



POLITECNICO DI TORINO

**DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA MECCANICA E
AEROSPAZIALE (DIMEAS)**

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

TESI MAGISTRALE

**ANALISI FEM DI STRUTTURE IRRIGIDITE IN PRESENZA
DI DIFETTO**

Candidato

De Sanctis Filippo

Relatore

Frulla Giacomo

A.A. 2021/2022

INDICE

Introduzione

1 Teoria di strutture elementari

- 1.1 Generalità sul buckling
- 1.2 Sistema meccanico elementare
 - 1.2.1 Effetto della presenza di imperfezioni
- 1.3 Instabilità Euleriana di travi
- 1.4 Instabilità di piastre piane

2 Pannelli irrigiditi

- 2.1 Generalità sui pannelli irrigiditi
- 2.2 Instabilità generale
 - 2.2.1 Soluzione Euleriana
 - 2.2.2 Soluzione smeared
- 2.3 Instabilità locale
 - 2.3.1 Casi limite
 - 2.3.2 Carico d'instabilità locale dello skin

3 Modelli FEM

- 3.1 Elemento ripetitivo
- 3.2 Fascia di piastra
 - 3.2.1 Modelli 2D
 - 3.2.2 Modello 3D
- 3.3 Pannello irrigidito integro
 - 3.3.1 Modalità di cedimento

4 Difetto: Analisi e risultati

- 4.1 Introduzione generale del difetto

- 4.2 Difetto su irrigidimento centrale
- 4.3 Difetto su irrigidimento intermedio
- 4.4 Difetto su irrigidimento esterno
- 4.5 Difetto su quarto superiore e inferiore
- 4.6 Variazione del passo

Conclusioni

INTRODUZIONE

Questo lavoro si propone come approfondimento sulle strutture irrigidite, nel particolare viene preso in considerazione il caso di un pannello irrigidito sottoposto a compressione.

Lo studio viene eseguito inizialmente sul pannello in condizioni integre per poi passare a casi di studio più particolari in cui viene introdotto un difetto e se ne valuta l'effetto nelle zone prossime a quest'ultimo.

Nella prima parte del lavoro viene fatta un'introduzione sulla ben nota teoria su cui si basano le analisi di instabilità ([1]-[4]) di strutture soggette a questi tipi di cedimento. Lo scopo è di introdurre i modelli analitici formulati per travi e piastre.

Successivamente viene introdotta la struttura irrigidita completa che si è presa in esame. Vengono stimate alcune delle tensioni di instabilità, facendo particolare distinzione tra i modi di cedimento locali e generali che caratterizzano questo tipo di strutture.

I risultati così ottenuti vengono poi confrontati con quelli ricavati dalle simulazioni numeriche effettuate tramite il codice commerciale MSC Patran-Nastran. Grazie alla riproduzione di particolari modelli agli elementi finiti, si è cercato di ricostruire l'eventuale comportamento del pannello irrigidito sottoposto a compressione assiale e delle sue modalità di cedimento

Nella parte finale del lavoro, sempre tramite modelli FEM, viene riprodotta la presenza di un difetto. Mediante le analisi effettuate dalla SOL 105 e SOL 106, è stato possibile valutare gli effetti del posizionamento e della dimensione del difetto sul primo carico di Buckling della struttura.

1 Teoria di strutture elementari

1.1 GENERALITA' SUL BUCKLING

I componenti strutturali degli aerei consistono principalmente in piastre sottili irrigidite da disposizioni di centine e longheroni. Le piastre sottili sottoposte a carichi di compressione relativamente piccoli sono inclini a deformarsi e quindi devono essere irrigidite per evitarlo.

La determinazione dei carichi di instabilità per le piastre sottili isolate è relativamente semplice, ma quando sono irrigidite da nervature e da travi il problema diventa complesso e spesso si basa su una soluzione empirica.

In questa prima parte viene introdotto il concetto di instabilità per una struttura con particolare attenzione al caso di travi compresse.

Strutture sottili, tipiche del campo aerospaziale, se sollecitate a compressione o a taglio, cedono a livelli di carico inferiori a quelli ammissibili dai materiali di cui sono fatte. Tale cedimento prende il nome di collasso per instabilità elastica (o buckling in inglese) e si manifesta con l'instaurarsi di spostamenti e deformazioni in una direzione ortogonale alla direzione di compressione.

Per ricavare i livelli di carico che portano a questi cedimenti, viene studiata la stabilità di un sistema staticamente equilibrato. Sperimentalmente viene caricato a compressione il provino fino a quando, da una soluzione classica con deformazione assial-simmetrica, il sistema non passa in maniera repentina ad un'altra configurazione di equilibrio in cui le deformazioni non sono più assial-simmetriche. Questo cambiamento di configurazione può essere causato andando sollecitare debolmente il provino in direzione trasversale al carico, oppure, come si vedrà in seguito, dalla presenza di imperfezioni insite nel sistema (ad esempio un non perfetto allineamento del provino con la direzione di carico, presenza di difetti nel provino ecc).

Per questo tale livello di carico, oltre il quale il sistema ammette più configurazioni di equilibrio, viene anche chiamato carico di biforcazione. Ci si chiede quale di queste configurazioni possa essere ritenuta stabile.

La stabilità è quindi una caratteristica dell'equilibrio, infatti se un sistema che si trova in una configurazione iniziale di equilibrio viene modificato da piccole perturbazioni esterne, esso può rispondere in tre modi differenti:

- Se, tolte le perturbazioni il sistema torna alla configurazione iniziale di equilibrio, allora tale configurazione di equilibrio viene detta stabile;
- Se, tolte le perturbazioni il sistema passa ad un'altra configurazione di equilibrio diversa da quella iniziale, allora quest'ultima viene detta instabile;
- Se, tolte le perturbazioni il sistema resta nella configurazione perturbata, allora l'equilibrio iniziale viene detto indifferente.

1.2 SISTEMA MECCANICO ELEMENTARE

Si riporta di seguito l'esempio di un sistema meccanico molto semplice di cui si riesce a ricavare la soluzione analitica non lineare. La non linearità di questo problema è legata solo alle grandi deformazioni poiché, per quanto riguarda il materiale, si ipotizza che il carico di biforcazione sia minore del carico limite e quindi di stare in campo elastico.

Il sistema meccanico è composto da un'asta incastrata ad un estremo e caricata assialmente da un carico P sull'altro estremo. L'asta ha lunghezza L e rigidezza infinita mentre l'incastro è elasticamente cedevole e viene modellizzato da una molla torsionale di costante $K_t = \left[\frac{Nm}{rad} \right]$.

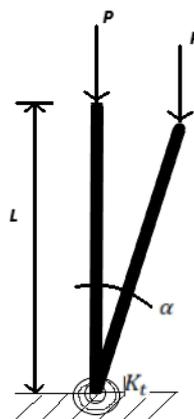


Figura 1.1: Schema di vincoli e carichi

Prendendo in considerazione come unico grado di libertà la rotazione α dell'asta, si vuole ottenere l'equazione di equilibrio seguendo il criterio energetico di Lagrange secondo il quale

l'equilibrio di un sistema meccanico conservativo è individuabile dai punti di stazionarietà dell'energia potenziale totale del sistema. Quest'ultima è definita come somma dell'energia interna Φ (in questo caso l'unico contributo è dato dalla molla $\Phi = \frac{1}{2}K_t\alpha^2$) e del potenziale del lavoro dei carichi esterni (che corrisponde al lavoro dei carichi esterni con il segno cambiato $V = -L^e = -P\delta$ dove δ è lo spostamento ed è definito come $\delta = L - L\cos\alpha$).

$$E_T = \Phi + V = \frac{1}{2}K_t\alpha^2 - PL(1 - \cos\alpha)$$

$$\frac{dE_T}{d\alpha} = 0 \rightarrow E_{T,\alpha} = K_t\alpha - PL\sin\alpha = 0$$

Una soluzione è quella banale $\alpha = 0$ che corrisponde alla condizione non deformata e soddisfa l'equazione per qualsiasi valore di P .

L'altra soluzione è data dalla configurazione di carico:

$$\lambda = \frac{PL}{K_t} = \frac{\alpha}{\sin\alpha}$$

Chiamando λ fattore di carico, si evince, dato il caso limite $\lambda = 1$ per $\alpha \rightarrow 0$, che questa configurazione non esiste per $\lambda < 1$.

Nell'immagine viene riportato il grafico in cui l'ascissa corrisponde alla rotazione dell'asta α , mentre le ordinate rappresentano il fattore di carico λ .

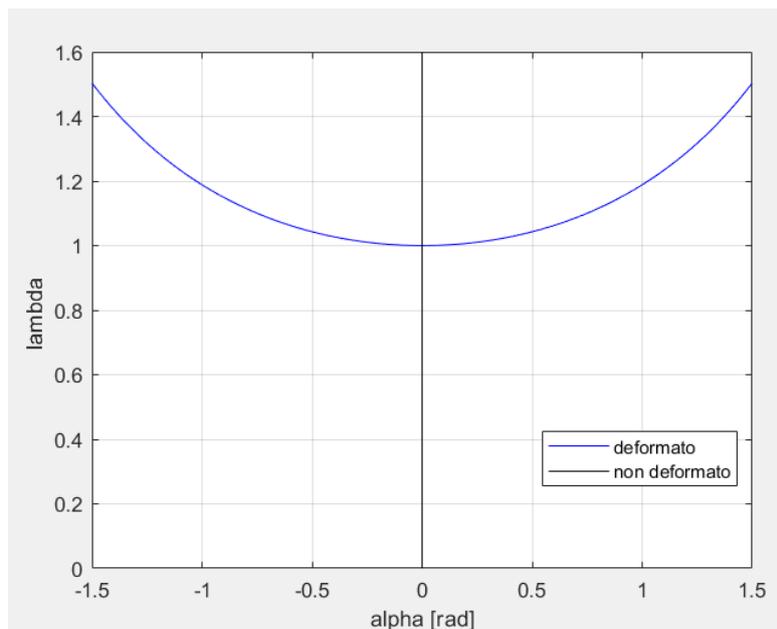


Figura 1.2: Grafico $\lambda - \alpha$, caso ideale

La configurazione non deformata è dunque la sola possibile per $0 < \lambda < 1$; da $\lambda = 1$ e per valori di carico superiori, il sistema può assumere la configurazione deformata ($\alpha \neq 0$) oppure quella non deformata ($\alpha = 0$).

A questo livello di analisi del problema si può affermare che $\lambda = 1$, ovvero $P = \frac{K_t}{L}$, è un punto critico in quanto punto di biforcazione.

Per studiare la stabilità di queste configurazioni, ovvero individuare a quale il sistema tende, occorre ricavare la derivata seconda dell'energia potenziale totale e studiarne il segno in corrispondenza delle soluzioni trovate:

$$E_{T,\alpha\alpha} = K_t - PL \cos\alpha$$

- Configurazione $\alpha = 0$,

$$E_{T,\alpha\alpha} = K_t - PL > 0$$

La disequazione è verificata per $P < \frac{K_t}{L}$, ovvero per $\lambda < 1$. Questo vuol dire che la soluzione non deformata è la configurazione stabile se il carico non supera il valore critico. Se invece $\lambda > 1$, allora questa configurazione diventa instabile, dato il cambio di segno di $E_{T,\alpha\alpha} < 0$.

- Configurazione $\lambda = \frac{PL}{K_t} = \frac{\alpha}{\sin\alpha} \rightarrow PL = K_t \frac{\alpha}{\sin\alpha}$

Andando a sostituire nell'espressione di $E_{T,\alpha\alpha}$ si può scrivere la disequazione:

$$K_t \left(1 - \frac{\alpha}{\tan\alpha}\right) > 0$$

Che è sempre vera per $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. Questo significa che la soluzione deformata, che esiste solo per $\lambda \geq 1$, corrisponde sempre alla configurazione stabile.

1.2.1 PRESENZA DI IMPERFEZIONE

Quello appena affrontato è un caso ideale in cui l'asta è perfettamente rettilinea e il carico è perfettamente allineato con il suo asse e perfettamente distribuito sulla sezione. Dalle soluzioni trovate si sono tracciate due condizioni di equilibrio diverse tra loro, per cui, come scritto precedentemente, il passaggio da una configurazione ad un'altra, nel caso in cui sull'asta agisca un carico maggiore di quello critico, avviene solo se si agisce dall'esterno sul sistema.

In questa parte si ipotizza l'asta inizialmente inclinata di un angolo α_0 per simulare la presenza di un'imperfezione e si modifica l'espressione dell'energia totale potenziale:

$$E_T = \frac{1}{2}K_t(\alpha - \alpha_0)^2 - PL(\cos \alpha_0 - \cos \alpha)$$

Analogamente a quanto fatto prima, per ricavare la configurazione di equilibrio e studiarne la stabilità, si effettua la derivata prima e seconda:

$$E_{T,\alpha} = K_t(\alpha - \alpha_0) - PL \sin \alpha$$

Adesso E_T presenta un unico punto di stazionarietà, cioè la derivata prima appena ricavata è uguale a zero non più per $\alpha = 0$ ma solo per la configurazione che prevede un fattore di carico del tipo:

$$\lambda = \frac{PL}{K_t} = \frac{(\alpha - \alpha_0)}{\sin \alpha}$$

Andando a diagrammare sul grafico $\lambda - \alpha$ l'espressione appena trovata, si disegna una curva unica che rappresenta la sola possibile configurazione di equilibrio. Tale curva approssima il tratto verticale $\alpha = 0$ per valori di $\lambda < 1$, mentre si avvicina asintoticamente alla configurazione deformata per $\lambda > 1$; il ginocchio che si trova poco al di sotto del valore critico $\lambda = 1$, è rappresentativo del passaggio alla configurazione deformata. Sperimentalmente, il valore di λ a cui si colloca questo ginocchio viene considerato a tutti gli effetti come carico critico della struttura, il quale, dunque, nella pratica sarà sempre minore del valore ottenuto seguendo la teoria nel caso perfetto. Si può notare che all'aumentare del valore di α_0 i valori di λ per cui si presenta il ginocchio sono via via più piccoli e che la curva si discosta sempre di più dal caso ideale.

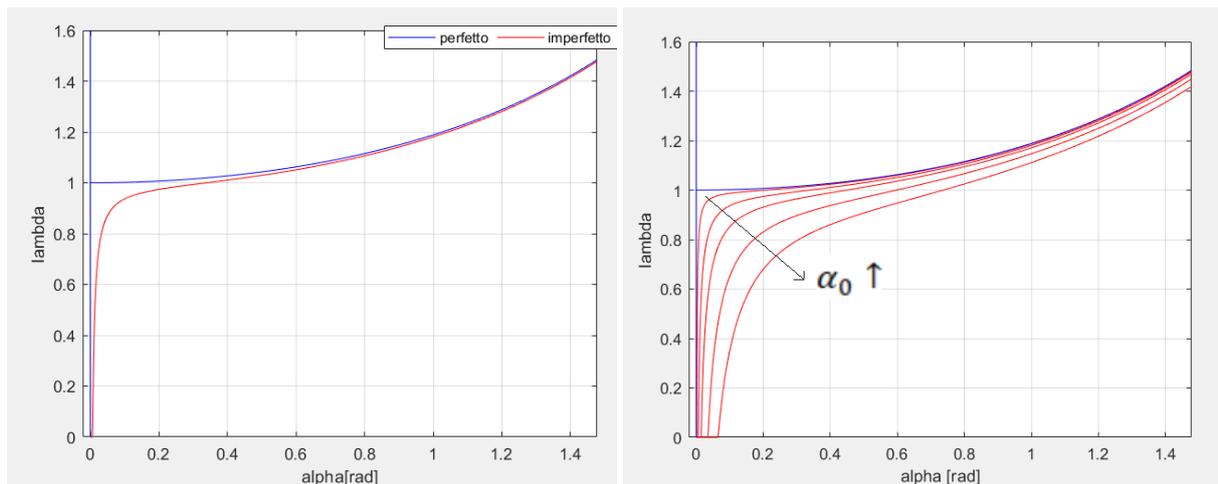


Figura 1.3: Grafico $\lambda - \alpha$, caso non ideale ($\alpha_0 \neq 0$)

Le curve appena trovate sono uniche per ogni valore di α_0 e sono rappresentative di un caso reale, essendo le imperfezioni sempre presenti nella realtà. Ciò vuol dire che durante la prova di carico esiste una sola configurazione di equilibrio e che, dato che è l'unica che il sistema ammette e alla quale tende, sarà di equilibrio stabile.

1.3 INSTABILITÀ EULERIANA DI TRAVI

Gran parte della struttura di un aereo è costituita da strutture sottili irrigidite da longheroni o travi. Entrambi sono suscettibili di cedimento per instabilità a una tensione di instabilità (o tensione critica) che è spesso al di sotto del limite di proporzionalità e raramente superiore in maniera apprezzabile alla tensione di snervamento del materiale.

Chiaramente, per questi tipi di strutture, l'instabilità è il modo più critico di cedimento, così che la previsione dei carichi di instabilità di aste, piastre sottili e pannelli irrigiditi è estremamente importante nella progettazione degli aerei.

Si deve tener conto di due tipi di instabilità strutturale: primaria e secondaria. La prima coinvolge l'intera struttura, non avviene alcun cambiamento nell'area della sezione trasversale e la lunghezza d'onda dell'instabilità è dello stesso ordine della lunghezza della struttura. Generalmente, aste solide e con pareti spesse sperimentano questo tipo di cedimento. Nella

seconda modalità, si verificano cambiamenti nell'area della sezione trasversale e la lunghezza d'onda della deformazione è dell'ordine delle dimensioni della sezione trasversale dell'elemento. Colonne a parete sottile e piastre irrigidite possono cedere in questo modo.

Nel successivo capitolo viene affrontato il trattamento analitico che riguarda l'instabilità primaria di una trave snella.

1.3.1 TRATTAMENTO ANALITICO

In questo capitolo viene riportato lo studio di un problema di instabilità flessionale di una trave elastica di lunghezza L vincolata ad un semplice appoggio e ad un carrello sul quale viene applicato un carico di compressione assiale P .

La trattazione prende in considerazione la teoria di Eulero, la quale si basa sulle ipotesi di:

- trave perfetta, ovvero priva di imperfezioni del materiale e geometriche;
- composta da materiale isotropo;
- piccoli spostamenti, in modo da rimanere in campo elastico $E = cost$;
- carico assiale di compressione perfettamente distribuito ed allineato con la trave;

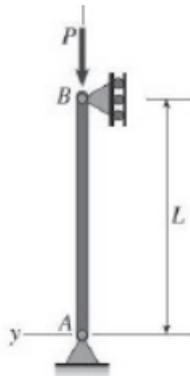


Figura 1.4: Schema di vincoli e carichi

Sotto tali ipotesi la teoria non prevede la flessione della trave, ma ne ammette solo l'accorciamento, non importa quale sia il valore di P .

Per studiare l'instabilità flessionale occorre dunque abbandonare la configurazione iniziale e scrivere le equazioni di equilibrio facendo riferimento alla configurazione deformata: se la trave è soggetta ad un piccolo spostamento causato da un carico laterale $F \ll P$, allora, per valori di P minori al carico critico, la rimozione di F causa un ritorno alla posizione iniziale rettilinea suggerendo che quest'ultima è stabile; se invece $P = P_{cr}$ ci si trova in una situazione di equilibrio indifferente, in cui la rimozione di F non comporta la scomparsa dello spostamento laterale e infatti la trave rimane in qualunque posizione deformata (sempre se lo spostamento è piccolo).

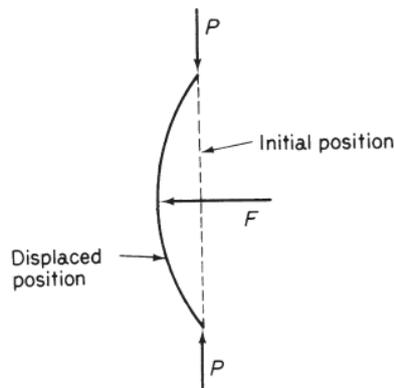


Figura 1.5: Effetto del carico laterale

La configurazione di carico $P = P_{cr}$ è dunque associata ad uno stato di equilibrio neutro.

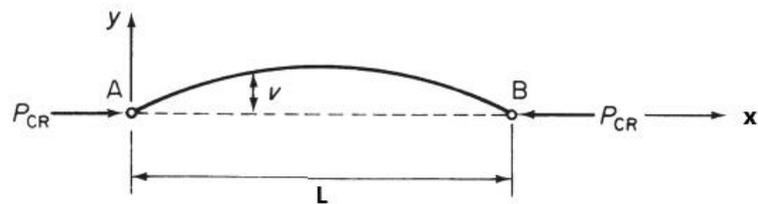


Figura 1.6: Effetto del carico di Buckling

Dalla configurazione riportata nell'immagine, vengono formulate le equazioni di equilibrio. Nella direzione y non agiscono carichi e nella direzione x il carico è bilanciato dal vincolo di semplice appoggio.

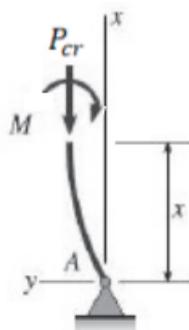


Figura 1.7: Trave di Eulero sezionata

Per quanto riguarda la rotazione intorno all'asse z (uscende dal piano in questo caso) si immagina di sezionare la trave ad una generica x e di mettere in evidenza il momento interno della trave ed il momento provocato da P_{cr} .

Scrivendo l'equazione di equilibrio alla rotazione intorno al punto A:

$$M = P_{cr}v(x)$$

Riportando la relazione costitutiva ricavata dalla teoria che associa il momento flettente interno della trave alla sua curvatura moltiplicata per la rigidezza flessionale EI , in cui I rappresenta il momento d'inerzia della sezione trasversale della trave rispetto l'asse neutro:

$$M = -EI \frac{d^2v}{dx^2}$$

Si arriva alla scrittura dell'equazione differenziale che descrive la flessione della trave:

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} + P_{cr}v(x) = 0$$

E ponendo $\mu^2 = \frac{P_{cr}}{EI}$:

$$\frac{d^2v}{dx^2} + \mu^2v(x) = 0$$

La soluzione banale dell'omogenea è $v(x) = 0$, mentre quella non banale è del tipo:

$$v(x) = C\sin(\mu x) + D\cos(\mu x)$$

C e D sono costanti incognite che vengono determinate attraverso le condizioni al contorno. In questo particolare caso $v(0) = v(L) = 0$ e perciò, andando a sostituire, si ottiene $D = 0$ e

$$C\sin(\mu L) = 0$$

Per soddisfare l'equazione appena trovata ed avere una soluzione non banale ($v \neq 0$) si impone che:

$$\sin(\mu L) = 0$$

Ovvero:

$$\mu L = n\pi \text{ con } n = 1,2,3 \dots$$

A questo punto è possibile esplicitare il termine μ ed isolando il termine P_{cr} si ottiene una formula del carico critico per cui sono soddisfatte le equazioni che si sono formulate in riferimento alla trave inflessa.

$$P_{cr} = n^2 \pi^2 \frac{EI}{L^2}$$

Data questa espressione si può affermare che ci sono infiniti carichi critici, uno per ogni valore di n .

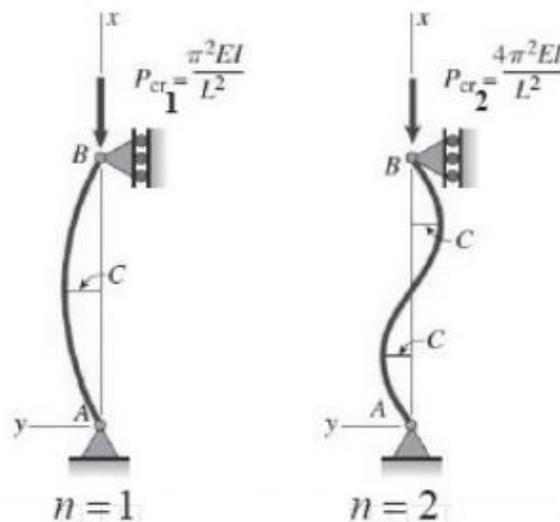


Figura 1.8: Modi critici della trave di Eulero per $n = 1,2$

Il carico Euleriano corrisponde al carico critico minimo, ovvero quello che si ottiene per $n = 1$:

$$P_{cr_E} = P_{cr}(n = 1) = \pi^2 \frac{EI}{L^2}$$

Da cui si può ricavare, andando a sostituire nell'espressione dello spostamento $v(x)$, la corrispondente forma modale (ovvero la forma deformata che assume la trave se sottoposta a questo carico critico). Analogamente è possibile ricavare il modo critico per ogni valore di n :

$$v(x) = C \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

Quest'ultimo parametro rappresenta proprio il numero di semionde in cui si inflette la struttura se sottoposta a quel particolare carico critico. Vengono riportati in figura i casi con $n = 1,2$.

Si nota che il valore della costante incognita C non può essere determinato qualunque sia il tipo di condizione al contorno, ovvero è possibile conoscere la forma della deformata ma non l'ampiezza dello spostamento. Questo è coerente con il concetto di stato di equilibrio neutro per cui il valore dello spostamento v è indeterminato.

Per ricavare la tensione critica σ_{cr} , basta semplicemente dividere il carico critico per l'area della sezione trasversale della trave A .

Riguardo alla direzione in cui si inflette la trave, se essa presenta una sezione non simmetrica, questa corrisponde all'asse per cui la rigidezza flessionale EI è minima. Dato che si è supposto che il modulo di elasticità è costante, il momento d'inerzia della sezione della trave che compare nella formula del carico critico corrisponde a quello minimo $I = I_{min}$; è inoltre possibile scrivere il momento d'inerzia come $I_{min} = A\rho^2$ in cui compare il raggio giratore della sezione trasversale della trave ρ . Si può scrivere allora:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L/\rho)^2}$$

Al denominatore compare il rapporto L/ρ che, essendo un confronto tra lunghezza e larghezza, rappresenta proprio la snellezza della trave. Teoricamente se la snellezza della trave tendesse a zero, la tensione critica arriverebbe ad infinito. Ovviamente nella pratica questo non è possibile e la curva di Eulero, per rimanere nell'ipotesi di comportamento perfettamente elastico, viene stroncata al valore della tensione di snervamento del materiale σ_{pl} .

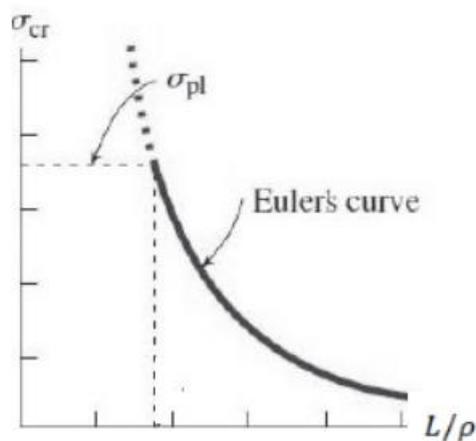


Figura 1.9: Curva di Eulero

La formula della tensione critica appena trovata è valida per una trave con quei particolari vincoli. Si può dimostrare che in realtà l'equazione può essere riscritta nella forma:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L_e/\rho)^2}$$

Dove L_e è la lunghezza effettiva di inflessione della trave e rappresenta la distanza tra due flessi consecutivi della linea d'asse nella configurazione deformata. Più in generale la lunghezza effettiva viene definita come $L_e = kL$, in cui k può assumere diversi valori a seconda delle condizioni di vincolo. Nella seguente tabella ne vengono riportati alcuni esempi utili.

Doppio semplice appoggio	$v = 0$ in $x = 0, L$	$k = 1$
Un estremo incastrato e un estremo libero	$v = \frac{dv}{dx} = 0$ in $x = 0$	$k = 2$
Un estremo incastrato e un estremo semplicemente appoggiato	$v = \frac{dv}{dx} = 0$ in $x = 0$ $v = 0$ in $x = L$	$k = 0.6998$
Doppio incastro	$v = \frac{dv}{dx} = 0$ in $x = 0, L$	$k = 0.5$

Tabella 1.1: Valori della costante k al variare delle condizioni vincolari

Perciò, la stessa trave può presentare un carico critico diverso a seconda dei vincoli applicati ai suoi estremi. Per esempio, la trave doppiamente incastrata presenta un carico critico che è quattro volte maggiore rispetto a quello del caso con entrambi gli estremi semplicemente appoggiati.

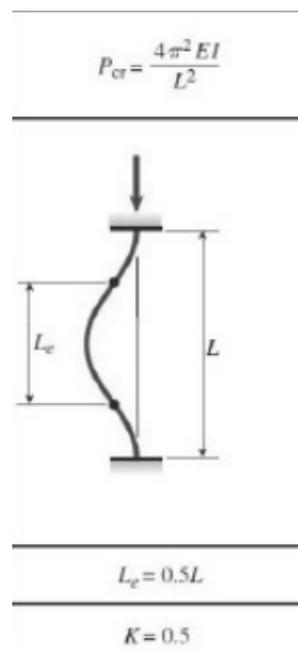


Figura 1.10: Primo modo critico di una trave doppiamente incastrata

1.4 INSTABILITA' DI PIASTRE PIANE

Una piastra sottile può deformarsi in una varietà di modi, a seconda delle sue dimensioni, del carico e del metodo di supporto. Di solito, tuttavia, i carichi di instabilità sono molto più bassi di quelli che possono causare la rottura nel materiale della piastra. La forma più semplice di instabilità si verifica quando i carichi di compressione sono applicati ai lati opposti semplicemente appoggiati e i bordi non caricati sono lasciati liberi, come mostrato in figura.

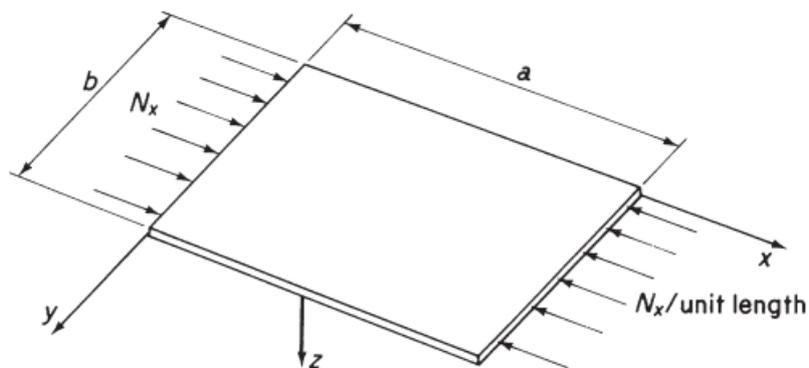


Figura 1.11: Piastra rettangolare sottoposta a compressione

Una piastra sottile, composta di materiale isotropo, in questa configurazione si comporta esattamente allo stesso modo di una trave semplicemente appoggiata sugli estremi: si inflette in maniera 'cilindrica', ovvero lo spostamento fuori dal piano w varia solo lungo x , ed il carico critico è proprio quello previsto dalla teoria di Eulero. Una volta che questo carico critico è raggiunto, la piastra è incapace di sostenere qualsiasi altro carico.

Questo non è il caso, tuttavia, quando anche nei lati della piastra non caricati è vincolato lo spostamento fuori dal piano. L'instabilità, per tali piastre, prende la forma di un rigonfiamento della regione centrale della piastra e lo spostamento fuori dal piano diventa variabile anche lungo y così da avere $w = w(x, y)$. Le parti adiacenti ai bordi supportati rimangono dritte e permettono alla piastra di resistere a carichi più elevati; un fattore importante nella progettazione degli aerei.

In questa fase, non siamo interessati a questo comportamento postbuckling, ma piuttosto alla previsione di carico critico che causa il rigonfiamento iniziale della zona centrale della piastra.

Per l'analisi, si può convenientemente impiegare la teoria classica delle piastre e considerare una piastra di spessore t , simmetrica sia per composizione che per geometria rispetto il piano medio. Vengono presi in esame materiali di tipo metallico ed isotropi.

Sotto queste ipotesi è possibile riportare le leggi costitutive della piastra di Kirchoff ricavate dalla teoria. Se la piastra è simmetrica, le risultanti delle forze che agiscono nel piano per unità di lunghezza $\{N\}$ sono legate solo alle deformazioni del piano medio $\{\varepsilon_0\}$ tramite la matrice delle rigidezze membranali $[A]$, mentre le risultanti dei momenti per unità di lunghezza $\{M\}$ sono associati solo alle deformazioni fuori dal piano rappresentate dalle curvature del piano medio $\{k\}$ tramite la matrice delle rigidezze flessionali $[D]$.

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \\ M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & 0 & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ 0 & 0 & 0 & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{0x} \\ \varepsilon_{0y} \\ \gamma_{0xy} \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix}$$

Con:

$$\{\varepsilon_0\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{0x} \\ \varepsilon_{0y} \\ \gamma_{0xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{0,x} \\ v_{0,y} \\ u_{0,y} + v_{0,x} \end{Bmatrix}$$

$$\{k\} = \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -w_{,xx} \\ -w_{,yy} \\ -2w_{,xy} \end{Bmatrix}$$

Il problema risulta dunque disaccoppiato. Inoltre, data la scelta di utilizzare materiali isotropi (ma vale anche per compositi con laminazione cross-ply), i coefficienti A_{16} , A_{26} , D_{16} e D_{26} sono nulli ed i coefficienti di rigidezza flessionale valgono:

$$D_{11} = D_{22} = \frac{D_{12}}{\nu} = (D_{12} + 2D_{66}) = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)} = D$$

Dato che si vuole studiare l'instabilità dovuta a dei carichi di compressione uniformemente distribuiti lungo due lati opposti, l'equazione di equilibrio nella direzione fuori dal piano di una piastra piana isotropa viene ricavata a partire dalla formulazione dell'energia potenziale totale del sistema e isolando i termini in cui compaiono w e le sue derivate.

Iniziando dall'energia interna elastica U , omettendo da subito i termini legati alle deformazioni nel piano $\{\varepsilon_0\}$, si riporta la seguente scrittura compatta in termini vettoriali e matriciali:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \{k\}^T [D] \{k\} dx dy = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \begin{Bmatrix} -w_{,xx} \\ -w_{,yy} \\ -2w_{,xy} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -w_{,xx} \\ -w_{,yy} \\ -2w_{,xy} \end{Bmatrix} dx dy$$

Sviluppando l'equazione matriciale tenendo conto di quanto detto sui coefficienti di rigidezza flessionale per i materiali isotropi, si ottiene:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b D \left[(w_{,xx} + w_{,yy})^2 - 2(1 - \nu)(w_{,xx} w_{,yy} - w_{,xy}^2) \right] dx dy$$

Il potenziale del lavoro dei carichi esterni, dal momento che si è assunta applicata solo la compressione N_x , può essere così ricavato: si prende in considerazione una fascia elementare di piastra di lunghezza a e larghezza δy e, sotto l'ipotesi di piccoli spostamenti e rotazioni, ci si pone nella configurazione deformata causata dal carico $N_x \delta y$.

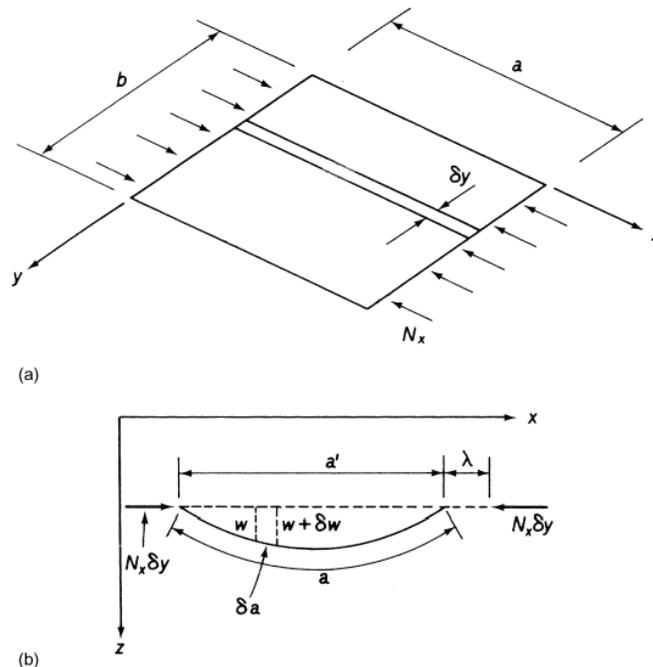


Figura 1.12: Fascia infinitesima di piastra a) non deformata e b) deformata

Il potenziale del lavoro del carico applicato può essere dunque scritto come:

$$\delta V = -N_x \delta y \lambda$$

Facendo riferimento alla figura (b), si può esprimere la relazione:

$$\delta a = (\delta x^2 + \delta w^2)^{\frac{1}{2}} = \delta x \left(1 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

Dal momento che $\left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2$ è piccolo, vale il seguente sviluppo:

$$\delta a \approx \delta x \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right)$$

E quindi:

$$a = \int_0^{a'} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] dx$$

$$\lambda = a - a' = \int_0^{a'} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx$$

Quest'ultimo integrale differisce con $\int_0^a \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx$ di un termine trascurabile e perciò è possibile utilizzare quest'ultimo al posto del primo:

$$\int_0^{a'} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \rightarrow \int_0^a \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx$$

Andando a sostituire la relazione di λ appena trovata nella formulazione del potenziale ed integrando quest'ultimo lungo la lunghezza in direzione y , si ottiene la scrittura finale del potenziale del lavoro del carico esterno:

$$V = - \int_0^a \int_0^b N_x \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] dx dy$$

Adesso è possibile unire le due espressioni energetiche appena trovate. Richiamando la definizione di energia potenziale totale, si ottiene:

$$\Pi = U + V = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left\{ D \left[(w_{,xx} + w_{,yy})^2 - 2(1 - \nu)(w_{,xx} w_{,yy} - w_{,xy}^2) \right] - N_x (w_{,x})^2 \right\} dx dy$$

Come condizioni al contorno per la piastra si sceglie il semplice appoggio su tutti i lati.

La deformata che viene assunta, può essere rappresentata con la nota doppia serie trigonometrica infinita:

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin(\alpha_m x) \sin(\alpha_n y)$$

$$\alpha_m = \frac{\pi m}{a} ; \alpha_n = \frac{\pi n}{b}$$

Da quest'espressione si ricavano le derivate dello spostamento w che compaiono nell'equazione dell'energia. Sostituendole poi in quest'ultima, si possono calcolare gli integrali definiti nelle due dimensioni e ottenere l'annullamento del secondo termine:

$$\Pi = \frac{Dab}{8} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn}^2 (\alpha_m^2 + \alpha_n^2)^2 - N_x \frac{ab}{8} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn}^2 \alpha_m^2$$

Esplicitando poi i termini α_m e α_n , si ottiene:

$$\Pi = \frac{\pi^4 Dab}{8} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn}^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 - N_x \frac{\pi^2 b}{8a} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn}^2 m^2$$

Come fatto nel capitolo precedente, dal momento che l'energia totale potenziale della piastra ha un valore stazionario per una configurazione di equilibrio, si calcola la derivata dell'espressione appena trovata e si trova un'espressione di carico critico $N_x = N_{x,cr}$ per cui tale derivata sia nulla.

La derivata dell'energia viene effettuata rispetto a ciascun coefficiente ignoto A_{mn} .

$$\frac{\partial \Pi}{\partial A_{mn}} = \frac{\pi^4 Dab}{4} A_{mn} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 - N_{x,cr} \frac{\pi^2 b}{4a} A_{mn} m^2 = 0$$

Dato che si sta cercando il carico critico legato alla forma dell'instabilità, l'equilibrio della piastra che si sta studiando è associato ad uno stato neutro in cui le ampiezze degli spostamenti rimangono indeterminati e quindi, escludendo la soluzione banale $A_{mn} = 0$, si vanno ad elidere i coefficienti ignoti. Isolando il termine di carico, si ottiene:

$$N_{x,cr} = \frac{\pi^2 Da^2}{m^2} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2$$

La formula appena trovata corrisponde al carico critico di una piastra piana isotropa semplicemente appoggiata su tutti i lati uniformemente caricata a compressione nella direzione x . Quest'ultima mette in luce la dipendenza dal materiale, dalla geometria e dalla forma della deformata che assume la piastra sotto quel carico critico.

Dal momento che si è interessati al carico critico minimo e osservando che la funzione $N_{x,cr}(m, n)$ è crescente con il numero di semionde nella direzione trasversale al carico, ci si pone direttamente nel caso $n = 1$:

$$N_{x,cr} = \frac{\pi^2 D a^2}{m^2} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2$$

E, riarrangiando l'espressione, si ottiene:

$$N_{x,cr} = \frac{\pi^2 D}{b^2} \left(\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb} \right)^2$$

Introducendo il fattore di instabilità $k = \left(\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb} \right)^2$, si giunge alla nota formula finale:

$$N_{x,cr} = \frac{\pi^2 D}{b^2} k$$

L'ultima espressione è particolarmente utile perché pone in risalto il fattore di instabilità k .

Infatti, scelto il materiale e lo spessore della piastra ($D = cost$), il carico critico minimo di instabilità corrisponde alla configurazione per cui il valore di k è minimo.

Anche m varia a seconda del rapporto tra la lunghezza e la larghezza della piastra. Dato un rapporto a/b , la struttura si inflette con un numero di semionde m che minimizza il fattore k .

Si riporta l'andamento di k in funzione del rapporto a/b e per diversi valori di m . Tale andamento è rappresentativo solo del caso di piastra semplicemente appoggiata su tutti i lati e caricata a compressione in direzione x .

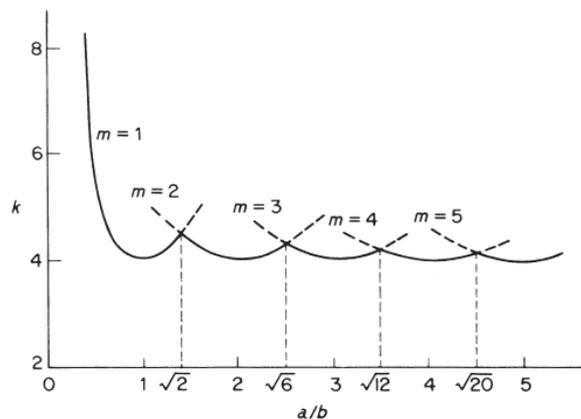


Figura 1.13: Coefficiente di buckling k rispetto al fattore di forma a/b per il semplice appoggio su tutti i lati

Per piastre quadrate $\frac{a}{b} = 1$, la forma della deformata presenta una sola semionda. Al crescere di a/b , la piastra si inflette con un numero di semionde sempre maggiore, $m = 1,2,3 \dots$ e il fattore di instabilità tende asintoticamente al minimo valore $k = 4$.

Ricordando che il carico critico appena trovato ha dimensione di carico per unità di lunghezza, è possibile riferirsi alla tensione critica definita come $\sigma_{cr} = N_{x,cr}/t$:

$$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

La relazione appena trovata, più in generale, esprime la tensione critica di una piastra piana, rettangolare, con varie condizioni di vincolo e sottoposta a carichi nel piano di compressione costanti o lineari (N_x, N_y) oppure a carichi di taglio (N_{xy}) agenti sui bordi.

Il valore del fattore di instabilità k , infatti, non dipende solo dal rapporto a/b , ma anche dalle condizioni al contorno della piastra e dalla tipologia di carico applicato.

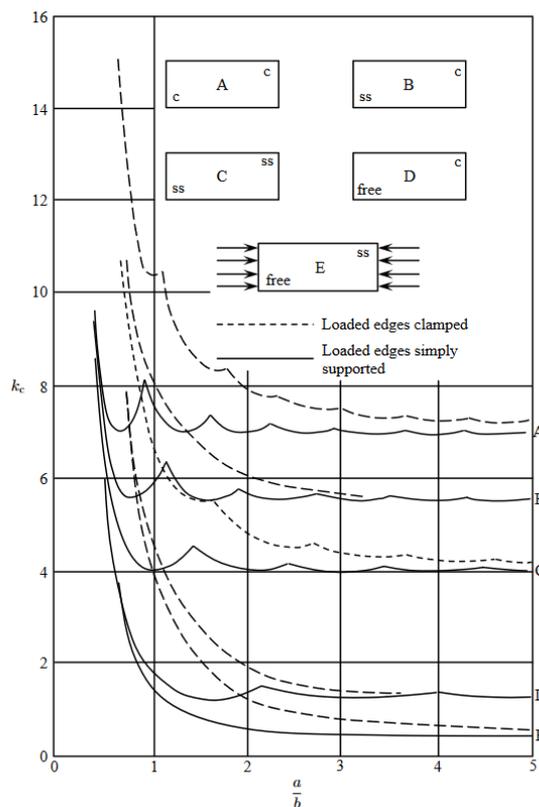


Figura 1.14: Coefficiente di buckling k rispetto al fattore di forma a/b per varie condizioni al contorno

Il grafico in figura riporta i valori di k per una piastra uniformemente compressa sul lato b per diverse tipologie di vincolo ed i loro andamenti in funzione di a/b . Queste soluzioni sono ottenute tramite il metodo energetico approssimato di Rayleigh-Ritz.

Si può notare come oltre il valore $\frac{a}{b} = 3$ tutte le curve tendano asintoticamente ad un valore costante. Questo fenomeno è di particolare interesse in campo aerospaziale, in cui pannelli sottili sono generalmente rinforzati da irrigidimenti longitudinali, i quali hanno il compito di dividere la pelle (*skin*) in piastre più strette (ovvero con larghezze b più piccole). Inoltre, gli asintoti a cui le curve tendono per alti valori di a/b , non dipendono dal tipo di vincolo, incastro o semplice appoggio, che si è posto sui lati caricati, ma dipendono fortemente dai vincoli posti sui lati longitudinali; questo comportamento è spiegabile dal fatto che l'aumento di rigidità sui lati caricati dato dall'incastro, rispetto al semplice appoggio, diventa via via trascurabile all'aumentare della lunghezza della piastra, che, invece, diventerà più suscettibile ai vincoli posti sui lati longitudinali.

2 PANNELLI IRRIGIDITI

2.1 GENERALITÀ SUI PANNELLI IRRIGIDITI

Risulta evidente dall'equazione ricavata nel paragrafo precedentemente che la tensione di instabilità di piastre piane sottoposte a compressione diminuisce rapidamente al crescere del rapporto b/t . Per ridurre questo parametro, un metodo efficace è quello di introdurre degli irrigidimenti lungo la larghezza dell'intera piastra in modo da ottenere un certo numero di piastre dalla larghezza ridotta e dunque più stabili.

Nei precedenti tipi di pannelli irrigiditi, gli irrigidimenti erano dimensionati in modo da possedere una rigidezza relativamente maggiore rispetto allo skin ed avevano il compito sopportare la maggior parte del carico. In questo tipo di configurazione, infatti, la piastra entrava in instabilità ad un livello di carico inferiore rispetto agli irrigidimenti. Un modo per analizzare tale problema è immaginare che gli irrigidimenti forniscano delle condizioni di bordo di un certo tipo ai lati longitudinali di una serie di piastre "allungate".

È stato dimostrato che una struttura più efficiente si può ottenere aggiustando le sezioni degli irrigidimenti in modo che questi ultimi vadano in instabilità insieme allo skin circa allo stesso livello di stress. Questo tipo di cedimento è ottenibile da configurazioni in cui gli irrigidimenti hanno uno spessore comparabile con quello dello skin e lo spazio che intercorre tra loro è sufficientemente piccolo.

Per indagare al meglio questo tipo di strutture, è doveroso tener conto di diversi tipi di instabilità:

- instabilità locale della sola piastra
- instabilità locale di uno o più elementi dell'irrigidimento
- instabilità generale della piastra e dell'irrigidimento
- combinazione di questi modi

L'instabilità locale consiste in un cedimento parziale della struttura in cui la semionda della deformata non ha dimensioni paragonabili alla lunghezza della piastra.

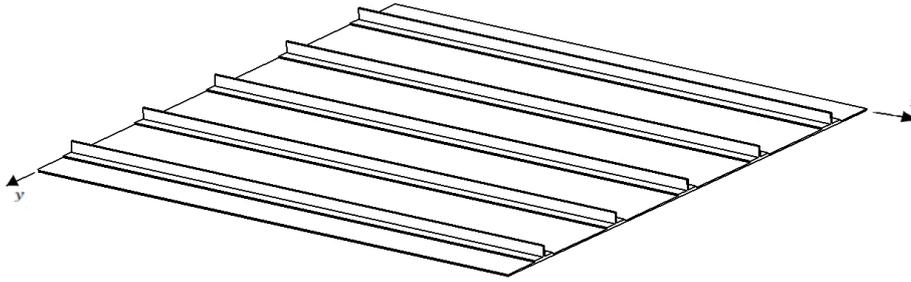


Figura 2.1: Pannello irrigidito

Viene introdotta una struttura irrigidita, la quale sarà il soggetto di studio di questo lavoro: essa è composta da una piastra piana quadrata, rinforzata da cinque irrigidimenti con sezione a T “rovesciata” equi-spaziati tra loro da un passo p . Sia lo skin che gli irrigidimenti sono composti da alluminio ($E = 73000 \text{ MPa}$, $\nu = 0.3$) e sono collegati tra loro tramite un incollaggio che garantisce perfetta aderenza. Si vuole studiare l’instabilità del pannello sottoposto ad un carico di compressione uniforme applicato in direzione x . Come condizioni al contorno, vengono considerati liberi i lati non caricati ed incastrati quelli caricati.

In questo tipo di analisi viene seguito un approccio relativamente semplice: si calcolano le tensioni di instabilità dei modi prima elencati e si identifica come carico critico il più piccolo tra loro.

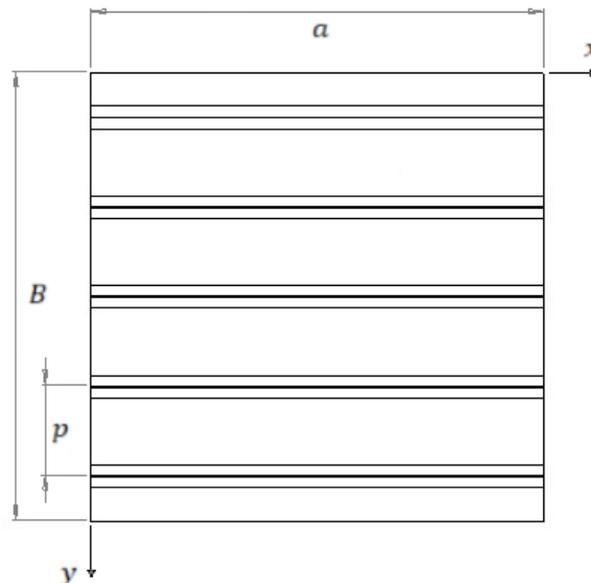


Figura 2.2: Vista dall’alto del pannello irrigidito

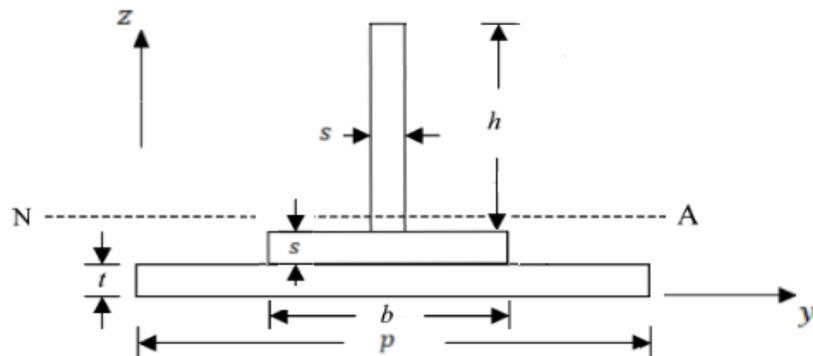


Figura 2.3: Schema della sezione dell'elemento ripetitivo

Dato che gli irrigidimenti sono equi-spaziati e sono tutti identici, è utile individuare l'elemento ripetitivo della piastra irrigidita mostrato in figura.

Di seguito vengono riportati i dati geometrici della struttura:

- spessore skin $t = 2 \text{ mm}$;
- lunghezza skin $a = 1000 \text{ mm}$;
- larghezza skin $B = 1000 \text{ mm}$;
- spessore delle flange del corrente $s = 3 \text{ mm}$;
- base corrente $b = 50 \text{ mm}$;
- altezza corrente $h = 20 \text{ mm}$;
- passo $p = 200 \text{ mm}$;
- distanza dell'asse neutro NA dalla base dello skin $z_{NA} = 2.992 \text{ mm}$.

2.2 INSTABILITÀ GENERALE

L'instabilità generale di questo tipo di strutture sottoposte ad una compressione nel piano xy equivale ad una modalità di cedimento in cui i correnti insieme allo skin si inflettono fuori dal piano con uno spostamento w non trascurabile. Non è detto che questa modalità corrisponda al primo carico di buckling a causa dei vari fattori geometrici che possono variare in questo tipo di strutture.

Il carico di cedimento globale viene spesso preso come carico di riferimento per altre modalità di cedimento locale che possono caratterizzare il pannello allo scopo di avere un'idea della quantità di tensione che esso può ancora sopportare.

Risulta utile, dunque, calcolare la tensione di cedimento globale di una struttura per avere un punto di partenza ed un riferimento per le future analisi.

Vengono introdotte due procedure ([5] e [8]) per ottenere una stima qualitativa sul valore di carico che porta l'intero pannello al cedimento:

- la soluzione Euleriana
- la soluzione "smeared" (ovvero spalmata)

2.2.1 SOLUZIONE EULERIANA

Si è dimostrato, da altri autori in lavori precedenti ([6]), che per una piastra compressa uniformemente in direzione x sul lato b , composta interamente da materiale isotropo e metallico ($\nu = 0.3$), se i lati non caricati (longitudinali) vengono lasciati liberi, allora il primo modo di instabilità è dato dal carico Euleriano formulato per le travi.

Il pannello irrigidito, in una configurazione del genere, può comportarsi come una trave di Eulero ed inflettersi fuori dal piano con una deformata cilindrica che coinvolge lo skin e gli irrigidimenti. La soluzione Euleriana studia la stabilità del pannello determinando il carico critico a compressione dell'elemento ripetitivo, sopra riportato, assimilandolo all'asta compressa.

$$P_{x\ cr\ E} = \frac{\pi^2 E I_x}{L_e^2}$$

Dove:

- $L_e = 0.5a$ è la lunghezza libera di inflessione (caso di doppio incastro);
- I_x rappresenta il momento d'inerzia della sezione dell'insieme formato da irrigidimento e piastra riferito all'asse neutro (NA nella figura)

Passando al carico per unità di lunghezza, si può definire come:

$$P_x = N_x p$$

E quindi è possibile effettuare il seguente passaggio:

$$N_{x_{crE}} = \frac{\pi^2}{L_e^2} \left(\frac{EI_x}{p} \right) = \frac{\pi^2}{L_e^2} D_{flex}$$

Dove il termine D_{flex} sta a rappresentare proprio la rigidezza flessionale del sistema costituito da irrigidimento più piastra. È da notare che se si considera l'intera sezione del pannello, nella definizione di N_x , si dovrebbe utilizzare la larghezza totale della piastra, definita come $B = 5p$, ma, dato che il momento d'inerzia della sezione dell'elemento ripetitivo è linearmente dipendente dalle larghezze in gioco, vale anche la relazione $I_{x_{totale}} = 5I_{x_{elemento\ ripetitivo}}$. In aggiunta alla considerazione che tutti gli elementi sono costituiti dallo stesso materiale, se ne deriva che il fattore D_{flex} , per com'è definito, è lo stesso se si fa riferimento all'elemento ripetitivo o all'intera struttura.

Ci sono vari modi per calcolare questo termine. In prima approssimazione, nella trattazione di questo problema, è possibile considerare solo il contributo dell'irrigidimento e ottenere i seguenti valori:

$$D_{flex} = \frac{E}{p} \left[bs \left(t + \frac{s}{2} - z_{NA} \right)^2 + \frac{bs^3}{12} + hs \left(t + s + \frac{h}{2} - z_{NA} \right)^2 + \frac{sh^3}{12} \right]$$

$$N_{x_{crE}} = 155.66 \text{ MPamm}$$

Per ottenere il valore della tensione critica [Mpa], occorre tenere conto della seguente relazione:

$$P_x = \sigma_x (pt + A_c) \rightarrow \frac{P_x}{p} = N_x = \sigma_x \left(t + \frac{A_c}{p} \right)$$

$$N_x = \sigma_x t_{eq} = \sigma_x \left(t + \frac{A_c}{p} \right)$$

Dove A_c rappresenta l'area del corrente. Inserendo i dati si ottiene il valore approssimato della tensione critica legata al cedimento globale di questa struttura:

$$\sigma_{x_{crE}} = 51.03 \text{ MPa}$$

2.2.2 SOLUZIONE SMEARED

Se si vuole considerare l'intero pannello irrigidito, è possibile ricorrere al metodo delle rigidezze spalmate. Questo metodo consiste nel considerare gli irrigidimenti non più come elementi distinti, ma come distribuiti sulla piastra in modo da modificarne le proprietà a seconda della direzione in cui sono posti. La piastra così ottenuta può anche essere ritenuta come una piastra ortotropa equivalente in cui si tiene conto dell'effetto degli irrigidimenti.

In questo paragrafo si fa riferimento al metodo ripotato nell'European Standard EN 1993 1-5 annesso A ([8]).

Lo scopo è quello di stimare la tensione di instabilità generale di una piastra irrigidita, considerando l'equivalente piastra ortotropa.

L'assunzione di partenza è che piastre piane con almeno tre irrigidimenti longitudinali possono essere trattate come piastre ortotrope equivalenti.

Per questo tipo di piastre, la tensione di instabilità elastica può essere espressa come:

$$\sigma_{cr,p} = k_{\sigma,p} \sigma_E$$

$$\text{Dove } \sigma_E = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2.$$

t e b sono rispettivamente lo spessore e la larghezza totale dello skin ($b = B$).

$k_{\sigma,p}$ è il coefficiente di instabilità che lega la teoria delle piastre ortotrope con la distribuzione delle rigidezze spalmate. Questo coefficiente è ottenuto o da grafici appropriati per le rigidezze spalmate, oppure da numerose simulazioni al computer. Alternativamente, per piastre rinforzate con almeno tre irrigidimenti longitudinali equi-spaziati, il coefficiente k_{σ} , per l'instabilità globale del pannello, può essere così approssimato:

$$k_{\sigma,p} = \frac{2((1 + \alpha^2)^2 + \gamma - 1)}{\alpha^2(\Psi + 1)(1 + \delta)} \text{ se } \alpha \leq \sqrt[4]{\gamma}$$

$$k_{\sigma,p} = \frac{4(1 + \sqrt{\gamma})}{(\Psi + 1)(1 + \delta)} \text{ se } \alpha > \sqrt[4]{\gamma}$$

Con:

- $\Psi = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$. Questo parametro tiene conto della non uniformità del carico di compressione; $\Psi = 1$ per il caso di carico uniformemente distribuito;
- $\alpha = \frac{a}{b} \geq 0.5$. Per una piastra quadrata, nel caso di incastro posto sui lati caricati $\alpha = 0.5$;
- $\gamma = \frac{EI_x}{Db}$. I_x è il momento d'inerzia della sezione totale della piastra con gli irrigidimenti rispetto l'asse neutro;
- $\delta = \frac{A_{s,TOT}}{A_p}$. $A_{s,TOT}$ è la somma delle aree di tutti gli irrigidimenti; A_p è l'area della piastra.

Anche in questa soluzione, si è adottata un'approssimazione sulla lunghezza effettiva del pannello. Dato che questa formula approssimata fa riferimento al caso più semplice in cui tutti i lati sono semplicemente appoggiati, per tenere in conto l'effetto degli incastri sui lati caricati, il calcolo del fattore $k_{\sigma,p}$ viene effettuato prendendo come valore $\alpha = 0.5$.

Inserendo i dati del pannello irrigidito si ottiene $\sigma_E = 0.264MPa$, $k_{\sigma,p} = 225,89$ e quindi $\sigma_{p,cr} = 59.63MPa$.

Questo risultato è stato confermato andando a consultare il grafico ESDU che riporta il fattore d'instabilità K_O di piastre piane ortotrope sottoposte a compressione uniassiale, per diverse condizioni di vincolo, al variare del fattore $\frac{a}{b} \left(\frac{D_{22}}{D_{11}} \right)^{0.25}$. Scelta la curva che fa riferimento al caso di lati carichi incastrati e lati longitudinali semplicemente appoggiati, si è estrapolato qualitativamente il valore di K_O considerando come D_{11} la D_{flex} calcolata per la soluzione Euleriana. Il valore di K_O così ottenuto, è stato usato nella la formula del carico critico per unità di lunghezza derivante dalla teoria di piastre ortotrope:

$$N_{x_{cr}} = \frac{K_O (D_{11} D_{22})^{0.5}}{b^2} + \frac{C \pi^2 D_0}{b^2}$$

Dove:

- $D_0 = D_{12} + 2D_{22} = D_{22} = D$
- $b = B$
- $C = 2$ è una costante che dipende dalle condizioni al contorno del pannello.

2.3 INSTABILITA' LOCALE

Oltre all'instabilità Euleriana di tipo globale, è possibile che si instauri un'instabilità che coinvolge solo le porzioni di piastra che si trovano tra gli irrigidimenti. Quest'ultime rimangono a tutti gli effetti delle piastre piane caricate uniformemente a compressione in direzione x e, dunque, per studiarne l'instabilità è possibile usare l'espressione ricavata precedentemente:

$$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b^*} \right)^2$$

Dove adesso, le grandezze k , b^* e t dipendono da che porzione di piastra si sta prendendo in considerazione. Nei seguenti capitoli vengono calcolati le tensioni d'instabilità e le relative forme modali di questi elementi strutturali nei casi limite considerati e tramite un metodo semi-analitico.

Tra i casi limite considerati, si è cercato di tenere conto della sovrapposizione delle basi dei correnti sulle fasce di piastra in riferimento alla seguente immagine.

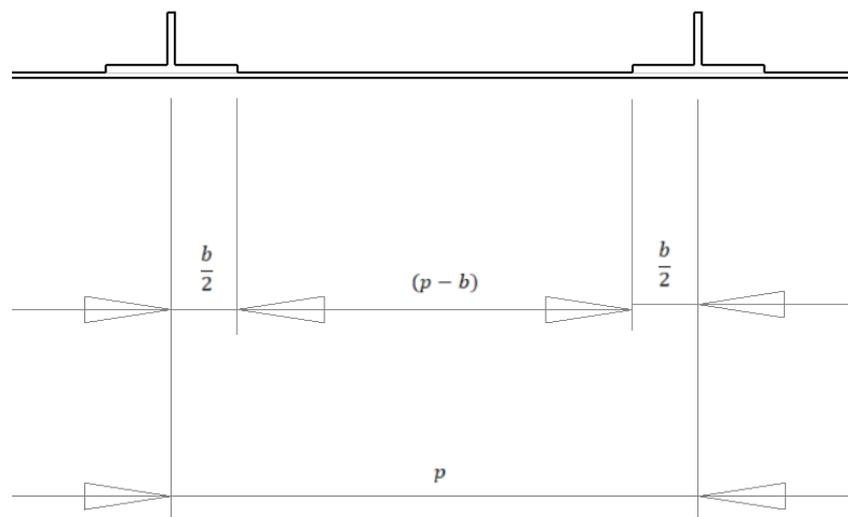


Figura 2.4: Sezione trasversale di una fascia di piastra

2.3.1 CASI LIMITE

Una fascia di piastra interna, che si trova tra due irrigidimenti, può comportarsi come una piastra con $\frac{a}{b} > 3$, incastrata sui lati caricati e semplicemente appoggiata sui lati longitudinali. Per il caso sopra riportato, in cui non ci sono variazioni di spessore e di passo, la tensione d'instabilità locale diventa:

$$\sigma_{cr,loc} = 4 \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b^*} \right)^2$$

Per quanto riguarda la larghezza b^* della fascia di piastra considerata, si può fare riferimento a due casi limite:

- Non si tiene conto della sovrapposizione delle basi degli irrigidimenti e quindi la larghezza viene misurata proprio come il passo e quindi $b^* = p$. Da questa considerazione si ottiene $\sigma_{cr,loc} = 26.39 \text{ MPa}$.
- Si tiene conto della sovrapposizione della sovrapposizione delle basi degli irrigidimenti e quindi la misura della larghezza diventa $b^* = p - b$. Inserendo questo dato si ottiene il valore $\sigma_{cr,loc} = 46.92 \text{ MPa}$.

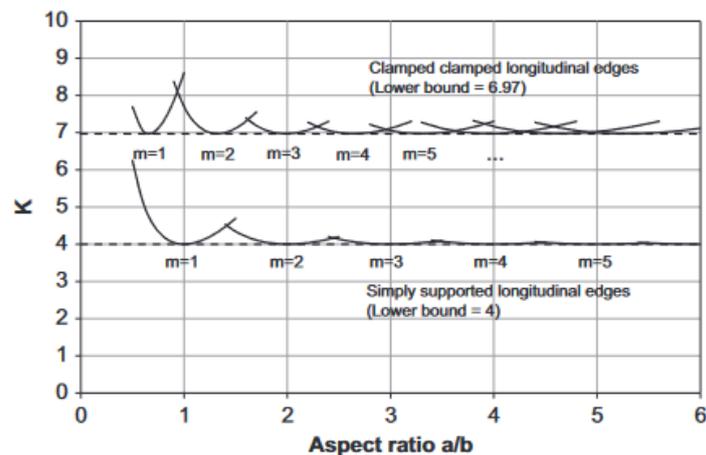


Figura 2.5: Coefficiente di buckling k rispetto al fattore di forma a/b per il caso di lati longitudinali semplicemente appoggiati ed incastrati

Se il vincolo fornito dal corrente viene considerato come un incastro invece di un semplice appoggio, basta cambiare il valore del fattore d'instabilità. In questo caso, per una piastra che ha due lati incastrati, questo fattore risulta valere $k = 6.97$

Anche in questo caso si fanno le stesse considerazioni riguardo alla larghezza b^* della fascia di piastra considerata:

- Prendendo come lato carico $b^* = p = 200 \text{ mm}$ si ottiene $\sigma_{cr,loc} = 45.98 \text{ MPa}$
- Prendendo come lato carico $b^* = p - b = 150 \text{ mm}$ si ottiene $\sigma_{cr,loc} = 81.75 \text{ MPa}$

Per i tratti di piastra più estremi, variano le condizioni di vincolo dei due lati non caricati: uno ha il vincolo dato dall'irrigidimento (ss o fix) mentre l'altro rimane libero.

Se il vincolo dato dal corrente viene interpretato come un semplice appoggio, allora si può riscrivere l'espressione della tensione d'instabilità locale come:

$$\sigma_{cr,loc} = 0.45 \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b^*} \right)^2$$

Per questa porzione di piastra, il lato caricato b^* può valere:

- $b^* = \frac{1}{2} p = 100 \text{ mm}$ da cui si ottiene il valore $\sigma_{cr,loc} = 11.88 \text{ MPa}$
- $b^* = \frac{1}{2} (p - b) = 75 \text{ mm}$ da cui si ottiene il valore $\sigma_{cr,loc} = 21.13 \text{ MPa}$

Assumendo, invece, un incastro come vincolo dato dal corrente sul lato longitudinale su cui è posto, bisogna considerare $k = 1.329$ come fattore d'instabilità.

Vengono riportati i due valori limite ottenuti dalle considerazioni sulla larghezza della piastra:

- $b^* = \frac{1}{2} p = 100 \text{ mm}$ da cui si ottiene il valore $\sigma_{cr,loc} = 35.07 \text{ MPa}$
- $b^* = \frac{1}{2} (p - b) = 75 \text{ mm}$ da cui si ottiene il valore $\sigma_{cr,loc} = 62.35 \text{ MPa}$

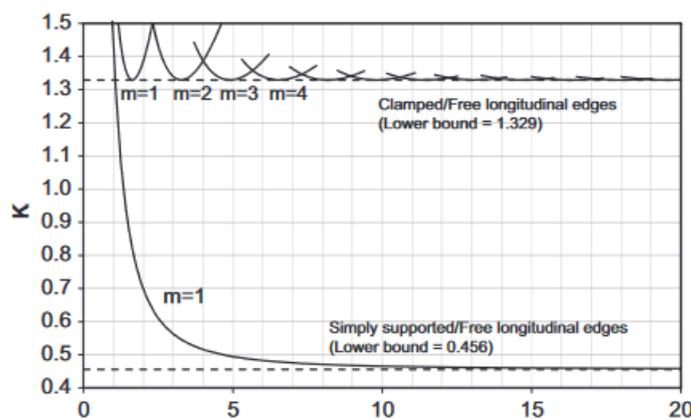


Figura 2.6: Coefficiente di buckling k rispetto al fattore di forma a/b per il caso di un lato longitudinale libero e un lato incastrato o semplicemente appoggiato

La seguente tabella riporta un riassunto dei valori di tensione (MPa) stimati per l'instabilità della fascia di piastra per tutti i casi limite considerati.

DIMENSIONE LATO CARICO	Irrigidimento SS	Irrigidimento FIX
$p - b$	46.92	81.75
p	26.39	45.98
$1/2(p - b)$	21.13	62.35
$p/2$	11.88	35.07

Tabella 2.1: Valori di carico in [Mpa] per i casi limite della fascia di piastra

In realtà gli irrigidimenti forniscono alla piastra delle condizioni di vincolo che dipendono da diversi fattori, come la loro rigidezza torsionale GJ , e, generalmente, i lati non caricati delle porzioni di piastra compresi tra gli irrigidimenti si trovano in una condizione che è tra il semplice appoggio e l'incastro.

2.3.2 CARICO DI INSTABILITA' LOCALE DELLO SKIN

La formulazione analitica per studiare l'instabilità locale della piastra è sviluppata, come detto in precedenza, considerando la porzione di struttura compresa tra due irrigidimenti. I lati caricati vengono considerati semplicemente appoggiati per semplificare la trattazione. L'effetto di questo cambiamento di vincolo può essere considerato trascurabile, dato che si stanno trattando piastre con $\frac{a}{b} \geq 5$. Sui lati longitudinali, non caricati, viene assunto un vincolo elastico dovuto alla torsione di barre di De Saint-Venant, come fatto da diversi autori in lavori precedenti ([7]).

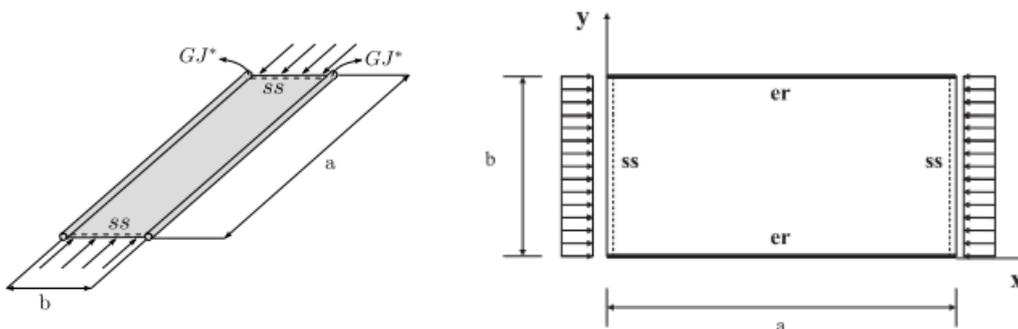


Figura 2.7: Schema della fascia di piastra nel caso di vincolo elastico

Il procedimento per la formulazione del problema è lo stesso che si è seguito precedentemente basato sulla scrittura dell'energia potenziale totale della struttura. Questa volta si distinguono due termini: uno legato all'energia interna dovuta alle deformazioni dello skin e l'altro legato all'energia interna dovuta alla torsione degli irrigidimenti.

$$\Pi = \Pi_{skin} + \Pi_{stiff}$$

Il primo termine è identico a quello scritto prima per la piastra piana; qui se ne riporta una scrittura più generale in cui si distinguono i vari coefficienti di rigidezza flessionale e in cui si sostituisce $-N_x$ con $-\sigma t$:

$$\Pi_{skin} = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b (D_{11} w_{,xx}^2 + 2D_{12} w_{,xx} w_{,yy} + D_{22} w_{,yy}^2 + 4D_{66} w_{,xy}^2 - \sigma t w_{,x}^2) dx dy$$

Per ogni barra in torsione, si può identificare l'angolo di rotazione intorno all'asse longitudinale dell'irrigidimento (asse x) con θ . Si assume che quest'angolo coincide con la rotazione della piastra nel piano zy in corrispondenza dell'irrigidimento:

$$\theta = w_{,y} |_{y=y_{stiffener}}$$

Facendo riferimento al sistema di coordinate in figura, il secondo termine associato alle torsioni degli irrigidimenti (stiffeners) è dato da:

$$\Pi_{stiff} = \frac{1}{2} \int_0^a GJ^* w_{,xy}^2 dx |_{y=0} + \frac{1}{2} \int_0^a GJ^* w_{,xy}^2 dx |_{y=b}$$

In cui GJ^* sta ad indicare metà della rigidezza torsionale dell'irrigidimento GJ . Viene usato questo valore dal momento che, considerando il pannello irrigidito intero, ogni irrigidimento si comporta in modo da aumentare la resistenza alla rotazione attorno all'asse x sia della porzione di piastra che si sta considerando, che della porzione di piastra adiacente.

I vincoli dati dagli irrigidimenti, come già detto, si possono considerare una via di mezzo tra una situazione di semplice appoggio e d'incastro. Più in particolare, supponendo l'incastro come situazione limite in cui la rigidezza è infinita, è possibile modellizzare il vincolo dell'irrigidimento come un incastro con rigidezza finita.

Per questo la funzione che si è scelta per rappresentare lo spostamento fuori dal piano w , deve essere composta da un termine che soddisfi le condizioni di semplice appoggio dei due lati caricati e da un termine che soddisfi le condizioni al contorno di vincolo dei lati longitudinali.

$$w(x, y) = \left[A_1 \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) + \frac{A_2}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi y}{b}\right)\right) \right] \sin\left(\frac{\pi m}{a} x\right)$$

Dove A_1 e A_2 sono le ampiezze ignote.

Questa formulazione dello spostamento w rispetta le condizioni al contorno essenziali che impone il semplice supporto, infatti:

$$w = w_{,xx} = 0 \text{ per } x = 0, a$$

Le condizioni al contorno naturali date dall'equilibrio tra il momento torsionale lungo l'irrigidimento e il momento flettente lungo i bordi longitudinali della fascia di piastra, sono così esprimibili:

$$D_{22}w_{,yy}(x, b) = GJ^*w_{,xxy}(x, b)$$

$$D_{22}w_{,yy}(x, 0) = -GJ^*w_{,xxy}(x, 0)$$

Sfruttando una sola delle condizioni sopra riportate, è possibile esprimere uno dei due coefficienti ignoti in funzione dell'altro:

$$w(x, y) = A_1 \left[\sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) + \frac{GJ^*}{4D_{22}} b\pi \left(\frac{m}{a}\right)^2 \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi y}{b}\right)\right) \right] \sin\left(\frac{\pi m}{a} x\right)$$

Da questa espressione si ricavano le derivate e si inseriscono negli integrali delle energie interne prima definiti. Svolgendo gli integrali definiti (nel piano medio della piastra) si ottiene l'energia potenziale totale del sistema composto da piastra ed irrigidimenti.

Si impone l'equilibrio sfruttando il principio di minima energia potenziale totale:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial A_1} = \frac{\partial (\Pi_{skin} + \Pi_{stiff})}{\partial A_1} = 0$$

Dopo alcune manipolazioni algebriche, si ottiene un'equazione di equilibrio in cui si può mettere in evidenza la tensione incognita σ .

Introducendo la definizione dei seguenti coefficienti adimensionali:

$$\zeta_1 = \frac{GJ^* b}{D_{22}} \left(\frac{m}{a}\right)^2$$

$$\zeta_2 = \frac{48 + 320\zeta_1 + 48\pi^2\zeta_1^2}{48 + 128\zeta_1 + 9\pi^2\zeta_1^2}$$

$$\zeta_3 = \frac{96 + 256\zeta_1 + 24\pi^2\zeta_1^2}{48 + 128\zeta_1 + 9\pi^2\zeta_1^2}$$

Si può scrivere la seguente formula per la tensione d'instabilità locale delle piastre comprese tra due irrigidimenti:

$$\sigma_{cr,loc} = \frac{\pi^2}{t} \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 D_{11} + \left(\frac{a}{m}\right)^2 \left(\frac{1}{b}\right)^4 D_{22}\zeta_2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2 (D_{12} + 2D_{66})\zeta_3 \right]$$

La tensione critica corrisponde al modo d'instabilità che ha un numero di semionde nella direzione longitudinale m che minimizza $\sigma_{cr,loc}$.

Tramite Matlab è stato possibile riportare alcuni valori di $\sigma_{cr,loc}$ (in [Mpa]), in riferimento alla fascia di piastra centrale del caso sopra riportato, al variare di m e della larghezza p

m	1	2	3	4	5	6	7	8
$p = 200 \text{ mm}$	199.76	75.52	52.06	43.86	40.61	39.84	40.70	42.76
$p = 150 \text{ mm}$	595.91	203.29	128.55	100.76	87.04	79.53	75.58	74.03

Tabella 2.2: Valori del carico critico al variare di m

Da questi valori si può notare che la diversa valutazione della larghezza influisce in modo non trascurabile sulla determinazione del carico critico locale. Per un riscontro è necessario proseguire con delle prove numeriche.

3 MODELLI FEM

In questo capitolo vengono esposti i modelli agli elementi finiti delle strutture rappresentative legate al problema che si vuole affrontare. Nella prima parte si parla dei componenti isolati del pannello irrigidito e del pannello irrigidito integro e se ne valutano i carichi di cedimento a compressione per ottenere dei valori di partenza.

Per la realizzazione dei modelli FEM, si è fatto uso dei codici commerciali MSC PATRAN e NASTRAN: PATRAN è servito per ciò che riguarda il pre e post processing, ovvero per la determinazione della geometria, dei materiali, dei vincoli, della mesh, dei carichi applicati e per rappresentare e leggere i risultati ottenuti dalle analisi effettuate da NASTRAN, il quale, essendo legato alla fase di processing, viene impiegato per l'effettiva computazione legata al tipo di analisi che si è adottata (di buckling o statica non lineare).

Vengono riportate le caratteristiche dei modelli realizzati ed alcuni dei risultati ottenuti eseguendo l'analisi di buckling lineare (sol 105). Tramite questo tipo di analisi è possibile ricavare gli autovalori che corrispondono ai carichi d'instabilità della struttura di cui si sta studiando il modello. Questi valori, che vengono forniti come multipli o sottomultipli del carico che si è applicato, sono associati alle relative modalità di cedimento (forme modali). Le configurazioni deformate che offre quest'analisi, vengono visualizzate su Patran con gli spostamenti normalizzati rispetto il valore massimo.

3.1 ELEMENTO RIPETITIVO

Il primo modello che viene introdotto è quello dell'elemento ripetitivo del pannello irrigidito. Lo scopo è quello di studiarne il comportamento a compressione, valutarne i modi di instabilità e confrontare i risultati con la teoria.

Il modello è stato realizzato con elementi tridimensionali (3D) e la geometria e il materiale adottati sono gli stessi indicati precedentemente. Sia per lo skin che per il corrente sono stati impiegati gli HEX 8, elementi solidi a forma di parallelepipedo rettangolare che presentano 8 nodi, uno su ogni angolo dell'elemento.

Si è scelta un mesh sufficientemente fitta per ottenere dei risultati attendibili e per garantire la sovrapposizione dei nodi dei due componenti. L'adesione tra il corrente e la piastra, infatti, è stata idealizzata andando a "saldare" i nodi di contatto tramite la funzione equivalence. Tale comando agisce nei punti in cui sono posizionati due nodi di diverse entità geometriche, andando ad eliminare quelli in eccesso in modo da poter trattare l'unico nodo rimasto come appartenente ad entrambi i corpi.

Il modello è caricato tramite l'imposizione di uno spostamento di 1mm. Questo spostamento, dato che si vuole simulare una compressione assiale, è applicato a una delle estremità della struttura e coinvolge le sezioni di corrente e piastra in modo che esse traslino uniformemente lungo l'asse x, mentre sulle sezioni dell'altro estremo viene imposto un vincolo sullo spostamento longitudinale (ovvero $u=0$).

Le condizioni al contorno vengono imposte in modo da imporre un incastro sulle sezioni perpendicolari alla direzione di compressione e lasciare i lati longitudinali liberi.

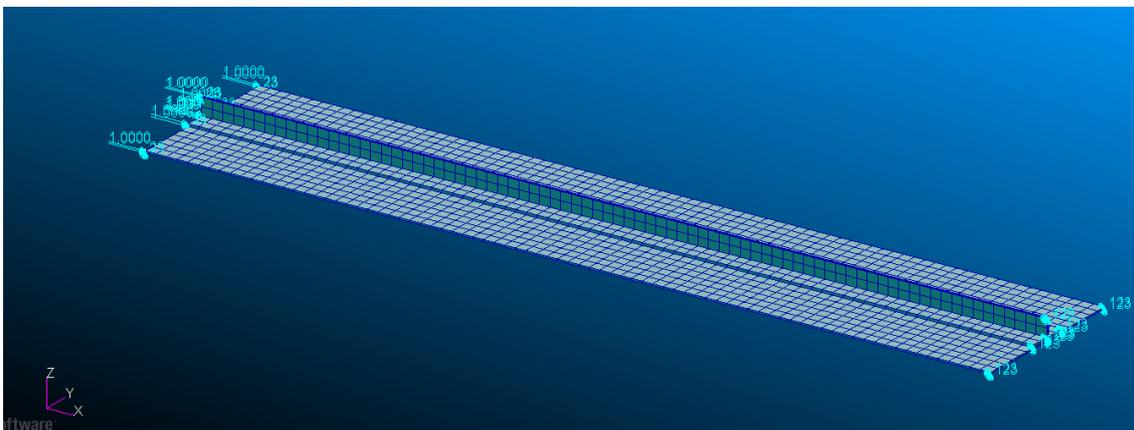


Figura 3.1: Modello 3D dell'elemento ripetitivo

Per indagare i modi di instabilità di questa struttura, si è fatto ricorso all'analisi lineare di buckling data dalla SOL 105 su NASTRAN. Attraverso tale soluzione, il codice estrae gli autovalori legati ai vari modi di instabilità sottoforma di sottomultipli (o multipli) del carico applicato.

Come accennato nel capitolo precedente, in una configurazione di questo tipo, ci si aspetta che una piastra, composta di materiale isotropo metallico, si comporti come una trave di Eulero (instabilità generale) e che quindi il primo carico di instabilità sia dato dall'omonima formula. In realtà, la presenza dell'irrigidimento longitudinale lungo la mezzeria della piastra può essere considerata a tutti gli effetti come un vincolo lungo i lati longitudinali di due piastre più strette che, quindi, potrebbero essere soggette ad instabilità locale per valori di carico minori rispetto a quello Euleriano.

Lanciando l'analisi, infatti, si è osservato che i primi modi di instabilità interessano i due lembi di piastra separati dall'irrigidimento. In particolare, i primi due modi presentano delle deflessioni fuori dal piano xy con $m=5$ e $m=4$ a livelli di carico compatibili con le previsioni ottenute considerando le fasce di piastre incastrate-libere sui lati longitudinali ($k=1.329$) e con i lati caricati compresi tra $p/2$ e $1/2(p - b)$.

Viene riportato la rappresentazione del primo modo con i risultati confrontati con quelli ottenuti dai grafici $k-a/b$.

$p/2$	$\frac{1}{2}(p - b)$	<i>FEM</i>
$m = 6$	$m = 7$	$m = 5$
35.07 MPa	62.35 MPa	43.74 MPa

Tabella 3.1: Confronto risultati dei casi limite con FEM

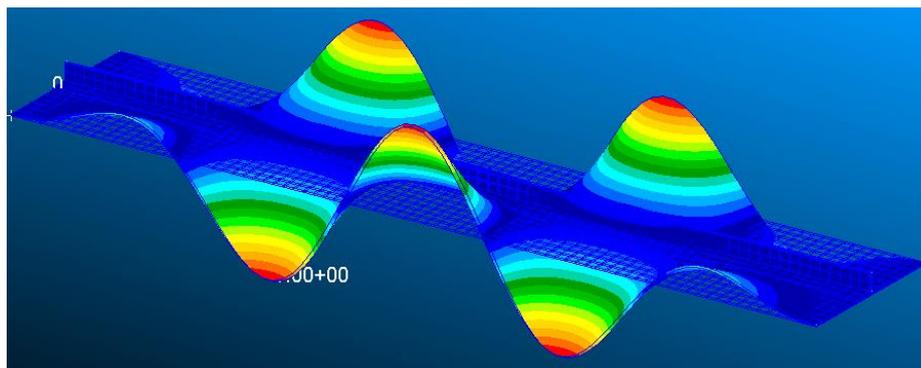


Figura 3.2: Instabilità locale dell'elemento ripetitivo con lati liberi

Dai risultati ottenuti è ragionevole pensare che la porzione della base del corrente sovrapposta al lato caricato della piastra, assorbe parte del carico causando un certo aumento della rigidezza flessionale della fascia di piastra. Alternativamente, la porzione della base del corrente che si sovrappone all'estremità della fascia può essere vista come un rigonfiamento dello spessore di quest'ultima.

Questo modo di instabilità, nella struttura irrigidita completa, sarebbe impedito dalla presenza degli altri elementi strutturali da ambo i lati della piastra.

I modi locali di questa struttura, dovuti all'assenza di vincoli sui lati laterali, possono essere utili se paragonati alla porzione esterna del pannello irrigidito completo. Andando a bloccare la traslazione fuori dal piano in uno solo dei due lati longitudinali dell'elemento ripetitivo, è possibile simulare il comportamento della zona in prossimità dell'ultimo irrigidimento del pannello completo. Queste forme modali sono stimate per un livello di carico di circa $\sigma_{loc} = 48.69 - 49.85 \text{ MPa}$.

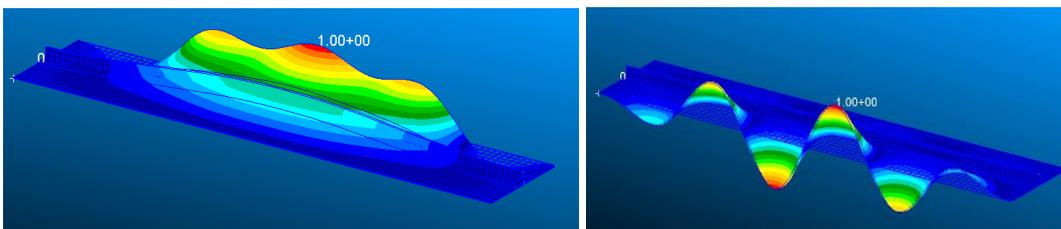


Figura 3.3: Instabilità locale dell'elemento ripetitivo con un lato semplicemente appoggiato e un lato libero

Per quanto riguarda l'instabilità Euleriana, legata alla deformazione globale della struttura in una configurazione "cilindrica", dai risultati FEM risulta apparire per valori di carico più elevati. Lo scopo della ricerca del carico d'instabilità generale è quello di verificare se si ottengono dei risultati compatibili con quelli stimati dalla teoria. Secondo l'analisi, per valori sempre più elevati di carico, si trova l'instabilità di tipo generale ad un livello di carico che è $\sigma_{FEM} = 51.3 \text{ MPa}$. Tale valore si discosta del 9% dal valore calcolato tramite la soluzione Smeared, ma si avvicina molto al valore calcolato dalla soluzione Euleriana.

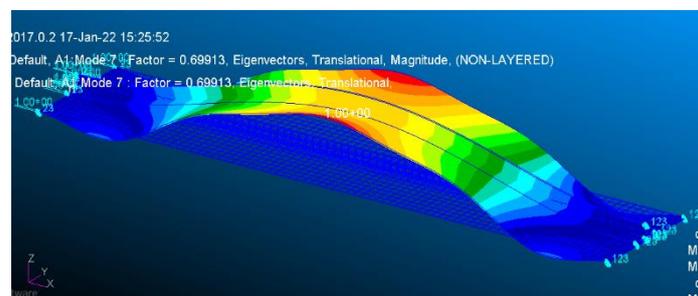


Figura 3.4: Instabilità generale dell'elemento ripetitivo (SOL105)

Data la vicinanza tra i valori di carico locale e generale ottenuti dalla SOL 105 e che tramite quest'ultima non sono date le ampiezze degli spostamenti, non è possibile capire l'entità della deformazione di un modo rispetto ad un altro e quanto i primi modi locali influenzino il cedimento globale del modello.

Risulta utile, dunque, effettuare un ulteriore tipo di analisi per indagare in maniera più accurata il comportamento associato all'instabilità a compressione di questo modello. Una volta definito il carico, lanciando la Sol 106 si ottiene un tipo di analisi in cui il codice tiene conto delle non linearità del problema, grazie a delle soluzioni numeriche, e calcola tutte le configurazioni associate agli stadi intermedi di un percorso di carico che va dallo 0 al 100% di quello che si è imposto. Praticamente, nella simulazione numerica, viene fatto aumentare il carico in maniera step by step fino al valore finale, e, per ogni step, il programma riesce ad estrapolare, tramite un processo di iterazione, i valori effettivi delle deformate.

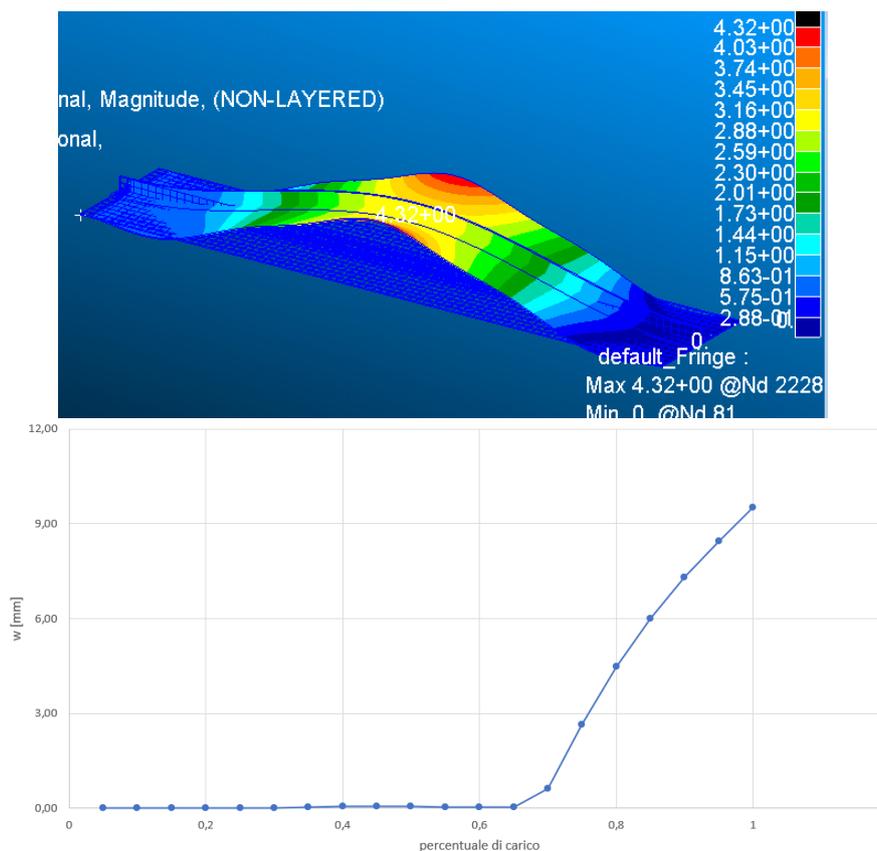


Figura 3.5: Instabilità generale dell'elemento ripetitivo (SOL106)

Da quest'analisi, assumendo di prendere come carico critico la percentuale di carico per cui si ha una deformazione fuori dal piano maggiore di 2 mm, si ottiene un risultato che si avvicina di più alla previsione teorica in cui la struttura viene idealizzata come una trave. Inoltre, se si segue il percorso di carico, si può verificare che i primi modi locali sono di trascurabile importanza rispetto a quello che coinvolge l'intera struttura.

3.2 FASCIA DI PIASTRA

In questa parte si riportano i risultati ottenuti dalle simulazioni effettuate per le porzioni di piastra centrali comprese tra due irrigidimenti. Queste porzioni vengono idealizzate con la stessa lunghezza del pannello irrigidito e con una larghezza che corrisponde proprio al passo p .

Per questo tipo di struttura si è realizzato un modello 2D per il quale si sono effettuate delle simulazioni cambiando il tipo di vincolo sui lati longitudinali e altre in cui si è cercato di simulare l'effetto dell'irrigidimento tramite l'inserimento di elementi 1D lungo i lati non caricati. Successivamente sono stati riprodotti dei modelli 3D in cui sono stati inseriti i correnti in configurazioni diverse.

3.2.1 MODELLI 2D

Il modello bidimensionale è stato realizzato attraverso l'utilizzo di elementi 2D QUAD4. Questi elementi sono di forma rettangolare e presentano un nodo ad ogni angolo per un totale di 4. Il modello è stato dotato di una mesh sufficientemente fitta e, come nel caso dell'elemento ripetitivo, il carico a compressione viene imposto tramite l'applicazione di uno spostamento unitario $u = 1 \text{ mm}$ su uno dei due estremi e bloccando lo spostamento u dell'altro. Volendo riprodurre l'incastro su questi estremi, si bloccano i restanti 2 gradi di libertà (gdl) di traslazione (v e w) e i 2 di rotazione attorno all'asse x ed all'asse y . Diversamente dagli elementi solidi usati nel modello 3D che posseggono 3 gdl, gli elementi QUAD4 hanno a disposizione 5 gdl.

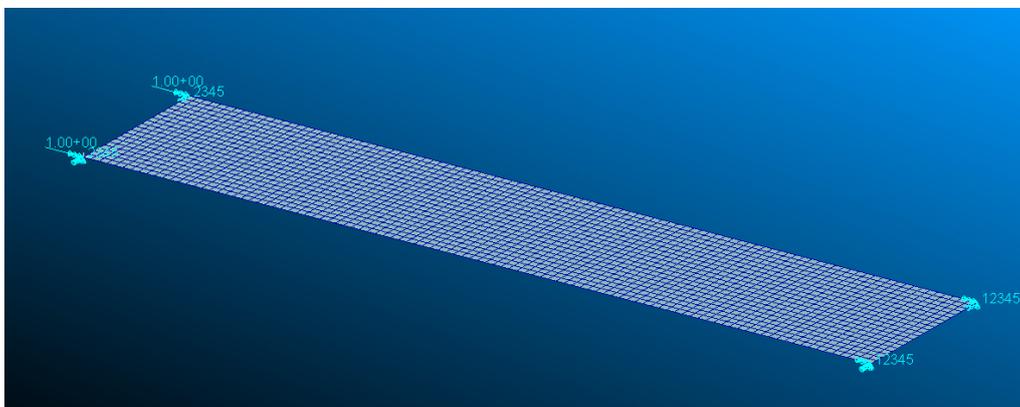


Figura 3.6: Modello 2D della fascia di piastra

Per le condizioni di vincolo sui lati longitudinali, in corrispondenza dei correnti, sono stati riprodotti 3 casi differenti:

- Lati semplicemente appoggiati. L'unico gdl bloccato è lo spostamento fuori dal piano;
- Lati incastrati. Viene bloccata la rotazione attorno all'asse x e lo spostamento fuori dal piano;
- Lato con elemento ROD. Su ciascun lato si sovrappone, tramite il comando equivalence, un elemento ROD con le proprietà (materiale, area della sezione trasversale e metà costante torsionale) dell'irrigidimento. Questo tipo di elemento ammette come gradi di libertà la traslazione lungo il proprio asse (x in questo caso) e la rotazione intorno ad esso

Nella seguente tabella sono riportati, per ogni caso sopraelencato, i valori (in MPa) dei primi carichi d'instabilità ottenuti dall'analisi di buckling lineare ed il numero di semionde m delle deformate associate. Tali risultati sono stati affiancati dai valori previsti dalla teoria, ricavati dalla formula di carico critico per piastre sottili e dalle tabelle che riportano gli andamenti del fattore d'instabilità in funzione del rapporto di forma. I valori di k e di m sono stati estratti in corrispondenza di $a/b = 5$ (la larghezza è proprio p), a seconda del caso di semplice appoggio o di incastro.

Lati longitudinali	semplice appoggio FEM	Incastro FEM	Presenza ROD	Semplice appoggio teoria	Incastro teoria	Vincolo elastico (barra di DSV)
m	5	7	6	5	7	6
$\sigma_{cr,loc}$	27.12	46.28	38.83	26.39	45.98	39.84

Tabella 3.2: Confronto risultati

Nella seguente immagine è riportata, a titolo di esempio, l'instabilità di tipo locale del caso in cui sono stati introdotti gli elementi ROD.

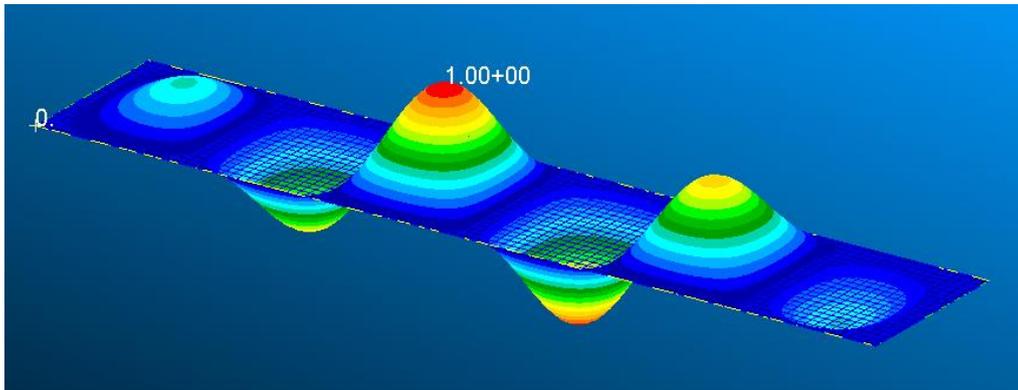


Figura3.7: Modello 2D della fascia di piastra con elementi ROD

I numeri delle semionde nelle configurazioni deformate risultano gli stessi previsti dalla teoria in tutti i casi trattati. Nelle configurazioni di semplice appoggio e di incastro i valori di carico critico risultano molto vicini a quelli previsti dalla teoria. Per quanto riguarda il caso in cui è presente l'elemento ROD, messo a confronto con il caso in cui l'irrigidimento è stato idealizzato come una barra di De Saint-Venant con una certa rigidezza torsionale GJ^* , il risultato si discosta del 2.5%.

Questa differenza può essere dovuta al fatto che l'elemento ROD è posizionato sul piano medio della piastra e, quindi, nella simulazione, non si tiene conto dell'eccentricità, distanza verticale tra la linea elastica del corrente ed il piano medio della piastra.

3.2.2 MODELLI 3D

Nei modelli bidimensionali della fascia di piastra, i vincoli forniti dagli irrigidimenti sono stati idealizzati come semplici appoggi, incastri e come vincoli elastici tramite elementi ROD con una certa costante torsionale.

In nessuno di questi modelli, però, si è potuto tenere conto dell'effettiva forma dell'irrigidimento e del posizionamento della sua linea elastica rispetto al piano medio della piastra.

Si sono riprodotti dei modelli tridimensionali per simulare il comportamento della fascia di piastra in cui sono stati aggiunti i veri e propri correnti. Da questo studio è stato possibile

verificare l'effetto della sovrapposizione della base dei correnti sul carico d'instabilità della piastra.

Sono stati realizzati due modelli di piastra identici: su uno sono stati inseriti i due correnti nella configurazione che si è vista fino ad adesso, mentre nell'altro, gli stessi correnti sono stati inseriti capovolti, in modo che sia direttamente l'anima del corrente ad essere in contatto con lo skin.

Dall'analisi di buckling si è potuto constatare che il secondo modello presenta un comportamento sovrapponibile a quelli ottenuti dai modelli 2D della fascia.

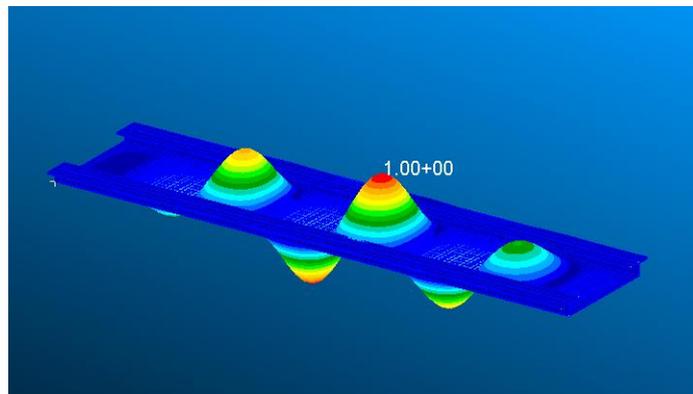


Figura 3.8: Modello 3D della fascia di piastra con correnti a T “dritta”

Infatti, con questa configurazione, i primi modi di instabilità interessano solo lo skin che, per valori di carico (circa 45 Mpa) paragonabili (circa 15%) a quelli stimati dal modello analitico che assume l'irrigidimento come una barra di DSV, assume una deformata con $m = 6$ e $m = 7$.

Per il modello con gli irrigidimenti che presentano la base in contatto con la piastra, invece, il primo valore di carico di buckling corrisponde alla modalità di cedimento flessionale di tutta la struttura.

Da queste simulazioni si è potuto constatare che i valori di carico critico locali ottenuti dai modelli bidimensionali, i quali risultano abbastanza accurati rispetto a quelli stimati analiticamente considerando il lato caricato lungo come il passo p , sono più assimilabili al caso di correnti a T posizionati con l'anima in contatto con lo skin. Tali valori, minori rispetto a quello stimato per il cedimento globale, suggerirebbero che il pannello rinforzato, se sottoposto a compressione uniassiale ed uniforme, entrerebbe in instabilità deformandosi localmente nelle zone dello skin comprese tra due irrigidimenti.

Probabilmente l'aumento del valore del carico critico euleriano della struttura con i correnti a T "dritta" (dovuto all'aumento del momento d'inerzia della sezione trasversale) da un lato e l'aumento del carico critico locale della struttura con i correnti a T "rovesciata" dall'altro, fanno sì che per il pannello irrigidito preso in considerazione in questo studio il primo carico di buckling corrisponde proprio ad una modalità di cedimento globale.

3.3 PANNELLO IRRIGIDITO INTEGRO

Il modello agli elementi finiti del pannello irrigidito completo è stato realizzato attraverso l'uso di elementi solidi HEX8 e la realizzazione di una mesh sufficientemente fitta. Il carico viene imposto bloccando una faccia di un estremo e imponendo uno spostamento unitario nella direzione assiale di tutta la faccia dell'altro estremo

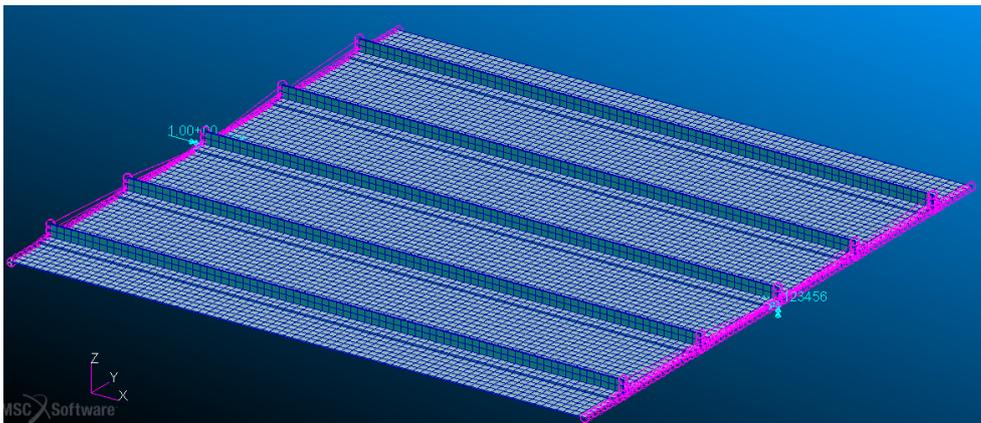


Figura 3.9: Modello 3D del pannello irrigidito

A differenza del modello 3D dell'elemento ripetitivo, sulle estremità di questo modello si sono posti due nodi nella mezzera della piastra all'altezza dell'asse neutro. Due elementi rigidi RBE 2, ognuno su un'estremità, legano questi nuovi nodi (nodi indipendenti) ai restanti nodi della faccia su cui sono collocati (nodi dipendenti). Questi elementi rigidi servono per trasmettere i vincoli e lo spostamento, imposti al nodo indipendente, ai restanti nodi dipendenti che si trovano sulla sezione esterna della piastra e degli irrigidimenti.

I lati estremi della piastra sono stati lasciati liberi. In una configurazione del genere, ci si aspetta che le fasce esterne di piastra siano le parti più sensibili al fenomeno di instabilità. Dall'analisi effettuata dalla sol 105 si ricava infatti che i primi modi di instabilità interessano proprio le zone esterne della struttura.

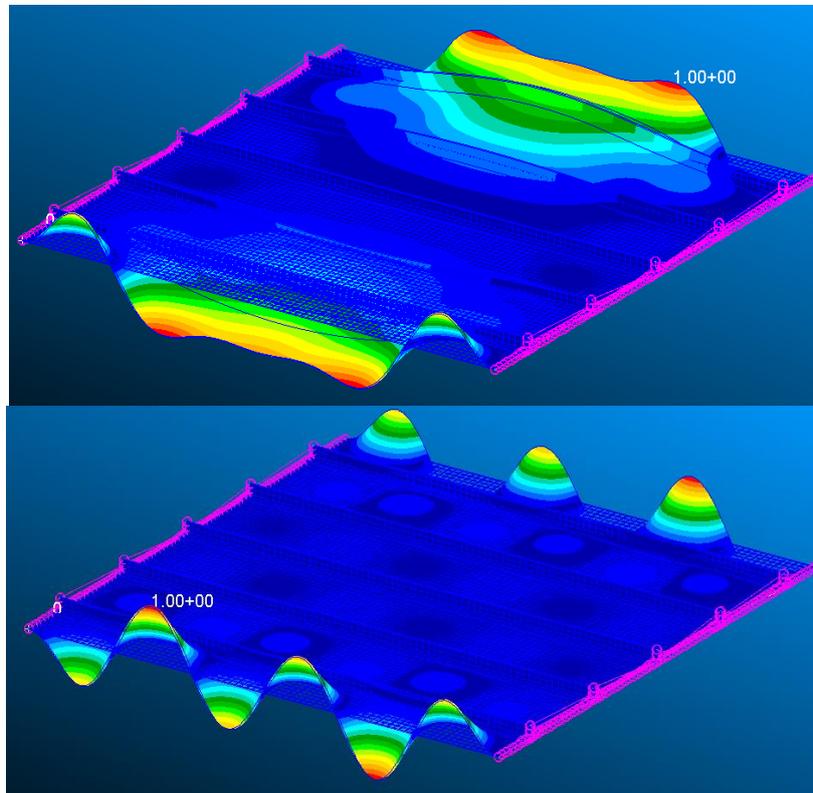


Figura 3.10: Instabilità locale delle zone esterne del pannello

I valori ottenuti non si discostano di molto dalle tensioni calcolate per il modello dell'elemento ripetitivo $\sigma_{cr,loc} = 50.59 \text{ MPa}$

Dalle prime figure dei modi di instabilità è stato possibile constatare che le zone che iniziano a deformarsi fuori dal piano sono quelle esterne che possiedono un lato libero (ovvero una minor rigidità fornita dalle condizioni al contorno). Inoltre, praticamente per gli stessi valori di carico, anche gli irrigidimenti esterni iniziano a curvare fuori dal piano. Nella prima immagine, infatti, si può apprezzare l'inizio di un accoppiamento tra il modo locale e generale del cedimento delle zone vicine ai lati liberi.

Per visualizzare il cedimento globale della struttura irrigidita, occorre l'estrapolazione dei modi successivi. Il valore di carico associato a questo cedimento non si discosta di molto rispetto a quelli appena riportati per il modo locale. Infatti, il modo che viene riportato nella figura seguente, è associato ad un fattore di carico che corrisponde ad una tensione $\sigma_{cr,ov} = 52.93 \text{ MPa}$

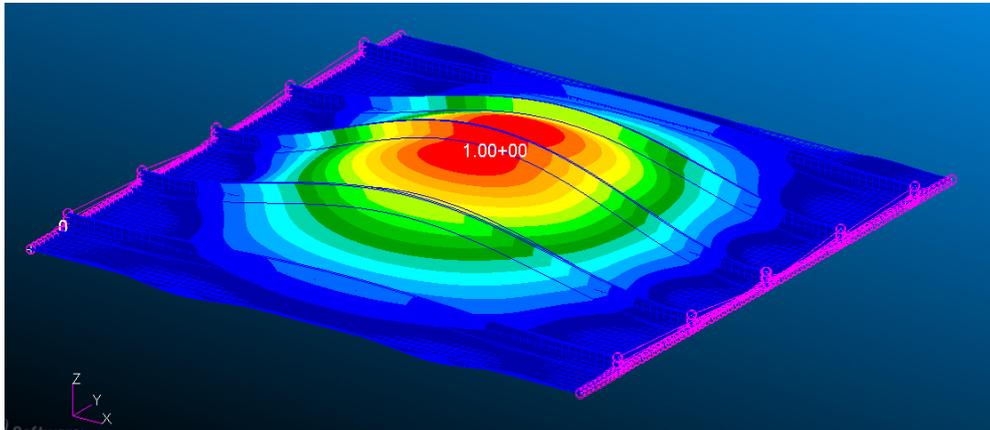


Figura 3.11: Instabilità di tipo generale dell'intero pannello (SOL 105)

Per un'analisi più accurata, anche per questo modello viene effettuata un'analisi di tipo non lineare.

Come è successo per il modello ripetitivo, in queste simulazioni si è potuto constatare che le instabilità delle zone esterne, dovute all'assenza di vincolo sui lati longitudinali dello skin, non influenzano il cedimento globale della struttura nel quale vengono coinvolti tutti i correnti. Si è anche potuto stabilire che il pannello irrigidito entra in instabilità generale inflettendosi fuori dal piano con uno spostamento $w > 0$ (si ingobba verso l'alto).

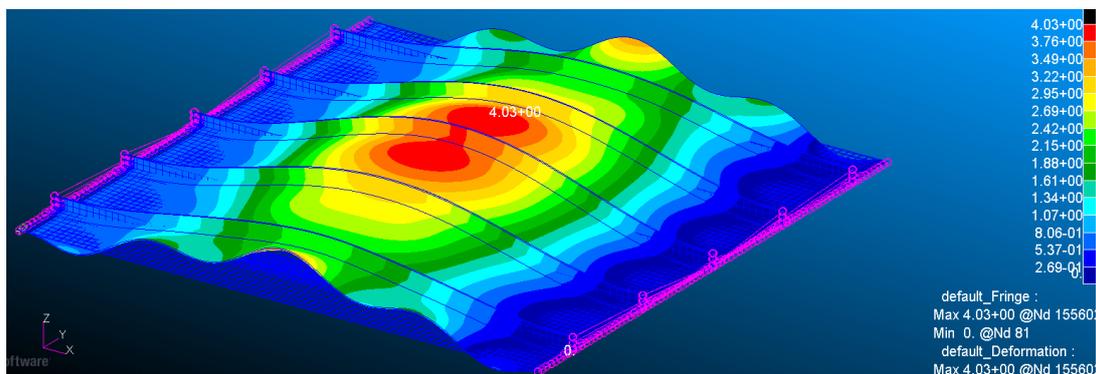


Figura 3.12: Instabilità di tipo generale dell'intero pannello (SOL 106)

Nella seguente immagine è riportato un grafico che rappresenta l'andamento dello spostamento fuori dal piano di nodi collocati in mezzzeria ($a/2$) di ogni irrigidimento al crescere del carico di compressione. Si può vedere come, secondo questo tipo di analisi, i primi correnti a flettersi fuori dal piano xy sono proprio quelli centrali.

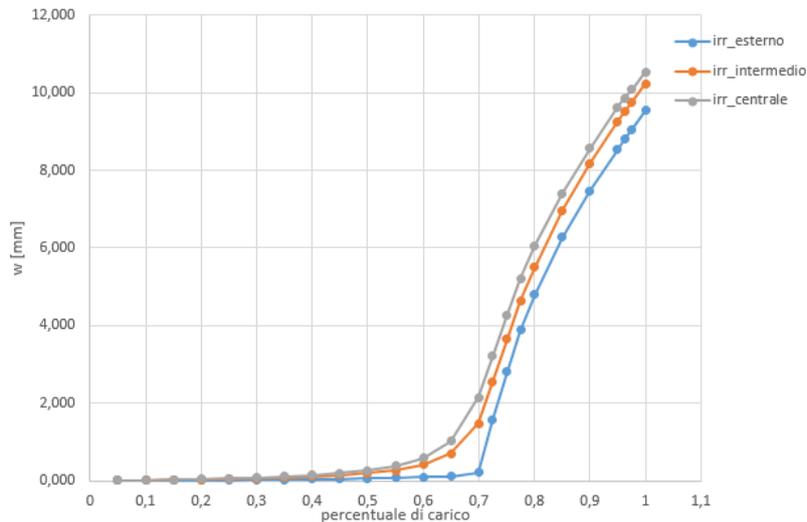


Figura 3.13: Grafico sforzo deformazione del caso integro

Estrapolando dalla SOL 106 la percentuale di carico imposto corrispondente al cedimento globale della struttura, si ottiene una stima di carico critico compatibile con quella estratta dall'analisi lineare.

3.3.1 MODALITÀ DI CEDIMENTO

Dai risultati ottenuti si può concludere che il carico di cedimento globale della struttura può essere interpretato come primo carico critico e che la piastra non entra in instabilità locale, se si escludono le zone più esterne, prima che l'intero pannello irrigidito vada in instabilità generale assumendo una deformata di forma cilindrica.

Per rafforzare quest'ipotesi si è eseguita una simulazione in cui viene bloccato lo spostamento trasversale al piano xy dei lati non caricati del pannello irrigidito.

In questo tipo di configurazione, dall'analisi di buckling lineare, la prima modalità di cedimento è proprio quella globale e si ottiene per un livello di carico paragonabile a quello precedentemente stimato $\sigma_{cr,ov} = 52.93 \text{ MPa}$. I modi d'instabilità successivi corrispondono a quelli locali in cui la porzione di piastra compressa tra due irrigidimenti entra in instabilità con $m = 7$ per un carico di valore $\sigma_{cr,loc} = 60.05 \text{ MPa}$ e quindi maggiore rispetto al carico di compressione che provoca l'instabilità generale.

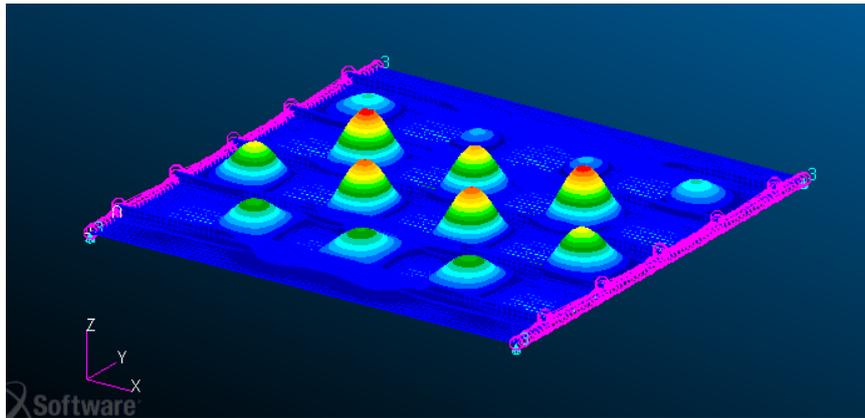


Figura 3.14: Instabilità di tipo locale dell'intero pannello (SOL 105)

È interessante notare che è possibile ottenere lo stesso risultato dal modello analitico in cui sono state introdotte le barre con una certa rigidità torsionale se si effettuano i calcoli considerando la larghezza della porzione di piastra b^* con un valore intermedio, ovvero come:

$$p - b < b^* < p$$

La determinazione esatta del carico critico locale di questo pannello irrigidito non è banale e probabilmente servirebbero dei modelli analitici più complessi di quelli usati in questa trattazione. Tuttavia, per una prima stima qualitativa, è stato possibile confermare il risultato ottenuto dal modello FEM tridimensionale del pannello irrigidito tramite i valori calcolati nei casi limite. Questi casi limite sono stati calcolati cercando di tenere conto della forma del corrente, ovvero della sovrapposizione della base del corrente sui lati della piastra; l'effetto è stato riprodotto facendo variare la larghezza della fascia di piastra nei casi di lati longitudinali:

- Semplicemente appoggiati
- Incastrati
- Elasticamente vincolati con una rigidità torsionale finita

I valori così stimati sono stati poi confermati dai modelli FEM 2D con l'inserimento dei corrispettivi vincoli e, nel caso di vincolo elastico, utilizzando l'elemento ROD lungo i lati non caricati.

4 DIFETTO

4.1 INTRODUZIONE GENERALE DEL DIFETTO

Dalle varie simulazioni numeriche che si sono svolte sui modelli discussi precedentemente, si è potuto constatare che per la piastra irrigidita presa in esame in questo lavoro, se sottoposta ad una compressione assiale uniforme e parallela alla direzione longitudinale dei correnti, il primo modo d'instabilità è di tipo primario. Ciò vuol dire che localmente la piastra non entra in instabilità prima che lo faccia in maniera generale l'intera struttura.

L'inserimento di un difetto può modificare il comportamento della struttura in tal senso. Se viene meno l'aderenza tra un corrente e la piastra per una certa porzione di spazio, è possibile prendere in considerazione una nuova zona di piastra per la quale è necessario effettuare uno studio di stabilità se la struttura è sottoposta a compressione.

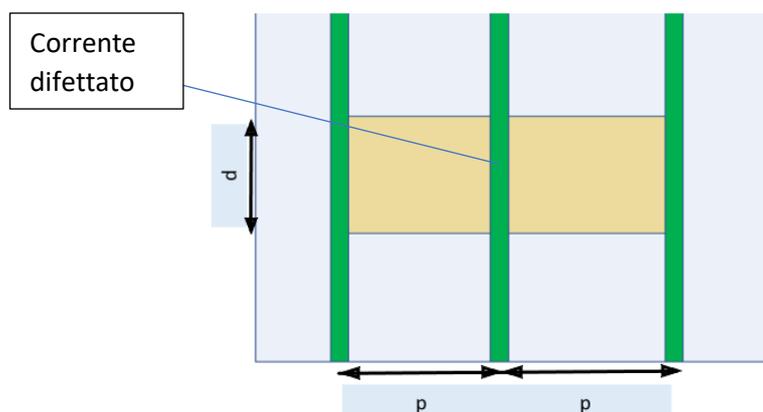


Figura 4.1: Difetto

La porzione di piastra che viene mostrata in figura, può essere vista come una piastra rettangolare i cui lati caricati risultano lunghi $2p$. La lunghezza di questa piastra virtuale, invece, corrisponde proprio alla dimensione d in cui c'è assenza di adesione (dimensione di debonding)

La piastra così considerata sarebbe comunque sottoposta a compressione uniassiale, ma avrebbe delle particolari condizioni al contorno: i lati longitudinali alla direzione del carico risulterebbero vincolati agli irrigidimenti adiacenti, mentre i lati trasversali sentirebbero

l'effetto combinato della presenza del resto dell'intera piastra e della porzione centrale (di lunghezza b del corrente) del lato che resta aderente al corrente.

Per questo tipo di piastra risulta dunque difficile andare a prevedere una tensione di buckling tramite la canonica formula che fa riferimento ai grafici del fattore di instabilità per piastre sottili. Tale difficoltà è dovuta non solo alle condizioni di vincolo appena discusse, ma anche dai piccoli rapporti di forma tra la dimensione longitudinale e quella trasversale.

La formula della tensione di buckling per una piastra sottile compressa uniassialmente mette in evidenza la forte dipendenza dalla dimensione del lato caricato b (σ è inversamente proporzionale al quadrato di b). Se nella struttura è presente una porzione di piastra che presenta un lato caricato sensibilmente maggiore delle porzioni di piastra che si sono studiate nei capitoli precedenti, è necessario chiedersi se in questa zona possa instaurarsi un'instabilità locale dello skin.

Dato che la formula di tensione di buckling risulta anche essere direttamente proporzionale al fattore k , e che quest'ultimo dipende fortemente dal rapporto di forma per valori di $a/b < 3$, ci si aspetta che la dimensione del difetto ($d=a$ per questa porzione di piastra) influenzi il valore della tensione di instabilità locale e che da un certo valore in poi, nel modello di struttura irrigidita che si sta studiando, porti tale valore ad essere minore del valore di tensione per il quale avviene il cedimento dell'intera struttura.

Inoltre, può essere utile indagare l'effetto della scelta dell'irrigidimento in cui posizionare il difetto. Questo potrebbe ripercuotersi sia sul valore della tensione di buckling locale sia sul comportamento post-buckling.

Nei capitoli successivi vengono riportati i risultati ottenuti dalle simulazioni effettuate sui modelli FEM del pannello irrigidito in cui sono stati fatti variare la dimensione e la posizione del difetto. A tale scopo è stato utile numerare gli irrigidimenti. Si distinguono:

- Gli irrigidimenti 1 e 5 che corrispondono agli irrigidimenti esterni;
- Gli irrigidimenti 2 e 4 che corrispondono agli irrigidimenti intermedi;
- L'irrigidimento 3 che corrisponde all'irrigidimento centrale.

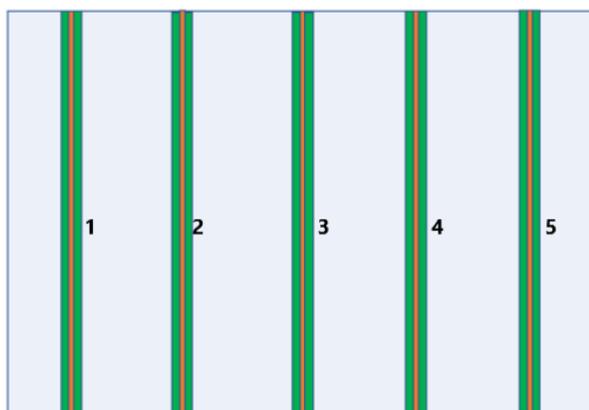


Figura 4.2: Numerazione correnti

Data la simmetria del problema, per gli irrigidimenti esterni ed intermedi sono state effettuate le simulazioni prendendo in considerazione uno solo dei due componenti così denominati.

Il modello di riferimento che viene usato in questi capitoli, è lo stesso utilizzato per simulare il comportamento del pannello irrigidito. Per ogni irrigidimento (centrale, intermedio ed esterno) sono state effettuate delle simulazioni in cui si è fatta variare la dimensione del difetto fino a dei valori compatibili con i risultati attesi. Il centro della dimensione di debonding in ogni caso è posizionato in mezziera del pannello ($a/2$)

Il difetto è stato simulato andando ad eliminare la “saldatura” dei nodi, ottenuta tramite l’equivalence, tra il corrente interessato e la piastra.

Nell’immagine seguente viene riportato, a titolo di esempio, il caso del difetto localizzato sull’irrigidimento centrale. Ovviamente, il numero di nodi esclusi dall’equivalence (contrassegnati in nero nella figura), deve coincidere con la dimensione di debonding che si vuole simulare.

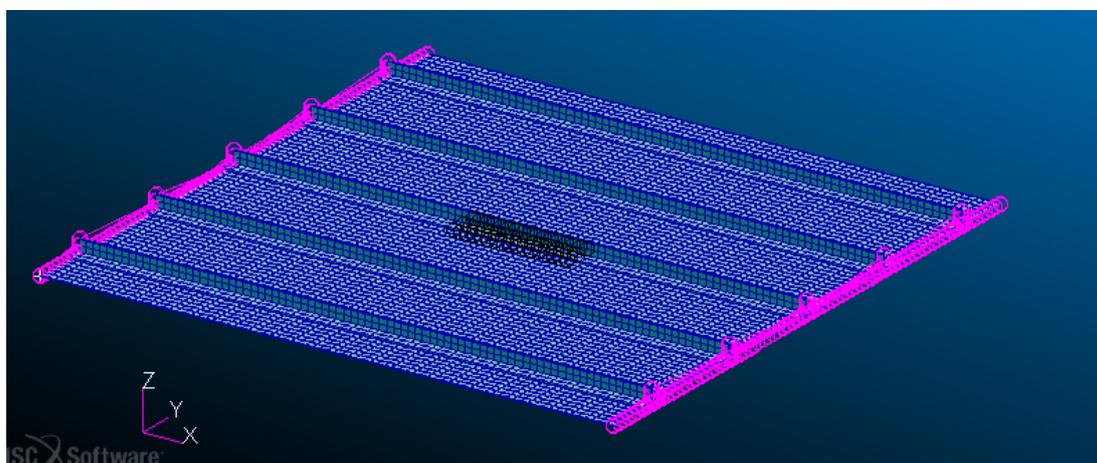


Figura 4.3: Difetto nel modello FEM

4.2 ANALISI E RISULTATI

Anche per questo tipo di configurazioni, le analisi di buckling sono state svolte utilizzando le SOL 105 e 106:

- La SOL 105 ha permesso di estrapolare i valori dei primi carichi d'instabilità. Dato che tale estrapolazione si basa su uno studio agli autovalori del problema, questo tipo di analisi non riesce a tenere conto del percorso di carico o di eventuali disturbi applicati al modello; inoltre, essendo un'analisi lineare, non è possibile tenere conto del contatto tra due entità solide nel programma. A causa di queste limitazioni, dalla SOL 105 sono stati ricavati solo modi di instabilità locale della piastra in cui quest'ultima, imbozzandosi fuori dal piano verso l'alto ($w > 0$), compenetrava nell'irrigidimento su cui era stato inserito il difetto (che ovviamente non è fisicamente possibile);

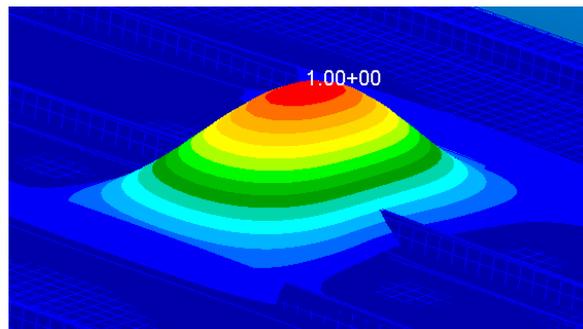


Figura 4.4: Incurvamento l'alto

- La SOL 106 offre la possibilità di inserire una forzante, di entità trascurabile se paragonata al carico di compressione, in modo tale da indurre la deformazione locale della piastra verso il basso. Ricavando anche i grafici di carico-deformazione, da cui si sono potuti visualizzare i carichi d'instabilità, è stato possibile validare i valori ottenuti dall'analisi di Buckling effettuata dalla SOL 105.

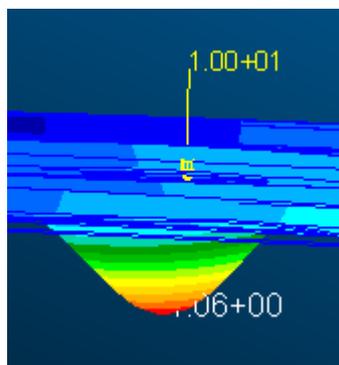


Figura 4.5: Incurvamento verso il basso

4.2.1 DIFETTO SU IRRIGIDIMENTO CENTRALE

Il primo corrente in cui viene inserito il difetto è quello centrale.

Come accennato nell'introduzione, ci si aspetta che caricando l'intera struttura a compressione, la porzione di piastra che si trova in prossimità del difetto sia la prima parte strutturale ad andare in instabilità.

Si è visto che per questo tipo di pannello irrigidito, in questa configurazione di carico e di vincolo, il primo modo di instabilità che si incontra è quello locale che interessa le parti di piastra esterne che hanno un lato libero. Si è inoltre dimostrato che questa instabilità si ottiene ad un livello di carico che è molto vicino al carico critico d'instabilità generale dell'intera struttura.

Risulta dunque utile stimare la lunghezza minima della dimensione di debonding per la quale il primo modo d'instabilità interessi localmente la sola porzione di piastra vicina al difetto.

Dalle simulazioni fatte con la SOL 105 si è potuto osservare che per dimensioni di d inferiori a 100mm, i primi modi d'instabilità sono gli stessi del caso del pannello integro. Quando $d = 100mm$ (ovvero a un decimo della lunghezza totale della struttura) iniziano a comparire delle deformazioni non trascurabili dovute all'instabilità locale della porzione di piastra larga $2p$ e lunga proprio d .

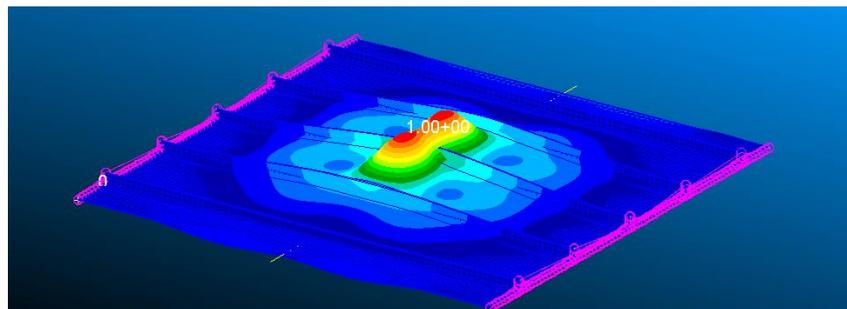


Figura 4.6: Prima modalità di cedimento $d = 100 \text{ mm}$

(immagine ottenuta da sol106 per $d=100mm$ con rigonfiamento errato, probabilmente bisogna aumentare il valore della forzante)

Questo rigonfiamento si ottiene per valori di carico ancora troppo vicini a quelli stimati per l'instabilità generale per poter apprezzare una netta distinzione con quella locale.

Come da previsione, aumentando la dimensione di debonding d , i valori di carico per cui si generano questi tipi di rigonfiamento, sono via via minori. In particolare, per $d > 100mm$, questi valori tendono a decrescere più rapidamente all'aumentare di d .

Il primo risultato che presenta una deformata compatibile con quella attesa, in cui si riesce ad apprezzare la differenza con il carico di instabilità generale, si ottiene per $d = 200mm$.

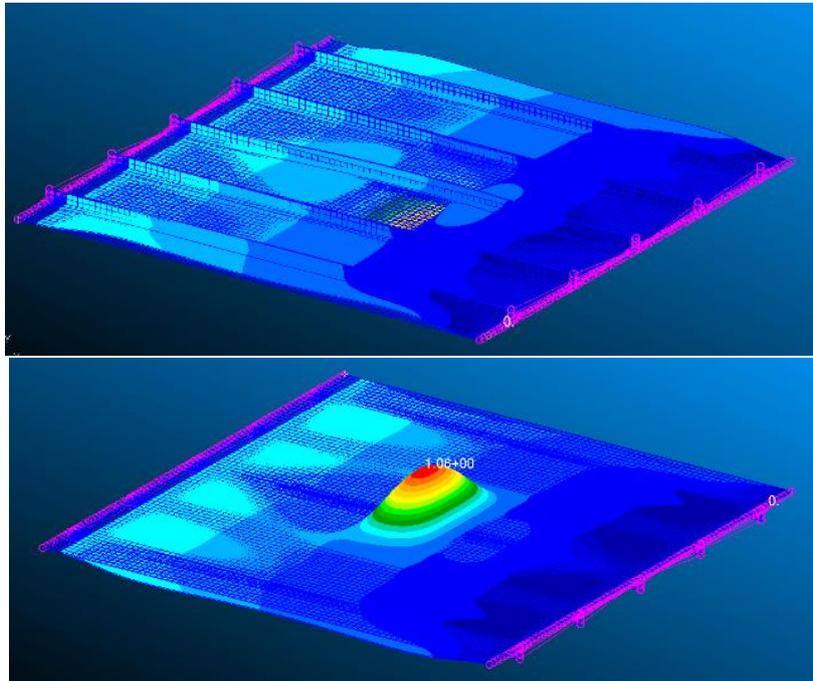


Figura 4.7: Prima modalità di cedimento $d = 200 mm$

Nelle immagini sopra riportate (nella seconda il pannello è ribaltato) sono raffigurate le forme dell'imbozzamento previsto. Tale modo d'instabilità è ottenuto per un livello di carico che vale $\sigma_{cr,loc} = 22.90 MPa$ e quindi sensibilmente minore a quelli calcolati finora ed al carico di instabilità generale ($\sigma_{cr,ov} \sim 53 MPa$).

Tramite l'analisi della SOL 106, è possibile visualizzare il comportamento dell'intera struttura per valori di carico superiori. Per dei valori non dissimili da quelli ottenuti per il pannello integro, la struttura entra in instabilità generale andandosi ad incurvare fuori dal piano con uno spostamento verso l'alto.

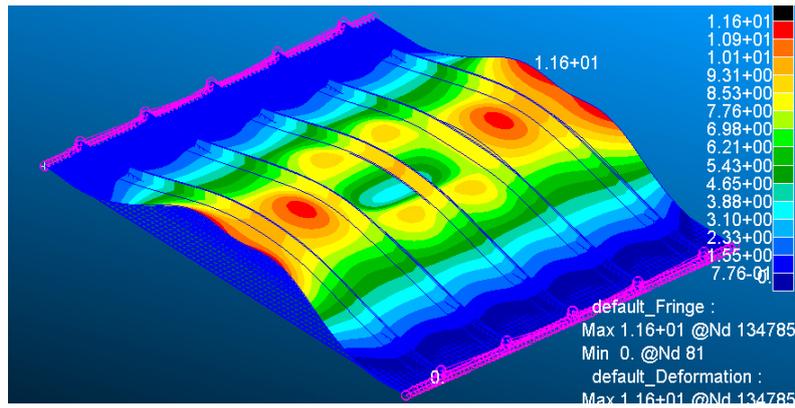


Figura 4.8: Cedimento globale $d = 200 \text{ mm}$

Andando a tracciare il grafico che riporta l'andamento dello spostamento verticale di un punto centrale della porzione di piastra vicina al difetto in funzione del carico, è possibile individuare l'inizio dell'instabilità locale e di quella generale:

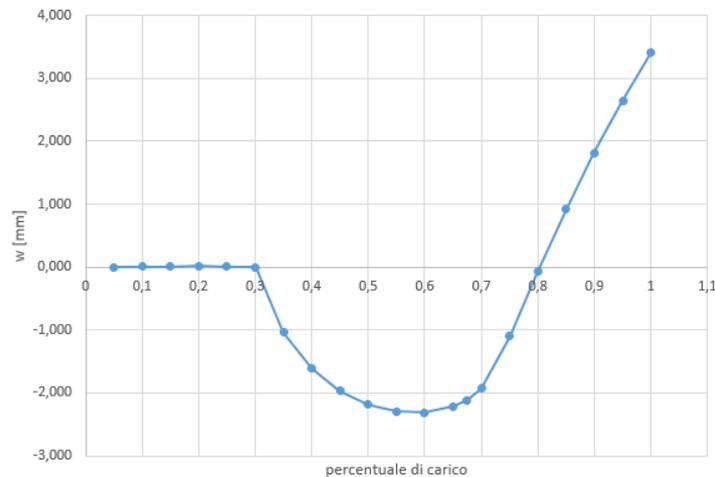


Figura 4.9: Spostamento verticale della zona difettata

- Il primo tratto in cui lo spostamento vale 0 sta a rappresentare la situazione di pre-buckling in cui l'intera struttura sta subendo una deformazione assial-simmetrica;
- Il ginocchio, collocato ad un valore che è circa il 30% del carico, sta ad indicare l'inizio del rigonfiamento verso il basso dello skin e quindi l'inizio del buckling locale;
- La variazione dell'andamento dello spostamento w , che da decrescente diventa crescente, sta ad indicare l'inizio dell'instabilità generale della struttura.

Se per un primo tratto la piastra tende ad incurvarsi verso il basso, ad un certo livello di carico cambia il verso dello spostamento w e la piastra viene trascinata verso l'alto dal resto della struttura che sta entrando in instabilità generale.

Per visualizzare meglio questo comportamento è utile riportare un grafico in cui si mettono a confronto gli spostamenti verticali in funzione della percentuale di carico della piastra e dell'irrigidimento (in riferimento a dei punti collocati sulla mezzeria di entrambi). Il grafico in particolare fa riferimento al caso $d = 200 \text{ mm}$, ma in generale sono osservati gli stessi andamenti delle curve per tutti i casi in cui $d < 200 \text{ mm}$.

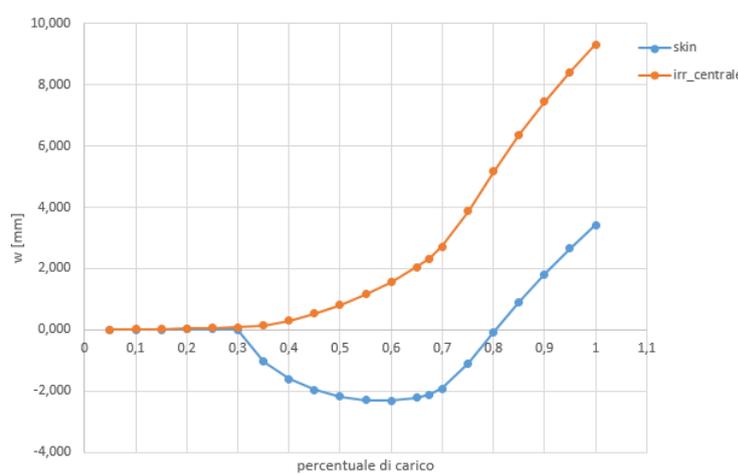


Figura 4.10: Grafico sforzo deformazione $d = 200 \text{ mm}$

Nel tratto di carico compreso tra l'innescò dell'instabilità locale e di quella generale, si nota che l'irrigidimento inizia lentamente ad incurvarsi verso l'alto. È doveroso precisare che, mentre questo corrente inizia a deformarsi fuori dal piano, gli altri rimangono rettilinei fino al raggiungimento della $\sigma_{cr,ov}$.

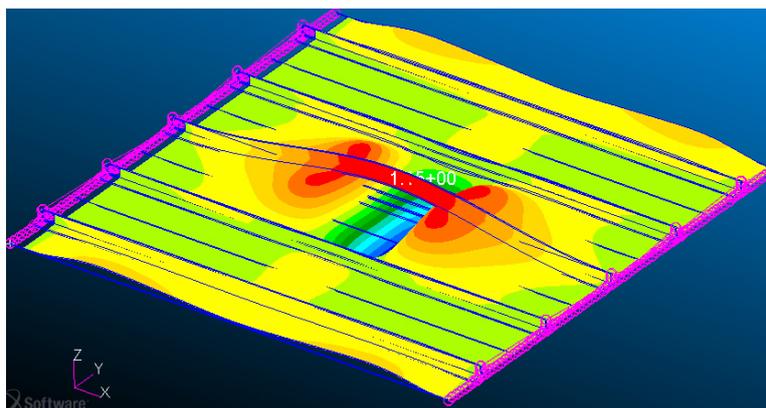


Figura 4.11: Comportamento del corrente difettato $d = 200 \text{ mm}$

Nell'immagine soprariportata sono state evidenziate le componenti verticali degli spostamenti in una situazione di carico intermedia (tra locale e generale), così da mettere in evidenza il comportamento del corrente centrale. Quest'ultimo, non avendo più il supporto dato dalla porzione di piastra sottostante, risulta essere maggiormente sollecitato rispetto agli altri correnti. Dato il comportamento del corrente difettato, per individuare graficamente il cedimento globale è utile riportare il grafico carico spostamento w per gli altri correnti.

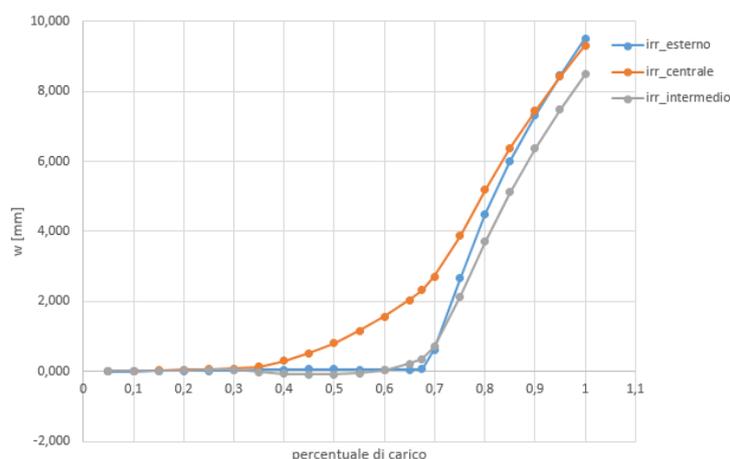


Figura 4.12: Grafico sforzo deformazione $d = 200 \text{ mm}$

L'inversione di verso nello spostamento della porzione di piastra, dovuto all'incurvamento verso l'alto dell'intera struttura provocato dal buckling generale, è un fenomeno che sussiste per dimensioni del difetto non troppo grandi. È stato osservato, infatti, che nelle simulazioni effettuate con $d > 200 \text{ mm}$ il cedimento dell'intera struttura consiste in una deformata come quella mostrata nella seguente figura, in cui sia lo skin che tutti i restanti correnti sono incurvati verso il basso.

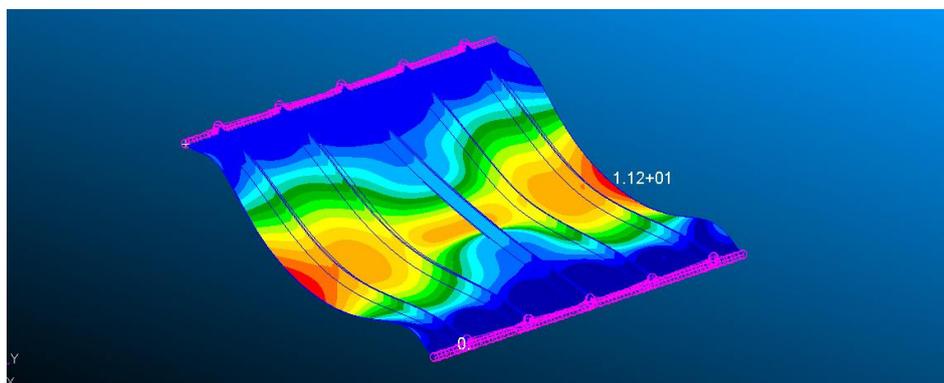


Figura 4.13: Instabilità di tipo generale $d = 225 \text{ mm}$

L'immagine fa riferimento al caso $d = 225 \text{ mm}$ e ad una situazione di carico al 100%.

Se si tracciano gli andamenti degli spostamenti fuori dal piano della piastra e del corrente in funzione del carico applicato, si ottengono le seguenti curve (in riferimento al caso $d = 225 \text{ mm}$ e a dei punti collocati sulle mezzerie dei due componenti strutturali).

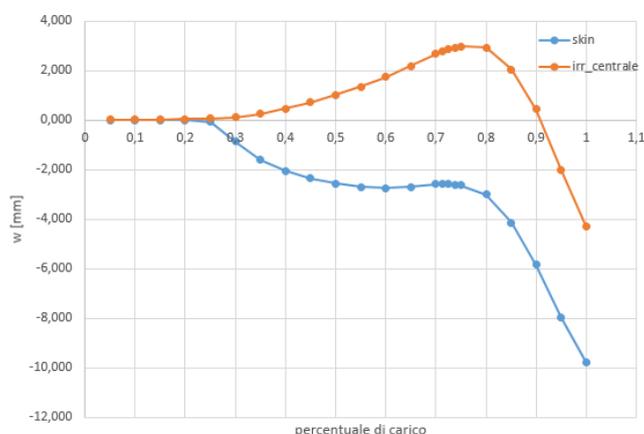


Figura 4.13: Grafico sforzo deformazione $d = 225 \text{ mm}$

I grafici di questo tipo riportati per i casi con $d > 200 \text{ mm}$ presentano delle curve carico-spostamento w caratterizzate da questi andamenti.

Tale comportamento può suggerire che oltre una certa dimensione d , è l'instabilità locale della porzione di piastra a trascinare l'intera struttura, la quale, quindi, tenderà ad entrare in instabilità inflettendosi verso il basso.

Dato che il corrente e la fascia di piastra ad esso sottostante si influenzano a vicenda dopo l'instabilità locale, non è possibile individuare correttamente il cedimento generale della struttura dal grafico dei loro spostamenti fuori dal piano.

A tale scopo, è utile indagare il comportamento degli altri irrigidimenti e determinare per quale percentuale di carico lo spostamento fuori dal piano di uno di essi inizia ad assumere un valore diverso da 0.

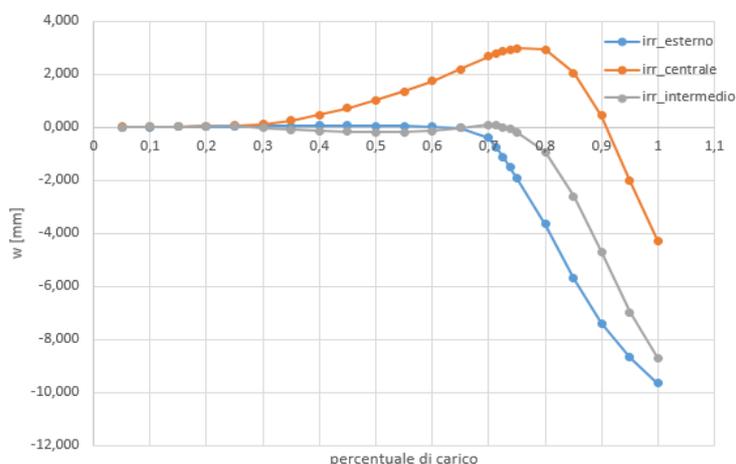


Figura 4.14: Grafico sforzo deformazione $d = 225 \text{ mm}$

Dal grafico si può osservare che i correnti più esterni iniziano ad inflettersi verso il basso per gli stessi valori di tensione visti finora, ovvero per $\sigma_{cr,ov} \cong 53 \text{ MPa}$.

Dalle simulazioni si è potuto constatare che, aumentando sempre di più la dimensione del difetto, la prima modalità di cedimento è sempre quella locale, associata al rigonfiamento della porzione di skin vicina al difetto, ma è provocata da valori di carico sensibilmente minori.

Mentre il cambiamento del valore della tensione che innesca l'instabilità locale della piastra influenza anche il comportamento dell'irrigidimento corrispondente, non è stato osservato un notevole cambiamento nei valori di tensione che provocano il buckling degli altri irrigidimenti. Di seguito sono stati riportati per i casi $d = 200, 300, 400, 500 \text{ mm}$ l'andamento dello spostamento fuori dal piano di un punto collocato sulla mezzeria dell'irrigidimento 2.

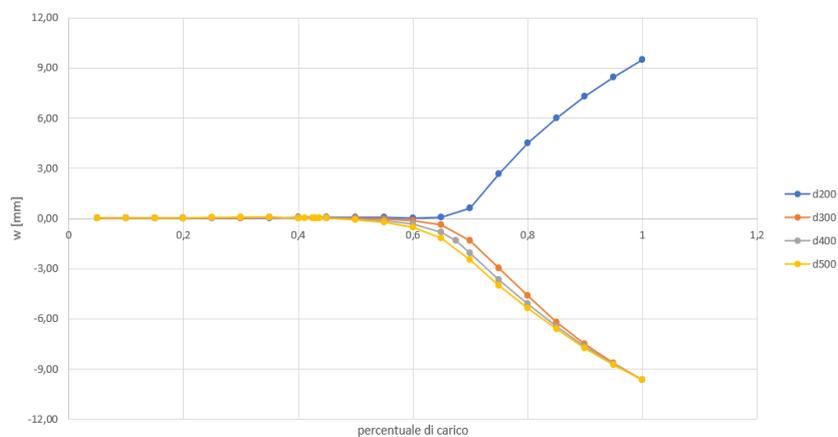


Figura 4.15: Instabilità di tipo generale per diversi valori di d

Nel seguente grafico si riportano i valori delle prime tensioni d'instabilità della struttura irrigidita al variare della dimensione del difetto d . Si può notare come l'andamento di $\sigma_{cr,loc}$ tende ad un asintoticamente al valore di 14 MPa per dimensioni del difetto che si avvicinano a $d = 500 \text{ mm}$.

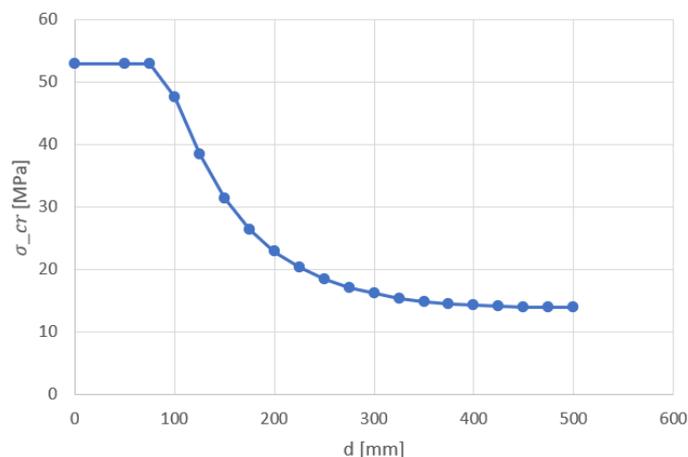


Figura 4.16: Grafico $\sigma_{cr} - d$ difetto sull'irrigidimento centrale

Per valori di debonding superiori, il minimo valore del carico di buckling per la porzione di piastra è associato ad una deformata con due semionde longitudinali. Questo tipo d'instabilità sarebbe impedito dalla presenza del corrente e perciò non viene considerato.

4.2.2 DIFETTO SU IRRIGIDIMENTO INTERMEDIO

Adesso viene trattato il caso in cui il difetto, sempre inteso come assenza di saldatura dei nodi, è collocato tra uno dei due irrigidimenti intermedi (viene scelto l'irrigidimento 4) e la porzione di skin ad esso sottostante. Vengono effettuate diverse simulazioni in cui si lascia invariata la posizione del centro del difetto ma viene fatta variare la sua lunghezza d .

Ci si aspetta che da un certo valore della dimensione del difetto, come nel caso di difetto posizionato nel corrente centrale, la prima modalità di cedimento, dovuto alla compressione assiale della struttura, interessi localmente la zona dello skin in prossimità del difetto. Inoltre, dato che viene scelto uno solo dei due irrigidimenti 1, ci si aspetta dei i campi di deformazione, ottenuti dall'analisi non lineare, non più simmetrici.

Anche in questa configurazione difettata, i risultati per tutti i casi in cui $d < 100 \text{ mm}$ sono pressoché uguali a quelli ottenuti nel caso del pannello integro.

La prima simulazione il cui primo autovalore estratto dalla SOL 105 è legato all'imbozzamento locale dello skin, è quella nella quale la dimensione di debonding è proprio $d = 100 \text{ mm}$. Anche in questo caso, nonostante l'utilizzo dell'analisi non lineare e della forzante che dovrebbe innescare l'incurvamento nella giusta direzione, non è stato possibile riprodurre una deformata realistica (ovvero senza la sovrapposizione della piastra sul corrente).

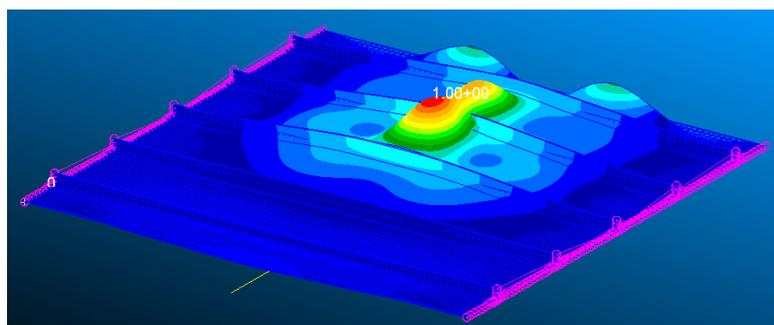


Figura 4.17: Prima modalità di cedimento $d = 100 \text{ mm}$

Il valore di carico per cui si ottiene questa deformata è molto vicino a quello che porta al cedimento dell'intera struttura; dalla figura, infatti, anche se non rappresentativa della realtà, si può notare che l'instabilità coinvolge debolmente anche gli irrigidimenti vicino al difetto.

Per lunghezze del difetto maggiori di 100 mm, si iniziano ad ottenere instabilità locali dello skin a dei valori di carico sensibilmente minori e con deformate realistiche.

Dalla simulazione del modello in cui è presente il difetto di lunghezza $d = 200 \text{ mm}$, è stato possibile estrapolare, per un valore di carico di circa $\sigma_{cr,loc} = 23.29 \text{ MPa}$, la seguente deformata legata al cedimento locale dello skin.

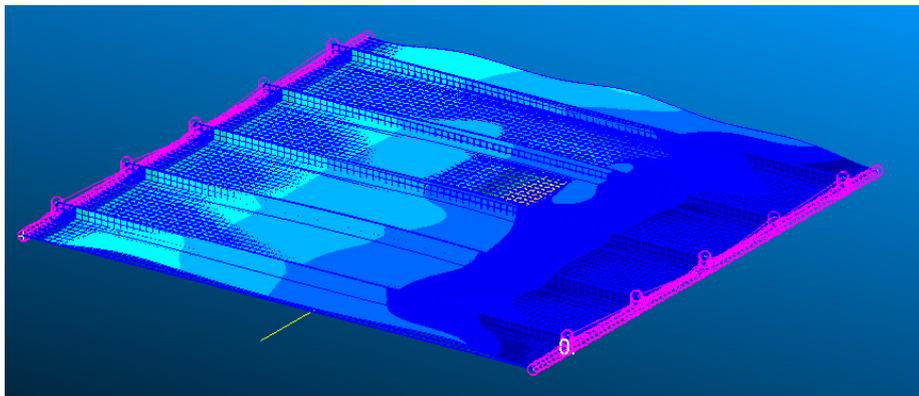


Figura 4.18: Prima modalità di cedimento $d = 200 \text{ mm}$

Per visualizzare e valutare l'effetto del cedimento locale della piastra su quello dell'intera struttura, è necessario procedere l'analisi con la SOL 106. Aumentando il carico di compressione si è notato che l'irrigidimento 1 nel quale è stato inserito il difetto, come nel caso dell'irrigidimento centrale, tende ad incurvarsi verso l'alto in maniera lenta e continua.

Questo irrigidimento inizia ad inarcarsi verso l'alto nel momento in cui la porzione di piastra è soggetta al cedimento locale. Tale comportamento induce un cambiamento nello spostamento della piastra che, dopo essersi incurvata velocemente verso il basso a causa del $\sigma_{cr,loc}$, viene trascinata nuovamente verso l'alto dalla porzione di corrente ad essa soprastante.

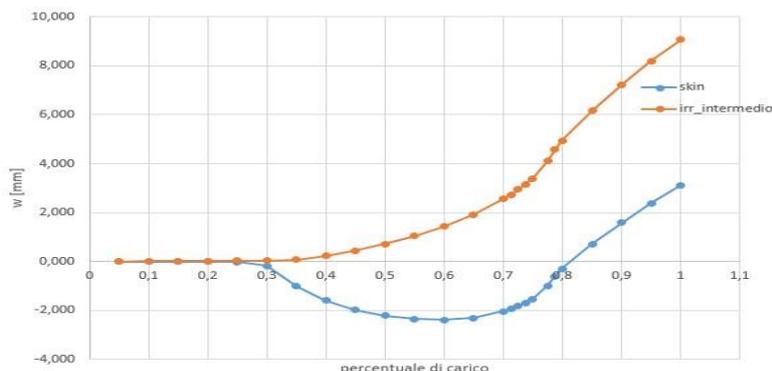


Figura 4.19: Grafico sforzo deformazione $d = 200 \text{ mm}$

Quando il carico assume il valore che porta l'intera struttura al cedimento globale ($\sigma_{cr,ov} \approx 53 \text{ MPa}$), avviene la deformazione fuori dal piano anche di altri correnti. Nell'immagine è riportato il modello contenente il difetto di lunghezza $d = 200 \text{ mm}$ per il livello di carico appena citato.

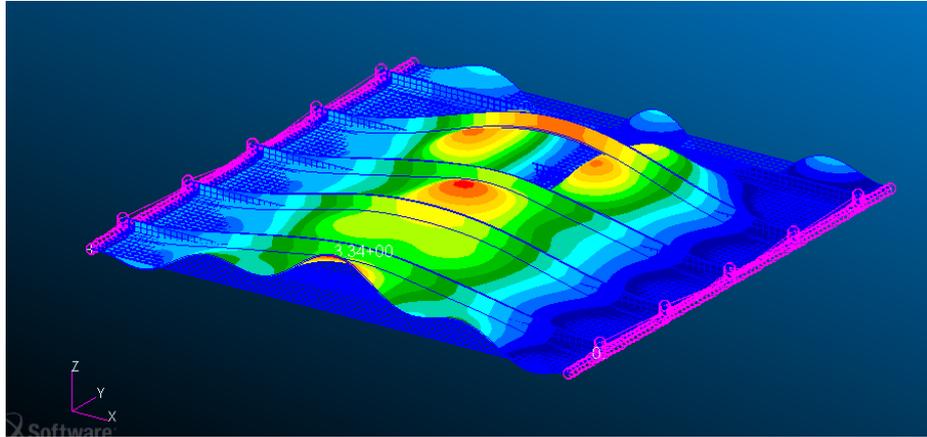


Figura 4.20: Cedimento globale $d = 200 \text{ mm}$

L'instabilità globale della struttura, in questa configurazione difettata, non comporta la flessione di tutti i correnti allo stesso livello di carico. Si è osservato che il corrente esterno adiacente al difetto entra in instabilità per valori di stress maggiori deformandosi verso l'alto seguendo i restanti correnti.

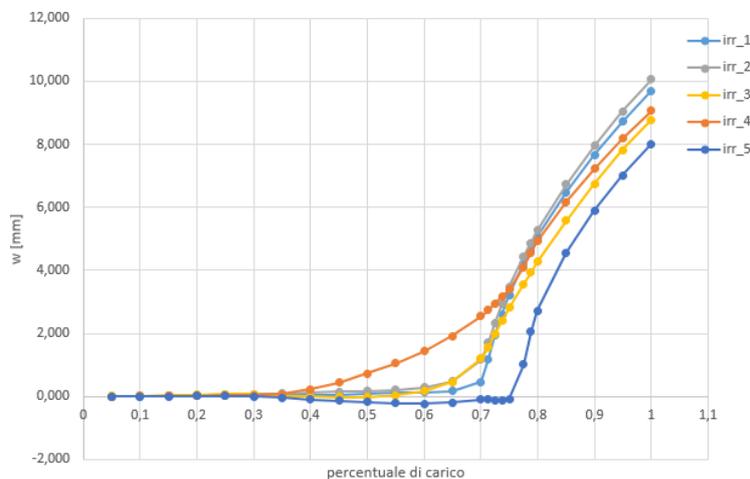


Figura 4.21: Grafico sforzo deformazione $d = 200 \text{ mm}$

Tale ritardo può essere dovuto dal fatto che questo corrente risulta il più influenzato dall'incurvamento locale e che quindi è necessario una sollecitazione maggiore per farlo incurvare verso l'alto.

Per valori dimensioni del difetto maggiori, a differenza della configurazione che presenta il difetto all'altezza dell'irrigidimento centrale, non tutti i restanti correnti si inflettono nello

stesso verso. Il corrente esterno adiacente a quello che presenta il difetto tende ad incurvarsi verso il basso e l'intera struttura assume una configurazione deformata non più simmetrica.

Prendendo in riferimento il caso $d = 250 \text{ mm}$, vengono riportati gli spostamenti trasversali al piano xy dei cinque correnti in funzione del carico applicato. Gli irrigidimenti adiacenti a quello difettato (ovvero il numero 3 ed il numero 5), sentono l'influenza dell'imbozzamento dello skin dovuto allo sviluppo del cedimento locale. Tale influenza consiste in un debole trascinamento dei correnti verso il basso per valori crescenti di carico dovuto all'instaurarsi di fenomeni di accoppiamento che coinvolgono la torsione di questi ultimi.

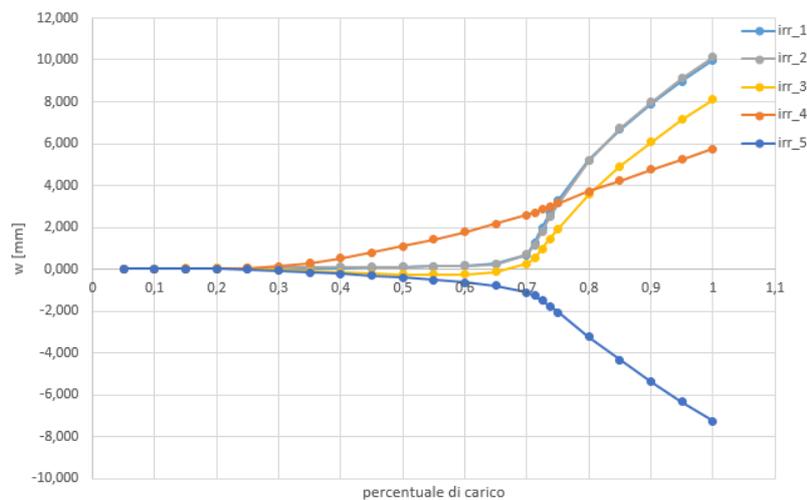


Figura 4.22: Grafico sforzo deformazione $d = 250 \text{ mm}$

Quando il carico vale $\sigma_{cr,ov}$ entrambi i correnti entrano in instabilità ma assumono spostamenti di verso opposto:

- Il corrente centrale, influenzato anche dalla presenza dei due irrigidimenti lontani dal difetto (il numero 1 e 2), si va ad inflettere verso l'alto;
- Il corrente esterno adiacente al difetto (il numero 5), su un lato è influenzato dal buckling locale dello skin, mentre sull'altro, non essendoci né elementi strutturali né vincoli, non sente nessun tipo di supporto. Il risultato è che al raggiungimento del carico critico esso prosegue la sua deformazione verso il basso con un incurvamento repentino.

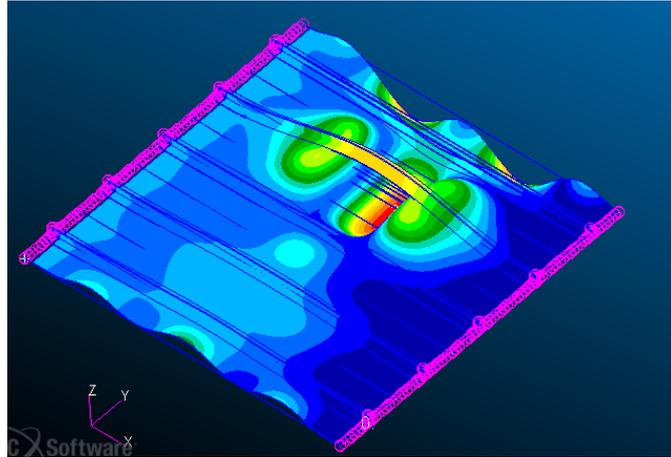


Figura 4.23: Accoppiamento flessione torsionale dell'irrigidimento 5

Al crescere della dimensione del difetto, l'influenza dell'instabilità locale cresce a tal punto da creare un coinvolgimento a catena dei correnti.

Per il caso in cui la dimensione del difetto vale $d = 300 \text{ mm}$, si è potuto constatare che l'intera struttura entra in instabilità incurvandosi, insieme allo skin, verso il basso.

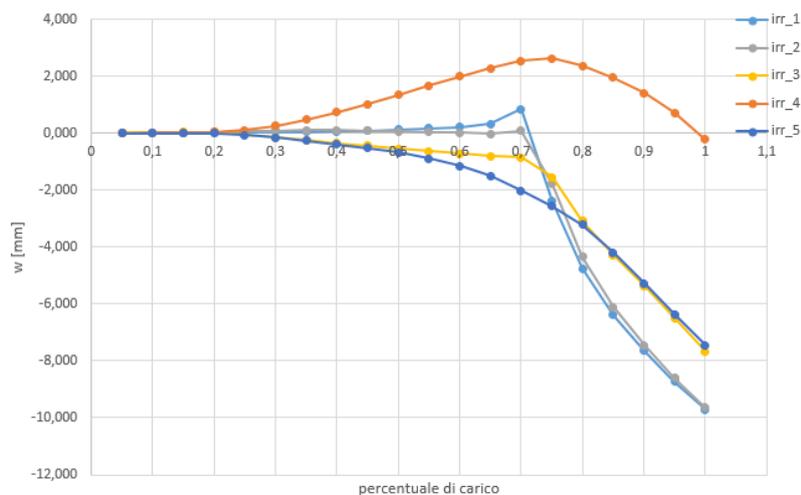


Figura 4.24: Grafico sforzo deformazione $d = 300 \text{ mm}$

Come accennato, l'assenza di un supporto nel corrente esterno adiacente al difetto, fa sì che questo opponga meno resistenza alla traslazione verso il basso ed alla torsione indotta dallo skin. L'aumento graduale del carico in compressione porta ad una lenta e continua flessione del corrente in questo verso il quale si ritrova ad assumere uno spostamento w negativo per valori di carico intermedi.

L'incurvamento della zona difettata, dovuto all'instabilità locale, influenza sempre di più i correnti adiacenti al crescere della dimensione d . Tale influenza risulta essere un

accoppiamento di traslazione lungo z e di rotazione intorno all'asse longitudinale dei correnti stessi.

Questo andamento dello spostamento caratterizza anche il corrente centrale. Risulta dunque impossibile visualizzare graficamente con precisione l'inizio del cedimento globale se si prendono in considerazione gli irrigidimenti adiacenti al difetto. L'appiattimento delle curve risulta essere sempre più accentuato al crescere del difetto.

Nel grafico è riportato l'andamento dei valori delle tensioni critiche estrapolate al variare della dimensione del difetto.

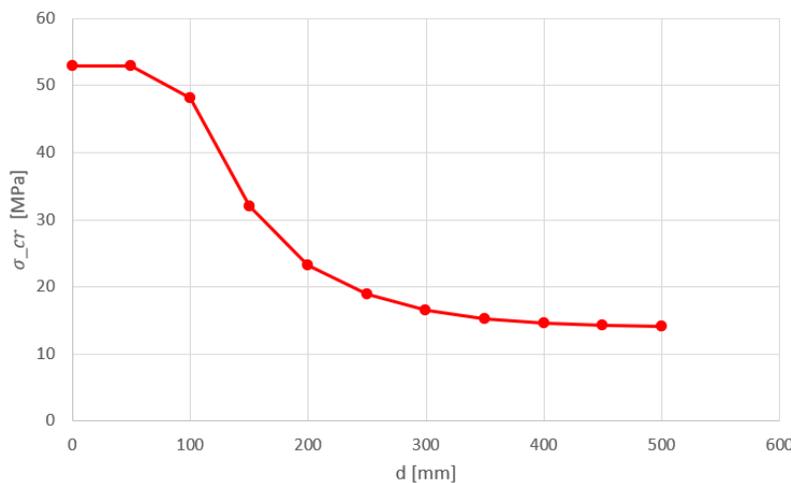


Figura 4.25: Grafico $\sigma_{cr} - d$ difetto sull'irrigidimento intermedio

Anche in questo caso, per valori di d maggiori di 300mm, si osserva un andamento asintotico al valore di 14 MPa.

Riguardo al cedimento globale della struttura, non è stato riscontrato un importante effetto sulla stima del valore per i correnti che risultano più lontani dal difetto in questa configurazione, e rimane circa lo stesso $\sigma_{cr,ov} \cong 53 MPa$. Per gli altri correnti, si è constatato che, per valori di d superiori a 250 mm, le curve carico spostamento dei correnti subito adiacenti alla zona difettata non presentano più il ginocchio tipico da cui si individua il carico critico.

Dall'immagine si può notare come i correnti 1 e 2 rimangano pressoché rettilinei fino al raggiungimento della $\sigma_{cr,ov}$, nonostante il valore relativamente alto di d (circa metà della lunghezza complessiva del corrente).

Aumentando ulteriormente la dimensione di debonding, le curve di tutti i correnti diventano prive del ginocchio e lo spostamento fuori dal piano, dopo l'innescò del buckling locale, diventa

crescente (in valore assoluto) in maniera lenta e continua rispetto al carico. Si può affermare che per dimensioni del difetto troppo grandi non ha più senso parlare di buckling locale.

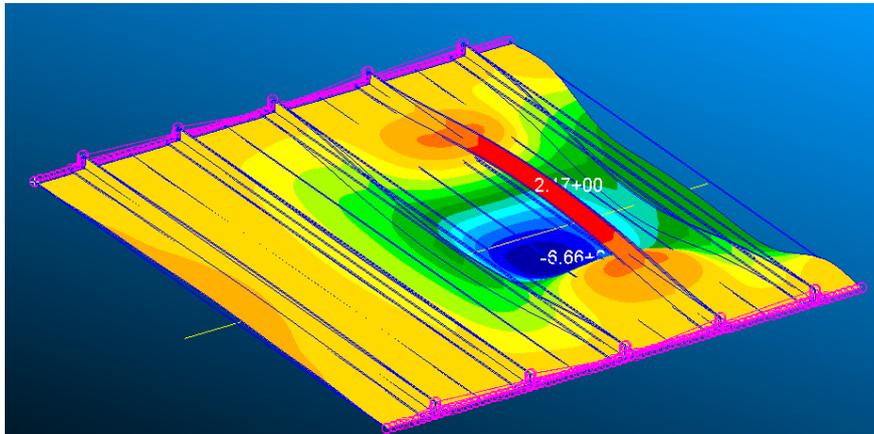


Figura 4.26: Accoppiamento flessione-torsionale dei correnti adiacenti al difetto $d = 450 \text{ mm}$

4.2.3 DIFETTO SU IRRIGIDIMENTO ESTERNO

In questo paragrafo viene affrontato il caso in cui il pannello irrigidito presenta un difetto, inteso come assenza di incollaggio tra i due elementi strutturali, su uno dei due irrigidimenti esterni (è stato scelto l'irrigidimento 5).

In una configurazione del genere, a differenza dei casi appena trattati, la piastra virtuale che bisogna considerare a causa della presenza del difetto presenta un lato longitudinale non vincolato ed una larghezza minore. Queste due differenze portano a degli effetti contrastanti sulla valutazione del carico critico: se da un lato l'assenza del vincolo su un lato diminuisce la rigidità complessiva della piastra, dall'altro, la minore larghezza dovrebbe far crescere i valori della tensione d'instabilità locale, dato che la formula per la tensione di buckling per piastre è indirettamente proporzionale al quadrato della larghezza della piastra.

Anche per questo caso si vuole determinare l'effetto della dimensione di debonding sulla prima tensione d'instabilità del pannello irrigidito.

Dalle prime simulazioni si sono ottenuti dei risultati diversi da quelli dei casi precedenti. Nonostante anche in questo caso la prima visualizzazione dell'incurvamento locale atteso si è ottenuta a partire dal caso di $d = 100 \text{ mm}$, il valore ad esso associato risulta minore e

sufficientemente lontano dal valore legato all'instabilità globale della struttura. Tale lontananza permette una visualizzazione corretta della deformata locale dello skin (incurvamento verso il basso e nessuna sovrapposizione di elementi) senza accoppiamento con l'instabilità del corrente.

Nella seguente immagine è riportata la deformata ottenuta per un carico $\sigma = 38.86 \text{ MPa}$ nel caso $d = 100 \text{ mm}$.

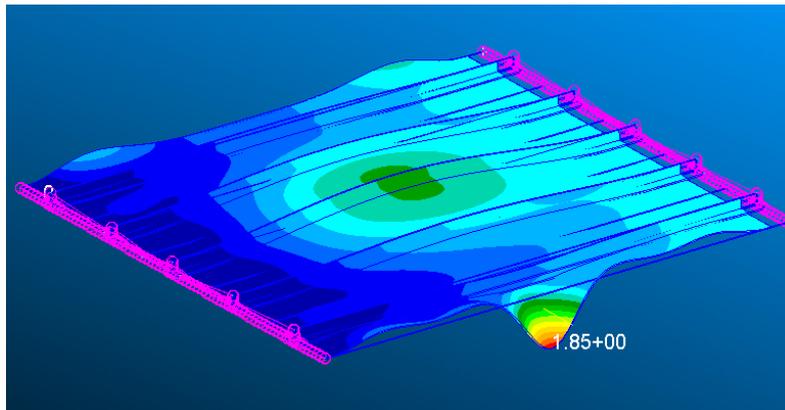


Figura 4.27: Prima modalità di cedimento $d = 100 \text{ mm}$

Da questi primi risultati è già possibile intuire che l'effetto predominante per il valore del carico critico di questo tipo è l'assenza di vincolo sul lato più esterno della porzione di piastra.

Portando il carico fino al valore del cedimento globale $\sigma_{critov} = 53 \text{ MPa}$, è possibile visualizzare l'instabilità generale dell'intera struttura in cui tutti i correnti sono inflessi verso l'alto.

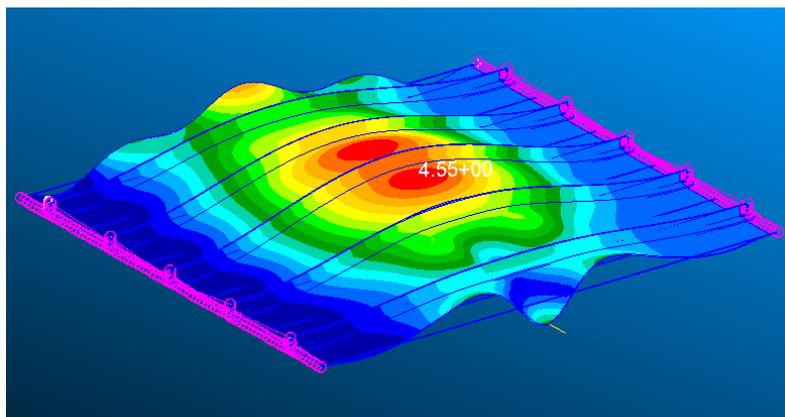


Figura 4.28: Cedimento globale $d = 100 \text{ mm}$

Il corrente 5, essendo trascinato verso il basso dall'instabilità locale, si trova ad assumere, nella configurazione legata all'instabilità generale, una freccia più piccola rispetto quelle che caratterizzano gli altri correnti.

Anche in questo caso, l'instabilità locale dello skin ha un effetto maggiore sul valore del carico di compressione che porta al cedimento dei correnti che si trovano vicino al difetto, i quali presentano curve di carico-deformazione prive del tipico ginocchio da cui è possibile individuare graficamente il carico critico.

Al crescere della dimensione di debonding, tale effetto arriva a coinvolgere anche i correnti più lontani.

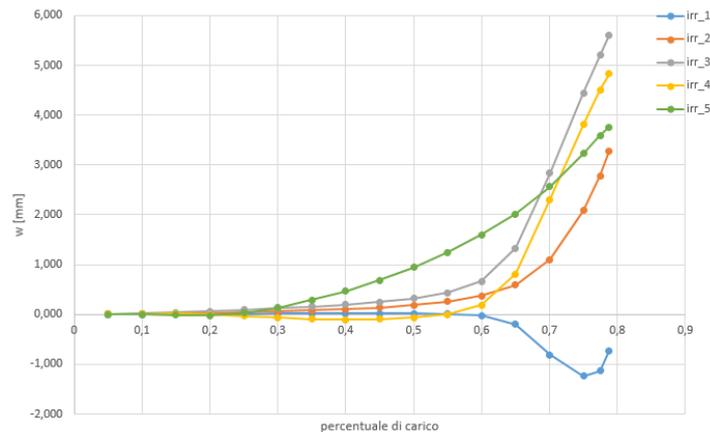


Figura 4.29: Grafico sforzo deformazione $d = 200 \text{ mm}$

A differenza dei casi precedenti, in questa configurazione non è stata trovata una dimensione per la quale si è potuto visualizzare un cambiamento nel verso della flessione del corrente difettato o dell'intera struttura ma si è potuto osservare un comportamento anomalo dell'irrigidimento più lontano (il numero 1): questo corrente resta rettilineo fino al raggiungimento della $\sigma_{cr,ov}$, coerentemente con quanto detto sull'influenza della zona difettata, per poi inflettersi rapidamente verso il basso; aumentando ulteriormente il carico, questo corrente torna ad assumere una deformata verso l'alto. Tale comportamento è dovuto probabilmente all'assenza di vincoli sui lati longitudinali del pannello.

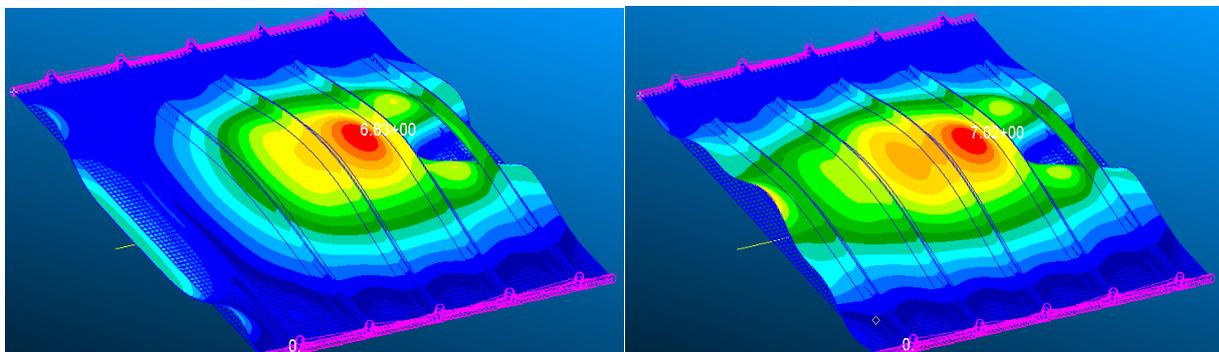


Figura 4.30: Comportamento anomalo corrente 1 $d = 250 \text{ mm}$

Si è osservato, comunque, che al crescere di d , lo skin aumenta il modulo della sua freccia massima rivolta verso il basso e di conseguenza anche il corrente soprastante si ritrova ad avere spostamenti verso l'alto sempre più piccoli.

La torsione intorno al proprio asse longitudinale del corrente 4, dovuto al disturbo provocato dal rigonfiamento dello skin, per dimensioni di d sufficientemente grandi, lo porta ad inflettersi verso il basso al raggiungimento della $\sigma_{cr,ov}$. Nelle seguenti immagini si riportano il campo di deformazioni in z e gli andamenti degli spostamenti fuori dal piano in funzione del carico per il caso in cui la dimensione del difetto vale $d = 400 \text{ mm}$.

Dalla prima immagine si può visualizzare una configurazione di carico intermedia in cui il corrente 4 inizia ad assumere una torsione dovuta all'interazione con la zona incurvata.

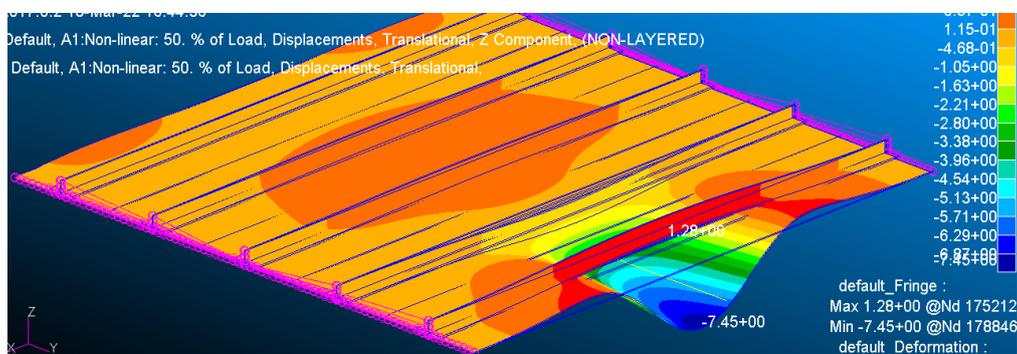


Figura 4.31: Accoppiamento flessione-torsione del corrente 4 $d = 400 \text{ mm}$

La seconda immagine riporta gli andamenti carico deformazione dei correnti, dai quali si può notare che solo il più distante dal difetto (il corrente 1) presenta distintamente un ginocchio al livello di carico $\sigma_{cr,ov}$.

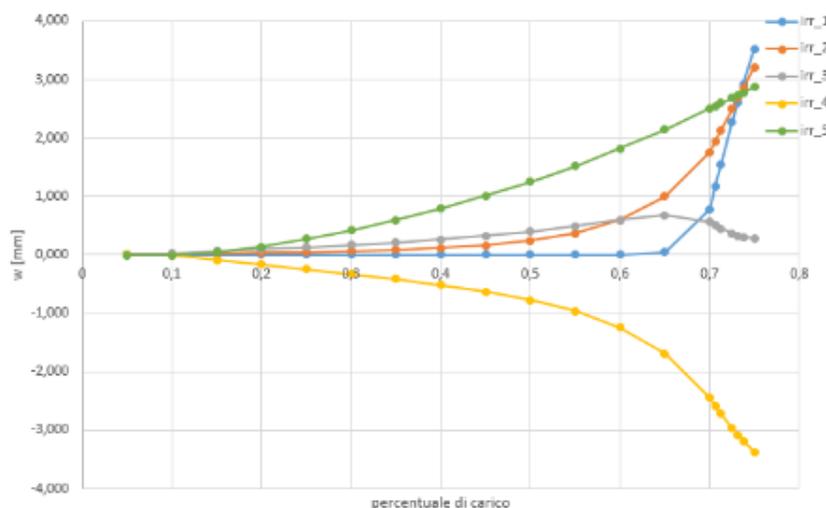


Figura 4.32: Grafico sforzo deformazione $d = 400 \text{ mm}$

Aumentando la dimensione di debonding, il valore di carico che porta la porzione di piastra ad incurvarsi fuori dal piano decresce più rapidamente rispetto a quanto visto nei casi in cui il difetto si trovava tra due correnti.

Anche per questo caso viene riportato il grafico contenente l'andamento dei valori di carico critico al variare della dimensione d .

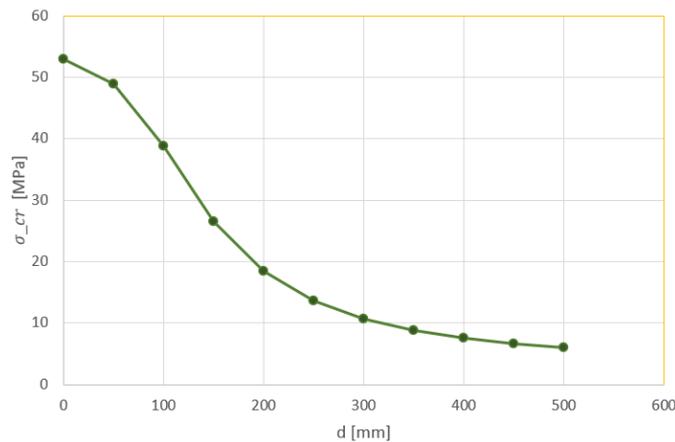


Figura 4.33: Grafico $\sigma_{cr} - d$ difetto sull'irrigidimento esterno

Rispetto alle curve ricavate per i casi precedenti, per dimensioni $d > 100mm$, i valori di carico critico per questo caso risultano sensibilmente minori e, inoltre, non sembrano tendere ad un valore asintotico per grandi valori di d ma sembrano scendere ulteriormente sotto il minimo valore stimato di $\sigma_{cr} = 6.07 MPa$.

L'instabilità di porzioni di piastra, dovute alla presenza del difetto, simulate in questi capitoli, dimostrano come l'effetto principale sulla determinazione del carico critico sia dato dalla variazione delle condizioni al contorno.

Riprendendo la formula d'instabilità per piastre piane uniformemente compresse,

$$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b^*} \right)^2$$

Si può notare come per questi tipi d'instabilità, le uniche cose che sono variate durante le simulazioni sono le condizioni al contorno (quindi k) e la larghezza considerata. In questo caso è possibile effettuare la seguente semplificazione:

$$\sigma_{cr} \propto \frac{k}{(b^*)^2}$$

Il fattore k , come già detto, tiene conto anche delle condizioni al contorno della piastra che si sta studiando. Scelta la geometria ed il materiale è possibile estrapolare l'andamento qualitativo di k per le configurazioni di vincolo che caratterizzano queste porzioni di skin generate dalla presenza del difetto.

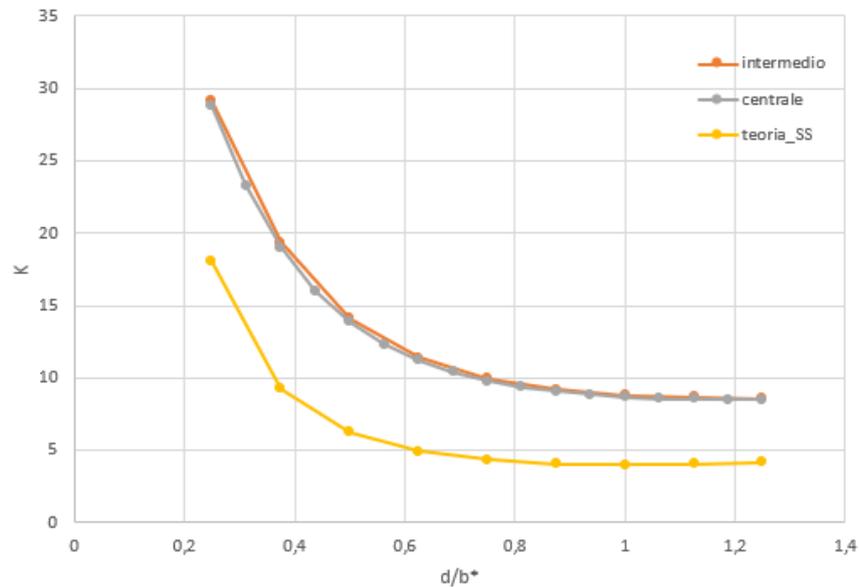


Figura 4.34: Confronto tra i fattori di buckling

Nel grafico sono riportati gli andamenti di k al variare del fattore di forma, che in questo caso corrisponde al rapporto tra la lunghezza del difetto d e la larghezza della porzione di skin b^* . Gli andamenti fanno riferimento ai casi in cui la zona difettata è collocata tra due irrigidimenti, cioè al caso di corrente centrale (grigio) e al caso di corrente intermedio (arancione). Per un confronto, è stato riportato l'andamento del fattore k ottenuto dalla teoria nel caso di semplice appoggio su tutti i lati (giallo).

Coerentemente con quanto ipotizzato finora, le curve dei due casi sono quasi coincidenti e si trovano al di sopra della curva del semplice appoggio. Ciò conferma che la porzione di piastra virtuale, di cui si è studiata la stabilità, è caratterizzata da delle condizioni al contorno che nel complesso conferiscono più rigidità di un semplice appoggio.

Questo non può essere detto per il caso in cui la zona difettata è affiancata da un lato senza vincoli e da un lato in cui è presente il corrente, ovvero per il caso in cui il difetto è collocato su un irrigidimento esterno (verde).

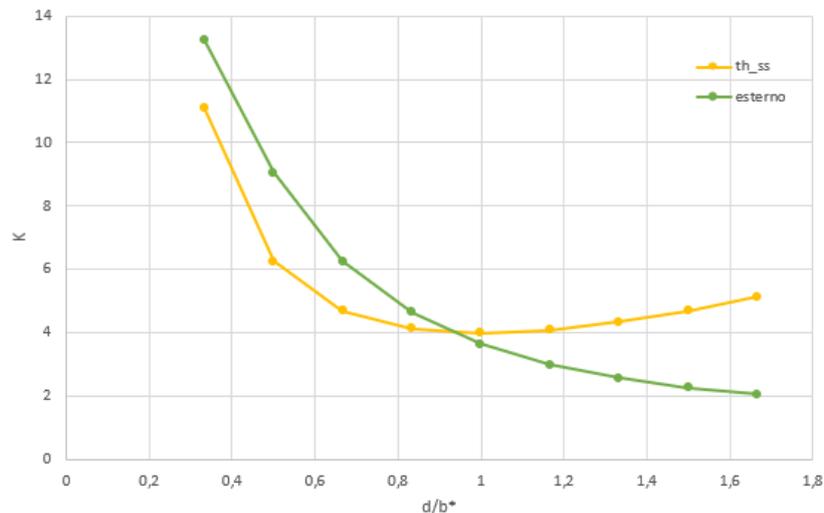


Figura 4.35: Confronto tra i fattori di buckling

Per questo caso si può affermare che per maggiori valori del rapporto di forma, ovvero per dimensioni di debonding crescenti, i valori di k stimati decrescono rapidamente a causa dell'aumento dell'effetto dell'assenza di vincolo su un lato rispetto al vincolo posto sui lati caricati.

Il risultato che si è ottenuto da queste prove riguarda la lunghezza critica di un difetto il cui centro è sempre posizionato sulla metà della lunghezza dell'intera piastra. Si definisce lunghezza critica la dimensione d_{cr} del difetto per la quale la tensione di instabilità locale dello skin, in prossimità della zona difettata, risulta minore della metà del valore della tensione d'instabilità generale dell'intera struttura.

Dato che, per il pannello irrigidito affrontato in questo studio, si è osservato che il valore della tensione d'instabilità generale non varia sensibilmente per dimensioni del difetto non troppo grandi ($d \leq 250 \text{ mm}$), è possibile prendere il valore di riferimento $\sigma_{cr,ov} = 52.93 \text{ MPa}$ ottenuto dalla SOL 105.

Si introduce il rapporto $\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr,ov}}$ in cui al numeratore appare il valore del primo carico d'instabilità della struttura estrapolato dall'analisi di buckling lineare nella configurazione difettata.

Viene riportato un grafico contenente l'andamento di questo rapporto al variare della dimensione d , in riferimento ai casi:

- di difetto posizionato su un irrigidimento centrale, quindi circondato da altri due irrigidimenti
- di difetto posizionato su un irrigidimento estremo, quindi senza alcun vincolo su un lato

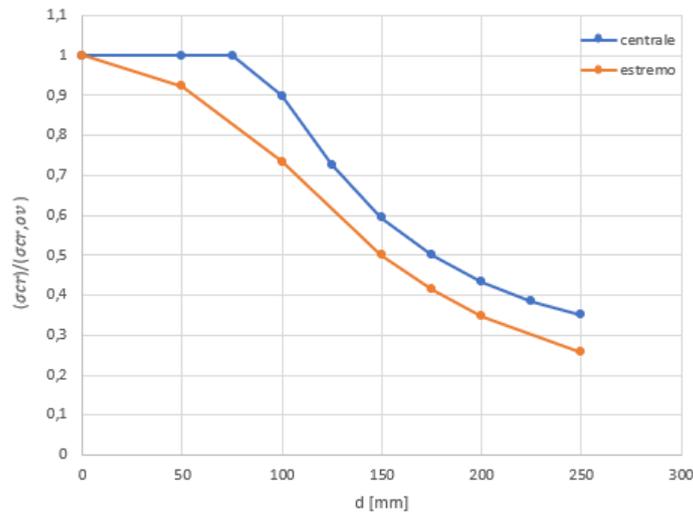


Figura 4.36: Grafico $\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr,ov}} - d$

Per dimensioni del difetto minori di 100 mm, l'incurvamento locale della piastra centrale non si manifesta e, dal momento che si è verificato che per il pannello critico il cedimento globale corrisponde al primo modo critico, il rapporto tra tensioni rimane di valore unitario. Superato tale valore, la curva inizia a decrescere. La lunghezza significativa è ottenibile dal grafico osservando per quale valore di d il rapporto assume il valore $\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr,ov}} < 0.5$ e, in questo caso, risulta essere $d_{cr} = 200 \text{ mm}$.

Nel caso estremo si può apprezzare la conseguenza dell'inserimento del difetto a partire da una dimensione $d = 50 \text{ mm}$. Per dimensioni superiori a 100 mm l'andamento della curva sembra allinearsi con quello dell'altro caso ma risulta essere traslato a valori del rapporto minori.

Ne consegue che la dimensione critica per il difetto così posizionato risulta essere minore rispetto a quella precedentemente stimata e può essere assunta con un valore $d_{cr} = 150 \text{ mm}$.

4.4 DIFETTO SU QUARTO SUPERIORE E QUARTO INFERIORE

Sono stati investigati dei casi in cui il centro del difetto non è più posizionato a metà della lunghezza del pannello, ma risulta spostato lungo l'asse x di uno stesso corrente. Precisamente si sono effettuate delle simulazioni in cui il centro del difetto è stato collocato sul quarto superiore e sul quarto inferiore dell'intera struttura con lo scopo di verificare l'effetto sulla dimensione significativa del difetto.

I risultati ottenuti da queste prove numeriche non suggeriscono cambiamenti significativi: in tutte le simulazioni effettuate:

- Nel caso di difetto posizionato tra due irrigidimenti, l'instabilità locale si è manifestata per un difetto che presenta una lunghezza nell'intorno di $d = 100 \text{ mm}$ ed è stata causata da una tensione significativamente minore rispetto a quella generale ($\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr,ov}} < 0.5$) a partire dalla dimensione $d = 200 \text{ mm}$.
- Nel caso di difetto posizionato su un corrente estremo, l'instabilità locale si è sempre manifestata intorno a $d = 100 \text{ mm}$ e si è verificato che la dimensione critica è sempre la stessa $d_{cr} = 150 \text{ mm}$.

È interessante notare come per tutti i casi in cui si è considerato il difetto posizionato in un corrente centrale o intermedio, la decrescita significativa della prima tensione d'instabilità del pannello avviene sempre intorno per una dimensione del difetto che è del valore del passo.

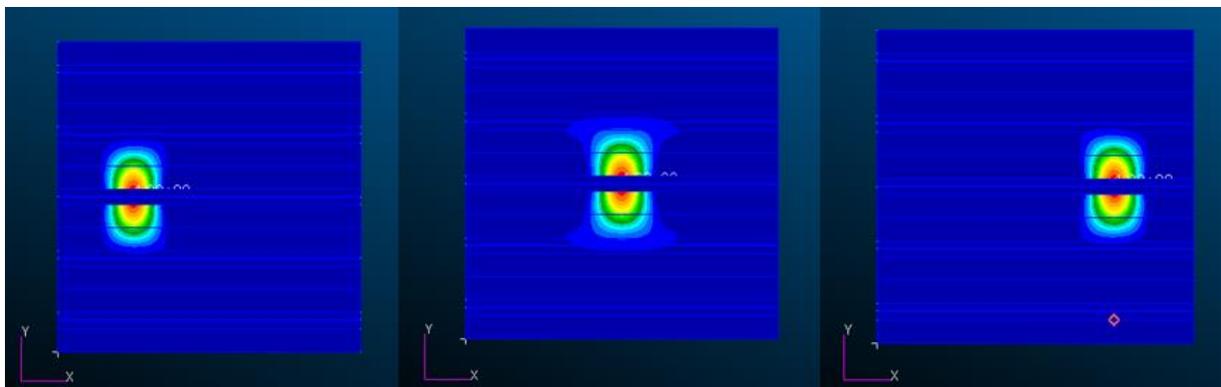


Figura 4.37: Difetto $d = 200 \text{ mm}$ su corrente centrale: quarto superiore (sinistra), mezzeria (centro) e quarto inferiore (destra)

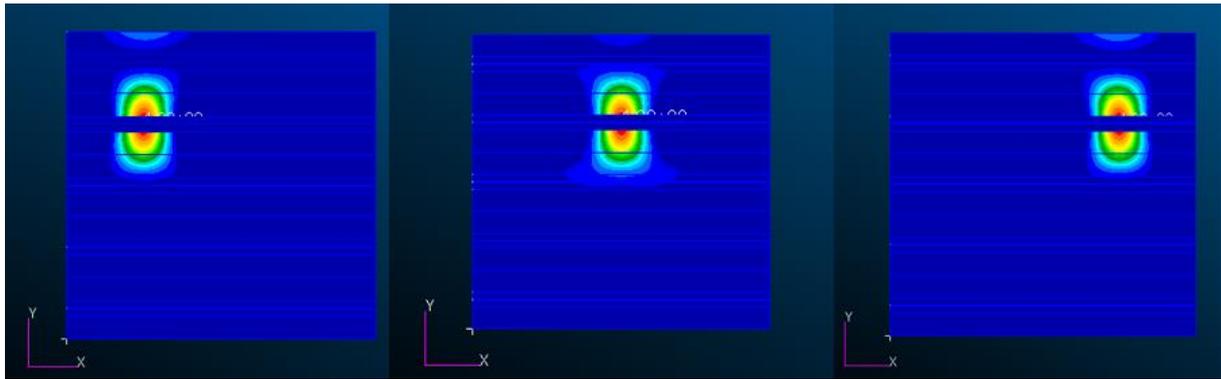


Figura 4.38: Difetto $d = 200 \text{ mm}$ su corrente intermedio: quarto superiore (sinistra), mezzeria (centro) e quarto inferiore (destra)

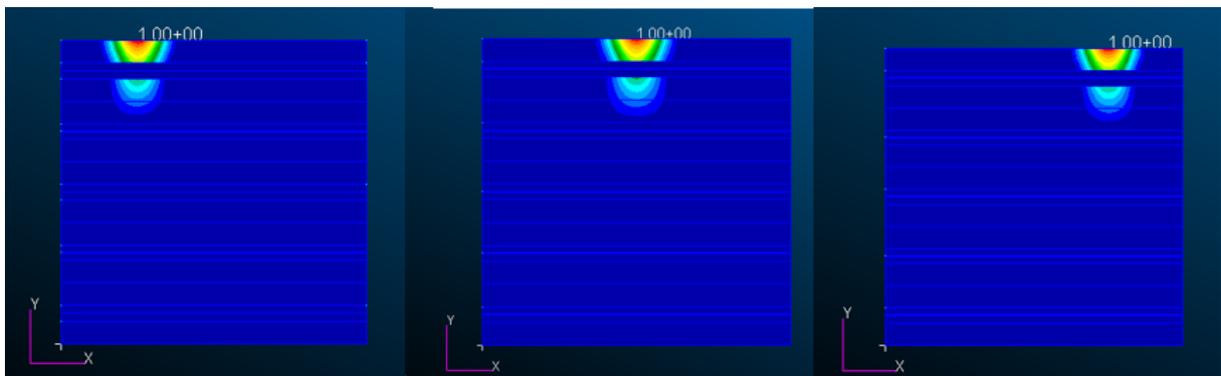


Figura 4.39: Difetto $d = 200 \text{ mm}$ su corrente esterno: quarto superiore (sinistra), mezzeria (centro) e quarto inferiore (destra)

4.5 VARIAZIONE DEL PASSO

Data la somiglianza tra la lunghezza critica del difetto ed il passo, sono state effettuate le ultime simulazioni con dei modelli di pannelli irrigiditi in cui si è posto un passo tra i correnti diverso da quello considerato fino ad ora. Lo scopo è quello di ricercare una relazione tra la lunghezza significativa del difetto e la dimensione del passo in questo tipo di strutture.

I due modelli che vengono investigati per tale scopo sono stati riprodotti cercando il più possibile di mantenere le stesse caratteristiche della struttura irrigidita di questo studio lasciando invariato il materiale, lo spessore, il rapporto di forma a/b , la forma dei correnti ed il loro verso.

Il primo modello che viene introdotto presenta 6 irrigidimenti e un passo di dimensione $p = 150 \text{ mm}$; l'altro pannello irrigidito, invece, è costituito da 4 irrigidimenti equi distanziati l'uno dall'altro da un passo $p = 250 \text{ mm}$.

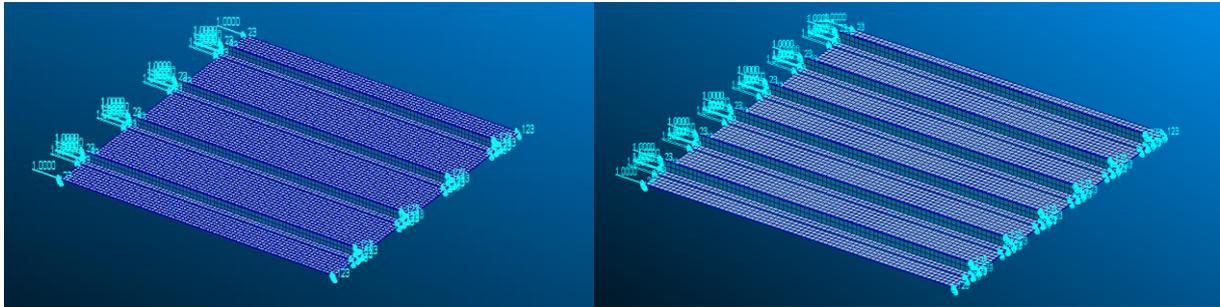


Figura 4.40: Pannello irrigidito con: 4 irrigidimenti (sinistra) e 6 irrigidimenti (destra)

Per entrambi i modelli si sono investigati i casi in cui la zona difettata è posta tra due correnti, cioè non è stato preso in considerazione il caso in cui viene meno la presenza del vincolo su un lato.

Anche per questi modelli, dalle analisi di buckling lineare si è constatato che le strutture mantengono gli stessi comportamenti dei corrispettivi casi integri se la dimensione del difetto è minore di 100 mm .

Il modello che presenta un passo minore è ancora caratterizzato da una prima modalità di buckling che corrisponde a quella generale ma si instaura per un valore di carico che è maggiore rispetto a quello stimato nel caso di $p = 200 \text{ mm}$.

Per il pannello irrigidito con il passo maggiore, invece, i primi modi che vengono estrapolati riportano l'instabilità locale dello skin tra due correnti. Ciò è dovuto al fatto che da questo tipo di pannello è possibile individuare fasce di piastre dalla larghezza maggiore e che dunque presentano valori di carico critico locale minori a quelli visti nei capitoli precedenti.

Sempre a causa della variazione del passo, cambiano anche le larghezze delle piastre virtuali che si vanno a considerare in prossimità del difetto. Tali cambiamenti giocano un ruolo non trascurabile sulla determinazione dei valori di carico critico legato al difetto.

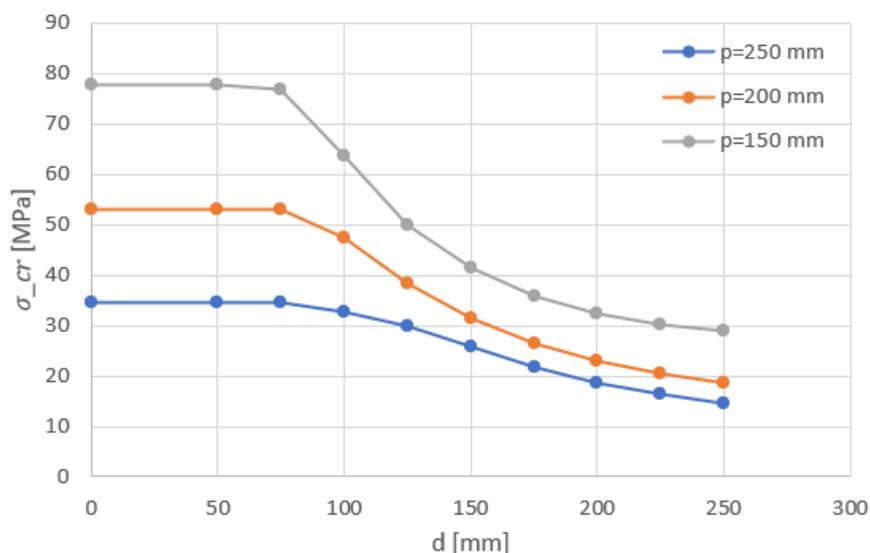


Figura 4.41: Grafico $\sigma_{cr} - d$

Dal momento che, come già scritto nei paragrafi precedenti, la tensione critica di una piastra soggetta a compressione uni-assiale è inversamente proporzionale al quadrato della larghezza, e che la larghezza è proporzionale alla dimensione del passo, le instabilità locali dovute alla presenza di un difetto di dimensione d , sono provocate da valori di carico crescenti al diminuire del passo.

Un altro modo per cui la variazione del passo potrebbe influire sui valori di carico critico è sulla trasformazione del fattore d'instabilità k : essendo quest'ultimo legato alle condizioni al contorno, il suo valore, a parità di dimensione del difetto d , può modificarsi al variare del rapporto b/b^* . Tale rapporto è un indice per stimare la sovrapposizione della base del corrente (b) che fornisce il vincolo al lato carico della piastra, con la dimensione di quest'ultimo (b^*) la quale, ovviamente, è strettamente legata al passo.

Nonostante i valori appena trovati, si può apprezzare un cambiamento di tendenza se gli stessi risultati vengono fattorizzati con il primo carico di buckling del pannello irrigidito nella configurazione integra.

Si riporta il grafico contenente gli andamenti dei rapporti $\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr,ov}}$ al variare della dimensione d per le diverse dimensioni di passo prese in considerazione.

Per la configurazione del pannello irrigidito con passo $p = 150 \text{ mm}$, come tensione di riferimento viene considerata quella locale ottenuta dall'analisi lineare di buckling.

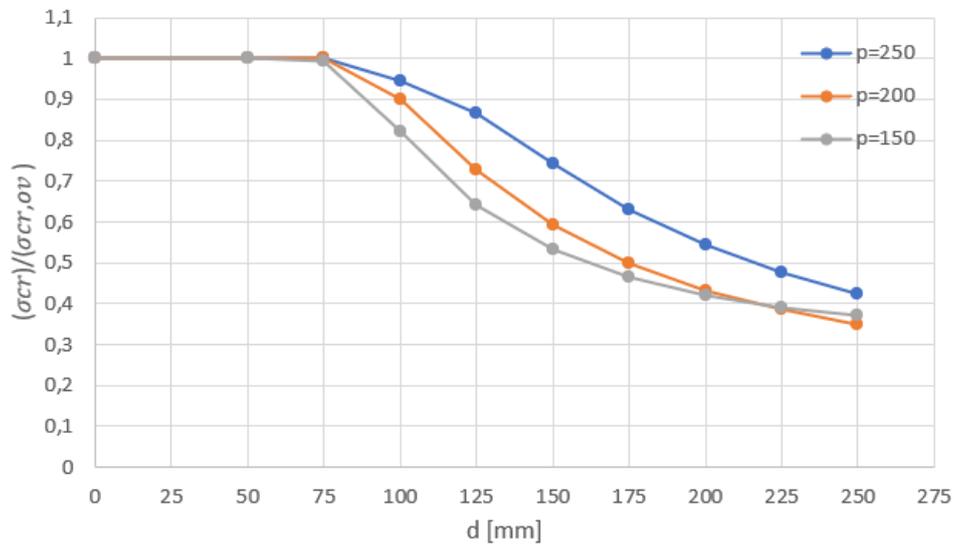


Figura 4.42: Grafico $\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr,ov}} - d$

Da questi andamenti è possibile, per ogni valore di p , estrapolare la lunghezza critica della dimensione del difetto, ovvero la dimensione d_{cr} per la quale si ha $\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr,ov}} < 0.5$.

p [mm]	d_{cr} [mm]
150	175
200	200
250	225

Tabella 4.1: Andamenti d_{cr} rispetto al passo p

Nella tabella sono riportati i valori così ricavati e si dimostra come ad un aumento del passo, in questo tipo di strutture, corrisponda una crescita della dimensione critica di una zona di debonding tra un corrente centrale e lo skin. Il fatto che la dimensione critica non varia con lo stesso valore del passo può essere spiegato dall'influenza che può avere la forma del corrente e dalla sovrapposizione della sua base con la piastra.

Si è riuscito a trovare, tramite questo lavoro, una probabile relazione che lega il passo p , che separa i correnti in un pannello irrigidito piano, e la dimensione longitudinale di un difetto

situato tra un corrente centrale e la piastra sottostante. Tale relazione consiste ad una sensibilità di strutture così irrigidite alla dimensione del difetto.

CONCLUSIONI

Lo scopo di questo lavoro è stata l'indagine del comportamento di un particolare pannello irrigidito sottoposto a compressione uniassiale.

Nella prima parte si è discusso del fenomeno di Buckling facendo riferimento al metodo energetico da cui si ricavano le equazioni di equilibrio e di come l'inserimento di un'imperfezione modifica le curve carico deformazione tipiche di questi problemi.

Una volta esposti i modelli analitici convenzionali usati per il trattamento di travi e piastre piane, si sono introdotte le caratteristiche dei pannelli irrigiditi composti dalla combinazione di questi due elementi strutturali.

Tramite dei metodi approssimati si sono fatte delle stime sui carichi di cedimento primario e secondario del pannello irrigidito trattato in questo lavoro al variare di alcune condizioni di vincolo. Questi risultati sono stati poi confrontati con simulazioni numeriche su modelli 2D e 3D di porzioni del pannello irrigidito

Le stime così ottenute non hanno trovato un riscontro esatto con i risultati ricavati dal modello del pannello irrigidito completo, in particolare per l'instabilità locale la quale richiede l'uso di modelli analitici più complessi per delle valutazioni precise. Tuttavia, da queste prove si è dimostrato che se il pannello irrigidito è caricato a compressione in una configurazione in cui i lati longitudinali sono lasciati liberi, è possibile trascurare l'effetto dell'instabilità locale delle zone esterne dello skin e considerare come prima modalità di buckling il cedimento generale della struttura. Tale cedimento avviene per valori di carico minori rispetto a quello che porta al cedimento locale delle porzioni di piastra centrali, ovvero comprese tra due correnti.

Nella seconda parte del lavoro si è riprodotto un difetto inteso come assenza di incollaggio di una certa dimensione tra un irrigidimento e la porzione piastra sottostante. Lo scopo è stato quello di valutarne l'effetto al variare della lunghezza e del posizionamento nel pannello.

Dai risultati esposti in questo lavoro si è potuto constatare che esistono delle dimensioni del difetto tali per cui si manifestano delle instabilità localizzate durante la compressione del pannello e che queste dimensioni dipendono da quale corrente presenta la zona difettata.

Facendo variare ulteriormente la misura del difetto, sono stati individuati dei valori per i quali il comportamento del pannello nel campo di post-buckling cambia a causa di accoppiamenti flessione torsionali.

Dato che la variazione della posizione del difetto lungo l'asse x di uno stesso corrente non ha evidenziato nessun cambiamento significativo sulla determinazione dei carichi critici rispetto a quelli trovati nei casi precedenti, si sono effettuate delle simulazioni su dei modelli in cui si è modificato il valore del passo che separa i correnti.

Tramite i grafici che riportano l'andamento della tensione d'instabilità locale della zona difettata rapportata al primo carico critico della struttura integra, si sono potute trovare delle correlazioni tra la dimensione del difetto che porta tale rapporto ad un valore significativamente minore di uno, ed il passo che caratterizza questo tipo di strutture.

BIBLIOGRAFIA

[1] “Corso di Strutture Aeronautiche”, Materiale didattico, M. Di Sciuva A.A 2018/19

[2] “Aircraft Structures for Engineering Students” Sixth Edition, 2017, T.H.G. Megson

[3] Gerard G. Introduction to structural stability theory. New York: McGraw-Hill; 1962.

[4] Reddy, J.N. (2006). “Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells” (2nd ed.). CRC Press.

[5] “Corso di progettazione aerospaziale”, Materiale didattico, G. Romeo e G. Frulla; A.A 2018/19

[6] “On the buckling of an isotropic rectangular plate uniformly compressed on two simply supported edges and with two free unloaded edges” March 2018; A.H. Zureick .

[7] “Analytical Formulation for Local Buckling and Post-Buckling Analysis of Stiffened Laminated Panels”, 2009; Bisagni, C., and Vescovini, R.

[8] EN 1993-1-5 (2006) (English): Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-5: General rules - Plated structural elements [Authority: The European Union Per Regulation 305/2011, Directive 98/34/EC, Directive 2004/18/EC]