



**Politecnico
di Torino**

Politecnico di Torino

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale
A.A. 2021/2022
Sessione di Laurea Luglio 2022

Development and Validation of an Immersed-Boundary Method for Viscous Flows



Relatore:

prof. Francesco Larocca

Correlatore:

prof. Andrea Ferrero

Referente Aziendale:

Marco Cisternino

Referente Aziendale:

Andrea Iob

Candidato
Samuele Sausa

“Per aspera ad astra”

Ai miei genitori, Rosaria e Antonio

A mia sorella, Simona

Indice

<i>Elenco delle figure</i>	6
<i>Elenco delle tabelle</i>	8
SOMMARIO	9
ABSTRACT	10
Capitolo 1: Introduzione	11
Capitolo 2: Metodo Immersed-Boundary	13
2.1 <i>Origine del Metodo Immersed-Boundary</i>	13
2.2 <i>Implementazione delle condizioni al contorno sul corpo</i>	14
2.2.1 <i>Continuous Forcing Approach</i>	15
2.2.2 <i>Discrete Forcing Approach</i>	16
2.2.3 <i>Imposizione diretta: approccio Ghost Cell</i>	17
Capitolo 3: Equazioni R.A.N.S.	20
3.1 <i>Reynolds Averaged Navier - Stokes (R.A.N.S.)</i>	20
3.2 <i>Modello di turbolenza Spalart-Allmaras</i>	21
3.2.1 <i>Modello Negative Spalart-Allmaras</i>	21
Capitolo 4: Solutore Immerflow	25
4.1 <i>Caratteristiche generali Immerflow</i>	25
4.2 <i>Level Set Function</i>	25
4.3 <i>Equazioni di Governo e discretizzazione</i>	27
4.4 <i>Generazione Griglia</i>	28
4.5 <i>Cartella di Simulazione</i>	30
4.5.1 <i>Geometria</i>	30
4.5.2 <i>ControlDict.dat</i>	31
4.5.3 <i>Files .xml</i>	33
4.6 <i>Simulazione preliminare</i>	33
CAPITOLO 5: PLACCA PIANA	35
5.1 <i>Set up Simulazione</i>	35
5.2 <i>Implementazione Simulazione</i>	37
5.2.1 <i>Geometria Placca Piana e Griglia QUADTREE</i>	37
5.2.2 <i>Solver Settings & Test Case</i>	41
5.2.3 <i>Metodi di integrazione temporale e discretizzazione spaziale</i>	44
5.2.4 <i>Simulazione numerica: Output</i>	45
5.3 <i>Risultati</i>	46
CAPITOLO 6: RAE 2822 – Transonic Airfoil	51
6.1 <i>Principali caratteristiche del profilo RAE-2822</i>	51

6.2 Set up Simulazione NASA.....	52
6.3 Simulazione numerica: Generazione Geometria e Griglia Computazionale.....	54
6.3.1 Geometria RAE-2822.....	54
6.3.2 Generazione griglia QUADTREE del dominio di calcolo.....	55
6.4 Set Up Simulazione RAE-2822.....	58
6.4.1 Test-case settings.....	59
6.4.2 Metodi di integrazione temporale e discretizzazione spaziale.....	60
6.5 Risultati.....	61
CAPITOLO 7 Placca Inclinata.....	63
7.1 Set-Up simulazione.....	64
7.2 Risultati.....	66
Conclusioni.....	67
Bibliografia & Sitografia.....	68
Ringraziamenti.....	71

Elenco delle figure

2.1	<i>Esempio griglia generata tramite Metodo Immersed-Boundary attorno ad un corpo di volume Ω_b con contorno Γ_b, lunghezza caratteristica L e strato limite di spessore δ [1].....</i>	13
2.2	<i>Esempio di trasferimento della forzante F_k dal nodo x_k sul dominio (a sinistra). Smoother distribution function (a destra).....</i>	15
2.3	<i>Esempio suddivisione del dominio computazionale, secondo l'approccio Ghost-Cell, in celle solide – fluide – Ghost-Cell con evidenza del contorno del corpo [2].....</i>	17
2.4	<i>Esempio di procedura di interpolazione per ricavare il valore della velocità sulle celle a partire dalla velocità a parete [3].....</i>	18
2.5	<i>Esempio suddivisione dominio computazionale con particolare attenzione alle celle fluide F_1, F_2, F_3, F_4 utilizzate per il calcolo del valore delle variabili sulla Ghost-Cell G [1].....</i>	19
3.1	<i>Grafico rappresentante il confronto tra l'andamento della vorticità modificata nel modello Negative S-A e l'andamento della vorticità modificata originale [27].....</i>	22
4.1	<i>Esempio di Level-Set su RAE-2822.....</i>	26
4.2	<i>Esempio di albero di dipendenza griglia Octree [14].....</i>	29
4.3	<i>Esempio di generazione della griglia Quadtree a partire dalla suddivisione del campo computazionale iniziale fino al raffinamento particolare [17].....</i>	29
4.4	<i>Estratto della Tabella VERTEX contenente le coordinate di punti che descrivono la geometria di un cilindro.....</i>	30
4.5	<i>Estratto della Tabella SIMPLEX contenente le relazioni tra le varie coppie di coordinate.....</i>	30
4.6	<i>Esempio ultima riga tabella SIMPLEX che mostra la relazione tra l'ultima coordinata e la prima.....</i>	31
4.7	<i>Esempio corpo in geometria tridimensionale in formato .stl.....</i>	31
4.8	<i>Missile LK6E usato per le simulazioni preliminari.....</i>	33
4.9	<i>Griglia di calcolo ottenuta attorno al missile LK6E con particolare relativo al raffinamento al bordo d'attacco dell'aletta.....</i>	34
4.10	<i>Campo di pressione attorno al missile LK6E con particolare relativo al campo in prossimità delle alette.....</i>	34
4.11	<i>Campo di Mach attorno al missile LK6E con particolare relativo al campo in prossimità delle alette.....</i>	34
5.1	<i>Schematizzazione dominio computazionale test case relativo alla placca piana utilizzato da NASA [4].....</i>	36
5.2	<i>Griglia relativa al caso placca piana utilizzata nella simulazione della NASA [5].....</i>	37
5.3	<i>Coordinate relative alle sezioni che formano la placca piana.....</i>	38
5.4	<i>Confronto tra le dimensioni di griglia e le dimensioni del canale generato per la simulazione della placca piana.....</i>	39
5.5	<i>Configurazione simulazione in cui si possono osservare la griglia, il body e le sezioni in cui verrà effettuata l'analisi dei dati e il paragone con quelli NASA.....</i>	41
5.6	<i>Rappresentazione della viscosità dinamica turbolenta con visualizzazione dell'intera placca piana.....</i>	47
5.7	<i>Confronto Viscosità Dinamica Turbolenta $x=0.97$: Immerflow (in marrone) – CFL3D (in azzurro) – FUN3D (in blu tratteggiato).....</i>	47

5.8	<i>Particolare campo viscosità turbolenta in 0.97 relativo al tratto discontinuo nel grafico (5.14).....</i>	48
5.9	<i>Confronto velocità $x = 0.97$: Immerflow (in nero) CFL3D (rosso tratteggiato).....</i>	48
5.10	<i>Confronto velocità $x = 1.90$: Immerflow (in nero) CFL3D (rosso tratteggiato).....</i>	49
5.11	<i>Confronto Skin-Friction-Coefficient: Immerflow (in viola) - FUN3D (rosso tratteggiato) – CFL3D (in blu).....</i>	49
6.1	<i>Schema del profilo transonico RAE-2822 con corda di 1 m e bordo d’attacco nell’origine [4.S].....</i>	50
6.2	<i>Particolare griglia “C” utilizzata all’interno della simulazione NASA [1].....</i>	52
6.3	<i>Esempio dominio con condizioni al contorno [9.S].....</i>	53
6.4	<i>Andamento delle dimensioni di griglia in direzione y a partire dalla parete del profilo alare [9.S].....</i>	53
6.5	<i>Parte del file rae.dgf contenente la geometria del profilo in analisi.....</i>	55
6.5a	<i>Parte delle coppie di coordinate.....</i>	55
6.5b	<i>Parte dei collegamenti tra le varie coordinate.....</i>	55
6.6	<i>Profilo RAE-2822 ottenuto per mezzo di Immerflow.....</i>	55
6.7	<i>Dominio computazionale RAE-2822 dimensioni 40x40 e confronto con dimensioni RAE-2822 (in rosso).....</i>	56
6.8	<i>Griglia Cartesiana dominio computazionale completo.....</i>	57
6.8a	<i>Raffinamento globale sull’intero profilo RAE-2822.....</i>	57
6.8b	<i>Particolare bordo d’attacco.....</i>	58
6.8c	<i>Particolare bordo di fuga.....</i>	58
6.8d	<i>Particolare dorso.....</i>	58
6.9	<i>Oscillazioni visualizzate sul coefficiente di pressione.....</i>	61
6.10	<i>Punto in cui si osservano le oscillazioni.....</i>	62
6.11	<i>Oscillazioni di pressione a parete visualizzate nel riquadro mostrato in fig. 6.10.....</i>	62
7.1	<i>Set—Up sperimentale simulazione placca inclinata.....</i>	63
7.2	<i>Andamento velocità a parete sulla placca inclinata.....</i>	64
7.3	<i>Confronto profilo di velocità placca inclinata coordinata $x=0.97$.....</i>	65
7.4	<i>Andamento viscosità dinamica turbolenta placca inclinata.....</i>	65

Elenco delle tabelle

1	<i>Valori di inizializzazione flusso all'infinito.....</i>	36
2	<i>Valori utilizzati per la generazione della griglia del dominio computazionale.....</i>	40
3	<i>Caratterizzazione simulazione.....</i>	41
4	<i>Valori grandezze di riferimento per la normalizzazione.....</i>	41
5	<i>Valori di inizializzazione flusso all'infinito.....</i>	42
6	<i>Lista condizioni al contorno.....</i>	43
7	<i>Valori relativi alla condizione di Inlet.....</i>	43
8	<i>Valori Relativi alla condizione far-field.....</i>	44
9	<i>Valori Relativi alla condizione di pressure-outlet.....</i>	44
10	<i>Valori Relativi alla condizione di no_slip_isothermal_wall.....</i>	44
11	<i>Scelte per l'imposizione degli schemi di integrazione temporale e discretizzazione spaziale.....</i>	45
12	<i>Caratteristiche geometriche profilo alare RAE – 2822.....</i>	52
13	<i>Elenco dei valori delle grandezze per sviluppo simulazione numerica su profilo RAE – 2822.....</i>	52
14	<i>Elenco condizioni al contorno per sviluppo simulazione numerica su profilo RAE – 2822.....</i>	52
15	<i>Valori utilizzati per la generazione della griglia del dominio computazionale.....</i>	56
16	<i>Valori di inizializzazione flusso all'infinito a monte.....</i>	59
17	<i>Valori inizializzazione Condizione al Contorno Far-Field.....</i>	60
18	<i>Valori inizializzazione Condizione al Contorno no_slip_isothermal_wall.....</i>	60
19	<i>Scelte per l'imposizione degli schemi di integrazione temporale e discretizzazione spaziale.....</i>	61

Sommario

In questo lavoro di tesi ci si è posti l'obiettivo di implementare e convalidare la parte di codice del solutore *Immerflow*, basato sul *Metodo Immersed-Boundary* e sviluppato dall'azienda ospitante *OPTIMAD Engineering Srl*, dedicato alla risoluzione di campi fluidodinamici *viscosi e turbolenti*.

Il presente lavoro è stato seguito da Giuliano Buccini di *MBDA*, consorzio europeo produttore di tecnologie per la difesa, che ha manifestato interesse per un solutore *CFD* ad alti numeri di Mach che adotti il *Metodo Immersed-Boundary* come *Immerflow*.

La prima parte della tesi è incentrata sul lavoro di ricerca bibliografica e analisi degli articoli presenti in letteratura riguardanti il *Metodo Immersed-Boundary* esaminandone lo sviluppo, le caratteristiche principali e le applicazioni per le simulazioni. A seguire lo studio delle equazioni *R.A.N.S.* per la risoluzione dei flussi turbolenti e viscosi ponendo particolare attenzione al modello *Negative Spalart – Allmaras*, implementato all'interno del solutore *Immerflow* adottato per le simulazioni riportate in questa tesi. Per concludere, è stata svolta un'analisi dettagliata del suddetto solutore e delle sue caratteristiche attraverso uno studio accurato del codice ad esso associato.

La seconda parte della tesi è incentrata sull'implementazione, generazione e successiva analisi di due test-case relativi rispettivamente ad un caso subsonico e ad uno transonico, per la validazione del modello *Negative Spalart – Allmaras* per il *Metodo Immersed-Boundary*.

Il primo test-case è relativo ad una *placca piana allineata* investita da una *corrente subsonica*. Ne viene presentata l'implementazione generale, la generazione della geometria e della griglia *QUADTREE*, scelta dello schema di integrazione temporale, del relativo passo temporale e del metodo di discretizzazione spaziale, fino a concludere con l'inizializzazione del flusso e delle relative condizioni al contorno necessarie ai fini della simulazione. I risultati ottenuti riguardano il *coefficiente d'attrito a parete*, l'*andamento della viscosità dinamica turbolenta* ed il *profilo di velocità*; gli ultimi due esaminati in due sezioni caratteristiche individuati negli studi di riferimento. Questi vengono analizzati e ne viene effettuato il confronto con i corrispettivi ottenuti dai test contenuti in *NASA* dedicato alla validazione dei modelli di turbolenza.

Il secondo test-case è relativo al profilo alare *RAE-2822* in campo transonico. L'analisi è stata condotta ed è riportata come il primo test-case. I risultati ottenuti hanno evidenziato la presenza di oscillazioni relative all'*andamento del coefficiente di pressione*. Per indagare la causa delle oscillazioni, è stata effettuata una terza simulazione, relativa ad una *placca inclinata*, le cui condizioni test risultassero coincidenti con le condizioni di placca piana. Una risoluzione al problema è stata individuata nell'introduzione di *Wall-Functions*, già programmata da *OPTIMAD Engineering Srl*.

Abstract

The goal of this thesis is to implement and to validate the part of the CFD code of solver *Immerflow*, based on an *Immersed-Boundary Method* developed by the host company *OPTIMAD Engineering Srl*, in order to resolve *Viscous Flow fluid dynamics fields*.

The study was followed by Giuliano Buccini of *MBDA*, a European consortium producing defense technologies. He expressed interest in a compressible solver that adopts the *Immersed-Boundary Method* such as *Immerflow*.

This thesis work could be divided into two sections.

The first one is focused on bibliographic research of articles about *Immersed-Boundary Method*: development, main features and advantages and disadvantages. So, the study of *R.A.N.S equations for the resolution of turbulent and viscous flows*. In particular the *Negative Spalart-Allmaras Model* implemented in *Immerflow* is discussed in detail, because of its validation represents the main goal of this work. The *Immerflow* itself is presented, looking at its features and the associated code.

The second one is focused on the *Implementation – Running and Analyses* of two test-case: a subsonic and a transonic one, to validate the *Negative Spalart-Allmaras Model*.

The first test-case refers to a simulation of a *2D Flat Plate* immersed in a *viscous subsonic flow*. To introduce the study, the following topic have been reported: the implementation, grid generation and the computational grid obtained using *OCTREE grid*. The test case is analysed from the choice of the dimension of grids and wall refinement to the choice of values related to the initialization of far field flow and boundary conditions up to the selection of temporal integration scheme and spatial discretization method. Then the obtained results are presented: *skin friction coefficient*, *turbulent dynamic viscosity* and *speed profile*. The last two variables are examined in two sections following the procedure reported on literature. The results have been analyzed and comparing to the ones obtained by NASA simulations.

The second test regards the *transonic airfoil RAE-2822* immersed in a transonic flow. The process analysis has been conducted and reported as the first test-case. The obtained results highlighted the presence of fluctuations relating to the pressure coefficient trend. To investigate the cause of the oscillations, a third simulation, relating to an *Inclined Plate*, was performed. The test conditions coincided with the condition of the flat plate. A resolution to the problem was identified in the introduction of the *Wall-Function*, already programmed by *OPTIMAD Engineering Srl*.

Capitolo 1: Introduzione

La volontà dell'uomo di superare i propri limiti e raggiungere velocità sempre più elevate ha fatto sì, soprattutto negli ultimi anni con l'avvento del volo transonico e supersonico, che la fluidodinamica e lo studio del moto di un corpo all'interno di un fluido, rappresenti una delle maggiori sfide dal punto di vista fisico ed ingegneristico. La ricerca della geometria perfetta tramite la quale sia possibile ottenere contemporaneamente velocità supersoniche, prestazioni migliori ed elevate efficienze rappresenta uno degli obiettivi dei centri di ricerca aerospaziali. A partire dall'avvento dei computer, tra i vari rami della fluidodinamica, quello della fluidodinamica computazionale ha conseguito sempre maggior successo dimostrandosi non solo uno dei migliori strumenti per la simulazione fluidodinamica ma anche rivelandosi essere un ottimo sostituto degli esperimenti in gallerie del vento, un tempo utilizzate come principale metodo di studio del moto dei corpi all'interno di un fluido. La cosiddetta *CFD* (*Computational Fluid Dynamics*) ha permesso non solo l'abbattimento dei costi di simulazione, ma anche la possibilità di ottenere i risultati in tempi minori: i valori ottenuti tramite l'utilizzo dei computer e dei metodi di simulazione risultano molto simili a quelli ottenuti tramite misurazioni dirette in galleria del vento, ancora oggi utilizzate a scopo di confronto.

Le simulazioni vengono, al giorno d'oggi, effettuate tramite l'utilizzo di HPC, visto il gran numero di gradi di libertà che queste richiedono, che consentono di ricreare sia l'oggetto di cui se ne vuole studiare la geometria sia le condizioni fluidodinamiche esterne in cui questo si trova ad essere.

La *CFD* ha permesso quindi di:

- abbattere le limitazioni relative alle dimensioni dell'oggetto studiato: si ricorda infatti che in galleria del vento la simulazione veniva effettuata non sull'oggetto dalle dimensioni reali ma su uno in scala, sfruttando e trasferendo i risultati all'oggetto reale tramite *principio di similitudine*;
- un'ottimizzazione delle tempistiche nell'ottenimento dei risultati;
- una maggiore facilità nello studio e nella ricerca di geometrie che permettano di soddisfare i requisiti di efficienza ad alte velocità bypassando la parte di generazione fisica del corpo da utilizzare in galleria del vento.

La *CFD* ha consentito non solo la visualizzazione grafica del campo fluidodinamico risultante, ma ha anche permesso di prevedere situazioni che attraverso l'utilizzo delle gallerie del vento risultavano essere difficilmente visualizzabili e studiabili, come ad esempio la formazione della bolla supersonica in regime transonico con conseguente formazione dell'onda d'urto retta a valle [6]. La *CFD* ha fatto sì che si potesse svolgere uno studio più accurato del regime transonico, permettendo di individuare i valori del numero di Mach critico e dell'angolo di incidenza tali per cui si ha la formazione di fenomeni di decadimento delle prestazioni, quale quello della bolla supersonica precedentemente introdotto. Come conseguenza, grazie alla *CFD*, la ricerca di nuovi modelli e nuove geometrie di profili alari adatte al volo transonico e supersonico ad elevata efficienza si è notevolmente semplificata.

La *CFD* ha inoltre incentivato lo sviluppo e lo studio dei *Metodi Numerici* di discretizzazione delle PDE poiché è proprio su tali metodi che si basano tutti i solutori impiegati per la risoluzione del campo fluidodinamico: basti infatti pensare che la risoluzione delle equazioni di *Navier – Stokes* all'interno dei solutori avviene tramite l'utilizzo degli schemi di discretizzazione spaziale (*Metodo ai Volumi Finiti*, *Schema Upwind*, *Schema Lax-Friedrichs* e altri) e dei metodi di integrazione temporale (*metodo Runge-Kutta*, *metodo Eulero Esplicito/Implicito* e altri) principale oggetto di studio della branca dei *Metodi Numerici* [7].

In questo lavoro di tesi, viene presentato ed analizzato uno dei solutori precedentemente accennati, basato sul *Metodo Immersed-Boundary*, per la risoluzione di domini fluidodinamici che siano questi comprimibili/incomprimibili, viscosi/non viscosi, turbolenti/non turbolenti.

Nel secondo capitolo vengono presentate le caratteristiche e le motivazioni che hanno portato allo sviluppo del cosiddetto *Metodo Immersed-Boundary* su cui si basa il solutore *Immerflow* sviluppato dall'azienda ospitante *OPTIMAD Engineering Srl*. ed impiegato all'interno di questo lavoro di tesi per la simulazione e l'analisi dei test-case riguardanti la placca piana immersa in un flusso subsonico viscoso e turbolento [4], e il profilo alare *RAE-2822* in regime transonico viscoso e turbolento [8].

Successivamente, nel terzo capitolo vengono presentate le equazioni di *Navier – Stokes mediate alla Reynolds (R.A.N.S)* ed in particolare il modello *Negative Spalart – Allmaras* [9], implementato all'interno del solutore *Immerflow* per la risoluzione dei domini fluidodinamici turbolenti e viscosi, validato con il *Metodo Immersed-Boundary*.

Oggetto del quarto capitolo è il solutore *Immerflow*. Esso viene esaminato e descritto nel dettaglio argomentandone ogni sezione relativa al suo utilizzo [10]

Nel quinto capitolo viene presentata la prima della due simulazioni effettuate per la convalida del modello *Negative Spalart – Allmaras*, relativa ad una *placca piana* immersa in un flusso subsonico viscoso e turbolento con riferimento alla simulazione effettuata dalla NASA [4]. Si porrà particolare attenzione alla scelta della griglia computazionale e al grado di raffinamento scelto per ottenere una corretta visualizzazione, e quindi analisi dei risultati posti in confronto con quelli contenuti in [11]. Infine, nel sesto capitolo, viene presentata la simulazione sul *profilo transonico RAE-2822* e la relativa convalida, con riferimento a [8]. Verranno analizzati i vari step che hanno permesso lo sviluppo di questo caso test, dalle scelte relative alle dimensioni del dominio computazionale e del grado di raffinamento a parete fino all'analisi dei valori delle condizioni al contorno utilizzati per l'inizializzazione di queste, similmente a quanto effettuato per il primo test-case. Dall'analisi dei risultati sono emerse delle oscillazioni non attese. Al fine di comprenderne la natura si è reso necessario effettuare un'ulteriore implementazione relativa ad una placca inclinata: da una prima analisi l'introduzione di *Wall-Functions* [12], già programmata da *OPTIMAD Engineering Srl*, all'interno del codice *Immerflow* risulta essere la soluzione per risolvere il problema delle oscillazioni e per abbattere il costo computazionale in termini di gradi di libertà.

Capitolo 2: Metodo Immersed-Boundary

In questo capitolo vengono presentate le caratteristiche del *Metodo Immersed-Boundary*, le motivazioni che ne hanno favorito l'origine e i vantaggi/svantaggi che l'utilizzo di tale metodo apporta all'interno delle analisi fluidodinamiche.

2.1 Origine del Metodo Immersed-Boundary

Con il termine *Metodo Immersed-Boundary* si fa riferimento ad un metodo di simulazione fluidodinamica introdotto da *Peskin* nel 1972 il cui scopo consisteva nel simulare i meccanismi cardiaci e il relativo flusso sanguigno su griglie cartesiane non adattate alla geometria del cuore [13]. Nonostante le successive modifiche al metodo, bisogna aspettare il 2005 anno in cui, grazie all'articolo "*Immersed-Boundary Method*", di *Mittal* e *Iaccarino* [1], la definizione di *Metodo Immersed-Boundary (IB)* viene estesa a tutti quei metodi numerici in cui le simulazioni fluidodinamiche avvengono su griglie cartesiane non adattate al corpo stesso e la cui presenza viene definita tramite l'introduzione di un termine sorgente all'interno delle equazioni di governo, comportandone una modifica locale [1].

Tale metodo differisce dal precedente e convenzionale approccio *Body Fitted* in cui si ha la generazione di una griglia, strutturata o no, conforme alla geometria del corpo stesso.

Nell'approccio *Immersed-Boundary* (fig. 2.1 [1]) la griglia che discretizza l'intero dominio di calcolo ($\Omega_b + \Omega_f$) viene generata senza tener conto della geometria del corpo.

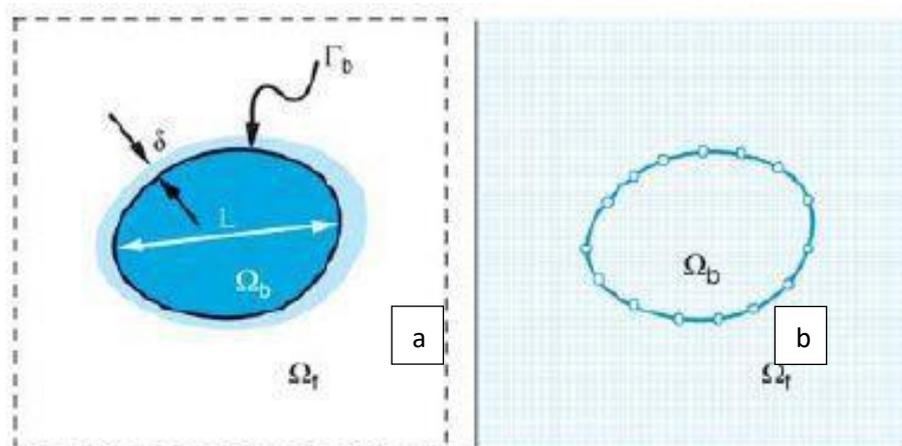


Figura 2.1 Esempio griglia generata tramite Metodo Immersed-Boundary attorno ad un corpo di volume Ω_b con contorno Γ_b , lunghezza caratteristica L e strato limite di spessore δ [1].

I vantaggi derivanti dall'approccio *Immersed-Boundary* possono essere riassunti in:

1. Maggiore semplicità e velocità nella generazione della griglia, dal momento che l'accuratezza e la qualità di quest'ultima non dipendono dalla complessità geometrica del corpo [1],
2. Maggiore facilità nella simulazione di corpi in movimento grazie alla proprietà di stazionarietà e indeformabilità della griglia cartesiana non conforme non è richiesto l'aggiornamento di griglia ad ogni iter temporale [1].

Per quanto riguarda gli svantaggi derivanti dal metodo *Immersed-Boundary* questi riguardano principalmente:

1. Una maggiore complessità nella trattazione e imposizione delle condizioni al contorno.
2. Presenza di piccole oscillazioni a parete derivanti dall'approssimazione della geometria [1]

2.2 Implementazione delle condizioni al contorno sul corpo

Punto focale del *Metodo Immersed-Boundary* sta nel modo in cui avviene l'imposizione delle condizioni al contorno che definiscono la presenza e la geometria del corpo all'interno del dominio di calcolo.

Con riferimento alla *fig. 2.1*, si ipotizza un flusso incomprimibile.

Le equazioni di governo sono nella forma [14]

$$\bullet \quad \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla(\vec{u}) + \frac{1}{\rho} \nabla p - \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \vec{u} = 0 \quad (2.1)$$

$$\bullet \quad \nabla \cdot \vec{u} = 0 \text{ in } \Omega_f \quad (2.2)$$

$$\bullet \quad \vec{u} = \vec{u}_\Gamma \text{ in } \Gamma_b \quad (2.3)$$

Dove

- \vec{u} individua la velocità del fluido;
- p individua la pressione;
- ρ e μ indicano rispettivamente la densità e la viscosità dinamica;
- Ω_b indica il dominio occupato dal corpo solido;
- Γ_b indica il contorno geometrico;
- Ω_f indica il dominio fluido

Si può quindi scrivere il sistema di equazioni per la quantità di moto e di continuità nella forma

$$L(\mathbf{U}) = 0 \text{ in } \Omega_f \quad (2.4)$$

Con

- $\mathbf{U} = \mathbf{U}_\Gamma$ su Γ_b ;
- $\mathbf{U} = (\vec{u}, p)$ e L è l'operatore che rappresenta le equazioni di *Navier – Stokes*;

In base al momento in cui vengono applicate le condizioni al contorno si possono avere due tipologie di approcci [3]:

- *Continuous Forcing Approach*, in cui le condizioni al contorno vengono inserite prima che le equazioni di governo vengano discretizzate;
- *Discrete Forcing Approach* in cui le condizioni al contorno vengono introdotte dopo la discretizzazione delle equazioni di governo;

2.2.1 Continuous Forcing Approach

Nel caso *Immersed-Boundary* con approccio *Continuous Forcing* le condizioni al contorno vengono introdotte modificando l'equazione (2.4) tramite l'inserimento di una funzione che riporta gli effetti della presenza del corpo all'interno dell'intero campo computazionale [1].

La funzione forzante introdotta, del tipo f_b che tiene conto sia della forzante sulla quantità di moto che della forzante sulla pressione, viene inclusa nelle equazioni di governo tramite

$$L(\mathbf{U}) = \mathbf{f}_b \quad (2.5)$$

per poi essere applicata all'intero dominio fluido – solido.

L'intero sistema di equazioni (2.5) viene poi discretizzato sulla griglia computazionale dando vita al sistema discretizzato

$$[L]\{\mathbf{U}\} = \{\mathbf{f}_b\} \quad (2.6)$$

Considerata l'origine del metodo relativa allo studio di domini elastici, l'idea iniziale era quella di trattare il corpo come un insieme di fibre elastiche la cui posizione veniva tracciata attraverso una collezione di nodi, i *nodi Lagrangiani*, in moto alla velocità del flusso [1]. Una volta calcolate le deformazioni e lo stress delle fibre attraverso la *Legge di Hooke*, l'effetto viene trasmesso al flusso tramite l'inserimento di termini sorgente nella forma

$$\vec{f}_m(x_{i,j}, t) = \sum \vec{F}_k(t) d|\vec{x}_{i,j} - \vec{X}_k| \quad (2.7)$$

In cui x_k rappresenta la posizione originaria della k -esima fibra mentre lo stress calcolato dalla *Legge di Hooke* è rappresentato dalla $F_k(t)$. La d rappresenta la *Smoother Distribution Function*, ovvero la funzione di distribuzione tramite cui la forzante viene ridistribuita nelle celle limitrofe al corpo visualizzabile in *fig. 2.2*

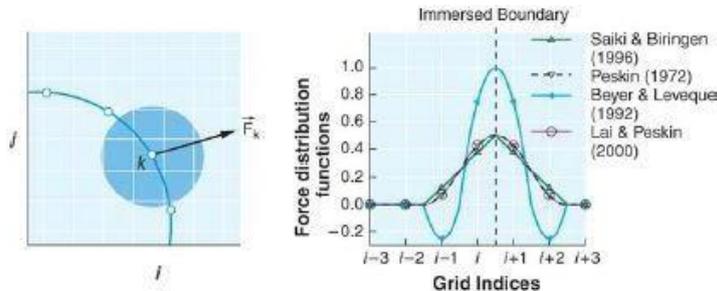


Figura 2.2: Esempio di trasferimento della forzante F_k dal nodo x_k sul dominio (a sinistra). Smoother distribution function (a destra) [1]

Questo approccio è stato in seguito applicato al caso dei corpi rigidi in cui il corpo viene considerato in equilibrio sotto l'effetto di una molla in presenza della forza riportata in 2.8

$$\vec{F}_k(t) = -k \left(\vec{X}_k - \vec{X}_k^e(t) \right) \quad (2.8)$$

Data la rigidità del corpo, la costante K assume valori molto elevati causando un irrigidimento del sistema di equazioni, che sarebbe quindi soggetto a forti vincoli di stabilità [1].

Un esempio di forzante introdotta per i corpi rigidi è riportata in equazione 2.9

$$\vec{F}(t) = \alpha \int_0^t \vec{u}(\tau) d\tau + \vec{\beta}u(t) \quad (2.9)$$

In cui le costanti α e β vengono scelte arbitrariamente al fine di soddisfare al meglio le condizioni al contorno.

2.2.2 Discrete Forcing Approach

L'approccio *Discrete Forcing* consente una rappresentazione nitida dell'*Immersed-Boundary*, desiderabile soprattutto per i flussi ad elevato numero di *Reynolds*, e inoltre non introduce ulteriori vincoli di stabilità nella rappresentazione dei corpi solidi [3].

Inoltre l'approccio *Discrete Forcing* permette di disaccoppiare le equazioni applicate sulle celle fluide, relative al flusso, da quelle delle celle solide, relative al corpo, evitando la risoluzione delle equazioni di governo all'interno del solido che, diversamente, comporterebbe un maggior costo sia dal punto di vista computazionale che temporale.

Uno dei maggiori svantaggi di questo approccio sta nella difficoltà dell'inserimento delle condizioni al contorno sui corpi in movimento e nel trattamento della comparsa e scomparsa delle celle fluide [1].

Nel caso in cui la forzante venga introdotta dopo la discretizzazione delle equazioni di governo si parla di *Discrete Forcing Approach* [1]:

In questo caso il sistema di equazioni discretizzato sull'intero dominio computazionale è del tipo

$$[L]\{\mathbf{U}\} = 0 \quad (2.10)$$

Per quanto riguarda le celle in prossimità dell'*Immersed-Boundary*, le equazioni di governo vengono modificate per tener conto della presenza del corpo: il sistema di equazioni che si ottiene risulta nella forma:

$$[L']\{\mathbf{U}\} = \{\mathbf{r}\} \quad (2.11)$$

In questo caso

- $[L']$ rappresenta l'operatore discreto modificato;
- $\{\mathbf{r}\}$ rappresenta il termine noto associato alle condizioni al contorno sulla superficie del corpo;

Le condizioni al contorno nel caso *Discrete Forcing Approach* possono essere imposte seguendo due metodologie [1]:

- *Imposizione indiretta*: la forzante viene estratta direttamente dalla soluzione numerica a partire da stime *a priori* della soluzione e viene usata principalmente per corpi con geometrie semplici e per numeri di *Reynolds* bassi [15];

- *Imposizione diretta:*
 - Approccio *Ghost Cell*, utile per la ricostruzione sull'interfaccia solido/fluida di gradienti o valori includendo nel kernel di ricostruzione anche il punto d'appoggio sul bordo e la condizione al contorno associata. Su questo approccio si basa il solutore *Immerflow*, per cui verrà descritto nel dettaglio del seguente paragrafo;
 - Approccio *Cut-Cell* soprattutto per regimi di flusso ad alto numero di *Reynolds*. In questo metodo le celle che vengono attraversate dall'*Immersed-Boundary* vengono identificate, ne viene determinata l'intersezione con il contorno del corpo e successivamente, quelle attraversate dal corpo il cui centro cella giace sul fluido, vengono rimodellate tramite eliminazione della porzione che giace nel solido. L'approccio *Cut-Cell* è l'unico tra i metodi fino ad ora citati che soddisfa la condizione di impermeabilità a parete garantendo il rispetto della conservazione della massa [1].

2.2.3 Imposizione diretta: approccio *Ghost Cell*

Il primo metodo di imposizione diretta fa riferimento al metodo *Ghost-Cell*. Si definiscono *Ghost-Cell* tutte quelle celle solide confinanti con almeno una cella fluida [1]: un esempio applicativo di tale approccio è riportato in *fig. 2.3* [2]

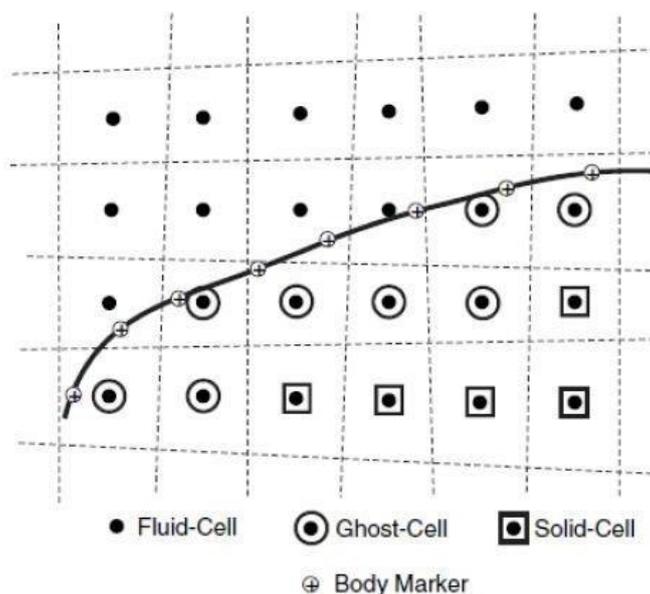


Figura 2.3 Esempio suddivisione del dominio computazionale, secondo l'approccio *Ghost-Cell*, in celle solide – fluide – *Ghost-Cell* con evidenza del contorno del corpo [2]

Scopo dell'approccio in discussione è il ricercare uno schema numerico che permetta di ricavare il valore delle variabili fluidodinamiche in ogni nodo delle *Ghost-Cell* in grado di soddisfare le condizioni al contorno imposte nel punto dell'*Immersed-Boundary* a partire dal valore delle variabili nelle celle fluide tramite una qualsiasi interpolazione.

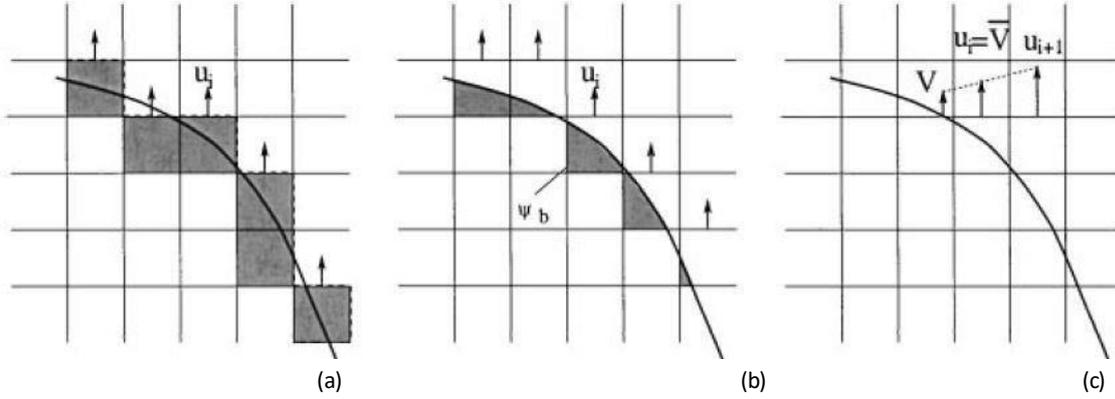


Figura 2.4: Esempio di procedura di interpolazione per ricavare il valore della velocità sulle celle a partire dalla velocità a parete [3]

Si cerca una forzante che ricrei gli effetti dell'*Immersed-Boundary* e che sia funzione del tempo, ed il cui valore dipende dalla posizione e dalla velocità del fluido [1]. La forzante f_i deve essere nulla all'interno delle celle fluide e diversa da zero nelle *Ghost-Cell* dove viene utilizzata per soddisfare la condizione al contorno imposta sull'*Immersed-Boundary*.

$$f_i = \begin{cases} 0 & \text{fluid cell} \\ \neq 0 & \text{ghost cell} \end{cases} \quad (2.12)$$

Per ricavare un possibile valore della forzante, si ipotizza di riscrivere le equazioni di *Navier-Stokes* in forma discretizzata nel seguente modo [3]:

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = RHS_i + f_i \quad (2.13)$$

Dove

- RHS_i contiene i termini convettivi e viscosi e il gradiente di pressione;
- f_i indica la forzante introdotta per soddisfare le condizioni al contorno sull'*Immersed-Boundary*.

Le condizioni al contorno possono essere di due tipi:

$$\phi_{BI} = \Phi \text{ Dirichlet} \quad (2.14)$$

$$(\hat{n} \cdot \nabla \phi)_{BI} = \Psi \text{ Neumann} \quad (2.15)$$

Dove con ϕ si indica una generica variabile.

Per ogni *Ghost-Cell* si individua uno schema di interpolazione in grado di soddisfare le condizioni al contorno sul corpo. Si riporta come esempio il caso di un'interpolazione lineare per flussi laminari o per bassi numeri di Reynolds in cui il primo centro cella cade all'interno del substrato viscoso, visualizzabile in *fig. 2.5*

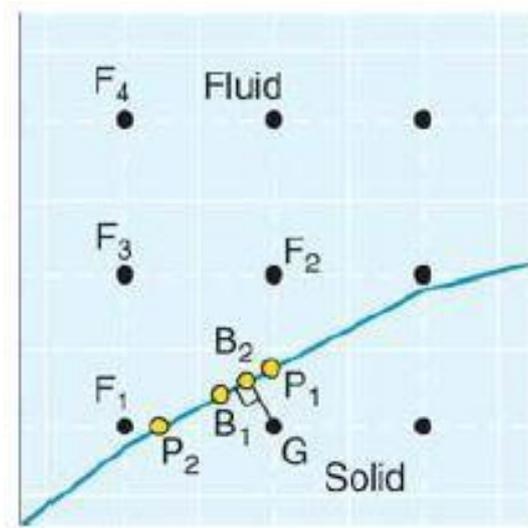


Figura 2.5 Esempio suddivisione dominio computazionale con particolare attenzione alle celle fluide F_1, F_2, F_3, F_4 utilizzate per il calcolo del valore delle variabili sulla Ghost-Cell G [1]

Per una generica variabile ϕ si può scrivere

$$\phi = C_1 x_1 x_2 + C_2 x_1 + C_3 x_2 + C_4 \quad (2.16)$$

Dove la valutazione dei coefficienti C_1, C_2, C_3, C_4 viene attuata a partire dai valori che la variabile ϕ assume nei nodi F_1, F_2, F_3 , e sul punto B_2 ricavato come intersezione tra la normale al bordo passante per il centro cella della *Ghost-Cell*: si può anche utilizzare il punto B_1 , ricavato come media tra i punti $P_1 - P_2$ definiti come i punti di intersezione tra l'asse x e l'asse y passanti per il centro cella della *Ghost-Cell* [1].

Per flussi ad alti numeri di *Reynolds*, in cui è richiesta un'interpolazione di ordine superiore al primo, si può utilizzare il seguente schema:

$$\phi = C_1 n^2 + C_2 n t + C_3 n + C_4 t + C_5 \quad (2.17)$$

Dove n, t rappresentano le coordinate locali normali e tangenti all'*Immersed-Boundary* e i coefficienti C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 vengono valutati, in maniera analoga allo schema precedente, prendendo in considerazione i valori dei nodi F_1, F_2, F_3, F_4 e il punto sul contorno B_2 .

Il valore della variabile ϕ_G sulla *Ghost-Cell* può essere espresso come

$$\sum \omega_i \phi_i = \phi_G \quad (2.18)$$

in cui la somma si estende a tutti i punti del contorno, mentre i valori di ω_i sono noti e dipendono dalla geometria in analisi. L'accuratezza del metodo *Ghost-Cell* dipende dallo schema di interpolazione numerica utilizzato per ricavare i valori della variabile nelle celle fantasma [3].

Capitolo 3: Equazioni R.A.N.S.

In questo capitolo verranno richiamate brevemente le equazioni R.A.N.S [16].

Verrà poi analizzato nel dettaglio il *Modello di Turbolenza Negative Spalart-Allmaras* [9] implementato all'interno del codice utilizzato per le simulazioni.

3.1 Reynolds Averaged Navier - Stokes (R.A.N.S.)

Le equazioni R.A.N.S. vengono ricavate applicando la decomposizione di Reynolds alle equazioni di Navier-Stokes tramite cui le grandezze presenti all'interno di queste vengono suddivise in una componente fluttuante e in una componente media [16].

Con riferimento alla velocità

$$u_i(x, t) = \bar{u}_i(x) + u'_i(x, t) \quad (3.1)$$

- \bar{u}_i rappresenta la componente media;
- $u'_i(x, t)$ rappresenta la componente fluttuante del campo dipendente sia da x che da T

Similmente per il termine di pressione si può scrivere:

$$p = \bar{p} + p' \quad (3.2)$$

Con

- \bar{p} termine di valor medio;
- p' termine fluttuante.

Tenendo conto della decomposizione di Reynolds si ottiene quindi il seguente set di equazioni [16]:

- $\nabla \cdot \bar{u}_i = 0$ per l'equazione di continuità; (3.3)

- $\nabla \cdot (\overline{u_i u_i}) + \nabla \cdot (\overline{u'_i u'_i}) = -\frac{1}{\rho} \nabla \bar{p} + \nu \nabla^2 \bar{u}_i$ per la quantità di moto. (3.4)

In questo caso il termine $\overline{u'_i u'_i}$ rappresenta il *termine degli sforzi di Reynolds* [17] da definire per poter chiudere il problema. Le possibili strade da percorrere sono due:

- In accordo con le *ipotesi di Boussinesq* [18], si considerano gli *sforzi di Reynolds* proporzionali alla *viscosità turbolenta* ν_t , definita come il prodotto tra una scala di lunghezza l^* e una scala di velocità u^*

$$\nu_t \sim u^* l^* \quad (3.5)$$

Su cui si basa il *Modello ad un'equazione di Spalart-Allmaras*, argomento del prossimo paragrafo [17]

- Calcolo diretto degli sforzi attraverso la risoluzione di equazioni relative alle componenti del tensore stesso [16]

3.2 Modello di turbolenza Spalart-Allmaras

Il modello di turbolenza implementato all'interno del solutore adottato per la simulazione dei casi test analizzati è il *Modello ad un'equazione Negative Spalart-Allmaras* [9], che si basa sull'ipotesi di *Boussinesq*, secondo cui è possibile individuare una relazione di proporzionalità tra gli sforzi viscosi di Reynolds e la viscosità turbolenta.

Basandosi su tali ipotesi la relazione di proporzionalità tra gli sforzi viscosi di Reynolds e la viscosità turbolenta è espressa dall'equazione [9]:

$$-\overline{u_i u_j} = 2\nu_t S_{ij} \quad (3.6)$$

Con

$$\bullet \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{tensore della velocità di deformazione;} \quad (3.7)$$

Spalart e Allmaras elaborano un'analisi matematica supportata da considerazioni sperimentali che portò alla formulazione dell'equazione di trasporto per la viscosità turbolenta espressa in relazione ai termini di produzione, distruzione e diffusione [17].

Per l'analisi e la formulazione del *modello Spalart-Allmaras* nel dettaglio si rimanda all'articolo *P. R. Spalart et al.* [17]. Nel seguente paragrafo viene, invece, esposto il metodo *Negative Spalart-Allmaras* derivato che è implementato nel solutore *Immerflow*.

3.2.1 Modello Negative Spalart-Allmaras

Il modello *Negative-Spalart-Allmaras* venne introdotto per risolvere problematiche relative all'ottenimento di risultati indesiderati nelle zone in prossimità di scie o undershoots al confine dello strato limite dovuti alla discretizzazione delle equazioni di governo, o a causa di valori negativi della vorticità modificata, indicata con \tilde{S} [9].

3.2.1.1 Modifica del termine \tilde{S}

Nelle situazioni fisiche precedentemente descritte, la vorticità modificata \tilde{S} dovrebbe essere sempre positiva con valori che non scendono mai al di sotto dello $0.3 * \omega$, dove con $\omega = \sqrt{\Omega_{ij}\Omega_{ij}}$ si intende il modulo della vorticità di cui $\Omega_{ij} = \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$ rappresenta il tensore di rotazione [19]. Tuttavia, a causa della discretizzazione, è possibile ottenere dei valori di \tilde{S} nulli o negativi.

Per evitare ciò, si interviene sul termine di vorticità modificata nel caso in cui $\tilde{S} < 0.3S$.

Definendo quindi la funzione [9]

$$\bar{S} = \frac{\tilde{v}}{k^2 d^2} f_{v2} \quad (3.8)$$

Di cui

$$f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}, \quad \chi = \frac{\tilde{v}}{\nu}, \quad f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3}, \quad c_{v1} = 7.1 \quad [19] \quad (3.9)$$

Si procede alla seguente modifica del valore della vorticità modificata

$$\tilde{S} = \begin{cases} \omega + \bar{S} & \bar{S} \geq -c_{v2}\omega \\ \omega + \frac{\omega(c_{v2}^2\omega + c_{v3}^2\bar{S})}{(c_{v3} - 2c_{v2})\omega - \bar{S}} & \bar{S} < -c_{v2}\omega \end{cases} \quad (3.10)$$

Con

- $c_{v2} = 0.7$ costante [19]
- $c_{v3} = 0.9$ costante [19]

Nel grafico sottostante è raffigurata la differenza tra l'andamento di \tilde{S} e \bar{S} [9]

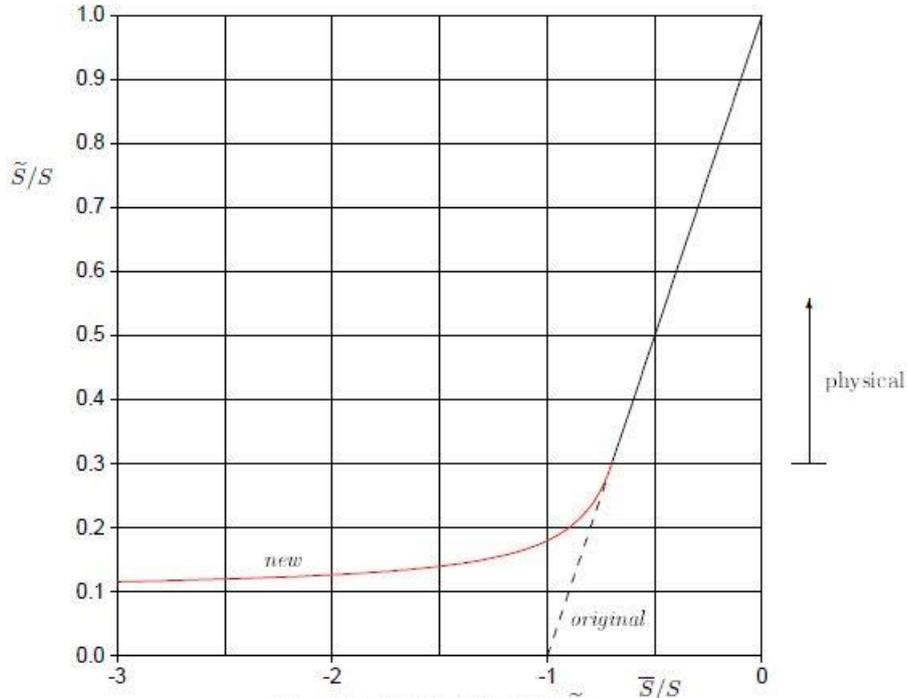


Figura 3.1: Grafico rappresentante il confronto tra l'andamento della vorticità modificata nel modello Negative S-A e l'andamento della vorticità modificata originale [9]

3.2.1.2 Equazione di Trasporto per la Viscosità Turbolenta

Si cerca di formulare quindi un modello delle S-A per $\tilde{\nu} < 0$.

Si considera il modello *Negative Spalart-Allmaras* scritto in forma generale nel caso incomprimibile [9]:

$$\frac{D\tilde{\nu}}{Dt} = P_n - D_n + \frac{1}{\sigma} \nabla \cdot [(\nu + \tilde{\nu}f_n)\nabla\tilde{\nu}] + \frac{c_{b2}}{\sigma} (\nabla\tilde{\nu})^2 \quad (3.11)$$

Con σ =numero di Prandtl turbolento [16] e c_{b2} =costante empirica [19].

Nell'equazione 3.11 i termini di produzione P_n , distruzione D_n e il coefficiente di diffusione $(\nu + \tilde{\nu}f_n)$, dove $f_n(\chi)$ ne rappresenta una modifica, vengono definiti rispettando le proprietà elencate di seguito [9]:

- La formulazione delle *S-A* per $\tilde{\nu} \geq 0$ resta immutata;
- Valori negativi di $\tilde{\nu}$ producono una viscosità turbolenta nulla;
- Le funzioni *PDE* sono di classe C^1 in $\tilde{\nu}$ con $\tilde{\nu} = 0$;
- Il modello *Negative S-A* è stabile dal punto di vista dell'energia;
- La soluzione analitica del modello *Negative S-A* è non negativa, date condizioni al contorno/iniziali non negative;

Per la continuità C^1 per $\tilde{\nu} = 0$, si ricavano i termini di *Produzione – Distruzione – Coefficienti Diffusivi* [9]:

$$P_n|_0 = D_n|_0 = 0; \quad \frac{\partial P_n}{\partial \tilde{\nu}}|_0 = c_{b1}(1 - c_{t3})S; \quad \frac{\partial D_n}{\partial \tilde{\nu}}|_0 = 0; \quad f_n(0) = 1; \quad \frac{\partial f_n}{\partial \chi}|_0 = 0$$

L'equazione di trasporto dell'energia è data da [9]:

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{2} \tilde{\nu}^2 \right) &= \tilde{\nu} \left\{ P_n - D_n + \frac{1}{\sigma} \nabla \cdot [(\nu + \tilde{\nu}f_n) \nabla \tilde{\nu}] + \frac{c_{b2}}{\sigma} (\nabla \tilde{\nu})^2 \right\} \\ &= \tilde{\nu} (P_n - D_n) + \frac{1}{\sigma} \nabla \cdot \left[(\nu + \tilde{\nu}) \nabla \left(\frac{1}{2} \tilde{\nu}^2 \right) \right] - \frac{1}{\sigma} [\nu + \tilde{\nu}(f_n - c_{b2})] (\nabla \tilde{\nu})^2 \end{aligned} \quad (3.12)$$

La cui stabilità viene ottenuta considerando

$$P_n - D_n \geq 0; \quad 1 + \chi(f_n - c_{b2}) \geq 0 \quad (3.13)$$

Considerando quale la soluzione non può essere negativa, si ricava che in $\tilde{\nu} = 0$

$$P_n - D_n + \frac{1}{\sigma} (\nu + \tilde{\nu}f_n) \nabla^2 \tilde{\nu} = 0 \quad (3.14)$$

Che implica

$$P_n - D_n \geq 0 \rightarrow 1 + \chi f_n \geq 0 \quad (3.15)$$

Tenendo in considerazione quanto riportato sopra, si è in grado di ricavare il Coefficiente di Diffusione e i termini di Produzione – Distruzione che appaiono all'interno del modello

Negative S-A.

Per il coefficiente di diffusione, per il quale si chiede che per valori negativi di χ si abbia $f_n \leq 0$ con $-1 \leq f_n \leq 0$, si ricava

$$f_n = \frac{c_{n1} + \chi^3}{c_{n1} - \chi^3} \quad (3.16)$$

Con $c_{n1} = 16$: per $c_{n1} = 16.46$ si ottiene il primo coefficiente di diffusione negativa [9].

Per il termine di *Produzione*, considerando la continuità C^1 e differenziando in \tilde{v} e valutando per $\tilde{v} = 0$, si ottiene

$$P_n = c_{b1}(1 - c_{t3})S\tilde{v}, \quad c_{t3} = 1.1 \quad (3.17)$$

Per il termine di *Distruzione*, avendo definito che la differenza $P_n - D_n$ deve essere positiva [9], partendo dalla continuità C^1 e verificando che la derivata del termine di distruzione è nulla in $\tilde{v} = 0$, si ricava

$$D_n = -c_{w1} \left[\frac{\tilde{v}}{d} \right]^2 \quad (3.18)$$

In cui c_{w1} è una costante ricavata imponendo l'equilibrio tra coefficiente di produzione – distruzione e diffusione e d rappresenta la distanza da parete.

L'equazione di trasporto nel caso di modello *Negative S-A* risulta essere [9]:

$$\frac{D\tilde{v}}{Dt} = c_{b1}(1 - c_{t3})S\tilde{v} + c_{w1} \left(\frac{\tilde{v}}{d} \right)^2 + \frac{1}{\sigma} \nabla \cdot \left[\left(\nu + \tilde{v} \frac{c_{n1} + \chi^3}{c_{n1} - \chi^3} \right) \nabla \tilde{v} \right] + \frac{c_{b2}}{\sigma} (\nabla \tilde{v})^2 \quad (3.19)$$

Capitolo 4: Solutore Immerflow

In questo capitolo vengono esposte le caratteristiche del solutore *Immerflow*. Si analizzerà il modo in cui viene trattato l'*Immersed-Boundary* all'interno del dominio. Verrà fornita un'analisi sul modo in cui viene prodotta la griglia di calcolo attraverso l'utilizzo delle griglie *Quadtree/Octree* ed infine si procederà all'esposizione degli elementi fondamentali per lo sviluppo di un test-case comprendenti *ControlDict.dat – Geometry – files.xml*. Verrà infine presentata, a titolo di esempio, una delle simulazioni preliminari effettuate in campo inviscido supersonico svolte per comprendere il modus operandi del solutore.

4.1 Caratteristiche generali Immerflow

Il solutore **IMMERFLOW** è stato sviluppato da *OPTIMAD Engineering Srl*: si tratta di un solutore fluidodinamico per flussi comprimibili e non, che pone le sue basi sulle caratteristiche del *Metodo Immersed-Boundary*, descritto nel secondo capitolo [10].

Il codice, basato sulla discretizzazione ai volumi finiti [6] è al secondo ordine in spazio. Per la ricostruzione all'interfaccia delle celle delle variabili primitive, viene utilizzato lo schema MUSCL-2 [20], la cui introduzione impone la presenza di un limitatore. Viene dunque introdotto il *limiter modified-Venkatakrishnan* con possibilità di variare la costante $K \in [0,1]$ che ne definisce il livello di limitazione: in riferimento all'articolo *V. Venkatakrishnan* [21], valori di $K=0$ indicano la condizione di massima limitazione mentre valori di $K>0$ rendono il flusso meno smooth.

Per il calcolo dei flussi convettivi alle interfacce delle celle viene risolto il *problema di Riemann*, problema ai valori iniziali per la risoluzione di campi fluidodinamici, soggetto ad una condizione iniziale costituita da un salto delle variabili tra due stati con distribuzione uniforme a sinistra e a destra della discontinuità [22].

Per il calcolo dei flussi convettivi all'interfaccia solido-fluida, il problema di Riemann viene imposto utilizzando a sinistra lo stato proveniente dalle celle fluide e a destra uno stato ricostruito a partire dalla condizione al contorno imposta sul corpo.

Il solutore di Riemann utilizzato in Immerflow è il solutore **AUSM** descritto nell'articolo di M. S, Liou et al [23].

Il solutore *Immerflow* si appoggia alla libreria **BITPIT**, libreria open source sviluppata anche essa dalla *OPTIMAD Engineering Srl* [24].

I files necessari da inserire all'interno della cartella in cui verrà simulato il test-case sono i seguenti:

- *ControlDict.dat*: file .dat contenente tutte le caratteristiche e i requisiti del caso in esame;
- *Files.xml (solids.xml – liquid.xml – gases.xml)* contenenti le caratteristiche del fluido inserito nel *ControlDict*;
- Cartella *Geometry* contenente la geometria del corpo da simulare

Si approfondiranno le caratteristiche dei files dediti alla simulazione nel paragrafo 4.4.

4.2 Level Set Function

Il concetto di *Level Set Function* viene introdotto con lo scopo di valutare la distanza da parete nelle celle fluide: viene quindi introdotta una funzione della distanza che consenta di ottenere l'informazione relativa alla distanza, utilizzata nella risoluzione delle *R.A.N.S.* Il metodo, ideato da *Osher e Sethian* [25], si basa sull'introduzione di una funzione implicita $\varphi(x)$ definita come la

distanza segnata dal corpo. La funzione è riportata in 4.1

$$\varphi(x) = \begin{cases} \text{dist}_{\Sigma}(x) & \text{all'esterno del corpo} \\ -\text{dist}_{\Sigma}(x) & \text{all'interno del corpo} \\ 0 & \text{a parete} \end{cases} \quad (4.1)$$

Una sua applicazione viene visualizzata in *fig. 4.1*.

Un'importante proprietà della *level set function* afferma che il gradiente della funzione rappresenta il vettore normale all'isolinea di φ passante per x permettendo di calcolare i valori delle normali [10] come riportato in equazione 4.2.

$$n(x) = \nabla\varphi(x) \quad (4.2)$$

Il metodo Level Set risulta essere particolarmente utile in simulazioni in cui si ha la presenza di corpi in movimento rigido o di superfici deformabili.

Un esempio applicativo del metodo Level Set è riportato in *fig. 4.1*.

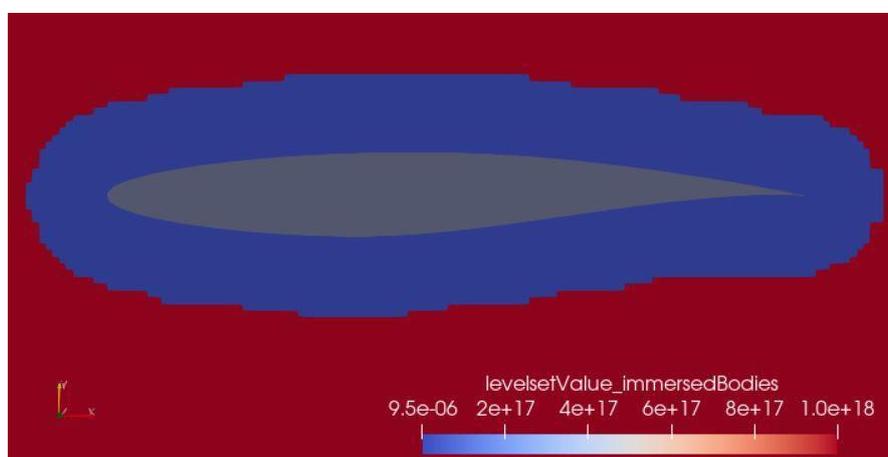


Figura 4.1: Esempio di Level-Set su RAE-2822

4.3 Equazioni di Governo e discretizzazione

A partire dalle Equazioni di *Navier-Stokes*, la cui formulazione è riportata in [35], è possibile definire la discretizzazione spaziale seguendo il ragionamento qui riportato.

Detti $i - j$ gli indici di cella di una mesh rettangolare distanziati di un valore pari a Δx e Δy rispettivamente lungo le direzioni x e y , si definiscono:

- W il vettore delle variabili conservative;
- $F^x(W)$, $F^y(W)$ i vettori dei flussi convettivi nelle direzioni x e y .
- $V^x(W)$, $V^y(W)$ i vettori dei flussi viscosi nelle direzioni x e y .

A titolo di esempio la nostra attenzione si sofferma sulla discretizzazione applicata ai flussi convettivi. Si possono riscrivere le equazioni nella forma integrale:

$$\int_V \frac{\partial W}{\partial t} dV + \int_S F \cdot ndS = 0 \quad (4.3)$$

La cui risoluzione attraverso schema ai volumi finiti [6] su una griglia con nodi distanziati di Δx e Δy , risulta essere:

$$\frac{dW_{ij}}{dt} + \frac{1}{\Delta x} \left(F_{i+\frac{1}{2},j}^x - F_{i-\frac{1}{2},j}^x \right) + \frac{1}{\Delta y} \left(F_{i,j+\frac{1}{2}}^y - F_{i,j-\frac{1}{2}}^y \right) = 0 \quad (4.4)$$

Dove

- W_{ij} rappresenta i valori medi delle variabili conservative sulla cella considerata;
- $F_{i+\frac{1}{2},j}^x$ rappresenta la media numerica dei flussi lungo x a destra della cella;
- $F_{i+\frac{1}{2},j}^x \approx F_-^x + \int_{W_-}^{W_+} A_-^x(W) dW$ è l'*Integrale di Osher* in cui W_- , W_+ rappresentano i valori di W a sinistra e a destra dell'interfaccia ricavati attraverso la ricostruzione *MUSCL* [20];
- $A_-^x(W)$ rappresenta la parte negativa di $A_x(W) = \frac{\partial F^x}{\partial W}$

Immerflow permette all'utente di scegliere schemi di integrazione in tempo *Espliciti* (schema di *Runge-Kutta*) ed *Impliciti* (*Backword Euler* con linearizzazione).

Si denotano con \mathcal{W} le medie di cella delle incognite conservative ad un determinato step temporale. Detto \mathcal{W}^n il valore delle variabili mediate al passo n , lo schema di *Runge-Kutta* [7] al secondo ordine viene definito da:

$$\begin{aligned} \mathcal{W}^{(1)} &= \mathcal{W}^n - \Delta t F(\mathcal{W}^n) \\ \mathcal{W}^{n+1} &= \mathcal{W}^n - \frac{\Delta t}{2} (F(\mathcal{W}^n) + F(\mathcal{W}^{(1)})) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Il secondo membro dell'equazione semi-discretizzata rappresenta un vettore non lineare funzione della media delle variabili conservative, $-F(\mathcal{W})$.

Successivamente è stato implementato anche il metodo di *Eulero Implicito* [7], utilizzato per le simulazioni di questo lavoro di tesi.

In riferimento alle grandezze precedentemente descritte, in generale lo schema di *Eulero Implicito* risulta [7]

$$W_{n+1} = W_n + \frac{t_{fin} - t_{in}}{N} F(W_{n+1}) \quad (4.6)$$

Dove $t_{fin} - t_{in}$ rappresenta l'intervallo temporale mentre N rappresenta il numero di suddivisioni di tale intervallo.

All'interno di *Immerflow* $F(W_{n+1})$ viene linearizzato nell'intorno di W_n . Il sistema lineare risultante viene risolto attraverso l'utilizzo della libreria **PETSc** con solutore GMRES con preconditionatore AMG [26].

4.4 Generazione Griglia

Per la realizzazione della griglia computazionale si fa riferimento al modulo di **BITPIT**, **VOLOCTREE** [26], implementato per generare griglie di tipo *Quadtree* o *Octree* nei casi rispettivamente *bidimensionali* e *tridimensionali* [27]

Il nome *Quadtree/Octree* deriva dal fatto che, nella generazione della griglia computazionale ciascun elemento *parent* viene diviso in otto ottanti *children* (esempio *fig. 4.2* caso 3D: cella madre rappresentata in bianco) si suddivide, nel caso tridimensionale, in otto celle figlie (da cui il nome *Octree*), o, in quello bidimensionale, in quattro celle figlie (da cui il nome *Quadtree*), le quali a loro volta si suddividono ulteriormente in *otto/quattro* celle e così via finché non si raggiunge il grado di raffinamento richiesto dall'utente.

L'elemento di partenza rappresentante il dominio è un elemento regolare e isotropo, un quadrato nel bidimensionale e un cubo nel tridimensionale.

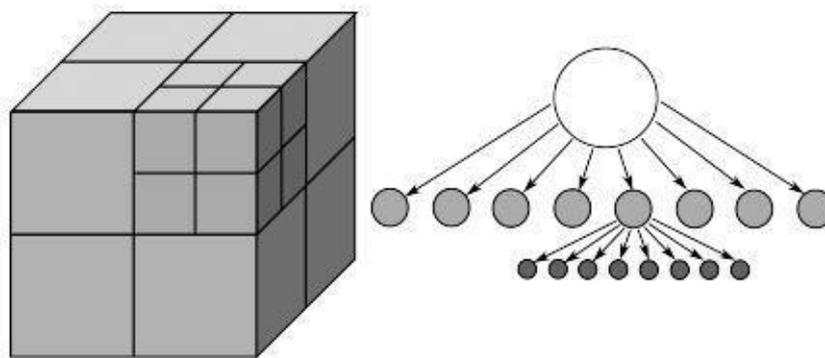


Figura 4.2: Esempio di albero di dipendenza griglia Octree [27]

Per spiegare il modo in cui vengono costruite le griglie *Quadtree/Octree* si guarda alla *fig. 4.5* che fa riferimento alla generazione della griglia *quadtree*.

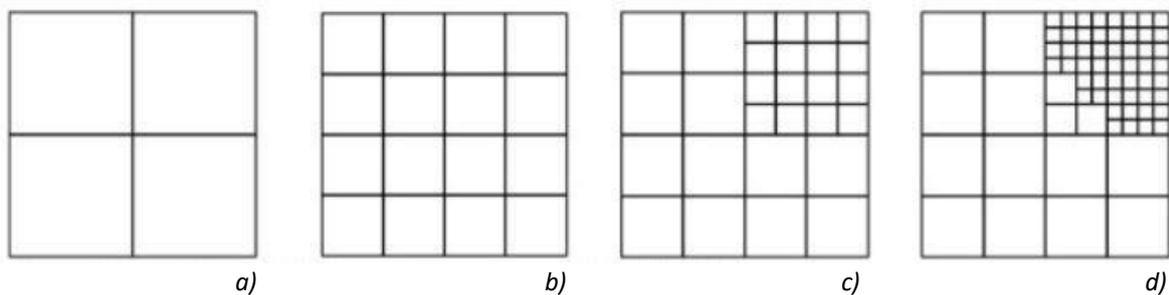


Figura 4.3: Esempio di generazione della griglia Quadtree a partire dalla suddivisione del campo computazionale iniziale fino al raffinamento particolare [27].

La fig. 4.3 mostra gli step che vengono seguiti per la suddivisione del dominio di calcolo in celle computazionali.

L'idea base consiste nel suddividere l'intero dominio di calcolo in quadranti (quattro come mostrato nella fig. 4.3a). Successivamente, in base ai requisiti richiesti dall'utente ogni cella viene suddivisa iterativamente sino al raggiungimento delle richieste iniziali.

La zona di transizione della mesh tra una taglia e l'altra può essere estesa garantendo un gradiente del taglio di cella scelto dall'utente attraverso il parametro *max_grad*, compreso tra (0:1) e presente all'interno del ControlDict.dat.

Il numero massimo di livelli di raffinamento possibili è pari a 20. In *Immerflow* viene imposto un vincolo, detto *Bilanciamento*, 2:1 per cui due celle non possono essere in rapporto di taglia superiore a 2. Ciò garantisce una certa robustezza agli schemi di discretizzazione.

Per evitare che le ricostruzioni impazziscano introduco gli effetti del limitatore

4.5 Cartella di Simulazione

In questo paragrafo verranno analizzate brevemente i principali files di input (*ControlDict.dat* – file *.xml* – *geometria*).

4.5.1 Geometria

All'interno della cartella di simulazione del caso test si trova la sottocartella *Geometry* contenente la geometria del corpo da ricreare: il formato della geometria del corpo all'interno della cartella può essere di due tipi a seconda delle dimensioni del corpo:

- bidimensionale: *formato .dgf* [28]
- tridimensionale: *formato .stl* [29]

Di seguito si analizzano brevemente le caratteristiche di entrambi i formati.

4.5.1.1 File *.dgf*

Nel caso bidimensionale la geometria fornita al solutore viene data in formato *.dgf*. Tale tipologia di formato prevede la rappresentazione del corpo tramite l'utilizzo di due tabelle.

La prima tabella, *VERTEX*, contiene le coppie di coordinate (x, y) relative al corpo in esame: si può

vedere un esempio in *fig. 4.4*

```

VERTEX
0.5 0.75
0.499563667909 0.749999619228
0.499127337146 0.749998476914
0.498691009042 0.749996573062

```

Figura 4.4: Estratto della Tabella VERTEX contenente le coordinate di punti che descrivono la geometria di un cilindro

Il verso di percorrenza con cui vengono scritte le coordinate all'interno della tabella VERTEX determina il verso delle normali del corpo, ad esempio un verso antiorario indica le normali uscenti. La seconda tabella *SIMPLEX*, presente al di sotto della tabella VERTEX, contiene all'interno i collegamenti tra le varie coordinate, indicate con indici interi positivi, riferiti alla corrispondente riga della tabella VERTEX.

```

#
SIMPLEX
0 1
1 2
2 3

```

Figura 4.5: Estratto della Tabella SIMPLEX contenente le relazioni tra le varie coppie di coordinate

A titolo d'esempio, la prima riga (0 – 1) indica la relazione tra la coppia di coordinate scritte in posizione 0 nella tabella VERTEX e quella in posizione 1: ciò si traduce nella generazione di un segmento tra le due coordinate. In tal modo il solutore è in grado di ricostruire la geometria del corpo. L'ultima riga della tabella SIMPLEX deve contenere il collegamento tra l'ultima e la prima coordinata: ipotizzando 3600 coppie di coordinate, nella tabella SIMPLEX l'ultima riga deve essere del tipo 3599 – 0 in modo da poter generare un corpo chiuso.

```

3599 0
#

```

Figura 4.6: Esempio ultima riga tabella SIMPLEX che mostra la relazione tra l'ultima coordinata e la prima

4.5.1.2 File .stl

Nel caso di corpi tridimensionali, il formato accettato dal solutore è del tipo *.stl*: questo tipo di formato può essere esportato da qualsiasi software CAD. La geometria di esempio, raffigurata in *fig. 4.7*, è stata ricavata utilizzando **Blender** [30] a cui poi è stata applicata una mesh triangolare sulla superficie

utilizzando triangoli quanto più conformi possibili tramite il software *SolidWorks* [31]. Nella generazione dei corpi in formato *.stl* risulta di fondamentale la chiusura stagna dei corpi e l'assenza di doppie pelli.

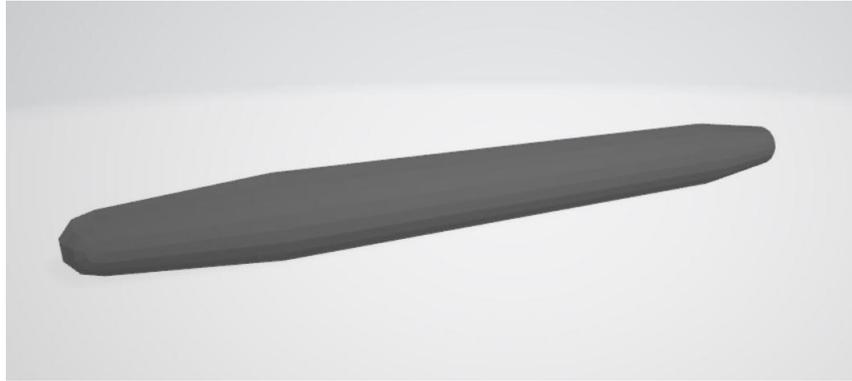


Figura 4.7: Esempio corpo in geometria tridimensionale in formato *.stl*

4.5.2 *ControlDict.dat*

Il *ControlDict.dat* è un file *.dat* suddiviso in otto parti principali:

- **Solver settings**
All'interno del quale si trovano le sezioni:
 - *Global*: in cui vengono settate le condizioni del solutore per la simulazione del test in esame;
 - *Normalization*: vengono inseriti i valori di *temperatura* – *pressione* – *densità* – *conduttività* – *viscosità* per la normalizzazione delle grandezze in output;
 - *Time Integration Setting*: in cui viene specificato l'ordine e il metodo di integrazione temporale adottato e la condizione di *CFL* da imporre – costante o crescente tramite rampa [9];
 - *Solver Setting*: in cui viene settato l'ordine e lo schema numerico scelto per la discretizzazione e risoluzione del dominio computazionale;
- **Stopping criteria**
Vengono definiti i criteri di stop per la conclusione del test.
- **Fluid setting**
Viene settato il tipo di fluido e il modello di fluido adottato; le grandezze relative al fluido si trovano all'interno di alcuni file *.xml* che devono necessariamente essere presenti all'interno della cartella in cui si trova il *ControlDict.dat*.
- **Geometry settings**
Definisce la geometria del corpo e ne assegna il nome e le condizioni al contorno.
- **Test Case Settings:**
Vengono inizializzati i parametri e le condizioni in cui viene effettuata la simulazione:

- Vengono introdotti e inizializzati i valori delle grandezze del fluido;
 - Vengono inserite le condizioni di *free-stream* relative al campo all'infinito;
 - Viene introdotta una lista delle condizioni al contorno richieste dalla simulazione.
- **Mesh Settings**
 - Viene definita la dimensione del dominio computazionale (in metri) e ne viene imposta l'origine. Vengono definite le condizioni al contorno per ogni bordo del campo computazionale, rispettivamente definiti come *South – North – East – West* nel caso bidimensionale a cui si aggiungono anche i contorni *Front – Back* nel caso tridimensionale;
 - Vengono imposti i requisiti di generazione della griglia sia a livello globale (in un driver dedicato definito */GLOBAL*) che a livello locale (driver */BODY*) e/o di regioni o superfici. Inoltre il solutore *Immerflow* è in grado di definire anche dei */BOX*, ovvero delle zone di dominio computazionale in cui è possibile ottenere un grado di raffinamento della mesh superiore rispetto a quello globale: questo può essere utilizzato ad esempio per una migliore visualizzazione del corpo all'interno del dominio.
 - **Output Settings**

Vengono definiti gli *Output*. Attraverso dei driver è possibile stabilire il numero di iterazioni dopo il quale vengono stampati i risultati a schermo. I risultati vengono trascritti in un unico file *background_solver_solution* utilizzato per la visualizzazione del campo su *ParaView*.
Tra i file di *Output* si ottengono anche:

 - File *background_solver_convergence.csv* relativo al valore dei residui di continuità, quantità di moto lungo le tre direzioni ed energia;
 - File *immerflow.b*.log* contenente informazioni relative al pre-processing alla computazione e un sommario delle performance complessive;
 - File *immersed_body_*.vtu* in cui è presente la geometria del corpo visualizzabile all'interno dei software di visualizzazione quale *Paraview*;

In *Immerflow* si ha la possibilità di trascrivere i campi su una superficie o su un boundaries. Su queste stesse geometrie si ha la possibilità di calcolare massimi – minimi – medie e integrali dei campi fluidodinamici o di particolari grandezze di interesse, quale ad esempio il coefficiente d'attrito a parete.
 - **Restart Settings:**

In questa sezione si ha la possibilità di inserire i file di *dump*, ovvero dei file *.vtu* che vengono scritti dopo un certo numero di iterazioni, definite dall'utente, e che consentono di far ripartire il test da una determinata iterazione evitando ogni volta di far ricominciare i test dall'iterazione zero nel caso di malfunzionamenti o per attività di troubleshooting.

4.5.3 Files .xml

Sono presenti infine anche dei files in formato *.xml*, *solids.xml – liquid.xml – gases.xml*, all'interno dei quali sono contenute le costanti e le caratteristiche dei fluidi letti dal *ControlDict.dat*.

4.6 Simulazione preliminare

Viene riportata, a titolo di esempio, una delle simulazioni svolte in campo inviscido supersonico e subsonico realizzate per un primo approccio al solutore.

Le simulazioni sono state effettuate sulla geometria relativa al *missile LK6E* le cui caratteristiche fanno riferimento a C. Schnepf et al. [32]

La geometria utilizzata, raffigurata in *fig. 4.8*, è stata esportata in formato *.stl* e, tramite l'utilizzo del software *SolidWorks*, ne è stata verificata l'uniformità.

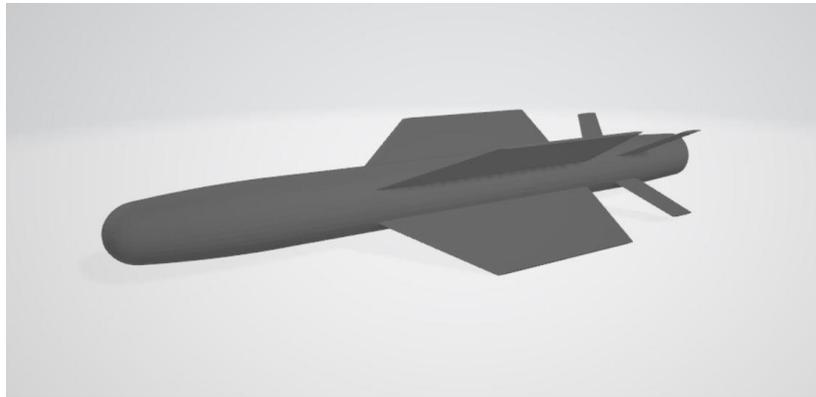


Figura 4.8: Missile LK6E usato per le simulazioni preliminari

A titolo di esempio, si riportano nelle *fig. 4.9 – 4.10 - 4.11* la griglia realizzata e i campi di pressione e di Mach che si sono ottenuti da una delle varie simulazioni effettuate sul missile LK6E.

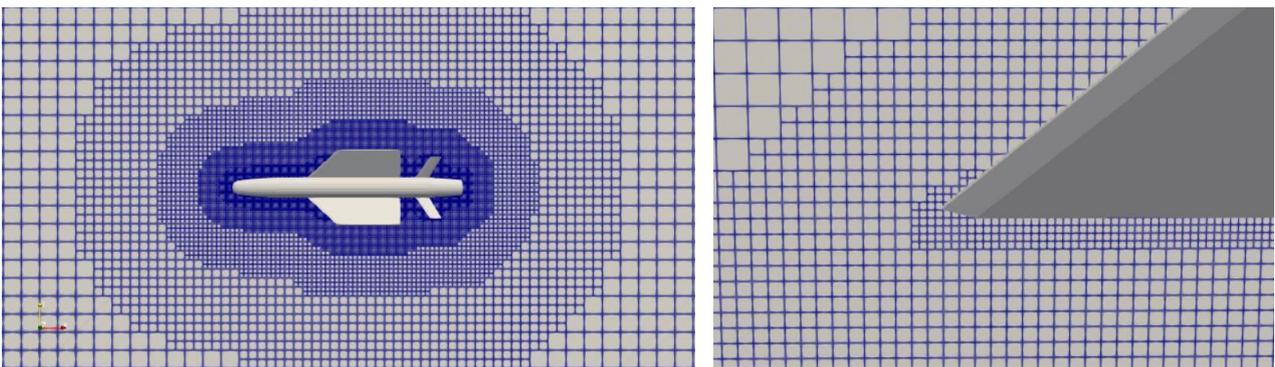


Figura 4.9: Griglia di calcolo ottenuta attorno al missile LK6E con particolare relativo al raffinamento al bordo d'attacco dell'aletta

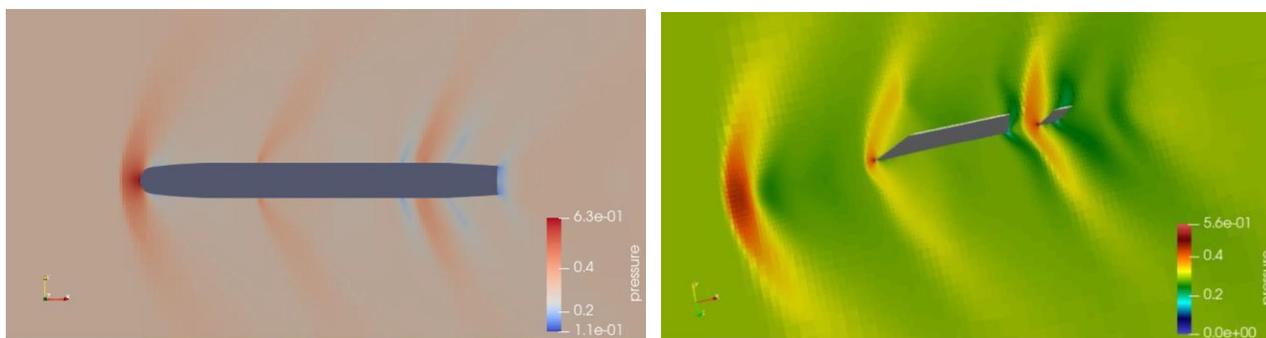


Figura 4.10: Campo di pressione attorno al missile LK6E con particolare relativo al campo in prossimità delle alette

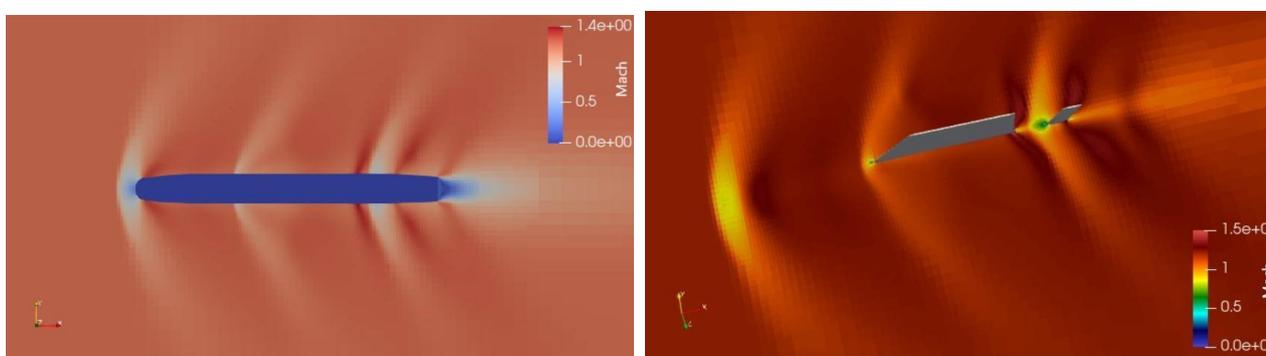


Figura 4.11: Campo di Mach attorno al missile LK6E con particolare relativo al campo in prossimità delle alette

Tali simulazioni sono servite per comprendere al meglio il funzionamento del solutore, come vengono effettivamente realizzate le griglie OCTREE e come ottenere il grado di raffinamento voluto a parete. Queste simulazioni hanno rappresentato il primo approccio al ControlDict.dat, permettendo di capirne le varie sezioni. Grazie ad esse, è stato possibile comprendere come realizzare una simulazione, dall'inserimento della geometria all'inizializzazione delle varie condizioni al contorno. Infine, nonostante non ne sia stata effettuata un'analisi numerica, sono state utili per approcciarsi e prendere dimestichezza con il software *ParaView* [33]

CAPITOLO 5: PLACCA PIANA

In questo capitolo verrà presentata la simulazione del primo test-case – la *Placca Piana 2D* – impiegato per la validazione del *Metodo Immersed-Boundary* in presenza di flussi turbolenti descritti dalle equazioni *R.A.N.S.* nello specifico per la validazione del *Modello di Turbolenza R.A.N.S Negative Spalart-Allmaras*, in presenza di un flusso subsonico con numero di Mach $M = 0.2$ e $Re_{L=1} = 5 * 10^6$ [34].

Il test-case è stato implementato replicando la simulazione della NASA riportata in [11], di cui ne verranno esposte le caratteristiche di base. Quindi, verrà presentato il test-case con *Immerflow*, a partire dalla definizione della geometria, costruzione della griglia e imposizione delle condizioni al contorno.

5.1 Set up Simulazione

Il caso test relativo alla placca piana viene scelto come caso di riferimento base per la validazione del *modello Negative Spalart-Allmaras* poiché rappresenta la condizione di *Immersed-Boundary* più semplice con geometria allineata alla griglia. Si tratta di un caso test in cui viene simulata la presenza di una placca piana con velocità nulla investita da un flusso subsonico ($M = 0.2$) con numero di Reynolds $Re_L = 5 * 10^6$ calcolato con riferimento ad una lunghezza $L = 1$ [m]. La simulazione viene effettuata mediante solutore comprimibile e confrontata con i risultati ottenuti dalla sperimentazione NASA, effettuati attraverso l'utilizzo di solutori comprimibili [11].

In riferimento all'articolo [5], il test analizzato prevede l'utilizzo di un dominio computazionale delle dimensioni di 2.5×1 [m]. All'interno del dominio si ha la presenza di una placca piana delle dimensioni di $L = 2m$ il cui bordo d'attacco viene posto in coordinata (0,0). La placca per NASA viene ipotizzata adiabatica e con velocità nulla mentre per noi viene considerata isoterma in quanto all'interno del solutore non è presente la condizione di adiabaticità. Tuttavia non è un problema poiché, nel momento in cui vengono inizializzate le condizioni al contorno viene imposta una temperatura a parete pari alla temperatura statica del flusso. Sui bordi del dominio vengono imposte le seguenti condizioni al contorno [11]:

- *Inlet*: sul bordo d'ingresso coincidente con il bordo sinistro del campo;
- *Far-field*: sul bordo superiore corrispondente alla condizione di flusso a monte indisturbato;
- *Pressure – outlet*: sul bordo d'uscita coincidente con il bordo destro del campo;
- *Slip – wall*: sul bordo inferiore del dominio computazionale prima del punto d'attacco della placca. Questa condizione viene inserita poiché si ha la necessità di risolvere in campo di pressione a destra e a sinistra del punto d'attacco per la risoluzione del campo al bordo d'attacco;
- *No-slip-isothermal-wall*: sul bordo inferiore coincidente con la placca piana.

Per quanto riguarda le varie condizioni al contorno introdotte verranno analizzate nel dettaglio nel sottoparagrafo 5.2.2.

Quanto descritto precedentemente è riportato in *fig. 5.1* [4]

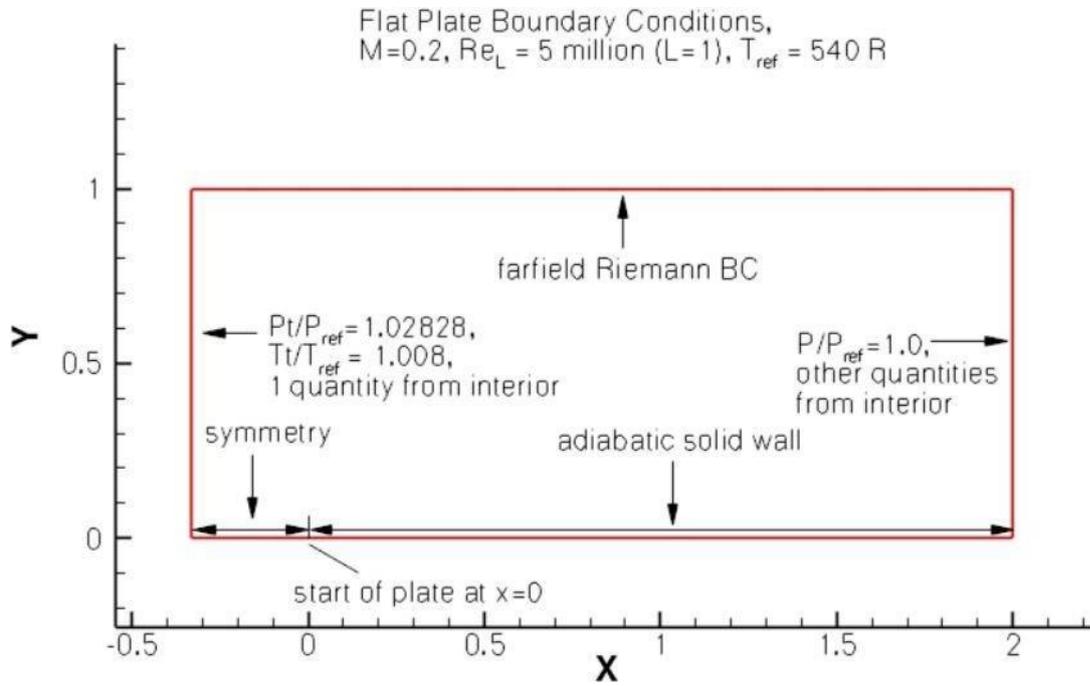


Figura 5.1: Schematizzazione dominio computazionale test case relativo alla placca piana utilizzato da NASA [4]

I valori utilizzati per l'inizializzazione del flusso all'infinito a monte vengono raggruppati nella tabella sottostante. Tali valori verranno utilizzati per l'inizializzazione della condizione di *Far-Field*.

Angolo di incidenza [°]	0
Temperatura [K]	300
Pressione [Pa]	$1.144555 \cdot 10^5$
Velocità [m/s]	69.4448

Tabella 1: Valori di inizializzazione flusso all'infinito

In relazione alla griglia che si vuole realizzare, si riporta a titolo di esempio, la griglia che è stata utilizzata nella simulazione della NASA [5]

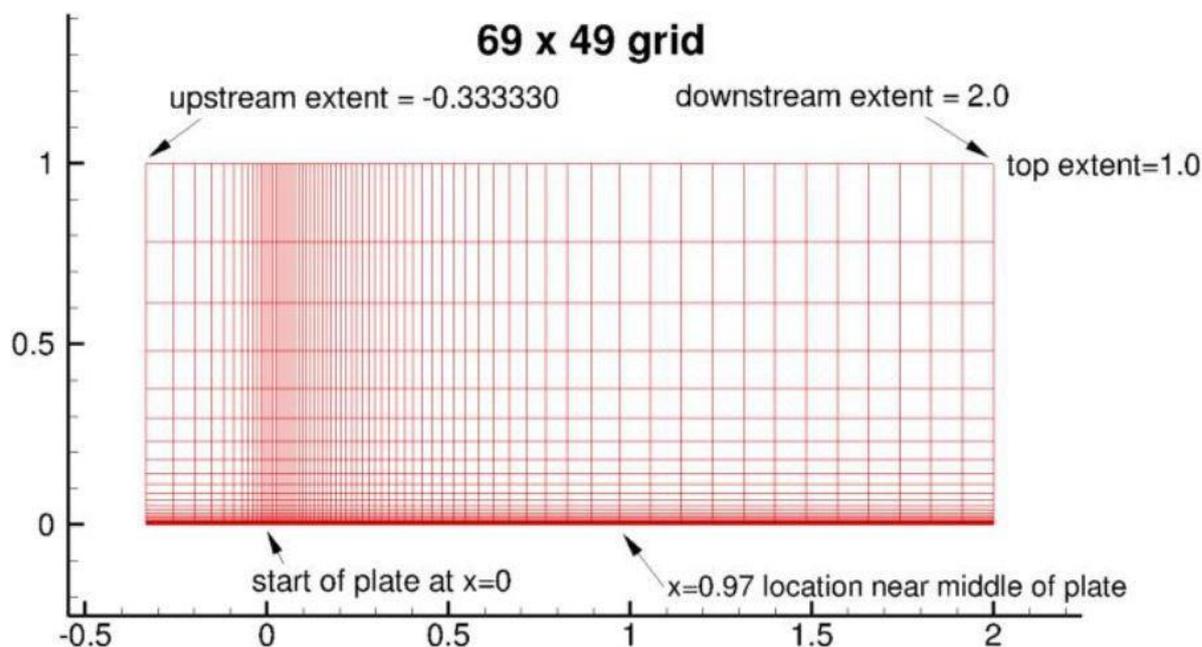


Figura 5.2: Griglia relativa al caso placca piana utilizzata nella simulazione della NASA [5].

Come si può vedere dall'immagine, la griglia presenta un elevato stretch, passando da dimensioni di 0.02 [m] lontano a parete fino a realizzare celle a parete dello spessore tra i $10^{-5} \div 10^{-6}$ [m]. Il grado di raffinamento delle celle a parete viene scelto al fine di poter consentire un valore di $y^+ = 1$ nel primo centro cella, come descritto in [35]

5.2 Implementazione Simulazione

Per l'implementazione della simulazione precedentemente descritta sul solutore *Immerflow* si fa riferimento ai valori riportati in *tab. 1* e alle dimensioni della placca descritte in *fig. 5.2*.

La simulazione è stata effettuata in condizioni implicite, attraverso l'utilizzo del *Metodo di Eulero Implicito* al primo ordine [7]

La simulazione è stata implementata seguendo gli step elencati di seguito, oggetto dei prossimi paragrafi:

- Generazione della placca;
- Generazione della griglia QUADTREE associata al dominio computazionale con rispetto del vincolo $y^+ = 1$ relativo alla scelta delle dimensioni della griglia a parete;
- Inizializzazione delle variabili di flusso all'infinito a monte e inizializzazione delle condizioni al contorno con calcolo della viscosità turbolenta;
- Simulazione con schema di integrazione temporale implicito;
- Analisi dei risultati e confronto tra questi e quelli relativi alla simulazione NASA [11].

5.2.1 Geometria Placca Piana e Griglia QUADTREE

Come descritto nel *capitolo 4*, il solutore *Immerflow* accetta, nel caso bidimensionale, le geometrie dei corpi bidimensionali in formato *.dgf*.

Per la generazione della geometria associata alla placca si è tenuto conto delle dimensioni riportate in *fig. 5.2*. La geometria visualizzata all'interno del solutore risulta essere un rettangolo, per semplicità definito *Channel* nel *ControlDict.dat*, in cui il lato inferiore coincide con la coordinata $y = 0$ all'interno della griglia, mentre i lati superiore, destro e sinistro, escono fuori dal dominio computazionale.

Si presta particolare attenzione alla generazione del lato inferiore: come si può evincere in *fig. 5.2* questo deve essere suddiviso in due segmenti al fine di ricreare due condizioni differenti: dalla coordinata $(-0.5, 0)$ fino a $(0, 0)$ la condizione di *slip-wall*, mentre dalla coordinata $(0, 0)$ fino a $(2, 0)$ si ha la placca vera e propria con velocità nulla in condizione di *no-slip-isothermal wall*.

La cartella *Geometry* consta quindi di 5 files *.dgf*:

- *Part0slip.dgf* fa riferimento alle coordinate $(-0.5, 0) - (0, 0)$ del lato inferiore;
- *Part1inlet.dgf* fa riferimento al lato sinistro;
- *Part2top.dgf* fa riferimento al lato superiore;
- *Part3outlet.dgf* fa riferimento al lato;
- *Part4noslip.dgf* fa riferimento alle coordinate $(0, 0) - (2, 0)$ del lato inferiore che riproduce la placca piana.

In *fig. 5.3* si riportano le coordinate relative alle varie parti elencate

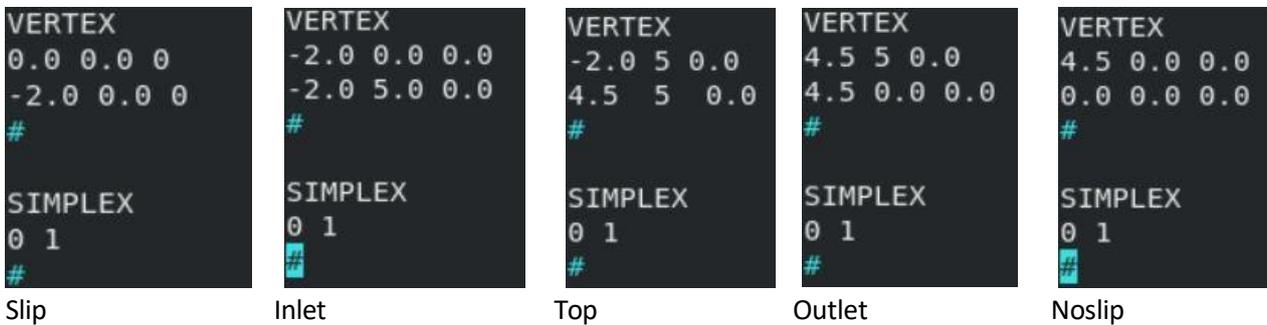


Figura 5.3: Coordinate relative alle sezioni che formano la placca piana

La lettura dei 5 files all'interno del solutore genera la geometria richiesta per la simulazione, come riportato in *fig.5.4*.

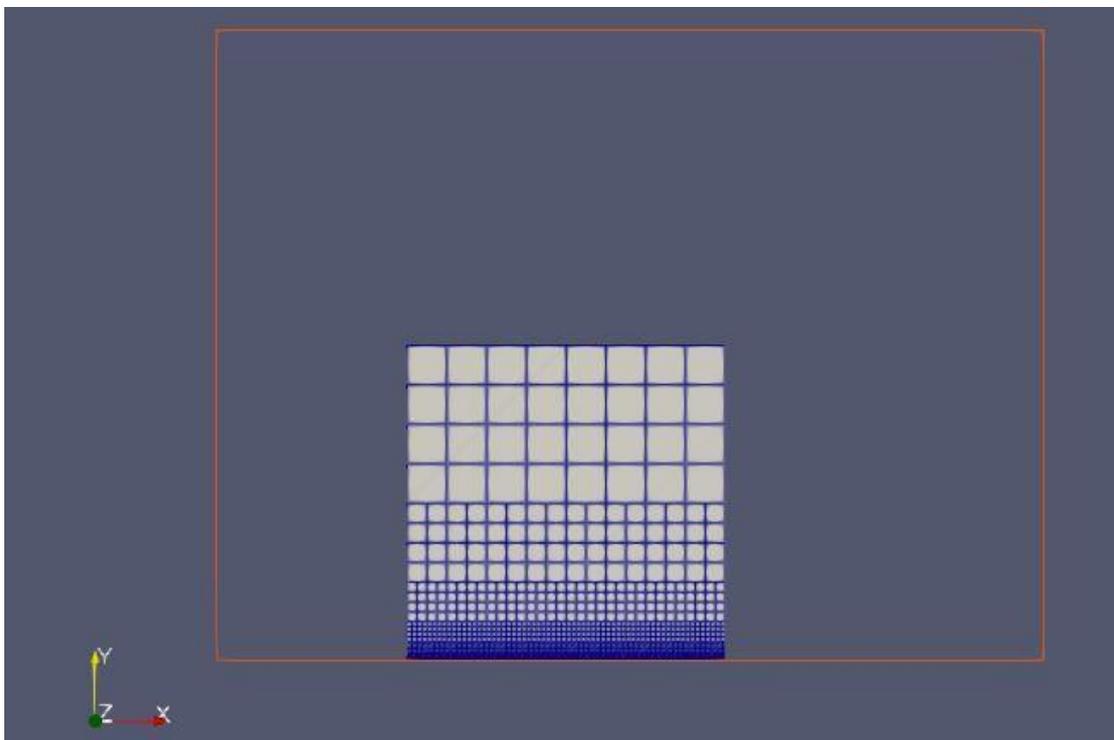


Figura 5.4: Confronto tra le dimensioni di griglia e le dimensioni del canale generato per la simulazione della placca piana

Dopo aver generato la geometria della placca, è stata generata la griglia computazionale e, al fine di ottenere un valore di $y^+ = 1$ nel primo centro cella, si è scelto il grado di raffinamento a parete tale da consentire la corretta risoluzione del campo fluidodinamico associato alla simulazione in esame. Quindi si passa alla compilazione della parte del *ControlDict.dat*, sezione “*Mesh Settings*” relativa alla griglia QUADTREE. In questo primo momento si trascura l’imposizione delle condizioni a contorno, aspetto che verrà ripreso in seguito.

Facendo riferimento alla *fig. 5.2* e tenendo conto che in *Immerflow* il dominio computazionale è definito da un elemento regolare e isotropo (*paragrafo 4.4*), le dimensioni del suddetto sono pari a 2.5×2.5 [m] la cui origine viene imposta in posizione $(-0.5, -0.000038)$: la coordinata in y è stata scelta pari a -0.000038 al fine di avere almeno una fila di celle al di sotto della placca piana all’interno del dominio computazionale.

Dopo aver definito le dimensioni del campo computazionale si procede alla generazione della griglia QUADTREE e alla scelta del grado di raffinamento sul corpo.

Si deve quindi procedere alla compilazione dei seguenti campi:

- In *Generation*
 - *Max grad*: che sta ad indicare il gradiente massimo di taglio di cella;
- Nel driver *Global* vengono definite le caratteristiche e le dimensioni globali del dominio:
 - *Minimum_cell_size*: che sta ad indicare la dimensione minima di cella ottenibile all’interno del dominio computazionale;

- *Maximum_cell_size*: che sta ad indicare la dimensione massima di cella raggiungibile consentita dal driver;
- Nel driver *Body* viene definito il grado di raffinamento della griglia sul corpo attraverso:
 - *Minimum_cell_size*: definisce la dimensione di cella minima che si vuole ottenere per il raffinamento sul corpo;
 - *Maximum_cell_size*: definisce la dimensione di cella massima che si vuole ottenere per il raffinamento sul corpo;
 - *Distance_policy*: definisce la *modalità* con cui viene settato il raffinamento da parete;
 - *Distance_value*: definisce il valore di distanza da parete entro la quale viene garantito il raffinamento;

Si procede quindi alla scelta dei valori necessari per lo sviluppo della griglia di calcolo. L'attenzione si concentra dunque sul driver **/BODY** relativo al raffinamento a parete.

Considerato che per una corretta risoluzione dello strato limite turbolento si vuole ottenere un valore $y^+ = 1$ al primo centro cella [22], è stato possibile stimare, attraverso l'utilizzo di un software online [36], un valore di distanza da parete del primo centro cella dell'ordine di $y^+ = 10^{-5}[m]$ che si traduce in una dimensione di cella a parete pari a $2 * 10^{-5} [m]$.

In aggiunta, si impone la presenza di almeno 10 celle delle dimensioni a parete, in direzione y , imposizione che viene indicata attraverso l'utilizzo della *Distance_policy* "Maximum_Size_Percentage" con un valore di "Distance_value" pari a 1000.

Per quanto riguarda la scelta degli altri valori nelle altre sottosezioni si è mantenuta una dimensione minima di cella pari a 0.0 [m] mentre le dimensioni massime sono state imposte globalmente pari a 2 [m] in modo da avere un numero di celle inferiore nelle zone lontane dal corpo con conseguente minore costo computazionale.

Nella tabella sottostante vengono riportati i valori inseriti nella sezione */Mesh Settings*.

<i>Dimensioni dominio computazionale [m]</i>	2.5 x 2.5
<i>Posizione origine [m]</i>	(-0.5 , -0.000038)
GENERATION	
<i>Max_grad</i>	0.5
GLOBAL	
<i>Enabled/disabled</i>	<i>Enabled</i>
<i>Minimum_Cell_size [m]</i>	0.0
<i>Maximum_cell_size [m]</i>	2
BODY	
<i>Enabled/disabled</i>	<i>Enabled</i>
<i>Name</i>	<i>Channel</i>
<i>Minimum_Cell_size [m]</i>	0.0
<i>Maximum_cell_size [m]</i>	0.00002
<i>Distance_policy</i>	<i>Maximum_size_percentage</i>
<i>Distance_Value [m]</i>	1000

Tabella 2: Valori utilizzati per la generazione della griglia del dominio computazionale

La griglia così prodotta presenta un numero di celle pari a 1 130 464.

In *fig.5.5* è rappresentato l'intero set-up della simulazione, comprendente la geometria e la griglia associata e le sezioni in cui verrà effettuato il confronto tra i dati ottenuti e i rispettivi presenti in [11].

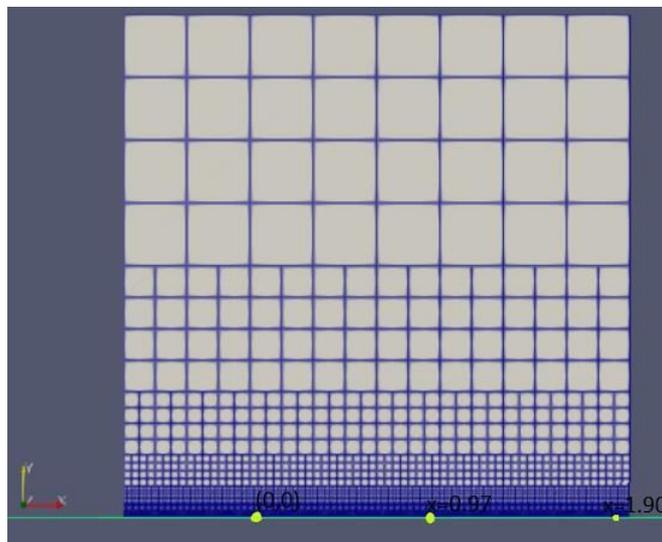


Figura 5.5: Configurazione simulazione in cui si possono osservare la griglia, il body e le sezioni in cui verrà effettuata l'analisi dei dati e il paragone con quelli NASA

5.2.2 Solver Settings & Test Case

Si procede quindi all'inizializzazione delle condizioni a contorno ed all'imposizione di queste sui bordi del dominio e sulla placca piana.

L'inizializzazione del solutore viene impostata in relazione alle caratteristiche del test-case i cui stati (0 spento – 1 acceso) sono riportati in *tab. 3*.

Dimension	2
Transient	0
Compressible	1
Advection	1
Diffusion	1
RANS	1

Tabella 3: Caratterizzazione simulazione

Per quanto riguarda i valori di riferimento utilizzati per la normalizzazione delle grandezze in uscita vengono considerati i valori riportati in *tab. 4*:

Temperatura [K]	293.15
Pressione [Pa]	$1.0 * 10^5$
Densità [kg/m^3]	1.18834
Conducibilità termica [W/mK]	0.0262
Viscosità cinematica [$Pa*s$]	$1.86 * 10^{-5}$

Tabella 4: Valori grandezze di riferimento per la normalizzazione

Si ricavano adesso i valori per l'inizializzazione del flusso all'infinito e quelli da imporre alle varie condizioni al contorno in gioco da inserire ai bordi del dominio computazionale e sul corpo.

I valori per l'inizializzazione del fluido all'infinito riguardano la *velocità* del flusso nelle tre componenti $u_x - u_y - u_z$, la *pressione statica* p , la *temperatura statica* T e la *viscosità turbolenta* ν_t .

I valori di *velocità - pressione - temperatura* vengono ricavati dalla *tab. 1*, mentre per il calcolo della viscosità turbolenta, questa viene ricavata a partire dal *Reynolds* seguendo il procedimento riportato di seguito [22].

Noti il valore di $Re_L = 5 * 10^6$ ed il valore di $L = 1 [m]$ e il valore della temperatura statica all'infinito è possibile definire, a partire dal valore del numero di Mach M , la velocità all'infinito secondo le relazioni in 5.1:

$$\begin{aligned} v &= M * a & (5.1) \\ a &= \sqrt{\gamma RT} : \text{velocità del suono} \\ &= M\sqrt{\gamma RT} = 0.2 * \sqrt{1.4 * 287 * 300} = 69.43 [m/s] \end{aligned}$$

Dalla relazione per il calcolo del numero di Reynolds [20] è noto che

$$Re_L = \frac{\mu UL}{\rho} = \frac{U * L}{\nu} \quad (5.2)$$

In cui μ è la viscosità dinamica, U la velocità e ρ la densità del fluido.

Da cui si ricava il valore della viscosità all'infinito a monte: $\nu_\infty = 1.39 * 10^{-5} [m^2/s]$.

Dalla [19] è ricavabile la relazione che lega ν_∞ con ν_t in cui si ritrova

$$\nu_t = 3\nu_\infty : 5\nu_\infty \quad (5.2)$$

Considerato il valore di $3\nu_\infty$, si deduce il valore di $\nu_t = 4.17 * 10^{-5} [m^2/s]$ da inserire all'interno del *ControlDict.dat*.

Il flusso all'infinito risulta quindi essere inizializzato con i seguenti valori:

$u_x [m/s]$	69.43
$u_y [m/s]$	0
$u_z [m/s]$	0
$p [Pa]$	$1.14455 * 10^5$
$T [K]$	300
$\nu_t [m^2/s]$	$4.17 * 10^{-5}$

Tabella 5: Valori di inizializzazione flusso all'infinito.

In *tab. 6* vengono riportate le condizioni al contorno da introdurre.

<i>Symmetry</i>	<i>Bordo inferiore prima del bordo d'attacco</i>
<i>Inlet</i>	<i>Bordo d'ingresso</i>
<i>Far-field</i>	<i>Bordo superiore lontano da parete</i>
<i>Pressure-outlet</i>	<i>Bordo d'uscita</i>
<i>Adiabatic-Solid-Wall</i>	<i>Sulla superficie del corpo</i>

Tabella 6: Lista condizioni al contorno

Si analizzano le corrispettive condizioni al contorno implementate all'interno del solutore *Immerflow*, il nome associato ad esse per l'imposizione ai bordi del dominio ed i valori di inizializzazione:

- La condizione *Symmetry* la si ottiene attraverso l'inserimento nel ControlDict.dat della condizione di *Reflective*: questa viene indicata all'interno del ControlDict.dat con il nome *reflective*.
- La condizione di *Inlet* viene inserita all'interno del ControlDict.dat con il nome di *Inlet* e fa riferimento alla condizione implementata in *Immerflow* e che va sotto il nome di *Stagnation-Inlet*: i valori di inizializzazione di tale condizione fanno riferimento ai valori di temperatura e pressione totali calcolati tramite (5.3) a partire dalle grandezze di temperatura e pressione all'infinito a monte [37] e delle direzioni del flusso in $x - y - z$

$$T^\circ = T_\infty \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right) \quad p^\circ = p_\infty \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (5.4)$$

Nella tabella sottostante sono riportati i valori relativi all'inizializzazione di tale condizione

<i>Boundary – Condition</i>	<i>Stagnation-Inlet</i>
<i>Nome</i>	<i>Inlet</i>
$T^\circ [K]$	302
$p^\circ [Pa]$	$1.17692 * 10^5$
X_dir	1
Y_dir	0
Z_dir	0
$\nu_t [m^2/s]$	$4.17 * 10^{-5}$

Tabella 7: Valori relativi alla condizione di Inlet

- La condizione di *Far-Field* viene inserita all'interno del ControlDict.dat con il nome di *Free_stream* e fa riferimento alla condizione implementata in *Immerflow* sotto il nome di *far-field*. I valori di inizializzazione di tale condizione coincidono con i valori del flusso all'infinito a monte a cui viene aggiunto il valore relativo alla viscosità turbolenta, riportati in tab. 8.

<i>Boundary – Condition</i>	<i>Far-Field</i>
<i>Nome</i>	<i>Free_Stream</i>
u_x [m/s]	69.48
u_y [m/s]	0
u_z [m/s]	0
p [Pa]	$1.14455 * 10^5$
T [K]	300
ν_t [m ² /s]	$4.17 * 10^{-5}$

Tabella 8: Valori Relativi alla condizione far-field

- La condizione di *Pressure-Outlet* viene inserita con il nome di *pressure-outlet* in riferimento all'omonima condizione implementata in *Immerflow*: con questa condizione viene imposta l'uguaglianza tra la pressione statica in uscita e quella all'infinito a monte. I valori sono riportati in *tab. 9*.

<i>Boundary – Conditions</i>	<i>Pressure-Outlet</i>
<i>Nome</i>	<i>pressure-outlet</i>
p [Pa]	$1.14455 * 10^{-5}$

Tabella 9: Valori Relativi alla condizione di pressure-outlet

- Come riportato in 5.1, all'interno di *Immerflow* non è implementata la condizione di *Adiabatic_Solid_Wall*. Per tale motivo viene utilizzata la condizione di *no_slip_isothermal_wall* con il nome di *fixed_wall* imponendo l'uguaglianza tra la temperatura a parete e la temperatura del flusso. In *tab. 10* si riportano i valori relativi a tale condizione.

<i>Boundary – Condition</i>	<i>no_slip_isothermal_wall</i>
<i>Nome</i>	<i>Fixed_wall</i>
u_x [m/s]	0
u_y [m/s]	0
u_z [m/s]	0
T [K]	300

Tabella 10: Valori Relativi alla condizione di no_slip_isothermal_wall

Le condizioni *Reflective – Free_Stream – Pressure-outlet – Inlet* vengono imposte rispettivamente sui bordi *South – North – East – West* mentre la condizione di *no-slip-isothermal wall* viene imposta sulla *part4noslip* relativa alla placca piana, in riferimento a [38].

5.2.3 Metodi di integrazione temporale e discretizzazione spaziale

Di seguito vengono riportati il metodo di integrazione temporale e discretizzazione spaziale utilizzati per la risoluzione del dominio computazionale.

- **Integrazione temporale**

Per la simulazione in esame si è optato per il metodo di integrazione temporale di *Eulero Implicito* al *primo ordine*, descritto nel capitolo 4 [7].

Il *Metodo di Eulero Implicito* è dimostrato essere incondizionatamente stabile [7]. Consente quindi di utilizzare valori di *CFL* [6] (Condizione di *Courant-Friedrichs-Lewys* $CFL = \frac{u*dt}{dx}$) più elevati fino, come si vedrà in seguito, all'ordine di 10^5 .

Per l'avanzamento temporale, si è optato per la scelta di una rampa di *CFL*.

La rampa di *CFL* consente di partire da un valore di *CFL* basso fino a raggiungere, con l'avanzare delle iterazioni, valori di *CFL* più elevati: la crescita del valore di *CFL* avviene attraverso la generazione di un' *interpolazione lineare* tra l'iterazione di inizio rampa, al cui valore corrisponde il valore di *CFL* di inizializzazione, e l'iterazione di fine rampa, a cui corrisponde il valore di *CFL* che si vuole raggiungere.

- **Discretizzazione Spaziale**

Per la *discretizzazione Spaziale*, tra i vari schemi implementati, si è optato per lo schema di *discretizzazione ai volumi finiti* al *primo ordine* e come solutore di *Riemann* si è scelti di utilizzare il solutore *AUSM* [23], come descritto nel *paragrafo 4.2.2*.

In questa simulazione non si è resa necessaria l'inizializzazione di *limiters* in quanto la simulazione è effettuata al primo ordine.

Nella tabella sottostante si riportano in breve le scelte fatte per l'integrazione temporale e la discretizzazione spaziale

INTEGRAZIONE TEMPORALE	
Ordine	1
Schema	Implicito
Time-stepping	Rampa CFL
Iter	1-200
Valori	100-20000
DISCRETIZZAZIONE SPAZIALE	
Ordine	1
Metodo	MUSCL-1
Solutore Riemann	AUSM

Tabella 11: Scelte per l'imposizione degli schemi di integrazione temporale e discretizzazione spaziale

5.2.4 Simulazione numerica: Output

L'ultima sezione da inizializzare è la sezione degli *Output*, in cui vengono definiti i files di *Output* da visualizzare alla fine della simulazione. Nella simulazione in esame si è scelto di avere le variabili in formato adimensionale.

Vengono definiti i files di *Output* relativi alla soluzione numerica della simulazione:

- Primo file: *background.solver.solution.*.pvtu*, stampato ogni 100 iterazioni per controllare il conto durante il run.

- Secondo file: file *background_solver_convergence.csv*. stampato ad ogni iterazione per monitorare l'andamento dei residui descritti in paragrafo 4.4.2 in modo da controllare la convergenza del test.
- Terzo file: file *immerflow.b0000.log* contenente un resoconto dell'intera simulazione effettuata.
- Per il calcolo e la visualizzazione del coefficiente d'attrito C_f usato un */BOUNDARY_WRITER*: in questo modo viene creato un insieme di files contenenti i valori delle grandezze richieste, nel nostro caso *skin_friction_coefficient*, per la visualizzazione del *coefficiente attrito* durante l'intera simulazione. Anche in questo caso il file viene stampato ogni 100 iterazioni.

5.3 Risultati

I primi risultati sono stati ottenuti in seguito ad una serie di simulazioni preliminari atte a comprendere se i valori di CFL e pendenza della rampa provocassero malfunzionamenti di qualsivoglia genere (ad esempio valori di CFL di partenza troppo alti hanno causato difficoltà nell'avanzamento della soluzione con conseguente fallimento del test già dalla prima iterazione).

In riferimento a quanto riportato in [34] la validazione del modello *Negative Spalart-Allmaras* e la sua corretta implementazione vengono effettuati tramite il confronto delle seguenti grandezze in due sezioni caratteristiche del campo, rispettivamente $x = 0.97$ e $x = 1.90$ [11] visualizzabili in *fig. 5.5*:

- valori di coefficiente di attrito;
- andamento della viscosità turbolenta;
- andamento del rapporto velocità/velocità infinito;

I dati ottenuti attraverso l'utilizzo del solutore *Immerflow* vengono confrontati con i dati presenti in letteratura [8.S] e ricavati attraverso l'utilizzo di due codici compressibili R.A.N.S. indipendenti: *CFL3D* e *FUN3D*. descritti in [11]:

- *CFL3D*: codice comprimibile che implementa il *modello Negative Spalart-Allmaras* su griglie strutturate collocato su cella;
- *FUN3D*: codice comprimibile che implementa anch'esso il *modello Negative Spalart-Allmaras* ma su griglie non strutturate e collocato sui nodi.



Figura 5.6: Rappresentazione della viscosità dinamica turbolenta con visualizzazione dell'intera placca piana

In *fig.5.6* viene evidenziato l'andamento della viscosità dinamica turbolenta che si ottiene con l'utilizzo del solutore *Immerflow* in presenza di griglie QUADTREE.

L'andamento della viscosità dinamica turbolenta è analizzato in prossimità della coordinata $x = 0.97$. A tale scopo, visto che in *Immerflow* si ottiene come valore di Output il valore relativo alla viscosità cinematica turbolenta ν_t si procede al calcolo di $\mu_t = \nu_t \rho$ in modo da poter effettuare il confronto con i dati presenti in letteratura. Il confronto è riportato il *fig.5.7*.

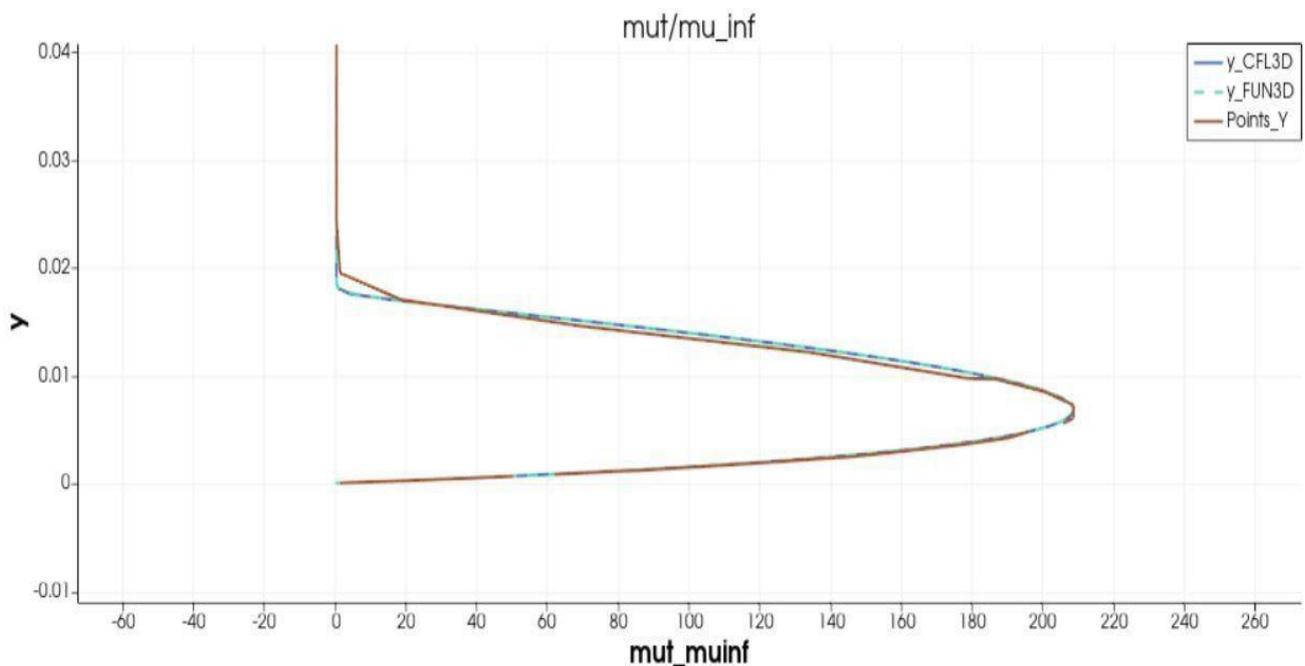


Figura 5.7: Confronto Viscosità Dinamica Turbolenta $x=0.97$: *Immerflow* (in marrone) – *CFL3D* (in azzurro) – *FUN3D* (in blu tratteggiato)

Come si può notare dalla figura, l'andamento della viscosità dinamica turbolenta che si ottiene tra *Immerflow* (in marrone), *CFL3D* (in azzurro) e *FUN3D* (trattini in blu) risulta coincidente: le

discontinuità presenti nella soluzione ottenuta tramite l'utilizzo di *Immerflow* sono imputabili alla presenza di salti di dimensione di cella elevati. Si può infatti notare che le discontinuità coincidono con valori di y in cui si hanno variazioni nelle dimensioni di cella.

Se infatti si visualizza la *fig. 5.8* sottostante si può vedere che la soluzione è presente ovunque e non presenta tratti discontinui.

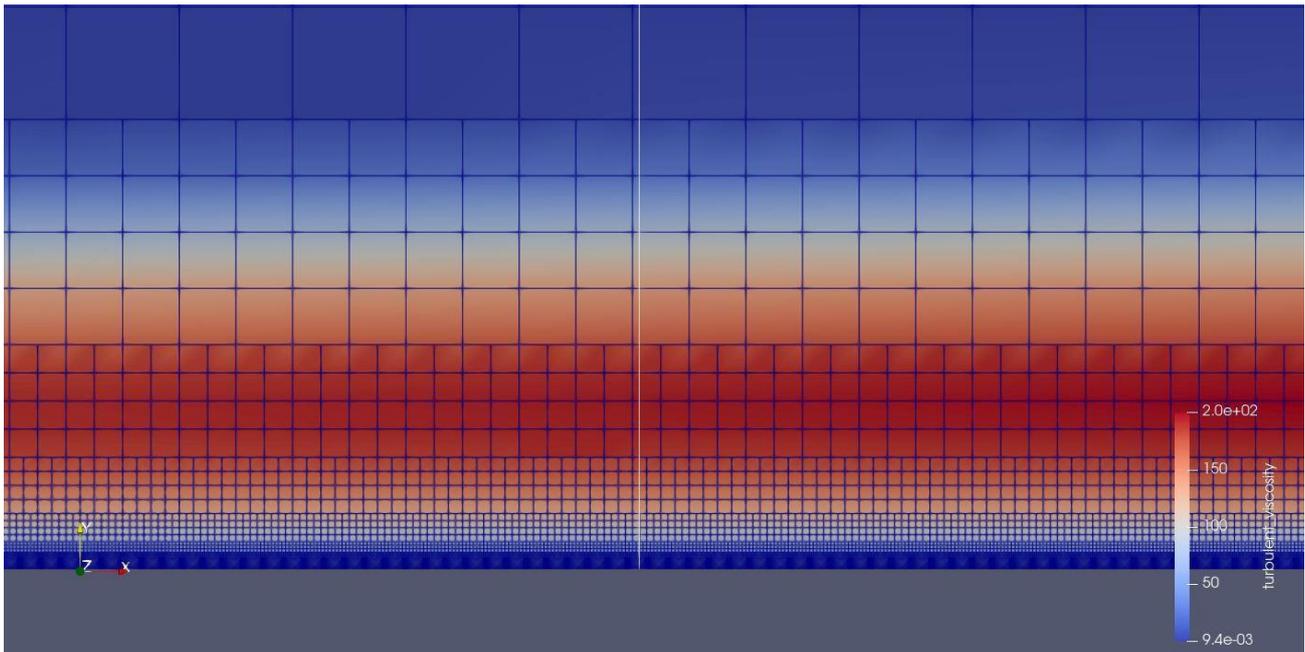


Figura 5.8: Particolare campo viscosità turbolenta in 0.97 relativo al tratto discontinuo nel grafico (5.14)

Si procede con il confronto dei profili di velocità all'interno dello strato limite nelle coordinate $x = 0.97$ e $x = 1.90$, *fig.5.9* e *fig.5.10*.

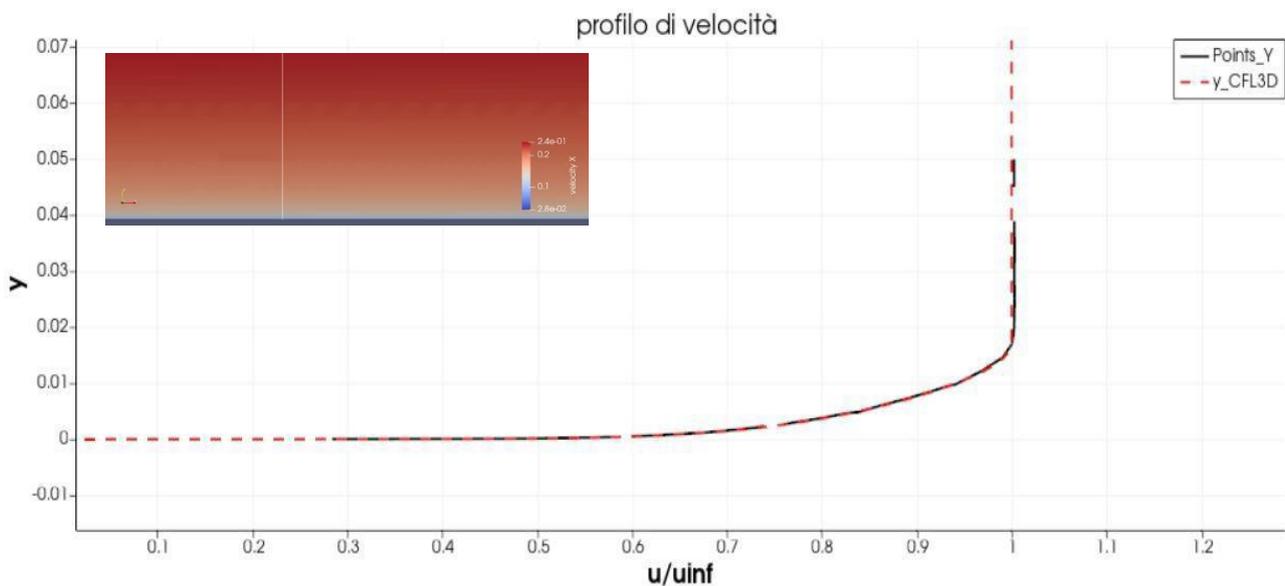


Figura 5.9: Confronto velocità $x = 0.97$: Immerflow (in nero) CFL3D (rosso tratteggiato)

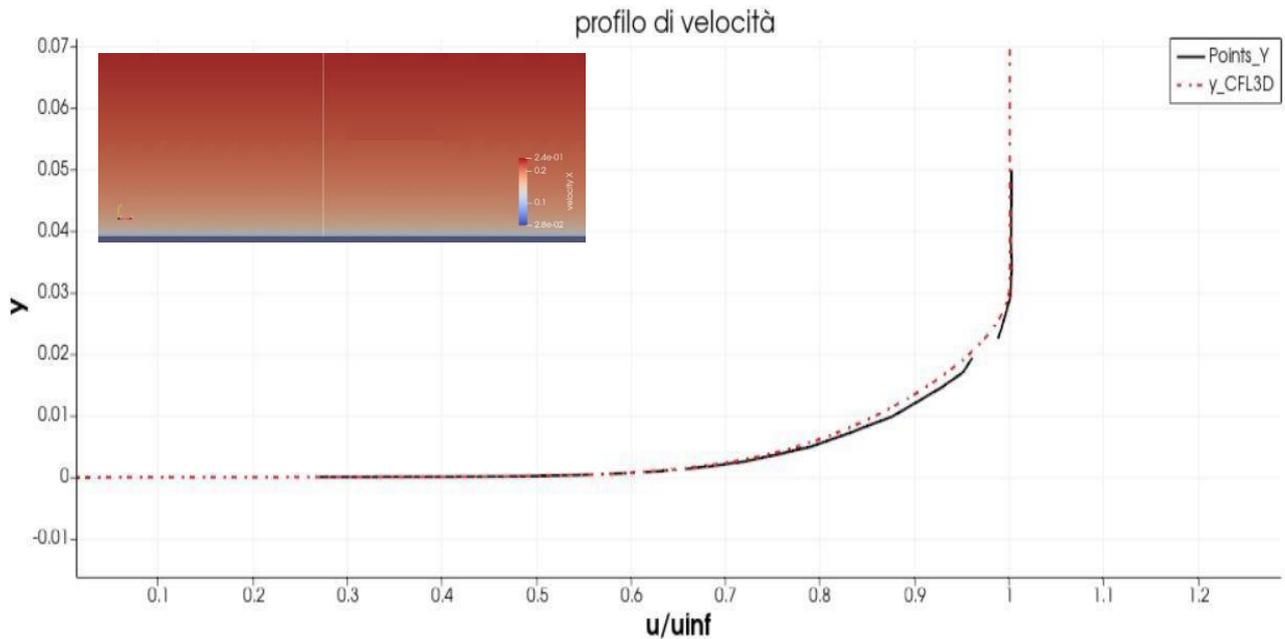


Figura 5.10: Confronto velocità $x = 1.90$: Immerflow (in nero) CFL3D (rosso tratteggiato)

Come si nota, i profili di velocità delle soluzioni ottenute con *Immerflow* e con il codice CFD3D sono pressoché coincidenti sia nel punto più prossimo al punto d'attacco sia al termine della placca, ciò ad indicare la corretta formazione dello strato limite turbolento e dei profili di velocità che si sviluppano all'interno di questo.

Anche in questo caso, la presenza di discontinuità è dovuta ai salti di cella elevati: la soluzione è infatti continua all'interno del dominio.

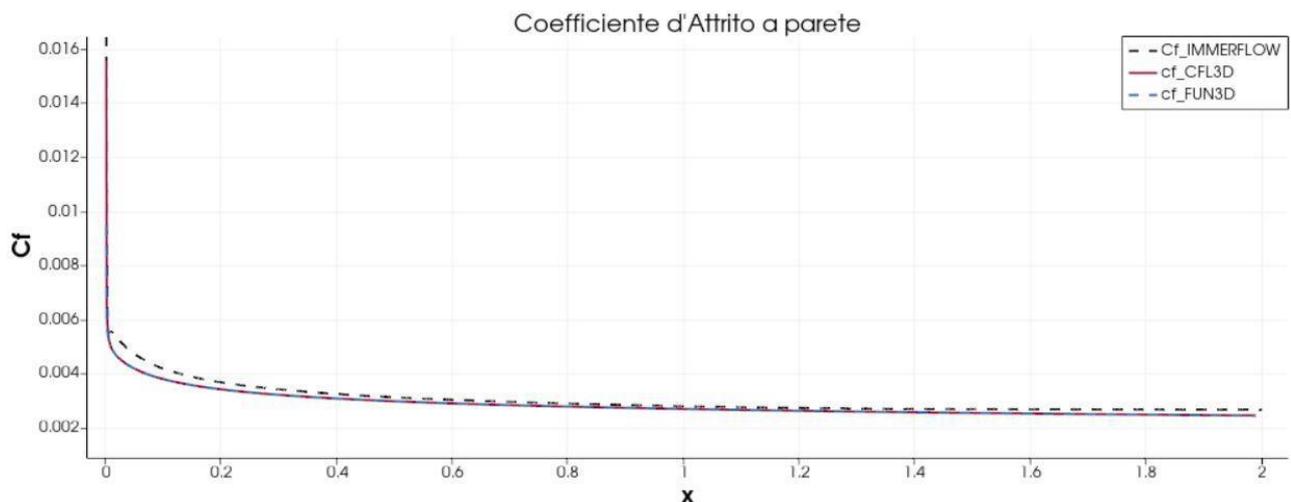


Figura 5.11: Confronto Skin-Friction-Coefficient: Immerflow (in viola) - FUN3D (rosso tratteggiato) - CFL3D (in blu)

Ultimo termine di confronto dei risultati riguarda la *skin-friction-coefficient* rappresentata in fig. 5.11: da questa si può notare come il valore di *skin-friction-coefficient* ottenuto tramite utilizzo di

Immerflow, e quindi in riferimento al codice implementato, coincida con il valore ottenuto con CFD3D e FUN3D, qui riportati.

Quest'ultimo confronto tra i risultati si dimostra essere un'ulteriore conferma della correttezza del codice implementato all'interno del solutore.

CAPITOLO 6: RAE 2822 – Transonic Airfoil

In questo capitolo verrà esposto il secondo test-case: l'analisi del profilo transonico RAE2822, la cui geometria viene riportata in *fig. 6.1*, in condizioni di flusso transonico turbolento.

Dopo una breve introduzione al profilo RAE-2822, si procederà all'analisi dettagliata della simulazione effettuata, a partire dalla scelta del grado di raffinamento di griglia fino ad arrivare al *metodo di discretizzazione spaziale e integrazione temporale* per poi soffermarsi sui valori di inizializzazione scelti per l'analisi turbolenta e sul modo in cui si sono imposte le condizioni al contorno sul dominio computazionale e sul profilo alare.

6.1 Principali caratteristiche del profilo RAE-2822

Si definisce *flusso transonico* una particolare tipologia di flusso che presenta contemporaneamente caratteristiche relative sia alla condizione subsonica che supersonica [35]. In presenza di flusso transonico si può manifestare sul dorso dei profili alari per particolari numeri di Mach, definiti come *Numeri di Mach Critici*, la formazione della cosiddetta *bolla supersonica*, ovvero il raggiungimento locale della condizione di flusso supersonico con conseguente formazione di un'onda d'urto a valle della bolla generando un crollo delle prestazioni del profilo in termini di portanza [39]. Tale evento ha imposto, specialmente durante il 20th secolo, delle limitazioni sulla velocità di crociera raggiungibili. Tuttavia, grazie ad un designer della NASA, *Richard Whitcomb*, si è riusciti ad ottenere delle geometrie di profili alari che mostrassero delle buone performance anche in presenza di regimi transonici. Le caratteristiche comuni ai vari profili transonici vengono di seguito elencate [40]:

- Dorso del profilo presenta una curvatura ridotta rispetto ai profili *NACA*;
- Bordo d'attacco con un raggio di curvatura abbastanza elevato;
- Campanatura al bordo di fuga per recuperare parte della portanza persa;
- Introduzione di un certo spessore al bordo di fuga in modo da avere dorso e ventre paralleli per evitare la separazione del flusso.

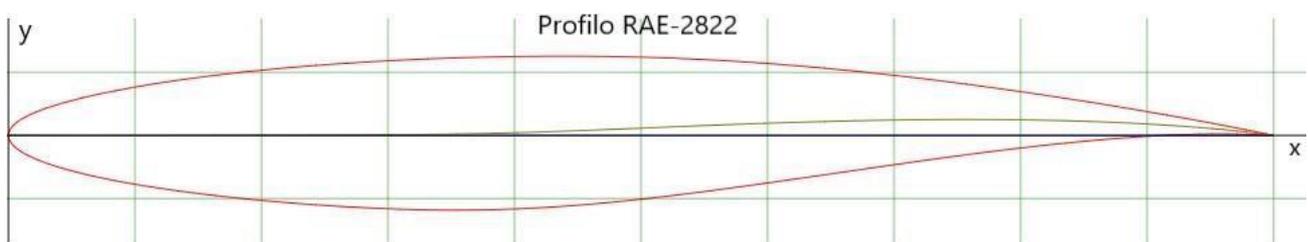


Figura 6.1: Schema del profilo transonico RAE-2822 con corda di 1 m e bordo d'attacco nell'origine [41]

Come si può notare dalla *Fig. 6.1* il profilo RAE-2822 presenta un elevato raggio di curvatura al bordo d'attacco mentre presenta una piccola curvatura sul dorso in modo da ritardare la formazione della bolla supersonica a valori del numero di Mach più elevati. Inoltre, come si può notare, al bordo di fuga i profili sia del dorso che del ventre risultano essere circa paralleli [40].

	%	% c [m]
Maximum Thickness	12.1	37.9
Maximum Camber	1.3	75.7

Tabella 12: Caratteristiche geometriche profilo alare RAE – 2822 [42]

Per quanto riguarda la geometria, il profilo può essere espresso tramite l'utilizzo di 130 coppie di coordinate (x, y) [42] di cui 65 relative al dorso e 65 relative al ventre.

6.2 Set up Simulazione NASA

La simulazione fluidodinamica in campo transonico sul profilo RAE – 2822 è stata effettuata facendo riferimento ai dati NASA presenti all'interno dell'articolo [43] e riportata anche in [8].

Si riportano in *tab. 13* i valori delle grandezze caratteristiche del flusso all'infinito, valori che verranno utilizzati per l'inizializzazione della condizione di *Far-Field*.

Mach	0.729
$Re_{c=1}$	$6.5 \cdot 10^6$
Angolo di incidenza [°]	2.31
Temperatura [K]	255
Pressione [Pa]	$1.08 \cdot 10^5$
Quota [m]	5000
Velocità [m/s]	233.34

Tabella 13: Elenco dei valori delle grandezze per sviluppo simulazione numerica su profilo RAE – 2822

In *tab. 14* sono riportate le condizioni a contorno usate.

Adiabatic-wall	Body
Free-stream	Bordi dominio

Tabella 14: Elenco condizioni al contorno per sviluppo simulazione numerica su profilo RAE – 2822

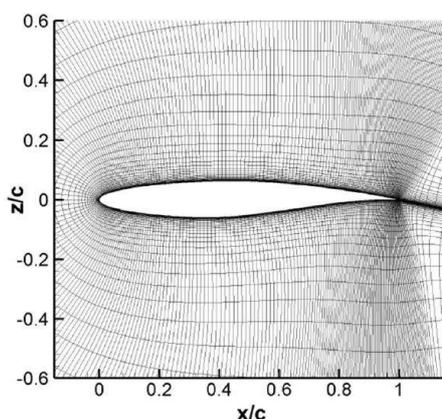


Figura 6.2: Particolare griglia "C" utilizzata all'interno della simulazione NASA [8]

La griglia riportata in *fig. 6.2* che fa riferimento alla griglia utilizzata all'interno della simulazione della NASA è una *griglia* che presenta un numero di punti pari a 369×45 [8].

In *fig. 6.3* viene presentata la griglia computazionale e le condizioni al contorno riportate da NASA.

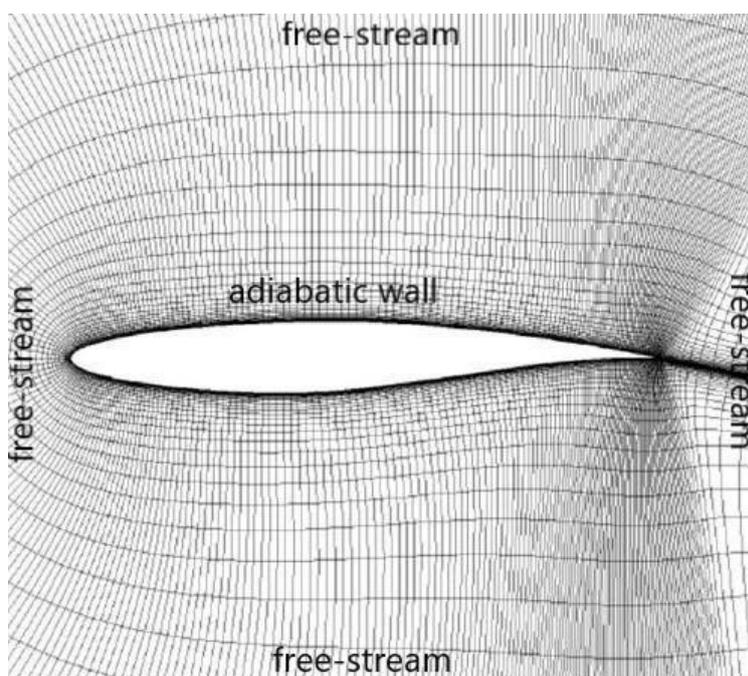


Figura 6.3: Esempio dominio con condizioni al contorno [8]

Come si può vedere in *fig. 6.4* la griglia raggiunge dimensioni a parete dell'ordine di 10^{-5}

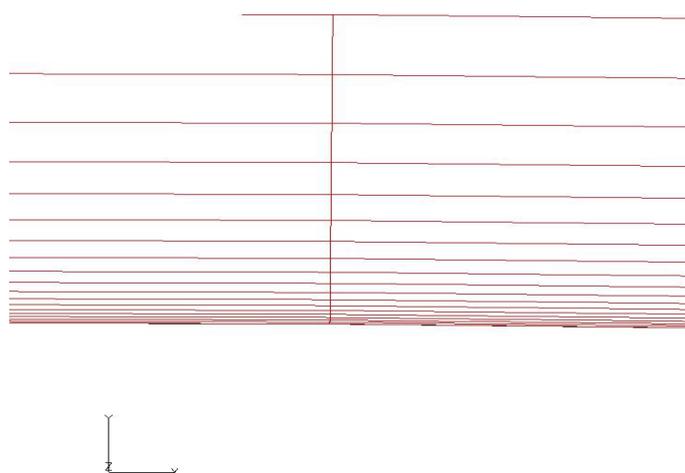


Figura 6.4: Andamento delle dimensioni di griglia in direzione y a partire dalla parete del profilo alare [8]

Anche in questo caso, per assicurare un valore di $y^+ = 1$ al primo centro cella, in riferimento a quanto prescritto nell'articolo di A. Da Ronch et al [43] in cui viene utilizzata una distanza da parete del primo centro cella di 10^{-5} corde, è stata introdotta una dimensione di cella a parete pari a $2 * 10^{-5}$ [m] in direzione y .

6.3 Simulazione numerica: Generazione Geometria e Griglia Computazionale

Si fa riferimento alle grandezze riportate in *tab. 12* e alle condizioni al contorno presentate in *tab 13*. La simulazione viene quindi effettuata nel caso di flusso transonico e turbolento.

La generazione e l'analisi del test-case può essere suddivisa nei seguenti passaggi:

- Trascrittura delle coordinate del profilo alare *RAE-2822* in formato *.dgf*;
- Generazione della griglia QUADTREE attorno alla geometria del *RAE-2822* con particolare attenzione al raffinamento sul corpo;
- Compilazione del *ControlDict.dat* ponendo particolare attenzione alla inizializzazione del campo fluido e delle relative condizioni al contorno con conseguente calcolo della viscosità turbolenta;
- Simulazione con visualizzazione del campo di pressione risultante;
- Analisi dei risultati ottenuti.

Si procede all'analisi nel dettaglio dei vari passaggi.

6.3.1 Geometria RAE-2822

Le coordinate ufficiali del profilo alare *RAE-2822* vengono prese dalla *Tabella A6.1* presente all'interno del lavoro di *Cook et al., 1978* [42].

Come descritto nel *cap. 4 sottoparagrafo 4.4.1*, la geometria di un corpo bidimensionale deve essere fornita al solutore in formato *.dgf* [28].

Per fare ciò, visto il basso numero di coppie di coordinate utilizzate per descrivere la geometria del *RAE-2822*, si è potuto procedere ad una compilazione *manuale* del file *.dgf*: le coordinate sono state riscritte in senso antiorario in modo da avere le normali uscenti dal corpo. Le coppie di coordinate così riscritte sono state inserite, seguendo il modello *.dgf* (*paragrafo 4.4.1*), all'interno della tabella *VERTEX* da cui è stato possibile ricavare la tabella *SIMPLEX* per creare i vari collegamenti tra le varie coordinate.

Di seguito si riporta uno stralcio delle due tabelle del file *.dgf* relativo alla geometria del *RAE-2822*.

VERTEX		SIMPLEX	
0.00000	0.00000	0	1
0.00060	-0.00317	1	2
0.00241	-0.00658	2	3
0.00541	-0.00957	3	4
0.00961	-0.01273	4	5
0.01498	-0.01580	5	6

a)

b)

Figura 6.5: Parte del file *rae.dgf* contenente la geometria del profilo in analisi – Fig 6.5a); parte delle coppie di coordinate – Fig 6.5b); Parte dei collegamenti tra le varie coordinate

Il profilo ottenuto viene riportato in *fig. 6.6*.

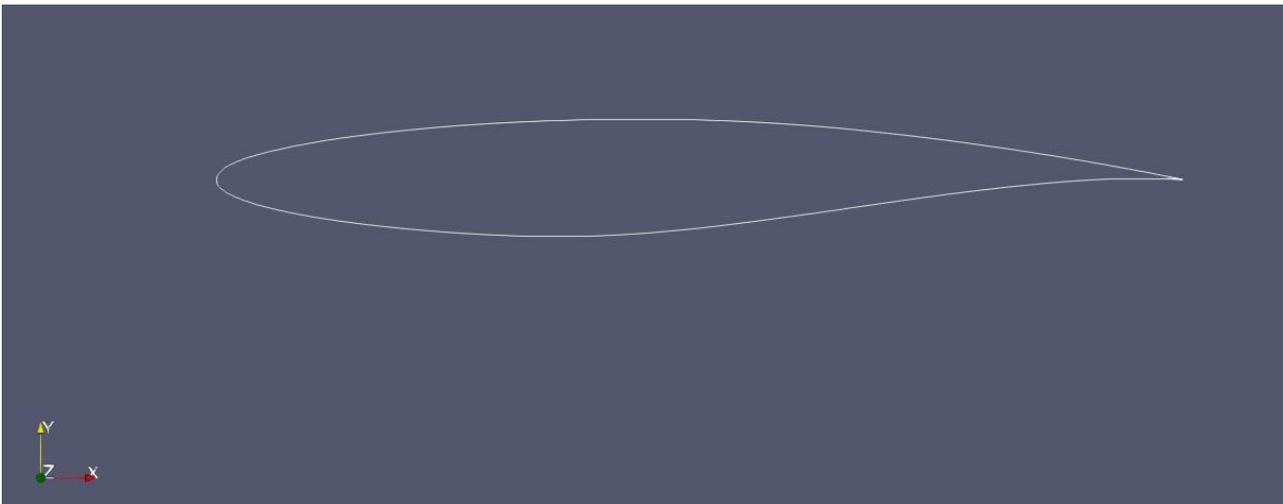


Figura 6.6: Profilo RAE-2822 ottenuto per mezzo di Immerflow

6.3.2 Generazione griglia QUADTREE del dominio di calcolo

Dopo aver compilato il file *rae.dgf* contenente le coordinate che descrivono la geometria del corpo si è passati alla generazione della griglia computazionale e alla scelta del grado di raffinamento a parete. Come descritto nel *paragrafo 5.2.1* si è proceduti alla compilazione della sezione *MESH SETTING* all'interno del *ControlDict.dat*

Facendo riferimento alla simulazione della *NASA* [8], tra le condizioni al contorno da imporre agli estremi del dominio è presente la condizione di *free-stream*, ovvero flusso indisturbato, condizione che si presenta ad una distanza dal corpo di circa *10 – 20 corde* [37]: avendo ipotizzato il profilo *RAE-2822* di dimensioni di corda pari ad un metro, si rende necessaria una dimensione minima del dominio computazionale di *40 x 40 [m]* (*fig.6.8*).

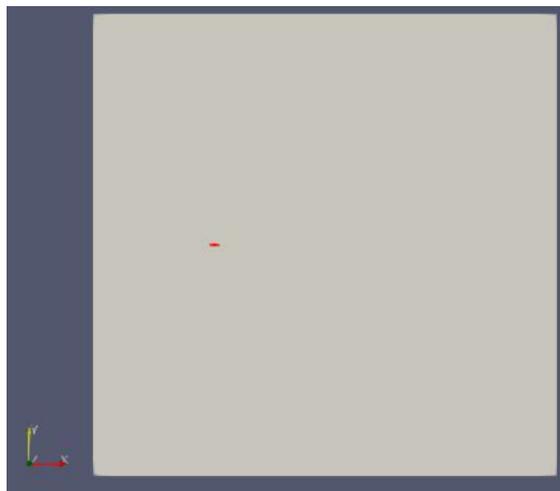


Figura 6.7: Dominio computazionale RAE-2822 dimensioni 40x40 e confronto con dimensioni RAE-2822 (in rosso)

Dalla *fig. 6.8* si osserva che la posizione del bordo d'attacco, coincidente con l'origine (0,0), non viene settata nel centro del dominio stesso ma risulta traslata verso sinistra in modo da avere un maggiore spazio per lo sviluppo della scia e per una migliore visualizzazione di questa.

Dopo aver definito le dimensioni del dominio si procede alla generazione della griglia e alla scelta del grado di raffinamento sul corpo.

Facendo riferimento a quanto affermato in *paragrafo 5.2.1* si è scelto, in accordo con quanto riportato in [43] una dimensione di cella a parete in direzione y pari a $2 * 10^{-5}$ tale da ottenere un valore di $y^+ = 1$ nel primo centro cella. Dopo aver introdotto la presenza di almeno 10 celle delle suddette dimensioni lungo y , si è potuti procedere, alla compilazione della sezione /MESH SETTINGS relativa alla griglia di calcolo. I valori e le dimensioni relative sono riportati in *tab. 14*.

Dimensioni dominio computazionale [m]	40 x 40
Posizione origine [m]	(-10 , -20)
GENERATION	
Max_grad	0.5
Inactive_minimum_cell_size [m]	0.0
Inactive_maximum_cell_size [m]	0.5
GLOBAL	
Enabled/disabled	Enabled
Minimum_cell_size [m]	0.0
Maximum_cell_size [m]	2
BODY	
Enabled/disabled	Enabled
Name	Body
Minimum_Cell_size [m]	0.0
Maximum_cell_size [m]	0.00002
Distance_policy	Maximum_size_percentage
Distance_Value [m]	1000

Tabella 15: Valori utilizzati per la generazione della griglia del dominio computazionale

La griglia così prodotta presenta un numero di celle pari a 1 786 921 con dimensione di 2 [m] nella zona del dominio computazionale più lontana dal corpo fino ad arrivare ad un raffinamento a parete con celle delle dimensioni di 0.00002 [m], in accordo con [43] (*fig. 6.8*).

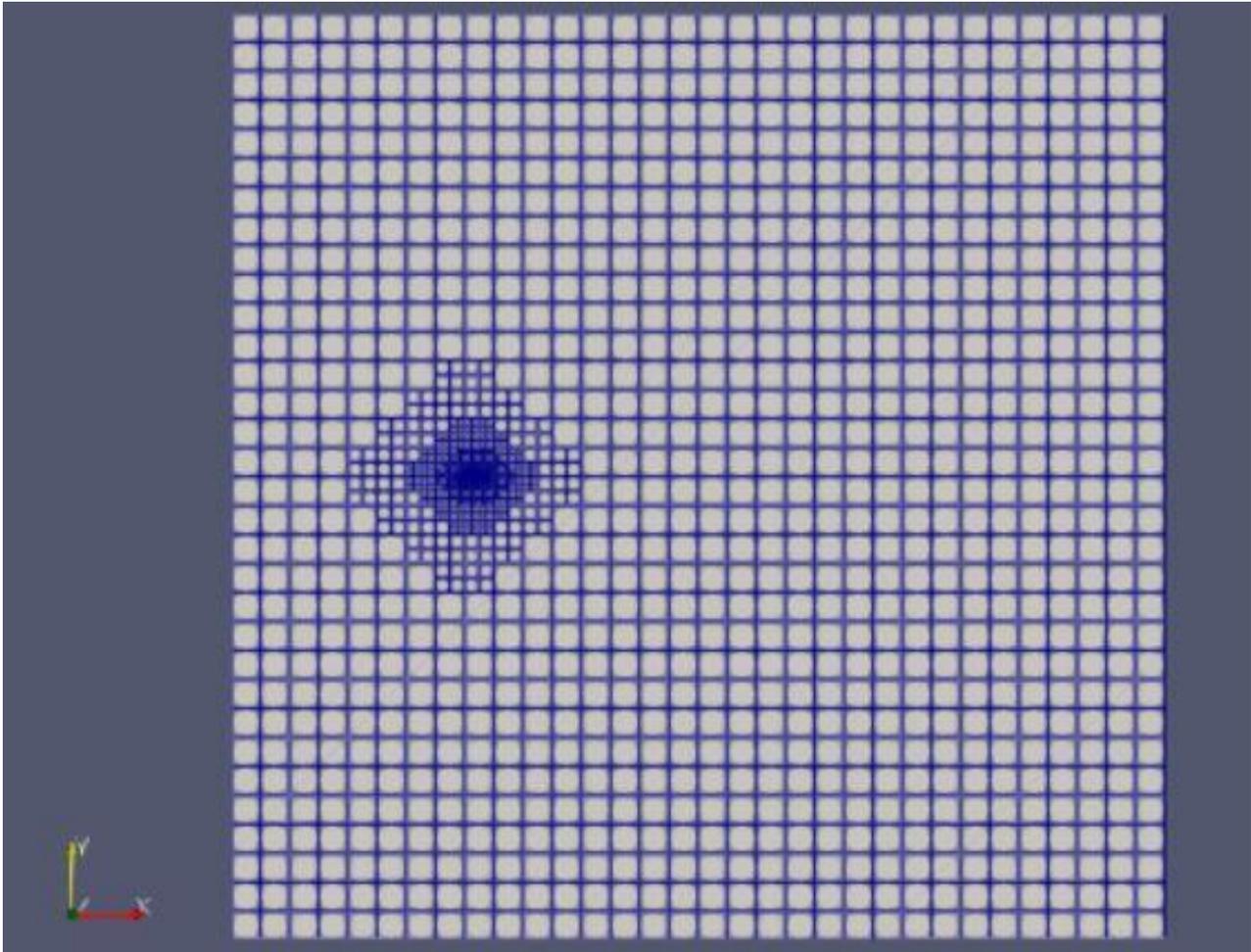


Figura 6.8: Griglia Cartesiana dominio computazionale completo.

I dettagli relativi al raffinamento a parete sono riportati nelle *fig. 6.8 a – 6.8 d*.

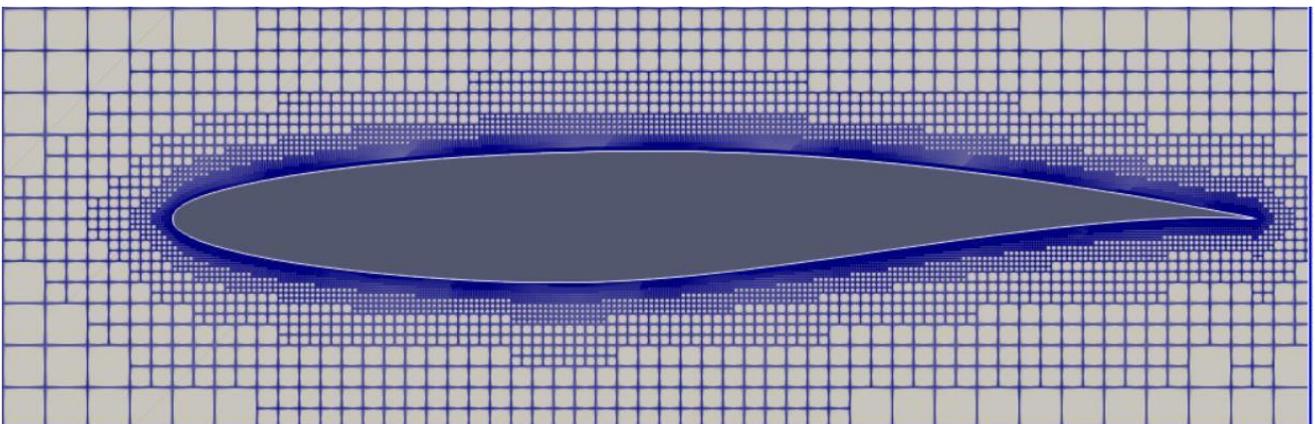


Figura 6.8 a): Raffinamento globale sull'intero profilo RAE-2822

a)

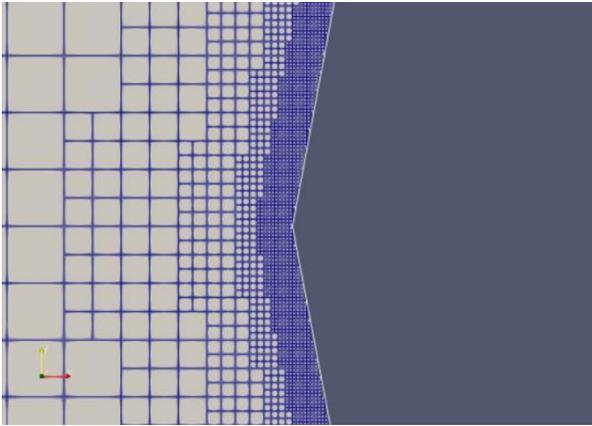


Figura 6.8 b): Particolare bordo d'attacco b)

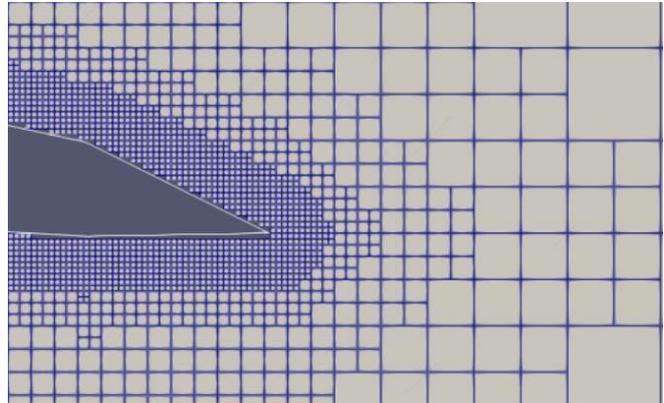


Figura 6.8 c): Particolare bordo di fuga c)

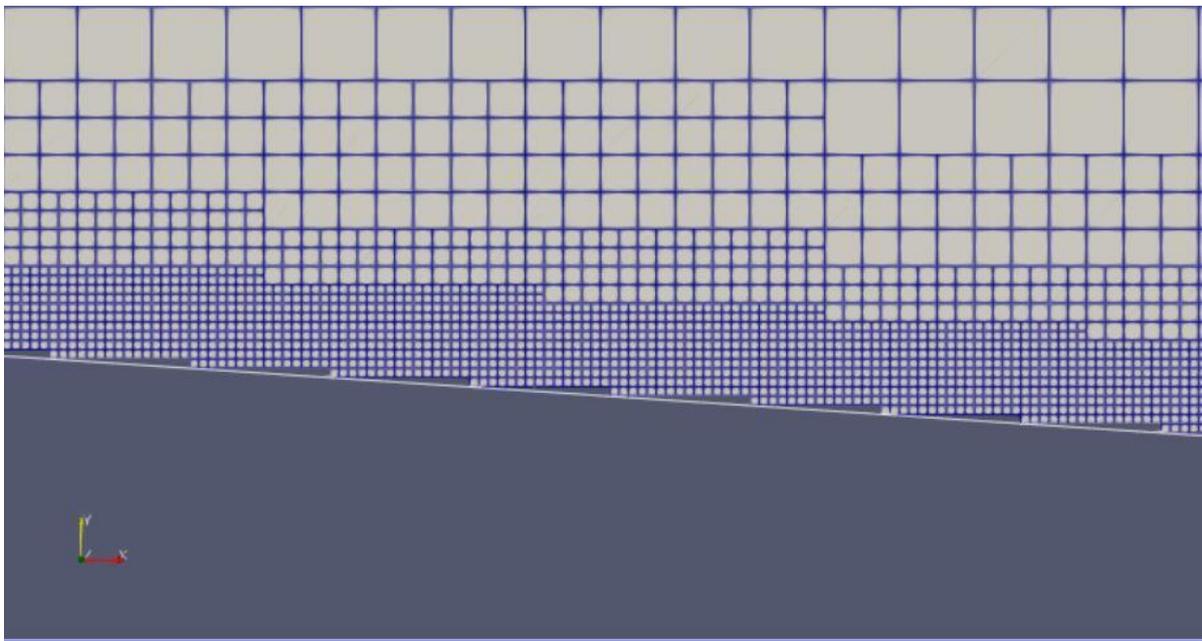


Figura 6.8 d): Particolare dorso

d)

6.4 Set Up Simulazione RAE-2822

Dopo aver definito la geometria del RAE-2822 le dimensioni del dominio computazionale, grado di raffinamento a parete si procede alla compilazione della restante parte del ControlDict.dat, come effettuato nel primo test-case.

L'inizializzazione del solutore e i valori di riferimento presenti in Normalization coincidono con i valori riportati nelle *tabelle 3-4*.

6.4.1 Test-case settings

Si passa adesso all'analisi delle *condizioni al contorno* e dei valori di inizializzazione del flusso, e delle condizioni al contorno da imporre sui bordi del dominio computazionale e sul corpo.

Per quanto riguarda l'inizializzazione del flusso all'infinito a monte i valori di *velocità – pressione – temperatura* vengono ricavati dalla *tab. 13*, mentre per il calcolo della viscosità turbolenta viene ricavata, similmente al procedimento descritto in *paragrafo 5.2.2*, a partire dal *Reynolds* [22].

Noti il valore di $Re_c = 6.5 * 10^6$ ed il valore di $c = 1 [m]$ ed essendo noto il valore di temperatura statica e del Mach, si ricava la velocità all'infinito pari a

$$v = M * a = M \sqrt{\gamma RT} = 0.7[30] * \sqrt{1.4 * 287 * 255} = 233.34 [m/s] \quad (6.1)$$

Dalla relazione per il calcolo del numero di Reynolds (*eq. 5.2*) riferito alla corda si ricava il valore della viscosità all'infinito: $\nu_\infty = 3.58 * 10^{-5} [m^2/s]$.

Similmente al caso della placca piana si considera $\nu_t = 3\nu_\infty$ [19] da cui si ricava

$\nu_t = 1.07 * 10^{-4} [m^2/s]$ da inserire all'interno del *ControlDict.dat*.

Il flusso all'infinito risulta quindi essere inizializzato con i seguenti valori:

$u_x [m/s]$	233.15
$u_y [m/s]$	9.40
$u_z [m/s]$	0
$p [Pa]$	$1.08 * 10^5$
$T [K]$	255
$\nu_t [m^2/s]$	$1.07 * 10^{-4}$

Tabella 16: Valori di inizializzazione flusso all'infinito a monte.

Si richiama la *tab. 14* relativa alle condizioni al contorno.

<i>Adiabatic-wall</i>	<i>Body</i>
<i>Free-stream</i>	<i>Bordi dominio</i>

Come riportato in *paragrafo 5.1* in *Immerflow* non è presente la condizione di *Adiabatic-wall*. Come già descritto nel *paragrafo 5.2.2*, viene usata la condizione di *no_slip_isothermal_wall* con temperatura statica a parete pari alla temperatura del flusso, mentre, la *Condizione di Free-Stream* coincide con la condizione di *Far-Field*, inizializzata con gli stessi valori delle grandezze all'infinito. Avendo già introdotto ed analizzato nel caso della placca piana entrambe le condizioni in gioco, si riportano per semplicità di stesura solo i valori di inizializzazione relativi al caso in questione – il nome ad esse associato il bordo di imposizione.

- Per quanto riguarda la condizione di *far-field* (*tab. 16*), diversamente dal caso della placca piana, questa viene indicata con il termine "*Far_Field*". Tale condizione viene introdotta in tutti i bordi del dominio computazionale (*north – south – west – east*).

<i>Boundary – Condition</i>	<i>Far-Field</i>
<i>Nome</i>	<i>Far_Field</i>
u_x [m/s]	233.15
u_y [m/s]	9.40
u_z [m/s]	0
ρ [Pa]	$1.08 * 10^5$
T [K]	255
ν_t [m ² /s]	$1.07 * 10^{-4}$

Tabella 17: Valori inizializzazione Condizione al Contorno Far-Field

- Per quanto riguarda la condizione al contorno di *no_slip_isothermal_wall*, viene introdotta con il nome di *wall* e viene imposta sul body.

<i>Boundary – Condition</i>	<i>no_slip_isothermal_wall</i>
<i>Nome</i>	<i>wall</i>
u_x [m/s]	0
u_y [m/s]	0
u_z [m/s]	0
T [K]	255

Tabella 18: Valori inizializzazione Condizione al Contorno *no_slip_isothermal_wall*

Per quanto riguarda la compilazione degli *Output* questi risultano essere gli stessi del caso della placca piana con l'eccezione che, per il calcolo del coefficiente di pressione viene introdotto un */BOUNDARY_WRITER* coincidente con il contorno del profilo RAE-2822 in cui vengono salvati i valori a parete relativi a *pressione* e *coefficiente d'attrito*. L'intervallo di iterazioni dopo cui stampare la soluzione viene definito pari a 100 per ogni file, come descritto in 5.2.3

6.4.2 Metodi di integrazione temporale e discretizzazione spaziale

Per quanto riguarda il metodo integrazione temporale coincide con lo schema adottato per la placca piana, ovvero *Schema Eulero Implicito* al *primo ordine* con utilizzo di una rampa *CFL*.

Discorso diverso per quanto riguarda il metodo di discretizzazione spaziale: qualora si adottasse lo stesso ordine di discretizzazione spaziale utilizzato nel caso della placca piana, questo non sarebbe in grado di catturare l'urto. Per tale motivo, viene utilizzato il metodo di discretizzazione spaziale *MUSCL-2* [20]: l'aumento di accuratezza del metodo consente di piazzare l'urto permettendone la corretta risoluzione [6]. Tuttavia, come descritto in *paragrafo. 4.1*, il secondo ordine richiede l'introduzione di *limiters* all'interno del solutore: per tale motivo viene introdotto il limiter *Modified-Venkatakrishnan* all'interno del *ControlDict.dat* con inizializzazione della variabile *k_modified* pari a 0 al fine di avere il massimo livello di limitazione [21].

INTEGRAZIONE TEMPORALE	
Ordine	1
Schema	Implicito
Time-stepping	Rampa CFL
Iter	150-1500
Valori	1.75-1000
DISCRETIZZAZIONE SPAZIALE	
Ordine	2
Metodo	MUSCL-2
Solutore Riemann	AUSM
Limiters	Modified-Venkatakrishnan
k_modified	0.0

Tabella 19: Scelte per l'imposizione degli schemi di integrazione temporale e discretizzazione spaziale

6.5 Risultati

Similmente alla simulazione della placca piana, i risultati riportati all'interno di questa tesi sono il risultato di una serie di simulazioni preliminari atte a comprendere la correttezza della rampa di CFL adottata.

I risultati ottenuti sono stati confrontati con i risultati numerici presenti in letteratura [8]. Il confronto prevede un'analisi tra i valori del coefficiente di pressione ottenuto attraverso l'utilizzo del solutore *Immerflow* e i relativi presenti in [8]

Nel confronto del coefficiente di pressione si è evidenziata la presenza di oscillazioni in prossimità delle zone in cui la geometria del corpo non risulta essere parallela alla griglia. In *fig. 6.9* è riportata l'oscillazione che si manifesta in prossimità della curvatura della geometria.

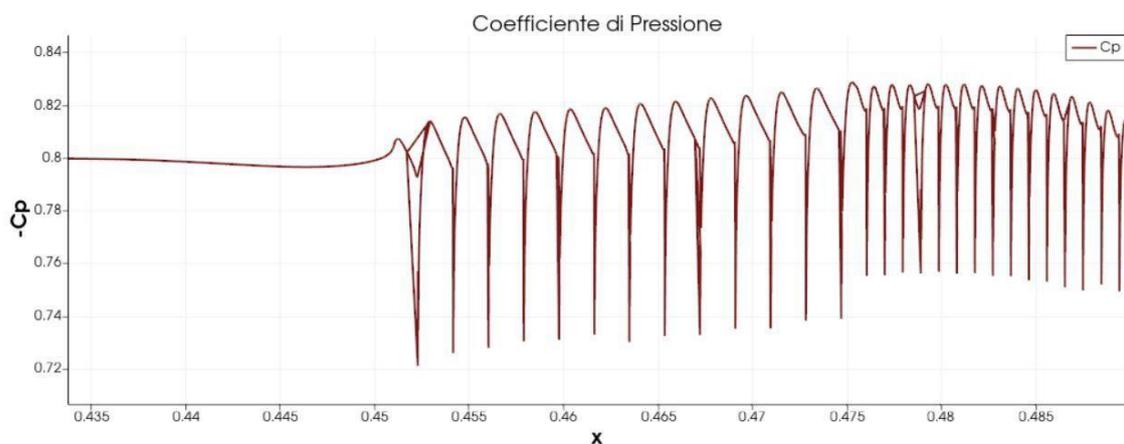


Figura 6.9: Oscillazioni visualizzate sul coefficiente di pressione

In *fig. 6.13* viene visualizzato il punto in cui iniziano le oscillazioni, relativo alla coordinata $x = 0.45$. In riferimento alla *fig. 6.9* a sinistra di tale coordinata l'andamento del Coefficiente di Pressione non presenta oscillazioni conseguenza del fatto che la geometria in tale sezione è allineata

con la griglia di calcolo. A destra della coordinata $x = 0.45$, in prossimità dell'inizio della curvatura del dorso, il non allineamento della geometria genera le oscillazioni a parete, riportate si nota in *fig. 6.10*.

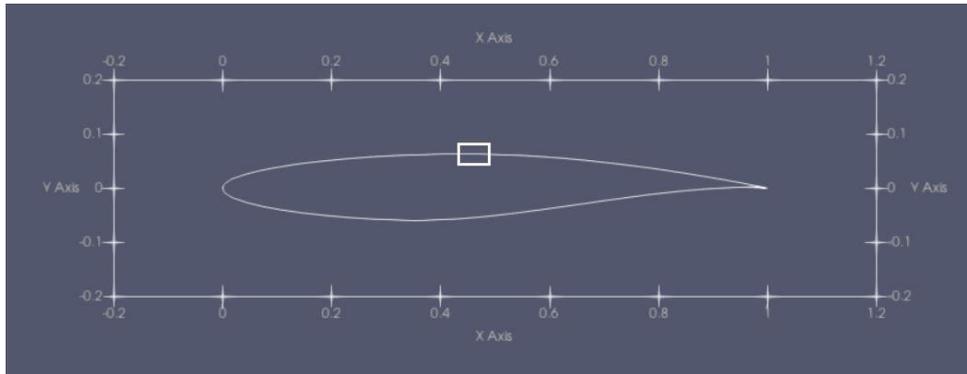


Figura 6.10: Punto in cui si osservano le oscillazioni

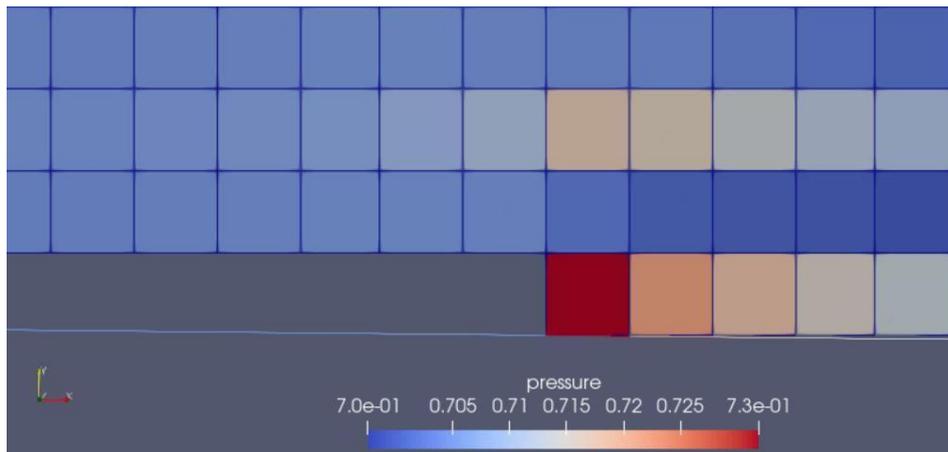


Figura 6.11: Oscillazioni di pressione a parete visualizzate nel riquadro mostrato in *fig. 6.10*

Per un maggiore studio delle oscillazioni e per analizzare l'effetto di queste sui risultati, si è scelto di condurre un'ulteriore simulazione relativa ad una placca inclinata di un angolo $\alpha = 0.075^\circ$ che verrà brevemente descritta nel capitolo successivo.

CAPITOLO 7 Placca Inclinata

In questo capitolo viene riportata la simulazione relativa ad una *placca inclinata* di un angolo pari a $\alpha = 0.075^\circ$. Tale simulazione è stata effettuata per l'analisi delle oscillazioni a parete, e per isolare l'effetto del singolo scalino nella griglia, ponendosi in una condizione test più semplice rispetto alla condizione relativa *al RAE- 2822* appena analizzata.

7.1 Set-Up simulazione

Le condizioni di simulazione relative a condizioni al contorno, griglia computazionale, grado di raffinamento a parete sono analoghe alla placca piana e per semplicità non vengono riportate all'interno di questo capitolo.

La differenza sta nell'introduzione dell'angolo di inclinazione nella geometria, non più parallela alla griglia ma inclinata di un angolo $\alpha = 0.075^\circ$ in modo da poter forzare l'*Immersed-Boundary*.

Per riportare la simulazione in una configurazione analoga alla placca piana allineata, anche il flusso all'ingresso viene inclinato di un angolo di $\alpha = 0.075^\circ$.

In *fig. 7.1* è rappresentato il nuovo set-up sperimentale.

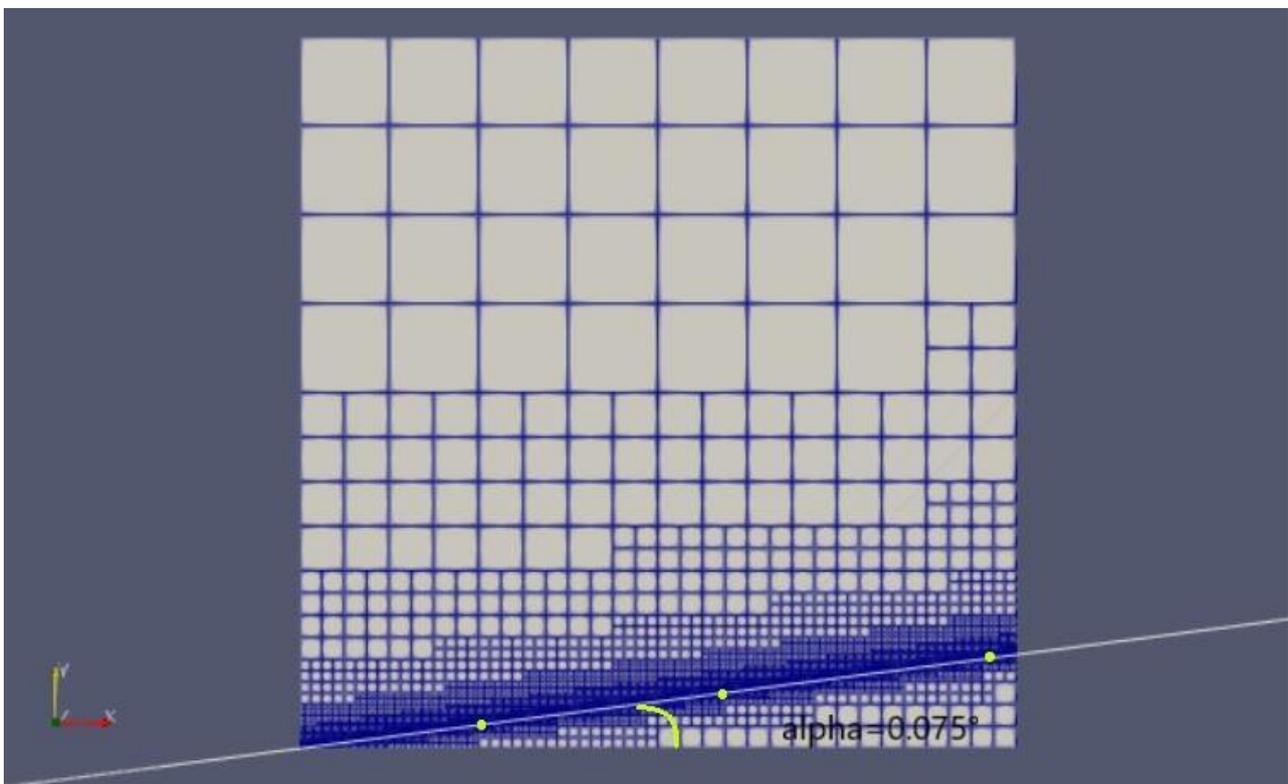


Figura 7.1: Set-Up sperimentale simulazione placca inclinata

7.2 Risultati

Da una prima analisi si è visualizzato ciò che ci si aspettava: la presenza di corpi non allineati con la griglia genera delle oscillazioni in prossimità dei salti di cella.

Come mostrato in *fig. 7.2* relativa all'andamento di velocità a parete sulla placca piana, in prossimità del salto di cella si osserva un leggero aumento di velocità a laddove ci si aspetterebbe una diminuzione di questa. Si tratta di un effetto dovuto ai termini viscosi ed all'elevato numero di Reynolds: non si osservano infatti oscillazioni a parete né in casi inviscidi né in casi laminari.

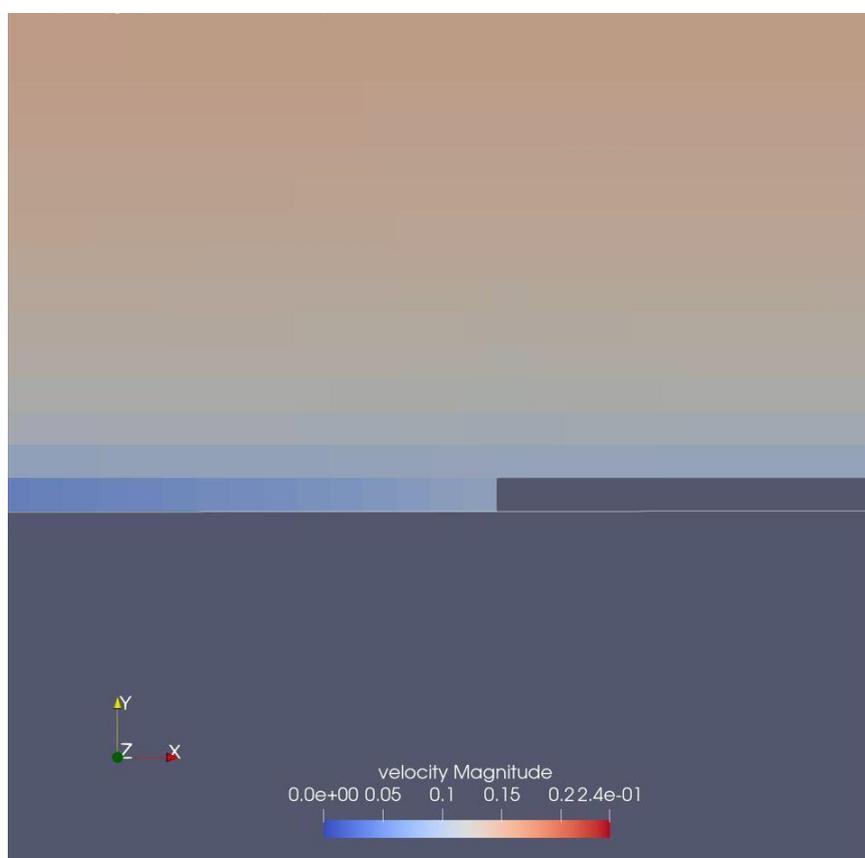


Figura 7.2: Andamento velocità a parete sulla placca inclinata

Tale andamento ha degli effetti sui risultati, visualizzabili nelle *fig. 7.3 – 7.4* che seguono.

Come si può osservare in *fig. 7.3*, da un confronto tra il profilo di velocità ottenuto da CFL3D (in rosso) [11] e il profilo di velocità di Immerflow (in marrone) si nota che i due profili non coincidono: a parete il flusso risolto con *Immerflow* presenta una velocità superiore, rispetto i dati di riferimento e diversa da zero, diretta conseguenza della presenza delle oscillazioni a parete.

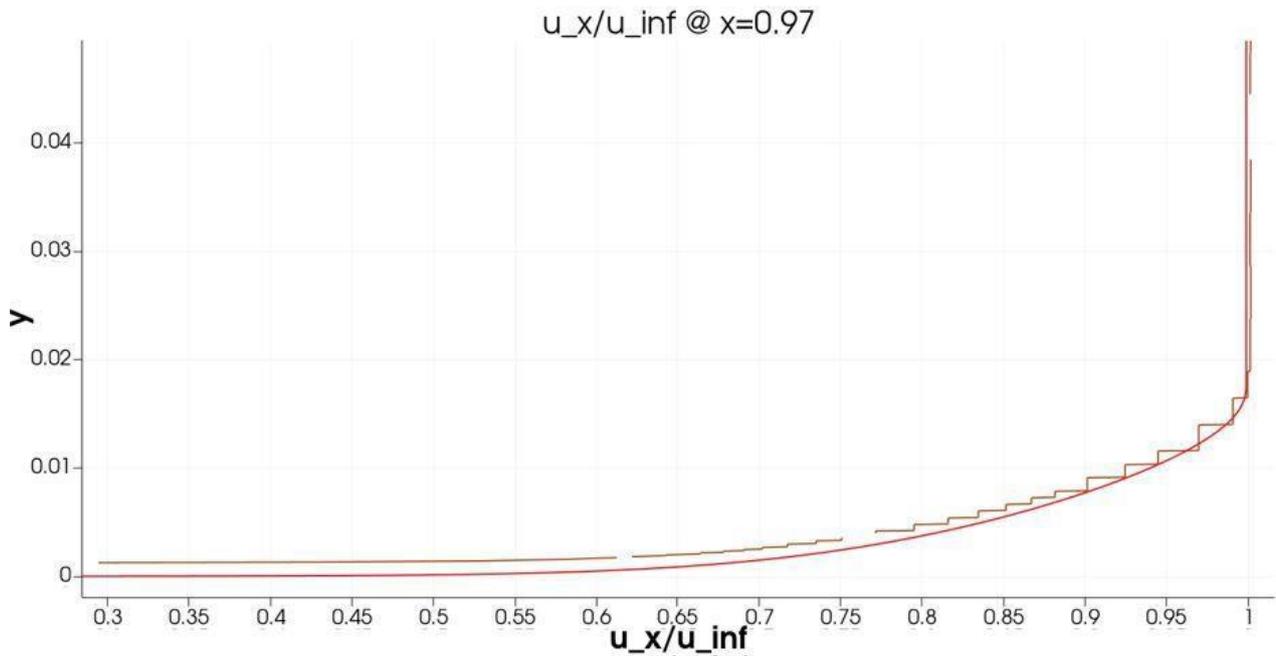


Figura 7.3: Confronto profilo di velocità placca inclinata coordinata $x=0.97$

L'effetto può essere visualizzato anche in *fig. 7.4* relativa al confronto tra i dati di viscosità dinamica turbolenta presenti in letteratura in blu [11] e i dati di *Immerflow*, in rosso.

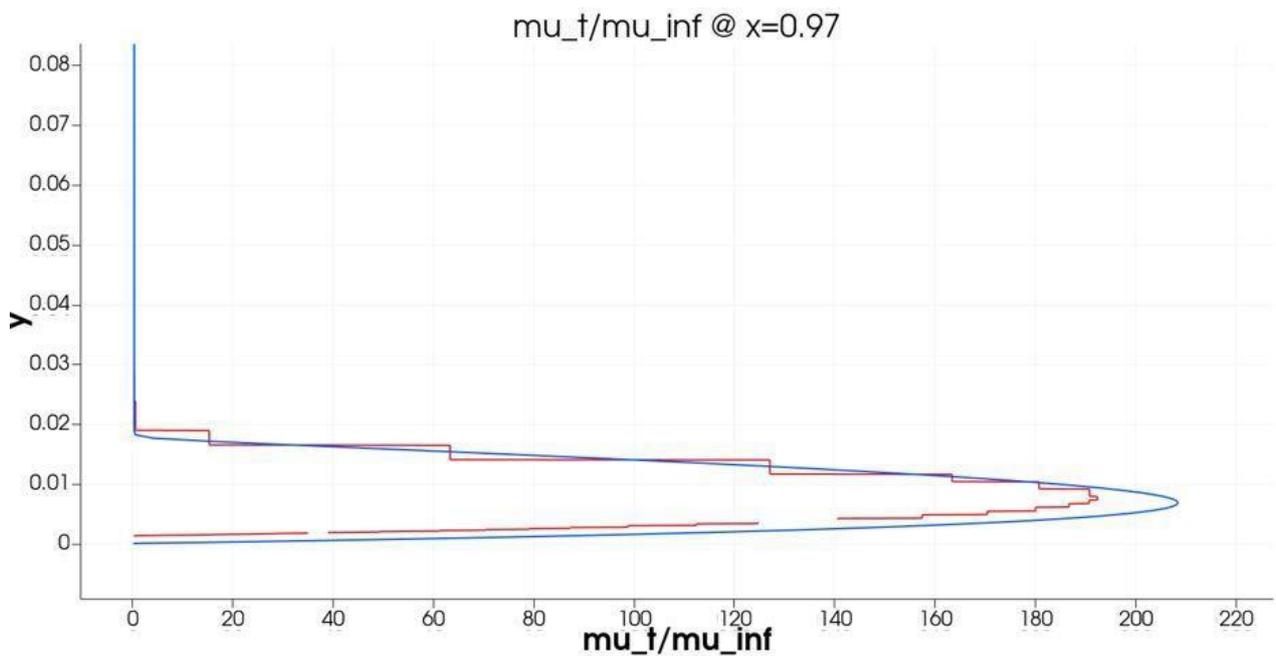


Figura 7.4: Andamento viscosità dinamica turbolenta placca inclinata

Per superare il problema appena introdotto, si propone un approccio diverso all'*Immersed-Boundary* nel caso di Reynolds elevati. Questo nuovo approccio è basato sull'utilizzo di *Wall Functions* [12]. Queste sono capaci di riprodurre localmente i profili turbolenti delle variabili primitive in prossimità della parete. Esse sono studiate per riprodurre empiricamente la fisica del flusso nella regione prossima alla parete, approssimandolo con il comportamento di placca piana turbolenta. Siamo confidenti che l'introduzione delle *Wall Functions* rimuoverà l'origine e l'effetto del problema osservato con il *RAE-2822*.

Questo approccio permetterà inoltre di ridurre drasticamente il numero di gradi di libertà, consentendo di posizionare il primo centro cella ad una distanza da parete equivalente a circa $y^+ = 50$. Si tratta di un approccio la cui introduzione in *Immerflow* è già stata implementata da *OPTIMAD Engineering Srl* e allo stato attuale l'implementazione del modello *RANS Implicito* con le *Wall Function* è vicina al completamento.

Conclusioni

L'obiettivo principale di questo lavoro di tesi era l'estensione e la validazione di un codice *CFD* per il *Metodo Immersed-Boundary* per la risoluzione dei campi fluidodinamici in presenza di flussi turbolenti.

L'analisi iniziale relativa alla comprensione del *Metodo Immersed-Boundary* associato allo sviluppo del solutore Immerflow, il relativo linguaggio di programmazione e codice *CFD* associato, hanno interessato un intervallo di tempo non indifferente.

Lo studio e l'analisi delle *R.A.N.S.* e del *Modello Negative – Spalart-Allmaras* ad esse associato si è sviluppato in concomitanza con le prime simulazioni, in questo lavoro di tesi brevemente riportate per comprendere l'utilizzo di Immerflow.

Il primo test-case analizzato, relativo alla *placca piana allineata* alla griglia di calcolo, si è dimostrato necessario per la validazione del *modello Negative Spalart – Allmaras* per il *Metodo Immersed-Boundary* restituendo buoni risultati. I dati ottenuti non si discostano da quelli presenti in letteratura: la viscosità turbolenta mostra l'andamento atteso così come il coefficiente di attrito a parete e i profili di velocità all'interno dello strato limite. Il modello risulta quindi essere correttamente implementato.

Nel secondo test-case relativo al *RAE-2822*, si è potuti testare il modello implementato anche nel caso di flussi transonici con formazione di onde d'urto in presenza di geometria non allineata agli assi della griglia di calcolo. Questo test-case ha messo in luce alcune criticità del *Metodo Immersed-Boundary* in condizioni di alti Reynolds, mostrando chiaramente come l'origine del problema risieda nelle regioni della griglia vicine al corpo dove si ha un andamento a gradini del confine solido – fluido. In conseguenza all'osservazione di queste criticità si è condotta un'ulteriore analisi relativa ad una *placca inclinata*, la cui simulazione è avvenuta seguendo la configurazione della placca piana allineata. Questa analisi ha permesso di apprezzare più nel dettaglio il comportamento delle oscillazioni e di come queste influenzino i risultati. Questo ci permette di confidare che la programmata introduzione di *Wall-Functions*, il cui scopo principale è ridurre il numero di gradi di libertà, consentirà di superare il problema fornendo una descrizione più accurata del flusso nelle immediate vicinanze dei corpi.

Bibliografia & Sitografia

- [1] R. Mittal, G. Iaccarino, *Immersed Boundary Method*, Annual Review of Fluid Mechanics , Gennaio 2005.
- [2] R. P. Fedwik, *Coupling an Eulerian Fluid Calculation to Lagrangian Solid Calculation with the Ghost Fluid Method*, Journal of Computation Physics, 175, pp 200-224, 2002.
- [3] E. A. Fadlun. R. Verzicco, P. Orlandi, J. Mohd-Yusof, *Combined Immersed-Boundary Finite Difference Methods for Three-Dimensional Complex Flow Simulations*, Journal of Computational Physics 161, Febbraio 2000.
- [4] <https://turbmodels.larc.nasa.gov/flatplate>
- [5] https://turbomodels.larc.nasa.gov/flatplate_grids.html
- [6] F. Larocca, *Appunti del corso di Fluidodinamica Computazionale*, Politecnico di Torino, 2020-2021.
- [7] S. Berrone, *Dispense corso di Metodi Numerici*, Politecnico di Torino, 2019-2020.
- [8] <https://www.grc.nasa.gov/www/wind/valid/raetaf/raetaf.html>
- [9] S. R. Allmaras, F. T. Jonhoson, P. R. Spalart, *Modifications and Clarifications for the Implementation of the Spalart – Allmaras Turbulence Model*, Big Island, Hawaii, 7th International Conference on Computational Fluid Dynamic (ICCFD7), 9 – 13 Luglio 2012.
- [10] Y. Gorse, A. Iollo, H. Telib, L. Weynans, *A simple second order cartesian scheme for compressible Euler Flow*, Hal-00701277, 2012.
- [11] https://turbomodels.larc.nasa.gov/flatplate_val.html
- [12] F. Capizzano, *Turbulent Wall Model for Immersed Boundary Methods*, AIAA Journal, Vol. 49 No. 11, Novembre 2011.
- [13] C. S. Peskin, *The immersed boundary method*, Acta Numerica, Vol 31, Cambridge University Press, 15 Luglio 2003.
- [14] G. De Cicca, *Appunti Aerodinamica*, Politecnico di Torino, 2018-2019.
- [15] G. Iaccarino, R. Verzicco, *Immersed-boundary Technique for Turbulent Flow Simulations*, Appl Mech Rev, Vol. 56, No 3, Maggio 2003.
- [16] D. Tordella, *Dispense corso Flussi Turbolenti*, Politecnico di Torino, 2020-2021.
- [17] P. R. Spalart, S. R. Allmaras, *A One – Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flow*, 30th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, January 6-9, 1992, Reno.

- [18] F. G. Schmitt, *About Boussinesq's turbulent viscosity hypothesis: historical remarks and a direct evaluation of its validity*, Academie de sciences, Elsevier Masson SAS, , 4 aprile 2007, pp. 617-627.
- [19] <https://turbmodels.larc.nasa.gov/spalart.html#sa>.
- [20] B. Van Leer, *Towards the ultimate conservative difference scheme*, vol. I. The quest of monotonicity, University Observatory, Leiden, Netherlands, pp 164-168.
- [21] V. Venkatakrishnan, On the accuracy of limiters and convergence to steady state solutions, 31st Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, 11-14 January 1993, Reno.
- [22] Quartapelle & Auteri, *Appendice-Q: Il problema di Riemann della gasdinamica*, in Fluidodinamica, pagina A-1, 24 Novembre 2008.
- [23] M. S. Liou, *Ten Years in the Making - AUSM family*, 15th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, 11-14 June 2001, Anaheim, CA, pp 1-15.
- [24] <https://optimad.github.io/bitpit/documentation/manual/1.8.0/index.html>.
- [25] S. Osher, R. P. Fedwik, *Level Set Methods: An Overview and some Recent Results*, 5 Settembre 2000.
- [26] S. Balay et al, *PETS Web Page*, <https://petsc.org/> 2022.
- [27] F. Jaillet, C. Lobos, *Fast Quadtree/Octree adaptive meshing and re-meshing with linear mixed elements*, Springer-Verlag, Londra, 1 Febbraio 2021.
- [28] https://www.dune-project.org/doxygen/2.4.2/group__DuneGridFormatParser.html,
- [29] <https://it.3dsystems.com/quickparts/learning-center/what-is-stl-file>.
- [30] https://www.youtube.com/results?search_query=blender+guru.
- [31] <https://www.solidworks.com/it>.
- [32] C. Schnepf, E. Schülein, *Experimental und numerical investigation of the aerodynamic characteristics of a generic transonic missile*, 35th AIAA Applied Aerodynamics Conference, 5-9 June 2017, Denver, Colorado.
- [33] <https://www.paraview.org/>.
- [34] <https://turbmodels.larc.nasa.gov/spalart.html>.
- [35] S. B. Pope, *Turbulent Flows*, Cambridge University Press, 2000.
- [36] https://www.cadence.com/ko_KR/home/tools/system-analysis/computational-fluid-dynamics/y-plus.html
- [37] R. Arina, *Fondamenti di Aerodinamica*, Levrotto & Bella, 2015.

- [38] https://turbomodels.larc.nasa.gov/flatplate_sa.html.
- [39] F. Larocca, *Appunti del corso do Fluidodinamica delle Turbomacchine*, Politecnico di Torino, A.A. 2020-2021.
- [40] R. Kumar, R. Richardson, J. Gustavsson, L. Cattafesta, *Characterization of RAE-2822 Transonic Airfoil in FSU Polysonic Wind Tunner Facility*, 8-12 Gennaio 2018, Kissimmee, Florida, 2018, AIAA Aerospace Sciences Meeting.
- [41] <http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=rae2822-il>.
- [42] P. H. Cook, M. A. McDonald, M. C. P. Firmin, *Aerofoil RAE 2822 – Pressure Distributions and Boundary Layer and Wake Measurements*, in Experimental Data Base for Computer Program, Assessment, AGARD Report AR 138, 1979.
- [43] A. Da Ronch, M. Panzeri, J. Drofelnik, R. d'Ippolito, *Sensitivity and Calibration of Turbulence Model in Presence of Epistemic Uncertainties*, Springer, CEAS Aeronautical Journal, 14 March 2019.

Ringraziamenti

Sono trascorsi sei anni da quando per la prima volta misi piede al Politecnico di Torino.

Sei anni da quando il sogno di quel ragazzo di 15 anni diventava realtà.

Sei anni che mi hanno visto cambiare, mi hanno visto crescere didatticamente e culturalmente e che mi hanno permesso di conoscere nuove, fantastiche persone.

Il primo, infinito, grazie va senza ombra di dubbio alla mia famiglia.

Ai miei genitori, a Rosy e Moffo, che mi avete permesso di realizzare un sogno. A voi un immenso grazie per tutti gli sforzi che avete fatto in questi sei anni. Grazie per non avermi mai fatto mancare nulla, per essermi stati sempre vicini nonostante la distanza, per avermi sempre sostenuto, anche nei momenti di sconforto.

A mia sorella, la mia stella polare, il mio punto di riferimento. Grazie per esserci sempre, per ogni tuo consiglio, sempre prezioso mai sbagliato. Grazie per le nottate passate a preparare gli esami e a rileggere la tesi. Grazie per essere la mia quotidianità, il mio sostegno su cui potrò sempre contare.

Grazie a te Luca, per essere sempre disponibile sempre h24, per i pomeriggi passati a giocare e per tutti i consigli informatici che in questi anni mi hai dato.

Di certo non può mancare un ringraziamento particolare ai miei nonni, Giacomo e Maria, che con le vostre chiamate, i racconti delle vostre avventure giornaliera e con i vostri pacchi da giù mi avete fatto sentire meno distante.

Un immenso grazie va agli amici di sempre, ad Elisabetta, Giuseppe, anzi meglio dire Perolo che Giuseppe suona male, Arianna e Silvia. Nonostante tutto, nonostante la distanza ci siete sempre stati e sempre continuare ad esserci e non avete mai fatto mancare il vostro affetto.

Grazie Esi per tutte le volte che ti sei ascoltata, in silenzio, i miei scleri e le mie paranoie su esami-università e di altro genere. Non basterebbe una pagina per dirti quanto sia stato fondamentale il tuo sostegno e la tua presenza giornaliera, anche solo con un semplice messaggio, durante tutti questi anni. Grazie per le lunghissime chiamate giornaliera passate al telefono, per i tuoi consigli e per tutte le volte in cui ti ho ripetuto le mie materie nonostante non sia il tuo campo.

Grazie per essere parte della mia routine giornaliera.

Grazie Perolo, per avermi sopportato in tutti questi anni, per tutte le volte che mi venivi a trovare, per esserti sempre dimostrato disponibile ad ascoltare i miei scleri, i miei dubbi, le mie incertezze, per avermi sempre spinto ad andare avanti e, anche se a modo tuo, a non mollare mai.

Grazie anche a te per esserci sempre in qualsiasi istante.

Grazie a te Arianna. Con te sei anni fa abbiamo intrapreso questo viaggio insieme ed eccoci qua, sei anni dopo a concluderlo ancora insieme. Grazie perché la tua presenza in città si è dimostrata come un punto di riferimento in questi sei anni. Grazie per le lunghe passeggiate della domenica pomeriggio in centro, per le serate passate a ridere e a scherzare in giro per Torino.

Grazie per continuare ad essere ancora mia amica dopo non so quanti anni.

Grazie Silvia, perché nonostante tutto sei sempre la stessa ogni volta che ci rivediamo. In questi anni sei stata sempre presente, anche solo con un semplice post o un semplice reel strano mandato su instagram. Non te l'ho mai detto ma li ho sempre considerati dei toccasana.

Un immenso grazie va agli amici Torinesi, che hanno reso questi sei anni indimenticabili.

Il primo grazie non può che andare a te, Zef. Grazie perché, come sai questa laurea è in parte tua.

Grazie perché senza di te, senza il tuo sostegno, il tuo aiuto, non avrei mai raggiunto questo traguardo.

Grazie per i pomeriggi di studio, per tutte le giornate passate a ridere e a fare gli scemi anche nei

momenti meno opportuni, per le serate passate al Murphy o semplicemente in giro a “babbare” come solo noi sappiamo fare. Grazie per avermi sempre aiutato senza chiedere mai nulla in cambio, per tutte quelle volte che mi hai ascoltato quando ne avevo bisogno senza dire una parola. Grazie per aver sempre creduto in me anche quando io non ci riuscivo. Ci sarebbero altre mille motivi per cui ringraziarti ma credo tu li conosca già. Insomma, grazie per esserti comportato come un fratello più che come un amico o collega.

Grazie a nonna Ester, che mi ha accolto in casa a braccia aperte, che ha reso quasi tutte le domeniche come quelle a cui ero abituato quando ero bambino.

Grazie Lalli per avermi fatto sentire a casa dal primo giorno che ci siamo incontrati. Grazie per le serate in montagna e per le giornate al mare, per gli aperitivi a bottiglie di vino al Pastis. Non dimenticherà mai le innumerevoli giornate folli di sessione invernale passate in casa con la borsa dell’acqua calda e tazze di caffè a preparare gli esami in meno di 48h. Grazie per esserti dimostrata l’amica con la A maiuscola: è anche grazie a te se adesso considero Torino come una seconda casa.

Grazie a Chiara, che mi ha trattato con un figlio sin dal primo giorno in cui ho messo piede in casa sua.

Un grazie particolare a Lorenzo, Cesare, Daniela, Sabino, Vincenzo per aver reso questi anni universitari indimenticabili, dai pomeriggi a fare riunioni per i 200 progetti che avevamo alle partite a carte passando dalle tranquille serate da Cheers per finire alle indimenticabili serate alle Panche.

Un ringraziamento va a tutti gli Optimad Puppies per aver reso l’esperienza di tesi indimenticabile, in particolar modo grazie a Luca poiché il suo sostegno è stato fondamentale durante tutti i mesi di tesi.