma di flusso. In **figura [2.2]** è riportato un esempio di GUI LabVIEW.

### 2.1.2 DAQ

Il modulo DAQ o Data Acquisition Module esegue il campionamento e la conversione dei segnali in entrata analogici in segnali digitali che possono facilmente essere elaborati da un computer. Il modulo DAQ è stato usato per collegare i trasduttori in uso (accelerometro di riferimento, accelerometro da tarare e vibrometro laser) al PC e per fornire il segnale in entrata all'amplificatore.



**Figura 2.3:** DAQ NI USB-4431: il canale di input AI 0 è riservato all'accelerometro di riferimento, i canali di input AI 1, AI 2 e AI 3 sono riservati all'accelerometro triassiale da tarare e il canale di output AO 0 è riservato al collegamento con l'amplificatore.

Il modello utilizzato è il NI USB-4431 della National Instruments (**figura [2.3]**) che possiede cinque canali dinamici e incorpora un condizionatore del segnale per accelerometri e microfoni. Il modulo consiste di quattro canali di input analogici per la lettura di segnali provenienti da sensori conformi allo standard IEPE e un singolo canale in output. Nel nostro caso i canali di input erano collegati uno con l'accelerometro di riferimento e i restanti con l'accelerometro triassiale in prova, mentre il canale di output è stato collegato con l'amplificatore a sua volta connesso allo shaker. Tutti i canali utilizzano connettori BNC. I quattro canali di input acquisiscono simultaneamente

a una velocità che va dai 2 ai 102.4 kS/s e possiedono un filtro antialiasing integrato. Ogni segnale acquisito è memorizzato in un buffer, prefiltrato analogicamente e convertito da un analog-to-digital converter (ADC) a 24 bit che opera un filtraggio digitale con una frequenza di cutoff variabile. Il range di tensione in input è  $\pm 10$  V e il range dinamico è di 100 dB. Il modulo in output utilizza un digital-to-analog converter (DAC) che filtra il segnale nel dominio digitale e può generare una grande varietà di segnali (da DC fino a 43.5 kHz) con una risoluzione di 24 bit.

### 2.1.3 Amplificatore

Un amplificatore è un dispositivo atto a variare l'ampiezza del segnale di un fattore moltiplicativo comunemente indicato come guadagno  $A$  e solitamente espresso in  $dB$ . L'amplificatore è un componente attivo, ossia assorbe energia per ottenere l'amplificazione voluta ed erogare un segnale dal contenuto energetico più elevato. Un generico amplificatore lineare ha in ingresso un dato segnale e in uscita un segnale di ampiezza pari ad  $A$  volte quella del segnale in ingresso, quando il guadagno dell'amplificatore non è costante si parla di amplificatore non lineare. Quest'ultima tipologia si rende utile nel caso di segnali fortemente attenuati lungo il canale di comunicazione o in generale nel sistema in cui transita.



**Figura 2.4:** Lombardi Last 1000S. Sono visibili le manopole che agiscono su un potenziometro per variare il volume dei due canali, i led verdi che indicano l'utilizzo di un segnale non saturato e i led di protezione che, nel caso fossero accesi, indicano che l'amplificatore è in modalità protezione.

L'amplificatore utilizzato è il Lombardi Last 1000 stereo (**figura [2.4]**). È un amplificatore di classe AB, ossia può amplificare il segnale originale a un valore compreso di una percentuale compresa tra 50% e il 100%. Ha una banda e una risposta in frequenza da 10 Hz fino a 50 kHz con una distorsione armonica totale più rumore (THD + N) inferiore allo 0.01% nell'intervallo tra 20 Hz e 20 kHz e il suo rumore è uguale a  $-100\text{dB}$ . Il fattore di smorzamento è superiore 500 oltre i 20 Hz.

### 2.1.4 Condizionatore di segnale dei sensori

Il condizionamento dei segnali è un'elaborazione nella quale un segnale analogico proveniente da un sensore viene manipolato in modo da ottenere determinate caratteristiche necessarie alla successiva elaborazione negli stadi della catena di misura a valle del condizionatore stesso. Nelle più comuni applicazioni in ambito ingegneristico si ha uno stadio di misura (effettuato dal sensore), uno stadio di condizionamento (dove in genere il segnale viene amplificato) e uno stadio di elaborazione (in genere eseguito da un ADC e un microprocessore). In generale le funzioni svolte da un moderno modulo di condizionamento possono essere:

- **filtraggio.** È la funzione più elementare in quanto non tutto lo spettro di frequenze del segnale contiene dati validi;
- **amplificazione.** L'amplificazione del segnale è essenziale per due motivi: aumenta la risoluzione del segnale di input e il rapporto tra segnale e rumore di fondo (signal-to-noise-ratio);
- **attenuazione.** L'attenuazione è il contrario dell'amplificazione ed è necessaria quando il segnale elettrico che deve essere digitalizzato eccede il range del convertitore analogico-digitale. L'attenuazione fa in modo che il segnale in uscita ricada nel range operativo dell'ADC;
- **alimentazione.** Alcuni sensori necessitano di essere alimentati per funzionare e la precisione e la stabilità dell'alimentazione sono strettamente correlati alla precisione e alla stabilità della misura del sensore;
- **linearizzazione.** La linearizzazione è necessaria quando il sensore produce dei segnali in tensione che non hanno una correlazione lineare con la variabile fisica da misurare. Questo processo può essere svolto dal condizionatore o dal processore mediante un software;
- **isolamento.** È spesso usato per isolare il segnale da possibili perturbazioni esterne che in caso contrario potrebbero arrivare fino alla circuiteria del processore danneggiandolo;

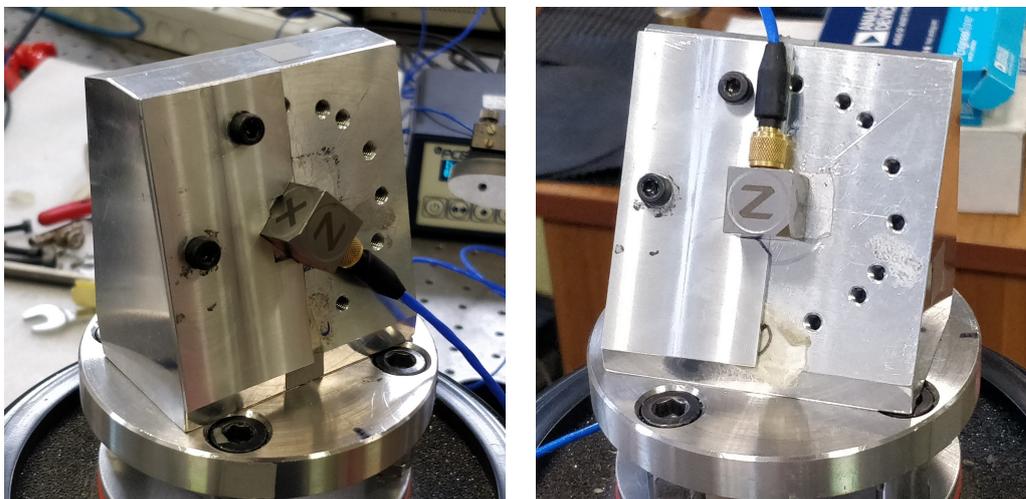
- **surge protection.** Lo scaricatore di sovratensioni (o SPD, Surge Protection Device) assorbe i picchi di tensione per prevenire danni negli stadi a valle.



**Figura 2.5:** PCB 482C. In questo condizionatore è possibile variare valore e tipo di guadagno, sensibilità, scala di input e output, tipo di input ed eventualmente impostare dei filtri sia in entrata che in uscita.

Il condizionatore di segnale usato è il 482C della PCB Piezotronics con quattro canali individuali (**figura [2.5]**). Sia input che output utilizzano connettori BNC. Il guadagno in voltaggio va da  $x 0.1$  a  $x 200$  con un accuratezza di più o meno  $\pm 5\%$  nel range  $x 0.1 - x 0.4$  e del  $\pm 1\%$  altrove. Il range di frequenza va da 0.05 Hz a 100 kHz per guadagni inferiori a 100, mentre per guadagni superiori va da 0.05 Hz a 50 kHz.

### 2.1.5 Cunei



**Figura 2.6:** Cunei di alluminio. Sono visibili la maschera di centraggio montata e i fori laterali per un diverso posizionamento della stessa.

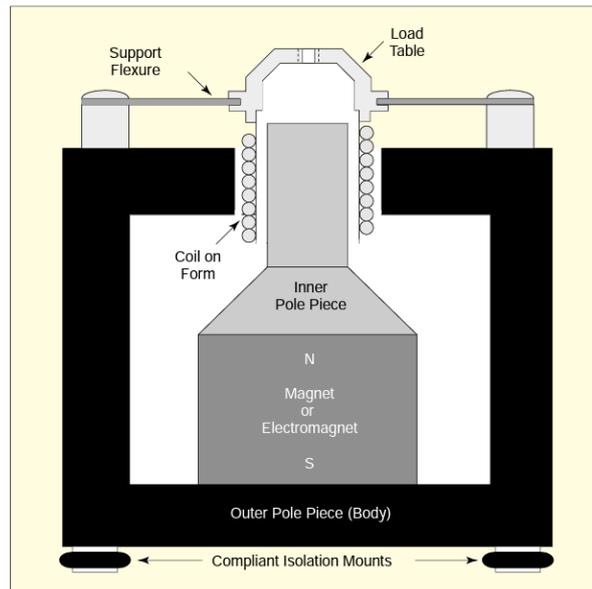
I cunei utilizzati sono due: uno permette di ottenere delle inclinazioni pari a  $35^\circ$  e  $55^\circ$ , l'altro delle inclinazioni pari a  $15^\circ$ ,  $75^\circ$  e  $90^\circ$  (figura [2.6]). Entrambi i cunei presentano dei fori filettati centrati in due differenti superfici per il fissaggio degli stessi alla tavola vibrante. Il fissaggio avviene mediante un perno filettato. Nelle superfici dove viene incollato l'accelerometro da tarare sono presenti dei fori posti radialmente rispetto al centro delle superfici medesime. Questi fori permettono di montare una maschera di centraggio necessaria per il posizionamento dell'accelerometro in diverse posizioni. I cunei sono fatti di alluminio e la tolleranza sugli angoli è pari a  $0.1^\circ$ .

### 2.1.6 Shaker monoassiale

Lo shaker riceve un segnale di azionamento dal PC, attraverso l'amplificatore, e produce un'accelerazione sinusoidale ad ampiezza costante per diverse frequenze. Il moto vibratorio della tavola montata sullo shaker viene trasmesso all'accelerometro da tarare e a quello di riferimento (campione primario) in modo da poter eseguire una taratura per confronto.

Esistono vari tipi di shaker, suddivisi in base al loro principio di funzionamento:

- **meccanici.** Utilizzano un motore con un eccentrico montato sull'albero per generare moti vibratori;



**Figura 2.7:** Schema di uno shaker elettrodinamico. I poli interno ed esterno concentrano il campo magnetico all'interno di un piccolo gap d'aria. La bobina è posta in posizione centrata rispetto al gap [9].

- **servoidraulici.** Utilizzano dei cilindri idraulici, utili quando sono richieste forze di modulo elevato o quando i campi magnetici degli shaker elettrodinamici non sono ammessi ai fini della misura. In particolare gli shaker servoidraulici utilizzano delle pompe idrauliche per creare delle elevate pressioni e portate per alimentare un cilindro idraulico e muovere la tavola dello shaker solidale al pistone. Una valvola proporzionale controlla il movimento verticale del pistone. Gli shaker servoidraulici sono adatti per prove a bassa frequenza (fino a qualche decina di Hertz) e per generare forze elevate. Inoltre hanno una risposta abbastanza lenta, ma possono produrre elevati spostamenti. Queste caratteristiche ne fanno prediligere l'uso nel caso di test in ambito navale, strutturale e aerospaziale;
- **elettrodinamici.** Utilizzano un elettromagnete per generare moti vibratori. Gli shaker elettrodinamici (**figura [2.7]**) usano una tecnologia analoga a quella degli altoparlanti: un generatore di frequenza invia un segnale ad un amplificatore di corrente che alimenta una bobina sospesa in un campo magnetico radiale costante. Quando la bobina è alimentata si genera una forza assiale proporzionale alla corrente stessa. Questa forza viene trasmessa alla tavola vibrante permettendone il

movimento. La forza generata dalla macchina è proporzionale al flusso magnetico passante attraverso la bobina, di conseguenza alla corrente che circola nella bobina e alla lunghezza della medesima immersa nel flusso magnetico. Gli shaker elettrodinamici sono frequentemente usati per test ad alte frequenze, quindi sono adatti per tarature e analisi modali.



**Figura 2.8:** Shaker elettrodinamico Modal Shop 2075E.

Lo shaker elettrodinamico utilizzato è un Modal Shop 2075E (**figura [2.8]**) nel cui datasheet viene riportato un range di frequenza nominale DC di 6500 Hz e una risonanza fondamentale oltre i 4000 Hz. Può generare forze fino a 334 N (con una legge di tipo sinusoidale e raffreddamento forzato ad aria), la massima corsa è di 25.4 mm (peak to peak) e la massima accelerazione ottenibile in caso di assenza di carico è pari a 75 g. Le specifiche di range di frequenza, risonanza e massima accelerazione ottenibile dipendono dalla massa applicata alla tavola vibrante.

### 2.1.7 Accelerometro di riferimento

L'accelerometro di riferimento, nelle prove di taratura, è posto al di sotto della tavola vibrante dello shaker.



**Figura 2.9:** ENDEVCO 7254-100.

Il modello utilizzato è un ENDEVCO 7254-100 (figura [2.9]) che riporta nel datasheet una sensibilità tipica di  $100 \text{ mV/g}$  con un errore del  $\pm 5\%$  nel range  $1 - 10000 \text{ Hz}$  o  $1 \text{ dB}$  nel range  $0.5 - 15000 \text{ Hz}$ . La frequenza di risonanza del sensore è pari a  $45 \text{ kHz}$  e la non linearità riferita al fondo scala è pari all' $1\%$ . L'accelerometro in uso è stato tarato presso l'INRiM mantenendo costante l'ampiezza dell'accelerazione imposta e valutando la sensibilità a diversi valori di frequenza. L'incertezza, anch'essa valutata in sede di taratura, non supera mai lo  $0.5\%$  (tabella [2.1])

### 2.1.8 Accelerometro da tarare

Il trasduttore da tarare è un accelerometro triassiale piezoelettrico, il PCB 356A15, il cui involucro è di titanio e gli elementi sensibili sono ceramici (figura [2.10]).

Le caratteristiche principali riportate nel datasheet sono: una sensibilità di  $100 \text{ mV/g}$  o  $10.2 \text{ mV}/(\text{m/s}^2)$  con un errore del  $\pm 10\%$  e un range di misura di  $\pm 490 \text{ m/s}^2 \text{pk}$ . Inoltre viene riportato un range in frequenza del  $\pm 5\%$  tra i  $2$  e i  $5000 \text{ Hz}$  e del  $\pm 10\%$  tra i  $1.4$  e i  $6500 \text{ Hz}$ . La frequenza di risonanza si trova al di sopra dei  $25 \text{ kHz}$ , la non linearità è minore o uguale all' $1\%$  e la transverse sensitivity minore o uguale al  $5\%$ .

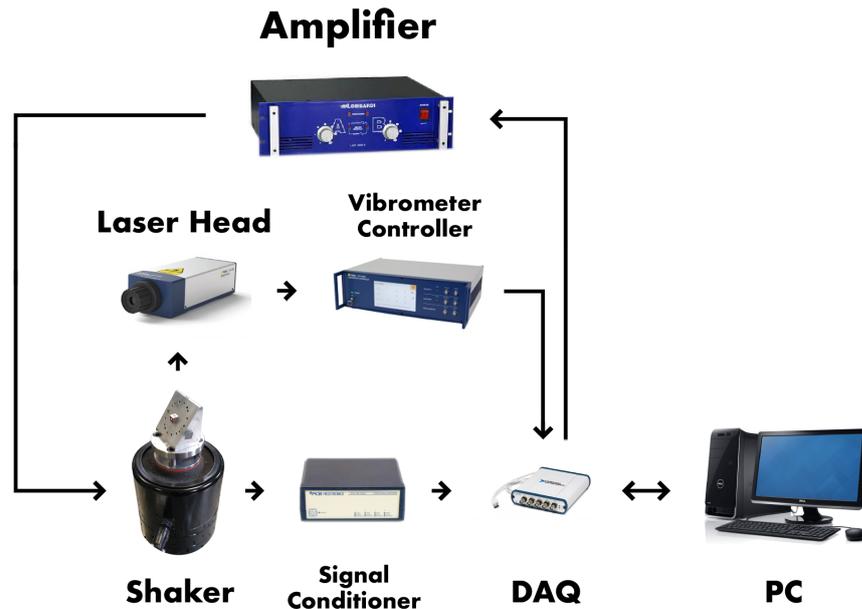
**Tabella 2.1:** Sensibilità e incertezza dell'accelerometro di riferimento tarato in sede INRiM. Nella tabella  $f$  è la frequenza,  $a$  è l'accelerazione di riferimento applicata,  $s$  è la sensibilità e  $U$  l'incertezza estesa assoluta.

$f$ Hz	$a$ $\text{m s}^{-2}$	$s$ $\text{mV}/(\text{m s}^{-2})$	$U$ %
10	10	10.057	0.4
20	10	10.009	0.4
40	10	9.977	0.4
80	10	9.939	0.4
160	10	9.914	0.4
315	10	9.879	0.4
630	10	9.822	0.4
1000	10	9.797	0.4
2000	10	9.769	0.5
3000	10	9.786	0.5
4000	10	9.845	0.5
5000	10	9.925	0.5



**Figura 2.10:** PCB 356A15. Nella figura a destra è visibile il perno filettato che permette il fissaggio dell'accelerometro alla superficie di cui si vuole conoscere l'accelerazione e il connettore 1/4-28 4 pin che permette di collegamento con il condizionatore di segnale.

## 2.2 Setup per la valutazione degli effetti sistematici



**Figura 2.11:** Catena di misura per la valutazione degli effetti sistematici.

Sono stati utilizzati due setup sperimentali per la misurazione degli effetti sistematici in quanto sono state eseguite misurazioni degli stessi in tempi diversi. Entrambi i setup (**figura [2.11]**) utilizzano i componenti precedentemente descritti. Sono infatti presenti un PC, la DAQ, il condizionatore di segnale, l'amplificatore, lo shaker, l'accelerometro monoassiale di riferimento e i cunei.

Nella prima misurazione si sono incollate delle strisce riflettenti sui cunei per consentire a due vibrometri laser di valutare le accelerazioni spurie. Nella seconda misurazione si sono utilizzati dei parallelepipedi a facce triangolari, di alluminio, appositamente costruiti, su cui sono state incollate delle strisce di materiale riflettente per consentire a un solo vibrometro laser di rilevare le accelerazioni spurie. Questi parallelepipedi sono stati incollati a loro volta sui cunei. Nella prima misurazione le differenze di fase sono state rilevate mediante un oscilloscopio a cui erano collegati i due vibrometri laser e l'accelerometro di riferimento. Nella seconda misurazione le differenze di fase sono state rilevate dai dati acquisiti dalla DAQ.

Nella prima misurazione i segnali di input nella DAQ sono tre: uno proveniente dall'accelerometro di riferimento, previo passaggio nel condizionatore di segnale, e due segnali provenienti dai vibrometri laser (Laser heads e Vibrometer controllers). Nella seconda misurazione i segnali di input nella DAQ sono due: uno proveniente dall'accelerometro di riferimento, previo passaggio nel condizionatore di segnale, e l'altro è il segnale proveniente dall'unico vibrometro laser utilizzato.

### 2.2.1 Oscilloscopio

Nella seconda misurazione per rilevare le differenze di fase è stato utilizzato un oscilloscopio. All'oscilloscopio sono stati collegati i due vibrometri laser utilizzati e l'accelerometro di riferimento. Il modello utilizzato è il Keysight 35670A (figura [2.12]). Le caratteristiche principali riportate nel datasheet



Figura 2.12: Oscilloscopio Keysight 35670A .

sono: un range in frequenza massimo di  $102.4/n$  kHz (dove  $n$  è il numero di canali attivi che per questo modello possono essere al massimo 4), una risoluzione minima di  $122 \mu\text{Hz}$  e un'accuratezza di  $\pm 30$  ppm.

### 2.2.2 Vibrometro laser a effetto Doppler

Il vibrometro laser utilizzato genera un fascio laser monocromatico e misura la lunghezza d'onda della radiazione riflessa dall'oggetto investito dal fascio, per valutarne la velocità. Infatti, secondo l'effetto Doppler, la variazione della lunghezza d'onda della radiazione riflessa è una funzione della velocità relativa, rispetto al vibrometro, dell'oggetto investito dal fascio laser. La velocità dell'oggetto può essere quindi ottenuta mediante gli effetti

## 2.2 Setup per la valutazione degli effetti sistematici      Capitolo 2

d'interferenza tra raggi luminosi coerenti che hanno percorso distanze differenti. Le caratteristiche intrinseche di questo tipo di strumenti fanno sì che la loro accuratezza sia maggiore di altre tecnologie utilizzate, inoltre non vi è contatto con l'oggetto da misurare e non si hanno effetti isteretici. Il vibrometro laser utilizzato è composto da due elementi: Laser Head e Vibrometer controller.



**Figura 2.13:** Polytec OFV-505 montato su un treppiede utilizzato per la valutazione degli effetti sistematici lungo tre assi.

Il Laser head utilizzato è l'OFV-505 della Polytec (**figura [2.13]**), un laser del tipo Elio-Neon (HeNe) di classe 2 con una lunghezza d'onda di 633 nm (luce rossa nello spettro visibile).

Il vibrometer controller è l'OFV-5000 della Polytec (**figura [2.14]**) che permette misure di velocità di  $\pm 10$  m/s e che dispone di funzionalità di filtro passa basso, passa alto e autofocus.



**Figura 2.14:** Polytec OFV-5000. Tramite il touchscreen è possibile impostare la sensibilità dello strumento, eventuali filtri e avviare il programma di autofocus.



# Capitolo 3

## Prove di taratura

### 3.1 Piano sperimentale

La taratura degli accelerometri triassiali non è regolamentata da alcuna norma. Infatti le uniche norme per le procedure di taratura degli accelerometri sono la ISO 16063-21 e la ISO 16063-31. Queste norme sono state concepite per la taratura per confronto con un campione primario di accelerometri monoassiali.

La procedura di taratura contemplata nella ISO 16063-21 prevede l'utilizzo di uno shaker monoassiale nel quale sono montati sia l'accelerometro da tarare, sia quello di riferimento. Gli assi di misura dei due accelerometri devono essere coincidenti con l'asse dell'eccitazione generata dallo shaker. In tal modo, seguendo le indicazioni riportate nella norma, è possibile ottenere modulo e fase della sensibilità lungo l'asse di misura dell'accelerometro da tarare:

$$S_2 = \frac{X_2}{X_1} S_1 \quad \phi_2 = \phi_{2,1} + \phi_1$$

dove  $S_1$  e  $\phi_1$  sono modulo e fase della sensibilità dell'accelerometro di riferimento,  $X_1$  e  $X_2$  sono gli output dell'accelerometro di riferimento e di quello da tarare e  $\phi_{2,1}$  è lo sfasamento tra l'output dell'accelerometro da tarare e quello di riferimento.

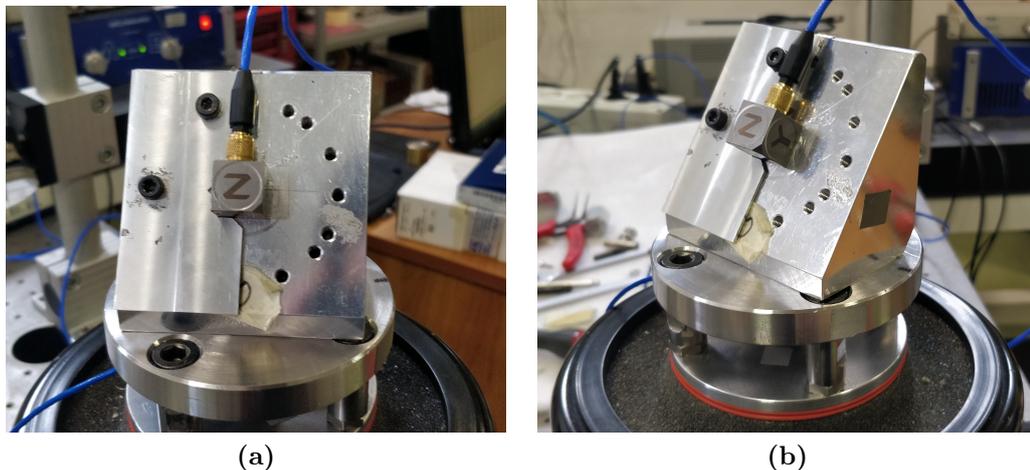
La ISO 16063-31 indica vari setup con cui è possibile calcolare la transverse sensitivity, definita come la massima sensibilità del sensore in una direzione a  $90^\circ$  rispetto all'asse di misura e misurata in percentuale rispetto alla sensibilità lungo l'asse di misura. La procedura di taratura e di valutazione delle transverse sensitivities va ripetuta per ogni asse di misura. Questo significherebbe, se si applicasse la norma all'accelerometro triassiale, assimilarlo a

tre accelerometri monoassiali indipendenti.

In tal modo si trascurerebbero le influenze intrinseche tra le diverse componenti di accelerazione misurate da un accelerometro triassiale. È dunque necessario effettuare una taratura che comprenda differenti combinazioni di accelerazioni per misurare accuratamente la matrice di sensibilità e la matrice di sfruttamento.

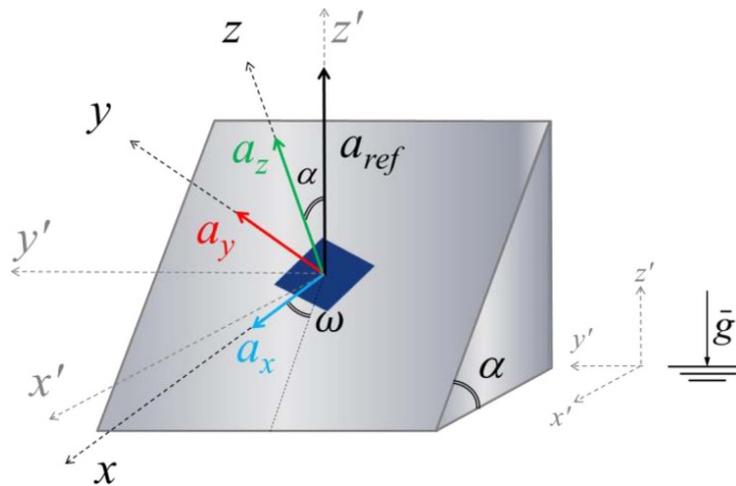
Il set di differenti combinazioni di accelerazioni utilizzate nel processo di taratura costituisce il piano sperimentale. Grazie al lavoro di Ronald Fisher nel 1926 si sa che il piano sperimentale utilizzato nel processo di taratura influenza fortemente la valutazione delle sensibilità e le incertezze associate. In particolare, dato un set di combinazioni di parametri indipendenti (nel nostro caso tre componenti di accelerazione), una correlazione tra queste componenti porta a matrici mal condizionate che una volta invertite forniscono risultati poco accurati e incertezze alte.

Il piano sperimentale che minimizza il livello di incertezza e massimizza l'accuratezza dei risultati è il piano fattoriale completo. Se non sono ammissibili i tempi e i costi che comporta la predisposizione di un piano fattoriale completo si può ricorrere a un piano fattoriale frazionario, benché in questo modo si sacrificano delle informazioni. Per ottenere una taratura corretta le informazioni da sacrificare devono essere individuate sulla base di considerazioni tecniche e delle esperienze pregresse (influenza trascurabile).



**Figura 3.1:** Cuneo con inclinazione di  $55^\circ$ . Nelle foto sono visibili la tavola vibrante dello shaker su cui è fissato il cuneo di alluminio, l'accelerometro da tarare incollato mediante un biadesivo sul cuneo e la maschera di centraggio che permette di variare l'angolo di rotazione dell'accelerometro.

Il setup sperimentale adottato prevede l'utilizzo di uno shaker monoassiale sulla cui tavola vibrante sono fissati, per le diverse prove, due diversi cunei di alluminio in modo da poter variare l'angolo di inclinazione tra gli assi di misura dell'accelerometro e l'asse di eccitazione dello shaker (**figura [3.1]**). Con tale configurazione è possibile valutare sei diverse condizioni, relative alle inclinazioni pari a  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $35^\circ$ ,  $55^\circ$ ,  $75^\circ$  e  $90^\circ$  (di cui la prima non necessita di un cuneo). La faccia inferiore di ogni cuneo e la tavola vibrante presentano, come già detto, dei fori filettati in modo da poterli accoppiare tramite un apposito perno filettato.



**Figura 3.2:** Schema tridimensionale del cuneo di alluminio. Sono indicate gli angoli, le accelerazioni e i sistemi di riferimento usati [10].

Inizialmente i cunei erano stati realizzati per avvitarsi con interferenza fino a una determinata posizione sulla tavola vibrante, ma per via dell'usura delle facce a contatto con la tavola, dovuta alle operazioni di avvitamento, dopo un certo periodo di utilizzo per le diverse condizioni di attrito questa posizione comune di riferimento non è più ottenibile. Per ovviare a questo problema si sono utilizzati degli spessori interposti tra cunei e tavola vibrante al fine di mantenere una posizione unica di riferimento e allo stesso tempo rendere sufficientemente solidali i cunei alla tavola.

Il posizionamento univoco del cuneo è necessario per mantenere un sistema di coordinate  $x'$ ,  $y'$  e  $z'$  solidale al cuneo stesso invariante rispetto alla tavola vibrante durante le prove di taratura e la misura degli effetti sistematici.

Su ogni cuneo è inoltre possibile montare un'apposita maschera di centraggio in alluminio, fissata tramite viti, che permette di posizionare l'accelerometro

da tarare secondo diversi angoli di rotazione rispetto a  $z$ , nonché di centrarlo rispetto all'asse di eccitazione dello shaker. In questo modo, per ogni angolo di inclinazione è possibile avere degli angoli di rotazione pari a  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $225^\circ$ ,  $270^\circ$  e  $315^\circ$ .

L'utilizzo dei piani inclinati permette di scomporre l'accelerazione di riferimento  $a_{\text{ref}}$  della tavola lungo i tre assi di misura dell'accelerometro ( $x$ ,  $y$  e  $z$ ) (**figura [3.2]**). Le accelerazioni che l'accelerometro triassiale dovrebbe teoricamente misurare lungo gli assi sono state ricavate dalle seguenti formule trigonometriche:

$$\begin{aligned} a_{x,\text{theor}} &= |a_{\text{ref}} \sin(\alpha) \cos(\omega)| \\ a_{y,\text{theor}} &= |a_{\text{ref}} \sin(\alpha) \sin(\omega)| \\ a_{z,\text{theor}} &= |a_{\text{ref}} \cos(\alpha)| \end{aligned}$$

dove  $\alpha$  è l'angolo di inclinazione,  $\omega$  è l'angolo di rotazione,  $a_{\text{ref}}$  è il valore di picco dell'accelerazione di riferimento lungo l'asse  $z'$  e  $a_{x,\text{theor}}$ ,  $a_{y,\text{theor}}$  e  $a_{z,\text{theor}}$  sono i valori di picco delle accelerazioni di riferimento lungo gli assi  $x$ ,  $y$  e  $z$  di misura dell'accelerometro triassiale.

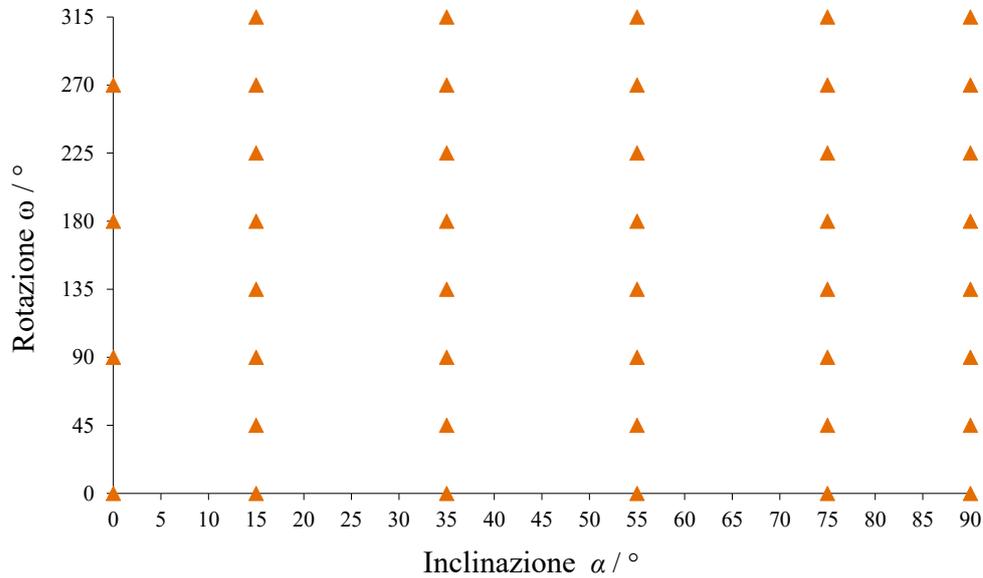
**Tabella 3.1:** Differenze relative tra le sensibilità nel caso di accelerometro incolato e avvitato misurate lungo  $z$ .

$f$ Hz	Differenza relativa %
5	-1.56
10	-0.56
20	-0.28
40	-0.28
80	0.02
160	-0.09
315	-0.03
630	-0.10
1000	-0.21
2000	-0.86
3000	-1.94

L'accelerometro di riferimento monoassiale è avvitato nella faccia inferiore della tavola vibrante e il suo asse di misura è coincidente con quello

dell'eccitazione generata dallo shaker. L'accelerometro triassiale da tarare è posizionato tramite l'apposita maschera nel cuneo ed fissato ad esso mediante un fine biadesivo della 3M. L'effetto dell'adesivo è stato confrontato con un fissaggio mediante avvvitamento e le differenze relative per le varie frequenze sono riportate in **tabella [3.1]**.

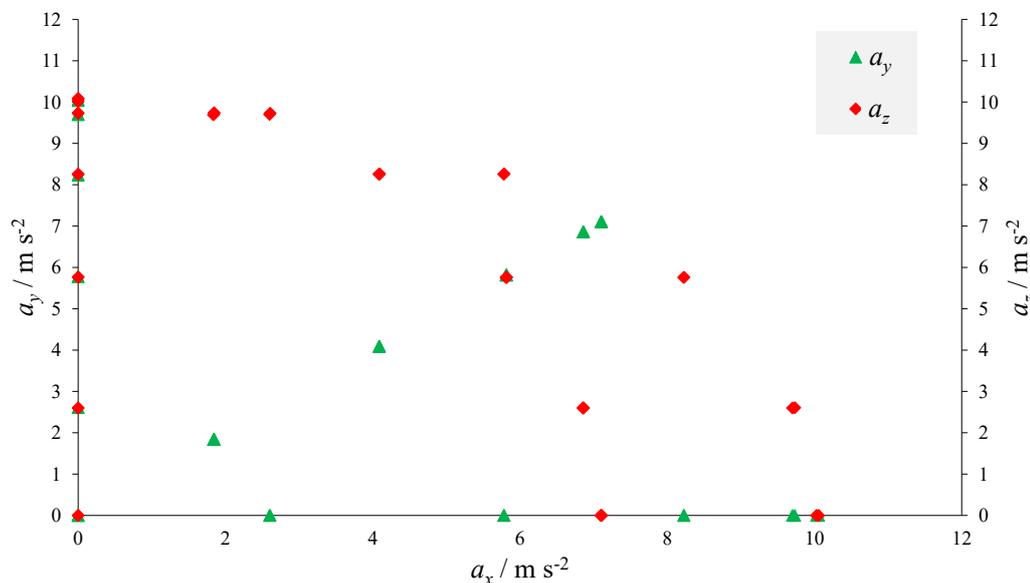
La taratura è stata effettuata per 9 frequenze (5 Hz, 10 Hz, 20 Hz, 40 Hz, 80 Hz, 160 Hz, 315 Hz, 630 Hz e 1000Hz) con un'accelerazione sinusoidale di ampiezza quasi costante pari a  $3 \text{ m/s}^2$  per i 5 Hz e  $10 \text{ m/s}^2$  per le restanti frequenze.



**Figura 3.3:** Configurazioni valutate nel piano sperimentale adottato.

Le misure sono state eseguite in 44 configurazioni, che costituiscono il piano sperimentale, (**figura [3.3]**) ottenute incollando l'accelerometro nei cunei con 8 diversi angoli di rotazione  $\omega$  ( $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $225^\circ$ ,  $270^\circ$  e  $315^\circ$ ) e 6 diverse inclinazioni  $\alpha$  ( $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $35^\circ$ ,  $55^\circ$ ,  $75^\circ$  e  $90^\circ$ ). Le combinazioni possibili con 6 inclinazioni e 8 rotazioni sarebbero in realtà 48, si è però scelto sulla base dell'esperienza di non valutare le configurazioni relative all'inclinazione a  $0^\circ$  e rotazioni  $45^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $225^\circ$ ,  $315^\circ$ .

Il piano sperimentale adottato ha evitato correlazioni tra le variabili indipendenti  $\omega$ ,  $\alpha$  e  $a_{\text{ref}}$ . Ogni combinazione dei parametri  $\omega$ ,  $\alpha$  e  $a_{\text{ref}}$ , ad ogni frequenza, genera dei differenti set di accelerazioni di riferimento  $a_x$ ,  $a_y$  e  $a_z$  (**figura [3.4]**).



**Figura 3.4:** Set di accelerazioni applicate derivanti dalle 44 configurazioni adottate nel piano sperimentale.

## 3.2 Procedura di valutazione degli effetti sistematici

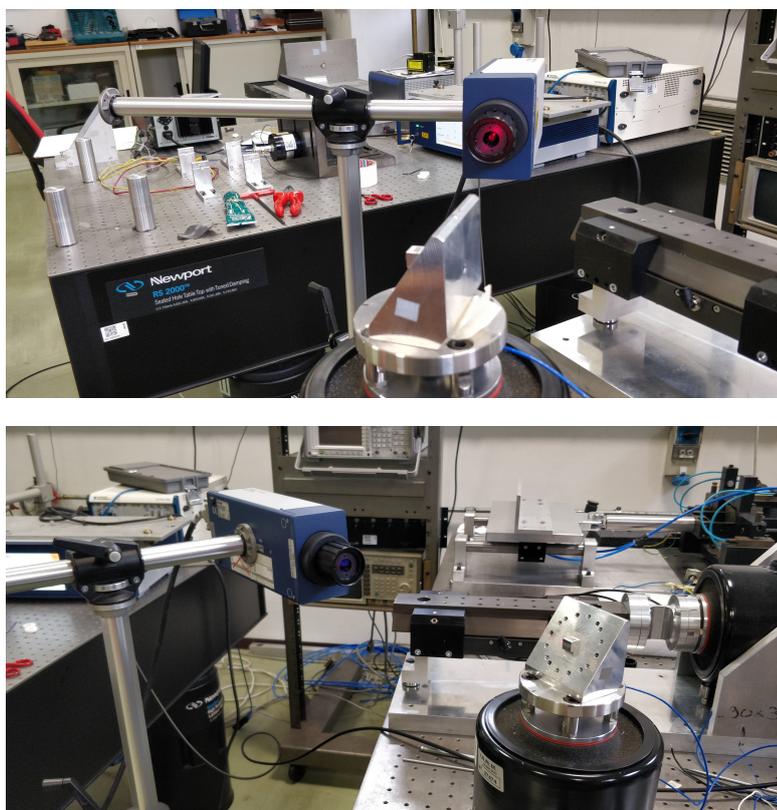
Le componenti dell'accelerazione lungo gli assi  $x$ ,  $y$  e  $z$ , ottenute con le precedenti equazioni trigonometriche, devono essere, in condizioni dinamiche, corrette per tenere conto degli effetti sistematici dovuti a componenti di accelerazioni spurie lungo i tre assi  $x'$ ,  $y'$  e  $z'$  del riferimento comune. Queste oscillazioni spurie sono dovute per la maggior parte ai modi di vibrare dei cunei di alluminio e ai moti orizzontali della tavola vibrante.

La valutazione degli effetti sistematici è stata eseguita utilizzando vibrometri Laser-Doppler (**figura [3.5]**). Si sono registrate ampiezza e fase delle accelerazioni lungo gli assi  $x'$ ,  $y'$  e  $z'$  per ogni frequenza, avendo impostato un'ampiezza dell'accelerazione di riferimento lungo  $z'$  di  $1 \text{ m/s}^2$ .

Per sommare le accelerazioni spurie misurate lungo gli assi del sistema di riferimento  $x'$ ,  $y'$  e  $z'$  alle accelerazioni  $a_{x,\text{theor}}$ ,  $a_{y,\text{theor}}$  e  $a_{z,\text{theor}}$  le prime devono essere decomposte lungo gli assi di misura dell'accelerometro da tarare  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

Consideriamo il caso di quattro onde sovrapposte ( $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  e  $E_4$ ) oscillanti alla stessa frequenza  $\Omega$  con ampiezze  $E_{i,0}$  e sfasamenti  $\phi_i$  rispetto all'onda di

### 3.2 Procedura di valutazione degli effetti sistemati      Capitolo 3



**Figura 3.5:** Seconda misurazione degli effetti sistemati. Il vibrometro laser misura l'accelerazione di un parallelepipedo incollato su un cono.

riferimento  $E_1$ :

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{1,0}e^{i\Omega t} & E_2 &= E_{2,0}e^{i\Omega t + \phi_2} \\ E_3 &= E_{3,0}e^{i\Omega t + \phi_3} & E_4 &= E_{4,0}e^{i\Omega t + \phi_4} \end{aligned}$$

La loro interferenza può essere descritta da:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{tot}} &= \left( \left| E_{1,0}e^{i\Omega t} + E_{2,0}e^{(i\Omega t + \phi_2)} + E_{3,0}e^{i\Omega t + \phi_3} + E_{4,0}e^{i\Omega t + \phi_4} \right|^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \\
 &= \left( \left| E_{1,0} + E_{2,0}e^{\phi_2} + E_{3,0}e^{\phi_3} + E_{4,0}e^{\phi_4} \right|^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \\
 &= \left( \left| E_{1,0} + E_{2,0} \cos \phi_2 + E_{3,0} \cos \phi_3 + E_{4,0} \cos \phi_4 \right|^2 \right. \\
 &\quad \left. + \left| E_{2,0} \sin \phi_2 + E_{3,0} \sin \phi_3 + E_{4,0} \sin \phi_4 \right|^2 \right)^{\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

È dunque possibile correggere le accelerazioni ricavate tramite formule trigonometriche in modo da ottenere le accelerazioni effettive  $a_x$ ,  $a_y$  e  $a_z$ :

$$\begin{aligned}
 a_x &= \left( (a_{x,theor} + |a_{x',syst} \cos(\alpha) \cos(\omega)| \cos(\phi_{x',syst}) + |a_{y',syst} \sin(\omega)| \cos(\phi_{y',syst}) \right. \\
 &\quad \left. + |a_{z',syst} \sin(\alpha) \cos(\omega)| \cos(\phi_{z',syst}))^2 + (|a_{x',syst} \cos(\alpha) \cos(\omega)| \sin(\phi_{x',syst}) \right. \\
 &\quad \left. + |a_{y',syst} \sin(\omega)| \sin(\phi_{y',syst}) + |a_{z',syst} \sin(\alpha) \cos(\omega)| \sin(\phi_{z',syst}))^2 \right)^{\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_y &= \left( (a_{y,theor} + |a_{x',syst} \cos(\alpha) \sin(\omega)| \cos(\phi_{x',syst}) + |a_{y',syst} \cos(\omega)| \cos(\phi_{y',syst}) \right. \\
 &\quad \left. + |a_{z',syst} \sin(\alpha) \sin(\omega)| \cos(\phi_{z',syst}))^2 + (|a_{x',syst} \cos(\alpha) \sin(\omega)| \sin(\phi_{x',syst}) \right. \\
 &\quad \left. + |a_{y',syst} \cos(\omega)| \sin(\phi_{y',syst}) + |a_{z',syst} \sin(\alpha) \sin(\omega)| \sin(\phi_{z',syst}))^2 \right)^{\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_z &= \left( (a_{z,theor} + |a_{x',syst} \sin(\alpha)| \cos(\phi_{x',syst}) + |a_{z',syst} \cos(\alpha)| \cos(\phi_{z',syst}))^2 \right. \\
 &\quad \left. + (|a_{x',syst} \sin(\alpha)| \sin(\phi_{x',syst}) + |a_{z',syst} \cos(\alpha)| \sin(\phi_{z',syst}))^2 \right)^{\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

dove  $a_{x',syst}$ ,  $a_{y',syst}$  e  $a_{z',syst}$  ( $\text{ms}^{-2}$ ) e  $\phi_{x',syst}$ ,  $\phi_{y',syst}$  e  $\phi_{z',syst}$  ( $^\circ$ ) sono le ampiezze e gli sfasamenti, rispetto al segnale di riferimento  $a_{\text{ref}}$ , delle componenti di oscillazione spurie lungo gli assi  $x'$ ,  $y'$  e  $z'$ .

**3.2.1 Misurazioni effetti sistematici**

La misurazione degli effetti sistematici è stata effettuata due volte per valutare la riproducibilità dei risultati.

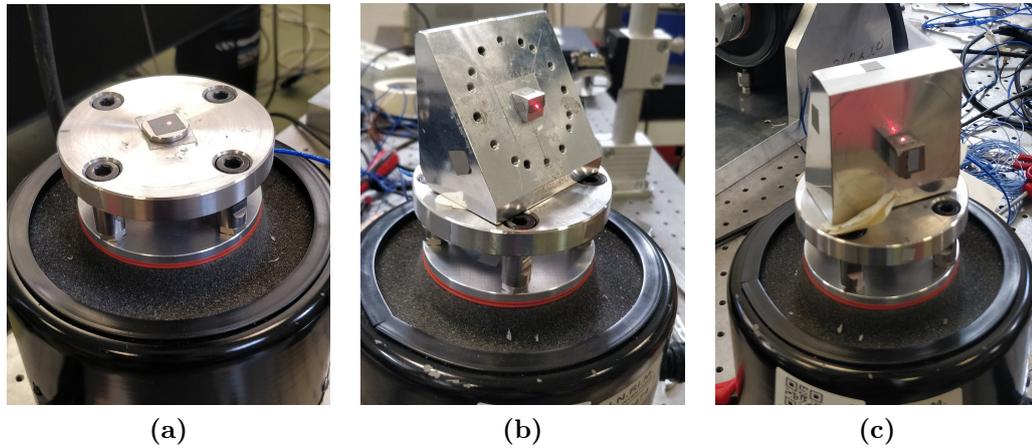
La prima misurazione è stata effettuata con le condizioni superficiali dei cunei che permettevano un posizionamento univoco di questi ultimi rispetto alla tavola vibrante, infatti avvitandoli fino ad arrivare a battuta si arrestavano in una posizione pressoché costante, mentre nella seconda misurazione il deterioramento delle superfici ha reso necessario interporre degli spessori tra cunei e tavola vibrante per poter ottenere una posizione costante.

La prima misurazione degli effetti sistematici è stata eseguita rilevando le accelerazioni lungo due assi per volta mediante l'utilizzo di due vibrometri laser. Le differenze di fase tra il segnale dell'accelerometro di riferimento e i segnali dei due vibrometri sono stati rilevati tramite un oscilloscopio. Sono state effettuate solo due ripetizioni delle misure e quindi si sono utilizzate delle incertezze di tipo B nel calcolo dei contributi d'incertezza (in particolare avendo solo due misure si è assunta la differenza tra queste ultime come campo di variabilità).

Nella seconda misurazione si è utilizzato un solo vibrometro laser. La differenza di fase tra il segnale dell'accelerometro di riferimento e il segnale del vibrometro laser è stata acquisita tramite la DAQ. Le misure sono state eseguite asse per asse. Sono state eseguite dieci ripetizioni per asse in modo da ottenere un valore medio e uno scarto tipo per ogni dato acquisito.

Nella prima misurazione si è assunto che lo sfasamento  $\phi_{z',sys}$  e l'ampiezza  $a_{z',sys}$  lungo l'asse  $z$  di eccitazione dello shaker fossero nulli, mentre nella seconda misurazione sono stati misurati.

La prima misurazione è stata effettuata sulla tavola vibrante, per il caso ad inclinazione di  $0^\circ$ , nel quale non è stato usato un cuneo, e per le altre inclinazioni sui cunei. La seconda misurazione è stata effettuata su una piastrina metallica (**figura [3.6]**), incollata alla tavola vibrante, per l'inclinazione  $0^\circ$ . Per le altre inclinazioni le misure sono state effettuate su dei parallelepipedi di alluminio o sull'accelerometro stesso, incollati mediante biadesivo ai cunei in modo da simulare accuratamente le condizioni che si verificano durante le prove di taratura dell'accelerometro triassiale. La piastrina metallica e i parallelepipedi di alluminio utilizzati hanno volume trascurabile rispetto al volume dei cunei o della tavola vibrante stessa, quindi hanno massa trascurabile rispetto alla massa totale del sistema vibrante. In quest'ultima misurazione sono state rilevate le misure con il vibrometro laser nella stessa posizione in cui è stato incollato l'accelerometro nelle precedenti prove di taratura. In entrambe le misurazioni sono state utilizzate delle strisce riflettenti per migliorare la riflessione del fascio laser del vibrometro.



**Figura 3.6:** Misura degli effetti sistematici. (a) piastrina metallica (b) parallelepipedo di alluminio (c) accelerometro triassiale.

### 3.3 Matrici di sensibilità e sfruttamento

Teoricamente la componente di accelerazione lungo un asse di misura di un accelerometro triassiale dipende solamente dall'output dell'accelerometro lungo lo stesso asse. In realtà questa condizione non è del tutto vera perché gli output interagiscono tra di loro e le sensibilità trasversali potrebbero influire sulle misure. Per tenere conto di questi effetti si può in prima approssimazione esprimere ogni componente di accelerazione  $a_j (j = 1, 3)$  ( $\text{ms}^{-2}$ ) come combinazione lineare dei tre output dell'accelerometro da tarare  $o_i (i = 1, 3)$  (V), trascurando le interazioni del second'ordine. La generica componente  $a_j$  può quindi essere scritta come:

$$a_j = \sum_{i=1}^3 o_i A_{ij}$$

Le tre componenti di accelerazione  $a_x$ ,  $a_y$  e  $a_z$  sono

$$\begin{cases} a_x &= o_x A_{xx} + o_y A_{yx} + o_z A_{zx} \\ a_y &= o_x A_{xy} + o_y A_{yy} + o_z A_{zy} \\ a_z &= o_x A_{xz} + o_y A_{yz} + o_z A_{zz} \end{cases}$$

o ancora:

$$\begin{bmatrix} a_x & a_y & a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} o_x & o_y & o_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{xx} & A_{xy} & A_{xz} \\ A_{yx} & A_{yy} & A_{yz} \\ A_{zx} & A_{zy} & A_{zz} \end{bmatrix}$$

dove gli  $A_{ij}$  ( $\text{ms}^{-2}/\text{V}$ ) sono i coefficienti utilizzati per calcolare la componente di accelerazione  $a_j$  dagli output  $o_i$  dell'accelerometro triassiale. Le  $n$  configurazioni di misura utilizzate per la taratura (nel nostro caso 44 per ogni frequenza) sono dei set di valori linearmente indipendenti, dunque le equazioni di sopra possono essere riscritte come:

$$\begin{bmatrix} a_{x1} & a_{y1} & a_{z1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{xn} & a_{yn} & a_{zn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} o_{x1} & o_{y1} & o_{z1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ o_{xn} & o_{yn} & o_{zn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{xx} & A_{xy} & A_{xz} \\ A_{yx} & A_{yy} & A_{yz} \\ A_{zx} & A_{zy} & A_{zz} \end{bmatrix}$$

o in forma matriciale:

$$\mathbf{a} = \mathbf{o}\mathbf{A}$$

dove  $\mathbf{a}$  è la matrice  $n \times j$  delle accelerazioni,  $\mathbf{o}$  è la matrice  $n \times i$  degli output dell'accelerometro triassiale in prova e  $\mathbf{A}$  è la matrice  $i \times j$  dei coefficienti utilizzata dall'utente finale (matrice di sfruttamento). I coefficienti  $A_{ij}$  della matrice  $\mathbf{A}$  (nel nostro caso una matrice  $3 \times 3$ ) possono essere valutati mediante una regressione lineare secondo l'equazione:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{o}^T \mathbf{o}]^{-1} \mathbf{o}^T \mathbf{a}$$

In maniera simile si può valutare la matrice di sensibilità: considerando  $n$  set di valori indipendenti, ognuno degli output  $o_i$  ( $i = 1, 3$ ) dei tre assi di misura dell'accelerometro triassiale può essere espresso come combinazione lineare delle componenti di accelerazione  $a_j$  ( $j = 1, 3$ ) secondo l'equazione:

$$\mathbf{o} = \mathbf{a}\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{a}\mathbf{S}$$

dove  $\mathbf{S}$  ( $\text{V}/(\text{ms}^{-2})$ ) è la matrice di sensibilità che, come la matrice di sfruttamento, nel nostro caso è una matrice  $3 \times 3$ . La matrice di sensibilità ha nella diagonale le main sensitivities e fuori dalla diagonale le cross-

sensitivities. Si ha inoltre che la matrice di sensibilità è l'inversa della matrice di sfruttamento:

$$\mathbf{S} = \mathbf{A}^{-1} = [\mathbf{a}^T \mathbf{a}]^{-1} \mathbf{a}^T \mathbf{o}$$

### 3.4 Valutazione dell'incertezza

Una valutazione globale dell'incertezza dei termini  $A_{ij}$  può essere fatta seguendo quando indicato dalla GUM. La matrice della varianze  $\mathbf{u}^2(\mathbf{A})$  che contiene le varianze dei singoli termini della matrice di sfruttamento  $\mathbf{A}$  è data, secondo la regola generale di propagazione dell'incertezza, da:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^2(\mathbf{A}) &= \begin{bmatrix} u^2(A_{11}) & \dots & u^2(A_{1j}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ u^2(A_{i1}) & \dots & u^2(A_{ij}) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} u^2(A_{11})' & \dots & u^2(A_{1j})' \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ u^2(A_{i1})' & \dots & u^2(A_{ij})' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u^2(S_{11}) \frac{A_{11}^2}{S_{11}^2} & \dots & u^2(S_{1i}) \frac{A_{1j}^2}{S_{1i}^2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ u^2(S_{j1}) \frac{A_{i1}^2}{S_{j1}^2} & \dots & u^2(S_{ji}) \frac{A_{ij}^2}{S_{ji}^2} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

dove

$$\begin{bmatrix} u^2(A_{11})' & \dots & u^2(A_{1j})' \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ u^2(A_{i1})' & \dots & u^2(A_{ij})' \end{bmatrix} = \mathbf{c} \mathbf{u}^2(\mathbf{a})$$

è la matrice  $i \times j$  ( $3 \times 3$ ) ottenuta moltiplicando  $\mathbf{c}$  (matrice  $i \times n$  ( $3 \times 44$ ) formata dai termini al quadrato di  $[\mathbf{o}^T \mathbf{o}]^{-1} \mathbf{o}^T$ ) per  $\mathbf{u}^2(\mathbf{a})$  (matrice  $n \times j$  ( $44 \times 3$ ) contenente le varianze delle accelerazioni di riferimento applicate in ogni condizione del piano sperimentale). I termini della matrice  $\mathbf{u}^2(\mathbf{a})$  sono dati da:

$$u^2(a_{nj}) = \sum_k c_k^2 u^2(x_k)$$

dove  $c_k$  e  $u^2(x_k)$  sono rispettivamente i coefficienti di sensibilità e i contributi all'incertezza composta. In **figura [3.7]** è riportato un esempio di calcolo per i termini  $u^2(a_{n_j})$ . Nel caso della taratura senza correzioni degli effetti sistematici le uniche variabili che concorrono a determinare l'incertezza totale sono  $a_{\text{ref}}$ ,  $\alpha$  e  $\omega$ . Nella taratura con correzione degli effetti sistematici sono stati introdotti contributi d'incertezza dovuti alle variabili  $a_{x',syst}$ ,  $a_{y',syst}$ ,  $a_{z',syst}$ ,  $\phi_{x',syst}$ ,  $\phi_{y',syst}$  e  $\phi_{z',syst}$ .

In particolare in tutte le prove di taratura si ha:

- l'incertezza standard  $u(a_{\text{ref}})$  associata all'accelerazione di riferimento  $a_{\text{ref}}$  che deriva dal CMC (Calibration and Measurement Capabilities) dichiarato dall'INRiM (incertezza A). Il valore dell'incertezza estesa relativa è pari allo 0.4% da 5 Hz fino a 1 kHz;
- l'incertezza standard  $u(\alpha)$  associata all'angolo di inclinazione  $\alpha$  che è un'incertezza di tipo B il cui semicampo di variabilità è pari a  $0.1^\circ$  con distribuzione rettangolare uniforme. Essa è causata dalle tolleranze di lavorazione con cui sono stati prodotti i cunei;
- l'incertezza standard  $u(\omega)$  associata all'angolo di rotazione  $\omega$  che è un'incertezza di tipo B il cui semicampo di variabilità è pari a  $1^\circ$  con distribuzione rettangolare uniforme. Essa è causata dall'incollaggio manuale dell'accelerometro da tarare sulla tavola vibrante.

Nelle prove di taratura eseguite con la correzione degli effetti sistematici si hanno inoltre:

- le incertezze  $u(a_{x',syst})$ ,  $u(a_{y',syst})$ ,  $u(a_{z',syst})$  derivanti dalle accelerazioni spurie  $a_{x',syst}$ ,  $a_{y',syst}$ ,  $a_{z',syst}$ . Le incertezze  $u(a_{x',syst})$ ,  $u(a_{y',syst})$ , relative alla prima misurazione degli effetti sistematici, sono di tipo B e il loro valore, come incertezza relativa, è pari all'1%, mentre  $u(a_{z',syst})$  è stata assunta nulla in quanto si è considerato trascurabile  $a_{z',syst}$ . Al contrario le incertezze  $u(\phi_{x',syst})$ ,  $u(\phi_{y',syst})$  e  $u(\phi_{z',syst})$ , relative ai dati della seconda misurazione degli effetti sistematici, sono di tipo A e il loro scarto tipo deriva dalle dieci misurazioni effettuate per ogni asse.
- le incertezze  $u(\phi_{x',syst})$ ,  $u(\phi_{y',syst})$  e  $u(\phi_{z',syst})$  derivanti dalle differenze di fase  $\phi_{x',syst}$ ,  $\phi_{y',syst}$  e  $\phi_{z',syst}$ . Le incertezze  $u(\phi_{x',syst})$  e  $u(\phi_{y',syst})$ , relative alla prima misurazione degli effetti sistematici, sono di tipo B e il loro semicampo di variabilità è pari a  $2^\circ$ ,  $u(\phi_{z',syst})$  è invece considerata nulla in quanto si è considerato trascurabile  $\phi_{z',syst}$ . Al contrario le incertezze  $u(\phi_{x',syst})$ ,  $u(\phi_{y',syst})$  e  $u(\phi_{z',syst})$ , relative alla seconda misurazione degli effetti sistematici, sono di tipo A e il loro scarto tipo deriva dalle dieci misurazioni effettuate per ogni asse.

Variabile $x_j$			Statistiche					Non Statistiche		Parametri assegnati			$u^2(x_j)$	$c_j = \Delta y / \Delta x$	$u_j^2(x)$	$u_j^4(x) / v_j$
Simbolo	Valore	Note	$U_j$	$P_{dj}$	$v_{dj}$	$k_{dj}$	$s_j$	$a_j$	$k_a$	$v_j$	$n_d$	$n_r$				
$a_{nt}$	2.99573		1.2E-02	95.0%	100	2.0	6.0E-03	1		100	1	1	3.6E-05	7.1E-01	1.8E-05	3.4E-12
$incl \alpha$	90							1.0E-01	3	100	1	1	3.3E-03	-2.9E-04	2.8E-10	7.9E-22
$rot \omega$	315							1.0E+00	3	100	1	1	3.3E-01	3.7E-02	4.5E-04	2.1E-09
$ax,sist$	1.4%						0.01%		3	100	1	1	9.0E-09	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
$ay,sist$	0.9%						0.03%		3	100	1	1	1.1E-07	8.1E-01	7.3E-08	5.4E-17
$az,sist$	99.4%						0.46%		3	100	1	1	2.1E-05	-7.8E-01	1.3E-05	1.6E-12
$phi,x$	-124.1						44.0		3	100	1	1	1.9E+03	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00
$phi,y$	-68.3						151.5		3	100	1	1	2.3E+04	3.0E-04	2.1E-03	4.3E-08
$phi,z$	-69.3						173.6		3	100	1	1	3.0E+04	1.9E-04	1.1E-03	1.2E-08
$x$	2.130	m/s <sup>2</sup>										Varianza di $x$ , $u^2(x)$		3.6624E-03	4.5E-08	
												Incertezza tipo di $x$ , $u(x)$		6.1E-02		
												Gradi di libertà di $x$ , $v(x)$		295		
												Livello di fiducia		95%		
												Fattore di copertura		2.0E+00		
												Incertezza estesa $U(x)$		1.2E-01	m/s <sup>2</sup>	

Figura 3.7: Foglio excel utilizzato per il calcolo dei termini della matrice  $u^2(\mathbf{a})$ .

I termini  $u^2(S_{ij})$  sono dati da:

$$\begin{bmatrix} u^2(S_{11}) & \dots & u^2(S_{1j}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ u^2(S_{i1}) & \dots & u^2(S_{ij}) \end{bmatrix} = \mathbf{h} \mathbf{u}^2(\mathbf{o})$$

che è una matrice  $j \times i$  ( $3 \times 3$ ) ottenuta moltiplicando  $\mathbf{h}$  (una matrice  $j \times n$  ( $3 \times 44$ ) formata dai termini al quadrato di  $[\mathbf{a}^T \mathbf{a}]^{-1} \mathbf{a}^T$ ) per  $\mathbf{u}^2(\mathbf{o})$  (una matrice  $n \times i$  ( $44 \times 3$ ) contenente le varianze degli output dell'accelerometro triassiale da tarare). La matrice  $\mathbf{u}^2(\mathbf{o})$  è data da:

$$\mathbf{u}^2(\mathbf{o}) = \begin{bmatrix} u^2(o_{11}) & \dots & u^2(o_{1i}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ u^2(o_{n1}) & \dots & u^2(o_{ni}) \end{bmatrix} = u_S^2 \begin{bmatrix} o_{11}^2 & \dots & o_{1i}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ o_{n1}^2 & \dots & o_{ni}^2 \end{bmatrix}$$

dove  $u_S^2$  è la varianza relativa composta, uguale per tutte le  $n$  configurazioni, il cui valore è dato dalla somma dei quadrati dei contributi di incertezza riportati in figura [3.8]:

$$u_S^2 = u_{ri}^2 + u_{rp}^2 + u_{sc}^2 + u_{mt}^2 + u_{va}^2 + u_r^2$$

Campo di frequenza da 5 Hz a 1 kHz con accelerazione di 10 m s <sup>-2</sup>							
Incertezza	Descrizione	Tipo	Coefficiente di sensibilità	Distribuzione	Fattore	Gradi di libertà	Incertezza relativa /%
$u_{ri}$	Ripetibilità	A	1	Normale	1	20	0,1
$u_{rp}$	Riproducibilità	A	1	Normale	1	20	0,3
$u_{sc}$	Stabilità del condizionatore	B	1	Rettangolare	$1/\sqrt{3}$	30	0,15
$u_{mt}$	Moti i trasversali	B	1	Rettangolare	$1/\sqrt{3}$	30	0,1
$u_{vt}$	Vibrazioni accoppiate	B	1	Rettangolare	$1/\sqrt{3}$	30	0,1
$u_r$	Risoluzione	A	1	Rettangolare	$1/\sqrt{3}$	30	0,15

**Figura 3.8:** Contributi all'incertezza composta.

L'assunzione che i termini della matrice  $\mathbf{u}^2(\mathbf{A})$  siano dati da  $u^2(A_{ij}) = u^2(A_{ij})' + u^2(S_{ji})A_{ij}^2/S_{ji}^2$  è dovuta all'impossibilità di propagare direttamente l'incertezza dei termini della matrice  $[\mathbf{o}^T \mathbf{o}]^{-1} \mathbf{o}^T$ . Le incertezze assolute estese associate ai termini della matrice di sfruttamento, ossia i termini della matrice  $(U(A))$  sono dati da:

$$U(A_{ij}) = k \sqrt{u^2(A_{ij})}$$

dove  $k$  è il fattore di copertura che per un livello di confidenza del 95% assume il valore  $k = 2$ . Le incertezze assolute estese associate ai termini della matrice di sensibilità, ossia i termini di  $U(S)$  sono dati da:

$$U(S_{ij}) = k \sqrt{u^2(A_{ji}) \frac{S_{ij}^2}{A_{ji}^2}}$$

### 3.5 Risultati prove di taratura

Le matrici di sensibilità, di sfruttamento e le matrici contenenti le incertezze estese assolute associate sono state calcolate per il caso senza correzione degli effetti sistematici e con correzione di questi ultimi. In particolare nei seguenti paragrafi verranno sempre riportati i risultati delle prove di taratura senza correzione gli effetti sistematici, con correzione utilizzando i dati relativi alla prima misurazione degli effetti sistematici e con correzione utilizzando i dati relativi alla seconda misurazione.

## 3.5.1 Tabelle

Nella **tabella [3.2]**, **tabella [3.3]**, **tabella [3.4]**, **tabella [3.5]**, **tabella [3.6]** e **tabella [3.7]** sono riportati i termini delle matrici di sfruttamento e di sensibilità ( $A_{ij}$  e  $S_{ij}$ ) valutati per un'ampiezza di circa  $3 \text{ ms}^{-2}$  per i 5 Hz e  $10 \text{ ms}^{-2}$  per le restanti frequenze; inoltre sono riportate le incertezze estese assolute associate (a un livello di fiducia del 95%) per i casi senza correzione degli effetti sistematici, con la correzione con i dati relativi alla prima misurazione degli effetti sistematici e con la correzione con i dati relativi alla seconda misurazione di questi ultimi.

**Tabella 3.2:** Termini  $A_{ij}$  della matrice di sfruttamento e incertezze associate  $U(A_{ij})$  per il caso senza correzione degli effetti sistematici.

	5 Hz	10 Hz	20 Hz	40 Hz	80 Hz	160 Hz	315 Hz	630 Hz	1000 Hz
	$A_{ij}$								
	$\text{ms}^{-2}/\text{V}$								
$A_{xx}$	<b>93.01</b> $\pm 2.11$	<b>95.33</b> $\pm 2.15$	<b>96.49</b> $\pm 2.18$	<b>96.60</b> $\pm 2.19$	<b>97.09</b> $\pm 2.20$	<b>96.17</b> $\pm 2.20$	<b>96.95</b> $\pm 2.19$	<b>94.38</b> $\pm 2.14$	<b>88.54</b> $\pm 2.10$
$A_{xy}$	-1.45 $\pm 1.49$	-1.29 $\pm 1.40$	-1.44 $\pm 1.47$	-1.89 $\pm 1.51$	-1.27 $\pm 1.26$	-0.74 $\pm 1.06$	-0.73 $\pm 1.27$	-1.52 $\pm 1.49$	-6.52 $\pm 1.23$
$A_{xz}$	-2.66 $\pm 3.67$	-0.89 $\pm 1.37$	-1.06 $\pm 1.51$	-0.85 $\pm 1.91$	-0.56 $\pm 0.20$	-0.38 $\pm 0.13$	-1.20 $\pm 0.36$	-2.07 $\pm 0.90$	-7.50 $\pm 46.53$
$A_{yx}$	-1.18 $\pm 1.06$	-1.16 $\pm 1.18$	-1.23 $\pm 1.15$	-1.61 $\pm 1.18$	-1.24 $\pm 1.23$	-0.94 $\pm 1.60$	-0.67 $\pm 1.14$	-1.18 $\pm 1.03$	-6.03 $\pm 1.11$
$A_{yy}$	<b>94.51</b> $\pm 2.13$	<b>96.91</b> $\pm 2.18$	<b>98.03</b> $\pm 2.21$	<b>98.05</b> $\pm 2.21$	<b>98.32</b> $\pm 2.22$	<b>97.23</b> $\pm 2.21$	<b>98.07</b> $\pm 2.20$	<b>95.72</b> $\pm 2.17$	<b>89.70</b> $\pm 2.13$
$A_{yz}$	-1.69 $\pm 3.69$	-0.47 $\pm 0.73$	-0.56 $\pm 0.98$	-0.05 $\pm 0.14$	-0.47 $\pm 0.18$	0.20 $\pm 0.10$	-0.71 $\pm 0.24$	-1.36 $\pm 0.63$	-6.95 $\pm 8.32$
$A_{zx}$	-0.49 $\pm 0.27$	-0.44 $\pm 0.60$	-0.48 $\pm 0.57$	0.38 $\pm 0.51$	-2.14 $\pm 4.09$	-2.58 $\pm 8.33$	-2.50 $\pm 2.45$	-1.63 $\pm 0.95$	0.52 $\pm 0.20$
$A_{zy}$	-0.28 $\pm 0.25$	-0.42 $\pm 0.99$	-0.38 $\pm 0.76$	0.41 $\pm 2.79$	-2.18 $\pm 4.28$	-2.23 $\pm 22.70$	-2.29 $\pm 3.45$	-1.50 $\pm 1.25$	0.97 $\pm 0.24$
$A_{zz}$	<b>92.52</b> $\pm 1.74$	<b>93.56</b> $\pm 1.75$	<b>94.37</b> $\pm 1.76$	<b>94.61</b> $\pm 1.77$	<b>96.75</b> $\pm 1.82$	<b>95.96</b> $\pm 1.79$	<b>97.16</b> $\pm 1.82$	<b>96.50</b> $\pm 1.80$	<b>96.83</b> $\pm 1.87$

**Tabella 3.3:** Termini  $A_{ij}$  della matrice di sfruttamento e incertezze associate  $U(A_{ij})$  per il caso con correzione degli effetti sistematici (prima misurazione).

	5 Hz	10 Hz	20 Hz	40 Hz	80 Hz	160 Hz	315 Hz	630 Hz	1000 Hz
	$A_{ij}$	$A_{ij}$	$A_{ij}$	$A_{ij}$	$A_{ij}$	$A_{ij}$	$A_{ij}$	$A_{ij}$	$A_{ij}$
	ms <sup>-2</sup> /V	ms <sup>-2</sup> /V	ms <sup>-2</sup> /V	ms <sup>-2</sup> /V	ms <sup>-2</sup> /V	ms <sup>-2</sup> /V	ms <sup>-2</sup> /V	ms <sup>-2</sup> /V	ms <sup>-2</sup> /V
$A_{xx}$	<b>98.40</b> $\pm 2.24$	<b>98.89</b> $\pm 2.23$	<b>101.35</b> $\pm 2.30$	<b>101.05</b> $\pm 2.29$	<b>99.67</b> $\pm 2.29$	<b>101.45</b> $\pm 2.34$	<b>102.55</b> $\pm 2.33$	<b>99.12</b> $\pm 2.32$	<b>93.87</b> $\pm 2.27$
$A_{xy}$	-0.66 $\pm 2.06$	-0.51 $\pm 1.61$	-0.57 $\pm 1.89$	-0.46 $\pm 1.87$	0.00 $\pm 0.52$	0.24 $\pm 52.37$	-0.13 $\pm 1.23$	4.36 $\pm 1.68$	-4.52 $\pm 1.41$
$A_{xz}$	-1.38 $\pm 4.84$	0.31 $\pm 0.29$	0.36 $\pm 0.61$	0.70 $\pm 0.34$	0.63 $\pm 0.25$	7.57 $\pm 4.79$	1.60 $\pm 0.59$	-0.69 $\pm 0.20$	-1.57 $\pm 0.26$
$A_{yx}$	-0.35 $\pm 0.83$	-0.34 $\pm 0.95$	-0.33 $\pm 0.89$	-0.14 $\pm 0.62$	0.05 $\pm 1.23$	0.01 $\pm 1.60$	-0.07 $\pm 0.80$	4.78 $\pm 0.45$	-4.07 $\pm 0.74$
$A_{yy}$	<b>99.99</b> $\pm 2.26$	<b>100.54</b> $\pm 2.26$	<b>102.97</b> $\pm 2.33$	<b>102.59</b> $\pm 2.32$	<b>100.95</b> $\pm 2.30$	<b>102.54</b> $\pm 2.35$	<b>103.72</b> $\pm 2.34$	<b>100.48</b> $\pm 2.36$	<b>95.01</b> $\pm 2.30$
$A_{yz}$	-0.37 $\pm 0.67$	0.74 $\pm 0.65$	0.87 $\pm 1.16$	1.54 $\pm 0.71$	0.73 $\pm 0.28$	8.03 $\pm 7.67$	2.05 $\pm 0.09$	-0.01 $\pm 0.18$	-1.10 $\pm 4.00$
$A_{zx}$	0.19 $\pm 0.24$	0.84 $\pm 3.28$	0.45 $\pm 1.54$	1.61 $\pm 3.01$	-1.82 $\pm 3.62$	-0.92 $\pm 0.24$	-2.15 $\pm 1.81$	-3.05 $\pm 4.10$	6.45 $\pm 0.20$
$A_{zy}$	0.40 $\pm 1.16$	0.87 $\pm 1.52$	0.56 $\pm 0.86$	1.64 $\pm 1.42$	-1.87 $\pm 3.58$	-0.55 $\pm 0.20$	-1.92 $\pm 1.26$	-2.91 $\pm 20.70$	6.91 $\pm 6.36$
$A_{zz}$	<b>96.67</b> $\pm 1.83$	<b>97.59</b> $\pm 1.84$	<b>98.27</b> $\pm 1.84$	<b>98.68</b> $\pm 1.85$	<b>98.17</b> $\pm 1.86$	<b>97.01</b> $\pm 1.85$	<b>100.86</b> $\pm 1.90$	<b>97.64</b> $\pm 1.82$	<b>107.42</b> $\pm 2.17$

**Tabella 3.4:** Termini  $A_{ij}$  della matrice di sfruttamento e incertezze associate  $U(A_{ij})$  per il caso con correzione degli effetti sistematici (seconda misurazione).

	5 Hz	10 Hz	20 Hz	40 Hz	80 Hz	160 Hz	315 Hz	630 Hz	1000 Hz
	$A_{ij}$	$A_{ij}$							
	ms <sup>-2</sup> /V	ms <sup>-2</sup> /V							
$A_{xx}$	<b>92.03</b> $\pm 2.25$	<b>93.67</b> $\pm 3.14$	<b>95.23</b> $\pm 2.81$	<b>95.00</b> $\pm 3.04$	<b>94.01</b> $\pm 4.09$	<b>91.10</b> $\pm 6.81$	<b>87.34</b> $\pm 2.22$	<b>63.17</b> $\pm 20.83$	<b>74.04</b> $\pm 21.64$
$A_{xy}$	-0.13 $\pm 3.18$	-0.34 $\pm 1.74$	0.06 $\pm 0.97$	0.71 $\pm 1.43$	2.15 $\pm 2.33$	4.16 $\pm 3.57$	15.14 $\pm 1.46$	14.91 $\pm 10.78$	37.77 $\pm 12.00$
$A_{xz}$	-1.98 $\pm 2.84$	-0.28 $\pm 1.92$	-0.38 $\pm 1.35$	-0.53 $\pm 1.83$	2.72 $\pm 5.31$	5.76 $\pm 3.13$	10.40 $\pm 3.49$	16.05 $\pm 8.93$	29.25 $\pm 17.37$
$A_{yx}$	0.15 $\pm 1.16$	-0.20 $\pm 1.92$	0.28 $\pm 14.71$	1.00 $\pm 2.84$	2.13 $\pm 4.00$	4.13 $\pm 6.82$	15.35 $\pm 1.48$	15.39 $\pm 20.58$	38.74 $\pm 20.54$
$A_{yy}$	<b>93.51</b> $\pm 2.15$	<b>95.22</b> $\pm 2.30$	<b>96.74</b> $\pm 2.35$	<b>96.43</b> $\pm 2.40$	<b>95.12</b> $\pm 2.82$	<b>92.47</b> $\pm 3.86$	<b>88.31</b> $\pm 2.23$	<b>64.19</b> $\pm 10.81$	<b>75.26</b> $\pm 11.73$
$A_{yz}$	-1.00 $\pm 1.34$	0.15 $\pm 1.11$	0.12 $\pm 1.23$	0.23 $\pm 1.83$	2.72 $\pm 5.27$	6.56 $\pm 3.21$	11.08 $\pm 3.52$	17.00 $\pm 9.05$	30.26 $\pm 17.63$
$A_{zx}$	0.52 $\pm 0.95$	-0.07 $\pm 1.23$	0.43 $\pm 2.15$	1.03 $\pm 2.91$	-0.53 $\pm 4.15$	2.60 $\pm 9.09$	3.23 $\pm 0.45$	19.24 $\pm 27.98$	40.07 $\pm 38.52$
$A_{zy}$	0.71 $\pm 0.88$	-0.06 $\pm 0.77$	0.53 $\pm 5.65$	1.06 $\pm 6.85$	-0.58 $\pm 2.07$	2.82 $\pm 4.70$	3.40 $\pm 0.45$	19.29 $\pm 14.61$	40.21 $\pm 20.86$
$A_{zz}$	<b>92.11</b> $\pm 1.78$	<b>92.49</b> $\pm 1.76$	<b>93.83</b> $\pm 1.79$	<b>93.43</b> $\pm 1.94$	<b>93.86</b> $\pm 2.63$	<b>92.38</b> $\pm 2.48$	<b>87.83</b> $\pm 1.73$	<b>77.48</b> $\pm 4.58$	<b>71.50</b> $\pm 13.71$

**Tabella 3.5:** Termini  $S_{ij}$  della matrice di sfruttamento e incertezze associate  $U(S_{ij})$  per il caso senza correzione degli effetti sistematici.

	5 Hz	10 Hz	20 Hz	40 Hz	80 Hz	160 Hz	315 Hz	630 Hz	1000 Hz
	$S_{ij} \times 10^{-3}$								
	V/(ms <sup>-2</sup> )								
$S_{xx}$	<b>10.74</b> $\pm 0.24$	<b>10.48</b> $\pm 0.24$	<b>10.35</b> $\pm 0.23$	<b>10.33</b> $\pm 0.23$	<b>10.27</b> $\pm 0.23$	<b>10.34</b> $\pm 0.24$	<b>10.30</b> $\pm 0.23$	<b>10.56</b> $\pm 0.24$	<b>11.02</b> $\pm 0.26$
$S_{xy}$	0.17 $\pm 0.16$	0.15 $\pm 0.15$	0.16 $\pm 0.15$	0.20 $\pm 0.15$	0.15 $\pm 0.15$	0.08 $\pm 0.14$	0.09 $\pm 0.15$	0.18 $\pm 0.16$	0.93 $\pm 0.17$
$S_{xz}$	0.32 $\pm 0.17$	0.10 $\pm 0.14$	0.12 $\pm 0.14$	0.10 $\pm 0.14$	0.07 $\pm 0.12$	0.04 $\pm 0.13$	0.13 $\pm 0.13$	0.23 $\pm 0.13$	0.96 $\pm 0.37$
$S_{yx}$	0.15 $\pm 0.15$	0.14 $\pm 0.15$	0.14 $\pm 0.14$	0.18 $\pm 0.14$	0.15 $\pm 0.15$	0.11 $\pm 0.16$	0.09 $\pm 0.15$	0.15 $\pm 0.15$	0.89 $\pm 0.17$
$S_{yy}$	<b>10.57</b> $\pm 0.24$	<b>10.31</b> $\pm 0.23$	<b>10.19</b> $\pm 0.23$	<b>10.18</b> $\pm 0.23$	<b>10.15</b> $\pm 0.23$	<b>10.23</b> $\pm 0.23$	<b>10.18</b> $\pm 0.23$	<b>10.42</b> $\pm 0.24$	<b>10.92</b> $\pm 0.26$
$S_{yz}$	0.21 $\pm 0.18$	0.06 $\pm 0.13$	0.07 $\pm 0.13$	0.02 $\pm 0.13$	0.06 $\pm 0.12$	-0.01 $\pm 0.13$	0.08 $\pm 0.13$	0.16 $\pm 0.13$	0.88 $\pm 0.22$
$S_{zx}$	0.06 $\pm 0.08$	0.05 $\pm 0.08$	0.05 $\pm 0.08$	-0.03 $\pm 0.08$	0.24 $\pm 0.09$	0.30 $\pm 0.11$	0.27 $\pm 0.08$	0.19 $\pm 0.08$	-0.01 $\pm 0.09$
$S_{zy}$	0.04 $\pm 0.08$	0.05 $\pm 0.08$	0.04 $\pm 0.08$	-0.04 $\pm 0.09$	0.24 $\pm 0.09$	0.26 $\pm 0.14$	0.25 $\pm 0.08$	0.18 $\pm 0.08$	-0.07 $\pm 0.09$
$S_{zz}$	<b>10.79</b> $\pm 0.20$	<b>10.69</b> $\pm 0.20$	<b>10.60</b> $\pm 0.20$	<b>10.55</b> $\pm 0.20$	<b>10.32</b> $\pm 0.19$	<b>10.41</b> $\pm 0.19$	<b>10.29</b> $\pm 0.19$	<b>10.36</b> $\pm 0.19$	<b>10.20</b> $\pm 0.20$

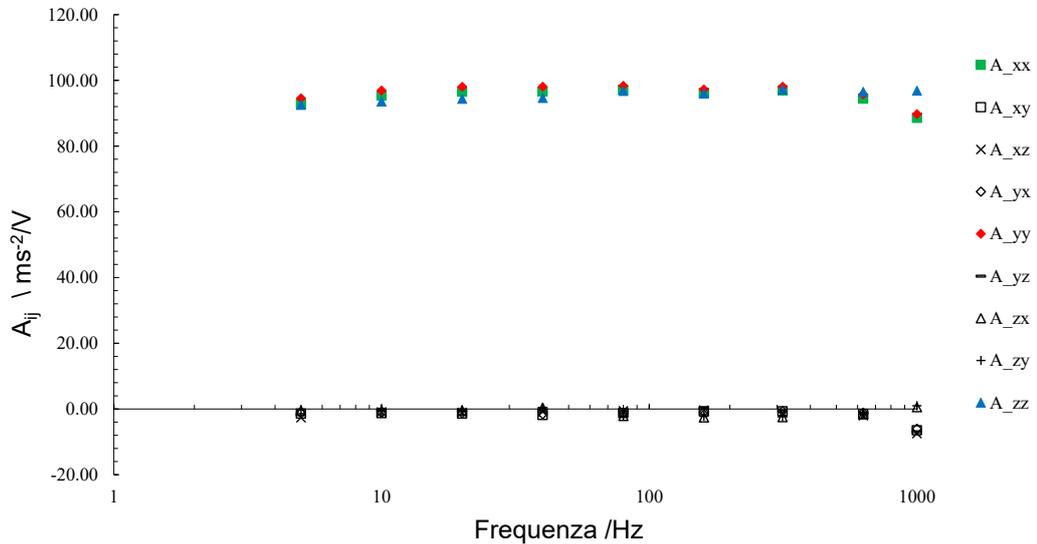
**Tabella 3.6:** Termini  $S_{ij}$  della matrice di sfruttamento e incertezze associate  $U(S_{ij})$  per il caso con correzione degli effetti sistematici (prima misurazione).

	5 Hz	10 Hz	20 Hz	40 Hz	80 Hz	160 Hz	315 Hz	630 Hz	1000 Hz
	$S_{ij} \times 10^{-3}$	$S_{ij} \times 10^{-3}$	$S_{ij} \times 10^{-3}$	$S_{ij} \times 10^{-3}$					
	V/(ms <sup>-2</sup> )	V/(ms <sup>-2</sup> )	V/(ms <sup>-2</sup> )	V/(ms <sup>-2</sup> )					
$S_{xx}$	<b>10.15</b> $\pm 0.23$	<b>10.09</b> $\pm 0.23$	<b>9.85</b> $\pm 0.22$	<b>9.86</b> $\pm 0.22$	<b>9.97</b> $\pm 0.23$	<b>9.77</b> $\pm 0.23$	<b>9.73</b> $\pm 0.22$	<b>10.00</b> $\pm 0.23$	<b>10.27</b> $\pm 0.25$
$S_{xy}$	0.07 $\pm 0.18$	0.06 $\pm 0.16$	0.06 $\pm 0.17$	0.06 $\pm 0.26$	0.01 $\pm 0.17$	-0.02 $\pm 0.90$	0.02 $\pm 0.20$	-0.34 $\pm 0.14$	0.55 $\pm 0.16$
$S_{xz}$	0.15 $\pm 0.19$	-0.03 $\pm 0.13$	-0.04 $\pm 0.13$	-0.07 $\pm 0.13$	-0.06 $\pm 0.12$	-0.74 $\pm 0.19$	-0.14 $\pm 0.12$	0.09 $\pm 0.12$	0.23 $\pm 0.14$
$S_{yx}$	0.04 $\pm 0.14$	0.04 $\pm 0.14$	0.04 $\pm 0.14$	0.03 $\pm 0.14$	0.01 $\pm 0.25$	0.00 $\pm 0.13$	0.01 $\pm 0.14$	-0.38 $\pm 0.15$	0.51 $\pm 0.16$
$S_{yy}$	<b>9.99</b> $\pm 0.23$	<b>9.93</b> $\pm 0.22$	<b>9.70</b> $\pm 0.22$	<b>9.72</b> $\pm 0.22$	<b>9.85</b> $\pm 0.22$	<b>9.68</b> $\pm 0.22$	<b>9.62</b> $\pm 0.22$	<b>9.85</b> $\pm 0.23$	<b>10.17</b> $\pm 0.25$
$S_{yz}$	0.04 $\pm 0.13$	-0.07 $\pm 0.13$	-0.08 $\pm 0.13$	-0.15 $\pm 0.13$	-0.06 $\pm 0.12$	-0.78 $\pm 0.29$	-0.19 $\pm 0.12$	0.02 $\pm 0.12$	0.15 $\pm 0.14$
$S_{zx}$	-0.02 $\pm 0.08$	-0.09 $\pm 0.08$	-0.04 $\pm 0.08$	-0.16 $\pm 0.08$	0.20 $\pm 0.08$	0.13 $\pm 0.08$	0.21 $\pm 0.08$	0.30 $\pm 0.09$	-0.57 $\pm 0.10$
$S_{zy}$	-0.04 $\pm 0.08$	-0.09 $\pm 0.07$	-0.06 $\pm 0.07$	-0.16 $\pm 0.07$	0.21 $\pm 0.08$	0.08 $\pm 0.08$	0.18 $\pm 0.08$	0.29 $\pm 0.34$	-0.63 $\pm 0.10$
$S_{zz}$	<b>10.32</b> $\pm 0.20$	<b>10.24</b> $\pm 0.19$	<b>10.17</b> $\pm 0.19$	<b>10.12</b> $\pm 0.19$	<b>10.17</b> $\pm 0.19$	<b>10.25</b> $\pm 0.20$	<b>9.88</b> $\pm 0.19$	<b>10.19</b> $\pm 0.19$	<b>9.06</b> $\pm 0.18$

**Tabella 3.7:** Termini  $S_{ij}$  della matrice di sfruttamento e incertezze associate  $U(S_{ij})$  per il caso senza correzione degli effetti sistematici (seconda misurazione).

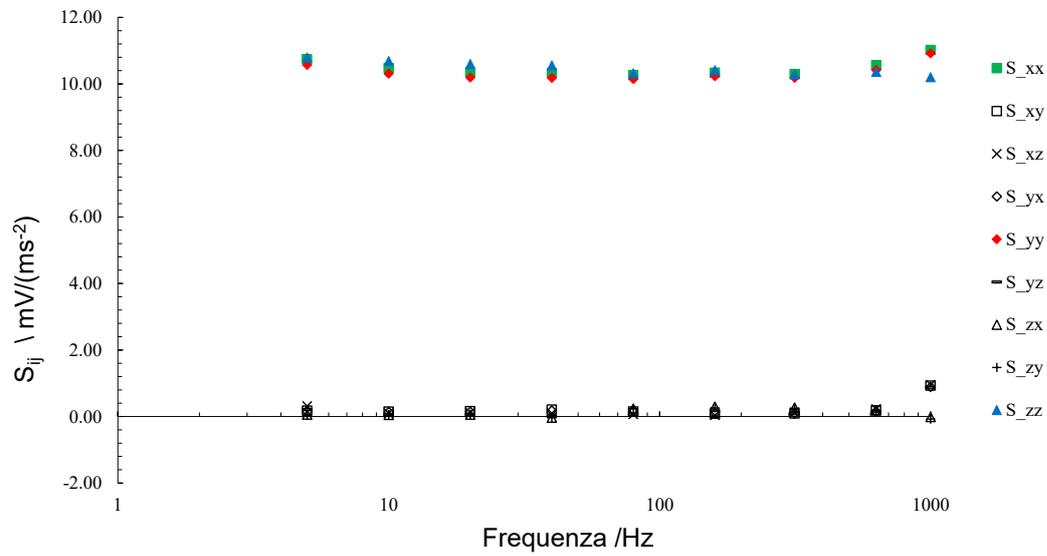
	5 Hz	10 Hz	20 Hz	40 Hz	80 Hz	160 Hz	315 Hz	630 Hz	1000 Hz
	$S_{ij} \times 10^{-3}$								
	V/(ms <sup>-2</sup> )								
$S_{xx}$	<b>10.85</b> $\pm 0.27$	<b>10.66</b> $\pm 0.36$	<b>10.48</b> $\pm 0.31$	<b>10.51</b> $\pm 0.34$	<b>10.56</b> $\pm 0.46$	<b>10.89</b> $\pm 0.81$	<b>11.47</b> $\pm 0.29$	<b>14.77</b> $\pm 4.87$	<b>12.59</b> $\pm 3.68$
$S_{xy}$	0.02 $\pm 0.19$	0.04 $\pm 0.41$	0.00 $\pm 0.14$	-0.07 $\pm 0.20$	-0.22 $\pm 0.42$	-0.51 $\pm 0.83$	-1.90 $\pm 0.18$	-2.79 $\pm 3.73$	-2.85 $\pm 1.51$
$S_{xz}$	0.24 $\pm 0.44$	0.03 $\pm 0.52$	0.04 $\pm 0.20$	0.07 $\pm 0.18$	-0.30 $\pm 2.36$	-0.63 $\pm 2.18$	-1.15 $\pm 0.16$	-1.35 $\pm 1.97$	-2.52 $\pm 2.42$
$S_{yx}$	-0.01 $\pm 0.14$	0.03 $\pm 0.15$	-0.02 $\pm 0.35$	-0.10 $\pm 0.20$	-0.22 $\pm 0.24$	-0.50 $\pm 0.43$	-1.93 $\pm 0.19$	-2.85 $\pm 2.06$	-2.94 $\pm 0.94$
$S_{yy}$	<b>10.68</b> $\pm 0.25$	<b>10.49</b> $\pm 0.25$	<b>10.32</b> $\pm 0.25$	<b>10.35</b> $\pm 0.26$	<b>10.44</b> $\pm 0.31$	<b>10.72</b> $\pm 0.45$	<b>11.33</b> $\pm 0.29$	<b>14.56</b> $\pm 2.45$	<b>12.44</b> $\pm 1.94$
$S_{yz}$	0.13 $\pm 0.16$	-0.01 $\pm 0.18$	-0.01 $\pm 0.13$	-0.02 $\pm 0.13$	-0.30 $\pm 1.09$	-0.71 $\pm 1.18$	-1.20 $\pm 0.16$	-1.47 $\pm 1.11$	-2.66 $\pm 1.38$
$S_{zx}$	-0.06 $\pm 0.08$	0.01 $\pm 0.08$	-0.05 $\pm 0.17$	-0.11 $\pm 0.38$	0.07 $\pm 0.14$	-0.22 $\pm 0.12$	-0.27 $\pm 0.09$	-2.23 $\pm 1.24$	-3.97 $\pm 2.36$
$S_{zy}$	-0.08 $\pm 0.11$	0.01 $\pm 0.08$	-0.06 $\pm 0.58$	-0.11 $\pm 0.91$	0.07 $\pm 0.14$	-0.24 $\pm 0.12$	-0.28 $\pm 0.09$	-2.20 $\pm 1.17$	-3.99 $\pm 2.33$
$S_{zz}$	<b>10.84</b> $\pm 0.21$	<b>10.81</b> $\pm 0.21$	<b>10.66</b> $\pm 0.20$	<b>10.69</b> $\pm 0.22$	<b>10.64</b> $\pm 0.30$	<b>10.82</b> $\pm 0.29$	<b>11.35</b> $\pm 0.22$	<b>11.30</b> $\pm 0.67$	<b>13.89</b> $\pm 2.66$

## 3.5.2 Grafici



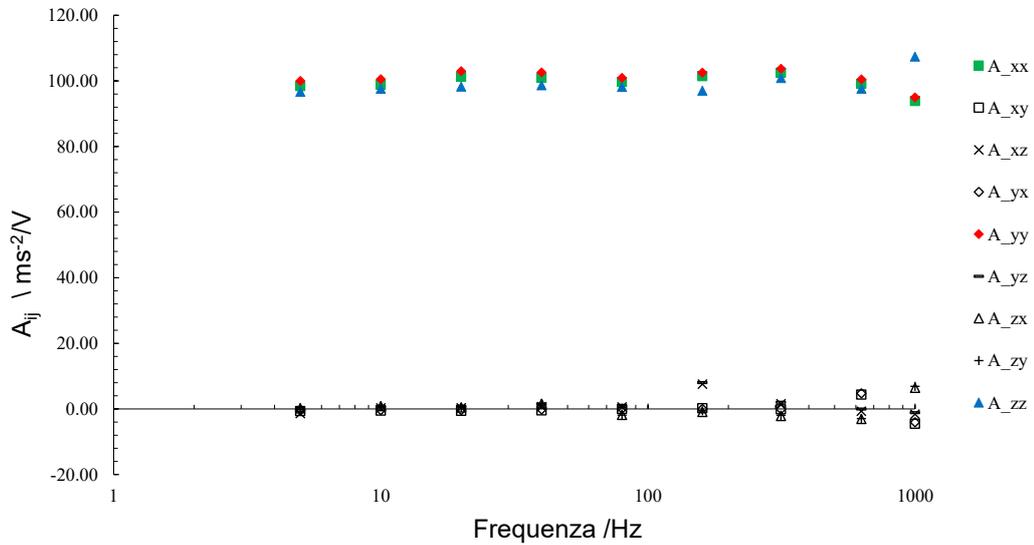
**Figura 3.9:** Termini  $A_{ij}$  della matrice di sfruttamento senza correzione degli effetti sistematici.

Nella **figura [3.9]** sono riportati i termini  $A_{ij}$  della matrice di sfruttamento senza correzione degli effetti sistematici. I termini diagonali della matrice (termini principali) hanno un valore molto maggiore rispetto ai termini fuori dalla diagonale che sono prossimi allo zero. In prossimità dei 1000Hz si nota una differenziazione marcata tra i termini diagonali; in particolare i termini  $A_{xx}$  e  $A_{yy}$  decrescono rispetto alla precedente frequenza. Inoltre dai 1000Hz i termini fuori dalla diagonale cominciano a crescere in modulo.



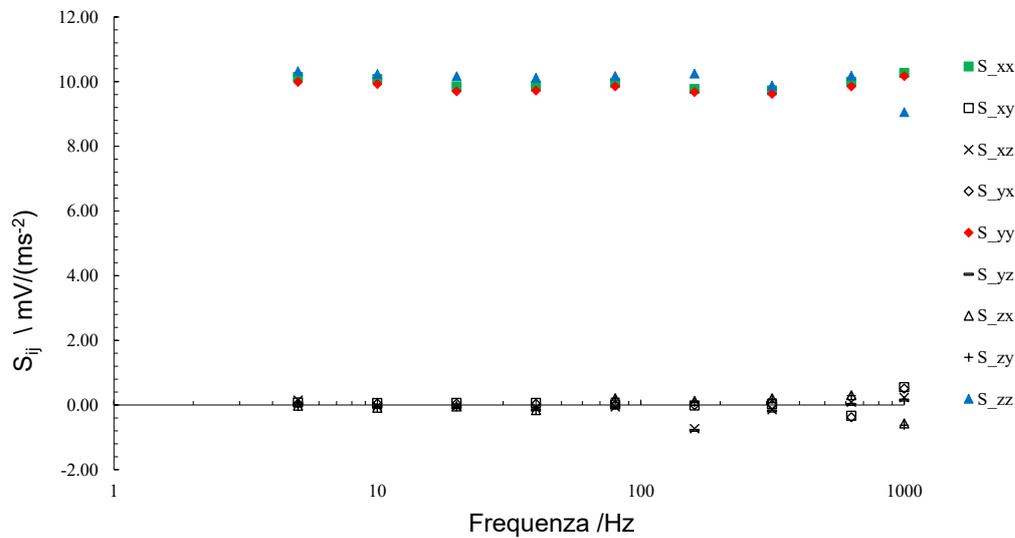
**Figura 3.10:** Termini  $S_{ij}$  della matrice di sensibilità senza correzione degli effetti sistematici.

Nella **figura [3.10]** sono riportati i termini  $S_{ij}$  della matrice di sensibilità senza correzione degli effetti sistematici. Per i termini diagonali della matrice e per quelli fuori della diagonale si può fare un discorso analogo a quanto fatto per la matrice di sfruttamento.



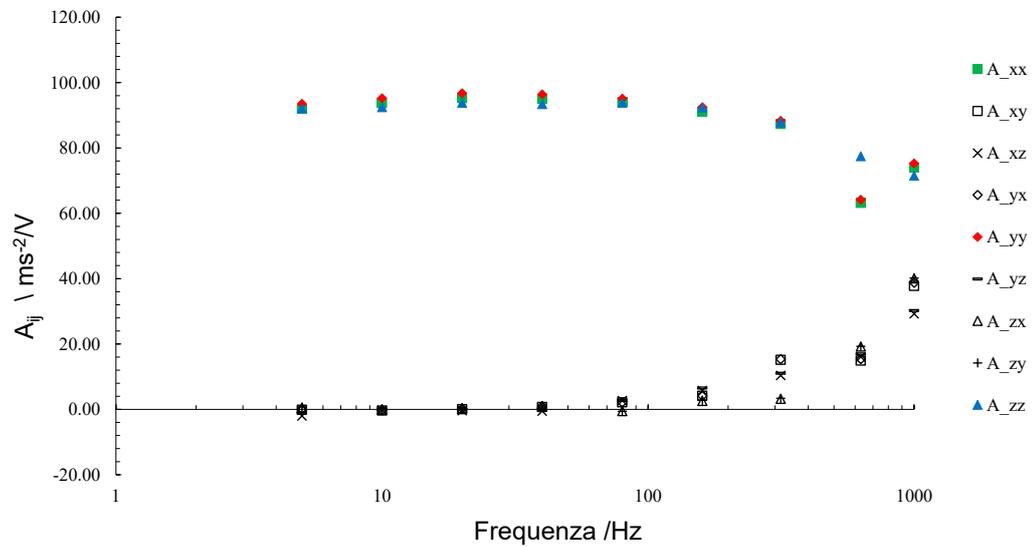
**Figura 3.11:** Termini  $A_{ij}$  della matrice di sfruttamento con correzione degli effetti sistematici (prima misurazione).

Nella **figura [3.11]** sono riportati i termini  $A_{ij}$  della matrice di sfruttamento con correzione degli effetti sistematici (prima misurazione). I termini diagonali della matrice (termini principali) hanno un valore più elevato rispetto al caso senza correzione. In prossimità dei 1000 Hz si vede che il termine  $A_{zz}$  cresce, mentre i termini  $A_{xx}$  e  $A_{yy}$  decrescono. I termini fuori dalla diagonale sono prossimi allo zero, ma contrariamente al caso senza correzione, cominciano a crescere prima dei 1000 Hz.



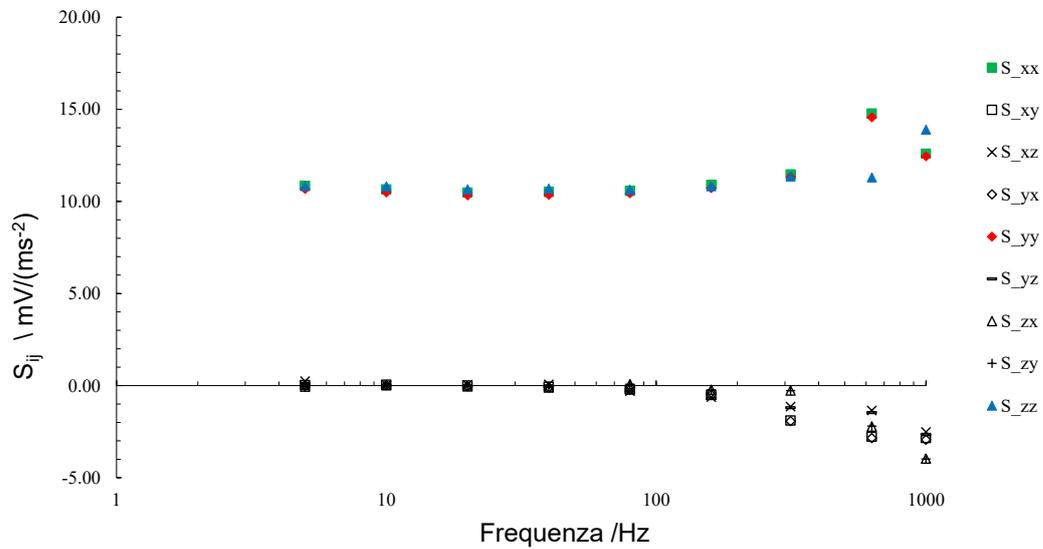
**Figura 3.12:** Termini  $S_{ij}$  della matrice di sensibilità con correzione degli effetti sistematici (prima misurazione).

Nella **figura [3.12]** sono riportati i termini  $S_{ij}$  della matrice di sensibilità con correzione degli effetti sistematici (prima misurazione). Le sensibilità principali (termini diagonali della matrice) hanno valori mediamente più bassi rispetto al caso senza correzione degli effetti sistematici, inoltre in prossimità dei 1000 Hz il termine  $A_{zz}$  decresce fortemente. I termini fuori dalla diagonale hanno inizialmente valori prossimi allo zero e cominciano a crescere da circa 1000 Hz.



**Figura 3.13:** Termini  $A_{ij}$  della matrice di sfruttamento con correzione degli effetti sistematici (seconda misurazione).

Nella **figura [3.13]** sono riportati i termini  $A_{ij}$  della matrice di sfruttamento con correzione degli effetti sistematici (seconda misurazione). I termini diagonali della matrice (termini principali) hanno un valore mediamente più basso sia rispetto al caso senza correzione degli effetti sistematici sia rispetto al caso con correzione degli stessi con i dati della prima misurazione. I termini diagonali decrescono marcatamente a partire dai 315 Hz. Al contrario i termini fuori dalla diagonale, inizialmente prossimi allo zero, crescono marcatamente a partire dalla medesima frequenza di 315 Hz fino ad assumere valori comparabili con i termini diagonali per frequenze superiori ai 1000 Hz.



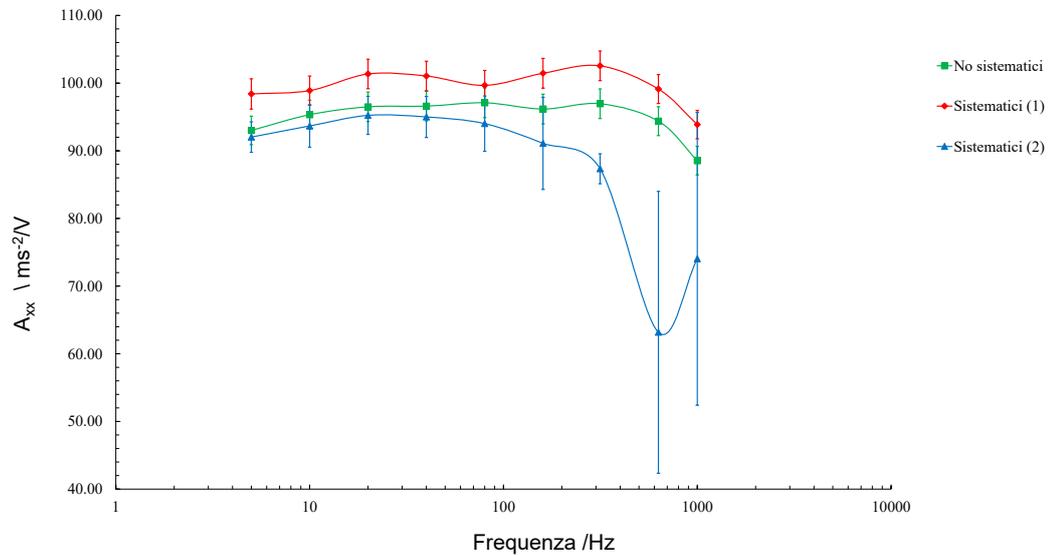
**Figura 3.14:** Termini  $S_{ij}$  della matrice di sensibilità con correzione degli effetti sistematici (seconda misurazione).

Nella **figura [3.14]** sono riportati i termini  $S_{ij}$  della matrice di sensibilità con correzione degli effetti sistematici (seconda misurazione). Le sensibilità principali (termini diagonali della matrice) hanno valori mediamente più alti rispetto al caso senza correzione degli effetti sistematici, inoltre cominciano a crescere marcatamente in prossimità dei 315 Hz. I termini fuori dalla diagonale, inizialmente prossimi allo zero, cominciano a crescere marcatamente in modulo dai 315 Hz.

## 3.6 Confronto risultati

### 3.6.1 Matrici di sfruttamento

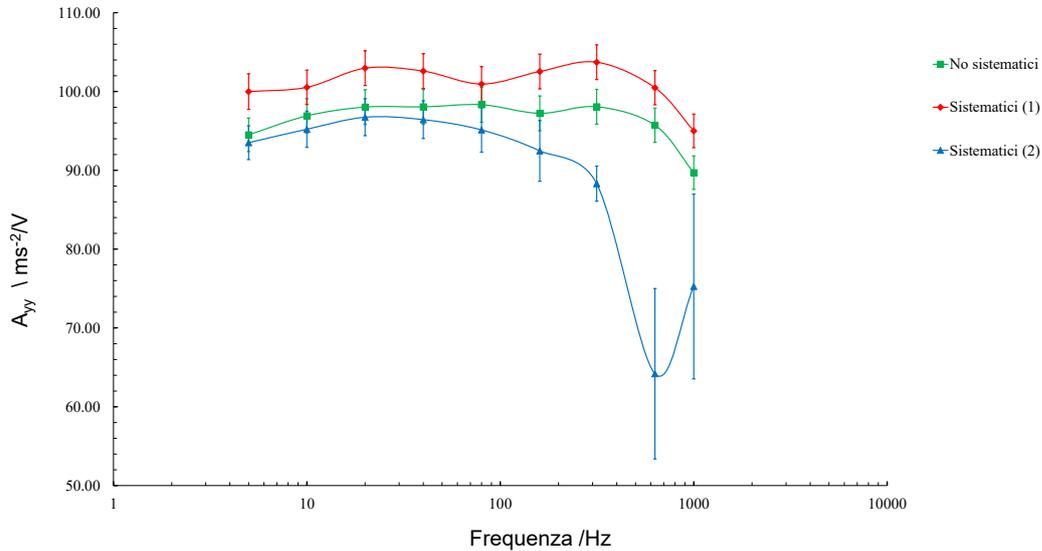
In questa sezione vengono confrontati graficamente gli andamenti dei valori assunti dai termini diagonali della matrice di sfruttamento ( $A_{ij}$  con  $i = j$ ), delle sensibilità principali ( $S_{ij}$  con  $i = j$ ) e delle incertezze associate per i tre casi precedentemente individuati.



**Figura 3.15:** Termini  $A_{xx}$  delle matrici di sfruttamento e incertezze associate senza correzione degli effetti sistematici e con correzione di questi ultimi sistematici (prima e seconda misurazione).

Nella **figura [3.15]**, **figura [3.16]** e **figura [3.17]** sono riportati gli andamenti dei valori dei termini principali delle matrici di sfruttamento ( $A_{xx}$ ,  $A_{yy}$  e  $A_{zz}$ ). Alle basse frequenze i termini relativi al caso senza correzione degli effetti sistematici e con correzione con i dati della seconda misurazione sono simili, così come la loro incertezza. All'aumentare della frequenza i termini corretti con i dati della seconda misurazione tendono ad assumere valori oscillatori e incertezze molto alte. Il comportamento e le incertezze che si riscontrano nei suddetti termini sono principalmente dovuti a:

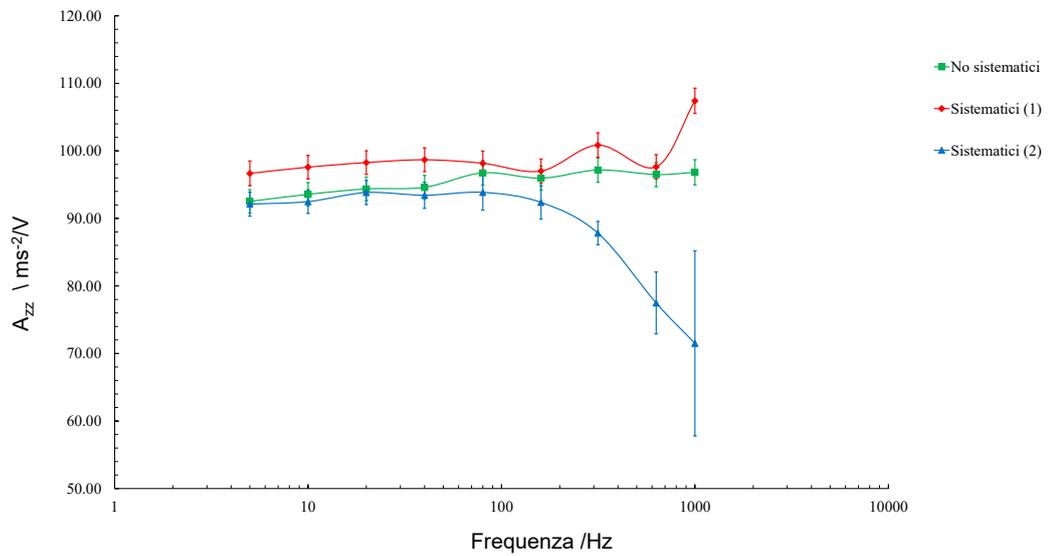
- l'interposizione di spessori tra cunei e tavola vibrante. L'utilizzo di spessori non metallici per la valutazione degli effetti sistematici altera la risposta dinamica del sistema vibrante, in particolare alle alte frequenze;



**Figura 3.16:** Termini  $A_{yy}$  delle matrici di sfruttamento e incertezze associate senza correzione degli effetti sistematici e con correzione di questi ultimi (prima e seconda misurazione).

- alla rilevazione delle differenze di fase  $\phi_{x',syst}$ ,  $\phi_{y',syst}$  e  $\phi_{z',syst}$ . Nella seconda misurazione si è utilizzato un solo vibrometro laser unitamente all'accelerometro di riferimento entrambi collegati alla scheda DAQ. Il setup utilizzato non permette di sincronizzare i dati provenienti dal vibrometro laser e dall'accelerometro di riferimento, cosicché i dati raccolti relativi alle differenze di fase non sono accurati e le incertezze associate sono molto alte. Nella prima misurazione l'utilizzo di un diverso setup ha consentito invece la sincronizzazione dei due laser e dell'accelerometro di riferimento utilizzati per la misurazione degli effetti sistematici.
- alla misurazione degli effetti sistematici su parallelepipedi incollati sui cunei. Sebbene l'utilizzo sui parallelepipedi permetta di effettuare la misura nella stessa posizione in cui è stato incollato l'accelerometro nelle precedenti prove si hanno degli ulteriori effetti spuri dovuti ai modi di vibrare e/o al tipo di incollaggio degli stessi. Si è riscontrato che questi effetti sono la causa principale dei valori alterati di sensibilità e incertezza associata ottenuti dalla taratura.

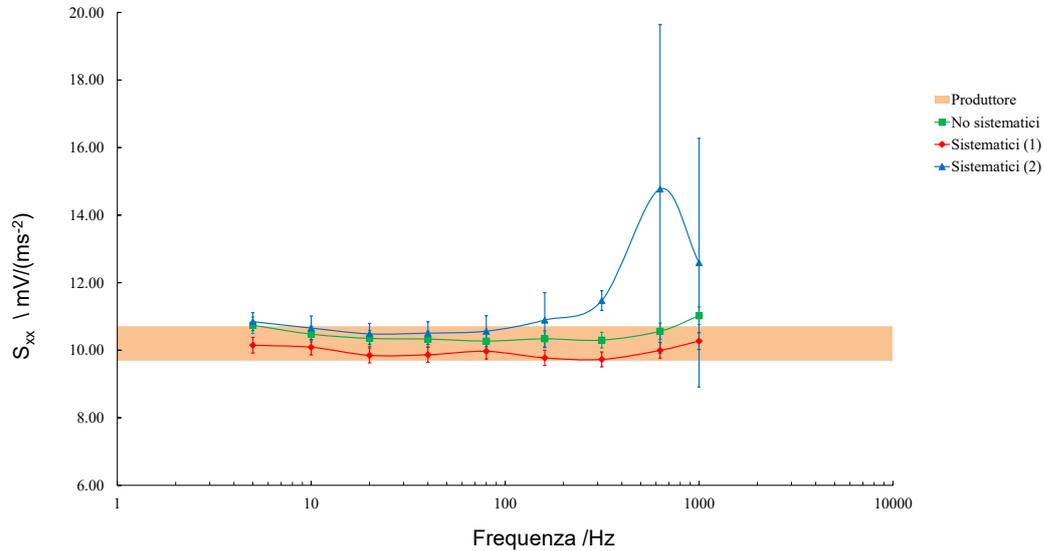
Si nota inoltre, per tutti i casi rappresentati nei grafici, una variazione marcata dei termini diagonali delle matrici dovuti ad effetti di risonanza dei cunei utilizzati, che cominciano a farsi sentire intorno ai 1000 Hz. Il pro-



**Figura 3.17:** Termini  $A_{zz}$  delle matrici di sfruttamento e incertezze associate senza correzione degli effetti sistematici e con correzione di questi ultimi (prima e seconda misurazione).

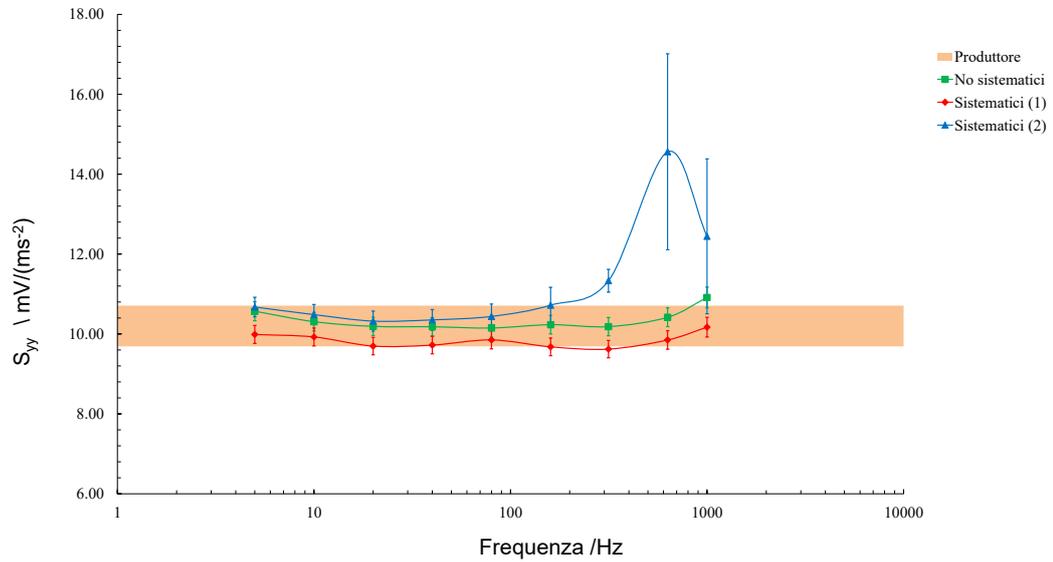
duttore della tavola vibrante dichiara una risonanza oltre i 4000 Hz. Questo dato è valido nel caso in cui non vi siano masse collegate alla tavola vibrante. Nel nostro caso l'utilizzo di cunei di alluminio altera la risonanza del sistema vibrante.

## 3.6.2 Matrici di sensibilità

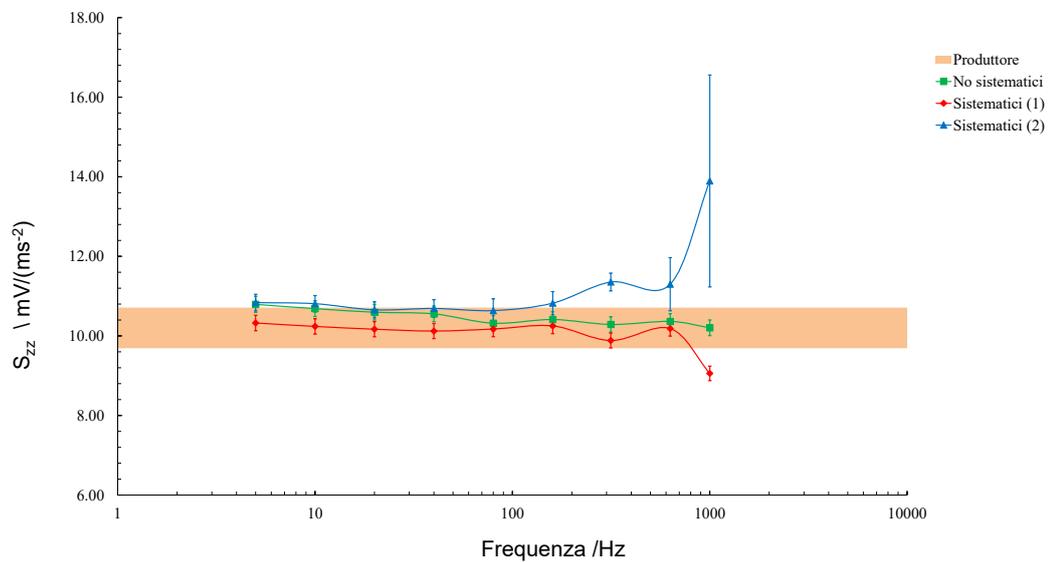


**Figura 3.18:** Termini  $S_{xx}$  delle matrici di sensibilità e incertezze associate senza correzione degli effetti sistematici e con correzione di questi ultimi (prima e seconda misurazione).

Nella **figura [3.18]**, **figura [3.19]** e **figura [3.20]** sono riportati gli andamenti dei valori delle sensibilità principali ( $S_{xx}$ ,  $S_{yy}$  e  $S_{zz}$ ) unitamente al range di sensibilità dichiarato dal produttore ( $10.2 \pm 5\% \text{ mV}/(\text{ms}^{-2})$  per l'intervallo di frequenze da 2 a 5000 Hz). Per gli andamenti delle sensibilità valgono analoghe considerazioni a quelle esposte per i termini diagonali delle matrici di sfruttamento. Alle basse frequenze i termini relativi al caso senza correzione degli effetti sistematici e quelli corretti con i dati della seconda misurazione sono simili, mentre quelli calcolati utilizzando i dati della prima misurazione hanno mediamente un valore minore. Sembrerebbe infatti che la correzione delle sensibilità attraverso i dati raccolti nella prima misurazione sia più marcata. Alle alte frequenze gli andamenti delle sensibilità corrette con i dati relativi alla seconda misurazione sono dovuti ai motivi precedentemente spiegati. Le sensibilità per tutte le frequenze riportate ricadono nel range indicato dal produttore. Fanno eccezione, alle alte frequenze, quelle corrette con i dati relativi alla seconda misurazione.

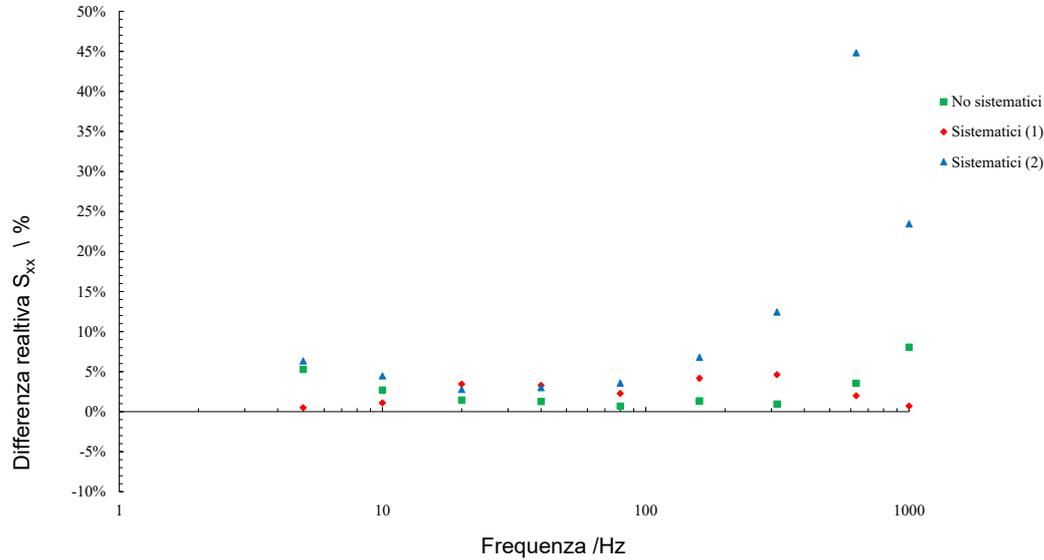


**Figura 3.19:** Termini  $S_{yy}$  delle matrici di sensibilità e incertezze associate senza correzione degli effetti sistematici e con correzione di questi ultimi (prima e seconda misurazione).



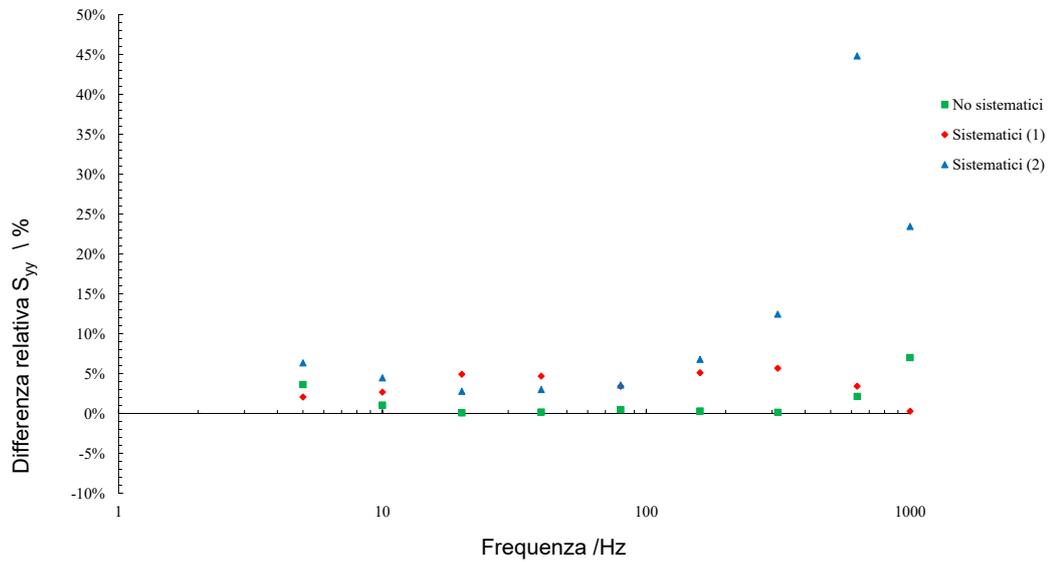
**Figura 3.20:** Termini  $S_{zz}$  delle matrici di sensibilità e incertezze associate senza correzione degli effetti sistematici e con correzione i questi ultimi (prima e seconda misurazione).

## 3.6.3 Differenze e incertezze relative



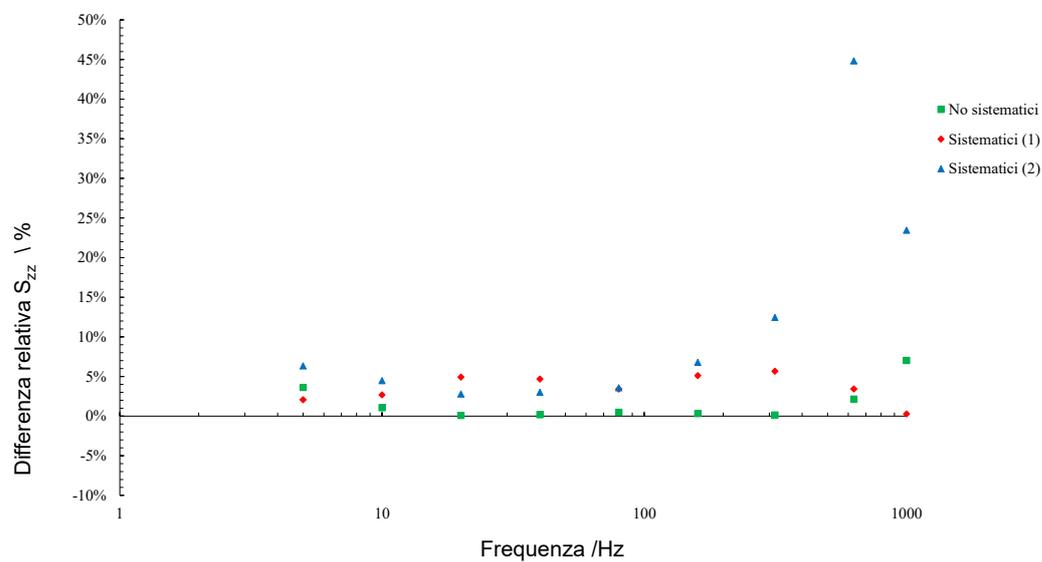
**Figura 3.21:** Differenza relativa in valore assoluto della sensibilità  $S_{xx}$  rispetto al valore dichiarato dal produttore.

Nella figura **figura [3.21]**, **figura [3.22]** e **figura [3.23]** sono riportate le differenze relative in valore assoluto tra le sensibilità ( $S_{xx}$ ,  $S_{yy}$  e  $S_{zz}$ ) ottenute e il dato fornito dal produttore. Alle basse frequenze le sensibilità calcolate senza aver corretto gli effetti sistematici si avvicinano al dato del produttore. Alle alte frequenze (dai 1000 Hz), al contrario, sono le sensibilità corrette con i dati della prima misurazione degli effetti sistematici ad essere prossime ai dati del produttore. Sempre alle alte frequenze si nota che le sensibilità calcolate con i dati della seconda misurazione degli effetti sistematici sono quelle che maggiormente si discostano dal valore indicato dal produttore. Nella **tabella [B.4]**, **tabella [B.5]** e **tabella [B.6]** sono riportate le matrici, i cui termini sono percentualizzati, ottenute dividendo i termini della matrice delle incertezze assolute estese della matrice di sensibilità  $U(S_{ij})$  per i relativi termini della matrice di sfruttamento  $S_{ij}$ . Si vede che le incertezze relative percentuali delle sensibilità principali (termini diagonali) ottenute correggendo gli effetti sistematici con i dati della prima misurazione sono simili a quelle ottenute senza correggere gli effetti sistematici. In questi due casi il contributo d'incertezza maggiore è dovuto all'angolo di rotazione  $\omega$ , mentre i contributi d'incertezza derivanti dalla misura degli effetti sistematici sono evidentemente minoritari. Le incertezze delle sensibilità corrette calcolate con i dati della seconda misurazione sono invece amplificate rispetto ai



**Figura 3.22:** Differenza relativa in valore assoluto della sensibilità  $S_{yy}$  rispetto al valore dichiarato dal produttore.

primi due casi. Ciò è principalmente dovuto ai modi di vibrare e/o al tipo di incollaggio dei parallelepipedi utilizzati nella misura degli effetti sistematici.



**Figura 3.23:** Differenza relativa in valore assoluto della sensibilità  $S_{zz}$  rispetto al valore dichiarato dal produttore.

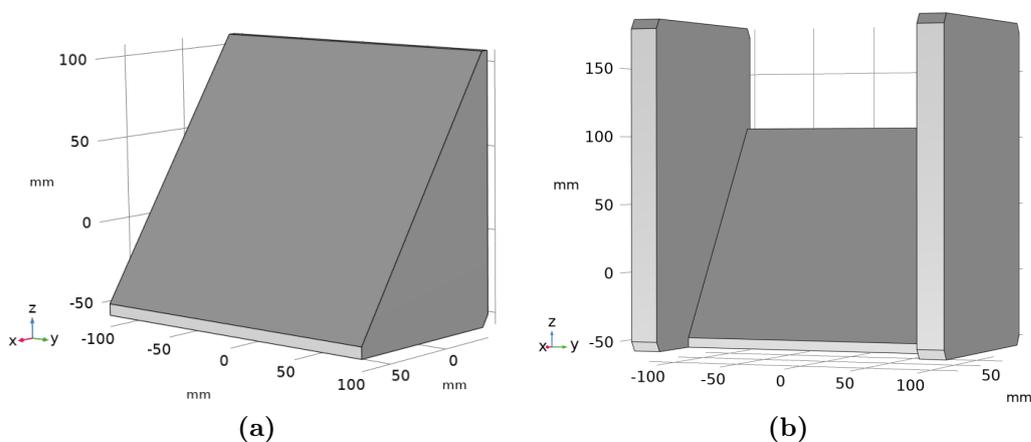


# Capitolo 4

## Modifica geometria cunei

Gli effetti di risonanza del sistema vibrante limitano il range di frequenza in cui è possibile tarare l'accelerometro. Per cercare di limitare gli effetti di risonanza si è analizzata una diversa geometria dei cunei che sposta il baricentro degli stessi nell'intorno del punto di incollaggio dell'accelerometro, in corrispondenza con l'asse dell'eccitazione generata dallo shaker.

In **figura [4.1]** sono riportate la geometria del cono originale utilizzato

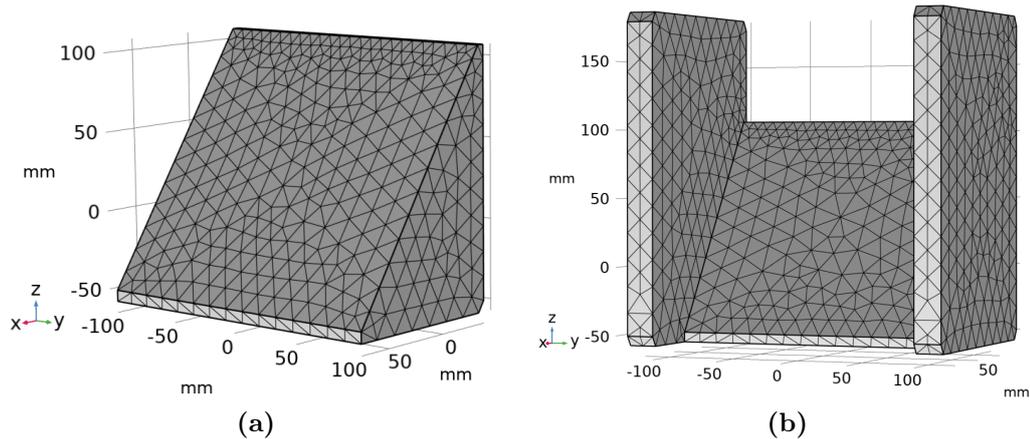


**Figura 4.1:** Cono con inclinazione di  $55^\circ$ . (a) cono originale (b) cono modificato.

per le inclinazioni a  $55^\circ$  e  $35^\circ$  e di una versione modificata dello stesso che presenta due elementi laterali che permettono di spostare il baricentro sulla superficie di incollaggio dell'accelerometro. E' stata effettuata un'analisi tramite il software COMSOL per trovare le frequenze proprie dei due cunei e valutare gli spostamenti conseguenti ai modi di vibrare in prossimità della zona di incollaggio. Le geometrie dei cunei sono state progettate tramite

Solidworks e quindi importate su COMSOL. Per l'analisi si è scelto un modello lineare elastico, il materiale è una lega di alluminio e per la ricerca delle frequenze proprie si è posto come vincolo fisso (incastro) la faccia inferiore dei cunei (la superficie a contatto con la tavola vibrante).

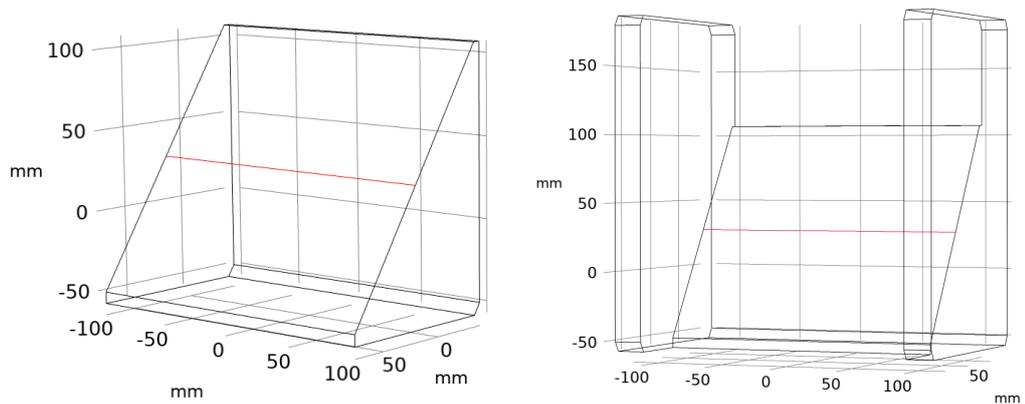
In **figura [4.2]** sono riportate le mesh, create con COMSOL, dei due cunei.



**Figura 4.2:** Mesh utilizzata su COMSOL. (a) mesh cuneo originale (b) mesh cuneo modificato.

La dimensione della mesh utilizzata permette di avere risultati accurati con tempi di di calcolo sufficientemente ridotti.

In **figura [4.3]** vengono riportate le linee rosse dei cui punti sono stati rap-



**Figura 4.3:** Linee rosse lungo le quali sono stati rappresentati graficamente il modulo degli gli spostamenti.

presentati graficamente, nella successiva figura, i moduli degli spostamenti. Le linee sono in entrambi i casi passanti per il punto di incollaggio dell'accelerometro che nel caso del cuneo modificato coincide anche con il baricentro.

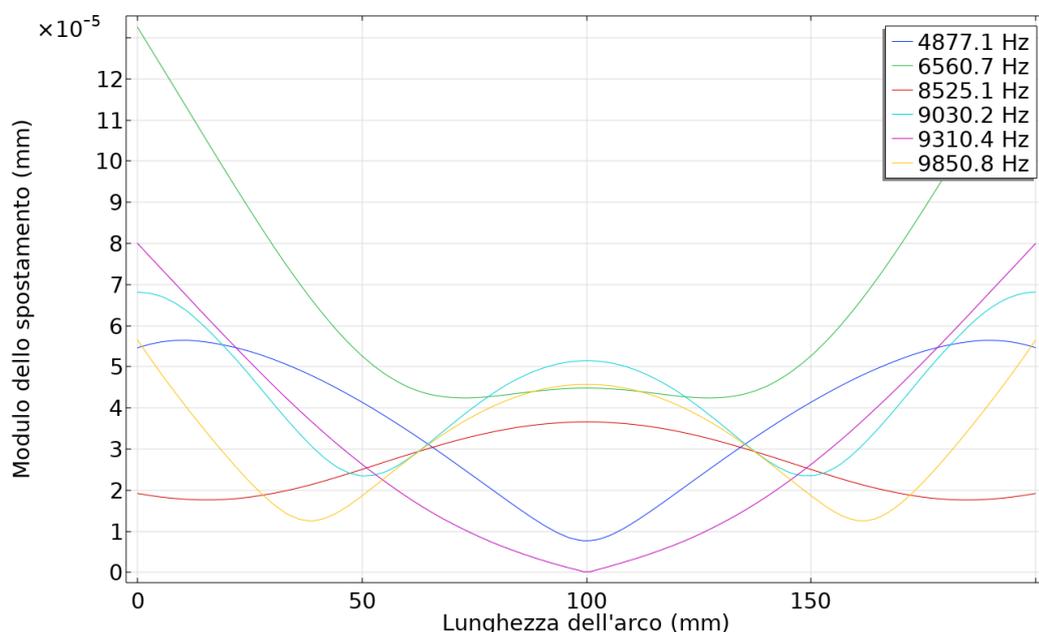
In **figura [4.4]** sono riportati i moduli degli spostamenti conseguenti ai modi di vibrare dei cunei dei punti delle suddette linee. Nell'asse orizzontale sono indicate le distanze dei punti a partire dall'estremo sinistro della linea rossa (in cui la coordinata 100 mm coincide con il punto d'incollaggio), mentre nell'asse verticale è riportato il modulo dello spostamento per ogni frequenza propria del sistema. Nel grafico riguardante il cuneo modificato non sono stati riportati gli spostamenti relativi alle frequenze più basse in quanto risultano trascurabili rispetto a quelli relativi alle frequenze più alte. Al contrario nel grafico riguardante il cuneo originale sono stati riportati tutti gli spostamenti.

Il cuneo originale presenta una prima frequenza propria intorno ai 3800 Hz e uno spostamento che nel punto di incollaggio dell'accelerometro (100 mm nell'asse orizzontale) è circa  $8.5 \times 10^{-5}$  mm che varia poco spostandosi dal punto. La seconda frequenza propria è intorno ai 4900 Hz e ha un modulo dello spostamento di circa  $1 \times 10^{-5}$  mm.

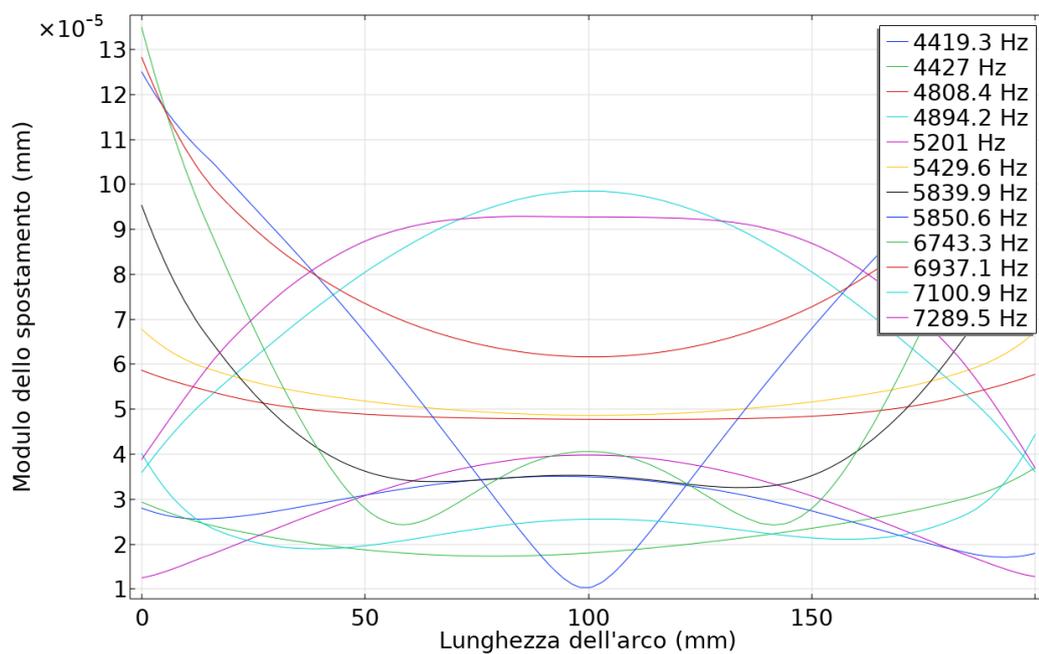
Il cuneo modificato presenta due frequenze proprie in prossimità di 4400 Hz. Lo spostamento relativo alla prima frequenza propria ha un modulo di circa  $1 \times 10^{-5}$  mm e varia sensibilmente spostandosi dal punto d'incollaggio. Lo spostamento relativo alla seconda frequenza propria ha un modulo di circa  $4 \times 10^{-5}$  mm e una minore variabilità spostandosi dal punto d'incollaggio.

Dai grafici si evince che con il cuneo modificato gli effetti di risonanza cominciano a farsi sentire a frequenze lievemente più alte, inoltre gli spostamenti conseguenti ai modi di vibrare sono dimezzati rispetto al caso del cuneo originale.

I lievi miglioramenti ottenuti non sono sufficienti, sarà dunque necessario trovare un'altra configurazione dei cunei che permetta di ottenere risultati migliori.



(a)



(b)

**Figura 4.4:** Moduli degli spostamenti per le diverse frequenze proprie valutati lungo le linee riportate sopra. (a) cuneo originale (b) cuneo modificato.

# Capitolo 5

## Conclusioni

L'obiettivo della ricerca è stata la sperimentazione di una metodologia/procedura di taratura di un accelerometro triassiale. Le prove di taratura sono state eseguite utilizzando uno shaker monoassiale e dei cunei di alluminio su cui è stato incollato l'accelerometro stesso. I cunei di alluminio hanno lo scopo di scomporre l'accelerazione impressa dalla tavola vibrante in tre accelerazioni misurabili dall'accelerometro triassiale. Ciò ha permesso la generazione di un'eccitazione triassiale, sull'accelerometro, senza l'utilizzo di un più costoso shaker triassiale o di altri tipi di sistemi. Sono state effettuate le misurazioni degli effetti sistematici intrinseci al sistema di taratura e in seguito si sono utilizzati due diversi modelli, per la taratura senza correzione degli effetti sistematici e con correzione di questi ultimi, per calcolare le matrici di sensibilità e di sfruttamento. Infine, in conformità a quanto indicato dalla GUM, si sono propagate le incertezze dell'accelerazione di riferimento e del trasduttore da tarare in modo da calcolare le incertezze associate alle matrici di sfruttamento e di sensibilità. Dal confronto delle differenze relative, in valore assoluto, delle sensibilità ottenute rispetto a quelle indicate dal produttore risulta che le sensibilità ottenute dalla correzione degli effetti sistematici ricadono nel range di sensibilità indicato dal produttore. Inoltre i contributi d'incertezza derivanti dalle misure degli effetti sistematici risultano inferiori all'incertezza sull'angolo di rotazione  $\omega$ . Dunque l'incertezza delle sensibilità corrette è simile a quella delle sensibilità non corrette. Gli aspetti innovativi della ricerca effettuata possono così riassumersi:

- correzione degli effetti sistematici del sistema di taratura. Le oscillazioni spurie dovute ai moti orizzontali della tavola vibrante e ai fenomeni di risonanza dei cunei alterano i risultati della taratura e devono essere tenuti in considerazione. Attraverso un setup apposito si sono rilevati ampiezze e differenze di fase delle accelerazioni spurie lungo ogni asse.

Infine si è utilizzato un modello matematico, che tenga conto degli effetti sistematici, per calcolare le accelerazioni lungo i tre assi di misura dell'accelerometro da tarare e ottenere le matrici di sfruttamento, di sensibilità e le matrici delle incertezze associate;

- propagazione dell'incertezza del trasduttore  $U(o)$ . In analogia a quanto fatto in [11] si è propagata in forma matriciale l'incertezza del trasduttore rendendo più accurata la taratura.

La prosecuzione della ricerca riguardante la metodologia/procedura di taratura di accelerometri triassiali mediante l'utilizzo di cunei posti sulla tavola vibrante dello shaker dovrebbe includere tra gli aspetti migliorativi:

- la geometria dei cunei. I cunei utilizzati hanno alterato la dinamica del sistema vibrante facendolo entrare in risonanza ben prima di quanto dichiarato dal produttore dello shaker. In particolare sarà necessario progettare dei cunei la cui geometria sia tale da minimizzare gli effetti di risonanza nell'intorno del punto di incollaggio (posto in prossimità dell'asse di eccitazione dello shaker) dell'accelerometro da tarare. Ciò permetterà di aumentare il range di frequenza in cui è possibile tarare gli accelerometri;
- il sistema di fissaggio dei cunei. L'usura delle superfici dei cunei a contatto con la tavola vibrante, a causa dei troppi avvitamenti, ha reso necessario l'utilizzo di spessori interposti tra cunei e tavola vibrante in modo da ottenere una posizione più o meno costante e uguale per tutti i cunei rispetto alla tavola vibrante. Si dovrebbe riprogettare il metodo di fissaggio dei cunei in modo che non sia influenzato dalle condizioni superficiali dei cunei stessi. Ciò permetterà di avere risultati riproducibili anche dopo molteplici utilizzi dei cunei;
- i punti di misura degli effetti sistematici. La seconda misurazione degli effetti sistematici, effettuata sui parallelepipedi incollati sui cunei, ha evidenziato la presenza di oscillazioni spurie aggiuntive dovute ai modi di risonanza dei parallelepipedi e/o al tipo di incollaggio degli stessi. Sebbene l'utilizzo dei parallelepipedi permetta di effettuare la misura nella stessa posizione e con le stesse condizioni in cui viene fissato l'accelerometro da tarare, le oscillazioni spurie aggiuntive rendono inefficace la correzione degli effetti sistematici. Si dovrebbe utilizzare un diverso metodo di fissaggio dell'accelerometro triassiale al cuneo, e dunque dei parallelepipedi, e studiare una geometria dei parallelepipedi che minimizzi gli effetti di risonanza.

# Appendice A

## Matrici normalizzate

Nella **tabella [A.1]**, **tabella [A.2]** e **tabella [A.3]** sono riportate le matrici normalizzate di sfruttamento  $\mathbf{A}^*$  ottenute dividendo ogni termine delle tre righe che formano la matrice  $\mathbf{A}$  per il rispetto termine diagonale.

Nella **tabella [A.4]**, **tabella [A.5]** e **tabella [A.6]** sono riportate le matrici normalizzate di sensibilità  $\mathbf{S}^*$  ottenute dividendo ogni termine delle tre righe che formano la matrice  $\mathbf{S}$  per il rispetto termine diagonale.

Queste matrici permettono di pesare i termini fuori dalla diagonale rispetto ai termini diagonali e quindi di avere un immediato confronto della grandezza dei primi rispetto ai secondi.

**Tabella A.1:** Termini  $A_{ij}^*$  della matrice di sfruttamento normalizzata  $\mathbf{A}^*$  per il caso senza correzione dei sistematici.

	5 Hz	10 Hz	20 Hz	40 Hz	80 Hz	160 Hz	315 Hz	630 Hz	1000 Hz
	$A_{ij}^*$								
	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$\mathbf{A}_{xx}^*$	<b>1.000</b>								
$\mathbf{A}_{xy}^*$	-0.015	-0.013	-0.015	-0.019	-0.013	-0.008	-0.007	-0.016	-0.073
$\mathbf{A}_{xz}^*$	-0.029	-0.010	-0.011	-0.009	-0.006	-0.004	-0.012	-0.021	-0.077
$\mathbf{A}_{yx}^*$	-0.013	-0.012	-0.013	-0.017	-0.013	-0.010	-0.007	-0.013	-0.068
$\mathbf{A}_{yy}^*$	<b>1.000</b>								
$\mathbf{A}_{yz}^*$	-0.018	-0.005	-0.006	-0.001	-0.005	0.002	-0.007	-0.014	-0.072
$\mathbf{A}_{zx}^*$	-0.005	-0.005	-0.005	0.004	-0.022	-0.027	-0.026	-0.017	0.006
$\mathbf{A}_{zy}^*$	-0.003	-0.004	-0.004	0.004	-0.022	-0.023	-0.023	-0.016	0.011
$\mathbf{A}_{zz}^*$	<b>1.000</b>								

**Tabella A.2:** Termini  $A_{ij}^*$  della matrice di sfruttamento normalizzata  $\mathbf{A}^*$  per il caso con correzione dei sistematici (prima misurazione).

	5 Hz	10 Hz	20 Hz	40 Hz	80 Hz	160 Hz	315 Hz	630 Hz	1000 Hz
	$A_{ij}^*$								
	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$\mathbf{A}_{xx}^*$	<b>1.000</b>								
$\mathbf{A}_{xy}^*$	-0.007	-0.005	-0.006	-0.004	0.000	0.002	-0.001	0.043	-0.048
$\mathbf{A}_{xz}^*$	-0.014	0.003	0.004	0.007	0.006	0.078	0.016	-0.007	-0.015
$\mathbf{A}_{yx}^*$	-0.004	-0.003	-0.003	-0.001	0.001	0.000	-0.001	0.048	-0.043
$\mathbf{A}_{yy}^*$	<b>1.000</b>								
$\mathbf{A}_{yz}^*$	-0.004	0.008	0.009	0.016	0.007	0.083	0.020	0.000	-0.010
$\mathbf{A}_{zx}^*$	0.002	0.009	0.004	0.016	-0.018	-0.009	-0.021	-0.031	0.069
$\mathbf{A}_{zy}^*$	0.004	0.009	0.005	0.016	-0.018	-0.005	-0.019	-0.029	0.073
$\mathbf{A}_{zz}^*$	<b>1.000</b>								

**Tabella A.3:** Termini  $A_{ij}^*$  della matrice di sfruttamento normalizzata  $\mathbf{A}^*$  per il caso con correzione dei sistematici (seconda misurazione).

	5 Hz	10 Hz	20 Hz	40 Hz	80 Hz	160 Hz	315 Hz	630 Hz	1000 Hz
	$A_{ij}^*$								
	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$\mathbf{A}_{xx}^*$	<b>1.000</b>								
$\mathbf{A}_{xy}^*$	-0.001	-0.004	0.001	0.007	0.023	0.045	0.171	0.232	0.502
$\mathbf{A}_{xz}^*$	-0.021	-0.003	-0.004	-0.006	0.029	0.062	0.118	0.207	0.409
$\mathbf{A}_{yx}^*$	0.002	-0.002	0.003	0.011	0.023	0.045	0.176	0.244	0.523
$\mathbf{A}_{yy}^*$	<b>1.000</b>								
$\mathbf{A}_{yz}^*$	-0.011	0.002	0.001	0.002	0.029	0.071	0.126	0.219	0.423
$\mathbf{A}_{zx}^*$	0.006	-0.001	0.004	0.011	-0.006	0.029	0.037	0.305	0.541
$\mathbf{A}_{zy}^*$	0.008	-0.001	0.005	0.011	-0.006	0.031	0.039	0.300	0.534
$\mathbf{A}_{zz}^*$	<b>1.000</b>								

**Tabella A.4:** Termini  $S_{ij}^*$  della matrice di sfruttamento normalizzata  $\mathbf{S}^*$  per il caso senza correzione dei sistematici.

	5 Hz	10 Hz	20 Hz	40 Hz	80 Hz	160 Hz	315 Hz	630 Hz	1000 Hz
	$S_{ij}^*$								
	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$\mathbf{S}_{xx}^*$	<b>1.000</b>								
$\mathbf{S}_{xy}^*$	0.016	0.014	0.016	0.020	0.015	0.008	0.009	0.018	0.085
$\mathbf{S}_{xz}^*$	0.029	0.009	0.011	0.009	0.006	0.004	0.012	0.022	0.094
$\mathbf{S}_{yx}^*$	0.014	0.013	0.014	0.017	0.015	0.011	0.008	0.014	0.080
$\mathbf{S}_{yy}^*$	<b>1.000</b>								
$\mathbf{S}_{yz}^*$	0.019	0.005	0.006	0.002	0.006	-0.001	0.008	0.015	0.086
$\mathbf{S}_{zx}^*$	0.005	0.005	0.005	-0.003	0.023	0.029	0.026	0.018	-0.001
$\mathbf{S}_{zy}^*$	0.003	0.005	0.004	-0.004	0.023	0.025	0.024	0.017	-0.007
$\mathbf{S}_{zz}^*$	<b>1.000</b>								

**Tabella A.5:** Termini  $S_{ij}^*$  della matrice di sfruttamento normalizzata  $\mathbf{S}^*$  per il caso con correzione dei sistematici (prima misurazione).

	5 Hz	10 Hz	20 Hz	40 Hz	80 Hz	160 Hz	315 Hz	630 Hz	1000 Hz
	$S_{ij}^*$								
	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$S_{xx}^*$	<b>1.000</b>								
$S_{xy}^*$	0.007	0.006	0.006	0.006	0.001	-0.002	0.002	-0.034	0.054
$S_{xz}^*$	0.014	-0.003	-0.004	-0.007	-0.006	-0.072	-0.015	0.009	0.025
$S_{yx}^*$	0.004	0.004	0.004	0.003	0.001	0.000	0.002	-0.038	0.049
$S_{yy}^*$	<b>1.000</b>								
$S_{yz}^*$	0.004	-0.007	-0.008	-0.015	-0.006	-0.076	-0.019	0.002	0.017
$S_{zx}^*$	-0.002	-0.008	-0.005	-0.016	0.021	0.013	0.022	0.030	-0.056
$S_{zy}^*$	-0.004	-0.009	-0.006	-0.016	0.021	0.008	0.019	0.029	-0.061
$S_{zz}^*$	<b>1.000</b>								

**Tabella A.6:** Termini  $S_{ij}^*$  della matrice di sfruttamento normalizzata  $\mathbf{S}^*$  per il caso con correzione dei sistematici (seconda misurazione).

	5 Hz	10 Hz	20 Hz	40 Hz	80 Hz	160 Hz	315 Hz	630 Hz	1000 Hz
	$S_{ij}^*$								
	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$S_{xx}^*$	<b>1.000</b>								
$S_{xy}^*$	0.002	0.004	0.000	-0.007	-0.021	-0.047	-0.168	-0.191	-0.229
$S_{xz}^*$	0.022	0.003	0.004	0.006	-0.028	-0.058	-0.101	-0.120	-0.181
$S_{yx}^*$	-0.001	0.003	-0.002	-0.009	-0.021	-0.046	-0.168	-0.193	-0.234
$S_{yy}^*$	<b>1.000</b>								
$S_{yz}^*$	0.012	-0.001	-0.001	-0.002	-0.029	-0.065	-0.106	-0.130	-0.192
$S_{zx}^*$	-0.005	0.001	-0.004	-0.011	0.007	-0.020	-0.023	-0.151	-0.315
$S_{zy}^*$	-0.007	0.001	-0.005	-0.011	0.007	-0.022	-0.025	-0.151	-0.321
$S_{zz}^*$	<b>1.000</b>								



# Appendice B

## Incertezze relative

Nella **tabella [B.1]**, **tabella [B.2]** e **tabella [B.3]** sono riportate le matrici, i cui termini sono percentualizzati, ottenute dividendo i termini della matrice delle incertezze assolute estese della matrice di sfruttamento  $U(A_{ij})$  per i relativi termini della matrice di sfruttamento  $A_{ij}$ .

Nella **tabella [B.4]**, **tabella [B.5]** e **tabella [B.6]** sono riportate le matrici, i cui termini sono percentualizzati, ottenute dividendo i termini della matrice delle incertezze assolute estese della matrice di sensibilità  $U(S_{ij})$  per i relativi termini della matrice di sensibilità  $S_{ij}$ .

Queste matrici permettono di valutare l'incertezza relativa percentuale dei termini delle matrici di sfruttamento e di sensibilità.

**Tabella B.1:** Termini  $A_{ij}^{**}$  dati dal rapporto tra  $U(A_{ij})$  e  $A_{ij}$  per il caso senza correzione dei sistematici.

	5 Hz	10 Hz	20 Hz	40 Hz	80 Hz	160 Hz	315 Hz	630 Hz	1000 Hz
	$A_{ij}^{**}$								
	%	%	%	%	%	%	%	%	%
$A_{xx}^{**}$	<b>2.26</b>	<b>2.26</b>	<b>2.26</b>	<b>2.26</b>	<b>2.27</b>	<b>2.29</b>	<b>2.26</b>	<b>2.26</b>	<b>2.38</b>
$A_{xy}^{**}$	-102.65	-108.64	-102.57	-80.32	-98.67	-143.40	-173.66	-98.04	-18.86
$A_{xz}^{**}$	-138.01	-154.08	-141.92	-225.49	-36.51	-35.20	-30.05	-43.36	-620.71
$A_{yx}^{**}$	-90.60	-102.08	-93.72	-72.97	-98.98	-169.52	-169.77	-86.62	-18.43
$A_{yy}^{**}$	<b>2.25</b>	<b>2.25</b>	<b>2.25</b>	<b>2.26</b>	<b>2.26</b>	<b>2.27</b>	<b>2.25</b>	<b>2.26</b>	<b>2.38</b>
$A_{yz}^{**}$	-217.92	-156.94	-174.49	-262.55	-37.40	52.58	-33.83	-46.17	-119.61
$A_{zx}^{**}$	-55.27	-138.10	-118.22	136.22	-190.82	-322.25	-97.97	-57.98	38.81
$A_{zy}^{**}$	-88.10	-235.36	-202.39	682.92	-195.89	-1018.89	-150.67	-82.93	25.16
$A_{zz}^{**}$	<b>1.89</b>	<b>1.87</b>	<b>1.87</b>	<b>1.87</b>	<b>1.88</b>	<b>1.87</b>	<b>1.88</b>	<b>1.87</b>	<b>1.93</b>

**Tabella B.2:** Termini  $A_{ij}^{**}$  dati dal rapporto tra  $U(A_{ij})$  e  $A_{ij}$  per il caso con correzione dei sistematici (prima misurazione).

	5 Hz	10 Hz	20 Hz	40 Hz	80 Hz	160 Hz	315 Hz	630 Hz	1000 Hz
	$A_{ij}^{**}$								
	%	%	%	%	%	%	%	%	%
$A_{xx}^{**}$	<b>2.27</b>	<b>2.26</b>	<b>2.27</b>	<b>2.26</b>	<b>2.30</b>	<b>2.30</b>	<b>2.27</b>	<b>2.34</b>	<b>2.42</b>
$A_{xy}^{**}$	-311.61	-318.89	-333.22	-408.17	203 291.28	22 097.64	-974.29	38.48	-31.20
$A_{xz}^{**}$	-350.69	92.53	168.32	48.55	39.70	63.29	36.85	-28.76	-16.66
$A_{yx}^{**}$	-238.38	-276.35	-269.80	-435.86	1536.94	4623.84	-988.21	42.42	-29.54
$A_{yy}^{**}$	<b>2.26</b>	<b>2.25</b>	<b>2.26</b>	<b>2.26</b>	<b>2.28</b>	<b>2.29</b>	<b>2.26</b>	<b>2.34</b>	<b>2.42</b>
$A_{yz}^{**}$	-178.02	86.91	133.53	46.19	38.34	95.48	41.12	-1181.03	-16.56
$A_{zx}^{**}$	130.24	388.28	338.09	186.88	-198.93	-26.42	-84.49	-134.75	62.05
$A_{zy}^{**}$	287.67	175.69	151.61	86.17	-191.72	-37.12	-65.37	-711.47	92.02
$A_{zz}^{**}$	<b>1.89</b>	<b>1.88</b>	<b>1.88</b>	<b>1.88</b>	<b>1.89</b>	<b>1.90</b>	<b>1.88</b>	<b>1.87</b>	<b>2.02</b>

**Tabella B.3:** Termini  $A_{ij}^{**}$  dati dal rapporto tra  $U(A_{ij})$  e  $A_{ij}$  per il caso con correzione dei sistematici (seconda misurazione).

	5 Hz	10 Hz	20 Hz	40 Hz	80 Hz	160 Hz	315 Hz	630 Hz	1000 Hz
	$A_{ij}^{**}$								
	%	%	%	%	%	%	%	%	%
$A_{xx}^{**}$	<b>2.45</b>	<b>3.35</b>	<b>2.95</b>	<b>3.20</b>	<b>4.35</b>	<b>7.48</b>	<b>2.54</b>	<b>32.97</b>	<b>29.23</b>
$A_{xy}^{**}$	-2449.91	-511.30	1558.50	200.95	108.21	85.73	9.65	72.27	31.78
$A_{xz}^{**}$	-143.54	-689.48	-359.34	-343.64	195.59	54.28	33.55	55.68	59.38
$A_{yx}^{**}$	760.69	-941.26	518 338.05	283.12	187.64	165.20	9.64	133.72	53.02
$A_{yy}^{**}$	<b>2.30</b>	<b>2.42</b>	<b>2.43</b>	<b>2.49</b>	<b>2.97</b>	<b>4.18</b>	<b>2.53</b>	<b>16.85</b>	<b>15.58</b>
$A_{yz}^{**}$	-134.29	760.34	1036.12	806.36	193.87	49.03	31.76	53.28	58.27
$A_{zx}^{**}$	183.75	-1715.38	503.05	283.51	-778.40	348.95	13.94	145.45	96.14
$A_{zy}^{**}$	123.81	-1296.85	1074.13	647.35	-357.93	166.34	13.24	75.77	51.88
$A_{zz}^{**}$	<b>1.94</b>	<b>1.90</b>	<b>1.90</b>	<b>2.08</b>	<b>2.80</b>	<b>2.69</b>	<b>1.97</b>	<b>5.92</b>	<b>19.17</b>

**Tabella B.4:** Termini  $S_{ij}^{**}$  dati dal rapporto tra  $U(S_{ij})$  e  $S_{ij}$  per il caso senza correzione dei sistematici.

	5 Hz	10 Hz	20 Hz	40 Hz	80 Hz	160 Hz	315 Hz	630 Hz	1000 Hz
	$S_{ij}^{**}$								
	%	%	%	%	%	%	%	%	%
$S_{xx}^{**}$	<b>2.26</b>	<b>2.26</b>	<b>2.26</b>	<b>2.26</b>	<b>2.27</b>	<b>2.29</b>	<b>2.26</b>	<b>2.26</b>	<b>2.38</b>
$S_{xy}^{**}$	90.60	102.08	93.72	72.97	98.98	169.52	169.77	86.62	18.43
$S_{xz}^{**}$	55.27	138.10	118.22	136.22	190.82	322.25	97.97	57.98	38.81
$S_{yx}^{**}$	102.65	108.64	102.57	80.32	98.67	143.40	173.66	98.04	18.86
$S_{yy}^{**}$	<b>2.25</b>	<b>2.25</b>	<b>2.25</b>	<b>2.26</b>	<b>2.26</b>	<b>2.27</b>	<b>2.25</b>	<b>2.26</b>	<b>2.38</b>
$S_{yz}^{**}$	88.10	235.36	202.39	682.92	195.89	-1018.89	150.67	82.93	25.16
$S_{zx}^{**}$	138.01	154.08	141.92	-225.49	36.51	35.20	30.05	43.36	-620.71
$S_{zy}^{**}$	217.92	156.94	174.49	-262.55	37.40	52.58	33.83	46.17	-119.61
$S_{zz}^{**}$	<b>1.89</b>	<b>1.87</b>	<b>1.87</b>	<b>1.87</b>	<b>1.88</b>	<b>1.87</b>	<b>1.88</b>	<b>1.87</b>	<b>1.93</b>

**Tabella B.5:** Termini  $S_{ij}^{**}$  dati dal rapporto tra  $U(S_{ij})$  e  $S_{ij}$  per il caso con correzione dei sistematici (prima misurazione).

	5 Hz	10 Hz	20 Hz	40 Hz	80 Hz	160 Hz	315 Hz	630 Hz	1000 Hz
	$S_{ij}^{**}$ %								
$S_{xx}^{**}$	<b>2.27</b>	<b>2.26</b>	<b>2.27</b>	<b>2.26</b>	<b>2.30</b>	<b>2.30</b>	<b>2.27</b>	<b>2.34</b>	<b>2.42</b>
$S_{xy}^{**}$	238.38	276.35	269.80	435.86	1536.94	-4623.84	988.21	-42.42	29.54
$S_{xz}^{**}$	130.24	-388.28	-338.09	-186.88	-198.93	-26.42	-84.49	134.75	62.05
$S_{yz}^{**}$	311.61	318.89	333.22	408.17	203 291.28	-22 097.64	974.29	-38.48	31.20
$S_{yy}^{**}$	<b>2.26</b>	<b>2.25</b>	<b>2.26</b>	<b>2.26</b>	<b>2.28</b>	<b>2.29</b>	<b>2.26</b>	<b>2.34</b>	<b>2.42</b>
$S_{yz}^{**}$	287.67	-175.69	-151.61	-86.17	-191.72	-37.12	-65.37	711.47	92.02
$S_{zx}^{**}$	-350.69	-92.53	-168.32	-48.55	39.70	63.29	36.85	28.76	-16.66
$S_{zy}^{**}$	-178.02	-86.91	-133.53	-46.19	38.34	95.48	41.12	1181.03	-16.56
$S_{zz}^{**}$	<b>1.89</b>	<b>1.88</b>	<b>1.88</b>	<b>1.88</b>	<b>1.89</b>	<b>1.90</b>	<b>1.88</b>	<b>1.87</b>	<b>2.02</b>

**Tabella B.6:** Termini  $S_{ij}^{**}$  dati dal rapporto tra  $U(S_{ij})$  e  $S_{ij}$  per il caso con correzione dei sistematici (seconda misurazione).

	5 Hz	10 Hz	20 Hz	40 Hz	80 Hz	160 Hz	315 Hz	630 Hz	1000 Hz
	$S_{ij}^{**}$ %								
$S_{xx}^{**}$	<b>2.45</b>	<b>3.35</b>	<b>2.95</b>	<b>3.20</b>	<b>4.35</b>	<b>7.48</b>	<b>2.54</b>	<b>32.97</b>	<b>29.23</b>
$S_{xy}^{**}$	760.69	941.26	-518 338.05	-283.12	-187.64	-165.20	-9.64	-133.72	-53.02
$S_{xz}^{**}$	183.75	1715.38	503.05	283.51	-778.40	-348.95	-13.94	-145.45	-96.14
$S_{yz}^{**}$	-2449.91	511.30	-1558.50	-200.95	-108.21	-85.73	-9.65	-72.27	-31.78
$S_{yy}^{**}$	<b>2.30</b>	<b>2.42</b>	<b>2.43</b>	<b>2.49</b>	<b>2.97</b>	<b>4.18</b>	<b>2.53</b>	<b>16.85</b>	<b>15.58</b>
$S_{yz}^{**}$	123.81	-1296.85	-1074.13	-647.35	-357.93	-166.34	-13.24	-75.77	-51.88
$S_{zx}^{**}$	-143.54	689.48	-359.34	-343.64	195.59	-54.28	-33.55	-55.68	-59.38
$S_{zy}^{**}$	-134.29	760.34	-1036.12	-806.36	193.87	-49.03	-31.76	-53.28	-58.27
$S_{zz}^{**}$	<b>1.94</b>	<b>1.90</b>	<b>1.90</b>	<b>2.08</b>	<b>2.80</b>	<b>2.69</b>	<b>1.97</b>	<b>5.92</b>	<b>19.17</b>



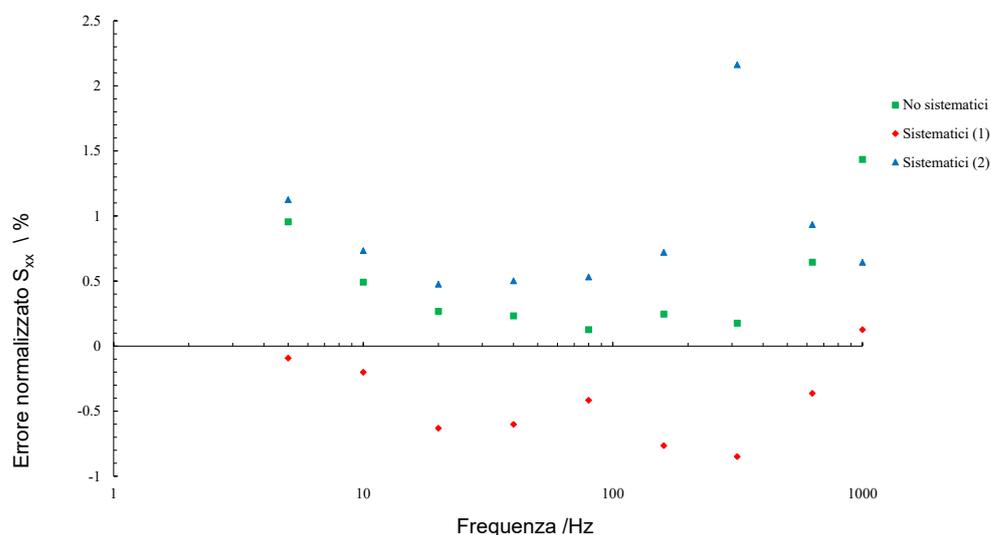
# Appendice C

## Grafici errore normalizzato

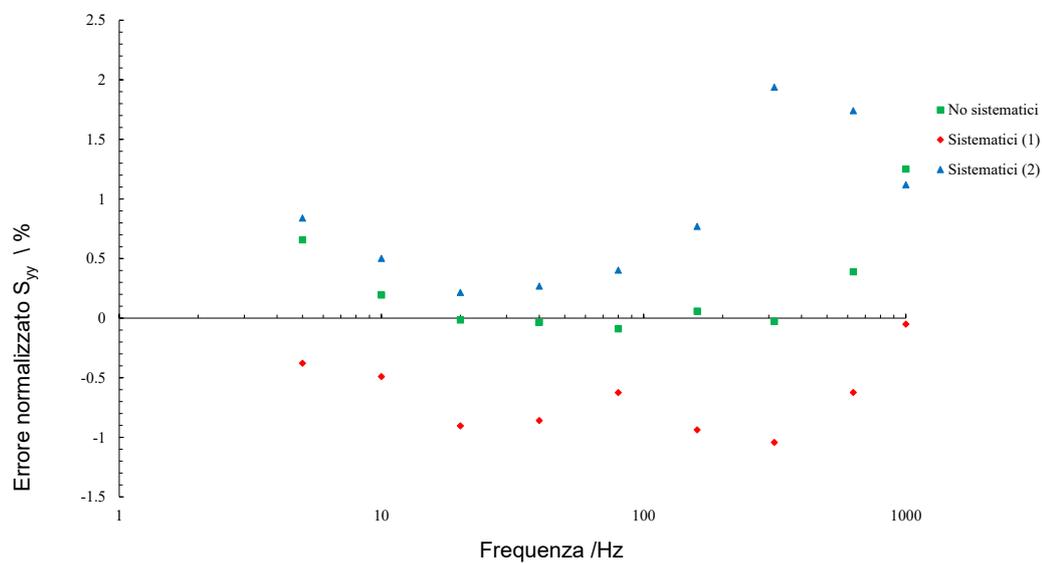
Nella **figura [C.1]**, **figura [C.2]** e **figura [C.3]** vengono riportati i grafici dell'errore normalizzato tra le sensibilità principali ( $S_{xx}$ ,  $S_{yy}$  e  $S_{zz}$ ) e la sensibilità fornita dal produttore  $S_p$ . L'errore normalizzato è:

$$E_n = \frac{S_{ij} - S_p}{\sqrt{U(S_{ij})^2 + U(S_p)^2}}$$

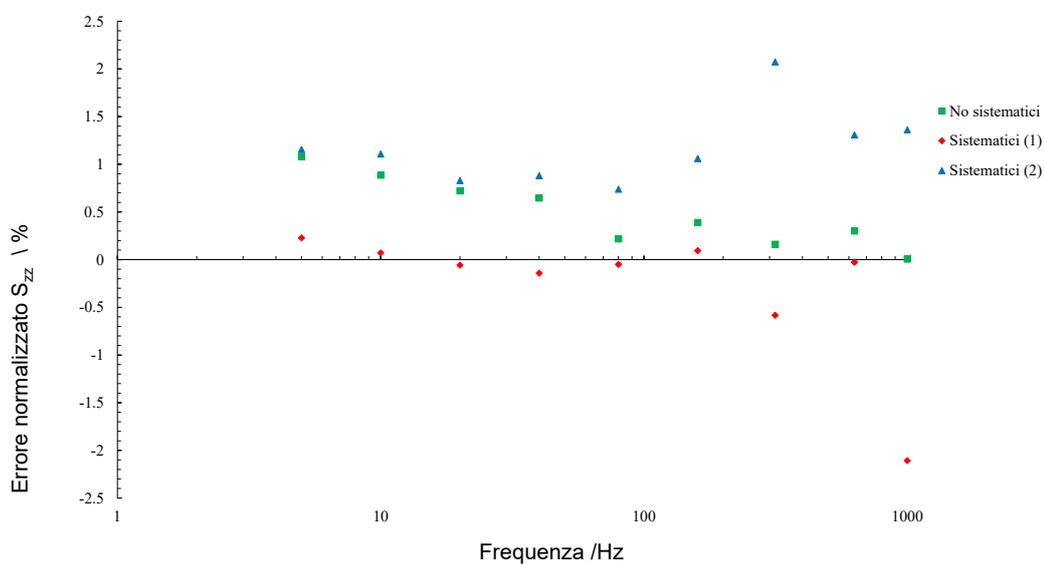
dove  $S_{ij}$  con  $j = i$  è una sensibilità principale e  $U(S_{ij})$  è la sua incertezza estesa,  $S_p$  è la sensibilità indicata dal produttore dell'accelerometro e  $U(S_p)$  è la sua incertezza.



**Figura C.1:** Errore normalizzato di  $S_{xx}$  rispetto alla sensibilità e all'incertezza fornita dal produttore.



**Figura C.2:** Errore normalizzato di  $S_{yy}$  rispetto alla sensibilità e all'incertezza fornita dal produttore.



**Figura C.3:** Errore normalizzato di  $S_{zz}$  rispetto alla sensibilità e all'incertezza fornita dal produttore.

# Bibliografia

- [1] Giulio Barbato, Alessandro Germak e Gianfranco Genta. *Misurare per Decidere*. A cura di Società editrice Esculapio. Torino, 2019.
- [2] Halit Eren e John G. Webster. *Measurement, Instrumentation, and Sensors Handbook*. A cura di CRC Press. 2018.
- [3] Jacob Fraden. *Handbook of modern sensors*. A cura di Springer. 2009.
- [4] Michael Gaitan, Iris Mariela López Bautista e Jon Geist. «Reduction of calibration uncertainty due to mounting of three-axis accelerometers using the intrinsic properties model». In: *Metrologia* 58.3 (2021).
- [5] Yogesh B. Gianchandani, Osamu Tabata e Hans P. Zappe. *Comprehensive Microsystems*. A cura di Elsevier. 2008.
- [6] Nathan Ida. *Sensors, actuators and their interfaces*. A cura di SciTech Publishing Inc. 2020.
- [7] «ISO 16063-21:2003 Methods for the calibration of vibration and shock transducers— Part 21: Vibration calibration by comparison to a reference transducer». In: *ISO/TC 108* (2003).
- [8] «ISO 16063-31:2009 Methods for the calibration of vibration and shock transducers— Part 31: Testing of transverse vibration sensitivity». In: *ISO/TC 108* (2009).
- [9] George Fox Lang, Dave Snyder et al. «Understanding the physics of electrodynamic shaker performance». In: *Sound and vibration* 35.10 (2001).
- [10] Andrea Prato, Fabrizio Mazzoleni e Alessandro Schiavi. «Traceability of digital 3-axis MEMS accelerometer: simultaneous determination of main and transverse sensitivities in the frequency domain». In: *Metrologia* (2020).
- [11] Andrea Prato et al. «Calibration of multicomponent force and moment transducers using uniaxial force standard machines integrated with tilted plates». In: *Measurement Science and Technology* (2022).

- [12] Mahmoud Rasras, Ibrahim M. Elfadel e Ha Duong Ngo. *MEMS Accelerometers*. A cura di Mdpi AG. 2019.
- [13] Tomofumi Shimoda, Wataru Kokuyama e Hideaki Nozato. «Primary calibration system for digital accelerometers». In: *Metrologia* 58.4 (2021).
- [14] Soumendu Sinha et al. «Design and Simulation of MEMS Differential Capacitive Accelerometer». In: (2014).