# POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

## Tesi di Laurea Magistrale

## Analisi dinamica non lineare di un meccanismo di sospensione per carrelli ferroviari con smorzatori per attrito



#### Relatori

Christian Maria Firrone

Giuseppe Battiato

Candidato

Riccardo Federico

#### Abstract

Il fenomeno dell'attrito costituisce una fonte di smorzamento in diversi ambiti dell'ingegneria. La dissipazione di energia si realizza nel momento in cui due corpi strisciano in corrispondenza di un'interfaccia di contatto. Ciò può contribuire a limitare la risposta dinamica del sistema, soprattutto in prossimità delle condizioni di risonanza.

Nell'ambito dei carrelli ferroviari per il supporto di vagoni merci, tale principio viene sfruttato per mezzo di cunei integrati nel meccanismo di sospensione. Essi consentono di smorzare le vibrazioni indotte dalle irregolarità del binario, giocando per questo un ruolo importante nel comportamento dinamico del vagone. Alla semplicità tecnologica di questi cunei si contrappone la non linearità delle equazioni di equilibrio dinamico, introdotta dalla forza di attrito che si sviluppa alle loro interfacce di contatto.

Tale sistema costituisce l'oggetto di indagine del seguente lavoro di tesi. Partendo da una breve panoramica circa lo stato dell'arte relativo all'applicazione considerata, nel quale vengono illustrati alcuni esempi di modelli per la simulazione nonché i principali strumenti matematici impiegati (modelli di contatto, metodo DTI e metodo HBM per la risoluzione delle equazioni del moto), viene infine presentato un modello agli elementi finiti di un carrello ferroviario con cunei adibiti allo smorzamento per attrito. Esso è stato realizzato mediante il software ANSYS APDL ispirandosi ad un banco sperimentale, presente in letteratura, per lo studio della dinamica verticale del sistema eccitato da una legge armonica di spostamento. Particolare attenzione viene dedicata alla modellazione del problema del contatto mediante gli strumenti resi disponibili dal software. I risultati ottenuti dalle analisi dinamiche alle quali è stato sottoposto il modello possono essere confrontati con quelli del banco sperimentale offrendo dunque un'indicazione sulla bontà del modello e sulla sua capacità previsionale della dinamica non lineare insita nel fenomeno.

#### SOMMARIO

1	In	troduzione			
	1.1	Esem	pi applicativi di smorzamento per attrito	6	
2	St	tato dell	'arte	12	
	2.1	Il med	ccanismo di sospensione di un carrello ferroviario	12	
	2.2	Mode	lli fisici della sospensione con cunei impiegati per lo smorzamento per attrito	14	
	2.3	Mode	lli multibody e fem della sospensione con cunei impiegati per lo smorzamento per attrito	19	
	2.	3.1 N	Modelli multibody	19	
	2.	3.2 N	Modelli FEM	21	
	2.4	Strum	enti matematici per la simulazione	25	
	2.4	4.1 N	Modelli di attrito	25	
	2.4	4.2 N	Modelli di contatto	27	
		2.4.2.1	Spostamento relativo tangenziale 1D e carico normale costante	28	
		2.4.2.2	Spostamento relativo tangenziale 1D e carico normale variabile	29	
		2.4.2.3	Spostamento relativo tangenziale 2D e carico normale costante	31	
		2.4.2.4	Spostamento relativo tangenziale 2D e carico normale variabile	33	
	2.4	4.3 A	Approcci per la risoluzione delle equazioni del moto	34	
		2.4.3.1	Metodo del bilanciamento armonico	35	
		2.4.3.2	Integrazione diretta nel tempo	36	
	2.5	Esem	pi di output relativi al sistema in esame	37	
	2.6	Appro	occio sperimentale	41	
3	Μ	odello a	agli elementi finiti	44	
	3.1	Gener	azione del modello	44	
	3.2	Eleme	enti di contatto	47	
	3.2	2.1 H	Elementi surface-to-surface	48	
	3.2	2.2 H	Elementi node-to-node	54	
4	A	nalisi st	atica	59	
	4.1	Defin	izione delle condizioni al contorno: carichi e vincoli	59	
	4.2	Rigid	ezza di contatto	62	
	4.3	Anali	si dei risultati ottenuti con elementi node-to-node e elementi surface-to-surface	66	
5	A	nalisi m	odale	75	
6	A	nalisi tr	ansiente	82	
	6.1	Defin	izione dei loadsteps dell'analisi transiente	82	
	6.2	Princi	pali parametri impostati per lo svolgimento dell'analisi transiente	84	
	6.3	Scelta	della tipologia di elementi di contatto da utilizzare per le prove di analisi transiente	86	
	6.4	Risult	ati delle prove di analisi transiente	89	
7	A	nalisi cı	ritica del progetto	95	

8	Conclusioni	100
App	pendice	101
Bib	liografia	109

### 1 Introduzione

La presenza di sistemi con interfacce a contatto risulta una condizione comune in molti contesti ingegneristici. Se da un lato esse possono essere presenti come conseguenza diretta del processo di assemblaggio di una struttura, dall'altro esse possono essere appositamente previste con finalità relative alla limitazione della risposta dinamica del sistema, sotto l'azione di sollecitazione esterne. In entrambi i casi, grazie al moto relativo che si può sviluppare tra le superfici di contatto, si genera una forza di attrito, la quale, comportando una dissipazione di energia, costituisce una fonte aggiuntiva in termini di smorzamento. In questo modo, l'ampiezza di vibrazione, soprattutto in corrispondenza della frequenza di risonanza, viene limitata e con essa quella relativa al campo di tensione, con un notevole beneficio dal punto di vista del danneggiamento a fatica del sistema in esame.

Al fine di sottolineare l'opportunità di sfruttare lo smorzamento per attrito nella progettazione di un sistema dinamico, verranno illustrati alcuni esempi applicativi relativi a diversi ambiti. A valle di questo, si passerà alla descrizione del sistema sul quale è stato incentrato lo sviluppo di questa attività di tesi: un meccanismo di sospensione per carrelli ferroviari con smorzatori per attrito. In particolare, una volta descritta la geometria di riferimento, si farà un breve resoconto relativo allo stato dell'arte dell'applicazione considerata, preoccupandosi di mettere in luce la modalità di simulazione, gli strumenti matematici impiegati e gli output tipici. Verrà dunque presentata la costruzione di un modello agli elementi finiti della struttura, ispirato al banco sperimentale di un articolo presente in letteratura; esso sarà utilizzato per lo svolgimento di diverse simulazioni cercando alla fine di confrontare i risultati di queste ultime con le misure della sperimentazione.

#### 1.1 Esempi applicativi di smorzamento per attrito

Nella sezione corrente, si riportano alcuni esempi in cui l'effetto smorzante dell'attrito risulta rilevante. Senza entrare nei dettagli matematici dell'applicazione considerata, l'obiettivo sarà quello di mettere in luce il principio di funzionamento nonché la modalità con cui la dissipazione energetica mediante attrito viene ottenuta. Risulterà chiaro come il fenomeno in esame accomuni una grande varietà di ambiti dell'ingegneria.

In generale, è possibile individuare due casistiche interessate dal fenomeno dello smorzamento per attrito:

- i giunti, ossia dispositivi in cui l'assemblato finale viene ottenuto mediante diverse tecniche di collegamento tra i componenti che lo costituiscono, in corrispondenza di zone localizzate degli stessi;
- gli smorzatori, ossia dei componenti progettati appositamente per limitare l'ampiezza di vibrazione del sistema sfruttando la dissipazione energetica per attrito;

Entrambi i casi sono caratterizzati dalla presenza di almeno un'interfaccia costituita da due superfici di contatto, pressate l'una contro l'altra da una forza normale alle medesime [1]. Tale interfaccia costituisce proprio la sede nella quale si manifesta lo smorzamento per attrito.

Con riferimento alla prima categoria, si possono trovare alcuni esempi nell'ambito del settore delle costruzioni. Di particolare interesse, limitatamente al fenomeno dello smorzamento per attrito, risulta il caso delle strutture reticolari impiegate come supporto per antenne o per interferometri ottici, usati per la rilevazione di dati topografici. La flessibilità e la leggerezza che le contraddistingue rende insufficiente lo smorzamento intrinseco del materiale ai fini della limitazione delle vibrazioni del sistema entro valori accettabili; risulta necessaria una fonte aggiuntiva di smorzamento, rappresentata dall'attrito che si genera grazie allo slittamento delle superfici di contatto, in corrispondenza dei giunti della struttura. In particolare, i giunti di queste strutture sono progettati in modo tale da permettere un moto relativo tra la parte terminale di un'asta e il corrispondente nodo strutturale [2].

Al fine di rendere più chiaro il principio di funzionamento, viene riportata un'immagine raffigurante uno di questi giunti.



Figura 1: esempio di giunto in una struttura reticolare [3]

Si può notare come la dissipazione energetica per attrito sfrutti il moto relativo in direzione longitudinale di un'estremità del componente **3** rispetto al corpo del giunto **1**, caratterizzato da diverse interfacce di contatto. Particolarmente significativo risulta l'attuatore piezoelettrico **6**, situato sopra la piastra **5**: esso permette di regolare l'entità della forza normale agente sull'interfaccia di contatto tra la piastra e l'estremità dell'asta. Il principio su cui si basa il funzionamento di questo attuatore risulta analogo a quello riportato in figura "2".



Figura 2: giunto per attrito con controllo attivo della forza normale tramite dischi in materiale piezoelettrico [4]

Applicando una tensione, i dischi di materiale piezoelettrico, posti "a pacco" tra una delle piastre da collegare e il dado del bullone, reagiscono subendo una variazione di spessore, la quale va a determinare il valore del carico con cui le superfici di contatto sono premute l'una contro l'altra. Dunque, il giunto si configura come un dispositivo "attivo" dal momento che viene garantito un controllo sullo smorzamento che viene introdotto a livello del giunto mediante la variazione della forza normale: infatti, se tale forza fosse tale da impedire lo scorrimento all'interfaccia di contatto, l'energia dissipata sarebbe nulla e, con essa, anche lo smorzamento apportato dal giunto stesso.

Comunque, nonostante il caso appena discusso, nel corso della tesi si tratterà un approccio "passivo" per lo smorzamento per attrito delle vibrazioni, ossia tale da non permettere un suo controllo attivo da parte dell'utente, mediante un sistema elettronico ad esempio. Si è comunque voluto riportare un caso di dispositivo "attivo" sia per mettere in luce la direzione verso cui sembra essere indirizzata la ricerca in questo settore, sia per evidenziare i vantaggi che esso può comportare; in particolare, la possibilità di regolazione della forza normale consente di superare un limite dei giunti "passivi": con la forza normale costante che li contraddistingue, una buona riduzione delle vibrazioni viene ottenuta all'inizio; nel momento in cui l'ampiezza

di vibrazione decresce al di sotto di un certo livello, si realizza un condizione di "sticking", di adesione tra le superfici e l'energia non viene più dissipata [2].

Sempre nell'ottica del contenimento dell'ampiezza di vibrazione al fine di prolungare la vita a fatica del componente progettato, lo smorzamento per attrito risulta una delle soluzioni applicabili nel campo dei veicoli aerospaziali considerando il vincolo principale della leggerezza che caratterizza questo settore; infatti, l'utilizzo di dispositivi di smorzamento, basati su questo principio, consente di ottenere le prestazioni desiderate senza comportare un significativo incremento in termini di massa del sistema.



Figura 3: esempio di veicolo aerospaziale ("Phoenix", facente parte del programma nazionale tedesco "ASTRA")

Un esempio viene riportato nell'articolo [5]. In particolare, viene descritto un possibile sistema di smorzamento "passivo" per attrito impiegato nei pannelli che costituiscono un veicolo aerospaziale. Posto all'interno della configurazione tipica di un pannello (caratterizzata da due fogli di materiale composito, incollati ad una struttura a nido d'ape di alluminio mediante una resina epossidica), tale dispositivo risulta costituito dai seguenti componenti principali:

- un casing in plastica rinforzata mediante delle fibre di carbonio;
- due piastre del medesimo materiale;
- una molla in acciaio, responsabile della forza normale all'interfaccia tra le piastre e il casing;



Figura 4: dispositivo di smorzamento passivo di un pannello di un veicolo aerospaziale [5]

Il principio di funzionamento è basato sullo spostamento relativo che si sviluppa tra le superfici delle piastre e del casing in seguito alle deformazioni che si verificano durante la vibrazione del pannello [5]. Grazie a tale slittamento, in maniera analoga a quanto già osservato in precedenza, si genera una forza di attrito, responsabile della dissipazione di energia e dello smorzamento desiderato.



Figura 5: principio di funzionamento dello smorzatore di figura "4"

Sempre rimanendo in ambito aerospaziale, un'interessante applicazione dello smorzamento per attrito riguarda l'albero di trasmissione di un elicottero, in particolare quello coinvolto nel trasferimento della potenza dal motore principale alla scatola degli ingranaggi in corrispondenza del rotore di coda. In questo caso, l'impiego di uno smorzatore per attrito consente di superare la soluzione standard prevista per questa tipologia di albero: da un albero suddiviso in tanti segmenti sub-critici, collegati tra di loro mediante accoppiamenti flessibili, si passa ad unico albero supercritico, con un notevole risparmio in termini di massa e costi [6].



Figura 6: rappresentazione schematica di un elicottero nella quale si evidenzia il sistema di trasmissione "110" dal motore "106" al rotore di coda "114" [7]

Con il termine supercritico, si intende la condizione per la quale il rotore, come può essere considerato l'albero dell'elicottero, si trova a lavorare in un campo di velocità situato al di là di un determinato valore critico (quello per il quale una delle forzanti del sistema ha una frequenza coincidente con una delle sue frequenze naturali [8]). Considerando il fatto che un singolo componente risulta più flessibile, l'albero dovrà attraversare questo valore critico di velocità per portarsi nel punto di lavoro previsto (a differenza del caso di molteplici segmenti di albero giuntati tra di loro). L'impiego di uno smorzatore per attrito rende possibile questo, limitando l'ampiezza delle vibrazioni flessionali ed evitando dunque la rottura del sistema in corrispondenza di questa condizione critica.

Uno schema di principio dello smorzatore in esame viene riportato nella figura seguente.



Figura 7: principio di funzionamento di uno smorzatore per attrito impiegato nel caso dell'albero di trasmissione di un elicottero [6]

Come si evince dalla figura, il meccanismo dissipativo scaturisce a seguito del moto relativo tra il disco 2, solidale all'albero dell'elicottero 1, e il corpo dello smorzatore 3. La molla 5 preme la piastra 4 contro il disco, definendo dunque l'entità del carico normale e quindi della forza di attrito in corrispondenza delle superfici di contatto del disco stesso. Risulta interessante evidenziare la presenza del gap radiale "S" tra il disco e l'albero: il valore di tale distanza è scelto in maniera tale da consentire all'albero, al di fuori della regione di risonanza, di poter ruotare liberamente, senza alcun contatto con il dispositivo di smorzamento [6]. Tale scelta comporta un notevole beneficio nel contenimento dell'usura del componente.

Volendo offrire un esempio realistico di applicazione dello schema di principio riportato in precedenza, si può considerare la figura "8", tratta da un brevetto statunitense [7].



Figura 8: smorzatore per attrito per l'albero di trasmissione di un elicottero [7]

Senza dilungarsi nella descrizione dell'assieme, ci si limita a mettere in evidenza i componenti coinvolti nello smorzamento per attrito.

L'elemento **214**, solidale all'albero, tende a strisciare rispetto alle superfici degli anelli **226** (evidenti nel disegno in sezione). Avvitando il dado **232**, risulta possibile variare la compressione della molla **228** e quindi il carico normale agente sulle interfacce di contatto. Ovviamente, anche la forza di attrito varierà di conseguenza.

Nel corso del seguente capitolo della tesi, sono stati trattati alcuni esempi relativi allo sfruttamento del fenomeno dell'attrito per ridurre l'ampiezza della risposta dinamica di un sistema. Senza aver la pretesa di fornire una panoramica esaustiva in merito a questo argomento, l'obiettivo è stato quello di indicare alcuni dei possibili campi in cui i giunti/smorzatori per attrito possono rivestire una certa importanza, mostrando la modalità con cui la dissipazione energetica per attrito è stata ottenuta. Nel seguito, ci si concentrerà su un sistema, impiegato nell'ambito dei carrelli ferroviari e basato sul medesimo principio relativamente allo smorzamento delle vibrazioni.

### 2 Stato dell'arte

Dopo questa breve introduzione circa il fenomeno dello smorzamento per attrito e l'interesse che esso suscita dal punto di vista ingegneristico, si passa ora alla trattazione del sistema sul quale verrà incentrato lo sviluppo di questa attività di tesi: un meccanismo di sospensione impiegato nei carrelli ferroviari. Caratterizzato dalla presenza di interfacce di contatto tra i componenti che lo costituiscono, proprio in corrispondenza di tali interfacce, si origina la forza di attrito capace di smorzare le vibrazioni indotte dalle irregolarità del tracciato percorso dal carrello.

Partendo da una breve descrizione della struttura del carrello finalizzata a mettere in evidenza i principali componenti della sospensione coinvolti nel fenomeno dello smorzamento, si passerà ad illustrare alcuni strumenti matematici impiegati, ai fini della simulazione, nella bibliografia relativa all'applicazione considerata. Dunque, la finalità della sezione corrente prevede la ricostruzione dello stato dell'arte del sistema in esame in maniera tale da rendere chiaro il background nel quale andrà ad inserirsi l'approccio al problema di questa attività di tesi.

#### 2.1 Il meccanismo di sospensione di un carrello ferroviario

Il sistema di sospensione che ci si appresta ad analizzare viene impiegato in una tipologia di carrelli ferroviari per il supporto di vagoni merci, denominati "three-piece bogies", molto diffusa in paesi come il Nord America, Russia, Cina, Sudafrica e Australia. La semplicità e i costi limitati che li contraddistinguono costituiscono una delle ragioni principali della loro diffusione.



Figura 9: componenti di un carrello "three-piece" (immagine a sinistra tratta da [1], quella a destra da [9])

La struttura di tali carrelli, come suggerito dal nome con cui sono identificati, risulta costituita da tre componenti fondamentali:

- due telai laterali ("sideframe"), supporto degli assali su cui vengono calettate le ruote del carrello;
- una traversa centrale ("bolster"), la quale fornisce il punto di attacco per la carrozza soprastante;

Il "letto" di molle che collega le due estremità della traversa ai telai laterali rappresenta uno degli elementi costituenti il meccanismo di sospensione. In maniera analoga a quanto capita in ambito automotive, grazie alla loro deformabilità, tali molle evitano una trasmissione rigida dei carichi derivanti dal contatto ruota-binario. Lo smorzamento delle vibrazioni indotte dalle irregolarità del tracciato spetta invece a dei cunei prismatici ("wedge") collocati nello spazio compreso tra la traversa centrale e le pareti della "finestra", ricavata nei telai per l'alloggiamento delle estremità della traversa stessa. Tali cunei costituiscono pertanto il principale componente responsabile della caratteristica smorzante della sospensione: durante il suo funzionamento, il

moto relativo che si genera in corrispondenza delle superfici di contatto dei cunei con la traversa e le pareti del telaio laterale comporta lo sviluppo delle forze di attrito necessarie alla dissipazione energetica. Tale aspetto influenza considerevolmente il comportamento dinamico del vagone merci, contribuendo a garantire la stabilità dello stesso.

Introdotti nel 1935, tale tipologia di smorzatore per attrito continua ad essere impiegata grazie ai vantaggi che essa comporta: la facilità costruttiva, i bassi costi e la limitata necessità di manutenzione.

Essi vengono integrati nel meccanismo di sospensione secondo differenti configurazioni; le principali soluzioni vengono di seguito riportate.



Figura 10: principali configurazioni di una sospensione con cunei per lo smorzamento per attrito [10]

Come si può evincere dalla figura soprastante, è possibile individuare due criteri sulla base dei quali classificare il sistema in esame:

- 1) la disposizione del cuneo rispetto agli altri componenti del meccanismo;
- 2) l'inclinazione delle pareti del frame a contatto con il cuneo;

Per quanto riguarda il primo criterio, una soluzione prevede il collegamento del cuneo con il telaio tramite una molla ("wedge spring"). In questa configurazione, definita come "variable-damping", le forze normali agenti sulle superfici di contatto (e quindi quelle di attrito) dipendono dallo spostamento relativo della traversa rispetto al frame a causa della reazione della molla stessa. Un'altra soluzione, definita come "constant-damping", presenta una molla disposta all'interno di una sede ricavata sulla traversa. Tale molla mantiene il cuneo in posizione con un precarico costante [11]. In questo caso, la deflessione della traversa rispetto al frame non comporta la variazione del carico normale agente sulle superfici di contatto del cuneo con gli altri componenti.

Considerando ora il secondo criterio, esso riguarda il valore dell'angolo  $\gamma$  indicato in figura. Il fatto che esso risulti diverso da zero influisce sulla possibilità che si sviluppi uno spostamento relativo all'interfaccia "wedge-bolster" e quindi una forza di attrito; infatti, nel caso la parete del frame risultasse verticale (angolo  $\gamma$  nullo),

il moto del cuneo in direzione longitudinale sarebbe vincolato impedendo qualsiasi possibilità di scorrimento rispetto alla traversa. Altrimenti, i casi possibili sarebbero due. Nella configurazione denominata "toe-in", considerando uno spostamento verso il basso della traversa, l'inclinazione della parete del frame comporta una riduzione della distanza longitudinale dei cunei a contatto con la traversa stessa. Nel caso "toe-out", ponendosi in una condizione analoga a quella precedente, i due cunei a contatto con la traversa tenderebbero invece ad allontanarsi l'uno rispetto all'altro. Queste considerazioni risultano utili per comprendere il verso della forza di attrito all'interfaccia "wedge-bolster".

Alla semplicità dal punto di vista della realizzazione tecnologica e della manutenzione, si contrappone la difficoltà insita nella trattazione matematica di questa tipologia di sistema: la non-linearità introdotta dalla forza di attrito che si sviluppa alle interfacce di contatto. Su questo aspetto ci si concentrerà in un capitolo dell'attività di tesi.

# 2.2 Modelli fisici della sospensione con cunei impiegati per lo smorzamento per attrito

A questo punto, al fine di procedere gradualmente con la trattazione, vengono riportati alcuni modelli semplificati per la comprensione della fisica di base del sistema di sospensione con smorzatori per attrito. Il punto di partenza è sempre rappresentato dal diagramma di corpo libero del cuneo; sulla base del medesimo, verranno ricavate le equazioni del moto sfruttando l'equilibrio delle forze.

Prima di procedere, viene fatta una precisazione. Come precedentemente anticipato, l'attrito si manifesta in seguito al moto relativo in corrispondenza delle interfacce di contatto "wedge-bolster" e "wedge-sideframe". Oltre che nel piano longitudinale-verticale, tale moto può verificarsi, soprattutto per quanto riguarda l'interfaccia del cuneo con il frame, anche in direzione laterale contribuendo ad un effetto smorzante anche relativamente alla dinamica del sistema che si sviluppa in quella direzione (moto di imbardata tra traversa e frame). A seconda del fenomeno che si desidera studiare, il modello dovrà o meno tenere in conto le forze di attrito che si originano in direzione laterale.

Un primo semplice modello del sistema, classificabile come appartenente alla configurazione "variabledamping" precedentemente definita, viene presentato nell'articolo [12]. Le principali assunzioni alla base vengono qui elencate:

- viene trascurata l'inerzia del cuneo (motivo per il quale questo modello viene definito come "statico");
- le pareti verticali del frame impediscono il moto del cuneo in direzione longitudinale fatto che assicura l'assenza di uno spostamento relativo all'interfaccia "wedge-bolster";

Si suppone di considerare la condizione per la quale la traversa si stia muovendo verso il basso relativamente al frame; tale ipotesi risulta necessaria in quanto il moto relativo tra i componenti determina l'orientazione della forza di attrito in corrispondenza delle interfacce a contatto. Dunque, all'inversione del moto della traversa corrisponde un cambiamento di verso della forza di attrito, in modo tale che essa risulti sempre in opposizione al movimento di un corpo rispetto all'altro.



Figura 11: schema di una sospensione con cunei (a sinistra) [12]; diagramma di corpo libero nel caso di modello "statico" del cuneo (a destra) [10]

Le forze scambiate tra i componenti del sistema vengono rappresentate nel diagramma di corpo libero riportato in figura "11". Imponendo l'equilibrio del cuneo in direzione longitudinale e verticale, si ottengono le seguenti equazioni:

$$F_{N2}\sin\alpha = \operatorname{sgn}(\dot{z}_b)F_{N1}\mu_1 + F_{kw}$$
(2.1)

$$F_{N2}\cos\alpha = F_{N1} \tag{2.2}$$

- $F_{N1}$  forza normale all'interfaccia di contatto "wedge-sideframe";
- $F_{N2}$  forza normale all'interfaccia di contatto "wedge-bolster";
- $F_{kw}$  forza elastica della molla che supporta il cuneo;
- *α* angolo caratteristico del cuneo;
- $\mu_1$  coefficiente di attrito;

La funzione sgn $(\dot{z}_b)$  assume i valori 1 o -1 a seconda che il moto della traversa rispetto al frame avvenga verso il basso, determinando una compressione delle molle del sistema di sospensione, o verso l'alto, determinando una loro estensione. Come anticipato, ciò influenza il verso della forza di attrito agente tra le superfici a contatto.

Dalle equazioni che si sono scritte, risulta evidente come il modello tenga esclusivamente in considerazione la dinamica del sistema in direzione verticale senza trattare quanto accade in quella laterale.

Sempre nel medesimo articolo [12] viene affinato ulteriormente il modello descritto in precedenza. Le novità che lo contraddistinguono rispetto a questo ultimo risultano essere le seguenti:

- viene tenuta in considerazione la massa del cuneo (motivo per il quale il modello viene definito come "dinamico");
- le pareti del frame risultano inclinate di un certo angolo γ rendendo possibile uno spostamento del cuneo in direzione longitudinale;

Immaginando di considerare un angolo  $\gamma$  come quello riportato in figura "12", se si considera il caso in cui la traversa si sta spostando verso il basso rispetto al frame, i cunei andranno ad aumentare la propria distanza reciproca in direzione longitudinale (configurazione "toe-out"); in conseguenza di ciò, la forza di attrito  $f_N$ , agente sul cuneo all'interfaccia con la traversa, tenderà ad opporsi assumendo un verso corrispondente a quello riportato nel diagramma di corpo libero del cuneo (figura "12").



Figura 12: schema di una sospensione con cunei (a sinistra); diagramma di corpo libero nel caso di modello "dinamico" del cuneo (a destra) [12]

Analogamente a quanto visto in precedenza, imponendo l'equilibrio delle forze in direzione longitudinale e verticale sia per il cuneo che per la traversa, si ottengono le seguenti equazioni del moto:

$$S_1 \cos \gamma + f_{S1} \sin \gamma - N \cos \phi + f_N \sin \phi = M_1 \ddot{x}_1$$
(2.3)

$$N\cos\phi - f_N\sin\phi - S_2 = M_2 \ddot{x}_2$$
(2.4)

$$-W_{1} + F_{kw} - S_{1}\sin\gamma + f_{S1}\cos\gamma - N\sin\phi - f_{N}\cos\phi = M_{1}\ddot{y}_{1}$$
(2.5)

$$-W_2 + F_{kb} + N\sin\phi + f_N\cos\phi = M_2\ddot{y}_2 \tag{2.6}$$

- *S*<sub>1</sub> forza normale all'interfaccia "wedge-sideframe";
- *f*<sub>S1</sub> forza di attrito all'interfaccia "wedge-sideframe";
- *N* forza normale all'interfaccia "wedge-bolster";
- $f_N$  forza di attrito all'interfaccia "wedge-bolster";
- $F_{kw}$  forza elastica della molla che supporta il cuneo;
- $F_{kb}$  forza elastica delle molle che supportano la traversa;
- *S*<sub>2</sub> forza derivante dall'applicazione dei vincoli di simmetria;
- W forza peso;
- $\phi$  angolo caratteristico del cuneo;
- γ angolo di inclinazione delle pareti del frame;

A tali equazioni si aggiungono ulteriori condizioni espresse tramite vincoli cinematici: l'una derivante da considerazioni circa la simmetria della struttura (motivo per cui lo spostamento della traversa in direzione longitudinale risulta nullo), l'altra conseguenza dell'assunzione che il contatto tra i corpi non venga mai perso. La traduzione in termini matematici di quanto descritto risulta quindi:

$$\dot{x}_1 = \dot{y}_1 \tan \phi \tag{2.7}$$

$$\dot{y}_2 = \left(1 + \frac{\tan\gamma}{\tan\phi}\right)\dot{y}_1 \tag{2.8}$$

$$\dot{x}_2 = 0 \tag{2.9}$$

16

A fronte di manipolazioni delle sette equazioni di cui si è discusso precedentemente, esse vengono infine espresse nella seguente forma matriciale, caratterizzata dal fatto di mettere in evidenza nel vettore delle incognite le grandezze di maggior interesse ( $\ddot{y}_2$ ,  $N \in S_1$ ):

$$AY = F \tag{2.10}$$

$$A = \begin{bmatrix} \cos \gamma - \mu_1 \operatorname{sgn} \dot{u} \sin \gamma & -\cos \phi - \mu_2 \operatorname{sgn} \dot{u} \sin \phi & -M_1 \frac{\sin \phi \sin \gamma}{\sin(\phi + \gamma)} \\ -\sin \gamma - \mu_1 \operatorname{sgn} \dot{u} \cos \gamma & -\sin \phi + \mu_2 \operatorname{sgn} \dot{u} \cos \phi & -M_1 \frac{\sin \phi \sin \gamma}{\sin(\phi + \gamma)} \\ 0 & \sin \phi - \mu_2 \operatorname{sgn} \dot{u} \cos \phi & -M_2 \end{bmatrix}$$
$$Y = \begin{bmatrix} S_1 \\ N \\ \ddot{y}_2 \end{bmatrix} \qquad F = \begin{bmatrix} 0 \\ W_1 - F_{kw} \\ W_2 - F_{kb} \end{bmatrix}$$

con  $\dot{u}$  velocità relativa della traversa rispetto al frame.

Tuttavia, come nel precedente caso, questo modello non tiene in considerazione eventuali moti relativi in direzione laterale e la forza di attrito che ne risulta. Un esempio in tal senso viene riportato nell'articolo [13].

La differenza rispetto ai modelli precedenti risulta chiara solamente osservando il diagramma di corpo libero del cuneo (figura "13").



Figura 13: diagramma di corpo libero di un cuneo [13]

In corrispondenza dell'interfaccia di contatto "wedge-sideframe", oltre alla componente in direzione verticale  $\mu_z F_c$ , la forza di attrito presenta una componente laterale  $\mu_y F_c$  tale da opporsi al moto relativo in questa direzione. Tuttavia, l'espressione analitica di tale forza viene ottenuta partendo dall'equilibrio delle forze in direzione longitudinale e verticale; dunque, nonostante la peculiarità di questo modello, la procedura risulta analoga a quella mostrata nella descrizione dei modelli precedenti. Assumendo sempre uno spostamento verso il basso della traversa rispetto al frame, le equazioni risultanti sono:

$$F_s \cos \alpha - \mu_s F_s \sin \alpha - F_c = 0 \tag{2.11}$$

$$F_s \sin \alpha + \mu_s F_s \cos \alpha - N - \mu_z F_c = 0 \tag{2.12}$$

- *F<sub>c</sub>* forza normale all'interfaccia "wedge-sideframe";
- *F<sub>s</sub>* forza normale all'interfaccia "wedge-bolster";
- *N* forza elastica della molla che supporta il cuneo;
- α angolo caratteristico del cuneo;

- $\mu_z$  coefficiente di attrito, in direzione verticale, all'interfaccia "wedge-sideframe";
- μ<sub>s</sub> coefficiente di attrito all'interfaccia "wedge-bolster";

Alla base delle equazioni sopra riportate, oltre al fatto che viene trascurata l'inerzia del cuneo, vi è un'ulteriore assunzione: una configurazione, precedentemente definita come "toe-out", per quanto riguarda l'inclinazione delle pareti del frame a contatto con i cunei. Tuttavia, a differenza del secondo modello riportato, tale informazione gioca un ruolo solamente nella determinazione del verso della forza di attrito in corrispondenza della superficie inclinata del cuneo, a contatto con la traversa; non si vede infatti una sua influenza per quanto riguarda la scomposizione delle forze secondo le direzioni del sistema di riferimento scelto per ricavare le equazioni del moto.

Le equazioni vengono dunque elaborate per esprimere il seguente rapporto:

$$\frac{F_c}{N} = \frac{1 - \mu_s \tan \alpha}{(1 + \mu_z \mu_s) \tan \alpha - \mu_z + \mu_s}$$
(2.13)

Per concludere, gli autori dell'articolo [13] riportano le espressioni delle componenti della forza di attrito all'interfaccia "wedge-sideframe", di particolare interesse nell'ottica della funzione smorzante svolta dal cuneo stesso:

$$F_{y} = \mu_{y} \frac{1 - \mu_{s} \tan \alpha}{(1 + \mu_{z} \mu_{s}) \tan \alpha - \mu_{z} + \mu_{s}} N$$
(2.14)

$$F_{z} = \mu_{z} \frac{1 - \mu_{s} \tan \alpha}{(1 + \mu_{z} \mu_{s}) \tan \alpha - \mu_{z} + \mu_{s}} N$$
(2.15)

I coefficienti di attrito che compaiono nelle precedenti relazioni soddisfano la seguente condizione:

$$\mu_c^2 = \mu_y^2 + \mu_z^2 \tag{2.16}$$

Il significato pratico di tale espressione è che lo strisciamento in una direzione riduce l'attrito disponibile nella direzione ortogonale; quindi, per esempio, il movimento laterale della traversa limiterà le forze di attrito verticali necessarie a controllare le vibrazioni del veicolo in quella direzione [13].

Prima di procedere ulteriormente, si vogliono riportare alcune considerazioni al fine di giustificare questo capitolo della tesi.

Nonostante la semplicità di questi modelli, sicuramente poco adeguati a riprodurre la complessità dei fenomeni che contraddistinguono il sistema oggetto di studio, essi risultano comunque utili per comprendere quali parametri siano coinvolti nel fenomeno dello smorzamento per attrito. In particolare, esaminando le equazioni, sembra rivestire una certa importanza l'angolo caratteristico del cuneo e il coefficiente di attrito tra le superfici a contatto (correlabile alla finitura superficiale, allo stato di usura e al materiale con cui è realizzato il cuneo stesso); ad essi si aggiunge l'angolo di inclinazione delle pareti del frame a contatto con il cuneo.

Inoltre, a seconda della modalità di vibrazione che si desidera studiare (dinamica verticale del sistema, moto di imbardata della traversa rispetto al frame), si comprende la necessità di considerare eventualmente modelli di attrito bidimensionale; infatti, come evidenziato nel modello dell'articolo [13], la forza di attrito sulla superficie del cuneo a contatto con il frame può presentare una componente sia in direzione verticale sia in direzione laterale.

Per concludere, i modelli presentati in questa sezione possono essere considerati come il punto di partenza prima di passare a tecniche di modellazione più raffinate come il metodo multibody e quello agli elementi finiti (FEM).

# 2.3 Modelli multibody e fem della sospensione con cunei impiegati per lo smorzamento per attrito

In questo capitolo si riportano alcuni esempi di modelli presenti in letteratura relativi al sistema in esame, sviluppati con tecniche multibody o agli elementi finiti. Partendo da una breve introduzione del metodo utilizzato, si procederà ad una descrizione dettagliata della costruzione del modello.

#### 2.3.1 Modelli multibody

Un sistema multibody può essere definito come un insieme di corpi, in genere rigidi, collegati tra di loro mediante giunti; tali entità limitano alcuni moti relativi dei corpi che collegano mentre ne consentono altri (anche se esistono alcuni elementi di collegamento, come molle e smorzatori, che non comportano una riduzione del numero di gradi di libertà del sistema). Definiti i gradi di libertà dei corpi che costituiscono il sistema e i reciproci vincoli cinematici, il sistema multibody può essere sottoposto, per esempio, ad un'analisi dinamica per effettuarne lo studio del moto quando soggetto a carichi esterni applicati. Ciò comporta la risoluzione di un sistema di equazioni differenziali, realizzata generalmente mediante un approccio numerico.

Fatta questa sommaria introduzione, vengono descritti alcuni modelli della sospensione del carrello ferroviario ottenuti secondo l'approccio multibody.

Un modello multibody, realizzato mediante il codice commerciale MSC.Adams/View, viene impiegato nell'articolo [9] per studiare la risposta della sospensione del carrello al variare delle condizioni di eccitazione, in termini di frequenza e di ampiezza di spostamento verticale imposto al frame, e della legge con cui viene espresso il coefficiente di attrito in corrispondenza delle interfacce di contatto del sistema.



Figura 14: modello multibody della sospensione di un carrello [9]

Il modello risulta costituito da quattro corpi rigidi; essi rappresentano i componenti del sistema di sospensione, oggetto di studio: il frame ("sideframe"), la traversa ("bolster") e la coppia di cunei ("wedge"). Le molle a spirale che, nel sistema reale, collegano l'estremità della traversa al frame, vengono simulate mediante due elementi elastici; lo stesso viene fatto per quanto riguarda le molle che supportano i cunei.

Di particolare interesse, visto l'impiego della tecnica multibody, risulta la definizione dei vincoli per limitare il movimento relativo di un corpo rispetto all'altro: per vincolare il moto nel piano x-y, le interazioni tra i corpi sono modellate come giunti prismatici, traslazionali [9]. Come conseguenza, la dinamica del sistema in direzione laterale (z in figura "14") non viene presa in considerazione.

Il modello viene infine completato dalla definizione dei carichi a cui sono soggetti i diversi componenti:

- le forze di attrito, applicate come carichi puntuali al centro delle interfacce di contatto "wedge-bolster" e "wedge-sideframe";
- la legge sinusoidale di spostamento in direzione verticale (y in figura "14"), applicata nel baricentro del frame per rappresentare l'eccitazione del sistema derivante dalle irregolarità superficiali del binario;

Un altro esempio di modello multibody del sistema in esame viene descritto nell'articolo [14]. Nonostante il maggior livello di dettaglio, come si vede in figura "15", in maniera analoga all'esempio precedentemente riportato, il modello prevede che i corpi siano vincolati a muoversi nel piano x-y. Dunque, eventuali forze in direzione laterale vengono trascurate. A conferma di questo, i gradi di libertà di ciascuno dei corpi che costituiscono il modello sono tre: le traslazioni in direzione longitudinale e verticale e la corrispondente rotazione nel piano.



Figura 15: modello multibody della sospensione di un carrello [14]

In questo caso, l'interazione tra i corpi viene gestita tramite la definizione delle forze di contatto in accordo ad una formulazione penalty, molto comune nell'ambito della dinamica dei sistemi multibody. Senza entrare nel dettaglio dell'algoritmo penalty per la risoluzione del problema del contatto (al quale verrà dedicato successivamente un capitolo della tesi), è sufficiente ricordare il fatto che, se si considera la direzione normale alla superficie di contatto, tale algoritmo restituisce la forza all'interfaccia tra due corpi sulla base dell'entità della compenetrazione reciproca, non esclusa dal metodo.



*Figura 16: punti di applicazione delle forze sui diversi corpi del modello multibody* [14]

Per completare la descrizione del modello, le ulteriori forze, applicate nei punti evidenziati in figura "16", sono:

- le forze di attrito, calcolate sulla base delle forze normali di contatto;
- le forze elastiche, esercitate dagli elementi molla unidimensionali che rappresentano il "letto" di molle ad elica che costituisce il meccanismo di sospensione;

Per quanto riguarda gli elementi molla unidimensionali precedentemente citati, si precisa come alcuni di essi (in particolare quelli che collegano la traversa al frame, chiamati "Suspension springs" in figura "15") siano caratterizzati da una rigidezza variabile. Tale aspetto vuole modellare il fatto che nelle applicazioni reali risulti usuale avere alcuni gruppi di molle concentriche con differenti altezze libere cosicché, durante il moto della sospensione, il numero di molle "attivate" risulta variabile [14]. Viene dunque introdotto un ulteriore aspetto costruttivo non trattato nei modelli che sono stati presentati finora.

Come nel modello precedentemente descritto, si ricerca anche in questo caso la risposta del sistema nel momento in cui esso risulti sottoposto ad uno spostamento armonico in direzione verticale, applicato a livello degli assali.

#### 2.3.2 Modelli FEM

Il metodo agli elementi finiti risulta una tecnica molto diffusa in ambito strutturale. Mediante la discretizzazione di una struttura continua in un numero finito di elementi, essa consente di sostituire un sistema di equazioni alle derivate parziali con uno alle derivate ordinarie (ODE), con notevoli vantaggi dal punto di vista della risoluzione. Ciò risulta possibile partendo dall'espressione del campo di spostamenti all'interno di un elemento tramite delle funzioni di forma. Sostituendo tale formulazione all'interno di un funzionale (come può essere ad esempio il principio dei lavori virtuali), si ottiene un sistema matriciale analogo a quello che si otterrebbe nel caso di un sistema discreto o a parametri concentrati.

Tuttavia, la discretizzazione della struttura comporta inevitabilmente un'approssimazione; essa sarà tanto maggiore quanto minore sarà il numero di elementi utilizzati: infatti, ad un limitato numero di elementi corrisponde un limitato numero di gradi di libertà del sistema, contro gli infiniti gradi di libertà che caratterizzano una struttura continua.

Nonostante ciò, il numero di gradi di libertà necessari a caratterizzare il comportamento dinamico di una struttura è in genere molto minore di quello richiesto per ricavare tensioni e deformazioni in un'analisi statica [15]; dunque, una minor finezza di discretizzazione risulterà accettabile in tal caso.

Fatta questa breve introduzione, si riportano alcuni esempi di modelli agli elementi finiti della sospensione oggetto di studio. Si precisa il fatto che i modelli siano relativi ad una configurazione "constant-damping" della sospensione, a differenza degli esempi che sono stati illustrati in precedenza. Tuttavia, risulta comunque possibile mettere in evidenza l'applicazione pratica del metodo agli elementi finiti.

Nell'articolo [16] viene presentato un modello bidimensionale agli elementi finiti al fine di valutare l'effetto smorzante, introdotto dai cunei, sulla dinamica verticale ("bounce modes") della sospensione di un carrello ferroviario.

Il modello, realizzato con il software ABAQUS@ V6.4, riproduce un quarto della struttura di un carrello ferroviario; infatti, considerando il fenomeno che si desidera simulare, ossia un moto vibratorio in direzione verticale, risulta possibile semplificare il modello sfruttando la simmetria, con un notevole beneficio dal punto di vista dello sforzo computazionale.



Figura 17: modello FEM della sospensione di un carrello (un quarto di struttura) [16]

Discretizzati con elementi piani bidimensionali, si riconoscono tutti i componenti del sistema oggetto di studio: la traversa, il cuneo e il frame.

Per quanto riguarda le molle della sospensione che collegano la traversa al frame, esse vengono modellate mediante degli elementi molla. In parallelo a questi ultimi, vengono inseriti degli smorzatori viscosi al fine di rappresentare la lieve dissipazione introdotta dalle molle stesse; però, volendo studiare l'effetto dell'attrito che si sviluppa alle interfacce dei cunei con gli altri componenti, i coefficienti che caratterizzano gli smorzatori viscosi vengono settati con valori molto bassi. Analoghi elementi elastici simulano le molle che collegano i cunei alla traversa, secondo la configurazione definita "constant damping".

In questo caso, si è tenuta in considerazione la massa del vagone supportato dal carrello (dal momento che si è considerato un quarto della struttura del carrello, essendo il vagone sostenuto da due carrelli, viene considerato un ottavo della massa del vagone) mediante quattro masse concentrate, collegate alla traversa per mezzo di molle molte rigide; in questo modo, si assicura il medesimo spostamento tra la massa concentrata e il nodo della traversa ad essa connesso.

Di particolare interesse risulta la modalità con la quale viene gestito il problema del contatto alle interfacce dei componenti. Come già visto in un esempio relativo alla tecnica multibody, anche in questo caso si parla dell'utilizzo del metodo penalty per il calcolo delle forze di contatto.

Una volta definiti i vincoli in direzione longitudinale, in corrispondenza del piano di simmetria, considerata la decisione di modellare solo un quarto della struttura, il modello viene infine sottoposto ad alcune analisi dinamiche, quali la risposta all'impulso o ad una forzante periodica, applicando l'eccitazione in corrispondenza dell'interfaccia tra l'assale e il frame ("excitation surface" in figura "17").

Un altro modello agli elementi finiti viene descritto nell'articolo [17].



Figura 18: modello FEM della sospensione di un carrello (metà struttura) [17]

A differenza del caso illustrato in precedenza, viene modellata metà struttura del carrello e non un quarto; ciò risulta necessario considerata la volontà di studiare il comportamento della sospensione nel caso l'interazione con il tracciato ferroviario sia tale da indurre dei moti di beccheggio ("pitch modes").

I moti di beccheggio di un carrello "three-piece" con cunei adibiti allo smorzamento per attrito possono causare una parziale separazione delle superfici di contatto dei cunei, fatto che influenza considerevolmente l'efficacia dello smorzamento per attrito [17].



Figura 19: esempio di parziale perdita di contatto della superficie del cuneo rispetto a quella del frame [17]

Per quanto riguarda la costruzione del modello FEM, anche in questo caso bidimensionale, gli elementi, impiegati per simulare i diversi componenti della struttura, sono identici a quelli illustrati nell'esempio precedente. Analogamente, è stato utilizzato il metodo penalty per la risoluzione del problema del contatto.

Il modello viene dunque eccitato a livello delle interfacce assali-frame ("front excitation surface" e "rear excitation surface" in figura "18"). Volendo indurre un moto di beccheggio, particolare attenzione va fatta alla definizione del profilo associato alle irregolarità superficiali del binario. In particolare, è stata imposta una lunghezza d'onda del profilo pari al doppio della distanza tra gli assali del carrello. A livello implementativo, ciò si è tradotto in un ritardo della legge di spostamento armonico applicata in corrispondenza dell'interfaccia assale-frame posteriore rispetto a quella anteriore (figura "20"). La legge di eccitazione viene infine completamente definita dall'ampiezza, associabile alla profondità delle irregolarità, e dalla frequenza, correlabile alla velocità del carrello.



Figura 20: profilo sinusoidale per la modellazione delle irregolarità superficiali del binario [17]

Dunque, a valle degli esempi illustrati per mettere in evidenza l'applicazione del metodo FEM e multibody nell'ambito dell'applicazione considerata, si riportano alcune riflessioni.

Innanzitutto, la costruzione del modello risulta condizionata significativamente dalla tipologia di comportamento che si intende osservare; ciò risulta chiaro dal confronto tra i due esempi FEM che si sono descritti in precedenza: l'analisi del moto di beccheggio, per sua stessa natura non simmetrico, impedisce di realizzare il modello di un quarto di struttura, come era stato fatto per lo studio della dinamica verticale della sospensione ("bounce modes").

Un altro esempio a sostegno di quanto detto emerge dal primo dei due modelli multibody che sono stati riportati: la definizione dei vincoli in maniera tale che i corpi possano muoversi esclusivamente nel piano comporta il fatto che non vengano tenuti in considerazione eventuali moti relativi della traversa rispetto al frame in direzione laterale (e dunque le forze di attrito che ne risultano).

Si conclude questo capitolo con un'ulteriore osservazione. Risulta possibile notare come la metodologia degli elementi finiti offra la possibilità di una modellazione più raffinata delle forze che i componenti si scambiano in corrispondenza dell'interfaccia di contatto: infatti, la forza concentrata in un punto della superficie, come è stato messo in luce nell'esempio relativo all'analisi multibody, viene sostituita da una distribuzione di forze. Ciò sembra più approssimabile ad una condizione reale, nella quale risulta evidente come il contatto venga a svilupparsi in una porzione di area ben definita. Tale aspetto sarà chiarito nel seguito della trattazione, quando verranno trattate le tecniche per la modellazione del contatto.

#### 2.4 Strumenti matematici per la simulazione

A questo punto, dopo la descrizione di alcuni modelli del sistema di sospensione di un carrello ferroviario, si procede ad illustrare i principali strumenti utilizzati per la risoluzione del problema della simulazione nell'ambito dell'applicazione considerata. In particolare, si entrerà nel merito dei seguenti argomenti:

- modelli di attrito;
- modelli di contatto;
- approcci per la risoluzione delle equazioni del moto (integrazione diretta nel tempo, metodo del bilanciamento armonico);

#### 2.4.1 Modelli di attrito

Come risulta chiaro dalla trattazione condotta fino ad ora, nei sistemi caratterizzati dal contatto tra corpi, al pari di quello esaminato, un ruolo fondamentale viene svolto dall'attrito la cui modellazione necessita di una giusta attenzione in vista di una buona capacità previsionale.

Innumerevoli sono stati gli studi che, nel corso del tempo, hanno riguardato questa tipologia di fenomeno. Tra i più noti, vi sono sicuramente quelli di Coulomb al quale si deve un modello nel quale la forza di attrito viene espressa mediante un'equazione definita a tratti [18]:

$$F_t = \begin{cases} \mu F_n \operatorname{sgn} \dot{x} \ se \ \dot{x} \neq 0 \\ F_{app} \ se \ \dot{x} = 0 \ e \ F_{app} < \mu F_n \end{cases}$$
(2.17)

con:

- $F_t$  forza di attrito;
- $F_n$  forza normale;
- *F<sub>app</sub>* forza applicata dall'esterno;
- *x* velocità di strisciamento;
- $\mu$  coefficiente di attrito;

In caso di moto relativo tra le superfici a contatto, esse risultano sottoposte ad una forza di attrito pari al limite "coulombiano", proporzionale alla forza normale tramite un coefficiente ("coefficiente di attrito"); tale forza risulta opposta in verso al moto relativo di una superficie rispetto all'altra. In condizione di adesione (assenza di moto relativo), la forza di attrito equilibra la forza risultante applicata al sistema in esame e tale da indurre uno strisciamento relativo tra le superfici. Nel caso in cui tale forza esterna superasse il valore limite di Coulomb, le superfici comincerebbero a muoversi l'una rispetto all'altra. Dunque, in condizioni di adesione, la forza di attrito può assumere un valore compreso tra zero e il limite coulombiano.

Si può notare come, nel caso di questo modello, la velocità relativa  $\dot{x}$  giochi un ruolo solamente nella determinazione del verso della forza di attrito, rientrando infatti nell'argomento della funzione "*sgn*".

Se un pregio può essere individuato nella semplicità che lo contraddistingue dal punto di vista matematico, un difetto di questo modello risiede sicuramente nella discontinuità della forza di attrito in corrispondenza del valore nullo della velocità relativa, fatto che, se non gestito in maniera adeguata, può causare delle problematiche nel caso di una simulazione numerica.

Al fine di garantire una maggior corrispondenza con le osservazioni sperimentali, il modello venne affinato da Morin nel 1833 prevedendo una distinzione, relativamente all'entità del coefficiente di attrito, a seconda che le superfici a contatto fossero in condizioni di strisciamento o di adesione; infatti, nel primo caso ("attrito dinamico") si era notato come la forza di attrito risultasse inferiore rispetto alla situazione con superfici ferme l'una rispetto all'altra ("attrito statico").

L'effetto dell'entità della velocità relativa sulla resistenza opposta allo strisciamento di due superfici a contatto venne tenuto in conto nel modello proposto da Stribeck nel 1902. Egli osservò sperimentalmente come la forza di attrito decresca con l'aumentare della velocità di strisciamento passando dalla condizione di attrito statico a quella di attrito dinamico [18]. Tuttavia, per regimi di velocità relativa maggiori, si osservò invece come la forza di attrito tenda invece a crescere.

Un'importante novità nella modellazione della forza di attrito venne introdotta da Dahl nel 1968. Essa consiste nel considerare la deformazione, subita dalle asperità che caratterizzano le superfici a contatto, prima che lo strisciamento abbia luogo. Tale concetto, come si vedrà in seguito, viene ripreso da molti modelli di contatto, i quali prevedono un elemento molla in serie ad uno "slider" al fine di rappresentare questa forza elastica, non dissipativa che si sviluppa tra le superfici a contatto in condizione di adesione ("sticking").

Alcuni di questi modelli vengono ripresi nel caso del sistema della sospensione trovando espressione nella legge del coefficiente di attrito in funzione della velocità relativa tra le superfici a contatto. Nell'articolo [9] gli autori analizzano come il modello di attrito impiegato influenzi la risposta dinamica della sospensione; in particolare, si considerano i modelli maggiormente utilizzati nell'ambito di questa applicazione, le cui caratteristiche vengono riportate nell'immagine sottostante. Tali modelli sono:

- modello di Coulomb;
- modello "statico-dinamico";
- modello esponenziale;



Figura 21: confronto tra i modelli di attrito applicati nell'articolo [9]

Mentre relativamente ai primi due modelli si è già discusso nel discorso introduttivo di questo capitolo della tesi, per quanto concerne il terzo si può dire come esso includa la dipendenza della forza di attrito dalla velocità relativa esprimendo il coefficiente di attrito in funzione di quest'ultima.

Un'altra osservazione interessante riguarda la gestione della discontinuità, manifestata dal modello di Coulomb in corrispondenza del valore nullo della velocità relativa. Osservando gli altri due modelli, tale discontinuità viene resa meno netta definendo un tratto lineare della caratteristica grazie all'individuazione di un valore soglia di velocità relativa  $v_t$ . Indicando con  $\mu_a$  il generico coefficiente di attrito e con  $\mu_s$  quello di attrito statico, il tratto lineare precedentemente citato risulta così espresso:

$$\mu_a = \mu_s \frac{v_r}{v_t} \qquad |v_r| \le v_t \tag{2.18}$$

con  $v_r$  velocità relativa tra le superfici di contatto.

Applicando ciascuno di questi modelli di attrito per ogni simulazione svolta al variare delle condizioni di eccitazione (in termini di frequenza  $f_{ecc}$  e di ampiezza dello spostamento sinusoidale *a* imposto al sistema), gli autori dell'articolo [9] hanno notato come la formulazione utilizzata condizioni la risposta del sistema solo per valori bassi dell'ampiezza e della frequenza di eccitazione; infatti, osservando il grafico in figura "22" (in alto, a sinistra), nel quale viene riportato il rapporto dello spostamento della traversa (output) rispetto a quello imposto al frame (input) in funzione del tempo, è possibile notare una significativa differenza tra la previsione ottenuta con il modello di Coulomb rispetto a quella degli altri due modelli sia in termini di entità del picco che di ritardo di fase. Tale differenza tende a diventare sempre meno significativa spostandosi verso valori più elevati dei parametri di eccitazione sopra citati (figura "22").



Figura 22: spostamento della traversa rapportato a quello imposto al frame in funzione del tempo, al variare del modello di attrito
[9]

#### 2.4.2 Modelli di contatto

Nel capitolo 2.3, relativo alla descrizione di alcuni modelli FEM e multibody della sospensione, si è menzionato l'utilizzo del metodo penalty per la valutazione delle forze che scaturiscono dall'interazione tra i componenti del sistema; tale metodo costituisce uno dei possibili approcci su cui può basarsi un modello di contatto.

Per modello di contatto si intende una formulazione matematica che, avendo in ingresso lo spostamento relativo, consente di valutare le forze (normali e tangenziali) che si sviluppano in corrispondenza delle superfici di contatto, considerato un dato istante di tempo (i modelli di contatto sono definiti nel dominio del tempo). Questi modelli possono essere classificati in base alla tipologia di algoritmo utilizzato per la valutazione delle forze di contatto:

- metodo penalty;
- metodo basato sui moltiplicatori di Lagrange;

L'algoritmo penalty per la risoluzione del problema del contatto risulta fondato sulla seguente filosofia: ogni violazione della condizione di contatto viene "punita" generando un carico che si oppone a tale tendenza. Considerando, ad esempio, la direzione normale alle superfici di contatto, un'eventuale compenetrazione comporta la nascita di una forza tale da ristabilire la condizione fisica per la quale due corpi non si

compenetrano; tale forza risulta proporzionale all'entità della compenetrazione tramite un fattore "penalty" rappresentato da una rigidezza (rigidezza normale). Un ragionamento analogo può essere fatto anche per quanto riguarda la direzione tangenziale, con la definizione di ulteriori fattori "penalty" (rigidezza tangenziale e coefficiente di attrito) ai fini del calcolo della forza corrispondente.

Dunque, la metodologia penalty ammette la possibilità di una compenetrazione tra i corpi a contatto; ciò la contrappone ad altri algoritmi, quali quello dei moltiplicatori lagrangiani, per i quali è possibile forzare una condizione di compenetrazione nulla.

Tuttavia, si focalizzerà l'attenzione sulla prima famiglia di modelli di contatto considerando la facilità di implementazione nell'ambito di un modello multibody o agli elementi finiti. In particolare, nel seguito, vengono riportati alcuni modelli di questa tipologia, descritti dettagliatamente nell'articolo [19]. Sebbene tale trattazione, nel caso di questo articolo, venga affrontata in un contesto differente da quello a cui appartiene il sistema oggetto di studio, alcuni di questi modelli vengono implementati all'interno dei codici commerciali (ADAMS, VAMPIRE, GENSYS), impiegati per l'analisi della dinamica della sospensione con cunei adibiti allo smorzamento per attrito.

I modelli di contatto che verranno presentati affrontano le seguenti casistiche:

- spostamento relativo tangenziale 1D e carico normale costante;
- spostamento relativo tangenziale 1D e carico normale variabile;
- spostamento relativo tangenziale 2D e carico normale costante;
- spostamento relativo tangenziale 2D e carico normale costante;

Come si vedrà, ciascuno di essi risulta definito tramite parametri caratteristici (rigidezze, coefficienti di attrito), equazioni costitutive che legano le forze di contatto allo spostamento relativo e criteri di transizione che stabiliscono i range di validità corrispondenti a ciascuna equazione costitutiva.

#### 2.4.2.1 Spostamento relativo tangenziale 1D e carico normale costante

In questo modello di contatto, lo spostamento relativo tangenziale viene permesso in una sola direzione del piano di contatto. Eventuali variazioni del carico normale, dovute alla vibrazione in direzione ortogonale all'interfaccia di contatto, non vengono considerate; quest'ultimo aspetto fa sì che non si possa modellare un'eventuale separazione tra le superfici. Dunque, gli stati del contatto che possono essere previsti sono soltanto due: sticking (condizione di adesione) e slipping (condizione di strisciamento).

I fattori penalty che caratterizzano il modello risultano pertanto:

- $k_t$  rigidezza di contatto tangenziale;
- μ coefficiente di attrito tra le superfici a contatto;



Figura 23: modello di contatto 1D con carico normale costante (a sinistra) e ciclo di isteresi corrispondente (a destra) [19]

Come osservato in precedenza, i modelli di contatto operano nel dominio del tempo, fornendo come output le forze di contatto una volta ricevuto come input lo spostamento relativo dei nodi di contatto. Per quanto riguarda il modello considerato, a seconda dello stato del contatto, tali forze risultano così espresse:

$$T = k_t (u - w) \operatorname{con} \dot{w} = 0 \quad \text{sticking}$$
(2.19)

$$T = \operatorname{sgn}(\dot{w})\mu N_0$$
 slipping (2.20)

con:

- *T* forza di contatto in direzione tangenziale;
- *u* spostamento periodico relativo dei nodi di contatto;
- *w* spostamento dello slider (rappresentativo dello scorrimento tra le superfici di contatto);
- $N_0$  carico normale costante con cui le superfici sono premute l'una contro l'altra;

Analizzando le equazioni sopra riportate, nello stato "stick" del contatto, il modello prevede una forza elastica, proporzionale allo spostamento relativo u dei corpi a contatto. Non essendoci uno strisciamento dello slider ( $\dot{w} = 0$ ), non si ha alcuna dissipazione energetica; essa viene ottenuta nel momento in cui la forza tangenziale uguaglia il limite di Coulomb  $\mu N_0$ , comportando lo strisciamento dello slider e quindi il passaggio allo stato "slip" del contatto.

In tabella "1" sono indicate le condizioni che, qualora siano verificate, sanciscono la transizione tra uno stato del contatto e l'altro e quindi tra le equazioni costitutive ad essi associate.

Tabella 1: criteri di transizione relativi al modello di contatto 1D con carico normale costante

Stato del contatto	Criterio di transizione
stick $\rightarrow$ slip	$ T  = \mu N_0$
$slip \rightarrow stick$	$\dot{w} = 0$

Se l'ampiezza dello spostamento relativo u è inferiore al valore critico  $u_{cr} = \mu N_0/k_t$ , il contatto si trova in una condizione "fully stick" (linea rossa in figura "23") e l'energia vibrazionale non viene dissipata per attrito. Se tale valore critico viene superato, si realizza un'alternanza tra gli stati del contatto "stick" e "slip" (linea blu in figura "23"); l'area del ciclo di isteresi che ne risulta rappresenta l'energia dissipata in un ciclo [19].

#### 2.4.2.2 Spostamento relativo tangenziale 1D e carico normale variabile

Questo modello di contatto affina ulteriormente quello illustrato nel paragrafo precedente. Dal momento che viene tenuto in considerazione lo spostamento periodico relativo v, in direzione normale, dei nodi a contatto, risulta possibile modellare eventuali variazioni del carico N con cui le due superfici sono premute l'una contro l'altra. Dunque, una perdita di contatto ("lift-off") tra le superfici può essere rappresentata tramite questo modello.



Figura 24: modello di contatto 1D con carico normale variabile [19]

La forza di contatto in direzione normale viene così definita:

$$N = max(N_0 + k_n v, 0)$$
(2.21)

con:

- $k_n$  rigidezza di contatto normale;
- *N*<sub>0</sub> componente statica della forza normale;

Per quanto riguarda la forza di contatto in direzione tangenziale, essa ha un'espressione variabile a seconda dello stato del contatto:

$$T = \begin{cases} k_t(u-w) & \text{sticking} \\ \text{sgn}(\dot{w})\mu N & \text{slipping} \\ 0 & \text{lift} - \text{off} \end{cases}$$
(2.22)

Si sottolinea come, considerando la sua dipendenza dalla forza normale *N*, variabile nel tempo per ipotesi, la forza di attrito non risulti più costante nel regime di "slip".

Analogamente a quanto illustrato nel modello di contatto precedente, anche in questo caso si possono definire dei criteri per stabilire la transizione, nel tempo, tra uno stato del contatto e l'altro (vedi tabella "2").

Stato iniziale	Stato finale	Criterio di transizione
stick	slip	$ T  = \mu N$
SUCK	lift-off	$N = 0$ and $\dot{N} < 0$
alin	stick	$\dot{w} = 0$
sup	lift-off	$N = 0$ and $\dot{N} < 0$
lift off	stick	$N = 0 \text{ and } \dot{N} > 0 \text{ e } \left  \dot{T} \right  < \mu \dot{N}$
	slip	$N = 0 \text{ and } \dot{N} > 0 \text{ e }  \dot{T}  > \mu \dot{N}$

Tabella 2: criteri di transizione relativi al modello di contatto 1D con carico normale variabile

Nel caso di questo modello, la rappresentazione grafica del ciclo di isteresi richiede un'ipotesi circa la differenza di fase tra gli spostamenti v ed u (entrambi definiti nel dominio del tempo e periodici); ad esempio, i cicli di isteresi della figura "25" sono ottenuti assumendo che le due storie temporali (sinusoidali) siano in fase.



Figura 25: cicli di isteresi relativi al modello di contatto 1D con carico normale variabile [19]

L'effetto della variazione nel tempo del carico normale, dovuta allo spostamento relativo v, risulta subito evidente osservando la forma assunta dal ciclo di isteresi. Infatti, si può notare come, nel caso in cui lo spostamento relativo in direzione normale v sia nullo, si ricada nella situazione del modello analizzato in precedenza (linea blu in figura "25"). Al crescere dell'ampiezza di v, ad un certo punto si manifesta lo stato di "lift-off" (linea nera in figura "25"): in particolare, si segnala la comparsa di un tratto orizzontale corrispondente alla condizione T = 0. Per quanto riguarda i cicli intermedi (linea rossa e verde in figura "25"), si alternano gli stati "stick" e "slip" senza che si verifichi una perdita del contatto all'interno di un periodo della vibrazione.

Nella figura "26" viene riportato un esempio di implementazione del modello di contatto appena descritto nel contesto della sospensione con smorzatori per attrito. Realizzato tramite il software commerciale GENSYS, nel modello si riconoscono alcuni dei fattori caratteristici della formulazione del problema del contatto: rigidezze di contatto tangenziale  $k_s$  e normale  $k_c$  e coefficiente di attrito tra le superfici di contatto  $\mu$ .



Figura 26: modello di contatto implementato tramite il software GENSYS [10]

In questo caso, si nota la presenza di un solo elemento di contatto per ciascuna interfaccia ("wedge-bolster" e "wedge-sideframe"). L'utilizzo di un solo elemento può comportare una transizione improvvisa dello stato del contatto, fatto che non rispecchia la realtà fisica in quanto il contatto tra corpi non è puntuale ma interessa una porzione di area ben definita; per questo motivo, considerando la transizione "stick-slip", essa avverrà in maniera graduale con alcune zone in strisciamento che coesistono con altre, ancora in condizione di adesione. Tale comportamento, definito "microslip", può essere modellato individuando, sulle superfici di contatto, molteplici coppie di punti tra i quali porre altrettanti elementi di contatto.

#### 2.4.2.3 Spostamento relativo tangenziale 2D e carico normale costante

Il passo successivo, rispetto ai casi presentati finora, è rappresentato da un modello di contatto in cui lo spostamento relativo tangenziale risulta bidimensionale sul piano di contatto.

Uno dei possibili approcci modellistici prevede l'utilizzo di un elemento di contatto 2D, caratterizzato dall'accoppiamento tra le due componenti ortogonali dello spostamento relativo tangenziale [19].



Figura 27: modello di contatto 2D con carico normale costante [19]

Si può notare, rispetto a quanto osservato nei modelli dei precedenti paragrafi, l'aggiunta, in direzione ortogonale, di una molla di rigidezza  $k_t$  sul piano di contatto.

Non essendo considerato lo spostamento relativo in direzione normale al piano, gli unici stati del contatto possibili sono "stick" e "slip"; le equazioni costitutive ad essi associate vengono così definite:

$$\begin{cases}
T_x \\
T_y
\end{cases} = \begin{bmatrix}
k_{tx} & 0 \\
0 & k_{ty}
\end{bmatrix} \left(
\begin{cases}
u_x \\
u_y
\end{cases} - 
\begin{cases}
w_x \\
w_y
\end{cases}\right) \operatorname{con} 
\begin{cases}
w_x \\
w_y
\end{cases} = 
\begin{cases}
0 \\
0
\end{cases} \operatorname{sticking}$$
(2.23)
$$\vec{T} = \operatorname{sgn} \vec{w} \mu N_0 \operatorname{slipping} \\
\sqrt{T_x^2 + T_y^2} = \mu N_0
\end{cases}$$

Dall'ultima equazione riportata, si intuisce che la condizione di strisciamento venga raggiunta nel momento in cui la risultante delle forze tangenziali uguaglia il limite di Coulomb  $\mu N_0$ .

Al fine di mettere in luce una peculiarità che contraddistingue questo modello, si riportano alcuni dei possibili andamenti ciclici delle forze tangenziali  $T_x$  e  $T_y$ , ottenuti sulla base delle seguenti ipotesi:

$$u_x = u_{x0}\sin(2\pi t) \tag{2.25}$$

$$u_{\nu} = u_{\nu 0} \sin(2\pi t + \phi) \tag{2.26}$$

con:

- $u_{x0}/u_{y0} = 2,5$  rapporto tra le ampiezze degli spostamenti relativi tangenziali;
- $\phi = \pi/2$  differenza di fase;



Figura 28: andamenti tipici delle forze tangenziali di contatto [19]

Contrariamente al caso del modello che considera uno spostamento relativo unidimensionale sul piano di contatto, questo è in grado di prevedere uno stato di "full slip" (senza un'alternanza con la condizione di adesione). Tale condizione si verifica nel momento in cui l'ampiezza di spostamento è cresciuta a tal punto che la curva, relativa alla forza tangenziale di contatto, risulta completamente sovrapposta alla circonferenza che rappresenta il limite di Coulomb, definita dall'eq. (2.24) (curva nera in figura "28").

Le altre curve, ottenute per valori di ampiezza di spostamento progressivamente decrescenti, corrispondono ad una condizione di alternanza "stick-slip" (curve blu in figura "28"), con la fase di strisciamento sempre sovrapposta alla circonferenza nera, o di "full-stick" (curve rosse in figura "28").

Un approccio simile a quello appena descritto è stato utilizzato nell'articolo [13] (vedi figura "13" riportata nel capitolo 2.2) in quanto si considera che, all'interfaccia "wedge-sideframe", lo spostamento relativo possa aver luogo sia in direzione verticale (z) che laterale (y).

#### 2.4.2.4 Spostamento relativo tangenziale 2D e carico normale variabile

Questo modello di contatto include tutti gli aspetti che sono stati illustrati finora. Non solo viene considerato uno spostamento relativo bidimensionale sul piano di contatto ma anche la possibilità della variazione del carico normale, come espresso dalla seguente equazione:

$$N = max(N_0 + k_n v, 0)$$
(2.27)

Fatta eccezione per la non costanza della forza in direzione normale, le equazioni per la forza tangenziale risultano analoghe a quelle del modello descritto nel paragrafo 2.4.2.3.

$$\begin{cases} T_x \\ T_y \end{cases} = \begin{bmatrix} k_{tx} & 0 \\ 0 & k_{ty} \end{bmatrix} \left( \begin{cases} u_x \\ u_y \end{cases} - \begin{cases} w_x \\ w_y \end{cases} \right) \operatorname{con} \begin{cases} w_x \\ w_y \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases} e N \ge 0 \quad \text{sticking}$$
 (2.28)

$$\begin{cases} T_x \\ T_y \end{cases} = \frac{\mu N}{\|\dot{w}\|} \begin{cases} \dot{w}_x \\ \dot{w}_y \end{cases} \text{ con } \|\dot{w}\| = \sqrt{\dot{w}_x^2 + \dot{w}_y^2} \qquad \text{ slipping}$$
 (2.29)



Figura 29: modello di contatto 2D con carico normale variabile (a sinistra) e andamenti tipici delle forze tangenziali di contatto (a destra) [19]

Le differenze rispetto al modello del paragrafo 2.4.2.3 risultano evidenti in figura "29" in cui vengono riportati alcuni possibili andamenti delle forze tangenziali.

Ciascun caso si caratterizza per una certa entità della variazione del carico normale *N*, sempre più significativa passando dal caso "a" a quello "d"; ciò determina un cambiamento di forma della curva che individua il limite di Coulomb (curva nera), rappresentata da una circonferenza in caso di costanza del carico normale. Nei casi "b" e "c" è possibile notare la solita alternanza tra gli stati del contatto "stick" e "slip", segnalata dalla presenza di tratti sovrapposti e non delle curve blu e nere, con la scomparsa di uno stato di "stick" nel secondo tra i casi citati. Nell'ultima caso, la variazione del carico normale risulta tale da comportare una perdita del contatto ("lift-off"), fatto evidenziato graficamente dal passaggio dell'andamento delle forze tangenziali (curva blu) per l'origine.

#### 2.4.3 Approcci per la risoluzione delle equazioni del moto

Nell'ambito dei sistemi con superfici a contatto, tra i quali è compresa la sospensione con smorzatori per attrito, le equazioni di equilibrio dinamico possono essere così espresse:

$$[M]\{\ddot{X}(t)\} + [C]\{\dot{X}(t)\} + [K]\{X(t)\} = \{F_E(t)\} - \{F_{NL}(X, \dot{X}, t)\}$$
(2.30)

dove:

- [*M*], [*C*] e [*K*] matrici di massa, di smorzamento e di rigidezza;
- {*X*(*t*)} vettore degli spostamenti;
- $\{F_E(t)\}$  vettore delle forze esterne;
- { $F_{NL}(X, \dot{X}, t)$ } vettore delle forze non-lineari di contatto;

Risulta evidente la non-linearità introdotta dalle forze che si sviluppano alle interfacce di contatto in quanto dipendenti dallo spostamento relativo dei nodi di contatto.

Tali equazioni possono essere risolte utilizzando due approcci, i cui aspetti caratteristici saranno illustrati nel corso di questa sezione; essi vanno sotto il nome di:

- metodo del bilanciamento armonico ("HBM");
- integrazione diretta nel tempo ("DTI");

#### 2.4.3.1 Metodo del bilanciamento armonico

Il metodo del bilanciamento armonico ("HBM") costituisce una delle possibili alternative per la risoluzione delle equazioni differenziali di equilibrio dinamico. Esso si fonda sull'assunzione che le grandezze fisiche, variabili nel tempo, siano periodiche e, per questo, esprimibili mediante una sommatoria di termini armonici; più precisamente, se la forzante esterna è periodica, lo saranno anche gli spostamenti e le forze di contatto che da tali spostamenti dipendono, una volta raggiunta la condizione di stazionarietà.

Utilizzando la serie di Fourier, le forze e gli spostamenti possono essere così espressi:

$$X(t) = \sum_{h=0}^{H} \bar{X}^{(h)} e^{ih\omega t}$$
(2.31)

$$F_{E}(t) = \sum_{h=0}^{H} \bar{F}_{E}^{(h)} e^{ih\omega t}$$
(2.32)

$$F_{NL}(X, \dot{X}, t) = \sum_{h=0}^{H} \bar{F}_{NL}{}^{(h)}(\bar{X})e^{ih\omega t}$$
(2.33)

Osservando queste sommatorie, si può notare il parametro H, rappresentativo dall'ordine di armonica in corrispondenza del quale arrestare lo sviluppo in serie. La scelta di tale parametro condizionerà il livello di approssimazione della soluzione rispetto a quella ottenuta seguendo l'approccio dell'integrazione diretta.

Sostituendo  $(2.31) \div (2.33)$  in (2.30), le equazioni differenziali di equilibrio dinamico, espresse nel dominio nel tempo, vengono convertite in alcuni set di equazioni algebriche nel dominio della frequenza, ciascuno dei quali coinvolge le grandezze relative all'ordine di armonica h associato al set di equazioni considerato; dunque, le equazioni da risolvere sono:

$$\left[\overline{D}^{(h)}\right]\left\{\overline{X}^{(h)}\right\} = \left\{\overline{F}_{E}^{(h)}\right\} - \left\{\overline{F}_{NL}^{(h)}(\overline{X})\right\} \operatorname{con} h = 0 \dots H$$
(2.34)

dove:

- $\left[\overline{D}^{(h)}\right] = \left[(-h\omega)^2[M] + ih\omega[C] + [K]\right]$  matrice di rigidezza dinamica relativa all'indice armonico h-
- esimo;  $\{\bar{X}^{(h)}\}, \{\bar{F}_E^{(h)}\} \in \{\bar{F}_{NL}^{(h)}(\bar{X})\}$  vettori dei coefficienti armonici *h*-esimi degli spostamenti, forze esterne e forze di contatto (quantità complesse);

È possibile osservare come la generica componente armonica  $\{\overline{F}_{NL}^{(h)}\}$  risulti dipendente dallo spostamento complessivo  $\{\overline{X}\}$  dei nodi di contatto e non dalla sola componente di ordine h. Ciò fa sì che i set di equazioni (2.34), ciascuno dei quali associato ad un dato ordine di armonica, siano in realtà accoppiati gli uni agli altri, dunque non risolvibili in maniera indipendente.

Prima di passare alla descrizione dell'altro approccio possibile, si riporta un'ulteriore osservazione. In accordo al metodo del bilanciamento armonico, le equazioni di equilibrio dinamico risultano espresse nel dominio della frequenza; ciò può costituire una complicazione considerando il fatto che, come si è visto nel capitolo precedente, i modelli di contatto lavorano nel dominio del tempo. Essendo evidente la necessità di "muoversi" da un dominio all'altro per poi tornare a quello di partenza (dominio della frequenza in cui sono definite le equazioni di equilibrio), si può adottare la seguente procedura, chiamata "AFT" ("Alternate Frequency-Time"), i cui passaggi salienti sono di seguito elencati:

- la "ricombinazione" delle componenti armoniche  $\{\Delta \bar{X}_{NL}^{(h)}\}$  degli spostamenti relativi dei nodi di contatto, effettuata applicando l'inversa della trasformata di Fourier ("IFFT"), al fine di ricavarne la storia temporale  $\{\Delta \bar{X}_{NL}(t)\}$ , input del modello di contatto;
- l'applicazione della trasformata di Fourier ("FFT") per ottenere le componenti armoniche delle forze di contatto  $\{\bar{F}_{NL}^{(h)}(\bar{X}_{NL})\}$ , valutate nel dominio del tempo tramite il modello di contatto;

Di seguito si riporta in maniera compatta il flusso logico alla base della procedura AFT.

$$\left\{\Delta \bar{X}_{NL}^{(h)}\right\} \stackrel{IFFT}{\Longrightarrow} \left\{\Delta \bar{X}_{NL}(t)\right\} \stackrel{Modello \ di \ contatto}{\longrightarrow} \left\{\bar{F}_{NL}(t)\right\} \stackrel{FFT}{\Longrightarrow} \left\{\bar{F}_{NL}^{(h)}(\bar{X}_{NL})\right\}$$

#### 2.4.3.2 Integrazione diretta nel tempo

Un altro possibile approccio per la risoluzione delle equazioni differenziali di equilibrio dinamico è rappresentato dall'integrazione diretta nel tempo ("DTI"). Tale metodo prevede la discretizzazione dell'asse temporale in un numero finito di istanti, ciascuno dei quali separato dal precedente di un intervallo di tempo  $\Delta t$ ; proprio in corrispondenza di tali istanti, viene valutata la soluzione del sistema di equazioni.

A differenza del metodo "HBM", basato sull'ipotesi di periodicità delle grandezze coinvolte nelle equazioni di equilibrio e sulla scelta dell'ordine di armonica a cui interrompere le serie di Fourier ("fonti" di approssimazione), nel caso della "DTI" la soluzione viene ottenuta senza alcuna assunzione e può essere considerata come il riferimento. Lo svantaggio risiede nel tempo richiesto dal punto di vista computazionale, molto elevato soprattutto se si considera il numero di gradi di libertà dei modelli appartenenti al contesto delle applicazioni industriali.

Un'ulteriore peculiarità riguardante la "DTI" consiste nella possibilità di indagare il transitorio; infatti, il metodo "HBM" consente di valutare la soluzione solamente una volta che essa abbia raggiunto la condizione di stazionarietà ("steady-state").

In letteratura si possono trovare numerosi schemi per la risoluzione delle equazioni di equilibrio secondo l'approccio dell'integrazione diretta nel tempo.

A seconda che il calcolo della soluzione all'istante di tempo successivo  $X(t_{n+1})$  comporti o meno la soluzione di un sistema di equazioni, il metodo verrà classificato come implicito o esplicito rispettivamente.

Un altro criterio per la classificazione riguarda l'ordine dell'equazione differenziale che deve essere risolta. Avendo a che fare con un problema di equilibrio dinamico, si avrà a che fare con equazioni differenziali del secondo ordine; tuttavia, risulta possibile dimostrare come un problema del secondo ordine possa sempre essere convertito in uno del primo.

Indipendentemente dallo schema risolutivo che si deciderà di adottare, un aspetto centrale è rappresentato dalla scelta del passo  $\Delta t$  con cui viene discretizzato l'asse dei tempi. Infatti, tale parametro condiziona in maniera significativa il compromesso tra due esigenze, quali l'accuratezza dei risultati e il tempo computazionale per ottenerli. Un valore troppo piccolo, per quanto possa garantire una soluzione accurata, potrebbe comportare, in generale, un tempo di simulazione troppo grande per giustificarne la scelta; viceversa, un valore troppo grande, nonostante possa determinare un risparmio di tempo, potrebbe portare a risultati non accurati.

Ad influenzare la scelta del passo di discretizzazione  $\Delta t$  contribuisce anche un ulteriore aspetto, la stabilità del metodo, fondamentale da tenere in considerazione per evitare che la risposta del sistema cresca in maniera incontrollata.
## 2.5 Esempi di output relativi al sistema in esame

Nella sezione corrente, si illustrano alcuni degli output di maggior interesse presenti nella letteratura relativa alla sospensione con cunei adibiti allo smorzamento per attrito.

Nell'articolo [11] viene studiata la risposta dinamica del sistema di sospensione all'eccitazione indotta dalle irregolarità geometriche del binario; in particolare il profilo sinusoidale che le rappresenta è stato scelto appositamente (lunghezza d'onda pari alla distanza tra i due assali del carrello) per escludere dalla dinamica verticale del sistema il contributo del moto di beccheggio. Variando la velocità del carrello cambierà la frequenza con cui viene eccitato il sistema di sospensione.



Figura 30: profilo sinusoidale per la modellazione delle irregolarità superficiali del binario [11]

Utilizzando un approccio multibody per ricavare le equazioni di equilibrio dinamico, esse vengono risolte mediante un metodo di integrazione diretta nel tempo (Metodo di Newmark).

Le performance del sistema di sospensione sono state valutate analizzando i risultati ottenuti secondo la procedura precedentemente espressa; essi sono:

- lo spostamento verticale della traversa in funzione del tempo;
- l'andamento del rapporto tra spostamento relativo della traversa rispetto al frame e la deflessione statica della molla della sospensione in funzione della frequenza;

Partendo dal primo dei due output considerati, i grafici corrispondenti sono riportati in figura "31", ognuno associato ad una differente frequenza di eccitazione.



Figura 31: spostamento verticale della traversa in corrispondenza di diverse frequenze di eccitazione [11]

Mentre, nel primo caso (6 Hz), la frequenza della risposta è pari a quella di input, nei casi successivi (8 Hz e 10 Hz) è possibile notare come la frequenza di eccitazione risulti sovrapposta ad una di entità inferiore; quest'ultima è pari alla frequenza naturale del sistema di sospensione (valutata rapportando la somma delle rigidezze delle molle collegate ai cunei e alla traversa e la somma della massa della traversa e del vagone ad essa connesso) e costituisce la componente prevalente della risposta. Sulla base di queste osservazioni, gli autori hanno concluso che il sistema di sospensione risulta efficace nell'isolare il vagone del carrello ferroviario dall'eccitazione derivante dal binario: infatti, al di sopra di una certa frequenza (in questo caso 8 Hz), la traversa tende ad oscillare alla propria frequenza naturale.

Il secondo degli output precedentemente citati viene riportato in figura "32".



Figura 32: relazione tra lo spostamento verticale della traversa rispetto al frame e la frequenza di eccitazione [11]

Fissata l'ampiezza del profilo sinusoidale che rappresenta le irregolarità superficiali del binario, ciascuna delle curve è stata ottenuta per valori differenti del coefficiente di attrito tra le superfici di contatto. Risulta evidente come questo parametro giochi un ruolo importante ai fini della performance del sistema di sospensione: al crescere della sua entità, il picco di risonanza tende ad appiattirsi comportando una riduzione considerevole dello spostamento della traversa rispetto al frame.

La storia temporale dello spostamento verticale della traversa in funzione del tempo viene riportata anche nell'articolo [14] in cui viene illustrato un modello multibody della sospensione con smorzatori per attrito (vedi figura "15" nel capitolo 2.3.1), eccitato da uno spostamento sinusoidale applicato al frame della struttura. Le equazioni di equilibrio dinamico corrispondenti sono state risolte tramite uno schema di integrazione diretta nel tempo (Metodo di Runge-Kutta).



Figura 33: spostamento verticale della traversa in funzione del tempo per differenti valori del coefficiente di attrito [14]

Dall'analisi dei risultati, uno dei quali è riportato nella figura precedente, gli autori hanno messo in luce come il coefficiente di attrito alle interfacce di contatto influenzi in maniera considerevole la proprietà di smorzamento del sistema: al crescere di questo parametro, l'ampiezza dell'oscillazione tende a ridursi più velocemente. Inoltre, è stato notato come valori maggiori del coefficiente di attrito comportino una deviazione più significativa dalla condizione di risposta armonica, come si sarebbe ottenuta per un sistema lineare sottoposto alla medesima eccitazione (spostamento sinusoidale imposto). La risposta presenta in maniera sempre più frequente il fenomeno dello "stick-slip", tipico dei sistemi dinamici soggetti alla forza di attrito. La condizione di adesione ("stick") corrisponde ai tratti orizzontali delle curve in figura "33" in quanto essi rappresentano uno stato di arresto.

Lo studio del fenomeno dello "stick-slip" viene approfondito nell'articolo [20]. Partendo dal diagramma di corpo libero dei componenti della sospensione, mediante opportune manipolazioni, si ottiene l'equazione del moto di un sistema ad un grado di libertà. Tale modello viene utilizzato per lo studio della risposta verticale della sospensione (espressa in termini di spostamento relativo della traversa rispetto al frame) al variare delle condizioni di eccitazione, quali ampiezza e frequenza dello spostamento armonico applicato al frame. Le equazioni vengono risolte secondo una procedura "DTI". La soluzione viene alla fine confrontata con quella ottenuta mediante il metodo del bilanciamento armonico al fine di mettere in evidenza i limiti di questo approccio.

Gli autori dell'articolo hanno visto che, per valori limitati dell'ampiezza del profilo delle irregolarità del binario e della velocità del carrello (correlabile alla frequenza di eccitazione), nella risposta si riscontrano eventi di "sticking", che la rendono fortemente non-lineare.

La caratteristica fortemente non-lineare risulta evidente, ad esempio, dallo spettro di potenza di una risposta ottenuta in corrispondenza di un'ampiezza e di una frequenza di eccitazione per le quali si osservano condizioni di "sticking" (figura "34", a sinistra). Si nota infatti la presenta di contenuti armonici significativi per frequenze superiori a quella fondamentale.



Figura 34: spettro di potenza di una risposta che presenta eventi di "sticking" (a sinistra) e che non li presenta (a destra) [20]

Volendo analizzare il medesimo grafico nel caso di una coppia di parametri di eccitazione per i quali la risposta non esibisce eventi di "sticking" (figura "34", a destra), si osserva come il contributo delle armoniche superiori alla seconda risulti trascurabile; per questo motivo, la risposta viene considerata come debolmente non-lineare.

Tali considerazioni risultano importanti nel momento in cui vengono confrontate le risposte in frequenza ricavate secondo gli approcci "DTI" e "HBM".



Figura 35: confronto fra le FRF ricavate con i metodi "DTI" e "HBM" [20]

Nella figura "35", vengono rappresentati sul medesimo grafico i due andamenti dello spostamento della traversa rispetto alla frequenza di eccitazione (adimensionalizzata), per un fissato valore di ampiezza.

Si può notare una limitata corrispondenza nella regione in cui la risposta risulta dominata dal fenomeno dello "stick-slip". Pertanto, siccome il metodo del bilanciamento armonico del primo ordine si basa sull'assunzione per la quale la risposta del sistema può essere ben approssimata solamente dalla prima armonica, esso può risultare inappropriato per modellare il sistema di sospensione in uno dei seguenti casi: per basse velocità, vale a dire per livelli di eccitazione tali da indurre una significativa distorsione armonica [20].

## 2.6 Approccio sperimentale

Oltre che con la simulazione, il sistema in esame può essere studiato mediante un approccio sperimentale. Ciò viene fatto nell'articolo [21]. In particolare, viene utilizzato un modello i cui elementi rappresentano i componenti principali della struttura di un carrello ferroviario, come descritta nel capitolo 2.1.



Figura 36: modello sperimentale dell'articolo [21]

La struttura è realizzata principalmente in plexiglass. Si possono però scorgere delle piastre di acciaio: esse definiscono le interfacce del sistema lungo le quali le superfici dei componenti che vengono a contatto scorrono l'una rispetto all'altra. La scelta di montare queste piastre è legata alla natura diamagnetica del plexiglass; infatti, nel caso si fosse deciso di mantenere il contatto tra due superfici in plexiglass, le forze elettrostatiche sarebbero state troppo significative andando a condizionare in modo decisivo i risultati della sperimentazione.

Al fine di vincolare gli spostamenti dei corpi in direzione laterale, vengono utilizzate due travi, fissate mediante viti alla struttura del telaio. A ciò contribuisce anche la scelta della disposizione delle molle, organizzate in due file lungo la direzione della profondità del telaio. Tuttavia, il ruolo principale delle molle è legato al precarico che esse determinano sulle superfici di contatto. Durante il processo di assemblaggio, il cuneo viene forzato nello spazio compreso tra la traversa e il telaio così da garantire il precarico necessario per evitare distacco alle interfacce di contatto.

In figura "37" viene riportato uno schema dell'apparato sperimentale utilizzato nelle prove.



Figura 37: schema dell'apparato sperimentale dell'articolo [21]

La struttura viene eccitata da uno shaker, collegato ad un generatore di segnale. In particolare, viene imposto uno spostamento sinusoidale in direzione verticale, caratterizzato da un'ampiezza costante al variare della frequenza di eccitazione. L'accelerazione della traversa e del telaio vengono misurate per mezzo di due accelerometri. Una volta effettuata la sottrazione di questi due segnali, l'integrazione nel tempo permette di ottenere la velocità e lo spostamento relativo della traversa rispetto al frame. Tali segnali temporali vengono alla fine visualizzati per mezzo di un oscilloscopio.

Le prove sono state condotte nell'intervallo  $20 \div 40$  Hz.

Alla luce dell'analisi dei risultati ottenuti, un aspetto interessante, messo in evidenza dagli autori dell'articolo, riguarda la distorsione armonica della risposta rilevata, da attribuire all'effetto dell'attrito che si sviluppa alle interfacce di contatto. Tale distorsione, limitata nel caso della prova a 20 Hz dove si registra uno spostamento praticamente sinusoidale, cresce con l'aumentare della frequenza di eccitazione. Ciò viene messo in luce mediante la trasformata di Fourier (FFT) dello spostamento relativo: all'aumentare della frequenza di eccitazione, cresce l'importanza delle componenti armoniche di ordine superiore; in particolare, la differenza, in termini di ampiezza, rispetto all'armonica fondamentale diventa meno significativa.



Figura 38: spostamento relativo, velocità, FFT dello spostamento relativo a 20 Hz (a sinistra) e a 30 Hz (a destra) [21]

Alla fine dell'articolo viene riportata la funzione di risposta in frequenza dello spostamento relativo. Essa è stata costruita misurando la distanza picco-picco dell'onda relativa alla prova considerata, una volta raggiunte le condizioni di stazionarietà.



Figura 39: funzione di risposta in frequenza dello spostamento relativo [21]

# 3 Modello agli elementi finiti

Questa sezione della tesi viene dedicata alla presentazione del modello agli elementi finiti del sistema oggetto di studio, realizzato mediante il software Ansys APDL ("Ansys Parametric Design Language"). Tale software permette di gestire la fase di costruzione del modello tramite un file di testo in cui vengono elencati tutti i comandi che devono essere eseguiti. Tale aspetto conferisce una notevole flessibilità in quanto rende possibile la realizzazione di geometrie e discretizzazioni parametrizzate: settando opportunamente una serie di variabili definite all'inizio del file di testo, risulta possibile generare sia mesh differenti (per la tipologia di elementi utilizzati o per la finezza di discretizzazione) per la medesima geometria, sia geometrie differenti per il sistema che si sta studiando. Dunque, volendo valutare l'influenza di un parametro su una data proprietà del sistema, è sufficiente modificare una riga di codice senza che sia necessario ricostruire il modello da zero. Ne consegue un notevole risparmio di tempo, significativo soprattutto nel caso di modelli complessi.

#### 3.1 Generazione del modello

Il modello che ci si accinge a descrivere trae ispirazione dall'articolo [21] nel quale viene presentato un banco sperimentale per lo studio dello smorzamento per attrito che si riscontra nei meccanismi di sospensione di alcuni carrelli ferroviari. Tale banco di prova è stato descritto nel capitolo 2.6 della tesi.

Per prima cosa, è stato necessario definire le caratteristiche geometriche dei componenti che costituiscono il banco: la traversa centrale ("bolster"), il telaio ("sideframe") e il cuneo ("wedge") tra essi interposto. Non essendo fornite informazioni dettagliate a riguardo, si è deciso di adottare la seguente procedura: dopo aver identificato un numero minimo di grandezze necessarie per la completa definizione di un componente (ad esempio, nel caso del cuneo, caratterizzato da una forma trapezoidale nel piano, è sufficiente conoscere una delle basi, l'altezza e l'angolo formato da ciascun lato obliquo rispetto ad un asse ortogonale alle basi), esse sono state fatte variare in maniera iterativa cercando di rispettare le masse dei singoli componenti e le proporzioni geometriche tra i medesimi (desumibili, anche se in maniera un po' approssimativa, dalla figura "36", riportata nel capitolo 2.6). Infatti, le masse, insieme ad alcuni degli angoli caratteristici del cuneo ( $\alpha e \gamma$  in figura "40"), costituiscono le sole informazioni utili per la costruzione della geometria che possono essere reperite dall'articolo [21].

Parameter	Value	
Mass of each wedge $(M_w)$	0.17 kg	,
Mass of bolster $(M_b)$	0.7 kg	
Effective stiffness of each wedge group of springs $(K_w)$	2550.6 N/m	
Effective stiffness of bolster group of springs $(K_b)$	5101.2 N/m	
Wedge angle $(\alpha)$	37.5°	
Side frame angle $(\gamma)$	<b>4</b> °	
Friction coefficient at all sliding interfaces	0.29	
Offset of wedge springs (pre-compression) $(Y_{w0})$	-3.46 mm	
Offset of bolster springs (pre-tension) $(Y_{b0})$	3.04 mm	

#### Figura 40: dati del banco sperimentale dell'articolo [21]

Dunque, è stato possibile procedere con la realizzazione del modello agli elementi finiti. Le proprietà geometriche, precedentemente individuate, costituiscono alcuni dei parametri utilizzati nel file di testo introdotto in Ansys per la generazione automatica della geometria (un esempio di listato viene riportato in appendice). Come già anticipato, nel caso si voglia apportare una modifica, sarà sufficiente agire sul valore del parametro di interesse e la geometria cambierà di conseguenza.



Figura 41: parametri per la generazione automatica della geometria

Si precisa come il modello considerato rappresenti solamente un quarto della struttura descritta nell'articolo [21]. Infatti, considerando la simmetria della struttura rispetto a due piani e il fatto che essa venga eccitata simmetricamente (non vengono infatti considerati modi vibrazionali non simmetrici di beccheggio), è lecito effettuare questa scelta. Viene così ridotto il numero di gradi di libertà del modello e pertanto lo sforzo computazionale.

A questo punto, adottando una logica abbastanza standard nell'ambito del software Ansys APDL, sono state definite progressivamente le entità elementari che costituiscono il modello: stabiliti i punti (Kevpoints), essi vengono uniti tramite linee. Costruite le linee, esse sono raggruppate in aree. Queste entità non sono tutte individuabili nella geometria del componente reale: alcune linee e, in particolare, alcune aree sono fittizie ma utili al fine di esercitare un maggior controllo sulla discretizzazione del modello. Infatti, limitandosi a considerare le aree propriamente dette dal punto di vista geometrico, l'operazione di meshatura potrebbe comportare un'eccessiva distorsione degli elementi, con conseguenze negative sulla bontà dei risultati ottenuti. In quest'ottica, sono stati utilizzati anche i comandi LESIZE e MSHKEY: il primo consente di definire il numero di suddivisioni di una linea (garantendo ad esempio che due linee opposte presentino il medesimo numero di suddivisioni), il secondo permette di ottenere una mesh "mappata", più regolare rispetto alle condizioni di default; quest'ultimo comando richiede però che l'area da meshare venga individuata solamente da quattro lati. Definita la suddivisione delle linee, si è potuto dunque procedere con la discretizzazione delle aree mediante il comando AMESH. Il modello tridimensionale è stato infine ottenuto per estrusione attraverso il comando VOFFSET. Considerando la disposizione, nel banco sperimentale, delle molle che collegano il cuneo e la traversa con il telaio sottostante, l'estrusione è stata suddivisa in due step successivi; gli elementi che simulano le molle sono quindi disposti in corrispondenza di metà della "corsa" totale di estrusione.

Nel processo appena descritto sono stati coinvolti i seguenti elementi:

- MESH200;
- SOLID185;

Mentre il primo è stato impiegato per l'operazione di meshatura nel piano, il secondo costituisce il modello tridimensionale finale.

L'elemento MESH200 costituisce una particolare tipologia di elemento. Esso viene unicamente impiegato per la discretizzazione di una data geometria senza condizionare il processo di soluzione. Come suggerito nell'Help di Ansys [22], tale elemento può essere utilizzato nel caso di un processo di meshatura suddiviso in più step: una volta discretizzate con elementi MESH200, le aree del modello piano vengono estruse per ottenere il modello tridimensionale desiderato.



Figura 42: elemento MESH 200 [22]

La forma e il numero di nodi dell'elemento vengono stabiliti settando il valore della *keyoption* corrispondente. Nel caso in esame, è stato scelto un elemento quadrilatero a quattro nodi, come riportato in figura "42".

L'elemento SOLID185 viene utilizzato per la modellazione 3D (figura "43"). Esso è definito da otto nodi aventi ciascuno tre gradi di libertà: le traslazioni nelle direzioni  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y} \in \mathbf{z}$  [22]. Tali elementi sono stati introdotti nel modello durante il processo di estrusione delle aree discretizzate mediante elementi MESH200.



Figura 43: elemento SOLID185 [22]

A ciascun elemento del modello va associato un dato materiale. Il sistema in esame prevede due materiali, ciascuno caratterizzato da determinate proprietà elastiche e inerziali (volendo infatti sottoporre il modello ad un'analisi dinamica, risulta infatti necessario tenere conto della massa specificando la densità del materiale); esse vengono riassunte nella seguente tabella:

Tabella 3: d	caratteristiche	dei	materiali	utilizzati	nel	modello
--------------	-----------------	-----	-----------	------------	-----	---------

Materiale	Modulo elastico	Coefficiente di Poisson	Densità
[-]	[MPa]	[-]	[kg/m <sup>3</sup> ]
Plexiglass	3000	0,39	1180
Acciaio	210000	0,3	7800

In particolare, gli elementi delle piastre, attraverso le quali si sviluppa l'interazione tra i diversi componenti, sono stati definiti con le caratteristiche dell'acciaio.

In realtà, all'interno del codice utilizzato per la costruzione del modello finiti, sono stati definiti ulteriori materiali, associati agli elementi che simulano le molle della struttura; di tali materiali è stato specificato solamente il modulo elastico ipotizzando che il contributo inerziale delle molle possa essere considerato trascurabile rispetto a quello degli altri componenti del sistema. Dunque, stabilita la sezione A e la lunghezza L della colonna di elementi SOLID185 con la quale vengono modellate le molle, il modulo elastico E viene determinato tramite la relazione:

$$k = \frac{EA}{L} \tag{3.1}$$

con k rigidezza di una molla, il valore della quale viene riportato nell'articolo di riferimento [21]. Per essere più precisi, vengono fornite le rigidezze complessive di ciascun gruppo di molle, quello associato alla traversa e quello associato al cuneo (figura "40"). Il valore di rigidezza di interesse (da esprimere nelle unità di misura coerenti con quelle utilizzate per la costruzione del modello) viene ottenuto dividendo la rigidezza complessiva per il numero di molle che costituiscono ciascun gruppo (8 per il gruppo relativo alla traversa e 4 per quello relativo al cuneo).

Un altro materiale è stato definito al fine di introdurre il coefficiente di attrito, circa uguale a 0,3 per entrambe le interfacce di contatto secondo quanto dichiarato dall'articolo [21].

Nelle analisi che verranno presentate in seguito verranno utilizzati due tipi di modello agli elementi finiti; nella figura "44" ne viene mostrato uno, ottenuto a valle della procedura appena trattata.



Figura 44: modello FEM della struttura in esame

L'aspetto di maggior interesse nella costruzione di questo modello agli elementi finiti è rappresentato dalla simulazione del contatto tra i diversi componenti. Esso viene descritto nel paragrafo successivo.

#### 3.2 Elementi di contatto

Nel software Ansys APDL sono disponibili diverse strategie per la modellazione del contatto; nel corso del lavoro di tesi ne sono state utilizzate due. Esse si differenziano per la tipologia di elemento di contatto impiegato:

- node-to-node (CONTA178);
- surface-to-surface (CONTA174 TARGET170);

Entrambi vengono introdotti una volta che la discretizzazione del modello è stata completata.

Nei paragrafi successivi verrà illustrata la procedura adottata per l'introduzione di questi elementi. In seguito, si descriveranno alcune delle principali *keyoptions* e *real constants* con le quali è possibile definire le proprietà del contatto, dedicando particolare attenzione a quelle sulle quali si è maggiormente agito nel corso delle analisi che saranno successivamente presentate.

### 3.2.1 Elementi surface-to-surface

La prima tipologia di elementi di contatto è rappresentata da elementi di superficie.

La loro creazione richiede che vengano dapprima identificate le superfici attraverso le quali interagiscono i diversi componenti del modello; una delle superfici di ogni coppia considerata verrà indicata come "Target" e l'altra come "Contact". Su ciascuna di esse verrà creato il layer di elementi di contatto surface-to-surface corrispondente.

Avendo un sistema con due interfacce di contatto ("cuneo-traversa" e "cuneo-telaio"), questa procedura è stata svolta per ciascuna di esse.

Ciò è stato fatto in maniera guidata ed intuitiva tramite il Contact Wizard, messo a disposizione da Ansys e accessibile attraverso il Contact Manager. La procedura di designazione delle superfici "Contact" e "Target" di una coppia di contatto viene ulteriormente agevolata grazie alla possibilità di definire tali superfici mediante dei *nodal components*, precedentemente creati. In questo modo, si evita di dover selezionare le aree di interesse direttamente da interfaccia grafica, operazione che può risultare molto tediosa nel caso in esame.

Considerando ad esempio la superficie del cuneo a contatto con la traversa, dopo aver selezionato i nodi della mesh che ad essa appartengono, è stato possibile creare il *nodal component* corrispondente tramite il comando CM.



Figura 45: definizione della superficie di contatto del cuneo con la traversa mediante nodal component

Nell'Help di Ansys [22] sono indicate alcune linee guida per la designazione di una superficie della coppia di contatto come superficie "Contact" o "Target": ad esempio, si suggerisce di scegliere come superficie "Target" quella caratterizzata da una mesh più grezza; invece, nel caso in cui la discretizzazione su entrambe le superfici sia identica, ciascuna superficie può essere scelta come "Contact" o "Target" senza che ciò comporti delle differenze significative nel processo di soluzione.

Nel caso in esame, caratterizzato dalla presenza di due interfacce di contatto, le superfici del cuneo sono state designate come "Contact" mentre quelle del frame e della traversa come "Target".



Figura 46: superfici "Contact"(a sinistra); superfici "Target"(a destra)

Identificate le superfici di ciascuna coppia di contatto, il software seleziona autonomamente la tipologia di elemento "Contact" e "Target" da utilizzare sulla base del modello agli elementi finiti su cui vengono applicati; in questo caso, affrontando un problema tridimensionale (strisciamento avviene su un piano ed è possibile individuare una direzione normale al piano di contatto), sono stati utilizzati i seguenti elementi:

- CONTA174;
- TARGET170;

L'elemento CONTA174 è un elemento quadrilatero a 8 nodi (quattro dei quali nella mezzeria dei lati), creato sulla superficie di contatto designata come "Contact". Esso viene introdotto in corrispondenza della superficie dell'elemento di volume sottostante (come SOLID185); nel caso in cui quest'ultimo sia privo di nodi di mezzeria (lungo i lati), l'elemento CONTA174 si adatta automaticamente "perdendo" a sua volta questi nodi. A questo elemento corrisponderà il TARGET170 sulla superficie identificata come "Target".



Figura 47: elemento CONTA174 [22]

Una volta creati gli elementi di contatto, si è sempre verificato che le normali degli elementi "Contact" e "Target" di una coppia di contatto puntassero le une contro le altre. Ciò risulta fondamentale per accertarsi della correttezza della procedura di creazione in quanto, in questo modo, il software comprenderà la direzione in cui le due superfici devono muoversi per portarsi in contatto. Nel Contact Manager è sufficiente cliccare sull'icona *show normals* per visualizzare a schermo le normali degli elementi "Contact" e "Target" considerati.



Figura 48: normali degli elementi "Contact" (a sinistra) e degli elementi "Target" (a destra)

Le proprietà del contatto vengono settate agendo sulle *keyoptions* degli elementi di contatto e sulle *real constants* del set corrispondente alla coppia di contatto considerata. In alternativa, è possibile procedere compilando le voci di interesse in una finestra del Contact Manager (Contact Properties).

Basic       Friction       Initial Adjustm         Normal Penalty Stiffness       1.         Penetration tolerance       0.         Pinball region          Contact stiffness update       E         Contact algorithm       A         Contact Detection       0         Dehavior of contact surface       S         Open of constant       A	ment       Misc       Rigid target       Thermal       Electric       IC         0 <ul> <li>factor</li> <li>constant</li> <li>factor</li> <li>constant</li> </ul> 1 <ul> <li>factor</li> <li>constant</li> </ul> auto> <ul> <li>factor</li> <li>constant</li> </ul> ach iteration       (PAIR ID based)            urgmented Lagrange method            In Gauss points            uto assembly detection	Basic Friction       Initial Adjustment       Misc       Rigid target       Thermal       Electric         Material ID       1
	OK Cancel He	lp OK Cancel H

nitial penetration	Include everything	<u>.</u>
Load step number for ramp	ing	
Contact surface offset	0	
Automatic contact adjustm	ent No automated adjustment	<u> </u>
nitial contact closure	0 💽 ፍ factor 🔿 cons	tant

Figura 49: principali schede del Contact Properties per l'impostazione delle proprietà del contatto

Tra le *keyoptions* più importanti da impostare vi è sicuramente quella che consente di stabilire l'algoritmo che sarà utilizzato dal software per la risoluzione del problema del contatto (*Contact algorithm*). Tali algoritmi possono essere raggruppati in due categorie principali:

- algoritmi "Penalty";
- algoritmi basati sui moltiplicatori di Lagrange;



Figura 50: concetti di metodo Penalty (sopra) e metodo basato sui moltiplicatori di Lagrange (sotto)

Mentre nel primo caso è prevista la possibilità di una compenetrazione tra i corpi a contatto nella direzione normale (la possibilità di uno strisciamento, in condizioni di adesione, nella direzione tangenziale), essa viene esclusa nel secondo caso. Infatti, nel primo caso si ricerca la soluzione del problema avendo come obiettivo l'equilibrio delle forze, nel secondo caso garantendo l'assenza di compenetrazione.

A queste filosofie contrapposte corrispondono differenti parametri di input, utilizzati dall'algoritmo per la risoluzione del problema.

Avendo utilizzato gli algoritmi appartenenti alla prima delle categorie sopra richiamate, si entrerà maggiormente nel merito di questi ultimi.

Il metodo "Pure Penalty" richiede di stabilire il valore della rigidezza di contatto normale FKN e tangenziale FKT. Il software fornisce un valore di default della rigidezza di contatto, in direzione normale, sulla base delle proprietà dei materiali (modulo di Young) e della dimensione degli elementi sottostanti al layer di elementi di contatto considerati; insieme al coefficiente di attrito (introdotto come proprietà del materiale degli elementi di contatto), essa concorre nel determinare il valore della rigidezza di contatto in direzione tangenziale. I valori di questi parametri possono essere modificati all'occorrenza dall'utente tenendo conto del seguente fatto: un input negativo verrà considerato in valore assoluto mentre uno positivo rappresenterà il fattore di scala del valore di default fornito dal programma. Si precisa inoltre il fatto che, nel caso si decida di utilizzare un valore assoluto della rigidezza di contatto, esso dovrà essere rapportato all'unità di area; infatti il software richiede in input una rigidezza per unità di superficie ( $N/mm^3$  nel caso del modello in esame).

La scelta dei valori di questi parametri viene fatta cercando un compromesso tra due esigenze: la facilità di convergenza e l'accuratezza di risultati. Valori troppo elevati di rigidezza comportano una riduzione della compenetrazione e dello strisciamento in condizioni di adesione ma possono essere causa di un cattivo condizionamento della matrice di rigidezza globale e di difficoltà di convergenza. Valori più bassi di rigidezza possono portare ad un certo valore della compenetrazione/strisciamento e produrre una soluzione non accurata [22].

Un approccio simile può essere riscontrato nel metodo "Augmented Lagrangian", un metodo ibrido tra il "Pure Penalty" e il "Pure Lagrange Multiplier"; pur basandosi sull'utilizzo delle rigidezze di contatto FKN e FKT, il ruolo di questi parametri risulta un po' ridimensionato rispetto al caso del metodo "Pure Penalty". Tale aspetto risulta chiaro dall'analisi della formulazione della forza normale:

$$F_n = k_n x_p$$
 "Pure Penalty" (3.2)

$$F_n = k_n x_p + \lambda$$
 "Augmented Lagrangian" (3.3)

 $con x_p$  che rappresenta la compenetrazione in direzione normale alla superficie di contatto.

La presenza del termine  $\lambda$  rende meno sensibile l'algoritmo all'entità della rigidezza di contatto  $k_n$ .

Dal momento che garantisce una maggiore facilità di convergenza, tale algoritmo è stato scelto nelle prime analisi che sono state svolte.

In verità, questo algoritmo si basa anche su un ulteriore parametro denominato FTOLN (*Penetration tolerance*). Esso definisce la massima penetrazione ammissibile rappresentando un valore soglia che deve essere rispettato affinché il calcolo raggiunga la convergenza. Per tale parametro è sempre stato adottato il valore di default, reso disponibile dal software, pari a 0,1. Analogamente a quanto visto per la rigidezza di contatto, tale valore è da intendersi come un fattore che, moltiplicato per la profondità/spessore degli elementi sottostanti il layer di elementi di contatto, definisce la tolleranza ammissibile per la compenetrazione. Dunque, in questo metodo, a differenza di quanto visto nel caso "Pure Penalty", è presente un controllo sull'entità della compenetrazione tra i corpi che vengono a contatto.

Conclusa la trattazione relativa agli algoritmi di risoluzione del problema del contatto, si descrivono ora ulteriori *keyoptions* su cui si è agito nelle analisi che saranno successivamente presentate.

Una di queste opzioni, denominata *Contact surface offset* (vedi scheda della finestra Contact Properties), consente di definire un offset della superficie designata come "Contact". Inserendo un valore positivo, la superficie "Contact" sarà traslata verso la superficie "Target" corrispondente.



Figura 51: principio di funzionamento del Contact surface offset

Tale comando risulta particolarmente utile al fine di simulare una condizione di interferenza iniziale, considerando un modello con le superfici "Contact" e "Target" disegnate geometricamente coincidenti. Però, come suggerito dall'Help di Ansys [22], questi problemi possono comportare delle difficoltà di convergenza nel caso in cui l'interferenza venga applicata in maniera "stepped" in un dato loadstep di carico. Per questo motivo, al fine di facilitare la convergenza del calcolo, l'interferenza può essere applicata in maniera graduale ("ramped"), agendo sulla keyoption *Initial penetration*.

Contact Properties		×
Basic Friction Initial Adjustme	ent Misc Rigid target Thermal Electric ID	
Initial penetration	Include everything with ramped effe 🗾	
Load step number for ramping	1	
Contact surface offset	3.957	
Automatic contact adjustment	No automated adjustment	
Initial contact closure	0 💌 🗣 factor C constant	

Figura 52: impostazione dell'applicazione graduale dell'interferenza

All'argomento appena descritto si collega il concetto di "Pinball region". Essa rappresenta una regione sferica all'interno della quale il programma rileva se avvenga o meno il contatto; tale sfera risulta caratterizzata da un raggio correlato alla dimensione caratteristica degli elementi sottostanti gli elementi di contatto.

In alcune situazioni, nel caso il software non rilevi il contatto laddove ci si aspetta il contrario, può essere utile agire su questo parametro, settando l'opzione *Pinball region* all'interno della finestra Contact Properties. I valori positivi e negativi assumono lo stesso significato visto nel caso della rigidezza di contatto.

Nel caso si stabilisca un *Contact surface offset*, il software fornisce automaticamente un aiuto per definire la nuova dimensione della "Pinball Region" fissandola pari a 1,1 volte l'entità dell'offset della superficie "Contact". In questo modo viene ridotta la possibilità di errore nel caso di una dimenticanza dell'utente.

L'ultima opzione che viene trattata, denominata *Behavior of contact surface*, consente di stabilire il comportamento delle superfici di contatto. Possono essere considerati i seguenti casi:

- contatto standard unilaterale, rappresentativo delle condizioni di default ("*standard*");
- strisciamento impedito tra le superfici "Contact" e "Target" ("rough");
- separazione nella direzione normale impedita tra le superfici "Contact" e "Target" ma strisciamento permesso ("no separation");
- strisciamento e separazione nella direzione normale impediti tra le superfici "Contact" e "Target" ("bonded");

A meno che non venga specificato diversamente, nelle prove che verranno mostrate l'opzione è da considerarsi sempre impostata sulla condizione di contatto standard. In questo modo, le superfici non saranno forzate dal software ad assumere un comportamento che potrebbe non corrispondere a quello reale. Per essere più chiari, se si immaginasse di settare il comportamento "*no separation*", le superfici di contatto non potrebbero allontanarsi in direzione normale nonostante magari nella realtà esse mostrino una tendenza alla perdita del contatto.

#### 3.2.2 Elementi node-to-node

Un'altra possibilità per la modellazione del contatto in Ansys è offerta dagli elementi node-to-node CONTA 178. In genere si ricorre a questa scelta modellistica nelle seguenti situazioni:

- superfici di contatto geometricamente adiacenti;
- previsione di limitati strisciamenti relativi;

Queste condizioni sembrano essere soddisfatte nel sistema oggetto di studio.



Figura 53: elemento CONTA178 [22]

L'elemento CONTA178 risulta definito da due nodi I e J, aventi tre gradi di libertà traslazionali (x, y e z); ciascuno di essi appartiene alla superficie di contatto di uno dei corpi che interagiscono. L'orientamento dell'interfaccia è definito dalla posizione dei nodi o da una direzione normale di contatto definita dall'utente. L'interfaccia si assume che sia ortogonale alla congiungente I-J o alla direzione del gap/interferenza specificata [22].

A differenza di quanto visto per gli elementi surface-to-surface, la creazione di questi elementi all'interno del modello non può essere svolta in maniera guidata attraverso il Contact Wizard. Per questo motivo, è stato necessario definire una procedura alternativa, i cui passaggi fondamentali possono essere così riassunti:

- ciclo "for" nel quale, di volta in volta, viene preso in considerazione un nodo appartenente ad una delle superfici che vengono a contatto, memorizzando in apposite variabili il numero identificativo del nodo, le coordinate spaziali del nodo stesso (comando \*GET);
- ciclo "for", interno al precedente, nel quale viene effettuata la ricerca del nodo, appartenente all'altra superficie di contatto, da collegare a quello preso in considerazione nel ciclo "for" più esterno;

Tramite un "if" viene definita la condizione che deve essere verificata affinché sia possibile creare un elemento di contatto tra i due nodi in esame: la differenza tra le coordinate dei due nodi, memorizzate nelle variabili precedentemente definite, assume un dato valore stabilito dall'utente. In questo modo, il codice può funzionare tenendo conto di tutte le possibilità: superfici di contatto coincidenti, superfici di contatto separate da una data distanza. Dopo essere usciti dal ciclo "for" interno, risulta fondamentale richiamare il comando di selezione dei nodi appartenenti alla prima superfici di contatto considerata.

Preliminarmente a questa procedura, è risultato conveniente definire dei *nodal components* in cui raggruppare i nodi appartenenti ad una data superficie di contatto. In questo modo, la selezione dei nodi di interesse può essere effettuata in modo semplice e compatto tramite il comando CMSEL.

Come visto per gli elementi surface-to-surface, anche in questo caso è possibile definire le proprietà del contatto tramite le *keyoptions* dell'elemento e il set di *real constants* ad esso associato.

		Real Constant Set Number 10, for CONTA178	
		Element Type Reference No. 10 Real Constant Set No.	10
CONTA178 element type options Options for CONTA178, Element Type Ref. No. 10 Gap Type K1 Contact algorithm K2 Weak spring K3 Basis for initial gap size K4 Basis for contact normal K5 Elem degree(s) of freedom K6 Goal of contact time predict K7 Initial penetration/gap K9 Behavior of contact surface K10 Contact status monitor K12 OK Cancel	Unidirection gap Penalty method Do not use GAP + node loc. Cocat/real const UX/UY/UZ No predictions Ramp in 1st step Standard Do not use Help Help	Unidirectional gap type Pure Penalty method Normal stiffness * FKN Initial gap size GAP Initial contact status START Sticking stiffness * FKS Defined gap normal - X comp. NX Defined gap normal - Y comp. NY Defined gap normal - Z comp. NZ Damping coefficient CV1 Nonlinear damping coeff CV2 Restitution coefficient COR Cross-sectional area AREA (* input positive value for scaling) (* input negative value for absolute)	
		OK Apply Cancel	Help

Figura 54: keyoptions e real constants dell'elemento CONTA178

Per quanto riguarda gli algoritmi per la risoluzione del problema del contatto e i parametri da essi richiesti, vale quanto detto per gli elementi surface-to-surface; pertanto, si rimanda il lettore al capitolo 3.2.1 della tesi. Ci si limita a specificare che, avendo a che fare con un elemento node-to-node, la rigidezza di contatto viene espressa in termini di forza per unità di lunghezza (dunque in N/mm nel modello in esame).

Nel caso si voglia modellare una condizione di interferenza iniziale, in questo caso è possibile agire sulla *real constant* GAP. Dunque, questo parametro svolge un ruolo simile a quello svolto dal *Contact surface offset* nel caso degli elementi surface-to-surface. In genere, oltre a settare il valore della *real constant*, si agisce sulla *keyoption* 4 dell'elemento, la quale offre due alternative:

- *keyoption*(4)=0 dimensione dell'interferenza basata sia sulla posizione dei nodi sia sulla *real constant* GAP;
- *keyoption*(4)=1 dimensione dell'interferenza basata esclusivamente sulla *real constant* GAP;

Ne consegue che, qualora si voglia simulare una condizione di interferenza, nel caso in cui la geometria del modello venga disegnata compenetrata, sarà necessario impostare pari a 0 sia la *keyoption* 4 che la *real constant* GAP. Qualora invece la geometria del modello venga disegnata con le superfici di contatto perfettamente coincidenti, la *keyoption* 4 dovrà essere posta pari a 1 mentre alla *real constant* GAP sarà attribuito il valore di interferenza desiderato; questo ultimo valore dovrà essere introdotto con il segno negativo in accordo a quanto suggerito dall'Help di Ansys.

Anche nel caso di questi elementi, al fine di facilitare la convergenza, l'interferenza può essere applicata in maniera graduale ("ramped") agendo sulla *keyoption* 9 (*keyoption*(9)=1).

Un discorso più approfondito per questa tipologia di elementi riguarda la definizione della direzione normale di contatto. Nel caso si mantenga la *keyoption* 5 nelle condizioni di default (*keyoption*(5)=0), la normale viene determinata sulla base della posizione dei nodi I e J dell'elemento o impostando i coseni direttori della normale

rispetto agli assi **x**, **y** e **z** mediante le *real constants* NX, NY e NZ; in particolare, quando NX, NY e NZ sono definiti, questa informazione risulta prioritaria nella determinazione della direzione normale. Tuttavia, come suggerito dall'Help di Ansys [22], esistono dei casi nei quali i coseni direttori devono essere obbligatoriamente specificati:

- se i nodi I e J hanno le medesime coordinate geometriche;
- se il modello esibisce una condizione iniziale di interferenza per la quale la geometria risulta sovrapposta;

Tali condizioni sono state riscontrate nel modello oggetto di studio. Sfruttando le informazioni sugli angoli del cuneo, sono stati definiti i coseni direttori della normale di ciascuna interfaccia di contatto.

	NX	NY	NZ
	[-]	[-]	[-]
"cuneo-traversa"	0,793	0,609	0
"cuneo-telaio"	-0,998	0,0698	0

Tabella 4: coseni direttori delle normali di ciascuna interfaccia di contatto

Dal momento che le interfacce di contatto risultano inclinate solamente nel piano x-y, il coseno direttore di ciascuna normale rispetto all'asse z (ortogonale allo schermo) risulta nullo.

Parlando della definizione della direzione normale, si è parlato dei nodi I e J. In generale, viene designato come nodo I quello che viene richiamato per primo nel comando per la creazione dell'elemento di contatto (ad esempio "E,nodo\_1,nodo\_2"); il secondo rappresenterà invece il nodo J. Siccome l'Help di Ansys [22] suggerisce come la corretta normale sia diretta dal nodo I al nodo J, tale ordinamento dei nodi deve esse preso in considerazione nel momento in cui vengono valutati i coseni direttori da attribuire alle *real constants* NX, NY e NZ. I valori riportati in tabella "4" tengono conto di questo aspetto. Dunque, considerando ad esempio l'interfaccia "cuneo-traversa", l'aver definito i nodi della superficie di contatto del cuneo come nodi I e quelli della superficie di contatto della traversa come nodi J risulta coerente con i valori delle *real constants* NX, NY e NZ della tabella "4".

In base a quanto trattato nell'ultimo capoverso, emerge un'ulteriore considerazione. Al fine di evitare problematiche, è necessario che i nodi I appartengano ad una sola delle superfici che vengono a contatto; i nodi J dovranno appartenere all'altra. Ecco che la creazione dei *nodal components*, uno per ciascuna superficie di contatto, può essere utile per garantire questa condizione.

Per concludere questa trattazione riguardante la direzione normale di contatto, si riporta un'immagine nel quale vengono plottate le normali di contatto nel caso del modello in esame.



Figura 55: direzione normale per gli elementi CONTA178 di ciascuna interfaccia di contatto

In maniera analoga a quanto visto per gli elementi surface-to-surface, risulta possibile settare il comportamento del contatto. La *keyoption* di interesse nel caso degli elementi CONTA178 è la numero 10. Le possibilità di comportamento sono analoghe a quelle descritte nella sezione 3.2.1 a cui si rimanda il lettore.

# 4 Analisi statica

In questo capitolo delle tesi si procede a descrivere l'analisi statica che è stata svolta sul modello oggetto di studio. In tale tipologia di analisi, il sistema è soggetto all'azione di carichi che non dipendono dal tempo; dunque non viene coinvolto l'effetto dello smorzamento e dell'inerzia della struttura.

Lo svolgimento di un'analisi statica non solo ha offerto la possibilità di prendere dimestichezza con gli strumenti per l'implementazione del contatto, illustrati in precedenza, ma ha permesso di individuare le condizioni iniziali della struttura prima che essa venga eccitata dinamicamente.

## 4.1 Definizione delle condizioni al contorno: carichi e vincoli

Per poter lanciare un'analisi statica è stato necessario individuare i carichi a cui risulta soggetta la struttura in esame.

Nell'articolo di riferimento [21], si dichiara come il montaggio venga effettuato per interferenza, forzando il cuneo nello spazio compreso tra la traversa e il telaio. L'obiettivo consiste nel limitare la possibilità di perdita del contatto alle interfacce durante l'eccitazione della struttura. La compressione delle molle collegate al cuneo e l'estensione di quelle collegate alla traversa, risultato del montaggio sopra citato, sono riportati nella tabella sottostante.

Parameter	Value	
Offset of wedge springs (pre-compression) $(Y_{w0})$	-3.46 mm	
Offset of bolster springs (pre-tension) $(Y_{b0})$	3.04 mm	

Figura 56: compressione ed estensione delle molle del banco sperimentale [21]

Assieme al carico derivante da questa operazione di assemblaggio, si è deciso di tenere in considerazione la forza peso. Essa è stata valutata moltiplicando la massa del componente considerato per l'accelerazione di gravità.

Una volta definiti i carichi, essi possono essere introdotti nel modello gli elementi finiti.



Figura 57: applicazione della forza peso

In figura "57" è possibile osservare come sia stata applicata la forza peso: nel caso del cuneo, il peso proprio è stato distribuito in forze nodali, di uguale intensità, applicate sui nodi situati lungo la linea passante per il baricentro del cuneo; per quanto riguarda la traversa, il peso proprio è stato applicato come una pressione agente sulla superficie superiore della traversa stessa (comando SF).

Per quanto riguarda la simulazione del montaggio per interferenza, sono state prese in considerazione due differenti strategie:

- modello con la geometria disegnata compenetrata;
- modello con le superfici di contatto geometricamente coincidenti ma con l'impostazione di un offset;



Figura 58: modello con le superfici di contatto geometricamente coincidenti (a sinistra); modello con la geometria disegnata compenetrata (a destra)

Nel primo caso, rispetto alla condizione in cui le superfici di contatto dei componenti del sistema sono disegnate geometricamente coincidenti, il cuneo è stato "traslato" rigidamente in direzione y di una data quantità, determinata mediante una procedura iterativa di cui si tratterà in seguito (capitolo 4.3). Considerando, ad esempio, l'interfaccia "cuneo-traversa", i nodi della superficie di contatto del cuneo saranno separati della distanza sopra citata dai nodi corrispondenti della superficie di contatto della traversa; stesso discorso vale per l'interfaccia "cuneo-telaio". Proiettando questa distanza lungo la normale all'interfaccia di contatto desiderata, è stato possibile valutare l'entità della compenetrazione in questa direzione.

Detta v la "traslazione" rigida del cuneo, la compenetrazione n in direzione normale può essere valutata come:

$$n_{wb} = v * \sin \alpha$$
 interfaccia "cuneo-traversa" (4.1)

$$n_{ws} = v * \sin \gamma$$
 interfaccia "cuneo-telaio" (4.2)

con  $\alpha$  e  $\gamma$  angoli di inclinazione dei lati obliqui del cuneo rispetto alla verticale.

Nel secondo caso, le superfici di contatto del cuneo sono perfettamente coincidenti con quelle corrispondenti della traversa e del telaio. Sfruttando quanto spiegato nel capitolo 3.2, l'interferenza viene introdotta impostando il valore del *Contact surface offset*, nel caso si utilizzino gli elementi di contatto surface-to-surface, oppure agendo sulla *real constant* GAP, nel caso si ricorra agli elementi node-to-node. I valori da impostare per questi parametri corrispondono a quelli che sono stati determinati nel caso del modello con geometria compenetrata, proiettando l'entità della traslazione rigida del cuneo nella direzione della normale all'interfaccia considerata.

Indipendentemente dalla tipologia di modello che è stato utilizzato per lo svolgimento di questo tipo di analisi, al fine di facilitare la convergenza del calcolo, l'interferenza è sempre stata applicata in maniera graduale ("ramped") agendo sulla *keyoption* opportuna per l'elemento di contatto utilizzato (vedi capitolo 3.2).

Applicati i carichi, si illustrano i vincoli che sono stati utilizzati nelle prove statiche. Avendo deciso di modellare solo un quarto di struttura, sono stati introdotti dei carrelli che impedissero la traslazione nella direzione normale al piano di simmetria considerato:

- piano y-z (passante per l'origine del sistema di riferimento)  $\rightarrow$  vincoli alla traslazione lungo x;
- piano x-y (traslato rispetto all'origine del sistema di riferimento)  $\rightarrow$  vincoli alla traslazione lungo z;

Il set delle condizioni al contorno viene completato dalla definizione dei vincoli che impediscono la traslazione lungo y. Essi vengono applicati alla superficie inferiore della parte del telaio che, nel sistema reale, si interfaccia con lo shaker.





Definiti i carichi e i vincoli e il modo in cui essi sono stati applicati al modello, risulta possibile procedere con la soluzione. Il software consente di definire dei blocchi di carico ("loadsteps") che possono essere risolti in successione dal solutore mediante il comando LSSOLVE. Ciò è stato necessario in quanto nell'Help di Ansys [22] si suggerisce di risolvere l'interferenza nel primo loadstep e di applicare eventuali altri carichi nei loadsteps successivi. Per questo motivo, i loadsteps che sono stati definiti risultano i seguenti:

- 1° loadstep: interferenza;
- 2° loadstep: forza peso;

Avendo a che fare con un problema non lineare, sono stati inoltre presi ulteriori accorgimenti per facilitare la convergenza del calcolo agendo sulle "loadstep options".

In particolare, ciascun loadstep è stato suddiviso in un certo numero di substeps (in questo caso, pari a 10) tramite il comando NSUBST; essi rappresentano dei punti intermedi, all'interno di un loadstep, che consentono di applicare il carico in maniera graduale ("ramped"), con notevole beneficio soprattutto nell'ambito di analisi non lineari. Infatti, nel caso in cui la suddivisione in substeps venga abbinata al comando "KBC,0", il carico considerato verrà interpolato linearmente per ciascun substeps dal valore del loadstep precedente a quello del loadstep corrente [22].



Figura 60: funzionamento del comando KBC [22]

Dunque, nel caso in esame, la forza peso raggiungerà il valore effettivamente applicato soltanto all'ultimo substep dell'ultimo loadstep, essendo applicato in maniera incrementale grazie al comando KBC.

Si riporta una tabella riassuntiva dei loadsteps considerati e delle opzioni ad essi associate.

Tabella 5: loadsteps delle prove di analisi statica

	1° loadstep	2° loadstep
Carico	interferenza	forza peso
Modalità di applicazione (KBC)	ramped	ramped
Numero di substep (NSUBST)	10	10

### 4.2 Rigidezza di contatto

Definita la configurazione di carico che si desidera risolvere, si fa un breve excursus sulla rigidezza di contatto, il cui ruolo negli algoritmi per la risoluzione del problema del contatto è già stato illustrato nel capitolo 3.2.1: essa risulta decisiva ai fini della convergenza del calcolo. In questo paragrafo si discuterà della determinazione del valore di questo parametro e dell'influenza che esso esercita sui risultati ottenuti nelle prove di analisi statica.

Purtroppo, per questo tipo di problema nel quale il contatto tra corpi si sviluppa in corrispondenza di superfici piane, coinvolgendo considerevoli porzioni di area, risulta difficile avere a disposizione dei valori assoluti di rigidezza di contatto da fornire in input al software. Per questo motivo, i parametri FKN e FKT sono stati inizialmente utilizzati come fattori di scala del valore di default calcolato automaticamente dal software, attribuendo ad essi un valore positivo.

Tali fattori sono stati fatti variare in maniera graduale cercando di ottenere la coppia di valori che permettesse di ottenere la convergenza del calcolo. In particolare, siccome valori troppo elevati di rigidezza possono causare difficoltà nella ricerca della soluzione, i fattori di scala sono stati ridotti progressivamente.

Considerando la configurazione di carico illustrata nel paragrafo precedente e l'utilizzo degli elementi di contatto node-to-node nel modello con geometria compenetrata, la convergenza è stata ottenuta per la seguente coppia dei fattori relativi alle rigidezze di contatto, impostati uguali per entrambe le interfacce di contatto:

$$FKN = 0,01$$

$$FKT = 1$$

In seguito, al fine di esercitare un maggiore controllo su questo parametro, le prove sono state svolte cercando di introdurre un valore assoluto di rigidezza di contatto. In particolare, si è considerato un ugual valore per la

rigidezza di contatto in direzione normale e per quella in direzione tangenziale; tale coppia di valori FKN e FKN è stata assunta uguale su entrambe le interfacce e risulta:

$$FKN = FKT = -10000 \, N/mm$$

Avendo a che fare con il modello in cui sono implementati gli elementi di contatto node-to-node, tale rigidezza è da considerarsi attribuita a ciascuno degli elementi che viene interposto tra i nodi delle superfici di contatto.

Al fine di giustificare la possibilità di utilizzare questi valori di rigidezza di contatto, i risultati ottenuti settando FKN = FKT = -10000 N/mm sono stati confrontati con quelli della prova nella quale le rigidezze di contatto erano state definite in maniera relativa (FKN = 0,01 e FKT = 1). Il confronto è stato fatto sulla base dei seguenti output:

- deformata della struttura (General Postproc -> Plot Results -> Deformed Shape);
- spostamenti lungo y di alcuni nodi delle molle collegate alla traversa e al cuneo (*General Postproc -*> *List Results -> Nodal Solution*);



Figura 61: deformate al termine del 2° loadstep; prova con FKN = 0,01 e FKT = 1 (a sinistra); prova con FKN = FKT = -10000 (a destra)



Figura 62: nodi per la lettura dello spostamento

FKN=0,01 FKT=1				
Nodi	u <sub>y</sub> [mm]			
[-]	1° LS	2° LS		
А	4,34044	2,96868		
В	4,34098	2,96929		
С	-2,07964	-3,45113		
D	-2,07901	-3,45026		

FKN=FKT=-10000			
Nodi	u <sub>y</sub> [mm]		
[-]	1° LS	2° LS	
А	4,34161	2,97028	
В	4,34216	2,97089	
С	-2,07792	-3,44872	
D	-2,07732	-3,44787	

Le deformate delle due prove risultano praticamente identiche. Per quanto riguardi gli spostamenti nodali considerati, riportati in tabella "6", le differenze possono essere certamente ritenute trascurabili. A valle del confronto appena effettuato, sembra dunque che si possa considerare accettabile impostare i valori assoluti di rigidezza di contatto precedentemente indicati.

Tuttavia, in merito al confronto di cui si è appena discusso, si vuole effettuare un'ulteriore considerazione.

🚺 PRE	TAB Comn	nand
File		
PRINT FU	ement table	ITENS PER ELEMENT
inter ce		
xotototok Pl	OST1 ELEMENT	TABLE LISTING ******
OTOT	OUDDOUT	OUDDENT
SIHI	CURRENT	CURRENT
ELEM	FKN_HB	FKT_HB
4298	60440.	18132.
4299	60440.	18132.
4300	60440.	18132.
4301	60440.	18132.
4302	60440.	18132.
4303	60440.	18132.
4304	60440.	18132.
4305	60440.	18132.
4306	60440.	18132
4307	60440	18132
4308	60440	18132
4309	60440	18132
4310	60440	18132
4211	60440	19132
4212	60440	10132
4012	60440	10132.
4313	60440	10132.
4314	00440.	10152.

Figura 63: estrazione delle rigidezze di contatto per gli elementi all'interfaccia "cuneo-traversa" nella prova con FKN = 0.01 eFKT = 1

Nella figura "63" vengono riportati i valori di rigidezza di contatto utilizzati dal software nella prova in cui FKN e FKT sono stati definiti come fattori; essi sono il risultato del prodotto di questi fattori e del valore di default valutato automaticamente per la rigidezza di contatto. In questo caso, avendo definito FKT pari a 1, la rigidezza di contatto tangenziale coincide con il valore di default, ottenuto moltiplicando la rigidezza di contatto normale per il coefficiente di attrito ( $\mu = 0,3$ ).

All'interno dell'ambiente *General Postproc*, una volta selezionati gli elementi di contatto di interesse, l'informazione della figura "63" è stata ottenuta tramite i seguenti comandi:

- ETABLE,rigidezza\_normale,NMISC,10;
- ETABLE,rigidezza\_tangenziale,NMISC,11;

La medesima procedura può essere seguita anche nel caso della prova in cui le rigidezze di contatto FKN e FKT sono state impostate in termini di valore assoluto. Ciò non risulta necessario in quanto tali valori sono impostati dall'utente (FKN = FKT = -10000 N/mm); tuttavia, tale procedura consente di verificare che l'informazione sia stata correttamente recepita dal software.

	FKN=0,01 FKT=1	FKN=FKT=-10000
Rigidezza di contatto normale [N/mm]	60440	10000
Rigidezza di contatto tangenziale [N/mm]	18132	10000

Dunque, si può notare come nella prova con FKN = 0,01 e FKT = 1, la rigidezza di contatto normale risulta circa 6 volte superiore rispetto a quella definita nel caso della prova con le rigidezze impostate come valore assoluto; nel caso della rigidezza di contatto tangenziale, il rapporto è di poco inferiore a 2. Nonostante questa differenza, i risultati ottenuti nelle due prove sono simili.

Pertanto, è sicuramente vero che la rigidezza di contatto non deve essere troppo grande per permettere la convergenza del calcolo. Tuttavia, ipotizzando un range di valori di rigidezze di contatto per i quali risulti garantita la convergenza, sembra che i risultati fisici non siano molto influenzati dal valore di questo parametro.

Finora non è stato detto nulla circa l'algoritmo utilizzato per la risoluzione del problema del contatto. Le prove, i cui risultati sono stati riportati in figura "61", sono state effettuate adottando l'algoritmo "Augmented Lagrangian" al fine di facilitare la convergenza. Volendo valutare l'influenza dell'algoritmo sui risultati ottenuti, è stata fatta un'ulteriore prova impostando i seguenti parametri:

- FKN = FKT = -10000 N/mm
- Algoritmo "Pure Penalty"



FKN=FKT=-10000				
Nodi	u <sub>y</sub> [mm]			
[-]	1° LS	2° LS		
А	4,34161	2,97028		
В	4,34216	2,97089		
С	-2,07792	-3,44872		
D	-2,07732	-3,44787		

Figura 64: deformata della prova con FKN = FKT = -10000 e algoritmo "Pure Penalty"

I risultati ottenuti sembrano coincidere con quelli della prova in cui è stato imposto l'algoritmo "Augmented Lagrangian". Dunque, sembra che per FKN = FKT = -10000 N/mm, i risultati siano indipendenti dalla tipologia di algoritmo utilizzato.

# 4.3 Analisi dei risultati ottenuti con elementi node-to-node e elementi surface-to-surface

Discusso il ruolo della rigidezza di contatto nelle analisi statiche, a questo punto si illustrano i risultati ottenuti risolvendo in successione i loadsteps statici relativi all'interferenza di montaggio e all'applicazione della forza peso. In particolare, si cercherà di effettuare un confronto tra gli output restituiti dalle analisi effettuate con le due tipologie considerate di elementi di contatto:

- elementi node-to-node CONTA178;
- elementi surface-to-surface CONTA174 TARGET170;

Infatti, ottenere risultati simili ricorrendo a metodi differenti di implementazione del contatto può aiutare ad essere più confidenti sull'attendibilità dei risultati stessi.

Prima di illustrare alcune ipotesi che sono state fatte al fine di rendere confrontabili le prove effettuate con differenti elementi di contatto, si riporta la procedura per la determinazione di alcuni parametri necessari per la simulazione della condizione di montaggio per interferenza (1° loadstep).

Tale procedura ha come obiettivo la valutazione di:

- entità della "traslazione" rigida del cuneo nel caso del modello con geometria compenetrata;
- entità degli offset da impostare alle interfacce nel caso del modello con le superfici di contatto geometricamente coincidenti;

Una volta fissati i valori di rigidezza di contatto FKN e FKT, nel caso del modello con geometria compenetrata, la quantità, della quale il cuneo viene traslato in direzione y, è stata fatta variare iterativamente interrompendo la procedura nel momento in cui la compressione e l'estensione delle molle, collegate al cuneo e alla traversa rispettivamente, fosse vicina ai valori dichiarati dall'articolo [21], riportati nella figura "56" nel capitolo 4.1. Per verificare che questa condizione fosse rispettata, sono stati valutati gli spostamenti di alcuni nodi delle molle della struttura, al termine dell'analisi statica (*General Postproc -> List Results -> Nodal Solution*). I nodi sono gli stessi evidenziati nella figura "62" nel capitolo 4.2.

I risultati cercati sono stati ottenuti spostando il cuneo di 6,5 mm in direzione y. Si sottolinea il fatto che, essendo aumentata la lunghezza delle molle collegate al cuneo in virtù di questa traslazione, il modulo elastico del materiale, associato agli elementi che le simulano, è stato adattato di conseguenza in modo che venisse conservata la rigidezza della molla stessa.



Figura 65: particolare del modello con geometria compenetrata

Per quanto riguarda il modello con le superfici di contatto geometricamente coincidenti, ci si è limitati a impostare i valori di offset corrispondenti alla traslazione rigida del cuneo, precedentemente definita utilizzando il modello con geometria compenetrata. Applicando le relazioni (4.1) e (4.2), tali valori risultano:

- $n_{wb} = 3,957 mm$  interfaccia "cuneo-traversa"
- $n_{ws} = 0,453 mm$  interfaccia "cuneo-telaio"

Dopo questa breve parantesi, si procede a trattare le ipotesi che sono state fatte per effettuare il confronto.

In primo luogo, al fine di ragionare a parità di condizioni, si è dovuto definire un valore di rigidezza di contatto da associare a entrambe le interfacce del sistema in esame. Tale valore di rigidezza, da intendersi come valore cumulato sull'intera superficie considerata, è stato elaborato nel seguente modo:

- rapportato per il numero di elementi creati nel caso del modello con elementi node-to-node;
- rapportato per l'area della superficie di contatto, ottenendo così una rigidezza per unità di area, nel caso del modello con elementi surface-to-surface;

Inizialmente, è stato considerato il valore di rigidezza complessivo relativo alla prova, presentata nel capitolo 4.2, nella quale le rigidezze di contatto erano state impostate in termini di valore assoluto (FKN = FKT = -10000 N/mm). Esso risulta pari a 300000 N/mm, ottenibile moltiplicando la rigidezza di contatto del singolo elemento per il numero di elementi di contatto node-to-node; in questa prova, al fine di ridurre l'onere computazionale, la griglia di elementi di contatto è stata creata considerando una sottoselezione dei nodi appartenenti alle superfici di contatto (30 nodi).

Tuttavia, tale valore di rigidezza non consentiva in alcun modo di ottenere la convergenza nella prova realizzata con il modello avente gli elementi di contatto surface-to-surface. Al fine di risolvere questa problematica, il valore di rigidezza è stato portato a 30000 N/mm. Tale valore è stato attribuito sia all'interfaccia "cuneo-traversa" che a quella "cuneo-telaio".

Nelle tabelle sottostanti si riportano, per entrambi i casi considerati, le informazioni corrispondenti alla rigidezza di contatto complessiva, espresse in maniera tale da poter essere recepite dal software.

#### K = 30000 N/mm

Tabella 8: rigidezza di contatto per unità di superficie (caso degli elementi surface-to-surface)

CONTA174	area	FKN
TARGET170	[mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>3</sup> ]
cuneo-traversa	1473,17	20,4
cuneo-telaio	1171,604	25,6

Tabella 9: rigidezza di contatto associata al singolo elemento di contatto (caso degli elementi node-to-node)

CONTA178	n° elem	FKN
	[-]	[N/mm]
cuneo-traversa	132	227
cuneo-telaio	132	227

Si precisa il fatto che, nel caso degli elementi node-to-node, il numero di elementi di contatto corrisponda al numero di nodi totali, appartenenti ad una superficie di contatto.



Figura 66: superfici coinvolte nella creazione degli elementi di contatto all'interfaccia "cuneo-traversa"



Figura 67: superfici coinvolte nella creazione degli elementi di contatto all'interfaccia "cuneo-telaio"

Definito il valore di rigidezza di contatto, si vuole chiarire un altro aspetto. Al fine di porsi nelle medesime condizioni limitatamente all'analisi statica svolta con le due tipologie di elementi, si sarebbe voluto adottare la stessa tipologia di modello agli elementi finiti: o il modello con geometria compenetrata per entrambi i casi o il modello con le superfici di contatto geometricamente coincidenti.

Purtroppo, utilizzando il modello con geometria compenetrata, non è stato possibile ottenere la convergenza nel caso siano implementati gli elementi surface-to-surface. Pertanto, nel caso di questi elementi, è stato considerato il modello con le superfici di contatto coincidenti impostando manualmente il *Contact surface offset* per ciascuna interfaccia; l'entità di questo parametro è già stata discussa in precedenza nel capitolo corrente.

Per riassumere, verranno confrontati i risultati dell'analisi statica realizzata mediante i seguenti modelli:

- modello con geometria compenetrata (elementi di contatto node-to-node) -> caso "a";
- modello con le superfici di contatto geometricamente coincidenti (elementi di contatto surface-tosurface) -> caso "b";

A questo punto, si può procedere con il confronto dei risultati. Gli output che verranno presi in considerazione risultano i seguenti:

- deformata della struttura;
- spostamenti nodali;
- mappa dello stato del contatto;

mappa della pressione di contatto;

A meno che non venga specificato diversamente, tali output verranno analizzati in corrispondenza della fine dell'ultimo loadstep dell'analisi statica (2° loadstep).

Per maggior chiarezza, si riportano alcune tabelle riassuntive delle proprietà del contatto utilizzate nei due casi presi in esame.

CONTA178	FKN,FKT	μ	Algoritmo	Comportamento
	[N/mm]	[-]	[-]	[-]
cuneo-traversa	227	0,3	Pure Penalty	Standard
cuneo-telaio	227	0,3	Pure Penalty	Standard

Tabella 10: proprietà degli elementi di contatto (caso "a")

Tabella 11: proprietà degli elementi di contatto (caso "b")

CONTA174	FKN,FKT	μ	Algoritmo	Comportamento	Offset
TARGET170	$[N/mm^3]$	[-]	[-]	[-]	[mm]
cuneo-traversa	20,4	0,3	Pure Penalty	Standard	3,957
cuneo-telaio	25,6	0,3	Pure Penalty	Standard	0,453

In figura "68" vengono riportate le deformate della struttura ottenute nei due casi precedentemente citati.



Figura 68: deformata nel caso "a" (a destra) e nel caso "b" (a sinistra)

A prima vista, esse sembrano differenti. Ciò che spicca risulta essere l'apparente gap che separa le superfici di contatto del cuneo da quelle corrispondenti della traversa e del frame nel caso del modello in cui sono implementati gli elementi surface-to-surface. Ciò non deve essere interpretato come una reale condizione di distacco tra le superfici; infatti, se fosse così, si dovrebbe riscontrare un valore uniformemente nullo analizzando la distribuzione delle pressioni sulla superficie di contatto. Questo non accade, come risulterà chiaro dai risultati che verranno presentati in seguito. In realtà, quanto si osserva graficamente, è il risultato della procedura di simulazione dell'interferenza mediante l'applicazione del *Contact surface offset*. Considerando che le deformate sono rappresentate in scala 1:1, si può notare come l'entità di questo distacco sia effettivamente pari ai valori di offset riportati in tabella "11".

Nel caso del modello in cui sono implementati gli elementi node-to-node, l'interferenza, definita a livello della geometria di partenza, viene recuperata portando le superfici di contatto nella configurazione della figura "68" (a destra). Tale condizione deformata sembra corrispondere a ciò che ci si aspetta di ottenere.

Al fine di approfondire la comprensione di questo risultato, si focalizza l'attenzione sugli spostamenti, in direzione y, di alcuni nodi. Come è già stato spiegato in precedenza, tali nodi corrispondono a quelli che sono stati presi in considerazione per verificare che fossero rispettati i valori di estensione e di compressione delle molle dichiarati dall'articolo di riferimento [21].

caso "a"			
Nodi	u <sub>y</sub> [mm]		
[-]	1° LS	2° LS	
А	4,33	2,97	
В	4,33	2,97	
С	-2,09	-3,45	
D	-2,09	-3,44	

caso "b"			
Nodi	u <sub>y</sub> [mm]		
[-]	1° LS	2° LS	
А	4,48	3,08	
В	4,48	3,08	
С	-1,85	-3,25	
D	-1,85	-3,25	

Tabella 12: spostamenti lungo **y** dei nodi (evidenziati in figura "62")

Dall'esame delle tabelle sopra riportate, si nota come non ci sia grande differenza tra gli spostamenti valutati nelle due prove. Forse, analizzando la colonna corrispondente al secondo loadstep, gli spostamenti della prova con elementi node-to-node sembrano essere maggiormente corrispondenti alle condizioni dell'articolo [21].

Un altro output che è stato analizzato è la mappa dello stato del contatto: essa permette di avere un'idea delle condizioni di contatto sulla superficie presa in considerazione. Le condizioni che vengono rilevate dal software possono essere le seguenti:

- contatto aperto;
- contatto chiuso in strisciamento ("sliding");
- contatto chiuso in adesione ("sticking");

Nel caso degli elementi surface-to-surface, questa informazione può essere direttamente plottata sulla superficie di contatto, designata come "Contact", cliccando sull'icona *Plot Results* all'interno del Contact Manager (ovviamente si dovrà essere nell'ambiente *General Postproc*). Invece, nel caso degli elementi node-to-node, dal momento che non possono essere gestiti tramite il Contact Manager, non risulta possibile rappresentare graficamente lo stato del contatto. Tuttavia, si può comunque estrarre un listato in cui vengono elencati gli stati del contatto dell'insieme di elementi node-to-node precedentemente selezionati; ciò si ottiene con il comando "PRESOL,CONT", introdotto nell'ambiente di post-processing.

PRESOL Com	imand	
File		
PRINT CONT ELEMENT	SOLUTION PER ELEMENT Nodal contact data listing *****	
LOAD STEP= 2 TIME= 2.0000	SUBSTEP= 6 Lord Crise= 0	
ELEMENT= 4298 Node Strt 222 3.0000 210 3.0000	CONTR178	
ELEMENT= 4299 Node Stat 223 2.0000 211 2.0000	CONTR178	
ELEHENT= 4300 Node Stat 224 3.0000 220 3.0000	CONTR178	

Figura 69: esempio di lettura dello stato del contatto per gli elementi node-to-node

Come si vede nella figura sopra riportata, ai diversi stati del contatto ("STAT") corrisponde un numero:

- contatto aperto -> 1;
- contatto chiuso in strisciamento -> 2;
- contatto chiuso in adesione -> 3;

Questa precisazione risulta necessaria per rendere chiaro come sia stato effettuato il confronto tra i risultati ottenuti con le due tipologie di elementi.



Figura 70: elementi di contatto del caso "a" all'interfaccia "cuneo-traversa"; elementi appartenenti alla metà inferiore (a destra), elementi appartenenti alla metà superiore (a sinistra)



Figura 71: elementi di contatto del caso "a" all'interfaccia "cuneo-telaio"; elementi appartenenti alla metà inferiore (a destra), elementi appartenenti alla metà superiore (a sinistra)



Figura 72: stato del contatto (caso "b")

Nella figura "70" vengono riportati i numeri identificativi degli elementi node-to-node creati all'interfaccia "cuneo-traversa". Essi sono necessari per la lettura dello stato del contatto di ciascun elemento all'interno del listato citato in precedenza. In particolare, risulta che tutti gli elementi siano in condizione di adesione, ad eccezione della fila di elementi situata alla coordinata y massima (evidenziata in figura "70"), per la quale viene prevista una condizione di strisciamento. Ciò risulta sufficientemente in accordo con la distribuzione dello stato del contatto ricavata utilizzando gli elementi surface-to-surface (figura "72"). L'unica differenza si individua nella porzione inferiore della superficie di contatto: gli elementi surface-to-surface sono in una condizione di contatto aperto ("near contact").

Lo stesso confronto viene effettuato per l'interfaccia "cuneo-telaio". In questo caso, lo stato del contatto risulta aperto per tutti gli elementi node-to-node, ad eccezione di quelli appartenenti alla fila situata alla coordinata **y** minima (evidenziata in figura "71"). Ciò sembra corrispondere alla distribuzione prevista con gli elementi surface-to-surface.

Il fatto che la zona di contatto in strisciamento risulti leggermente spostata rispetto a quella della prova con gli elementi node-to-node (infatti, la fila di elementi node-to-node in "sliding" si trova in corrispondenza dello spigolo del cuneo) è dovuto al modo con cui sono state definite le superfici "Contact" e "Target". Infatti, la superficie "Target" avrebbe potuto essere estesa includendo tutte le aree che definiscono la superficie della piastra, fissata al frame nel sistema reale; invece, ci si è limitati a considerare la porzione geometricamente adiacente alla superficie del cuneo (in condizioni neutre).


Figura 73: altra possibilità per definire la superficie "Target" all'interfaccia "cuneo-telaio"; la soluzione evidenziata in rosso è quella del caso "b"

Tale scelta è stata fatta per evitare ambiguità nella scelta dell'area, da utilizzare per calcolare la rigidezza per unità di superficie da fornire come input al software: infatti, in questo modo, le superfici "Contact" e "Target" hanno la stessa estensione. Ciò rientra dunque nell'ottica di ragionare a parità di condizioni nei due casi che vengono confrontati.

Al di là di questo aspetto, i risultati ottenuti nelle due prove sono molto simili. Essi consentono di comprendere le condizioni iniziali di contatto prima che il modello venga eccitato dinamicamente. In particolare, risulta importante stabilire se lo stato del contatto sia chiuso o aperto; in merito a questo, si può dire che il contatto risulta sufficientemente distribuito all'interfaccia "cuneo-traversa" mentre, nel caso dell'interfaccia "cuneo-telaio", esso risulta concentrato su uno spigolo (una fila di nodi). Dunque, sembra che venga rilevata una tendenza all'impuntamento, la quale risulta deleteria nell'ottica della capacità di smorzamento del cuneo stesso.

Questo risultato viene confermato dall'analisi della mappa di pressione riportata di seguito.



Figura 74: pressione di contatto del caso "b" all'interfaccia "cuneo traversa" (a sinistra) e all'interfaccia "cuneo-telaio" (a destra)

I plot di tali distribuzioni sono stati ottenuti nel caso degli elementi surface-to-surface con una procedura analoga a quella utilizzata per ottenere le mappe dello stato del contatto. Tale informazione non risulta disponibile per gli elementi node-to-node, motivo per cui non è stato possibile effettuare un confronto tra le due prove in merito a questo output. Analizzando tali mappe, è possibile notare come i valori di pressione non risultino molto alti; ciò risulta ascrivibile ai bassi carichi che vengono applicati.

Come anticipato, questi risultati ribadiscono quanto messo in luce al momento dell'analisi della distribuzione dello stato del contatto: all'interfaccia "cuneo-telaio", la zona di effettivo contatto, corrispondente ad un valore di pressione diversa da zero, risulta fortemente limitata.

Con questa considerazione, si conclude la parte di confronto dei risultati delle prove statiche sopra considerate.

Per completezza, si riportano alcuni risultati ottenuti utilizzando gli elementi di contatto node-to-node ma in un modello con le superfici di contatto geometricamente coincidenti (caso "c"). I parametri che definiscono le proprietà del contatto sono rimasti inalterati rispetto alla prova corrispondente con la geometria inizialmente compenetrata, fatta eccezione per la necessità di compilare la *real constant* GAP.



Tabella 13: proprietà degli elementi di contatto (caso "c")



Figura 75: deformata nel caso "b" (a sinistra) e nel caso "c" (a destra)

Tabella 14: spostamenti lungo **y** dei nodi (evidenziati in figura "62")

caso "c"			
Nodi	u <sub>y</sub> [1	nm]	
[-]	1° LS	2° LS	
А	4,18	2,91	
В	4,18	2,91	
С	-2,25	-3,52	
D	-2,25	-3,52	

Dal confronto con la prova in cui vengono utilizzati gli elementi surface-to-surface, sembra che la deformata e gli spostamenti dei medesimi nodi non differiscano in maniera significativa. Contrariamente a quanto fatto in precedenza, non viene riportato il confronto relativo alle distribuzioni dello stato del contatto e della pressione in quanto ciò non aggiungerebbe nulla di nuovo rispetto a quanto già detto.

### 5 Analisi modale

Un passo fondamentale per caratterizzare il comportamento dinamico di una struttura è costituito dallo svolgimento di un'analisi modale. Essa restituisce come output le frequenze naturali e i corrispondenti modi di vibrare della struttura in esame, i quali possono risultare utili nell'ottica di ulteriori analisi, come, ad esempio, lo studio della risposta forzata al variare della frequenza di eccitazione.

Da un punto di vista teorico, l'analisi modale implica la risoluzione del seguente sistema di equazioni, ottenuto imponendo l'equilibrio dinamico della struttura e facendo le seguenti ipotesi:

- linearità del sistema;
- assenza di smorzamento;
- assenza di forzanti esterne;

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{0\}$$
(5.1)

Se si assume che la soluzione sia nella forma  $\{x(t)\} = \{\phi\} \sin(\omega t)$ , come se tutti i gradi di libertà della struttura vibrassero alla medesima frequenza, in fase tra di loro, sostituendo nell'equazione (5.1), si ottiene:

$$([K] - \omega^2[M])\{\phi\} = \{0\}$$
(5.2)

L'ultima relazione rappresenta un problema agli autovalori, avente come soluzioni le frequenze naturali  $\omega_i$  della struttura e i modi di vibrare ad esse associati { $\phi_i$ }.

Questa tipologia di analisi può essere svolta in Ansys per il modello agli elementi finiti considerato. Le ipotesi e i risultati ottenuti a valle di questa analisi costituiscono il tema di discussione di questo capitolo della tesi.

Per prima cosa, si vuole sottolineare la principale motivazione per la quale è stato condotto questo tipo di calcolo: esso può costituire un'ulteriore verifica della bontà del modello costruito. Infatti, come evidenziato in precedenza nel capitolo 3.1, i dati forniti dall'articolo di riferimento [21] si limitano alle masse e alle rigidezze delle molle mentre nessuna informazione viene fornita relativamente alle dimensioni dei componenti. Considerando l'esplicita dichiarazione degli autori dell'articolo [21] per la quale la sperimentazione è stata interrotta ad una frequenza di 40 *Hz* in quanto il sistema presentava grandi moti relativi a causa di un contatto intermittente alle interfacce, si è ritenuto che essi non siano arrivati ad eccitare la struttura in corrispondenza della frequenza di risonanza (la quale non risulta fornita come dato all'interno dell'articolo). Per questo motivo, si è pensato che una frequenza del primo modo di vibrare superiore a 40 *Hz*, come output dell'analisi modale, potesse essere considerata come un indicatore della corretta "taratura" del modello agli elementi finiti.

Chiarito questo punto, si può procedere con la trattazione delle prove di analisi modale.

In Ansys, l'analisi modale è un'analisi lineare: qualsiasi non-linearità, come, ad esempio, la presenza di elementi di contatto, viene ignorata anche se definita.

Essa può essere svolta settando questa tipologia di analisi nell'ambiente di soluzione di Ansys. Le impostazioni che si sono definite prima di lanciare il calcolo sono:

- tecnica di riduzione dei gradi di libertà del sistema "Block Lanczos";
- numero di modi da estrarre, posto pari a 10;

🚺 Modal Analysis	×
[MODOPT] Mode extraction method	
	Block Lanczos
	C PCG Lanczos
	C Supernode
	C Subspace
	C Unsymmetric
	C Damped
	C QR Damped
No. of modes to extract	10
[MXPAND]	
Expand mode shapes	Ves
NMODE No. of modes to expand	10
Elcalc Calculate elem results?	∏ No
[LUMPM] Use lumped mass approx?	□ No
[PSTRES] Incl prestress effects?	□ No
ОК	Cancel Help

Figura 76: opzioni per l'analisi modale

Un altro aspetto importante riguarda le condizioni di vincolo che si sono adottate. In maniera analoga a quanto è stato visto nel capitolo 4.1 (figura "59"), considerata la decisione di modellare solamente un quarto di struttura, sono stati applicati dei vincoli alla traslazione lungo  $\mathbf{x}$  per i nodi appartenenti ad uno dei piani di simmetria e dei vincoli alla traslazione lungo  $\mathbf{z}$  per i nodi appartenenti all'altro piano. Dunque, come output dell'analisi modale, si potranno avere solamente dei modi simmetrici.

Si è deciso invece di non definire alcun vincolo alla traslazione in direzione y in quanto questa condizione sembra la più vicina a quella di lavoro della struttura, quando eccitata dallo shaker.

Inoltre, si specifica il fatto che, nelle prove che verranno mostrate, non viene considerato l'effetto del precarico derivante dal montaggio per interferenza e dalla forza peso. Per questo motivo, è stato impiegato il modello con le superfici di contatto geometricamente coincidenti.

La prima prova è stata fatta immaginando di "saldare" le superfici di contatto del sistema in esame; pertanto, ogni movimento relativo in corrispondenza delle interfacce di contatto risulta impedito. L'approccio che è stato seguito prevede l'utilizzo di un modello privo di elementi di contatto nel quale effettuare il "merge" dei nodi, appartenenti ai diversi componenti, in corrispondenza delle superfici di contatto. Mediante il comando "NUMMRG,NODE", i nodi geometricamente coincidenti vengono fusi in un unico nodo garantendo così la congruenza degli spostamenti a livello dell'interfaccia tra un componente e l'altro.



Figura 77: file di nodi uniti con il comando NUMMRG (caso "merge a")

I risultati di questa prova sono di seguito riportati.



Figura 78: primo modo di vibrare nel caso del "merge" dei nodi delle superfici di contatto (caso "merge a")

SE SE	T,LIST Comr	mand			×
rile					
xxxxxx	INDEX OF DA	ta sets on r	ESULTS FIL	E *otototek	
SET 10 2 3 4 5 6 7 8 9 10	TIME/FREQ 0.67798E-04 166.18 551.75 1044.8 1928.6 2160.1 2593.8 2796.9 4036.7 5059.8	LOAD STEP 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	SUBSTEP 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	CUHULATIVE 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	

Figura 79: frequenze naturali nel caso del "merge" dei nodi delle superfici di contatto (caso "merge a")

Dal momento che il modo a frequenza nulla costituisce un moto rigido del sistema nel piano x-y, il primo vero modo di deformazione risulta quello associato alla frequenza naturale di 166 *Hz*. A fronte dell'animazione di tale modo, esso risulta descrivibile come un moto di avvicinamento/allontanamento della parte inferiore del frame e della parte superiore della struttura, costituita dai corpi solidali della traversa e del cuneo.

Al fine di cercare di comprendere se la discretizzazione del modello potesse essere considerata sufficiente, la prova appena discussa è stata ripetuta utilizzando una mesh più fine. Essa è stata ottenuta dimezzando la dimensione degli elementi sia nel piano sia nella direzione lungo la quale è stata estrusa la mesh bidimensionale. Questo modello, risultando sicuramente meno rigido del precedente, presenta delle frequenze naturali più basse (figura "80").



Figura 80: frequenze naturali nel caso del "merge" dei nodi delle superfici di contatto (modello più finemente discretizzato)

In particolare, la prima frequenza naturale, pari a 158 *Hz*, differisce solo del 4,8 % rispetto a quella ottenuta utilizzando una mesh più grossolana (caso "merge a"). La differenza comincia a diventare significativa solamente se si considerano i modi a frequenza decisamente più elevata. Dunque, a valle di queste considerazioni, anche nell'ottica dello svolgimento di un'analisi transiente, si può ritenere che il modello caratterizzato da una mesh meno fine possa garantire un buon compromesso tra accuratezza dei risultati e tempo necessario per ottenerli. Infatti, l'utilizzo di una mesh più fine, comportando una crescita significativa del numero di gradi di libertà del modello, determinerebbe una dilatazione eccessiva del tempo di calcolo. Per questo motivo, qualora non venga detto diversamente, si considererà il modello caratterizzato da una mesh più grossolana.

Di sicuro, proprio in virtù dell'operazione di "merge", la condizione simulata nelle prove precedenti risulta più rigida di quella reale. Per questo, al fine di effettuare un'analisi modale più precisa, si è deciso di sfruttare le informazioni provenienti dall'analisi statica descritta nel capitolo 4.3. Più precisamente, dall'esame della distribuzione dello stato del contatto, è stato possibile ricavare le porzioni di superficie dove i corpi risultano effettivamente a contatto; solo i nodi appartenenti a queste porzioni sono state coinvolte nell'operazione di "merge".

Dal momento che, all'interfaccia "cuneo-traversa", solo pochi elementi presentano uno stato del contatto "aperto", non si fa una grossa approssimazione nel momento in cui si decide di "saldare" l'intera superficie, come è stato fatto nella prova precedente. Per quanto riguarda invece l'interfaccia "cuneo-telaio", solo una fila di elementi prevede uno stato del contatto "chiuso"; pertanto, solamente i nodi corrispondenti sono stati fusi mediante il comando NUMMRG. Dunque, è come se il cuneo fosse incernierato al telaio.



Figura 81: file di nodi uniti con il comando NUMMRG (caso "merge b")



Figura 82: primo modo di vibrare nel caso del "merge" dei nodi delle superfici di contatto (caso "merge b"); leggera compenetrazione tra i corpi (a destra)

Tabella 15: frequenze naturali corrispondenti ai primi modi di vibrare

caso "merge b"			
Modo	frequenza [Hz]		
1	0		
2	165,47		
3	447,98		
4	619,98		
5	1045,69		

Dall'esame dei risultati sopra riportati, si nota come la prima frequenza naturale non risulti così diversa da quella ottenuta nella prima prova presentata (caso "merge a"); lo stesso si può dire per il modo di vibrare corrispondente. Dunque, sembra che "saldare" l'intera superficie del cuneo al telaio o solamente un suo spigolo non comporti grosse differenze sul primo modo che viene calcolato.

La differenza tra le due prove aumenta spostandosi a frequenze proprie maggiori. Tuttavia, tali modi mostrano una compenetrazione evidente tra i componenti del sistema; ciò risulta normale dal momento che, essendo l'analisi modale linearizzata, non possono essere considerati vincoli unilaterali. Per questo motivo, a tali modi non è stata riservata grande considerazione.

Nonostante all'inizio della trattazione si sia specificato come eventuali non-linearità presenti nel modello vengano ignorate durante lo svolgimento di un'analisi modale, nelle ultime prove che vengono presentate si è provato a ripetere il calcolo nel caso di un modello in cui siano presenti gli elementi di contatto. In particolare, è stato considerato il modello con le superfici di contatto geometricamente coincidenti e con implementati gli elementi surface-to-surface.

Le condizioni di vincolo sono le stesse utilizzate nelle prove precedentemente descritte. L'unico parametro che è stato fatto variare riguarda il comportamento della superficie di contatto, impostando la *keyoption* corrispondente come descritto nel capitolo 3.2. In ciascuna prova è stato attribuito lo stesso comportamento ad entrambe le interfacce di contatto ("cuneo-traversa" e "cuneo-telaio"). Nello specifico, sono stati trattati i seguenti casi:

- "standard"
- "no separation"
- "bonded"

I risultati, in termini di frequenza naturale, vengono riportati nella tabella seguente.

Tabella 16: frequenze naturali dei primi modi di vibrare al variare del comportamento della superficie di contatto

Mada	frequenza [Hz]			
Modo	standard	no separation	bonded	
1	0	0	0	
2	165,5	165,5	165,89	
3	544,45	544,45	548,3	
4	1043,11	1043,11	1043,71	
5	1696,01	1696,01	1880,91	

Esaminando la tabella "16" nel suo insieme, si può notare come le prime frequenze naturali delle tre prove non siano così diverse. In particolare, le colonne delle prove "*standard*" e "*no separation*" sembrano esattamente coincidenti. Leggermente superiori risultano invece le frequenze naturali della prova "*bonded*". Queste ultime sembrano molto simili a quelle che si erano ottenute effettuando il "merge" dei nodi per entrambe le interfacce di contatto. Dunque, effettuare l'operazione di "merge" in un modello privo di elementi di contatto oppure impostare il comportamento di questi elementi su "*bonded*" sembrano essere due approcci equivalenti. Ciò risulta facilmente spiegabile dal momento che, con questo comportamento, viene impedito sia lo strisciamento che la separazione in direzione normale delle superfici di contatto.

Tabella 17: confronto tra le frequenze naturali dei primi modi di vibrare nei casi "merge a" e "bonded"

Modo	frequenza [Hz]		
Widdo	merge a	bonded	
1	0	0	
2	166,18	165,89	
3	551,75	548,3	
4	1044,8	1043,71	
5	1928,56	1880,91	

Non vengono riportate le immagini relative al primo modo di vibrare in quanto non differiscono molto rispetto a quelle ottenute con i modelli in cui è stata effettuata l'operazione di "merge".

Dunque, nel corso del corrente capitolo sono state esaminate diverse prove di analisi modale svolte utilizzando Ansys. L'obiettivo primario consisteva nella determinazione della prima frequenza naturale del sistema al fine di avere un'idea più chiara circa la bontà della taratura del modello. Dal momento che si è ottenuta una frequenza naturale intorno ai 165 *Hz*, superiore a quella per la quale gli autori dell'articolo [21] interrompono la sperimentazione, e considerando il fatto che questi ultimi non sembrino arrivare ad eccitare il sistema alla frequenza di risonanza, si può ritenere accettabile il modello costruito.

#### 6 Analisi transiente

L'analisi transiente permette lo studio del comportamento del sistema quando viene sottoposto all'azione di carichi che dipendono dal tempo; in queste condizioni, lo smorzamento e l'inerzia della struttura non possono essere trascurati. Tale tipologia di analisi viene presentata in questo capitolo della tesi.

Per prima cosa, si tratterà del modo in cui l'analisi è stata organizzata, definendo i blocchi di carico ("loadsteps") che la costituiscono. Successivamente, verranno messi in luce alcuni dei principali input richiesti dal solutore per lo svolgimento di questo tipo di analisi. Per concludere, si passerà alla descrizione delle prove che sono state effettuate con l'intenzione di simulare quanto viene fatto sperimentalmente mediante il banco a cui il modello agli elementi finiti si ispira.

#### 6.1 Definizione dei loadsteps dell'analisi transiente

Come è stato anticipato, l'analisi transiente è stata suddivisa in blocchi di carico, risolti in successione dal software mediante il comando LSSOLVE. I primi due loadsteps coincidono con quelli che sono stati descritti nel capitolo relativo all'analisi statica. Essi stabiliscono le condizioni di partenza prima dell'eccitazione dinamica della struttura, definita nell'ultimo loadstep che viene risolto. A quest'ultimo viene dedicata particolare attenzione in questo paragrafo.

Nel caso del banco sperimentale a cui si fa riferimento (articolo [21]), il sistema viene eccitato dallo shaker mediante una legge di spostamento sinusoidale:

$$u_y = A * \sin(\omega t) \tag{6.1}$$

- $u_v$  spostamento verticale del telaio, rigidamente fissato allo shaker;
- *A* ampiezza di spostamento;
- $\omega$  frequenza di eccitazione;

Ansys offre la possibilità di definire una legge di questo tipo mediante la creazione di una funzione attraverso il *Function Editor* (figura "83"), accessibile nella scheda *Parameters -> Functions -> Define/edit*.

Function Editor							×
Function Functio Singl	Regime on Type e equation valued fun	1 Regime	2 Regir	me 3)Re gime var	gime 4	Regim	e 5 Regin
(X,Y,Z)	interprete s <ul><li>Radia</li></ul>	ed in CSYS Result = -0 ans	: 0 0.1*sin(2	*{PI}*20	*({TIME	<u>-</u> 2))	
(	)	GRAPH	Г	IME			•
MIN	ASIN	e^x		IIVIL .			1
MAX	SIN	LN	7	8	9	1	CLEAR
RCL	ACOS	10^x					
STO	COS	LOG	4	5	6	*	+
INS MEM	ATAN	SQRT					
ABS	TAN	x^2	1	2	3	-	N
	PI	x^(1/y)					T
INV	ATAN2	x^y	(	0		+	E

Figura 83: esempio di definizione di una legge sinusoidale tramite Function Editor

In figura "83" è possibile vedere un esempio di una legge che è stata definita. Ovviamente, i valori numerici, corrispondenti alle grandezze descritte in precedenza, devono essere espressi in unità coerenti con quelle con le quali è stato costruito il modello ([A] = mm, ad esempio). Inoltre, si può notare come la funzione seno sia stata traslata lungo l'asse dei tempi, in modo che essa assuma un valore nullo all'istante di tempo iniziale del loadstep "dinamico". Tale scelta è stata adottata per tutte le prove che saranno descritte e il motivo di ciò verrà chiarito successivamente.

Una volta creata la funzione, essa viene salvata in un file ".func" che può essere importato con la seguente procedura: *Parameters -> Functions -> Read from file*. A questo punto, risulta possibile applicare la legge di spostamento con il comando *Define loads -> Apply -> Structural -> Displacement -> On Nodes* inserendo il nome della funzione in uno dei campi della finestra di dialogo e selezionando i nodi di interesse. Va inoltre specificata la direzione lungo la quale deve essere applicato lo spostamento. I passaggi chiave della procedura appena descritta vengono esplicitati nelle figure di seguito riportate.

Apply U,ROT on Nodes	×	Apply U,ROT on Nodes	×
[D] Apply Displacements (U,ROT) on Nodes		Apply Table Loads	
Lab2 DOFs to be constrained	All DOF UX UY UZ VELX	Existing table	LEGGE
Apply as	Existing table 🔹		
If Constant value then: VALUE Displacement value			LEGGE
OK	Help	OK Apply	Cancel

Figura 84: procedura di applicazione dello spostamento richiamando la funzione precedentemente definita



Figura 85: nodi sui quali viene applicata la legge di spostamento

In figura "85" vengono evidenziati i nodi a cui viene applicata la funzione di spostamento lungo y. Essi sono gli stessi in corrispondenza dei quali, durante i due loadstep "statici", vengono definiti i vincoli alla traslazione in direzione y. Questo fatto rende chiara la motivazione per la quale la funzione sinusoidale che definisce lo spostamento è stata traslata rispetto all'origine dell'asse temporale; infatti, in questo modo, viene garantita la continuità dello spostamento dei nodi suddetti nel passaggio dal secondo loadstep "statico" a quello "dinamico": tale spostamento, in direzione y, è nullo alla fine del secondo loadstep ma anche all'inizio

dell'ultimo. Ovviamente, prima di applicare lo spostamento sinusoidale, tali vincoli sono stati eliminati con il comando DDELE.

A questo punto, precisando il fatto che i vincoli di simmetria e la forza peso precedentemente definiti vengano mantenuti, il terzo loadstep dell'analisi transiente risulta completamente determinato.

# 6.2 Principali parametri impostati per lo svolgimento dell'analisi transiente

Definiti i loadsteps dell'analisi in transitorio, vengono ora descritte le principali impostazioni che sono state definite prima di lanciare il processo di soluzione relativo a ciascuna prova.

Nell'ambito di un'analisi transiente, il software rende disponibili due metodi per la ricerca della soluzione: il metodo di sovrapposizione modale e il metodo "full". Mentre il primo sfrutta una combinazione dei modi di vibrare calcolati in un'analisi modale precedentemente svolta, il secondo cerca direttamente la soluzione del sistema completo senza che venga fatta alcuna operazione sulle equazioni di equilibrio dinamico. Essendo presenti nel modello utilizzato delle non-linearità dovute all'implementazione degli elementi di contatto, in maniera concorde con quanto suggerito nell'Help di Ansys [22], si è deciso di impostare il metodo "full" mediante il comando "TRNOPT,FULL". In ogni caso, sempre nella guida del software [22], viene specificato come non si possa ricorrere al metodo di sovrapposizione modale nel caso in cui l'eccitazione del sistema derivi da uno spostamento imposto. Questa è proprio la condizione che si desidera studiare.

Dal momento che si sta trattando un'analisi dinamica, un'altra proprietà importante da definire è rappresentata dallo smorzamento del sistema. Facendo l'ipotesi di smorzamento proporzionale, risulta possibile ottenere la seguente relazione tra il fattore di smorzamento modale  $\zeta_i$  e la frequenza del modo di vibrare corrispondente  $\omega_i$ :

$$\zeta_i = \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha}{\omega_i} + \beta \omega_i \right) \tag{6.2}$$

Nella relazione sopra riportata,  $\alpha \in \beta$  costituiscono le due incognite che si vogliono determinare. Per fare questo, si è dapprima ipotizzato un valore plausibile per il fattore di smorzamento modale  $\zeta_i$ . Avendo a che fare con una struttura prevalentemente in plexiglass, si è ritenuto che tale fattore potesse essere considerato come intermedio tra i valori tipicamente utilizzati per le strutture metalliche ( $\zeta_i \approx 0,001$ ) e quelli utilizzati per la gomma ( $\zeta_i \approx 0,05$ ); dunque, esso è stato posto pari a 0,01. Assumendo  $\alpha = 0 rad/s$ , come spesso può essere fatto in molti problemi strutturali,  $\beta$  può essere determinato dalla relazione precedentemente riportata. Dunque, utilizzando la frequenza del primo modo di vibrare, la quale risulta intorno ai 160 Hz, si ottiene che:

$$\beta = \frac{2\zeta_i}{2\pi f_i} = 1,99 * 10^{-5} \ s/rad$$

Tali valori di  $\alpha$  e  $\beta$  vegono forniti in input al software mediante i comandi ALPHAD e BETAD.

Sicuramente l'aspetto più importante da definire, nel caso di un'analisi in transitorio, è rappresentato dal passo di discretizzazione temporale. Esso può essere impostato mediante il comando DELTIM. L'Help di Ansys [22] fornisce qualche indicazione per facilitare la scelta di questo parametro; in particolare, dato lo schema di integrazione diretta nel tempo utilizzato dal software (metodo di Newmark), si suggerisce di dividere per 20 il periodo corrispondente alla frequenza più grande che si desidera rilevare.

Nel caso del modello in esame, dal momento che la presenza dell'attrito può indurre una risposta dinamica del sistema caratterizzata da componenti armoniche a frequenza maggiore rispetto a quella fondamentale di

eccitazione, si è deciso di considerare un intervallo di discretizzazione temporale più piccolo. Pertanto, detta f la frequenza di eccitazione, il passo di discretizzazione è stato assunto pari a  $\Delta t = 1/(40f)$ . Dunque, in accordo a quanto detto in precedenza, in questo modo si può dire che si possano rilevare adeguatamente anche delle risposte con frequenza pari al doppio di quella di eccitazione.

Si è deciso di non ridurre ulteriormente il passo di discretizzazione temporale. Infatti, è vero che ciò potrebbe portare ad una maggiore accuratezza dei risultati ma la dilatazione dei tempi di calcolo potrebbe risultare significativa. Nella figura sottostante viene riportato l'esempio di due risposte temporali, in termini di spostamento, calcolate con passi di integrazione differenti. Si decide di non dire nulla né sul modello utilizzato né sulla frequenza della legge di eccitazione in quanto tale figura costituisce solo un esempio per rendere più chiaro il concetto che si vuole esprimere.



Figura 86: spostamento lungo **y** di un nodo della traversa;  $\Delta t = 0,0083$  s (a sinistra),  $\Delta t = 0,00417$  s (a destra)

La risposta della figura di destra è stata ottenuta dimezzando il passo di discretizzazione temporale rispetto al valore normalmente impiegato  $\Delta t = 1/(40f)$ . Tuttavia, il tempo di calcolo necessario per ottenerla risulta circa due volte superiore rispetto a quello della prova della figura di sinistra. Dunque, siccome i risultati sono numericamente simili, si può concludere che sia più conveniente adottare il passo di integrazione più grande. Questo ragionamento può essere ritenuto valido indipendentemente dalla frequenza alla quale viene eccitato il sistema.

L'ultimo parametro da definire prima di lanciare il calcolo è rappresentato dall'istante fino al quale si richiede al solutore di risolvere le equazioni di equilibrio dinamico. Il tempo a cui si esaurisce la simulazione, coincidente con la fine dell'ultimo loadstep, può essere impostato mediante il comando TIME.

In tutte le prove che sono state effettuate, questo parametro è stato sempre definito in funzione del numero di periodi di oscillazione, corrispondenti alla frequenza di eccitazione in esame; in particolare, esso doveva essere tale da garantire il raggiungimento della condizione di stazionarietà della risposta dinamica. Tale concetto di stazionarietà risulta chiaro osservando la figura "87" in cui vengono riportate le risposte temporali relative a tre prove, differenti l'una dall'altra solo in termini di intervallo di tempo nel quale vengono risolte le equazioni del moto. Le risposte corrispondono allo spostamento valutato in un nodo della struttura.



Figura 87: spostamento lungo y di un nodo della traversa;  $t_{fin} = 3 s$  (a sinistra),  $t_{fin} = 5 s$  (a destra) e  $t_{fin} = 9 s$  (sotto)

Esaminando la figura "87", si può notare come, solo nella prova caratterizzata da un tempo finale più grande, l'ampiezza dello spostamento si sia stabilizzata su un dato valore, raggiungendo la stazionarietà. Negli altri casi, caratterizzati da un tempo finale inferiore, l'ampiezza sembra continuare a crescere.

Al di là del discorso relativo alla stazionarietà, la definizione del tempo finale della simulazione è stato utile per comprendere se il modello desse dei risultati ripetibili. In quest'ottica, spesso la stessa analisi è stata condotta più volte cambiando, da una prova alla successiva, l'intervallo temporale di risoluzione delle equazioni; si è poi verificato che i risultati di interesse fossero perfettamente corrispondenti negli istanti di tempo condivisi.

# 6.3 Scelta della tipologia di elementi di contatto da utilizzare per le prove di analisi transiente

Prima di procedere ad illustrare le prove nelle quali si è cercato di simulare quanto viene fatto nella sperimentazione dell'articolo [21], si vuole considerare un esempio che è stato utilizzato per giustificare la scelta della tipologia di elementi di contatto da utilizzare nel caso dell'analisi transiente.

In questo esempio, si è utilizzato il modello con le superfici di contatto del sistema disegnate geometricamente coincidenti. Su tale modello, sono state considerate due casistiche:

 l'introduzione di una fila di elementi surface-to-surface per ciascuna interfaccia di contatto, in corrispondenza degli spigoli inferiori del cuneo;  l'introduzione di due file di elementi node-to-node per ciascuna interfaccia di contatto, in corrispondenza degli spigoli inferiori del cuneo;



Figura 88: zone del modello dove vengono introdotti gli elementi di contatto; elementi node-to-node (a sinistra), elementi surfaceto-surface (a destra)

In questo modo, considerata la disposizione degli elementi appena citata, si è cercato di simulare una condizione analoga mediante tipologie differenti di elementi di contatto. In ciascuno dei casi, il comportamento di tali elementi è stato impostato su "*bonded*", agendo sull'opzione opportuna per il tipo di elemento di contatto considerato, come descritto nel capitolo 3.2. Ciò è stato fatto con l'idea di confrontare i risultati di questi modelli con quelli ottenuti saldando i nodi opportuni su ciascuna interfaccia, mediante il comando NUMMRG. Dal momento che il comportamento "*bonded*", per come è definito, risulta analogo ad una condizione di "merge", ci si può aspettare che i risultati ottenuti nei due casi siano simili tra di loro.

Per effettuare un confronto, si è considerata un'analisi transiente così organizzata:

- 1° loadstep: applicazione della forza peso (forze nodali lungo una linea passante per il baricentro del cuneo, pressione agente sulla superficie della traversa);
- 2° loadstep: spostamento armonico imposto alla base del frame (mantenuta la forza peso introdotta nel loadstep precedente);

Trattandosi di un esempio semplificato, si è deciso di non considerare il carico derivante da un montaggio per interferenza. Per quanto riguarda la legge di spostamento, la frequenza è stata posta pari a 160 *Hz* (vicina alla prima frequenza propria, calcolata per il modello in cui due file di nodi per ciascuna interfaccia sono state sottoposte all'operazione di "merge"). L'ampiezza risulta pari a 0,1 *mm*.

Le condizioni di vincolo comprendono i soliti vincoli di simmetria mentre, per quanto riguarda i vincoli alla traslazione lungo **y**, essi vengono eliminati nel passaggio dal primo al secondo loadstep a causa dell'applicazione dello spostamento in corrispondenza dei medesimi nodi.

Si specifica come il tempo finale della simulazione non sia stato esteso fino al raggiungimento delle condizioni di stazionarietà, ritenendo che non fosse necessario ai fini del confronto che si desidera effettuare.

Nelle figure "91" e "92" vengono riportati i risultati ottenuti utilizzando ciascun elemento di contatto, posti a confronto con quelli del modello in cui è stato effettuato il "merge" dei nodi. In particolare, viene riportato lo spostamento in direzione y (verticale) di un nodo, appartenente alla traversa, situato all'intersezione tra i piani di simmetria della struttura. Ansys offre la possibilità di plottare l'andamento temporale di diverse grandezze, tra cui lo spostamento in una data direzione, selezionando il nodo di interesse nell'ambiente *TimeHist Postpro*.

Time History	/ Variables\prova_10t.rst			×
File Help				
	🛙 🖆 🖬 None	-	Real	•
Variable	List			۲
Node	Result Item		Minimum	<u>^</u>
	Time		0.1	
4729	Y-Component of d	isplacement	-0.128714	
•				<u> </u>

Figura 89: lettura dello spostamento lungo **y** del nodo 4729 nel TimeHist Postpro



Figura 90: nodo di cui viene valutato lo spostamento lungo y



Figura 91: confronto tra il modello con il "merge" dei nodi (a sinistra) e il modello con gli elementi surface-to-surface (a destra)



Figura 92: confronto tra il modello con il "merge" dei nodi (a sinistra) e il modello con gli elementi node-to-node (a destra)

Dall'esame delle figure di confronto sopra riportate, sembra che utilizzare gli elementi node-to-node, in condizioni "*bonded*", sia più efficace per riprodurre il risultato ottenuto con il modello in cui è stato effettuato il "merge", assunto come caso di riferimento. Invece, l'andamento previsto dalla prova effettuata con gli elementi surface-to surface risulta completamente diverso.

Dunque, se in un esempio semplice come questo, in cui il comportamento degli elementi di contatto è stato impostato su "*bonded*" (il quale può essere ritenuto molto vicino alla condizione di "merge"), il risultato ottenuto con gli elementi surface-to-surface differisce significativamente rispetto a quanto ci si attende, si può ritenere giustificata l'intenzione di utilizzare gli elementi di contatto node-to-node per le prove di analisi transiente che verranno presentate in seguito.

### 6.4 Risultati delle prove di analisi transiente

A questo punto, vengono presentati i risultati delle prove di analisi transiente che sono state effettuate. Come già anticipato, tali prove mirano a simulare numericamente quanto fatto nella sperimentazione dell'articolo [21]. Considerando l'elevata durata del processo di calcolo mediante metodi di integrazione diretta nel tempo, sono stati considerati solamente alcuni punti della curva di risposta in frequenza ricavata sperimentalmente (vedi figura "39", capitolo 2.6).

Per queste prove è stato utilizzato il modello con la geometria disegnata compenetrata. Come conseguenza di quanto descritto nel capitolo 6.3, il contatto è stato simulato implementando gli elementi node-to-node. Per ciascuna interfaccia, tali elementi sono stati creati coinvolgendo tutti i nodi appartenenti alle superfici di contatto. Le informazioni principali relative a tali elementi sono riassunte nella tabella sottostante.

	FKN,FKT	μ	Algoritmo	Comportamento
CONTATIO	[N/mm]	[-]	[-]	[-]
cuneo-traversa	227	0,3	Pure Penalty	Standard
cuneo-telaio	227	0,3	Pure Penalty	Standard

Tabella 18: proprietà degli elementi di contatto per le prove di analisi transiente

I valori di rigidezza di contatto che assicuravano la convergenza dell'analisi statica sono stati riutilizzati per lo svolgimento delle prove in transitorio.

Tutte le prove prese in esame presentano la suddivisione in loadstep definita nel capitolo 6.1. Il passo di discretizzazione e il tempo finale che sono stati adottati rispettano i criteri discussi nel capitolo 6.2. Tali parametri, insieme alla frequenza della legge di spostamento, vengono riassunti nella tabella seguente.

Prova	frequenza di eccitazione	Δt	tempo finale
[-]	[Hz]	[s]	[s]
1	10	0,0025	5
2	20	0,00125	3,5
3	30	0,000833	3
4	40	0,000625	2,75

Tabella 19: principali parametri caratterizzanti le prove di analisi transiente

Per tutte le prove, l'ampiezza dello spostamento imposto è stata fissata a 0,1 *mm*. Trattando un fenomeno nonlineare, quindi fortemente dipendente dall'ampiezza dell'eccitazione, è importante che questo parametro risulti uguale per tutte le prove che vengono svolte, qualora si voglia analizzare il comportamento del sistema al variare della frequenza. Nell'articolo di riferimento [21], si dichiara esplicitamente di mantenere costante, da una prova all'altra, l'ampiezza dello spostamento imposto dallo shaker; tuttavia, non viene fornita alcuna informazione sull'entità di questo parametro. Esso è stato definito cercando di permettere un buon accordo, almeno in termini di ordine di grandezza, con i risultati della sperimentazione alla frequenza di 20 Hz; quest'ultima è la prima frequenza che viene investigata sperimentalmente dagli autori dell'articolo [21].

L'output di interesse è rappresentato dallo spostamento verticale (lungo y) di un nodo della traversa  $u_{yb}$  (analogo a quello della figura "90", capitolo 6.3), più o meno in corrispondenza del punto su cui nel banco sperimentale viene montato l'accelerometro. Al fine di avere "omogeneità" con i risultati dell'esperimento, espressi in termini di spostamento relativo (spostamento rilevato sulla traversa rispetto a quello rilevato sul frame), allo spostamento del nodo della traversa è stato sottratto quello imposto sui nodi alla base del frame. Ciò è stato possibile importando i risultati della simulazione in Matlab mediante un file di testo ".csv" ed effettuando l'operazione di sottrazione precedentemente citata. In questo modo, in un secondo momento è stato possibile ottenere il plot dello spostamento relativo in funzione del tempo.

La prima simulazione che viene presentata è stata svolta considerando una frequenza di eccitazione di 10 *Hz*. Nonostante non compaia tra le prove della sperimentazione, essa è stata fatta con l'intento di procedere con gradualità, in modo da testare il funzionamento del codice fin dalle basse frequenze. Il risultato di interesse viene riportato nelle figura "93".



Figura 93: spostamento lungo y del nodo 4729 (prova 1)

Osservando la figura "93", si possono notare dei tratti in cui lo spostamento varia in maniera lineare. Ciò è legato all'applicazione graduale ("ramped") dei carichi dovuti all'interferenza di montaggio e al peso nei primi due loadstep dell'analisi transiente. La parte dinamica, corrispondente all'ultimo loadstep, inizia a 2 s; a partire da tale istante di tempo, viene applicata la legge di spostamento armonico.



Figura 94: spostamento lungo **y** del nodo 4729, intervallo  $3,8 \div 5$  s (prova 1)

La risposta del nodo esaminato presenta un andamento perfettamente sinusoidale, con una frequenza analoga a quella dell'eccitazione. Anche l'ampiezza, valutabile a partire dai picchi degli ultimi cicli di oscillazione della risposta temporale (figura "94"), risulta praticamente coincidente con quella dello spostamento imposto alla base del frame. Dunque, sembra che il sistema si comporti rigidamente a questo valore di frequenza.

La prova successiva è stata svolta alla frequenza di 20 Hz. I risultati, in termini di spostamento assoluto e relativo del solito nodo considerato, vengono riportati nella figura sottostante. Ci si focalizza in modo particolare sull'intervallo di tempo corrispondente al loadstep dinamico della prova.



Figura 95: spostamento assoluto (a sinistra) e relativo (a destra) lungo y del nodo 4729 (prova 2)



Figura 96: spostamento relativo (in alto), riportato da [21] a 20 Hz

Come è stato anticipato, la prova a 20 Hz è stata utilizzata per definire l'ampiezza della legge di spostamento, fornita come input dell'analisi transiente. Considerando la distanza picco-picco, pari a circa 0,03 mm, dello spostamento relativo misurato sperimentalmente (figura "96"), essa non risulta così differente da quella ricavata numericamente alla medesima frequenza (pari a 0,023 mm). Dunque, il valore di ampiezza, fissato per tutte le prove, almeno in termini di ordine di grandezza può essere ritenuto accettabile. Oltre all'ampiezza, anche l'andamento della risposta sembra paragonabile a quello sperimentale; come osservato nella prova a 10 Hz, essa sembra caratterizzata da una frequenza identica a quella di eccitazione, senza che si possano evidenziare delle distorsioni del segnale dovute a componenti armoniche di frequenza maggiore.

Una distorsione evidente si registra nella prova sperimentale svolta alla frequenza di 30 *Hz*. Come si osserva nella figura "97", essa non presenta più l'andamento paragonabile a quello perfettamente sinusoidale della legge di eccitazione, indice del fatto che diventi significativo il fenomeno non-lineare dello smorzamento per attrito.



Figura 97: spostamento relativo (in alto), riportato da [21] a 30 Hz



Figura 98: spostamento assoluto (a sinistra) e relativo (a destra) lungo y del nodo 4729 (prova 3)

Tale distorsione non viene purtroppo rilevata dalla simulazione a questa frequenza. La risposta valutata continua a risultare monoarmonica, con una frequenza pari a quella imposta per lo spostamento applicato, come se non vi fosse strisciamento. Si ritiene che l'incapacità di riprodurre questo andamento possa essere connessa alle condizioni di contatto che si sono determinate a seguito della risoluzione dei loadstep "statici": all'interfaccia "cuneo-telaio", solo una fila di elementi in corrispondenza dello spigolo del cuneo prevede uno stato del contatto "chiuso". Tale condizione sembra presentarsi anche durante l'intervallo di tempo corrispondente al loadstep dinamico, come è stato verificato andando a farsi restituire il listato dello stato del contatto degli elementi all'interfaccia "cuneo-telaio" in un certo numero istanti di tempo della prova (comando "PRESOL,CONT").

L'ultima prova è stata svolta alla frequenza di 40 *Hz*, in corrispondenza della quale gli autori dell'articolo [21] hanno interrotto la sperimentazione a causa del manifestarsi di grandi spostamenti, responsabili di un contatto intermittente alle interfacce.



Figura 99: spostamento lungo y del nodo 4729 (prova 4)

In corrispondenza di tale frequenza, a differenza di quanto visto nelle prove precedenti, la simulazione sembra fornire risultati casuali, non periodici. Dunque, si può dire che a ciò che la sperimentazione interpreta come assenza di sufficiente smorzamento corrisponda la mancata convergenza della simulazione numerica ad un segnale periodico.

Prima di concludere questa sezione dedicata alla presentazione dei risultati delle prove di analisi transiente, si vuole riportare una riflessione. A valle di quanto evidenziato parlando della prova a 30 Hz, si sottolinea come, in realtà, risulti difficile effettuare un vero e proprio confronto con quanto ottenuto sperimentalmente nell'articolo di riferimento [21]; infatti, anche nelle prove a frequenza più bassa (10 e 20 Hz), il contatto all'interfaccia "cuneo-telaio" risulta limitato ad uno spigolo, aspetto che condiziona sicuramente i risultati della simulazione. Ciò non corrisponde alla condizione di contatto distribuita, dichiarata per la medesima interfaccia nel caso delle prove sperimentali.

### 7 Analisi critica del progetto

In questo capitolo viene presentata un'analisi critica del progetto del cuneo. Essa viene giustificata dalla volontà di comprendere la tendenza del cuneo ad impuntarsi e a non strisciare, registrata durante le simulazioni che sono state svolte. A valle dei ragionamenti che verranno presentati, sarà possibile avere qualche idea in più circa la bontà del progetto del cuneo. Nel caso di questo sistema, un progetto può essere considerato buono qualora ad esso venga garantita una cinematica di traslazione, evitando rotazioni e quindi distacco rispetto alle superfici dei corpi a contatto con esso.

La discussione viene basata sull'analisi dell'equilibrio alla rotazione del cuneo. Esso può essere verificato graficamente qualora le rette di azione delle forze che agiscono sul cuneo concorrano in un unico punto.

La geometria del cuneo corrisponde a quella del modello agli elementi finiti utilizzato, costruita sulla base delle informazioni dichiarate nell'articolo di riferimento [21].

Le forze agenti sul cuneo che vengono considerate risultano le seguenti:

- $F_A \in F_B$  forza legata alla precompressione delle molle del cuneo;
- $F_p$  forza peso del cuneo;
- $R_R$  e  $R_L$  risultanti delle forze di contatto all'interfaccia destra e sinistra del cuneo, ciascuna scomponibile in una componente normale e tangenziale alla superficie;

Per semplicità, si decide di considerare un caso statico; pertanto la forza di inerzia non viene presa in considerazione. Si fa inoltre l'ipotesi che la rigidezza delle molle in direzione trasversale sia trascurabile rispetto a quella in direzione assiale; in questo modo, non vengono trasmesse delle forze laterali a livello del punto di aggancio della molla sul cuneo.

Al fine di agevolare le costruzioni grafiche per la verifica dell'equilibrio alla rotazione, le tre forze verticali  $F_A$ ,  $F_B$  e  $F_p$  sono state sostituite con un'unica forza R. La coordinata  $\mathbf{x}$  della retta di azione di tale forza è stata determinata mediante un equilibrio di momenti al fine di garantire una condizione carico equivalente a quella in cui vengono applicate le forze di cui si è precedentemente discusso.

Nella tabella "20" vengono riassunte le informazioni sulle distanze delle rette di azione delle forze rispetto ad un punto di riferimento. Per maggiore chiarezza, esse vengono rappresentate in uno schema semplificato, riportato in figura "100".



Figura 100: forze verticali agenti sul cuneo (a sinistra); distanze lungo x delle rette di azione delle forze verticali (a destra)

Dis	Distanze [mm]		
XA	15,8		
XB	43,6		
XG	37,2		
Х	15,8		

Prima di illustrare alcune costruzioni grafiche che sono state effettuate, ci si sofferma sulla componente normale N della risultante delle forze di contatto e sul suo punto di applicazione.

Considerata una superficie di contatto del cuneo, si possono avere diverse situazioni per quanto riguarda la distribuzione di pressione che agisce su di essa; una di queste potrebbe essere la distribuzione uniforme. Affinché non si crei un distacco, i due casi estremi sono rappresentati dalle distribuzioni triangolari, aventi valore massimo in uno spigolo del cuneo e valore nullo in quello opposto a quest'ultimo. Tali distribuzioni, prevedendo un valore di pressione pari a zero solamente per uno spigolo, possono essere considerate corrispondenti ad una condizione limite di incipiente distacco della superficie del cuneo dalla parete con cui è a contatto e quindi ad una rotazione del cuneo stesso.



Figura 101: casi limite di distribuzioni di pressione sulla superficie di contatto sinistra del cuneo

Risulta possibile dimostrare come, nel caso della distribuzione triangolare, la risultante delle forze normali sia distante 1/3 l dall'estremo in cui tale distribuzione assume il valore massimo (l lunghezza del lato obliquo del cuneo, rappresentativo della superficie di contatto nel piano). In questo modo, viene individuata una zona, corrispondente al terzo centrale del lato considerato, dove la forza normale N deve risultare applicata affinché non ci sia distacco e quindi rotazione del cuneo. Infatti, tutte le possibili distribuzioni, per le quali non si ha una condizione di distacco, saranno un caso intermedio tra quella uniforme e quella triangolare appena descritta.



Figura 102: terzo centrale di ciascun lato del cuneo

Nell'ipotesi che non vi sia attrito e quindi componenti tangenziali delle forze di contatto, si realizza la costruzione grafica rappresentata nella figura "103".



Figura 103: costruzione grafica (in assenza di componenti di forza tangenziali)

Immaginando di considerare uno dei punti estremi del terzo centrale relativo ad una delle superfici di contatto del cuneo, vengono fatti i seguenti passaggi:

- a partire dal punto considerato, si traccia una retta in direzione normale alla superficie di contatto, estendendola fino all'intersezione con la retta di azione della risultante delle forze verticali;
- a partire dal punto individuato al passaggio precedente, si traccia un'altra retta, procedendo ortogonalmente all'altra superficie di contatto del cuneo, fino ad incontrarla;
- si verifica infine che tale punto appartenga o meno al terzo centrale di questa superficie;

Questa procedura, come si vede dalla figura "103", viene ripetuta per l'altro estremo del terzo centrale relativo alla superficie di contatto, dalla quale si parte per realizzare la costruzione sopra descritta. Lo stesso processo viene seguito partendo dai punti estremi dell'altra superficie di contatto del cuneo. In questo modo, vengono individuate delle frazioni delle superfici di contatto dove la forza normale N può essere applicata affinchè venga garantito l'equilibrio alla rotazione del cuneo e quindi l'assenza di una condizione di distacco su entrambe le sue superfici. Tali zone, evidenziate in rosso in figura "103", danno almeno qualitativamente un'idea della probabilità che si possa avere una cinematica di traslazione e non di rotazione; un buon progetto dovrebbe mirare a renderle il più estese possibile.

Finora non è stata considerata la presenza di una componente di forza tangenziale alle superfici di contatto. Essa introduce un numero molto elevato di casistiche, impossibili da esplorare totalmente con questo tipo di approccio. Al fine di restringere il campo di analisi, si prendono in considerazione alcuni casi limite.

Innanzitutto, è necessario cercare di comprendere l'orientazione delle forze tangenziali  $T_R$  e  $T_L$  su entrambe le superfici di contatto del cuneo. Nell'ipotesi che il cuneo esibisca una cinematica di traslazione, immaginando che la traversa si sposti verticalmente rispetto al telaio, le combinazioni possibili per l'orientazione delle forze tangenziali sono soltanto due:

- caso "a":  $T_R$  rivolta verso l'alto e  $T_L$  rivolta verso il basso (moto di salita della traversa rispetto al telaio);
- caso "b":  $T_R$  rivolta verso il basso e  $T_L$  rivolta verso l'alto (moto di discesa della traversa rispetto al telaio);

Il caso "a" viene schematizzato nella figura "104". Per facilitare la comprensione del verso della forza di attrito, viene messo in evidenza un punto della superficie di contatto di ciascun corpo (punti rossi appartenenti al cuneo; punti blu appartenenti alla traversa e al frame).



Figura 104: orientazione delle forze tangenziali  $T_R$  e  $T_L$  agenti sul cuneo (caso "a")

Un'ulteriore considerazione deve essere fatta al fine di individuare la direzione delle forza risultante di contatto. Immaginando di essere in condizioni di strisciamento su entrambe le interfacce di contatto, la forza tangenziale uguaglierà il limite di Coulomb ( $T = \mu N$ ). Essendo noto il coefficiente di attrito (pari a 0,3), è possibile determinare l'angolo di cui la retta di azione della forza risultante di contatto è inclinata rispetto alla direzione normale. Tale angolo risulta lo stesso su entrambe le interfacce di contatto essendo caratterizzate dal medesimo coefficiente di attrito.

$$\beta_R = \beta_L = \tan^{-1}(\mu) = 16,7^{\circ} \tag{7.1}$$

A questo punto, risulta possibile ripetere la costruzione mostrata per il caso in assenza di attrito. Tuttavia, dal momento che ora viene considerata la presenza di una componente tangenziale, nella costruzione grafica dovranno essere considerate le rette di azione delle risultanti al contatto  $R_R$  e  $R_L$  anziché quelle delle loro componenti normali. Dunque, partendo ad esempio da un estremo del terzo centrale della superficie di sinistra, si procederà parallelamente alla retta di azione della risultante al contatto  $R_L$ ; trovata l'intersezione con la retta di azione della risultante delle forze verticali R, si procederà parallelamente alla retta di azione della risultante al contatto  $R_R$ .

Le costruzione grafiche relative ai casi "a" e "b" vengono riportate in figura "105".



Figura 105: costruzione grafica; caso "a" (a sinistra), caso "b" (a destra)

Mentre nel caso "a" è possibile individuare una porzione di superficie in cui l'applicazione della risultante al contatto garantisce l'equilibrio alla rotazione (tratti evidenziati in rosso in figura "105"), ciò non sembra accadere nel caso "b". In base a questo ragionamento, si può dire che, nel moto di discesa della traversa rispetto al frame, risulti molto probabile che il cuneo ruoti e che si creino dunque delle condizioni di distacco; infatti, mediante la costruzione grafica, non è stato possibile individuare dei "tratti" utili di superficie che garantiscono la verifica dell'equilibrio alla rotazione.

In virtù dei ragionamenti che sono stati fatti, dal momento che in un'oscillazione si verificano sia la situazione "a" che la "b", è giustificabile nutrire qualche dubbio sulle caratteristiche progettuali del cuneo preso in esame, per il quale si desidererebbe un comportamento di traslazione nelle condizioni di funzionamento. Sicuramente l'approccio presentato in questo capitolo risulta semplificato; tuttavia, esso può costituire uno strumento utile per individuare una geometria più adeguata alle specifiche del progetto. Infatti, si potrebbe pensare di variare gli angoli caratteristici del cuneo, verificando l'estensione delle porzioni di superficie di contatto dove l'applicazione delle risultanti  $R_R$  e  $R_L$  garantisca l'equilibrio alla rotazione. La geometria che presenta l'estensione maggiore di queste zone potrebbe essere selezionata per passare a fasi più avanzate della progettazione.

### 8 Conclusioni

In questo lavoro di tesi è stato affrontato lo studio del comportamento del sistema di sospensione di un carrello ferroviario con smorzatori per attrito. Sicuramente il problema suscita interesse ingegneristico considerate le complicazioni modellistiche che si devono alla non-linearità del contatto per attrito e il compromesso tra bassi costi e performance sempre migliori richieste dal settore del trasporto ferroviario.

In questo lavoro è stato utilizzato un software agli elementi finiti costruendo un modello sulla base della struttura di un banco di prova disponibile in letteratura. La preparazione di tale modello è stata descritta nel dettaglio evidenziando in modo particolare gli strumenti per l'implementazione del contatto che sono stati utilizzati nelle simulazioni numeriche.

Mediante le prove di analisi statica, è stato approfondito il ruolo della rigidezza di contatto sottolineandone l'importanza ai fini della convergenza del calcolo. Tuttavia si è osservato come, qualora vengano impiegati anche valori molti diversi di questo parametro, ma comunque tali da garantire la convergenza, i risultati di interesse non ne sembrano così influenzati.

Sempre nella sezione di analisi statica, sono state realizzate delle prove per definire le condizioni di partenza della struttura prima dell'eccitazione dinamica, considerando dunque i carichi dovuti ad un montaggio per interferenza e alla forza peso. L'aver ottenuto risultati simili utilizzando due differenti tipologie di elementi di contatto sicuramente ha rafforzato la confidenza nell'attendibilità della soluzione. In entrambi i casi, l'analisi dello stato del contatto all'interfaccia "cuneo-telaio" ha evidenziato una condizione di contatto limitata ad uno solo spigolo, contrariamente a quanto sembra accadere nel caso sperimentale.

Tale condizione è stata nuovamente rilevata nel corso delle analisi transienti, realizzate mediante l'approccio di integrazione diretta nel tempo. La tendenza all'impuntamento del cuneo influenza significativamente la risposta del sistema rendendo difficile la riproduzione dei risultati delle prove sperimentali. A differenza di queste ultime, non è stata rilevata alcuna distorsione armonica della risposta; essa è sempre stata monoarmonica, con una frequenza analoga a quella di eccitazione, per ogni caso esaminato. In virtù di questo, sembra dunque che il modello agli elementi finiti preveda uno scarso smorzamento per strisciamento delle superfici alle interfacce di contatto.

Considerata la tendenza del cuneo ad impuntarsi, nell'ultimo capitolo è stata proposta un'analisi critica del progetto di tale componente. Sfruttando un approccio semplificato basato su una verifica grafica dell'equilibrio alla rotazione, sono stati isolati alcuni casi emblematici mettendo in evidenza le condizioni che permettono la verifica di tale equilibrio e quindi l'assenza di distacco alle interfacce di contatto. Nonostante la loro semplicità, a valle dei ragionamenti effettuati, si rimane con qualche dubbio sulla bontà del progetto del cuneo esaminato, cioè sul fatto che esso sia tale da permettere una cinematica di traslazione nell'ottica di favorire lo strisciamento.

Sicuramente questo tema risulta aperto a sviluppi futuri. Considerato l'onere computazionale di una procedura di integrazione diretta delle equazioni del moto, si potrebbe valutare la possibilità di utilizzare codici che lavorano nel dominio delle frequenze. Con questo approccio sarebbe inoltre interessante provare a variare le caratteristiche geometriche del cuneo, quali ad esempio gli angoli, cercando la configurazione che consente di ottenere le migliori prestazioni in termini di smorzamento.

### Appendice

Costruzione del modello con le superfici di contatto geometricamente coincidenti

FINISH
/CLEAR,START
*AFUN, DEG
! Parametri
! Bolster
y_b = 32
b_inf = 92.5
h_b = 42.5
Alfa = 37.5
z_b = 27.5
! Piastra acciaio
s_acc = 2
! Distanza Wedge- Bolster
dist_wb = 0
! Wedge
y_w = 32
w_inf = 56
h_w = 42.5
Gamma = 4
z_w = 27.5
! Distanza Wedge- Sideframe
dist_ws = 0
! Sideframe
h_s = 85
s_sd = 10
s_sup = 10
z_s = 27.5
b_sh = 54
s_sh = 10
! Piastra acciaio

 $l_acc_s = 57$ ! Numero di suddivisioni n 1=1 ! Parametri del contatto mu\_att = 0.3 ! dati per applicazione della forza peso massa\_b = 0.1683 massa\_w = 0.0892 ! coordinate baricentro wedge x gw = -131.72  $y_gw = y_w +$ 0.5\*h\_w /PREP7 ! elementi ET,1,MESH200 ! Elementi quadrilateri a 4 nodi KEYOPT,1,1,6 ET,2,SOLID185 ! Real constants ! materiali ! Plexiglass MP,EX,1,3000 MP, DENS, 1, 1.18e-9 MP, NUXY, 1, 0.39 ! Acciaio MP,EX,2,210000 MP, DENS, 2, 7.8e-9 MP,NUXY,2,0.3 ! Brick bolster

MP,EX,3,1.76

! Brick wedge MP,EX,4,0.88

! Coeff di attrito elemento di contatto

MP,MU,10,mu\_att

! Keypoints Bolster

K,1,0,y\_b

K,2,0,y\_b+h\_b

K,3,-b\_inf,y\_b

K,4,-b\_infh\_b\*TAN(Alfa),y\_b+h \_b

! Piastra di acciaio

K,5,-b\_inf-s\_acc,y\_b

K,6,-b\_infh\_b\*TAN(Alfa)s\_acc,y\_b+h\_b

! Keypoints Wedge

! sdr locale per costruire wedge

a\_0 = +b\_inf + dist\_wb - (y\_b y\_w)\*TAN(alfa)+2\*s\_ acc

LOCAL,11,0,-a\_0,y\_w

K,7,0,0

K,8,h\_w\*TAN(Alfa),h\_w

K,9,-w\_inf,0

K,10,w\_inf+h\_w\*TAN(Gam ma),h\_w

! Piastra di acciaio a destra

K,11,s\_acc,0

K,12,h\_w\*TAN(Alfa)+s\_acc ,h\_w

! Piastra di acciaio a sinistra

K,13,-w\_inf-s\_acc,0

K,14,w\_inf+h\_w\*TAN(Gam ma)-s\_acc,h\_w

! per ritornare al sdr globale

CSYS,0

! Keypoints Sideframe

! addendi intermedi

s\_min = a\_0 + w\_inf + 2\*s\_acc+y\_w\*TAN(Ga mma) + dist\_ws

K,15,0,0

K,16,-s\_min,0

K,17,s\_min+h\_s\*TAN(Gam ma),h\_s

K,18,0,-s\_sd

K,19,-s\_mins\_sd\*TAN(Gamma)s\_sup,-s\_sd

K,20,s\_min+h\_s\*TAN(Gam ma)-s\_sup,h\_s

! Estensione sideframe

K,21,0,-s\_sd-s\_sh

K,22,-b\_sh,-s\_sd-s\_sh

K,23,-b\_sh,-s\_sd

! Attivazione sistema di riferimento

LOCAL,12,0,-s\_min,0

! Piastra di acciaio

b\_0 = h\_s l\_acc\_s\*COS(Gamma)

K,24,b\_0\*TAN(Gamm a)+s\_acc,b\_0

K,25,s\_acc+h\_s\*TAN( Gamma),h\_s

K,26, b\_0\*TAN(Gamma),b\_ 0

K,27,y\_w\*TAN(Gamm a)+s\_acc,y\_w

K,28,y\_w\*TAN(Gamm a)+h\_w\*TAN(Gamma )+s\_acc,y\_w+h\_w

! per ritornare al sdr globale

CSYS,0

! Keypoints di costruzione

K,29,-s\_mins\_sd\*TAN(Gamma),s\_sd

c\_0 = s\_min + s\_sd\*TAN(Gamma) + s\_sup

K,30,c\_0+s\_sd\*TAN(Gamm a)+y\_w\*TAN(Gamma) ,y\_w

K,31,c\_0+s\_sd\*TAN(Gamm a)+y\_w\*TAN(Gamma) +h\_w\*TAN(Gamma),y \_w+h\_w

K,32,c\_0+s\_sd\*TAN(Gamm a)+b\_0\*TAN(Gamma) ,b\_0 K,33,c\_0+s\_sd\*TAN(Gamm a),0

! Keypoints per costruzione molle

d\_sp1 = 0.4\*b\_inf

d\_sp12 = 0.25\*b\_inf

d\_sp3 = b\_inf +
dist\_wb +2\*s\_acc+
0.33\*w\_inf

d\_sp34 = 0.33\*w\_inf

! dimensione molla lungo x

x\_mol\_b = 4.625

x\_mol\_w = 9.333

K,34,-d\_sp1,0

K,35,d\_sp1+x\_mol\_b,0

K,36,-d\_sp1-d\_sp12,0

K,37,-d\_sp1-d\_sp12x\_mol\_b,0

K,38,-d\_sp3,0

K,39,d\_sp3+x\_mol\_w,0

K,40,-d\_sp3-d\_sp34,0

K,41,-d\_sp3-d\_sp34x\_mol\_w,0

K,42,-d\_sp1,y\_b

K,43,d\_sp1+x\_mol\_b,y\_b

K,44,-d\_sp1d\_sp12,y\_b

K,45,-d\_sp1-d\_sp12x\_mol\_b,y\_b

K,46,-d\_sp3,y\_w

K,47,d\_sp3+x\_mol\_w,y\_w

K,48,-d\_sp3d\_sp34,y\_w

K,49,-d\_sp3-d\_sp34x\_mol\_w,y\_w

K,50,-d\_sp1,y\_b+h\_b

K,51,d\_sp1+x\_mol\_b,y\_b+ h\_b

K,52,-d\_sp1d\_sp12,y\_b+h\_b

K,53,-d\_sp1-d\_sp12x\_mol\_b,y\_b+h\_b

LOCAL,13,0,-b\_infh\_w\*TAN(Alfa)dist\_wb-2\*s\_acc,y\_w+h\_w

w\_sup = w\_inf h\_w\*TAN(Alfa) h w\*TAN(Gamma)

d\_w\_sup1 = 0.33\*w\_sup

d\_w\_sup12 = 0.33\*w\_sup

K,54,-d\_w\_sup1,0

K,55,d\_w\_sup1+d\_w\_sup1 /2,0

K,56,-d\_w\_sup1d\_w\_sup12,0

K,57,-d\_w\_sup1d\_w\_sup12d\_w\_sup1/2,0 ! per ritornare al sdr

globale CSYS,0

K,58 ,-d\_sp1,-s\_sd

K,59 ,d\_sp1+x\_mol\_b,-s\_sd K,60 ,-d\_sp1-d\_sp12,-

s\_sd

K,61,-d\_sp3,-s\_sd

K,62,d\_sp3+x\_mol\_w,-s\_sd

K,63,-d\_sp3-d\_sp34,s\_sd

K,64,-d\_sp3-d\_sp34x\_mol\_w,-s\_sd

! Aggiunto Keypoint di costruzione

K,65,-b\_sh,0

K,66,-d\_sp1,-s\_sds\_sh

K,67,d\_sp1+x\_mol\_b,s\_sd-s\_sh

K,68,c\_0+s\_sd\*TAN(Gamm a)+y\_w\*TAN(Gamma) +s\_sup,y\_w

K,69,c\_0+s\_sd\*TAN(Gamm a)+y\_w\*TAN(Gamma) +h\_w\*TAN(Gamma)+ s\_sup,y\_w+h\_w

! Linee bolster

L,3,45

L,45,44

L,44,42

L,42,43

L,43,1

L,1,2

L,2,51

L,51,50

L,50,52	! Linee piastra destra	L,26,68	L,66,58
L,52,53	wedge	L,68,69	! Linee piastra
L,53,4	L,7,11	L,69,17	sideframe
L,4,3	L,11,12	L,17,20	L,26,24
! Linee di costruzione	L,12,8	L,20,31	L,24,27
L,45,53	! Linee piastra sinistra	L,31,30	L,27,28
L,44,52	1 13 9	L,30,32	L,28,25
L,42,50		L,32,33	L,25,17
L,43,51	L.14.13	L,33,19	! Linee di costruzione
! Linee piastra bolster	Linee Sideframe	! Linee di costruzione	L,68,27
L,5,3	1 19.29	L,59,35	L,69,28
L,4,6	1 29 64	L,58,34	! Aree Bolster
L,6,5	1 64 63	L,23,36	AL,5,6,7,16
! Linee Wedge	1,63,61	L,60,37	AL,4,16,8,15
L,9,49		L,62,39	AL,3,15,9,14
L,49,48		L,61,38	AL,2,14,10,13
L,48,46	1,60,22	L,63,40	AL,1,13,11,12
L,46,47	L,00,23	L,64,41	! Aree piastra bolster
L,47,7		L,29,16	AL,17,12,18,19
L,7,8	L,58,59	L,16,33	! Aree piastra destra
L,8,55	L,18,15	L,26,32	AL,36,37,38,25
L,55,54	L.15.35	L,68,30	! Aree Wedge
L,54,56	L.35.34	L,69,31	AL.24.25.26.35
L,56,57	L.34.36	! Linee estensione	AL.23.35.27.34
L,57,10	L.36.37	sideframe	AL.22.34.28.33
L,10,9	1.37.39	L,22,66	AL.21.33.29.32
! Linee di costruzione	1.39.38	L,66,67	AL.20.32.30.31
L,49,57	1 38 40	L,67,21	Aree piastra sinistra
L,48,56	40.41	L,21,18	wedge
L,46,54	1 41 16	L,23,22	AL,39,31,40,41
L,47,55	L,16,26	! Linee di costruzione L,67,59	! Aree estensione sideframe
	l	I	10/

AL,87,88,51,90	LESIZE,8,,,n_1	LESIZE,36,,,n_1	LESIZE,65,,,2*n_1
AL,86,90,50,91	LESIZE,9,,,2*n_1	LESIZE,37,,,10*n_1	LESIZE,66,,,2*n_1
AL,85,91,49,89	LESIZE,10,,,,n_1	LESIZE,38,,,,n_1	LESIZE,67,,,2*n_1
! Aree Sideframe	LESIZE,11,,,7*n_1	! Piastra sinistra	LESIZE,68,,,10*n_1
AL,51,52,53,72	LESIZE,12,,,10*n_1	wedge	LESIZE,69,,,n_1
AL,50,72,54,73	LESIZE,13,,,10*n_1	LESIZE,39,,,n_1	LESIZE,70,,,4*n_1
AL,49,73,55,74	LESIZE,14,,,10*n_1	LESIZE,40,,,,n_1	LESIZE,71,,,2*n_1
AL,48,74,56,75	LESIZE,15,,,10*n_1	LESIZE,41,,,10*n_1	LESIZE,72,,,2*n_1
AL,47,75,57,76	LESIZE,16,,,10*n_1	! Sideframe	LESIZE,73,,,2*n_1
AL,46,76,58,77	! Piastra bolster	LESIZE,42,,,2*n_1	LESIZE,74,,,2*n_1
AL,45,77,59,78	LESIZE,17,,,n_1	LESIZE,43,,,2*n_1	LESIZE,75,,,2*n_1
AL,44,78,60,79	LESIZE,18,,,n_1	LESIZE,44,,,,n_1	LESIZE,76,,,2*n_1
AL,43,79,61,80	LESIZE,19,,,10*n_1	LESIZE,45,,,2*n_1	LESIZE,77,,,2*n_1
AL,42,80,81,71	! Wedge	LESIZE,46,,,,n_1	LESIZE,78,,,2*n_1
AL,81,62,82,70	LESIZE,20,,,,n_1	LESIZE,47,,,6*n_1	LESIZE,79,,,2*n_1
AL,82,63,83,69	LESIZE,21,,,n_1	LESIZE,48,,,,n_1	LESIZE,80,,,2*n_1
AL,83,64,84,68	LESIZE,22,,,2*n_1	LESIZE,49,,,2*n_1	LESIZE,81,,,2*n_1
AL,84,65,66,67	LESIZE,23,,,n_1	LESIZE,50,,,n_1	LESIZE,82,,,2*n_1
! Aree piastra	LESIZE,24,,,,n_1	LESIZE,51,,,,7*n_1	LESIZE,83,,,2*n_1
sideframe	LESIZE,25,,,10*n_1	LESIZE,52,,,2*n_1	LESIZE,84,,,2*n_1
AL,92,93,97,63	LESIZE,26,,,n_1	LESIZE,53,,,7*n_1	! Estensione
AL,97,94,98,64	LESIZE,27,,,n_1	LESIZE,54,,,n_1	sideframe
AL,98,95,96,65	LESIZE,28,,,2*n_1	LESIZE,55,,,2*n_1	LESIZE,85,,,2*n_1
! Comando LESIZE	LESIZE,29,,,n_1	LESIZE,56,,,n_1	LESIZE,86,,,n_1
! Bolster	LESIZE,30,,,,n_1	LESIZE,57,,,6*n_1	LESIZE,87,,,7*n_1
LESIZE,1,,,7*n_1	LESIZE,31,,,10*n_1	LESIZE,58,,,,n_1	LESIZE,88,,,2*n_1
LESIZE,2,,,n_1	LESIZE,32,,,10*n_1	LESIZE,59,,,2*n_1	LESIZE,89,,,2*n_1
LESIZE,3,,,2*n_1	LESIZE,33,,,10*n_1	LESIZE,60,,,n_1	LESIZE,90,,,2*n_1
LESIZE,4,,,n_1	LESIZE,34,,,10*n_1	LESIZE,61,,,2*n_1	LESIZE,91,,,2*n_1
LESIZE,5,,,7*n_1	LESIZE,35,,,10*n_1	LESIZE,62,,,,4*n_1	! Piastra sideframe
LESIZE,6,,,10*n_1	! Piastra destra	LESIZE,63,,,n_1	LESIZE,92,,,n_1
LESIZE,7,,,7*n_1	wedge	LESIZE,64,,,10*n_1	LESIZE,93,,,n_1
			1

LESIZE,94,,,10*n_1	MAT,2	! Generazione mesh	VOFFSST,14,-z_ext_1
LESIZE,95,,,2*n_1	AMESH,13	3D da quella 2D	VOFFSST,15,-z_ext_1
LESIZE,96,,,n_1	! Estensione	EXTOPT,ON	VOFFSST,16,-z_ext_1
LESIZE,97,,,n_1	sideframe	! Mantenuto lo stesso materiale	! Sideframe
LESIZE,98,,,n_1	MAT,I	EXTOPT,ATTR,1	VOFFSST,17,-z_ext_1
! Costruzione della	AMESH,14	! Numero elementi	VOFFSST,18,-z_ext_1
mesh 2D	AMESH,15	nella direzione z	VOFFSST,19,-z_ext_1
TYPE,1	AMESH,16	EXTOPT,ESIZE,6	VOFFSST,20,-z_ext_1
MAT,1	! Sideframe	! Pulizia Mesh 2D	VOFFSST,21,-z ext 1
MSHKEY,1	AMESH,17	EXTOPT,ACLEAR,1	VOFFSST,22,-z_ext_1
! Mesh delle aree	AMESH,18	! Bolster	VOFFSST,23,-z ext 1
! Bolster	AMESH,19	z_ext_1 = 15	VOFFSST,24,-z_ext_1
AMESH,1	AMESH,20	VOFFSST,1,-z_ext_1	VOFFSST,25,-z ext 1
AMESH,2	AMESH,21	VOFFSST,2,-z_ext_1	VOFFSST,26,-z_ext_1
AMESH,3	AMESH,22	VOFFSST,3,-z_ext_1	VOFFSST,27,z ext 1
AMESH,4	AMESH,23	VOFFSST,4,-z_ext_1	VOFFSST,28,z_ext_1
AMESH,5	AMESH,24	VOFFSST,5,-z_ext_1	VOFFSST,29,z ext 1
! Piastra bolster	AMESH,25	! Piastra bolster	VOFESST.30.z ext 1
MAT,2	AMESH,26	VOFFSST,6,-z_ext_1	! Piastra sideframe
AMESH,6	AMESH,27	! Piastra destra	VOFESST.31z ext 1
! Piastra destra	AMESH,28	wedge	VOEESST 32 -7 ext 1
wedge	AMESH,29	VOFFSST,7,-z_ext_1	VOFFEST 22 z ovt 1
AMESH,7	AMESH,30	! Wedge	VOFFSST,SS,-2_eXt_1
! Wedge	! Piastra sideframe	VOFFSST,8,-z_ext_1	coincidenti
MAT,1	MAT,2	VOFFSST,9,-z_ext_1	! Bolster
AMESH,8	AMESH,31	VOFFSST,10,-z_ext_1	VSEL,s,,,1,6
AMESH,9	AMESH,32	VOFFSST,11,-z_ext_1	ALLSEL,BELOW,VOLU
AMESH,10	AMESH,33	VOFFSST,12,-z_ext_1	NUMMRG,ALL
AMESH,11	! Costruzione della	! Piastra sinistra	! Wedge
AMESH,12	mesh 3D	wedge	VSEL s7.13
! Piastra sinistra	TYPE,2	VOFFSST,13,-z_ext_1	
wedge		! Estensione	NUMMRG.ALL
		sideirame	106

! Sideframe	LESIZE,108,,,10*n_1	! Pulizia Mesh 2D	! Piastra destra
VSEL,s,,,14,33	LESIZE,112,,,10*n_1	EXTOPT,ACLEAR,1	wedge
ALLSEL,BELOW,VOLU	LESIZE,113,,,10*n_1	! Bolster	VOFFSST,64,- z_ext_2
NUMMRG,ALL	LESIZE,116,,,10*n_1	dim_elem = 2.5	! Wedge
! Riseleziono tutte le	! Wedge	VOFFSST,41,-	MAT,1
entità	LESIZE,120,,,10*n_1	dim_elem	VOFFSST,69,- z_ext_2
ALLSEL,ALL	LESIZE,121,,,10*n_1	VOFFSST,46,- dim_elem	VOFFSST,74,- z_ext_2
! Creazione elementi brick	LESIZE,124,,,10*n_1	l Wedge	VOFFSST,79,- z_ext_2
l linee aggiuntive	LESIZE,128,,,10*n_1	VOFFSST 51 -	VOFFSST,84,- z_ext_2
l prima molla bolster	! Costruzione della	dim_elem	VOFFSST,89,- z_ext_2
1 137 70	mesh 2D	VOFFSST,56,-	! Piastra sinistra
1 141 74	TYPE,1	dim_elem	
L,141,74	MSHKEY,1	! Riseleziono tutte le entità	VOEESST 04 - 7 ovt - 2
bolster	! Bolster		VOFF331,94,- 2_ext_2
L,145,78	MAT,3	L Socondo ston di	sideframe
L,149,82	AMESH,41	estrusione	MAT,1
! prima molla wedge	AMESH,46	TYPE,2	VOFFSST,99,- z_ext_2
L,153,98	! Wedge	! Numero elementi	VOFFSST,104,-
L,157,102	MAT,4	nella direzione z	z_ext_2
! seconda molla	AMESH,51	EXTOPT,ESIZE,5	VOFFSST,109,-
wedge	AMESH,56	! Bolster	z_ext_z
L,161,106	! Costruzione della	z_ext_2 = 12.5	! Sideframe
L,165,110	mesh 3D	MAT,1	VOFFSST,114,-
! Aree			z ext z
	TYPE,2	VOFFSST,34,- z_ext_2	z_ext_z VOFFSST,119,-
! Bolster	TYPE,2 ! Generazione mesh 3D da quella 2D	VOFFSST,34,- z_ext_2 VOFFSST,39,- z_ext_2	z_ext_z VOFFSST,119,- z_ext_2
! Bolster AL,237,108,107,112	TYPE,2 ! Generazione mesh 3D da quella 2D	VOFFSST,34,- z_ext_2 VOFFSST,39,- z_ext_2 VOFFSST,44,- z_ext_2	Z_ext_Z VOFFSST,119,- z_ext_2 VOFFSST,124,-
! Bolster AL,237,108,107,112 AL,253,113,123,116	TYPE,2 ! Generazione mesh 3D da quella 2D EXTOPT,ON	VOFFSST,34,- z_ext_2 VOFFSST,39,- z_ext_2 VOFFSST,44,- z_ext_2 VOFFSST,49,- z_ext_2	Z_ext_2 VOFFSST,119,- z_ext_2 VOFFSST,124,- z_ext_2
! Bolster AL,237,108,107,112 AL,253,113,123,116 ! Wedge	TYPE,2 ! Generazione mesh 3D da quella 2D EXTOPT,ON ! Mantenuto lo stesso materiale	VOFFSST,34,- z_ext_2 VOFFSST,39,- z_ext_2 VOFFSST,44,- z_ext_2 VOFFSST,49,- z_ext_2 VOFFSST,54,- z_ext_2	<pre>Z_ext_2 VOFFSST,119,- z_ext_2 VOFFSST,124,- z_ext_2 VOFFSST,129,- z_ext_2</pre>
! Bolster AL,237,108,107,112 AL,253,113,123,116 ! Wedge AL,269,120,163,121	TYPE,2 ! Generazione mesh 3D da quella 2D EXTOPT,ON ! Mantenuto lo stesso materiale EXTOPT,ATTR,1	VOFFSST,34,- z_ext_2 VOFFSST,39,- z_ext_2 VOFFSST,44,- z_ext_2 VOFFSST,49,- z_ext_2 VOFFSST,54,- z_ext_2 ! Piastra bolster	<pre>Z_ext_2 VOFFSST,119,- z_ext_2 VOFFSST,124,- z_ext_2 VOFFSST,129,- z_ext_2 VOFFSST,134,-</pre>
! Bolster AL,237,108,107,112 AL,253,113,123,116 ! Wedge AL,269,120,163,121 AL,285,124,179,128	TYPE,2 ! Generazione mesh 3D da quella 2D EXTOPT,ON ! Mantenuto lo stesso materiale EXTOPT,ATTR,1 ! Numero elementi	VOFFSST,34,- z_ext_2 VOFFSST,39,- z_ext_2 VOFFSST,44,- z_ext_2 VOFFSST,49,- z_ext_2 VOFFSST,54,- z_ext_2 ! Piastra bolster MAT,2	<pre>Z_ext_2 VOFFSST,119,- z_ext_2 VOFFSST,124,- z_ext_2 VOFFSST,129,- z_ext_2 VOFFSST,134,- z_ext_2</pre>
<ul> <li>! Bolster</li> <li>AL,237,108,107,112</li> <li>AL,253,113,123,116</li> <li>! Wedge</li> <li>AL,269,120,163,121</li> <li>AL,285,124,179,128</li> <li>! Comando LESIZE</li> </ul>	TYPE,2 ! Generazione mesh 3D da quella 2D EXTOPT,ON ! Mantenuto lo stesso materiale EXTOPT,ATTR,1 ! Numero elementi nella direzione z	VOFFSST,34,- z_ext_2 VOFFSST,39,- z_ext_2 VOFFSST,44,- z_ext_2 VOFFSST,49,- z_ext_2 VOFFSST,54,- z_ext_2 ! Piastra bolster MAT,2 VOFFSST,59,- z_ext_2	<pre>Z_ext_2 VOFFSST,119,- z_ext_2 VOFFSST,124,- z_ext_2 VOFFSST,129,- z_ext_2 VOFFSST,134,- z_ext_2 VOFFSST,134,- z_ext_2 VOFFSST,139,- z_ext_2</pre>
<ul> <li>! Bolster</li> <li>AL,237,108,107,112</li> <li>AL,253,113,123,116</li> <li>! Wedge</li> <li>AL,269,120,163,121</li> <li>AL,285,124,179,128</li> <li>! Comando LESIZE</li> <li>! Bolster</li> </ul>	TYPE,2 ! Generazione mesh 3D da quella 2D EXTOPT,ON ! Mantenuto lo stesso materiale EXTOPT,ATTR,1 ! Numero elementi nella direzione z EXTOPT,ESIZE,1	VOFFSST,34,- z_ext_2 VOFFSST,39,- z_ext_2 VOFFSST,44,- z_ext_2 VOFFSST,49,- z_ext_2 VOFFSST,54,- z_ext_2 ! Piastra bolster MAT,2 VOFFSST,59,- z_ext_2	<pre>Z_ext_2 VOFFSST,119,- z_ext_2 VOFFSST,124,- z_ext_2 VOFFSST,129,- z_ext_2 VOFFSST,134,- z_ext_2 VOFFSST,139,- z_ext_2</pre>

VOFFSST,144,- z_ext_2	VOFFSST,194,- z_ext_2	! Riseleziono tutte le entità	! Riseleziono tutte le entità
VOFFSST,149,-	! Unione nodi coincidenti	ALLSEL,ALL	ALLSEL,ALL
VOFFSST,154,-	! Bolster	! Unione nodi coincidenti (molle)	! Secondo gruppo VSEL,s,,,7,13
VOFFSST,159,-	VSEL,s,,,38,43	! Primo gruppo	VSEL,a,,,44,50
z_ext_2	NUMMRG,ALL	VSEL,a,,,38,43	VSEL,a,,,21,25
VOFFSST,169,z_ext_2	! Wedge	VSEL,a,,,14,21	VSEL,a,,,36,37
VOFFSST,174,z_ext_2	VSEL,s,,,44,50	VSEL,a,,,51,58	! seleziono i nodi
VOFFSST,179,z_ext_2	ALLSEL,BELOW,VOLU	VSEL,a,,,34,35 ! seleziono i nodi	associati ai volumi NSLV.s.1
! Piastra sideframe MAT 2	! Sideframe	associati ai volumi	! Merge
VOFFSST,184,-	VSEL,s,,,51,70	NSLV,s,1	NUMMRG,NODE
z_ext_2	ALLSEL,BELOW,VOLU	NUMMRG,NODE	! Riseleziono tutte le entità
voffss1,189,- z_ext_2	NUMMRG,ALL	,	ALLSEL,ALL
I			
## **Bibliografia**

[1] Slide del corso 'Models and methods for the dynamics of mechanical components with contact interfaces', Politecnico di Torino

[2] L. Gaul, H. Albrecht and J. Wirnitzer, Semi-active friction damping of large space truss structures, 2004

[3] L. Gaul, S. Hurlebaus, J. Wirnitzer, H. Albrecht, Enhanced damping of lightweight structures by semi-active joints, 2008

[4] L. Gaul, R. Nitsche, The role of friction in mechanical joints, 2001

[5] Romberg, Tausche, Pereira, Panning, Passive damping of spacecraft sandwich panels, 2007

[6] Witold Perkowski, Dry friction damper for supercritical drive shaft, 2016

[7] Friction damper with centering flexure, US 2016/0264237 A1, 2016

[8] G. Genta, Vibration dynamics and control

[9] L.B. Baruffaldi, H.B. de Araujo, A.A. dos Santos Jr., A multibody system approach to the wedge damper friction formulation, 2009

[10] Q. Wu, C. Cole, M. Spiryagin, Y.Q. Sun, A review of dynamics modelling of friction wedge suspensions, 2014

[11] Y.Q. Sun, C. Cole, Vertical dynamic behavior of three-piece bogie suspensions with two types of friction wedge, 2008

[12] J.F. Gardner, J.P. Cusumano, Dynamic models of friction wedge dampers, 1997

[13] P.E. Klauser, Modeling friction wedges, part I: the state-of-the-art, 2004

[14] L.B. Baruffaldi, A.A. dos Santos Jr., On the application of linear complementarity-based contact to study the dynamic behavior of friction dampers of railway vehicles, 2018

[15] A. Gugliotta, Elementi finiti, 2002

[16] Y.Q. Sun, C. Cole, Finite element modeling and analysis of friction wedge damping during suspension bounce modes, 2009

[17] Y.Q. Sun, C. Cole, Finite element modeling and analysis of friction-wedge dampers during suspension pitch modes, 2008

[18] Y.F. Liu, J. Li, Z.M. Zhang, X.H. Hu, W.J. Zhang, Experimental comparison of five friction models on the same test-bed of the micro stick-slip motion system, 2015

[19] C.M. Firrone, S. Zucca, Modelling friction contacts in structural dynamics and its application to turbine bladed disks

[20] A.B. Kaiser, J.P. Cusumano, J.F. Gardner, Modeling and dynamics of friction wedge dampers in railroad freight trucks, 2002

[21] N.K. Chandiramani, K. Srinivasan, J. Nagendra, Experimental study of stick-slip dynamics in a friction wedge damper, 2006

[22] Guida del software Ansys Mechanical APDL 2021 R1

## Ringraziamenti

Con questo lavoro di tesi si completa il mio percorso universitario; un cammino lungo, faticoso, non privo di momenti di difficoltà ma anche di alcuni di soddisfazione che non potrò mai dimenticare. Sicuramente da solo non ce l'avrei mai fatta; il contributo di molti è stato fondamentale per permettermi di arrivare alla fine per cui voglio dedicare alcune righe per i ringraziamenti.

Voglio ringraziare il professor Christian Maria Firrone, oltre che per il supporto tecnico, per la sua cordialità e per la pazienza dimostratami in ogni occasione. Ringrazio anche l'ingegner Giuseppe Battiato, sempre disponibile ad aiutarmi e a rassicurarmi.

Voglio ringraziare mia mamma per aver continuato a credere in me anche nei momenti più difficili, quando anche io avevo smesso di farlo, per aver sempre avuto pronta una parola che fosse capace di spronarmi e,

ringrazio mio padre per l'interesse e la preoccupazione dimostrate, nel contempo mi scuso per non essere sempre stato aperto nei suoi confronti in merito alla mia esperienza universitaria.

Voglio ringraziare mio fratello e la sua capacità di strapparmi un sorriso anche nei momenti di maggior sconforto e Piero per essere sempre stato disponibile al confronto, sia tecnico che morale.

Voglio ringraziare Elisa e la sua capacità di sopportarmi e di cercare di fare qualunque cosa pur di vedermi più sereno, per la quantità di pazienza che solo un cuore innamorato è in grado di elargire.

Menzione d'onore per i miei "vecchi" Mari, Luci e Adri, sempre pronti a farmi sentire a casa nonostante ci si veda molto meno che un tempo.

Infine, un pensiero a tutti i restanti familiari e amici che hanno sempre mostrato interesse in ciò che faccio.

La mia speranza è che anche Qualcuno lassù possa essere felice di questo risultato.

Mi auguro di avervi ancora al mio fianco in ciò che il futuro mi riserverà.