

## Politecnico di Torino

Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Aerospaziale

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

# Progettazione e modellazione di un attuatore elettromeccanico a camma piana per un freno aeronautico

Relatori: Prof. Paolo Maggiore Ing. Matteo Dalla Vedova Ing. Federico Monacelli Candidato: Igor Fortina

### Ringraziamenti

Ai miei genitori soprattutto, che mi hanno sostenuto dal primo giorno in tutti i modi, e hanno compromesso per causa mia le loro coronarie. A loro la dedica più importante. A mio fratello, la versione di me potenziata e più brillante di cui io costituisco un modello prototipico meno evoluto, con il quale condivido la mia vita dal giorno della nascita (a onor del vero, dopo un'accurata analisi storiografica, emerge che abbiamo condiviso un monolocale per sette mesi ancor prima di nascere). A lui devo gran parte di questo traguardo. Alla nonna Tina che, per aiutarmi, qualora fosse necessario, sposterebbe anche i pianeti che non esistono. Ai miei nonni, orgogliosi di me. A Mirgen, che non è solo un fratello, ma molto di più: probabilmente il terzo gemello. Agli amici di sempre, fin dal primo giorno di cui ho memoria: Bola, fedele e insostituibile compagno d'imprese, e Lucas...Avia, amico sincero e leale, con cui condivido il grande Sonno. A Doc, l'unico vero dottore. All'amico Andre Rossi, a cui devo gli anni più spensierati della scuola. Al mio braccio destro Ruben e alla teoria delle stringhe: al Maestro Fil e al suo monte Cistella. Alla zia Ba, semplicemente folle. Al Fede, saggio maestro. A persone come Brichetto, il Don, Milesi, i quali, senza saperlo, sono per me mentori. E infine a mio Nonno Guerrino, che in questi giorni invade prepotentemente i miei pensieri come non mai; il primo a vedere da lontanissimo questo traguardo. Forse non sarò mai abbastanza consapevole di quanto sia stato prezioso per me.

> "Alla fin fine...." 6 Aprile 2022 Igor

## Indice

1	Freno aeronautico	5
2	Introduzione agli attuatori elettromeccanici         2.1       Attuatori elettromecanici (EMA)         2.1.1       Considerazioni sull'aggiunta del riduttore         2.1.2       Layout dell'attuatore	<b>8</b> 9 11 12
3	Freni a disco         3.1 Distribuzione delle pressioni:	<b>15</b> 15
4	Freno idraulico di riferimento4.1Considerazioni sulla ridondanza	<b>19</b> 21
5	Attuatore elettromeccanico a camma piana         5.1       Introduzione         5.2       Camma piana         5.2.1       Legge di conversione del moto         5.2.2       Influenza dei parametri $r_b$ , $\theta_h$ e h	25 25 25 27 30
6	<ul> <li>Definizione dell'attuatore</li> <li>6.1 Determinazione del rapporto di riduzione e dell'angolo di ro- tazione della camma</li></ul>	<b>41</b> 41
7	<ul> <li>6.2 Procedura di calcolo</li> <li>Progettazione del riduttore</li> <li>7.1 Stadio di riduzione Wolfrom</li> <li>7.1.1 Rapporto di riduzione</li> <li>7.1.2 Forze scambiate</li> <li>7.2 Progettazione dello stadio Wolfrom</li> <li>7.2.1 Dimensionamento ingranaggi</li> </ul>	42 48 49 50 53 56 59
8	Modellazione dell'attuatore 8.1 Misurazione della forza	<b>64</b> 65

9 Freno di parcheggio	71
<b>10 Analisi FEM</b> 10.1 Corona mobile Wolfrom         10.2 Portatreno dello stadio epicicloidale d'uscita e camma         10.3 Case	<b>75</b> 75 75 76
11 Conclusioni	
APPENDICI	
A Considerazioni sui riduttori         A.1 Rotismi         A.2 Epicicloidale         A.2.1 Rapporto di riduzione di stadi epicicloidali	<b>83</b> 84 86 87

Indice

### Prefazione

Negli ultimi anni le aziende aeronautiche stanno tentando di introdurre alcune innovazioni nei sistemi di bordo degli aerei; con la diffusione della concezione MEA (more electric aircraft), diversi aerei di nuova generazione montano impianti elettrici sempre più potenti e l'attuazione elettrica diventa sempre più frequente. Esempi notevoli sono i moderni Boeing 787 e Airbus 380 che montano un impianto elettrico molto sviluppato che assolve funzioni tradizionalmente affidate all'impianto idraulico. Si vuole valutare una soluzione alternativa all'attuale freno idraulico dell'aereo Aermacchi M-345 in modo che questa abbia le stesse prestazioni e rispetti gli ingombri dell'attuale soluzione idraulica. La presente attività di tesi, tratta lo studio e la modellazione di un attuatore elettromeccanico a camma piana per un freno aeronautico. Si propone un'architettura alternativa alla tipica soluzione a ricircolo di rulli diffusa sui moderni freni elettromeccanici. Si affronta la definizione della geometria ottimale della camma che soddisfi i requisiti di forza e dinamica del freno e lo sviluppo del riduttore. L'attività di tesi fa parte di un progetto di ricerca a cui collaborano il Politecnico di Torino e le aziende Mecaer di Borgomeanero e BPR di Verbania alla quale sono stato affiancato.

### Capitolo 1

### Freno aeronautico

I freni agiscono sulle ruote del carrello d'atterraggio principale, esercitano una forza di compressione su una serie di dischi solidali in maniera alternata al mozzo della ruota e alla struttura. Il freno, per effetto dell'attrito tra le superfici a contatto, dissipa l'energia cinetica del velivolo in calore e la temperatura dei dischi può aumentare anche di 1000° in poche decine di secondi. Il notevole aumento di temperatura determina una dilatazione della struttura che, unita alla progressiva usura delle superfici a contatto, impone uno studio dettagliato sulle deformazioni strutturali e l'alterazione dei giochi meccanici. Il rilascio di calore all'ambiente e ai corpi vicini invece è molto più lento, il freno potrebbe richiedere diverse decine di minuti per tornare alla temperatura d'esercizio (ad esempio in caso di decollo interrotto) [12]. I freni impiegati sui velivoli devono assolvere i seguenti compiti:

- rallentare il velivolo in fase di atterraggio;
- governare il moto del velivolo durante la fase di rullaggio in pista controllando velocità e direzione;
- mantenere fermo il velivolo durante i test dei motori e in condizioni di stazionamento.

Generalmente i freni sono installati montati solo sulle ruote del carrello principale con comando differenziato tra gamba destra e sinistra. I freni aeronautici sono tutti a disco perchè in grado di disperdere più facilmente il calore e capaci di sfruttare al meglio la superficie d'attrito.

#### Freno a dischi multipli

I freni sono composti da più dischi posti in rotazione solidalmente alla ruota i quali hanno un grado di libertà lungo l'asse della ruota, possono quindi scorrere assialmente se premuti. I dischi statorici, alternati ai dischi del rotore, sono anch'essi liberi di muoversi assialmente e fungono da supporto per le superfici di frizione. Lo spostamento assiale non vincolato consente ai dischi rotanti di entrare in contatto con gli elementi d'attrito su entrambe le superfici.



Figura 1.1: Freno a dischi multipli [3]

Lungo lo spessore dei dischi si possono avere gradienti elevati di temperatura che possono causare dilatazioni eccessive e rotture. I dischi pertanto devono essere abbastanza sottili; inoltre siccome la quantità di calore dissipata è immensa, occorre una capacità termica notevole. Da qui nasce l'esigenza di installare più dischi di spessore inferiore.

La forza assiale è generata da pistoni che portano a contatto i dischi rapidamente con una corsa dell'ordine di qualche millimetro. I pistoni agiscono su una piastra d'estremità anch'essa mobile; la contropiastra d'estremità opposta è invece vincolata.

Modernamente i dischi sono in carbonio che presenta notevoli vantaggi in termini di resistenza ad alte temperature, massa, dilatazione termica, calore specifico e conducibilità termica. Le pastiglie invece sono costituite da materiale sacrificale (metalli e ceramiche) che vengono sostituiti una volta usurati. Il freno idraulico è di fatto universalmente adottato su quasi



Figura 1.2: Freno elettromeccanico del Boeing 787 [12]

tutti i velivoli moderni. Tuttavia negli ultimi anni sono state sviluppate

alcune soluzioni elettromeccaniche in luogo del tradizionale freno idraulico; i due esempi più notevoli sono il Boeing 787 e alcuni esemplari della serie Bombardier CSeries.

Il Boeing 787 possiede 8 ruote frenanti e per ognuna di esse i dischi sono azionati da 4 attuatori elettromeccanici disposti circonferenzialmente. Ogni attuatore è costituito da un motore BLDC, un riduttore e una vite a ricircolo di sfere (figura 1.2). Le unità elettroniche di controllo sono 4, ognuna di esse governa due ruote.

Attualmente la soluzione più comune sfrutta viti a ricircolo di sfere per trasformare il moto rotatorio in moto lineare; ci sono però soluzioni alternative che chiamano in causa un cinematismo differente ad oggi non ancora sviluppate per freni elettromeccanici (ad esempio un attuatore a camma piana - vedi capitolo 5).

#### Sistemi anti-bloccaggio delle ruote e sistema autofrenante

Per avere la massima efficacia nella frenata è necessario evitare lo slittamento degli pneumatici mantenendo il moto di puro rotolamento. Nella maggior parte dei velivoli questo fenomeno non è controllabile da parte del pilota, soprattutto in caso di frenata d'emergenza. Il bloccaggio delle ruote comporta una diminuzione della capacità frenante del velivolo e, oltre a danneggiare il battistrada degli pneumatici, allunga il tempo e la lunghezza della corsa d'arresto. Si introducono così i dispositivi anti-skid che consentono di controllare la pressione dei freni delle singole ruote. I primi dispositivi antislittamento inventati si basavano sulla misurazione della velocità angolare delle ruote: quando veniva rilevato il bloccaggio di una ruota si agiva rilasciando la pressione sui dischi. Modernamente questi dispositivi cercano di prevedere il bloccaggio della ruota in funzione dell'accelerazione angolare, del carico normale e del coefficiente d'attrito tra pneumatico e asfalto intervenendo con piccole variazione di pressione.

Il sistema autofrenante (auto-braking) agisce sui freni senza che il pilota prema sui pedali. La manovra di frenata è compiuta senza ausilio del pilota, i freni vengono attivati pochi secondi dopo che l'aereo è entrato in contatto col suolo oppure dopo l'estrazione degli aerofreni. Durante la manovra di partenza il sistema frenante è armato in modalità decollo; nel caso in cui il pilota effettua una manovra di decollo abortito, si estendono gli aerofreni, si azionano gli inversori e si attiva il sistema di auto-braking alla massima intensità.

### Capitolo 2

## Introduzione agli attuatori elettromeccanici

I sistemi dei velivoli moderni convenzionali sono azionati da potenza idraulica, elettrica, meccanica e pneumatica prelevata dai motori. L'impianto elettrico fornisce potenza all'avionica, al sistema antighiaccio e alle utenze dei passeggeri; l'impianto pneumatico preleva aria in pressione dal compressore del motore e alimenta l'impianto di condizionamento e pressurizzazione. Infine l'impianto idraulico fornisce potenza per l'attuazione dei comandi di volo. In ambito aeronautico recentemente vengono impiegate molte risorse nello studio di sistemi di bordo di nuova concezione che possano sostituire o affiancare i sistemi tradizionali. La concezione di More Electric Aircraft e All Electric Aircraft (MEA/AEA) nasce dall'esigenza dell'industria aeronautica di ridurre i costi operativi e di manutenzione degli aerei, ridurne il peso, abbattere le emissioni, migliorare l'affidabilità e allungare il ciclo di vita dei velivoli. Il concetto di AEA prevede l'utilizzo di potenza elettrica per tutti i sistemi che tradizionalmente sfruttano sorgenti di potenza differente.

L'attuazione elettrica, rispetto alla tradizionale attuazione idraulica, beneficia di alcuni notevoli vantaggi: l'assenza di oli potenzialmente velenosi e infiammabili, riduzione di peso e volume, riduzione di tempi e costi di manutenzione grazie all'assenza dell'impianto idraulico che richiede manutenzione specializzata e onerosa. Tendenzialmente gli attuatori elettrici presentano una risposta dinamica più rapida rispetto ai tradizionali idraulici [11]. Attuatori EHA (electro-hydrostatic actuator) e EMA (electromechanical actuator) trovano impiego sia in ambito civile, ad esempio nel freno del carrello d'atterrggio, negli spoiler centrali e nello stabilizzatore orizzontale del Boeing 787, ma anche in velivoli militari come l'F35 equipaggiato con comandi di volo primari ad attuazione elettromeccanica. Si stima che, adottando la concezione MEA, il peso al decollo di molti aerei militari da combattimento possa essere ridotto di 450 Kg [7]. Un grande vantaggio dell'attuazione elettrica rispetto a quella elettrica riguarda la manutenzione e la sostituzione di componenti; infatti generalmente le operazioni di manutenzione su circuiti idraulici sono più impegnative e onerose; l'attuatore elettromeccanico può essere definito un componente "plug and play". Il concetto di More Electric Aircraft discende proprio dall'esigenza delle compagnie aeree di ridurre i costi operativi soprattutto legati alla manutenzione.

Il concetto di MEA è piuttosto recente e rappresenta uno snodo critico per il futuro dell'industria aerospaziale e introduce nuove sfide per le aziende del settore.

L'attuazione idraulica ha raggiunto piena maturità e garantisce buone prestazioni e soprattutto ottima affidabilità; infatti la grande maggioranza dei velivoli adotta ancora oggi attuatori idraulici per la movimentazione delle superfici di volo primarie. Tuttavia gli attuatori elettromeccanici/elettroidraulici vengono impiegati sempre più frequentemente per i comandi di volo secondari e nel carrello d'atterraggio. Ad esempio, sul Boeing 787, attuatori EMA azionano il freno del carrello, gli spoiler centrali e lo stabilizzatore di coda.

#### 2.1 Attuatori elettromecanici (EMA)

La parte elettrica di un attuatore elettromeccanico è molto simile a quella di un attuatore elettro-idrostatico, infatti ricadono entrambi nella categoria di attutori PbW (power by wire). La differenza principale risiede nella trasmissione di potenza al carico che è puramente meccanica. La catena cinematica consente l'azionamento di carichi tramite moto lineare o rotativo. L'olio idraulico è completamente assente e quindi non può essere sfruttato come fluido refrigerante.

L'attuatore elettromeccanico converte potenza elettrica in potenza meccanica tramite un cinematismo lineare o rotativo. L'attuatore lineare è costituito generalmente da un motore elettrico che trasmette potenza per mezzo riduttore ad un meccanismo che trasforma il moto rotazionale in traslazionale (ad esempio una vite a ricircolo di sfere o rulli). Uno schema tipico di un attuatore elettromeccanico lineare con vite a ricircolo è rappresentato in figura 2.1. Il motore può essere collegato direttamente alla vite senza ricorrere ad un riduttore di giri (direct drive, figura 2.1).

L'attuatore viene governato da un modulo di controllo elettronico che provvede a fornire al motore la potenza richiesta in funzione del comando di input e del segnale di controllo di retroazione.

Possono essere impiegati diversi tipi di motore elettrico a seconda del tipo di sorgente elettrica a bordo. Solitamente vengono impiegati motori a magneti permanenti sincroni; motori brushless in corrente continua oppure motori a riluttanza commutata (SR).



Figura 2.1: Architettura tipica di EMA lineare [14]



Figura 2.2: Schema concettuale di un EMA

La funzione del riduttore (gearbox) è di diminuire la velocità di rotazione e moltiplicare la coppia in uscita. Il riduttore solitamente è costituito da più stadi di riduzione ordinari ed epicicloidali.

Il motivo principale per cui gli attuatori elettromeccanici non sono impiegati per l'attuazione dei comandi di volo primari è che possono essere soggetti a grippaggio (jamming). Il bloccaggio può avvenire in seguito di contaminazione dei contatti meccanici o in condizioni di lubrificazione insufficiente. Si può tentare di prevenire il grippaggio monitorando l'attività termica che può diventare intensa a seguito dello strisciamento indesiderato di una sfera nella pista. Il ciclo di vita degli EMA è proprio limitato dall'usura delle numerose parti meccaniche in movimento (trasmissione, cuscinetti, sfere di ricircolo). Inoltre gli avvolgimenti del motore elettrico possono danneggiarsi in presenza di forte umidità o ad alte temperature.

L'analisi termica per un attuatore elettrico è di primaria importanza soprattutto per i sistemi frenanti che devono dissipare ingenti quantità di calore; a differenza degli attuatori idraulici, non vi è nessun fluido che può essere sfruttato come refrigerante. Quindi l'architettura del velivolo, in corrispondenza dell'alloggiamento degli attuatori elettromeccanici, deve essere concepita in modo tale da ottenere una convezione naturale con l'ambiente circostante per garantire il raffreddamento.

L'affidabilità degli attuatori idraulici è assicurata da decenni di sperimentazioni e utilizzo in larga scala, e sono ancora oggi i più utilizzati nel settore aeronautico. L'attuatore idraulico, rispetto ad un EMA, è caratterizzato da una ridotta inerzia delle parti in movimento dovuta all'assenza del riduttore e della vite, tuttavia, presenta una rigidezza inferiore dovuta alla compressibilità del fluido.

#### 2.1.1 Considerazioni sull'aggiunta del riduttore

E' necessario considerare i seguenti aspetti in seguito alla presenza del riduttore: massa, inerzia e gioco.

- **Massa** : la massa di un motore elettrico è strettamente correlata alla coppia che produce. Per moltiplicare la coppia si può introdurre un riduttore di giri oppure adottare un motore di dimensioni maggiori; è sempre opportuno considerare un compromesso per minimizzare massa e ingombri totali del sistema.
- **Inerzia** : l'accelerazione delle parti rotanti del riduttore assorbe parte dell'energia trasmessa dall'albero motore durante il transitorio; questo comporta una dissipazione di energia proporzionale all'inerzia totale del cinematismo. Consideriamo un modello di ingranaggio con rapporto di condotta  $\tau = \omega_2/\omega_1$  dove  $J_1$  e  $J_2$  sono i momenti d'inerzia rispettivamente dell'albero motore e dell'albero condotto. L'energia cinetica assorbita dal cinematismo è:

$$E = \frac{1}{2}J_1\omega_1^2 + \frac{1}{2}J_2\omega_2^2 = \frac{1}{2}\left(J_1 + J_2\tau^2\right)\omega_1^2 = \frac{1}{2}J_{eq,1}\omega_1^2$$

Maggiore è l'inerzia totale del cinematismo maggiore è l'energia necessaria ad accelerare l'attuatore e la risposta dinamica risulta meno rapida. Inoltre occorre prestare attenzione all'assorbimento di energia in seguito all'urto a fine corsa della vite che può essere un evento distruttivo se il sistema di controllo non interviene rallentando l'ingranaggio.

Gioco : l'assenza del liquido idraulico determina una ottima rigidezza (a causa della compressibilità del fluido idraulico); tuttavia a causa dell'inevitabile gioco meccanico degli ingranaggi si introduce una regione, seppur molto piccola, di "moto libero". Il gioco può essere annullato attraverso un precarico degli ingranaggi riducendo la vita del riduttore [12].

#### 2.1.2 Layout dell'attuatore

L'attuatore lineare integra un cinematismo per la conversione del moto da rotativo a lineare. La soluzione più diffusa è la vite a ricircolo di sfere. La disposizione interna degli elementi che compongono l'attuatore (motore, riduttore, vite) può essere permutata ottenendo configurazioni differenti (figura 2.3). La configurazione in linea a) minimizza l'ingombro laterale ma tende a svilupparsi assialmente. Le soluzioni c) e d) impongono l'utilizzo di un riduttore, sono le più diffuse perchè riducono l'ingombro complessivo. La configurazione ad assi paralleli è sfruttata negli attuatori del freno del Boeing 787 (figura 1.2). In casi particolari si può ricorrere ad un cinematismo in presa diretta con il motore senza frapporre il riduttore di giri. Può essere utile nei casi in cui non è necessario amplificare la coppia. Le configurazioni riportate in figura 2.3 fanno riferimento al cinematismo a ricircolo di sfere ma potrebbero essere sfruttate da altre tipologie di cinematismi.



Figura 2.3: Layout ticipi di EMA [12]

Considerando la vite un elemento maschio e la chiocciola un elemento femmina possiamo ottenere 4 configurazioni a seconda di quale membro ruota e quale trasla e a seconda che tutti i filetti siano contemporaneamente in contatto o meno (figura 2.4).

E' necessario inoltre considerare le reazioni vincolari della vite e della chiocciola; in particolare l'elemento ruotante deve essere bloccato assialmente, e bisogna impedire la rotazione all'elemento che trasla. Le reazioni vincolari sono analoghe alle forze di pressione esercitata dal fluido alle pareti della camera in un attuatore idraulico.

La soluzione alternativa all'attuatore lineare è l'attuatore ad azionamento rotativo; la rotazione del motore non viene convertita in spostamento lineare da una vite e l'azionamento avviene tramite una camma o per mezzo di una leva. La camma è un cinematismo ad un grado di libertà, assolve



Figura 2.4: Vite/chiocciola in rotazione/traslazione [12]

il ruolo di movente e può essere sagomata a piacere in modo da imporre all'elemento cedente la legge di moto desiderata (figura 2.5).

In funzione della legge di sviluppo della goccia, e quindi del raggio di curvatura, si genera una pressione su una superficie idealmente puntiforme che può essere studiata con il modello dei contatti Hertziani (vedi capitolo 5.2).



Figura 2.5: Esempio di camma a con piattello [13]

### Capitolo 3

### Freni a disco

Il freno è un organo meccanico destinato a creare un'azione di rallentamento della macchina a cui è applicato tramite una coppia frenante per attrito. La forza assiale preme una pila di dischi di frizione contro i dischi rotanti solidali al mozzo della ruota; l'energia cinetica della macchina viene convertita in calore per effetto dello slittamento delle superfici. La forza assiale è generata da più attuatori disposti uniformemente sulla superficie del disco.

I problemi fondamentali che riguardano il dimensionamento dei freni sono:

- determinazione della distribuzione di pressione per il calcolo dell'azione frenante;
- contenimento della pressione massima di contatto;
- problema termico, determinazione delle temperature d'esercizio e della capacità di raffreddamento del freno.

I freni a disco sono caratterizzati dal fatto che l'accostamento è assiale e uniforme per tutti i punti di contatto.

### 3.1 Distribuzione delle pressioni:

Per stimare la coppia frenante generata dal freno, è necessario determinare la distribuzione delle pressioni sulla superficie a contatto. Se i dischi sono rigidi, allora, nelle fasi iniziali di impiego si può assumere uniforme la distribuzione di pressione sul disco e la maggior usura si verifica nella regione esterna poichè il lavoro delle forze d'attrito risulta maggiore; dopo un certo tempo di utilizzo, a seguito dell'iniziale usura, la distribuzione di pressione cambia in modo da ottenere un'usura uniforme su tutto il disco (ipotesi di Reye). I freni e le frizioni assiali possono essere dimensionati secondo due criteri: pressione uniforme o usura uniforme.

#### Usura uniforme

Consideriamo un disco rotante premuto contro un disco fisso ad esso coassiale. Inizialmente è ragionevole assumere che la pressione di contatto sia uniforme su tutta la superficie; tuttavia dopo un certo periodo di funzionamento si osserva che il materiale d'attrito risulta più sottile nella regione più esterna a causa del maggior lavoro compiuto dalle forze d'attrito. Questo fenomeno trova spiegazione introducendo l'*ipotesi di Reye*, ovvero assumendo che il lavoro delle forze d'attrito sia proporzionale al volume di materiale asportato in un intervallo di tempo infinitesimo dt:

$$dV \propto dL_f = d\delta \cdot dA$$

dove  $d\delta$  è lo spessore di materiale asportato. Il lavoro compiuto dalle forze tangenziali nello stesso intervallo di tempo è dato da:

$$dL_f = f p dA v dt = f p \omega r dA dt$$

dove f rappresenta il coefficiente d'attrito, p la pressione locale agente in un'area infinitesime dA e  $v = \omega r$  è la velocità relativa tra le superfici nel punto considerato.

Assumendo, per l'ipotesi di Reye, che il lavoro delle forze d'attrito sia proporzionale al volume di materiale asportato, si ottiene:

$$\frac{d\delta}{dt} \propto f \, p \, \omega \, r$$

Il consumo  $\delta$  nei freni e frizioni dipende dall'accostamento, ovvero dal tipo di spostamento della superficie mobile; in particolare, nei freni a disco, l'accostamento è uniforme per tutti i punti di contatto, perciò si può scrivere la seguente relazione:

$$pr = cost = k$$

Il tipo di freno di nostro interesse è ad accostamento rigido, in cui il moto di accostamento del pattino frenante consiste in una traslazione rigida in direzione perpendicolare alla superficie del disco (figura 3.1).

Il momento frenante infinitesimo dovuto alla forza d'attrito agente sull'area infinitesima dA è:

$$dM = r p \, dA \, f = f \, p \, r^2 \, d\theta \, dr = f \, k \, r \, d\theta \, dr$$

Il momento frenante si ottiene integrando sulla superficie di contatto:

$$M = \int_{A} f \, k \, r \, d\theta \, dr = \frac{1}{2} f \, k \, \alpha \, \left( r_e^2 - r i^2 \right) \tag{3.1}$$

La forza assiale totale si ottiene dall'integrale delle pressioni sulla superficie di frizione:



Figura 3.1: Freno a disco ad accostamento rigido[8]

$$F_n = \int_A p \, dA = \int_A \frac{k}{r} \, r \, d\theta \, dr = k\alpha \left( r_e - r_i \right) \tag{3.2}$$

Possiamo quindi relazionare il momento frenante con la forza assiale di pressione ricavando k dalla 3.2 e sostituendo nella 3.1:

$$M = f F_n \frac{re + r_i}{2} \tag{3.3}$$

Si osserva che, al contrario della pressione, la coppia frenante non dipende dall'ampiezza angolare della superficie d'attrito; i ferodi dei freni aeronautici sono applicati su tutta la superficie per distribuire su una superficie più ampia il carico termico assorbito dal freno. La massima pressione si riscontra al raggio interno:

$$p_{max} = \frac{k}{r_i} = \frac{F_n}{\alpha r_i \left(r_e - r_i\right)} \tag{3.4}$$

#### Pressione uniforme

Ipotizzando una distribuzione uniforme di pressione si può immediatamente ricavare la forza assiale di pressione:

$$F_n = \int_A p \, dA = \int_A p \, r \, d\theta \, dr = \frac{p \, \alpha}{2} \left( r_e^2 - r_i^2 \right) \tag{3.5}$$

Dalla quale:

$$p = \frac{2F}{\alpha \left(r_e^2 - r_i^2\right)} \tag{3.6}$$

Analogamente la coppia frenante:

$$M = \int_{A} f \, p \, r \, dA = \int_{A} f \, p \, r^{2} \, d\theta \, dr = \frac{f \, p \, \alpha}{3} \left( r_{e}^{3} - r_{i}^{3} \right) \tag{3.7}$$

Sostituendo la 3.6 nella 3.7 si ottiene la relazione tra coppia frenante e forza assiale di pressione:

$$M = \frac{2}{3}f F_n \frac{r_e^3 - r_i^3}{r_e^2 - r_i^2}$$
(3.8)

Confrontando le equazioni 3.1 e 3.7 si osserva che i due modelli stimano la coppia frenante con risultati apparentemente differenti. Tuttavia per le dimensioni tipiche dei diametri delle superfici frenanti si ottengono risultati quasi sovrapponibili.

I risultati ottenuti sono validi per un'unica superficie d'attrito; i freni aeronautici sono a dischi multipli quindi la coppia frenante totale si ottiene moltiplicando la 3.1 o la 3.7 per il numero di superfici accoppiate.

Si può brevemente dimostrare che i due modelli sono praticamente sovrapponibili prendendo come esempio il freno idraulico del velivolo M345 di cui conosco i principali dati progettuali e dimensionali. Conoscendo le dimensioni diametrali delle superfici d'attrito si può stimare il coefficiente d'attrito f dalle equazioni 3.1 e 3.7:

$$f = \frac{3M}{F_n} \cdot \frac{D^2 - d^2}{D^3 - d^3} \cdot \frac{1}{N_{superfici}} = 0.203$$
$$f = \frac{4M}{F_n} \cdot \frac{1}{D+d} \cdot \frac{1}{N_{superfici}} = 0.21$$

Come appena anticipato i risultati attesi sono molto simili; questo consente di utilizzare indifferentemente i modelli di pressione o usura uniforme. Questo risultato non va inteso come regola generale, dipende dalle dimensioni delle superfici d'attrito; tuttavia, come già accennato, per la maggior parte dei casi le dimensioni in gioco rientrano in un range tale per cui si possono usare i due modelli indifferentemente.

### Capitolo 4

### Freno idraulico di riferimento

Il nuovo sistema frenante deve avere le stesse prestazioni dell'attuale impianto idraulico, ovvero dovrà sviluppare la stessa coppia frenante e dissipare la stessa quantità di energia e avere una dinamica sufficientemente rapida per poter implementare il sistema antiskid. Il progetto del nuovo sistema frenante riguarda il sistema di attuazione (trasmissione, cinematismo meccanico) ma non la riprogettazione del pacco dischi. Gli attuatori elettrici dovranno sostituire quelli idraulici garantendo le stesse prestazioni in termini di forza premente, affidabilità, controllabilità e dovranno avere lo stesso ingombro assiale e possibilmente un peso uguale o inferiore.

L'impianto frenante di riferimento attualmente montato sul velivolo Aermacchi M-345 è un impianto idraulico tradizionale. Il carrello principale è costituito da due gambe ognuna delle quali monta una ruota con un proprio freno costituito da quattro pistoni idraulici. Consideriamo le seguenti condizioni di frenata:

- Massima energia da dissipare 6.5 MJ per ogni freno
- Peso velivolo: 4500 kg
- Velocità di inizio frenata: 150 knots
- Decelerazione: 3.05 m/s2
- Velocità rotazione freno: 3593 giri/min

La coppia frenante, pari a 1195 Nm, è ottenuta premendo il pacco dischi costituito da 8 superfici frenanti (4 rotori e 4 statori) per mezzo di 4 pistoni idraulici con 23.5 mm di alesaggio ad una pressione di 5.9 MPa.

La forza assiale di pressione esercitata dai pistoni sarà dunque:

$$F_n = 4 \times p \frac{\pi d^2}{4} = 4 \times 2559N = 10230N$$



Questa è la condizione, di progetto sulla quale il freno elettromeccanico dovrà essere dimensionato. La figura 4.1 evidenzia in giallo le superfici roto-

Figura 4.1: Freno idraulico di riferimento montato sull'aereo M345

riche e in verde gli elementi statorici. La superficie rossa è la contropiastra fissa, parte del mozzo. L'elemento blu invece è il piatto di pressione sul quale agiscono i pistoni idraulici. Tutti gli elementi (esclusa la contropiatra rossa) possono scorrere assialmente e compattarsi sotto la spinta della piastra di pressione. L'elemento grigio è la sede dell'impianto idraulico e del sistema di recupero del gioco costituito da estrusori che sottoposti a deformazione plastica recuperano il gioco introdotto dall'usura delle superfici d'attrito.

Il progetto di ricerca prevede lo studio e la realizzazione di tre soluzioni elettromeccaniche che possano sostituire l'attuale impianto idraulico. La soluzione proposta dal Politecnico di Torino è un attuatore a camma frontale dove la rotazione del portatreno dell'ultimo stadio epicicloidale impone la traslazione assiale di un elemento piano per mezzo di alcune sfere interposte fra di essi su una guida "elicoidale" scavata sul portatreno. La massima corsa di traslazione che si può ottenere è pari a 2 mm; l'attuatore è quindi dotato di un sistema in grado di sopperire all'usura delle superfici d'attrito e garantire una corsa virtuale di 16 mm. L'architettura proposta dall'azienda Mecaer invece ricalca la soluzione più tradizionale di un attuatore elettromeccanico con vite a ricircolo di rulli. La soluzione proposta dall'azienda Bpr invece è un attuatore elettromeccanico con camma piana che converte il moto rotatorio in una traslazione secondo un'opportuna legge cinematica. Quest'ultima è l'architettura che in seguito viene analizzata dettagliatamente.



Figura 4.2: Ingombri massimi ammissibili nel carrello

### 4.1 Considerazioni sulla ridondanza

L'impianto frenante, anche se non è un comando di volo primario, deve essere ridondato, ovvero deve poter continuare a funzionare anche in caso di guasto di una linea elettrica o di un attuatore. E' necessario quindi prevedere più circuiti elettronici di potenza ed implementare un'architettura ridondata in grado di tollerare sia guasti elettrici che meccanici. In genere i circuiti elettrici di potenza sono più fallibili rispetto ai componenti meccanici, la probabilità di un guasto elettrico è maggiore della probabilità di un guasto meccanico. Pertanto l'impianto frenante deve essere alimentato da almeno due linee elettriche indipendenti. Il freno sviluppato per il Boeing 787 (vedi figura 1.2) possiede 4 unità elettroniche, ognuna di esse governa due delle otto ruote frenanti. Il carrello principale del velivolo Aermacchi M345 è costituito da due gambe, ognuna delle quali monta una sola ruota. Una possibile soluzione che riguarda il circuito di potenza potrebbe comprendere due unità di controllo indipendenti in grado di governare entrambe le ruote; in tal caso, il guasto di una linea consente ancora l'azionamento del freno su entrambe le ruote.

Un altro aspetto da valutare nella definizione dell'architettura riguarda, non solo la tipologia di trasmissione meccanica, ma anche il numero di motori elettrici e attuatori montati su ogni ruota. L'architettura ad un solo motore elettrico e due o più attuatori impone l'impiego di una trasmissione differenziale; altrimenti l'eventuale blocco meccanico di un attuatore impedirebbe l'azionamento anche degli altri attuatori. Questa configurazione non prevede ridondanza ad un eventuale guasto al motore il quale renderebbe l'impianto inutilizzabile.

Si può superare la fragilità del singolo motore impiegando due motori indipendenti che azionano un attuatore tramite una trasmissione in somma di velocità. La trasmissione in somma di velocità ammette il guasto di una linea in ingresso, ovvero tollera il blocco di un motore garantendo continuità di funzionamento all'attuatore. Tuttavia questa architettura non ammette il guasto all'attuatore, bisognerebbe duplicare la configurazione impiegando quindi 4 motori.



Figura 4.3: Configurazione in somma di velocità

L'architettura opposta è la trasmissione in somma di coppia. Il grande svantaggio di questa configurazione è che il blocco meccanico di una linea determina l'arresto di tutta la trasmissione con l'impossibilità di azionare l'attuatore. Risulta pertanto indispensabile l'impiego di frizioni che consentano il disinnesto della linea guasta.

Esiste ovviamente anche la possibilità di sviluppare architetture ibride con

trasmissioni in somma di coppia e velocità coinvolgendo una meccanica complessa e ingombrante.

L'architettura sviluppata dalle aziende Safran e Meggit rispettivamente per il Boeing 787 e per la serie Bombardier CSeries è più semplice: ogni ruota è frenata da 4 attuatori meccanicamente indipendenti; ognuno di essi è costituito da un motore elettrico, un riduttore e una vite a ricircolo di sfere. Il guasto di una linea non preclude l'azionamento delle altre tre. Il difetto di questa architettura si manifesta in caso di blocco meccanico dell'attuatore (ad esempio a seguito di grippaggio del riduttore o della vite) durante la fase di frenata con i dischi a contatto. Il blocco meccanico di un attuatore vincola i dischi a rimanere a contatto anche interrompendo l'alimentazione di tutti i motori; questo significa che gli altri attuatori possono intervenire in modo limitato sulla forza frenante.

Durante la fase di definizione dell'architettura occorre valutare anche le tipologie di attuatori, ovvero la parte finale della linea di trasmissione che preme i dischi di frizione. La soluzione più diffusa è la vite a ricircolo di sfere, tuttavia possono essere implementati altri tipi di attuatore (vedi capitolo 2.1.2). Per definire l'architettura occorre innanzitutto scegliere la tipologia di trasmissione in relazione al numero di motori e al numero di attuatori che si intende impiegare. Come accennato nel capitolo 4.1, si possono adottare tante soluzioni differenti che garantiscano ridondanza meccanica e/o elettrica in grado di tollerare uno o più guasti mantenendo la funzionalità del freno.

Sulla base di queste considerazioni si propone un freno elettromeccanico costituito da o 4 attuatori indipendenti sia meccanicamente che elettricamente. Ogni linea è costituita da un motore elettrico, un organo di trasmissione meccanica e un attuatore che preme sul pacco dischi. L'architettura con più attuatori in parallelo completamente indipendenti presenta i seguenti vantaggi e svantaggi:

- un guasto elettrico ad una linea non si ripercuote sulle altre linee che continuano a funzionare;
- il guasto meccanico più temuto è il blocco di una trasmissione in fase di frenata; il tal caso l'attuatore bloccato mantiene la pressione sui dischi e riduce la controllabilità del freno. Tuttavia solitamente la probabilità di guasto meccanico è molto inferiore alla probabilità di guasto elettrico; inoltre la suddivisione in più linee, permette lo sviluppo di una trasmissione meccanica molto più semplice e affidabile.
- La ripetizione di linee di attuazione indipendenti, da un lato consente lo sviluppo di una meccanica più modesta, dall'altro potrebbe non

essere la soluzione più economica e leggera.

Considereremo una soluzione con 4 attuatori indipendenti dimensionata per operare nelle condizioni di frenata di riferimento.

### Capitolo 5

## Attuatore elettromeccanico a camma piana

#### 5.1 Introduzione

Nei velivoli moderni, i freni del carrello sono praticamente tutti idraulici; infatti la tecnologia idraulica garantisce un'elevata densità di potenza e soprattutto ampia affidabilità. Le soluzioni alternative elettromeccaniche esistenti sono attuatori elettromeccanici con vite a ricircolo di sfere o rulli. Il progetto di ricerca consente la sperimentazione su un velivolo militare di un nuovo sistema d'attuazione dei freni del carrello principale. Si presenta quindi la possibilità di progettare un freno elettromeccanico alternativo alle soluzioni già presenti nel panorama aeronautico. La soluzione proposta è un attuatore che preme i dischi di frizione per mezzo di una camma piana posta in rotazione. Gli elementi principali dell'attuatore sono:

- 1. Motore
- 2. Riduttore
- 3. Camma

Il primo elemento dell'attuatore analizzato è la camma perchè è l'elemento che impone il requisito di coppia e definisce il funzionamento dell'intero l'attuatore. L'obiettivo è determinare la geometria ottimale della camma in funzione degli ingombri e della coppia necessaria. Il processo è ovviamente iterativo ma parte sempre dalla definizione della sagoma della camma.

### 5.2 Camma piana

La camma è un cinematismo a un grado di libertà che consente la traslazione di un elemento detto *cedente* a seguito della rotazione dell'elemento *movente*.

La configurazione più diffusa è il meccanismo animato da una camma piana che impone la traslazione rettilinea del cedente. Si possono classificare in base geometria che assume la punteria a contatto con la camma (figura 5.1):

- punteria a coltello;
- *punteria a rotella* con contatto di rotolamento;
- *punteria a piattello* che, insieme alla punteria a coltello, presenta un contatto di puro strisciamento.



Figura 5.1: Camma piana con punterie differenti [13]

La tipologia di meccanismo che considereremo è la camma con punteria a piattello dove l'elemento cedente è il disco di pressione che traslando impone lo schiacciamento dei dischi di frizione.

La legge di trasformazione del moto viene determinata dalla geometria della camma che può essere sagomata a piacere. La legge del moto, ovvero la funzione s che esprime la posizione del piattello, può essere espressa in funzione del tempo o dell'angolo di rotazione della camma:

s = s(t) oppure  $s = s(\theta) = s(\omega t)$  per  $\omega = cost$ . Solitamente i cinematismi a camma impongono un moto periodico costituito dalle fase di salita, arresto, discesa e riposo. Ogni fase del moto è guidata da un tratto di profilo specifico della camma sagomato opportunamente per imporre lo spostamento desiderato. In questo caso la legge del moto prevede solamente la fase di salita che permette l'accostamento dei dischi, infatti la camma non impone un vero e proprio moto periodico, ma una serie di alzate e discese guidate dallo stesso tratto di profilo della camma.

In riferimento alla figura 5.2 si definiscono i seguenti parametri:



Figura 5.2: Camma piana con piattello [13]

- s: spostamento istantaneo del piattello
- h: spostamento massimo del cedente rispetto alla posizione iniziale;
- $r_b$ : raggio del cerchio base della camma;
- $\theta_h$ : angolo di rotazione della camma a seguito del quale si ottiene una traslazione del piattello pari ad h (s = h per  $\theta = \theta_h$ )
- $R e \phi$ : coordinate polari del profilo della camma rispetto al centro di rotazione;
- $\alpha$ : angolo di pressione di contatto tra camma e cedente al variare dell'angolo di rotazione della camma; nel caso di punteria a piattello l'angolo di pressione è sempre nullo, quindi la forza di pressione è sempre diretta lungo la direzione dello spostamento s.

#### 5.2.1 Legge di conversione del moto

Il freno è un servomeccanismo controllato in forza, non in posizione, infatti è richiesto il controllo della forza di pressione dei dischi indipendentemente dalla posizione del comando che può variare in seguito all'usura delle superfici frenanti. Pertanto la camma deve essere progettata primariamente in funzione della forza che può trasferire e secondariamente in funzione della legge del moto che impone all'organo cedente. I parametri  $h, r_b, \theta_h$  e la legge del moto s desiderata determinano univocamente la sagoma del profilo della camma.

Siccome la velocità di traslazione del piattello  $\dot{s}$  coincide con la componente verticale  $v_0$  della velocità del punto della camma a contatto con il



Figura 5.3: Caratteristiche geometriche di una camma piana a piattello [13]

piattello stesso, possiamo scrivere la seguenti:

$$\dot{s} \equiv \omega s'$$

$$v_0 \equiv \omega R \cos \beta$$

$$\dot{s} = v_0 \rightarrow s' = R \cos \beta = R_0$$
(5.1)

Si ricavano quindi le coordinate polari dei punti del profilo della camma in forma parametrica in funzione di  $\theta$ :

$$R = \sqrt{(r_b + s)^2 + s'^2}$$
  

$$\phi = \arctan\left(\frac{r_b + s}{s'}\right) - \theta$$
(5.2)

La sagoma della camma dipende strettamente dalla legge di traslazione desiderata s e dalla sua derivata s' rispetto a  $\theta$ .

Le coordinate cartesiane dei punti del profilo della camma si ottengono immediatamente:

$$x = (r_b + s)\sin\theta + s'\cos\theta$$
  

$$y = (r_b + s)\cos\theta - s'\sin\theta$$
(5.3)

Per una camma a piattello l'angolo di pressione tra la camma e il piatto stesso è sempre nullo, ovvero  $\alpha = 0$ . La legge di spostamento viene definita in funzione di  $h \in \theta_h$ ; la geometria della camma è quindi univocamente determinata una volta definiti i parametri h,  $\theta_h$ , rb. L'unico parametro di progetto che viene imposto dai requisiti è lo spostamento massimo h pari a 16mm ottenuto come somma della corsa a vuoto per portare i piatti d'attrito a contatto e la corsa introdotta dall'usura dei dischi di frizione a fine vita. La camma quindi deve garantire una corsa assiale del piattello di almeno 16 mm. Nelle condizioni di progetto la forza normale che deve vincere la camma è di 2555 N, quindi la coppia agente sul centro di rotazione della camma è pari alla forza per il braccio  $\overline{CP}$  (figura 5.2) a cui dobbiamo sommare l'effetto della forza d'attrito statica.

Il braccio  $\overline{CP}$  dipende strettamente dalla legge di moto e in generale varia durante la rotazione della camma e di conseguenza anche la coppia necessaria a parità di forza normale. Per semplificare le leggi di controllo dell'attuatore lungo tutta la vita dei dischi di frizione, ovvero lungo tutta la corsa h, ricerchiamo la legge di moto tale che il braccio d'azione rimanga costante durante la rotazione della camma; ovvero la legge tale per cui il punto di contatto si mantiene ad una distanza costante dal centro di rotazione. In questo modo, non solo si limita la variazione della coppia di attuazione su tutta la rotazione della camma, ma il punto di contatto sul piatto rimane costante per tutta la rotazione della camma. Osservando la figura 5.5 si può scrivere l'equilibrio alla rotazione attorno all'asse di cerniera della camma come segue:

$$C = F_N \cdot \overline{CP} + F_T \cdot \overline{OP} \tag{5.4}$$

Trascurando in prima approssimazione l'effetto della forza tangenziale d'attrito tra camma e piattello, la coppia sul centro di rotazione della camma rimane costante.

$$C \simeq F_N \cdot \overline{CP} \tag{5.5}$$

La legge di trasformazione che garantisce il braccio costante durante la rotazione è la legge che impone una velocità costante di traslazione del piattello. In riferimento alla figura 5.2, la velocità di traslazione del cedente è pari a:

$$V_p = \omega R \cos(\phi + \theta) = \omega \cdot \overline{CP}$$
(5.6)

Di conseguenza la legge di spostamento sarà:

$$s(t) = h \frac{\theta(t)}{\theta_h}$$

$$s' \equiv \frac{ds}{d\theta} = \frac{h}{\theta_h}$$
(5.7)

La legge di trasformazione appena scritta è lineare e quindi garantisce un rapporto costante tra la rotazione della camma (oppure del motore) e la traslazione del piatto. Sfruttando le equazioni 5.2, nota la legge di spostamento, si ricava il profilo della camma in funzione di tre parametri:  $r_b, \theta_h, h$ .

La figura 5.4 il profilo della camma in quattro posizioni con rotazione antioraria tale da coprire tutta la corsa h. La figura mostra chiaramente che i punti di contatto tra la camma e il piatto rimangono ad una distanza costante dall'asse verticale.

#### 5.2.2 Influenza dei parametri $r_b$ , $\theta_h \in h$

I parametri  $r_b \in \theta_h$  sono due variabili sulle quali si può agire a piacimento per determinare il miglior compromesso tra ingombri totali e coppia richiesta.

- $r_b$  è il raggio del cerchio di base, ovvero la distanza verticale dall'origine (centro di rotazione) al punto iniziale di contatto; all'aumentare di  $r_b$ crescono le dimensioni radiali della camma; inoltre siccome aumenta il braccio della forza d'attrito, cresce anche la coppia necessaria sulla camma (figura 5.5). In prima approssimazione, se si trascura l'effetto della forza tangenziale, allora la variazione di  $r_b$  non provoca nessuna variazione alla coppia necessaria. La figura 5.6 mostra che, in presenza di una forza d'attrito pari a  $F_T = \mu F_N$ , la coppia necessaria aumenta in modo non trascurabile. Minore è  $r_b$  minore è la camma e minore è la coppia necessaria; la camma tuttavia non può essere arbitrariamente ridotta perché deve essere supportata da un albero che permette di sostenerla e movimentarla.
- $\theta_h$  è la rotazione necessaria della camma affinchè il piatto cedente compia la corsa totale pari ad h. Analogamente al passo di una vite a ricircolo di sfere, il parametro  $\theta_h$  determina il rapporto tra la velocità di rotazione della camma e la velocità di traslazione del piatto. Maggiore è il passo, maggiore è la velocità di uscita e minore è la coppia necessaria a movimentare il carico. L'aumento di  $\theta_h$  determina non solo la diminuzione della coppia necessaria alla camma per vincere il carico, ma anche la riduzione delle dimensioni radiali della camma a parità dei parametri  $h \in r_b$  (figura 5.7). La figura 5.7 riporta gli andamenti della coppia massima e dell'ingombro radiale massimo della camma al variare di  $\theta_h$  per fissati valori di  $r_b$  e h. La coppia massima è calcolata in corrispondenza del contatto a fine corsa, ovvero dopo la rotazione completa della camma. In questa condizione il braccio della forza tangenziale è massimo e di conseguenza anche la coppia sulla camma a parità di forza normale. La coppia è calcolata ricorrendo all'equazione 5.4 assumendo che la forza tangenziale di contatto sia pari a  $F_T = \mu F_N$ . Questa assunzione è conservativa perché in un contatto di strisciamento, in generale,  $F_T \leq \mu F_N$ .

Le curve in figura 5.7 hanno un comportamento quasi asintotico; ovviamente la camma non può avere una rotazione superiore ai 360° altrimenti interferirebbe con il piattello.

• h è la corsa di traslazione totale del piatto a seguito della rotazione completa della camma. Il requisito di progetto impone una corsa di 16 mm per recuperare il gioco generato dall'usura dei piatti di frizione. All'aumentare di h crescono le dimensioni della camma a parità di rotazione totale  $\theta_h$  e aumenta anche la coppia necessaria per vincere il carico (figura 5.8).

Il contatto tra camma e piatto è distribuito su una linea e può essere studiato con la teoria dei contatti Hertziani. La superficie di contatto tra due corpi cilindrici è un ellisse che degenera in un'area rettangolare di dimensioni pari a L (lunghezza del cilindro) e 2b. La larghezza della superficie di contatto b dipende dalla forza con cui i corpi vengono schiacciati uno contro l'altro, dai raggi di curvatura dei cilindri (il piano è assimilabile ad un cilindro con raggio di curvatura infinito) e dalle caratteristiche elastiche dei materiali (modulo di Young E e modulo di Poisson  $\nu$ ):

$$b = \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot \frac{F}{2L(\alpha + \beta)} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}\right)}$$
(5.8)

dove  $\alpha \in \beta$  sono gli inversi del doppio del raggio di curvatura dei cilindri:

$$\alpha = \frac{1}{2R_{camma}}$$
$$\beta = \frac{1}{2R_{piano}} = 0$$

La distribuzione di pressione è parabolica:

$$p(x,y) = \frac{2F}{\pi L b} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b^2}}$$

$$p_{max} = \frac{2F}{\pi L b}$$
(5.9)

La pressione di contatto dipende da dal raggio di curvatura del camma che varia lungo il suo profilo (figura 5.10).

Per verificare il modello di contatto tra la camma e la superficie piana abbiamo effettuato qualche analisi FEM con il software Abaqus. Le simulazioni sono effettuate imponendo una rotazione della camma di qualche grado; il piatto, già inizialmente a contatto, è libero di traslare solo lungo la direzione della corsa con una forza resistente applicata pari a 2555 N. Le prove sono state effettuate con i seguenti dati:  $r_b = 13mm, h = 16mm$  e  $\theta_h = 280^\circ$ , con acciaio con modulo elastico  $E = 2.1 \cdot 10^5 MPa$  e modulo di Poisson  $\nu = 0.3$  per tre punti di contatto successivi ( $\theta = 0^{\circ}, 100^{\circ}, 280^{\circ}$ ). Le prove restituiscono risultati praticamente sovrapponibili con i risultati ottenuti per via teorica, sia in assenza che in presenza di attrito. Ad esempio, per il contatto dopo una rotazione di 280° senza attrito, si ottiene una coppia sulla camma pari a 8,370 Nm e una pressione di contatto pari a 749*MPa* con una larghezza di superficie di contatto pari a 2*b* = 0.559*mm*.

I risultati ottenuti con le simulazioni sono fedeli ai risultati ottenuti con il semplice modello teorico sopra esposto. Tuttavia la forza di reazione sulla camma in direzione x (figura 5.13) è sempre maggiore rispetto alla forza d'attrito in condizioni di strisciamento, il cui valore teorico è ottenuto come  $T = \mu F = 0.1 \cdot 2555 = 255N$ . Nonostante questa discrepanza il momento di reazione sulla camma è praticamente identico al momento ottenuto con l'equazione 5.4. Le simulazioni avvalorano il modello teorico, soprattutto confermano la relazione inizialmente ipotizzata tra coppia sulla camma e forza normale di contatto. Sempre dall'equazione 5.4, si può scrivere la seguente:

$$C = F(\overline{CP} + \mu \overline{OP}) \tag{5.10}$$



Figura 5.4: Profilo della camma con legge di moto a braccio costante con  $\theta_h=280^\circ$  e  $r_b=13mm$ . La figura mostra la rotazione della camma in senso antiorario


Figura 5.5: Scomposizione delle forze di contatto



Figura 5.6: La figura mostra la coppia richiesta per tutti i punti di contatto; trascurando la forza d'attrito la camma richiede una coppia costante, invece considerando una forza tangenziale pari a  $F_T = \mu F_N$  la coppia richiesta è maggiore e aumenta linearmente con la rotazione della camma perchè il braccio della forza tangenziale aumenta linearmente con la rotazione.



Figura 5.7: Influenza del parametro  $\theta_h$  sulla coppia e sulle dimensioni della camma; coppia calcolata a fine corsa con carico normale di 2555 N.



Figura 5.8: Influenza della cors<br/>ahsulla coppia e sulle dimensioni della camma; coppia calcolata <br/>a fine corsa con carico normale di 2555 N.



Figura 5.9: Distribuzione di pressione e superficie di contatto per contatti puntiformi e su una linea[6]



Figura 5.10: Pressione di contatto tra camma e piatto e semi larghezza della superficie di contatto secondo l'equazione 5.8. Il punto più sollecitato è il primo punto a contatto perché il raggio di curvatura del profilo della camma è minore.

			FEM	Teorico	Scarto %
$\theta = 0^{\circ}$	С	Nmm	11707	11686	-0.2%
	F	N	2567	2555	-0.5%
	Т	N	21	255	91.8%
	р	MPa	981	949	<mark>-3.4%</mark>
	2b	mm	0.418	0.428	2.3%
θ = 100°	C	Nmm	12867	13149	2.1%
	F	N	2547	2555	0.3%
	Т	N	321	255	-25.9%
	р	MPa	837	791	-5.8%
	2b	mm	0.507	0.516	1.7%
θ = 160°	С	Nmm	14101	14023	-0.6%
	F	N	2533	2555	0.9%
	Т	N	416	255	-63.1%
	р	MPa	749	727	-3.0%
	2b	mm	0.559	0.558	-0.2%

Figura 5.11: Comparazione dei risultati FEM e teorici di contatto a $0^\circ,\,100^\circ$  e  $160^\circ$  di rotazione della camma.



Figura 5.12: Distribuzione della pressione di contatto e della larghezza b di contatto  $(\theta=100^\circ)$ 



Figura 5.13: Simulazione di contatto dopo una rotazione di $\theta=100^\circ;$ la figura mostra la scomposizione della forza di reazione sulla camma

# Capitolo 6 Definizione dell'attuatore

La progettazione dell'attuatore è ampiamente influenzata determinata dalla scelta della geometria della camma che impone la coppia in uscita dal riduttore. L'angolo di rotazione massimo della camma impone vincoli sugli ingombri; infatti se la camma ruota di un angolo elevato il suo impegnerà un ingombro volumetrico maggiore per completare la rotazione (vedi capitolo 5.2.2). Per valutare il volume occupato, si deve considerare l'ingombro della camma montata sull'attuatore; ad esempio se si adotta un valore di  $\theta_h$ elevato (ad esempio 280°), la coppia e le dimensioni della camma si riducono ma il suo ingombro durante la rotazione interferisce in uno spettro di 360°. Ovviamene la selezione di  $r_b \in \theta_h$  subisce, per i motivi sopracitati, un processo iterativo che coinvolge ovviamente anche la progettazione del riduttore. Siccome l'attuatore deve rispettare stringenti vincoli d'ingombro, è conveniente cercare di minimizzare la coppia richiesta dalla camma per ridurre il rapporto di trasmissione del riduttore e/o utilizzare un motore che eroga una coppia minore contenendo le dimensioni totali dell'attuatore. Oltre alla minimizzazione delle dimensioni d'ingombro con un minor rapporto di riduzione, è necessario anche rispettare il requisito di velocità dell'attuatore. L'ottimizzazione topologica prevede quindi un processo iterativo che parte dalla definizione dei requisiti di coppia e velocità della camma e definisce l'architettura motore-riduttore di conseguenza.

## 6.1 Determinazione del rapporto di riduzione e dell'angolo di rotazione della camma

Per definire una procedura per la determinazione dei parametri di progetto, è necessario ribadire i requisiti che l'attuatore deve soddisfare:

1. Forza di attuazione: l'attuatore deve sviluppare una forza  $F_N = 2555N$  per tutta la rotazione della camma;

- 2. **Ingombro** ammesso dal carrello: gli attuatori devono poter essere installati su una piastra fissa con dimensioni specificate in figura 4.2 possibilmente in modo simmetrico per garantire una pressione uniforme sui dischi.
- 3. Dinamica di attuazione: si richiede che l'attuatore sia in grado di implementare la funzione di antibloccaggio delle ruote. Per ottenere prestazioni comparabili all'attuale impianto idraulico montato sul M-345, l'attuatore deve poter alternare la forza massima di frenata ad una frequenza di 10 Hz. Possiamo modellare il fenomeno con una funzione sinusoidale nel tempo. Una volta a contatto i dischi di frizione, alla massima frenata, la compressione delle superfici è di circa  $A = 125\mu m$ . La traslazione s del piatto e la sua derivata nel tempo (velocità) modellate con una funzione sinusoidale si possono scrivere come segue:

$$s = \frac{A}{2}\sin(\omega t)$$

$$\dot{s} = \frac{A}{2}\omega\cos(\omega t) = \frac{A}{2}2\pi f\cos(\omega t)$$
(6.1)

La velocità di attuazione massima è quindi  $A\pi f \simeq 4mm/s$ .

La velocità di traslazione è determinata dalla velocità di rotazione del motore, dalla geometria della camma e dal rapporto di riduzione. Innanzitutto occorre scegliere il motore da impiegare e conoscere la massima coppia che può erogare per il tempo di frenata alla temperatura di 70°C. Alla temperatura di 70°C la coppia massima che i motori con coppia nominale intorno ai 100 mNm si riduce anche del 40%. Dopo un'attenta ricerca di motori commerciali abbiamo selezionato due modelli della Faulhaber: il 3216 e il 4221. La coppia massima che i motori possono erogare nelle condizioni operative di nostro interesse sono rispettivamente 30 e 80 mNm.

### 6.2 Procedura di calcolo

La procedura che ho adottato permette di ottimizzare la scelta della geometria della camma e del rapporto di riduzione in funzione delle caratteristiche del motore selezionato.

1. Al variare della geometria della camma, ovvero al variare del parametro  $\theta_h$ , si calcola la massima coppia di attuazione richiesta per generare una forza di compressione di 2555N. La coppia massima si ottiene al termine della rotazione, cioè a fine vita delle superfici frenanti, a causa del maggior braccio della forza d'attrito di contatto tra la camma e il piatto (vedi capitolo 5.2.2). Si genera quindi il diagramma in figura 6.1 analogo a quello in figura 5.7 visto in precedenza.



Figura 6.1: Coppia massima richiesta dalla camma e ingombro radiale massimo al variare di $\theta_h$ 

2. Nota la coppia massima che il motore può erogare nelle condizioni operative di interesse, si ricava il rapporto di riduzione necessario per ottenere la coppia richiesta dalla camma (vedi figure 6.2 e 6.3):

$$\tau = \frac{C_{out}}{C_M \eta} \tag{6.2}$$

dove  $C_M = 30 \ e \ 80 \ mNm$  rispettivamente per i motori 3216 e 4221. Il rendimento  $\eta$  del riduttore a rigore dipende dal rapporto stesso di riduzione, dal tipo di riduttore impiegato e dal numero di stadi; per semplicità assumo  $\eta = 0.7$ .

Osservando le figure 6.2 e 6.3 si nota chiaramente che il 3216 richiede un rapporto di riduzione decisamente più elevate rispetto al 4221 proprio a causa della minor coppia erogata dal motore.

3. Una volta ricavato il rapporto di riduzione al variare del parametro  $\theta_h$ , è possibile stimare la velocità di attuazione. La velocità di rotazione della camma  $\omega_{camma}$  è

$$\omega_{camma} = \frac{\omega_M}{\tau}$$



Figura 6.2: Dimensionamento a forza massima - Riduzione necessaria per il motore 4221. L'etichetta evidenzia la scelta di progetto

Richiamando la legge di trasformazione dall'equazione 5.7, la velocità di traslazione indotta dalla rotazione della camma è

$$\dot{s} = h \frac{\omega_{camma}}{\theta_h}$$

La corsa dei dischi prima del contatto avviene in condizioni prive di carico, quindi lo spostamento del cinematismo dalla condizione scarica fino al contatto avviene con la massima velocità ammessa dal motore. Una volta che i dischi sono a contatto la velocità di rotazione del motore diminuisce linearmente con la coppia resistente. La velocità del motore con la quale stimiamo la velocità di traslazione è la velocità in corrispondenza del 50% della coppia massima erogabile. Infatti la velocità oscilla tra la velocità a vuoto e la velocità in corrispondenza del sul cosservando la caratteristica del motore 3216 in figura 6.4 si ricava la velocità di rotazione del motore media che è pari 5300 rpm. Analogamente, per il 4221 si ottiene una velocità di 5400 rpm. Le figure 6.5 e 6.6 riportano le velocità di attuazione per i due motori in funzione del rapporto di riduzione precedentemente calcolato.



Figura 6.3: Dimensionamento a forza massima - Riduzione necessaria per il motore 3216



Figura 6.4: Caratteristica coppia - velocità del motore Fahulaber 3216[1]

In questo modo, in funzione solamente dell'angolo di rotazione  $\theta_h$  della camma, si ottiene il rapporto di riduzione necessario e la velocità di attuazione. All'aumentare di  $\theta_h$ , la coppia richiesta si riduce e di conseguenza



Figura 6.5: Velocità di traslazione per il motore 3216

anche il rapporto di riduzione. Si osserva che, nonostante diminuisca il rapporto di riduzione, anche la velocità diminuisce. Significa che la variazione di  $\theta_h$  incide maggiormente sulla velocità rispetto al rapporto di riduzione. All'aumentare si  $\theta_h$  si riduce il rapporto di riduzione e quindi diminuiscono gli ingombri e la complessità del riduttore; tuttavia la velocità di riduzione decresce quindi è necessario ricercare un compromesso. Osservando i risultati precedenti con il motore 3216, si nota che per ottenere una velocità di 3.5mm/s è necessaria una riduzione di oltre 3000 e un angolo di rotazione  $\theta_h$  di 48° e una coppia in uscita sulla camma di 64 Nm. Una riduzione di 3000 richiede almeno 5 stadi epicicloidali e un ingombro notevole visto che la coppia di uscita di 64 Nm è piuttosto elevata. Per questi motivi il 3216 viene escluso in favore del 4221 il quale ha un ingombro leggermente superiore, ma consente di ridurre notevolmente le dimensioni totali dell'attuatore. Infatti per ottenere una velocità di 4.9mm/s occorre una riduzione di 450 e un angolo di rotazione  $\theta_h$  di 234° a cui corrisponde una coppia massima di 25 Nm. Il 4221 consente di ridurre notevolmente sia il rapporto di riduzione che la coppia in uscita ottenendo una velocità di attuazione più elevata. Le dimensioni totali dell'attuatore si riducono considerevolmente anche se il motore in sè è leggermente più grande. La caratteristica che rende il 4221



Figura 6.6: Velocità di traslazione per il motore 4221. L'etichetta evidenzia la scelta di progetto

indubbiamente superiore dal punto di vista prestazionale rispetto al 3216 è la coppia erogata ampiamente superiore. Questo permette di avere una riduzione meno spinta con e quindi in generale una dinamica più veloce.

I parametri e il motore scelti sono quindi i seguenti:

- Motore: Faulhaber 4221
- Rapporto di riduzione:  $\tau = 450$
- $\theta_h = 236^\circ$

con i seguenti output:

- Coppia massima: 25 Nm
- Velocità: 4.99 mm/s

# Capitolo 7

# Progettazione del riduttore

Il riduttore di nostro interesse deve avere un rapporto di riduzione di circa 450 e deve sopportare un carico in uscita di 25 Nm. Ho effettuato numerosi tentativi cercando una configurazione sufficientemente compatta che rispetti i vincoli d'ingombro imposto dall'attuale carrello dell'aereo. Il rapporto di 450 si può raggiungere assemblando in cascata diverse tipologie di stadi: ad esempio si può progettare un riduttore multistadio a rotismi ordinari e/o epicicloidali oppure con stadi conici. Ho escluso la possibilità di utilizzare ingranaggi a vite a causa dell'irreversibilità e del basso rendimento che imporrebbe un aumento del rapporto di riduzione compromettendo la velocità dell'attuatore. Una delle configurazioni più compatte e semplici è costituita da tre stadi di riduzione epicicloidali tradizionali con corona interna fissa in cascata. Questa idea è stata poi leggermente modificata introducendo uno stadio di tipo Wolfrom in luogo dei primi due stadi epicicloidali. E' stato introdotto lo stadio Wolfrom principalmente perchè lo stadio Wolfrom consente di raggiungere facilmente rapporti di riduzione molto elevati (anche superiori a 700) ottenendo una soluzione generalmente più leggera e con ingombri contenuti rispetto ad un tradizionale riduttore epicicloidale multistadio. Maggiore è il rapporto di riduzione, maggiore sarà tale differenza; inoltre si riduce il numero totale di componenti e cuscinetti. Inoltre abbiamo proposto il riduttore Wolfrom anche come novità per il sottoscritto e per l'azienda; il progetto di ricerca concede la possibilità di sperimentare soluzioni meno tradizionali.

Il rapporto di riduzione necessario è circa di 450; la coppia di uscita pari a circa 25 Nm. Risulta molto complicato riuscire a progettare il riduttore solamente con uno stadio Wolfrom principalmente per due motivi:

1. Ingombro radiale: all'aumentare della riduzione, crescono le dimensioni radiali dello stadio perchè aumentano i numeri di denti delle corone. Si cerca quindi il massimo rapporto di riduzione ottenibile con il minimo modulo delle dentature con un dato ingombro; 2. Resistenza denti: come sarà spiegato successivamente, le dentature dello stadio avranno tutte lo stesso modulo (cambiare il modulo delle dentature 4 e 2' nella variante con doppio satellite è teoricamente possibile ma inutile; la resistenza dello stadio rimane invariata - vedi capitolo 7.1). Questo significa che esiste un limite superiore per il rapporto di riduzione dato il modulo delle dentature.

Alla luce di queste considerazioni il riduttore è stato progettato in due stadi in cascata: Wolfrom con rapporto 1 : 126 e epicicloidale tradizionale con rapporto 1 : 3, 56.

### 7.1 Stadio di riduzione Wolfrom

Il riduttore planetario Wolfrom si può scomporre in due stadi: il primo è un epicicloidale tradizionale con la corona fissa; il secondo invece è simile ad uno stadio epicicloidale senza solare la cui uscita coincide con la corona interna. La particolarità dei due stadi a planetario è che i due portasatelliti sono uniti



Figura 7.1: Schema concettuale di uno stadio Wolfrom con satelliti differenziati  $(z_2 \neq z_{2'})$ 

in un unico elemento portatreno senza albero di uscita. Il portatreno quindi non assorbe potenza come accade in uno stadio epicicloidale tradizionale, il suo compito è solamente trasportare i satelliti. In accordo con la 7.1, gli elementi che costituiscono un riduttore Wolfrom sono:

- sole  $z_1$
- satelliti primo stadio  $z_2$
- corona fissa  $z_3$
- satelliti secondo stadio  $z_{2'}$
- corona dentata d'uscita  $z_4$
- portatreno

In realtà i satelliti  $z_2$  e  $z_{2'}$  fanno parte di un unico componente e quindi sono solidali nel moto ma ingranano con corone interne differenti (rispettivamente  $z_3$  e  $z_4$ ). La figura 7.2 mostra la variante del riduttore Wolfrom caratterizzata da  $z_2 = z_{2'}$ . Il satellite è ottenuto come un'unica dentatura che ingrana contemporaneamente con il solare e con entrambe le corone. L'elevato rapporto di riduzione è ottenuto grazie alla minima differenza di denti tra le corone interne. L'ingranamento del satellite sia con la corona 3 che con la corona 4 è possibile sfruttando opportunamente la correzione delle dentature. Esistono pertanto tre varianti di riduttori Wolfrom a seconda delle dentature dei satelliti  $z_2$  e  $z_{2'}$ :

- $z_2 = z_{2'}$  con satellite ottenuto con una sola dentatura con correzione  $x_2$  (figura 7.2);
- $z_2 \neq z_{2'}$  (figura 7.1);
- $z_2 = z_{2'}$  dove la dentatura 2' differisce dalla dentatura 2 per effetto della correzione e non per il numero di denti.

Le varianti 1 e 3 consentono di ottenere rapporti di riduzione più spinti rispetto alla 2. La variante 1 inoltre richiede una lavorazione meno impegnativa del satellite perchè ottenuto con un'unica dentatura su tutta la lunghezza. Al contrario, per le varianti 2 e 3, la dentature dei satelliti sono differenti e richiedono una lavorazione più onerosa soprattutto per il fatto che, per garantire la montabilità dello stadio, tutti i satelliti del medesimo dovranno garantire un'opportuna fasatura tra le dentature 2 e 2'.



Figura 7.2: Schema concettuale di uno stadio Wolfrom con satelliti differenziati  $(z_2 \neq z_{2'})$ 

#### 7.1.1 Rapporto di riduzione

Per ricavare il rapporto di riduzione di uno stadio Wolfrom, studiamo il primo come fosse uno stadio epicicloidale tradizionale a cui si accoda il secondo in cascata. La figura 7.3 mostra le relazioni cinematiche del primo



Figura 7.3: Schema concettuale di uno stadio Wolfrom con un'unica dentatura per il satellite  $(z_2=z_{2^\prime})$ 

stadio epicicloidale del riduttore Wolfrom. Il satellite ruota attorno al centro di istantanea rotazione posto sulla circonferenza di raggio  $r_3$  perchè la corona  $z_3$  è fissa. Osservando la figura 7.3 si può scrivere:

$$V_1 = \omega_1 r_1$$

$$V_p = \Omega \left( r_1 + r_2 \right)$$
(7.1)

$$V_1 = V_p + \omega_2 r_2$$

$$V_p = V_1/2$$
(7.2)

Dalle quali si ricavano immediatamente le relazioni cinematiche tra le velocità di rotazione:  $$r_1$$ 

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{\gamma_1}{2r_2}$$
  

$$\tau_I \equiv \frac{\Omega}{\omega_1} = \frac{1}{1 + z_3/z_1}$$
(7.3)

Il triangolo di velocità del secondo stadio planetario differisce per effetto della rotazione della corona 4 che rappresenta l'uscita del riduttore. Osservando il triangolo di velocità in figura 7.4 si può scrivere:

$$V_4 = V_p - \omega_2 r_{2'} \tag{7.4}$$

dove per definizione

$$V_4 = \omega_4 r_4$$

$$V_p = \Omega \left( r_1 + r_2 \right)$$
(7.5)



Figura 7.4: Triangolo di velocità del satellite del primo stadio epicicloidale

Da cui si ricava la seguente:

$$\omega_4 r_4 = \Omega \left( r_1 + r_2 \right) - \omega_2 r_{2'} \tag{7.6}$$

Richiamando le equazioni 7.3 posso scrivere  $\omega_2$  in funzione di  $\Omega$ :

$$\omega_2 = \Omega \frac{r_1}{2r_2} \left( 1 + \frac{z_3}{z_1} \right) \tag{7.7}$$

Introducendo le seguenti relazioni geometriche

$$r_{1} + 2r_{2} = r_{3}$$

$$r_{1} + r_{2} + r_{2'} = r_{4}$$

$$\frac{r_{2'}}{r_{4}} \cdot \frac{r_{3}}{r_{2}} = \frac{z_{2'}}{z_{4}} \cdot \frac{z_{3}}{z_{2}}$$
(7.8)

si giunge al rapporto di riduzione del secondo stadio:

$$\tau_{II} = \frac{\omega_4}{\Omega} = 1 - \frac{z_{2'} z_3}{z_4 z_2} \tag{7.9}$$

Il rapporto di riduzione totale è quindi

$$\tau = \tau_I \cdot \tau_{II} = \frac{\Omega}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_4}{\Omega} = \frac{1}{1 + z_3/z_1} \left( 1 - \frac{z_{2'} z_3}{z_4 z_2} \right)$$
(7.10)

Il rapporto di riduzione può essere positivo o negativo: in particolare

$$\tau = \begin{cases} > 0 & \text{se } z_4 - z_3 > 0 \\ < 0 & \text{se } z_4 - z_3 < 0 \end{cases}$$
(7.11)

Il riduttore Wolfrom consente di ottenere rapporti di riduzione molto elevati sfruttando la differenza di denti tra le corone interne  $z_3$  e  $z_4$ . Nel caso in cui  $z_2 = z_{2'}$  il rapporto di riduzione diventa:

$$\tau = \frac{1}{1 + z_3/z_1} \left( 1 - \frac{z_3}{z_4} \right) \tag{7.12}$$

#### 7.1.2 Forze scambiate

E' importante notare che, sebbene la cinematica del riduttore Wolfrom possa essere studiata scomponendo il medesimo in due stadi, il primo stadio si comporta come uno stadio epicicloidale tradizionale solo dal punto di vista cinematico ma non per quanto riguarda le forze scambiate. Infatti le relazioni cinematiche tra le velocità sono identiche a quelle di un riduttore epicicloidale comune. Invece le forze scambiate dagli ingranaggi sono diverse, infatti il portasatelliti non assorbe potenza, il suo compito è la conduzione dei satelliti. Il portasatelliti ruota alla velocità angolare  $\Omega$  ma la coppia che agisce su di esso è nulla; si può quindi scrivere l'equilibrio delle coppie:

$$C_1 + C_4 + C_3 = 0 \tag{7.13}$$

Noto il rapporto di riduzione  $\tau$  si ricavano le seguenti:

$$C_4 = C_1 \cdot \tau$$

$$C_3 = -C_1 - C_4 = -C_1 (1 + \tau)$$
(7.14)

Dall'equazione precedente si nota che, essendo  $\tau \gg 1$ , la reazione vincolare  $C_3$  è dello stesso ordine di grandezza della coppia in uscita  $C_4$ , ma può essere leggermente maggiore o minore di  $C_4$  a seconda del segno di  $\tau$ . La figura 7.5 mostra le forze scambiate dal satellite che ingrana con il solare e e due corone in uno stadio Wolfrom con rapporto di riduzione positivo. Note le coppie, si ricavano le forze tangenziali scambiate tra i denti:

$$F_{t21} = \frac{2C_1}{k \cdot d_{w1}}$$

$$F_{t23} = \frac{2C_3}{k \cdot d_{w3}}$$

$$F_{t2'4} = \frac{2C_4}{k \cdot d_{w4}}$$
(7.15)

dove k è il numero di satelliti dello stadio. In riferimento alla figura 7.5, per l'equilibrio delle forze e del momento applicati al portasatelliti, valgono le seguenti:

$$F_{t21} + F_{t23} - F_{t2'4} = 0$$
  

$$F_{t21}d_{t21w} + F_{t2'4}d_{24w} - F_{t23}d_{23w} = 0$$
(7.16)



Figura 7.5: Forze scambiate dal satellite  $z_2$ - $z_{2'}$ 

L forze  $F_{t23}$  e  $F_{t2'4}$  scambiate con le dentature interne sono notevolmente maggiori rispetto alla forza  $F_{t21}$  che il satellite scambia con il solare. Siccome le forze  $F_{t23}$  e  $F_{t2'4}$  agiscono su due piani paralleli ma con versi opposti, si genera un momento sul satellite che tende ad ruotare il satellite nei limiti del gioco ammesso dai cuscinetti.

La figura 7.5 mostra il verso delle forze che agiscono sul satellite  $z_2 - z_{2'}$  nel caso di un rapporto di riduzione positivo, ovvero con la velocità d'uscita concorde alla velocità d'ingresso.

Come sottolineato in precedenza, il portatreno funge solo da gabbia per i satelliti e complessivamente le forze e coppie totali che agiscono su di esso sono nulle. Tuttavia a causa del fatto che i satelliti sono sottoposti a questo sistema di forze che tende a far ingranare i satelliti con un disassamento, il portatreno è soggetto a carichi di natura interna. Per coppie elevate è necessario che il portatreno sia sufficientemente robusto per evitare che la sua deformazione amplifichi il disallineamento dei satelliti e quindi un ingranamento non ottimale. Per scongiurare questo fenomeno si può si può adottare una soluzione "simmetrica" simile a quella mostrata in figura 7.6 dove le forze sul portatreno sono bilanciate. In questo caso il satellite è composto da 3 dentature di cui due identiche che ingranano con due corone interne anch'esse identiche tra loro. Queste tipologie di architetture tipicamente sono prive di portatreno e cuscinetti perchè le forze sono bilanciate [9].



Figura 7.6: Esempio di architettura di Wolfrom con bilanciamento delle forze sul portatreno

Il rendimento di uno stadio Wolfrom dipende dal rapporto di riduzione e dal numero di denti  $z_{2'}$  del satellite. [15] e [5] riportano dei diagrammi sinottici con i quali si può ricavare il rendimento tipico dello stadio Wolfrom in funzione del rapporto di riduzione e del numero di denti del satellite (vedi figura 7.7).



Figura 7.7: Rendimento  $\eta_{14(3)}$  di uno stadio Wolfrom in funzione del rapporto di trasmissione  $i_{14(3)}$  (asse delle ascisse) e del numero di denti  $z_2$  (diagramma di sinistra) oppure del rapporto  $u_{12} = z_2/z_1$  [5]

### 7.2 Progettazione dello stadio Wolfrom

In questa sezione si espone una procedura che permette di determinare il numero di denti e le correzioni delle dentature in funzione del rapporto di riduzione desiderato e del numero di denti del solare per uno stadio Wolfrom della variante 1, ovvero con un unica dentatura satellite. Per questa architettura il corretto ingranamento è garantito inevitabilmente da un'opportuna correzione delle dentature. Innanzitutto occorre riportare la relazione che sussiste tra i numeri di denti delle dentature interne: per assicurare il corretto montaggio e ingranamento dei satelliti su entrambe le corone, è necessario che

$$\Delta z_{43} \equiv z_4 - z_3 = k \tag{7.17}$$

ovvero

$$\frac{z_1 + z_3}{k} = \#intero$$

$$\frac{z_1 + z_4}{k} = \#intero$$
(7.18)

- 1. Il numero di denti del solare viene scelto a piacimento solitamente in un intervallo compreso tra 12 e 21. All'aumentare di  $z_1$  le dimensioni dello stadio crescono a pari rapporo di riduzione.
- 2. Si sceglie il numero di satelliti k che compongono lo stadio e ricorrendo alla 7.17 si riscrive il rapporto di riduzione in funzione solamente di k,  $z_1$  e l'incognita  $z_3$ . Dall'equazione 7.12:

$$\tau = \frac{1}{1 + z_3/z_1} \left( 1 - \frac{z_3}{z_4} \right) = \frac{1}{1 + z_3/z_1} \left( 1 - \frac{z_3}{z_3 + k} \right)$$
(7.19)

- 3. L'equazione precedente è un'equazione di secondo grado in  $z_2$  che può essere facilmente risolta analiticamente per trovare il valore intero di  $z_3$  che consente di ottenere il rapporto di riduzione più prossimo a quello desiderato.
- 4. Si calcola ora il numero di denti del satellite  $z_2$  in modo da minimizzare la correzione eventuale analogamente ad uno stadio epicicloidale: se la differenza  $z_4 - z_1$  è un numero pari, allora

$$z_2 = \frac{z_4 - z_1}{2} - 1$$

Se invece  $z_4 - z_1$  è un numero dispari

$$z_2 = \frac{z_4 - z_1 - 1}{2}$$

5. Una volta determinati i numeri di denti di tutti gli elementi occorre determinare opportunamente le correzioni delle dentature per garantire il corretto ingranamento. Innanzitutto si sceglie un interasse tra satelliti e solare di tentativo e si calcolano le distanze degli interassi standard:

$$a_{12} = m \frac{z_1 + z_2}{2}$$
  $a_{23} = m \frac{z_3 - z_2}{2}$   $a_{24} = m \frac{z_4 - z_2}{2}$  (7.20)

6. Si ricavano ora gli angoli di pressione di funzionamento:

$$\alpha_{12w} = a\cos\left(\frac{a_{12}}{a_w}\cos\alpha\right)$$

$$\alpha_{23w} = a\cos\left(\frac{a_{23}}{a_w}\cos\alpha\right)$$

$$\alpha_{24w} = a\cos\left(\frac{a_{24}}{a_w}\cos\alpha\right)$$
(7.21)

7. Definiti gli interassi, sono definiti anche la somma algebrica delle correzioni  $(x_1+x_2, x_3-x_2, x_4-x_2)$ . Possiamo quindi scrivere i coefficienti  $x_1, x_3, x_4$  in funzione di  $x_2$ :

$$x_{1} = \frac{z_{1} + z_{2}}{2} \cdot \frac{\operatorname{inv} \alpha_{12w} - \operatorname{inv} \alpha}{\tan \alpha} - x_{2}$$

$$x_{3} = \frac{z_{3} - z_{2}}{2} \cdot \frac{\operatorname{inv} \alpha_{23w} - \operatorname{inv} \alpha}{\tan \alpha} + x_{2}$$

$$x_{4} = \frac{z_{4} - z_{2}}{2} \cdot \frac{\operatorname{inv} \alpha_{24w} - \operatorname{inv} \alpha}{\tan \alpha} + x_{2}$$
(7.22)



Figura 7.8: Coefficienti di correzione dei profili in funzione di  $x_2$ 

I coefficienti di correzione del profilo vengono determinati in funzione di  $x_2$ ; le relazioni sono lineari (vedi figura 7.9).

Il valore del coefficiente di correzione  $x_2$  deve essere scelto in modo che tutti i coefficienti di spostamento siano compresi in un intervallo limitato per limitare il sottotaglio o una punta pronunciata dei denti; [5] consiglia l'intervallo  $\pm (0.5 \div 0.65)$ . Analogamente per gli angoli di pressione operativi e per il coefficiente di ricoprimento dei profili. Se i valori ottenuti si discostano eccessivamente da quelli raccomandati in bibliografia si procede iterativamente variando l'interasse di tentativo e ricalcolando le correzioni. Non è sempre facile ottenere correzioni limitate, soprattutto per quanto riguarda  $x_3$  che può ampiamente superare il valore 1. Proprio a seguito di questa difficoltà, ho preferito cambiare approcio e studiare la seconda variante di riduttore Wolfrom, ovvero con il satellite a due dentature  $(z_2 \neq z_{2'})$ . Questa soluzione permette di raggiungere rapporti di riduzione meno spinti ma concede la possibilità di progettare lo stadio con ampia flessibilità sulla scelta delle correzioni delle dentature. Ad esempio si può facilmente ottenere una soluzione con dentature prive di correzione. Per l'equazione 7.18, la differenza  $z_4 - z_3$  deve essere pari ad un multiplo del numero di satelliti.

$$z_4 - z_3 = Nk \tag{7.23}$$

Impongo la stessa relazione tra  $z^2 e z_{2'}$ :

$$z_{2'} = z_2 + Nk \tag{7.24}$$

In questo modo è possibile ottenere dentature con correzione a piacere a patto che la correzione 3-2 coincida con la correzione 4-2'. Dalle due equazioni appena scritte si ottiene

$$z_4 - z_{2'} = z_3 - z_2$$

Ne consegue che la soluzione più semplice è quella di progettare dentature con correzione nulla rispettando la relazione 7.24. In questo modo si rispetta l'interasse senza la necessità di intervenire con le correzioni, oppure sfruttando correzioni simmetriche (ad esempio  $x_2 = +0.3$  e  $x_3 = -0.3$ ).

Con questo approccio ho ottenuto le seguenti dentature prive di correzione:

- $z_1 = 21$
- $z_2 = 39$
- $z_3 = 99$
- $z_{2'} = 42$
- $z_4 = 102$

Lo stadio Wolfrom ha un rapporto di riduzione di circa 126 mentre lo stadio epicicloidale successivo ha un rapporto riduzione di 3,56 con le seguenti dentature: 27, 22, 72 rispettivamente per solare, satellite e corona. Il rendimento delo stadio Wolfrom si può stimare dal diagramma in figura 7.7 ed è circa del 82%.

#### 7.2.1 Dimensionamento ingranaggi

In questa fase si procede alla verifica degli ingranaggi a pressione e a flessione con il metodo di Lewis dopo avere ipotizzato modulo e spessore dei denti. In particolare il modulo e lo spessore devono essere scelti cercando di ottimizzare gli ingombri radiali e assiali dell'attuatore. Per quanto riguarda il modulo, per il prototipo dell'attuatore, abbiamo scelto i moduli che consentono all'azienda di produrre le dentature con gli utensili che già dispone. Inizialmente avevo ipotizzato un modulo di 0,3 per lo stadio wolfrom e 0,5 per lo stadio epicicloidale; tuttavia in base ai e coltelli per dentature interne già in possesso dall'azienda abbiamo aumentato i moduli a 0,4 per il Wolfrom e 0,6 per l'epicicloidale d'uscita. Le ruote dentate sono soggette diverse sollecitazioni:

Flessione statica e a fatica



Figura 7.9: Satellite dello stadio Wolfrom con doppia dentatura. Le due dentature devono essere fasate in modo da garantire la montabilità dello stadio

Fatica e usura superficiali dovute al contatto tra le fasce dentate

Temperature elevate dovute al contatto

Vibrazioni causate dall'elevata velocità

In questa fase ci preoccupiamo esclusivamente di verificare l'ingranaggio a flessione e a usura superficiale assicurando che la tensione a flessione e la pressione di contatto siano sufficientemente inferiori a dei valori soglia.

Metodo di Lewis: verifica a flessione Il metodo di Lewis considera il dente come una mensola, incastrata in corrispondenza della circonferenza di piede e caricata all'estremità libera da una forza F inclinata di un angolo  $\alpha$  rispetto all'asse dente. Tale formulazione è semplificata dalle seguenti ipotesi cautelative:

- 1. il dente è soggetto a flessione semplice con carico agente sulla sommità del medesimo;
- 2. si considera una sola coppia di denti in presa;
- all'interno del segmento dei contatti è presente una sola coppia di denti in presa (ipotesi conservativa);
- 4. la componente della forza F che determina la flessione è l'unica componente considerata e, per semplicità, coincide con la forza tangenziale sulla circonferenza primitiva;

- 5. si trascura la componente radiale della forza che determina uno sforzo di compressione sul dente e anche la forza di attrito;
- 6. si trascura l'effetto del taglio rispetto all'effetto del momento flettente;
- 7. carico uniformemente distribuito su tutta larghezza b dente.

La tensione massima di flessione alla base del dente con il metodo di Lewis si calcola come segue:

$$\sigma = \frac{1}{mY} \frac{F_t}{b} \tag{7.25}$$

dove Y è il fattore di forma adimensionale di Lewis che si può ricavare dalla seguente relazione in funzione del numero di denti:

$$Y = 0.48 - 2.87/z; \tag{7.26}$$

La lunghezza delle fasce dentate è pari a 6mm per lo stadio Wolfrom e 8mm per lo stadio epicicloidale d'uscita. Per quanto riguarda lo stadio Wolfrom, le forze che si scambiano le coppie di denti in presa sono calcolate con le formule 7.15. La figura 7.10 mostra i risultati per lo stadio Wolfrom mentre la tabella 7.1 riguarda lo stadio epicicloidale.

	$\sigma$ [MPa]
Solare $z_1$	231
Satellite $z_2$	247
Corona $z_3$	196

Tabella 7.1: Tensioni dovute alla flessione dello stadio epicicloidale d'uscita calcolate con il metodo di Lewis

Si osserva una differenza importante tra uno stadio Wolfrom e uno stadio epicicloidale tradizionale dove, all'equilibrio, le forze che si scambiano il sole con il satellite e il satellite con la corona, sono identiche e pari a

$$F = \frac{2C}{k \cdot d_1} \tag{7.27}$$

In uno stadio Wolfrom invece ci sono tre forze differenti scambiate dagli ingranaggi. La forza sul solare è ampiamente minore rispetto alle forze che si scambiano i satelliti con le dentature interne.

**Verifica a usura** Durante l'ingranamento i denti in presa si scambiano forze che agiscono su una superficie di contatto. Su tale superficie di contatto si instaura una pressione di contatto e all'interno del materiale si genera uno stato tensionale di tipo Hertziano. Con la verifica a vaoilatura (pitting)



Figura 7.10: Tensioni dovute alla flessione dello stadio Wolfrom calcolate con il metodo di Lewis. 1 indica l'ingranamento solare - satellite  $z_2$ , 2 indica l'ingranamento satellite  $z_2$  - corona  $z_3$  mentre 3 indica l'ingranamento satellite  $z_{2'}$  - corona  $z_4$ . La tensione e anche la pressione di contatto delle coppie 2 e 3 sono molto simili perchè la forza di reazione sulla prima corona è quasi uguale alla coppia d'uscita.

si assicura che la pressione di contatto sia inferiore ad un valore soglia che determinerebbe l'asportazione di una porzione di materiale dalla superficie di contatto. Spesso lo stato tensionale di contatto che si genera sulla superficie del dente è più importante dello stato tensionale a flessione in corrispondenza della radice del dente.

Secondo la teoria di Hertz si può esprimere la pressione di contatto con la seguente formula:

$$p_{max} = \sqrt{\frac{F_t}{b\,\pi\,\cos\alpha}\,\frac{1/r_1 + 1/r_2}{\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}}}\tag{7.28}$$

dove

- $F_t$  è la forza tangenziale
- $\alpha$  è l'angolo di pressione
- $r_1, r_2$  sono i raggi di curvatura dei profili del dente; in corrispondenza del diametro primitivo sono pari a  $r = \frac{mz}{2} \sin \alpha$

Le tabelle 7.2 e 7.3 riportano i risultati delle pressioni di contatto per lo stadio Wolfrom e dell'ultimo stadio epicicloidale. Come anticipato in precedenza, in teoria il satellite  $z_{2'}$  e la corona  $z_4$  potrebbero essere progettati con un modulo differente rispetto al resto delle ruote dello stadio. Tuttavia sarebbe inutile perchè il dimensionamento degli ingranaggi d'uscita coincide di fatto con il dimensionamento degli ingranaggi del sotto-stadio epicicloidale. Infatti, osservando i risultati per lo stadio Wolfrom si nota che i contatti delle due ruote interne sono molto simili; la coppia d'uscita e la coppia di reazione sulla corona fissa sono praticamente identiche.

	$\sigma$ [MPa]
Solare $z_1$ - Satellite $z_2$	257
Satellite $z_2$ - Corona $z_3$	616
Satellite $z_{2'}$ - Corona $z_4$	574

Tabella 7.2: Pressione di contatto dello stadio Wolfrom

	$\sigma$ [MPa]
Solare $z_1$ - Satellite $z_2$	1277
Satellite $z_2$ - Corona $z_3$	790

Tabella 7.3: Pressione di contatto dello stadio epicicloidale d'uscita

L'acciaio con cui realizzare le dentature deve avere un limite di fatica a usura superficiale maggiore di 1277 MPa e un limite di fatica al piede maggiore di 263 MPa. Ad esempio si può adottare un acciaio nitrurato AGMA 2001 2.5% Cr.

# Capitolo 8

# Modellazione dell'attuatore

Una volta dimensionati gli ingranaggi, il motore e la camma, si procede alla modellazione tridimensionale dell'attuatore. In realtà questa operazione, come quasi tutte le fasi precedenti, avviene in maniera iterativa cercando la soluzione ottimale. La figura 8.1 mostra il modello 3d dell'attuatore; gli elementi principali che si distinguono sono il motore (grigio), il tappo per il montaggio del motore (bianco), il case (grigio), la camma (viola) e il sensore di forza (giallo) con la propria sede (verde). In figura 8.2 è rappresentata la vista in sezione dell'attuatore; si nota lo stadio epicicloidale in cascata allo stadio Wolfrom inseriti all'interno del case.



Figura 8.1: Modello 3d dell'attuatore



Figura 8.2: Vista in sezione dell'attuatore

La camma è solidale al portatreno dello stadio epicicloidale d'uscita. L'albero è supportato alle estremità da un cuscinetto radiale a sfere e da una boccola in bronzo sulla parete spessa del case. La forcella d'estremità è indispensabile per irrigidire la struttura e limitare la freccia dell'albero sotto carico. Il case d'alluminio è fissato alla piastra fissa di supporto con 7 viti nelle posizioni dove si scarica la forza sulla struttura in modo da limitare le deformazioni del case. Infatti due viti sono poste in corrispondenza della parete spessa del case e altre 3 viti in corrispondenza della forcella d'estremità. La vite centrale (figura 8.6) sulla forcella è stata introdotta proprio per limitare la deformazione della forcella stessa (vedi capitolo 10). Sul case è stata ricavata una "feritoia" che funge da alloggiamento per sede del sensore e permette la rotazione completa della camma. Questa soluzione consente di limitare l'ingombro verticale dell'attuatore perchè il sensore e lo spessore di isolamento termico si inseriscono parzialmente nel case stesso.

L'immagine 8.4 raffigura il portatreno con l'albero su cui si innesta la camma (figura 8.5). L'albero trasmette alla camma il moto grazie un profilo scanalato ad evolvente. Lo scanalato è a 24 denti con profilo di l'ANSI B82.1-1996 e modulo pari a 48/96 (0.5292mm).

### 8.1 Misurazione della forza

Il freno è un servomeccanismo controllato in forza; il pilota agisce sul comando e riceve un feedback sul pedale del freno funzione della forza con cui vengono premuti i dischi.







Figura 8.4: Portatreno con albero d'uscita



Figura 8.5: Modello 3d della camma

I servomeccanismi con retroazione regolano una grandezza meccanica in uscita confrontando il segnale di input con un segnale di ritorno funzione dello stato istantaneo della grandezza controllata. Si compara quindi un segnale d'ingresso con un segnale di ritorno opportunamente trasdotto. I servomeccanismi si possono suddividere in base al tipo di grandezza sulla quale si basa la retroazione:

• posizione

- velocità
- forza

I comandi di volo primari sono un tipico esempio di servomeccanismo controllato in posizione, le superfici di volo sono movimentate in funzione della posizione e velocità con cui il pilota invia il segnale di input indipendentemente dalla forza richiesta per l'attuazione. I freni invece sono un esempio di servomeccanismo controllato in forza; infatti il segnale d'ingresso è funzione della forza frenante desiderata e non dalla posizione del servomeccanismo. Per un freno ad azionamento elettromeccanico, la regolazione può avvenire tramite la misurazione di diverse grandezze: pressione, forza, coppia, corrente elettrica. I sensori sono strumenti molto delicati e nell'impianto frenante possono essere soggetti a forti vibrazioni e ad alte temperature che potrebbero alterare le misurazioni. [10] propone un modello per il controllo di un freno elettromeccanico con riduttore e vite a ricircolo di sfere senza l'ausilio di sensori; i componenti vengono modellizzati tramite equazioni matematiche e si stima la forza frenante dalla corrente elettrica assorbita dal motore e dalla posizione angolare del rotore. La fragilità di questo modello è ovviamente determinata dall'accuratezza del modello matematico, soprattutto a causa di fenomeni difficili da modellare e studiare (vibrazioni, attrito).

L'utilizzo di sensori consente di misurare direttamente (o indirettamente) la grandezza d'interesse; tuttavia il funzionamento di questo sistema è notevolmente condizionato dall'affidabilità dei sensori stessi. La regolazione della forza frenante è un aspetto critico nell'implementazione della funzione di antislittamento delle ruote.

Un'altra soluzione che può essere sfruttata per la determinazione della forza frenante è l'utilizzo di molle elastiche disposte in serie tra il pistone mobile e la superficie azionata; misurando la contrazione della molla sottoposta a compressione è possibile stimare la forza con cui le superfici vengono premute. Il segnale acquisito è in realtà un segnale di posizione il quale viene trasdotto in un segnale di forza tramite la legge elastica della molla. Questa soluzione consente di regolare un servomeccanismo in forza come fosse un servomeccanismo in posizione. L'aggiunta della molla in serie tuttavia potrebbe determinare un aumento dell'ingombro assiale del freno. La cedevolezza e la lunghezza delle molle devono essere selezionate in funzione della molla; infatti se l'accuratezza del sensore non è elevata occorre una molla più cedevole in modo da ridurre l'errore percentuale di misurazione. Se  $\epsilon$  è l'errore di misurazione introdotto dallo strumento, k è la resistenza della molla, allora

$$F = k (\Delta x \pm \epsilon)$$
$$\Delta F = \pm k\epsilon$$
$$\frac{\Delta F}{F} = \pm \frac{\epsilon}{\Delta x}$$

Per diminuire l'errore percentuale di misurazione della forza è conveniente aumentare la contrazione della molla, ovvero utilizzare molle più lunghe con maggior cedevolezza.

Per quanto riguarda l'attuatore a camma di nostro interesse, abbiamo ideato tre soluzioni per l'introduzione dei sensori di forza:

- 1. Sensori posti sui piedini di ancoraggio del case. Il case dell'attuatore e la forcella devono essere fissati al piano di supporto con delle viti; la soluzione prevede l'inserimento di sensori a rondella posti tra la il case e il sostegno in corrispondenza del foro per la vite (un esempio di sensore di questo tipo è [2]). Questa soluzione presenta delle evidenti difficoltà; la struttura è ovviamente isostatica, la forcella e il carter sono ancorati al sostegno con più viti. Per misurare la forza totale di ogni attuatore, bisognerebbe dotare ogni vite di un sensore a rondella. L'alternativa potrebbe essere quella predisporre i sensori solo in alcuni alloggiamenti nevralgici per le viti e relazionare la forza parziale misurata alla reazione totale. Ovviamente questa soluzione richiede una complessa analisi strutturale ad elementi finiti per ricavare una relazione; inoltre questa soluzione sarebbe sicuramente incline ad una elevata incertezza.
- 2. Posizionamento di un unico sensore di forza tra la camma e il piatto di pressione. Questa soluzione ha il grande vantaggio di misurare la forza di compressione effettiva tra la camma e il piatto di pressione; tuttavia il posizionamento del sensore in prossimità del piatto di pressione pone il medesimo in condizioni di temperatura critiche. La piastra di pressione può raggiungere la temperatura di 500 °C; i sensori in commercio operano a temperature molto inferiori (circa 120 °C). E' necessario quindi progettare uno schermo termico che isoli il sensore dalla piastra e un'analisi termica di dettaglio.
- 3. Estensimetri installati sul case. Questa soluzione stima la forza di attuazione misurando la deformazione della struttura sulla quale si scarica la forza di reazione. Lo svantaggio di questa soluzione è che richiede uno studio sulla deformazione della struttura per correlare la forza con la rilevazione.

La soluzione che abbiamo preferito adottare è la seconda. La figura 8.6 mostra il particolare del contatto tra la camma e il sensore. L'elemento
giallo è il sensore di forza interposto tra la camma ed uno spessore isolante (elemento color granata) che distanzia il piatto di pressione dal sensore stesso. La gabbia grigia mantiene in contatto il sensore e lo spessore termico anche in presenza di vibrazioni del piatto durante la frenata. La gabbia non è sottoposta a nessun carico di compressione; la linea di carico si trasmette dalla camma al sensore, allo spessore termico e giunge al piatto. La gabbia può essere realizzata con un materiale che non possiede notevoli caratteristiche meccaniche preferendo un materiale altamente isolante. Da notare che in questa soluzione il sensore trasla solidalmente alla piastra per effetto dell'azionamento della camma.



Figura 8.6: Sensore ingabbiato

### Capitolo 9

### Freno di parcheggio

Il freno aeronautico è dotato del freno di parcheggio, ovvero di un sistema in grado di mantenere il contatto dei dischi di frizione a velivolo spento garantendo una forza frenante di un ordine di grandezza inferiore rispetto alla massima azione frenante in atterraggio. Il freno in questione richiede una forza di compressione di parcheggio di 290 N per ogni attuatore in assenza di alimentazione. Il freno idraulico attualmente montato sull'aereo M-345 è dotato di un serbatoio che rilascia olio in pressione ai pistoni. Il freno di parcheggio è quindi alimentato da un circuito indipendente dal circuito primario di frenata.

Nel caso di un attuatore elettromeccanico, il cinematismo deve essere bloccato in condizioni di frenata in modo da arrestare il moto reversibile del riduttore. La soluzione che inizialmente abbiamo pensato è mostrata in figura 9.1. Per garantire l'irreversibilità del meccanismo, si sfrutta un arpionismo: l'arpione azionato da un solenoide rotativo viene posizionato a contatto con la ruota a dente di sega che ruotando nella direzione opposta a quella di attuazione, si impunta con l'arpione ed arresta la catena cinematica (questo meccanismo si riferisce ad un primo modello di attuatore che poi è stato aggiornato con il modello precedentemente esposto. Anche il freno di parcheggio stesso è stato poi sostituito in favore di una soluzione a camma che blocca la rotazione del motore per attrito (vedi figura 9.3)). La soluzione con l'arpionismo tuttavia potrebbe introdurre un'incertezza sulla forza di compressione dei dischi in seguito alla rotazione della ruota a denti di sega prima che questa si impunti con l'arpione. Infatti una volta posta la camma dell'attuatore in contatto con la forza desiderata, interrompendo l'alimentazione del motore, la camma tende a far ruotare il cinematismo nella direzione opposta portando l'arpione in contatto con la ruota a denti di sega.

La perdita di forza dovuta alla rotazione della ruota a denti di sega prima che entri in contatto con l'arpione, dipende in quale stadio viene alloggiato l'arpionismo e dalla geometria della ruota stessa. Assumendo



Figura 9.1: Arpionismo con ruota a denti di sega alloggiato sull'albero motore

come in figura 9.1 una ruota costituita da 10 denti, la massima rotazione concessa prima di ottenere l'impuntamento è di  $360/10 = 36^{\circ}$ . Se questa rotazione avviene sull'albero motore, a per effetto della riduzione si ottiene una rotazione della camma di 0.08°. Dall'equazione 5.7, tale rotazione della camma determina uno spostamento assiale di 5.42  $\mu m$  del piatto dovuti alla rotazione della camma per recuperare il gioco degli ingranaggi. Dai dati di progetto è nota la compressione massima dei dischi sottoposti alla massima forza di compressione ed è pari a  $125\mu m$ . Assumendo che la compressione avvenga in campo elastico lineare, a seguito di un rilassamento di 5.42  $\mu m$ , si stima una perdita di forza di compressione pari a 112 N. Se la stessa ruota dentata venisse installata a valle dello stadio Wolfrom, la rotazione di 36° determinerebbe il distaccamento della camma dal sensore. Per ridurre la perdita di forza a circa 100 N bisognerebbe introdurre una ruota a denti di sega con un numero di denti superiore a 1000 per ridurre la rotazione. Questo ragionamento impone necessariamente il posizionamento della ruota dentata sull'albero motore.

Per ipotizzare la perdita della forza di compressione occorre scomodare un'altra supposizione sulla base dell'epserienza, ovvero stimare la coppia di irreversibilità dell'attuatore. Analogamente al gioco, si presuppone che la coppia di irreversibilità del cinematismo sia pari a 2.8 Nm. Questa stima si basa riscalando la coppia di reazione nota di una attuatore elettromeccanico simile prodotto dall'azienda sulla base del rapporto di riduzione. Con lo stesso procedimento visto nel capitolo 5.2.2, si ricava la coppia di reazione sulla camma per una forza assiale di 290 N. Nella peggiore delle condizioni la coppia di reazione è pari a 2.7 Nm (figura 9.2). Siccome la coppia di irreversibilità stimata è superiore alla coppia di reazione del piatto sulla camma; cinematismo potrebbe quindi bloccarsi automaticamente. Questo significa che, una volta interrotta l'alimentazione del motore, il cinematismo potrebbe bloccarsi senza chiamare in causa l'arpionismo.

Ovviamente i ragionamenti appena esposti, basandosi su ipotesi dettate dall'esperienza, dovranno poi essere validate con verifiche sperimentali una volta prodotto un prototipo di attuatore.



Figura 9.2: Coppia necessaria alla camma per sviluppare una forza assiale di 290 N per tutto l'angolo di rotazione della medesima.

Come accennato precedentemente, questa soluzione per il freno di parcheggio è stata abbandonata in favore di una soluzione più semplice che prevede l'attuazione tramite un solenoide lineare di una camma bistabile che per attrito arresta il moto della cassa esterna del motore senza carcassa. Tuttavia nel prototipo attuale non abbiamo sviluppato nessuna delle due soluzioni studiate; l'arpionismo è stato ideato per il progetto embrionale dell'attuatore con un sistema di riduzione differente; per stringenti limiti di ingombro abbiamo preferito evitare lo sviluppo del freno di parcheggio. Sarebbe stato possibile introdurre l'arpionismo solamente acquistando il motore con un albero d'uscita più lungo. La soluzione a camma bistabile viene invece implementata nei due attuatori sviluppati parallelamente nell'ambito del medesimo progetto di ricerca.



Figura 9.3: Funzionamento della camma bistabile come freno di stazionamento

# Capitolo 10 Analisi FEM

In questa sezione si riportano alcune analisi ad elementi finiti effettuate per gli elementi più critici o per cui la soluzione analitica risulterebbe molto approssimativa. In particolare si riportano le analisi dei seguenti elementi: corona  $z_4$  dello stadio Wolfrom sottoposta a torsione; portatreno dello stadio epicicloidale d'uscita sul quale è calettata la camma; camma posta in contatto con una superficie piana di controllo per simulare il contatto; verifica strutturale del case vincolato.

#### 10.1 Corona mobile Wolfrom

Per la corona mobile del primo stadio, sul cui asse è calettato il solare del secondo stadio, si ricorre ad un'analisi FEM per valutarne il corretto dimensionamento a torsione. Il modello FEM è stato impostato considerando dei vincoli da cuscinetto (corrispondenti all'SKF 61704 e 617), tre denti in presa per il solare e tre denti in presa per la corona mobile. La Figura 10.1 mostra la distribuzione delle tensioni di Von Mises calcolata sul componente nella condizione di massimo carico. Si noti come la tensione massima si verifica alla radice dei denti del solare; il valore è, inoltre, in linea con la previsione da teoria di Lewis ricavata precedentemente. Essendo questo il punto più sollecitato, la verifica a flessione dei denti è sufficiente a qualificare il componente.

### 10.2 Portatreno dello stadio epicicloidale d'uscita e camma

Il portatreno del secondo stadio è stato studiato mediante un modello agli elementi finiti. Per ricostruire in modo fedele la distribuzione delle azioni, è preferibile accoppiare a quest'ultimo alla camma. Sono stati definiti due vincoli di tipo cuscinetto sull'albero della camma. Le forze agenti legate ai



Figura 10.1

pianeti del secondo stadio sono state applicate nelle sedi degli alberini di questi ultimi. È stata realizzata una "parete virtuale" che simula il corpo cilindrico su cui la camma agisce; tra queste due entità è stato definito un coefficiente di attrito pari a 0.2.

L'immagine 10.2 mostra quanto descritto; la posizione angolare della camma è tale da scaricare una forza verso il basso pari alla forza di attuazione in condizioni di ultimate load. Tali valori sono stati calcolati automaticamente dal FEM dopo l'inserimento di carichi coerenti con quanto esposto ai punti precedenti. La Figura 10.5 mostra la distribuzione delle tensioni di Von Mises calcolata sui componenti nella condizione di carico di ultimate load. Si noti come il carico massimo individuato è inferiore al carico di snervamento, il che implica un design adeguato per entrambi i componenti. Per poter definire in modo coerente i margini di sicurezza, le immagini che seguono si riferiscono alle due parti considerate separatamente.

La Figura 10.5 mostra la distribuzione delle tensioni di Von Mises calcolata sul portatreno del secondo stadio nella condizione di carico ultimate load. I margini di sicurezza possono quindi essere valutati confrontando ciascuna tensione massima con un valore di riferimento funzione di condizione di carico; ipotizzando di realizzare i componenti in acciaio 15-5PH, tutti i componenti analizzati presentano tensioni massime ampiamente inferiori alla tensione di snervamento del materiale.

### 10.3 Case

Il case viene fissato ad un elemento fittizio piano che funge da supporto con 6 viti M4. Sul case si scaricano le azioni dei cuscinetti che supportano l'albero del portatreno. Il carico è prevalentemente verticale ma con una



Figura 10.2: Portatreno e camma. L'analisi è stat effettuata sottoponendo il sistema al carico di Ultimate Load pari a 1,5 volte il carico limite.

componente orizzontale dovuta alla forza di attrito che agisce sulla camma La Figura 10.8 mostra la distribuzione delle tensioni di Von Mises calcolata sul componente nella condizione di carico ultimate load; l'immagine mostra le deformazioni in scala reale. Le analisi mostrate sono state effettuate su un modello tridimensionale del case inizialmente proposto sul quale poi sono state introdotte delle modifiche sulla base proprio dei risultati del calcolo stesso.

Si raggiungono deformazioni notevoli, anche dell'ordine di 5 mm (vedi figura 10.8). Si riscontra anche un sovraccarico di una delle viti di fissaggio. La forcella d'estremità è l'elemento più critico e richiede una modifica strutturale per evitare una deformazione eccessiva della struttura che impedirebbe il corretto funzionamento dell'attuatore. Occorre intervenire irrigidendo la struttura con due operazioni (vedi figura 10.9):

- Bullonatura addizionale: per limitare la freccia in corrispondenza della forcella di supporto, si può aggiungere una vite centrale in corrispondenza dell'asse principale sulla forcella;
- Per aumentare la rigidezza del componente, sono state aggiunte due travi che collegano la forcella alla struttura principale del case. In



Figura 10.3: Tensioni di Von Mises dell'assieme portatreno - camma

seguito a queste ottimizzazioni, la massima deformazione della struttura è di un ordine di grandezza inferiore rispetto alla precedente configurazione.



Figura 10.4: Tensioni di Von Mises portatreno



Figura 10.5: Tensioni di Von Mises della camma



Figura 10.6: Modello per l'analisi fem del casing



Figura 10.7: Modello per l'analisi fem del caing



Figura 10.8: Vite sottoposta ad un carico eccessivo



Figura 10.9: Nuova configurazione del case. Sono state introdotte due travi e una vite centrale sulla forcella per irrigidire la struttura sotto carico.

# Capitolo 11 Conclusioni

L'attività svolta rientra in un progetto di ricerca che si pone l'obiettivo di realizzare un dimostratore tecnologico, testarlo su un banco prova e successivamente su un freno reale del M345. Oltre al prototipo di attuatore qui descritto, verranno realizzati altri due attuatori elettromeccanici differenti: un attuatore con vite a ricircolo di rulli e un attuatore con una camma frontale. L'attività di ricerca prevede lo sviluppo completo del prototitpo, compresi il software e le leggi di controllo del motore in previsione di realizzare anche un sistema di controllo antiskid. L'obiettivo ultimo del progetto è infatti sviluppare un attuatore in grado di sostituire il freno idraulico. Da questa attività, si può affermare che, in un processo di sostituzione di un impianto idraulico con un impianto elettromeccanico, la sfida più complicata è la miniaturizzazione dei componenti. Il freno idraulico genera la forza di compressione per mezzo di 4 pistoni idraulici con alesaggio pari a 23.5 mm ad una pressione di 4.9 MPa. A prima vista, confrontando le dimensioni dei pistoni e dell'attuatore elettromeccanico, sembrerebbe che l'impianto idraulico sia decisamente meno ingombrante. Tuttavia, in questa analisi trascuriamo un aspetto fondamentale, ovvero la sorgente di potenza. L'attuatore elettromeccanico porta con sé, non solo la meccanica che consente l'attuazione, ma anche la sorgente di potenza, ovvero il motore elettrico. Invece in un impianto idraulico tradizionale, l'attuatore e la sorgente di potenza, ovvero la pompa idraulica, sono installati distanti. Infatti sulla struttura che sorregge la ruota del carrello principale sono installati solamente i pistoni. Un vantaggio della soluzione elettromeccanica proposta è la mancanza di un sistema di recupero usura; infatti la camma è in grado di ricoprire tutta la corsa richiesta. Il difetto più evidente di questa soluzione rimane il contatto della camma la quale genera una forza tangenziale dovuta all'attrito che non può essere ignorata nè in fase di dimensionamento, nè in fase di modellazione del software.

## Appendice A Considerazioni sui riduttori

Il riduttore di velocità, posto tra il motore e l'attuatore, riduce la velocità di rotazione incrementando la coppia in uscita. Sono costituiti da ingranaggi che possono essere di diversi tipi: ruote dentate a denti dritti, elicoidali, ingranaggi conici, riduttori ipoidi, ingranaggi Zerol, riduttori a vite senza fine...

La trasmissione di nostro interesse è un riduttore ad alta potenza e ad elevata efficienza meccanica. In funzione dell'epserienza dell'azienda e delle soluzioni già esistenti consideriamo un riduttore ad ingranaggi ordinario oppure epicicloidale a denti dritti oppure elicoidali. Le ruote dentate a denti elicoidali rispetto ai denti dritti, consentono di sopportare carichi superiori a parità di spessore assiale perchè aumenta la superficie di contatto in presa; tuttavia generano carichi assiali e ogni albero necessita quindi di un cuscinetto reggispinta. I denti dritti sono più semplici da produrre e il processo di rettifica è meno impegnativo e costoso; tuttavia, la superficie tra due denti in presa entra in contatto nello stesso istante; ne consegue che ogni errore di passo tra i denti può causare rumore e interferenza. Ingranaggi dritti sono utilizzati per velocità al diametro primitivo inferiori ai 10 m/s; sono impiegate in tutte le applicazioni in cui si richiede uno spostamento assiale di una o entrambe le ruote garantendo l'ingranamento.

Gli ingranaggi elicoidali richiedono costi e tempi di produzione generalmente più elevati, tuttavia siccome riescono a sopportare carichi superiori, gli ingranaggi elicoidali sono tendenzialmente più compatti e meno ingombranti. Un altro vantaggio notevole degli ingranaggi elicoidali è il fatto che sono più silenziose rispetto agli ingranaggi dritti proprio per il fatto che l'ingranamento è graduale e genera meno urti. Gli ingranaggi a doppia elica consentono di mantenere i vantaggi delle ruote elicoidali annullano la spinta assiale tramite denti il cui profilo è per metà destrorso e per metà sinistrorso. I denti sono comunque soggetti a spinte assiali che non vengono trasmesse agli alberi. Gli ingranaggi conici consentono l'ingranamento di due alberi incidenti (solitamente perpendicolari). Anche gli ingranaggi conici possono essere a denti dritti oppure a spirale in analogia ai denti dritti ed elicoidali delle ruote cilindriche.

Solitamente i riduttori epicicloidali consentono di ottenere rapporti di riduzione elevati con ingombri minori rispetto ad un ingranaggio ordinario perchè tutti gli elementi sono coassiali.

### A.1 Rotismi

Si definisce rotismo un sistema costituito da più ruote dentate ingranate tra loro in modo tale che la rotazione di una ruota determini la rotazione di tutte le altre. Un rotismo si dice ordinario se gli assi di tutte le ruote dentate che



Figura A.1: Esempio di rotismo ordinario

lo costituiscono sono fissi; in un rotismo epicicloidale invece alcuni degli assi delle ruote componenti sono mobili. Il rapporto di trasmissione del rotismo è definito come il rapporto di velocità tra l'albero in entrata e l'albero in uscita:

$$au = \omega_2/\omega_1$$

Generalmente si ha un albero d'ingresso e un albero di uscita, tuttavia potrebbero presentarsi casi più complicati; ad esempio un qualsiasi rotismo epicicloidale è caratterizzato da tre alberi, di cui due possono essere input o output. Supponendo unitario il rendimento, il rapporto tra le coppie al termine dei transitori, ovvero durante il moto uniforme, è inverso a quello di velocità:

$$C_2/C_1 = 1/\tau$$

Durante i transitori, sempre considerando un valore unitario del rendimento, il rapporto tra le coppie agenti sugli assi delle ruote d ed a è diverso da 1/r, poichè le azioni inerziali che agiscono come fossero coppie frenanti che assorbono potenza. Consideriamo un modello di ingranaggio dove  $I_1$ e  $I_2$  rappresentano la masse inerziali degli alberi di ingresso e uscita, C1la coppia motrice applicata all'albero d'ingresso e  $C_2$  la coppia resistente applicata all'albero di uscita. Assumiamo, a titolo d'esempio che il rotismo interposto tra gli alberi 1 e 2 abbia rendimento  $\eta = 1$  e rapporto di condotta  $\tau$  (figura A.2) e che abbia masse inerziali trascurabili. Di conseguenza le equazioni del riduttore sono:

$$\tau = \omega_2/\omega_1$$
$$\frac{\omega_2 C_1}{\omega_{in} C_{in}} = \eta = 1$$

Con *out* e *in* si intendono coppie elaborate dal riduttore, diverse dalle coppie  $C_1$  e  $C_2$  proprio a causa delle azioni inerziali durante i transitori.



Figura A.2: Esempio di azioni inerziali in un ingranaggio

Scriviamo le equazioni di equilibrio dinamico degli alberi d'ingresso e uscita:

$$C_1 - I_1 \dot{\omega}_1 - C_a = 0$$
$$C_b - C_2 - I_2 \dot{\omega}_2 = 0$$

Riconducendo il sistema all'albero motore, ricaviamo le accelerazioni dell'albero 1 e dell'albero 2:

$$\begin{split} \dot{\omega_1} &= \frac{C_1 - \tau C_2}{I_1 + \tau^2 I_2} = \frac{C_1 - \tau C_2}{I_{eq}} \\ \dot{\omega_2} &= \tau \cdot \dot{\omega_1} = \frac{C_1 - \tau C_2}{I_{eq}} \dot{\omega_1} \end{split}$$

In un rotismo qualunque si è quindi in grado di effettuare la riduzione dei momenti di inerzia ad un unico asse del rotismo in esame sommando al momento di inerzia delle masse solidali al proprio albero i momenti di inerzia delle masse collegate agli altri assi moltiplicati per il quadrato dei rispettivi valori del rapporto di trasmissione.

Il servomeccanismo deve essere continuamente regolato in modo da controllare con accuratezza la forza di attuazione desiderata. Si osserva che un riduttore con masse elevate avrà una risposta dinamica più lenta e assorbe tanta potenza a causa delle elevate azioni inerziali durante i transitori (Si rimanda al capitolo 2.1.1). In uno stadio di riduzione ( $\tau < 1$ ), più spinto è il rapporto di riduzione minore è l'effetto delle azioni inerziali. Nel nostro caso il rapporto di riduzione è sufficientemente elevato () $\tau = 450$ ) tale per cui possiamo trascurare in prima approssimazione l'effetto inerziale sulla dinamica dell'attuatore.

### A.2 Epicicloidale

I rotismi epicicloidali, costituiti anch'essi da più catene cinematiche di ruote dentate, si differenziano da quelli ordinari in quanto in essi gli alberi di alcune ruote sono mobili. In un rotismo epicicloidale semplice di distinguono due ruote dentate principali, dette solari, che non ingranano tra loro e che ruotano attorno a due assi fissi e coincidenti e una o più ruote dentate, dette satelliti (o planetari), che ingranano con le due ruote solari ed i cui assi sono mossi da un elemento rigido, detto portatreno .che a sua volta ruota attorno ad un asse fisso coincidente con l'asse dei solari. Dunque il moto dei satelliti è la sovrapposizione di un moto di pura rotazione attorno al proprio asse e un moto di pura traslazione dovuta alla rotazione dell'asse stesso trasportato dal portatreni. In un rotismo epicicloidale coesistono tre elementi che ruotano attorno allo stesso asse: i solari, il portatreno e i satelliti. Si osserva che, a differenza dei rotismi ordinari, nei quali esistono un albero di ingresso ed un albero di uscita (ossia un albero motore ed uno condotto), in un epicicloidale esistono tre alberi differenti e si possono quindi ritrovare casi di due alberi motori ed uno condotto, o di un motore e due condotti, oppure di un albero fermo, uno motore e uno condotto. Il rapporto di trasmissione di un rotismo epicicloidale si ricava con la formula di Willis (vedi appendice A.2.1)

Per il calcolo del momento di inerzia equivalente di in rotismo epicicloidale è possibile ricorrere ad il metodo energetico: l'inerzia di un volano equivalente è tale per cui ruotando alla velocità  $\omega_1$ , il volano ha la stessa energia cinetica del rotismo originale. Se i momenti  $\cdot$  di inerzia dei solari, del portatreno e delle masse ad essi collegate sono  $I_1, I_2, I_p$ , il momento di inerzia e la massa di ogni satellite sono  $I_s$  e  $m_s$ , la velocità angolare dei



Figura A.3: Esempio di rotismo epicicloidale

satelliti è  $\omega_s$ , la velocità del loro baricentro è  $V_s$  ed il loro numero è N, si ha che il momento di inerzia equivalente soddisfa alla relazione:

$$\frac{1}{2}I_{eq}\omega_1^2 = \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 + \frac{1}{2}I_2\omega_2^2 + \frac{1}{2}I_p\Omega^2 + \frac{N}{2}\left(I_s\omega_s^2 + m_sV_s^2\right)$$

per cui si ottiene

$$I_{eq} = I_1 + I_2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 + I_p \left(\frac{\Omega}{\omega_1}\right)^2 + N \left[I_s \left(\frac{\omega_s}{\omega_1}\right)^2 + m_s \left(\frac{V_s}{\omega_1}\right)^2\right]$$

Il riduttore epicicloidale può essere progettato a denti cilindrici oppure a denti elicoidali; le equazioni e il funzionamento sono identici.

I rotismi epicicloidali sono spesso impiegati come riduttori ad elevato rapporto di riduzione; infatti, a parità di rapporto di condotta, sono notevolmente meno ingombranti e meno pesanti rispetto ad un rotismo ordinario. Permettono di elaborare potenze anche molto elevate, tuttavia il rendimento meccanico di un epicicloidale, se il rapporto di riduzione è molto elevato, solitamente è basso.

#### A.2.1 Rapporto di riduzione di stadi epicicloidali

Consideriamo il seguente rotismo epicicloidale di esempio: Scriviamo le espressioni delle velocità dei punti di contatto primitivi tra il solare (1) e il



satellite (2) e tra il satellite e la corona a dentatura interna (3) e la velocità del portatreno nel centro del satellite:

$$V_1 = \omega_1 r_1$$

$$V_2 = \omega_2 (r_1 + 2r_2)$$

$$V_p = \Omega (r_1 + r_2)$$
(A.1)

Il moto del satellite è una sovrapposizione di un moto di pura rotazione attorno al proprio asse e di una traslazione dovuta alla rotazione del portatreno. Possiamo scrivere le equazioni che legano  $V_1 \in V_2$  con la velocita di rotazione del satellite attorno al proprio asse:

$$\omega_1 r_1 = \Omega_{(r_1 + r_2)} - \omega_3 r_3$$
  

$$\omega_3 (r_1 + 2r_2) = \Omega(r_1 + r_2) + \omega_2 r_2$$
(A.2)

Sottraendo la prima alla seconda ed estendendo i raggruppamenti possiamo scrivere:

$$\omega_1 r_1 + \omega_3 r_1 + \omega_3 r_2 + \omega_3 r_2 = \Omega r_1 + \Omega r_1 + \Omega r_3 + \Omega r_3$$

Che riscriviamo come segue:

$$(\omega_1 - \Omega)r_1 + \omega_3(r_1 + 2r_3) = \Omega(r_1 + 2r_3)$$

Si ottiene quindi la formula di Willis:

ω

$$\tau = \frac{\omega_1 - \Omega}{\omega_3 - \Omega} = -\frac{r_1 + 2r_2}{r_1}$$

Siccome  $z_1 + 2z_2 = z_3$ 

$$\tau = -z_3/z_1$$

La (2.100), detta formula di Willis, rappresenta una relazione di carattere fondamentale nel calcolo cinematico dei rotismi epicicloidali ed individua,

come dimostrato, il rapporto di trasmissione del rotismo reso ordinario (ossia arrestando il portatreni).

$$\left(\frac{\omega_3}{\omega_1}\right)_{ordinario} = \frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{\omega_3}{\omega_2} \cdot = -\frac{z_3}{z_1}$$

Il rapporto di Willis può essere calcolato per tutti i rotismi epicicloidali e consente di ricavare le relazioni cinematiche tra le velocità degli alberi nelle diverse configurazioni di funzionamento.

Sul rotismo epicicloidale in esame agiscono tre coppie esterne: una, di intensità  $C_1$  sul solare, una seconda di intensità  $C_2$ , sul solare, ed infine una terza, di intensità  $C_p$ , sul portatreno. In condizioni di regime, al termine del transitorio, o quando le masse delle ruote dentate siano trascurabili, le coppie devono equilibrarsi, perciò:

$$C_1 + C_2 + C_p = 0$$

Inoltre, supponendo che il rendimento del rotismo sia unitario il lavoro complessivo compiuto dalle coppie  $C_1, C_2, C_p$  in un dato intervallo di tempo deve essere nullo e pertanto si è in grado di scrivere che:

$$C_1\omega_1 + C_2\omega_2 + C_p\omega_3 = 0$$

Sfruttando l'equazione di Willis e le equazioni appena scritte possiamo scrivere le relazioni le coppie e le relazioni cinematiche tra le velocità angolari:

$$\frac{C_2}{C_1} = -1/\tau$$
$$\frac{C_p}{C_1} = \frac{1-\tau}{\tau}$$

Si può affermare che, in un rotismo epicicloidale qualsiasi, il rapporto tra le coppie agenti sui due solari e quello tra le coppie agenti sul portatreno e su uno dei due solari sono indipendenti dalle velocità angolari alle quali ruotano gli assi considerati, e sono pari ai rapporti esistenti tra le coppie agenti in un rotismo ordinario ad assi fissi geometricamente identico a quello in esame. Un rotismo epicicloidale è dunque fondamentalmente un partitore di coppia ed il rapporto di partizione dipende unicamente dalla geometria del rotismo e non dalle sue condizioni cinematiche di funzionamento. Naturalmente questa proprietà vale fintantochè si suppongano valide le ipotesi di rendimento unitario e di moto uniforme.

### Bibliografia

- [1] https://www.faulhaber.com/en/products/series/3216bxth/.
- [2] https://www.hbm.com/it/3244/paceline-clp-cella-di-caricopiezoelettrica-a-ciambella/.
- [3] Organi d'atterraggio. Politecnico di Milano Dipartimento di ingegneria aerospaziale impianti e sistemi aerospaziali.
- [4] Zbigniew Zdziennicki Andrzej Maciejczyk. Design basic of industrial gear boxes.
- [5] Karaivanov Arnaudov. *Planetary gear trains*. Taylor Francis, 2019.
- [6] Daniele Botto. Costruzione di motori per aeromobili. In *Contatti Hertziani e cuscinetti*, 2020.
- [7] Jean-Jacques Charrier and Amit Kulshreshtha. Electric actuation for flight and engine control; evolution and current trend. In 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, page 1391, 2007.
- [8] Pastorelli Jacazio. Meccanica applicata alle macchine 2: la trasmissione del moto. Levretto & Bella, 1992.
- [9] Dr. Alexander Kapelevich. High gear ratio epicyclic drives analysis. 2014.
- [10] Bingqiang Li, Di Song, Hualing Xing, Yiyun Zhao, and Xi Zhang. Force sensorless control for aircraft electromechanical brake system. In 2019 22nd International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS), pages 1–5. IEEE, 2019.
- [11] Zehua Liu, Zhenshui Li, Cheng Qin, Yaoxing Shang, and Xiaochao Liu. The review and development of the brake system for civil aircrafts. In 2016 IEEE International Conference on Aircraft Utility Systems (AUS), pages 762–767. IEEE, 2016.
- [12] Jean-Charles Maré. Aerospace actuators 2: signal-by-wire and powerby-wire. John Wiley & Sons, 2017.

- [13] G. Petrucci. Lezioni di costruzione di macchine. *Meccanismi a camma piani*.
- [14] Guan Qiao, Geng Liu, Zhenghong Shi, Yawen Wang, Shangjun Ma, and Teik C Lim. A review of electromechanical actuators for more/all electric aircraft systems. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 232(22):4128-4151, 2018.
- [15] Neven Lovrin Zeljko Vrcan and Vedran Mrzljak. Some considerations on the application of wolfrom planetary gear trains. 2008.