

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile



TESI DI LAUREA MAGISTRALE

MODELLAZIONE NUMERICA DI TSUNAMI GENERATI DA FRANE IN AMBIENTE COSTIERO

Relatrice:

Prof.ssa Marina Pirulli

Correlatore:

Ing. Alessandro Leonardi

Candidato:

Alessandro Presente

Anno Accademico 2021/2022

Sommario

Gli tsunami rappresentano una delle principali fonti di rischio per le comunità e infrastrutture costiere. Nonostante la maggior parte dei maremoti sia dovuta ad eventi sismici sottomarini, altre cause scatenanti sono rappresentate da eruzioni vulcaniche, crolli di ghiacciai e frane. In questo studio, si pone l'attenzione sui maremoti innescati da fenomeni franosi. Vengono perciò analizzate le caratteristiche dell'onda da essi generata al variare del rapporto di immersione, definito come rapporto tra il livello dell'acqua nello stato di quiete e l'altezza iniziale del corpo frana.

Nello specifico, mediante modellazione numerica con approccio ibrido DEM-LBM, si simulano le esperienze di laboratorio condotte nello studio di Cabrera et al. (2020). Partendo da colonne granulari caratterizzate da diversi rapporti di immersione, lo studio prima citato mira ad ottenere una stima della massima ampiezza dell'onda generata dal collasso granulare, simulante la frana. Dall'analisi dei risultati sperimentali, inoltre, lo stesso studio fornisce una formulazione in grado di prevedere l'intensità del maremoto, in termini di massima ampiezza dell'onda, utile per la valutazione del pericolo tsunami.

La creazione del modello avviene attraverso la calibrazione dei parametri che regolano la dinamica delle particelle costituenti la massa granulare in condizione asciutta. Nella fase successiva, a seguito dell'accoppiamento con il fluido (acqua), si introduce un parametro addizionale chiamato raggio idrodinamico, necessario per tener conto dell'effettiva resistenza idrodinamica del sistema e anche esso soggetto a calibrazione.

I risultati delle simulazioni, ovvero, la massima ampiezza dell'onda, la posizione e il tempo di raggiungimento di tale valore massimo, vengono successivamente confrontati con quelli delle esperienze reali, allo scopo di validare il modello simulativo generato e confermarne l'affidabilità.

Mediante l'analisi di regressione dei dati ricavati dalle simulazioni, si ottiene un'equazione per la previsione della massima ampiezza dell'onda al variare del rapporto di immersione. Tale formulazione viene utilizzata per la stima dell'onda relativa a due tsunami causati da frane: Diga delle Tre Gole, Cina (2008) e Stretto della Sonda, Indonesia (2018).

In conclusione, si valutano le variazioni dell'ampiezza dell'onda in funzione delle caratteristiche geometriche della colonna e dei parametri che caratterizzano il materiale granulare.

Le simulazioni sono state effettuate attraverso un software non commerciale di nome *hybird* sviluppato in linguaggio di programmazione C++. Le risorse computazionali per il loro processamento sono state fornite da HPC@POLITO (<http://hpc.polito.it>), nello specifico, mediante utilizzo di un cluster denominato LEGION composto da 57 nodi computazionali e una memoria RAM complessiva di 22 TB. La visualizzazione grafica dei risultati ottenuti è avvenuta tramite il software ParaView.

Abstract

Tsunamis represent a major source of risk for coastal communities and infrastructure. Although most of the tsunamis are due to submarine seismic events, other triggers are represented by volcanic eruptions, glacier collapses and landslides. In this study the attention is focused on tsunamis triggered by landslides. Therefore, the characteristics of the wave generated by them are analyzed as the submerged ratio varies, defined as the ratio between the water level in the state of stillness and the initial height of the landslide.

Specifically, by numerical modeling with a DEM-LBM hybrid approach, the laboratory experiments conducted in the study by Cabrera et al. (2020) are simulated. Through granular columns characterized by different submerged ratios, the aforementioned study in fact aims to obtain an estimate of the maximum amplitude of the wave generated by the granular collapse, simulating the landslide. Furthermore, from the analysis of the experimental results, the same study provides a formulation able to predict the intensity of the tsunami, in terms of maximum wave amplitude, useful for assessing the tsunami hazard.

The creation of the model takes place through the calibration of the parameters that regulate the dynamics of the particles making up the granular mass in dry conditions. In the next phase, following coupling with the fluid (water), an additional parameter called hydrodynamic radius is introduced, which is necessary to take into account the actual hydrodynamic resistance of the system, which is also subject to calibration.

The results of the simulations, that is the maximum amplitude of the wave, the position and the time to reach this maximum value, are subsequently compared with those of real experiences, in order to validate the simulation model generated and confirm its reliability.

Through the regression analysis of the data obtained from the simulations, an equation is obtained for the forecast of the maximum wave amplitude as the immersion ratio varies. This formulation is used to estimate the wave related to two tsunamis caused by landslides: Three Gorges Reservoir, China (2008) and Sunda Strait, Indonesia (2018).

To conclude, the variations in the amplitude of the wave are evaluated as a function of the geometric characteristics of the column and the parameters that characterize the granular material.

The simulations were carried out using a non-commercial software called *hybird* developed in the C ++ programming language. The computational resources for their processing were provided by HPC@POLITO (<http://hpc.polito.it>), specifically, through the use of a cluster called LEGION composed of 57 computational nodes and a total RAM of 22 TB. The graphic display of the results obtained was done through the ParaView software.

Indice

1. Introduzione.....	1
1.1. Tsunami	1
1.2. Tsunami generati da frane.....	2
2. Modello di pericolosità.....	5
2.1. Mappa probabilistica di pericolosità da tsunami	5
2.3. Carte di pericolosità da frane	7
2.3.1. Previsione tipologica	7
2.3.2. Previsione spaziale	9
2.3.3. Previsione temporale	9
2.3.4. Previsione dell'evoluzione	10
2.3.5. Previsione dell'intensità	11
2.3.6. Valutazione della pericolosità	12
2.4. Considerazioni sulla valutazione della pericolosità da tsunami generati da frane in ambiente costiero	13
3. Studio di transizione da frana sub-aerea a sotto-marina attraverso una funzione continua (Cabrera et al., 2020)	15
3.1. Concetti di base dello studio	15
3.2. Configurazione e procedura sperimentale	17
3.3. Generazione e propagazione dell'onda.....	19
3.4. Analisi della quantità di moto	26
4. Modellazione Numerica	31
4.1. Approccio numerico continuo e discontinuo	31
4.2. Approccio discreto accoppiato con il fluido	33
5. Metodi numerici utilizzati nelle simulazioni.....	35
5.1. Approccio ibrido discontinuo-continuo (DEM-LBM)	36
5.2. Dinamica delle particelle con il DEM	37
5.2.1. Contatto normale	39
5.2.2. Contatto tangenziale.....	41

5.2.3. Coefficiente di rotolamento.....	43
5.3. Dinamica del fluido con LBM	44
5.3.1. Evoluzione della superficie libera	49
6. Creazione del Modello Numerico.....	51
6.1. Calibrazione del materiale granulare nella condizione asciutta.....	51
6.1.1. Colonna di altezza 76 mm.....	55
6.1.2. Colonna di altezza 55 mm.....	63
6.2. Accoppiamento con il fluido.....	66
6.2.1. Discretizzazione del reticolo	67
6.2.2. Calibrazione del Raggio Idrodinamico.....	69
7. Valutazione delle caratteristiche dell'onda simulata	79
7.1. Individuazione dell'ampiezza massima dell'onda verso mare	81
7.2. Individuazione dell'ampiezza massima dell'onda verso terra	85
7.3. Valutazione della velocità dell'onda verso mare e verso terra	87
8. Confronto con i risultati sperimentali	91
9. Utilizzo del modello di previsione	97
10. Influenza dei parametri geometrici e delle proprietà del materiale granulare sui risultati.....	103
10.1. Variazione del rapporto di forma.....	103
10.2. Variazione della densità delle particelle	106
10.3. Variazione dell'attrito tra le particelle	110
11. Conclusioni e possibili sviluppi	115
Appendice: file di configurazione DEM-LBM.....	119
Bibliografia.....	121
Ringraziamenti	125

Indice delle Figure

Figura 1: Selezione di tsunami generati da frane (Cabrera, Pinzon, Take & Mulligan, 2020).....	2
Figura 2: Curva di pericolosità (INGV).	5
Figura 3: Grandezze utilizzate per il calcolo dell'intensità di uno tsunami (INGV).	6
Figura 4: Rappresentazione dei movimenti franosi (Pirulli, 2014).	8
Figura 5: Rappresentazione dell'energia cinetica associata alla frana (Sassa,1988).....	12
Figura 6: Rappresentazione di 4 meccanismi di rilascio del corpo granulare: (a) paratia a scorrimento verticale verso l'alto; (b) paratia a scorrimento verso il basso ; (c) paratia rotante ; (d) paratia a scorrimento orizzontale.....	16
Figura 7: Schematizzazione della configurazione sperimentale (Cabrera et al., 2020).	17
Figura 8: Fotogramma della condizione sperimentale iniziale con $H_w/H_0=0.7$ (Cabrera et al., 2020).....	18
Figura 9: Evoluzione del collasso sperimentale: (A) $H_w/H_0=0.23$; (B) $H_w/H_0=0.87$; (C) $H_w/H_0=1.17$ (Cabrera et al., 2020).....	19
Figura 10: Schematizzazione dei risultati ottenuti: (A) $H_w/H_0=0.23$; (B) $H_w/H_0=0.87$; (C) $H_w/H_0=1.17$ (Cabrera et al., 2020).	21
Figura 11: Campo di velocità [m/s]: (A) $H_w/H_0=0.23$; (B) $H_w/H_0=0.87$; (C) $H_w/H_0=1.17$ (Cabrera et al., 2020).	22
Figura 12: Schematizzazione del collasso all'istante di massima ampiezza (a_m^+): (a) $H_w/H_0=0.23$; (b) $H_w/H_0=0.87$; (c) $H_w/H_0=1.17$ (Cabrera et al., 2020).....	23
Figura 13: Profilo del livello del fluido per $H_w/H_0 = 0.23; 0.87; 1.17$. (a) Onda verso mare ad $X=200$ mm; (b) Onda verso terra ad $X=50$ mm (Cabrera et al., 2020).	23
Figura 14: Risultati per l'onda verso terra al variare di H_w/H_0 : (a) massima ampiezza dell'onda positiva (a_m^+) ; (b) posizione della massima ampiezza (x^*) normalizzata rispetto alla larghezza iniziale della colonna (L_0); (c) velocità dell'onda positiva (c_{wave^+}) confrontata con i valori di velocità dell'onda in acque poco profonde (linea continua) e velocità dell'onda solitaria (linea tratteggiata) (Cabrera et al., 2020).	25
Figura 15: Risultati per l'onda verso terra al variare di H_w/H_0 : (a) massima ampiezza dell'onda negativa (a_m^-) ; (b) posizione della massima ampiezza ($x^*(a_m^-)$) normalizzata rispetto alla larghezza iniziale della colonna (L_0); (c) velocità dell'onda negativa (c_{wave^-}) confrontata con i valori di velocità dell'onda in acque poco profonde (linea continua) e velocità dell'onda solitaria (linea tratteggiata) (Cabrera et al., 2020).	26
Figura 16: Schematizzazione del meccanismo di generazione dell'onda: (a) Colonna parzialmente sommersa ($H_w/H_0<1$); (b) colonna sottomarina ($H_w/H_0>1$); (Cabrera et al., 2020).....	27
Figura 17: Ampiezza massima dell'onda verso terra normalizzata rispetto al livello dell'acqua (a_m^+/H_w) in funzione del rapporto di immersione: (a) Confronto tra l'Equazione (6) e i dati sperimentali; (b) Validazione attraverso il confronto tra la massima ampiezza dell'onda calcolata e osservata, con coefficiente di correlazione	

R=0.9 e area evidenziata corrispondente ad una deviazione del $\pm 30\%$; (Cabrera et al., 2020).....	29
Figura 18: Tecniche di simulazione e principali metodi sviluppati nella modellazione numerica (Pirulli & Leonardi, 2019).	32
Figura 19: Schema risolutivo DEM-LBM (Leonardi, 2015).....	36
Figura 20: Rappresentazione del contatto tra due particelle (Leonardi, 2015).	38
Figura 21: Rappresentazione del contatto tra due particelle (Marchelli et al., 2020).....	39
Figura 22: Rappresentazione concettuale del modello di resistenza al rotolamento (Marchelli, 2018).....	43
Figura 23: Reticolo cubico LBM (Leonardi, 2015).....	44
Figura 24: Set di velocità discrete nella discretizzazione D3Q19 (Leonardi, 2015).....	45
Figura 25: Suddivisione dei nodi del reticolo (Leonardi, 2015).....	49
Figura 26: Configurazione iniziale della colonna: a) colonna reale di altezza 76 mm; b) colonna reale di altezza 55 mm; c) colonna simulata di altezza 76 mm; d) colonna simulata di altezza 55 mm.	52
Figura 27: Rappresentazione della configurazione finale del deposito con l'identificazione di H_f e L_f (Uttili et al., 2014).	53
Figura 28: Istantanea finale di collasso con l'individuazione dei parametri geometrici del deposito reale – Colonna 76 mm.	54
Figura 29: Istantanea finale di collasso con l'individuazione dei parametri geometrici del deposito reale – Colonna 55 mm.	55
Figura 30: Andamento del rapporto E_{diss}/E_0 in funzione di μ_p e μ_r – Colonna alta 76 mm.	57
Figura 31: Angolo di riposo α nelle simulazioni con $\mu_p=0.3; 0.4; 0.5; 0.6$; $\mu_r=0; 0.02; 0.06; 0.1$ - Colonna alta 76 mm.	59
Figura 32: Angolo di riposo β nelle simulazioni con $\mu_p=0.3; 0.4; 0.5; 0.6$; $\mu_r=0; 0.02; 0.06; 0.1$ - Colonna alta 76 mm.	59
Figura 33: Andamento del rapporto E_{diss}/E_0 per $\mu_p=0.45$ e μ_r variabile – Colonna alta 76 mm.....	60
Figura 34: Angolo di riposo α nelle simulazioni con $\mu_p=0.45$ e μ_r variabile - Colonna alta 76 mm.	61
Figura 35: Angolo di riposo β nelle simulazioni con $\mu_p=0.45$ e μ_r variabile - Colonna alta 76 mm.	61
Figura 36: Configurazione finale di deposito: a) fotogramma dell'istante finale di deposito; b) simulazione con $\mu_p=0.45$ e $\mu_r =0.01$; c) simulazione con $\mu_p=0.45$ e $\mu_r =0.015$ - Colonna alta 76 mm.	62
Figura 37: Andamento del rapporto E_{diss}/E_0 per $\mu_p=0.45$ e μ_r variabile – Colonna alta 55 mm.....	64
Figura 38: Configurazione finale di deposito: a) fotogramma dell'istante finale di deposito; b) simulazione con $\mu_p=0.45$ e $\mu_r=0.015$ - Colonna alta 55 mm.....	65
Figura 39: Confronto configurazione iniziale della colonna: a) esperimento (Cabrera et al., 2020) ; b) simulazione.	66

Figura 40: Confronto: (A) esperimento (Cabrera et al. 2020) ; (B) simulazione; Velocità in m/s.	70
Figura 41: Variazione nel reticolo discretizzante in seguito all'introduzione del parametro HR.	71
Figura 42: Evoluzione nel tempo dell'Energia Cinetica delle particelle al variare di HR.	72
Figura 43: $E_{k,max,HR=1} - E_{k,max,HR=X}$	73
Figura 44: $E_{k,max,HR=1} - E_{k,max,HR=0.6}$	73
Figura 45: Confronto tra la simulazione con HR=1 e HR=0.6 negli istanti di tempo in cui la loro differenza energetica risulta massima; Velocità in m/s.	74
Figura 46: Confronto grafico agli istanti di riferimento definiti tra le simulazioni con HR=0.9 e HR=0.8; Velocità in m/s.	75
Figura 47: Confronto grafico agli istanti di riferimento definiti tra le simulazioni con HR=0.7 e HR=0.6; Velocità in m/s.	76
Figura 48: Confronto: (A) esperimento (Cabrera et al. , 2020) ; (B) simulazione con HR=0.6; Velocità in m/s.	77
Figura 49: Energia Cinetica delle particelle e del fluido per HR=0.6.	78
Figura 50: Estratto di una parte dell'output di calcolo.	80
Figura 51: Posizione dell'ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo - $H_w = 34.8$ mm.	81
Figura 52: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo - $H_w = 34.8$ mm.	82
Figura 53: Posizione dell'ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo - $H_w = 101.9$ mm.	83
Figura 54: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo - $H_w = 101.9$ mm.	83
Figura 55: Posizione dell'ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo - $H_w = 145.5$ mm.	84
Figura 56: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo - $H_w = 145.5$ mm.	84
Figura 57: Posizione dell'ampiezza massima dell'onda verso terra nel tempo - $H_w = 145.5$ mm.	85
Figura 58: Ampiezza massima dell'onda verso terra nel tempo - $H_w = 145.5$ mm.	86
Figura 59: Posizione dell'ampiezza massima dell'onda verso terra nel tempo - $H_w = 169.3$ mm.	86
Figura 60: Ampiezza massima dell'onda verso terra nel tempo - $H_w = 169.3$ mm.	87
Figura 61: Velocità dell'onda verso mare - $H_w = 101.9$ mm.	88
Figura 62: Velocità dell'onda verso mare - $H_w = 145.5$ mm.	88
Figura 63: Velocità dell'onda verso terra - $H_w = 145.5$ mm.	89
Figura 64: Velocità dell'onda verso terra - $H_w = 169.3$ mm.	89
Figura 65: Massima ampiezza dell'onda verso mare al variare di H_w/H_0	92
Figura 66: Posizione della massima ampiezza dell'onda verso mare al variare di H_w/H_0	92
Figura 67: Velocità dell'onda verso mare al variare di H_w/H_0	93
Figura 68: Massima ampiezza dell'onda verso terra al variare di H_w/H_0	93

Figura 69: Posizione della massima ampiezza dell'onda verso mare al variare di H_w/H_0 .	94
Figura 70: Velocità dell'onda verso terra al variare di H_w/H_0 .	94
Figura 71: Correlazione tra i dati sperimentali e simulati.	95
Figura 72: Correlazione ideale tra i dati sperimentali e simulati.	96
Figura 73: Relazione tra la massima ampiezza dell'onda normalizzata rispetto il livello dell'acqua e il rapporto di immersione: a) scala lineare; b) scala semi-logaritmica.	97
Figura 74: Localizzazione della frana di Gongjifang.(Xiao et al, 2015).	98
Figura 75: Localizzazione del vulcano Anak Krakatau (Grilli et al., 2019).	99
Figura 76: (a) Legame tra la massima ampiezza dell'onda e il rapporto di immersione per $\mu=0.25$; (b) legame tra la massima ampiezza dell'onda normalizzata rispetto il livello dell'acqua e il rapporto di immersione per $\mu=0.25$ (Nguyen, 2022).	101
Figura 77: Massima ampiezza dell'onda normalizzata rispetto il livello dell'acqua in funzione del rapporto di immersione al variare di μ (Nguyen, 2022).	101
Figura 78: a) colonna con $a_s=3$; b) colonna con $a_s=1.5$; c) colonna con $a_s=1$; a) colonna con $a_s=0.75$.	104
Figura 79: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo - $a_s=3$.	104
Figura 80: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo - $a_s=1$.	105
Figura 81: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo - $a_s=0.75$.	105
Figura 82: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo $H_w=34.8$ mm e $\rho_s=2600$ kg/m ³ .	106
Figura 83: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo $H_w=34.8$ mm e $\rho_s=4600$ kg/m ³ .	107
Figura 84: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo $H_w=130.6$ mm e $\rho_s=2600$ kg/m ³ .	107
Figura 85: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo $H_w=130.6$ mm e $\rho_s=4600$ kg/m ³ .	107
Figura 86: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo $H_w=175.7$ mm e $\rho_s=2600$ kg/m ³ .	108
Figura 87: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo $H_w=175.7$ mm e $\rho_s=4600$ kg/m ³ .	108
Figura 88: Influenza della densità sull'ampiezza dell'onda.	109
Figura 89: Influenza della densità sull'ampiezza dell'onda (Nguyen, 2022).	109
Figura 90: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo $H_w=34.8$ mm e $\mu_p=0.1$.	110
Figura 91: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo $H_w=34.8$ mm e $\mu_p=0.3$.	111
Figura 92: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo $H_w=130.6$ mm e $\mu_p=0.1$.	111
Figura 93: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo $H_w=130.6$ mm e $\mu_p=0.3$.	111

Figura 94: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo $H_w=175.7$ mm e $\mu_p=0.1$	112
Figura 95: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo $H_w=175.7$ mm e $\mu_p=0.3$	112
Figura 96: Influenza dell'attrito tra le particelle sull'ampiezza dell'onda.	113
Figura 97: Influenza dell'attrito sull'ampiezza dell'onda (Nguyen, 2022).	113

Indice delle Tabelle

Tabella 1: Classificazione dei movimenti franosi (Varnes, 1978).	7
Tabella 2: Classificazione dell'intensità in funzione della velocità (Hungry,1981 - Cruden&Varnes,1996).....	11
Tabella 3: Classificazione dell'intensità in funzione del volume (Fell,1994).....	11
Tabella 4: Matrice di pericolosità (ISPRA).....	12
Tabella 5: Tabella riassuntiva dei risultati ottenuti al variare di H_w (Cabrera et al., 2020).....	24
Tabella 6: Dimensioni delle colonne e del serbatoio.....	51
Tabella 7: Parametri di input delle simulazioni.....	53
Tabella 8: Parametri geometrici del deposito finale reale – Colonna di altezza 76 mm.	54
Tabella 9: Parametri geometrici del deposito finale reale – Colonna di altezza 55 mm.	55
Tabella 10: Riduzione En. Cinetica all'istante finale normalizzata rispetto il valore massimo raggiunto durante le simulazioni al variare di μ_p e μ_r – Colonna alta 76 mm.	56
Tabella 11: Energia dissipata normalizzata rispetto l'Energia iniziale del sistema al variare di μ_p e μ_r – Colonna alta 76 mm.....	57
Tabella 12: H_f , L_f , α e β nelle simulazioni con $\mu_p=0.3; 0.4; 0.5; 0.6$; $\mu_r=0; 0.02; 0.06; 0.1$ - Colonna alta 76 mm.	58
Tabella 13: Riduzione En. Cinetica all'istante finale normalizzata rispetto il valore massimo raggiunto durante le simulazioni per $\mu_p=0.45$ e μ_r variabile – Colonna alta 76 mm.....	60
Tabella 14: Parametri geometrici finali nelle simulazioni comparate con il deposito reale – Colonna alta 76 mm.....	61
Tabella 15: Confronto simulazione ($\mu_p=0.45$; $\mu_r =0.015$) e deposito reale – Colonna alta 76 mm.	62
Tabella 16: Riduzione En. Cinetica all'istante finale normalizzata rispetto il valore massimo raggiunto durante le simulazioni per $\mu_p=0.45$ e μ_r variabile – Colonna alta 55 mm.....	63
Tabella 17: Riduzione En. Cinetica all'istante finale normalizzata rispetto il valore massimo raggiunto durante le simulazioni per $\mu_p=0.45$ e μ_r variabile – Colonna alta 55 mm.....	64
Tabella 18: Parametri geometrici finali nelle simulazioni comparate con il deposito reale – Colonna alta 55 mm.....	64
Tabella 19: Confronto simulazione ($\mu_p=0.45$; $\mu_r =0.015$) e deposito reale – Colonna alta 55 mm.....	65
Tabella 20: Parametri di input definitivi utilizzati.....	66
Tabella 21: Dimensioni della nuova colonna e del nuovo serbatoio.....	66
Tabella 22: Parametri di input per la discretizzazione LBM.....	67

Tabella 23: Discretizzazione con $\Delta x = 6 \times 10^{-4}$ e $\Delta t = 1 \times 10^{-5}$	68
Tabella 24: Discretizzazione con $\Delta x = 4.8 \times 10^{-4}$ e $\Delta t = 1 \times 10^{-5}$	68
Tabella 25: Discretizzazione con $\Delta x = 2.4 \times 10^{-4}$ e $\Delta t = 1 \times 10^{-6}$	68
Tabella 26: Discretizzazione con $\Delta x = 2.4 \times 10^{-4}$ e $\Delta t = 1 \times 10^{-5}$	69
Tabella 27: Parametri di input definitivi per la discretizzazione LBM.	69
Tabella 28: Dati comparativi in termini energetici per diversi valori di HR.....	72
Tabella 29: Valori massimi di En. Cinetica e tempi di raggiungimento per le particelle e il fluido.	78
Tabella 30: Caratteristiche dell'onda generata nelle differenti esperienze reali al variare di H_w (Cabrera et al., 2020).	79
Tabella 31: Massima ampiezza dell'onda verso mare, posizione e tempo di raggiungimento per $H_w = 34.8$ mm.....	82
Tabella 32: Massima ampiezza dell'onda verso mare, posizione e tempo di raggiungimento per $H_w = 101.9$ mm.....	84
Tabella 33: Massima ampiezza dell'onda verso mare, posizione e tempo di raggiungimento per $H_w = 145.5$ mm.....	85
Tabella 34: Massima ampiezza dell'onda verso terra, posizione e tempo di raggiungimento per $H_w = 145.5$ mm.....	86
Tabella 35: Massima ampiezza dell'onda verso terra, posizione e tempo di raggiungimento per $H_w = 169.3$ mm.....	87
Tabella 36: Caratteristiche dell'onda generata nelle differenti esperienze reali al variare di H_w – Simulazioni.	91
Tabella 37: Caratteristiche dei due eventi considerati (Nguyen, 2022).	99
Tabella 38: Coefficienti di regressione dei risultati numerici e sperimentali.....	100
Tabella 39: Risultati previsionali dei diversi modelli.....	100
Tabella 40: Energia cinetica delle particelle e del fluido al variare di a_s (L_0).	104
Tabella 41: Ampiezza massima dell'onda positiva al variare di a_s confrontati con i risultati di Nguyen (2022).....	105
Tabella 42: Ampiezza massima dell'onda verso mare al variare della densità.	108
Tabella 43: Ampiezza massima dell'onda verso mare al variare della densità.	112

1. Introduzione

1.1. Tsunami

Il termine giapponese tsunami, traducibile in onda di porto, indica un moto ondoso anomalo del mare, denominato comunemente maremoto. La definizione orientale vuole evidenziare l'incapacità delle classiche barriere portuali nel contrastare questo tipo di onde. Vengono, così, differenziate dalle tradizionali onde di vento, che coinvolgendo masse di acqua superficiali non riescono a trasportarne una quantità sufficiente a penetrare nell'entroterra, con conseguente infrangimento contro i frangiflutti.

In letteratura scientifica i maremoti vengono definiti come onde di gravità, caratterizzate da una elevata lunghezza d'onda, dalle decine alle centinaia di chilometri, e periodi che variano tra i 10 e 45 minuti, con una durata complessiva del moto che può raggiungere le ore.

In mare aperto, le onde, a causa di altezze inferiori al metro e alla grande lunghezza d'onda, risultano spesso impercettibili nella loro rapida propagazione. La velocità, infatti, dipende dalla profondità del mare e in acque molto profonde, caratteristiche dell'oceano, le onde possono superare i 700 km/h. In prossimità della costa, invece, diminuendo progressivamente la profondità, l'onda rallenta drasticamente con conseguente aumento in ampiezza. Per il principio di conservazione dell'energia, durante l'avvicinamento alle zone costiere, parte dell'energia cinetica si trasforma in potenziale. Quindi, il flusso di energia, dipendente della velocità e dalla altezza, si mantiene costante e la riduzione di velocità fino a 90 km/h è contestuale all'aumento di altezza che raggiunge le decine o, in casi eccezionali, le centinaia di metri.

Il maremoto può risultare pericoloso anche per siti costieri distanti dalla zona di formazione dell'onda a causa della capacità delle onde di propagarsi percorrendo lunghe distanze con una limitata dispersione di energia. Queste si presentano alla linea di costa come dei muri di acqua, la cui potenza è associata all'intera colonna di acqua, dalla superficie al fondale, con un fronte turbolento che si infrange e forti correnti che si generano.

Per queste ragioni gli tsunami rappresentano uno dei principali pericoli naturali per le comunità e le infrastrutture costiere. Negli ultimi 30 anni sono state stimate, infatti, più di 250.000 morti a livello globale causate da tsunami (Gusiakov et al. 2019).

1.2. Tsunami generati da frane

Nonostante gran parte degli tsunami, circa l'80% della totalità (INGV¹), sia originata da terremoti sottomarini, altre cause scatenanti sono rappresentate da eruzioni vulcaniche, crolli di ghiacciai e frane. In particolare, in questo studio, si pone l'attenzione sui maremoti innescati da fenomeni franosi.

In Figura 1 si riportano alcuni dei più grandi tsunami dovuti a frane, differenziate in frane sottomarine e sub-aeree in funzione del rapporto di immersione H_w/H . In cui, H_w rappresenta la profondità dell'acqua nello stato di quiete ed H l'altezza iniziale del corpo frana. In questo passaggio da frana sub-aerea a sottomarina, l'ampiezza dell'onda a_m , anch'essa normalizzata rispetto alla profondità dell'acqua, risulta essere controllata dal rapporto di immersione, diminuendo al crescere di quest'ultimo.

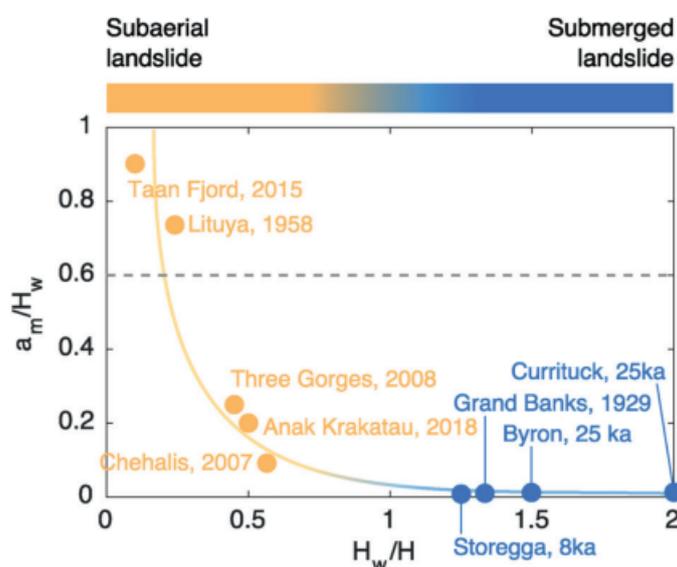


Figura 1: Selezione di tsunami generati da frane (Cabrera, Pinzon, Take & Mulligan, 2020).

Tra gli eventi riportati, si cita la frana subaerea della Baia di Lituya (Alaska) che, conseguente ad un evento sismico, nel 1958 fu la causa dello tsunami più grande mai registrato, raggiungendo l'altezza di 524 metri (Fritz et al., 2009).

Ed ancora, il terremoto di Grand Banks del 1929 che fu l'attivatore della più grande frana sottomarina mai registrata in Canada. Le onde dello tsunami conseguente raggiunsero un'altezza compresa tra i 3 e gli 8 m, colpendo dopo solo 2 ore e 23 minuti la penisola di Burin a 340 km dall'epicentro, con un run-up di 13 metri (Fine et al., 2005).

Per la valutazione dell'onda generata da frane sub-aeree e sottomarine, sono stati condotti, in passato, studi basati sulla descrizione delle condizioni iniziali e al contorno comuni ad ogni processo, in particolare si è analizzata l'influenza delle condizioni

¹ Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia

dinamiche e delle proprietà della massa di collasso sulla massima ampiezza dell'onda risultante. Nelle due configurazioni limite, ovvero, di frana completamente sommersa e sub-aerea, i parametri studiati hanno messo in luce l'importanza della velocità di impatto del corpo collassante durante il fenomeno (Fritz et al., 2004; Mulligan & Take, 2017).

Nella configurazione intermedia di frana parzialmente sommersa, invece, le caratteristiche dell'onda generata dalla frana mostrerebbero delle divergenze con i casi precedenti. Differenze tali da rendere non valide le valutazioni fatte per le onde generate da frane sottomarine e sub-aeree. Una differenza sostanziale tra le frane sub-aeree e quelle parzialmente sommerse risiede nella tipologia di movimento che caratterizza la massa franante al momento dell'impatto con l'acqua (Huang et al., 2020). In una frana sub-aerea, spesso si osserva lo scivolamento della massa granulare all'interno dell'acqua, mentre in quelle parzialmente sommerse si riscontrano movimenti sia di scivolamento che di caduta libera in zone differenti della frana. In questo scenario di parziale immersione, secondo gli studi condotti da Cabrera et al. (2020), Huang et al. (2020) e Robbe-Saule et al. (2021), i fattori di maggiore influenza sulla massima ampiezza dell'onda risultano essere le proprietà del materiale, costituente la massa granulare, e la geometria del corpo frana. Nonostante questa analogia, le ricerche mostrano differenti approcci nella valutazione della correlazione tra i parametri e l'onda risultante. Nello specifico, lo studio condotto da Cabrera et al. (2020), studio che verrà descritto in dettaglio al Capitolo 3, formula un modello analitico per la valutazione della massima ampiezza dell'onda, ottenuto attraverso un'analisi di bilancio del flusso della quantità di moto, che include la densità del materiale granulare al suo interno. Contrariamente a Robbe-Saule et al. (2021), invece, considerano ininfluenti l'effetto della densità del materiale sulle caratteristiche dell'onda. Un'altra differenza risiede nella valutazione dei fattori geometrici di controllo dell'ampiezza. Nello stesso studio (Cabrera et al., 2020), viene considerato il rapporto di immersione (H_w/H) come l'unico fattore geometrico che governa le caratteristiche di ampiezza dell'onda (Figura 1). Huang et al. (2020), invece, descrivono l'effetto del rapporto di forma, rapporto tra l'altezza e la larghezza della colonna granulare nella configurazione iniziale, e il volume di materiale coinvolto, come entrambi influenti.

Il contributo fornito da questi tre studi ed in particolare quello di Cabrera et al. (2020), utilizzato in questo lavoro come studio di riferimento e confronto per i risultati ottenuti, rappresenta uno strumento per la comprensione e l'analisi degli tsunami generati da frane. Infatti, ne completano il quadro conoscitivo complessivo attraverso la trattazione delle frane parzialmente sommerse, fino a prima rimasta inesplorata.

2. Modello di pericolosità

Il superamento della limitazione conoscitiva riguardante la transizione da frana subaerea a sottomarina, potrebbe porre il punto di partenza per la formulazione di aggiornate mappe di pericolosità da tsunami generati da eventi franosi. Si potrebbero, quindi, analizzare le diverse casistiche di frane, caratterizzate da differenti valori dei rapporti di immersione.

2.1. Mappa probabilistica di pericolosità da tsunami

Per comprendere il processo di stima della pericolosità di uno tsunami è utile definire il concetto di curva di pericolosità (Figura 2). La quale rappresenta la probabilità di accadimento (valore compreso tra 0 e 1) di un determinato evento con intensità pari o superiore a un dato valore, in un determinato tempo, detto tempo di esposizione. Tale probabilità decresce all'aumentare dell'intensità e viceversa.

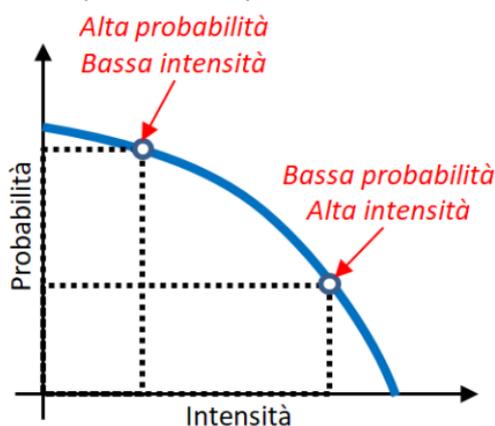


Figura 2: Curva di pericolosità (INGV).

La pericolosità può essere rappresentata graficamente in una zona geografica attraverso un reticolo di punti corrispondenti ad un preciso livello di pericolosità. Per fare questo esistono due metodi alternativi di procedere:

- Il primo consiste nello scegliere un determinato livello di probabilità, funzione del tempo di ritorno) e ricavare il rispettivo valore di intensità;
- Il secondo, invece, avviene in maniera opposta, scegliendo un livello di intensità e ricavando la probabilità corrispondente.

Per quanto riguarda l'intensità, questa, può essere calcolata attraverso diverse grandezze, in funzione del fenomeno considerato e della mappa che si vuole realizzare:

- Distanza di inondazione (Inundation length): distanza di penetrazione dello tsunami nell'entroterra;
- Altezza di inondazione (Inundation height): altezza massima della colonna d'acqua rispetto il livello del mare in prossimità della costa;
- Altezza della corsa (Run-up height): altezza dello tsunami rispetto al livello del mare nel punto finale di penetrazione.

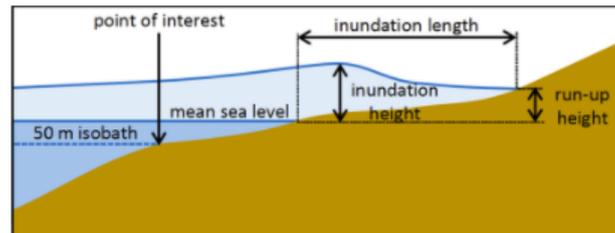


Figura 3: Grandezze utilizzate per il calcolo dell'intensità di uno tsunami (INGV).

La prima mappa probabilistica della pericolosità da tsunami per l'intera regione NEAM² è stata realizzata all'interno del progetto TSUNAMI-NEAM e rappresenta un utile strumento per la pianificazione degli interventi di mitigazione di rischio. Questa mappa rappresenta la pericolosità da tsunami generati da terremoti. Nella costruzione delle curve di pericolosità vengono utilizzate le informazioni geologiche, cataloghi dei terremoti, faglie attive, zone di subduzione e la velocità di deformazione della crosta terrestre della zona di analisi. Tutte queste informazioni vengono utilizzate per la realizzazione delle simulazioni numeriche che permettono di definire la probabilità di accadimento in funzione dell'intensità, rappresentata dalla massima altezza di inondazione.

Un possibile aggiornamento di queste mappe risiede nell'introduzione, per le diverse zone di interesse, delle potenziali frane come sorgente di innesco, determinando in questo modo uno scenario di pericolosità da tsunami aggiuntivo a quello dovuto al terremoto. In questo nuovo scenario, la pericolosità dello tsunami conseguente non sarà più relativa alla pericolosità del solo evento sismico che lo genera, ma anche alla pericolosità della frana. Si otterrebbe in questo modo, per i diversi punti della mappa, uno scenario combinato tra la pericolosità del sisma e della frana, in cui la pericolosità massima è relativa alla sorgente di innesco principale (più pericolosa) per lo tsunami. Se la causa principale risulta essere la frana, nel caso di frana parzialmente sommersa, l'altezza massima dell'onda, come prima approssimazione, potrebbe essere calcolata attraverso la formulazione proposta da Cabrera et al. (2020) (Equazione 3.6), funzione del rapporto di immersione e della densità. Dall'ampiezza massima, sarebbe poi possibile risalire all'altezza massima di inondazione, all'altezza della corsa e alla

² La regione denominata NEAM è definita nell'ambito della suddivisione degli oceani del mondo effettuata dalla Intergovernmental Oceanographic Commission e include l'Oceano Atlantico nordorientale, il Mar Mediterraneo e i mari connessi (INGV - <https://www.ingv.it>).

distanza di inondazione, attraverso studi di propagazione dell'onda e successivamente di inondazione.

2.3. Carte di pericolosità da frane

In questa parte, alla luce di ciò che è stato espresso precedentemente, si vuole esplicitare la procedura che porta alla realizzazione delle carte di pericolosità legate alla probabilità di occorrenza di una frana in un determinata area.

L'analisi di pericolosità può essere schematizzata in cinque passi essenziali:

- Previsione tipologica;
- Previsione spaziale;
- Previsione temporale;
- Previsione dell'evoluzione;
- Previsione dell'intensità.

Nelle successive sezioni verranno analizzati in breve questi step procedurali.

2.3.1. Previsione tipologica

In questa fase si vuole prevedere il tipo di frana che può verificarsi nell'area considerata e si basa sulla classificazione dei movimenti del versante. In letteratura esistono diversi tipi di classificazione, in funzione dei diversi aspetti analizzati. Ciò, evidenzia la complessità del fenomeno franoso e la difficoltà nel definire una descrizione univoca. Uno dei sistemi di classificazione più noti è la classificazione realizzata di Varnes nel 1978. Il suo ampio utilizzo è soprattutto legato alla possibilità di essere utilizzato per diversi fenomeni franosi, distinguendo i diversi tipi di movimento e i materiali in esso coinvolti. In questo modo, il nome risultante del singolo evento, risulta essere combinazione del tipo di movimento e del materiale (Tabella 1).

Tabella 1: Classificazione dei movimenti franosi (Varnes. 1978).

TYPE OF MOVEMENT		TYPE OF MATERIAL		
		BEDROCK	ENGINEERING SOILS	
			DEBRIS	EARTH
FALLS		Rock fall	Debris fall	Earth fall
TOPPLES		Rock topple	Debris topple	Earth topple
SLIDES	ROTATIONAL	Rock slide	Debris slide	Earth slide
	TRANSLATIONAL			
LATERAL SPREADS		Rock spread	Debris spread	Earth spread
FLOWS		Rock flow (deep creep)	Debris flow	Earth flow (soil creep)
COMPLEX		Combination of two or more principal types of movement		

Il tipo di materiale viene distinto in :

- **Roccia (rock)**;
- **Detrito (debris)**: caratterizzato dalla prevalenza di componente a grana grossa (20-80% dei grani con diametro superiore a 2 mm);
- **Terreno (earth)**: caratterizzato dalla prevalenza di componente a grana fine (>80% dei grani con diametro inferiore a 2 mm);

Il tipo di movimento (Figura 5) viene invece classificato in:

- **Crollo (fall)**: distacco improvviso di una massa di materiale o di blocchi. I versanti maggiormente interessati sono pareti di roccia pseudo-verticali con un sistema di discontinuità che si interseca;
- **Ribaltamento (topple)**: distacco di materiale da una parete pseudo-verticale e rotazione rispetto al punto di contatto;
- **Scivolamento (slide)**: scivolamento del materiale lungo una superficie di scorrimento; si distingue lo scivolamento rotazionale da quello traslativo in funzione delle caratteristiche della superficie di scorrimento;
- **Espansione laterale (lateral spread)**: fenomeno che presenta il cedimento del materiale sottostante che subisce deformazioni plastiche o liquefazione, con conseguente deformazione del materiale sovrastante caratterizzato da movimenti differenziali;
- **Colata (flow)**: flusso da molto ad estremamente rapido di materiale che si comporta come un fluido capace di percorrere notevoli distanze e sviluppando a valle una zona di deposito chiamata conoide;
- **Complesso (complex)**: combinazione di due o più movimenti nello spazio e nel tempo;

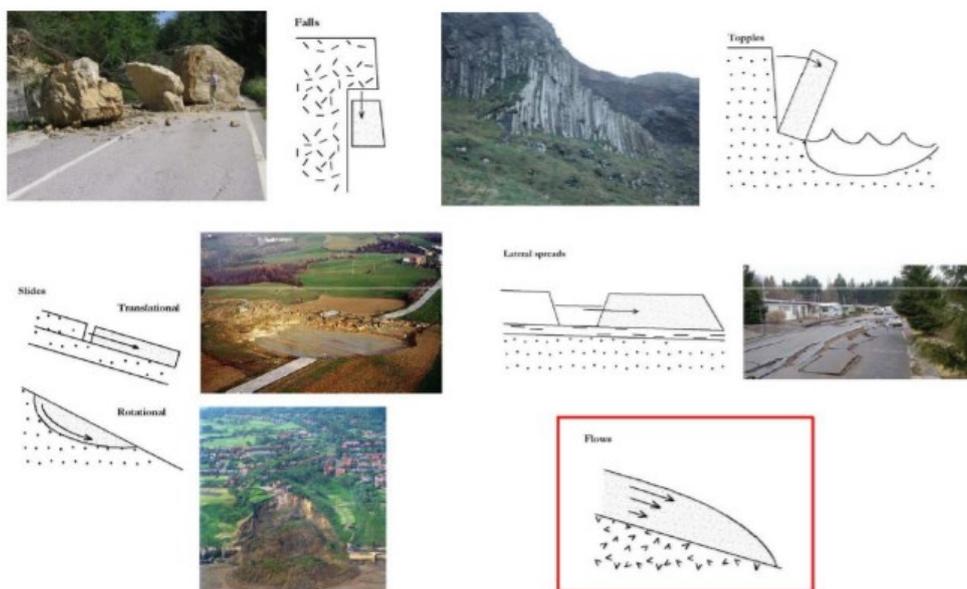


Figura 4: Rappresentazione dei movimenti franosi (Pirulli, 2014).

2.3.2. Previsione spaziale

La previsione spaziale consiste nella previsione e la caratterizzazione della porzione di versante potenzialmente instabile. In modo, così, da ottenere come risultato, un modello di innesco del fenomeno instabile.

Partendo dal modello geometrico, caratterizzato dalla definizione di area e volume potenzialmente instabile, si determina un modello geo-meccanico in cui si considerano le cause scatenanti o predisponenti e i parametri di resistenza del materiale costituente il versante. Ciò, avviene passando attraverso la definizione del cinematismo mediante monitoraggi. Dalle informazioni, così, ottenute si effettua una analisi di instabilità, in modo da ottenere il Fattore di Sicurezza del versante instabile. Questo termine, valore maggiore o uguale ad uno, rappresenta il rapporto tra la capacità e la domanda di resistenza e fornisce un'indicazione numerica sulla stabilità del versante analizzato.

L'analisi di instabilità può essere svolta seguendo due metodi di calcolo:

- **Metodo dell'equilibrio limite:** il metodo si basa sul confronto tra le forze resistenti ed agenti, il cui rapporto fornisce il fattore di sicurezza. Non si considero, però, il processo di deformazione ma solo la condizione di rottura;
- **Metodi delle tensioni (stress analysis):** metodi numerici che calcolano l'evoluzione del processo deformativo e la variazione dello stato tensionale nei diversi punti del modello costruito. Permettono, in questo modo, di tener conto della rottura progressiva.

2.3.3. Previsione temporale

La previsione temporale permette di includere nell'analisi l'informazione riguardante il tempo. Si valuta la probabilità di occorrenza di un fenomeno franoso, con una certa intensità, in una certa area e in un intervallo di tempo.

La valutazione della probabilità di occorrenza può essere valutata attraverso:

- **Approccio statistico:** non considera la fisica del problema ma si limita ad eseguire un'analisi statistica su una serie storica di dati. In questa analisi il parametro chiave è rappresentato dalla frequenza annua degli eventi franosi ($f(n)$) in un periodo di osservazione di N anni. Ciò, si esplica in un rapporto tra il numero il numero di eventi franosi (n) e il numero di anni a disposizione (N) nella serie storica:

$$f(n) = n/N;$$

In particolare, se il numero N di anni monitorati è sufficientemente grande, si può confondere la frequenza con la probabilità di occorrenza.

A volte, inoltre, non è possibile avere a disposizione uno storico delle frane avvenute. In questi casi si fa riferimento alle serie storiche delle cause (piogge, terremoti, ecc.), stimandone i valori critici per i quali è avvenuto il fenomeno franoso e il conseguente tempo di ritorno ($T=1/f$);

- **Approccio meccanico:** considera la fisica del problema eseguendo un'analisi numerica che tenga conto delle caratteristiche geomeccaniche del versante. In questo caso, vengono condotte analisi di infiltrazione e analisi sismiche sul modello meccanico, così da ottenere il periodo di ritorno attraverso la valutazione della frequenza con la quale avvengono le piogge e i terremoti critici.

2.3.4. Previsione dell'evoluzione

Consiste nella previsione della distanza di propagazione, dei limiti di retrogressione o di espansione laterale. Esistono tre differenti approcci per la valutazione dell'evoluzione del fenomeno.

Modelli empirici:

- Metodo geomorfologico: consiste nell'esaminare la zona mediante sopralluoghi e rilievi fotografici. In questo caso il risultato dell'analisi è valido esclusivamente per l'area oggetto di indagine;
- Metodo geometrico: consiste nel rilievo di eventi passati attraverso la consultazione di banche dati in cui vengono raccolti. Dalla interpolazione dei dati passati si ottiene un'equazione che rappresenta l'evoluzione dell'evento in esame, applicabile ad altri siti con materiale e tipologia del fenomeno simili a quelli analizzati.

Modelli analitici: restituiscono come risultato finale una formulazione analitica. Il modello classico è il *Lumped Mass*, in cui il moto della massa viene idealizzato come spostamento di un punto corrispondente al suo baricentro. In questo modo, l'analisi segue solo l'evoluzione del punto. Effettuando un'analisi energetica, si valuta l'energia totale, come combinazione di energia cinetica, potenziale e dissipata. Riducendo la massa al suo baricentro, però, si ignora l'influenza dell'area;

Modelli numerici:

- Modello discontinuo: il materiale viene modellato come un insieme di singole particelle di cui è necessario definire dimensioni, numero e calibrarne i parametri rappresentativi al fine di analizzarne l'interazione.
- Modello continuo: il materiale viene considerato come un continuo equivalente definendone le caratteristiche geomeccaniche.

In questo lavoro di tesi per definire l'evoluzione della frana si farà riferimento ad un modello numerico discontinuo. I concetti alla base del suo sviluppo e utilizzo verranno esplicitati al Capitolo 5.2.

2.3.5. Previsione dell'intensità

Consiste nella previsione delle dimensioni, in termini di area o volume, della velocità o dell'energia di una frana.

- La classificazione di Hungr (1981) - Cruden & Varnes (1996), propone come parametro per la determinazione dell'intensità: la velocità di propagazione del fenomeno. Vengono definite 7 distinte classi, in cui, ad ogni tipologia di movimento e materiale viene attribuito un range di variazione della velocità (Tabella 2).

Tabella 2: Classificazione dell'intensità in funzione della velocità (Hungr,1981 - Cruden&Varnes,1996).

Velocity class	Description	Damage	Speed (m/s)
7	Extremely rapid	Catastrophe of major violence; buildings destroyed by impact of displaced material; many deaths; escape unlikely	5
6	Very rapid	Some lives lost; velocity too great to permit all persons to escape	$5 \cdot 10^{-2}$
5	Rapid	Escape evacuation possible; structures, possessions, and equipment destroyed	$5 \cdot 10^{-4}$
4	Moderate	Some temporary and insensitive structures can be temporarily maintained	$5 \cdot 10^{-6}$
3	Slow	Remedial construction can be undertaken during movement; insensitive structures can be maintained with frequent maintenance work if total movement is not large during a particular acceleration phase	$5 \cdot 10^{-8}$
2	Very slow	Some permanent structures undamaged by movement	$5 \cdot 10^{-10}$
1	Extremely slow	Imperceptible without instruments; construction possible with precautions	-

Type	Topple						Slide			Flow		
Material	Rock		Debris		Earth		Rock	Debris	Earth/Mud	Rock	Debris	Earth/Mud
Activity status	-	I	A	-	I	A	-	-	-	-	-	-
Velocity class	6-7	5-6	1-5	1-6	5-6	1-5	1-2	1-7	1-4			

- Fell, nel 1994, invece propose una classificazione basata sul volume coinvolto, definendo anche egli 7 classi di intensità (Tabella 3).

Tabella 3: Classificazione dell'intensità in funzione del volume (Fell,1994).

Magnitudo M		
M	Description	Volume (m^3)
7	Extremely large	$>5\,000\,000$
6	Very large	$>1\,000\,000, <5\,000\,000$
5	Medium-large	$>250\,000, <1\,000\,000$
4	Medium	$>50\,000, <250\,000$
3	Small	$>5\,000, <50\,000$
2.5	Very small	$>500, <5\,000$
2	Extremely small	<500

- Una terza classificazione è quella proposta da Sassa nel 1988. In cui, l'intensità è espressa in termini di energia cinetica media o massima, e quindi combinando velocità e massa.

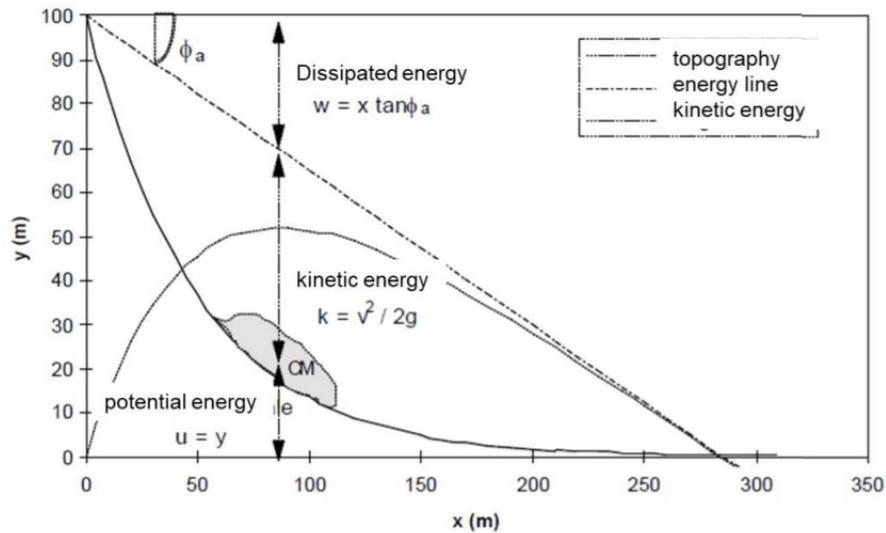


Figura 5: Rappresentazione dell'energia cinetica associata alla frana (Sassa,1988).

2.3.6. Valutazione della pericolosità

Gli elementi definiti negli step precedenti permettono il calcolo della pericolosità. Ovvero, la probabilità di occorrenza di un fenomeno franoso in una determinata area e in determinato intervallo di tempo, con un definito valore di intensità.

Attraverso la combinazione dei valori di intensità, in funzione della classificazione scelta, e del periodo di ritorno (o frequenza), è possibile ottenere il valore di pericolosità. Si riporta di seguito una matrice di pericolosità risultante per una possibile classificazione di intensità scelta:

Tabella 4: Matrice di pericolosità (ISPRA³).

Pericolosità connessa alla magnitudo dei fenomeni franosi		Frequenza probabile			
		alta 1 - 30 anni	media 30 - 100 anni	bassa 100 - 300 anni	Frane antiche (> 300 anni) e paleofrane
Classi di Magnitudo	6 - 9	P4	P4	P3	P1
	3 - 4	P3	P3	P2	
	1 - 2	P2	P1	P1	

In Tabella 4 vengono definiti quattro livelli di pericolosità P1 (pericolosità bassa), P2 (pericolosità moderata), P3 (pericolosità alta) e P4 (pericolosità molto alta). Si nota che la pericolosità, come detto in precedenza, risulta dalla combinazione dei due fattori

³ Istituto Superiore per la Protezione e la Ricerca Ambientale

riportati. Per cui, a valori elevati di intensità, ma caratterizzati da periodi di ritorno elevati (>300 anni) viene attribuita una classe di pericolosità bassa. Contrariamente, la pericolosità, associata a fenomeni franosi con valori appartenenti alla classe minima di intensità, ma, caratterizzati da alta frequenza (1-30 anni), risulta moderata.

2.4. Considerazioni sulla valutazione della pericolosità da tsunami generati da frane in ambiente costiero

A conclusione di questa breve descrizione sulla procedura che permette di ottenere la pericolosità di una frana, si vogliono effettuare alcuni commenti sulla valutazione della pericolosità di una frana che può dare origine ad uno tsunami.

Una prima considerazione può essere effettuata nell'ambito della valutazione tipologica. In relazione a quanto riportato da Huang et al. (2020), il movimento della massa franante durante il collasso è tipico dello scivolamento, andando verso un movimento complesso, combinazione di scivolamento e caduta, nel passaggio da frana sub-aerea a sottomarina. Per queste ragioni, la prima caratteristica da individuare, per determinare uno scenario di pericolo, è questa tipologia di movimento.

Un ulteriore commento riguarda la scelta della classificazione dell'intensità. Nelle condizioni di frane sub-aeree e sottomarine la velocità raggiunta dal corpo collassante durante il fenomeno risulta essere il parametro che maggiormente influenza l'ampiezza massima dell'onda (Fritz et al., 2004; Mulligan & Take, 2017). In queste situazioni la scelta di una classificazione basata sulla velocità potrebbe risultare la più efficace. Mentre, per la configurazione di frana parzialmente sommersa, le proprietà del materiale e quelle geometriche risultano essere le caratteristiche che maggiormente influenzano l'ampiezza massima dell'onda. Nello specifico, Huang et al. (2020) individua nel rapporto di forma e nel volume coinvolto, i fattori geometrici che governano il fenomeno, per cui una classificazione basata sul volume o sull'energia risulterebbero conformi. Dallo studio di Cabrera et al. (2020), invece, considerando il rapporto di immersione come unico parametro geometrico che influenza l'altezza dell'onda conseguente alla frana, risulta difficile determinare un parametro che possa rappresentare al meglio l'intensità. In questo senso, il rapporto di immersione rappresenterebbe già esso stesso un fattore di pericolo. Per cui, la pericolosità della frana potrebbe essere valutata semplicemente come probabilità di accadimento di un fenomeno franoso, con un determinato rapporto di immersione, in una certa zona. Tale valore di probabilità, valutato a prescindere dall'intensità della frana, combinato alla densità del materiale per calcolare l'altezza massima dell'onda (Equazione 3.6), restituirebbe la pericolosità dello tsunami generato da una frana, in una valutazione del primo ordine.

3. Studio di transizione da frana sub-aerea a sottomarina attraverso una funzione continua (Cabrera et al., 2020)

In questo capitolo si riporta una sintesi dell'articolo di ricerca "Wave generation across a continuum of landslide conditions from the collapse of partially submerged to fully submerged granular columns", *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 125, pubblicato nel 2020 da Cabrera, M. A., Pinzon, G., Take, W. A., & Mulligan, R. P. .

Tale studio, già citato nei capitoli precedenti, mira allo sviluppo di una descrizione analitica della massima ampiezza dell'onda risultante da una frana. Viene, quindi, definita una formulazione continua in grado di essere rappresentativa per qualsiasi profondità di immersione della frana, mediante un approccio di tipo sperimentale.

3.1. Concetti di base dello studio

Per la valutazione delle onde generate da frane di terra, a causa del complesso moto accoppiato tra particelle solide e fluido, in ambito di ricerca, vengono spesso utilizzati modelli fisici, basati su risultati sperimentali. Dalle osservazioni sperimentali si cerca, infatti, di estrapolare indicazioni utili per la creazione di modelli analitici in grado di descrivere il fenomeno. In particolare, per lo studio di mobilità della frana, viene spesso utilizzato come modello di riferimento quello relativo al collasso di una colonna granulare. Da questo, si ricavano informazioni riguardanti la velocità e la distanza di arresto della massa collassante, in funzione del rapporto tra l'altezza e larghezza iniziale della colonna (Grilli et al., 2019; Mulligan et al., 2020; Cabrera & Estrada, 2019; Lajeunesse et al., 2004; Lube et al., 2004; Roche et al., 2008). In questo studio, a queste informazioni si affiancano quelle registrate per il fluido al procedere del collasso, nella stessa configurazione sperimentale. Nel modello in esame è previsto un rilascio controllato della massa granulare. Non vengono considerate, in questo modo, le complessità intrinseche che portano all'innesco di una frana in un versante reale, ovvero, il comportamento non lineare del terreno, un piano di scivolamento complesso e complessa geometria della frana.

Nonostante questa semplificazione iniziale del modello, la più grande difficoltà nella simulazione in laboratorio di frane sommerse risiede proprio nella riproduzione del meccanismo di attivazione del collasso. Dagli studi condotti da Robbe-Saule (2019), si riscontra, infatti, che il meccanismo di rilascio ha effetti trascurabili sulla mobilità del materiale granulare. Nella sua interazione con il fluido può, però, influire in maniera rilevante sulla generazione di onde aggiuntive non attinenti al fenomeno di collasso in sé. Esistono quattro diverse possibili configurazioni di rilascio del materiale granulare, rappresentate da paratie a scorrimento verticale od orizzontale e da una paratia rotante.

Le paratie a scorrimento verticale (Figura 6a e Figura 6b) non rilasciano simultaneamente in altezza le particelle. In più, pur avendo poca interazione con il fluido, possono produrre onde non conformi al fenomeno in prossimità della paratia, a causa dell' elevata velocità con la quale essa viene aperta. La paratia rotante (Figura 6c) rilascia le particelle contemporaneamente in altezza, ma nella sua rotazione genera delle onde. La paratia orizzontale (Figura 6d) rilascia le particelle contemporaneamente in altezza ma non in larghezza, inoltre, il movimento di apertura può generare onde di taglio secondarie in direzione normale al moto delle particelle granulari che scorrono durante il collasso.

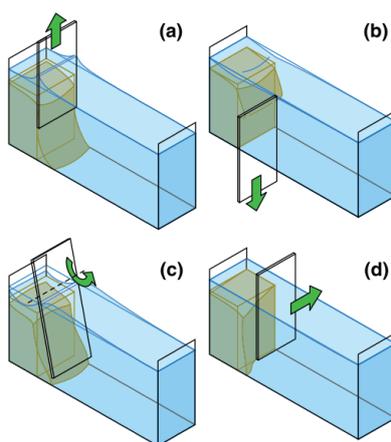


Figura 6: Rappresentazione di 4 meccanismi di rilascio del corpo granulare: (a) paratia a scorrimento verticale verso l'alto; (b) paratia a scorrimento verso il basso ; (c) paratia rotante ; (d) paratia a scorrimento orizzontale.

Le differenti tipologie del meccanismo di rilascio mettono in luce l'impossibilità di evitare effetti al contorno dovuti alla sua apertura (Robbe-Saule, 2019). Nonostante ciò, la paratia scorrevole orizzontalmente introduce effetti legati al meccanismo di innescamento solo nella direzione trasversale alla larghezza del modello e le onde secondarie che si generano non interferiscono direttamente nella direzione di propagazione della frana (Pinzon & Cabrera, 2019). Per questa ragione, nello studio analizzato si utilizza una paratia a scorrimento orizzontale come meccanismo innescante il collasso di una colonna granulare soggetta alla gravità, con configurazione planare. La semplificazione bidimensionale permette di avere una visualizzazione dei movimenti della massa granulare e delle variazioni del livello dell'acqua sulla superficie libera e all'interno del corpo granulare (Lacaze et al., 2008; Pinzon & Cabrera, 2019).

Poiché l'obiettivo del lavoro si concentra sulla generazione di onde causate dal collasso della colonna granulare per diverse condizioni di profondità dell'acqua, la geometria iniziale della colonna viene mantenuta costante. Si varia, invece, il livello dell'acqua in modo da ottenere una serie di test con diversi valori del rapporto di immersione. Si analizzano così le onde generate da frane durante la transizione da sub-aeree e sottomarine.

3.2. Configurazione e procedura sperimentale

Il set-up sperimentale (Figura 7) consiste in una installazione composta da due finestre quadrate in Plexiglass di lato 450 mm e spesse 10 mm. Le finestre sono separate da un telaio in PMMA a forma di U, di lati 390 mm e 2 mm di spessore, posizionati nei contorni inferiori e laterali. In questo modo si mantiene la separazione tra le pareti e si permette la deposizione dall'alto delle particelle durante la fase di preparazione della colonna e l'entrata dell'aria. Perimetricamente vengono aggiunti fogli di cartone inumiditi al fine di evitare perdite, incrementando lo spazio interno effettivo tra le due pareti a 2.4 mm, successivamente riempito di acqua attraverso un tubo inserito nel foro laterale dell'angolo inferiore destro. Infine, per evitare perdite, l'area della fessura viene sigillata con della vaselina.

Il meccanismo di apertura è costituito da una paratia a scorrimento orizzontale che attraversa una fessura di 0.2 mm nella finestra in PMMA posteriore. Questo viene azionato da un attuatore pneumatico operante alla pressione di 4 bar.

La configurazione sperimentale viene illuminata attraverso un pannello di diodi emettitori di luce da 400 lm ed una telecamera registra gli esperimenti con un frame rate di 800 fps e una risoluzione di 720x530px. La calibrazione dei fotogrammi avviene attraverso gli indicatori posti sulla parete sinistra anteriore e sul fondo (Figura 8), consentendo la correzione della profondità per i potenziali errori di prospettiva nell'immagine.

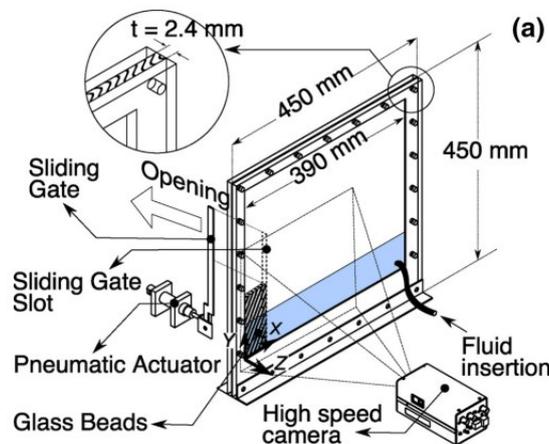


Figura 7: Schematizzazione della configurazione sperimentale (Cabrera et al., 2020).

Tutti gli esperimenti vengono condotti con un'altezza iniziale della colonna $H_0=150$ mm ed una larghezza iniziale $L_0=100$ mm. Si mantiene, quindi, invariata la geometria iniziale della colonna, mentre il livello dell'acqua nello stato iniziale di quiete (H_w) viene progressivamente aumentato, ottenendo in questo modo 15 diversi rapporti di immersione (H_w/H_0) che variano da 0.23 a 1.52.

La colonna granulare è costituita dall'insieme di particelle mono-disperse di ceramica, aventi diametro di 2 mm e densità pari a 3600 kg/m^3 . Con questa dimensione delle particelle, lo spazio compreso tra le due pareti è equivalente a 1.2 volte il diametro, limitando la frazione di riempimento (volume occupato dal numero di particelle in un dato volume) pari a 0.5, in accordo con una configurazione densa di impacchettamento dei sistemi cristallini (Pinzon & Cabrera, 2019). Le particelle presentano un angolo di riposo statico di $28.15^\circ \pm 0.75^\circ$, misurato nella condizione asciutta di caduta libera, valutando l'angolo su entrambi i lati del cumulo formato.

Viene utilizzata una soluzione di acqua deionizzata e sapone per ridurre la tensione superficiale ed eliminare la presenza di bolle tra le particelle generate durante la fase di preparazione del modello (Heller, 2011). Da ultimo, è aggiunto del colorante alla soluzione fluida per aumentarne il contrasto. Viene facilitata, così, la visualizzazione del livello del fluido, in modo da ottenerne una misurazione della distribuzione spaziale nei diversi fotogrammi (Figura 8).

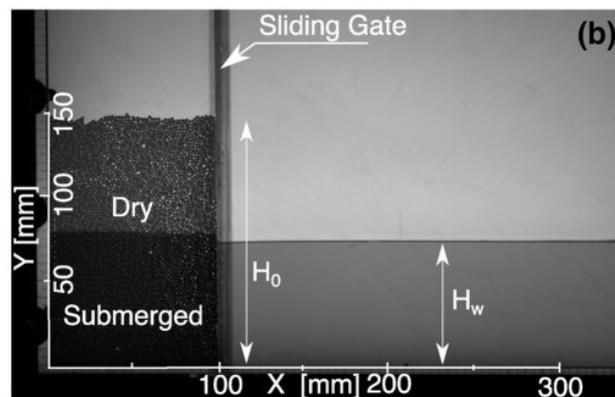


Figura 8: Fotogramma della condizione sperimentale iniziale con $H_w/H_0=0.7$ (Cabrera et al., 2020).

Ogni esperimento inizia introducendo le particelle fino a formare una colonna granulare di altezza H_0 , nella condizione di paratia chiusa. Successivamente, si riempie lentamente con il fluido lo spazio compreso tra le due finestre, fino ad arrivare al livello di altezza dell'acqua (H_w) desiderato. In contemporanea, si satura la colonna granulare attraverso uno spazio compreso tra la paratia e la finestra anteriore (Figura 7). Infine, viene attivato il meccanismo di apertura della paratia e la colonna crolla per effetto del peso proprio.

Successivamente al rilascio della colonna, si osservano delle transizioni nelle caratteristiche di collasso. Tali variazioni vengono distinte in tre fasi principali: accelerazione, propagazione costante e infine decelerazione. La generazione dell'onda avviene nella fase iniziale, dove la massa raggiunge il picco di accelerazione e di conseguenza il flusso la quantità di moto trasferita al fluido risulta essere massima.

Il livello del fluido viene misurato mediante sonde digitali disposte con un passo di 10 mm dalla posizione del gate, mentre il campo di velocità all'interno del corpo granulare viene calcolato utilizzando la velocimetria ad immagine delle particelle (PIV).

3.3. Generazione e propagazione dell'onda

Il collasso inizia con un moto di scivolamento e caduta libera, in cui le particelle accelerano e iniziano a diffondersi verso il basso e orizzontalmente al di sotto del livello di fluido. Si genera, così, un'onda dovuta al trasferimento di una certa quantità di moto dalle particelle al fluido. Successivamente, le particelle continuano a diffondersi lateralmente con velocità costante e l'onda si propaga. La conclusione del fenomeno avviene a seguito della decelerazione della colonna e successivo arresto con formazione di un deposito quasi triangolare.

In questo studio si mette in luce come la direzione di propagazione e la massima ampiezza dell'onda siano controllate dal rapporto di immersione. In funzione di questa dipendenza, si riporta l'evoluzione del collasso per valori di H_w/H_0 corrispondenti a 0.23, 0.87 e 1.17, in modo da illustrare nel dettaglio la transizione da frana sub-aerea a completamente sommersa (Figura 9).

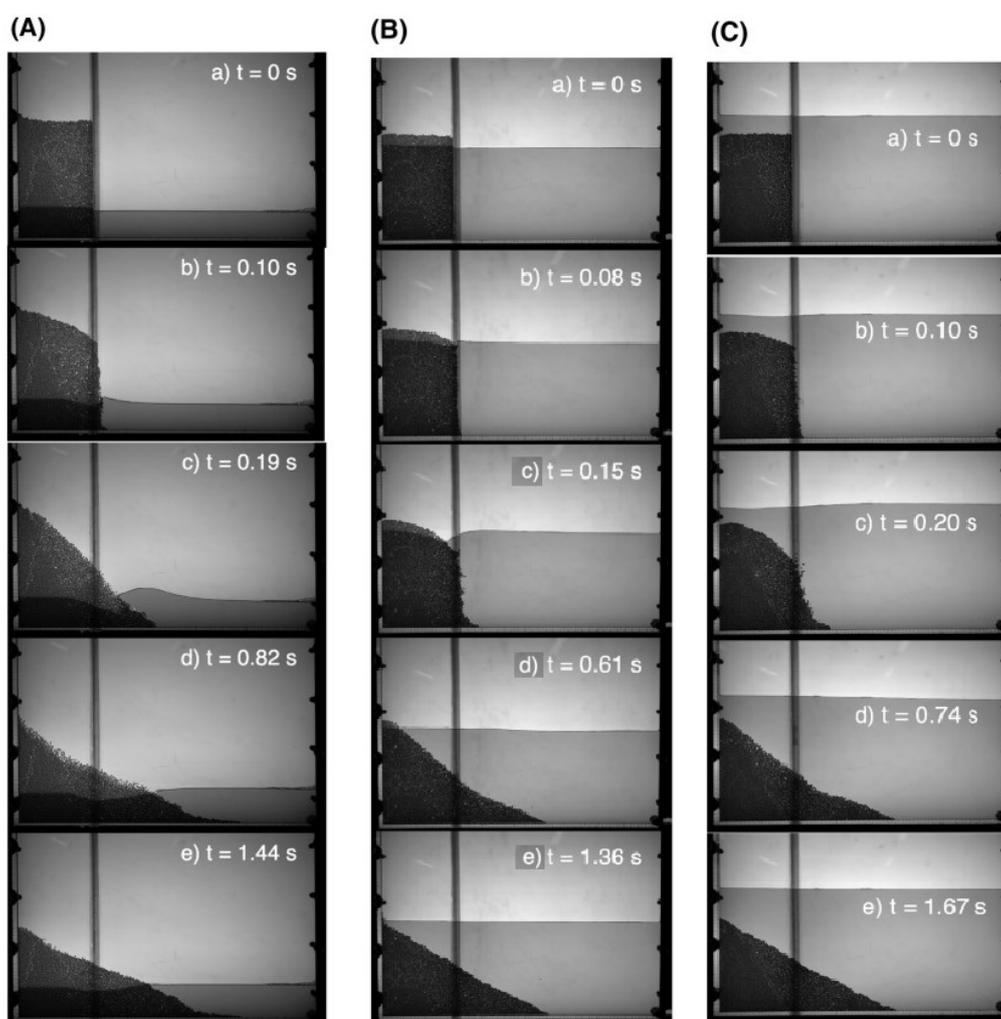


Figura 9: Evoluzione del collasso sperimentale: (A) $H_w/H_0=0.23$; (B) $H_w/H_0=0.87$; (C) $H_w/H_0=1.17$ (Cabrera et al., 2020)

I fotogrammi considerati, per le tre diverse condizioni di immersione della colonna, raffigurano 3 istanti chiave nella sequenza del collasso:

- a) Istante iniziale (t_0): istante di apertura della paratia;
- c) Istantane (t_c): istante in cui si raggiunge la massima ampiezza dell'onda (a_m^+);
- e) Istante finale (t_f): istante in cui si raggiunge distanza di arresto (L_f), corrispondente alla configurazione finale di deposito;

I fotogrammi b) e d) invece rappresentano istanti temporali intermedi a quelli considerati.

La colonna con rapporto $H_w/H_0=0.23$ mostra la formazione di un'onda in corrispondenza dell'estremità della colonna collassante. L'onda, successivamente, si propaga verso il mare, raggiungendo la sua massima ampiezza positiva (a_m^+), simultaneamente il livello del fluido all'interno del corpo granulare si abbassa al di sotto di H_w a causa del movimento delle particelle verso il basso (Figura 10A-c). Per il rapporto $H_w/H_0=0.87$, l'ampiezza dell'onda positiva diminuisce e si forma un'onda negativa che viaggia verso terra, ovvero, verso la parete di sinistra, attenuandosi progressivamente (Figura 10B). Considerando lo scenario completamente sommerso ($H_w/H_0=1.17$), in questo caso l'onda verso mare diventa non più rilevabile visivamente, ma solo attraverso la sonda digitale. Si rileva, invece, la formazione di una più marcata depressione del livello dell'acqua e quindi di un'onda con ampiezza negativa (a_m^-), che viaggia verso terra scontrandosi con la parete sinistra del modello (Figura 10C).

Dai risultati analizzati si osserva che la formazione di un'onda verso terra avviene per valori del rapporto di immersione $H_w/H_0 \geq 0.87$. Una seconda osservazione può essere condotta sul tempo di propagazione delle onde verso mare, cioè, l'intervallo di tempo tra l'istante in cui si manifesta la massima ampiezza (a_m^+) e l'istante di arrivo nella parete di destra. Nello specifico, ad un aumento del rapporto H_w/H_0 corrisponde una riduzione del tempo di propagazione.

Per comprendere meglio l'evoluzione del fenomeno, in termini di interazione particelle-fluido, si considera ora il campo di velocità, espresso in m/s, per gli stessi rapporti di immersione valutati precedentemente. Come si è osservato in precedenza, il livello del fluido durante i test si abbassa in funzione del rapporto di immersione e della velocità di collasso. Al momento del rilascio della colonna, la velocità della porzione di materiale inizialmente secco supera la conducibilità idraulica del mezzo (m/s), impendendo in questo modo la percolazione del fluido tra le particelle, che al contrario spostano il fluido verso il basso. La porzione di materiale inizialmente sommersa continua, invece, a diffondersi orizzontalmente. Successivamente, quando la velocità di collasso diminuisce, il fluido riesce a percolare attraverso le particelle, arrivando alla condizione di equilibrio idraulico al termine del processo di deposito.

Dall'osservazione del campo di velocità (Figura 11) viene innanzitutto confermata la considerazione fatta sul rilascio simultaneo in altezza delle particelle per la paratia a scorrimento orizzontale. Si individua, infatti, l'attivazione di un fronte di collasso che

coinvolge in altezza l'intera colonna, formando un cuneo granulare curvo che cresce in termini di dimensioni e velocità durante l'avanzamento del crollo della colonna (Figura 11b e Figura 11c). Successivamente, in corrispondenza della formazione dell'onda di ampiezza massima (Figura 11c) il cuneo mobilitato inizia a ridurre la propria area finché le particelle non si fermano e si depositano (Figura 11d e Figura 11e). Nonostante queste similitudini nell'evoluzione del processo di collasso, la variazione del rapporto di immersione comporta evidenti differenze tra i tre scenari. Si rileva, confrontando i frame nelle diverse configurazioni, che all'aumentare del valore di H_w risulta inferiore la dimensione del cuneo mobilitato e la velocità con cui le particelle che lo compongono si muovono. Nello specifico, dove il livello dell'acqua è più alto, la forza di galleggiamento e la resistenza del fluido a farsi attraversare dalle particelle immerse è più elevata, riducendo la velocità del corpo granulare.

Per le ragioni prima citate, si può concludere che il meccanismo di generazione dell'onda risulta controllato dal rapporto H_w/H_0 , mentre, essendo H_0/L_0 il medesimo in tutte le esperienze di laboratorio condotte, risulta difficile giudicare l'influenza della geometria.

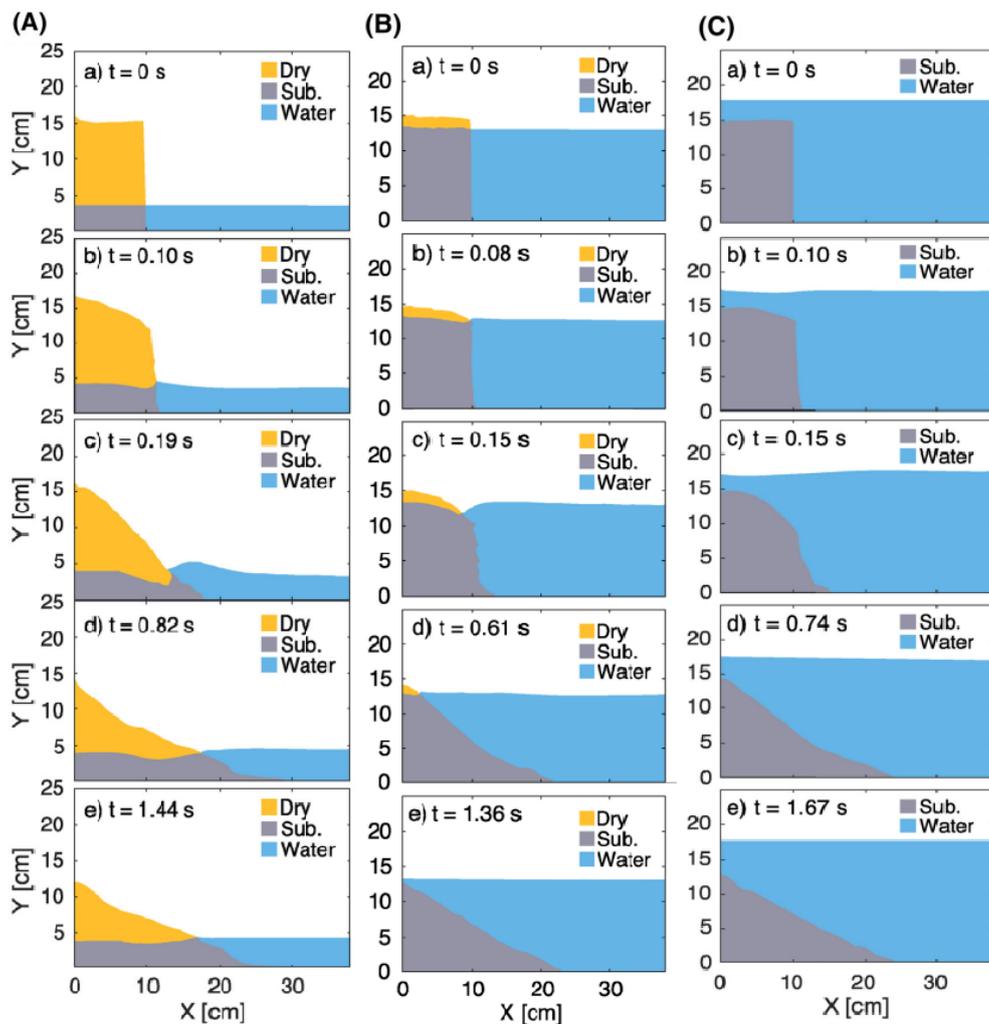


Figura 10: Schematizzazione dei risultati ottenuti: (A) $H_w/H_0=0.23$; (B) $H_w/H_0=0.87$; (C) $H_w/H_0=1.17$ (Cabrera et al., 2020).

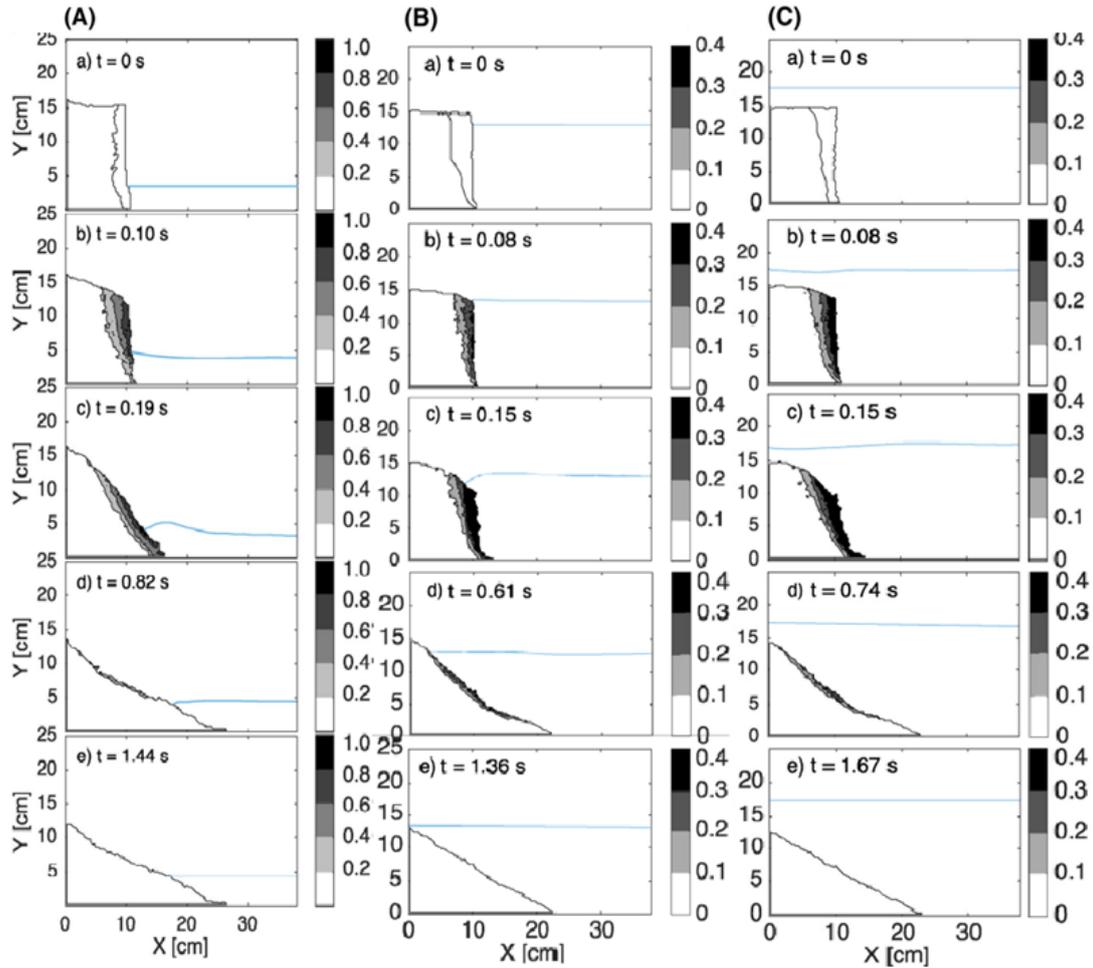


Figura 11: Campo di velocità [m/s]: (A) $H_w/H_0=0.23$; (B) $H_w/H_0=0.87$; (C) $H_w/H_0=1.17$ (Cabrera et al., 2020).

Analizzando l'istante in cui viene raggiunta la massima ampiezza dell'onda per i tre rapporti di immersione (Figura 12), si mette in luce la variazione di pendenza che subisce il campo di velocità nel passaggio da frana sub-aerea a totalmente sommersa. E' evidente, infatti, l'aumento di inclinazione dei vettori velocità, passando da 45° per $H_w/H_0=0.23$, a circa 80° nello scenario completamente sommerso, suggerendo che un aumento di H_w/H_0 comporti un contributo puramente di caduta libera delle particelle granulari al movimento del cuneo e una conseguente riduzione dell'ampiezza dell'onda.

L'aumento del livello relativo dell'acqua influisce anche sulla distribuzione spaziale della massa negli istanti di massima ampiezza dell'onda, limitandone la dispersione orizzontale (Figura 12). Tale limitazione, al contrario, non si riscontra nell'istante che determina la conclusione del collasso, raggiungendo una simile distanza di arresto nonostante la variazione di H_w/H_0 (Figura 10e) e (Figura 11e). Inoltre, la posizione in cui si raggiunge la massima ampiezza $x^*(a_m^+)$ aumenta in funzione dell'incremento di H_w/H_0 , passando da una condizione di formazione dell'onda nella regione di near-field ($x^* < 2L_0$), per $H_w/H_0 < 1$, ad una condizione di far-field ($x^* \geq 2L_0$).

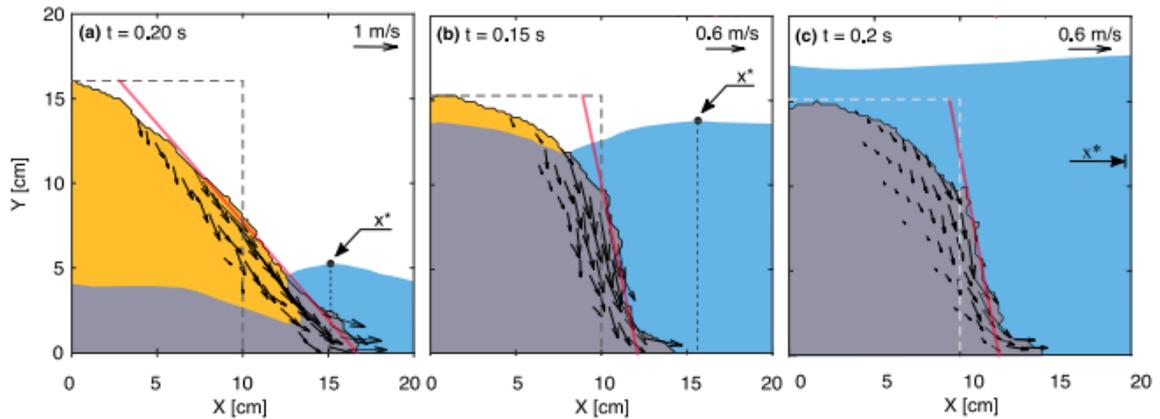


Figura 12: Schematizzazione del collasso all'istante di massima ampiezza (a_m^+): (a) $H_w/H_0=0.23$; (b) $H_w/H_0=0.87$; (c) $H_w/H_0=1.17$ (Cabrera et al., 2020).

Nello studio oggetto di descrizione, la relazione tra H_w/H_0 e l'ampiezza massima dell'onda viene ulteriormente evidenziata attraverso una descrizione euleriana del moto del fluido (Figura 13). Per i tre scenari di riferimento viene valutata l'altezza del livello dell'acqua, al variare del tempo, in due posizioni di riferimento fisse, nello specifico $X = 200 \text{ mm}$ ($2L_0$) per l'onda che si propaga verso mare e $X = 50 \text{ mm}$ ($0.5L_0$) per l'onda verso terra.

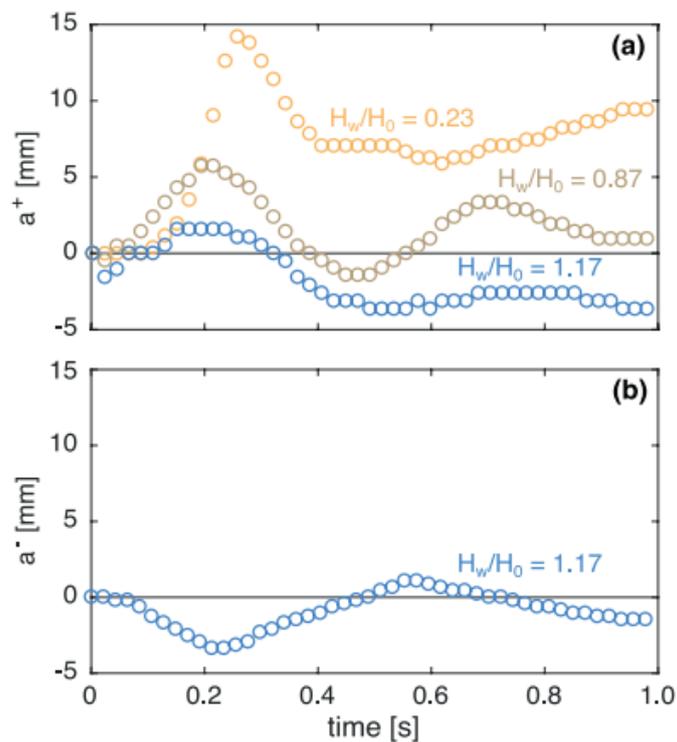


Figura 13: Profilo del livello del fluido per $H_w/H_0 = 0.23; 0.87; 1.17$. (a) Onda verso mare ad $X=200 \text{ mm}$; (b) Onda verso terra ad $X=50 \text{ mm}$ (Cabrera et al., 2020).

I risultati di Cabrera et al. (Figura 13a) mostrano chiaramente una riduzione dell'ampiezza dell'onda verso mare al crescere del livello dell'acqua.

Viene, quindi, confermata l'esistenza di una relazione tra a_m^+ e H_w suggerita da Mulligan & Take (2017). Si individua, inoltre, la formazione di un'onda secondaria con ampiezza inferiore all'onda principale, generata dal moto delle particelle successivo alla formazione dell'onda di massima ampiezza. Fenomeno già riscontrato da Robbe-Saule (2019) in una configurazione sperimentale simile.

In Figura 13(b), viene rappresentato il profilo delle onde verso terra che risultano depresse sopra la colonna collassante ($X=50$ mm) e che si propagano verso destra con un' ampiezza dell'onda negativa (a_m^-).

I risultati ottenuti per 15 differenti valori di H_w vengono riassunti nella Tabella 5. In questo caso, attraverso un approccio lagrangiano, si ricerca nel tempo la massima ampiezza dell'onda positiva (a_m^+) e negativa (a_m^-), riportando le rispettive posizioni ($x^*(a_m^+)$; $x^*(a_m^-)$) e tempi ($t_e(a_m^+)$; $t_e(a_m^-)$) in cui tale ampiezza viene raggiunta. Per quanto riguarda la velocità dell'onda positiva (c_{wave}^+) e negativa (c_{wave}^-), viene valutata nuovamente in $X=200$ mm e $X=50$ mm, in modo da ottenerne un valore puntuale di tale grandezza nel passaggio dell'onda in queste posizioni di controllo.

Tabella 5: Tabella riassuntiva dei risultati ottenuti al variare di H_w (Cabrera et al., 2020).

H_w [mm]	a_m^+ [mm]	a_m^- [mm]	$x^*(a_m^+)$ [mm]	$x^*(a_m^-)$ [mm]	$t_e(a_m^+)$ [s]	$t_e(a_m^-)$ [s]	c_{wave}^+ [m/s]	c_{wave}^- [m/s]
34.8	18.0	-	181.3	-	0.224	-	0.62	-
43.5	15.8	-	163.1	-	0.200	-	0.62	-
59.2	15.1	-	155.7	-	0.185	-	0.62	-
73.6	15.5	-	150.2	-	0.193	-	0.57	-
83.7	11.6	-	141.5	-	0.171	-	0.89	-
101.9	9.0	-	141.4	-	0.173	-	0.73	-
118.8	7.0	-	150.8	-	0.191	-	0.89	-
130.6	5.0	5.0	176.3	128.7	0.223	0.249	1.00	0.04
130.9	6.0	-	158.7	-	0.161	-	0.62	-
145.5	5.0	10.0	210.2	75.1	0.260	0.159	0.89	0.67
169.3	3.0	10.6	205.1	34.9	0.236	0.249	0.62	0.28
175.7	4.0	9.0	244.9	15.2	0.249	0.249	1.00	0.44
187.8	3.7	6.3	295.2	14.6	0.261	0.234	0.80	0.67
199.9	3.0	5.0	244.6	14.9	0.226	0.234	-	1.14
228.6	2.0	5.0	314.9	21.1	0.211	0.230	1.33	1.00

Note. Note that in all experiments $H_0 = 150$ mm and $L_0 = 100$ mm are kept constant, and that c_{wave}^+ and c_{wave}^- corresponds to measurements at $X = (200, 50)$ mm, respectively.

Per l'onda verso mare, come già detto in precedenza, la massima ampiezza dell'onda positiva diminuisce al crescere di H_w/H_0 (Figura 14a), simultaneamente all'incremento della coordinata x^* nella quale tale valore massimo viene raggiunto (Figura 14b). La velocità dell'onda, misurata a $X=200$ mm, pur variando in funzione della profondità relativa dell'acqua, fluttua intorno a 0.8 ± 0.21 m/s, mantenendosi sempre inferiore alla previsione della velocità per onde in acque superficiali ($c_{shallow\ water}^+ = \sqrt{gH_w}$) e per l'onda solitaria ($c_{solitary\ wave}^+ = \sqrt{g(a_m + H_w)}$) (Figura 14c).

L'onda verso terra si manifesta per valori di $H_w/H_0 \geq 0.87$ e può avvenire in concomitanza alla formazione dell'onda verso mare. Il valore massimo di ampiezza dell'onda negativa si ottiene per $H_w/H_0=1.13$ (Figura 15a), mentre il punto in cui viene raggiunto tale valore massimo diminuisce progressivamente al crescere di H_w/H_0 , stabilizzandosi in prossimità dell'origine del sistema di riferimento della configurazione sperimentale per $H_w/H_0 \geq 1.13$ (Figura 15b). Le velocità dell'onda negativa, valutate a $X=50$ mm, vengono riportate in Figura 15(c). queste vengono confrontate con la velocità dell'onda in acqua poco profonda, calcolata come ($\bar{c}_{shallow\ water} = \sqrt{g(H_w - H_0)}$), e dell'onda solitaria ($\bar{c}_{solitary\ wave} = \sqrt{g((H_w + a_m) - H_0)}$), considerando nel calcolo previsionale della velocità, l'ampiezza dell'onda rispetto il livello dell'acqua valutato al di sopra dell'altezza della colonna.

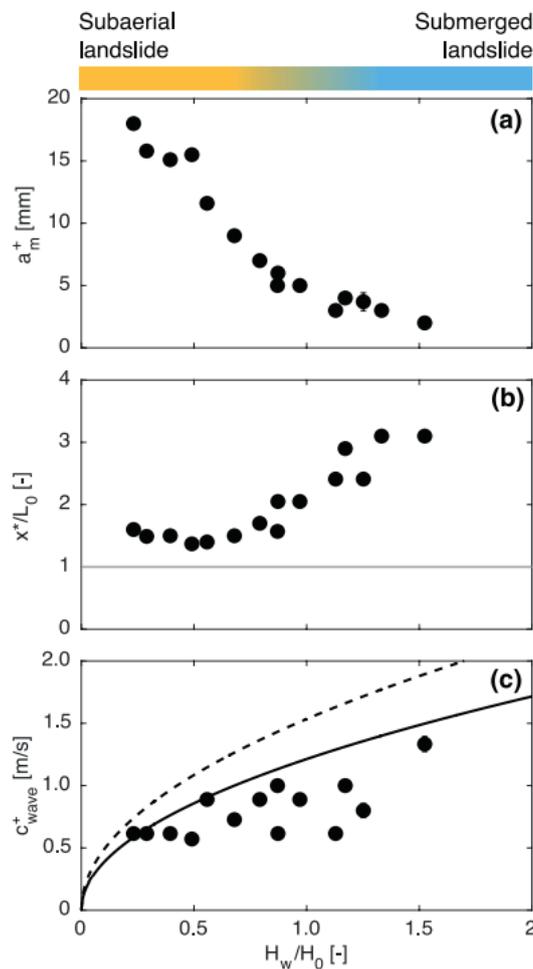


Figura 14: Risultati per l'onda verso terra al variare di H_w/H_0 : (a) massima ampiezza dell'onda positiva (a_m^+); (b) posizione della massima ampiezza (x^*) normalizzata rispetto alla larghezza iniziale della colonna (L_0); (c) velocità dell'onda positiva (c_{wave}^+) confrontata con i valori di velocità dell'onda in acque poco profonde (linea continua) e velocità dell'onda solitaria (linea tratteggiata) (Cabrera et al., 2020).

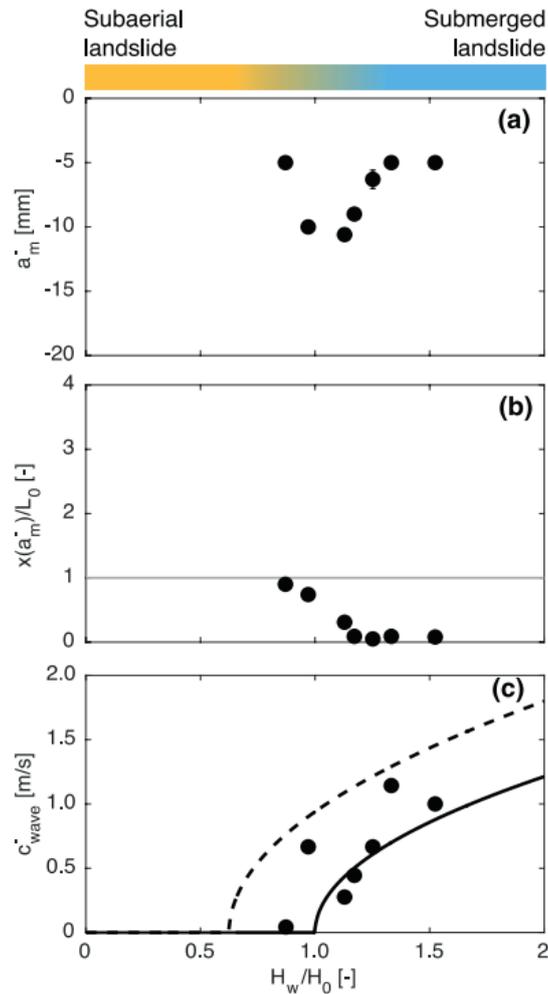


Figura 15: Risultati per l'onda verso terra al variare di H_w/H_0 : (a) massima ampiezza dell'onda negativa (a_m^-); (b) posizione della massima ampiezza ($x^*(a_m^-)$) normalizzata rispetto alla larghezza iniziale della colonna (L_0); (c) velocità dell'onda negativa (c_{wave}^-) confrontata con i valori di velocità dell'onda in acque poco profonde (linea continua) e velocità dell'onda solitaria (linea tratteggiata) (Cabrera et al., 2020).

3.4. Analisi della quantità di moto

Le osservazioni realizzate precedentemente evidenziano una variazione graduale nella generazione di onde dalla condizione sub-aerea a sottomarina, suggerendo l'esistenza di una funzione continua in grado di rappresentarla. Per descrivere tale fenomeno di transizione, Cabrera et al. (2020) utilizza un bilancio del flusso della quantità di moto tra la massa granulare e il fluido.

L'analisi inizia, con delle considerazioni geometriche sulle osservazioni sperimentali. Queste indicano che la pendenza del cumulo granulare, all'istante di formazione dell'onda di massima ampiezza, può essere approssimata da una linea inclinata di un angolo α , che aumenta al crescere della profondità dell'acqua e che definisce un ammasso granulare di forma triangolare. L'aumento di α corrisponde ad una riduzione della distanza di taglio L , intesa come la distanza esistente tra il punto di intersezione della linea di pendenza del cumulo con l'altezza della colonna (H_0) e il suo estremo (L_0)

nella configurazione iniziale. Inoltre, a causa della semplificazione lineare dell'inclinazione del fronte di collasso, la distanza di runout risulta essere uguale ad L (Figura 16).

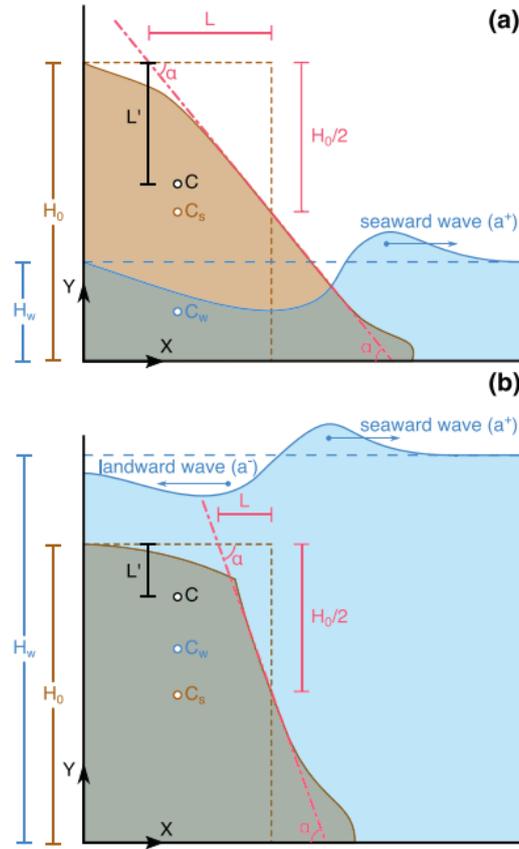


Figura 16: Schematizzazione del meccanismo di generazione dell'onda: (a) Colonna parzialmente sommersa ($H_w/H_0 < 1$); (b) colonna sottomarina ($H_w/H_0 > 1$); (Cabrera et al., 2020).

La variazione della quantità di moto dovuto al collasso della colonna granulare è uguale alla forza gravitazionale agente sul cuneo di rottura, che può essere espressa per un'unità di spessore e quindi in termini di area:

$$F_g = \rho_s g A ; \quad (3.1)$$

Dove g è l'accelerazione di gravità, ρ_s è la densità apparente della colonna granulare, funzione della densità delle particelle e della frazione di riempimento ($\rho_p \phi$).

L'area del cuneo di rottura è:

$$A = \frac{1}{2} \left(L \frac{H_0}{2} \right) ; \quad (3.2)$$

Sostituendo la (3.2) nella (3.1) e normalizzando rispetto ad H_0 , si ottiene la variazione della quantità di moto in funzione di L :

$$M_{gc} = \frac{\rho_s g A}{L} ; \quad (3.3)$$

Per il fluido, si utilizza un'approssimazione della variazione della quantità di moto idrostatica definita da Mulligan e Take (2017), in cui M_w è espresso da un gradiente di pressione idrostatico generato da uno spostamento verticale del livello dell'acqua:

$$M_w = \frac{\rho_w g (H_w a_m + \frac{1}{2} a_m^2)}{L_w}; \quad (3.4)$$

dove ρ_w è la densità del fluido, a_m l'ampiezza massima dell'onda e L_w distanza alla quale si forma l'onda. Per semplicità, dall'osservazione dei risultati sperimentali, si assume tale lunghezza pari a metà della distanza di taglio al momento in cui si forma l'onda ($L_w = L/2$).

Dal bilancio della variazione della quantità di moto ($M_{gc} = M_w$) si ottiene un'equazione quadratica che definisce l'ampiezza:

$$a_m = \frac{1}{2} a_m^2 + H_w a_m - \frac{\rho_s L^2}{\rho_w 8}; \quad (3.5)$$

La cui soluzione risulta essere:

$$a_m = \sqrt{H_w^2 + \frac{\rho_s L^2}{\rho_w 4}} - H_w; \quad (3.6)$$

Per risolvere l'equazione (3.6) e ottenere quindi il valore dell'ampiezza dell'onda in funzione di H_w , è necessario definire il parametro L . Notando la similitudine con la distanza verticale L' , in prima approssimazione L viene assunto uguale:

$$L \approx L' = H_0 - C; \quad (3.7)$$

Nell'equazione (3.7) il termine C rappresenta l'elevazione del centro di massa combinato, funzione del centro di massa del materiale secco $C_s = H_0/2$ e del centro di massa del fluido $C_w = H_w/2$ e viene ottenuto con la seguente equazione:

$$C = \frac{C_w \rho_s + \phi C_w (\rho_s - \rho_w)}{\rho_s}; \quad (3.8)$$

Questa definizione tiene conto della frazione di riempimento del cono granulare (ϕ). Pertanto, conei più densi comportano una maggiore elevazione del centro di massa combinato e un'ampiezza dell'onda più grande. Attraverso la definizione fornita nell'equazione (3.8), il centro di massa incrementa la propria elevazione in funzione dell'incremento del livello dell'acqua rispetto l'altezza della colonna. La formula tiene, così, conto che nel caso di un cono con pendenza inferiore, il fluido viene spinto orizzontalmente, mentre nel caso di un cono con maggiore inclinazione questo tende ad agire verticalmente sul fluido.

Infine, allo scopo di ottenerne la validazione, l'equazione (3.6) viene confrontata da Cabrera et al. con i risultati ottenuti sperimentalmente. A questi vengono addizionati i risultati degli esperimenti sulle onde solitarie generate dal collasso di colonne granulari

condotti da Huang et al. (2020) e Robbe-Saule (2019). Dal confronto (Figura 17) si nota come i dati puntuali seguano l'andamento dell'equazione (3.6) per valori di immersione compresi tra 0.25 e 1.5. Per valori esterni a questo intervallo infatti è più opportuno effettuare un'analisi sub-aerea e sottomarina.

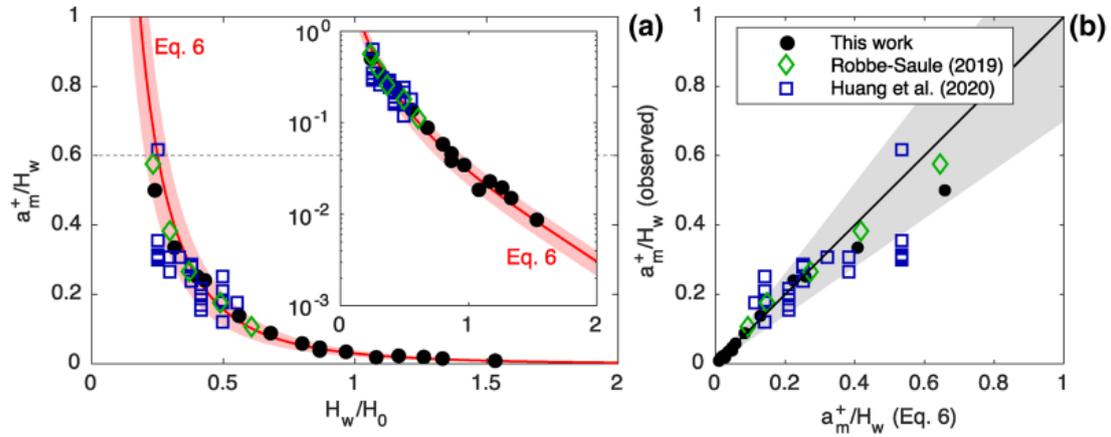


Figura 17: Ampiezza massima dell'onda verso terra normalizzata rispetto al livello dell'acqua (a_m^+/H_w) in funzione del rapporto di immersione: (a) Confronto tra l'Equazione (6) e i dati sperimentali; (b) Validazione attraverso il confronto tra la massima ampiezza dell'onda calcolata e osservata, con coefficiente di correlazione $R=0.9$ e area evidenziata corrispondente ad una deviazione del $\pm 30\%$; (Cabrera et al., 2020).

4. Modellazione Numerica

In questo capitolo si vuole fornire una descrizione dei diversi approcci possibili nella modellazione numerica, distinguibili fondamentalmente in due categorie: approccio continuo e discreto.

4.1. Approccio numerico continuo e discontinuo

La differenziazione si basa, essenzialmente, sulla scala alla quale i due approcci valutano il mezzo considerato. Nel continuo si valuta il mezzo ad una scala macroscopica, mentre in un approccio discreto se ne considerano le caratteristiche in scala microscopica (Figura 18).

In una modellazione numerica mediante approccio continuo è necessario definire le equazioni di Navier-Stokes. Esse sono equazioni differenziali alle derivate parziali che rappresentano le equazioni di bilancio della massa e della quantità di moto per un volume di controllo infinitesimale. Nei metodi alle differenze finite, volumi finiti, elementi finiti, o altri metodi continui, la complessità nella risoluzione delle equazioni differenziali, dovuta soprattutto alla non linearità nel comportamento dei geo-materiali, viene superata attraverso la conversione di tali equazioni in semplici equazioni algebriche, risolte in maniera iterativa o incrementale fino a convergenza. Dopo aver individuato le equazioni che regolano il problema, si discretizza il dominio in funzione del metodo scelto. In questo modo, l'elemento discretizzante, che sia un nodo, un volume o un elemento finito, risulta essere composto da un determinato numero di particelle. Le grandezze fisiche, come la velocità, vengono valutate al livello nodale, o su un volume finito, o ancora come variazione interna all'elemento discretizzante confinato dai nodi, valutata in maniera lineare o bilineare. Questo metodo risulta particolarmente efficiente quando si considera la scala reale del sito, in quanto, è possibile simulare sistemi di grandi dimensioni senza un eccessivo onere computazionale, avendo considerato il mezzo come continuo. A questa scala, si vogliono, infatti, descrivere le caratteristiche fisiche del sistema e la loro variazione durante un determinato processo a livello d'insieme, piuttosto che la descrizione fisica, a livello particellare, del fenomeno che determina tali variazioni. Nel caso di fase solida affiancata dalla presenza di una fase fluida, i modelli del continuo possono essere valutati mediante un approccio monofase, in cui il sistema è trattato come un unico continuo equivalente, con caratteristiche reologiche omogenee in ogni punto. L'altra alternativa è un approccio bifasico, in cui le due fasi vengono trattate come due continui distinti, caratterizzati da parametri differenti.

Utilizzando l'approccio discreto, il mezzo viene valutato attraverso le particelle che lo costituiscono, analizzando le loro interazioni su scala microscopica. In tale approccio, quindi, devono essere definite le forze intermolecolari e risolte le equazioni differenziali

ordinarie, ovvero, le equazioni del moto di Newton. Per risolvere le equazioni è necessario definire la posizione, l'orientazione, la velocità traslazionale e angolare, di ogni singola particella nello spazio tridimensionale ad ogni time-step. Tale metodo risulta inapplicabile per problemi di grandi dimensioni, a causa dell'elevato onere computazionale dovuto al numero di particelle necessario per la loro rappresentazione. Inoltre, a questa scala le proprietà fisiche come viscosità o pressione perdono di validità, poiché non avrebbe senso fisico definire tali grandezze per le singole particelle.

Tra le due scale di osservazione, è possibile definirne una intermedia: la scala mesoscopica (Figura 18); basata sull'individuazione del comportamento di insieme delle particelle attraverso la meccanica statistica. Il mezzo, in questo caso, viene considerato come un insieme di particelle, descritte mediante una funzione di densità di probabilità $f(x,t,c)$, che rappresenta la probabilità di trovare un certo numero di particelle in una determinata posizione x al tempo t , muovendosi con velocità c .

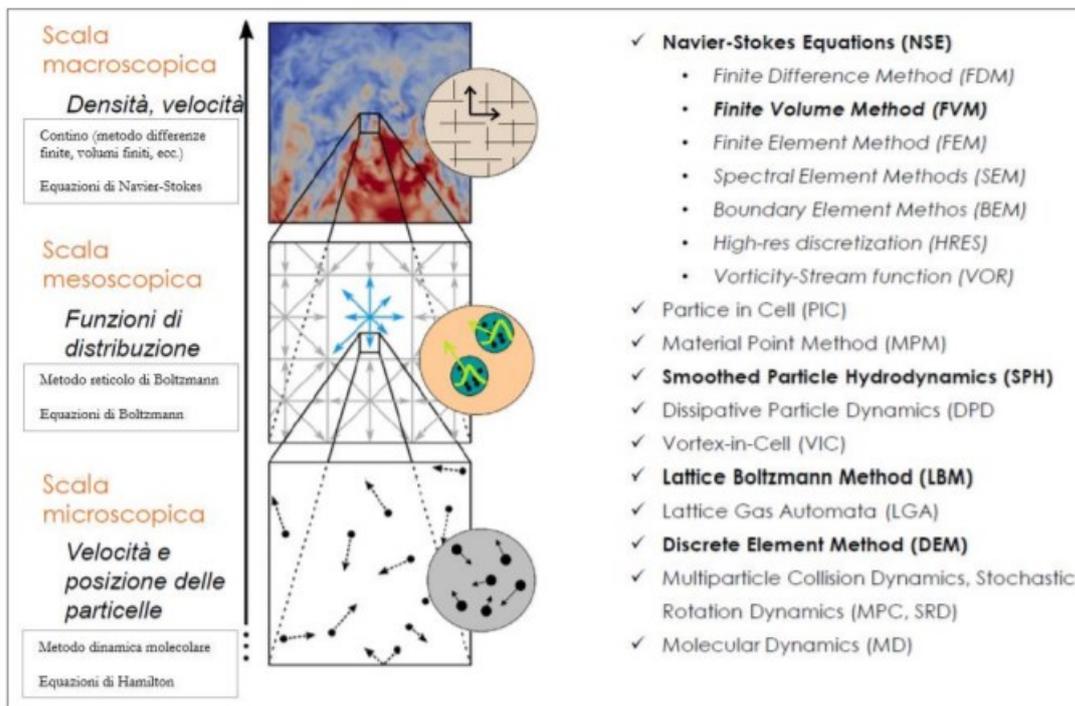


Figura 18: Tecniche di simulazione e principali metodi sviluppati nella modellazione numerica (Pirulli & Leonardi, 2019).

4.2. Approccio discreto accoppiato con il fluido

Nei metodi discontinui, come descritto in precedenza, il mezzo non viene valutato astrattamente come un continuo. Ma, ogni grano, costituente il materiale solido, viene analizzato come un punto lagrangiano, i cui gradi di libertà vengono costantemente tracciati dalla soluzione delle equazioni del moto di Newton.

Il Discrete Element Method (DEM) particellare, proposto per la prima volta da Cundall & Strack nel 1979, si basa su semplici leggi meccaniche di contatto ed è in grado di fornire risultati realistici a causa dell'elevato numero di particelle definite nel modello. La dinamica delle particelle e i parametri alla base della modellazione con il DEM verranno espressi in maniera dettagliata al Capitolo 5.2.

La discretizzazione a livello particellare permette di riprodurre il fenomeno della segregazione senza bisogno di una modellazione ad hoc. Per questa ragione, il DEM viene spesso utilizzato per la simulazione dei flussi granulari e la loro interazione con elementi esterni come barriere, utilizzando comunemente particelle di forma sferica. Questa semplificazione risulta, però, limitante nel caso in cui il materiale reale presenti forma allungata o angolare. Inoltre, il metodo discreto risulta ben applicabile per una rigidità sufficientemente elevata degli elementi, mentre non è indicato per particelle eccessivamente deformabili. In passato, però, il limite più grande nell'applicazione di tale metodo era il grande onere computazionale, dovuto, come già detto, all'elevato numero di particelle costituenti il modello e alla complessità dell'algoritmo di ricerca dei contatti. Il grande passo in avanti nella velocità di calcolo è avvenuto a seguito dello sviluppo delle tecniche di parallelizzazione. Utilizzando queste tecniche, gran parte dell'algoritmo risolutivo viene parallelizzato, quello relativo alle interazioni particellari di corto raggio, mentre la parte rimanente viene risolta in forma sequenziale.

Il Discrete Element Method può essere accoppiato a differenti solutori della fase liquida, caratterizzati da differenti livelli di precisione in funzione della strategia di accoppiamento adottata per la risoluzione.

Le metodologie di accoppiamento più comunemente utilizzate possono essere raggruppate in tre categorie:

- Nella valutazione dell'interazione particelle-fluido si valutano le forze di galleggiamento, resistenza idrodinamica e pressione del fluido attraverso espressioni analitiche. Questo approccio è il più conveniente dal punto di vista computazionale, ma la resistenza idrodinamica deve essere opportunamente calibrata in funzione del trasferimento della quantità di moto tra particelle e fluido;
- La mesh del fluido, varia in funzione della posizione delle particelle che rappresentano delle condizioni al contorno per il fluido. In questo caso la difficoltà computazionale risulta notevolmente incrementata;

- Il fluido viene risolto attraverso un risolutore di tipo lagrangiano. In questo modo, si rende più efficace l'accoppiamento tra due fasi. Viene ridotto, inoltre, l'impegno richiesto per la modellazione. Questa soluzione fornisce il miglior compromesso tra precisione della soluzione e convenienza computazionale.

Appartenenti alla terza categoria risultano il Lattice-Boltzmann Method (LBM) e lo Smoothed-Particle Hydrodynamics (SPH) method. Nel primo, la fase fluida viene descritta mediante una raccolta di particelle viste come molecole costituenti il sistema. Il metodo SPH, invece, divide il fluido in un numero di particelle discrete, rappresentando, quindi, un metodo con un approccio del tutto lagrangiano. Un ulteriore solutore del fluido è il Material Point Method. In questo metodo, la formulazione risolutiva tradizionale del FEM, per la discretizzazione del dominio fisico e la risoluzione delle equazioni che governano il problema, viene affiancata da un certo numero di particelle costituenti i nodi della mesh. In questo modo, ad ogni timestep, la mesh interna ottenuta mediante elementi finiti viene ricostruita in funzione degli spostamenti dei nodi, descritti nel loro spostamento come punti lagrangiani. Per queste ragioni, tale metodo viene spesso indicato con il nome Particle-Finite Element Method (PFEM).

In questo lavoro di tesi, per la rappresentazione del fluido all'interno del modello, viene utilizzato il Lattice-Boltzmann Method, la cui descrizione e i fondamenti teorici alla base del suo sviluppo vengono riportati al Capitolo 5.3.

5. Metodi numerici utilizzati nelle simulazioni

L'obiettivo di questo elaborato è la simulazione numerica dell'onda generata dal collasso di una colonna granulare. I risultati dello studio condotto da Cabrera et al. (2020) vengono utilizzati come strumento di validazione e di riferimento per la comprensione dell'evoluzione dei meccanismi di generazione dell'onda (Capitolo 3).

In funzione delle caratteristiche del DEM, esposte nel capitolo precedente, il suo utilizzo, per la rappresentazione della fase solida, in questo caso, risulta particolarmente conveniente. Esso è, infatti, capace di riprodurre la reale configurazione sperimentale dello studio prima citato.

Le sfere di ceramica, utilizzati da Cabrera per la creazione della colonna granulare, risultano, infatti, conformi alla rappresentazione particellare intrinseca del metodo discreto come sfere rigide di piccole dimensioni. La dimensione uniforme delle particelle, inoltre, facilita la procedura di creazione della colonna granulare, in quanto non si considera una distribuzione granulometrica eterogenea, tipica delle colate detritiche, ad esempio. La discretizzazione particellare come punto lagrangiano permette di controllare ad ogni singolo time-step le caratteristiche delle N particelle costituenti la massa granulare. Questo consente un confronto immediato nell'evoluzione del fenomeno di collasso con l'esperienza reale, riuscendo a definire per ogni singolo grano la posizione occupata e la sua velocità, in un tempo di confronto scelto. Si ricava, così, una comparazione sia in termini quantitativi che qualitativi molto intuitiva. Infine, le dimensioni delle configurazioni sperimentali, dell'ordine delle decine di centimetri, permettono un calcolo non eccessivamente oneroso per il mezzo solido, pur considerando particelle di piccole dimensioni.

Volendo valutare le variazioni del livello del fluido a seguito del collasso, il metodo di Lattice-Boltzmann rappresenta, come già detto, il miglior compromesso tra precisione e onere di calcolo. In particolare, l'assunzione del fluido come un insieme di particelle tracciate nello spazio attraverso la meccanica statistica, consente un'agevole individuazione delle fluttuazioni della superficie libera.

Per queste ragioni, le simulazioni vengono modellate attraverso un approccio ibrido discontinuo-continuo utilizzando il DEM per le particelle granulari e LBM per la simulazione del fluido.

5.1. Approccio ibrido discontinuo-continuo (DEM-LBM)

Lo schema risolutivo dell'accoppiamento DEM-LBM, riportato in Figura 19, si basa su successive iterazioni tra i due metodi. La risoluzione di uno avviene in maniera prevalentemente indipendente rispetto all'altro. È, però, necessaria la loro comunicazione durante gli step dell'algoritmo di calcolo in cui avviene l'effettivo accoppiamento tra i due metodi. Il metodo LB necessita della posizione delle particelle per valutare l'interazione particella-fluido. Allo step successivo il DEM utilizza il risultato ottenuto dal LBM per aggiornare le proprietà fisiche, come la velocità, delle particelle soggette a tale interazione.

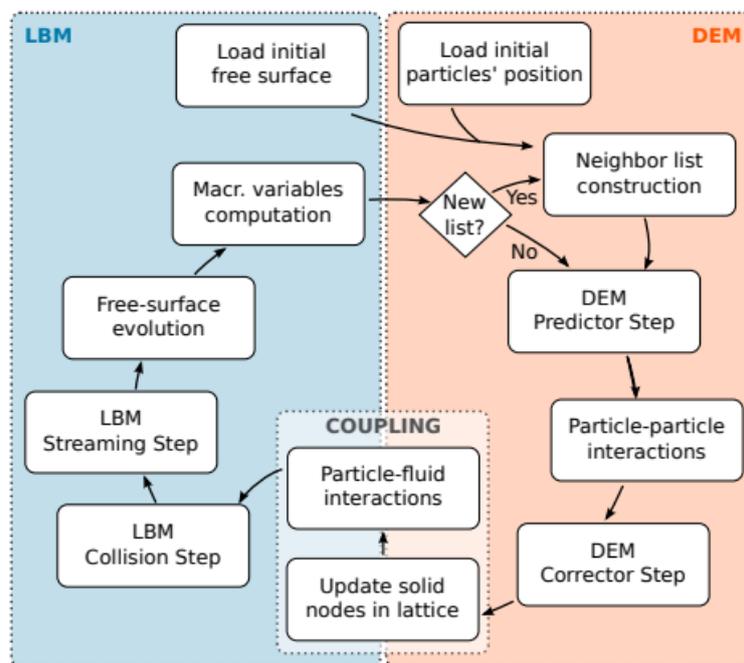


Figura 19: Schema risolutivo DEM-LBM (Leonardi, 2015).

Lo schema riportato considera l'interazione tra i due metodi, aventi lo stesso time-step di avanzamento di risoluzione. In questo modo, i due metodi avanzano parallelamente durante il processo simulativo. Ad ogni nuovo passo il DEM aggiorna i parametri in funzione dell'interazione particella-fluido valutati da LBM al passo precedente, procedendo in maniera iterativa fino alla conclusione della simulazione.

Per considerare l'alta velocità delle collisioni tra le particelle, è conveniente considerare un passo risolutivo, in termini temporali, molto più piccolo per il DEM rispetto a quello del LBM, ovvero, $\Delta t^{\text{DEM}} < \Delta t^{\text{LBM}}$. Questo può essere ottenuto considerando una riduzione del time-step del DEM in funzione della durata attesa per il contatto tra le particelle, così da considerare un tempo inferiore a tale durata. In questo modo, la simulazione del contatto avverrà attraverso n iterazioni, considerate nello schema risolutivo successivamente al momento di accoppiamento tra LBM e DEM alla voce "New list" e la successiva "Neighbor list construction". Si generano in questo modo n

simulazioni di contatto tra le particelle prima di considerarne le interazioni con il fluido, ovvero, un multi-step per il DEM, in cui, $n\Delta t^{\text{DEM}} = \Delta t^{\text{LBM}}$.

5.2. Dinamica delle particelle con il DEM

Nel Discrete Element Method ogni singola particella viene considerata come un punto lagrangiano \mathbf{x}_p , dotato di massa m_p e momento di inerzia \mathbf{J}_p . Nello spazio tridimensionale, la posizione di ognuna di esse viene definita attraverso sei gradi di libertà, ovvero, le tre componenti nello spazio della posizione \mathbf{x}_p e dell'angolo di orientazione $\boldsymbol{\theta}_p$.

La loro dinamica è regolata dalle equazioni del moto di Newton:

$$m_p \frac{d^2 \mathbf{x}_p}{dt^2} = \mathbf{F}_p ; \quad (5.1)$$

$$\mathbf{J}_p \frac{d^2 \boldsymbol{\theta}_p}{dt^2} = \mathbf{M}_p - \frac{d\boldsymbol{\theta}_p}{dt} \times \mathbf{J}_p \frac{d\boldsymbol{\theta}_p}{dt} . \quad (5.2)$$

Dove la forza (\mathbf{F}_p) e il momento (\mathbf{M}_p) risultano dalle interazioni agenti sulle particelle. Si considerano, infatti, le forze e i momenti dovuti all'interazione di accoppiamento particella-fluido, le collisioni tra le particelle e le forze di volume come la gravità. Tutte queste interazioni risultano essere funzione oltre che dalla posizione e orientazione assunta dalle particelle ($\mathbf{x}_p, \boldsymbol{\theta}_p$), anche della loro velocità lineare (\mathbf{u}_p) e angolare ($\boldsymbol{\omega}_p$).

Considerando le particelle come sfere di raggio r_p , per valutare il contatto tra due particelle si definisce la loro sovrapposizione:

$$\xi = r_{p1} + r_{p2} - d_{p1,p2} > 0 \quad (5.3)$$

Il contatto tra le particelle avviene quando il modulo del vettore distanza tra i centri delle due particelle, $\mathbf{d}_{p1,p2} = \mathbf{x}_{p2} - \mathbf{x}_{p1}$, risulta minore della somma dei raggi.

Attraverso il vettore distanza è possibile definire un sistema di riferimento locale di collisione (Figura 20). La componente normale si ottiene come rapporto tra il vettore distanza e il suo modulo:

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{d}_{p1,p2}}{d_{p1,p2}} . \quad (5.4)$$

Le componenti tangenziale e binormale, vengono definite attraverso il vettore velocità di collisione \mathbf{u}_{coll} , la cui componente normale è espressa come:

$$\mathbf{u}_{coll}^n = \left((\mathbf{u}_{p2} - \mathbf{u}_{p1}) \cdot \mathbf{n} \right) \mathbf{n} ; \quad (5.5)$$

dove $\mathbf{u}_{p2}, \mathbf{u}_{p1}$ rappresentano le velocità traslazionali delle due particelle a contatto.

Mentre, la componente tangenziale si determina anche in funzione delle velocità rotazionali delle due particelle $\boldsymbol{\omega}_{p1}$ e $\boldsymbol{\omega}_{p2}$:

$$\mathbf{u}_{coll}^t = \mathbf{u}_{p2} - \mathbf{u}_{p1} - \mathbf{u}_{coll}^n - r_{p1} \boldsymbol{\omega}_{p1} \times \mathbf{n} - r_{p2} \boldsymbol{\omega}_{p2} \times \mathbf{n}. \quad (5.6)$$

Dal rapporto tra il vettore velocità tangenziale e il suo modulo, come fatto in precedenza per la componente normale, si ottiene la componente tangenziale del sistema di riferimento locale. Infine, si definisce la componente bilineare: $\mathbf{b} = \mathbf{n} \times \mathbf{t}$.

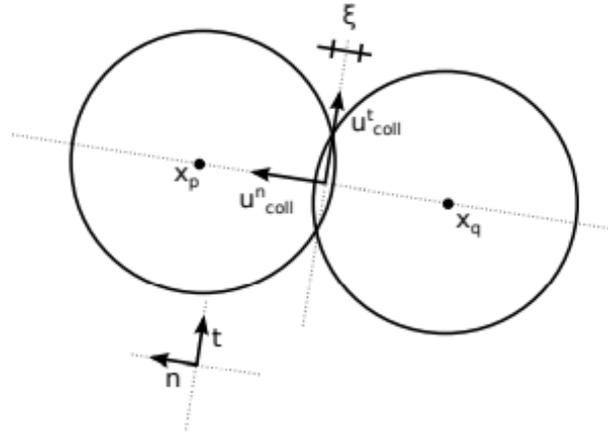


Figura 20: Rappresentazione del contatto tra due particelle (Leonardi, 2015).

La sovrapposizione ξ rappresenta la deformazione elastica delle particelle a contatto. Una deformazione data da $\xi > 0$ genera una forza repulsiva tra le particelle \mathbf{F}_{coll} , funzione della modello di contatto e ovviamente dalla sovrapposizione stessa.

Avendo definito il sistema di riferimento locale al contatto tra due particelle, tale forza di collisione può essere, anche essa, scomposta nelle sue componenti. Quella normale (\mathbf{F}_{coll}^n) che genera variazioni nel moto traslazionale e quella tangenziale (\mathbf{F}_{coll}^t), responsabile di quelle rotazionali.

Si può, in questo modo, definire il sistema di interazione tra le due particelle a contatto:

$$\begin{cases} \mathbf{F}_{coll,p1} = -F_{coll}^n \mathbf{n} + F_{coll}^t \mathbf{t} \\ \mathbf{F}_{coll,p2} = F_{coll}^n \mathbf{n} - F_{coll}^t \mathbf{t} \\ \mathbf{M}_{coll,p1} = r_{p1} F_{coll}^t \mathbf{b} \\ \mathbf{M}_{coll,p2} = r_{p2} F_{coll}^t \mathbf{b} \end{cases} \quad (5.7)$$

Se le particelle sono sferiche, solo la componente tangenziale della forza di collisione riesce a generare momento. Se invece la forma delle particelle si discosta da quella sferica è necessario modificare l'Equazione 5.7, per tener conto anche del contributo normale nella definizione del momento.

Come descritto in precedenza, la forza di collisione (F_{coll}), oltre ad essere funzione della sovrapposizione che avviene al contatto tra due particelle, risulta dipendere dal tipo di

modello che si utilizza per implementare il contatto nella componente normale e tangenziale.

Di seguito vengono riportati diversi modelli utilizzati nel metodo discreto per la definizione delle forze di contatto tra le particelle nelle componenti normali e tangenziali.

5.2.1. Contatto normale

— Modello lineare

La più semplice idealizzazione del contatto tra le particelle avviene attraverso l'accoppiamento in parallelo di una molla con rigidità k_L^n e uno smorzatore con coefficiente di smorzamento viscoso α_L^n (Figura 21). In questa configurazione, la forza di collisione in direzione normale, viene calcolata attraverso la seguente equazione:

$$F_{coll}^n = k_L^n \xi + 2\alpha_L^n \sqrt{k_L^n \tilde{m}} \dot{\xi} ; \quad (5.8)$$

dove $\tilde{m} = m_{p1}m_{p2}/(m_{p1} + m_{p2})$ rappresenta la massa equivalente delle particelle in collisione.

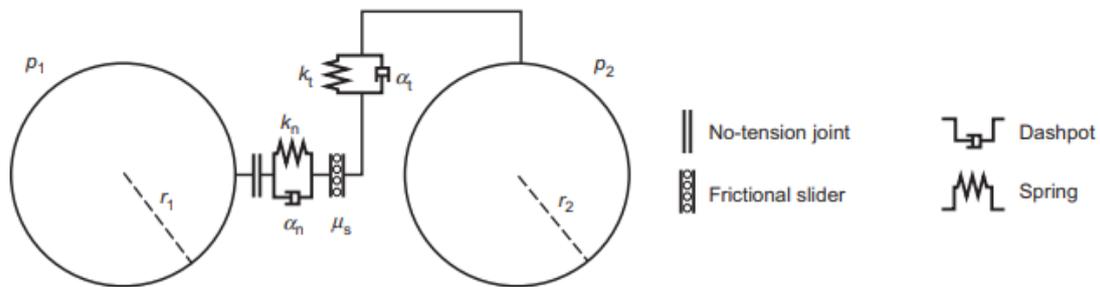


Figura 21: Rappresentazione del contatto tra due particelle (Marchelli et al., 2020).

In tale sistema, la legge che governa la sovrapposizione è espressa mediante l'equazione dell'oscillatore armonico:

$$\ddot{\xi} + 2\gamma_L \dot{\xi} + \omega_L^2 \xi = 0 ; \quad (5.9)$$

dove $\gamma_L = \alpha_L^n \sqrt{k_L^n / \tilde{m}}$ è il rapporto di smorzamento, mentre $\omega_L = \sqrt{k_L^n / \tilde{m}}$ è la frequenza dell'oscillatore non smorzato.

Attraverso questi due termini, si definisce il coefficiente di restituzione ζ , come rapporto tra la velocità delle particelle prima e dopo il contatto, esprimibile nel caso di sistema non sovra-smorzato come:

$$\zeta = \exp\left(-\frac{\pi\gamma_L}{\sqrt{\omega_L^2 - \gamma_L^2}}\right); \quad (5.10)$$

Nonostante il coefficiente di restituzione sia variabile durante il contatto, in funzione della velocità di impatto delle particelle, in questo modello, viene assunto come un valore costante. Questa semplificazione comporta una grande agevolazione a livello pratico, infatti, dalla sua determinazione sperimentale si ricava γ_L e di conseguenza α_L^n .

Anche il tempo di contatto $t_{coll,L}$ viene considerato costante in questo modello ed inversamente proporzionale alla frequenza dell'oscillatore:

$$t_{coll,L} = \frac{\pi}{\sqrt{\omega_L^2 - \gamma_L^2}} \quad (5.11)$$

Un tempo di contatto costante permette un pratico controllo dell'accuratezza della simulazione. Al fine di rappresentare i contatti con un grado di precisione accettabile, infatti, il time step della simulazione viene scelto in funzione del tempo di collisione. In pratica, si definisce il time step in modo da essere inferiore al tempo di collisione e riuscire a simulare l'evoluzione degli urti tra le particelle: $\Delta t^{DEM} < 1/n t_{coll,L}$; dove solitamente n viene considerato uguale a 10.

— Modello hertziano

Nel modello hertziano la legge di contatto è espressa in funzione delle proprietà fisiche del materiale, ovvero, il modulo di Young E_p e il coefficiente di Poisson ν_p . A differenza di quello lineare, questo modello considera la deformazione, espressa tramite il coefficiente di sovrapposizione ξ , in funzione della forma delle particelle. Nel caso di particelle sferiche permette la modifica della legge di contatto in accordo con la teoria di Hertz espressa attraverso le proprietà del materiale prima citate.

La forza normale di contatto è espressa come:

$$F_{coll}^n = k_H^n \xi + 2\alpha_H^n \sqrt{k_H^n \tilde{m} \xi}; \quad (5.12)$$

in cui i parametri del materiale, la sovrapposizione e la geometria delle particelle vengono considerati nella definizione della rigidità normale k_H^n :

$$k_H^n = \frac{2}{3} \frac{E_p}{(1-\nu_p)} \sqrt{\tilde{r}} \xi^{1/2}; \quad (5.13)$$

dove $\tilde{r} = \frac{r_{p1} r_{p2}}{r_{p1} + r_{p2}}$ è il raggio equivalente.

Al fine di ottenere un coefficiente di restituzione costante, più facilmente utilizzabile ai fini pratici, l'Equazione 5.13 risulta modificata rispetto alla teoria canonica di Hertz, ottenendo un modello pseudo-hertziano proposto da Tsuji et al (1992).

Dal coefficiente di restituzione ζ si ricava il coefficiente di smorzamento viscoso α_H^n :

$$\alpha_H^n = \frac{-\sqrt{5}\ln\zeta}{\sqrt{\ln^2\zeta + \pi^2}}. \quad (5.14)$$

A differenza del caso precedente, in questo modello il tempo di contatto non risulta essere più costante, ma dipendente dalla velocità di collisione normale:

$$t_{coll,H} \cong 1.1 \left(\frac{E_p}{1-\nu_p} \rho_p \right)^{2/5} \frac{\tilde{r}}{(u_{coll}^n)^{1/5}}. \quad (5.15)$$

La determinazione del time-step simulativo in questo caso può essere effettuata adattandolo in funzione della massima velocità delle particelle nel sistema e definirlo come in precedenza $\Delta t^{DEM} < 1/n t_{coll,L}$. Un'altra possibilità è quella di considerare la massima velocità, ipotizzata inizialmente, e quindi effettuare una semplificazione che consente di considerare un tempo costante.

5.2.2. Contatto tangenziale

— Modello viscoso di Haff e Warner

In questo modello la forza di contatto in direzione tangenziale si assume proporzionale alla velocità di collisione tangenziale delle particelle lungo la superficie di contatto. La massima forza trasmissibile viene valutata attraverso un criterio attritivo alla Coulomb, mediante il coefficiente di attrito dinamico μ_d :

$$F_{coll}^t = -\min(2\alpha_s^t \sqrt{k^t \tilde{m}} u_{coll}^t, \mu_d F_{coll}^n); \quad (5.16)$$

dove α_s^t è il coefficiente di smorzamento tangenziale. Mentre, la definizione della rigidità tangenziale k^t dipende dal modello utilizzato per la descrizione del contatto normale:

$$k^t = \begin{cases} k_L^n & \text{nel caso di modello lineare;} \\ \frac{2E_p}{(2-\nu_p)(1+\nu_p)} \sqrt{\tilde{r}} (F_{coll}^n)^{-1/3} & \text{nel caso di modello hertziano.} \end{cases} \quad (5.17)$$

Attraverso la formulazione della forza espressa nell'Equazione 5.16 si definisce il comportamento viscoso della forza tangenziale, trascurando la componente dell'attrito statico. Ciò, comporta l'impossibilità di simulare la formazione di cumuli, in quanto tra le particelle non nascono forze stabili di natura attritiva.

— Modello di Cundall e Strack

Sviluppato da Cundall e Strack nel 1979, tiene conto sia della componente dinamica che statica dell'attrito. La formulazione della forza di contatto tangenziale è simile a quella descritta precedentemente nel modello di Haff e Warner:

$$F_{coll}^t = \min \left(k^t \varepsilon + 2\alpha_s^t \sqrt{k^t \tilde{m}} \frac{d\varepsilon}{dt}, \mu F_{coll}^n \right); \quad (5.18)$$

in cui la rigidezza tangenziale k^t viene assunta pari ad una frazione della rigidezza normale k^n .

Il contributo statico nella definizione della forza nell'Equazione 5.18 è espresso dal termine $k^t \varepsilon$, avente, appunto, le dimensioni fisiche di una forza. La condizione statica viene rappresentata, infatti, attraverso una molla disposta tra le due particelle in direzione tangenziale rispetto al piano di contatto. L'allungamento della molla, si ottiene integrando nel tempo la velocità relativa di contatto tra l'istante in cui inizia il contatto e l'istante in cui avviene la separazione tra le due particelle.

Anche in questo caso la massima forza trasmissibile è governata da una legge attritiva alla Coulomb, espressa dal secondo termine dell'Equazione 5.18. A differenza dell'Equazione 5.17, si distingue la condizione statica da quella dinamica:

$$F_{coll}^t = \begin{cases} \leq \mu_s F_{coll}^n & \text{in condizioni statiche;} \\ = \mu_d F_{coll}^n & \text{in condizioni dinamiche.} \end{cases} \quad (5.19)$$

Si considera, infatti, alternativamente il coefficiente di attrito statico μ_s e dinamico μ_d , in funzione della situazione in analisi. Viene rispettata la condizione per cui $\mu_d \leq \mu_s$, generalmente esplicitata come $\mu_d = 0.9\mu_s$, come conseguenza dei risultati sperimentali effettuati su materiali granulari.

Attraverso questo modello è possibile la nascita di forza tangenziali anche in condizioni statiche, riuscendo a simulare in questo modo l'equilibrio statico in cui si trovano le particelle.

5.2.3. Coefficiente di rotolamento

La descrizione dinamica delle particelle attraverso i soli contatti normali e tangenziali si basa sull'assunzione della perfetta sfericità di esse. Tale descrizione risulta non veritiera nel caso di simulazione di materiali reali. Forme geometriche che si allontanano dalla sfericità tendono a formare strutture più dense e stabili in pendenza rispetto alle sfere ideali.

Considerando la fisica del problema, quando due particelle entrano in contatto, nasce una deformazione (sovrapposizione) e una conseguente forza repulsiva in direzione normale al piano di collisione. Tale forza, agisce nel punto di contatto delle particelle, ma se queste non sono perfettamente sferiche o rigide, a causa della forma o della deformazione, si crea una distribuzione di tensioni di contatto lungo la superficie di collisione. La forza normale rappresenta la risultante di tale distribuzione, mostrando una eccentricità rispetto al centro di massa della particella che determina un momento di contrasto alla rotazione (Figura 22).

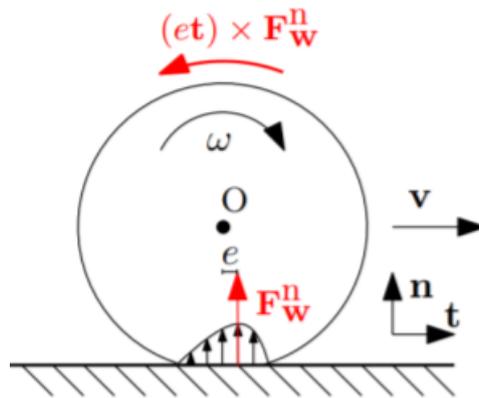


Figura 22: Rappresentazione concettuale del modello di resistenza al rotolamento (Marchelli, 2018).

Tra i vari metodi per simulare il comportamento dei materiali reali, la soluzione proposta da Girolami et al. (2012) risulta la più efficace dal punto di vista computazionale. Essa consiste nel definire il momento di contrasto al rotolamento attraverso un coefficiente di rotolamento μ_r :

$$\mathbf{M}_r = \mu_r \mathbf{F}_n \frac{\omega_{rel}}{|\omega_{rel}|} \tilde{\mathbf{r}} ; \quad (5.20)$$

In cui $\tilde{\mathbf{r}}$ rappresenta il raggio equivalente definito in precedenza.

5.3. Dinamica del fluido con LBM

Il Lattice-Boltzmann Method si differenzia dai tradizionali risolutori con approccio continuo, Computational Fluid Dynamic (CFD), in cui la conservazione della massa e della quantità di moto sono imposte direttamente su quantità macroscopiche, risolvendo le equazioni di Navier-Stokes.

Nel LBM, infatti, il fluido è rappresentato da un insieme di particelle che si muovono nello spazio. Il problema idrodinamico viene, quindi, risolto basandosi sulla teoria cinetica dei gas a scala mesoscopica. L'intero sistema fluido, visto come un insieme di molecole, è definito attraverso la meccanica statistica in accordo con la teoria di Boltzmann, che stima le proprietà microscopiche del sistema al fine di determinarne quelle macroscopiche, come la velocità. La rappresentazione della totalità delle particelle che formano il fluido risulta, però, impossibile dal punto di vista pratico. Per questa ragione, nel LBM i gradi di libertà vengono ridotti discretizzando lo spazio, il tempo e la velocità. Mentre lo spazio e il tempo vengono discretizzati anche nei metodi continui tradizionali CFD, la discretizzazione del campo delle velocità è peculiare del Lattice-Boltzmann Method.

Immaginando un sistema di particelle che si muovono caoticamente nello spazio, lo si descrive attraverso una funzione di densità di probabilità $f(\mathbf{x}, t, \mathbf{c})$. Essa rappresenta la probabilità di trovare una particella in una determinata posizione \mathbf{x} al tempo t , che si muove con velocità \mathbf{c} .

La discretizzazione, prima citata, effettuata per ridurre i gradi di libertà del sistema avviene attraverso un reticolo cubico (Figura 23).

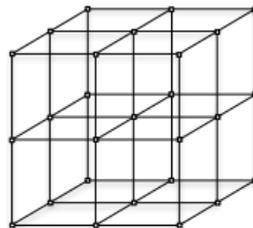


Figura 23: Reticolo cubico LBM (Leonardi, 2015).

Avendo fissato un time step Δt , nell'istante considerato la particella al nodo \mathbf{x}_0 può muoversi verso un altro nodo \mathbf{x}_i . In questo modo, la velocità con cui si muove la particella da un nodo ad un altro è definita come:

$$\mathbf{c}_i = \frac{\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0}{\Delta t}; \quad (5.21)$$

Il numero di nodi raggiungibili dalla singola particella vengono limitati dal LBM. Incrementando tale numero la capacità risolutiva aumenta insieme, però, al tempo computazionale e alla complessità del codice.

Per le simulazioni fluidodinamiche è comune limitare il numero di nodi raggiungibili in un time step, ai 19 più vicini alla posizione iniziale della particella \mathbf{x}_0 , corrispondenti a un set di velocità:

$$\mathbf{c}_i = \frac{\Delta x}{\Delta t} \begin{cases} (0,0,0) & \text{per } i = 0, \\ (\pm 1,0,0) & \text{per } i = 1,2, \\ (0, \pm 1,0) & \text{per } i = 3,4, \\ (0,0, \pm 1) & \text{per } i = 5,6, \\ (\pm 1, \pm 1,0) & \text{per } i = 7..10, \\ (0, \pm 1, \pm 1) & \text{per } i = 11..14, \\ (\pm 1,0, \pm 1) & \text{per } i = 15..18. \end{cases} \quad (5.22)$$

Il reticolo discretizzato in questo modo prende il nome di D3Q19 (Figura 24), ovvero, un reticolo a 3 dimensioni con 19 vettori velocità. Ad ogni nodo \mathbf{x} all'istante t , vengono definite 19 funzioni di densità di probabilità f_i , ognuna delle quali corrispondente ad una delle velocità discretizzate $f(\mathbf{x},t,\mathbf{c}_i)$. Queste funzioni, quindi, rappresentano una distribuzione di particelle che viaggiano con la stessa velocità \mathbf{c} nella medesima direzione.

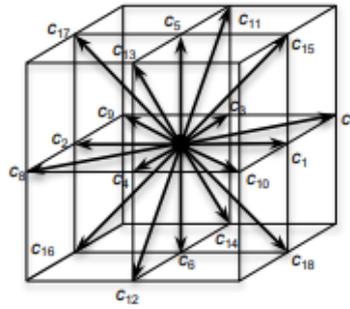


Figura 24: Set di velocità discrete nella discretizzazione D3Q19 (Leonardi, 2015).

Considerando una discretizzazione spaziale e temporale unitaria $\Delta x=1$ e $\Delta t=1$, anche la velocità \mathbf{c} risulta unitaria. Ciò, comporta una risoluzione più rapida delle equazioni e i risultati vengono scalati nella fase di post-elaborazione.

Successivamente alla discretizzazione del reticolo, dall'analisi su scala mesoscopica si ottengono le caratteristiche macroscopiche del sistema fluido: densità ρ_f e velocità \mathbf{u}_f ; valutate in funzione della sommatoria della distribuzione di probabilità ai nodi:

$$\rho_f(\mathbf{x}, t) = \sum_i f_i(\mathbf{x}, t) ; \quad (5.23)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \frac{\sum_i f_i(\mathbf{x}, t) \mathbf{c}_i}{\rho_f(\mathbf{x}, t)} ; \quad (5.24)$$

In questo modo, la densità del fluido è trattata come una variabile e la comprimibilità è considerata limitata.

La pressione si ottiene come:

$$p(\mathbf{x}, t) = c_s^2 \rho_f(\mathbf{x}, t) . \quad (5.25)$$

Dove c_s rappresenta la velocità del suono $c_s = \frac{c}{\sqrt{3}} = 1/\sqrt{3}$ nel caso di discretizzazione unitaria del reticolo.

Ai differenti time step, avviene la collisione delle particelle che convergono allo stesso nodo e la loro dinamica è regolata dall'equazione di trasporto di Boltzmann, che, in assenza di forze, è espressa come:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{c} \nabla f = \Omega_{coll}(\mathbf{x}, t) ; \quad (5.26)$$

dove Ω_{coll} è l'operatore collisionale. La cui determinazione diventa cruciale per la risoluzione dell'Equazione 5.26, che può essere riscritta come segue:

$$\frac{f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(\mathbf{x}, t)}{\Delta t} = \Omega_{coll,i}(\mathbf{x}, t) ; \quad (5.27)$$

In questa equazione, si identifica il processo di streaming corrispondente al termine a sinistra. Durante il quale, le funzioni di distribuzione vengono trasferite ai nodi adiacenti con velocità c_i , lungo la direzione i-esima e in un time step Δt . Il processo di collisione è, invece, rappresentato dal termine a destra dell'uguale.

Ai fini pratici, si introduce una formulazione semplificata dell'operatore collisionale, formulata da Bhatnagar, Gross e Krook (BGK) nel 1954 per la risoluzione dell'equazione di Boltzmann:

$$\Omega_{coll,i}(\mathbf{x}, t) = \frac{f_i^{eq}(\rho, \mathbf{u}) - f_i(\mathbf{x}, t)}{\tau} . \quad (5.28)$$

Il termine τ è denominato tempo di rilassamento e controlla in che modo il sistema va verso una condizione di equilibrio. Per un fluido newtoniano è rappresentato da un valore costante.

La f^{eq} è la funzione di distribuzione di equilibrio di Maxwell-Boltzmann:

$$f_i^{eq}(\rho_f, \mathbf{u}_f) = \frac{\rho_f}{(2\pi RT)^{3/2}} e^{-(\mathbf{c} - \mathbf{u}_f)^2 / 2RT} ; \quad (5.29)$$

dove $R=8.314472 \text{ Pa}\cdot\text{m}^3/(\text{mol}\cdot\text{K})$ è la costante universale dei gas, ottenuta dal prodotto tra la costante di Boltzmann ($k_B=1.3806488\cdot 10^{-23} \text{ J/K}$) e il numero di Avogadro ($N_A=6.02214129\cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$), e T è la temperatura.

E' possibile riscrivere l'Equazione 5.29 in forma discreta attraverso lo sviluppo in serie di Taylor del secondo ordine di \mathbf{u}_f , considerando $c = \sqrt{3RT}$:

$$f_i^{eq}(\rho_f, \mathbf{u}_f) = \rho_f w_i (1 + 3\mathbf{c}_i \mathbf{u}_f + \frac{9}{2}(\mathbf{c}_i \mathbf{u}_f)^2 - \frac{2}{3} \mathbf{u}_f \mathbf{u}_f) ; \quad (5.30)$$

In cui i pesi w_i sono scelti in modo che l'operatore di collisione conservi la massa e la quantità di moto. Per il reticolo discretizzato D3Q19 sono:

$$w_i = \begin{cases} \frac{1}{3} & \text{per } i = 1 \\ \frac{1}{18} & \text{per } i = 2..7 \\ \frac{1}{36} & \text{per } i = 8..19 \end{cases} \quad (5.31)$$

Attraverso la definizione di queste equazioni descritte sopra, è possibile la risoluzione del fluido newtoniano, in cui la viscosità è legata al tempo di rilassamento:

$$\eta = \frac{\tau - 1/2}{3} ; \quad (5.32)$$

Per fluidi non newtoniani, l'Equazione 5.32 viene corretta per tener conto della variabilità spaziale della viscosità, attraverso un tempo di rilassamento anche esso variabile nello spazio, ottenibile dall'inversione della precedente equazione:

$$\tau(\mathbf{x}, t) = 3\eta(\mathbf{x}, t) + 1/2 ; \quad (5.33)$$

in cui, la viscosità viene definita attraverso le differenti leggi reologiche sviluppate per i fluidi non newtoniani.

In presenza di forze di volume agenti sul sistema, ad esempio la gravità, si deve considerare un operatore collisionale aggiuntivo Ω_{forza} :

$$\Omega_{forza}(\mathbf{x}, t) = w_i (1 - \frac{1}{2\tau}) [3 - (\mathbf{c}_i - \mathbf{u}) + \mathbf{c}_i (\mathbf{c}_i \mathbf{u})] \mathbf{F} ; \quad (5.34)$$

dove \mathbf{F} rappresenta un campo di forza.

Modificando l'Equazione 5.24, che rappresenta la velocità del fluido a livello macroscopico, nel seguente modo:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \frac{\sum_i f_i(\mathbf{x}, t) \mathbf{c}_i + \mathbf{F}/2}{\rho_f(\mathbf{x}, t)} ; \quad (5.35)$$

Alla forza di gravità, nel caso in esame, va inoltre addizionata la forza dovuta all'interazione con le particelle DEM. Tale forza viene valutata mediante una versione semplificata dell' Immersed Boundary Method (IBM), che a differenza del metodo proposto da Feng e Michaelides (2004), considera la medesima discretizzazione utilizzata per il reticolo a celle cubiche.

Attraverso la densità del fluido e la velocità relativa tra fluido e particelle si calcola la forza trasmessa al DEM, necessaria per risolvere la dinamica delle particelle, $\mathbf{F}_{hydro,cell}(\mathbf{x}, t)$:

$$\mathbf{F}_{hydro,cell}(\mathbf{x}, t) = \frac{\sum_i f_i(\mathbf{x}, t) \mathbf{c}_i + \mathbf{F}/2}{\rho_f(\mathbf{x}, t)} ; \quad (5.36)$$

La forza agente sul fluido sarà uguale e opposta a quella trasmessa.

La forza risultante sulla particella si ottiene attraverso la sommatoria di tutte le forze agenti nei nodi che la contengono:

$$\mathbf{F}_{hydro} = \sum_l \mathbf{F}_{hydro,l} ; \quad (5.37)$$

il momento invece:

$$\mathbf{M}_{hydro} = \sum_l \mathbf{F}_{hydro,l} \times \mathbf{r}_{DF,l} ; \quad (5.38)$$

dove $\mathbf{r}_{DF,l}$ è il vettore che connette il centro di massa della particella con la posizione del nodo.

Per quanto riguarda la forza scambiata con le pareti del modello, questa, viene calcolata attraverso una condizione di bounce-back. Si considera la funzione di distribuzione della particelle che muovendosi verso la parete vengono respinte indietro e la loro velocità si ottiene la forza:

$$\mathbf{F}_{hydro} = \sum 2f_i(\mathbf{x}, t) \mathbf{c}_i ; \quad (5.39)$$

Il processo che permette la risoluzione della dinamica del fluido, può dunque, essere riassunto nel seguente modo:

- in un timestep, dalle proprietà microscopiche⁴ delle particelle si ottengono le variabili macroscopiche del sistema attraverso l'Equazione 5.23 e 5.24;
- attraverso la definizione dell'operatore collisionale (Equazione 5.28) si risolve l'equazione di Lattice-Boltzmann (Equazione 5.27). Dalla risoluzione si ottiene la funzione densità di probabilità al time-step successivo ($f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t)$), necessaria per calcolare le nuove caratteristiche del fluido: densità e velocità.

⁴ Non considerando la totalità delle particelle costituenti il fluido, ma, una distribuzione probabilistica, il termine microscopiche in senso stretto risulta errato e sarebbe più opportuno definirle mesoscopiche.

5.3.1. Evoluzione della superficie libera

Per valutare la variazione della superficie libera del fluido in funzione dell'interazione con le particelle solide si utilizza l'algoritmo del tracciamento della massa descritto da Körner et al (2005).

In questo metodo i nodi del reticolo vengono suddivisi in tre categorie (Figura 25), attraverso il parametro di frazione liquida λ , da cui si ottiene la massa liquida contenuta in un nodo $m(\mathbf{x}, t) = \lambda\rho(\mathbf{x}, t)$:

$$\begin{cases} \lambda = 1 \\ 0 < \lambda < 1 \\ \lambda = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m(\mathbf{x}, t) = \rho(\mathbf{x}, t) \\ 0 < m(\mathbf{x}, t) < \rho(\mathbf{x}, t) \\ m(\mathbf{x}, t) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{nodo liquido} \\ \text{nodo interfaccia} ; \\ \text{nodo gas} \end{cases} \quad (5.40)$$

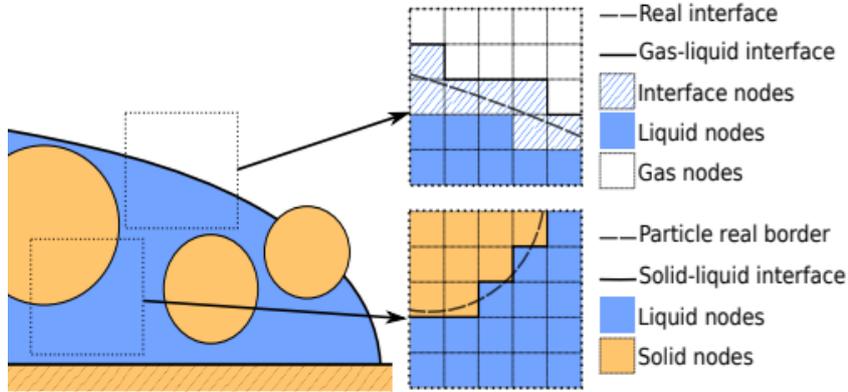


Figura 25: Suddivisione dei nodi del reticolo (Leonardi, 2015).

La massa fluida viene aggiornata ad ogni time-step, attraverso il tracciamento delle distribuzioni che attraversano ogni nodo, mediante l'equazione:

$$m_f(\mathbf{x}, t + 1) = m_f(\mathbf{x}, t) + \sum \alpha_i [f_{i'}(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i, t) - f_i(\mathbf{x}, t)] ; \quad (5.41)$$

dove con i' si identifica la direzione opposta a quella i .

Il termine α_i è il parametro che regola la conservazione della massa, in funzione della frazione liquida dei nodi vicini alla posizione $\mathbf{x} + \mathbf{c}_i$:

$$\alpha_i = \begin{cases} \frac{1}{2} [\lambda(\mathbf{x}, t) + \lambda(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i, t)] \\ 1 \\ 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{se il nodo vicino è un interfaccia} \\ \text{se il nodo vicino è liquido} \\ \text{se il nodo vicino è solido} \end{cases} ; \quad (5.42)$$

Le equazioni nel LBM vengono risolte solo per i nodi di interfaccia, mentre, per il gas si considera un nodo avente la stessa velocità del nodo interfaccia e una densità costante.

6. Creazione del Modello Numerico

Al fine di creare un modello numerico in grado di riprodurre adeguatamente i risultati ottenuti nello studio di Cabrera et al. (2020), si riportano, in questo capitolo, i passaggi procedurali adottati nella creazione di tale modello. In particolare, al Capitolo 6.1, viene esplicitata la procedura di calibrazione dei parametri fisici delle particelle nella condizione asciutta che regolano il collasso e la conseguente configurazione finale del deposito. Al Capitolo 6.2, in seguito all'accoppiamento con la fase fluida, vi è la necessità di introdurre e calibrare un parametro addizionale, definito: *raggio idrodinamico*; la cui definizione e finalità vengono esposte al capitolo di riferimento sopraccitato.

6.1. Calibrazione del materiale granulare nella condizione asciutta

Nell'ambito della modellazione DEM particellare, come visto al Capitolo 5.2, è necessario definire i parametri di attrito e rotolamento, che regolano la dinamica dei grani costituenti il materiale granulare e che determinano la configurazione finale del deposito.

In questo lavoro, la procedura di definizione dei parametri di input del modello, ovvero, il processo di calibrazione del materiale in condizione secca, viene effettuata mediante un modello di contatto normale lineare e tangenziale viscoso. La scelta di tali parametri si basa sulla comparazione delle caratteristiche geometriche finali del deposito nelle simulazioni (parametri di output), con quelle risultanti dal collasso sperimentale di due colonne con differenti altezze iniziali, fornite da Miguel A. Cabrera.

Le due colonne nella configurazione iniziale sono alte rispettivamente 76 e 55 mm, con medesima larghezza 80 mm e spessore 2.4 mm. Depositare all'interno dello stesso serbatoio di altezza 155 mm, larghezza 350 mm e spessore 2.4 mm (Tabella 6).

Tabella 6: Dimensioni delle colonne e del serbatoio.

	Altezza [mm]	Larghezza [mm]	Spessore [mm]
Colonna 1	76	80	2.4
Colonna 2	55		
Serbatoio	155	350	

Il materiale costituente le due colonne è caratterizzato da una densità $\rho_p=3600 \text{ kg/m}^3$ e un diametro delle particelle uguale a 2 mm; in conformità al materiale utilizzato nello studio riportato al Capitolo 3.

La formazione delle colonne, all'interno simulazione, inizia con la creazione di un certo numero di particelle, aventi lo stesso diametro e densità di quelle utilizzate in laboratorio. A queste si attribuiscono posizioni random all'interno dei limiti di altezza e larghezza imposti dall'esperienza reale e lasciate libere di cadere dall'alto, per effetto della gravità, fino a formare una configurazione rappresentante le colonne reali (Figura 26⁵). In questo modo si è riprodotta la procedura sperimentale di deposito dall'alto, in cui, le particelle vengono inserite all'interno dello spazio di loro competenza fino ad ottenere la configurazione finale della colonna dovuta ad un impacchettamento casuale.

Il collasso simultaneo delle particelle in altezza, attraverso la paratia a scorrimento orizzontale, viene simulato estendendo il dominio in direzione X, dalla larghezza della colonna iniziale di 80 mm a quella del serbatoio pari a 350 mm.

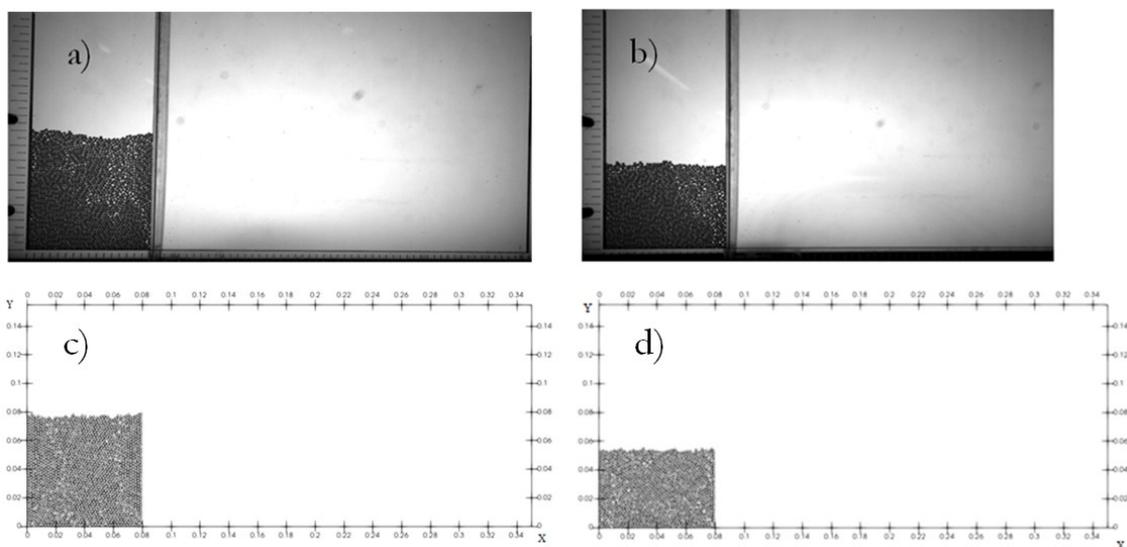


Figura 26: Configurazione iniziale della colonna: a) colonna reale di altezza 76 mm; b) colonna reale di altezza 55 mm; c) colonna simulata di altezza 76 mm; d) colonna simulata di altezza 55 mm.

Per effettuare la calibrazione vengono effettuate diverse simulazioni cambiando i parametri che regolano il collasso della colonna. In particolare, vengono variati i valori del coefficiente di rotolamento μ_r e del coefficiente di attrito tra le particelle μ_p . Si mantengono, invece, costanti gli altri parametri, ovvero, il coefficiente di attrito particella-parete μ_w , la rigidità normale k_n e il coefficiente di smorzamento tangenziale α_t . Inoltre, viene fissato il valore del coefficiente di restituzione ζ , che definisce intrinsecamente il coefficiente di smorzamento normale (α_n).

⁵ L'immagine b) risulta incompleta a causa di un mal posizionamento della telecamera durante la registrazione video dell'esperimento. Il non perfetto allineamento produce, inoltre, una distorsione prospettica in entrambi i frame a) e b). Tale errore di prospettiva viene superato attraverso l'utilizzo della gradazione perimetrale del serbatoio, non incidendo, dunque, sulle osservazioni.

Di seguito si riporta la tabella riassuntiva dei parametri variabili e fissi durante le simulazioni:

Tabella 7: Parametri di input delle simulazioni.

Densità ρ_s [kg/m^3]	3600
Diametro [mm]	2
Rigidezza normale k_n [N/m]	4×10^3
Coeff. di restituzione ζ [-]	0.88
Coeff. di smorzamento tangenziale α_t [-]	0.5
Coeff. di attrito particella-particella μ_p [-]	Variabile
Coeff. di attrito particella-parete μ_w [-]	0.3
Coeff. di rotolamento μ_r [-]	Variabile

Allo scopo di caratterizzare il deposito finale per effettuare la comparazione con i risultati simulativi, si definiscono i parametri geometrici della configurazione finale di collasso:

- Distanza finale di arresto (L_f);
- Altezza finale del deposito (H_f);
- Angolo di riposo (α);
- Angolo di riposo nel tratto centrale (β).

Una definizione oggettiva della distanza finale di arresto può risultare non semplice a causa della presenza di singole particelle che si muovono separatamente rispetto al fronte della massa granulare (Figura 27).

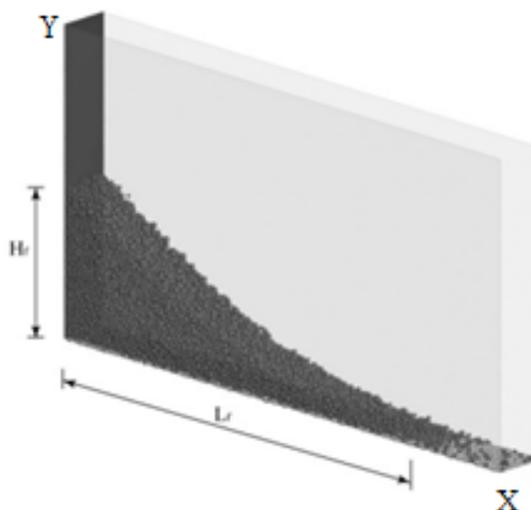


Figura 27: Rappresentazione della configurazione finale del deposito con l'identificazione di H_f e L_f (Utili et al., 2014).

Al fine di individuare la posizione ultima del fronte di collasso L_f , in questo studio si utilizza il metodo proposto da Utili et al. (2014). Tale metodo prevede l'identificazione di una soglia nella distribuzione della particelle in direzione longitudinale, ovvero, per

le X crescenti, pari al 99%. In questo modo, l'1% delle particelle oltre la soglia viene considerato non appartenente al fronte. Di conseguenza, la distanza finale di arresto L_f sarà uguale al valore corrispondente al 99-esimo percentile di tale distribuzione. Nel caso in esame, a causa del numero limitato di particelle, la soglia viene impostata al 90%.

Per la valutazione dell'altezza finale del deposito H_f , viene nuovamente effettuato un ragionamento basato sulla definizione di una soglia nella distribuzione. In questo caso, però, si tiene conto della diversa distribuzione spaziale verticale delle particelle rispetto a quella orizzontale. Ovvero, una maggiore possibilità che più particelle in differenti posizioni lungo l'asse X possano presentare la stessa quota. Si valuta, quindi, H_f come media dei valori di altezza delle particelle superiori al 90% della distribuzione particellare, per Y crescenti.

Il valore dell'angolo di riposo α viene definito di conseguenza come $\tan^{-1}(H_f / L_f)$.

L'angolo di riposo nel tratto centrale β , invece, viene individuato graficamente, ricercando la pendenza di una linea che riesca a rappresentare la sezione centrale del cumulo finale.

Di seguito si riportano i parametri geometrici nella configurazione finale di deposito definiti per la colonna di altezza 76 mm (Figura 28 e Tabella 8) e per la colonna di altezza 55 mm (Figura 29 e Tabella 9):

Tabella 8: Parametri geometrici del deposito finale reale – Colonna di altezza 76 mm.

COLONNA 76 mm			
H_f [mm]	L_f [mm]	α [°]	β [°]
76	337	13	24

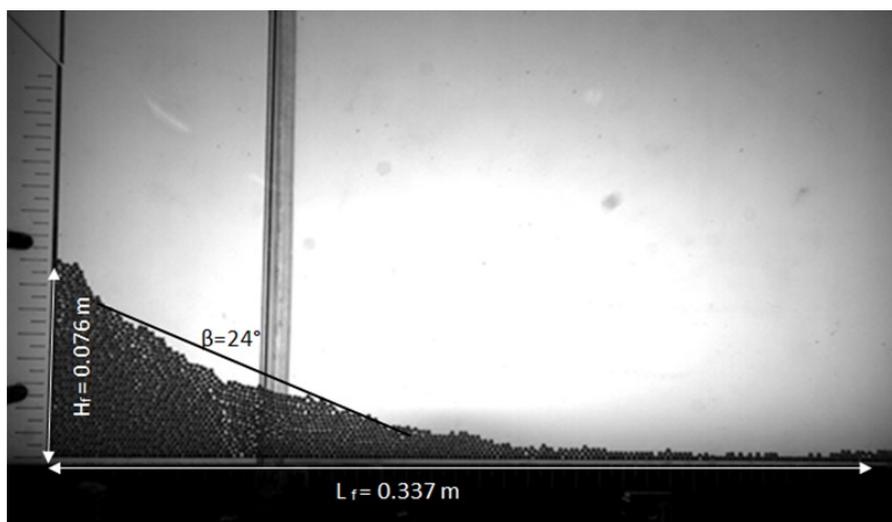


Figura 28: Istantanea finale di collasso con l'individuazione dei parametri geometrici del deposito reale – Colonna 76 mm.

Tabella 9: Parametri geometrici del deposito finale reale – Colonna di altezza 55 mm.

COLONNA 55 mm			
H_f [mm]	L_f [mm]	α [°]	β [°]
57	292	11	24



Figura 29: Istantanea finale di collasso con l'individuazione dei parametri geometrici del deposito reale – Colonna 55 mm.

A causa della non completezza del fotogramma (Figura 29), per valutare L_f nella colonna reale di altezza 55 mm si è considerato il valore corrispondente al 90% della distribuzione avente come X massima 310 mm, ovvero la larghezza massima individuata dal fotogramma. Si ipotizza, quindi, che questa sia la posizione ultima raggiunta delle particelle.

6.1.1. Colonna di altezza 76 mm

Iniziando con la calibrazione della colonna di altezza 76 mm, vengono processate 16 differenti simulazioni, in cui vengono variati i coefficienti di attrito particella-particella e il coefficiente di rotolamento. La durata della simulazione viene scelta in modo da ottenere una riduzione almeno pari al 99.5% dell' energia cinetica, rispetto ad valore massimo raggiunto durante le diverse simulazioni (Tabella 10). Per tale valore di riduzione, si considera arrestato il moto delle particelle e quindi concluso il processo di collasso. Infatti, l'energia cinetica E_k risulta essere funzione delle velocità traslazionali v_i^2 e rotazionali ω_i^2 di tutte le i -esime N particelle costituenti il flusso granulare, secondo l'equazione di seguito riportata:

$$E_k = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (m_i v_i^2 + I_i \omega_i^2) ; \quad (6.1)$$

dove I_i è il momento di inerzia della particella i -esima che nel caso di forma sferica risulta essere $I_i = 2mR^2/5$ ed m_i la massa di ognuna di esse.

Tabella 10: Riduzione En. Cinetica all'istante finale normalizzata rispetto il valore massimo raggiunto durante le simulazioni al variare di μ_p e μ_r – Colonna alta 76 mm.

	μ_p [-]	μ_r [-]	$E_{k,Max}$ [J]	$E_{k,F}$ [J]	$ E_{k,F} - E_{k,Max} / E_{k,Max}$ [%]
t=1.5 s	0.3	0	5.82E-04	2.34E-07	99.96%
t=1.7 s		0.02	5.34E-04	1.68E-06	99.69%
t=1.5 s		0.06	5.07E-04	3.08E-13	100.00%
t=1.5 s		0.1	5.08E-04	1.25E-12	100.00%
t=1.5 s	0.4	0	5.71E-04	2.03E-07	99.96%
t=1.5 s		0.02	5.04E-04	3.17E-15	100.00%
t=1.5 s		0.06	4.95E-04	3.05E-11	100.00%
t=1.5 s		0.1	4.64E-04	9.80E-13	100.00%
t=1.5 s	0.5	0	5.36E-04	7.19E-07	99.87%
t=1.5 s		0.02	5.44E-04	4.23E-07	99.92%
t=1.5 s		0.06	5.71E-04	3.17E-13	100.00%
t=1.5 s		0.1	4.99E-04	1.06E-12	100.00%
t=1.5 s	0.6	0	5.53E-04	6.70E-07	99.88%
t=1.5 s		0.02	5.78E-04	7.06E-15	100.00%
t=1.5 s		0.06	5.56E-04	9.64E-13	100.00%
t=1.5 s		0.1	5.22E-04	9.86E-13	100.00%

Per gli stessi valori dei parametri di input viene valutata l'energia dissipata durante il processo di collasso dalle particelle:

$$E_{diss} = E_0 - E_{p,F} - E_{k,F} ; \quad (6.2)$$

In cui E_0 è l'energia iniziale del sistema particelle, coincidente con l'energia potenziale della colonna all'istante iniziale, in quanto all'inizio della simulazione le particelle risultano ferme:

$$E_0 = E_{p,I} = \sum_{i=1}^N m_i g h_i / 2 ; \quad (6.3)$$

in cui h_i rappresenta l'altezza della i -esima particella.

$E_{p,F}$ e $E_{k,F}$ sono rispettivamente l'energia potenziale e cinetica all'istante finale, valutate attraverso le Equazioni 6.1 e 6.3, considerando la configurazione finale del deposito.

In Tabella 11 si riportano i valori dell' Energia Iniziale, Energia Potenziale all'istante finale e dell' Energia Dissipata, riportata infine in termini percentuali, normalizzandola rispetto l'energia iniziale del sistema:

Tabella 11: Energia dissipata normalizzata rispetto l'Energia iniziale del sistema al variare di μ_p e μ_r – Colonna alta 76 mm

	μ_p [-]	μ_r [-]	E_0 [J]	$E_{p,F}$ [J]	E_D [J]	E_D/E_0 [%]
t=1.5 s	0.3	0	9.97E-03	5.63E-03	4.35E-03	43.57%
t=1.7 s		0.02		6.22E-03	3.75E-03	37.61%
t=1.5 s		0.06		7.45E-03	2.52E-03	25.32%
t=1.5 s		0.1		7.52E-03	2.45E-03	24.60%
t=1.5 s	0.4	0		6.02E-03	3.95E-03	39.62%
t=1.5 s		0.02		7.03E-03	2.94E-03	29.53%
t=1.5 s		0.06		7.47E-03	2.50E-03	25.07%
t=1.5 s		0.1		7.51E-03	2.47E-03	24.72%
t=1.5 s	0.5	0		5.83E-03	4.14E-03	41.56%
t=1.5 s		0.02		6.65E-03	3.32E-03	33.34%
t=1.5 s		0.06		7.50E-03	2.47E-03	24.76%
t=1.5 s		0.1		7.59E-03	2.38E-03	23.87%
t=1.5 s	0.6	0		6.01E-03	3.97E-03	39.77%
t=1.5 s		0.02		6.84E-03	3.13E-03	31.39%
t=1.5 s		0.06		7.34E-03	2.63E-03	26.37%
t=1.5 s		0.1		7.56E-03	2.41E-03	24.18%

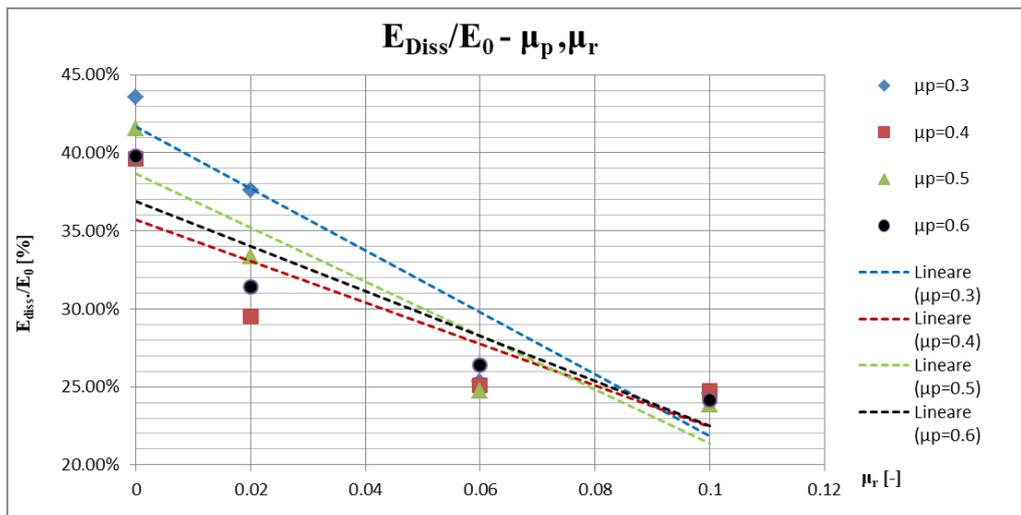


Figura 30: Andamento del rapporto E_{diss}/E_0 in funzione di μ_p e μ_r – Colonna alta 76 mm.

Analizzando il diagramma in Figura 30, rappresentante l'andamento del rapporto E_{diss}/E_0 al variare del coefficiente di attrito e di rotolamento, si evidenzia la riduzione di Energia Dissipata all'aumentare del valore assunto da tali coefficienti. La dissipazione di energia durante il collasso della colonna è dovuta agli urti anelastici che avvengono nella collisione tra le particelle, all'attrito e alla resistenza al rotolamento. Dall'Equazione 6.2 risulta che la diminuzione di Energia Dissipata sia principalmente dovuta all'incremento di Energia Potenziale all'istante finale in relazione all'aumento dei coefficienti di contatto. Infatti, i termini che rappresentano l'Energia Iniziale, essendo uguale per tutte le simulazioni poiché si trovano nella medesima configurazione di partenza, e l'Energia Cinetica finale, valore prossimo allo zero, non influenzano la riduzione di Energia Dissipata nelle differenti simulazioni. D'altronde, aumentando l'attrito tra le particelle e la loro resistenza al rotolamento, se ne limita la mobilità durante il collasso. Motivo per il quale, all'istante finale la configurazione del deposito è caratterizzata da una maggiore Energia Potenziale, dovuta ad una minore capacità di scorrimento delle particelle. Ciò, si traduce, a livello microscopico, in urti anelastici di minor entità. Si nota, inoltre, che per valori elevati del coefficiente di rotolamento, i rapporti di energia convergono allo stesso valore percentuale, circa il 24%, per $\mu_r=0.1$. Questo avviene, poiché, un valore elevato di μ_r , come quello utilizzato nelle simulazioni, impone un momento di contrasto al rotolamento talmente grande da diventare dominante, rispetto al valore del coefficiente di attrito, nella riduzione della mobilità delle particelle durante il collasso.

Per queste simulazioni, dunque, si valutano i parametri geometrici del deposito, in modo da confrontarli con quelli ottenuti nell'esperimento, corrispondenti al frame registrato all'istante 1.5 s (Tabella 8) :

Tabella 12: H_f , L_f , α e β nelle simulazioni con $\mu_p=0.3; 0.4; 0.5; 0.6$; $\mu_r=0; 0.02; 0.06; 0.1$ - Colonna alta 76 mm.

SIMULAZIONI					
μ_p [-]	μ_r [-]	H_f [mm]	L_f [mm]	α [°]	β [°]
0.3	0	63	319	11	22
	0.02	71	228	17	24
	0.06	77	196	21	28
	0.1	77	187	22	31
0.4	0	70	320	12	24
	0.02	77	226	19	30
	0.06	77	192	22	30
	0.1	77	178	24	31
0.5	0	66	318	12	29
	0.02	77	234	18	30
	0.06	77	193	22	30
	0.1	77	189	22	32
0.6	0	70	306	13	30
	0.02	76	221	19	30
	0.06	77	195	22	31
	0.1	77	186	23	32

Diagrammando l'andamento degli angoli α e β al variare del coefficiente di attrito e di rotolamento (Figura 31 e Figura 32), si riscontra un andamento diametralmente opposto a quello individuato per l'Energia dissipata in Figura 30. La motivazione alla base dell'incremento dei valori di questi due angoli, in relazione all'aumento di μ_p e μ_r , è la medesima esplicitata per la riduzione del rapporto E_{diss}/E_0 . Infatti, valori più grandi dell'attrito e della resistenza al rotolamento, riducendo la mobilità delle particelle, consentono una minore espansione laterale delle particelle e una minore riduzione dell'altezza finale del deposito rispetto alla configurazione iniziale. Di conseguenza, il valore degli angoli di riposo, dipendenti da queste due caratteristiche geometriche, risulta incrementato.

Anche in questo caso, un valore elevato del coefficiente di rotolamento diventa talmente dominante nel governare la dinamica delle particelle, da portare a convergenza i diversi valori di α e di β indipendentemente dal coefficiente di attrito adottato.

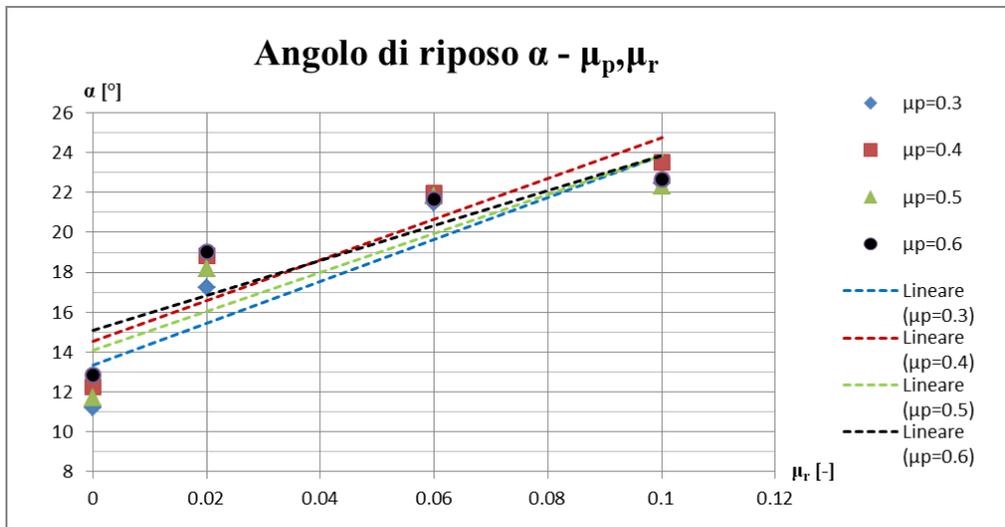


Figura 31: Angolo di riposo α nelle simulazioni con $\mu_p=0.3; 0.4; 0.5; 0.6$; $\mu_r=0; 0.02; 0.06; 0.1$ - Colonna alta 76 mm.

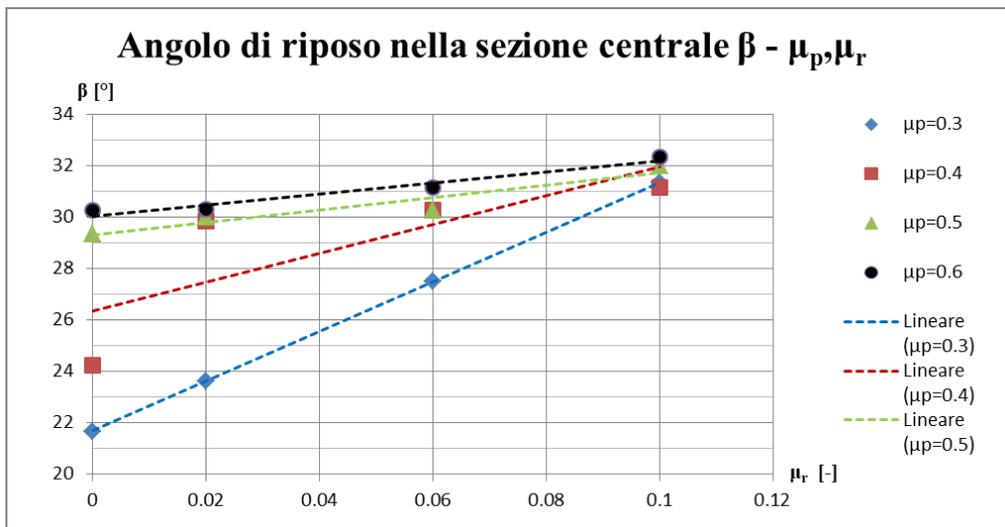


Figura 32: Angolo di riposo β nelle simulazioni con $\mu_p=0.3; 0.4; 0.5; 0.6$; $\mu_r=0; 0.02; 0.06; 0.1$ - Colonna alta 76 mm.

Confrontando i risultati ottenuti dalle simulazioni con i parametri geometrici del deposito reale, si decide di procedere con nuove simulazioni, fissando il coefficiente di attrito tra le particelle al valore $\mu_p=0.45$ e variando nuovamente il coefficiente di rotolamento. Nello specifico, vengono processate cinque nuove simulazioni con valori di μ_r uguali a 0.01, 0.015, 0.02, 0.025 e 0.03, non considerando, questa volta, nel processo di calibrazione il valore nullo del coefficiente di rotolamento. Infatti, come descritto al Capitolo 5.2.3, un valore del coefficiente di rolling uguale a zero è relativo al caso puramente ideale di sfere perfettamente rigide e sferiche. Nel caso in esame, trattando particelle ceramiche di diametro 2 mm, si tiene conto della possibile non perfetta sfericità delle particelle, dovuta principalmente alle loro dimensioni ridotte, attraverso bassi valori del coefficiente di rotolamento, ma comunque differenti dallo zero.

Per le nuove simulazioni viene nuovamente valutata la riduzione di energia cinetica all'istante finale $t=1.5$ s (Tabella 13) e l'andamento del rapporto E_{diss}/E_0 al variare di μ_r (Figura 33).

Tabella 13: Riduzione En. Cinetica all'istante finale normalizzata rispetto il valore massimo raggiunto durante le simulazioni per $\mu_p=0.45$ e μ_r variabile – Colonna alta 76 mm.

μ_p [-]	μ_r [-]	$ E_{k,F} - E_{k,Max} / E_{k,Max}$ [%]
0.45	0.01	99.87%
	0.015	99.96%
	0.02	100.00%
	0.025	100.00%
	0.03	100.00%

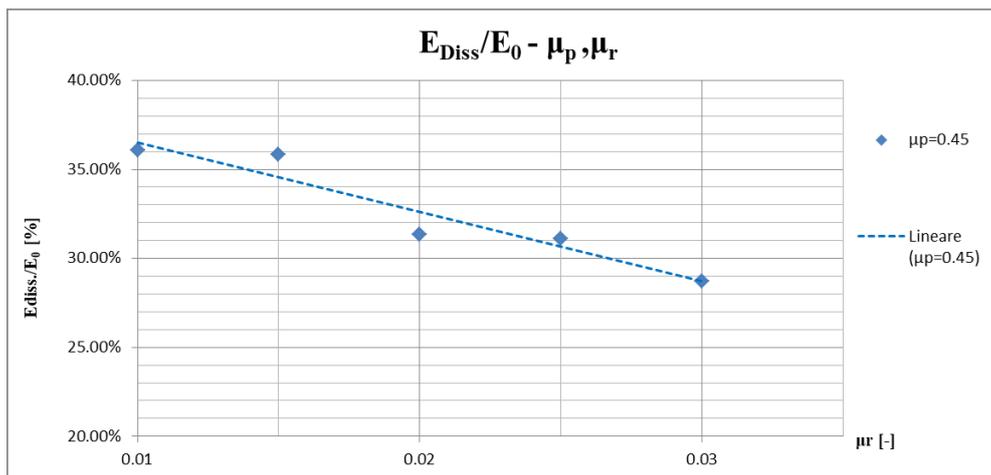


Figura 33: Andamento del rapporto E_{diss}/E_0 per $\mu_p=0.45$ e μ_r variabile – Colonna alta 76 mm.

Si valutano, quindi, i nuovi parametri geometrici finali, riportati in Tabella 14, e si confrontano nuovamente con quelli reali. Tra le nuove simulazioni, quelle che meglio rappresentano la reale condizione finale risultano essere caratterizzate da valori del coefficiente di rotolamento pari a 0.01 e 0.015. Per questi valori di μ_r , infatti, β viene

considerato rappresentativo del reale angolo di riposo del tratto centrale. Proprio l'angolo β risulta essere il parametro principale nel processo di calibrazione, in quanto si riscontrano delle divergenze nel valore dell'angolo α rispetto al caso reale. Queste difformità sono principalmente dovute alla differente distanza finale di arresto ottenuta nelle simulazioni, fortemente influenzata dall'attrito particella-parete (il fondo del serbatoio in questo caso) non soggetto a calibrazione oltre che dal numero delle particelle.

Tabella 14: Parametri geometrici finali nelle simulazioni comparate con il deposito reale – Colonna alta 76 mm.

SIMULAZIONI					
μ_p [-]	μ_r [-]	H_f [mm]	L_f [mm]	α [°]	β [°]
0.45	0.01	71	243	16	25
	0.015	76	228	19	25
	0.02	77	223	19	29
	0.025	77	212	20	30
	0.03	77	209	20	30
DEPOSITO REALE		H_f [mm]	L_f [mm]	α [°]	β [°]
		77	337	13	24

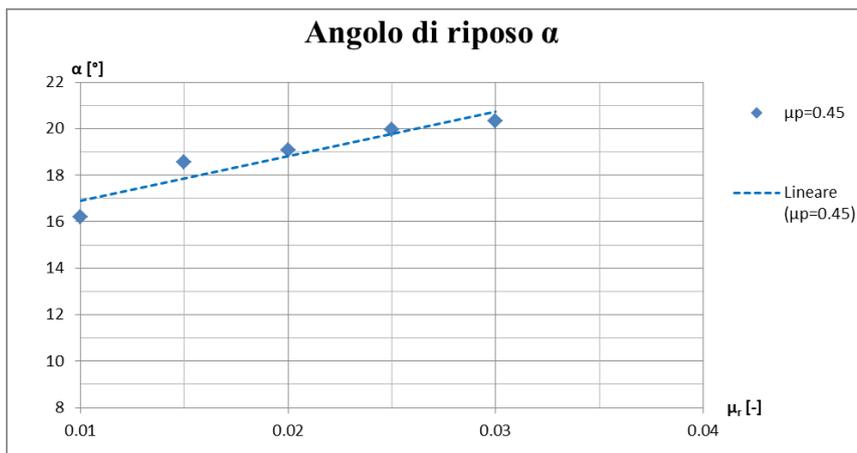


Figura 34: Angolo di riposo α nelle simulazioni con $\mu_p=0.45$ e μ_r variabile - Colonna alta 76 mm.

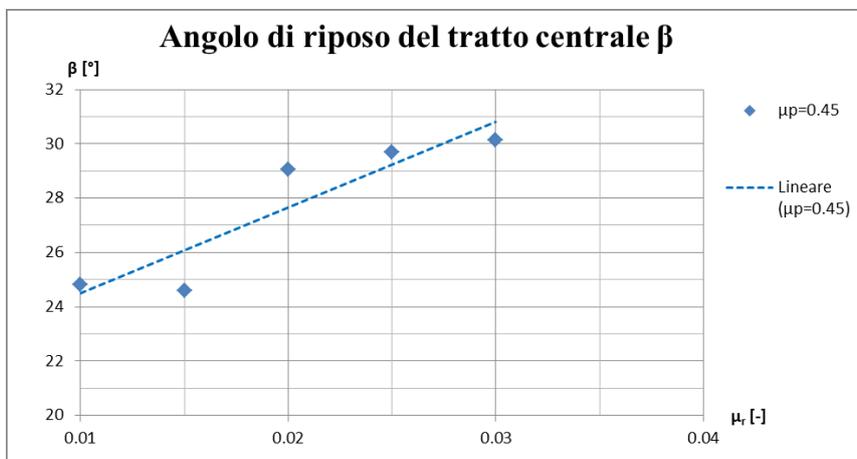


Figura 35: Angolo di riposo β nelle simulazioni con $\mu_p=0.45$ e μ_r variabile - Colonna alta 76 mm.

Dal confronto grafico delle due simulazioni con la configurazione finale reale, in Figura 36, si scelgono come parametri governanti la dinamica della particelle quelli corrispondenti a $\mu_p=0.45$ e $\mu_r=0.015$:

Tabella 15: Confronto simulazione ($\mu_p=0.45$; $\mu_r=0.015$) e deposito reale – Colonna alta 76 mm.

	COLONNA 76 mm			
	H_f [mm]	L_f [mm]	α [°]	β [°]
DEPOSITO REALE	76	337	13	24
SIMULAZIONE: $\mu_p=0.45$; $\mu_r=0.015$	76	228	19	25

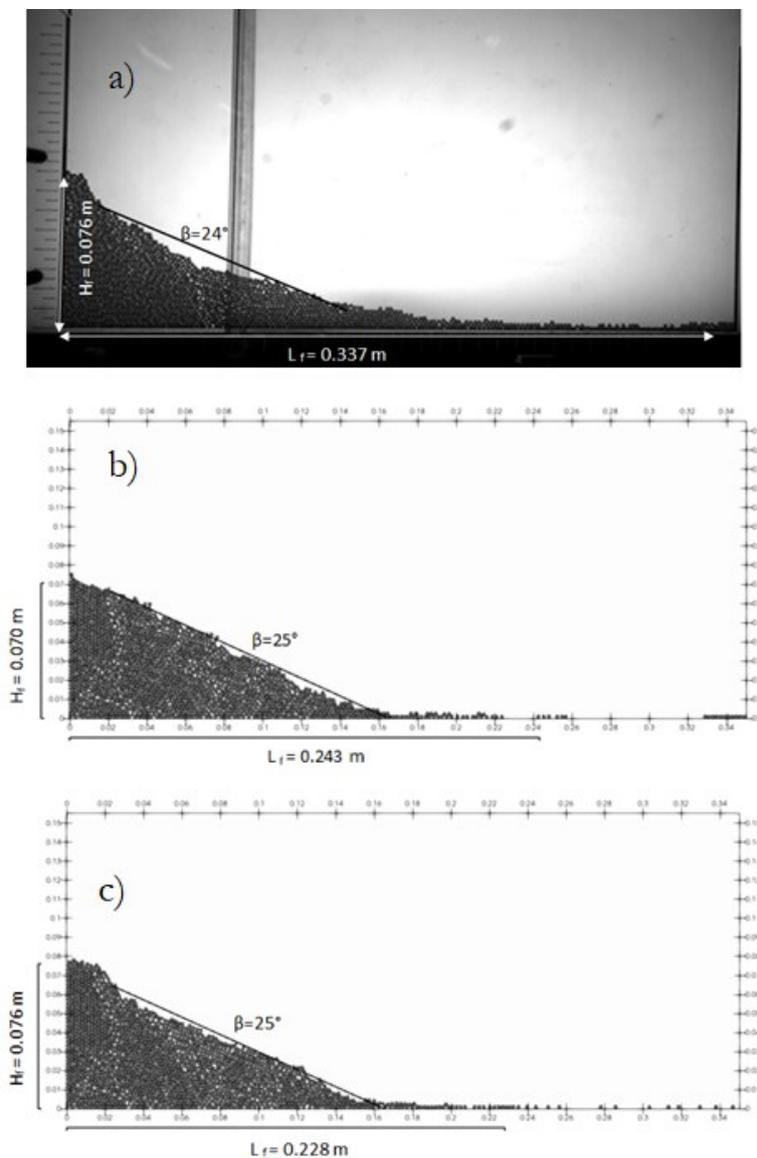


Figura 36: Configurazione finale di deposito: a) fotogramma dell'istante finale di deposito; b) simulazione con $\mu_p=0.45$ e $\mu_r=0.01$; c) simulazione con $\mu_p=0.45$ e $\mu_r=0.015$ - Colonna alta 76 mm.

6.1.2. Colonna di altezza 55 mm

Analogamente al caso precedente, si ricercano i valori del coefficiente di attrito e di rotolamento che riescano a rappresentare adeguatamente la dinamica del collasso, in accordo con quelli utilizzati precedentemente per caratterizzare la colonna di altezza 76 mm. Il risultato della calibrazione di questi parametri, infatti, deve essere il medesimo nelle due configurazioni, in quanto, si vuole caratterizzare il materiale costituente le due colonne a prescindere dalle condizioni geometriche iniziali in cui esse si trovano.

Le simulazioni, in questo caso, vengono processate per un tempo massimo di 0.94 s, tempo corrispondente all'ultimo frame a disposizione dal collasso reale condotto in laboratorio. Viene variato il coefficiente di rotolamento, mantenendo costante il valore del coefficiente di attrito tra le particelle a $\mu_p=0.45$. Si processano, in questo modo, cinque simulazioni come per la prima colonna.

La Tabella 16 mostra per queste simulazioni, una riduzione di Energia Cinetica tale da poter considerare concluso il processo di collasso in corrispondenza dell'istante di fine simulazione:

Tabella 16: Riduzione En. Cinetica all'istante finale normalizzata rispetto il valore massimo raggiunto durante le simulazioni per $\mu_p=0.45$ e μ_r variabile – Colonna alta 55 mm.

	μ_p [-]	μ_r [-]	$E_{k,Max}$ [J]	$E_{k,F}$ [J]	$ E_{k,F} - E_{k,Max} / E_{k,Max}$ [%]
t=0.94 s	0.45	0.01	2.04E-04	5.69E-07	99.7%
t=0.94 s		0.015	2.20E-04	3.51E-07	99.8%
t=0.94 s		0.02	2.12E-04	1.00E-06	99.5%
t=0.94 s		0.025	2.01E-04	1.12E-07	99.9%
t=0.94 s		0.03	1.91E-04	3.54E-08	100.0%

Anche in questo caso, si valuta l'Energia Dissipata durante il collasso della colonna (Tabella 17) e se ne riporta l'andamento al variare del coefficiente di rotolamento in Figura 37.

Tabella 17: Riduzione En. Cinetica all'istante finale normalizzata rispetto il valore massimo raggiunto durante le simulazioni per $\mu_p=0.45$ e μ_r variabile – Colonna alta 55 mm.

	μ_p [-]	μ_r [-]	E_0 [J]	$E_{p,F}$ [J]	E_D [J]	E_D/E_0 [%]
t=0.94 s	0.45	0.01	4.83E-03	3.40E-03	1.42E-03	29.5 %
t=0.94 s		0.015	4.83E-03	3.45E-03	1.38E-03	28.5 %
t=0.94 s		0.02	4.83E-03	3.48E-03	1.35E-03	28.0 %
t=0.94 s		0.025	4.83E-03	3.51E-03	1.31E-03	27.2 %
t=0.94 s		0.03	4.83E-03	3.59E-03	1.24E-03	25.7 %

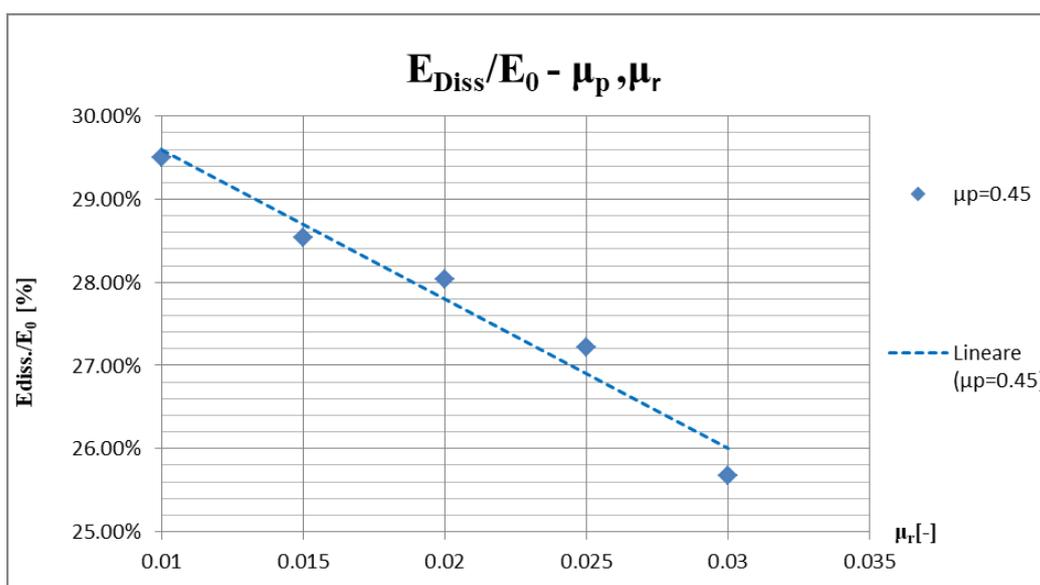


Figura 37: Andamento del rapporto $E_{diss.}/E_0$ per $\mu_p=0.45$ e μ_r variabile – Colonna alta 55 mm.

Analizzando i risultati ottenuti (Tabella 18), in termini di parametri geometrici finali, le simulazioni che risultano adeguate a rappresentare la reale situazione sono nuovamente quelle effettuate con valori di $\mu_r=0.01$ e di $\mu_r=0.015$.

Tabella 18: Parametri geometrici finali nelle simulazioni comparate con il deposito reale – Colonna alta 55 mm.

SIMULAZIONI					
μ_p [-]	μ_r [-]	H_f [mm]	L_f [mm]	α [°]	β [°]
0.45	0.01	54	208	14	24
	0.015	54	218	14	24
	0.02	54	178	17	26
	0.025	54	179	17	26
	0.03	54	175	17	26
DEPOSITO REALE		H_f [mm]	L_f [mm]	α [°]	β [°]
		57	292	11	24

Dal confronto grafico con la configurazione reale di deposito finale, in Figura 38, si scelgono i valori dei coefficienti di attrito e rotolamento pari a $\mu_p=0.45$ e $\mu_r=0.015$.

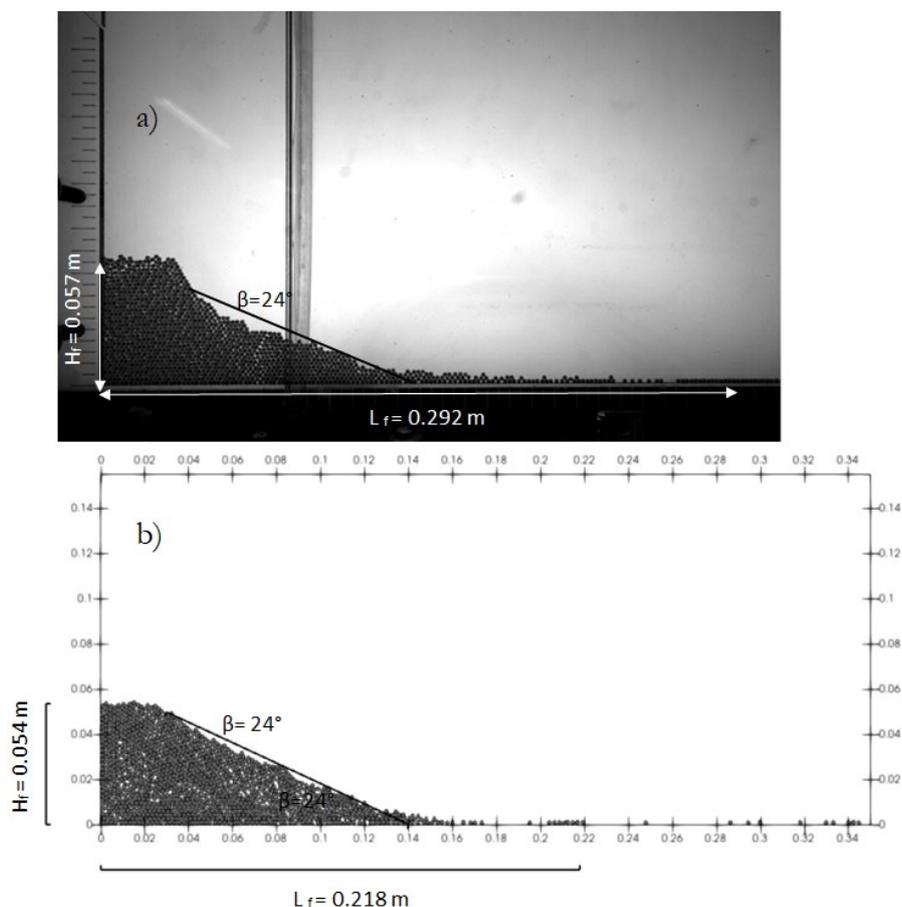


Figura 38: Configurazione finale di deposito: a) fotogramma dell'istante finale di deposito; b) simulazione con $\mu_p=0.45$ e $\mu_r=0.015$ - Colonna alta 55 mm.

La scelta effettuata in precedenza, per la colonna di differente altezza, è così confermata dai risultati delle simulazioni svolte per l'attuale colonna.

Dunque, dal duplice processo di calibrazione, si ottengono i parametri definitivi che governano la dinamica delle particelle.

Tabella 19: Confronto simulazione ($\mu_p=0.45$; $\mu_r=0.015$) e deposito reale – Colonna alta 55 mm.

	COLONNA 55 mm			
	H _f [mm]	L _f [mm]	α [°]	β [°]
DEPOSITO REALE	57	292	11	24
SIMULAZIONE: $\mu_p=0.45$; $\mu_r=0.015$	54	218	14	24

Si riporta, da ultimo, la Tabella riassuntiva e aggiornata dei parametri di input utilizzati per definire le particelle nel DEM:

Tabella 20: Parametri di input definitivi utilizzati.

Densità ρ_s [kg/m ³]	3600
Diametro [mm]	2
Rigidezza normale k_n [N/m]	4×10^3
Coeff. di restituzione ζ [-]	0.88
Coeff. di smorzamento tangenziale α_t [-]	0.5
Coeff. di attrito particella-particella μ_p [-]	0.45
Coeff. di attrito particella-parete μ_w [-]	0.3
Coeff. di rotolamento μ_r [-]	0.015

6.2. Accoppiamento con il fluido

Prima di procedere con l'accoppiamento particelle-fluido mediante la definizione dei parametri necessari per la risoluzione della dinamica del fluido, attraverso LBM, si simula la formazione di una nuova colonna. Vengono riportate in Tabella 21, le dimensioni del nuovo serbatoio e della colonna, in accordo con la configurazione sperimentale esposta al Capitolo 3.2.

Tabella 21: Dimensioni della nuova colonna e del nuovo serbatoio.

	Altezza [mm]	Larghezza [mm]	Spessore [mm]
Colonna granulare	155	100	2.4
Serbatoio	250	390	

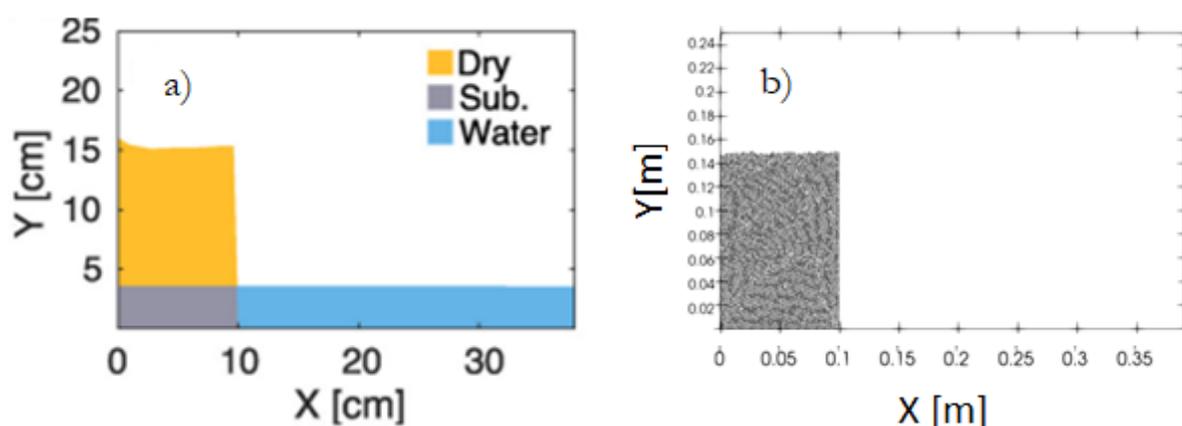


Figura 39: Confronto configurazione iniziale della colonna: a) esperimento (Cabrera et al., 2020) ; b) simulazione.

6.2.1. Discretizzazione del reticolo

Come descritto al Capitolo 5.3, l'utilizzo del LBM come solutore della fase fluida è subordinato alla discretizzazione spaziale, temporale e del campo delle velocità in un reticolo a celle cubiche. Tale discretizzazione è realizzata in modo da ottimizzare l'algoritmo risolutivo in termini di stabilità e precisione.

In Tabella 22, vengono riportati i parametri di input per la costruzione del modello LBM, ovvero, la densità del fluido, i parametri numerici τ_{max} e τ_{min} , la viscosità dinamica del fluido e i due parametri, Δx e Δt , attraverso i quali avviene la discretizzazione spaziale e temporale. La discretizzazione del campo delle velocità è, così, automaticamente definita dal rapporto $c=\Delta x/\Delta t$.

Tabella 22: Parametri di input per la discretizzazione LBM.

Viscosità dinamica del fluido (acqua) - η [Pa s]	1×10^{-3}
τ_{max} [-]	1
τ_{min} [-]	0.5001
Δx [m]	Variabile
Δt [s]	Variabile

La stabilità viene garantita attraverso numeri di Mach, definiti come rapporto tra la velocità fisica del fenomeno e la velocità discretizzata nel reticolo, inferiori all'unità $\|u\|/(\Delta x/\Delta t) < 1$. In questo modo, infatti, la simulazione è in grado di descrivere l'evoluzione dinamica delle particelle fluide.

Si vuole, inoltre, ottimizzare il range di variazione della viscosità dinamica del fluido, valutato come segue:

$$\eta_{max} = \frac{\tau_{max} - 1/2 \frac{\Delta x^2}{\Delta t}}{3}; \quad (6.4)$$

$$\eta_{min} = \frac{\tau_{min} - 1/2 \frac{\Delta x^2}{\Delta t}}{3};$$

Infatti, nonostante il fluido considerato sia newtoniano, essendo acqua, il codice di calcolo durante la simulazione aggiorna ad ogni time step il valore della viscosità per tener conto dei fenomeni turbolenti che si sviluppano al procedere del collasso. Si ricerca, dunque, un intervallo di variazione, tale per cui, la viscosità dinamica dell'acqua sia compresa fra i due estremi.

Per realizzare la discretizzazione spaziale, si è considerata la dimensione minore del dominio fisico del modello, in questo caso lo spessore pari 2.4 mm. Si è così suddivisa tale dimensione in $n = \frac{2.4 \times 10^{-3} [\text{m}]}{\Delta x [\text{m}]}$ celle cubiche. Allo stesso modo, la larghezza e l'altezza del modello vengono discretizzate in n celle in funzione del Δx scelto. Il Δt viene, invece, variato in funzione delle considerazioni effettuate precedentemente sulla stabilità e precisione risolutiva.

Si riportano di seguito quattro differenti discretizzazioni, ottenute variando i valori di Δx e Δt per un livello iniziale dell'acqua uguale a $H_w=34.8$ mm. Per ognuna di esse vengono evidenziati i valori massimi e minimi della viscosità dinamica e il valore massimo del numero di Mach ottenuto nel corso della simulazione:

Tabella 23: Discretizzazione con $\Delta x = 6 \times 10^{-4}$ e $\Delta t = 1 \times 10^{-5}$.

DISCRETIZZAZIONE 1	
H [m]	0.15
H_w [m]	0.0348
Δx [m]	6.00E-04
Δt [s]	1.00E-05
Viscosità dinamica [Pa s]	1.00E-03
Min. Viscosità dinamica [Pa s]	1.20E-03
Max. Viscosità dinamica [Pa s]	6.00E+00
Numero di Mach Max. [-]	4.08E-02

Tabella 24: Discretizzazione con $\Delta x = 4.8 \times 10^{-4}$ e $\Delta t = 1 \times 10^{-5}$.

DISCRETIZZAZIONE 2	
H [m]	0.15
H_w [m]	0.0348
Δx [m]	4.80E-04
Δt [s]	1.00E-05
Viscosità dinamica [Pa s]	1.00E-03
Min. Viscosità dinamica [Pa s]	7.68E-04
Max. Viscosità dinamica [Pa s]	3.84E+00
Numero di Mach Max. [-]	5.06E-02

Tabella 25: Discretizzazione con $\Delta x = 2.4 \times 10^{-4}$ e $\Delta t = 1 \times 10^{-6}$.

DISCRETIZZAZIONE 3	
H [m]	0.15
H_w [m]	0.0348
Δx [m]	2.40E-04
Δt [s]	1.00E-06
Viscosità dinamica [Pa s]	1.00E-03
Min. Viscosità dinamica [Pa s]	1.92E-03
Max. Viscosità dinamica. [Pa s]	9.60E+00
Numero di Mach Max. [-]	5.22E-02

Tabella 26: Discretizzazione con $\Delta x = 2.4 \times 10^{-4}$ e $\Delta t = 1 \times 10^{-5}$.

DISCRETIZZAZIONE 4	
H [m]	0.15
H_w [m]	0.0348
Δx [m]	2.40E-04
Δt [s]	1.00E-05
Viscosità dinamica [Pa s]	1.00E-03
Min. Viscosità dinamica [Pa s]	1.92E-04
Max. Viscosità dinamica [Pa s]	9.60E-01
Numero di Mach Max. [-]	1.23E-01

Con la Discretizzazione 4, si è raggiunta l'ottimizzazione del range di variazione della viscosità dinamica. I numeri di Mach nel corso della simulazione presentano valori dell'ordine di 10^{-2} con valore massimo, riportato in Tabella 26, comunque inferiore all'unità.

Si riporta, dunque, la tabella riassuntiva dei parametri di input utilizzati per risolvere la dinamica fluida, attraverso LBM, nelle successive simulazioni:

Tabella 27: Parametri di input definitivi per la discretizzazione LBM.

Viscosità dinamica del fluido (acqua) - η [Pa s]	1×10^{-3}
τ_{\max} [-]	1
τ_{\min} [-]	0.5001
Δx [m]	2.4×10^{-4}
Δt [s]	1×10^{-5}

6.2.2. Calibrazione del Raggio Idrodinamico

Utilizzando la discretizzazione appena definita per inizializzare il modello simulativo, si valutano i risultati ottenuti dalla simulazione avente altezza dell'acqua $H_w=34.8$ mm, corrispondente ad un rapporto di immersione pari a $H_w/H=0.23$.

In questa fase si vuole effettuare una valutazione qualitativa della affidabilità del modello, mediante un confronto grafico tra la simulazione e l'esperienza reale. In particolare, si pone l'attenzione sulle dimensioni e sulla forma assunte dal cuneo di scivolamento, in aggiunta alla velocità raggiunta dalle particelle al procedere del collasso, in degli istanti di tempo definiti. Non si considerano, per ora, le variazioni del livello dell'acqua generate dal collasso della colonna, queste, infatti, verranno valutate in maniera dettagliata, attraverso un'analisi quantitativa nei capitoli successivi.

Gli istanti di riferimento, considerati per il confronto, sono gli stessi definiti da Cabrera et al. (2020) per descrivere la sequenza di collasso e la formazione dell'onda ad esso associato, descritti al Capitolo 3.3:

- a) $t = 0$ s - Istante di inizio simulazione, coincidente con l'attivazione del meccanismo di rilascio;
- b) $t = 0.1$ s - Istante intermedio tra a) e c);
- c) $t = 0.19$ s - Istante in cui viene registrata la massima ampiezza dell'onda;
- d) $t = 0.82$ s - Istante intermedio tra c) e e);
- e) $t = 1.44$ s - Istante in cui la massa collassante raggiunge la sua configurazione finale.

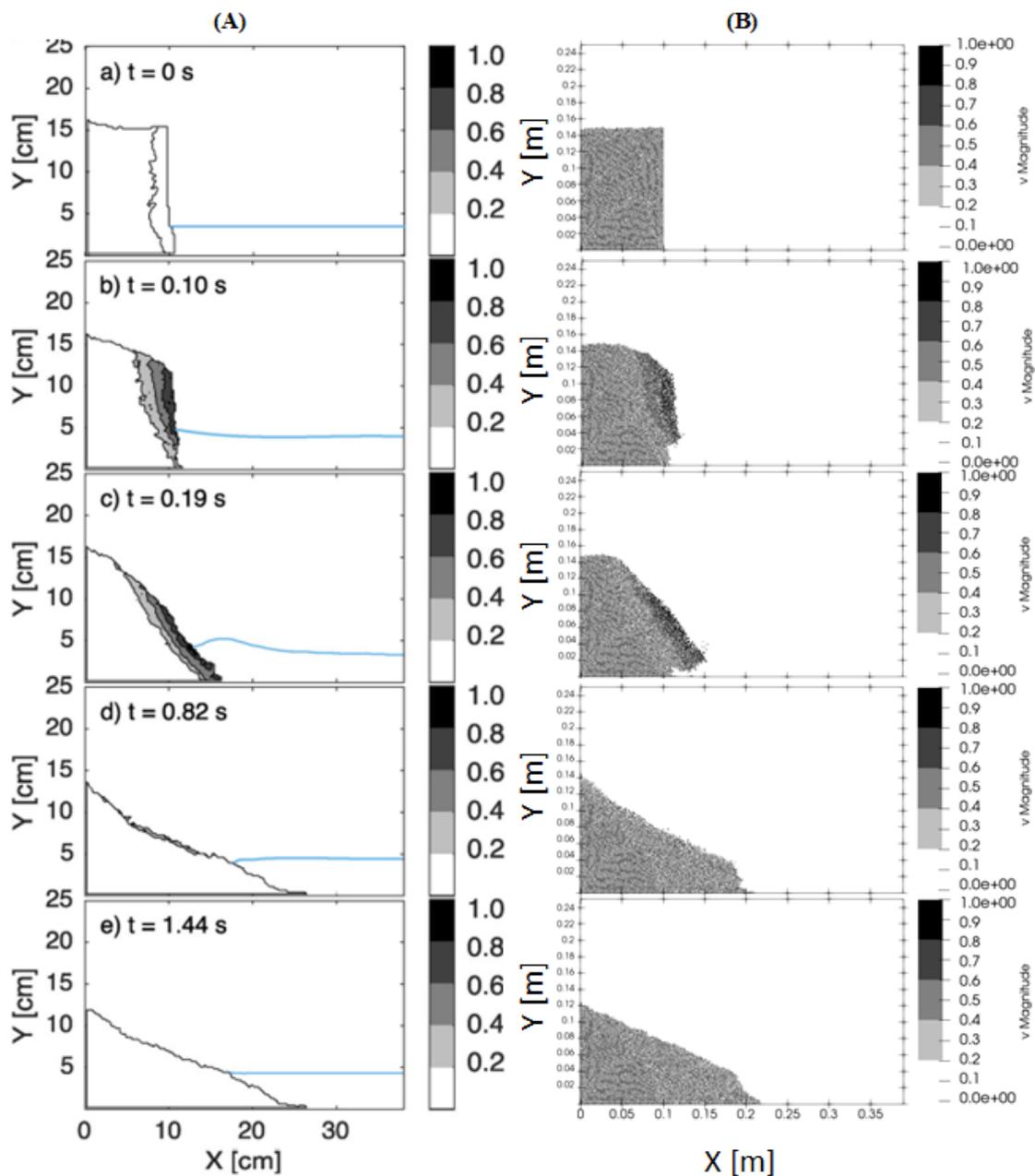


Figura 40: Confronto: (A) esperimento (Cabrera et al. 2020) ; (B) simulazione; Velocità in m/s.

Dalla Figura 40, si rilevano delle incongruenze tra l'evoluzione del collasso simulato e l'esperimento condotto in laboratorio. La simulazione è, infatti, caratterizzata da una elevata resistenza idrodinamica, tale da ridurre il passaggio delle particelle attraverso il fluido rispetto al caso reale. Ciò, influenza le dimensioni del cuneo di scivolamento e il campo di velocità durante il crollo della colonna. La causa è da ricercare nella capacità risolutiva della discretizzazione utilizzata. Per descrivere in dettaglio l'interazione tra fluido e particelle si dovrebbe creare un reticolo con celle molto più piccole, in modo da riuscire a distinguere efficacemente i nodi fluidi, quelli solidi e della loro interfaccia. Si otterrebbe, in questo modo, una simulazione più efficiente nella riproduzione della capacità dell'acqua di penetrare tra i grani, ovviamente, a fronte di un aumento dell'onere di calcolo.

Per ovviare a questa limitazione risolutiva, evitando di incrementare eccessivamente il carico computazionale, si introduce nel codice di calcolo un parametro aggiuntivo, definito come Raggio Idrodinamico. Tale termine addizionale rappresenta una espediente numerico, mediante il quale si considera un raggio particellare fittizio ottenuto dalla riduzione del raggio reale attraverso un termine $HR < 1$:

$$\text{Raggio fittizio} = (\text{Raggio reale}) \cdot (HR) ; \quad (6.5)$$

Mediante la riduzione del raggio, infatti, si riesce a descrivere, a livello delle celle del reticolo, la maggior presenza di acqua tra le particelle, riuscendo a simulare in maniera più veritiera la loro interazione (Figura 41).

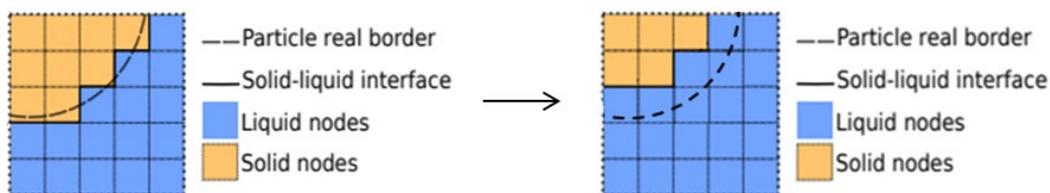


Figura 41: Variazione nel reticolo discretizzante in seguito all'introduzione del parametro HR.

Si ricerca, dunque, il valore di HR in grado di riprodurre la resistenza idrodinamica reale del sistema, processando quattro simulazioni, aventi differenti valori del raggio idrodinamico, ovvero, $HR = 0.9; 0.8; 0.7; 0.6$.

Per le simulazioni ottenute al variare di HR, si analizza prima di tutto l'evoluzione dell'Energia Cinetica delle particelle al procedere della simulazione (Figura 42).

Analizzando i dati energetici delle diverse simulazioni (Tabella 28) si evidenzia l'incremento del valore di picco dell' Energia Cinetica al diminuire del raggio idrodinamico. Ciò, conferma quanto detto in precedenza riguardo la connessione tra la resistenza idrodinamica e il raggio fittizio. La riduzione del raggio permette il raggiungimento di una maggiore velocità delle particelle durante il collasso, corrispondente a una maggiore energia cinetica. Invece, il tempo in cui tale valore viene registrato rimane pressoché il medesimo al variare di HR, con una variazione massima di 0.02 s. Successivamente, considerando un valore di energia corrispondente all'1% del

valore massimo per un raggio idrodinamico uguale a 1, si valuta il tempo necessario al suo raggiungimento nelle differenti simulazioni.

Si nota, che inizialmente, al decrescere di HR, le simulazioni riducono più repentinamente la loro energia cinetica. Queste mostrano, infatti, un tempo di conseguimento di tale riduzione che va riducendosi da 1.29 s a 1.24 s, fino al valore di HR=0.6. Per tale valore, al contrario, il tempo necessario ad ottenere l'1% di $E_{k,max,HR=1}$ risulta evidentemente maggiore.

Ciò può essere spiegato considerando le diverse fonti di dissipazione che intervengono durante il collasso. Per le simulazioni caratterizzate da un valore di HR compreso tra 0.7 e 1, la riduzione di energia cinetica risulta essere determinata dal contributo accoppiato di resistenza idrodinamica e attrito che si genera tra le particelle e tra particelle e il fondo del serbatoio (parete). Al diminuire del raggio fittizio, le particelle, attraversando più agevolmente il fluido, si dispongono in minor tempo in una configurazione più densa, caratterizzata da più contatti particella-particella e particella-parete, incrementando di conseguenza l'attrito. Il moto delle particelle successivo a tale istante viene quindi frenato, fino all'arresto, dall'attrito generato nella nuova configurazione e dalla resistenza idrodinamica, che seppur ridotta dal valore di HR, risulta ancora dominante.

Nel caso, invece, di raggio idrodinamico pari a 0.6, la diminuzione di resistenza idrodinamica è talmente grande da ridurne l'influenza nell'abbassamento di energia in accoppiamento con l'attrito, che risulta in questo caso prevalente. Il tempo necessario a registrare il valore pari all'1% viene, così, esteso.

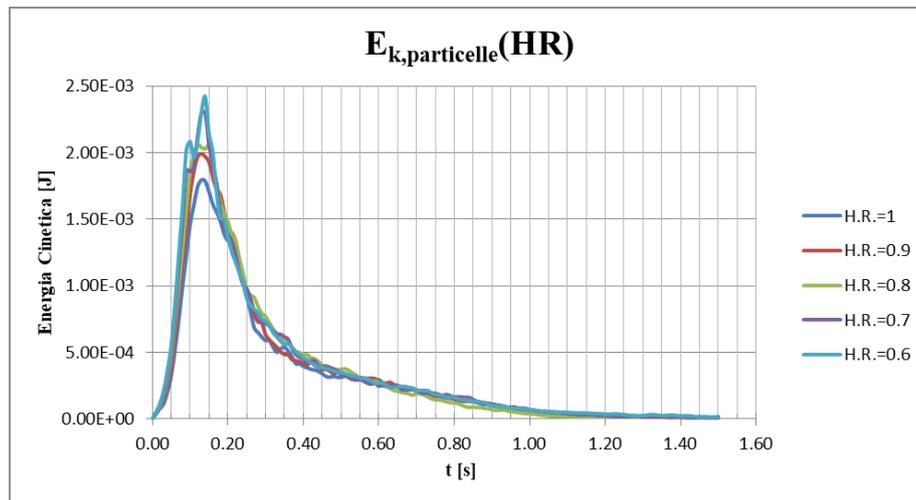


Figura 42: Evoluzione nel tempo dell'Energia Cinetica delle particelle al variare di HR.

Tabella 28: Dati comparativi in termini energetici per diversi valori di HR.

HR	1	0.9	0.8	0.7	0.6
E_{Kmax} [J]	1.79E-03	1.99E-03	2.06E-03	2.30E-03	2.42E-03
$t(E_{Kmax})$ [s]	0.13	0.13	0.12	0.13	0.14
1% $E_{Kmax,HR=1}$ [J]	1.79E-05				
$t(1\%E_{kmax,HR=1})$ [s]	1.29	1.27	1.25	1.24	1.46

Per meglio comprendere la variazione di Energia Cinetica nelle diverse simulazioni, si plotta, in Figura 43, la differenza tra l'energia corrispondente ad HR=1 e quella relativa alle altre simulazioni con raggi differenti:

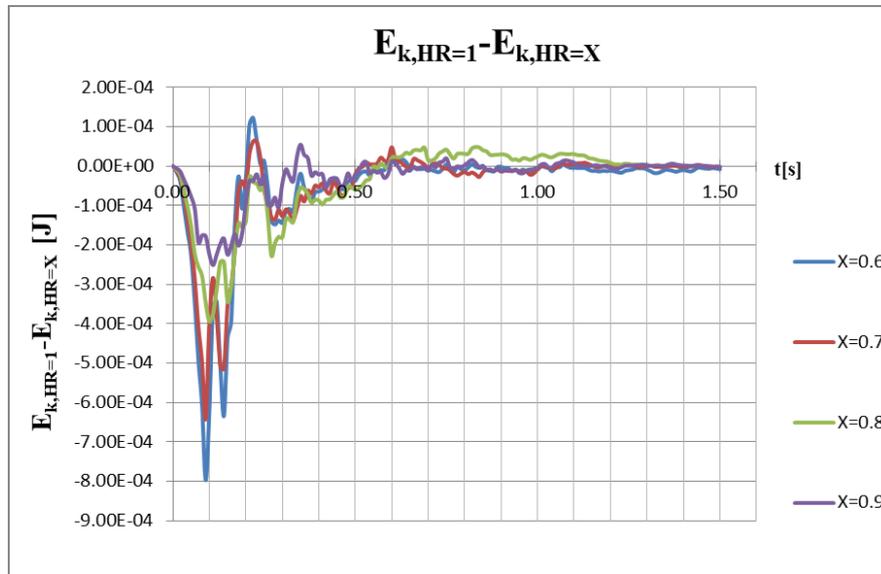


Figura 43: $E_{k,max,HR=1} - E_{k,max,HR=X}$.

Nello specifico si considera la differenza tra i due valori estremi del raggio idrodinamico, ovvero, HR=1 e HR=0.6:

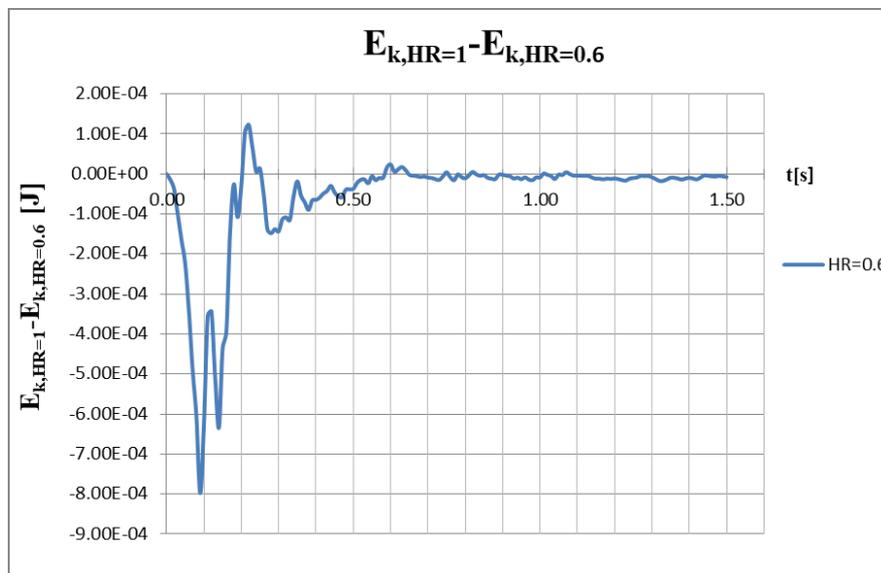


Figura 44: $E_{k,max,HR=1} - E_{k,max,HR=0.6}$.

Il grafico (Figura 44) mostra un'alternanza nel segno della differenza tra le due energie. Questo è dovuto alle differenti fonti principali di dissipazione che si manifestano nel corso del fenomeno, nelle diverse simulazioni.

Si considerano, quindi, gli istanti in cui si manifestano i picchi delle differenze tra le energie e attraverso il confronto grafico (Figura 45) se ne valuta la causa.

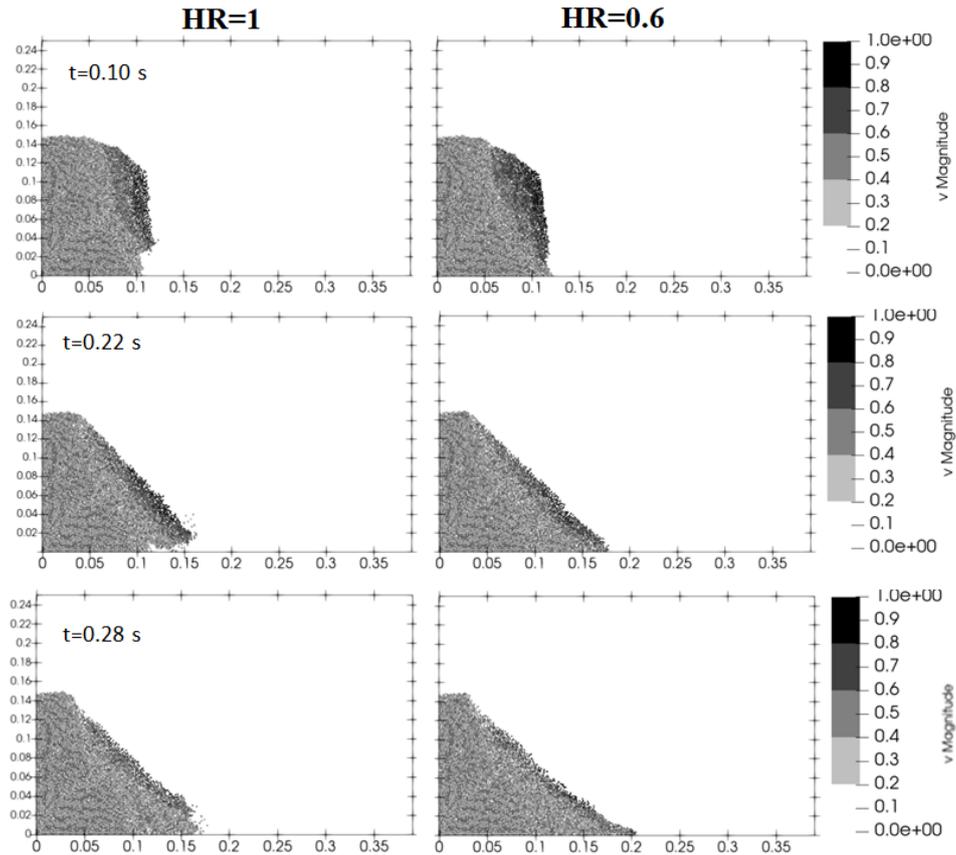


Figura 45: Confronto tra la simulazione con HR=1 e HR=0.6 negli istanti di tempo in cui la loro differenza energetica risulta massima; Velocità in m/s.

Nella prima fase, in cui la differenza risulta negativa, il massimo in valore assoluto viene raggiunto a $t=10$ s. In questa situazione, le particelle collassanti entrano in contatto con la superficie libera del fluido, attraversandola. Le particelle con HR=1, incontrando una più elevata resistenza idrodinamica durante il loro moto verticale. Vengono, quindi, rallentate maggiormente, rispetto a quelle con raggio HR=0.6, facendo sì che la differenza risulti negativa.

A $t=0.22$ s, nella simulazione con HR=0.6, le particelle incontrando minor resistenza all'attraversamento del fluido, si dispongono secondo una configurazione caratterizzata da un maggiore attrito tra le particelle. Inoltre, risulta superiore il un numero di particelle che, arrivando sul fondo del serbatoio, sono soggette all'attrito particelle-parete. In questo modo, l'attivazione dell'attrito per le particelle con raggio inferiore comporta una maggiore riduzione dell'energia, con conseguente ottenimento di una differenza positiva.

Nella terza fase, le particelle, avendo raggiunto il fondo del serbatoio in entrambe le simulazioni, subiscono nuovamente una maggiore resistenza idrodinamica nel caso di HR=1. Questa volta, però, nel moto di espansione laterale del cumulo. Di conseguenza, l'energia risultante per il raggio reale è inferiore, facendo assumere nuovamente alla differenza un valore negativo. L'andamento continua, fino al termine della simulazione, a mostrare segno negativo, a conferma del minor contributo della resistenza idrodinamica nel caso di raggio idrodinamico uguale a 0.6. Si registrano, tuttavia, dei

picchi positivi isolati, dovuti ad un'anticipata attivazione istantanea dell'attrito per $HR=0.6$ rispetto alla simulazione con $HR=1$.

Si riportano di seguito i confronti grafici, tra le simulazioni con differenti valori del raggio idrodinamico, agli istanti di tempo definiti in precedenza:

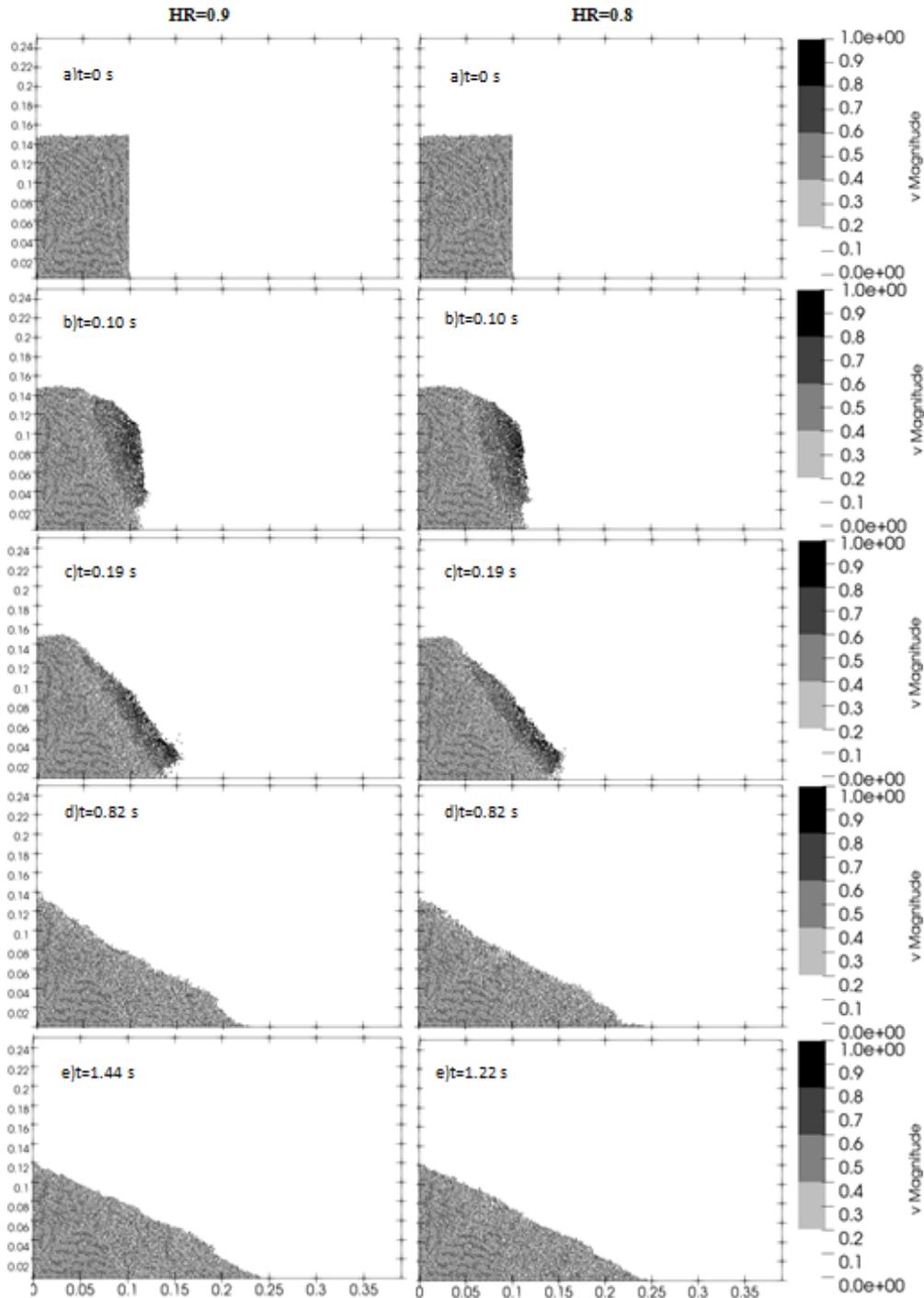


Figura 46: Confronto grafico agli istanti di riferimento definiti tra le simulazioni con $HR=0.9$ e $HR=0.8$; Velocità in m/s.

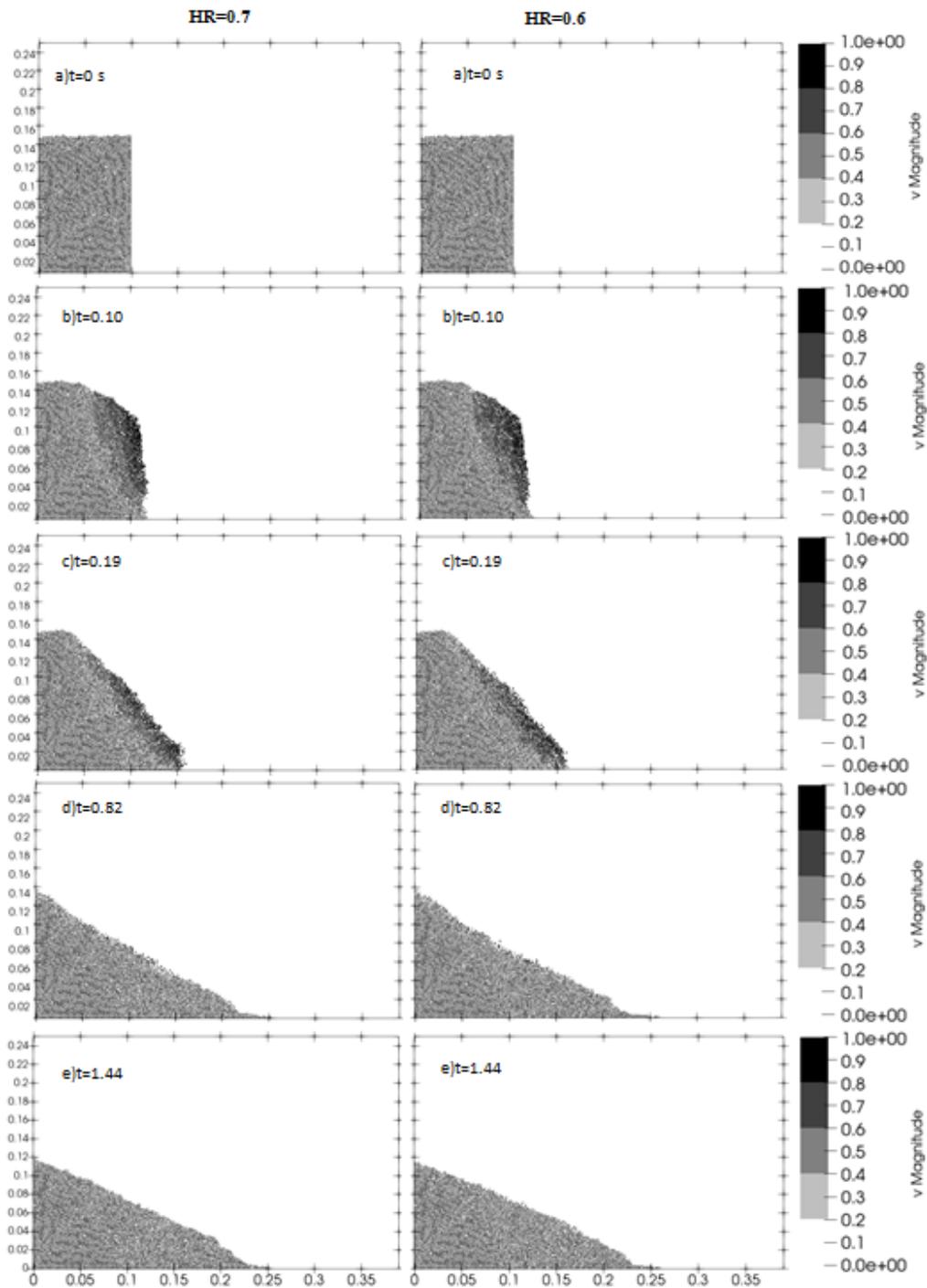


Figura 47: Confronto grafico agli istanti di riferimento definiti tra le simulazioni con HR=0.7 e HR=0.6; Velocità in m/s.

Le 4 simulazioni, mostrano simili configurazioni finali⁶ a prescindere dal differente valore di HR . La scelta viene, infatti, effettuata dal confronto degli istanti intermedi b), c) e d) in cui la variazione imposta sul raggio delle particelle influisce sul cuneo di collasso e sul campo di velocità delle particelle in movimento.

⁶ Nella simulazione avente HR=0.8 (Figura 45) l'istante finale risulta essere uguale a 1.22 s. Questo tempo corrisponde all' avanzamento ottenuto per il tempo massimo di processamento per una singola simulazione (10 giorni).

Sulla base del confronto effettuato, si sceglie $HR=0.6$ come valore del raggio idrodinamico in grado di simulare la reale resistenza idrodinamica del caso in analisi.

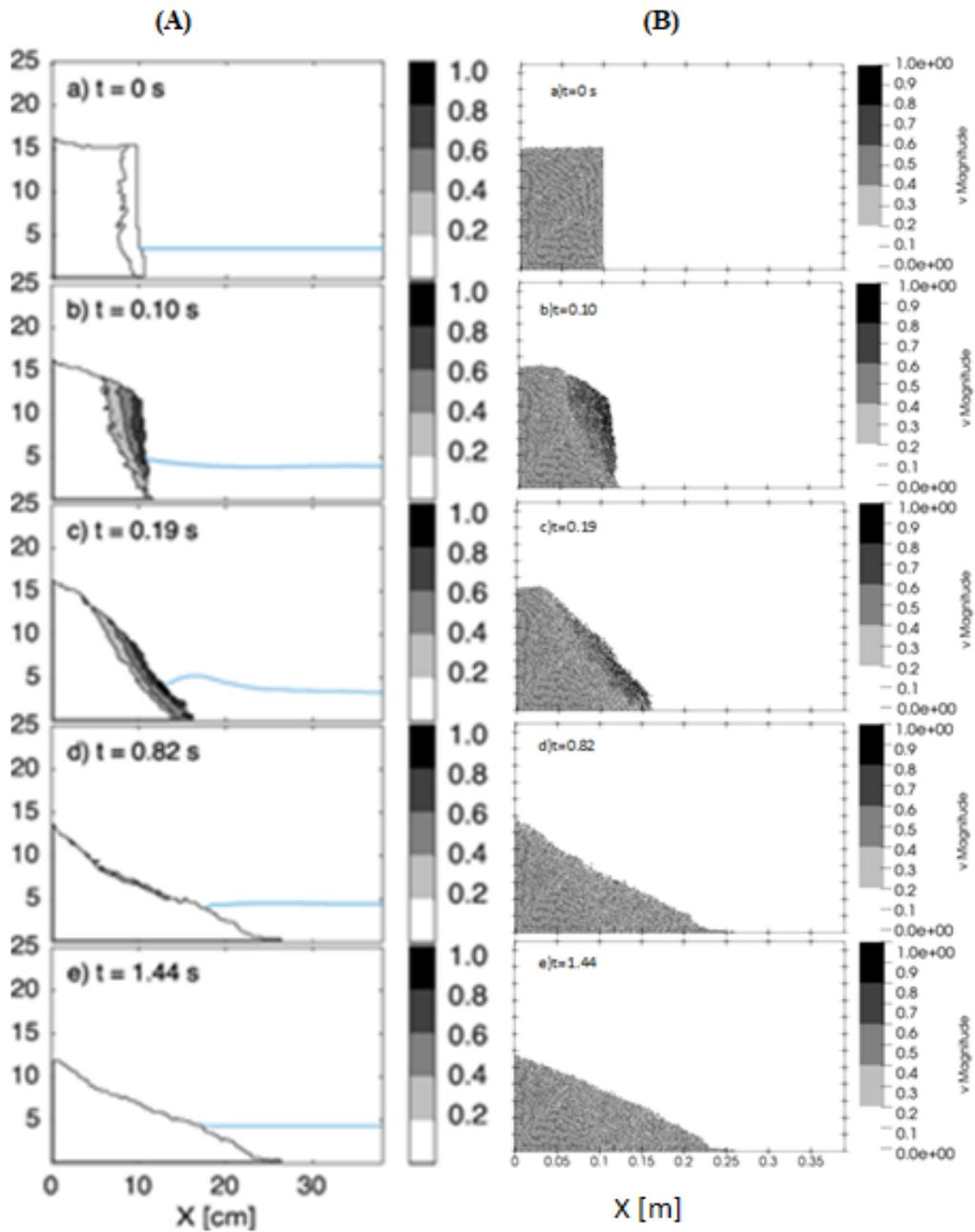


Figura 48: Confronto: (A) esperimento (Cabrera et al. , 2020) ; (B) simulazione con $HR=0.6$; Velocità in m/s.

Infine, per il valore di HR scelto, si riporta in Figura 49 l'Energia cinetica delle particelle associata a quella del fluido durante la simulazione:

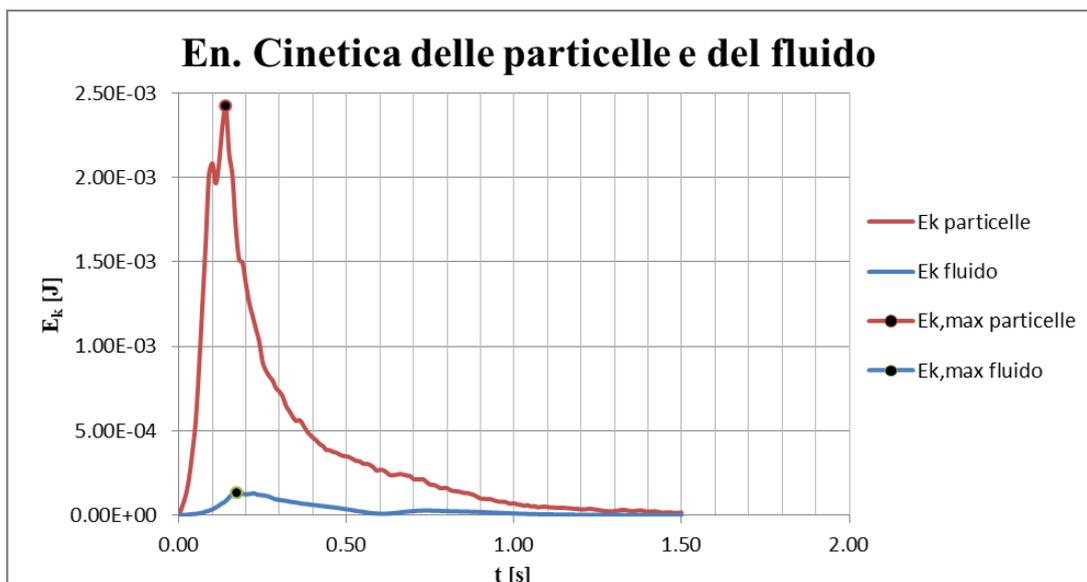


Figura 49: Energia Cinetica delle particelle e del fluido per HR=0.6.

Tabella 29: Valori massimi di En. Cinetica e tempi di raggiungimento per le particelle e il fluido.

	$E_{k,max}$ [J]	t [s]
Particelle	2.42E-03	0.14
Fluido	1.36E-04	0.18

Come visto in precedenza, l'energia cinetica delle particelle aumenta nella fase iniziale del collasso, quando le particelle sono coinvolte nel moto di caduta libera, raggiungendo il valore massimo a $t=0.14$ s. Successivamente al contatto con il fondo del serbatoio, nel movimento laterale, l'energia si riduce progressivamente fino all'arresto delle particelle (vedi Figura 48B).

Il fluido vede incrementare la propria energia al procedere del collasso della colonna, registrando il massimo valore, successivamente al raggiungimento di $E_{k,max}$ per le particelle, ad un tempo uguale a 0.18 s. In pratica, le particelle, durante la loro caduta ed impatto con la superficie dell'acqua, trasferiscono energia al fluido. Il valore massimo per il fluido si manifesta quando la curva dell'energia delle particelle è già entrata nella fase discendente, con conseguente formazione dell'onda di massima ampiezza. In seguito, si osserva la riduzione dell'energia ed un successivo incremento dovuto all'impatto con la parete destra del serbatoio, che a causa del rimbalzo genera un'onda riflessa caratterizzata da minore energia.

Nel capitolo successivo, nel quale vengono valutate le caratteristiche dell'onda generata, si pone attenzione all'influenza delle pareti laterali del serbatoio, al fine di evitarne l'interferenza nella valutazione della massima ampiezza.

7. Valutazione delle caratteristiche dell'onda simulata

Al termine della fase di definizione del modello simulativo, si procede con il processamento di 15 simulazioni differenziate in funzione del rapporto di immersione H_w/H_0 , variabile da 0.23 a 1.52.

Per ogni simulazione vengono valutati:

- **Ampiezza massima dell'onda (a_m)** che viaggia verso mare e verso terra;
- **Tempo (t_e) e Posizione ($x^*(a_m)$)** in cui l'ampiezza massima viene raggiunta;
- **Velocità dell'onda (c_{wave})**, valutata ad $X=200$ e $X=50$ mm, rispettivamente per l'onda verso mare e verso terra.

I risultati ottenuti vengono successivamente confrontati con quelli osservati nello studio di Cabrera et al. (2020), a scopo di validazione, qui di seguito riportati:

Tabella 30: Caratteristiche dell'onda generata nelle differenti esperienze reali al variare di H_w (Cabrera et al., 2020).

H_w [mm]	H_w/H_0 [-]	a_m^+ [mm]	a_m^- [mm]	$x^*(a_m^+)$ [mm]	$x^*(a_m^-)$ [mm]	$t_e(a_m^+)$ [s]	$t_e(a_m^-)$ [s]	c_{wave}^+ [m/s]	c_{wave}^- [m/s]
34.8	0.23	18.0	-	181.3	-	0.224	-	0.62	-
43.5	0.29	15.8	-	163.1	-	0.200	-	0.62	-
59.2	0.39	15.1	-	155.7	-	0.185	-	0.62	-
73.6	0.49	15.5	-	150.2	-	0.193	-	0.57	-
83.7	0.56	11.6	-	141.5	-	0.171	-	0.89	-
101.9	0.68	9.0	-	141.4	-	0.173	-	0.73	-
118.8	0.79	7.0	-	150.8	-	0.191	-	0.89	-
130.6	0.87	5.0	5.0	176.3	128.7	0.223	0.249	1.00	0.04
130.9	0.87	6.0	-	158.7	-	0.161	-	0.62	-
145.5	0.97	5.0	10.0	210.2	75.1	0.260	0.159	0.89	0.67
169.3	1.13	3.0	10.6	205.1	34.9	0.236	0.249	0.62	0.28
175.7	1.17	4.0	9.0	244.9	15.2	0.249	0.249	1.00	0.44
187.8	1.25	3.7	6.3	295.2	14.6	0.261	0.234	0.80	0.67
199.9	1.33	3.0	5.0	244.6	14.9	0.226	0.234	-	1.14
228.6	1.52	2.0	5.0	314.9	21.1	0.211	0.230	1.33	1.00

Per valutare la massima ampiezza dell'onda positiva e negativa, si analizza l'output fornito dal codice risolutivo. Ad ogni time step, impostato in questa fase a 0.001 s per essere conformi ai risultati forniti da Cabrera, vengono fornite le variazioni della superficie libera del fluido. Da questo, vengono estratti i valori massimi e minimi del livello dell'acqua (Y_{max} e Y_{min}) e la posizione in X di tale variazione.

Nel codice le unità di misura utilizzate sono rispettivamente [s] e [m] per i tempi e le lunghezze.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
time	maxX	y_maxX	z_maxX	minX	y_minX	z_minX	maxY	z_maxY	x_maxY	minY	z_minY	x_minY	maxZ
0	0.3898	0.0346	0.0022	0	0.0346	0	0.0346	0.0022	0.3898	0.0346	0	0	0.0022
1.0000e-03	0.3898	0.0346	0.0022	0	0.0346	0	0.0346	0.0022	0.3898	0.0346	0	0	0.0022
0.0020	0.3898	0.0346	0.0022	0	0.0346	0	0.0346	0.0022	0.3898	0.0346	0	0	0.0022
0.0030	0.3898	0.0346	0.0022	0	0.0346	0	0.0346	0.0022	0.3898	0.0346	0	0	0.0022
0.0040	0.3898	0.0346	0.0022	0	0.0346	0	0.0346	0.0022	0.3898	0.0346	0	0	0.0022
0.0050	0.3898	0.0346	0.0022	0	0.0346	0	0.0346	0.0022	0.3898	0.0343	4.8000e-04	0.0950	0.0022
0.0060	0.3898	0.0346	0.0022	0	0.0346	0	0.0348	4.8000e-04	0.0998	0.0343	2.4000e-04	0.0950	0.0022
0.0070	0.3898	0.0346	0.0022	0	0.0346	0	0.0348	4.8000e-04	0.0998	0.0343	2.4000e-04	0.0950	0.0022
0.0080	0.3898	0.0346	0.0022	0	0.0346	0	0.0348	0.0012	0.1003	0.0343	2.4000e-04	0.0847	0.0022
0.0090	0.3898	0.0346	0.0022	0	0.0346	0	0.0348	2.4000e-04	0.1008	0.0341	4.8000e-04	0.0994	0.0022
0.0100	0.3898	0.0346	0.0022	0	0.0346	0	0.0348	0	0.1022	0.0341	2.4000e-04	0.0958	0.0022
0.0110	0.3898	0.0346	0.0022	0	0.0346	0	0.0348	0	0.1051	0.0341	2.4000e-04	0.0953	0.0022
0.0120	0.3898	0.0346	0.0022	0	0.0346	0	0.0348	0	0.1078	0.0338	4.8000e-04	0.0994	0.0022
0.0130	0.3898	0.0346	0.0022	0	0.0346	0	0.0348	0.0012	0.1082	0.0338	2.4000e-04	0.0994	0.0022
0.0140	0.3898	0.0346	0.0022	0	0.0346	0	0.0348	0.0014	0.1111	0.0338	2.4000e-04	0.0958	0.0022
0.0150	0.3898	0.0346	0.0022	0	0.0346	0	0.0348	9.6000e-04	0.1128	0.0336	4.8000e-04	0.0994	0.0022
0.0160	0.3898	0.0346	0.0022	0	0.0346	0	0.0348	9.6000e-04	0.1128	0.0336	4.8000e-04	0.0955	0.0022
0.0170	0.3898	0.0346	0.0022	0	0.0346	0	0.0350	2.4000e-04	0.1006	0.0334	4.8000e-04	0.0994	0.0022
0.0180	0.3898	0.0346	0.0022	0	0.0346	0	0.0350	0	0.1001	0.0334	4.8000e-04	0.0958	0.0022
0.0190	0.3898	0.0346	0.0022	0	0.0346	0	0.0350	0.0014	0.1015	0.0331	7.2000e-04	0.0996	0.0022
0.0200	0.3898	0.0346	0.0022	0	0.0346	0	0.0350	0.0017	0.1022	0.0331	4.8000e-04	0.0996	0.0022
0.0210	0.3898	0.0346	0.0022	0	0.0346	0	0.0350	0.0017	0.1022	0.0329	7.2000e-04	0.0996	0.0022
0.0220	0.3898	0.0346	0.0022	0	0.0346	0	0.0350	0.0017	0.1022	0.0329	4.8000e-04	0.0998	0.0022
0.0230	0.3898	0.0346	0.0022	0	0.0346	0	0.0350	0.0017	0.1022	0.0326	7.2000e-04	0.0998	0.0022

Figura 50: Estratto di una parte dell'output di calcolo.

Dai valori massimi e minimi registrati per superficie libera dell'acqua, si ottengono i valori di ampiezza massima dell'onda verso mare e verso terra al procedere della simulazione:

$$a_m^+ = |Y_{max} - H_w| ; \tag{7.1}$$

$$a_m^- = |Y_{min} - H_w| ;$$

Nel listato dei dati si ricerca, infine, il tempo e la posizione corrispondenti all'ampiezza massima individuata.

7.1. Individuazione dell'ampiezza massima dell'onda verso mare

Nella valutazione della massima ampiezza dell'onda che viaggia verso mare, ovvero, verso destra, si vuole evitare di confondere l'onda generata dal crollo della colonna con quella riflessa, dovuta all'urto con la parete. Si decide, dunque, di impostare una soglia ad $X=380$ mm.

Già in prossimità della parete, il livello dell'acqua si innalza a causa della presenza dell'ostacolo, la parete appunto, che impedendo all'onda di proseguire nel proprio moto di traslazione ne aumenta l'ampiezza, per il principio di conservazione dell'energia. A seguito dell'impatto con la parete, l'onda viene rimbalzata indietro, generando un'onda riflessa che combinandosi alle onde generate durante il proseguire del collasso fa sì che risulti difficile la loro distinzione.

Per queste motivazioni, si decide di valutare l'ampiezza massima, considerando l'onda massima generata prima di raggiungere la distanza di 10 mm dalla parete di destra, al fine di escluderne l'interferenza nella sua individuazione.

Si riportano di seguito alcuni grafici, attraverso i quali è possibile avere una rappresentazione visiva di quanto detto precedentemente, utili per l'individuazione dell'onda di massima ampiezza e della sua posizione e tempo di raggiungimento. In questi grafici, i valori oltre soglia vengono rappresentati come valori uguali a zero, al fine di riportarne una raffigurazione grafica.

- $H_w = 34.8$ mm :

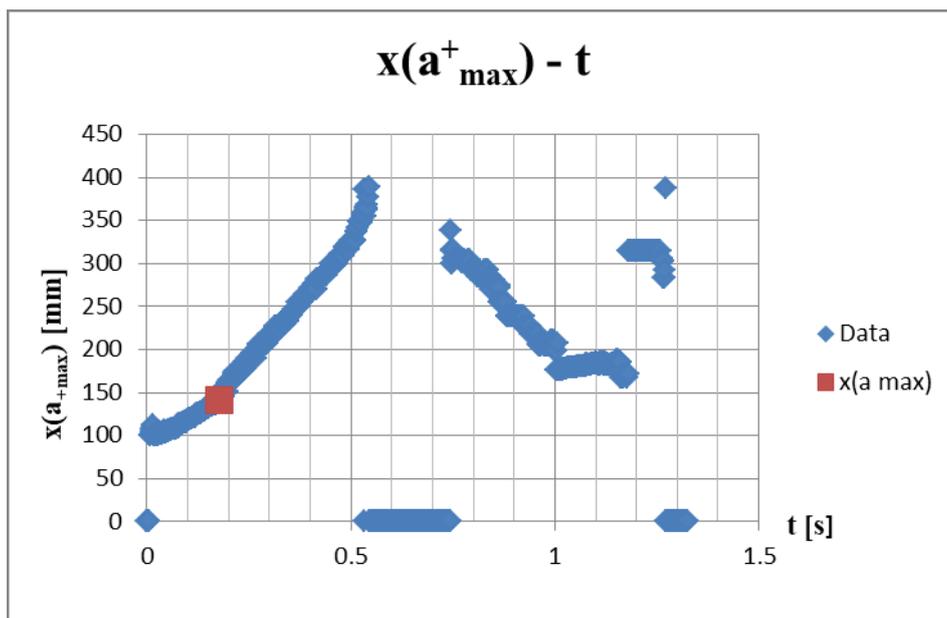


Figura 51: Posizione dell'ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo - $H_w = 34.8$ mm.

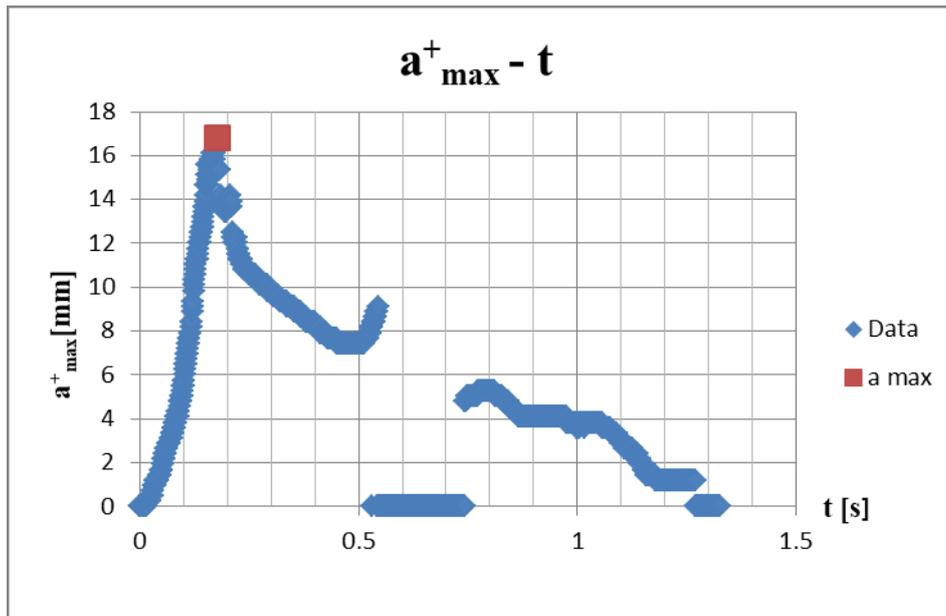


Figura 52: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo - $H_w = 34.8$ mm.

In Figura 51, l'andamento delle $x^*(a_m^+)$ crescenti nella prima fase fino a $t=0.54$ s, dimostra che l'onda osservata sia effettivamente un'onda che si sposta verso mare. Successivamente al raggiungimento della soglia a 380 mm e all'impatto con la parete, l'onda torna indietro mostrando delle x^* decrescenti nel tempo.

La Figura 52 conferma quanto descritto precedentemente. L'onda aumenta in ampiezza fino a raggiungere il suo valore massimo a $t=0.176$ s e successivamente decresce viaggiando verso destra. Arrivata in prossimità della soglia, l'onda aumenta la propria ampiezza e si infrange contro la parete con conseguente formazione di un'onda riflessa di ampiezza inferiore.

Si riporta, infine, la tabella con i valori di ampiezza massima, posizione e tempo in cui tale ampiezza viene raggiunta per $H_w = 34.8$ mm:

Tabella 31: Massima ampiezza dell'onda verso mare, posizione e tempo di raggiungimento per $H_w = 34.8$ mm.

a_{\max}^+ [mm]	$x(a_{\max}^+)$ [mm]	t [s]
16.8	140.64	0.176

- $H_w = 101.9 \text{ mm}$:

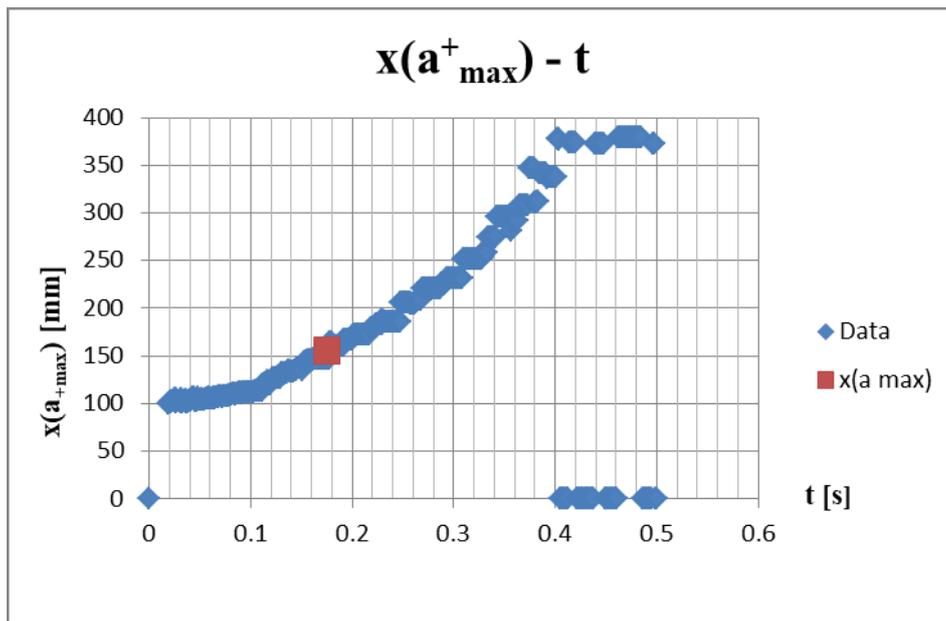


Figura 53: Posizione dell'ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo - $H_w = 101.9 \text{ mm}$.

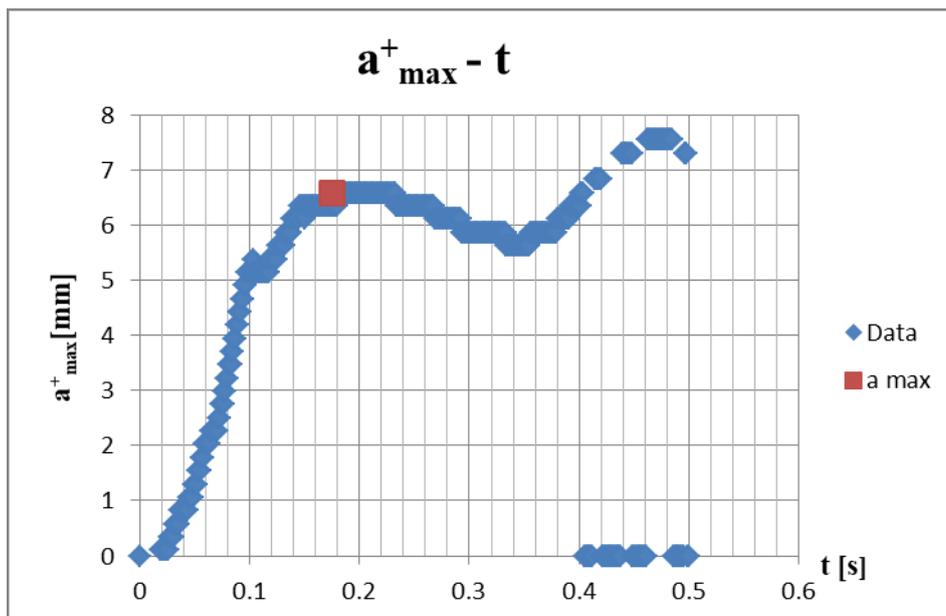


Figura 54: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo - $H_w = 101.9 \text{ mm}$.

In questo caso, e per le rappresentazioni grafiche successive, l'andamento dell'ampiezza e della posizione viene plottato per un tempo massimo di $t=0.5 \text{ s}$. Tale valore risulta, infatti, sufficiente ad individuare l'ampiezza massima dell'onda e l'istante in cui vengono raggiunti i valori soglia con successivo rimbalzo contro la parete di destra.

Anche in questo caso, si assiste all'aumento dell'ampiezza dell'onda nel sua traslazione verso destra, la diminuzione a seguito del raggiungimento del massimo e l'incremento in corrispondenza della parete con successivo rimbalzo. La massima ampiezza viene individuata prima del raggiungimento del valore soglia:

Tabella 32: Massima ampiezza dell'onda verso mare, posizione e tempo di raggiungimento per $H_w = 101.9$ mm.

a^+_{max} [mm]	$x(a^+_{max})$ [mm]	t [s]
6.6	155.76	0.175

- $H_w = 145.5$ mm :

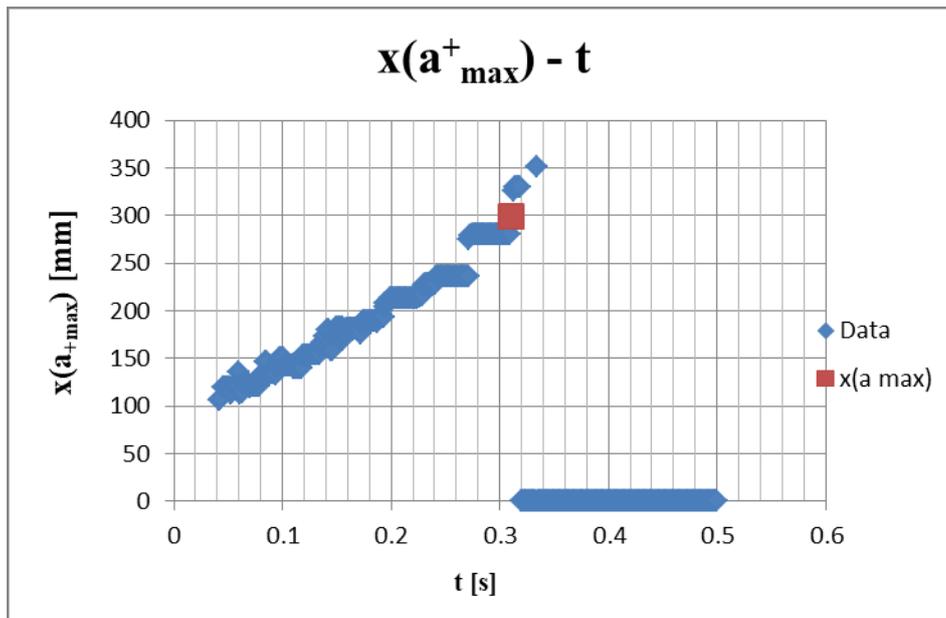


Figura 55: Posizione dell'ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo - $H_w = 145.5$ mm.

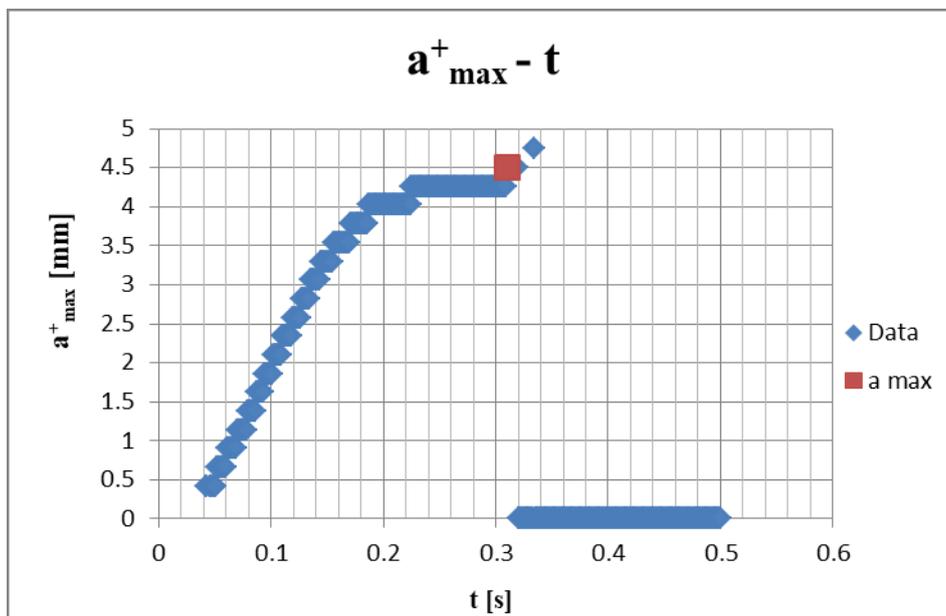


Figura 56: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo - $H_w = 145.5$ mm.

Tabella 33: Massima ampiezza dell'onda verso mare, posizione e tempo di raggiungimento per $H_w = 145.5$ mm.

a^+_{max} [mm]	$x(a^+_{max})$ [mm]	t [s]
4.5	299.28	0.31

7.2. Individuazione dell'ampiezza massima dell'onda verso terra

Allo stesso modo di quanto fatto nel caso precedente, anche nella valutazione dell'onda che viaggia verso mare si impone una soglia a 10 mm dalla parete di sinistra, al fine di ridurre l'interferenza nella individuazione della massima ampiezza dell'onda negativa.

- $H_w = 145.5$ mm :

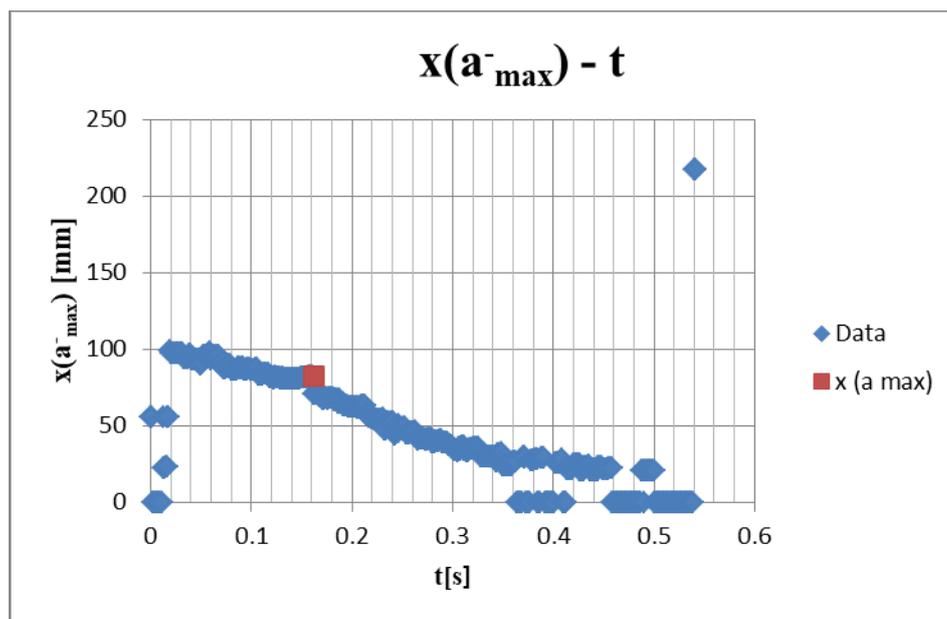


Figura 57: Posizione dell'ampiezza massima dell'onda verso terra nel tempo - $H_w = 145.5$ mm.

In questo caso, l'andamento decrescente dell' $x^*(a_m)$ indica che si tratta di un'onda verso terra che si muove verso sinistra fino a rimbalzare contro la parete.

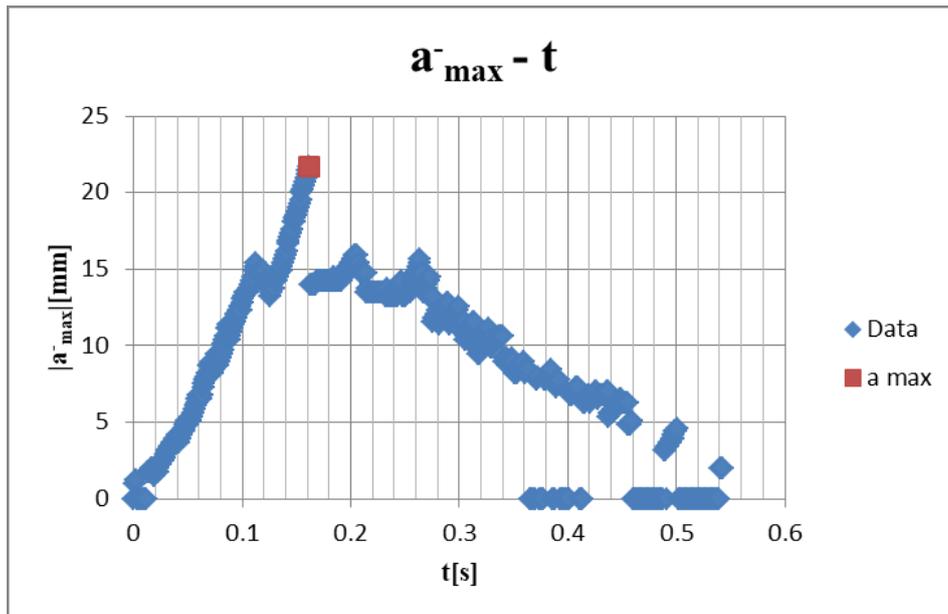


Figura 58: Ampiezza massima dell'onda verso terra nel tempo - $H_w = 145.5$ mm.

L'onda cresce progressivamente in ampiezza all'aumentare del tempo, coincidente con la riduzione di $x^*(a_m)$. Raggiunge il valore massimo a $t=0.162$ s in corrispondenza di una di $x(a_m^-) = 82.56$ mm, per poi decrescere.

Tabella 34: Massima ampiezza dell'onda verso terra, posizione e tempo di raggiungimento per $H_w = 145.5$ mm.

a_{max}^- [mm]	$x(a_{max}^-)$ [mm]	t [s]
21.7	82.56	0.162

- $H_w = 169.3$ mm :

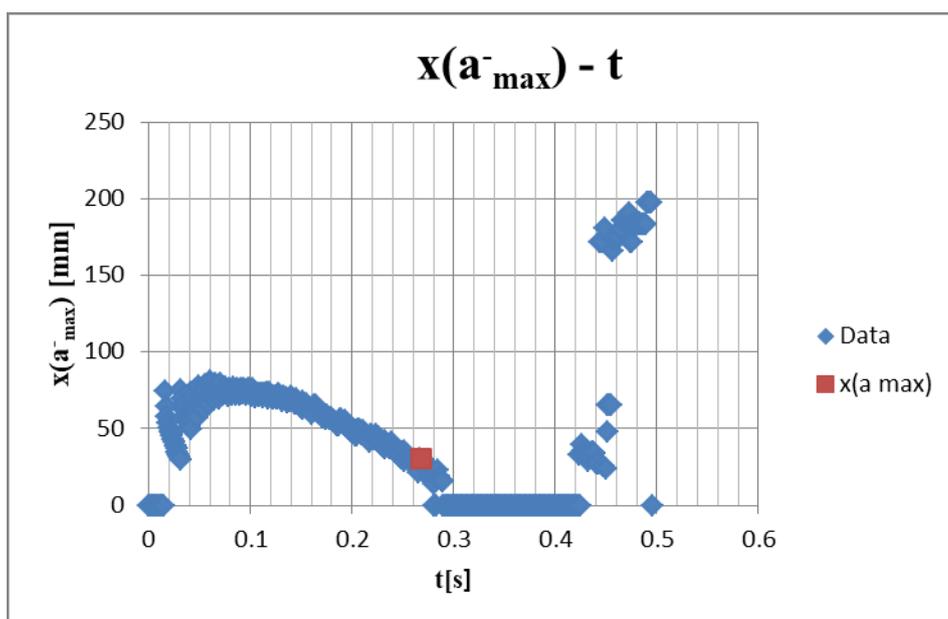


Figura 59: Posizione dell'ampiezza massima dell'onda verso terra nel tempo - $H_w = 169.3$ mm.

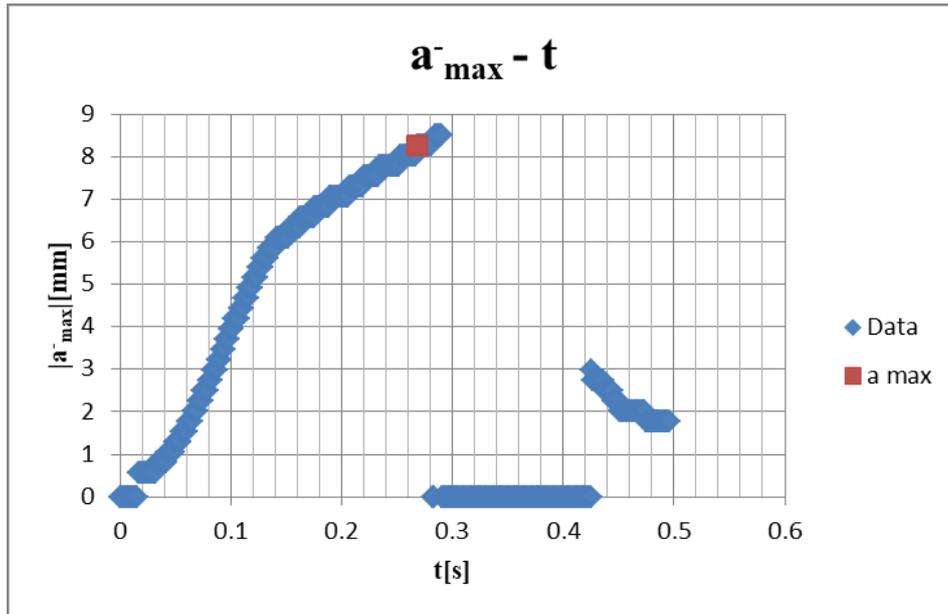


Figura 60: Ampiezza massima dell'onda verso terra nel tempo - $H_w = 169.3$ mm.

L'onda di massima ampiezza viene individuata immediatamente prima del raggiungimento del valore soglia ad un tempo pari a 0.285 s, corrispondente ad una $x(a_m) = 30.24$ mm.

Tabella 35: Massima ampiezza dell'onda verso terra, posizione e tempo di raggiungimento per $H_w = 169.3$ mm.

$a_{\text{-max}}$ [mm]	$x(a_{\text{-max}})$ [mm]	t [s]
8.3	30.24	0.268

7.3. Valutazione della velocità dell'onda verso mare e verso terra

In accordo con lo studio di Cabrera et al. (2020), la valutazione della velocità dell'onda avviene alla posizione $X=200$ mm e $X=50$ mm, rispettivamente per l'onda verso mare e verso terra.

L'output del codice di calcolo riporta dati puntuali della posizione e del tempo in cui viene raggiunta la massima ampiezza dell'onda. Per individuare la traslazione dell'onda che si muove verso mare e verso terra, si analizzano questi risultati all'interno di una diagramma spazio-tempo nell'intorno delle posizioni di riferimento, ovvero, 200 mm e 50 mm. Attraverso l'interpolazione polinomiale dei dati puntuali, si ottiene una equazione che individua la posizione dell'onda in funzione del tempo. La velocità viene quindi calcolata attraverso la derivata della funzione interpolante, valutata nelle posizioni di controllo prima indicate.

Di seguito, si riportano a scopo esplicativo le valutazioni effettuate per alcuni valori di H_w :

- $H_w = 101.9 \text{ mm}$: $c_{\text{wave}}^+ = 0.87 \text{ m/s}$;

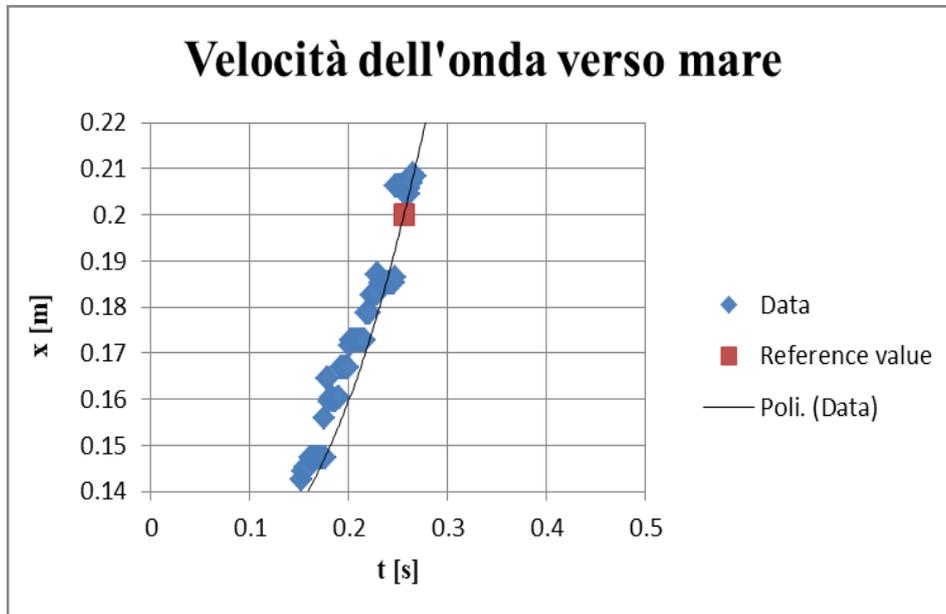


Figura 61: Velocità dell'onda verso mare - $H_w = 101.9 \text{ mm}$.

- $H_w = 145.5 \text{ mm}$: $c_{\text{wave}}^+ = 0.73 \text{ m/s}$

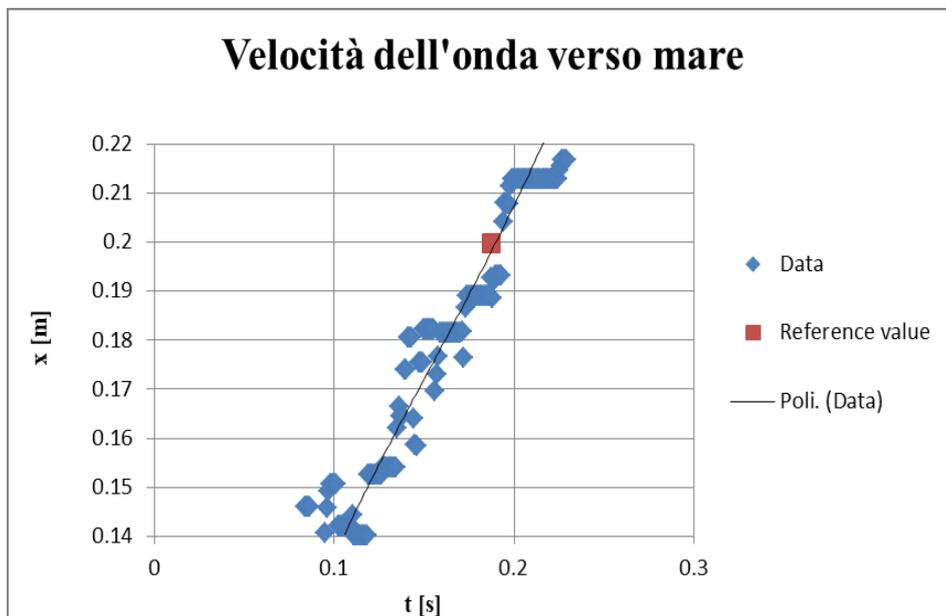


Figura 62: Velocità dell'onda verso mare - $H_w = 145.5 \text{ mm}$.

- $H_w = 145.5 \text{ mm}$: $c_{\text{wave}}^- = 0.24 \text{ m/s}$;

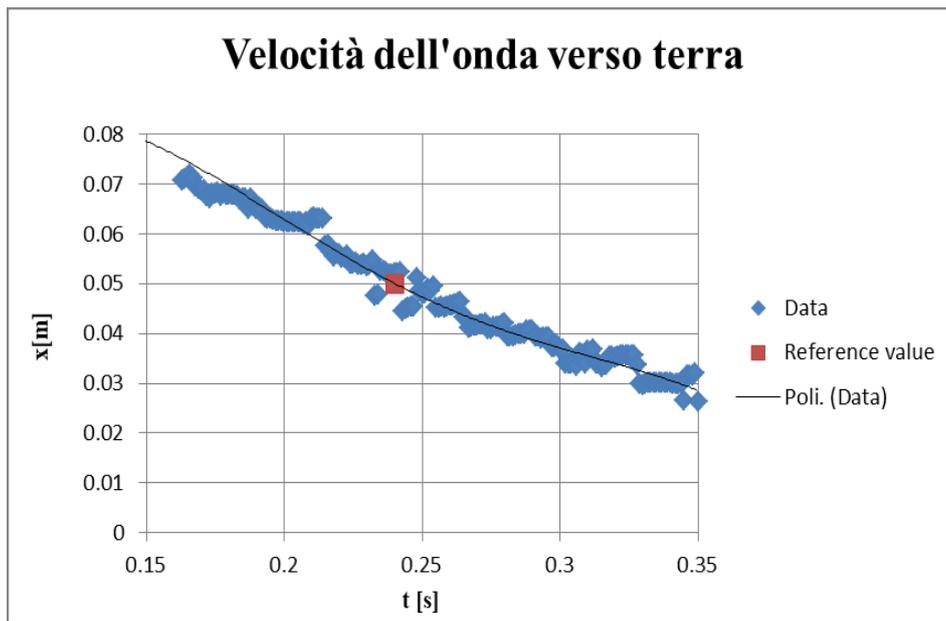


Figura 63: Velocità dell'onda verso terra - $H_w = 145.5 \text{ mm}$.

- $H_w = 169.3 \text{ mm}$: $c_{\text{wave}}^- = 0.27 \text{ m/s}$;

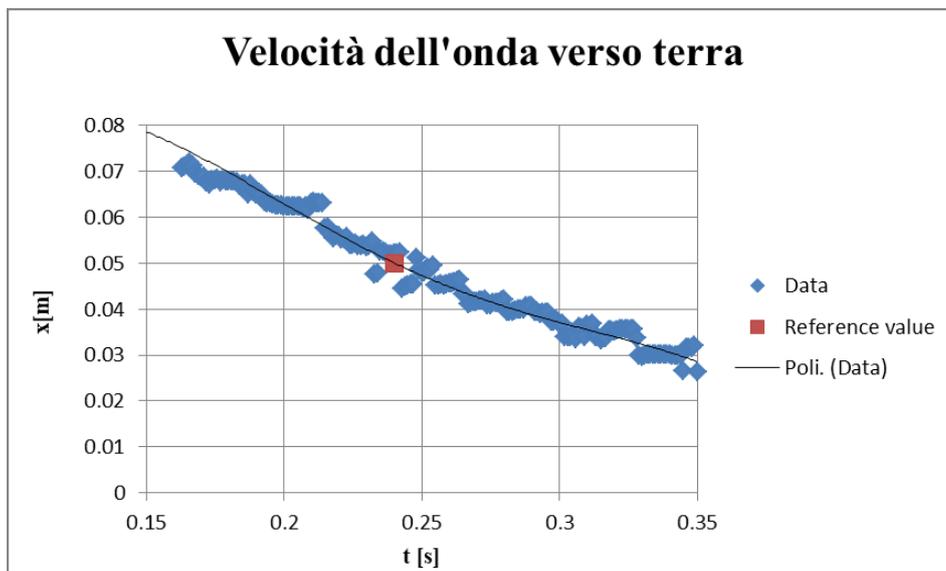


Figura 64: Velocità dell'onda verso terra - $H_w = 169.3 \text{ mm}$.

8. Confronto con i risultati sperimentali

Con la metodologia esplicitata al capitolo precedente, vengono interpretati i risultati delle simulazioni, caratterizzate da 15 differenti valori del rapporto di immersione. Si ottiene in questo modo una tabella riassuntiva delle caratteristiche dell'onda analoga a quella ottenuta dalle esperienze sperimentali (Tabella 30) e di seguito riportata:

Tabella 36: Caratteristiche dell'onda generata nelle differenti esperienze reali al variare di H_w – Simulazioni.

H_w [mm]	H_w/H_0 [-]	a_m^+ [mm]	a_m^- [mm]	$x^*(a_m^+)$ [mm]	$x^*(a_m^-)$ [mm]	$t_c(a_m^+)$ [s]	$t_c(a_m^-)$ [s]	c_{wave}^+ [m/s]	c_{wave}^- [m/s]
34.8	0.23	16.8	-	140.6	-	0.176	-	0.74	-
43.5	0.29	15.5	-	133.2	-	0.157	-	0.56	-
59.2	0.39	12.1	-	125.8	-	0.149	-	0.58	-
73.6	0.49	10.4	-	121.9	-	0.131	-	0.69	-
83.7	0.56	8.7	-	119.3	-	0.133	-	0.77	-
101.9	0.68	6.6	-	155.8	-	0.175	-	0.87	-
118.8	0.79	5.8	-	172.6	-	0.193	-	0.86	-
130.6	0.87	5.0	20.7	187.9	79.4	0.206	0.182	0.83	0.22
130.9	0.87	5.5	-	337.4	-	0.349	-	0.86	-
145.5	0.97	4.5	21.7	299.3	82.6	0.225	0.162	0.73	0.24
169.3	1.13	3.3	8.3	266.2	30.2	0.243	0.268	0.44	0.27
175.7	1.17	3.4	7.2	297.1	29.8	0.269	0.249	0.78	0.37
187.8	1.25	3.0	5.9	319.0	28.8	0.271	0.218	0.90	0.43
199.9	1.33	2.2	5.0	284.2	25.0	0.227	0.208	-	0.34
228.6	1.52	0.6	2.8	260.2	32.6	0.124	0.151	-	-

La differenza che è possibile notare rispetto alla Tabella 30 è l'assenza della velocità dell'onda verso terra per valore di $H_w=228.6$ mm. Infatti, per tale valore dell'altezza dell'acqua i dati risultanti dalla simulazione presentano posizioni di formazione dell'onda per $X < 45$ mm e quindi non fornisce informazioni sull'onda nella posizione di riferimento, individuata a 50 mm.

I risultati delle differenti simulazioni vengono riportati in 6 diagrammi al fine di comparare le caratteristiche dell'onda ottenuta mediante simulazioni con quelle osservate sperimentalmente:

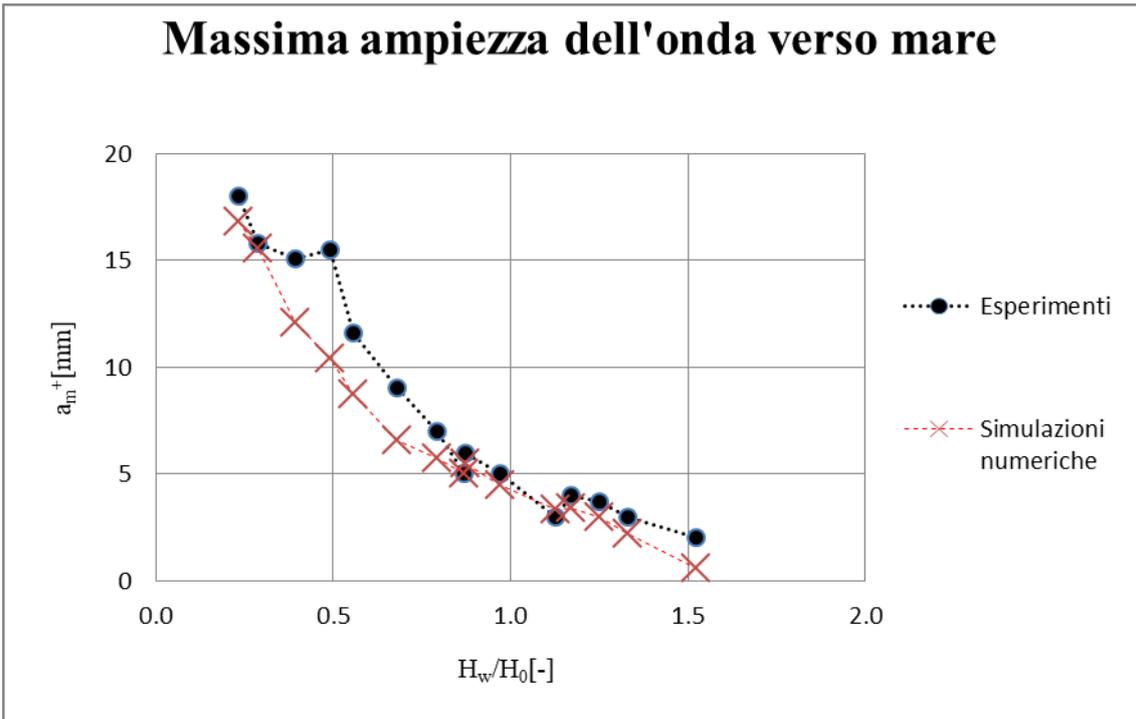


Figura 65: Massima ampiezza dell'onda verso mare al variare di H_w/H_0 .

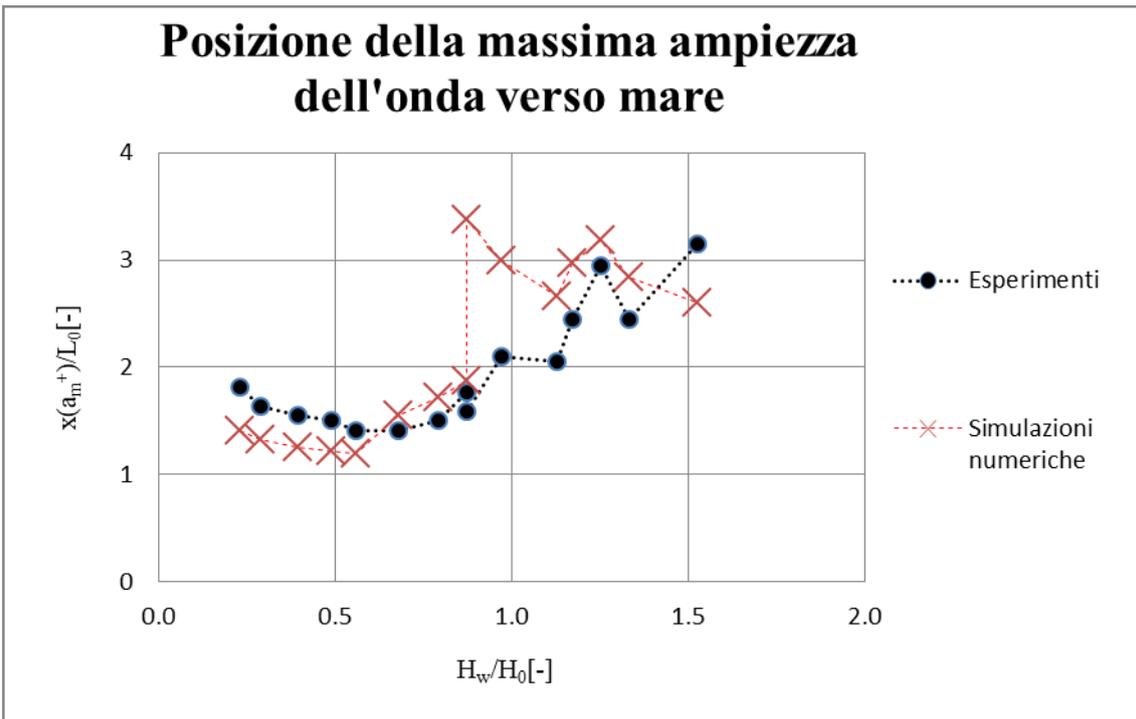


Figura 66: Posizione della massima ampiezza dell'onda verso mare al variare di H_w/H_0 .

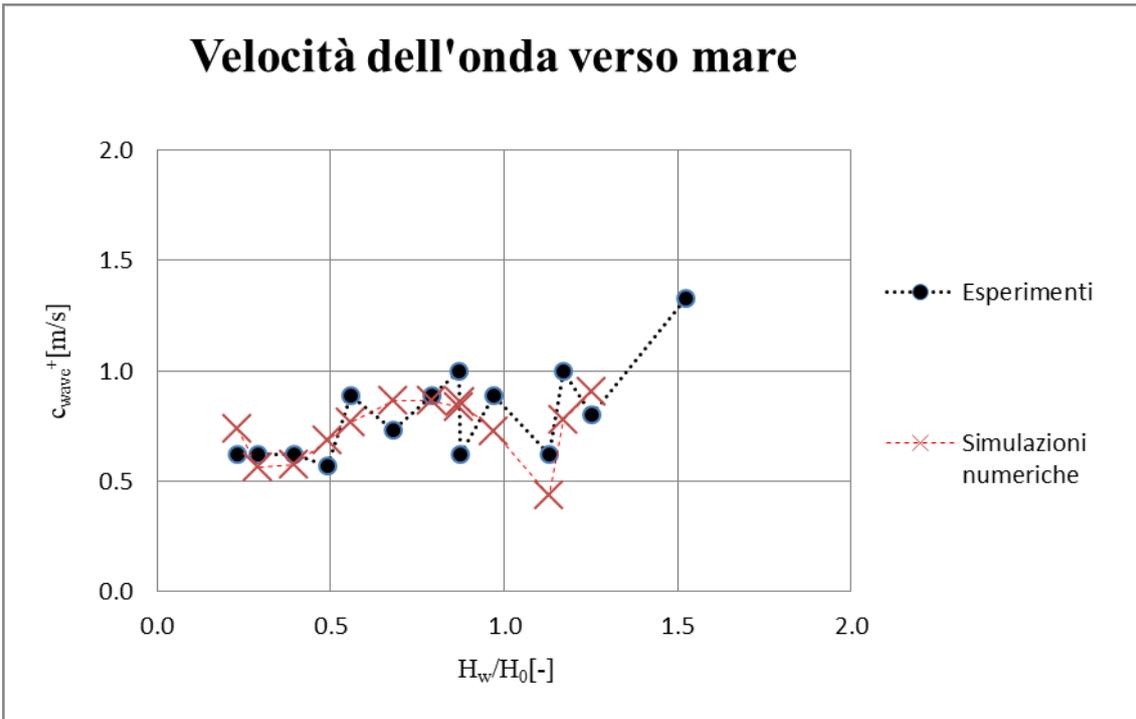


Figura 67: Velocità dell'onda verso mare al variare di H_w/H_0 .

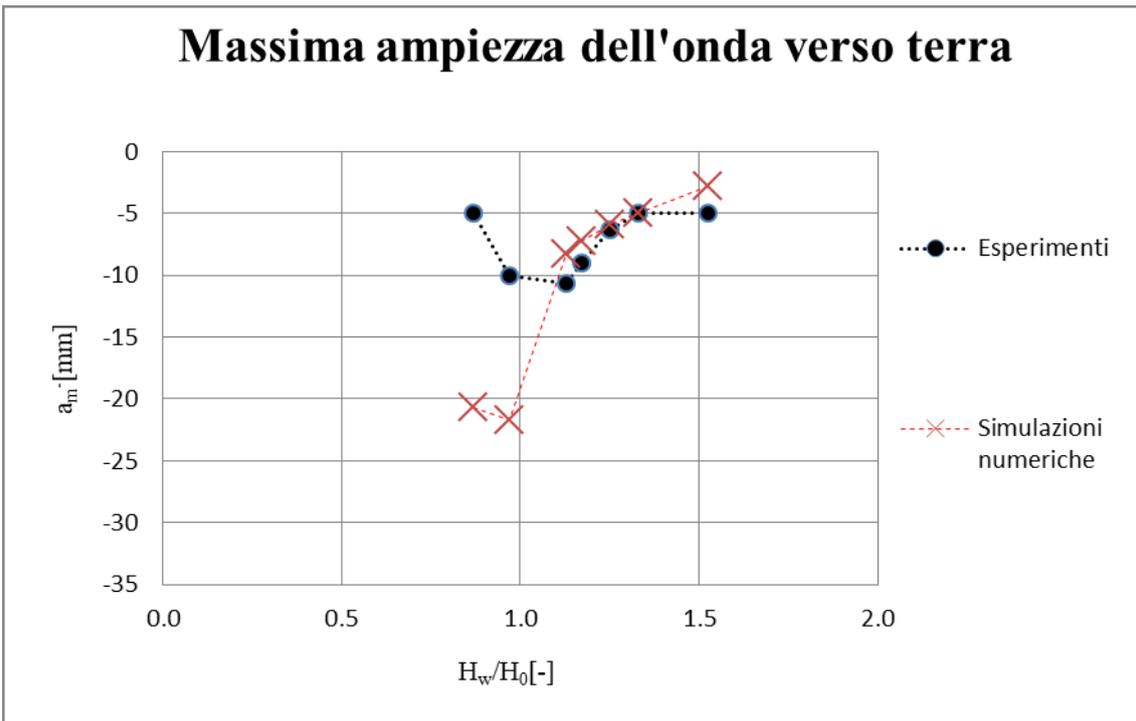


Figura 68: Massima ampiezza dell'onda verso terra al variare di H_w/H_0 .

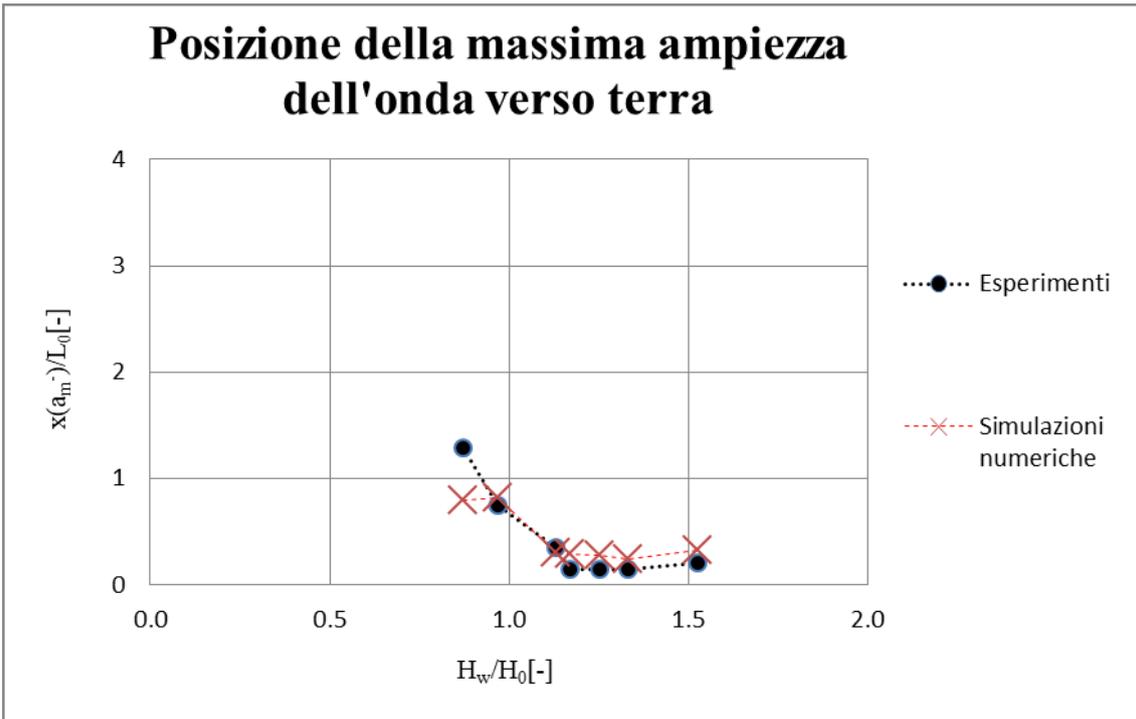


Figura 69: Posizione della massima ampiezza dell'onda verso mare al variare di H_w/H_0 .

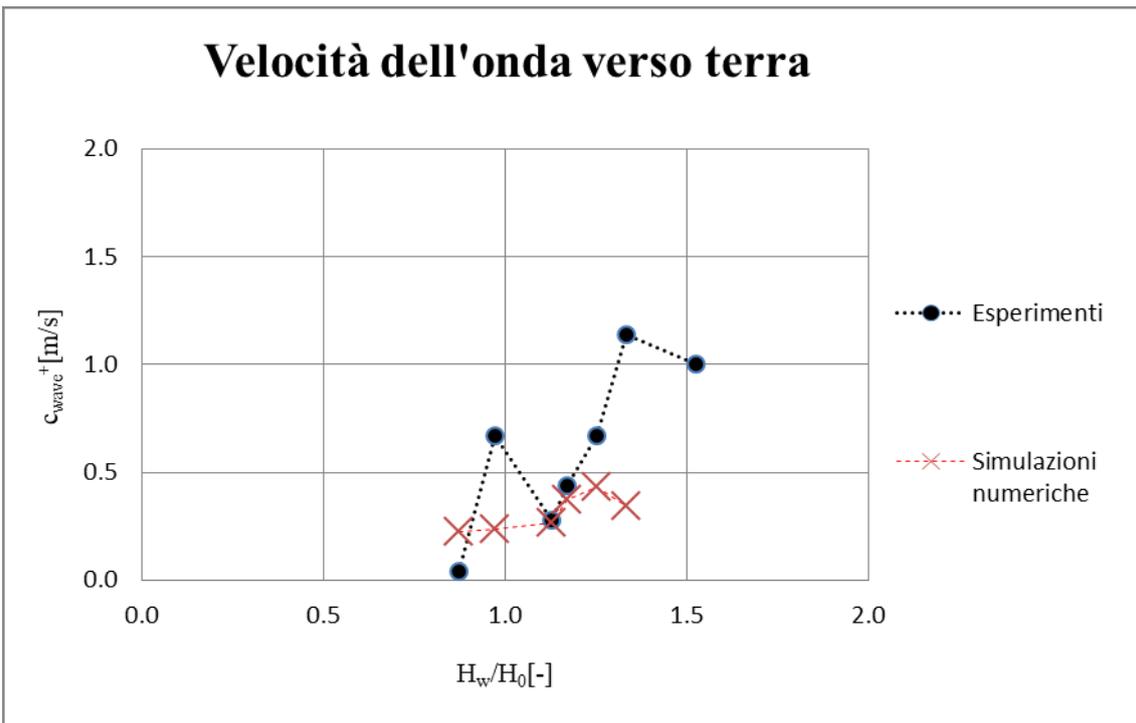


Figura 70: Velocità dell'onda verso terra al variare di H_w/H_0 .

I risultati mostrano un' accettabile approssimazione per le caratteristiche dell'onda verso mare. In particolare, la massima ampiezza dell'onda ottenuta tramite simulazione (Figura 65) riesce a riprodurre la reale ampiezza registrata durante gli esperimenti dandone una valutazione leggermente sottostimata, con differenze maggiori per rapporti di immersione compresi tra 0.39 e 0.68. Nella valutazione della posizione in cui viene raggiunta la massima ampiezza dell'onda verso mare (Figura 66), il modello fornisce una buona rappresentazione dei risultati reali, ad eccezione dei valori risultanti per rapporti di immersione pari a 0.87($H_w=130.6$ mm), 0.97, 1.13, in cui la posizione ottenuta risulta evidentemente non valida. Le velocità (Figura 67), al contrario, mostrano un andamento conforme a quello reale.

Per quanto riguarda l'onda verso terra, anche in questo caso il modello riesce a riprodurre la posizione di raggiungimento della massima ampiezza dell'onda con buona approssimazione (Figura 69). Il massimo scostamento si registra in corrispondenza di $H_w=130.6$ mm. Le velocità calcolate (Figura 70), invece, non risultano adeguate nel riprodurre i risultati di laboratorio, ad eccezione dei valori relativi a $H_w/ H_0= 1.13; 1.17$. L'andamento della massima ampiezza dell'onda (Figura 68) viene riprodotto per valori del rapporto di immersione superiori a 0.97. Mentre, per valori inferiori, il risultato delle simulazioni risulta evidentemente non idoneo.

Lo scopo principale dello studio è la determinazione della massima ampiezza dell'onda che si muove verso mare. Per tale ragione, la validazione del modello generato avviene proprio attraverso la valutazione della correlazione tra i valori di a_m^+ , valutati tramite simulazioni e quelli ottenuti da Cabrera et al.(2020) negli esperimenti.

Si riportano nel seguente i grafico i dati registrati durante le esperienze reali in relazione a quelli ottenuti dalle simulazioni numeriche:

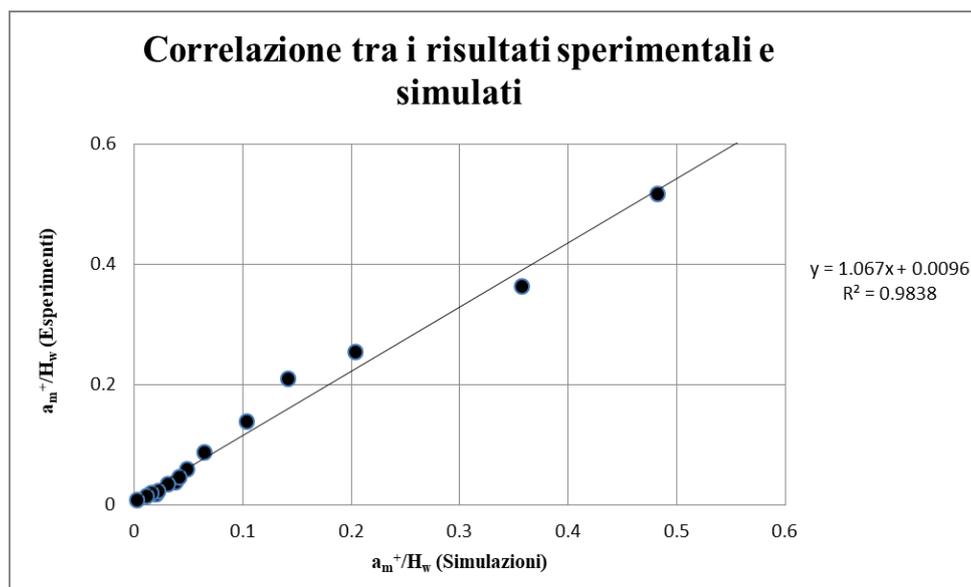


Figura 71: Correlazione tra i dati sperimentali e simulati.

Il grafico mostra un coefficiente di determinazione $R^2=0.98$, il quale indica la precisione con la quale la funzione interpolante riesce a rappresentare i dati, definito come:

$$R^2 = 1 - \frac{RSS}{TSS}; \quad (8.1)$$

in cui RSS rappresenta la devianza residua e TSS la devianza totale.

Dalla radice quadrata del coefficiente di determinazione si ottiene il coefficiente di correlazione. Definito come il rapporto tra la covarianza delle variabili X e Y e il prodotto dei loro scarti quadratici medi, tale coefficiente esprime il legame lineare tra le due variabili, in questo caso rappresentate dai dati osservati negli esperimenti e quelli ottenuti dalle simulazioni.

Mostrando un coefficiente di correlazione $R=0.99$, le due serie di dati risultano fortemente correlate. Invece, la funzione lineare interpolante mostra una intercetta differente da 0 e un coefficiente angolare maggiore dell'unità. Questi valori sono indicativi del fatto che i risultati delle simulazioni, nel loro insieme, sottostimino le reali ampiezze ottenute negli esperimenti.

Il caso ideale vorrebbe, infatti, un coefficiente di correlazione $R=1$ e una distribuzione dei dati perfettamente individuata da una funzione interpolante lineare di equazione $Y=X$ (Figura 72). L'ottenimento della correlazione ideale risulta, però, impossibile a causa dei diversi parametri che intervengono nella definizione di a_m^+ , partendo già da quelli caratterizzanti il materiale granulare.

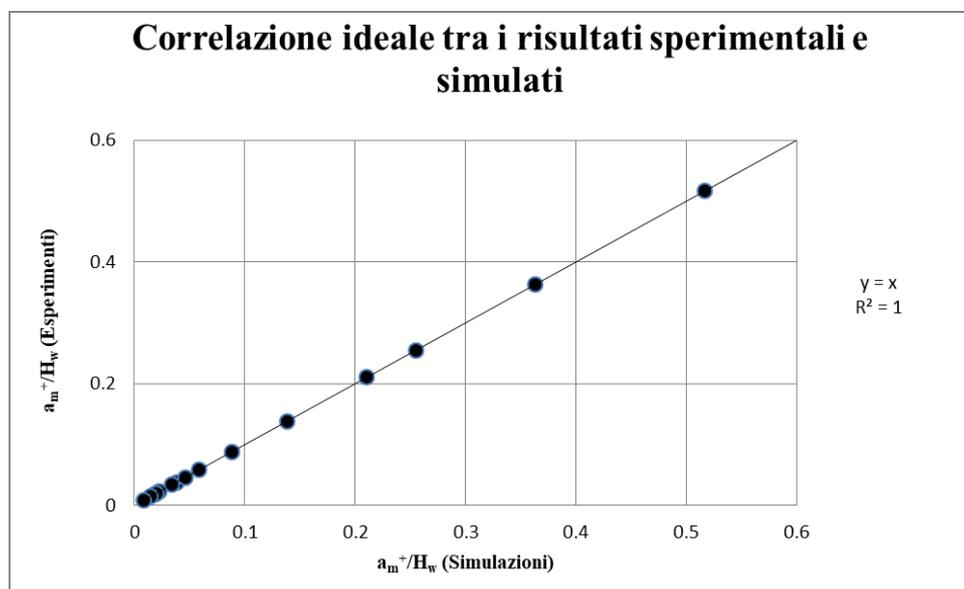


Figura 72: Correlazione ideale tra i dati sperimentali e simulati.

9. Utilizzo del modello di previsione

Dai risultati ottenuti dalle simulazioni si vuole ottenere l'espressione di un'equazione che sia in grado di fornire come risultato la massima ampiezza dell'onda verso mare al variare del rapporto di immersione. Si plottano, dunque, i valori a_m^+ in funzione di H_w/H_0 al fine di ricavare la relazione tra i due valori:

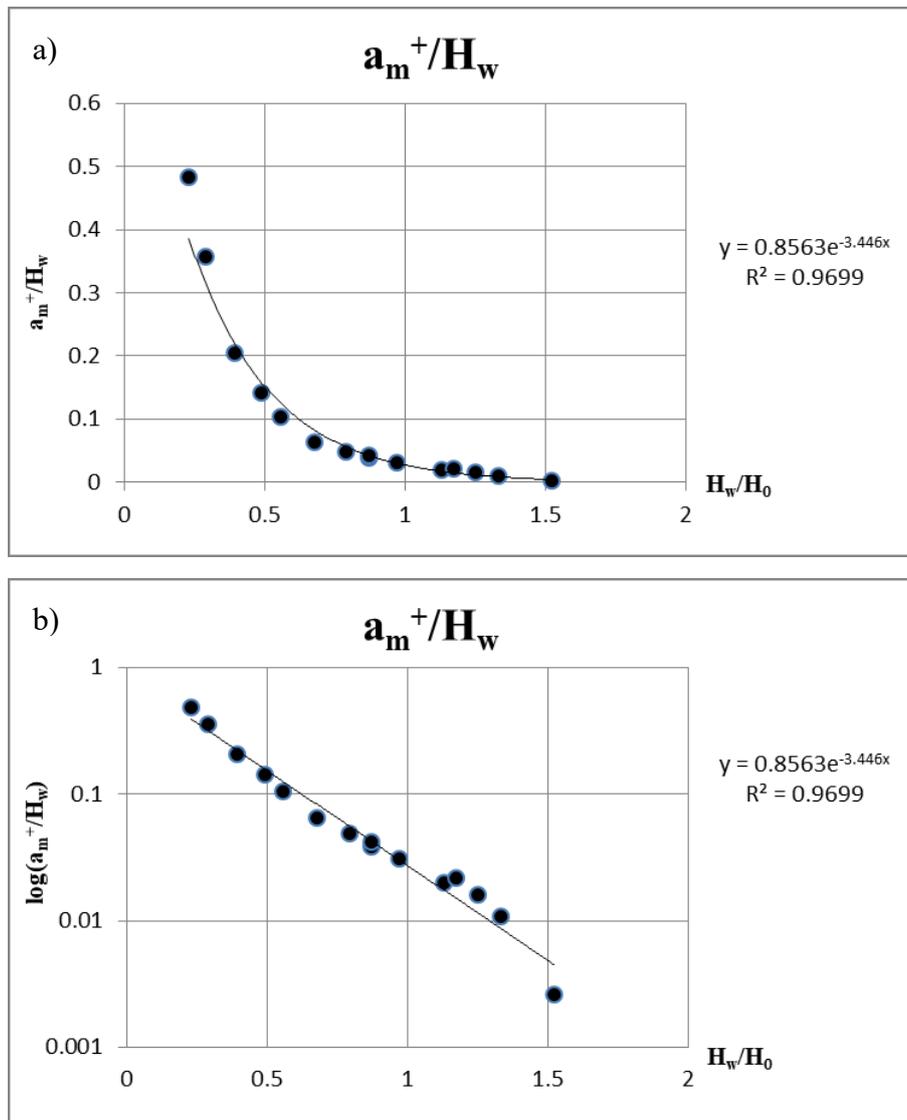


Figura 73: Relazione tra la massima ampiezza dell'onda normalizzata rispetto il livello dell'acqua e il rapporto di immersione: a) scala lineare; b) scala semi-logaritmica.

La relazione, caratterizzata da un coefficiente di determinazione $R^2=0.97$, viene individuata attraverso una funzione esponenziale del tipo:

$$a_m^+/H_w = \alpha e^{\beta H_w/H_0}; \quad (9.1)$$

In cui, $\alpha = 0.8563$ e $\beta = -3.446$ sono i coefficienti di regressione. Necessari per stabilire la variazione dell' ampiezza dell'onda, normalizzata rispetto l'altezza dell'acqua, in funzione del rapporto di immersione.

Si decide, quindi, di utilizzare il risultato della regressione per la previsione dell'ampiezza massima di due tsunami generati da frane parzialmente sommerse. Ovvero, quello relativo alla Diga delle Tre Gole, avvenuto in Cina nel 2008, e allo Stretto di Sonda, in Indonesia nel 2018.

La frana di Gongjiafang situata a 120 km dalla Diga delle Tre Gole e a 4 km a valle rispetto a Wushan County, avvenne successivamente ad un test di arginamento nella stessa diga (Xiao et al., 2015). Nel Novembre del 2008, l'evento franoso generò uno tsunami che, percorrendo il fiume Yangtze, danneggiò i moli della città di Wuxia, appartenente alla contea e situata a 3.5 km a monte, oltre a strade e imbarcazioni. La perdita economica complessiva stimata fu di 800000 dollari (Figura74).

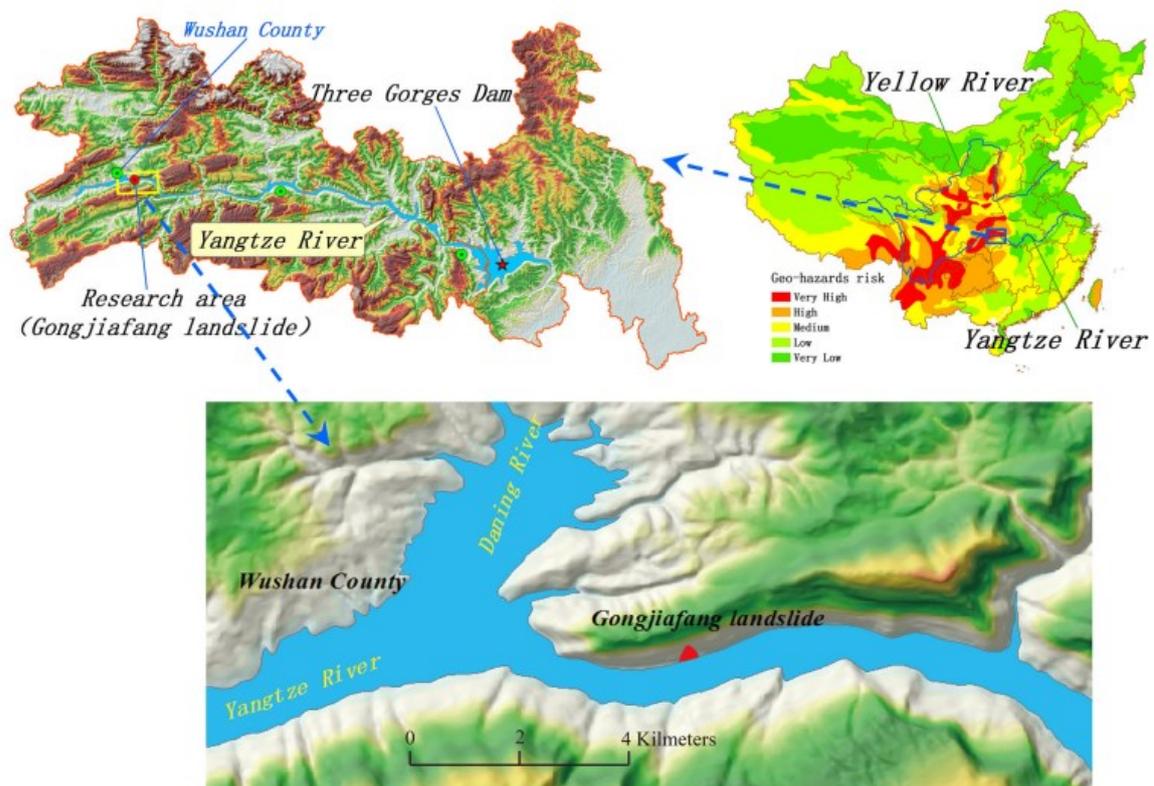


Figura 74: Localizzazione della frana di Gongjiafang.(Xiao et al, 2015).

Il secondo evento, avvenuto il 22 Dicembre del 2018, a causa del collasso laterale del vulcano di Anak Krakatau, situato nello Stretto della Sonda, generò uno tsunami che interessò le coste adiacenti di Sumatra e Java, causando 437 vittime (Grilli et al.,2019).

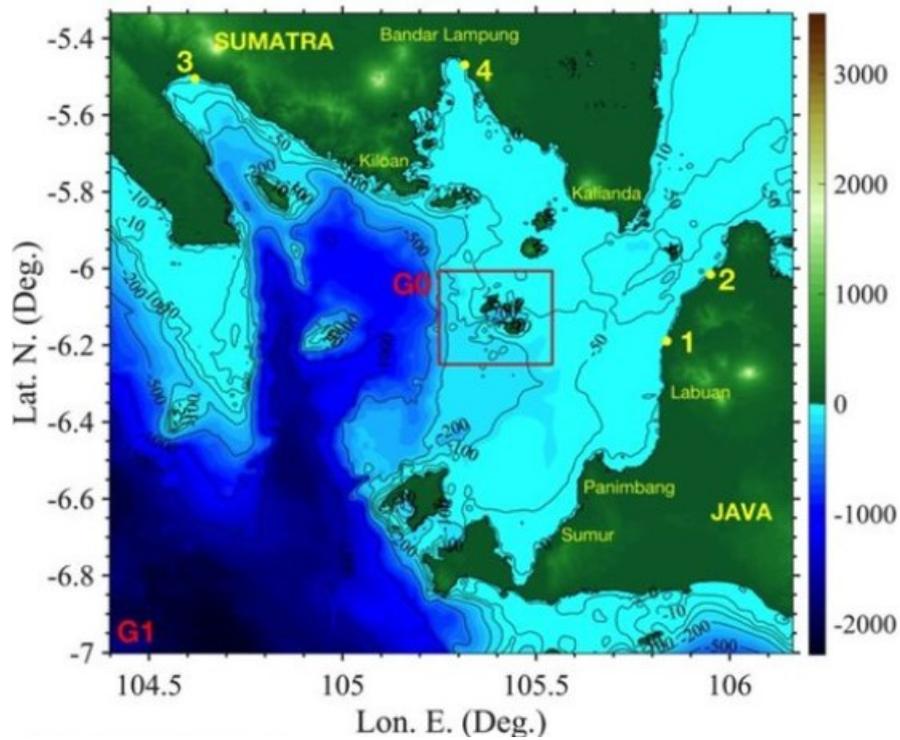


Figura 75: Localizzazione del vulcano Anak Krakatau (Grilli et al., 2019).

Si riportano di seguito l'altezza della frana H_0 , il livello dell'acqua H_w e la massima ampiezza dell'onda registrata a_m^+ (Nguyen, 2022):

Tabella 37: Caratteristiche dei due eventi considerati (Nguyen, 2022).

	Diga delle Tre Gole (2008)	Stretto della Sonda (2018)
H_w [m]	250	125
H_0 [m]	500	300
H_w/H_0 [-]	0.5	0.42
a_m^+ [m]	50	31.5

La valutazione della massima ampiezza dell'onda, attraverso il modello di regressione ottenuto, viene comparata con quella risultante dalla regressione dei dati sperimentali di Cabrera et al.(2019) e quella fornita da un ulteriore studio effettuato Nguyen (2022).

Le due relazioni, anche esse espresse in forma esponenziale si differenziano per i coefficienti di regressione α e β :

Tabella 38: Coefficienti di regressione dei risultati numerici e sperimentali

	DEM-LBM Risultati numerici	CABRERA ET AL. (2020) Risultati sperimentali	NGUYEN (2022) Risultati numerici e sperimentali
α	0.856	0.838	1.472
β	-3.446	-3.151	-4.200

In particolare, i coefficienti di regressione utilizzati da Nguyen rappresentano i valori medi dei coefficienti ottenuti da sei differenti regressioni effettuate su risultati numerici e sperimentali. Le funzioni ottenute per le tre simulazioni numeriche, effettuate attraverso un approccio ibrido DEM-VOF, sono state ottenute al variare dell'attrito, mentre quelle sperimentali sono il risultato degli esperimenti condotti da Huang et al. (2020), Cabrera et al. (2020) e Robbe-Saule et al. (2021).

I risultati dei 3 modelli previsionali vengono di seguito riportati:

Tabella 39: Risultati previsionali dei diversi modelli.

	REALE	DEM-LBM		CABRERA ET AL. (2020)		NGUYEN (2022)	
	a_m^+ [m]	a_m^+ [m]	Errore [%]	a_m^+ [m]	Errore [%]	a_m^+ [m]	Errore [%]
Diga delle Tre Gole (2008)	50	38.2	-24%	43.3	-13%	45.1	-10%
Stretto di Sunda (2018)	31.5	25.5	-19%	28.2	-11%	32	2%

Per i risultati ottenuti si riporta l'errore percentuale in segno, come differenza tra il valore reale e il valore calcolato, al fine di evidenziare se la stima sia avvenuta per difetto o per eccesso.

Le ampiezze massime delle onde, risultanti dal modello ricavato dalle simulazioni con il DEM-LBM, presentano un valore sottostimato, con un errore massimo del 24% a fronte di un errore del 13% per quelle stimate attraverso i risultati sperimentali di Cabrera et

al. (2020). Ciò, era prevedibile per quanto visto nel grafico in Figura 71, in cui la correlazione tra i dati numerici e sperimentali evidenziava una sottostima dell'onda.

I risultati forniti dall'espressione proposta da Nguyen (2022), invece, offrono una riproduzione dell'ampiezza più vicina a quella reale. Il suo studio, infatti, indaga un range più ampio del rapporto di immersione per diversi valori di H_w , attraverso la variazione del rapporto di forma $a_s = H_w/L_0$, ottenuto mantenendo costante il volume del corpo frana. Di conseguenza, la legge esponenziale da egli ricavata è il risultato della regressione dei 21 dati da egli analizzati, rispetto ai 15 utilizzati nello studio di Cabrera et al.(2020) e su cui si basano i risultati della simulazione DEM-LBM.

In aggiunta a ciò, come già spiegato in precedenza, i valori utilizzati come coefficienti di regressione sono il risultato della media di tre modelli empirici e tre numerici ottenuti variando il valore dell'attrito della simulazione $\mu=0.1; 0.25; 0.5$.

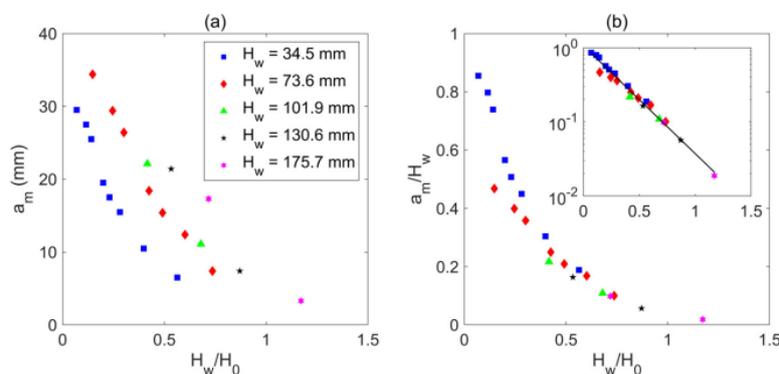


Figura 76: (a) Legame tra la massima ampiezza dell'onda e il rapporto di immersione per $\mu=0.25$; (b) legame tra la massima ampiezza dell'onda normalizzata rispetto il livello dell'acqua e il rapporto di immersione per $\mu=0.25$ (Nguyen, 2022).

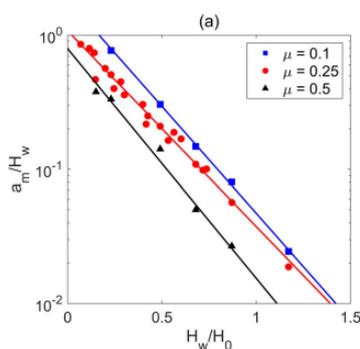


Figura 77: Massima ampiezza dell'onda normalizzata rispetto il livello dell'acqua in funzione del rapporto di immersione al variare di μ (Nguyen, 2022).

10. Influenza dei parametri geometrici e delle proprietà del materiale granulare sui risultati

In questo capitolo si vuole individuare l'influenza dei parametri geometrici e delle proprietà del materiale granulare sulla massima ampiezza dell'onda risultante dalle simulazioni numeriche. In particolare, si considera la variazione del rapporto di forma a_s del corpo frana e la variazione di densità e del coefficiente di attrito delle particelle costituenti la colonna.

I risultati ottenuti, in questo modo, risultano teorici e necessitano di validazione attraverso esperimenti aggiuntivi. Al fine di avere, comunque, una corrispondenza qualitativa, si confrontano i risultati con quelli ottenuti dalle simulazioni condotte da Nguyen (2022).

10.1. Variazione del rapporto di forma

Per isolare il contributo del rapporto di forma nell'influenzare l'ampiezza massima dell'onda, si processano tre nuove simulazioni. In queste, viene variata la larghezza iniziale della colonna L_0 , mantenendo costante l'altezza $H_0=150$ mm, in analogia a quanto fatto da Nguyen (2022) nel suo studio. Infatti, la variazione del rapporto di forma, da egli effettuata e descritta al capitolo precedente, mantenendo lo stesso volume della colonna iniziale ($H_0=150$ mm, $L_0=100$ mm e $W_0=2.4$ mm), comporta una variazione del rapporto di immersione. Tale variazione, dovuta alla modulazione di H_0 , necessaria per mantenere il numero di particelle costante, gli ha permesso di ottenere differenti ampiezze al variare del rapporto di immersione per i medesimi valori di H_w (Figura 76). Per considerare, invece, il solo contributo del coefficiente di forma, anche egli processa nuove simulazioni variando solo la larghezza della colonna.

I rapporti di forma considerati sono $a_s=3$, $a_s=1.5$, $a_s=1$ e $a_s=0.75$, mantenendo $H_w=34.8$ mm (Figura 78).

I risultati, in termini energetici, delle quattro simulazioni non mostrano grandi differenze rispetto al caso precedente, in cui la colonna era alta 150 mm e larga 100 mm. L'Energia Cinetica delle particelle e del fluido, infatti, nei vari casi mostrano lo stesso ordine di grandezza, con uno scostamento massimo tra le simulazioni di 2.4×10^{-4} J (~10%) e 1.5×10^{-5} J (~12%), rispettivamente per le particelle e per il fluido (Tabella 40).

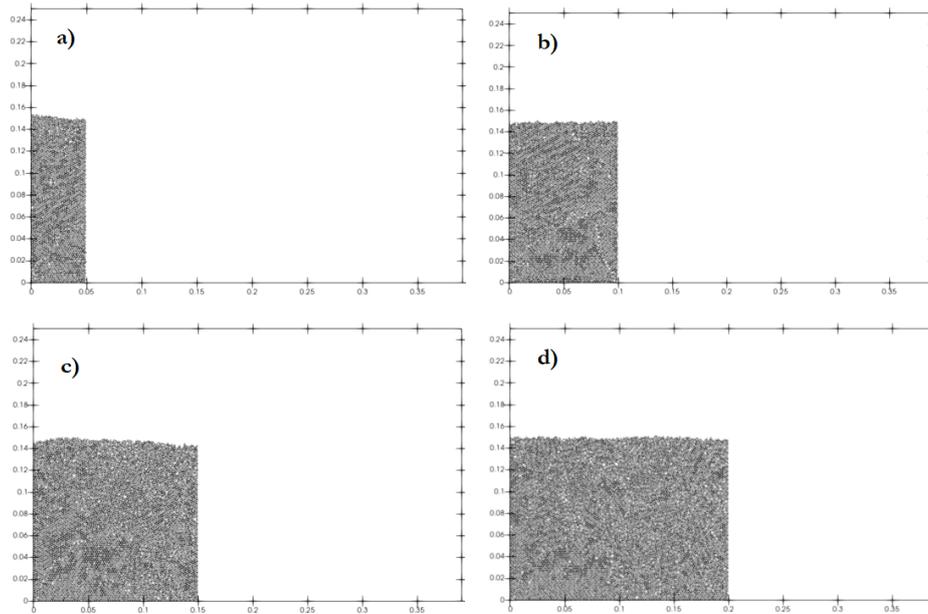


Figura 78: a) colonna con $a_s=3$; b) colonna con $a_s=1.5$; c) colonna con $a_s=1$; a) colonna con $a_s=0.75$.

Tabella 40: Energia cinetica delle particelle e del fluido al variare di a_s (L_0).

	$E_{k,max\ particelle}$ [J]	$t(E_{k,max\ particelle})$ [s]	$E_{k,max\ fluido}$ [J]	$t(E_{k,max\ fluido})$ [s]
$L_0 = 50\text{ mm}$	2.48E-03	0.120	1.26E-04	0.190
$L_0 = 100\text{ mm}$	2.42E-03	0.140	1.36E-04	0.180
$L_0 = 150\text{ mm}$	2.35E-03	0.124	1.21E-04	0.178
$L_0 = 200\text{ mm}$	2.59E-03	0.133	1.27E-04	0.194

Viene quindi individuata l'onda di massima ampiezza positiva con lo stesso metodo descritto al Capitolo 7.1:

- $a_s = 3$ ($L_0 = 50\text{ mm}$):

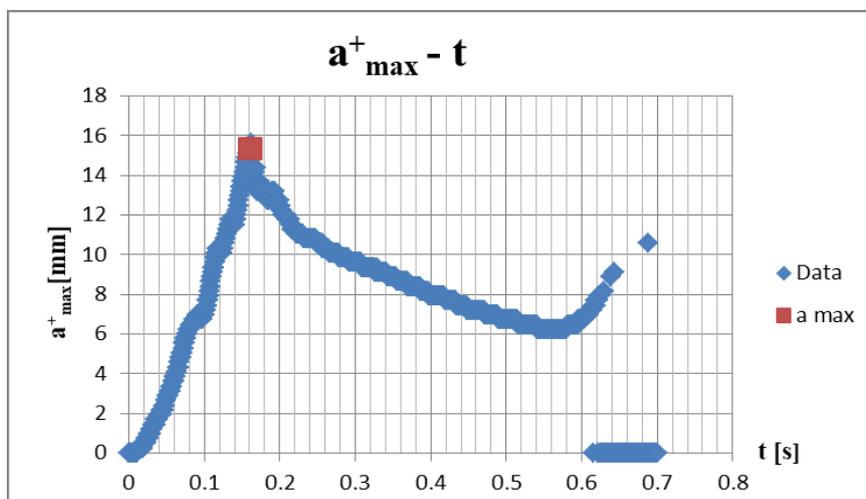


Figura 79: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo - $a_s=3$.

- $a_s = 1$ ($L_0 = 150$ mm):

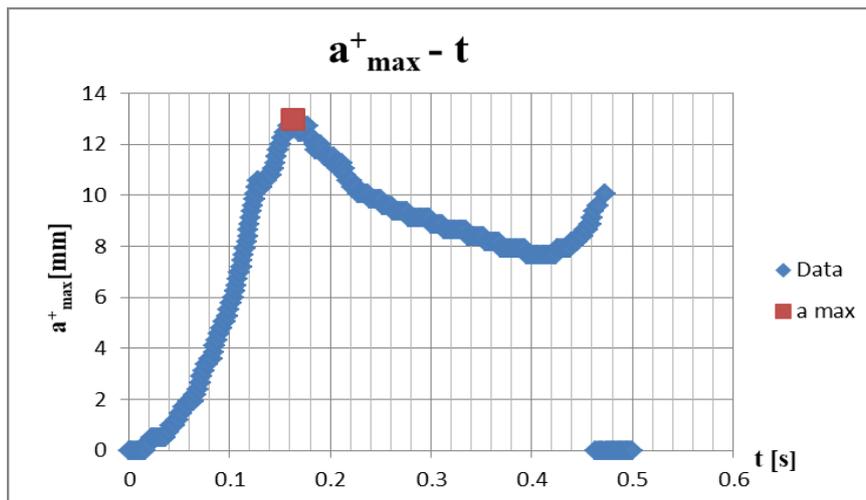


Figura 80: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo - $a_s=1$.

- $a_s = 0.75$ ($L_0 = 200$ mm):

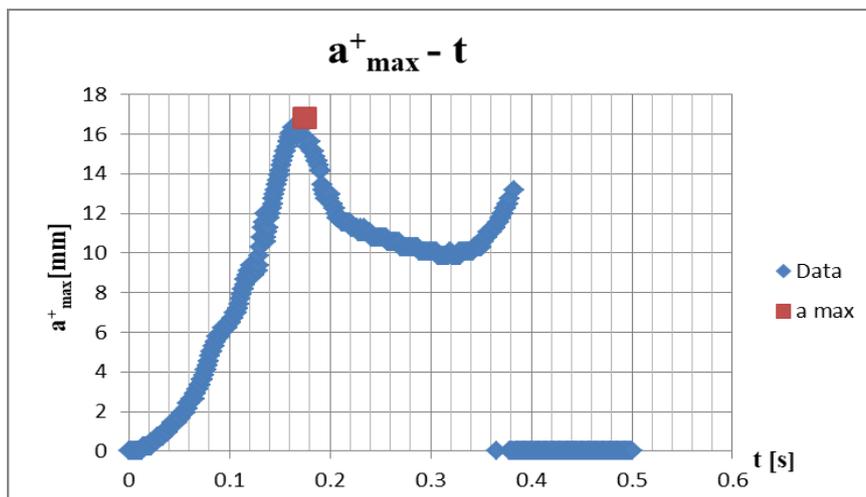


Figura 81: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo - $a_s=0.75$.

Si riportano di seguito i risultati confrontati con quelli di Nguyen (2022):

Tabella 41: Ampiezza massima dell'onda positiva al variare di a_s confrontati con i risultati di Nguyen (2022).

	DEM-LBM	NGUYEN (2022)
	a_{\max}^+ [mm]	a_{\max}^+ [mm]
$L_0 = 50$ mm	15.4	17.4
$L_0 = 100$ mm	16.8	17.5
$L_0 = 150$ mm	12.96	17.5
$L_0 = 200$ mm	16.8	17.5

A differenza di quanto rilevato da Nguyen, l'ampiezza dell'onda, per valori di L_0 pari a 50 mm e 150 mm, si allontana dal risultato ottenuto per la colonna con rapporto di forma uguale a 1.5 ($L_0=100$ mm). Per una larghezza iniziale della colonna uguale a 200 mm il risultato, invece, è identico al precedente.

Quanto osservato, comporterebbe la non validità di quanto espresso da Cabrera et al. (2020) sulla ininfluenza del rapporto di forma nella generazione dell'onda. In realtà, anche dal confronto con i risultati simulativi di Nguyen, risulta probabile che i due valori non conformi possano essere degli outlier.

Come già esplicitato nella premessa di questo capitolo, i risultati riportati al variare della larghezza non possono essere considerati affidabili in senso stretto, a causa della mancanza di validazione. La variazione osservata, potrebbe essere dovuta, infatti, alla necessità di effettuare una diversa discretizzazione del reticolo del LBM. Oppure, potrebbe voler suggerire di effettuare una variazione del raggio idrodinamico, che non riesce più ad essere rappresentativo della situazione reale a causa del diverso numero di particelle coinvolte.

10.2. Variazione della densità delle particelle

Per indagare l'influenza della densità delle particelle nella generazione dell'onda, si valutano le ampiezze massime delle onde per valori di densità pari a 2600, 3600 e 4600 kg/m^3 . Si considera tale variazione per tre diversi livelli iniziali dell'acqua: $H_w=34.8$ mm; 130.6 mm; 175.7 mm.

Si riportano di seguito i grafici rappresentanti la massima ampiezza dell'onda:

- $H_w = 34.8$ mm:

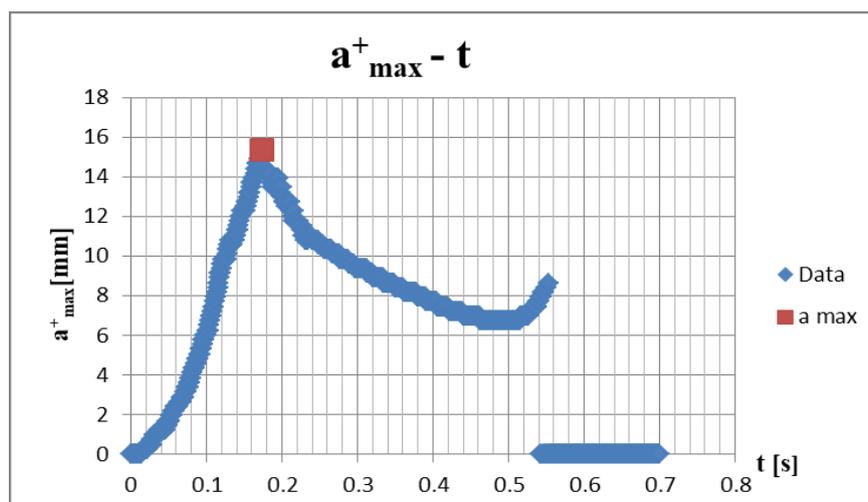


Figura 82: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo $H_w=34.8$ mm e $\rho_s=2600$ kg/m^3 .

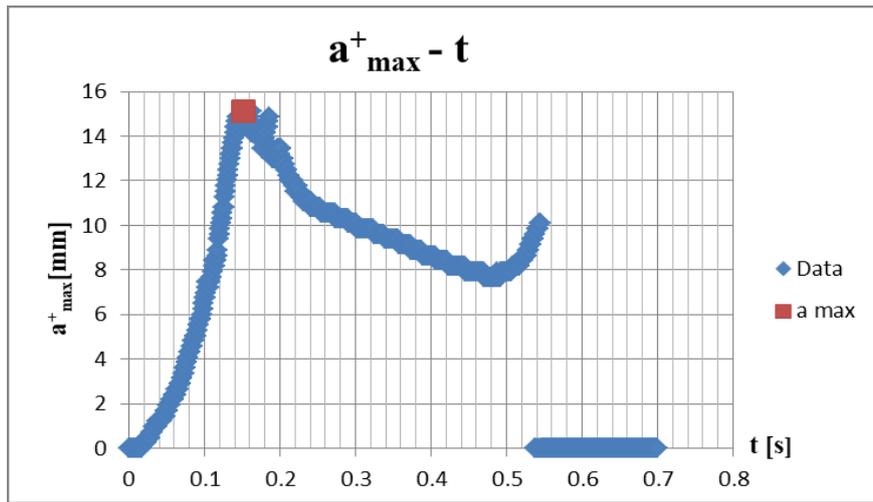


Figura 83: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo $H_w=34.8$ mm e $\rho_s=4600$ kg/m³.

- $H_w = 130.6$ mm:

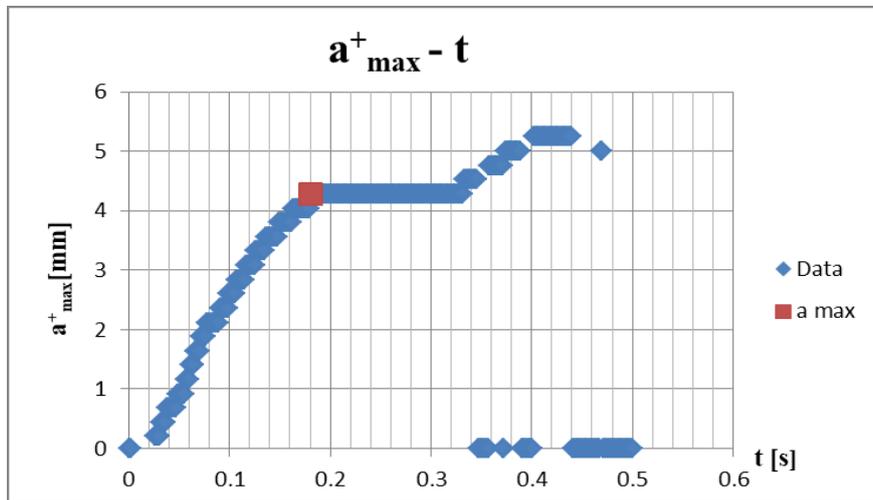


Figura 84: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo $H_w=130.6$ mm e $\rho_s=2600$ kg/m³.

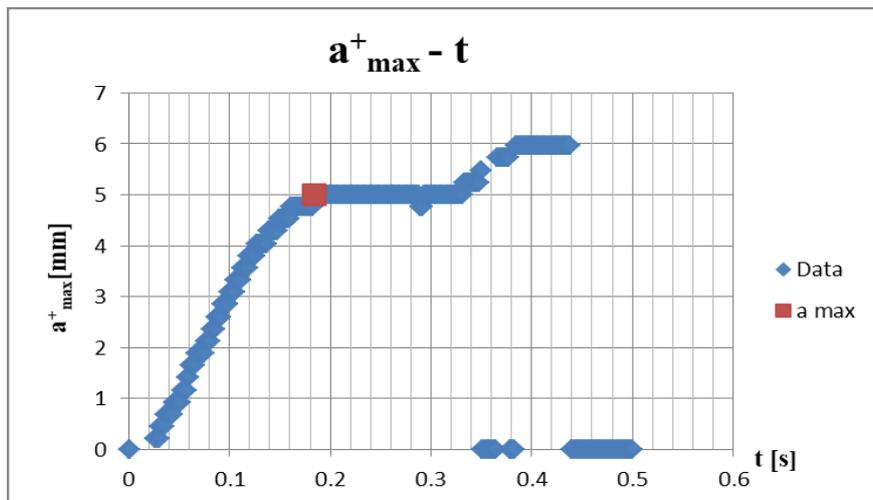


Figura 85: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo $H_w=130.6$ mm e $\rho_s=4600$ kg/m³.

- $H_w = 175.7 \text{ mm}$:

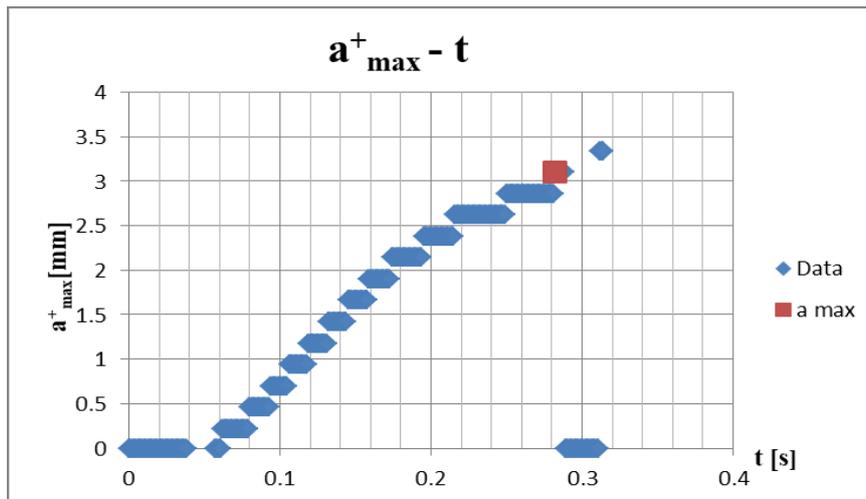


Figura 86: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo $H_w=175.7 \text{ mm}$ e $\rho_s=2600 \text{ kg/m}^3$.

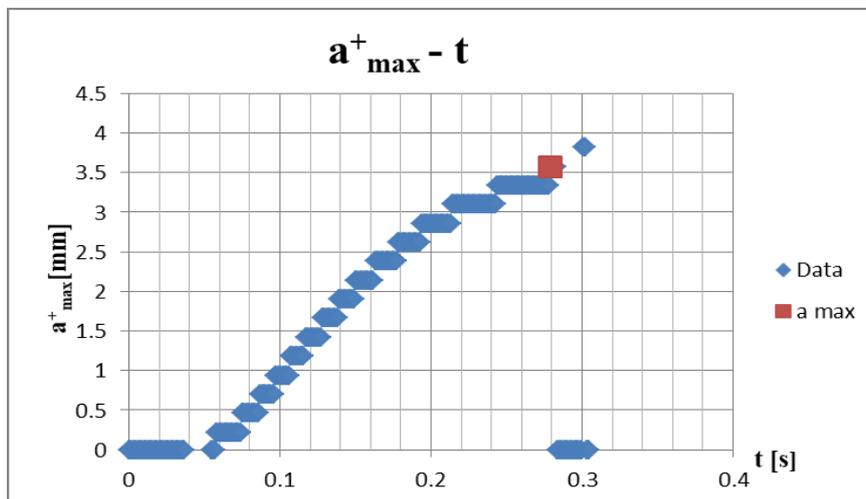


Figura 87: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo $H_w=175.7 \text{ mm}$ e $\rho_s=4600 \text{ kg/m}^3$.

Tabella 42: Ampiezza massima dell'onda verso mare al variare della densità.

	$a_{\max}^+ \text{ [mm]}$		
	$\rho_s = 2600 \text{ kg/m}^3$	$\rho_s = 3600 \text{ kg/m}^3$	$\rho_s = 4600 \text{ kg/m}^3$
$H_w = 34.8 \text{ mm}$	15.4	16.8	15.1
$H_w = 130.6 \text{ mm}$	4.3	5	5
$H_w = 175.7 \text{ mm}$	3.1	3.3	3.6

I risultati diagrammati nel grafico in Figura 88 mostrano una leggera variazione dell'ampiezza dell'onda al variare della densità, per i livelli dell'acqua più elevati. Al contrario, per $H_w=34.8 \text{ mm}$, l'onda evidenzia oscillazioni più evidenti. L'andamento non monotono, inoltre, non permette di individuare una legge che esprima la variazione in funzione della densità per questo valore del livello dell'acqua.

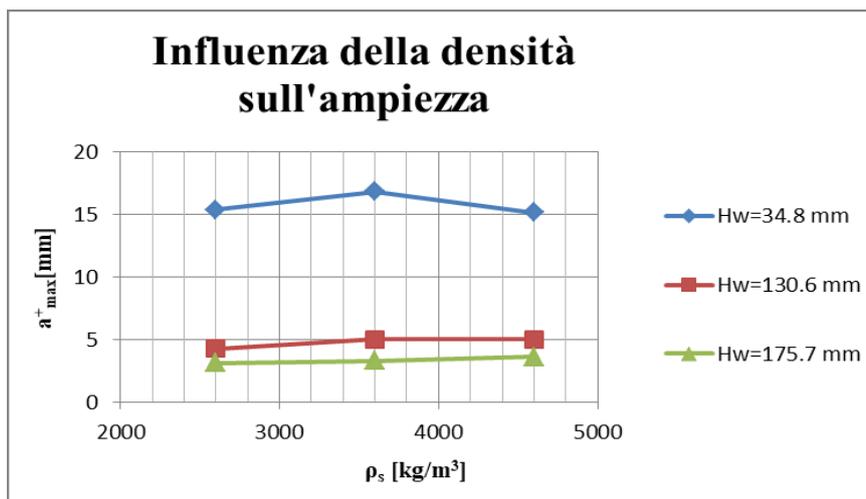


Figura 88: Influenza della densità sull'ampiezza dell'onda.

In particolare, le variazioni sull'ampiezza per i livelli di fluido uguali a 175.7 mm e 130.6 mm riproducono i risultati di Nguyen (2022). Le simulazioni da egli effettuate, infatti, mostrano valori dell'ampiezza caratterizzati da piccole differenze al variare della densità (Figura 89). Ciò, non risulta in linea con quanto riportato da Cabrera et al. (2020) che, invece, include la densità delle particelle nella espressione analitica formulata per il calcolo della massima ampiezza (Equazione 3.6).

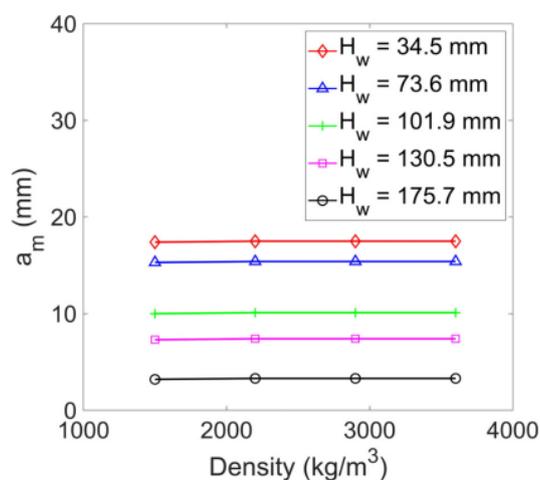


Figura 89: Influenza della densità sull'ampiezza dell'onda (Nguyen, 2022).

La densità delle particelle è uno dei parametri indipendenti che influenzano le caratteristiche del collasso: distanza finale di arresto (L_f), altezza finale del deposito (H_f), velocità delle particelle che formano il flusso (v_f) e la sua durata (t) (Utili et al., 2015). È interessante notare come la variazione di densità, che dovrebbe comportare un differente trasferimento di Energia Cinetica tra le particelle e il fluido, nel risultato delle simulazioni non comporti differenze evidenti in termini di ampiezza dell'onda.

Sarebbe, quindi, necessaria una nuova calibrazione basata su test di variazione della densità delle particelle. Successivamente al processo di validazione dei nuovi modelli, in cui avviene il confronto con i risultati sperimentali, risulterebbero individuabile, infatti, gli eventuali errori dell'attuale modello nella valutazione dell'ampiezza.

Verrebbe in questo modo confermata l'irrelevanza della densità nella formazione dell'onda, riscontrata da Nguyen, confermando il probabile outlier individuato per $H_w=34.8$ mm (Figura 88). In caso contrario, in linea con la formulazione analitica di Cabrera et al. (2020), si dovrebbe individuare una legge di variazione dell'ampiezza dell'onda in funzione del cambiamento di densità delle particelle utilizzate e correggere ugualmente la previsione effettuata dal modello per $H_w=34.8$ mm.

10.3. Variazione dell'attrito tra le particelle

Si considerano tre valori del coefficiente di attrito tra le particelle: $\mu_p=0.1$, $\mu_p=0.3$ e quello utilizzato precedentemente nella calibrazione del materiale granulare $\mu_p=0.45$. Anche in questo caso si valutano i livelli dell'acqua corrispondenti a $H_w=34.8$ mm; 130.6 mm; 175.7 mm.

- $H_w = 34.8$ mm:

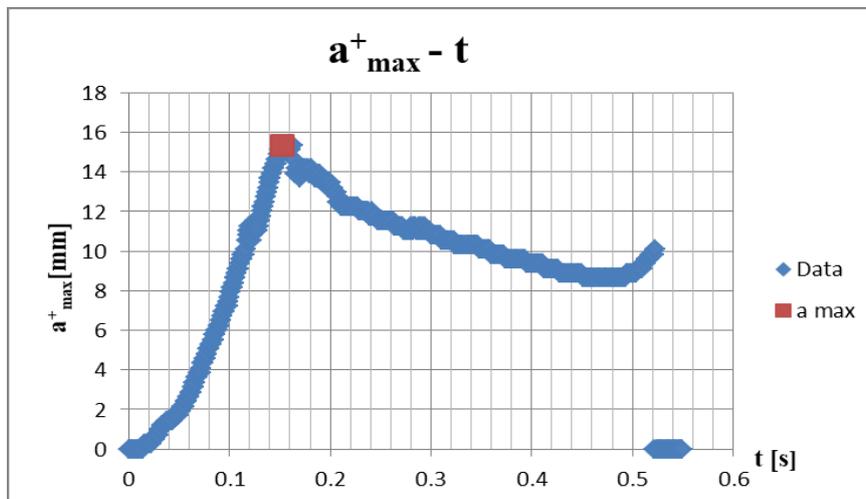


Figura 90: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo $H_w=34.8$ mm e $\mu_p=0.1$.

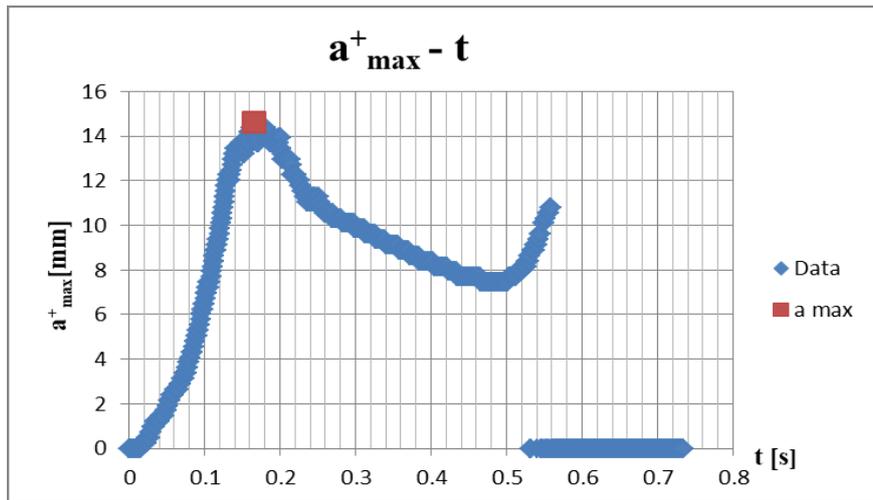


Figura 91: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo $H_w=34.8$ mm e $\mu_p=0.3$.

- $H_w = 130.6$ mm:

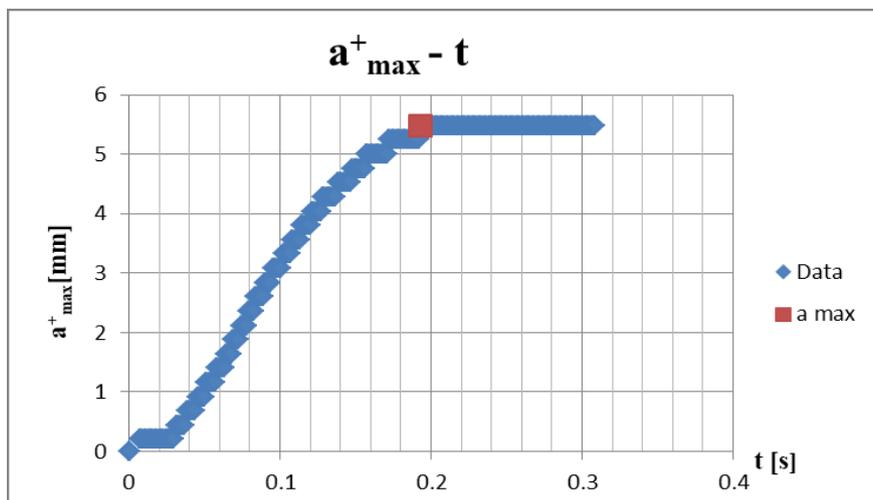


Figura 92: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo $H_w=130.6$ mm e $\mu_p=0.1$.

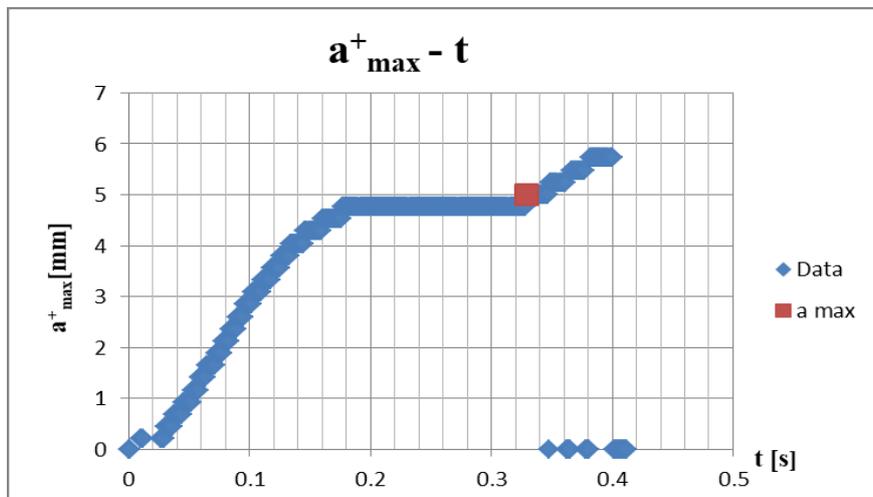


Figura 93: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo $H_w=130.6$ mm e $\mu_p=0.3$.

- $H_w = 175.7 \text{ mm}$:

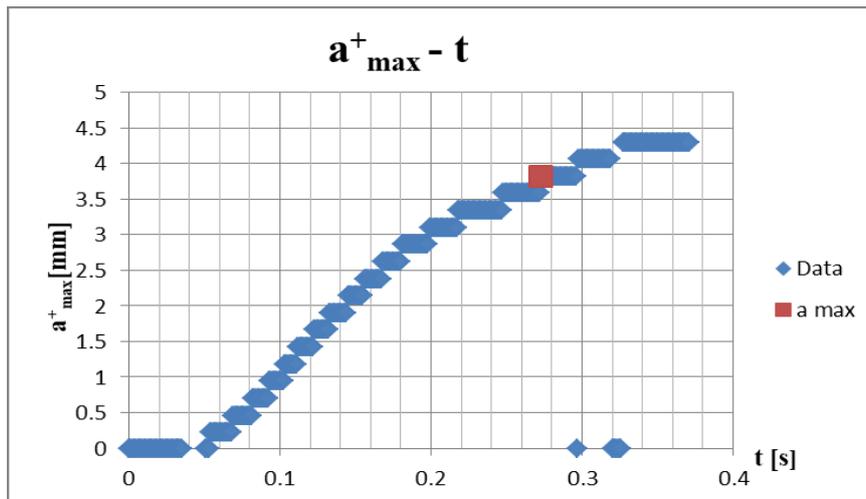


Figura 94: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo $H_w=175.7 \text{ mm}$ e $\mu_p=0.1$.

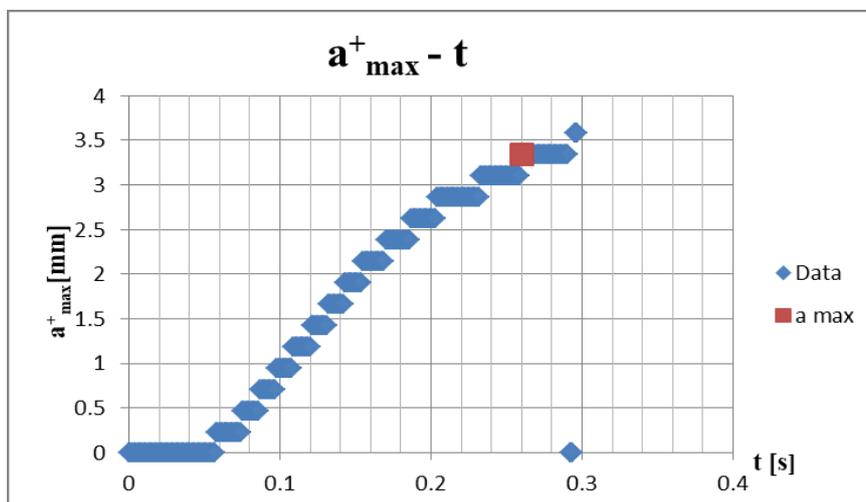


Figura 95: Ampiezza massima dell'onda verso mare nel tempo $H_w=175.7 \text{ mm}$ e $\mu_p=0.3$.

Tabella 43: Ampiezza massima dell'onda verso mare al variare della densità.

	$a_{\max}^+ \text{ [mm]}$		
	$\mu_p=0.1$	$\mu_p=0.3$	$\mu_p=0.45$
$H_w = 34.8 \text{ mm}$	15.4	14.6	16.8
$H_w = 130.6 \text{ mm}$	5.5	5	5
$H_w = 175.7 \text{ mm}$	3.8	3.3	3.3

Si effettua il confronto dell'evoluzione dell'ampiezza dell'onda, in funzione dell'attrito, tra le simulazioni condotte in questo studio e quelle relative allo lavoro di Nguyen (Figura 96 e Figura 97). Si precisa, che la variazione dell'attrito effettuata da quest'ultimo, non viene differenziata in termini di attrito particella-particella e particella-parete. Probabilmente, considerando un unico valore numerico per i due diversi parametri attritivi, la variazione dell'attrito viene applicata globalmente nel modello da egli considerato.

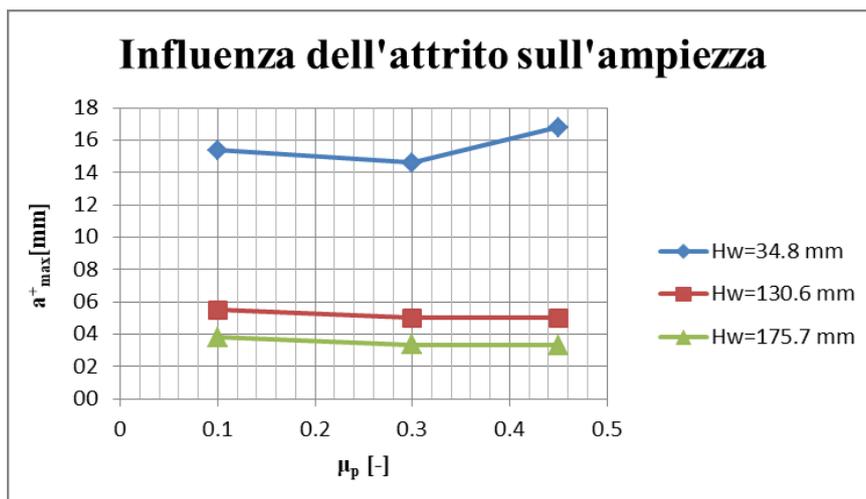


Figura 96: Influenza dell'attrito tra le particelle sull'ampiezza dell'onda.

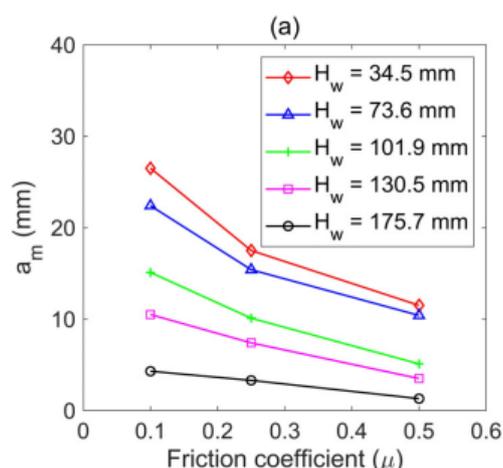


Figura 97: Influenza dell'attrito sull'ampiezza dell'onda (Nguyen, 2022).

Si nota che anche in questo caso le ampiezze ottenute per valori di $H_w=34.8$ mm mostrano un andamento non monotono al variare dell'attrito. Gli altri due livelli dell'acqua, evidenziano una riduzione dell'ampiezza al crescere dell'attrito, anche se non marcata come quella ottenuta da Nguyen. Ciò risultava prevedibile, infatti, una maggiore componente di attrito, riducendo la mobilità delle particelle, limita l'ampiezza dell'onda a causa della minore energia cinetica coinvolta. Invece, per il livello inferiore dell'acqua, l'ampiezza inizialmente tende al ridursi, per poi crescere in corrispondenza di $\mu_p=0.45$, valore con il quale si è caratterizzato il materiale granulare.

Si evidenzia, quindi, che il livello dell'acqua iniziale pari a 34.8 mm risulta instabile rispetto alle variazioni dei parametri geometrici e interni della colonna. La correzione del modello deve, quindi, basarsi sull'analisi dei bassi rapporti di immersione. Si dovrebbe, infatti, ricalibrare il modello nella componente particellare e fluida in relazione ai risultati sperimentali. Si otterrebbe, in questo modo, una validazione più ampia, dalla quale sarebbe possibile ricavare una legge di regressione che comprenda intrinsecamente più parametri. Difatti, come effettuato da Nguyen (2022) per i diversi valori dell'attrito, si potrebbero considerare i valori medi dei coefficienti di regressione

delle curve interpolanti, ottenute al variare dei parametri che risultano influenzare l'ampiezza . Ciò permetterebbe di far assumere al modello una capacità di previsione dell'intensità dell'onda più generale, in grado di stimare la massima ampiezza dell'onda per fenomeni franosi caratterizzati da differenti parametri.

11. Conclusioni e possibili sviluppi

Lo studio presentato in questo lavoro di tesi, ha consentito la simulazione degli esperimenti condotti sulla generazione dell'onda a seguito del collasso di una colonna granulare. Tali esperienze di laboratorio, effettuate al fine di rappresentare la formazione di tsunami dovuti ad eventi franosi, hanno portato Cabrera et al. (2020) alla formulazione di una espressione analitica in grado di stimare la massima ampiezza dell'onda indotta dal crollo. È stato prodotto, in questo modo, un semplice strumento di previsione dell'intensità dello tsunami, utile per una valutazione di primo ordine del pericolo maremoto.

L'utilizzo di un modello numerico ibrido DEM-LBM si è rivelato particolarmente performante nella descrizione particellare e della fase fluida. La configurazione sperimentale analizzata, infatti, utilizzando particelle ceramiche di forma sferica e diametro costante, è risultata ben accoppiabile con le caratteristiche intrinseche del metodo discreto particellare. Il Discrete Element Method ha, dunque, permesso la caratterizzazione del materiale granulare mediante un semplice modello di contatto tra le particelle, governato dalla presenza di molle e dissipatori nella direzione normale e tangenziale. In particolare, l'utilizzo di un modello lineare e viscoso, rispettivamente per il contatto normale e tangenziale, ha portato alla calibrazione dei parametri che regolano la dinamica delle particelle (Capitolo 6.1). Il Lattice-Boltzmann Method, scelto in quanto miglior compromesso tra precisione e onere di calcolo, ha fornito l'evoluzione della superficie libera del fluido nel corso delle diverse simulazioni. La fase di accoppiamento tra particelle e fluido, iniziata con discretizzazione nello spazio, nel tempo e conseguentemente nel campo delle velocità del reticolo, si è conclusa con l'introduzione del parametro definito come Raggio Idrodinamico (Capitolo 6.2). Parametro che si è dimostrato necessario al fine di riprodurre la resistenza idrodinamica del sistema.

I risultati ottenuti sono riusciti a riprodurre l'incremento dell'ampiezza dell'onda verso mare al decrescere dell'immersione della colonna, come osservato da Cabrera et al.(2020) durante le prove sperimentali. Evidenziando, inoltre, la formazione di un'onda verso terra per livelli dell'acqua iniziale superiori a 130.6 mm. Le simulazione hanno, quindi, confermato il rapporto di immersione come parametro governante la formazione dell'onda.

Le posizioni e i tempi di raggiungimento dei massimi valori di ampiezza delle onde, insieme alle loro velocità, hanno rimarcato che il metodo scelto è in grado di simulare l'evoluzione del fenomeno e l'interazione particelle-fluido che lo caratterizza. Di fatto, pur presentando variazioni, talvolta evidenti, rispetto ai dati sperimentali, queste grandezze riproducono in linea generale l'andamento delle caratteristiche delle onde reali. Una discretizzazione più fitta del reticolo potrebbe consentire, per di più, un più accurato tracciamento dell'onda durante il suo sviluppo, migliorando la precisione dei risultati.

La validazione del modello, basata sul confronto dell'ampiezza massima dell'onda verso mare, ha definito un coefficiente di correlazione pari a $R=0.99$, ovvero, una stretta correlazione tra i dati sperimentali e numerici. In particolare, si è rilevata una complessiva sottostima dei risultati numerici rispetto a quelli sperimentali.

Dallo studio di regressione dei risultati numerici ottenuti in questo lavoro, si è ricavata una formulazione esponenziale, funzione del rapporto di immersione, in grado di stimare l'ampiezza massima dell'onda verso mare. La sua applicazione per gli eventi relativi alla frana della Diga delle Tre Gole (2008) e dello Stretto della Sonda (2018), ha confermato la capacità della legge di sapersi adattare alla variazione del rapporto di immersione, con un errore massimo del 24% rispetto l'ampiezza reale. Il risultato ottenuto, quindi, suggerisce la possibilità di migliorare le capacità di previsione. Sarebbe, infatti, interessante valutare le variazioni nella misurazione dell'ampiezza al variare della discretizzazione impiegata per LBM.

Le limitazioni del modello prodotto sono state evidenziate, soprattutto, nel confronto con i risultati predittivi effettuati nello studio di Nguyen (2022). La formulazione da egli ottenuta per la stima della massima ampiezza dell'onda, risulta effettivamente più efficace, mostrando uno scostamento massimo del 10% rispetto al dato reale, relativo all'evento franoso della Diga delle Tre Gole. Tale studio, basato su un'analisi numerica con metodo ibrido DEM-VOF, ha indagato più valori del rapporto di immersione, includendo la variazione dei parametri interni del materiale granulare come densità e attrito. In aggiunta, lo studio di regressione risultante, oltre a considerare le diverse osservazioni numeriche effettuate, ha incluso anche i dati sperimentali di Cabrera et al. (2020), Huang et al. (2020) e Robbe-Saule et al. (2021). Ciò, gli ha consentito di ampliare il range di applicabilità del modello di previsione.

La parte finale di questa tesi ha indagato l'influenza delle variazioni geometriche della colonna e delle proprietà del materiale granulare: densità e attrito. In realtà, non avendo a disposizione i risultati sperimentali, questa parte vuole essere uno spunto per possibili sviluppi futuri. Si è, comunque, effettuato un confronto con i risultati numerici di Nguyen (2022), di fatto non costituente una validazione. I risultati ottenuti hanno, però, messo in luce alcuni aspetti interessanti.

La variazione della densità delle particelle, ad esempio, dovrebbe teoricamente alterare il risultato della simulazione in termini di ampiezza dell'onda. Essendo un parametro di input per la caratterizzazione del materiale granulare, un suo cambiamento farebbe prevedere una variazione nel processo di formazione dell'onda. La densità, infatti, viene inclusa nella espressione analitica individuata da Cabrera et al. (2020) per la definizione dell'ampiezza dell'onda (Equazione 3.6). Dalle simulazioni, al contrario, l'ampiezza risulta poco influenzata dalla variazione della densità. A differenza dei risultati di Nguyen (2022), quelli ottenuti in questo studio, in corrispondenza valore più basso del livello dell'acqua, hanno presentato valori che si discostano dal trend individuato per gli altri rapporti di immersione. Risultati anomali sono stati riscontrati anche nell'analisi dell'influenza dell'attrito e del rapporto d'immersione.

Ad un aumento del coefficiente di attrito particella-particella, è conseguita una debole diminuzione dell'ampiezza dell'onda. È ragionevole attendersi una variazione più marcata con un simultaneo aumento dell'attrito particella-parete e del rotolamento in aggiunta al solo attrito tra le particelle. Anche in questo caso, l'ampiezza ricavata per $H_w=34.8$ mm ha evidenziato valori irregolari, non attinenti alle previsioni.

Considerazioni analoghe sono state ricavate dai risultati generati dalla variazione del rapporto di forma. Nello studio di Nguyen (2022) è stata confermata l'ininfluenza di fattori geometrici diversi dal rapporto di immersione. Egli, infatti, ha ricavato valori dell'ampiezza dell'onda, al variare del rapporto di forma, caratterizzati da una variazione del decimo di millimetro tra i diversi risultati. Il DEM-LBM, invece, non si è dimostrato efficiente nel dar prova dell'irrelevanza di questo parametro geometrico.

Riassumendo le osservazioni, si può concludere che il modello numerico generato è riuscito a rappresentare la dinamica del collasso sperimentale. Ma risulta instabile nei confronti delle variazioni dei parametri per bassi livelli dell'acqua.

I miglioramenti apportabili dovrebbero partire, quindi, dalla riproduzione di nuove prove sperimentali, concentrate maggiormente su bassi valori del rapporto di immersione. In questi nuovi esperimenti, per lo stesso valore del rapporto di immersione, dovrebbe essere variata la densità e l'attrito delle particelle costituenti il corpo granulare. Si ripeterebbe, così, l'intero processo di calibrazione del sistema, in modo da stabilizzare i risultati e aumentare l'affidabilità risolutiva. Inoltre, il considerare esperimenti che includano la variazione dei parametri interni consentirebbe di generalizzare la formulazione ricavata dallo studio di regressione. Si otterrebbe, infatti, un'equazione in grado di stimare la massima ampiezza dell'onda verso mare per eventi franosi in cui le caratteristiche del materiale granulare sono maggiormente variabili.

Appendice: file di configurazione DEM-LBM

In questa parte si riporta il file utilizzato per configurare il solutore DEM-LBM. Il caso di seguito analizzato si riferisce alla simulazione con altezza del fluido $H_w=34.8$ mm e raggio idrodinamico uguale a 0.6, utilizzata nel Capitolo 7.

```
# CONFIGURATION FILE FOR HYBIRD

# SOLVER SWITCHERS
demSolver      = 1      #
lbSolver       = 1      #
freeSurfaceSolver = 1    #
forceFieldSolver = 1    #
staticFrictionSolver = 1 #

# PROBLEM NAME
problemName    = NULL   #

# OUTPUT
screenExpTime  = 1.0e-3 # print data on screen every x time (0 for deactivated)
fluidExpTime   = 1.0e-1 # write vtk file every x time (0 for deactivated)
fluidLagrangianExpTime = 0 # write Lagrangian vtk file every x time (0 for deactivated)
partExpTime    = 1.0e-2 # write vtk file every x time (0 for deactivated)
partRecycleExpTime = 1.0e-2 # write particle recycle file every x time (0 for deactivated)
fluidRecycleExpTime = 0 # write particle recycle file every x simulation time units (0 for deactivated)
fluid2DExpTime = 0 # write a 2D topographical file every x time. Maximum values are updated every screenExpTime
objectExpTime  = 0 # write object file every x time units (0 for deactivated)
singleObjects  = '' # objects to track
```

Figura A. 1 - Schermata del file di configurazione di hybird (Parte I).

Nella prima parte si attivano i solutori DEM ed LBM, rispettivamente per le particelle e la fase fluida. Si considerano attivi l'attrito statico tra le particelle e la forza di gravità agente sul fluido.

Viene definito l'intervallo di tempo per cui si vuole avere stampati a video i risultati di output del DEM-LBM (screenExpTime). Si individuano i timestep di creazione dei file .vtk per le particelle e il fluido, attraverso i quali avviene la visualizzazione grafica tramite il software Paraview (partExpTime e fluidExpTime).

```
# TIME INTEGRATION
demInitialRepeat = 0 #
lbmInitialRepeat = 0 #
maximumTimeSteps = 0 # run until this number of timesteps is reached (0 for infinite)
maxTime          = 1.5 # run until the time variable has reached this value (0 for infinite) 50
fluidTimeStep    = 1.0e-5 # time
multiStep        = 0 # number of DEM steps between LBM steps. If 0, it is determined inside the program
criticalRatio     = 0.002 # ratio between DEM time step and estimated duration of contacts (only if multiStep=0)
```

Figura A. 2 - Schermata del file di configurazione di hybird (Parte II).

In Figura A.2 si mostra la definizione del tempo di integrazione. Si definisce il tempo massimo per la simulazione (maxTime) e la discretizzazione temporale utilizzata nel LBM (fluidTimeStep).

La Figura A.3 riporta i parametri utilizzati nel LBM per la risoluzione della fase fluida. Si evidenzia la discretizzazione spaziale del reticolo (latticeSpacing), il modello reologico utilizzato (rheologyModel) e il valore dell'hydrodynamic radius imposto.

Di seguito si riportano i parametri utilizzati nel DEM. Viene individuato il modello di contatto utilizzato e vengono visualizzati i parametri definiti a seguito della calibrazione del materiale asciutto.

```

# LBM PARAMETERS
latticeSpacing      = 0.00024 # length
fluidDensity        = 1.00e3  # mass/length^3
minTau              = 0.5001  # for limiting turbulence in some non-Newtonian models
maxTau              = 1.0     # for theoretical stability
TRTsolver           = false   # two-relaxation-time solver
imposeFluidVolume  = false   # to fix mass at a certain level, mass will be added/removed to reach it
imposedFluidVolume = 6.1e-5  # mass to impose if the above is true
restartFluid        = false   #
fluidRestartFile    = ./      #
applyTopography     = false   #
topographyFile      = ./      # need to fully contain the domain in direction x and y
fluidFromTopography = false   # reads level from fourth column in topography file
translateTopographyX = 0.0    # length
translateTopographyY = 0.0    # length
translateTopographyZ = 0.0    # length
fluidMinX           = 0.0     # length
fluidMaxX           = 100.20  # length
fluidMinY           = 0.0     # length
fluidMaxY           = 0.0348  # length
fluidMinZ           = -10.0   # length
fluidMaxZ           = 1000.0  # length
fluidInitVelocityX  = 0.0     # length/time
fluidInitVelocityY  = 0.0     # length/time
fluidInitVelocityZ  = 0.0     # length/time
slipCoefficient      = 0.0     # /
rheologyModel       = NEWTONIAN # either NEWTONIAN, BINGHAM, VOELLMY, MUI, BAGNOLD, or FRICTIONAL
initVisc             = 0.001   # mass/length/time -> NEWTONIAN, ALSO MINIMUM FOR FRICTIONAL
plasticVisc         = 0.0     # mass/length/time -> BINGHAM
yieldStress         = 0.0     # mass/length^2/time -> BINGHAM
frictionCoeffFluid  = 0.38    # / -> FRICTIONAL, VOELLMY, MUI
deltaFriction       = 0.26    # / -> MUI
baseInertial        = 0.279   # / -> MUI
particleDiameter     = 7.0e-4  # length -> MUI VOELLMY BAGNOLD
particleDensity      = 2500.0  # mass/length^3 -> MUI VOELLMY BAGNOLD
turbulenceSolver    = 1       # 1 for active
turbConst           = 0.0256  # /
hydrodynamicRadius  = 0.6     #

# DEM PARAMETERS
particleDensity      = 3600.0  # mass/length^3
contactModel        = LINEAR   # LINEAR OR HERTZIAN
youngMod            = 1.0e4    # mass/length^2/time
poisson             = 0.3     #
linearStiff         = 0.4e4    # LINEAR
restitution         = 0.88    # / a viscosity coefficient is calculated so that the restitution keeps this value
viscTang           = 0.5     # 0.2
frictionCoeffPart   = 0.45    # 0.3
frictionCoeffWall   = 0.3     # 0.3
frictionCoeffObj    = 0.3     # 0.3
rollingCoeffPart    = 0.015   # 0.3
particleFile        = ./particle_andy4.dat #particle_andy_recycle.dat
particleTranslateX  = 0.0     # length
particleTranslateY  = 0.0     # length
particleTranslateZ  = 0.0     # length
particleScale       = 1.0     #
objectFile          = ./zero.dat #
numVisc             = 0.00001 # mass/length/time -> like dynamic viscosity

```

Figura A.3 - Schermata del file di configurazione di hybrid (Parte III).

Bibliografia

- Cabrera, M. A., Pinzon, G., Take, W. A., & Mulligan, R. P. (2020). Wave generation across a continuum of landslide conditions from the collapse of partially submerged to fully submerged granular columns. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 125, e2020JC016465., 1-15.
- Cabrera, M., & Estrada, N. (2019). Granular column collapse: Analysis of grain-size effects. *Physical Review E*, 99(1), 012905.
- Chen, S., & Doolen, G. (1998). Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 30, 329–364.
- Cruden, D., & Varnes, D.J. (1996). Landslide Types and Processes. *Landslides: Investigation and Mitigation. Special Report, Transportation Research Board, National Academy of Sciences*, 247, 36-75.
- Fell, R. (1994). Landslide risk assessment and acceptable risk. *Canadian Geotechnical Journal*. 32, 2, 261-272.
- Fine, I. V., Bornhold, B., Rabinovich, A., Thomson, R., & Kulikov, E. (2005). The Grand Banks landslide-generated tsunami of November 18, 1929: preliminary analysis and numerical modeling. *Marine Geology*, 215, 45-57.
- Fritz, H., Hager, W., & Minor, H. (2004). Near field characteristics of landslide generated impulse waves. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 130, 287-302.
- Fritz, H., Mohammed, F., & Yoo, J. (2009). Lituya bay landslide impact generated mega-tsunami 50th anniversary. *Pure and Applied Geophysics*, 166, 153–175.
- Girolami, L., Hergault, V., Vinay, G., & Wachs, A. (2012). A three-dimensional discrete-grain model for the simulation of dam-break rectangular collapses: comparison between numerical results and experiments. *Granular Matter* 14, No. 3, 381-392.
- Grilli, S. T., Tappin, D. R., Carey, S., Watt, S. F. L., Ward, S. N., Grilli, A. R., et al. (2019). Modelling of the tsunami from the December 22, 2018 lateral collapse of Anak Krakatau volcano in the Sunda Straits, Indonesia. *Scientific Report*, 9(1), 1–13.
- Gusiakov, V. K., D., & P. K., & A. (2019). Twenty-five years (1992–2016) of global tsunamis: Statistical and analytical overview. *Pure and Applied Geophysics*, 176, 2795–2807.

- Huang, B., Zhang, Q., Wang, J., Luo, C., Chen, X., & Chen, L. (2020). Experimental study on impulse waves generated by gravitational collapse of rectangular granular piles. *Physics of Fluids*, 32(3), 033301.
- Hungr, O., Evans, S., Bovis, M., & Hutchinson, J. (2001). A review of the classification of landslides of the flow type. *Environmental & Engineering Geoscience*, 221-238.
- Lacaze, L., Phillips, J. C., & Kerswell, R. R. (2008). Planar collapse of a granular column: Experiments and discrete element simulations. *Physics of Fluids*, 20(6), 063302.
- Lajeunesse, E., Mangeney-Castelnau, A., & Vilotte, J. P. (2004). Spreading of a granular mass on a horizontal plane. *Physics of fluids*, 16(7), 2371–2381.
- Lajeunesse, E., Monnier, J., & Homsy, G. (2005). Granular slumping on a horizontal surface. *Physics of Fluids*, 17(10), 103302.
- Leonardi, A. (2015). Numerical simulation of debris flow and interaction between flow and obstacle via DEM. *ETH Zurich*.
- Lube, G., Huppert, H. E., Sparks, R. S., & Hallworth, M. A. (2004). Axisymmetric collapses of granular columns. *Journal of Fluid Mechanics*, 508, 175–199.
- Marchelli, M., Leonardi, A., Pirulli, M., & Scavia, C. (2020). On the efficiency of slit-check dams in retaining granular flows. *Géotechnique* 70, No. 3., 226–237.
- Morgenstern, N. (1985). Geotechnical aspects of environmental control. *Proc. 11th ICSMFE, San Francisco*, 1, 155-186.
- Mulligan, R. P., Franci, A., Celigueta, M. A., & Take, W. A. (2020). Simulations of landslide wave generation and propagation using the Particle Finite Element Method. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 125(6), e2019JC015873.
- Mulligan, R. P., & Take, W. A. (2017). On the transfer of momentum from a granular landslide to a water wave. *Coastal Engineering*, 125, 16–22.
- Nguyen, N. H. (2022). Collapse of partially and fully submerged granular column generating impulse waves: An empirical law of maximum wave amplitude based on coupled multiphase fluid–particle modeling results. *Physics of Fluids*, 34, 013310, 1-12.
- Pirulli, M. (2014). Il fenomeno del Debris flow e metodologie di calcolo dei percorsi di colata. *Politecnico di Torino*.
- Pirulli, M., & Leonardi, A. (2019). Modellazione numerica di movimenti rapidi di versante. *Politecnico di Torino - Scuola di Dottorato*.

- Robbe-Saule, M. (2019). Modélisation expérimentale de génération de tsunami par effondrement granulaire (Doctoral dissertation). *France: Université Paris-Saclay*.
- Robbe-Saule, M., Morize, C., Henaff, R., Bertho, Y., Sauret, A., & Gondret, P. (2021). Experimental investigation of tsunami waves generated by granular collapse into water. *Journal of Fluid Mechanics*, *907*, A11.
- Roche, O., Monserrat, S., Niño, Y., & A., T. (2008). Experimental observations of water-like behavior of initially fluidized, dam break granular flows and their relevance for the propagation of ash-rich pyroclastic flows. *Journal of Geophysical Research*, *113*(B12), B12203.
- Sassa, K. (1988). Special lecture: Geotechnical model for the motion of landslides. *Proc. 5th Int. Symp. on Landslides, Lausanne, 1*, 37-55.
- Utili, S., Zhao, T., & Houlsby, G. (2015). 3D DEM investigation of granular column collapse: Evaluation of debris motion and its destructive power. *Engineering Geology*, *186*, 3-16.
- Varnes, D. (1978). Slope movement types and processes. *Schuster RL, Krizek RJ (eds) Landslides, analysis and control, special report 176, Transportation and Road Research Board, National Academy of Science, Washington D. C.*, 11-33.
- Xiao, L., Ward, S. N., & Wang, J. (2015). Tsunami squares approach to landslide generated waves: Application to Gongjiafang landslide, Three Gorges Reservoir, China. *Pure and Applied Geophysics*, *172*, 3639–3654.

Ringraziamenti

Questa tesi segna la fine del mio percorso universitario e il conseguimento della Laurea Magistrale in Ingegneria Civile. Vorrei, quindi, utilizzare queste righe per ringraziare le persone che hanno contribuito a raggiungere questo importante traguardo.

Ringrazio la Prof.ssa Pirulli, relatrice della tesi, per avermi concesso l'opportunità di realizzare questo lavoro. Un sentito ringraziamento al correlatore, l'Ing. Leonardi, sempre disponibile e costruttivo con i suoi consigli. L'interesse da egli dimostrato durante il periodo di produzione di questo elaborato è stato per me motivo di impegno.

Grazie alla mia famiglia ed in particolare ai miei genitori, senza i quali tutto questo non sarebbe stato possibile. Li ringrazio per avermi sostenuto in maniera incondizionata durante questi anni. A loro dedico questa tesi, nella speranza che possano essere orgogliosi di me.

Un pensiero va ai miei nonni che non sono più con me, ma che ricordo con immutato affetto.

Vorrei ringraziare, inoltre, le persone che mi hanno accompagnato in questo percorso. Gli amici di sempre, che nonostante il tempo e la distanza sono ancora accanto a me. I colleghi del Politecnico e i coinquilini con i quali ho condiviso questi anni universitari e che hanno alleggerito lezioni e periodi di studio intenso.

Infine, ringrazio tutti coloro che in questa esperienza mi hanno aiutato a crescere dal punto di vista accademico e personale.

*Alessandro Presente
Torino, Marzo 2022*

