



**Politecnico
di Torino**

POLITECNICO DI TORINO

**Corso di Laurea Magistrale
in Ingegneria Aerospaziale**

Tesi di Laurea Magistrale

Sviluppo di un software per le analisi di giunzioni incollate in materiale composito: andamento tensionale e criterio di resistenza

**A new software for composite bonded joint design: tensional trend
and failure criteria**

Relatore:

Prof. Gherlone Marco

Candidato:

Medi Lorenzo

Correlatore:

Prof. Goglio Luca

Tutor aziendale:

**Ing. Cigna Giuseppe
Leonardo divisione Velivoli**

**A.A. 2020/2021
Sessione di Laurea Dicembre 2021**

Ringraziamenti

Vorrei dedicare questo spazio, prima di procedere alla trattazione, al ringraziamento di tutti coloro che mi hanno aiutato, sia dal punto di vista tecnico che emotivo e di supporto morale, al raggiungimento di questo fondamentale traguardo di crescita personale e professionale.

Il più sentito ringraziamento lo devo alla mia famiglia, senza la quale non avrei mai potuto raggiungere questo importante obiettivo: costantemente presente e sempre disponibile a sostenermi in ogni difficoltà.

Non posso non menzionare la mia fidanzata Ada, che, più di chiunque altro, mi ha supportato nei momenti di maggiore difficoltà.

Grazie al mio relatore Gherlone Marco e al mio correlatore Goglio Luca che mi hanno seguito durante la stesura della tesi.

Un ringraziamento speciale va al mio tutor Cigna Giuseppe, che mi ha aiutato a condurre le ricerche e a scegliere adeguatamente il percorso da seguire per la realizzazione sia della tesi che del software finale, presso Leonardo – Velivoli.

Ringrazio tutto lo staff e i miei colleghi di Leonardo per i mesi passati in azienda, sperando che le nostre strade tornino ad incrociarsi nuovamente in futuro, continuando insieme il nostro percorso di crescita.

Ultimo, ma non ultimo, un ringraziamento ai miei amici, tutti, che hanno reso il percorso molto più spensierato, rallegrandomi nei momenti più difficili.

Grazie infinite a tutti voi, di cuore.

"To infinity and beyond!"

Abstract

Lingua Italiana

La possibilità di derivare l'andamento tensionale completo, all'interno di giunzioni incollate in materiale composito, tramite specifiche analisi, rimane ad oggi una sfida aperta. Lo scopo della seguente trattazione è quello di valutare la possibilità di sviluppare un applicativo, che utilizzi soluzioni in forma chiusa, per ricavare l'andamento tensionale, lungo la zona di *bonding*, ed il conseguente carico di rottura in giunzioni incollate di materiale composito. Attualmente i software presenti, come ad esempi i programmi *FEA*, garantiscono un'ottima accuratezza a fronte di prolungate tempistiche, sia per il *pre/post – processing* che per l'ottenimento dei risultati. La sfida che si è posta è quella di poter ricavare i valori di interesse: tensioni e carico di rottura con analisi più brevi, da utilizzare per gli studi di trade-off nella fase di sviluppo della configurazione strutturale. Sono stati analizzati i modelli presenti ad oggi in letteratura al fine di scegliere i due più appropriati per lo scopo, privilegiando le formulazioni chiuse e non considerando soluzioni iterative o numeriche. Al fine di rendere il programma completo è stato implementato un opportuno criterio di resistenza, sia tensionale che energetico, che stimi il carico ultimo della giunzione. I modelli prescelti sono monodimensionali, dipendenti solo dalla coordinata x lungo la sovrapposizione. L'ambiente utilizzato per lo sviluppo è *Python*, unitamente alle due principali librerie *Numpy* e *Tkinter*, la prima per la parte di calcolo e la seconda per la programmazione dell'interfaccia grafica. I valori ottenuti, sia per l'andamento tensionale che per la resistenza complessiva, sono stati confrontati con soluzioni analitiche (*Hart & Smith*), numeriche (*Nastran*) e sperimentali al fine di testare la qualità dell'approccio utilizzato. I risultati raggiunti sono in linea con le aspettative: è disponibile un ulteriore strumento di analisi da utilizzare nelle fasi di sviluppo del progetto strutturale, permettendo la gestione di un elevato numero di geometrie e carichi.

Abstract

Lingua Inglese

The possibility to derive a complete tensional trend in bonded joint, through specific analysis, is up to now an open challenge. The main objective of this thesis is to analyze the possibility to develop an application that supply tensional stress in the overlap of bonded joints. The adherends are in composite materials and the solution is in a closed-form. Currently there are many software packages, based on numerical solutions, for instance FEA tools, which nevertheless require a considerable amount of time for pre/post-processing and to get results. The challenge is to provide the tensional trends and the failure loadings in the trade-off studies of the structural configuration development phase. The models, in scientific literature, have been evaluated to find the best one for our purpose. Closed-form solutions has been selected, without numerical or iterative approach. In order to provide a complete software there is also a failure criterion that includes energetic and stress conditions to estimate the failure load. The models adopted are monodimensional, with a trend dependent only on the x coordinate along the bonding. *Python* was chosen as development environment, together with Numpy and Tkinter libraries. The first one was chosen to write the script files, the second one was chosen for develop the graphic user interface. The code is compared with other analytical solutions (*Hart & Smith*), numerical program (*Nastran*) and experimental datas. The final result reflects the company's expectations: the new tool can be useful during the design phase and it can run numerous analyses with different geometries and loadings.

Sommario

Introduzione.....	15
Capitolo 1 : I compositi.....	17
1.1 Materiali compositi	17
1.1.1 Matrice	18
1.1.2 Rinforzo	19
1.2 Lamine unidirezionali.....	22
1.3 Laminato.....	28
1.4 Macromeccanica del laminato	31
1.5 Modi di rottura e criteri di resistenza	34
1.5.1 Criterio della massima tensione o deformazione	37
1.5.2 Criterio di <i>Tsai – Hill</i>	38
1.5.3 Criterio di <i>Hoffmann</i>	40
1.5.4 Criterio di <i>Tsai – Wu</i>	41
1.7 Utilizzo dei compositi nelle moderne strutture e loro certificazioni	41
Capitolo 2 : Le giunzioni.....	45
2.1 Scelta della giunzione	45
2.1.1 Giunzioni meccaniche.....	46
2.1.2 Giunzioni incollate	49
2.2 Modi di rottura delle giunzioni incollate	54
2.3 Adesivi.....	55
Capitolo 3 : Soluzioni analitiche e criteri di rottura implementati	64
3.1 Come conformare la realtà: dal modello reale alla formulazione matematica	64
3.2 Soluzioni analitiche	66
3.2.1 Criteri di scelta delle soluzioni adottate.....	66
3.2.2 Soluzione analitica: <i>Zou</i> [1]	67
3.2.3 Soluzione analitica: <i>Langella</i> [2].....	76
3.2.4 Stiffened panel.....	79
3.3 Correzioni al modello di <i>Zou</i>	81
3.4 Criteri di resistenza	83
3.4.1 Finite Fracture Mechanics model <i>Weißgraeber</i> [18].....	83

Capitolo 4 : Scrittura del codice ed interfaccia grafica del software	88
4.1 Script di calcolo: <i>Back – code</i>	89
4.1.1 File di dati: <i>dati.py</i>	89
4.1.2 Matrici di rigidezza: <i>matrice_rigidezza.py</i>	90
4.1.3 Rigidezza della sezione di <i>overlap</i> : <i>stiffness.py</i>	90
4.1.4 Soluzione analitica: <i>Zou_EBT.py</i> & <i>Langella.py</i>	91
4.1.5 Failure criteria: <i>fail.py</i>	92
4.1.6 Main file: <i>main.py</i>	92
4.1.7 Schema del flusso dei dati	93
4.2 Programmazione dell'interfaccia grafica: <i>Front – code</i>	94
Capitolo 5 : Risultati	97
5.1 Set di dati per le analisi	97
5.1.1 Materiali e adesivi impiegati	98
5.1.2 Proprietà geometriche	100
5.2 <i>Single Lap Joint</i> : analisi e confronto dei modelli implementati	101
5.2.1 Confronto con <i>Langella</i> [2]	101
5.2.2 Confronto con modello agli elementi finiti: <i>Nastran</i> [42]	102
5.2.3 Comparazione con soluzione analitica differente: <i>Hart & Smith</i> [3]	107
5.2.4 Analisi approfondita sul modello di <i>Langella</i>	119
5.3 <i>Stiffened panel</i> : analisi e confronto	122
5.3.2 Confronto con <i>Zou</i> [1]	122
5.3.3 Andamenti tensionali	123
5.3.4 Specifiche sui risultati	125
5.4 Criterio di rottura: confronto con risultati sperimentali	127
5.4.1 <i>Castagnetti et. Al</i> [20]	127
5.4.2 <i>Da Silva et. Al</i> [21]	129
5.4.3 <i>Nasa Technical Paper</i> [23]	131
Capitolo 6 : Conclusioni	133
6.1 Valutazione dell'utilità del software	133
6.2 Miglioramenti futuri	134
Appendice A	137
A.1 File di dati	137
A.2 File del materiale	138
A.3 File dell'adesivo	139
Bibliografia	142

Lista delle figure

<i>Figura 1-I Tipologia di rinforzo per materiali compositi [50].....</i>	<i>18</i>
<i>Figura 1-II Andamento della resistenza a trazione e del modulo elastico al variare della temperatura di carbonizzazione[8].....</i>	<i>20</i>
<i>Figura 1-III Indici prestazionali delle fibre ad uso aerospaziale; rif. materiale [8].....</i>	<i>21</i>
<i>Figura 1-IV Lamina unidirezionale [52].....</i>	<i>22</i>
<i>Figura 1-V Grafico sforzo-deformazione di due tipologie di fibre, due tipologie di compositi e una matrice [51].....</i>	<i>23</i>
<i>Figura 1-VI Resistenza specifica dei materiali per costruzioni aeronautiche; rif. materiali [8].....</i>	<i>25</i>
<i>Figura 1-VII Rigidezza specifica dei materiali per costruzioni aeronautiche; rif. materiali [8].....</i>	<i>25</i>
<i>Figura 1-VIII Indici prestazionali dei materiali per costruzioni aeronautiche; rif. materiali [8].....</i>	<i>26</i>
<i>Figura 1-IX Lamina e laminato [52].....</i>	<i>28</i>
<i>Figura 1-X Esempio di laminato simmetrico e laminato bilanciato [70].....</i>	<i>29</i>
<i>Figura 1-XI Esempio di laminato cross-ply e laminato angle-ply [70].....</i>	<i>30</i>
<i>Figura 1-XII Sistema di riferimento lamina [53].....</i>	<i>31</i>
<i>Figura 1-XIII Delaminazione, rottura della fibra e crack nella matrice [62].....</i>	<i>35</i>
<i>Figura 1-XIV Delaminazione, debonding, rottura della matrice e rottura delle fibre [63].....</i>	<i>35</i>
<i>Figura 1-XV Criterio di Tsai-Hill; rif. materiale [44].....</i>	<i>39</i>
<i>Figura 1-XVI Criterio di Hoffmann; rif. materiale [44].....</i>	<i>40</i>
<i>Figura 1-XVII Scudo termico Orion. Credits: Nasa.....</i>	<i>42</i>
<i>Figura 1-XVIII Inserti in composito in Airbus A380 [55].....</i>	<i>42</i>
<i>Figura 1-XIX Confronto tra composite e metalli nel comportamento a seguito di cricca [69].....</i>	<i>44</i>
<i>Figura 2-I Esempio di giunzione incollata, bullonata e rivettata [9].....</i>	<i>45</i>
<i>Figura 2-II Andamento tensionale nell'intorno del foro [68].....</i>	<i>46</i>
<i>Figura 2-III Danno a seguito di foratura di FRP [64].....</i>	<i>47</i>
<i>Figura 2-IV Danneggiamento a seguito di foratura [65].....</i>	<i>48</i>
<i>Figura 2-V Resistenza del giunto al variare della tipologia di giunzione [56].....</i>	<i>49</i>
<i>Figura 2-VI Giunto a singola sovrapposizione [2].....</i>	<i>50</i>
<i>Figura 2-VII Resistenza in funzione della configurazione [58].....</i>	<i>51</i>
<i>Figura 2-VIII Condizione di carico ottimale [9].....</i>	<i>52</i>
<i>Figura 2-IX Condizioni di carico improprie [9].....</i>	<i>52</i>
<i>Figura 2-X Giunzione di testa [9].....</i>	<i>52</i>
<i>Figura 2-XI Modalità di rottura previste dalla norma ASTM D5573 [46].....</i>	<i>54</i>
<i>Figura 2-XII Adesivo in film Redux [67].....</i>	<i>58</i>
<i>Figura 2-XIII Andamento tensione di peeling ricavato dal software; rif. materiale [22;41].....</i>	<i>59</i>
<i>Figura 2-XIV Andamento tensione di taglio ricavato dal software; rif. materiale [22;41].....</i>	<i>60</i>
<i>Figura 2-XV Variazione della resistenza al variare della temperatura di prova [57].....</i>	<i>61</i>
<i>Figura 2-XVI Effetto dell'esposizione ad atmosfera calda e umida per una giunzione incollata in alluminio [66].....</i>	<i>62</i>
<i>Figura 3-I Schematizzazione del modello EBT [6].....</i>	<i>68</i>
<i>Figura 3-II Deformazione del giunto sotto carico [59].....</i>	<i>69</i>
<i>Figura 3-III Deformazione dell'adesivo legata alla deformazione dei due aderenti [59].....</i>	<i>70</i>
<i>Figura 3-IV Modello fisico del giunto secondo Zou [1].....</i>	<i>71</i>
<i>Figura 3-V Equilibrio di un tratto dx di giunto [1].....</i>	<i>71</i>
<i>Figura 3-VI Modello fisico secondo Langella [2].....</i>	<i>76</i>
<i>Figura 3-VII Schema del pannello irrigidito [1].....</i>	<i>79</i>
<i>Figura 3-VIII Schematizzazione della giunzione con una cricca di valore "a" nell'estremo sinistro [18].....</i>	<i>84</i>
<i>Figura 3-IX Rilascio di energia incrementale in funzione della lunghezza della cricca l variare dello spessore dell'adesivo; rif. materiale (Tab.3-b).....</i>	<i>87</i>
<i>Figura 4-I Sezione di overlap [1].....</i>	<i>90</i>

<i>Figura 4-II Pagina iniziale del software.....</i>	<i>94</i>
<i>Figura 5-I schema di riferimento [2].....</i>	<i>102</i>
<i>Figura 5-II Modellazione in Patran [43].....</i>	<i>103</i>
<i>Figura 5-III Focus sull'estremo sinistro del giunto modellato in Patran tramite elementi shell 2D [43].....</i>	<i>104</i>
<i>Figura 5-IV Schema di riferimento per i vincoli ed il carico [1].....</i>	<i>104</i>
<i>Figura 5-V Selezione dei nodi per i valori del FEM [43].....</i>	<i>105</i>
<i>Figura 5-VI Focus sulla zona di overlap [3].....</i>	<i>107</i>
<i>Figura 5-VII - CFRP caso uno; rif. materiale [7].....</i>	<i>112</i>
<i>Figura 5-VIII - Alluminio caso uno; rif. materiale [2].....</i>	<i>113</i>
<i>Figura 5-IX CFRP caso due; rif. materiale [7].....</i>	<i>115</i>
<i>Figura 5-X Alluminio caso due; rif. materiale [2].....</i>	<i>115</i>
<i>Figura 5-XI CFRP caso tre; rif. materiale [7].....</i>	<i>117</i>
<i>Figura 5-XII Alluminio caso tre; rif. materiale [2].....</i>	<i>118</i>
<i>Figura 5-XIII Tensione di peeling al variare di 'c'; rif. materiale [7].....</i>	<i>119</i>
<i>Figura 5-XIV Tensione di taglio al variare di 'c'; rif. materiale [7].....</i>	<i>120</i>
<i>Figura 5-XV Schema della giunzione pannello irrigidito [1].....</i>	<i>122</i>
<i>Figura 5-XVI Andamento tensionale per giunzione cf5 nel caso di aderendi in alluminio "a)" e CFRP "b)"; rif. materiale [2].....</i>	<i>124</i>
<i>Figura 5-XVII Andamento tensionale giunzione cf6 con aderendo in Alluminio; rif. materiale [2].....</i>	<i>125</i>
<i>Figura 5-XVIII Andamento tensionale giunzione cf6 con aderendo in CFRP; rif. materiale [2].....</i>	<i>125</i>
<i>Figura 5-XIX Carico di rottura Hysol EA 9514; rif. materiale [18].....</i>	<i>128</i>
<i>Figura 5-XX Carico di rottura al variare della lunghezza di overlap; rif. materiale [20].....</i>	<i>129</i>
<i>Figura 5-XXI Carico di rottura al variare della lunghezza di overlap; rif. materiale [23].....</i>	<i>132</i>
<i>Fig. A File di dati.....</i>	<i>138</i>
<i>Fig. B File del materiale.....</i>	<i>139</i>
<i>Fig. C File dell'adesivo.....</i>	<i>140</i>

Lista delle tabelle

<i>Tabella 1-a Caratteristiche meccaniche delle fibre ad uso aerospaziale [8].....</i>	<i>21</i>
<i>Tabella 1-b Confronto tra materiali classici e compositi [8]</i>	<i>24</i>
<i>Tabella 1-c Hexcel-AS4 [44]:.....</i>	<i>38</i>
<i>Tabella 2-a Materiali utilizzati per chiodatura in materiale composito</i>	<i>48</i>
<i>Tabella 2-b Confronto tra giunti incollati e meccanici [56].....</i>	<i>53</i>
<i>Tabella 2-c Caratteristiche delle principali tipologie di adesivo [35]</i>	<i>56</i>
<i>Tabella 2-d Dati di carico, geometria</i>	<i>59</i>
<i>Tabella 2-e Dati del materiale e dell'adesivo</i>	<i>59</i>
<i>Tabella 2-f Tensione massima [MPa] al variare della temperatura e del tipo di adesivo- Lap shear test [37]</i>	<i>60</i>
<i>Tabella 2-g Adesivi utilizzati in campo aerospaziale [37].....</i>	<i>63</i>
<i>Tabella 3-a Dal reale al matematico.....</i>	<i>65</i>
<i>Tabella 3-b Parametri geometrici, di carico e meccanici utilizzati per l'analisi</i>	<i>87</i>
<i>Tabella 5-a Elenco dei materiali degli aderendi utilizzati nelle prove</i>	<i>98</i>
<i>Tabella 5-b Elenco degli adesivi utilizzati nelle prove</i>	<i>98</i>
<i>Tabella 5-c Proprietà geometriche utilizzate nelle analisi.....</i>	<i>100</i>
<i>Tabella 5-d Riassunto parametri per confronto con Langella [2].....</i>	<i>101</i>
<i>Tabella 5-e Riassunto parametri per confronto con analisi agli elementi finiti.....</i>	<i>104</i>
<i>Tabella 5-f Risultati numerici dell'analisi.....</i>	<i>105</i>
<i>Tabella 5-g Riassunto parametri per confronto con Hart & Smith</i>	<i>109</i>
<i>Tabella 5-h Estratto tabella 5-c</i>	<i>111</i>
<i>Tabella 5-i Risultati caso uno.....</i>	<i>112</i>
<i>Tabella 5-j Risultati caso due.....</i>	<i>114</i>
<i>Tabella 5-k Risultati caso tre</i>	<i>116</i>
<i>Tabella 5-l Configurazione in analisi.....</i>	<i>119</i>
<i>Tabella 5-m Massimi tensionali.....</i>	<i>120</i>
<i>Tabella 5-n Parametri di carico.....</i>	<i>121</i>
<i>Tabella 5-o Riassunto dei parametri per confronto con Zou [1].....</i>	<i>122</i>
<i>Tabella 5-p Riassunto dei parametri per derivazione dell'andamento tensionale.....</i>	<i>123</i>
<i>Tabella 5-q Parametri per confronto con Castagnetti et. AL [20].....</i>	<i>127</i>
<i>Tabella 5-r Valori ricavati dall'analisi sperimentale.....</i>	<i>128</i>
<i>Tabella 5-s Parametri per confronto con Da Silva et Al. [20].....</i>	<i>129</i>
<i>Tabella 5-t Parametri per confronto con Nasa technical paper [23].....</i>	<i>131</i>
<i>Tabella 5-u Risultati sperimentali.....</i>	<i>131</i>

Introduzione

Il mondo aeronautico ed aerospaziale è in continua evoluzione, richiedendo costantemente nuovi *tools* per gestire al meglio le fasi di *design* del progetto strutturale. L'utilizzo di materiali innovativi, come i compositi, e di strutture con maggiore flessibilità di utilizzo, come le giunzioni incollate, sono i punti chiave che hanno richiesto lo sviluppo di un nuovo software e la scrittura della seguente tesi. Lo scopo della tesi è, quindi, la scrittura di un software, tramite *Python* [47], che permetta di ricavare l'andamento tensionale in giunzioni incollate di materiale composito e fornisca una stima del carico di rottura tramite un opportuno criterio di resistenza. Il principale obiettivo è poter derivare i risultati in tempi brevi, in modo da analizzare numerose geometrie e materiali per poi avere un modello di riferimento primario da utilizzare per analisi più specifiche, come, ad esempio, analisi *FEM*.

Il metodo utilizzato prevede in primis la ricerca bibliografica, volta a scegliere il modello, o i modelli più appropriati per descrivere il modello reale. Sono state scelte formulazioni chiuse per la soluzione, in particolare *Zou* [1] e *Langella* [2] sono stati selezionati tra la moltitudine di riferimenti presenti in letteratura. In seguito, sono state scritte le opportune *function*, valutando volta per volta la correttezza degli output. Una volta derivato l'andamento tensionale corretto è stato implementato il modello di rottura esposto in *Weißgraeber* [18] come *failure criteria*. Infine, è stata programmata l'interfaccia grafica per rendere il software *user – friendly*. L'ambiente di sviluppo utilizzato è *Python* [47], con il principale ausilio di due librerie, una per il calcolo numerico, *Numpy* [49], e l'altra per la programmazione dell'interfaccia grafica, *Tkinter*[48].

La trattazione si suddivide in sei capitoli, ognuno dei quali tratta uno specifico argomento:

1. *I compositi;*
2. *Le giunzioni;*
3. *Soluzioni analitiche e criteri di rottura implementati;*
4. *Scrittura del codice ed interfaccia grafica del software;*
5. *Risultati;*
6. *Conclusioni;*

I primi due capitoli hanno un'impronta maggiormente teorica. Il primo riguarda i compositi, nel particolare: fibra e matrice, lamine, laminato e modello matematico per la loro caratterizzazione meccanica. Sono presenti degli specifici paragrafi per la parte legata ai modi di rottura ed ai criteri di resistenza con cenni anche sulla certificazione delle strutture.

Il secondo capitolo invece riguarda le giunzioni; vengono prima caratterizzate brevemente le bullonature, per poi incentrarsi sulle giunzioni incollate, alla base della tesi. Vengono elencate le varie tipologie di incollaggi esistenti, definendo la configurazione più appropriata in base all'applicazione e allo spessore degli aderenti. In seguito, è presente una sezione apposita per i modi di rottura, che sono alla base della scelta di un apposito criterio di resistenza. Gli adesivi sono trattati per ultimi, passando in rassegna tutti gli aspetti principali per la scelta della colla, come: tipologia, formato, resistenza ai carichi e perdita di prestazione al variare delle condizioni

ambientali. Queste prime nozioni introduttive sono necessarie per comprendere le teorie analizzate nel seguito e i risultati raggiunti.

I capitoli tre e cinque trattano rispettivamente questi argomenti: analisi teorica con la derivazione delle equazioni e presentazione dei risultati. Il capitolo tre passa in rassegna i modelli scelti in precedenza, elencando i passaggi che hanno portato alla definizione del modello matematico a partire dal modello reale del giunto, tramite il passaggio intermedio di scelta del modello fisico. Questo è stato eseguito sia per l'andamento tensionale, che per il criterio di resistenza. In primis si espone il comportamento cinematico del laminato, per poi concentrarsi sui due modelli descrittivi della giunzione: *Zou* [1] e *Langella* [2]. L'ultimo paragrafo tratta il criterio di resistenza scelto, selezionato in base alle tensioni presenti nell'overlap: *Weißgraeber* [18]. Il criterio unisce sia un criterio tensionale che energetico. Per comprendere se le ipotesi scelte fossero adeguate e realistiche sono stati confrontati i valori di output, ricavati a partire dai modelli implementati, con valori derivanti da differenti metodologie: numeriche, analitiche e sperimentali. In particolare, sono stati confrontati i valori ricavati da *Zou* [1] e *Langella* [2] sia numericamente, con *Nastran* [42], che analiticamente, con *Hart & Smith* [3]. Quest'ultima trattazione utilizza un differente approccio nella derivazione del modello matematico del giunto. I dati sperimentali presi da: *Castagnetti et. Al* [20], *Da Silva et. Al* e [21] *Nasa Technical Paper* [23], sono impiegati come comparazione con i risultati tratti dal criterio di resistenza implementato.

La descrizione del software è trattata nel capitolo quattro. Questa sezione è necessaria per comprendere come si muovono i dati all'interno delle varie *function* e per supportare già da ora eventuali aggiornamenti futuri. Sono descritti i sette file che compongono il programma e il flusso dei dati tra i vari *script*.

Le conclusioni, con i possibili miglioramenti futuri, sono espone nell'ultimo capitolo, di carattere descrittivo. È necessario comprendere i punti di forza e le carenze del *tool* per aver presente le basi da cui sviluppare un'eventuale nuova versione.

In ultima istanza è presente un'appendice, *Appendice A*, che descrive in maniera più approfondita i file di input che sono necessari per il funzionamento del programma.

Nel complesso è stato raggiunto un buon risultato, che permetterà di ridurre notevolmente le tempistiche di analisi durante la fase di design primario. Infatti, è possibile valutare un ampio numero di geometrie, carichi e materiali senza dover ricorrere, almeno nella fase di definizione primaria, ad analisi numeriche o iterative con tempi di gran lunga superiori.

Capitolo 1 : I compositi

Il primo capitolo passa in rassegna lo stato dell'arte sui materiali compositi, tramite una prima breve introduzione sui compositi, seguita da due paragrafi incentrati sulla matrice e sul rinforzo, trattati prima separatamente, poi come lamine unidirezionali. Verrà poi spiegato il passaggio da lamina a laminato e la teoria utilizzata per descrivere il comportamento meccanico; saranno poi analizzati i modi di rottura tipici e i criteri di resistenza. L'ultimo paragrafo riguarderà un breve excursus sulle certificazioni per i materiali compositi portando anche due esempi di strutture reali.

1.1 Materiali compositi

La classificazione dei materiali è solitamente basata su tre grandi categorie: metalli, ceramiche e plastiche, ognuna contraddistinta da proprietà chimico-fisico differenti. I compositi si svincolano da questa caratterizzazione essendo costituiti da due o più fasi, con proprietà fisiche eterogenee, che unite tra loro portano ad un materiale finale dalle elevate proprietà in campo strutturale, in primis, ma anche elettrico, tribologico, termico ed ambientale.

Le prime tracce di composizione di materiali differenti tra loro risale ai tempi degli antichi egizi, infatti i mattoni, costituiti da paglia e fango, erano un tipico esempio di materiale composito, come citato nel testo Biblico dell'esodo.

La definizione più comune utilizzata per i materiali compositi fa riferimento all'unione di due costituenti: una matrice, primo costituente, e rinforzo, secondo costituente. La matrice deve garantire la coesione, la protezione e la redistribuzione del carico al rinforzo che, con le sue ottime proprietà strutturali, assorbe la maggior parte dello sforzo applicato. La grande ricerca che ha riguardato questi materiali ha portato ad enormi sviluppi, con la conseguente creazione di componenti con caratteristiche molto elevate.

Esistono differenti tipologie di matrice, denominate in base al materiale principale di cui sono costituite:

- Ceramica: *CMC ceramic matrix composites*;
- Metallica: *MMC metallic matrix composites*;
- Polimerica: *PMC polymer matrix composites*; le matrici polimeriche si distinguono in matrici termoindurenti, ampiamente utilizzata in campo aeronautico, e termoplastiche. La principale differenza tra le due è che le prime, dopo la polimerizzazione, non possono essere ulteriormente trasformate, mentre le seconde se riscaldate tornano lavorabili.

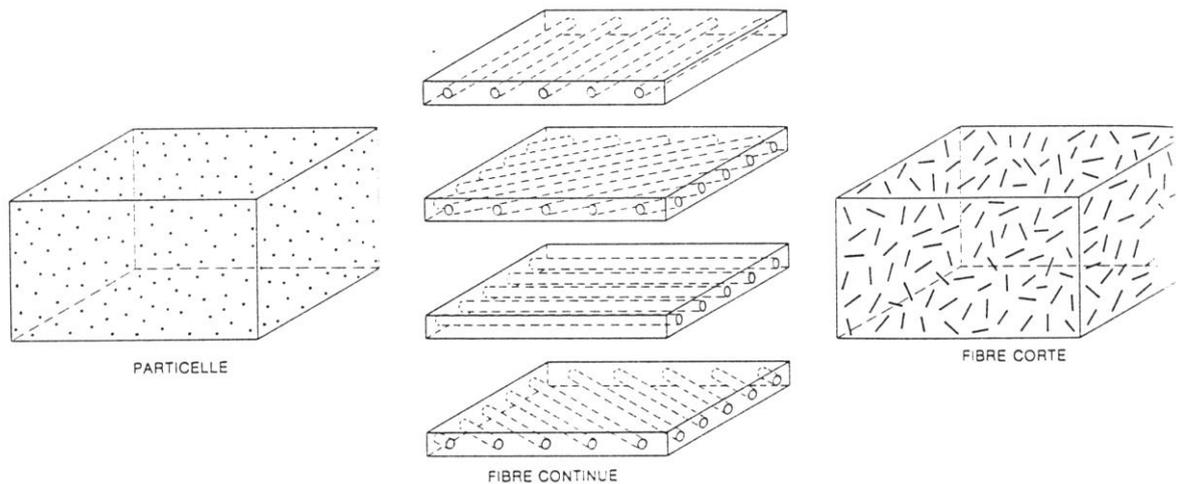


Figura 1-1 Tipologia di rinforzo per materiali compositi [50]

Il rinforzo può essere sotto forma di:

- Particelle o polveri;
- Microfibre;
- Fibre discontinue o continue;

L'efficacia del composito si basa sul processo produttivo in particolare sull'adesione tra fibra e matrice. Un'ampia superficie di scambio permette un migliore contatto tra i due componenti, infatti i compositi a fibre lunghe, su matrice polimerica, hanno avuto un maggiore successo soprattutto in campo aeronautico dove sono richieste elevate proprietà meccanico-strutturali.

1.1.1 Matrice

Le matrici polimeriche sono maggiormente utilizzate in campo aerospaziale, e si raggruppano in:

1. Poli – estere
2. Vinil – estere
3. Epossidiche
4. Bismale – immidiche
5. Poli – immidiche
6. Fenoliche

Le prime due, *poli-estere* e *vinil-estere*, non presentano proprietà meccaniche appropriate per un uso tipicamente aerospaziale; soffrendo di *shrinkage*¹ non garantiscono la stabilità dimensionale del componente. Le *resine epossidiche* hanno avuto ampio sviluppo ed utilizzo grazie alla migliore

¹ Fenomeno legato alla contrazione della matrice durante la polimerizzazione che causa stress e quindi deformazioni all'interno del composito.

resistenza agli agenti esterni e alla degradazione, causata dall'assorbimento di acqua, con una buona adesione alla fibra. Presentano migliori caratteristiche meccaniche:

- a) $E = 2.8 - 4.2 \text{ GPa}$;
- b) Densità $\rho = 1.2 - 1.3 \left[\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} \right]$;
- c) Resistenza a trazione: $55 - 130 \text{ (MPa)}$;

La *bismale – immidica*, derivata della epossidica, è solitamente impiegata quando sono richieste prestazioni non raggiungibili con le altre resine; infatti, essendo caratterizzate da una struttura più legata, permettono un impiego fino a temperature di $230 \text{ }^\circ\text{C}$, rispetto ai $150 \text{ }^\circ\text{C}$ delle epossidiche, ed hanno migliori caratteristiche meccaniche. Per temperature di impiego ancora superiori, si possono utilizzare matrici *poli – immidiche* che permettono un utilizzo fino a temperature massime di $315 \text{ }^\circ\text{C}$. Chiaramente all'aumentare delle prestazioni il costo sale di conseguenza, a partire da $1 - 2 \text{ } \$/\text{kg}$ delle *poli – estere*, $3 - 15 \text{ } \$/\text{kg}$ delle epossidiche, $50 \text{ } \$/\text{kg}$ delle *bismale – immidiche*.

1.1.2 Rinforzo

Il rinforzo, in ambito aerospaziale, vede principalmente l'utilizzo di carbonio, prevalente sulle altre tipologie di fibre quali: vetro, aramidica (*kevlar*), boro e carburo di silicio. La scelta della tipologia di fibra si basa sulle proprietà sia di tipo meccanico che chimico, infatti accanto alla resistenza, rigidità ed allungamento a rottura, parametri prettamente meccanico-strutturali, legati anche alle condizioni atmosferiche come umidità e temperatura, si devono considerare altre caratteristiche come costo, processo produttivo e coefficiente di dilatazione termica.

Le *fibre di carbonio*, pur presentando la migliore combinazione tra elevata resistenza e modulo, hanno un basso allungamento a rottura, sintomo di un comportamento fragile. Inoltre, la stessa fibra può, a partire dalla scelta della temperatura di carbonizzazione, presentare elevata resistenza, elevato modulo o proprietà intermedie tra i due estremi.

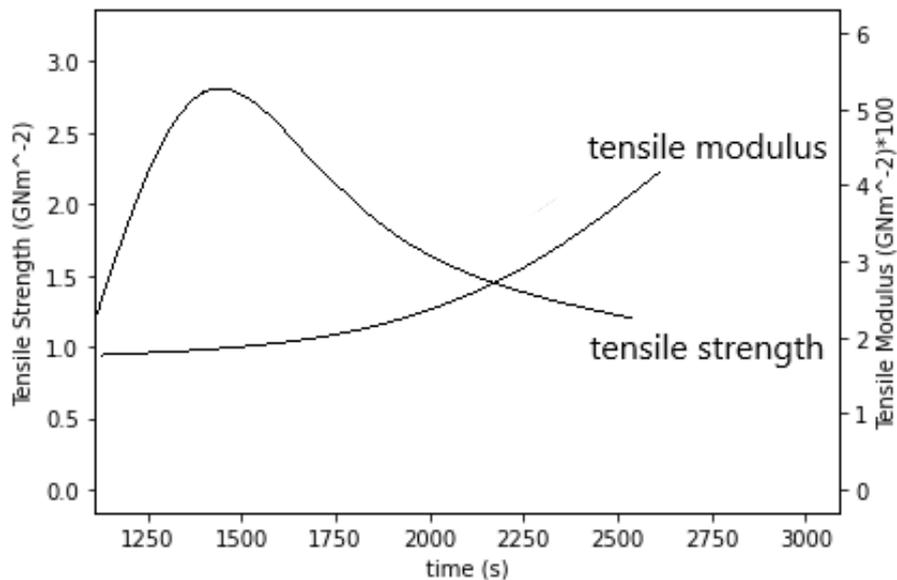


Figura 1-Il Andamento della resistenza a trazione e del modulo elastico al variare della temperatura di carbonizzazione[8]

Esistono cinque differenti tipologie di fibra di carbonio, contraddistinte da diverse sigle:

- *HS: high strength;*
- *VHS: very high strength;*
- *IM: intermediate strength;*
- *HM: high modulus;*
- *UHM: ultra – high modulus;*

La scelta dipende dal tipo di applicazione in cui deve essere impiegata.

In letteratura il carbonio prende anche il nome di grafite quando la fibra risultante viene trattata ad elevate temperature, ovvero per temperatura di carbonizzazione elevata, con associato un elevato valore del modulo elastico.

Le *fibre aramidiche* hanno un'ottima combinazione tra resistenza e rigidità con anche un buon allungamento a rottura, a fronte di un pessimo comportamento a compressione e di un elevato assorbimento di H_2O . Nota positiva è l'auto-estinzione, ovvero un'ottima resistenza alla fiamma.

Le *fibre di boro* erano state scelte inizialmente come rinforzo per i primi compositi, perché il Boro è il quinto elemento della tavola periodica, quindi più leggero rispetto agli altri, ed è inoltre il primo metallo utilizzabile dopo il Berillio che risulta essere tossico e fragile, quindi inutilizzabile. La sua elevata fragilità e durezza lo rendono difficilmente lavorabile, con un processo di produzione molto lento (150 m\h).

Le *fibre di vetro* esistono di due differenti tipologie: *S – glass* o *R – glass* e *E – glass*, le prime due indicano fibre ad alta resistenza o alto modulo (*R = resistance* e *S = strength*), mentre le *E – glass*

sono utilizzate in ambito elettrico. La velocità di produzione elevata (200 – 400 m\|s) permette di abbattere i costi di produzione rispetto alle fibre di boro.

Tabella 1-a Caratteristiche meccaniche delle fibre ad uso aerospaziale [8]

Rinforzo	Densità $\left[\frac{kg}{dm^3}\right]$	Modulo elastico [Gpa]	Deformazione a rottura	Resistenza a trazione [MPa]
CARBONIO				
High Strength	1.75	240	2.78	5500
High Modulus	1.80	390	0.9	1860
ARAMIDICA				
Kevlar 29	1.44	83	4.0	3600
Kevlar 49	1.44	131	2.8	3600 – 4100
Kevlar 149	1.44	186	2.0	3400
S – glass	2.6	85.5	3.0	4500
Boro	2,36	379		3450

Vengono riportati di seguito gli indici prestazionali² di resistenza e rigidezza specifica delle fibre per uso aerospaziale.

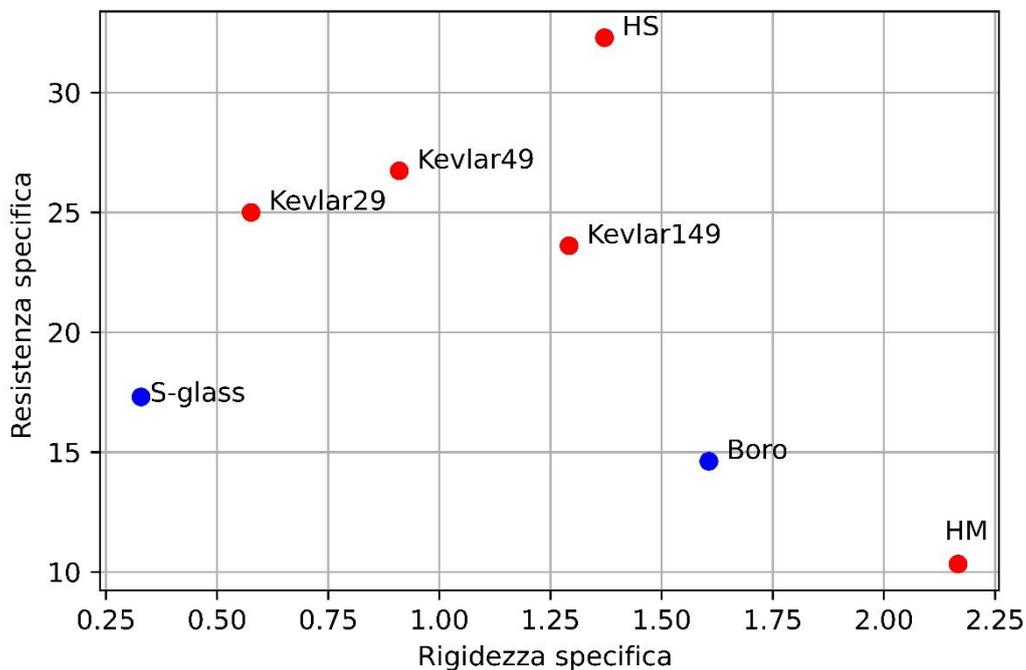


Figura 1-III Indici prestazionali delle fibre ad uso aerospaziale; rif. materiale [8]

² Gli indici indicano il rapporto tra modulo elastico [GPa] e tensione di rottura [MPa] rispetto alla densità $\left[\frac{kg}{dm^3}\right]$. I risultati sono scalati di un fattore 100 per migliorare la lettura.

1.2 Lamine unidirezionali

In campo aerospaziale vengono utilizzate lamine unidirezionali, ovvero fibre disposte parallelamente tra loro lungo lo stesso asse che, messe in sequenza una sopra l'altra, variandone l'orientamento, vanno a comporre la struttura finale. La lamina è uno strato sottile 0.1 – 0.25 [mm] di matrice più rinforzo unidirezionale (UD) dall'elevata resistenza nella direzione della fibra, che si trova in uno stadio di polimerizzazione³ intermedio, a cui segue un riscaldamento, *hot melt*, per facilitarne la lavorazione.



Figura 1-IV Lamina unidirezionale [52]

La scelta tra le possibili combinazioni tra fibra e matrice dipende dalle proprietà richieste, come ad esempio: resistenza, rigidità, temperatura di applicazione, tipologia di carico applicato. In generale le fibre hanno un'elevata resistenza e rigidità a fronte però di un comportamento abbastanza fragile, mentre la matrice ha un comportamento più duttile che unito alla sua bassa rigidità porta ad un composito con proprietà intermedie rispetto ai due costituenti iniziali.

³ La polimerizzazione è il processo chimico mediante il quale si ottiene una catena polimerica, struttura più complessa costituita da molte parti uguali che si ripetono in sequenza, a partire da molecole più semplici (monomeri).

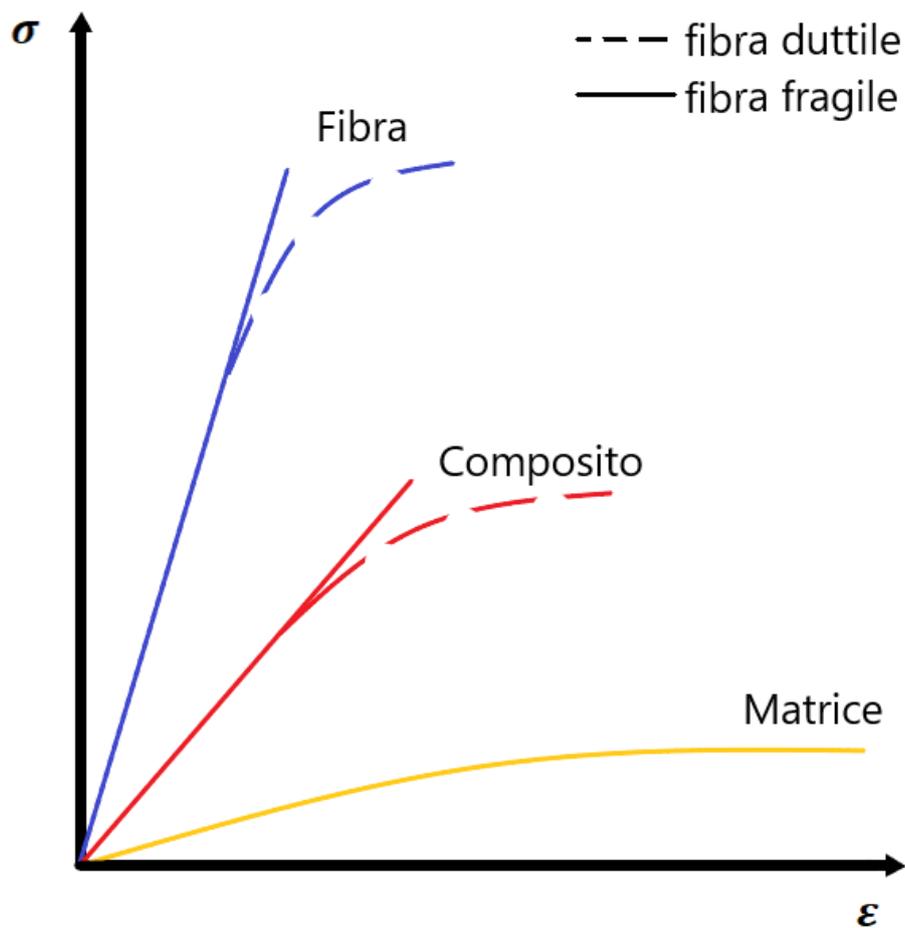


Figura 1-V Grafico sforzo-deformazione di due tipologie di fibre, due tipologie di compositi e una matrice [51]

L'utilizzo dei compositi si è ampiamente sviluppato negli anni rispetto ai classici materiali di impiego aeronautico come leghe di Alluminio, leghe Ferro-Carbonio e leghe di Titanio, grazie alle elevate caratteristiche strutturali unite al peso complessivamente ridotto.

Tabella 1-b Confronto tra materiali classici e compositi [8]⁴

<i>Materiale</i>	<i>Densità</i> [g/cm ³]	<i>Modulo elastico E</i> [GPa]	σ_{tu} [Mpa]
COMPOSITI			
<i>Aramidica – Epossidica</i>	1.45	62	1600 σ_{cu} : 250 – 280
<i>Boro – Epossidica</i>	2.10	240	1800 σ_{cu} : 2000 – 2200
<i>Vetro/Epossidica</i>	2.0 – 2.1	50	2200
<i>Carbonio – Epossidica:</i>			
<i>Ultra High Modulus</i>	1.80	500	1300
<i>High Modulus</i>	1.65	240	1500
<i>Very High Strength</i>	1.65	150	2200
<i>High Strength</i>	1.60	150	1500
MATERIALI CLASSICI			
<i>Acciaio</i>	7.80	210	1100
<i>Ti – 6Al – 4V</i>	4.50	105	1100 – 1150
<i>Leghe di alluminio:</i>			
<i>Al – 2024 – T3</i>	2.78	73	450
<i>Al – 7075 – T3</i>	2.78	73	600 – 620

Vengono riportati di seguito gli indici prestazionali resistenza specifica e rigidezza specifica, caratterizzanti le due classi di materiale: classiche leghe di uso aerospaziale e compositi.

⁴ I compositi sono UD, con percentuali di fibra in volume del 60%, tranne che per la fibra aramidica che ha una percentuale del 50%.

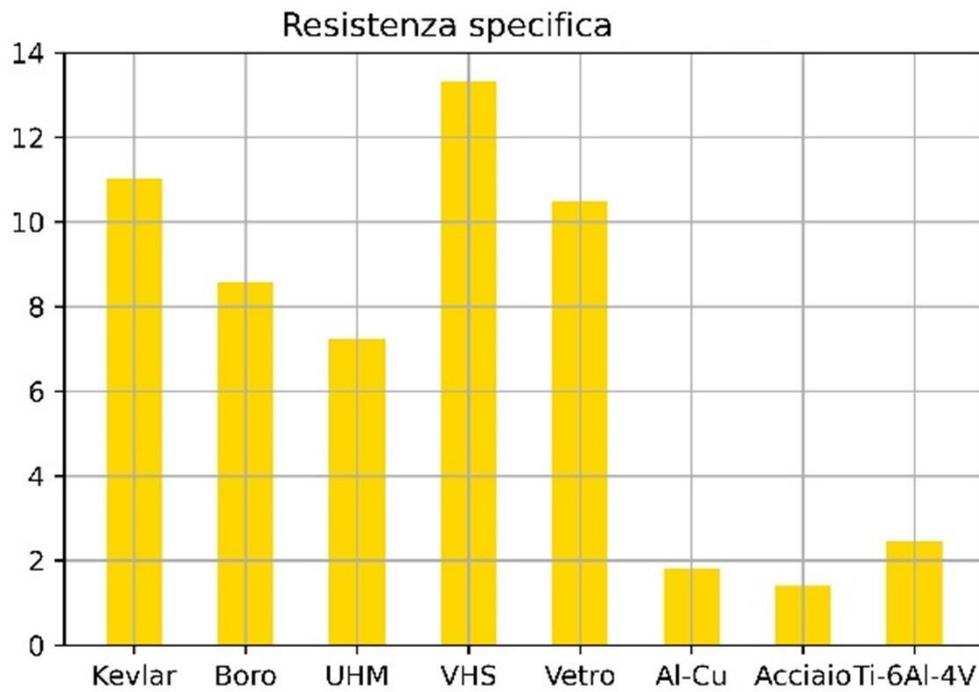


Figura 1-VI Resistenza specifica dei materiali per costruzioni aeronautiche; rif. materiali [8]

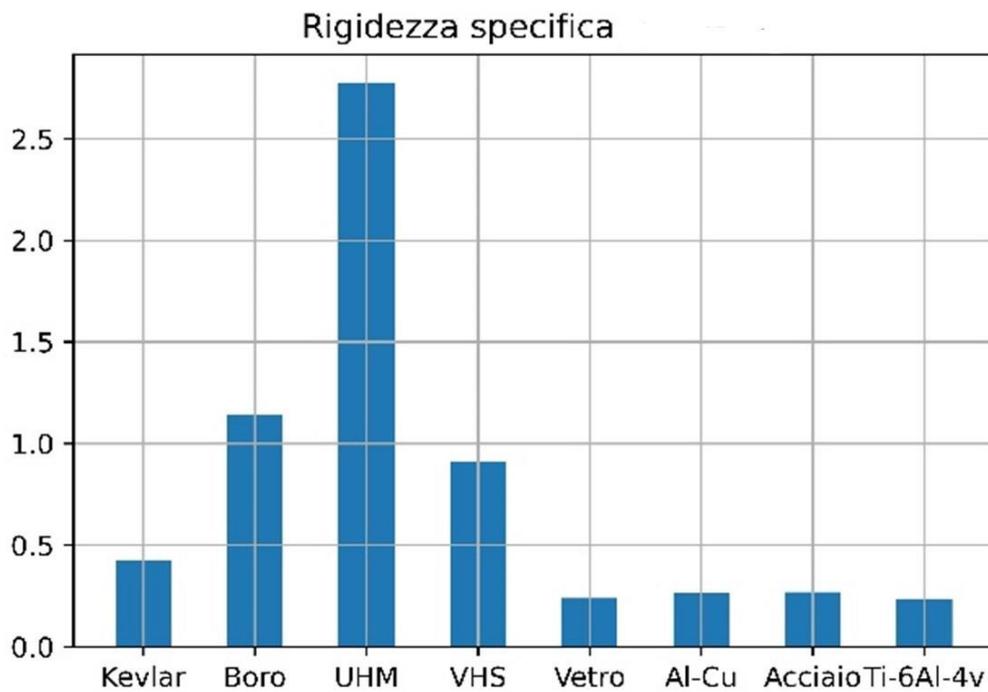


Figura 1-VII Rigidezza specifica dei materiali per costruzioni aeronautiche; rif. materiali [8]

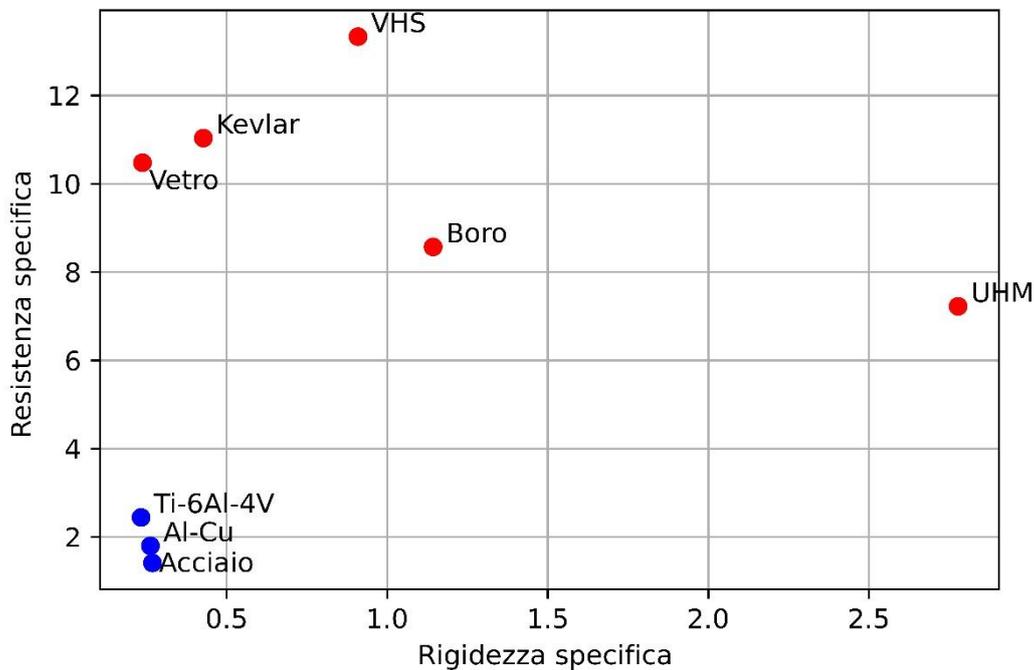


Figura 1-VIII Indici prestazionali dei materiali per costruzioni aeronautiche; rif. materiali [8]

Si può notare come i compositi abbiano prestazioni migliori in tutti gli ambiti di confronto rispetto ai classici materiali. Bisogna però considerare che le proprietà meccaniche esposte sono specifiche di una ben precisa direzione nel piano; infatti, il comportamento del composito non è isotropo, ma ortotropo. Questo implica che le proprietà dipendano dalla direzione che si sta considerando nel riferimento ortogonale della lamina. Questo impone una certa arbitrarietà nella scelta della laminazione, potendo così scegliere la distribuzione delle rigidezze.

È presente, per alcuni di essi, una certa anisotropia tra il comportamento in trazione e compressione. La fibra aramidica ne è un esempio, infatti ha caratteristiche a trazione che non hanno niente da invidiare ai classici materiali, ma risente della linearità dei legami, che tendono ad andare in instabilità, con conseguente basso carico ultimo in compressione. Oltre a questi aspetti bisogna tener conto che le temperature di impiego sono solitamente non molto elevate; considerando le sole matrici si ha:

- *Matrice epossidica*, temperatura di impiego fino a 150 °C;
- *Matrice bismaleimidica*, con applicazioni fino a 230 °C;
- *Matrice poli – immidica*, temperatura massima di 315 °C;

Nei compositi essendo presenti due fasi, queste hanno proprietà che dipendono anche dal rapporto percentuale di fibra in volume, che indica il rapporto tra il volume delle fibre rispetto al volume complessivo, quindi variabile in un intervallo tra 0 e 1:

$$0 < V_f < 1$$

Riassumendo si ha:

- *Aramid – Epoxy (Kevlar)*:
 - Vantaggi: buona resistenza ad impatto, densità molto bassa (la più bassa in assoluto), elevata resistenza specifica;
 - Svantaggi: elevato assorbimento di acqua, *outgassing*⁵, pessima resistenza a compressione e *CTE* negativo;

- *Carbon/epoxy*:
 - Vantaggi: elevatissima resistenza specifica, elevata rigidità specifica, *CTE* molto basso ($-0.3: -0.7 * 10^{-6} K^{-1}$)
 - Svantaggi: *outgassing* e assorbimento di H_2O (della sola matrice);

- *Graphite/epoxy*:
 - Vantaggi: elevatissimo modulo specifico, elevata resistenza specifica, *CTE* basso e buona conducibilità termica;
 - Svantaggi: resistenza a compressione peggiore che a trazione, fragilità del materiale, *outgassing* e assorbimento di H_2O (della sola matrice);

- *Glass/epoxy*:
 - Vantaggi: bassa conducibilità elettrica, buone proprietà meccaniche;
 - Svantaggi: densità più elevata rispetto alle altre soluzioni;

Rispetto a questi ultimi, in campo aeronautico e spaziale sono anche utilizzati compositi a matrice metallica *MMC*, con matrici in leghe leggere (*Al, Mg, Ti*) o leghe per applicazioni particolari (*Cu*, superleghe, intermetallici) con rinforzi in materiale ceramico (*SiC – Al*, ovvero fibre di carburo di Silicio in matrice metallica). Chiaramente bisogna tener conto di alcuni aspetti importanti nella scelta dei due costituenti:

⁵ L'*outgassing* è il rilascio di gas quando il materiale è esposto a calore o al vuoto spinto; tipico nei compositi, causa vuoti interni e crepe.

- La matrice deve ben bagnare le fibre (è necessaria una pressione o un trattamento superficiale);
- *CTE* non troppo differenti;

Il vantaggio principe di queste soluzioni è quello di poter raggiungere temperature elevate, potendo quindi sostituire la matrice di *Al* con *Ti*. Il composito *SiC – Al* ha il vantaggio di essere isotropico con rigidità e resistenza fino al 50% superiori a quelle delle classiche leghe di alluminio, tutto ciò a fronte di svantaggi come una difficile saldabilità e lavorabilità. Infine, per applicazioni a temperature estremamente elevate è possibile sostituire la matrice metallica con una matrice ceramica (*CMC*) oppure con una matrice di carbonio ($T > 2000\text{ }^{\circ}\text{C}$), con un costo però più elevato.

1.3 Laminato

Il laminato è un insieme di lamine unidirezionali o fabric, sovrapposte una sull'altra disposte con angolazioni differenti.



Figura 1-IX Lamina e laminato [52]

La progettazione di un laminato è solitamente orientata verso componenti di tipo simmetrico e/o bilanciato. La simmetria richiede che per ogni *ply* orientato con un certo angolo θ a distanza ' z ' dal piano medio sia presente, a ' $-z$ ', uno strato orientato a θ ; mentre il bilanciamento prevede che per ogni *ply* con rinforzi orientati con θ ci sia uno strato con rinforzi lungo $-\theta$.

-45
-45
0
0
0
0
-45
-45

a) $[-45_2/0_2]_s$
Laminato simmetrico

-45
-45
-30
30
90
90
45
45

b) $[45_2/90_2/30/-30/-45_2]$
Laminato bilanciato

Figura 1-X Esempio di laminato simmetrico e laminato bilanciato [70]

Oltre questa tipica tipologia di laminazione ne esistono altre ampiamente utilizzate [61]:

- *Cross – ply*: le fibre sono disposte solo a 0° e 90° . Possono essere simmetrici o non simmetrici; non c'è distinzione tra $+/-0^\circ$ e $+/-90^\circ$, quindi sono bilanciati.
- *Angle – ply*: consiste in *ply* solo nelle direzioni a $+\theta$ e $-\theta$. I laminati *angle – ply* possono essere sia simmetrici che non simmetrici e sia bilanciati che non bilanciati.
- $\pi/4$: questo laminato consiste in *plies* disposti solo lungo le direzioni $0, 45, 90$ e -45 . Il numero di strati in ogni direzione è lo stesso; quindi, si ha sempre un laminato bilanciato, ed inoltre simmetrico.

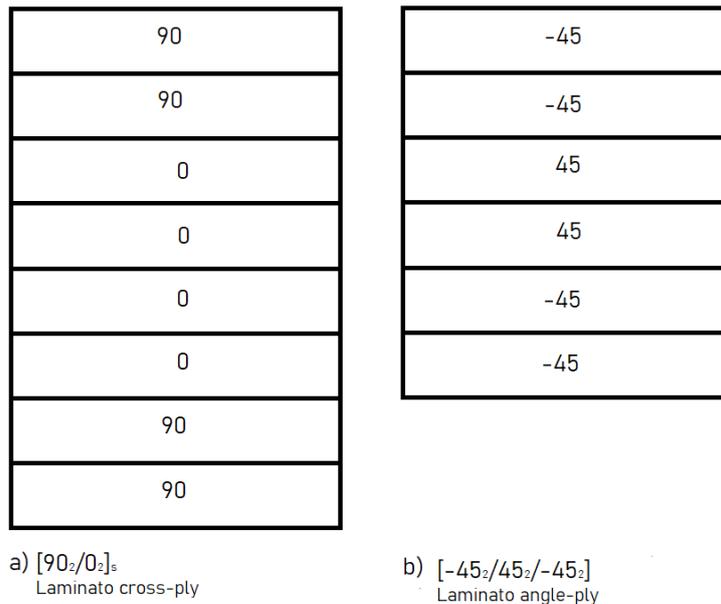


Figura 1-XI Esempio di laminato cross-ply e laminato angle-ply [70]

A partire dalle varie lamine ed a seguito della stratificazione, che può essere manuale o automatica, viene prodotto il laminato finale. Terminata questa fase segue la polimerizzazione che può essere eseguita in autoclave o in forno. L'autoclave produce un prodotto finale dalle elevate proprietà, poiché alle elevate temperature si applica anche una alta pressione, con un costo maggiore rispetto al caso di utilizzo del forno. Le temperature raggiunte sono tra i $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ e i $180\text{ }^{\circ}\text{C}$ con pressioni fino a $5 - 6\text{ atm}$ per i laminati solidi e fino a 3 atm per i laminati sandwich. Sia nel caso di utilizzo del forno che processo con autoclave, c'è sempre la necessità di utilizzare un sacco a vuoto, utilizzato per applicare la pressione. L'elevata qualità richiesta ai componenti aerospaziali comporta l'utilizzo quasi esclusivo dell'autoclave con sacco a vuoto. I vantaggi di un *pre-impregnato* (*pre-preg*) sono molteplici: semplicità di utilizzo, basso numero di vuoti, controllo dello spessore e della percentuale di fibra in volume. Particolare attenzione deve essere posta sulla conservazione, che prevede lo stoccaggio a temperatura ambiente per un tempo massimo di due mesi, oppure a temperatura controllata di $-18\text{ }^{\circ}\text{C}$ fino ad un massimo di due anni.

1.4 Macromeccanica del laminato

Gli enormi vantaggi che hanno i compositi, rispetto ai classici materiali di impiego aerospaziale, ha fornito un importante slancio nel mondo della ricerca, per sviluppare modelli e teorie, che possano predire il comportamento nelle condizioni operative e i modi di rottura del componente.

Le particolari caratteristiche meccaniche del composito impongono che non possa essere modellato tramite le classiche ipotesi di materiale isotropo; infatti, il comportamento è fortemente influenzato dalla laminazione e quindi in generale dipende dalla direzione considerata rispetto ad un riferimento ortogonale.

Considerando l'immagine seguente andiamo a definire le tre direzioni caratteristiche:

1. Asse 1 allineato lungo la fibra;
2. Asse 2 direzione perpendicolare alla fibra;
3. Asse 3 direzione fuori dal piano, perpendicolare alle precedenti, in modo da formare una terna destrorsa.

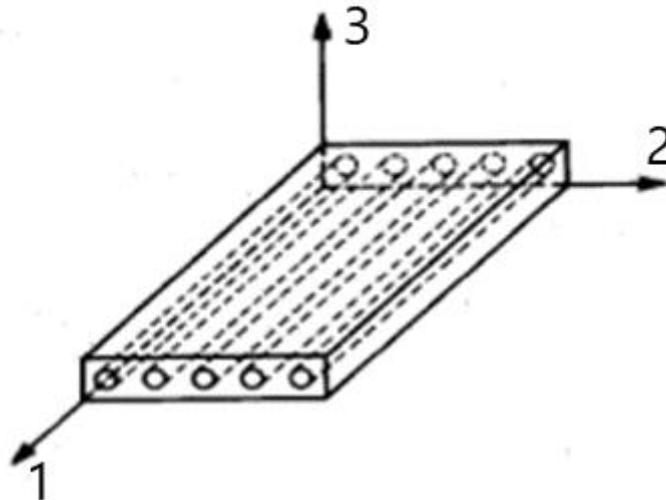


Figura 1-XII Sistema di riferimento lamina [53]

In generale il legame tra le componenti di stress e di deformazione segue, nel riferimento materiale⁶, la seguente legge:

$$\{\sigma_m\} = [C] * \{\varepsilon_m\}$$

Equazione
1.1

⁶ Il riferimento materiale è il riferimento con asse 1 lungo la fibra, asse 2 perpendicolare alla fibra e asse 3 fuori dal piano. Si introduce il rif. Materiale nel caso dei laminati, poiché ognuno di essi ha un'orientazione differente rispetto ai vari *ply* costituenti il materiale.

esplicitando i vari termini si ha:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Equazione} \\ 1.2 \end{array}$$

Rispetto ai 36 elementi della matrice $[C]$ completa, valida per i materiali anisotropi, sono presenti solo 12 valori, di cui 9 differenti tra loro, in seguito all'ipotesi di materiale ortotropo, per cui esistono tre piani di simmetrie mutuamente perpendicolari rispetto all'allineamento delle fibre.

A partire dal legame nel riferimento materiale si definisce il legame nel riferimento struttura, con la conseguente definizione della matrice di rigidità $[Q]$ che caratterizza il comportamento dell'intero laminato e il legame tra le componenti di stress e deformazione nel riferimento struttura.

$$\{\sigma_s\} = [Q] * \{\epsilon_s\} \quad \begin{array}{l} \text{Equazione} \\ 1.3 \end{array}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & 0 & 0 & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{23} & 0 & 0 & Q_{26} \\ Q_{13} & Q_{23} & Q_{33} & 0 & 0 & Q_{36} \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & Q_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{45} & Q_{55} & 0 \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{36} & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Equazione} \\ 1.4 \end{array}$$

Chiaramente le tipiche strutture aerospaziali bidimensionali hanno la particolarità di avere due dimensioni predominanti rispetto alle altre, in sostanza la struttura è una piastra sottile modellizzabile come elemento $2D$. La teoria che è stata scelta per lo studio dei laminati va sotto il nome di *Classic lamination theory (CLT)*, che rispetta le ipotesi della *teoria di Kirchoff*, ovvero che i segmenti di spessore rimangono, a deformazione avvenuta:

1. perpendicolari alla linea media
2. rettilinei
3. della stessa lunghezza

È possibile applicare l'ipotesi di *plane – stress*⁷, quindi il legame tra stress e deformazione è:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{Equazione 1.5}$$

Dove la matrice $[\bar{Q}]$ è la matrice delle rigidezze ridotte trasformate, che si può facilmente ricavare dai testi in letteratura⁸; i parametri indipendenti si riducono a tre con le ipotesi sopra: E_1, E_2 e ν_{12} , da cui si ricava ν_{21} a partire dalle altre tre grandezze:

$$\nu_{21} = \frac{E_2}{E_1} * \nu_{12} \quad \text{Equazione 1.6}$$

A partire dalle ipotesi di *Kirchoff* è possibile definire il modello cinematico del laminato, da cui derivare le equazioni costitutive:

$$\begin{Bmatrix} \{N\} \\ \{M\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\varepsilon\} \\ \{k\} \end{Bmatrix} \quad \text{Equazione 1.7}$$

⁷ Le tensioni taglianti fuori dal piano τ_{xz} e τ_{yz} sono trascurabili come anche la σ_{zz} , rispetto alle altre tre componenti.

⁸ Le rigidezze ridotte trasformate \bar{Q}_{ij} , ora trattate, sono simbolicamente uguali, ma sostanzialmente differenti dai coefficienti dell'equazione (Eq.1.4), infatti le rigidezze ridotte trasformate derivano dalle rigidezze trasformate (nel senso di ruotate dal riferimento materiale a struttura).

Con:

$[A] = \langle [Q] \rangle$ matrice di rigidezza membranale

Equazione

$[B] = \langle z[Q] \rangle$ matrice di accoppiamento

1.8

$[D] = \langle z^2[Q] \rangle$ matrice di rigidezza flessionale

Avendo indicato $\langle \dots \rangle = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \dots dz$

Mentre $\{N\}$ e $\{M\}$ sono le risultanti e momenti risultanti delle tensioni, definiti come carichi per unità di lunghezza ovvero: $\left[\frac{N}{mm} \right]$ e $[N]$.

1.5 Modi di rottura e criteri di resistenza

I compositi hanno un comportamento fragile fino a rottura, ciò implica che, a differenza dei materiali duttili, abbiano un cedimento di schianto senza presenza di deformazioni evidenti. Per definire quindi un apposito criterio di resistenza è necessario conoscere il comportamento del laminato e i modi di rottura tipici, riassunti di seguito:

- Rottura delle fibre;
- Microfrattura nella matrice;
- Delaminazione;
- Debonding: separazione fibra-matrice;

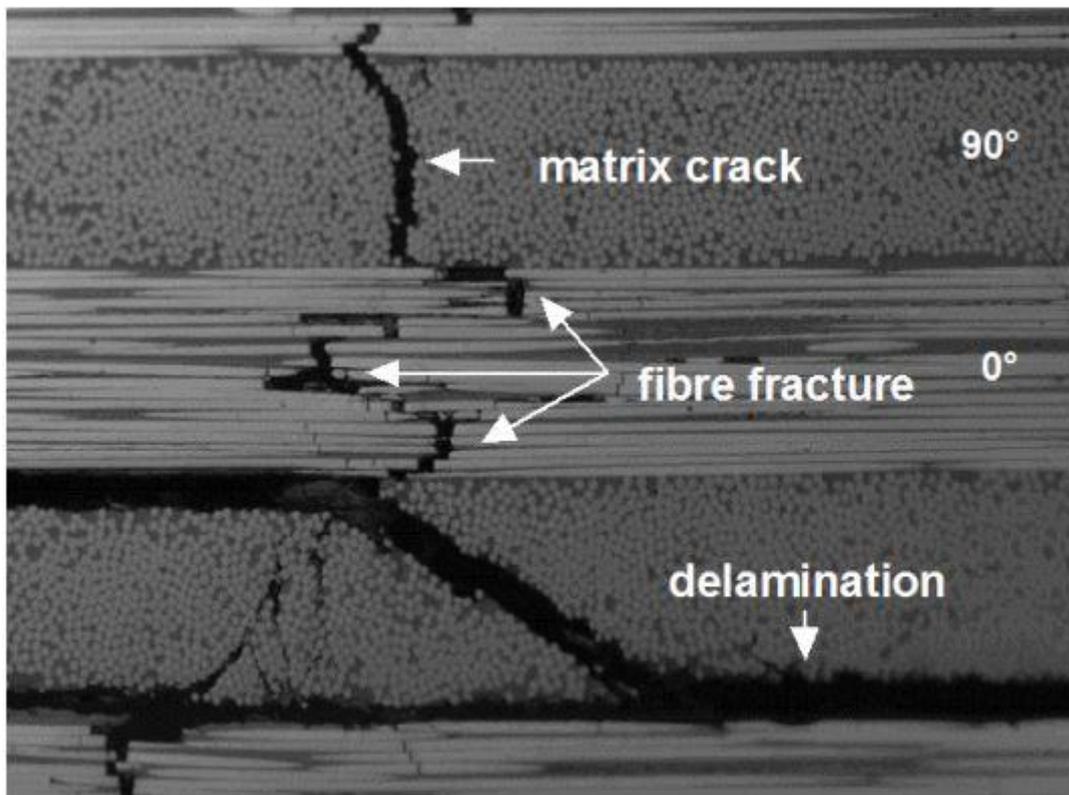


Figura 1-XIII Delaminazione, rottura della fibra e crack nella matrice [62]

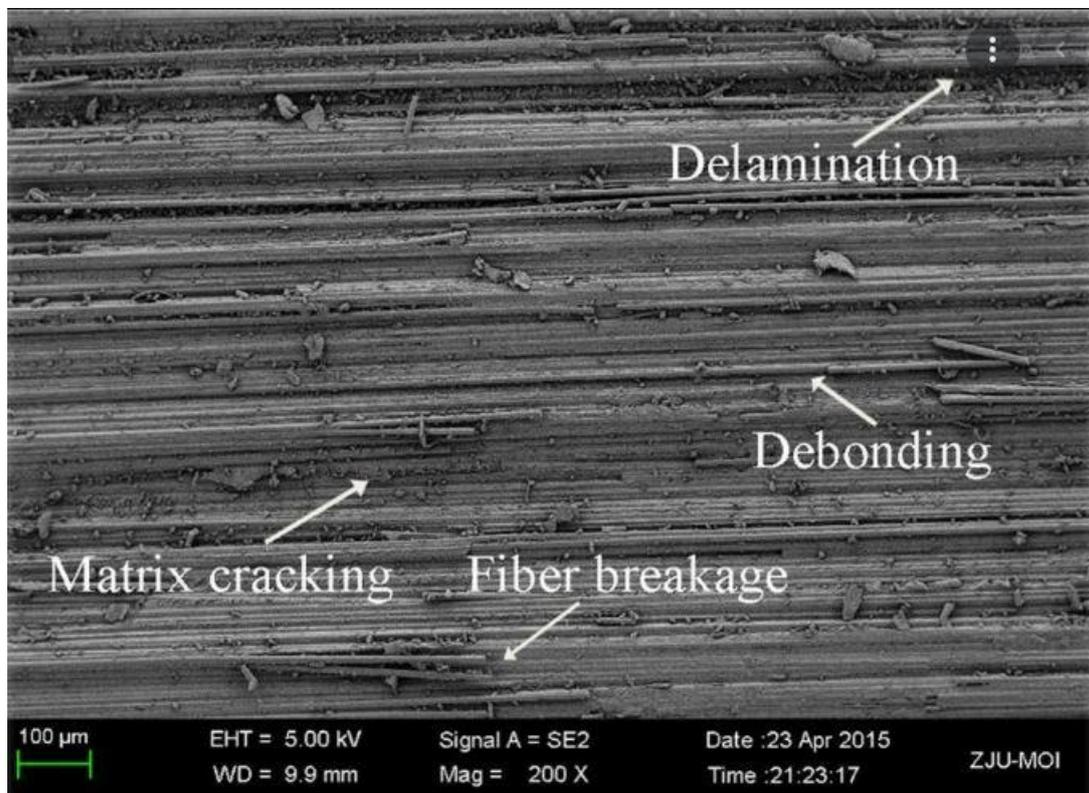


Figura 1-XIV Delaminazione, debonding, rottura della matrice e rottura delle fibre [63]

Le sopracitate condizioni possono avvenire singolarmente oppure coesistere, accoppiandosi ad altre, rendendone lo studio e il riconoscimento più complesso. L'analisi di rottura di un composito, a seguito della sua anisotropia e dei complessi modi di rottura, richiede dei criteri di resistenza appositi ed ha effetti diretti nella caratterizzazione del comportamento in termini di numero di parametri da definire. I parametri tensionali di resistenza da conoscere, considerando il comportamento ortotropo del materiale, sono cinque:

1. *Trazione longitudinale* X_t ;
2. *Compressione longitudinale* X_c ;
3. *Trazione longitudinale* Y_t ;
4. *Compressione longitudinale* Y_c ;
5. *Resistenza a taglio* S_r ;

Le tensioni ammissibili a rottura vengono ricavate da apposite prove sperimentali con condizioni di carico semplice come trazione, compressione e taglio. Il limite a taglio ha un unico valore perché si considera che resista solo la matrice a questo sforzo.

Un criterio di resistenza per i compositi deve permettere di confrontare il campo tensionale presente con il corrispondente campo tensionale ammissibile. L'anisotropia richiede che venga considerato il campo tensionale completo e non la singola tensione, poiché le caratteristiche di resistenza variano con la direzione. Quindi non è in generale valido che sia la tensione principale massima a definire la rottura; per cui non si considera il valore massimo dello sforzo, ma piuttosto il campo tensionale effettivo.

I principali criteri di resistenza si possono raggruppare in due categorie:

- *Criteri limite*: considerano le singole componenti di tensione e deformazione e predicono la rottura comparando i valori all'interno del laminato con i valori di resistenza;
- *Criteri interattivi*: prevedono anche un accoppiamento tramite una espressione che racchiude le caratteristiche meccaniche del materiale, con anche possibili interazioni tra i diversi carichi, un esempio sono i criteri di *Tsai – Hill* e *Tsai – Wu*;

1.5.1 Criterio della massima tensione o deformazione

Il criterio confronta il valore di tensione massima applicato e lo confronta con l'ammissibile di riferimento.

$$X_c < \sigma_1 < X_t \quad \text{Equazione 1.9}$$

$$Y_c < \sigma_2 < Y_t \quad \text{Equazione 1.10}$$

$$|\sigma_6| < S_r \quad \text{Equazione 1.11}$$

Lo stesso ragionamento può essere eseguito per il criterio della massima deformazione:

$$\varepsilon_c < \varepsilon_1 < \varepsilon_t \quad \text{Equazione 1.12}$$

$$\varepsilon_c < \varepsilon_2 < \varepsilon_t \quad \text{Equazione 1.13}$$

$$\varepsilon_6 < |\gamma_r| \quad \text{Equazione 1.14}$$

con ovvio significato dei simboli.

Il criterio appena descritto sostiene che la rottura non avviene fin quando, per una lamina unidirezionale, tutti gli sforzi o tutte le deformazioni sono contemporaneamente al di sotto dei rispettivi limiti.

1.5.2 Criterio di Tsai – Hill

Il criterio di Hill considera un approccio energetico per caratterizzare la rottura del materiale, infatti valutando tutta l'energia di deformazione, sferica e deviatorica, permette di definire un limite massimo oltre il quale avviene la rottura. La formulazione, nel caso di lamina ortotropa in stato piano di tensione, risulta:

$$\left(\frac{\sigma_1}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y}\right)^2 - \frac{\sigma_1\sigma_2}{X^2} + \left(\frac{\sigma_6}{S_r}\right)^2 \leq 1$$

Equazione
1.15

È importante notare come il criterio consideri le interazioni macroscopiche dei vari stati tensionali, riferendoli al corrispettivo valore limite ammissibile; inoltre, rispetto al caso precedente qui si deve soddisfare una sola condizione, invece che cinque.

Prendendo come esempio un *carbon – epoxy UD[0]* con le seguenti caratteristiche:

Tabella 1-c Hexcel-AS4 [44]:

	X_t [MPa]	X_c [Mpa]	Y_t [MPa]	Y_c [MPa]	S_r [MPa]
Hexcel AS4	2205	1530	81	81	128

È possibile diagrammare l'ellissoide che contiene all'interno tutti gli stati tensionali che il materiale può sostenere.

Criterio di Tsai-Hill

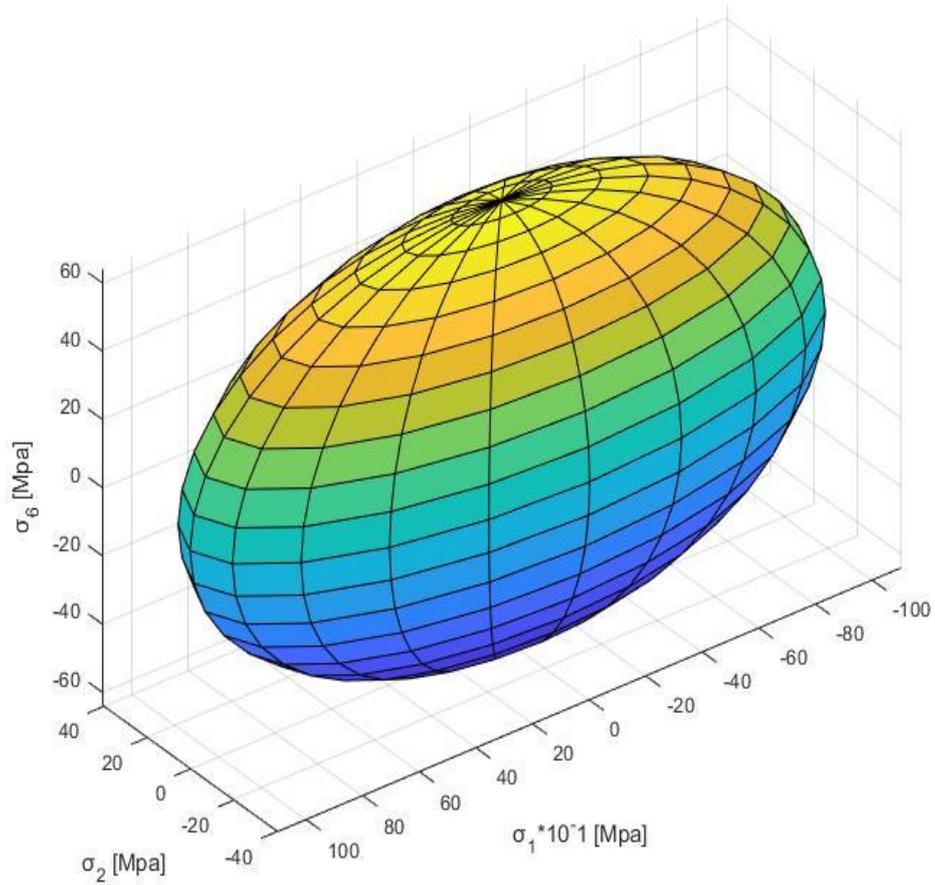


Figura 1-XV Criterio di Tsai-Hill; rif. materiale [44]

1.5.3 Criterio di *Hoffmann*

Tipicamente i materiali compositi presentano una anisotropia nel comportamento a compressione e trazione, per questo è stato presentato da *Hoffmann* una generalizzazione al criterio di Hill, che permetta di tenere conto di questa differenza, che non è sempre trascurabile. Quindi per una lamina in stato piano di tensione la formulazione risulta:

$$\frac{\sigma_1^2}{X_t X_c} + \frac{\sigma_2^2}{Y_t Y_c} - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X_t X_c} + \frac{X_c - X_t}{X_t X_c} \sigma_1 + \frac{Y_c - Y_t}{Y_t Y_c} \sigma_2 + \left(\frac{\sigma_6}{S_r}\right)^2 \leq 1 \quad \text{Equazione 1.16}$$

Chiaramente nel caso di stessa resistenza a compressione e trazione si ricade nel caso particolare di *Tsai – Hill*.

Utilizzando i dati in tabella (*Tab.1 – c*) e considerando la diversa resistenza in trazione e compressione della lamina si può diagrammare l'involuppo degli stati tensionali accettabili secondo *Hoffmann*:

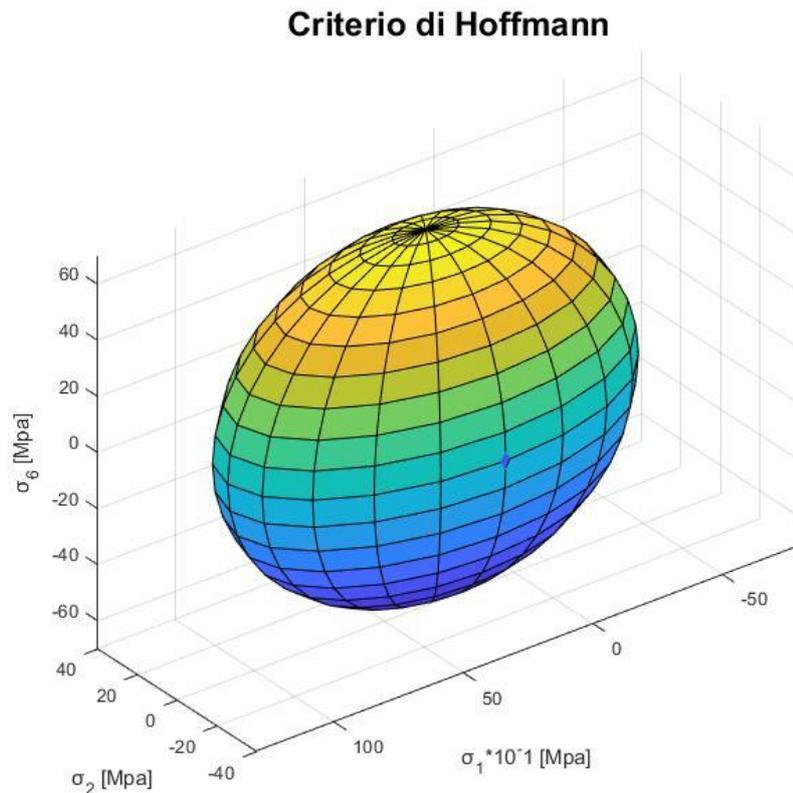


Figura 1-XVI Criterio di Hoffmann; rif. materiale [44]

1.5.4 Criterio di Tsai – Wu

Il metodo di Wu permette una generalizzazione dei due precedenti criteri, permettendo di coinvolgere il maggior numero possibile di interazioni, introducendo un ulteriore parametro F_{12} da ricavare sperimentalmente.

$$\frac{\sigma_1^2}{X_t X_c} + \frac{\sigma_2^2}{Y_t Y_c} + \frac{X_c - X_t}{X_t X_c} \sigma_1 + \frac{Y_c - Y_t}{Y_t Y_c} \sigma_2 + \left(\frac{\sigma_6}{S_r}\right)^2 + 2F_{12}^* \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X_t X_c} \leq 1$$

Equazione
1.17

Dove $F_{12}^* = F_{12} X_t X_c$

Tutti i criteri presentati considerano le tensioni nel riferimento materiale $\{0, 1, 2, 3\}$, le quali devono essere ricavate a partire dallo stato tensionale presente nel riferimento struttura $\{0, x, y, z\}$. È doveroso rimembrare ulteriormente questo aspetto per non cadere in errore confrontando tra loro quantità non comparabili direttamente.

1.7 Utilizzo dei compositi nelle moderne strutture e loro certificazioni

È importante affiancare alla teoria, che molte volte rende poco tangibile l'argomento, degli esempi pratici, di velivoli e *spacecraft* che utilizzano strutture in composito; è interessante anche valutare come siano certificati i componenti per essere utilizzabili in campo aerospaziale. Si riportano a titolo di esempio lo scudo termico dell'*Orion* prodotto in fibra di carbonio e particolari inserti in composito sviluppati per *Airbus A380*. Lo scudo termico dell'*Orion* è una struttura sandwich in fibra di carbonio con core in *honeycomb* di titanio, ricoperto di pannelli ablativi di *Avcoat*⁹.

⁹ Avcoat è un materiale ablativo sviluppato da Avco per NASA, costituito da resina epossidica, con particolari additivi, in una matrice in fibra di vetro.



Figura 1-XVII Scudo termico Orion. Credits: Nasa

In questa seconda immagine vengono messi in evidenza le tipologie di componenti sviluppati in materiale composito per un tipico aereo da trasporto passeggeri.

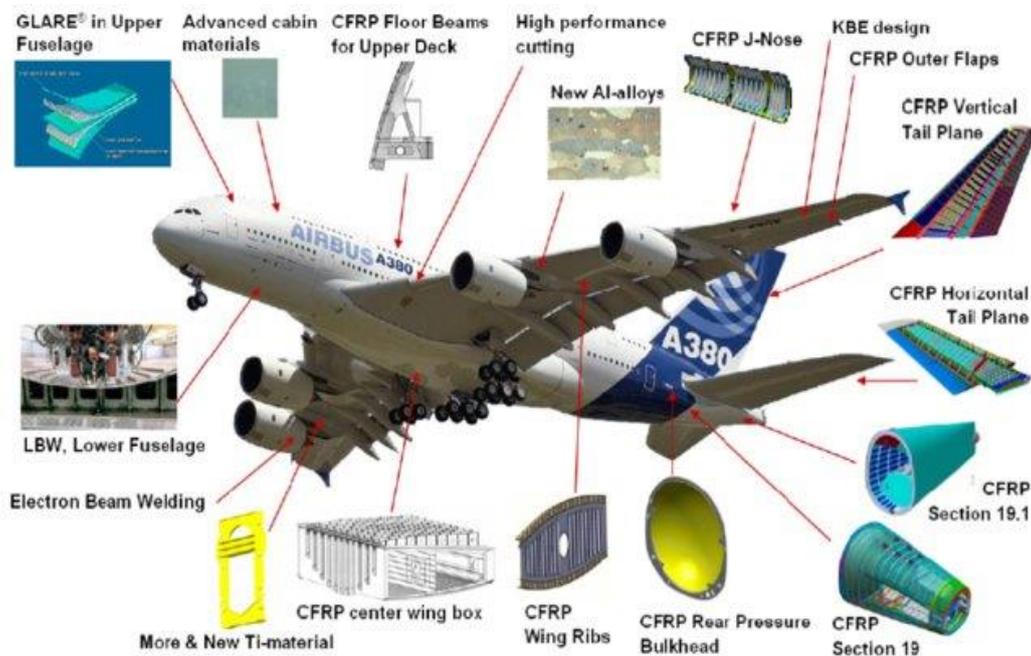


Figura 1-XVIII Inerti in composito in Airbus A380 [55]

Considerando la complessità nel design, legata all'ampia variabilità delle caratteristiche meccaniche, e nella produzione del componente, prendendo anche atto dei particolari modi di rottura evidenziati è centrale quindi che ogni singolo passaggio segua specifiche normative. Gli enti certificativi richiedono che l'affidabilità delle strutture non sia inferiore al caso di strutture metalliche. Nel 1978 la *Federal Aviation Administration (FAA)* emanò l'*Advisory Circular AC20 – 107* che rimarca la necessità, per le strutture in composito, di avere un livello di sicurezza almeno pari a quello delle strutture metalliche. Inoltre, è richiesto che le condizioni ambientali durante le prove sperimentali siano il più possibile simili al caso operativo; infatti, è noto come gli effetti ambientali, come temperatura e umidità, giochino un ruolo centrale nelle prestazioni del laminato. Le prove sperimentali che devono essere condotte sono:

- Prove statiche con $\sigma = \sigma_u = 1.5 * \sigma_d$ ¹⁰
- Prove di fatica sui componenti maggiormente sollecitati;
- Prove di impatto e *damage tolerance*;

Il comportamento, sotto carichi statici, di fatica e di impatto, è differente nel caso di materiali metallici e compositi, infatti [69]:

- I metalli presentano maggiore criticità in trazione, invece i compositi in compressione;
- Non sono presenti fenomeni di plasticità per i compositi;
- I compositi sono maggiormente sensibili all'ambiente di lavoro, come temperatura, umidità e impatto.

In ogni caso, a prescindere dal materiale, lo sviluppo della cricca, a seguito di fatica, rimarca tre fasi principali: nucleazione, crescita e rottura finale.

I materiali metallici presentano una graduale diminuzione della resistenza residua sotto carichi affaticanti, mentre i compositi non prevedono una crescita lenta della cricca, ovvero perdono capacità strutturale in seguito a fattori esterni, come l'impatto, il quale riduce drasticamente la resistenza. Infatti, la crescita della cricca non risulta evidente per carichi al di sotto del 60% dello *static failure stress*. Il materiale metallico a seguito di un impatto presenta una zona deformata plasticamente, con danno evidente; lo stesso non vale per i compositi, che hanno un comportamento a seguito d'impatto che dipende molto dall'energia sviluppata. Di conseguenza le valutazioni in merito alla rottura, per l'uno e l'altro materiale, sono basate su differenti linee guida: per i compositi il *damage tolerance* si fonda sulla possibilità di *no – growth condition*.

¹⁰ σ_d è la tensione di design, mentre σ_u è la tensione ultima.

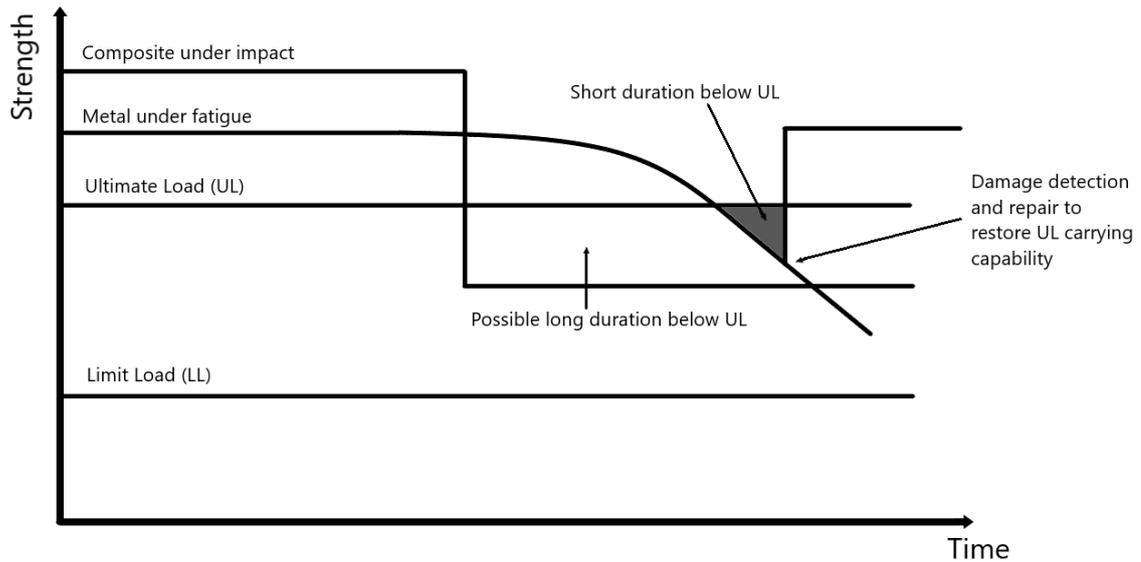


Figura 1-XIX Confronto tra compositi e metalli nel comportamento a seguito di cricca [69]

La delaminazione o il danneggiamento da impatto non sono facilmente determinabili a seguito di economiche prove di ispezione; quindi, in assenza di dati sperimentali validi o di *tool* di calcolo è necessario prevedere adeguati margini al fine di garantire che non si presenti crescita della delaminazione a seguito di caricamento affaticante. La classificazione della tipologia di danneggiamenti sono riportati nel *MIL – HDBK – 17* [69].

A questa serie di prove, che sono tipiche delle strutture primarie, a prescindere della tipologia di materiale, devono essere svolte le prove sulla struttura complessiva, che devono rispettare le normative appropriate. Un classico aereo da trasporto passeggeri deve rispettare la normativa *FAR 25* ed avere i requisiti di aeronavigabilità per poter essere utilizzati. Le strutture aeronautiche hanno dei test da dover essere svolti, in particolare devono essere simulate tutte le condizioni sfavorevoli che possano presentarsi durante la vita operativa.

Capitolo 2 : Le giunzioni

Questo secondo capitolo tratta gli aspetti chiave sulle giunzioni, dapprima descrivendo le due classi principali: continue e discontinue, con loro pregi e difetti, per poi incentrarsi sulle giunzioni incollate. Verranno quindi descritte le configurazioni tipiche ed i modi di rottura, per poi fare una panoramica sugli adesivi per uso strutturale ed aerospaziale e le loro caratteristiche primarie: tipologie, formato, resistenza al taglio e peeling, temperatura di esercizio e tipologia di aderendo; saranno trattati anche esempi di resine realmente applicate nel campo.

2.1 Scelta della giunzione

Le classiche strutture applicate in campo aerospaziale richiedono, nella maggior parte dei casi, di essere unite tra loro, per creare una struttura più complessa. Il composito, pur permettendo una certa libertà nella definizione della geometria, essendo la laminazione e la forma una variabile di progetto, richiede comunque strutture da giuntare per differenti motivi, come ad esempio l'ispezionabilità, la manutenibilità e/o la sostituzione. È importante notare come la giunzione sia una delle parti più deboli dell'intera architettura, richiedendo un'attenta progettazione e un design che minimizzi i possibili cedimenti. In generale si possono unire tra loro tutti i materiali, selezionando il migliore design, che dipende dalle scelte di progetto iniziali: nel caso specifico verranno trattati i materiali metallici e compositi con maggiore focus su quest'ultimi.

Esistono due principali tipologie di giunzioni:

- Giunzioni continue, come saldature e incollaggi;
- Giunzioni discontinue, come rivettature e imbullonature;

La differenza sostanziale è che nel caso di collegamento continuo i carichi vengono trasferiti tramite distribuzioni di sforzo lungo la superficie di incollaggio o lungo il cordone di saldatura; mentre nel caso discontinuo lo sforzo è trasmesso tramite forze concentrate in punti discreti (chiodi, rivetti e bulloni).

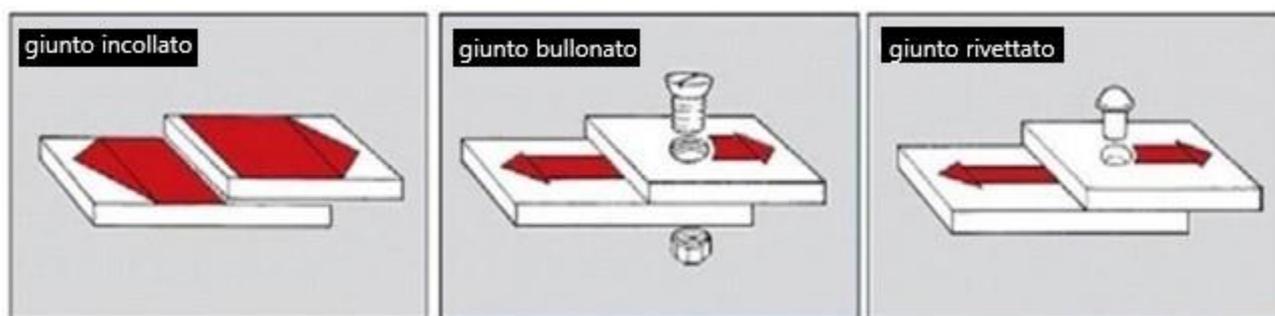


Figura 2-1 Esempio di giunzione incollata, bullonata e rivettata [9]

La possibilità di poter distribuire il carico su una maggiore superficie, senza danneggiamento, permette di ridurre il carico o sforzo localizzato ed inoltre permette di mantenere la continuità strutturale del componente.

2.1.1 Giunzioni meccaniche

Il giunto meccanico complica indirettamente lo stato tensionale nella zona del foro, generando picchi nella distribuzione di stress, che possono, a volte, superare i limiti di snervamento del materiale con comparsa di una zona plasticizzata.

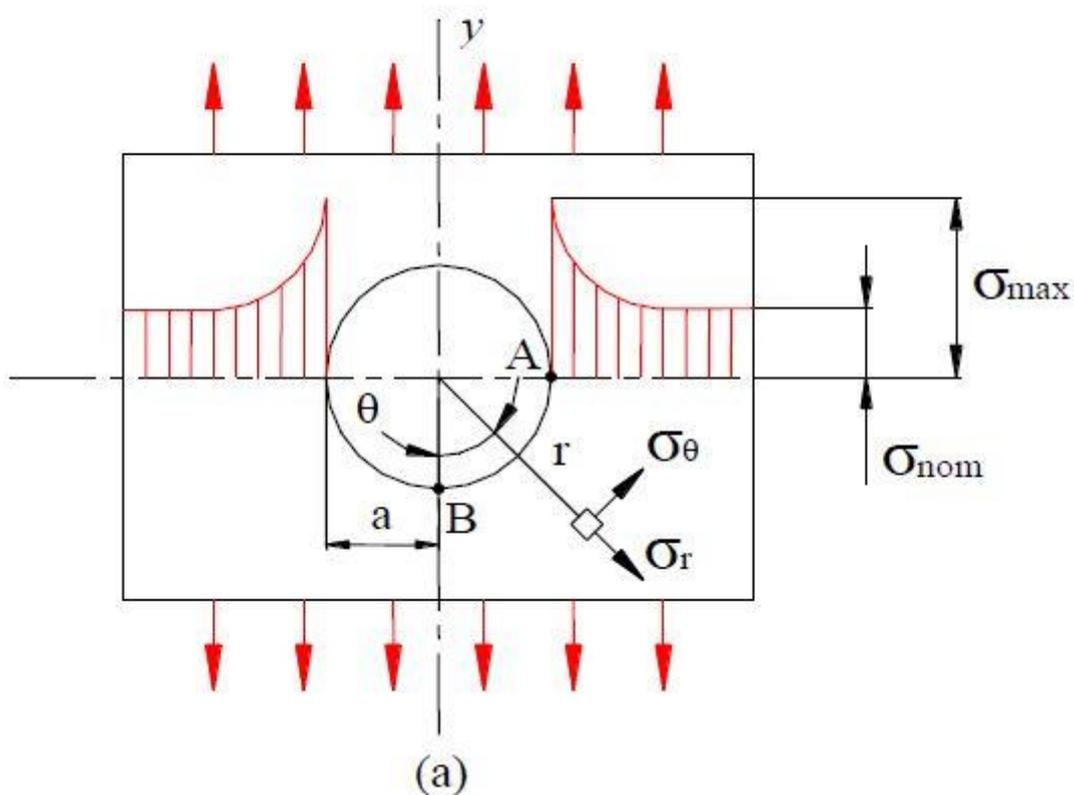


Figura 2-II Andamento tensionale nell'intorno del foro [68]

Si nota come, dato il carico nominale sul componente con associata una tensione nominale σ_{nom} , nei pressi del foro la tensione risulta più elevata, fino anche a 3 – 4 volte. Questa particolarità del campo tensionale tende a ridurre di molto la vita a fatica del componente; inoltre deve essere analizzato approfonditamente il design per prevenire la formazione di cricche e la loro successiva propagazione.

I sopracitati svantaggi, pur essendo presenti, non hanno limitato lo sviluppo dei giunti meccanici nelle costruzioni aeronautiche, in particolare quando accoppiati a materiali metallici, come leghe di alluminio, dove l'utilità è ad oggi ben nota; basti pensare che in un velivolo moderno sono presenti dagli uno ai due milioni di rivetti, che comporta un ammontare di peso non trascurabile. È importante quindi comprendere le motivazioni che hanno portato all'ampio progresso di talune tecnologie, e gli effetti benefici che hanno avuto sullo sviluppo e sulla sicurezza delle giunzioni moderne e quindi dei moderni velivoli. La possibilità di manutenzione, smontaggio e ispezione sono stati alcuni dei punti chiave dell'ampio utilizzo di queste soluzioni, considerando che un velivolo deve garantire un'adeguata sicurezza per tutta la durata della vita operativa e quindi deve essere ispezionato e sottoposto ad interventi di manutenzione ad intervalli regolari definiti durante le fasi di sviluppo e di progettazione.

Quindi è chiaro che una facile manutenibilità sia basilare per i moderni velivoli, sia in termini di costo che di tempo, che poi si riversano in perdite economiche per le compagnie.

La giunzione meccanica, pur presentando enormi vantaggi, non può essere applicata con la stessa semplicità ai materiali compositi. Considerando un tipico componente rinforzato con fibre, la presenza di un foro di collegamento rompe la continuità strutturale della fibra, pregiudicandone la resistenza complessiva.

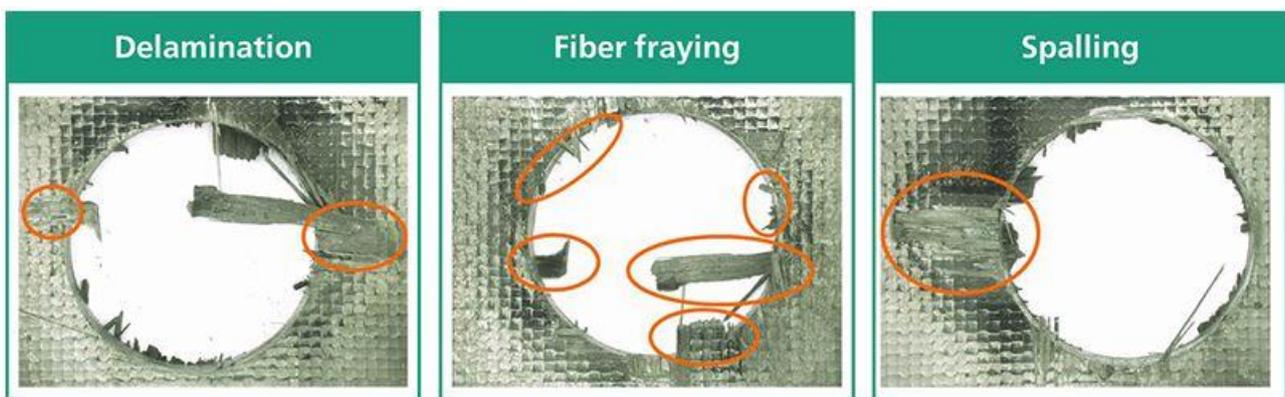


Figura 2-III Danno a seguito di foratura di FRP [64]

Inoltre, come mostrato in figura, oltre la perdita della continuità strutturale della fibra, potrebbero essere presenti altri difetti nella zona di foratura come delaminazione e sfaldamento.

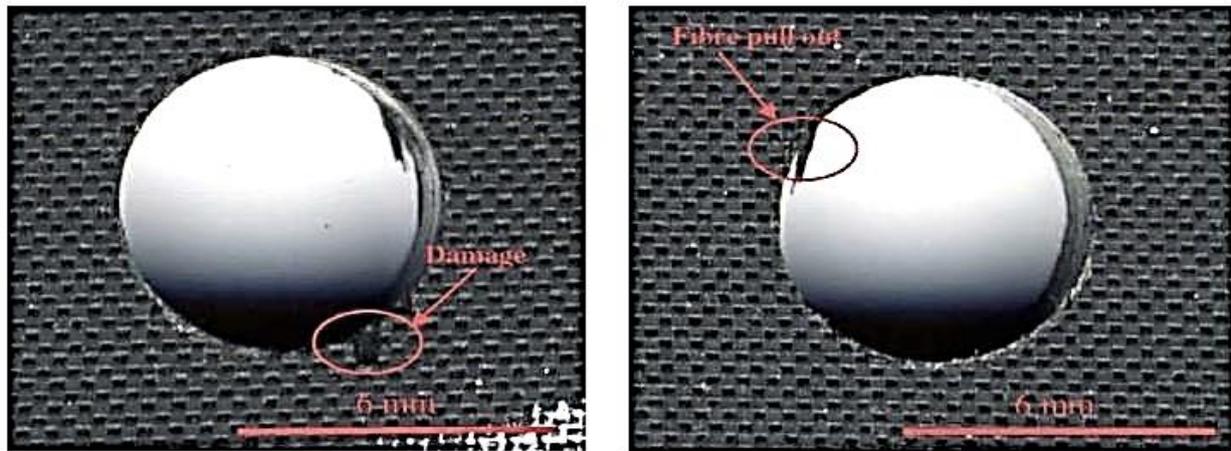


Figura 2-IV Danneggiamento a seguito di foratura [65]

La resistenza, sia statica che a fatica, di una giunzione chiodata in materiale composito, dipende in particolar modo dalla modalità di cedimento e dalla concentrazione di tensione nei pressi della foratura. Inoltre, la chiodatura non può presentare gioco tra i componenti poiché il comportamento meccanico del materiale è di tipo fragile ma allo stesso tempo un'elevata interferenza, per evitare gioco tra i componenti, porta a problemi di bearing¹¹.

Quindi si può dedurre come per laminati sottili sia più opportuno un collegamento tramite incollaggio, mentre preferire un collegamento meccanico o incollato tramite uno *stepped*¹² per laminati a spessore più elevato. Bisogna considerare inoltre che la scelta del materiale per il chiodo deve avere precisi requisiti come: bassa densità, compatibilità elettrochimica ed elevata resistenza che ha ridotto il campo di materiali impiegabili a poche tipologie di leghe.

Si riportano (Tab.2 – a) tre tipici materiali utilizzati per organi di collegamento nelle giunzioni meccaniche in composito.

Tabella 2-a Materiali utilizzati per chiodatura in materiale composito

Materiale	σ_{amm}	τ_{amm}
Ti – 6Al – 4V	1100	660
A – 286 incrudito	1400	760
Inconel 718	1500	860

¹¹ Lo sforzo di *bearing* è lo sforzo di compressione che il gambo e la sede del chiodo si scambiano vicendevolmente in corrispondenza della superficie di contatto quando la giunzione è sollecitata.

¹²Stepped indica il profilo del laminato a scalini nella zona di sovrapposizione per migliorare l'incollaggio.

2.1.2 Giunzioni incollate

Sono studiate e attuate nuove tecniche di giunzione, ad esempio l'incollaggio, per aumentare la resistenza complessiva del giunto limitandone gli effetti negativi, risolvendo alcune delle problematiche presenti nei giunti meccanici, come le elevate concentrazioni di tensioni e la discontinuità nel materiale legata alla presenza di un foro.

Il giunto incollato permette, se ben progettato, di evitare i dannosi effetti di concentrazione di tensione e di limitare le tensioni di *peeling* dell'adesivo. Le configurazioni possibili sono molteplici, e la scelta dipende dalla resistenza richiesta e dallo spessore dei due aderendi.

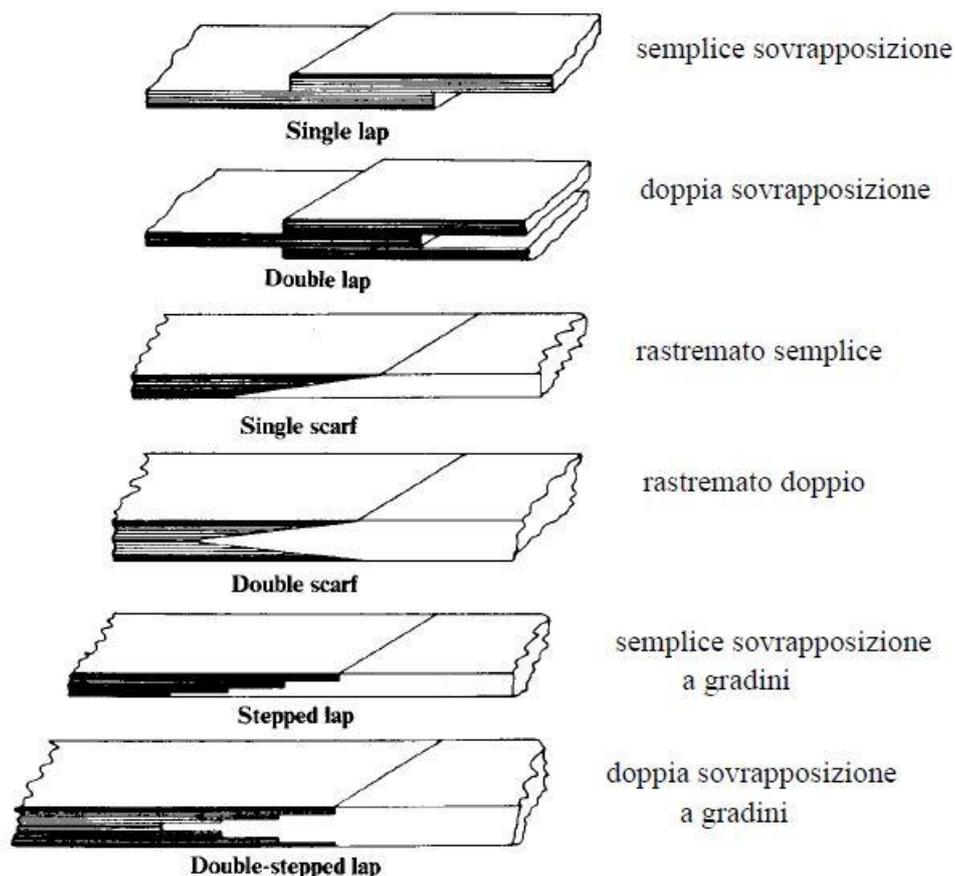


Figura 2-V Resistenza del giunto al variare della tipologia di giunzione [56]

L'immagine evidenzia le principali tipologie di giunti, dal meno complesso (*SLJ*: *single – lap joint*) al più complesso (*DSLJ*: *double – stepped lap joint*); l'incremento di complessità è legata alla maggiore efficienza del giunto e alla possibilità di incollare elementi dall'elevato spessore, quindi una migliore preparazione del singolo componente, sia in termini di qualità superficiale che di

forma (*stepped* o *scarf joint*). La configurazione più semplice è il *single – lap joint*, giunto a singola sovrapposizione, dove si ha il collegamento tra due aderendi, che possono essere in composito o metallo, e l'adesivo che si posiziona nella zona di sovrapposizione. All'aumentare del grado di complessità del giunto migliorano chiaramente i parametri di resistenza e stabilità complessiva; basti pensare che un giunto a singola sovrapposizione permette il collegamento solo per limitati spessori e applicando una forza di trazione T , a questa si aggiungono gli effetti flessionali e taglienti legati all'eccentricità del carico.

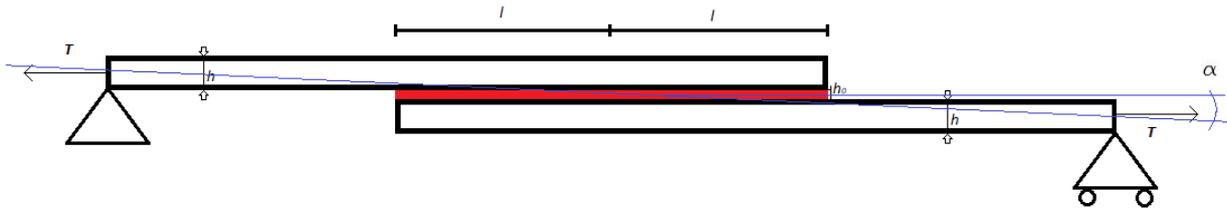


Figura 2-VI Giunto a singola sovrapposizione [2]

Tener conto di questo aspetto può migliorare notevolmente l'affidabilità della soluzione, come verrà analizzato nel capitolo 3, dove verrà legata l'eccentricità agli effetti che ha sul giunto, tramite l'introduzione di un momento flettente risultante \bar{M} e di un taglio risultante \bar{Q} al termine della zona di overlap.

Lo spessore degli elementi da incollare è un parametro da tenere in considerazione durante la progettazione, in quanto all'aumentare del suo valore devono essere scelte altre configurazioni per limitare gli effetti di eccentricità, di disuniformità e picco tensionale, al fine di mantenere una elevata efficienza strutturale.

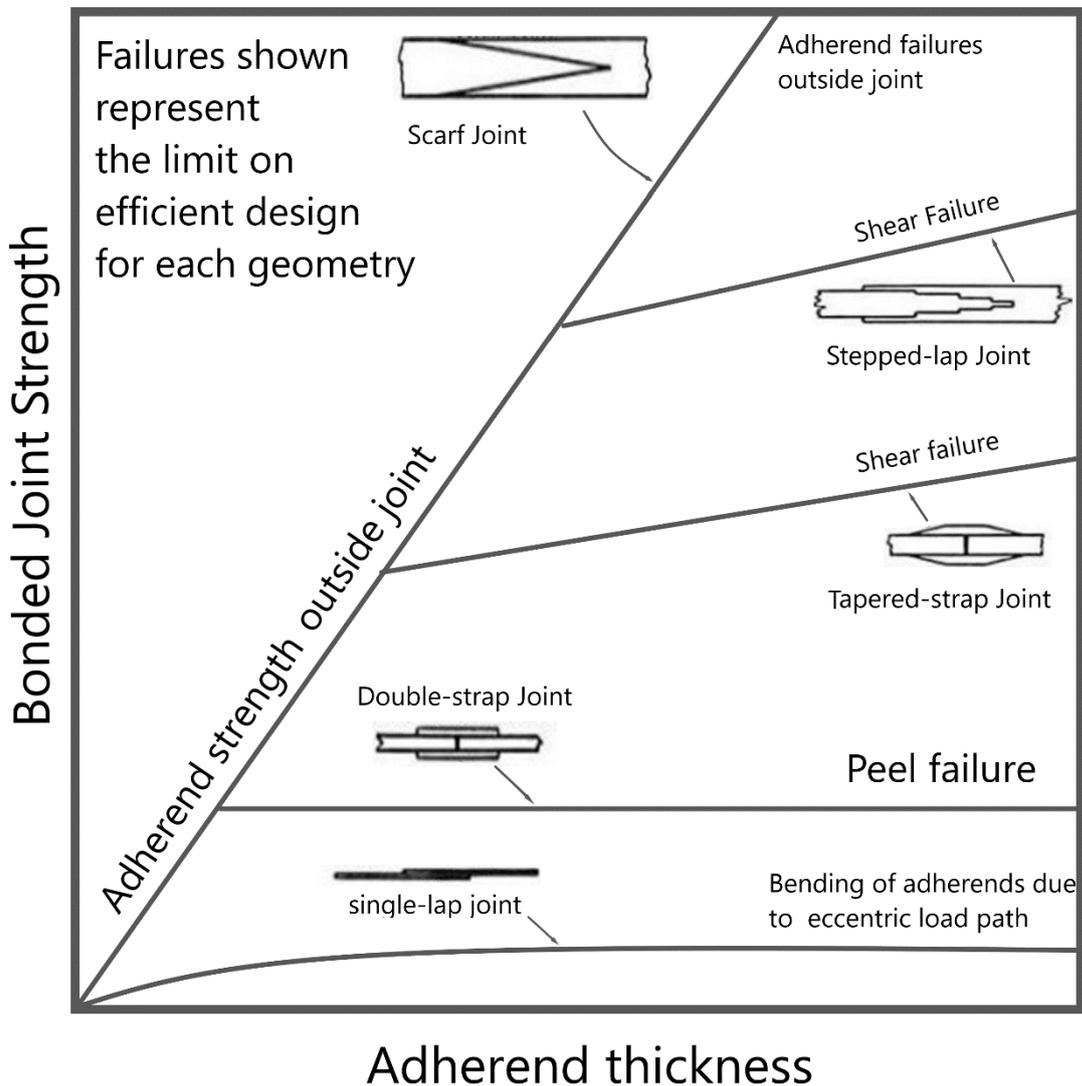


Figura 2-VII Resistenza in funzione della configurazione [58]

La figura (Fig.2 – VII) riassume le tipiche configurazioni in uso al variare dello spessore degli aderendi e della resistenza richiesta.

Il design, quindi, è uno dei punti di forza per una buona riuscita dell'incollaggio, che se ben progettato permette di mantenere la stessa resistenza degli elementi collegati (*efficienza del 100%*); questo richiede una notevole conoscenza dell'argomento in termini di:

- modi di rottura
- tipologia e modalità di incollaggi
- preparazione delle superfici.

La colla ha una buona resistenza a taglio, mentre pecca per carichi di trazione e di pelatura.

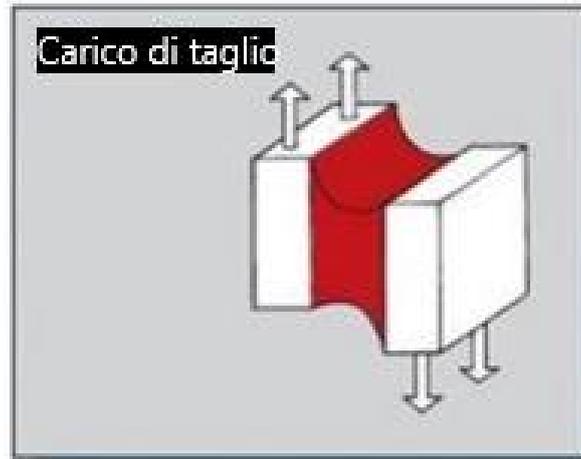


Figura 2-VIII Condizione di carico ottimale [9]

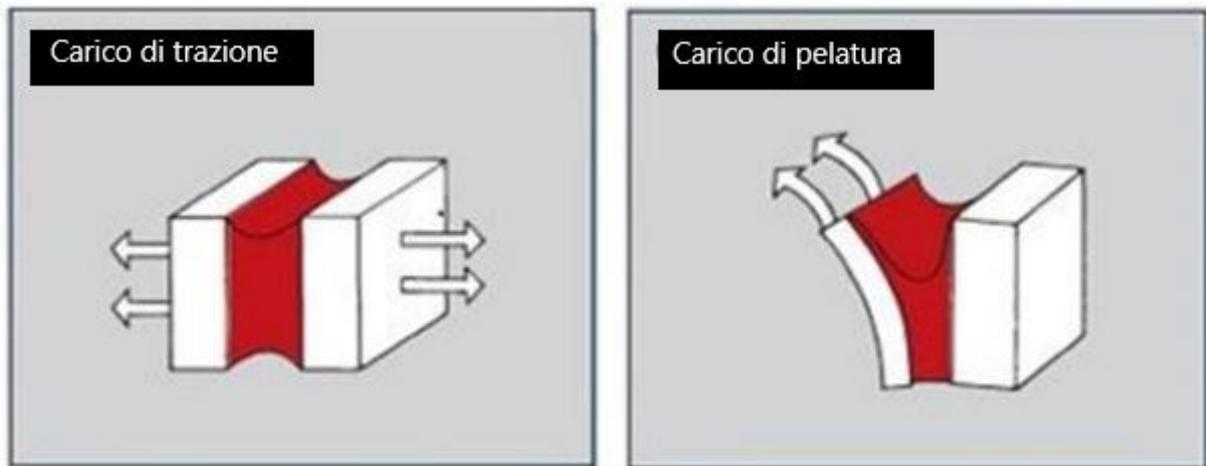


Figura 2-IX Condizioni di carico improprie [9]

È evidente come il giunto di testa non sia quindi un collegamento opportuno quando si tratta di incollaggi.



Figura 2-X Giunzione di testa [9]

Per concludere sono riportati vantaggi e svantaggi delle due tipologie di giunzioni: incollate e meccaniche.

Tabella 2-b Confronto tra giunti incollati e meccanici [56]

Giunti incollati	
Vantaggi	Svantaggi
Assenza di concentrazione di tensioni	Limitato spessore dei componenti da giuntare
Elevata rigidità	Difficoltà di ispezione
Buona resistenza a fatica	Facile degradazione per fattori ambientali
Peso contenuto	Non smontabile
Non sono presenti fenomeni di corrosione o fretting ¹³	Scarsa resistenza al peeling
Superfici continue	Tensioni residue, in particolare con materiali differenti
Giunti meccanici	
Vantaggi	Svantaggi
Nessuna limitazione sugli spessori	Presenza di concentrazione di tensioni
Non sono presenti tensioni residue	Scarsa resistenza a fatica
Semplicità costruttiva	Possibile presenza di fretting e/o corrosione
Smontabilità	Rigidità limitata
Facile ispezione	Danneggiamento delle parti da unire, ad esempio tramite forature

¹³ Il termine fretting si riferisce al logoramento di due superfici a contatto tra loro a causa del loro moto relativo causato da vibrazioni o altre tipologie di forze; il fenomeno è a livello microscopico.

2.2 Modi di rottura delle giunzioni incollate

Descritti, dunque, i diversi meccanismi da cui può dipendere la resistenza di un giunto incollato, bisogna definire anche le possibili modalità di cedimento.

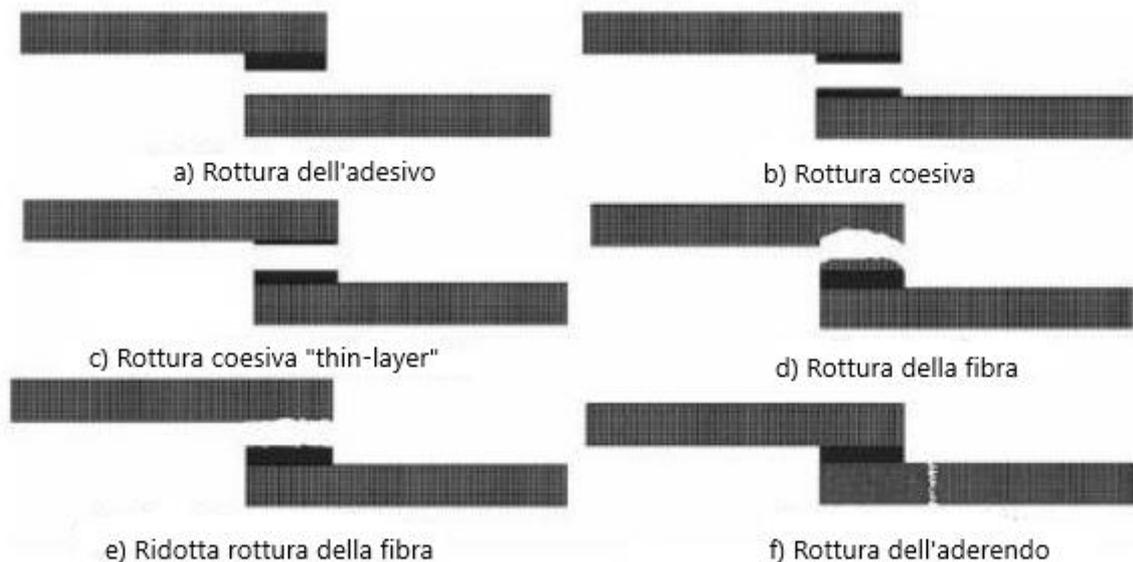


Figura 2-XI Modalità di rottura previste dalla norma ASTM D5573 [46]

La figura (Fig. 2 – XI) riassume i sei modi di rottura tipici definiti in ASTM D5573 [46].

È possibile raggruppare ulteriormente quest'ultimi nelle tre seguenti categorie:

1. Cedimento del laminato;
2. Rottura dello strato adesivo;
3. Cedimento nello strato coesivo aderendo-adesivo;

L'elevato numero di parametri in gioco, come ad esempio: tipologia di adesivo, condizioni ambientali, finitura superficiale ecc. complicano notevolmente la capacità previsionale del modo di rottura della giunzione; inoltre, la presenza di materiali compositi, con le loro caratteristiche di progetto come la *stacking sequence* o la variabilità delle proprietà meccaniche delle singole lamine, aggiungono ulteriori incertezze. Si osserva, solitamente, che la rottura tipica è data per delaminazione del laminato a causa della ridotta resistenza interlaminare. Questo fenomeno è tipico di adesivi di buona qualità, con laminati solitamente sottili, in modo che la resistenza del giunto sia maggiore o molto maggiore di quella del singolo componente. Il cedimento dello strato adesivo avviene per elevate tensioni di taglio o di peeling o per combinazione delle due; questa è associato ad un sovraccarico nell'adesivo, che causa stress eccessivi, o alla presenza di

imperfezioni nello strato adesivo come i vuoti. Infine, il *debonding* all'interfaccia aderendo-adesivo è tipica nel caso di inadeguata preparazione superficiale o erroneo processo di *curing*.

La conoscenza e la classificazione delle modalità tipiche di collasso delle giunzioni sono di notevole importanza per la prevenzione tramite design opportuni e processi di produzione adeguati, al fine di evitare il più possibile i fenomeni sopra descritte.

2.3 Adesivi

La buona riuscita del collegamento dipende in maniera inequivocabile dalla tipologia di adesivo scelto, che influenza l'andamento tensionale e la modalità di cedimento.

I principali parametri da tenere in considerazione sono [45]:

- Tipologia di adesivo;
- Formato: pasta, film e schiuma;
- Resistenza a taglio;
- Resistenza a peeling;
- Temperatura di esercizio e condizioni ambientali;
- Tipologia di aderendo;

e verranno trattati uno ad uno, in modo che il progettista abbia delle linee guida definite e precise che permettano di scegliere il prodotto più adeguato, in base alle esigenze richieste.

Tipologia di adesivo

Gli adesivi strutturali si suddividono in quattro categorie:

- Base epossidica;
- Base acrilica;
- Base poliuretanic;
- Alta temperatura: *siliconici, fenolici e bismale – immidici*, adeguati ad applicazioni ad alta temperatura;

Tabella 2-c Caratteristiche delle principali tipologie di adesivo [35]

Tipologia	Range di temperatura di servizio [°C]	Caratteristiche	Curing
Epossidico	$T_{min} = -40$ $T_{max} = 150$	Eccellenti prestazioni meccaniche ed alta tenuta strutturale, con elevata facilità di utilizzo.	Monocomponente: tramite somministrazione di calore. Bicomponente: eseguita a T_{amb} .
Acrilico	$T_{min} = -30$ $T_{max} = 80$	Versatile, con capacità di tollerare superfici poco preparate ed elevata velocità di <i>curing</i> .	Cura attraverso meccanismo a radicali liberi
Poliuretano	$T_{min} = -200$ $T_{max} = 80$	Ideali per superfici di medie e grandi dimensioni, con buona resistenza a fatica ed a impatto.	Cura a T_{amb} .

Alta temperatura

Poliimmidiche	$T_{min} = -60$ $T_{max} = 250$ (300 se intermittente)	Stabilità termica, difficoltà di applicazione	Cura tramite somministrazione di calore ed alta pressione
Fenolico	$T_{min} = -40$ $T_{max} = 175$ (260 se intermittente)	Buona resistenza meccanica, limitata resistenza agli shock termici.	Cura tramite somministrazione di calore ed alta pressione
Bismaleidico	$T_{min} = -50$ $T_{max} = 200$ (230 se intermittente)	Elevata rigidità con bassa resistenza a peeling.	Cura tramite somministrazione di calore ed alta pressione

Formato: film, pasta e schiuma

Gli adesivi sono disponibili sottoforma di:

- Film;
- Pasta;
- Schiuma;

Gli adesivi in pasta sono conservabili per un lungo periodo di tempo, dato il loro stoccaggio in contenitori; vengono applicati tramite spatole o pennelli, il che rende molto complesso il controllo dello spessore e si demanda alle capacità manuali dell'operatore la buona riuscita dell'operazione. La scelta di questa tipologia è prevista se [34]:

- Un miglioramento della resistenza alle microcricche;
- Una riduzione dei costi;
- Miglioramento dell'incollaggio di aderendi sottili;
- Incollaggio di aderendi diversi tra loro;
- Flessibilità nella temperatura di *curing*;

Gli adesivi in film sono i maggiormente utilizzati in ambito aerospaziale essendo facilmente manovrabili, dato il sostegno in *dracon*¹⁴ o fibra di vetro, ed inoltre garantiscono uno spessore uniforme lungo tutta la lunghezza di sovrapposizione, grazie proprio alla loro natura di film sottile. Si trovano sottoforma di fogli raccolti in strutture cilindriche, ovvero arrotolati. Sono ottimi per incollaggio di metalli, compositi e per strutture in *honeycomb – sandwich*.

L'adesivo in film si sceglie quando è richiesto:

- Incollaggio di parti dalle grandi dimensioni;
- Miglioramento della tenacità¹⁵;
- Durabilità;
- Controllo dello spessore dello strato di colla;

Gli *sheet* hanno uno spessore che varia tra 0.1 – 0.4 mm; la scelta nel range di disponibilità risiede nell'applicazione, infatti, ad esempio, utilizzare spessori minimi con elementi particolarmente rigidi può provocare una zona non adeguatamente incollata, riducendo sia i benefici della giunzione che l'efficienza finale. La temperatura di conservazione è di $-18\text{ }^{\circ}\text{C}$, il che richiede luoghi appositi per il mantenimento, adeguatamente controllati in temperatura, in modo da non degradare le proprietà fisico-meccaniche; lo stoccaggio può durare, anche se refrigerato, per un massimo di 6 – 10 mesi.

¹⁴ Il termine Dacron costituisce il nome commerciale di una fibra tessile sintetica: il tetrapolietilene.

¹⁵ La tenacità può essere considerata come la capacità di assorbire energia e di deformarsi plasticamente prima della rottura; non è una caratteristica intrinseca ma dipende dalle condizioni di prova, ad esempio dalla velocità di deformazione e dalla temperatura, e dai difetti presenti nel campione, ad esempio gli intagli [36].

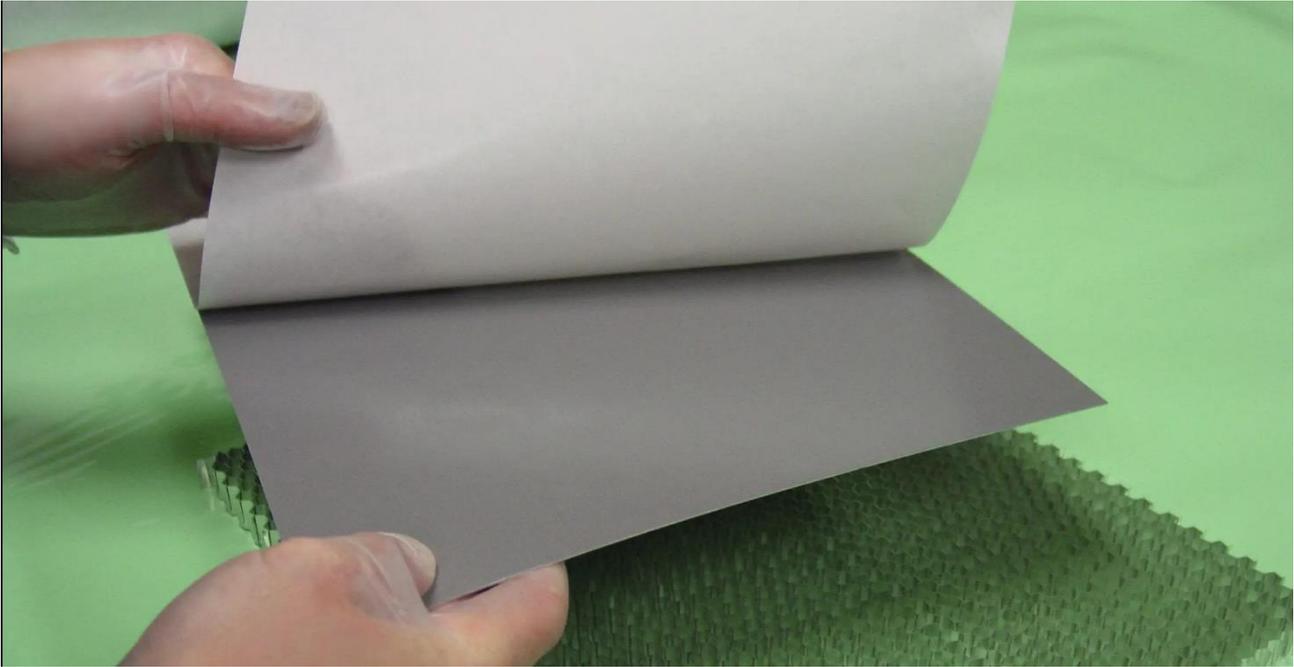


Figura 2-XII Adesivo in film Redux [67]

Resistenza a taglio e peeling

La resistenza a taglio è centrale nella scelta dell'adesivo, infatti il design deve privilegiare un trasferimento di carico mediante tensioni taglianti, la cui resistenza dipenderà, in prima approssimazione, dalla tensione di rottura a taglio dell'adesivo. Parallelamente alla tensione tagliante, l'incollaggio è anche sollecitato da tensioni di peeling, non volute, che influenzano l'andamento tensionale lungo la zona di sovrapposizione. Si riporta (*Fig.2 – XIII; Fig.2 – XIV*) un tipico esempio di andamento delle tensioni lungo la zona di sovrapposizione; è evidente che ci sia un certo grado di disuniformità, anche se il giunto è perfettamente bilanciato. Inoltre, in questa semplice modellazione, non si considera l'andamento tensionale lungo lo spessore che ha un'influenza notevole sulla resistenza della giunzione, soprattutto all'interfaccia tra aderendo e adesivo.

Si riportano gli andamenti calcolati tramite le due soluzioni *Zou* [1] e *Langella* [2] implementate nel software, nel caso di aderendi in composito.

Tabella 2-d Dati di carico, geometria

Configurazione	Spessore aderendo h [mm]	Spessore adesivo h_a [mm]	Lunghezza di overlap $2l$ [mm]	Carico per unità di larghezza T [N/mm]	Momento per unità di larghezza M [N]	Lunghezza al di fuori dell'overlap c [mm]
$cf_1:SLJ$	2.4	0.16	30	100	–	100

Tabella 2-e Dati del materiale e dell'adesivo

Materiali	E_{11} [MPa]	E_{22} [MPa]	G_{12} [MPa]	ν_{12}	Laminazione	Reference
$m7:T300/5208$	181000	10300	7179	0.27	$[0\ 45\ -\ 45\ 90]_{2s}$	[22]
$a5:Hysol\ EA\ 934$ $\delta: 14.74 - 19.65$	3700	3700	1380.6	0.34	–	[41]

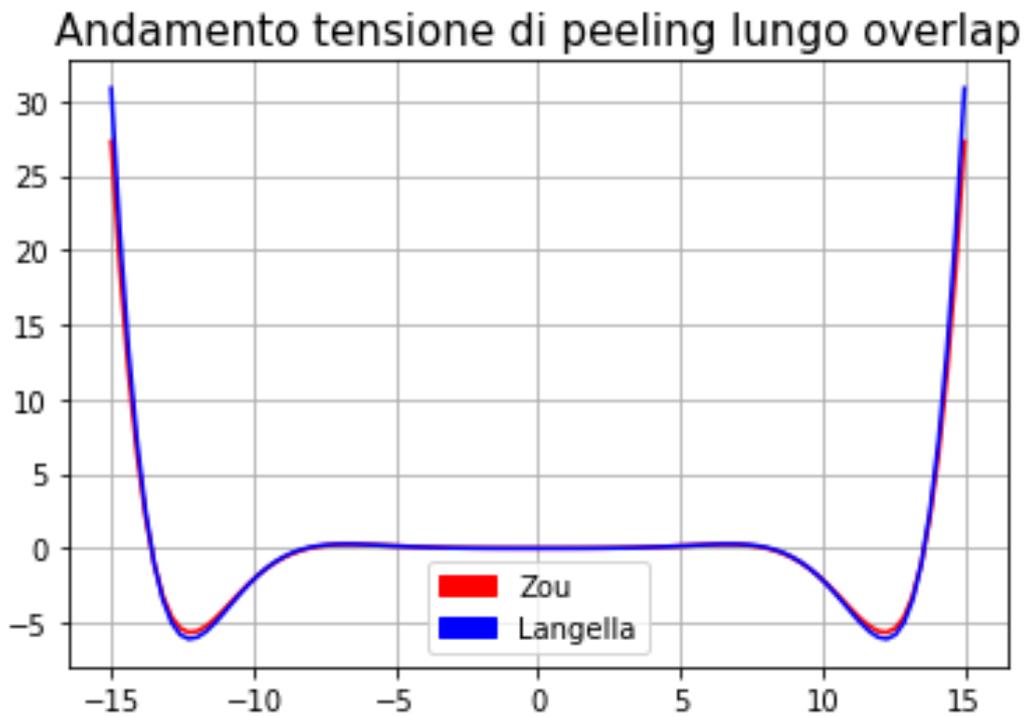


Figura 2-XIII Andamento tensione di peeling ricavato dal software; rif. materiale [22;41]

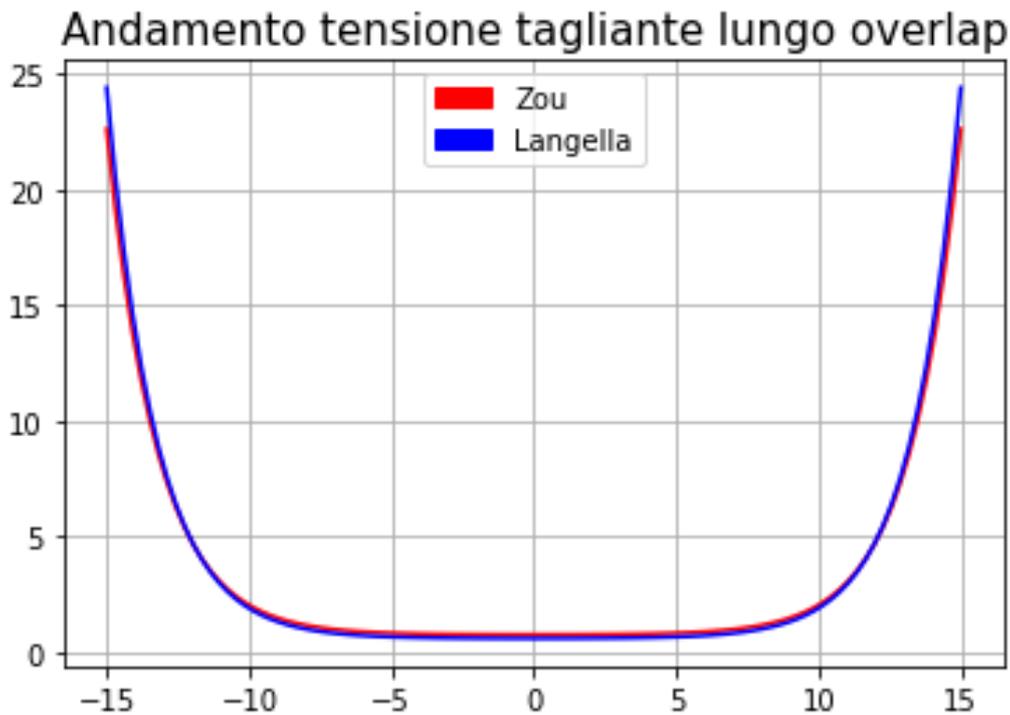


Figura 2-XIV Andamento tensione di taglio ricavato dal software; rif. materiale [22;41]

Temperatura di esercizio e condizioni ambientali

Le condizioni ambientali, in particolar modo temperatura e umidità, giocano un ruolo importante nella resistenza del giunto. A partire da questa considerazione è doveroso valutare gli effetti che hanno le variazioni ambientali sul componente, nello specifico sulla colla, considerando che lungo tutta la sua vita operativa sarà sottoposto a oscillazioni di queste grandezze fisiche.

La temperatura tende, in generale, a diminuire la resistenza della colla, questo è dovuto alla composizione intrinseca degli adesivi che essendo catene polimeriche tendono appunto a degradarsi. Si riportano a titolo di esempio quattro adesivi di uso aerospaziale, con la relativa resistenza ricavata tramite *Lap shear test* al variare della temperatura.

Tabella 2-f Tensione massima [MPa] al variare della temperatura e del tipo di adesivo- *Lap shear test* [37]

	Hysol EA 9690	Hysol EA 9695	Hysol EA 9696	HexBond 609 [38]
$T = -55\text{ °C}$	43.8	30.3	48.3	33 (22 °C)
$T = 25\text{ °C}$	42.0	34.5	41.3	31 (50 °C)
$T = 82\text{ °C}$	26.9	31.0	31.3	24 (80 °C)
T_{max}	14.5 (121 °C)	23.4 (149 °C)	12.8 (121 °C)	15 (100 °C)

Migliorando la temperatura di degradamento dell'adesivo si può ampliare il range di utilizzo, ad esempio, per gli adesivi epossidici si estende fino a valori di 150 – 200 °C, con picchi di 260 °C per brevi periodi di tempo, mentre per adesivi *poli – immidici* si ha una temperatura di utilizzo di 260 °C con picchi fino a 500 °C.

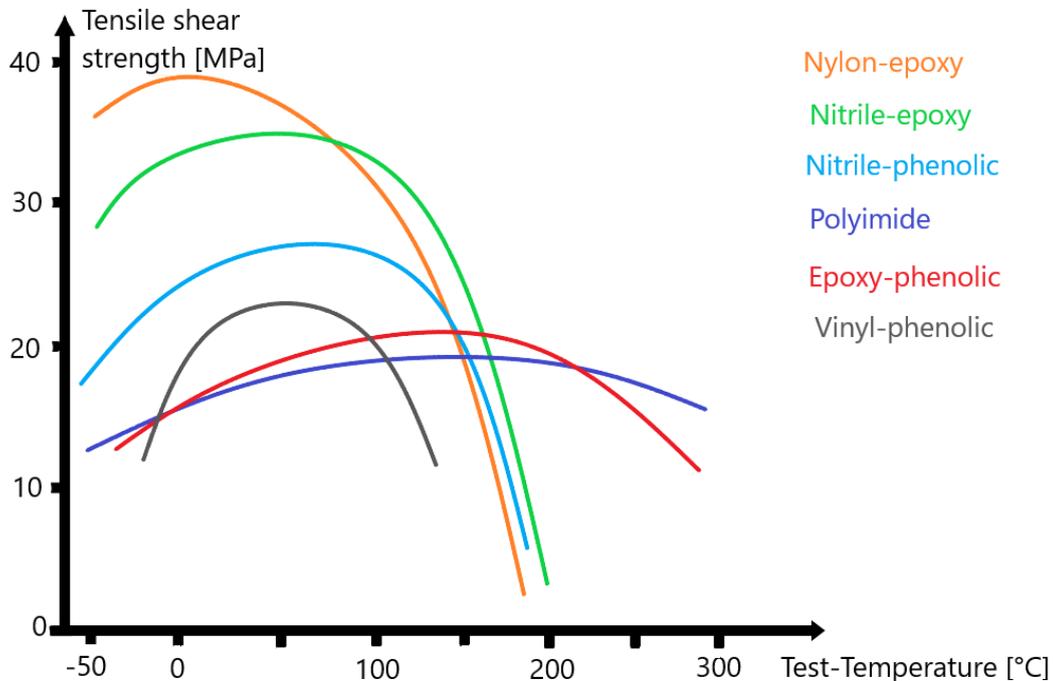


Figura 2-XV Variazione della resistenza al variare della temperatura di prova [57]

L'umidità, o meglio l'assorbimento e desorbimento, ha effetto avverso nelle proprietà meccaniche dell'adesivi; infatti, come già trattato nel capitolo 1, lo strato adesivo e l'aderendo, in composito particolarmente, tendono, per loro natura, ad assorbire acqua; il processo è facilitato se l'acqua è sottoforma di vapore acqueo piuttosto che tramite immersione vera e propria.

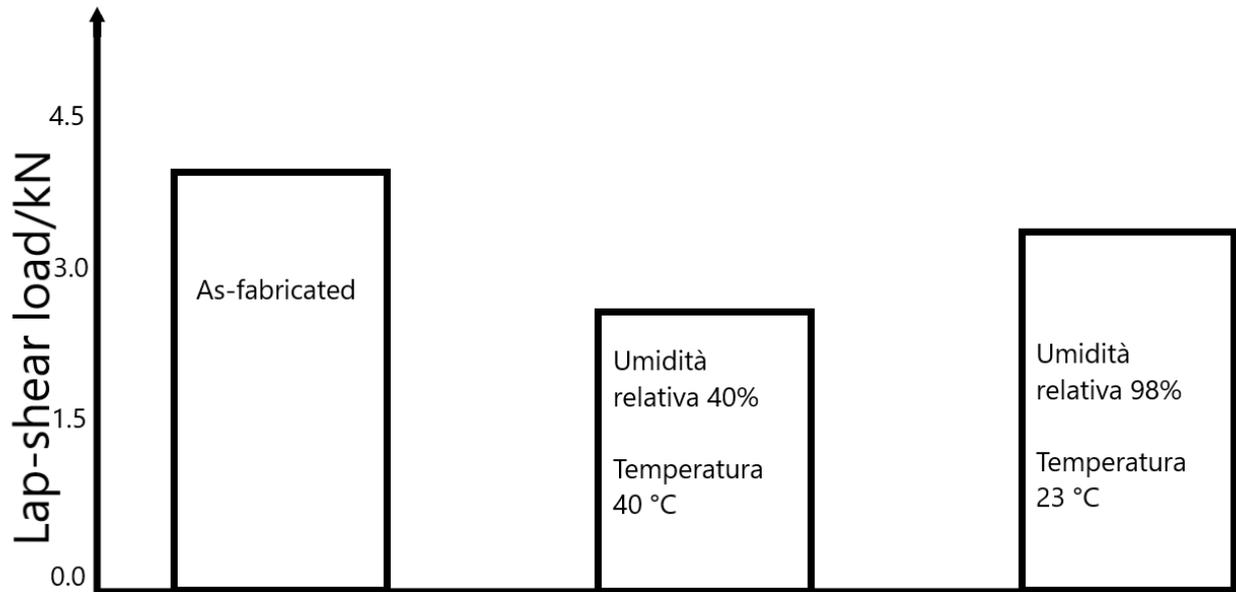


Figura 2-XVI Effetto dell'esposizione ad atmosfera calda e umida per una giunzione incollata in alluminio [66]

Tipologia di aderendo

In generale è possibile incollare tutte le tipologie di componenti, tenendo sempre ben presente la compatibilità sia tra i materiali giuntati, che tra aderendo e adesivo. I laminati compositi, trattati in modo più approfondito in questa tesi, riescono ad adattarsi bene ad adesivi che siano della stessa famiglia della matrice di riferimento, ed insieme ai materiali metallici come alluminio sono giuntabili con colle epossidiche e acriliche.

Inoltre, deve essere valutata la relativa rigidità tra aderendo e adesivo, evitando ad esempio di collegare elementi flessibili tramite adesivi dal comportamento fragile. Si riporta, a titolo di esempio, un set di dati e proprietà di tipici adesivi per uso strutturale; si vuole mettere in evidenza le differenze tra un comportamento maggiormente fragile o duttile, con focus nel modulo elastico e la deformazione percentuale a rottura.

Tabella 2-g Adesivi utilizzati in campo aerospaziale [37]

Adesivo	Modulo a taglio trasversale [Mpa]	Resistenza a taglio [Mpa]	Shear strain [%]
AV138 Epoxy	1559	30	7.8
DP805 Acrilico	159	8.4	180
SikaFlex 265 Poliuretano	0.7	4.5	450
Redux 326 – Bismaleidico	1180	36.5	3.63

È importante quindi scegliere un giusto accoppiamento tra aderendo e adesivo, in modo da limitare i picchi di tensione, le eventuali disuniformità nell'andamento tensionale, migliorando quindi l'efficienza complessiva e la tenuta strutturale.

Capitolo 3 : Soluzioni analitiche e criteri di rottura implementati

Il terzo capitolo riassume le soluzioni analitiche implementate sia per l'andamento tensionale che per il criterio di rottura. L'analisi dei modelli implementati è centrale nello sviluppo del software, poiché tutti i dati restituiti in output saranno legati alle ipotesi scelte e all'accuratezza della soluzione, che dipende dal riferimento bibliografico scelto. È stata effettuata un'attenta rassegna dei vari articoli in letteratura, a partire dalle prime analisi effettuate da "Volkersen" e "Goland and Reissner", fino agli articoli più recenti e complessi con risultati non sempre in forma chiusa; sono stati anche valutati vari criteri di rottura, partendo dai più semplici, come il modello della tensione e deformazione massima, fino ai più complessi, al fine di scegliere il più adeguato per il caso di interesse.

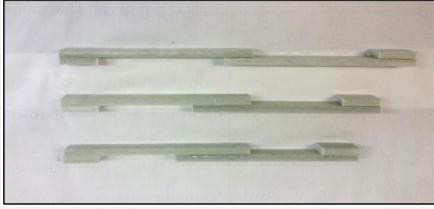
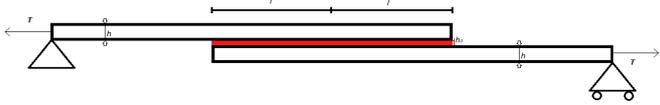
3.1 Come conformare la realtà: dal modello reale alla formulazione matematica

Ricavare le equazioni che descrivono un fenomeno è un processo che attraversa tre fasi:

1. Valutazione del modello reale da analizzare;
2. Scelta del modello fisico, in base all'accuratezza e alle ipotesi prefissate;
3. Derivazione del modello matematico, con annessa formulazione;

Per comprendere a pieno l'argomento, che è alla base di ogni equazione ricavata di seguito, si riassumono di seguito i tre modelli, applicato al caso di studio di interesse.

Tabella 3-a Dal reale al matematico

Modello	Riferimento
<p>Reale: giunzione incollata in materiale composito</p>	 <p>Vista laterale giunzioni incollate [9]</p>
<p>Fisico: schema fisico di riferimento [2]</p>	
<p>Matematico: equazioni differenziali che caratterizzano l'andamento tensionale [1]</p>	$\begin{cases} \frac{d^3 \tau_a}{dx^3} + \alpha \frac{d \tau_a}{dx} = 0 \\ \frac{d^4 \sigma_a}{dx^4} + \eta \sigma_a = 0 \end{cases}$

Il modello reale è ciò che deve essere descritto ovvero il fenomeno reale. Il modello fisico è il modo con il quale facciamo interagire la realtà derivando, di conseguenza, una formulazione più o meno complessa del modello matematico corrispondente. In questo caso, come si vedrà, si riesce a ricavare una formulazione chiusa a seguito di opportune ipotesi semplificative, ma ciò non è sempre vero; infatti, per alcuni problemi complessi è necessaria una soluzione numerica.

Al fine di rendere il discorso maggiormente tangibile, si può valutare per sommi capi, il modo in cui sono stati eseguiti questi passaggi nei modelli trattati nella tesi. Il primo punto riguarda la scelta del fenomeno da descrivere, ovvero la giunzione incollata in materiale composito. Il modello fisico prevede la scelta: dei vincoli, compatibilmente al modello reale, la descrizione del comportamento cinematico del composito e la selezione, molto importante, del modo di deformarsi dell'adesivo. In base alla complessità richiesta si utilizza un metodo matematico per la risoluzione, che nel caso semplificato prevede la possibilità di avere la formulazione chiusa, ma può essere utilizzato una metodologia differente se necessario come un'analisi agli elementi finiti, che a partire dallo stesso modello fisico restituisce una formulazione matematica differente.

3.2 Soluzioni analitiche

3.2.1 Criteri di scelta delle soluzioni adottate

I criteri che hanno permesso di definire i due articoli con le relative analisi associate sono stati:

- Soluzione in forma chiusa;
- Facilità di implementazione;
- Accuratezza;

Inoltre, era importante che gli articoli prevedessero la possibilità di definire aderendi in materiale composito, o dessero la possibilità di richiamare i termini di rigidità all'interno del codice. Infatti, nel primo caso venivano inseriti direttamente i dati del laminato composito, nel secondo caso venivano importati i termini di rigidità dopo averli calcolati.

La soluzione è ricaduta sugli articoli scientifici di *Zou* [1] e *Langella* [2]; nel seguito verranno trattati gli aspetti chiave dei due modelli con focus su eventuali analogie e differenze, evidenziando i passaggi che hanno portato alla scrittura delle equazioni differenziali di governo, ovvero del modello matematico a partire dal modello fisico scelto.

3.2.2 Soluzione analitica: Zou [1]

I modelli presenti in letteratura trattano, solitamente, soluzioni dal carattere non generale, limitandosi a specifici casi, non presentando una generalizzazione del metodo; la seguente trattazione, invece, a partire dal set di equazioni di governo permette, al variare delle condizioni al contorno, di avere più modelli implementabili, come ad esempio il classico *single lap joint* o lo *stiffned joint*.

I punti chiave per la definizione delle equazioni di governo sono:

- Relazioni costitutive e cinematiche per i laminati compositi
- Definizione del modello per lo stress nell'adesivo
- Equilibrio delle forze ed equazioni del sistema
- Condizioni di equilibrio alle estremità libere
- Condizioni al contorno
- Equazioni finali

Relazioni costitutive e cinematiche per i laminati compositi

Le relazioni costitutive per un laminato composito schematizzato come trave sono:

$$N_i = A_{11}^i u_{0i,x} - B_{11}^i w_{i,xx} \quad \text{Equazione 3.1}$$

$$M_i = B_{11}^i u_{0i,x} - D_{11}^i w_{i,xx} \quad \text{Equazione 3.2}$$

dove il pedice i indica rispettivamente l'aderendo superiore e inferiore ($i = 1,2$), mentre N_i e M_i sono le risultanti di forze e momento per unità di apertura. I coefficienti A_{11}^i , B_{11}^i e D_{11}^i sono i termini della prima riga e della prima colonna della matrice estensionale, di accoppiamento e flessionale rispettivamente, definiti come:

$$(A_{11}^i, B_{11}^i, D_{11}^i) = \int_{-\frac{h_i}{2}}^{\frac{h_i}{2}} Q_{11}^i(1, z, z^2) dz \quad \text{Equazione 3.3}$$

dove Q_{11}^i rappresenta il primo termine della matrice delle rigidezze ridotte trasformate, mentre h_i è lo spessore dell' i -esimo aderendo.

Il modello cinematico di riferimento è il modello trave EBT, schematizzato in figura (Fig. 3 – I):

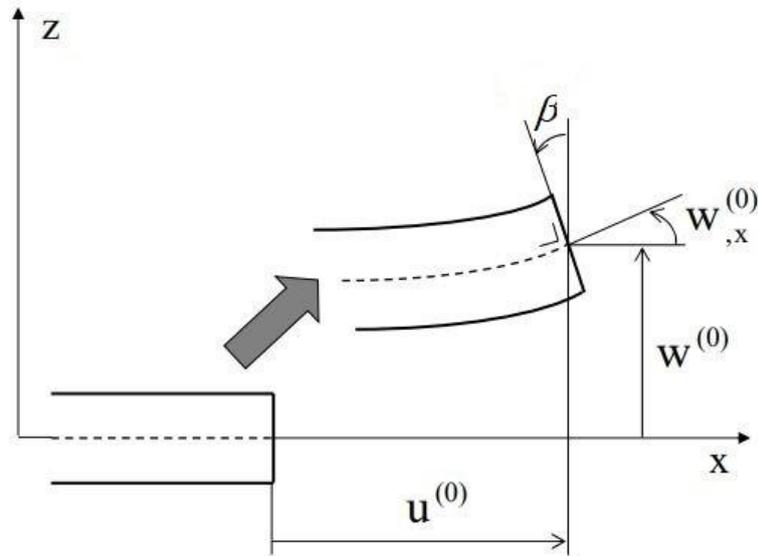


Figura 3-I Schematizzazione del modello EBT [6]

Le ipotesi fondamentali alla base sono:

- Ipotesi cinematiche
 - Le sezioni trasversali a deformazione avvenuta rimangono:
 1. Piane
 2. Perpendicolari all'asse della trave
 3. Della stessa lunghezza
- Ipotesi sullo stato di tensione
 - Stato di tensione piano
 - σ_{zz} nulla

A seguito delle ipotesi sopra citate, gli spostamenti u longitudinale e w trasversale sono:

$$u_i(x, z) = u_{0i}(x) + z\beta_i(x)$$

Equazione
3.4

$$w_i(x, z) = w_{0i}(x)$$

Equazione
3.5

Considerando la deformazione tagliante, nulla a seguito dell'ipotesi di perpendicolarità rispetto alla linea media delle sezioni trasversali a deformazione avvenuta, ricavo la seguente semplificazione

$$\beta_i = -w_{i,x},$$

dove u_i è lo spostamento nel piano, u_{0i} è lo spostamento nel piano riferito alla linea media mentre w_i è lo spostamento trasversale.

Definizione del modello per lo stress nell'adesivo

L'adesivo è modellizzato come:

- Omogeneo;
- Isotropo;
- Lineare elastico;

La deformazione del giunto sotto carico, secondo il modello proposto, è schematizzabile come in figura:

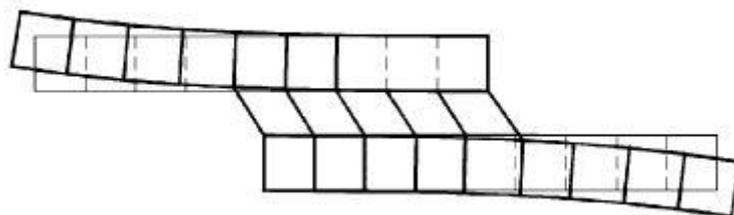


Figura 3-II Deformazione del giunto sotto carico [59]

Il carico si trasmette, dall'aderendo superiore all'aderendo inferiore, tramite deformazioni taglianti e di peeling nell'adesivo; isolando quindi, un dx di adesivo, si può vedere come le tensioni presenti sono legate alla differenza di spostamento lungo gli assi coordinati nei due aderendi (Fig. 3 – III)¹⁶.

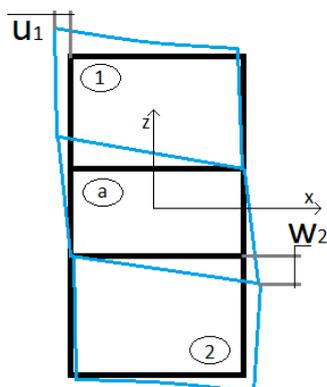


Figura 3-III Deformazione dell'adesivo legata alla deformazione dei due aderendi [59]

Le relazioni costitutive, considerando le ipotesi sopra citate, sono:

$$\tau_a(x) = \frac{G_a}{h_a} \left(u_{02}(x) + \frac{h_2}{2} \frac{dw_2(x)}{dx} - u_{01}(x) + \frac{h_1}{2} \frac{dw_1(x)}{dx} \right) \quad \text{Equazione 3.6}$$

$$\sigma_a(x) = \frac{E_a}{h_a} (w_2(x) - w_1(x)) \quad \text{Equazione 3.7}$$

Le componenti di stress presenti nel modello sono la tensione tagliante τ_a e la tensione di peeling σ_a , definite a partire dalla differenza di spostamento longitudinale u e trasversale w nei due aderendi (indicando con "1" l'aderendo superiore e con "2" l'inferiore), mediate dai valori di rigidità trasversale G_a e longitudinale E_a dell'adesivo, rispetto allo spessore h_a .

¹⁶ le deformazioni sono volutamente amplificate per chiarezza di trattazione e comprensione

Equilibrio delle forze ed equazioni del sistema

Il modello fisico di riferimento è il seguente:

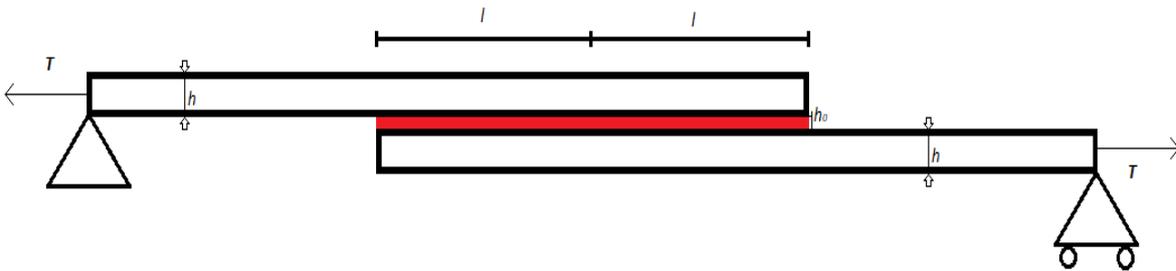


Figura 3-IV Modello fisico del giunto secondo Zou [1]

Sono presenti due aderendi, vincolati tramite una cerniera ed un carrello, collegati tra loro tramite un incollaggio per una lunghezza pari a $2l$; il giunto è sottoposto ad un carico assiale T e vincolato tramite un carrello e una cerniera. Analizzando la regione dell'incollaggio, per un tratto pari a dx è possibile ricavare le equazioni di governo del giunto tramite l'equilibrio generale. Lo schema di riferimento è riassunto nella figura seguente (Fig. 3 - V).

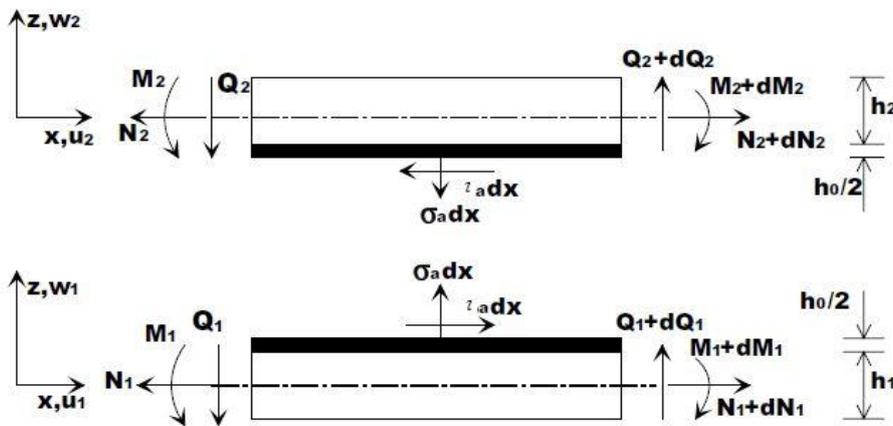


Figura 3-V Equilibrio di un tratto dx di giunto [1]

L'equilibrio è dato da:

➤ Aderendo 1

$$N_{1,x} = -\tau_a, \quad Q_{1,x} = -\sigma_a, \quad M_{1,x} = Q_1 - \tau_a \frac{h_1 + h_a}{2} \quad \text{Equazione 3.8}$$

➤ Aderendo 2

$$N_{2,x} = \tau_a, \quad Q_{2,x} = \sigma_a, \quad M_{2,x} = Q_2 - \tau_a \frac{h_2 + h_a}{2} \quad \text{Equazione 3.9}$$

Considerando un laminato composito simmetrico, ergo $[B] = [0]$, è possibile legare gli spostamenti u_i e w_i alle risultanti tramite le seguenti relazioni:

$$u_{0i,x} = \frac{N_i}{A_{11}^i} \quad \text{Equazione 3.10}$$

$$w_{i,x} = -\beta_i \quad \text{Equazione 3.11}$$

$$\beta_{i,x} = \frac{M_i}{D_{11}^i} \quad \text{Equazione 3.12}$$

Differenziando tre volte la relazione costitutiva riferita alla tensione di taglio e quattro volte la relazione costitutiva per la tensione di peeling (Eq. 3.6 e 3.7), considerando poi le relazioni appena ricavate (Eq. 3.8 – 3.12), si ottengono le equazioni differenziali di governo.

$$\begin{cases} \frac{d^3 \tau_a}{dx^3} + \alpha \frac{d\tau_a}{dx} = 0 \\ \frac{d^4 \sigma_a}{dx^4} + \eta \sigma_a = 0 \end{cases} \quad \text{Equazione 3.13-equazioni differenziali di governo}$$

I coefficienti α ed η sono definiti come segue:

$$\alpha = \frac{G_a}{h_a} \left[\frac{2}{A_{11}^i} + \frac{h}{2} \frac{(h + h_a)}{D_{11}^i} \right] \quad \text{Equazione 3.14}$$

$$\eta = 2 \frac{E_a}{h_a D_{11}^i} \quad \text{Equazione 3.15}$$

La soluzione generale del sistema di equazioni differenziali (Eq. 3.13), sull'intervallo $-l \leq x \leq l$, è:

$$\tau_a(x) = C_0 + C_1 \cosh(\zeta x) + C_2 \sinh(\zeta x) \quad \text{Equazione 3.16}$$

$$\begin{aligned} \sigma_a = & C_3 \cosh(\xi x) \cos(\xi x) \\ & + C_4 \sinh(\xi x) \sin(\xi x) + C_5 [\cosh(\xi x) \sin(\xi x) + \sinh(\xi x) \cos(\xi x)] \\ & + C_6 [\cosh(\xi x) \sin(\xi x) - \sinh(\xi x) \cos(\xi x)] \end{aligned} \quad \text{Equazione 3.17}$$

dove $\zeta^2 = \alpha$ e $\eta = 4(\xi)^4$

Condizioni di equilibrio alle estremità libere

Le tensioni presenti nell'adesivo lungo la zona di *overlap* ($-l \leq x \leq l$) hanno le seguenti risultanti di sforzo:

$$\int_{-l}^l \tau_a(x) dx = N_1|_{x=-l} - N_1|_{x=l} \quad \text{Equazione 3.18}$$

$$\int_{-l}^l \sigma_a dx = Q_1|_{x=-l} - Q_1|_{x=l} \quad \text{Equazione 3.19}$$

$$\int_{-l}^l \sigma_a x dx = \{M_1|_{x=l} - M_1|_{x=-l} - l * Q_1|_{x=-l} + l * Q_1|_{x=l} - \frac{h_a + h_1}{2} [N_1|_{x=l} - N_1|_{x=-l}]\}^{17}$$

Equazione 3.20

Single-lap joint under tension

Indicando con “1” l’aderendo superiore e con “2” l’aderendo inferiore, è possibile scrivere, agli estremi della zona di sovrapposizione, le seguenti condizioni a contorno, valide per il *single – lap joint*:

$$x = -l \quad \begin{cases} M_1 = 0, & Q_1 = 0, & N_1 = 0, \\ M_2 = \bar{M}, & Q_2 = \bar{Q}, & N_2 = T \end{cases}$$

Equazione 3.21

$$x = l \quad \begin{cases} M_1 = \bar{M}, & Q_1 = \bar{Q}, & N_1 = T \\ M_2 = 0, & Q_2 = 0, & N_2 = 0 \end{cases}$$

dove:

$$\bar{M} = k \frac{T}{2} h_i$$

Equazione 3.22

$$\bar{Q} = \frac{1}{2l} \left[\frac{T}{2} (2h_1 + h_a) - M_1|_{x=-l} - M_2|_{x=l} \right]$$

Il parametro k è definito come:

$$k = \frac{2 \left[r_1 \left[\cosh(2\mu l) + \frac{\mu}{\mu_1} \sinh(2\mu l) \right] + \frac{h_1}{2} \right]}{h_1 \left[2 \cosh(2\mu l) + \left(\frac{\mu}{\mu_1} + \frac{\mu_1}{\mu} \right) \sinh(2\mu l) \right]}$$

Equazione 3.23

¹⁷ Momenti positivi se orari.

Funzione di μ e μ_1 , calcolati come rapporto, sotto radice, tra il carico applicato e la rigidezza flessionale degli aderendi e della sezione di *overlap*¹⁸.

$$\mu_1 = \sqrt{\frac{T}{D_{11}}} \quad e \quad \mu = \sqrt{\frac{T}{D_{overlap}}} \quad \text{Equazione 3.24}$$

Applicando le condizioni al contorno (Eq. 3.21) al sistema (Eq. 3.16; Eq. 3.17), si ottiene:

$$\tau(x) = \frac{2G_a \left(\frac{N}{A_{11}} + \frac{hM}{D_{11}} \right) - N \zeta^2 h_0}{2 \zeta^2 h_a l} + \frac{G_a \left(\frac{2N}{A_{11}} + \frac{hM}{D_{11}} \right)}{2 \sinh(\zeta l) \zeta h_a} \cosh(\zeta x) \quad \text{Equazione 3.25}$$

$$\sigma(x) = C_3 \cosh(\zeta x) \cos(\zeta x) + C_4 \sinh(\zeta x) \sin(\zeta x)$$

Le costanti C_3 e C_4 valgono rispettivamente:

$$C_3 = \frac{E_a k T h e^{\zeta l} [e^{2\zeta l} (\cos(\zeta l) - \sin(\zeta l)) - \sin(\zeta l) - \cos(\zeta l)]}{2 h_a D_{11} \zeta^2 (e^{4\zeta l} + 4e^{2\zeta l} \sin(\zeta l) \cos(\zeta l) - 1)} \quad \text{Equazione 3.26}$$

$$C_4 = \frac{E_a k T h e^{\zeta l} [e^{2\zeta l} (\cos(\zeta l) + \sin(\zeta l)) + \sin(\zeta l) - \cos(\zeta l)]}{2 h_a D_{11} \zeta^2 (e^{4\zeta l} + 4e^{2\zeta l} \sin(\zeta l) \cos(\zeta l) - 1)}$$

È possibile semplificare l'espressione delle (Eq. 3.26), senza perdere accuratezza; l'espressione per la tensione $\sigma(x)$ diventa quindi:

$$\sigma(x) = \frac{E_a k T h (\cos(\zeta l) - \sin(\zeta l))}{2 h_a D_{11} \zeta^2 e^{\zeta l}} \cosh(\zeta x) \cos(\zeta x) + \frac{E_a k T h (\cos(\zeta l) + \sin(\zeta l))}{2 h_a D_{11} \zeta^2 e^{\zeta l}} \sinh(\zeta x) \sin(\zeta x) \quad \text{Equazione 3.27}$$

La formulazione di Zou [1] per $\tau(x)$, espressa nell'equazione (Eq. 3.25) non è formalmente corretta; Langella [2] nel suo paper riporta la corretta espressione per l'andamento di $\tau(x)$. Questo aspetto è trattato a parte nel successivo paragrafo 3.3.

¹⁸ La rigidezza $D_{overlap}$ è riferita al complesso composto da: adesivo più aderendo superiore e inferiore.

3.2.3 Soluzione analitica: Langella [2]

La seconda soluzione scelta è una estensione della precedente, sostanzialmente molto simile con modifiche nella definizione dei parametri di rigidezza e nell'introduzione di una ulteriore variabile "c" indicante la lunghezza del giunto al di fuori dell'overlap.

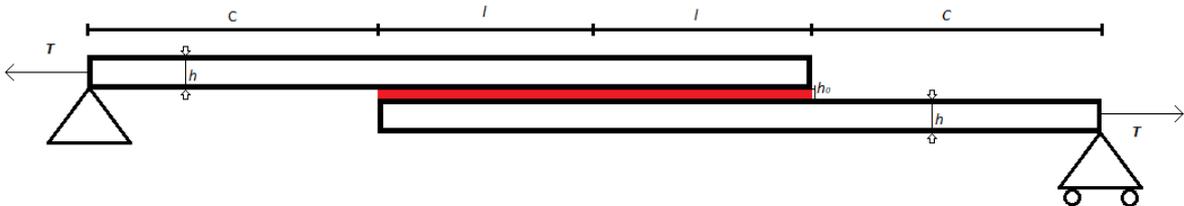


Figura 3-VI Modello fisico secondo Langella [2]

I termini di rigidezza, considerando aderenti uguali tra loro, sono stati modificati come segue:

$$a_{11} = A_{11}^{-1} \quad \text{Equazione 3.28}$$

$$d_{11} = D_{11}^{-1}$$

ovvero, sono stati considerati i valori di rigidezza derivanti dalle matrici costitutive A e D inverse, prendendo rispettivamente il termine della prima riga e della prima colonna; formalmente questa metodologia risulta più accurata della precedente.

L'altro grande passo avanti è stato quello di considerare la variabile "c", lunghezza al di fuori dell'overlap, inserita nella soluzione a partire dalle condizioni al contorno modificando le (Eq. 3.22) come segue:

$$\begin{cases} \bar{M} = \frac{(h + h_a)T}{2} e \\ \bar{Q} = \frac{(h + h_a)T}{2} e \frac{\mu_1 \cosh(\mu_1 c)}{\sinh(\mu_1 c)} \end{cases} \quad \text{Equazione 3.29}$$

Il termine "e: edge moment factor", di cui sotto si riporta la formulazione, è funzione sia della geometria del giunto tramite i parametri c ed l , sia delle proprietà di rigidezza che di carico tramite i parametri μ_1 e μ .

$$e = \frac{\sinh(\mu_1 c) \cosh(\mu l)}{\sinh(\mu_1 c) \cosh(\mu l) + \frac{\mu_1}{\mu} \cosh(\mu_1 c) \sinh(\mu l)} \quad \begin{array}{l} \text{Equazione} \\ 3.30 \end{array}$$

È evidente la dipendenza dalle caratteristiche meccaniche e geometriche del giunto, in particolare dal parametro c , che nel caso in cui si conosca il suo valore è possibile introdurlo nell'analisi, che risulterà poi maggiormente accurata.

La soluzione generale del sistema è sostanzialmente simile al caso precedente.

$$\tau_a(x) = H_0 + H_1 \cosh(\rho x) + H_2 \sinh(\rho x) \quad \begin{array}{l} \text{Equazione} \\ 3.31 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \sigma(x) = & H_3 \cosh(\gamma x) \cos(\gamma x) + H_4 \sinh(\gamma x) \sin(\gamma x) + \\ & + H_5 [\cosh(\gamma x) \sin(\gamma x) + \sinh(\gamma x) \cos(\gamma x)] + \\ & + H_6 [\cosh(\gamma x) \sin(\gamma x) - \sinh(\gamma x) \cos(\gamma x)] \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{Equazione} \\ 3.32 \end{array}$$

Dove:

$$\rho^2 = \frac{G_a}{h_a} \left[2a_{11} + \frac{h}{2} (h + h_a) d_{11} \right] \quad \begin{array}{l} \text{Equazione} \\ 3.33 \end{array}$$

$$4\gamma^4 = 2 \frac{E_a}{h_a} d_{11} \quad \begin{array}{l} \text{Equazione} \\ 3.34 \end{array}$$

Applicando le condizioni al contorno (Eq. 3.21), considerando i valori di taglio e momento (Eq. 3.29) opportunamente rielaborati come descritto, si ricavano le costanti di integrazione, formalmente diverse dalla soluzione di Zou:

$$H_0 = \frac{1}{2} \frac{\left[T \rho^2 - 2 \frac{G_a}{h_a} \left(a_{11} T + \frac{1}{2} h d_{11} \bar{M} \right) \right]}{\rho^2 l} \quad \begin{array}{l} \text{Equazione} \\ 3.35 \end{array}$$

$$H_1 = \frac{1}{\rho} \frac{G_a \left[a_{11} T + \frac{1}{2} h d_{11} \bar{M} \right]}{h_a \sinh(\rho l)} \quad \begin{array}{l} \text{Equazione} \\ 3.36 \end{array}$$

$$H_2 = 0$$

Equazione
3.37

$$H_3 = \frac{\left[2 \cosh(\gamma l) \gamma^2 \cos(\gamma l) d_{11} \frac{E_a}{h_a} \bar{Q} + \frac{E_a}{h_a} d_{11} \bar{M} (2 \sinh(\gamma l) \gamma^3 \cos(\gamma l)) \right]}{[A - B]} - \frac{2 \cosh(\gamma l) \gamma^3 \sin(\gamma l)}{[A - B]}$$

Equazione
3.38

$$H_4 = \frac{\left[(2 \cosh(\gamma l) \gamma^3 \sin(\gamma l) + 2 \sinh(\gamma l) \gamma^3 \cos(\gamma l)) \frac{E_a}{h_a} d_{11} \bar{M} \right]}{[A - B]} + \frac{2 \frac{E_a}{h_a} d_{11} \bar{Q} \sinh(\gamma l) \gamma^2 \sin(\gamma l)}{[A - B]}$$

Equazione
3.39

$$H_5 = H_6 = 0$$

Equazione
3.40

$$A = 4[\cosh(\gamma l) \gamma^3 \sin(\gamma l) + 2 \sinh(\gamma l) \gamma^3 \cos(\gamma l)] \cosh(\gamma l) \gamma^2 \cos(\gamma l)$$

Equazione
3.41

$$B = 4[\cosh(\gamma l) \gamma^3 \sin(\gamma l) - 2 \sinh(\gamma l) \gamma^3 \cos(\gamma l)] \cosh(\gamma l) \gamma^2 \cos(\gamma l)$$

Equazione
3.42

3.2.4 Stiffened panel

La possibilità di gestire differenti tipologie di giunzioni è trattata nell'articolo di Zou [1], in quanto a partire dal sistema di equazioni differenziali (Eq.3.13), considerando differenti condizioni al contorno, si ricavano formulazioni per diverse geometrie.

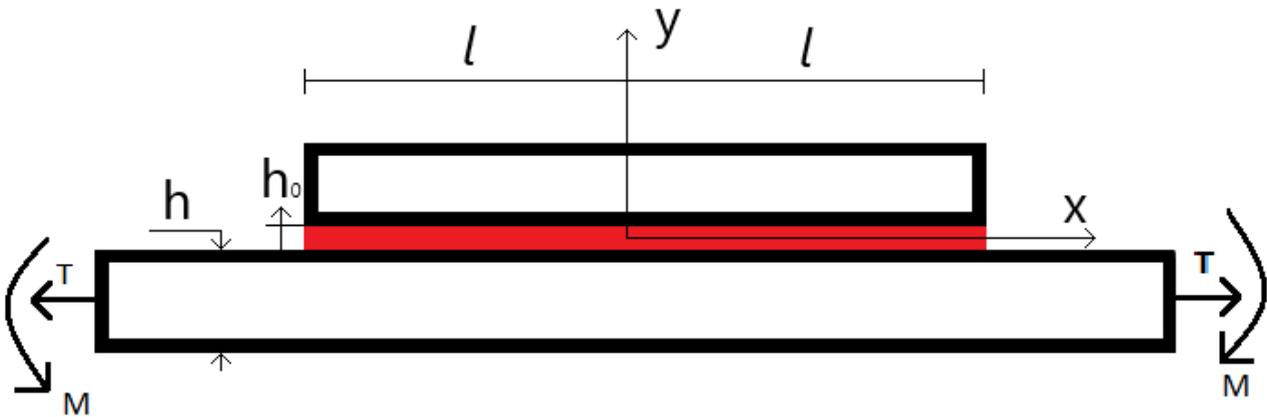


Figura 3-VII Schema del pannello irrigidito [1]

Definiamo come irrigidimento l'aderendo superiore 2 e come pannello l'aderendo inferiore 1; in base alla tipologia di carico (assiale di trazione N , momento flettente M o combinazione dei due) applicato alle estremità del pannello avremo delle particolari condizioni al contorno con le relative soluzioni associate.

Pannello irrigidito sotto carico assiale di trazione

Le condizioni al contorno per il caso in esame sono:

$$x = -l \quad \begin{cases} M_1 = 0, & Q_1 = 0, & N_1 = T \\ M_2 = 0, & Q_2 = 0, & N_2 = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Equazione} \\ 3.43 \end{array}$$

$$x = l \quad \begin{cases} M_1 = 0, & Q_1 = 0, & N_1 = T, \\ M_2 = 0, & Q_2 = 0, & N_2 = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Equazione} \\ 3.44 \end{array}$$

A partire dal sistema (Eq. 3.13) considerando le condizioni al contorno (Eq. 3.43 e 3.44), derivanti dalla particolare condizione di carico prescelta, ovvero di carico assiale alle estremità libere del pannello, si perviene alla seguente soluzione:

$$\tau(x) = \frac{-G_a k_{11} T}{\zeta h_a \cosh(\zeta l)} \sinh(\zeta x) \quad \text{Equazione 3.45}$$

Come si può notare non è presente la tensione di peeling, il che non è errato, poiché nel caso di giunzione bilanciata con solo carico assiale la tensione di pelamento non è contemplata; infatti, come si può notare dalle condizioni al contorno (Eq. 3.43; Eq. 3.44) non sono presenti taglio e momento, che generano le tensioni sigma lungo l'overlap.

Pannello irrigidito sotto momento flettente

Considerando lo schema di riferimento (Fig. 3 – VII), con una condizione di carico differente dal caso precedente, ovvero con la presenza di momento flettente alle estremità libere del pannello e con le seguenti condizioni al contorno:

$$x = l \quad \begin{cases} M_1 = 0, & Q_1 = 0, & N_1 = T \\ M_2 = 0, & Q_2 = 0, & N_2 = 0 \end{cases} \quad \text{Equazione 3.46}$$

$$x = -l \quad \begin{cases} M_1 = 0, & Q_1 = 0, & N_1 = T, \\ M_2 = 0, & Q_2 = 0, & N_2 = 0 \end{cases} \quad \text{Equazione 3.47}$$

si ricavano gli andamenti sottostanti:

$$\tau(x) = \frac{-G_a k_{14} h \bar{M}}{\zeta h_a \cosh(\zeta l)} \sinh(\zeta x) \quad \text{Equazione 3.48}$$

$$\sigma(x) = C_3 \cosh(\zeta x) \cos(\zeta x) + C_4 \sinh(\zeta x) \sin(\zeta x) \quad \text{Equazione 3.49}$$

Le costanti di integrazione C_3 e C_4 nel caso di elevate lunghezze di sovrapposizione, quindi per la maggior parte dei casi in esame, possono essere semplificate come segue¹⁹:

¹⁹ La formulazione completa è presente nel in Zou [1].

$$C_3 = -\frac{E_a k_{14} \bar{M}(\sin(\xi l) - \cos(\xi l))}{\xi^2 h_a e^{\xi l}} \quad \begin{array}{l} \text{Equazione} \\ 3.50 \end{array}$$

$$C_4 = \frac{E_a k_{14} \bar{M}(\sin(\xi l) + \cos(\xi l))}{\xi^2 h_a e^{\xi l}} \quad \begin{array}{l} \text{Equazione} \\ 3.51 \end{array}$$

La scelta di trattare il modello di “pannello irrigidito” è dettata dall’esigenza di avere uno strumento veloce per stimare l’andamento tensionale in questi elementi, che sono ampiamente utilizzati in campo aeronautico ed aerospaziale, ad esempio, per aumentare il carico limite che porta in instabilità il pannello.

3.3 Correzioni al modello di Zou

Le espressioni delle costanti di integrazione C_0 e C_1 espresse da Zou [1], e qui nuovamente riportate (Eq.3.52; Eq.3.53), per il caso d (*single-lap joint under tension*), sono riportate nel Capitolo 3, equazione (Eq. 3.25).

$$C_0 = \frac{2G_a \left(\frac{N}{A_{11}} + \frac{hM}{D_{11}} \right) - N \xi^2 h_0}{2\xi^2 h_a l} \quad \begin{array}{l} \text{Equazione} \\ 3.52 \end{array}$$

$$C_1 = \frac{G_a \left(\frac{2N}{A_{11}} + \frac{hM}{D_{11}} \right)}{2 \sinh(\xi l) \xi h_a} \quad \begin{array}{l} \text{Equazione} \\ 3.53 \end{array}$$

Queste espressioni non sono compatibili con le condizioni al contorno espresse di seguito:

$$x = -l \quad \begin{cases} M_1 = 0, & Q_1 = 0, & N_1 = 0, \\ M_2 = \bar{M}, & Q_2 = \bar{Q}, & N_2 = T \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Equazione} \\ 3.54 \end{array}$$

$$x = l \quad \begin{cases} M_1 = \bar{M}, & Q_1 = \bar{Q}, & N_1 = T, \\ M_2 = 0, & Q_2 = 0, & N_2 = 0 \end{cases}$$

Langella [2] nel suo paper corregge le espressioni espresse da Zou [1], andando a ricalcolare le costanti di integrazione a partire dalle condizioni al contorno.

In particolare, l'espressione corretta della $\tau(x)$ è:

$$\tau(x) = \frac{N\zeta^2 h_0 - G_a \left(2 \frac{N}{A_{11}} + \frac{hM}{D_{11}} \right)}{2\zeta^2 h_a l} + \frac{G_a \left(\frac{2N}{A_{11}} + \frac{hM}{D_{11}} \right)}{2 \sinh(\zeta l) \zeta h_a} \cosh(\zeta x)$$

Equazione
3.55

Questa relazione è quella che poi effettivamente è stata inserita all'interno del codice sviluppato.

3.4 Criteri di resistenza

La scelta del criterio di resistenza è un passo importante all'interno della scrittura del software; infatti, il dimensionamento finale del componente deve soddisfare il criterio scelto, ovvero a partire dai dati ricavati dalle analisi deve essere prevista la capacità o meno del giunto di sottostare ai carichi applicati predicendo la zona e la modalità di rottura ed il carico massimo applicabile. Ad oggi il fenomeno della rottura delle giunzioni incollate non è ancora completamente noto, pur esistendo numerosi approcci e teorie, ma nessuna di esse riesce ad essere totalmente generale e applicabile. Inoltre, al fine di determinare il carico di rottura è necessario predire l'andamento tensionale all'interno dell'adesivo.

Un ampio numero di ricerche ha reso noto come i parametri di design sia degli aderenti che degli adesivi, come:

- la lunghezza di *overlap*;
- la larghezza dell'aderendo;
- lo spessore dell'adesivo e dell'aderendo;
- eventuali trattamenti superficiali;
- fattori ambientali;

abbiano influenza nella resistenza della giunzione.

Nel caso di studio si ricerca un criterio di resistenza che permetta di stimare la resistenza di giunzioni incollate in materiale composito sotto carico statico.

I criteri di resistenza, per le giunzioni incollate, sono raggruppabili nelle seguenti categorie:

1. Massima tensione o deformazione;
2. Stress o strain critico ad una distanza dal picco (*criterio della zona finita*);
3. Stato limite (*Limit state criteria*);
4. Meccanica della frattura;

Nel programma è stato scelto di implementare il criterio esposto in *Weißgraeber* [18].

3.4.1 Finite Fracture Mechanics model *Weißgraeber* [18]

Il paragrafo che segue tratta uno degli aspetti cruciali del software ovvero il criterio di rottura implementato; la trattazione è così suddivisa: verranno prima trattate le ipotesi preliminari alla base del metodo, seguite dalla trattazione teorica che evidenzia gli aspetti chiave della formulazione.

Ipotesi preliminari

Al fine di comprendere tutta la parte teorica seguente è necessario menzionare le ipotesi che permettono di formulare il criterio seguente.

Il primo aspetto importante da tenere in considerazione è che la cricca si forma parallelamente all'overlap, cioè si crea nell'estremo a $x = -l$, e si propaga lungo la direzione a x positive; simmetricamente si potrebbe avere una crepa che si crea nell'angolo rientrante diametralmente opposto, ovvero per $x = l$ nell'interfaccia con l'aderendo sottostante.

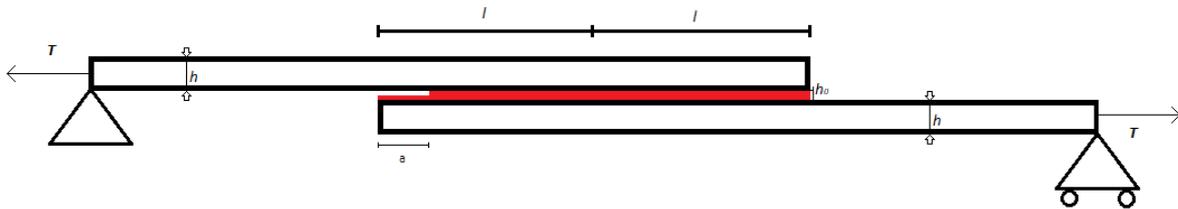


Figura 3-VIII Schematizzazione della giunzione con una cricca di valore "a" nell'estremo sinistro [18]

Un secondo aspetto molto importante da ricordare è che la cricca si propaga solo all'interno dell'adesivo e non dell'aderendo, ritenuto più resistente.

Infine, è necessario menzionare che il criterio non è valido in generale per ogni tipologia di adesivo, ma esiste un parametro discriminante δ , *brittleness number*, che restringe il range delle possibili resine applicabili.

Brittleness number δ

Il *brittleness number* δ è un parametro adimensionale che rapporta tra loro caratteristiche meccaniche dell'adesivo e stima il comportamento tra duttile e fragile;

$$\delta = \alpha \frac{E_a G_c}{t_a \sigma_c^2}$$

Con:

$$\alpha = 2 \frac{\left(\frac{\sigma_{max}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{max}}{2} \right)^2 + \tau_{max}^2} \right)^2}{\left(\frac{\sigma_{max}}{2} \right)^2 + \frac{E_a}{G_a} (\tau_{max}^2 + \left(\frac{G_a}{E_a} \frac{d\sigma}{dx} \Big|_{x=0} \right)^2 \frac{t_a^2}{12}}$$

Equazione 3.56

Per le tipiche giunzioni si ha $\alpha \sim 1.7$. Il valore massimo per il quale il modello predice adeguatamente il carico di rottura è $\delta = 22.2$, come definito in *Weißgraeber* [18].

Formulazione teorica

L'approccio energetico, basato sulla frattura lineare elastica (*LEFM*), valuta il confronto tra il valore del rilascio di energia G , calcolata a partire dall'energia totale U , con il valore critico di riferimento tipico del materiale G_c :

$$G = -\frac{dU}{dA} = G_c \quad \text{Equazione 3.57}$$

G è il *differential energy release rate*, derivata dell'energia potenziale totale U rispetto all'area infinitesima $dA = da * b$, data dal prodotto tra l'estensione della cricca per la larghezza totale del giunto. Nel caso di studio si ha $b = 1$, ovvero estensione unitaria del giunto nella terza dimensione, quindi $dA = da$.

Cadendo l'ipotesi di lunghezza infinitesima di cricca si può riscrivere la (Eq. 3.57) come segue:

$$\bar{G} = -\frac{\Delta U}{\Delta A} \quad \text{Equazione 3.58}$$

\bar{G} è definita come rilascio di energia incrementale, dove non si considera più la lunghezza di cricca infinitesima, ma si valuta il suo valore incrementale ΔA secondo l'approccio della meccanica della frattura finita (*FFM*); se $\Delta A \rightarrow 0$, si ricade nel caso precedente.

Quindi a partire dal valore di G si ricava \bar{G} , tramite una semplice integrazione:

$$\bar{G} = \frac{1}{\Delta A} \int_A^{A+\Delta A} G(\tilde{A}) d\tilde{A} \quad \text{Equazione 3.59}$$

Nel caso di rottura dell'adesivo, il caricamento è misto, ovvero si ha presenza di apertura nel *modo I* e *modo II* sotto carico di peeling e taglio rispettivamente. Il valore di G deve contenere entrambi i picchi tensionali, affinché si considerino sia i singoli modi che modalità miste.

Il rilascio di energia corrisponde all'energia contenuta nell'interfaccia lungo la cricca; nel caso di tensioni costanti lungo lo spessore dall'adesivo si ha la seguente formulazione:

$$G = \frac{1}{2} \frac{h}{G_a} \tau_{max}^2 + \frac{1}{2} \frac{h}{E_a} \sigma_{max}^2 \quad \text{Equazione 3.60}$$

Per cui al fine di calcolare il rilascio di energia incrementale \bar{G} è necessario integrare l'espressione precedente (Eq. 3.60):

$$\bar{G} = \frac{1}{\Delta A} \int_A^{A+\Delta A} G(\bar{A}) d\bar{A} = \frac{1}{a} \int_0^a \left(\frac{1}{2} \frac{h}{G_a} \tau(x)_{max}^2 + \frac{1}{2} \frac{h}{E_a} \sigma(x)_{max}^2 \right) d\bar{a} \quad \text{Equazione 3.61}$$

Considerando che all'aumentare dell'estensione della cricca si ha una riduzione della lunghezza di *overlap* ($2l - a$) ed una variazione del picco tensionale, non costante al variare della zona di incollaggio, si può scrivere:

$$\bar{G} = \frac{1}{a} \int_0^a \left(\frac{1}{2} \frac{h}{G_a} \tau_{max}^2 (2l - \bar{a}) + \frac{1}{2} \frac{h}{E_a} \sigma_{max}^2 (2l - \bar{a}) \right) d\bar{a} \quad \text{Equazione 3.62}$$

Definito il calcolo di \bar{G} , è importante scegliere un criterio tensionale che sia compatibile con l'andamento tensionale all'interno dell'adesivo.

Come è noto la giunzione presenta sia tensione di taglio che di peeling ed entrambe concorrono alla rottura ed entrambe devono essere inserite all'interno del criterio scelto. Per questo motivo, come suggerito in *Weißgraeber* [18], si è scelto il criterio del massimo stress principale.

Massimo stress
principale

$$\sigma_I = \frac{\sigma_{max}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{max}}{2}\right)^2 + \tau_{max}^2} \quad \text{Equazione 3.63}$$

Questo valore si confronta con la resistenza a trazione del materiale σ_c ricavata tramite prove o fornita dal produttore.

Per cui il criterio, nel suo complesso, risulta essere scrivibile come segue:

$$T_f = \min\{T \mid \sigma_I > \sigma_c \ \& \ \bar{G} > G_c\} \quad \text{Equazione 3.64}$$

Quindi devono essere verificate entrambe le proposizioni affinché si abbia la rottura.

Andamento di \bar{G} in funzione della lunghezza di cricca

A titolo di esempio è riportato un grafico (Fig.3 – IX) che evidenzia l'andamento del rilascio di energia incrementale \bar{G} in funzione dalla propagazione della cricca, per tre differenti spessori di adesivo. Il diagramma è costruito con un apposito *script python* che sfrutta i dati geometrici, di carico e proprietà meccaniche in tabella (Tab 3 – b).

Si può notare un lieve aumento del tasso di rilascio di energia con l'ispessimento dell'adesivo.

Tabella 3-b Parametri geometrici, di carico e meccanici utilizzati per l'analisi

Geometria e carico	Aderendi	Adesivo
Overlap = 25 mm Carico = 200 N/mm	$E = 70 \text{ GPa}$ $\nu = 0.3$ $h = 2 \text{ mm}$	$E_a = 4 \text{ GPa}$ $\nu_a = 0.35$

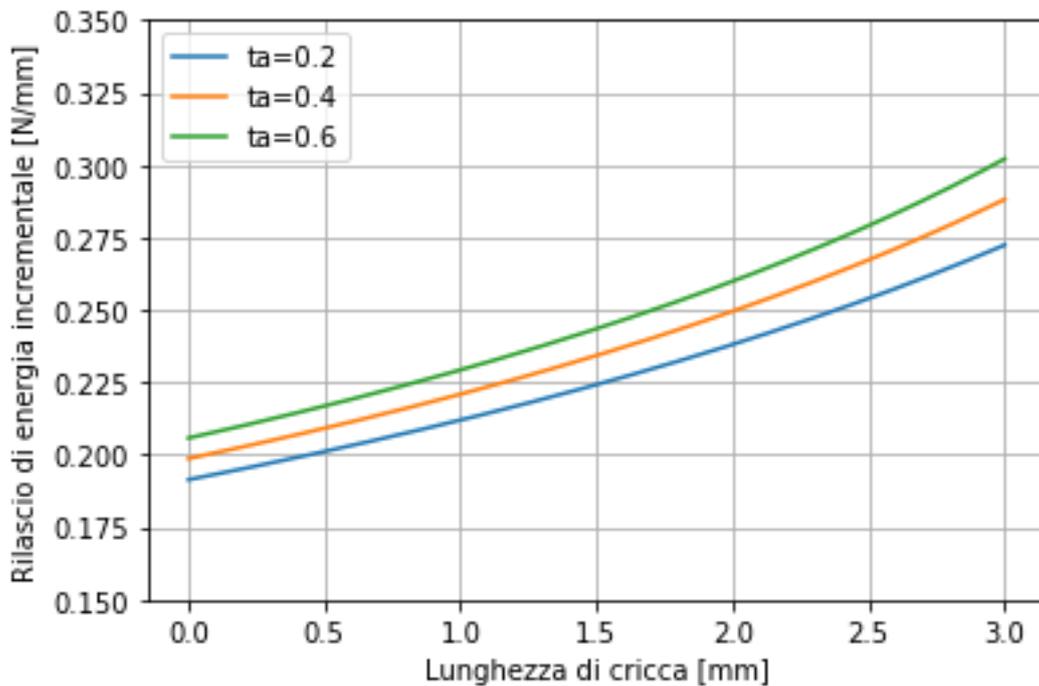


Figura 3-IX Rilascio di energia incrementale in funzione della lunghezza della cricca l variare dello spessore dell'adesivo; rif. materiale (Tab.3-b)

Capitolo 4 : Scrittura del codice ed interfaccia grafica del software

In questa sezione verrà trattata la parte più operativa della tesi. Dopo aver scelto i modelli più significativi per definire lo stato tensionale e la rottura della zona giuntata, è stato necessario implementarli nella maniera più efficace, all'interno di un linguaggio di programmazione, che renda user-friendly il prodotto finale. Il capitolo è diviso in due sezioni principali: la prima tratta le *function* implementate, gli *input* e *output* richiesti, il modo in cui gli script interloquiscono tra di loro, mentre la seconda si incentra sulla programmazione dell'interfaccia grafica mediante la libreria *Tkinter* [48].

La scelta è ricaduta sul linguaggio di programmazione "*Python*" [47] che, grazie alla semplice sintassi unita all'incredibile velocità di compilazione, ha permesso di raggiungere un risultato in linea con le aspettative; inoltre, la presenza di librerie precompilate con un'ottima documentazione allegata, ha permesso di ridurre i tempi di scrittura complessivi. In particolare, è stata utilizzata la libreria "*numpy*" [49] (*NUMerical PYthon*), che verrà approfondita nel seguito, che ha dei costrutti molto simili al noto software di calcolo scientifico *Matlab*, di cui avevo una conoscenza approfondita che mi ha permesso di migliorare l'ordine e la fluidità finale, con ottimizzazione delle parti di calcolo.

La scrittura del codice consta di due parti principali:

- *back – code*;
- *front – code*;

Le due fasi hanno richiesto conoscenze specifiche e differenti, ma con tempistiche simili di circa tre mesi.

Chiaramente un software completo deve essere, come precedentemente detto, oltre che affidabile, ripetibile e stabile anche *user – friendly*. Questo ha richiesto un'interfaccia grafica, semplice ed efficace, che permetta di avere tutte le funzionalità necessarie.

4.1 Script di calcolo: *Back – code*

Il termine *back – code* si riferisce a tutta la scrittura del codice riguardante la parte di calcolo, con annessi i *plot* e la visualizzazione dei risultati finali. Questo compito era maggiormente inerente al mio ambito di studi; infatti, riguardava la definizione delle varie tensioni presenti e la capacità di scegliere i criteri di rottura più appropriati.

La complessità della struttura del codice ha richiesto la necessità di scrivere il *back – code* in più *script* che interagissero tra loro pur mantenendo la loro indipendenza. Questo è stato possibile grazie alla stesura di sette funzioni indipendenti richiamate poi nel *main*.

Affinché il tutto funzionasse si è scelto di scrivere prima le varie sezioni del codice andando a definire i parametri di *input* all'interno del singolo foglio di calcolo, richiamando poi le *function* in uno *script* a parte valutando di volta in volta gli *output*; in particolare è stata verificata la correttezza sia del tipo di dato che numerica, confrontando con i valori presenti nelle pubblicazioni scientifiche. Una volta accertata l'accuratezza è stato possibile richiamare la funzione nel *main* e renderla parte integrante del codice finale.

I sette script sono:

1. *dati.py*
2. *matrice_rigidezza.py*
3. *stiffness.py*
4. *Zou_EBT.py*
5. *Langella.py*
6. *failure.py*
7. *main_page.py*

4.1.1 File di dati: *dati.py*

In questo file sono inserite in *input* i dati del materiale dei due aderendi e della colla. È importante sottolineare la possibilità di avere sia aderendi in materiale isotropo, che ortotropo.

Complessivamente devono essere definiti sette dati sull'aderendo, sei dati sulla colla e tre proprietà geometriche per un totale di 16 valori per un laminato in materiale composito giuntato tramite incollaggio; questi sono:

- Modulo elastico parallelo alla fibra E_1 ;
- Modulo elastico parallelo alla fibra E_2 ;
- Modulo a taglio tangenziale nel piano G_{12} ;
- Coefficiente di *poisson* ν_{12} ;
- Numero di strati n ;
- Spessori relativi dei vari strati h_i ;
- Angolo ϑ di rotazione, per ogni lamina, tra riferimento materiale e struttura;

Oltre queste sette valori che riguardano l'aderendo, devono essere inseriti i dati sulla colla, sul carico e sulla lunghezza di *overlap*:

- Modulo elastico longitudinale adesivo E_a ;
- Modulo elastico trasversale G_a ;
- Spessore adesivo h_a ;
- Coefficiente di *poisson* ν_a ;
- Rilascio di energia critica G_c ;
- Tensione massima di peeling σ_u ;
- Lunghezza di *overlap* $2l$;
- Carico per unità di lunghezza P o momento per unità di lunghezza M ;
- Lunghezza al di fuori dell'*overlap* c ;

4.1.2 Matrici di rigidezza: *matrice_rigidezza.py*

Le matrici di rigidezza $[A]$ membranale e $[D]$ flessionale permettono di riassumere il comportamento complessivo del laminato in un numero ristretto di valori. Fornendo i dati in input relativi alle caratteristiche meccaniche degli aderendi sono state calcolati i $3 \times 9 = 27$ valori di interesse. I dati sono poi passati al file di calcolo della soluzione sottoforma di matrici; sarà poi compito del codice scegliere le componenti di rigidezza di interesse.

Per la trattazione teorica completa si rimanda al *capitolo 3, paragrafo 3.2.2*.

4.1.3 Rigidezza della sezione di *overlap*: *stiffness.py*

Le soluzioni implementate richiedono, oltre che il calcolo delle classiche matrici di rigidezza $[A]$ e $[D]$, anche la definizione della rigidezza $D_{overlap}$ che è la rigidezza flessionale complessiva del costruito aderendo, adesivo, aderendo per la sola zona di *overlap*, ovvero:

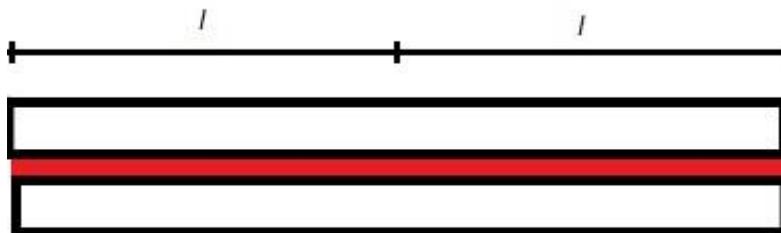


Figura 4-1 Sezione di *overlap* [1]

In maniera simile al calcolo delle matrici di rigidezza, ovvero richiamando i dati dal file *dati.py*, è stata calcolata la $D_{overlap}$; in particolare si è considerata la struttura come fosse un laminato composto da un numero di strati pari a:

$$n_{tot} = n_{st_1} + h_a + n_{st_2}$$

Dove:

n_{st_i} : sono gli strati che compongono l'aderendo '*i* - esimo', che in generale sono più di uno se l'aderendo è un laminato;

h_a : spessore dell'adesivo;

Il calcolo della matrice di rigidità dell'intero *overlap* è poi eseguita in maniera eguale al caso del precedente.

La matrice era necessaria per le soluzioni analitiche, in particolare è utilizzata nel calcolo dei valori in Eq. 3.24.

4.1.4 Soluzione analitica: *Zou_EBT.py* & *Langella.py*

Una volta che tutti i dati di input sono stati inseriti e definiti è possibile utilizzare le *function* che calcolano lo stato tensionale e l'andamento tensionale all'interno dell'*overlap* fornendo anche la tensione massima, di taglio e di *peeling*, presente. Questi sono i primi dati utili e necessari che serviranno poi come input per i criteri di resistenza. È importante sottolineare, che oltre ai dati sullo stato tensionale, in output sono forniti anche i valori delle caratteristiche sollecitanti agli estremi della zona di sovrapposizione: *N*, *Q* ed *M* ovvero sforzo normale, sforzo di taglio e momento flettente.

Zou_EBT.py

Questo file, come si evince dal nome, richiama la soluzione analitica di *Zou* [1]. Il file è composto da tre *function*:

- *SLJ*: single lap joint;
- *Stiffened panel under tension*;
- *Stiffened panel under bending moment*;

Ognuno delle tre sezioni contiene una delle soluzioni implementate. Gli *input* che arrivano sono i dati con i quali si calcolano le matrici di rigidità ed infine l'andamento tensionale. I valori tensionali sono passati nel *main* sottoforma di array.

I valori richiamati in input sono: i dati degli aderenti come *E1*, *E2*, *theta*, i dati dell'adesivo: *Ga*, *h_a*, *Ea* e le caratteristiche geometriche: *2l*, *N*; in seguito tramite i dati raccolti si calcolano le matrici di rigidità *A_{mat}* e *D_{mat}*, (chiamate così all'interno del codice) le quali serviranno per il calcolo dell'andamento tensionale.

Al termine del codice si utilizza il metodo *return* per definire i parametri da passare in *output* al momento della chiamata della funzione.

Langella.py

In maniera parallela al modello di *Zou* si ha un flusso di dati simile, ovvero vengono passati in input i dati alla *function*, calcolate le matrici di rigidità e l'andamento tensionale. È importante sottolineare che in questo specifico caso deve essere passato anche il valore di *c*, lunghezza al di fuori dell'overlap.

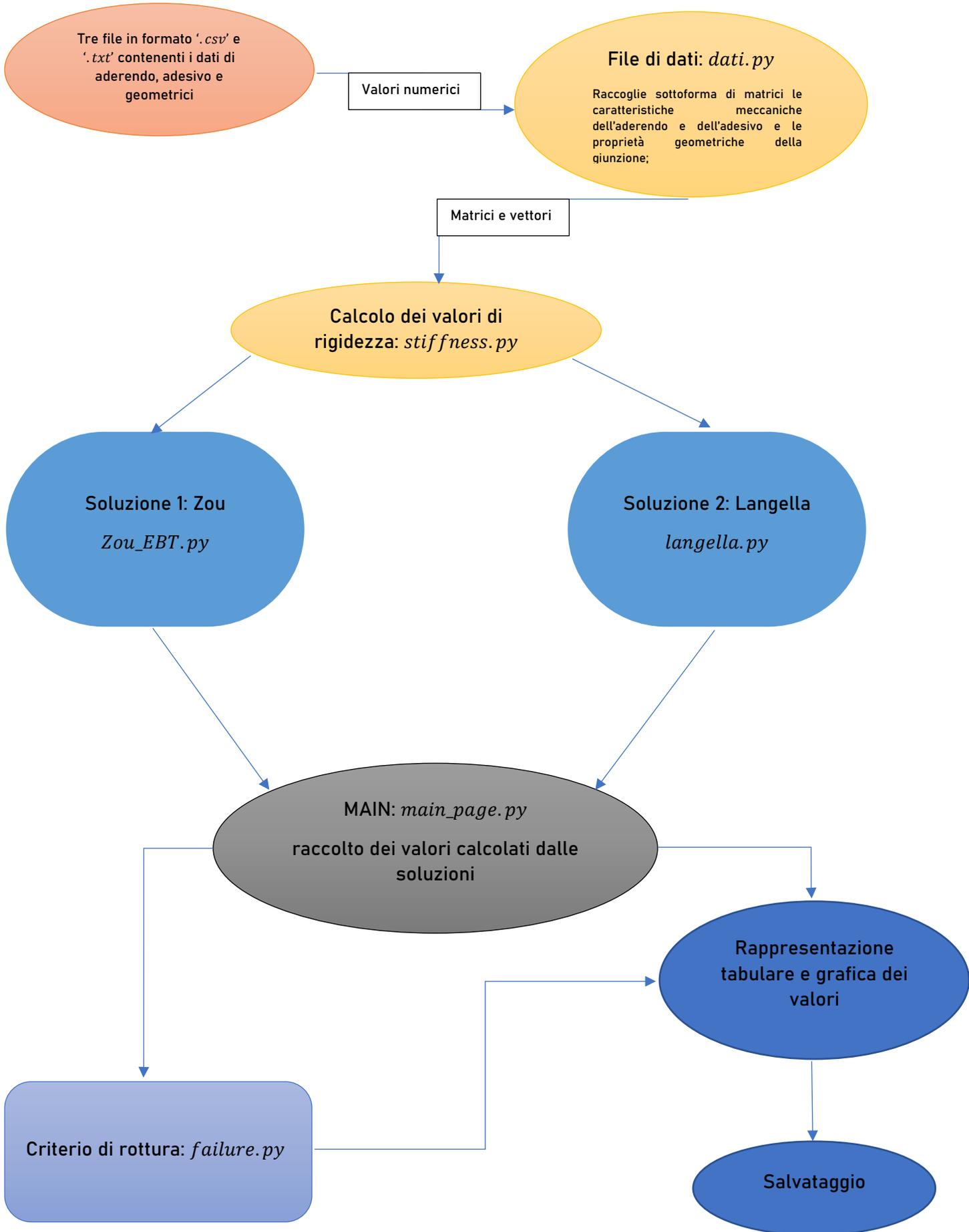
4.1.5 Failure criteria: *fail.py*

La completezza del software richiedeva un opportuno criterio di rottura che permettesse di gestire al meglio i valori simulati dalle soluzioni analitiche. La *function* associata prende in *input* i valori di tensione ricavati dal software e calcola, in maniera iterativa, all'aumentare della cricca, tramite un ciclo *while*, il valore per il quale si ha la frattura del giunto. I dati sono poi richiamati nel *main* per eseguire le operazioni di plottaggio e salvataggio.

4.1.6 Main file: *main.py*

Il *main file* è il cuore di tutto il codice, racchiude al suo interno tutte le soluzioni implementate, tutti i criteri scelti, richiamando a sé tutti i dati necessari. La sua scrittura ha richiesto un lasso di tempo abbastanza ampio, poiché è stato necessario in primis valutare che tutti gli script interagissero tra loro, richiamando i giusti dati in *input* e fornendo in *output* ben precisi valori, senza occupare un quantitativo smisurato di memoria, ed in secondo luogo perché doveva essere presente ogni informazione necessaria affinché anche a distanza di tempo fosse poi facile riconoscere le singole parti ed eventualmente aggiornarle e modificarle; infatti, per come è strutturato il codice ed anche tutto il software è possibile implementare altre soluzioni analitiche o migliorare le presenti. La sintassi è molto semplice, si richiamano singolarmente gli script passandogli i dati appropriati in ingresso e prendendo in output i dati necessari. Nel *main* vengono anche plottati i risultati sia graficamente che in maniera tabulare, come spiegato in seguito. Ognuna delle due soluzioni è contraddistinta da un ben specifico colore richiamato tramite una legenda. I plot riguardano l'andamento della tensione tagliante e di peeling lungo l'overlap.

4.1.7 Schema del flusso dei dati



4.2 Programmazione dell'interfaccia grafica: *Front – code*

Partendo dal presupposto che senza un buon design grafico, il software sarebbe utilizzabile solamente da chi lo ha scritto e pochi altri eletti, è stato necessario implementare un'interfaccia grafica semplice, che sia *user – friendly* e preveda tutti, o quasi, gli errori che un utente possa commettere.

La libreria “*tkinter*” [48] di *Python* è stata scelta come candidata per la scrittura dell'ultima parte del software. Online era presente un sito web *codemy.com* [39] che in maniera semplice descrive tutta la libreria che ha permesso, poi, la costruzione dell'interfaccia.

Tutto il codice è scritto all'interno di un singolo file *main_page.py* che racchiude l'implementazione delle singole finestre, il plot dei risultati, passando per i vari bottoni, titoli, frame e salvataggio dei dati. La pagina iniziale del software si presenta come segue:

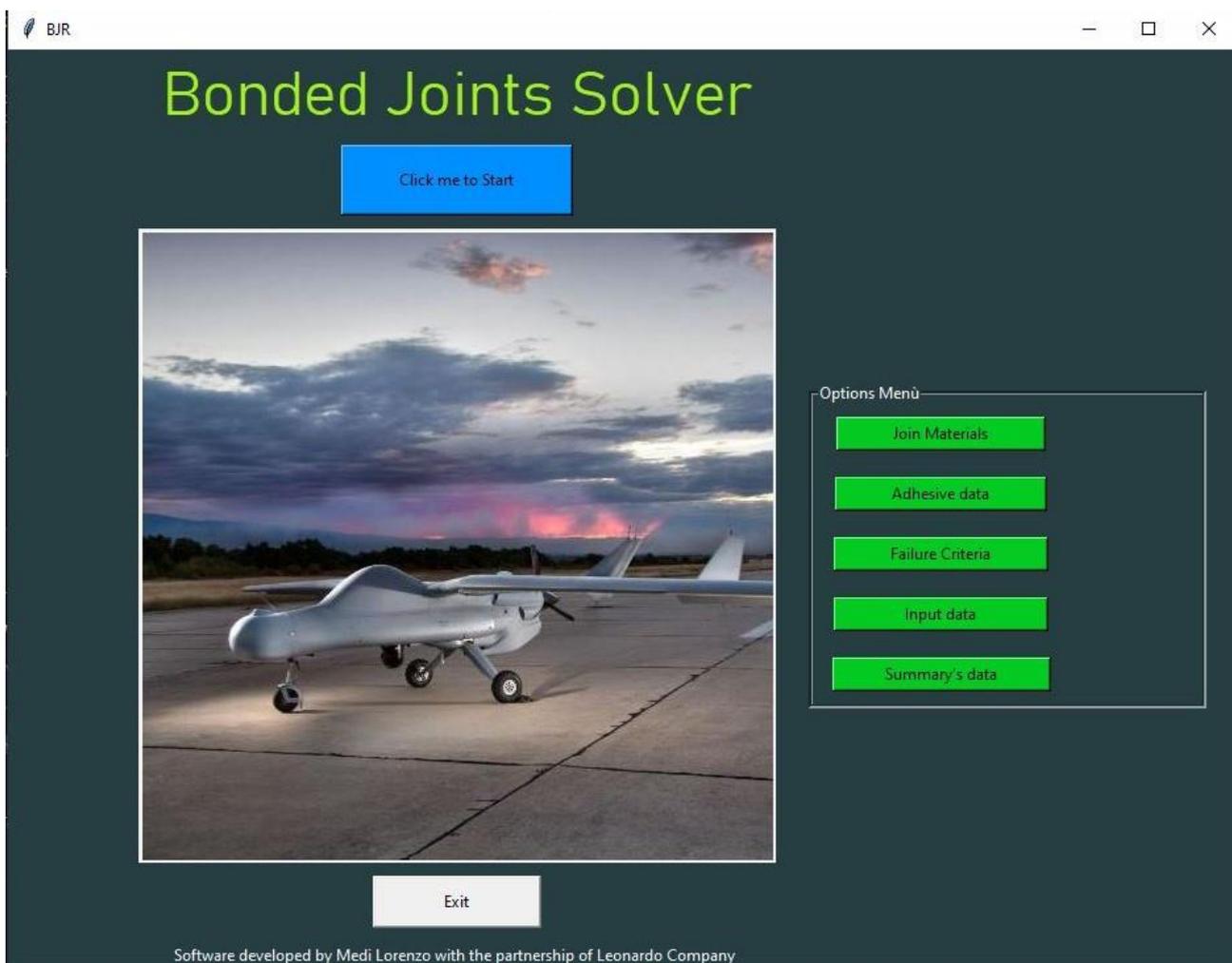


Figura 4-II Pagina iniziale del software

L'avvio del calcolo della soluzione si esegue tramite il *button* 'Click me to start'; il menù di opzioni sulla destra permette la definizione dei materiali, dell'adesivo, dei parametri geometrici, la visualizzazione dei dati sul criterio di rottura e infine di avere un riassunto dei parametri inseriti.

Nel menu di opzioni si possono scegliere cinque sottosezioni che permettono di interagire con il software.

In particolare, troviamo:

1. *Join material;*
2. *Adhesive data;*
3. *Failure criteria;*
4. *Input data;*
5. *Summary's data;*

Join material & Adhesive data

Le due sezioni, simili tra loro, permettono l'inserimento dei dati relativi all'aderendo e all'adesivo tramite l'apertura di una finestra secondaria per ogni sezione. I dati vengono salvati in un file denominato '*nome_materiale.csv*' in una cartella differente, ma contenuta nella principale dove è presente l'eseguibile.

Failure criteria

All'interno di questa finestra sono riassunti tutti i dati relativi al criterio di rottura implementato e sono mostrati il valore del carico inserito e la relativa lunghezza di cricca associata alla rottura.

Input data

Qui è possibile visualizzare i dati di materiale e adesivo scelti per le analisi, ovvero è possibile selezionare file precedentemente salvati e utilizzarli come *input* per le analisi. Di default non è selezionato nessun file, mentre se vengono creati nuovi dati di materiali e adesivo quest'ultimi saranno quelli scelti per le analisi. Inoltre, è presente un'ulteriore sezione dove è possibile inserire i dati geometrici e di carico, i quali sono salvati in un file denominato '*data_file.csv*'; il nome file non è modificabile dall'utente.

Summary's data

Quest'ultima finestra riassume i dati in quel momento caricati per le analisi; è stato scelto di inserire questa parte per evitare confusione e avere, prima dell'analisi stessa, presente quali valori siano inseriti per il calcolo.

Click me to start

Questo bottone permette di far girare le analisi; si apre una nuova finestra dove vengono visualizzate le tipologie di giunzioni implementate (*SLJ & SP*) e le possibili modalità di visualizzazione dei risultati: tabulari, con visualizzazione dei massimi tensionali, o graficamente, visualizzando l'andamento lungo la sovrapposizione.

Capitolo 5 : Risultati

Il capitolo 5 espone i risultati raggiunti tramite il software, sia per quanto riguarda l'andamento tensionale che per il criterio di rottura. Il capitolo è così composto: il primo paragrafo (*Par. 5.1*) riassume tutti i dati, in termini di caratteristiche meccaniche e geometriche che di carico, utilizzati nelle varie analisi, il secondo (*Par 5.2*) è dedicato in maniera approfondita, con tre esempi significativi, al caso della giunzione a singola sovrapposizione; inoltre è presente un sotto paragrafo (*Par. 5.2.4*) che tratta in maniera approfondita il modello di *Langella* [2]. Segue poi tutta una parte (*Par 5.3*) destinata al pannello irrigidito; infine, il capitolo si chiude (*Par 5.4*) con i risultati ricavati con il criterio di rottura implementato.

All'inizio di ogni caso in analisi è presente una tabella riassuntiva che elenca il materiale dell'aderendo, con eventuale laminazione, la tipologia di adesivo, di giunzione impiegata ed il confronto effettuato.

5.1 Set di dati per le analisi

I risultati ottenuti fanno riferimento a set di dati geometrici e caratteristiche dei materiali differenti tra loro; è opportuno quindi riassumere, denominando adeguatamente ogni caso, i valori scelti in forma compatta e comprensibile.

5.1.1 Materiali e adesivi impiegati

Le caratteristiche meccaniche dei materiali e degli adesivi sono riassunte nella tabella seguente (Tab.5 – a; Tab.5 – b); ognuno di essi è contraddistinto da una lettera e da un numero (*m*: materiale, *a*: adesivo) che servirà poi per citare il materiale utilizzato nelle varie analisi.

Tabella 5-a Elenco dei materiali degli aderenti utilizzati nelle prove

Materiali	E_{11} [MPa]	E_{22} [MPa]	G_{12} [MPa]	ν_{12}	Spessore [mm]	Reference
m1: CFRP	131600	8700	3500	0.33	0.417	[2]
m2: CFRP	130000	6000	4500	0.30	–	[1]
m3: Hexcel 8552	137205	9376	4826	0.302	0.5	[7]
m4: GFRP	30000	6000	4500	0.30	–	[1]
m5: Alluminio	75000	75000	28846	0.30	–	[2]
m6: Low carbon steel	207000	207000	80000	0.29	–	[40]
m7: T300/5208	181000	10300	7179	0.27	0.15	[22]

Tabella 5-b Elenco degli adesivi utilizzati nelle prove

Adesivo	E_{11} [MPa]	E_{22} [MPa]	G_{12} [MPa]	ν_{12}	G_c [$\frac{N}{mm}$]	σ_c [$\frac{N}{mm^2}$]	Reference
a1: Araldite 420 A/B	1820	1820	700	0.30	–	–	[2]
a2	2500	2500	1000	0.25	–	–	[1]
a3: Hysol 9514 δ : 2.9 – 22.2	1780	1780	670	0.33	0.92	49	[18]
a4: Redux 326 δ : 4.3 – 9.5	4440	4440	1644.4	0.35	0.2 – 0.4	50.9	[18]
a5: Hysol EA 934 δ : 14.74 – 19.65	3700	3700	1380.6	0.34	0.6 – 0.8	39.98	[41]

Il valore di δ brittleness number è calcolato a partire dai dati di prova sperimentali.

I materiali utilizzati, per gli aderendi, sono:

- cinque laminati unidirezionali di cui quattro fibre di carbonio e una fibra di vetro;
- alluminio;
- acciaio a basso tenore di carbonio;

mentre sono presenti cinque adesivi con comportamento lineare isotropo.

I primi due materiali citati (m_1 e m_2) hanno caratteristiche simili tra loro, seppur derivando da riferimenti bibliografici differenti; al fine di fornire un confronto adeguato sono stati utilizzati gli stessi numeri proposti dagli autori che sono quelli riportati in tabella per i due materiali.

Inoltre, non tutti i paper si riferiscono a prove sperimentali; infatti, per il caso di *SLJ* (= *single lap joint*) e *SP* (= *stiffened panel*) trattando solo valori di tipo numerico, ricavati da software, non sono presenti gli spessori delle singole lamine e la laminazione, ma sono forniti solo lo spessore complessivo dell'aderendo e le proprietà finali. Questo ha senso solo per comparazioni di tipo numerico, mentre non avrebbe senso per un confronto tra sperimentale e numerico, come effettuato nel caso del carico di rottura, dove è noto sia lo spessore dalla singola lamina, che la laminazione stessa.

Inoltre, è importante ricordare che per i primi due adesivi citati (a_1 e a_2) non sono presenti G_c e σ_c , poiché le due colle sono usate solo per calcolare l'andamento tensionale e non è necessario conoscere il loro valore.

5.1.2 Proprietà geometriche

In maniera simile alle caratteristiche meccaniche, sono riassunte le proprietà geometriche e di carico delle configurazioni in analisi (Tab. 5 – c);

Tabella 5-c Proprietà geometriche utilizzate nelle analisi

Configurazione	Spessore aderendo h [mm]	Spessore adesivo h_a [mm]	Lunghezza di <i>overlap</i> $2l$ [mm]	Carico per unità di larghezza T [N/mm]	Momento per unità di larghezza M [N]	Lunghezza al di fuori dell' <i>overlap</i> c [mm]
$cf_1: SLJ$	5.004	0.25	25 – 50 – 75	100	–	–
$cf_2: SLJ$	5	0.25	50	100	–	–
$cf_3: SLJ$	5	0.25	$cf_{31}: 25$ $cf_{32}: 50$ $cf_{33}: 75$	100	–	$cf_{31}: 50$ $cf_{32}: 100$ $cf_{33}: 200$
$cf_4: SLJ$	5.004	0.25	50	100	–	50 – 100 150 – 200
$cf_5: SP$	5	0.25	50	100	–	50
$cf_6: SP$	5	0.25	50	–	100	50
$cf_7: SLJ$	1.6	0.0: 0.6	12.7	$0: T_f$	–	88.9
$cf_8: SLJ$	1.5	0.12	10.0: 60.0	$0: T_f$	–	81.5
$cf_9: SLJ$	2.41	0.16	19 – 45.5 70 – 95	$0: T_f$	–	–

Le configurazioni analizzate sono nove: le prime sei utilizzate per la comparazione numerica sull'andamento tensionale, mentre gli ultimi tre sono relativi alla discussione in merito al criterio di rottura.

In maniera simile alle caratteristiche meccaniche, riassunte precedentemente, i valori di carico e geometria derivano dai riferimenti bibliografici, trascritti poi in tabella.

5.2 Single Lap Joint: analisi e confronto dei modelli implementati

Il paragrafo seguente riporta i valori numerici ricavati dal software, confrontandoli con tre risultati diversi:

1. *Langella* [2], ovvero con il paper da cui è stata derivata la soluzione analitica, al fine di valutare la corretta implementazione;
2. Analisi agli elementi finiti con *Nastran*;
3. *Hart e Smith* [3], quindi con una soluzione analitica differente;

5.2.1 Confronto con *Langella* [2]

La prima analisi effettuata compara i valori forniti dal software con i valori di riferimento nel testo *Langella* [2] al fine di evidenziare eventuali errori di compilazione o implementazione.

Caratteristiche meccaniche e proprietà geometriche

Tabella 5-d Riassunto parametri per confronto con *Langella* [2]

Aderendo	Laminazione	Adesivo	Configurazione	Valori di confronto
m1	[0/90/0/90/45/-45] _s	a1	cf ₁	software – paper
m5	–			

Risultati

I risultati raggiunti sono in linea con i valori di riferimento, potendo quindi ammettere che l'implementazione del codice sia stata effettuata adeguatamente.

Non sono riportati i valori di confronto, ovvero quelli ricavati dal software rispetto a quelli presenti in *Langella* [2], poiché questi differiscono a partire dalla seconda o terza cifra decimale. Questa prima comparazione serve solo a testare la qualità dell'implementazione.

Per il calcolo è stata utilizzata una lunghezza al di fuori dell'*overlap* pari a $c = 200 \text{ mm}$.

5.2.2 Confronto con modello agli elementi finiti: *Nastran* [42]

Al fine di avere un ulteriore elemento a sostegno dell'accuratezza della soluzione scelta, in particolare della soluzione di *Zou* [1], e della sua corretta implementazione è stata eseguita un'analisi agli elementi finiti di un modello del giunto.

Patran [43] è stato utilizzato come *pre/post processing*, mentre il solutore è *Nastran* [42].

In un primo momento è stato creato un file sessione (*.ses*) che permettesse tramite semplici modifiche, mediante un editor di testo, la gestione di un numero elevato di geometrie, carichi e vincoli; infatti, nelle prime righe del file sono definite le grandezze di interesse e queste possono essere modificate in modo da avere un riferimento del tutto generale, evitando così la creazione di un modello specifico per ogni analisi.

Il file sessione, da cui si deriva il modello, è composto da varie parti:

- Parametri geometrici, di mesh e di carico
- Geometria
- Materiale
- Mesh
- Proprietà
- Carichi
- Vincoli

Si riportano lo schema di riferimento e la sua modellazione *Patran* [42].

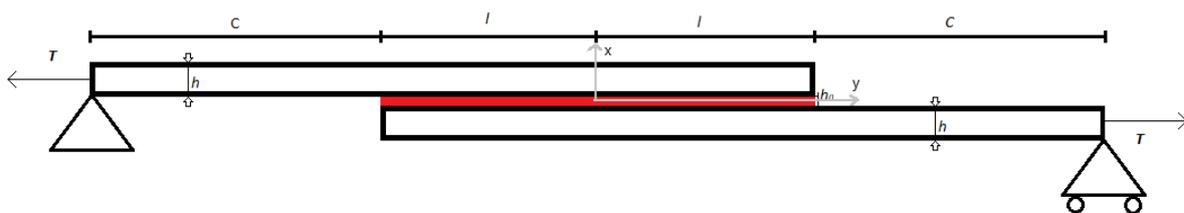


Figura 5-1 schema di riferimento [2]

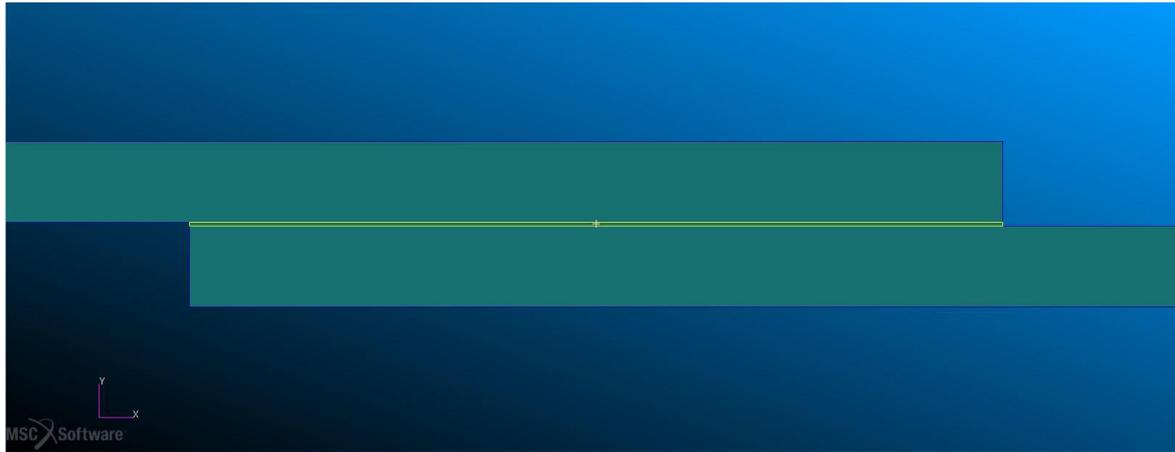


Figura 5-II Modellazione in Patran [43]

Il piano raffigurato nell'immagine è il piano $x - y$, ovvero la vista laterale del giunto; in verde sono evidenziati i due aderendi, mentre l'adesivo è contornato di giallo.

Parametri di mesh

La mesh è costante lungo tutto il modello e la taglia k è vincolata dallo spessore dell'adesivo; infatti al fine di poter valutare lo stato tensionale nel piano medio dell'adesivo, quindi a $y = 0$, come ricavato nelle soluzioni analitiche, $k = \frac{\text{spessore adesivo}}{\text{dimensione elemento}}$ deve essere di valore pari, in modo che una fila di nodi sia in corrispondenza proprio delle coordinate $-l < x < l \wedge y = 0$.

È stata quindi scelta una taglia $k = 0.125 \text{ mm}$, pari a metà dello spessore dell'adesivo.

Gli elementi sono *2D shell 4 nodi* con rigidità membranale, flessionale e flessibilità al taglio trasversale, caratterizzato da 5 *DOFs*, 3 traslazionali e 2 rotazionali; non è presente la rotazione nel piano.

Focalizzandosi nella zona terminale dell'*overlap* è possibile mettere in evidenza la taglia di mesh, la zona occupata dall'adesivo e i due aderendi.

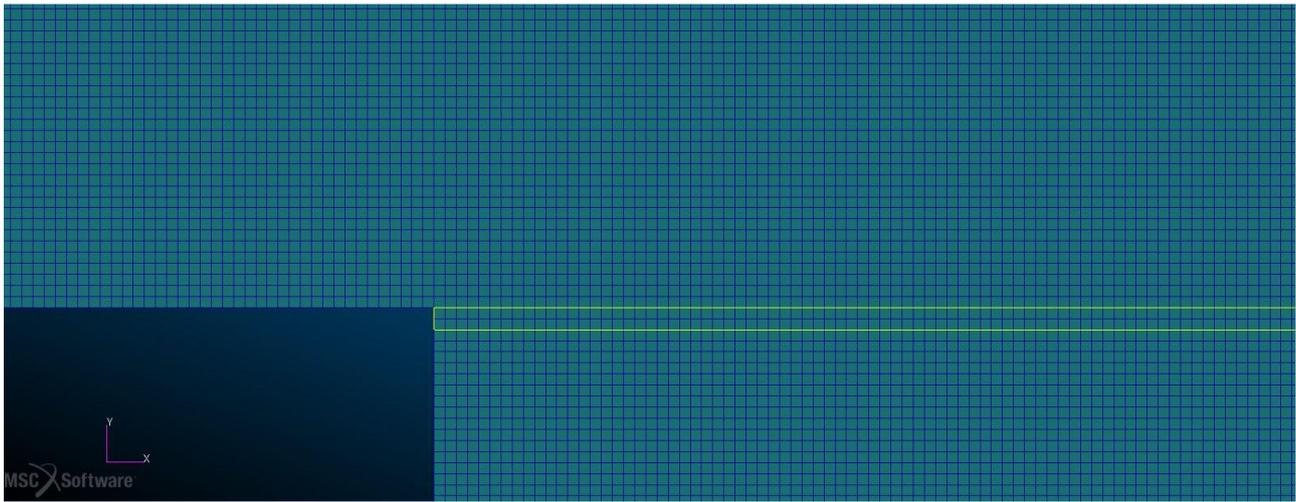


Figura 5-III Focus sull'estremo sinistro del giunto modellato in Patran tramite elementi shell 2D [43]

Sono stati scelti i medesimi vincoli rispetto al modello analitico, cerniera nell'estremo sinistro e carrello nell'estremo destro, con caricamento di trazione applicato lungo le estremità libere degli aderendi.

Schematicamente si ha:



Figura 5-IV Schema di riferimento per i vincoli ed il carico [1]

Caratteristiche meccaniche e proprietà geometriche

Tabella 5-e Riassunto parametri per confronto con analisi agli elementi finiti

Aderendo	Laminazione	Adesivo	Configurazione	Valori di confronto
m2	[0]	a2	cf ₂	software – FEM
m5	–			

Il confronto è eseguito, in questo caso, tra i valori di picco ricavati dalla simulazione *FEM* e i rispettivi calcolati dal software.

Tabella 5-f Risultati numerici dell'analisi

Configurazione del giunto	Modello	Alluminio		CFRP	
		τ_a	σ_a	τ_a	σ_a
Single Lap Joint	Software [MPa]	12.06	15.42	9.89	12.81
	Fem [MPa]	11.79	15.43	11.32	13.15
	Differenza (%)	2.29%	0.0648%	12.63%	2.58 %
	Differenza [MPa]	0.27	0.01	1.43	0.34

I valori riportati del modello *FEM* sono ricavati precisamente a metà dello spessore della zona di overlap. Infatti, come precedentemente detto, si è scelto una taglia di mesh che sia adeguata a questo scopo, per avere gli stessi termini da comparare, tra software e *FEM*. Mentre puntualmente si è scelto, sempre per avere un paragone il più possibile vicino al modello analitico, il valore massimo presente nella zona di sovrapposizione senza effettuare una media sui dati nell'intorno del punto a massimo stress. Nella figura seguente, si è evidenziata in rosso la linea di nodi scelta per ricavare l'andamento tensionale e il relativo picco.

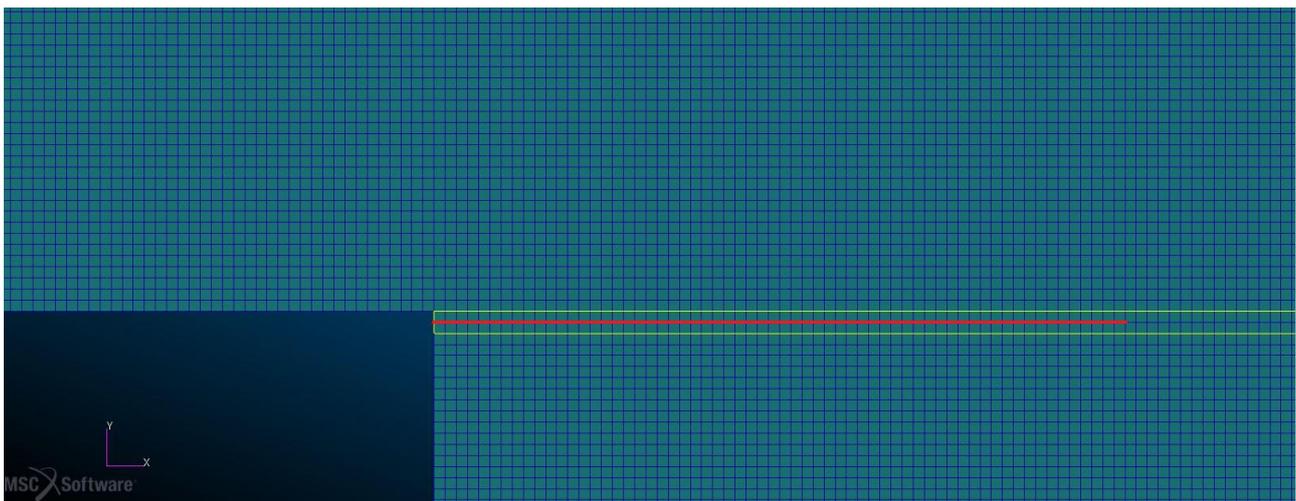


Figura 5-V Selezione dei nodi per i valori del FEM [43]

Si evidenzia come non sia stato scelto esattamente il nodo più estremo, ma il nodo che presentava il picco tensionale; infatti, il *FEM* garantisce la condizione di bordo libero, a differenza del calcolo analitico. Il picco tensionale non si trova, quindi, esattamente al termine dell'*overlap*.

Il calcolo dell'errore è stato eseguito considerando il valore del *FEM* come *reference model* valutando per ogni dato estratto l'errore come segue:

$$e[\%] = \frac{|t_r - t_c|}{t_r} \times 100 \tag{Equazione 5.1}$$

Dove:

t_r : tensione di riferimento

t_c : tensione calcolata

I risultati sono molto buoni, con discrepanze tra i due valori considerati non elevate; in particolare si ha un discostamento massimo di 1.43 MPa nel caso di aderenti in fibra di carbonio per quanto riguarda la tensione di taglio con un errore percentuale massimo di 12.63% . La discrepanza può essere giustificato in quanto il modello *FEM* tiene conto, tramite gli elementi considerati, della cedevolezza a taglio, rendendo l'aderendo più flessibile; mentre il modello implementato utilizza la teoria di Bernoulli, trascurando questa ulteriore cedevolezza.

Sono state inoltre eseguite delle prove con materiali fittizi, ovvero con materiali che hanno il modulo G_{12} 10 e 20 volte superiore rispetto al materiale reale (*Tab.5 – a, materiale m_2*), al fine di valutare la veridicità di questa affermazione; non sono state trovate grandi discrepanze in termini di picco tensionale. Questo aspetto permette di garantire, con un buon margine, che la differenza risiede nel modello matematico stesso, ovvero nella diversa formulazione che si è scelta per descrivere la realtà. Considerando i risultati, al variare di geometria e materiale, tra analitico e *FEM*, ricavati in *Langella [2], tabella 3*, si possono riscontrare errori dello stesso ordine di grandezza, quindi ascrivibili, anche in questo caso, alla differente modalità di definizione delle equazioni che descrivono il fenomeno.

5.2.3 Comparazione con soluzione analitica differente: *Hart & Smith* [3]

Il terzo set di dati è stato utilizzato come paragone con una formulazione analitica differente: *Hart & Smith* [3]. Al fine di poter comparare tra loro i risultati, è importante considerare la genesi del modello fisico di riferimento, in modo da poter comparare le differenti condizioni di vincolo e al contorno. I modelli, trattando come variabile principale la lunghezza di *overlap* e trascurando la zona al di fuori di essa, ovvero la variabile che è stata definita come 'c', si possono ridurre al seguente schema, che non è nient'altro che la zona di sovrapposizione che considera i due aderendi e l'adesivo. A partire dalla condizione di caricamento classica, ovvero di carico assiale alle estremità dei due aderendi, ci si può ricondurre al seguente schema:

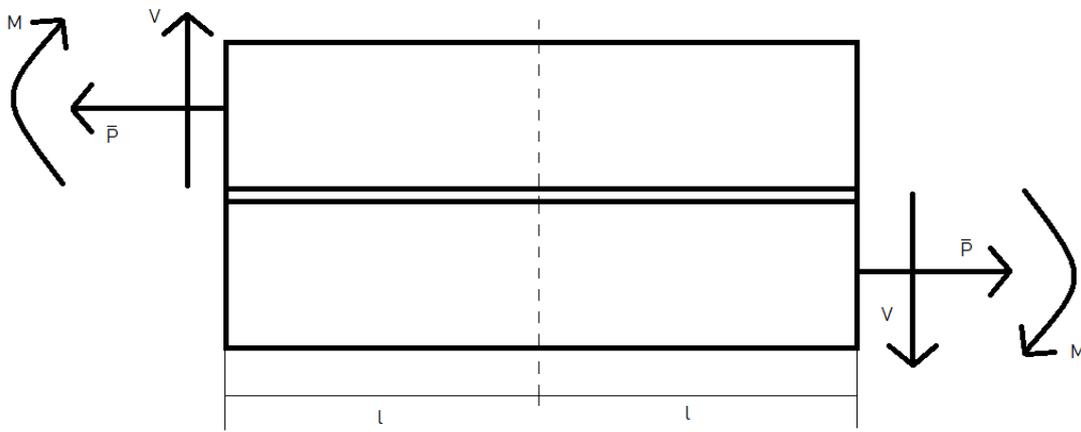


Figura 5-VI Focus sulla zona di overlap [3]

Il carico di trazione \bar{P} è noto, poiché è il caricamento della giunzione; al fine di garantire l'equilibrio della struttura devono essere considerati il taglio V e il momento M , che dipendono dal valore di \bar{P} e dal modello prescelto. Il legame tra \bar{P} ed M per i modelli implementati è già stato definito nel capitolo 3, mentre verrà riassunto in breve, nelle prossime equazioni il legame espresso da *Hart & Smith*.

Definizione dei parametri secondo *Hart & Smith* [3]

Il legame tra carico applicato e momento flettente:

$$M = k * \frac{\bar{P}t}{2} \quad \text{Equazione 5.2}$$

$$k = \left(1 + \frac{t_a}{t}\right) \frac{1}{1 + \gamma l + \frac{1}{6}(\gamma l)^2} \quad \text{Equazione 5.3}$$

Dove:

t_a : spessore adesivo

D : rigidezza flessionale degli aderendi

$$\gamma^2 = \frac{\bar{P}}{D} = \left[\frac{N/m}{Nm} \right] = \left[\frac{1}{m^2} \right]$$

A partire da queste considerazioni l'andamento tensionale è:

$$\tau(x) = A_2 \cosh(2\mu x) + C_2 \quad \text{Equazione 5.4}$$

$$\sigma(x) = A \cosh(\rho x) \cos(\rho x) + B \sinh(\rho x) \sin(\rho x) \quad \text{Equazione 5.5}$$

Con:

$$\mu = \sqrt{\left[\frac{1 + 3(1 - \nu^2)}{4} \right] \frac{2G_a}{t_a E h}} \quad \text{Equazione 5.6}$$

$$A_2 = \frac{G_a}{t_a E h} \left[\bar{P} + \frac{6(1 - \nu^2)M}{t} \right] \frac{1}{2\mu \sinh(2\mu l)} \quad \text{Equazione 5.7}$$

$$C_2 = \frac{1}{2c} \left[\bar{P} - \frac{A_2}{\mu} \sinh(2\mu l) \right] \quad \text{Equazione 5.8}$$

$$\rho^4 = \frac{E_a}{2Dt_a} \quad \text{Equazione 5.9}$$

$$A = - \frac{E_a M [\sin(\rho l) - \cos(\rho l)]}{t_a D \rho^2 e^{\rho l}} \quad \text{Equazione 5.10}$$

$$B = \frac{E_a M [\sin(\rho l) - \cos(\rho l)]}{t_a D \rho^2 e^{\rho l}} \quad \text{Equazione 5.11}$$

È importante ricordare che le caratteristiche meccaniche con il pedice “a” si riferiscono all’adesivo, mentre i valori senza pedice sono relativi all’aderendo.

Caratteristiche meccaniche e proprietà geometriche

Sono riassunte di seguito le caratteristiche meccaniche e le proprietà geometriche della giunzione da analizzare.

Tabella 5-g Riassunto parametri per confronto con Hart & Smith

Aderendo	Laminazione	Adesivo	Configurazione	Valori di confronto
m3	[0/90/0/90/+45/-45] _s	a1	cf ₃	software – analitico
m5	–			

È importante sottolineare un aspetto fondamentale che deve essere tenuto in conto per il calcolo dei risultati, ovvero il fatto che il modello di *Hart & Smith* non considera la possibilità di gestire anche materiali compositi, o nello specifico materiali a comportamento ortotropo. Al fine di estendere la soluzione anche per questa tipologia di componenti è necessario ricondurre il comportamento del laminato composito al suo monostrato equivalente, ovvero ricavare le caratteristiche meccaniche, a seguito di laminazione, lungo i due assi principali di ortotropia. Quindi, come trattato da *Vannucci* [24], una volta note le matrici di rigidezza *A*, *B* e *D*, si ricavano le

caratteristiche elastiche del materiale fittizio costituente il monostrato elasticamente equivalente al laminato.

Definiamo l'unità di misura della matrice membranale A :

$$[A] = [F/L] = [N/m] \quad \text{Equazione 5.12}$$

A questo punto si riconducono tutte le matrici alla stessa dimensione, ricavando le matrici normalizzate contraddistinte dal simbolo ' $*$ ' nel seguente modo:

$$A^* = \frac{A}{h} \quad \text{Equazione 5.13}$$

Tramite questa operazione la dimensione è $[F/L^2] = [N/m^2]$

I moduli ingegneristici sono ricavati a partire dalle componenti del tensore di cedevolezza, ovvero dalla matrice a normalizzata:

$$a^* = ha = (A^*)^{-1} \quad \text{Equazione 5.14}$$

Infine, si possono ricavare i moduli dell'ingegnere:

$$E_x^m = \frac{1}{a_{xx}^*}, \quad E_y^m = \frac{1}{a_{yy}^*}, \quad \nu_{xy}^m = -\frac{a_{xy}^*}{a_{xx}^*} \quad \text{Equazione 5.15}$$

Dove " m " sta per membranale, infatti i valori ottenuti derivano dalla matrice delle rigidezze membranale A . Questi sono utilizzati all'interno delle equazioni (Eq. 5.6 : 5.11), in particolare sostituendo come segue:

$$E_x^m \xrightarrow{\text{al posto di}} E \quad \text{Equazione 5.16}$$

$$\nu_{xy}^m \xrightarrow{\text{al posto di}} \nu \quad \text{Equazione 5.17}$$

Risultati

I risultati sono sia in forma tabulare, evidenziando i massimi tensionali, che in forma grafica, mostrando l'andamento lungo la zona di *overlap*.

È necessario ricordare che i modelli implementati nel software sono di *Zou* [1] e *Langella* [2], mentre il modello di *Hart & Smith* [3], qui utilizzato, non è all'interno del software, ma è stato implementato in uno script a parte per poter ricavare i risultati che sono presentati di seguito.

Di seguito sono presentati i valori e gli andamenti ricavati. Le proprietà geometriche sono descritte nel paragrafo "proprietà geometriche" (*Par 5.1.2; Tab.5 – c*).

Al fine di agevolare la lettura dei dati si riporta l'estratto della tabella (*Tab.5 – c*) relativo al solo caso di interesse cf_3 .

Tabella 5-h Estratto tabella 5-c

CONFIGURAZIONE	SPESSORE ADERENDO h [mm]	SPESSORE ADESIVO h_a [mm]	LUNGHEZZA DI <i>overlap</i> $2l$ [mm]	CARICO PER UNITÀ DI LARGHEZZA T [N/mm]	MOMENTO PER UNITÀ DI LARGHEZZA M [N]	LUNGHEZZA AL DI FUORI DELL' <i>overlap</i> c [mm]
$cf_3: SLJ$	5	0.25	$cf_{31}: 25$ $cf_{32}: 50$ $cf_{33}: 75$	100	–	$cf_{31}: 50$ $cf_{32}: 100$ $cf_{33}: 200$

Caso 1: cf_{31}

Lunghezza di *overlap* $2l$ [mm]
25

Lunghezza al di fuori dell'*overlap* c [mm]
50

Risultati in forma tabulare

Tabella 5-i Risultati caso uno

Modello	CFRP m3		Alluminio m5	
	τ_a	σ_a	τ_a	σ_a
Zou	11.34	14.39	11.09	14.73
Langella	11.06	14.24	11.18	15.23
Hart & Smith	12.37	14.69	11.42	15.04

Risultati in forma grafica

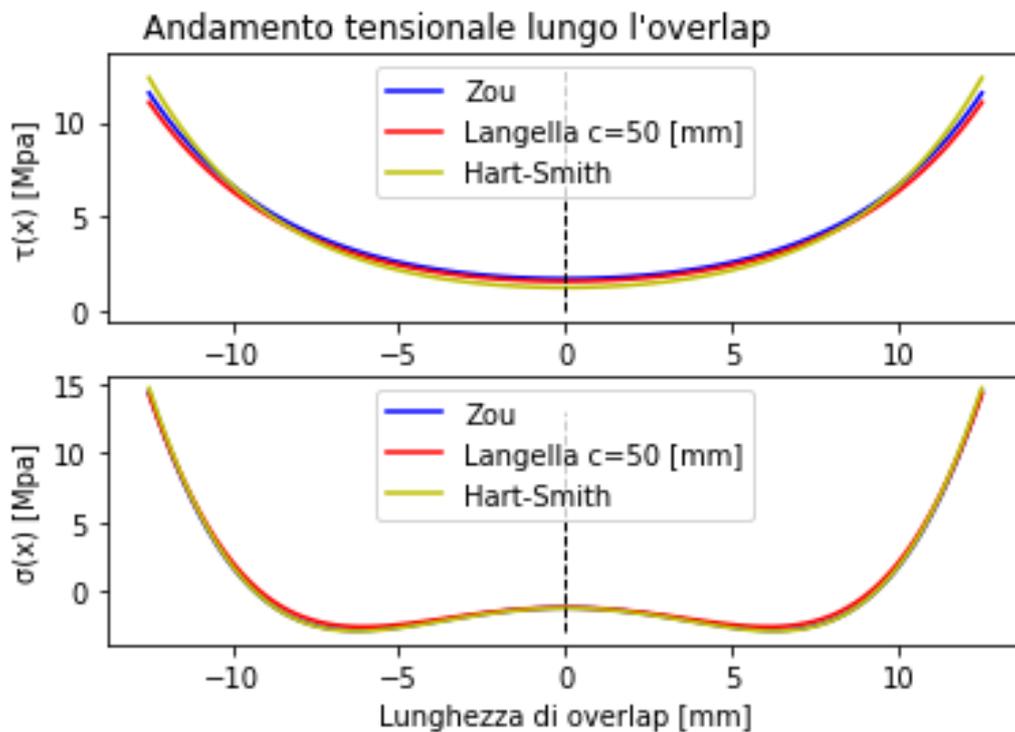


Figura 5-VII – CFRP caso uno; rif. materiale [7]

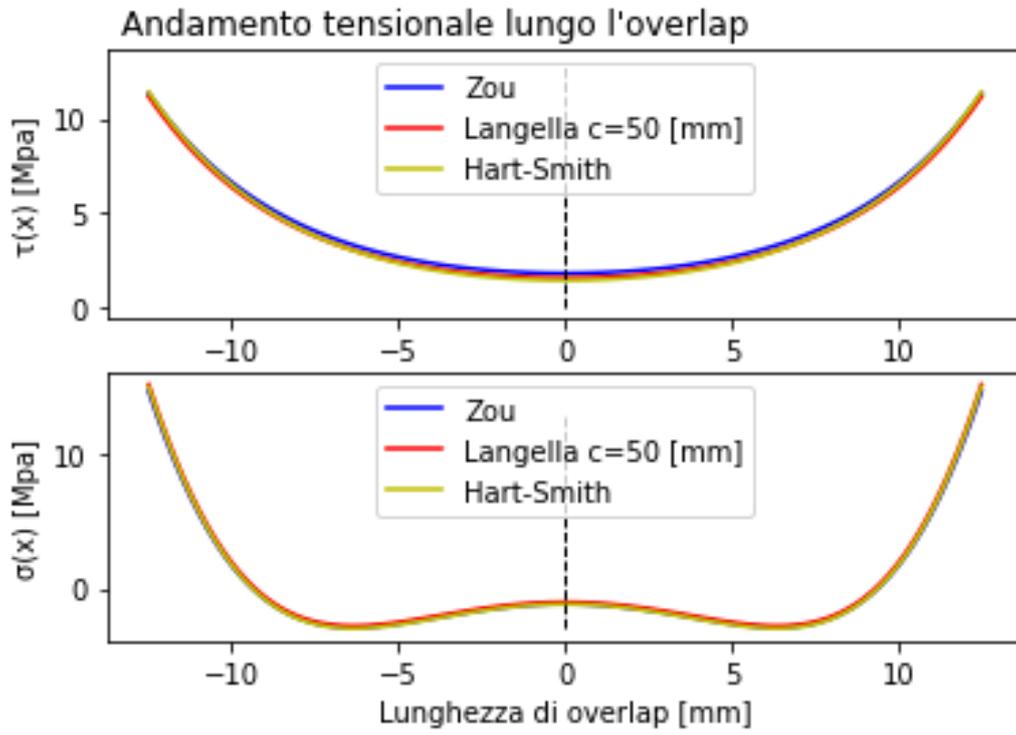


Figura 5-VIII - Alluminio caso uno; rif. materiale [2]

Caso 2: cf₃₂

Lunghezza di *overlap* $2l$ [mm]
50

Lunghezza al di fuori dell'*overlap* c [mm]
100

Risultati in forma tabulare

Tabella 5-j Risultati caso due

MODELLO	CFRP m3		Alluminio m5	
	τ_a	σ_a	τ_a	σ_a
Zou	10.47	12.89	10.14	13.16
Langella	10.51	13.16	10.56	14.07
Hart & Smith	11.41	13.06	10.50	13.33

Risultati in forma grafica

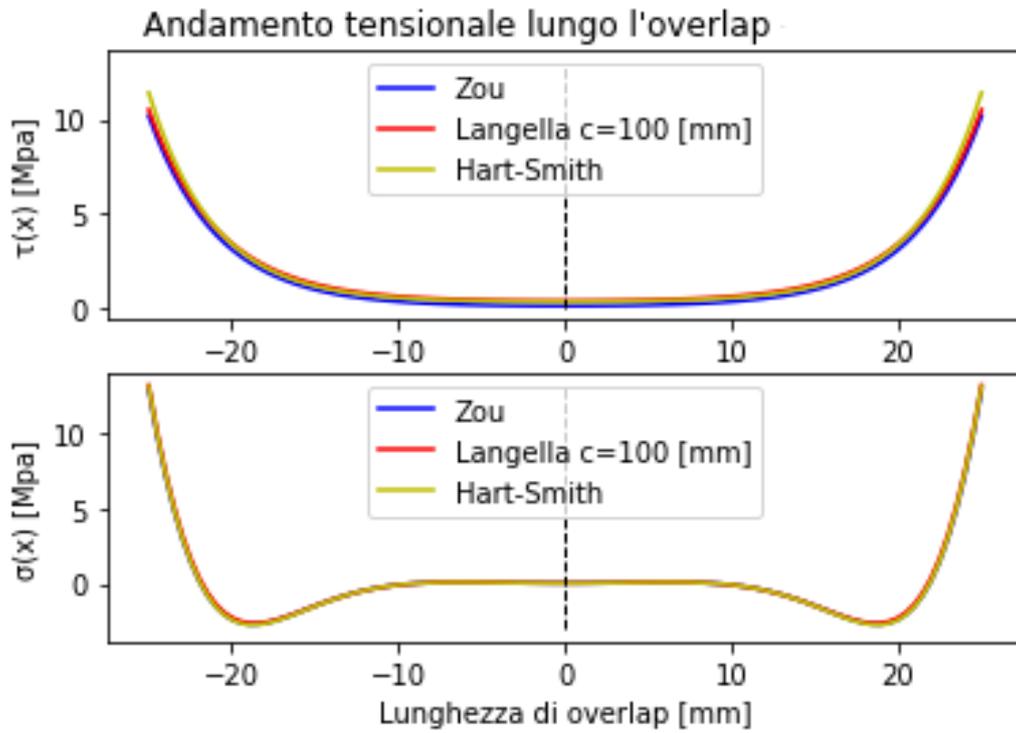


Figura 5-IX CFRP caso due; rif. materiale [7]

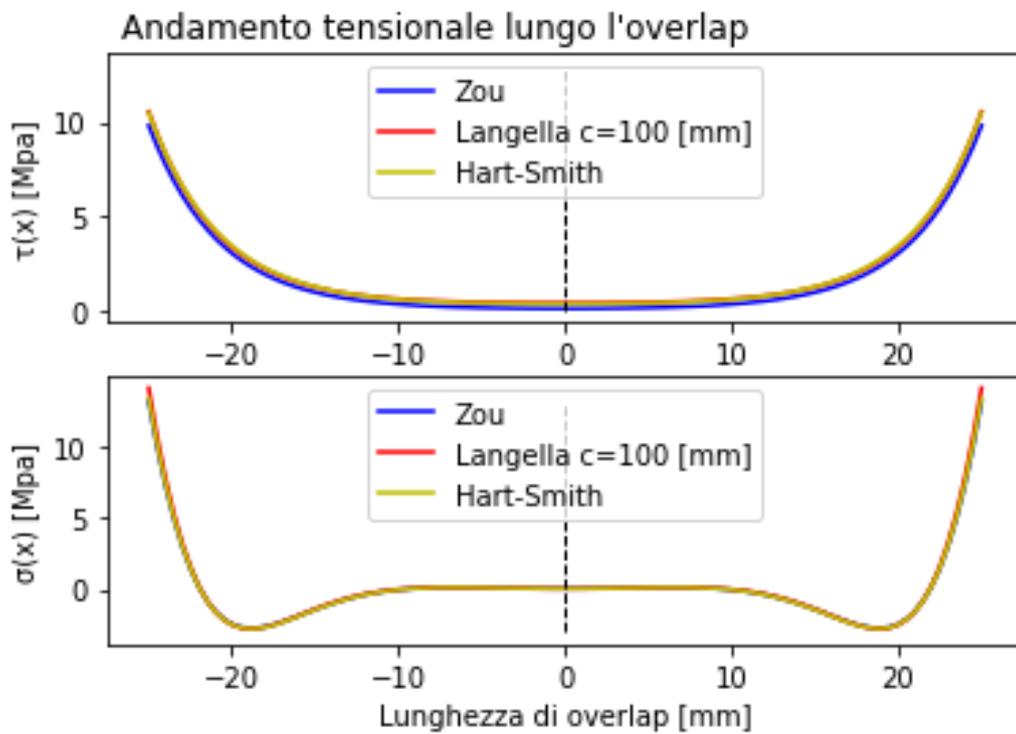


Figura 5-X Alluminio caso due; rif. materiale [2]

Caso 3: cf₃₃

Lunghezza di *overlap* $2l$ [mm]
75

Lunghezza al di fuori dell'*overlap* c [mm]
200

Risultati in forma tabulare

Tabella 5-k Risultati caso tre

MODELLO	CFRP m3		Alluminio m5	
	τ_a	σ_a	τ_a	σ_a
Zou	9.84	11.70	9.45	11.92
Langella	10.14	12.40	10.12	13.22
Hart & Smith	10.62	11.72	9.75	11.93

Risultati in forma grafica

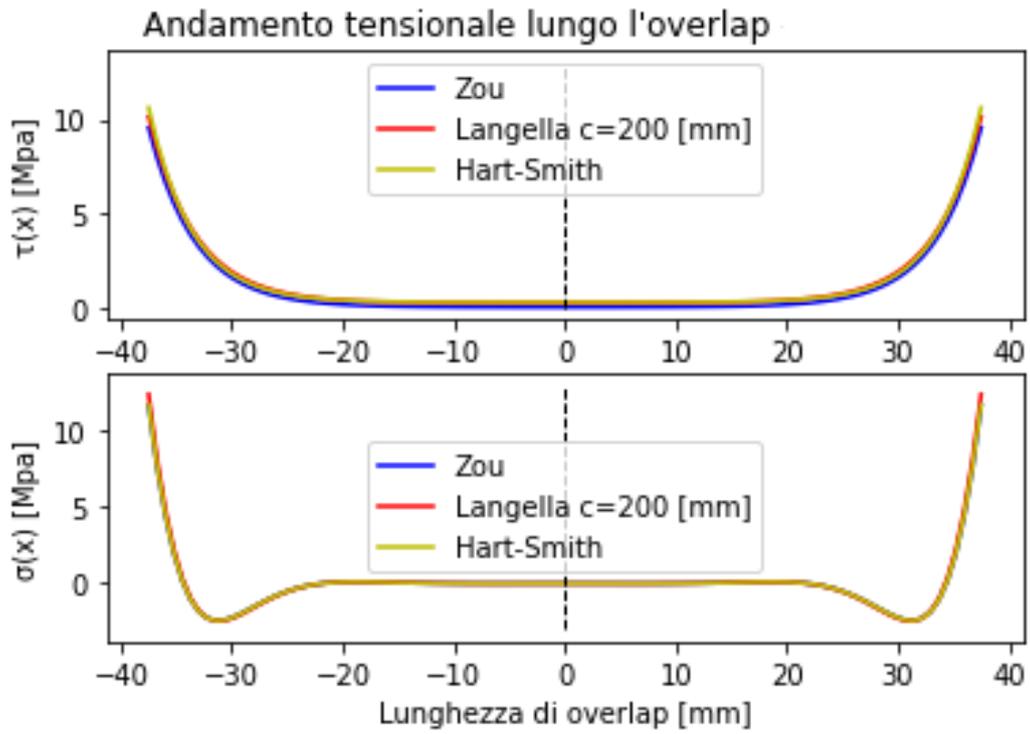


Figura 5-XI CFRP caso tre; rif. materiale [7]

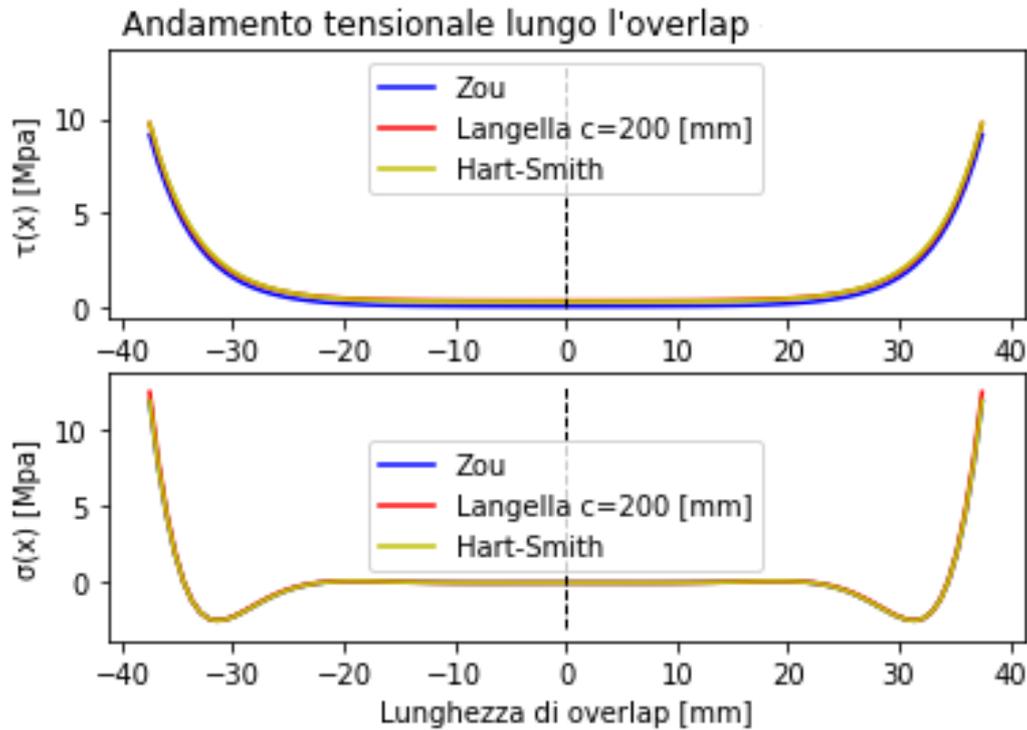


Figura 5-XII Alluminio caso tre; rif. materiale [2]

I risultati ottenuti dalle tre analisi evidenziano come all'aumentare della lunghezza di sovrapposizione ci sia una diminuzione dei picchi tensionali all'interno dell'adesivo. Inoltre, non sono presenti elevate discrepanze numeriche dalle differenti soluzioni impiegate.

5.2.4 Analisi approfondita sul modello di Langella

Le analisi finora eseguite hanno trattato, tramite differenti set di dati, varie tipologie di giunzioni e materiali mettendo in evidenza analogie e differenze tra i due modelli implementati. L'ultimo aspetto da considerare è quello di valutare, tramite l'utilizzo del solo modello di Langella, il diverso andamento tensionale al variare della lunghezza al di fuori dell'*overlap*, mantenendo costante la lunghezza di sovrapposizione. Infatti, tramite questo modello, che aggiunge un'ulteriore variabile di controllo, si possono valutare geometrie differenti tra loro, pur mantenendo fissa la sovrapposizione.

Caratteristiche meccaniche e proprietà geometriche

Sono riassunte di seguito le caratteristiche meccaniche e le proprietà geometriche della giunzione da analizzare.

Tabella 5-1 Configurazione in analisi

Aderendo	Laminazione	Adesivo	Configurazione
m3	[0/90/0/90/+45/-45] _s	a1	<i>c</i> f ₄

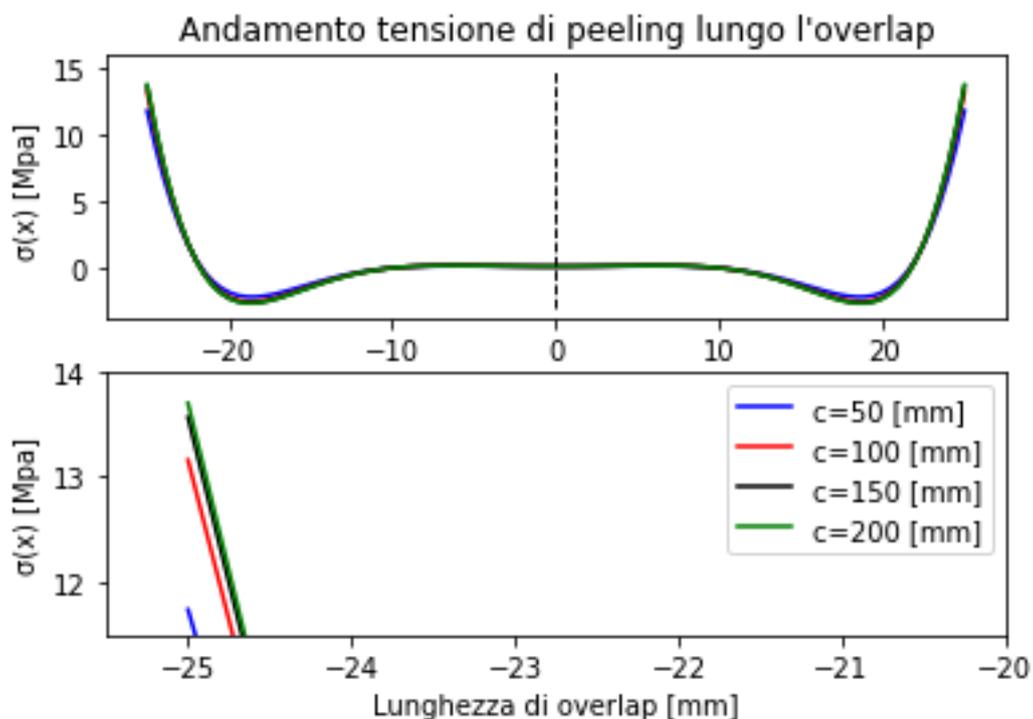


Figura 5-XIII Tensione di peeling al variare di '*c*'; rif. materiale [7]

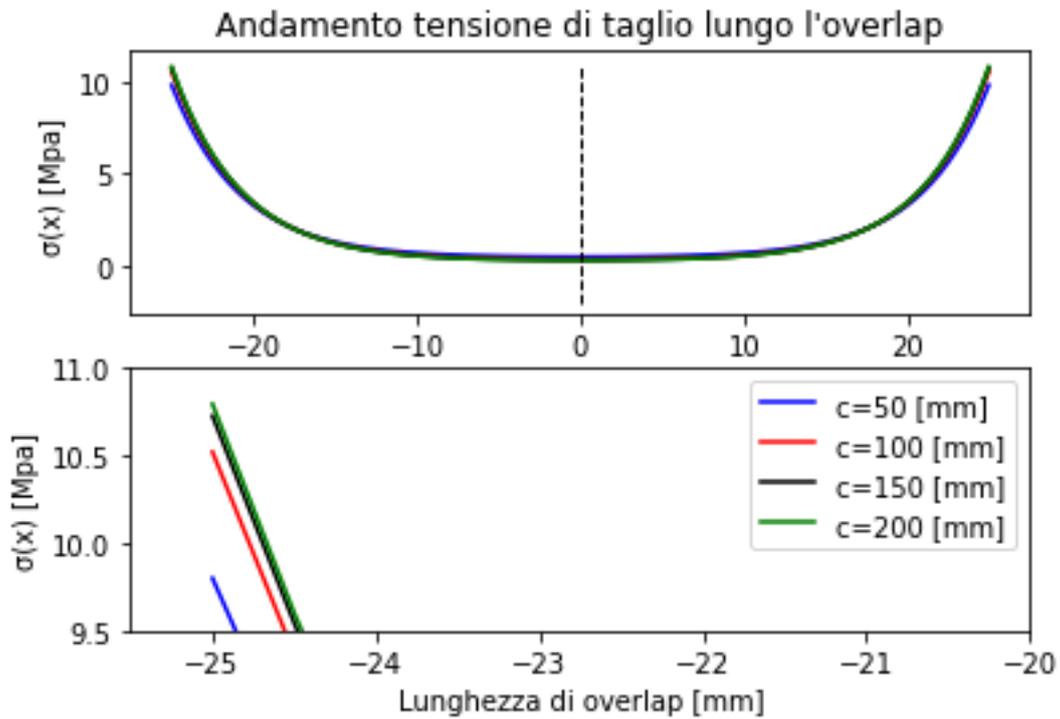


Figura 5-XIV Tensione di taglio al variare di 'c'; rif. materiale [7]

Tabella 5-m Massimi tensionali

CONFIGURAZIONE	LUNGHEZZA AL DI FUORI DELL'overlap c [mm]	Massimi tensionali [MPa]	
		τ_a	σ_a
SLJ: single lap joint	50	9.79	11.74
	100	10.52	13.16
	150	10.72	13.57
	200	10.79	13.70

In tabella sono presentati i massimi tensionali per c pari a 50 – 100 – 150 – 200, sia per τ_a che per σ_a . Il trend è crescente e questo è giustificato dal fatto che all'aumentare della lunghezza al di fuori dell'overlap c , aumenta il valore di 'e', *edge moment factor* e di M momento flettente a parità di carico N applicato.

Dato un carico $N = 100 \text{ N/mm}$, al variare di c come in tabella, si ottiene:

Tabella 5-n Parametri di carico

Lunghezza al di fuori dell'overlap c [mm]	Edge moment factor e	Momento \bar{M}
50	0.64802	170.234
100	0.74932	196.847
150	0.77824	202.445
200	0.78772	206.935

Le formulazioni delle variabili sono riportate di seguito;

$$\bar{M} = \frac{(h + h_a)T}{2} e \quad \text{Equazione 5.18}$$

$$e = \frac{\sinh(\mu_1 c) \cosh(\mu l)}{\sinh(\mu_1 c) \cosh(\mu l) + \frac{\mu_1}{\mu} \cosh(\mu_1 c) \sinh(\mu l)} \quad \text{Equazione 5.19}$$

5.3 Stiffened panel: analisi e confronto

Il seguente paragrafo riguarda il caso di *stiffened panel* caricato tramite momento flettente o trazione ricavato in Zou [1].

È importante sottolineare che il pannello irrigidito ha due differenti andamenti tensionali in base alla tipologia di carico a cui è sottoposto, infatti come descritto nel capitolo 3, se presente solo momento flettente M , si ha presenza di tensione di peeling e di taglio, mentre nel caso di solo sforzo di trazione T si ha la sola presenza di tensioni taglianti.

Lo schema di riferimento è riportato di seguito: sono presenti due aderendi, ovvero irrigidimento e pannello; il carico è applicato sempre all'estremità libera di quest'ultimo. Inoltre, la soluzione in forma chiusa prevede aderendi uguali, ovvero dello stesso materiale, con stessa laminazione, se laminato composito, e spessore.

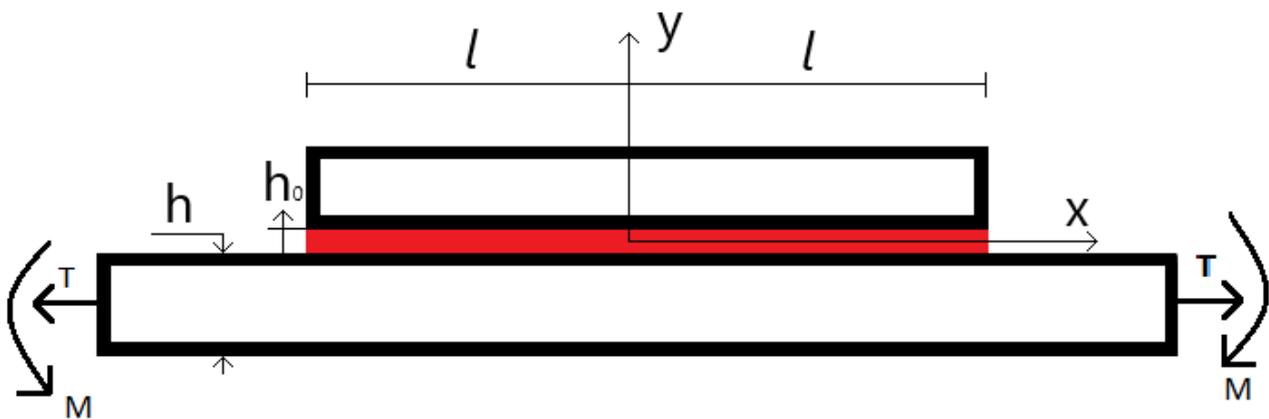


Figura 5-XV Schema della giunzione pannello irrigidito [1]

5.3.2 Confronto con Zou [1]

La prima comparazione è stata effettuata tra i valori ricavati dalla soluzione nel software con le grandezze presenti in Zou [1]. Questo passaggio preliminare è necessario, poiché permette di comprendere se l'implementazione è stata eseguita correttamente garantire una certa affidabilità e accuratezza della soluzione. I parametri utilizzati per le analisi sono riassunti di seguito.

Tabella 5-0 Riassunto dei parametri per confronto con Zou [1]

Aderendo	Laminazione	Adesivo	Valori di confronto
$m2$	[0]	$a2$	<i>software – paper</i>
$m4$	[0]		
$m5$	–		

Le configurazioni trattate sono due: cf_5 e cf_6 , le cui proprietà geometriche sono riassunte nel paragrafo (Par. 5.1.2; Tab. 5 – c).

La giunzione è un pannello irrigidito caricato prima tramite carico di trazione (cf_5) e con momento flettente (cf_6).

I risultati raggiunti sono in linea con quanto espresso nel paper di Zou, potendo quindi ammettere che l'implementazione del codice sia stata effettuata adeguatamente. Essendo un confronto tra valori simili, se non uguali tra loro, non si riportano i valori numerici.

5.3.3 Andamenti tensionali

La possibilità di gestire elementi a rigidzze differenti non è contemplata dalla soluzione in forma chiusa; quindi, gli aderendi devono avere le stesse proprietà meccaniche e geometriche, anche se solitamente si hanno differenze di laminazioni e di spessore tra pannello e irrigidimento.

Si riportano, quindi, a titolo di esempio gli andamenti tensionali per le configurazioni in tabella (Tab. 5 – p).

Tabella 5-p Riassunto dei parametri per derivazione dell'andamento tensionale

Aderendo	Laminazione	Adesivo	Valori di confronto
m5	–	a1	Sono mostrati gli andamenti tensionali lungo l' <i>overlap</i>
m1	[0/90/0/90/45/–45] _s		

Le configurazioni trattate sono due: cf_5 e cf_6 , le cui proprietà geometriche sono riassunte nel paragrafo (Par. 5.1.2; Tab. 5 – c).

La giunzione è un pannello irrigidito caricato prima tramite carico di trazione (cf_5 ; caso 1) e con momento flettente (cf_6 ; caso 2).

Grafici

Il seguente sottoparagrafo mostra i grafici riferiti agli andamenti ricavati a partire dalle proprietà elencate in tabella (*Tab.5 – p*); vengono prima presentati i risultati relativi al giunto cf_5 , ed in seguito relativi al pannello cf_6 .

L'immagine seguente riporta la τ_{xy} nel caso di giunzione in alluminio "a)" e laminato composito "b)" lungo l'overlap, con caricamento tramite sforzo di trazione.

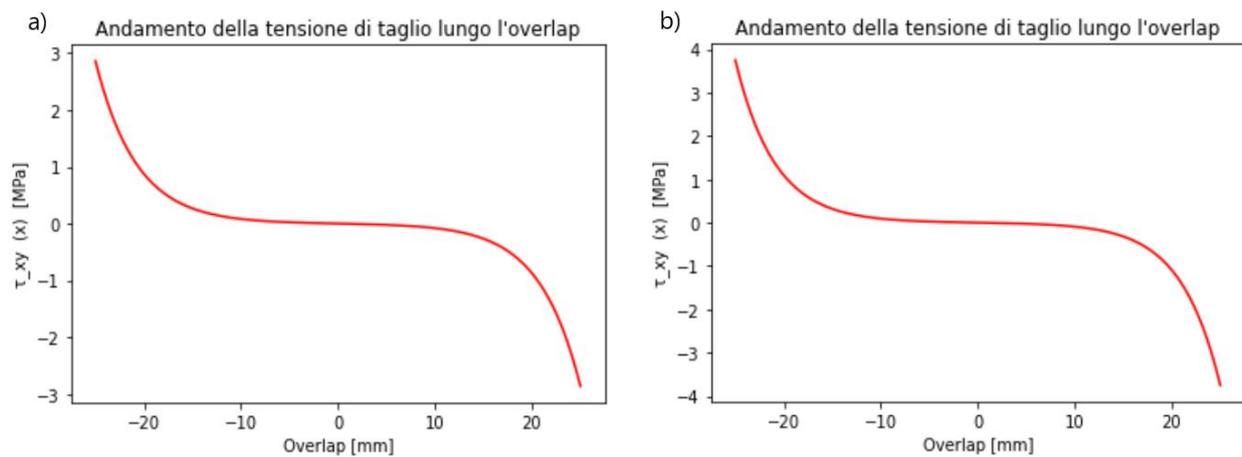


Figura 5-XVI Andamento tensionale per giunzione cf_5 nel caso di aderendi in alluminio "a)" e CFRP "b)"; rif. materiale [2]

Si nota un comportamento antisimmetrico in entrambi i casi, con un picco maggiore nel caso CFRP rispetto all'alluminio; le motivazioni possono essere legate sia alla scelta della lamina unidirezionale che alla laminazione. Questo primo confronto evidenzia una prima 'utilità del software in termini di design, infatti è possibile scegliere varie laminazioni e materiali affinché il comportamento del composito o del materiale scelto sia il più ottimizzato possibile rispetto ad un caso di riferimento noto.

Il secondo caso in esame ha portato alle seguenti conclusioni, mostrate nelle due figure seguenti (*Fig.5 – XVII*) per aderendi in Alluminio e (*Fig.5 – XVIII*) per aderendi in CFRP. Il caricamento è sotto momento flettente.

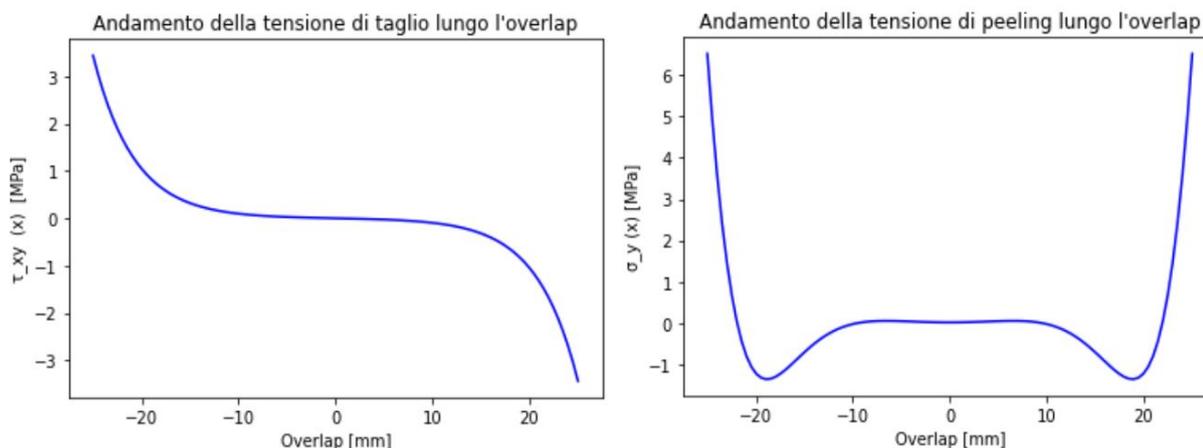


Figura 5-XVII Andamento tensionale giunzione cf_6 con aderendo in Alluminio; rif. materiale [2]

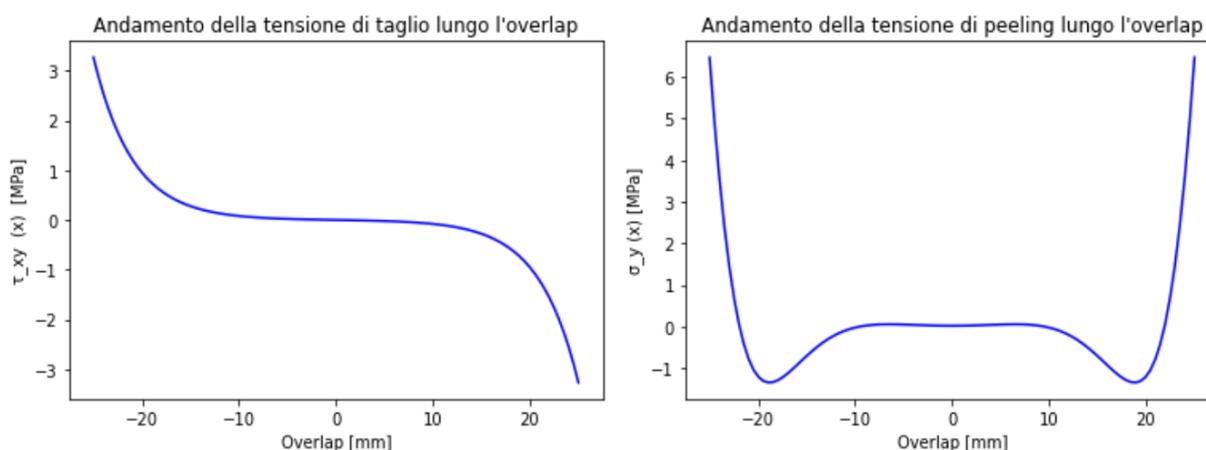


Figura 5-XVIII Andamento tensionale giunzione cf_6 con aderendo in CFRP; rif. materiale [2]

La tensione tagliante presenta un comportamento antisimmetrico in entrambi i casi, in maniera simile al caricamento sotto trazione; mentre il peeling ha un andamento già noto, simile al caso di giunzione a singola sovrapposizione, con picchi di poco superiori ai 6 *Mpa*, a partire da un caricamento per unità di lunghezza pari a $M = 100$ [N].

5.3.4 Specifiche sui risultati

I confronti che sono stati effettuati per valutare la correttezza dell'implementazione del codice sono stati eseguiti a partire dai dati in tabella (Tab.5 – o). I valori numerici ricavati dal software non presentano discrepanze, rispetto ai valori presenti in ZOU [1], solo nel caso m_5, cf_5, cf_6 , ovvero nel caso di aderendi in alluminio caricati tramite trazione o momento flettente. La differenza di risultati, nel caso di materiale m_2 ed m_4 , è legata al fatto che in Zou non è presente né la *stacking sequence* del laminato né lo spessore della singola lamina, ma vengono riportate solamente le proprietà

meccaniche. Quindi i risultati ricavati nei due casi, di laminati compositi *CFRP* m_2 e *GFRP* m_4 , sono stati derivati ipotizzando una sequenza di laminazione pari a $[0]$ con spessore della lamina pari allo spessore totale del laminato, come riportato in tabella (*Tab. 5 – o*).

La correttezza dell'implementazione è comunque assicurata da due aspetti: il primo riguarda l'esattezza dei valori nel caso di aderenti in materiale isotropo (m_5), che garantisce un corretto flusso di dati tra le varie *function*, il secondo riguarda la congruenza dei valori di rigidità presenti nelle matrici A e D , ovvero A_{11} e D_{11} . In particolare, sono stati confrontati i valori matriciali ricavati dal software con i valori presenti in *Kollar* [70], *tabella 3.7*, al fine di garantire la corretta scrittura del codice.

5.4 Criterio di rottura: confronto con risultati sperimentali

Quest'ultima parte è incentrata sulla presentazione dei risultati in merito al criterio di rottura. Sono presenti tre risultati sperimentali che servono come parametro di paragone per confrontarli con i valori ricavati dal modello implementato.

Per la trattazione teorica completa si rimanda al *Capitolo 3*: in questa fase si citeranno solo i parametri principali per la comprensione dei risultati.

I tre riferimenti bibliografici scelti sono:

1. *Castagnetti et. Al* [20];
2. *Da Silva et. Al* [21];
3. *Nasa Technical Paper* [23];

I seguenti sottoparagrafi sono strutturati come segue: una breve introduzione alla tipologia di giunto impiegato, con caratteristiche meccaniche e geometriche. Vengono poi mostrati i dati sperimentali, ed infine plottati i risultati tra sperimentale e numerico.

5.4.1 *Castagnetti et. Al* [20]

Il primo confronto che viene eseguito riguarda un *SLJ* caricato a trazione fino a rottura. Il giunto è in acciaio a basso tenore di carbonio ($m6$), collegato tramite adesivo *Hysol 9514* (a_3).

Caratteristiche meccaniche e proprietà geometriche

Tabella 5-q Parametri per confronto con Castagnetti et. AL [20]

Aderendo	Adesivo	Configurazione	Valori di confronto
$m6$	a_3	cf_7	<i>software – sperimentale</i>

La configurazione è portata fino a rottura, sia nel caso sperimentale che nell'analisi tramite software, plottando di volta in volta il carico di rottura al variare dello spessore dell'adesivo.

Valori sperimentali

Sperimentalmente si sono ricavati tre valori di carico di rottura associati a tre valori di spessore di adesivo differenti; lo spessore nominale dell'adesivo è riportato in tabella (Tab.5 – r).

Tabella 5-r Valori ricavati dall'analisi sperimentale

Spessore [mm]	0.05	0.15	0.4
Carico ultimo [N]	11458.6	11513.2	9368.9
Deviazione standard [N]	757.9	833.5	387.3

Grafico di confronto

Il grafico mostro il carico di rottura T_f [N], non per unità di larghezza, per una giunzione di spessore pari a $b = 20$ [mm]. Quindi il carico ricavato dal software è stato poi moltiplicato per il valore della larghezza del giunto.

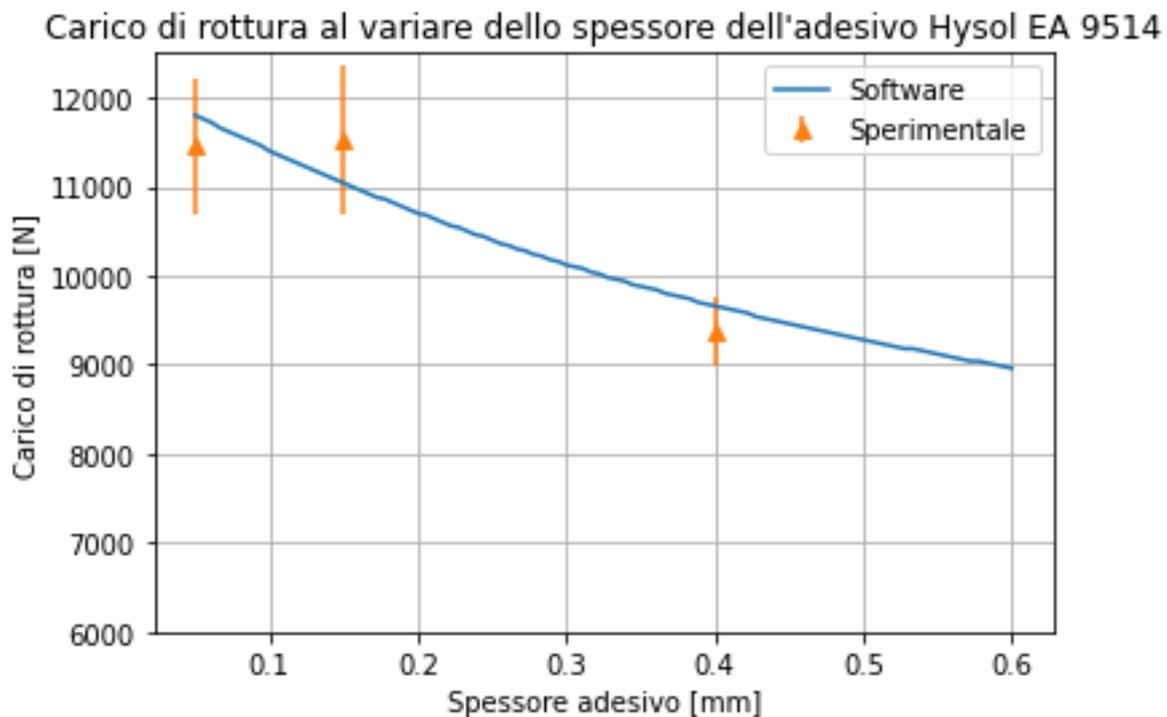


Figura 5-XIX Carico di rottura Hysol EA 9514; rif. materiale [18]

Il risultato è molto soddisfacente, infatti la curva analitica approssima bene i tre valori del carico ricavati sperimentalmente.

5.4.2 Da Silva et. Al [21]

La seconda analisi riguarda un *SLJ* caricato a trazione fino a rottura. Il giunto è in acciaio a basso tenore di carbonio ($m6$), collegato tramite adesivo *Redux 326* (a_4).

Caratteristiche meccaniche e proprietà geometriche

Tabella 5-s Parametri per confronto con Da Silva et Al. [20]

Aderendo	Adesivo	Configurazione	Valori di confronto
$m6$	a_4	cf_8	software – sperimentale

La configurazione è portata a rottura, sia nel caso sperimentale che nell'analisi tramite software, plottando di volta in volta il carico di rottura al variare della semi-lunghezza di sovrapposizione.

Grafico di confronto

Il grafico mostro il carico di rottura T_f [N] per una giunzione di larghezza pari a $b = 25$ [mm].

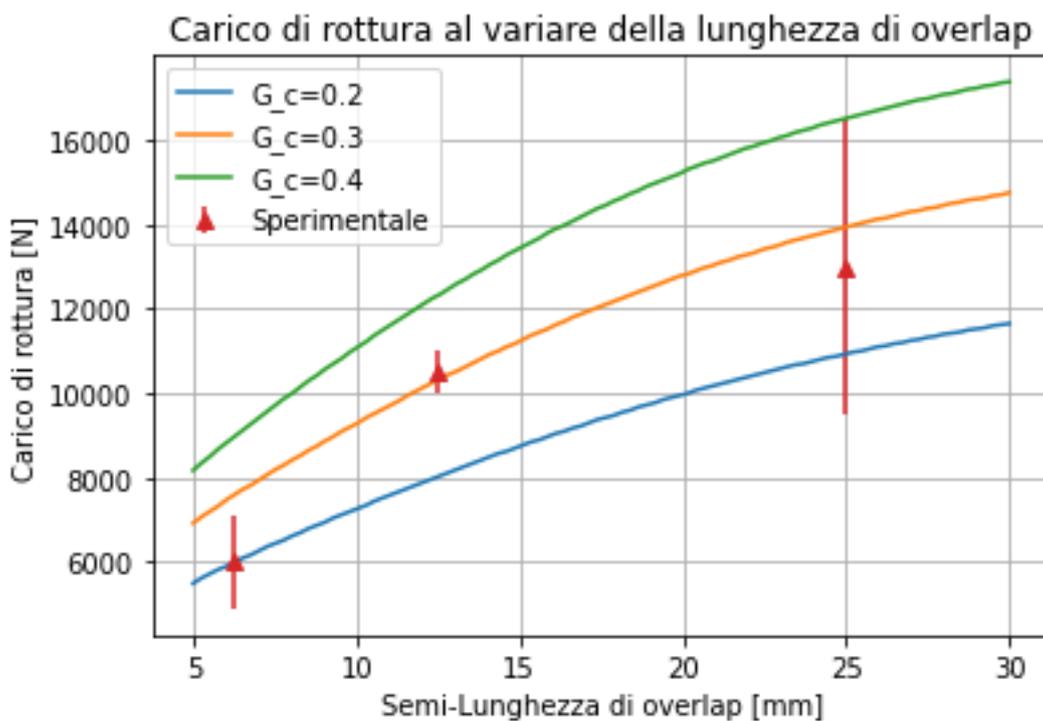


Figura 5-XX Carico di rottura al variare della lunghezza di overlap; rif. materiale [20]

Il valore di G_c , rilascio di energia critico, non ha un valore determinato noto come nel caso precedente, ma un range di variazione $0.2 < G_c < 0.4$; gli andamenti numerici rispecchiano bene i tre valori sperimentali, e si attestano con buona accuratezza nel range $0.2 < G_c < 0.3$, più ristretto rispetto a quello ricavato nel riferimento bibliografico.

5.4.3 Nasa Technical Paper [23]

L'ultimo esempio trattato riguarda un *SLJ* caricato a trazione fino a rottura. Il giunto è fibra di carbonio T300/5208 ($m7$), collegato tramite adesivo Hysol EA 934 (a_5).

Caratteristiche meccaniche e proprietà geometriche

Tabella 5-t Parametri per confronto con Nasa technical paper [23]

Aderendo	Adesivo	Configurazione	Valori di confronto
$m7$	a_3	cf_9	software – sperimentale

La configurazione è portata a rottura, sia nel caso sperimentale che nell'analisi tramite software, plottando di volta in volta il carico di rottura al variare della semi-lunghezza di sovrapposizione.

Valori sperimentali

Sperimentalmente si sono ricavati tre valori di carico di rottura associati a tre valori di lunghezza di *overlap* differente.

Tabella 5-u Risultati sperimentali

Overlap [mm]	19	44.5	70	95
Carico ultimo [N]	17723.01	29673.90	37584.63	35334.94
Deviazione standard [N]	137.19	886.07	2700.41	3513.48

Il grafico mostra il carico di rottura T_f [N] per una giunzione di larghezza pari a $b = 50.8$ [mm].

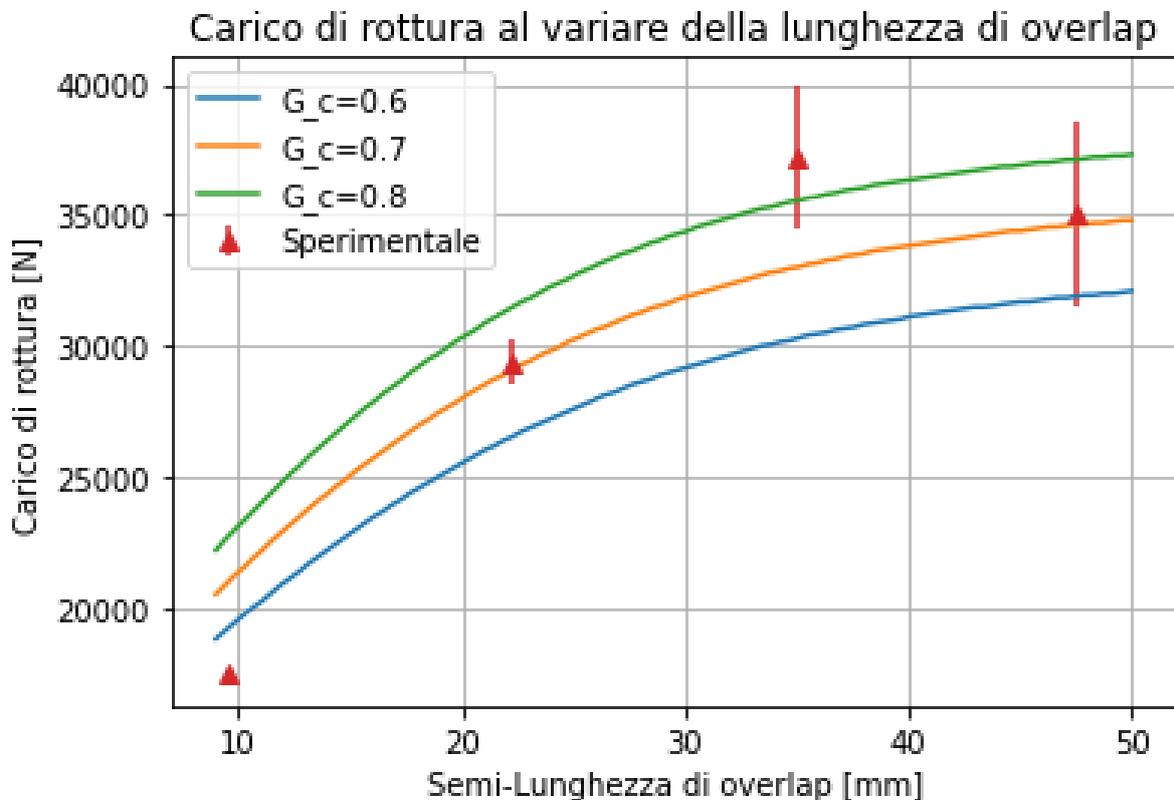


Figura 5-XXI Carico di rottura al variare della lunghezza di overlap, rif. materiale [23]

Questa ultima analisi ha fornito dei buoni risultati, ma con maggiore dispersione rispetto ai due casi precedenti; infatti, per nessuno dei tre valori di G_c si ha un totale accordo tra sperimentale e analitico. È importante far notare come il dato su G_c , utilizzato per le analisi, sia frutto di una ipotesi, poiché in letteratura non era presente il valore per questo adesivo. Inoltre, gli aderenti sono in materiale composito, che ha una maggiore dispersione di comportamento rispetto ai classici isotropi, in particolare nella capacità di predire il modo di rottura.

Il paper *Nasa Technical Paper* [23] rimarca due aspetti fondamentali: il primo riguarda la valenza statistica in merito al carico di rottura più alto per il caso con lunghezza di *overlap* pari a 70 [mm] rispetto al caso di 95 [mm], però è anche vero che il ridotto numero di provini utilizzato non rende statisticamente valida questa differenza; in secondo luogo asserisce che una parte delle fratture avvenute nei provini in composito, rispetto a quelli di alluminio, utilizzati nella campagna sperimentale, riguardava gli aderenti. La rottura dell'aderendo, però, non è direttamente valutabile mediante il criterio di rottura prescelto, che prevede la presenza di cricca solo nell'adesivo. Per concludere si sottolinea nuovamente la buona corrispondenza tra i valori sperimentali e numerici, pur non avendo un totale accordo tra dati per i motivi sopra citati.

Capitolo 6 : Conclusioni

L'ultimo capitolo stila le conclusioni che sono state tratte nel corso della scrittura della tesi; la necessità di un adeguato epilogo è dettata dall'esigenza di presentare di nuovo lo scopo dell'elaborato affiancato dai risultati raggiunti, per permettere al lettore una migliore comprensione dell'argomento che potrebbe risultare ampio, dettagliato e ovviamente focalizzato sull'argomento scelto. Viene, inoltre, valutata la bontà del lavoro svolto prevedendo ulteriori sviluppi e miglioramenti futuri per avere un applicativo maggiormente performante ed utile.

6.1 Valutazione dell'utilità del software

La sfida di dover gestire strutture in composito incollate rimane ancora aperta a causa del numero elevato di variabili che caratterizzano il problema; saranno necessari ulteriori sviluppi e modelli per poter ricavare una formulazione chiusa che permetta di avere risultati il più possibile accurati, con il maggior numero di tensioni valutate, in tempi brevi. I modelli mono e bi dimensionali utilizzati permettono di derivare l'andamento tensionale in funzione della sola lunghezza di *overlap*, senza considerare la variabilità lungo lo spessore, tantomeno rispetto alla larghezza, cioè nella terza dimensione. L'andamento tensionale complessivo è ricavabile tramite un'apposita analisi agli elementi finiti, che però richiede tempo sia per definire il modello, che per avere i risultati, considerando che per una buona accuratezza è richiesta una taglia di mesh molto fine. Al fine di ridurre le tempistiche si può pensare di definire, in un primo momento, il design preliminare e analizzarlo tramite il software in questione per avere, in tempi brevi, un primo riscontro in termini di tensioni e durata; in un secondo momento si può prevedere una analisi agli elementi finiti, avendo però risparmiato tutta la parte di definizione del modello primario.

L'utilità del software risiede proprio in questo aspetto: limitando notevolmente i tempi di modellizzazione e analisi si riducono i costi, focalizzando le risorse disponibili in altri ambiti. Il modello primario è analizzato tramite software, scegliendo il materiale e la laminazione più appropriati, con lo spessore più adeguato, confrontando poi gli andamenti ricavati sia in veste grafica che tabulare; tutto ciò è affiancato dalla possibilità di valutare adesivi differenti tra loro e scegliere poi il binomio aderendo-adesivo più performante. Definite le proprietà meccaniche e geometriche si passa ad un'analisi "di fino" agli elementi finiti focalizzando lo studio sugli aspetti che non sono direttamente ricavabili dal software eseguendo un'ottimizzazione differente rispetto a quella che si può gestire con il programma analitico.

6.2 Miglioramenti futuri

Il lavoro svolto nei mesi di durata della tesi ha permesso di costruire un utile applicativo. Il risultato raggiunto è in linea con le richieste che sono state dettate dall'azienda, seppure con i suoi limiti. Certamente è possibile migliorare il lavoro svolto andando a irrobustire alcuni aspetti, che sono di seguito riportati:

- Modellazione 2D: variazione tensionale lungo lo spessore dell'adesivo;
- Giunzioni sbilanciate o non bilanciate;
- Inserimento di un criterio di rottura che riguardi anche gli aderendi;
- Calcolo delle tensioni interlaminari negli aderendi;
- Analisi non lineare;

La possibilità di modificare il codice sorgente ed eventualmente migliorarlo è stata pensata fin dall'inizio della sua scrittura; infatti, avendo utilizzato le *function* è possibile aggiungere ad ogni file delle ulteriori *function* e tramite un semplice richiamo nel main è possibile implementare il loro risultato.

Si tratteranno di seguito, per sommi capi, gli aspetti rimarcati nell'elenco puntato.

Modellazione 2D: variazione tensionale lungo lo spessore dell'adesivo

Il primo miglioramento che si può adottare riguarda la definizione di un modello che permetta di ricavare anche l'andamento tensionale lungo lo spessore dell'adesivo. Infatti, come detto nei capitoli precedenti il valore ricavato dal software è quello lungo il piano medio dell'adesivo e si ipotizza costante lungo tutto il suo spessore. Questo non è sempre vero, infatti lungo lo spessore è possibile avere una variabilità delle tensioni, il problema rimane però nel modellare adeguatamente la variabilità delle tensioni, ovvero predire un modello che tramite legami matematici predica, con buona accuratezza, l'andamento tensionale reale o di riferimento. Zhao – Lu [4], nel suo modello, ipotizza un andamento quadratico della tensione tagliante e un andamento cubico della tensione di peeling lungo lo spessore. Il modello da lui descritto rimane però valido solo per i materiali isotropi, andrebbe quindi validata l'ipotesi, tramite analisi FEM e sperimentali, anche per i laminati compositi.

Giunzioni sbilanciate o non bilanciate

Le giunzioni *SLJ* non necessitano, solitamente, la valutazione dell'andamento tensionale con aderendi differenti tra loro; infatti, tipicamente, sono collegati elementi uguali tra loro. Seppur questo sia vero è necessario aggiungere, che nel caso di pannello irrigidito analizzato nel capitolo 3, la possibilità di introdurre elementi a rigidità diversa è altamente importante; infatti, i pannelli irrigiditi non hanno mai *skin* e irrigidimento di egual rigidità né tantomeno uguali tra loro. Un'analisi che permetta quindi di avere un modello attinente alla realtà, con una accuratezza adeguata, è necessario.

Zou nel suo paper, al fine di ricavare una soluzione in forma chiusa, non contempla questo caso; è necessario ricorrere ad una soluzione numerica, del sistema accoppiato, delle equazioni differenziali che governano le tensioni nell'adesivo. Il sistema da risolvere è del settimo ordine alle condizioni al contorno. La soluzione potrebbe dare una ulteriore svolta all'analisi tensionale permettendo di ridurre ulteriormente i tempi di calcolo evitando la modellazione FEM.

Inserimento di un criterio di rottura che riguardi anche gli aderendi

All'interno del software è stato implementato un criterio di resistenza che riguarda il solo adesivo, perché seguendo le ipotesi del paper di riferimento [18], si considerano gli aderendi molto più resistenti dello strato di incollaggio; questo è ovviamente vero, però per raggiungere una accuratezza maggiore sarebbe opportuno inserire anche un danneggiamento dell'aderendo che porterebbe ad una diminuzione della sua rigidità e quindi anche ad una modifica dello stato tensionale, che potrebbe portare alla rottura dell'aderendo stesso.

Calcolo delle tensioni interlaminari negli aderendi

In relazione al paragrafo immediatamente precedente, la possibilità di calcolare anche il valore delle tensioni interlaminari permetterebbe una migrazione notevole, infatti si considererebbe anche la frattura, o meglio la delaminazione dell'aderendo, che solitamente, nelle giunzioni incollate, avviene negli strati di aderendo immediatamente vicini alla zona coesiva.

Analisi non lineare: plasticità dell'adesivo

L'adesivo è stato sempre ipotizzato come lineare elastico a comportamento isotropo; le motivazioni che hanno portato a queste considerazioni sono state molteplici. Un primo motivo riguarda la semplicità di trattazione, infatti un comportamento lineare è più facilmente trattabile e soprattutto permette il raggiungimento di formulazione chiuse per l'andamento tensionale; un altro motivo importante riguarda la progettazione stessa, ovvero solitamente si progettano le strutture al loro limite di *yelding*, ovvero non si vuole presenza di plasticità permanente, che modifica anche la conformazione a riposo della struttura. Questo è vero anche nel nostro caso seppur si considerino le rotture stesse delle giunzioni supponendo della plasticità all'interno della configurazione. Quindi al fine di migliorare l'accuratezza sarebbe auspicabile distinguere i due casi, ovvero:

- Dimensionamento a rottura, che presuppone un criterio di rottura, con il carico massimo e la lunghezza di cricca associata e la configurazione deve quindi ammettere la plasticità;
- Dimensionamento fino al limite di plasticità, quindi valutare il giunto con il carico massimo che permette il non superamento del limite elastico;

Appendice A

I file di dati che sono utilizzati all'interno del software hanno una struttura ben precisa che garantisce una facile leggibilità con un qualsiasi editor di testo. In particolare, sono presenti tre file principali:

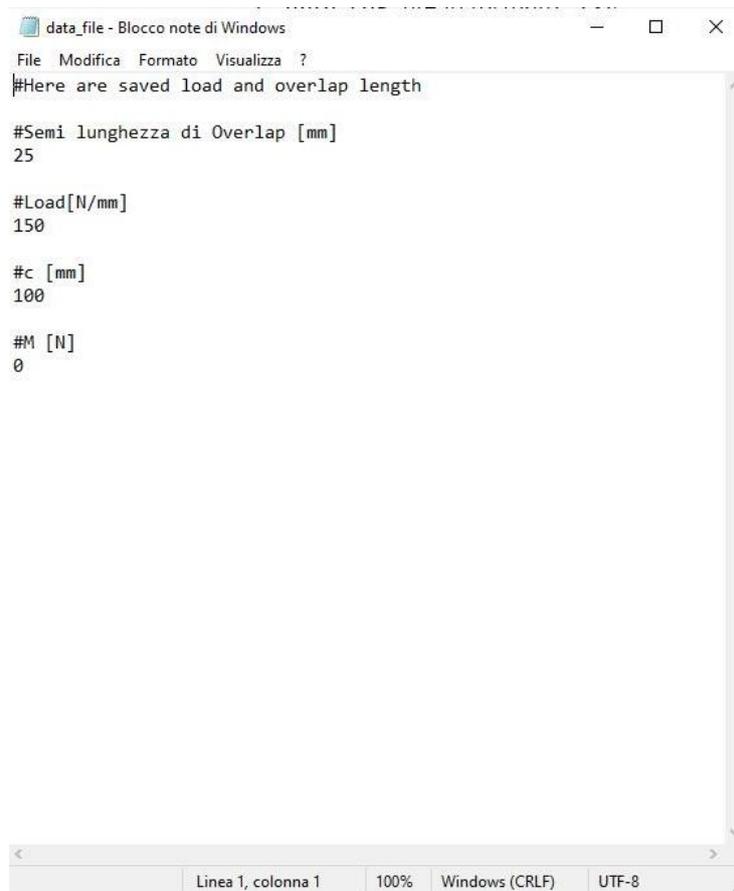
1. *data_file*, file in formato '.csv';
2. file del materiale, in formato '.csv' e '.txt';
3. file dell'adesivo, in formato '.csv' e '.txt';

A.1 File di dati

Il file di dati contiene al suo interno i valori numerici di:

- Semi lunghezza di sovrapposizione [*mm*];
- Carico di trazione [*N/mm*];
- Lunghezza al di fuori dell'*overlap* [*mm*];
- Carico di flessione [*N*], da inserire solo nel caso di pannello sotto momento flettente;

La struttura si presenta come segue:



```
data_file - Blocco note di Windows
File Modifica Formato Visualizza ?
#Here are saved load and overlap length

#Semi lunghezza di Overlap [mm]
25

#Load[N/mm]
150

#c [mm]
100

#M [N]
0

Linea 1, colonna 1 100% Windows (CRLF) UTF-8
```

Fig. A File di dati

Il file è salvato nella stessa cartella dove sono contenuti gli script per il funzionamento del software; inoltre, il nome non è modificabile dall'utente.

A.2 File del materiale

Il file del materiale contiene al suo interno i valori numerici di:

- Numero di *layer* che compongono il laminato (uno se monostrato);
- Modulo elastico longitudinale E_1 [MPa];
- Modulo elastico trasversale E_2 [MPa];
- Modulo a taglio trasversale G_{12} [MPa];
- Coefficiente di Poisson ν_{12} ;
- Angolo della singola lamina θ (zero se monostrato);
- Spessore della singola lamina [mm] (pari allo spessore totale se monostrato);

La struttura si presenta come segue:

```

lan_m - Blocco note di Windows
File Modifica Formato Visualizza ?
#Materiale_1
#Number of layers
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
#E1 [MPa]
131600 131600 131600 131600 131600 131600 131600 131600 131600 131600 131600 131600
#E2 [MPa]
8700 8700 8700 8700 8700 8700 8700 8700 8700 8700 8700 8700
#G12 [MPa]
3500 3500 3500 3500 3500 3500 3500 3500 3500 3500 3500 3500
#Poisson12
0.33 0.33 0.33 0.33 0.33 0.33 0.33 0.33 0.33 0.33 0.33 0.33
#Theta
0 90 0 90 45 -45 -45 45 90 0 90 0
#Spessore [mm]
0.417 0.417 0.417 0.417 0.417 0.417 0.417 0.417 0.417 0.417 0.417 0.417

```

Fig. B File del materiale

Il nome del file è scelto dall'utente nel momento di creazione del materiale; inoltre, i file sono salvati su una cartella apposita "materials", nel formato ".csv" o ".txt", differente da quella di installazione del programma.

A.3 File dell'adesivo

Il file dell'adesivo contiene al suo interno i valori numerici di:

- Nome della colla utilizzata;
- Modulo elastico E_a [MPa];
- Modulo a taglio trasversale G_a [MPa];
- Spessore della singola lamina [mm];
- Coefficiente di Poisson ν_a ;
- Rilascio di energia critica [N/mm];

- Tensione di peeling a rottura [MPa];

La struttura si presenta come segue:

The image shows a screenshot of a Windows Notepad window titled 'nasa_a - Blocco note di Windows'. The window contains the following text:

```
#Material's name: Hysol_EA_934 |
#Ea [MPa]
3700
#Ga [MPa]
1380.6
#Spessore [mm]
0.16
#Poisson
0.34
#Rilascio critico di energia [N/mm]
0.7
#Tensione di peeling a rottura [MPa]
39.98
```

The status bar at the bottom of the window indicates 'Linea 3, colonna 32', '100%', 'Windows (CRLF)', and 'UTF-8'.

Fig. C File dell'adesivo

Bibliografia

1. G.P. Zou, K. Shahin, F. Taheri, (2004). An analytical solution for the analysis of symmetric composite adhesively bonded joints. *Composite Structures*. 65, 499–510.
2. A. Langella, R. Carbone, L. Nele and M. Rosolia, (2012). An analytical closed-form model to evaluate the peel and shear stresses in middle plane for adhesively bonded composite single-lap joints. *Journal of Composite Materials*. 46(1), 3–17.
3. L.J. Hart-Smith, (1973). Adhesive-bonded single-lap joints. Nasa contractor report.
4. B. Zhao, Y. Lv, (2011). Closed-form solutions for elastic stress-strain analysis in unbalanced adhesive single-lap joints considering adherend deformations and bond thickness. *International Journal of Adhesion and Adhesives*. 31, 434–445.
5. Dispense del corso “Modellazione numerica e tecniche di simulazione di strutture aerospaziali”, prof. S. Brischetto, Politecnico di Torino, CdS Ingegneria Aerospaziale.
6. Dispense del corso “Dinamica delle strutture aerospaziali”, prof. M. Gherlone, Politecnico di Torino, CdS Ingegneria Aerospaziale.
7. Dispense del corso “Analisi di strutture aerospaziali con l’impiego di codici FEM”, prof. E. Cestino, Politecnico di Torino, CdS Ingegneria Aerospaziale.
8. Dispense del corso “Tecnologie aerospaziali”, prof. G. Romeo, Politecnico di Torino, CdS Ingegneria Aerospaziale.
9. P. Cirillo, (2015/2016). Modellazione analitica di giunzioni incollate in materiale composito, Tesi di dottorato, Università degli studi di Napoli Federico II.
10. L. Goglio, M. Rossetto, E. Dragoni, UN POSSIBILE CRITERIO PER IL CALCOLO DELLA RESISTENZA STATICA DEI GIUNTI INCOLLATI, *XXXI Convegno Nazionale AIAS*, Parma, 18-21 settembre 2002, 039: 1-10.
11. Y. Y. YANG, D. MUNZ, (1997). STRESS SINGULARITIES IN A DISSIMILAR MATERIALS JOINT WITH EDGE TRACTIONS UNDER MECHANICAL AND THERMAL LOADINGS, *Int. J. Solids Structures*. 34(10) 1199-1216.
12. E. Dragoni, L. Goglio, F. Kleiner, (2010). Designing bonded joints by means of the JointCalc software, *International Journal of Adhesion & Adhesives*. 30, 267–280.
13. L. Goglio, M. Rossetto (2009). Evaluation of the Singular Stresses in Adhesive Joints, *Journal of Adhesion Science and Technology*. 23, 1441–1457.
14. L. Goglio, M. Rossetto, E. Dragoni, (2008). Design of adhesive joints based on peak elastic stresses, *International Journal of Adhesion & Adhesives*. 28, 427–435.
15. S. Cheng, D. Chen, Y. Shi, (1991). ANALYSIS OF ADHESIVE-BONDED JOINTS WITH NONIDENTICAL ADHERENDS, *Journal of Engineering Mechanics*, 117(3), 605–623.
16. Z. J. Wu, A. Romeijn, J. Wardenie, (1997). Stress expressions of single-lap adhesive joints of dissimilar adherends. *Composite Structures*. 38 (1-4), 273-280.
17. A. Barroso, V. Mantic, F. Paris, (2003). Singularity analysis of anisotropic multimaterial corners, *International Journal of Fracture*, 119, 1–23.
18. P. Weißgraeber, W. Becker, (2013). Finite Fracture Mechanics model for mixed mode fracture in adhesive joints. *Int. J. Solids Structures*. 50,2383-2394

19. P. Weißgraeber, W. Becker, (2011). A new finite fracture Mechanics approach for assessing the strength of bonded lap joints. *Key Engineering Materials*. 471-472, 1075-1080
20. D. Castagnetti, A. Spaggiari, E. Dragoni, (2011). Effect of Bondline Thickness on the Static Strength of Structural Adhesives Under Nearly-Homogeneous Shear Stresses. *The Journal of Adhesion*. 87, 780-803.
21. L.F.M. da Silva, R.D. Adams, M. Gibbs, (2004). Manufacture of adhesive joints and bulk specimens with high temperature adhesives. *International Journal of Adhesion & Adhesives*. 24, 69-83
22. B. Zhang, R. Dai, W. Ma, H. Wu, L. Jiang, C. Yan, Y. Zhang, (2018). Analysis and design of carbon fibre clamping apparatus for replacement of insulator strings in ultra-high voltage transmission line. *The 14th IET International Conference on AC and DC Power Transmission (ACDC 2018). The Journal of Engineering*.
23. J.W. Sawyer, (1984). Effect of Preforming Adherends on Static and Fatigue Strength of Bonded Composite Single-Lap Joints. Nasa Technical Paper 2324, Scientific and Technical Information Branch.
24. P. Vannucci, (2007/2008). Materiali compositi per impieghi strutturali. Università di Pisa, Facoltà di Ingegneria, Dottorato in Ingegneria delle Strutture, Dottorato in Scienze e Tecniche dell'Ingegneria Civile.
25. M. Goland, E. Reissner (1944). The Stresses in cemented joints. *ASME Journal of Applied Mechanics*. 11(A), 17-27.
26. Q. Volkersen, (1938). Die Niet Kraftverteilung in zugbeanspruchten Nietverbindungen mit Konstanten Laschenquerschnitten. *Luftfahrtforschung*. 15, 41-47.
27. Simay Bayramoglu, Kübra Demir, Salih Akpınar
28. K.C. Kairouz, F.L. Matthews, (1993). Strength and failure modes of bonded single lap joints between cross-ply adherends. *Butterworth-Heinemann Ltd*. 24(6). 475-484.
29. Y. Hou, Y. Duan, (2019). Experimental and numerical investigations of adhesively bonded CFRP single-lap joints subjected to tensile loads. *International Journal of Adhesion and Adhesives*.
30. R.Q. Rodriguez, W. P. de Paiva, P. Sollero, M. R. B. Rodrigues, E. L. de Albuquerque, (2012). Failure criteria for adhesively bonded joints. *International Journal of Adhesion & Adhesives*. 37, 26-36.
31. Y.-Y. Su, X. L. Gao, (2013). An Analytical Study on Peeling of an Adhesively Bonded Joint Based on the Timoshenko Beam Theory. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 20(6), 454-463.
32. Y.-Y. Su, X. L. Gao, (2014). Analytical model for adhesively bonded composite panel-flange joints based on the Timoshenko beam theory. *Composite structures*. 107, 112-118.
33. <https://www.aviationcoaching.com/manutenzione-degli-aerei-nelle-compagnie-aeree>
34. LOCTITE HENKEL, (2020). Structural Adhesives, Aerospace Product Selector Guide.
35. A. Gursei, A.-A. Mohamad, M. F. M. Nazeri (2019). ADHESION MECHANISM AND FAILURE MODES IN ADHESIVELY BONDED JOINTS. International Conference on Material Science and Technology in Kizilcahamam/ANKARA (IMSTEC), 18-20 October 2019.
36. <https://it.wikipedia.org/wiki/Tenacità>
37. <https://dm.henkel-dam.com/is/content/henkel/brochure-structural-adhesives-product-selector-guide-print>

38. https://www.imatec.it/wp-content/uploads/2021/02/HexBond_609_DataSheet_eu.pdf
39. <https://codemy.com/intro-tkinter-python-gui-apps/>
40. <https://matmatch.com/materials/minfm65935-astm-a109-grade-no-1-hard>
41. https://www.henkel-adhesives.com/jp/en/product/structuraladhesives/loctite_ea_934naaero.html
42. https://docs.plm.automation.siemens.com/data_services/resources/nxnastran/10/help/en_US/tDocExt/pdf/User.pdf
43. MSC software, (2019). Patran user guide. www.mssoftware.com
44. Hexcel, (2010). HexTow AS4 Product Data.
45. Loctite, Henkel (2020). Structural Adhesives Aerospace Product Selector Guide.
46. ASTM, (2019). Standard Practice for Classifying Failure Modes in Fiber-Reinforced-Plastic (FRP) Joints. D5573 – 99.
47. Python Software Foundation. Python Language Reference, versione 3.0. Disponibile su <http://www.python.org>
48. tkinter – Python interface to Tcl/Tk. Source code: Lib/tkinter/__init__.py
49. NumPy v1.21 Manual. <https://numpy.org/>
50. http://dida.fausser.edu/dispro/carbonar/l_materiali/compositi.html
51. Grasso F., Calabretta C., (2011). I materiali compositi nei mezzi di trasporto, Università Degli Studi Di Catania – Facoltà di Ingegneria “TECNOLOGIE DI CHIMICA”, G. Siracusa.
52. F. Manfrin (2012/2013). Materiali compositi per l'automotive. Corso di Laurea in Ingegneria meccanica e mecatronica, tesi di Laurea triennale. Prof. Ing. E. Bernardo.
53. https://cdm.ing.unimo.it/dokuwiki/_media/wikitelaio2015/lez.25.pdf
54. M. Quaresimin, M. Zappalorto, P.A. Carraro, L. Maragoni, (2018). UN APPROCCIO INNOVATIVO ALLA PROGETTAZIONE A FATICA DI STRUTTURE IN MATERIALE COMPOSITO AVANZATO, Dipartimento di Tecnica e Gestione dei sistemi industriali (DTG) - Università di Padova. Analisi e Calcolo, 85.
55. www.airbus.com
56. <https://imechanica.org/files/Cap15.pdf>
57. Chapter 5 - Characteristics of Adhesive Materials, Editor(s): Sina Ebnesajjad, Adhesives Technology Handbook (Second Edition), William Andrew Publishing, 2009, Pages 63-135, ISBN 9780815515333. (<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780815515333500086>)
58. M. Montagnin (2013/2014). MODELLI PREVISIONALI PER LA RESISTENZA STATICA DI GIUNZIONI INCOLLATE IN MATERIALE COMPOSITO, Tesi di Laurea, DIPARTIMENTO DI TECNICA E GESTIONE DEI SISTEMI INDUSTRIALI CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA DELL'INNOVAZIONE DEL PRODOTTO. M. Quaresimin
59. L.F.M. da Silva, P. J. C. das Neves, R. D. Adams, J. K. Spelt, (2009). Analytical models of adhesively bonded joints – PartI: Literature survey. *International Journal of Adhesion & Adhesives*. 29, 319-330.
60. L.F.M. da Silva, P. J. C. das Neves, R. D. Adams, A. Wang, J. K. Spelt, (2009). Analytical models of adhesively bonded joints – Part II: Comparative study. *International Journal of Adhesion & Adhesives*. 29, 331-341.
61. Kollár, L., & Springer, G. (2003). *Mechanics of Composite Structures*. Cambridge: Cambridge University Press. doi:10.1017/CBO9780511547140

-
62. T. Andersson, A., Biel (2006). On the effective constitutive properties of a thin adhesive layer loaded in peel. *International Journal of Fracture*; 141, 227-246.
 63. Xu, D., Liu, P.F., Chen, Z.P. *et al.*, (2019). Delamination Analysis of Carbon Fiber/Epoxy Composite Laminates Under Different Loading Rates Using Acoustic Emission. *J Fail. Anal. and Preven.* 19, 1034-1042. <https://doi.org/10.1007/s11668-019-00691-1>
 64. <https://www.vibrocool-project.eu/en/overview/challenges.html>
 65. R. Zitoune, V. Krishnaraj, F. Collombet, (2010). Study of drilling of composite material and aluminium stack. *Composite Structures.* 92, 1246-1255.
 66. Zheng R., L. Jianping, (2015). Effect of hot-humid exposure on static strength of adhesive-bonded aluminum alloys. *Defence Technology.* 20, 1-9.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.dt.2015.01.005>
 67. <https://www.nauticexpo.it/prod/hexcel-composites/product-20367-188329.html>
 68. Costruzioni di Macchine, Effetto di intaglio. Università degli studi di Trieste.
https://moodle2.units.it/pluginfile.php/207387/mod_forum/attachment/13393/intaglio-dispensa.pdf
 69. MIL-HDBK-17, composite material handbook.
 70. Kollar P. L., Springer S. G., (2003). MECHANICS OF COMPOSITE STRUCTURES. Published in the United States of America by Cambridge University Press, New York. 1, 480

