

Politecnico di Torino

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

A.a. 2021/2022

Sessione di Laurea Marzo/Aprile 2022



**Politecnico
di Torino**

Ottimizzazione deterministica di un endoreattore a propellente ibrido per il lancio di piccoli satelliti

Relatori:

Prof. Lorenzo Casalino

Candidati:

Lorenzo Scancella

Abstract

Questo elaborato tratta la progettazione e l'approccio di ottimizzazione che sono stati applicati ad un endoreattore a propellente ibrido per lanciare in orbita piccoli satelliti mediante l'utilizzo combinato di procedure dirette ed indirette. La procedura di ottimizzazione dei parametri di progetto del motore verrà effettuata attraverso un approccio deterministico che concerne l'ottimizzazione attraverso un metodo diretto. I parametri considerati nell'ottimizzazione sono il rapporto di miscela, il rapporto di espansione dell'ugello e la pressione iniziale del serbatoio dell'ossidante. Con tale approccio non vengono prese in considerazione le incertezze nei parametri del modello matematico, generalmente considerate utilizzando un approccio robusto che non verrà trattato in questo elaborato. Ottenuti i parametri iniziali del motore si passa all'ottimizzazione della traiettoria di ascesa utilizzando un metodo indiretto; attraverso la teoria del controllo ottimale (OTC), si mira a massimizzare il payload per una data orbita finale. Una corretta ottimizzazione può ridurre i costi e i tempi richiesti per lo sviluppo di un HRE o può essere usata per migliorarne le prestazioni. Inoltre, è necessaria un'ottimizzazione accoppiata del sistema di propulsione e della traiettoria poiché le esigenze di propulsione di un endoreattore sono strettamente legate alla missione da svolgere. Questo è particolarmente vero per gli HREs poiché hanno una sola manetta per il controllo del motore. In quest'analisi verrà considerato un unico razzo a propellente ibrido che partirà da terra con spinta fissata. Il lanciatore utilizzato è composto da tre stadi (in analogia con altri sistemi di lancio per piccoli satelliti come ALTAIR, SMILE e HyImpulse's small lancer - SL1) provvisti di un numero differente di motori pressoché uguali tra loro: il primo ne ha sei, il secondo tre ed il terzo uno. Il numero di motori in ogni stadio è stato scelto in modo da avere una divisione quasi uniforme del Δv , simili livelli di accelerazione e frazioni di massa tra i vari stadi. Questa scelta progettuale mira a minimizzare i costi di lancio. I motori sono alimentati con una combinazione di propellente solido e liquido. In particolare, come ossidante è stato scelto l'ossigeno liquido mentre per il combustibile è stata considerato un carburante solido a base di paraffina. La scelta di questa combinazione di propellente comporta un buon impulso specifico e un alto tasso di regressione del grano. Per aumentare le performance del lanciatore è stato scelto un sistema di alimentazione con turbopompe elettrico. Il lavoro è stato svolto utilizzando un codice di calcolo che stabilite delle condizioni iniziali da cui partire e restituisce i parametri di progetto del motore e la traiettoria per cui si ha la massimizzazione del carico utile per una data orbita finale.

Sommario

Introduzione.....	1
1. Generalità Sugli Endoreattori	2
1.1 Classificazioni degli endoreattori	3
1.2 Endoreattori chimici	4
1.2.1 Liquid Rocket Engines (LRE).....	5
1.2.2 Solid Rocket Motors (SRM).....	7
1.2.3 Hybrid Rocket Engine (HRE).....	9
1.3 Concetti e definizioni base	11
1.3.1 Equazione del razzo di Tsiolkovsky	11
1.3.2 Principali indici prestazionali	12
1.3.3 Modello di endoreattore ideale	15
2. Endoreattori a propellenti ibridi HREs	18
2.1 Cenni storici.....	18
2.2 Stato dell'arte e campi d'applicazione degli HREs	20
2.3 Modello di riferimento, principali applicazioni e propellenti (vedi se fare capitolo per propellenti) 20	
2.4 Descrizione del processo di combustione e trasmissione del calore	22
2.4.1 Bilancio termico in superficie.....	24
2.5 Prestazioni e problematiche.....	26
2.6 Potenziali soluzioni per migliorare le prestazioni	29
3. METODOLOGIE DI DESIGN	33
3.1 MODELLO MATEMATICO.....	34
3.1.1 Geometria del grano e scelta del propellente.....	34
3.1.2 Modello balistico	35
3.1.3 Sistema di alimentazione	36
3.1.4 Stima delle masse	37
3.1.5 Altri componenti.....	39
3.2 Design deterministico	39
4. Processo di ottimizzazione	42
4.1 Metodo diretto	42
4.2 Metodo indiretto per l'ottimizzazione della traiettoria	43
4.2.2 Teoria del controllo ottimale	43
4.2.3 BVP	46
4.3 Definizione della missione e calcolo della traiettoria.....	47
5. RISULTATI	52

5.1	Architettura del lancio e modello motore	52
5.2	Analisi dei parametri di progetto del HRE	53
5.2.2	Spinta	55
5.2.3	Accelerazione	56
5.2.4	Flusso termico.....	57
5.2.5	Portata ossidante	57
5.2.6	Rapporto di miscela	58
5.2.7	Rateo di regressione.....	59
5.2.8	Pressione feed system e camera di combustione	60
5.2.9	Velocità efficace di scarico c e impulso specifico I_s	60
5.2.10	Velocità caratteristica c^*	61
5.2.11	Coefficiente di spinta.....	61
5.3.	Confronto con caso non ottimizzato	62
6.	Conclusioni.....	65
	Bibliografia.....	66

Elenco delle figure

1.1:	a) Relazione tra consumo di propellente e spinta negli endoreattori;	
	b) Confronto delle performance generali tipiche delle principali tipologie di endoreattori	4
1.2:	Schematizzazione di un Liquid Rocket Engines	5
1.3:	Schematizzazione di un Solid Motor Rocket	9
1.4:	Schematizzazione di un Hybrid Rocket Engines	10
1.5:	Volume di controllo per la rappresentazione della spinta	13
2.1:	Schema del motore ibrido utilizzato nei laboratori di Farbem	18
2.2:	Schema di un endoreattore a propellenti ibridi	20
2.3:	Modello di combustione nello strato limite in un HRE	21
2.4:	Dipendenza della velocità di regressione del grano dalla portata di ossidante	23
2.5:	Schematizzazione dei flussi termici sulla superficie del grano	24
2.6:	Variazione dell'impulso specifico per varie combinazioni di propellenti	29
2.7:	a) Grano multiforo con aree di combustione circolari	
	b) Grano multiforo con aree di combustione triangolari	30
2.8:	Rappresentazione schematica della combustione di propellenti solidi come cere/paraffine	32
3.1	Modello semplificato del grano adottato nell'endoreattore oggetto di studio	34
4.1:	Andamento del <i>drag coefficient</i> in funzione del numero di Mach	47
5.1:	Andamento della spinta durante il funzionamento dell'endoreattore	53
5.2:	Andamento spinta nei primi strati dell'atmosfera	54
5.3:	Confronto tra spinta e accelerazione durante il funzionamento del motore	54
5.4:	Andamento accelerazione durante il funzionamento del motore	55
5.5:	Flusso termico durante il funzionamento del motore	56
5.6:	Portata di propellente durante il funzionamento del motore	56
5.7:	Confronto tra <i>mixture ratio</i> e portata durante il funzionamento del motore	57
5.8:	Andamento del <i>mixture ratio</i> durante il funzionamento del motore	57
5.9:	Confronto tra <i>mixture ratio</i> e spinta durante il funzionamento del motore	58
5.10:	Rateo di regressione durante il funzionamento del motore	58
5.11:	Andamento della pressione di alimentazione e della pressione in camera di combustione durante il funzionamento del motore	59
5.12:	Andamento dell'impulso specifico e della velocità efficace di scarico durante il funzionamento del motore	59
5.13:	Andamento della velocità caratteristica c^* durante il funzionamento del motore	60
5.14:	Andamento del coefficiente di spinta C_F durante il funzionamento del motore	60
5.15:	Confronto tra l'andamento del <i>mixture ratio</i> e dell'impulso specifico prima e dopo il processo di ottimizzazione	62
5.16:	Confronto tra l'andamento della spinta e dell'accelerazione prima e dopo il processo di ottimizzazione	62
5.17:	Confronto tra la pressione totale del sistema e la pressione del sistema di alimentazione prima e dopo il processo di ottimizzazione	63
5.:18	Confronto tra la portata totale de sistema prima e dopo il processo di ottimizzazione	63

Elenco delle tabelle

5.1: Principali indici di prestazione dell'endoreattore in esame dopo il processo di ottimizzazione	53
5.2: Confronto tra i principali indici di prestazione dell'endoreattore in esame prima e dopo il processo di ottimizzazione	56

Introduzione

Da quando è stato messo in orbita il primo cubestat, nel 2003, i piccoli satelliti sono diventati sempre più interessanti ed utilizzati nel tempo. All'inizio erano considerati solo per scopi accademici e di ricerca; tuttavia, oggi la maggior parte dei lanciatori per piccoli satelliti sono per scopi non accademici; inoltre, una moltitudine di startup sono nate in questo campo. La disponibilità di tecnologie miniaturizzate relativamente economiche e di nuovi strumenti di informazione permettono la realizzazione di piccole costellazioni satellitari distribuite, e quasi 70 progetti di costellazioni sono stati recentemente annunciati, con scopi di telecomunicazione o di osservazione della terra. Per questi motivi la domanda di lanciatori per satelliti che hanno una massa di 200kg o meno sta crescendo molto rapidamente e ci si aspetta un ulteriore incremento nei prossimi anni [1]. Si prevede che il mercato dei piccoli satelliti crescerà da 3.1 miliardi di dollari nel 2021 a 7.4 miliardi di dollari nel 2026 [2]. Le attuali opzioni di lancio per i piccoli satelliti si basano sulle condivisioni del carico utile su razzi che lanciano grandi satelliti o trasportano merci verso la stazione spaziale internazionale; questo tipo di lancio viene definito *piggyback* (in quanto il CubeSat viene lanciato "sulle spalle" di un lanciatore che ha un altro scopo). Questo tipo di lanci ha il vantaggio di avere un basso prezzo specifico, ma implicano un'orbita finale definita dal payload principale e spesso ci sono ritardi per il lancio del veicolo spaziale principale [2]. Ad oggi mancano i lanciatori solo per i piccoli payload che in linea di principio fornirebbero un accesso relativamente affidabile, veloce e dedicato ad una varietà di orbite. Il tipico costo di lancio specifico è spesso maggiore della loro controparte per il lancio di un payload di medie ed intermedie dimensioni e il payload potrebbe non utilizzare la piena capacità del veicolo. Ad oggi, sono operativi lanciatori per piccoli satelliti come: *Electron* di *Rocket Lab* (Nuova Zelanda), *Fei Tian I/kuazhou-1A* di *CASIC/ExPace* (China), *Zhuque-1* di *LandSpace* (China), *OS-M* of *One Space* (China) and *Jielong-1* di *China Rocket* (China). Inoltre, circa cinquanta nuovi lanciatori sono al momento in fase di sviluppo ed è previsto che diventino completamente operativi nei prossimi anni; alcuni esempi sono: *LauncherOne* di *Virgin Galactic*, *Alpha of Firefly*, and *Arion 2* di *PDL Space*. Il grande aumento del numero di progetti che si concentrano sui lanciatori di piccoli satelliti è in relazione al ruolo commerciale che questi potrebbero svolgere in futuro. (vedi pedici 1a350).

1. Generalità Sugli Endoreattori

La propulsione si basa sul cambiare l'entità del moto di un corpo rispetto ad un sistema di riferimento inerziale. Esistono due principali famiglie di propulsori: i *Reciprocating engines*, motori in cui la spinta è creata tramite la conversione della potenza su di un albero (come i motori ad elica) e i *Jet propulsion*, propulsori che espellono materia in modo da ottenere una forza di reazione che coincide con la spinta (come tubrofan, tubrojet, ramjet, scramjet etc.).

La propulsione a razzo fa parte della seconda categoria di propulsore. A differenza degli esoreattori, (o anche detti *air breathing*) che usano l'aria proveniente dall'ambiente esterno come comburente, (sostanza che agisce come agente ossidante) gli endoreattori (o anche detti motori a razzo) sono un sistema propulsivo in cui propellente e ossidante sono immagazzinati all'interno di serbatoi (causando un costo più elevato del sistema) e non viene prelevata aria dall'esterno (si può dire che gli endoreattori siano isolati dall'ambiente esterno). Per questo motivo gli endoreattori sono progettati per operare anche nel vuoto o in ambienti molto rarefatti. Essendo l'ossidante conservato all'interno del veicolo la sua disponibilità non è infinita ma si deve cercare di utilizzarlo al meglio in modo da ottenere la massima spinta con il minimo consumo; motivo per cui negli endoreattori si cerca di accelerare molto una piccola portata (mentre negli esoreattori conviene accelerare poco una grande portata). Negli endoreattori la massa di propellente viene, quindi, "buttata via" con una certa velocità e per il principio della conservazione della quantità di moto (o principio di azione e reazione di newton) il veicolo accelera in avanti. Per avere una spinta è quindi necessario avere energia (data tramite il propellente), un motore che trasforma energia in lavoro ed un fluido operativo.

Tutti i sistemi si basano sul principio di azione e reazione:

$$F = \frac{dp}{dt} = ma + \dot{m}v$$

Qualche sorgente di energia deve produrre la spinta F che deve essere applicata ad una massa. La fonte di energia utilizzata per produrre la spinta può essere di varia natura:

- Se la fonte di energia è contenuta nel propellente: energia chimica;
- Se la fonte di energia è interna allo spacecraft ma non nel propellente: energia nucleare termica;
- Se la fonte di energia è esterna allo spacecraft: energia solare (o anche fascio laser).

Quest'energia viene convertita in una forma impiegabile per accelerare un mezzo e generare spinta. Il propellente può essere accelerato tramite meccanismi termo-fluidodinamici (in cui si raggiungono velocità di uscita dell'ordine dei $10km/s$) o meccanismi elettrostatici/elettromagnetici (in cui si raggiungono velocità di uscita dell'ordine dei $100km/s$). L'energia in queste forme viene quindi trasferita al mezzo in termini di energia cinetica. Il mezzo con cui si opera può essere: solido, liquido, gassoso oppure una combinazione di due o più fasi. In ogni sistema propulsivo avvengono due conversioni di energia: partendo dalla *storable energy* si passa alla *available energy* che, infine, viene trasformata in *thrust energy*.

1.1 Classificazioni degli endoreattori

Gli endoreattori possono essere classificati considerando: la fonte di energia (chimica, nucleare, solare, raggi laser, etc.) ed il modo in cui viene accelerato il propellente (termica, elettrostatica ed elettromagnetica). Si possono avere quindi:

- **Endoreattori termici:** in cui il propellente viene accelerato per effetto termo-fluidodinamico in un ugello dopo il riscaldamento causato da:
 - Reazioni chimiche: endoreattori chimici;
 - Reazioni nucleari: endoreattori nucleari;
 - Dal sole: endoreattori termo-solari;
 - Energia elettrica: endoreattori elettrotermici;
- **Endoreattori elettrostatici:** in cui il propellente ionizzato (gas ionizzato, non neutro) è accelerato mediante forze elettrostatiche;
- **Endoreattori elettromagnetici:** in cui del propellente ionizzato (plasma) è accelerato mediante forze elettromagnetiche dovute all'interazione di campi magnetici interni e/o esterni con corrente elettrica nel flusso del propellente.

Gli endoreattori chimici sono le tipologie più comuni usate fin ora. Sono in grado di produrre grandi spinte ma impulsi specifici non eccessivi (molto minori di quelli che si hanno con i motori elettrici). Vengono generalmente usati per la messa in orbita di satelliti o sonde spaziali, tramite veicoli di lancio spaziale. Gli endoreattori elettrotermici hanno funzionamento simile a quello della propulsione chimica (una volta scaldati i gas vengono fatti espandere in un ugello) quello che cambia è il modo in cui i gas vengono scaldati e di conseguenza anche spinta e impulso specifico saranno diversi in particolare si ottengono impulsi specifici maggiori ma livelli di spinta molto minori; vengono principalmente usati per manovre di *station-keeping* o manovre a medio Δv . Gli endoreattori nucleari (NTR= *nuclear thermal rocket*) utilizzano l'energia di un reattore a fissione per riscaldare un gas che viene accelerato nell'ugello. Nonostante gli alti impulsi specifici (I_{SP}) e livello di spinta, i fattori avversi ambientali e politici e la complessità del sistema sono stati proibitivi nel tentativo di raggiungere le condizioni necessarie per il loro utilizzo, motivo per cui ad oggi non hanno ancora trovato applicazioni. Gli endoreattori elettrostatici e elettromagnetici hanno il vantaggio di avere un elevato impulso specifico, ma livelli di spinta molto ridotti (in alcuni casi insufficienti per effettuare il decollo); per l'ampio range di prestazioni che possono raggiungere sono adatti a tutti gli scopi, dalle manovre di precisione, fino a cambi di orbita con grandi Δv .

(vedi se inserire tabella classificazioni e prestazioni tipiche degli endoreattori da appunti endoreattori)

Dopo aver suddiviso gli endoreattori nelle principali tipologie, è bene distinguerli in riferimento alle loro tipiche prestazioni. Come è possibile notare dalla figura 1.1a la soluzione ideale (la migliore) si colloca in alto a destra del grafico, ovvero quella per cui con bassi consumi di propellenti si hanno grandi spinte e accelerazioni. In verità, è impossibile ottenere grandi spinte con consumi ridotti, in quanto si riescono ad ottenere alti livelli di spinta e di accelerazione con consumi elevati e viceversa. In figura 1.1b vengono collocati i tipi di propulsori precedentemente classificati in base alle loro performance tipiche; è possibile notare che gli endoreattori usati per l'ascesa dalla terra sono gli endoreattori chimici. In realtà anche gli endoreattori nucleari hanno il potenziale per uscire dall'atmosfera terrestre, ma per le problematiche descritte in precedenza non hanno ancora trovato applicazioni.

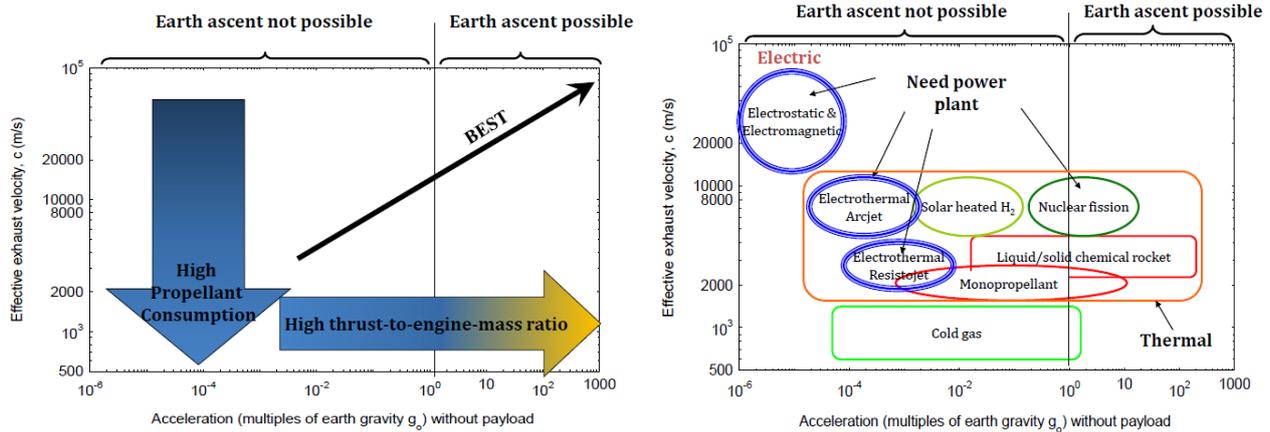


Figura 1.1: a) Relazione tra Consumo di propellente e spinta negli endoreattori b) Confronto delle performance generali tipiche delle principali tipologie di endoreattori

1.2 Endoreattori chimici

Gli endoreattori chimici fanno parte dei razzi a propulsione termica in cui un fluido è accelerato dinamicamente in un ugello dopo essere stato riscaldato grazie a delle reazioni chimiche di combustione. I gas durante la combustione possono raggiungere temperature di $4000 \div 5000K$. I propellenti possono essere di varia composizione: ci sono i bipropellenti in cui la combustione avviene unendo ossidante e propellente che reagendo sono in grado di produrre quantità di energia considerevoli, monopropellenti (con un eventuale catalizzatore) in cui la combustione avviene mediante decomposizione delle molecole di una sostanza, ad esempio, l'idrazina ed i suoi composti si decompongono durante una reazione chimica esotermica generando gas caldo che permette di produrre la spinta; e i *cold gas* e *heated gas* quando la spinta viene fornita mediante l'accelerazione di gas che non cambiano la loro composizione chimica. Quando avviene una reazione chimica è bene evidenziare la differenza tra *propellente* (ossidante e combustibile immagazzinati prima della reazione) e *gas esausti* (prodotti della reazione).

In base allo stato del propellente gli endoreattori chimici possono essere classificati in:

- 1) Endoreattore a propellente ibrido (LRE=Liquid rocket engine) in cui il propellente o il monopropellente è allo stato liquido;
- 2) Endoreattore a propellente solido (SRM=Solis Rocket Motor) in cui il propellente è allo stato solido;
- 3) Endoreattore a propellente ibrido (HRE=Hybrid Rocket Engine) se ossidante e combustibile sono uno allo stato solido e l'altro allo stato liquido (generalmente il combustibile è allo stato solido e l'ossidante allo stato liquido).
- 4) Endoreattore a propellente gassoso (GRE=Gaseous Rocket Engine) in cui un gas ad alta pressione è conservato in un serbatoio molto grande e pesante.

In un propellente accelerato in modo termo-fluidodinamico la velocità di uscita dei gas di scarico (c) è ottenuta sfruttando l'energia chimica; in particolare l'energia chimica viene trasformata in energia cinetica mediante l'espansione del fluido nell'ugello fino alla sezione d'uscita. Il fluido accelerato è ottenuto a valle del processo di combustione di comburente e carburante. In questo modo la potenza chimica si trasforma in entalpia del fluido con un certo rendimento di combustione

η_{comb} . L'entalpia viene poi trasformata in potenza del getto con un rendimento η_i . La potenza della spinta (o potenze del getto) è esprimibile come:

$$P_{jet} = \frac{1}{2} F \cdot c = \frac{1}{2} \dot{m} c^2 \quad (1.1)$$

Per produrre questa potenza si necessita di una potenza chimica attraverso un'efficienza $\eta = \eta_{comb} \eta_i$ per considerare le perdite (sia durante la combustione che durante la produzione di spinta). La potenza chimica generata dalla combustione è:

$$P_{chem} = \dot{m} H_i = \frac{P_{jet}}{\eta} \quad (1.2)$$

Dove: \dot{m} è la portata di propellente; H_i è la potenza chimica specifica associata alla massa. Uguagliando le due equazioni si ricava la velocità di efflusso dei gas di scarico:

$$\frac{1}{2} \dot{m} c^2 = \eta \dot{m} H_i \rightarrow c = \sqrt{2\eta H_i}. \quad (1.3)$$

Ne segue che le prestazioni di un endoreattore a propellenti chimici è limitato dall'energia chimica contenuta nel propellente; la velocità efficace di scarico non può superare un determinato valore dettato dall'utilizzo di un determinato propellente. Mentre non c'è un limite, se non progettuale, sulla spinta che si può raggiungere. Questo rappresenta uno dei maggiori limiti degli endoreattori a propellenti chimici. Tuttavia, nella propulsione chimica l'energia è contenuta nel propellente, perciò, non c'è bisogno di portare in volo altro peso come può essere per esempio quello di un generatore elettrico, tipico della propulsione elettrica. In quest'ultimo caso non c'è un limite sul potere calorifico in quanto si utilizza energia elettrica per accelerare il propellente; le velocità di efflusso che si possono raggiungere teoricamente sono estremamente elevate ma per ottenerle servirebbero generatori molto pesanti per cui nella propulsione elettrica il limite sta nel peso del generatore.

1.2.1 Liquid Rocket Engines (LRE).

Gli endoreattori a propellenti liquidi utilizzano ossidante e combustibile immagazzinati in fase liquida all'interno i serbatoi. Ossidante e combustibile vengono definiti propellente in quanto sono gli elementi necessari alla propulsione del motore. La scelta su quale propellente utilizzare si basa su vari fattori come: le qualità energetiche (T, \mathcal{M}, γ); proprietà cinetiche; disponibilità e costo; manipolazione e conservazione (propellenti criogenici o immagazzinabili). Particolare attenzione va posta all'ultimo fattore in quanto i propellenti criogenici necessitano di essere isolati termicamente per mantenere il loro stato liquido e inoltre il serbatoio deve essere pressurizzato; questo si traduce in un considerevole aumento di peso del sistema. Cosa che non accade nei propellenti immagazzinabili in quanto non necessitano di isolamento termico e di pressurizzazione. Tra gli ossidanti più comunemente utilizzati ci sono: *LOX* (ossigeno liquido criogenico); H_2O_2 (perossido di idrogeno) e *NTO* (ossidi di azoto). Mentre, per quanto riguarda i combustibili i più comunemente usati sono gli idrocarburi che hanno buone prestazioni e vengono scelti in base a all'entalpia di formazione di loro ossidi, ovvero, in base a quanta energia rilasciano quando vengono ossidati; tra questi si possono trovare: *RP-1* (rocket propellant 1, tipo di cherosene per motori a razzo); *LH2* (idrogeno liquido criogenico); *CH₄* (metano criogenico).

Come dimostrato, le prestazioni di questo tipo di endoreattori (come tutti gli endoreattori chimici) dipendono dalla combinazione di ossidante e combustibile che viene utilizzata. Generalmente, poiché è possibile regolare la portata (mediante un sistema di alimentazione), sono caratterizzati da un vasto campo di spinta ottenibile (da $0.001N$ fino a $8MN$) e da prestazioni medio-alte. Poiché l'immissione di propellente in camera di combustione è regolata da degli iniettori è possibile regolare la spinta, riavviare il motore, testarlo (e quindi riutilizzarlo) e farlo funzionare ad impulsi. Inoltre, il liquido utilizzato come propellente può essere messo a disposizione dell'impianto di refrigerazione (richiedendo però una maggior complessità del sistema). Tutto ciò richiede una maggiore complessità di costruzione rispetto ad un endoreattore a propellenti solido. Queste caratteristiche permettono di utilizzare gli endoreattori a propellenti liquidi per le applicazioni più disparate e coprono quasi tutti i tipi di manovra: dall'essere usati come *booster* (ovvero lanciatori caratterizzati da grandi livelli di spinta e grandi pressioni di camera), all'essere impiegati per la propulsione ausiliari (se usati ad esempio, come motori per controllo di assetto e manovre orbitali). In quest'ultimo caso però si devono utilizzare propellenti immagazzinabili e non criogenici. Naturalmente questo tipo di endoreattore ha anche degli svantaggi. Infatti, il propellente nel serbatoio è soggetto a problemi di conservazione e controllo in microgravità, si necessita quindi di un sistema di alimentazione e controllo che si traduce in un ulteriore complessità e un aumento di peso del sistema. Inoltre, poiché il propellente costituisce una grande parte della massa del veicolo, mentre viene consumato il centro di massa del veicolo si sposta significativamente ed è quindi possibile perdere il controllo dello *spacecraft*. In aggiunta i propellenti liquidi possono oscillare all'interno del serbatoio e può capitare che il sistema non riesca a "pescare del combustibile". La risoluzione di questi problemi è sicuramente possibile ma comporta un aumento di complessità del sistema e quindi la possibilità di malfunzionamento. Dunque, nonostante le performance di un endoreattore a propellenti liquidi sono inferiori rispetto a quelle di un endoreattore a propellenti solido, trovano comunque impiego per una vasta gamma di applicazioni in cui quanto garantiscono un maggior controllo, hanno la capacità di essere spenti e riaccesi ed una maggior durata.

I componenti principali di un endoreattore a propellenti liquidi sono: i serbatoi, il sistema di alimentazione, la camera di combustione e l'ugello di scarico. L'elemento centrale è il sistema di alimentazione che ha lo scopo di fornire una determinata portata \dot{m} di propellente ad una pressione di alimentazione p_a a degli iniettori, attraverso i quali il propellente viene iniettato in camera di combustione. La pressione di alimentazione deve essere maggiore della pressione presente in camera di combustione in quanto deve tenere in conto delle perdite di pressione che il fluido può subire dovute alla linea di alimentazione, all'eventuale refrigerazione e agli iniettori. Queste perdite devono quindi essere compensate dal sistema di alimentazione. I sistemi di alimentazione si dividono in: sistemi con pressurizzazione dei serbatoi (con pressioni superiori ai $100bar$) di cui fanno parte i *sistemi con regolazione di pressione*, i *sistemi blowdown* e i *sistemi con ripressurizzazione*; sistemi con turbopompe, caratterizzati da diversi tipi di ciclo e composti da turbopompe, turbine e i loro accoppiamenti. I criteri di scelta tra i vari sistemi sono il peso, il costo, l'affidabilità, la compatibilità dei propellenti e il tipo di missione. Si deve quindi scegliere se avere serbatoi pressurizzati che comportano un maggior peso o serbatoi a pressione ambiente con una successiva turbopompa che comprime il fluido. Quest'ultima soluzione comporta serbatoi molto più leggeri ma la turbopompa è un peso in più, molto costosa e meno affidabile. I parametri discriminanti per la scelta del sistema di alimentazione da utilizzare sono la grandezza dell'endoreattore e il tempo di utilizzo. Generalmente per endoreattori con piccoli impulsi specifici

e serbatoi relativamente piccoli si preferisce utilizzare sistemi pressurizzati; mentre, se il motore è di grandi dimensioni la scelta ricade sui sistemi con turbopompe in quanto il peso del serbatoio pressurizzato supererebbe di gran lunga quella della turbopompa.

Nella figura 1.2 viene mostrata una schematizzazione di un endoreattore a propellente liquido.

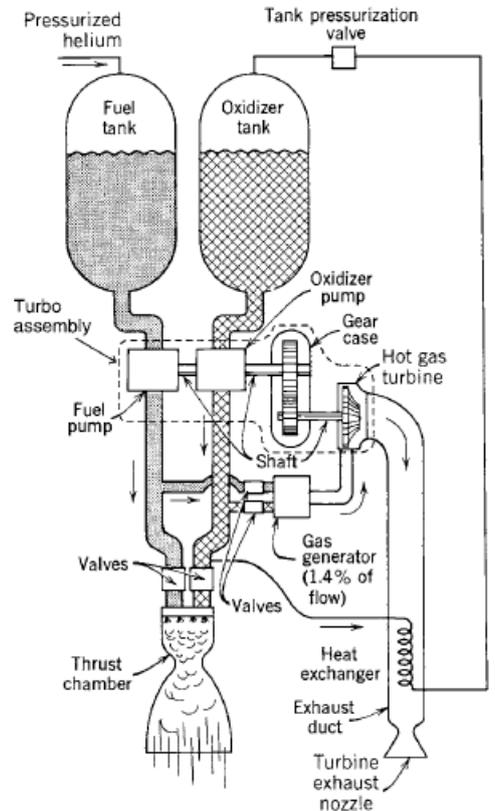


Figura 1.2: Schematizzazione di un LRE

1.2.2 Solid Rocket Motors (SRM)

Gli endoreattori a propellente solido utilizzano ossidante e combustibile in fase solida ed immagazzinati, già miscelati, in un propellente che viene chiamato *grano*, caratterizzato da una particolare geometria. Il grano è contenuto nella camera che funge sia da camera di combustione sia da serbatoio del propellente. I propellenti solidi si suddividono in due grandi famiglie: omogenei (se ossidante e combustibile sono legati chimicamente, a livello molecolare) ed eterogenei (se ossidante e combustibile sono legati meccanicamente). Alcuni esempi di propellenti omogenei maggiormente utilizzati sono: la nitrocellulosa (NC) e la nitroglicerina; mentre, i propellenti eterogenei più comuni sono perclorati e polimeri. I propellenti eterogenei sono generalmente costituiti da ossidante, combustibile (*blinder* che funge anche da collante) e delle *fuel particles* ovvero particelle che vengono bruciate durante la combustione; a questi generalmente si aggiungono tutta una serie di additivi che servono per modificare le proprietà balistiche, le proprietà meccaniche e per facilitarne la costruzione. L'inizio della combustione avviene per opera di un accenditore che può essere di due tipologie: pirotecnico (mediante una catena di esplosioni, la trasmissione di calore avviene per irraggiamento più bombardamento di particelle); pirogeno (un piccolo endoreattore viene usato come fiamma pilota, in questo caso la trasmissione di calore avviene per convezione).

Gli endoreattori a propellente solide non hanno un sistema di alimentazione proprio perché ossidante e combustibile sono conservati dentro lo stesso grano solido inserito direttamente nella camera di combustione per cui i componenti principali di SRE sono soltanto la camera di combustione e l'ugello di scarico, come è possibile notare dalla figura 1.3. Questo rende il sistema più compatto, leggero ed economico anche se maggiormente imprevedibile. Da ciò scaturisce tutta una serie di vantaggi che caratterizzano questo tipo di endoreattori come: l'elevato rapporto spinta peso, un vasto campo di spinta ottenibile (da $2N$ a $4MN$), prestazioni medie (l'impulso specifico è minore di quello dei LREs), un'alta densità del propellente (infatti l'impulso specifico per la densità è maggiore rispetto i LREs) e la semplicità del sistema (in quanto il propellente è già nella camera di combustione e può durare dai 5 ai 20 anni). Il processo di combustione avviene all'interno delle cavità ricavate nel grano, attraverso cui i gas combusti vengono diretti verso l'ugello che permette al gas caldo di espandere ed essere espulso con una certa velocità verso l'esterno. Il pericolo principale per questo tipo di endoreattori è la DDT (*Deflagration to Detonation Transition*) che consiste nel fenomeno non del tutto prevedibile nel passaggio da deflagrazione (fiamma subsonica) a detonazione (combustione supersonica caratterizzata da onde d'urto). Questo avviene nel caso in cui nel grano è presente un difetto che durante la combustione affiora in superficie; la fiamma si inserisce nella cricca e localmente si sviluppa un incremento molto marcato della superficie di combustione che provoca un aumento di portata che a sua volta fa aumentare la pressione che incrementa il *regression rate* che aumenta la superficie di combustione. Inoltre, c'è anche il rischio dell'accezione non voluta del propellente. Per via dell'assenza del sistema di alimentazione una volta avviata la combustione non c'è modo di regolarla, non è possibile regolare la spinta, riavviare il motore, testarlo e farlo funzionare ad impulsi. Infine, per le caratteristiche appena citate questa tipologia di motori non sono riutilizzabili. Il prezzo da pagare per la semplicità costruttiva è un profilo di spinta dell'endoreattore non controllabile mediante una manetta, ma derivante da un attento e accurato design geometrico del grano, che brucia durante la combustione in modo prevedibile producendo gas di scarico. Le cause principali di malfunzionamento nei SRMs comprendono la frammentazione del grano, la rottura del legante e la formazione di sacche d'aria. Questi fenomeni possono produrre un aumento istantaneo della superficie di combustibile e un corrispondente aumento di gas di scarico e della pressione, che possono indurre il cedimento dell'involucro, oltre ai pericoli della DDT e dell'accensione involontaria. Per motivi legati ai loro vantaggi e svantaggi, i SRMs trovano impiego quasi esclusivamente per i booster di ascesa in orbita di grandi lanciatori (come lo *Space Shuttle*).

Dovendo la combustione essere svolta in maniera ottimale, allo scopo di ottenere le migliori prestazioni possibili in tutti gli SRE è fondamentale uno studio accurato del meccanismo di combustione che è strettamente legato alla geometria del grano, a quella delle sue cavità interne e al suo meccanismo di regressione durante la combustione. Dunque, il design ottimale del grano negli SRMs ha lo scopo di garantire la buona riuscita del processo di combustione, al fine di ottimizzare le prestazioni. La disciplina che studia le caratteristiche di combustione dei grani di propellente solido e l'influenza della geometria del grano sulla combustione prende il nome di *balistica interna*. Gli endoreattori a propellente solido vengono classificati in base al livello di spinta e a quanto propellente è caricato a bordo. Le prestazioni che individuano queste due caratteristiche sono l'impulso specifico I_s e il tempo di combustione t_b .

La combustione avviene in fase gassosa in quanto i propellenti pirolizzano e sublimano prima di reagire per effetto del calore proveniente dal fronte di fiamma o fornito da sistema di accensione. A

differenza dei LREs in camera di combustione non si ha la possibilità di controllare la pressione ma il tutto è condizionato dalla portata che esce dall'area di gola. Si può fare una classificazione del grano in base alla storia della spinta: se la spinta rimane costante nel tempo si parla di grano neutro; se la spinta aumenta nel tempo si parla di grano progressivo; se la spinta decresce nel tempo si parlerà di grano regressivo. In tutti i casi c'è una regressione della superficie di combustione con un certo *regression rate*.

Infine, essendo meno controllabili dei LREs, gli SRMs vengono dotati di un dispositivo di distruzione oppure di un dispositivo di terminazione della spinta. Diverse sono le possibili modalità di spegnimento di un endoreattore a propellenti solidi: l'utilizzo di un liquido, che inibisce la fiamma, la generazione di una variazione di pressione tale da destabilizzare la fiamma oppure un abbassamento della pressione in camera di combustione tale da arrestare le reazioni chimiche in atto.

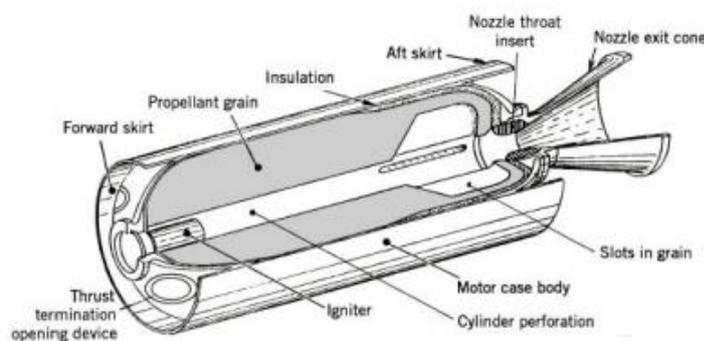


Figura 1.3: Schematizzazione di un SRM

1.2.3 Hybrid Rocket Engine (HRE)

Questo tipo di endoreattore nasce con l'intento di unire i punti di forza dei LREs (come la regolazione) e quelli dei SRMs (come la semplicità e l'affidabilità) cercando di eliminare gli aspetti negativi dei due tipi di endoreattori. Nei sistemi propulsivi a propellente ibridi un propellente è immagazzinato in fase liquida e l'altro in fase solida, come si nota dalla figura 1.4. Il grano è costituito da un combustibile generalmente polimerico in quanto la realizzazione di blocchi solidi di ossidante è molto più difficoltosa. La sicurezza di questo tipo di propulsione si deve alla modalità con cui avviene la combustione: a differenza dei SRM l'ossidante è iniettato attraverso una valvola. La fiamma che si crea è dettata dai processi diffusivi nello strato limite che il gas ossidante crea lambendo il combustibile solido. In questo caso un possibile difetto nel grano è solo un problema di tipo meccanico e non influenza il processo di combustione dato che essa ha luogo nello strato limite e non si sviluppa nel difetto (motivo per cui non c'è il pericolo della DDT). I principali tipi di ossidante utilizzati negli HREs sono: ossigeno liquido criogenico (LOX), l'ossido di azoto (N_2O che ha la capacità di auto pressurizzarsi) e il tetraossido di azoto (NTO). Mentre, i principali tipi di combustibile utilizzati sono: il polibutadiene con radicali ossidrilici terminali (HTPB), il polietilene (PE) e le paraffine. Le caratteristiche principali di un motore a propellente ibrido sono:

- la sicurezza di fabbricazione, manipolazione e di immagazzinamento (il grano solido è costituito solo dal carburante, quindi è inizialmente inerte e non c'è il rischio di un'accensione spontanea).

Inoltre, i gas combusti non sono tossici poiché si utilizzano propellenti tali da non produrre tossicità.

- Possono essere regolati, testati a terra, e funzionare ad impulsi nonché essere spenti e riaccesi (controllando la portata di ossidante).
- Presentano una maggior velocità efficace di scarico (e quindi un maggior impulso specifico rispetto i SRM)
- Maggior affidabilità rispetto gli endoreattori a propellenti liquidi in quanto negli HREs è richiesto un sistema di alimentazione per il solo ossidante e ciò si traduce in una minor complessità del sistema e rischi di malfunzionamento;
- Presentano un costo minore rispetto gli LREs come conseguenza della minor complessità. Inoltre, per via della maggior densità del combustibile, per il fatto che questo è immagazzinato allo stato solido e all'interno della camera di combustione sono molto più compatti degli LREs.

A questi vantaggi si contrappongono i lati negativi di questa classe di endoreattori:

- Mentre sono più compatti e più economici degli LREs, rispetto i SRMs offrono una minor compattezza ed un costo maggior per via del fatto che l'ossidante è conservato allo stato liquido in un serbatoio con il relativo sistema di alimentazione.
- Rispetto gli SRMs hanno una velocità di combustione minore (si passa da $1 \frac{cm}{s}$ nei SRM a circa $1 \frac{mm}{s}$ nei HREs).
- Presentano basse efficienze di combustione rispetto gli SRMs in quanto c'è un maggior residuo di combustibile incombusto (comunemente detto *silver*) che rimane nella camera di combustione
- A differenza degli LREs presentano un controllo parziale, per cui si può regolare solo la portata di ossidante \dot{m}_o .

Inoltre, la fattibilità di applicazione su larga scala di questo sistema propulsivo non è stata ancora ampiamente dimostrata.

Queste caratteristiche degli endoreattori a propellenti ibridi determinano le loro tipiche performance che, come accennato in precedenza, sono intermedie tra quelle degli endoreattori a propellenti liquido e quelle degli endoreattori a propellenti solido. Infatti, l'impulso specifico I_s e l'impulso specifico per densità $I_{s\rho}$ tra i valori tipici di endoreattori liquidi e solidi.

Dunque, la maggior semplicità meccanica e costruttiva rispetto ai LREs (meno sistemi idraulici, meno valvole ed operazioni più semplici), le minori precauzioni in termini di sicurezza necessarie per il loro utilizzo e la possibilità di aggiungere nel grano solido degli additivi metallici, che permettono di aumentare l'impulso specifico, rispetto ai SRMs, rende gli HREs particolarmente competitivi sul piano economico in ambito spaziale.

La variazione del rapporto di miscela e di impulso specifico durante il funzionamento del motore rappresenta un problema intrinseco degli HREs, poiché con il procedere della combustione del grano, la quantità di gas prodotta cresce in funzione della sempre maggiore superficie interessata: ciò comporta una variazione del rapporto di miscela rispetto al valore iniziale pur mantenendo costante la portata di ossidante. Tale fenomeno prende il nome di *mixture ratio shifting*.

Un altro problema che, però, va opportunamente mitigato per non ottenere delle prestazioni troppo più basse rispetto a quelle degli altri endoreattori chimici, è quello del basso rateo di regressione del grano. Tale problematica, che sarà ampiamente affrontata nelle seguenti sezioni, ha effetti negativi

molto importanti, come basse densità di spinta e vettori con un rapporto lunghezza/diametro elevato.

Detto ciò, questa tipologia di endoreattore sarà trattata con maggior livello di dettaglio nelle seguenti sezioni dell'elaborato, poiché argomento centrale della tesi.

Prima di parlare più nello specifico degli endoreattori a propellenti ibridi è necessario definire alcuni concetti e definizioni di base riguardanti gli endoreattori.

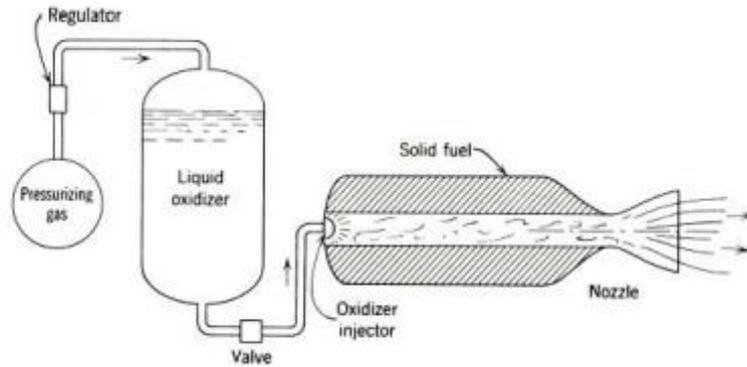


Figura 1.4: Schematizzazione di un HRE

1.3 Concetti e definizioni base

1.3.1 Equazione del razzo di Tsiolkovsky

L'equazione fondamentale della propulsione a razzo fu formulata dall'ingegnere e scienziato russo Konstantin Tsiolkovsky nel 1903. Tale espressione descrive il moto di corpi con massa variabile ed è alla base della propulsione spaziale. L'equazione afferma che: rispettando la legge di conservazione della quantità di moto, un corpo può accelerare espellendo parte della sua massa in verso opposto a quello della direzione lungo cui si muove. La formulazione classica dell'equazione di Tsiolkovsky deriva dall'applicazione del secondo principio della dinamica con l'ipotesi di non considerare l'azione della resistenza aerodinamica e della gravità e ipotizzando una spinta assiale):

$$F = M \cdot a = M \cdot \frac{dV}{dt} \quad (1.4)$$

O in alternativa

$$F = \dot{m} \cdot c = -\frac{dM}{dt} \cdot c \quad (1.5)$$

Dove: F , M e a sono rispettivamente la spinta, la massa e l'accelerazione a cui il corpo è soggetto. Il parametro $\dot{m} = -\frac{dM}{dt}$ rappresenta la variazione di massa nell'unità di tempo e c è la velocità efficace dei gas di scarico il cui significato sarà esplicitato nella sottosezione successiva. Eguagliando le due equazioni del secondo principio della dinamica si ottiene:

$$F = M \cdot \frac{dV}{dt} = -\frac{dM}{dt} \cdot c \rightarrow dV = -c \cdot \frac{dM}{M} \quad (1.6)$$

Integrando quest'ultima equazione

$$\Delta V_{id} = \int_{t_0}^{t_f} \frac{F}{M} dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{\dot{m} \cdot c}{M} dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{-\frac{dM}{dt} \cdot c}{M} dt \quad (1.7)$$

Per cui

$$\Delta V_{id} = \int_{t_0}^{t_f} \frac{c}{M} dM \quad (1.8)$$

Assumendo che la velocità di efflusso dei gas di scarico sia costante nel tempo di ottiene l'equazione di Tsiolkovsky, la quale fornisce la variazione di velocità a fronte di un certo utilizzo di massa:

$$\Delta V_{id} = c \cdot \ln \left(\frac{M_i}{M_f} \right) \rightarrow M_f = M_i \cdot e^{-\frac{\Delta V}{c}} \quad (1.9)$$

Dove, nell'ipotesi di razzo monostadio, $M_i = m_p + m_s + m_u$ è la massa iniziale del veicolo composta dalla massa di propellente (m_p), la massa della struttura (m_s) e la massa del carico utile (o *payload*) m_u ; $M_f = M_i - m_p = m_u + m_s$ è la massa finale dell'endoreattore. Il ΔV indica l'incremento di velocità che si deve ottenere per poter eseguire la manovra desiderata.

Il ΔV ottenuto con la legge di Tsiolkovsky è definito ideale poiché, come già anticipato, è stato ottenuto introducendo delle ipotesi considerevoli nel problema in questione:

1. Nella formulazione vengono trascurati i tempi di accensione e spegnimento per cui in queste fasi la velocità efficace di scarico c , la portata di propellente \dot{m} e la spinta F dell'endoreattore sono considerati costanti;
2. Si considerano condizioni ambientali di vuoto, per cui la resistenza aerodinamica D è nulla;
3. La spinta F è perfettamente allineata alla direzione del vettore velocità V ;
4. L'effetto del campo gravitazionale è trascurabile, perciò la spinta F è l'unica forza esterna agente sul veicolo.

Si possono fare delle considerazioni aggiuntive sull'equazione di Tsiolkovsky considerando che la velocità efficace di scarico è uguale al prodotto tra l'impulso specifico I_s (che verrà definito nel prossimo capitolo) e l'accelerazione di gravità media a livello del mare, per cui:

$$\Delta V_{id} = c \cdot \ln \left(\frac{M_i}{M_f} \right) = I_s g_0 \cdot \ln \left(\frac{M_i}{M_f} \right) \quad (1.10)$$

Per cui si può concludere che il ΔV_{id} :

- Non dipende dalla traiettoria;
- Non dipende dal tempo di combustione;
- Dipende dalla massa iniziale e finale del razzo, per cui dalla massa di propellente espulso;
- Dipende dall'impulso specifico.

1.3.2 Principali indici prestazionali

La propulsione a razzo trova le sue leggi fondamentali nella meccanica, nella termodinamica e nella chimica. La propulsione è semplicemente ottenuta dall'applicazione di una forza su un velivolo, in

maniera tale da poterlo accelerare oppure al fine di mantenere costante la velocità contro forze esterne. Tale forza è ottenuta dall'espulsione di propellente a velocità molto elevate. In questo paragrafo verranno quindi approfonditi alcuni parametri fondamentali di tale forza propulsiva.

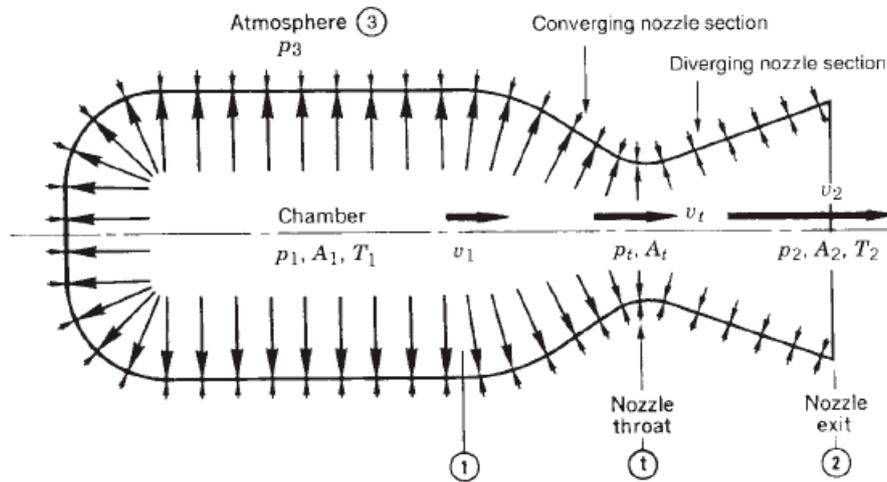


Figura 1.5: Volume di controllo per la rappresentazione della spinta

- **Spinta $[F]$:** misurata in $[kN]$, è prodotta tramite il principio di azione-reazione accelerando una certa massa di propellente. Si esprime nel seguente modo:

$$F = \dot{m} \cdot w_e + A_e \cdot (p_e - p_0) \quad (1.11)$$

Dove: \dot{m} è la portata di propellente in uscita dall'endoreattore, w_e è la velocità di uscita dei gas di scarico, A_e è l'area della sezione di uscita dell'ugello, p_e è la pressione statica della sezione di uscita dell'ugello e p_0 è la pressione dell'ambiente di scarico (ovvero la pressione dell'ambiente dove vengono espulsi i gas di scarico).

- **Coefficiente di spinta C_F :** è un parametro adimensionale che assume valori maggiori dell'unità e che tiene conto del miglioramento della spinta F ottenuta dall'endoreattore utilizzando un ugello di scarico rispetto al considerare una camera di spinta forata nella parete posteriore. È quindi possibile vedere questo coefficiente come la capacità dell'ugello di amplificare la spinta e viene espresso nel seguente modo:

$$C_F = \frac{F}{p_c \cdot A_t} \quad (1.12)$$

Dove: p_c è la pressione nella camera di combustione e A_t è l'area della sezione di gola dell'ugello. Infatti, $p_c \cdot A_t$ è la spinta che si otterrebbe in un ipotetico istante iniziale in cui si applica un'apertura A_t in una camera di combustione a pressione p_c .

- **Velocità caratteristica c^* :** è indipendente dalle caratteristiche dell'ugello e non rappresenta una velocità fisica. L'unità di misura è $[\frac{m}{s}]$ e si esprime nel seguente modo:

$$c^* = \frac{p_c \cdot A_t}{\dot{m}} \quad (1.13)$$

Questo parametro è collegato all'efficienza del processo di combustione. I propellenti più efficienti presentano un valore elevato della velocità caratteristica, stando a significare che, fissata l'area di gola dell'ugello e la portata massima, si instaurano pressioni in camera maggiori. È inversamente legata al consumo necessario per mantenere un certo livello di pressione all'interno della camera di combustione.

- **Velocità efficace di scarico c :** indica la velocità dei gas all'uscita dell'ugello nel caso adattato (caso in cui " $p_e = p_0$ "). Misurata in $[\frac{m}{s}]$ si esprime come:

$$c = \frac{F}{\dot{m}} \quad (1.14)$$

La velocità efficace di scarico ha il significato di spinta per unità di massa, o spinta specifica. Tanto è maggiore questo parametro, tanto più è basso il consumo di propellente ad ottenere una data spinta. La velocità efficace di scarico si può esprimere come il prodotto tra il coefficiente di spinta e la velocità caratteristica nel seguente modo:

$$c = \frac{F}{\dot{m}} = \frac{F}{p_c \cdot A_t} \cdot \frac{p_c \cdot A_t}{\dot{m}} = C_F \cdot c^* \quad (1.15)$$

- **Impulso totale I_t :** misurato in $[N \cdot s]$ tiene conto della variabilità della spinta nel tempo, è definibile nel seguente modo:

$$I_t = \int_{t_0}^{t_b} F \cdot dt \quad (1.16)$$

Dove: t_0 e t_b sono rispettivamente l'istante di accensione e l'istante di spegnimento dell'endoreattore. È proporzionale alla variazione di quantità di moto e quindi, anche all'energia rilasciata, impressa nel tempo.

- **Impulso specifico I_s :** rappresenta la spinta per unità di portata in peso del propellente. Questo parametro si misura in $[s]$ e spesso viene utilizzato come un indice prestazionale nei sistemi di propulsione a razzo. Si esprime nel seguente modo:

$$I_s = \frac{I_t}{g_0 \cdot m_p} = \frac{\int_{t_0}^{t_b} F \cdot dt}{g_0 \cdot \int_{t_0}^{t_b} \dot{m} \cdot dt} \quad (1.17)$$

Dove: g_0 è l'accelerazione di gravità e m_p è la massa di propellente presente a bordo del veicolo che può essere calcolata anche come l'integrale nel tempo della portata di propellente. L'impulso specifico rappresenta quindi un valore medio calcolato considerando valori medi di

spinta e portata in un piccolo intervallo temporale. Per spinte e portate costanti nel tempo l'equazione sopra scritta diventa:

$$I_s = \frac{F \cdot dt}{g_0 \cdot \dot{m} \cdot dt} = \frac{c}{g_0} \quad (1.18)$$

Quindi, sotto l'ipotesi di spinta costante e pari al peso del veicolo all'istante iniziale, in assenza di perdite e ipotizzando che tutta la massa di propellente contenuta all'interno dello *spacecraft* sia utilizzata per ottenere la spinta, quest'ultima equazione si può vedere come il tempo di funzionamento dell'endoreattore. Dunque, l'impulso specifico indica il tempo per cui il razzo riesce a sostenersi.

- **Impulso specifico per densità $I_{s\rho}$:** misurato in $[kg/(m^3s)]$, indica l'effetto combinato dell'impulso specifico e della densità media del propellente. Si esprime nel seguente modo:

$$I_{s\rho} = I_s \cdot \rho \quad (1.19)$$

Dove, ρ è la densità media pesata (*bulk density*) del propellente all'interno dei serbatoi. Questa densità media tiene conto della densità dell'ossidante, quella del combustibile e del rapporto di miscela (*mixture ratio*) e viene calcolata nel seguente modo:

$$\rho = \frac{\rho_o \cdot \rho_f (1 + MR)}{MR \cdot \rho_f + \rho_o} \quad (1.20)$$

Il propellente è di solito costituito come da una miscela di ossidante e combustibile. Per tener conto della portata in massa di entrambi si definisce il rapporto di miscela (*mixture ratio*) MR , parametro di progetto non prestazionale. È un parametro adimensionale ed indica il rapporto tra la portata di ossidante \dot{m}_o e la portata di combustibile \dot{m}_f durante la combustione in camera. Viene quindi definito come:

$$MR = \frac{\dot{m}_o}{\dot{m}_f} \quad (1.21)$$

1.3.3 Modello di endoreattore ideale

Il modello di endoreattore ideale permette di valutare le prestazioni di un endoreattore con accuratezza accettabile; mediante opportune ipotesi è possibile utilizzare i principi fondamentali della termodinamica, in modo relativamente semplice per ottenere questi parametri. Sperimentalmente si nota che le prestazioni calcolate dal modello ideale si discostano dai valori realmente ottenuti con un errore dell'ordine del 5%. Questo modello verrà utilizzato in questo elaborato, tuttavia alcuni parametri prestazionali calcolati seguendo il modello ideale saranno moltiplicati con dei coefficienti che introducono gli effetti reali, in modo tale da ridurre l'errore nel calcolo di tali parametri. Il modello ideale deve quindi essere corretto con opportuni fattori di correzione. Le ipotesi su cui si basa tale modello sono:

- **Fluido omogeneo:** il fluido mantiene le stesse proprietà e la stessa fase in ogni punto durante la sua evoluzione. Per realizzare questa condizione è necessaria un'ottima strategia di iniezione in modo da ottenere un buon miscelamento dei propellenti. quest'ipotesi è valida per i LRE se i flussi di ossidante e combustibile sono ben miscelati e per SRM se il grano è omogeneo. Non è però valida per gli HRE poiché la miscelazione non è buona.
- **Equilibrio chimico in camera di combustione:** quest'ipotesi è realizzabile nel caso in cui il tempo di permanenza dei reagenti in camera di combustione è sufficiente a far raggiungere l'equilibrio chimico.
- **Gas considerato perfetto (con $\gamma = cost.$):** si suppone che i gas ottenuto dal processo di combustione seguano la legge dei gas perfetti:

$$p \cdot V = m \cdot R^* \cdot T \quad (1.22)$$

Dove: p, V, T e m sono rispettivamente la pressione in camera, il volume della camera, la temperatura nella camera di combustione e la massa di propellente presente in camera, $R^* = \frac{R}{M}$ è la costante dei gas perfetti, misurata in $[J/kgK]$. Quest'assunzione è accettabile per via delle elevate temperature che si trovano in camera di combustione, ma l'ipotesi di γ costante è molto forte.

- **Fluido con composizione chimica costante (*frozen equilibrium*):** le frazioni molari si mantengono costanti durante l'evoluzione del fluido tra la camera di combustione e la sezione di uscita, questo accade se i tempi di permanenza in camera sono molto minori dei tempi della cinetica chimica. Il frozen equilibrium è un modello conservativo in quanto durante l'espansione nell'ugello la pressione e la temperatura diminuiscono ed il gas tende a riassociarsi, mediante reazioni esotermiche (che cedono energia al fluido). Per cui l'energia usata per dissociare le molecole (per via delle elevate temperature e pressioni in camera di combustione) viene in parte riacquisita durante l'espansione ma questo modello non lo considera.
- **Trasformazione adiabatica:** si considera un'espansione in cui non sono presenti flussi di calore. In realtà si realizza uno scambio termico non trascurabile perché circa il 2% dell'energia chimica a disposizione viene dispersa. Questo 2% di energia persa ha, però, un effetto sulle prestazioni molto minore in termini percentuali, perciò l'ipotesi risulta molto ragionevole.
- **Assenza di onde d'urto e altre discontinuità durante l'espansione:** non vengono considerate le perdite dovute a questi fenomeni.
- **Assenza degli effetti di strato limite:** le perdite dovute agli attriti e altri effetti di strato limite che influenzano gli scambi termici vengono trascurati.
- **Flusso unidimensionale:** flusso considerato unidimensionale nella direzione dell'asse dell'ugello e non ci sono quindi perdite per divergenza del flusso.

- **Velocità assiale in uscita:** la direzione della velocità di uscita w_e dipende molto dalla forma dell'ugello. Non vengono considerate le perdite per flusso non uniforme.
- **Flusso stazionario:** in ciascun punto dell'evoluzione del fluido dalla camera di combustione alla sezione di uscite la velocità rimane costante nel tempo. In realtà ci sono fluttuazioni di pressioni e vibrazioni notevoli.

2. Endoreattori a propellenti ibridi HREs

I motori a razzo a propellenti ibridi erano inizialmente usati per piccoli razzi costruiti su specifiche militari durante gli anni '60 e '80. Nonostante i vantaggi degli endoreattori a propellenti ibridi rispetto a quelli a propellenti solidi e liquidi (precedentemente citati nel capitolo 1.2.3) e l'esperienza acquistata nel corso dei due decenni, un motore a razzo ibrido non è mai stato sviluppato per un lanciatore o un veicolo spaziale fino a questo secolo. Ciò si è verificato in quanto i classici HREs utilizzavano combustibili polimerici che hanno una bassa velocità di combustione, per via del loro basso rateo di regressione, che non permetteva di raggiungere livelli di spinta soddisfacenti. Questa problematica conduceva verso una geometria del grano molto complessa. Tuttavia, lo studio di questo tipo di razzo non si è mai fermato, rendendoli oggi effettivamente utilizzabili per applicazioni spaziali. Infatti, sono stati effettuati numerosi test con diverse configurazioni di geometria del grano, geometrie e posizioni degli iniettori, tipologie di iniezione ed aggiunta di metalli per aumentare il rateo di regressione, con il risultato di un motore a razzo con un complesso sistema di iniettori che raggiungesse una velocità anche cinque volte maggiore. All'inizio degli anni '90, diversi gruppi di ricerca statunitensi iniziarono a studiare i combustibili criogenici. Durante i test con idrocarburi solidi sono stati ottenuti tassi di regressione dieci volte più alti di quelli dei combustibili polimerici classici. Combinando questi combustibili con idrocarburi con alcune delle tecniche di iniezione e di drogaggio del metallo, sono stati raggiunti ratei di regressione del grano circa venti volte superiori a quelli classici. Dopo molte serie di test ed analisi sperimentali, teorie matematiche che descrivono questo tipo di combinazione sono state sviluppate ed estese sia ai combustibili criogenici che a quelli non criogenici.

2.1 Cenni storici

Secondo alcune fonti, lo studio degli endoreattori a propellenti ibridi incominciò intorno agli anni '30 quando i LREs e i SRM erano agli sviluppi iniziali. A progettare il primo razzo a propellente ibrido furono i russi Sergei Korolev e Mikhail Tikhonravov, e lo chiamarono GIRD-09. Questo primo modello di endoreattore a propellente ibrido fu lanciato il 17 o 18 agosto del 1933. Il propellente da loro utilizzato era un composto formato da *colophonium* (una resina naturale) che veniva disciolta in una sostanza benzenica e successivamente fatta solidificare su una struttura a rete metallica. Il risultato era un blocco solido di combustibile su cui veniva fatto fluire dell'ossigeno ad alta pressione. Alcuni però, ritengono che tale motore debba appartenere alla categoria degli endoreattori a propellenti liquidi per cui l'idea di un motore a razzo a propellenti ibridi si fa risalire intorno al 1937 ad opera del russo Leonid Andrussow. In seguito, Wolfgang Noeggerath denominò tale combinazione, di un propellente solido ed uno fluido, "*litergolo*" (Dal greco: *lithos* solido, *ergon* lavoro e *oleum* olio). I primi esperimenti condotti da Noeggerath nei laboratori di Farben (Germania) furono eseguiti su un motore in cui il propellente solido era costituito da una pila di dischi cilindrici di carbone multi-perforati attraverso i quali fluiva ossidante nitroso gassoso. (figura 2.1 spaccato motore)

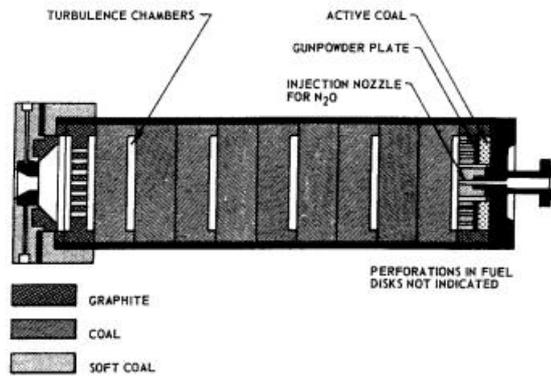


Figura 2.1: Schema del motore ibrido utilizzato nei laboratori di Farbem

Approssimativamente, nello stesso periodo (1938-1941) la California Rocket Society (CRS) negli Stati Uniti, effettuò esperimenti utilizzando ossigeno gassoso e delle barre di carbonio scanalate come combustibile solido, raggiungendo un impulso specifico massimo di 160s. Sfortunatamente il loro lavoro dovette interrompersi a causa della Seconda guerra mondiale. Immediatamente dopo, tuttavia, nel 1951 la CRS lanciò un razzo sperimentale, utilizzando come ossidante ossigeno liquido criogenico e come combustibile una gomma, raggiungendo circa i 10km di altitudine. Da questo test scaturirono le seguenti conclusioni: “La pressione della camera di un motore a razzo a propellenti ibridi è proporzionale al flusso di ossidante e non alla superficie interna esposta alla fiamma. Non ci sono pericoli di esplosione causati da eventuali crepe o fessure nel grano come negli endoreattori a propellenti solidi comunemente usati per i booster”. Nel 1946 Bartel e Rannie, nel Jet Propulsion Laboratory, esaminarono l’uso del carbonio come combustibile solido di un ramjet e, inoltre, elaborarono la prima teoria sulla combustione in un motore a propellenti ibridi. Il loro modello assumeva, quale parametro di controllo della velocità di regressione, la diffusione ovvero il trasporto dell’ossigeno verso la superficie del combustibile. Tale modello pionieristico, prendendo in considerazione gli aspetti essenziali del problema, pur essendo molto semplicistico, fu capace di predire, con discreta approssimazione, i dati sperimentali dell’epoca. Nel frattempo, tra il 1951 e 1956 George Moore e Kurt Berman effettuarono un’indagine analitica e sperimentale presso la General Electric Company, usando il polietilene come combustibile ed il perossido di idrogeno come ossidante. L’obiettivo dell’analisi era quello di aumentare le prestazioni dell’ H_2O_2 come monopropellente, ma si notò che l’aggiunta di una piccola quantità di tale combustibile (15%) comportava un aumento dell’impulso specifico del 70%. Di conseguenza, gli autori hanno concluso che l’uniformità longitudinale era notevole, che le incrinature del grano non avevano influenzato la combustione, che la combustione era stabile perché la superficie del combustibile fungeva essa stessa da fiamma, che la strozzatura era facilmente realizzabile con una singola valvola e che un alto rapporto di miscela era desiderabile per rendere più facilmente uniforme la combustione nella camera; tuttavia si osservò che l’instabilità termica dell’ H_2O_2 rappresentava un problema. Tra gli anni ’60 e ’90 gli endoreattori a propellenti liquidi continuarono ad essere testati, analizzati e riproposti allo scopo di eseguire esperimenti che permettessero di avvicinarli sempre più ad applicazioni spaziali. Durante questo periodo, il problema principale dei razzi ibridi era il basso tasso di regressione (circa un ordine di grandezza minore rispetto quello dei SRMs), dovuto alla natura diffusiva del processo di combustione (diverso da quello che avviene negli endoreattori a propellenti solidi). Se tale velocità assume un valore relativamente basso, si ottiene un livello di spinta molto contenuto: ciò renderebbe gli endoreattori a propellenti ibridi inutilizzabili per le

applicazioni spaziali desiderate, ovvero quelle tipiche dei LREs e dei SRMs. Dunque, dopo una ricerca durata più di 80 anni, gli endoreattori a propellenti ibridi continuano ad essere studiati. Questo ha portato allo sviluppo di teorie di combustione, di diversi combustibili solidi ed ossidanti, di tecniche di produzione e di strutture di prova. Ancora oggi, vista la politica “Low Cost Access to Space” inaugurata dagli americani e il riguardo per l’ambiente i motori a propellenti ibridi continuano a suscitare interesse e quindi sono ancora oggetto di studio.

2.2 Stato dell’arte e campi d’applicazione degli HREs

Ad oggi i migliori sistemi propulsivi basati sulla propulsione ibrida sono frutto di alcune competizioni internazionali come l’Ansari X-Price o di progetti di enti governativi. Il più potente sistema ibrido mai realizzato è stato ideato dalla società americana AMROC; esso usa come propellente la combinazione di ossigeno liquido criogenico e HTPB (polibutadiene con radicali ossidrilici terminali) e vanta una spinta di 1.13MN ed è utilizzato come razzo sonda. Mentre, per le navette, i sistemi ibridi più maturi sono sicuramente quelli realizzati dalla Sierra Nevada Corporation. Questa società nasce nel 1999 con l’acquisizione della Space Dev che solo un anno prima aveva acquistato tutti i progetti, brevetti e diritti intellettuali di oltre 200 test effettuati dalla American Rocket Company. La Sierra Nevada ha prodotto il motore ibrido per lo Space ShipOne, oggi produce il propulsore Rocket Motor Two, un endoreattore ibrido alimentato da una combinazione di HTPB e N_2O capace di sviluppare una spinta di 270kN. Questo propulsore verrà installato sul Space ShipTwo. Un altro razzo della Sierra Nevada è il Dream Chaser, navetta portata in orbita dal lanciatore Atlas V; dotata di un sistema ibrido autonomo è capace di raggiungere la ISS trasportando 7 astronauti e di rientrare in atmosfera autonomamente. Per quanto riguarda il versante europeo, vale la pena citare la *Copenhagen Suborbitals*, una compagnia spaziale no profit che nel 2008 ha ideato delle capsule e dei lanciatori per voli suborbitali con equipaggio umano. I loro razzi utilizzano propellenti a base di resine epossidiche e perossido di azoto.

2.3 Modello di riferimento, principali applicazioni e propellenti

L’architettura di riferimento per un endoreattore ibrido generalmente prevede la presenza di un ossidante liquido e un combustibile solido e nella sua forma più semplice è costituita da: un sistema di pressurizzazione, una valvola di regolazione primaria, dal serbatoio dell’ossidante, una valvola della testata di iniezione, testata di iniezione e iniettore, camera di combustione contenente il combustibile solido e l’ugello. Il modello di riferimento è mostrato in figura 2.2. Tuttavia, il sistema di alimentazione mostrato in figura non è quello considerato nell’elaborato.

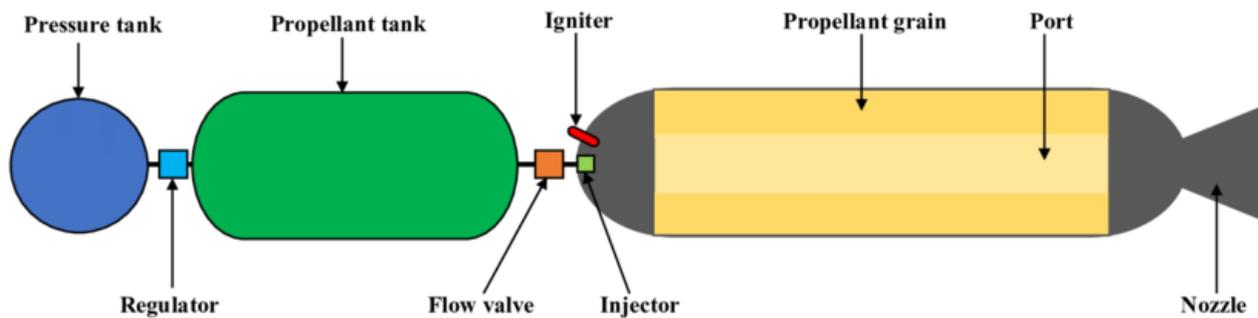


Figura 2.2 Schema endoreattore a propellenti ibrido

Sono infatti possibili diverse configurazioni di quest'architettura, specialmente per quanto riguarda il sistema di pressurizzazione. A volte il sistema di alimentazione a gas pressurizzato viene sostituito con delle turbopompe, analogamente a quanto fatto per l'endoreattore oggetto dell'elaborato. Tuttavia, questa architettura è poco utilizzata in quanto si adatta meglio ad endoreattori di grandi dimensioni che generalmente utilizzano propellenti liquidi e solidi. Le configurazioni in assoluto più utilizzate sono, quindi, la pressurizzazione diretta del serbatoio dell'ossidante mediante un gas inerte (tipo elio) e quella che sfrutta serbatoi pressurizzanti separati contenenti CO_2 o gas simili. In questa configurazione l'ossidante viene iniettato in una camera di pre-combustione a monte del grano di combustibile, che presenta una o più cavità (chiamate *ports*) in cui avviene la combustione. A valle del grano è presente una camera di miscelamento (*mixing chamber*) che permette una più completa reazione dei propellenti prima dell'espansione nell'ugello il quale rappresenta l'ultimo componente dell'endoreattore. Ai fine dell'accensione viene introdotta una fonte di calore adeguata nella camera di pre-combustione. L'accensione di un HRE può essere ottenuta tramite fluidi ipergolici, opportuni combustibili solidi che si accendono spontaneamente a pressione e temperatura ambiente quando vengono investiti dal flusso di uno specifico ossidante, oppure tramite sistemi di accensione elettrica. Queste fonti di calore devono produrre calore a sufficienza in modo da attivare la gassificazione del combustibile solido dalla sommità del grano. Successivamente l'attivazione del sistema di alimentazione dell'ossidante permette la propagazione del fronte di fiamma verso la base dell'endoreattore e l'accensione dell'intero grano; quindi, il propellente liquido fluisce nella camera di combustione dove viene vaporizzato mediante gli iniettori e reagisce con propellente solido. La combustione avviene in una zona dello strato limite nei *ports*, nei pressi della superficie del propellente solido. Come già esposto nella sezione precedente, di seguito vengono riportate alcune applicazioni e i tipi di propellenti maggiormente utilizzati per gli HREs. Le caratteristiche dell'HRE lo rendono adatto a missioni che richiedono regolazione, spegnimento e riaccensione dell'endoreattore, propellenti non tossici ed immagazzinabili senza dover pensare ai rischi di DDT o di accensioni spontanee. Alcuni esempi di applicazioni recenti degli HRE sono: booster per i primi o gli ultimi stadi dei lanciatori, per inserimento in orbita e nei sistemi di manovra per i satelliti. Nelle prime applicazioni degli HRE venivano utilizzati come propellenti combinazioni di ossidi di azoto (come ossidante) e polimetilmetacrilato (come combustibile) oppure composti a base di cloro, fluoro e ossigeno (come ossidanti) e idruri di berillio, litio e alluminio legati da un polimero (come combustibili) da cui teoricamente si potevano ottenere impulsi specifici rispettivamente di 250 e 350s. Tuttavia, nessun endoreattore con simili combinazioni di propellenti ha mai volato. I principali combustibili che vengono utilizzati sono paraffina (o cere), polibutadiene (HTPB) e HDPE (polietilene ad alta

densità) combinati con ossigeno liquido criogenico, perossido di idrogeno e protossido di azoto che però permettono di ottenere prestazioni inferiori rispetto alla combinazione di propellenti sopra elencate.

2.4 Descrizione del processo di combustione e trasmissione del calore

Dal momento che il grano non contiene ossidante, i processi di combustione avvengono solo in fase gassosa. Pertanto, la velocità di regressione della superficie del combustibile è considerevolmente inferiore rispetto quelle di un grano in un motore a propellenti solido. Per il quale si ha che:

$$r = a \cdot p_c^n \quad (2.1)$$

Poiché il combustibile solido deve evaporare prima della combustione, la regressione della superficie è intrinsecamente legata all'interazione fluidodinamica tra la portata di propellente e il flusso di calore trasmesso alla superficie del grano. La regione di combustione primaria è contenuta in una zona di fiamma relativamente sottile, localizzata all'interno della regione dello strato limite che si sviluppa e cresce lungo la superficie del grano. Il calore viene trasmesso alla superficie del grano mediante processi di trasmissione di convezione e irraggiamento. Poiché lo studio di questi fenomeni è per lo più empirico, le caratteristiche di ciascun motore dipendono fortemente dal sistema e dalla configurazione della camera di combustione. La figura 2.3 mostra un modello semplificato del processo di combustione in un endoreattore ibrido.

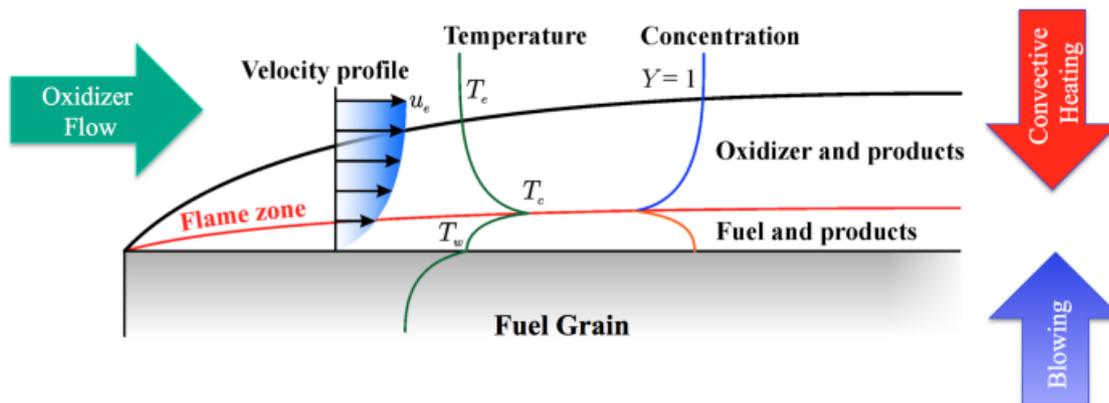


Figura 2.3: Modello di combustione nello strato limite in un HRE

Il combustibile evaporato a causa del riscaldamento della zona di fiamma scorre via dalla superficie verso la regione di fiamma (mediante moti convettivi), mentre l'ossidante scorre dal core del flusso verso la zona di fiamma attraverso fenomeni di diffusione turbolenta. La fiamma si posiziona autonomamente in una zona all'interno dello strato limite determinata dalla stechiometria della combustione, quindi, in una zona dove il rapporto tra le molecole di combustibile e quelle di ossidante è vicino allo stechiometrico. Lo spessore di questa zona di fiamma è governato principalmente dalla cinetica chimica, ovvero dalla velocità alla quale avvengono le reazioni di ossidazione. Essendo la cinetica chimica molto veloce, la fiamma è molto sottile. Queste velocità dipendono fortemente dalla pressione locale in camera di combustione e seguono tipicamente un andamento esponenziale con la temperatura. I fattori che influenzano lo sviluppo dello strato limite di combustibile e quindi la velocità di regressione del grano, oltre alla pressione e alla temperatura

del gas, sono la composizione del grano, la portata massiccia di ossidante attraverso la port area e la sua lunghezza e area trasversale. L'espressione della velocità di regressione (semplificata) assume la seguente forma:

$$r = aG_{ox}^n \quad \text{con: } G_{ox} = \frac{\dot{m}_{ox}}{A_p} = \rho_{ox}w_{ox} \quad (2.2)$$

Dove a e n sono dei parametri ricavati da test sperimentali eseguiti sui propellenti e quindi dipendono dalla combinazione di propellenti utilizzati. Il processo di combustione è fondamentale negli ibridi perché le prestazioni di un motore di questo tipo dipendono (in termini di impulso specifico) dal grano di miscelazione del flusso raggiunto in camera di combustione. Da ciò deriva il motivo dell'introduzione della *mixing chamber*. Questo non è necessario negli endoreattori a propellenti solidi in quanto il grano è composto sia da combustibile che da ossidante per cui questi sono ben miscelati sin da subito.

Negli endoreattori a propellenti ibridi le relazioni di trasferimento di calore tra la fase gassosa e la fase solida in camera di combustione dipendono fortemente dal tipo di strato limite che si crea, se laminare o turbolento. In generale non si realizzano le condizioni aerodinamiche e termiche per cui lo strato limite possa essere laminare; perciò, le proprietà dello strato limite turbolento che si crea durante la combustione governano lo scambio termico convettivo del grano e per questo motivo si utilizzano relazioni empiriche per descrivere questi fenomeni. A causa di tale turbolenza si generano zone di ricircolo adiacenti alla superficie del grano che favoriscono localmente l'aumento del rateo di regressione. Il processo di combustione descritto ha come conseguenza una bassa efficienza di combustione $\eta = 0.93 \div 0.95$. Inoltre, a causa che la trasmissione di calore del processo è regolata dalla convezione forzata (trascurando l'irraggiamento), caratterizzata da una trasmissione di calore molto lenta, la velocità di regressione è molto bassa (circa 1mm/s). Il grafico (figura 2.4) rappresenta l'andamento del rateo di regressione in funzione del flusso di massa G del propellente.

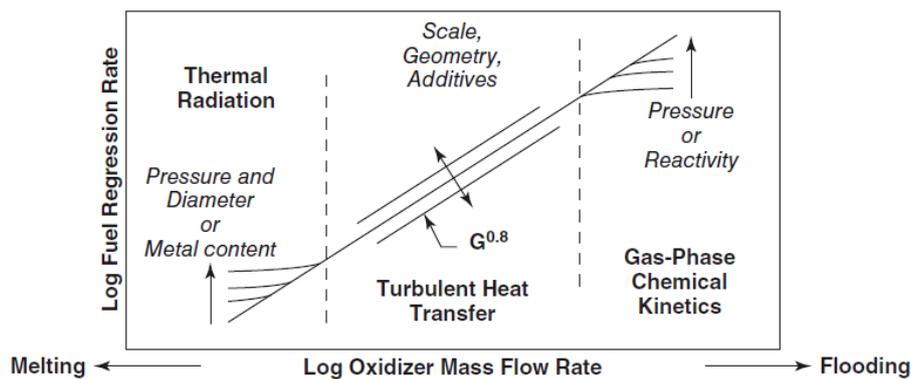


Figura 2.4: Dipendenza della velocità di regressione del grano dalla portata di ossidante

Ci sono tre diversi regimi in funzione della portata del flusso indisturbato:

- Per valori di G contenuti, la convezione passa in secondo piano e i fenomeni di trasmissione di calore per irraggiamento assumono un ruolo importante, che aumenta all'aumentare della pressione in camera. In questo caso il rateo di regressione è funzione della pressione parziale delle specie gassose emesse e delle dimensioni della camera di combustione. In questa regione si riscontra un limite inferiore per il flusso di massa a causa del fenomeno del

cooking (o melting) ovvero il grano si scalda troppo lentamente per cui può capitare la fusione degli strati inferiori rispetto alla superficie del grano o peggio che il grano si grafitizza e non riesce a diventare gassoso.

- Per valori intermedi di G , la convezione è il meccanismo di trasmissione di calore predominante e il rateo di regressione dipende dal flusso di massa, è una zona in cui la trasmissione del calore e il trasferimento di massa sono completamente turbolenti.
- Alle alte portate di massa G gli scambi termici sono guidati dalla cinetica chimica e, di conseguenza, il rateo di regressione è funzione della pressione in camera di combustione. In questo regime vi è un limite superiore di G per cui il grano va incontro a un fenomeno detto *flooding* in cui si può avere l'estinzione della zona di fiamma.

Detto ciò, considerando le assunzioni sul problema e le principali grandezze fisiche di interesse, dal bilancio energetico sulla superficie del grano, si ricava analiticamente l'espressione del rateo di regressione:

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} = 0.036 \cdot \frac{G^{0.8}}{\rho_f} \cdot \left(\frac{\mu}{x}\right) \cdot \beta^{0.23} \quad (2.3)$$

Dove: G è la portata di propellente per unità di superficie che attraversa la cavità del grano, misurata in riferimento all'area A_p della *combustion port*; ρ_f è la densità del combustibile in fase solida; μ è la viscosità dinamica dei gas combusti; x è la posizione assiale; β è il *blowing coefficient*, ovvero un parametro adimensionale che esprime la portata di combustibile gassificato, valutato in corrispondenza della superficie del grano.

Da quest'espressione si nota come la pressione in camera di combustione non viene considerata (la presenza di p_c diventa rilevante solo per i combustibili solidi con all'interno particelle metalliche). Per cui a differenza di ciò che accade negli endoreattori solidi, negli ibridi il rateo di regressione non dipende dalla pressione in camera, eccetto per i flussi di massa del propellente molto bassi, per le considerazioni che sono state fatte in precedenza.

In conclusione, sapendo che i valori di flusso di massa G tipici per combustibili senza aggiunta di metalli rientrano nel range intermedio, l'assunzione di trascurare lo scambio termico per irraggiamento è accettabile, perciò, in questo elaborato si adotterà un modello simile a quello dell'espressione, in cui si considererà soltanto lo scambio termico per convezione e, di conseguenza, l'indipendenza del rateo di regressione dalla pressione in camera di combustione.

2.4.1 Bilancio termico in superficie

Come già accennato, il motore della combustione è il flusso di calore che di ritorno dalla fiamma investe la superficie solida e porta alla gassificazione del combustibile solido.

Per comprendere meglio il fenomeno della combustione è possibile scrivere un bilancio termico sulla superficie del combustibile, a partire dalla schematizzazione in figura:

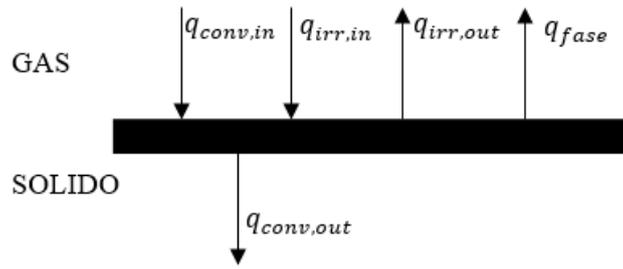


Figura 2.5: Schematizzazione dei flussi termici sulla superficie del grano.

Dove:

- $q_{conv,in}$ è il flusso di calore per effetto convettivo che viene fornito al solido dal gas;
- $q_{conv,out}$ per qualunque solido (anche per un materiale polimerico) ci si deve aspettare un flusso conduttivo che trasferisce potenza termica per effetto conduttivo al gas dal solido;
- $q_{irr,in}$ è la radiazione emessa dalla superficie di fiamma (se la temperatura è sufficientemente elevata);
- $q_{irr,out}$ è la radiazione emessa dalla superficie solida in funzione della temperatura (secondo Stefan Boltzmann anche il solido irradia verso il gas una certa potenza termica);
- q_{fase} è l'energia legata al cambiamento di fase da solido a gassoso del combustibile.

In condizioni stazionarie ed ipotizzando di trascurare il fenomeno dell'irraggiamento e del flusso convettivo dal solido verso il gas (poiché il solido è polimero) si può scrivere il bilancio termico sulla superficie nel seguente modo:

$$q_{conv,in} = q_{fase} \quad (2.4)$$

Ci sono vari metodi per calcolare questi valori ma generalmente vengono utilizzate delle relazioni empiriche in cui si introducono dei coefficienti adimensionali per quantificare i flussi termici.

$$q_{conv,in} = S_t \rho_e w_e \Delta h_{fs} \quad (2.5)$$

$$q_{fase} = \rho_f r h_v \quad (2.6)$$

Dove: $S_t = \frac{Nu}{RePr}$ è il numero di Stanton e h_v è il salto entalpico e tiene conto dell'energia per passare da solido a gas ed i pedici e rappresentano le condizioni dei gas di uscita mentre il pedice f rappresenta il fuel. Uguagliando queste ultime relazioni, si nota come maggiore è il flusso termico convettivo maggiore sarà la velocità di combustione del grano. Isolando il fattore $\rho_b r$ (che se moltiplicato per il port area A_b la portata di combustibile) si ottiene:

$$\rho_b r = S_t \rho_e w_e \frac{\Delta h_{fs}}{h_v} \quad (2.7)$$

Si può notare come il termine $S_t \rho_e w_e$ rappresenti un parametro fluidodinamico mentre il termine $\frac{\Delta h_{fs}}{h_v}$ rappresenti un termine termochimico che verrà identificato con B (*mass transfer parameter*).

Tramite l'analogia di Reynolds, considerando una superficie piana, si può scrivere che:

$$S_t = \frac{C_f}{2} = \frac{C_f}{C_{f,0}} \cdot \frac{C_{f,0}}{2} \quad (2.8)$$

Dove il $C_{f,0}$ è il coefficiente di attrito senza considerare il fenomeno del *blowing* e si può esprimere mediante una relazione empirica in funzione del R_e in funzione di x :

$$C_{f,0} = -0.03R_{e_x}^{-0.2} \quad (2.9)$$

Con $R_{e_x} = \frac{\rho_e w_e x}{\mu}$. Considerando una parete che emette gas si può scrivere che:

$$\frac{C_f}{C_{f,0}} = 1.2B^{-0.77} \quad (2.10)$$

Per cui, sostituendo si ricava S_t :

$$S_t = \frac{C_f}{2} = \frac{C_f}{C_{f,0}} \cdot \frac{C_{f,0}}{2} = 1.2B^{-0.77} \cdot 0.03R_{e_x}^{-0.2} \quad (2.11)$$

Da cui, sostituendo tutti i termini si ottiene l'espressione [2.12]:

$$\rho_f r = S_t \rho_e w_e B = 0.036 \cdot (\rho_e w_e)^{0.8} \left(\frac{x}{\mu}\right)^{-0.2} B^{0.23} \quad (2.12)$$

Si ipotizza che la dipendenza da x di quest'equazione sia trascurabile in quanto il termine $(\rho_e w_e)^{0.8}$ cresce con x e $\left(\frac{x}{\mu}\right)^{-0.2}$ decresce con x compensandosi. Infine, sapendo che:

$$\dot{m} = \rho_e w_e A_p \rightarrow G = \frac{\dot{m}}{A_p} = \rho_e w_e \quad (2.13)$$

Si ha che:

$$\rho_f r = S_t \rho_e w_e B = 0.036 \cdot (G)^{0.8} \left(\frac{x}{\mu}\right)^{-0.2} B^{0.23} \quad (2.14)$$

Per cui isolando il rateo di regressione del grano si ottiene l'equazione [2.3].

2.5 Prestazioni e problematiche

Le prestazioni di un endoreattore a propellenti ibridi sono strettamente legate al suo funzionamento, descritto nelle sezioni precedenti, e possono essere calcolate sulla base di accettabili ipotesi di partenza che, semplificando il problema, permettono di poter definire il modello matematico di riferimento. Considerando l'equazione [2.3] del rateo di regressione si può osservare come questo è fortemente influenzato dalla portata in massa di ossidante G , e debolmente dalla posizione assiale x e dal *blowing coefficient* β . Inoltre, all'aumentare della lunghezza del grano anche il flusso di massa G cresce all'interno dei ports *aerea* perché man mano che si procede verso la fine del grano il flusso si arricchisce sempre più di combustibile. Ai fini dei calcoli che si affronteranno in questa sezione si utilizzerà una forma semplificata dell'equazione [2.3] già citata in precedenza (equazione [2.2]):

$$r = aG_{ox}^n$$

Quest'equazione raggruppa gli effetti di x , β , μ e ρ_f in un'unica costante a e sostituisce l'esponente del flusso in massa di ossidante G con la variabile n , poiché sono state individuate deviazioni sperimentali del valore 0.8 ottenuto analiticamente. Inoltre, fa riferimento alla portata di ossidante per unità di superficie $G_0 = \frac{\dot{m}}{A_p}$ perché a differenza di G è nota in qualsiasi momento del

funzionamento del motore. Quest'equazione sarà caratteristica del modello di *regression rate* adottato in quest'elaborato.

Dopo aver definito il modello matematico di riferimento, per definire le prestazioni di un endoreattore a propellenti ibrido, bisogna identificare le varie problematiche. La variazione del rapporto di miscela e dell'impulso specifico durante il funzionamento del motore rappresenta un problema intrinseco degli HREs, poiché con il procedere della combustione del grano la quantità di gas prodotta cresce in funzione della maggior superficie interessata, come già spiegato nella sezione precedente. Questo comporta una variazione del rapporto di miscela rispetto al valore iniziale, anche nel caso in cui la portata di ossidante sia costante a meno di opportune geometrie e caratteristiche del grano. Questo fenomeno prende il nome di *mixture ratio shifting*. Un altro problema che deve essere opportunamente mitigato, per evitare che le prestazioni dell'endoreattore scendano eccessivamente, è quello del basso rateo di regressione del grano. Inoltre, c'è il problema della velocità di erosione della gola dell'ugello che non è trascurabile in quanto negli endoreattori ibridi risulta essere superiore rispetto altre tipologie di endoreattori, risultando più influente in termini di difficoltà di progettazioni e prestazioni. Infine, si deve considerare l'incertezza del modello matematico adottato.

Per comprendere a pieno questi fenomeni è utile analizzare il comportamento dinamico di un endoreattore a propellenti ibridi. A tale scopo si introduce l'equazione di conservazione della portata nella camera di combustione:

$$\frac{\partial(\rho_c V_c)}{\partial t} = \dot{m}_{IN} = \dot{m}_{OUT} = \dot{m}_o + \dot{m}_f - \frac{p_c \cdot A_t}{c^*} \quad (2.15)$$

Dove ρ_c e V_c sono rispettivamente la densità e il volume del gas in camera di combustione, \dot{m}_{IN} e \dot{m}_{OUT} sono la portata in ingresso e quella in uscita dalla camera di combustione.

Trascurando il fenomeno dell'erosione nella gola dell'ugello e ricordando l'equazione [1.13] della velocità caratteristica si esprime la portata di propellente in regime stazionario come somma della portata di ossidante e quella di combustibile:

$$\dot{m} = \dot{m}_o + \dot{m}_f \quad (2.16)$$

Dove:

$$\dot{m}_f = A_b \cdot \rho_f \cdot \dot{r} = (P \cdot L_b) \cdot \rho_f \cdot \dot{r} \quad (2.17)$$

In cui A_b indica la superficie di *regressione*, P è il perimetro nella sezione trasversale della superficie di regressione e L_b è la lunghezza del grano. Esplicitando la velocità di regressione si osserva il legame con la portata di ossidante, da cui si deduce che le due portate sono tra loro dipendenti:

$$\dot{m}_f = A_b \cdot \rho_f \cdot a G_{ox}^n = \frac{A_b \cdot \rho_f \cdot a}{A_p^n} \cdot \dot{m}_o^n = k_b \cdot \dot{m}_o^n \quad (2.18)$$

Fissata la portata di ossidante, si può esprimere la *mixture ratio* nel seguente modo:

$$MR = \frac{\dot{m}_o}{\dot{m}_f} = \frac{\dot{m}_o}{k_b \cdot \dot{m}_o^n} = \frac{1}{k_b} \cdot \dot{m}_o^{n-1} \quad (2.19)$$

Da cui si evince la diretta dipendenza del *mixture ratio*, scelto il combustibile (ρ_f, a, n) e la geometria del grano (A_b, A_p) dalla portata di ossidante e quindi la regolazione avviene mediante una sola manetta.

Richiamando le equazioni [1.15] e [2.7] si può esprimere la spinta nel seguente modo:

$$F = \dot{m} \cdot c = (\dot{m}_o + \dot{m}_f)c = (\dot{m}_o + \dot{m}_f)c^*C_F = \left(\rho_f \cdot a \cdot \frac{A_b}{A_p^n} \cdot \dot{m}_o^n + \dot{m}_o \right) c^*C_F \quad (2.20)$$

La velocità caratteristica c^* è funzione del rapporto di miscela e quindi, come dimostrato dalla portata di ossidante; il coefficiente di spinta è funzione di ε, γ e p_0/p_c , a sua volta p_c è funzione della portata attraverso la velocità caratteristica come si nota dall'equazione [1.13].

Pertanto, conoscendo la sola portata di ossidante, sono fissati sia il rapporto di miscela che il livello di spinta. In base alle condizioni richieste dalla missione si sceglie cosa privilegiare.

Come per l'endoreattore oggetto di esame si considera un endoreattore a propellenti ibridi con il combustibile composto da un singolo grano avente un foro circolare di raggio R . Essendo il grano un cilindro di lunghezza L_b si ottiene:

$$A_p = \pi R^2 \quad , \quad A_b = 2\pi R \cdot L_b \quad (2.21), (2.22)$$

Ipotizzando di far funzionare il motore mantenendo la portata di ossidante costante, il rapporto di miscela può aumentare o diminuire nel tempo. Questo accade perché la portata di combustibile, mantenendo costante la portata di ossidante è costante solo se $A_b \propto A_p^n$, cioè solo se il rapporto tra l'area di regressione e port area rimane invariato in quanto:

$$\dot{m}_f = \rho_f \cdot a \cdot \frac{A_b}{A_p^n} \cdot \dot{m}_o^n \quad (2.23)$$

Il loro rapporto è costante solo se $n = 0.5$ ed è indipendente dal raggio del grano. In questo moto riducendo della metà la portata di ossidante si ottiene una riduzione della portata di combustibile quindi della spinta che dipende dalla portata che dipende dalla portata di propellente e varia non linearmente con la portata di ossidante. Se invece n è diverso da 0.5 il *mixture ratio* varia anche se la portata è costante. Questo è appunto il fenomeno del *mixture ratio shifting*. Per cui al variare di n , mantenendo la portata di ossidante fissata, può accadere che:

- Se $n < 0.5$ il rapporto $\frac{A_b}{A_p^n}$ cresce e il rapporto di miscela diminuisce durante la combustione in quanto la portata di combustibile \dot{m}_f aumenta, il raggio della *port area* aumenta e di conseguenza anche la superficie di regressione A_b . La portata di combustibile può aumentare fino a prevalere sul flusso di massa di ossidante G_{ox} che diminuisce.
- Se $n = 0.5$ il rapporto $\frac{A_b}{A_p^n}$ rimane costante così come il rapporto di miscela, poiché con il procedere della combustione il raggio dell'area di regressione aumenta, così come l'area di regressione, perciò, il flusso in massa di ossidante diminuisce; i due effetti si compensano perfettamente mentre la portata di combustibile rimane costante, per cui il raggio non ha più influenza. In questo caso anche i parametri prestazionali come spinta, impulso specifico e velocità caratteristica saranno costanti.
- Se $n > 0.5$ il rapporto $\frac{A_b}{A_p^n}$ decresce e il rapporto di miscela aumenta perché la portata di combustibile diminuisce a causa dell'effetto del flusso di massa di ossidante che diminuisce anch'esso ma domina quello della superficie di regressione che aumenta.

Questi effetti sono dovuti al fatto che la *port area*, allargandosi, scatena una diminuzione dell'effetto convettivo che fa diminuire la velocità di regressione e quindi anche la portata di combustibile. Per la geometria presa come riferimento il valore di n che fa sì che la diminuzione di portata di combustibile causata dall'allargamento di A_p sia compensata dall'aumento di A_b è proprio 0.5.

Si deduce quindi che, a differenza degli endoreattori a propellenti liquidi e solidi (in cui il rapporto di miscela è fissato e costante durante il funzionamento del motore) negli endoreattori a propellenti ibridi questo parametro è variabile e quindi risulta più difficile definire le prestazioni dell'endoreattore in quanto, essendo il rapporto di miscela variabile durante il funzionamento del motore, lo saranno anche la velocità caratteristica ed il rapporto tra i calori specifici γ dei gas combusti rendendo variabili le prestazioni del motore. Se queste variazioni sono in un ampio range è facile intuire come tale fenomeno ha un'importanza fondamentale nella progettazione di un endoreattore.

Per capire a fondo questa problematica può essere utile un esempio di come vari l'impulso specifico che si ottiene in un endoreattore a propellenti liquido, per varie combinazioni di propellenti, al variare del rapporto di miscela.

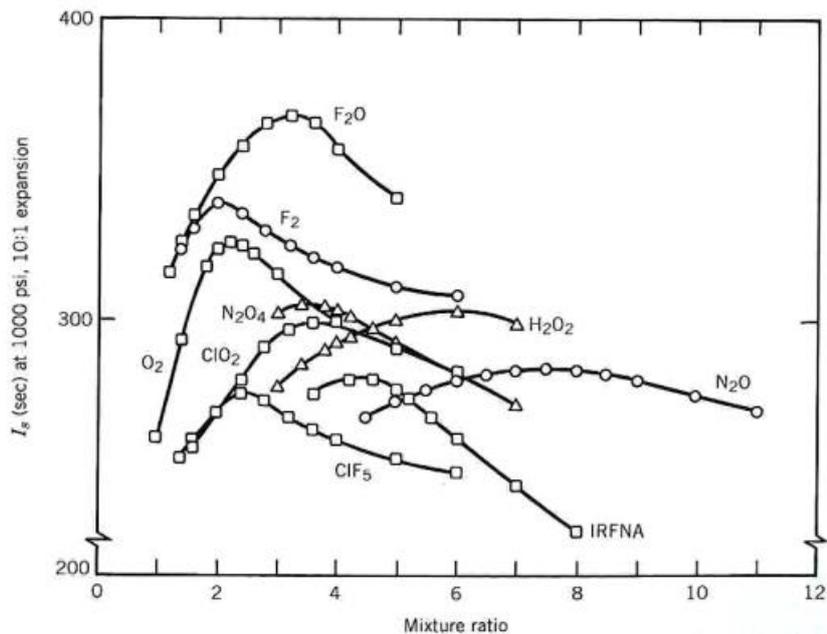


Figura 2.6: Variazione dell'impulso specifico per varie combinazioni di propellenti

Per quanto riguarda il *mixture ratio shifting* una possibile soluzione prevede il *bypass* di una porzione di ossidante in regolazione e la sua iniezione a valle della camera di combustione (nella *mixing chamber*) durante il funzionamento, al fine di mantenere il più possibile costante il rapporto di miscela. In questo modo è anche possibile ridurre la spinta.

2.6 Potenziali soluzioni per migliorare le prestazioni

Dopo aver descritto le principali problematiche riguardanti gli endoreattori a propellenti ibridi, si analizzeranno le possibili soluzioni per il loro miglioramento in termini di prestazioni. In generale, il motore può essere ottimizzato allo scopo di minimizzare il peggioramento delle performance dovuto alla stessa regolazione, in termini di impulso specifico, nel range di variazione del rapporto di miscela definito. Oltre allo studio di nuovi approcci di design di un HRE per il miglioramento

delle prestazioni, si andranno ad analizzare i modi per ridurre gli effetti negativi dovuti al basso tasso di regressione.

La bassa velocità di regressione è un problema per la generazione della spinta. Infatti, richiamando l'equazione [2.6], poiché

$$\dot{m}_f = \rho_b A_b r$$

A parità di area rispetto un endoreattore a propellente solido la porta di combustibile è molto più bassa il che incide negativamente sulla spinta in quanto:

$$F = \dot{m} \cdot c = (\dot{m}_f + \dot{m}_o)c = (\rho_b A_b r + \dot{m}_o)c$$

Per cui le uniche possibilità che si hanno per aumentare la spinta sono:

- Aumentare l'area di regressione A_b ;
- Aumentare la portata di ossidante \dot{m}_o ;
- Cercare di aumentare la densità del combustibile mediante la scelta ottima del combustibile;
- Cercare di migliorare la velocità di regressione del combustibile.

Per cercare di aumentare l'area di regressione si deve in primo luogo aumentare la lunghezza del grano, operazione che tuttavia genera problemi di stabilità del volo. Una soluzione alternativa (figura 2.7a) prevede di adottare grani di combustione multifori in modo da avere più di un *port area* nel grano. Dal punto di vista volumetrico quest'architettura lascia molti residui a fine combustione. Generalmente, si preferisce usare geometrie di grano in grado di sfruttare al meglio il volume (soluzione mostrata in figura 2.7b) l'inconveniente di queste ultime soluzioni è l'assottigliamento delle pareti durante la combustione al punto che potrebbero collassare; i detriti potrebbero ostruire l'uscita dell'ugello e questo porterebbe ad un possibile evento catastrofico. Detto ciò, l'utilizzo di un grano multiforo è indispensabile per ottenere una buon'efficienza del complesso meccanismo di combustione degli HRE. La scelta del numero di fori definisce un problema di ottimizzazione del motore che deve tener conto del livello di spinta desiderato, di un accettabile rapporto di miscela durante la combustione, della lunghezza del motore, dei vincoli di diametro e del flusso di ossidante desiderato. Un problema del grano multifloro riguarda la quantità di combustibile che può essere caricata in un determinato volume, ciò comporta un aumento del diametro del veicolo per una data massa totale di combustibile. Inoltre, il grano potrebbe dover essere prodotto in segmenti ed ognuno di essi dovrebbe essere supportato strutturalmente aggiungendo peso e complessità al sistema. Oltretutto, far bruciare ogni foro alla stessa velocità diventa molto complesso, e se un foro bruciasse un po' più velocemente di un altro per via di un'apertura sul grano, l'ossidante tenderebbe a seguire il percorso con minor resistenza portando ad un'ulteriore disparità nella variazione del flusso di ossidante da un foro all'altro. In aggiunta piccole differenze di pressione da un foro all'altro può causare fratture nel grano e perdite di frammenti di combustibile. Oltre al possibile danneggiamento dell'ugello questo determina una variazione del rapporto di miscela e quindi dell'impulso specifico e della velocità di erosione della gola dell'ugello.

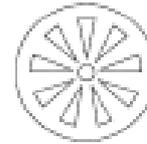
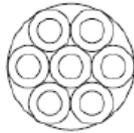


Figura 2.7(a): Grano multiforo con aree di combustione circolari. Figura 2.7(b): Grano multiforo con aree di combustione triangolari

Risulta perciò evidente la necessità di arrestare la combustione prima che le pareti del grano diventino troppo sottili. Una strada alternativa è quella di controllare la portata di ossidante, cosa che non accade negli endoreattori a propellenti solidi. Infatti, il contributo di portata persa a causa delle velocità di regressione può essere recuperato aumentando la portata di ossidante. Ovviamente non ci si può allontanare troppo dal valore di mixture ratio ottimale altrimenti i consumi diventerebbero eccessivi, per cui la migliore strada è quella di utilizzare una combinazione di propellenti adatta alla missione da intraprendere, come discusso nelle sezioni precedenti. Un ulteriore problema, riguardante il rendimento di combustione, sta nella non uniformità di combustione. Nelle zone limitrofe alla gola dell'ugello, dove lo strato limite è molto sviluppato, il combustibile brucia con velocità inferiore a causa della distanza dalla fiamma. Un metodo che consente di mitigare quest'effetto è inserire una camera di ricircolo (*mixing chamber*) a valle del grano (e della camera di combustione) che aumenti lo scambio termico.

Negli ultimi decenni, sono stati eseguiti tentativi di incrementare il tasso di regressione coinvolgendo alcuni metodi per aumentare la velocità di trasmissione del calore in corrispondenza della superficie del grano. Ciò può essere fatto, ad esempio, aumentando i livelli di turbolenza nella *port area* oppure aggiungendo rugosità sulla superficie del combustibile. La velocità di regressione è influenzata dal flusso termico proveniente dalla fiamma nello strato limite. Questo flusso viene ostacolato dal combustibile, che passando allo stato gassoso viene trasportato verso la fiamma. Più il flusso di calore è elevato più il solido si oppone al flusso in quanto aumenta l'evaporazione del combustibile. Questo causa il cosiddetto effetto *blocking effect* che tende a ridurre il gradiente di temperatura sulla superficie del combustibile, portando ad una riduzione del livello di scambio di calore che può essere effettivamente ottenuto.

Al fine di migliorare la velocità di regressione sono state introdotte delle soluzioni che coinvolgono il propellente in maniera diretta e sfruttano alcuni fenomeni fisici. Ad esempio, se come combustibile viene utilizzata una cera/paraffina, come nell'endoreattore in esame, durante la combustione si forma uno strato liquido molto sottile, a bassa viscosità e bassa tensione superficiale sulla superficie del grano. Il flusso ossidante lambendo la superficie di cera liquida crea delle instabilità dette *instabilità di Kelvin-Helmoltz*. Questo fenomeno è un tipo di instabilità fluidodinamica che si presenta quando due fluidi sono in moto relativo l'uno rispetto all'altro, ovvero per l'effetto di taglio del flusso di gas ossidante nella *port area* che determina il sollevamento ed il trascinarsi di goccioline nella corrente di gas, aumentando notevolmente la velocità di trasferimento di massa complessiva del combustibile. Se l'interfaccia che separa le due regioni subisce una piccola perturbazione, le particelle di fluido che erano inizialmente a riposo vengono trasportate in una regione a velocità finita e viceversa, particelle all'interno del flusso vanno nella regione a velocità nulla, in corrispondenza della superficie su cui si stabilisce lo strato limite. Questo continuo moto crea delle instabilità: l'ampiezza della perturbazione diventa sempre più ampia, le particelle delle due diverse regioni si mescolano tra loro, formando dei vortici e facendo perdere definitivamente la configurazione che era presente all'inizio. La portata che si

solleva è atomizzata pertanto è come se la superficie del grano fosse un iniettore di combustibile. In questo modo la portata di combustibile, essendo costituita da particelle liquide non si oppone al flusso di calore proveniente dalla fiamma per cui non si verifica il *blocking effect* e la velocità di regressione aumenta (figura 2.8). Questo meccanismo è analogo all'azione di un sistema di iniezione a spruzzo continuo distribuito lungo la superficie del grano con la maggior parte della vaporizzazione del combustibile che si verifica intorno alle gocce della nube convettiva tra lo strato fuso e il fronte di fiamma. Poiché il trascinarsi delle gocce non è limitato dallo scambio di calore diffusivo dalla zona di combustione al combustibile, questo meccanismo può portare a tassi di regressione molto più elevati di quelli che si possono ottenere con i combustibili polimerici convenzionali, basati unicamente sull'evaporazione anche di 5 o 6 volte.

Un'ulteriore soluzione per migliorare le caratteristiche del propellente, allo scopo di ottenere una velocità di regressione maggiore, è l'aggiunta di particelle metalliche (come l'alluminio) in un combustibile solido a base polimerica. Mediante questa soluzione oltre alla velocità di regressione del grano aumenta l'impulso specifico nonostante le perdite per flusso multifase (considerate se si adotta un modello reale di endoreattore). I metalli principalmente interessati a questa configurazione sono l'alluminio, il boro e il litio per via della loro facilità di accensione, l'alta reattività e l'elevato potere calorifero.

Inoltre, agendo sui propellenti, un miglioramento del rateo di regressione può essere ottenuto mediante la sostituzione del legante, solitamente inerte, utilizzato per i grani negli HREs, con un polimero o un plasticizzante ad alto contenuto energetico che permetta di incrementare la quantità di energia totale della combinazione combustibile/ossidante usata e, di conseguenza, il rateo di regressione. In realtà, l'utilizzo di polimeri energetici come leganti può compromettere la sicurezza degli endoreattori a propellenti ibridi che rappresenta uno dei vantaggi principali di questi motori.

Infine, l'utilizzo di iniettori a vortice garantisce la riduzione sia dello spessore che della crescita dello strato limite.

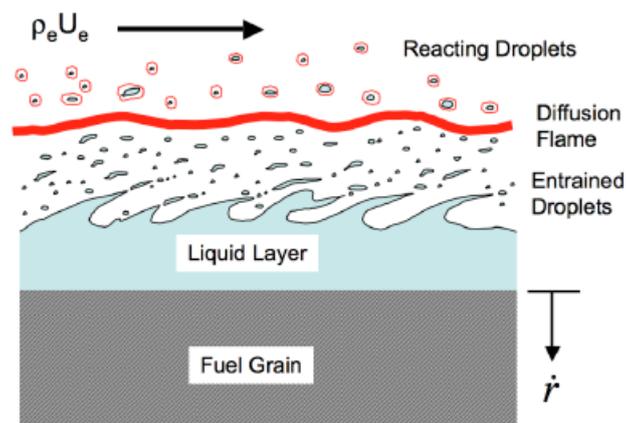


Figura 2.8: Rappresentazione schematica della combustione di propellenti solidi come cere/paraffine

3. Metodologie di design

Nel precedente capitolo sono stati trattati gli endoreattori a propellenti ibridi, evidenziando le loro potenzialità e le loro problematiche. Quest'elaborato tratterà un endoreattore a propellenti ibridi per la messa in orbita di piccoli satelliti che fornisce un'alternativa competitiva con gli endoreattori a propellenti liquidi attualmente in uso. Alcuni esempi di questi *nano-lanciatori* simili a quello trattato nel elaborato sono: il sistema ALTAIR (*Air Launch space Transportation using an Automated aircraft and an Innovative Rocket*), un lanciatore semi riutilizzabile con lancio in quota, i cui obiettivi si concentrano su un lancio a basso costo per mettere in orbita eliosincrona piccoli satelliti (peso inferiore ai 150kg); un altro esempio di lanciatore è chiamato SMILE (SMall Innovative Launcher for Europe) che effettua un lancio da terra come il caso trattato nell'elaborato; infine, nel 2020 una startup europea chiamata *HyImpulse* ha coronato il suo sforzo nello sviluppo di un endoreattore a propulsione ibrida con il successo del test di un motore di 75kN, che può essere usato sia come razzi sonda che come un lanciatore per piccoli satelliti a tre stadi (il primo lancio è previsto per il 2022). Il budget ed il tempo richiesti per lo sviluppo di un endoreattore a propellenti ibridi possono essere ridotti se viene effettuata una corretta progettazione concettuale. L'ottimizzazione della progettazione multidisciplinare può essere utilizzata per migliorare le prestazioni. Come già detto più volte in precedenza, le prestazioni di un endoreattore a propellenti ibridi sono strettamente legate alla missione da svolgere e risulta quindi necessaria un'ottimizzazione accoppiata del sistema di propulsione e della traiettoria. L'analisi di questo elaborato sarà finalizzata al design di un HRE a tre stadi, pensato per una partenza da terra e portare all'orbita desiderata il carico utile mediante quattro accensioni. La combinazione di propellente prevede l'uso di ossigeno liquido criogenico (LOX) e un solido a base di paraffina come combustibile i cui effetti benevoli sulla velocità di regressione sono stati descritti nel capitolo precedente. Per quanto riguarda il sistema d'alimentazione è stato scelto di utilizzare una turbopompa ad azionamento elettrico, a causa delle notevoli prestazioni. Nel sistema di alimentazione proposto, l'energia elettrica è immagazzinata in una batteria, in analogia alle soluzioni già applicate in piccola scala per gli endoreattori a propellenti ibridi a bipropellenti. L'uso di componenti elettrici per l'immagazzinamento e la generazione di potenza è molto importante negli ibridi a causa delle difficoltà legate alla generazione di un fluido lavoro adeguato ad alimentare una turbina, in quanto solo l'ossidante è in fase liquida. Inoltre, si ricorda che nella precedente sezione sono state richiamate le principali problematiche che influenzano in maniera diretta la scelta di un opportuno metodo di progettazione degli endoreattori a propellenti ibridi.

Avendo fissato le necessità e gli obiettivi dell'endoreattore, al fine di scegliere correttamente la tecnica di progettazione più adatta per il loro raggiungimento è opportuno introdurre e le metodologie di design principalmente diffuse in ambito aerospaziale. Le procedure di progettazione in ambito aerospaziale possono essere suddivise in *deterministiche* e *non deterministiche*.

Il design deterministico prevede l'utilizzo di modelli matematici in cui le variabili di input assumo valori fissi. Non vengono quindi considerate le incertezze associate alle condizioni iniziali. Tuttavia, nell'ambito delle strutture il modo tradizionale di introdurre le incertezze è utilizzare dei valori conservativi delle quantità incerte o fattori di sicurezza (come è stato considerare il modello *Frozen equilibrio* o l'introduzione del fattore di sicurezza di 0.98 nel coefficiente di spinta). Inoltre, è necessario ed importante applicare metodi di ottimizzazione del design nel processo di progettazione dei veicoli aerospaziale, al fine di migliorare il livello di progettazione e l'efficienza,

perciò, in generale si parla di *design deterministico ottimale*. In questa procedura i parametri di input sono considerati valori deterministici per semplificare il processo di modellazione. Tuttavia, ciò potrebbe essere incoerente con la realtà oggettiva. Questo tipo di modello presuppone una sorta di semplificazione della realtà e le conclusioni a cui arrivano possono poi essere estese a casi probabilistici.

Il design non deterministico prevede l'utilizzo di modelli matematici che considerano le variazioni, casuali e non causali, delle variabili di input. In generale, questi modelli hanno una struttura molto più complessa di quelli del design deterministico ma sono più affidabili in quanto tengono conto delle incertezze sulle variabili. Per questo motivo forniscono risultati più aderenti alla realtà. Anche in questo caso è necessario utilizzare opportunamente metodi di ottimizzazione del design nel processo di progettazione. Le due principali classi di design non deterministico sono il *robust design* e il *reliability-based design*.

Anche se risulta evidente come la tecnica di ottimizzazione, che integra le incertezze nel processo di progettazione del veicolo, permetta di ottenere risultati più coerenti con la realtà. In questo elaborato è stata eseguita un'ottimizzazione seguendo un approccio deterministico, trascurando quindi le incertezze delle variabili di progetto, in modo di eseguire un'analisi più adatta al tipo di studio condotto. Detto ciò, nei seguenti paragrafi verrà definito il modello matematico che permette di eseguire le simulazioni numeriche necessarie per poter applicare il metodo deterministico.

3.1 Modello matematico

Per poter affrontare il processo di ottimizzazione dell'endoreattore in esame è necessario analizzare il modello matematico sul quale si basa il funzionamento dell'endoreattore in esame. L'endoreattore in esame già detto nelle sezioni precedenti, per analizzare un endoreattore a propellenti ibridi si deve lavorare su:

- Geometria del grano;
- Combinazione di propellenti;
- Sistema di alimentazione;
- Tipologia di iniettori;
- La tipologia di ugello.

3.1.1 Geometria del grano e scelta del propellente.

Lo studio della geometria del grano solido negli endoreattori a propellenti ibridi è fondamentale per il raggiungimento di buone prestazioni. La combinazione di propellenti scelta per la progettazione dell'endoreattore ibrido in esame è tra ossigeno liquido criogenico (LOX) e una cera/paraffina. L'ossigeno liquido, essendo criogenico, deve essere conservato in opportuni serbatoi ed iniettato nella camera di combustione durante il funzionamento del motore. La paraffina è conservata (in fase solida) in un grano cilindrico nella camera di combustione. Un carburante a base di paraffina come la cera, causa un'instabilità di uno strato di liquido come spiegato nella sezione precedente (scrivi meglio). Questo meccanismo incrementa fortemente il flusso di massa trasferito verso la zona di fiamma all'interno dello strato limite, dove avviene la combustione, attraverso un

meccanismo di miscelazione diffusiva di ossidante e combustibili provenienti dal grano. Per questa ragione il tasso di regressione del grano è relativamente alto e per cui si è deciso di adottare per il combustibile una geometria cilindrica con un singolo foro [figura 3.1]. Mentre per ottenere un elevato rateo di regressione del grano, in combustibili classici, richiederebbero un design multi-porta per evitare un eccessivo rapporto lunghezza su diametro L/D , la geometria del grano circolare è definita dal raggio esterno dello stesso R_g , dal *web thickness* w e dalla lunghezza del grano L_b .



Figura 3.1: Modello semplificato del grano adottato nell'endoreattore oggetto di studio.

Il raggio interno iniziale della camera di combustione, cioè il *port radius* prima dell'iniezione risulta essere:

$$R_i = R_g - w \quad (3.1)$$

Per ogni data distanza di combustione r ($0 < r < w$) il perimetro di combustione P e la *port area* A_p possono essere valutate come segue:

$$P = 2\pi \cdot (R_i + r) \quad ; \quad A_p = \pi \cdot (R_i + r)^2 \quad (3.2)$$

Nella condizione iniziale $r = 0$. Inoltre, come già esposto in precedenza, si considera un rateo di regressione uniforme lungo l'asse del grano (l'asse della *ports*) il cui valore è determinato dalla portata in massa di ossidante e dalla geometria del grano come segue:

$$\dot{r} = \frac{dR}{dt} = aG_{ox}^n = a \cdot \left(\frac{\dot{m}_o}{A_p} \right)^n \propto \dot{m}_o R^{-2n} \quad (3.3)$$

Dove: $a = 9.1 \cdot 10^{-5} m^{2n+1} s^{n-1} kg^{-n}$, con $n = 0.69$ considerando le unità di misura del sistema internazionale. (quindi come detto in precedenza se $n > 0.5$...).

Infine, in questo lavoro viene trascurato il contributo al processo di combustione complessivo delle estremità laterali del grano è trascurato.

3.1.2 Modello balistico

La balistica interna studia le caratteristiche di combustione dei grani di propellente solido e l'influenza della geometria del grano sulla combustione. Per cui, dopo aver definito le combinazioni di propellenti e la geometria del grano, si può esprimere il modello balistico, considerando assenti i fenomeni di pirolisi delle estremità laterali del grano.

Una relazione approssimata che lega la pressione subito a monte della camera di combustione p_1 e la pressione totale nella stessa viene usata per tenere in conto delle perdite di pressione nella camera di combustione:

$$p_1 = \left[1 + 0.2 \cdot \left(\frac{A_{th}}{A_p} \right)^2 \right] \cdot p_c \quad (3.4)$$

Dove: A_{th} è l'area di gola dell'ugello, A_p è la *port area*.

L'ossidante liquido conservato all'interno di un serbatoio passa attraverso il sistema di alimentazione di alimentazione alla pressione p_{fs} ma a causa della resistenza idraulica Z dei condotti, deve far fronte alla caduta di pressione che si ha nei condotti e raggiungere la camera di combustione con una pressione p_1 . Perciò, il flusso in massa di ossidante \dot{m}_o , è valutato tramite l'equazione [3.5] assumendo un flusso turbolento incompressibile in cui la resistenza idraulica Z sia costante durante il funzionamento del motore è ottenuta nel seguente modo:

$$\dot{m}_o = \sqrt{(p_{fs} - p_1)/Z} \quad (3.5)$$

Inoltre, rielaborando l'equazione [2.7] della portata in massa di combustibile \dot{m}_f e di conseguenza l'equazione [2.8] del rapporto di miscela si ottiene:

$$\dot{m}_f = \rho_f \cdot A_b \cdot \dot{r} \propto \dot{m}_o^n \cdot R^{1-2n} \quad (3.6)$$

$$MR = \frac{\dot{m}_o}{\dot{m}_f} \propto \dot{m}_o^{1-n} \cdot R^{2n-1} \quad (3.7)$$

Infine, assumendo un'espansione isoentropica nell'ugello, si calcola la pressione in camera di combustione p_c in funzione della portata di ossidante \dot{m}_o nel seguente modo:

$$p_c = \frac{(\dot{m}_o + \dot{m}_f) \cdot c^*}{A_t} \quad (3.8)$$

Tuttavia, per valutare le prestazioni del propellente, durante il funzionamento del motore, in funzione del rapporto di miscela MR la pressione in camera di combustione viene considerata costante e pari a $10bar$. Quest'assunzione è valida in quanto, nonostante l'ampio range di variazione della pressione in camera di combustione durante il funzionamento dei motori, l'errore commesso è piccolo per il range di pressione della camera e il rapporto di miscela utilizzato nella propulsione ibrida.

3.1.3 Sistema di alimentazione

Come precedentemente introdotto, per l'endoreattore in esame è stato considerato un sistema di alimentazione a turbopompe elettrico in cui un motore elettrico aziona la pompa che movimentata l'ossidante e lo conduce nella camera di combustione. Nello studio viene ipotizzato che il sistema di alimentazione lavori ad un livello di potenza costante, determinato dall'equazione [3.9], sostituendo il valore iniziale della pressione della pompa di scarico $p_{fs} = (p_d)_i$ e la portata di ossidante $\dot{m}_o = (\dot{m}_o)_i$:

$$P_e = \frac{\dot{m}_o \cdot (p_{fs} - p_t)}{\rho_{ox} \cdot \eta_{ep}} \quad (3.9)$$

Dove: ρ_{ox} è la densità dell'ossidante e η_{ep} l'efficienza complessiva, considerata pari a 0.53, tiene conto delle perdite presenti nel processo di conversione dell'energia elettrica. Infine, la pressione

nei serbatoi p_t è considerata costante e pari ad $1bar$ durante il funzionamento del motore, trascurando la quantità di gas pressurizzante necessaria per mantenere tale pressione nei serbatoi. Poiché $P_e = cost$ l'equazione [3.9] può essere utilizzata per conoscere la pressione di alimentazione $p_{fs} = p_d(t)$ al generico istante t come funzione della portata di ossidante \dot{m}_o .

In via del sistema di alimentazione utilizzato, il valore iniziale dell'*ullage volume* $(V_g)_i$ (volume vuoto, non occupato dal propellente) non è un parametro di progetto, ma viene assunto pari al 3% del volume dell'ossidante nel serbatoio, valore sufficiente a garantire una risposta adeguata nel flusso all'accensione del motore. Da studi precedente, si è visto che il sistema di alimentazione con turbopompe elettriche è fondamentale per ottenere un livello soddisfacente di prestazioni nei lanci da terra per il lanciatore ibrido oggetto d'esame.

3.1.4 Stima delle masse

La massa *dry* del sistema di propulsione è costituita dalla massa della camera di combustione, dell'ugello, dei serbatoi (e relativo gas), dell'involucro del razzo, della massa del motore elettrico e della pompa.

$$m_{dry} = m_{cc} + m_{ug} + m_{tank} + m_{gas} + m_{case} + m_b + m_{ep} \quad (3.10)$$

Questi sono stimati per mezzo delle seguenti ed opportune assunzioni e approssimazioni:

- La camera di combustione ha un *liner* isolante di $6mm$ (con densità analoga a quella del combustibile solido) e una parete cilindrica in lega di alluminio;
- Il serbatoio dell'ossidante è realizzato in alluminio ed è di forma cilindrica, il suo diametro è stato scelto in modo da avere un rapporto $L/D = 10$;
- Gli spessori delle pareti del serbatoio dell'ossidante e della camera di combustione sono determinati per resistere alla pressione interna, assumendo un fattore di sicurezza pari a 1.25;
- Le valvole del serbatoio dell'ossidante e le masse dell'impianto idraulico sono considerate nella massa dell'adattatore;
- Ogni HRE è incapsulato in un involucro cilindrico spesso $1mm$.
- L'ugello è del tipo *convergente divergente* in cui la prima parte è un convergente a 45° e la seconda un divergente a 20° (angolo di semi-apertura) con uno strato ablativo di silice fenolica.
- Per stimare il peso dell'ugello viene assunto uno spessore uniforme pari alla metà del valore dello spessore della gola;
- La massa strutturale dell'ugello è molto minore della massa di strato ablativo; per questo motivo viene trascurata.

Per cui:

$$m_{cc} = \pi \cdot L_{cc} \left(R_{cc}^2 - (R_g)_f^2 \right) \cdot \rho_{fuel} + 2 \cdot R_{cc} \cdot s_{lin} \cdot \rho_{al} \quad (3.11)$$

$$m_{tank} = 2 \cdot \pi \cdot \rho_{al} \cdot R_{tank} \cdot (L_{tank} + 2R_{tank}) \cdot s_{tank} \quad (3.12)$$

$$m_{ug} = \pi \rho_{abl} s_{abl} \cdot \left((R_{cc} + R_{th}) \cdot \frac{R_{cc} - R_{th}}{\sin(45^\circ)} + ((R_{ug})_e + R_{th}) \cdot \frac{(R_{ug})_e - R_{th}}{\sin(20^\circ)} \right) \quad (3.13)$$

$$m_{case} = 2\pi(R_{tank} + s_{tank}) \cdot s_{case} \cdot L_{tot} \quad (3.14)$$

Infine, la massa del gas è stata ottenuta dalla relazione dei gas perfetti, per cui:

$$m_{gas} = \frac{p_t \cdot (V_g)_i}{\rho_{ox} \cdot R \cdot T_g} \quad (3.15)$$

Queste masse devono essere moltiplicate per il numero di motori presenti in ogni stadio.

Le masse del motore elettrico, della pompa e delle batterie sono state calcolando utilizzando i valori specifici forniti dalla letteratura esistente. L'equazione [3.16] fornisce la massa del motore elettrico e della pompa:

$$m_{ep} = \frac{P_{e,max}}{\delta_{ep}} \quad (3.16)$$

Dove: $P_{e,max} = P_e = cost$ è la massima potenza elettrica richiesta; $\delta_{ep} = 3.92 kW/kg$ è il potere specifico assunto per il sistema motore elettrico e pompe.

Per calcolare la massa delle batterie si devono considerare due restringenti requisiti: il primo riguarda la massima potenza elettrica necessaria $P_{e,max} = P_e = cost$; il secondo è relativo all'energia elettrica totale richiesta $E_{e,tot} = P_{e,max} \cdot t_{burn}$ per l'assunzione di potenza costante. Quindi la massa della batteria può essere calcolata mediante l'equazione [3.17] utilizzando una potenza specifica $\delta_{bp} = 6.95 kW/kg$, un'energia specifica $\delta_{be} = 198.5 Wh/kg$ e un fattore di sicurezza pari a 1.2.

$$m_b = 1.2 \max \left(\frac{P_{e,max}}{\delta_{bp}}, \frac{E_{e,tot}}{\delta_{be}} \right) \quad (3.17)$$

Si può osservare come la massa della batteria, vincolata alla potenza, è nota prima dell'integrazione della traiettoria in quanto, noto il livello di potenza dall'equazione [3.9]. Al contrario, la massa della batteria, vincolata all'energia, è funzione del tempo di combustione del motore t_{burn} che non è determinato fino all'ottimizzazione della traiettoria. Tuttavia, si può definire un tempo di combustione caratteristico $t^* = \delta_{be}/\delta_{bp} = 103s$; rappresenta la condizione di corrispondenza simultanea di entrambi i vincoli e:

- Se $t_{burn} < t_{burn}^*$ (combustione corta) la massa della batteria è data dal vincolo di potenza e non sono quindi necessari calcoli ulteriori dopo l'ottimizzazione della traiettoria;
- Se $t_{burn} > t_{burn}^*$ (combustione lunga), il vincolo dell'energia è vincolante e la massa della batteria deve essere controllata "a posteriori" al fine di prendere in considerazione il surplus di energia richiesto dalla durata delle combustioni aggiuntive.

3.1.5 Altri componenti

Tra gli altri componenti che influiscono sulle prestazioni dell'endoreattore vi sono gli iniettori. Le principali funzioni degli iniettori sono regolare e introdurre il flusso di ossidante nella camera di combustione, atomizzare e far in modo che fin da subito inizi la miscelazione tra ossidante e combustibile. Nell'endoreattore di riferimento vengono considerati degli iniettori del tipo *head-end*. Infine, viene analizzato l'ugello, luogo dove tramite un'espansione ipotizzata isoentropica, l'energia termica dei gas combusti viene convertita in energia cinetica generando la spinta. inoltre, come già discusso, durante l'espansione dei gas combusti viene considerato un'evoluzione che segue il comportamento del *frozen equilibrium* (non c'è variazione della composizione del gas). l'Ugello preso in considerazione nell'elaborato è del tipo *convergente divergente* con un'inclinazione delle parti prima e dopo la sezione gola rispettivamente di 45° e 20° ed è rivestito di un materiale ablativo di silice fenolica.

3.2 Design deterministico

Secondo il modello balistico definito, la progettazione dell'endoreattore a propellenti ibridi passa attraverso la definizione di quattro parametri: la spinta F , il rapporto di miscela iniziale MR , il rapporto di espansione dell'ugello ε e la pressione iniziale fornita dal sistema di alimentazione p_{fs} . Dato il sistema di alimentazione utilizzato per l'endoreattore in esame il valore di pressione della camera di combustione al momento dell'iniezione è dato:

$$(p_c)_i = 0.4 \cdot (p_{fs})_i \quad (3.18)$$

Il rapporto tra la pressione fornita dal sistema di alimentazione e la pressione iniziale in camera di combustione varia durante il funzionamento del motore, ma il valore proposto generalmente è in grado di garantire un rapporto tra le due pressioni $p_{fs}/p_c \geq 2.5$ per l'intera durata della combustione del motore e quindi, evitare l'accoppiamento tra motore e sistema di alimentazione. Inoltre, allo scopo di limitare le perdite di pressione e la non uniformità della velocità di regressione del grano, il valore iniziale del rapporto tra la *port area* e l'area di gola J è fissato a 0.5.

Per valutare il valore di c^* viene assunto un equilibrio *frozen* durante l'espansione nell'ugello che verrà successivamente corretto con un fattore $\eta_c^* = 0.96$. Il valore reale della velocità caratteristica c^* e del rapporto tra i calori specifici γ sono approssimati mediante una curva polinomiale di terzo grado, al variare del rapporto di miscela durante il funzionamento del motore.

Il coefficiente di spinta è stato valutato in funzione del rapporto di espansione dell'ugello ε e della pressione ambiente che è definita. Assumendo un'espansione unidimensionale isoentropica ed il rapporto tra i calori specifici γ dei gas prodotti costante, il coefficiente di spinta C_F viene rielaborato rispetto all'equazione [1.12] fornita nel capitolo 1, con l'aggiunta di un'efficienza pari 0.98 per correggere il coefficiente di spinta nel vuoto $C_{F_{vac}}$ allo solo di ottenere un valore di tale indice più vicino a quello reale:

$$C_F = 0.98 \cdot \left\{ \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \left(\frac{2}{\gamma-1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right] + \varepsilon \frac{p_e}{p_c}} \right\} - \varepsilon \frac{p_0}{p_c} \quad (3.19)$$

In cui il primo addendo di quest'equazione (tra le parentesi graffe) rappresenta il coefficiente di spinta nel vuoto, corretto come già anticipato dall'efficienza di 0.98.

A questo punto, richiamando le equazioni scritte nel modello matematico, è possibile definire altre relazioni in cui sono coinvolte le grandezze dei quattro parametri che definiscono le prestazioni dell'endoreattore all'istante iniziale di accensione. Noti i parametri di progetto definiti in precedenza, la geometria iniziale del motore può essere definita. Il valore iniziale di c^* e di γ possono essere ottenute dal valore iniziale del rapporto di miscela $(MR)_i$ e dal rapporto di espansione dell'ugello. Questi permettono di trovare il rapporto tra p_e/p_c che a sua volta permette di valutare il coefficiente di spinta C_F , una volta che la pressione ambiente è nota.

Noto il coefficiente di spinta è possibile calcolare l'effettiva velocità di scarico dei gas esausti c richiamando l'equazione [1.15]:

$$c = c^* \cdot C_F$$

La portata in massa dei propellenti all'accensione è data dalla spinta iniziale F_i e dal rapporto di miscela iniziale $(MR)_i$:

$$(\dot{m}_p)_i = (1 + (MR)_i) \cdot (\dot{m}_f)_i = \frac{1 + (MR)_i}{(MR)_i} (\dot{m}_o)_i = \frac{F_i}{c_i^* \cdot (C_F)_i} \quad (3.20)$$

L'area di gola A_{th} dell'ugello viene calcolata dall'equazione [3.20]:

$$A_{th} = \frac{(\dot{m}_o + \dot{m}_f) \cdot c^*}{p_c} \quad (3.21)$$

Inoltre, in questo elaborato, l'erosione effettiva della gola viene trascurata al fine di considerare il rapporto di espansione dell'ugello costante durante il funzionamento del motore. Noto il valore dell'area di gola, il valore iniziale della *port area* e del suo raggio sono ricavati a partire dalla seguente equazione:

$$(A_p)_i = \frac{A_{th}}{J} = \pi R_i^2 \quad (3.22)$$

Per stimare l'area iniziale di regressione (termine usato per differenziarla dall'area di combustione degli SRM per via del differente processo di combustione) viene richiamata l'equazione [2.7] per cui:

$$\dot{m}_f = \rho_f \cdot A_b \cdot \dot{r} \rightarrow A_b = \frac{\dot{m}_f}{\rho_f \cdot \dot{r}} \quad (3.23)$$

E l'equazione [3.24] permette di ottenere la lunghezza del grano:

$$L_b = \frac{(A_b)_i}{2\pi R_i} \quad (3.24)$$

In questo modo viene completamente definita la geometria iniziale del grano.

Le equazioni [3.3-3.9] sono numericamente risolvibili in modo da ottenere il valore del rateo di regressione, della massa di propellente, della portata di propellente durante il funzionamento del motore, della pressione di scarico delle pompe p_d , della pressione in camera di combustione p_c e della pressione subito a valle del sistema di iniezione (a monte della camera di combustione) p_1 . Il valore del rapporto di miscela viene calcolato come il rapporto tra la portata di ossidante e quella di

combustibile e permette di ricavare il valore effettivo di c^* . Il livello di spinta può essere calcolato come:

$$F = p_c A_{th} C_F \quad (3.25)$$

In cui il coefficiente di spinta viene valutato in base alla quota in modo da integrare le equazioni della traiettoria. Al *bornout* dei motori, lo spessore del grano di combustibile w e il raggio esterno $R_f = R_i + w$ sono noti e quindi è nota la massa totale di propellente esaurita.

Al fine di calcolare correttamente le masse del sistema di propulsione in riferimento a quanto fatto nella sezione [3.1.3] è stata eseguita una stima delle masse strutturali dell'endoreattore.

Il calcolo di queste grandezze è garantito da un codice sviluppato al politecnico di Torino in cui è implementata una procedura numerica che permette di ottenere le condizioni di funzionamento dell'endoreattore ibrido in ogni istante, seguendo il modello matematico esposto. Inoltre, come anticipato, è fondamentale l'applicazione di opportuni metodi di ottimizzazione del design nel processo di progettazione, al fine di migliorare il livello di progetto e l'efficienza, soprattutto nel caso degli HREs a causa della variabilità delle performance durante il funzionamento.

4. Processo di ottimizzazione

In particolare, il *design deterministico ottimale* può essere ottenuto mediante una procedura di ottimizzazione diretta-indiretta (un accoppiamento tra l'ottimizzazione diretta e quella indiretta) innestata nel codice di calcolo. Quest'accoppiamento scaturisce dallo stretto legame tra la propulsione e la missione da realizzare specialmente negli HREs i quali, come ampiamente discusso, presentano un profilo di spinta variabile durante il funzionamento del motore. L'ottimizzazione del sistema propulsivo punta alla definizione delle variabili di progetto che garantiscono la realizzazione dei requisiti di missione e massimizzano un determinato indice di performance che nel caso in esame è il *payload*. Inoltre, la spinta influenza la traiettoria e le relative perdite di velocità (e quindi varia il Δv). Dunque, l'analisi dell'endoreattore ibrido in esame non può essere indipendente dall'ottimizzazione della traiettoria di ascesa del lanciatore perché soltanto l'accoppiamento tra i parametri di progetto e la traiettoria permette di evidenziare i reali vantaggi dell'utilizzo di un HRE. Questa procedura di ottimizzazione *diretta-indiretta* è stata sviluppata al politecnico di Torino al fine di ottenere simultaneamente l'ottimizzazione del progetto e della traiettoria per la tipologia di endoreattore ibrido considerato. In particolare, l'ottimizzazione del design dell'endoreattore ibrido è basata su un metodo diretto perché, dopo aver effettuato le scelte preliminari di progetto, discusse in precedenza, il design coinvolge un set di variabili limitato che non permette di ottenere delle relazioni esplicite a causa della variabilità delle performance del motore durante il funzionamento, perciò è evidente che le quantità, precedentemente espresse, per essere ottenute richiedono una procedura iterativa. Invece, dopo aver definito il design del motore, l'ottimizzazione della traiettoria è basata su una procedura indiretta perché tale problema necessita di controlli continui: per ogni set di variabili di design del motore, tale procedura individua la traiettoria che ottimizza l'indice di performance considerato. Quindi, per riassumere, viene utilizzata una procedura in cui vengono accoppiati un metodo indiretto per ottimizzare la traiettoria per ogni set di parametri iniziali, i quali sono ottimizzati mediante un metodo diretto.

4.1 Metodo diretto

Il metodo diretto deve trovare l'insieme dei parametri di progetto che massimizza la massa del carico utile, mentre soddisfa i vincoli che sono stati imposti sui parametri operativi o geometrici del sistema. I parametri di progetto sono raccolti nel vettore \mathbf{x} e i vincoli sono posti nella forma $\chi(\mathbf{x}) = 0$. Un vettore di condizioni al contorno \mathbf{k} è associato alle equazioni di vincolo e viene introdotto l'indice di prestazione modificato ϕ :

$$\phi = m_u + \mathbf{k}^T \chi \quad (4.1)$$

Quando i vincoli vengono soddisfatti l'indice di prestazione modificato coincide con la massa del carico utile. Si ottiene un singolo sistema algebrico ottenuto imponendo simultaneamente le equazioni di vincolo e annullando le derivate parziali di ϕ calcolate numericamente rispetto i parametri di progetto. Vengono assunti dei valori provvisori per i parametri di progetto e le condizioni al contorno. Questi vengono progressivamente corretti per soddisfare le equazioni per mezzo di una procedura basata sul metodo di Newton. La perturbazione dei parametri di progetto permette di valutare numericamente le derivate dell'indice prestazionale ed una procedura basata sul metodo di Newton viene utilizzata per determinare l'insieme dei parametri di progetto che annullano simultaneamente le derivate dell'indice.

4.2 Metodo indiretto per l'ottimizzazione della traiettoria

Il problema di ottimizzazione consiste nel ricercare la legge che rende massimo o minimo un particolare indice prestazionale. Vista la grande influenza che i consumi di propellenti hanno sui costi di un lancio, diventa fondamentale minimizzare la massa di propellente necessaria alla manovra, equivalentemente massimizzare la massa finale del carico utile. Il problema di ottimo si traduce quindi nella ricerca della strategia che permette di realizzare il lancio rendendo massima la massa del carico utile al termine della manovra. Dato un set di parametri di progetto ottimizzati, le condizioni di funzionamento del motore durante il funzionamento del motore possono essere determinate come descritto nelle precedenti sezioni. Fissato il design dell'endoreattore, come anticipato, si procede con l'integrazione delle equazioni della traiettoria e con l'applicazione del metodo indiretto di ottimizzazione della traiettoria e dell'indice di performance della missione. Prima di una breve definizione della missione e del calcolo della traiettoria verrà definito il metodo di ottimizzazione indiretta, basata sulla teoria del controllo ottimale, per ottenere la traiettoria ottima che permette di massimizzare il *payload* dato un set di parametri iniziali forniti, come spiegato nella sezione successiva dal metodo diretto.

4.2.2 Teoria del controllo ottimale

La procedura indiretta di ottimizzazione della traiettoria è basata sulla teoria del controllo ottimale che prevede l'utilizzo di variabili aggiuntive. La procedura del controllo ottimale prevede che ad ogni equazione venga associata una variabile aggiuntiva.

La teoria del controllo ottimale fornisce le equazioni di Eulero Lagrange per le variabili aggiuntive, le equazioni algebriche per la determinazione delle variabili di controllo e le condizioni al contorno da soddisfare per una traiettoria ottimale che determinano i tempi di accensione del motore; quindi, l'applicazione della teoria del controllo ottimale produce un problema con condizioni al contorno (BVP *boundary value problem*). Le condizioni al contorno vengono risolte mediante una procedura basata sul metodo di Newton che permette di determinare la durata di ogni singola fase della missione ed il valore delle variabili aggiuntive all'istante iniziale. Nella teoria del controllo ottimale, è conveniente suddividere la traiettoria in un numero n di sotto intervalli, all'interno di ciascuno dei quali le variabili sono continue. Il metodo di ottimizzazione permette di ottenere un'elevata precisione numerica ed un importante contenuto teorico e consentono di ottenere la soluzione ottimale con un numero limitato di parametri e tempi di calcolo relativamente brevi. I metodi indiretti sfruttano i principi di calcolo variazionale. Il calcolo variazionale si occupa della determinazione e dell'analisi dei valori massimi e minimi e dei corrispondenti punti di massimo e minimo di speciale applicazione dette *funzionali*.

Il calcolo variazionale consiste nella determinazione di una curva per cui: sono soddisfatte delle specifiche equazioni differenziali, condizioni al contorno ed è massima o minima una quantità J chiamata *funzionale*, che nella sua forma più generale può essere scritto come:

$$J = \varphi(x_{(j-1)_+}, x_{j-}, t_{(j-1)_+}, t_{j-}) + \sum_j \int_{t_{(j-1)_+}}^{t_{j-}} \phi(x(t), u(t), t) \cdot dt, \quad \text{con } j = 1, \dots, n \quad (4.2)$$

Si nota come il funzionale sia composto da due termini: la funzione φ che dipende dai valori assunti dalle variabili e dal tempo ai contorni (interni ed esterni); e l'integrale esteso a tutta la traiettoria

della funzione ϕ , che dipende dal tempo e dai valori assunti in ogni punto da variabili e controlli. Inoltre, il funzionale può essere definito secondo la formulazione di Mayer (se $\phi = 0$) e dipende dai valori delle variabili agli estremi della curva, oppure secondo la formulazione di Lagrange ($\phi = 0$) in cui è un integrale definito tra gli estremi di una curva.

La teoria del controllo ottimale viene applicata ad un generico sistema che viene descritto da un vettore di variabili di stato x . L'evoluzione di questo sistema tra gli istanti iniziali e quelli finali viene descritta mediante delle equazioni differenziale (funzioni di x), dal vettore dei controlli u e dalla variabile indipendente tempo t .

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u, t) \quad (4.3)$$

Vengono inoltre imposte condizioni al contorno che, in generale, sono di tipo misto. Tipicamente non lineari, tengono conto dei valori delle variabili di stato e della variabile indipendente dal tempo ai contorni esterni che a quelli interni. Queste condizioni vengono espresse come:

$$\chi(x(t_0), x(t_f), t_0, t_f) = 0 \quad (4.4)$$

Successivamente si procede con la suddivisione della traiettoria tra il punto iniziale e quello finale, in un determinato numero di sotto intervalli, chiamati archi. Il j -esimo arco inizia al tempo $t_{(j-1)+}$ e termina al tempo t_{j-} ; i valori che le variabili assumono ai suoi estremi sono: $x_{(j-1)+}$ e x_{j-} . I segni $+$ e $-$ indicano i valori assunti subito prima o subito dopo l'intervallo considerato, in questo modo è possibile tenere in conto di eventuali discontinuità che si applicano ai punti di giunzione tra i vari archi.

Per tenere conto delle equazioni differenziali e delle condizioni al contorno si introducono i moltiplicatori di Lagrange: le costanti μ , associate alle condizioni al contorno e le variabili λ (denominate anche variabili aggiuntive) che sono associate alle equazioni di stato. Il funzionale dopo l'introduzione dei moltiplicatori diventa:

$$J^* = \phi + \mu^T \chi + \sum_j \int_{t_{-(j-1)+}}^{t_{j-}} \lambda^T (f - \dot{x}) \cdot dt, \quad \text{con } j = 1, \dots, n \quad (4.5)$$

Il simbolo " $*$ " indica la derivata rispetto al tempo. Entrambi i funzionali J e J^* dipendono dal tempo, dalle variabili di stato x e dalle loro derivate \dot{x} e dai controlli u .

Se le condizioni al contorno e le equazioni di stato risultano soddisfatte i due funzionali, e i loro valori agli estremi, coincidono.

A questo punto si definisce l'Hamiltoniano del sistema:

$$H = \phi + \lambda^T f \quad (4.6)$$

E si integra J^* per parti per eliminare la dipendenza dalle derivate delle variabili e differenziando si ottiene la variazione prima del funzionale stesso δJ^* .

La condizione di ottimo si verifica quando il funzionale è stazionario e quindi quando si annulla la sua derivata prima per qualsiasi scelta di variazioni di x , u , $x_{(j-1)+}$, x_{j-} , $t_{(j-1)+}$, t_{j-} compatibile con le equazioni differenziali e le condizioni al contorno. L'introduzione delle variabili aggiuntive permette di annullare contemporaneamente il coefficiente di ciascuna delle variazioni δJ^* .

Annullando contemporaneamente i coefficienti di x e u all'interno dell'integrale per ogni punto della traiettoria si ottengono le equazioni differenziali di Eulero-Lagrange per le variabili aggiuntive:

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\left(\frac{\delta H}{\delta x}\right)^T \quad (4.7)$$

E le equazioni algebriche per i controlli:

$$\left(\frac{\delta H}{\delta u}\right)^T = 0 \quad (4.8)$$

Le quali condizioni al contorno di ottimo sono:

$$\left(H_{j_-} + \frac{\partial \varphi}{\partial x_{j_-}} + \mu^T \frac{\partial \chi}{\partial t_{j_-}}\right) \delta t_{j_-} = 0 \quad (4.9)$$

$$\left(H_{j_+} - \frac{\partial \varphi}{\partial x_{j_+}} - \mu^T \frac{\partial \chi}{\partial t_{j_+}}\right) \delta t_{j_+} = 0 \quad (4.10)$$

$$\left(\lambda_{j_-}^T - \frac{\partial \varphi}{\partial x_{j_-}} - \mu^T \frac{\partial \chi}{\partial x_{j_-}}\right) \delta x_{j_-} = 0 \quad (4.11)$$

$$\left(\lambda_{j_+}^T + \frac{\partial \varphi}{\partial x_{j_+}} + \mu^T \frac{\partial \chi}{\partial x_{j_+}}\right) \delta x_{j_+} = 0 \quad (4.12)$$

Dove: i pedici j_- e j_+ indicano i valori assunti rispettivamente subito prima e subito dopo il punto j . Le prime due equazioni non hanno significato alla fine della traiettoria ($j = n$) mentre le ultime due non hanno significato all'inizio ($j = 0$)

È interessante notare come le leggi di controllo (e le condizioni al contorno) siano fortemente indipendenti dal fatto di ricercare i massimi oppure i minimi del funzionale.

Inoltre, il controllo ottimo può essere effettuato anche sfruttando il *Principio di Massimo di Pontryagin*: *il controllo ottimale è quello che, tra tutti i controlli ammissibili, massimizza H per J da massimizzare.*

Particolare attenzione deve essere prestata se uno dei controlli è soggetto a un vincolo, cioè deve appartenere a un dato dominio di ammissibilità, ovvero ad un intervallo tra un valore minimo ed un valore massimo. In presenza di un tale vincolo, il valore ottimo del controllo in ogni punto della traiettoria è quello che, appartenendo al dominio di ammissibilità, rende massimo o minimo (in base a ciò che si cerca) l'Hamiltoniano in quel punto. Si hanno due possibilità:

- il valore ottenuto è nel dominio ammissibile ed è quindi quello ottimale;
- il valore ottenuto non è ammissibile: il controllo ottimale è quello minimo o massimo (in base al principio di Pontryagin).

Un caso particolare si ha se l'Hamiltoniana è lineare rispetto ad uno dei controlli soggetto a vincolo (come la spinta). In questo caso il valore ottimo sarà:

- il valore massimo se il coefficiente del controllo in H è positivo o il valore minimo se il coefficiente del controllo in H è negativo;
- un valore intermedio da determinarsi annullando le derivate del coefficiente rispetto al tempo nel caso il coefficiente sia nullo in un intervallo di tempo (arco temporale)

4.2.3 BVP

L'approccio indiretto solitamente trasforma il problema del controllo ottimale in un problema al contorno (*boundary value problem*) BVP che deve essere risolto numericamente. Il solutore BVP è quindi lo strumento indispensabile di qualsiasi metodo indiretto (il Politecnico di Torino ha concepito e prodotto il proprio solutore per affrontare questo tipo di problemi). L'efficienza e la capacità della procedura di ottimizzazione sono fortemente legate alle capacità del metodo numerico che risolve il BVP. Poiché la formulazione della teoria del controllo ottimale deve corrispondere alle caratteristiche del solutore, risulta opportuna una descrizione preliminare del metodo di risoluzione del problema al contorno BVP.

Il problema al contorno è sostanzialmente un miglioramento del solutore prodotto da Gasparo. Secondo il metodo di Newton, il codice (sviluppato da Gasparo) riduce il problema BVP in una successione di problemi di valori iniziali che sono risolvibili mediante un'integrazione di Adam con passo variabile e ordine di precisione come suggerito da Shampine e Gordon. L'intervallo di integrazione deve essere fissato a priori. Il codice originale permette vincoli lineari sui valori che le variabili assumono nei due punti di uscita (confini esterni).

L'intervallo di integrazione può essere suddiviso in ε sotto-intervalli aggiungendo $(\varepsilon-1)$ confini interni; ogni sotto intervallo può essere governato dalle proprie equazioni differenziali. Il solutore accetta condizioni al contorno generali, cioè relazioni non lineari che coinvolgono i valori che le variabili assumono nei punti iniziali o finali (confini esterni) e nelle giunzioni di sotto intervalli consecutivi (confini intermedi).

Le variabili possono essere discontinue ai confini. Al fine di migliorare la procedura numerica sono ammessi solo confini fissi e senza alcuna perdita di generalità, sono situati ai valori interni consecutivi della variabile indipendente ε sull'intervallo $[0, \varepsilon]$.

La sostituzione del tempo con un'opportuna variabile indipendente o simile al tempo viene sempre eseguita, anche se sarebbe strettamente necessario per trattare problemi aperti al tempo.

Indipendentemente dal numero di sotto intervalli e dalla complessità delle condizioni al contorno, il problema BVP si riduce a una successione di problemi di valore iniziale che vengono portati a convergenza secondo il metodo di Newton.

Vale la pena osservare che in ogni iterazione le equazioni differenziali sono integrate su tutto l'intervallo e il solutore cerca di soddisfare tutte le condizioni al contorno contemporaneamente. La pratica abituale di far corrispondere le soluzioni dei sotto intervalli è quindi evitata poiché l'intera soluzione è stata ottenuta allo stesso tempo

La procedura numerica richiede una decina di iterazioni per raggiungere il soddisfacimento a dieci cifre delle condizioni al contorno e un personal computer a basse prestazioni può tranquillamente essere utilizzato.

Il problema di controllo ottimale è formulato in modo da adattarsi alle caratteristiche del solutore. Seguendo uno schema (tipo anche dei metodi diretti) la struttura di controllo viene assunta preliminarmente. L'ottimalità della soluzione viene infine verificata utilizzando il principio di massimo di Pontryagin. In questo lavoro si analizza una salita a tre stadi. Le condizioni che

stabiliscono il passaggio ottimale da spinta massima a spinta nulla o intermedia e viceversa, sono considerate come vincoli sulla soluzione che vengono imposti ai relativi confini. Queste caratteristiche e l'efficienza del solutore sono, secondo gli autori, le ragioni principali dell'alto rendimento del metodo.

4.3 Definizione della missione e calcolo della traiettoria

La missione di riferimento considera un lanciatore a tre stadi, nei quali viene montato lo stesso numero di motori ma in numero diverso: nel primo stadio vengono montati sei motori, nel secondo tre ed uno nell'ultimo. Il peso iniziale del lanciatore è considerato di 5000kg per cui il *target* del carico pagante è tra i 50 e i 100kg in analogia con i piccoli lanciatori in opera che presentano una *payload fraction* tra 0.01 e 0.02. La massa degli adattatori e della carenatura è stata stimata come frazione delle masse e dei motori dello stadio di riferimento, per cui sono stati considerati 50 e 35kg rispettivamente per l'adattatore e la carenatura del primo stadio e del secondo.

In quest'elaborato è stato considerato un lancio da terra con una latitudine di 45°. Il payload deve essere inserito in un'orbita di riferimento a 800km di altitudine, eccentricità e nulla ($e = 0$, orbita circolare), un'inclinazione $i = 95^\circ$.

La fase di ascesa costa delle seguenti fasi:

- 1) Ascesa verticale (seguita da un'istantanea velocità di rotazione);
- 2) Ascesa a incidenza zero fino all'esaurimento e al successivo sgancio del primo stadio;
- 3) Arco di costa della durata di 8 secondi per lo sgancio del primo stadio;
- 4) Inizio combustione del secondo stadio con la direzione ottimale della spinta fino ad esaurimento;
- 5) Arco di costa di 8 secondo per lo sgancio del secondo stadio;
- 6) Inizio prima combustione del terzo stadio con la direzione di spinta ottimale;
- 7) Arco di costa di lunghezza libera
- 8) Seconda combustione del terzo stadio con direzione di spinta ottima per circolarizzare l'orbita.

La procedura di ottimizzazione della traiettoria è basata sulla teoria del controllo ottimale che verrà descritta nella successiva sezione. Allo scopo di ottimizzare la traiettoria si considera il lanciatore come una massa puntiforme e si scrivono le equazioni di stato in forma vettoriale, considerando un sistema di riferimento geocentrico:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V} \end{array} \right. \quad (4.13)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{g} + \frac{\vec{F} - \vec{D}}{M} \end{array} \right. \quad (4.14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dM}{dt} = -\frac{|\vec{F}|}{c^* \cdot C_F} \end{array} \right. \quad (4.15)$$

Dove: \vec{g} è il campo gravitazionale terrestre che si ipotizza seguire una legge quadratica inversa:

$$g = \frac{-GM_\oplus}{||r^3||} r \quad (4.16)$$

In cui G è la costante gravitazionale e M_{\oplus} è la massa della terra. Per valutare la pressione e la temperatura al variare della quota viene utilizzata un'interpolazione dei dati dell'atmosfera standard. \vec{D} è la resistenza aerodinamica che può essere stimata in prima approssimazione a partire dalla sezione trasversale del lanciatore e da un coefficiente di resistenza dipendente dal numero di mach: $D = \frac{1}{2} \cdot \rho_{atm} \cdot C_D \cdot S_{ref} \cdot V^2$. M è la massa del razzo. F la spinta, scritta in funzione della spinta nel vuoto:

$$F = F_{vac} - \varepsilon A_{th} p_{atm} \quad (4.17)$$

in quanto, la spinta nel vuoto è una nota funzione del tempo una volta che il design del motore è definito dalle variabili di progetto.

La velocità relativa viene valutata secondo l'equazione [4.18], dove ω è la velocità angolare della terra:

$$v_{rel} = v - \omega \times r \quad (4.18)$$

Per tenere conto dell'effetto del numero di Mach sul coefficiente di resistenza, nel codice è stata implementata una tipica legge dei razzi:

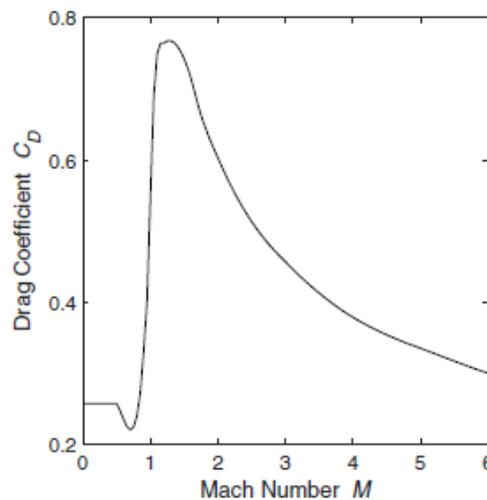


Figura 4.1: Andamento del drag coefficient in funzione del numero di Mach

Inoltre, per migliorare l'accuratezza dell'integrazione numerica queste equazioni di stato vengono rielaborate in forma adimensionale ed implementate nel codice di calcolo.

La forma vettoriale delle equazioni deve essere esplicitata, proiettando le equazioni in un opportuno sistema di riferimento. Si sceglie un riferimento inerziale in quanto non vengono considerate le accelerazioni di trascinarsi e di Coriolis che complicherebbero la valutazione dello Jacobiano del sistema, richiesta per la soluzione del BVP. Inoltre, utilizzando un sistema di riferimento inerziale si riesce a trovare una corrispondenza tra le variabili aggiuntive alle componenti della velocità nel sistema di riferimento inerziale e le componenti del *primer vector* λ_V .

Per questi motivi vengono adottate coordinate sferiche in un sistema di riferimento basato sul piano equatoriale: la posizione del veicolo è descritta dal raggio r , dalla longitudine θ e dalla latitudine ϕ ; la velocità è descritta mediante le sue tre componenti: la componente radiale u , cioè verso lo Zenit,

la componente in direzione Est v e in direzione Nord w considerando un sistema di riferimento locale.

$$r = \begin{bmatrix} r \\ \theta \\ \phi \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix},$$

Proiettando le equazioni di stato nel riferimento scelto si ottengono tre equazioni per ogni equazione di stato:

$$\frac{dr}{dt} = u \quad (4.19)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{r \cdot \cos\phi} \quad (4.20)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{w}{r} \quad (4.21)$$

Per quanto riguarda la velocità:

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{r^2} + \frac{v^2}{r} + \frac{w^2}{r} + \frac{T}{m} \cdot \sin(\gamma_T) \quad (4.22)$$

$$\frac{dv}{dt} - \frac{uv}{r} + \frac{vw}{r} \cdot \tan(\phi) + \frac{T}{m} \cos(\gamma_T) \cos(\psi_T) \quad (4.23)$$

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{uw}{r} - \frac{v^2}{r} \tan(\phi) + \frac{T}{m} \cos(\gamma_T) \sin(\psi_T) \quad (4.24)$$

Ed infine l'equazione della portata di propellente è espressa mediante il rapporto tra la spinta e la velocità di uscita dei gas esausti, considerata costante per ogni arco:

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{T}{c} \quad (4.25)$$

Dove: γ e ψ sono gli angoli di elevazione (*flight path angle*) e di rotta (*heading*) della velocità relativa V_r ; γ_T e ψ_T sono gli stessi angoli riferiti alla spinta; σ è l'angolo di rollio (*back angle*), ovvero l'angolo di cui è ruotata la portanza aerodinamica rispetto al piano della traiettoria.

Gli angoli γ e ψ sono delle variabili di stato e risulta che:

$$\sin\gamma = \frac{u}{V_r} \quad (4.26)$$

$$\cos(\gamma) \cos(\psi) = \frac{v - w \cdot r \cos(\phi)}{V_r} = \frac{v - v_t}{V_r} \quad (4.27)$$

$$\cos(\gamma) \sin(\psi) = \frac{w}{V_r} \quad (4.28)$$

A questo punto è possibile ricavare il modulo della velocità relativa:

$$V_r = \sqrt{u^2 + (v - w r \cos(\phi))^2 + w^2} \quad (4.29)$$

La traiettoria ascendente è ottimizzata utilizzando la teoria del controllo ottimale, una volta che le caratteristiche di ogni stadio sono state definite. Alle equazioni di stato vengono assegnate delle variabili aggiuntive e si può definire l'Hamiltoniana, che è formalmente diversa a seconda della fase di volo considerata, come riportato di seguito:

$$H = \lambda_r^T v + \lambda_v^T \left(g + \frac{T}{m} \right) - \lambda_m \frac{T}{c} \quad (4.30)$$

Le equazioni di Eulero-Lagrange per le variabili aggiuntive sono fornite dalla teoria del controllo ottimale:

$$\frac{d\lambda_r}{dt} = -\frac{dH}{dr}, \quad \frac{d\lambda_v}{dt} = -\frac{dH}{dv}, \quad \frac{d\lambda_m}{dt} = -\frac{dH}{dm} \quad (4.31-4.33)$$

Le equazioni [4.13-4.15] e [4.31-4.33] costituiscono il sistema di equazioni differenziali che deve essere integrato numericamente. La direzione della spinta e il suo modulo sono tipicamente le variabili di controllo, le quali devono massimizzare l'Hamiltoniano in accordo con il Principio di Massimo di Pontryagin. La direzione ottimale della spinta è parallela al vettore aggiunto velocità (*prime vector*) λ_v .

Si introduce la *switching function*:

$$S_F = \frac{\lambda_v}{m} - \frac{\lambda_m}{c} \quad (4.34)$$

Per massimizzare l'Hamiltoniana secondo il principio di massimo di Pontryagin la spinta e la velocità di scarico dei gas esausti devono assumere i loro massimi valori quando la *switching function* è positiva, mentre, devono essere nulli quando $S_F < 0$. Si verificano archi singolari quando S_F è nullo durante un tempo finito. L'equazione [4.34] non è sufficiente per decidere il modulo ottimale della spinta; per migliorare l'accuratezza del metodo numerico, la traiettoria viene suddivisa in archi in cui la spinta è massima e altri in cui la spinta è zero. In questo modo la velocità è verticale durante la prima fase, parallela alla velocità relativa durante la seconda fase, ha direzione libera durante le fasi quattro, sei e otto ed è nulla durante gli archi di costa.

I valori ottimali degli angoli di spinta ϕ e ψ sono forniti annullando la derivata parziale dell'Hamiltoniana rispetto agli angoli stessi. Si ottiene facilmente che:

$$\sin(\phi) = \frac{\lambda_u}{\lambda_v} \quad (4.35)$$

$$\cos(\phi) \cdot \sin(\psi) = \frac{\lambda_v}{\lambda_v} \quad (4.36)$$

$$\cos(\phi) \cdot \sin(\psi) = \frac{\lambda_w}{\lambda_v} \quad (4.37)$$

Dove:

$$\lambda_v = \sqrt{\lambda_u^2 + \lambda_v^2 + \lambda_w^2} \quad (4.38)$$

È il modulo del *prime vector*, parallelo alla direzione ottimale della spinta.

Le equazioni differenziali per le variabili aggiuntive, come spiegato nella sezione precedente, sono fornite dalle equazioni di Eulero-Lagrange. Poi, queste equazioni vengono inserite nel sistema di equazioni differenziali.

Una volta ottenute le equazioni differenziali è necessario imporre delle condizioni al contorno iniziali e finali. I vincoli sulle variabili di stato all'inizio della traiettoria sono la posizione del razzo, la massa e la velocità dopo la rotazione istantanea. Per cui:

$$r_0 = \tilde{r}_0 \quad (4.39)$$

$$\theta_0 = \tilde{\theta}_0 \quad (4.40)$$

$$\varphi_0 = \tilde{\varphi}_0 \quad (4.41)$$

$$m_0 = \tilde{m}_0 \quad (4.42)$$

$$u_0^2 + v_0^2 + w_0^2 = \tilde{V}_0^2 \quad (4.43)$$

In cui i valori denotati con la tilde sono valori assegnati. Applicando l'equazione [4.12] si ottengono due condizioni principali:

$$\lambda_{u_0} v_0 - \lambda_{v_0} u_0 = 0 \quad (4.44)$$

$$\lambda_{u_0} w_0 - \lambda_{w_0} u_0 = 0 \quad (4.45)$$

Per le condizioni al contorno finali, è bene ricordare che l'orbita target ha raggio ed inclinazione assegnati e la posizione della linea dei nodi è libera. Le condizioni al contorno finali sono:

$$r_f = \tilde{r}_f \quad (4.46)$$

$$u_f = 0 \quad (4.47)$$

$$v_f^2 + w_f^2 = \tilde{V}_f^2 = \frac{1}{\tilde{r}_f} \quad (4.48)$$

$$v_f \cos(\varphi_f) = \tilde{V}_f^2 \cos i \quad (4.49)$$

Usando le equazioni [4.11]. Si ottiene facilmente che:

$$\lambda_{\theta_f} = 0 \quad (4.50)$$

$$\lambda_{m_f} = 1 \quad (4.51)$$

$$\lambda_{\varphi_f} w_f + v_f \tan \varphi_f (\lambda_{v_f} w_f - \lambda_{w_f} v_f) = 0 \quad (4.52)$$

Infine, l'equazione [4.9] fornisce $H_f = 0$ che può essere facilmente ridotto a $S_f = 0$.

5. RISULTATI

Dopo aver inquadrato e descritto le principali caratteristiche e problematiche progettuali degli endoreattori a propellenti ibridi, dopo aver analizzato il modello di ottimizzazione diretto dei parametri di progetto del motore e quello indiretto per la determinazione della traiettoria che massimizza il payload per una data orbita finale; in questo capitolo vengono presentati ed analizzati i risultati ottenuti per quanto riguarda l'ottimizzazione dell'endoreattore a propellente ibrido, oggetto dell'elaborato. A tale scopo è stato utilizzato il codice di calcolo sviluppato dal Politecnico di Torino; esso si avvale di un metodo numerico che coniuga l'ottimizzazione della progettazione del motore e l'ottimizzazione della traiettoria, dati i parametri di progetto iniziali del motore e un'orbita finale. L'ottimizzazione prevede di utilizzare dei valori di tentativo per i parametri liberi (quelli da ottimizzare) che verranno modificati ad ogni iterazione per soddisfare le condizioni al contorno; per ogni set di parametri la procedura indiretta fornisce la traiettoria ottimale e i relativi indici prestazionali. La perturbazione dei parametri di progetto permette di valutare numericamente le derivate dell'indice di prestazione, e una procedura basata sul metodo di Newton determina l'insieme dei parametri di progetto che contemporaneamente annullano le derivate parziali dell'indice. Mediante questo codice in pochi minuti si ottiene quindi l'ottimizzazione dei parametri di progetto del motore e della corrispondente traiettoria.

5.1 Architettura del lancio e modello motore

Nel presente elaborato, è stato considerato un lancio da terra con una latitudine di 45° . Il payload del lanciatore deve essere inserito in un'orbita circolare di riferimento con un'inclinazione di 95° . La traiettoria di ascesa è divisa nelle seguenti fasi: 1) ascesa verticale (seguita da un'istantanea velocità di rotazione); 2) ascesa a incidenza zero fino all'esaurimento ed espulsione del primo stadio; 3) arco di costa di 8 secondi per l'espulsione dello stadio; 4) combustione del secondo stadio con la direzione della spinta ottimale; 5) arco di costa di 8 secondi per l'espulsione dello stadio e del *fairing*; 6) prima combustione del terzo stadio con la direzione della spinta ottimale; 7) arco di costa con lunghezza libera; 8) seconda combustione del terzo stadio con la direzione ottima della spinta per la "circolarizzazione". La durata richiesta per gli archi di costa è stata considerata di 8 secondi in analogia con altri lanciatori esistenti. La durata della fase 8 è molto corta e potrebbe essere eseguita da un motore del payload nel caso fosse presente.

Il lanciatore in esame è un razzo a tre stadi destinato al lancio di payload di piccole dimensioni in analogia, ad esempio, al lanciatore *ALTAIR*, *SMILE* e *HyImpulse launch system concepts*, per la messa in orbita di satelliti. Ogni stadio è equipaggiato con lo stesso motore ibrido ma in numeri differenti; sei motori sono stati utilizzati per il primo stadio, tre per il secondo e uno per l'ultimo stadio. Il numero di motori per ogni stadio è stato scelto in modo da ottenere una divisione uniforme del Δv , simili livelli di accelerazione e frazioni di massa per ogni stadio. La maggior parte dei piccoli lanciatori ha una *payload fraction* μ/m_i (rapporto tra il carico pagante e la massa iniziale del lanciatore) tipicamente tra 0.01 e 0.02. Questo implica che, fissata la massa iniziale del lanciatore in esame a 5000kg, si può arrivare ad avere un payload tra i 50 e i 100kg.

Il sistema di alimentazione di cui è dotato l'endoreattore oggetto di studio è un sistema con turbopompe elettrico, motivo per cui il volume iniziale del gas di pressurizzazione (V_{g_i}) non è un parametro da ottimizzare, ma viene preso come il 3% del volume del serbatoio di ossidante.

L'endoreattore in esame utilizza come propellente una combinazione di ossigeno liquido criogenico (LOX), come ossidante, e un combustibile solido a base di paraffina, come carburante. L'ossigeno liquido deve essere conservato in forma criogenica, questo comporta un elevato peso del serbatoio per via della bassa pressione a cui deve essere conservato e quindi dell'elevato spessore delle pareti del serbatoio. La scelta di questa specifica combinazione di propellente presenta un buon impulso specifico, e un alto tasso di regressione. Le alte prestazioni sono dovute all'utilizzo dell'ossigeno liquido criogenico che è relativamente sicuro, ecologico, a basso costo; per questi motivi è largamente utilizzato nel settore aerospaziale. Ma è bene ricordare che l'ossigeno liquido in forma criogenica richiede bassi valori del rapporto di miscela per ottenere un alto impulso specifico. Questa sua caratteristica è molto svantaggiosa quando si hanno bassi *regression rate* del propellente ma questo è stato evitato utilizzando, come già detto in precedenza, un combustibile a base di paraffina che permette di avere un buon *regression rate* rispetto ai combustibili più classici. La scelta del sistema di alimentazione e della specifica combinazione del propellente deriva da una selezione qualitativa i cui criteri di valutazione includono: basso costo, sicurezza, affidabilità, semplicità realizzativa e rispetto per l'ambiente. Le performance di questo propellente sono state valutate come funzione del mixture ratio assumendo una pressione della camera di combustione di 10bar. Anche se la pressione effettiva della camera di combustione varia tra ampi range, l'errore che si commette è piccolo per i range di pressione che si raggiungono nella camera di combustione e per il rapporto di miscela utilizzato nel caso in esame.

5.2 Analisi dei parametri di progetto del HRE

Le analisi sono state effettuate considerando la spinta iniziale fissata in modo da ottenere un'accelerazione iniziale longitudinale del lanciatore di 1.4g, in analogia con i valori usati per i lanciatori esistenti. Per questo motivo la spinta in vuoto di questo endoreattore è stata fissata a 11.5 kN che determina un'accelerazione iniziale di 1.408g. Inoltre, per quest'analisi è stato usato un rapporto tra la lunghezza totale ed il diametro di uscita dell'ugello fissato $L/D = 10$. Il volume di gas, considerando il sistema di alimentazione usato in questo studio, è considerato come il 3% del volume del serbatoio dell'ossidante. Per limitare le perdite di pressione e quelle dovute alla non uniformità della regressione del grano, il rapporto tra il valore iniziale della *port area* e l'*area di gola J* è fissato 0.5. Infine, è bene sottolineare che il flusso termico dopo la fase di sgancio del faring deve rimanere al di sotto di $1.136kW/m^2$. Questo si può ottenere forzando la traiettoria ad una salita ripida con l'introduzione di un vincolo di altezza alla fine della prima combustione del terzo stadio.

Come conseguenza delle precedenti assunzioni, solo tre parametri possono essere ottimizzati in quest'analisi: il rapporto di miscela iniziale, la pressione nel serbatoio dell'ossidante all'istante iniziale e il rapporto di espansione dell'ugello. Inoltre, si fa presente che durante il processo di ottimizzazione è stato necessario rivedere e correggere alcuni parametri del codice in modo tale da ottenere risultati più conformi con il tipo di endoreattore scelto per l'analisi.

Per poter iniziare la procedura di ottimizzazione è necessario fornire al codice dei valori iniziali di tentativo dei parametri di progetto che si vogliono ottimizzare. Inizialmente i valori scelti per quest'analisi sono stati:

$$MR = 1.61; \quad p_{ti} = 45.5 \text{ bar}; \quad \varepsilon = 14$$

Questi sono valori di tentativo, per cui spesso è stato necessario aggiornarli con dei valori di convergenza di analisi precedenti in modo tale da avere la convergenza rapida e sicura del codice. Per poter eseguire tutte le analisi è stato più volte necessario modificare i valori iniziali di input specialmente la pressione che spesso inficiava l'analisi.

I valori ottenuti dopo l'ottimizzazione sono rispettivamente:

$$MR = 1.59; \quad p_{ti} = 44.9 \text{ bar}; \quad \varepsilon = 14.10$$

È stato scelto di ottimizzare questi valori per via dell'influenza che hanno sulle prestazioni dell'endoreattore.

Le analisi sono state eseguite considerando prima l'ottimizzazione mediante un solo parametro, cioè il rapporto di miscela, poi si è passati all'ottimizzazione di due parametri quali rapporto di miscela e pressione o rapporto di espansione dell'ugello ed infine si è eseguita l'analisi ultima in cui i tre parametri sono stati ottimizzati insieme. Ottenendo comunque simili livelli di payload; motivo per cui vengono riportati solo i risultati ottenuti con l'ottimizzazione dei tre parametri contemporaneamente.

L'ottimizzazione dei parametri di progetto del HRE e le sue prestazioni sono riportate nella seguente tabella per 800km di altitudine:

Fi	$(V_g)_i$	$(p_{fs})_i$	α_i	w	R_f	R_{th}	D	E	$m_{O_{tot}}$	m_F	m_d	μ
kN	m^3	bar	—	m	m	m	m	—	kg	kg	kg	kg
11.5	0.253	44.90	1.59	0.1401	0.1975	0.0405	0.409	14.1	302.32	135.86	48.45	60,18

Tabella 5.1: Principali indici di prestazione dell'endoreattore in esame dopo l'ottimizzazione.

Di seguito vengono analizzati alcuni dei parametri di progetto del HRE. Il modo in cui sono stati ricavati è stato spigato nel capitolo 3, in cui si è descritto il modello matematico dell'endoreattore oggetto di studio. Per verificare la traiettoria ottima ottenuta da quest'ottimizzazione, si devono studiare gli andamenti massimi di accelerazione e flusso teorico.

5.2.2 Spinta

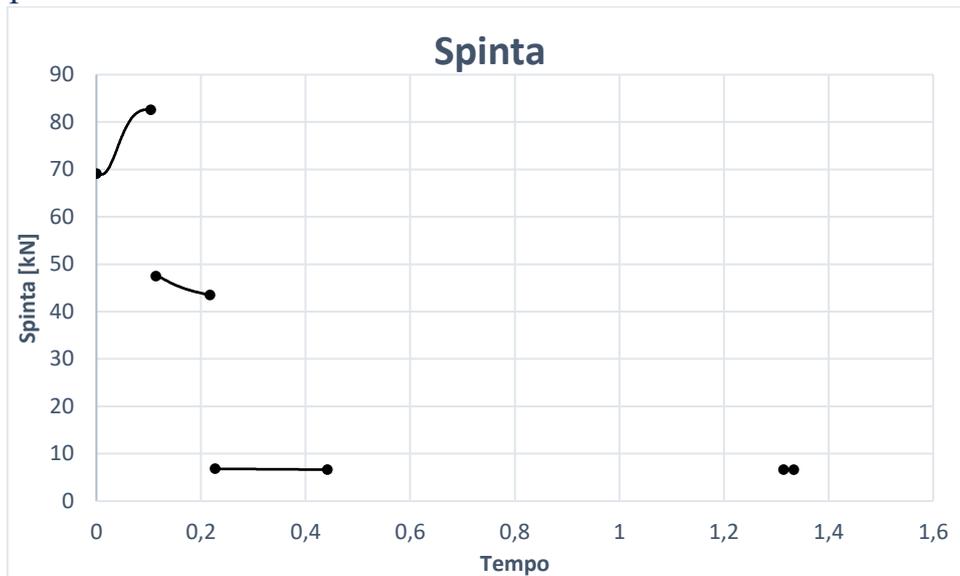


Figura 5.1: Andamento spinta durante il funzionamento dell'endoreattore

Le prestazioni del lanciatore sono migliori se si usano grandi e sostenuti livelli di spinta che garantiscono una traiettoria più ripida in modo da far uscire il velivolo dalla bassa atmosfera più velocemente, nonostante la notevole resistenza a cui è soggetto il lanciatore durante la combustione del primo stadio. Anche se la spinta iniziale del lanciatore è data, il sistema di alimentazione a turbopompe elettrico permette di avere una spinta crescente durante il funzionamento del primo stadio. La decrescenza della spinta nel secondo e terzo stadio è da imputare al rateo di regressione che cambia durante il funzionamento del motore (poiché cambia la geometria del grano). Mentre da stadio a stadio la spinta decresce per via del numero differente di motore. L'andamento della spinta rispecchia le 8 fasi di ascesa che il velivolo deve affrontare. Le zone del grafico in cui l'andamento della spinta presenta una discontinuità, individuano le zone della fase di *coasting* della durata di 8 secondi.

La spinta è fortemente influenzata dall'altitudine. Si può osservare come la spinta iniziale del secondo stadio è più della metà del valore corrispondente del primo stadio, nonostante l'utilizzo di sei motori nel primo stadio contro i tre del secondo. Questo è dovuto sia alla forte diminuzione della resistenza, in quanto gli strati bassi dell'atmosfera, quelli più densi, sono stati superati mediante l'uso del primo stadio, sia allo sgancio di quest'ultimo durante la fase di *coasting*. Discorso analogo per quanto riguarda lo sgancio del secondo stadio; in entrambi i casi; nel punto in cui si ha il distacco del secondo stadio si ha un forte incremento della resistenza. Inoltre, una piccola diminuzione di spinta provoca un aumento costante dell'accelerazione per via della forte riduzione di massa e resistenza come si può osservare nel grafico 5.3. In fine, si può trovare anche il tempo di percorrenza della fase 7, ovvero, l'arco di costa di lunghezza libera, che è di circa 677s. Durante la combustione del primo stadio, ovvero quando si attraversano gli strati bassi dell'atmosfera, la resistenza è notevole per cui avere una spinta elevata per tutta questa fase è molto comodo.

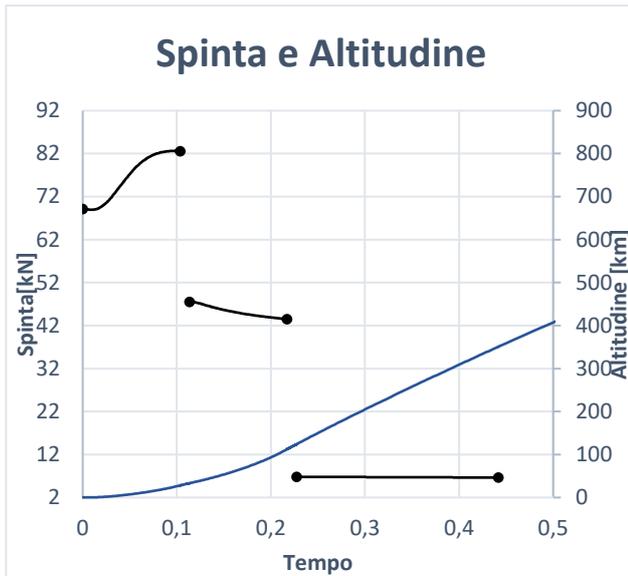


Figura 5.2: Spinta nei primi stati dell'atmosfera.

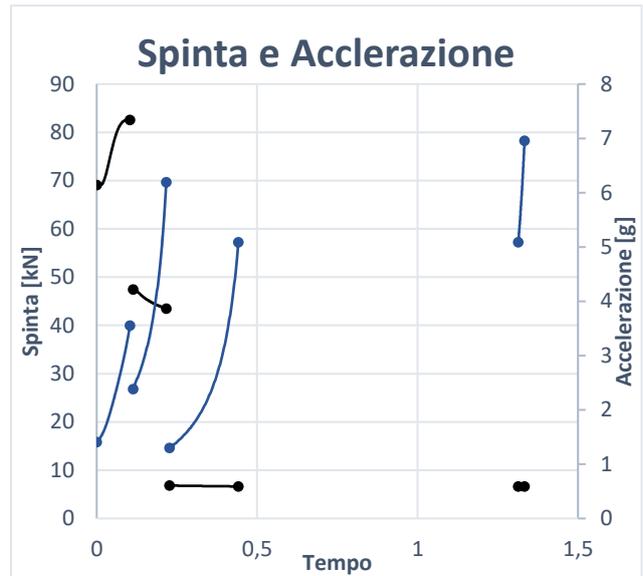


Figura 5.3: Spinta e accelerazione durante il funzionamento del motore

5.2.3 Accelerazione

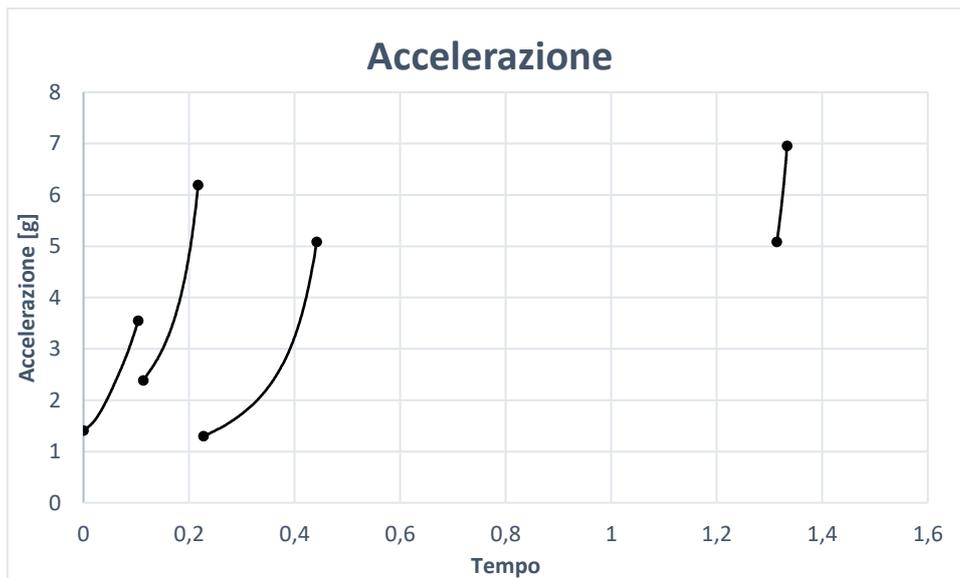


Figura 5.4: Andamento accelerazione durante il funzionamento del motore

Anche in questo grafico, come nel precedente, è visibile una netta distinzione delle fasi di ascesa. Il veicolo necessita di un'accelerazione per un tempo sufficiente a far mantenere la traiettoria per uscire dagli strati basse dell'atmosfera terrestre. L'accelerazione dopo la fase della seconda accensione del terzo stadio (ultimo picco nel grafico) è eccessivamente alta, superando il valore convenzionalmente limite del funzionamento di un lanciatore di circa 6.5g; questo è dovuto sia dal livello di spinta sostenuto e sia dalla bassa massa dry del motore, dovuta all'utilizzo di un sistema di alimentazione con turbopompe elettriche e non pressurizzato. Questo valore si può ridurre fino ad un limite accettabile riducendo la pressione di pressurizzazione nel terzo stadio, oltretutto così facendo la traiettoria non varia di molto. Questo problema, per via delle considerazioni fatte, non è stato risolto in questo elaborato ma si rimanda l'ulteriore ottimizzazione a lavori futuri.

5.2.4 Flusso termico

Il flusso termico, come già accennato in precedenza, dopo la fase di sgancio del fairing deve rimanere al di sotto di $1.136kW/m^2$; durante le prime iterazioni di questo studio, il raggio a spegnimento del secondo stadio (r_{lim}) era fissato ad 1.03; con questo valore il flusso termico risultava eccessivamente elevato dopo lo sgancio del fairing per cui è stata necessaria una modifica; portando il valore di r_{lim} a 1.055 (350km) il flusso termico scendeva al di sotto del valore accettabile. In questo modo però, anche se gli andamenti dei principali parametri di controllo come: portata, rapporto di miscela e spinta sono praticamente analoghi al caso precedente il payload è diminuito di molto, circa 11kg, passando da circa 70kg a 60kg. Inoltre, questo ha portato l'accelerazione finale a superare il limite di 6.5g come già detto nel paragrafo precedente.

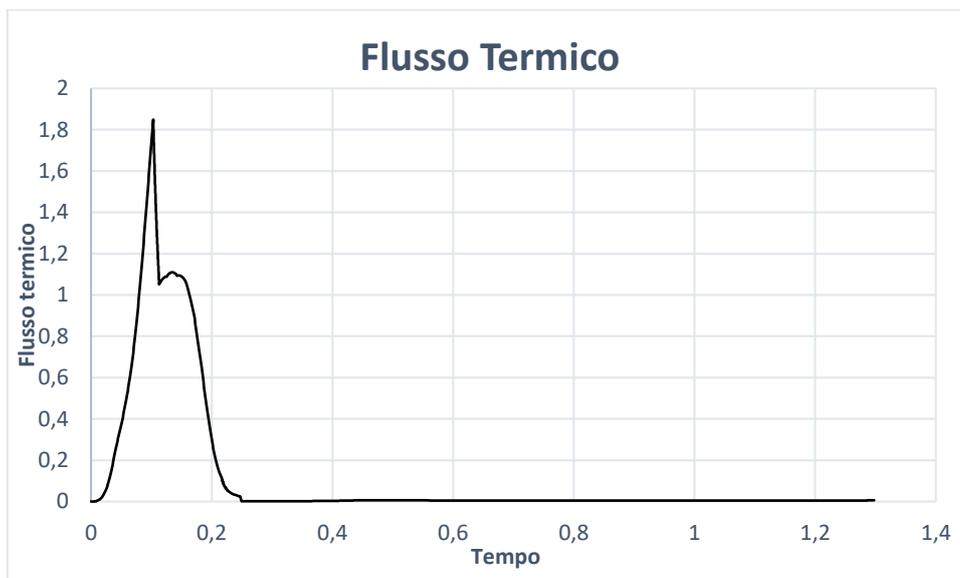


Figura 5.5: Flusso termico durante il funzionamento del motore

5.2.5 Portata ossidante

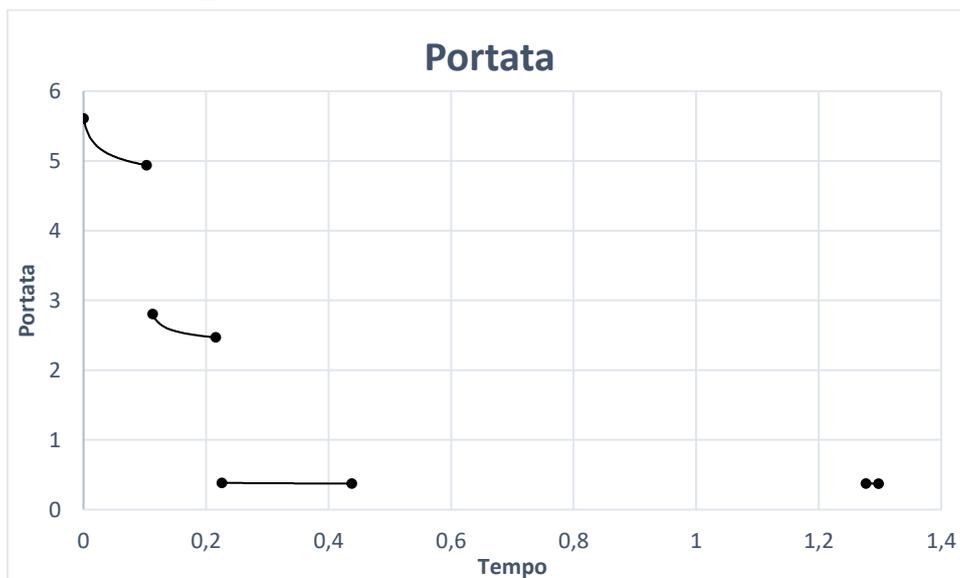


Figura 5.6: Portata di propellente durante il funzionamento del motore

Anche in questo caso è possibile vedere la suddivisione della fase di ascesa. Grazie al sistema di alimentazione a turbopompe elettrico la portata rimane all'incirca costante durante il funzionamento

dei motori nei tre stadi (e naturalmente va a zero nelle zone in cui i motori sono spenti). Inoltre, si ricorda che gli HRE hanno una sola manetta per la regolazione e questa è proprio la portata di ossidante (o talvolta anche il *mixture ratio*).

Nel seguente grafico vengono omesse le fasi in cui si spegne il motore. Si può vedere come ad una diminuzione della portata di ossidante corrisponde un aumento del rapporto di miscela; infatti, dove il rapporto di miscela è massimo la portata è minima (se si considera le singole fasi). Per ottenere la massima similarità tra i motori, lo stesso design è stato applicato in ogni HRE, ma la riduzione del livello di spinta e della portata di ossidante che si hanno nel terzo stadio hanno portato anche il tasso di regressione e il rapporto di miscela diversi al terzo stadio.

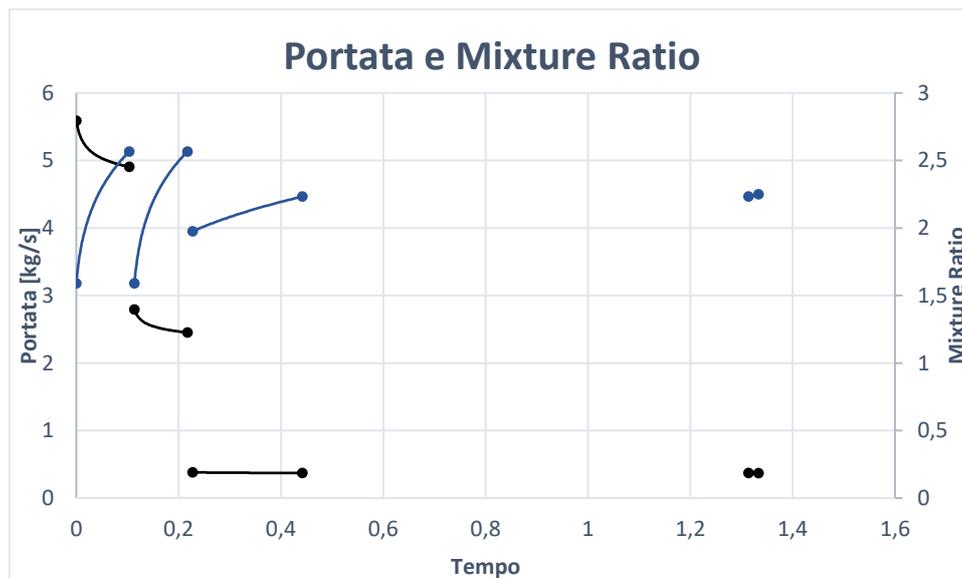


Figura 5.7: Confronto MR e portata durante il funzionamento del motore

5.2.6 Rapporto di miscela

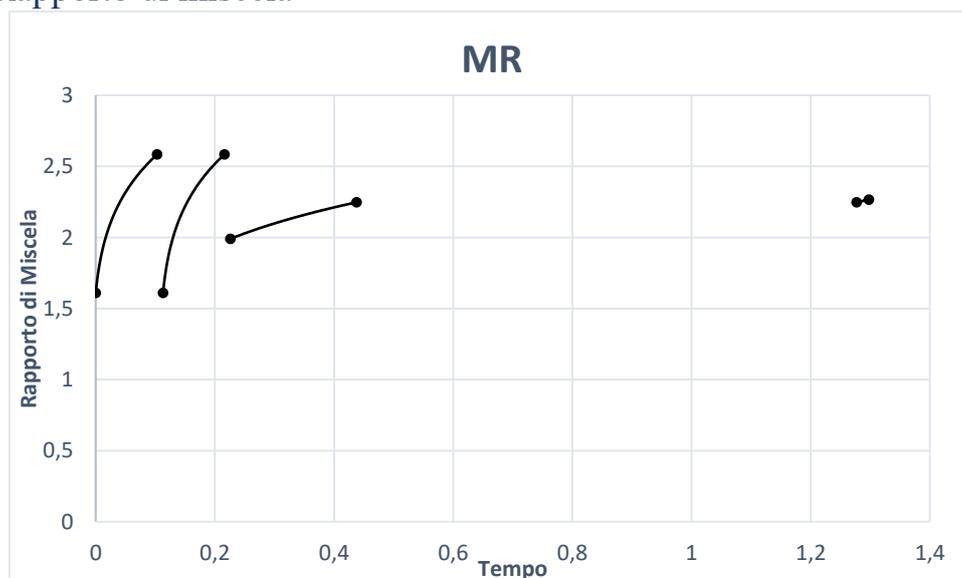


Figura 5.8: Andamento del mixture ratio durante il funzionamento del motore

Come detto in precedenza, si nota che il rapporto di miscela dei primi due stadi è uguale, ma scende di molto nel terzo stadio. La zona piatta identifica la fase 7 dell'ascesa, ovvero la fase in cui si

percorre l'arco di lunghezza libera. Si nota come, a differenza degli endoreattori solidi e liquidi in questo caso il *mixture ratio* aumenta durante il funzionamento dei motori. Inoltre, proprio per via che negli endoreattori si ha una sola manetta, il *mixture ratio* (e quindi la portata di ossidante) è accoppiato con la spinta come si nota anche dal grafico 5.9. Ad un aumento del *mixture ratio* corrisponde un decremento della spinta, non visibile nel primo picco per il sistema di alimentazione utilizzato. Il *mixture ratio* ottimale nel caso in esame risulta essere 2.167 (valore ottenuto dal massimo dell'impulso specifico nel secondo stadio)

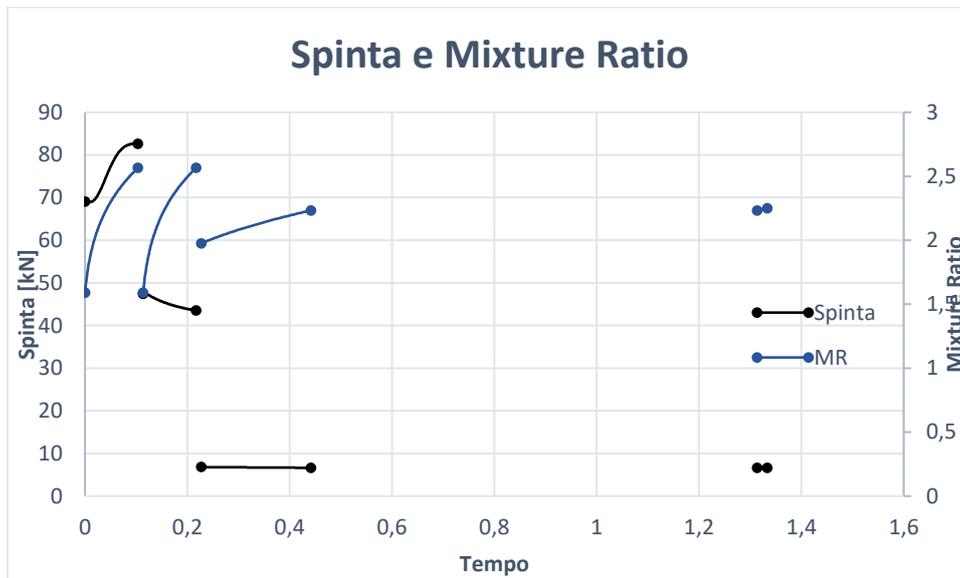


Figura 5.9: Confronto tra MR e spinta durante il funzionamento del motore

5.2.7 Rateo di regressione

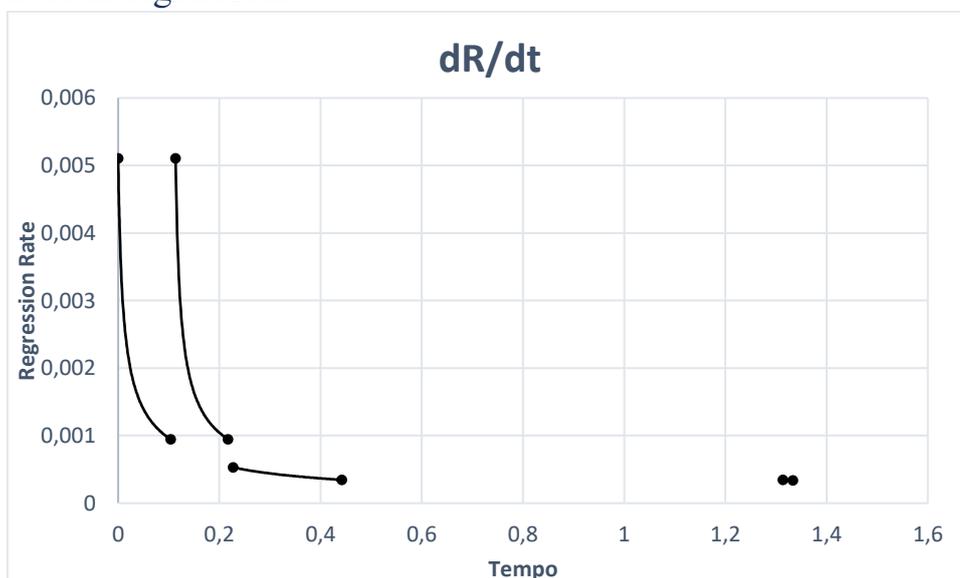


Figura 5.10: Regression Rate durante il funzionamento del motore

Avere un buon rateo di regressione significa che il combustibile e l'ossidante finiscono allo stesso tempo. Anche in questa rappresentazione sono state escluse le fasi senza propulsione poiché di poco interesse. Il rateo di regressione diminuisce con l'avanzare della combustione. Per il discorso fatto in precedenza si osserva come il *regression rate* sia lo stesso per i primi due stadi e cambia nel terzo così come il rapporto di miscela.

5.2.8 Pressione feed system e camera di combustione

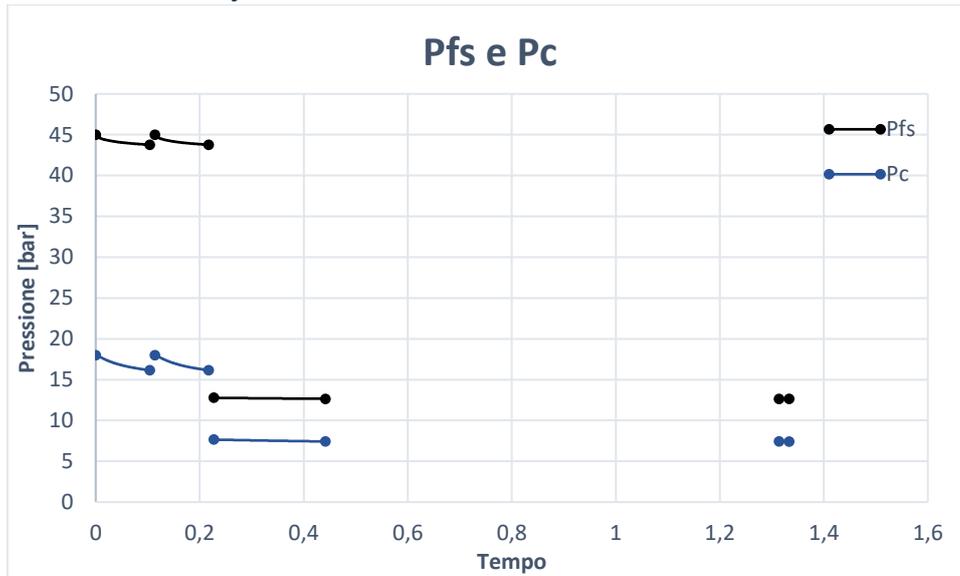


Figura 5.11: Pressione del feed system e pressione in camera di combustione durante il funzionamento del motore

I valori iniziali della pressione del feed system e della camera di combustione sono scalati di un fattore pari a 0.4. (come spiegato nel capitolo 3.2), successivamente il valore della pressione al generico istante t è funzione del flusso di ossidante. Il valore della pressione ha un forte decremento dopo lo sgancio del secondo stadio in quanto, come detto, cambiano i valori del *mixture ratio* e della portata di ossidante.

5.2.9 Velocità efficace di scarico c e impulso specifico I_s

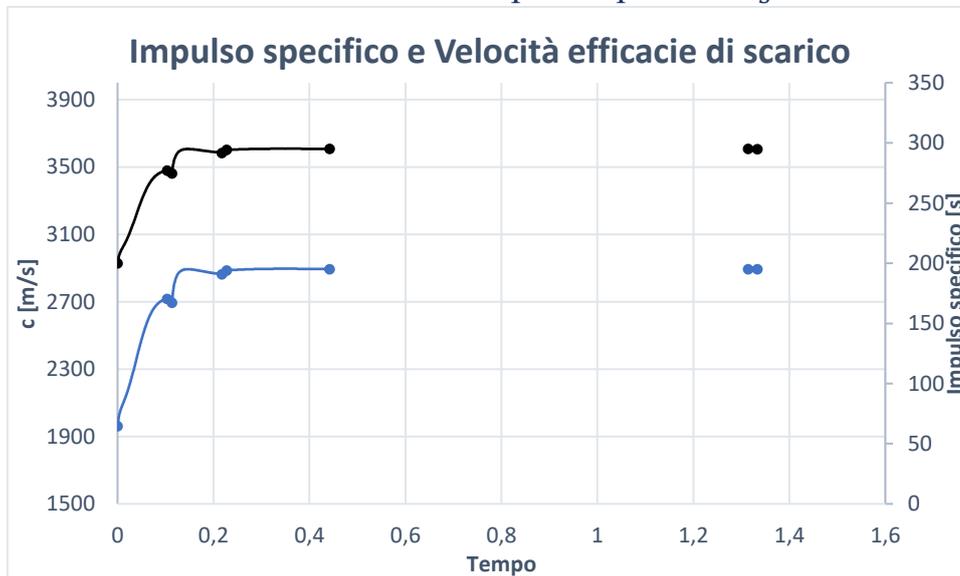


Figura 5.12: Impulso specifico e velocità efficaci di scarico durante il funzionamento del motore

I due andamenti, essendo scalati di un fattore pari a g_0 (come evidenziato nella sezione 1.3.1), sono stati riportati sullo stesso grafico. Si può notare come questi crescano rapidamente nella prima fase della missione, ovvero quella in cui si attraversano gli strati bassi dell'atmosfera, fino allo sgancio del primo stadio; successivamente i loro andamenti rimangono per lo più costanti nel corso della missione. Si notano piccoli picchi di questi valori nella fase di accensione dello stadio successivo a quello distaccato.

5.2.10 Velocità caratteristica c^*

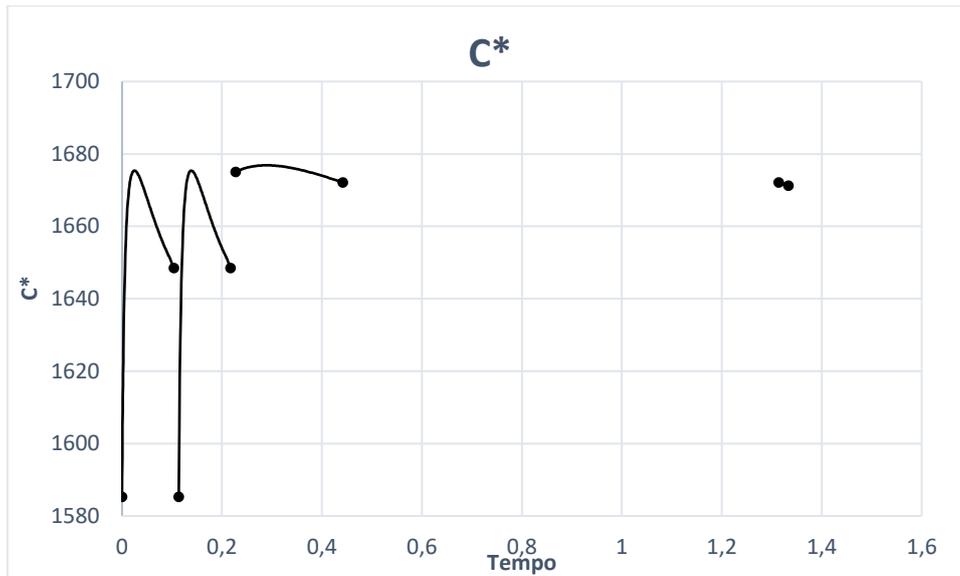


Figura 5.13: Velocità caratteristica durante il funzionamento del motore

Per valutare c^* è stato assunto che i gas in tutto l'ugello seguano un'espansione isoentropica senza cambiamenti nella loro composizione chimica (*frozen equilibrium*). Il valore di c^* così ottenuto è stato corretto con un fattore costante di 0.96. I valori corretti della velocità caratteristica e del rapporto di calore specifico γ (che non è stato riportato nel seguente elaborato) sono approssimati per mezzo di curve polinomiali del terzo ordine al variare del rapporto di miscela che cambia durante il funzionamento del motore. Si può infatti osservare come l'andamento della velocità caratteristica segue quello del rapporto di miscela che varia appunto durante il funzionamento del lanciatore.

5.2.11 Coefficiente di spinta

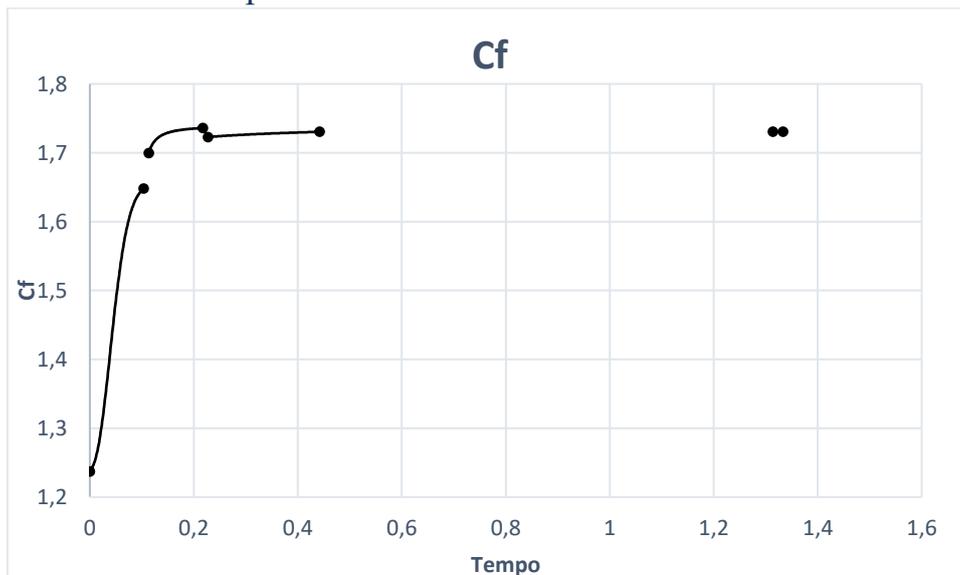


Figura 5.14: Coefficiente di Spinta durante il funzionamento del motore

Il coefficiente di spinta C_F è stato calcolato con l'aggiunta di un'efficienza pari al 98% per correggere il coefficiente di spinta nel vuoto $C_{F_{vac}}$ allo scopo di ottenere un valore di quest'indice

prestazionale più vicino al valore reale. Anche in questo caso si ha un aumento di tale coefficiente durante le fasi di funzionamento del primo e del secondo stadio, per poi arrivare ad un valore costante di circa 1.72.

5.3. Confronto con caso non ottimizzato

In questo elaborato, sono stati ottimizzati i parametri di progetto e la traiettoria di un endoreattore a propellente ibrido, per una fissata orbita finale. Per questo motivo è bene fare un confronto tra il caso ottimizzato e il caso di partenza. Nella tabella 5.2 vengono confrontati i principali parametri di progetto dell'endoreattore oggetto di studio prima e dopo l'ottimizzazione.

Fi	$(V_g)_i$	$(p_{gp})_i$	α_i	w	R_f	R_{th}	D	E	$m_{0_{tot}}$	m_F	m_d	μ
kN	m^3	bar	—	m	m	m	m	—	kg	kg	kg	kg
11.5	0.253	40.00	2.10	0.1397	0.202	0.0440	0.407	15.0	327.36	113.36	46.41	54.73
11.5	0.253	44.90	1.59	0.1401	0.1975	0.0405	0.409	14.1	302.32	135.86	48.45	60,18

Tabella 5.2: Confronto dei principali indici di prestazione dell'endoreattore in esame prima e dopo l'ottimizzazione.

Come è possibile osservare dalla tabella, dopo il processo di ottimizzazione il payload è incrementato di circa $6kg$. In realtà, dopo il processo di ottimizzazione iniziale, il payload ottenuto era pari a $70kg$; questo processo di ottimizzazione non rispettava però i vincoli imposti sul flusso termico (come precedentemente spigato nella sezione 5.2.3) motivo per cui l'incremento del payload è contenuto. Comunque, anche se relativamente piccolo, un guadagno è stato comunque trovato.

Il *mixture ratio* iniziale è diminuito di molto, quasi del 24%, comportando una diminuzione nell'uso di ossidante e un maggior consumo di combustibile, quindi un maggior rateo di regressione, che, come discusso in precedenza, è un fattore molto importante negli endoreattori a propellenti ibridi. A dimostrazione di questo, il *web thickness* è aumentato, per cui si ha un grano più corto ma più spesso. Per questi motivi, si osserva che il tempo di funzionamento dell'endoreattore è aumentato.

In generale, visto il ridotto rapporto di espansione dell'ugello, le dimensioni e il peso dell'ugello è diminuito di circa del 11% (passando da circa $5,8kg$ a $5,2$), il che ha permesso di ottenere una camera di combustione di dimensione maggiore e quindi si riesce ad immagazzinare una maggior quantità di combustibile. Infatti, l'aumento del *fuel* immagazzinato all'interno dell'endoreattore è di circa il 16%.

Infine, si nota come dopo l'ottimizzazione sia la lunghezza del razzo che il diametro dell'ugello siano leggermente aumentati quasi del 5%. Questo rende il razzo leggermente più tozzo, corto e quindi più stabile.

Di seguito verranno riportati gli andamenti dei principali parametri ed indici prestazionali dell'endoreattore oggetto di studio prima e dopo l'ottimizzazione.

La figura 5.15 evidenzia come a fronte di un rapporto di miscela maggiore nel caso non ottimizzato, l'impulso specifico è minore. Per cui è bene evidenziare come dopo il processo di ottimizzazione, l'impulso specifico aumenta ed il rapporto di miscela diminuisce, questo si traduce in un processo di combustione più efficiente e tempi di funzionamento maggiori. Infatti, c'è una stretta correlazione tra la durata della missione e la massa di carico utile che si riesce a portare in orbita.

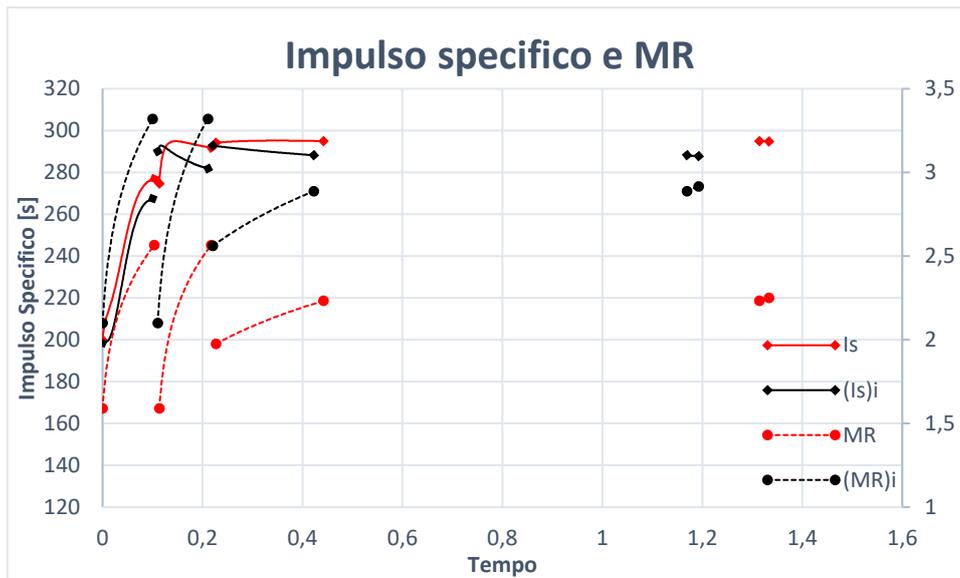


Figura 5.15: Confronto tra MR e I_s prima e dopo l'ottimizzazione

Il seguente grafico (figura 5.16) mostra la differenza di spinta e accelerazione fra il caso ottimizzato e il caso di partenza. Si può osservare come le variazioni di spinta del caso non ottimizzato siano leggermente maggiori, questo è dovuto alla minor efficienza di combustione ed infine è evidente come nel caso di partenza, il valore finale dell'accelerazione (maggiore dell'8% rispetto al caso ottimizzato) superi di molto il limite generalmente imposto negli endoreattori ibridi di 6.5g; anche se, come evidenziato dal grafico di confronto delle pressioni (figura 5.17), la pressione di pressurizzazione del terzo stadio del caso non ottimizzato è minore rispetto al caso ottimizzato. Lo studio di questo aspetto riguardante l'accelerazione finale del terzo stadio, come già detto nella sezione 5.2.2 viene rimandato a lavori futuri.

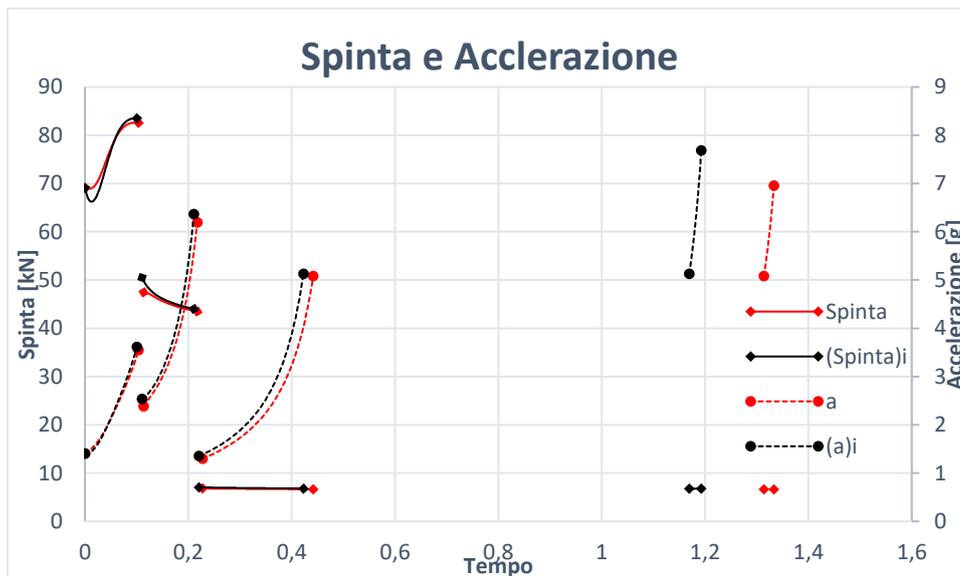


Figura 5.16: Confronto tra l'andamento della Spinta e dell'accelerazione prima e dopo l'ottimizzazione

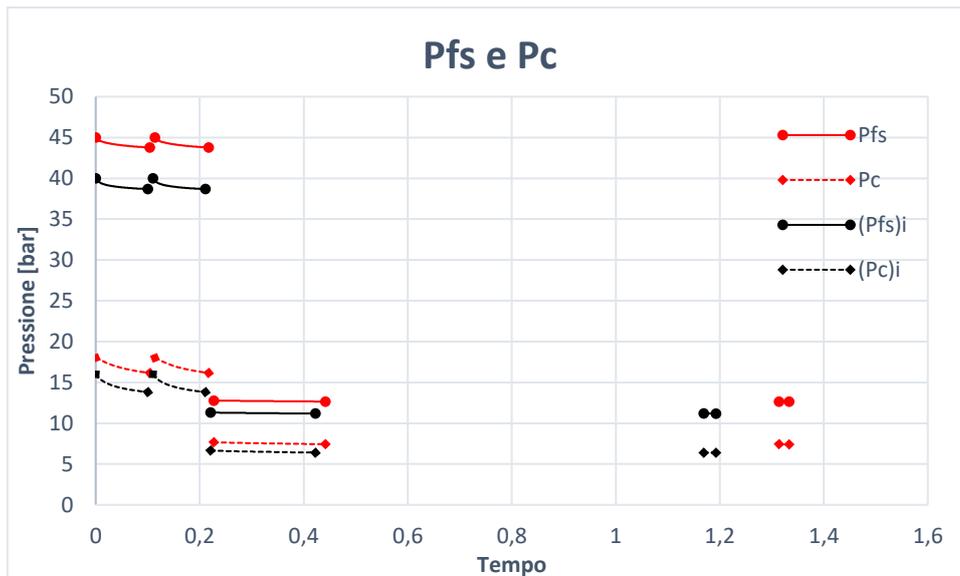


Figura 5.17: Confronta tra la pressione totale e la pressione del sistema di alimentazione prima e dopo l'ottimizzazione

L'ultimo parametro che viene confrontato è la portata. Dalla figura 5.18 si nota come la portata di propellente diminuisce dopo l'ottimizzazione (a fronte di un aumento di massa di combustibile utilizzato come è stato evidenziato nella tabella 5.2). La differenza è più marcata nei primi due stadi, mentre, risulta trascurabile se si osserva il singolo motore (come nell'ultimo stadio). Questo risultato mette in evidenza la miglior efficienza dell'endoreattore dopo l'ottimizzazione in quanto a fronte di livelli di impulso specifico maggiori è richiesta una portata minore.

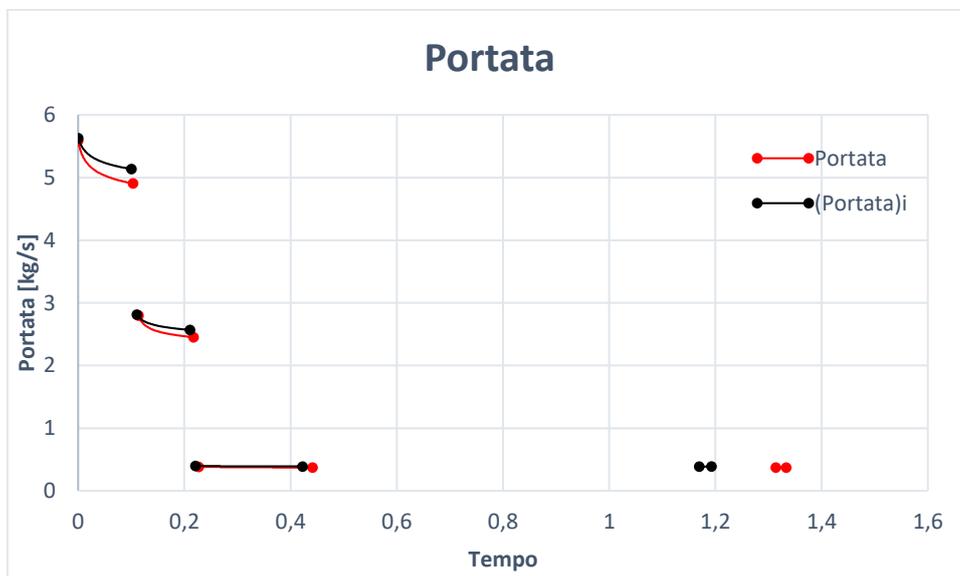


Figura 5.18: Confronto tra la portata totale del sistema prima e dopo il processo di ottimizzazione.

6. Conclusioni

Lo scopo di quest'analisi è stato quello di individuare i parametri di progetto ottimi che permettono di ottimizzare le prestazioni dell'HRE in esame e, una volta definita l'orbita finale, permettono di avere la traiettoria che massimizza il carico pagante. L'ottimizzazione è stata effettuata mediante un utilizzo combinato di procedure dirette ed indirette, in quanto negli endoreattori ibridi i requisiti della missione e le caratteristiche ottimali del motore sono strettamente correlate. Questo approccio permette di ottenere una progettazione soddisfacente, nonostante la presenza di numerosi vincoli su accelerazione, flusso termico e separazione degli stadi. La massa finale del carico utile, dopo l'ottimizzazione rientra nei range prefissati di 50-100Kg. Considerando che l'endoreattore in esame è un progettato per i lanci da terra, le sue buone prestazioni sono state ottenute grazie al sistema a turbopompe elettrico. Dopo il processo di ottimizzazione è stato possibile non solo aumentare la massa del carico utile di circa il 10% ma si è riusciti ad ottenere un endoreattore più performante, che riesce ad avere un rateo di regressione nettamente migliore rispetto al caso di partenza. Motivo per cui è possibile affermare che l'obiettivo prefissato è stato raggiunto mediante il codice sviluppato dal Politecnico di Torino. Inoltre, è bene ricordare che (prima dei vincoli sul flusso termico) la massa del carico pagante era aumentata del 22%. I risultati ottenuti indicano che questo tipo di endoreattore può essere una soluzione competitiva con gli attuali lanciatori di piccole dimensioni per la messa in orbita di nano-satelliti. Infatti, un lanciatore così progettato permetterebbe la messa in orbita di piccoli satelliti con una missione dedicata, svincolandosi dai lanci *piggyback* e permetterebbe inoltre una maggiore probabilità di successo della missione nonché una riduzione dei costi della missione, per via delle caratteristiche della propulsione ibrida.

Per questi motivi, è bene considerare un ulteriore sviluppo di tale endoreattore che porti ad incrementare ulteriormente la massa dal carico utile. Inoltre, come già specificato, non è stato considerato il problema dell'erosione della gola dell'ugello e in questo studio è stato rimandato il problema nel limitare l'accelerazione finale, dandone solo una possibile soluzione teorica.

Bibliografia

- [1] Deterministic and Robust Optimization of Hybrid Rocket Engines for Small Satellite Launchers, Lorenzo Casalino, Filippo Masseni, Dario Pastrone, Journal of Spacecraft and Rockets (2021), <https://doi.org/10.2514/1.A35007>
- [2] <https://www.marketsandmarkets.com/Market-Reports/small-satellite-market-150947396.html>
- [3] Optimal Design Comparison of Hybrid Rocket for Small Satellite Launchers Lorenzo CasalinoFilippo MasseniDario Pastrone (2021), <https://doi.org/10.2514/6.2021-3505>
- [4] <http://www.fedoa.unina.it/14/1/Carmicino.pdf>
- [5] https://www.politesi.polimi.it/bitstream/10589/79929/1/2013_04_Spoto.pdf
- [6] <https://aerospacecue.it/endoreattori-propellente-ibrido-promessa-futuro/21718/>
- [7] <https://www.eucass.eu/doi/EUCASS2019-0830.pdf>
- [8] <https://iris.polito.it/retrieve/handle/11583/2746132/286140>
- [9] Robust Design Approaches for Hybrid Rocket Upper Stage, L. Casalino, F. Masseni, D. Pastrone
Journal of Aerospace Engineering (2019), [https://dx.doi.org/10.1061/\(asce\)as.1943-5525.0001078](https://dx.doi.org/10.1061/(asce)as.1943-5525.0001078)
- [10] <https://www.esa.int/gsp/ACT/doc/ARI/ARI%20Study%20Report/ACT-RPT-MAD-ARI-06-4101-CanWePrune-Politecnico-di-Milano.pdf>
- [11] Optimization procedure for preliminary design of opposition-class mars missions, Lorenzo Casalino, Guido Colasurdo, Dario Pastrone, Journal of Guidance, Control, and Dynamics (1998), <https://doi.org/10.2514/2.4209>
- [12] Optimal Low-Thrust Escape Trajectories Using Gravity Assist, Lorenzo Casalino, Guido Colasurdo, Dario Pastrone, Journal of Guidance, Control, and Dynamics (1999), <https://doi.org/10.2514/2.4451>
- [13] Optimal design and control of hybrid rockets for access to space, Lorenzo Casalino, Dario Pastrone, 41st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit (2005), <https://doi.org/10.2514/6.2005-3547>
- [14] Oxidizer control and optimal design of hybrid rockets for small satellites, Lorenzo Casalino, Dario Pastrone, Journal of Propulsion and Power (2005), <https://doi.org/10.2514/1.6556>
- [15] Indirect optimization method for impulsive transfers Guido Colasurdo, Dario Pastrone, Astrodynamics Conference, 1994 (1994), <https://doi.org/10.2514/6.1994-3762>
- [16] Optimization of rocket ascent trajectories using an indirect procedure, Guido Colasurdo, Dario Pastrone, Lorenzo Casalino, 1995 Guidance, Navigation, and Control Conference

(1995), <https://doi.org/10.2514/6.1995-3323>

- [17] Pelton, J. N., and Madry, S., *Handbook of Small Satellites; Technology, Design, Manufacture, Applications, Economics and Regulation*, 2020.
- [18] Aircraft and Rocket Propulsion by Brian J. Cantwell Department of Aeronautics and Astronautics Stanford University, Stanford, California 94305, January 18, 2021