



**Politecnico  
di Torino**

**Corso di Laurea Magistrale  
in Ingegneria Aerospaziale**

Tesi di Laurea Magistrale

**Studio di un propulsore a ioni a corrente  
continua per missioni interplanetarie**

Applicazione di un propulsore a ioni idealizzato per le missioni DAWN e Hayabusa 2

Relatore:  
Prof. Lorenzo Casalino

Candidato:  
Marco Petrelli

**Aprile 2022**



*“If you don’t believe in yourself,  
no one will do it for you”  
Kobe Bryant*



# Indice

<b>Sommario .....</b>	<b>1</b>
<b>1. Introduzione .....</b>	<b>3</b>
1.1. Cenni sulla propulsione.....	4
1.1.1. La propulsione elettrica .....	6
1.2. I propulsori a ioni.....	9
1.2.1. Ionizzazione ed estrazione.....	10
1.2.2. Accelerazione .....	13
1.2.3. Neutralizzazione .....	17
1.2.4. Prestazioni .....	18
<b>2. Modello numerico.....</b>	<b>21</b>
2.1. Plasma Generator.....	22
2.2. Le griglie acceleratrici .....	30
2.2.1. Effetto guaina .....	30
2.2.2. Modello a due griglie bidimensionale .....	33
2.3. Definizione dei rendimenti.....	36
2.3.1. Efficacia di utilizzazione del propellente .....	36
2.3.2. Rendimento elettrico.....	40
2.3.3. Coefficiente di efficienza della produzione di ioni.....	41
2.3.4. Rendimento totale.....	45
<b>3. Risultati .....</b>	<b>49</b>
3.1. Geometria.....	50
3.1.1. Diametro della camera di combustione .....	50
3.2. Prestazioni.....	55

3.2.1. Spinta.....	55
3.2.2. Impulso specifico e velocità efficace di scarico .....	56
3.2.3. Potenza e rendimenti .....	57
3.3. Scelta dei parametri.....	61
3.3.1. Missione DAWN.....	61
3.3.2. Sonda Hayabusa 2 .....	70
3.4. Osservazioni finali.....	77
<b>Bibliografia e sitografia .....</b>	<b>79</b>
<b>Ringraziamenti .....</b>	<b>81</b>

# Elenco delle figure

Figura 1 – Propulsore schematizzato 1D .....	7
Figura 2 – $I_{sp} - \eta_{id}$ per diversi gas .....	10
Figura 3 – Schema di un propulsore a ioni .....	11
Figura 4 – Propulsore a ioni 1D .....	12
Figura 5 – Propulsore a ioni schematizzato .....	13
Figura 6 – Caduta di potenziale tra le griglie.....	14
Figura 7 – Neutralizzazione del fascio.....	17
Figura 8 – Effetto della neutralizzazione.....	18
Figura 9 – Camera di scarica semplificata .....	21
Figura 10 – Interpolazione dei coefficienti di ionizzazione ed eccitazione.....	24
Figura 11 – Rapporto tra coefficienti di ionizzazione ed eccitazione .....	25
Figura 12 – Andamento dei rendimenti rispetto a $T_{eV}$ .....	26
Figura 13 – Potenziale alle pareti.....	27
Figura 14 – Focalizzazione del fascio attraverso le griglie .....	30
Figura 15 – Convergenza – divergenza del fascio uscente.....	31
Figura 16 – Schema 1D della griglia acceleratrice .....	32
Figura 17 – $d$ per i vari gas propellenti.....	32
Figura 18 – Schema delle griglie 2D.....	33
Figura 19 – $\eta_m - I_{sp}$ a $V$ costante .....	37
Figura 20 – $\eta_m - I_{sp}$ a $P_{in}$ costante .....	38
Figura 21 – $\eta_m - \eta_e$ a $P_{in}$ costante .....	40
Figura 22 – $\eta_m - \eta_d$ a $V$ costante.....	42
Figura 23 – Rendimenti in funzione di $T_{eV}$ .....	43
Figura 24 – $\eta$ in funzione di $A$ .....	44
Figura 25 – $T_{eV} - \eta_t$ in funzione $A_a$ .....	45
Figura 26 – Rendimenti in funzione di $V$ .....	46
Figura 27 – Rendimenti in funzione di $P_{in}$ .....	47
Figura 28 – Schema del propulsore NSTAR .....	49
Figura 29 – Foto di un propulsore NSTAR.....	49
Figura 30 – $d - P_{in}$ con $I_b = 2A$ .....	50
Figura 31 – $d - \eta_t$ con $I_b = 2A$ .....	51
Figura 32 – $d - P_{in}$ con $I_b = 2.5A$ .....	51
Figura 33 – $d - \eta_t$ con $I_b = 2.5A$ .....	52
Figura 34 – $d - P_{in}$ con $I_b = 3A$ .....	52

Figura 35 – $d - \eta_t$ con $I_b = 3A$ .....	53
Figura 36 – $I_b - T$ con $V_b$ fissato.....	55
Figura 37 – $I_b - I_{sp}$ con $V$ fissato .....	56
Figura 38 – $I_b - P_{in}/I_{sp}$ con $V_b$ fissato .....	57
Figura 39 – $I_b - \eta_t$ con $V_b$ fissato .....	58
Figura 40 – Rendimenti in funzione di $I_b$ .....	58
Figura 41 – Traiettoria della missione DAWN.....	61
Figura 42 – $I_b - m_i$ per $d = 25cm$ .....	65
Figura 43 – $P_{in} - m_i$ per $d = 25cm$ .....	65
Figura 44 – $I_b - m_i$ per $d = 30cm$ .....	66
Figura 45 – $P_{in} - m_i$ per $d = 25cm$ .....	67
Figura 46 – $I_b - m_i$ per $d_c = 35cm$ .....	68
Figura 47 – $P_{in} - m_i$ per $d_c = 25cm$ .....	69
Figura 48 – $I_b - m_i$ con $d_c = 12.5cm$ .....	73
Figura 49 – $P_{in} - m_i$ con $d = 12.5cm$ .....	73
Figura 50 – $I_b - m_i$ con $d = 13cm$ .....	74
Figura 51 – $P_{in} - m_i$ con $d_c = 12.5cm$ .....	75

## Elenco delle tabelle

Tabella 1 – Caratteristiche dei vari propellenti .....	11
Tabella 2 – Prestazioni dei principali propulsori elettrostatici .....	20
Tabella 3 – Coefficienti di ionizzazione ed eccitazione.....	23
Tabella 4 – Livelli di manetta del propulsore NSTAR .....	59
Tabella 5 – Dati della missione DAWN.....	62
Tabella 6 – Livelli di manetta del propulsore.....	70
Tabella 7 – Dati della missione Hayabusa 2.....	71
Tabella 8 – Principali prestazioni del propulsore .....	75

## Sommario

Il lavoro di tesi prevede la modellizzazione numerica di un propulsore a ioni con camera di scarica a corrente continua. Il modello sviluppato è ideale e permette di valutare qualitativamente le principali prestazioni correlate alle dimensioni e alla potenza richiesta dal propulsore. Vengono presi come grandezze di riferimento la corrente utile degli ioni e il potenziale relativo al gas ionizzato. La camera di scarica viene modellizzata in 0-D, allo scopo di valutarne la geometria e i principali valori che ne regolano la potenza in ingresso, mentre le griglie acceleratrice sono sviluppate con un modello bidimensionale, che permette di tenere conto dei principali meccanismi di accelerazione e le problematiche annesse. In seguito, vengono stabiliti i principali legami tra le grandezze geometriche e le grandezze prestazionali, allo scopo di effettuare un corretto dimensionamento del propulsore. Per adoperare con l'ausilio di valori caratteristici ed esemplificativi, sono state scelte come riferimenti le missioni DAWN della NASA e Hayabusa della JAXA. In entrambi i casi, partendo dai dati ricavati dall'analisi della missione, si è studiata un'ottimizzazione della massa e della potenza del propulsore, dimensionando sia la massa del propulsore e della PPU, sia la massa relativa ai pannelli solari, ricavata in funzione della potenza minima richiesta. Infine, i valori di ottimo ottenuti sono stati confrontati e adattati con i valori limite della legge di Child-Langmuir, che stabilisce la densità di corrente massima transitabile attraverso le griglie acceleratrici, dunque la densità di spinta massima erogabile dal propulsore.



# 1. Introduzione

La propulsione elettrica è diventata negli ultimi decenni un settore in forte crescita e sviluppo. Di appannaggio prettamente sovietico durante la Guerra Fredda, è stata sviluppata e studiata in Occidente a partire dagli anni Novanta ed utilizzata in vari ambiti, dalle manovre di station-keeping e di controllo dell'assetto a missioni interplanetarie di lunga durata. Il fattore di interesse risiede nell'elevato impulso specifico, che li rende molto più convenienti rispetto ai propulsori chimici grazie ad una variazione di velocità maggiore e continua nel tempo, fattore che permette anche correzioni di manovra o cambi di direzione durante lo svolgimento delle missioni, e ad un'elevata efficienza nel consumo del propellente, elemento determinante nel dimensionamento del velivolo spaziale.

Con la seguente trattazione, si studieranno le principali prestazioni di un propulsore elettrostatico a ioni, ispirato a modelli già preesistenti, e se ne tratteranno le principali tematiche, dai vantaggi ai principali limiti. Lo studio si soffermerà, in particolare, sullo sviluppo di un modello matematico che permetta di descrivere al meglio la natura del problema e che costituisca un mezzo di comprensione dei fenomeni fisici che ne descrivono il funzionamento. Il modello sviluppato sarà ideale, non potendo tenere conto di perdite prevedibili ma non quantizzabili, ma può restituire un andamento qualitativo delle principali grandezze fisiche che verranno descritte. Inoltre, si studierà il suo funzionamento per una missione interplanetaria già svolta, con masse strutturali e payload già fissati, allo scopo di valutarne i valori di ottimo della massa iniziale del velivolo e il dimensionamento. Si utilizzeranno dati già preesistenti allo scopo di dimensionare il propulsore per una migliore ottimizzazione in base alla missione. Si adotteranno tecnologie innovative, come pannelli con una maggiore efficienza, per raggiungere risultati diversi rispetto a quelli riscontrati. Infine, si considereranno i punti di vantaggio e le principali problematiche relative a questo tipo di propulsori.

## 1.1. Cenni sulla propulsione

La propulsione, in ambito spaziale, è l'azione mediante la quale un corpo viene posto e mantenuto in movimento nello spazio, modificando i suoi parametri orbitali. Questa azione è ottenibile tramite una spinta, prodotta in base al principio di azione e reazione, ossia con lo scambio di quantità di moto con un corpo esterno che esercita, dunque, una forza.

Nello spazio vuoto, l'incremento di velocità è ottenuto con l'espulsione di propellente, cioè il mezzo con cui si scambierà quantità di moto. Studiando il problema unidimensionale in un sistema isolato, in cui la quantità di moto si conserva, si ottiene in un incremento di tempo  $dt$ :

$$mV = (m - dm_p)(V + dV) - dm_p(c - V)$$

dove  $dm_p$  è la quantità infinitesima di propellente espulso alla velocità  $c$ .

Trascurando i termini infinitesimi di secondo ordine:

$$mdV = dm_p c$$

Il propellente, nel caso della propulsione elettrica, viene espulso in modo continuativo nel tempo, dunque, si può definire la portata di propellente uscente dal corpo  $\dot{m}_p = \frac{dm_p}{dt}$  tale che:

$$m \frac{dV}{dt} = \dot{m}_p c$$

Tale relazione è analoga alla seconda legge della dinamica (legge di Newton), solo che in questo caso  $m$  è variabile nel tempo e la forza generata è diretta nel verso opposto rispetto a quello di espulsione della massa. Dunque, il corpo subisce una variazione della massa:

$$\frac{dm}{dt} = -\dot{m}_p$$

La spinta, in conclusione, sarà data da:

$$\dot{m}_p c = T$$

con  $c$  definita come la velocità efficace di scarico, ossia la velocità con cui il propellente è espulso dal velivolo. È definibile, a questo punto, la potenza della spinta:

$$P_T = \frac{1}{2} \dot{m}_p c^2 = \frac{Tc}{2}$$

Per valutare l'effetto della spinta cumulativo nel tempo, si definisce l'impulso totale come:

$$I_t = \int_{t_0}^{t_f} T dt$$

se, in particolare, la spinta è costante nel tempo:

$$I_t = T\Delta t$$

Per includere gli effetti della variazione della massa, si valuta il consumo di propellente come:

$$m_p = \int_{t_0}^{t_f} \dot{m}_p dt = \dot{m}_p \Delta t$$

A questo punto, è definibile l'impulso specifico:

$$I_{sp} = \frac{I_t}{m_p g_0}$$

dove  $m_p g_0$  è il peso che il propellente avrebbe consumato sulla Terra al livello del mare. L'impulso specifico è una delle grandezze più importanti nella propulsione spaziale, in grado di definire quanto il propellente sia efficacemente consumato, al netto dell'effetto utile totale ottenuto, rappresentato da  $I_t$ . Esso, dunque, fornisce il rapporto tra la spinta effettiva ottenuta e la massa necessaria per ottenerla:

$$I_{sp} = \frac{T\Delta t}{\dot{m}_p \Delta t g_0} = \frac{c}{g_0} [s]$$

Questa definizione, valida solo localmente in un dato istante, definisce la correlazione stretta tra  $c$  e  $I_{sp}$  tramite un fattore costante  $g_0$ . La dimensione dell'impulso specifico è in secondi, dunque può definire il tempo per cui una massa assegnata è in grado di fornire una spinta pari al suo peso a livello del mare. La quantità di propellente necessario diminuisce al crescere dell'impulso specifico, con minor peso e minor costo della missione.

L'obiettivo della missione è la variazione di velocità di spacecraft  $\Delta V$ :

$$\Delta V = \int_{t_0}^{t_f} \frac{T}{m} dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{\dot{m}_p c}{m} dt$$

Effettuando un cambio di variabili con  $\dot{m}_p = -\frac{dm}{dt}$ , si ottiene, con  $c$  costante:

$$\Delta V = -c \int_{m_0}^{m_f} \frac{dm}{m}$$

Integrando:

$$\Delta V = c \ln \left( \frac{m_0}{m_f} \right) \rightarrow \frac{m_f}{m_0} = e^{-\frac{\Delta V}{c}}$$

Questa è definita come l'equazione del razzo (o equazione di Tsiolkowski), che permette di valutare la massa possibile da portare a destinazione, ossia la quantità di propellente necessaria per una determinata missione.

$$m_p = m_0 - m_f$$

A parità di  $c$ , più  $\Delta V$  aumenta, più sarà necessario imbarcare combustibile e il rapporto  $\frac{m_f}{m_0}$  sarà sempre più piccolo. Conviene, dunque, per missioni di lunga durata, avere valori di  $\Delta V$  e  $c$  quantomeno paragonabili. La propulsione chimica, a tal proposito, è contraddistinta da bassi valori di  $c$ , e con missioni ad alto  $\Delta V$  il consumo di propellente è spropositato, mentre con la propulsione elettrica, caratterizzata da valori di  $c$  molto elevati, è possibile effettuare missioni con grandi  $\Delta V$  con consumi di  $m_p$  accettabili.

### 1.1.1. La propulsione elettrica

La propulsione elettrica, per uso spaziale, è divisibile in tre tipi principali:

1. Propulsione elettrotermica: il propellente è riscaldato (direttamente o indirettamente) tramite energia elettrica ed espande successivamente in un ugello;
2. Propulsione elettrostatica: il propellente è ionizzato e accelerato tramite forze elettrostatiche;
3. Propulsione elettromagnetica: il propellente è ionizzato e accelerato grazie all'effetto di forze elettromagnetiche dovute all'interazione di campi magnetici interni o esterni alla corrente elettrica nel flusso di propellente.

In generale, nella propulsione elettrica, a differenza di quella chimica, l'energia necessaria per riscaldare il propellente è separata da esso; dunque, serve un generatore di potenza esterna  $P_E$  (pannelli solari, radioisotopi o reattori a fissione nucleare). In base alla potenza elettrica disponibile, i propulsori elettrici possono essere utilizzati per manovre di precisione ( $P_E \approx 1W$ ), per inserimenti in orbita di piccoli satelliti o piccole missioni robotiche interplanetarie ( $P_E \approx 1kW$ ), per inserimenti in orbita GEO o missioni interplanetarie di carattere scientifico o esplorativo ( $P_E \approx 5 \div 10kW$ ), o per missioni umane nello spazio ( $P_E \approx 100 \div 1000kW$ ).

La portata  $\dot{m}_p$  e la potenza elettrica  $P_E$  sono parametri indipendenti ed entrambi determinano i valori di  $c$  o  $I_{sp}$ . L'energia a disposizione è, dunque, indipendente da quella

necessaria ad accelerare il propellente; tuttavia, nonostante  $I_{sp}$  maggiori rispetto alla propulsione chimica, si deve tenere conto del costo e del peso di un generatore di potenza.

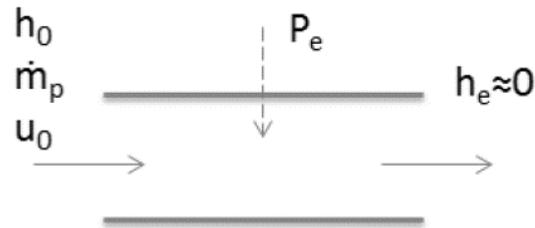


Figura 1 – Propulsore schematizzato 1D

Si fornisce, dunque, potenza elettrica al sistema per riscaldare il propellente, che viene, quindi, trasformata in energia cinetica del gas. Si ha:

$$\dot{m}_p \left( h_c + \frac{v_{ex}^2}{2} - h_0 \right) = \eta P_E$$

$$P_T = \eta P_E = P_E - \text{perdite}$$

Su ricava così la  $v_{ex}$ :

$$v_{ex} = \sqrt{2\eta \frac{P_E}{\dot{m}_p}}$$

Considerando  $v_{ex} \approx c$ , si definisce:

$$T = \dot{m}_p v_{ex} \rightarrow \frac{T v_{ex}}{2} = \eta P_E$$

Dunque, sostituendo:

$$v_{ex} = \frac{2\eta P_E}{T}$$

Per aumentare  $v_{ex}$ , si può, dunque, operare indistintamente su  $P_E$ , aumentandola, o su  $\dot{m}_p$ , diminuendola.

Erogare una potenza elettrica maggiore richiede un generatore più pesante e costosa. Definita  $P_E$ , si ha che:

$$m_s = \alpha P_E = \frac{\alpha T v_{ex}}{\eta 2}$$

dove  $m_s$  è la massa del generatore.  $\alpha$  è un fattore di proporzionalità che lega la massa del generatore alla potenza elettrica erogabile dallo stesso. Generalmente, per dei pannelli solari,  $\eta = 1 \div 10 \frac{kg}{kW}$  (in base alla tecnologia a disposizione). Calcolando l'accelerazione subita dal sistema:

$$a = \frac{T}{m} < \frac{T}{m_s} = \frac{T}{\alpha P_E} = \frac{T}{\alpha \frac{T v_{ex}}{2\eta}} = \frac{2\eta}{\alpha v_{ex}}$$

Utilizzando dei valori tipici della propulsione elettrica (ex.  $v_{ex} = 10km/s$ ,  $\eta = 0.5$ ,  $\alpha = 10 \frac{kg}{kW}$ ), si ottiene:

$$a = 0.01 \frac{m}{s^2} \approx \frac{g_0}{1000}$$

Risulta dunque evidente come sia impossibile per un propulsore elettrico sollevarsi da terra. La propulsione elettrica, per questo motivo, può essere utilizzata solamente in orbita, dove la forza gravitazionale risulta annullata dalle forze centrifughe.

## 1.2. I propulsori a ioni

La propulsione elettrostatica si basa sulla creazione di un campo elettrico  $E$  in cui un gas ionizzato subisce una forza  $F = qE$ , che a sua volta esercita una forza  $qE$  sull'elettrodo che ha generato il campo. In un gas ionizzato sono presenti sia ioni che elettroni, dunque la forza complessiva sarà nulla. Tuttavia, se all'interno della camera del propulsore è possibile separare elettroni e ioni, si può creare una spinta. In tal senso, è conveniente accelerare gli ioni per la loro massa più elevata (come si vedrà in seguito), dunque si parla di propulsori a ioni.

Il campo elettrostatico conservativo,  $E_{tot} = cost.$ , dunque:

$$\frac{1}{2}mv_{ex}^2 + qV_e = \frac{1}{2}mv_0^2 + qV_0$$

$qV_e = 0$  perché si assume che lo ione sia espulso nel vuoto, dove il potenziale è nullo, mentre  $v_0 = 0$  dato che il gas presente in camera di scarica è inizialmente fermo. Dunque, si arriva a:

$$v_{ex} \approx v_+ = \sqrt{2 \frac{e}{m_+} V_0} \approx c$$

La velocità di scarico degli ioni dipende dalla tensione di accelerazione  $V_0$  e dalla massa degli ioni  $m_+$ . Ionizzare gli atomi, tuttavia, richiede energia, che viene dissipata nella scissione dell'atomo. Definendo, quindi, un rendimento ideale, che tiene conto solo della potenza utile e del costo di ionizzazione dell'atomo  $\epsilon_b$  (trattata come unica perdita del modello), si ottiene:

$$\eta_{id} = \frac{\frac{1}{2}m_+v_+^2}{\frac{1}{2}m_+v_+^2 + \epsilon_b} = \frac{1}{1 + \frac{2\epsilon_b}{m_+v_+^2}}$$

Si nota che per aumentare  $\eta_{id}$ , ossia aumentare l'efficienza del propulsore, bisogna avere  $\epsilon_b$  bassi, ossia piccoli costi di ionizzazione, e  $m_+$  e  $v_+$  elevati, dunque conviene accelerare gli ioni, dotati di massa maggiore rispetto agli elettroni.

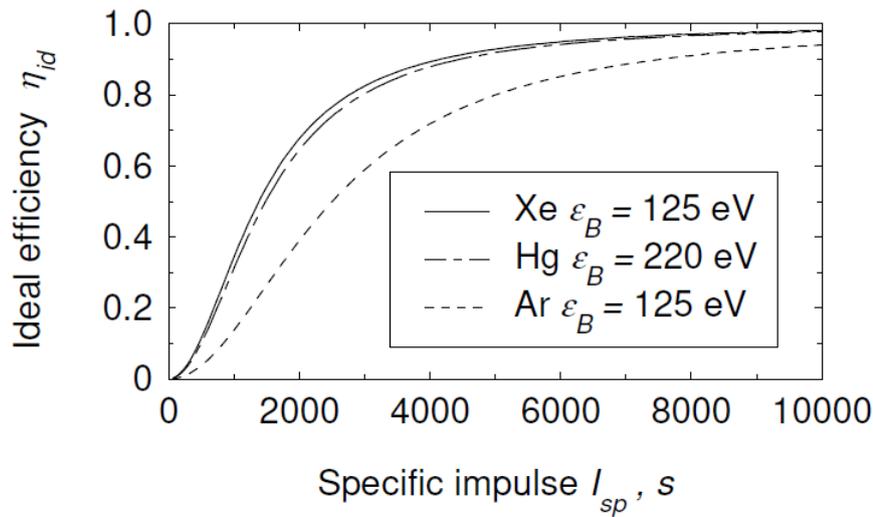


Figura 2 –  $I_{sp}$  –  $\eta_{id}$  per diversi gas

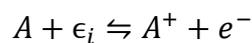
Inoltre, essendo  $I_{sp} \propto v_{ex}$ , questa tipologia di propulsore risulta conveniente per impulsi specifici elevati, dunque per missioni di lunga durata nel tempo.

I tre aspetti fondamentali della propulsione elettrostatica, in particolare di un propulsore a ioni, sono:

1. Ionizzazione ed estrazione
2. Accelerazione degli ioni
3. Neutralizzazione

### 1.2.1. Ionizzazione ed estrazione

Il primo passo è creare delle cariche elettriche, ossia separare le cariche negative da quelle positive all'interno di un atomo. Secondo la quantistica, gli elettroni possono occupare solo alcuni livelli discreti di energia, ossia gli orbitali. Lo a cui si associa la minor energia dell'elettrone è lo stato fondamentale (Ground State). Fornendo energia, gli elettroni "salgono" di orbitale, allontanandosi dal nucleo, fino a separarsi dall'atomo. A questo punto, si definisce energia di prima ionizzazione  $\epsilon_i$  l'energia minima richiesta per strappare all'atomo il primo elettrone dallo stato fondamentale. Analogamente, si può definire un'energia di seconda ionizzazione  $\epsilon_{ii}$  come l'energia necessaria per estrarre il secondo atomo, e ugualmente per gli elettroni rimanenti.



Esiste la reazione inversa, ossia la reazione di ricombinazione, in cui lo ione ingloba un elettrone liberando la stessa quantità di energia utilizzata per estrarlo. Queste reazioni

sono da evitare nel caso di un propulsore a ioni, causando di fatto la perdita dell'energia utilizzata per strappare l'elettrone.

propellant	Cs	Hg	Xe	Kr	Ar
$\mathcal{M}$ , AMU	132.9	200.6	131.3	83.8	39.9
$m$ , $10^{-25}$ kg	2.21	3.33	2.18	1.39	0.66
$q/m$ , $10^5$ C/kg	7.25	4.80	7.34	11.50	24.13
$\epsilon_i$ , eV	3.89	10.44	12.13	14.00	15.80
$\epsilon_i/m$ , MJ/kg	2.82	5.02	8.90	16.12	38.30
notes	toxic	toxic			

Tabella 1 – Caratteristiche dei vari propellenti

Si nota come le energie di prima ionizzazione più basse appartengano a mercurio e cesio, con un costo pari a pochi elettronvolt. Tuttavia, a causa della loro tossicità, viene preferito lo xeno come propellente, con  $\epsilon_i = 12.13 \text{ eV}$  e  $m_+ = 2.18 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$ , che rappresenta un buon compromesso per entrambi i parametri influenti nel rendimento ideale.

All'interno della camera di scarica o camera di ionizzazione, viene a formarsi il plasma, ossia un gas ionizzato costituito da elettroni e ioni e globalmente neutro (la cui carica elettrica totale è cioè nulla).

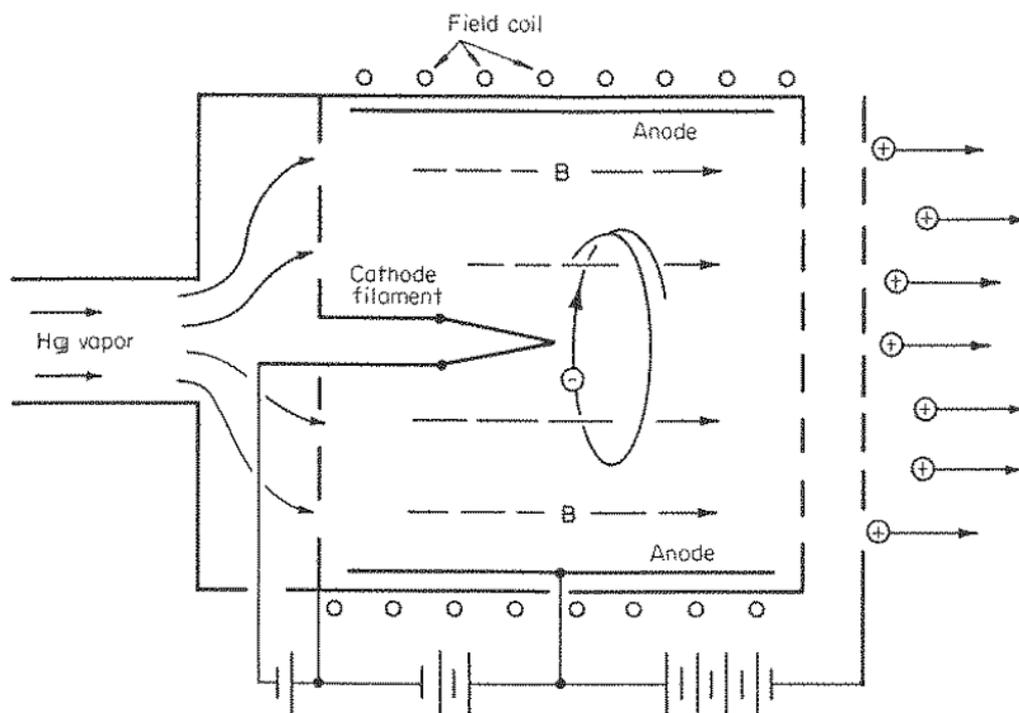


Figura 3 – Schema di un propulsore a ioni

Gli ioni possono essere generati con due meccanismi:

1. Bombardamento di elettroni: il catodo emette elettroni primari ad alta energia nella camera, che urtano gli atomi ionizzandoli ed in seguito un anodo accelera gli elettroni grazie al campo elettrico creatosi tra catodo e anodo
2. Radiazioni a radio frequenza: gli elettroni liberi nel gas vengono accelerati da un'onda elettromagnetica e urtano gli atomi ionizzandoli (non trattato in questa tesi)

In entrambi i casi, gli ioni sono generati attraverso collisioni tra gli elettroni. Si ottiene, dunque, in camera, un plasma quasi neutro, ad una pressione bassa. Si tratterà solamente il modello a bombardamento di elettroni.

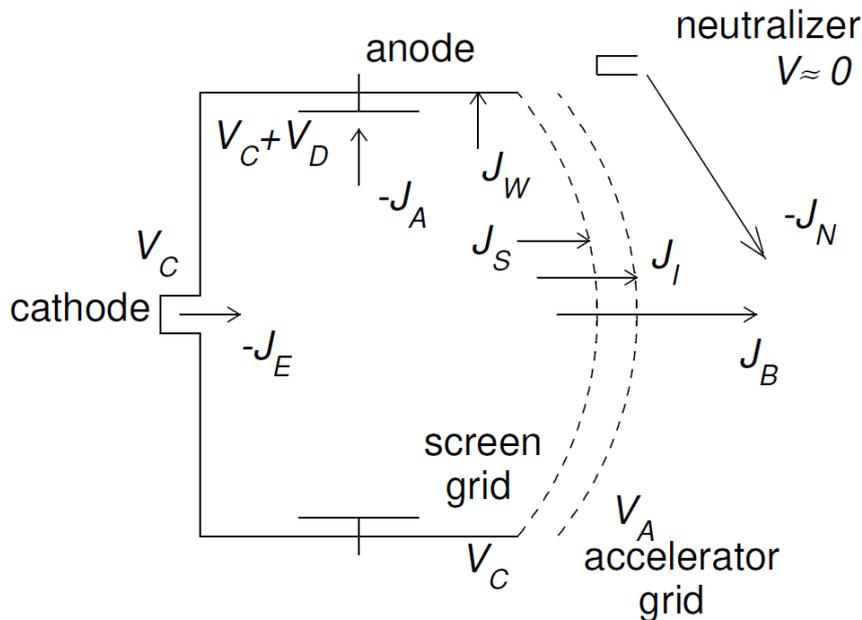


Figura 4 – Propulsore a ioni 1D

Le pareti della camera, il catodo e la griglia schermo sono ad una tensione  $V_C$ , mentre si ha una tensione di scarica  $V_D$ , dunque l'anodo sarà ad una tensione  $V_C + V_D$ . Il plasma è ad una tensione leggermente più bassa di quella all'anodo  $V_b \approx V_C + V_D$ . Il valore di  $V_b$  è molto importante ed è dettato dai requisiti di missione (come si vedrà in seguito).

Gli elettroni primari sono attratti dall'anodo, ma è fondamentale che non lo raggiungano troppo presto, riducendo le probabilità di ionizzazione con conseguente spreco dell'energia utilizzata per la generazione dell'elettrone. Per ottenere ciò, grazie alla presenza di un campo magnetico  $B$  nella camera di scarica, generato da magneti posti lungo le pareti, si riesce ad ottenere un confinamento degli elettroni primari nella camera di scarica. Il campo magnetico, inoltre, permette di ridurre la frazione di ioni che colpiscono le pareti della camera di scarica e deve essere avere valori rilevanti ( $B \approx 10T$ ), tali da mantenere un parametro di Hall elevato ed una pressione bassa, in quanto se la pressione fosse alta, aumenterebbero le collisioni, ma diminuirebbe la quantità di moto, con un decremento del parametro di Hall.

Il parametro di Hall è definito come:

$$\Omega = \frac{eB}{mv_c}$$

dove  $v_c$  è la frequenza di collisione degli elettroni.

Inoltre, la pressione bassa garantisce che gli atomi non ionizzati non tendano a scappare attraverso la griglia schermo, creando una perdita notevole di propellente oltre all'usura del motore.

## 1.2.2. Accelerazione

In fondo alla camera di scarica, sono presenti due griglie che permettono l'estrazione e l'accelerazione degli ioni creati in camera di scarica.

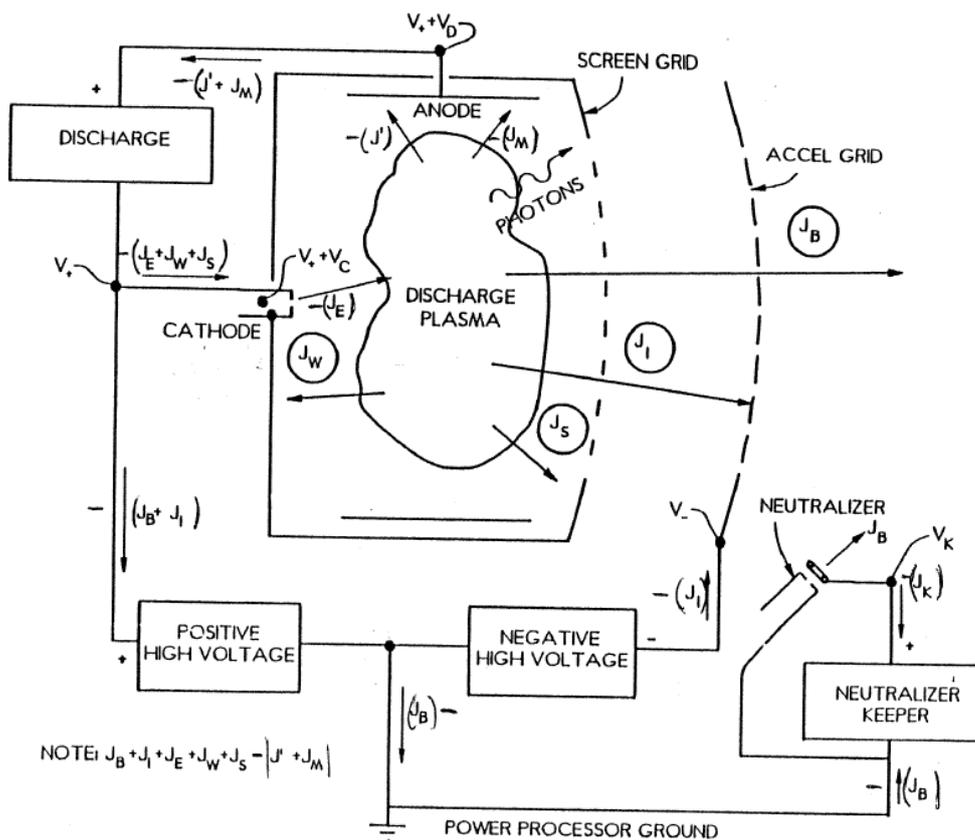


Figura 5 – Propulsore a ioni schematicizzato

La prima griglia, ossia la griglia schermo, è posta ad un potenziale  $V_c$  positivo, lo stesso delle pareti della camera, con gli ioni che si separano dagli elettroni, attratti dall'anodo

posto ad un potenziale leggermente maggiore, e si muovono verso il fondo della camera per diffusione. Le griglie sono forate per ridurre la forza repulsiva reciproca degli ioni e per non avere fenomeni accentuati di divergenza del fascio: si ottengono, così, tanti piccoli fasci di ioni, che risentono solo della forza repulsiva degli altri ioni presenti nel proprio fascio e che, in seguito, verranno accelerati. L'effetto che consente la focalizzazione del fascio e la diminuzione delle perdite per divergenza è chiamato effetto guaina e verrà analizzato in maniera approfondita nel modello numerico.

La seconda griglia, la griglia acceleratrice, permette l'accelerazione degli ioni, e quindi la generazione della spinta. Per questo motivo, è posta ad un potenziale molto basso e negativo  $V_A$ , e la differenza di potenziale con la screen grid permette l'accelerazione delle particelle positive. Si definisce, dunque, una intra-grid voltage:

$$V_G = V_b + |V_A|$$

La problematica fondamentale dei propulsori a ioni risiede proprio in questa griglia: esiste un limite, ossia una massima quantità di corrente transitabile attraverso le due griglie. Questo limite è dettato dalla legge di Child-Langmuir.

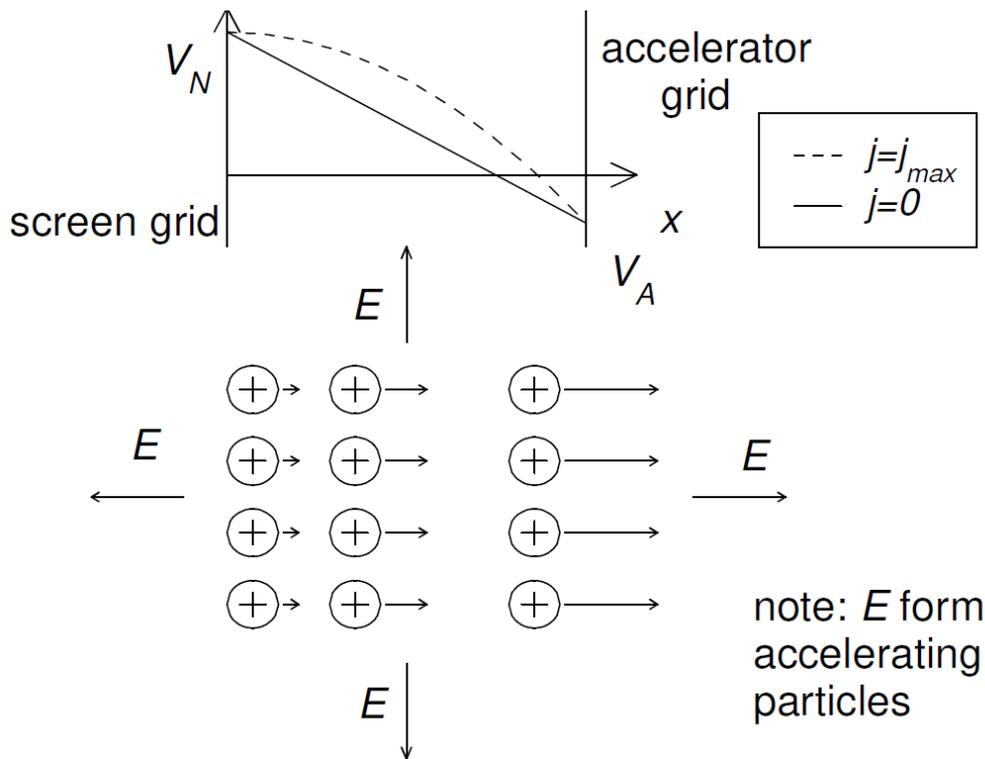


Figura 6 – Caduta di potenziale tra le griglie

In un'analisi 1-D delle due griglie, si analizza l'andamento della corrente in correlazione alla differenza di potenziale tra le due griglie. In  $x = 0$ , si ha che il gas è ad un potenziale  $V_b$  (descritto in figura come  $V_N$ ) e ad una velocità  $u_0$  nulla. In  $x = x_a$ , dove  $x_a$  è la coordinata in cui è posizionata la griglia acceleratrice, nonché la distanza tra le due griglie,

è posizionata la griglia acceleratrice ad un potenziale che inizialmente si considera nullo. Il campo elettrico risultante, per ipotesi 1-D, è solamente assiale. Dunque, la prima equazione di Maxwell assume la seguente forma:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{ne}{\epsilon_0}$$

In termini di potenziale:

$$E = -\frac{dV}{dx} \rightarrow \frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{ne}{\epsilon_0}$$

In termini di densità di corrente:

$$j = neu \rightarrow \frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{j}{\epsilon_0 u}$$

Dalla conservazione dell'energia, invece, si ottiene:

$$\frac{1}{2}m_+u^2 + eV = eV_b = \text{cost.}$$

$$u = \sqrt{\frac{2e}{m_+}(V_b - V)}$$

Sostituendo la velocità nell'equazione del potenziale:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{j}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{m_+}{2e}} (V_b - V)^{-\frac{1}{2}}$$

Moltiplicando entrambi i membri per  $2\frac{dV}{dx}$  e integrando da 0 a  $x$ , si arriva a:

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)^2 - \left(\frac{dV}{dx}\right)_{x=0}^2 = \frac{4j}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{m_+}{2e}} (V_b - V)^{\frac{1}{2}}$$

La condizione di massima corrente  $j_{max}$  si ha per:

$$E_0 = \left(\frac{dV}{dx}\right)_{x=0} = 0$$

$E_0$  è il valore del campo elettrico all'ingresso della zona di accelerazione, ovvero il campo elettrico della griglia schermo. Con  $E_0 = 0$ , l'equazione diventa:

$$\frac{dV}{dx} = \pm \left( \frac{4j_{max}}{\epsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{m_+}{2e} \right)^{\frac{1}{4}} (V_b - V)^{\frac{1}{4}}$$

Si ottiene, dunque, un'equazione differenziale a variabili separabili. Risolvendola, si ottiene:

$$\frac{4}{3} (V_b - V)^{\frac{3}{4}} = \left( \frac{4j_{max}}{\epsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{m_+}{2e} \right)^{\frac{1}{4}} x$$

Ponendosi nelle condizioni di uscita, ossia per  $x = x_a$  e  $V = 0$ , si ricava la  $j_{max}$ :

$$j_{max} = \frac{4\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e V_b^{\frac{3}{2}}}{m_+ x_a^2}}$$

Questa legge è valida per un potenziale della griglia nullo, ma generalmente esso è negativo:

$$V = -|V_A| \rightarrow V_G = V_b + |V_A|$$

Si ottiene in questo modo la densità di corrente transitabile attraverso le due griglie acceleratrice, ossia la legge di Child-Langmuir:

$$j_{max} = \frac{4\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e V_G^{\frac{3}{2}}}{m_+ x_a^2}}$$

Da questa espressione, si evince come sia conveniente avere  $V_G$  elevati e  $x_a$  per massimizzare la densità di corrente massima, e dunque la spinta massima erogabile dal propulsore.

In termini di spinta:

$$\left( \frac{T}{A} \right)_{max} = j_{max} \frac{m_+}{e} c = \frac{4\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2m_+ V_G^{\frac{3}{2}}}{e x_a^2}} c$$

$c$  è una variabile indipendente, quindi si nota come la densità di spinta massima aumenta all'aumentare di  $V_G$  (con  $V_A$  fortemente negativi), all'aumentare di  $\frac{m_+}{e}$  e al ridursi di  $x_a$ , che tuttavia deve tenere conto di diversi limiti tecnologici dovuti sia ai carichi termici sia alla formazione di eventuali archi elettrici tra le griglie.

La griglia acceleratrice viene, dunque, posta ad un potenziale negativo sia per la massimizzazione della densità di spinta, sia per evitare l'electron backstreaming, ossia il

riflusso degli elettroni utilizzati per la neutralizzazione del fascio uscente, respinti dalla forza repulsiva di un potenziale  $V_A$  negativo. Se  $V_A$  fosse nullo, gli elettroni, attratti dagli ioni carichi positivamente, potrebbero seguire il percorso inverso degli stessi, riducendo la spinta e danneggiando il propulsore.

Nel caso di una  $|V_A|$  particolarmente elevata, vi possono essere forti repulsive che possono divergere il fascio di ioni uscente e creare divergenze, con conseguenti perdite per disallineamento della spinta. Per questo motivo, in alcuni casi, viene posta una terza griglia deceleratrice a potenziale nullo, con l'utilità di una maggiore focalizzazione del fascio. Tuttavia, trattandosi di un elemento soggetto ad urti con particelle a velocità molto elevate, è soggetto ad usura ed elevati carichi termici, motivo per il quale è estremamente critico e in molti casi viene omesso.

### 1.2.3. Neutralizzazione

La neutralizzazione del fascio uscente avviene per evitare che lo spacecraft si carichi negativamente (attraendo le particelle positive appena espulse) e che gli ioni fuoriusciti dal velivolo creino un campo elettrico che li blocchi e li faccia tornare indietro.

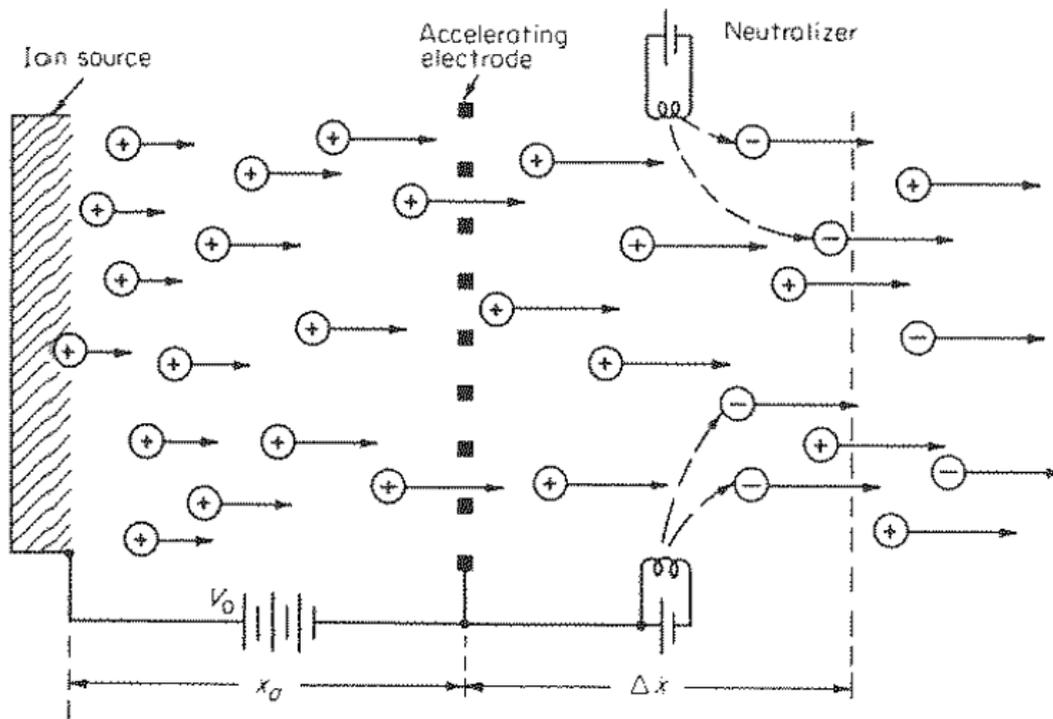


Figura 7 – Neutralizzazione del fascio

Dal punto  $x_a$  si possono studiare le possibili configurazioni del moto della particella. Dopo  $x_a$ , gli ioni decelerano a causa di quelli fuoriusciti in precedenza, ma in seguito potrebbero riaccelerare a causa di quelli che si trovano dietro di essi.

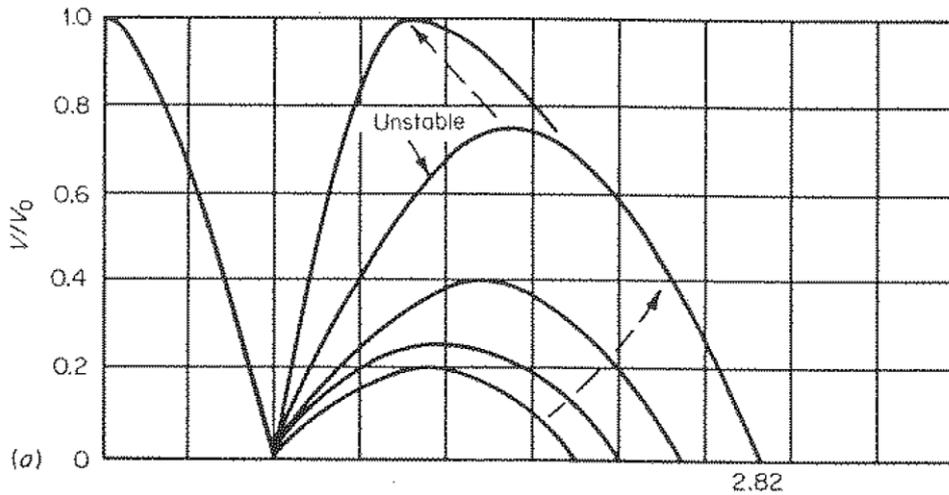


Figura 8 – Effetto della neutralizzazione

Esiste un limite  $x_{b_{lim}}$  in cui la particella decelera fino a raggiungere velocità nulla per ritornare indietro, ossia viene riflessa, che vale  $x_{b_{lim}} = 2\sqrt{2}x_a$ . Per  $x_b < 2x_a$  la riflessione non avviene, dunque è necessario neutralizzare il fascio di ioni in un intervallo  $2x_a < x_b < 2\sqrt{2}x_a$ .

La neutralizzazione del fascio avviene attraverso un catodo che immette elettroni lateralmente al flusso, per ripararlo dall'usura dovuta all'alta velocità delle particelle positive. Anche il flusso di elettroni neutralizzatore, tuttavia, è soggetto alla legge di Child-Langmuir. Per superare questa limitazione, il neutralizzatore è dato da un catodo cavo (hollow cathode) in cui scorre un plasma quasi neutro, in cui la densità di carica è nulla ma vi scorre la corrente di elettroni che non sarà, quindi, soggetta alla legge di Child-Langmuir. Gli elettroni sono ottenuti ionizzando propellente tramite bombardamento di elettroni e questi ultimi, essendo più veloci degli ioni, creano una corrente netta che allo stesso tempo non è soggetta ai limiti di corrente della legge di Child-Langmuir. Il grosso svantaggio di questo metodo, tuttavia, risiede nell'aumento di consumo di propellente.

### 1.2.4. Prestazioni

I principali valori che definiscono l'efficienza di questo propulsore risiedono nell'efficacia di utilizzazione del propellente e nel rendimento elettrico.

L'efficacia di utilizzazione del propellente è definita come il rapporto tra il propellente ionizzato ed efficace per la creazione di spinta ed il propellente totale:

$$\eta_m = \frac{\dot{m}_+}{\dot{m}_+ + \dot{m}_a} = \frac{\dot{m}_+}{\dot{m}_t}$$

Il rendimento elettrico è definito come la potenza utile sviluppata e la potenza elettrica totale utilizzata:

$$\eta_e = \frac{\frac{1}{2} \dot{m}_p u_+^2}{P_E}$$

Nel propulsore ideale, la potenza elettrica, definita anche come la potenza totale in ingresso, è dovuta solamente alla somma della potenza utile e della potenza utilizzata per la ionizzazione del propellente.

$$P_E = P_{in} = \frac{\dot{m}_+ u_+^2}{2} + \epsilon_b \frac{\dot{m}_+}{\dot{m}_t}$$

Il rendimento totale sarà dato dal prodotto di questi due rendimenti, ossia dalla potenza propulsiva rapportata alla potenza elettrica in ingresso.

$$\eta_t = \eta_m \eta_e = \frac{Tc}{2P_E}$$

La spinta, senza considerare la divergenza del fascio, sarà data da  $T = \dot{m}_+ u_+$ , da cui si deriva la velocità efficace di scarico:

$$c = \frac{T}{\dot{m}_t} = \eta_m u_+$$

I principali valori prestazionali dei propulsori a ioni sono i seguenti:

Type	Hall	Ion	FEEP
propellant	Xe	Xe	Cs Ir
$I_{sp}$ , s	1500-2500	2000-4000	6000
$P_E$ , W	300-10000	200-5000	1
$\eta$	0.5	0.65	0.8
voltage, V	200-600	1000-2000	6000
thruster mass, kg/kW	2-3	3-6	?
PPU mass, kg/kW	6-10	6-10	?
feed system	regulated	regulated	no
lifetime, h	> 7000	> 10000	?
missions	SK, orbit transfer (med- $\Delta V$ )	SK, orbit transfer (large- $\Delta V$ )	precise corrections

*Tabella 2 – Prestazioni dei principali propulsori elettrostatici*

## 2. Modello numerico

Per esaminare le principali caratteristiche di un propulsore a ioni a corrente continua, è utile fare riferimento ad un modello idealizzato, che mette in risalto i principali processi all'interno del flusso di particelle e lo scambio di energia dovuto al plasma.

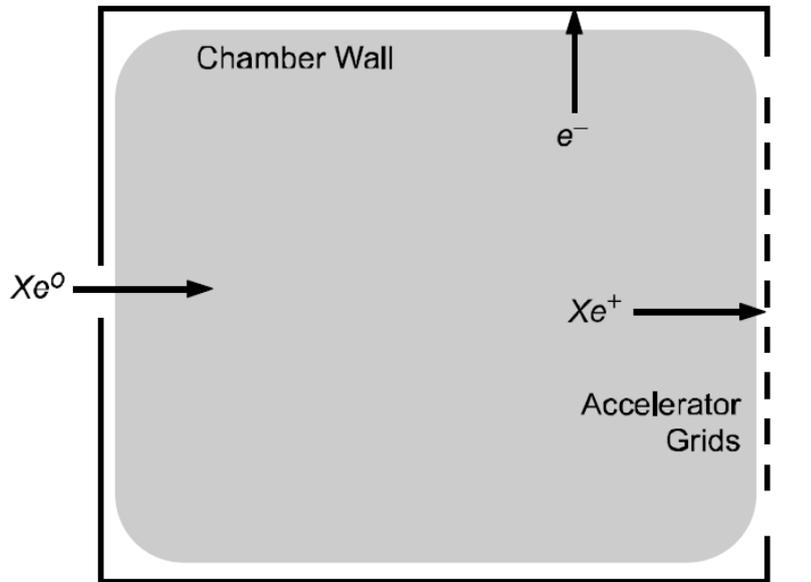


Figura 9 – Camera di scarica semplificata

La tipologia di propulsore scelta è quella con bombardamento di elettroni (di tecnologia prettamente americana), laddove un gas neutrale viene riscaldato da un catodo attraverso elettroni primari ad alta energia di scarica per ionizzare la miscela neutra. Gli ioni saranno accelerati attraverso l'anodo grazie al campo elettrico  $\vec{E}$  formatosi tra anodo e catodo, mentre un egual numero di elettroni viene attratto verso le pareti, caricate positivamente. Il propellente ionizzato viene in seguito accelerato ed espulso dalle griglie acceleratrici per generare spinta utile.

In questo modello si analizzano, in particolare, i comportamenti delle principali correnti in camera di scarica ed il meccanismo che regola l'accelerazione delle particelle attraverso la griglia schermo e la griglia acceleratrice. Non viene trattata la neutralizzazione in quanto fonte consumo di propellente trascurabile rispetto a quello immesso in camera di scarica. In seguito, trattati i principali parametri fisici caratteristici, si analizzano le prestazioni e i valori caratteristici, rapportati sia alla geometria del propulsore sia ai valori delle correnti e delle potenze elettriche sviluppate.

Un parametro fondamentale in questa trattazione sarà il beam voltage  $V_b$ , ossia il potenziale del propellente ionizzato in camera di scarica, il cui valore sarà determinante sia sul dimensionamento sia sulle caratteristiche principali del propulsore e risulterà indispensabile nella definizione del tipo di missione.

## 2.1. Plasma Generator

In questo modello, la camera di scarica ha un volume  $V$  e racchiude al suo interno tutto il plasma ottenuto con la ionizzazione del gas neutro. Gli ioni prodotti fluiranno solamente attraverso la griglia acceleratrice con una corrente pari a:

$$I_i = \frac{1}{2} n_i e v_a A$$

Dove  $n_i$  è la densità degli ioni al centro del volume (considerato idealmente come il luogo in cui avviene la ionizzazione),  $v_a$  è la velocità acustica degli ioni (verrà ripresa in seguito) e  $A$  è l'area di ionizzazione (che per il modello considerato verrà considerata pari all'area della griglia acceleratrice). La corrente effettiva del fascio ionico risulta, di conseguenza, come la corrente totale di ioni moltiplicata per l'effettiva trasparenza della griglia  $T_g$ :

$$I_b = \frac{1}{2} n_i e v_a A T_g = I_i T_g$$

Questo valore indica in maniera approssimativa la percentuale di ioni che riesce a transitare attraverso la griglia. Generalmente, prendendo come modello il propulsore NSTAR, si approssima:

$$T_g \approx 0.8$$

Gli ioni si assume siano interamente prodotti dalla ionizzazione delle particelle neutre con il bombardamento di elettroni prodotti dal catodo, con un tasso di produzione dato da:

$$I_p = n_o n_e e [\sigma_i v_e] V$$

dove  $n_o$  è la densità del gas neutro,  $n_e$  è la densità di elettroni nel plasma,  $\sigma_i$  è la sezione trasversale di ionizzazione e  $v_e$  è la velocità media degli elettroni. Il termine nelle parentesi quadre è il coefficiente del tasso di reazione di ionizzazione, definito come la sezione trasversale di ionizzazione rapportata alla velocità media degli elettroni. La formulazione di questo coefficiente viene trattata sperimentalmente e ricavato tramite la velocità termica degli elettroni, definita come  $T_e$  (o  $T_{eV}$  se considerata in elettronvolt).

Per  $T_{eV} < 5 \text{ eV}$ :

$$[\sigma_i v_e] \approx 10^{-20} \left[ (3.97 + 0.643 T_{eV} - 0.0368 T_{eV}^2) e^{\frac{-12.127}{T_e}} \right] \left( \frac{8eT_{eV}}{\pi m} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Per  $T_{eV} > 5 \text{ eV}$

$$[\sigma_i v_e] \approx 10^{-20} \left[ -(1.031 \cdot 10^{-4}) T_{eV}^2 + 6.386 e^{\frac{-12.127}{T_e}} \right] \left( \frac{8eT_{eV}}{\pi m} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Allo stesso modo, si definisce sperimentalmente il tasso di reazione di eccitazione, definito come la sezione trasversale di eccitazione  $\sigma_*$  rapportata alla velocità media degli elettroni.

$$[\sigma_* v_e] = 1.9310^{-19} \frac{e^{-\frac{11.6}{T_e}}}{\sqrt{T_{eV}}} \left( \frac{8eT_{eV}}{\pi m} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Queste formulazioni sono valide per il gas Xenon, utilizzato come modello ideale di gas nobile e ionizzabile.

Per i principali valori di  $T_{eV}$  si ricavano i seguenti valori di  $[\sigma_i v_e]$  e  $[\sigma_* v_e]$ .

Table E-1. Ionization and excitation reaction rates for xenon.

Electron Energy (eV)	Ionization (m <sup>3</sup> /s)	Excitation (m <sup>3</sup> /s)
0.5	$4.51 \times 10^{-25}$	$1.99 \times 10^{-22}$
0.6	$3.02 \times 10^{-23}$	$4.01 \times 10^{-21}$
0.7	$6.20 \times 10^{-22}$	$3.61 \times 10^{-20}$
0.8	$6.04 \times 10^{-21}$	$1.95 \times 10^{-19}$
0.9	$3.58 \times 10^{-20}$	$7.44 \times 10^{-19}$
1.0	$1.50 \times 10^{-19}$	$2.21 \times 10^{-18}$
1.5	$1.16 \times 10^{-17}$	$6.64 \times 10^{-17}$
2.0	$1.08 \times 10^{-16}$	$4.02 \times 10^{-16}$
2.5	$4.24 \times 10^{-16}$	$1.23 \times 10^{-15}$
3.0	$1.08 \times 10^{-15}$	$2.66 \times 10^{-15}$
3.5	$2.13 \times 10^{-15}$	$4.66 \times 10^{-15}$
4.0	$3.59 \times 10^{-15}$	$7.12 \times 10^{-15}$
4.5	$5.43 \times 10^{-15}$	$9.93 \times 10^{-15}$
5.0	$7.61 \times 10^{-15}$	$1.30 \times 10^{-14}$
5.5	$1.01 \times 10^{-14}$	$1.61 \times 10^{-14}$
6.0	$1.28 \times 10^{-14}$	$1.94 \times 10^{-14}$
6.5	$1.57 \times 10^{-14}$	$2.26 \times 10^{-14}$
7.0	$1.88 \times 10^{-14}$	$2.57 \times 10^{-14}$
7.5	$2.20 \times 10^{-14}$	$2.87 \times 10^{-14}$
8.0	$2.53 \times 10^{-14}$	$3.14 \times 10^{-14}$
8.5	$2.86 \times 10^{-14}$	$3.34 \times 10^{-14}$
9.0	$3.20 \times 10^{-14}$	$3.41 \times 10^{-14}$
9.5	$3.55 \times 10^{-14}$	$3.21 \times 10^{-14}$
10.0	$3.90 \times 10^{-14}$	$2.48 \times 10^{-14}$

Tabella 3 – Coefficienti di ionizzazione ed eccitazione

Queste equazioni garantiscono una buona approssimazione dei coefficienti fino ad un valore di  $T_{eV}$  di  $30eV$ , un valore già appartenente alla categoria dei propulsori ad effetto Hall.

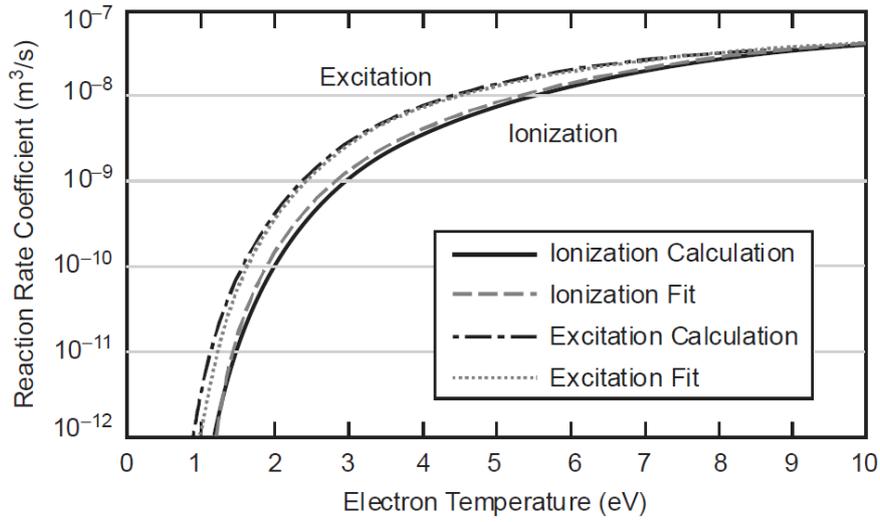


Figura 10 – Interpolazione dei coefficienti di ionizzazione ed eccitazione

Nel modello ideale, la potenza si conserva nel sistema, ossia la potenza immessa in camera è eguale alla potenza emessa sotto forma di particelle cariche accelerate e radiazioni. Essa è dunque ricavata dalla potenza necessaria per la ionizzazione e l'eccitazione del plasma e dalla potenza che transita alle pareti e attraverso le griglie tramite ioni ed elettroni.

$$P_d = I_p U^+ + I^* U^* + I_i \epsilon_i + \frac{n_e V}{\tau} \epsilon_e$$

Dove  $U^+$  è il potenziale di ionizzazione del gas propellente (nel caso dello Xenon, si ha  $U^+ = 12.13 eV$ ),  $U^*$  è il potenziale di eccitazione del gas (generalmente, nel caso dello Xenon, approssimabile a  $U^* \approx 10 eV$ ),  $\tau$  è il tempo medio di confinamento di un elettrone in camera di combustione,  $\epsilon_e$  ed  $\epsilon_i$  sono rispettivamente le energie di ioni ed elettroni trasportati verso le pareti o che lasciano il plasma attraverso le griglie.

Il termine  $I^*$ , analogamente a  $I_p$ , è definito come il tasso di eccitazione degli elettroni bombardanti la camera, definito come:

$$I^* = \sum_j n_o n_e e [\sigma_* v_e] V$$

dove il termine tra le parentesi quadre è stato già analizzato come il tasso di reazione di eccitazione definito come la sezione trasversale di eccitazione  $\sigma_*$  rapportata alla velocità media degli elettroni.

Il termine  $P_d$  può essere riscritto dunque in funzione dei due coefficienti di ionizzazione ed eccitazione:

$$P_d = n_o n_e [\sigma_i v_e] V \left[ U^+ + \frac{[\sigma_* v_e]}{[\sigma_i v_e]} U^* \right] + I_i \epsilon_i + \frac{n_e V}{\tau} \epsilon_e$$

Fondamentale per valutare questo termine è dunque lo studio del rapporto tra questi due coefficienti. Riportandoli in funzione della temperatura  $T_{eV}$ , si ottiene il seguente andamento:

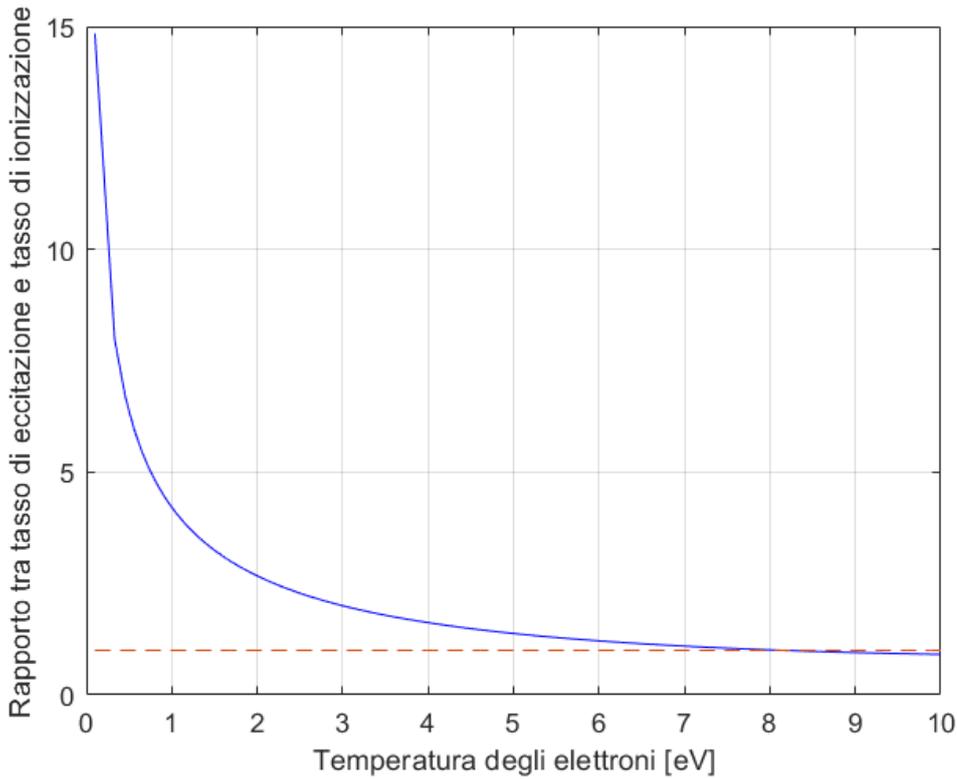


Figura 11 – Rapporto tra coefficienti di ionizzazione ed eccitazione

Si evince come, per basse temperature, il tasso di eccitazione sia di gran lunga superiore al tasso di ionizzazione, mentre per  $T_{eV} \approx 8eV$ , essi si equivalgono. Questo dato spiega come i propulsori a ioni abbiano un'efficienza limitata a basse temperature, in quanto un elevato tasso di reazione di eccitazione irradia la potenza verso le pareti anziché verso la ionizzazione del propellente, con un conseguente aumento delle perdite. Tuttavia, un elevato valore di  $T_{eV}$  si traduce in un elevato valore di  $P_d$ , dunque viene dissipata molta più potenza necessaria per la ionizzazione, con un conseguente crollo del rendimento sia elettrico che totale.

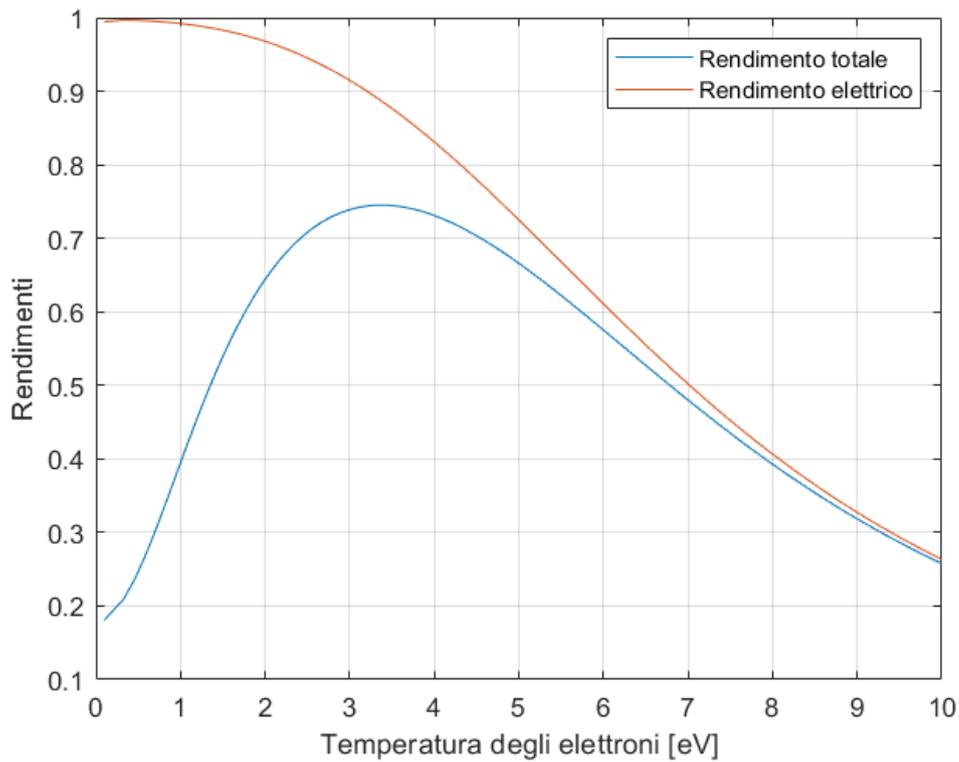


Figura 12 – Andamento dei rendimenti rispetto a  $T_{ev}$

Assumendo idealmente la quasi neutralità del gas, con  $n_i \approx n_e$ , e che ioni ed elettroni lascino il flusso alla stessa velocità, funzione del tempo medio di confinamento. Dunque, per ricavare  $\tau$ , si possono eguagliare:

$$I_i = \frac{1}{2} n_i e v_a A = \frac{n_i e V}{\tau}$$

Si ricava dunque:

$$\tau = \frac{2V}{v_a A}$$

Analogamente è definibile la corrente di elettroni prodotti dalla ionizzazione ed in seguito incidenti sull'anodo come:

$$I_e = \frac{n_e e V}{\tau}$$

L'approssimazione più forte di questo modello sarà la considerazione delle due correnti ioni-elettroni uguali:

$$I_i \approx I_e$$

eliminando di fatto perdite e soprattutto la creazione di ioni doppi in camera di scarica.

$$I^{++} \approx 0$$

L'energia che gli elettroni sottraggono al plasma per evadere alle pareti è definita come:

$$\epsilon_e = 2 \frac{kT_e}{e} + \phi$$

$\phi$  è definito come l'energia potenziale del plasma relativamente alle pareti. Questa equazione è ricavata in considerazione che la distribuzione di potenziale non è costante all'interno della camera di combustione, ma tende ad avere un andamento decrescente verso la parete anodica.

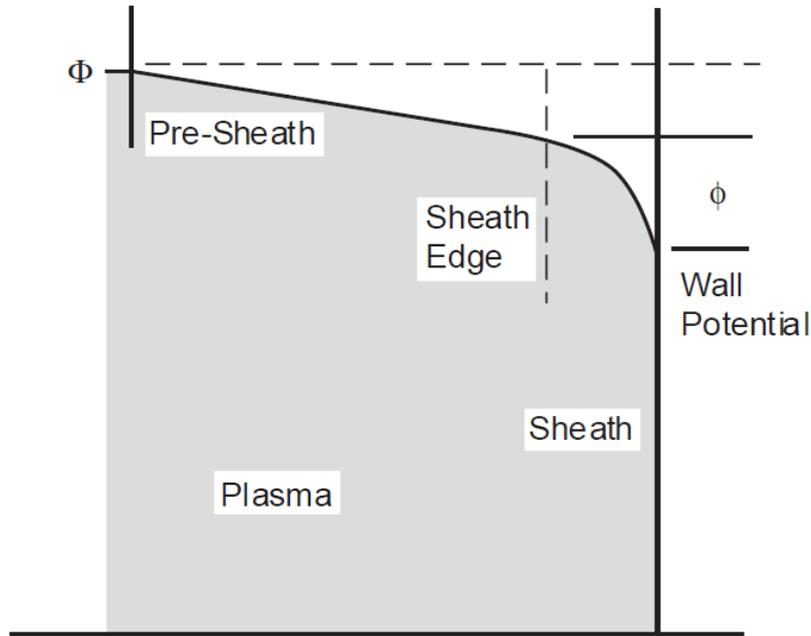


Figura 13 – Potenziale alle pareti

Per ricavarne il valore energetico a partire dalla parete, si ricavano di seguito la densità di corrente elettronica e la potenza del flusso proveniente dal plasma

$$J_e = en \int_{-\infty}^{\infty} dv_x \int_{-\infty}^{\infty} dv_y \int_{\sqrt{2e\phi/m}}^{\infty} v_z \left( \frac{m}{2\pi kT_e} \right)^{3/2} \exp \left( \frac{-m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT_e} \right) dv_z$$

$$= \frac{1}{4} en \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m}} \exp \left( \frac{e\phi}{kT_e} \right)$$

$$\begin{aligned}
P_e &= n \int_{-\infty}^{\infty} dv_x \int_{-\infty}^{\infty} dv_y \int_{\sqrt{2e\phi/m}}^{\infty} v_z \left( \frac{m_e(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2} \right) \left( \frac{m}{2\pi kT_e} \right)^{3/2} \cdot \\
&\quad \cdot \exp\left( \frac{-m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT_e} \right) dv_z \\
&= \frac{1}{4} en \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m}} \left( 2 \frac{kT_e}{e} + \phi \right) \exp\left( \frac{e\phi}{kT_e} \right)
\end{aligned}$$

Il termine  $\sqrt{2e\phi/m}$  rappresenta la minima velocità che gli elettroni devono avere al limite della parte centrale della camera di combustione per riuscire a raggiungere la parete. L'energia media che un elettrone riesce a rimuovere dal plasma è data dal rapporto tra le due grandezze sopra ricavate:

$$E_{ave} = \frac{P_e}{J_e} = 2 \frac{kT_e}{e} + \phi = 2T_{eV} + \phi$$

Analogamente per quanto riguarda gli ioni, si ricava che l'energia che viene sottratta al plasma è:

$$\epsilon_i = \frac{1}{2} \frac{kT_e}{e} + \phi$$

La corrente di elettroni che lascia il plasma per arrivare all'anodo è dunque:

$$I_a = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m}} (en_e A_a) \exp\left( \frac{-e\phi}{kT_e} \right)$$

dove  $A_a$  è l'area anodica attraente gli elettroni. Essendo il flusso ambipolare, ossia  $I_a = I_i$ , eguagliando le due espressioni trovate si ricava il valore di  $\phi$ :

$$\phi = \frac{kT_e}{e} \ln \left[ \frac{A_a}{A} \sqrt{\frac{2M}{\pi m}} \right]$$

Questa equazione è valida solo nel caso ideale in cui non vi siano potenziali applicati da sorgenti esterne, ossia l'unico potenziale presente è il *floating potential*  $\phi$ .

L'unico valore mancante per costruire il modello di camera ideale è la temperatura degli elettroni. Essa può essere ricavata eguagliando la corrente ionica con il tasso di produzione di ioni, ossia  $I_i = I_p$ , da cui si arriva:

$$\frac{\sqrt{\frac{kT_e}{M}}}{[\sigma_i v_e]} = \frac{2n_o V}{A}$$

Il coefficiente del tasso di reazione di ionizzazione dipende anch'esso dalla temperatura degli elettroni, dunque questa equazione può essere risolta iterativamente con  $V$ ,  $A$  noti. Il valore della densità di gas neutrale è facilmente ricavabile dall'equazione di stato dei gas:

$$PV = NkT$$

Sostituendo i valori della costante di Boltzmann  $k$ , si ricava che:

$$n_o = 9.66 \cdot 10^{24} \cdot \frac{P_T}{T} \left[ \frac{\text{particelle}}{m^3} \right]$$

$P_T$  è la pressione nel sistema vuoto in torr, mentre  $T$  è la temperatura del gas neutro in kelvin.

## 2.2. Le griglie acceleratrici

Le griglie sono elementi indispensabili ma estremamente critici all'interno del propulsore e hanno principalmente il compito di:

1. Estrarre gli ioni dalla camera di scarica
2. Accelerare gli ioni per generare spinta
3. Evitare il riflusso degli elettroni utilizzati per neutralizzare il fascio di ioni uscente

La griglia schermo ha la principale funzione di respingere gli elettroni, estrarre gli ioni e non lasciar scappare gli atomi non ancora ionizzati (grazie alla bassa pressione e bassa densità all'interno della camera). Posta ad un potenziale leggermente positivo, risente degli effetti dell'effetto guaina.

### 2.2.1. Effetto guaina

L'effetto guaina è generato principalmente dagli ioni che si accumulano attorno ad un catodo, dando origine ad uno strato di ioni che genera un forte campo elettrico con conseguente caduta di potenziale.

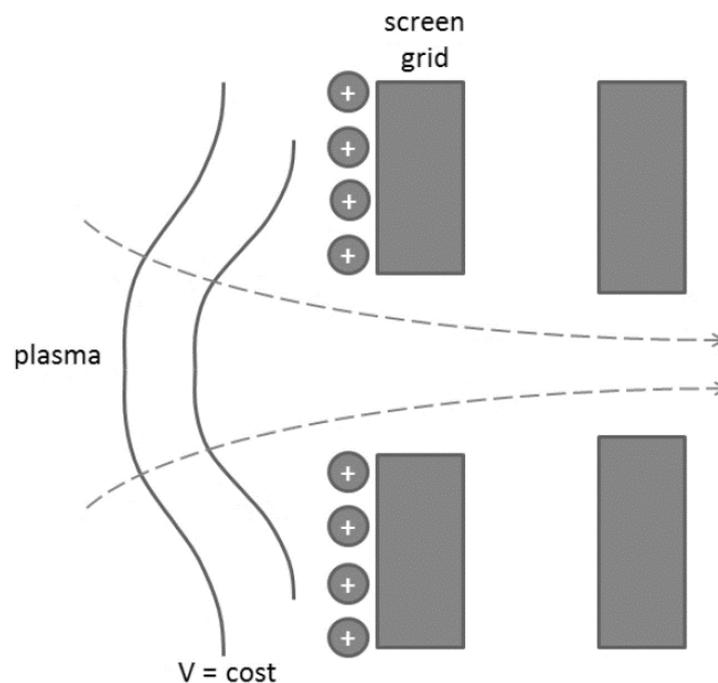


Figura 14 – Focalizzazione del fascio attraverso le griglie

Sul foro il campo elettrico è minore, dunque le linee equipotenziali si incurvano generando una componente centripeta sugli ioni. Questa componente tende a focalizzare il fascio. Gli elettrodi forati permettono dunque:

1. di limitare al singolo foro l'effetto repulsivo
2. di consentire alle particelle di entrare con una forza centripeta che consente la focalizzazione del fascio, riducendo gli effetti di bidimensionalità

Nel caso di potenziale più basso rispetto alla temperatura degli elettroni ( $e\phi < kT_e$ ), è dimostrabile che lo spessore della guaina creatasi è uguale alla lunghezza di Debye:

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k T_e}{n_0 e^2}}$$

Nel caso invece di un potenziale molto maggiore rispetto alla temperatura degli elettroni, ossia il caso ottimo da considerare, vale la legge di Child-Langmuir, che stabilisce la densità di corrente massima transitabile attraverso le griglie:

$$J_i = \frac{4\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e}{M}} \frac{\phi^{3/2}}{d^2}$$

La lunghezza  $d$  si riferisce alla distanza tra la griglia schermo e la griglia acceleratrice. Se questa distanza è eccessiva, si nota infatti come la densità di corrente sia inferiore, in quanto il fascio, eccessivamente focalizzato, tende nuovamente a divergere, aumentando le perdite per bidimensionalità.

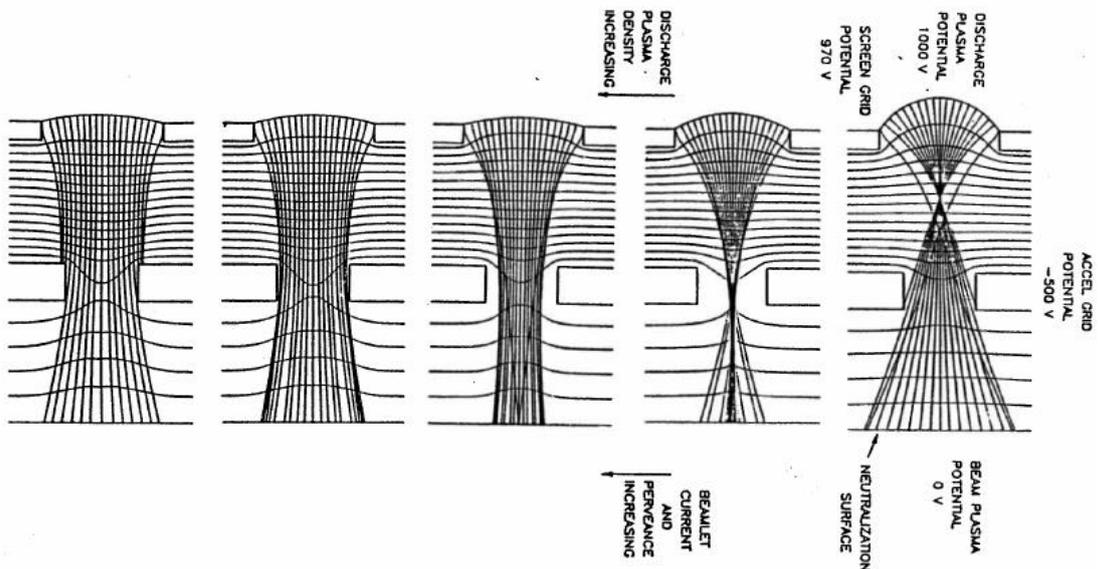


Figura 15 – Convergenza – divergenza del fascio uscente

Per ottenere una focalizzazione del fascio il più accurata possibile, per un modello ideale, è dunque necessario regolare l'apertura del foro della griglia schermo che sia il più vicino possibile a  $d$ , ossia a quello dettato dalla legge di Child-Langmuir.

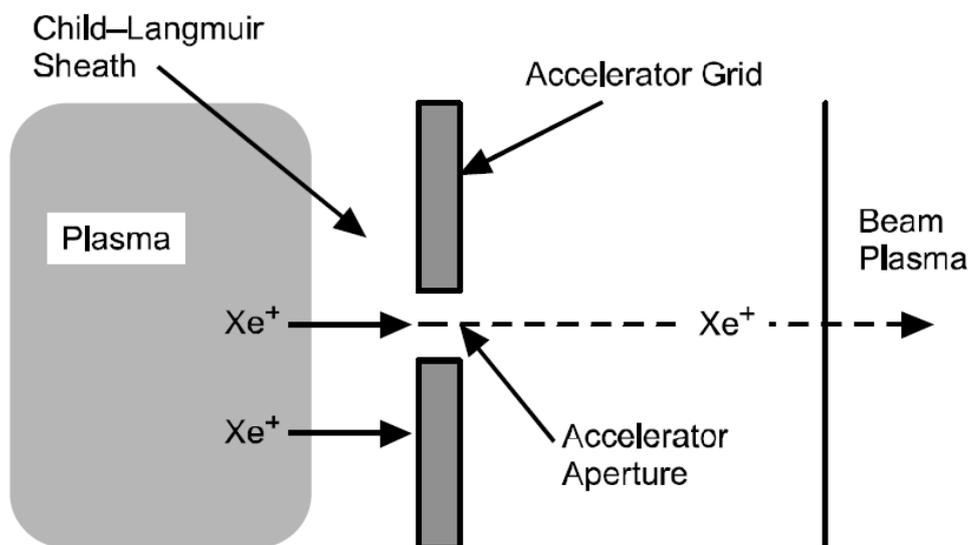


Figura 16 – Schema 1D della griglia acceleratrice

Questa lunghezza, come si nota dalla formulazione, dipende sia dal potenziale che dal gas utilizzato come propellente. Nel caso dello xeno, per un  $V \approx 1500V$ , può variare nell'ordine dei 2 – 5 mm

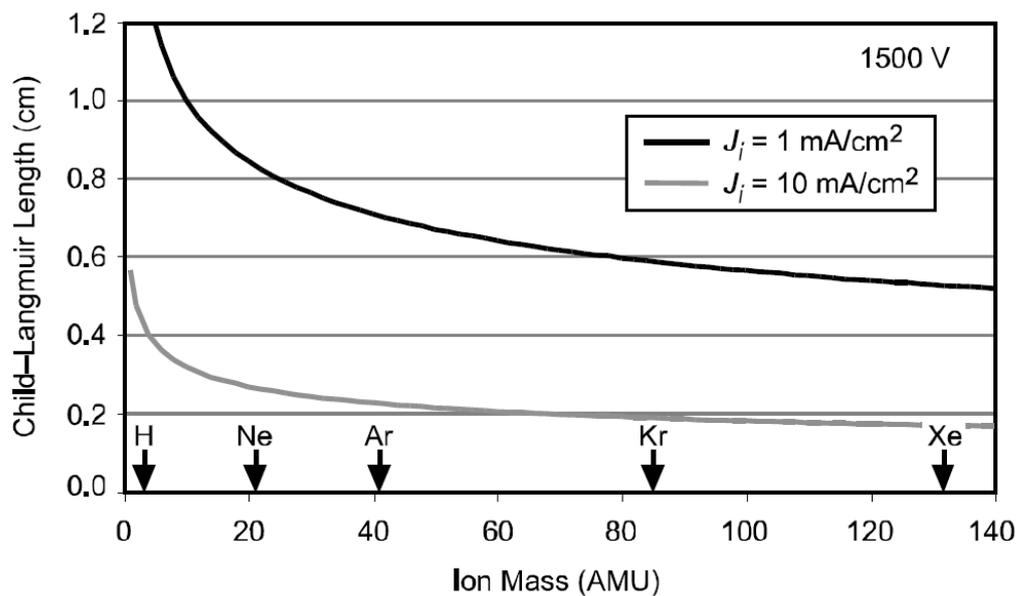


Figura 17 –  $d$  per i vari gas propellenti

## 2.2.2. Modello a due griglie bidimensionale

Nello studio di un propulsore ideale, non si possono comunque trascurare gli effetti della bidimensionalità del flusso ionico.

Le griglie, come già accennato, hanno una trasparenza finita, definita come:

$$T_g = \frac{I_b}{I_i}$$

Questo valore, generalmente non trascurabile, tiene conto degli ioni che vengono creati ma non utilizzati per generare spinta dal propulsore.

Per ottimizzare le griglie, si deve dunque ottimizzare il parametro  $I_b$ , ossia la corrente di ioni, che tuttavia deve tenere conto dei limiti imposti dalla legge di Child-Langmuir.

$$J_{max} = \frac{4\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e}{M}} \frac{V_T^{3/2}}{d^2}$$

L'ottimizzazione si effettua agendo principalmente sia su  $V_T$  che su  $d$ . In particolare, per ottimizzare la distanza tra le griglie, si considera il seguente modello:

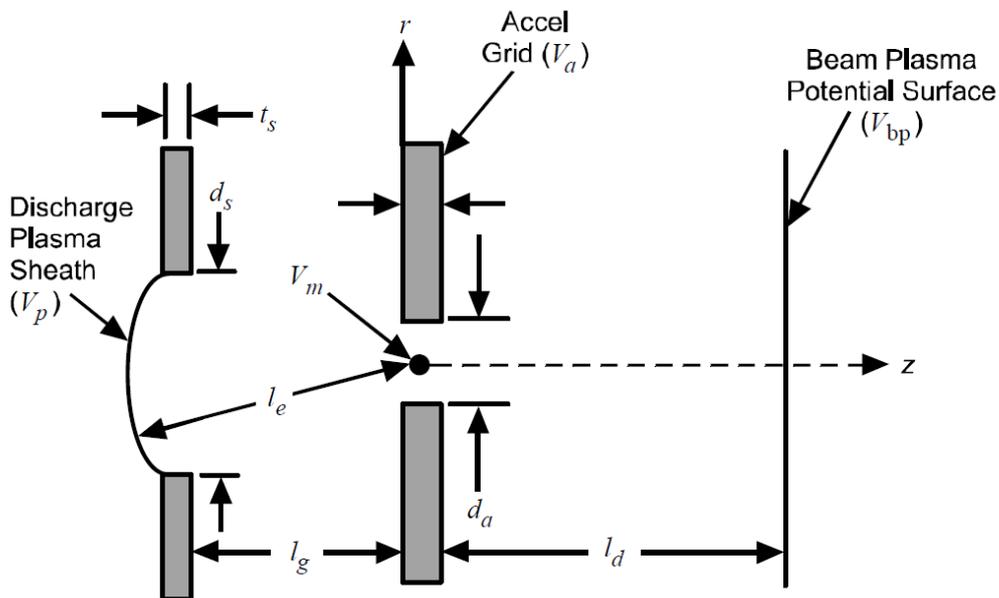


Figura 18 – Schema delle griglie 2D

Il problema fondamentale risiede nel fatto che, considerando l'effetto guaina, l'apertura della griglia non è trattabile come un problema planare unidimensionale, ma è risolvibile con uno schema bidimensionale. Il metodo di risoluzione integrale è molto complesso e

di difficile trattazione, ma, per tenere conto di questi effetti, la legge di Child-Langmuir può essere modificata nel seguente modo:

$$J_{max} = \frac{4\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e V_T^{3/2}}{M l_e^2}}$$

Dove, come già visto,  $V_T$  è il potenziale totale tra le due griglie, definibile come:

$$V_T = V_S + |V_A|$$

mentre  $l_e$  è data da:

$$l_e = \sqrt{(l_g + t_s)^2 + \frac{d_s^2}{4}}$$

Questo valore di  $l_e$  tiene conto della situazione non-planare del problema ed è indispensabile per prevedere la densità di carica massima possibile tra le griglie. Nel caso dello xeno, la formula è semplificabile come:

$$J_{max} = 4.75 \cdot 10^{-9} \frac{V_T^{3/2}}{l_e^2}$$

A questo punto, per valutarne le prestazioni e il modello, si definisce il campo elettrico tra le griglie:

$$E = \frac{V_T}{l_e}$$

Allo stesso modo, è definibile definire un coefficiente  $R$  che definisce:

$$R = \frac{V_b}{V_T} = \frac{V_b}{V_S + |V_A|}$$

Questa equazione descrive il reale valore della caduta di tensione tra le griglie rapportata alla tensione in camera. In prima analisi, conviene avere piccoli valori di  $R$ , così da aumentare la differenza di potenziale tra la griglia schermo e la griglia acceleratrice, ossia aumentare la densità di corrente di ioni accelerata dal propulsore, che si traduce in maggiore spinta. Tuttavia, un valore molto elevato di differenza di potenziale si traduce in una maggiore energia di ionica di bombardamento delle griglie, riducendone in modo notevole la durata a lungo termine. Operare con piccoli valori di  $R$  aumenterà spinta e convergenza del fascio, ma sono effetti trascurabili rispetto al danneggiamento delle griglie all'interno di un propulsore a ioni in una missione interplanetaria di lunga durata. Dunque, si sceglie generalmente di utilizzare un valore di  $R$  in un range da 0.8 a 0.9, in modo da avere una caduta di tensione comunque accettabile tra le griglie ed allungare il più possibile la vita della griglia acceleratrice. Per tarare in modo ottimale questo valore, inoltre, nelle missioni di lunga durata, i velivoli vengono dotati di un motore supplementare rispetto a quelli previsti, per ovviare a rotture o malfunzionamenti, essendo la griglia acceleratrice

un punto estremamente critico per la creazione di spinta. Inoltre, il valore di  $R$  influisce nella densità di spinta massima dettata dalla legge di Child-Langmuir, ma in maniera molto limitata rispetto al campo elettrico. Definita infatti la spinta come:

$$T = \frac{d(mv)}{dt} = \dot{m}_i v_i$$

definita la velocità degli ioni che evadono dalla griglia acceleratrice come:

$$v_i = \sqrt{\frac{2eV_b}{M}}$$

e definita la portata di ioni che lasciano il propulsore come:

$$\dot{m}_i = \frac{I_b M}{e}$$

si può definire, sostituendo le equazioni specificate fin ora, la densità di spinta massima come:

$$\frac{T}{A_g} = \frac{J_{max} T_s M v_i}{e}$$

Sostituendo ancora il valore del campo elettrico  $E$  e in seguito introducendo il fattore  $R$ , si arriva a scrivere:

$$\frac{T_{max}}{A_g} = \frac{4 \epsilon_0 T_s}{9 e} \sqrt{\frac{2e V_T^{3/2}}{M l_e^2}} M \sqrt{\frac{2e V_b}{M}} = \frac{8}{9} \epsilon_0 T_s \sqrt{R} E^2$$

Si nota, dunque, come il fattore che più influenza la densità di spinta massima sia il campo elettrico  $E$  rispetto al fattore  $R$  che è presente con esponente  $1/2$ . Dunque, per ottimizzare il modello, si sceglie di ottimizzare preferibilmente il valore del campo elettrico operando su  $l_e$  anziché su  $R$  tarando la corrente  $V_T$  rispetto alla  $V_b$ .

Il modello scelto è a due griglie, ossia per semplicità non si è considerata la presenza di una terza griglia deceleratrice, il cui scopo è quello di evitare che le forti forze repulsive generate dalla griglia acceleratrice, posta ad un potenziale largamente negativo, si ripercuotano sulla focalizzazione e sulla divergenza del fascio di ioni uscente. Tuttavia, è un elemento estremamente critico e fragile, in quanto sottoposto ad un bombardamento costante di particelle ad alta energia, che ne limita la vita operativa in maniera drastica. Se questo elemento, infatti, venisse danneggiato durante la missione, potrebbe compromettere l'intero propulsore, creando disomogeneità o bloccando la spinta uscente.

## 2.3. Definizione dei rendimenti

Definito il modello di calcolo, si procede con la definizione dei principali rendimenti che qualificano la qualità del propulsore in base al variare dei parametri principali.

### 2.3.1. Efficacia di utilizzazione del propellente

L'efficacia di utilizzazione del propellente è generalmente definita come:

$$\eta_m = \frac{\dot{m}_i}{\dot{m}_p} = \frac{I_b}{e} \frac{M}{\dot{m}_p}$$

ossia come il rapporto tra la portata di massa ionica uscente dal propulsore (e dunque utile per produrre spinta) e la portata totale di propellente iniettata in camera di scarica. In realtà si dovrebbe tenere conto di un fattore  $\alpha_m$  che consideri l'effetto degli ioni doppi, ma essendo un modello ideale, si considera questo effetto trascurabile ai fini della trattazione.

L'efficacia di utilizzazione del propellente è un parametro fondamentale perché permette di stabilire quanto la camera di scarica sia efficace. Inoltre, è legato a diverse grandezze, che possono restituire un parametro della bontà del propulsore.

Definito infatti l'impulso specifico come:

$$I_{sp} = \frac{v_{ex}}{g} = \frac{v_i}{g} \frac{\dot{m}_i}{\dot{m}_p}$$

e definita la velocità  $v_i$  dalla formula della spinta:

$$T = \dot{m}_i v_i = \sqrt{\frac{2M}{e}} I_b \sqrt{V_b}$$

Si può scrivere:

$$I_{sp} = \frac{\eta_m}{g} \sqrt{\frac{2eV_b}{M}}$$

È evidente come il legame con l'impulso specifico sia stretto, ma vari a seconda del valore di tensione  $V_b$ . Infatti, con fissato  $V_b$ , la dipendenza è semplicemente lineare:

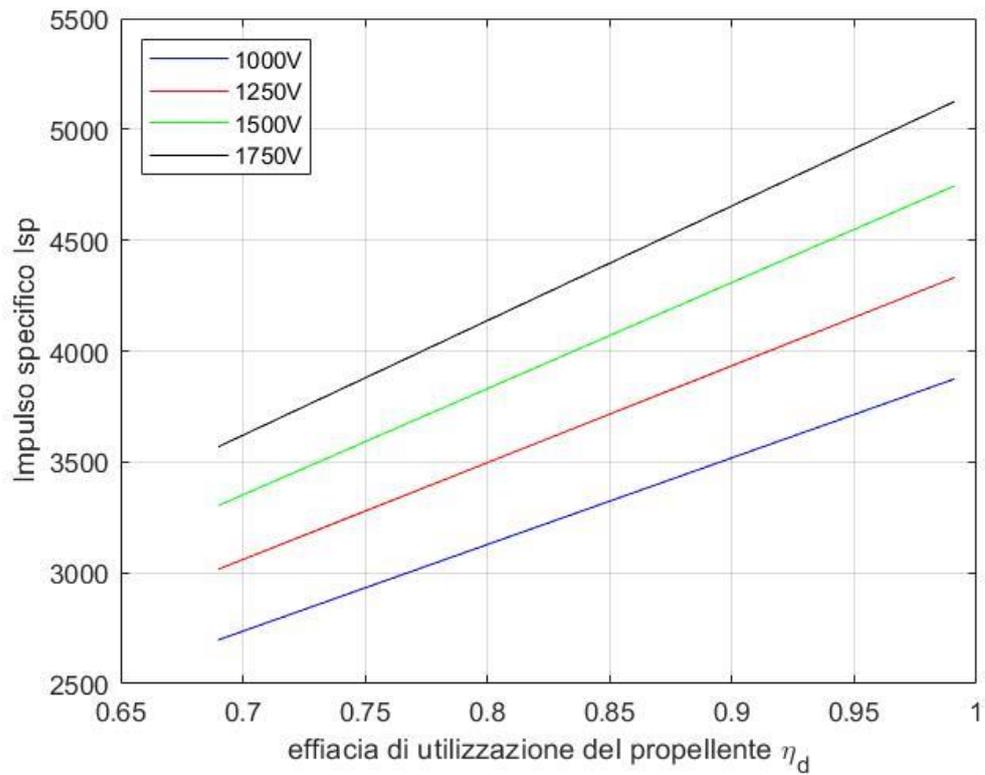


Figura 19 –  $\eta_m - I_{sp}$  a  $V$  costante

Considerando, invece, a parità di potenza di ingresso, subentra la dipendenza del parametro  $\eta_d$  rispetto alla corrente  $I_b$ , dunque l'impulso specifico avrà un andamento di questo tipo:

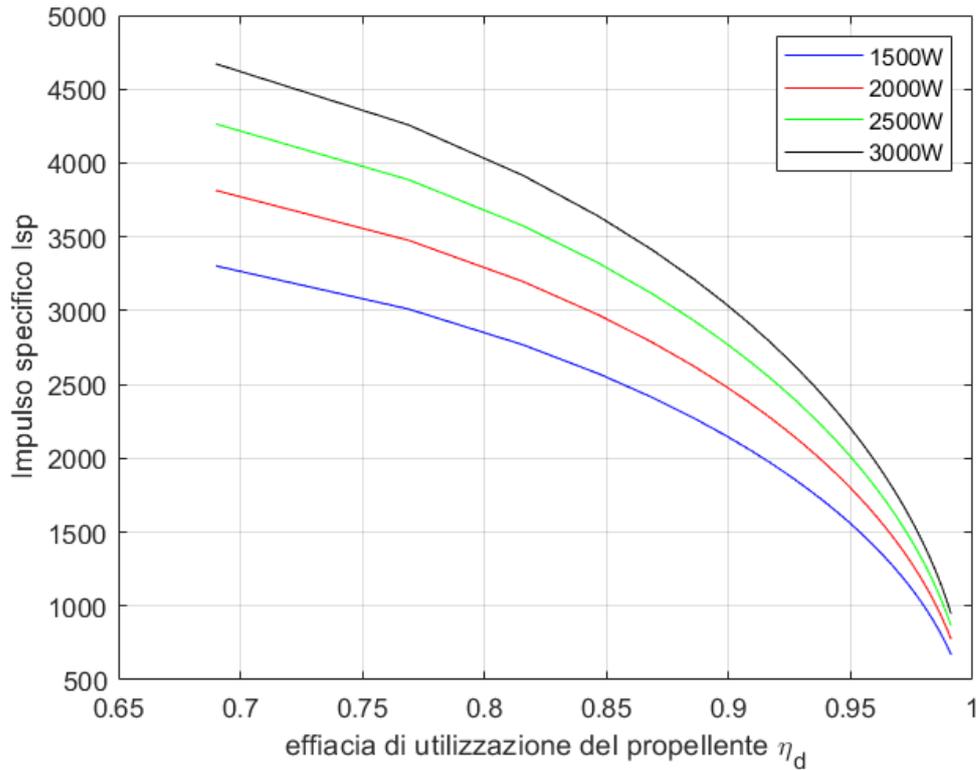


Figura 20 –  $\eta_m - I_{sp}$  a  $P_{in}$  costante

Si nota come, a potenza in ingresso fissata, ad un'efficacia di utilizzazione del propellente maggiore corrisponda un impulso specifico più basso. Per spiegare questo effetto, bisogna considerare che, a parità di potenza totale in ingresso, con un tasso di ionizzazione del propellente  $\frac{\dot{m}_+}{\dot{m}_t}$  elevato, e dunque una portata ionica  $\dot{m}_+$  elevata, la velocità  $u_+^2$  diminuisce, secondo la legge:

$$P_E = P_{in} = \frac{\dot{m}_+ u_+^2}{2} + \epsilon_b \frac{\dot{m}_+}{\dot{m}_t}$$

Dunque, essendo l'impulso specifico direttamente proporzionale alla velocità di uscita degli ioni:

$$I_{sp} = \frac{c}{g_0} \approx \frac{u_+}{g_0}$$

con una ionizzazione più efficace del propellente si ha un impulso specifico più basso. È necessario, perciò, trovare un punto di ottimo tra l'efficacia di utilizzazione del propellente, dettata sia dal tipo di propellente sia dalla portata immessa in camera di scarica, e tra l'impulso specifico richiesto dalla missione.

Inoltre, non tutto il propellente viene dunque ionizzato, ed una parte della portata che entra in camera di scarica esce quasi indisturbata attraverso le griglie. Questa portata è definita come la portata in ingresso a meno delle particelle effettivamente ionizzate dalla corrente  $I_b$ :

$$Q_{out} = Q_{in} - \frac{I_b}{e}$$

$Q_{out}$  è definibile come il gas neutro che transita con una certa velocità  $v_o$  attraverso l'aria totale delle griglie  $A_g$ :

$$Q_{out} = \frac{1}{4} n_o v_o A_g T_a \eta_c$$

Dove il termine  $T_a$  rappresenta la trasparenza ottica della griglia (ossia la percentuale di superficie forata della griglia), generalmente dell'ordine di  $0.6 \div 0.8$ , mentre il termine  $\eta_c$  è chiamato il "Clausing factor", un coefficiente che considera la conduttanza ridotta delle griglie per spessori sottili. Questo fattore è il risultato dello studio di Clausing per la restrizione di gas in tubi corti ed è applicabile in presenza di griglie con un rapporto spessore/lunghezza molto piccolo. Il calcolo di questo coefficiente è molto complesso e dispendioso (si calcola attraverso la cosiddetta "Monte-Carlo Technique, un algoritmo sviluppato da Clausing), ma, per un propulsore a ioni ha un valore dell'ordine di 0.5.

A questo punto, l'efficacia di utilizzazione è definibile come:

$$\eta_m = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{Q_{in}} = \frac{\frac{I_b}{e}}{Q_{out} + \frac{I_b}{e}} = \frac{I_b}{1 + \frac{1}{4} n_o v_o A_g T_a \eta_c e}$$

Ad eccezione della densità del gas neutro  $n_o$ , si può notare come vi sia una dipendenza diretta tra l'efficacia di utilizzazione del propellente e la corrente effettiva del fascio ionico. Inoltre, tramite questa formulazione, è possibile conoscere  $n_o$  come funzione della corrente  $I_b$  e del rendimento  $\eta_d$ :

$$n_o = \frac{4I_b}{v_o e A_g T_a \eta_c} \frac{1 - \eta_m}{\eta_m}$$

Tuttavia, il gas prima di evadere dalla camera di scarica, urta ripetutamente sia contro l'anodo sia contro la griglia schermo, dunque si può approssimativamente considerare una temperatura media costante in camera del gas neutro pari a  $400K \div 500K$ , dunque, conoscendo la pressione,  $n_o$  è comunque noto.

### 2.3.2. Rendimento elettrico

Il rendimento elettrico è definito come:

$$\eta_e = \frac{P_b}{P_{in}} = \frac{I_b V_b}{I_b V_b + P_o}$$

dove  $P_o$  rappresenta la potenza richiesta per creare la spinta ionica, ma che non contribuisce alla creazione di spinta. Questa potenza contiene principalmente l'energia utilizzata per ionizzare il gas  $P_d$ , riscaldare anodo e catodo, alimentare le griglie e perdite di varia natura. Tuttavia, trattandosi di un modello ideale, si considera  $P_o \approx P_d$ , ossia tutta la potenza che non viene convertita in energia cinetica, viene spesa per la ionizzazione dello xeno.

Analizzando questo parametro rispetto all'efficacia di utilizzazione del propellente, si nota una proporzionalità inversa. A parità di potenza, infatti:

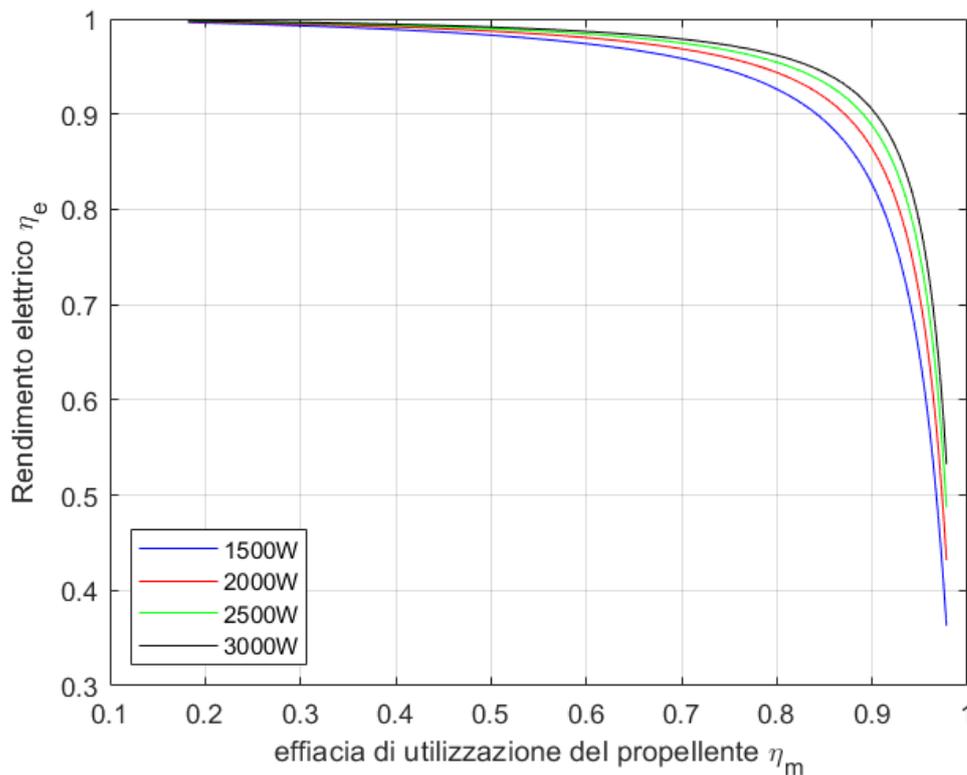


Figura 21 –  $\eta_m - \eta_e$  a  $P_{in}$  costante

Si nota come al tendere verso rendimenti elettrici ideali, l'efficacia di utilizzazione del propellente diminuisce drasticamente, e viceversa. Questo fenomeno è spiegabile attraverso due fattori principali:

1. Una elevata densità di carica può aumentare il rendimento elettrico  $\eta_e$  e favorire il processo di ionizzazione del gas neutro, ma viene favorita la fuga degli atomi non ionizzati, con conseguente crollo di  $\eta_m$ ;
2. Una elevata corrente di elettroni riduce la densità di atomi presenti all'interno della camera di scarica e migliora  $\eta_m$  ma incrementa notevolmente l'energia necessaria per la ionizzazione del gas neutro

Lo studio verterà successivamente, dunque, sulla scelta di un valore di ottimo tra i due rendimenti.

### 2.3.3. Coefficiente di efficienza della produzione di ioni

Il costo di produzione degli ioni è descritto da un termine dimensionale che rapporta la potenza necessaria alla ionizzazione del gas alla corrente effettiva del fascio ionico:

$$\eta_d = \frac{P_d}{I_b} \left[ \frac{W}{A} \right]$$

Contrariamente ai rendimenti studiati finora, è conveniente avere questo coefficiente il più piccolo possibile, rappresentando di fatto una perdita. Questo è però un parametro fondamentale per valutare la qualità e le performance di un plasma generator, rappresentandolo in funzione del rendimento di utilizzazione del propellente. Più, infatti, questo parametro si mantiene piccolo all'aumentare di  $\eta_m$ , più la camera di scarica è performante ed efficace.

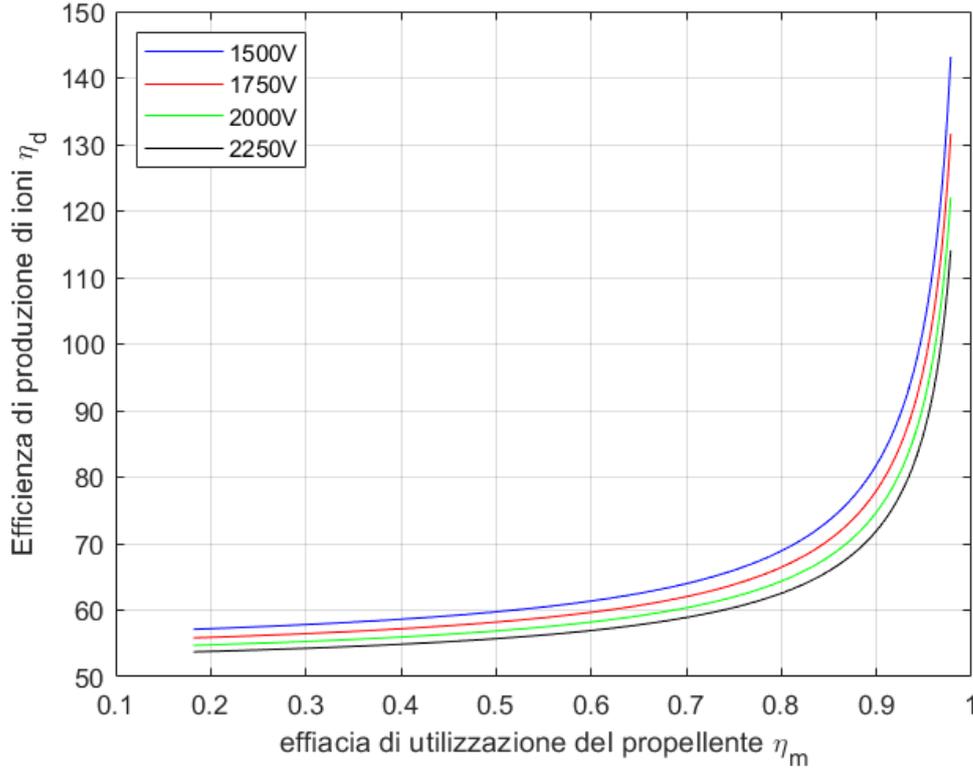


Figura 22 –  $\eta_m - \eta_d$  a  $V$  costante

Al variare, dunque, di  $V_b$ , il gomito della curva scende verso valori di  $\eta_d$  più bassi, dunque migliori. Nel modello ideale, dunque questo fattore è influenzato dal potenziale necessario alla creazione del fascio ionico.

Nella modellizzazione del plasma generator, si è definito  $P_d$  come:

$$P_d = I_p U^+ + I^* U^* + I_i \epsilon_i + \frac{n_e V}{\tau} \epsilon_e$$

Di seguito si è esplicitata la scrittura in funzione dei coefficienti di reazione di ionizzazione ed eccitazione:

$$P_d = n_o n_e [\sigma_i v_e] V \left[ U^+ + \frac{[\sigma_* v_e]}{[\sigma_i v_e]} U^* \right] + I_i \epsilon_i + \frac{n_e V}{\tau} \epsilon_e$$

Si può dunque definire il coefficiente di efficienza della produzione di ioni:

$$\eta_d = \frac{P_d}{I_b} = \frac{2n_o [\sigma_i v_e] V}{v_a A T_g} \left[ U^+ + \frac{[\sigma_* v_e]}{[\sigma_i v_e]} U^* \right] + \frac{1}{T_g e} \left[ 2.5 k T_e + 2 k T_e \ln \left( \frac{A_a}{A} \sqrt{\frac{2M}{\pi m}} \right) \right]$$

È dunque evidente il legame tra questo coefficiente e la temperatura degli elettroni  $T_e$ . Mentre, infatti, il primo addendo illustra la distribuzione della potenza tra ionizzazione ed eccitazione delle particelle neutre, il secondo addendo è legato al calore trasmesso dagli elettroni che sbattono contro le pareti, che rappresenta una fonte di dissipazione notevole e non trascurabile per alte temperature.

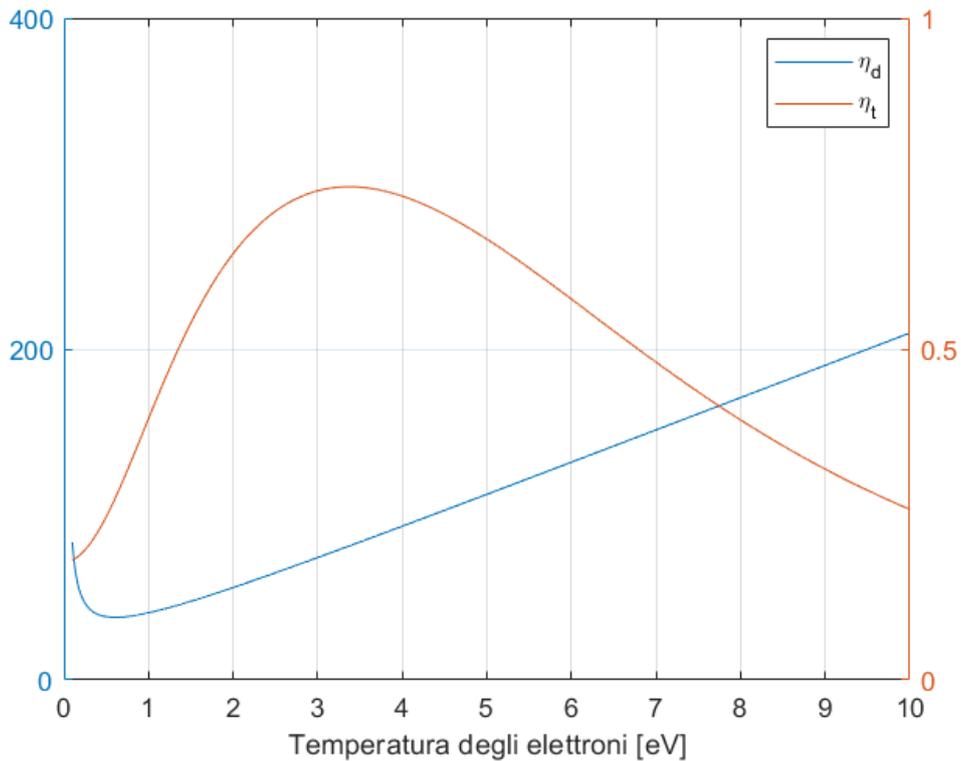


Figura 23 – Rendimenti in funzione di  $T_{eV}$

Per basse temperature, questa dissipazione viene minimizzata. Tuttavia, come si è visto, il rendimento totale raggiunge un massimo per temperature tra i  $3eV$  e  $5eV$  (per una  $P_{in} \approx 1500W$ ), dunque in questo caso si dovrà studiare un'ottimizzazione per ottenere elevati rendimenti e basse dissipazioni, per evitare il danneggiamento degli elettrodi causato dal bombardamento degli elettroni. Queste perdite possono essere contenute abbassando l'aria anodica  $A_a$ , che compare direttamente nel coefficiente nel termine  $P_d$ , ottenendo performance migliori anche dal punto di vista del rendimento.

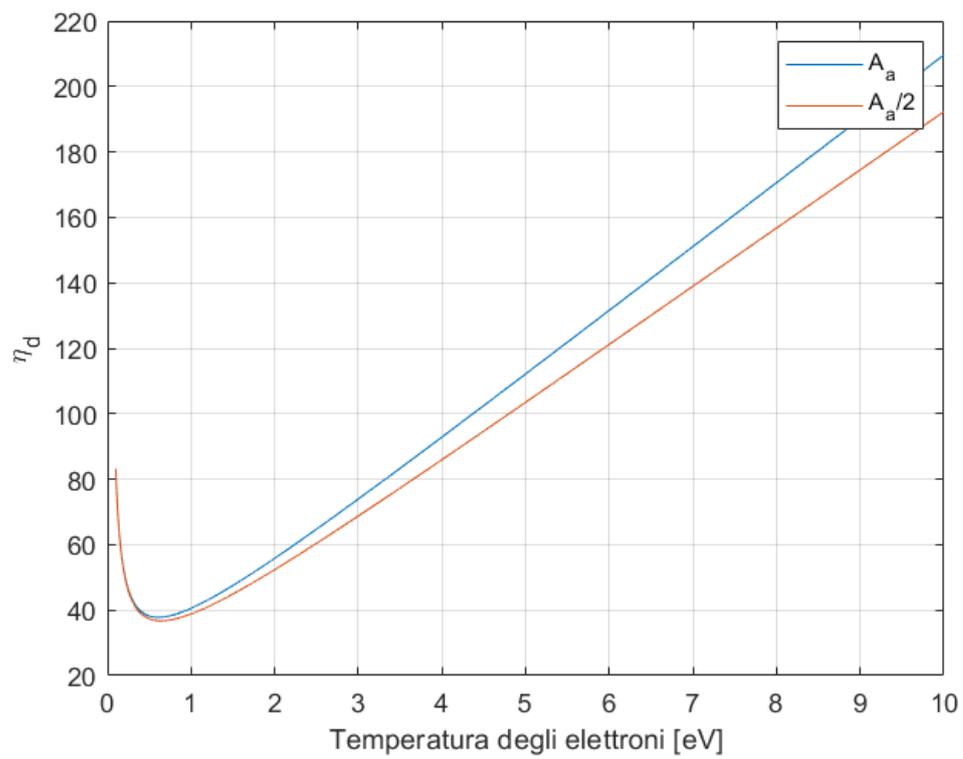


Figura 24 –  $\eta_d$  in funzione di  $A_a$

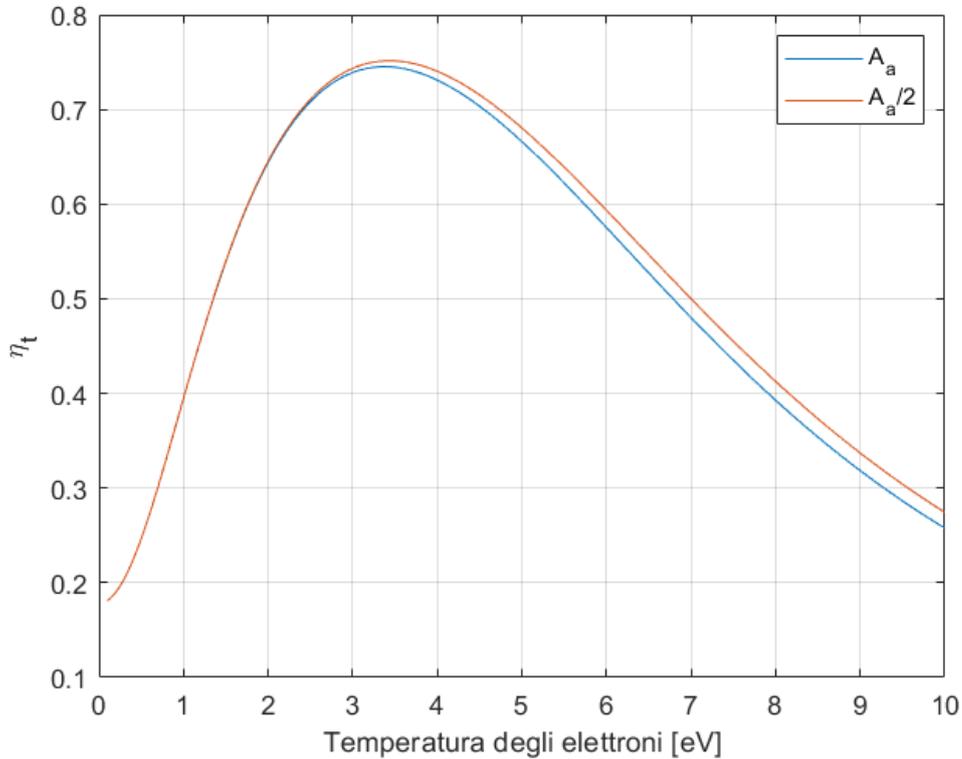


Figura 25 –  $T_{ev}$  –  $\eta_t$  in funzione  $A_a$

Tuttavia, riducendo l'area anodica, in questo modello non si tiene conto dell'aumento importante della densità di corrente che arriva alla superficie. Questo fenomeno, nel caso di missioni di lunga durata, porta ad un danneggiamento dell'anodo che può compromettere il funzionamento della camera di scarica. L'ottimizzazione nei propulsori a ioni di nuova generazione consiste, dunque, nell'ottimizzazione dell'area anodica e nello studio dei materiali che ne consentono la riduzione.

### 2.3.4. Rendimento totale

Il rendimento totale è definito come:

$$\eta_t = \frac{P_{jet}}{P_{in}} = \frac{T^2}{2\dot{m}_p P_{in}}$$

Scrivendo la spinta in funzione di  $I_b$  e  $V_b$  e facendo comparire l'efficienza di utilizzazione del propellente, si arriva a:

$$\eta_t = \eta_m \frac{I_b V_b}{P_{in}}$$

Il termine comparso è esattamente il rendimento elettrico, dunque, in un propulsore ideale:

$$\eta_t = \eta_m \eta_e$$

Essendo  $\eta_m$  ed  $\eta_e$  inversamente proporzionali tra loro, la ricerca di un rendimento totale ottimo consiste nell'ottimizzazione dei due rendimenti principali visti prima:

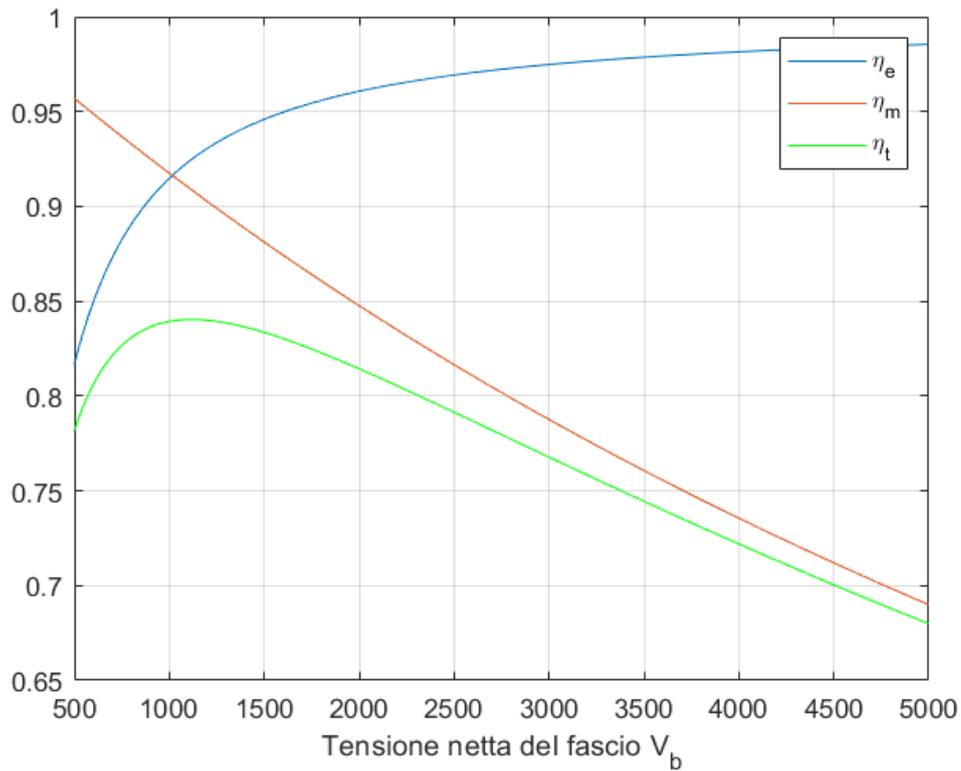


Figura 26 – Rendimenti in funzione di  $V_b$

A potenza fissata, si nota come il rendimento totale abbia un massimo evidente in un certo range di tensioni nette del fascio di ioni (e dunque anche di intensità di corrente del fascio). L'ottimizzazione andrà fatta dunque in un intervallo di valori limitato, volta solo a massimizzare il rendimento.

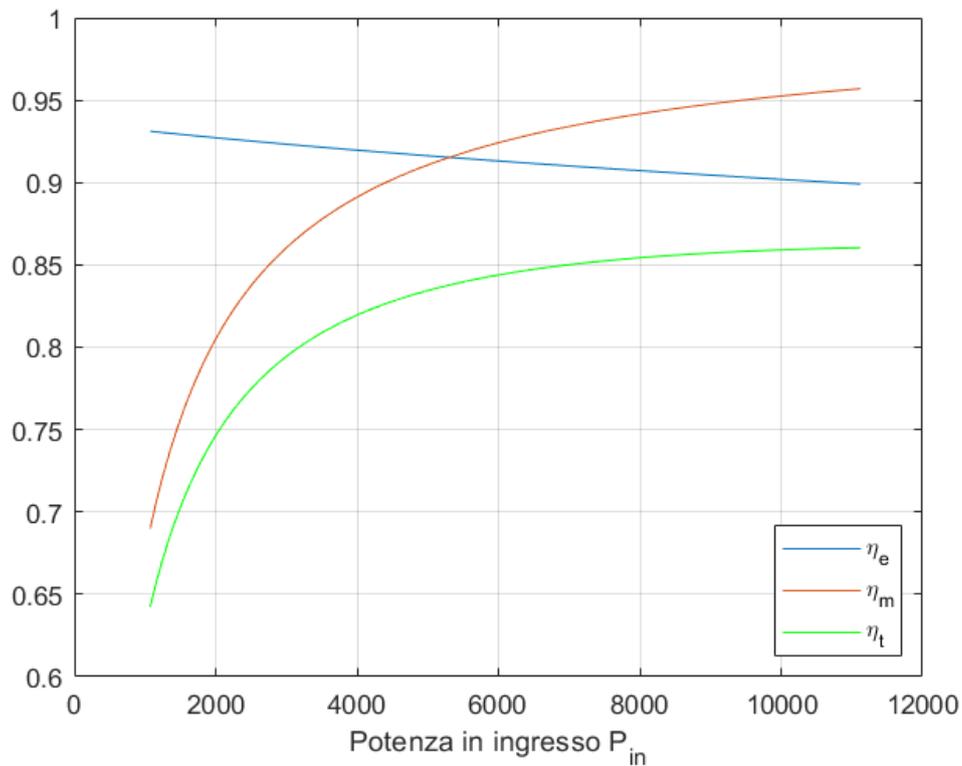


Figura 27 – Rendimenti in funzione di  $P_{in}$

A parità, invece, di tensione all'interno della camera di scarica, valutando dunque la potenza in ingresso, si nota come a partire da un dato valore di  $P_{in}$  l'ascesa diventa meno marcata e il rendimento totale si mantiene pressoché costante. Aumentare, inoltre, la potenza in ingresso (a parità di  $V_b$ ), significa sia aumentare la corrente  $I_b$ , con conseguente rischio di violare la legge di Child-Langmuir, sia aumentare la portata di propellente richiesta dal sistema, con conseguente accorciamento della durata massima di missione, elemento da considerare nel caso di missioni interplanetarie.



### 3. Risultati

Per lo sviluppo della modellizzazione numerica del propulsore, si è scelto di utilizzare come esempio il propulsore il “NASA Solar Technology Application Readiness” (NSTAR), una tipologia di motore utilizzato per le missioni Deep Space e Dawn della NASA, con obiettivi l’esplorazione dei confini esterni del Sistema Solare nel primo caso e con il target dei due corpi celesti Vesta e Cerere nel secondo caso.

Nello specifico, si considera il propulsore utilizzato nella missione Dawn:

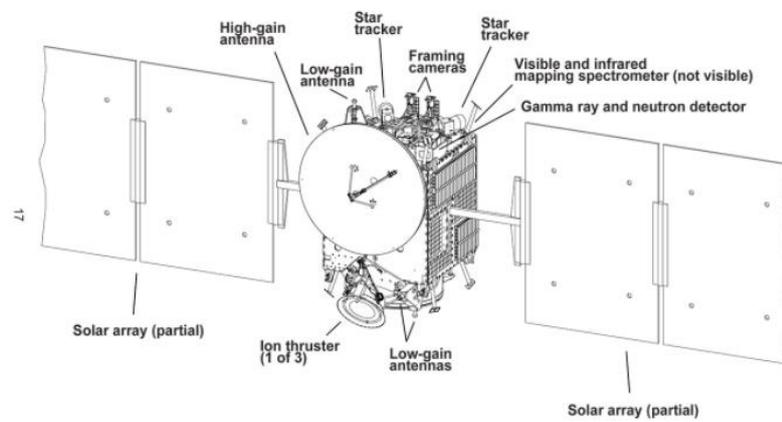


Figura 28 – Schema del propulsore NSTAR



Figura 29 – Foto di un propulsore NSTAR

Si andranno ad effettuare studi sulla geometria, sulle prestazioni e sul  $\Delta V$  ricavabile dal modello di propulsore.

## 3.1. Geometria

La definizione della geometria dipende dalla scelta del tipo di utilizzo del propulsore e dalla durata della missione da effettuare. Manovre di station-keeping o di trasferimento di orbite terrestri richiedono potenze basse e alti rendimenti, mentre missioni interplanetarie richiedono potenze alte e un rendimento ottimizzato. In particolare, i propulsori NSTAR, per regolare la potenza, mantengono costante  $V_b$  all'interno della camera di scarica, allo scopo di garantire una differenza di potenziale costante tra le griglie acceleratrici. Viene dunque variata l'intensità di corrente  $I_b$  per regolare la potenza richiesta dal motore e verificare il soddisfacimento della legge di Child-Langmuir.

### 3.1.1. Diametro della camera di combustione

Si effettuano dunque degli studi sul diametro e sulla lunghezza della camera di scarica in funzione della potenza richiesta e del rendimento totale. Per fissare il parametro  $V_b$ , si sceglie un valore e si studiano gli andamenti delle prestazioni principali parametrizzati con  $I_b$ . In questo caso, gli studi sono stati effettuati con  $V_b = 1250V$ , ossia il valore nominale di  $V_b$  utilizzato sul propulsore NSTAR utilizzato nella missione Dawn.

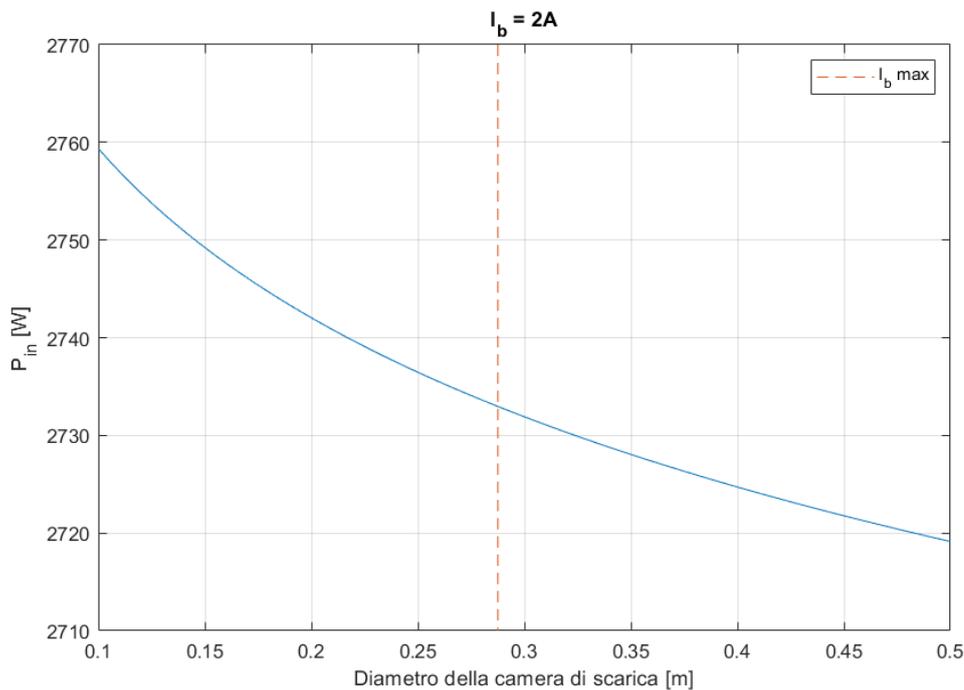


Figura 30 –  $d - P_{in}$  con  $I_b = 2A$

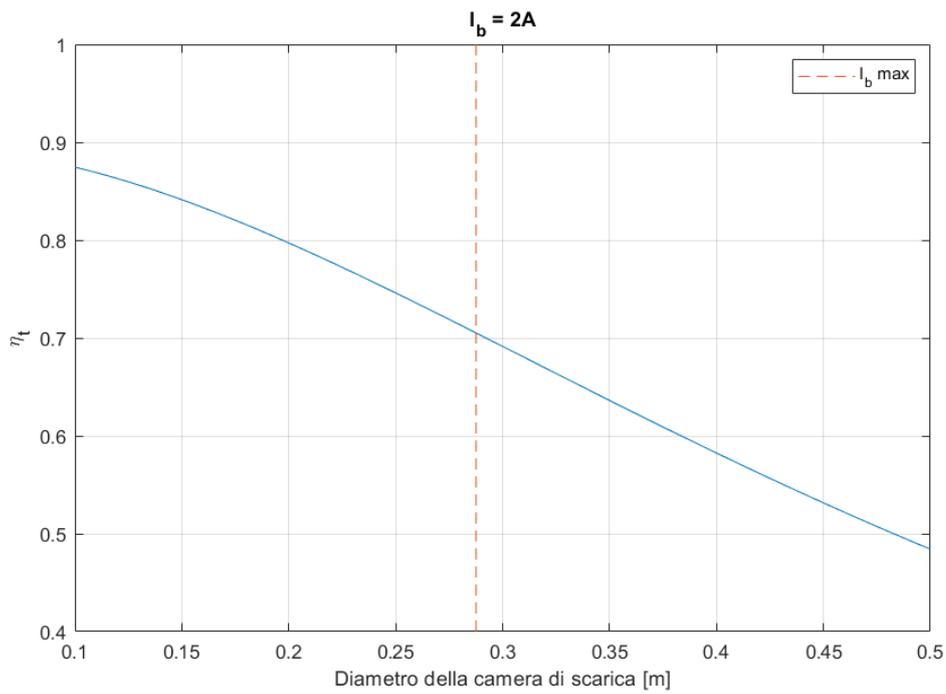


Figura 31 – d –  $\eta_t$  con  $I_b = 2A$

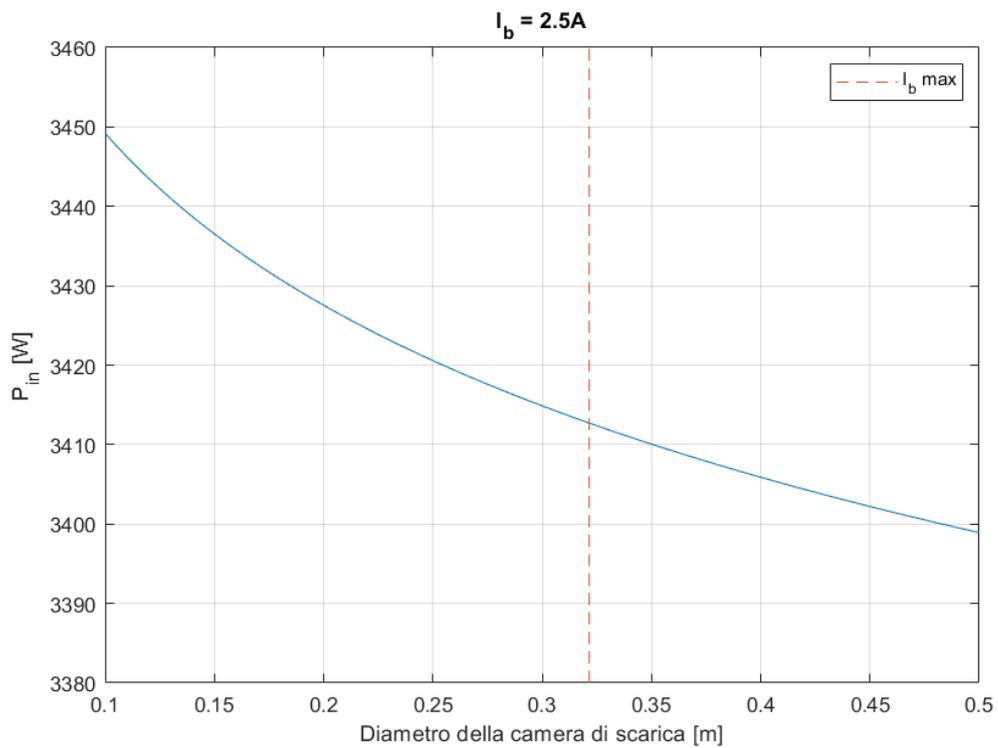


Figura 32 – d –  $P_{in}$  con  $I_b = 2.5 A$

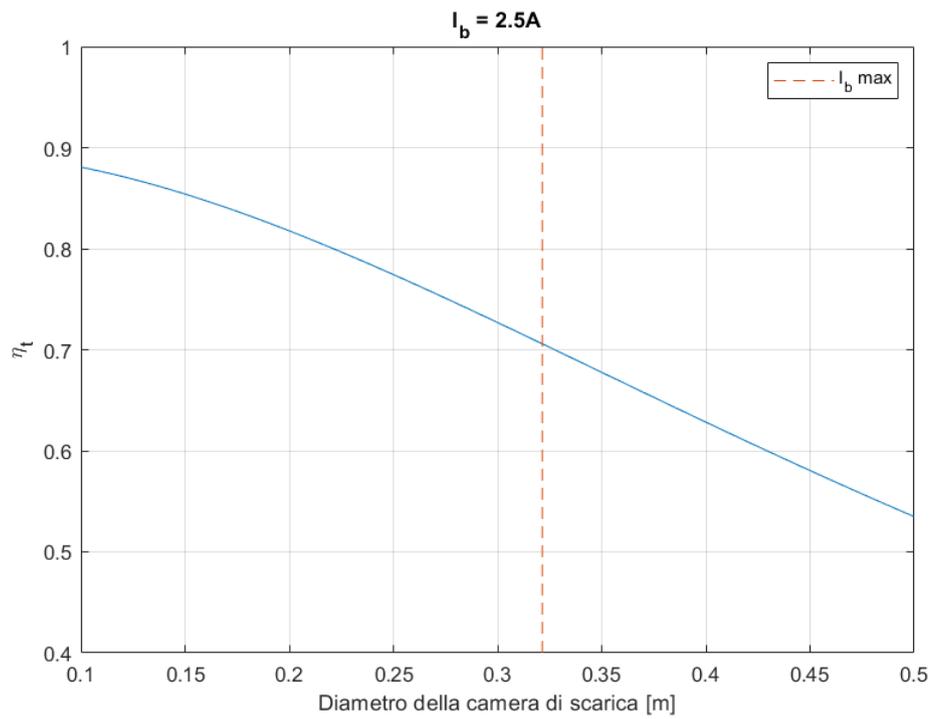


Figura 33 -  $d - \eta_t$  con  $I_b = 2.5 A$

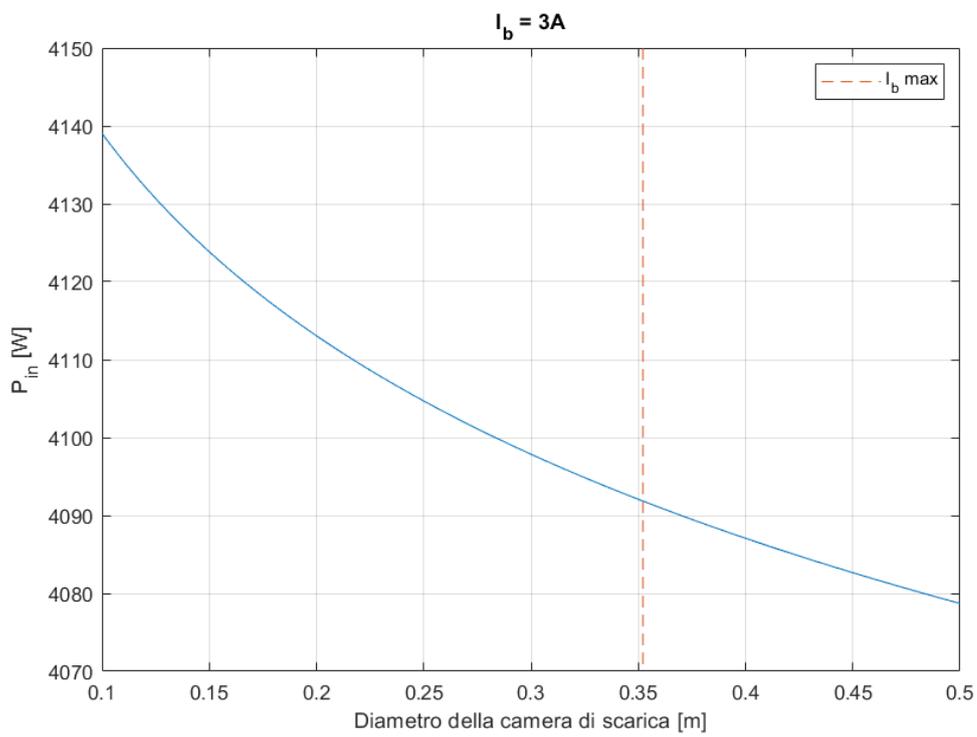


Figura 34 -  $d - P_{in}$  con  $I_b = 3 A$

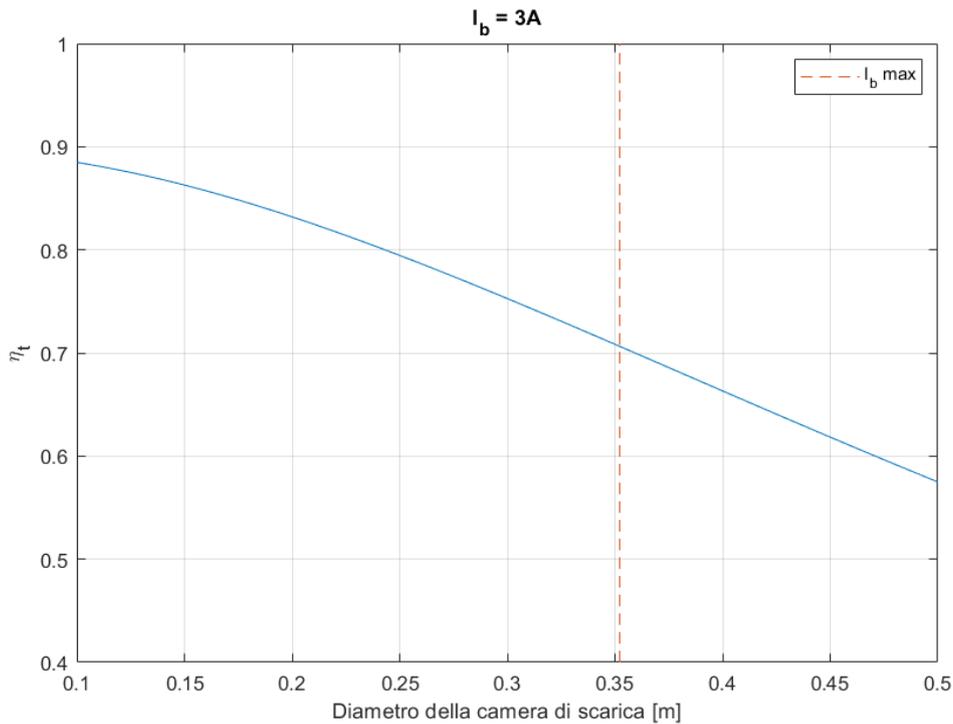


Figura 35 –  $d - \eta_t$  con  $I_b = 3 A$

Fissati tre diversi valori di  $I_b$ , si nota come gli andamenti di potenza in ingresso e rendimento totale siano piuttosto concordanti. La potenza in ingresso diminuisce con l'aumentare del diametro di camera, fenomeno da imputare alla spinta che, a parità di  $I_b$  e  $V_b$ , si mantiene costante, dunque il propulsore ha bisogno di una potenza maggiore per accelerare più gas attraverso una superficie più piccola. Il rendimento totale decresce con il diametro della camera di combustione, in quanto per una superficie più piccola di accelerazione, in un modello ideale le perdite dovute alle griglie acceleratrici sono minori. Da notare, tuttavia, che vi è il limite della legge di Child-Langmuir:

$$I_{max} = j_{max} \cdot A = \frac{4\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e V_G^{3/2}}{M x_a^2}} \cdot A$$

La corrente efficace del fascio di ioni massima transitabile attraverso le griglie acceleratrici è direttamente proporzionale all'area, dunque aumentando l'area, aumenta  $I_{max}$ , ossia la spinta massima generabile dal motore. La scelta, dunque, del diametro della camera di scarica è estremamente critica, in quanto rischia di porre un limite alle prestazioni del propulsore. Per  $I_b = 2A$ , infatti, sarebbe sufficiente un diametro di **29cm** per evitare il limite della legge di Child-Langmuir, mentre per  $I_b = 3A$  un diametro di camera di **35cm** non sarebbe sufficiente per evitare il suddetto limite.

Nei pressi della corrente limite espressa dalla legge di Child-Langmuir, si può osservare che il rendimento si mantiene costante nell'intorno di un valore specifico. Nel caso

considerato in questa analisi, si ha un  $\eta_t \rightarrow 0.7$ , un valore in linea con i propulsori a ioni realizzati fin ora, di gran lunga superiore rispetto ai relativi propulsori chimici ed elettrotermici.

Il grosso limite dei propulsori a ioni è dunque la necessità di una camera di scarica molto ampia, con pesi e costi molto maggiori rispetto ad un propulsore ad effetto Hall o ad un propulsore elettromagnetico MPD. Per missioni di station-keeping, con intensità di corrente limitate, rimangono comunque una valida alternativa, con rendimenti alti ed impulsi specifici ottimi.

## 3.2. Prestazioni

Fissata la geometria, si valutano le principali prestazioni del propulsore al variare della corrente efficace di ioni  $I_b$  (proporzionale alla potenza in ingresso con  $V_b = cost.$ ). Questa analisi è condotta considerando un valore di diametro della camera di scarica di  $30\text{cm}$ , ai soli fini di un'analisi qualitativa degli andamenti delle principali grandezze caratteristiche di un propulsore spaziale. Questi andamenti andranno successivamente rielaborati in seguito alle considerazioni sulla legge di Child-Langmuir e sulle geometrie derivanti effettuate sopra.

### 3.2.1. Spinta

La spinta è direttamente proporzionale alla corrente  $I_b$ .

$$T = \sqrt{\frac{2M}{e}} I_b \sqrt{V_b} = k \cdot I_b$$

Con  $k$  costante.

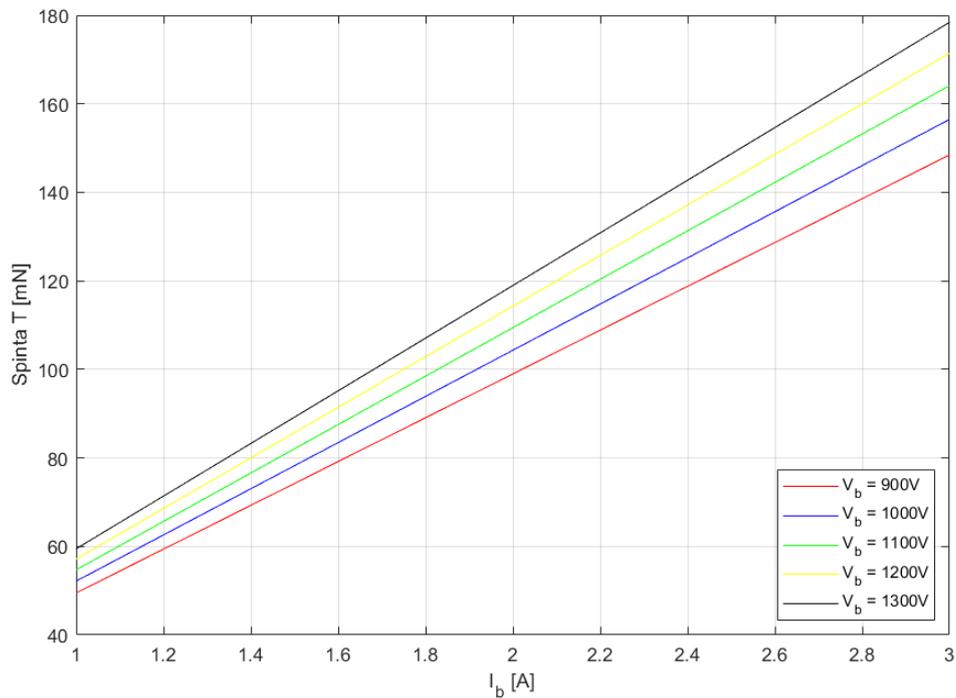


Figura 36 –  $I_b - T$  con  $V_b$  fissato

I valori di spinta ricavati sono tra  $60 \text{ mN}$  e  $160 \text{ mN}$ , in linea con i propulsori NSTAR adottati nelle missioni interplanetarie. Il valore adeguato va scelto tenuto conto del  $\Delta V$  richiesto e dall' $I_{sp}$ .

### 3.2.2. Impulso specifico e velocità efficace di scarico

L'impulso specifico è la misura che valuta l'efficienza della spinta.

$$I_{sp} = \frac{T}{\dot{m}_p g} = \frac{v_{ex}}{g}$$

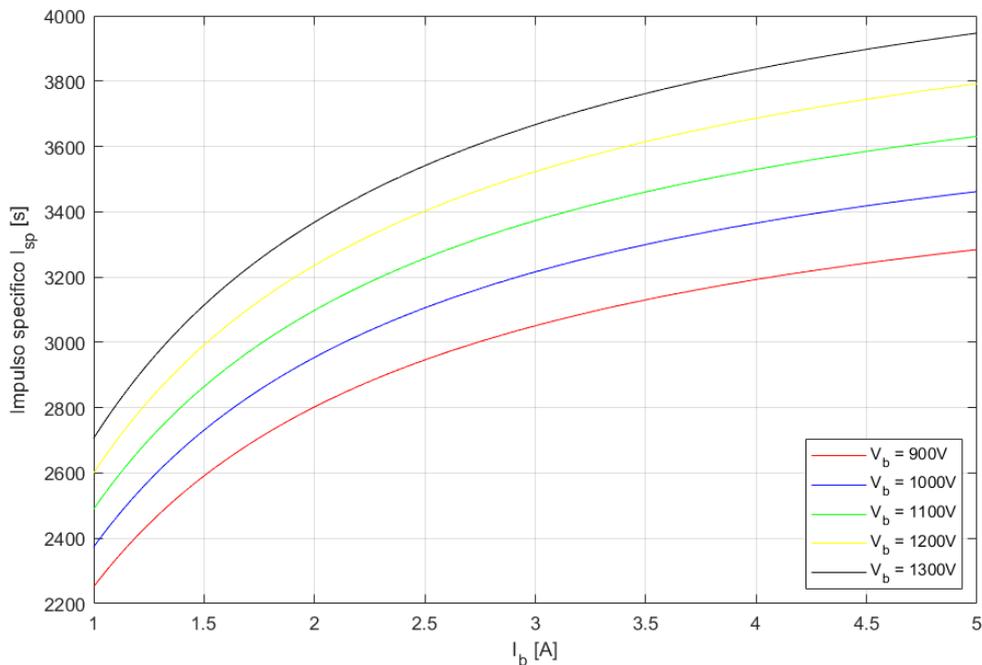


Figura 37 –  $I_b - I_{sp}$  con  $V_b$  fissato

L'impulso specifico aumenta con l'aumentare della corrente  $I_b$ . Tuttavia, per correnti molto alte, l'aumento è meno marcato ed i benefici di un impulso specifico maggiore vengono annullati da una richiesta di potenza eccessivamente alta.

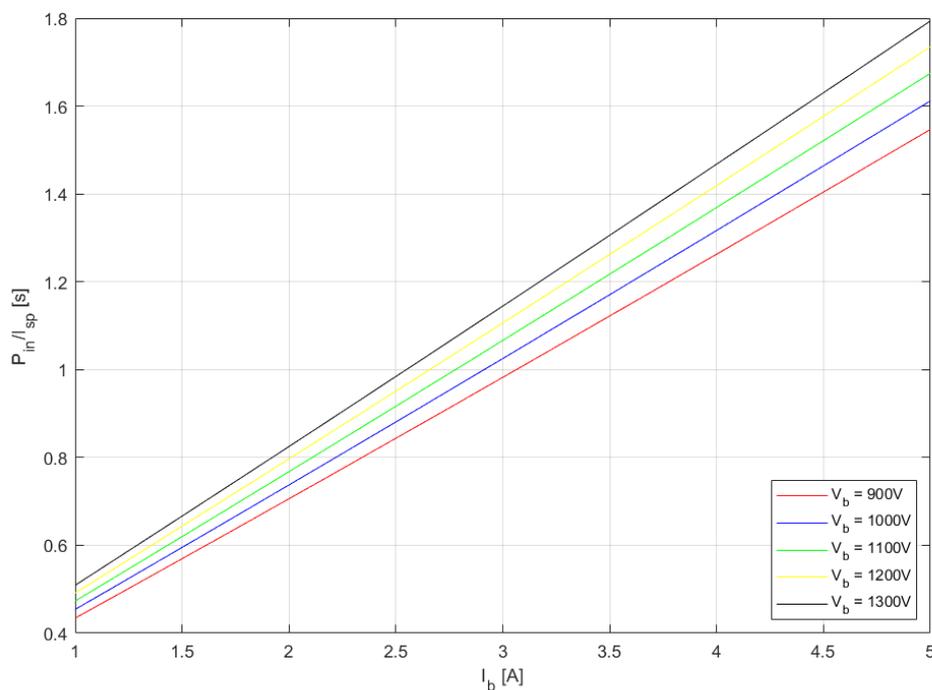


Figura 38 –  $I_b - P_{in}/I_{sp}$  con  $V_b$  fissato

Analizzando il rapporto tra potenza in ingresso e impulso specifico, si nota come per alti  $I_b$  questo sia eccessivamente alto e sconveniente. Conviene, dunque, non avere un impulso specifico molto alto, in quanto il beneficio di una spinta più efficace si paghi con una potenza eccessiva, non disponibile per missioni di lunga durata.

### 3.2.3. Potenza e rendimenti

Per studiare i rendimenti, si analizza in particolare il rendimento totale. Analizzando l'efficienza di utilizzazione del propellente, infatti, si osserva come, nel modello ideale, sia solo funzione della corrente  $I_b$  e non dipenda dal potenziale netto presente in camera di scarica, dunque, al variare di  $V_b$  non si osservano cambiamenti osservabili. Il rendimento elettrico, invece, ha un andamento leggermente decrescente con l'aumentare della corrente utile al fascio di ioni, valutabile attraverso lo studio del rendimento totale.

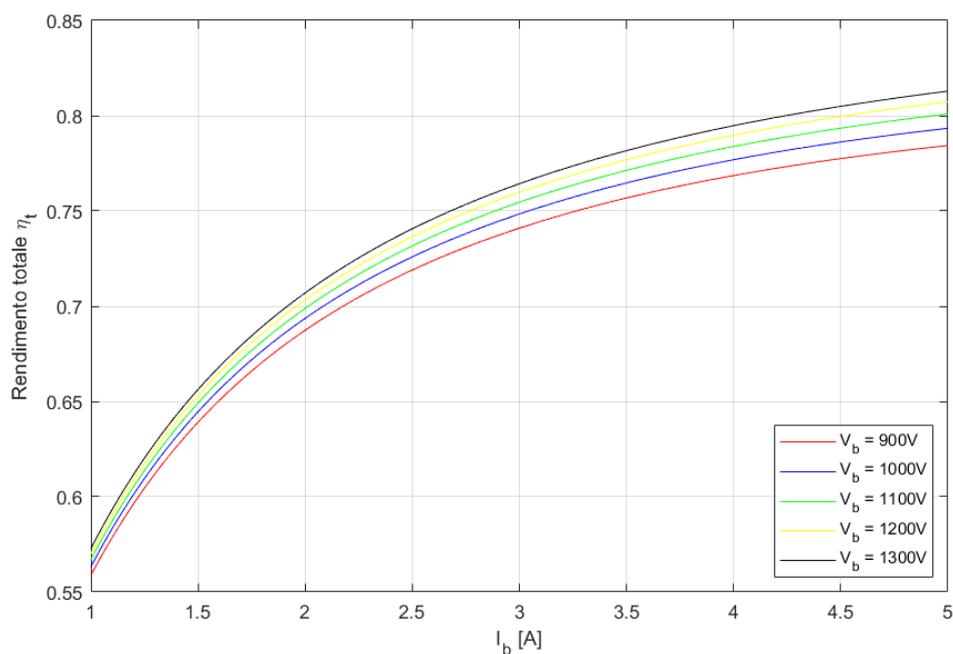


Figura 39 –  $I_b - \eta_t$  con  $V_b$  fissato

Il rendimento totale aumenta con la corrente utile del fascio di ioni. Per  $I_b$  bassi, l'aumento è marcato, mentre diventa più lieve per correnti elevate. Converrebbe, dunque, aumentare la corrente a valori elevati per aumentare l'efficacia del propulsore; tuttavia, l'andamento della potenza richiesta dal motore aumenta linearmente con  $I_b$ , e per elevate correnti, l'aumento di  $\eta_t$  diventa trascurabile rispetto all'aumento della potenza in ingresso.

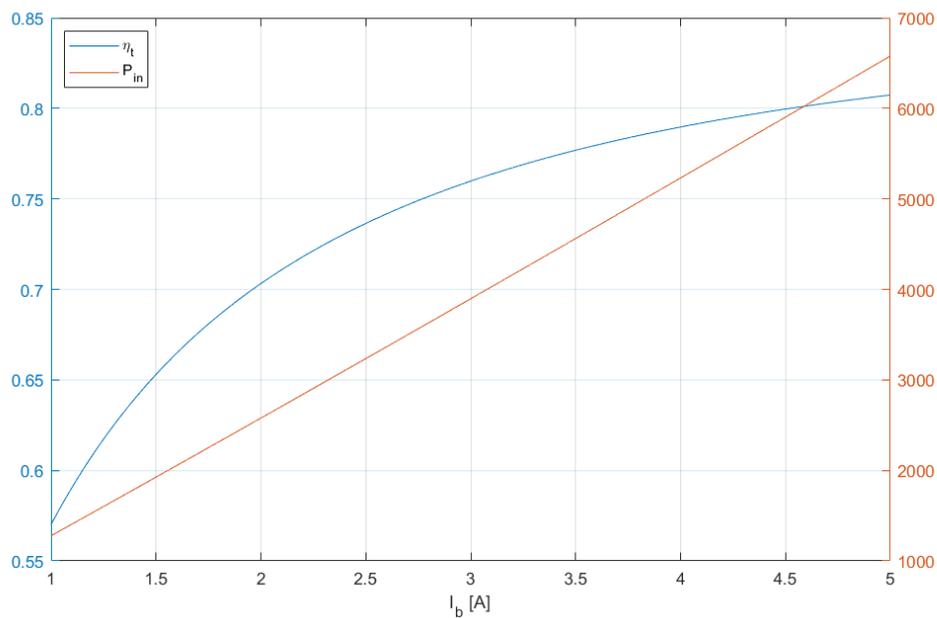


Figura 40 – Rendimenti in funzione di  $I_b$

Il rendimento totale del propulsore sarà dunque legato in maniera diretta alla potenza in ingresso: aumentano la potenza, a discapito di perdite, si avrà un rendimento più alto. Tuttavia, un'elevata potenza in ingresso richiede pannelli solari estesi e una distanza dalla fonte di energia (il Sole nel caso del Sistema Solare) non elevata. Su questo proposito, il propulsore NSTAR è stato tarato su diversi livelli di manetta, ognuno dei quali con diversi livelli di potenza richiesta dal sistema. Il propulsore, in base alla potenza in input, si setterà automaticamente (o in maniera comandata, a seconda delle esigenze di manovra) sul livello di manetta corrispondente. Per la missione Deep Space 1 della NASA, il propulsore è stato settato su 16 livelli di spinta, ognuno con una percentuale di potenza richiesta rispetto alla manetta unitaria. Il quindicesimo livello, ossia quello con la potenza necessaria più elevata, corrisponde alla massima spinta generabile dal motore, mentre il livello 0 corrisponde alla condizione di *idle*, ossia di minima potenza necessaria per mantenere acceso il propulsore senza rischi di spegnimento.

NSTAR Throttle Level	PPU Input Power (W)	Engine Input Power (W)	Calculated Thrust (mN)	Specific Impulse (s)	Total Efficiency (%)
15	2567	2325	92.7	3127	61.8
14	2416	2200	87.9	3164	62.4
13	2272	2077	83.1	3192	63.0
12	2137	1960	78.4	3181	62.8
11	2006	1845	73.6	3196	63.1
10	1842	1717	68.4	3184	62.6
9	1712	1579	63.2	3142	61.8
8	1579	1456	57.9	3115	61.1
7	1458	1344	52.7	3074	59.6
6	1345	1238	47.9	3065	59.0
5	1222	1123	42.6	3009	57.4
4	1111	1018	37.4	2942	55.4
3	994	908	32.1	2843	52.7
2	825	749	27.5	2678	48.7
1	729	659	24.6	2382	47.2
0	577	518	20.7	1979	42.0

Tabella 4 – Livelli di manetta del propulsore NSTAR

Dai livelli risultanti, si nota come il rendimento massimo non si è raggiunto per la potenza massima ma per una potenza leggermente più bassa. Questa perdita è dovuta alla presenza del limite della legge di Child-Langmuir. Tuttavia, esse si possono anche associare ad un

effetto non considerato in questa trattazione, ossia alla formazione di ioni doppi in camera di scarica. La ionizzazione di particelle già ionizzate comporta una perdita notevole ad elevate correnti ed elevate temperature, che si ripercuote in particolar modo sull'efficienza di utilizzazione del propellente. Per le missioni reali, infatti, si utilizza un coefficiente correttivo:

$$\eta_m^* = \alpha_m \frac{I_b}{e} \frac{M}{\dot{m}_p}$$

Dove il parametro  $\alpha_m$  è definito come:

$$\alpha_m = \frac{1 + \frac{1}{2} \frac{I^{++}}{I^+}}{1 + \frac{I^{++}}{I^+}}$$

Dove  $I^+$  è la corrente che tiene conto degli atomi ionizzati una sola volta, mentre  $I^{++}$  rappresenta la corrente dovuta agli atomi doppiamente ionizzati. Dunque, sommando i due effetti:

$$I_b = I^+ + I^{++}$$

Tuttavia, lo studio di  $I^{++}$  non è stato considerato in questa trattazione, considerando un modello ideale di propulsore a ioni al fine di calcolarne le prestazioni. Dunque:

$$I_b \approx I^+ \rightarrow \alpha_m \approx 1$$

Inoltre, questo fattore influisce anche sulla spinta. Sviluppando il termine  $I_b$  si ottiene:

$$T_m = I^+ \sqrt{\frac{2MV_b}{e}} + I^{++} \sqrt{\frac{MV_b}{e}} = I^+ \sqrt{\frac{2MV_b}{e}} \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{I^{++}}{I^+} \right)$$

Dunque, si tiene conto di un fattore  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{I^{++}}{I^+}}{1 + \frac{I^{++}}{I^+}}$$

Si nota come l'effetto di  $I^{++}$  sia ridotto in  $\alpha$  rispetto ad  $\alpha_m$ , dunque l'effetto di questa perdita è meno rilevante e la spinta ne risulta meno influenzata. Ne risulta influenzato, tuttavia, l'impulso specifico, strettamente legato ad entrambi i coefficienti:

$$I_{sp} = \frac{T}{\dot{m}_p g} = \frac{T \eta_m}{g \dot{m}_i}$$

Risultando il prodotto di spinta ed efficienza di utilizzazione del propellente, l'impulso specifico è doppiamente influenzato dalla presenza di ioni doppi, dunque, con elevate potenze e una presenza di  $I^{++}$  non più trascurabile, subirà un netto decremento.

In questa trattazione non si sono considerate queste perdite, così come quelle per bidimensionalità, risultando di fatto poco influenti ai fini di un calcolo numerico delle prestazioni, ma in un propulsore ad effetto Hall, dove vengono raggiunte temperature degli elettroni superiori, questo diventa un effetto rilevante, che abbassa il rendimento totale in maniera considerevole.

### 3.3. Scelta dei parametri

Analizzate le prestazioni del modello propulsivo, si andranno a selezionare i parametri geometrici e prestazionali sulla base delle esigenze della missione da effettuare. In questa analisi, si prenderanno alcune missioni esemplificative.

#### 3.3.1. Missione DAWN

La missione DAWN è stata ideata allo scopo di perlustrazione dei due pianeti nani Cerere e Vesta, sfruttando il passaggio da Marte con una manovra di fly-by. La missione è durata 11 anni, su una base iniziale stimata di 9 anni.

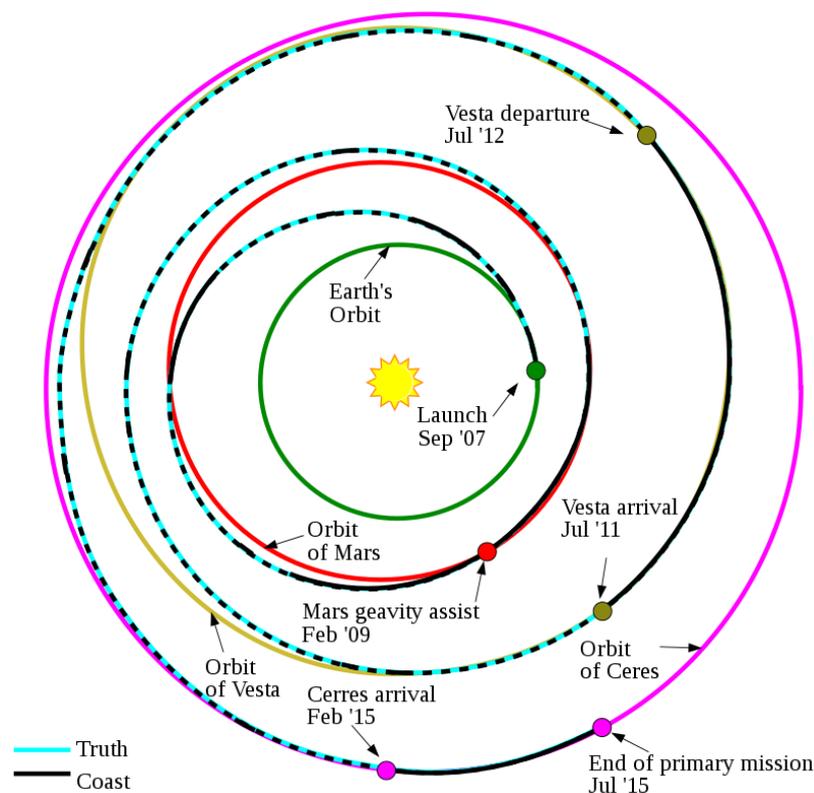


Figura 41 – Traiettoria della missione DAWN

Il motore utilizzato è un propulsore a ioni con camera di scarica a corrente continua (coerente con il modello analizzato in questa tesi). Sulla sonda sono stati installati tre propulsori. Di seguito si riportano alcuni valori caratteristici fissi:

$\Delta V$ necessario per la missione	11000 m/s
Massa del payload $m_{pay}$	35.25 kg
Massa della batteria $m_b$	40 kg
Massa strutturale $m_s$	500kg
Costante solare della Terra $K_{TERRA}$	1367W/m <sup>2</sup>
Costante solare di Marte $K_{MARTE}$	590W/m <sup>2</sup>
Costante solare di Vesta $K_{VESTA}$	245W/m <sup>2</sup>
Costante solare di Cerere $K_{CERERE}$	174W/m <sup>2</sup>

Tabella 5 – Dati della missione DAWN

Per il dimensionamento del sistema, andranno aggiunti a questi parametri dei valori dipendenti dalla potenza richiesta dal sistema e dalla potenza necessaria per alimentare il propulsore a distanze molto elevate dal Sole. In particolare, andranno dimensionati la massa della PPU (Power Processor Unit)  $m_{PPU}$ , la massa relativa all'intero sistema propulsivo  $m_E$  e la massa relativa all'impianto fotovoltaico necessario per alimentare l'intera sonda  $m_{SOLAR}$ .

In particolare, per  $m_{PPU}$  e  $m_E$  si considerano dei valori caratteristici ed esemplificativi di propulsori a ioni già sperimentati:

$$m_{PPU}/P_{in} = 6 \frac{kg}{kW}$$

$$m_E/P_{in} = 4 \frac{kg}{kW}$$

Per quanto ne concerne l'impianto fotovoltaico, si utilizza per questa trattazione l'innovativo impianto SLASR (Stretched Lens Array SquareRigger), di recente innovazione, con celle in arseniuro di gallio (GaAs) con rendimenti  $\eta_p$  superiori al 30%. In particolare, queste celle sono modellizzate sulla base dell'impianto SCARLET, equipaggiato sulla sonda Deep Space 1, con un innovativo sistema di disposizione e di produzione delle giunzioni che porta il sistema fino ad un valore, sulla Terra, di:

$$m_{SOLAR}/P_{TOT} = \frac{1 \text{ kg}}{362 \text{ W}} \text{ (relativo alla Terra)}$$

Dove la  $P_{TOT}$  sarà la potenza totale ricevuta dal sistema fotovoltaico, dipendente dalla costante solare  $K$  e dall'area dei pannelli  $A_S$ .

I requisiti di progetto prevedono che lo spacecraft sia in grado di ricevere una potenza fissata minima  $P_{TOT_{min}} > 1000W$ . Si procede, dunque, a definire la potenza su unità di superficie erogabile all'inizio della vita del pannello solare:

$$P_{BOL} = \eta_p K_{CERERE} \cdot I_d \cdot \cos(\theta)$$

Dove  $I_d$  è il fattore di degradazione intrinseco del pannello solare, che nel caso di celle in arseniuro di gallio è pari a  $I_d \approx 0.77$ , mentre l'angolo  $\theta$  è dovuto alla eventuale non perpendicolarità della superficie del pannello rispetto al Sole, in questa trattazione trascurabile con  $\theta \rightarrow 0$ . Si ottiene dunque:

$$P_{BOL} = 40.194 \frac{W}{m^2}$$

Si può dunque stimare la potenza per unità di superficie del pannello al termine del ciclo di vita:

$$P_{EOL} = P_{BOL} \cdot (1 - \text{degradation/year}[\%])^{\text{lifetime}[\text{year}]}$$

I pannelli in arseniuro di gallio hanno una decadenza percentuale del 2.75% l'anno, dunque, si ricava:

$$P_{EOL} = 29.577 \frac{W}{m^2}$$

La stima dell'area del pannello sarà dunque:

$$A_{SA_{min}} > \frac{P_{TOT_{min}}}{P_{EOL}} = 33.81m^2$$

Si adotterà, dunque, un pannello di dimensioni maggiori di  $A_{SA_{min}}$ , nello specifico si sceglie  $A_{SA} = 35m^2$ , da cui si ricava una  $P_{TOT} = 1035.2W$ .

Stimata a questo punto la superficie del pannello, si può ricavare, utilizzando il procedimento inverso, la potenza erogata dall'impianto sulla Terra, dove la costante solare è  $K_{TERRA}$  per ricavarne la massa. Si arriva dunque a:

$$P_{SA} = 8132.7W$$

Tramite questa potenza, è ricavabile la massa del solar array:

$$m_{SA} = \frac{P_{SA}}{\frac{1}{m_{SOLAR}/P_{TOT}}} = 22.466kg$$

Infine, conoscendo dall'analisi della traiettoria di missione il  $\Delta V$  necessario, si calcola, attraverso l'equazione del razzo di Tsiolkowski, la massa di propellente necessaria  $m_{p_{min}}$ , ottenuta dalla sottrazione della massa dry  $m_d$  (ossia la massa iniziale senza il propellente necessario) dalla massa iniziale  $m_i$ .

$$\frac{m_d}{m_d + m_{p_{min}}} = e^{-\frac{\Delta V}{v_{ex}}} \rightarrow m_{p_{min}} = m_d \left( e^{\frac{\Delta V}{v_{ex}}} - 1 \right)$$

A questo punto viene aggiunta ad  $m_{p_{min}}$  il 15%, per cui la massa di propellente imbarcata a bordo sarà:

$$m_p = 1.15 \cdot m_{p_{min}}$$

Lo spacecraft sarà equipaggiato con tre propulsori, di cui uno utile per il transito Terra-Marte (date le elevate potenze che il motore erogherà in questo tratto), il secondo utilizzabile per il tratto Marte-Vesta-Cerere, ed il terzo sarà spento ed acceso solamente in caso di malfunzionamenti. Dunque, la massa della PPU e la massa del propulsore dovranno essere moltiplicati per un fattore 3.

Disponendo di tutti i dati, si procede dunque con uno studio dell'andamento della massa totale iniziale  $m_i$  in funzione della potenza d'ingresso (facendo variare la corrente utile del fascio di ioni) parametrizzati con il diametro della camera di scarica. L'obiettivo sarà la ricerca di punti di minimo che restituiranno una condizione di ottimo della massa in funzione della potenza in ingresso.

Si considera, dal propulsore NSTAR, una  $V_b = 1250V$  e si parametrizza con un diametro della camera di scarica  $d_{c1} = 25cm$   $d_{c2} = 30cm$  e  $d_{c3} = 35cm$ . Viene fatta variare la corrente  $I_b$  in un intorno che va da  $1A$  a  $4A$ , ed in seguito viene tracciato il limite derivante dalla legge di Child-Langmuir, per verificarne la validità.

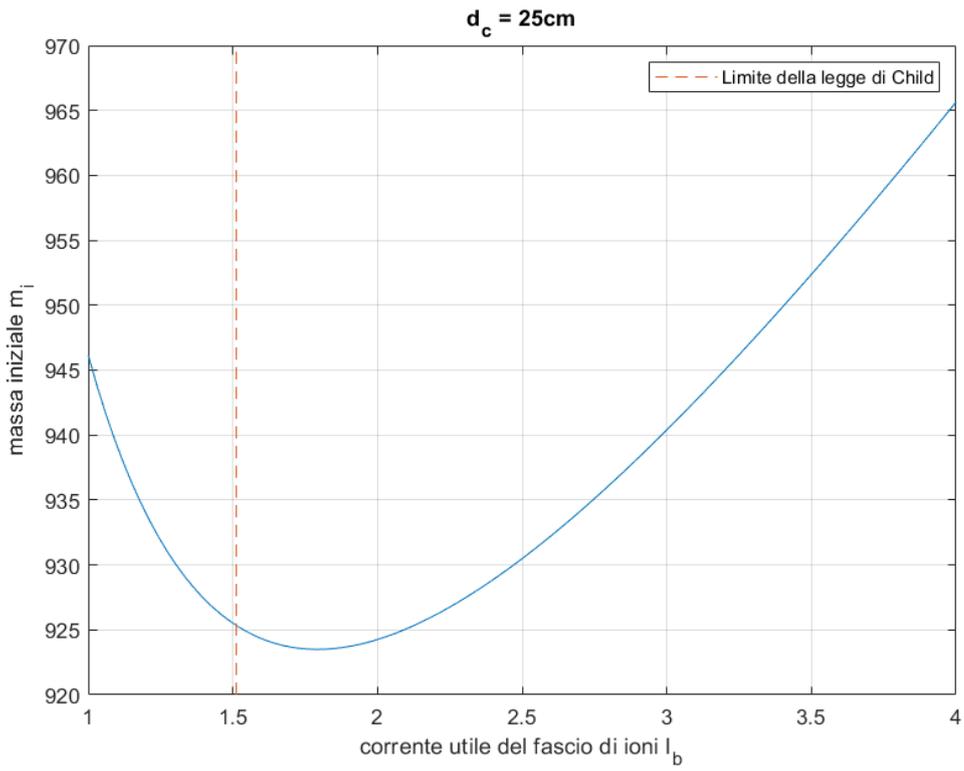


Figura 42 -  $I_b - m_i$  per  $d_c = 25\text{cm}$

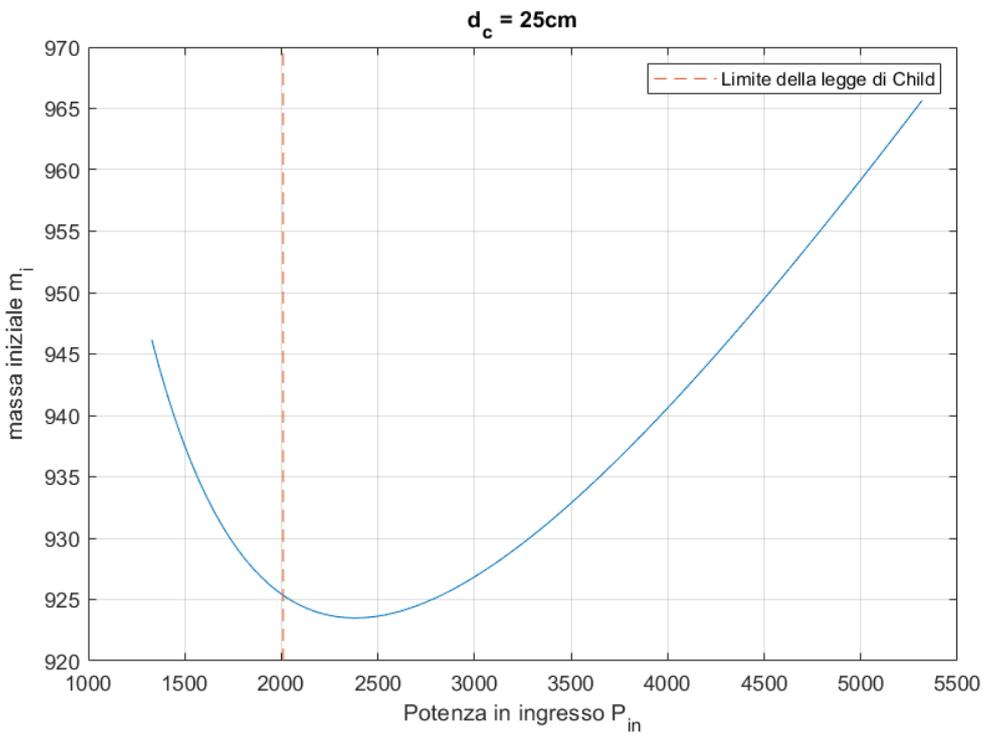


Figura 43 -  $P_{in} - m_i$  per  $d_c = 25\text{cm}$

Per  $d_c = 25\text{cm}$  il limite dovuto alla legge di Child-Langmuir è anteriore al punto di minima  $m_i$ , dunque non è considerabile nella trattazione. Il punto di ottimo coinciderà dunque con il punto in cui la curva interseca il limite dovuto alla legge di Child. Si ottiene:

$$m_{d_{min}} = 924.549\text{kg}$$

$$I_{b_{min}} = 1.576\text{A}$$

$$P_{in_{min}} = 2009.4\text{W}$$

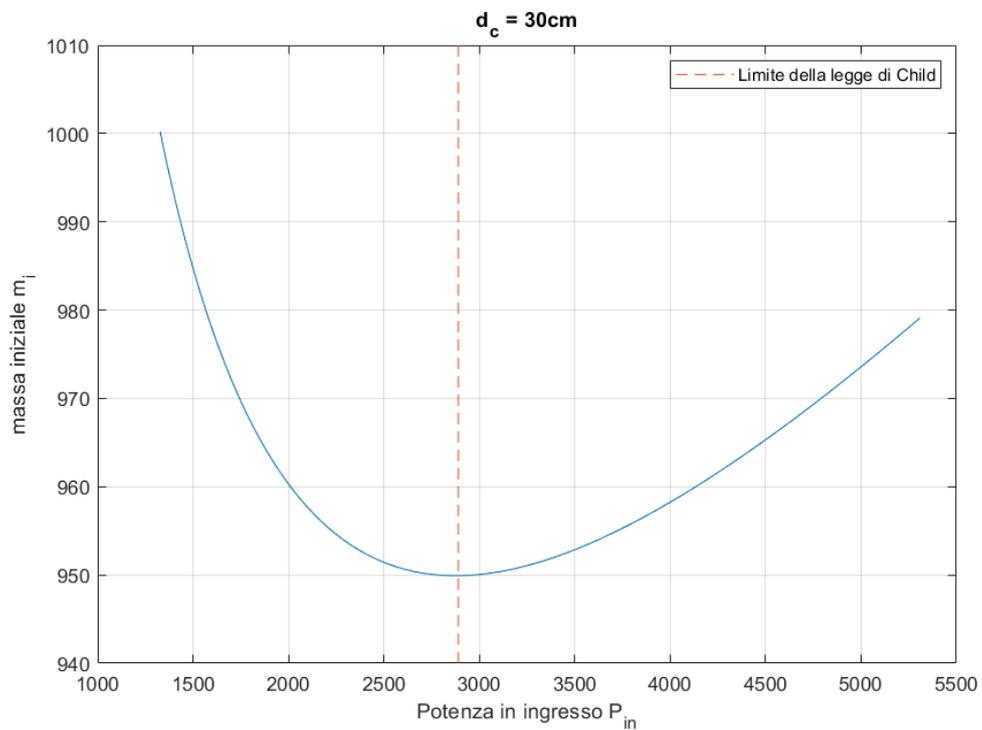


Figura 44 -  $I_b - m_i$  per  $d_c = 30\text{cm}$

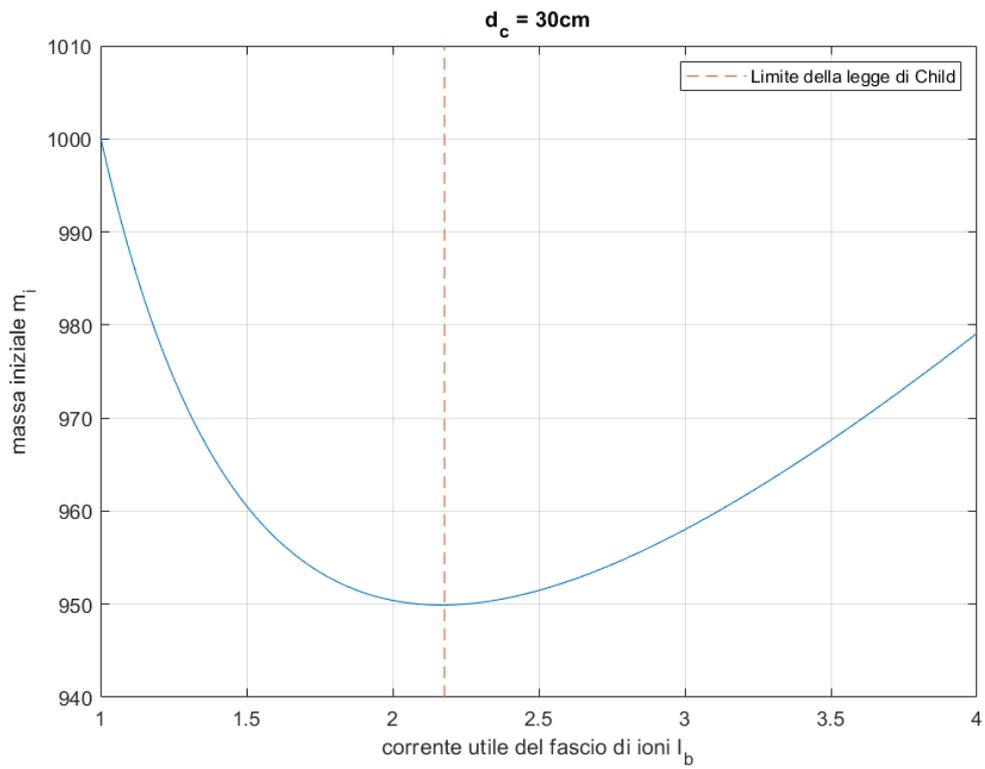


Figura 45 –  $P_{in} - m_i$  per  $d_c = 25\text{cm}$

Per  $d_c = 30\text{cm}$ , il punto di ottimo coincide esattamente con il limite di corrente massima imposto dalla legge di Child-Langmuir. Si ottiene:

$$m_{i_{min}} = 949.917\text{kg}$$

$$I_{b_{min}} = 2.152\text{A}$$

$$P_{in_{min}} = 2855.8\text{W}$$

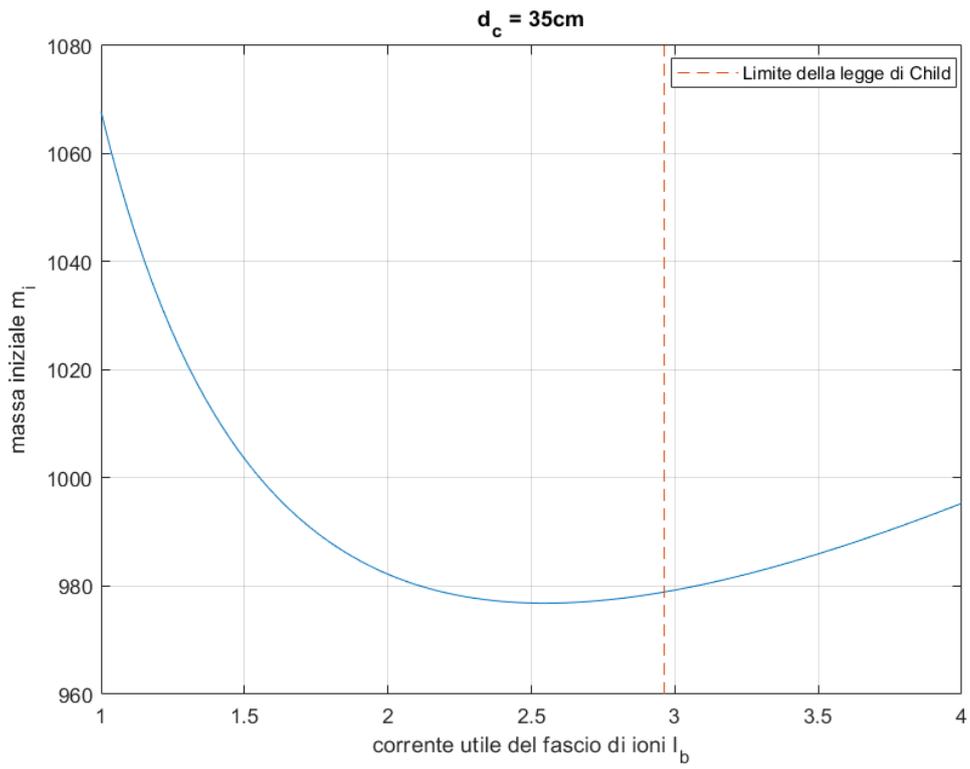


Figura 46 -  $I_b - m_i$  per  $d_c = 35\text{cm}$

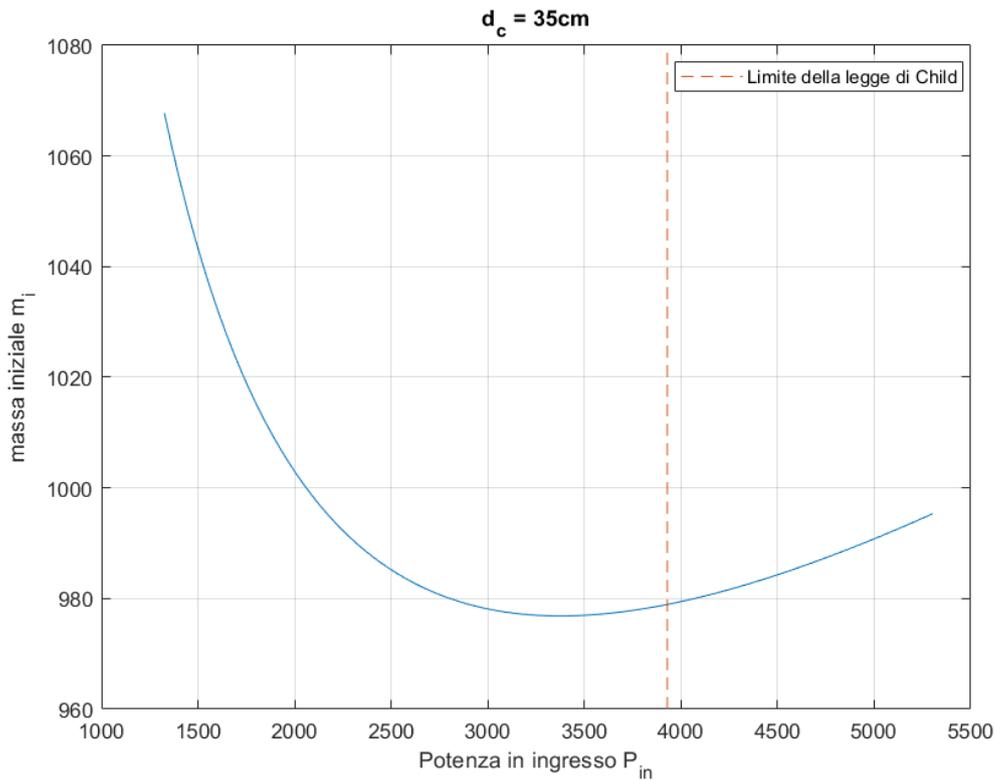


Figura 47 –  $P_{in} - m_i$  per  $d_c = 25\text{cm}$

Per  $d_c = 35\text{cm}$ , il punto di ottimo è anteriore al limite imposto dalla legge di Child-Langmuir, è considerabile valido. Si ottiene:

$$m_{i_{min}} = 976.849\text{kg}$$

$$I_{b_{min}} = 2.546\text{A}$$

$$P_{in_{min}} = 3374.8\text{W}$$

Dall'analisi, si evince come, in condizioni di manetta massima, convenga avere un punto di massa minima il più vicino possibile al limite imposto dalla legge di Child-Langmuir. Dunque, per questa missione, il diametro ottimo da scegliere sarà  $d_c = 30\text{cm}$ , con i valori di  $m_i$ ,  $I_b$  e  $P_{in}$  sopra considerati. A questo punto, sul modello del propulsore NSTAR, si sviluppa il motore su 16 livelli di manetta, in modo da valutarne le principali prestazioni e da poterlo utilizzare in base alle diverse disponibilità di energia solare.

<i>Th. level</i>	$P_{in}[W]$	$T[mN]$	$I_{sp}[s]$	$\eta_m$	$\eta_t$
15	2856.43	125.50	3360.50	76.88%	72.40%
14	2603.45	116.82	3244.43	76.02%	71.39%
13	2362.20	108.35	3125.44	75.09%	70.29%
12	2132.65	100.09	3003.35	74.09%	69.12%
11	1914.83	92.06	2877.94	73.00%	67.84%
10	1708.72	84.25	2748.99	71.82%	66.46%
9	1514.33	76.68	2616.23	70.54%	64.95%
8	1331.65	69.34	2479.40	69.12%	63.31%
7	1160.69	62.26	2338.17	67.57%	61.50%
6	1001.45	55.44	2192.23	65.85%	59.51%
5	853.92	48.88	2041.20	63.94%	57.30%
4	718.11	42.61	1884.69	61.81%	54.83%
3	594.01	36.63	1722.28	59.40%	52.08%
2	481.64	30.96	1553.55	56.67%	48.97%
1	380.97	25.62	1378.10	53.55%	45.44%
0	292.03	20.62	1195.59	49.94%	41.40%

Tabella 6 – Livelli di manetta del propulsore

Si nota come, anche per potenze  $P_{in} < 1000W$ , il motore può generare una spinta comunque non trascurabile, anche se con efficienze di utilizzazione del propellente e rendimenti totali nettamente inferiori.

### 3.3.2. Sonda Hayabusa 2

La sonda Hayabusa 2 è una sonda sviluppata dall’Agenzia Spaziale Giapponese (JAXA) per raccogliere ed analizzare frammenti dal suolo di due asteroidi, 162173 Ryugu e 1998 KY26. La missione prevede l’avvicinamento ai due asteroidi fino ad un’orbita di 20 km

ed in seguito l'esecuzione di misure e prelievi. La missione è ancora in corso e una sua fine è prevista per il 2031, con una durata massima di 17 anni.

La missione, di concetto diversa dalla missione DAWN, non prevede grandi  $\Delta V$  per raggiungere i corpi celesti, ma prevede una durata di missione molto più lunga, motivo per il quale è molto importante il dimensionamento e il corretto funzionamento dell'impianto fotovoltaico.

La sonda è equipaggiata con quattro propulsori a ioni con l'utilizzo di onde microonde per convertire il propellente (xeno) in plasma. Vi sono inoltre dei propulsori chimici con spinte basse utili per il controllo dell'assetto della sonda, che tuttavia verranno trattati come un peso fisso in questa trattazione. Il funzionamento e le caratteristiche prestazionali sono dunque diversi rispetto ad un propulsore con camera di scarica a corrente continua, ma si effettueranno di seguito i calcoli con il modello numerico sviluppato a scopo esemplificativo.

Di seguito sono elencati i principali parametri fissi:

$\Delta V$ necessario per la missione	4400 m/s
$m_{pay} + m_b + m_s$	455 kg
Costante solare della Terra $K_{TERRA}$	1367 W/m <sup>2</sup>
Costante solare di 162173 Ryugu $K_{AST}$	949.3 W/m <sup>2</sup>

Tabella 7 – Dati della missione Hayabusa 2

Analogamente ai calcoli precedenti, si considera:

$$m_{PPU}/P_{in} = 6 \frac{kg}{kW}$$

$$m_E/P_{in} = 4 \frac{kg}{kW}$$

Le masse in questo caso saranno minori in quanto le potenze richieste saranno decisamente inferiori, essendo una missione duratura nel tempo.

Procedendo con il dimensionamento del sistema fotovoltaico, si prevede che il propulsore possa erogare una  $P_{TOT_{min}} = 1400W$  sull'asteroide 162173 Ryugu, dunque si ricava:

$$P_{BOL} = 219.288 \frac{W}{m^2}$$

$$P_{EOL} = 136.5 \frac{W}{m^2}$$

$$A_{SA_{min}} = 10.256 \text{ m}^2$$

Si sceglie dunque un pannello di  $A_{SA} = 11 \text{ m}^2$ . Considerando la stessa tipologia di impianto SLASR, con una massa per unità di potenza di:

$$m_{SOLAR}/P_{TOT} = \frac{1 \text{ kg}}{362 \text{ W}} \text{ (relativo alla Terra)}$$

Si ricava, procedendo analogamente alla missione DAWN:

$$m_{SA} = 5.97 \text{ kg}$$

Infine, dall'equazione del razzo di Tsiolkowski, si ricava la massa di propellente necessario per il completamento della missione nel tempo previsto. Anche in questo caso,  $m_p$  verrà incrementato del 15% rispetto alla massa propellente minimo necessaria:

$$\frac{m_d}{m_d + m_{p_{min}}} = e^{-\frac{\Delta V}{v_{ex}}} \rightarrow m_{p_{min}} = m_d \left( e^{\frac{\Delta V}{v_{ex}}} - 1 \right) \rightarrow m_p = 1.15 \cdot m_{p_{min}}$$

Disponendo di tutti i dati, si procede dunque con uno studio dell'andamento della massa totale iniziale  $m_i$  in funzione della potenza d'ingresso (facendo variare la corrente utile del fascio di ioni) parametrizzati con il diametro della camera di scarica. Si considera, una  $V_b = 1300V$ , un valore maggiore rispetto alla missione DAWN essendo dotata di una camera di scarica più performante, e si parametrizza con un diametro della camera di scarica  $d_c = 12.5cm$  e  $d_c = 15cm$ . Viene fatta variare la corrente  $I_b$  in un intorno che va da  $0.2A$  a  $2A$ , ed in seguito viene tracciato il limite derivante dalla legge di Child-Langmuir, per verificarne la validità.

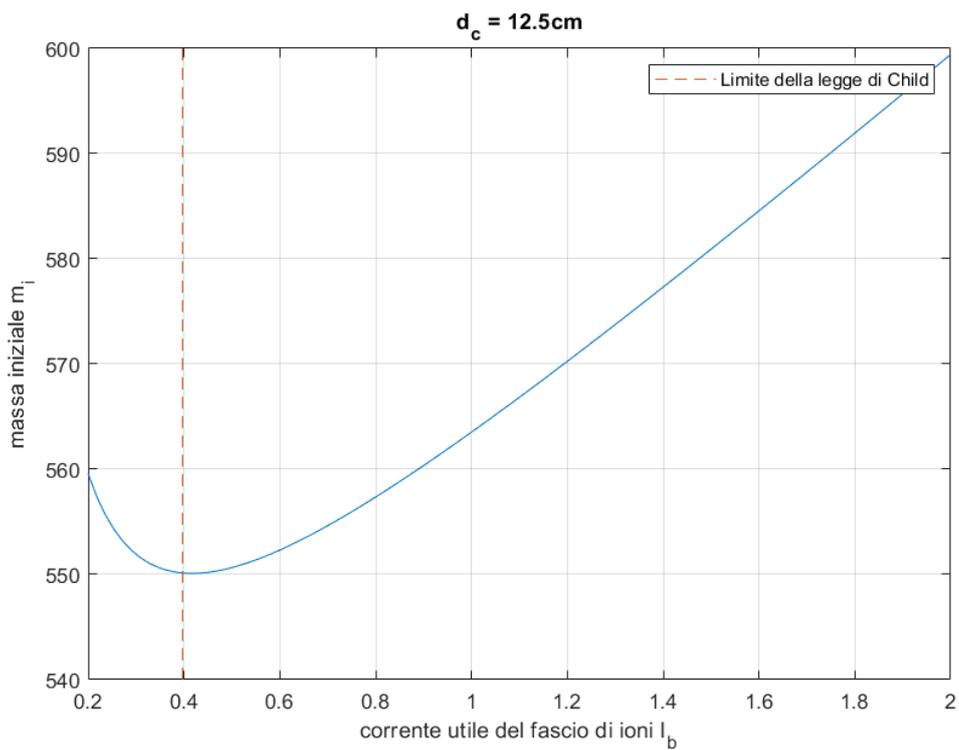


Figura 48 –  $I_b - m_i$  con  $d_c = 12.5\text{cm}$

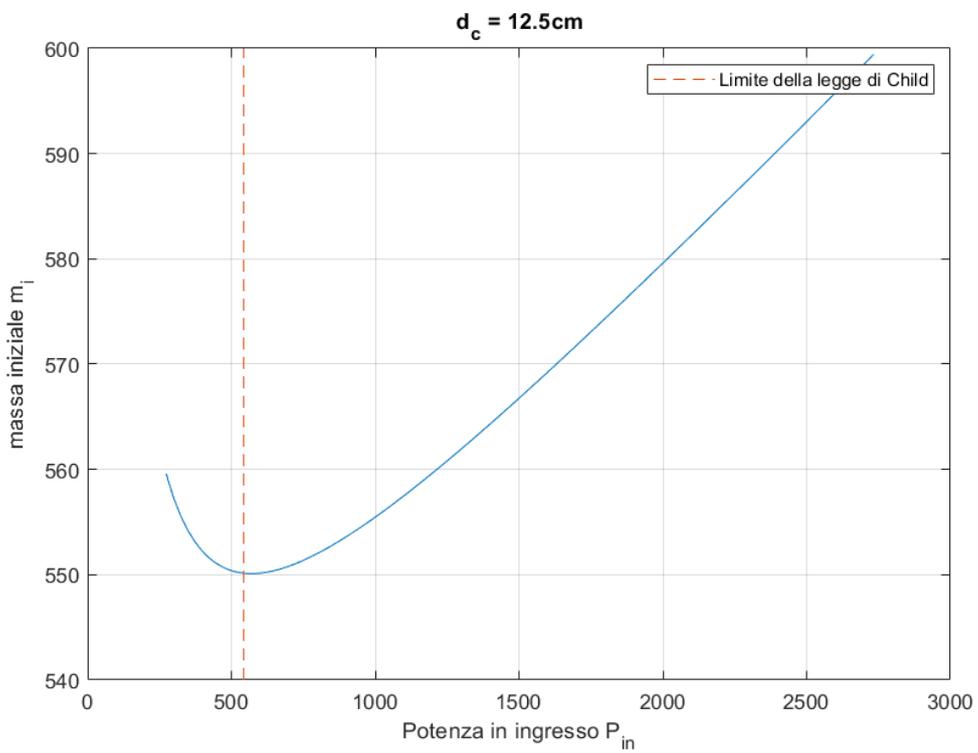


Figura 49 –  $P_{in} - m_i$  con  $d_c = 12.5\text{cm}$

Per  $d_c = 12.5\text{cm}$ , il limite di corrente dovuto alla legge di Child-Langmuir è leggermente anteriore alla curva, dunque il punto di minimo non può essere utilizzato come ottimo, ma deve essere utilizzato il punto di intersezione tra il limite della legge di Child e la curva.

Si sceglie allora di aumentare leggermente il diametro,  $d_c = 13\text{cm}$ , per trovare un ottimo che coincida con la condizione di corrente massima.

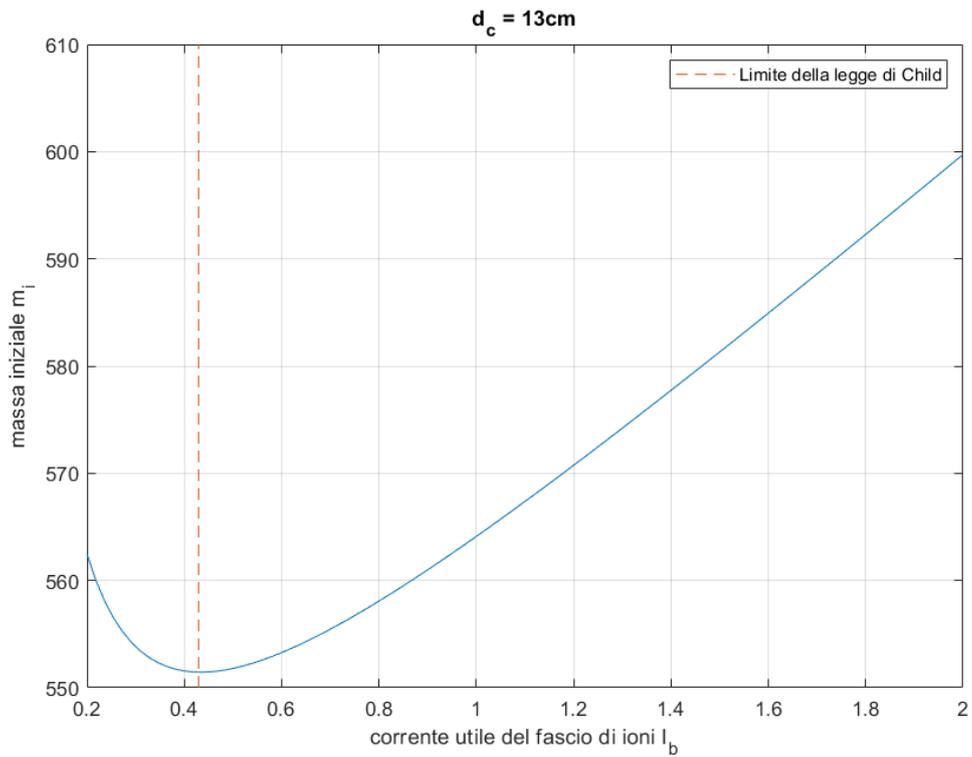


Figura 50 –  $I_b - m_i$  con  $d_c = 13\text{cm}$

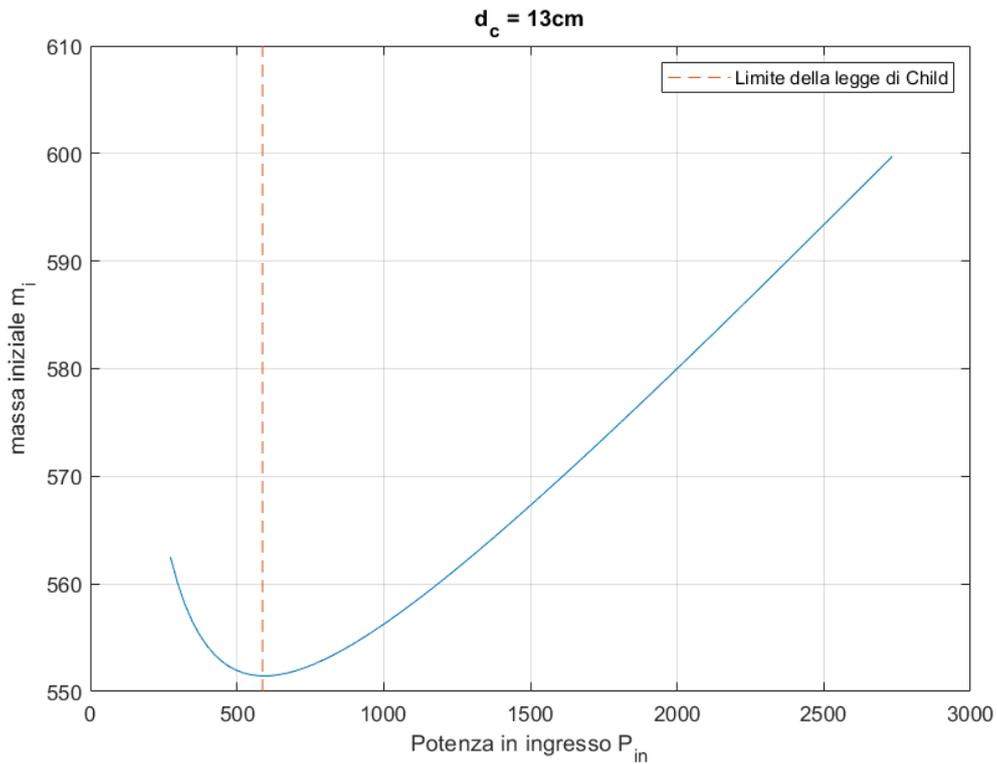


Figura 51 –  $P_{in} - m_i$  con  $d_c = 12.5\text{cm}$

Per  $d_c = 13\text{cm}$ , il limite della legge di Child-Langmuir coincide con la condizione di ottimo per la massa del veicolo. Si ha dunque:

$$m_i = 552.636 \text{ kg}$$

$$I_b = 0.564 \text{ A}$$

$$P_{in} = 770.16 \text{ W}$$

Si ricavano dunque le principali prestazioni del propulsore ottimizzato in condizioni nominali:

$P_{in} [W]$	770.16
$T [mN]$	33.5
$I_{sp} [s]$	3667
$\eta_m$	82.26%
$\eta_t$	78.26%

Tabella 8 – Principali prestazioni del propulsore

Si nota come i rendimenti siano eccezionalmente alti, trattandosi di un modello ideale. Tuttavia, questa trattazione può essere esemplificativa sulle potenzialità di un propulsore a ioni per basse potenze e alti rendimenti ed impulsi specifici, al netto del limite della legge di Child-Langmuir.

### 3.4. Osservazioni finali

Con il presente lavoro si è voluto mettere in evidenza l'elevato rapporto tra impulso specifico e potenza richiesta caratterizzante la propulsione elettrostatica. In particolare, il propulsore ionico è caratterizzato, come si è visto, da rendimenti alti e spinte medio-basse, che permettono un utilizzo sia come propulsori per inserimento in orbita di piccoli satelliti, ma soprattutto come propulsori principali per missioni interplanetarie di lunga durata.

Il grosso limite di questi propulsori risiede in alcuni fattori principali analizzati. Il problema principale riguarda la legge di Child-Langmuir, che impone ai propulsori delle dimensioni maggiori rispetto ai corrispettivi motori chimici ed elettromagnetici. Tuttavia, studiando le condizioni di minimo per la massa dello spacecraft, si può ottimizzare la dimensione del propulsore per ricavarne le condizioni di corrente e spinta massima. Sebbene non abbiano attriti al loro interno, molte componenti sono soggette ad usura a causa dell'elevata energia di bombardamento degli elettroni e dell'elevata velocità di uscita del gas ionizzato. Il componente più critico in tal senso è la griglia acceleratrice, la quale gioca un ruolo fondamentale nella creazione della spinta. Tuttavia, nel modello analizzato in questa tesi, il tempo medio di erosione della griglia è generalmente molto più lungo rispetto a quello di una missione interplanetaria; dunque, esso può ritenersi valido qualitativamente per analizzare il dimensionamento delle griglie e la loro efficacia nel corso della missione. Infine, i bassi ma costanti valori di spinta ricavati risultano attualmente insufficienti per missioni umane, ma li rendono ottimali per missioni con un ampio  $\Delta V$  ed un arco di tempo di svolgimento molto lungo, a causa dell'elevatissimo impulso specifico erogabile dal propulsore.

Infine, si analizzano i possibili futuri impieghi dei propulsori elettrostatici nella propulsione spaziale. Oltre alle suddette missioni interplanetarie esplorative di lunga durata, dove possono raggiungere velocità ben maggiori rispetto ai propulsori chimici, essi possono essere usati per i trasferimenti di orbita, per la riduzione delle perdite per disallineamento, per la compensazione della resistenza aerodinamica in orbite LEO e per eventuali aggiustamenti in corso d'opera di missioni scientifiche. Infine, in un futuro più lontano, con il raffinamento tecnologico delle sorgenti di potenza solare o nucleare, per potenze  $P_{in} > 100kW$  queste tipologie di propulsori potrebbero diventare di fondamentale importanza per le missioni umane e per la colonizzazione spaziale, grazie sia agli elevati impulsi specifici sia grazie alle spinte medio-basse ma costanti ed eventualmente regolabili. Con un meccanismo di regolazione della corrente  $I_b$ , come visto, è possibile ottenere diversi valori utili delle principali prestazioni, rendendo possibile un'ottimizzazione efficace della traiettoria durante il corso della missione.



## Bibliografia e sitografia

- Casalino, L. (2020). Slide di space propulsion. Torino.
- Charles E. Garner, M. M. (2013). *ION PROPULSION: AN ENABLING TECHNOLOGY FOR THE DAWN MISSION*. Pasadena, CA: California Institute of Technology.
- Choueiri, E. Y. (2004). *A Critical History of Electric Propulsion: The First 50 Years (1906–1956)*. Princeton, New Jersey: Electric Propulsion and Plasma Dynamics Laboratory, Princeton University.
- Corpino, S. (2021). Solar Array Preliminary Sizing. Torino.
- Dan M. Goebel, I. K. (March 2008). *Fundamentals of Electric Propulsion: Ion and Hall thrusters*. Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology: JPL Space Science and Technology Series.
- Hayabusa-2 – Asteroid Exploration Mission*. (s.d.). Tratto da Spaceflight101.com: <https://spaceflight101.com/spacecraft/hayabusa-2/#:~:text=Each%20of%20the%20thrusters%20generates,1%2C200%20Watts%20of%20electrical%20power.>
- I.G. Mikellides, I. K. (July 2001). *A 1-D Model of the Hall Effect Thruster with an Exhaust Region*. 37th Joint Propulsion Conference, Salt Lake City, Nevada: AIA A-2001-3505.
- J. W. Cornelisse, H. S. (1979). *Rocket Propulsion and Spacecraft Dynamics*. 39 Parker Street, London: Pitman Publishing Library.
- Jahn, R. (1968). *Physics of Electric Propulsion*. New York: McGraw-Hill Book Editor.
- JAXA, J. A. (January 2018). *Hayabusa Asteroid Sample Catalog 2017*. Tokyo, Japan: JAXA Special Publication.
- John R. Brophy, M. A. (September 2007). *The Dawn Ion Propulsion System – Getting to Launch*. Pasadena, CA: California Institute of Technology.
- John R. Brophy, M. G. (2003). *The Ion Propulsion System for Dawn*. Pasadena, CA: Jet Propulsion Laboratory.
- Michael F. Piszczor Jr, M. J. (June 2006). *The Stretched Lens Array SquareRigger (SLASR)*. San Diego: American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- NASA. (s.d.). *Dawn Mission - Ion Propulsion*. Tratto da [solarsystem.nasa.gov](https://solarsystem.nasa.gov/missions/dawn/technology/ion-propulsion/): <https://solarsystem.nasa.gov/missions/dawn/technology/ion-propulsion/>

- NASA. (s.d.). *Dawn Mission - Spacecraft*. Tratto da solarsystem.nasa.gov:  
<https://solarsystem.nasa.gov/missions/dawn/technology/spacecraft/>
- NASA, J. (s.d.). *Deep Space 1*. Tratto da solarsystem.nasa.gov:  
<https://solarsystem.nasa.gov/missions/deep-space-1/in-depth/>
- NASA, S. (s.d.). *Dawn Mission - Spacecraft*. Tratto da solarsystem.nasa.gov:  
<https://solarsystem.nasa.gov/missions/dawn/technology/spacecraft/>
- Soulas, G. C. (2010). *Modeling Neutral Densities Downstream of a Gridded Ion Thruster*. Glenn Research Center, Cleveland, Ohio: NASA.
- Takeshi Oshima, S. H. (2010). *Orbit Design & delta-V Operation of Asteroid Sample Return Spacecraft "HAYABUSA"*. Japan: NEC Aerospace Systems.
- Yoshinori Nakayama, K. N. (June 2013). *Neutral Density Measurement of Ion Thruster with Differential Pressure Gauge*. Yokosuka, Japan: Department of Aerospace Engineering, National Defense Academy of Japan.
- Yuichi Tsuda, T. S. (s.d.). *TRAJECTORY DESIGN FOR JAPANESE NEW ASTEROID SAMPLE RETURN MISSION HAYABUSA-2*. Kanagawa, Japan: Japan Aerospace Exploration Agency.

# Ringraziamenti

Ai miei genitori, le vere fondamenta di questo percorso, ai quali devo tutto quello che sono stato e tutto quello che sarò. A loro dedico, anche se poco per quello che mi hanno dato, il primo ringraziamento di questo traguardo, che tra pianti disperati e urla di gioia, non hanno mai lasciato il mio fianco. Con gratitudine infinita.

A mio fratello Fabio, il mio primo grande compagno di vita, tra scherzi e urla, tra litigi e abbracci, che è stato e per sempre sarà una parte di me. “Appoggiati a me che se ci dovesse andar male cadremo insieme, e insieme sapremo cadere”.

A Django, che tra giocattoli e palle da tennis, riesce a guardarti con un amore sconfinato e gratuito, con la coda impazzita roteando su sé stesso per farsi abbracciare, come non fossi uscito da sei anni ma da sei minuti, come se non me ne fossi mai andato.

Alle mie nonne e ai miei nonni che non ci sono più, che non mi hanno mai fatto mancare il loro più grande sostegno, e ai miei parenti, per i quali ai loro occhi sarò per sempre Marctidd, il primo nipote eternamente bambino.

Ad Andrea, compagno di mille avventure tra quei banchi scomodi, tra imprecazioni e appunti passati e ripassati, a cui la mia salute mentale deve molto, perché la vita è una scatola di cioccolatini.

A Valerio, Federica, Claudia, Mattia, le migliori persone con cui potessi condividere la mia vita torinese in questi anni, e a tutti i ragazzi del Collegio conosciuti da quel lontano settembre 2016, dai quali ho ricevuto tantissimo e spero anche io di aver lasciato in loro qualche pezzettino di me.

Ai “Franceschi” e a Luca, i ragazzi di Martina, che a prescindere dai viaggi e dalla lontananza, ritroverò per sempre a casa, per una giornata al mare o per uno spritz in piazza.

A Giuliana. Alcuni dicono che le cose migliori della vita capitino per caso, altri dicono che è tutto scritto in un destino dal quale non possiamo sfuggire, ma la verità è che arrivano quando ne hai più bisogno, quando meno te lo aspetti e quando riesci a fermarti per qualche secondo, guardare quella ragazza lì, in cucina, con quegli occhi infiniti, e dimenticare come riuscivi a viverci senza. Qualsiasi cosa farai, qualsiasi cosa farò, qualsiasi cosa ci succederà, l'unica cosa che conterà sarà averti al mio fianco, pronti a sostenerci in tutto e per tutto. Sempre. Insieme. *Hold me close and hold me fast...*