

Politecnico di Torino

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica A.a. 2020/2021 Sessione di Laurea 12/2021

Modeling of friction dissipation in power distribution system of internal combustion engines

Relatori:

Cristiana Delprete Chiara Gastaldi Candidato:

Mirko Appio

Indice

Int	troduzione	4
1.	Finalità dello studio 1.1 Riduzione delle emissioni 1.2 Sistemi propulsivi a confronto 1.3 Formazione di inquinanti 1.4 Il bilancio energetico	5 7 11 13
2.	Il comando di distribuzione 2.1 Le fasi del motore 2.2 Il comando ad ingranaggi	15 15 17
3.	Efficienza e potenza persa. 3.1 Stato dell'arte. 3.2 Modello di calcolo. 3.3 Velocità di slittamento. 3.4 Ripartizione del coefficiente d'attrito.	18 18 22 26 31
4.	Elasto-idrodinamica. 4.1 Background teorico: elasto-idrodinamica. 4.2 Zona di lubrificazione mista. 4.3 Spessore del film. 4.4 Modello reologico non-newtoniano.	33 33 35 38 39
5.	Algoritmo di calcolo 5.1 Diagramma di flusso	47 47
6.	Risultati6.1 Inizializzazione delle variabili6.2 Output da calcolo6.3 Scenario I6.4 Scenario II6.5 Scenario III	51 51 56 58 77 88
7. 8.	Conclusioni Bibliografia	93 95

Ringraziamenti

A chi mi ha sempre sostenuto. A chi mi ha sempre detto due parole di supporto. A chi ha puntato sempre su di me nella propria quotidianità. A chi non mi ha fatto sentire solo, anche solo con un <u>a</u>bbraccio. A chi scrive per sapere di me, del mio tempo. A chi con<u>d</u>ivide risate, opinioni, discussioni, co<u>l</u>ori.

Voi. Mi avete teso la mano per farmi rialzare.

Voi. Avete scelto di starmi vicino.

Voi mi rendete unico.

La tenacia del confronto continuo che costruisce ogni giorno il miglior Mirko possibile.

Introduzione

Nel mondo automotive. l'analisi dell'efficienza energetica volta all'abbattimento di consumi ed emissioni nocive è un aspetto fondamentale su cui la comunità scientifica concentra i propri sforzi da tempo [1, 2, 3, 4, 5...]. Di pari passo, le case automobilistiche affrontano questa sfida implementando migliorie specifiche nei sistemi e apparati che compongono il veicolo, come ad esempio riduzione del peso dei componenti, profili aerodinamici specifici, pneumatici più efficienti, e soprattutto soluzioni prestazionali a beneficio del rendimento nel sistema propulsivo. Architetture ibride con motori a carattere elettrico e sistemi after-treatment per la gestione dei fumi in arrivo dalle valvole di scarico, hanno in comune l'obiettivo di limitare l'emissione di sostanze inquinanti. Questa prospettiva per cui i criteri applicati nella progettazione siano affini all'aspetto ecologico cerca di assumere un carattere inclusivo, sia per soppesare le necessità e richieste per il benessere dell'uomo, sia per considerare le condizioni in cui il pianete si trova e/o potrebbe trovarsi in futuro.

Uno degli obiettivi centrali di questo elaborato di tesi è in linea con quanto citato pocanzi: uno studio di modellazione teorica delle perdite d'attrito nel contatto tra pignone motore e comando di distribuzione per applicazioni Heavy-Duty, esplorando equazioni nel campo della tribologia e reologia per comprenderne il comportamento, studiando le variabili che ne determinano ottimizzazioni con il fine di individuare e gestire curve specifiche.

1. Finalità dello studio

1.1 Riduzione delle emissioni

Numerosi studi evidenziano come il comportamento umano giochi un ruolo importante nell'alterazione dell'equilibrio ambientale, in cui i mutamenti climatici legati all'innalzamento della temperatura favoriscono una maggior frequenza di disastri ambientali e di condizioni di vita sfavorevoli.

L'argomento è al centro di molteplici discussioni scientifiche ed economiche, oltre che politiche[6]: la tecnologia attualmente utilizzata per produrre beni materiali, fornire servizi, e trasportare merci in giro per il mondo ha un impatto diretto sulla quantità di emissioni nocive per la salute del pianeta.

Nel dicembre 2019 L'Unione Europea propone agli stati membro un piano di politiche attente all'ambiente, denominato Green Deal[7], finalizzato non solo ad affrontare il cambiamento climatico, ma anche a rendere il sistema economico europeo il più sostenibile possibile.

Il mondo industriale ha sin da subito intrapreso un percorso di riconversione energetica volta ad abbattere il rilascio di agenti inquinanti nell'atmosfera, ottenendo ottimi risultati; secondo le analisi effettuate dall'Agenzia Europea per l'ambiente, l'apparato energetico legato all'agricoltura, alle residenze abitative, e alle filiere produttive ha subito modifiche strutturali volte ad un futuro all'insegna del rispetto ambientale. Di contro, il settore dei trasporti non ha sviluppi positivi in merito, ed è responsabile del 30% delle emissioni totali di anidride carbonica in Europa, di cui il 72% viene prodotto dal solo trasporto stradale.

La vera sfida è invertire questa traiettoria, in modo da allineare il trasporto gommato al resto dei rami industriali, riducendo entro il 2030 le emissioni del 60% rispetto ai parametri del 1990.



Fonte: Agenzia europea dell'ambiente

Figura 1: emissioni di anidride carbonica divise per settore

1.2 Sistemi di propulsione a confronto

Se in un primo momento la propulsione dei veicoli terrestri fu affidata ai pionieri del motore elettrico, in grado di superare i 100 km/h già nel 1899, successivamente il mondo industriale preferì optare per il motore a combustione interna.

Un primo confronto fra le unità propulsive può essere effettuato cercando unicamente il rapporto potenza/peso, con risultati paritari nell'ordine di 1 kW/kg.

Heat Engine/Heat Pump type		ver Output	Power-to-w	eight ratio	Example Use	
Wärtsilä RTA96-C 14-cylinder two-stroke Turbo Diesel engine ^[3]	80,080 kW	108,920 hp	0.03 kW/kg	0.02 hp/lb	Emma Mærsk container ship	
Suzuki 538 cc V2 4-stroke gas (petrol) outboard Otto engine ^[4]	19 kW	25 hp	0.27 kW/kg	0.16 hp/lb	Runabout boats	
DOE/NASA/0032-28 Mod 2 502 cc gas (petrol) Stirling engine ^[5]	62.3 kW	83.5 hp	0.30 kW/kg	0.18 hp/lb	Chevrolet Celebrity ^[+] 1985	
GM 6.6 L Duramax LMM (LYE option) V8 Turbo Diesel engine ^[1]	246 kW	330 hp	0.65 kW/kg	0.40 hp/lb	Chevrolet Kodiak ^[*] , GMC Topkick ^[*]	
Junkers Jumo 205A opposed-piston two-stroke Diesel engine ⁽⁸⁾	647 kW	867 hp	1.1 kW/kg	0.66 hp/lb	Ju 86C-1 airliner, B&V Ha 139 floatplane	
GE LM2500+ marine turboshaft Brayton gas turbine ^[7]	30,200 kW	40,500 hp	1.31 kW/kg	0.80 hp/lb	GTS Millennium cruiseship, QM2 ocean liner	
Mazda 13B-MSP Renesis 1.3 L Wankel engine ¹⁸⁾	184 kW	247 hp	1.5 kW/kg	0.92 hp/lb	Mazda RX-8 ^[-]	
	3,210 kW	4,300 hp	1.83 kW/kg	1.11 hp/lb	B-50 Superfortress, Convair B-36	
PW R-4360 71.5 L 28-cylinder supercharged Radial engine					C-97 Stratofreighter, C-119 Flying Boxcar	
					Hughes H-4 Hercules "Spruce Goose"	
Which D 2250 54 571 49 a c/c Turks serviced Dadial analysis	2 525 JAN	2 400 hr	2.00.144///		B-29 Superfortress, Douglas DC-7	
Vvright K-3350 54.57 L 18-C s/C Turbo-compound Radial engine	2,535 KVV	3,400 hp	2.09 KVV/Kg	1.27 np/lb	C-97 S/f prototype, Kaiser-Frazer C-119F	
Pattakon OPRE two stroke Diesel engine ^[9]	50 kW	70 hp	2.3 kW/kg	1.4 hp/lb		
O.S. Engines 49-PI Type II 4.97 cc UAV Wankel engine ^[10]	0.934 kW	1.252 hp	2.8 kW/kg	1.7 hp/lb	Model aircraft, Radio-controlled aircraft	
GE LM6000 marine turboshaft Brayton gas turbine[11][12][disputed - discuss]					Peaking power plant	
GE CF6-80C2 Brayton high-bypass turbofan jet engine ^[12]	44,700 kW	59,900 hp	5.67 kW/kg	3.38 hp/lb	Boeing 747 ^[+] , 767, Airbus A300	
BMW V10 3L P84/5 2005 gas (petrol) Otto engine ^[13]	690 kW	925 hp	7.5 kW/kg	4.6 hp/lb	Williams FW27 car ^[+] Formula One auto racing	
GE90-115B Brayton turbofan jet engine[14][15][disputed - discuse]	83,164 kW	111,526 hp	10.0 kW/kg	6.10 hp/lb	Boeing 777	

Figura 2: Rapporto peso/potenza nei motori a combustione[10]

	Weight		it Pe		eak Power Output P			r-to-w	eight ratio		Example Use	
anasonic MS	6.5 kg	kg 14.3 lb		2 kW		2.7 hp	0.31 kW/kg		0.19 hp/lb	Conveyor belts, Robotics		
Toshiba 660 M	1,342 t	2,959,000 lb		660	MW	885,000 hp	0.49 kW/kg		0.30 hp/lb	Bayswater, Eraring Coal Power sta		
Canopy Tech.	33,557 kg	73,981 lb		32 MW		42,913 hp	0.95 kW/kg		0.58 hp/lb	Electric Power stations		
Foyota Brushle	36.3 kg	80.0 lb		50 kW		67 hp	1.37 kW/kg		0.84 hp/lb	Toyota Prius ^[+] 2004		
Himax HC6332-250 Brushless DC motor ^[21]		0.45 kg	0.99 lb		1.7 kW		2.28 hp	3.78 kW/kg		2.30 hp/lb	Radio controlled cars	
Hi-Pa Drive HPD40 Brushless DC wheel hub motor ^[22]		25 kg	55.1	55.1 lb		kW	161 hp	4.8 kV	V/kg	2.92 hp/lb	Mini QED HE	EV, Ford F150 HEV
ElectriFly GPN	actriFly GPMG4805 Brushless DC ^[23]		3.26	3.26 lb		kW	11.26 hp	5.68 k	W/kg	3.45 hp/lb	Radio-contro	lled aircraft
	Fuel cell type			Dry we	ight	Pov	ver to weight	ratio	1	Example	Use	
	Redflow Power+BOS ZB600 10kWh ZBB ⁽⁶⁴⁾			900 kg 5.6		5.6 W/kg (9.3 W/kg peak)		Rural Grid support				
			SOFC ⁽⁶⁵⁾ 200 kg		10 W/kg		kg					
	Ceramic Fuel Cells BlueGen MG 2.0 CHP 5					15 W/kg CHP						
	MTU Friedrichshafen 240 kW MCFC HotModule 2006			201		12 W	kg					
	Smart Fuel Cell Jenny 600S 25W DMFC ^[00]			1.7 kg		14.7 W/kg		Portable military electronics		ectronics		
	UTC Power PureCell 400 kW PAFC ⁽⁶⁷⁾			27,216 kg 14.7 W/kg								
	GEFC 50V50A-VRB Vanadium redox battery ^[60]			80 kg	kg 31.3 W/kg (125 W/kg pe		g peak)					
	Ballard Power Systems Xcellsis HY-205 20	5 KW PEMF	Cigal	2,170 kg 94.5		94.5 1	5 W/kg		Merce	des-Benz Cit	aro O530BZ ^[+]	

Honda 2003 43 kW FC Stack PEMFC(⁷²) Lynntech, Inc. PEMFC lab prototype^[72] 347 g 1,500 W/kg Figura 3: Rapporto peso/potenza nei motori elettrici[10]

Ballard Power Systems FCgen-1030 1.2 kW CHP PENFC⁽⁷¹⁾ 12 kg 100 W/kg

Ballard Power Systems FCgen-1030 1.2 kW CHP PEMP 0 Ballard Power Systems FCvelocity-HD6 150 kW PEMFC^[71] 400 kg Ballard Power Systems FCvelocity-HD6 150 kW PEMFC^[71] 43 kg

122 kg 98 W/kg

375 W/kg

1000 W/kg

Snace Shuttle orbiter[1]

Bus and heavy duty

Honda FCX Clarity

Residential cogeneration

LITC Power/NASA 12 kW AFC[70]

Tra le ragioni di questo cambio di rotta c'è una caratteristica che ha un doppio legame con la riduzione peso ed ingombri: la modalità e possibilità di stoccaggio dell'energia.

Il combustibile fossile ha un eccellente rapporto tra l'energia che può fornire e la massa/volume che occupa: infatti, trattandosi di un fluido che necessita solo di un contenitore per essere immagazzinato, questa proprietà diventa determinante nell'applicazione per veicoli destinati al trasporto. Di contro, l'accumulo di elettricità è un processo molto più complesso: richiede una batteria, con ingombri e pesi non indifferenti, che riceve l'elettricità destinata a divenire energia chimica immagazzinata.



Figura 4: Densità volumetrica e gravimetrica di combustibili liquidi, gassosi e batterie[10]



Figura 5: Massa e volume di gasolio, idrogeno e batterie per garantire 500 km di autonomia[10]

Se si scegliesse solo il rapporto potenza/peso come criterio di confronto fra i sistemi di propulsione, non sarebbe possibile stabilire con un certo livello di confidenza vantaggi e svantaggi, in quanto tutte le soluzioni di trazione sono sullo stesso ordine di grandezza.

D'altro canto, l'elevata densità energetica dei combustibili liquidi risulta determinante qualora si considerasse anche e soprattutto il sistema di stoccaggio a bordo: è attualmente obiettivo che il serbatoio di combustibile offre un notevole vantaggio rispetto alla fonte elettro-chimica delle batterie. Inoltre, i costi di manutenzione, esercizio e fabbricazione connessi al mondo dei MCI sono relativamente ridotti e semplificati, rendendoli al netto pratico un'ottima scelta progettuale che ricade tra le soluzioni compatte ed economiche.

Ecco perché la sostituzione del motore alternativo a combustione interna con altre tecnologie elettrificate risulta essere molto più difficile del previsto. Oggi come nei prossimi anni non bisognerà sottovalutare i motivi per cui i MCI continueranno ad avere un ruolo chiave nello studio della riduzione delle emissioni inquinanti. Sono sistemi estremamente complessi, e solo un'analisi dettagliata di ogni singolo aspetto può contribuire alla causa comune.

1.3 Formazione inquinanti

Il MCI convenzionale è concepito per ottenere una certa spinta utile dall'ossidazione dell'idrocarburo, dotato di una certa quantità di energia potenziale convertibile. La reazione chimica di combustione con aria comburente dà luogo a diversi sviluppi: anidride carbonica, vapore d'acqua e azoto sono gli ultimi prodotti di una catena di ossidazioni intermedie, caratterizzate da imperfezioni di varia natura, con produzione di ossidi di azoto, monossido di carbonio, idrocarburi incombusti e particolato. Queste ultime sono considerate sostanze inquinanti e rappresentano solo l'1% del risultato finale della combustione.

La dipendenza dei MCI dai combustibili fossili non conferisce vantaggi ambientali, al contrario genera problemi legati all'equilibrio chimico dell'atmosfera; gli idrocarburi attualmente utilizzati, sia in forma liquida come petrolio e derivati, che in forma gassosa presentano una certa percentuale di carbonio nella loro composizione molecolare, legata al prodotto della CO_2 .

L'anidride carbonica non impatta la saluta umana in maniera diretta, e viene identificata come inquinante globale: emessa in atmosfera ha un tempo di permanenza dell'ordine dei 50 anni, contribuendo all'aumento progressivo della temperatura media del pianeta per effetto serra. Gli interventi adottabili per contenere le emissioni sono di natura diversa: mentre le sostanze inquinanti derivano dalle imperfezioni della combustione, e quindi eliminabili con un migliore processo di ossidazione o tramite sistemi di posttreatment, l'anidride carbonica è il risultato di una combustione ideale. Ne deriva che l'unica soluzione consiste nel bruciare meno carbonio a pari effetto utile, puntando sulle curve di ottimizzazione del rendimento.



Figura 6: esempio di comportamento di produzione delle emissioni.

1.4 Il bilancio energetico

Secondo le stime prestazionali fornite dalle case automobilistiche, in linea con le direttive di misurazione stilate dal New European Driving Cycle [8], protocollo in vigore fino al 2017 e sostituito dal Worldwide Harmonized Light Vehicles [9] un motore a combustione converte in lavoro utile solo una quota limitata dell'energia potenziale a disposizione. La tecnologia ha sempre concentrato le proprie forze su questo aspetto, sviluppando concept con diverse metodologie di approccio ingegneristico.

La ricerca di margini di miglioramento viene effettuata sul rendimento utile, analizzando quindi il rapporto fra lavoro disponibile ed energia idealmente utilizzabile. Esso comprende tutte le cause di perdita possibili, da quelle associate allo sviluppo della combustione, a quelle per attrito meccanico.

Per effettuare un intervento specifico, è quindi necessaria una scomposizione di questo rapporto, essendo un prodotto fra diversi fattori:

- Rendimento limite, ovvero il rapporto fra l'energia termica ottenuta dalla combustione e l'energia potenzialmente ottenibile se le perdite fossero nulle.
- Rendimento termo-fluidodinamico interno, ossia un confronto fra il lavoro compiuto dal gas e quello potenzialmente ottenibile al limite se si annullasse ogni causa di perdita.
- Rendimento organico, che confronta il lavoro effettivamente disponibile per l'utenza con il lavoro che il fluido compie sugli organi mobili della macchina.

Il motore a combustione convenzionale può essere migliorato lavorando sul minimizzare le frizioni interne delle parti meccaniche a contatto: studiando in modo dettagliato la loro tribologia, è possibile ottenere migliorie prestazionali localizzate che sommate possono essere significative in termini di miglior rendimento globale. Le politiche ambientali hanno reso obbligatoria la riduzione del livello delle emissioni, nonché l'adeguamento del risparmio di carburante. Sebbene queste due ragioni siano sufficienti per la ricerca in questo campo, è logico pensare che più un sistema è efficiente, meno calore dissiperà e più bassa sarà la sua temperatura di esercizio. Tutto ciò si trasformerà in una minore probabilità di causare affaticamento superficiale e usura dei componenti o guasto prematuro. Pertanto, aumentare l'efficienza di ogni singolo sistema non solo si traduce in una riduzione dei costi di esercizio e manutenzione nel breve termine, ma anche nel medio e lungo termine attraverso la riduzione dei guasti associati.



Figura 7: esempio di distribuzione delle perdite di energia.

2. Il comando di distribuzione

2.1 Le fasi del motore

I MCI alternativi 4T utilizzano quattro tempi per completare il processo di combustione: aspirazione, compressione, espansione e scarico.

Attraverso queste fasi, gli organi incaricati nella formazione e distribuzione del mix comburente-combustibile gestiscono interamente la mole di fluido che percorre le varie camere; le valvole geometricamente ideate per regolare l'accesso e lo scarico dei flussi sono azionate tramite sistemi di punteria, a loro volta regolati meccanicamente tramite la rotazione di elementi di forma eccentrica, le camme, calettati sull'albero dedicato.

La gestione della connessione e della fasatura tra i due alberi viene affidata al comando di distribuzione che deve garantire ottima sincronizzazione dei periodi di rotazione degli alberi.



figura 8: esempio di una sezione di motore 4 cilindri in linea 8 valvole.

L'azionamento del comando di distribuzione può avvenire per mezzo di tre sistemi diversi:

- comando a ingranaggi, nel quale il moto dell'albero motore è trasferito all'albero a camme per mezzo di una serie di ruote dentate; consente la trasmissione di grandi valori di coppia e favorisce elevate velocità di rotazione.
Ha però il difetto di introdurre giochi e quindi sfasature angolari tra albero a gomiti e albero a camme.

- comando a cinghia dentata, nel quale la coppia di azionamento è prelevata dall'albero motore e trasmessa all'albero a camme per mezzo di una cinghia; attualmente il più utilizzato, consente riduzioni di peso, grande silenziosità; ma la sua elasticità consente variazioni angolari tra gli alberi ed è caratterizzato da una non elevata affidabilità.

- comando a catena, in grado di trasmettere grandi coppie e ridurre gli ingombri utilizzando una catena in sostituzione della cinghia. La grande forza centrifuga cui sono sottoposte le sue maglie genera difficoltà in ottica di affidabilità, e può essere oggi affrontata attraverso l'adozione di un sistema di recupero del gioco e pretensionamento della catena stessa.

In fase di progetto si prendono in considerazione diverse variabili, che possono avere una importanza diversa a seconda del tipo di motore e dell'impiego al quale il veicolo sarà destinato. Per i modelli di serie automobilistici sono fondamentali una grande silenziosità di funzionamento, una elevata durata e un costo contenuto. Per le realizzazioni da corsa queste tre voci non hanno praticamente importanza, mentre sono essenziali una robustezza a tutta prova laddove le sollecitazioni sono maggiori, per via dei profili delle camme più spinti e aggressivi e delle molle con carico più elevato e una grande precisione nella trasmissione del moto.

2.2 Il comando ad ingranaggi

Scegliere una soluzione ad ingranaggi per comandare l'albero a camme per la regolazione della distribuzione può risultare più costosa, rumorosa e ricercata, ma la sua applicazione è di notevole interesse laddove si ricerca estrema precisione, durata e robustezza. L'accoppiamento tra comando e albero a camme è garantito per mezzo di spinotti dedicati, rendendo quindi solidali i due pezzi per le funzionalità richieste. Non avendo bisogno del tendi catena-cinghia, il comando ad ingranaggi ha minor gioco d'accoppiamento, definendo quindi una maggior precisione nel trasmettere e conservare la fasatura idealmente concepita anche a regimi elevati; può essere composto da singoli o molteplici ingranaggi, a seconda dell'architettura scelta per quel particolare basamento motore. L'oggetto di questa tesi è specifica per una struttura a singolo ingranaggio calettato sull'albero a camme che regola il sistema punterie.



figura 9: esempi di comando ad ingranaggi

3. Efficienza e potenza persa

3.1 Stato dell'arte

L'analisi dell'efficienza nel trasporto di potenza tramite ingranaggi è un aspetto interessante su cui la comunità di ricerca ha concentrato da tempo i propri sforzi [5,51,52,53,34,55]. Vi è la necessità di utilizzare componenti sempre più efficienti, non solo per la riduzione intrinseca dei consumi energetici e quindi dei costi di esercizio, ma anche per soddisfare i requisiti ambientali sempre più restrittivi[6].

I primi studi sull'efficienza nelle trasmissioni ad ingranaggi furono eseguiti da Weisbach/Gordon [31] e Reuleaux[32] nel XIX secolo. Intorno al 1950, Earl Buckingham[33] misurò la perdita di potenza negli ingranaggi e sviluppò formule per valutare le perdite per attrito. Diversi autori [5, 30, 34, 35] hanno presentato risultati sperimentali circa le perdite di potenza degli ingranaggi. Petry Johnson et al.[34] ha presentato un'indagine sperimentale sull'efficienza degli ingranaggi aventi diverse geometrie e diverse finiture superficiali, mostrando che valori di modulo inferiori promuovono una riduzione di potenza persa, e che una rifinitura superficiale permette un'efficienza migliore. Un'indagine analitica e sperimentale sugli effetti della geometria sulle perdite per scorrimento degli ingranaggi cilindrici è stata presentata da Yenti et al.[35] anch'essa a conferma dei benefici da riduzione del modulo; inoltre, è stata dimostrata una correlazione tra l'aumento dell'angolo di pressione e la riduzione di perdita di potenza. Yenti ha utilizzato il modello Palmgren [66] per stimare le perdite dei cuscinetti volventi, concludendo che il coefficiente di attrito DIN 3990[36] è affidabile per prevedere l'effettiva perdita di potenza dell'ingranaggio. Martin et al.[37] ha mostrato come il coefficiente di attrito diminuisce con l'aumentare della velocità di rotazione e aumenta con l'aumentare del carico. Naruse et al. [38] dimostra come il coefficiente di attrito sia insensibile

a variazioni della rugosità superficiale in un determinato range di valori, più precisamente tra 0,5 e 3 µm; mentre Xiao et al.[39] suggerisce che il coefficiente di attrito è proporzionale alla rugosità superficiale. Tuttavia, i lavori effettuati da Naruse e Xiao non possono essere dichiarati conclusi per via del basso numero di test sperimentali effettuati.

L'analisi e la previsione del comportamento dell'attrito e delle perdite di potenza relative nelle trasmissioni ad ingranaggi, sono oggetto di diversi campi di studio; dall'indagine sulla modalità di guasto alla valutazione termica e dinamica. Sebbene si possono trovare diversi modelli nella letteratura scientifica per prevedere con precisione l'attrito e le perdite di potenza, non è ancora disponibile un metodo generale che faccia fronte all'ampia gamma di condizioni operative e geometrie presenti nelle varie applicazioni odierne[72].

La revisione della letteratura distingue tre approcci principali di crescente complessità per prevedere il coefficiente di attrito e le perdite di potenza negli ingranaggi:

1) metodi sperimentali principalmente basati sul contributo del fattore di perdita di potenza (H_{VL})

2) equazioni empiriche ottenute da misurazioni tramite particolari tribometri, come ad esempio il sistema a doppio disco

3) basato sull'analisi di modelli matematici specifici per l'argomento fisico.

Il primo gruppo[62,74] si basa sull'approccio di Ohlendorf[75] che ha proposto l'eq.(3) per ingranaggi cilindrici a denti dritti. Le perdita di potenza misurate sperimentalmente dai test, vengono utilizzate per calcolare il coefficiente di attrito medio, rugosità superficiale e condizioni operative per diversi ingranaggi. Quindi, il modello del coefficiente d'attrito è sviluppato da un'analisi di regressione. Tuttavia, la precisione della maggior parte di questi modelli è ancora limitata a semplici geometrie di ingranaggi e condizioni operative specifiche. Inoltre, l'approccio utilizzato da Ohlendorf per calcolare le perdite d'attrito non considerano la variazione del regime di lubrificazione nella retta dei contatti; il che può portare a errori significativi quando gli ingranaggi lavorano a velocità e coppie elevate.

Il secondo gruppo di modelli[76,77] è basato sull'analisi di regressione delle misurazioni del tribometro. Tali test permettono di controllare facilmente il raggio di curvatura, la larghezza di contatto, tipo di lubrificante, temperatura del getto d'olio e rapporto di slittamento. Pertanto, il comportamento del coefficiente d'attrito è caratterizzato direttamente da valori reali di pressione di contatto, velocità e temperatura. Quando questi modelli sono utilizzati nella previsione delle perdite di potenza, la retta dei contatti deve essere discretizzata per calcolare la cinematica istantanea e i parametri di carico input per i modelli empirici di attrito. Il metodo tiene conto della variazione del coefficiente d'attrito lungo la retta dei contatti ma, sfortunatamente, tutti i modelli empirici sono sviluppati per lubrificanti specifici e quindi non possono essere utilizzati direttamente con parametri diversi per prevedere comportamenti diversi senza perdite di precisione.

Infine, il terzo gruppo di modelli[78,79] propone di prevedere numericamente o analiticamente l'attrito in condizioni di elasto-idrodinamica totale o parziale in relazione alla discretizzazione della regione di contatto hertziana per ogni posizione nella retta dei contatti. Per un dato carico ed un certo numero di giri, la pressione del film del lubrificante e le distribuzioni dello spessore sono calcolate risolvendo l'equazione di Reynold transitoria insieme alle equazioni di equilibrio dell'energia, di quella elastica e dinamica attraverso il contatto, cercando di sottolineare la dipendenza della viscosità del lubrificante dalla temperatura e dalla pressione. Successivamente, il coefficiente di attrito è tipicamente calcolato utilizzando l'equazione di Eyring[100,101] o modelli di sforzo di taglio limite, per ottenere perdite di potenza istantanee. Sebbene i risultati di questi modelli sono accurati su un ampio gamma di condizioni operative, lubrificanti e regimi di lubrificazione, il tempo di calcolo richiesto per calcolare l'intera lunghezza della retta dei contatti è elevato, anche quando vengono utilizzati algoritmi efficienti come il metodo multigrid[78]. Per risolvere questo problema Xu et al.[80] e più tardi Li e Kahraman[81], hanno sviluppato modelli di calcolo per il coefficiente di attrito EHL parziale/totale dalla regressione lineare di migliaia di simulazioni numeriche che coprono il tipico intervallo di parametri di contatto dell'ingranaggio, cioè pressione, temperatura, rapporto di scorrimento, ruvidità, etc. Tuttavia, ancora una volta, entrambi gli studi sono stati sviluppati per lubrificanti specifici e non possono essere estesi ad altri oli.

Nei paragrafi successivi si dimostrerà che le previsioni di perdita di potenza nel contatto tra ingranaggi possono essere applicate accuratamente per qualsiasi lubrificante senza precedente caratterizzazione in un tribometro. Il coefficiente di attrito istantaneo viene calcolato analiticamente seguendo una semplice condivisione del carico tra asperità del dente, e meato di fluido, in cui la trazione viene calcolata dal modello di sforzo di taglio di Eyring valutato alla temperatura media, pressione e condizioni di scorrimento nell'area di contatto. Si dimostra inoltre che la caratteristica i valori dello sforzo di taglio possono essere correlati da un singolo coefficiente dipendente dall'olio e che sarà necessario conoscere solo il comportamento di viscosità, pressione e temperatura del lubrificante per il calcolo della trazione. Infine, i coefficienti di attrito previsti analiticamente e le perdite di potenza sono confrontate con simulazioni numeriche e risultati sperimentali da Ziegltrum et al.[79], mostrando una buona correlazione.

3.2 Modello di calcolo

La stesura di questo capitolo si basa su come l'aspetto cinematico e quello dinamico siano collegati tra loro per l'identificazione quantitativa e qualitativa delle perdite di potenza del sistema pignone-ruota condotta.

Il primo passo da effettuare è avvalersi di una delle più importanti leggi di conservazione presente in natura: la conservazione dell'energia, la quale afferma che la sua quantità totale può essere convertita o trasformata da una forma all'altra, ma che in un sistema isolato non varia nel tempo. Nel sistema studiato oggetto di tesi, una determinata potenza in ingresso viene trasmessa dal pignone alla ruota condotta calettata sull'albero a camme come mostrato nella figura sottostante.



figura 10: potenze in gioco nel contatto pignone-condotta

Il contatto tra i denti ingrananti dissipa energia mediante l'attrito e l'ingranaggio condotto trasmette solo una potenza in uscita (P_{out}) inferiore alla potenza d'ingresso (P_{in}). L'efficienza di tale coppia di ingranaggi è quindi data dalla seguente equazione:

$$\eta_{mecc} = \frac{P_{in} - P_{out}}{P_{in}} \tag{1}$$

La differenza tra la potenza in ingresso e la potenza in uscita è chiamata potenza totale dissipata (P_{loss}), che è la somma di diverse fonti di perdita di potenza.

Secondo Höhn et al.[30] la perdita di potenza è divisa in diverse quote: perdita dipendente dal carico(P_C), perdita indipendente dal carico(P_0), perdite associate ai cuscinetti volventi(P_{VL}), perdite di tenuta(P_T), tutto riassunto per un dato carico "iesimo", nella seguente equazione:

$$P_{loss_{i}} = P_{in_{i}} - P_{out_{i}} = P_{0} + P_{C_{i}} + P_{VL_{i}} + P_{T}$$
⁽²⁾

Se in letteratura, le perdite di tenuta(P_T) sono generalmente stimate utilizzando l'equazione di Simrit[60], le perdite a vuoto(P_0) sono difficili da prevedere e i modelli presentati sono validi solo per una gamma specifica di condizioni; per il momento, misurare sperimentalmente le perdite a vuoto degli ingranaggi resta la soluzione migliore per avere un affidabile previsione della perdita di potenza associata [61,62,63].

Le perdite dei cuscinetti volventi (P_{VL}) possono essere calcolate con diversi modelli proposti in letteratura: Martin et al.[37], Höhn et al.[30] e Durand de Gevigney et al.[65] usano il modello Palmgren[66]. Recentemente, Fernandes et al.[61] ha mostrato una buona correlazione tra gli esperimenti sui cuscinetti volventi lubrificati a olio e il modello SKF[67]. Cousseau et al.[68] e Gonçalves et al.[69] hanno riscontrato una buona correlazione tra il modello SKF ei cuscinetti volventi lubrificati con grasso.

L'elaborato di questa tesi concentra l'attenzione sulla determinazione della quota di potenza associata al carico (P_C), instaurando un modello matematico specifico per questo tipo di fenomeno fisico.



figura 11: ingranamento tra ruote a denti dritti

In ogni punto lungo la retta dei contatti la perdita dipendente dal carico è data dalla seguente equazione:

$$P_C(x) = \mu_z(x) \cdot F_N(x) \cdot V_s(x)$$
(3)

Dove l'ingranamento inizia nel punto A e termina nel punto E; I punti B e D delimitano l'inizio e la fine della zona dove l'ingranamento avviene per una singola coppia di denti in presa, mentre il punto C identifica il centro d'istantanea rotazione, punto geometrico teoricamente ideale per un ingranamento senza perdite.

Si rende necessario quindi conoscere il valore della forza scambiata, la velocità di slittamento lungo il contatto, nonché il coefficiente di attrito in ciascun punto ingranante, variabili trattate nei paragrafi dedicati.

La potenza in ingresso è data dal prodotto del carico trasmesso sul cerchio di base(F_{bt}) per la velocità tangenziale sul cerchio di base(v_{bt}):

$$P_{in} = F_{bt} \cdot v_{bt} \tag{4}$$

Moltiplicando e dividendo per la potenza in ingresso, la potenza persa dipendente dal carico assume la seguente forma:

$$P_C = F_{bt} \cdot v_{bt} \cdot \mu_z(x) \cdot \frac{F_N(x)}{F_{bt}} \cdot \frac{V_s(x)}{v_{bt}}$$
(5)

$$H_{VL} = \frac{1}{p_b} \int_A^E \frac{F_N(x)}{F_{bt}} \cdot \frac{V_s(x)}{v_{bt}} dx$$
(6)

L'equazione (5) può essere considerata valida sia per gli ingranaggi a denti dritti, sia per gli elicoidali, dove però il carico e la velocità variano su assi e piani differenti; in quest'ultimo caso si può procedere con un'opportuna modifica per rendere l'equazione coerente con i sistemi di riferimento.

Una quota parte del coefficiente di attrito (μ_z) , la potenza fornita (P_{in}) e il fattore di perdita (H_{VL}) considerano solo la geometria del dente dell'ingranaggio[70]. Qualora si volesse calcolare il fattore di perdita dell'ingranaggio locale tenendo conto della deformazione elastica del dente, è possibile utilizzare il metodo proposto da Marques et al.[52].

3.3 Velocità di slittamento

La velocità di slittamento $V_s(x)$ dipende fortemente dalle caratteristiche della coppia ingranante scelta per l'analisi. Per questo motivo è utile introdurre l'insieme dei complessi vincoli connessi tutti geometricamente.

Coerentemente con quanto proposto dal manuale AGMA925-A03[155], si identifica il sistema studiato qualificando i parametri relativi alla retta dei contatti, e alle curvature, ed infine alle velocità derivate:



figura 12: Schema geometrico di impostazione dell'ingranamento.

Tutte le distanze in gioco hanno riferimenti ben precisi; in particolar modo, i segmenti utilizzati per calcolare le posizioni sulle rette dei contatti sono tutti normalizzati rispetto alla perpendicolare che unisce i raggi di base delle due circonferenze. La variabile x percorre questi segmenti attraversando i punti checkpoint che delimitano le zone a proprietà differenti.

La figura 12 mostra come le distanze C_j siano state calcolate in riferimento all'avvolgimento e svolgimento di un flessibile tra i due raggi fondamentali delle ruote, individuabile dalle seguenti equazioni:

$$C_F = a_w \cdot \sin\left(\alpha_{wt}\right) \tag{7}$$

$$\alpha_{wt} = \cos^{-1}\left(\frac{r_{b1}}{r_{w1}}\right) \tag{8}$$

$$r_{w1} = \frac{a_w}{\frac{Z_2}{Z_1} + 1} \tag{9}$$

Con α_{wt} identificato come interasse tra le due ruote dentate, mentre z_1 , z_2 come numero di denti per pignone e condotta.

Rispetto ai punti checkpoint evidenziati in figura, è possibile distinguere le seguenti fasi:

• C_A : distanza che individua nel punto A l'inizio del contatto tra i denti ingrananti, detto *Start of Active Profile*, dove la base del dente pignone instaura il contatto con la testa del dente condotto. Da questo momento fino al punto successivo l'ingranamento è garantito su più di una coppia di denti in presa. Il calcolo è stato effettuato con la seguente equazione:

$$C_A = C_F - \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} \tag{10}$$

C_B: segmento che attribuisce al punto B l'inizio della condizione di ingranamento a singola coppia di denti tra pignone e condotta. Di conseguenza, da questo momento denominato *Lowest Point of Single Tooth Pair Contact* le condizioni di distribuzione della forza scambiata sono cambiate rispetto al punto precedente, influendo sul comportamento dinamico del sistema.

$$C_B = C_E - p_{bt} \tag{11}$$

C_C: distanza che associa al punto C la proprietà di centro d'istantanea rotazione, geometricamente ideale per il rotolamento relativo tra i corpi senza strisciamento.

$$C_C = \frac{C_F}{\frac{Z_2}{Z_1} + 1} \tag{12}$$

C_D: segmento che identifica il punto D come *Highest Point of Single Tooth Pair Contact*, dove termina la condizione di singola coppia di denti in presa a favore dell'ingranamento a multipla coppia.

$$C_D = C_A + p_{bt} \tag{13}$$

• C_E : distanza che determina nel punto E la fine del contatto, anche denominato *End of Active Profile*.

$$C_E = \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} \tag{14}$$

in funzione dell'intero percorso che la variabile intraprende sulla retta dei contatti, si stabiliscono le curvature dei profili dei denti, e il loro rapporto relativo.



figura 13: Schema geometrico per le curvature dei profili dei denti.

La figura 13 mostra la direzione dei raggi di curvatura dei profili dei denti, dove le definizioni specifiche sono date dalle seguenti equazioni:

$$\rho_{1(i)} = r_{b1} \cdot \xi_{(i)} \tag{15}$$

$$\rho_{2(i)} = C_F - \rho_{1(i)} \tag{16}$$

$$\xi_{(i)} = \frac{c_j}{r_{b1}} \tag{17}$$

Dove j = A, B, C, D, E lungo la retta dei contatti. La curvatura relativa è data dal rapporto:

$$\rho_{r(i)} = \frac{\rho_{1(i)} \cdot \rho_{2(i)}}{\rho_{1(i)} + \rho_{2(i)}} \tag{18}$$

Le curvature sono indispensabili per derivare tutte le velocità relative, in particolare:

$$V_{r1(i)} = \omega_1 \cdot \rho_{1(i)}$$
(19)

$$V_{r2(i)} = \omega_2 \cdot \rho_{2(i)}$$
(20)

$$V_{e_{(i)}} = V_e(x) = \left| V_{r_{1(i)}} + V_{r_{2(i)}} \right|$$
(21)

$$V_{s(i)} = V_s(x) = \left| V_{r1(i)} - V_{r2(i)} \right|$$
(22)

Dove con V_r si identifica la velocità di rotolamento, con V_e la velocità di trascinamento, mentre con V_s la velocità di slittamento.

3.4 Ripartizione del coefficiente d'attrito

Al fine di ampliare il campo di applicabilità del modello di previsione del coefficiente di attrito verso la disciplina fluidodinamica di regime parziale di elasto-idrodinamica descritto nei paragrafi successivi, si sceglie un parametro per la suddivisione del coefficiente d'attrito in quota associata al contatto solido, e quota associata alla componente fluida.

	Doleschel	Diab	Matsumoto
ξ	$\left(1-\frac{\lambda}{2}\right)^2$	$rac{1}{4} \cdot \left(I - erf\left(rac{\lambda}{\sqrt{2}} ight) ight)$	$\frac{1}{2} \cdot \log_{10}(\frac{1}{\lambda})$
λ	$\frac{\phi_{T} \cdot h_c}{\frac{Ra_1 + Ra_2}{2}}$	$\frac{\phi_{\rm T}\cdot h_c}{\sqrt{{\sf R}q_1^2+{\sf R}q_2^2}}$	$\frac{h_m}{Rz_1 + Rz_2}$

figura 14: equazioni più utilizzate per la funzione di suddivisione di carico

La figura 14 mostra una tabella che riassume alcune delle equazioni più rilevanti nella letteratura degli studi sulle ruote dentate. Come si può vedere, diverse funzioni sono state proposte per identificare la funzione di suddivisione di carico, con diverse definizioni di spessore specifico del film e diversi domini di applicazione.

Gli elaborati di Doleschel[76] sostengono che l'interazione tra le asperità inizi con valori di spessore del film specifici inferiori a 2. Diab et al.[87] hanno implementato una funzione di errore complementare per prevedere il parametro di condivisione del carico, ipotizzando che il regime di EID parziale iniziasse per valori \approx 3. In entrambi i casi, lo spessore specifico del film è stato calcolato utilizzando il rapporto tra spessore centrale del film, corretto per tenere conto degli effetti termici, e la media quadratica delle rugosità superficiali.

Tuttavia, in un recente lavoro di Matsumoto e Morikawa[83] si è notato che quella quota di carico è regolata dal rapporto tra lo spessore minimo del film fluidificante e la somma dell'altezza massima di asperità, il che implica un inizio anticipato del regime di EID parziale.

Queste funzioni di condivisione del carico sono state testate indirettamente tramite macchine specifiche, attraverso la misura del coefficiente di attrito medio; nessuno di essi è stato confrontato direttamente con i risultati sperimentali specifici. L'accuratezza di ciascuna funzione rimane ancora sconosciuta.

Recentemente, studi approfonditi di Clarke et al.[96] hanno confermato che il regime di EID parziale inizi con valori di $\lambda < 2$. Tale comportamento verrebbe confermato dalla funzione di errore complementare di Diab et al.[87] utilizzata in questo elaborato di tesi, opportunamente modificata per essere allineata ai valori misurati sperimentalmente:

$$\xi = 1 - erf(\lambda) \tag{23}$$

In questo modo è possibile ripartire nel dettaglio le quote del coefficiente d'attrito associato al contatto solido, dalle quote associate al fluido, dettagliate nei paragrafi successivi.

4. Elasto-idrodinamica

4.1 Background teorico: la elasto-idrodinamica

L'ingranamento proposto può essere identificato come un classico problema di tribologia, scienza che contestualizza fenomeni di attrito, usura e lubrificazione nel contatto tra superfici rigide. Le diverse teorie sviluppate nel corso degli anni mostrano nel dettaglio in quali campi risiede un determinato contatto; nel caso specifico il regime di lubrificazione identificato per la formulazione del modello è l'elasto-idrodinamico misto.

Per evitare che l'interazione diretta tra due superfici possa generare difficoltà tecniche di vario genere legate a fenomeni quali ad esempio il pitting e simili, l'impiego di un film di lubrificante come intermezzo permette di ottenere diversi vantaggi. La quantificazione di questa pellicola, rapportata rispetto alla rugosità equivalente intesa come scarto dei quadrati, permette di ottenere uno spessore specifico[82] utile per stabilire il regime di lubrificazione di lavoro.

Indicando con lim_{inf} e lim_{sup} i valori soglia che definiscono le regioni di lubrificazioni, si può stabilire che:

- Lubrificazione limite ($\lambda < lim_{inf}$): minima presenza di film lubrificante con più alta probabilità di contatto diretto tra le superfici con diretta conseguenza di microsaldatura e fenomeni abrasivi
- Lubrificazione mista $(lim_{inf} < \lambda < lim_{sup})$: coesistenza tra punti a contatto diretto e spessore di film lubrificante
- Lubrificazione elasto-idrodinamica ($\lambda > lim_{sup}$): lo spessore della pellicola è tale per cui viene garantita l'assenza di contatto diretto tra le superfici

• I valori utilizzati per identificare i *lim_{inf}* e *lim_{sup}* sono diversi a seconda dell'autore e dell'applicazione specifica. Sarebbe comunque possibile considerare questi valori come numeri interi, compresi tra 0,3 a 3,5.

Di conseguenza sarà possibile associare questi campi di lubrificazione al comportamento del coefficiente di attrito relativo al fluido utilizzato, gestendo quindi tre zone:

- Zona limite: il coefficiente d'attrito è sbilanciato sulla quota relativa all'attrito tra le superfici a contatto
- Zona mista: coesistenza tra quote associate al contatto diretto, e quote relative al fluido
- Zona elasto-idrodinamica: applicazione della sola quota di attrito fluido



figura 15: esempio di comportamento dell'attrito rispetto alle zone di lubrificazione

Al diminuire della viscosità dinamica, la zona di lavoro tende a spostarsi verso il lim_{inf} , affermando quindi che il regime di lubrificazione dipende da parametri applicativi. Giocano un ruolo altrettanto importante le proprietà chimico-fisiche del lubrificante: la forma dello strato superficiale, l'aderenza alle superfici, la coesione fluida, le temperature di decomposizione, la miscela con additivi, rappresentano criteri di valutazione e scelta del lubrificante più adatto.

4.2 Zona di lubrificazione mista

Il contatto scelto in questo elaborato di tesi può essere collocato nella zona di lubrificazione mista, dove quindi i profili delle asperità dei denti e il meato fluido si ripartiscono attraverso delle funzioni specifiche il carico di lavoro. Lo sforzo di taglio è assorbito in quota parte direttamente dalle superfici, e in quota parte dal lubrificante.

Tallian[82] ha suggerito che il grado di interazione tra le asperità e il meato è governato dal rapporto specifico di spessore del film:

$$\lambda = h_c / \sigma \tag{24}$$

Dove con h_c viene espresso lo spessore calcolato nella mezzeria del film di lubrificante, mentre con σ si definisce lo scarto quadratico medio della rugosità delle superfici. Secondo Tallian, esiste un regime di elastoidrodinamica parziale quando $0.5 < \lambda < 3$.



figura 16a: dettaglio del profilo delle asperità nel contatto tra denti



Hertzian contact width, $2 \cdot b_H \ [\mu m]$

figura 16b: dettaglio del profilo delle asperità nel contatto tra denti

In questo regime, i carichi normali e tangenziali applicati ai corpi a contatto sono condivisi tra il film d'olio e le asperità superficiali; trasportando il tutto sul coefficiente di attrito, si ottiene la base per la maggior parte delle equazioni a carattere empirico disponibili nella letteratura sugli ingranaggi[83]:

$$\mu_{z}(x) = \xi \cdot \mu_{s}(x) + (1 - \xi) \cdot \mu_{f}(x)$$
(25)

In letteratura, si assume che il coefficiente di attrito superficiale solido è costante e indipendente dalle condizioni operative[81]. Questa ipotesi è fortemente supportata da diversi studi: Robbe-Valloire[84] propone il valore 0,08 per un contatto di tipo pin-on-disc; Faraon e Shipper[85] riportano valori prossimi a 0,13 per linee di contatto discontinue, mentre recentemente Masjedi e Khonsary[86] hanno misurato valori da 0,12 a 0,135 nei contatti a rulli. Sebbene il coefficiente di attrito superficiale non sia molto sensibile alla velocità di scorrimento, dipende leggermente dal carico, dalla temperatura e dalla rugosità superficiale[86].
Questi fattori determinanti sono stati inclusi in alcuni modelli per il calcolo di coefficienti di attrito EID parziale per ingranaggi[76], constatando una variazione minima rispetto a un modello che considera costante il coefficiente di attrito, come concluso da Diab[87]. In questo elaborato il valore scelto per il coefficiente di attrito solido è pari a 0,135 come suggerito da Khonsary[86].

Contrariamente all'attrito associato alle asperità, il modello per il coefficiente di attrito del fluido μ_f , dipende fortemente dalla condizione di lubrificazione parziale/totale: Questo fenomeno è associato alla formazione di una pellicola elasto-idrodinamica di film d'olio lubrificante, che viene compressa tra i denti a contatto. Il comportamento specifico del film dipende da diversi fattori, quali ad esempio sforzo di taglio, velocità relativa e condizioni di temperatura e pressione associabili in questo caso ad un carattere non-newtoniano. Sarà necessario utilizzare le equazioni specifiche per la reologia non-newtoniana.

4.3 Lo spessore del film

Nel caso degli ingranaggi la pressione di contatto produce un aumento significativo di viscosità dell'olio, portando il lubrificante ad operare in regime elastico piezo-viscoso. Pertanto, si deve utilizzare un'equazione in grado di gestire il coefficiente di attrito fluido, nonché la funzione di ripartizione del carico. Per questo scopo viene utilizzato l'approccio di Hamrock e Dowson[103]:

$$h_c = 3,06 \cdot \rho_{r(i)} \cdot \frac{G^{0.53} \cdot U^{0.69}}{Q^{0.1}}$$
(26)

$$G = \alpha \cdot E_r \tag{27}$$

$$U = \frac{\eta_0 \cdot V_e}{2 \cdot E_r \cdot \rho_{r(i)}} \cdot 10^{-9} \tag{28}$$

$$Q = \frac{F_N}{E_r \cdot \rho_{r(i)}} \tag{29}$$

dove, secondo la teoria di Hertz, E_r è il modulo di elasticità corretto, mentre con $\rho_{r_{(i)}}$ viene definito il raggio di curvatura relativo nella direzione di trascinamento.

A questo punto viene determinata anche la riduzione dello spessore del film dovuta ad un effetto di riscaldamento delle tensioni di taglio Φ_T , per poi ottenere lo spessore specifico del film dall'equazione:

$$\lambda = \frac{\Phi_T \cdot h_c}{\sqrt{R_{a1}^2 + R_{a2}^2}} \tag{30}$$

4.4 Modello reologico non-newtoniano

Johnson e Tevaarwerk[88] hanno descritto il comportamento viscoelastico del lubrificante come somma di un termine elastico e di un termine viscoso, descritti nella seguente equazione:

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma_e} + \dot{\gamma_v} = \frac{1}{G} \cdot \frac{d\tau}{dt} + \frac{\tau_E}{\eta} \cdot \sinh\left(\frac{\tau}{\tau_E}\right)$$
(31)

dove G è il modulo elastico di taglio, η è la viscosità dinamica del lubrificante, τ è lo sforzo di taglio ed τ_E è lo sforzo di taglio di riferimento o stress di Eyring, ovvero quel valore soglia oltre il quale il fluido inizia a comportarsi in modo non lineare.

Inoltre, alle alte pressioni presenti nei contatti tra ingranaggi, il lubrificante può mostrare un comportamento plastico con uno sforzo di taglio limite (τ_L) proporzionale alla pressione e indipendente dalla velocità di taglio.

Incorporando questo termine nel modello precedente e risolvendo per lo sforzo di taglio, si ottiene:

$$\tau = \min\left[\tau_E \cdot \sinh^{-1}\left(\frac{\eta}{\tau_E} \cdot \left(\dot{\gamma} - \frac{1}{G} \cdot \frac{d\tau}{dt}\right)\right), \tau_L\right]$$
(32)

Lo sforzo di taglio medio $(\bar{\tau})$ è calcolato integrando lo sforzo di taglio sull'area di contatto, ottenendo il coefficiente di attrito del fluido:

$$\mu_f = \bar{\tau}/\bar{p} \tag{33}$$

Dove \bar{p} è la pressione media di contatto.

In questo lavoro si assume che la pressione del film sia definita mediante la teoria dei contatti di Hertz[150], mentre lo sforzo di taglio locale viene calcolato dalle condizioni di temperatura e pressione medie nel contatto.



figura 17: distribuzione della pressione Hertziana di contatto

Sono necessarie quattro proprietà (τ_E, τ_L, η, G) per definire il comportamento del fluido lubrificante in un contatto concentrato. Tutte dipendono dalla temperatura e dalla pressione di esercizio. Tuttavia, nel caso degli ingranaggi, è possibile ridurre il numero di parametri necessari per calcolare la trazione quando si verificano le seguenti due ipotesi:

1. Il termine elastico può essere trascurato nella maggior parte delle applicazioni degli ingranaggi.

2. È possibile ottenere τ_E e τ_L da equazioni a singola variabile.

Rielaborando infatti la derivata dello sforzo di taglio rispetto al tempo nella seguente forma:

$$\frac{d_{\tau}}{dt} = \frac{V_e}{l} \cdot \frac{d_{\tau}}{d(\frac{x}{l})}$$
(34)

può essere introdotto il numero di Deborah[152]:

$$D_e = (\eta \cdot V_e) / (G \cdot l) \tag{35}$$

Dove con V_e si indica la velocità di trascinamento del fluido, mentre *l* identifica la larghezza di contatto Hertziano ($l = 2b_H$).

Nella condizione in cui $D_e \ll 1$ gli effetti elastici possono essere trascurati e di conseguenza la caratterizzazione del modulo elastico di taglio non è necessaria. Questo è il caso nella maggior parte delle trasmissioni ad ingranaggi, particolarmente adatto per applicazioni automobilistiche e aeronautiche dove le viscosità del lubrificante sono basse e di solito operano a coppie di ingresso elevate e velocità che coinvolgono alte temperature del film. Alla temperatura di contatto e pressione di queste applicazioni, G è dell'ordine di 10⁹ Pa. Supponendo la velocità di trascinamento pari ad un valore superiore a 1 m/s mentre la larghezza di contatto è di circa 10^{-4} m, la viscosità dinamica deve superare 10^5 Pa*s per far sì che gli effetti elastici diventano significativi.

Per convalidare questa ipotesi, sono stati effettuati studi specifici sul numero di Deborah [89]. La matrice di test copre diverse geometrie (moduli, angoli di pressione, proporzioni, etc.) con temperature del film superiori a 60°C, velocità tangenziali nell'intervallo 5-50 m/s e carichi specifici da 100 a 2000 N/mm.



figura 18: andamento del numero di Deborah in funzione del rapporto di effettiva area di contatto

Come si può notare, il numero di Deborah rimane < 1 nella quasi totalità dei casi; con il 97% dei risultati inferiori a 1,0 e il 68% di essi sotto 0,1. Questi risultati supportano l'ipotesi che nel caso di trasmissioni ad ingranaggi in condizioni di coppie e velocità elevate e bassa viscosità è possibile trascurare gli effetti elastici.

Nella regione dove il contatto avviene per una singola coppia di denti, l'improvviso aumento della pressione provoca un aumento istantaneo sia della viscosità che del modulo di taglio, che modifica necessariamente il numero di Deborah. Tuttavia, l'ordine di grandezza del rapporto η/G non viene modificato in modo significativo, lasciando i valori < 1. Inoltre, per qualsiasi combinazione di condizioni di funzionamento, i valori più piccoli si trovano sempre nella regione di contatto a doppia coppia di denti in presa, dove la maggior parte delle perdite di potenza si verificano a causa delle elevate velocità di scorrimento; quindi, è possibile utilizzare solo il termine viscoso per prevedere le perdite di potenza negli ingranaggi. Questa ipotesi può essere ulteriormente estesa ad altri lubrificanti che producono risultati simili quando il grado di viscosità ha un valore inferiore a 220, secondo normative ISO.

D'altra parte, uno dei principali inconvenienti quando si calcola il coefficiente di attrito con lo stress di Eyring è il fatto che il valore della sollecitazione di

riferimento(τ_E) deve essere adattata dalle misurazioni sperimentali in tribometro, e di conseguenza l'applicazione del modello senza la caratterizzazione preliminare del comportamento del lubrificante diventa difficile. Tuttavia, lo sforzo di taglio limite può essere caratterizzato in reometri ad alta pressione ed è noto per essere linearmente dipendente dalla pressione:

$$\tau_L = \Lambda \cdot p \tag{36}$$

con pendenza Λ nota come coefficiente di pressione limite[90]. Quest'ultimo è fortemente dipendente dal tipo di fluido e varia leggermente con la temperatura. Pertanto, se fosse possibile identificare una relazione che coinvolge una variabile dipendente dal materiale tra τ_E e τ_L , sarebbe possibile usare un'unica equazione come struttura di previsione del comportamento di diversi lubrificanti.

Numerosi autori[91,92] riportano per mezzo di test sperimentali rapporti costanti tra la tensione di riferimento e la tensione di taglio limite; mentre altri studiosi come Bair e Winer[93] concludono analiticamente che $\tau_E \cong 2 \cdot \frac{\Lambda}{\alpha}$ converge con i valori sperimentali di Johnson e Tevaarwerk[88]. Il loro risultato ha spiegato la forma sigmoidale della curva di attrito dalla crescita della regione plastica all'interno del contatto. Jacod et al[94] hanno anche trovato una relazione analitica applicando lo stress di Eyring e taglio limite agli stessi dati di trazione in modo tale da eguagliare in un'ampia gamma i punti di lavoro dei lubrificanti. I loro risultati sono stati convalidati con un set di diversi coefficienti di attrito, facendo convergere verso la stessa soluzione se nelle condizioni di pressione e temperatura presenti nel regime EID, come evidenziato in figura; Di conseguenza, si può supporre che il valore di τ_E può essere correlato al coefficiente di piezo-viscosità α in tali condizioni.



Figura 19: Lo stress di Eyring previsto dalla letteratura[93,94] come funzione di temperatura e pressione del film per un minerale ISO VG 100 olio con 0.047 contatto in linea con Re=10 mm, Ve=5 m/s, e SRR=0.1.

Questa conclusione può essere confermata anche cercando una spiegazione fisica nella teoria del flusso dei fluidi di Eyring: estrapolando l'espressione di Hirst e Moore[95], la velocità di taglio può essere scritta nella forma seguente:

$$\dot{\gamma} = A \cdot k \cdot \Theta \cdot \exp\left(-\frac{E + \nu_p \cdot p}{k \cdot \Theta}\right) \cdot \sinh\left(\frac{\nu_\tau \cdot \tau}{k \cdot \Theta}\right)$$
(37)

dove A è una costante, k è la costante di Boltzmann $(1,38 \cdot 10^{-23} J/K)$, *E* è l'energia di attivazione termica del flusso, mentre v_p e v_{τ} sono i volumi di attivazione per pressione e taglio, che sono specifici per fluido. Riorganizzando i termini:

$$\dot{\gamma} = \frac{\frac{\kappa \cdot \Theta}{v_t}}{\frac{1}{A \cdot v_\tau} \cdot \exp\left(\frac{v_p \cdot p}{k \cdot \Theta}\right)} \cdot \sinh\left(\frac{v_\tau \cdot \tau}{k \cdot \Theta}\right)$$
(38)

dove, confrontando ogni termine si ottiene:

1.0

$$\tau_E \cong \frac{k \cdot \Theta}{v_\tau} \tag{39}$$

$$\eta \cong \frac{1}{A \cdot v_{\tau}} \cdot \exp\left(\frac{v_p \cdot p}{k \cdot \Theta}\right) \tag{40}$$

Il primo termine è correlabile all'equazione di Andrade[153] che mostra la dipendenza della viscosità dalla temperatura, mentre il secondo termine esponenziale alla nota equazione di Barus[154] dove il coefficiente di piezo-viscosità può essere identificato in due modi:

$$\alpha = k_s \cdot \nu^s \tag{41}$$

$$\alpha = v_p / (k \cdot \Theta) \tag{42}$$

Dove k_s e s sono valori tabellati in letteratura AGMA[155].

Correlando questo coefficiente allo sforzo di riferimento τ_E :

$$\tau_E = \frac{v_p / v_\tau}{\alpha} \tag{43}$$

Pertanto, lo stress di Eyring è inversamente proporzionale al coefficiente α al netto di alcune costanti correlate alle proprietà del fluido, il che risulta coerente con i risultati di Bair e Winer[93]. Infine supponendo che il flusso laminare di Couette domina nella regione di contatto, la velocità di deformazione diventerà uguale al seguente gradiente di velocità:

$$\dot{\gamma} = \frac{V_s}{\Phi_T \cdot h_c} \tag{44}$$

$$\Phi_T = \frac{1 - 13.2 \frac{p_H}{E_r} L^{0.42}}{1 + 0.213 \cdot (1 + 2.23 \cdot SRR^{0.83}) \cdot L^{0.64}}$$
(45)

Dove con V_s si indentifica la velocità di scorrimento relativo delle superfici, mentre con h_c lo spessore centrale del film corretto per effetti termici con il fattore Φ_T . Per SRR si intende il rapporto slide-to-roll, mentre con il termine L viene introdotto il parametro di carico termico individuabile dalla seguente espressione:

$$L = \frac{\eta_0 \cdot \beta \cdot v_e}{k_T} \tag{46}$$

con β coefficiente di temperatura-viscosità, e k_T la conduttività termica del fluido.

Se si assume la relazione precedentemente citata:

$$\tau_E = \frac{2 \cdot \Lambda}{\alpha} \tag{47}$$

Il coefficiente di attrito attribuibile al fluido può essere espresso come:

$$\mu_f = \min\left[\frac{2\cdot\Lambda}{\alpha\cdot\bar{p}}\cdot\sinh^{-1}\left(\frac{\eta\cdot\alpha\cdot V_s}{2\cdot\Lambda\cdot\Phi_T\cdot h_c}\right),\Lambda\right]$$
(48)

dove la viscosità dinamica η deve essere valutata nelle condizioni di temperatura e pressione media del contatto, mentre il coefficiente di piezo-viscosità α è calcolato tramite l'equazione n°19 per ogni tipo di lubrificante.

5. Algoritmo di previsione della potenza persa

5.1 Diagramma di flusso

Il modello di calcolo del coefficiente di attrito presentato nel precedente capitolo è propedeutico per il flow-chart ideato per la previsione della perdita di potenza mostrato nella figura sottostante.

Il modello tiene conto degli effetti termici e contestualmente calcola con precisione i valori legati all'attrito nelle condizioni in cui velocità di scorrimento o coppie elevate producono come conseguenza un aumento della temperatura del film di fluidificante.



figura 20: flow-chart per calcolare la potenza persa per attrito nel contatto tra denti dritti

Il processo inizia con la discretizzazione del dominio di calcolo e l'analisi della retta dei contatti dei denti ingrananti. Nei capitoli relativi ai calcoli, sono dettagliati i valori utilizzati in input per un data coppia di ingranaggi, il percorso di contatto separato in regioni a multipla/singola coppia di denti in presa. Le velocità iniziali e le loro derivate, di scorrimento V_s , di rotolamento V_r e trascinamento V_e , vengono determinate per ogni punto della retta dei contatti.



figura 21:esempio semplificato di distribuzione della forza in base alle coppie di denti in presa.

Successivamente, la pressione massima e media Hertziana p_H e \bar{p} , nonché la semi-larghezza di contatto hertziano b_H , sono calcolate seguendo la teoria di Hertz e opportunamente scalate utilizzando un fattore di distribuzione del carico detto *Load Sharing Factor*[71]. Proprio in virtù della geometria dell'ingranamento, ossia del rapporto di condotta che evidenzia per quali tratti esiste un cambio di quantità di coppie in presa, questo coefficiente ridistribuisce l'intera forza in gioco in rapporto alla posizione relativa sulla retta dei contatti: nei tratti in cui i denti in presa risultano essere maggiori di due, la forza effettiva di contatto totale deve essere ridimensionata per tener conto del simultaneo ingranamento della coppia di denti antecedente/successiva:

$$LS = \begin{cases} 0.33 + 0.33 \cdot \frac{\xi_{(i)} - \xi_A}{\xi_B - \xi_A} & C_A \le x < C_B \\ 1 & C_B \le x \le C_D \\ 0.33 + 0.33 \cdot \frac{\xi_E - \xi_{(i)}}{\xi_E - \xi_D} & C_D < x \le C_E \end{cases}$$
(49)

Il Load Sharing Factor viene anche impiegato nel calcolo puntuale della forza normale scambiata:

$$F_N = LS \cdot F_{bt} \tag{50}$$

Per gli altri parametri geometrici o calcoli cinematici, ci si riferirà alla letteratura classica sugli ingranaggi[98]. Una volta noti i parametri cinematici e dinamici, la temperatura media di inizio contatto, alla quale deve essere valutato lo spessore del film, può essere calcolata come suggerisce Olver[99].

Le temperature superficiali dei denti del pignone e della condotta sono calcolate come segue:

$$\Theta_{s1} = \epsilon \cdot \dot{q} \cdot M_1 + \Theta_{b1} \tag{51}$$

$$\Theta_{s2} = (1 - \epsilon) \cdot \dot{q} \cdot M_2 + \Theta_{b2} \tag{52}$$

$$\epsilon = \frac{1.06 \cdot B_2 + M_2}{1.06 \cdot (B_1 + B_2) + M_1 + M_2} \tag{53}$$

con ϵ coefficiente di ripartizione del calore, $\dot{q} = \mu \cdot \bar{p} \cdot V_s$ flusso di calore, M e B rispettivamente le resistenze termiche stazionarie e transitorie calcolabili analiticamente o numericamente.

Infine, Θ_b è la temperatura di massa di riferimento al di sopra della quale vengono calcolate le temperature rimanenti (ad es. temperatura flash o della pellicola). In assenza di valori sperimentali, equazioni empiriche dalla letteratura come da ISO/TR 15144-1[102] possono essere usate per stimare le temperature di massa. Nella fase successiva, le temperature superficiali vengono utilizzate per prevedere la temperatura media di inizio contatto $\overline{\Theta_{in}}$, alla quale deve essere valutato lo spessore del film:

$$\overline{\Theta_{ln}} = \frac{u_1 \cdot \Theta_{s1} + u_2 \cdot \Theta_{s2}}{u_1 + u_2} \tag{54}$$

La temperatura media del film $\overline{\Theta_f}$ si assume uguale alla temperatura di inizio contatto in una fase di prima approssimazione.

Una volta noto il regime di lubrificazione, il coefficiente di attrito viene calcolato considerando la viscosità dinamica alla temperatura media del film e alla pressione media di contatto.

Successivamente, il coefficiente di attrito e la velocità di scorrimento vengono utilizzati per prevedere sia l'aumento della temperatura flash $\Delta \overline{\Theta_{fl}}$, sia il riscaldamento interno del film d'olio $\Delta \overline{\Theta_{v}}$; entrambi i parziali aumentano la temperatura media del film e, di conseguenza, influenzano il coefficiente di attrito.

$$\overline{\Theta_f} = \overline{\Theta_{in}} + \Delta \overline{\Theta_{fl}} + \Delta \overline{\Theta_{\nu}}$$
(55)

$$\Delta \overline{\Theta_{fl}} = \frac{1.06 \cdot \epsilon \cdot \dot{q}}{2 \cdot b_H \cdot b \cdot k} \cdot \left(\frac{\chi_1 \cdot b_H}{u_1}\right)^{0.5}$$
(56)

$$\Delta \overline{\Theta_{\nu}} = \frac{h_c \cdot \dot{q}}{16 \cdot b_H \cdot b \cdot k} \tag{57}$$

Se la nuova temperatura del film è uguale alla stima precedente, viene calcolata la perdita di potenza istantanea come precedentemente citata, di seguito riproposta:

$$P_C(x) = \mu_z(x) \cdot F_N(x) \cdot V_s(x)$$
(3)

Qualora questa condizione non venisse soddisfatta, verrebbe stabilita una nuova temperatura del film e la procedura viene ripetuta fino a quando la differenza tra le temperature del film stimate e calcolate è inferiore a 1°C.

6. Risultati

6.1 Inizializzazione delle variabili

L'intero modello matematico descritto nei paragrafi precedenti è stato generato ex-novo mediante software di calcolo Matlab. La sua struttura è divisa in una fase di inizializzazione delle variabili, dove si indica al sistema i valori in input da caricare nelle equazioni dettagliate, un corpo centrale di puro calcolo, ed una parte terminale di visualizzazione dei grafici scelti.

I valori attribuibili a parametri geometrici sono stati scelti arbitrariamente, identificando un accoppiamento tra due ruote dentate attualmente esistenti e commercializzate. Date le relazioni geometriche in essere dettate dalla teoria degli ingranaggi, i valori di seguito elencati sono stati gestiti rispetto al seguente schema fornito da riferimento AGMA 925-A03[155] come spiegato nel paragrafo 4.6:

- $r_1 = 43,9 mm$ $r_2 = 87,8 mm$
- $z_1 = 38 \ denti$
- $z_2 = 76 \ denti$
- $\alpha = 0.3146 radianti$
- $\alpha_{wt} = 0.3370 \ radianti$
- m = 2,31 mm
- $b_1 = 30 mm$
- $b_2 = 23 mm$
- $R_{a1}=0,8\,\mu m$
- $R_{a2}=0,8\,\mu m$

Tramite questi valori è possibile derivare tutte le distanze e i punti rilevanti nella retta dei contatti. Sono altresì utilizzati per i calcoli riferiti al contatto Hertziano, le velocità relative, e tutto ciò che è connesso alla dinamica del sistema.

I parametri dinamici riferiti alla potenza in ingresso, e quindi alla forza scambiata tra il pignone e la condotta sono stati impostati e normalizzati per simulare un punto di lavoro non transitorio e rappresentativo di una condizione di carico minimo. Sono valori puramente arbitrari, facilmente sostituibili e re-impostabili nel caso si volesse valutare la capacità di calcolo del modello in altri punti di lavoro della coppia di ingranaggi:

 $P_{in} = 100 W$ $n_1 = 1500 rpm$ $n_2 = 750 rpm$ $C_1 = 0.64 Nm$ $C_2 = 1.27 Nm$

Sempre in riferimento agli ingranaggi commerciali scelti per l'analisi, il modulo di Young e il coefficiente di Poisson assumono i seguenti valori:

$$E_1 = E_2 = 219 \ GPa$$

 $v_1 = v_2 = 0.3$

Le proprietà reologiche e termo-fluidodinamiche del lubrificante variano in funzione della tipologia di olio e della sua composizione chimica, della pressione e della temperatura[153]. Esistono diverse categorie di classificazione, gestite in base a criteri più o meno simili. Coerentemente con l'obiettivo di stimare le perdite per un accoppiamento a carattere "non-premium", il lubrificante scelto come riferimento per questo elaborato di tesi è un olio 10W40[156], abbastanza stabile al variare delle temperature d'esercizio scelte:

Olio lubrificante 10W40

$\rho_{0_{10w40}} = 850.5 kg \cdot m^{-3}$
$c_{p_{10w}} = 2000 J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
$k_{t_{10W40}} = 0.144 \ W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
$v_{40^\circ 10w40} = 93.27 \ mm^2 \cdot s^{-1}$
$\eta_{40^{\circ}10w40} = 128.58 mPa \cdot s$
$\eta_{50^{\circ}10w40} = 90.10 \ mPa \cdot s$
$\eta_{60^{\circ}10w40} = 70.22 \ mPa \cdot s$
$\eta_{100^\circ 10w40} = 16.797 \ mPa \cdot s$

Per poter instaurare un termine di paragone rispetto ai parametri reologici, sono stati implementati altri parametri relativi a tre ulteriori lubrificanti: un olio commerciale 0W30, con caratteristiche reologiche meno performanti, il 10W40Syntetic, una variante dell'olio in riferimento con una differente composizione chimica, con un carattere più sintetico, ed il MIL-L-23699 olio performante utilizzato per turbine di varia natura. In questo modo il modello gestirà le modifiche sul parametro d'attrito, influenzando il comportamento della potenza persa.

Olio lubrificante 0W30

 $\begin{aligned} \rho_{0_{0W30}} &= 837.2 \ kg \cdot m^{-3} \\ c_{p_{0W30}} &= 1880 \ J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1} \\ k_{t_{0W30}} &= 0.1347 \ W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1} \\ v_{40^{\circ}_{0W30}} &= 66.80 \ mm^2 \cdot s^{-1} \\ \eta_{40^{\circ}_{0W30}} &= 27.18 \ mPa \cdot s \\ \eta_{50^{\circ}_{0W30}} &= 20.10 \ mPa \cdot s \\ \eta_{60^{\circ}_{0W30}} &= 16.14 \ mPa \cdot s \\ \eta_{100^{\circ}_{0W30}} &= 4.29 \ mPa \cdot s \end{aligned}$

Olio lubrificante 10W40 (Syntetic)

$$\begin{aligned} \rho_{0_{10w40s}} &= 850.5 \ kg \cdot m^{-3} \\ c_{p_{10w40}} &= 2000 \ J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1} \\ k_{t_{10w40s}} &= 0.144 \ W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1} \\ v_{40^{\circ}_{10w40s}} &= 93.27 \ mm^2 \cdot s^{-1} \\ \eta_{40^{\circ}_{10w40s}} &= 225.79 \ mm^2 \cdot s \\ \eta_{50^{\circ}_{10w40s}} &= 150.31 \ mm^2 \cdot s \\ \eta_{60^{\circ}_{10w40}} &= 100.25 \ mm^2 \cdot s \\ \eta_{100^{\circ}_{10w40s}} &= 40.09 \ mm^2 \cdot s \end{aligned}$$

Olio lubrificante MIL-L-23699E

$$\begin{split} \rho_{0_{23699E}} &= 1000.3 \ kg \cdot m^{-3} \\ c_{p_{23699E}} &= 1800 \ J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1} \\ k_{t_{23699E}} &= 0.1553 \ W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1} \\ \nu_{40^{\circ}_{23699E}} &= 27.6 \ mm^2 \cdot s^{-1} \\ \eta_{40^{\circ}_{23699E}} &= 22.56 \ mm^2 \cdot s \\ \eta_{50^{\circ}_{23699E}} &= 18.14 \ mm^2 a \cdot s \\ \eta_{60^{\circ}_{23699E}} &= 13.54 \ mm^2 a \cdot s \\ \eta_{100^{\circ}_{23699E}} &= 4.59 \ mm^2 a \cdot s \end{split}$$

6.2 Output da calcolo

Il modello elabora i dati forniti in input attraverso il flusso di equazioni trattate in questo elaborato. Uno dei checkpoint presenti nell'algoritmo è il check sullo scostamento della temperatura media del fluido, parametro vincolante per le proprietà reologiche del fluido. Se la temperatura dovesse discostarsi troppo dalla temperatura imposta in fase iniziale per cui sono valutate densità e viscosità, il calcolo viene riconfigurato rispetto alla nuova temperatura d'esercizio ritrovata.

In virtù del carattere proporzionale della potenza persa con i vari parametri in gioco, si possono effettuare delle previsioni teoriche:

- 1) L'andamento della velocità di scorrimento V_s condiziona nel punto di istantanea rotazione C una convergenza della potenza al valore di 0. Infatti solo ed esclusivamente in quel punto geometrico esistono le condizioni ideali all'ingranamento senza perdita di potenza.
- 2) La forza scambiata viene ripartita su diverse coppie di denti ingrananti, durante la retta dei contatti. Ci si può aspettare un salto in corrispondenza di quei punti in cui la distribuzione del carico viene ripartita su più di una coppia di denti in presa.
- 3) Le simulazioni per questo elaborato di tesi sono state effettuate a 40°C, 50°C e 60°C. Le caratteristiche reologiche del sistema dipendono dalla temperatura di esercizio. La viscosità, sia cinematica che dinamica, tende a diminuire sempre più al crescere della temperatura. Essendo una variabile presente nella funzione per il calcolo del coefficiente d'attrito, utilizzare diversi valori di viscosità all'interno del modello può generare differenze di output. Considerando il carattere strettamente crescente della funzione arco-seno iperbolico al crescere dell'argomento, si può dedurre che una temperatura più alta tenda a generare un film specifico del meato d'olio più basso, condizionando il comportamento dell'arco-

seno iperbolico verso valori più alti, e di conseguenza verso un valore di maggior coefficiente d'attrito.

4) La tecnica ingegneristica di "rastremazione dei profili dei denti" per migliorare le condizioni di ingranamento è molto utilizzata quando si cerca di controllare le condizioni di usura dei componenti. Consiste in una modifica della geometria della testa e della radice del dente, e qualora si volesse utilizzare per la coppia pignone-condotta oggetto di tesi, bisognerebbe modificare i parametri relativi alla condizione di distribuzione di carico sulle coppie di denti ingrananti. Questa tecnica influenzerebbe il carattere generale della potenza persa da un punto di vista qualitativo, ma non quantitativo.

All'interno del modello sono stati sviluppati diversi scenari, sulla base delle considerazioni proposte:

- diverse temperature di esercizio per ciascuno dei quattro oli scelti per la simulazione.
- diversi oli lubrificanti per stessa temperatura d'esercizio, ripetuto per le temperature differenti.
- 3) Rastrematura simmetrica dei profili dei denti per un olio lubrificante.

Di seguito verranno analizzati nel dettaglio ogni scenario.

6.3 Scenario I

Il primo scenario proposto è stato strutturato per individuare le differenze di calcolo quando la temperatura d'esercizio varia in un range da 40°C a 60°C.

In linea con le aspettative presentate nel paragrafo precedente, è possibile notare il carattere inversamente proporzionale della viscosità rispetto al film specifico di lubrificante nel contatto dei denti. Questo si traduce in una ripartizione teorica più sbilanciata verso la quota d'attrito riferita al contatto diretto metallo-metallo, condizionando quindi l'andamento totale del coefficiente d'attrito. Nelle figure di seguito presentate viene mostrato il comportamento delle principali variabili in gioco calcolate alla temperatura di 40°C: La velocità di scorrimento V_s , il frazionamento del carico rispetto alle coppie di denti ingrananti rappresentato dalla variabile *LS*, la semi-orma di contatto Hertziano b_h , lo spessore medio del film d'olio lubrificante h_c , il coefficiente d'attrito totale μ_z , ed infine la potenza persa P_c al variare della posizione sulla retta dei contatti. L'ordine della presenza di questi grafici è così suddivisa anche nelle simulazioni con temperatura posta a 50°C ed a 60°C, nonché negli scenari affrontati nei paragrafi successivi.



figura 22a: comportamento di Fn e di bh in funzione della posizione sulla retta dei contatti.



figura 22b: comportamento di he e del coefficiente d'attrito in funzione della posizione sulla retta dei contatti.



figura 22c: comportamento di Vs e di Pc in funzione della posizione sulla retta dei contatti.

Coerentemente con le previsioni poste all'inizio del paragrafo, per tutte le variabili derivate dalle relazioni geometriche del sistema, come ad esempio la velocità di scorrimento V_s , esiste un minimo assoluto proprio nel centro d'istantanea rotazione, punto di ingranamento a geometria ideale nella meccanica rotativa del sistema. Si può anche notare che l'orma di contatto Hertziano b_h subisca l'influenza del Load Sharing Factor, assumendo valori maggiori proprio per il salto da multipla a singola coppia di denti in presa, per poi ridimensionarsi nel momento in cui l'ingranamento torna a multipla coppia di denti. In modo simile la forza trasmessa è fortemente condizionata dal fattore di distribuzione del carico.

Analizzando in maniera puntuale ciascun grafico, è possibile effettuare alcune osservazioni sui calcoli effettuati:

1) L'andamento dello spessore di fluido h_c è strettamente crescente lungo la linea dei contatti, seguendo in modo inversamente proporzionale il Load Sharing Factor per le zone d'interesse. Nel dettaglio delle equazioni utilizzate per l'individuazione teorica, questo fenomeno può essere ricondotto alla velocità di trascinamento V_e , strutturata come somma delle velocità relative che man mano crescono lungo le curvature dei profili dei denti. Il tratto d'ingranamento a singola coppia di denti, evidenziato nel grafico dal brusco decremento di spessore, può essere correlabile ad una maggiore pressione di contatto che rende le superfici più vicine tra loro rispetto all'ingranamento più distribuito nei tratti precedenti e successivi a questo. Lo confermerebbe anche la sua dipendenza inversamente proporzionale da un parametro dinamico che riceve in input la forza scambiata, a sua volta caratterizzata dal Load Sharing Factor.

- 2) Il coefficiente d'attrito totale μ_z sviluppa il suo andamento lungo la retta dei contatti in ragione della ripartizione delle quote di carico tra attrito solido associato al contatto diretto tra le superfici metalliche dei denti, e attrito fluido. Questa funzione di ripartizione dipende dalla quantità di spessore di fluido h_c rapportata rispetto alla radice quadratica media delle rugosità dei denti a contatto. Più spessore di fluido comporta uno squilibrio di peso verso il coefficiente d'attrito fluido a discapito della quota ad attrito solido. La presenza invece di meno spessore condiziona uno squilibrio verso la quota solida, in valore qualitativo più alto rispetto ad un qualsiasi valore ottenibile di coefficiente d'attrito fluido.
- 3) La potenza dissipata associata al carico considera questi andamenti puntualmente, ed è fortemente condizionata dalla componente di velocità di scorrimento V_s . Infatti tende ad assumere un aspetto simmetrico attorno al punto di minimo assoluto, ovvero il centro d'istantanea rotazione dove lo scorrimento non esisterebbe idealmente. La computazione richiesta per il calcolo è notevole, e le discontinuità dovute al passaggio da multipla a singola coppia di denti in presa sono indirizzabili nel carattere spigoloso del Load Sharing Factor che condiziona le variabili in gioco.

Di seguito sono proposti i grafici di confronto qualitativo tra i vari comportamenti delle variabili alle temperature selezionate, per ogni olio lubrificante menzionato.





figura 23a: comportamento di Fn e di bh in funzione della posizione sulla retta dei contatti.



figura 23b: comportamento di hc e del coefficiente d'attrito in funzione della posizione sulla retta dei contatti.



figura 23c: comportamento di Vs e di Pc in funzione della posizione sulla retta dei contatti.





figura 24a: comportamento di Fn e di bh in funzione della posizione sulla retta dei contatti.



figura 24b: comportamento di he e del coefficiente d'attrito in funzione della posizione sulla retta dei contatti.



figura 24c: comportamento di Vs e di Pc in funzione della posizione sulla retta dei contatti.





figura 25a: comportamento di Fn e di bh in funzione della posizione sulla retta dei contatti.



figura 25b: comportamento di he e del coefficiente d'attrito in funzione della posizione sulla retta dei contatti.



figura 25c: comportamento di Vs e di Pc in funzione della posizione sulla retta dei contatti.




figura 26a: comportamento di Fn e di bh in funzione della posizione sulla retta dei contatti.



figura 26b: comportamento di hc e del coefficiente d'attrito in funzione della posizione sulla retta dei contatti.



figura 26c: comportamento di Vs e di Pc in funzione della posizione sulla retta dei contatti.

Da quest'analisi effettuata, si può notare come i parametri a carattere dinamico quali la velocità di scorrimento, la ripartizione del carico e la semi-orma di contatto Hertziano non siano minimamente influenzati dal cambio di temperatura.

Cosa invece opposta per tutte quelle equazioni che sono sensibilmente condizionate da un carattere reologico variabile in base alla temperatura di esercizio. Infatti, lo spessore del film tende a ridursi con l'aumento della temperatura, generando quindi una perturbazione strettamente crescente nel carattere dell'arcoseno iperbolico utilizzato nella funzione di calcolo del coefficiente d'attrito fluido.

La riduzione dello spessore del film influenza anche la ripartizione della quota di carico tra coefficiente d'attrito solido riferito al contatto diretto tra le superfici dei denti e coefficiente d'attrito fluido riferito per l'appunto al contributo dell'olio lubrificante, condizionando quindi il coefficiente d'attrito totale.

La potenza persa associata al carico è l'output finale di queste considerazioni, e mostra come la dipendenza della temperatura possa indirizzare opportunamente le scelte progettuali verso la considerazione degli aspetti reologici dell'olio, e di come essi cambino al variare delle condizioni termiche.

6.4 Scenario II

In questa configurazione si individuano le differenze tra le varie caratteristiche reologiche proprie dei quattro lubrificanti, confrontati alle temperature scelte nello scenario precedente.

Valori differenti di viscosità, densità e coefficienti propedeutici per i calcoli vincolanti, possono generare diversi comportamenti del coefficiente d'attrito, e di conseguenza della perdita di potenza associata. Questo scenario può essere di supporto nella scelta progettuale di quale tipologia di olio lubrificante utilizzare, ovviamente considerando tutte le condizioni al contorno associate ad altri vincoli e proprietà.

Di seguito vengono proposti i confronti tra le variabili rilevanti dei quattro oli lubrificanti, alle temperature di 40°C, 50°C, e 60°C:

Confronto tra lubrificanti a 40°C



figura 27a: comportamento di Fn e di bh in funzione della posizione sulla retta dei contatti.



figura 27b: comportamento di hc e del coefficiente d'attrito in funzione della posizione sulla retta dei contatti.



figura 27c: comportamento di Vs e di Pc in funzione della posizione sulla retta dei contatti.

Confronto tra lubrificanti a 50°C



figura 28a: comportamento di Fn e di bh in funzione della posizione sulla retta dei contatti.



figura 28b: comportamento di hc e del coefficiente d'attrito in funzione della posizione sulla retta dei contatti.



figura 28c: comportamento di Vs e di Pc in funzione della posizione sulla retta dei contatti.

Confronto tra lubrificanti a 60°C



figura 29a: comportamento di Fn e di bh in funzione della posizione sulla retta dei contatti.



figura 29b: comportamento di he e del coefficiente d'attrito in funzione della posizione sulla retta dei contatti.



figura 29c: comportamento di Vs e di Pc in funzione della posizione sulla retta dei contatti.

I parametri reologici differenti dei quattro oli lubrificanti caratterizzano le curve mostrate nei grafici rappresentati. In un primo impatto, sembrerebbero esistere proprietà qualitative connesse alla reologia del sistema. In tutte le simulazioni effettuate, l'olio lubrificante 10W40 fornirebbe i valori migliori per effettuare una scelta volta al minor consumo di carburante, e minori emissioni inquinanti, al netto ovviamente di ulteriori possibili considerazioni a carattere progettuale.

Ciò non vuol dire che l'olio MIL-L-23699 sia pessimo qualitativamente parlando; si può affermare che, per mezzo di questo modello di calcolo teorico di potenza persa per attrito associata al carico nel contatto hertziano tra coppie di denti in ingranamento, non risulterebbe essere la miglior scelta in ottica di riduzione delle emissioni inquinanti.

6.5 Scenario III

In questo scenario, l'attenzione converge su di un aspetto a carattere dinamico: rastremazione di testa e di piede del dente.

Questa tecnica viene utilizzata quando, utilizzando delle ruote normalizzate, si devono affrontare problemi vari, sia a carattere dinamico di resistenza del dente, come ad esempio lo spessore dimensionato è sottodimensionato per le sollecitazioni d'esercizio, sia a carattere geometrico legato alla continuità di contatto. La modifica può essere effettuata impostando uno scostamento dal profilo del dente normalizzato. Può essere dedicato per ruota, e quindi dar vita a rastremazioni simmetriche o asimmetriche tra la testa e il piede del dente. In questo scenario, la rastremazione è di tipo simmetrica per semplicità di calcolo.

L'impatto di utilizzare una tecnica del genere è indirizzato nella funzione che gestisce la distribuzione della forza scambiata rispetto al numero di coppie di denti in presa. Come si può notare, questa nuova distribuzione incide sul comportamento della potenza persa.

Di seguito i confronti tra le variabili designate in funzione della diversa distribuzione di carico tra i denti, configurati per il singolo olio lubrificante 10W40 alla temperatura di 40°C.



figura 30a: comportamento di Fn e di bh in funzione della posizione sulla retta dei contatti.



figura 30b: comportamento di he e del coefficiente d'attrito in funzione della posizione sulla retta dei contatti.



figura 30c: comportamento di Vs e di Pc in funzione della posizione sulla retta dei contatti.

L'influenza della diversa equazione utilizzata per la distribuzione del carico in funzione di una rastremazione uniforme del profilo dei denti ingrananti caratterizza i parametri dinamici legati all'aspetto geometrico, e condiziona assieme ai parametri reologici l'andamento diverso dello spessore di fluido lubrificante presente all'interno del contatto. In questo modo viene modificato il comportamento del coefficiente d'attrito totale, e di conseguenza il carattere della potenza persa associata al carico.

Risultano somiglianze da un punto di vista quantitativo, ma differenze da un punto di vista qualitativo di gestione della potenza stessa, come ad esempio i salti dovuti al passaggio da multipla a singola coppia di denti in presa, dove si può notare un andamento più smussato e meno netto.

7. Conclusioni

Il modello di calcolo proposto nell'elaborato di tesi è in grado di teorizzare la potenza persa relativa al carico utilizzando proprietà a carattere geometrico, termo-fluidodinamico e reologico. Impostando tutti i vincoli imposti, ed individuando i gradi di libertà e tutte le connessioni tra le variabili in gioco, sono stati sviluppati diversi scenari, sia a carattere qualitativo sulle proprietà intrinseche dell'olio lubrificante, sia a carattere dinamico, utilizzando ad esempio la rastremazione uniforme di testa e piede dei denti per ricalibrare la distribuzione delle forze scambiate.

Il modello si predispone per gestire l'analisi di contatto tra organi rotanti e non, investigando su quote di carico, film specifico di lubrificante, ripartizioni del coefficiente d'attrito in componente solido e componente fluido; tutti i percorsi differenti analizzati convergono verso un certo range di potenza persa, dipendente dal carico fornito inizialmente ipotizzato in modo arbitrario.

Per la filosofia utilizzata nella fase di struttura dell'archetipo, il modello assume un certo grado di modularità e flessibilità, in base alle richieste. In questo modo si può stimare a livello teorico con un ordine di grandezza sufficientemente confidente un aspetto di dettaglio di avanzamento nel campo di riduzione delle emissioni inquinanti: difatti, se si estendesse l'oggetto di studio includendo altri componenti a contatto tra loro, anche di diversa funzionalità ingegneristica, si potrebbe con le opportune rettifiche e correzioni del caso valutare ulteriori valori di potenza persa, comportamenti di dettaglio del coefficiente d'attrito, in modo da indirizzare un flusso di idee in fase progettuale verso un criterio più incline e vicino alla riduzione delle emissioni inquinanti, iniziando quindi, anche se solo in una piccola parte, una svolta culturale attenta alle moderne esigenze. Essendo un argomento approssimativamente nuovo nel mondo della tribologia, solo con il corso del tempo e dei test empirici a convalida del modello si potrà designare un grado di robustezza e affidabilità o veridicità di output.

Lo sviluppo delle condizioni di vita di questo pianeta dipendono in gran parte dalla gestione delle tecnologie create e utilizzate dall'uomo per le proprie condizioni di vita, migliorate esponenzialmente nel corso degli ultimi decenni. Le nazioni e i contesti collettivi come le comunità o le organizzazioni tra i paesi hanno avviato da tempo molteplici analisi per comprendere nessi di causa-effetto per poter sviscerare soluzioni e idee innovative. Dalla politica alla cultura di tutti i giorni, anche se in minima parte, un contributo alla causa comune mondiale potrebbe comprendere anche questo approccio, focalizzato sull'apprendimento del fenomeno o del problema, la creazione di un modello specifico, la sua flessibilità ed il contestuale "miglioramento continuo".

8. Bibliografia

[1] United States Environmental Protection Agency, "EPA and NHTSA Propose First-Ever Program to Reduce Greenhouse Gas Emissions and Improve Fuel Efficiency of Mediumand Heavy-Duty Vehicles: Regulatory Announcement," 6 January 2011.

[2] F.Chiara, M.Canova "A review of energy consumption, management and recovery in automotive", June 2013.

[3] E. Ciulli, "A Review of Internal Combustion Engine Losses Part 1: Specific Studies on the Motion of Pistons, Valves, and Bearings," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal ofAutomobile Engineering, vol. 206, 1992.

[4] Soejima, M. et al., Studies on Measurement Method of Total Friction Loss of Internal Combustion Engines (in Japanese), JSME Int. J. Series B, 1994.

[5] N.E. Anderson, S.H. Loewenthal, Spur-gear-system efficiency at part and full load, NASA Technical Paper, 1980.

[6] O.J. of the European Communities, Commission regulation (EC) No 692/2008 of 18 July 2008 implementing and amending regulation (EC) No 715/2007 of the european parliament and of the council on type-approval of motor vehicles with respect to emissions from light passenger and commercial vehicles (euro 5 and euro 6) and on access to vehicle repair and maintenance information (1), Off. J. Eur. Commun., 2008.

[7] A European Green Deal: striving to be the first climate-neutral continent. https://ec.europa.eu/info/strategy/priorities-2019-2024/european-green-deal en, 2019.

[8] G.Karavalakisa, F.Alvanoub, S.Stournasa, E.Bakeas, Regulated and unregulated emissions of a light duty vehicle operated on diesel/palm-based methyl ester blends over NEDC and a non-legislated driving cycle, Volume 88, Issue 6, June 2009, Pages 1078-1085.

[9] Gao et al, fuel consumption and exhaust emissions of diesel vehicles in worldwide harmonized light vehicles test cycles and their sensitivities to ecodriving factors, 2019 [10] F. Millo, Propulsori termici, corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica, Politecnico di Torino Dispense del corso, 2016.

[30] Höhn B-R, Michaelis K, Vollmer T. Thermal rating of gear drives: balance between power loss and heat dissipation. AGMA technical paper, 1996.

[31] Weisbach J, Gordon L. Principles of the mechanics of machinery and engi- neering.In: Library of illustrated standard scientific works, vol. 2. H. Bailliere, Philadelphia, 1848.

[32] Reuleaux F. The constructor—a handbook of machine design. Henry Harrison Suplee. 1893.

[33] Buckingham E. Analytical mechanics of gears. Dover books for engineers. New York: McGraw-Hill Book Co.; 1949.

[34] Petry-Johnson TT, Kahraman A, Anderson NE, Chase DR. An experimental investigation of spur gear efficiency. J Mech Des 2008.

[35] Yenti C, Phongsupasamit S, Ratanasumawong C. Analytical and experimental investigation of parameters affecting sliding loss in a spur gear pair. Eng J 2013;17(1).

[36] DIN 3990: Tragfähigkeitsberechnung Von Stirnrädern: Anwendungsnorm für Industriegetriebe Detail-Methode, Beuth, 1989.

[37] Martins R, Seabra J, Brito A, Seyfert C, Luther A, Igartua R. Friction coefficient in fzg gears lubricated with industrial gear oils: biodegradable ester vs. mineral oil. Tribol Int 2006.

[38] Naruse C, Haizuka S, Nemoto R, Kurokawa K. Studies on frictional loss, temperature rise and limiting load for scoring of spur gear. Bull JSME 1986.

[39] Xiao L, Rosen B-G, Amini N, Nilsson PH. A study on the effect of surface topography on rough friction in roller contact. Wear 2003.

[51] S. Li, A. Kahraman, Prediction of spur gear mechanical power losses using a transient elastohydrodynamic lubrication model, Tribol. Trans. 53 (4) (2010) 554–563.

[52] P. Marques, R. Martins, J. Seabra, Power loss and load distribution models including frictional effects for spur and helical gears, Mech. Mach. Theory 96 (2016) 1–25.

[53] M. Mohammadpour, S. Theodossiades, H. Rahnejat, P. Kell, Transmission efficiency and noise, vibration and harshness refinement of differential hypoid gear pairs, Proc. Inst. Mech. Eng., Part K 228 (1) (2014) 19–33.

[55] P. Velex , F. Ville , An analytical approach to tooth friction losses in spur and helical gears-influence of profile modifications, J. Mech. Des., Trans. ASME 131 (10) (2009).

[60] Simrit: Radial Wellendichtring. Katalog no. 100.

[61] Fernandes C, Marques P, Martins R, Seabra J. Gearbox power loss. Part I: losses in rolling bearings. Tribol Int. 2015;88:298–308.

[62] Fernandes C, Marques P, Martins R, Seabra J. Gearbox power loss. Part II: friction losses in gears. Tribol Int. 2015;88:309–16.

[63] Fernandes C, Marques P, Martins R, Seabra J. Gearbox power loss. Part III: application to a parallel axis and a planetary gearbox. Tribol Int 2015;88:317–26.

[65] Durand De Gevigney J, Changenet C, Ville F, Velex P. Thermal modelling of a back-to-back gearbox test machine: application to the fzg test rig. Proc Inst Mech Eng Part J: J Eng Tribol 2012;226 (6):501–515.

[66] Palmgren A. i. SKF industries. Ball and roller bearing engineering. SKF Industries, Philadelphia, 1959.

[67] SKF General Catalogue 6000 EN, SKF; November 2005.

[68] Cousseau T, Graça B, Campos A, Seabra J. Friction torque in grease lubricated thrust ball bearings. Tribol Int 2011;44(5):523–31.

[69] Gonçalves D, Pinho S, Graça B, Campos AV, Seabra J. Friction torque in thrust ball bearings lubricated with polymer greases of different thickener content. Tribol Int 2016;96:87–96.

[70] Fernandes CMCG, Marques PMT, Martins RC, Seabra JHO. Influence of gear loss factor on the power loss prediction. Mech Sci 2015;6(2):81–8.

[71] Sfantos et al, Load sharing of spur gears in mesh an analytical and experimental study, 2003.

[72] Jurkschat T, Lohner T, Michaelis K, et al. Experimentelle Bestimmung des Reibungsverhaltens von Schragverzahnungen mit Flankenmodifikationen. In: Proceedings of the 57.GfT – Tribologie-Fachtagung. Gottingen, Germany, September 2016.

[74] Andersson M, Sosa M and Olofsson U. The effect of running-in on the efficiency of superfinished gears. Tribol Int 2016; 93: 71–77.

[75] Ohlendorf H. Verlustleistung und Erwarmung von Stirnradern. PhD Thesis, Technische Universitat Munchen, 1958.

[76] Doleschel A. Wirkungsgradberechnung von Zahnradgetrieben in Abhangigkeit vom Schmierstoff. PhD Thesis, Technische Universitat Munchen, 2003.

[77] Xi Y, Bjorling M, Shi Y, et al. Traction formula for rolling-sliding contacts in consideration of roughness under low slide to roll ratios. Tribol Int 2016; 104: 263–271.

[78] Bobach L, Beilicke R, Bartel D, et al. Thermal elastohydrodynamic simulation of involute spur gears incorporating mixed friction. Tribol Int 2012; 48: 191–206.

[79] Ziegltrum A, Lohner T and Stahl K. TEHL simulation on the influence of lubricants on load-dependent gear losses. Tribol Int 2016; 113: 252–261.

[80] Xu H, Anderson N, Maddock D, et al. Prediction of mechanical efficiency of parallel-axis gear Pairs. J Mech Des 2007; 129: 58–68.

[81] Li S and Kahraman A. A method to derive friction and rolling power loss formulae for mixed elastohydrodynamic lubrication. J Adv Mech Des Syst Manuf 2011; 5: 252– 263.

[82] Tallian T. The theory of partial elastohydrodynamic contacts. Wear 1972; 21: 49–101.

[83] Matsumoto S and Morikawa K. The new estimation formula of coefficient of friction in rolling-sliding contact surface under mixed lubrication condition for the power loss reduction of power transmission gears. In: Proceedings of the international gear conference 2014. August 2014, Lyon, France: Woodhead Publishing, pp.1078–1088.

[84] Robbe-Valloire F. Theoretical prediction and experimental results for mixed lubrication between parallel surfaces. In: Dowson D (ed.) Boundary and mixed lubrication – science and applications, vol. 40. Vienna, Austria: Elsevier Science, 2002, pp.129–137.

[85] Faraon I and Schipper D. Stribeck curve for starved line contacts. J Tribol Transact ASME 2007; 129:181–187.

[86] Masjedi M and Khonsari M. Theoretical and experimental investigation of traction coefficient in line-contact EHL of rough surfaces. Tribol Int 2014; 70: 179–189.

[87] Diab Y, Ville F and Velex P. Prediction of power losses due to tooth friction in gears. Tribol Transact 2006; 49: 260–270.

[88] Johnson K and Tevaarwerk J. Shear behaviour of elastohydrodynamic oil films. Proc R Soc Lond Ser A (Math Phys Sci) 1977; 356: 215–236.

[89] Sottomayor AG. Reologia de um lubrificante Nao-Newtoniano no interior de um contacto termoelastohidrodinamico: Determinac, ao dos parametros reologicos de um lubrificante. PhD Thesis, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2002.

[90] Bjorling, Habchi W, Bair S, et al. Towards the true prediction of EHL friction. Tribol Int 2013; 66: 19–26.

[91] Sharif K, Morris S, Evans H, et al. Comparison of non-Newtonian EHL models in high sliding applications. In: Dalmaz G, Lubrecht A, Dowson D, et al. (eds) Tribology research: from model experiment to industrial problem, Tribology series, vol. 39. Lyon, France: Elsevier, 2001, pp.787–796.

[92] Bercea M, Paleu V and Bercea I. Lubricant oils additivated with polymers in EHD contacts: Part 1. Rheological behaviour. Lubricat Sci 2004; 17: 1–24.

[93] Bair S and Winer W. High shear stress rheology of liquid lubricants at pressures of 2 to 200 MPa. ASME J Tribol 1989; 112: 245–252.

[94] Jacod B, Venner C and Lugt P. Extension of the friction mastercurve to limiting shear stress models. ASME J Tribol 2003; 125: 739–746.

[95] Hirst W and Moore A. Elastohydrodynamic lubrication at high pressures. II. Non-Newtonian behaviour. Proc R Soc Lond Ser A (Math Phys Sci) 1979; 365: 537–565.

[96] Clarke A, Weeks I, Evans H, et al. An investigation into mixed lubrication conditions using electrical contact resistance techniques. Tribol Int 2016; 93: 709–716.

[97] Steward J. The compliance of solid, wide-faced spur gears. J Mech Des 1990; 112: 590–595.

[98] Roth K. Zahnradtechnik. Band I: Stirnradverzahnungen- Geometrische Grundlagen. Berlin, Germany: Springer- Verlag, 1989.

[99] Olver A. Testing transmission lubricants: the importance of thermal response. Proc IMechE, Part G: J Aerospace Engineering 1991; 205: 35–44.

[100] K. J. Sharif, S Kong, H. P. Evans, Contact and elastohydrodynamic analysis of worm gears Part 1: theoretical formulation. Vol 215, Issue 7, 2001

[101] W Hirst, J W Richmond, Traction in Elastohydrodynamic Contacts, Vol 202, Issue 2, 1988

[102] ISO/TR 15144-1. Calculation of micropitting load capacity of cylindrical spur and helical gears – Part 1: Introduction and basic principles, 2nd Edition, International Organization for Standardization, September 2014.

[103] Hamrock BJ and Dowson D. Isothermal elastohydrodynamic lubrication of point contacts: Part III – Fully flooded results. J Tribol 1977; 99: 264–275.

[104] van Leeuwen H. The determination of the pressure–viscosity coefficient of a lubricant through an accurate film thickness formula and accurate film thickness measurements. Proc IMechE, Part J: J Engineering Tribology 2009; 223: 1143–1163.

[150] K L Johnson, One Hundred Years of Hertz Contact, Vol 196, Issue 1, 1982

[152] M Reiner, Physics today, 1964

[153] D. vanVelzen, R. Lopes Cardozo,1 and H. Langenkamp, A Liquid Viscosity-Temperature-Chemical Constitution Relation for Organic Compounds, Ind. Eng. Chem. Fundam., Vol. 1 1, No. 1, 1972

[154] D.J.SchipperW.E.ten Napel, The Effect of the Viscosity–Pressure Behaviour of Lubricants on the Film Thickness in Elastohydrodynamically Lubricated Line Contacts, Tribology Series, Elsevier, Volume 34,1998,

[155] AGMA 925-A03, Information Sheet, "Effect of Lubrication on Gear Surface Distress", 2003

[156] Mousa Rejvani et al, Experimental investigation of hybrid nano-lubricant for rheological and thermal engineering applications, 2019