

Politecnico di Torino

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile Anno Accademico 2020/2021 Sessione di Laurea Ottobre 2021

Tesi di Laurea Magistrale

Monitoraggio strutturale con accelerometri

Analisi dei segnali con algoritmi su software Python

Relatore

Prof. Gabriele BERTAGNOLI

Candidato

Ruggero MARRA

Alla mia famiglia,

nucleo di essenza, sacrifici, supporto e costanza.

ABSTRACT

In the last years Structural monitoring (SHM) has been largely developed and utilized in many branches of engineering, especially in the field of automotive, aereospace and civil. It aims to develop integrated autonomous systems that are able to monitor a structure, allowing it to be inspected with minimal human intervention.

It therefore represents an implementation process of a strategy for damage identification through which, by observing a structure with a certain periodicity, it is possible to get an evaluation of system characteristics, in order to define its current state of health. The dynamic identification of a structure includes all those techniques, both analytical and experimental, through which it is possible to identify the dynamic response of the structure itself. Therefore, with this tipology of analysis is possible to obtain information connected to a structure, such as natural frequencies and corresponding modal forms or even damping coefficients.

There are two type of analysis tecniques EMA (Experimental Modal Analysis) is an analysis in which the dynamic input is known so is based on the knowledge of the forcing of the structural system and the reading of its response and OMA (Operational Modal Analysis) in which the input is unknown so allows to obtain reliable results based on the monitoring of only the structural response of the system, subject to arbitrary environmental excitation .OMA methods are mainly utilized in the civil engineering structures because of their large scale are difficult to be excited by a controlled force. In the opposite side they are characterized by a considerable complexity and high computational effort, which is not sustainable for a real-time monitoring system.

The need of SHM methods with a lower computational effort have increased in the last years and this has been obtained with the use of artificial neutral networks (ANN) directly to the structural response data have represented one of the most interesting and challenging perspectives.

With my thesis has been analyzed laboratory data on two alluminium tension rods subjected just to environmental excitation .

In the following thesis work, data from a laboratory test on two aluminium tension rods are analysed. The rods are subjected exclusively to environmental excitation and different damage levels are simulated on one of the two tension rods. After that has been applied Three different OMA methods with increasing complexity in order to evaluate the effects of simulated damage on the dynamic behaviour of the system.

In present thesis work Data reprocessing was performed on a Phyton environment and all modal parameters were evaluated using the three most commonly used OMA models: Peak-Picking, Covariance-driven Stochastic Subspace Identification (Cov-SSI) and PolyMAX.

The computational effort of the three methods used was found to be increasingly high and required ever increasing processing times as the methods themselves were used.

Furthermore, being Phyton a free software, the programming of the above mentioned models requires an optimal setting as it uses only one calculation processor and consequently the processing times are quite high in the face of a high amount of data.

A final consideration that emerged from the work carried out is that the Peak-Picking method has some shortcomings for the modeling of the structures, while the Cov-SSI and PolyMAX methods have allowed to obtain good results.

INDICE

ABSTR/	ABSTRACT 1 -					
1. IL	MONITORAGGIO STRUTTURALE	1				
1.1.	Introduzione	1				
1.2.	Sistema di controllo e monitoraggio	2				
1.3.	Monitoraggio strumentale SHM	3				
1.3	.1. Considerazioni generali	3				
1.3	.2. Monitoraggio occasionale periodico	5				
1.3	.3. Monitoraggio permanente o continuo	6				
1.3	.4. Monitoraggio statico	7				
1.3	.5. Monitoraggio dinamico	8				
1.4.	Descrizione della prova di laboratorio	9				
1.4	.1. Caratteristiche geometriche delle travi	9				
1.4	.2. Strumenti di misura posizionati sulle travi	9				
1.4	.3. Acquisizione e salvataggio dei dati	10				
2. MC	ONITORAGGIO DINAMICO CON METODI BASATI SULL'ANALISI MODALE					
OPERA	TIVA	13				
2.1.	Analisi modale operativa (OMA)					
2.2.	Analisi dei segnali	14				
2.2	.1. Frequenza di campionamento	14				
2.3.	Metodi matematici a sostegno dell'analisi modale operativa	15				
2.3	.1. Funzioni di correlazione	15				
2.3	.2. Funzioni di densità spettrale	17				
2.4.	Modelli dinamici strutturali	21				
2.4	.1. Modello spaziale	21				
2.4	.2. Modello modale	21				
2.4	.3. Modello nello spazio delle fasi	22				
2.5.	Metodi di identificazione basati sull'analisi modale operativa	24				

	2.5.1.	Metodo Peak-Picking	25
	2.5.2.	Covariance-driven Stochastic Subspace Identification (Cov-SSI)	25
	2.5.3.	Poly-Reference Least Squares Complex Frequency Method (PolyMAX)	29
	2.6.	Frequenze teoriche proprie della trave	33
	2.6.1.	Fune tesa	33
	2.6.2.	Trave semplicemente appoggiata non soggetta a forza assiale	33
	2.6.3.	Trave semplicemente appoggiata soggetta a sforzo assiale	34
	2.6.4.	Trave doppiamente incastrata non soggetta a sforza assiale	34
	2.6.5.	Trave doppiamente incastrata soggetta a sforzo assiale	35
3.	ANA	LISI DEI DATI	. 37
	3.1.	Analisi dei dati grezzi	38
	3.1.1.	Data-set di 72 h: travi in condizioni nominali	38
	3.1.2.	Data-set di 12 ore: trave 1 con massa aggiuntiva dell'1% in mezzeria	49
	3.1.3.	Data-set di 12 ore: trave 1 con massa aggiuntiva del 3%a in mezzeria. Prova con disturbo	54
	3.1.4.	Data-set di 12 ore: trave 1 con massa aggiuntiva del 3%b in mezzeria. Prova senza disturbo	59
	3.1.5.	Data-set di 12 ore: trave 1 con massa aggiuntiva del 5% in posizione L/10	64
	3.1.6.	Correlazione e correzione del dato di forza assiale rispetto alla temperatura	69
	3.2.	Identificazione parametri modali delle travi	76
	3.2.1.	Metodo Peak-Picking in Python	76
	3.2 mir 3.2 mir 3.2	 .1.1. Identificazione frequenza del primo modo di vibrare. Data-set di 72h con discretizzazione ad intervalli di 5 nuti. Stima della PSD effettuata con larghezza della finestra di 15 secondi. .1.2. Identificazione frequenza del primo modo di vibrare. Data-set di 72h con discretizzazione ad intervalli di 5 nuti. Stima della PSD effettuata con larghezza della finestra di 30 secondi. .1.3. Identificazione frequenza del primo modo di vibrare. Data-set di 72h con discretizzazione ad intervalli di 5 	84 85
	mir	nuti. Stima della PSD effettuata con larghezza della finestra di 60 secondi	86
	3.2 3.2	1.4. Considerazioni sulla frequenza del primo modo di vibrare. Data-set di 72 n	
	mir 3 2	uti. Stima della PSD effettuata con larghezza della finestra di 15 secondi	90 di5
	mir	nuti. Stima della PSD effettuata con larghezza della finestra di 30 secondi.	91
	3.2 mir	.1.7. Identificazione frequenza del secondo modo di vibrare. Data-set di 72 h con discretizzazione ad intervalli c nuti. Stima della PSD effettuata con larghezza della finestra di 60 secondi.	di 5 92
	3.2	.1.8. Considerazioni sulla frequenza del secondo modo di vibrare. Data-set di 72 h	93
	3.2 mir	1.9. Identificazione frequenza del terzo modo di vibrare. Data-set di 72 h con discretizzazione ad intervalli di 5 nuti. Stima della PSD effettuata con larghezza della finestra di 15 secondi.	96
	3.2		di 5
	3.2	2.1.11. Identificazione frequenza del terzo modo di vibrare. Data-set di 72 h con discretizzazione ad intervalli c	di 5
	mir 3 2	uti. Stima della PSD effettuata con larghezza della finestra di 60 secondi	98 90
	3.2	2.1.13. Considerazioni finali sul metodo Peak-Picking per i data-set di 72h	102
	3.2 del	1.14. Identificazione frequenza del primo modo di vibrare. Data-set di 12 h con massa 1% in mezzeria. Stima la PSD effettuata con larghezza della finestra di 30 secondi	a 103
	3.2	1.1.15. Identificazione frequenza del primo modo di vibrare. Data-set di 12 h con massa 3%a in mezzeria, prov	va
	cor 3 2	1 disturbo. Stima della PSD effettuata con larghezza della finestra di 30 secondi	105 va
	ser	1za disturbo. Stima della PSD effettuata con larghezza della finestra di 30 secondi.	107 alla
	PS	D effettuata con larghezza della finestra di 30 secondi	109
	3.2.2. dati di	Correlazione e correzione dei valori delle frequenze identificate con il metodo Peak-Picking rispetto forza assiale e rispetto ai dati di temperatura	o ai . 111

	3.2.2.1	. Confronto tra rette di regressione lineare e individuazione parametri	.112
	3.2.2.2	2. Correzione dei dati grezzi di frequenza rispetto a forza assiale e temperatura	.133
	0.2.0.		144
	3.2.4.	Metodo Cov-SSI in Python	149
	3.2.4.1 3.2.4.2 minuti.	 Identificazione frequenze della trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Identificazione frequenze della trave 1. Data-set di 12h con massa 1% con discretizzazione ad intervalli di 151 	.151 5
	3.2.4.3	6. Identificazione frequenze della trave 1. Data-set di 12h con massa 3%a, prova con disturbo, con	150
	3.2.4.4	. Identificazione frequenze della trave 1. Data-set di 12h con massa 3%b, prova senza disturbo, con	. 152
	discret	izzazione ad intervalli di 5 minuti	.153
	3.2.4.5 minuti	Identificazione frequenze della trave 1. Data-set di 12h con massa 5% con discretizzazione ad intervalli di 154	5
		134 Identificazione frequenze della trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti	155
	3.2.4.7	 Identificazione frequenze della trave 1. Data-set di 12h con massa 1% con discretizzazione ad intervalli di 	10
	minuti.		
	3.2.4.8 discret	 Identificazione frequenze della trave 1. Data-set di 12n con massa 3%a, prova con disturbo, con izzazione ad intervalli di 10 minuti 	156
	3.2.4.9	 Identificazione frequenze della trave 1. Data-set di 12h con massa 3%b, prova con disturbo, con 	. 100
	discret	izzazione ad intervalli di 10 minuti	.157
	3.2.4.1	 Identificazione frequenze della trave 1. Data-set di 12h con massa 5% con discretizzazione ad intervall 158 	i di
	3.2.4.1	 Identificazione frequenze della trave 2. Data-set di 72h con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti 	.159
	3.2.4.1	 Identificazione frequenze della trave 2. Data-set di 12h, Set 1, con discretizzazione ad intervalli di 5 min 159 	nuti.
	3.2.4.1	3. Identificazione frequenze della trave 2. Data-set di 12h, Set 3a, con discretizzazione ad intervalli di 5	
	minuti.		
	3.2.4.1 minuti	 Identificazione frequenze della trave 2. Data-set di 12n, Set 3b, con discretizzazione ad intervalii di 5 161 	
	3.2.4.1	 Identificazione frequenze della trave 2. Data-set di 12h, Set 5, con discretizzazione ad intervalli di 5 mil 162 	nuti.
	3.2.4.1 3.2.4.1	 Identificazione frequenze della trave 2. Data-set di 72h con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti Identificazione frequenze della trave 2. Data-set di 12h, Set 1, con discretizzazione ad intervalli di 10 	.162
	3.2.4.1 minuti.	 Identificazione frequenze della trave 2. Data-set di 12h, Set 3a, con discretizzazione ad intervalli di 10 164 	
	3.2.4.1 minuti.	9. Identificazione frequenze della trave 2. Data-set di 12h, Set 3b, con discretizzazione ad intervalli di 10 165	
	3.2.4.2 minuti.	 Identificazione frequenze della trave 2. Data-set di 12h, Set 5, con discretizzazione ad intervalli di 10 165 	
	3.2.4.2	1. Considerazioni sulle frequenze identificate con il metodo Cov-SSI	.166
	3.2.5.	Correlazione e correzione dei valori delle frequenze identificate con il metodo Cov-SSI rispetto ai da	ati
	di forza a	ssiale e rispetto ai dati di temperatura	166
	3.2.5.1	. Confronto tra rette di regressione lineare e individuazione parametri	.167
	3.2.5.2 3.2.6.	Correzione dei dati grezzi di frequenza rispetto a forza assiale e temperatura Valutazioni finali sul metodo Cov-SSI	.184 215
	3.2.7.	Metodo PolyMAX in Python	231
	3.2.8.	Valutazioni finali sul metodo PolyMAX	233
	3.2.9.	Confronto tra Peak-Picking, Cov-SSI e PolyMAX e fattore tempo	233
4.	CONCL	USIONI	235
Indio	ce delle	tabelle	237
Indio	ce delle i	figure	241
Bibli	iografia .	-	259
	- 3		

1. IL MONITORAGGIO STRUTTURALE

1.1. Introduzione

Negli ultimi anni la gestione della sicurezza delle strutture, come ad esempio dei ponti e dei viadotti esistenti ha acquisito sempre più importanza diventando frutto di numerosi studi sul monitoraggio al fine di prevenire tragici avvenimenti che possono portare ,come già avvenuto in passato, anche al crollo. A tal fine numerose metodologie di indagine e di ispezione sono state implementate nel corso degli anni, in modo da far fronte al problema del monitoraggio strutturale. Le fasi di questa attività si compongono del censimento, della classificazione del rischio, della verifica dello stato di salute della struttura.

Considerando una struttura architettonica complessa come un ponte ,dove per ponte si intende un a struttura avente luce complessiva superiore ai 6.0 m, che permette di oltrepassare una depressione del terreno o un ostacolo, sia esso un corso o uno specchio d'acqua, altro canale o via di comunicazione o una discontinuità naturale o artificiale, necessita di essere sottoposta a costanti controlli visivi e strumentali e sono molteplici le circostanze e i parametri tecnici che vanno valutati e verificati.

In particolare in merito a questi ultimi alcuni sono legati alla struttura stessa, come le tensioni e gli spostamenti, mentre altri sono legati agli agenti esterni come le vibrazioni e l'umidità.

Secondo uno studio intrapreso dal CN a seguito di eventi drammatici come il crollo del ponte Morandi a Genova del 2018, sono circa diecimila le situazioni a rischio tra ponti e viadotti. Si stima, in assenza di un censimento preciso delle opere, che in Italia ci siano circa un milione e mezzo di ponti. E' chiaro dunque che la classica ispezione visiva periodica non è il solo metodo di monitoraggio strutturale dei ponti attuabile .Quest'ultima infatti seppur estremamente immediata e non particolarmente complessa a livello pratico presenta numerosi limiti in quanto la sua efficacia è strettamente correlata all'esperienza di chi esegue l'ispezione ed inoltre non garantisce il rilevamento di danni alle parti non accessibili dell'infrastruttura comportando dunque una non corretta valutazione dello stato di salute della struttura stessa [1].

1.2. Sistema di controllo e monitoraggio

I criteri ed i requisiti minimi delle procedure adottate dagli Enti pubblici e i gestori di trasporto privati sul territorio nazionale sono stati definiti e uniformati per pianificare ed effettuare le attività di gestione della sicurezza strutturale come ad esempio controllo, sorveglianza ispezione e monitoraggio dei ponti esistenti, in maniera univoca all'interno di tutto il territorio nazionale.

Lo studio e la caratterizzazione statistica dei fenomeni di degrado che interessano maggiormente questi elementi strutturali in Italia è validata dai dati già acquistati nel tempo, mediante attività di sorveglianza. Questi dati rappresentano un patrimonio di informazione assai importante che potrà essere arricchito e coadiuvato con l'approccio integrato costituito dall'attività di ispezione periodica condotte seguendo la metodologia tradizionale accoppiato con le più moderne tecnologie di monitoraggio strumentale che costituiscono una branca dell'ingegneria in continua espansione.

Questi sistemi di monitoraggio dello stato di salute delle strutture hanno infatti acquisito sempre maggior interesse in quanto garantiscono di poter controllare lo stato di salute delle strutture in tempo reale oltreché quello di poter valutare il comportamento strutturale della stessa.

Queste tecnologie permettono, mediante l'elaborazione dati acquisiti da una serie di sensori, di elaborare la risposta strutturale sotto carichi di esercizio. Lo studio e l'attenta valutazione del posizionamento dei sensori stessi lungo la struttura risulta pertanto basilare al fine di intraprendere un adeguata attività di monitoraggio in grado di fornire preziose informazioni sul comportamento della struttura sotto sforzo.

Vale la pensa tuttavia ricordare che la conduzione di attività ispettive e l'utilizzo di sistemi di monitoraggio strumentale all'avanguardia non esime i gestori dalla continua e capillare sorveglianza che il personale di esercizio deve compiere, anche in modo non formalizzato, mediante l'osservazione di eventuali danneggiamenti, malfunzionamenti o anomalie delle strutture, dei dispositivi ausiliari e dell'ambiente che le circonda, segnalando le situazioni significative ai responsabili della gestione ed implementando, ove possibile, le necessarie azioni di presidio e correzione nell'ottica di un regime di auto manutenzione continua.

Il fine delle attività di ispezione periodica e di monitoraggio di un'opera esistente consiste nel ottenere una valutazione in merito allo stato di condizione dell'opera stessa (diagnosi) con riferimento alla sua idoneità all'uso previsto, comprendente sia gli aspetti di sicurezza strutturale e fondazionale sia quelli relativi alle eventuali pericolosità di natura ambientale ed all'efficienza degli apparati ausiliari preposti, e di stimarne le tendenze evolutive (prognosi). Tali parametri ,insieme ai dati riguardanti la storia dell'opera raccolti in fase di censimento (anamnesi) costituiscono la base di informazioni necessarie a:

• migliorare la conoscenza della struttura riducendo dunque le incertezze di tipo epistemica (azioni, resistenze, modelli);

Monitoraggio strutturale con accelerometri _ Analisi dei segnali con algoritmi su software Python Ruggero MARRA

- pianificare in maniera efficace e in termini tecnico-economici, gli interventi di manutenzione ordinaria e straordinaria da attuare;
- aggiornare la valutazione del rischio della struttura classificando la stessa secondo i dati acquisiti;

Nel corso dell'ultimo decennio numerose metodologie sono state proposte anche se quelle più usate sono quelle che si caratterizzano di un basso onere computazionale per l'analisi continua dei dati.

Non appena i risultati ottenuti evidenziano una leggera deviazione rispetto i risultati standard è necessari l'intervento con metodi più accurati ed avanzati [1].

1.3. Monitoraggio strumentale SHM

1.3.1. Considerazioni generali

Le metodologie di monitoraggio strumentale (Structural Health Monitoring) si basano sull'installazione per periodi di tempo medio-lunghi che possono andare da diversi mesi o anni o per l'intera vita operativa di una struttura, di una fitta rete di sensori gestiti da sistemi hardware/software in grado di acquisire i dati provenienti dagli stessi e di elaborarli in modo automatico, identificando attraverso l'impiego di opportuni algoritmi la presenza di malfunzionamenti o anomalie In questo modo, il sistema composto dalla struttura e dall'impianto SHM è in grado di comportarsi come un sistema "intelligente", cioè in grado di effettuare un'azione di autodiagnosi e allo stesso tempo di trasmettere "messaggi" nei confronti di un operatore umano. Tali metodologie si sono sviluppate nell'ambito dell'industria aeronautica e meccanica e negli ultimi due decenni stanno trovando importanti applicazioni anche nel settore dell'ingegneria delle infrastrutture.

In questo ambito, l'interesse maggiore risiede nella potenziale capacità dei sistemi SHM di identificare stati di danno strutturale o malfunzionamenti delle dotazioni ausiliarie in modo precoce e quindi maggiormente efficaci rispetto alle tradizionali operazioni di sorveglianza, che si basano in prima istanza sull'osservazione visiva dei difetti.

In altre parole, le aspettative nei confronti delle tecnologie SHM sta nel fatto che l'impianto installato sia in grado di consentire una tempestiva segnalazione dei difetti tecnici o addirittura di situazioni potenzialmente pericolose ben prima che queste possano manifestarsi in maniera evidente.

Pertanto i suddetti sistemi rappresentano sistemi realmente efficaci qualora inseriti in un processo di analisi e gestione dei dati anche capace, in caso di necessità, di determinare immediati provvedimenti di restrizione del traffico attuabili anche attraverso apposite apparecchiature di interdizione del traffico.

In tal senso l'efficienza e l'affidabilità di un sistema SHM ,inteso come supporto stabile e sistematico alla gestione delle infrastrutture civili ,tardano ad essere riconosciute per ragioni oggettive culturali.

La sostanziale differenza che distingue i sistemi industriali realizzati mediante processi standardizzati e identici risiede nell'unicità delle strutture civile contraddistinte da caratteristiche peculiari intrinseche che non permettono dunque l'utilizzo di approcci unificati a livello globale.

I sistemi SHM sono fortemente "personalizzabili" a seconda della specifica casistica di analisi e questo gioca un ruolo di fondamentale importanza nel loro successo.

Pertanto la necessità di tenere sotto controllo il comportamento delle moderne strutture di grandi dimensioni e caratterizzate da un elevata complessità tecnologica unita alla consapevolezza dei limiti degli approcci tradizionali hanno motivato la comunità tecnico - scientifica alla ricerca ed alla realizzazione di sistemi SHM adatti alle esigenze del settore infrastrutturale civile.

Il numero delle applicazioni in cui questa metodologia ha trovato impiego è in costante crescita in tutta Europa e nel mondo soprattutto in Oriente e negli Stati Uniti, e importanti iniziative di ricerca coordinata dedicate ai più diversi aspetti teorici e applicativi della metodologia sono ovunque in corso, con risultati di notevole interesse.

Di seguito sono presentate alcune indicazioni specifiche per il monitoraggio strumentale dei ponti con riferimento a due strategie, non necessariamente alternative, di monitoraggio: il monitoraggio occasionale o periodico, di durata relativamente breve e che può essere eventualmente ripetuto con regolarità, ed il monitoraggio permanente, che invece è concepito per rimanere funzionante per un intervallo di tempo più lungo sino a coprire l'intera vita dell'opera.

Un sistema di monitoraggio deve essere definito negli obiettivi, concepito, progettato e gestito in base alle specifiche problematiche che caratterizzano la struttura ed il suo contesto. Tali problematiche, e quindi le funzioni che il sistema è chiamato ad assolvere, non possono che essere individuate, nel corso dell'esercizio del sistema, da chi svolge le attività di sorveglianza e/o dai progettisti degli interventi di manutenzione o di nuova costruzione, secondo idonee specifiche procedure.

E' chiaro che per un corretto funzionamento dei suddetti sistemi di monitoraggio è necessario un periodo di training, la cui durata può variare a seconda della problematica e del sito, al fine di consentire l'implementazione di algoritmi e di modelli predittivi in grado di garantire le eventuali individuazioni di anomalie legate a parametri associabili a degrado e danneggiamento.

In maniera speculare il riconoscimento di un'anomalia comportamentale e la sua eventuale associazione ad uno stato di danneggiamento del sistema richiedono un periodo di osservazione successivo al verificarsi di un livello di danno di entità rilevabile. La lunghezza del periodo di osservazione e l'entità del danno rilevabile dipendono a loro volta dalla natura della problematica dalle caratteristiche ambientali del sito e non per ultimo dagli algoritmi utilizzati.

Ad ogni modo, la selezione della strategia di monitoraggio più idonea può essere condotta in base ad analisi costo-beneficio, tenendo conto del valore delle informazioni sul comportamento delle strutture prodotte dal monitoraggio; esse infatti conducono a riduzioni delle incertezze di natura epistemica e alla caratterizzazione di fenomeni non altrimenti quantificabili o non conosciuti [1].

1.3.2. Monitoraggio occasionale periodico

La caratteristica che contraddistingue il monitoraggio occasionale è l'installazione di un sistema SHM per una durata limitata che può essere ripetuta ad intervalli più o meno regolari di tempo.

Tale strategia è particolarmente consigliata nei seguenti casi:

- Interventi di adeguamento o manutenzione straordinaria
- Situazioni di natura transitoria (ad esempio studio del comportamento dei versanti in vista di interventi preventivi di stabilizzazione)
- Studio del comportamento di tipologie strutturali ripetitive;
- Analisi di fenomeni di danneggiamento/degrado anomali (per i quali è necessario comprendere, ad esempio, cause enatura evolutiva) e situazioni di rischio elevato (ad esempio: ponti con Classe di Attenzione Alta e Medio-Alta).

L'obiettivo del monitoraggio occasionale è quella di ottenere acquisire informazioni su fenomeni di degrado o di dissesto la cui presenza sia nota e delle quali sia necessario studiare le tendenze evolutive ovvero individuare le cause attraverso la correlazione fra i parametri di comportamento.

Questo metodo di monitoraggio si rivela particolarmente utile nel caso di studi legati ad una fenomenologia già nota ed osservata nel corso delle ispezioni antecedenti.

Per questi impieghi vengono generalmente utilizzati sensori e apparati di misura wireless, che risultano di più veloce installazione, anche in ambienti ostici.

Si usano spesso apparecchi topografici robotizzati e di tecnologie radar e laser per la misura degli spostamenti. Esistono anche piattaforme multisensoriali integrate, con trasmissione wireless o cablata, in grado di fornire misure estensimetriche, di temperatura e di accelerazione equipaggiate con microprocessori che possono provvedere funzioni anche complesse di sincronizzazione dei tempi, di memorizzazione e di pretrattamento dei dati misurati.

I dati acquisiti vengono poi trasmessi e gestiti da appositi software e la frequenza di acquisizione va definita in funzione dalle caratteristiche del fenomeno che si vuole caratterizzare. In questo caso, per una corretta interpretazione dei risultati ottenuti è consigliabile integrare le grandezze acquisite con altre grandezze fisiche significative per i fenomeni in esame.

I risultati ottenuti dal monitoraggio verranno poi analizzati valutati con una serie di rapporti periodici che verranno poi riassunti in un rapporto conclusivo contenente la valutazione finale dello stato di condizione della struttura oltreché eventuali azioni correttive da operare.

1.3.3. Monitoraggio permanente o continuo

Il monitoraggio permanente, in cui il sistema hardware/software è previsto per rimanere operativo per lunghi periodi fino addirittura a coprire tutta la vita di servizio di una struttura, realizza un Structural Health Monitoring dell'integrazione a scala completa con tutte le attività inerenti al caso studio.

Esso è più complesso rispetto al monitoraggio occasionale periodico in quanto richiede specifiche procedure operative di gestione e di qualificazione del personale coinvolto.[1]

Il monitoraggio continuo, con sistemi installati permanentemente, è consigliabile quando

- Ponti sospesi e ponti di grande luce (> 200 m).
- Ponti con campate di luce superiore ai 50 m in c.a.p. realizzati da più di 40 anni.
- Ponti nei quali l'attività di ispezione e complicata (travate a cassone e pile non ispezionabili) in c.a.p. o acciaio.
- Ponti storici o con rilevanza storica.
- Ponti con soluzioni strutturali innovative.
- Ponti situati in ambienti critici, caratterizzati da elevati carichi da traffico (ad esempio frequente transito di trasporti eccezionali), o con problemi di fatica, in zone ad alto rischio sismico o con situazioni al contorno critiche, come rischio frane o inondazioni elevato o ponti per i quali possono avere grande rilevanza fenomeni accidentali, quali urti o simili.

I sensori utilizzati per questa tipologia di monitoraggio richiedono un elevata durabilità e robustezza e necessitano di frequenti operazione di manutenzione legate alle apparecchiature di trasmissione dei dati.

Nella fase di studio preliminare al monitoraggio va posta particolare attenzione agli aspetti legati l'architettura del sistema, accuratezza dei sistemi di misura oltreché l'affidabilità della stessa, la flessibilità della rete di sensori, la valutazione di eventuali disturbi elettromagnetici degli apparati e delle linee di trasmissione, la frequenza di acquisizione dei dati dai sistemi e le dimensioni delle basi di dati contenenti le misure e gli algoritmi di gestione (big data).

In questo caso è prediletto il sistema di trasmissione dati che sfrutta la tecnologia a fibra ottica.

Monitoraggio strutturale con accelerometri _ Analisi dei segnali con algoritmi su software Python Ruggero MARRA

Questi sistemi di monitoraggio possono eventualmente essere integrati nei sistemi di comunicazione per la gestione della rete e anche delle funzioni di raccolta e archiviazione dei dati nei relativi centri di controllo. I risultati ottenuti devono poi essere analizzati periodicamente, e riportati in rapporti conclusivi con frequenza generalmente annuale che descrivano lo stato del sistema di monitoraggio e le azioni conseguenti.

Nel seguito sono riportate alcune considerazioni relativamente alle applicazioni più tipiche.

Monitoraggio strutturale

Nel caso di monitoraggio strutturale vanno installati ad esempio sensori di spostamento/rotazione, deformazione e accelerazione, temperatura e umidità relativa;

Il rilievo della risposta dinamica va sempre confrontato con quello della risposta statica.

Monitoraggio sismico

I ponti in zona sismica sono soggetti ad un monitoraggio continuo e sugli stessi devono essere installati, oltre ai sensori collocati lungo la struttura, accelerometri con idonee caratteristiche dinamiche per il rilevamento del moto al suolo in corrispondenza delle spalle e almeno uno di riferimento in posizione più distante dal ponte stesso.

L'acquisizione nella memoria degli accelerometri è attivata da trigger e successivamente i dati sono trasferiti all'elaboratore di processo del sistema SHM.

Il monitoraggio continuo è l'unica strategia che permette la registrazione della risposta della struttura sotto l'effetto del sisma. Prove statiche e dinamiche o monitoraggi strumentali attivati in seguito all'evento, anche se potrebbero rivelare danneggiamenti subiti dalla struttura mediante il confronto con informazioni eventualmente già disponibili, non ne consentirebbero una caratterizzazione sismica completa.

Monitoraggio geotecnico

In questo caso vengono installati strumenti per il monitoraggio continuo dei movimenti delle fondazioni delle pile, delle spalle e dei terreni interessati, integrati nel sistema principale.

Tra le altre applicazioni di questo tipo di monitoraggio cito il <u>Monitoraggio idraulico per i</u> ponti soggetti a rischio idraulico , il <u>Monitoraggio dei versanti naturali e artificiali</u> <u>coinvolgenti ponti</u> per i ponti soggetti a rischio di franamento dei versanti.

1.3.4. Monitoraggio statico

In questo caso vengono misurate le variazioni nel tempo di alcune caratteristiche significative.

I risultati ottenuti da questo tipo di monitoraggio sono delle misure puntuali e non globali di tutta la struttura pertanto questo metodo e idoneo in caso di valutazioni di variazioni nel tempo di danneggiamenti localizzati [2].

Tra i sensori più comunemente adottati per il monitoraggio statico troviamo:

- Clinometri: per valutare le variazioni di inclinazioni;
- Fessurimetri: per valutare aperture di fessure o spostamenti localizzati;
- Celle di carico: per definire tensioni e carichi;
- Strain-gauges: per definire deformazioni;
- Misure di spostamento relativo ed assoluto.

1.3.5. Monitoraggio dinamico

Mediante il monitoraggio dinamico di una struttura vengono valutate delle caratteristiche strutturali attraverso lo studio delle vibrazioni indotte.

In questo caso si prevede il posizionamento, di un opportuno numero ed in opportune posizioni, di accelerometri, velocimetri o sismometri. In base all'origine delle vibrazioni indotte , che possono essere indotte mediante una forzante esterna oppure dall'eccitazione ambientale a cui il sistema è sottoposto la forzante causa delle vibrazioni strutturali può essere nota o incognita.

Nel primo caso, forzante nota, si sviluppa una tipologia di analisi modale sperimentale nelle condizioni di forzante nota che differisce dall'analisi modale operativa nelle condizioni di forzante incognita.

L'analisi modale sperimentale (Experimental Modal Analysis, EMA) garantisce l'identificazione dei parametri modali di un sistema attraverso la misura delle vibrazioni di una struttura soggetta ad una forzante eccitante nota. Questo metodo seppur largamente utilizzato in ambito aereospaziale e automotive trova poco impiego nell'ambito degli studi legati all'ingegneria civile a causa delle vaste estensioni delle strutture da testare oltreché dal range di frequenza di risonanza limitato[2].

Queste problematiche possono essere compensate dall'applicazione di metodi basati sull'analisi modale operativa (Operational Modal Analysis, OMA). L'analisi modale operativa permette di determinare i parametri modali di un sistema attraverso la sola misura delle vibrazioni strutturali attraverso un algortimo che permetta di estrarre i parametri strutturali in tempo continuo, in modo da poter valutare la loro evoluzione nel tempo e che utilizza come input tutte le forzanti da cui essa è eccitata, **Errore. L'origine r iferimento non è stata trovata.**. Bisogna prestare molta attenzione alla qualità del segnale che gli accelerometri campionano e all'influenza dei parametri ambientali sulla misura strumentale, per evitare di valutare in modo errato i parametri dinamici.

1.4. Descrizione della prova di laboratorio

Viene eseguito il monitoraggio in continuo di due travi tese in alluminio, nominalmente con le medesime caratteristiche geometriche, sottoposte unicamente a vibrazioni ambientali.

1.4.1. Caratteristiche geometriche delle travi

La geometria delle travi è di seguito riportata in Figura 1.1.



Figura 1.1. Caratteristiche geometriche della trave.

Di seguito viene riportata una breve sintesi sulle caratteristiche geometriche.

- Materiale: Alluminio serie 6000;
- Geometria: sezione rettangolare di base b=15 mm e altezza h=25 mm;
- Luce netta tra gli appoggi: L=4000 mm

1.4.2. Strumenti di misura posizionati sulle travi

Ognuna delle due travi è equipaggiata con i seguenti strumenti:

• N. 4 accelerometri monoassiali di tipo piezoelettrico, modello 603C01



Figura 1.2. Accelerometro M603C01

Gli accelerometri utilizzati per la prova hanno le seguenti caratteristiche:

- Sensibilità 0.1 V/g
- ✤ Range di misura ±50 g
- ✤ Range di frequenza 0.5÷10000 Hz.
- N. 1 estensimetro, preliminarmente tarato contro la cella di carico, per la misura della forza assiale sulla trave. Gli estensimetri per la trave 1 e per la trave 2 hanno le seguenti caratteristiche:
 - Sensibilità estensimetro sulla trave 1 -2.5E-5 V/kN;

II monitoraggio strutturale Ruggero MARRA

- sensibilità estensimetro sulla trave 2 -3.5E-5 V/kN.
- N. 1 termometro con sensibilità di 0.2 V/°C. Il termometro misura la temperatura del laboratorio. Quindi, la misura di temperatura sarà unica per le due travi.

Tutti i dati sono campionati ad una frequenza di 512 Hz.

In Figura 1.3. viene mostrato lo set-up sperimentale precedentemente descritto.



Figura 1.3. Set-up sperimentale.

1.4.3. Acquisizione e salvataggio dei dati

Fissato un intervallo temporale di acquisizione ($T_{acquisizione}$), al termine dell'intervallo temporale viene generato un file *.mat* contenente i dati campionati nell'intervallo. Il file generato contiene al suo interno una matrice di dimensioni $N_{acquisizioni} \times N_{canali}$. Dove il numero di dati campionato, indicato con $N_{acquisizioni}$, è ricavabile semplicemente come:

$N_{acquisizioni} = T_{acquisizione} f_s$

Nel caso in esame è stato fissato un intervallo di acquisizione di 600 secondi, ovvero 10 minuti. Dunque, la matrice dei dati campionati al termine dell'intervallo di acquisizione avrà dimensione 307200 x 11. Dove: 307200 è il numero di dati campionati da ogni sensore nel periodo di acquisizione, 11 è il numero dei sensori (8 accelerometri, 4 per ogni trave. 2 estensimetri, uno per ogni trave. Un termometro). Il file *.mat* generato alla fine di ogni intervallo di acquisizione avrà dimensioni di circa 26 Mb.

All'interno della matrice i dati sono disposti nel seguente modo:

- Dalla colonna 1 alla colonna 4: dati campionati dai quattro accelerometri sulla trave 1;
- Dalla colonna 5 alla colonna 8: dati campionati dai quattro accelerometri sulla trave 2;
- Colonna 9: dati campionati dall'estensimetro sulla trave 1;
- Colonna 10: dati campionati dall'estensimetro sulla trave 2;
- Colonna 11: dati campionati dal termometro.

Tutti i dati riportati all'interno della matrice sono espressi in volt [V], per ricavare le grandezze fisiche i dati riportati all'interno della matrice devono essere opportunamente divisi per la sensibilità dello strumento da cui sono stati campionati.

In Figura 1.4 viene mostrata la posizione degli accelerometri sulla trave, gli accelerometri sono denominati con la lettera C seguita da un numero, che indica la colonna della matrice nella quale i dati relativi a quell'accelerometro vengono raccolti.



Figura 1.4. Posizione degli accelerometri sulle travi.

II monitoraggio strutturale Ruggero MARRA

2. MONITORAGGIO DINAMICO CON METODI BASATI SULL'ANALISI MODALE OPERATIVA

Nel seguente capitolo entreremo più nel dettaglio del monitoraggio dinamico delle strutture, con i metodi basati sull'analisi modale operativa, che permette di ricavare i parametri modali delle due travi in esame. Verranno inoltre esposte le basi matematiche fondamentali e la teoria dei metodi stessi.

2.1. Analisi modale operativa (OMA)

Come già accennato il monitoraggio dinamico di una struttura prevede la valutazione delle caratteristiche strutturali quando la stessa è sottoposta a vibrazioni indotte. A seconda che quest'ultime siano applicate mediante una forzante esterna o siano causate dall'eccitazione ambientale a cui l'ambiente è sottoposto avremo una forzante nota o una forzante incognita. Questi differenti casi sviluppano diverse tipologie di analisi modale: l'analisi modale sperimentale nelle condizioni di forzante nota, l'analisi modale operativa nelle condizioni di forzante incognita.

Quando una struttura subisce delle variazioni delle caratteristiche meccaniche a causa del danneggiamento si manifesta conseguentemente anche una variazione del comportamento dinamico della struttura stessa e quindi variano anche i parametri modali del sistema, quali frequenze, forme modali e smorzamento, i quali sono fortemente dipendenti dalle caratteristiche meccaniche del sistema. Di fatto qualsiasi variazione nelle caratteristiche meccaniche della struttura, produrrà una variazione nei parametri modali del sistema.

Come già accennato l'analisi modale sperimentale (Experimental Modal Analysis, EMA) è stata largamente utilizzata negli anni specialmente in ambito automotive e aerospaziale ma ha trovato dei limiti applicativi nell'ambito dell'ingegneria civile a causa della vasta dimensione delle strutture da testare e il limitato range di frequenza.

Pertanto nel settore dell'ingegneria civile è risultato difficoltoso ed economicamente non vantaggioso il monitoraggio mediate l'applicazione di una forzante che possa essere controllata e misurabile.

Queste difficoltà appena citate sono state compensate dall'applicazione di metodi basati sull'analisi modale operativa (Operational Modal Analysis, OMA).

L'analisi modale operativa permette infatti di determinare i parametri modali di un sistema attraverso la sola misura delle vibrazioni strutturali. In questo caso infatti vengono utilizzati come input, ovvero forzante della struttura, tutte le forzanti da cui essa è eccitata, ovvero, i carichi di normale esercizio della struttura stessa ed è necessaria la sola conoscenza dei soli parametri di output della struttura.

Mediante l'applicazione di una serie di accelerometri sulla struttura e l'implementazione di un algoritmo siamo in grado di acquisire i parametri strutturali in continuo e poterne pertanto valutare la loro evoluzione temporale.

2.2. Analisi dei segnali

E' fondamentale in questa fase che i segnali garantiscano un'estrazione delle informazioni corrette dei dati campionati in quanto l'elaborazione dei dati risulta particolarmente difficoltosa quando si passa dal dominio tempo al dominio delle frequenze. I segnali sono definiti come funzioni matematiche del tempo pertanto è importante che la qualità del segnale stesso che viene campionata dall'accelerometro non subisca l'influenza dei parametri sulla misura strumentale, per evitare di valutare in modo errato i parametri dinamici.

I modelli matematici coinvolti prevedono la frequenza come variabile di riferimento e la conversione dal dominio del tempo al dominio delle frequenze può portare ad alcune approssimazioni che devono essere considerate al fine di ottenere dei risultati in cui l'errore che il cambio di dominio ha causato sia trascurabile.

2.2.1. Frequenza di campionamento

Al fine di ridurre il più possibile l'errore nel processamento dei dati campionati sono state stillate una serie di procedure. La frequenza di campionamento sarà data ottenuta trasformando il segnale reale, che è un segnale continuo nel tempo, in un segnale discreto. Nella formula (2.1) t_s è il periodo di campionamento, ovvero il lasso di tempo che intercorre tra due misurazioni della funzione del segnale continuo.

$$f_s = \frac{1}{t_s} \tag{2.1}$$

Scegliere correttamente il valore della frequenza di campionamento è fondamentale per intraprendere in maniera adeguata il monitoraggio dinamico. L'identificazione della frequenza di campionamento normalmente deve tener conto dell'accuratezza della riproduzione del segnale a tempo discreto ma anche dell'esigenza di limitare quanto più possibile la quantità di dati campionati.

Una volta noto il range di frequenze da investigare si può settare la frequenza di campionamento adeguata in accordo con il criterio di Nyquist:

$$f_N = \frac{fs}{2}$$

La massima frequenza che può essere analizzata è pari alla metà della frequenza di campionamento.

Quando la frequenza di campionamento non viene scelta in maniera adeguata si assiste al fenomeno dell'aliasing, ovvero il segnale a tempo discreto non riesce a ricostruire in modo accurato il segnale a tempo continuo e quindi reale. Gli effetti dell'aliasing sono mostrati in figura **Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.**.

Seguendo il criterio di Nyquist si può evitare di incorrere in eventuali errori in questa fase.



Figura 2.1. Aliasing. Segnale reale linea tratteggiata, segnale con aliasing linea rossa. Figura estratta dal libro "Operational Modal Analysis of Civil Engineering Structure".

2.3. Metodi matematici a sostegno dell'analisi modale operativa

2.3.1. Funzioni di correlazione

L'analisi dei sistemi basati solo sulla risposta di output utilizza le funzioni di correlazione in quanto tutte le informazioni fisiche necessarie vengono fornite dall'equazioni statiche del secondo ordine e sono fondamentali nell'analisi di sistemi basati solo sulla risposta di output.

Date due funzioni di correlazione campionate $x_k(t)$ e $y_k(t)$ riferite a due processi stazionari e casuali, il valore medio delle due funzioni, indipendentemente dal tempo t, è dato da :

$$\mu_x = E[x_k(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x p(x) dx$$
(2.2)

$$\mu_x = E[x_k(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x p(x) dx$$
(2.3)

L'assunzione di processo stazionario e casuale garantisce funzioni di covarianza che sono anche esse indipendenti dal tempo [2].

$$C_{xx}(\tau) = E[(x_k(t) - \mu_x)(x_k(t + \tau) - \mu_x)]$$
(2.4)

$$C_{yy}(\tau) = E[(y_k(t) - \mu_y)(y_k(t + \tau) - \mu_y)]$$
(2.5)

$$C_{xy}(\tau) = E[(x_k(t) - \mu_y)(y_k(t + \tau) - \mu_y)]$$
(2.6)

Se i valori della media sono entrambi uguali a zero, allora la funzione di covarianza coincide con la funzione di correlazione.

$$R_{xx}(\tau) = E[x_k(t)x_k(t + \tau)]$$
(2.7)

$$R_{yy}(\tau) = E[y_k(t)y_k(t + \tau)]$$
(2.8)

$$R_{xy}(\tau) = E[x_k(t)y_k(t$$
(2.9)
+ $\tau)]$

I valori $R_{xx} e R_{yy}$ sono chiamate funzioni di auto correlazione di $x_k(t) e y_k(t)$, rispettivamente; R_{xy} è chiamata funzione di cross-correlazione incrociata tra $x_k(t) e y_k(t)$.

Quando il valore medio è diverso da zero, le funzioni di covarianza e le funzioni di correlazione sono correlate dalle seguenti equazioni:

$$C_{xx}(\tau) = R_{xx}(\tau) - \mu_x^2$$
 (2.10)

$$C_{yy}(\tau) = R_{yy}(\tau) - \mu_y^2$$
 (2.11)

$$C_{xy}(\tau) = R_{xy}(\tau) - \mu_x \mu_y \tag{2.12}$$

Tenendo in considerazione che i due processi stazionari e casuali non sono correlati se $C_{xy}(\tau)=0$ per ogni τ e che ciò implica che $R_{xy}(\tau)=\mu_x \mu_y$ per ogni i τ , se $\mu_x \circ \mu_y$ è uguale a zero, i due processi non sono correlati quando $R_{xy}(\tau)=0$ per ogni τ .

Se si considera che le funzioni di cross-correlazione e cross-covarianza sono delimitate dalla seguente disuguaglianza:

$$|C_{xy}(\tau)|^2 \le C_{xx}(0)C_{yy}(0)$$
 (2.13)

$$|R_{xy}(\tau)|^2 \le R_{xx}(0)R_{yy}(0)$$
(2.14)

E inoltre:

$$|\mathcal{C}_{xx}(\tau)| \le \mathcal{C}_{xx}(0) \tag{2.15}$$

$$|R_{xx}(\tau)| \le R_{xx}(0)$$
 (2.16)

Il valore massimo delle funzioni di auto-correlazione e auto-covarianza è per τ =0; che equivale alla media del quadrato dei dati.

$$R_{xx}(0) = E[x_k^2(t)] \quad C_{xx}(0) = \sigma_x^2$$
(2.17)

I dati campionati si possono stazionari se le proprietà verificate su piccoli intervalli di tempo non variano in maniera considerevole da un intervallo all'altro. La stima diretta della correlazione è data da:

$$\widehat{R}_{xx}(r\Delta t) = \frac{1}{N-r} \sum_{n=1}^{N-r} x_n x_{n+r} \qquad r = 0, 1, 2 \dots, m$$
(2.18)

Lo stesso si può dire un processo stazionario a media zero campionato con un periodo di campionamento Δt . Fornisce la stima dell'auto-correlazione ad un ritardo r Δt .

2.3.2. Funzioni di densità spettrale

Data una coppia di segnali campionati $x_i(t)$ e $y_i(t)$ di durata finita T, la trasformata di Fourier dei segnali stessi, che esiste come conseguenza della loro durata finita, è data da [2]

$$X_{i}(f,T) = \int_{0}^{T} x_{i}(t)e^{-i2\pi ft}dt$$
(2.19)

$$Y_i(f,T) = \int_0^T y_i(t) e^{-i2\pi f t} dt$$
 (2.20)

L' auto- e cross-spectral density functions (PSD) è definita come segue:

$$G_{xx}(f) = 2 \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} E[|X_i(f,T)|^2] \qquad 0 < f < +\infty$$
(2.21)

$$G_{yy}(f) = 2 \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} E[|Y_i(f,T)|^2] \qquad 0 < f < +\infty$$
(2.22)

$$G_{xy}(f) = 2 \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} E[X_i^*(f, T)Y_i(f, T)] \quad 0 < f < +\infty$$
(2.23)

La trasformata di Fourier del segnale restituisce valori in campo complesso.

Le funzioni di densità spettrale bilaterale sono più comunemente adottate in derivazioni teoriche e calcoli matematici, mentre le funzioni di densità spettrale unilaterale sono in genere adottate nelle applicazioni pratiche.

Nelle applicazioni pratiche, le PSD possono essere ottenute calcolando prima le funzioni di correlazione e poi FFT (Fast Fourier Transform). Questo approccio è noto come Procedura Blackman-Tukey.

Un altro approccio, noto come procedura Welch, si basa invece sul calcolo diretto della FFT che permette la trasformazione dal dominio del tempo al dominio delle frequenze e in seguito la stima dei PSD con i metodi sopra citati.

A livello di impegno computazionale quest'ultima procedura risulta sicuramente migliore anche se richiede alcune operazioni preliminari al fine di ottenere maggiore qualità dei valori stimati.

La PSD può essere valutata suddividendo il segnale in n segmenti continui, ognuno di periodo $T = Nt_s$.

Dove:

- N è il numero di campioni all'interno di ogni intervallo n
- t_s è il periodo di campionamento.

Quindi:

$$\hat{G}_{xx}(f) = \frac{2}{nNt_s} \sum_{i=1}^n |X_i(f)|^2$$
(2.24)

Il numero di dati campionati N in ogni intervallo determina la risoluzione in frequenza della stima della densità spettrale. Il numero di intervalli scelto per la stima, invece, influenza l'errore nella stima della densità spettrale.

Anche se il calcolo diretto tramite la trasformata di Fourier del segnale risulta molto vantaggiosa dal punto di vista computazionale, sono richieste alcune accortezze specifiche al fine di eliminare gli errori derivanti dal fatto che le stime si basano su segnali di lunghezza finita.

Un segnale campionato x(t) può essere visto come un segnale illimitato v(t) moltiplicato da una finestra rettangolare nel tempo u(t):

$$x(t) = u(t)v(t) \qquad u(t) = \begin{cases} 1 & 0 \le t \le T \\ 0 & altrove \end{cases}$$
(2.25)

Quindi, la trasformata di Fourier di x(t) sarà data dalla convoluzione della trasformata di u(t) e v(t). Nell'immagine di seguito è riportata la trasformata di Fourier di una finestra rettangolare che è una funzione seno cardinale con lobi laterali caratterizzati da un'ampiezza abbastanza grande rispetto al lobo principale.





La grande ampiezza dei lobi laterali garantisce all'energia di una certa frequenza di diffondersi alle frequenze vicine, causando un grande errore nella stima dell'energia spettrale. Questo fenomeno è noto come *leakage* e può provocare errori anche molto significativi nella stima della densità spettrale di energia **Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.**

I segnali campionati sono resi periodici attraverso l'applicazione di finestre appropriate nel dominio del tempo al fine di eliminare gli eventuali errori prodotti dal leakage.

Esistono differenti tipologie di finestre, quella utilizzata nella maggior parte dei casi e che verrà adottata anche nell'analisi dei dati in questo elaborato è la finestra di Hanning mostrata in Figura 2.3., ottenuta nel seguente modo:



Figura 2.3. Hanning window.

La matrice 3D riportata nella figura sottostante rappresenta le auto- e cross-PSD stimate.

Una dimensione della matrice rappresenta le frequenze in cui le densità spettrali sono stimate. Quindi, ad uno specifico valore di frequenza, la sottomatrice risultante di dimensione N x N, ha valori reali sulla diagonale principale e valori complessi coniugati furi dalla diagonale principale.

N indica il numero di canali da cui i dati vengono raccolti.



Figura 2.4. 3D PSD matrix.

2.4. Modelli dinamici strutturali

Il comportamento dinamico di una struttura può essere rappresentato sia da un insieme di diverse equazioni nel dominio del tempo (Modello Spaziale), sia da un insieme di equazioni algebriche nel dominio delle frequenze (Modello Modale). Nei paragrafi a seguire verranno presentati i modelli matematici maggiormente utilizzati per descrivere il comportamento dinamico di una struttura e di ciascun modello verranno riportate eventuali limitazioni e approssimazioni.

2.4.1. Modello spaziale

Il comportamento dinamico di un sistema a più gradi di libertà (MDOF) viene espresso attraverso un sistema di equazioni differenziali lineari di secondo grado, che in forma matriciale è riportato di seguito:

$$[M]{\ddot{y}(t)} + [C]{\dot{y}(t)} + [K]{y(t)} = {f(t)}$$
(2.27)

 $\{\ddot{y}(t)\}, \{\dot{y}(t)\} \in \{y(t)\}\$ sono i vettori delle accelerazioni, velocità e spostamenti, rispettivamente; $[M], [C], e[K]\$ sono le matrici di massa, smorzamento e rigidezza; $\{f(t)\}\$ è il vettore della forzante. L'equazione (2.27) vale per un sistema lineare, invariante ([M], [C] e $[K]\$ sono costanti), osservabile e con smorzamento viscoso. E descrive il comportamento dinamico di un sistema ad N gradi di libertà. L'equazione del moto, che in questa formulazione risulta essere accoppiata, può essere disaccoppiata assumendo un caso di smorzamento viscoso e sfruttando il principio di ortogonalità nei modi di vibrare, attraverso la risoluzione di un problema agli autovalori. Con queste semplificazioni dovute all'assunzione fatta si ottiene la serie di equazioni algebriche che descrivono il modello modale di seguito riportato.

2.4.2. Modello modale

Il disaccoppiamento dell'equazione del moto espressa sopra porta alla risoluzione di un problema agli autovalori dove l'equazione viene trasformata in un set di equazioni algebriche, dove ogni equazione rappresenta un sistema ad un singolo grado di libertà. Questo permette di trasformare un sistema a più gradi di libertà in un sistema ad un solo grado di libertà.

$$\{y(t)\} = [\Phi]\{q(t)\} \quad \{\dot{y}(t)\} = [\Phi]\{\dot{q}(t)\} \quad \{\ddot{y}(t)\} = [\Phi]\{\ddot{q}(t)\}$$
(2.28)

Qui vediamo che il vettore degli spostamenti $\{y(t)\}$ viene convertito in un nuovo vettore $\{q(t)\}$ le cui componenti sono riferite alle coordinate modali. $[\Phi]$ è la matrice modale di dimensione N x N, contenente sulle colonne gli N modi del sistema. Tenendo in considerazione la (2.28) l'equazione (2.27) può essere riscritta come:

$$[M][\Phi]\{\ddot{q}(t)\} + [C][\Phi]\{\dot{q}(t)\} + [K][\Phi]\{q(t)\} = \{f(t)\}$$
(2.29)

Moltiplicando tutto per $[\Phi]^T$ si ottiene:

$$[\Phi]^{T}[M][\Phi]\{\ddot{q}(t)\} + [\Phi]^{T}[C][\Phi]\{\dot{q}(t)\} + [\Phi]^{T}[K][\Phi]\{q(t)\} = [\Phi]^{T}\{f(t)\}$$
(2.30)

Dove la matrice di massa modale, smorzamento e rigidezza sono diagonali per le proprietà di ortogonalità dei modi.

$$[\overline{M}] = [\Phi]^T [M] [\Phi] \tag{2.31}$$

$$[\overline{C}] = [\Phi]^T [C] [\Phi]$$
(2.32)

$$[\overline{K}] = [\Phi]^T[K][\Phi]$$
(2.33)

Forniscono l'equazione:

$$[\overline{M}]\{\ddot{q}(t)\} + [\overline{C}]\{\dot{y}(t)\} + [\overline{K}]\{y(t)\} = \{\overline{F}(t)\}$$
(2.34)

Dividendo l'equazione (2.34) per la massa modale, si ottiene:

$$\ddot{q}_{i}(t) + 2\xi_{i}\omega_{i}\dot{q}_{i}(t) + \omega_{i}q_{i}(t) = \frac{\bar{F}_{i}(t)}{\bar{M}_{i}} \quad i = 1, 2, \dots, n$$
(2.35)

$$\omega_i^2 = \frac{\overline{K}_i}{\overline{M}_i} \quad \xi_i = \frac{\overline{C}_i}{2\overline{M}_i\omega_i} \tag{2.36}$$

Dove ω_i rappresenta la pulsazione dell'i-esimo modo di vibrare e ξ_i rappresenta lo smorzamento dell'i-esimo modo.

In questo modo, come già detto precedentemente si sono disaccoppiate le equazioni differenziali in coordinate geometriche espresse nella (2.27) trasformandole in n equazioni algebriche in coordinate modali, dove ogni equazione rappresenta un sistema ad un grado di libertà.

2.4.3. Modello nello spazio delle fasi

Il problema del secondo ordine governato dall'equazioni differenziali espresse nel paragrafo precedente può essere convertito in due problemi del primo ordine. I due problemi del primo ordine sono governati dall'equazione di stato e dall'equazione di osservabilità, che verranno mostrate nel seguito.

L'equazione di stato può essere ottenuta dalla (2.27) attraverso alcune manipolazioni matematiche. Quando il vettore della forzante $\{f(t)\}$ è fattorizzato nella matrice $[\overline{B}]$ che indica la posizione degli input, e il vettore $\{u(t)\}$ che descrive la variazione temporale. Quindi, la (2.27) può essere riscritta come:

$$[M]\{\ddot{y}(t)\} + [C]\{\dot{y}(t)\} + [K]\{y(t)\} = [\bar{B}]\{u(t)\}$$
(2.37)

O equivalentemente:

$$\{\ddot{y}(t)\} + [M]^{-1}[C]\{\dot{y}(t)\} + [M]^{-1}[K]\{y(t)\} = [M]^{-1}[\bar{B}]\{u(t)\}$$
(2.38)

Si può definire il vettore di stato come:

$$\{s(t)\} = \begin{cases} \{\dot{y}(t)\} \\ \{y(t)\} \end{cases}$$
(2.39)

Sostituendo la (2.39) nella (2.38) e nella seguente identità:

$$[M]{\dot{y}(t)} = [M]{\dot{y}(t)}$$
(2.40)

Fornisce:

$$\{\dot{s}(t)\} = \begin{bmatrix} -[M]^{-1}[C] & -[M]^{-1}[K] \\ [I] & [0] \end{bmatrix} \{s(t)\} + \begin{bmatrix} [M]^{-1}[\bar{B}] \\ [0] \end{bmatrix} \{u(t)\}$$
(2.41)

Dalla (2.41) la matrice di stato $[A_c]$ e la matrice degli input $[B_c]$ possono essere definite come:

$$[A_c] = \begin{bmatrix} -[M]^{-1}[C] & -[M]^{-1}[K] \\ [I] & [0] \end{bmatrix}$$
(2.42)

$$[B_c] = \begin{bmatrix} [M]^{-1}[\overline{B}]\\ [0] \end{bmatrix}$$
(2.43)

E l'equazione di stato può essere scritta come:

$$\{\dot{s}(t)\} = [A_c]\{s(t)\} + [B_c]\{u(t)\}$$
(2.44)

Dove il pedice c, indica l'analisi a tempo continuo.

Nel caso più generale, l'equazione di osservabilità può essere scritta come:

$$\{y_l(t)\} = [C_a]\{\ddot{y}(t)\} + [C_v]\{\dot{y}(t)\} + [C_d]\{y(t)\}$$
(2.45)

 $\{y_l(t)\}$ è il vettore degli output misurati, $[C_a]$, $[C_v]$ e $[C_d]$ sono le matrici di output per accelerazioni, velocità e spostamenti. Sostituendo l'espressione di $\{\ddot{y}(t)\}$ ottenuta nella (2.38) nella (2.45) si ottiene la seguente equazione:

$$\{y_l(t)\} = ([C_v] - [C_a][M]^{-1}[C])\{\dot{y}(t)\} + ([C_d] - [C_a][M]^{-1}[K])\{y(t)\} + ([C_a][M]^{-1}[\bar{B}])\{u(t)\}$$

$$(2.46)$$

L'equazione di osservabilità diventa quindi:

$$\{y(t)\} = [C_c]\{s(t)\} + [D_c]\{u(t)\}$$
(2.47)

$$[C_c] = \left[[C_v] - [C_a] [M]^{-1} [C] [C_d] - [C_a] [M]^{-1} [K] \right]$$
(2.48)

$$[D_c] = [C_a][M]^{-1}[\bar{B}]$$
(2.49)

 $[C_c]$ è la matrice degli output, $[D_c]$ è la matrice di trasmissione diretta. Quest'ultima matrice scompare se non sono usati accelerometri per la misura degli output.

L'equazione di stato (2.44) e l'equazione di osservabilità (2.47) definiscono il modello a tempo continuo nello spazio di stato.

Considerando sempre che le misure reali sono effettuate a tempo discreto, il modello a tempo continuo sopra riportato deve essere convertito in un modello a tempo discreto. Le relazioni tra matrici a tempo continuo e a tempo discreto sono di seguito riportate:

$$[A] = e^{[A_c]\Delta t} \tag{2.50}$$

$$[B] = ([A] - [I])[A_c]^{-1}[B_c]$$
(2.51)

$$[C] = [C_c]$$
(2.52)

$$[D] = [D_c] \tag{2.53}$$

2.5. Metodi di identificazione basati sull'analisi modale operativa

La maggior parte delle tecniche basate sull'analisi modale operativa OMA derivano dalla tradizionale procedura di identificazione attraverso l'analisi input-output ma con l'applicazione di diversi modelli matematici.

I metodi OMA sono sempre contraddistinti da input multipli. E' quindi possibile definire una classificazione delle tecniche OMA in base al numero di ingressi (ingresso singolo, ingresso multiplo).

Possono però essere applicati diversi criteri per la classificazione dei metodi OMA . La definizione del metodo più appropriato da usare nello specifico caso è poi a discrezione dell'utente che dovrà valutare accuratamente i vantaggi e i limiti relativi alle specifiche ipotesi e procedure per l'elaborazione dei dati.

Una prima distinzione che può essere fatta è tra i metodi parametrici e non parametrici. Generalmente i metodi parametrici sono più complessi e più impegnativi dal punto di vista computazionale ma risultano però più accurati e utili in fase di prove sul campo al fine di ottenere una rapida visione dell'efficacia delle misurazioni e dei risultati della valutazione dinamica effettuata.

Un'altra distinzione può essere fatta tra metodi SDOF e metodi MDOF. Quest'ultima dipende dal numero di modi propri della struttura all'interno del range di frequenze che si vuole esaminare. Se all'interno del range di frequenze in esame, solo un modo proprio della struttura è dominante, si può presupporre che la risposta strutturale nel range di frequenze in esame dipenda solo da quel modo. I metodi SDOF sono in genere molto

veloci e con basso onere computazionale, ma possono essere adottati solo quando i modi propri della struttura sono ben separati. In presenza di modi propri molto vicini tra di loro devono essere adottati modelli MDOF.

La più classica distinzione tra i metodi OMA dipende dal dominio in cui l'analisi viene svolta. Quindi, ci saranno metodi nel dominio del tempo, tra cui vi è il cov-SSI che verrà usato nell'identificazione dei parametri modali delle due travi testate in laboratorio. Se i metodi OMA si basano sulle funzioni di densità spettrale, si è nel campo dei metodi OMA nel dominio delle frequenze, tra cui il più noto è il metodo Peak-Picking studiato ed utilizzato in fase di identificazione dei parametri modali delle due travi testate.

In seguito, verranno analizzati più nel dettaglio i due metodi OMA per l'identificazione dei parametri modali delle due travi testate: il metodo Peak-Picking nel dominio delle frequenze, e il metodo cov-SSI nel dominio del tempo.

2.5.1. Metodo Peak-Picking

Il metodo Peak- Picking rappresenta il metodo non parametrico nel dominio delle frequenze più semplice da utilizzare poiché richiede il minor impiego a livello di calcolo. Il nome stesso del metodo deriva dalla ricerca dei modi propri della struttura che vengono identificati nella ricerca dei picchi nel grafico della densità spettrale di potenza.

In questo caso viene effettuata una valutazione della densità spettrale di potenza

Questo metodo si basa sull'assunzione che in prossimità del picco, il sistema si comporta come un sistema ad un solo grado di libertà, e che quindi ha un solo modo dominante e pertanto il contributo degli altri modi possa essere trascurato.

L' approssimazione accettabile dei parametri modali del sistema in maniera semplice e veloce, se i modi sono ben separati è sicuramente uno dei vantaggi nell'utilizzo di questo metodo. È molto utile per un primo controllo sui dati campionati e per una prima stima dei parametri modali del sistema. Tra gli svantaggi derivanti dall'utilizzo del metodo stesso va citata la bassa precisione e all'impossibilità di identificare modi molto vicini tra di loro.

2.5.2. Covariance-driven Stochastic Subspace Identification (Cov-SSI)

Uno dei metodi più funzionali quando si lavora nel dominio del tempo è il cov-SSI.

Questo metodo permette di effettuare una realizzazione stocastica, cioè l'identificazione di un modello stocastico a partire da dati di solo output.

Il sistema di ordine N in questione deve avere delle matrici di controllabilità e osservabilità di rango N affinché questo metodo possa essere applicato. Spesso in pratica la determinazione accurata dell'ordine del sistema è troppo complessa a causa dell'incertezza del campionamento. Per ovviare a ciò nella maggior parte dei casi l'ordine del sistema dei dati campionati viene sovrastimato provocando la comparsa di modi non

fisici ,dunque bisognerà distinguere i modi non fisici da quelli fisici con specifici accorgimenti.

Il primo passaggio per applicare il metodo Cov-SSI consiste nella determinazione della correlazione tra gli output.

$$[\hat{R}_{i}] = \frac{1}{N-i} [Y_{(1:N-i)}] [Y_{(i:N)}]^{T}$$
(2.54)

Dove:

[Y]: è la matrice dei dati campionati, di dimensione l (Numero di sensori) x N (Numero di dati raccolti);

 $[Y_{(1:N-i)}]$: Matrice ottenuta dalla matrice dei dati raccolti eliminando gli ultimi i dati campionati;

 $[Y_{(i:N)}]$: Matrice ottenuta dalla matrice dei dati raccolti eliminando i primi i dati campionati;

 $[\hat{R}_i]$: Rappresenta la stima della matrice di correlazione allo sfasamento temporale i basata su un numero di dati finito.

Le differenti matrici di correlazione a diversi sfasamenti temporali sono disposte all'interno di una matrice a blocchi di tipo Toeplitz, in modo tale da ottenere la seguente matrice:

$$\begin{bmatrix} T_{1|i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{R}_i \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \hat{R}_{i-1} \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} \hat{R}_1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \hat{R}_{i+1} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \hat{R}_i \end{bmatrix} & \ddots & \begin{bmatrix} \hat{R}_2 \end{bmatrix} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \begin{bmatrix} \hat{R}_{2i-1} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \hat{R}_{2i-2} \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} \hat{R}_i \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$
(2.55)

Ogni matrice di correlazione ha dimensione l x l, dunque, la matrice a blocchi ha dimensione li x li.

Per l'identificazione corretta di un sistema di ordine N, deve valere la seguente condizione:

$$li \ge N$$
 (2.56)

In pratica l'ordine N del sistema resta incognito. Per ottenere una stima dell'ordine del sistema in esame e quindi una stima del numero di modi nel range di frequenze sotto osservazione si può eseguire una valutazione dei picchi presenti nella PSD del segnale campionato.

La matrice a blocchi può essere suddivisa attraverso una decomposizione ai valori singolari (SVD), come di seguito:
Monitoraggio strutturale con accelerometri _ Analisi dei segnali con algoritmi su Python Ruggero MARRA

$$\begin{bmatrix} T_{1|i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} U_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \end{bmatrix}^T \\ \begin{bmatrix} V_2 \end{bmatrix}^T \end{bmatrix}$$
(2.57)

Il problema in esame è un problema a tempo discreto in quanto i dati di output vengono campionati a tempo discreto, pertanto non si troveranno valori singolari uguali a zero, ma si otterrà un numero di valori singolari pari alla dimensione della matrice $[T_{1|i}]$, dunque, si otterranno *li* valori singolari.

$$[T_{1|i}] = [O_i][\Gamma_i] = [U_1][\Sigma_1][V_1]^T$$
(2.58)

Dove:

 $[O_i]$: Matrice di osservabilità di dimensione *li* x *N*;

 $[\Gamma_i]$: Matrice di controllabilità di dimensione N x *li*;

 $[U_1]$: Di dimensione *li* x N;

 $[V_1]^T$: Di dimensioni N x *li*;

 $[\Sigma_1]$: matrice diagonale di dimensione $N \times N$, contenente nella diagonale principale i valori singolari disposti in ordine decrescente.

È quindi possibile ottenere le matrici di osservabilità e controllabilità separando la SVD in due parti, come segue:

$$[O_i] = [U_1][\Sigma_1]^{1/2}[T]$$
(2.59)

$$[\Gamma_i] = [T]^{-1} [\Sigma_1] [V_1]^T$$
(2.60)

Dove:

[T]: Matrice non singolare che gioca il ruolo di similitudine. Quindi la matrice può essere scelta semplicemente uguale ad una matrice identità.

La matrice degli output [C] (dall'analisi nello spazio delle fasi) si può facilmente ottenere dalle prime *l* righe della matrice di osservazione $[O_i]$.

La matrice di stato [A] può essere ottenuta seguendo diversi approcci. Uno di questi è basato sulla decomposizione di una matrice a blocchi sfasata di un time lag rispetto alla matrice a blocchi presentata precedentemente, questa matrice sarà indicata con $[T_{2|i+1}]$.

Si può quindi ottenere la matrice di stato come segue.

$$[A] = [O_i]^+ [T_{2|i+1}] [\Gamma_i]^+$$
(2.61)

Ottenute le matrici [A] e [C] si possono quindi ottenere i parametri modali del sistema dalla decomposizione agli autovalori della matrice [A]. Le coppie (complesse coniugate) a

tempo discreto di poli si trovano sulla diagonale della matrice degli autovalori [M]. Gli autovalori devono essere convertiti da tempo discreto a tempo continuo come segue:

$$\lambda_r = \frac{\ln\left(z_r\right)}{t_s} \tag{2.62}$$

 z_r rappresenta l'autovalore ricavato dalla decomposizione agli autovalori della matrice di stato a tempo discreto, λ_r è la sua trasformazione a tempo continuo.

È ora possibile ricavare i parametri modali del sistema.

• Frequenza naturale

$$f_r = \frac{|\lambda_r|}{2\pi} \tag{2.63}$$

• Frequenza smorzata

$$f_{r,d} = \frac{Im(\lambda_r)}{2\pi} \tag{2.64}$$

• Smorzamento

$$\zeta_r = -\frac{Re(\lambda_r)}{|\lambda_r|} \tag{2.65}$$

Dalla decomposizione degli autovalori della matrice d stato si ottengono gli autovettori che restituiscono le forme modali per i differenti modi identificati.

I modi ottenuti mediante questa procedura non sono tutti modi fisici, bisogna quindi separare i modi fisici da quelli spuri. Solo i poli che presentano stabilità tra i diversi ordini del modello rappresentano modi fisici. I criteri di stabilità più utilizzati, secondo quanto riportato in **Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.**, generalmente sono i s eguenti:

$$\frac{|f(n) - f(n+1)|}{f(n)} < 0.01 \tag{2.66}$$

$$\frac{|\zeta(n) - \zeta(n+1)|}{\zeta(n)} < 0.05$$
(2.67)

Plottando i poli identificati per i diversi ordini modali scelti in un diagramma di stabilizzazione, si potrà notare che i poli stabili, coincidenti alle frequenze proprie del sistema in esame, si allineeranno su un unico valore di frequenza.

2.5.3. Poly-Reference Least Squares Complex Frequency Method (PolyMAX)

Il metodo PolyMAX è un modello parametrico nel dominio delle frequenze di analisi modale operativa, insieme al metodo Cov-SSI rappresenta uno dei metodi di analisi modale operativa più in uso. Viene di seguito illustrato con riferimento a [6], [6] e [7]. Essendo un metodo parametrico, come detto in precedenza nella descrizione dei metodi OMA, presenta una complessità superiore rispetto al metodo Cov-SSI e un onere computazionale maggiore. Si basa sulla frazione destra della matrice FRF (Funzione di Risposta in Frequenza).

$$[H(\omega)] = [B_R(\omega)][A_R(\omega)]^{-1}$$
(2.68)

La matrice FRF è la matrice che lega gli input che sollecitano il sistema alla risposta del sistema. Nel caso di analisi modale operativa, gli input del sistema sono incogniti, dunque si usa l'analogia tra matrice PSD e FRF.

Il modello a denominatore comune (noto anche come modello di frazione a matrice scalare) della FRF, rappresenta un caso particolare della frazione destra di una matrice, in cui il numeratore è un polinomio a matrice mentre il denominatore è un polinomio caratterizzato da coefficienti scalari.

$$[H(\omega)] = \frac{[B(\omega)]}{[A(\omega)]} = \frac{\sum_{j=0}^{n} [\beta_j(\omega)] \Omega^j(\omega)}{\sum_{j=0}^{n} \alpha_j \Omega^j(\omega)}$$
(2.69)

Sul modello a denominatore comune mostrato in (2.69) si basa il metodo Least Squares Complex Frequency (LSCF). Il metodo PolyMAX è un'estensione del LSCF motivata da alcune limitazioni derivanti dall'applicazione del modello a denominatore comune nel metodo LSCF.

Il metodo PolyMAX è di seguito mostrato facendo riferimento allo spettro di risposta. Dunque, l'input del modello è la matrice PSD mostrata in Figura 2.4.

Nel metodo PolyMAX la matrice PSD ad ogni frequenza f discreta (di dimensioni $N_{Sensori} x N_{Sensori}$) a cui viene stimata (f=1, ..., N_f) è modellata attraverso la frazione destra della matrice.

$$\left[G_{YY}(\omega_f)\right] = \left[B\left(\Omega_f, [\theta]\right)\right] \left[A\left(\Omega_f, [\theta]\right)\right]^{-1}$$
(2.70)

Dove $[\theta]$ è la matrice dei parametri non noti. Per ogni canale di output o (o=1, ..., l).

$$\langle B_o(\Omega_f, [\theta]) \rangle = \sum_{j=1}^n \langle B_{o,j} \rangle \Omega_f^j$$
(2.71)

La (2.71) rappresenta il polinomio della matrice del numeratore.

Dove $\langle \cdot \rangle$ indica un vettore riga.

$$\left[A\left(\Omega_{f},\left[\theta\right]\right)\right] = \sum_{j=0}^{n} \left[A_{j}\right]\Omega_{f}^{j}$$
(2,72)

La (2.72) rappresenta il polinomio della matrice del denominatore.

La matrice $1 \times I \langle B_{o,j} \rangle$ e la matrice $I \times I [A_j]$ sono i parametri incogniti che devono essere stimati. I coefficienti polinomiali possono essere raccolti in un'unica matrice a valori complessi come segue:

$$\begin{bmatrix} \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} \beta_l \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \alpha \end{bmatrix}$$
(2.73)

Dove:

$$[\beta_o] = \begin{bmatrix} \langle B_{o,0} \rangle \\ \vdots \\ \langle B_{o,n} \rangle \end{bmatrix}$$
(2.74)

$$[\alpha] = \begin{bmatrix} [A_0] \\ \vdots \\ [A_n] \end{bmatrix}$$
(2.75)

E n è l'ordine del modello.

La base del polinomio può essere espressa nel dominio continuo di Laplace ($\Omega_f = i\omega_f$) o nel dominio discreto z $z_f = e^{i\omega_f t_s}$. La formulazione nel dominio z è raccomandata per migliorare il condizionamento numerico.

La seguente formulazione per l'errore:

$$\langle E_o(\omega_f, [\theta]) \rangle = \langle B_o(\Omega_f, [\theta]) \rangle - \langle \hat{G}_o(\omega_f) \rangle [A(\Omega_f, [\theta])]$$
(2.76)

È adottata al fine di ottenere un problema ai minimi quadrati lineari. È definito minimizzando la seguente funzione di costo:

$$\ell([\theta]) = \sum_{o=1}^{l} \sum_{f=1}^{N_f} tr(\langle E_o(\omega_f, [\theta]) \rangle^H \langle E_o(\omega_f, [\theta]) \rangle)$$
(2.77)

La minimizzazione della funzione di costo espressa nella (2.77) corrisponde alla soluzione della seguente equazione matriciale:

Monitoraggio strutturale con accelerometri _ Analisi dei segnali con algoritmi su Python Ruggero MARRA

$$[J][\theta] = [0] \tag{2.78}$$

Dove la matrice Jacobiana [J] è data da:

$$[J] = \begin{bmatrix} [\Gamma_1] & [0] & \dots & [0] & [\Upsilon_1] \\ [0] & [\Gamma_2] & \dots & [0] & [\Upsilon_2] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ [0] & [0] & \dots & [\Gamma_l] & [\Upsilon_l] \end{bmatrix}$$
(2.79)

Con:

$$[\Gamma_o] = \begin{bmatrix} \langle 1 & z_1 & \dots & z_1^n \rangle \\ \langle 1 & z_2 & \dots & z_2^n \rangle \\ & & \vdots \\ \langle 1 & z_{N_f} & \dots & z_{N_f}^n \rangle \end{bmatrix}$$
(2.80)

$$[\Upsilon_{o}] = \begin{bmatrix} -\langle 1 \quad z_{1} \quad \dots \quad z_{1}^{n} \rangle \otimes \langle \hat{G}_{o}(\omega_{1}) \rangle \\ -\langle 1 \quad z_{2} \quad \dots \quad z_{2}^{n} \rangle \otimes \langle \hat{G}_{o}(\omega_{2}) \rangle \\ \vdots \\ -\langle 1 \quad z_{N_{f}} \quad \dots \quad z_{N_{f}}^{n} \rangle \otimes \langle \hat{G}_{o}(\omega_{N_{f}}) \rangle \end{bmatrix}$$
(2.81)

Dove \otimes indica il prodotto di Kronecker. Le matrici $[\Gamma_o]$ e $[\Upsilon_o]$ hanno dimensioni $N_f x$ (*n*+1) e $N_f x$ (*n*+1)*l*, rispettivamente.

È possibile mostrare che:

$$\ell([\theta]) = \sum_{o=1}^{l} \sum_{f=1}^{N_f} tr(\langle E_o(\omega_f, [\theta]) \rangle^H \langle E_o(\omega_f, [\theta]) \rangle)$$

$$= tr([\theta]^H [J]^H [J] [\theta])$$
(2.82)

è possibile, inoltre, ridurre la dimensione dell'equazione matriciale attraverso la definizione delle equazioni normali:

$$[J]^{H}[J][\theta] = \begin{bmatrix} [R_{1}] & \cdots & [0] & [S_{1}] \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ [0] & \cdots & [R_{l}] & [S_{l}] \\ [S_{1}]^{H} & \cdots & [S_{l}]^{H} & \sum_{o=1}^{l} [T_{o}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\beta_{1}] \\ \vdots \\ [\beta_{l}] \\ [\alpha] \end{bmatrix} = [0]$$
(2.83)

Con:

$$[R_o] = Re([\Gamma_o]^H[\Gamma_o])$$
(2.84)

31

$$[S_o] = Re([\Gamma_o]^H[\Upsilon_o])$$
(2.85)

$$[T_o] = Re([\Gamma_o]^H[\Gamma_o])$$
(2.86)

 $[R_o]$, $[S_o]$ e $[T_o]$ hanno dimensioni (n+1) x (n+1), (n+1) x (n+1)/ e (n+1)/ x (n+1)/, rispettivamente.

I coefficienti $[\beta_o]$ possono essere eliminati dalla (2.83) tenendo conto che:

$$[\beta_o] = -[R_o]^{-1}[S_o][\alpha]$$
(2.87)

Come risultato finale le equazioni ridotte normalizzate sono ottenute come:

$$2\sum_{o=1}^{l} ([T_o] - [S_o]^H [R_o]^{-1} [S_o])[\alpha] = [M][\alpha] = [0]$$
(2.88)

Dove [M] è una matrice quadrata di dimensioni (n+1)| x (n+1)|.

La ridondanza dei parametri può essere rimossa imponendo che una matrice dei coefficienti del denominatore sia uguale alla matrice di identità.

$$[A_n] = [I_l] \tag{2.89}$$

Dove $[I_l]$ ha dimensione $I \times I$.

La soluzione ai minimi quadrati è data da:

$$[\alpha] = \begin{bmatrix} -[M_{(1:nl,1:nl)}]^{-1}[M_{(1:nl,(nl+1):(n+1)l)}]\\ [I_l] \end{bmatrix}$$
(2.90)

La matrice $[M_{(1:nl,1:nl)}]$ è la sottomatrice di [M] ottenuta dalle prime nl righe e dalle prime nl colonne; la matrice $[M_{(1:nl,(nl+1):(n+1)l)}]$ è la sottomatrice di [M] ottenuta dalle prime nl righe e le ultime nl colonne. ottenuti i coefficienti $[\alpha]$ i coefficienti $[\beta_o]$ possono essere ottenuti dalla (2.87).

Le radici del polinomio del denominatore $[A(\Omega_f, [\theta])]$ sono gli autovalori della seguente matrice:

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] & \cdots & [0] & [0] \\ [0] & [0] & \cdots & [0] & [0] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -[A_0]^T & -[A_1]^T & \cdots & -[A_{n-2}]^T & -[A_{n-1}]^T \end{bmatrix}$$
(2.91)

La matrice [A] è una matrice quadrata di dimensione nl x nl e modella un sistema dinamico con (nl)/2 modi. I suoi autovalori z_r devono essere convertiti nei poli espressi nel dominio di Laplace nel seguente modo:

Monitoraggio strutturale con accelerometri _ Analisi dei segnali con algoritmi su Python Ruggero MARRA

$$z_r = e^{\lambda_r t_s} \Rightarrow \lambda_r = \frac{\ln(z_r)}{t_s}$$
(2.92)

Dove t_s indica il periodo di campionamento.

È quindi possibile ricavare le frequenze, le frequenze smorzate e lo smorzamento come mostrato rispettivamente nella (2.63), (2.64) e (2.65).

Ricavando i parametri modali per diversi ordini del modello è possibile costruire il diagramma di stabilizzazione. Come per l'algoritmo cov-SSI, l'allineamento dei poli indica i parametri modali del sistema in esame. L'imposizione della matrice dei coefficienti del denominatore per l'ordine massimo uguale ad alla matrice identità forza i poli non fisici, ma puramente matematici, ad avere smorzamento negativo e quindi parte reale positiva. Quindi, questi poli possono essere da subito scartati.

2.6. Frequenze teoriche proprie della trave

La prova di laboratorio viene condotta su una trave tesa di cui non si conoscono esattamente le condizioni reali di vincolo e vengono stimate le frequenze per i primi cinque modi di vibrare. Esamineremo diversi modelli strutturali per osservare l'influenza dei singoli parametri sulla risposta strutturale ed in particolare: fune tesa, trave semplicemente appoggiata non soggetta a forza assiale, trave doppiamente incastrata non soggetta a forza assiale, trave semplicemente appoggiata con forza assiale e trave doppiamente incastrata soggetta a forza assiale.

2.6.1. Fune tesa

Approssimando la trave ad una fune tesa evitando di tenere in considerazione la sua inerzia flessionale considerando la grande snellezza del profilo. Le frequenze si ottengono mediate la formula di seguito:

$$f_n = n \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{m}}$$
(2.93)

Dove T rappresenta il tiro nella trave, come si vedrà in seguito di 8000 N. i risultati delle frequenze per i primi 5 modi di vibrare per il modello di fune tesa sono mostrati nel seguito in Tabella 2.2.

2.6.2. Trave semplicemente appoggiata non soggetta a forza assiale

Quando si considera la trave come una trave in semplice appoggio e si trascura il contributo della forza assiale, le frequenze proprie della trave possono essere calcolate nel seguente modo:

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} = \frac{2L^2}{\pi n^2} \sqrt{\frac{m}{EI}}$$
(2.94)

Dove:

- T_n rappresenta il periodo del modo n-esimo della trave;
- L rappresenta la lunghezza della trave, 4 m;
- n è il modo in esame, n=1, 2, 3, ...;
- m è la densità lineare di massa. Considerando una densità per l'alluminio di 2700 kg/m³ e che la trave ha una sezione rettangolare di 15 mm x 25 mm, la densità lineare della trave sarà:

$$m = \gamma A = 27000 \left[\frac{N}{m^3} \right] \cdot 0.015[m] \cdot 0.025[m] = 1.0125 \frac{kg}{m}$$

- E rappresenta il modulo elastico del materiale, per l'alluminio vale 69 GPa equivalente a 6.9E10 N/m²;
- I è il momento di inerzia della sezione, valutato come:

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{0.015 \cdot 0.025^3}{12} = 1.953 \cdot 10^{-8} \, m^4$$

I risultati vengono riportati in Tabella 2.2 **Errore. L'origine riferimento non è stata t rovata.**. Si può osservare che le frequenze della trave e della fune sono dello stesso ordine di grandezza, ma i loro valori sono molto diversi.

2.6.3. Trave semplicemente appoggiata soggetta a sforzo assiale

Nel caso reale le frequenze proprie della trave saranno maggiori rispetto a quelle riportate per la fune a causa del contributo della rigidezza flessionale. La formula che permette di calcolare la frequenza di una trave in semplice appoggio soggetta a forza assiale, secondo quanto riportato in [2], è la seguente:

$$f_n = \frac{n^2 \pi}{2L^2} \sqrt{1 + \frac{TL^2}{E I n^2 \pi^2}} \sqrt{\frac{EI}{m}}$$
(2.95)

I parametri che rientrano nella formulazione sono stati già visti in precedenza. I risultati ottenuti sono mostrati in Tabella 2.2 .

2.6.4. Trave doppiamente incastrata non soggetta a sforza assiale

Seguendo la stessa logica si ricavano le frequenze per una trave con condizioni di vincolo di tipo incastro-incastro. L'equazione delle frequenze per una trave doppiamente incastrata è la seguente:

$$\cos(\alpha_n L)\cosh(\alpha_n L) = 1 \tag{2.96}$$

Che ammette come prime cinque radici $\alpha_1 L = 4.730, \alpha_2 L = 7.853, \alpha_3 L = 10.996, \alpha_4 L = 14.137, \alpha_5 L = 17.279.$

Ricordando che $\alpha = \sqrt[4]{\frac{m\omega^2}{EI}}$ si possono ricavare le frequenze per la trave doppiamente incastrata soggetta esclusivamente al peso proprio. I risultati ottenuti sono mostrati in Tabella 2.2 .

2.6.5. Trave doppiamente incastrata soggetta a sforzo assiale

Nel caso di trave doppiamente incastrata soggetta a forza assiale, le frequenze possono essere ricavate dalla seguente formulazione, secondo quanto riportato in [4] e [5].

$$f_{n,T\neq0} = f_{n,T=0} \left(1 + \gamma \frac{T}{P_{cr}} + \frac{1}{\frac{1}{\alpha\gamma} \frac{P_{cr}}{T} + \frac{1}{\beta}} \right)^{0.5}$$
(2.97)

Dove:

• **P**_{cr} è il carico critico assiale. Il carico critico per trave doppiamente incastrata vale:

$$P_{cr} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2}$$
(2.98)

Dove è stata considerata l'inerzia forte della trave

• α , $\beta e \gamma$ Sono dei parametri tabellati che dipendono dalle condizioni di vincolo e dal modo in esame.

I parametri α , $\beta e \gamma$ utilizzati sono riportati in Tabella 2.1.

I risultati ottenuti sono mostrati in Tabella 2.2 .

Modo	/lodo A		γ	
1	0.195	1.211	0.816	
2	0.148	1.151	0.857	
3	0.088	0.996	0.979	
4	0.068	0.828	0.991	
5	0.055	0.739	0.996	

Tabella 2.1. Parametri per la determinazione delle frequenze. Trave incastro-incastro.

Di seguito viene riportata una tabella di confronto tra i risultati ottenuti nelle diverse ipotesi di comportamento strutturale.

	Frequenze [Hz]						
Modo	Fune tesa	Trave cercer. T=0	Trave cercer. T≠0	Trave incinc. T=0	Trave incinc. T≠0		
1	11.11	3.58	11.67	8.12	14.65		
2	22.22	14.33	26.44	22.38	40.69		
3	33.33	32.24	46.37	43.88	82.40		
4	44.44	57.31	72.52	75.53	141.69		
5	55.56	89.54	105.38	108.35	202.93		

Tabella 2.2. Confronto tra le frequenze teoriche con diverse condizioni vincolari.

Dalla tabella sopra riportata è possibile notare come per i modi di ordine basso (Modo 1 e Modo 2) a prevalere sia un comportamento simile a quello di una fune, all'aumentare dell'ordine modale considerato l'inerzia flessionale avrà sempre di più un ruolo dominante con il consecutivo incremento delle frequenze rispetto alla condizione di fune tesa.

Viene inoltre riportata di seguito la rappresentazione delle deformate modali per i primi 5 modi di vibrare per le due condizioni di vincolo considerate, ovvero di trave semplicemente appoggiata e di trave doppiamente incastrata.



Figura 2.5. Primi 5 modi di vibrare per trave Appoggio-Appoggio.



Figura 2.6. Primi 5 modi di vibrare per trave Incastro-Incastro.

3. ANALISI DEI DATI

In questo capitolo saranno analizzati i dati ricavati dalle prove di laboratorio.

Sono state eseguite diverse prove con i seguenti settaggi:

- Data-set di 72 ore: travi in condizioni nominali. Il data-set è stato campionato dalle 00:00 del 23/04/2020 alle 24:00 del 25/04/2020. Sia per la trave 1, che per la trave 2, questo data-set verrà denominato: "Nominal conditions".
- Data-set di 12 ore: trave 1 con massa aggiuntiva in mezzeria pari all'1% della sua massa nominale e trave 2 in condizioni nominali. Il data-set è stato campionato il 30/03/2020 dalle 00:00 alle 12:00. Per la trave 1 questo data-set verrà denominato: "Massa 1%". Per la trave 2 verrà denominato: "Set 1";
- Data-set di 12 ore: trave 1 con massa aggiuntiva in mezzeria pari al 3% della massa nominale della trave e trave 2 in condizioni nominali. Il data-set è stato campionato il 27/02/2020 dalle 00:00 alle 12:00. In questo data-set è presente un disturbo derivante da una prova a fatica svolta in contemporanea. Per la trave 1 questo data-set verrà denominato: "Massa 3% a". Per la trave 2 verrà denominato: "Set 3 a";
- Data-set di 12 ore: trave 1 con massa aggiuntiva in mezzeria pari al 3% della massa nominale della trave e trave 2 in condizioni nominali. Il data-set è stato campionato dalle 23:00 del 29/02/2020 alle 11:00 del 01/03/2020. Per la trave 1 questo data-set verrà denominato: "Massa 3% b". Per la trave 2 verrà denominato: "Set 3 b";
- Data-set di 12 ore: trave 1 con massa aggiuntiva ad L/10 pari al 5% della massa nominale della trave e trave 2 in condizioni nominali. Il data-set è stato campionato dalle 23:00 del 28/01/2020 alle 11:00 del 29/01/2020. Per la trave 1 questo data-set verrà denominato: "Massa 5%". Per la trave 2 verrà denominato: "Set 5".

Sulle travi 1 dei data-sets di dodici ore è sempre stata inserita una massa aggiuntiva con lo scopo di simulare un danneggiamento della trave stessa. L'entità di quest'ultimo sarà maggiore quanto più grande sarà la massa introdotta nella prova e, per arricchire lo studio e ottenere un'analisi più accurata, il danno può essere applicato in diverse posizioni della trave.

Nell'analisi dei dati il primo passo da eseguire è quello di verificare visivamente la qualità dei dati grezzi raccolti al fine di evidenziare l'eventuale presenza di anomalie o problemi nel campionamento. Lo studio poi proseguirà con l'applicazione delle tre metodologie di analisi modale operativa, viste rispettivamente nei paragrafi 2.5.1, 2.5.2 e 2.5.3 al fine di valutare i parametri modali del sistema e la loro variazione in funzione del danneggiamento.

3.1. Analisi dei dati grezzi

I dati grezzi ottenuti verranno di seguito graficizzati. Per ogni data-set abbiamo i dati di temperatura ambientale di prova, di forze assiali applicate e i valori riferiti agli accelerometri applicati sulle travi.

3.1.1. Data-set di 72 h: travi in condizioni nominali

Nella **Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.**figure di seguito riportate vi è l 'andamento della temperatura dell'ambiente di prova e la sua media mobile su dieci secondi in modo da regolarizzare il dato grezzo.



Figura 3.1. Temperatura ambiente di prova. Data-set di 72h. Travi in condizioni nominali.



Figura 3.2. Temperatura ambiente di prova, media mobile su 10 secondi. Data-set di 72h. Travi in condizioni nominali.

I due grafici sono abbastanza simili e questo garantisce l'andamento originale della temperatura di prova, la media mobile di 10 secondi riduce notevolmente il numero di dati ma non regolarizza la curva che si presenta ancora spezzettata con gradini; questo ci fa capire che i secondi con temperatura costante sono nella maggior parte della durata della prova superiori a 10, valore impostato per la media mobile.

I seguenti grafici rappresentano gli accelerogrammi ricavati dai sensori della trave 1.



Figura 3.3. Accelerometro 1 della Trave 1. Condizioni nominali.



Figura 3.4. Accelerometro 2 della Trave 1. Condizioni nominali.



Figura 3.5. Accelerometro 3 della Trave 1. Condizioni nominali.



Figura 3.6. Accelerometro 4 della Trave 1. Condizioni nominali.

I seguenti grafici rappresentano gli accelerogrammi ricavati dai sensori della trave 2.



Figura 3.7. Accelerometro 1 della Trave 2. Condizioni nominali.



Figura 3.8. Accelerometro 2 della Trave 2. Condizioni nominali.



Figura 3.9. Accelerometro 3 della Trave 2. Condizioni nominali.



Figura 3.10. Accelerometro 4 della Trave 2. Condizioni nominali.

Dai grafici appena mostrati si possono fare alcune considerazioni:

- Vi è un andamento pseudo sinusoidale più marcato nelle accelerazioni dei primi due accelerometri;
- Graficizzando i valori degli accelerometri tre e quattro si nota come questi presentano oscillazioni più ampie e questo è dovuto senz'altro al fatto che questi sono situati nella parte centrale della trave e quindi liberi di muoversi mentre i primi due essendo situati in corrispondenza degli appoggi presentano un movimento in parte limitato;

• Il valore medio delle accelerazioni non è centrato sullo zero e questo fenomeno può essere dovuto ad una situazione di disturbo esterna alla prova.

I grafici a seguire rappresentano la storia temporale della forza assiale applicata sia sulla trave 1 che sulla trave 2 con le relative medie mobili per regolarizzare i valori.



Figura 3.11. Forza assiale applicata alla Trave 1. Condizioni nominali.



Figura 3.12. Forza assiale applicata alla Trave 1, media mobile su 10 secondi. Condizioni nominali.



Figura 3.13. Forza assiale applicata alla Trave 2. Condizioni nominali.



Figura 3.14. Forza assiale applicata alla Trave 2, media mobile su 10 secondi. Condizioni nominali.

Dai grafici appena mostrati si possono fare alcune considerazioni:

- In questo caso la media mobile riesce a regolarizzare la curva che in origine presenta molto rumore;
- Intorno alla diciottesima ora di ogni giorno abbiamo un salto nella curva.

Nei grafici di seguito riportati vi è un confronto tra l'andamento della forza assiale e la temperatura.







Figura 3.16. Confronto tra temperatura e forza assiale della trave 2, media mobile su 10 secondi.

Dalle figure è possibile notare una correlazione di tipo inverso tra la temperatura e lo sforzo presente nella trave, dopo questi paragrafi di analisi dei dati grezzi, la forza assiale verrà depurata rendendola indipendente dalla temperatura.

Ora andiamo a focalizzare l'attenzione intorno alla diciottesima ora di ogni giorno per studiare la repentina perdita di tensione nelle travi. Per capire se il fenomeno dipendesse o meno dai cicli termici giornalieri verrà effettuato uno studio della funzione della temperatura calcolandone la derivata.

Intorno della diciottesima ora del primo giorno di monitoraggio della trave 1:



Figura 3.17. Forza assiale applicata alla Trave 1 intorno alla diciottesima ora del primo giorno di monitoraggio.



Figura 3.18. Temperatura ambiente intorno alla diciottesima ora del primo giorno di monitoraggio.



Figura 3.19. Derivata della funzione temperatura.

Intorno della diciottesima ora del secondo giorno di monitoraggio della trave 1:



Figura 3.20. Forza assiale applicata alla Trave 1 intorno alla diciottesima ora del secondo giorno di monitoraggio.



Figura 3.21. Temperatura ambiente intorno alla diciottesima ora del secondo giorno di monitoraggio.



Figura 3.22. Derivata della funzione temperatura.

Intorno della diciottesima ora del terzo giorno di monitoraggio della trave 1:



Figura 3.23. Forza assiale applicata alla Trave 1 intorno alla diciottesima ora del terzo giorno di monitoraggio.



Figura 3.24. Temperatura ambiente intorno alla diciottesima ora del terzo giorno di monitoraggio.



Figura 3.25. Derivata della funzione temperatura.

Intorno della diciottesima ora del primo giorno di monitoraggio della trave 2:



Figura 3.26. Forza assiale applicata alla Trave 2 intorno alla diciottesima ora del primo giorno di monitoraggio.







Figura 3.28. Derivata della funzione temperatura.

Intorno della diciottesima ora del secondo giorno di monitoraggio della trave 2:



Figura 3.29. Forza assiale applicata alla Trave 2 intorno alla diciottesima ora del secondo giorno di monitoraggio.







Figura 3.31. Derivata della funzione temperatura.

Intorno della diciottesima ora del terzo giorno di monitoraggio della trave 2:



Figura 3.32. Forza assiale applicata alla Trave 2 intorno alla diciottesima ora del terzo giorno di monitoraggio.



Figura 3.33. Temperatura ambiente intorno alla diciottesima ora del terzo giorno di monitoraggio.



Figura 3.34. Derivata della funzione temperatura.

Dai grafici sopra riportati si nota che la perdita dello sforzo nelle travi coincide con una variazione nella pendenza della curva della temperatura, nonché al cambio di pendenza della curva della funzione derivata. Quindi possiamo affermare che il fenomeno è collegato all'effetto dei cicli termici giornalieri.

3.1.2. Data-set di 12 ore: trave 1 con massa aggiuntiva dell'1% in mezzeria

In questo paragrafo andremo a riportare e analizzare i dati grezzi del data-set di dodici ore con massa aggiuntiva dell'1% in mezzeria della trave 1. La massa aggiuntiva, come accennato in precedenza, simula un danneggiamento sulla trave.

Come fatto per il paragrafo precedente riportiamo tutti i grafici, andamento della temperatura dell'ambiente di prova con la sua media mobile su dieci secondi in modo da regolarizzare il dato grezzo, poi accelerogrammi e infine forza assiale.



Figura 3.35. Temperatura ambiente di prova. Data-set di 12h con massa dell'1% in mezzeria alla trave 1.



Figura 3.36. Temperatura ambiente di prova, media mobile su 10 secondi. Data-set di 12h con massa 1% in mezzeria alla trave 1.

Come già notato nel paragrafo precedente la media mobile su dieci secondi regolarizza di poco la curva dei dati grezzi della temperatura in quanto i pianerottoli che presentano temperatura costante sono con durata maggiore dell'intervallo di dieci secondi utilizzato.

Riportiamo gli accelerogrammi della trave 1.



Figura 3.37. Accelerometro 1 della Trave 1. Data-set 12h con massa 1% in mezzeria.



Figura 3.38. Accelerometro 2 della Trave 1. Data-set 12h con massa 1% in mezzeria.



Figura 3.39. Accelerometro 3 della Trave 1. Data-set 12h con massa 1% in mezzeria.



Figura 3.40. Accelerometro 4 della Trave 1. Data-set 12h con massa 1% in mezzeria.

Riportiamo gli accelerogrammi della trave 2.



Figura 3.41. Accelerometro 1 della Trave 2. Data-set 12h . Set 1.



Figura 3.42. Accelerometro 2 della Trave 2. Data-set 12h. Set 1.



Figura 3.43. Accelerometro 3 della Trave 2. Data-set 12h. Set 1.



Figura 3.44. Accelerometro 4 della Trave 2. Data-set 12h. Set 1.

Le considerazioni fatte per gli accelerogrammi del capitolo precedente valgono anche per questo data-set.

Riportiamo la forza assiale applicata alla trave 1 e alla trave 2 e le loro rispettive medie mobili.



Figura 3.45. Forza assiale applicata alla Trave 1. Data-set 12h con massa 1% in mezzeria.



Figura 3.46. Forza assiale applicata alla Trave 1, media mobile su 10 secondi. Data-set 12h con massa 1% in mezzeria.



Figura 3.47. Forza assiale applicata alla Trave 2. Data-set 12h. Set 1.



Figura 3.48. Forza assiale applicata alla Trave 2, media mobile su 10 secondi. Data-set 12h. Set 1.

Anche per la forza assiale valgono le considerazioni fatte nel paragrafo precedente.

Riportiamo il confronto tra l'andamento della forza assiale e la temperatura.



Figura 3.49. Confronto tra temperatura e forze assiali delle travi, media mobile su 10 secondi.

Anche per questo confronto si evidenzia la correlazione tra forza e temperatura.

3.1.3. Data-set di 12 ore: trave 1 con massa aggiuntiva del 3%a in mezzeria. Prova con disturbo

In questo paragrafo andremo ad analizzare i dati grezzi del data-set di dodici ore con massa aggiuntiva del 3% in mezzeria della trave 1. Ricordiamo che in questa prima prova con massa 3% vi è una sorgente di disturbo. La massa aggiuntiva, come accennato in precedenza, simula un danneggiamento sulla trave.

Come fatto per il paragrafo precedente riportiamo tutti i grafici, andamento della temperatura dell'ambiente di prova con la sua media mobile su dieci secondi in modo da regolarizzare il dato grezzo, poi accelerogrammi e infine forza assiale con la relativa media mobile per regolarizzare anche qui il dato di laboratorio.



Figura 3.50. Temperatura ambiente di prova. Data-set di 12h con massa del 3% in mezzeria alla trave 1. Set 3a, Prova con disturbo.



Figura 3.51. Temperatura ambiente di prova, media mobile su 10 secondi. Data-set di 12h con massa del 3% in mezzeria alla trave 1. Set 3a, Prova con disturbo.

Valgono anche qui le considerazioni fatte per i precedenti paragrafi.

Ora riportiamo gli accelerogrammi della trave 1.



Figura 3.52. Accelerometro 1 della Trave 1. Data-set 12h con massa 3% in mezzeria. Prova con disturbo.



Figura 3.53. Accelerometro 2 della Trave 1. Data-set 12h con massa 3% in mezzeria. Prova con disturbo.



Figura 3.54. Accelerometro 3 della Trave 1. Data-set 12h con massa 3% in mezzeria. Prova con disturbo.



Figura 3.55. Accelerometro 4 della Trave 1. Data-set 12h con massa 3% in mezzeria. Prova con disturbo.

Ora riportiamo gli accelerogrammi della trave 2.



Figura 3.56. Accelerometro 1 della Trave 2. Data-set 12h. Set 3a, Prova con disturbo.



Figura 3.57. Accelerometro 2 della Trave 2. Data-set 12h. Set 3a, Prova con disturbo.



Figura 3.58. Accelerometro 3 della Trave 2. Data-set 12h. Set 3a, Prova con disturbo.



Figura 3.59. Accelerometro 4 della Trave 2. Data-set 12h. Set 3a, Prova con disturbo.

Anche per gli accelerogrammi possono essere fatte le considerazioni enunciate nei paragrafi precedenti. Si potrebbe aggiungere però una ulteriore considerazione che emerge dalle accelerazioni della trave 2, in essa infatti, a differenza dei grafici del data-set precedente, abbiamo un oscillazione maggiore del segnale e questo è dovuto con grande probabilità alla presenza in laboratorio di una prova a fatica effettuata in contemporaneo alla prova che stiamo esaminando.

Ora riportiamo la forza assiale applicata alla trave 1 e alla trave 2 e le loro rispettive medie mobili.



Figura 3.60. Forza assiale applicata alla Trave 1. Data-set 12h con massa 3% in mezzeria. Prova con disturbo.



Figura 3.61. Forza assiale applicata alla Trave 1, media mobile su 10 secondi. Data-set 12h con massa 3% in mezzeria. Prova con disturbo.



Figura 3.62. Forza assiale applicata alla Trave 2. Data-set 12h. Set 3a, Prova con disturbo.



Figura 3.63. Forza assiale applicata alla Trave 2, media mobile su 10 secondi. Data-set 12h. Set 3a, Prova con disturbo.

Anche per la forza assiale valgono le considerazioni effettuate nei paragrafi precedenti.

Riportiamo infine il grafico di confronto tra temperatura e forza assiale.



Figura 3.64. Confronto tra temperatura e forze assiali delle travi, media mobile su 10 secondi.

Anche per questo confronto si evidenzia la correlazione tra forza e temperatura.

3.1.4. Data-set di 12 ore: trave 1 con massa aggiuntiva del 3%b in mezzeria. Prova senza disturbo

In questo paragrafo andremo ad analizzare i dati grezzi del data-set di dodici ore con massa aggiuntiva del 3% in mezzeria della trave 1. Ricordiamo che in questa seconda prova con massa 3% è stata eliminata la sorgente di disturbo. La massa aggiuntiva, come accennato in precedenza, simula un danneggiamento sulla trave.

Come fatto per il paragrafo precedente riportiamo tutti i grafici, andamento della temperatura dell'ambiente di prova con la sua media mobile su dieci secondi in modo da regolarizzare il dato grezzo, poi accelerogrammi e infine forza assiale con la relativa media mobile per regolarizzare anche qui il dato di laboratorio.



Figura 3.65. Temperatura ambiente di prova. Data-set di 12h con massa del 3% in mezzeria alla trave 1. Set 3b, Prova senza disturbo.



Figura 3.66. Temperatura ambiente di prova, media mobile su 10 secondi. Data-set di 12h con massa del 3% in mezzeria alla trave 1. Set 3b, Prova senza disturbo.

Valgono anche qui le considerazioni fatte per i precedenti paragrafi.

Ora riportiamo gli accelerogrammi della trave 1.



Figura 3.67. Accelerometro 1 della Trave 1. Data-set 12h con massa 3% in mezzeria. Prova senza disturbo.



Figura 3.68. Accelerometro 2 della Trave 1. Data-set 12h con massa 3% in mezzeria. Prova senza disturbo.



Figura 3.69. Accelerometro 3 della Trave 1. Data-set 12h con massa 3% in mezzeria. Prova senza disturbo.



Figura 3.70. Accelerometro 4 della Trave 1. Data-set 12h con massa 3% in mezzeria. Prova senza disturbo.

Ora riportiamo gli accelerogrammi della trave 2.



Figura 3.71. Accelerometro 1 della Trave 2. Data-set 12h. Set 3b, Prova senza disturbo.



Figura 3.72. Accelerometro 2 della Trave 2. Data-set 12h. Set 3b, Prova senza disturbo.



Figura 3.73. Accelerometro 3 della Trave 2. Data-set 12h. Set 3b, Prova senza disturbo.



Figura 3.74. Accelerometro 1 della Trave 2. Data-set 12h. Set 3b, Prova senza disturbo.

Anche per questi accelerogrammi possono essere fatte le considerazioni enunciate nei paragrafi precedenti.

Ora riportiamo la forza assiale applicata alla trave 1 e alla trave 2 e le loro rispettive medie mobili.



Figura 3.75. Forza assiale applicata alla Trave 1. Data-set 12h con massa 3% in mezzeria. Prova senza disturbo.



Figura 3.76. Forza assiale applicata alla Trave 1, media mobile su 10 secondi. Data-set 12h con massa 3% in mezzeria. Prova senza disturbo.



Figura 3.77. Forza assiale applicata alla Trave 2. Data-set 12h. Set 3b, Prova senza disturbo.



Figura 3.78. Forza assiale applicata alla Trave 2, media mobile su 10 secondi. Data-set 12h. Set 3b, Prova senza disturbo.

Anche per la forza assiale valgono le considerazioni effettuate nei paragrafi precedenti.
Riportiamo infine il grafico di confronto tra temperatura e forza assiale.



Figura 3.79. Confronto tra temperatura e forze assiali delle travi, media mobile su 10 secondi.

Anche per questo confronto si evidenzia la correlazione tra forza e temperatura.

3.1.5. Data-set di 12 ore: trave 1 con massa aggiuntiva del 5% in posizione L/10.

In questo paragrafo andremo ad analizzare i dati grezzi del data-set di dodici ore con massa aggiuntiva del 5% in posizione L/10. La massa aggiuntiva, come accennato in precedenza, simula un danneggiamento sulla trave.

Come riportato nei paragrafi precedenti analizzeremo i dati grezzi della temperatura dell'ambiente di prova con la sua media mobile su dieci secondi in modo da regolarizzare il dato grezzo, poi gli accelerogrammi e infine la forza assiale con la relativa media mobile per regolarizzare anche qui il dato di laboratorio.



Figura 3.80. Temperatura ambiente di prova. Data-set di 12h con massa del 5% a L/10 sulla trave 1. Set 5.



Figura 3.81. Temperatura ambiente di prova, media mobile su 10 secondi. Data-set di 12h con massa del 5% a L/10 sulla trave 1. Set 5.

In questo data-set i valori di temperatura rilevati hanno un rumore più alto e questo è dovuto all'impiego di una termocoppia con sensibilità differente dalle precedenti.

Ora riportiamo gli accelerogrammi della trave 1.



Figura 3.82. Accelerometro 1 della Trave 1. Data-set 12h con massa 5% a L/10.



Figura 3.83. Accelerometro 2 della Trave 1. Data-set 12h con massa 5% a L/10.



Figura 3.84. Accelerometro 3 della Trave 1. Data-set 12h con massa 5% a L/10.



Figura 3.85. Accelerometro 4 della Trave 1. Data-set 12h con massa 5% a L/10.

Ora riportiamo gli accelerogrammi della trave 2.



Figura 3.86. Accelerometro 1 della Trave 2. Data-set 12h. Set 5.



Figura 3.87. Accelerometro 2 della Trave 2. Data-set 12h. Set 5.



Figura 3.88. Accelerometro 3 della Trave 2. Data-set 12h. Set 5.



Figura 3.89. Accelerometro 4 della Trave 2. Data-set 12h. Set 5.

Anche per questi accelerogrammi possono essere fatte le stesse considerazioni dei precedenti paragrafi.

Ora riportiamo la forza assiale applicata alla trave 1 e alla trave 2 e le loro rispettive medie mobili.



Figura 3.90. Forza assiale applicata alla Trave 1. Data-set 12h con massa 5% a L/10.



Figura 3.91. Forza assiale applicata alla Trave 1, media mobile su 10 secondi. Data-set 12h con massa 5% a L/10.



Figura 3.92. Forza assiale applicata alla Trave 2. Data-set 12h.Set 5.



Figura 3.93. Forza assiale applicata alla Trave 2, media mobile su 10 secondi. Data-set 12h. Set 5.

Anche per la forza assiale valgono le considerazioni effettuate nei paragrafi precedenti.

Riportiamo infine il grafico di confronto tra temperatura e forza assiale.



Figura 3.94. Confronto tra temperatura e forze assiali delle travi, media mobile su 10 secondi.

Anche per questo confronto si evidenzia la correlazione tra forza e temperatura.

3.1.6. Correlazione e correzione del dato di forza assiale rispetto alla temperatura

Nei paragrafi precedenti è stata evidenziata una correlazione inversa tra il dato di forza assiale e la temperatura dell'ambiente di prova.

In questo paragrafo verrà determinata la relazione tra le due grandezze e poi il dato dello sforzo applicato verrà depurato dagli effetti termici.

Si procede con la discretizzazione dei risultati ottenuti dai dati grezzi, precedentemente esaminati per i vari data-set, in intervalli di 5 e di 10 minuti. Per i data-set di 72 otteniamo 864 intervalli con finestre di discretizzazione di 5 minuti e 432 intervalli con finestre di 10 minuti, mentre per i data-set di 12 ore avremo 144 intervalli con finestre di discretizzazione di 5 minuti e 72 intervalli con finestre di 10 minuti.

Riportiamo le correlazioni tra forza assiale e temperatura per tutti i data-set analizzati e per entrambe le discretizzazioni scelte per l'analisi.



Figura 3.95. Regressioni lineari tra la temperatura e la forza assiale della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.



Figura 3.96. Regressioni lineari tra la temperatura e la forza assiale della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.



Figura 3.97. Regressioni lineari tra la temperatura e la forza assiale della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.



Figura 3.98. Regressioni lineari tra la temperatura e la forza assiale della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.

Dai grafici possiamo trarre alcune considerazioni:

- Le due grandezze di forza assiale e temperatura sono legate da una correlazione lineare con funzione: F=a+bT.
- Ogni blocco di dati presenta una ben distinta retta di regressione rispetto agli altri e molto probabilmente questo dipende dai diversi valori della temperatura dell'ambiente di prova.

Riportiamo ora i parametri delle regressioni nelle seguenti tabelle.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
TRAVE 1	24.64625	-0.77812	0.98682	24.64722	-0.77817	0.98690
TRAVE 2	20.82734	-0.57312	0.98571	20.82806	-0.57315	0.98579

Tabella 3.1.	Parametri della	rearessione lineare	per il data-set di 72h.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
TRAVE 1	22.64540	-0.72406	0.81334	22.65046	-0.72434	0.81358
TRAVE 2	19.33183	-0.53332	0.82900	19.33568	-0.53354	0.82928

Tabella 3.2. Parametri della regressione lineare per il data-set di 12h con massa 1% (Set 1).

Tabella 3.3. Parametri della regressione lineare per il data-set di 12h con massa 3% con disturbo (Set 3a).

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI			
	а	b	R ²	а	b	R ²	
TRAVE 1	27.03674	-0.90091	0.99396	27.04458	-0.90138	0.99429	
TRAVE 2	22.17408	-0.64291	0.98669	22.17945	-0.64323	0.98702	

Tabella 3.4. Parametri della regressione lineare per il data-set di 12h con massa 3% senza disturbo (Set 3b).

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
TRAVE 1	25.64308	-0.78944	0.99131	24.64894	-0.78979	0.99180
TRAVE 2	20.90814	-0.58901	0.98532	20.91280	-0.58928	0.98580

Tabella 3.5. Parametri della regressione lineare per il data-set di 12h con massa 5% (Set 5).

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
TRAVE 1	24.73562	-0.84839	0.91080	24.76896	-0.85077	0.91386
TRAVE 2	20.47731	-0.60678	0.94692	20.50068	-0.60845	0.94999

Il coefficiente di correlazione R è stato determinato con la seguente formula:

$$R = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 (y_i - \bar{y})^2}}$$

dove x_i rappresenta l'i-esimo valore della temperatura, \bar{x} rappresenta la media dei valori della temperatura, y_i rappresenta l'i-esimo valore della forza assiale e \bar{y} rappresenta la media dei valori della forza assiale.

Il coefficiente di determinazione R² è un valore che va da 0 a 1 e rappresenta la bontà della relazione tra le grandezze campionate, indica se c'è o meno la regressione lineare tra le due grandezze, quanto più esso è vicino ad 1 tanto più accurato sarà la regressione tra le due grandezze, viceversa il valore 0 indica che non esiste correlazione tra le grandezze e viene determinato con la seguente formula:

$$R^{2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\hat{y}_{i} - \bar{y})^{2}}{\sum_{i=1}^{n} (y_{i} - \bar{y})^{2}}$$

Ottenuti tutti i parametri delle regressioni è possibile correggere i dati di forza assiale depurandoli dagli effetti termici.

I valori depurati sono ottenuti mediante la seguente formula:

$$F_{c,i} = F_{o,i} - b(T_i - T_m)$$

dove $F_{c,i}$ rappresenta l'i-esimo dato di forza assiale corretto indipendente dagli effetti della temperatura, $F_{o,i}$ rappresenta l'i-esimo dato di forza assiale grezzo, b è il coefficiente angolare della retta di regressione lineare ricavato in precedenza che coincide con la derivata prima della forza assiale rispetto alla temperatura, T_i rappresenta l'i-esimo valore della temperatura e T_m rappresenta un valore arbitrario di riferimento, in questo caso verrà considerato il valore medio della temperatura del data-set di 72h.

Per la correzione di ogni data-set verranno presi come riferimento i valori di b e T_m del data-set di 72h, rispettivamente b = -0.778 e $T_m = 21.290^{\circ}C$.

Riportiamo di seguito i grafici dei valori di forza assiale depurati con i rispettivi valori grezzi per effettuare un confronto. Il confronto è da fare solo sul singolo data-set in quanto l'asse dei tempi non è da sovrapporsi nei diversi data-set ma appunto sono analisi effettuate in tempi differenti e l'asse x in comune è da riferirsi ad una scelta puramente grafica. I grafici sono ottenuti con intervallo di discretizzazione di 5 e 10 minuti ossia considerando il valore medio dell'intervallo temporale considerato per avere una serie di dati più compatta.



Figura 3.99. Confronto tra i dati di forza assiale grezzi e i dati di forza assiale depurati della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.



Figura 3.100. Confronto tra i dati di forza assiale grezzi e i dati di forza assiale depurati della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.

Monitoraggio strutturale con accelerometri _ Analisi dei segnali con algoritmi su Python Ruggero MARRA



Figura 3.101. Confronto tra i dati di forza assiale grezzi e i dati di forza assiale depurati della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.



Figura 3.102. Confronto tra i dati di forza assiale grezzi e i dati di forza assiale depurati della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.

Da questi grafici notiamo una differenza tra i valori di forza assiale depurata per i diversi data-set, questa instabilità dipende dalla presenza di regressioni distinte per ogni singolo data-set, come detto precedentemente. Un'altra considerazione la possiamo fare sulle operazioni di pulizia effettuate, esse non hanno del tutto svincolato il dato corretto dalla temperatura e infatti si nota ancora una tendenza dal ciclo termico.

3.2. Identificazione parametri modali delle travi

Nel seguente paragrafo si ricaveranno i parametri modali delle travi in esame utilizzando i metodi dell'analisi modale presentati al capitolo 2 con l'utilizzo del software Python.

Verranno effettuate due analisi come precedentemente esplicitato, in un primo momento tratteremo i dati con il metodo Peak-Picking e successivamente con il metodo Cov-SSI. Verrà implementato su Python anche il PolyMAX, metodo per il quale verranno fatte solo alcune considerazioni in quanto molto oneroso ai fini del calcolo.

Il metodo Peak-Picking è un metodo non parametrico nel dominio delle frequenze e molto spesso non riesce a dare risultati accurati anche se da un punto di vista computazionale è molto semplice e veloce. Esso è utilizzato per verificare la qualità dei dati campionati e avere un risultato di massima sui parametri modali delle travi.

Il metodo Cov-SSI è un metodo non parametrico nel dominio del tempo. Esso è uno dei metodi più utilizzati in ingegneria civile per l'analisi modale operativa (OMA). Questo metodo presenta un onere maggiore rispetto al precedente Peak-Picking in termini costo computazionale e ovviamente riesce ad identificare con più precisione e affidabilità i parametri richiesti all'analisi.

Anche in questo paragrafo andremo ad analizzare i dati discretizzati su intervalli di tempo di 5 e 10 minuti.

3.2.1. Metodo Peak-Picking in Python

I parametri modali che si possono identificare sono in numero elevato ma per la nostra analisi ci soffermeremo sulle frequenze proprie dei primi tre modi di vibrare delle travi.

Per l'applicazione del metodo Peak-Picking avremmo bisogno della funzione di densità spettrale di potenza(PSD) per ogni intervallo di discretizzazione utilizzato per i vari dataset.

Per questo studio la PSD sarà ricavata attraverso il metodo di Welch precedentemente descritto.

L'analisi dei dati sarà effettuata con il software gratuito Python.

Iniziamo la rielaborazione dei dati con lo script del calcolo della PSD.

La prima cosa da fare per ogni script di Python è quella di importare nell'ambiente di scrittura le librerie indispensabili per lo svolgimento. Esse sono librerie di calcolo, come *Scipy* e *Numpy* e librerie per il plottaggio come *Matplotlib*; al loro interno presentano innumerevoli funzioni facilmente richiamabili per eseguire le operazioni richieste.

Attraverso *Scipy* oltre che ad utilizzare funzioni come *Loadmat* e *Savemat* che permettono di caricare e salvare grandi matrici con estensione *.mat*, possiamo importare la funzione *Signal* che a sua volta al proprio interno presenta la funzione per il calcolo delle PSD con

il metodo di Welch. Questo metodo stima la PSD dividendo il dato da analizzare in segmenti sovrapposti, calcolando un periodogramma modificato per ogni segmento e calcolando la media dei periodogrammi.

La funzione in esame è così definita:

f,Pxx=scipy.signal.welch(x, fs=1.0, window='hann', nperseg=None, noverlap=None, nfft =None, detrend='constant', return_onesided=True, scaling='density', axis=- 1, average= 'mean') , dove:

- *f* è il vettore delle frequenze di campionamento su cui è stata stimata la PSD ottenuto come output;
- *Pxx* è la stima della densità spettrale dei dati di input da noi inseriti ottenuta come output;
- x rappresenta la serie temporale dei valori misurati;
- *fs* è la frequenza di campionamento della serie x, nel nostro caso fs è pari a 512Hz;
- window è la finestra desiderata da utilizzare per l'elaborazione numerica del segnale, essa rappresenta l'intervallo di una funzione che al di fuori di questo intervallo vale zero o tende a zero rapidamente, per la nostra analisi lasciamo la finestra predefinita di *Hann* che ha larghezza di 32 secondi e fa parte della famiglia a "coseno rialzato";
- nperseg è la lunghezza di ogni segmento, questo parametro durante l'analisi è stato variato per capire quale PSD ottimizzava in modo accurato il segnale campionato, sono state eseguite prove con finestre da 15 secondi, 30 secondi e 60 secondi che moltiplicate per la frequenza di campionamento mi davano la lunghezza del segmento da inserire;
- noverlap è il numero di punti della sovrapposizione tra i segmenti, il valore predefinito None implica una sovrapposizione delle finestre pari al 50% del valore di nperseg;
- *nfft* è la lunghezza della FFT utilizzata, la FFT è la trasformata di Fourier veloce che ottimizza il calcolo della trasformata di Fourier discreta indispensabile quando si fanno operazioni con un elevato numero di dati grazie al basso costo computazionale; questo parametro *nfft* rappresenta il numero di punti su cui viene stimata la PSD per ogni segmento, Python di default assegna il valore di *nperseg* che nel nostro caso varia, per questo motivo visto che nell'ipotesi con 60 secondi *nperseg* è pari a 30720, per avere un numero costante per tutte le analisi effettuate lo fissiamo pari a 32768 così da avere un FFT con Zero Padded;
- *detrend* specifica come ridurre il trend di ciascun segmento, noi lasciamo il valore predefinito *constant*;
- return_onesided questo parametro è impostato True e restituisce uno spettro unilaterale per i dati reali mentre se fosse stato impostato False avrebbe restituito uno spettro a due facce, per i dati complessi anche se impostato su True restituisce sempre uno spettro a due lati;

Analisi dei dati Ruggero MARRA

- scaling questo parametro seleziona se fare il calcolo della densità spettrale di potenza (PSD) o il calcolo dello spettro di potenza, nel primo caso Pxx ha unità V^2/Hz, nel secondo caso ha unità V^2 se x è misurato in V e fs è misurato in Hz, le due opzioni possibili che si possono impostare sono density e spectrum, noi ovviamente l'abbiamo impostato su density;
- axis rappresenta l'asse sul quale è calcolato il periodogramma, di default è impostato sull'ultimo asse e quindi abbiamo -1;
- *average* rappresenta il metodo per calcolare la media, le impostazioni possibili sono *mean* e *median*, noi abbiamo utilizzato *mean*.

Definiti i parametri da utilizzare per il calcolo, attraverso un doppio ciclo *for*, il primo riguardante il numero di sensori presenti su ogni trave e il secondo riguardante il numero di intervalli presenti nel dato di input in base alla discretizzazione scelta se di 5 o 10 minuti, abbiamo calcolato e salvato le due matrici di dati di output per lo script successivo dell'estrazione dei picchi (Metodo Peak Picking).

Riportiamo di seguito un grafico esempio per comprendere la differenza delle tre ipotesi di analisi per ogni data-set, esso ha come dato di input i valori dell'accelerometro 1 della trave 1 e vi è rappresentata la PSD fino a 256 Hz.



Figura 3.103. Confronto tra stime della PSD ottenute per intervalli di discretizzazione di 5 minuti per l'accelerometro 1 della trave 1.

Il grafico è abbastanza marcato e non viene delineata bene una singola PSD perché sono stati plottati tutti gli 864 intervalli presenti sull'accelerometro 1 della trave 1. Le cose

principali da notare in questo grafico sono la differenza che c'è tra i vari colori, una finestra più larga ha automaticamente una varianza maggiore e il dato è più disperso, e soffermandoci sui picchi possiamo dire che nell'intorno di una determinata frequenza tutte e tre le PSD si allungano sempre verso la posizione di quel determinato picco, non è detto però che se per un singolo intervallo di discretizzazione è presente il picco in una determinata frequenza, esso lo sia anche per l'intervallo successivo e così via. Quest'ultimo problema sarà mostrato nelle seguenti figure e rappresenta il motivo cardine per il quale il metodo Peak Picking, come vedremo più avanti, ha delle limitazioni nel determinare i parametri modali accurati della nostra struttura.

Riportiamo ora le PSD per le varie finestre di rielaborazione considerate in riferimento al data-set di 72h della prima trave, del primo accelerometro e del primo intervallo di discretizzazione di cinque minuti.



Figura 3.104. PSD ottenute per il primo intervallo di discretizzazione di 5 minuti del data-set di 72h accelerometro 1 della trave 1.

Come possiamo notare esso presenta diversi picchi, notiamo un picco intorno alla frequenza di 14Hz, un picco intorno a 22Hz, un altro intorno a 25Hz e, non considerando i picchi minori, potremmo anche considerare un picco intorno a 50Hz di frequenza.

Ora vediamo un'altra rappresentazione di PSD in riferimento all'intervallo numero 217 della stessa trave e dello stesso accelerometro, il numero 217 è stato scelto per avere una PSD intorno alla diciottesima ora.



Figura 3.105. PSD ottenute per l'intervallo numero 217 della discretizzazione di 5 minuti del data-set di 72h per l'accelerometro 1 della trave 1.

In questo grafico notiamo un picco intorno alla frequenza di 14Hz, uno intorno alla frequenza di 30Hz, un altro a 50Hz e un altro ancora vicino ai 52Hz. Già con i primi due grafici notiamo una differenza nei picchi.

Ora vediamo un'altra rappresentazione di PSD in riferimento all'intervallo numero 433 della stessa trave e dello stesso accelerometro, il numero 433 è stato scelto per avere una PSD intorno alla trentaseiesima ora.



Figura 3.106. PSD ottenute per l'intervallo numero 433 della discretizzazione di 5 minuti del data-set di 72h per l'accelerometro 1 della trave 1.

In questo grafico ritroviamo nuovamente i picchi introno ai 14Hz, ai 22Hz, ai 25Hz, ai 30Hz ma intorno ai 50Hz ritroviamo due picchi molto vicini e poi infine abbiamo un picco intorno alla frequenza di 53Hz.

Ora vediamo un'altra rappresentazione di PSD in riferimento all'intervallo numero 649 della stessa trave e dello stesso accelerometro, il numero 649 è stato scelto per avere una PSD intorno alla cinquantaquattresima ora.



Figura 3.107. PSD ottenute per l'intervallo numero 649 della discretizzazione di 5 minuti del data-set di 72h per l'accelerometro 1 della trave 1.

In quest'ultimo esempio ritroviamo dei picchi più bassi, abbiamo dei picchi intorno alla frequenza di 14Hz, di 23Hz, di 25Hz, di 50Hz e infine di 53Hz.

Questa vulnerabilità nei picchi tra un intervallo e l'altro non ci permetterà di indentificare con assoluta certezza le frequenze proprie delle travi attraverso questo metodo di analisi.

Una volta estrapolate le PSD passiamo con il calcolo effettivo dei picchi attraverso un altro script sempre in ambiente Python.

Questa volta dalla libreria *Scipy* e dalla funzione *Signal* andiamo ad importare nell'ambiente di calcolo le funzioni di analisi dei segnali come *find_peaks, peak_prominences, peak_widths* che rispettivamente ci permettono di trovare i picchi in uno spettro di risposta con le rispettive altezze dei picchi e la larghezza delle varie "campane" che identificano il picco.

Le funzioni in esame sono così definite:

peaks,_=scipy.signal.find_peaks(x, ...) , dove:

- peaks è l'output della funzione e rappresenta il vettore degli indici dei picchi identificati;
- _ , questo underscore identifica un *dict* , dizionario con tutte le proprietà dei vari picchi;
- x è il nostro segnale con picchi da analizzare;
- ..., questi puntini sono inseriti nella dicitura perché possono essere inserite in input delle proprietà che i picchi devono rispettare, caratteristiche come l'altezza minima che deve avere il picco oppure la soglia che deve superare per essere

considerato o ancora la distanza che deve esserci tra un picco e l'altro, la larghezza minima che deve avere la campana, comunque sono dei valori che noi lasciamo di default perché non abbiamo una soglia minima, un altezza minima ecc.

Con questa funzione noi vogliamo solo trovare la posizione di tutti i picchi presenti nella curva della PSD.

prominences=scipy.signal.peak_prominences(x, peaks, wlen=None) , dove:

- *prominences* è l'output della funzione e rappresenta un elenco di vettori che identificano l'altezza dei picchi e i punti base, coordinate lato destro e lato sinistro della campana del picco stesso, a noi interessa solo il primo vettore della lista;
- x è il nostro segnale con picchi da analizzare;
- *peaks* è il vettore precedentemente estratto dalla funzione *find_peaks* ;
- *wlen* è la larghezza della finestra che verrà analizzata, può essere utile se abbiamo bisogno di limitare il dato di input e analizzare un suo sottoinsieme, noi lasciamo il valore di default perché dobbiamo analizzare tutto il dato.

Con questa funzione noi vogliamo solo trovare l'altezza di tutti i picchi trovati con la precedente funzione.

widths=scipy.signal.peak_widths(x, peaks, rel_height=1, prominence_data=None, wlen
=None) , dove:

- widths è l'output della funzione e rappresenta un elenco di vettori che identificano la larghezza dei picchi, le altezze delle curve di livello in corrispondenza delle quali sono state valutate le larghezze e le posizioni interpolate dei punti di intersezione sinistro e destro di una linea orizzontale rispetto all'altezza valutata, a noi interessa solo il primo vettore della lista;
- x è il nostro segnale con picchi da analizzare;
- *peaks* è il vettore precedentemente estratto dalla funzione *find_peaks* ;
- rel_height è il parametro che sceglie l'altezza dalla quale viene misurata l'ampiezza del picco come percentuale della sua prominenza, il valore 1.0 calcola la larghezza del picco dalla sua linea di contorno più bassa mentre 0.5 valuta la larghezza a metà dell'altezza di prominenza, noi abbiamo scelto il valore 1 per avere la larghezza della campana completa;
- prominence_data è un parametro opzionale che potrebbe essere inserito e non altro che l'output ottenuto da peak_ prominences se gli argomenti in input x e peak sono sempre gli stessi, noi non diamo nessun dato in input per questo parametro;
- wlen è la larghezza della finestra che verrà analizzata, può essere utile se abbiamo bisogno di limitare il dato di input e analizzare un suo sottoinsieme, noi lasciamo il valore di default perché dobbiamo analizzare tutto il dato, nel caso si inserisse il vettore prominence_data in input questo parametro sarà automaticamente trascurato.

Con questa funzione abbiamo trovato le caratteristiche principali che ci interessano di tutti i picchi identificati.

Ora imponendo valori limite nelle caratteristiche estrapolate attraverso cicli *for* con istruzioni condizionali date dal comando *if* e *else*, abbiamo ottenuto quelle che potrebbero essere identificate come frequenze proprie delle nostre travi per i primi tre modi di vibrare. La scelta di queste frequenze è dipesa dal numero di sovrapposizioni che un picco avrebbe dovuto avere per essere realmente identificato come picco, abbiamo fatto variare questa sovrapposizione in base alla finestra di discretizzazione in Hz e abbiamo ottenuto dei risultati.

Le prove effettuate per capire la frequenza reale del sistema sono:

- Intervallo di 4Hz con sovrapposizione di 3Hz
- Intervallo di 5Hz con sovrapposizione di 4Hz
- Intervallo di 6Hz con sovrapposizione di 4Hz
- Intervallo di 6Hz con sovrapposizione di 5Hz
- Intervallo di 7Hz con sovrapposizione di 4Hz
- Intervallo di 7Hz con sovrapposizione di 5Hz
- Intervallo di 7Hz con sovrapposizione di 6Hz
- Intervallo di 10Hz con sovrapposizione di 4Hz
- Intervallo di 10Hz con sovrapposizione di 5Hz
- Intervallo di 10Hz con sovrapposizione di 6Hz
- Intervallo di 10Hz con sovrapposizione di 7Hz
- Intervallo di 10Hz con sovrapposizione di 8Hz

In tutte queste prove non è possibile stabilire quale sia la più affidabile in quanto variando i parametri migliora la rappresentazione grafica per un modo di vibrare e peggiora per un altro.

Consideriamo un giusto compromesso e definiamo che , considerando i due intervalli di discretizzazione di 5 e 10 minuti e le tre finestre di calcolo della PSD di 15 , 30 e 60 secondi, l'intervallo di 6 Hz con 5 Hz di sovrapposizione identificherebbero le frequenze proprie dei sistemi.

Di seguito verranno mostrati per i diversi data-set tutti i grafici finali, i dati campionati sono fortemente influenzati dai cicli termici giornalieri in quanto si nota sempre quell'andamento visto precedentemente per la forza assiale.

3.2.1.1. Identificazione frequenza del primo modo di vibrare. Data-set di 72h con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Stima della PSD effettuata con larghezza della finestra di 15 secondi.



Figura 3.108. Frequenza primo modo di vibrare, accelerometro 1 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 15 secondi.



Figura 3.109. Frequenza primo modo di vibrare, accelerometro 2 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 15 secondi.



Figura 3.110. Frequenza primo modo di vibrare, accelerometro 3 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 15 secondi.



Figura 3.111. Frequenza primo modo di vibrare, accelerometro 4 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 15 secondi.

Monitoraggio strutturale con accelerometri _ Analisi dei segnali con algoritmi su Python Ruggero MARRA

3.2.1.2. Identificazione frequenza del primo modo di vibrare. Data-set di 72h con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Stima della PSD effettuata con larghezza della finestra di 30 secondi.



Figura 3.112. Frequenza primo modo di vibrare, accelerometro 1 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.



Figura 3.113. Frequenza primo modo di vibrare, accelerometro 2 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.



Figura 3.114. Frequenza primo modo di vibrare, accelerometro 3 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.



Figura 3.115. Frequenza primo modo di vibrare, accelerometro 4 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.

3.2.1.3. Identificazione frequenza del primo modo di vibrare. Data-set di 72h con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Stima della PSD effettuata con larghezza della finestra di 60 secondi.



Figura 3.116. Frequenza primo modo di vibrare, accelerometro 1 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 60 secondi.



Figura 3.117. Frequenza primo modo di vibrare, accelerometro 2 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 60 secondi.



Figura 3.118. Frequenza primo modo di vibrare, accelerometro 3 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 60 secondi.



Figura 3.119. Frequenza primo modo di vibrare, accelerometro 4 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 60 secondi.

3.2.1.4. Considerazioni sulla frequenza del primo modo di vibrare. Data-set di 72 h

Per il Modo 1 i grafici mostrano una curva abbastanza pulita, abbiamo un leggero disturbo per l'accelerometro 1 ma il motivo è da attribuirsi alla sua posizione nella trave, esso infatti è in prossimità dell'appoggio.

Riportiamo i grafici di confronto tra le frequenze con finestra si stima della PSD differente e la temperatura.



Figura 3.120. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura , accelerometro 1 trave 1 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.



Figura 3.121. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura , accelerometro 2 trave 1 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.



Figura 3.122. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura , accelerometro 3 trave 1 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.



Figura 3.123. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura , accelerometro 4 trave 1 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.

Di seguito riportiamo un grafico finale di questa ipotesi di analisi in cui vi è una sovrapposizione di curve che riguardano i diversi accelerometri significativi, le diverse larghezze delle finestre di stima della PSD e la temperatura dell'ambiente di prova. La distinzione tra accelerometri, significativi e non, è funzione del modo di vibrare e della loro posizione sulla trave. Per il modo 1 sono significativi l'accelerometro 3 e l'accelerometro 4.



Figura 3.124. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura , accelerometri significativi della trave 1 . Dataset di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.

Facendo le stesse operazioni per la discretizzazione di 10 minuti otteniamo il seguente grafico simile al precedente.



Figura 3.125. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura , accelerometri significativi della trave 1 . Dataset di 72h con discretizzazione con intervalli di 10 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.

Lo stesso discorso vale per i grafici della trave 2 di seguito riportati.



Figura 3.126. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura , accelerometri significativi della trave 2 . Dataset di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.



Figura 3.127. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura , accelerometri significativi della trave 2 . Dataset di 72h con discretizzazione con intervalli di 10 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.

Infine, facendo una considerazione generale, possiamo dire che per il modo 1 non ci sono problemi nell'identificare la prima frequenza che oscilla intorno ai 14 Hz.

3.2.1.5. Identificazione frequenza del secondo modo di vibrare. Data-set di 72 h con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Stima della PSD effettuata con larghezza della finestra di 15 secondi.



Figura 3.128. Frequenza secondo modo di vibrare, accelerometro 1 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 15 secondi.



Figura 3.129. Frequenza secondo modo di vibrare, accelerometro 2 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 15 secondi.



Figura 3.130. Frequenza secondo modo di vibrare, accelerometro 3 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 15 secondi.



Figura 3.131. Frequenza secondo modo di vibrare, accelerometro 4 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 15 secondi.

Monitoraggio strutturale con accelerometri _ Analisi dei segnali con algoritmi su Python Ruggero MARRA

3.2.1.6. Identificazione frequenza del secondo modo di vibrare. Data-set di 72 h con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Stima della PSD effettuata con larghezza della finestra di 30 secondi.



Figura 3.132. Frequenza secondo modo di vibrare, accelerometro 1 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.



Figura 3.133. Frequenza secondo modo di vibrare, accelerometro 2 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.



Figura 3.134. Frequenza secondo modo di vibrare, accelerometro 3 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.



Figura 3.135. Frequenza secondo modo di vibrare, accelerometro 4 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.

3.2.1.7. Identificazione frequenza del secondo modo di vibrare. Data-set di 72 h con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Stima della PSD effettuata con larghezza della finestra di 60 secondi.



Figura 3.136. Frequenza secondo modo di vibrare, accelerometro 1 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 60 secondi.



Figura 3.137. Frequenza secondo modo di vibrare, accelerometro 2 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 60 secondi.



Figura 3.138. Frequenza secondo modo di vibrare, accelerometro 3 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 60 secondi.



Figura 3.139. Frequenza secondo modo di vibrare, accelerometro 4 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 60 secondi.

3.2.1.8. Considerazioni sulla frequenza del secondo modo di vibrare. Dataset di 72 h

Per il Modo 2 i grafici mostrano una curva abbastanza disturbata. In base alla posizione degli accelerometri dovremmo avere i grafici del secondo e del terzo accelerometro più puliti rispetto agli altri due, questo si riscontra ma ovviamente il risultato non è dei migliori.

Riportiamo i grafici di confronto tra le frequenze con finestra si stima della PSD differente e la temperatura.



Figura 3.140. Confronto tra la frequenza del secondo modo di vibrare e la temperatura , accelerometro 1 trave 1 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.



Figura 3.141. Confronto tra la frequenza del secondo modo di vibrare e la temperatura , accelerometro 2 trave 1 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.



Figura 3.142. Confronto tra la frequenza del secondo modo di vibrare e la temperatura , accelerometro 3 trave 1 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.



Figura 3.143. Confronto tra la frequenza del secondo modo di vibrare e la temperatura , accelerometro 4 trave 1 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.

Di seguito riportiamo un grafico finale di questa ipotesi di analisi in cui vi è una sovrapposizione di curve che riguardano i diversi accelerometri significativi, le diverse larghezze delle finestre di stima della PSD e la temperatura dell'ambiente di prova. La distinzione tra accelerometri, significativi e non, è funzione del modo di vibrare e della loro posizione sulla trave. Per il modo 2 sono significativi l'accelerometro 2 e l'accelerometro 3.



Figura 3.144. Confronto tra la frequenza del secondo modo di vibrare e la temperatura , accelerometri significativi della trave 1 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.

Facendo le stesse operazioni per la discretizzazione di 10 minuti otteniamo il seguente grafico simile al precedente.



Figura 3.145. Confronto tra la frequenza del secondo modo di vibrare e la temperatura , accelerometri significativi della trave 1 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 10 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.

Lo stesso discorso vale per i grafici della trave 2 di seguito riportati.



Figura 3.146. Confronto tra la frequenza del secondo modo di vibrare e la temperatura , accelerometri significativi della trave 2 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.



Figura 3.147. Confronto tra la frequenza del secondo modo di vibrare e la temperatura , accelerometri significativi della trave 2 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 10 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.

Infine, facendo una considerazione generale, possiamo dire che per il modo 2 le curve presentano del disturbo anche per gli accelerometri significativi ma con buona approssimazione possiamo affermare che la frequenza oscilla intorno ai 31 Hz. 3.2.1.9. Identificazione frequenza del terzo modo di vibrare. Data-set di 72 h con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Stima della PSD effettuata con larghezza della finestra di 15 secondi.



Figura 3.148. Frequenza terzo modo di vibrare, accelerometro 1 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 15 secondi.



Figura 3.149. Frequenza terzo modo di vibrare, accelerometro 2 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 15 secondi.



Figura 3.150. Frequenza terzo modo di vibrare, accelerometro 3 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 15 secondi.



Figura 3.151. Frequenza terzo modo di vibrare, accelerometro 4 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 15 secondi.

Monitoraggio strutturale con accelerometri _ Analisi dei segnali con algoritmi su Python Ruggero MARRA

3.2.1.10. Identificazione frequenza del terzo modo di vibrare. Data-set di 72 h con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Stima della PSD effettuata con larghezza della finestra di 30 secondi.



Figura 3.152. Frequenza terzo modo di vibrare, accelerometro 1 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.



Figura 3.153. Frequenza terzo modo di vibrare, accelerometro 2 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.



Figura 3.154. Frequenza terzo modo di vibrare, accelerometro 3 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.



Figura 3.155. Frequenza terzo modo di vibrare, accelerometro 4 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.

3.2.1.11. Identificazione frequenza del terzo modo di vibrare. Data-set di 72 h con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Stima della PSD effettuata con larghezza della finestra di 60 secondi.



Figura 3.156. Frequenza terzo modo di vibrare, accelerometro 1 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 60 secondi.



Figura 3.157. Frequenza terzo modo di vibrare, accelerometro 2 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 60 secondi.



Figura 3.158. Frequenza terzo modo di vibrare, accelerometro 3 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 60 secondi.



Figura 3.159. Frequenza terzo modo di vibrare, accelerometro 4 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 60 secondi.
3.2.1.12. Considerazioni sulla frequenza del terzo modo di vibrare. Data-set di 72 h

Per il Modo 3 i grafici mostrano una curva abbastanza disturbata, in base alla posizione degli accelerometri dovremmo avere i grafici del secondo e del quarto accelerometro più puliti ma sono sempre molto disturbati.

Riportiamo i grafici di confronto tra le frequenze con finestra si stima della PSD differente e la temperatura.



Figura 3.160. Confronto tra la frequenza del terzo modo di vibrare e la temperatura , accelerometro 1 trave 1 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.



Figura 3.161. Confronto tra la frequenza del terzo modo di vibrare e la temperatura , accelerometro 2 trave 1 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.



Figura 3.162. Confronto tra la frequenza del terzo modo di vibrare e la temperatura , accelerometro 3 trave 1 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.



Figura 3.163. Confronto tra la frequenza del terzo modo di vibrare e la temperatura , accelerometro 4 trave 1 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.

Di seguito riportiamo un grafico finale di questa ipotesi di analisi in cui vi è una sovrapposizione di curve che riguardano i diversi accelerometri significativi, le diverse larghezze delle finestre di stima della PSD e la temperatura dell'ambiente di prova. La distinzione tra accelerometri, significativi e non, è funzione del modo di vibrare e della loro posizione sulla trave. Per il modo 3 sono significativi l'accelerometro 2 e l'accelerometro 4.



Figura 3.164. Confronto tra la frequenza del terzo modo di vibrare e la temperatura , accelerometri significativi della trave 1 . Dataset di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.



Figura 3.165. Confronto tra la frequenza del terzo modo di vibrare e la temperatura, accelerometri significativi della trave 1. Dataset di 72h con discretizzazione con intervalli di 10 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.



Lo stesso discorso vale per i grafici della trave 2 di seguito riportati.

Figura 3.166. Confronto tra la frequenza del terzo modo di vibrare e la temperatura, accelerometri significativi della trave 2. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.



Figura 3.167. Confronto tra la frequenza del terzo modo di vibrare e la temperatura, accelerometri significativi della trave 2. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 10 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.

Infine, facendo una considerazione generale, possiamo dire che per il modo 3 le curve presentano del disturbo anche per gli accelerometri significativi ma visivamente li picchi evidenziano una curva oscillante intorno alla frequenza di 53 Hz.

3.2.1.13. Considerazioni finali sul metodo Peak-Picking per i data-set di 72h

Da queste analisi emerge che il metodo Peak-Picking non è adeguato per i modi superiori al primo in quanto i grafici non sono puliti e presentano disturbo, non si ottiene un risultato affidabile.

Si nota molto bene la dipendenza inversa tra frequenze e temperatura mentre, come vedremo di seguito, le frequenze sono correlate direttamente all'intensità dello sforzo applicato.



Figura 3.168. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la forza assiale, accelerometri significativi della trave 1. Dataset di 72h. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.



Figura 3.169. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la forza assiale, accelerometri significativi della trave 2. Dataset di 72h. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.

Successivamente verrà effettuata una correzione delle frequenze cercando di eliminare la dipendenza dalla forza assiale e dalla temperatura.

Ora procederemo con la rappresentazione dei risultati ottenuti per i restanti data-set di 12 h. Verranno mostrati solo quelli riferiti al modo 1 in quanto per gli altri modi di vibrare questo metodo non è efficace. 3.2.1.14. Identificazione frequenza del primo modo di vibrare. Data-set di 12 h con massa 1% in mezzeria. Stima della PSD effettuata con larghezza della finestra di 30 secondi.

Riportiamo i grafici della trave 1.



Figura 3.170. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la forza assiale, accelerometri significativi della trave 1. Dataset di 12h con massa 1% in mezzeria. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.



Figura 3.171. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura, accelerometri significativi della trave 1. Data-set di 12h con massa 1% in mezzeria. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.

La frequenza del primo modo di vibrare della trave 1, in questa configurazione con massa 1% in mezzeria e con monitoraggio continuo di 12 h, oscilla intorno a 14 Hz.

Riportiamo i grafici della trave 2.

	wit	Frequencies Mode 1 Beam 2 vs Axial Force h 30 window width and different minutes interval	
15.50 -		6Hz-5Hz Overlapping 30 window width Accelerometer 3.5 minutes interval	.3
15.25 -		6H2-5H2 Overlapping_30 window width_Accelerometer 4_5 minutes interval 6H2-5H2 Overlapping_30 window width_Accelerometer 3_10 minutes interval FUE-5H2 Overlapping_30 window width_Accelerometer 3_10 minutes interval	2
15.00 -		biz/5iz/Ovenapping_30 window width_Accelerometer 4_10 minutes interval	1
14.75 -		1	o B
[²] 14.50 -		9	, ₁
14.25 -		8	Avia
14.00 -		7	
13.75 -		6	
13.50		s	
	, ,	* 8 12 t[h]	

Figura 3.172. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la forza assiale, accelerometri significativi della trave 2. Dataset di 12h set 1. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.



Figura 3.173. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura, accelerometri significativi della trave 2. Data-set di 12h set 1. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.

La frequenza del primo modo di vibrare della trave 2, in questa configurazione e con monitoraggio continuo di 12 h, oscilla intorno a 14.3 Hz.

3.2.1.15. Identificazione frequenza del primo modo di vibrare. Data-set di 12 h con massa 3%a in mezzeria, prova con disturbo. Stima della PSD effettuata con larghezza della finestra di 30 secondi.

Riportiamo i grafici della trave 1.



Figura 3.174. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la forza assiale, accelerometri significativi della trave 1. Dataset di 12h con massa 3%a in mezzeria, prova con disturbo. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.



Figura 3.175. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura, accelerometri significativi della trave 1. Data-set di 12h con massa 3% a in mezzeria, prova con disturbo. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.

La frequenza del primo modo di vibrare della trave 1, in questa configurazione con massa 3%a in mezzeria con disturbo esterno e con monitoraggio continuo di 12 h, oscilla intorno a 14.25 Hz.

Riportiamo i grafici della trave 2.



Figura 3.176. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la forza assiale, accelerometri significativi della trave 2. Dataset di 12h set 3a, prova con disturbo. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.



Figura 3.177. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura, accelerometri significativi della trave 2. Data-set di 12h set 3a, prova con disturbo. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.

La frequenza del primo modo di vibrare della trave 2, in questa configurazione con disturbo esterno e con monitoraggio continuo di 12 h, oscilla intorno a 14.8 Hz.

3.2.1.16. Identificazione frequenza del primo modo di vibrare. Data-set di 12 h con massa 3%b in mezzeria, prova senza disturbo. Stima della PSD effettuata con larghezza della finestra di 30 secondi.

Riportiamo i grafici della trave 1.



Figura 3.178. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la forza assiale, accelerometri significativi della trave 1. Dataset di 12h con massa 3%b in mezzeria, prova senza disturbo. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.



Figura 3.179. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura, accelerometri significativi della trave 1. Data-set di 12h con massa 3%b in mezzeria, prova senza disturbo. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.

La frequenza del primo modo di vibrare della trave 1, in questa configurazione con massa 3%b in mezzeria senza disturbo esterno e con monitoraggio continuo di 12 h, oscilla intorno a 14.1 Hz.

Riportiamo i grafici della trave 2.



Figura 3.180. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la forza assiale, accelerometri significativi della trave 2. Dataset di 12h set 3b, prova senza disturbo. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.



Figura 3.181. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura, accelerometri significativi della trave 2. Data-set di 12h set 3b, prova senza disturbo. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.

La frequenza del primo modo di vibrare della trave 2, in questa senza disturbo esterno e con monitoraggio continuo di 12 h, oscilla intorno a 14.75 Hz.

3.2.1.17. Identificazione frequenza del primo modo di vibrare. Data-set di 12 h con massa 5% ad L/10. Stima della PSD effettuata con larghezza della finestra di 30 secondi.

Riportiamo i grafici della trave 1.



Figura 3.182. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la forza assiale, accelerometri significativi della trave 1. Dataset di 12h con massa 5% ad L/10. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.



Figura 3.183. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura, accelerometri significativi della trave 1. Data-set di 12h con massa 5% ad L/10. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.

La frequenza del primo modo di vibrare della trave 1, in questa configurazione con massa 5% a L/10 e con monitoraggio continuo di 12 h, oscilla intorno a 15 Hz.

Riportiamo i grafici della trave 2.



Figura 3.184. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la forza assiale, accelerometri significativi della trave 2. Dataset di 12h set 5. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.



Figura 3.185. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura, accelerometri significativi della trave 2. Data-set di 12h set 5. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.

La frequenza del primo modo di vibrare della trave 2, in questa e con monitoraggio continuo di 12 h, oscilla intorno a 15 Hz.

3.2.2. Correlazione e correzione dei valori delle frequenze identificate con il metodo Peak-Picking rispetto ai dati di forza assiale e rispetto ai dati di temperatura

Nei paragrafi precedenti, nei diversi confronti riportarti per il primo modo di vibrare, è stata evidenziata una correlazione diretta tra le frequenze identificate e la forza assiale e una correlazione inversa tra le frequenze identificate e la temperatura.

In questo paragrafo verranno determinate le relazioni tra le varie grandezze. Successivamente verranno corrette le frequenze depurandole da questa dipendenza diretta o inversa.

Riportiamo le correlazioni tra frequenze identificate e forza assiale, tra frequenze identificate e temperatura per tutti i data-set analizzati, per i vari accelerometri presenti su ciascuna trave e per entrambe le discretizzazioni scelte per l'analisi di 5 e 10 minuti.

3.2.2.1. Confronto tra rette di regressione lineare e individuazione parametri

Di seguito vengono riportate le regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale per la trave 1 con discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.186. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.



Figura 3.187. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.



Figura 3.188. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.



Figura 3.189. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 4 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.

Di seguito vengono riportate le regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura per la trave 1 con discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.190. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.



Figura 3.191. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.



Figura 3.192. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.



Figura 3.193. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 4 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.

Di seguito vengono riportate le regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale per la trave 1 con discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.194. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.



Figura 3.195. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.



Figura 3.196. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.



Figura 3.197. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 4 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.

Di seguito vengono riportate le regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura per la trave 1 con discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.198. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.



Figura 3.199. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.



Figura 3.200. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.



Figura 3.201. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 4 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.

Di seguito vengono riportate le regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale per la trave 2 con discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.202. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 1 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.



Figura 3.203. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 2 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.



Figura 3.204. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 3 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.



Figura 3.205. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 4 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.

Di seguito vengono riportate le regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura per la trave 2 con discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.206. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 1 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.



Figura 3.207. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 2 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.



Figura 3.208. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 3 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.



Figura 3.209. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 4 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.

Di seguito vengono riportate le regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale per la trave 2 con discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.210. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 1 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.



Figura 3.211. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 2 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.



Figura 3.212. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 3 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.



Figura 3.213. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 4 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.

Di seguito vengono riportate le regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale per la trave 2 con discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.214. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 1 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.



Figura 3.215. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 2 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.



Figura 3.216. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 3 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.



Figura 3.217. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 4 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.

Dai grafici possiamo trarre alcune considerazioni:

• Le grandezze sono legate da una correlazione lineare con funzione:

$$f = a + bF$$
 e $f = a + bT$

 Ogni blocco di dati presenta una ben distinta retta di regressione rispetto agli altri e molto probabilmente questo dipende dai diversi valori della temperatura dell'ambiente di prova. Riportiamo ora i risultati ottenuti dalle rette di regressione lineare.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
ACC. 1	11.44418	0.28977	0.99962	11.44416	0.28976	0.99968
ACC. 2	11.44400	0.28987	0.99965	11.44373	0.28989	0.99967
ACC. 3	11.44466	0.28981	0.99966	11.44431	0.28983	0.99967
ACC. 4	11.44441	0.28984	0.99965	11.44431	0.28983	0.99967

Tabella 3.6. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della trave 1 per il data-set di 72h.

Tabella 3.7. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della trave 2 per il data-set di 72h.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
ACC. 1	10.75808	0.37115	0.99922	10.75786	0.37122	0.99936
ACC. 2	10.75938	0.37123	0.99945	10.75689	0.37147	0.99949
ACC. 3	10.75945	0.37125	0.99946	10.75609	0.37158	0.99949
ACC. 4	10.75980	0.37121	0.99946	10.75609	0.37158	0.99949

Tabella 3.8. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della trave 1 per il data-set di 72h.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
ACC. 1	18.58551	-0.22545	0.98623	18.58517	-0.22544	0.98623
ACC. 2	18.58799	-0.22554	0.98631	18.58812	-0.22555	0.98629
ACC. 3	18.58732	-0.22550	0.98639	18.58734	-0.22551	0.98637
ACC. 4	18.58764	-0.22551	0.98636	18.58740	-0.22551	0.98634

Tabella 3.9. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della trave 2 per il data-set di 72h.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI			
	а	b	R ²	а	b	R ²	
ACC. 1	18.48828	-0.21271	0.98497	18.49051	-0.21280	0.98553	
ACC. 2	18.49067	-0.21273	0.98497	18.49401	-0.21291	0.98526	
ACC. 3	18.49106	-0.21274	0.98491	18.49540	-0.21297	0.98529	
ACC. 4	18.49064	-0.21272	0.98496	18.49540	-0.21297	0.98529	

	INTER	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI			
	а	b	R ²	а	b	R ²		
ACC. 1	11.39251	0.27545	0.99791	11.38122	0.27661	0.99827		
ACC. 2	11.39946	0.27483	0.99804	11.38732	0.27608	0.99836		
ACC. 3	11.39765	0.27502	0.99803	11.38706	0.27611	0.99854		
ACC. 4	11.39765	0.27502	0.99803	11.38706	0.27611	0.99854		

Tabella 3.10. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della trave 1 per il data-set di 12h con massa 1%.

Tabella 3.11.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della trave 2 per il data-set di 12h. Set 1.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
ACC. 1	10.83042	0.36296	0.96126	10.83754	0.36196	0.99602
ACC. 2	10.86966	0.35905	0.99606	10.89246	0.35673	0.99723
ACC. 3	10.88256	0.35780	0.99581	10.87823	0.35818	0.99706
ACC. 4	10.88675	0.35737	0.99582	10.87823	0.35818	0.99706

Tabella 3.12. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della trave 1 per il data-set di 12h con massa 1%.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI			
	а	b	R ²	а	b	R ²	
ACC. 1	17.62105	-0.19892	0.80737	17.65227	-0.20068	0.81477	
ACC. 2	17.6209	-0.19887	0.81075	17.64177	-0.20003	0.81269	
ACC. 3	17.62433	-0.19905	0.81112	17.64858	-0.20042	0.81584	
ACC. 4	17.62433	-0.19905	0.81112	17.64858	-0.20042	0.81584	

Tabella 3.13.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della trave 2 per il data-set di 12h. Set 1.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI			
	а	b	R ²	а	b	R ²	
ACC. 1	17.82553	-0.19234	0.78676	17.80947	-0.19159	0.81291	
ACC. 2	17.80586	-0.19120	0.82326	17.77847	-0.18966	0.82120	
ACC. 3	17.79673	-0.19066	0.82411	17.78767	-0.190177	0.81882	
ACC. 4	17.79243	-0.19042	0.82405	17.78767	-0.19017	0.81882	

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
ACC. 1	11.24686	0.25694	0.95356	11.29122	0.25349	0.98975
ACC. 2	11.26438	0.25614	0.99881	11.25299	0.25707	0.99852
ACC. 3	11.26714	0.25592	0.99883	11.25299	0.25707	0.99852
ACC. 4	11.26413	0.25617	0.99882	11.25299	0.25707	0.99852

Tabella 3.14.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della trave 1 per il data-set di 12h con massa 3%, prova con disturbo.

Tabella 3.15.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della trave 2 per il data-set di 12h. Set 3a, prova con disturbo.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
ACC. 1	11.24852	0.32408	0.82150	11.12139	0.33541	0.94470
ACC. 2	11.00390	0.34625	0.82439	11.11345	0.33573	0.99320
ACC. 3	11.09392	0.33773	0.99515	11.09550	0.33752	0.99664
ACC. 4	11.10064	0.33715	0.99510	11.10348	0.33683	0.99643

Tabella 3.16.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della trave 1 per il data-set di 12h con massa 3%, prova con disturbo.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
ACC. 1	18.18017	-0.23067	0.94111	18.14187	-0.22819	0.98149
ACC. 2	18.18879	-0.23071	0.99234	18.20561	-0.23173	0.99293
ACC. 3	18.18580	-0.23052	0.99238	18.20561	-0.23173	0.99293
ACC. 4	18.18945	-0.23074	0.99241	18.20561	-0.23173	0.99293

Tabella 3.17.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della trave 2 per il data-set di 12h. Set 3°, prova con disturbo.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
ACC. 1	18.46064	-0.20989	0.82261	18.58794	-0.21737	0.94647
ACC. 2	18.67746	-0.22235	0.81151	18.56569	-0.21630	0.98347
ACC. 3	18.58894	-0.21749	0.98516	18.58662	-0.21740	0.98644
ACC. 4	18.58220	-0.21708	0.98480	18.57997	-0.21699	0.98651

Tabella 3.18. Parametri della regressione lineare tra le frequenza	e la forza assiale della trave 1 per il data-set di 12h con massa 3%					
prova senza disturbo.						

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI			
	а	b	R ²	а	b	R ²	
ACC. 1	11.24182	0.25838	0.99549	11.23219	0.25914	0.99610	
ACC. 2	11.22178	0.26020	0.99591	11.21946	0.26032	0.99627	
ACC. 3	11.21996	0.26039	0.99593	11.21946	0.26032	0.99627	
ACC. 4	11.21595	0.26076	0.99588	11.21946	0.26032	0.99627	

Tabella 3.19.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della trave 2 per il data-set di 12h. Set 3b, prova senza disturbo.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI			
	а	b	R ²	а	b	R ²	
ACC. 1	11.09042	0.33792	0.98533	11.04707	0.34207	0.98618	
ACC. 2	11.08040	0.33910	0.98994	11.04180	0.34274	0.99252	
ACC. 3	11.06146	0.34086	0.99080	11.05306	0.34168	0.99272	
ACC. 4	11.06530	0.34049	0.99090	11.06385	0.34067	0.99223	

Tabella 3.20.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della trave 1 per il data-set di 12h con massa 3%, prova senza disturbo.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI			
	а	b	R ²	а	b	R ²	
ACC. 1	17.60573	-0.20377	0.98490	17.61669	-0.20448	0.98614	
ACC. 2	17.63117	-0.20525	0.98569	17.63483	-0.20552	0.98737	
ACC. 3	17.63505	-0.20546	0.98625	17.63483	-0.20552	0.98737	
ACC. 4	17.64045	-0.20577	0.98640	17.63483	-0.20552	0.98737	

Tabella 3.21.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della trave 2 per il data-set di 12h. Set 3b, prova senza disturbo.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
ACC. 1	18.16023	-0.19929	0.97336	18.20355	-0.20173	0.97370
ACC. 2	18.17333	-0.19990	0.97710	18.21542	-0.20232	0.98181
ACC. 3	18.19266	-0.20102	0.97876	18.20449	-0.20169	0.98196
ACC. 4	18.18840	-0.20078	0.97857	18.19378	-0.20107	0.98129

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI			
	а	b	R ²	а	b	R ²	
ACC. 1	11.76555	0.25725	0.99856	11.76031	0.25764	0.99876	
ACC. 2	11.76844	0.25709	0.99846	11.75559	0.25803	0.99873	
ACC. 3	11.76691	0.25721	0.99846	11.75559	0.25803	0.99873	
ACC. 4	11.76612	0.25727	0.99847	11.75559	0.25803	0.99873	

Tabella 3.22. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della trave 1 per il data-set di 12h con massa 5%.

Tabella 3.23. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della trave 2 per il data-set di 12h. Set 5.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
ACC. 1	11.19149	0.32959	0.98960	11.17196	0.33115	0.99423
ACC. 2	11.15852	0.33257	0.99272	11.18056	0.33063	0.99501
ACC. 3	11.17104	0.33154	0.99261	11.17377	0.33123	0.99497
ACC. 4	11.17319	0.33135	0.99261	11.17377	0.33123	0.99497

Tabella 3.24. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della trave 1 per il data-set di 12h con massa 5%.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI			
	а	b	R ²	а	b	R ²	
ACC. 1	18.12442	-0.21793	0.90680	18.13540	-0.21872	0.90882	
ACC. 2	18.12092	-0.21762	0.90534	18.13958	-0.21901	0.90844	
ACC. 3	18.12386	-0.21782	0.90613	18.13958	-0.21901	0.90844	
ACC. 4	18.12316	-0.21778	0.90541	18.13958	-0.21901	0.90844	

Tabella 3.25.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della trave 2 per il data-set di 12h. Set 5.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI			
	а	b	R ²	а	b	R ²	
ACC. 1	17.94726	-0.20045	0.94144	17.96541	-0.20181	0.94756	
ACC. 2	17.97229	-0.20205	0.94237	17.96034	-0.20128	0.94626	
ACC. 3	17.96434	-0.20147	0.94277	17.96790	-0.20179	0.94756	
ACC. 4	17.96281	-0.20137	0.94290	17.96790	-0.20179	0.94756	

I risultati sono abbastanza simili sia per l'intervallo di discretizzazione di 5 minuti che per quello di 10 minuti. Il coefficiente di determinazione R² risulta essere circa pari a 1 nella maggior parte dei casi e quindi possiamo dire che abbiamo una buona concentrazione dei valori lungo la retta di regressione identificata.

3.2.2.2. Correzione dei dati grezzi di frequenza rispetto a forza assiale e temperatura

Ottenuti tutti i parametri delle regressioni è possibile correggere i dati delle frequenze identificate depurandole dagli effetti di forza assiale e da quelli della temperatura.

I valori depurati rispetto alla forza assiale sono ottenuti mediante la seguente formula:

$$f_{c,i} = f_{o,i} - b(F_i - F_m)$$

dove $f_{c,i}$ rappresenta l'i-esimo valore di frequenza corretto indipendente dagli effetti della forza assiale, $f_{o,i}$ rappresenta l'i-esimo valore di frequenza identificato dall'analisi, b è il coefficiente angolare della retta di regressione lineare ricavato in precedenza, F_i rappresenta l'i-esimo valore della forza assiale e F_m rappresenta un valore arbitrario di riferimento, in questo caso verrà considerato il valore medio della forza assiale del dataset di 72h.

Per ogni data-set corretto rispetto alla forza assiale verranno considerati come riferimento i valori di F_m del data-set di 72h, rispettivamente $F_m = 8.079 \ kN$ per la trave 1 e $F_m = 8.625 \ kN$ per la trave 2.

I valori depurati rispetto alla temperatura sono ottenuti mediante la seguente formula:

$$f_{c,i} = f_{o,i} - b(T_i - T_m)$$

dove $f_{c,i}$ rappresenta l'i-esimo valore di frequenza corretto indipendente dagli effetti della forza assiale, $f_{o,i}$ rappresenta l'i-esimo valore di frequenza identificato dall'analisi, b è il coefficiente angolare della retta di regressione lineare ricavato in precedenza, T_i rappresenta l'i-esimo valore della temperatura e T_m rappresenta un valore arbitrario di riferimento, in questo caso verrà considerato il valore medio della temperatura del dataset di 72h.

Per ogni data-set corretto rispetto alla temperatura verrà considerato come riferimento il valore di T_m del data-set di 72h, $T_m = 21.29^{\circ}C$.

Riportiamo di seguito i grafici dei valori della frequenza depurati sia con la forza assiale sia con la temperatura, con riferimento ai valori grezzi ottenuti dagli accelerometri, per effettuare un confronto. I grafici sono ottenuti con intervallo di discretizzazione di 5 e 10 minuti ossia considerando il valore medio dell'intervallo temporale di riferimento per avere una serie di dati più compatta.

Grafici dei vari data-set della trave 1 con intervallo di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.218. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 72h.



Figura 3.219. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con massa 1%.
Correct frequencies by axial force vs Correct frequencies by temperature Beam 1 Mean value on 5 minutes

Figura 3.220. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con massa 3%a, prova con disturbo.



Figura 3.221. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con massa 3%b, prova senza disturbo.



Figura 3.222. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con massa 5%.

Grafici dei vari data-set della trave 1 con intervallo di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.223. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 72h.

Correct frequencies by axial force vs Correct frequencies by temperature Beam 1 Mean value on 10 minutes

Figura 3.224. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con massa 1%.



Figura 3.225. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con massa 3%a, prova con disturbo.



Figura 3.226. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con massa 3%b, prova senza disturbo.



Figura 3.227. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con massa 5%.

Grafici dei vari data-set della trave 2 con intervallo di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.228. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 72h.



Figura 3.229. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h , Set 1.



Figura 3.230. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h , Set 3a.



Figura 3.231. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h , Set 3b.



Figura 3.232. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h , Set 5.

Grafici dei vari data-set della trave 2 con intervallo di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.233. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 72h.



Figura 3.234. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 1.



Figura 3.235. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 3a.



Figura 3.236. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 3b.



Figura 3.237. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 5.

Dai grafici sopra riportati possiamo fare alcune considerazioni:

- Per i data-set di 72h nonostante aver depurato le frequenze con la temperatura si evidenzia sempre una dipendenza da questa con un andamento paragonabile ai cicli termici giornalieri;
- Per i data-set di 72h il dato depurato dalla forza assiale è molto pulito e pseudolineare, quindi molto stabile;
- Per i data-set di 12h Set 1 e Set 5 possono essere effettuate le considerazioni enunciate per i data-set di 72h;
- Per i data-set di 12 h Set 3a e Set 3b le due curve dei valori depurati si attestano intorno ad un unico valore in modo chiaro e lineare.

143

3.2.3. Valutazioni finali sul metodo Peak-Picking

Dalle analisi effettuate si può affermare che il metodo Peak-Picking da buoni risultati e risulta essere affidabile solo per il primo modo di vibrare, cioè il primo picco che esso estrae dal grafico della PSD corrisponde alla prima frequenza propria della trave.

I picchi successivi invece sono da interpretare, ad esempio il metodo estrae come secondo picco una frequenza di 25 Hz che non corrisponde al secondo modo di vibrare della trave perché dai grafici si intuisce una chiara interferenza tra curve ottenute per ogni accelerometro e la posizione stessa degli accelerometri sulla trave oltre a non avere una correlazione, come gli altri, rispetto ai cicli termici giornalieri, questa frequenza potrebbe essere attribuita ad un disturbo esterno, presente al momento di rilevazione del nostro dato e vicino all'ambiente di prova.

Passando ora a fare ulteriori considerazioni sulle correzioni del dato e dell'influenza che il danno provoca sulla trave ai fini della frequenza, otteniamo quanto segue.

Analizzando il primo modo di vibrare l'accelerometro più significativo come detto in precedenza è l'accelerometro 4, anche se dai grafici precedenti sono molto simili i risultati degli altri accelerometri.

Ora riportiamo in un unico grafico tutte le frequenze dell'accelerometro 4 per i vari dataset, in una determinata condizione di discretizzazione del dato, per capire il range nel quale può ricadere quella del primo modo di vibrare. I valori grezzi dei vari data-set non sono ottenuti in contemporanea ma ovviamente le 12h dell'asse x sono una grandezza puramente di confronto.

Grafico di confronto tra la condizione nominale e le condizioni con massa aggiuntiva che simulano l'entità di un danno nella trave 1, per un intervallo di 12h con discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.238. Confronto tra le frequenze corrette dell'accelerometro 4 della trave 1 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 5 minuti.

Grafico di confronto tra la condizione nominale e le condizioni con massa aggiuntiva che simulano l'entità di un danno nella trave 1, per un intervallo di 12h con discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.239. Confronto tra le frequenze corrette dell'accelerometro 4 della trave 1 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 10 minuti.

Grafico di confronto tra la condizioni nominali nei diversi data-set della trave 2, per un intervallo di 12h con discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.240. Confronto tra le frequenze corrette dell'accelerometro 4 della trave 2 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 5 minuti.

Grafico di confronto tra la condizioni nominali nei diversi data-set della trave 2, per un intervallo di 12h con discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.241. Confronto tra le frequenze corrette dell'accelerometro 4 della trave 2 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 10 minuti.

Da questi grafici di confronto possiamo trarre altre considerazioni:

- Per la trave 1 dove viene simulato il danno, le frequenze del primo modo di vibrare si abbassano al crescere della massa applicata dipendentemente della posizione di applicazione del danneggiamento;
- Per la trave 2 che è in condizioni nominali per tutti i data-set, il range di frequenze è molto ristretto, a meno delle frequenze corrette con la temperatura che presentano il problema enunciato prima.

Riportiamo nelle seguenti tabelle le frequenze corrette e le variazioni che si hanno tra i valori medi ottenuti dai vari data-set per la trave 1.

	MASSA 1%	MASSA 3%A	MASSA 3%B	MASSA 5%
f _{NOMINALE} [Hz]	13.7861	13.7861	13.7861	13.7861
fdanneggiata [Hz]	13.6196	13.3338	13.3227	13.8447
Variazione [%]	-1.22	-3.39	-3.47	0.42

Tabella 3.26. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 5 minuti.

Tabella 3.27. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 5 minuti.

	MASSA 1%	MASSA 3%A	MASSA 3%B	MASSA 5%
f _{nominale} [Hz]	13.7861	13.7861	13.7861	13.7861
f _{danneggiata} [Hz]	13.3862	13.2767	13.2594	13.4863
Variazione [%]	-2.98	-3.83	-3.97	-2.22

trave i con discretizzazione di rominuti.				
	MASSA 1%	MASSA 3%A	MASSA 3%B	MASSA 5%
f _{NOMINALE} [Hz]	13.7859	13.7859	13.7859	13.7859
fdanneggiata [Hz]	13.6178	13.3299	13.3226	13.8403
Variazione [%]	-1.23	-3.42	-3.47	0.39

 Tabella 3.28. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 10 minuti.

Tabella 3.29. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 10 minuti.

	MASSA 1%	MASSA 3%A	MASSA 3%B	MASSA 5%
f _{nominale} [Hz]	13.7859	13.7859	13.7859	13.7859
f _{danneggiata} [Hz]	13.3813	13.2718	13.2590	13.4766
Variazione [%]	-3.02	-3.87	-3.97	-2.29

Riportiamo nelle seguenti tabelle le frequenze corrette e le variazione che si hanno tra i valori medi ottenuti dai vari data-set per la trave 2.

Tabella 3.30. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 5 minuti.

	SET 1	SET 3A	SET 3B	SET 5
f _{NOMINALE,1} [Hz]	13.9615	13.9615	13.9615	13.9615
F _{NOMINALE,2} [Hz]	13.9691	14.0086	14.0021	14.0311
Variazione [%]	0.05	0.33	0.29	0.49

Tabella 3.31. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 5 minuti.

	SET 1	SET 3A	SET 3B	SET 5
f _{NOMINALE,1} [Hz]	13.9615	13.9615	13.9615	13.9615
F _{NOMINALE,2} [Hz]	13.7381	13.9602	13.9135	13.6753
Variazione [%]	-1.62	-0.009	-0.34	-2.09

Tabella 3.32. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 10 minuti.

	SET 1	SET 3A	SET 3B	SET 5
f _{NOMINALE,1} [Hz]	13.9610	13.9610	13.9610	13.9610
FNOMINALE,2 [Hz]	13.9676	14.0087	14.0021	14.0307
Variazione [%]	0.04	0.34	0.29	0.49

Analisi dei dati Ruggero MARRA

	SET 1	SET 3A	SET 3B	SET 5
f _{NOMINALE,1} [Hz]	13.9610	13.9610	13.9610	13.9610
F _{NOMINALE,2} [Hz]	13.7386	13.9598	13.9127	13.6715
Variazione [%]	-1.61	-0.008	-0.34	-2.11

 Tabella 3.33. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 10 minuti.

Da questi valori possiamo da subito vedere due problemi ben distinti, il primo riguarda la variazione che le frequenze corrette hanno rispetto ad una correzione effettuata con la forza assiale o rispetto ad una correzione effettuata con la temperatura; per quest'ultima possiamo affermare che essendo una grandezza ambientale, non misurata direttamente sulla trave, porta ad una variabilità maggiore del dato, mentre una correzione fatta con la forza assiale, che è applicata direttamente sulla trave, quindi i dati sono rilevati in modo diretto senza alcun mezzo intermedio tra apparecchiatura e fonte, le frequenze corrette sono pulite e lineari e identificano molto bene il valore effettivo; il secondo problema è dovuto alla posizione della massa applicata e dall'entità di quest'ultima.

Nel caso della trave 1 dove abbiamo una simulazione del danno, una piccola massa pari all'1% applicata in mezzeria, zona di massima oscillazione per questo modo di vibrare, porta un decremento della frequenza in condizioni nominali dell' 1,2%; una massa pari al 3% sempre applicata in mezzeria porta un decremento di circa 3,4%; una massa pari al 5% applicata a L/10, come mostrato nei primi capitoli, porta addirittura un incremento dell' 0,4% della frequenza in condizioni nominali.

Nel caso della trave 2, essendo sempre in condizioni nominali, oltre al problema legato alla variabilità con la temperatura, possiamo dire che il range di frequenze nei diversi dataset è molto ristretto e la percentuale di variazione tra di essi varia tra 0% e 0,5%.

Infine, possiamo dire che il metodo Peak-Picking è un buon metodo per la stima preliminare ma non è adeguato per l'identificazione dei parametri modali del sistema in esame.

3.2.4. Metodo Cov-SSI in Python

Nel seguente paragrafo si ricaveranno i parametri modali delle travi in esame attraverso il Cov-SSI, un metodo dell'analisi modale operativa più accurato e con un onere computazionale maggiore rispetto al Peak-Picking. E' uno dei metodi più utilizzati in ingegneria civile per affidabilità e costo di calcolo. E' stato abbiamo ampiamente descritto al capitolo 2.

Per l'implementazione del modello, anche in questo caso, verrà utilizzato il software Python.

Esso è un metodo non parametrico nel dominio del tempo e anche in questo paragrafo andremo ad analizzare i dati discretizzati su intervalli di tempo di 5 e 10 minuti.

I parametri modali che si possono identificare sono in numero elevato ma per la nostra analisi ci soffermeremo sulle frequenze proprie dei primi tre modi di vibrare delle travi.

Per l'applicazione del metodo verrà implementato un codice basato sui seguenti passaggi:

- Caricamento dei dati grezzi ricavati dalle prove di laboratorio;
- Definizione dell'ordine del modello in accordo a quanto enunciato nella descrizione al capitolo 2;
- Calcolo della matrice a blocchi di tipo Toeplitz;
- Decomposizione ai valori singolari della matrice a blocchi di tipo Toeplitz;
- Definizione dell'ordine massimo che può adottato per la costruzione del diagramma di stabilizzazione;
- Calcolo matrici di osservabilità e controllabilità;
- Calcolo della matrice di stato A;
- Decomposizione agli autovalori della matrice A;
- Conversione degli autovalori da tempo discreto a tempo continuo per poter ricavare frequenze, frequenze smorzate e smorzamento;
- Pulizia dei modi che non rientrano nelle condizioni imposte;
- Suddivisione tra poli stabili e poli instabili;
- Plottaggio diagramma di stabilizzazione.

Definito l'ordine massimo del modello, i successivi step devono essere ripetuti per i differenti ordini del modello.

La valutazione dei parametri modali del sistema si basa sull'allineamento dei poli stabili nel diagramma di stabilizzazione. Riportiamo un diagramma di stabilizzazione estratto alla trentaseiesima ora di campionamento per la trave 1 in condizioni nominali del data-set da 72h con intervallo di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.242. Diagramma di stabilizzazione dell' intervallo 432 con metodo Cov-SSI. Scarto delle frequenze 1% e scarto dello smorzamento 5%.

Dal diagramma abbiamo ottenuto i seguenti valori delle prime tre frequenze proprie del sistema.

Cov-SSI				
MODO	MODO f [Hz]			
1	13.93			
2	31.24			
3	53.25			

Tabella 3.34. Frequenze estratte con il modello Cov-SSI

Dalla figura possiamo anche far luce sulla frequenza da 25 Hz che, come abbiamo detto in precedenza, non rappresenta un modo di vibrare della trave; in questo grafico è tutto molto chiaro in quanto i poli stabili sui 25 Hz non sono presenti per tutti gli ordini del modello e abbiamo dei vuoti lungo l'allineamento.

Ora riportiamo le frequenze ottenute con l'applicazione dell'algoritmo Python del metodo Cov-SSI.

3.2.4.1. Identificazione frequenze della trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.



Figura 3.243. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 1, data-set 72h con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.244. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 1, data-set 72h con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.245. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 1, data-set 72h con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.

3.2.4.2. Identificazione frequenze della trave 1. Data-set di 12h con massa 1% con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.



Figura 3.246. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 1% e con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.247. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 1% e con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.248. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 1% e con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.

3.2.4.3. Identificazione frequenze della trave 1. Data-set di 12h con massa 3%a, prova con disturbo, con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.



Figura 3.249. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 3%a, prova con disturbo, e con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.250. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 3%a, prova con disturbo, e con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.251. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 3%a, prova con disturbo, e con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.

^{3.2.4.4.} Identificazione frequenze della trave 1. Data-set di 12h con massa 3%b, prova senza disturbo, con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.



Figura 3.252. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 3%b, prova senza disturbo, e con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.253. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 3%b, prova senza disturbo, e con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.254. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 3%b, prova senza disturbo, e con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.

3.2.4.5. Identificazione frequenze della trave 1. Data-set di 12h con massa 5% con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.



Figura 3.255. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 5% e con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.256. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 5% e con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.257. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 5% e con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.

3.2.4.6. Identificazione frequenze della trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.



Figura 3.258. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 1, data-set 72h con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.259. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 1, data-set 72h con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.260. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 1, data-set 72h con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.

3.2.4.7. Identificazione frequenze della trave 1. Data-set di 12h con massa 1% con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.



Figura 3.261. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 1% e con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.







Figura 3.263. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 1% e con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.

3.2.4.8. Identificazione frequenze della trave 1. Data-set di 12h con massa 3%a, prova con disturbo, con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.



Figura 3.264. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 3%a, prova con disturbo, e con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.265. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 3%a, prova con disturbo, e con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.266. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 3%a, prova con disturbo, e con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.





Figura 3.267. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 3%b, prova senza disturbo, e con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.268. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 3%b, prova senza disturbo, e con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.269. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 3%b, prova senza disturbo, e con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.

3.2.4.10. Identificazione frequenze della trave 1. Data-set di 12h con massa 5% con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.



Figura 3.270. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 5% e con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.271. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 5% e con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.272. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 5% e con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.

3.2.4.11. Identificazione frequenze della trave 2. Data-set di 72h con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.



Figura 3.273. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 2, data-set 72h con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.274. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 2, data-set 72h con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.275. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 2, data-set 72h con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.

3.2.4.12. Identificazione frequenze della trave 2. Data-set di 12h, Set 1, con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.



Figura 3.276. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 1, con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.277. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 1, con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.278. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 1, con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.

3.2.4.13. Identificazione frequenze della trave 2. Data-set di 12h, Set 3a, con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.







Figura 3.280. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 3a, con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.281. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 3a, con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.

3.2.4.14. Identificazione frequenze della trave 2. Data-set di 12h, Set 3b, con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.



Figura 3.282. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 3b, con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.283. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 3b, con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.284. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 3b, con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.

3.2.4.15. Identificazione frequenze della trave 2. Data-set di 12h, Set 5, con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti.







Figura 3.286. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 5, con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.287. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 5, con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.

3.2.4.16. Identificazione frequenze della trave 2. Data-set di 72h con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.



Figura 3.288. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 2, data-set 72h con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.289. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 2, data-set 72h con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.290. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 2, data-set 72h con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.

3.2.4.17. Identificazione frequenze della trave 2. Data-set di 12h, Set 1, con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.



Figura 3.291. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 1, con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.292. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 1, con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.293. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 1, con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.

3.2.4.18. Identificazione frequenze della trave 2. Data-set di 12h, Set 3a, con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.



Figura 3.294. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 3a, con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.295. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 3a, con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.296. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 3a, con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.

3.2.4.19. Identificazione frequenze della trave 2. Data-set di 12h, Set 3b, con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.



Figura 3.297. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 3b, con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.298. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 3b, con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.299. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 3b, con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.

3.2.4.20. Identificazione frequenze della trave 2. Data-set di 12h, Set 5, con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti.



Figura 3.300. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 5, con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.301. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 5, con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.302. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 5, con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.

3.2.4.21. Considerazioni sulle frequenze identificate con il metodo Cov-SSI

Con questo metodo siamo in grado di identificare le prime tre frequenze proprie delle due travi, la lettura dei grafici è chiara e ci sono le solite dipendenze, diretta e inversa, delle frequenze rispetto a forza assiale e temperatura.

Come si può notare dai grafici dei data-set di 12h con massa aggiuntiva pari al 3%a per la trave 1 e senza massa del Set 3a per la trave 2, rilevati in contemporaneo, la frequenza è stabile intorno ai 33.8 Hz, questo ci porta a confermare l'ipotesi di avere un disturbo nelle vicinanze dovuto molto probabilmente ad un'altra prova di laboratorio eseguita nello stesso intervallo di tempo.

3.2.5. Correlazione e correzione dei valori delle frequenze identificate con il metodo Cov-SSI rispetto ai dati di forza assiale e rispetto ai dati di temperatura

Evidenziata la correlazione diretta tra le frequenze identificate e la forza assiale e la correlazione inversa tra le frequenze identificate e la temperatura, in questo paragrafo andiamo nuovamente a determinate le relazioni tra le varie grandezze.

Successivamente i valori ottenuti verranno corretti e depurati dalla dipendenza.

Riportiamo le correlazioni tra frequenze identificate e forza assiale, tra frequenze identificate e temperatura, per tutti i data-set analizzati, per entrambe le discretizzazioni scelte per l'analisi di 5 e 10 minuti e per i primi tre modi di vibrare.

3.2.5.1. Confronto tra rette di regressione lineare e individuazione parametri

Di seguito vengono riportate le regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale per la trave 1 con discretizzazione di 5 minuti e per i primi tre modi di vibrare.



Figura 3.303. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale del Modo 1 per i data-set della Trave 1 con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.304. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale del Modo 2 per i data-set della Trave 1 con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.305. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale del Modo 3 per i data-set della Trave 1 con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.

Di seguito vengono riportate le regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura per la trave 1 con discretizzazione di 5 minuti e per i primi tre modi di vibrare.



Figura 3.306. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura del Modo 1 per i data-set della Trave 1 con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.307. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura del Modo 2 per i data-set della Trave 1 con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.308. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura del Modo 3 per i data-set della Trave 1 con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.

Di seguito vengono riportate le regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale per la trave 1 con discretizzazione di 10 minuti e per i primi tre modi di vibrare.



Figura 3.309. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale del Modo 1 per i data-set della Trave 1 con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.310. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale del Modo 2 per i data-set della Trave 1 con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.


Figura 3.311. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale del Modo 3 per i data-set della Trave 1 con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.

Di seguito vengono riportate le regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura per la trave 1 con discretizzazione di 10 minuti e per i primi tre modi di vibrare.



Figura 3.312. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura del Modo 1 per i data-set della Trave 1 con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.313. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura del Modo 2 per i data-set della Trave 1 con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.314. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura del Modo 3 per i data-set della Trave 1 con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.

Di seguito vengono riportate le regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale per la trave 2 con discretizzazione di 5 minuti e per i primi tre modi di vibrare.



Figura 3.315. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale del Modo 1 per i data-set della Trave 2 con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.316. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale del Modo 2 per i data-set della Trave 2 con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.317. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale del Modo 3 per i data-set della Trave 2 con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.

Di seguito vengono riportate le regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura per la trave 2 con discretizzazione di 5 minuti e per i primi tre modi di vibrare.



Figura 3.318. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura del Modo 1 per i data-set della Trave 2 con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.319. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura del Modo 2 per i data-set della Trave 2 con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.



Figura 3.320. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura del Modo 3 per i data-set della Trave 2 con intervalli di discretizzazione di 5 minuti.

Di seguito vengono riportate le regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale per la trave 2 con discretizzazione di 10 minuti e per i primi tre modi di vibrare.



Figura 3.321. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale del Modo 1 per i data-set della Trave 2 con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.322. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale del Modo 2 per i data-set della Trave 2 con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.323. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale del Modo 3 per i data-set della Trave 2 con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.

Di seguito vengono riportate le regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura per la trave 2 con discretizzazione di 10 minuti e per i primi tre modi di vibrare.



Figura 3.324. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura del Modo 1 per i data-set della Trave 2 con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.325. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura del Modo 2 per i data-set della Trave 2 con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.



Figura 3.326. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura del Modo 3 per i data-set della Trave 2 con intervalli di discretizzazione di 10 minuti.

Dai grafici possiamo trarre le stesse considerazioni fatte nel paragrafo del Peak-Picking:

• Le grandezze sono legate da una correlazione lineare con funzione:

$$f = a + bF \quad e \quad f = a + bT$$

 Ogni blocco di dati presenta una ben distinta retta di regressione rispetto agli altri e molto probabilmente questo dipende dai diversi valori della temperatura dell'ambiente di prova. Riportiamo ora i risultati ottenuti dalle rette di regressione lineare.

• Data-set di 72h: Condizioni Nominali.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
MODO 1	11.44268	0.29024	0.99965	11.44310	0.29011	0.99974
MODO 2	26.82368	0.51446	0.99779	26.82587	0.51386	0.99902
MODO 3	47.76778	0.64410	0.98739	47.70505	0.65050	0.99822

Tabella 3.35. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della Trave 1 per il data-set di 72h.

Tabella 3.36. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della Trave 2 per il data-set di 72h.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
MODO 1	10.76355	0.37095	0.99924	10.76453	0.37075	0.99935
MODO 2	25.80179	0.67358	0.99848	25.79424	0.67445	0.99906
MODO 3	46.50147	0.86698	0.99852	46.49646	0.86741	0.99899

Tabella 3.37. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della Trave 1 per il data-set di 72h.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
MODO 1	18.59540	-0.22581	0.98621	18.59320	-0.22573	0.98643
MODO 2	39.50352	-0.40032	0.98468	39.49031	-0.39983	0.98571
MODO 3	63.63992	-0.50107	0.97392	63.73817	-0.50620	0.98515

Tabella 3.38. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della Trave 2 per il data-set di 72h.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
MODO 1	18.48924	-0.21258	0.98478	18.48663	-0.21250	0.98516
MODO 2	39.82851	-0.38594	0.98369	39.83850	-0.38641	0.98406
MODO 3	64.55870	-0.49690	0.98431	64.56345	-0.49718	0.984895

• Data-set di 12h: Massa 1%, Set 1.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI			
	а	b	R ²	а	b	R ²	
MODO 1	11.40541	0.27479	0.99566	11.41238	0.27392	0.99695	
MODO 2	27.09035	0.48509	0.99312	27.08465	0.48538	0.99516	
MODO 3	47.60377	0.62827	0.99474	47.55091	0.63323	0.99755	

Tabella 3.39.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della Trave 1 per il data-set di 12h con massa 1%.

Tabella 3.40. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della Trave 2 per il data-set di 12h. Set 1.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
MODO 1	11.30614	0.31593	0.97782	11.28892	0.31762	0.98440
MODO 2	26.04555	0.64679	0.99877	26.02069	0.64910	0.99907
MODO 3	46.58057	0.85907	0.99722	46.55402	0.86156	0.99806

Tabella 3.41. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della Trave 1 per il data-set di 12h con massa 1%.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
MODO 1	17.65997	-0.20077	0.82455	17.64418	-0.19996	0.82385
MODO 2	38.04639	-0.34958	0.80016	38.03231	-0.34893	0.79749
MODO 3	61.89729	-0.45866	0.82249	61.92313	-0.46034	0.81748

Tabella 3.42. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della Trave 2 per il data-set di 12h. Set 1.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
MODO 1	17.49965	-0.17338	0.85833	17.51244	-0.17413	0.86197
MODO 2	38.50259	-0.34229	0.81526	38.53452	-0.34421	0.81845
MODO 3	63.16367	-0.45677	0.82171	63.18841	-0.45828	0.82266

• Data-set di 12h: Massa 3% prova con disturbo, Set 3a.

Tabella 3.43.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della Trave 1 per il data-set di 12h con massa 3%, prova con disturbo.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
MODO 1	11.24654	0.25762	0.99838	11.24890	0.25738	0.99903
MODO 2	33.65832	0.00793	0.04446	33.73662	0.00172	0.00385
MODO 3	47.38987	0.56389	0.98690	47.47061	55.71934	0.98064

Tabella 3.44.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della Trave 2 per il data-set di 12h. Set 3a, prova con disturbo.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
MODO 1	11.102060	0.34465	0.99154	11.04477	0.34235	0.99500
MODO 2	33.38538	0.03190	0.16336	32.70062	0.09094	0.29836
MODO 3	45.75177	0.92214	0.97115	46.83210	0.82903	0.99627

Tabella 3.45.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della Trave 1 per il data-set di 12h con massa 3%, prova con disturbo.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
MODO 1	18.21042	-0.23201	0.99160	18.20815	-0.23190	0.99251
MODO 2	33.86175	-0.00648	0.03634	33.78024	-0.00137	0.00300
MODO 3	62.65385	-0.50910	0.98512	62.58937	-0.50520	0.98657

Tabella 3.46.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della Trave 2 per il data-set di 12h. Set 3a, prova con disturbo.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
MODO 1	18.65781	-0.22127	0.97555	18.63519	-0.22004	0.98060
MODO 2	34.09006	-0.02034	0.15854	34.63605	-0.05363	0.24760
MODO 3	66.07553	-0.58548	0.93451	65.21261	-0.53285	0.98181

• Data-set di 12h: Massa 3% prova senza disturbo, Set 3b.

Tabella 3.47.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della Trave 1 per il data-set di 12h con massa3%, prova senza disturbo.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
MODO 1	11.24735	0.25788	0.99646	11.24815	0.25777	0.99816
MODO 2	27.18445	0.47659	0.97719	27.19709	0.47529	0.98484
MODO 3	46.75213	0.61896	0.95284	46.93406	0.60221	0.98050

Tabella 3.48.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della Trave 2 per il data-set di 12h. Set 3b, prova senza disturbo.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI			
	а	b	R ²	а	b	R ²	
MODO 1	10.96248	0.35024	0.98541	10.95006	0.35128	0.98920	
MODO 2	26.38877	0.61322	0.98936	26.37017	0.61521	0.98643	
MODO 3	46.871652	0.82608	0.99396	46.83508	0.82915	0.99463	

Tabella 3.49.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della Trave 1 per il data-set di 12h con massa 3%, prova senza disturbo.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI			
	а	b	R ²	а	b	R ²	
MODO 1	17.59889	-0.20338	0.98581	17.59710	-0.20329	0.98714	
MODO 2	38.93690	-0.37669	0.97105	38.90505	-0.37493	0.97444	
MODO 3	62.00583	-0.48866	0.94466	61.76311	-0.47474	0.96887	

Tabella 3.50.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della Trave 2 per il data-set di 12h. Set 3b, prova senza disturbo.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
MODO 1	18.28555	-0.20630	0.97095	18.30044	-0.20724	0.97738
MODO 2	39.21730	-0.36161	0.97712	39.24635	-0.36314	0.97567
MODO 3	64.15060	-0.48698	0.98104	64.18523	-0.48920	0.98294

• Data-set di 12h: Massa 5%, Set 5.

Tabella 3.51.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della Trave 1 per il data-set di 12h con massa 5%

070.							
	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI			
	а	b	R ²	а	b	R ²	
MODO 1	11.77198	0.25704	0.99878	11.76499	0.25752	0.99904	
MODO 2	27.03097	0.47122	0.99126	27.05112	0.46956	0.99382	
MODO 3	47.23455	0.59782	0.99839	47.23876	0.59751	0.99860	

Tabella 3.52. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della Trave 2 per il data-set di 12h. Set 5.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
MODO 1	11.16888	0.33188	0.99307	11.15584	0.33290	0.99568
MODO 2	26.04541	0.64684	0.99376	26.05793	0.64592	0.99518
MODO 3	46.80643	0.83944	0.99832	46.81383	0.83865	0.99886

Tabella 3.53.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della Trave 1 per il data-set di 12h con massa 5%.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
MODO 1	18.13659	-0.21853	0.91355	18.14804	-0.21940	0.91557
MODO 2	38.64748	-0.39696	0.89015	38.64113	-0.39658	0.89505
MODO 3	62.01695	-0.50682	0.90803	62.03370	-0.50800	0.91136

Tabella 3.54. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della Trave 2 per il data-set di 12h. Set 5.

	INTERVALLO DI 5 MINUTI			INTERVALLO DI 10 MINUTI		
	а	b	R ²	а	b	R ²
MODO 1	17.98086	-0.20251	0.95102	17.99455	-0.20355	0.95523
MODO 2	39.24985	-0.38954	0.92694	39.26863	-0.39078	0.93472
MODO 3	63.98667	-0.50869	0.94288	64.00187	-0.50992	0.94759

Dalle tabelle è possibile confermare le considerazioni fatte per il metodo Peak-Picking, i risultati sono abbastanza simili sia per l'intervallo di discretizzazione di 5 minuti che per quello di 10 minuti. Il coefficiente di determinazione R² risulta essere circa pari a 1 nella maggior parte dei casi e quindi possiamo dire che abbiamo una buona concentrazione dei valori lungo la retta di regressione identificata. Il problema del Data-set di 12h con massa 3% e Set 3a con la presenza del disturbo esterno emerge anche da questi parametri.

3.2.5.2. Correzione dei dati grezzi di frequenza rispetto a forza assiale e temperatura

Ottenuti tutti i parametri delle regressioni è possibile correggere i dati delle frequenze identificate depurandole dagli effetti di forza assiale e da quelli della temperatura.

I valori depurati rispetto alla forza assiale sono ottenuti mediante la seguente formula, come nel paragrafo del metodo precedente:

$$f_{c,i} = f_{o,i} - b(F_i - F_m)$$

dove $f_{c,i}$ rappresenta l'i-esimo valore di frequenza corretto indipendente dagli effetti della forza assiale, $f_{o,i}$ rappresenta l'i-esimo valore di frequenza identificato dall'analisi, b è il coefficiente angolare della retta di regressione lineare ricavato in precedenza, F_i rappresenta l'i-esimo valore della forza assiale e F_m rappresenta un valore arbitrario di riferimento, in questo caso verrà considerato il valore medio della forza assiale del dataset di 72h.

Per ogni data-set corretto rispetto alla forza assiale verranno considerati come riferimento i valori di F_m del data-set di 72h, rispettivamente $F_m = 8.079$ kN per la trave 1 e $F_m = 8.625$ kN per la trave 2.

I valori depurati rispetto alla temperatura sono ottenuti mediante la seguente formula, come nel paragrafo del metodo precedente:

$$f_{c,i} = f_{o,i} - b(T_i - T_m)$$

dove $f_{c,i}$ rappresenta l'i-esimo valore di frequenza corretto indipendente dagli effetti della forza assiale, $f_{o,i}$ rappresenta l'i-esimo valore di frequenza identificato dall'analisi, b è il coefficiente angolare della retta di regressione lineare ricavato in precedenza, T_i rappresenta l'i-esimo valore della temperatura e T_m rappresenta un valore arbitrario di riferimento, in questo caso verrà considerato il valore medio della temperatura del dataset di 72h.

Per ogni data-set corretto rispetto alla temperatura verrà considerato come riferimento il valore di T_m del data-set di 72h, $T_m = 21.29$ °C.

Riportiamo di seguito i grafici dei valori della frequenza depurati sia con la forza assiale sia con la temperatura, con riferimento ai valori grezzi ottenuti dall' algoritmo del Cov-SSI, per effettuare un confronto. I grafici sono ottenuti con intervallo di discretizzazione di 5 e 10 minuti ossia considerando il valore medio dell'intervallo temporale di riferimento per avere una serie di dati più compatta. Grafici dei vari data-set della Trave 1 con intervallo di discretizzazione di 5 minuti.



• Data-set di 72h: Condizioni Nominali.

Figura 3.327. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 72h.



Figura 3.328. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 72h.



Figura 3.329. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 72h.

• Data-set di 12h: Massa 1%.



Figura 3.330. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con Massa 1%.



Figura 3.331. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con Massa 1%.



Correct frequencies by axial force vs Correct frequencies by temperature Mode 3 Beam 1

Figura 3.332. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con Massa 1%.

- Correct frequencies by axial force vs Correct frequencies by temperature Mode 1 Bean 1 Mean value on 5 minutes Correct Frequencies by Axial Force Correct Frequencies by Temperature th]
- Data-set di 12h: Massa 3% prova con disturbo.

Figura 3.333. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con Massa 3%a, prova con disturbo.



Correct frequencies by axial force vs Correct frequencies by temperature Mode 2 Beam 1

Figura 3.334. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con Massa 3%a, prova con disturbo.



Figura 3.335. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con Massa 3%a, prova con disturbo.



Data-set di 12h: Massa 3% prova senza disturbo.

•

Figura 3.336. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con Massa 3%b, prova senza disturbo.



Figura 3.337. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con Massa 3%b, prova senza disturbo.



Figura 3.338. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con Massa 3%b, prova senza disturbo.

• Data-set di 12h: Massa 5%.



Figura 3.339. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con Massa 5%.



Correct frequencies by axial force vs Correct frequencies by temperature Mode 2 Beam 1

Figura 3.340. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con Massa 5%.



Figura 3.341. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con Massa 5%.

Grafici dei vari data-set della Trave 1 con intervallo di discretizzazione di 10 minuti.

• Data-set di 72h: Condizioni Nominali.



Figura 3.342. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 72h.



Figura 3.343. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 72h.



Figura 3.344. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 72h.

• Data-set di 12h: Massa 1%.



Figura 3.345. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con Massa 1%.

Correct frequencies by axial force vs Correct frequencies by temperature Mode 2 Beam 1 Mean value on 10 minutes



Figura 3.346. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con Massa 1%.



Figura 3.347. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con Massa 1%.

• Data-set di 12h: Massa 3% prova con disturbo.



Figura 3.348. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con Massa 3%a, prova con disturbo.



Figura 3.349. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con Massa 3%a, prova con disturbo.



Figura 3.350. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con Massa 3%a, prova con disturbo.

• Data-set di 12h: Massa 3% prova senza disturbo.



Figura 3.351. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con Massa 3%b, prova senza disturbo.



Correct frequencies by axial force vs Correct frequencies by temperature Mode 2 Beam 1

Figura 3.352. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con Massa 3%b, prova senza disturbo.



Figura 3.353. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con Massa 3%b, prova senza disturbo.

Data-set di 12h: Massa 5%. .



Figura 3.354. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con Massa 5%.



Figura 3.355. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con Massa 5%.



Correct frequencies by axial force vs Correct frequencies by temperature Mode 3 Beam 1 Mean value on 10 minutes

Figura 3.356. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con Massa 5%.

Grafici dei vari data-set della Trave 2 con intervallo di discretizzazione di 5 minuti.



• Data-set di 72h: Condizioni Nominali.

Figura 3.357. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 72h.



Figura 3.358. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 72h.



Figura 3.359. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 72h.



• Data-set di 12h: Set 1.

Figura 3.360. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 1.



Figura 3.361. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 1.



Figura 3.362. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 1.

• Data-set di 12h: Set 3a prova con disturbo.



Figura 3.363. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 3a, prova con disturbo.



Correct frequencies by axial force vs Correct frequencies by temperature Mode 2 Beam 2

Figura 3.364. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 3a, prova con disturbo.



Figura 3.365. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 3a, prova con disturbo.

Data-set di 12h: Set 3b prova senza disturbo. •



Figura 3.366. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 3b, prova senza disturbo.



Figura 3.367. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 3b, prova senza disturbo.



Correct frequencies by axial force vs Correct frequencies by temperature Mode 3 Beam 2 Mean value on 5 minutes

Figura 3.368. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 3b, prova senza disturbo.

• Data-set di 12h: Set 5.



Figura 3.369. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 5.





Figura 3.370. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 5.


Figura 3.371. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 5.

Grafici dei vari data-set della Trave 2 con intervallo di discretizzazione di 10 minuti.

• Data-set di 72h: Condizioni Nominali.



Figura 3.372. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 72h.



Figura 3.373. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 72h.



Figura 3.374. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 72h.

• Data-set di 12h: Set 1.



Figura 3.375. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 1.



Correct frequencies by axial force vs Correct frequencies by temperature Mode 2 Beam 2

Figura 3.376. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 1.



Figura 3.377. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 1.

• Data-set di 12h: Set 3a prova con disturbo.



Figura 3.378. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 3a, prova con disturbo.



Figura 3.379. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 3a, prova con disturbo.



Figura 3.380. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 3a, prova con disturbo.



• Data-set di 12h: Set 3b prova senza disturbo.

Figura 3.381. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 3b, prova senza disturbo.



Correct frequencies by axial force vs Correct frequencies by temperature Mode 2 Beam 2

Figura 3.382. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 3b, prova senza disturbo.



Figura 3.383. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 3b, prova senza disturbo.

• Data-set di 12h: Set 5.



Correct frequencies by axial force vs Correct frequencies by temperature Mode 2 Beam 2 Mean value on 10 minutes

Figura 3.384. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 5.



Figura 3.385. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 5.



Figura 3.386. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 5.

Dai grafici sopra riportati possiamo fare le stesse considerazioni fatte per il metodo di analisi precedente ed estenderle anche ai modi di vibrare superiori al primo:

- Per i data-set di 72h nonostante aver depurato le frequenze con la temperatura si evidenzia sempre una dipendenza da questa con un andamento paragonabile ai cicli termici giornalieri;
- Per i data-set di 72h il dato depurato dalla forza assiale è molto pulito e pseudolineare, quindi molto stabile;
- Per i data-set di 12h Set 1 e Set 5 possono essere effettuate le considerazioni enunciate per i data-set di 72h;

• Per i data-set di 12 h Set 3a e Set 3b le due curve dei valori depurati si attestano intorno ad un unico valore in modo chiaro e lineare.

3.2.6. Valutazioni finali sul metodo Cov-SSI

Dalle analisi effettuate si può affermare che il metodo Cov-SSI da buoni risultati e risulta essere affidabile anche per i modi di vibrare superiori al primo, con questo metodo si possono anche studiare anomalie presenti nel sistema di monitoraggio perché attraverso i risultati ottenuti dai vari grafici e dal diagramma di stabilizzazione si possono enunciare notevoli considerazioni.

Con questo metodo riusciamo a dare una spiegazione alla frequenza dei 25 Hz che era presente nel precedente metodo e a capire che nel data-set con massa 3%, Set3a, vi è la presenza di un disturbo esterno che mi produce una frequenza stabile nei nostri sensori ma che in realtà non rispecchia una frequenza propria della trave per un certo modo di vibrare.

Passando ora a fare ulteriori considerazioni sulle correzioni del dato e dell'influenza che il danno provoca sulla trave ai fini della frequenza, otteniamo quanto segue.

Ora riportiamo le frequenze di tutti i data-set per ogni singolo modo di vibrare, in una determinata condizione di discretizzazione del dato, in un unico grafico per avere il confronto e capire il range che ricopre quella determinata frequenza propria al variare dello stato della trave. Ripetiamo anche che i valori grezzi dei vari data-set non sono ottenuti in contemporanea ma ovviamente le 12h dell'asse x sono una grandezza puramente di confronto.

Analisi dei dati Ruggero MARRA

Grafico di confronto tra le frequenze del modo 1 della condizione nominale e dei data-set con massa aggiuntiva che simulano l'entità di un danno nella trave 1, per un intervallo di 12h con discretizzazione di 5 minuti.

• Modo 1.



Figura 3.387. Confronto tra le frequenze corrette del Modo 1 della trave 1 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 5 minuti.



Modo 2.

Figura 3.388. Confronto tra le frequenze corrette del Modo 2 della trave 1 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 5 minuti.

• Modo 3.



Figura 3.389. Confronto tra le frequenze corrette del Modo 3 della trave 1 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 5 minuti.

Grafico di confronto tra le frequenze del modo 1 della condizione nominale e dei data-set con massa aggiuntiva che simulano l'entità di un danno nella trave 1, per un intervallo di 12h con discretizzazione di 10 minuti.

• Modo 1.



Figura 3.390. Confronto tra le frequenze corrette del Modo 1 della trave 1 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 10 minuti.

Modo 2. •



Figura 3.391. Confronto tra le frequenze corrette del Modo 2 della trave 1 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 10 minuti.

- Correct frequencies by axial force vs Correct frequencies by temperature Mode 3 Beam 1 Mean value on 10 minutes Set 72h: Nominal Condition - Correct Frequencies by Axial Force Set 12h: Mass 3% - Correct Frequencies by Axial Force Set 12h: Mass 3%a - Correct Frequencies by Axial Force Set 12h: Mass 3%b - Correct Frequencies by Axial Force Set 12h: Mass 3%b - Correct Frequencies by Axial Force Set 12h: Nominal Condition - Correct Frequencies by Temperature Set 12h: Mass 3%a - Correct Frequencies by Temperature Set 12h: Mass 3%a - Correct Frequencies by Temperature Set 12h: Mass 3%a - Correct Frequencies by Temperature Set 12h: Mass 3%b - Correct Frequencies by Temperature Set 12h: Mass 5% - Correct Frequencies by Temperature 55 54.5 54.0 53. 53. [ZH] 52. 51.5 51.0 50.5 50.0 t [h]
- Modo 3. •

Figura 3.392. Confronto tra le frequenze corrette del Modo 3 della trave 1 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 10 minuti.

Grafico di confronto tra le frequenze delle condizioni nominali nei diversi data-set della trave 2, per un intervallo di 12h con discretizzazione di 5 minuti.

- Correct frequencies by axial force vs Correct frequencies by temperature Mode 1 Beam 2 Mean value on 5 minutes
- Figura 3.393. Confronto tra le frequenze corrette del Modo 1 della trave 2 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 5 minuti.
 - Modo 2.



Figura 3.394. Confronto tra le frequenze corrette del Modo 2 della trave 2 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 5 minuti.

• Modo 1.

• Modo 3.



Figura 3.395. Confronto tra le frequenze corrette del Modo 3 della trave 2 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 5 minuti.

Grafico di confronto tra le frequenze delle condizioni nominali nei diversi data-set della trave 2, per un intervallo di 12h con discretizzazione di 10 minuti.

- Correct frequencies by axial force vs Correct frequencies by temperature Mode 1 Beam 2 Mean value on 10 minutes
- Modo 1.

Figura 3.396. Confronto tra le frequenze corrette del Modo 1 della trave 2 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 10 minuti.

Modo 2.



Figura 3.397. Confronto tra le frequenze corrette del Modo 2 della trave 2 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 10 minuti.

• Modo 3.



Figura 3.398. Confronto tra le frequenze corrette del Modo 3 della trave 1 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 10 minuti.

Da questi grafici di confronto possiamo trarre alcune considerazioni:

 Per la trave 1 dove viene simulato il danno, le frequenze del primo modo di vibrare si abbassano al crescere della massa applicata dipendentemente della posizione di applicazione del danneggiamento; Analisi dei dati Ruggero MARRA

- Per la trave 2 che è in condizioni nominali per tutti i data-set, il range di frequenze è molto ristretto, a meno delle frequenze corrette con la temperatura che presentano il problema enunciato prima;
- Per il data-set di 12h con disturbo esterno, Massa 3%a e Set 3a, vediamo che la frequenza si attesta intorno ai 33.5Hz ma è un valore che non ha nulla a che fare con le frequenze proprie delle travi.

Riportiamo nelle seguenti tabelle le frequenze corrette e le variazioni che si hanno tra i valori medi ottenuti dai vari data-set per la trave 1 con discretizzazione del dato ogni 5 minuti.

• Modo 1.

Tabella 3.55. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale del modo 1 dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 5 minuti.

	MASSA 1%	MASSA 3%A	MASSA 3%B	MASSA 5%
f _{nominale} [Hz]	13.7876	13.7876	13.7876	13.7876
f _{danneggiata} [Hz]	13.6255	13.3279	13.3308	13.8487
Variazione [%]	-1.18	-3.44	-3.42	0.44

Tabella 3.56. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura del modo 1 dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 5 minuti.

	MASSA 1%	MASSA 3%A	MASSA 3%B	MASSA 5%
f _{NOMINALE} [Hz]	13.7876	13.7876	13.7876	13.7876
f _{danneggiata} [Hz]	13.3853	13.2707	13.2687	13.4837
Variazione [%]	-3.00	-3.89	-3.91	-2.25

• Modo 2.

Tabella 3.57. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale del modo 2 dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 5 minuti.

	MASSA 1%	MASSA 3%A	MASSA 3%B	MASSA 5%
f _{nominale} [Hz]	30.9802	30.9802	30.9802	30.9802
fdanneggiata [Hz]	31.0095	33.7224	31.0349	30.8381
Variazione [%]	0.09	8.13	0.17	-0.46

Tabella 3.58. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura del modo 2 dei data-set con massi
aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 5 minuti.

	MASSA 1%	MASSA 3%A	MASSA 3%B	MASSA 5%
f _{nominale} [Hz]	30.9802	30.9802	30.9802	30.9802
fdanneggiata [Hz]	30.6034	33.7236	30.9166	30.1958
Variazione [%]	-1.23	8.13	-0.20	-2.59

• Modo 3.

Tabella 3.59. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale del modo 3 dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 5 minuti.

	MASSA 1%	MASSA 3%A	MASSA 3%B	MASSA 5%
f _{nominale} [Hz]	52.9716	52.9716	52.9716	52.9716
f _{danneggiata} [Hz]	52.6797	51.9457	51.7529	52.0645
Variazione [%]	-0.55	-1.97	-2.35	-1.74

Tabella 3.60. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura del modo 3 dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 5 minuti.

	MASSA 1%	MASSA 3%A	MASSA 3%B	MASSA 5%
f _{NOMINALE} [Hz]	52.9716	52.9716	52.9716	52.9716
f _{danneggiata} [Hz]	52.1319	51.8146	51.6017	51.2262
Variazione [%]	-1.61	-2.23	-2.65	-3.40

Riportiamo nelle seguenti tabelle le frequenze corrette e le variazioni che si hanno tra i valori medi ottenuti dai vari data-set per la trave 1 con discretizzazione del dato ogni 10 minuti.

• Modo 1.

Tabella 3.61. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale del modo 1 dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 10 minuti.

	MASSA 1%	MASSA 3%A	MASSA 3%B	MASSA 5%
f _{NOMINALE} [Hz]	13.7870	13.7870	13.7870	13.7870
f _{danneggiata} [Hz]	13.6255	13.3283	13.3308	13.8456
Variazione [%]	-1.18	-3.44	-3.42	0.42

Tabella 3.62. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura del modo 1 dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 10 minuti.

	MASSA 1%	MASSA 3%A	MASSA 3%B	MASSA 5%
f _{nominale} [Hz]	13.7870	13.7870	13.7870	13.7870
fdanneggiata [Hz]	13.3866	13.2706	13.2687	13.4766
Variazione [%]	-2.99	-3.89	-3.90	-2.30

• Modo 2.

Tabella 3.63. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale del modo 2 dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 10 minuti.

	MASSA 1%	MASSA 3%A	MASSA 3%B	MASSA 5%
f _{nominale} [Hz]	30.9775	30.9775	30.9775	30.9775
fdanneggiata [Hz]	31.0062	33.7505	31.0371	30.8449
Variazione [%]	0.09	8.21	0.19	-0.43

	MASSA 1%	MASSA 3%A	MASSA 3%B	MASSA 5%
f _{NOMINALE} [Hz]	30.9775	30.9775	30.9775	30.9775
fdanneggiata [Hz]	30.6030	33.7509	30.9223	30.1974
Variazione [%]	-1.22	8.21	-0.17	-2.58

Tabella 3.64. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura del modo 2 dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 10 minuti.

• Modo 3.

Tabella 3.65. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale del modo 3 dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 10 minuti.

	MASSA 1%	MASSA 3%A	MASSA 3%B	MASSA 5%
f _{nominale} [Hz]	52.9606	52.9606	52.9606	52.9606
f _{danneggiata} [Hz]	52.6670	51.9723	51.7995	52.0662
Variazione [%]	-0.55	-1.90	-2.24	-1.71

Tabella 3.66. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura del modo 3 dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 10 minuti.

	MASSA 1%	MASSA 3%A	MASSA 3%B	MASSA 5%
f _{nominale} [Hz]	52.9606	52.9606	52.9606	52.9606
f _{danneggiata} [Hz]	52.1220	51.8331	51.6553	51.2178
Variazione [%]	-1.60	-2.17	-2.52	-3.40

Riportiamo nelle seguenti tabelle le frequenze corrette e le variazioni che si hanno tra i valori medi ottenuti dai vari data-set per la trave 2 con discretizzazione del dato ogni 5 minuti.

• Modo 1.

Tabella 3.67. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale del modo 1 dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 5 minuti.

	SET 1	SET 3A	SET 3B	SET 5
f _{NOMINALE,1} [Hz]	13.9631	13.9631	13.9631	13.9631
F _{NOMINALE,2} [Hz]	14.0311	13.9933	13.9834	14.0313
Variazione [%]	0.48	0.21	0.14	0.48

Tabella 3.68. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura del modo 1 dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 5 minuti.

	SET 1	SET 3A	SET 3B	SET 5
f _{NOMINALE,1} [Hz]	13.9631	13.9631	13.9631	13.9631
F _{NOMINALE,2} [Hz]	13.8082	13.9467	13.8932	13.6690
Variazione [%]	-1.12	-0.11	-0.59	-2.15

• Modo 2.

Tabella 3.69. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale del modo 2 dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 5 minuti.

	SET 1	SET 3A	SET 3B	SET 5
f _{NOMINALE,1} [Hz]	31.6114	31.6114	31.6114	31.6114
FNOMINALE,2 [HZ]	31.6242	33.6605	31.6778	31.6245
Variazione [%]	0.04	6.08	0.20	0.04

	SET 1	SET 3A	SET 3B	SET 5
f _{NOMINALE,1} [Hz]	31.6114	31.6114	31.6114	31.6114
FNOMINALE,2 [Hz]	31.2149	33.6569	31.5181	30.9560
Variazione [%]	-1.27	6.07	-0.29	-2.11

Tabella 3.70. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura del modo 2 dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 5 minuti.

• Modo 3.

Tabella 3.71. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale del modo 3 dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 5 minuti.

	SET 1	SET 3A	SET 3B	SET 5
f _{NOMINALE,1} [Hz]	53.9792	53.9792	53.9792	53.9792
F _{NOMINALE,2} [Hz]	53.9901	53.7053	53.9966	54.0466
Variazione [%]	0.02	-0.50	0.03	0.12

Tabella 3.72. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura del modo 3 dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 5 minuti.

	SET 1	SET 3A	SET 3B	SET 5
f _{NOMINALE,1} [Hz]	53.9792	53.9792	53.9792	53.9792
F _{NOMINALE,2} [Hz]	53.4385	53.6101	53.7822	53.1560
Variazione [%]	-1.01	-0.68	-0.36	-1.54

Riportiamo nelle seguenti tabelle le frequenze corrette e le variazioni che si hanno tra i valori medi ottenuti dai vari data-set per la trave 2 con discretizzazione del dato ogni 10 minuti.

• Modo 1.

 set 1
 set 2 con discretizzazione di 10 minuti.

 SET 1
 SET 3A
 SET 3B
 SET 5

 facominale 1
 13 9623
 13 9623
 13 9623
 13 9623

Tabella 3.73. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale del modo 1 dei data-set in condizioni

f _{NOMINALE,1} [Hz]	13.9623	13.9623	13.9623	13.9623
F _{NOMINALE,2} [Hz]	14.0284	13.9976	13.9799	14.0271
Variazione [%]	0.47	0.25	0.12	0.46

Tabella 3.74. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura del modo 1 dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 10 minuti.

	SET 1	SET 3A	SET 3B	SET 5
f _{NOMINALE,1} [Hz]	13.9623	13.9623	13.9623	13.9623
FNOMINALE,2 [Hz]	13.8049	13.9501	13.8880	13.6607
Variazione [%]	-1.13	-0.08	-0.53	-2.20

• Modo 2.

Tabella 3.75. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale del modo 2 dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 10 minuti.

	SET 1	SET 3A	SET 3B	SET 5
f _{NOMINALE,1} [Hz]	31.6114	31.6114	31.6114	31.6114
FNOMINALE,2 [Hz]	31.6192	33.4849	31.6764	31.6290
Variazione [%]	0.02	5.59	0.20	0.05

	SET 1	SET 3A	SET 3B	SET 5
f _{NOMINALE,1} [Hz]	31.6114	31.6114	31.6114	31.6114
FNOMINALE,2 [HZ]	31.2059	33.4940	31.5147	30.9484
Variazione [%]	-1.29	5.62	-0.30	-2.14

Tabella 3.76. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura del modo 2 dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 10 minuti.

• Modo 3.

Tabella 3.77. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale del modo 3 dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 10 minuti.

	SET 1	SET 3A	SET 3B	SET 5
f _{NOMINALE,1} [Hz]	53.9779	53.9779	53.9779	53.9779
F _{NOMINALE,2} [Hz]	53.9850	53.9825	53.9865	54.0472
Variazione [%]	0.01	0.01	0.01	0.12

Tabella 3.78. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura del modo 3 dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 10 minuti.

	SET 1	SET 3A	SET 3B	SET 5
f _{NOMINALE,1} [Hz]	53.9779	53.9779	53.9779	53.9779
F _{NOMINALE,2} [Hz]	53.4311	53.8677	53.7695	53.1451
Variazione [%]	-1.02	-0.20	-0.38	-1.56

Da questi valori possiamo da subito notare i due problemi riscontrati nel paragrafo del Peak-Picking, il primo riguarda la variazione che le frequenze corrette hanno rispetto ad una correzione effettuata con la forza assiale o rispetto ad una correzione effettuata con la temperatura dove la variabilità del dato è maggiore, mentre una correzione fatta con la forza assiale tende ad essere più costante lungo un valore medio; il secondo problema è dovuto alla posizione della massa applicata e dall'entità di quest'ultima.

Nel caso di danno applicato dobbiamo distinguere tre situazioni:

- Nel Modo 1 abbiamo una variazione della frequenza che aumenta al crescere dell'entità della massa aggiuntiva applicata, in quanto essa essendo in mezzeria punto di massima oscillazione per questo modo di vibrare, porta ad una variazione della frequenza propria della trave stessa; mentre nel caso delle travi in condizioni nominali il range di variabilità oscilla intorno allo zero per cento, ossia tra 0.0-0.5%;
- Nel Modo 2 la variazione maggiore della frequenza si ha per la massa aggiuntiva pari al 5% posizionata a L/10, per questo modo di vibrare il punto centrale della trave non produce oscillazioni significative e quindi un danneggiamento in questa posizione porterà una variazione inferiore della frequenza rispetto al punto a L/10 dove di avrà un'oscillazione maggiore e di conseguenza un danno in quella posizione sarà più significativo, abbassando di fatto la frequenza propria di 0.4-0.5%; mentre nel caso delle travi in condizioni nominali il range di variabilità oscilla intorno allo zero per cento, ossia tra 0.0-0.2%;
- Nel Modo 3 possiamo fare le stesse considerazioni del modo 1 ma otteniamo una variazione minore della frequenza nominale in quanto, nel terzo modo di vibrare, la trave oscilla con un'ampiezza minore in corrispondenza del punto centrale rispetto al primo modo di vibrare e in prossimità del vincolo vi è invece un'ampiezza maggiore rispetto sempre al primo modo di vibrare ma in conclusione i valori tendono in proporzione ad essere simili al primo modo; mentre nel caso delle travi in condizioni nominali il range di variabilità oscilla intorno allo zero per cento, ossia tra 0.0-0.1%.

In questa analisi è ancora chiaro il problema legato al data-set Massa 3%a e Set 3a per il Modo 2, di fatto ci dimostra ancora una volta che la frequenza rilevata non fa parte di questo sistema in esame.

Infine, possiamo dire che il metodo Cov-SSI è un ottimo metodo per la stima dei parametri modali e con esso si riesce anche a dare spiegazioni su altri fenomeni presenti nella zona di monitoraggio.

3.2.7. Metodo PolyMAX in Python

Nel seguente paragrafo descriveremo l'algoritmo del metodo PolyMAX, il modello matematico che verrà seguito è enunciato nel capitolo 2.

Questo è un metodo dell'analisi modale operativa molto accurato e con un onere computazionale maggiore rispetto al Cov-SSI. È un altro metodo tra i più utilizzati in ingegneria civile per affidabilità.

Esso è un metodo parametrico nel dominio delle frequenze.

Per l'applicazione del metodo verrà implementato un codice in ambiente Python basato sui seguenti passaggi:

- Caricamento dei dati grezzi ricavati dalle prove di laboratorio;
- Stima della matrice 3D delle PSD con inserimento dei parametri considerati per il calcolo della PSD del metodo Peak-Picking;
- Scelta del dominio z di base;
- Calcolo delle matrici [Γ₀] e [Y₀];
- Calcolo delle matrici [R₀] , [S₀] e [T₀];
- Calcolo della matrice [M];
- Calcolo della matrice [α];
- Calcolo della matrice [A];
- Calcolo della matrice di stato A;
- Decomposizione agli autovalori della matrice A;
- Conversione degli autovalori dal dominio z al dominio di Laplace per poter ricavare frequenze, frequenze smorzate e smorzamento;
- Pulizia dei dati che non rientrano nelle condizioni imposte;
- Suddivisione tra poli stabili e poli instabili;
- Plottaggio diagramma di stabilizzazione.

Definito l'ordine massimo del modello, i successivi step devono essere ripetuti per i differenti ordini del modello stesso.

Anche per questo metodo la valutazione dei parametri modali del sistema si basa sull'allineamento dei poli stabili nel diagramma di stabilizzazione.

La prima cosa da fare per ogni script del metodo PolyMAX è quella di importare nell'ambiente di scrittura le librerie indispensabili per lo svolgimento, come nei casi precedenti.

In questo caso, attraverso *Scipy* e sempre tramite la funzione *Signal* andiamo ad utilizzare la funzione per la costruzione della matrice delle PSD 3D, basata sempre sul metodo di Welch, ma che stima la CPSD (Cross Power Spectral Density), ossia la densità spettale di potenza incrociata. Questo metodo stima la PSD dati due segnali, ciascuno dei quali possiede una sua densità spettale di potenza e quindi dividendo il dato da analizzare in

segmenti sovrapposti, calcolando un periodogramma modificato per ogni segmento e calcolando la media dei periodogrammi.

La funzione in esame è così definita:

f,Pxy[:,:,:]=scipy.signal.csd(x,y, fs=1.0, window='hann', nperseg=None, noverlap=None, nfft=None, detrend='constant', return_onesided=True, scaling='density', axis=- 1, avera ge='mean') , dove:

- *f* è il vettore delle frequenze di campionamento su cui è stata stimata la PSD ottenuto come output;
- *Pxx* è la stima della densità spettrale dei dati di input da noi inseriti ottenuta come output che va a compilare una matrice 3D;
- x rappresenta il primo intervallo del dato della serie temporale dei valori misurati;
- y rappresenta il secondo intervallo del dato della serie temporale dei valori misurati;
- *fs* è la frequenza di campionamento della serie x, nel nostro caso fs è pari a 512Hz;
- window è la finestra desiderata da utilizzare per l'elaborazione numerica del segnale, essa rappresenta l'intervallo di una funzione che al di fuori di questo intervallo vale zero o tende a zero rapidamente, per la nostra analisi lasciamo la finestra predefinita di *Hann* che ha larghezza di 32 secondi e fa parte della famiglia a "coseno rialzato";
- *nperseg* è la lunghezza di ogni segmento pari alla lunghezza della finestra predefinita *Hann* moltiplicata per la frequenza di campionamento, così da essere pari a 32768 elementi considerati;
- noverlap è il numero di punti della sovrapposizione tra i segmenti, il valore predefinito None implica una sovrapposizione delle finestre pari al 50% del valore di nperseg;
- *nfft* è la lunghezza della FFT utilizzata, la FFT è la trasformata di Fourier veloce che ottimizza il calcolo della trasformata di Fourier discreta indispensabile quando si fanno operazioni con un elevato numero di dati grazie al basso costo computazionale; questo parametro *nfft* rappresenta il numero di punti su cui viene stimata la PSD per ogni segmento, Python di default assegna il valore di *nperseg* così da avere un FFT con Zero Padded;
- *detrend* specifica come ridurre il trend di ciascun segmento, noi lasciamo il valore predefinito *constant*;
- return_onesided questo parametro è impostato True e restituisce uno spettro unilaterale per i dati reali mentre se fosse stato impostato False avrebbe restituito uno spettro a due facce, per i dati complessi anche se impostato su True restituisce sempre uno spettro a due lati;
- scaling questo parametro seleziona se fare il calcolo della densità spettrale di potenza (PSD) o il calcolo dello spettro di potenza, nel primo caso Pxx ha unità V^2/Hz, nel secondo caso ha unità V^2 se x è misurato in V e fs è misurato in Hz,

le due opzioni possibili che si possono impostare sono *density* e *spectrum*, noi ovviamente l'abbiamo impostato su *density*;

- axis rappresenta l'asse sul quale è calcolato il periodogramma, di default è impostato sull'ultimo asse e quindi abbiamo -1;
- *average* rappresenta il metodo per calcolare la media, le impostazioni possibili sono *mean* e *median*, noi abbiamo utilizzato *mean*.

Definiti i parametri da utilizzare per il calcolo, attraverso un triplo ciclo *for*, il primo riguardante il numero di intervalli presenti nel dato di input in base alla discretizzazione scelta se di 5 o 10 minuti e il secondo e il terzo riguardanti il numero di sensori presenti su ogni trave presenti.

Da questo punto in poi vengo utilizzate funzioni prettamente matematiche, prodotto di Kronecker, estrazione della parte reale ed immaginaria di numeri complessi, ricerca di autovalori e autovettori, diagonalizzazione di matrici, discretizzazione del dato su dominio continuo, inversione di matrici, calcolo di smorzamento e frequenze con le formule matematiche enunciate nel capitolo 2, calcolo dello scarto tra valori successivi, riorganizzazione dei valori dei vettori in modo crescente, eliminazione di valori doppi ed infine eliminazione di valori che non rientrano tra le condizioni imposte con successivo plottaggio di grafici di stabilizzazione.

3.2.8. Valutazioni finali sul metodo PolyMAX

A differenza dei precedenti metodi, per questo metodo non abbiamo prodotto risultati integrali ma ci siamo limitati a testare lo script, in quanto esso presenta un notevole costo computazionale.

Per la mole di calcoli da eseguire, il polyMAX sarà molto probabilmente più dettagliato nella determinazione dei parametri modali, ma ciò non implica per forza una maggiore chiarezza di lettura dei dati.

Collegandoci alla complessità del modello, un problema importante è rivestito dal fattore tempo, infatti per questo metodo, implementato in Python, che ricordiamo essere un software di programmazione gratuito che utilizza nella rielaborazione degli script un solo core presente nell'hardware, l'elaborazione non produce un l'equilibrio tra risultati e costo per ottenerli.

3.2.9. Confronto tra Peak-Picking, Cov-SSI e PolyMAX e fattore tempo

In questo breve paragrafo andiamo a dare un ordine di grandezza sul fattore tempo.

Per il metodo Peak-Picking la rielaborazione di un singolo data-set impiega al massimo poche decine di minuti nel caso del data-set di 72h con intervallo di discretizzazione di 5 minuti e quindi avendo un numero di intervalli pari a 864.

Per il metodo Cov-SSI il tempo impiegato da un singolo intervallo di discretizzazione varia a seconda dell'hardware utilizzato tra i 45 e i 70 secondi, ottenendo così per il data-set di 72h con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti, con 864 intervalli, un tempo di elaborazione pari a 11h nel caso di pc con notevoli prestazioni.

Per il metodo PolyMAX è stato eseguito un solo intervallo di prova e il tempo utilizzato da un pc performante è stato di circa 55 minuti e facendo un calcolo veloce, per il data-set di 72h con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti, quindi con 864 intervalli, il tempo di elaborazione dei dati dovrebbe essere pari a 33 giorni.

Considerando la quantità di tempo impiegata dai vari metodi possiamo trarre le seguenti considerazioni:

- Il metodo Peak-Picking è da prendere in considerazione per una stima di massima dei parametri modali;
- Il metodo Cov-SSI è un ottimo metodo per determinare risultati affidabili e chiari;
- Il metodo PolyMAX non è adatto in questo ambito di analisi.

4. CONCLUSIONI

Il presente lavoro di tesi nasce dall'esigenza di studiare i parametri principali di travi in alluminio soggette a forza assiale, attraverso l'utilizzo di algoritmi, sviluppati in ambiente Python e basati sulle tecniche di monitoraggio e sui metodi di analisi modale operativa (OMA), definendone l'idoneità degli stessi senza l'utilizzo di un modello agli elementi finiti.

Per ottenere quanto definito, sulle travi sono stati applicati degli accelerometri, come mostrato nel capitolo 1 nella figura 1.4, per la rilevazione dei dati grezzi utilizzati che hanno condotto alle osservazioni finali. Sono stati considerati tre tipi di metodi OMA, il metodo Peak-Picking, il metodo Cov-SSI e il metodo PolyMAX; il primo è un metodo non parametrico nel dominio delle frequenze, il secondo è un metodo non parametrico nel dominio del tempo e il terzo è un metodo parametrico nel dominio delle frequenze. Con l'applicazione di questi metodi è stato possibile constatare la bontà dei risultati, la velocità di elaborazione e l'affidabilità dell'algoritmo per i principali modi di vibrare, inoltre i risultati ottenuti hanno permesso di verificare la robustezza dei metodi studiati. La variabilità delle ipotesi considerate ha permesso di definire la configurazione ideale dei parametri in input ottenendo risultati caratterizzati dalla affidabilità richiesta, per esempio con una maggior ampiezza dell'intervallo di discretizzazione sono stati ricavati risultati più stabili rispetto ad una configurazione di parametri in ingresso che considerava un minor numero di dati. L'utilizzo del metodo Peak-Picking è limitato da eventuali perturbazioni esterne al sistema in esame, producendo una grossa restrizione nell'utilizzo del metodo stesso; infatti, per questo procedimento di analisi è stato possibile validare le frequenze del primo modo di vibrare ma nonostante ciò, possiamo confermare che tale metodo rappresenta una valida soluzione, avendo a sua volta il pregio di avere un onere computazionale molto molto basso rispetto agli altri due metodi sopra citati. I vari dataset campionati, allo scopo di modificare il sistema per la configurazione in un contesto reale, con danneggiamenti localizzati di varia entità, hanno dato i risultati sperati anche con una massa aggiuntiva irrisoria pari all'1% della massa della trave stessa. Tutti i dati

Conclusioni Ruggero MARRA

campionati sono stati depurati dai fattori esterni agenti sui sistemi, ed è stato rilevante notare come il dato corretto dalla temperatura dell'ambiente di prova risultasse ancora oscillante, al contrario del dato depurato dagli effetti della forza assiale applicata che, nella maggior parte dei casi, si presenta stabile su un unico valore di frequenza per tutta la durata della prova. Questo porta ad affermare che una pulizia del dato, attraverso una variabile non misurata direttamente sulla trave, non produce risultati affidabili e potrebbe condurre a valutazioni errate sullo stato di fatto della struttura. Facendo sempre riferimento a casi reali di monitoraggio, possiamo constatare un'altra limitazione di questi metodi, ovvero l'impossibilità di individuare la posizione nella quale risultano avviati i processi di ammaloramento strutturale della trave. Questi metodi, infatti, sono efficaci per l'identificazione della presenza del danno ma non conducono all'individuazione dell'esatta posizione in cui esso si verifica e perciò necessitano di ulteriori analisi in merito.

In conclusione, i metodi studiati sono risultati utili per analisi limitate nel tempo, ma la complessità dei modelli algebrici sulla quale sono basati, che sono causa di un elevato costo computazionale, li rende di difficile impiego in sistemi di monitoraggio in continuo.

Indice delle tabelle

Tabella 2.1. Parametri per la determinazione delle frequenze. Trave incastro-incastro.	. 35
Tabella 2.2. Confronto tra le frequenze teoriche con diverse condizioni vincolari	. 36
Tabella 3.1. Parametri della regressione lineare per il data-set di 72h	.71
Tabella 3.2. Parametri della regressione lineare per il data-set di 12h con massa 1% (Set 1)	.72
Tabella 3.3. Parametri della regressione lineare per il data-set di 12h con massa 3% con disturbo (Set 3a)	.72
Tabella 3.4. Parametri della regressione lineare per il data-set di 12h con massa 3% senza disturbo (Set 3b)	.72
Tabella 3.5. Parametri della regressione lineare per il data-set di 12h con massa 5% (Set 5)	.72
Tabella 3.6. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della trave 1 per il data-set di 7	72h. 128
Tabella 3.7. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della trave 2 per il data-set di 7	72h. 128
Tabella 3.8. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della trave 1 per il data-set di 7	72h. 128
Tabella 3.9. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della trave 2 per il data-set di 7	72h. 128
Tabella 3.10.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della trave 1 per il data-set di 12h massa 1%.	con 129
Tabella 3.11.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della trave 2 per il data-set di 12h. 1	Set 129
Tabella 3.12.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della trave 1 per il data-set di 12h massa 1%. 1	con 129
Tabella 3.13.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della trave 2 per il data-set di 12h. 1	Set 129
Tabella 3.14.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della trave 1 per il data-set di 12h massa 3%, prova con disturbo. 1	con 130
Tabella 3.15.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della trave 2 per il data-set di 12h. 3a, prova con disturbo1	Set 130
Tabella 3.16.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della trave 1 per il data-set di 12h massa 3%, prova con disturbo. 1	con 130
Tabella 3.17.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della trave 2 per il data-set di 12h. 3°, prova con disturbo1	Set 130
Tabella 3.18.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della trave 1 per il data-set di 12h massa 3%, prova senza disturbo.	con 131

Indice delle tabelle Ruggero MARRA

Tabella 3.19.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della trave 2 per il data-set di 12h. Set3b, prova senza disturbo.131
Tabella 3.20.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della trave 1 per il data-set di 12h con massa 3%, prova senza disturbo. 131
Tabella 3.21.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della trave 2 per il data-set di 12h. Set3b, prova senza disturbo.131
Tabella 3.22.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della trave 1 per il data-set di 12h con massa 5%
Tabella 3.23.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della trave 2 per il data-set di 12h. Set 5
Tabella 3.24.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della trave 1 per il data-set di 12h con massa 5%
Tabella 3.25.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della trave 2 per il data-set di 12h. Set5
Tabella 3.26. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 5 minuti. 146
Tabella 3.27. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 5 minuti. 146
Tabella 3.28. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale dei data-set con massaaggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 10 minuti.147
Tabella 3.29. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura dei data-set con massaaggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 10 minuti.147
Tabella 3.30. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 5 minuti. 147
Tabella 3.31. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 5 minuti. 147
Tabella 3.32. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 10 minuti. 147
Tabella 3.33. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 10 minuti. 148
Tabella 3.34. Frequenze estratte con il modello Cov-SSI
Tabella 3.35. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della Trave 1 per il data-set di 72h.
Tabella 3.36. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della Trave 2 per il data-set di 72h.
Tabella 3.37. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della Trave 1 per il data-set di 72h. 179
Tabella 3.38. Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della Trave 2 per il data-set di 72h. 179
Tabella 3.39.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della Trave 1 per il data-set di 12h con massa 1%.
Tabella 3.40.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della Trave 2 per il data-set di 12h. Set 1
Tabella 3.41.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della Trave 1 per il data-set di 12h con massa 1%
Tabella 3.42.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della Trave 2 per il data-set di 12h. Set 1

Tabella 3.43.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della Trave 1 per il data-set di 12h con massa 3%, prova con disturbo. 181
Tabella 3.44.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della Trave 2 per il data-set di 12h.Set 3a, prova con disturbo.181
Tabella 3.45.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della Trave 1 per il data-set di 12h con massa 3%, prova con disturbo. 181
Tabella 3.46.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della Trave 2 per il data-set di 12h. Set 3a, prova con disturbo. 181
Tabella 3.47.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della Trave 1 per il data-set di 12h con massa 3%, prova senza disturbo. 182
Tabella 3.48.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della Trave 2 per il data-set di 12h.Set 3b, prova senza disturbo.182
Tabella 3.49.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della Trave 1 per il data-set di 12h conmassa 3%, prova senza disturbo.182
Tabella 3.50.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della Trave 2 per il data-set di 12h. Set 3b, prova senza disturbo. 182
Tabella 3.51.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della Trave 1 per il data-set di 12h con massa 5%
Tabella 3.52.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la forza assiale della Trave 2 per il data-set di 12h. Set 5. 183
Tabella 3.53.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della Trave 1 per il data-set di 12h con massa 5%. 183
Tabella 3.54.Parametri della regressione lineare tra le frequenze e la temperatura della Trave 2 per il data-set di 12h. Set 5
Tabella 3.55. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale del modo 1 dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 5 minuti. 222
Tabella 3.56. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura del modo 1 dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 5 minuti. 222
Tabella 3.57. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale del modo 2 dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 5 minuti. 222
Tabella 3.58. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura del modo 2 dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 5 minuti. 223
Tabella 3.59. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale del modo 3 dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 5 minuti. 223
Tabella 3.60. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura del modo 3 dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 5 minuti. 223
Tabella 3.61. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale del modo 1 dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 10 minuti. 224
Tabella 3.62. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura del modo 1 dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 10 minuti. 224
Tabella 3.63. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale del modo 2 dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 10 minuti. 224
Tabella 3.64. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura del modo 2 dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 10 minuti. 225
Tabella 3.65. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale del modo 3 dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 10 minuti. 225
Tabella 3.66. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura del modo 3 dei data-set con massa aggiuntiva per la trave 1 con discretizzazione di 10 minuti. 225

Indice delle tabelle Ruggero MARRA

Tabella 3.67. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale del modo 1 dei data-set incondizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 5 minuti.226
Tabella 3.68. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura del modo 1 dei data-set incondizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 5 minuti.226
Tabella 3.69. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale del modo 2 dei data-set incondizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 5 minuti.226
Tabella 3.70. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura del modo 2 dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 5 minuti. 227
Tabella 3.71. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale del modo 3 dei data-set incondizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 5 minuti.227
Tabella 3.72. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura del modo 3 dei data-set incondizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 5 minuti.227
Tabella 3.73. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale del modo 1 dei data-set incondizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 10 minuti.228
Tabella 3.74. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura del modo 1 dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 10 minuti. 228
Tabella 3.75. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale del modo 2 dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 10 minuti. 228
Tabella 3.76. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura del modo 2 dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 10 minuti. 229
Tabella 3.77. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la forza assiale del modo 3 dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 10 minuti. 229
Tabella 3.78. Confronto e variazione tra le frequenze medie corrette con la temperatura del modo 3 dei data-set in condizioni nominali per la trave 2 con discretizzazione di 10 minuti. 229

Indice delle figure

Figura 1.1. Caratteristiche geometriche della trave.	9
Figura 1.2. Accelerometro M603C01	9
Figura 1.3. Set-up sperimentale.	10
Figura 1.4. Posizione degli accelerometri sulle travi.	11
Figura 2.1. Aliasing. Segnale reale linea tratteggiata, segnale con aliasing linea rossa. Figura estratta dal "Operational Modal Analysis of Civil Engineering Structure"	i libro 15
Figura 2.2. Funzione seno cardinale	19
Figura 2.3. Hanning window.	20
Figura 2.4. 3D PSD matrix.	20
Figura 2.5. Primi 5 modi di vibrare per trave Appoggio-Appoggio.	36
Figura 2.6. Primi 5 modi di vibrare per trave Incastro-Incastro.	36
Figura 3.1. Temperatura ambiente di prova. Data-set di 72h. Travi in condizioni nominali.	38
Figura 3.2. Temperatura ambiente di prova, media mobile su 10 secondi. Data-set di 72h. Travi in condizioni nor	ninali. 38
Figura 3.3. Accelerometro 1 della Trave 1. Condizioni nominali.	39
Figura 3.4. Accelerometro 2 della Trave 1. Condizioni nominali.	39
Figura 3.5. Accelerometro 3 della Trave 1. Condizioni nominali.	39
Figura 3.6. Accelerometro 4 della Trave 1. Condizioni nominali.	39
Figura 3.7. Accelerometro 1 della Trave 2. Condizioni nominali.	40
Figura 3.8. Accelerometro 2 della Trave 2. Condizioni nominali.	40
Figura 3.9. Accelerometro 3 della Trave 2. Condizioni nominali.	40
Figura 3.10. Accelerometro 4 della Trave 2. Condizioni nominali	40
Figura 3.11. Forza assiale applicata alla Trave 1. Condizioni nominali	41
Figura 3.12. Forza assiale applicata alla Trave 1, media mobile su 10 secondi. Condizioni nominali	41
Figura 3.13. Forza assiale applicata alla Trave 2. Condizioni nominali	41
Figura 3.14. Forza assiale applicata alla Trave 2, media mobile su 10 secondi. Condizioni nominali	41
Figura 3.15. Confronto tra temperatura e forza assiale della trave 1, media mobile su 10 secondi	42
Figura 3.16. Confronto tra temperatura e forza assiale della trave 2, media mobile su 10 secondi	42
Figura 3.17. Forza assiale applicata alla Trave 1 intorno alla diciottesima ora del primo giorno di monitoraggio	43
Figura 3.18. Temperatura ambiente intorno alla diciottesima ora del primo giorno di monitoraggio.	43

Indice delle figure Ruggero MARRA

Figura 3.19.	Derivata della funzione temperatura.	. 43
Figura 3.20.	Forza assiale applicata alla Trave 1 intorno alla diciottesima ora del secondo giorno di monitoraggio	. 44
Figura 3.21.	Temperatura ambiente intorno alla diciottesima ora del secondo giorno di monitoraggio	. 44
Figura 3.22.	Derivata della funzione temperatura	. 44
Figura 3.23.	Forza assiale applicata alla Trave 1 intorno alla diciottesima ora del terzo giorno di monitoraggio	. 45
Figura 3.24.	Temperatura ambiente intorno alla diciottesima ora del terzo giorno di monitoraggio.	. 45
Figura 3.25.	Derivata della funzione temperatura.	. 45
Figura 3.26.	Forza assiale applicata alla Trave 2 intorno alla diciottesima ora del primo giorno di monitoraggio	. 46
Figura 3.27.	Temperatura ambiente intorno alla diciottesima ora del primo giorno di monitoraggio	. 46
Figura 3.28.	Derivata della funzione temperatura.	. 46
Figura 3.29.	Forza assiale applicata alla Trave 2 intorno alla diciottesima ora del secondo giorno di monitoraggio	. 47
Figura 3.30.	Temperatura ambiente intorno alla diciottesima ora del secondo giorno di monitoraggio	. 47
Figura 3.31.	Derivata della funzione temperatura.	. 47
Figura 3.32.	Forza assiale applicata alla Trave 2 intorno alla diciottesima ora del terzo giorno di monitoraggio	. 48
Figura 3.33.	Temperatura ambiente intorno alla diciottesima ora del terzo giorno di monitoraggio.	. 48
Figura 3.34.	Derivata della funzione temperatura.	. 48
Figura 3.35.	Temperatura ambiente di prova. Data-set di 12h con massa dell'1% in mezzeria alla trave 1	. 49
Figura 3.36. alla trave 1.	Temperatura ambiente di prova, media mobile su 10 secondi. Data-set di 12h con massa 1% in mezz	zeria . 49
Figura 3.37.	Accelerometro 1 della Trave 1. Data-set 12h con massa 1% in mezzeria.	. 50
Figura 3.38.	Accelerometro 2 della Trave 1. Data-set 12h con massa 1% in mezzeria.	. 50
Figura 3.39.	Accelerometro 3 della Trave 1. Data-set 12h con massa 1% in mezzeria.	. 50
Figura 3.40.	Accelerometro 4 della Trave 1. Data-set 12h con massa 1% in mezzeria.	. 50
Figura 3.41.	Accelerometro 1 della Trave 2. Data-set 12h . Set 1	. 51
Figura 3.42.	Accelerometro 2 della Trave 2. Data-set 12h. Set 1	. 51
Figura 3.43.	Accelerometro 3 della Trave 2. Data-set 12h. Set 1	. 51
Figura 3.44.	Accelerometro 4 della Trave 2. Data-set 12h. Set 1	. 51
Figura 3.45.	Forza assiale applicata alla Trave 1. Data-set 12h con massa 1% in mezzeria.	. 52
Figura 3.46.	Forza assiale applicata alla Trave 1, media mobile su 10 secondi. Data-set 12h con massa 1% in mezzo	eria. . 52
Figura 3.47.	Forza assiale applicata alla Trave 2. Data-set 12h. Set 1	. 52
Figura 3.48.	Forza assiale applicata alla Trave 2, media mobile su 10 secondi. Data-set 12h. Set 1	. 52
Figura 3.49.	Confronto tra temperatura e forze assiali delle travi, media mobile su 10 secondi	. 53
Figura 3.50. con disturbo	Temperatura ambiente di prova. Data-set di 12h con massa del 3% in mezzeria alla trave 1. Set 3a, Pr	rova . 54
Figura 3.51. alla trave 1.	Temperatura ambiente di prova,media mobile su 10 secondi.Data-set di 12h con massa del 3% in mezz Set 3a, Prova con disturbo.	zeria . 54
Figura 3.52.	Accelerometro 1 della Trave 1. Data-set 12h con massa 3% in mezzeria. Prova con disturbo	. 55
Figura 3.53.	Accelerometro 2 della Trave 1. Data-set 12h con massa 3% in mezzeria. Prova con disturbo	. 55
Figura 3.54.	Accelerometro 3 della Trave 1. Data-set 12h con massa 3% in mezzeria. Prova con disturbo	. 55
Figura 3.55.	Accelerometro 4 della Trave 1. Data-set 12h con massa 3% in mezzeria. Prova con disturbo	. 55
Figura 3.56. Accelerometro 1 della Trave 2. Data-set 12h. Set 3a, Prova con disturbo		
--	-------------------	
Figura 3.57. Accelerometro 2 della Trave 2. Data-set 12h. Set 3a, Prova con disturbo		
Figura 3.58. Accelerometro 3 della Trave 2. Data-set 12h. Set 3a, Prova con disturbo		
Figura 3.59. Accelerometro 4 della Trave 2. Data-set 12h. Set 3a, Prova con disturbo		
Figura 3.60. Forza assiale applicata alla Trave 1. Data-set 12h con massa 3% in mezzeria. Prova con disturbo	o 57	
Figura 3.61. Forza assiale applicata alla Trave 1, media mobile su 10 secondi. Data-set 12h con massa 3% in Prova con disturbo.	mezzeria. 57	
Figura 3.62. Forza assiale applicata alla Trave 2. Data-set 12h. Set 3a, Prova con disturbo	57	
Figura 3.63. Forza assiale applicata alla Trave 2, media mobile su 10 secondi. Data-set 12h. Set 3a, Prova cor	ו disturbo. 57	
Figura 3.64. Confronto tra temperatura e forze assiali delle travi, media mobile su 10 secondi	58	
Figura 3.65. Temperatura ambiente di prova. Data-set di 12h con massa del 3% in mezzeria alla trave 1. Set senza disturbo.	3b, Prova 59	
Figura 3.66. Temperatura ambiente di prova, media mobile su 10 secondi. Data-set di 12h con massa del 3% in alla trave 1. Set 3b, Prova senza disturbo	ı mezzeria 59	
Figura 3.67. Accelerometro 1 della Trave 1. Data-set 12h con massa 3% in mezzeria. Prova senza disturbo	60	
Figura 3.68. Accelerometro 2 della Trave 1. Data-set 12h con massa 3% in mezzeria. Prova senza disturbo	60	
Figura 3.69. Accelerometro 3 della Trave 1. Data-set 12h con massa 3% in mezzeria. Prova senza disturbo	60	
Figura 3.70. Accelerometro 4 della Trave 1. Data-set 12h con massa 3% in mezzeria. Prova senza disturbo	60	
Figura 3.71. Accelerometro 1 della Trave 2. Data-set 12h. Set 3b, Prova senza disturbo	61	
Figura 3.72. Accelerometro 2 della Trave 2. Data-set 12h. Set 3b, Prova senza disturbo	61	
Figura 3.73. Accelerometro 3 della Trave 2. Data-set 12h. Set 3b, Prova senza disturbo	61	
Figura 3.74. Accelerometro 1 della Trave 2. Data-set 12h. Set 3b, Prova senza disturbo.	61	
Figura 3.75. Forza assiale applicata alla Trave 1. Data-set 12h con massa 3% in mezzeria. Prova senza distu	rbo 62	
Figura 3.76. Forza assiale applicata alla Trave 1, media mobile su 10 secondi. Data-set 12h con massa 3% in Prova senza disturbo.	mezzeria. 62	
Figura 3.77. Forza assiale applicata alla Trave 2. Data-set 12h. Set 3b, Prova senza disturbo	62	
Figura 3.78. Forza assiale applicata alla Trave 2, media mobile su 10 secondi. Data-set 12h. Set 3b, Prodisturbo)va senza 62	
Figura 3.79. Confronto tra temperatura e forze assiali delle travi, media mobile su 10 secondi.	63	
Figura 3.80. Temperatura ambiente di prova. Data-set di 12h con massa del 5% a L/10 sulla trave 1. Set 5	64	
Figura 3.81. Temperatura ambiente di prova, media mobile su 10 secondi. Data-set di 12h con massa del 5% a trave 1. Set 5.	L/10 sulla 64	
Figura 3.82. Accelerometro 1 della Trave 1. Data-set 12h con massa 5% a L/10	65	
Figura 3.83. Accelerometro 2 della Trave 1. Data-set 12h con massa 5% a L/10	65	
Figura 3.84. Accelerometro 3 della Trave 1. Data-set 12h con massa 5% a L/10	65	
Figura 3.85. Accelerometro 4 della Trave 1. Data-set 12h con massa 5% a L/10	65	
Figura 3.86. Accelerometro 1 della Trave 2. Data-set 12h. Set 5	66	
Figura 3.87. Accelerometro 2 della Trave 2. Data-set 12h. Set 5	66	
Figura 3.88. Accelerometro 3 della Trave 2. Data-set 12h. Set 5	66	
Figura 3.89. Accelerometro 4 della Trave 2. Data-set 12h. Set 5	66	
Figura 3.90. Forza assiale applicata alla Trave 1. Data-set 12h con massa 5% a L/10	67	

Figura 3.91. Forza assiale applicata alla Trave 1, media mobile su 10 secondi. Data-set 12h con massa 5% a L/10	67
Figura 3.92. Forza assiale applicata alla Trave 2. Data-set 12h.Set 5	67
Figura 3.93. Forza assiale applicata alla Trave 2, media mobile su 10 secondi. Data-set 12h. Set 5	67
Figura 3.94. Confronto tra temperatura e forze assiali delle travi, media mobile su 10 secondi	68
Figura 3.95. Regressioni lineari tra la temperatura e la forza assiale della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli minuti.	di 5 . 69
Figura 3.96. Regressioni lineari tra la temperatura e la forza assiale della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli d minuti	li 10 . 70
Figura 3.97. Regressioni lineari tra la temperatura e la forza assiale della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli minuti.	di 5 . 70
Figura 3.98. Regressioni lineari tra la temperatura e la forza assiale della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli d minuti	li 10 . 71
Figura 3.99. Confronto tra i dati di forza assiale grezzi e i dati di forza assiale depurati della Trave 1 con discretizzazi ad intervalli di 5 minuti.	ione 74
Figura 3.100. Confronto tra i dati di forza assiale grezzi e i dati di forza assiale depurati della Trave 1 con discretizzazi ad intervalli di 10 minuti.	ione 74
Figura 3.101. Confronto tra i dati di forza assiale grezzi e i dati di forza assiale depurati della Trave 2 con discretizzazi ad intervalli di 5 minuti.	ione 75
Figura 3.102. Confronto tra i dati di forza assiale grezzi e i dati di forza assiale depurati della Trave 2 con discretizzazi ad intervalli di 10 minuti.	ione 75
Figura 3.103. Confronto tra stime della PSD ottenute per intervalli di discretizzazione di 5 minuti per l'accelerometi della trave 1.	ro 1 . 78
Figura 3.104. PSD ottenute per il primo intervallo di discretizzazione di 5 minuti del data-set di 72h accelerometro 1 c trave 1	lella 79
Figura 3.105. PSD ottenute per l'intervallo numero 217 della discretizzazione di 5 minuti del data-set di 72h l'accelerometro 1 della trave 1.	per . 80
Figura 3.106. PSD ottenute per l'intervallo numero 433 della discretizzazione di 5 minuti del data-set di 72h l'accelerometro 1 della trave 1.	per . 80
Figura 3.107. PSD ottenute per l'intervallo numero 649 della discretizzazione di 5 minuti del data-set di 72h l'accelerometro 1 della trave 1.	per . 81
Figura 3.108. Frequenza primo modo di vibrare, accelerometro 1 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 15 secondi	con 84
Figura 3.109. Frequenza primo modo di vibrare, accelerometro 2 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 15 secondi	con 84
Figura 3.110. Frequenza primo modo di vibrare, accelerometro 3 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 15 secondi	con 84
Figura 3.111. Frequenza primo modo di vibrare, accelerometro 4 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 15 secondi	con . 84
Figura 3.112. Frequenza primo modo di vibrare, accelerometro 1 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 30 secondi	con 85
Figura 3.113. Frequenza primo modo di vibrare, accelerometro 2 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 30 secondi	con 85
Figura 3.114. Frequenza primo modo di vibrare, accelerometro 3 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 30 secondi	con 85
Figura 3.115. Frequenza primo modo di vibrare, accelerometro 4 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 30 secondi	con 85

Figura 3.116. Frequenza primo modo di vibrare, accelerometro 1 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 60 secondi
Figura 3.117. Frequenza primo modo di vibrare, accelerometro 2 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 60 secondi
Figura 3.118. Frequenza primo modo di vibrare, accelerometro 3 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 60 secondi
Figura 3.119. Frequenza primo modo di vibrare, accelerometro 4 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 60 secondi
Figura 3.120. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura , accelerometro 1 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD87
Figura 3.121. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura , accelerometro 2 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD87
Figura 3.122. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura , accelerometro 3 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD87
Figura 3.123. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura , accelerometro 4 trave 1 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD88
Figura 3.124. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura , accelerometri significativi della trave 1 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD
Figura 3.125. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura , accelerometri significativi della trave 1 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 10 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD
Figura 3.126. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura , accelerometri significativi della trave 2 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD
Figura 3.127. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura , accelerometri significativi della trave 2 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 10 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD
Figura 3.128. Frequenza secondo modo di vibrare, accelerometro 1 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 15 secondi
Figura 3.129. Frequenza secondo modo di vibrare, accelerometro 2 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 15 secondi
Figura 3.130. Frequenza secondo modo di vibrare, accelerometro 3 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 15 secondi
Figura 3.131. Frequenza secondo modo di vibrare, accelerometro 4 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 15 secondi
Figura 3.132. Frequenza secondo modo di vibrare, accelerometro 1 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 30 secondi
Figura 3.133. Frequenza secondo modo di vibrare, accelerometro 2 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 30 secondi
Figura 3.134. Frequenza secondo modo di vibrare, accelerometro 3 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 30 secondi
Figura 3.135. Frequenza secondo modo di vibrare, accelerometro 4 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 30 secondi
Figura 3.136. Frequenza secondo modo di vibrare, accelerometro 1 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 60 secondi
Figura 3.137. Frequenza secondo modo di vibrare, accelerometro 2 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 60 secondi

Figura 3.138. Frequenza secondo modo di vibrare, accelerometro 3 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 60 secondi
Figura 3.139. Frequenza secondo modo di vibrare, accelerometro 4 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 60 secondi
Figura 3.140. Confronto tra la frequenza del secondo modo di vibrare e la temperatura , accelerometro 1 trave 1 . Data- set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD 93
Figura 3.141. Confronto tra la frequenza del secondo modo di vibrare e la temperatura , accelerometro 2 trave 1 . Data- set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD 93
Figura 3.142. Confronto tra la frequenza del secondo modo di vibrare e la temperatura , accelerometro 3 trave 1 . Data- set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD 93
Figura 3.143. Confronto tra la frequenza del secondo modo di vibrare e la temperatura , accelerometro 4 trave 1 . Data- set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD 94
Figura 3.144. Confronto tra la frequenza del secondo modo di vibrare e la temperatura , accelerometri significativi della trave 1 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD
Figura 3.145. Confronto tra la frequenza del secondo modo di vibrare e la temperatura , accelerometri significativi della trave 1 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 10 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD. 94
Figura 3.146. Confronto tra la frequenza del secondo modo di vibrare e la temperatura , accelerometri significativi della trave 2 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD
Figura 3.147. Confronto tra la frequenza del secondo modo di vibrare e la temperatura , accelerometri significativi della trave 2 . Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 10 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD
Figura 3.148. Frequenza terzo modo di vibrare, accelerometro 1 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 15 secondi
Figura 3.149. Frequenza terzo modo di vibrare, accelerometro 2 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 15 secondi
Figura 3.150. Frequenza terzo modo di vibrare, accelerometro 3 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 15 secondi
Figura 3.151. Frequenza terzo modo di vibrare, accelerometro 4 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 15 secondi
Figura 3.152. Frequenza terzo modo di vibrare, accelerometro 1 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 30 secondi
Figura 3.153. Frequenza terzo modo di vibrare, accelerometro 2 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 30 secondi
Figura 3.154. Frequenza terzo modo di vibrare, accelerometro 3 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 30 secondi
Figura 3.155. Frequenza terzo modo di vibrare, accelerometro 4 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 30 secondi
Figura 3.156. Frequenza terzo modo di vibrare, accelerometro 1 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 60 secondi
Figura 3.157. Frequenza terzo modo di vibrare, accelerometro 2 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 60 secondi
Figura 3.158. Frequenza terzo modo di vibrare, accelerometro 3 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 60 secondi
Figura 3.159. Frequenza terzo modo di vibrare, accelerometro 4 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Stima della PSD con finestre da 60 secondi

Figura 3.160. Confronto tra la frequenza del terzo modo di vibrare e la temperatura, accelerometro 1 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.......99

Figura 3.161. Confronto tra la frequenza del terzo modo di vibrare e la temperatura, accelerometro 2 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.......99

Figura 3.162. Confronto tra la frequenza del terzo modo di vibrare e la temperatura, accelerometro 3 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD.......99

Figura 3.163. Confronto tra la frequenza del terzo modo di vibrare e la temperatura, accelerometro 4 trave 1. Data-set di 72h con discretizzazione con intervalli di 5 minuti. Sovrapposizione delle curve con diversa stima della PSD..... 100

Figura 3.174. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la forza assiale, accelerometri significativi della trave 1. Data-set di 12h con massa 3% a in mezzeria, prova con disturbo. Stima della PSD con finestre da 30 secondi.... 105

Figura 3.175. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura, accelerometri significativi della trave 1. Data-set di 12h con massa 3% a in mezzeria, prova con disturbo. Stima della PSD con finestre da 30 secondi....105

Figura 3.178. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la forza assiale, accelerometri significativi della trave 1. Data-set di 12h con massa 3%b in mezzeria, prova senza disturbo. Stima della PSD con finestre da 30 secondi. 107

Figura 3.179. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura, accelerometri significativi della trave 1. Data-set di 12h con massa 3% bin mezzeria, prova senza disturbo. Stima della PSD con finestre da 30 secondi. 107

Figura 3.182. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la forza assiale, accelerometri significativi della trave 1. Data-set di 12h con massa 5% ad L/10. Stima della PSD con finestre da 30 secondi
Figura 3.183. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura, accelerometri significativi della trave 1. Data-set di 12h con massa 5% ad L/10. Stima della PSD con finestre da 30 secondi
Figura 3.184. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la forza assiale, accelerometri significativi della trave 2. Data-set di 12h set 5. Stima della PSD con finestre da 30 secondi
Figura 3.185. Confronto tra la frequenza del primo modo di vibrare e la temperatura, accelerometri significativi della trave 2. Data-set di 12h set 5. Stima della PSD con finestre da 30 secondi
Figura 3.186. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti
Figura 3.187. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti
Figura 3.188. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti
Figura 3.189. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 4 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti
Figura 3.190. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti
Figura 3.191. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti
Figura 3.192. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti
Figura 3.193. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 4 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti
Figura 3.194. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti
Figura 3.195. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti
Figura 3.196. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti
Figura 3.197. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 4 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti
Figura 3.198. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti
Figura 3.199. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti
Figura 3.200. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti
Figura 3.201. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 4 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti
Figura 3.202. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 1 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti
Figura 3.203. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 2 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti
Figura 3.204. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 3 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti
Figura 3.205. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 4 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti

Figura 3.206. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 1 della Trave 2 con discretizzazior ad intervalli di 5 minuti	пе 22
Figura 3.207. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 2 della Trave 2 con discretizzazior ad intervalli di 5 minuti	1e 22
Figura 3.208. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 3 della Trave 2 con discretizzazior ad intervalli di 5 minuti	пе 23
Figura 3.209. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 4 della Trave 2 con discretizzazior ad intervalli di 5 minuti	пе 23
Figura 3.210. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 1 della Trave 2 con discretizzazior ad intervalli di 10 minuti	пе 24
Figura 3.211. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 2 della Trave 2 con discretizzazior ad intervalli di 10 minuti	ne 24
Figura 3.212. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 3 della Trave 2 con discretizzazior ad intervalli di 10 minuti	пе 25
Figura 3.213. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale dell'accelerometro 4 della Trave 2 con discretizzazior ad intervalli di 10 minuti	пе 25
Figura 3.214. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 1 della Trave 2 con discretizzazior ad intervalli di 10 minuti	пе 26
Figura 3.215. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 2 della Trave 2 con discretizzazior ad intervalli di 10 minuti	пе 26
Figura 3.216. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 3 della Trave 2 con discretizzazior ad intervalli di 10 minuti	1e 27
Figura 3.217. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura dell'accelerometro 4 della Trave 2 con discretizzazior ad intervalli di 10 minuti	пе 27
Figura 3.218. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 72h	1 34
Figura 3.219. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con massa 1%	1 34
Figura 3.220. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con massa 3%a, prova con disturbo	1 35
Figura 3.221. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con massa 3%b, prova senza disturbo	1 35
Figura 3.222. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con massa 5%	1 86
Figura 3.223. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 72h	1 36
Figura 3.224. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con massa 1%.	1 37
Figura 3.225. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con massa 3%a, prova con disturbo	1 37
Figura 3.226. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con massa 3%b, prova senza disturbo	1 88
Figura 3.227. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con massa 5%.	1 88
Figura 3.228. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 72h	2 39
Figura 3.229. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 1	2 39

Figura 3.230. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h , Set 3a	2 0
Figura 3.231. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h , Set 3b	2 0
Figura 3.232. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h , Set 5	2 1
Figura 3.233. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 72h	2 1
Figura 3.234. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 1	2 2
Figura 3.235. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 3a	2 2
Figura 3.236. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 3b	2 3
Figura 3.237. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura della Trave con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 5	2 3
Figura 3.238. Confronto tra le frequenze corrette dell'accelerometro 4 della trave 1 per tutti i data-set analizzati co discretizzazione di 5 minuti	n 4
Figura 3.239. Confronto tra le frequenze corrette dell'accelerometro 4 della trave 1 per tutti i data-set analizzati co discretizzazione di 10 minuti	n 5
Figura 3.240. Confronto tra le frequenze corrette dell'accelerometro 4 della trave 2 per tutti i data-set analizzati co discretizzazione di 5 minuti	n 5
Figura 3.241. Confronto tra le frequenze corrette dell'accelerometro 4 della trave 2 per tutti i data-set analizzati co discretizzazione di 10 minuti	n 6
Figura 3.242. Diagramma di stabilizzazione dell' intervallo 432 con metodo Cov-SSI. Scarto delle frequenze 1% e scart dello smorzamento 5%	:0 0
Figura 3.243. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 1, data-set 72h con intervalli di discretizzazione di minuti	5 1
Figura 3.244. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 1, data-set 72h con intervalli di discretizzazione di minuti	5 1
Figura 3.245. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 1, data-set 72h con intervalli di discretizzazione di 5 minut 15	ti. 1
Figura 3.246. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 1% e con intervalli discretizzazione di 5 minuti	di 1
Figura 3.247. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 1% e con intervalli discretizzazione di 5 minuti	di 2
Figura 3.248. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 1% e con intervalli discretizzazione di 5 minuti	di 2
Figura 3.249. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 3%a, prova con disturbo, con intervalli di discretizzazione di 5 minuti	е 2
Figura 3.250. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 3%a, prova con disturbe con intervalli di discretizzazione di 5 minuti	о, 2
Figura 3.251. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 3%a, prova con disturbo, con intervalli di discretizzazione di 5 minuti	е З
Figura 3.252. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 3%b, prova senza disturbo, con intervalli di discretizzazione di 5 minuti	e 3
Figura 3.253. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 3%b, prova senza disturbo e con intervalli di discretizzazione di 5 minuti	о, З

Figura 3.254. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 3%b, prova senza disturbo, e con intervalli di discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.255. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 5% e con intervalli di discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.256. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 5% e con intervalli di discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.257. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 5% e con intervalli di discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.258. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 1, data-set 72h con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.259. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 1, data-set 72h con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.260. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 1, data-set 72h con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.261. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 1% e con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.262. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 1% e con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.263. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 1% e con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.264. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 3%a, prova con disturbo, e con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.265. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 3%a, prova con disturbo, e con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.266. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 3%a, prova con disturbo, e con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.267. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 3%b, prova senza disturbo, e con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.268. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 3%b, prova senza disturbo, e con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.269. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 3%b, prova senza disturbo, e con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.270. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 5% e con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.271. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 5% e con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.272. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 1, data-set 12h con massa 5% e con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.273. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 2, data-set 72h con intervalli di discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.274. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 2, data-set 72h con intervalli di discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.275. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 2, data-set 72h con intervalli di discretizzazione di 5 minuti. 159
Figura 3.276. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 1, con intervalli di discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.277. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 1, con intervalli di discretizzazione di 5 minuti

Figura 3.278. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 1, con intervalli di discretizzazione o 5 minuti	di O
Figura 3.279. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 3a, con intervalli di discretizzazion di 5 minuti	ie 0
Figura 3.280. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 3a, con intervalli di discretizzazion di 5 minuti	е 0
Figura 3.281. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 3a, con intervalli di discretizzazion di 5 minuti	е 1
Figura 3.282. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 3b, con intervalli di discretizzazion di 5 minuti	е 1
Figura 3.283. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 3b, con intervalli di discretizzazion di 5 minuti	е 1
Figura 3.284. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 3b, con intervalli di discretizzazion di 5 minuti	е 1
Figura 3.285. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 5, con intervalli di discretizzazione 6 5 minuti	di 2
Figura 3.286. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 5, con intervalli di discretizzazion di 5 minuti	е 2
Figura 3.287. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 5, con intervalli di discretizzazione 6 5 minuti	di 2
Figura 3.288. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 2, data-set 72h con intervalli di discretizzazione di 1 minuti	0 2
Figura 3.289. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 2, data-set 72h con intervalli di discretizzazione di 1 minuti	0 3
Figura 3.290. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 2, data-set 72h con intervalli di discretizzazione di 1 minuti	0 3
Figura 3.291. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 1, con intervalli di discretizzazione o 10 minuti	di 3
Figura 3.292. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 1, con intervalli di discretizzazion di 10 minuti	е 3
Figura 3.293. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 1, con intervalli di discretizzazione o 10 minuti	di 4
Figura 3.294. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 3a, con intervalli di discretizzazion di 10 minuti	le 4
Figura 3.295. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 3a, con intervalli di discretizzazion di 10 minuti	le 4
Figura 3.296. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 3a, con intervalli di discretizzazion di 10 minuti	le 4
Figura 3.297. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 3b, con intervalli di discretizzazion di 10 minuti	le 5
Figura 3.298. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 3b, con intervalli di discretizzazion di 10 minuti	е 5
Figura 3.299. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 3b, con intervalli di discretizzazion di 10 minuti.	е 5
Figura 3.300. Frequenze del primo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 5, con intervalli di discretizzazione d 10 minuti	di 5
Figura 3.301. Frequenze del secondo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 5, con intervalli di discretizzazion di 10 minuti	le 6

Figura 3.302. Frequenze del terzo modo di vibrare della Trave 2, data-set 12h, Set 5, con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.303. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale del Modo 1 per i data-set della Trave 1 con intervalli di discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.304. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale del Modo 2 per i data-set della Trave 1 con intervalli di discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.305. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale del Modo 3 per i data-set della Trave 1 con intervalli di discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.306. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura del Modo 1 per i data-set della Trave 1 con intervalli di discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.307. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura del Modo 2 per i data-set della Trave 1 con intervalli di discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.308. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura del Modo 3 per i data-set della Trave 1 con intervalli di discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.309. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale del Modo 1 per i data-set della Trave 1 con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.310. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale del Modo 2 per i data-set della Trave 1 con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.311. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale del Modo 3 per i data-set della Trave 1 con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.312. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura del Modo 1 per i data-set della Trave 1 con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.313. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura del Modo 2 per i data-set della Trave 1 con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.314. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura del Modo 3 per i data-set della Trave 1 con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.315. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale del Modo 1 per i data-set della Trave 2 con intervalli di discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.316. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale del Modo 2 per i data-set della Trave 2 con intervalli di discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.317. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale del Modo 3 per i data-set della Trave 2 con intervalli di discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.318. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura del Modo 1 per i data-set della Trave 2 con intervalli di discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.319. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura del Modo 2 per i data-set della Trave 2 con intervalli di discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.320. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura del Modo 3 per i data-set della Trave 2 con intervalli di discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.321. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale del Modo 1 per i data-set della Trave 2 con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.322. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale del Modo 2 per i data-set della Trave 2 con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.323. Regressioni lineari tra la frequenza e la forza assiale del Modo 3 per i data-set della Trave 2 con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.324. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura del Modo 1 per i data-set della Trave 2 con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.325. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura del Modo 2 per i data-set della Trave 2 con intervalli di discretizzazione di 10 minuti

Figura 3.326. Regressioni lineari tra la frequenza e la temperatura del Modo 3 per i data-set della Trave 2 con intervalli di discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.327. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 72h
Figura 3.328. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 72h
Figura 3.329. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 72h
Figura 3.330. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con Massa 1%
Figura 3.331. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con Massa 1%
Figura 3.332. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con Massa 1%
Figura 3.333. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con Massa 3%a, prova con disturbo
Figura 3.334. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con Massa 3%a, prova con disturbo
Figura 3.335. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con Massa 3%a, prova con disturbo
Figura 3.336. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con Massa 3%b, prova senza disturbo
Figura 3.337. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con Massa 3%b, prova senza disturbo
Figura 3.338. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con Massa 3%b, prova senza disturbo
Figura 3.339. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con Massa 5%
Figura 3.340. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con Massa 5%
Figura 3.341. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h con Massa 5%
Figura 3.342. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 72h
Figura 3.343. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 72h
Figura 3.344. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 72h
Figura 3.345. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con Massa 1%
Figura 3.346. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con Massa 1%
Figura 3.347. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con Massa 1%
Figura 3.348. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con Massa 3%a, prova con disturbo
Figura 3.349. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con Massa 3%a, prova con disturbo

Figura 3.350. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3	3 della
Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con Massa 3%a, prova con disturbo	196
Figura 3.351. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1	l della
Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con Massa 3%b, prova senza disturbo	197
Figura 3.352. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2	2 della
Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con Massa 3%b, prova senza disturbo	197
Figura 3.353. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3	3 della
Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con Massa 3%b, prova senza disturbo	198
Figura 3.354. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1	1 della
Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con Massa 5%	198
Figura 3.355. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2	2 della
Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con Massa 5%	199
Figura 3.356. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3	3 della
Trave 1 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h con Massa 5%	199
Figura 3.357. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1	1 della
Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 72h	200
Figura 3.358. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2	2 della
Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 72h	200
Figura 3.359. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3	3 della
Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 72h	201
Figura 3.360. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1	1 della
Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 1	201
Figura 3.361. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2	2 della
Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 1	202
Figura 3.362. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3	3 della
Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 1	202
Figura 3.363. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1	l della
Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 3a, prova con disturbo	203
Figura 3.364. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2	2 della
Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 3a, prova con disturbo	203
Figura 3.365. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3	3 della
Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 3a, prova con disturbo.	204
Figura 3.366. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1	l della
Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 3b, prova senza disturbo	204
Figura 3.367. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2	2 della
Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 3b, prova senza disturbo	205
Figura 3.368. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3	3 della
Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 3b, prova senza disturbo	205
Figura 3.369. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1	l della
Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 5	206
Figura 3.370. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2	2 della
Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 5	206
Figura 3.371. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3	3 della
Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 5 minuti. Data-set 12h, Set 5	207
Figura 3.372. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1	l della
Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 72h	207
Figura 3.373. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2	2 della
Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 72h.	208

Figura 3.374. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 72h
Figura 3.375. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 1
Figura 3.376. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 1
Figura 3.377. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 1
Figura 3.378. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 3a, prova con disturbo
Figura 3.379. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 3a, prova con disturbo
Figura 3.380. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 3a, prova con disturbo
Figura 3.381. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 3b, prova senza disturbo
Figura 3.382. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 3b, prova senza disturbo
Figura 3.383. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 3b, prova senza disturbo
Figura 3.384. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 1 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 5
Figura 3.385. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 2 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 5
Figura 3.386. Confronto tra i valori di frequenza grezzi e i valori depurati da forza assiale e temperatura del Modo 3 della Trave 2 con discretizzazione ad intervalli di 10 minuti. Data-set 12h, Set 5
Figura 3.387. Confronto tra le frequenze corrette del Modo 1 della trave 1 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.388. Confronto tra le frequenze corrette del Modo 2 della trave 1 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.389. Confronto tra le frequenze corrette del Modo 3 della trave 1 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.390. Confronto tra le frequenze corrette del Modo 1 della trave 1 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.391. Confronto tra le frequenze corrette del Modo 2 della trave 1 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.392. Confronto tra le frequenze corrette del Modo 3 della trave 1 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.393. Confronto tra le frequenze corrette del Modo 1 della trave 2 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.394. Confronto tra le frequenze corrette del Modo 2 della trave 2 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.395. Confronto tra le frequenze corrette del Modo 3 della trave 2 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 5 minuti
Figura 3.396. Confronto tra le frequenze corrette del Modo 1 della trave 2 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 10 minuti
Figura 3.397. Confronto tra le frequenze corrette del Modo 2 della trave 2 per tutti i data-set analizzati con discretizzazione di 10 minuti

Figura 3.398. Confronto tra le frequenze corrette del Modo 3 della trave 1 per tutti i data-set analizzati con discretizzaz	zione
di 10 minuti	221

Bibliografia

- [1] Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici "Linee guida per la classificazione e gestione del rischio, la valutazione della sicurezza ed il monitoraggio dei ponti esistenti"
- [2] Carlo Ranieri, Giovanni Fabbrocino. "Operational Modal Analysis of Civil Engineering Structures". In: Springer (2014).
- [3] Tom Irvine. "Natural frequencies of beam subjected to a uniform axial load". (2011)
- [4] Juan Valle, Daniel Fernandez, Jordi Madrenas. "Closed-form equation for natural frequencies of beams under full range of axial loads modeled with a spring-mass system". In: International Journal of Mechanical Sciences (2019) pp. 380-390.
- [5] Bokaiant. "Natural Frequencies of beam under tensile axial load". In: Journal of Sound and Vibration (1990) pp. 481-498.
- [6] Bart Peeters, Jan Leuridan, Herman Van der Auweraer. "PolyMAX modal parameter estimation: challenging automotive and aerospace applications". In: ResearchGate" (2004).
- [7] Bart Peeters, Herman Van der Auweraer. "PolyMAX: a revolution in operational modal analysis". In: ResearchGate" (2005).
- [8] Python Documentation.