POLITECNICO DI TORINO

Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Edile e Geotecnica

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile

Indirizzo Strutture

Tesi di Laurea Magistrale

STUDIO DI UN VIADOTTO ESISTENTE CON IMPALCATO A CASSONE IN ACCIAIO A PIASTRA ORTOTROPA

Relatori:
Ch.mo. Prof. Alberto Carpinteri
Ch.mo. Prof. Stefano Invernizzi

Correlatori:
Prof. Ing. Francesco Montagnoli
Ing. Davide Masera, Ph.D.
Ing. Daniele Cantelmi

Candidato:
Mattia Mairone
247040

Ottobre 2021

Indice

Elenco delle figure 6

Elenco delle tabelle 21

Sommario 24

Abstract 25

1 Impalcati a piastra ortotropa 26
1.1 Piastre ortotrope 26
1.1.1 La storia del costruito esistente 28
1.1.1.1 Panoramica degli O.S.D. nel mondo 28
1.1.1.1.1 Ponti a travata 28
1.1.1.1.2 Ponti ad arco 43
1.1.1.1.3 Ponti reticolari 50
1.1.1.1.4 Ponti galleggianti 57
1.1.1.1.5 Ponti strallati 58
1.1.1.1.6 Ponti sospesi 79
1.1.1.2 Panoramica dei ponti con impalcato a piastra ortotropa in Italia 101
1.1.1.2.1 Ponti a travata 101
1.1.1.2.2 Ponti ad arco 115
1.1.1.2.3 Ponti reticolari 119
1.1.1.2.4 Ponti sospesi 120
1.1.2 Vantaggi della piastra ortotropa 123

2 Descrizione del viadotto oggetto di studio 127
2.1 Geometria del viadotto 128
2.2 Irrigidimenti 134
2.3 Conci 135

2.3.1 Unione dei conci 135
2.4 Sistema di vincolo 135
2.4.1 Ritegni sismici elastoplastici-multidirezionali 136
2.4.2 Apparecchi di appoggio 138
2.4.2.1 Apparecchi di appoggio fissi 138
2.4.2.2 Apparecchi di appoggio multidirezionali in PTFE . 138

3 Analisi strutturale globale 140
3.1 Impalcati curvilinei 140
3.2 Trave a balcone isostatica 143
3.2.1 Caso studio 151
3.2.1.1 Analisi dei carichi permanenti 151
3.2.1.2 Calcolo analitico 152
3.2.1.3 Analisi FEM 156
3.2.1.4 Confronto tra FEM e calcolo analitico 157
3.3 Trave a balcone continua 158
3.3.1 Principio dei Lavori Virtuali 158
3.3.1.1 Cenni storici 158
3.3.1.2 Principio dei lavori virtuale per corpi deformabili . 162
3.3.1.3 Principio dei lavori virtuali per travi rettilinee . . . 164
3.3.1.3.1 Principio dei lavori virtuali in forma matriciale 172
3.3.2 Principio dei lavori virtuali per travi curve nel piano orizzontale 178
3.4 Trave a balcone iperstatica (incastro-incastro) 183
3.4.1 Teorema di Menabrea 183
3.4.2 Teorema di Castigliano 184
3.4.3 Teoria della trave a balcone incastro-appoggio 187
3.4.4 Caso studio: campata P10-P11 194
3.4.5 Calcolo analitico 195
3.5 Trave a balcone iperstatica (appoggio-incastro) 198
3.5.1 Teoria della trave a balcone iperstatica (appoggio incastro) 198
3.5.2 Caso studio: campate P9-P10 e P11-P12 206
3.5.3 Calcolo analitico 206
3.6 Analisi FEM 213
3.6.1 Midas GEN 214
3.6.2 DIANA FEA 232
3.7 Confronto tra FEM e calcolo analitico 237

4 Fatica 250
4.1 Sviluppo storico del controllo delle fratture 250
4.2 Introduzione al fenomeno della fatica 262
4.2.1 Parametri della sollecitazione ciclica 262
4.2.2 Cenni storici 264
4.2.3 Aspetti miscroscopici del fenomeno della fatica 267
4.2.4 Aspetti macroscopici del fenomeno della fatica 270
4.3 Fatica da sollecitazioni cicliche ad ampiezza costante 271
4.4 Fattori che influenzano il comportamento a fatica 274
4.4.1 Influenza della tensione media 275
4.4.2 Effetto delle dimensioni 277
4.4.3 Effetto dei trattamenti superficiali 278
4.4.4 Effetto dell'ambiente corrosivo 279
4.4.5 Curve S-N-P 281
4.4.5.1 Curve S-N da CNR UNI 10011/88 282
4.5 Fatica da sollecitazioni cicliche ad ampiezza variabile 282
4.5.1 Conteggio dei cicli 284
4.5.1.1 Metodo Rainflow 286
4.5.1.1.1 Metodo rainflow sequenziale 289
4.5.1.2 Metodo del serbatoio 290
4.6 Approccio normativo 291
4.6.1 Modelli di carico per fatica 291
4.6.2 Diffusione dei carichi locali 297
4.6.3 Spettri di carico 298
4.6.4 Spettri di tensione e metodi di conteggio 299
4.6.5 Resistenza a fatica (Curve S-N) 301
4.6.6 Modifiche alla resistenza a fatica 304
4.6.7 Verifiche a fatica 305
4.6.7.1 Metodologia di verifica 306
4.6.7.2 Verifiche a vita illimitata 307
4.6.7.3 Verifiche a danneggiamento 307
4.7 Linee d'influenza 308
4.7.1 Caso studio 308
4.7.1.1 Modello FEM 308
4.7.1.2 Influence line in Midas GEN 309
4.8 Caso studio 320
4.8.1 Numero di cicli a fatica 320
4.8.2 Osservatorio del Traffico 320
4.8.2.1 Il sistema Panama 321

4.8.2.2 La rete dei sensori 322
4.8.2.3 Attuali elaborazioni 323
4.8.2.4 Dati traffico della tratta del caso studio 324
4.9 Modellazione FEM 339
4.9.1 Mesh in FEA NX 339
4.9.1.1 Cassone intero 340
4.9.1.2 Porzione in prossimità della corsia lenta 347
4.10 Analisi FEM a fatica 349
4.10.1 Modello Full Plate - Porzione in prossimità della corsia lenta 349
4.10.1.1 Caratteristiche geometriche 352
4.10.1.2 Vincoli 352
4.10.1.3 Carichi applicati 353
4.11 Verifiche a fatica 356
4.11.1 La combinazione di carico 363
4.11.2 Dettaglio Rib-to-Plate 363
4.11.2.1 Dettaglio Rib-to-Plate (Plate) 364
4.12 Riepilogo verifiche a danneggiamento 372

5 Conclusioni 377

6 Sviluppi futuri 378

7 Allegati 379
7.1 Codice Matlab per trave rettilinea 379

Bibliografia 394

Elenco delle figure

1.1 Sezione trasversale tipica dei ponti "*battledeck floor*". 26
1.2 Cavalcavia autostradale a Jungingen, Germania (1934), campate da 26-37-37-26 [ft]. 27
1.3 Vista del Kurpfalzbrücke. 29
1.4 Vista del viadotto Europa. 30
1.5 Vista del ponte Grand Duchess Charlotte. 30
1.6 Dettaglio dei conci e dei piedritti del Grand Duchess Charlotte. . . 31
1.7 Vista del Pont de la Concorde. 32
1.8 Fase di costruzione del San Mateo-Hayward Bridge. 33
1.9 Vista del San Mateo-Hayward Bridge da San Mateo County. 33
1.10 Vista del Gazela (Brücke) Bridge. 34
1.11 Vista dei Queensway Twin Bridges. 35
1.12 Vista del President Costa e Silva Bridge. 36
1.13 Vista del Neckar Viaduct. 37
1.14 Vista del Branko's Bridge del 1979. 38
1.15 Vista del Grota-Roweckiego Bridge. 39
1.16 Varo di un concio di campata del Brigittenauer Bridge. 39
1.17 Vista del Brigittenauer Bridge. 40
1.18 Vista del High Moselle Bridge. 41
1.19 Vista di sommità pila del High Moselle Bridge. 41
1.20 Sollevamento di un'intera campata del Wittpenn Bridge. 42
1.21 Vista del Wittpenn Bridge del 2020. 43
1.22 Vista dal basso della piastra ortotropa dell'impalcato del Sydney Harbour Bridge. 44
1.23 Vista del Sydney Harbour Bridge. 44
1.24 Vista del vecchio ponte di Port Mann. 45
1.25 Vista del Fehmarnsund Sound Bridge. 45
1.26 Vista del Fremont Bridge. 46
1.27 Vista dell'intradosso dell'impalcato del Fremont Bridge. 46

1.28 Vista del Juscelino Kubitschek Bridge. 47
1.29 Vista del Lupu Bridge. 48
1.30 Vista del Apollo Bridge. 49
1.31 Vista del Chaotianmen Bridge. 50
1.32 Vista del Tornionjoki Bridge. 52
1.33 Vista della struttura reticolare del Champlain Bridge. 53
1.34 Vista del Champlain Bridge (sinistra). 53
1.35 Vista del Oshima Bridge. 54
1.36 Vista del Mária-Valéria Bridge. 55
1.37 Vista del Ikitsuki Ohashi Bridgee. 55
1.38 Crollo del Seongsu Bridge nel 1994. 56
1.39 Vista del Seongsu Bridge. 57
1.40 Vista del Nordhordland Bridge. 58
1.41 Quadro indicativo dei costi/m^2 delle tipologie di ponti ponti a lunga campata. 59
1.42 Vista del Strömsund Bridge. 61
1.43 Vista del Theodor Heuss Bridge sul Reno. 61
1.44 Vista del Severin Bridge. 62
1.45 Intradosso della lamiera superiore del Leverkusen Bridge. 63
1.46 Vista del ponte Leverkusen Bridge. 63
1.47 Vista del Maxau Road Rhine Bridges (destra). 64
1.48 Vista del Friedrich Ebert Bridge. 65
1.49 Vista del ponte Knie Bridge. 66
1.50 Vista del Mannheim-Ludwigshafen (Kurt-Schuhmacher) Bridge. . . 67
1.51 Vista del Saint-Nazaire Bridge. 67
1.52 Vista del Normandy Bridge. 68
1.53 Vista del Millau Viaduct. 69
1.54 Vista del Sutong Bridge. 69
1.55 Fase di costruzione del Stonecutters Bridge. 70
1.56 Vista del Stonecutters Bridge. 71
1.57 Vista del Duge Bridge. 72
1.58 Fase di costruzione del Russky Bridge. 73
1.59 Vista del Russky Bridge. 73
1.60 Dettaglio di un concio del Ada Bridge durante la fase di trasporto a terra. 74
1.61 Vista del Ada Bridge. 74
1.62 Vista del Hutong Yangtze River Bridge. 75
1.63 Vista del Yachi River Bridge. 76

1.64 Geometria prima della chiusura delle campate principali del Queensferry Crossing Bridge. 76
1.65 Vista del Queensferry Crossing Bridge. 77
1.66 Vista del nuovo Champlain Bridge (destra). 78
1.67 Fase di costruzione del nel nuovo Champlain Bridge. 79
1.68 Vista del Vista del Forth Road Bridge. 82
1.69 Vista dell'intradosso della lamiera superiore della struttura reticolare del Forth Road Bridge. 82
1.70 Vista del Vista del Forth Railroad Bridge (sinistra), Forth Road Bridge (centrale) e del Queensferry Crossing (destra). 83
1.71 Vista del Williamsbrurg Bridge. 83
1.72 Vista del George Washington Bridge. 84
1.73 Vista del Golden Gate Bridge. 85
1.74 Vista del Lions' Gate Bridge. 86
1.75 Vista del Second Tacoma Narrows (destra). 87
1.76 Intradosso della lamiera superiore del Friedrich-Ebert-Brücke. . . . 88
1.77 Vista del Friedrich-Ebert-Brücke. 88
1.78 Vista del Verrazzano-Narrows Bridge. 89
1.79 Vista del Severn Bridge. 89
1.80 Fase di varo di un concio del Humber Bridge. 90
1.81 Vista d'insieme del Humber Bridge 90
1.82 Vista del Akashi Kaikyo Bridge. 91
1.83 Interno dell'impalcato reticolare a piastra ortotropa del Akashi Kaikyo Bridge. 92
1.84 Vista del Great Belt East Bridge. 93
1.85 Vista del New Tacoma Narrows (sinistra). 94
1.86 Vista del Xihoumen Bridge. 95
1.87 Vista del Fourth Nanjing Yangtze Bridge. 96
1.88 Vista del Qingshui River Bridge. 97
1.89 Fase di varo di un concio del Bosphorus Bridge. 98
1.90 Vista del Bosphorus Bridge. 98
1.91 Vista del Nansha Bridge. 99
1.92 Vista delCanakkale Bridge. 100
1.93 Visualizzazione del Dataset dei principali impalcati OSD nel mondo. 100
1.94 Vista del viadotto Ponte nelle Alpi. 102
1.95 Vista del viadotto Ponte nelle Alpi. 103
1.96 Vista del viadotto Viadotto Rago. 104
1.97 Vista del Viadotto Serra. 105
1.98 Vista del Ponte Cadore. 106

1.99 Vista del Ponte Cadore. 107
1.100 Fase di costruzione (sinistra) e vista del Viadotto Fragneto (destra). 107
1.101 Vista del viadotto Ponte nelle Alpi. 108
1.102 Fase di costruzione (sinistra) e vista del Viadotto Verrand (destra). 109
1.103 Fase di costruzione del Viadotto Torri di Quartesolo. 109
1.104 Vista d'insieme del Viadotto Torri di Quartesolo. 110
1.105 Vista del Viadotto Italia. 111
1.106 Fase di costruzione del Viadotto Castiglione 1. 112
1.107 Fase di costruzione del Viadotto Castiglione 1. 112
1.108 Vista dell'apertura del Ponte Colombera. 113
1.109 Apertura al traffico del Nuovo Ponte Carasco, il cui collaudo è stato effettuato con otto camion di circa 42 t l'uno. 114
1.110 Vista del Nuovo Ponte Adige. 114
1.111 Apertura al traffico del Nuovo Ponte Carasco, il cui collaudo è stato effettuato con otto camion di circa 42 t l'uno. 115
1.112 Vista del Ponte della Gerola. 116
1.113 Fase di costruzione (sinistra) e vista del Viadotto Fragneto (destra). 116
1.114 Vista del Ponte ad arco Tiburtina. 117
1.115 Vista d'insieme del Ponte Centrale a Reggio-Emilia. 117
1.116 Vista dei costoloni a sbalzo del Ponte Centrale a Reggio-Emilia. . . 118
1.117 Vista del Ponte Adige. 119
1.118 Vista del Nuovo ponte sul fiume Po. 120
1.119 Render del Ponte sullo Stretto di Messina. 121
1.120 Visualizzazione del Dataset dei principali impalcati OSD in Italia. . 122
1.121 Confronto ponti OSD a travata, reticolari e ad arco. 122
1.122 Confronto ponti OSD a travata, reticolari, ad arco, strallati e sospesi. 123

2.1 Vista del viadotto in esame, immagine scattata dalla pila P9 della carreggiata Nord-Est. 128
2.2 Lunghezza delle campate - Carreggiata Nord-Est e Sud-Ovest. . . . 129
2.3 Andamento planimetrico qualitativo del tracciato del viadotto oggetto di studio - Carreggiata Nord-Est e Sud-Ovest. 129
2.4 Andamento planimetrico qualitativo della via Nord-Est e Sud-Ovest. 129
2.5 Sezione trasversale tipo - Carreggiate Nord-Est e Sud-Ovest, pila PX. 130
2.6 Sezione longitudinale viadotto Nord-Est. 131
2.7 Sezione longitudinale viadotto Sud-Ovest. 131
2.8 Sezione trasversale B–B viadotto Nord-Est - Diaframma intermedio trave bassa. 132

2.9 Sezione trasversale A-A viadotto Nord-Est - Diaframma intermedio trave alta. 132
2.10 Sezione trasversale C-C viadotto via Est – Diaframma di pila. . . . 133
2.11 Sezione trasversale C-C viadotto via Est – Diaframma di pila. . . . 133
2.12 Disposizione dei vincoli - Carreggiata Nord-Est e Sud-Ovest. 136
2.13 Sezione dei dispositivi antisismici fissi e mobili. 137

3.1 Tipologie di sezioni a cassone: (a) monocellulare; (b) monocellulari interconnessi; (c) pluricellulare. 141
3.2 Jamal Abdul Nasser Street, Ponte curvilineo a cassone in conci prefabbricati, https://www.masera-eg.it/ 141
3.3 Viadotto Caffaro, Ponte curvilineo a a graticcio con travi a I in misto acciaio-calcestruzzo, http://www.matildi.com// 142
3.4 Viadotto Roccaprebalza A15 Autostrada della Cisa, Ponte curvilineo a cassone in acciaio, https://www.spicsrl.com/ 142
3.5 Vista frontale della trave a balcone isostatica soggetta a un carico uniformemente distribuito. 143
3.6 Planimetria della trave a balcone isostatica. 144
3.7 Caratteristiche geometriche della trave curvilinea. 145
3.8 Equilibrio concio infinitesimo di trave curvilinea. 146
3.9 Andamento tipico del diagramma di momento torcente e flettente per la trave a balcone isostatica. 151
3.10 Campata P9-P10. Diagramma di momento torcente (sinistra) e flettente (destra) per la trave a balcone isostatica, per l'azione dei carichi permanenti. 152
3.11 Campata P10-P11. Diagramma di momento torcente (sinistra) e flettente (destra) per la trave a balcone isostatica, sotto l'azione dei carichi permanenti. 153
3.12 Campata P11-P12. Diagramma di momento torcente (sinistra) e flettente (destra) per la trave a balcone isostatica, sotto l'azione dei carichi permanenti. 153
3.13 Planimetria della trave continua a balcone isostatica. 154
3.14 Vista frontale della trave continua a balcone isostatica soggetta ad un carico uniformemente distribuito. 154
3.15 Intero viadotto. Diagramma di momento torcente per la trave a balcone isostatica, sotto l'azione dei carichi permanenti. 155
3.16 Intero viadotto. Diagramma di momento flettente per la trave a balcone isostatica, sotto l'azione dei carichi permanenti. 155
3.17 Modello FEM, Trave continua a balcone isostatica, Planimetria. . . 156

3.18 Modello FEM, Trave continua a balcone isostatica, Vista frontale, Carico permanente. 156
3.19 Modello FEM, Trave continua a balcone isostatica, Momento torcente, Carico permanente. 157
3.20 Risoluzione del problema della leva operata da Archimede. 159
3.21 Risoluzione del problema del piano inclinato operata da Stevino. . 160
3.22 Significato di spostamento virtuale dato da Cartesio. 161
3.23 Corpo deformabile in equilibrio sotto l'azione dei carichi esterni. . 162
3.24 Sistema reale (a) e sistema fittizio (b). 166
3.25 sistema strutturale una volta iperstatico. 168
3.26 Trave continua con di N_1 campate, Sistema (0) e $N_1 - 1$ sistemi (1). 172
3.27 Disposizione del carico accidentale in una trave continua a 2 campate. 175
3.28 Disposizione del carico accidentale in una trave continua a 3 campate. 175
3.29 Sotto-matrice booleana delle presenze/assenze di trave continua con più di 3 campate. 176
3.30 Campata i-esima soggetta alle reazioni iperstatiche unitarie. 179
3.31 Andamento tipico dei diagrammi di momento flettente, torcente e taglio di una trave a balcone a 4 campate. 182
3.32 Teorema di Menabrea. 183
3.33 Teorema di Castigliano: trave semplicemente appoggiata soggetta alle n-forze incognite. 185
3.34 Teorema di Clapeyron per il caso unidimensionale: trave semplicemente appoggiata (a) abbassamento del punto di applicazione del carico concentrato (b) energia potenziale elastica. 185
3.35 Trave curva nel piano orizzontale incastra ad entrami gli estremi e soggetta ad un carico uniformemente distribuito. 187
3.36 Trave curva nel piano orizzontale incastra ad entrami gli estremi e soggetta ad un carico uniformemente distribuito. 188
3.37 Fattore di rigidezza torsionale per sezioni rettangolari e sezioni sottili aperte e chiuse. 190
3.38 Parametri geometrici per il calcolo del fattore di rigidezza torsionale per sezioni sottili chiuse. 191
3.39 Planimetria della trave a balcone incastrata. 193
3.40 Vista frontale della trave a balcone incastrata soggetta ad un carico uniformemente distribuito. 194
3.41 Andamento tipico del diagramma di momento torcente e flettente per la trave a balcone isostatica. 194

3.42 Linea media della sezione trasversale del cassone della campata tra pila P10 e P11 per la risoluzione del problema della trave a balcone iperstatica. 196
3.43 Campata P10-P11. Diagramma di momento torcente (sinistra) e flettente (destra) per la trave a balcone isostatica ed incastrata alle estremità, sotto l'azione dei carichi permanenti. 197
3.44 Trave ad asse curvilineo soggetto a forza verticale, momento flettente e momento torcente all'estremo A. 198
3.45 Trave ad asse curvilineo soggetto a forza verticale, momento flettente e momento torcente all'estremo A. 202
3.46 Planimetria della trave curvilinea appoggio-incastro. 205
3.47 Vista frontale della trave curvilinea appoggio-incastro soggetta ad un carico uniformemente distribuito. 205
3.48 Andamento tipico dei diagrammi di momento flettente, torcente e taglio di una trave curvilinea appoggio-incastro. 206
3.49 Linea media della sezione trasversale del cassone della campata tra pila P9 e P10 per la risoluzione del problema della trave a balcone iperstatica. 209
3.50 Campata P9-P10. Diagramma di momento torcente (sinistra) e flettente (destra) per la trave a balcone appoggiata-incastrata alle estremità, sotto l'azione dei carichi permanenti. 210
3.51 Linea media della sezione trasversale del cassone della campata tra pila P11 e P12 per la risoluzione del problema della trave a balcone iperstatica. 212
3.52 Campata P11-P12. Diagramma di momento torcente (sinistra) e flettente (destra) per la trave a balcone isostatica ed incastrata-appoggiata alle estremità, sotto l'azione dei carichi permanenti. . . 213
3.53 Diagramma di flusso dello studio teorico e dei confronti con i modelli FEM del viadotto caso studio. 214
3.54 Modello FEM in Midas GEN, Trave a balcone incastrata-incastrata da 120[m] tra le pile P10-P11, Vista 3D con ingombri, Carico permanente. 216
3.55 Modello FEM in Midas GEN, Trave a balcone incastrata-incastrata da 120[m] tra le pile P10-P11 a cassone equivalente, Momento torcente, Carico permanente. 217
3.56 Modello FEM in Midas GEN, Trave a balcone incastrata-incastrata da 120[m] tra le pile P10-P11 a cassone equivalente, Momento flettente, Carico permanente. 217

3.57 Modello FEM in Midas GEN, Trave a balcone incastrata-incastrata da 120[m] tra le pile P10-P11, Vista 3D con ingombri, Carico permanente. 218
3.58 Modello FEM in Midas GEN, Trave a balcone incastrata-incastrata da 120[m] tra le pile P10-P11, Momento torcente, Carico permanente. 218
3.59 Modello FEM in Midas GEN, Trave a balcone incastrata-incastrata da 120[m] tra le pile P10-P11, Momento flettente, Carico permanente. 219
3.60 Attribuzione dei vincolo di incastro, per la pila P11 e P12, (sinistra) e svincolo flessionale (destra) della pila P12 in Midas GEN. 220
3.61 Modello FEM in Midas GEN, Trave a balcone laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12 a cassone equivalente, Vista 3D con ingombri, Carico permanente. 222
3.62 Modello FEM in Midas GEN, Trave a balcone laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12 a cassone equivalente, Momento torcente, Carico permanente. 222
3.63 Modello FEM in Midas GEN, Trave a balcone laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12 a cassone equivalente, Momento flettente, Carico permanente. 223
3.64 Modello FEM in Midas GEN, Trave a balcone laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12, Vista 3D con ingombri, Carico permanente. . . 224
3.65 Modello FEM in Midas GEN, Trave a balcone laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12, Momento torcente, Carico permanente. 224
3.66 Modello FEM in Midas GEN, Trave a balcone laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12, Momento flettente, Carico permanente. 226
3.67 Attribuzione dei vincolo cerniera (incastro con *Beam End Release* della pila P12 in Midas GEN. 227
3.68 Modello 3-C3 in Midas GEN, Trave a balcone laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12, Momento torcente, Carico permanente. 227
3.69 Modello 3-C3 in Midas GEN, Trave a balcone laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12, Momento flettente, Carico permanente. 228
3.70 Attribuzione dei vincolo cerniera della pila P12 in Midas GEN. . . . 228
3.71 Modello 4-C3 in Midas GEN, Trave a balcone laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12, Momento torcente, Carico permanente. 229
3.72 Modello 4-C3 in Midas GEN, Trave a balcone laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12, Momento flettente, Carico permanente. 229
3.73 Modello FEM in Midas GEN, Intero viadotto, Planimetria e Mesh. 230
3.74 Modello FEM in Midas GEN, Intero viadotto, Vista 3D con ingombri, Carico permanente. 230

3.75 Modello FEM in Midas GEN, Intero viadotto, Momento torcente, Carico permanente. 232
3.76 Modello FEM in Midas GEN, Intero viadotto, Momento flettente, Carico permanente. 232
3.77 Elemento CL18B di classe III curvilineo a 3 nodi nello spazio in DIANA FEA. 233
3.78 Campata P10-P11. Diagramma di momento torcente per la trave a balcone incastrata alle estremità, sotto l'azione dei carichi permanenti. 234
3.79 Input delle caratteristiche meccaniche dell'acciaio S355 (Fe510D). . 234
3.80 Modello FEM in DIANA FEA, viadotto intero P9-P12, Vista 3D, Carico permanente. 236
3.81 Modello FEM in DIANA FEA, viadotto intero P9-P12, Momento torcente, Carico permanente. 236
3.82 Modello FEM in DIANA FEA, viadotto intero P9-P12, Momento flettente, Carico permanente. 237
3.83 Diagramma di flusso dei confronti tra calcolo analitico e i modelli FEM delle singole campate del viadotto caso studio. 238
3.84 Viadotto intero P9-P12, Confronto del momento torcente sotto l'azione dei carichi permanenti. 239
3.85 Viadotto intero P9-P12, Confronto del momento flettente sotto l'azione dei carichi permanenti. 240
3.86 Viadotto intero P9-P12, Confronto del taglio sotto l'azione dei carichi permanenti. 240
3.87 Campata P11-P12, Coordinate nodi nel piano dell'impalcato. 241
3.88 Campata P10-P11, Diagramma di momento torcente derivanti dal calcolo analitico e dai modelli 1-C2 e 2-C2, sotto l'azione dei carichi permanenti. 242
3.89 Campata P10-P11. Diagramma di momento torcente derivante dal calcolo analitico e dai modelli FEM in Midas GEN e DIANA FEA, sotto l'azione dei carichi permanenti. 243
3.90 Campata P10-P11. Diagrammi di momento torcente per l'azione dei carichi permanenti. 244
3.91 Campata P11-P12. Coordinate nodi nel piano dell'impalcato. 245
3.92 Campata P11-P12, Diagramma di momento torcente derivanti dal calcolo analitico e dai modelli 1-C3 e 2-C3, sotto l'azione dei carichi permanenti. 246
3.93 Campata P11-P12, Diagramma di momento torcente derivanti dal calcolo analitico e dai modelli 3-C3 e 4-C3, sotto l'azione dei carichi permanenti. 246

3.94 Campata P11-P12, Diagramma di momento torcente derivanti dal calcolo analitico e dai modelli 1-C3 e 2-C3, 3-C3 e 4-C3, sotto l'azione dei carichi permanenti. 247
3.95 Campata P11-P12. Diagramma di momento torcente derivante dal calcolo analitico e dai modelli FEM in Midas GEN e DIANA FEA, sotto l'azione dei carichi permanenti. 248
3.96 Campata P10-P11. Diagrammi di momento torcente per l'azione dei carichi permanenti. 249

4.1 Profilo del *Silver Bridge*, particolari e sequenza di rottura dell'elemento di collegamento *eye-bar*. 251
4.2 Collasso del *Mianus River Bridge*. 253
4.3 Tipica connessione a perno e gancio si sospensione della campata isostatica del *Mianus River Bridge*. 254
4.4 Location dell'origine della fessura dell'anima delle travi del *Hoan Bridge* 255
4.5 Location dell'origine della fessura dell'anima delle travi del *Hoan Bridge* 256
4.6 Dettaglio piastra fazzoletto del *Hoan Bridge*. 258
4.7 Frattura del *US 422 Bridge*; configurazione del sistema di controventi orizzontali (in alto) e vista dal basso della flangia fratturata e del fazzoletto (in basso). 259
4.8 Frattura della piattabanda inferiore e dell'anima della trave del *US 422 Bridge* (in alto) e vista della connessione: frattura del fazzoletto laterale in corrispondenza della saldatura all'intersezione tra il fazzoletto e le piastre di irrigidimento verticali dell'anima della trave (in basso). 261
4.9 Ciclo di tensione a fatica. 263
4.10 Moto di una dislocazione. 268
4.11 Bande di scorrimento in un metallo dovuto al carico ciclico. 268
4.12 Crescita transcristallina di una cricca. 269
4.13 Meccanismo di accrescimento di una cricca sottoposta a cicli alternati di trazione e compressione 269
4.14 Aspetto di una superficie di frattura per fatica. 270
4.15 Sezione di un elemento rotto a fatica; sono evidenziati l'innesco della cricca, l'area di propagazione e la porzione interessata dalla rottura finale di schianto. 271
4.16 Diagrammi di Wöhler. 272
4.17 Diagramma di Wöhler. 273

4.18 I tre campi del diagramma di Wöhler. 274
4.19 Ipotesi di Goodmann. 275
4.20 Diagramma di Haigh stimato. 276
4.21 Valore del coefficiente C_d in relazione alla dimensione del provino d. 277
4.22 Applicazione della regola di Palmgren-Miner a seguito di diversi scenari di ammaloramento ipotizzati. 280
4.23 Diagramma di Wöhler. 281
4.24 Esempi di storie di carico con cicli ad ampiezza variabile: (a) gruppi di cicli con ampiezza crescente, (b) cicli a media nulla ed ampiezza variabile in modo aleatorio (o random), (c) cicli con ampiezza e valor medio variabili in modo aleatorio. 283
4.25 Spettro dell'intervallo di variazione della tensione. 285
4.26 Matrice dei cicli di carico da metodo *rain-flow* in forma bi-parametrica. 286
4.27 Principio di sovrapposizione degli effetti indotti dalla storia tensionale di tensione in configurazione "picco-valle-picco" e "valle-picco-valle". 287
4.28 Procedura manuale dell'implementazione del Metodo Rainflow. . . . 288
4.29 Storia di carico irregolare: picchi e valli consecutivi con valori differenti. 289
4.30 Condizioni da verificare per il conteggio di un ciclo nel *metodo rain-flow*: (a) e (b) sono valide. 289
4.31 Esempio di applicazione del metodo *rainflow*. 290
4.32 Metodo del serbatoio per il conteggio dei cicli di un tratto di storia tensionale. 291
4.33 Modello di carico di fatica 1. 292
4.34 Tab. 5.1.VII - Modello di carico di fatica 2 – veicoli frequenti. . . . 293
4.35 Tab. 5.1.IX - Dimensioni degli assi e delle impronte per i veicoli equivalenti. 294
4.36 Schema applicativo del Metodo dei Coefficienti di Danneggiamento Equivalente. 295
4.37 Modello di carico di fatica. 3. 296
4.38 Tab. 5.1.X – Flusso annuo di veicoli pesanti sulla corsia di marcia lenta. 296
4.39 NTC18 - Fig. 5.1.3.a Diffusione dei carichi concentrati nelle solette (sinistra) e Fig. 5.1.3.b Diffusione dei carichi concentrati negli impalcati a piastra ortotropa (destra). 297
4.40 Modelli di carico di fatica in accordo con EN 1991-2:2003. 298
4.41 Figura C4.2.19 - Metodo del serbatoio. 300
4.42 Figura C4.2.20 - Metodo del flusso di pioggia. 300
4.43 Tab. 4.2.XI - Coefficienti di sicurezza da assumere per le verifiche a fatica. 301

4.44 Figura 7.1 Curve di resistenza a fatica per intervalli di variazione delle tensioni normali. 303
4.45 Figura 7.2 Curve di resistenza a fatica per intervalli di variazione delle tensioni tangenziali. 304
4.46 Figura 7.4 Intervallo di variazione della tensione modificata per particolari costruttivi non saldati o sottoposti a trattamento termico di distensione. 305
4.47 Linea d'influenza del momento flettente negativo in pila P9. 310
4.48 Linea d'influenza del momento flettente negativo in pila P9. 310
4.49 Applicazione della forza verticale unitaria viaggiante per minimizzare il momento flettente in in campata P10-P11. 311
4.50 Linea d'influenza del momento flettente negativo in pila P9. 312
4.51 Applicazione della forza verticale unitaria viaggiante per minimizzare il momento flettente in pila P9. 312
4.52 Applicazione della forza verticale unitaria viaggiante per massimizzare il momento flettente in pila P9. 313
4.53 Linea d'influenza del momento flettente positivo in mezzeria campata tra le pile P9-P10. 313
4.54 Linea d'influenza del momento flettente positivo in mezzeria campata tra le pile P10-P11. 314
4.55 Linea d'influenza del momento flettente positivo in mezzeria campata tra le pile P11-P12. 314
4.56 Linea d'influenza del momento flettente negativo della pila P10. . . 314
4.57 Linea d'influenza del momento flettente negativo della pila P11. . . 315
4.58 Linea d'influenza del taglio a destra della pila P9. 315
4.59 Linea d'influenza del taglio a sinistra della pila P10. 315
4.60 Linea d'influenza del taglio a destra della pila P10. 316
4.61 Linea d'influenza del taglio a sinistra della pila P11. 316
4.62 Linea d'influenza del taglio a destra della pila P11. 316
4.63 Linea d'influenza del taglio a sinistra della pila P12. 317
4.64 Corsia lenta della carreggiata Sud-Ovest. 318
4.65 Linea d'influenza del momento torcente a destra della pila P9. . . . 318
4.66 Linea d'influenza del momento torcente a sinistra della pila P10. . . 319
4.67 Linea d'influenza del momento torcente a destra della pila P10. . . 319
4.68 Linea d'influenza del momento torcente a sinistra della pila P11. . . 319
4.69 Linea d'influenza del momento torcente a destra della pila P11. . . 320
4.70 Linea d'influenza del momento torcente a sinistra della pila P12. . . 320
4.71 Rete di sensori di ANAS SpA. 323

4.72 Dati ASPI del transito giornaliero dei veicoli leggeri tra Ottobre e Giugno rilevati nel 2019 nella tratta autostradale del viadotto caso studio. 325
4.73 Dati ASPI del transito giornaliero dei veicoli pesanti tra Ottobre e Giugno rilevati nel 2019 nella tratta autostradale del viadotto caso studio. 325
4.74 Dati ASPI del transito giornaliero dei veicoli leggeri e pesanti tra Ottobre e Giugno rilevati nel 2019 nella tratta autostradale del viadotto caso studio. 326
4.75 Rete di sensori nel Nord-Italia di ANAS SpA. 326
4.76 I.M.R. veicoli pesanti del Nord Italia: Luglio 2019 vs. Giugno 2019. 327
4.77 I.M.R. veicoli pesanti del Nord Italia: Agosto 2019 vs. Luglio 2019. 328
4.78 I.M.R. veicoli pesanti del Nord Italia: Settembre 2019 vs. Agosto 2019. 329
4.79 Variazione dell'Indice di Mobilità Rilevata (IMR) nei mesi di Luglio, Agosto e Settembre 2019. 330
4.80 I.M.R. veicoli leggeri e pesanti del Nord Italia: Aprile 2020 vs. Aprile 2021. 332
4.81 Metodologia di estrapolazione del traffico mensile degli anni antecedenti e successivi al 2019 tramite l'utilizzo dell'Indice di Mobilità Rilevata (IMR). 333
4.82 Dati del transito mensile dei veicoli leggeri tra il 2016 e il 2021, ricavati a partire da quelli del 2019, nella tratta autostradale del viadotto caso studio. 337
4.83 Dati del transito mensile dei veicoli pesanti tra il 2016 e il 2021, ricavati a partire da quelli del 2019, nella tratta autostradale del viadotto caso studio. 338
4.84 Sezione dell'intero cassone, altezza 5.5[m] da Autocad 2021. 340
4.85 Importazione della sezione *.dxf* in FEA NX. 340
4.86 Input delle propiretà meccaniche del materiale acciaio S355, spessore degli elementi bi-dimensionali e sezione degli elementi mono-dimensionali. 341
4.87 Fase di creazione dell'area interna a linee. 342
4.88 Macro-area rappresentativa di una porzione di sbalzo della nervatura (passo 3[m]). 342
4.89 Mesh dei bordi delle macro-aree. 343
4.90 Divisione del perimetro della macro-area dello sbalzo della nervatura (passo 3[m]). 344
4.91 Creazione della mesh delle macro-aree. 344

4.92 Mesh della macro-area dello sbalzo della nervatura (passo 3[m]). . . 345
4.93 Creazione dell'elemento trave rappresentativo della piasta superiore del casso: successiva estrusione in midas GEN. 345
4.94 Meshatura deglle linee in elementi *Beam*. 346
4.95 Completamento della fase di meshatura in FEA NX. 346
4.96 Sezione dell'intero cassone, altezza 5.5[m] da Autocad 2021. 347
4.97 Importazione della sezione .dxf in FEA NX. 347
4.98 Macro-area rappresentativa di una porzione di sbalzo della nervatura (passo3[m]). 348
4.99 Divisione del perimetro della macro-area dello sbalzo della nervatura (passo3[m]). 348
4.100 Metodologia di estrapolazione del traffico mensile degli anni antecedenti e successivi al 2019 tramite l'utilizzo dell'Indice di Mobilità Rilevata (IMR). 349
4.101 Mesh della macro-area dello sbalzo della nervatura (passo 3[m]). . . 349
4.102 Rappresentazione del modello strutturale attraverso il software Midas GEN del caso studio. 350
4.103 Vista della porzione di viadotto oggetto di modellazione. 351
4.104 Rappresentazione del modello strutturale senza la lamiera superiore. 351
4.105 Estratto di as-built della porzione di cassone oggetto di modellazione full-plate. 352
4.106 Disposizione dei vincoli. 352
4.107 Sistema di vincolo ideale applicato al modello Full-Plate. 353
4.108 Posizione delle impronte B del FLM4 diffuse - step00 - anima prima nervatura. 355
4.109 Posizione delle impronte B del FLM4 diffuse - step10 - mezzeria campata dei rib. 355
4.110 Posizione in direzione trasversale dell'impronta B diffusa del FLM4. 355
4.111 Analisi dei carichi permanenti. 356
4.112 Fratture della piastra di estradosso del cassone. 357
4.113 Sezioni di verifica in corrispondenza della mezzeria dei rib e in corrispondenza della nervatura. 358
4.114 Sezione di di verifica a danneggiamento. 358
4.115 Prospetto 8 - Lastre ortotrope - correnti chiusi. 359
4.116 Prospetto 8 - Lastre ortotrope - correnti chiusi. 360
4.117 Prospetto 8 - Lastre ortotrope - correnti chiusi. 361
4.118 Prospetto 8 - Lastre ortotrope - correnti chiusi. 362
4.119 Table 6.6.1.2.3-1 (continued)—Detail Categories for Load-Induced Fatigue. 363

4.120 Indicazione del dettaglio Rib-to-Plate. 364
4.121 Indicazione del dettaglio Rib-to-Plate. 364
4.122 Distinzione della verifica del dettaglio Rib-to-Plate. 365
4.123 Storia di carico tensionale per un transito della sagoma S1 del FLM4. 365
4.124 Storia di carico tensionale per un transito della sagoma S2 del FLM4. 366
4.125 Storia di carico tensionale per un transito della sagoma S3 del FLM4. 366
4.126 Storia di carico tensionale per un transito della sagoma S4 del FLM4. 367
4.127 Storia di carico tensionale per un transito della sagoma S5 del FLM4. 367
4.128 Esempio di oscillogramma sottoposto dal *Rainflow Method* in Matlab. 368
4.129 Algoritmo utilizzato da Matlab per il conteggio dei cicli tramite la funzione *rainflow*. 369
4.130 Storia di carico tensionale per un transito delle 5 sagome del FLM4. 370
4.131 Istrogramma di carico del FLM4 nel dettaglio considerato. 370
4.132 Distinzione della verifica del dettaglio Rib-to-Plate. 371
4.133 Distinzione della verifica del dettaglio Rib-to-Plate. 372
4.134 Distinzione della verifica del dettaglio Rib-to-Plate-to-Floorbeam. . 372
4.135 Posizione della seconda barriera New Jersey. 373
4.136 Posizione della corsia lenta dal 1994 di apertura al traffico. 373
4.137 Posizione della corsia lenta dal 2019 circa, in seguito al raddoppio delle barriere New Jersey. 374
4.138 Dettagli oggetto di verifica nella sezione a 7.36[m] dalla prima nervatura - Mezzeria luce Rib. 375
4.139 Nervatura - Dettagli oggetto di verifica nella sezione a 6.00[m] dalla prima nervatura - Nervatura. 375
4.140 Esiti verifiche danneggiamento - Gruppo 1(DX) - 1 barriera New Jersey per lato. 375
4.141 Esiti verifiche danneggiamento - Gruppo 2(SX) - 1 barriera New Jersey per lato. 375
4.142 Esiti verifiche danneggiamento - Gruppo 2(SX) - 2 barriere New Jersey per lato dal 2019. 376
4.143 Esiti verifiche danneggiamento - Gruppo 2(SX) - Accumulo del danno dal 1994. 376

Elenco delle tabelle

1.1 Ponti a travata autoportante con impalcato in piastra ortotropa nel mondo. 28
1.2 Ponti ad arco autoportante con impalcato in piastra ortotropa nel mondo. 43
1.3 Ponti reticolari con impalcato a piastra ortotropa 51
1.4 Ponti strallati con impalcato a piastra ortotropa 60
1.5 Ponti sospesi con impalcato a piastra ortotropa 81
1.6 Ponti e viadotti impalcato a piastra ortotropa in Italia. 101

2.1 Ritegni sismici 138
2.2 Apparecchi di appoggio fissi 138
2.3 Apparecchi di appoggio mobili multidirezionali 139

3.1 Caratteristiche geometriche delle campate del caso studio. 151
3.2 Azioni permanenti strutturali e non strutturali del caso studio. . . . 152
3.3 Caratteristiche geometriche della sezione tipo della campata da 120 [m] tra pila P10 e P11, per il problema della trave a balcone iperstatica 195
3.4 Campata da 120[m] tra pila P10 e P11 - Risoluzione della trave a balcone iperstatica incastrata alle estremità soggetta ai carichi permanenti. 196
3.5 Limite inferiore e limite superiore della torsione nel viadotto caso studio. 197
3.6 Confronto tra grado di vincolo della campata laterale da 76.33[m] tra le pile P9-P10 (2xIper) e laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12 (2xIper). 207
3.7 Caratteristiche geometriche della sezione tipo della campata da 76.33 [m] tra pila P9 e P10, per il problema della trave a balcone iperstatica 208
3.8 Campata da 76.33[m] tra pila P9 e P10 - Risoluzione della trave a balcone iperstatica-appoggiata alle estremità soggetta ai carichi permanenti. 209

3.9 Caratteristiche geometriche della sezione tipo della campata da 83.25 [m] tra pila P11 e P12, per il problema della trave a balcone iperstatica 211
3.10 Campata da 83.25[m] tra pila P11 e P12 - Risoluzione della trave a balcone iperstatica-appoggiata alle estremità soggetta ai carichi permanenti. 212
3.11 Principali differenze dei modelli FEM della campata tra le pile P10-P11 estrapolata dal contesto strutturale. 214
3.12 Caratteristiche geometriche delle sezioni utilizzate nella discretizzazione della campata tra pila P10 e P11 nel modello FEM in Midas GEN. 215
3.13 Principali differenze dei modelli FEM della campata tra le pile P11-P12 estrapolata dal contesto strutturale. 219
3.14 Confronto tra grado di vincolo della campata centrale da 120[m] tra le pile P10-P11 (3xIper) e laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12 (2xIper). 221
3.15 Caratteristiche geometriche delle sezioni utilizzate nella discretizzazione della campata laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12 nel modello FEM in Midas GEN. 225
3.16 Caratteristiche geometriche delle sezioni utilizzate nella discretizzazione dell'intero viadotto tra pila P9-P12 nel modello FEM in Midas GEN. 231
3.17 Caratteristiche geometriche di input in DIANA FEA. 235

4.1 Dati del 2019 relativi al transito mensile dei veicoli leggeri e pesanti nella tratta autostradale del viadotto caso studio. 331
4.2 Dati del transito mensile dei veicoli leggeri e pesanti del 2016, ricavati a partire da quelli del 2017, nella tratta autostradale del viadotto caso studio. 334
4.3 Dati del transito mensile dei veicoli leggeri e pesanti del 2017, ricavati a partire da quelli del 2018, nella tratta autostradale del viadotto caso studio. 334
4.4 Dati del transito mensile dei veicoli leggeri e pesanti del 2018, ricavati a partire da quelli del 2019, nella tratta autostradale del viadotto caso studio. 335
4.5 Dati del transito mensile dei veicoli leggeri e pesanti del 2020, ricavati a partire da quelli del 2019, nella tratta autostradale del viadotto caso studio. 335

4.6 Dati del transito mensile dei veicoli leggeri e pesanti del 2021, ricavati a partire da quelli del 2020, nella tratta autostradale del viadotto caso studio. 336
4.7 Dati del transito mensile dei veicoli leggeri, ricavati a partire da quelli del 2019, nella tratta autostradale del viadotto caso studio. 336
4.8 Dati del transito mensile dei veicoli pesanti, ricavati a partire da quelli del 2019, nella tratta autostradale del viadotto caso studio. . 337
4.9 Composizione del traffico annuo da veicoli pesanti secondo le cinque sagome di autocarri del *Modello di Fatica 4*. 339
4.10 Diffusione dei carichi equivalenti per asse attraverso la pavimentazione e l'impalcato ortotropo. 353
4.11 Pressione totale per asse delle impronte diffuse verticalmente - *Modello di Carico per Fatica 4*. 354

Sommario

Gli impalcati metallici a piastra ortotropa (OSD) sono una particolare tipologia nel settore delle strutture da ponte. Per la sua complessità realizzativa e il conseguente costo superiore a quello degli impalcati da ponte in sistema misto, sono destinati a categorie di strutture di grande luce che necessitano di impalcati leggeri.

Ciò che differenzia principalmente l'impalcato metallico dagli impalcati tradizionali è la realizzazione del piano viario: al posto della soletta in calcestruzzo armato è realizzato un piano con la lamiera in acciaio di spessore sottile, opportunamente nervata da irrigidimenti in direzione longitudinale e trasversale; questo fa sì che l'ortotropia deriva da ineguale distribuzione delle rigidezze.

Negli ultimi decenni gli impalcati in acciaio ortotropi sono diventati un componente ampiamente utilizzato dei ponti in acciaio, per quanto un numero elevato di cricche da fatica sono state recentemente rilevate in questi tipi di strutture. È ben noto che i ponti ortotropi sono sensibili a danni da fatica, quindi una progettazione a fatica sicura e consapevole è importante per la valutazione della sicurezza delle strutture del ponte. A fine degli anni '90 in Italia era pratica non usuale quella di effettuare verifiche a fatica, invece oggi è normata dagli Eurocodici e dalle Norme Tecniche per le Costruzioni.

Lo scopo di questa Tesi, svolta in collaborazione con la società d'ingegneria Masera Engineering Group, è lo studio del funzionamento statico di un viadotto a cassone in acciaio esistente in ottica di una valutazione del comportamento a fatica dell'impalcato a piastra ortotropa e la stima della resistenza residua a fatica.

Abstract

Orthotropic steel deck (OSD) are a particular typology in the bridge structures sector. Due to their construction complexity and the consequent higher cost than bridge decks in a composite system, they are intended for large span bridges that require lightweight decks.

One of the main differences between steel and traditional decks is the construction of the street level: instead of reinforced concrete slab the OSD consist of thin steel plate, stiffened by a series of closely spaced longitudinal ribs supported by orthogonal transverse floor beams; this means that orthotropy derives from unequal distribution of stiffness.

In recent decades, orthotropic steel decks have become a widely used component of steel bridges, although a large number of fatigue cracks have recently been detected in these types of structures. It is well known that orthotropic bridges are sensitive to fatigue damage, so safe and conscious fatigue design is important for the safety assessment of bridge structures. At the end of the 90s in Italy it was not usual practice to carry out fatigue verifications, instead today it is regulated by the Eurocodes and by the Technical Standards for Construction.

The purpose of this thesis, carried out in collaboration with the engineering company Masera Engineering Group, is the study of the static behaviour of an existing steel box-girder viaduct to figure out the fatigue behavior of the orthotropic deck and estimating the residual fatigue strength.

Capitolo 1

Impalcati a piastra ortotropa

1.1 Piastre ortotrope

Le piastre anisotrope sono largamente utilizzate nel settore delle strutture: tale caratteristica deriva dal fatto che o è anisotropo il materiale o sebbene sia isotropo è disposto in modo tale che il comportamento strutturale risultante sia anisotropo.

Un particolare caso di queste sono le piastre ortotrope nelle quali la lamiera piana è caratterizzata da due diverse rigidezze nelle direzioni ortogonali ottenuta, generalmente, irrigidendo la lamiera mediante rinforzi longitudinali (rib) e trasversali (floor-beam).

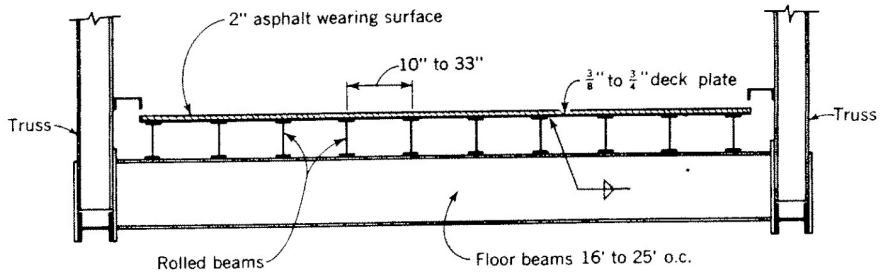


Figura 1.1. Sezione trasversale tipica dei ponti "*battledeck floor*". [1]

Il concetto alla base era che l'impalcato non funge da irrigidimento delle traverse o da ala superiore delle travi principali ma sua unica funzione è distribuire i carichi

[1] American Institute of Steel Construction, *Design Manual for Orthotrophic Steel Plate Deck Bridges*, The Institute, 1963, cap. 1, General description, Structural Behaviour, Economy of Steel Plate Deck Bridges, p. 2.

locali applicati su di esso agli altri componenti e per questo motivo il calcolo della struttura era condotto ipotizzandola come costituita da una serie di tre elementi principali indipendenti (lamiera, irrigidimenti longitudinali e trasversali) e con successivi effetti trave venivano trasmesse le azioni.

Questo sistema costruttivo, brevettato in Germania (Fig. 1.2) nel 1948 [2], è il risultato di un processo produttivo che ha origine in America, dove nel 1930 l'A.I.S.C. (American Institute of Steel Construction) propose un nuovo tipo di impalcato da ponte "*battledeck floor*", perché sembrava che il ponte d'acciaio avesse la forza di una corazzata, leggero ed in acciaio, con l'intenzione di ridurre il peso proprio dei ponti autostradali (Fig. 1.1). All'inizio venivano utilizzati principalmente per la sostituzione di vecchi impalcati o per ponti mobili [3].

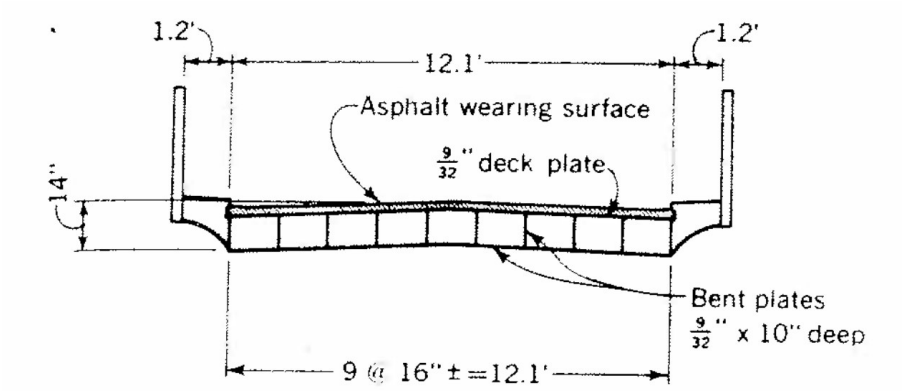


Figura 1.2. Cavalcavia autostradale a Jungingen, Germania (1934), campate da 26-37-37-26 [ft]. [4]

Gli impalcati in lastra ortotropa in acciaio (OSD) si sono sviluppati molto rapidamente e sono stati ampiamente utilizzati anche in Europa in seguito alla Seconda Guerra Mondiale in ponti di grande luce per molti vantaggi come peso contenuto, alta resistenza, durabilità, rapida costruzione ed economia del ciclo di vita [5].

---

[2]G. Sedlacek, P. J. Dowling, J. E. Harding, R. Bjorhovde. *Orthotropic plate bridge decks, Constructional Steel Design: An International Guide*, Elsevier Applied Science, London, 1992, p. 227–245.

[3]American Institute of Steel Construction: *The Battledeck Floor for Highway Bridges*, 1938.

[4]American Institute of Steel Construction, *Design Manual for Orthotrophic Steel Plate Deck Bridges*, The Institute, 1963, cap. 1, General description, Structural Behaviour, Economy of Steel Plate Deck Bridges, p. 3.

[5]Z. Qian e D. Abruzzese,*Fatigue failure of welded connections at orthotropicbridges*,Fracture and Structural Integrity, 3:105–112, 2009.

1.1.1 La storia del costruito esistente

1.1.1.1 Panoramica degli O.S.D. nel mondo

1.1.1.1.1 Ponti a travata

Si riportano sinteticamemente i ponti a travata con impalcato a piastra ortotropa risultanti dall'analisi storico critica svolta.

Tabella 1.1. Ponti a travata autoportante con impalcato in piastra ortotropa nel mondo.

PONTI A TRAVATA AUTOPORTANTE OSD				
Anno	**Nome**	**Città**	**Nazione**	Campata [m]
1950	Kurpfalzbrücke	Mannheim	Germania	75
1963	Europa Bridge	Insbruck	Austria	198
1964	Grand-Duchess-Charlotte Bridge	Lussemburgo	Lussemburgo	234
1965	Pont de la Concorde	Montreal	Canada	150
1967	San Mateo-Hayward Bridge	California	Lussemburgo	231
1970	Gazela Bridge	Belgrado	Serbia	260
1970	Queensway Twin Bridges	Long Beach	USA	160
1974	President Costa e Silva Bridge	Rio de Janeiro	Brasile	300
1977	Neckar Viaduct	Horb am Neckar	Germania	263
1979	Branko's Bridge	Bergrado	Serbia	261
1981	Grota-Roweckiego Bridge	Varsavia	Polonia	120
1982	Brigittenauer Bridge	Vienna	Austria	355
2019	High Moselle Bridge	Zeltingen-Rachtig	Germania	210
2020	New Wittpenn Bridge	Jersey City	USA	63

Il primo ponte realizzato con una lamiera irrigidita era a travata autoportante:

- il *Kurpfalzbrücke* sul fiume Neckar in Germania realizzato con una travata continua con tre campate di luce 56-75-56 [m] ultimato nel 1950.

Figura 1.3. Vista del Kurpfalzbrücke.[6]

Nei decenni successivi furono anche realizzati:

- il *viadotto Europa*, detto anche *Europabrücke*, realizzato nel 1963 ad Insbruck (Austria) sull'autostrada A13 del Brennero lungo 657[m] con campata di luce massima 198[m][7] a sei campate di luci 81-108-198-108-81-81[m] progettato da Waagner-Biro AG;

[6]Immagine tratta da https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Mannheim_-_Kurpfalzbrücke_-_2018-08-12_12-54-10.jpg

[7]H. Wenzel e R. Veit-Egerer. Measurement based traffic loading assessment ofsteel bridges–a basis for performance prediction. *Structure and Infrastructure Engineering*, 7, 04 2011. doi:10.1080/15732470802586428.

Figura 1.4. Vista del viadotto Europa.[8]

- l'imponente *Grand-Duchess-Charlotte Bridge*, detto anche il *Red Bridge*, sul fiume Alsette a Lussemburgo (Lussemburgo) realizzato nel 1964 con schema statico a portale con piedritti inclinati a tre campate 54-234-67[m] progettato da Egon Jux.

Figura 1.5. Vista del ponte Grand Duchess Charlotte.

[8]Immagine tratta da https://www.e-nsight.com/2019/05/31/leuropabrucke/

Figura 1.6. Dettaglio dei conci e dei piedritti del Grand Duchess Charlotte.[9]

- il *Concordia Bridge*, detto anche *Pont de la Concorde* , sul fiume Saint Lawrence realizzato nel 1965 a Montreal (Canada) lungo 370[m] a 3 campate di luci 110-150-110[m] progettato da Martin A. Nishkian;

[9]H. Gesella, W. Schwarz e G. Didier. Planung und Ausschreibung der Ertü-chtigung der Brücke Grande-Duchesse Charlotte in Luxemburg mit neuesten Technologien. *Stahlbau*, 85(4):242–253, 2016. doi:10.1002/stab.201610374

Figura 1.7. Vista del Pont de la Concorde.[10]

- il *San Mateo-Hayward Bridge*, che attraversa la baia di San Francisco unendo San Mateo a Hayward (California, USA) venne completato nel 1927 ma la maggior parte del ponte fu demolita per consentire la costruzione di un ponte sostitutivo più grande nel 1967. La sovrastruttura è costituita da un impalcato a due cassoni paralleli a piastra ortotropa interamente in acciaio presso la campata occidentale, mentre la campata orientale presenta un ponte più basso supportato da 4.840 pile di cave in calcestruzzo precompresso. Complessivamente è lungo 11.3 [km][11] con campata principale di 231[m][12]

[10]Immagine tratta da http://wikimapia.org/1778307/Concorde-Bridge

[11]C. Huang, A. Mangus, J. Murphy, As easy as 'ABC' accelerated bridge construction techniques for large steel orthotropic deck bridges. *Struct Mag* 2006;10:11–5.

[12]A.R. Mangus C. Copelan C. Huang. The excellent seismic performance of steel orthotropic bridges. *In Proceedings of the ATC SEI 2009 Conference onImproving the Seismic Performance of Buildings and Other Structures*, SanFrancisco, California, USA (pp. 389–402). Reston, VA: American Society ofCivil Engineers, 12 2009. doi:10.1061/41084(364)37.

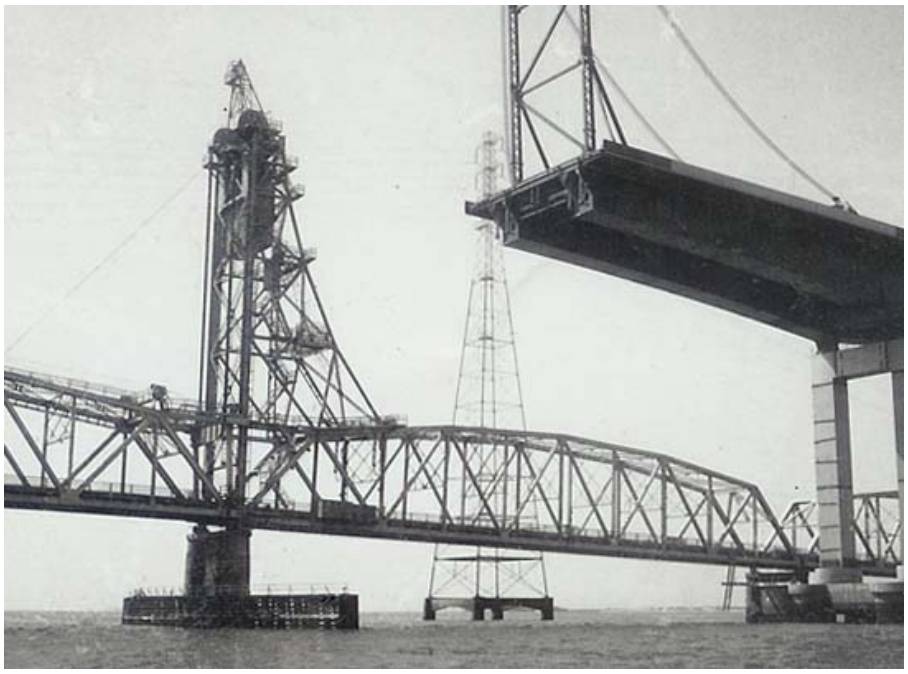


Figura 1.8. Fase di costruzione del San Mateo-Hayward Bridge.[13]

Figura 1.9. Vista del San Mateo-Hayward Bridge da San Mateo County.[14]

[13]Immagine tratta da https://legacy.seaonc.org/structure/san-mateo-hayward-bridge/

[14]Immagine tratta da https://en.wikipedia.org/wiki/San_Mateo

- il *Gazela (Brücke) Bridge* sul fiume Sava a Belgrado (Serbia) realizzato nel 1970 di lunghezza complessiva 322[m] e con campata principale da 260[m]] progettato da Milan Đurić ;

Figura 1.10. Vista del Gazela (Brücke) Bridge.[15]

- il *Queensway Twin Bridges*, detto anche *Queens Way Bridges* o *Queensway Bay Bridge*, sul fiume Los Angeles realizzato nel 1970 a Long Beach (California, USA) lungo 690[m] a cinque campate di luci 103.70-3x160.00-103.70[m] progettato da Beaulieu, Trudeau et Associés;

[15]Immagine tratta da https://www.morethanbelgrade.com/everything-you-need-to-know-about-the-bridges-of-belgrade/

Figura 1.11. Vista dei Queensway Twin Bridges.[16]

- il *President Costa e Silva Bridge*, chiamato anche *Rio–Niterói Bridge*, attraversa la Baia Guanabara e collega Rio de Janeiro a Niterói (Brasile) realizzato nel 1974 di lunghezza complessiva 13.29[km] la cui campata principale misura 300[m]; attualmente è il ponte con impalcato a cassone a piastra ortotropa [17][11] con la campata più lunga al mondo [18].

[16]Immagine tratta da https://en.wikipedia.org/wiki/Queensway_Twin_Bridges

[17]A. Ostapenko, D. H. DePaoli, J. H. Daniels, J. E. O'Brien, B. T. Yen, M. E. Bhatti and J. W. Fishe. *A Study of the President Costa e Silva Bridge During Construction and Servive.* Lehigh University. Fritz Engineering Laboratory Report, 397.6, March 1976.

[18]Elenco di 10 ponti per tipologia strutturale http://bridge.aalto.fi/en/longspan.html

Figura 1.12. Vista del President Costa e Silva Bridge.[19]

- il *Neckar Viaduct at Weitingen* sul fiume Neckar a Horb am Neckar (Germania) realizzato nel 1977 di lunghezza complessiva 918[m] la cui campata principale misura 263[m] progettato da Fritz Leonhardt; attualmente è il secondo ponte con impalcato a cassone a piastra ortotropa con la campata più lunga del mondo.

[19]Immagine tratta da https://www.istockphoto.com/it/search/2/image?phrase=rio+niteroi+bridge

Figura 1.13. Vista del Neckar Viaduct.[20]

- il *Branko's Bridge* sul fiume Sava a Belgrado (Serbia) realizzato nel 1979 di lunghezza complessiva 450[m] su tre campate di cui quella principale misura 261[m] (ricostruzione del King Alexander Bridge del 1934); attualmente è il terzo ponte con impalcato a cassone a piastra ortotropa con la campata più lunga al mondo.

[20]Immagine tratta da https://en.wikipedia.org/wiki/Neckar_Viaduct,_Weitingen

Figura 1.14. Vista del Branko's Bridge del 1979.[21]

- il *Grota-Roweckiego Bridge*, detto anche *General Stefan "Grot" Rowecki Bridge*, sul fiume Vistula a Varsavia (Polonia) realizzato nel 1981 con sette campate 75-3x90-2x120-60[m] per un totale di 646[m] progettato da Witold Witkowski; nel 2015 è stata ampliata la carreggiata [22] rendendolo una soluzione ibrida a travata e reticolare applicando anche cavi post-tesi all'intradosso.

[21]Immagine tratta da https://www.gradnja.rs/beograd-kroz-mostove-graditeljska-istorija-domace-mostogradnje/

[22]W. Qian e Z. Zhe. Orthotropic Steel Cantilever Widening Method of Concrete Box Girder. *Structural Engineering International*, 21(2):228–232, 2011. doi:10.2749/101686611X12994961034688.

Figura 1.15. Vista del Grota-Roweckiego Bridge.[23]

- il *Brigittenauer Bridge*, detto anche *Brigittenauer Brücke*, realizzato nel 1982 attraversa il fiume Danubio a Vienna (Austria) si sviluppa complessivamente per 644[m] e la sua campata principale è lunga 355[m].

Figura 1.16. Varo di un concio di campata del Brigittenauer Bridge.

[23] A. Kasprzak e A. Berger. Strengthening and Widening of Steel Single Box-Girder Bridge in Warsaw. *Structural Engineering International*, 29:533–536,07 2019. doi:10.1080/10168664.2019.1625296

Figura 1.17. Vista del Brigittenauer Bridge.[24]

- il *High Moselle Bridge*, detto anche *Hochmoselbrücke*, realizzato nel 2019 ad Zeltingen-Rachtig (Germania) attraverso la valle Moselle lungo 1.7[km] a undici campate di luci 104.76-130.95-157.14-209.52-196.43-183.33-170.24-157.14-144.05-130.95-117.86[m] progettato da Schüßler-Plan Ingenieurgesellschaft;

[24]Figura 1.16 e 1.17 sono tratte da https://www.waagnerbiro-bridgesystems.com/references/brigittenauer-bridge

Figura 1.18. Vista del High Moselle Bridge.[25]

Figura 1.19. Vista di sommità pila del High Moselle Bridge.[26]

- il *Wittpenn Bridge* sul fiume Hackensack che collega Jersey City a Kearny (New Jersey, USA) realizzato nel 2020 di lunghezza complessiva 661[m] la cui campata principale misura 63[m] (ricostruzione dell'omonimo ponte del 1930).

[26]Figura 1.18 e 1.19 sono tratte da https://structurae.net/en/structures/hochmoselbrucke

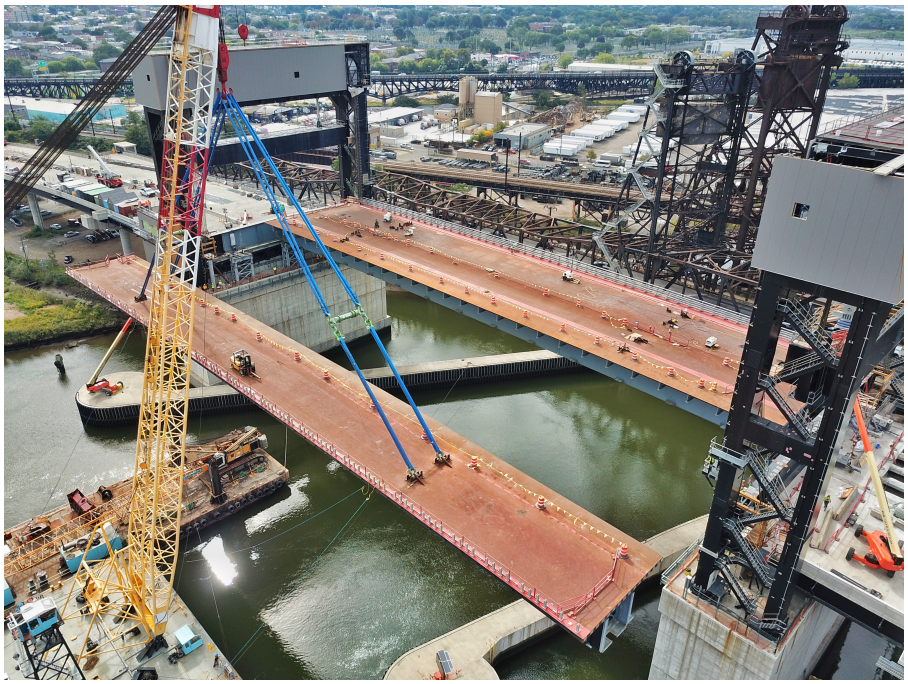


Figura 1.20. Sollevamento di un'intera campata del Wittpenn Bridge.[27]

[27]Immagine tratta da https://www.gradnja.rs/beograd-kroz-mostove-graditeljska-istorija-domace-mostogradnje/

Figura 1.21. Vista del Wittpenn Bridge del 2020.[28]

1.1.1.1.2 Ponti ad arco

Nel caso dei ponti ad arco la piastra ortotropa, collaborando con le travi irrigidenti, ne aumenta la rigidezza flessionale e conseguentemente la capacità di resistenza alle azioni esterne. Queste travi possono perciò essere notevolmente alleggerite rendendo così l'intera struttura più snella ed elegante.

Tabella 1.2. Ponti ad arco autoportante con impalcato in piastra ortotropa nel mondo.

PONTI AD ARCO OSD				
Anno	**Nome**	**Città**	**Nazione**	Campata [m]
1932	Sydney Harbour Bridge	Sydney	Austria	503
1963	Port Mann Bridge	Vancouver	Canada	366
1963	Fehmarnsund Sound Bridge	Lohmer	Germania	248
1973	Fremont Bridge	Portland	USA	383
2002	Juscelino Kubitschek Bridge	Brasilia	Brasilie	240
2003	Lupu Bridge	Shanghai	Cina	550
2005	Apollo Bridge	Bratislava	Slovacchia	231
2009	Chaotianmen Bridge	Chongqing	Cina	552

[28]Immagine tratta da https://www.acppubs.com/articles/new-jersey-dot-replaces-wittpenn-bridge-with-state-s-first-orthotropic-spans

- il *Sydney Harbour Bridge* che unisce Dawes Point a Kirribilli a Sydney (Australia), completato nel 1932 di lunghezza complessiva 1 149[m] e lunghezza dell'arco 503[m] progettato da Sir Ralph Freeman; attualmente è il terzo ponte con impalcato a piastra ortotropa più lungo al mondo.

Figura 1.22. Vista dal basso della piastra ortotropa dell'impalcato del Sydney Harbour Bridge.

Figura 1.23. Vista del Sydney Harbour Bridge.[29]

- l'armonioso e leggero *Port Mann Bridge* sul fiume Fraser presso Vancouver (USA), completato nel 1963 a tre campate di 110-366-110 [m] e ormai rimosso a seguito della costruzione del nuovo Port Mann Bridge ultimata nel 2012.

[29]Figura 1.23 e 1.23 sono tratte da https://structurae.net/en/structures/sydney-harbour-bridge

Figura 1.24. Vista del vecchio ponte di Port Mann.[30]

- il *Fehmarnsund Sound Bridge* a Lohmer (Germania), completato nel 1963 a otto campate con lunghezza complessiva 963[m] e lunghezza dell'arco 248[m].

Figura 1.25. Vista del Fehmarnsund Sound Bridge.[31]

[30]Immagine tratta da https://historicbridges.org/bridges/browser/?bridgebrowser=britishcolumbia/portmann/

- il *Fremont Bridge* sul fiume Willamette a Portland (Oregon, USA), completato nel 1973 di lunghezza complessiva 657[m] e lunghezza dell'arco 383[m] progettato da Parsons Brinckerhoff Quade & Douglas.

Figura 1.26. Vista del Fremont Bridge.[32]

Figura 1.27. Vista dell'intradosso dell'impalcato del Fremont Bridge.[33]

[31]University of Agder, *On Network Arches for Architects and Planners*, Lecture given at NTNU in Trondheim, 2012

[33]Figura 1.27 e 1.26 sono tratte da https://en.wikipedia.org/wiki/Fremont_Bridge_(Portland,_Oregon)

- l'*Juscelino Kubitschek Bridge* sul lago Paranoá a Brasilia (Brasile), completato nel 2002 a tre campate da 240[m] di lunghezza complessiva 1 200[m] e progettato da Alexandre Chan.

Figura 1.28. Vista del Juscelino Kubitschek Bridge.[34]

- l'*Lupu Bridge* sul fiume Huangpu a Shanghai (Cina), completato nel 2003 ha una lunghezza complessiva 3.9[km] e luce dell'arco 550[m] e progettato da Shanghai Municipal Engineering Design Institute; attualmente è il secondo ponte ad arco con impalcato a piastra ortotropa più lungo al mondo.

[34]Immagine tratta da http://bridgesintheworld.blogspot.com/2013/01/jusceli no-kubitschek-bridge.html

[34]Z. Zhang, X. Wang, J. Zhao, J. Shi, H. Hu and J. Dai. Model Test and Analysison Buckling of Steel Box Arch of Lupu Bridge. *IABSE Symposium Report*, 88, 01 2004. doi:10.2749/222137804796291728.

Figura 1.29. Vista del Lupu Bridge.[35]

- l'*Apollo Bridge* a Bratislava (Slovacchia), completato nel 2005 a sei campate da 53-61-61-63-231-49[m] con lunghezza complessiva 518[m] progettato da Dopravoprojekt a.s.

[35]Immagine tratta da https://en.wikipedia.org/wiki/Lupu_Bridge

Figura 1.30. Vista del Apollo Bridge.[36]

- il *Chaotianmen Bridge* sul fiume Yangtze a Chongqing (Cina), completato nel 2009 a tre campate da 190-552-190[m] con lunghezza complessiva 932[m] e lunghezza dell'arco 231[m]; attualmente è il ponte ad arco con impalcato a piastra ortotropa più lungo al mondo.

[36]Immagine tratta da https://eurocodes.jrc.ec.europa.eu/structure_apollo-bridge?id=53

Figura 1.31. Vista del Chaotianmen Bridge.[37]

1.1.1.1.3 Ponti reticolari

Le Ferrovie Federali Tedesche utilizzano il suo sistema di impalcato ortotropo standard per ponti a un binario utilizzando una sovrastruttura a traliccio in acciaio. Il rinforzo laterale per il traliccio passante è fornito dalla rigidità dell'impalcato ortotropo.[38] La standardizzazione dell'impalcato del ponte in acciaio più le travi del pavimento mantiene i costi di fabbricazione al minimo.

- il *Tornionjoki Bridge* sul fiume Danubio che a Tornio (Finlandia) realizzato nel 1939 di lunghezza complessiva 252[m] su tre campate da 72-108-72[m] e progettato sulla consulenza di Mestra Engineering;

[37]Immagine tratta da https://structurae.net/en/structures/chaotianmen-bridge

[38]C. Wai-Fah and D. Lian, *Bridge Engineering Handbook*, Boca Raton: CRC Press, 2000, Chapter 14, Orthotropic Deck Bridges, A.R. Mangus and S. Sun.

[38]J. Kääriäinen and P. Pulkkinen, Rehabilitation of Tornionjoki Steel Truss Bridge, Finland. *Structural Engineering International*, 12(4):273–275, 2002.doi:10.2749/101686602777965207

Tabella 1.3. Ponti reticolari con impalcato a piastra ortotropa

PONTI RETICOLARI OSD				
Anno	**Nome**	**Città**	**Nazione**	Campata [m]
1939	Tornionjoki Bridge	Tornio	Finlandia	108
1962	Champlain Bridge	Montréal	Canada	215
1976	Oshima Bridge	Yamaguchi	Giappone	325
1985	Mária-Valéria Bridge	Esztergom	Ungheria	119
1991	Ikitsuki Ohashi Bridge	Ikitsuki	Giappone	400
1997	Seongsu Bridge	Seoul	Corea del Sud	120

Figura 1.32. Vista del Tornionjoki Bridge.[39]

- il *Champlain Bridge*, sul fiume San Lorenzo che collega Brossard a Montréal (Canada) realizzato nel 1962 di lunghezza complessiva 4.18[km] e con una campata principale di 215[m] e progettato da Fougerolle, Pratley, Ewart, Lalonde e Valois;

[39]Immagine tratta da https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hannulan_silta_-_bridge_over_Tornionjoki.jpg

Figura 1.33. Vista della struttura reticolare del Champlain Bridge.[40]

Figura 1.34. Vista del Champlain Bridge (sinistra).[41]

- il *Oshima Bridge* a Yamaguchi (Giappone) realizzato nel 1976 di lunghezza complessiva 1 020[m] la cui campata principale è 325[m]; attualmente è il

[40]Immagine tratta da https://structurae.net/en/structures/champlain-bridge

[41]Immagine tratta da https://www.theglobeandmail.com/canada/article-montreals-new-44-billion-champlain-bridge-opens-to-traffic-for/

secondo ponte con struttura tralicciata ed impalcato a piastra ortotropa più lungo al mondo.

Figura 1.35. Vista del Oshima Bridge.[42]

- il *Mária-Valéria Bridge* sul fiume Danubio che collega Esztergom (Ungheria) a Štúrovo (Slovacchia) realizzato nel 1985 di lunghezza complessiva 517.60[m] su sei campate da 16.2-83.5-102-119-102-83.5[m] e progettato da Pont-TERV Rt e J. Knebel;

[42]Immagine tratta da https://structurae.net/en/structures/oshima-bridge-yamaguchi

Figura 1.36. Vista del Mária-Valéria Bridge.[43]

- il *Ikitsuki Ohashi Bridge* sul fiume Tatsu no Seto che collega Ikitsuki all'isola di Hirado (Giappone) realizzato nel 1991 di lunghezza complessiva 960[m] la cui campata principale ha una luce di 400[m] [44]; attualmente è il ponte reticolare con impalcato a piastra ortotropa più lungo al mondo.

Figura 1.37. Vista del Ikitsuki Ohashi Bridgee.[45]

[43]Immagine tratta da https://structurae.net/en/structures/maria-valeria-bridge

[44]J.Durkee. *National Steel Bridge Alliance: World's Longest Bridge Spans*, 2007

- il *Seongsu Bridge*, sul fiume Han a Seoul (Corea del Sud) di Düsseldorf realizzato nel 1997 di lunghezza complessiva 1 160[m] la cui campata principale è di 120[m] è la ricostruzione del ponte originale del 1979[46] con impalcato in travatura reticolare con soletta di calcestruzzo crollato nel 1994[47]; attualmente è il terzo ponte reticolare con impalcato a piastra ortotropa più lungo al mondo.

Figura 1.38. Crollo del Seongsu Bridge nel 1994.[48]

[45]W. Qu, N. Shozo, T. Okumatsu and T. Nishikawa. Comprehensive Investigation on the Cause of a Critical Crack Found in a Diagonal Member of a Steel Truss Bridge. *Engineering Structures*, 132:659–670, 2017.

[46]C.Huang and A.R. Mangus, (2008). An international perspective: Widening existing bridges with orthotropic steel deck panels. *Structural Engineering International*, 18(4), 381-389, doi:10.2749/101686608786455108.

[47]M. Kunishima textitCollapse of the Korea Seoul Seongsu Bridge [October 21st (Fri), 1994 Korea], 18(4), 381-389, doi:10.2749/101686608786455108.

[48]Immagine tratta da https://www.wikiwand.com/en/Seongsu_Bridge

Figura 1.39. Vista del Seongsu Bridge.[49]

1.1.1.1.4 Ponti galleggianti

- il *Nordhordland Bridge*, che attraversa il Salhusfjorden a Strömsund collegando Bergen a Alver (Norvegia) realizzato nel 1994 lungo complessivamente 1 614[m], di cui il tratto in piastra ortotropa a sezione ottagonale è 1 246[m] e i seguenti 396[m] fanno parte del ponte strallato in continuità con il precedente [50] , progettato da Aas-Jakobsen;

[49]Immagine tratta da https://structurae.net/en/structures/seongsu-grand-bridge

[50]A.R. Mangus and P.E. Transportation Civil Engineer, California Dept. ofTransportation (CALTRANS) Sacramento, California. Orthotropic DesignMeets Cold Weather Challenges. An Overview of Orthotropic Steel DeckBridges in Cold Regions. *Welding Innovation*, 19(1), 2002.

Figura 1.40. Vista del Nordhordland Bridge.[51]

1.1.1.1.5 Ponti strallati

Un contributo all'evoluzione dei ponti a grande campata, attraverso la perfetta ottimizzazione, sia dal punto di vista strutturale che estetico, è riconoscibile per i ponti strallati. Questi ponti iniziarono a diffondersi in Germania negli anni '60 quando fu necessario ricostruire molti attraversamenti sul fiume Reno distrutti durante la Seconda Guerra Mondiale. I ponti strallati sono attualmente in rapido sviluppo in tutto il mondo. Mentre nel 1986 erano conosciuti circa 150 grandi ponti strallati, il numero è aumentato a più di 1 000 oggi. Anche le luci massime delle campate incrementò sensibilmente: dal 1975, quando la distanza record era di 404[m], è più che raddoppiata a 856[m] nel 1995 e oggi ha raggiunto i 1 104[m]. Grandissima è la varietà di schemi statici[52] a seconda della disposizione degli stralli, della configurazione delle antenne, sezione trasversale dell'impalcato e della disposizione dei vincoli.

Da un punto di vista economico i ponti strallati portano costi unitari inferiori rispetto le sezioni trasversali dei ponti strallati; in figura +++, oltre questo aspetto

[51]Immagine tratta da https://www.aas-jakobsen.com/projects/nordhordlandsbrua/

[52]M.P. Petrangeli. *Progettazione e costruzione di ponti: con cenni di patologia e diagnostica delle opere esistenti.* Masson, 1996.

si mette in luce anche come si collocano questi ponti in funzione della luce della campata principale e l'anno di costruzione.

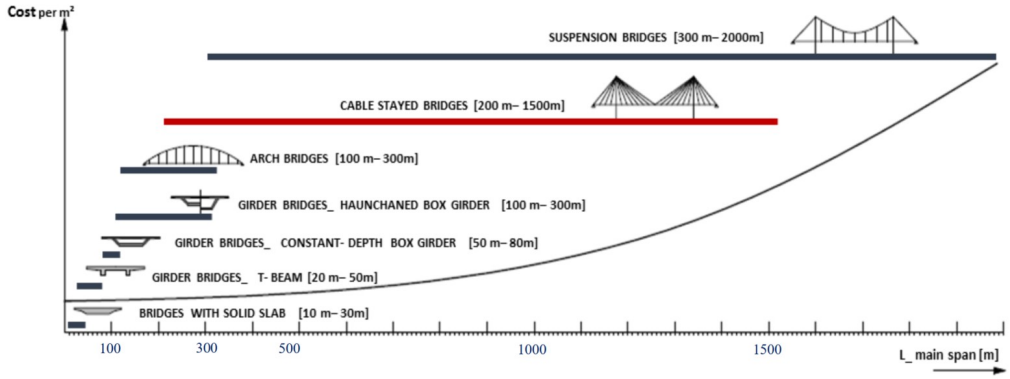


Figura 1.41. Quadro indicativo dei costi/m^2 delle tipologie di ponti ponti a lunga campata.[53]

Molti vantaggi caratterizzano questa tipologia. Innanzitutto i momenti flettenti vengono notevolmente ridotti dal trasferimento del carico dello strallo. Installando gli stralli con le loro lunghezze precise predeterminate, si possono ottenere le condizioni di supporto per una trave rigidamente supportata nei punti di ancoraggio del cavo e quindi i momenti da carichi permanenti sono ridotti al minimo. Anche per i carichi in tensione i momenti flettenti della trave supportata elasticamente dagli stralli rimangono piccoli. Momenti negativi dovuti ai carichi mobili possono verificarsi sugli appoggi verticali delle torri. Per questa tipologia, l'effetto di impalcato irrigidito è strettamente legato alla configurazione del sistema strallato. L'uso efficiente dei materiali e la velocità di costruzione hanno reso i ponti strallati il tipo di struttura più economico da utilizzare per le sostituzioni: in un tempo relativamente breve, dal 1955 al 1974, sono stati costruiti circa 60 ponti strallati, poco meno di un terzo del numero totale in Germania.

Decisivo per il successo dei ponti strallati in acciaio fu lo sviluppo dell'impalcato in acciaio leggero a piastra ortotropa di Wilhelm Cornelius: ridusse considerevolmente il peso delle travi continue e consentì campate con luci fino ad allora sconosciute. Inizialmente sono stati utilizzati irrigidimenti longitudinali a nervatura aperta, successivamente sono stati introdotti gli irrigidimenti chiusi con una rigidità torsionale maggiore. Nonostante l'utilizzo di questa innovazione tecnologica,

[53] L. G. Guidi, A. De Luca, L. Rosati. *Long Span Bridges: The Evolution of DeckStiffened System and a Case Study on the Seismic Behaviour of a Maillart ArchType Bridge: Viadotto Olivieri (SA).* Tesi di Dottorato, Università degli Studidi Napoli Federico II.

i primi esempi di ponte strallato avevano un comportamento statico abbastanza simile a quello dei ponti a travata. Pochi stralli fanno sì che il ponte funzioni come una trave semplicemente appoggiata. L'utilizzo di sezioni trasversali aperte ha reso evidente il problema torsionale dovuto alla condizione di carico asimmetrico. Nel 1967, Homberg introdusse per la prima volta il sistema di stralli multicavo nel suo *Bonn Nord Bridge*. Questa soluzione garantisce un appoggio più continuo dell'impalcato, mentre le forze dei cavi, che si trasmettono ad ogni punto di ancoraggio, sono ridotte.

Tabella 1.4. Ponti strallati con impalcato a piastra ortotropa

PONTI STRALLATI OSD				
Anno	**Nome**	**Città**	**Nazione**	Campata [m]
1956	Strömsund Bridge	Strömsund	Svezia	182
1957	Theodor Heuss Bridge	Düsseldorf	Germania	260
1959	Severin Bridge	Colonia	Germania	151
1964	Leverkusen Bridge	Leverkusen	Germania	280
1966	Maxau Road Rhine Bridges	Karlsruhe	Germania	175
1967	Friedrich Ebert Bridge	Bonn	Germania	280
1969	Knie Bridge	Düsseldorf	Germania	319
1972	Mannheim-Ludwigshafen Bridge	Mannheim	Germania	287
1972	Saint-Nazaire Bridge	Saint-Nazaire	Francia	404
1989	Normandy Bridge	Havre Honfleur	Francia	856
2004	Millau Viaduct	Creissels	Francia	342
2008	Sutong Yangtze River Bridge	Jiangsu	Cina	1088
2009	Stonecutters Bridge	Hong Kong	Cina	1018
2011	Duge Bridge	Liupanshui,	Cina	1341
2012	Russky Bridge	Vladivostok	Russia	1104
2012	Ada Bridge	Belgrado	Serbia	376
2014	Hutong Yangtze River Bridge	Nantong	Cina	1092
2016	Yachi River Bridge	Guizhou	Cina	800
2017	Queensferry Crossing	Edimburgo	Scozia	650
2019	Champlain Bridge	Montreal	Canada	240

Di seguito si ripartano alcuni esempi dei ponti strallati nel mondo che nello specifico possiedono un impalcato a piastra ortotropa.

- il *Strömsund Bridge*, che attraversa il Jämtland a Strömsund (Svezia) realizzato nel 1956 con tre luci di 75-182-75[m] di lunghezza complessiva 332[m] e progettato da Franz Dischinger ;

Figura 1.42. Vista del Strömsund Bridge.[54]

- il *Theodor Heuss Bridge*, detto anche *North Bridge* o *Nordbrücke*, di Düsseldorf (Germania)realizzato nel 1957 con tre luci di 108-260-108[m];

Figura 1.43. Vista del Theodor Heuss Bridge sul Reno.[55]

- il *Severin Bridge* detto anche *Severinsbrücke*, a Colonia (Germania) ultimato nel 1959 con due campate di 151 e 302[m] progettato da Grassl e Leonhardt;

[54]Immagine tratta da https://structurae.net/en/structures/stromsund-bridge

[55]Immagine tratta da https://www.grassl-ing.de/en/road-bridges/details/p/show/theodor-heuss-bruecke-floodplain-bridge-to-the-left-of-the-rhine-river-new-construction-duesseldorf/

Figura 1.44. Vista del Severin Bridge.[56]

- il *Leverkusen Bridge* detto anche *Rheinbrücke Leverkusen*, a Leverkusen (Germania) del 1964 a tre luci di 106-280-106[m] progettato da Hellmut Homberg;

[56]Immagine tratta da https://structurae.net/en/structures/severin-bridge

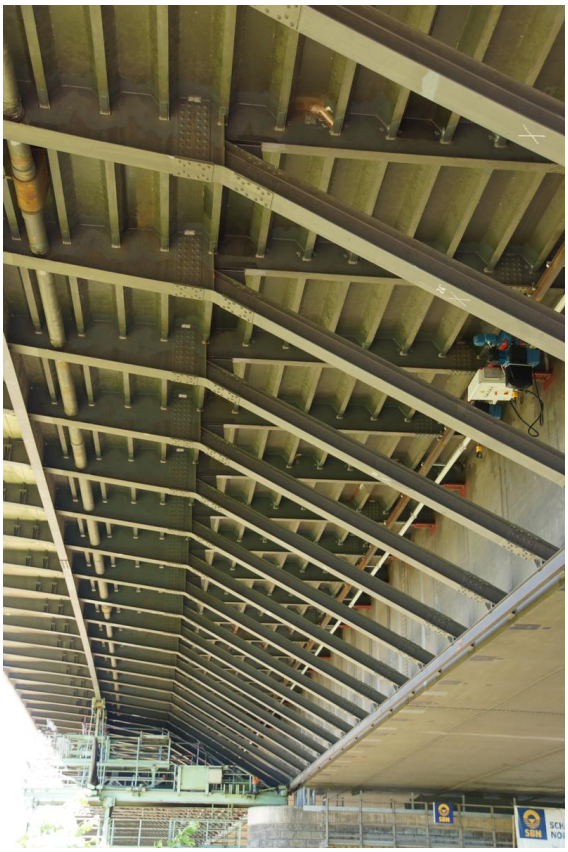


Figura 1.45. Intradosso della lamiera superiore del Leverkusen Bridge.

Figura 1.46. Vista del ponte Leverkusen Bridge.[57]

[57]Figura 1.46 e 1.46 sono tratte da https://structurae.net/en/structures/lever

- il *Maxau Road Rhine Bridges*, detto anche *Rheinbrücken Maxau* che collega Karlsruhe Wörth am Rhein (Germania), ultimato nel 1966 a due campate di 117-175[m] progettato da Wilhelm Tiedje e Louis Wintergerst;

Figura 1.47. Vista del Maxau Road Rhine Bridges (destra).[58]

- il *Rhine River Bonn North Bridge*, detto anche *Nordbrucke Bridge* o *Friedrich Ebert Bridge*, a Bonn (Germania) del 1967 a tre campate da 120-280-120[m] con luce complessiva di 500[m] e campata di luce massima 280[m] progettato da Hellmut Homberg;

kusen-bridge-2020

[58]Immagine tratta da https://www.worldhighways.com/wh8/news/karlsruhes-rhine-bridge-planning-restart

Figura 1.48. Vista del Friedrich Ebert Bridge.[59]

- il *Knie Bridge* a Düsseldorf (Germania) del 1969, di lunghezza totale 561.15[m] e con campata principale da 319[m] progettato da Fritz Leonhardt;

[59]Immagine tratta da https://structurae.net/en/structures/friedrich-ebert-bridge

Figura 1.49. Vista del ponte Knie Bridge.[60]

- il *Mannheim-Ludwigshafen Bridge*, detto anche *Kurt-Schuhmacher Bridge* che collega Mannheim a Ludwigshafen (Germania) del 1972, di lunghezza totale 412[m] e con campata principale da 287[m] progettato da Leonhardt, Andrä & Partner;

[60]Immagine tratta da https://structurae.net/en/media/59170-knee-bridge-dusseldorf

Figura 1.50. Vista del Mannheim-Ludwigshafen (Kurt-Schuhmacher) Bridge.[61]

- il *Saint-Nazaire Bridge*, che collega Saint-Nazaire e Saint-Brevin-les-Pins (Francia) del 1972, di lunghezza totale 3 356[m] e con campate principali da 108-404-108[m] progettato da SAEM du pont de Saint-Nazaire;

Figura 1.51. Vista del Saint-Nazaire Bridge.[62]

[61]Immagine tratta da https://www.rhein-neckar-industriekultur.de/objekte/kurt-schumacher-bruecke-zwischen-mannheim-und-ludwigshafen

- il *Normandy Bridge* a Le Havre Honfleur (Francia) del 1989, che collega l'Alta Normandia alla Bassa Normandia di lunghezza totale 2 141[m] e con campata principale da 856[m] progettato da Michel Virlogeux;

Figura 1.52. Vista del Normandy Bridge.[63]

- il *Millau Viaduct* che attraversa il fiume Tarn e collega Millau a Creissels (Francia) completato nel 2004, di lunghezza totale 2.46[km] a otto campate 204-6x342-204[m] progettato da Norman Foster.

[62]Immagine tratta da https://www.francebleu.fr/infos/transports/bridge-2017-pont-de-saint-nazaire-et-bacs-de-loire-fermes-circulation-perturbee-1497954248

[63]Immagine tratta da https://structurae.net/en/structures/normandy-bridge

Figura 1.53. Vista del Millau Viaduct.[64]

- il *Sutong Yangtze River Bridge* sul fiume Yangtze a Jiangsu (Cina) ultimato nel 2008 lungo 8.2[km] su sette campate di luce 2×100-300-1 088-300-2×100[m] progettato Dr Robin Sham; attualmente è il terzo ponte strallato con ipalcato in piatra ortotropa più lungo al mondo.

Figura 1.54. Vista del Sutong Bridge.[65]

[64]Immagine tratta da https://www.fosterandpartners.com/projects/millau-viaduct/

[65]Immagine tratta da https://www.ice.org.uk/events/exhibitions/ice-bridge-engineering-exhibition/the-history-of-bridges/sutong-bridge

- il *Stonecutters Bridge* che attraversa il Canale Rambler a Hong Kong, collegando Nam Wan Kok e Tsing Yi all'isola di Stonecutters a Hong Kong (Cina) completato nel 2009, di lunghezza totale 1 596[km] a 3 campate 289-1 018-289[m] progettato da Yokogawa Bridge Corporation.

Figura 1.55. Fase di costruzione del Stonecutters Bridge.[66]

[66]Immagine tratta da https://structurae.net/en/structures/stonecutters-bridge

Figura 1.56. Vista del Stonecutters Bridge.[67]

- il *Duge Bridge* sul fiume Beipan che collega il villaggio di Duge, nella provincia del Guizhou, al villaggio di Lalong in provincia dello Yunnan (Cina) ultimato nel 2011 e lungo complessivamente 1 341[m] con campata principale di 720[m] progettato da CCCC Highway Consultants Co., Ltd.;

[67]Immagine tratta da http://bridgeinfo.net/bridge/index.php?ID=150

Figura 1.57. Vista del Duge Bridge.[68]

- il *Russky Bridge* che attraversa il Bosforo Orientale a Vladivostok (Russia) completato nel 2012, di lunghezza totale 3.1[km] a dieci campate 60-72-3x84-1 104-3x84-72-60[m] progettato da SIC Mostovik; attualmente è il ponte strallato con impalcato a piastra ortotrpa più lungo al mondo.

[68]Immagine tratta da http://www.highestbridges.com/wiki/index.php?title=Beipanjiang_Bridge_Duge

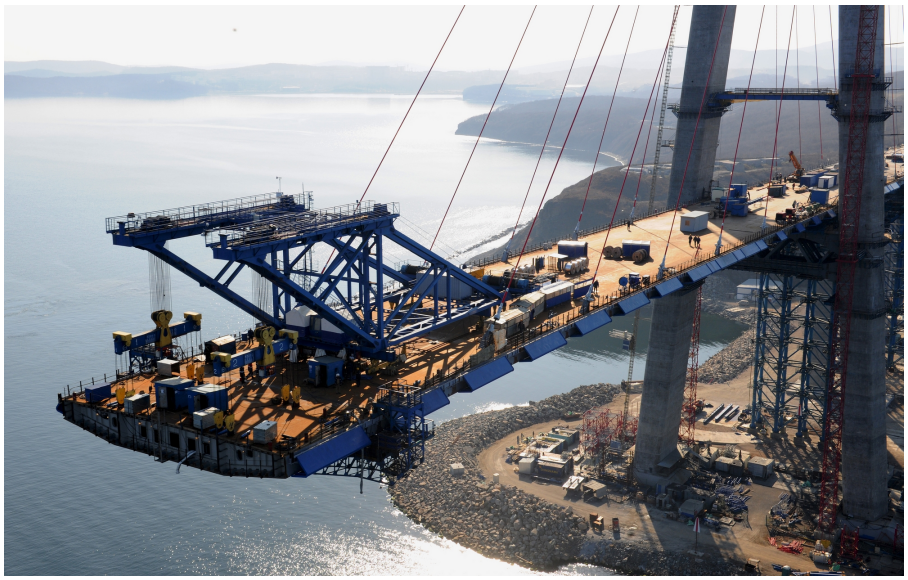


Figura 1.58. Fase di costruzione del Russky Bridge.[69]

Figura 1.59. Vista del Russky Bridge.[70]

[69]Immagine tratta da https://www.newcivilengineer.com/latest/bridges-russian-masterpiece-09-08-2012/

[70]Immagine tratta da https://www.structuremag.org/?p=16503

- l'*Ada Bridge* vicino a Belgrado (Serbia) ultimato nel 2012 e lungo complessivamente 967[m] su sei campate di luce 80-120-2×80-376-250[m] progettato da Siegfried Hopf e Leonhardt, Andrä & Partner;

Figura 1.60. Dettaglio di un concio del Ada Bridge durante la fase di trasporto a terra.[71]

Figura 1.61. Vista del Ada Bridge.[72]

[71]Immagine tratta da https://structurae.net/en/structures/ada-bridge-2012

[72]Immagine tratta da https://www.ponting.si/en/projects/ada-bridge-over-sava-in-belgrade-53.html

- il *Hutong Yangtze River Bridge* sul fiume Yangtze a Nantong (Cina) ultimato nel 2014 lungo 11 076.3[m] la cui campata principale è 1 092[m][73]; attualmente è il secondo ponte strallato con ipalcato in piatra ortotropa più lungo al mondo.

Figura 1.62. Vista del Hutong Yangtze River Bridge.[74]

- il *Yachi River Bridge* sul fiume Yachi a Guizhou (Cina) ultimato nel 2016 lungo 1 466.5[m] su sette campate di luce 2x72-76-800-76-2x72[m].

[73]S.Q. Qin and Z.Y. Gao. Developments and Prospects of Long-Span High-Speed Railway Bridge Technologies in China. *Engineering*, 3, 11 2017. doi:10.1016/j.eng.2017.11.00

[74]Immagine tratta da https://www.reduper.com/industry/traffic/bridge/river-bridge/hutong-yangtze-river-bridge/

Figura 1.63. Vista del Yachi River Bridge.[75]

- il *Queensferry Crossing* vicino a Edimburgo (Scozia) ultimato nel 2017 e lungo complessivamente 2.1[km] con due campate di luce maggiore da 650[m] progettato da Leonhardt, Andrä & Partner;

Figura 1.64. Geometria prima della chiusura delle campate principali del Queensferry Crossing Bridge.[76]

[75]Immagine tratta da https://www.reduper.com/industry/traffic/bridge/river-bridge/yachi-river-bridge/

[76]M. Romberg, A.V. Salgueiro, D. Raynor, P. Walser e F. T. Alfonso, *Temporary Works for the Cable Stayed Deck in the Queensferry Crossing*, VII Congreso Internacional

Figura 1.65. Vista del Queensferry Crossing Bridge.[77]

- il nuovo *Champlain Bridge* a Montreal (Canada) del 2019, di lunghezza totale 3.4[km] e con campata principale da 240[m][78] progettato da TYLI-IBT-SLI Joint Venture (joint-venture of T.Y. Lin International Canada Inc., International Bridge Technologies Canada Inc., and SNC-Lavalin Inc.);

de Estructuras, Congreso de la Asociación Científico-Técnica del Hormigón Estructural (ACHE), Coruña, 20-22 Junio 2017.

[77]Immagine tratta da https://www.jacobs.com/projects/queensferry-crossing

[78]M. Nader. Accelerated bridge construction of the New Samuel de Champlain Bridge. *Journal of Bridge Engineering*, 25:05019015, 02 2020.

Figura 1.66. Vista del nuovo Champlain Bridge (destra).[79]

[79]Immagine tratta da https://www.theglobeandmail.com/canada/article-montreals-new-44-billion-champlain-bridge-opens-to-traffic-for/

Figura 1.67. Fase di costruzione del nel nuovo Champlain Bridge.[80]

1.1.1.1.6 Ponti sospesi

Da esempi passati fino ad oggi strutture di campata da record, i ponti sospesi sono sempre stati caratterizzati da quattro componenti principali:

- l'impalcato (o trave di irrigidimento);
- il sistema di cavi che sostiene l'impalcato;
- i piloni (o torri) che sostengono il sistema di cavi;
- i blocchi di ancoraggio (o pilastri di ancoraggio) che supportano il sistema di cavi.

Passando dai primi ponti sospesi alle moderne soluzioni di impalcato a profilo alare, sono stati raggiunti grandi miglioramenti apportati al sistema di impalcato irrigidito, fino a raggiungere prestazioni record ai giorni nostri. Osservando

[80] Y. Wang. The selection of box girders for cable-supported railroad bridges. *Steel Construction*, 12, 03 2019, DOI: 10.1002/stco.201800030.

criticamente i primi crolli, si è rilevata l'importanza dell'impalcato rigido come unico mezzo per sfruttare al meglio le potenzialità di questo sistema strutturale; nel frattempo si è visto come i perfezionamenti degli studi sulla stabilità aerodinamica abbiano garantito l'utilizzo di sovrastrutture più leggere e snelle, riducendo notevolmente il peso del ponte e i costi di costruzione.

Anche in questo caso il sistema costruttivo porta a vantaggi conseguibili che sono veramente notevoli pensando che, oltre alla sensibile riduzione dei carichi permanenti, la sua presenza conferisce alla travata irrigidente, con cui collabora, una notevole rigidezza flessionale e torsionale. Inoltre tutti i problemi connessi alla stabilità aerodinamica del sistema sospeso sono agevolmente risolubili dal punto di vista tecnico.

Considerando che la configurazione del sistema di sospensione non ha subito molti cambiamenti dall'origine, sebbene si possa riconoscere un grande miglioramento nelle tecnologie dei cavi, non c'è dubbio che l'aspetto più influente nella progettazione del ponte sospeso è sempre stata la configurazione del sistema di impalcato. È interessante notare come il processo verso l'ottimizzazione strutturale del sistema di irrigidimento dell'impalcato sia stato caratterizzato da due principali approcci teorici, prima la teoria lineare (1858 - Rankine, Steinman)[81] utilizzata tra il 1883 e 1940, poi la teoria della flessione (1888 - Ritter, Lévy, Melan)[82]. Per le prime applicazioni, al fine di limitare le distorsioni statiche del cavo principale flessibile, in conseguenza dei carichi trasferiti dai pendini, era necessario un traliccio di irrigidimento. Si è tenuto conto della teoria di Steinman , adottando un traliccio sufficientemente rigido da rendere praticamente nulle le deformazioni del cavo dovute ai carichi in movimento. Le principali ipotesi sono:

- il cavo si suppone perfettamente flessibile, assumendo liberamente la forma del poligono di equilibrio delle forze sospese;

- la travatura reticolare è considerata una trave, inizialmente rettilinea e orizzontale, con momento d'inerzia costante;

- si assume che il peso proprio del traliccio sia uniforme per unità di lunghezza, in modo che la forma del cavo sia una parabola;

[81] W.J.M. Rankine, *Applied Mechanics.* Griffin, London 1858

[82] J. Melan, Theorie der eisernen Bogenbrucken und der Hangerbrucken, Handbuch der Ingenieurwissenschaften, *Leipzig, 2nd edn. 1888, 3rd edn.*, 1906

[82] A.Jennings. Deflection theory analysis of different cable profiles for suspension bridges. *Engineering Structures*, 9(2):84–94, 1987. doi:10.1016/0141-0296(87)90002-2.

- si suppone che la configurazione del cavo (forma e coordinate) non cambi dopo l'applicazione di carichi mobili;

- il peso proprio viene trasportato solo dal cavo, senza causare sollecitazioni nel traliccio di irrigidimento dell'impalcato.

La teoria della deflessione, utilizzata tra il 1940 e il 1964, è invece una teoria elastica non lineare che tiene conto degli spostamenti del cavo principale sotto carico mobile da traffico nel calcolo dei momenti flettenti nell'impalcato; nella configurazione geometrica variata il calcolo risulta essere più accurato, infatti causa dei pendini che collegano l'impalcato al cavo principale, la flessione dell'impalcato causerà un cambiamento nella geometria del cavo principale e si vedrà che il cavo si muove verso la curva della funicolare. Tenendo conto dell'effetto elastico non lineare relativo allo spostamento del cavo, i momenti flettenti nell'impalcato si riducono, spesso a meno della metà di quelli riscontrati da una teoria elastica lineare. A se dei miglioramenti tecnici avvenuti, come conseguenza dell'applicazione della teoria della deflessione, dal 1964 circa seguirono studi sulla stabilità aerodinamica.

Tabella 1.5. Ponti sospesi con impalcato a piastra ortotropa

PONTI SOSPESI OSD				
Anno	**Nome**	**Città**	**Nazione**	Campata [m]
1903	Williamsbrurg Bridge	Manhattan	USA	488
1931	George Washington Bridge	New York	USA	1067
1937	Golden Gate Bridge	San Francisco	USA	1282
1938	Lions' Gate Bridge	Vancouver	Canada	473
1950	Second Tacoma Narrows Bridge	Washington	USA	853
1954	Friedrich-Ebert-Brücke	Duisburg	Germania	286
1964	Verrazzano-Narrows Bridge	New York	USA	1298
1964	Forth Road Bridge	Edimburgo	Scozia	1006
1977	Severn Bridge	Bristol	Regno Unito	988
1981	Humber Bridge	Kingston upon Hull	Regno Unito	1410
1998	Akashi Kaikyo Bridge	Kōbe	Giappone	1991
1998	Great Belt East Bridge	Korsør	Danimarca	1624
2007	New Tacoma Narrows Bridge	Washington	USA	853
2009	Xihoumen Bridge	Zhoushan	Cina	1650
2012	Nanjing Qixiashan Yangtze Bridge	Nanjing	Cina	1418
2015	Qingshui River Bridge	Guizhou	Cina	1130
2016	Bosphorus Bridge	Istanbul	Turchia	1408
2019	Nansha Bridge	Guangdong	Cina	1688
2023	Canakkale Bridge	Str. Dardanelli	Turchia	2023

Di seguito si ripartano alcuni esempi dei ponti sospesi nel mondo che nello specifico possiedono un impalcato a piastra ortotropa.

- il *Forth Road Bridge* sul Firth of Forth del 1890 a Edimburgo (Scozia) avente campata centrale sui 1 006[m] e progettato da John Augustus Roebling.

Figura 1.68. Vista del Vista del Forth Road Bridge.

Figura 1.69. Vista dell'intradosso della lamiera superiore della struttura reticolare del Forth Road Bridge.[83]

[83]Figure 1.68 e 1.69 sono tratte da https://www.theforthbridges.org/forth-road-bridge/

Figura 1.70. Vista del Vista del Forth Railroad Bridge (sinistra), Forth Road Bridge (centrale) e del Queensferry Crossing (destra).[84]

- il *Williamsbrurg Bridge* a Manhattan (USA) ultimato nel 1903, con lunghezza totale di 852[m] e campata principale 488[m], progettato da Leffert L.Buck;

Figura 1.71. Vista del Williamsbrurg Bridge.[85]

[84]Immagine tratta da https://www.theforthbridges.org/

[85]Immagine tratta da https://untappedcities.com/2020/09/29/how-the-williamsburg-bridge-transformed-brooklyn/

- il *George Washington Bridge*, anche detto *Hudson River Bridge*, sul fiume Hudson che collega Fort Lee a Manhattan (New York, USA) ultimato nel 1931 lungo complessivamente 1 450[m] e con una campata principale di 1 067[m] progettato da Port Authority of New York and New Jersey e Allston Dana.

Figura 1.72. Vista del George Washington Bridge.[86]

- il *Golden Gate Bridge* sull'omonimo stretto Golden Gate a San Francisco (USA) completato nel 1937, di lunghezza complessiva di 2 788[m] e con una campata principale di 1 282 progettato da Joseph Straus, Amman, Moisseiff (nuovo impalcato a piastra ortotropa nel 1986);

[86]Immagine tratta da https://www.britannica.com/topic/George-Washington-Bridge

Figura 1.73. Vista del Golden Gate Bridge.[87]

- il *Lions' Gate Bridge* che attraversa la Burrard Inlet che collega Vancouver a West Vancouver (Canada) ultimato nel 1938 lungo complessivamente 1 517[m] e con una campata principale di 473[m] progettato da Philip Louis Pratley.

[87]Immagine tratta da https://www.goldengate.org/

Figura 1.74. Vista del Lions' Gate Bridge.[88]

- il *Second Tacoma Narrows* a Washington (USA) ultimato nel 1950, con lunghezza totale di 1 524[m] e campata principale 853[m], progettato da Charles E. Andrew, Dexter R. Smith;

[88]Immagine tratta da https://www.americanbridge.net/featured-projects/lions-gate-bridge-rehabilitation/

Figura 1.75. Vista del Second Tacoma Narrows (destra).[89]

- il *Friedrich-Ebert-Brücke*, detto anche *Rheinbrücke Duisburg-Homberg*, a Duisburg (Germania) ultimato nel 1954 con campata di luce massima 286[m] progettato da Hellmut Homberg;

[89]Immagine tratta da https://www.wsdot.wa.gov/TNBhistory/

Figura 1.76. Intradosso della lamiera superiore del Friedrich-Ebert-Brücke.

Figura 1.77. Vista del Friedrich-Ebert-Brücke.[90]

[90]Figura 1.76 e 1.77 sono tratte da https://structurae.net/en/structures/friedrich-ebert-brucke

- il *Verrazzano-Narrows Bridge* sul fiume Narrow che collega Brooklyn a Staten Islandl (New York, USA) ultimato nel 1964 lungo complessivamente 2 039[m] e con una campata principale di 1 298[m] progettato da Othmar Ammanns.

Figura 1.78. Vista del Verrazzano-Narrows Bridge.[91]

- il *Severn Bridge* del 1977 a Bristol (Regno Unito) avente campata centrale sui 988[m] progettato da Gilbert Roberts, Freeman Fox & Partners;

Figura 1.79. Vista del Severn Bridge.[92]

[91]Immagine tratta da https://structurae.net/en/structures/verrazzano-narrows-bridge/media

[92]L. G. Guidi, A. De Luca, L. Rosati. *Long Span Bridges: The Evolution of DeckStiffened System and a Case Study on the Seismic Behaviour of a Maillart ArchType Bridge: Viadotto Olivieri (SA)*. Tesi di Dottorato, Università degli Studidi Napoli Federico II.

- il *Humber Bridge* a Kingston upon Hull (Regno Unito) ultimato nel 1981, con lunghezza totale di 2 220[m] e campata principale 1 410[m], progettato da C. Douglas Strachan, Freeman Fox & Partners;

Figura 1.80. Fase di varo di un concio del Humber Bridge.[93]

Figura 1.81. Vista d'insieme del Humber Bridge[94]

[94]Figura 1.80 e 1.81 sono tratte da https://www.ice.org.uk/what-is-civil-engineering/what-do-civil-engineers-do/humber-bridge.

- il *Akashi Kaikyo Bridge* che collega Kobe a Awaji a (Kōbe, Giappone) ultimato nel 1998, con lunghezza totale di 3 911[m] e campata principale 1 991[m], progettato da Honshu Shikoku Bridge Authority; attualmente è il ponte sospeso a con impalcato tralicciato a piastra ortotropa più lungo al mondo.

Figura 1.82. Vista del Akashi Kaikyo Bridge.[95]

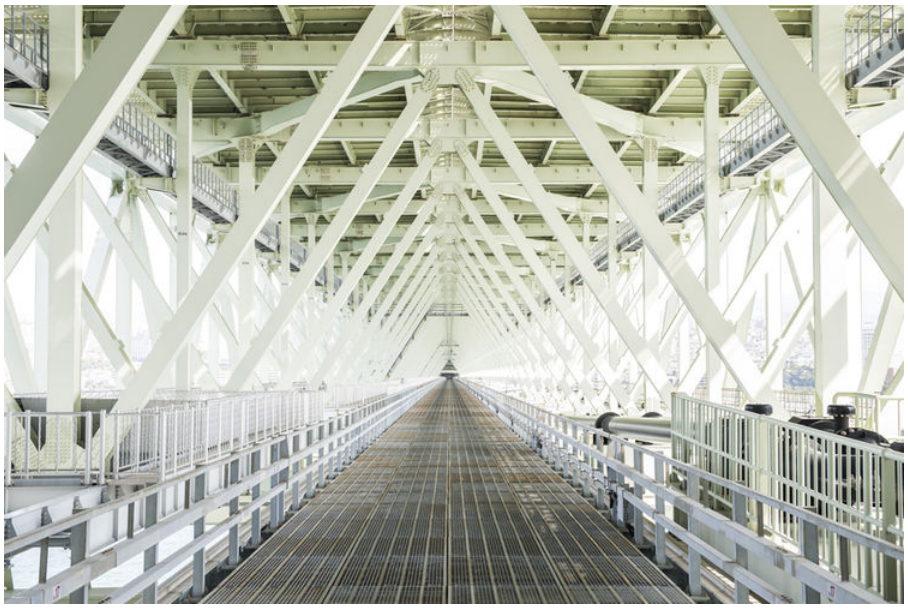


Figura 1.83. Interno dell'impalcato reticolare a piastra ortotropa del Akashi Kaikyo Bridge.[96]

- il *Great Belt East Bridge* a Korsør (Danimarca) ultimato nel 1998, con lunghezza totale di 2 694[m] e campata principale 1 624[m], progettato da COWI Consulting Engineers and Planners AS;

[96]Figura 1.82 e 1.83 sono tratte da http://www.highestbridges.com/wiki/index.php?title=Akashi_Kaikyo_Bridge.

Figura 1.84. Vista del Great Belt East Bridge.[97]

- il *New Tacoma Narrows* a Washington (USA) ultimato nel 2007, con lunghezza totale di 1 524[m] e campata principale 853[m], progettato da HNTB e Parsons Transportation Group.

[97]Immagine tratta da https://www.hochtief.de/ueber-hochtief/geschichte/ostbruecke-ueber-den-grossen-belt

Figura 1.85. Vista del New Tacoma Narrows (sinistra).[98]

- il *Xihoumen Bridge* costruito sull'arcipelago di Zhoushan che collega Jintang alla città di Ningbo nel distretto di Zhenhai (Cina) ultimato nel 2009, con lunghezza totale di 2 588[m] e campata principale 1 650[m] [99] e progettato da CCCC Highway Consultants Co., Ltd; attualmente è il terzo ponte sospeso con impalcato a piastra ortotropa più lungo al mondo.

[98]Immagine tratta da https://www.kiewit.com/projects/tacoma-narrows-bridge/

[99]W. Huang, M. Pei, X. Liu and Y. Wei. Design and construction of super-longspan bridges in China: Review and future perspectives. *Frontiers of Structuraland Civil Engineering*, pages 1–36, 2020.

Figura 1.86. Vista del Xihoumen Bridge.[100]

- il *Nanjing Qixiashan Yangtze River Bridge* detto anche *Fourth Nanjing Yangtze Bridge* sul fiume Yangtze a Nanjing (Cina) ultimato nel 2012, con lunghezza complessiva di 5 437[m] e campata principale 1 418[m] [101] e progettato da CCCC Highway Consultants Co., Ltd.

[100]Immagine tratta da http://bridgeinfo.net/bridge/index.php?ID=120

[101]W. Huang, M. Pei, X. Liu and Y. Wei. Design and construction of super-longspan bridges in China: Review and future perspectives. *Frontiers of Structuraland Civil Engineering*, pages 1–36, 2020.

Figura 1.87. Vista del Fourth Nanjing Yangtze Bridge.[102]

- il *Qingshui River Bridge* su fiume Qingshuihe a Guizhou (Cina) ultimato nel 2015, con lunghezza totale di 2 188[m] e campata principale 1 130[m].

[102]Immagine tratta da https://www.mageba-group.com/sg/en/1023/Asia/China/49295/4th-Nanjing-Yangtze-Bridge.htm

Figura 1.88. Vista del Qingshui River Bridge.[103]

- il *Bosphorus Bridge* sul Bosforo ad Istanbul (Turchia) ponte stradale e ferroviario ultimato nel 2016 lungo complessivamente 2 000[m] e con una campata principale di 1 408[m] progettato dagli ingegneri Dr William Brown, Freeman Fox & Partners.

[103]Immagine tratta da https://www.chinadaily.com.cn/a/202006/12/WS5ee3424ba310834817252b85_3.html

Figura 1.89. Fase di varo di un concio del Bosphorus Bridge.[104]

Figura 1.90. Vista del Bosphorus Bridge.[105]

[104]Immagine tratta da https://www.astaldi.com/en/press-releases/astaldi-third-bosphorus-bridge-completed

[105]Immagine tratta da https://st.ilsole24ore.com/art/finanza-e-mercati/2016-08-26/astaldi-via-maxi-ponte-bosforo-063659.shtml?uuid=ADqesVAB

- il *Nansha Bridge* su fiume Pearl a Guangdong (Cina) ultimato nel 2019, con lunghezza totale di 12 891[m] e campata principale 1 688[m][106]; attualmente è il secondo ponte sospeso a piastra ortotropa al mondo.

Figura 1.91. Vista del Nansha Bridge.[107]

- il *Canakkale Bridge* detto anche *Canakkale 1915* che attraversa lo stretto dei Dardanelli, la cui costruzione sarà terminata nel 2023, diventerà il ponte sospeso con impalcato a piastra ortotropa più lungo al mondo in quanto con due torri di altezza 318[m] possederà una campata centrale di 2 023 [m].

[106]W. Huang, M. Pei, X. Liu and Y. Wei. Design and construction of super-longspan bridges in China: Review and future perspectives. *Frontiers of Structuraland Civil Engineering*, pages 1–36, 2020.

[107]Immagine tratta da www.nansha.guangdong.chinadaily.com.cn

Figura 1.92. Vista delCanakkale Bridge.[108]

Complessivamente il Dataset di informazioni ricavate dall'analisi storico critica degli impalcati in piastra ortotropa relativamente all'anno di costruzione e alle campate massime luci delle campate così creato può essere riassunto nella seguente figura.

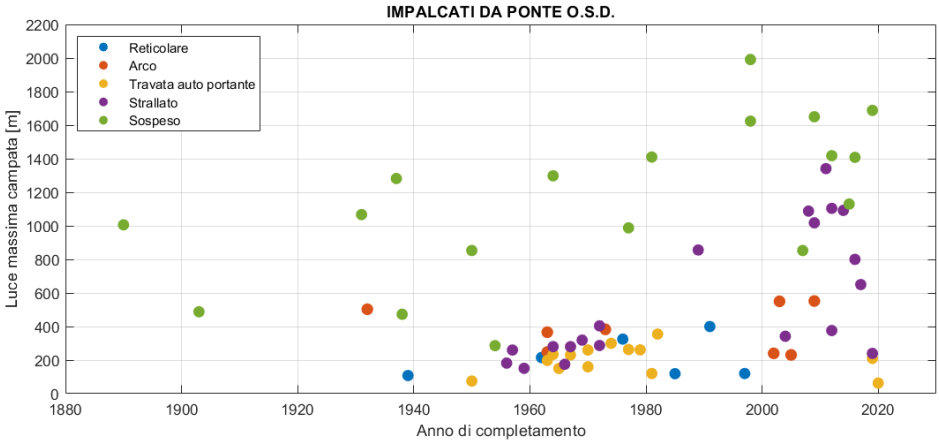


Figura 1.93. Visualizzazione del Dataset dei principali impalcati OSD nel mondo.

[108]Immagine tratta da www.enr.com/articles/52535-worlds-longest-suspension-bridge-takes-shape-in-turkey

1.1.1.2 Panoramica dei ponti con impalcato a piastra ortotropa in Italia

Tabella 1.6. Ponti e viadotti impalcato a piastra ortotropa in Italia.

PONTI OSD IN ITALIA					
Anno	**Tipologia**	**Nome**	**Città**	**Regione**	Campata [m]
1916	Arco	Ponte della Gerola	Pavia	Lombardia	93
1972	Travata	Viadotto Sfalassà	Bagnara	Calabria	376
1974	Travata	Viadotto Rago	Cosenza	Calabria	122
1974	Travata	Viadotto Serra	Lagonegro	Basilicata	118
1985	Travata	Ponte Cadore	Tai di Cadore	Veneto	118
1994	Travata	Viadotto Fragneto	Piacenza	Emilia-Romania	115
1994	Travata	Viadotto Ponte nelle Alpi	Cadola	Veneto	120
1998	Travata	Viadotto Verrand	Verrand	Valle d'Aosta	135
2000	Arco	Ponte di Malizia	Siena	Toscana	50
2003	Arco	Ponte ad arco Tiburtina	Roma	Lazio	125
2004	Travata	Viadotto Torri di Quartesolo	Vicenza	Veneto	90
2004	Travata	Viadotto Italia	Cosenza	Calabria	175
2007	Arco	Ponte Centrale di R.Emilia	Peggio Emilia	Emilia-Romania	221
2010	Reticolare	Nuovo ponte sul fiume Po	Piacenza	Emilia-Romagna	76
2011	Travata	Viadotto Castiglione 1	Isernia	Molise	137
2011	Arco	Ponte Adige	Ravina	Trentino-Alto Adige	81
2011	Sospeso	Ponte sullo Stretto	Messina	Sicilia	3000
2014	Travata	Ponte Colombera	La Spezia	Liguria	52
2014	Travata	Nuovo Ponte Carasco	Carasco	Liguria	59
2018	Travata	Nuovo Ponte Adige	Salorno	Trentino-Alto Adige	51

1.1.1.2.1 Ponti a travata

- il *Viadotto Sfalassà* sul Torrente Sfalassà dell'autostrada A27 a Bagnara (Calabra) (Calabria). La parte centrale del viadotto ha un arco portale spingente in acciaio con lunghezza di 893[m] le cui campate misurano 22-11x45-376[m] largo 19.10[m] e altezza massima del cassone di 6.4[m]. L'altezza dal fondovalle è di254[m] mentre la pila più alta è di 130[m]. costituito da Due travate continue in piastra ortotropa con luci rispettivamente di 78.08-120-78.08[m] e di 95.29-120-95.29[m] e larghezza di 2x12.89[m]. Il vincolamento dell'impalcato con dispositivi antisismici a risposta elastoplastica, progettato da Silvano Zorzi.

Figura 1.94. Vista del viadotto Ponte nelle Alpi.[109]

[109]Immagine tratta da https://www.espazium.ch/it/archi5-19_viadotto_sfalassa

Figura 1.95. Vista del viadotto Ponte nelle Alpi.[110]

- il *Viadotto Rago* dell'autostrada A2 nei pressi del comune di Morano Calabro nel nord della provincia di Cosenza (Calabria) ultimato nel 1974 supera il vallore Rago con complessiva 232[m] su cinque campate di luce massima 122[m]. Si tratta di un cassone aperto a piastra ortotropa di cui nel 2009 è stato effettuato l'adeguamento della carreggiata, e la precompressione piattabanda inferiore.

[110]Immagine tratta da https://www.incosrl.net/post/portfolio/viadotto-sfalassa/

Figura 1.96. Vista del viadotto Viadotto Rago.[111]

- il *Viadotto Serra* dell'autostrada A3 a Lagonegro (Basilicata), costruito nel 1974, è un'impalcato con sviluppo di 235[m], luce massima di 118[m] con altezza variabile tra 8.5[m] sulla pila e 5[m] sulle spalle con altezza masissima delle pila pari a 110[m] e altezza massima sul fondo valle di 125 [m].

[111]Immaginetratta da http://www.setecoge.it/opera_dett.php?id=48

Figura 1.97. Vista del Viadotto Serra.[112]

- il *Ponte Cadore* sul fiume Piave a Tai di Cadore (Veneto) della S.S. n°51 la cui tipologia, realizzato nel 1985, strutturale è ad arco telaio lungo complessivamente di 272[m] con campate da 72-118-72[m] e altezza massima sull'alveo del fiume Piave 184[m].

[112]Immagine tratta da http://www.matildi.com/it/progetto/viadotto-serra-a3-salerno-reggio-calabria-pz/tipologia:ponti.html

Figura 1.98. Vista del Ponte Cadore.[113]

- il *Ponte Mincio* sul Fiume Mincio, Autostrada A4 è ubicato in Veneto in comune di Peschiera del Garda (VR), in prossimità dell'omonimo casello dell'autostrada, all'estremità sud del Lago di Garda; è a 3 campate, luce delle campate laterali pari a 41[m] e campata centrale pari a 70[m]. La lunghezza totale delle travate misurata fra gli assi degli appoggi sulle spalle è pari a 152[m]. L'impalcato originario in c.a.p è stato sostituito con l'attuale ponte ortotropo con sezione a cassone. Nel corso degli anni 2018 e 2019 è stato eseguito un appalto di lavori per la Riparazione di alcuni difetti delle strutture metalliche e di rinforzo dell'impalcato passando da un passo dei rib di 3.16[m] a 1.58[m].

[113]Immagine tratta da http://www.matildi.com/it/progetto/ponte-cadore-sul-piave-ss-n51-alemagna-bl/tipologia:ponti.html

Figura 1.99. Vista del Ponte Cadore.[114]

- il *Viadotto Fragneto* del 1994, sulla S.S. n°95 a Piacenza (Emilia-Romagna) e si estende su otto campate da 87-6x115-87[m] per un totale di 864[m] con larghezza 13[m].

Figura 1.100. Fase di costruzione (sinistra) e vista del Viadotto Fragneto (destra).[115]

[114]Ringrazio A. Vizzino dello studio M2P srl (https://www.m2p.it/) per aver fornito le informazioni tecniche.

[115]Immagine 1.106 e 1.107 sono tratte da http://www.setecoge.it/opera_dett.php?id=48

- il *Viadotto Ponte nelle Alpi* dell'autostrada A27 a Cadola (Veneto) del 1994 costituito da due travate continue in piastra ortotropa con luci rispettivamente di 78.08-120-78.08[m] e di 95.29-120-95.29[m] e larghezza di 2x12.89[m]. Il vincolamento dell'impalcato con dispositivi antisismici a risposta elastoplastica.

Figura 1.101. Vista del viadotto Ponte nelle Alpi.[116]

- il *Viadotto Verrand* dell'autostrada A5 a Verrand (Valle d'Aosta) ultimato nel 1998 di luce complessiva 600[m] cinque campate da 97.7-3x135-97.5[m].

[116]Immagine tratta da http://www.matildi.com/it/progetto/viadotto-ponte-nelle-alpi-a27-mestre-belluno-bl.html

Figura 1.102. Fase di costruzione (sinistra) e vista del Viadotto Verrand (destra).[117]

- il *Viadotto Torri di Quartesolo* di inseriento della A31 sulla A4 a Vicenza (Veneto) ultimato nel 2007, costituito da tredici campate di 630[m] complessivi con campata di luce massima di 90[m].

Figura 1.103. Fase di costruzione del Viadotto Torri di Quartesolo.

[117]Immagine tratta da http://www.setecoge.it/opera_dett.php?id=48

Figura 1.104. Vista d'insieme del Viadotto Torri di Quartesolo.[118]

- il *Viadotto Italia* dell'autrostrada A3 attraversa il fiume Lao, collegando Laino Borgo a Cosenza (Calabria), ed è costituita da una singola trave continua di 425[m] distribuita su tre campate tra cui una campata centrale del fiume di 175[m] ed è stato il ponte più alto d'Europa per 30 anni fino a quando il viadotto francese di Millau lo ha superato nel 2004. Per il viadotto Italia fu prevista la rettifica del tracciato, la sostituzione della sovrastruttura in c.a.p. con una in acciaio Corten, il risanamento dell'originale impalcato metallico, la demolizione di alcune pile ed il risanamento mediante idroscarifica e ricostruzione delle pareti esterne in calcestruzzo di quelle pile lasciate in servizio a sostegno della nuova sovrastruttura in Corten.

[118]Immagine 1.103 e 1.104 sono tratte da https://www.smingegneria.it/viadotto-torri-quartesolo-autostrada/

[118]Fonte: https://www.nitrex-explosives-engineering.com/wp-content/uploads/2018/10/NITREX-prtf-IT-2018-06-28-DMLT-3-ponti-R.pdf

Figura 1.105. Vista del Viadotto Italia.[119]

- il *Viadotto Castiglione 1* sulla Strada a scorrimento veloce che collega Isernia a Castel di Sangro (Molise) ultimato nel 2011 e costituito da due campate di 137[m] e altezza delle travi variabile tra 350 cm e 680 cm in appoggio pila.

[119]M. Campolese e F. Brancaleoni. *Progetto d'adeguamento e allargamento viadotto "Italia" rispetto agli effetti locali e fatica*,Università degli studi Roma Tre, 2009.

Figura 1.106. Fase di costruzione del Viadotto Castiglione 1.

Figura 1.107. Fase di costruzione del Viadotto Castiglione 1.[120]

- il *Ponte Colombera* è un ponte mobile stradale e pedonale della S.P. n° 432 a La Spezia (Liguia) completato nel 2014 di luce complessiva 152[m] con campata di luce massima 52[m] e larghezza costante di 11[m] con tempi di chiusura di 2 ore.

Figura 1.108. Vista dell'apertura del Ponte Colombera.[121]

- il *Nuovo Ponte Carasco* sulla per la S.P. n°225 realizzato nel 2014 scavalca il sul torrente Sturla dell'Autostrada del Brennero realizzato con cassone monocellulare in Corten: avente una lunghezza in località Val Fontanabuona a Carasco (Liguria) complessiva di 52[m]. L'impalcato è caratterizzato a un nucleo centrale in cap avente una luce di circa 52 m e da due travate metalliche laterali simmetriche, realizzate a cura di Cordioli C. SpA, in acciaio auto-protetto (Corten) verniciato, aventi uno sviluppo di 59[m].

[120]Immagine 1.106 e 1.107 sono tratte da http://www.matildi.com/it/progetto/viadotto-castiglione-1-variante-alla-ss-n-17-is.1.html

[121]Immagine tratta da https://vexasrl.it/it/case-history/apertura-e-chiusura-ponte-della-colombiera

Figura 1.109. Apertura al traffico del Nuovo Ponte Carasco, il cui collaudo è stato effettuato con otto camion di circa 42 t l'uno.[122]

- il *Nuovo Ponte Adige* realizzato nel 2018 scavalca il fiume Adige dell'Autostrada del Brennero realizzato con cassone monocellulare in Corten: avente una lunghezza complessiva di 170con campata di luce massima di 51[m]; sostituito quello precedente crollato durante l'alluvione del 22 Ottobre 2013 e rispetto al precedente impalcato con due pile in alveo, quello attuale ha una campata unica senza pile, con le travi portanti in schema statico di semplice appoggio.

Figura 1.110. Vista del Nuovo Ponte Adige.[123]

[122]Immagine tratta da https://www.stradeeautostrade.it/ponti-e-viadotti/il-ponte-per-la-sp-225-a-carasco-nel-levante-genovese/

[123]Immagine tratta da https://www.stradeeautostrade.it/ponti-e-viadotti/il-nuovo-ponte-a-scavalco-dell-adige-e-della-a22/

- il *Nuovo Ponte Carasco* sulla per la S.P. n°225 realizzato nel 2014 scavalca il sul torrente Sturla dell'Autostrada del Brennero realizzato con cassone monocellulare in Corten: avente una lunghezza in località Val Fontanabuona a Carasco (Liguria) complessiva di 52[m]. L'impalcato è caratterizzato a un nucleo centrale in cap avente una luce di circa 52 m e da due travate metalliche laterali simmetriche, realizzate a cura di Cordioli C. SpA, in acciaio auto-protetto (Corten) verniciato, aventi uno sviluppo di 59[m].

Figura 1.111. Apertura al traffico del Nuovo Ponte Carasco, il cui collaudo è stato effettuato con otto camion di circa 42 t l'uno.[124]

1.1.1.2.2 Ponti ad arco

- il *Ponte della Gerola* completato nel 1916, ubicato lungo la S.P. n°206 che collega Voghera a Novara, attraversa il fiume Po e si estende su otto campate, e misura complessivamente 756[m] con lunghezza della singola campata pari a 93[m].

[124]Immagine tratta da https://www.stradeeautostrade.it/ponti-e-viadotti/il-ponte-per-la-sp-225-a-carasco-nel-levante-genovese/

Figura 1.112. Vista del Ponte della Gerola.[125]

- il *Ponte di Malizia* dell'autostrada A3 a Siena (Toscana), costruito nel 2000, mono-campata di lunghezza 50[m] sorretta da un arco sovrastante unico e centrale.

Figura 1.113. Fase di costruzione (sinistra) e vista del Viadotto Fragneto (destra).[126]

[125]Immagine tratta da https://www.stefanorossi.info/attivita-di-progettazione/ponte-della-gerola-tra-voghera-e-sannazzaro/

[126]Immagini tratte da http://www.setecoge.it/opera_dett.php?id=48

- il *Ponte ad arco Tiburtina* è un viadotto di scavalco fascio binari, realizzato nel 2003 a Roma (Lazio), presenta un arco alto 25[m] a spinta eliminata con impalcato in piastra ortotropa di lunghezza 125[m]] di larghezza 29[m]; è un ponte a completamento della Circonvallazione Interna nel tratto compreso tra il sottovia di Via della Batteria Nomentana e lo svincolo con la penetrazione urbana della A24, denominato appunto "Ramo Nord", per uno sviluppo complessivo di circa 2900[m].

Figura 1.114. Vista del Ponte ad arco Tiburtina.[127]

- il *Ponte Centrale di Reggio Emilia* di scavalcamento dell'autostrada A1 (Emilia-Romagna) ultimato nel 2007, con lunghezza dell'arco di 221[m], progettato da Santiago Calatrava;

Figura 1.115. Vista d'insieme del Ponte Centrale a Reggio-Emilia.

[127]Immagine tratta da https://www.provincia.imperia.it/sites/default/files/allegati/incarichi-professionali/CurriculumVitae_65.pdf

Figura 1.116. Vista dei costoloni a sbalzo del Ponte Centrale a Reggio-Emilia.[128]

- il *Nuovo Ponte Adige* realizzato nel 2011 scavalca il fiume Adige è il collegamento viario tra la S.S. n°12 e il casello autostradale di Trento Sud e la S.P. n°90 a Ravina (Trentino-Alto Adige), è costituito da quattro campate da 34-81-17[m] con quella di luce maggiore sorretta da un arco metallico ribassato a via inferiore alto 6.3[m].

[127]Immagine tratta da https://calatrava.com/projects/reggio-emilia-ponti-reggio-emilia.html

[128]Immagine tratta da https://www.promozioneacciaio.it/cms/it4738--i-3-ponti-di-calatrava-a-reggio-emilia.asp

Figura 1.117. Vista del Ponte Adige.[129]

1.1.1.2.3 Ponti reticolari

- il *Nuovo ponte sul fiume Po* completato nel 2010, attraversa il fiume Po e si estende su undici campate, di luci comprese fra 61-76[m], all'interno della golena per 810[m] su un unico impalcato continuo metallico a travata reticolare a Piacenza (Emilia-Romagna).

  è un ponte mobile stradale e pedonale della S.P. n° 432 a La Spezia (Liguia) completato nel 2014 di luce complessiva 152[m] con campata di luce massima 52[m] e larghezza costante di 11[m] con tempi di chiusura di 2 ore.

[129]Immagine tratta da https://www.bitcostruzioni.com/de/portfolio/ponte-ad-arco-rovereto-tn/

Figura 1.118. Vista del Nuovo ponte sul fiume Po.[130]

1.1.1.2.4 Ponti sospesi

- il *Ponte sullo Stretto di Messina* è un progetto non ancora realizzzato di cui i primi studi di un ponte sospeso o galleggiante risalgono al 1866[131] per collegare le due sponde dello Stretto di Messina collegando così Messina a Reggio Calabria. Ad oggi, in fase di progettazione definitiva, il ponte sospeso potrebbe avere una lunghezza di 3 300[m] con campata sospesa di luce 3 000[m], altezza massima delle torri di 383[m] ed impalcato a piastra ortotropa[132], di larghezza 60[m], con due cassoni stradali laterali ed un cassone centrale ferroviario

[130]Immagine tratta da https://www.promozioneacciaio.it/cms/it107-ponte-ss9-sul-fiume-po-il-ponte-dei-primati-unico-in-europa.asp

[131]A. Mammino, *Il Pone come Espressione di Civilità: Dal Primordiale Attraversamento del Corso d'Acqua al Ponte sullo Stretto di Messina.* Atti e Memorie dell'Ateneo di Treviso, 2010.

[132]F. Brancaleoni, G. Diana, E. Faccioli, G. Fiammenghi, I.P.T. Firth, N.J. Gimsing, M. Jamiolkowski, P. Sluszka, G. Solari, G. Valensise, E. Vullo*The Messina Strait Bridge: A Challenge and a Dream.*CRC Press, 2009

collegati da traversi con passo 30[m].[133]

Figura 1.119. Render del Ponte sullo Stretto di Messina.[134]

Complessivamente il Dataset di informazioni ricavate dall'analisi storico critica degli impalcati in piastra ortotropa relativamente all'anno di costruzione e alle campate massime luci delle campate così creato può essere riassunto nella seguente figura.

[133]Ing. E.M. Veje e Dott. Ing. E. Pagani, *Ponte sullo Stretto di Messina. Progetto Definitivo. Principi generali della progettazione per l'impalcato sospeso.*, Eurolink, 2011.

[134]P.B. Berardi. *Il Ponte Mediterraneo.* Galileo. Rivista di informazione, attualità e cultura degli Ingegneri di Padova. n°248.

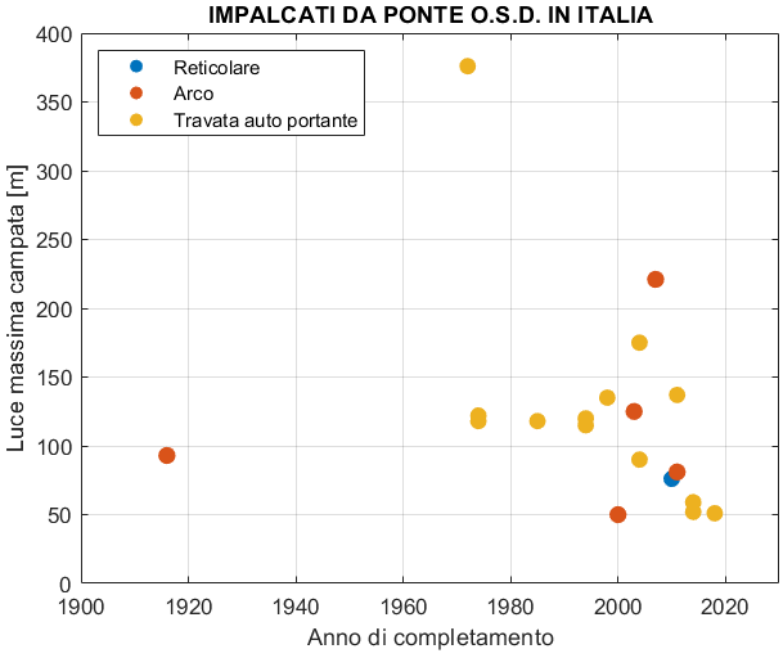


Figura 1.120. Visualizzazione del Dataset dei principali impalcati OSD in Italia.

In figura 1.121 vengono messi a confronto gli impalcati OSD di ponti a travata, reticolari e ad arco, per la loro luce massima, costruiti in Italia a nel mondo.

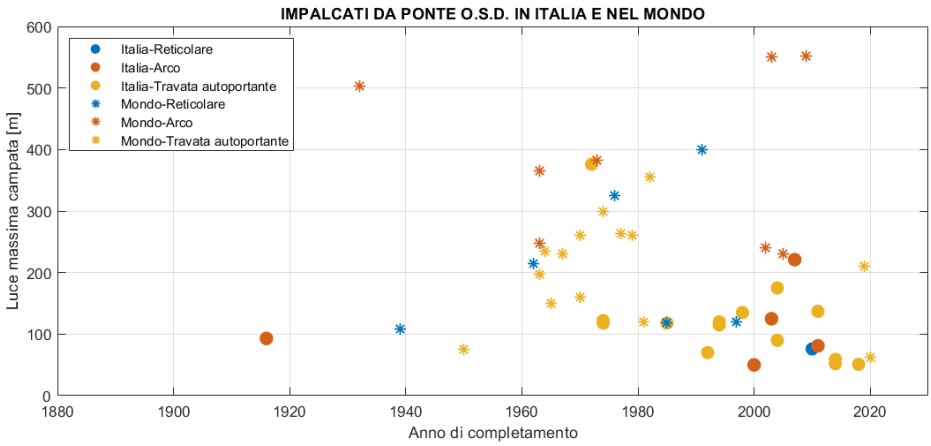


Figura 1.121. Confronto ponti OSD a travata, reticolari e ad arco.

In figura 1.122 vengono messi a confronto gli impalcati OSD costruiti in Italia e nel mondo confrontando i record di campate di luci massime raggiunti nei ponti a travata, reticolari, ad arco, strallati e sospesi.

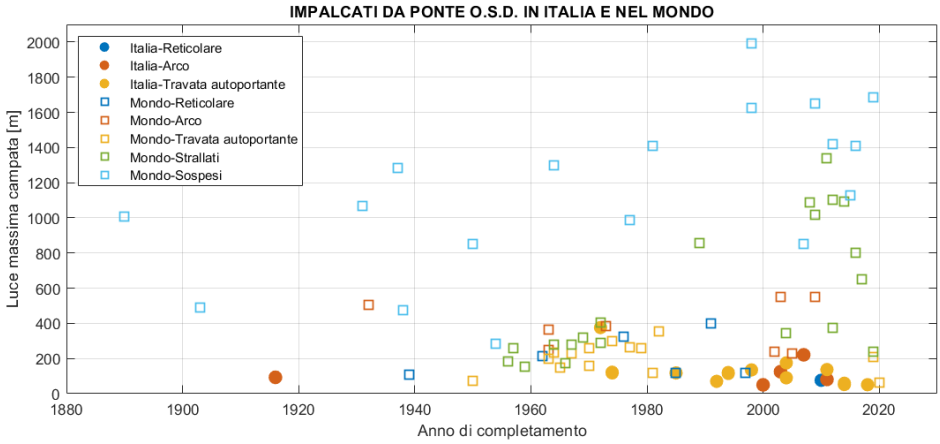


Figura 1.122. Confronto ponti OSD a travata, reticolari, ad arco, strallati e sospesi.

1.1.2 Vantaggi della piastra ortotropa

Negli anni '50 e '60, gli irrigidimenti longitudinali a nervature aperte erano comuni nei ponti ortotropici. Ma oggi la maggior parte delle costole sono costole chiuse.

Il completamento del Great Belt East Bridge (Danimarca) nel 1998 ha rappresentato la tecnologia avanzata dell'impalcato ortotropico e della struttura a cassone nell'ingegneria dei ponti.

Il 6 marzo 2009, il nuovo governo italiano ha annunciato che il progetto del ponte di Messina con impalcato ortotropico sarebbe risorto. Se completato, il ponte sarebbe il ponte sospeso più lungo del mondo, la cui campata principale di 3.300 m supererebbe il ponte Akashi Kaikyo (campata principale di 1.991 m, Giappone).

Il ponte ortotropico ha messo radici negli Stati Uniti nei primi anni '60 (San Mateo-Hayward Bridge, in California). Non sono stati ampiamente accettati a causa della mancanza di regole di progettazione e di poche esperienze pratiche. Attualmente, rispetto alle altre tipologie di ponte, la percentuale di impalcato rtotropico negli Stati Uniti rimane molto bassa, mentre il 25% di essi si trova in California. Uno dei progetti più famosi è il Golden Gate Bridge che è stato ridefinito con impalcato ortotropico nel 1985. La Figura 1-1 lo mostra in confronto al proposto ponte sullo stretto di Messina.

Oggi il Giappone ha un gran numero di ponti ortotropici che sono tra i più lunghi al mondo. Ad esempio, ci sono più di 1.000 campate applicate ai viadotti ortotropici di Tokyo. Negli ultimi anni, la Cina ha costruito molti ponti ortotropici a lunga campata, come Jiangyin Changjiang Highway Bridge (1.385 m di campata principale, ponte sospeso, 1999), Yunyang Changjiang Bridge (1.450 m di campata

principale, ponte sospeso, 2005), Sutong Changjiang Highway Ponte (1088 m campata principale, ponte strallato, 2008, come mostrato nella Figura 1-2), e così via. La tendenza allo sviluppo del ponte ortotropico è ancora in corso in tutto il mondo.

One of the first applications was in 1932, on the North Saginaw Road/Salt River Bridge in Michigan. (https://sci-hubtw.hkvisa.net/10.1016/b978-0-12-800058-8.00022-0) According to incomplete statistics, in Europe, there are over 1000 orthotropic steel decks that nearly contain all types of bridges, and nearly all newly constructing movable bridges adopted orthotropic decks. Japan has about 250 orthotropic steel bridge decks, while North American owns about 100.

In China, the application of orthotropic steel deck is later, but it develops fast. Orthotropic steel bridge decks were selected in many middle or long span bridges and municipal projects(Fig.2), such as Humen Bridge, Jiangyin Yangtze River Bridge, the second and the third Nanjing Yangtze River Bridges, Sutong Yangtze River Bridge and so on[1]. Some bridges in construction also adopt orthotropic decks, such as Taizhou Yangtze River Bridge and Erqi Yangtze River Bridge. For the complexity of many welding connections, interior defects, and effects of repeated loading, orthotropic steel decks are prone to fatigue. After more than fifty years practice, orthotropic steel deck shows a good performance, but fatigue problems are always hot topics. Mainly existing bridges before the 1980 have been designed using inappropriate fatigue classifications of orthotropic deck details. For example, in 1950s and 1960s, German and British built the first generation of orthotropic decks, but unfortunately, in 1980s, fatigue cracks were found in these bridges [2], which provided demonstrations for the research of steel decks fatigue and fracture. In China, with economical development and requirement of greater traffic volume, fatigue damages of orthotropic decks have been unavoidable and fatigue cracks have been detected recently in several bridges. (https://sci-hub.mksa.top/10.4028/www.scientific.net/KEM.413-414.741)

7.2 Fatigue test Fatigue damage is one of the main failure modes of bridge structures, especially the bridge deck system components of steel structures which are affected by the service en- vironment, material deterioration, structural details, etc. Due to the direct bearing of wheel loads, the bridge deck system structures often suffer from pavement damage, plate cracking and other conditions that affect the driving comfort and safety. At present, the fatigue test is one of the main means to study and verify the fatigue per- formance of structures and materials. Shi et al. (2019b, c) designed and manufactured a full-scale orthotropic bridge deck fatigue test model, which contains two U-ribs and two V-ribs in order to study the fatigue performance of the fatigue sensitive area at the joint of stiffening ribs and diaphragms of railway orthotropic steel bridge deck. Yuan et al. (2019c) carried out fatigue cyclic loading on a complete model to produce cracks, then repaired the cracks and poured UHPC cover on the roof. In addition to steel structure fatigue, concrete structures also crack under long-term repeated fatigue loads. Lv et al. (2020) studied the effect of rubber particles on the uni- axial compressive fatigue

performance of self-compacting rubber lightweight aggregate concrete (SCRLC) through uniaxial compressive tests. (https://sci-hubtw.hkvisa.net/https://doi.org/10.1186/s43251-020-00011-w)

Capitolo 2

Descrizione del viadotto oggetto di studio[135]

In questo capitolo si vuole descrivere dettagliatamente le caratteristiche del viadotto oggetto di studio. Si descrivono le caratteristiche meccaniche dei materiali, le geometrie dell'impalcato e le principali caratteristiche degli elementi strutturali. In seguito sono riportate anche le azioni agenti sull'opera.

[135]Le informazione tecniche riportate all'interno di questo capitolo sono tratte dal progetto esecutivo originario in Studio di Ingegneria Civile Prof. Ing. Pietro e Giuseppe Matildi. Autostrada Mestre Vittorio Veneto - Pian di Vedoia, Tronco Mestre Vittorio Veneto - Piandi Vedoia, Lotto n°8, *Relazione di calcolo - Parte prima: Analisi strutturale.*, Allegato A1, Bologna, 27 Luglio 1989.

Figura 2.1. Vista del viadotto in esame, immagine scattata dalla pila P9 della carreggiata Nord-Est. [136]

2.1 Geometria del viadotto

Il viadotto autostradale è costituito da due manufatti paralleli rispettivamente di lunghezza complessiva riportata in (2.1) e (2.2):

- per per la via Est:

$$L_E = 1{,}75 + 93{,}54 + 120{,}00 + 93{,}54 + 1{,}75 = 310{,}58\,[m] \tag{2.1}$$

- per per la via Ovest:

$$L_O = 1{,}75 + 76{,}33 + 120{,}00 + 83{,}25 + 1{,}75 = 283{,}08\,[m] \tag{2.2}$$

L'andamento planimetrico, di entrambe le carreggiate, è caratterizzato da clotoide, rettifilo e clotoide. In planimetria il raggio di curvatura varia da 1200[m] a 0[m] con andamento lineare (curva clotoidale) a destra e a sinistra di un breve tratto

[136] Foto scattata dal fotografo professionista Daniele Domenicali (https://www.danieledomenicali.com/)

rettilineo nel quale si intesta l'asse di flesso dell'asse stradale. In Figura 2.4 vengono riportate le luci delle campate sopra descritte e anche lo schema di vincolo, che per i due impalcati risulta essere uguale.

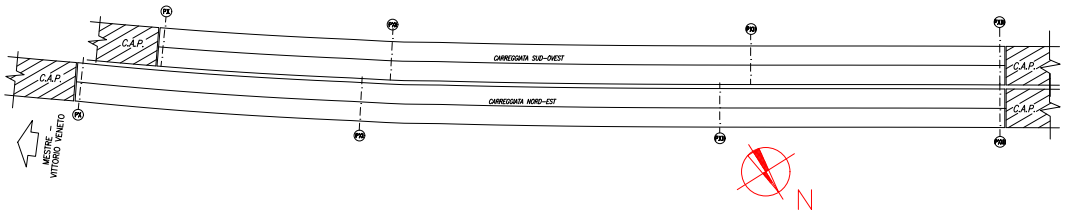


Figura 2.2. Lunghezza delle campate - Carreggiata Nord-Est e Sud-Ovest.

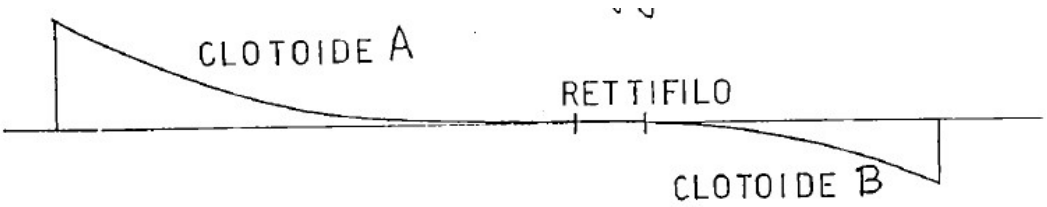


Figura 2.3. Andamento planimetrico qualitativo del tracciato del viadotto oggetto di studio - Carreggiata Nord-Est e Sud-Ovest.[137]

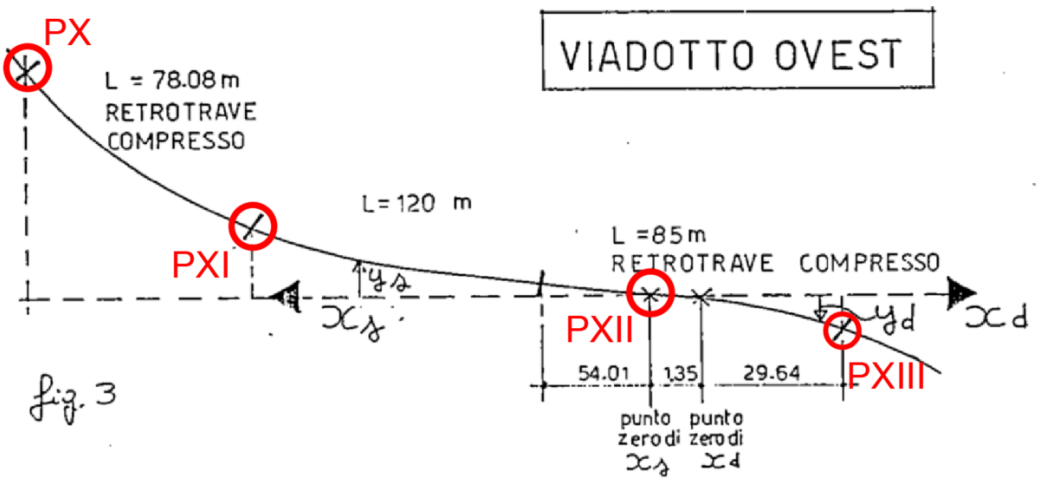
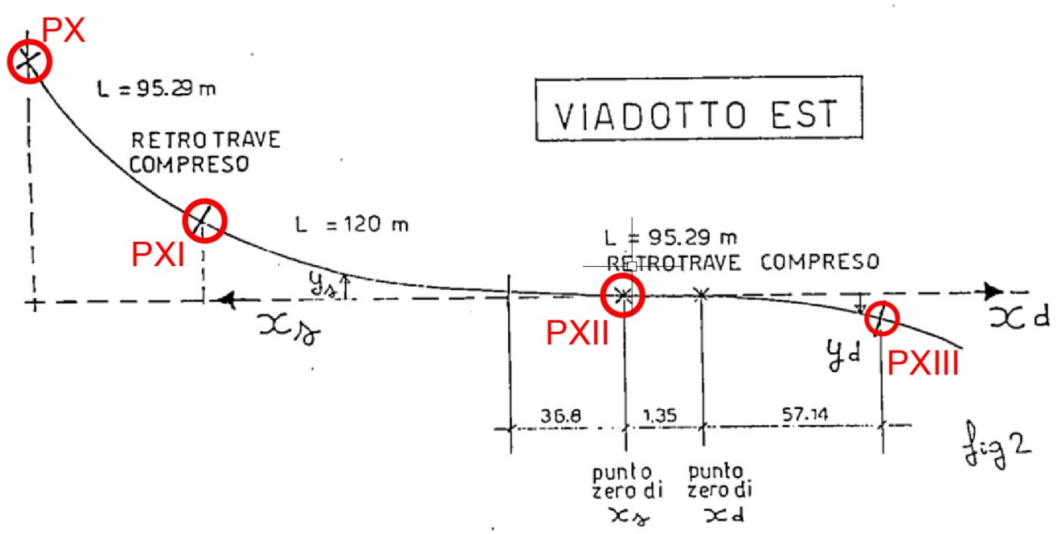


Figura 2.4. Andamento planimetrico qualitativo della via Nord-Est e Sud-Ovest. [138]

[137]Studio di Ingegneria Civile Prof. Ing. Pietro e Giuseppe Matildi. Autostrada Mestre Vittorio Veneto - Pian di Vedoia, Tronco Mestre Vittorio Veneto - Piandi Vedoia, Lotto n°8, *Relazione di calcolo - Parte prima: Analisi strutturale.*, Allegato A1, Bologna, 27 Luglio 1989, cap.1, Premessa, p.1.



Di seguito, in Figura 2.5, è riportata la sezione trasversale tipo delle due carreggiate Nord-Est e Sud-Ovest.

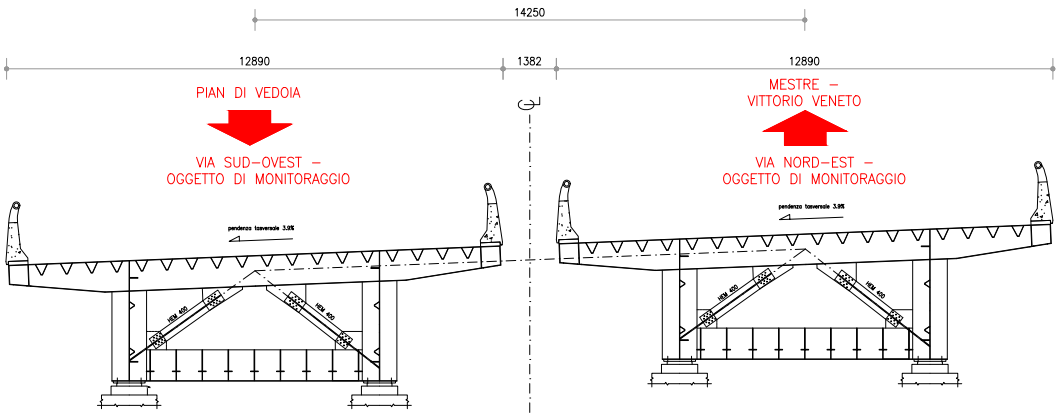


Figura 2.5. Sezione trasversale tipo - Carreggiate Nord-Est e Sud-Ovest, pila PX.

È possibile osservare che il viadotto consta di due carreggiate a senso unico di marcia. Il viadotto attraversa una zona contrassegnata da numerosi vincoli topografici tra cui la ferrovia. Il profilo altimetrico, evidenziato negli allegati ufficiali

[138]Studio di Ingegneria Civile Prof. Ing. Pietro e Giuseppe Matildi. Autostrada Mestre Vittorio Veneto - Pian di Vedoia, Tronco Mestre Vittorio Veneto - Piandi Vedoia, Lotto n°8, *Relazione di calcolo - Parte prima: Analisi strutturale.*, Allegato A1, Bologna, 27 Luglio 1989, cap.1, Premessa, p.2-3.

del progetto originario del 1989 dello studio Matildi, mostra che la pendenza longitudinale non è significativa e per questo motivo era stato ipotizzato, come per altro consuetudine, di disporre gli apparecchi di appoggio con le superfici di contrasto tra parti sempre perfettamente orizzontali.

La soluzione strutturale è costituita da due travate continue metalliche, con impalcato in piastra ortotropa, di tre campate. Il viadotto Nord-Est è caratterizzata da:

- campata centrale: L = 120,00[m];

- campate laterali: L = 93,54[m].

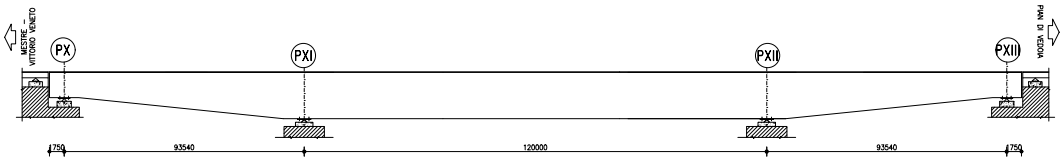


Figura 2.6. Sezione longitudinale viadotto Nord-Est.

Il viadotto Sud-Ovest è caratterizzata da:

- campata centrale: L = 120,00[m];

- campate laterali: L = 76,33[m] e L = 83,25[m] .

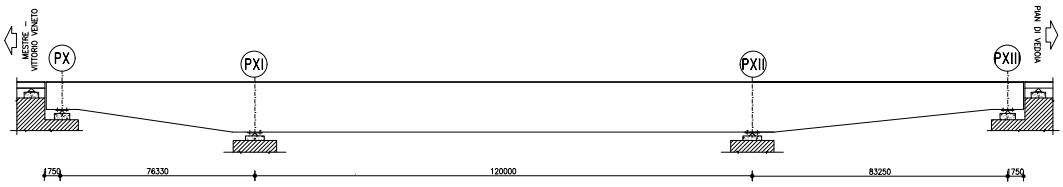


Figura 2.7. Sezione longitudinale viadotto Sud-Ovest.

Sono inoltre presenti due retrotravi ciascuna di luce L=1,75[m]. La larghezza complessiva dell'impalcato è 12,89[m], di cui 11,75[m] sono destinati alla carreggiata ed i rimanenti 1,14[m] occupati dalle barriere New Jersey in calcestruzzo. La superficie totale del viadotto carreggiata Nord-Est è:

$$S = (310{,}58 + 283{,}08) \cdot 12{,}89 = 7652{,}2774[m^2] \tag{2.3}$$

Di seguito si riportano le sezioni trasversali tipo per le due carreggiate.

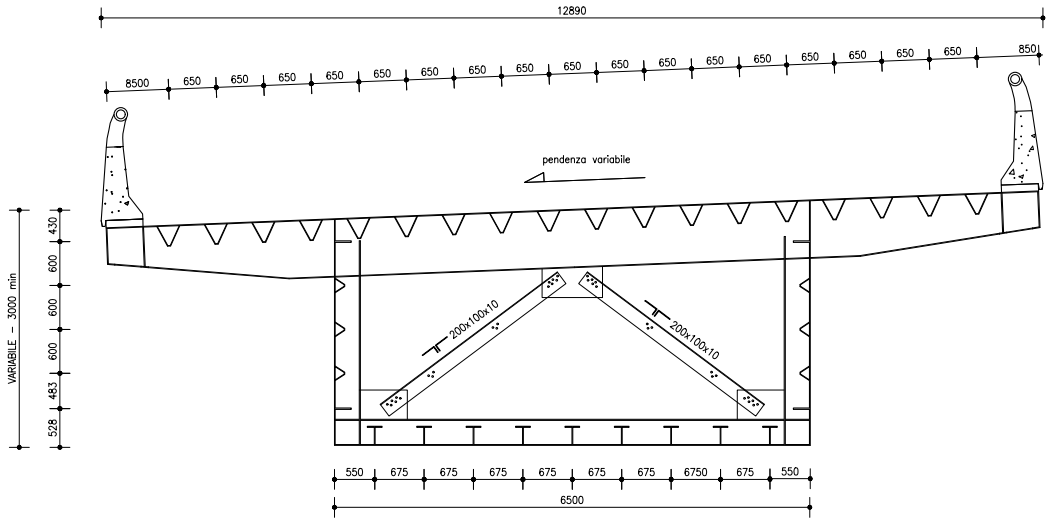


Figura 2.8. Sezione trasversale B–B viadotto Nord-Est - Diaframma intermedio trave bassa.

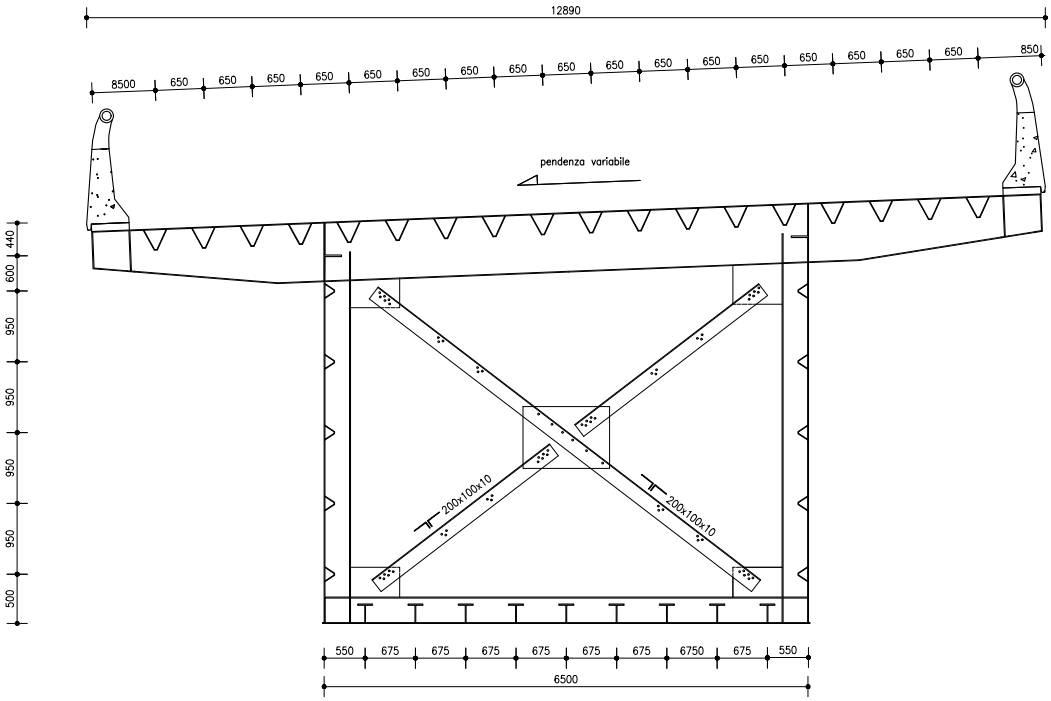


Figura 2.9. Sezione trasversale A-A viadotto Nord-Est - Diaframma intermedio trave alta.

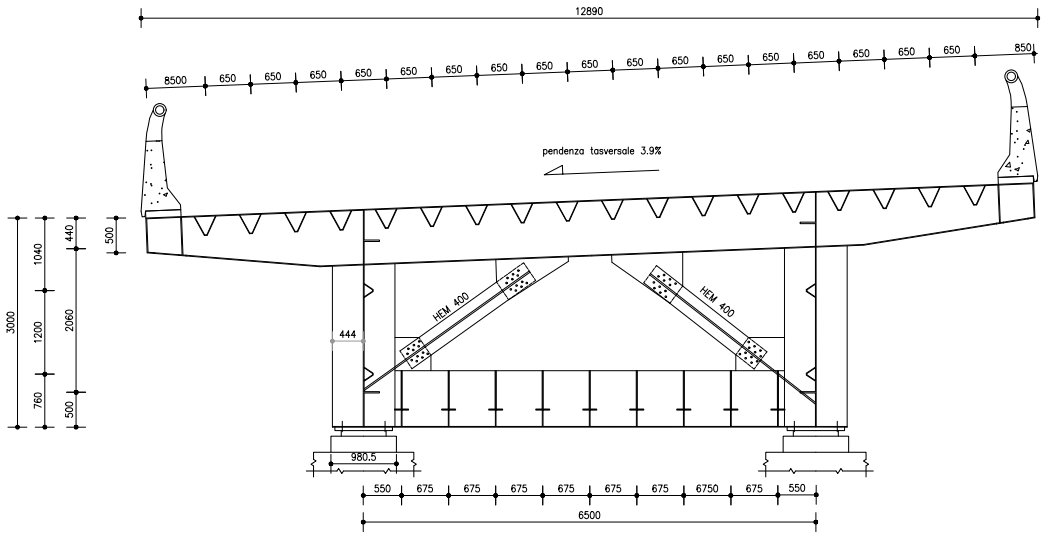


Figura 2.10. Sezione trasversale C-C viadotto via Est – Diaframma di pila.

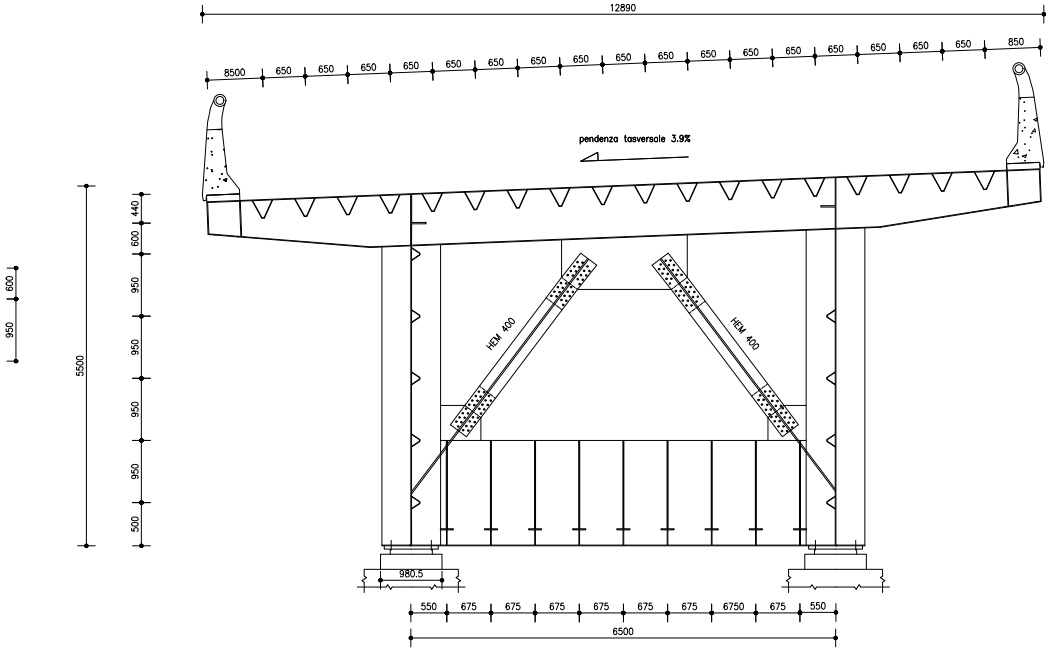


Figura 2.11. Sezione trasversale C-C viadotto via Est – Diaframma di pila.

La struttura portante del viadotto è realizzata con un cassone avente base 6,5[m] ed un'altezza media uguale a 5,5[m]. La pendenza trasversale, i cui valori, concio

per concio, sono riportati nei disegni originali del progetto del 1989, è stata ottenuta in questo modo: l'altezza media è stata lasciata immutata, cosicché la traccia in sezione dell'impalcato è stata fatta ruotare rispetto l'estremo superiore dell'ingombro verticale misurato in asse. L'impalcato è quindi una rigata avente traccia rettilinea una retta del piano medio verticale longitudinale e generatrici contenute nei piani trasversali. Il fondo del cassone, in fase di progetto, è stato tenuto orizzontale, affinché esso possa soddisfare le esigenze imposte dal montaggio della travata. L'impalcato è completato da due sbalzi, ciascuno di 3,195[m], fuoritutto, e quindi risulta che la larghezza complessiva:

$$L = 3{,}195 + 6.5 + 3{,}195 = 12{,}879\,[m] \tag{2.4}$$

2.2 Irrigidimenti

La struttura del cassone è irrigidita sia trasversalmente che secondo l'asse del viadotto.

- Irrigidimenti trasversali:

Si tratta di diaframmi disposti con interasse di 3[m], muniti alternativamente di crociera.

- Irrigidimenti longitudinali (ribs):

Sono presenti due sezioni differenti per il fondo del cassone e per le pareti laterali della sezione a cassone dell'impalcato. Sono costituiti da una sezione triangolare resistente a torsione per le fiancate e l'impalcato, da profilati costituiti da mezze IPE 500 per il fondo del cassone; quest'ultimo necessita di maggiore inerzia in fase di varo.

La piastra ortotropa è irrigidita da una serie di nervature longitudinali (ribs), disposte con interasse 0,65 [m] circa e da travi trasversali (traverse) ortogonali ad esse da cui l'appellativo di "piastra ortotropa") disposte con interasse di 3,00 [m]. Rispetto al sistema misto acciaio-calcestruzzo il peso strutturale della travata si riduce generalmente del 60-70%, con il vantaggio di realizzati una struttura omogenea formata integralmente da elementi prefabbricati in carpenteria metallica. Tali elementi risultano adatti a consentire l'adozione di schemi a trave continua che, per campate di luce più elevata, sono generalmente più economici e meno deformabili di quelli a trave semplicemente appoggiata agli estremi.

2.3 Conci

Il viadotto è suddiviso in conci rettilinei aventi lunghezza non superiore a 12[m]. Detti conci sono a loro volta componibili per elementi, di lunghezza pari a quella del concio medesimo e larghezza inferiore a quella massima consentita dalla sagoma stradale (2,50 [m] circa). I conci sono stati realizzati completamente in officina e poi trasportati in cantiere. La composizione degli elementi tra loro avviene invece esclusivamente in cantiere generalmente per saldatura. L'andamento in curva dell'asse stradale è ottenuto disponendo detti conci secondo una poligonale che, tenuto conto della non eccessiva lunghezza degli stessi (rapportata alla lunghezza delle campate), approssima molto bene l'asse curvilineo teorico.

2.3.1 Unione dei conci

L'unione dei vari conci per formare la travata si realizza, a seconda del tipo di montaggio, a piè d'opera (ad esempio per varo di punta), ovvero in aria (ad esempio nei montaggi con autogru) ed avviene sempre con bullonatura ad alta resistenza, ad eccezione della piastra d'impalcato i cui lembi vengono di norma saldati tra di loro, anziché i bulloni, in modo tale da una lamiera d'impalcato senza ingombri creati dai coprigiunti che costituirebbero complicazioni per la realizzazione dell'impermeabilizzazione e della pavimentazione.

2.4 Sistema di vincolo

In considerazione al fatto che l'opera sorge in zona sismica, è stata rivolta particolare attenzione al sistema di vincolo da adottare per la travata metallica, tenendo ben presente la filosofia sismica adottata per le travate adiacenti in c.a.p. che non consente di scaricare su dette travate le azioni sismiche longitudinali dell'intera opera metallica. In caso di sisma, il sistema di vincolo permette non solo i movimenti longitudinali, ma anche quelli trasversali sotto sisma, che come precedentemente detto non possono essere scaricati sulle pile. Come si evince dalla Figura 2.12 il sistema di vincolo dei due viadotti è il medesimo.

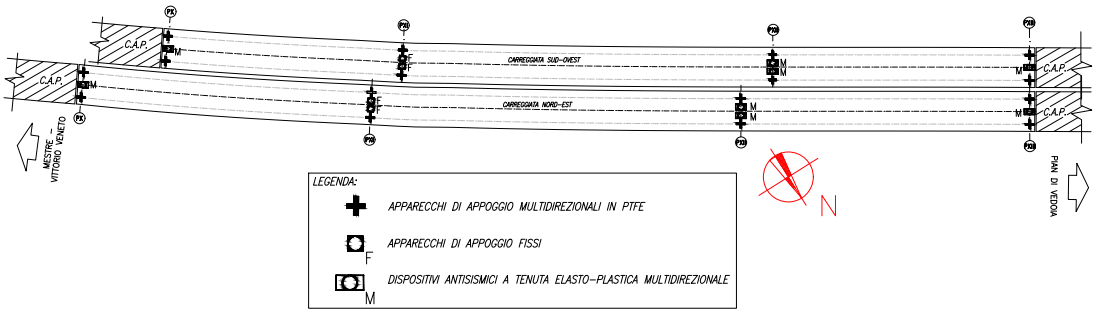


Figura 2.12. Disposizione dei vincoli - Carreggiata Nord-Est e Sud-Ovest.[139]

2.4.1 Ritegni sismici elastoplastici-multidirezionali

Non essendo pensabile, l'intera azione longitudinale sulle due sole pile principali dell'opera la PXI e PXII, attraverso l'adozione di un sistema di vincolo a cerniera fissa a causa della modesta altezza delle pile stesse, e quindi della loro modesta deformabilità (non si deve dimenticare che l'escursione termica giornaliera era stata prevista in fase di progetto di alcuni centimetri) è stato adottato, anche per la travata metallica, la medesima filosofia già adottata anche per i viadotti di accesso: il sistema del "pila per pila", da realizzare ammortizzando opportunamente le azioni stesse con il filtro di ritegni elasto-plastici multidirezionali, in grado di ridurre sensibilmente le azioni trasmesse in tutte le direzioni dall'impalcato alle pile e alle sottostanti fondazioni, con sensibile beneficio per le une e per le altre.

[139] D. Masera, R. Asso, R. Cucuzza, F. Rendace, G. C. Marano. *Una proposta diprocedura per l'escursione degli appoggi.* Rivista "Strade Autostrade", fascicolo n°146, Marzo/Aprile 2021.https://www.stradeeautostrade.it/ponti-e-viadotti/una-proposta-di-procedura-per-lescursione-degli-appoggi/.

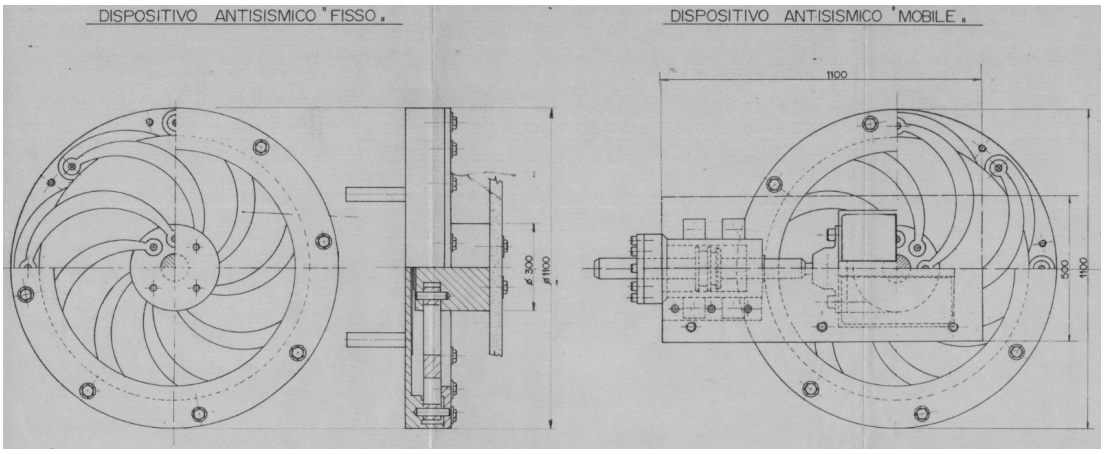


Figura 2.13. Sezione dei dispositivi antisismici fissi e mobili. [140]

Con l'impiego di tali dispositivi, infatti se l'accelerazione impressa alla struttura supera il valore a cui corrisponde la soglia di plasticizzazione per cui essi sono stati proporzionati, si produce soltanto u incremento dello spostamento senza incremento della forza trasmessa (supponendo quindi un legame costitutivo rigido perfettamente plastico). Per consentire che tali incrementi di spostamento possano avvenire senza danno è stato controllato, in fase di progetto, che le deformazioni massime previste siano contenute entro determinati limiti, predisponendo quindi giunti in grado di consentire le massime escursioni previste sia in direzione longitudinale che in direzione trasversale. Va aggiunto inoltre che i ritegni previsti, oltre che di agevole sostituzione, così come gli apparecchi di appoggio multidirezionali previsti, sono distinti da essi e collocati in posizione baricentrica rispetto ad essi.

Garantiscono spostamenti longitudinali che trasversali in caso di sisma, grazie ad un dispositivo costituito da un sistema circolare di manovelle radiali, imperniate su vincoli centrali e periferici, atte ad assorbire in campo elastoplastico forze orizzontali provenienti da ogni direzione.

Il ritegno sismico di tipo isteretico a falce di luna, in condizioni di servizio agisce come guida scorrevole in direzione longitudinale dotata di pattini in PTFE. Il ritegno è dotato di accoppiatore idraulico e in condizione di sismica il ritegno agisce in tutte le direzioni. In Tabella 2.1 è riportato il numero totale di ritegni sismici ogni carreggiata.

[140]Studio di Ingegneria Civile Prof. Ing. Pietro e Giuseppe Matildi. Autostrada Mestre Vittorio Veneto - Pian di Vedoia, Tronco Mestre Vittorio Veneto - Piandi Vedoia, Lotto n°8, *Schema di vincolo e dispositivi antisismici*, Bologna, 30 Novembre 1989.

Tabella 2.1. Ritegni sismici

N°	1	per ogni via di corsa: su PX
N°	2	per ogni via di corsa: su PXII
N°	1	per ogni via di corsa: su PXIII
TOT.	8	per le due vie di corsa

2.4.2 Apparecchi di appoggio

Gli apparecchi di appoggio del viadotto si distinguono in due categorie, come riportato nei paragrafi seguenti.

2.4.2.1 Apparecchi di appoggio fissi

Questi dispositivi non consentono idealmente nè spostamenti longitudinali nè trasversali. Essi sono situati in corrispondenza della pila PXI di entrambe le carreggiate, in posizione baricentrica rispetto l'asse dei viadotti e intermedi agli appoggi mobili multidirezionali. In Tabella 2.2 è riportato il numero totale degli appoggi fissi ogni carreggiata.

Tabella 2.2. Apparecchi di appoggio fissi

N°	2	per ogni via di corsa: su PXI
TOT.	4	per le due vie di corsa

2.4.2.2 Apparecchi di appoggio multidirezionali in PTFE

Sono dispositivi di appoggio che consentono sia gli spostamenti in direzione longitudinale che in direzione trasversale [141]. In Tabella 2.3 è riportato il numero totale degli appoggi fissi ogni carreggiata.

[141] R. Asso, Rebecca, R. Cucuzza, M.M.Rosso, D. Masera and G.C. Marano.Bridges Monitoring: An Application of AI With Gaussian Processes, *14th International Conference on Evolutionary and Deterministic Methods for Design, Optimization and Control.* 01 2021. pages 245–261. doi:10.7712/140121.7964.18426

Tabella 2.3. Apparecchi di appoggio mobili multidirezionali

N°	2	per ogni via di corsa: su PX
N°	2	per ogni via di corsa: su PXI
N°	2	per ogni via di corsa: su PXII
N°	2	per ogni via di corsa: su PXIII
TOT.	16	per le due vie di corsa

Capitolo 3

Analisi strutturale globale

In questo capitolo viene svolta l'analisi globale con attenzione particolare alla caratteristica di sollecitazione di torsione. Verranno ripercorsi sviluppi teorici volti a:

- comprensione della risposta torsionale in funzione delle diverse condizioni di vincolo, sotto l'azione di carichi uniformemente distribuiti ed accidentali;

- consapevolezza della mutua interazione delle comportamento flessionale e torsionale delle travi con curvatura nel piano orizzontale soggette a carichi nel piano ad esso ortogonale;

- conoscenza delle metodologie di calcolo utilizzate all'intorno degli anni '80-'90;

- calcolare analiticamente la risposta torsionale per la validazione dei dati ottenibili da complesso modelli FEM.

3.1 Impalcati curvilinei

Come risultato di complicate geometrie, raggi di curvatura variabili e mitigazione del traffico, i ponti ad asse curvilineo sono diventati la normalità dei ponti stradali moderni. La sovrastruttura di ponti e viadotti curvilinei è tipicamente costituita da impalcati a:

- cassone monocellulari, monocellulari interconnessi con traversi/ soletta o pluricellulari realizzati in acciaio, calcestruzzo armato precompresso o in sistema misto acciaio-calcestruzzo (Fig. 3.1);

- graticcio, con sezione a I o a cassone in sistema misto acciaio-calcestruzzo;

- graticcio, con sezione a I in calcestruzzo armato o precompresso.

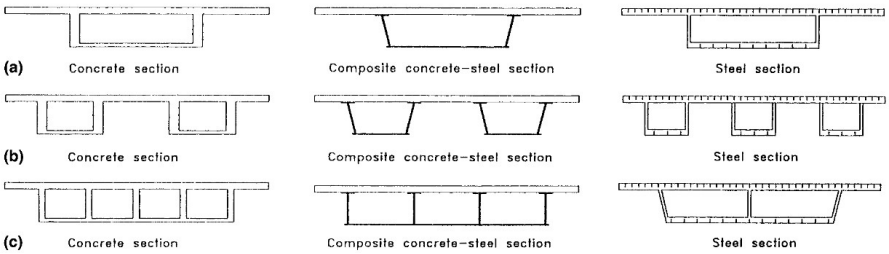


Figura 3.1. Tipologie di sezioni a cassone: (a) monocellulare; (b) monocellulari interconnessi; (c) pluricellulare. [142]

Figura 3.2. Jamal Abdul Nasser Street, Ponte curvilineo a cassone in conci prefabbricati, https://www.masera-eg.it/

[142] Khaled M. Sennah and John B. Kennedy. State-of-the-art in design of curved box-girder bridges. *Journal of Bridge Engineering*, 6(3):159–167, 2001, doi:10.1061/(ASCE)1084-0702(2001)6:3(159).

Figura 3.3. Viadotto Caffaro, Ponte curvilineo a a graticcio con travi a I in misto acciaio-calcestruzzo, http://www.matildi.com//

Figura 3.4. Viadotto Roccaprebalza A15 Autostrada della Cisa, Ponte curvilineo a cassone in acciaio, https://www.spicsrl.com/

L'uso di cassoni si è dimostrata una soluzione strutturale molto efficiente soluzione per ponti e cavalcavia autostradali grazie alla sua elevata rigidezza torsionale, manutenibilità, economia, estetica e la capacità di distribuire in modo efficiente il carico veicolare eccentrico tra le anime del cassone [143].

Gli impalcati da ponte curvilinei manifestano sempre deformazione torsionale sotto carico, a causa del fatto che la risultante dei carichi verticali delle campate ha un'eccentricità rispetto la congiungente degli appoggi. Di conseguenza questo causa l'interazione fra flessione e torsione lungo le varie campate e ciò può essere analizzato con maggiore semplicità mediante modelli agli elementi finiti rispetto al calcolo analitico. [144]

3.2 Trave a balcone isostatica[145]

Si introduce lo studio della trave balcone, cioè trave che presenta linea d'asse baricentrica costituita da una curva regolare (s) ad arco circolare appartenente al piano (r-s), e di apertura angolare $2{\cdot}\varphi_0$ qualsiasi. Tale elemento strutturale risulta quindi avere sezione generica, curvatura costante nel piano orizzontale, vincolata isostaticamente e soggetta a carichi verticali.

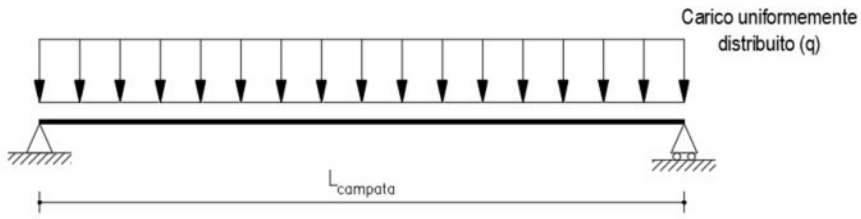


Figura 3.5. Vista frontale della trave a balcone isostatica soggetta a un carico uniformemente distribuito.

[143]Tanmay Gupta and Manoj Kumar. Structural response of skew-curved concrete box girder bridges under eccentric vehicular loading, p. 1021–1028,2018, doi:10.2749/kualalumpur.2018.1021.

[144]E.C. Hambly, *Bridge Deck Behaviour*, Taylor Francis, 1991, cap.9, Skew, tapered and curved decks, pag.193.

[145]La trattazione teorica riportata all'interno di questa sezione sono tratte dal libro G. Ciscato, A.Mammino. *Un solaio chiamato predalle : disegni, particolari, calcoli.* Alinea, Firenze, 1987, cap. 7, La trave a «balcone», p.178-180.

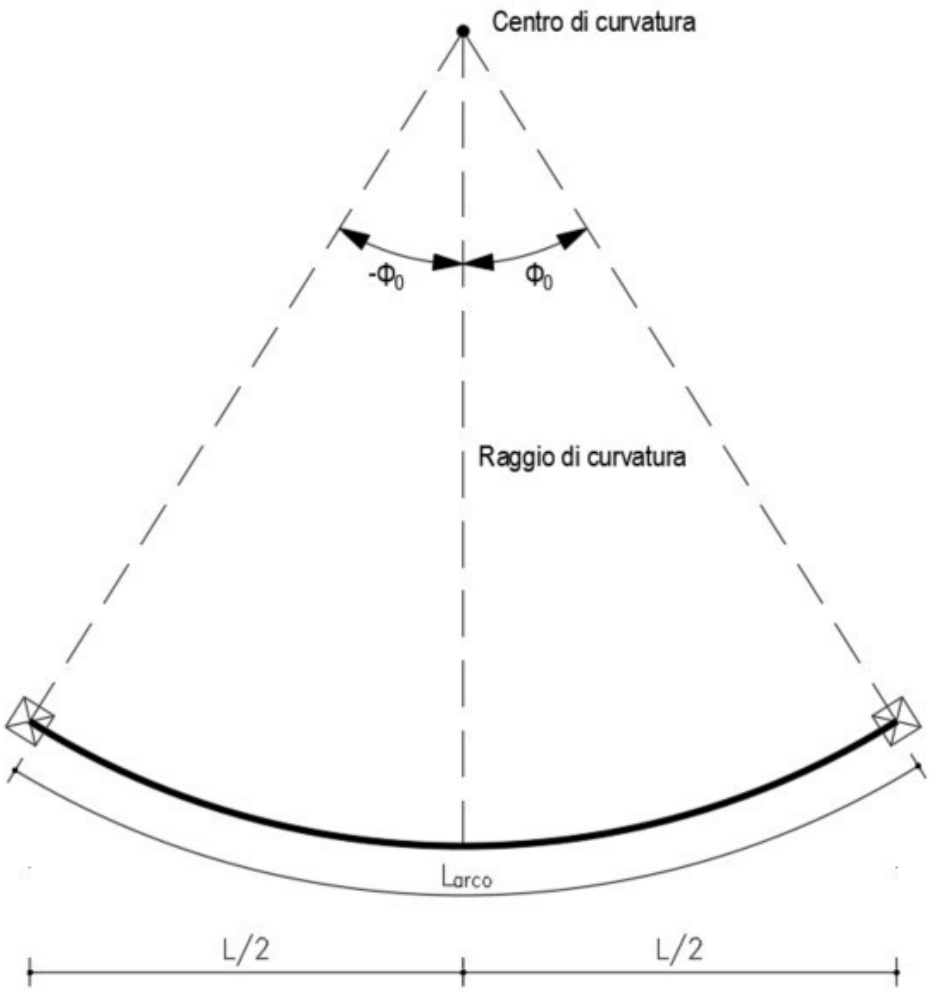


Figura 3.6. Planimetria della trave a balcone isostatica.

La torsione nelle travi curve nel piano orizzontali è indotta da carichi verticali, compresi quelli che sono simmetrici rispetto l'asse longitudinale dell'impalcato, come nel caso dei carichi permanenti o da alcuni carichi da traffico; si esplica quindi un'interazione tra il momento torcente ed il momento flettente come evidenziata dalle equazioni differenziali presenti in questo capitolo.
In Figura 3.7 viene riportata la geometria di massima della trave curva nel piano orizzontale, e si definiscono:

- (r-s): piano orizzontale di giacitura dell'impalcato curvilineo;

- r: asse radiale di simmetria;

- s: ascissa curvilinea del viadotto;

- z: asse verticale;

- φ_0: angolo di semi-apertura della trave;

- φ: angolo tra l'asse r e la generica sezione;

- dφ: angolo di apertura dell'elemento curvilineo infinitesimo;

- $ds \simeq R \cdot d\varphi$: lunghezze curvilinea del concio infinitesimo;

- R: raggio di curvatura dell'impalcato, ipotizzato costante R=R_{MAX}=1200[m];

- L: luci delle campate della carreggiata Sud (76,33[m] - 120[m] - 83,25[m]);

- $S_L \simeq R \cdot \varphi_0$: semi-lunghezza curvilinea delle campate;

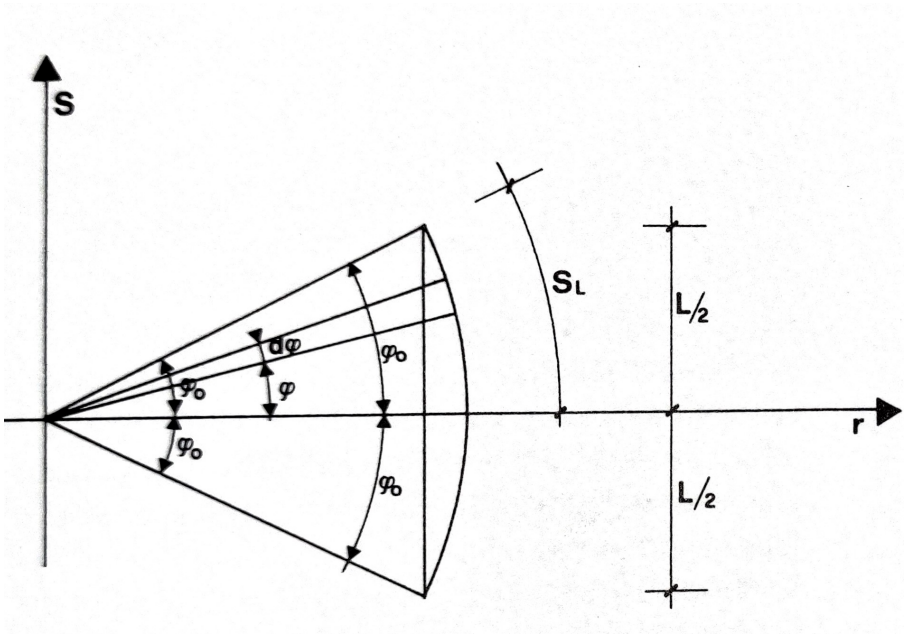


Figura 3.7. Caratteristiche geometriche della trave curvilinea. [146]

In Figura 3.8 viene raffigurata la geometria di un concio infinitesimo di trave curva nel piano orizzontale e le caratteristiche della sollecitazione interna agenti alle due estremità, e si definiscono:

- q: carico verticale uniformemente distribuito;

[146] G. Ciscato, A.Mammino. *Un solaio chiamato predalle : disegni, particolari, calcoli.* Alinea, Firenze, 1987, cap. 7, La trave a «balcone», p.183.

- $q_y = Q_y \cdot R \cdot \varphi_0$: carico trasversale in direzione radiale r;

- Q: taglio in direzione verticale z;

- Q_y: taglio in direzione radiale r;

- M_t: momento torcente, in direzione tangenziale s;

- M_f: momento flettente, in direzione radiale r;

- M_z: momento flettente, in direzione verticale z;

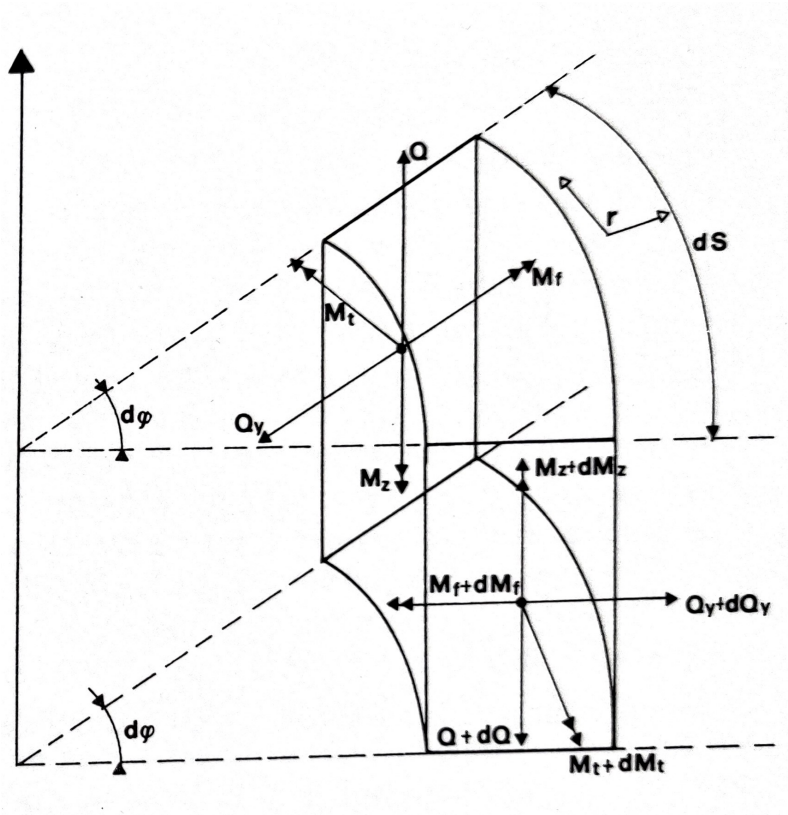


Figura 3.8. Equilibrio concio infinitesimo di trave curvilinea. [147]

Si considera il concio infinitesimo di trave curva nel piano orizzontale soggetto a carichi verticali come riportato in Figura 3.7 e 3.8 e si impongono tre condizioni di equilibrio alla rotazione, rispettivamente nei piani (r-s), (r-z) e (s-z) e l'equilibrio

[147] G. Ciscato, A.Mammino. *Un solaio chiamato predalle : disegni, particolari, calcoli.* Alinea, Firenze, 1987, cap. 7, La trave a «balcone», p.183.

alla traslazione verticale, in direzione z.

Risultano quindi le equazioni di equilibrio alla rotazione:

- nel piano (r-s):

$$(Q_y + (Q_y + dQ_y)) \cdot \frac{ds}{2} + (M_z + dM_z) - M_z = 0 \tag{3.1}$$

con $ds \simeq r \cdot d\phi$ si ottiene:

$$Q_y \cdot r + \frac{dM_z}{d\phi} = 0 \tag{3.2}$$

- nel piano (r-z):

$$\left(M_f + dM_f + M_f\right) \cdot sen\left(\frac{d\phi}{2}\right) + (M_t - (M_t + dM_t)) \cdot \cos\left(\frac{d\phi}{2}\right) = 0 \tag{3.3}$$

con $sen(d\phi) \simeq d\phi$ e $cos(d\phi) \simeq 1$ si ottiene:

$$\frac{dM_t}{d\phi} - M_f = 0 \tag{3.4}$$

Da quest'ultima 'Equazione 3.4 si può chiaramente notare la mutua dipendenza tra le caratteristiche di sollecitazione di torsione e di momento flettente.

- nel piano (s-z):

$$\left(M_f + dM_f - M_f\right) + \left(M_t + dM_t + M_f\right) \cdot sen\left(\frac{d\phi}{2}\right) - Q \cdot r \cdot d\phi = 0 \tag{3.5}$$

con $ds \simeq r \cdot d\phi$, $sen(d\phi) \simeq d\phi$ e $cos(d\phi) \simeq 1$ si ottiene:

$$\frac{dM_f}{d\phi} + M_f - Q \cdot r = 0 \tag{3.6}$$

ed infine l'equazione di equilibrio alla traslazione in direzione verticale z:

$$(Q - (Q + dQ)) - q \cdot r \cdot d\phi = 0 \tag{3.7}$$

$$\frac{dQ}{d\phi} = -q \cdot r \tag{3.8}$$

Le condizioni di vincolo della trave a balcone isostatica, essendo che ogni nodo della struttura presenta sei gradi di libertà nello spazio, sono:

- Rotazione in direzione verticale $\mathrm{R_z}$ libera alle estremità, da cui risulta che il momento flettente in direzione z è nullo:

$$M_z\left(\varphi_0\right) = M_z\left(-\varphi_0\right) = 0 \tag{3.9}$$

- Rotazione torsionale $\mathrm{R_s}$ impedita alle estremità, da cui risulta svilupparsi momento torcente, che assume valore massimo in tali sezioni come desumibile dall'Equazione 3.27:

$$M_t\left(\varphi_0\right) = -M_t\left(-\varphi_0\right) \neq 0 \tag{3.10}$$

- Rotazione flessionale $\mathrm{R_r}$ in direzione radiale libera alle estremità, da cui risulta che il momento flettente in direzione r è nullo:

$$M_f\left(\varphi_0\right) = M_f\left(-\varphi_0\right) = 0 \tag{3.11}$$

- Spostamenti vincolati alle estremità, nelle tre direzioni verticale z , radiale r e tangenziale s:

$$\delta_{\mathrm{z}}\left(\varphi_0\right) = \delta_{\mathrm{z}}\left(-\varphi_0\right) = \delta_{\mathrm{r}}\left(\varphi_0\right) = \delta_{\mathrm{r}}\left(-\varphi_0\right) = \delta_{\mathrm{s}}\left(\varphi_0\right) = \delta_{\mathrm{s}}\left(-\varphi_0\right) = 0 \tag{3.12}$$

Dall'Equazione 3.2, essendo che risulta nullo il momento flettente in direzione verticale agli estremi della trave balcone come indicato nell'Equazione 3.9, si ottiene che:

$$M_z = \int_{\phi} -Q_y \cdot r + c = \int_{\phi} -q_y \cdot r^2 \cdot \phi + c = -q_y \cdot r^2 \cdot \frac{\phi^2}{2} + c \tag{3.13}$$

$$c = q_y \cdot r^2 \cdot \frac{{\phi_0}^2}{2} \tag{3.14}$$

e in definitiva l'espressione del momento flettente in direzione verticale z:

$$M_z = q_y \cdot r^2 \cdot \frac{{\phi_0}^2 - \phi^2}{2} \tag{3.15}$$

Dall'Equazione 3.8, per l'equilibrio alla traslazione verticale in direzione z il taglio all'estremo della trave balcone coincide con la reazione vincolare come indicato nell'Equazione 3.16:

$$Q(\phi_0) = -Q(-\phi_0) = -q \cdot r \cdot \phi_0 \tag{3.16}$$

si ottiene che:

$$Q = \int_{\phi} -q \cdot r \cdot d\phi + c \tag{3.17}$$

con $c = 0$, in definitiva l'espressione del taglio in direzione verticale z:

$$Q = -q \cdot r \cdot \phi \tag{3.18}$$

Sostituendo l'Equazione 3.18 nella 3.6 e derivando per l'angolo φ:

$$\frac{d^2 M_f}{d\phi^2} + M_t - q \cdot r^2 = 0 \tag{3.19}$$

infine sostituendo la 3.20 nella 3.4 si ottiene l'equazione differenziale del secondo ordine a coefficienti costanti e non omogenea in M_f:

$$\frac{d^2 M_f}{d\phi^2} + M_f = -q \cdot r^2 \tag{3.20}$$

L'integrale generale è somma della soluzione dell'equazione omogenea associate e dell'integrale particolare:

$$M_f = M_{f,O} + M_{f,P}$$
$$M_{f,O} = A \cdot \cos(\phi) + B \cdot sen(\phi)$$
$$M_{f,P} = -q \cdot r^2$$
$$M_f = A \cdot \cos(\phi) + B \cdot sen(\phi) - q \cdot r^2 \tag{3.21}$$

Sostituendo l'Equazione 3.82 nella 3.4, ed integrando, si ottiene:

$$\frac{dM_t}{d\phi} - A \cdot \cos(\phi) - B \cdot sen(\phi) + q \cdot r^2 = 0 \tag{3.22}$$

$$M_t = A \cdot sen(\phi) - B \cdot \cos(\phi) - q \cdot r^2 \cdot \phi + C \tag{3.23}$$

Per trovare le tre costanti d'integrazione si impongono le seguenti condizioni al contorno:

- $M_f(\varphi_0) = M_f(-\varphi_0) = 0$

- $M_t(\varphi = 0) = 0$

- $\frac{dM_t}{d\phi}|_{(\varphi=0)} = 0$

quindi, risolvendo il sistema di equazioni si ha:

$$\begin{cases} A \cdot \cos(\phi_0) + B \cdot sen(\phi_0) - q \cdot r^2 = 0 \\ -B + C = 0 \\ -A \cdot sen(\phi) + B \cdot cos(\phi) = 0 \end{cases}$$

Da cui si ottiene:

$$A = \frac{q \cdot r^2}{\cos(\phi_0)} \tag{3.24}$$

$$B = C = 0 \tag{3.25}$$

Infine sostituendo i valori delle tre costanti di integrazione riportate nelle 3.24 e 3.25 si ottengono le espressione del momento flettente e del momento torcente:

$$M_f(\phi) = q \cdot r^2 \cdot \left[\frac{\cos(\phi)}{\cos(\phi_0)} - 1\right] \tag{3.26}$$

$$M_t(\phi) = q \cdot r^2 \cdot \left[\frac{sen(\phi)}{\cos(\phi_0)} - \phi\right] \tag{3.27}$$

L'andamento del taglio è quello classico della trave isostatica:

$$V(\phi) = (q_{p_i} + q_{a_i}) \cdot R_i \cdot \phi_i \tag{3.28}$$

Il momento flettente e quello torcente risultano essere funzioni del carico esterno e delle caratteristiche geometriche che caratterizzano l'arco di circonferenza che descrive la linea d'asse dell'impalcato.

Di seguito in Figura 3.9 si mostrano gli andamenti del momento torcente che ha andamento sinusoidale antisimmetrico con valori massimi in modulo in corrispondenza dei vincoli e nullo in mezzeria della trave, e del momento flettente che è quello tipico della trave isostatica rettilinea con carico uncaso studio

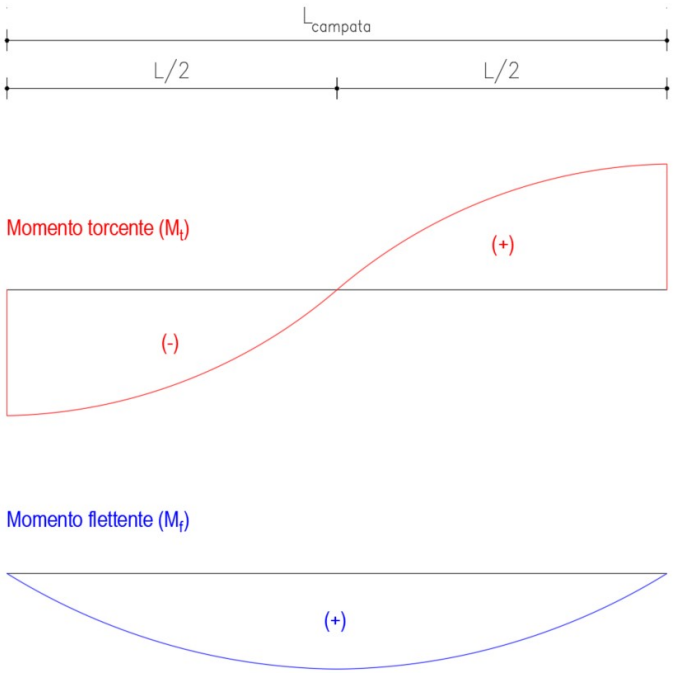


Figura 3.9. Andamento tipico del diagramma di momento torcente e flettente per la trave a balcone isostatica.

3.2.1 Caso studio

3.2.1.1 Analisi dei carichi permanenti

Mediante la teoria della trave isostatica a balcone viene ora valutata la torsione indotta nel viadotto oggetto di studio, per l'azione dovuta ai carichi permanenti, che rappresentano un carico uniformemente distribuito su tutte le capate. Il calcolo viene condotto considerando come indipendenti le campate dal punto di vista torsionale, in quanto si suppone che il grado di vincolo esercitato dai dispositivi di appoggio presenti sulle quattro pile sia di incastro torsionale.

In Tabella (3.1) vengono riportate le caratteristiche geometriche delle campate:

Tabella 3.1. Caratteristiche geometriche delle campate del caso studio.

CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DELL'IPALCATO					
Campata	Ci	**P9-P10**	**P10-P11**	**P11-P12**	
Raggio	R	1 200.00	1 200.00	1 200.00	[m]
Luce	L	76.33	120.00	83.25	[m]
Angolo di semi-apertura	φ_0	0.0318	0.0500	0.0347	[°]
	φ_0	1.8222	2.8648	1.9874	[rad]

In Tabella (3.2) sono riportate le azioni permanenti strutturali e non strutturali, come pavimentazione e barriere, che sono state prese in considerazione nel progetto originario [148] sono:

Tabella 3.2. Azioni permanenti strutturali e non strutturali del caso studio.

CARICHI PERMANENTI		
Peso proprio strutturale	5.65	[t/ m]
Barriere	1.46	[t/ m]
Pavimentazione	1.69	[t/ m]
	8.80	**[t/ m]**

3.2.1.2 Calcolo analitico

Sostituendo i valori nelle Equazioni 3.4 e 3.6 si ottengono i diagrammi delle singole campate riportati in Figura 3.10, 3.11 e 3.12.

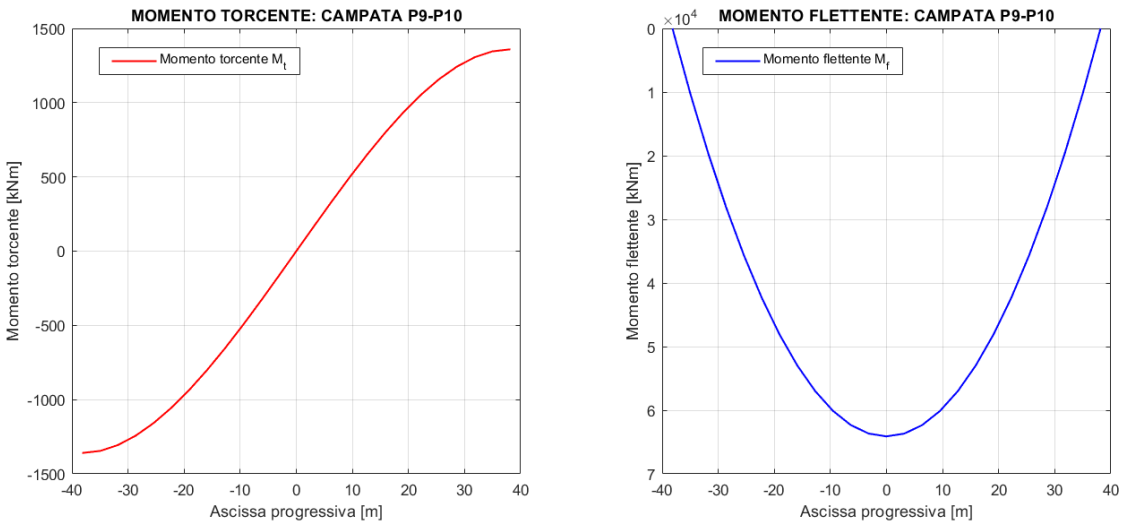


Figura 3.10. Campata P9-P10. Diagramma di momento torcente (sinistra) e flettente (destra) per la trave a balcone isostatica, per l'azione dei carichi permanenti.

[148] Studio di Ingegneria Civile Prof. Ing. Pietro e Giuseppe Matildi. Autostrada Mestre Vittorio Veneto - Pian di Vedoia, Tronco Mestre Vittorio Veneto - Piandi Vedoia, Lotto n°8, *Relazione di calcolo - Parte prima: Analisi strutturale.*, Allegato A1, Bologna, 27 Luglio 1989, cap.2, Analisi dei carichi permanenti, p.6.

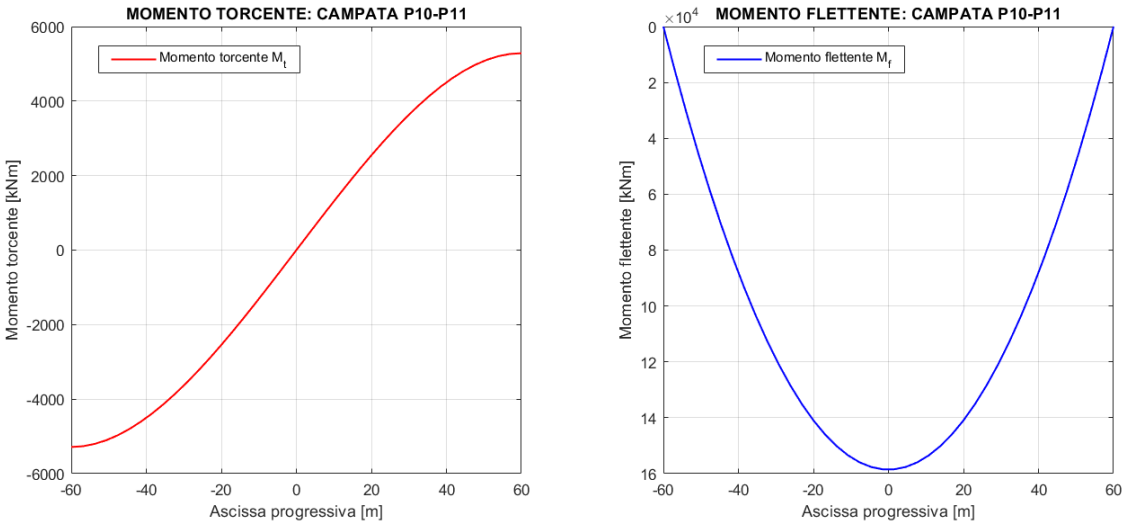


Figura 3.11. Campata P10-P11. Diagramma di momento torcente (sinistra) e flettente (destra) per la trave a balcone isostatica, sotto l'azione dei carichi permanenti.

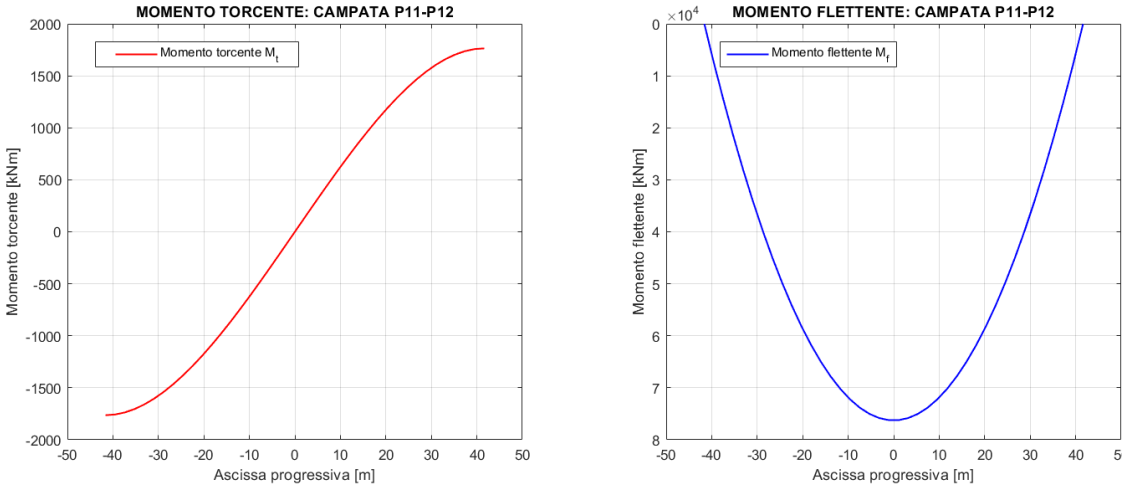


Figura 3.12. Campata P11-P12. Diagramma di momento torcente (sinistra) e flettente (destra) per la trave a balcone isostatica, sotto l'azione dei carichi permanenti.

Per ottenere i diagrammi dell'intero viadotto riportati in Figura 3.15 e 3.16 si vanno ad concatenare quelli delle singole campate grazie alle ipotesi fatte sulle condizioni di vincolo della trave a balcone isostatica riporta nelle Equazioni 3.9, 3.10, 3.11 e 3.12. Quindi è come se la trave continua avesse delle cerniere flessionali interne in corrispondenza dei vincoli come illustrato nelle Figure 3.13 e 3.14.

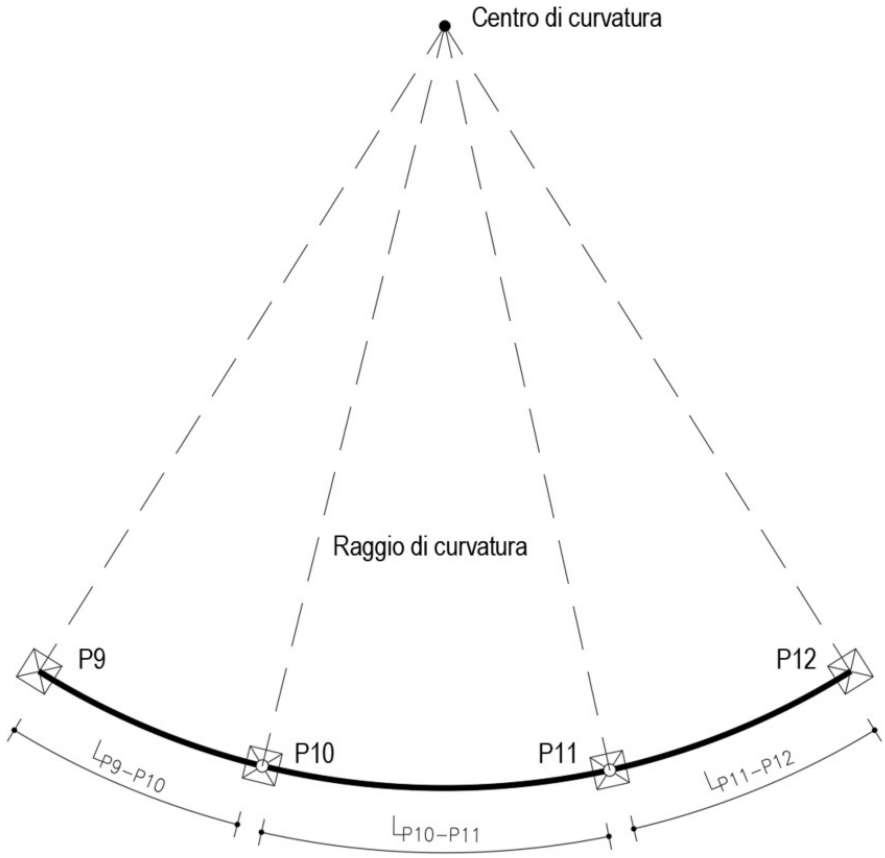


Figura 3.13. Planimetria della trave continua a balcone isostatica.

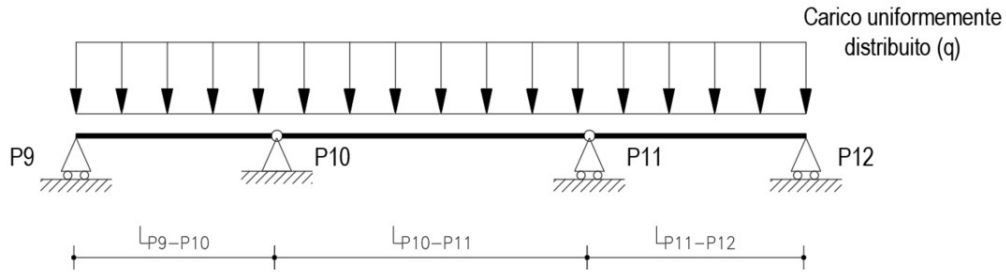


Figura 3.14. Vista frontale della trave continua a balcone isostatica soggetta ad un carico uniformemente distribuito.

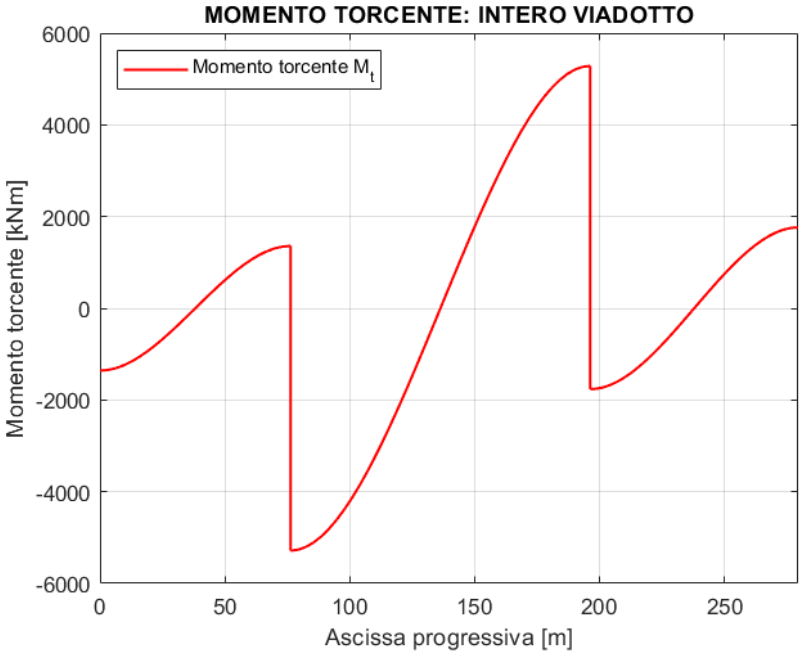


Figura 3.15. Intero viadotto. Diagramma di momento torcente per la trave a balcone isostatica, sotto l'azione dei carichi permanenti.

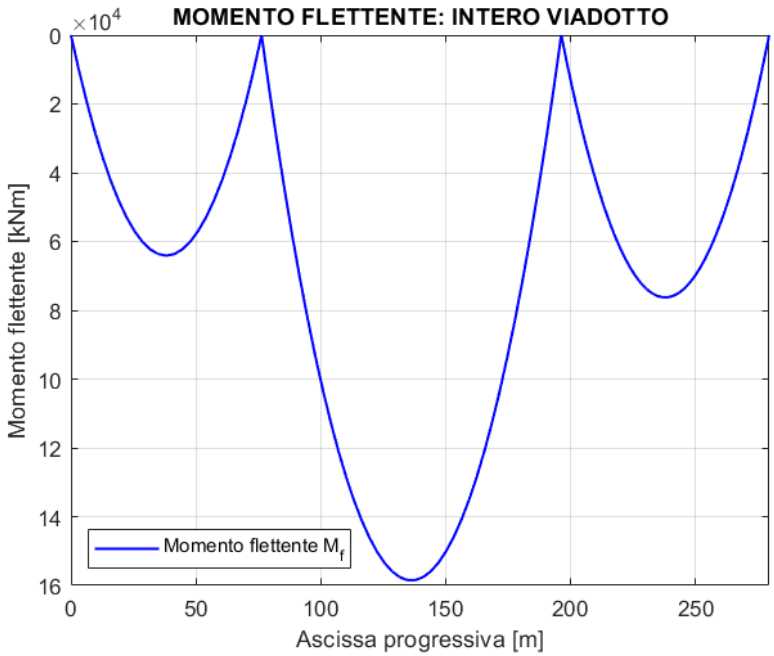


Figura 3.16. Intero viadotto. Diagramma di momento flettente per la trave a balcone isostatica, sotto l'azione dei carichi permanenti.

Si ottiene così un diagramma del momento flettente, riportato in Figura 3.16, che non sarà però quello da cui si invilupperanno le sollecitazioni di progetto o di verifica in quanto il reale comportamento flessione è di trave continua su quattro appoggi.

3.2.1.3 Analisi FEM

L'analisi statica viene condotta anche creando un modello FEM unifilare del viadotto in esame, in cui la geometria e il carico permanente è indicato in Figura 3.17 e 3.18.

Figura 3.17. Modello FEM, Trave continua a balcone isostatica, Planimetria.

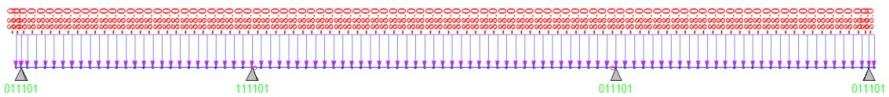


Figura 3.18. Modello FEM, Trave continua a balcone isostatica, Vista frontale, Carico permanente.

Per ottenere lo schema statico di trave continua a balcone isostatica si assegnano nell'intorno destro della pila P10 e nell'intorno sinistro della pila P11 lo svincolo flessionale. Il diagramma del momento torcente riportato in Figura 3.19 risulta essere uguale a quello che si ottiene dal calcolo analitico.

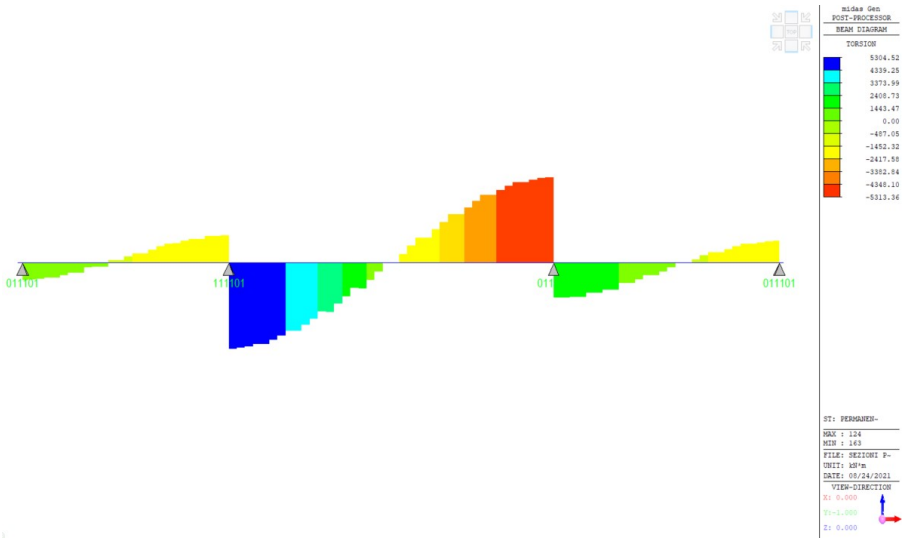


Figura 3.19. Modello FEM, Trave continua a balcone isostatica, Momento torcente, Carico permanente.

3.2.1.4 Confronto tra FEM e calcolo analitico

In definitiva, come è stato svolto nel progetto originario [149] , il diagramma di momento flettente derivante dall'analisi della trave a balcone isostatica non viene considerato ma si assumerà quello di trave a balcone continua su quattro appoggi. Nel capitolo 3.3 del presente elaborato, verrà dimostrata la teoria che permette si calcolare l'andamento del momento flettente nella trave a balcone continua, che sarà abbinato al diagramma del torcente e del taglio della trave a balcone isostatica per avere la completa risposta strutturale dell'impalcato curvilineo del viadotto oggetto di studio.

[149]Studio di Ingegneria Civile Prof. Ing. Pietro e Giuseppe Matildi. Autostrada Mestre Vittorio Veneto - Pian di Vedoia, Tronco Mestre Vittorio Veneto - Piandi Vedoia, Lotto n°8, *Relazione di calcolo - Parte prima: Analisi strutturale.*, Allegato A1, Bologna, 27 Luglio 1989, cap.5, Caratteristiche della sollecitazione, p.21.

3.3 Trave a balcone continua[150]

3.3.1 Principio dei Lavori Virtuali

Al fine di comprendere il comportamento strutturale delle travi curvilinee nel piano orizzontale, che nel progetto originario del viadotto oggetto di studio è stato affrontato mediante l'analisi matriciale, risulta di fondamentale importanza conoscere il Principio dei Lavori Virtuali di cui viene proposta la trattazione teorica del Prof. Carpinteri.

3.3.1.1 Cenni storici

I concetti di *congruenza* e di *equilibrio* fin dall'antichità erano alla base delle nuove teorie generali della meccanica, così com'è stato per il Principio dei Lavori Virtuali (PLV). Tra il XVII e XVIII secolo, in concomitanza allo sviluppo del calcolo infinitesimale, venne elaborato l'enunciato del PLV da numerosi studiosi, tra cui Cartesio, G. Bernoulli, Fourier e Lagrange, che con la *Meccanica Analitica* permise la sua formulazione moderna. [151]

Le origini del Principio dei Lavori Virtuali sono molto antiche e risalgono all'epoca di Aristotele (IV secolo a.c.) che in *Questioni Meccaniche* (citazione Aristotele) nel quale si evince la «tendenza a procedere alla determinazione dell'equilibrio esaminando direttamente, per ciascun meccanismo, le relazioni che sussistono tra i moti compatibili delle sue parti e rintracciando le analogie che presentano, da questo punto di vista, i veri ordigni a cui ricorre l'industria umana per vincere con piccoli sforzi grandi resistenze» (citazione Vailati). Archimede (II secolo a.c.) dimostra rigorosamente il principio della leva nell'opera *Sull'equilibrio delle figure piane* in cui pone particolare attenzione ai baricentri delle figure piane per l'analisi dei centri di gravità. [152]

---

[150] La trattazione teorica riportata all'interno di questa sezione sono tratte dal libro G. Ciscato, A.Mammino. *Un solaio chiamato predalle : disegni, particolari, calcoli.* Alinea, Firenze, 1987, cap. 5, Teoria canonica della trave continua., p.47-56.

[151] E. Antona E. Carreta, *Nota sul principio dei lavori virtuali, Scritti e testimonianze in ricordo di Attilio Lausetti*, Ed. Dipartimento di Ingegneria Aeronautica e Spaziale, Politecnico di Torino, Aprile 1993, p150.

[152] G. Vailati, *Il principio dei lavori virtuali da Aristotele a Erone di Alessandria*, Atti accademia reale delle scienze di Torino, 1897, p.940-962.

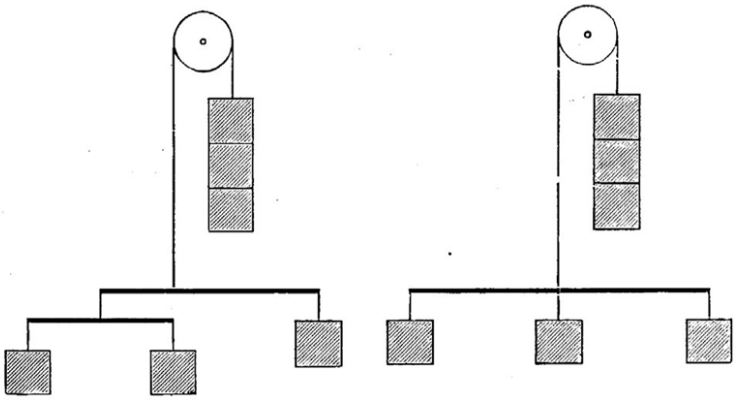


Figura 3.20. Risoluzione del problema della leva operata da Archimede. [153]

Un altro grande problema con cui si sono cimentati i padri precursori della statica è quello del piano inclinato. Pappo di Alessandria (VI secolo) risolve erroneamente il piano inclinato perché si basava sulle conclusioni errate della dinamica Aristotelica; esso fu invece correttamente risolto da Giordano Nemorario. Tra il 500' e 600' alcuni tra i più grandi intelletti della scienza come Leonardo da Vinci, Galileo e Stevino si cimentarono a risolvere e dimostrare i risultati noti ad Aristotele e Giordano Nemorario. Stevino (Simone Stevin, 1548-1620) diede una soluzione convincente di grande effetto al problema del piano inclinato osservando "Prescindendo da rigidità ed attrito della catena appoggiata sul piano inclinato, se essa stessa cominciasse a muoversi non vi sarebbe ragion alcuna perché poi si fermasse, visto che la configurazione del sistema continuerebbe ad essere la stessa; e d'altra parte un simile moto perpetuo sarebbe un'assurdità". [154]

[153] G. Vailati, *Il principio dei lavori virtuali da Aristotele a Erone di Alessandria*, Atti accademia reale delle scienze di Torino, 1897, p.940-962.

[154] E. Antona E. Carreta, *Nota sul principio dei lavori virtuali, Scritti e testimonianze in ricordo di Attilio Lausetti*, Ed. Dipartimento di Ingegneria Aeronautica e Spaziale, Politecnico di Torino, Aprile 1993, p151.

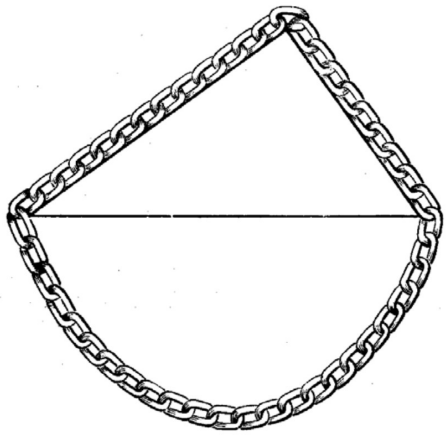


Figura 3.21. Risoluzione del problema del piano inclinato operata da Stevino. [155]

Da Cartesio (1596-1650) venne introdotto un nuovo importante concetto per la risoluzione dei problemi della statica cioè il lavoro: "Il lavoro necessario per elevare due pesi differenti a differenti altezze è lo stesso se è lo stesso il prodotto del peso per l'altezza.". A Padre Mersenne manifesta inoltre la sua conoscenza del carattere 'virtuale' del lavoro: "L'uguaglianza dei lavori virtuali non ha luogo qualunque sia lo spostamento, grande o piccolo, che al meccanismo si imprime: essa non sussiste in nodo generale che per spostamenti infinitamente piccoli a partire dalla posizione di equilibrio.". [156]

[155] G. Colonnetti, *I fondamenti della statica.*, Unione Tipografica-Editrice Torinese,Torino, 1927.

[156] E. Antona E. Carreta, *Nota sul principio dei lavori virtuali, Scritti e testimonianze in ricordo di Attilio Lausetti*, Ed. Dipartimento di Ingegneria Aeronautica e Spaziale, Politecnico di Torino, Aprile 1993, p152.

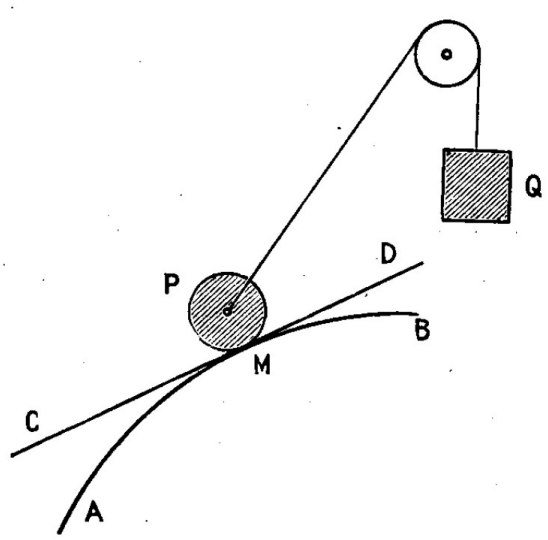


Figura 3.22. Significato di spostamento virtuale dato da Cartesio. [157]

Pochi decenni dopo Varignon e G. Bernoulli diedero la giusta considerazione agli studi di Cartesio. Varignon enunciò il teorema che prende il suo nome "Il momento della risultante di due forze per rapporto ad un punto qualunque del loro piano è uguale alla somma degli analoghi momenti delle forze componenti", per la prima volta nella sua "Nouvelle Mécanique". A G.Bernoulli si è soliti attribuire l'enunciato del Principio delle Velocità Virtuali, che erano da ritenersi degli spostamenti perché come ben noto le velocità non rientrano affatto. [158]

Fourier (1768-1830) intuì la convenienza dell'utilizzo del PLV nel caso di vincoli privi d'attrito, per il quale il lavoro virtuale è nullo. Da lui deriva il "Teorema" dei Lavori virtuali: "La condizione necessaria e sufficiente per l'equilibrio di un sistema materiale soggetto a vincoli privi d'attrito, è che la somma dei lavori delle forze ad esso direttamente applicate sia nulla per tutti i sistemi di spostamenti virtuali, cioè piccolissimi e compatibili con i vincoli.". Siamo di fronte alla più generale delle leggi dell'equilibrio, a prescindere che lo si chiami "teorema" o "principio". [159]

---

[157] G. Colonnetti, *I fondamenti della statica.*, Unione Tipografica-Editrice Torinese,Torino, 1927.

[158] E. Antona E. Carreta, *Nota sul principio dei lavori virtuali, Scritti e testimonianze in ricordo di Attilio Lausetti*, Ed. Dipartimento di Ingegneria Aeronautica e Spaziale, Politecnico di Torino, Aprile 1993, p153.

[159] E. Antona E. Carreta, *Nota sul principio dei lavori virtuali, Scritti e testimonianze in ricordo di Attilio Lausetti*, Ed. Dipartimento di Ingegneria Aeronautica e Spaziale, Politecnico di Torino, Aprile 1993, p153.

Spetta il merito a Lagrange (Giuseppe Luigi De La Grange, 1736-1813), con la *Meccanica Analitica*, di aver definito il Principio dei Lavori Virtuali nella sua forma moderna e consistente con quello che si chiama calcolo delle variazioni.

3.3.1.2 Principio dei lavori virtuale per corpi deformabili

Il Principio dei lavori virtuali è l'identità fondamentale nell'ambito dei *corpi deformabili* e rappresenta la definizione stessa di lavoro interno di deformazione (Fig. 3.23). Esso afferma l'uguaglianza tra il *lavoro virtuale esterno* (forze per relativi spostamenti) ed il *lavoro virtuale interno* (tensioni per relative deformazioni).

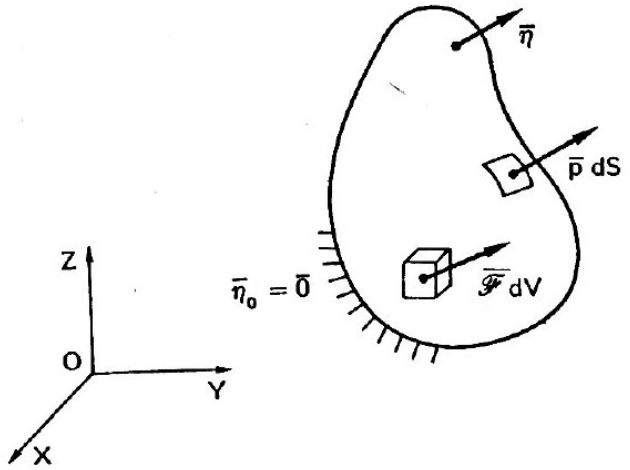


Figura 3.23. Corpo deformabile in equilibrio sotto l'azione dei carichi esterni. [160]

Un sistema (a) di forze esterne (di volume $\{\mathscr{F}_a\}$ e di superficie $\{p_a\}$) e di tensioni $\{\sigma_a\}$ si dice *staticamente ammissibile* quando esse soddisfano $\forall$P $\in$ V le equazioni statiche (3.30):

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.29}$$

[160] Alberto Carpinteri, *Scienza delle costruzioni.* Pitagora, 1993, cap. 8, Il solido elastico, p.241.

e $\forall$P $\in$ S le condizioni al contorno (3.32):

$$[\partial]^T \{\sigma\} + \{\mathscr{F}_a\} = \{0\} \tag{3.30}$$

$$\begin{bmatrix} n_x & 0 & 0 & n_y & n_z & 0 \\ 0 & n_y & 0 & n_x & 0 & n_z \\ 0 & 0 & n_z & 0 & n_x & n_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} \tag{3.31}$$

$$[\mathscr{N}]^T \{\sigma\} = \{p\} \tag{3.32}$$

avendo indicato con V il volume del corpo deformabile e con S la frontiera di tale dominio sulla quale sono applicate le forze esterne $\{p_a\}$.

Inoltre si deve considerare un sistema (b) di spostamenti $\{\eta_b\}$ e di deformazioni $\{\varepsilon_b\}$, si dice essere *cinematicamente ammissibile* quando essi soddisfano le equazioni cinematiche (3.33) $\forall$P $\in$ V:

$$[\partial] \{\eta_b\} = \{\varepsilon_b\} \tag{3.33}$$

Considerando il lavoro virtuale compiuto della forze esterne $\{\mathscr{F}_a\}$ per gli spostamenti $\{\eta_b\}$, essendo due campi di spostamenti appartenenti a due sistemi del tutto indipendenti, il primo staticamente ammissibile ed il secondo cinematicamente ammissibile:

$$L_F = \int_V \{\mathscr{F}_a\}^T \{\eta_b\} \, dV \tag{3.34}$$

e applicando le equazioni statiche (3.30):

$$L_F = -\int_V \left([\partial]^T \{\sigma_a\} \right)^T \{\eta_b\} \, dV \tag{3.35}$$

Utilizzando la regola di integrazione per parti su un dominio tridimensionale, estensione del teorema di Green, è possibile ottenere:

$$L_F = \int_V \{\sigma_a\}^T [\partial] \{\eta_b\} \, dV - \int_S \{\sigma_a\}^T [\mathscr{N}] \{\eta_b\} \, dS \tag{3.36}$$

e applicando le equazioni cinematiche (3.33):

$$L_F = \int_V \{\sigma_a\}^T \{\varepsilon_b\} \, dV - \int_S \{p_a\}^T \{\eta_b\} \, dS \tag{3.37}$$

e quindi:

$$\int_V \{\sigma_a\}^T \{\varepsilon_b\}\ dV = \int_V \{\mathscr{F}_a\}^T \{\eta_b\}\ dV - \int_S \{p_a\}^T \{\eta_b\}\ dS \tag{3.38}$$

ovvero:

$$L_{vi} = L_{ve} \tag{3.39}$$

che costituisce l'equazione definitiva del *Principio dei Lavori Virtuali per Corpi Deformabili.* In essa si osserva che il primo membro rappresenta il lavoro virtuale interno L_{ve} :

$$L_{vi} = \int_V \{\sigma_a\}^T \{\varepsilon_b\}\ dV \tag{3.40}$$

mentre il secondo membro rappresenta il lavoro virtuale esterno L_{vi}:

$$L_{ve} = \int_V \{\mathscr{F}_a\}^T \{\eta_b\}\ dV - \int_S \{p_a\}^T \{\eta_b\}\ dS \tag{3.41}$$

3.3.1.3 Principio dei lavori virtuali per travi rettilinee

Per meglio comprendere la trattazione teorica della trave continua a balcone è necessario passare dalla formulazione del Principio dei Lavori Virtuali di corpi tridimensionali ai solidi monodimensionali e bidimensionali, con un'analoga dimostrazione. Nel caso di travi rettilinee, è sufficiente sostituire l'equazione (3.30 con:

$$L_F = -\int_0^l ([\partial]\{Q_a\}\ )^T \{\eta_b\}\, dz \tag{3.42}$$

e di conseguenza, al posto dell'equazione 3.36 risulta:

$$L_F = \int_0^l \{Q_a\}^T [\partial]\{\eta_b\}\ dz - \Big[\{Q_a\}^T \{\eta_b\}\Big]_0^l \tag{3.43}$$

dove:

- $\{Q_a\}$ è il vettore delle caratteristiche statiche;
- $\{q_b\}$ è il vettore delle caratteristiche deformative;
- $\{\mathscr{F}_a\}$ è il vettore delle forze distribuite;
- $\{\eta_b\}$ è il vettore degli spostamenti;

- $[0,\, l]$ è l'intervallo d'integrazione compreso tra le estremità della trave.

Infine si ottiene l'equazione del *Principio dei Lavori Virtuali della trave rettilinea*, sollecitata da carichi distribuiti sulla luce e concentrati alle estremità:

$$\int_0^l \{Q_a\}^T \{q_b\}\, dz = \int_0^l \{\mathscr{F}_a\}^T \{\eta_b\}\, dz + \Big[\{Q_a\}^T \{\eta_b\}\Big]_0^l \tag{3.44}$$

L'equazione (3.44) può anche essere estesa ai sistemi di travi S; in essa, mentre gli integrali dell'equazione devono essere estesi a tutta la struttura, il secondo addendo a secondo membro si elide in tutti i punti di giunzione ed in generale in tutti i punti interni per chiare ragioni di equilibrio. Restano in gioco ancora tutti i termini relativi alle estremità vincolate esternamente o sollecitate dai carichi:

$$\int_S \{Q_a\}^T \{q_b\}\, ds = \int_S \{\mathscr{F}_a\}^T \{\eta_b\}\, dz + \sum_i \{Q_a i\}^T \{\eta_b\} \tag{3.45}$$

Siccome lo scopo del Principio dei Lavori Virtuali dei sistemi di travi, come per i corpi tridimensionali elastici, è quello di calcolare gli *spostamenti generalizzati elastici*, per ogni singola trave della struttura si devono considerare:

- *sistema reale o sistema di spostamenti* costituito dal sistema strutturale e tutti i carichi esterni, azioni termiche e cedimenti sia elastici che anelastici (Fig. 3.24.a)

- *sistema fittizio o sistema delle forze* costituito dalla struttura in esame, se è isostatica, sollecitata esclusivamente dalla forza unitaria duale allo spostamento elastico da determinare $\eta^{(r)}$ (Fig. 3.24.b)

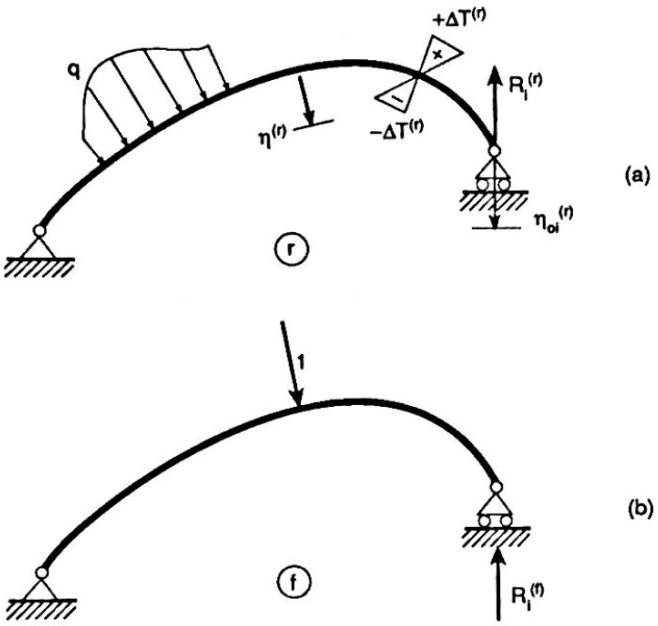


Figura 3.24. Sistema reale (a) e sistema fittizio (b). [161]

Un'applicazione dell'equazione (3.45) fornisce:

$$L_{vi} = \int_S N^{(f)} \left(\frac{N^{(r)}}{EA} + \alpha T_0^{(r)} \right) ds + \int_S T^{(f)} \left(\frac{\tau T^{(r)}}{GA} + \alpha T_0^{(r)} \right) ds + \\ + \int_S M^{(f)} \left(\frac{M^{(r)}}{EI} + 2\frac{\alpha \Delta T^{(r)}}{h} \right) ds \tag{3.46}$$

$$L_{ve} = 1 \cdot \eta^{(r)} + \sum_i R_i^{(r)} \left(\eta_{0i}^{(r)} - \frac{R_i^{(r)}}{k_i} \right) \tag{3.47}$$

e ricordando la definizione di PLV, $L_{vi} = L_{ve}$:

$$\int_S N^{(f)} \left(\frac{N^{(r)}}{EA} + \alpha T_0^{(r)} \right) ds + \int_S T^{(f)} \left(\frac{\tau T^{(r)}}{GA} + \alpha T_0^{(r)} \right) ds + \\ + \int_S M^{(f)} \left(\frac{M^{(r)}}{EI} + 2\frac{\alpha \Delta T^{(r)}}{h} \right) ds = 1 \cdot \eta^{(r)} + \sum_i R_i^{(r)} \left(\eta_{0i}^{(r)} - \frac{R_i^{(r)}}{k_i} \right) \tag{3.48}$$

[161] Alberto Carpinteri, *Scienza delle costruzioni 2.* Pitagora, 1995, cap. 16, Il principio dei lavori virtuali, p.170.

dove:

- f come apice indica il sistema fittizio o delle forze;

- r come apice indica il sistema reale o degli spostamenti;

- $\eta^{(r)}$ è lo spostamento reale da determinare;

- R_i è la i'esima reazione vincolare;

- k_i è la la rigidezza del vincolo elastico;

- $\eta_{0i}^{(r)}$ è lo spostamento imposto al vincolo i-esimo.

Per i sistemi di travi, quindi escludendo le strutture reticolari, il termine prevalente a primo membro dell'equazione (3.48) è l'integrale relativo al momento flettente rispetto quelli relativi allo sforzo normale ed al taglio.

- **STRUTTURE ISOSTATICHE**

Per sistemi di travi isostatici è possibile determinare le rotazioni e spostamenti elastici $\eta^{(r)}$ andando a semplificare l'equazione (3.48) secondo quando detto precedentemente, ottenendo:

$$1 \cdot \eta^{(r)} = \int_0^l \frac{M^{(f)} M^{(r)}}{EI} dz \tag{3.49}$$

dove:

- $\eta^{(r)}$ è lo spostamento o rotazione reali incogniti;

- $M^{(f)}$ è l'equazione del momento flettente derivante dall'applicazione della forza unitaria sul sistema fittizio;

- $M^{(f)}$ è l'equazione del momento flettente derivante dall'applicazione dei carichi sul sistema reale.

- **STRUTTURE UNA VOLTA IPERSTATICHE**

Se il sistema strutturale possiede un solo grado di iperstaticità (Fig. 3.25) è necessario scrivere l'*equazione di congruenza* uguagliando lo spostamento elastico prodotto dai carichi esterni e dalla reazione iperstatica a zero (nel caso di vincoli rigidi) o ad una quantità diversa da zero (nel caso di vincoli cedevoli elasticamente o anelasticamente).

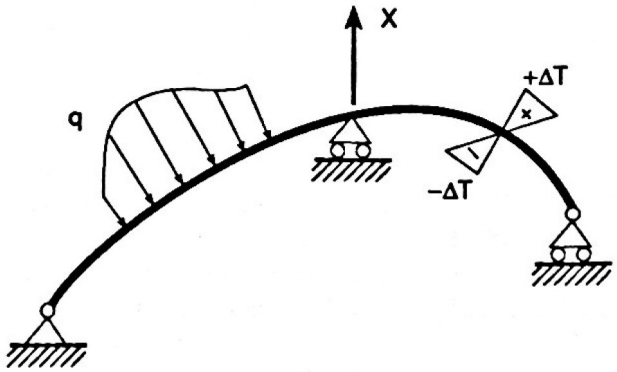


Figura 3.25. sistema strutturale una volta iperstatico. [162]

Da un punto di vista operativo, a partire dal sistema strutturale reale è necessario individuare la *struttura isostatica principale*, costituita dal sistema strutturale reale sopprimendo un grado di vincolo. Si hanno quindi due schemi:

- *schema (0)* rappresentato dalla struttura isostatica principale sollecitata dalle azioni esterne;

- *schema (1)* rappresentato dalla struttura isostatica principale sollecitata dalla sola reazione iperstatica unitaria;

Nello spirito del PLV si ottengono si hanno quindi:

- *sistema reale o sistema di spostamenti* costituito dalla sovrapposizione dello schema (0) e degli n schemi (1) moltiplicati per il rispettivo valore dell'incognita iperstatica X, definito dalla seguente equazione di congruenza:

$$\eta^{(r)} = \eta^{(0)} + X \cdot \eta^{(1)} \tag{3.50}$$

- *sistema fittizio o sistema delle forze* costituito dallo schema (1).

Nel caso di vincoli rigidi, lo spostamento del punto in cui è stato soppresso il grado di vincolo per rendere isostatico il sistema strutturale è ricavabile dall'equazione del PLV (3.51):

$$1 \cdot \eta^{(r)} = \int_S M^{(1)} \frac{M^{(0)} + X \cdot M^{(1)}}{EI} ds \tag{3.51}$$

[162] Alberto Carpinteri, *Scienza delle costruzioni 2.* Pitagora, 1995, cap. 16, Il principio dei lavori virtuali, p.178.

Essendo che, nel *sistema reale*, lo spostamento del vincolo rigido è nullo $\eta^{(r)} = 0$ si determina l'incognita iperstatica:

$$X = -\frac{\displaystyle\int_S \frac{M^{(0)}M^{(1)}}{EI} ds}{\displaystyle\int_S \frac{{M^{(1)}}^2}{EI} ds} \tag{3.52}$$

Analogamente all'equazione (3.50) degli spostamenti reali, il momento flettente reale si esprime come somma del momento flettente dello schema (0) e dello schema (1) moltiplicato per il valore dell'incognita iperstatica X:

$$M^{(r)} = M^{(0)} + X \cdot M^{(1)} \tag{3.53}$$

- **STRUTTURE DUE O PIÙ VOLTE IPERSTATICHE**

Nel caso di strutture n-volte iperstatiche sarà necessario sopprimere n-gradi di vincolo del sistema reale, per individuale la *struttura isostatica principale.* Si hanno quindi n+1 schemi:

- *schema (0)* rappresentato dalla struttura isostatica principale sollecitata dalle azioni esterne;

- n *schemi (1)* rappresentato dalla struttura isostatica principale sollecitata dalle incognite iperstatiche una alla volta;

Nello spirito del PLV si ottengono si hanno quindi:

- *sistema reale o sistema di spostamenti* costituito dalla sovrapposizione dello schema (0) e dello schema (1) moltiplicato per il valore dell'incognita iperstatica X, definito dall'equazione di congruenza (3.3.1.3):

$$\eta^{(r)} = \eta^{(0)} + \sum_i^n X_i \cdot \eta_i^{(1)}$$

(3.54)

- *sistema fittizio o sistema delle forze* costituito da n schemi (1).

Nel caso di vincoli rigidi, lo spostamento di ogni punto in cui è stato soppresso il grado di vincolo per rendere isostatico il sistema strutturale è ricavabile dall'equazione del PLV (**??**):

$$1 \cdot \eta_j^{(r)} = \int_S M^{(j)} \frac{M^{(0)} + \sum_{i=1}^{n} X_i \cdot M^{(i)}}{EI} ds \qquad j = 1,2,...,n \tag{3.55}$$

ovvero il sistema di n equazioni algebriche lineari:

$$\begin{cases} 1 \cdot \eta_1 = \int\limits_S \dfrac{M^{(1)} \left(M^{(0)} + X_1 M^{(1)} + ... + X_n M^{(n)}\right)}{EI} ds \\ 1 \cdot \eta_2 = \int\limits_S \dfrac{M^{(1)} \left(M^{(0)} + X_1 M^{(1)} + ... + X_n M^{(n)}\right)}{EI} ds \\ \vdots \\ 1 \cdot \eta_n = \int\limits_S \dfrac{M^{(n)} \left(M^{(0)} + X_1 M^{(1)} + ... + X_n M^{(n)}\right)}{EI} ds \end{cases} \tag{3.56}$$

Nel caso di sistema strutturale a vincoli rigidi le n equazioni di congruenza, $\eta_j^{(r)} = 0$, permettono di ricavare le seguenti equazioni algebriche:

$$\int_S M^{(j)} \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i \cdot M^{(i)}}{EI} ds = -\int_S \frac{M^{(j)} M^{(0)}}{EI} ds \qquad j = 1,2,...,n \tag{3.57}$$

ovvero il sistema di n equazioni algebriche lineari:

$$\begin{cases} X_1 \int\limits_S \frac{\left(M^{(1)}\right)^2}{EI} ds + X_2 \int\limits_S \frac{M^{(1)} M^{(2)}}{EI} ds + ... + X_n \int\limits_S \frac{M^{(1)} M^{(n)}}{EI} ds = -\int\limits_S \frac{M^{(1)} M^{(0)}}{EI} ds \\ \vdots \\ X_1 \int\limits_S \frac{M^{(2)} M^{(1)}}{EI} ds + X_2 \int\limits_S \frac{\left(M^{(2)}\right)^2}{EI} ds + ... + X_n \int\limits_S \frac{M^{(2)} M^{(n)}}{EI} ds = -\int\limits_S \frac{M^{(2)} M^{(0)}}{EI} ds \\ X_1 \int\limits_S \frac{M^{(n)} M^{(1)}}{EI} ds + X_2 \int\limits_S \frac{M^{(n)} M^{(2)}}{EI} ds + ... + X_n \int\limits_S \frac{\left(M^{(n)}\right)^2}{EI} ds = -\int\limits_S \frac{M^{(n)} M^{(0)}}{EI} ds \end{cases} \tag{3.58}$$

che in forma matriciale può essere scritta:

$$\begin{bmatrix} \int\limits_S \frac{\left(M^{(1)}\right)^2}{EI} ds & \int\limits_S \frac{M^{(1)}M^{(2)}}{EI} ds & \cdots & \int\limits_S \frac{M^{(1)}M^{(n)}}{EI} ds \\ \int\limits_S \frac{M^{(2)}M^{(1)}}{EI} ds & \int\limits_S \frac{\left(M^{(2)}\right)^2}{EI} ds & \cdots & \int\limits_S \frac{M^{(2)}M^{(n)}}{EI} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \int\limits_S \frac{M^{(n)}M^{(1)}}{EI} ds & \int\limits_S \frac{M^{(n)}M^{(2)}}{EI} ds & \cdots & \int\limits_S \frac{\left(M^{(n)}\right)^2}{EI} ds \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \int\limits_S \frac{M^{(1)}M^{(0)}}{EI} ds \\ \int\limits_S \frac{M^{(2)}M^{(0)}}{EI} ds \\ \vdots \\ \int\limits_S \frac{M^{(n)}M^{(0)}}{EI} ds \end{bmatrix} \tag{3.59}$$

Si può notare che ciascun addendo dell'equazione 3.58 è il prodotto di un coefficiente per la reazione iperstatica; tale coefficiente viene detto *coefficiente di influenza*: ad esempio il coefficiente η_{12} rappresenta lo spostamento generato dalla reazione iperstatica $X_2 = 1$ nel punto di applicazione di X_1 e viceversa η_{21} rappresenta lo spostamento generato dalla reazione iperstatica $X_1 = 1$ nel punto di applicazione di X_2. Dal Teorema di Betti e dall'equazione si trae che:

$$\eta_{1,2} = \eta_{2,1} = \int_S \frac{M^{(1)}M^{(2)}}{EI} ds \tag{3.60}$$

che in generale è definito:

$$\eta_{i,j} = \eta_{j,i} = \int_S \frac{M^{(i)}M^{(j)}}{EI} ds \qquad i, j = 1,2, ..., n \tag{3.61}$$

Semplificando l'equazione (3.59) con la (3.61):

$$\begin{bmatrix} \eta_{1,2} & \eta_{2,2} & \cdots & \eta_{1,n} \\ \eta_{2,1} & \eta_{2,2} & \cdots & \eta_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \eta_{n,1} & \eta_{n,2} & \cdots & \eta_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_{10} \\ \eta_{20} \\ \vdots \\ \eta_{n0} \end{bmatrix} \tag{3.62}$$

$$[\eta]\,\{X\} = \{\eta_0\} \tag{3.63}$$

dove:

- n è il numero delle incognite iperstatiche;
- $[\eta]$ è la matrice dei coefficienti di influenza, simmetrica, di dimensione $(n \mathrm{x} n)$;
- $\{X\}$ è il vettore delle incognite iperstatiche, di dimensione $(n \mathrm{x} 1)$;
- $\{\eta_0\}$ è il vettore degli spostamenti dovuti al carico esterno, di dimensione $(n \mathrm{x} 1)$.

3.3.1.3.1 Principio dei lavori virtuali in forma matriciale

A partire dalla trave continua rettilinea su n-appoggi si deve identificare la *struttura isostatica principale* sopprimendo n gradi vincolo della struttura reale: verrà svincolata la rotazione flessionale degli appoggi interni, rendendoli quindi delle cerniere interne, e conseguentemente le n incognite iperstatiche sono i momenti di continuità agli appoggi interni (Fig. 3.26).

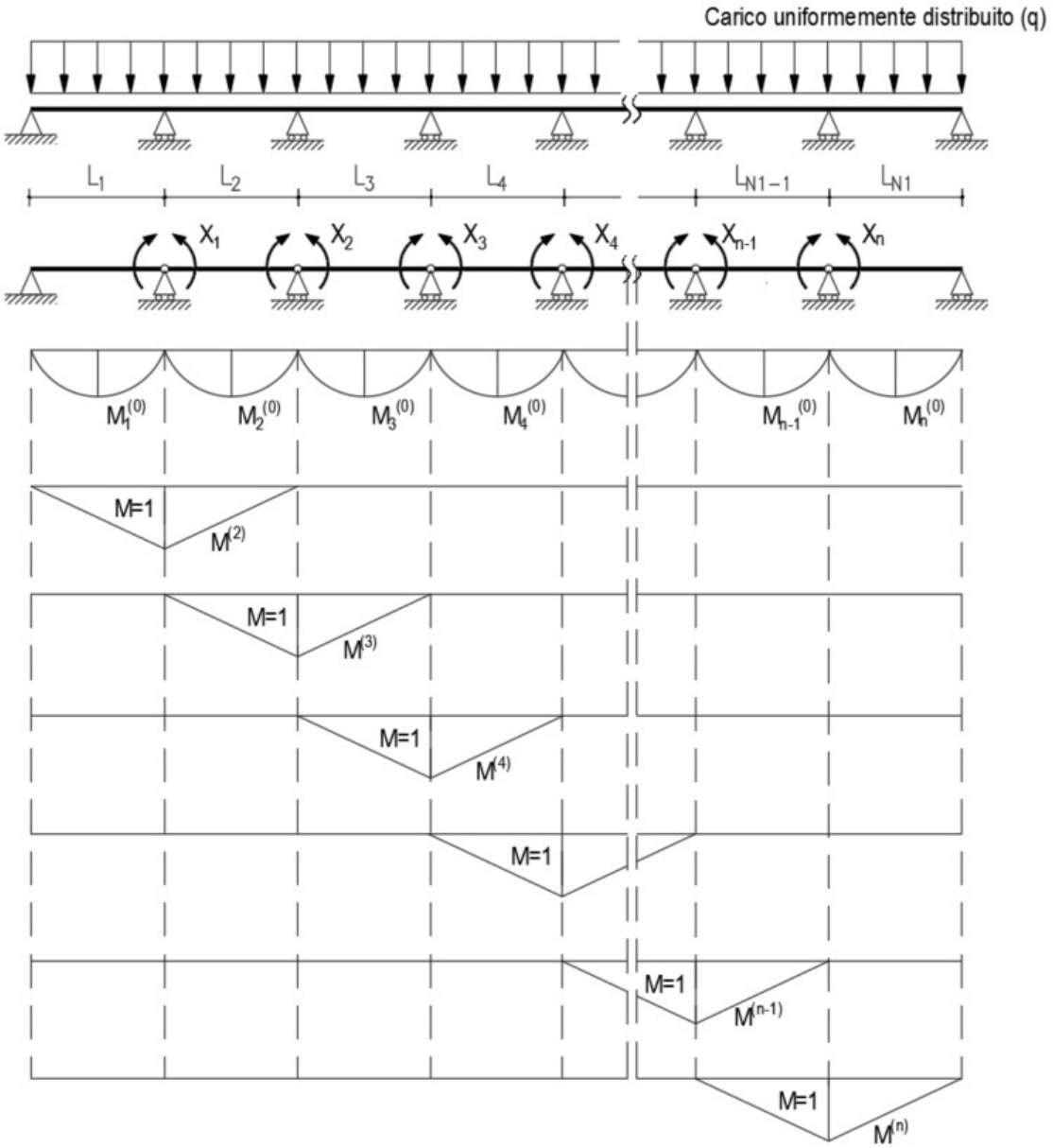


Figura 3.26. Trave continua con di N_1 campate, Sistema (0) e $N_1 - 1$ sistemi (1).

La metodologia adottata dall'Ing. Mammino e l'Ing. Ciscato prendono in conto sia i carichi permanenti agenti su tutte le campate ma anche i carichi accidentali: la cui disposizione di questi ultimi è da assumersi secondo le linee d'influenza per la massimizzazione degli effetti indotti dalle azioni variabili. Si indicherà:

- $N1$ è il numero delle campate;
- $M1$ è il numero delle condizioni di carico deducibile dalle linee d'influenza;
- $\{L\}$ è il vettore delle lunghezze delle campate, da cui la lunghezza totale della struttura è $L = \sum_{i=1}^{N_1} L_i$;
- $\{J\}$ è il vettore dei momenti d'ineriza delle campate;
- $\{q_{pi}\}$ è il vettore dei carichi permanenti di progetto agenti sulla campata i-esima;
- $\{q_{ai}\}$ è il vettore dei carichi accidentali agenti sulla campata i-esima;

Viene fatta l'ipotesi che il modulo di elasticità di Young uniforme lungo lo sviluppo della trave, quindi i calcoli saranno a meno del suo valore in quanto si elide durante gli sviluppi matematici. Le incognite risultano quindi $n = N1 - 1$. La formulazione risolutiva essere identica, a meno della notazione simbolica, a quella dell'equazione (3.63):

$$[E]\{X\} = \{P\} \tag{3.64}$$

che in forma espansa può essere scritta come:

$$\begin{bmatrix} E_{1,1} & E_{1,2} & & 0 \\ E_{2,1} & E_{2,2} & \ddots & \\ & \ddots & \ddots & E_{n-1,n} \\ 0 & & E_{n,n-1} & E_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix} \tag{3.65}$$

$$\begin{bmatrix} \int_S \frac{\left(M^{(1)}\right)^2}{EI} ds & \int_S \frac{M^{(1)}M^{(2)}}{EI} ds & & 0 \\ \int_S \frac{M^{(2)}M^{(1)}}{EI} ds & \int_S \frac{\left(M^{(2)}\right)^2}{EI} ds & \ddots & \\ & \ddots & \ddots & \int_S \frac{M^{(n-1)}M^{(n)}}{EI} ds \\ 0 & & \int_S \frac{M^{(n)}M^{(n-1)}}{EI} ds & \int_S \frac{\left(M^{(n)}\right)^2}{EI} ds \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix} \tag{3.66}$$

dove:

- $[E]$ è la matrice di flessibilità, che il Prof. Carpinteri chiamava come $[\eta]$ ovvero la matrice dei coefficienti di influenza, che di fatto contengono gli stessi elementi, di dimensione $(n\text{x}n)$. Nel caso di travi continue rettilinee e a balcone la matrice $[E]$ è tri-diagonale e simmetrica;

- $\{X\}$ è il vettore delle incognite iperstatiche, di dimensione $(n\text{x}1)$;

- $\{P\}$ è il vettore che rappresenta le condizioni di carico, di dimensione $(n\text{x}1)$;

Prendendo in considerazione anche le N_1 condizioni di carico è necessario espandere i vettori $\{X\}$ e $\{P\}$ dell'equazione 3.65 passando dalla dimensione $(n\text{x}1)$ a $(n\text{x}n)$ dove ciascuna delle n colonne fa riferimento alla i-esima combinazione di carico:

$$\begin{bmatrix} E_{1,1} & E_{1,2} & & 0 \\ E_{2,1} & E_{2,2} & \ddots & \\ & \ddots & \ddots & E_{n-1,n} \\ 0 & & E_{n,n-1} & E_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1,1} & \cdots & X_{1,n} \\ X_{2,1} & \cdots & X_{2,n} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ X_{n,1} & \cdots & X_{n,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{1,1} & \cdots & P_{1,n} \\ P_{2,1} & \cdots & P_{2,n} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ P_{n,1} & \cdots & P_{n,n} \end{bmatrix} \tag{3.67}$$

I termini della matrice di flessibilità sono i seguenti:

- diagonale principale:

$$E_{i,i} = \int_S M^{(i)^2} ds = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{L_i}{J_i} + \frac{L_{i+1}}{J_{i+1}} \right) \qquad i = 1,2,...,n-1 \tag{3.68}$$

- diagonale superiore:

$$E_{i,i+1} = \int_S M^{(i)} M^{(i+1)} ds = \frac{1}{6} \cdot \frac{L_{i+1}}{J_{i+1}} \qquad i = 2,3,...,n \tag{3.69}$$

- diagonale inferiore:

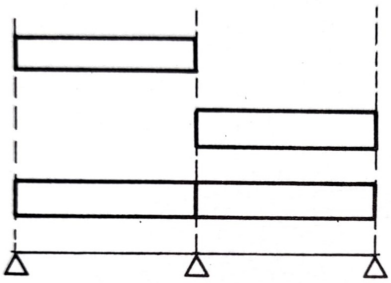
$$E_{i-1,i} = \int_S M^{(i)} M^{(i-1)} ds = \frac{1}{6} \cdot \frac{L_i}{J_i} \qquad i = 1,2,...,n-1 \tag{3.70}$$

Invece tutti gli elementi fuori la tri-diagonale sono nulli perché nulli gli integrali del prodotto dei momenti flettenti negli schemi (1).

Per quanto riguarda il carico variabile, secondo la teoria delle linee d'influenza, può essere presente (1) o assente (0) sulla campata i-esima; in tal senso è possibile

riassumere tutte le possibili condizioni di carico nella matrice booleana di presenza/ assenza $[V]$. Tale matrice ha dimensione variabile: il numero delle colonne è pari al numero delle campate mentre il numero delle righe è funzione del numero delle campate del sistema strutturale: per limitare le sue dimensioni, la disposizione dei carichi viene determinata, coerentemente con la natura delle incognite iperstatiche, massimizzando il momento flettente agli appoggi di continuità, in campata e i tagli. Se il numero delle campate è massimo 3 la matrice booleana viene definita facilmente:

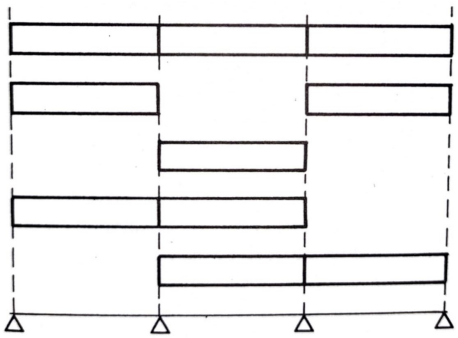
- trave continua a due campate:



$$[V] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura 3.27. Disposizione del carico accidentale in una trave continua a 2 campate. [163]

- trave continua a tre campate:



$$[V] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura 3.28. Disposizione del carico accidentale in una trave continua a 3 campate. [164]

[163] G. Ciscato, A.Mammino. *Un solaio chiamato predalle: disegni, particolari,calcoli.* Alinea, Firenze, 1987, cap.5, Teoria canonica della trave continua, p.51.

[164] G. Ciscato, A.Mammino. *Un solaio chiamato predalle: disegni, particolari,calcoli.*

Se il numero di campate è minimo 4 $[V]$ ha dimensione $(N_1 + 2\mathrm{x}N_1)$ e viene costruita a blocchi. La prima riga corrisponde alla condizione di carico in cui l'azione variabile è presente contemporaneamente su tutte le campate:

$$V_{1,j} = 1 \tag{3.71}$$

Gli elementi della seconda e terza riga vengo ricavati essi sono funzione dell'indice di posizione di colonna:

$$V_{2,j} = -\frac{-(-1)^j \cdot -1}{2} \tag{3.72}$$

$$V_{3,j} = \frac{(-1)^j + 1}{2} \tag{3.73}$$

Dalla quarta riga in poi la sotto-matrice mancante $[V^*]$, di dimensioni $(N_1 - 1\mathrm{x}N_1)$, viene costruita a blocchi come mostrato in figura 3.29: la matrice triangola superiore è:

$$V_{i,j} = -\frac{(-1)^j \cdot (-1)^i - 1}{2} \tag{3.74}$$

mentre i termini della diagonale inferiore sono:

$$V_{i,j} = \frac{(-1)^j \cdot (-1)^i - 1}{2} \tag{3.75}$$

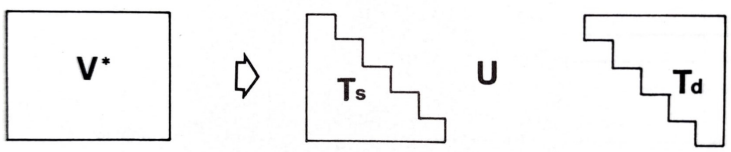


Figura 3.29. Sotto-matrice booleana delle presenze/assenze di trave continua con più di 3 campate. [165]

Alinea, Firenze, 1987, cap.5, Teoria canonica della trave continua, p.51.

[165] G. Ciscato, A.Mammino. *Un solaio chiamato predalle: disegni, particolari,calcoli.* Alinea, Firenze, 1987, cap.5, Teoria canonica della trave continua, p.52.

Quindi ad esempio per una trave continua a 8 campate la matrice di $[V]$ risulta:

$$[V] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

È possibile quindi determinare la matrice dei carichi agenti su ogni campata $Q_{i,j}$ di dimensioni $(N_1 \mathrm{x} N_1 + 2)$, considerando i carichi permanenti e i carichi accidentali, i cui elementi sono:

$$q_{i,j} = q_{p_j} + V_{i,j} \cdot q_{aj} \tag{3.76}$$

per $i = 1,2, ..., N_1 + 2$ e $j = 1,2, ..., N_1$.

A questo punto è possibile scrivere gli elementi della matrice $[P]$:

$$P_{i,j} = \int_S M^{(i)} M^{(0)} ds = \frac{1}{24} \cdot \left(q_{i,j} \cdot \frac{L_i^3}{J_i} + q_{i+1,j} \cdot \frac{L_{i+1}^3}{J_i + 1} \right) \tag{3.77}$$

per $i = 1,2, ..., N_1 + 2$ e $j = 1,2, ..., N_1 - 1$.
La soluzione del sistema matriciale è:

$$[X] = [E]^{-1} [P] \tag{3.78}$$

Si definisce la matrice delle ascisse della trave $[\xi]$, di dimensione $(N_1 \mathrm{x} N_i + p_i)$, in cui righe sono il numero di campate della trave continua e le colonne sono pari al numero di nodi p_i scelti per la discretizzazione (per il tracciamento dei diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione interne) più i due nodi degli appoggi estremi della singola campata ; le righe quindi rappresentano le coordinate dei nodi di ogni campata relative all'appoggio iniziale della campata:

$$[\xi] = \begin{bmatrix} \xi_{1,1} & \xi_{1,2} & \cdots & \xi_{1,p_i+2} \\ \xi_{2,1} & \xi_{2,2} & \cdots & \xi_{2,p_i+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \xi_{N_1,1} & \xi_{N_1,2} & \cdots & \xi_{N_1,p_i+2} \end{bmatrix}$$

Il diagramma del momento flettente $[M]$, ricavabile una volta determinato il valore delle incognite iperstatiche, è una matrice di tre dimensioni $(N_1 \mathrm{x} N_1 + 2 \mathrm{x} p_1 + 2)$, i cui termini sono:

$$M_{i,j,r} = -\left(\frac{X_{i+1,j} - X_{i,j}}{L_i} \cdot \xi_{i,r} + X_{i,j}\right) + \frac{q_{i,j}}{2} \cdot \left(\xi_{i,r} \cdot L_i - \xi_{i,r}^2\right) \tag{3.79}$$

Dall'equazione del momento flettente si ricava l'andamento del taglio per derivazione rispetto l'ascissa ξ delle campate:

$$V_{i,j,r} = -\frac{X_{i+1,j} - X_{i,j}}{L_i} + \frac{q_{i,j}}{2} \cdot (L_i - 2 \cdot \xi_{i,r}) \tag{3.80}$$

In entrambi i casi è necessario iterare prima sull'indice r, poi su j ed infine i .

3.3.2 Principio dei lavori virtuali per travi curve nel piano orizzontale

All'interno di questa sezione verrà ampliata la trattazione teorica del PLV vista per i sistemi di travi rettilinee adattandolo al caso della trave continua a balcone.

Si prende ora in esame il caso di trave a balcone continua su N campate e *N+1* appoggi, rappresentati dalle pile e dalle spalle su cui poggia l'impalcato da ponte. Le caratteristiche geometriche rappresentative del tracciato planimetrico di ogni campata sono indicate con pedice i. In caso di andamento planimetrico clotoidale, si assume costante il raggio di curvatura pari a quello massimo, da cui:

- R_i: raggio di curvatura dell'i-esima campata;

- L_i: lunghezza dell'i-esima campata;

- ϕ_i: angolo descritto della generica sezione a partire nodo iniziale della campata i-esima campata;

- $\cos(\phi_{0,i}) = \frac{1}{R_i} \cdot \sqrt{{R_i}^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}$;

- $sen\,(\phi_{0,i}) = \frac{L/2}{R_i}$;

- $\phi_{0,i} = arcsen\left(\frac{L/2}{R_i}\right)$.

A partire dalla trave continua su n-appoggi si deve identificare la *struttura isostatica principale* sopprimendo n gradi vincolo della struttura reale: verrà svincolata la rotazione flessionale degli appoggi interni, rendendoli quindi delle cerniere interne, e conseguentemente le $n = N_1 - 1$ incognite iperstatiche sono i momenti di continuità agli appoggi interni (Fig. 3.26).

Si prende in esame la campata i-esima e la si considera sollecitata dall'incognita iperstatica X_i e dall'incognitaX_{i+1} entrambe unitarie.

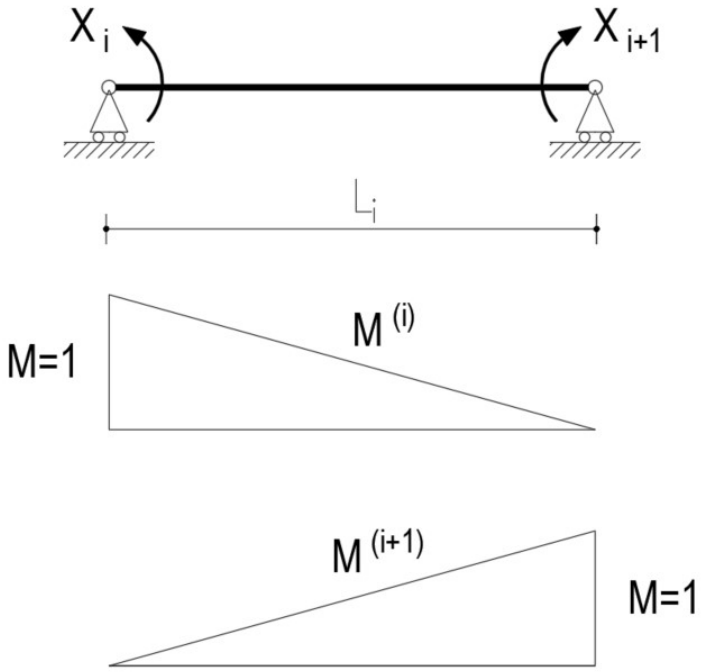


Figura 3.30. Campata i-esima soggetta alle reazioni iperstatiche unitarie.

Dall'equazione 3.82 è immediato scrivere il momento flettente per la coppia unitaria agente all'appoggio sinistro (Fig.3.30):

$$M_f = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\cos(\phi)}{\cos(\phi_0)} - \frac{sen(\phi)}{sen(\phi_0)} \right) \tag{3.81}$$

e il momento flettente per la coppia unitaria agente all'appoggio destro:

$$M_f = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\cos(\phi)}{\cos(\phi_0)} + \frac{sen(\phi)}{sen(\phi_0)} \right) \tag{3.82}$$

La matrice dei carichi esterni, di dimensione $(N_1 + 2\,\mathrm{x}\,N_1)$ è definita come:

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & \cdots & k_{1,N_1} \\ k_{2,1} & k_{2,2} & \cdots & k_{2,N_1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{N_1+2,1} & k_{N_1+2,2} & \cdots & k_{N_1+2,N_1} \end{bmatrix}$$

i cui termini sono:

$$k_{i,j} = \left(q_{p_j} + V_{i,j} \cdot q_{a_j}\right) \cdot R_j^2 + q_{a_j} \cdot e_j \tag{3.83}$$

dove:

- $_{p_i}$ è il carico permanente agente sulla campata j-esima;
- q_{a_i} è il carico accidentale agente sulla campata j-esima;
- $v_{i,j}$ sono i termini della matrice booleana delle presenze/assenze;
- e_i è l'eccentricità del carico accidentale agente sulla campata j-esima;
- R_i è il raggio di curvatura della j-esima campata.

I termini della matrice di flessibilità si calcolano a partire dalle seguenti formulazioni:

- diagonale principale:

$$\begin{aligned} E_{i,i} =& \frac{R_i}{4 \cdot E_i \cdot J_i} \cdot \left(\frac{\phi_{0_i}}{\left(\cos\left(\phi_{0_i}\right) \cdot sen\left(\phi_{0_i}\right)\right)^2} - \frac{\cos^2\left(\phi_{0_i}\right) - sen^2\left(\phi_{0_i}\right)}{\cos\left(\phi_{0_i}\right) \cdot sen\left(\phi_{0_i}\right)} \right) \\ &+ \frac{R_{i+1}}{4 \cdot E_{i+1} \cdot J_{i+1}} \cdot \left(\frac{\phi_{0_{i+1}}}{\left(\cos\left(\phi_{0_{i+1}}\right) \cdot sen\left(\phi_{0_{i+1}}\right)\right)^2} - \frac{\cos^2\left(\phi_{0_{i+1}}\right) - sen^2\left(\phi_{0_{i+1}}\right)}{\cos\left(\phi_{0_{i+1}}\right) \cdot sen\left(\phi_{0_{i+1}}\right)} \right) \end{aligned} \tag{3.84}$$

- diagonale superiore:

$$E_{i,i-1} = \frac{R_i}{4 \cdot E_i \cdot J_i} \cdot \left(\frac{1}{sen\left(\phi_{0_{i+1}}\right) \cdot \cos\left(\phi_{0_{i+1}}\right)} - \frac{\phi_{0_{i+1}}}{sen^2\left(\phi_{0_{i+1}}\right)} + \frac{\phi_{0_{i+1}}}{\cos^2\left(\phi_{0_{i+1}}\right)} \right) \tag{3.85}$$

- diagonale inferiore:

$$E_{i,i+1} = \frac{R_{i+1}}{4 \cdot E_{i+1} \cdot J_{i+1}} \cdot \left(\frac{1}{sen\left(\phi_{0_{i+1}}\right) \cdot \cos\left(\phi_{0_{i+1}}\right)} - \frac{\phi_{0_{i+1}}}{sen^2\left(\phi_{0_{i+1}}\right)} + \frac{\phi_{0_{i+1}}}{\cos^2\left(\phi_{0_{i+1}}\right)} \right) \tag{3.86}$$

Il sistema matriciale risolvente è:

$$[E] \cdot [X] = [P] \tag{3.87}$$

da cui è possibile ricavare le incognite iperstatiche:

$$[X] = [E]^{-1} \cdot [P] \tag{3.88}$$

$$M_{f_i}(\phi) = M_{f_i}^X(\phi) + M_{f_i}^K(\phi) \tag{3.89}$$

dove:

- M_{f_i} è l'andamento del momento flettente relativo alle incognite iperstatiche applicate agli appoggi di continuità;

$$M_{f_i}^X(\phi) = \frac{X_i + X_{i+1}}{2 \cdot \cos\left(\phi_{0_i}\right)} \cdot \cos\left(\phi_i\right) + \frac{X_{i+1} - X_i}{2 \cdot sen\left(\phi_{0_i}\right)} \cdot sen\left(\phi_i\right) \tag{3.90}$$

- M_{f_i} è l'andamento del momento flettente relativo all'applicazione dei carichi di preso proprio e accidentale sulle i-esima campata vincolata isostaticamente dello schema (0);

$$M_{f_i}^K(\phi) = k_{i,j} \cdot \left(\frac{\cos\left(\phi_{0_i}\right)}{\cos\left(\phi_{0_i}\right)} - 1 \right) \tag{3.91}$$

L'andamento del taglio e del momento torcente restano dati dall'equazione (3.28) e (3.27) come per la trave a balcone isostatica:

$$V_i(\phi) = \left(q_{p_i} + q_{a_i}\right) \cdot R_i \cdot \phi_i \tag{3.92}$$

$$M_{ti} = \left(q_{p_i} + q_{a_i}\right) \cdot {R_i}^2 \cdot \left[\frac{sen\left(\phi_i\right)}{\cos\left(\phi_0\right)} - \phi_i \right] \tag{3.93}$$

I diagrammi che si ottengono dall'analisi matriciale, ad esempio per una trave a balcone continua soggetta ad un carico uniformante distribuito, sono indicati in figura (3.31).

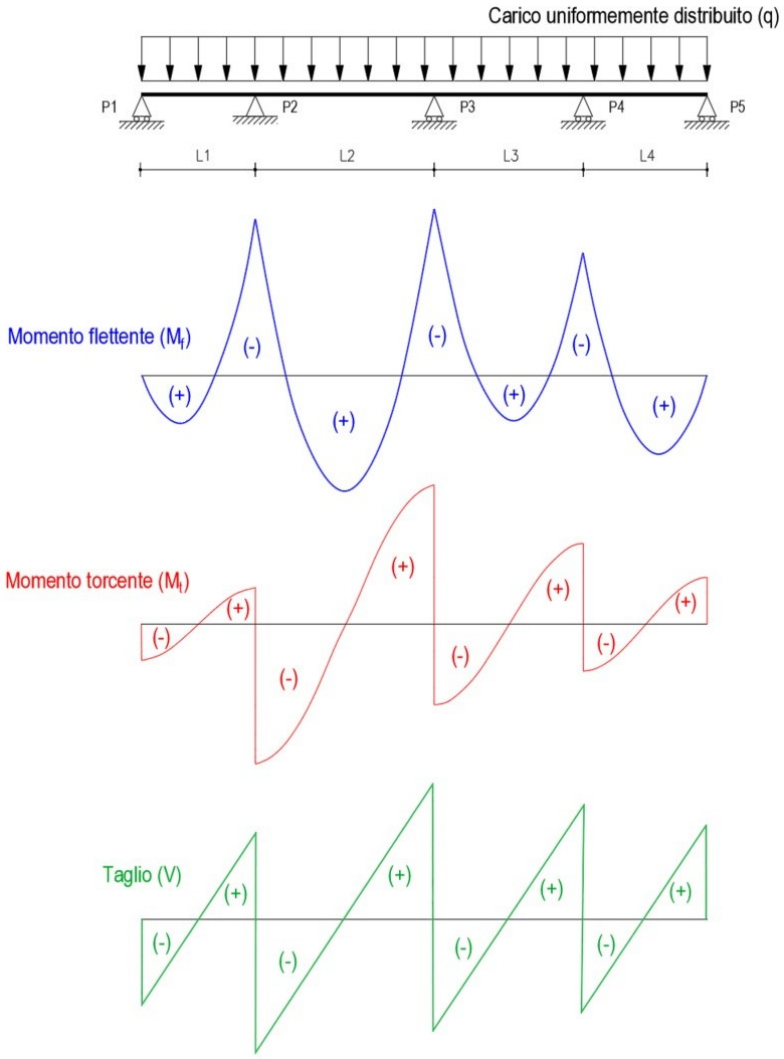


Figura 3.31. Andamento tipico dei diagrammi di momento flettente, torcente e taglio di una trave a balcone a 4 campate.

3.4 Trave a balcone iperstatica (incastro-incastro) [166]

3.4.1 Teorema di Menabrea

Luigi Federico Menabrea (1809-1896) nel 1858 introdusse il principio del minimo lavoro, o come viene anche chiamato *Teorema della minima Energia di Deformazione* e si riferisce alle strutture iperstatiche. La dimostrazione del principio di Menabrea fa riferimento a un sistema strutturale qualsiasi di cui si possa esprimere l'energia potenziale elastica in funzione delle forze esterne (Fig. 3.32).

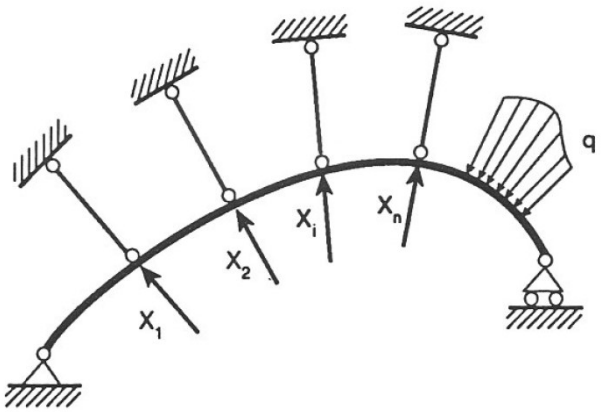


Figura 3.32. Teorema di Menabrea.[167]

Come riporta il Prof. Carpinteri, esso afferma che «data una struttura n-volte iperstatica, gli n-valori delle incognite iperstatiche rendono minima l'energia di deformazione della struttura.» [168].
Si prenda in considerazione la struttura isostatica principale, ottenuta degradando

[166] La trattazione teorica riportata all'interno di questa sezione sono tratte da Y.-C. Wong.*Horizontally curved beam analysis and design*, Corvallis (OR):Oregon State University, 1970.

[167] Alberto Carpinteri, *Scienza delle costruzioni 2.* Pitagora, 1995, cap. 16, Il principio dei lavori virtuali, p.217.

[168] A. Carpinteri, *Scienza delle costruzioni 2.* Pitagora, 1995, cap. 16, Il principio dei lavori virtuali, p.218.

gli n-vincoli sovrabbondanti, e le n-incognite iperstatiche per definire gli spostamenti generalizzati duali alle forze:

$$\eta_i = \frac{\partial L_{def}}{\partial X_i} \qquad i = 1, 2, ..., n \tag{3.94}$$

Le condizioni di congruenza per corpi elastici vincolati rigidamente:

$$\eta_i = 0 \qquad i = 1, 2, ..., n \tag{3.95}$$

e conseguentemente:

$$\frac{\partial}{\partial X_i} L_{def}\left(X_1, X_2, ..., X_n\right) = 0 \qquad i = 1, 2, ..., n \tag{3.96}$$

Infine, come precisa il prof. Carpinteri L_{def} rappresenta una funzione quadratica nelle variabili X_{i} (Eq.3.96).

3.4.2 Teorema di Castigliano

Tra gli importanti contributi scientifico italiani dell'Ottocento è da ricordare quello di Alberto Castigliano (1847-1884) che nel 1873 [169] in Italia perfeziona un metodo introdotto da Luigi Federico Menabrea nel 1858 [170] che consiste nel minimizzare l'energia potenziale elastica di tralicci rispetto alle incognite iperstatiche e viene anche applicato alle strutture inflesse. Furono di fatto Menabrea e Castigliano a diffondere l'applicazione dei metodi energetici nella pratica professionale degli ingegneri.

Castigliano non aggiunse molto a quanto proposto da Menabrea: dimostrò l'*équation d'élasticité* in modo più soddisfacente e ricavò un teorema (oggi chiamato con il suo nome) per cui «la derivata parziale dell'energia potenziale elastica di una struttura rispetto a una delle azioni fornisce la componente di spostamento nella direzione della stessa.»[171] .

[169] A. Castigliano, *Intorno ai sistemi elastici*, Dissertazione presentata da Castigliano Alberto alla Commissione Esaminatrice della R. Scuola d'applicazione degli Ingegneri in Torino. Bona, Torino, 1873.

[170] L. F. Menabrea, *Nouveau principe sur la distribution des tensions dans les systèmes élastiques*, Comptes Rendus, 1858, vol.46, pp. 1056-1060

[171] D. Capecchi, G. Ruta, *La scienza delle costruzioni in Italia nell'Ottocento. Un'analisi storica dei fondamenti della scienza delle costruzioni*, Springer-Verlag Mailand, 2011, cap. 4, I teoremi del minimo di Menabrea e Castigliano, p.76

Si prende in esame una struttura isostatica caricata da n diverse sollecitazioni F_1, F_2, ..., F_n (Fig. 3.33)

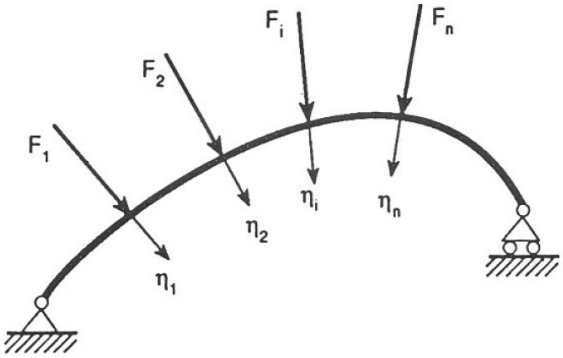


Figura 3.33. Teorema di Castigliano: trave semplicemente appoggiata soggetta alle n-forze incognite.[172]

Utilizzando il Principio di Sovrapposizione degli Effetti, gli spostamenti η generalizzati duali alle forze η_1, η_2, ..., η_n possono essere espressi mediante il coefficiente d'influenza $\eta_{i,j}$:

$$\eta_i = \sum_{i=1}^{n} \eta_{i,j} \cdot F_j \qquad i = 1, 2, ..., n (3.97)$$

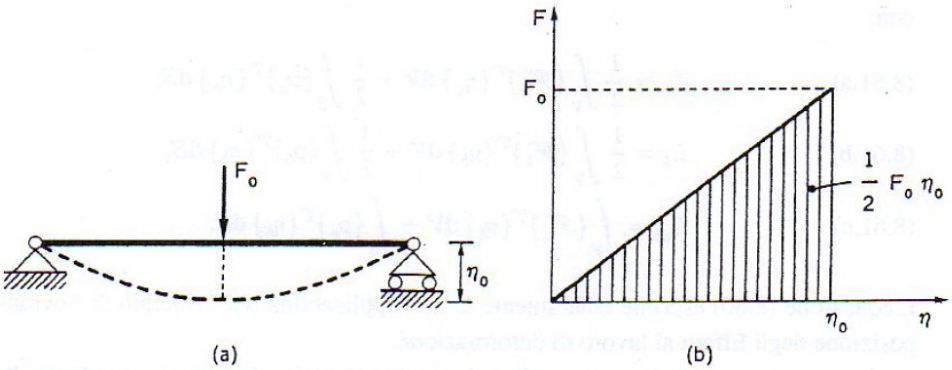


Figura 3.34. Teorema di Clapeyron per il caso unidimensionale: trave semplicemente appoggiata (a) abbassamento del punto di applicazione del carico concentrato (b) energia potenziale elastica.[173]

[172] Alberto Carpinteri, *Scienza delle costruzioni 2.* Pitagora, 1995, cap. 16, Il solido elastico, p.216.

Dal teorema di Clapeyron (Fig. 3.34) è possibile esprimere il lavoro di deformazione della struttura:

$$L_{def} = \frac{1}{2} F_i \cdot \eta_i \tag{3.98}$$

che, considerando l'equazione (3.97) diventa:

$$L_{def} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \eta_{i,j} \cdot F_i \cdot F_j \tag{3.99}$$

Effettuando le derivate parziali del lavoro di deformazione rispetto ciascuna forza applicata, si ottiene

$$\frac{\partial L_{def}}{\partial F_i} = \sum_{j=1}^{n} \eta_{i,j\,i} \cdot F_j \qquad i = 1, 2, ..., n \tag{3.100}$$

e sostituendo l'equazione (3.97):

$$\frac{\partial L_{def}}{\partial F_i} = \eta_i \qquad i = 1, 2, ..., n \tag{3.101}$$

Per calcolare lo spostamento non duale alla forza applicata è possibile applicare una forza fittizia unitaria e effettuare la derivata parziale del lavoro da essa compiuta, insieme a quello per il carico esterno ed annullarlo per ricavare lo spostamento medesimo.

Nel caso in cui la struttura avesse n-gradi di iperstaticità occorre individuale prima le n-reazioni sovrabbondanti incognite, si scrive l'energia potenziale elastica del sistema strutturale in funzione delle stesse, infine annullando le derivate parziali dell'espressione ottenuta si ottengono n-equazioni nelle incognite X_1, X_2, ..., X_n. Quindi la struttura isostatica principale è caricata dai carichi esterni e dalle reazioni vincolari iperstatiche incognite; annullando gli spostamenti dei punti di applicazione delle reazioni vincolari è possibile trovare il valore delle medesime.

Si può dimostrare che il Teorema di Castigliano coincide alla formulazione del Principio dei Lavori Virtuali e per far ciò si considera una trave inflessa in cui il problema assiale è disaccoppiato da quello flessionale. Il lavoro di deformazione è:

$$L_{def} = \frac{1}{2} \int_S \frac{M^2}{EI} ds \tag{3.102}$$

[173] Alberto Carpinteri, *Scienza delle costruzioni.* Pitagora, 1993, cap. 8, Il solido elastico, p.249.

Sostituendo l'equazione (3.101) nella (3.102) si ottiene:

$$\eta_i = \frac{1}{2EI}\frac{\partial}{\partial F_i}\int_S M^2 ds \tag{3.103}$$

passando l'operatore differenziale ad argomento dell'integrale:

$$\eta_i = \frac{1}{EI}\int_S M\frac{\partial M}{\partial F_i} ds \tag{3.104}$$

Per definizzione di momento reale esso è somma degli n-momenti delle n-forze generiche F_i:

$$M = M^{(r)} = \sum_{i=1}^{n} F_j \cdot M^{(i)} \tag{3.105}$$

ottenendo in definitiva:

$$\eta_i = \frac{1}{EI}\int_S M^{(r)} \cdot M^{(i)} ds \tag{3.106}$$

in cui è riconoscibile la formulazione del PLV (Eq. 3.55).

3.4.3 Teoria della trave a balcone incastro-appoggio

L'approccio teorico utilizzato per risolvere il problema della trave curva nel piano orizzontale, vincolata con incastri flessionali e torsionali alle estremità, è il teorema di Castigliano.

Le convenzioni di segno sono rappresentate in figura 3.35.

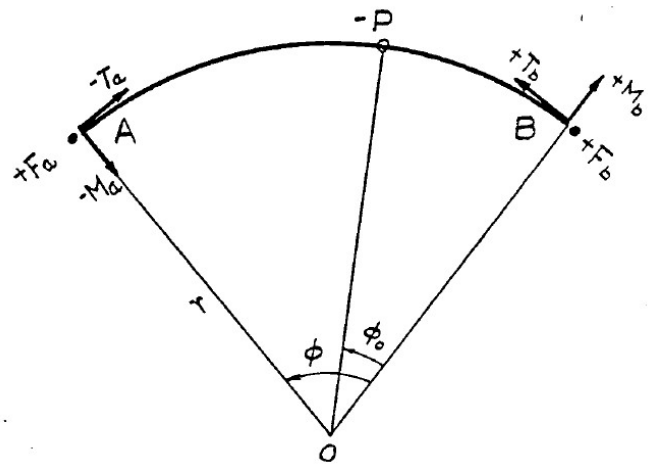


Figura 3.35. Trave curva nel piano orizzontale incastra ad entrami gli estremi e soggetta ad un carico uniformemente distribuito. [174]

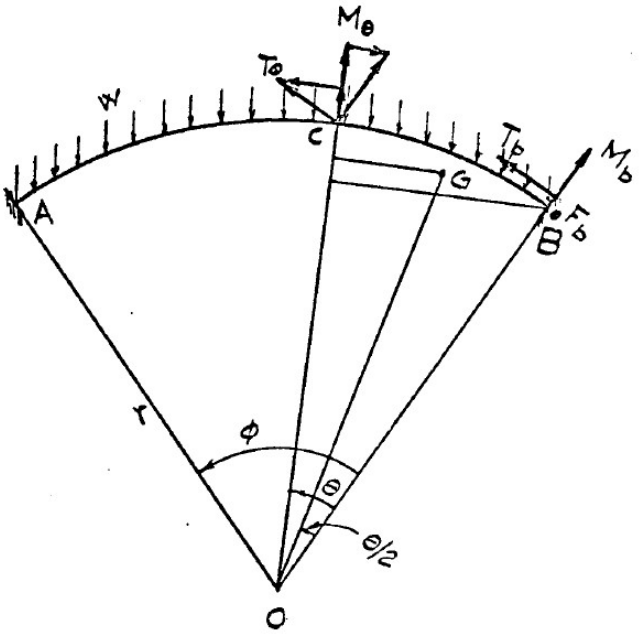


Figura 3.36. Trave curva nel piano orizzontale incastra ad entrami gli estremi e soggetta ad un carico uniformemente distribuito.[175]

La sostanziale differenza che sussiste tra la trave rettilinea e curva nel piano orizzontale, per travi di costruzioni civili e ponti, è l'insorgenza di rotazioni torsionali per effetto di carichi verticali simmetrici; questo fa si che, in fase di progetto e di verifica, debba essere preso in conto anche il momento torcente, oltre che quello flettente ed il taglio. La resistenza torsionale è funzione della rigidezza torsionale: essa può essere fisicamente interpretata come quel momento torcente che, applicato ad un estremo libero di ruotare, produce una rotazione torsionale unitaria rispetto l'altra estremità vincolata rigidamente.

$$F_b = \frac{1}{2} \cdot w \cdot r \cdot \theta \tag{3.107}$$

$$\overline{OG} = \frac{r \cdot sen\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\theta/2} \tag{3.108}$$

[174]Y.-C. Wong.*Horizontally curved beam analysis and design*, Corvallis (OR):Oregon State University, 1970, cap. I, Introduction-Sign convention, pag. 6.

[175]Y.-C. Wong.*Horizontally curved beam analysis and design*, Corvallis (OR):Oregon State University, 1970, cap. IV, Horizontally curved beam fixed at both ends an subjected to uniform load, pag. 20.

$$\begin{aligned} M(\theta) =& M_b \cdot \cos(\theta) + T_b \cdot sen(\theta) - F_b \cdot r \cdot sen(\theta) + w \cdot r \cdot \theta \cdot \frac{r \cdot sen\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\theta/2} \cdot sen\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ =& M_b \cdot \cos(\theta) + T_b \cdot sen(\theta) - \left(\frac{w \cdot r \cdot \theta}{2}\right) \cdot r \cdot sen(\theta) + w \cdot r^2 \cdot (1 - \cos(\theta)) \end{aligned} \tag{3.109}$$

$$\begin{aligned} T(\theta) =& T_b \cdot \cos(\theta) - M_b \cdot sen(\theta) + F_b \cdot r \cdot (1 - \cos(\theta)) + \\ & - w \cdot r \cdot \theta \left(r - \frac{r \cdot sen\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\theta/2} \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \\ =& T_b \cdot \cos(\theta) - M_b \cdot sen(\theta) + \frac{w \cdot r^2 \cdot \phi}{2} \cdot (1 - \cos(\theta)) - w \cdot r^2 \cdot (\theta - sen(\theta)) \end{aligned} \tag{3.110}$$

Il Teorema di Castigliano afferma che la derivata dell'energia di deformazione rispetto al modulo di una forza applicata, è uguale allo spostamento elastico globale, duale rispetto alla forza stessa. Data la perfetta equivalenza dei Teorema di Castigliano con il Principio dei Lavori Virtuali si può scrivere che:

$$U(\theta) = \frac{1}{2} \int_S \frac{M(\theta)^2}{E \cdot I} ds + \frac{1}{2} \int_S \frac{T(\theta)^2}{G \cdot J} ds \tag{3.111}$$

Le derivate parziali ricorrenti sono:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M(\theta)}{\partial M_b} &= \cos(\theta) \\ \frac{\partial T(\theta)}{\partial T_b} &= \cos(\theta) \\ \frac{\partial T(\theta)}{\partial M_b} &= -\, sen(\theta) \\ \frac{\partial M(\theta)}{\partial T_b} &= sen(\theta) \end{aligned} \tag{3.112}$$

Si definisce il coefficiente adimensionale m che è funzione delle caratteristiche meccaniche e geometriche dell'elemento strutturale:

$$m = \frac{E \cdot I}{G \cdot J} = \frac{2 \cdot (1 + \nu) \cdot I}{J} \tag{3.113}$$

dove:

- E è il modulo elastico di Young;

- G è il modulo di elasticità tangenziale $G = \dfrac{E}{2 \cdot (1+\nu)}$;

- ν è il coefficiente di Poisson;

- I è il momento d'inerzia della sezione;

- J è il fattore di rigidezza torsionale della sezione che, con riferimento alla figura (3.38), per sezioni sottili chiuse monoconnesse è: $J = \dfrac{4 \cdot \Omega^2}{\int\limits_{\mathscr{C}} \dfrac{ds}{t(s)}}$;

- $t(s)$ è lo spessore della sezione sezione sottile, variabile con la coordinata progressiva della linea media s (Fig. 3.38).

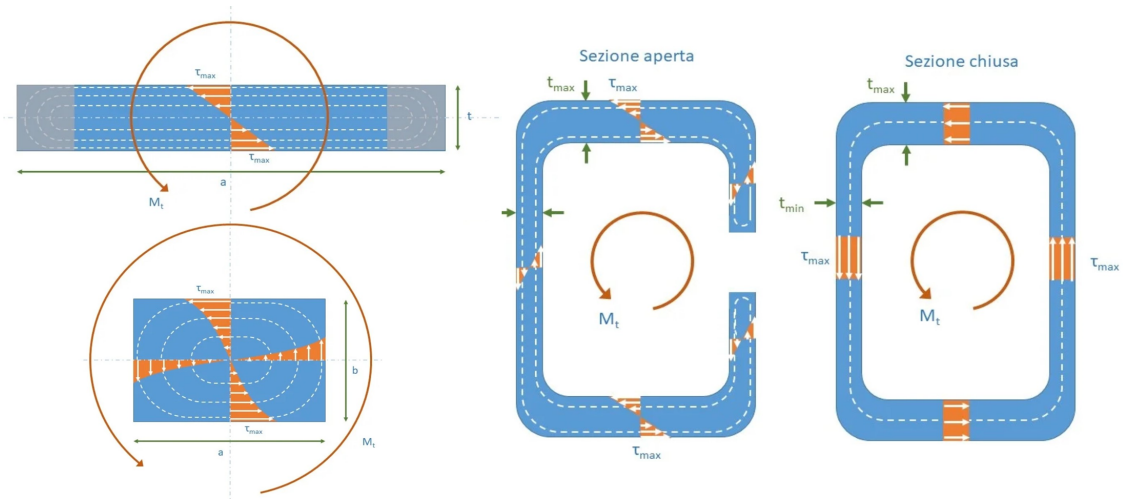


Figura 3.37. Fattore di rigidezza torsionale per sezioni rettangolari e sezioni sottili aperte e chiuse. [176]

[176] Illustrazioni tratte dal sito dell'Ing. Marco de Pisapia https://www.marcodepisapia.com/rigidezza-torsionale-profili-sottili/ (data di ultima consultazione: 30 Agosto 2021).

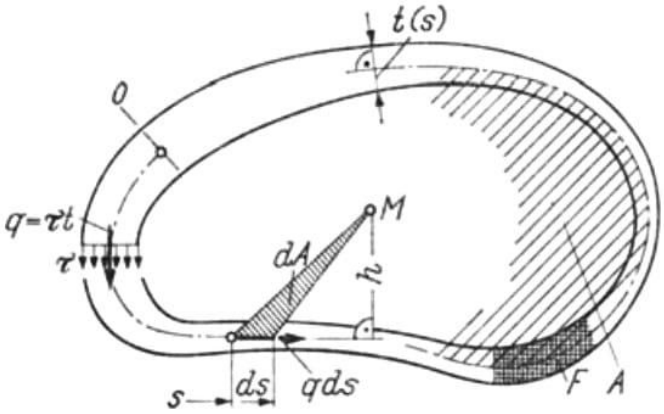


Figura 3.38. Parametri geometrici per il calcolo del fattore di rigidezza torsionale per sezioni sottili chiuse. [177]

$$\frac{\partial U(\theta)}{\partial M_b} = w_b = 0 \tag{3.114}$$

$$\frac{r}{EI}\int_0^{\phi}\begin{bmatrix} M_b\cdot\cos(\theta)+T_b\cdot sen(\theta)+ \\ -\dfrac{w\cdot r^2}{2}\cdot sen(\theta)+w\cdot r^2\cdot(1-\cos(\theta))\end{bmatrix}\cdot\cos(\theta)\,d\theta$$
$$-\frac{m\cdot r}{EI}\int_0^{\phi}\begin{bmatrix} T_b\cdot\cos(\theta)-M_b\cdot sen(\theta)+ \\ +\dfrac{w\cdot r^2\cdot\phi}{2}\cdot(1-\cos(\theta))-w\cdot r^2\cdot(\theta-sen(\theta))\end{bmatrix}\cdot sen(\theta)\,d\theta=0 \tag{3.115}$$

che fornisce:

$$\frac{1}{2}M_b\left[\phi\cdot(m+1)-sen(\phi)\cdot\cos(\phi)\cdot(m-1)\right]-\frac{1}{2}T_b\cdot sen^2(\phi)\cdot(m+1)+$$
$$-\frac{1}{2}w\cdot r^2\cdot\begin{bmatrix}\phi\cdot(m+1)+\phi\cdot m\cdot(1+\cos(\theta))-\dfrac{1}{2}\phi\cdot sen^2(\phi)\cdot(m-1)+ \\ -2\cdot sen(\phi)\cdot(m+1)-sen(\phi)\cdot\cos(\phi)\cdot(m-1)\end{bmatrix}=0 \tag{3.116}$$

$$\frac{\partial U(\theta)}{\partial T_b} = \varphi_b = 0 \tag{3.117}$$

[177] C. F. Kollbrunner, K. Basler. *Torsion in structures*, Springer Verlag, Berlin - Heidelberg - New York, 1969.

$$\frac{r}{EI}\int_0^{\phi}\left[\begin{array}{l} M_b\cdot\cos(\theta)+T_b\cdot sen(\theta)-\dfrac{w\cdot r^2\cdot\phi}{2}\cdot sen(\theta)\\ +w\cdot r^2\cdot(1-\cos(\theta))\end{array}\right]\cdot sen(\theta)\,d\theta$$
$$+\frac{m\cdot r}{EI}\int_0^{\phi}\left[\begin{array}{l} T_b\cdot\cos(\theta)-M_b\cdot sen(\theta)+\\ +\dfrac{w\cdot r\cdot\phi}{2}\cdot(1-\cos(\theta))-w\cdot r^2\cdot(\theta-sen(\theta))\end{array}\right]\cdot\cos(\theta)\,d\theta=0$$

che fornisce:

$$\begin{array}{l}\frac{1}{2}M_b\cdot sen^2(\phi)\cdot(m-1)+\frac{1}{2}T_b\cdot[\phi\cdot(m+1)+sen(\phi)\cdot\cos(\phi)\cdot(m-1)]+\\ -\frac{1}{2}w\cdot r^2\cdot\left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}\phi^2\cdot(m+1)+\frac{1}{2}\phi\cdot sen(\phi)\cdot\cos(\phi)\cdot(m-1)+\\ -sen^2(\phi)\cdot(m-1)+m\cdot\phi\cdot sen(\phi)+\\ -2\cdot(m-1)\cdot(1-\cos(\phi))\end{array}\right]=0\end{array}\tag{3.119}$$

Ponendo:

$$\begin{array}{l} a=\phi\cdot(m+1)\,;\\ b=sen^2(\phi)\cdot(m-1)\,;\\ c=sen(\phi)\cdot\cos(\phi)\cdot(m-1)\,;\\ d=\phi\cdot(m+1)+m\cdot\phi\cdot(1+\cos(\phi))-\dfrac{\phi}{2}\cdot sen^2(\phi)\cdot(m-1)+\\ \quad -2\cdot sen(\phi)\cdot(m+1)-sen(\phi)\cdot\cos(\phi)\cdot(m-1)\,;\\ e=\dfrac{\phi^2}{2}\cdot(m+1)+\dfrac{\phi}{2}\cdot sen(\phi)\cdot\cos(\phi)\cdot(m-1)-sen^2(\phi)\cdot(m-1)+\\ \quad +m\cdot\phi\cdot sen(\phi)-2\cdot(m+1)\cdot(1-\cos(\phi))\,;\end{array}$$

e semplificando, si ottiene il sistema di due equazioni nelle incognite M_b e T_b:

$$\begin{cases} M_b\cdot(a-c)-T_b\cdot b-w\cdot r^2\cdot d=0\\ -M_b\cdot b+M_b\cdot(a+c)-w\cdot r^2\cdot e=0\end{cases}\tag{3.121}$$

da cui si ricavano le soluzioni:

$$M_b=-w\cdot r^2\left[\frac{2\cdot(m+1)\cdot sen(\phi)-m\cdot\phi\cdot(1+(1-\cos(\phi)))}{\phi\cdot(m+1)-sen(\phi)\cdot(m-1)}-1\right]=w\cdot r^2\cdot c_m\tag{3.122}$$

$$T_b = -w \cdot r^2 \left[\frac{2 \cdot (m+1) \cdot (1 - \cos(\phi)) - m \cdot \phi \cdot sen(\phi)}{\phi \cdot (m+1) - sen(\phi) \cdot (m-1)} - \frac{\phi}{2} \right] = w \cdot r^2 \cdot c_t \quad (3.123)$$

Sostituendo le equazioni (3.122) nella (3.109) e l'equazione (3.123) nella (3.110) si ottiene l'andamento del momento flettente $M(\theta)$ e torcente $T(\theta)$, riportato in figura (3.38), per una trave incastrata sia flessionalmente che torsionalmente alle estremità soggetta ad un carico uniformemente distribuito:

$$M(\theta) = w \cdot r^2 \cdot \left[sen(\theta) \cdot \left(c_t - \frac{\theta}{2} \right) + \cos(\theta) \cdot (c_m - 1) + 1 \right] \quad (3.124)$$

$$T(\theta) = w \cdot r^2 \cdot \left[sen(\theta) \cdot (\theta - c_m) + \cos(\theta) \cdot \left(c_t - \frac{\theta}{2} \right) - \frac{\theta}{2} \right] \quad (3.125)$$

In definitiva i diagrammi che si ottengono hanno l'andamento tipico mostrato in seguito (Fig. 3.41).

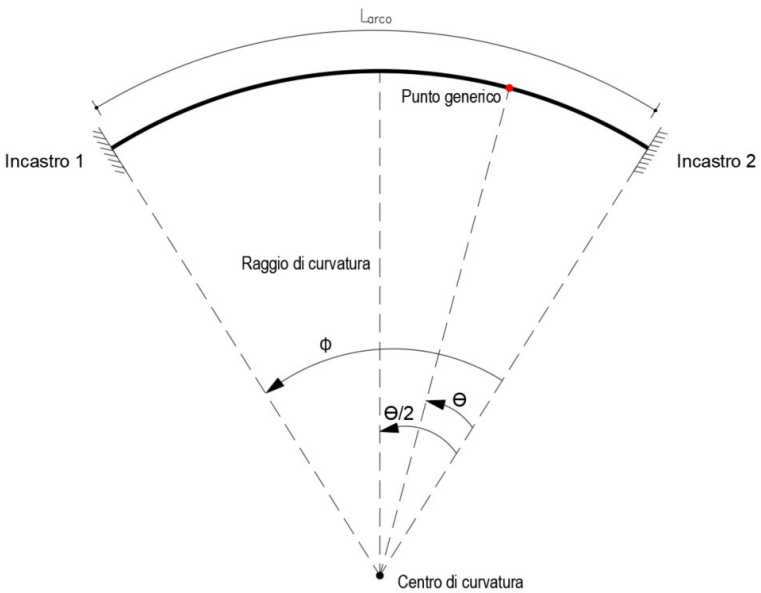


Figura 3.39. Planimetria della trave a balcone incastrata.

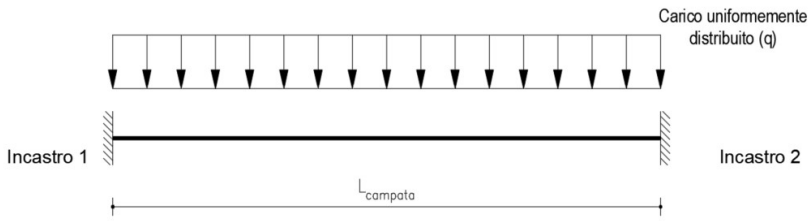


Figura 3.40. Vista frontale della trave a balcone incastrata soggetta ad un carico uniformemente distribuito.

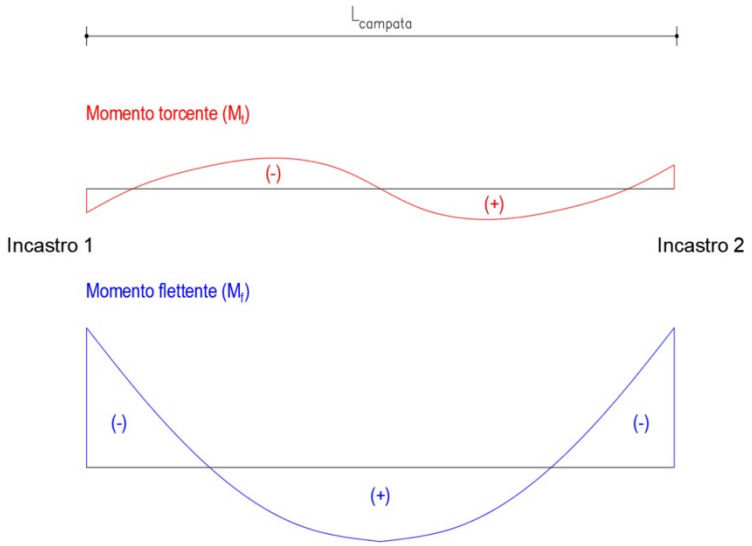


Figura 3.41. Andamento tipico del diagramma di momento torcente e flettente per la trave a balcone isostatica.

Soprattutto per quanto riguarda la torsione, l'andamento è qualitativo in quanto i valori agli incastri potrebbero essere anche positivi molto piccoli in quanto è molto influenzata dal raggio e dall'angolo sotteso dall'arco di circonferenza (Fig. 3.43).

3.4.4 Caso studio: campata P10-P11

Viene ora proposto il confronto dei risultati ottenibili dalle due metodologie di calcolo analitiche descritte nei capitoli precedenti per la determinazione della risposta strutturale torsionale, in particolar modo della caratteristica di sollecitazione di momento torcente.

3.4.5 Calcolo analitico

Questo è un utile strumento per la validazione dei dati ricavabili dal modello completo agli elementi finiti del viadotto in esame in quanto possiede un tracciato planimetrico molto complesso caratterizzato da clotoide (sinistrorsa)-rettifilo-clotoide(destrorsa). La campata che maggiormente si presta a tale validazione è la campata centrale da 120[m], compresa tra le pile P10 e P11, in quanto le pile forniscono un vincolo di incastro flessionale. Dato che tali teorie hanno come ipotesi l'applicazione di un carico uniformemente distribuito, si considera come azione sollecitante quella dei carichi permanenti strutturali e non strutturali riportati in Tabella (3.2).

Tabella 3.3. Caratteristiche geometriche della sezione tipo della campata da 120 [m] tra pila P10 e P11, per il problema della trave a balcone iperstatica

CARATTERISTICHE GEOMETRICHE			
N° anime	n_w	2	[-]
Sbalzi	a	2.73	[m]
Larghezza piattabanda inferiore	b	6.00	[m]
Altezza del cassone	h	5.50	[m]
Spessore piattabanda superiore	t_s	0.30	[m]
Spessore piattabanda inferiore	t_i	0.30	[m]
Spessore anime	t_w	0.30	[m]
Area della sezione	A	8.54	[m^2]
Momento statico rispetto X_{INF}	$S_{X,INF}$	27.97	[m^3]
Ascissa baricentro	X_G	0.00	[m]
Ordinata baricentro	$Y_{G,INF}$	3.28	[m]
h - $Y_{G,INF}$	h_G	2.22	[m]
Momento d'inerzia rispetto X_G	$I_{G,X}$	45.58	[m^4]
Momento d'inerzia rispetto Y_G	$I_{G,Y}$	72.64	[m^4]
Area interna a taglio	Ω	66.00	[m^2]
Circuitazione geometrica	$H = \int_{\mathscr{C}} \frac{ds}{t(s)}$	76.67	[-]
Fattore di rigidezza torsionale	$J = \frac{4\Omega^2}{H}$	56.83	[m^4]

Le dimensioni di massima (Tab. 3.3) della sezione a cassone presa come riferimento sono deducibili dalla Figura (3.42).

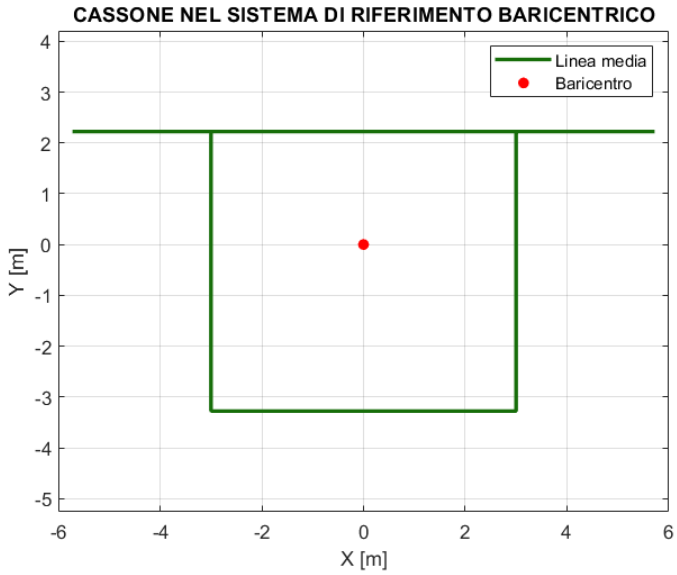


Figura 3.42. Linea media della sezione trasversale del cassone della campata tra pila P10 e P11 per la risoluzione del problema della trave a balcone iperstatica.

Dalla trattazione di Y-C. Wong, si ricavano i momenti flettente M_b e torcente T_b alle estremità in corrispondenza degli incastri (Tab.3.4).

Tabella 3.4. Campata da 120[m] tra pila P10 e P11 - Risoluzione della trave a balcone iperstatica incastrata alle estremità soggetta ai carichi permanenti.

MOMENTO FLETTENTE E TORCENTE DI ESTREMITÀ			
Rapporto tra rigidezze	m	2.09	[-]
Raggio di curvatura	r	1 200.00	[m]
Lunghezza campata	$L_{P10\text{-}P11}$	120.00	[m]
Angolo sotteso dalla campata	ϕ	0.10	[rad]
		5.73	[°]
Distanza tra centro di curvatura e baricentro dell'arco	OG	1 199.50	[m]
Freccia dell'arco	f	1.50	[m]
Carico uniformemente distribuito	w	88.00	[kN/m]
Reazione vincolare	F_b	5 280.00	[kN]
Coefficiente di flessione fixed-end	c_m	8.34E-04	[-]
Coefficiente di torsione fixed-end	c_t	2.14E-08	[-]
Momento flettente di estremità B	M_b	105 671.79	[kNm]
Momento torcente di estremità	T_b	2.71	[kNm]

Sostituendo i valori della Tabella (3.4) nelle equazioni (3.109) e (3.110) è possibile ricavare l'andamento del momento flettente e torcente al variare dell'angolo ϕ

sotteso dal generico punto dell'asse dell'impalcato.

Di seguito si riportano i confronti tra il calcolo analitico della teoria della trave a balcone isostatica, che considera appoggi flessionali e incastri torsionali alle estremità, e la trave a balcone con incastri sia flessionali che torsionali alle estremità. L'influenza della condizione di vincolo assume un'importanza significativa: infatti si nota che al variare di tale ipotesi il momento torcente ne è fortemente influenzato. Questi sono senz'altro schemi semplificati, in quanto si considera una trave estrapolata dal contesto strutturale, per risolvere il problema della torsione nei ponti curvilinei nel piano orizzontale. Tale approccio risulta fornire un limite inferiore e superiore dei valori della torsione che si ricava dal modello FEM completo del viadotto oggetto di studio (Tab. 3.5).

Tabella 3.5. Limite inferiore e limite superiore della torsione nel viadotto caso studio.

Trave a balcone	**Vincolo SX**	**Vincolo DX**	**Rotazione flessionale**	**Rotazione torsionale**	**Torsione**
Isostatica	Appoggio	Cerniera	Libera	Vincolata	Max.
Iperstatica	Incastro	Incastro	Vincolata	Vincolata	min.

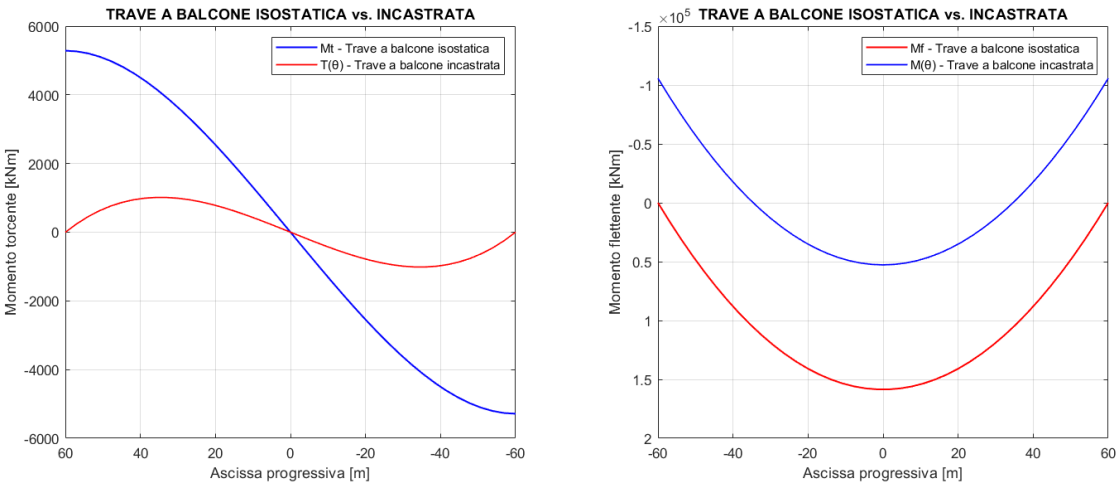


Figura 3.43. Campata P10-P11. Diagramma di momento torcente (sinistra) e flettente (destra) per la trave a balcone isostatica ed incastrata alle estremità, sotto l'azione dei carichi permanenti.

3.5 Trave a balcone iperstatica (appoggio-incastro) [178]

3.5.1 Teoria della trave a balcone iperstatica (appoggio incastro)

Si prende in esame una trave a sbalzo ad asse circolare a raggio costante che sottende un angolo di 90° (Fig. 3.44), o più in generale un angolo qualsiasi ϕ, incastrata in B e libera in A. I carichi nodali agenti sono: la forza verticale P (rivolta verso l'alto), il momento flettente $M_{f,a}$ ed il momento torcente $M_{t,a}$.

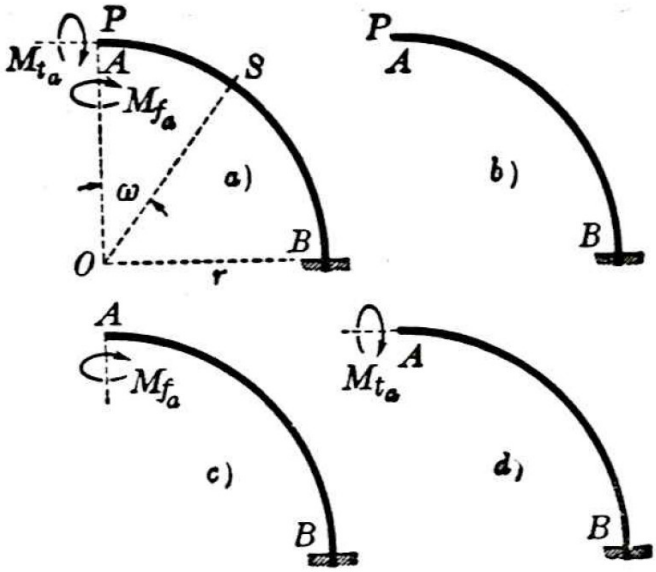


Figura 3.44. Trave ad asse curvilineo soggetto a forza verticale, momento flettente e momento torcente all'estremo A. [179]

Per prima cosa l'obiettivo è quello di determinare il momento flettente e torcente in una generica sezione S, che sfottente un angolo si apertura ω rispetto l'estremo A, spostamento verticale e rotazioni del punto Aper effetto del carico concentrato P.

[178] La trattazione teorica riportata all'interno di questa sezione sono tratte da O. Belluzzi, *Scienza delle costruzioni (Vol.2)*, Zanichelli, 1994, cap. XXI, Le travi nello spazio.

[179] O. Belluzzi, *Scienza delle costruzioni (Vol.2)*, Zanichelli, 1994, cap. XXI, Le travi nello spazio, p. 493.

- Il momento flettente nella sezione S è:

$$M_f = P \cdot r \cdot sen\,(\omega) + M_{fa} \cdot \cos(\omega) + M_{ta} \cdot sen\,(\omega) \tag{3.126}$$

- Il momento torcente nella sezione S è:

$$M_t = -P \cdot r \cdot [1 - \cos(\omega)] - M_{fa} \cdot sen\,(\omega) + M_{ta} \cdot \cos(\omega) \tag{3.127}$$

- Lo spostamento verticale del punto per effetto del carico P è:

$$\begin{aligned} \zeta_a^P &= \frac{1}{B}\int_0^{\phi} Prsen\,(\omega) \cdot rsen\,(\omega) \cdot rd\omega + \\ &+ \frac{1}{C}\int_0^{\phi} Pr\,[1 - \cos(\omega)] \cdot r\,[1 - \cos(\omega)] \cdot rd\omega = \\ &= \frac{\mathrm{Pr}^3}{B} \cdot \frac{1}{4}\,[2\phi - sen\,(2\phi)] + \frac{\mathrm{Pr}^3}{C} \cdot \frac{1}{4}\,[6\phi - 8sen\,(\phi) + 8sen\,(2\phi)] \end{aligned} \tag{3.128}$$

- La rotazione flessionale del punto per effetto del carico P è:

$$\begin{aligned} \varphi_a^P &= \frac{1}{B}\int_0^{\phi} Prsen\,(\omega) \cdot \cos(\omega) \cdot rd\omega + \frac{1}{C}\int_0^{\phi} Pr\,[1 - \cos(\omega)] \cdot sen\,(\omega) \cdot rd\omega = \\ &= \frac{\mathrm{Pr}^2}{B} \cdot \frac{1}{2}sen^2\,(2\phi) + \frac{\mathrm{Pr}^2}{C} \cdot 2sen^4\left(\frac{\phi}{2}\right) \end{aligned} \tag{3.129}$$

- La rotazione torsionale del punto per effetto del carico P è:

$$\begin{aligned} \vartheta_a^P &= \frac{1}{B}\int_0^{\phi} Prsen\,(\omega) \cdot sen\,(\omega) \cdot rd\omega - \frac{1}{C}\int_0^{\phi} Pr\,[1 - \cos(\omega)] \cdot \cos(\omega) \cdot rd\omega = \\ &= \frac{\mathrm{Pr}^2}{B} \cdot \frac{1}{4}\,[2\phi - sen\,(2\phi)] - \frac{\mathrm{Pr}^2}{C} \cdot \left[-\frac{\phi}{2} + sen\,(\phi) - \frac{1}{4}sen\,(2\phi)\right] \end{aligned} \tag{3.130}$$

Si definisce il coefficiente adimensionale γ, che assume lo stesso significato fisico del coefficiente m (Eq. 3.113), che è funzione delle caratteristiche meccaniche e geometriche dell'elemento strutturale:

$$\gamma = \frac{B}{C} = \frac{E \cdot I}{G \cdot J} = \frac{2 \cdot (1+\nu) \cdot I}{J} \tag{3.131}$$

Successivamente si determinano lo spostamento verticale e rotazioni del punto A per effetto della copia flettente $M_{f,a}$.

- Lo spostamento verticale del punto per effetto della copia $M_{f,a}$ è:

$$\begin{aligned} \zeta_a^{Mfa} &= \frac{1}{B}\int_0^{\phi} M_{f,a} \cdot \cos(\omega) \cdot r sen(\omega)\, r d\omega + \\ &+ \frac{1}{C}\int_0^{\phi} M_{f,a} \cdot sen(\omega) \cdot r\,[1-\cos(\omega)] \cdot r d\omega = \\ &= \frac{M_{f,a} r^2}{B} \cdot \left[\frac{1}{2} sen^2(\phi)\right] + \frac{M_{f,a} r^2}{C} \cdot 2 sen^4\left(\frac{\phi}{2}\right) \end{aligned} \tag{3.132}$$

- La rotazione flessionale del punto per effetto della copia $M_{f,a}$ è:

$$\begin{aligned} \phi_a^{Mfa} &= \frac{1}{B}\int_0^{\phi} M_{f,a} \cdot \cos^2(\omega)\, r d\omega + \frac{1}{C}\int_0^{\phi} M_{f,a} \cdot sen^2(\omega) \cdot r d\omega = \\ &= \frac{M_{t,a} r}{B} \cdot \left[\frac{\phi}{2} + \frac{sen(\phi) \cdot \cos(\phi)}{2}\right] + \frac{M_{t,a} r}{C} \cdot \frac{1}{4}\left[2\phi - sen(2\phi)\right] \end{aligned} \tag{3.133}$$

- La rotazione torsionale del punto per effetto della copia $M_{f,a}$ è

$$\begin{aligned} \vartheta_a^{Mfa} &= \frac{1}{B}\int_0^{\phi} M_{f,a} \cdot sen(\omega) \cdot \cos(\omega) \cdot r d\omega - \frac{1}{C}\int_0^{\phi} M_{f,a} \cdot sen(\omega) \cdot \cos(\omega) \cdot r d\omega = \\ &= M_{f,a} r \cdot \left[\frac{1}{2} sen^2(\phi)\right]\left(\frac{1}{B} - \frac{1}{C}\right) \end{aligned} \tag{3.134}$$

Ed infine si determinano lo spostamento verticale e rotazioni del punto A per effetto della coppia torcente $M_{t,a}$.

- Lo spostamento verticale del punto per effetto della copia $M_{t,a}$ è:

$$\begin{aligned}\zeta_a^{Mta} &= \frac{1}{B}\int_0^{\phi} M_{t,a}\cdot sen\left(\omega\right)\cdot r sen\left(\omega\right) r d\omega \\ &- \frac{1}{C}\int_0^{\phi} M_{t,a}\cdot \cos\left(\omega\right)\cdot r\left[1-\cos\left(\omega\right)\right]\cdot r d\omega = \\ &= \frac{M_{t,a}r^2}{B}\cdot\frac{1}{4}\left[2\phi - sen\left(2\phi\right)\right] - \frac{M_{t,a}r^2}{C}\cdot\frac{1}{4}\left[-\frac{\phi}{2}+sen\left(\phi\right)-\frac{1}{4}sen\left(2\phi\right)\right]\end{aligned} \tag{3.135}$$

- La rotazione flessionale del punto per effetto della copia $M_{t,a}$ è:

$$\begin{aligned}\varphi_a^{Mta} &= \frac{1}{B}\int_0^{\phi} M_{t,a}\cdot sen\left(\omega\right)\cdot\cos\left(\omega\right) r d\omega - \frac{1}{C}\int_0^{\phi} M_{t,a}\cdot\cos\left(\omega\right)\cdot sen\left(\omega\right)\cdot r d\omega = \\ &= M_{t,a}r\cdot\left[\frac{1}{2}sen^2\left(\phi\right)\right]\left[\frac{1}{B}-\frac{1}{C}\right]\end{aligned} \tag{3.136}$$

- La rotazione torsionale del punto per effetto della copia $M_{t,a}$ è

$$\begin{aligned}\vartheta_a^{Mta} &= \frac{1}{B}\int_0^{\phi} M_{t,a}\cdot sen^2\left(\omega\right)\cdot r d\omega + \frac{1}{C}\int_0^{\phi} M_{t,a}\cdot\cos^2\left(\omega\right)\cdot r d\omega = \\ &= \frac{M_{t,a}r}{B}\cdot\frac{1}{4}\left[2\phi - sen\left(2\phi\right)\right] + \frac{M_{t,a}r}{C}\cdot\frac{1}{4}\left[\frac{\phi}{2}+\frac{sen\left(\phi\right)\cdot\cos\left(\phi\right)}{2}\right]\end{aligned} \tag{3.137}$$

Si considera adesso la stessa trave della figura (3.45) dove il carico sulla trave è uniformemente distribuito verso il basso e si vuole determinare il momento flettente ed il momento torcente nella generica sezione S, nonché lo spostamento e le rotazioni dell'estremo libero.

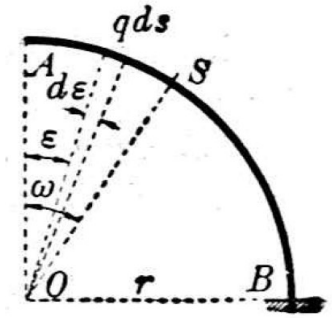


Figura 3.45. Trave ad asse curvilineo soggetto a forza verticale, momento flettente e momento torcente all'estremo A. [180]

- Il momento flettente nella sezione S è:

$$M_f^q = \int_0^\omega -q \cdot r^2 \cdot sen\,(\omega - \varepsilon)\, d\varepsilon = -qr^2 \cdot [1 - \cos(\omega)] \tag{3.138}$$

- Il momento torcente nella sezione S è:

$$M_t^q = \int_0^\omega q \cdot r^2 \cdot [1 - \cos(\omega - \varepsilon)]\, d\varepsilon = qr^2 \cdot [\omega - sen\,(\omega)] \tag{3.139}$$

- Lo spostamento verticale del punto è per effetto del carico P è:

$$\begin{aligned} \zeta_a^q &= \frac{1}{B} \int_0^\phi qr^2 \cdot [1 - \cos(\omega)] \cdot r sen\,(\omega) \cdot r d\omega + \\ &+ \frac{1}{C} \int_0^\phi r^2 \cdot [\omega - sen\,(\omega)] \cdot r\,[1 - \cos(\omega)] \cdot r d\omega = \\ &= \frac{qr^4}{B} \cdot 2sen^4\left(\frac{\phi}{2}\right) + \frac{qr^4}{C} \cdot \frac{1}{2}[\phi - sen\,(\phi)]^2 \end{aligned} \tag{3.140}$$

[180] O. Belluzzi, *Scienza delle costruzioni (Vol.2)*, Zanichelli, 1994, cap. XXI, Le travi nello spazio, p. 495.

- La rotazione flessionale del punto è per effetto del carico P è:

$$\begin{aligned}\varphi_a^q &= \frac{1}{B}\int_0^{\phi} qr^2 \cdot [1-\cos(\omega)] \cdot \cos(\omega) \cdot rd\omega + \\ &+ \frac{1}{C}\int_0^{\phi} r^2 \cdot [\omega - sen(\omega)] \cdot rsen(\omega) \cdot rd\omega = \\ &= \frac{qr^3}{B} \cdot \left[-\frac{\phi}{2} + sen(\phi) - \frac{sen(\phi)\cdot\cos(\phi)}{2}\right] + \\ &+ \frac{qr^3}{C} \cdot \left\{sen(\phi) + \frac{1}{4}\cdot[sen(2\phi) - (2\phi)] - \phi\cos(\phi)\right\}\end{aligned} \tag{3.141}$$

- La rotazione torsionale del punto è per effetto del carico P è:

$$\begin{aligned}\vartheta_a^q &= -\frac{1}{B}\int_0^{\phi} qr^2 \cdot [1-\cos(\omega)] \cdot sen(\omega) \cdot rd\omega \\ &+ \frac{1}{C}\int_0^{\phi} r^2 \cdot [\omega - sen(\omega)] \cdot \cos(\omega) \cdot rd\omega = \\ &= -\frac{qr^3}{B} \cdot \left[2sen^4\left(\frac{\phi}{2}\right)\right] + \frac{qr^3}{C} \cdot \left[-\frac{sen^2(\phi)}{2} + \phi sen(\phi) + \cos(\phi) - 1\right]\end{aligned} \tag{3.142}$$

A questo punto risulta essere tutto noto per lo schema statico trave circolare a mensola. La trattazione teorica trova applicazione pratica in questa Tesi per lo studio dello schema statico semplificato della prima ed ultima campata del viadotto in esame, soggetto al carico uniformemente distribuito delle azioni permanenti strutturali e non strutturali, come estrapolate da contesto strutturale per la validazione dei risultati del modello FEM completo: lo schema statico risulta essere quello di trave a balcone iperstatica incastrata, in corrispondenza delle pile P10 e P11 di continuità, e quelle esterne P9 e P12.

Per questo motivo, per passare dal caso di trave ad asse circolare a mensola a quello di trave ad asse circolare incastrata-appoggiata, utilizzando il principio di sovrapposizione degli effetti, occorre:

- annullare lo spostamento verticale ζ_a dovuto al carico uniformemente distribuito e dalla reazione verticale all'estremo A : sommando i contributi ζ_a^q (Eq. 3.140) e ζ_a^P (Eq. 3.128) ed annullando lo spostamento risultante è possibile ricavare la reazione vincolare offerta dall'appoggio A.

$$\zeta_a^{Rv,A} + \zeta_a^q = 0 \Rightarrow R_{v,A}$$

- annullare la rotazione torsionale ϑ_a dovuto al carico uniformemente distribuito , alla reazione verticale, alla coppia torcente e flettente all'estremo A : sommando i contributi ϑ_a^q (Eq. 3.142), ϑ_a^P (Eq. 3.130), $\vartheta_a^{Mt,A}$ (Eq. 3.137), $\vartheta_a^{Mf,A}$ (Eq. 3.134) ed annullando la rotazione risultante è possibile ricavare il momento torcente offerta dall'appoggio A.

$$\vartheta_a^{Rv,A} + \vartheta_a^q + \vartheta_a^{Mt,A} + \vartheta_a^{Mf,A} = 0 \Rightarrow M_{t,A}$$

Essendo che il momento flettente in corrispondenza dell'appoggio A è nullo non si considera nella sommatoria e per questo motivo non occorre annullare la rotazione flessionale $\phi_a^{Mf,A}$ per ricavarlo.

Il diagramma di momento flettente si ottiene sommando i contributi del carico uniformemente distribuito M_f^q (Eq. 3.138), reazione verticale $M_f^{Rv,A}$, coppia torcente $M_f^{Mt,A}$ e flettente $M_f^{Mf,A}$ (Eq. 3.126) all'estremo A.

$$M_f = M_f^{Rv,A} + M_f^q + M_f^{Mt,A} + M_f^{Mf,A} \tag{3.143}$$

Allo stesso modo il diagramma di momento torcente si ottiene sommando i contributi del carico uniformemente distribuito M_t^q (Eq. 3.139), reazione verticale $M_t^{Rv,A}$, coppia torcente $M_t^{Mt,A}$ e flettente $M_t^{Mf,A}$ (Eq. 3.127) all'estremo A.

$$M_t = M_t^{Rv,A} + M_t^q + M_t^{Mt,A} + M_t^{Mf,A} \tag{3.144}$$

In definitiva i diagrammi che si ottengono hanno l'andamento tipico mostrato nelle figure seguenti (Fig. 3.46 e 3.47).

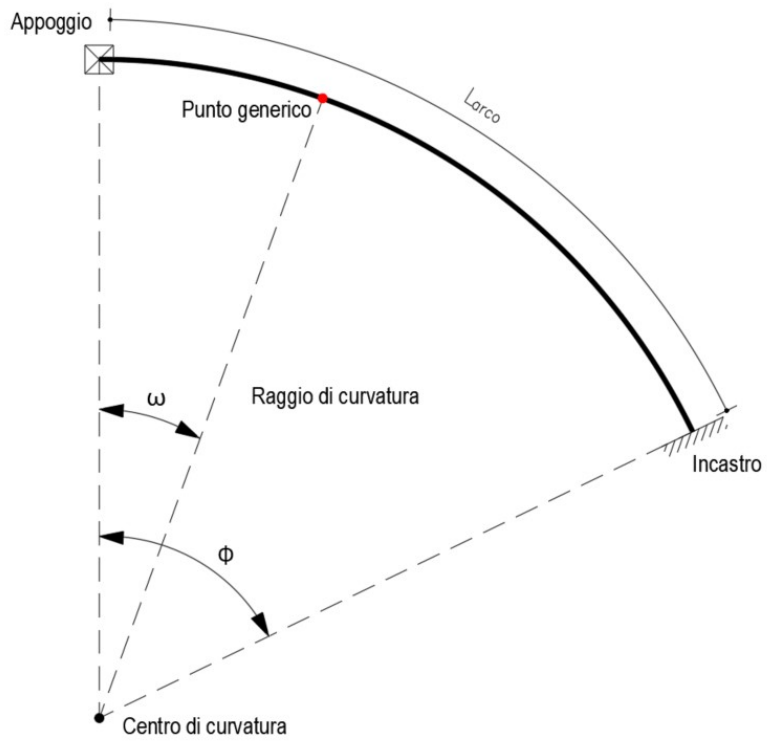


Figura 3.46. Planimetria della trave curvilinea appoggio-incastro.

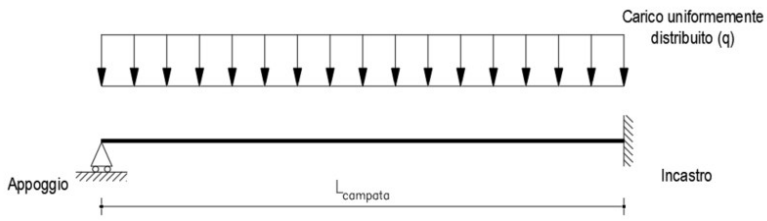


Figura 3.47. Vista frontale della trave curvilinea appoggio-incastro soggetta ad un carico uniformemente distribuito.

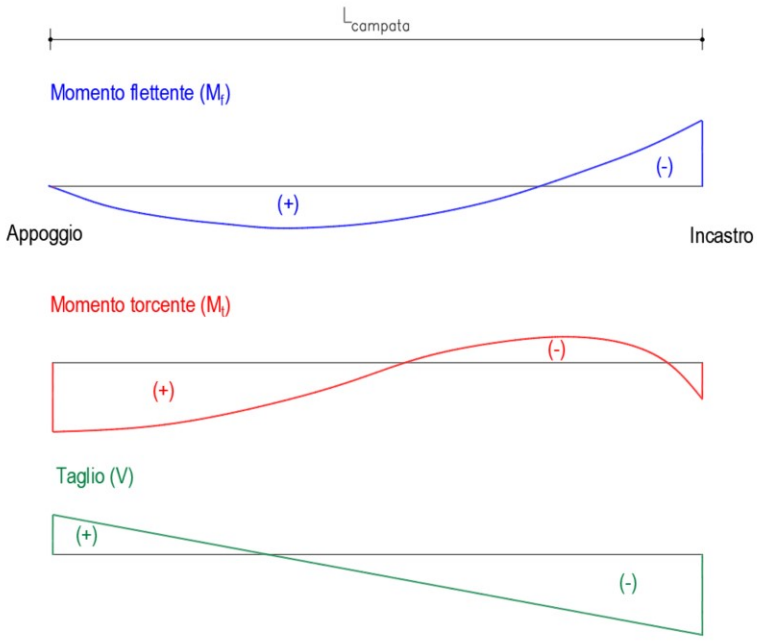


Figura 3.48. Andamento tipico dei diagrammi di momento flettente, torcente e taglio di una trave curvilinea appoggio-incastro.

Soprattutto per quanto riguarda la torsione, l'andamento è qualitativo in quanto i valori all'appoggio potrebbero essere anche negativi o molto piccoli in quanto è molto influenzata dal raggio e dall'angolo sotteso dall'arco di circonferenza (Fig. 3.50 e 3.52).

3.5.2 Caso studio: campate P9-P10 e P11-P12

Viene ora proposto il confronto dei risultati ottenibili dalle due metodologie di calcolo analitiche descritte nei capitoli precedenti per la determinazione della risposta strutturale torsionale, in particolar modo della caratteristica di sollecitazione di momento torcente.

3.5.3 Calcolo analitico

Questo è un utile strumento per la validazione dei dati ricavabili dal modello completo agli elementi finiti del viadotto caso studio in quanto possiede un tracciato planimetrico molto complesso caratterizzato da clotoide (sinistrorsa)-rettifilo-clotoide(destrorsa).

- **Campata tra le pile P9-P10**

Tabella 3.6. Confronto tra grado di vincolo della campata laterale da 76.33[m] tra le pile P9-P10 (2xIper) e laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12 (2xIper).

Trave a balcone	**Vincolo SX**	**Vincolo DX**	**Rotazione flessionale**		**Rotazione torsionale**	
			SX	**DX**	**SX**	**DX**
P9-P10	Cerniera	Incastro	Libera	Vincolata	Vincolata	Vincolata
P11-P12	Incastro	Cerniera	Vincolata	Libera	Vincolata	Vincolata

Si risolve il problema della torsione della campata laterale da 76.33[m] supponendo di estrapolarla dal contesto strutturale e risolvendo lo schema statico di trave balcone iperstatica incastrata in pila P10 e incernierata in pila P9. Dato che tali teorie hanno come ipotesi l'applicazione di un carico uniformemente distribuito, si considera come azione sollecitante quella dei carichi permanenti strutturali e non strutturali riportati in Tabella 3.2.

Tabella 3.7. Caratteristiche geometriche della sezione tipo della campata da 76.33 [m] tra pila P9 e P10, per il problema della trave a balcone iperstatica

CARATTERISTICHE GEOMETRICHE			
N° anime	n_w	2	[-]
Sbalzi	a	2.73	[m]
Larghezza piattabanda inferiore	b	6.50	[m]
Altezza del cassone	h	4.00	[m]
Spessore piattabanda superiore	t_s	0.034	[m]
Spessore piattabanda inferiore	t_i	0.017	[m]
Spessore anime	t_w	0.017	[m]
Area della sezione	A	0.65	[m^2]
Momento statico rispetto X_{INF}	$S_{X,INF}$	1.90	[m^3]
Ascissa baricentro	X_G	0.00	[m]
Ordinata baricentro	$Y_{G,INF}$	2.91	[m]
h - $Y_{G,INF}$	h_G	1.09	[m]
Momento d'inerzia rispetto X_G	$I_{G,X}$	1.71	[m^4]
Momento d'inerzia rispetto Y_G	$I_{G,Y}$	6.66	[m^4]
Area interna a taglio	Ω	52.00	[m^2]
Circuitazione geometrica	$H = \int_{\mathscr{C}} \frac{ds}{t(s)}$	1 044.12	[-]
Fattore di rigidezza torsionale	$J = \frac{4\Omega^2}{H}$	2.59	[m^4]

Le dimensioni di massima (Tab. 3.7) della sezione a cassone presa come riferimento sono deducibili dalla figura (3.49).

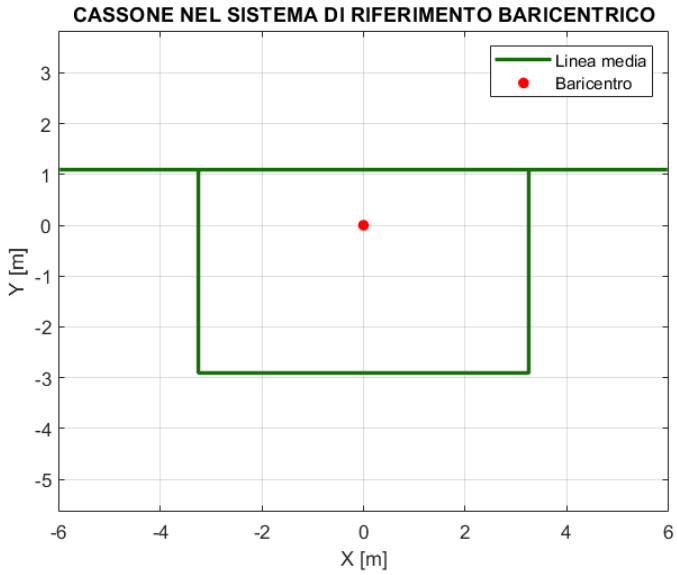


Figura 3.49. Linea media della sezione trasversale del cassone della campata tra pila P9 e P10 per la risoluzione del problema della trave a balcone iperstatica.

Dalla trattazione di Odone Belluzzi, si ricavano la reazione verticale R_a e il momento torcente T_a in corrispondenza dell'estremità appoggiata (Tab.3.8).

Tabella 3.8. Campata da 76.33[m] tra pila P9 e P10 - Risoluzione della trave a balcone iperstatica-appoggiata alle estremità soggetta ai carichi permanenti.

MOMENTO FLETTENTE E TORCENTE DI ESTREMITÀ			
Rapporto tra rigidezze	γ	1.75	[-]
Raggio di curvatura	r	1 200.00	[m]
Lunghezza campata	$L_{P9\text{-}P10}$	76.33	[m]
Angolo sotteso dalla campata	ϕ	0.0636	[rad]
		3.6445	[°]
Distanza tra centro di curvatura e baricentro dell'arco	OG	1 199.80	[m]
Freccia dell'arco	f	0.61	[m]
Carico uniformemente distribuito	w	88.00	[kN/m]
Reazione vincolare	R_a	2 518.55	[kN]
Momento flettente di estremità B	M_a	0.00	[kNm]
Momento torcente di estremità	T_a	-680.38	[kNm]

Sostituendo i valori della tabella (3.8) nelle equazioni (3.126) e (3.127) è possibile ricavare l'andamento del momento flettente e torcente al variare dell'angolo ω sotteso dal generico punto dell'asse dell'impalcato.

Di seguito si riportano i confronti tra il calcolo analitico della teoria della trave a balcone iperstatica incastro-appoggio, che considera le condizioni di vincolo di tabella 3.6. L'influenza della condizione di vincolo assume un'importanza significativa: infatti si nota che al variare di tale ipotesi il momento torcente e quello flettente sono è fortemente influenzati.

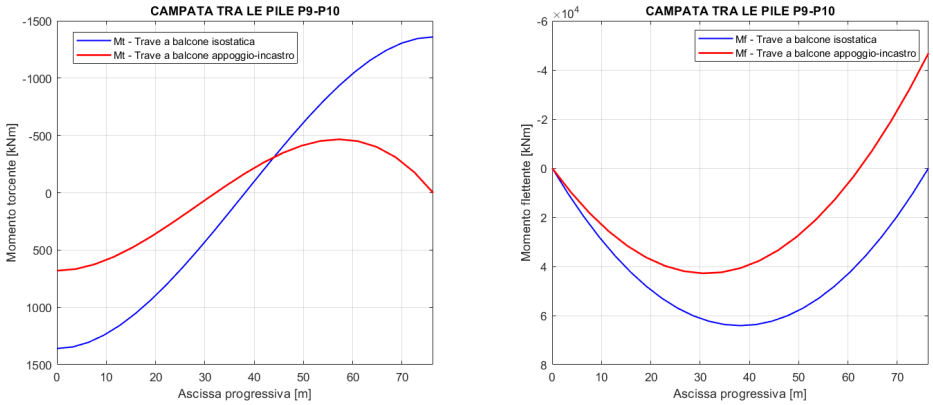


Figura 3.50. Campata P9-P10. Diagramma di momento torcente (sinistra) e flettente (destra) per la trave a balcone appoggiata-incastrata alle estremità, sotto l'azione dei carichi permanenti.

- **Campata tra le pile P11-P12**

Si risolve il problema della torsione della campata laterale da 83.25[m] supponendo di estrapolarla dal contesto strutturale e risolvendo lo schema statico di trave balcone iperstatica incastrata in pila P11 e incernierata in ila P12. Dato che tali teorie hanno come ipotesi l'applicazione di un carico uniformemente distribuito, si considera come azione sollecitante quella dei carichi permanenti strutturali e non strutturali riportati in tabella 3.2.

Le dimensioni di massima (Tab. 3.9) della sezione a cassone presa come riferimento sono deducibili dalla figura (3.51).

Tabella 3.9. Caratteristiche geometriche della sezione tipo della campata da 83.25 [m] tra pila P11 e P12, per il problema della trave a balcone iperstatica

CARATTERISTICHE GEOMETRICHE			
N° anime	n_w	2	[-]
Sbalzi	a	2.73	[m]
Larghezza piattabanda inferiore	b	6.50	[m]
Altezza del cassone	h	4.14	[m]
Spessore piattabanda superiore	t_s	0.034	[m]
Spessore piattabanda inferiore	t_i	0.017	[m]
Spessore anime	t_w	0.017	[m]
Area della sezione	A	0.66	[m^2]
Momento statico rispetto X_{INF}	$S_{X,INF}$	1.97	[m^3]
Ascissa baricentro	X_G	0.00	[m]
Ordinata baricentro	$Y_{G,INF}$	3.00	[m]
h - $Y_{G,INF}$	h_G	1.14	[m]
Momento d'inerzia rispetto X_G	$I_{G,X}$	1.84	[m^4]
Momento d'inerzia rispetto Y_G	$I_{G,Y}$	6.71	[m^4]
Area interna a taglio	Ω	53.82	[m^2]
Circuitazione geometrica	$H = \int_{\mathscr{C}} \frac{ds}{t(s)}$	1 060.59	[-]
Fattore di rigidezza torsionale	$J = \frac{4\Omega^2}{H}$	2.73	[m^4]

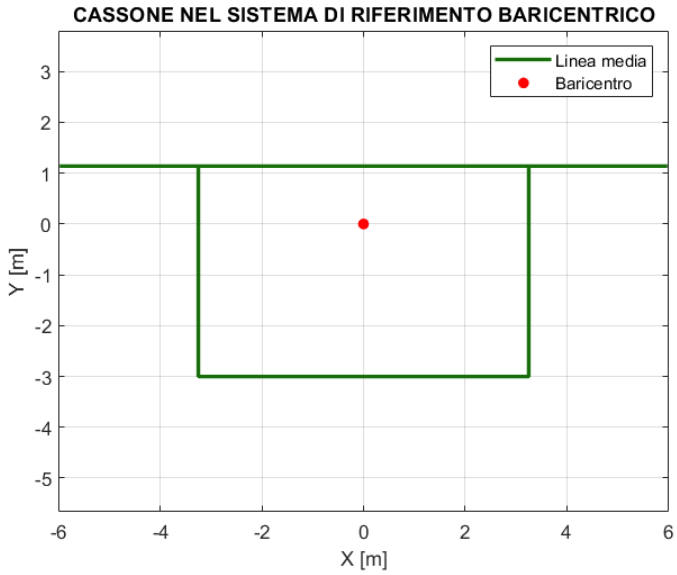


Figura 3.51. Linea media della sezione trasversale del cassone della campata tra pila P11 e P12 per la risoluzione del problema della trave a balcone iperstatica.

Dalla trattazione di Odone Belluzzi, si ricavano la reazione verticale R_a e il momento torcente T_a in corrispondenza dell'estremità appoggiata (Tab.3.10).

Tabella 3.10. Campata da 83.25[m] tra pila P11 e P12 - Risoluzione della trave a balcone iperstatica-appoggiata alle estremità soggetta ai carichi permanenti.

MOMENTO FLETTENTE E TORCENTE DI ESTREMITÀ			
Rapporto tra rigidezze	γ	1.75	[-]
Raggio di curvatura	r	1 200.00	[m]
Lunghezza campata	$L_{P11\text{-}P12}$	83.25	[m]
Angolo sotteso dalla campata	ϕ	0.0694	[rad]
		3.9749	[°]
Distanza tra centro di curvatura e baricentro dell'arco	OG	1 199.76	[m]
Freccia dell'arco	f	0.72	[m]
Carico uniformemente distribuito	w	88.00	[kN/m]
Reazione vincolare	R_a	2 746.79	[kN]
Momento flettente di estremità B	M_a	0.00	[kNm]
Momento torcente di estremità	T_a	-881.29	[kNm]

Sostituendo i valori della tabella (3.10) nelle equazioni (3.126) e (3.127) è possibile ricavare l'andamento del momento flettente e torcente al variare dell'angolo ω sotteso dal generico punto dell'asse dell'impalcato.

Di seguito si riportano i confronti tra il calcolo analitico della teoria della trave a balcone iperstatica incastro-appoggio, che considera le condizioni di vincolo di tabella 3.6. L'influenza della condizione di vincolo assume un'importanza significativa: infatti si nota che al variare di tale ipotesi il momento torcente e quello flettente sono è fortemente influenzati.

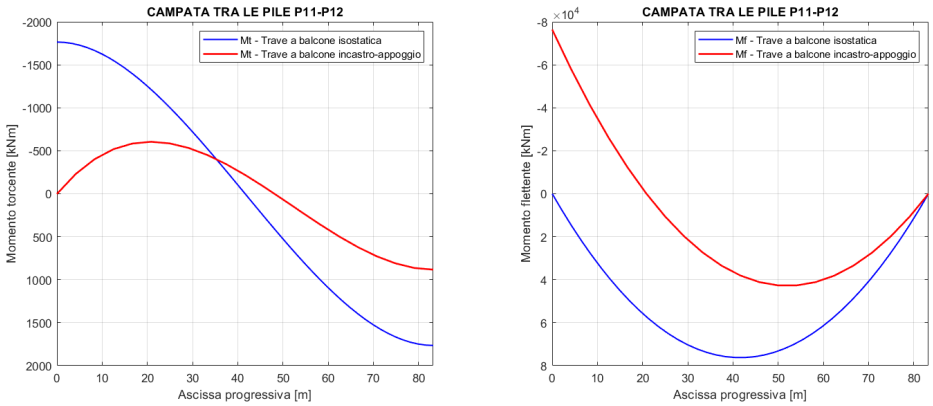


Figura 3.52. Campata P11-P12. Diagramma di momento torcente (sinistra) e flettente (destra) per la trave a balcone isostatica ed incastrata-appoggiata alle estremità, sotto l'azione dei carichi permanenti.

3.6 Analisi FEM

Data la complessità della configurazione geometrica reale del viadotto è di utile supporto la creazione di un modello agli elementi finiti; in questo capitolo si descriveranno i modelli FEM unifilari realizzati Midas GEN e DIANA FEA per comprendere la risposta torsionale sotto carichi uniformemente distribuiti che rappresenta un caso standard che è possibile trattare anche analiticamente confrontandone i risultati.

I risultati della teoria della trave curvilinea nel piano orizzontale saranno utilizzati per validare i risultati dei modelli FEM in Midas GEN e DIANA FEA per il viadotto oggetto di studio considerandolo soggetto all'azione dei carichi permanenti propri e non strutturali (Fig 3.53).

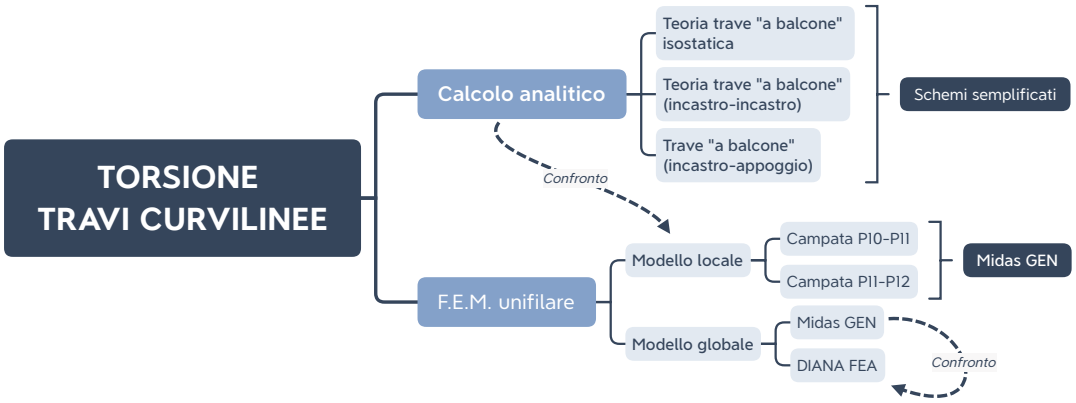


Figura 3.53. Diagramma di flusso dello studio teorico e dei confronti con i modelli FEM del viadotto caso studio.

3.6.1 Midas GEN

- **Modello campata tra le pile P10-P11**

Viene analizzata la seconda campata del viadotto oggetto di studio attraverso due modelli FEM distinti in Midas GEN, le cui caratteristiche sono riassumibili nella tabella seguente.

Tabella 3.11. Principali differenze dei modelli FEM della campata tra le pile P10-P11 estrapolata dal contesto strutturale.

Midas GEN	Sez. Cassone	Vincolo SX	Vincolo DX
1-C2	Equivalente	Incastro	Incastro
2-C2	Reale	Incastro	Incastro

1) **Modello 1-C2**:

Il primo come validazione dei risultati ottenibili con la trattazione teorica di Y-C. Wong [181] (Fig.3.54), a cui sono state assegnate le caratteristiche geometriche riportate in Tabella (3.3).

[181] Y.-C. Wong.*Horizontally curved beam analysis and design*, Corvallis (OR):Oregon State University, 1970.

Tabella 3.12. Caratteristiche geometriche delle sezioni utilizzate nella discretizzazione della campata tra pila P10 e P11 nel modello FEM in Midas GEN.

CARATTERISTICHE GEOMETRICHE					
ID	24	25	26	27	[-]
Name	**S_I**	**S_J**	**S_K**	**S_L**	[-]
A	0.65	0.60	0.53	0.49	[m^2]
Asy	0.23	0.22	0.18	0.18	[m^2]
Asz	0.14	0.13	0.11	0.09	[m^2]
Ixx	3.35	3.06	2.54	2.24	[m^4]
Iyy	3.68	3.40	2.83	2.63	[m^4]
Izz	6.56	6.24	5.83	5.55	[m^4]
Cyp	6.38	6.38	6.37	6.37	[m]
Cym	6.38	6.38	6.38	6.38	[m]
Czp	2.61	2.48	2.18	2.06	[m]
Czm	2.89	3.02	3.32	3.44	[m]
Qyb	22.90	24.20	23.79	11.64	[m^2]
Qzb	3.19	3.03	2.84	2.69	[m^2]
Peri:O	44.24	44.24	44.24	44.24	[m]
Peri:I	59.04	59.06	59.08	59.09	[m]

dove:

- A_{sy} è l'area effettiva a taglio (//y);

- A_{sz} è l'area effettiva a taglio (//z);

- I_{xx} è la resistenza torsionale attorno asse locale x-elemento;

- I_{yy} è il momento d'inerzia flessionale attorno asse locale y-elemento;

- I_{zz} è il momento d'inerzia flessionale attorno asse locale z-elemento;

- C_{yp} è la distanza tra asse neutro e intradosso della sezione (local +y);

- C_{ym} è la distanza tra asse neutro e intradosso della sezione (local -y);

- C_{zp} è la distanza tra asse neutro e intradosso della sezione (local +z);

- C_{zm} è la distanza tra asse neutro e intradosso della sezione (local -z);

- Q_z è il momento statico attorno z;

- Q_{yb} è il momento statico attorno y;

- $Peri : O$ è il perimetro della sezione;

- $Peri : I$ è il perimetro interno della sezione cava.

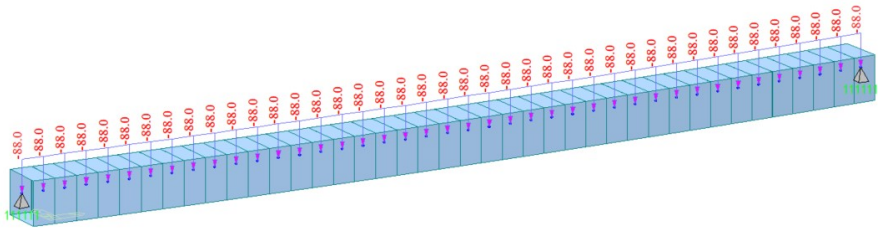


Figura 3.54. Modello FEM in Midas GEN, Trave a balcone incastrata-incastrata da 120[m] tra le pile P10-P11, Vista 3D con ingombri, Carico permanente.

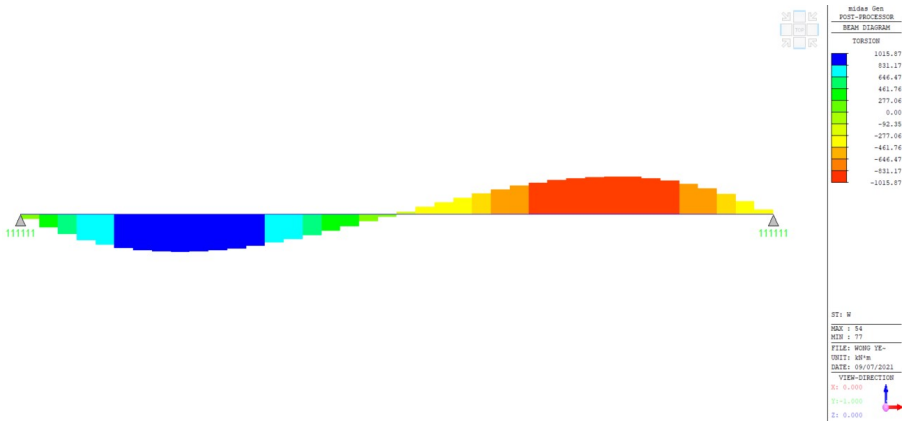


Figura 3.55. Modello FEM in Midas GEN, Trave a balcone incastrata-incastrata da 120[m] tra le pile P10-P11 a cassone equivalente, Momento torcente, Carico permanente.

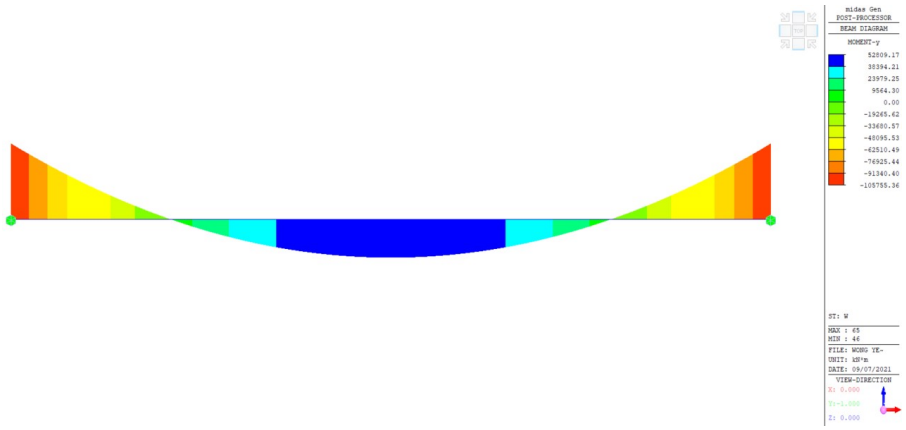


Figura 3.56. Modello FEM in Midas GEN, Trave a balcone incastrata-incastrata da 120[m] tra le pile P10-P11 a cassone equivalente, Momento flettente, Carico permanente.

2) **Modello 2-C2**:

Il secondo modello è invece rappresentativo della configurazione geometrica approssimata con raggio di curvatura pari a 1200[m], e simmetrica, del viadotto oggetto di studio (Fig. 3.57). Le sezioni che sono state assegnate agli elementi trave (*General Beam*) (Fig. 3.54) sono quelle reali deducibili dagli As-Built, relativamente al profilo longitudinale [182] e la sezione trasversale [183], del progetto originario e

[182]Studio di Ingegneria Civile Prof. Ing. Pietro e Giuseppe Matildi. Autostrada Mestre Vittorio Veneto - Pian di Vedoia, Tronco Mestre Vittorio Veneto - Piandi Vedoia, Lotto n°8, *Assieme travata L=120.00m*, Tavola 6, Bologna, 30 Novembre 1989.

[183]Studio di Ingegneria Civile Prof. Ing. Pietro e Giuseppe Matildi. Autostrada Mestre

dal Capitolo 2 del presente elaborato (Tab. 3.12).

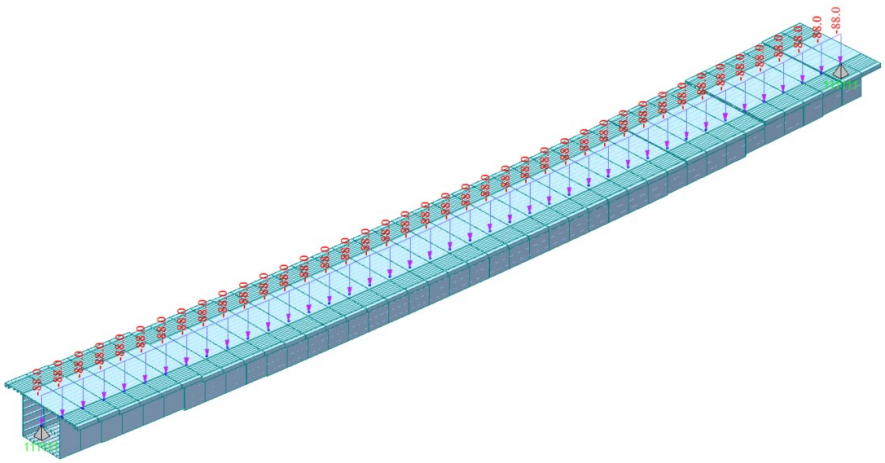


Figura 3.57. Modello FEM in Midas GEN, Trave a balcone incastrata-incastrata da 120[m] tra le pile P10-P11, Vista 3D con ingombri, Carico permanente.

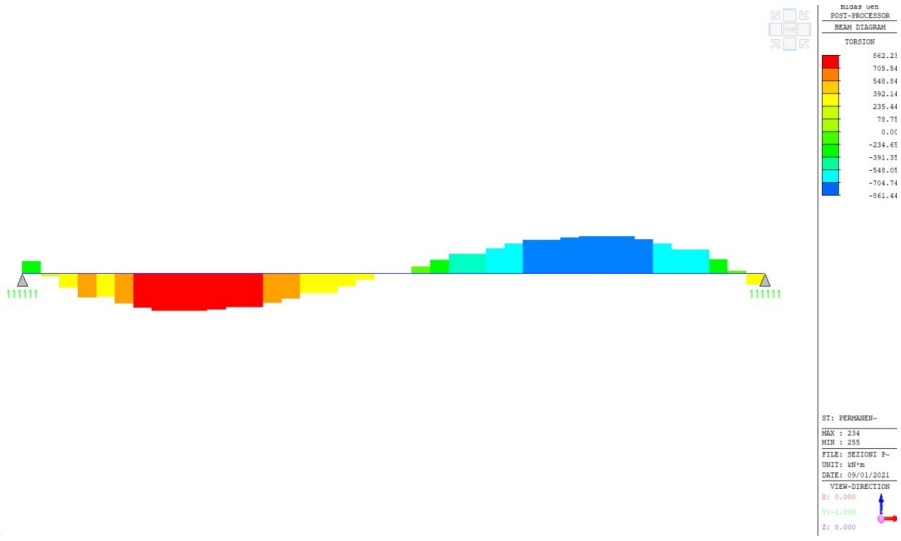


Figura 3.58. Modello FEM in Midas GEN, Trave a balcone incastrata-incastrata da 120[m] tra le pile P10-P11, Momento torcente, Carico permanente.

Vittorio Veneto - Pian di Vedoia, Tronco Mestre Vittorio Veneto - Piandi Vedoia, Lotto n°8, *Sezioni - Dettagli diaframmi intermedi*, Tavola 3, Bologna, 30 Novembre 1989.

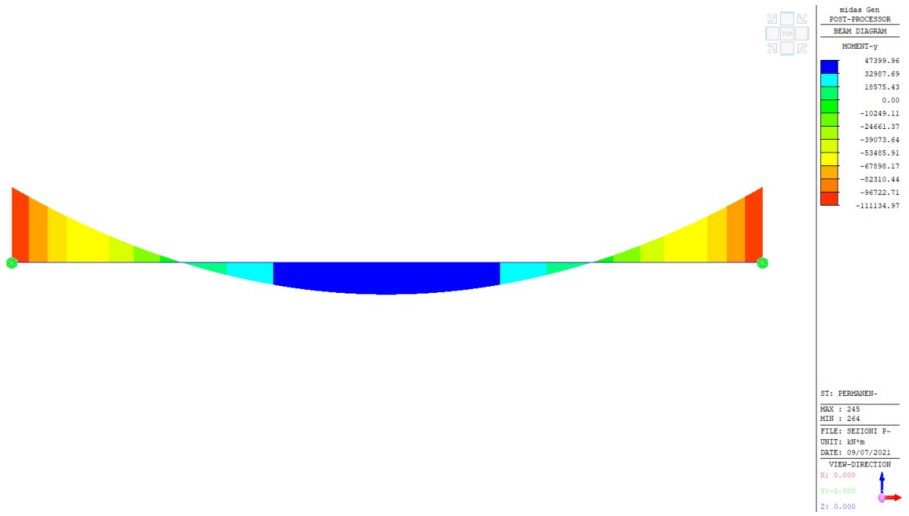


Figura 3.59. Modello FEM in Midas GEN, Trave a balcone incastrata-incastrata da 120[m] tra le pile P10-P11, Momento flettente, Carico permanente.

- **Modello campata tra le pile P11-P12**

Viene analizzata la seconda campata del viadotto oggetto di studio attraverso quattro modelli FEM distinti in Midas GEN, le cui caratteristiche sono riassumibili nella tabella seguente.

Tabella 3.13. Principali differenze dei modelli FEM della campata tra le pile P11-P12 estrapolata dal contesto strutturale.

Midas GEN	Sez. Cassone	Vincolo SX	Vincolo DX
1-C3	Equivalente	Incastro	BeamEndRelease (My)
2-C3	Reale	Incastro	Cerniera ext.
3-C3	Equivalente	Incastro	BeamEndRelease (My)
4-C3	Reale	Incastro	Cerniera ext.

1) **Modello 1-C3**:

Il primo modello viene utilizzato come validazione dei risultati ottenibili con la trattazione teorica di O. Belluzzi [184] (Fig. 3.61), a cui sono state assegnate le caratteristiche geometriche riportate in Tabella (3.9). Esso è rappresentativo della

[184] O. Belluzzi, *Scienza delle costruzioni (Vol.2)*, Zanichelli, 1994.

configurazione geometrica approssimata con curva sinistrorsa di raggio di curvatura pari a 1200[m], e simmetrica, del viadotto oggetto di studio.

Per attribuire condizioni di vincolo coerenti con le ipotesi teoriche è necessario incastrare il nodo in corrispondenza della pila P11, mentre per il nodo in corrispondenza della pila P12 è necessario attribuire il vincolo di incastro e assegnare un *Beam End Release* annullando il momento flettente del nodo-j nell'ultimo elemento della campata (Fig. 3.60).

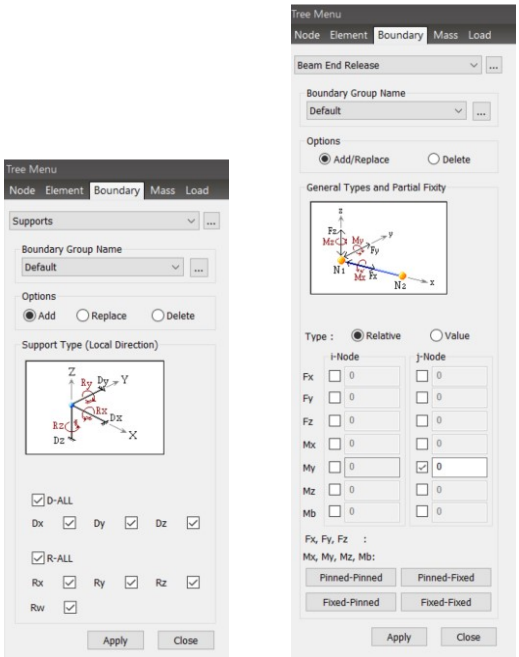


Figura 3.60. Attribuzione dei vincolo di incastro, per la pila P11 e P12, (sinistra) e svincolo flessionale (destra) della pila P12 in Midas GEN.

Le dimensioni di massima (Tab. 3.9) della sezione a cassone presa come riferimento sono deducibili dalla Figura (3.51).

I valori di momento flettente M_b e di momento torcente T_b all'incastro sono stati ricavati dal FEM (Tab.3.4) e verranno sostituiti all'interno della trattazione di Y-C. Wong per ricavare l'andamento del momento flettente (Eq. 3.109) e torcente (Eq. 3.110).

Tabella 3.14. Confronto tra grado di vincolo della campata centrale da 120[m] tra le pile P10-P11 (3xIper) e laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12 (2xIper).

Trave a balcone	**Vincolo SX**	**Vincolo DX**	**Rotazione flessionale**		**Rotazione torsionale**	
			SX	**DX**	**SX**	**DX**
P9-P10	Cerniera	Incastro	Libera	Vincolata	Vincolata	Vincolata
P10-P11	Incastro	Incastro	Vincolata	Vincolata	Vincolata	Vincolata
P11-P12	Incastro	Cerniera	Vincolata	Libera	Vincolata	Vincolata

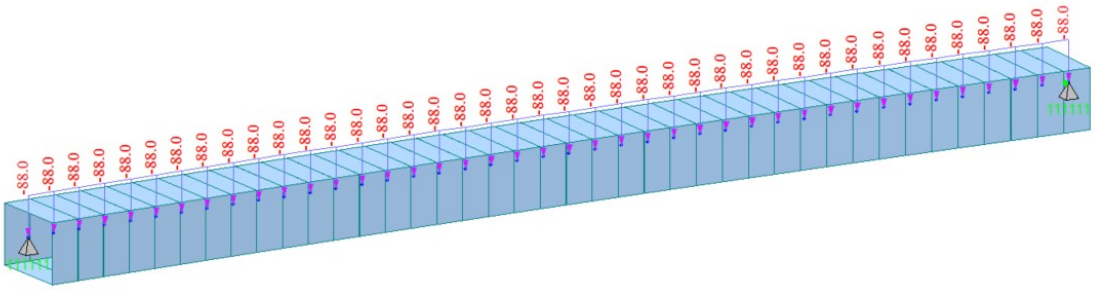


Figura 3.61. Modello FEM in Midas GEN, Trave a balcone laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12 a cassone equivalente, Vista 3D con ingombri, Carico permanente.

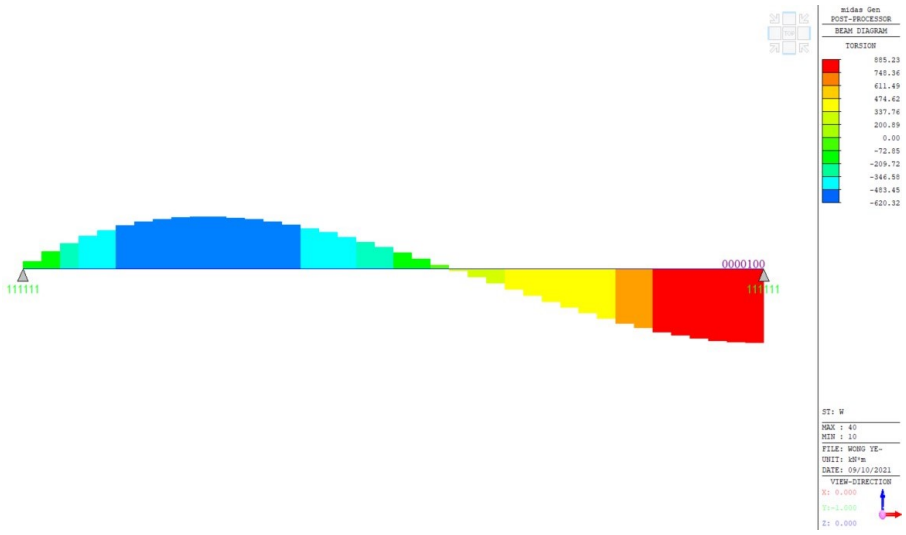


Figura 3.62. Modello FEM in Midas GEN, Trave a balcone laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12 a cassone equivalente, Momento torcente, Carico permanente.

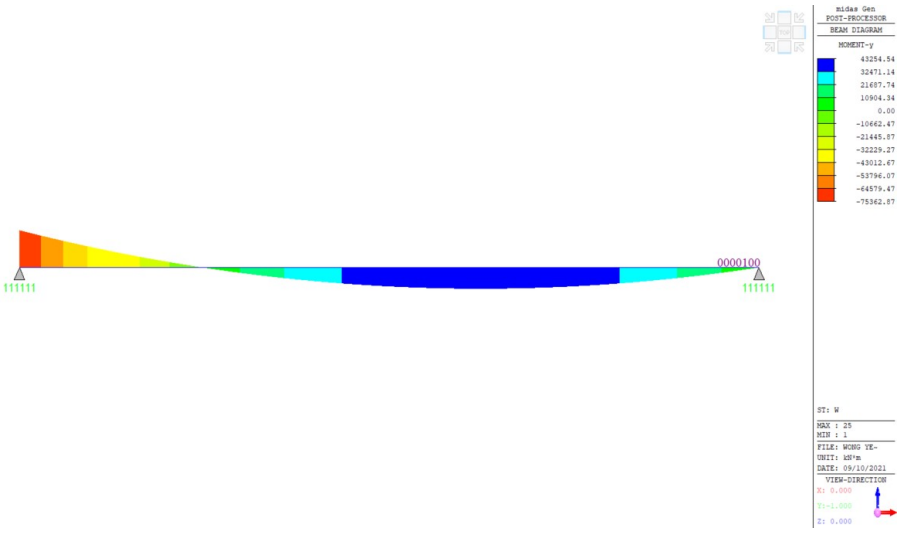


Figura 3.63. Modello FEM in Midas GEN, Trave a balcone laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12 a cassone equivalente, Momento flettente, Carico permanente.

2) **Modello 2-C3**:

Il secondo modello è invece rappresentativo della configurazione geometrica approssimata con raggio di curvatura pari a 1200[m], e simmetrica, del viadotto oggetto di studio (Fig. 3.64). Le sezioni che sono state assegnate agli elementi trave (*General Beam*) sono quelle reali deducibili dagli As-Built, relativamente al profilo longitudinale [185] e la sezione trasversale [186], del progetto originario e dal Capitolo 2 del presente elaborato (Tab. 3.12). Le condizioni di vicolo sono le stesse della figura (3.60).

[185]Studio di Ingegneria Civile Prof. Ing. Pietro e Giuseppe Matildi. Autostrada Mestre Vittorio Veneto - Pian di Vedoia, Tronco Mestre Vittorio Veneto - Piandi Vedoia, Lotto n°8, *Assieme travata L=85.00m*, Tavola 6, Bologna, 30 Novembre 1989.

[186]Studio di Ingegneria Civile Prof. Ing. Pietro e Giuseppe Matildi. Autostrada Mestre Vittorio Veneto - Pian di Vedoia, Tronco Mestre Vittorio Veneto - Piandi Vedoia, Lotto n°8, *Sezioni - Dettagli diaframmi intermedi*, Tavola 3, Bologna, 30 Novembre 1989.

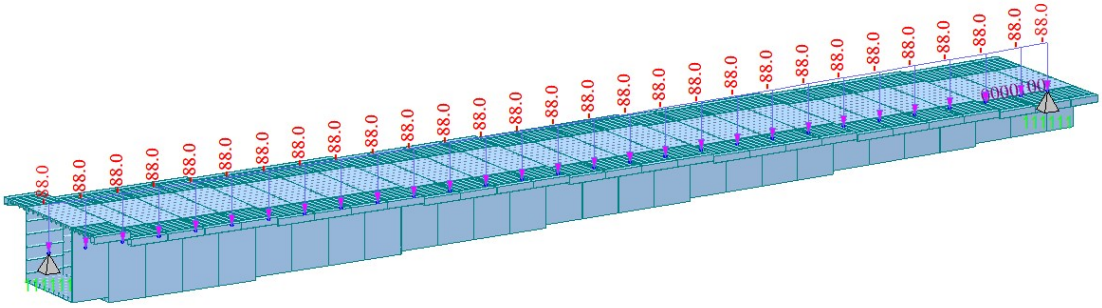


Figura 3.64. Modello FEM in Midas GEN, Trave a balcone laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12, Vista 3D con ingombri, Carico permanente.

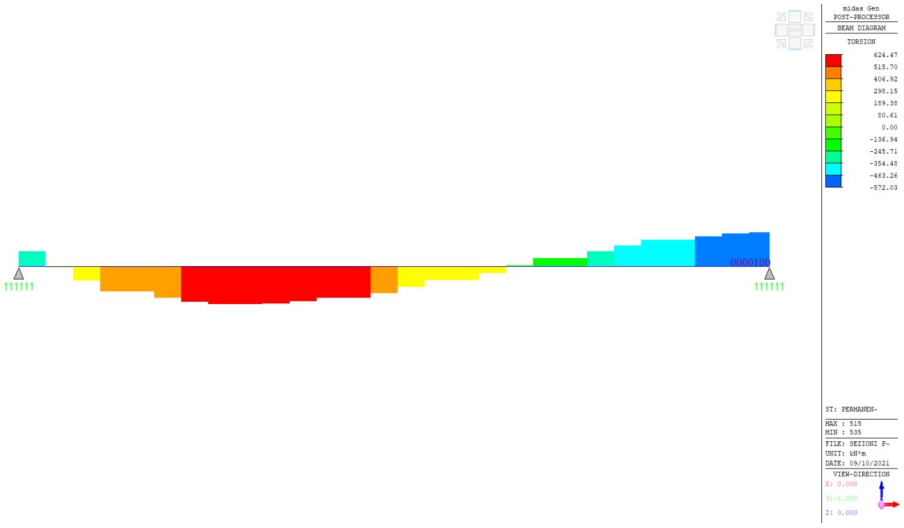


Figura 3.65. Modello FEM in Midas GEN, Trave a balcone laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12, Momento torcente, Carico permanente.

Tabella 3.15. Caratteristiche geometriche delle sezioni utilizzate nella discretizzazione della campata laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12 nel modello FEM in Midas GEN.

CARATTERISTICHE GEOMETRICHE															
ID	Name [-]	Area [m2]	Asy [m2]	Asz [m2]	Ixx [m4]	Iyy [m4]	Izz [m4]	Cyp [m]	Cym [m]	Czp [m]	Czm [m]	Qyb [m2]	Qzb [m2]	Peri:O [m]	Peri:I [m]
18	**S_A**	0.45	0.18	0.05	0.88	0.72	5.10	6.37	6.38	1.12	1.88	5.37	2.43	38.95	51.20
25	**S_I**	0.65	0.23	0.14	3.35	3.68	6.56	6.38	6.38	2.61	2.89	22.90	3.19	44.24	59.04
29	**S_C_3**	0.46	0.18	0.05	1.06	0.91	5.19	6.37	6.38	1.25	2.10	12.58	2.48	39.67	51.88
30	**S_D_3**	0.47	0.18	0.06	1.28	1.17	5.29	6.37	6.38	1.41	2.34	14.37	2.54	40.47	52.68
31	**S_E_3**	0.48	0.18	0.07	1.52	1.47	5.44	6.37	6.38	1.58	2.57	16.41	2.62	41.33	54.75
32	**S_F_3**	0.49	0.18	0.08	1.76	1.80	5.53	6.38	6.37	1.73	2.82	18.29	2.68	42.13	55.55
33	**S_G_3**	0.51	0.18	0.09	2.04	2.18	5.68	6.37	6.38	1.91	3.04	20.42	2.76	43.00	57.61
34	**S_H_3**	0.52	0.18	0.10	2.30	2.58	5.79	6.37	6.38	2.06	3.29	10.87	2.82	43.80	58.41

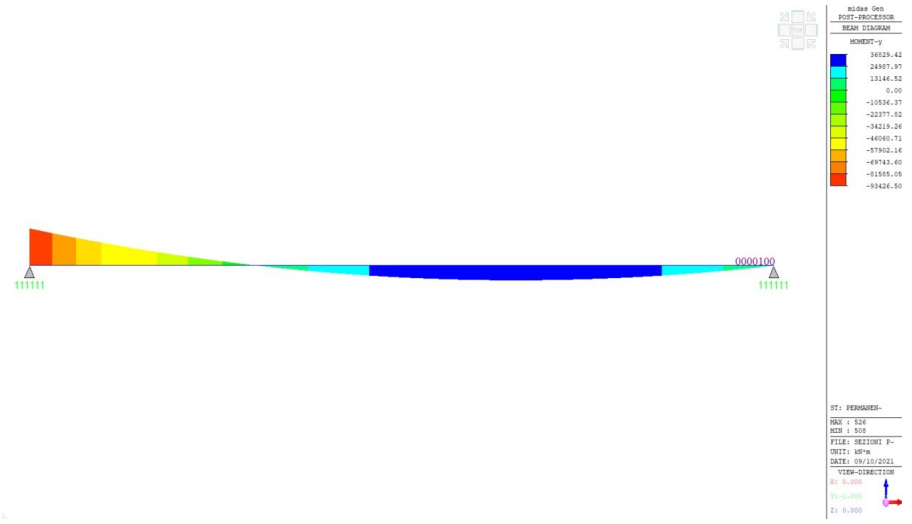


Figura 3.66. Modello FEM in Midas GEN, Trave a balcone laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12, Momento flettente, Carico permanente.

3) **Modello 3-C3**:

Il terzo modello risulta essere identico al Modello 1-C3, quindi un modello equivalente alla campata reale, ma viene modificata la condizione di vincolo rendendola più aderente a quella che sarà utilizzata nel modello completo: al nodo in corrispondenza della pila P12 viene assegnata una cerniera esterna (Fig. 3.70).

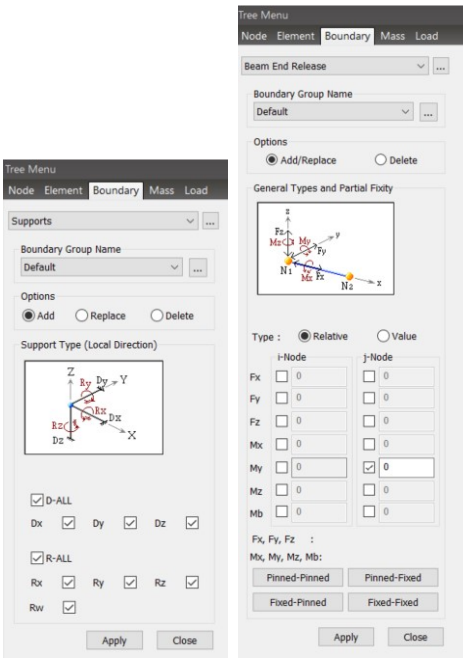


Figura 3.67. Attribuzione dei vincolo cerniera (incastro con *Beam End Release* della pila P12 in Midas GEN.

Di seguito si riportano i diagrammi delle sollecitazioni di momento torcente e flettente.

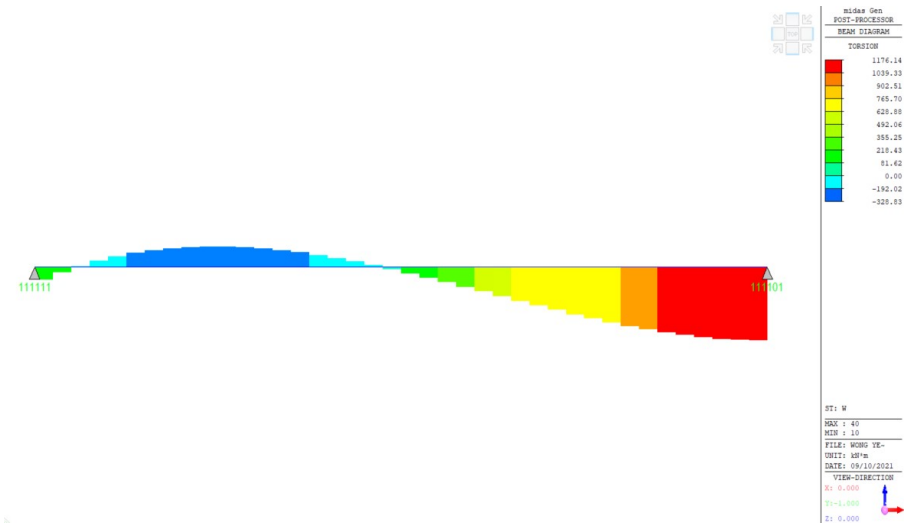


Figura 3.68. Modello 3-C3 in Midas GEN, Trave a balcone laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12, Momento torcente, Carico permanente.

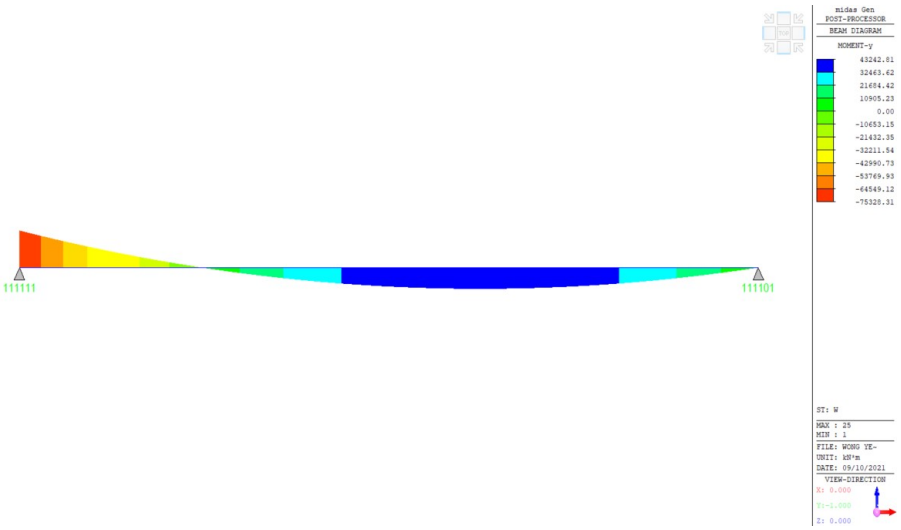


Figura 3.69. Modello 3-C3 in Midas GEN, Trave a balcone laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12, Momento flettente, Carico permanente.

È possibile notare che lato flessione la risposta è praticamente la stessa, mentre lato torsione questo vincolo in Midas GEN produce una traslazione del diagramma.

3) **Modello 4-C3**:

Il quarto modello risulta essere identico al Modello 2-C3, quindi un modello del cassone reale, ma viene modificata la condizione di vincolo rendendola più aderente a quella che sarà utilizzata nel modello completo: al nodo in corrispondenza della pila P12 viene assegnata una cerniera esterna (Fig. 3.70).

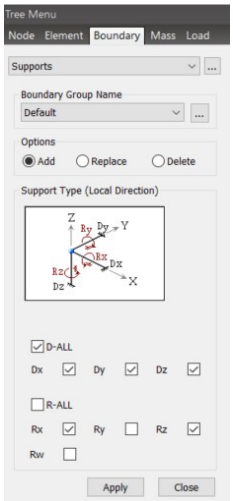


Figura 3.70. Attribuzione dei vincolo cerniera della pila P12 in Midas GEN.

Di seguito si riportano i diagrammi delle sollecitazioni di momento torcente e flettente.

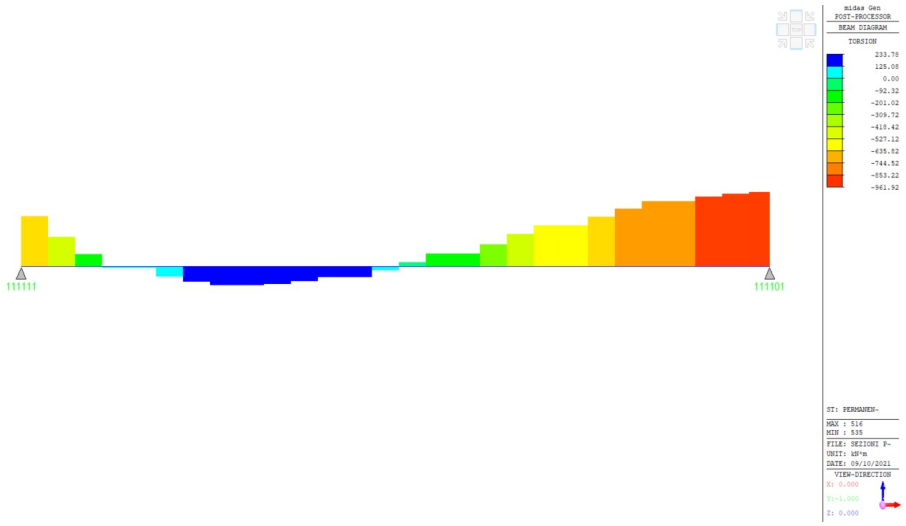


Figura 3.71. Modello 4-C3 in Midas GEN, Trave a balcone laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12, Momento torcente, Carico permanente.

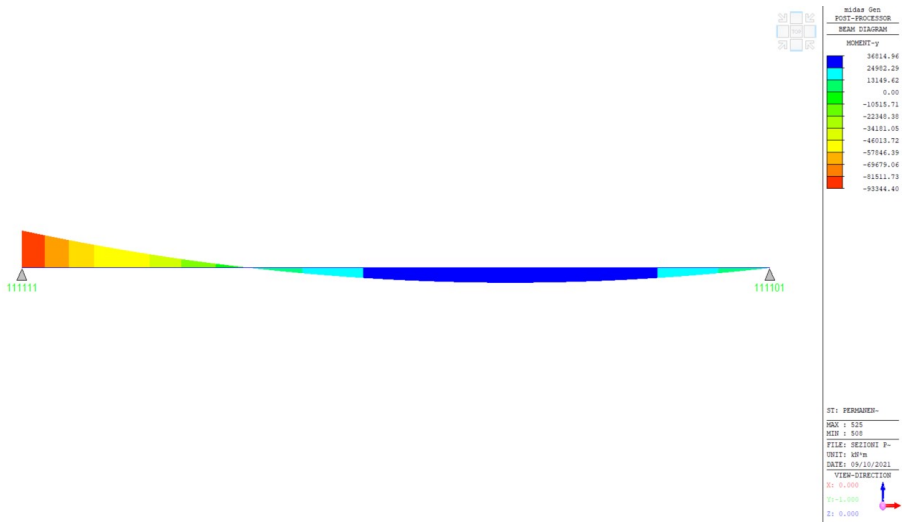


Figura 3.72. Modello 4-C3 in Midas GEN, Trave a balcone laterale da 83.25[m] tra le pile P11-P12, Momento flettente, Carico permanente.

È possibile notare che lato flessione la risposta è praticamente la stessa, mentre lato torsione questo vincolo in Midas GEN produce una traslazione del diagramma.

- **Modello completo tra le pile P9-P12**

Le caratteristiche planimetriche del modello FEM (Fig. 3.73) sono quelle approssimate curve a raggio costante (Tab. 3.1). Il carico agente è quello permanente (Fig. 3.74).

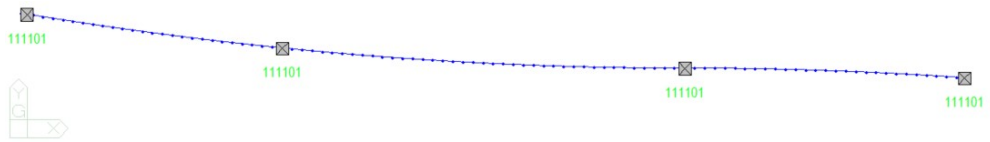


Figura 3.73. Modello FEM in Midas GEN, Intero viadotto, Planimetria e Mesh.

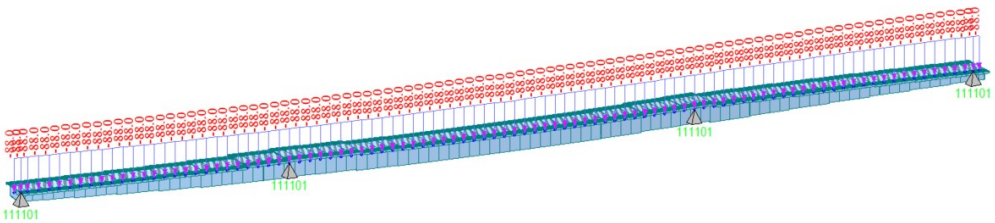


Figura 3.74. Modello FEM in Midas GEN, Intero viadotto, Vista 3D con ingombri, Carico permanente.

Le sezioni trasversali sono state attribuite agli elementi *General Beam* tenendo in considerazione la variazione lineare dell'altezza del cassone, crescente per la campata P9-P10 e decrescente per la campata P11-P12 in direzione dell'asse di riferimento globale *X-GCS* del modello (Tab. 3.12).

Ai nodi in corrispondenza delle pile sono stati applicati dei vincoli rigidi rappresentativi dello schema degli appoggi del viadotto (Tab. 2.2 e 2.3): le traslazioni sono vincolate P10 e libere in P9, P11 e P12, le rotazioni flessionali sono libere in tutte le pile mentre le rotazioni flessionali sono al contrario impedite in tutte le pile.

Di seguito sono riportati i diagrammi di momento flettente e torcente.

Tabella 3.16. Caratteristiche geometriche delle sezioni utilizzate nella discretizzazione dell'intero viadotto tra pila P9-P12 nel modello FEM in Midas GEN.

CARATTERISTICHE GEOMETRICHE															
ID	Name [-]	Area [m^2]	Asy [m^2]	Asz [m^2]	Ixx [m^4]	Iyy [m^4]	Izz [m^4]	Cyp [m]	Cym [m]	Czp [m]	Czm [m]	Qyb [m^2]	Qzb [m^2]	Peri:O [m]	Peri:I [m]
18	**S_A**	0.45	0.18	0.05	0.88	0.72	5.10	6.37	6.38	1.12	1.88	5.37	2.43	38.95	51.20
19	**S_B**	0.45	0.18	0.05	0.97	0.81	5.15	6.37	6.38	1.19	1.99	11.83	2.46	39.33	51.54
20	**S_C**	0.45	0.18	0.05	1.12	1.04	5.10	6.37	6.38	1.33	2.25	15.96	2.43	40.11	52.37
21	**S_D**	0.46	0.18	0.06	1.36	1.33	5.24	6.37	6.38	1.50	2.52	18.36	2.51	41.04	54.50
22	**S_E**	0.47	0.18	0.07	1.60	1.67	5.33	6.37	6.38	1.67	2.79	20.73	2.56	41.91	55.38
23	**S_F**	0.48	0.18	0.08	1.85	2.07	5.45	6.38	6.37	1.86	3.04	10.30	2.64	42.88	57.52
24	**S_H**	0.58	0.20	0.12	2.80	3.03	6.15	6.38	6.38	2.31	3.05	22.27	3.00	43.90	58.41
25	**S_I**	0.65	0.23	0.14	3.35	3.68	6.56	6.38	6.38	2.61	2.89	22.90	3.19	44.24	59.04
26	**S_J**	0.60	0.22	0.13	3.06	3.40	6.24	6.38	6.38	2.48	3.02	24.20	3.03	44.24	59.06
27	**S_K**	0.53	0.18	0.11	2.54	2.83	5.83	6.37	6.38	2.18	3.32	23.79	2.84	44.24	59.08
28	**S_L**	0.49	0.18	0.09	2.24	2.63	5.55	6.37	6.38	2.06	3.44	11.64	2.69	44.24	59.09
29	**S_C_3**	0.46	0.18	0.05	1.06	0.91	5.19	6.37	6.38	1.25	2.10	12.58	2.48	39.67	51.88
30	**S_D_3**	0.47	0.18	0.06	1.28	1.17	5.29	6.37	6.38	1.41	2.34	14.37	2.54	40.47	52.68
31	**S_E_3**	0.48	0.18	0.07	1.52	1.47	5.44	6.37	6.38	1.58	2.57	16.41	2.62	41.33	54.75
32	**S_F_3**	0.49	0.18	0.08	1.76	1.80	5.53	6.38	6.37	1.73	2.82	18.29	2.68	42.13	55.55
33	**S_G_3**	0.51	0.18	0.09	2.04	2.18	5.68	6.37	6.38	1.91	3.04	20.42	2.76	43.00	57.61
34	**S_H_3**	0.52	0.18	0.10	2.30	2.58	5.79	6.37	6.38	2.06	3.29	10.87	2.82	43.80	58.41

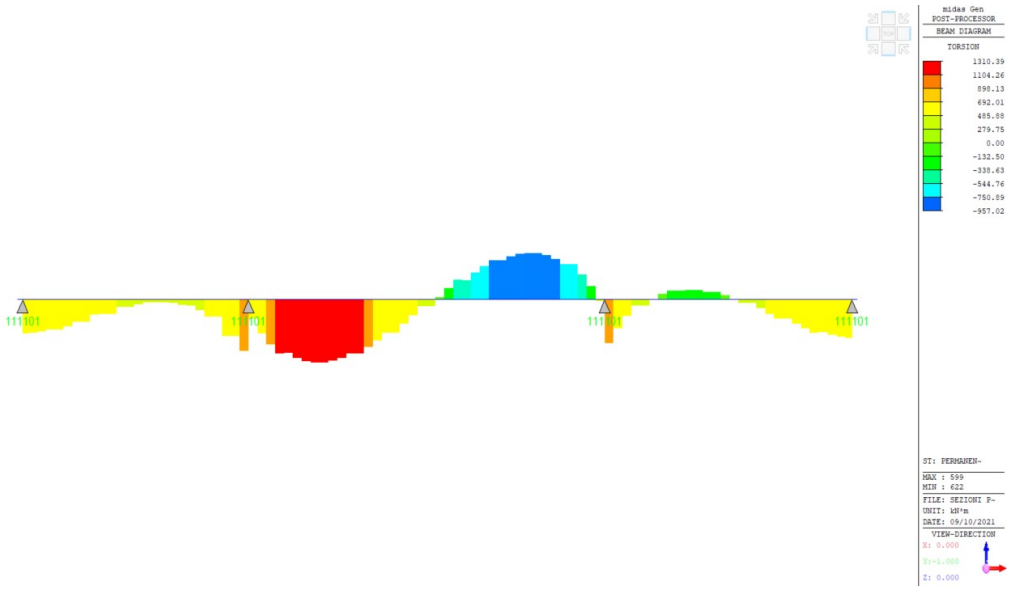


Figura 3.75. Modello FEM in Midas GEN, Intero viadotto, Momento torcente, Carico permanente.

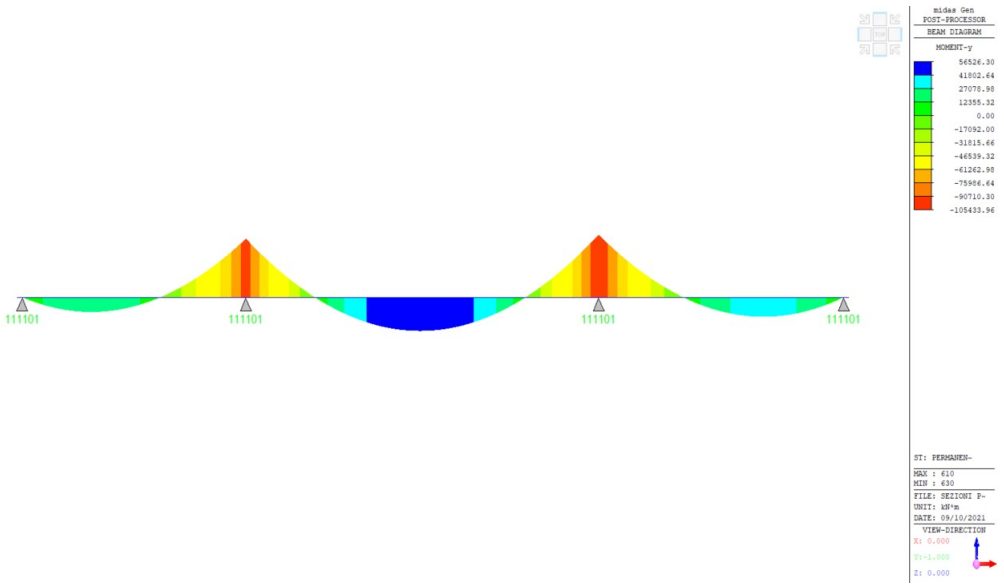


Figura 3.76. Modello FEM in Midas GEN, Intero viadotto, Momento flettente, Carico permanente.

3.6.2 DIANA FEA

Viene realizzato un modello agli elementi finiti del viadotto anche in DIANA FEA (Fig. 3.80) in quanto offre la possibilità di utilizzare elementi trave curvi ad

interpolazione quadratica degli spostamenti.

Le travi di classe III in DIANA comprendono un certo numero di elementi curvi (di ordine superiore) che sono numericamente integrati sulla loro sezione trasversale e lungo il loro asse. Gli elementi del fascio di classe III si basano sulla cosiddetta teoria di Mindlin-Reissner che tiene conto della deformazione da taglio. A differenza dei classici elementi del fascio di classe I e classe II, gli elementi del fascio di classe III si basano su una formulazione isoparametrica che presuppone che gli spostamenti e le rotazioni delle normali dell'asse del fascio siano indipendenti e siano rispettivamente interpolati dagli spostamenti e dalle rotazioni nodali.

Poiché l'interpolazione di spostamento dei fasci di classe III è compatibile con gli elementi continui, sono molto adatti per il collegamento a quel tipo di elementi. Un altro vantaggio degli elementi del fascio di classe III rispetto ad altre classi, è che possono essere curvi a causa del fatto che hanno più di due nodi. Per la modellazione è stato utilizzato l'elemento CL18B di classe III (Fig. 3.77).

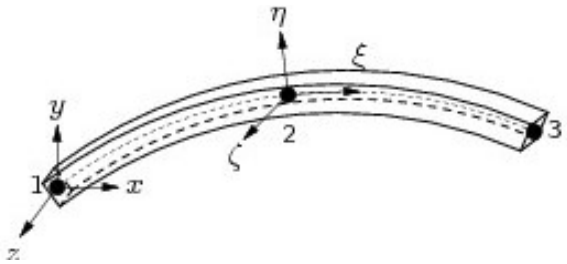


Figura 3.77. Elemento CL18B di classe III curvilineo a 3 nodi nello spazio in DIANA FEA.

Le variabili di base sono le tradizioni u_x , u_y e u_z e le rotazioni ϕ_x , ϕ_y e ϕ_z nei nodi. I polinomi di interpolazione per gli spostamenti possono essere espressi come:

$$\begin{cases} u_i(\xi) = a_{i,0} + a_{i,1} \cdot \xi + a_{i,2} \cdot \xi^2 \\ \phi_i(\xi) = b_{i,0} + b_{i,1} \cdot \xi + b_{i,2} \cdot \xi^2 \end{cases} \qquad i = x, y, z$$

Per impostazione predefinita, DIANA applica uno schema di integrazione di Gauss a 2 punti lungo l'asse dell'elemento (n $\xi = 2$).

Nelle immagini seguenti viene illustrato come sono stati attribuiti i parametri di input nel software. Viene definito il tipo di elemento per l'analisi:

[186]DIANA FEA, User's Manual – Release 9.5 (https://dianafea.com/manuals/d944/ElmLib/node85.html)

[186]DIANA FEA, User's Manual – Release 9.5 (https://dianafea.com/manuals/d944/ElmLib/node90.html)

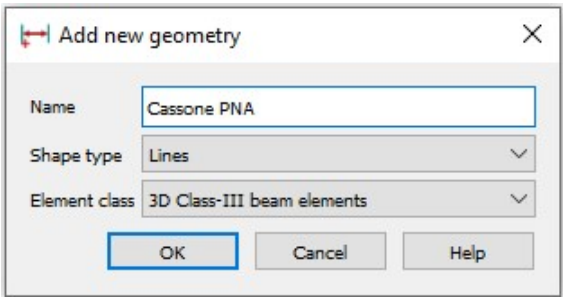


Figura 3.78. Campata P10-P11. Diagramma di momento torcente per la trave a balcone incastrata alle estremità, sotto l'azione dei carichi permanenti.

viene definito il materiale:

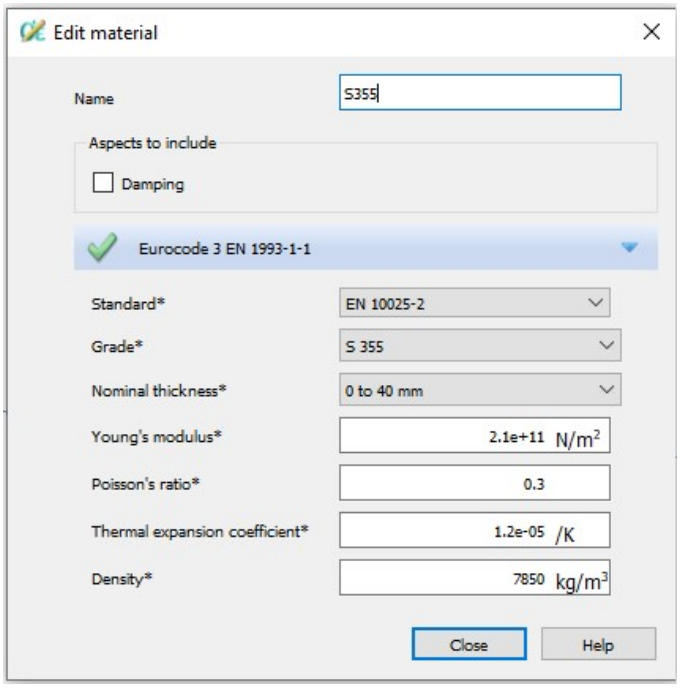


Figura 3.79. Input delle caratteristiche meccaniche dell'acciaio S355 (Fe510D).

A ciascuna campata si assegnano un'unica sezione che ha le caratteristiche medie della medesima (Tab. 3.17).

I carichi agenti (Tab.3.2) e le caratteristiche planimetriche (Tab. 3.1) del modello strutturale sono le medesime di quelle adottate per il modello unifilare in Midas GEN.

Come risultato significativo dell'analisi si riporta il diagramma di momento torcente (Fig. 3.80).

Tabella 3.17. Caratteristiche geometriche di input in DIANA FEA.

CARATTERISTICHE GEOMETRICHE IN DIANA FEA					
Name		S_D P9-P10	S_D P10-P11	S_D P11-P12	
Shape		Rectangular box	Rectangular box	Rectangular box	[-]
Height	h	4.00	5.50	4.14	[m]
Width	b	6.50	6.50	6.50	[m]
Thickness top	t1	0.034	0.034	0.034	[m]
Thickness bottom	t2	0.017	0.017	0.017	[m]
Thickness left	t3	0.017	0.017	0.017	[m]
Thickness right	t4	0.017	0.017	0.017	[m]
Element z axis		0 1 0	0 1 0	0 -1 0	[-]

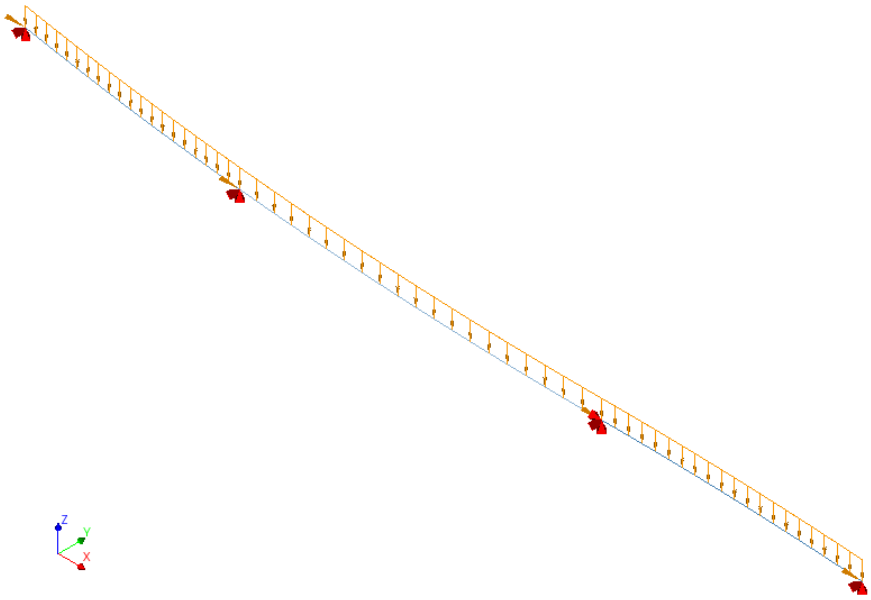


Figura 3.80. Modello FEM in DIANA FEA, viadotto intero P9-P12, Vista 3D, Carico permanente.

Di seguito si riportano i diagrammi di momento torcente e flettente.

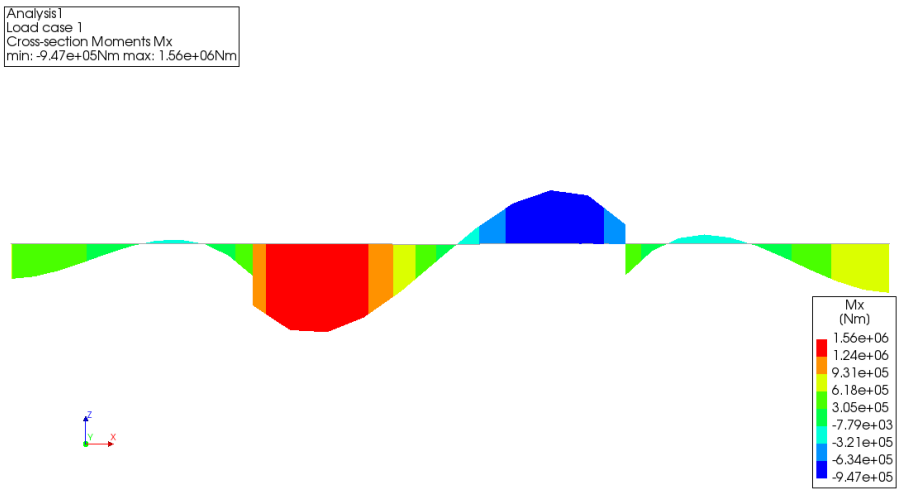


Figura 3.81. Modello FEM in DIANA FEA, viadotto intero P9-P12, Momento torcente, Carico permanente.

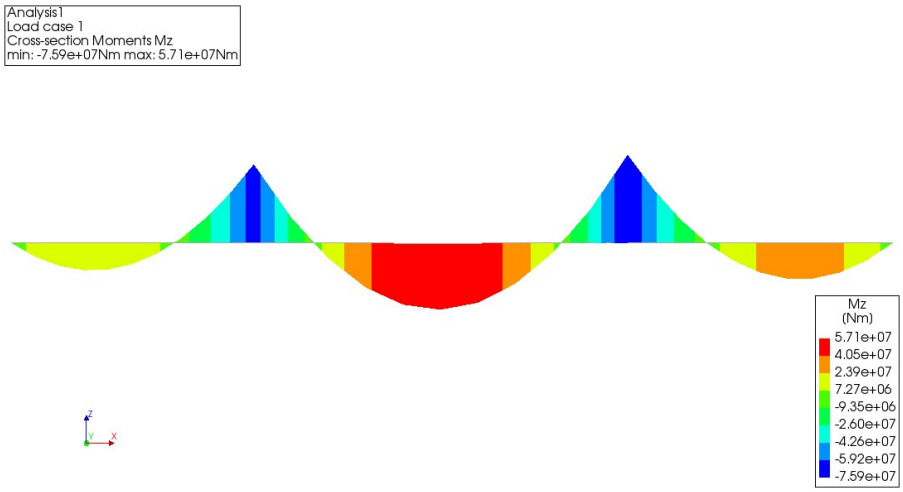


Figura 3.82. Modello FEM in DIANA FEA, viadotto intero P9-P12, Momento flettente, Carico permanente.

3.7 Confronto tra FEM e calcolo analitico

In questa sezione vengono analizzati i risultati che si sono ottenuti attraverso tutte le trattazioni teoriche riportate nei capitoli precedenti, per schemi statici assimilabili alle campate del viadotto come estrapolate dal contesto strutturale, e quelli ottenuti dai modelli FEM delle singole campate (Fig. 3.83).

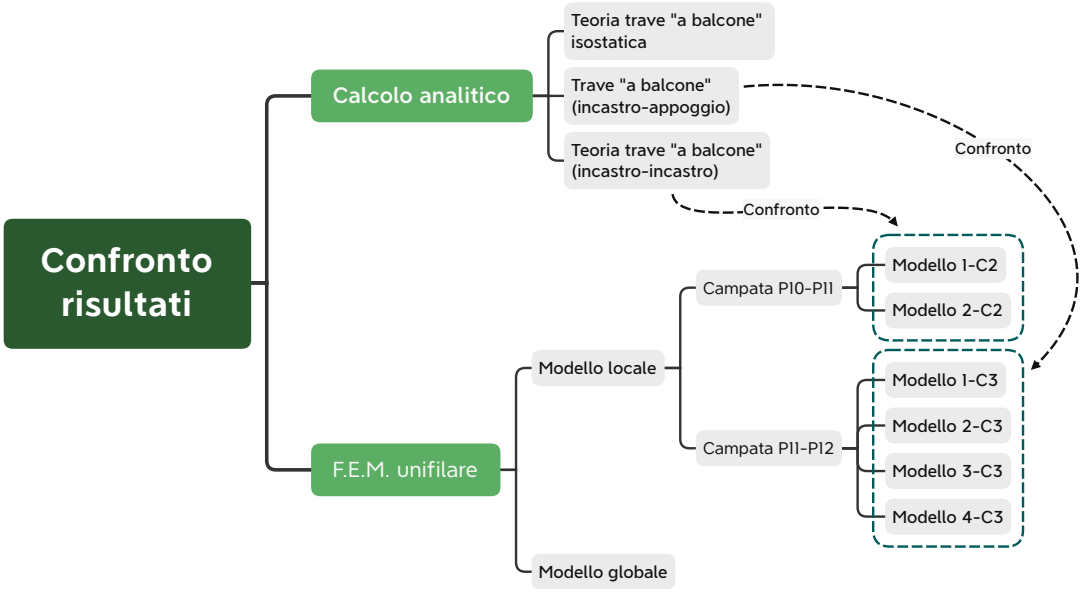


Figura 3.83. Diagramma di flusso dei confronti tra calcolo analitico e i modelli FEM delle singole campate del viadotto caso studio.

- **Viadotto completo**

I risultati dell'analisi statica svolta per il viadotto nella configurazione reale approssimata con raggio di curvatura costante R=1200[m] sono riportati di seguito. Di seguito vengono riportati i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione di momento torcente, flettente e taglio, ottenuti dai modelli FEM in Midas GEN (Fig. 3.74) e DIANA FEA (Fig. 3.80) e dal calcolo analitico.

I Diagrammi ottenuti dal calcolo analitico forniscono un'idea chiara e precisa del comportamento delle singole campate in configurazioni standard nello spazio. Le sostanziali differenze sono imputabili a:

- Diversa configurazione geometrica nello spazio:

I modelli FEM sono rappresentativi della configurazione più reale possibile, sebbene approssimata con raggio costante, e differiscono dalle configurazioni standard ipotizzate nelle trattazioni teoriche.

- Diverse rigidezze:

Gli stessi modelli FEM sono stati realizzati con sezioni diverse: in Midas il viadotto è stato discretizzato in modo tale da cogliere la variazione lineare dell'altezza del cassone e la variazione degli spessiori delle lamiere inferiori e superiori del cassone,

mentre in DIANA sono state utilizzate solo tre sezioni medie di ciascuna campata. Allo stesso modo il calcolo analitico assume una sezione costante delle campate.

- Approssimazione dei vincoli delle pile P9 e P10:

Per lo studio della torsione delle travi curve nel piano orizzontale, da un punto di vista teorico si è assunto che in corrispondenza delle medesime pile sia nullo il momento flettente, considerando la campata come estrapolata dal contesto strutturale (Fig. 3.67). Invece, dal punto di vista della modellazione FEM l'impalcato è da assumersi come una trave continua su quattro appoggi di cui due di continuità e due estremi ma entrambi non interrompono la continuità strutturale. Per questo motivo il grado di vincolo più fedele alla realtà è quello di figura 3.70.

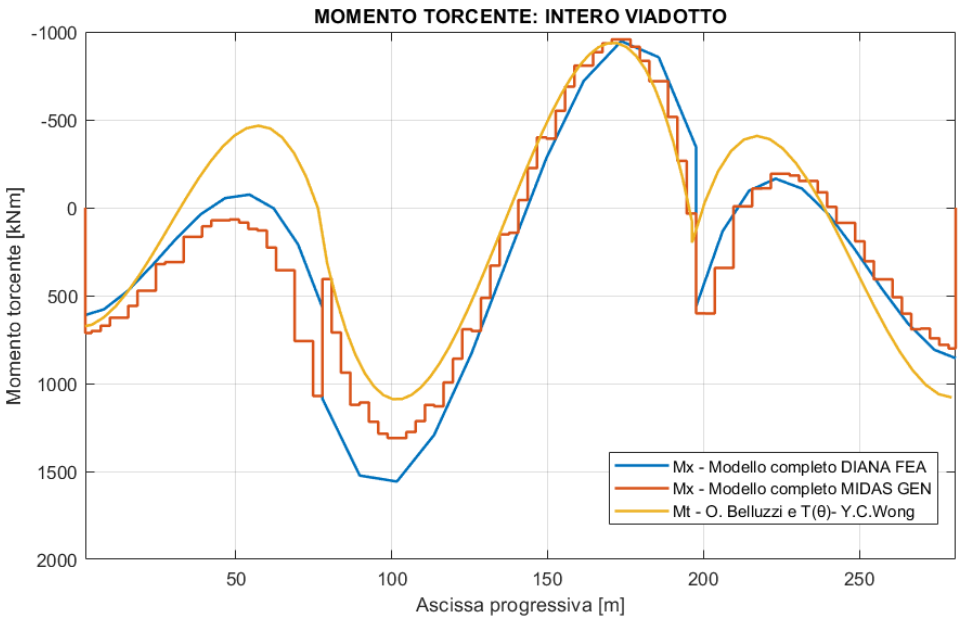


Figura 3.84. Viadotto intero P9-P12, Confronto del momento torcente sotto l'azione dei carichi permanenti.

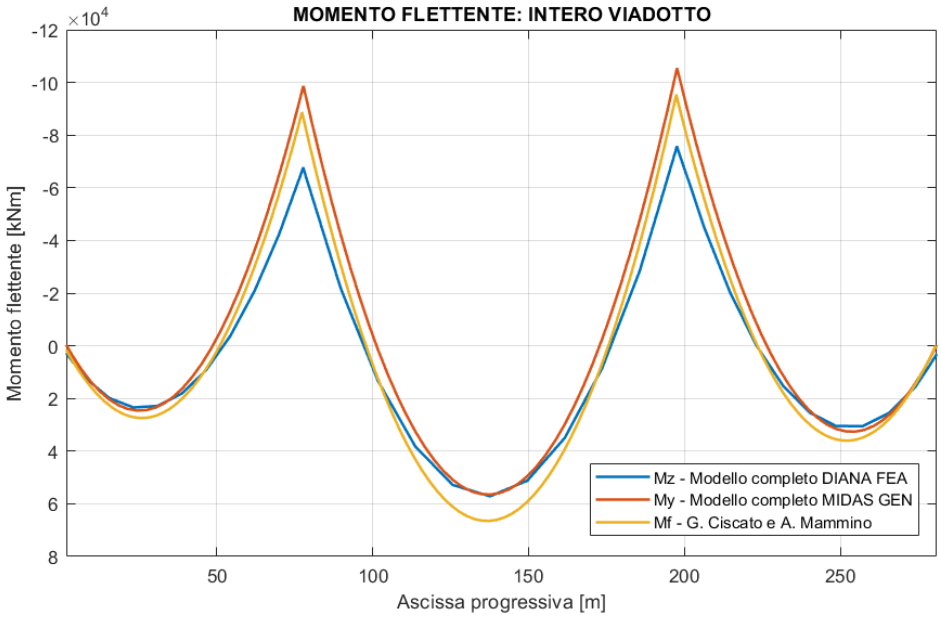


Figura 3.85. Viadotto intero P9-P12, Confronto del momento flettente sotto l'azione dei carichi permanenti.

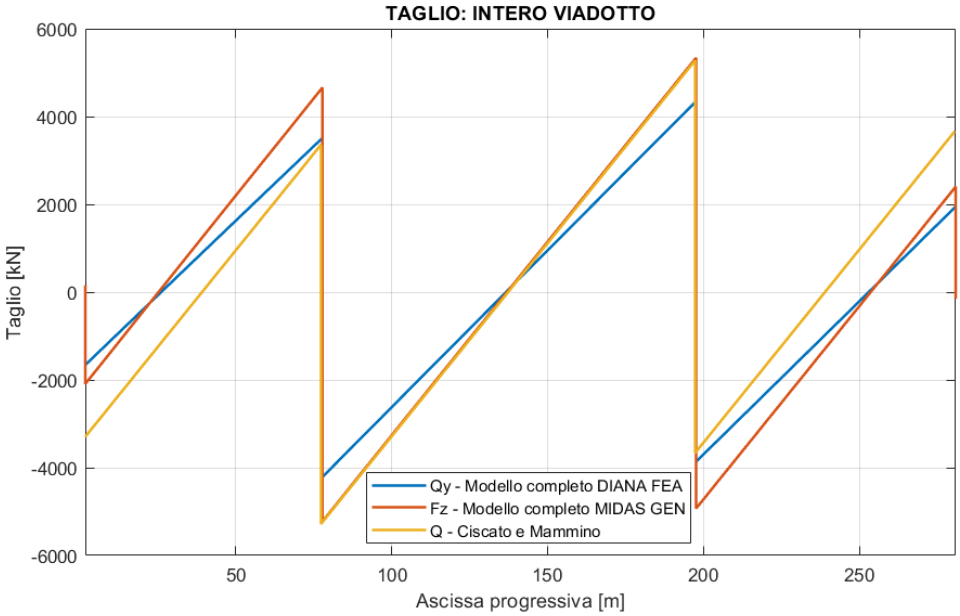


Figura 3.86. Viadotto intero P9-P12, Confronto del taglio sotto l'azione dei carichi permanenti.

- **Campata tra pile P10-P11**

Di seguito si effettua il confronto del diagramma di momento torcente ricavato dal calcolo analitico con quello che è possibile ottenere dal modello agli elementi finiti in Midas GEN della medesima campata vincolando tutti in gradi di libertà dei nodi di estremità.

In figura 3.87 sono riportate le coordinate dei nodi dei modelli FEM che rappresentano la trave equivalente per il caso illustrato da Yee-Chit Wong [187] e per il modello rappresentativo della campata estrapolata dal viadotto completo approssimato con R=1200[m] in Midas GEN.

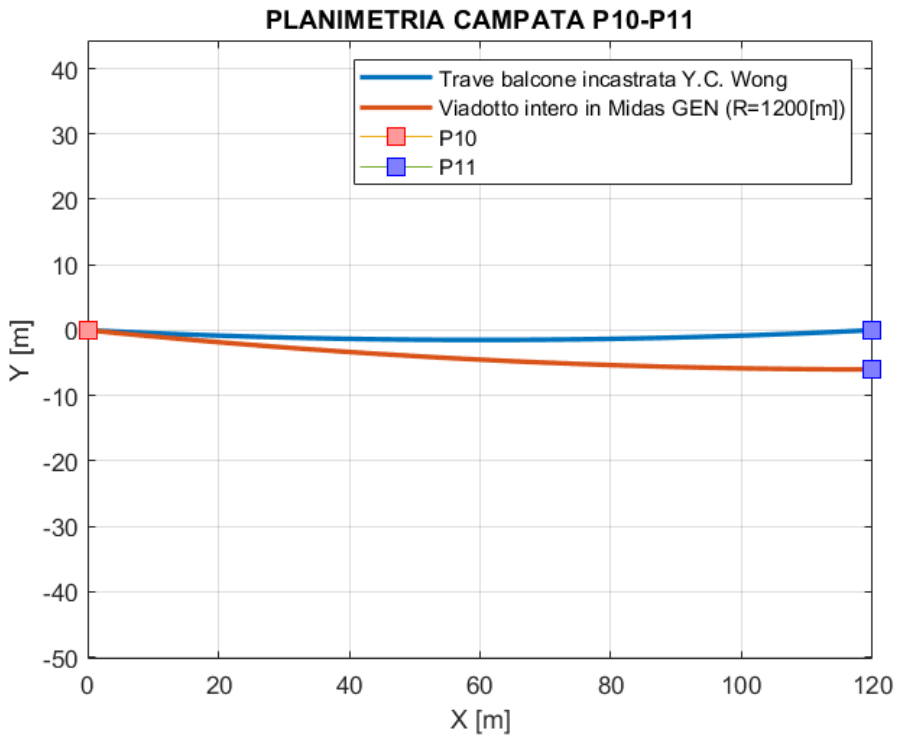


Figura 3.87. Campata P11-P12, Coordinate nodi nel piano dell'impalcato.

È possibile apprezzare che, sebbene siano evidenti discontinuità nel diagramma in corrispondenza dei nodi della mesh, la risposta del modello FEM (Fig. 3.88) è concorde con quella analitica.

[187] Y.- C. Wong.*Horizontally curved beam analysis and design*, Corvallis (OR):Oregon State University, 1970, cap. IV, Horizontally curved beam fixed at both ends an subjected to uniform load, pag. 20.

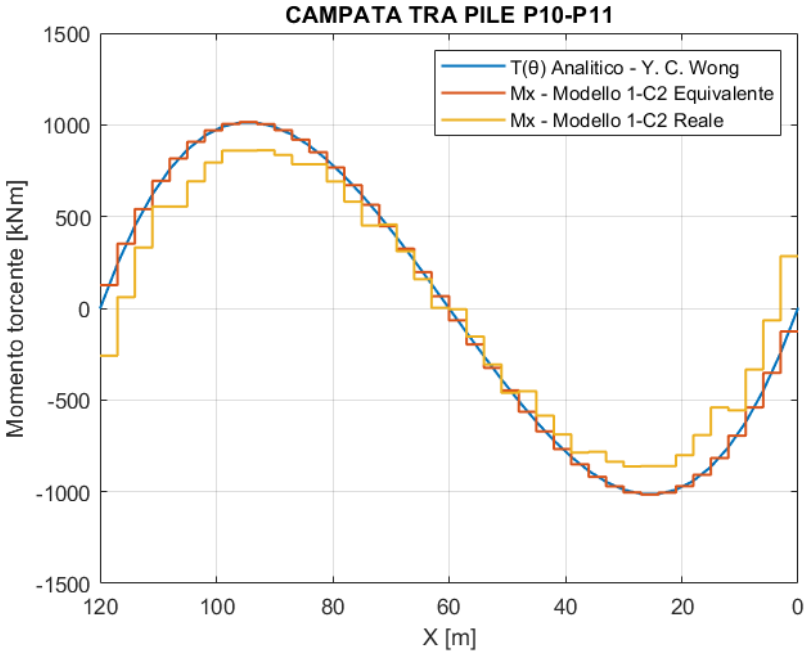


Figura 3.88. Campata P10-P11, Diagramma di momento torcente derivanti dal calcolo analitico e dai modelli 1-C2 e 2-C2, sotto l'azione dei carichi permanenti.

Il momento torcente è influenzato dalla rigidezza dell'elemento strutturale, perché la condizione di vincolo è iperstatica, e dalla posizione nello spazio dell'arco di cerchio che descrive la campata con andamento reale clotoidale.

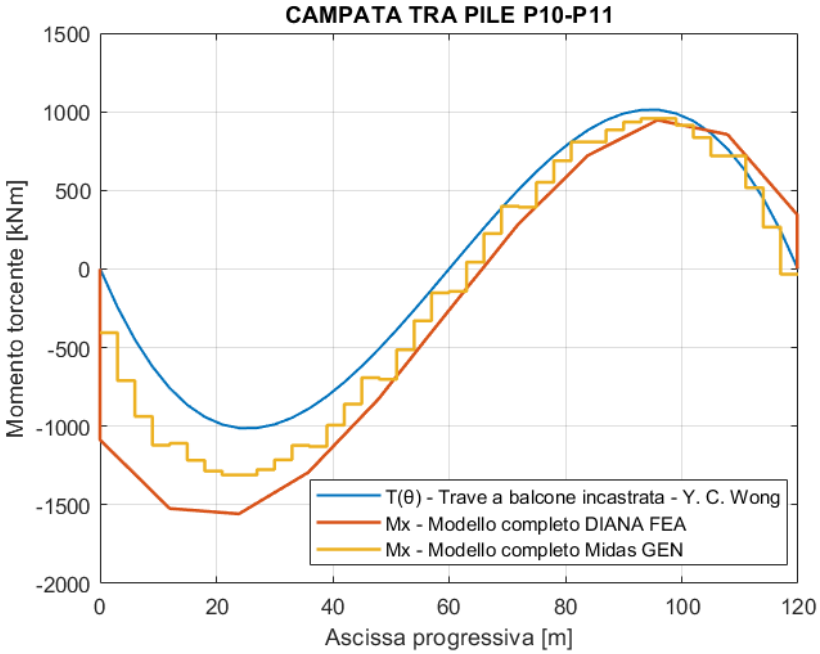


Figura 3.89. Campata P10-P11. Diagramma di momento torcente derivante dal calcolo analitico e dai modelli FEM in Midas GEN e DIANA FEA, sotto l'azione dei carichi permanenti.

Occorre ricordare che nel progetto originario del viadotto oggetto di studio era stata utilizzata la teoria della trave a balcone isostatica, con notevole semplicità di calcolo manuale, portando a risultati sicuramente cautelativi. Oggi, invece, è pratica molto diffusa quella di ricavare le caratteristiche delle sollecitazioni da sofisticati e complessi modelli agli elementi finiti, ma è necessario controllare sempre i risultati perché le ipotesi che s'introducono nella modellazione sono fortemente vincolanti.

In figura 3.89 si riportano i risultati teorici della trave a balcone isostatica ed iperstatica incastro-incastro il momento torcente del modello complessivo realizzato in Midas GEN (Fig. 3.76) e in DIANA FEA (Fig. 3.81).

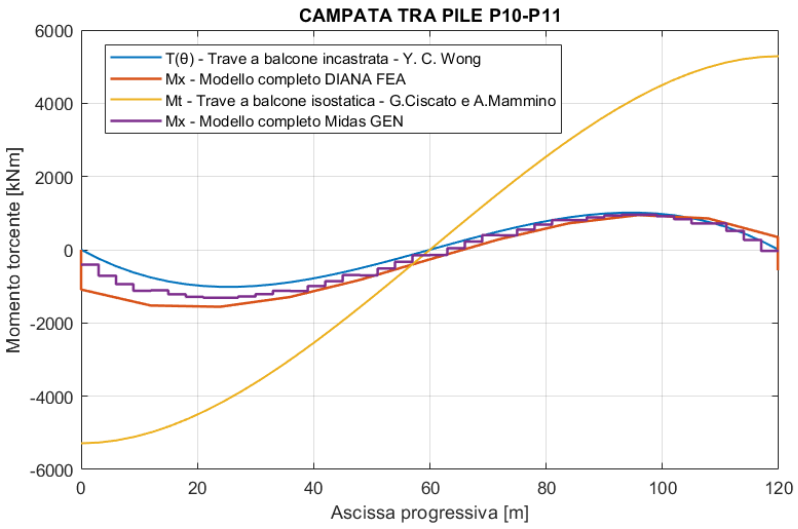


Figura 3.90. Campata P10-P11. Diagrammi di momento torcente per l'azione dei carichi permanenti.

Dai risultati ottenuti (Fig. 3.90) è evidente come il comportamento torsionale complessivo della campata centrale da 120[m] è di trave a balcone incastro-incastro [188] e non isostatica.

- **Campata tra pile P11-P12**

Di seguito si effettua il confronto del diagramma di momento torcente ricavato dal calcolo analitico con quello che è possibile ottenere dal modello agli elementi finiti in Midas GEN della medesima campata vincolando tutti in gradi di libertà del nodo afferente alla pila P11 e simulando la cerniera flessionale in due modi (Fig. 3.67 e 3.70).

In figura 3.91 sono riportate le coordinate dei nodi dei modelli FEM che rappresentano la trave equivalente per il caso illustrato da Yee-Chit Wong [189] e per il modello rappresentativo della campata estrapolata dal viadotto completo approssimato con R=1200[m] in Midas GEN.

[188] Y.-C. Wong. *Horizontally curved beam analysis and design*, Corvallis (OR):Oregon State University, 1970.

[189] Y.- C. Wong. *Horizontally curved beam analysis and design*, Corvallis (OR):Oregon State University, 1970, cap. IV, Horizontally curved beam fixed at both ends an subjected to uniform load, pag. 20.

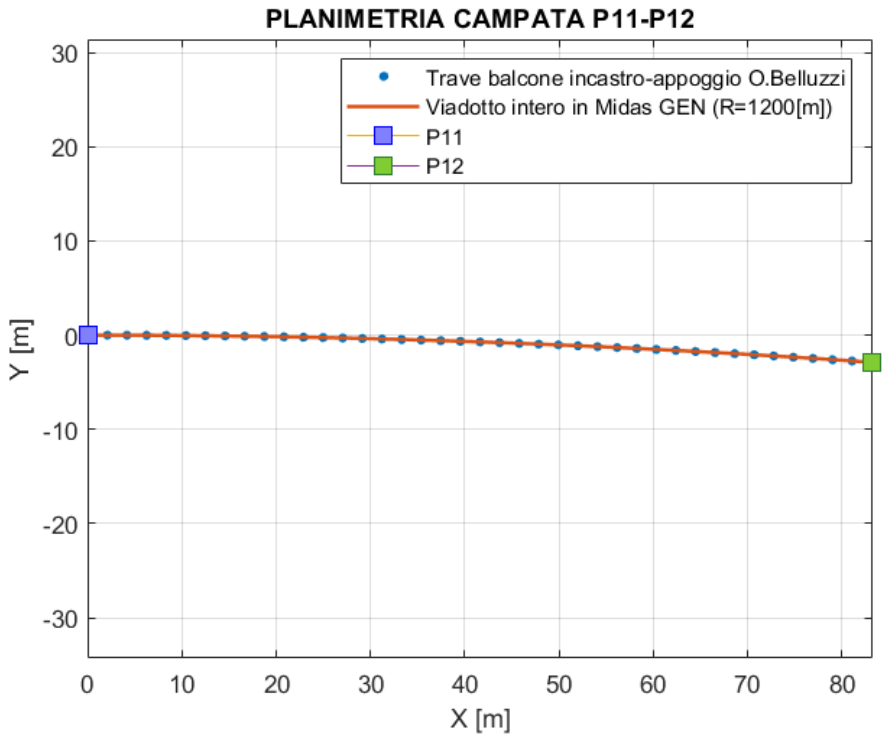


Figura 3.91. Campata P11-P12. Coordinate nodi nel piano dell'impalcato.

Vengono riportati i diagrammi del momento torcente derivante dai quattro modelli FEM della terza campata (Tab. 3.13).

Il momento torcente è influenzato dalla rigidezza dell'elemento strutturale, perché la condizione di vincolo è iperstatica, e dalla posizione nello spazio dell'arco di cerchio che descrive la campata con andamento reale clotoidale.

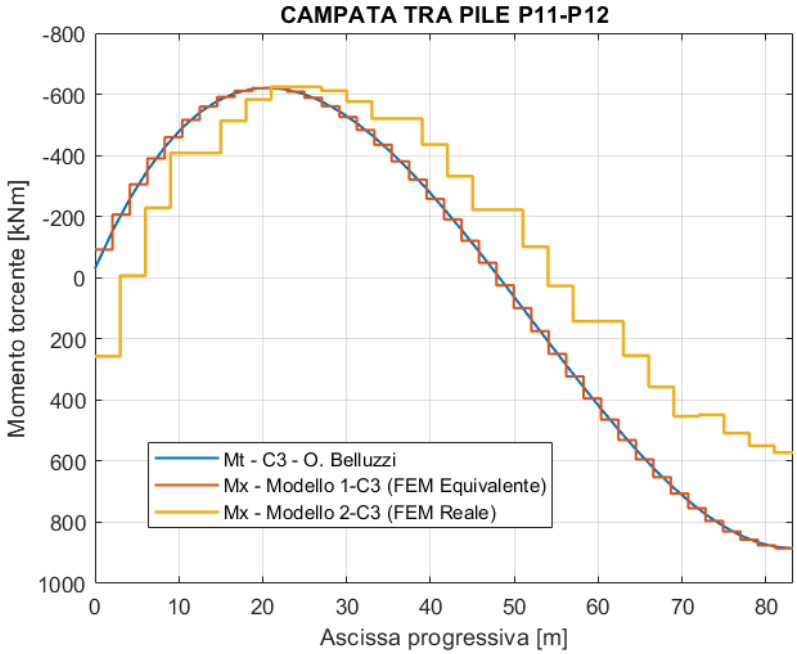


Figura 3.92. Campata P11-P12, Diagramma di momento torcente derivanti dal calcolo analitico e dai modelli 1-C3 e 2-C3, sotto l'azione dei carichi permanenti.

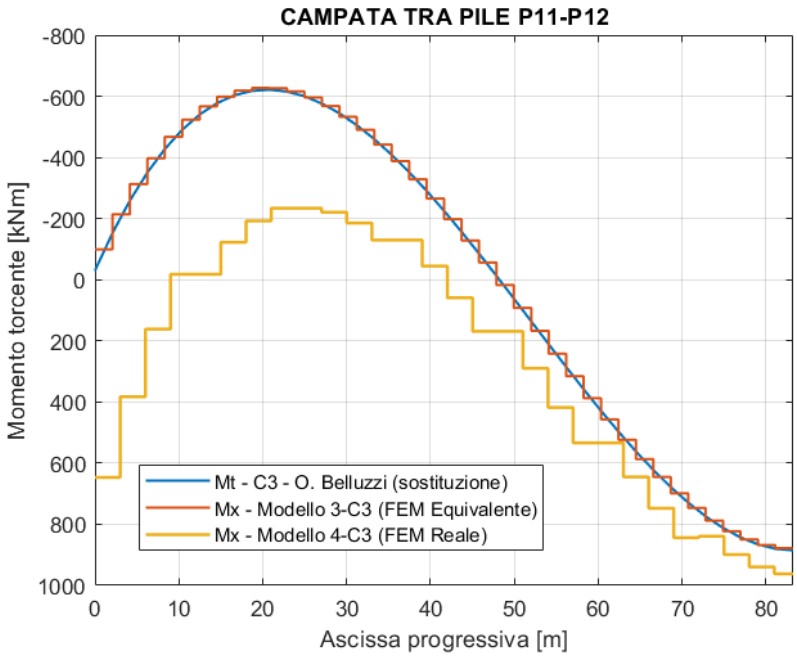


Figura 3.93. Campata P11-P12, Diagramma di momento torcente derivanti dal calcolo analitico e dai modelli 3-C3 e 4-C3, sotto l'azione dei carichi permanenti.

Il diagramma teorico della figura 3.93 viene ottenuto sostituendo il valore di momento torcente, reazione vincolare e momento flettente nullo ricavati da Midas GEN (modello 3-C3) nelle equazione 3.127, perché i risultati teorici si ottengono in riferimento alla modellazione con Incastro - Beam End Release.

Nell'immagine sottostante i modelli sono rappresentati nello stesso grafico per mettere in evidenza l'influenza della rigidezza, perché la condizione di vincolo è iperstatica, nel cambio della definizione del vincolo in pila P12 in Midas GEN nei modelli 2-C3 e 4-C3. Tale influenza invece non viene evidenziata nei modelli 1-C3 e 3-C3.

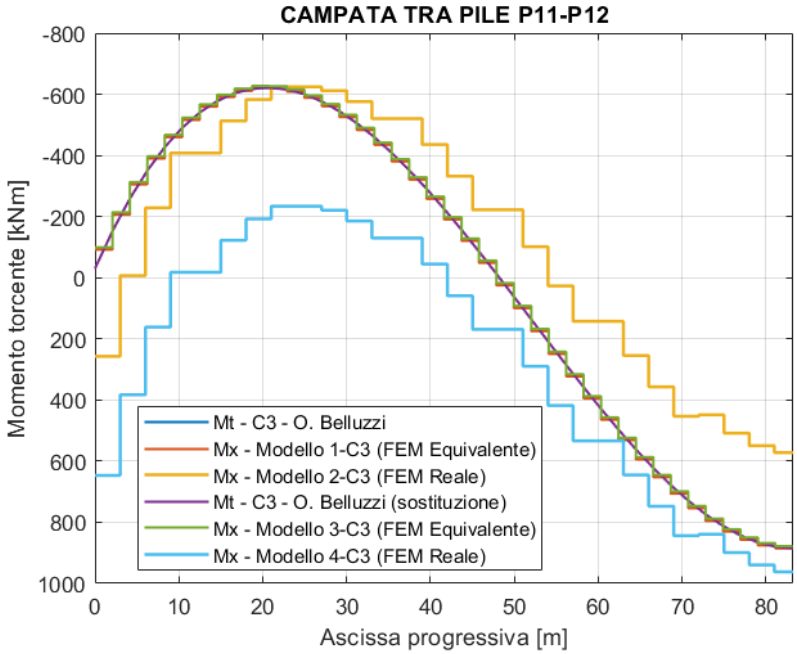


Figura 3.94. Campata P11-P12, Diagramma di momento torcente derivanti dal calcolo analitico e dai modelli 1-C3 e 2-C3, 3-C3 e 4-C3, sotto l'azione dei carichi permanenti.

In figura 3.95 si riportano i risultati teorici del momento torcente della trave a balcone iperstatica incastro-appoggio e quello derivante dal modello complessivo realizzato in Midas GEN (Fig. 3.76) e in DIANA FEA (Fig. 3.81).

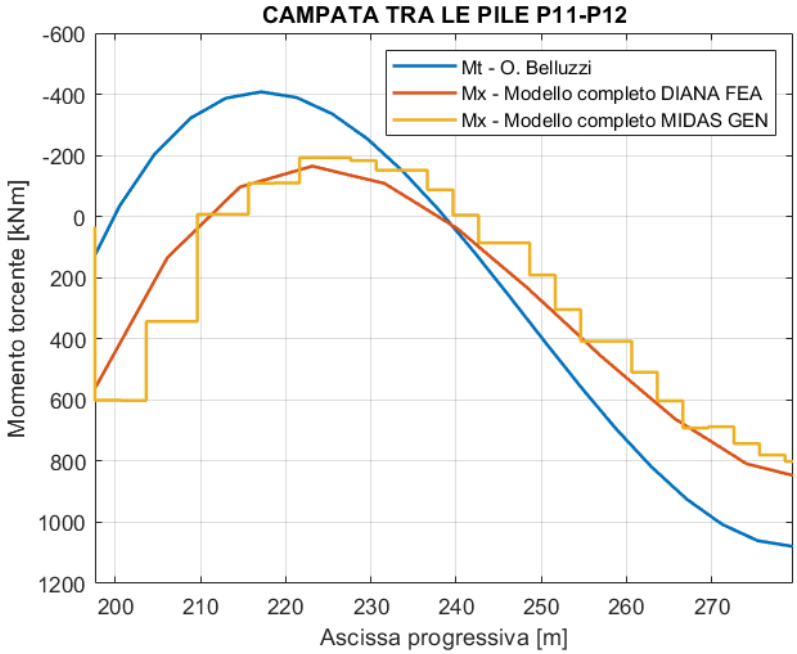


Figura 3.95. Campata P11-P12. Diagramma di momento torcente derivante dal calcolo analitico e dai modelli FEM in Midas GEN e DIANA FEA, sotto l'azione dei carichi permanenti.

Infine per completezza, si riportano anche i risultati della trave a balcone isostatica.

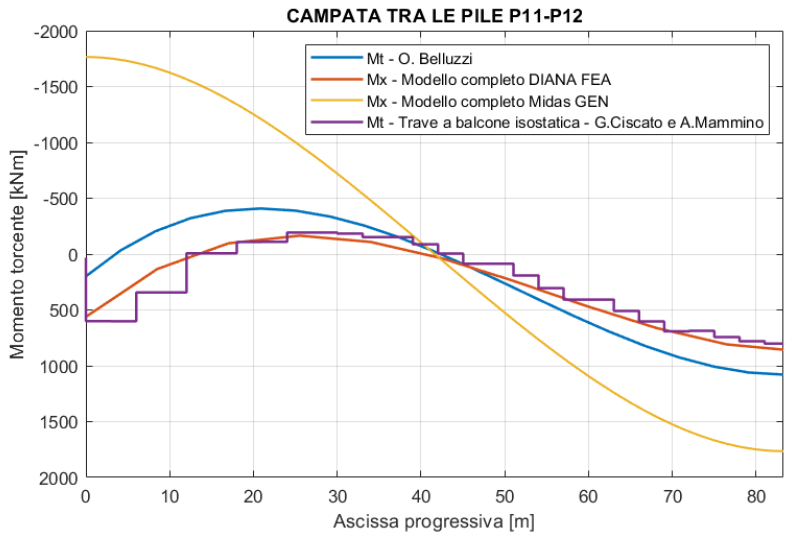


Figura 3.96. Campata P10-P11. Diagrammi di momento torcente per l'azione dei carichi permanenti.

Dai risultati ottenuti (Fig. 3.96) è evidente come il comportamento torsionale complessivo della campata laterale da 83.25[m] è di trave a balcone incastro-appoggio [190] e non isostatica.

[190] O. Belluzzi, *Scienza delle costruzioni (Vol.2)*, Zanichelli, 1994, cap. XXI, Le travi nello spazio, p. 493-495.

Capitolo 4

Fatica

4.1 Sviluppo storico del controllo delle fratture

Nei rari casi in cui le condizioni sono favorevoli per il verificarsi di una frattura, questa situazione è dovuto a un problema critico dovuto alla combinazione di molteplici fattori tra cui la geometria della cricca, sollecitazione applicata, temperatura e velocità di carico agente contemporaneamente sula componente strutturale. Per scongiurare tale fenomeno sono stati sviluppati nell'arco degli anni diversi approcci tra i quali quali requisiti di progettazione, fabbricazione e ispezione hanno ciascuno un ruolo importante nel controllo delle fratture.

- **1971 - Silver Bridge**

Il concetto di un approccio specifico ai ponti per il controllo della frattura trova le sue origini nel crollo del Point Pleasant Bridge (Fig. 4.1), detto anche *Silver Bridge*, sul fiume Ohio a Pont Plesant in West Virginia nel dicembre 1967. Il crollo improvviso del ponte,che sprofondò nel fiume, è stato causato dalla frattura fragile di un componente della catena a barre incernierate (*eye-bar*), barra oculare 330 all'articolazione C13N della catena di sospensione, originato da una fessura molto piccola di dimensioni non rilevabili.

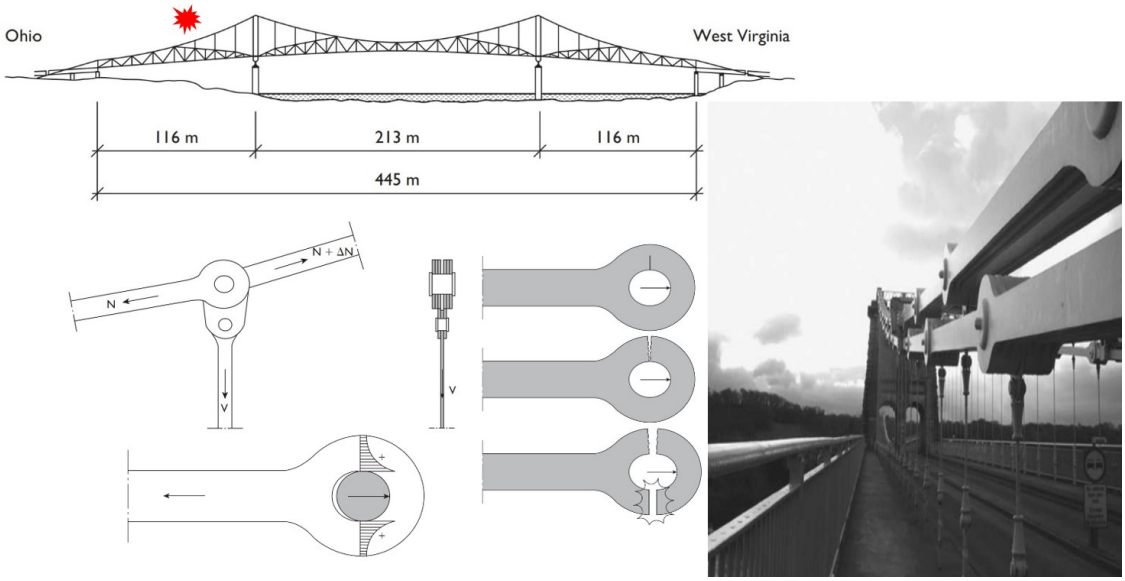


Figura 4.1. Profilo del *Silver Bridge*, particolari e sequenza di rottura dell'elemento di collegamento *eye-bar*.[191]

La frattura è stata causata da una minuscola crepa formatasi durante la fusione della barra oculare in acciaio. Nel corso degli anni, la corrosione da stress e la fatica da corrosione hanno permesso alla fessura di crescere, causando il cedimento dell'intera struttura. Al momento della costruzione, l'acciaio utilizzato non era noto per essere sottomesso alla fatica da corrosione e alla corrosione da stress. L'ispezione prima della costruzione non sarebbe stata in grado di notare la fessura in miniatura. Nel corso della vita del ponte, l'unico modo per rilevare la frattura sarebbe stato quello di smontare la barra oculare. La tecnologia utilizzata per l'ispezione all'epoca non era in grado di rilevare tali crepe. La fessurazione da tenso-corrosione è la formazione di fratture in un materiale normalmente sano attraverso l'azione simultanea di una tensione di trazione e di un ambiente corrosivo. In combinazione con la fatica da corrosione , che si verifica a causa dell'azione combinata di uno stress ciclico e di un ambiente corrosivo, il disastro era inevitabile per il Silver Bridge. I due fattori contribuenti, nel corso degli anni, hanno continuato ad indebolire la barra oculare e purtroppo l'intera struttura. La sequenza di guasto più probabile era la seguente: una fessura da fatica nella parte superiore dell'estremità dell'*eye-bar* (Fig. 4.1) ha continuato a crescere verso l'alto, perpendicolarmente alla sollecitazione di trazione applicata, per ogni nuovo ciclo di carico (di veicoli

[191]B. Akesson, *Understanding Bridge Collapses*, Londra, 2008, Cap. 11, Point Pleasant Bridge, p.138

pesanti che passano il ponte) aumentando gradualmente l'effetto di concentrazione delle sollecitazioni (e quindi la velocità di propagazione della cricca) fino a quando, infine, si raggiunge una certa lunghezza critica e si verifica la rottura (fragile) della sezione di rete della metà superiore. L'intero carico veniva quindi portato dalla porzione inferiore, che si deformava rapidamente sotto l'azione combinata di tensione e flessione, e si rompeva più o meno immediatamente in modo fragile.

Un altro fattore importante che ha aiutato la fatica da corrosione e la corrosione da stress[192] nel portare giù il ponte è stato il peso di nuove auto e camion. Quando il ponte fu progettato, il veicolo di design utilizzato era il modello-T Ford, che aveva un peso approssimativo inferiore a 1.500 libbre. Nel 1967, l'auto familiare media pesava 4.000 libbre o più. Nel 1928, la legge del West Virginia proibì il funzionamento di qualsiasi veicolo il cui peso lordo, incluso il suo carico, fosse superiore a 20.000 libbre. Nel 1967, il limite di peso quasi triplicò a 60.800 libbre lorde e fino a 70.000 con permessi speciali. Gli ingegneri civili devono utilizzare una durata di vita prevista per quasi tutti i progetti, ma nessuno poteva vedere che 40 anni dopo la costruzione del Silver Bridge i carichi di traffico sarebbero più che triplicati.

A ciò, si sono sovrapposti altri fattori attribuiti a una manutenzione inadeguata, come la generazione di notevoli attriti nel nodo, causati da una mancata lubrificazione, e l'accumulo di ruggine all'interno dell'occhiello della barra che, ostacolando la libera rotazione della cerniera, ha creato ulteriori azioni parassite.

Quello che è il Il 1967 con il crollo del *Silver Bridge* è considerato l'anno zero della storia della moderna normativa americana oggi una delle più avanzate al mondo nel settore della gestione dei ponti esistenti.

Questo crollo ha sollevato la consapevolezza su due fronti. In primo luogo, all'epoca non si capiva quanti altri ponti con materiale fragile simile fossero presenti nell'inventario della nazione. A quanto pare, è stato individuato solo un ponte con materiale per *eye-bar* simile. Un dettaglio della rabbia dello stesso materiale è stato utilizzato nel Carquinez Truss Bridge e le barre degli occhi applicabili sono state sostituite. Questo evento ha dato impulso alla creazione di quelli che ora sono chiamati National Bridge Inspection Standards (NBIS) e National Bridge Inventory (NBI) nel 1971. In secondo luogo, è stato l'inizio di un dialogo nazionale sulla prevenzione della frattura fragile e sulla definizione dei ponti. procedure di ispezione, frequenza, qualifiche degli ispettori e requisiti di rendicontazione.

- **1983 - Mianus River Bridge**

[192] A.G. Lichtenstein, Honorary Member, ASCE. The Silver Bridge Collapse Recounted. *Journal of Performance of Constructed Facilities.* Vol. 7. Issue 4. November 1993.

Il ponte fu costruito nel 1958 e crollò nel 1983, dopo 25 anni di utilizzo. Il ponte sul fiume Mianus utilizzava un design "perno e gancio" comune ai ponti dell'era degli anni '50. Le connessione con perni di sospensione (*pin-and-hanger connection*) avevano costi di costruzione più economici rispetto ad altre opzioni di design. Il 28 giugno 1983, all'1:30 del mattino, una campata sospesa di 100 piedi della sezione nord del ponte crollò (Fig. 4.2), separandosi completamente dal ponte e precipitando nel fiume. Due autoarticolati e due auto sono caduti nel fiume Mianus.

Il ponte di Mianus utilizzava semplici campate oblique, sostenute sui bordi esterni da travi longitudinali e da sei piloni. I ponti inclinati si incrociano ad angolo anziché perpendicolarmente e le campate erano supportate ad ogni angolo da gruppi di perni e pendini.

Figura 4.2. Collasso del *Mianus River Bridge*.[193]

L'assieme di perni-pendini collegano due travi a piastra quando lo spazio tra i pilastri è troppo lungo per essere collegato da un singolo set di travi. I ganci erano tenuti in posizione da sottili cappucci di chiusura. Gli assiemi perno-gancio sono considerati componenti "critici alla frattura". I componenti critici per la frattura non sono ridondanti: il guasto di questi componenti può portare al guasto di una parte o dell'intero ponte. A causa della loro natura critica per la frattura, i gruppi

[193]S. Nesaei. *Using Acoustic Emission Monitoring for Energy-Based Fatigue Life Prediction*.South Dakota State University. 07 2014. doi: 10.13140/RG.2.2.18098.61120.

di perni e pendini non vengono più utilizzati nella costruzione di ponti negli Stati Uniti.

Il crollo è stato causato dal cedimento di due gruppi di perni-pendini(Fig. 4.3) che tenevano in posizione l'impalcato sul lato esterno del ponte. Il gancio sulla parte interna del giunto di dilatazione all'angolo sud-est è stato forzato dal perno che lo tratteneva e il carico è stato spostato sull'unico altro perno del giunto. Il problema era causato dalla formazione di ruggine all'interno del cuscinetto sul perno, esercitando una forza tremenda sul gancio. Ciò ha causato la formazione di cricche da fatica nella parte superiore del perno superiore. Dopo ripetuti carichi e scaricamenti della soletta dal traffico, il perno superiore si è fratturato, provocando il cedimento della campata sospesa e la caduta nel fiume. Quando crollò in modo catastrofico, il ponte era sostenuto solo a tre angoli. Quando due camion pesanti e un'auto sono entrati nella sezione, il giunto di dilatazione rimanente ha ceduto e il ponte si è schiantato nel fiume sottostante.

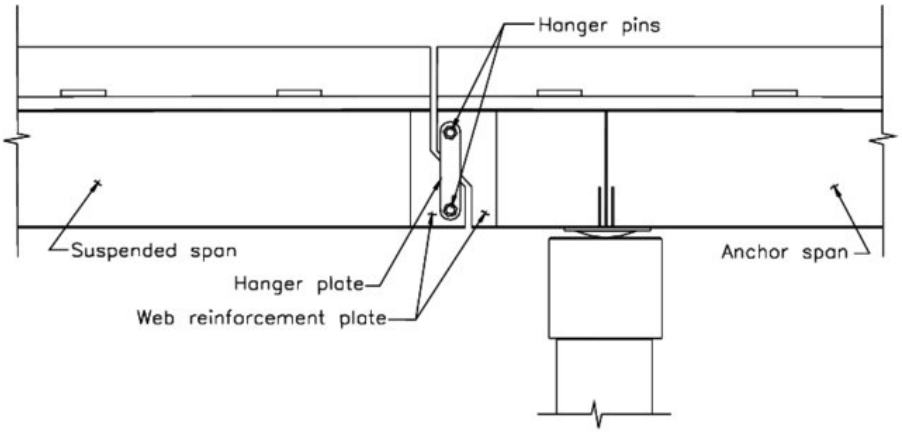


Figura 4.3. Tipica connessione a perno e gancio si sospensione della campata isostatica del *Mianus River Bridge.*[194]

L'indagine successiva ha citato come causa la corrosione dovuta all'accumulo di acqua dovuto a un drenaggio inadeguato. Durante la riparazione della strada circa 10 anni prima, gli scarichi autostradali erano stati deliberatamente bloccati e l'equipaggio non era riuscito a sbloccarli quando i lavori stradali erano stati completati. L'acqua piovana è trapelata attraverso i cuscinetti dei perni, facendoli arrugginire. I cuscinetti esterni erano critici per la sicurezza e non ridondanti, un

[194]B. Graybeal, R.Walther and G. Washer. Ultrasonic inspection of bridge hanger pins. *Transportation Research Record Journal of the Transportation Research Board.* 1697(1):19-23. November 2000. doi: 10.3141/1697-04

difetto di progettazione di questo particolare tipo di struttura. I cuscinetti erano difficili da ispezionare da vicino, sebbene si possano vedere tracce di ruggine vicino ai cuscinetti interessati.

L'incidente è stato anche attribuito a risorse di ispezione inadeguate nello stato del Connecticut. Al momento del disastro, lo stato aveva solo 12 ingegneri, che lavoravano in coppia, incaricati di ispezionare 3.425 ponti. Il crollo è avvenuto nonostante le procedure di ispezione a livello nazionale provocate dal crollo del Silver Bridge in West Virginia nel dicembre 1967.

I dettagli saldati in cui si sono verificate queste fratture sono comuni ed esistono in molte strutture in acciaio in tutta la nazione. In nessun caso il ponte è crollato a seguito delle fratture, anche se ognuna ha richiesto la chiusura per la riparazione.

- **2000 - Hoan Bridge**

Il 13 dicembre 2000, sono state scoperte fratture estese per circa 90[cm] in tutte e tre le travi di una delle campate del ponte Hoan sul fiume Milwaukee. La causa principale del guasto del ponte di Hoan è il dettaglio del giunto utilizzato per collegare il sistema di rinforzo laterale alle reti principali della trave: questa vulnerabilità non è un problema intrinseco con questa classe di connessione, ma che è correlata ai dettagli specifici utilizzati nel ponte di Hoan.

Figura 4.4. Location dell'origine della fessura dell'anima delle travi del *Hoan Bridge*[195]

Nel rapporto di indagine emerge che:

- Le superfici delle fessure sono state esaminate ad alto ingrandimento utilizzando un microscopio elettronico a scansione. La modalità di guasto è stata identificata positivamente come frattura fragile e scissione. Le fratture si sono verificate improvvisamente e si sono propagate attraverso le travi a una velocità esplosiva.

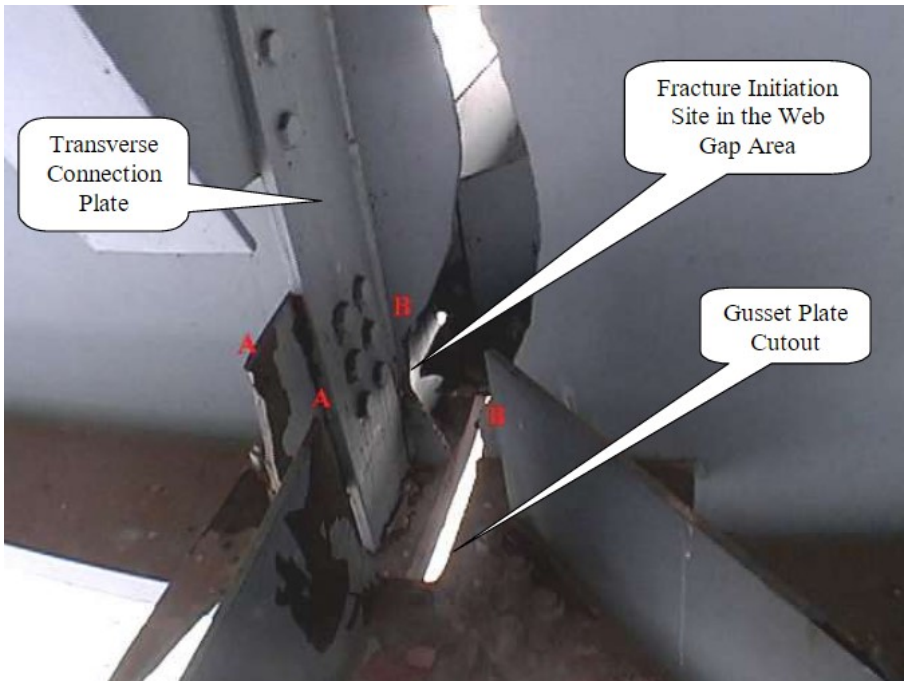


Figura 4.5. Location dell'origine della fessura dell'anima delle travi del *Hoan Bridge*

- Le fratture sono iniziate nel piatto d'anima delle travi, molto probabilmente nella trave interna, nella connessione in cui i controventi orizzontali inferiore incorniciavano la trave. Il sito di iniziazione era situato nello spazio tra la piastra del soffietto e la piastra di connessione trasversale / irrigidimento.

[195]F.M.Russo, D.R.Mertz, F.H.Karl, E.K. Wilson and others. *Design and Evaluation of Steel Bridges for Fatigue and Fracture - Reference Manual.*National Highway Institute (US). 2016. cap. 7. Historical development of fracture control. p. 7.20.

[195]James D. Cooper (Director, Bridge Technology, U.S. Department of Transportation Federal Highway Administration), Memorandum: *Actions: Hoan Bridge Investigation*, 10 July 2001

- Non c'era evidenza di fessurazione a fatica prima dell'inizio della frattura. Ciò indica che non vi era alcun danno osservabile prima della frattura improvvisa. Anche la più rigorosa ispezione critica della frattura non avrebbe fornito l'avvertimento della frattura imminente.

- I successivi test di pesatura dinamica *weigh-in-motion* hanno indicato che il peso medio del camion era di circa 356[kN] con una variazione ± di 90[kN]. L'analisi strutturale e le prove in-situ hanno dimostrato che il tipo di carico vivo applicato al ponte di Hoan avrebbe prodotto un intervallo di stress da carico vivo relativamente basso. Lo stress dovuto alla somma di tutti i carichi (permanenti, carichi viaggianti, vento e termico) era probabilmente entro limiti di progettazione accettabili per il ponte.

- Uno stretto spazio tra la piastra del setto verticale di irrigidimento e la piastra di connessione trasversale / irrigidimento ha creato una condizione di vincolo triassiale locale e ha aumentato la rigidità nella regione del gap del nastro nel sito di inizio della frattura. Questo vincolo ha impedito la resa e la ridistribuzione delle concentrazioni di stress locali che si verificano in questa regione. Di conseguenza, lo stato di stress locale nel gap del nastro è stato forzato ben oltre la forza di snervamento del materiale. Sotto vincolo triassiale, l'apparente tenacità alla frattura del materiale è ridotta e la frattura fragile può verificarsi in condizioni di servizio in cui normalmente è previsto un comportamento duttile.

- Le cricche del nastro sono state trovate in altre posizioni del ponte già nel 1995. Si pensava che le crepe fossero fratture a fatica e sulla base di questa ipotesi sono state intraprese azioni di *retrofit*. L'indagine forense ha stabilito che queste crepe precedenti erano fratture simili a quelle con conseguente fallimento. Tuttavia, tutte le precedenti crepe nell'anima delle travi si sono arrestate alla flangia e non hanno innescato la propagazione.

Figura 4.6. Dettaglio piastra fazzoletto del *Hoan Bridge.*[196]

- **2003 - US 422 Bridge**

Nel 2003 è stata rilevata una frattura in una trave in lamiera d'acciaio in una campata del ponte della US 422 sul fiume Schuylkill a Pottstown, in Pennsylvania; un ponte a sei campate bi-trave in acciaio costruito nel 1965. Originariamente concepito con sistema *pin and hanger* nel 1990 è stato rinforzato per la rimozione di tale dettaglio costruttivo. Sulla base dei criteri sviluppati dalla Federal Highway Administration (FHwA) e dalla Lehigh University, il ponte è stato identificato come suscettibile di frattura indotta da vincolo. Ironia della sorte, il ponte doveva essere riabilitato nel giro di pochi mesi quando è stata rilevata la frattura.

La frattura si è propagata verso l'alto nell'anima al di sopra della piastra a fazzoletto di circa 8[cm] e si è arrestata in corrispondenza di discontinuità all'interno della medesima. La frattura si è propagata anche verso il basso e ha reciso completamente la flangia della trave.

La frattura si è verificata in corrispondenza di una di queste connessioni della piastra fazzoletto dei controventi (Fig. 4.7) di piano a circa 3[cm] dalla flangia inferiore: la frattura si è propagata verso l'alto nell'anima al di sopra della piastra a fazzoletto di circa 8[cm] e si è arrestata in corrispondenza di discontinuità all'interno della medesima; inoltre si è propagata anche verso il basso e ha reciso completamente la flangia della trave.

[196]F.M.Russo, D.R.Mertz, F.H.Karl, E.K. Wilson and others. *Design and Evaluation of Steel Bridges for Fatigue and Fracture - Reference Manual.*National Highway Institute (US). 2016. cap. 7. Historical development of fracture control. p. 7.20.

Figura 4.7. Frattura del *US 422 Bridge*; configurazione del sistema di controventi orizzontali (in alto) e vista dal basso della flangia fratturata e del fazzoletto (in basso).[197]

[197]F.M.Russo, D.R.Mertz, F.H.Karl, E.K. Wilson and others. *Design and Evaluation of Steel Bridges for Fatigue and Fracture - Reference Manual.*National Highway Institute (US). 2016. cap. 7. Historical development of fracture control. p. 7.20.

Per l'analisi della frattura è stata rimossa la porzione adiacente alla lesione che consisteva nell'intera frattura dell'anima e della flangia inclusa la frattura del fazzoletto laterale. Un leggero strato di corrosione era evidente su gran parte della superficie a causa dell'esposizione ambientale prima della rimozione. Sulla superficie della fessura (Fig. 4.8) non è stata osservata alcuna prova di grave corrosione derivante dall'esposizione a lungo termine, che precludeva l'esistenza di una precedente fessura nella saldatura dell'armatura del fazzoletto verticale o dell'anima della trave. La regione di origine della frattura dell'anima è stata esaminata con un microscopio elettronico a scansione (SEM) per identificare la presenza di un difetto iniziale all'origine della propagazione instabile della cricca. Come riportato da Robert J. Connor a seguito dall'esaminazione in laboratorio è stato dichiarato che:

- La frattura fragile si è sviluppata in due punti separati presso il dettaglio della connessione del fazzoletto laterale quasi contemporaneamente. Una frattura fragile della saldatura d'angolo dell'irrigidimento verticale della piastra fazzoletto e una frattura fragile dell'anima si sono sviluppate entrambe in corrispondenza di questo giunto altamente vincolato.

Non è stata osservata alcuna prova di un difetto iniziale o dell'estensione della cricca da fatica in nessuna delle due fratture prima dell'inizio dell'instabilità della cricca.

- Un'analisi della meccanica della frattura delle condizioni simili a cricche esistenti in entrambe le origini di frattura ha suggerito che la saldatura d'angolo del fazzoletto probabilmente si è fratturata sotto un carico insolito a temperature ambiente moderatamente basse 10 C e ha impartito un carico dinamico alla condizione geometrica e triassiale simile alla cricca

- La natura dello sviluppo del web crack si traduce in un dettaglio che non è ispezionabile. La piccola dimensione critica della fessura non può essere rilevata utilizzando le procedure di ispezione di routine.

- Le proprietà del materiale dell'anima, della flangia e dei fazzoletti sono risultate tutte conformi all'acciaio ASTM A36. Solo la tenacità alla frattura degli

[197] R.J. Connor, E.J. Kaufman, J.W.H. Fisher and W.J. Wright. Prevention and Mitigation Strategies to Address Recent Brittle Fractures in Steel Bridges. *Journal of Bridge Engineering Vol. 12, Issue 2.* (March 2007). doi: 10.1061/(ASCE)1084-0702(2007)12:2(164)

elementi della piastra flangiata soddisfaceva o superava gli attuali requisiti di tenacità critica alla frattura AASHTO Zona 2 per questo tipo di acciaio. Il nastro e le piastre fazzoletto erano marginalmente inferiori ai requisiti attuali. Quindi, nel complesso, il materiale non era insolitamente scadente.

Figura 4.8. Frattura della piattabanda inferiore e dell'anima della trave del *US 422 Bridge* (in alto) e vista della connessione: frattura del fazzoletto laterale in corrispondenza della saldatura all'intersezione tra il fazzoletto e le piastre di irrigidimento verticali dell'anima della trave (in basso).[198]

[198]E.J.Kaufmann,R.J. Connor and J.W. Fisher. *Failure Analysis of the US 422 Girder Fracture.* ATLSS Report No. 04-21, Bethlehem, PA: Lehigh University. 2004. p. 7

4.2 Introduzione al fenomeno della fatica

Dall'inizio della rivoluzione industriale ci si accorse che l'applicazione di carichi non costanti nel tempo, ed in particolare carichi con andamento temporale ciclico, comporta la possibile rottura di componenti anche quando la sollecitazione massima risulta inferiore al carico unitario di snervamento del materiale questo fenomeno viene definito fatica. Tra le tante definizioni di "fatica" presenti in letteratura, quella fornita dalle norme ASTM[199] cita che "La fatica è un processo permanente, progressivo e localizzato di cambiamento strutturale in un materiale soggetto a condizioni di tensione e deformazione variabili nel tempo che può portare alla formazione di cricche e/o alla frattura dopo un numero sufficiente di cicli". Da questa definizione emergono tre aspetti importanti: la fatica è un fenomeno:

- permanente:non è reversibile, a differenza della fatica in senso biologico;
- progressivo: ogni applicazione del carico induce un danno, e quindi è possibile accumularli dall'inizio della storia di carico;
- localizzato: non si tratta di un fenomeno di degrado delle caratteristiche del materiale ma riguarda soltanto una zona limitata dell'elemento strutturale.

È da osservare che l'applicazione dei cicli di sollecitazione " può portare alla formazione di cricche e/o alla frattura", cioè ci possono essere casi in cui il fenomeno non porta al cedimento del componente strutturale. Un elemento strutturale metallico presenta diverso comportamento a seconda che sia assoggettato a a carico statico o ciclico: nel secondo caso la rottura dell'elemento avviene a seguito di un certo numero di cicli a causa di una sollecitazione che è minore del limite di snervamento del materiale. Questo aspetto è giustificato dal fatto che la sollecitazione ciclica produce nel materiale un *affaticamento* che causa la diminuzione di resistenza ed è quindi un catalizzatore dell'invecchiamento dell'elemento strutturale.

4.2.1 Parametri della sollecitazione ciclica

Per individuare un ciclo di sollecitazione sono necessari almeno 2 parametri relativi alle tensioni (o alle deformazioni, o ai carchi esterni), oltre alla frequenza. Per quanto riguarda le frequenze, in funzione delle osservazioni sperimentali ottenuti in assenza di fenomeni di corrosione, si può affermare che i risultati delle prove di fatica non evidenziano differenze significative nel campo da 1 a circa 100[Hz]), per

[199] ASTM American Society for Testing and Materials, ANSI/ASTM, E206-72, 1979.

cui normalmente questo parametro non viene indicato. In presenza di fenomeni di corrosione invece la frequenza può rivestire una certa importanza. I parametri relativi alla tensione che individuano il ciclo di carico sono:

- tensione massima σ_{max};

- tensione minima σ_{min};

- tensione media $\sigma_m = \dfrac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$;

- tensione alternata $\sigma_m = \dfrac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$;

- ampiezza $\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$

- rapporto di fatica $R = \dfrac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$;

- rapporto di ampiezza $R_a = \sigma_a \sigma_m$.

Per la completa definizione di una storia tensionale (Fig. 4.9) ciclica sono necessari, come già detto, 2 parametri indipendenti tra loro, ad esempio σ_{max} e σ_{min}, σ_m e σ_a oppure R_a e $\Delta\sigma$.

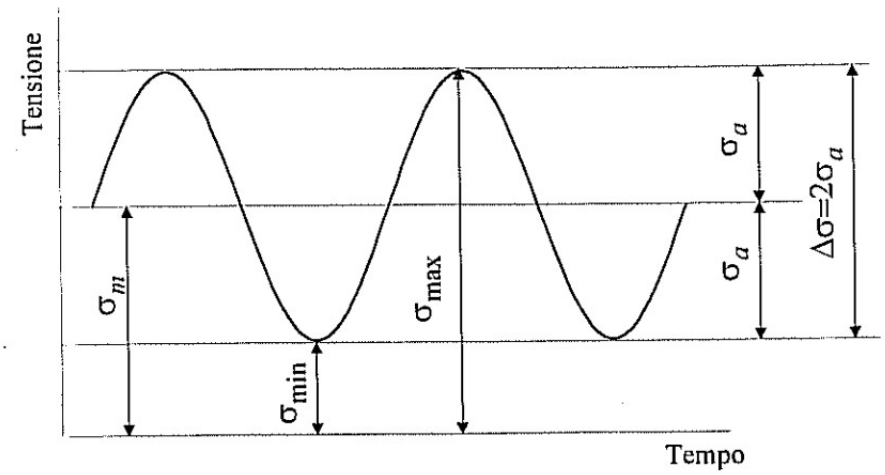


Figura 4.9. Ciclo di tensione a fatica.

In forma del tutto analoga si possono calcolare gli stessi parametri ma in riferimento alle deformazioni, le tensioni tangenziali e carichi applicati.

4.2.2 Cenni storici

Risalgono alla rivoluzione industriale le prime manifestazioni di problematiche inerenti alla fatica. Di seguito si riportano gli eventi principali rispetto il fenomeno.

- nel 1837:
  vengono pubblicati i risultati delle prime prove con carichi variabili, di cui si ha notizia furono, eseguite da Albert (Germania) su catene utilizzate per il traino di vagoncini nelle miniere. Con lo sviluppo della rete ferroviaria si manifestarono i avvennero i primi cedimenti inspiegabili e senza deformazioni permanenti apprezzabili ma al contrario di tipo fragile per carichi bassi sotto il limite di snervamento.

- nel 1842:
  Rankine (Gran Bretagna) osservò che le rotture avvenivano in corrispondenza di intagli e raccordi, suggerendo di realizzare questi ultimi aumentandone le dimensioni.

- nel 1854:
  Braithwaite (Gran Bretagna) introdusse per primo il termine "fatica".

- dal 1858 al 1870:
  Wöhler, ingegnere delle ferrovie tedesche, lavorò per primo eseguendo prove sperimentali su campioni di componenti reali assoggettandoli ai carichi effettivamente applicati sugli assali ferroviari. I suoi risultati furono resi pubblici la prima volta all'esposizione universale di Parigi del 1867 e nello stesso anno fu pubblicato il suo lavoro sulla rivista Engineering. Per primo Wöhler indicò che la durata di un componente non dipende soltanto dalla sollecitazione massima applicata ma anche dal valore minimo. Individuò inoltre la presenza di un valore limite dell'ampiezza di sollecitazione al di sotto del quale non si hanno rotture detto *limite di fatica*. In suo onore i diagrammi base per descrivere il comportamento a fatica, *diagrammi S-N*, sono anche detti *diagrammi di Wöhler*.

- dal 1870:
  Gerber (Germania) e Goodman in (Gran Bretagna) svilupparono gli studi sull'influenza della tensione media sul comportamento a fatica, e nel 1899 propose l'omonima equazione che ancora oggi trova applicazione.

- dal 1898:
  Kirsch (Germania) sviluppò il primo lavoro teorico sull'effetto di un intaglio e studiò lo stato di tensione nell'intorno di un foro in una piastra infinita.

- dal 1900:
  fu introdotto l'uso del microscopio ottico per lo studio delle superfici di frattura a fatica.

- dal 1920:
  Gough (Gran Bretagna) iniziò lo studio della fatica multi-assiale sottoponendo provette sollecitazione composta di flessione e torsione.

- nel 1924:
  nacque la meccanica della frattura a seguito della pubblicazione da parte di Griffith (Gran Bretagna) dei suoi studi sulla frattura fragile dei vetri da cui nacque la meccanica della frattura. Tra le due guerre mondiali furono pubblicati anche i primi libri sulla fatica: nel 1924 Gough (Gran Bretagna), nel 1927 Moore e Kommers (USA), nel 1929 Fòppl (Germania), nel 1937 Cazaud (Francia) e Serensen (Unione Sovietica).

- dal 1930:
  Thum e Bautz (Germania) concentrarono i loro studi sull'effetto della forma del componente, degli intagli e dei gradienti di tensione. Neuber (Germania) studiò per via teorica lo stato di sollecitazione nell'intorno di un gran numero di tipi di intagli. Frocht (USA) svolse stud sperimentali utilizzando la fotoelasticità per lo studio sperimentale del problema della concentrazione degli sforzi nell'intorno di un intaglio. Iniziarono anche le rilevazioni degli spettri di carico su molti componenti di veicoli terrestri ed aeronautico. Gassner (Germania) iniziò lo studio della fatica indotta da sollecitazioni cicliche ad ampiezza variabile.

- nel 1939:
  vennero sviluppati i trasduttori induttivi per la misura delle deformazioni e inventati gli estensimetri elettrici a resistenza. Si studiarono in modo approfondito gli effetti dei trattamenti superficiali sulla resistenza a fatica, ad esempio Fòppl (Germania), e furono introdotte alcuni trattamenti meccanici tra cui la rullatura a freddo e la pallinatura per aumentare la resistenza a fatica delle molle a balestra. Almen (USA) in particolare spiegò l'effetto benefico di questi trattamenti indicando che la fatica è legata alle tensioni di trazione.

- nel 1945:
  Miner (USA) rese popolare Un criterio di danneggiamento cumulativo per lo studio della fatica con carichi ad ampiezza variabile, criterio già proposto da Palmgren nel 1924 per i cuscinetti a sfere e da altri studiosi tra cui Langer (USA) nel 1937 e Serensen (Russia) nel 1938; nonostante molte limitazioni

questo criterio rimane uno dei più utilizzati ancora oggi nella pratica professionale. Dixon (USA) intanto formulò la metodologia statistica dello *Stair Case*, molto diffusa in campo biomedico, che presto fu utilizzata per la valutazione del *limite di fatica* in quanto richiede un numero relativamente limitato di prove e fornisce sia il valore medio sia la dispersione della grandezza cercata.

- nel 1950:
  Locati (Italia) pubblicò un libro in italiano sullo studio del problema della fatica e inoltre propose anche un metodo per effettuare una prima stima del limite di fatica di un componente con un'unica prova sperimentale. Furono introdotti il microscopio elettronico e le macchine di prova idrauliche con retroazione, che trovarono sviluppo nell'ambito delle ricerche sui materiali nucleari, e permisero l'inizio dello studio della fatica oligociclica a controllo di deformazione. Sines propose una formula per valutare il coefficiente di sicurezza in caso di sollecitazioni multiassiali.

- nel 1957:
  nacque la meccanica della frattura lineare elastica quando Irwin (USA) introdusse il concetto di *fattore di intensità delle tensioni.*

- nel 1962:
  Manson e Coffin (USA) studiarono indipendentemente i problemi di fatica termica e giunsero ad una relazione correlando l'ampiezza di deformazione e la vita a fatica, intesa come fatica oligociclica. In questi anni sono inoltre state sviluppate nuove metodologie di progettazione in particolare nel campo aeronautico. Ad esempio per molte strutture si passò da una metodologia *safe life*, che prevede di dover sostituire il componente strutturale alla fine della sua vita utile prima del cedimento, ad una metodologia *fail safe*, cioè ad una progettazione che prevede la possibilità che un componente possa rompersi senza che questo comporti una rottura catastrofica della struttura o della macchia di cui fa parte.

- nel 1963:
  Paris propose una relazione fra la velocità di propagazione delle cricche e il campo di variazione del fattore di intensità delle tensioni che permette la valutazione della vita residua di un pezzo con difetti; le prime prove sperimentali di propagazione della cricca furono effettuate nel 1936 da de Forest. Anche sulla base degli studi di Paris fu introdotto il concetto di *damage tollerance* , per il quale il calcolo delle strutture deve essere svolto assumendo preventivamente la presenza di difetti in tutti i dettagli critici della struttura in esame. Nel

1974 questa filosofia di progettazione è stata introdotta nelle norme militari statunitensi per la progettazione di aeromobili.

- dopo il 1963:
  Non essendo la formula di Sines, e analoghe, completamente soddisfacenti, sono ancora in corso molti studi sulla meccanica della frattura elastoplastica, che si sono concentrati sulla fatica multi-assiale anche in presenza di carichi ciclici con ampiezza variabile nel tempo; gli approcci di rilievo tendenzialmente utilizzano i concetti della fatica in controllo di deformazione per la valutazione della vita di componenti intagliati. Inoltre sono stati svolti anche numerosissimi studi sulla propagazione di cricche dal dimensioni di piccola entità a quelle ingegneristicamente rilevanti (micro micro e short cracks).

Sebbene gli studi sul tema della fatica vengono portati avanti da oltre 150 anni molte problematiche rimangono ancora aperte e spesso l'unico metodo per valutare l'affidabilità di un elemento strutturale è quello di sottoporlo a intense e costose campagne di prove sperimentali.

4.2.3 Aspetti miscroscopici del fenomeno della fatica

Il processo di rottura a fatica avviene in 3 fasi:

1. **Fase di nucleazione:**
   Generalmente le cricche da fatica nucleano a partire dalla superficie. Sottoposti a sollecitazione alcuni grani superficiali favorevolmente orientati reagiscono in modo particolare: a causa del moto delle dislocazioni[200] (Fig. 4.10) si genera un fenomeno di scorrimento tra i piani cristallini con orientazione in genere di 45° rispetto alla direzione di applicazione del carico (Fig. 4.12). Il fenomeno della nucleazione per fatica è quindi governato dalle tensioni tangenziali; lo scorrimento porta alla formazione di microintagli da cui può poi partire la cricca di fatica. I movimenti lungo le bande di scorrimento provocano irregolarità superficiali che si manifestano come sporgenze e rientranze: l'analisi al microscopio elettronico rivela sulla superficie del metallo microintrusioni e microestrusioni delle dimensioni di $0{,}1 \div 1$[µm] conseguenti all'applicazione di carichi ciclici, in corrispondenza delle quali si hanno concentrazioni di tensione e, quindi, condizioni che favoriscono l'innesco della cricca.

[200] W. Nicodemi, *Metallurgia: principi generali*, Zanichelli, 2000

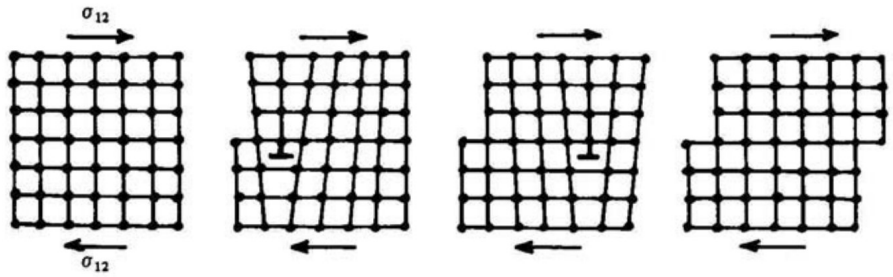


Figura 4.10. Moto di una dislocazione.[201]

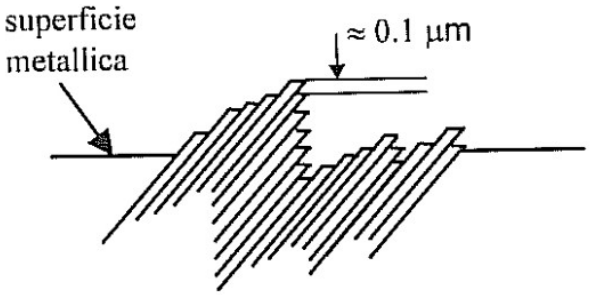


Figura 4.11. Bande di scorrimento in un metallo dovuto al carico ciclico.[202]

Questo tipo di fenomeno è plastico cioè il risultato dello spostamento permanente di atomi o gruppi di essi dalle loro posizioni originali nel reticolo; al cessare della sollecitazione gli atomi non ritornano in posizione, ma conservano la collocazione spostata raggiunta. Si manifestano deformazioni permanenti, anche se la sua scala è cosi ridotta che il pezzo si comporta macroscopicamente ancora in modo elastico. Al proseguire della sollecitazione le bande di scorrimento tendono ad ingrossarsi e ad estendersi anche ai grani adiacenti mentre il loro profilo diventa sempre più pronunciato verso l'interno del materiale.

2. **Fase di propagazione:**
   Al procedere della sollecitazione ciclica quando le bande di scorrimento riescono a penetrare nel materiale ad una distanza di alcuni grani dalla superficie tendono a coalescere: le microcricche tendono ad unirsi e a formare una macrocricca, determinando l'inizio della fase di propagazione vera a e propria; quindi

[201] C. Cenci, *Modellazione numerica del danno per fatica nei collegamenti saldati*, Università degli studi di Padova, 2014, cap. 3, p. 26.

[202] M. Rossetto, *Introduzione alla Fatica dei Materiali dei Componenti Meccanici*, Libreria Editrice Universitaria Levrotto & Bella, 2000, cap. 1, p. 6.

inizia la propagazione in direzione normale a quella del carico applicato. Il suo sviluppo risulta essere un fenomeno legato non più alle condizioni superficiali, ma alla resistenza del materiale. A volte le cricche che si sono nucleate non propagano e il pezzo può sopportare numero 'infinito' di cicli senza rompersi.

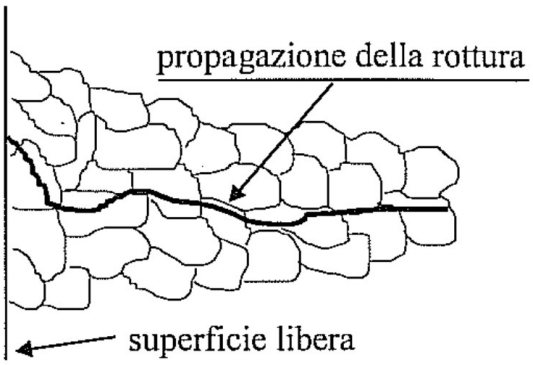


Figura 4.12. Crescita transcristallina di una cricca.[203]

Ad ogni ciclo di carico si verifica l'accrescimento della cricca con un meccanismo ripetitivo di arrotondamento e affilamento del suo apice (Fig. 4.13): quando la cricca viene sollecitata a trazione, i suoi lembi vengono distanziati e all'apice deve formarsi una superficie; quando poi la sollecitazione si inverte la cricca viene compressa e i lembi si avvicinano, la nuova superficie appena creata viene schiacciata e in tal modo va ad allungare il lembi della cricca.

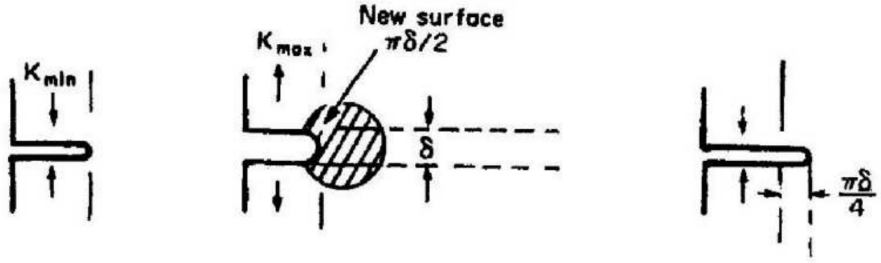


Figura 4.13. Meccanismo di accrescimento di una cricca sottoposta a cicli alternati di trazione e compressione .[204]

[203] *Ibidem*, p. 7.

[204] C. Cenci, *Modellazione numerica del danno per fatica nei collegamenti saldati*, Università degli studi di Padova, 2014, cap. 3, p. 30.

3. **Fase di collasso:**
   Quando le dimensioni della cricca diventano critiche, la sua crescita diventa instabile e si manifesta la frattura. Quando la dimensione della cricca raggiunge il valore critico si ha la rottura del pezzo; tale rottura può avvenire in modo fragile o per collasso plastico; nella grande maggioranza dei la rottura avviene in modo fragile senza apparenti deformazioni permanenti. Infatti, l'accrescimento della cricca porta ad una progressiva diminuzione di sezione resistente: quando questa diventa così ridotta da non essere più in grado di resistere alle sollecitazioni esterne, si ha la frattura finale di schianto per sovraccarico di tipo statico.

4.2.4 Aspetti macroscopici del fenomeno della fatica

Il tipico aspetto di una superficie di frattura per fatica di un componente sollecitato a trazione compressione è rappresentato in figura **??** e **??**. Il piano di nucleazione delle cricche è orientato a circa a 45° rispetto alla direzione sollecitazione e la direzione di propagazione è radiale ad essa. M. Rossetto descrive così la superficie di frattura per fatica:«*La propagazione delle cricche é visualizzata da zone chiare e scure di diversa granulosità dette "beach marks". La diversità granulosità può essere dovuta all'effetto delibazione reciproca delle superfici in periodi in cui si hanno cicli di diversa ampiezza, oppure possono segnalare un sovraccarico occasionale, o possono dipendere datazione ossidante dell'ambiente, particolarmente efficace nei momenti di pausa. Infine si nota la zona di frattura granulata. La propagazione può avvenire anche su piani differenti e in direzioni diverse, ma le cricche su piani diversi si uniscono dando origine ai bordi radiali [...]*»

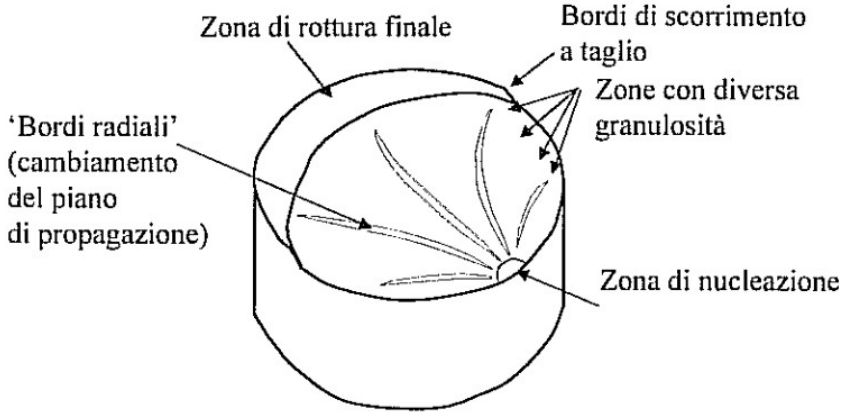


Figura 4.14. Aspetto di una superficie di frattura per fatica.[205]

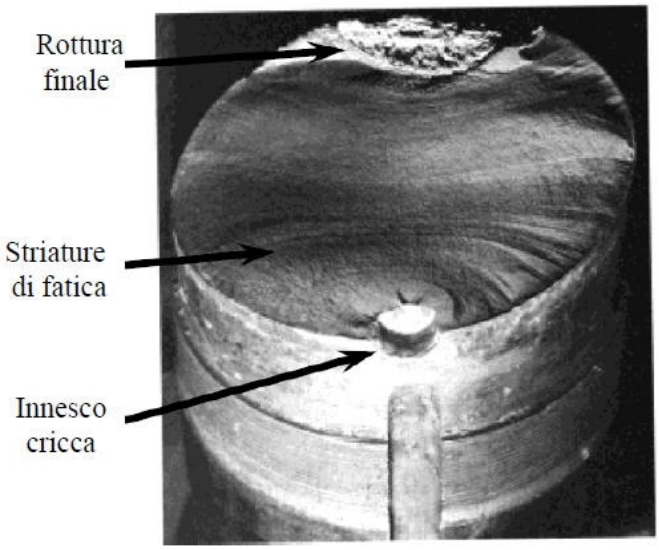


Figura 4.15. Sezione di un elemento rotto a fatica; sono evidenziati l'innesco della cricca, l'area di propagazione e la porzione interessata dalla rottura finale di schianto.

4.3 Fatica da sollecitazioni cicliche ad ampiezza costante

Le prime ricerche sulla fatica furono condotte da August Wöhler, che esegui molte prove sperimentali sottoponendo provini di acciaio e carichi ciclici ad ampiezza costante e rappresentò i risultati dei test in funzione dei parametri N, $\sigma_{\max}$ e R (Fig. 4.16). Dal grafico emerge che per ogni valore prefissato del repporto di fatica R si ha una curva che fornisce la vita a fativa N (numero di cicli che provoca la rottura del provino), in funzione del $\sigma_{\max}$.

[205]M. Rossetto, *Introduzione alla Fatica dei Materiali dei Componenti Meccanici*, Libreria Editrice Universitaria Levrotto & Bella, 2000, cap. 1, p. 9.

[205]A. Wöhler, Tests to determine the forces acting on railway carrige axels an capacity of resistance of the axels, *Engineering*, vol.11, 199, 1871.

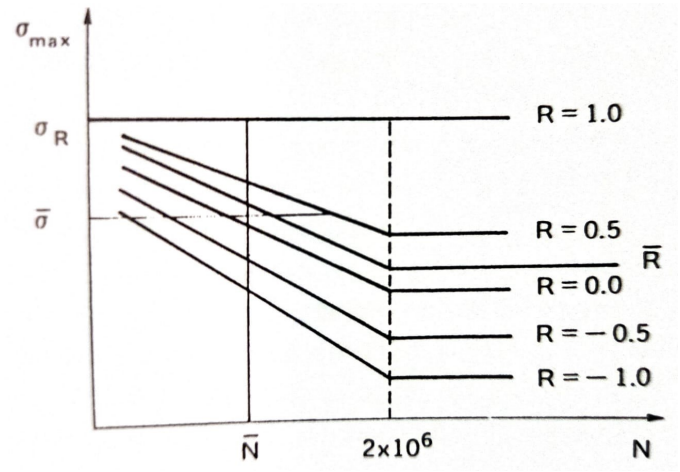


Figura 4.16. Diagrammi di Wöhler.[206]

Per valori molto alti di N è utile utilizzare la scala logaritmica per rappresentare l'asse delle ascisse. Dal diagramma di Wöhler è possibile affermare che:

- per un fissato valore di N, la massima tensione si ha in corrispondenza della curva relativa a R=1 (sollecitazione statica). Per una sollecitazione ciclica (R<1) si ha la rottura dopo un certo numero di cicli per una tensione $\sigma_{\max}$

- per una prefissata tensione di rottura, al diminuire di R sono necessari sempre meno cicli per provocare la rottura del provino.

- per un prefissato valore del parametro R, la tensione di rottura diminuisce all'aumentare di N: questo ha validità del tutto generale fino a $N = 2 \cdot 10^6$ mentre per numero di cicli superiori la tensione di rottura resta invariata.

Per conoscere il comportamento nei confronti della fatica di un elemento strutturale caratterizzato da un prefissato valore di R si traduce sperimentalmente nell'andare a valutare la massima sollecitazione, detta limite di fatica, che può sopportare per un numero di cicli pari a $N = 2 \cdot 10^6$. Nel caso fossero applicate variazioni di tensioni di entità inferiore al limite di fatica si dice che l'elemento strutturale può sopportare un numero infinito di cicli senza giungere quindi a rottura per fatica.

[206] A. Carpinteri, *Meccanica dei Materiali e della Frattura*, Pitagora Editrice Bologna, 1992, cap. 5, p. 209.

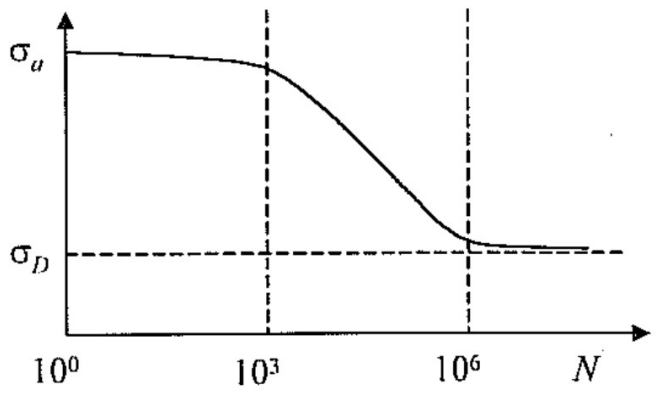


Figura 4.17. Diagramma di Wöhler.[207]

Le curve di Wöhler, dette anche curve S-N, se rappresentate in scala non logaritmica hanno l'andamento tipico riportato in figure 4.17 ed è possibili suddividerla in tre parti:

- nella prima zona detta regime *Low Cycle Fatigue*, fino a N $= 10^3 \div 10^4$ il massimo valore della tensione è poco al di sopra del limite di snervamento del materiale e la curva ha andamento sub-orizzontale. Si parla di fatica oligociclica.

- nella seconda zona detta regime *High Cycle Fatigue*, la sollecitazione applicata all'elemento strutturale che porta a rottura, detta *resistenza a termine*, dopo un numero di cicli N maggiore di $10^3 \div 10^4$, è sotto la tensione di snervamento. In una rappresentazione in scala bi-logaritmica ne si evidenzia la pendenza k costante descritta analiticamente dall'espressione:

$$N \cdot \sigma_{\mathrm{a}}^{\mathrm{k}} = cost. \tag{4.1}$$

  I valori tipici della pendenza per acciai e leghe leggere sono k $= 8 \div 10$ per provini lisci (provini lucidati) e k $= 3 \div 4$ per provini intagliati (fori, saldature). Bisogna notare che maggiore è k minore è la pendenza della retta e il limite di fatica viene raggiunto ad un numero di cicli più elevato, con conseguente aumento del tempo necessario al materiale per arrivare a rottura.

- nell'ultima zona il diagramma detta regime , da N $= 10^6$, ha un asintoto orizzontale già chiamato*limite di fatica*, sotto il quale non si ha rottura per fatica.

[207] M. Rossetto, *Introduzione alla Fatica dei Materiali dei Componenti Meccanici*, Libreria Editrice Universitaria Levrotto & Bella, 2000, cap. 5, p. 56.

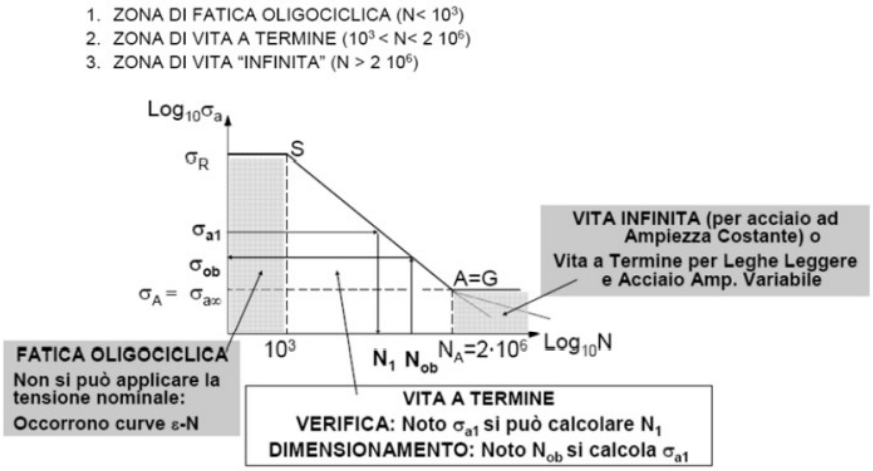


Figura 4.18. I tre campi del diagramma di Wöhler.[208]

4.4 Fattori che influenzano il comportamento a fatica

Il *limite di fatica* e la *resistenza a termine* non dipendono unicamente dal materiale e dalla storia tensionale applicata ma da tanti altri fattori tra cui:

- dimensioni;
- geometria del provino e la presenza di intagli;
- finitura superficiale, rugosità;
- trattamenti superficiali, di tipo meccanico, termico o chimico e rivestimenti;
- tipologia di carico applicato (flessione semplice, flessione e torsione, sollecitazione assiale,...);
- temperatura di esercizio;
- presenza di un ambiente corrosivo

[208] C. Cenci, *Modellazione numerica del danno per fatica nei collegamenti saldati*, Università degli studi di Padova, 2014, cap. 4, p. 54.

4.4.1 Influenza della tensione media

Se la storia tensionale applicata ha una tensione media non nulla c'è una variazione del limite di fatica. Si è visto che una tensione media positiva riduce la *componente alterna ammissibile*, mentre l'applicazione di una tensione media negativa ne aumenta il valore. Intuitivamente si può spiegare il fenomeno considerando che la nucleazione del difetto avviene su piani a 45° rispetto alla direzione della tensione uniassiale e che tale nucleazione è legata a scorrimenti plastici governati dalle tensioni tangenziali. È intuitivo pensare che una tensione negativa ostacoli il processo di scorrimento, mentre una tensione positiva lo faciliti; se invece il ciclo tensionale è tutto positivo, esso ha tensione media positiva e il processo di nucleazione è facilitato.

I dati ottenuti nelle prove di fatica ai vari livelli di tensione media si possono rappresentare in diagrammi, detti diagrammi di Haigh, con in ascissa la tensione media e in ordinata la tensione alternata: ogni punto del diagramma corrisponde al *limite di fatica* oppure alla *resistenza a termine* ad un valore fissato del numero di cicli N. Ciascuno dei punti di questo diagramma sono il risultato di una prova a fatica di tipo *stair-case* quindi risulta essere molto onerosa e per questo motivo sono state proposte delle equazioni per stimare l'influenza della tensione media sul limite di fatica. Goodman nel 1899 ipotizzò (Fig. 4.20), per le tensioni medie positive, un andamento lineare del limite di fatica σ_{D} con la tensione media. Il valore massimo della tensione media è dato ovviamente dal carico unitario di rottura del materiale Rm.

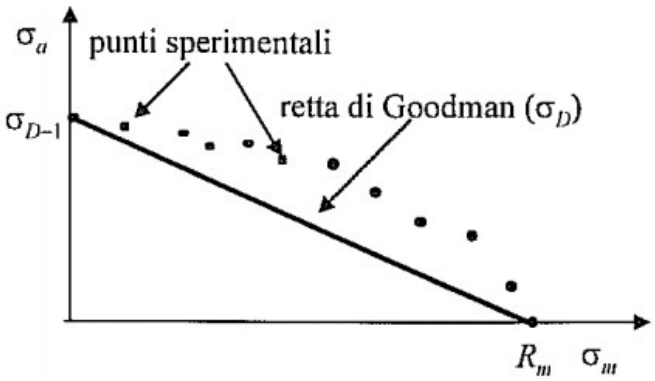


Figura 4.19. Ipotesi di Goodmann.[209]

[209] M. Rossetto, *Introduzione alla Fatica dei Materiali dei Componenti Meccanici*, Libreria Editrice Universitaria Levrotto & Bella, 2000, cap. 5, p. 66.

L'equazione della retta di Goodman è:

$$\frac{\sigma_D}{\sigma_{D-1}} + \frac{\sigma_m}{R_m} = 1 \Rightarrow \sigma_D = \sigma_{D-1} - \frac{\sigma_{D-1}}{R_m} \cdot \sigma_m \tag{4.2}$$

In figura la retta di Goodman intercetta l'asse delle ordinate in corrispondenza del *limite di fatica* per rapporto d'ampiezza R = -1 ($\sigma_{\mathrm{D}-1}$) e l'asse delle ascisse in corrispondenza del carico di rottura. Per evitare che la tensione massima applicata superi il valore della resistenza allo snervamento del materiale allora il diagramma di Haigh viene limitato da una retta che unisce il limite di snervamento il limite di proporzionalità $\mathrm{R_{p0.2}}$ sui due assi. Per quanto riguarda la zona delle tensioni medie negative si può ipotizzare una retta che prosegue quella di Goodman a $\sigma_{\mathrm{D}-1}$, il che corrisponde ad una retta orizzontale. Anche in questo campo vi sarà una limitazione riguardante il superamento della tensione di snervamento.

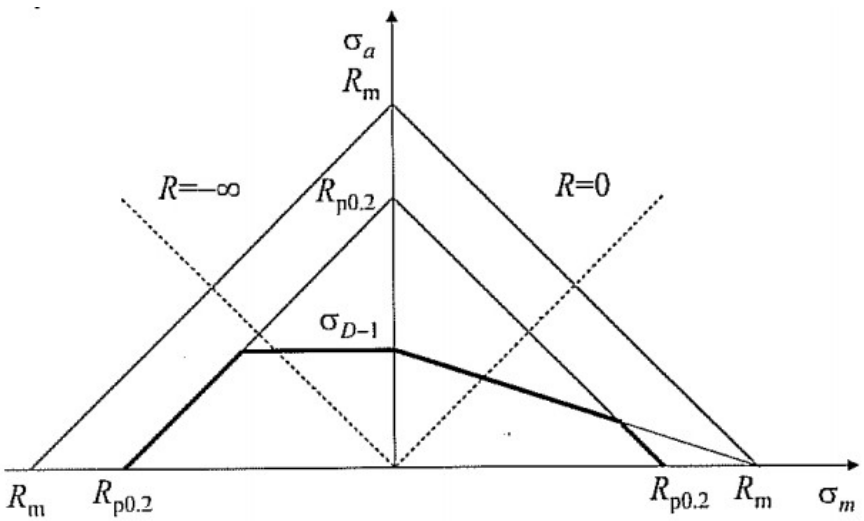


Figura 4.20. Diagramma di Haigh stimato.[210]

Sul diagramma vengono anche indicate rette inclinate che partono dall'origine; ognuna di tali rette corrisponde ad un rapporto di ampiezza Ra diverso, e quindi a un rapporto di tensione R diverso.

[210]M. Rossetto, *Introduzione alla Fatica dei Materiali dei Componenti Meccanici*, Libreria Editrice Universitaria Levrotto & Bella, 2000, cap. 5, p. 67.

4.4.2 Effetto delle dimensioni

Le dimensioni del provino influenzano la resistenza a fatica provocando una variazione della curva di Wöhler[211] e in particolare il *limite di fatica* in tutti quei casi in cui vi sia un gradiente delle tensioni. L'effetto delle dimensioni non deve quindi essere considerato quando non sono presenti gradienti e quindi quando il carico è di trazione compressione. L'influenza delle dimensioni si manifesta nel seguente modo: all'aumentare delle dimensioni, a parità di sollecitazione massima, diminuisce il gradiente e la tensione efficace nella zona di processo tende ad aumentare. Il coefficiente di riduzione per effetto delle dimensioni può essere stimato utilizzando il diagramma riportato in figura 4.22, diagramma ottenuto mediando risultati sperimentali pubblicati in vari testi relativi a prove di torsione e flessione su materiali diversi.

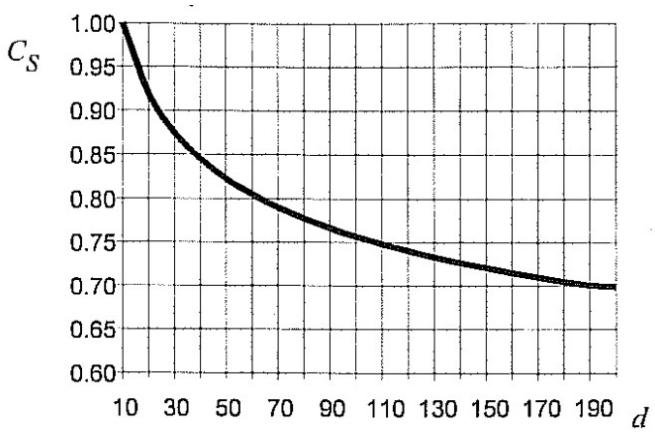


Figura 4.21. Valore del coefficiente C_d in relazione alla dimensione del provino d.[212]

Bisogna notare che oltre i 150 -200 mm l'effetto (benefico) del gradiente scompare e il limite di fatica in queste condizioni è analogo a quello che si ottiene in trazione compressione.

[211] A. Carpinteri, F. Montagnoli and S. Invernizzi. Scaling and Fractality in Fatigue Resistance: Specimen-Size Effects on Wöhler's Curve and Fatigue Limit. *Fatigue Fracture of Engineering Materials Structures*, 43(8):1869–1879, 2020

[212] M. Rossetto, *Introduzione alla Fatica dei Materiali dei Componenti Meccanici*, Libreria Editrice Universitaria Levrotto & Bella, 2000, cap. 6, p. 84.

4.4.3 Effetto dei trattamenti superficiali

I trattamenti superficiali hanno una notevole importanza, proprio perché l'innesco del processo di fatica avviene di norma sulla superficie degli elementi strutturali. Le variabili che influenzano il fenomeno sono in numero tale da non permettere una quantificazione del effetto di ciascun trattamento, ciò significa che il minore o maggiore effetto di un trattamento dipende dalla combinazione di fattori non facilmente identificabili e che spesso fanno parte dei segreti del mestiere di chi esegue il trattamento. Dato che la zona di intervento dei trattamenti è in prossimità della superficie degli elementi strutturali si ha effetto benefico sulla variazione della resistenza a fatica dei casi in cui la sollecitazione abbia un gradiente sulla sezione, mentre non si hanno variazioni del comportamento, o sono molto limitate, quando lo stato di sollecitazione è uniforme nella sezione. Si possono comunque dare indicazioni qualitative considerando i principali trattamenti dividendoli in tre categorie:

- **Trattamenti meccanici**:

Sono lavorazioni che hanno lo scopo di indurre uno stato di tensione residua in prossimità della superficie del pezzo lavorato tramite deformazione plastica; alla fine del trattamento la parte di materiale che non è deformato plasticamente reagisce elasticamente comprimendo la parte di materiale che ha subito la deformazione plastica.

- **Trattamenti di rivestimento**:

I rivestimenti superficiali sono applicati per risolvere problemi di corrosione, di usura e anche per ragioni estetiche. Essi inducono uno stato di tensioni residue di trazione che diminuisce sensibilmente la resistenza a fatica del materiale su cui sono applicati; questo effetto negativo può essere limitato adottando alcuni accorgimenti, in particolare effettuando sul componente trattamenti termici.

- **Trattamenti termici**:

Tra questi i processi diffusivi, come ad esempio la cementazione e la nitrurazione, hanno un effetto benefico perché generano indurimento del materiale aumentano la resistenza, inoltre tendono a far aumentare di volume lo strato superficiale interessato dal processo e che, alla fine del trattamento, si trova in uno stato di compressione residua.

4.4.4 Effetto dell'ambiente corrosivo

Un ambiente corrosivo interagisce in modo significativo con i processi di fatica, riducendo in modo drastico la durata di un elemento strutturale e, fatto ancor più importante, il *limite di fatica* può scomparire[213]. Come riporta M.Rossetto[214], fenomeno base della fatica sotto corrosione nella fase di nucleazione può essere spiegato «*l'agente corrosivo produce sulla superficie del componente uno strato di ossido , che in condizioni statiche risulta passivante; i carichi ciclici rompono questo strato e il metallo sottostante viene nuovamente attaccato dall'agente corrosivo, inoltre la superficie rimane butterata (pitting) e le butterature agiscono come un aumento di rugosità o nei casi più gravi, come intagli. [...]. Ovviamente la corrosione può influenzare anche la fase di propagazione del difetto. Le variabili in gioco sono molte e non tutte facilmente individuabili; certamente la temperatura gioca un ruolo notevole per la sua influenza sulla velocità delle reazioni elettrochimiche.*».

Inoltre bisogna anche sottolineare che ha notevole importanza anche la frequenza di applicazione del carico: infatti i processi di corrosione hanno la necessità di un certo tempo per svilupparsi, per cui l'applicazione di carichi a frequenze più elevate riduce l'effetto dell'ambiente corrosivo, specie nella fase di propagazione. Sperimentalmente si è notato che materiali più resistenti sono più sensibili alla fatica sotto corrosione, mentre materiali più duttili ne risentono in misura minore.

Per ridurre il problema si possono adottare alcuni trattamenti superficiali di rivestimento come zincatura, cromatura, nichelatura e cadmiatura. Di solito questi trattamenti riducono la resistenza a fatica del dell'elemento strutturale se si trova in ambiente non corrosivo, ma la aumentano in ambiente corrosivo; in linea del tutto generale tali trattamenti risultano efficaci solo fino a quando non si creano cricche nel rivestimento con successiva esposizione diretta all'ambiente circostante. L'effetto benefico dei trattamenti superficiali è maggiore sui materiali duttili con i quali è più difficile che la presenza di una cricca nel materiale base tenda a rompere il rivestimento stesso. Infine le tensioni residue di trazione sono particolarmente dannose: anche in assenza di carichi esterni vi possono essere fenomeni di tensocorrosione.

A seguito del crollo del Viadotto Polcevera nel 2019, sono stati condotti diversi studi dal team di ricerca del Prof. Carpinteri al Politecnico di Torino, sull'influenza della fatica in ambiente corrosivo, detta anche *corrosion-fatigue*. È dimostrato

[213] I. Lotsberg, *Fatigue Design of Marine Structures*, Cambridge, Cambridge University Press 2016.

[214] M. Rossetto, *Introduzione alla Fatica dei Materiali dei Componenti Meccanici*, Libreria Editrice Universitaria Levrotto & Bella, 2000, cap. 5, p. 61.

che l'effetto combinato della fatica a bassa ampiezza ad altissimo numero di cicli insieme al degrado per corrosione può essere all'origine del crollo [215] . In particolare, l'ambiente aggressivo, così come l'effetto dimensione strutturale, possono modificare la curva di Wöhler, traslandola verso il basso ed eliminando l'asintoto orizzontale [216] alla base del concetto di limite di fatica.

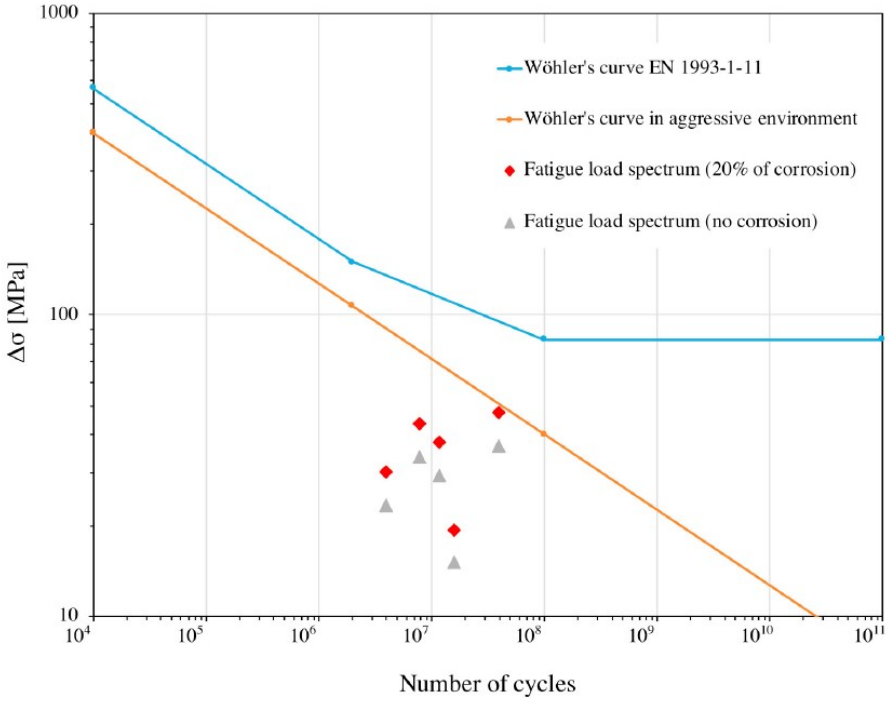


Figura 4.22. Applicazione della regola di Palmgren-Miner a seguito di diversi scenari di ammaloramento ipotizzati.[217]

Inoltre, l'azione combinata e simultanea della fatica con avanzamento non controllato della corrosione potrebbe essere rilevante per le grandi risorse resistenti

[215] S. Invernizzi, F. Montagnoli and A. Carpinteri. The Collapse of the Morandi'sBridge: Remarks about Fatigue and Corrosion. InProceedings of the IABSESymposium, Wroclaw 2020: Synergy of Culture and Civil Engineering—Historyand Challenges, Wroclaw, Poland, 7–9 October 2020, p. 1040–1047.

[216] S. Invernizzi, F. Montagnoli and A. Carpinteri, Very High Cycle Corrosion-Fatigue Study of the Collapsed Polcevera Bridge, Italy. *Journal of Bridge Engineering.* doi: 10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0001807.

[217] S. Invernizzi, F. Montagnoli and A. Carpinteri. Fatigue Assessment of the Collapsed XXth Century Cable-Stayed Polcevera Bridge in Genoa. *Procedia Structural Integrity*, 18:237–244, 01 2019

del patrimonio italiano delle strutture esistenti e infrastrutture costruite nel secolo scorso[218].

4.4.5 Curve S-N-P

Eseguendo prove di fatica su campioni nominalmente identici nelle stesse condizioni operative si ottengono risultati molto dispersi, cioè si ottengono durate diverse; il rapporto fra le durate può essere elevato, anche 5-10, mentre la stessa durata può essere raggiunta da provette sollecitate con una tensione anche doppia una rispetto all'altra. Nella zona del limite di fatica è normale che alcuni campioni si rompano prima del ginocchio della curva, mentre altre sollecitate nelle medesime condizioni non si rompano anche con un numero di cicli molto elevato (run-out).

Inserendo i risultati ottenuti in un diagramma di Wöhler si ottiene una nube di punti dalla quale, con opportuni metodi statistici si possono ottenere curve S-N corrispondenti ad una particolare probabilità di sopravvivenza o di rottura.

I diagrammi che riportano le curve S-N al variare della probabilità sono chiamati diagrammi S-N-P (Fig. 4.23).

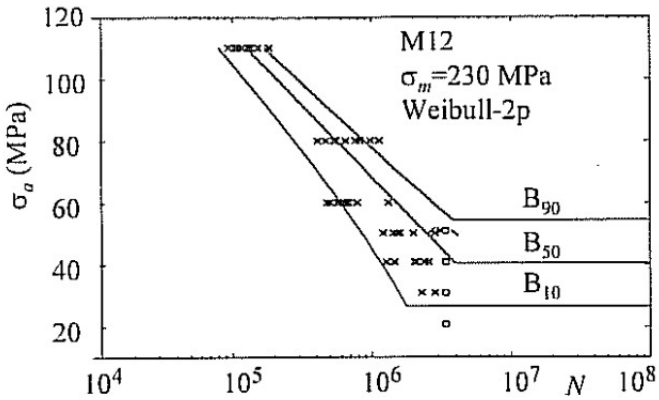


Figura 4.23. Diagramma di Wöhler.[219]

Solitamente i diagrammi riportano le curve con probabilità di rottura del 10% (indicata con il simbolo B (0) del 50% (B50) e del 90% (B90). Questo dipende dal fatto che per ottenere probabilità di rottura più piccole si devono avere molte

[218]S. Invernizzi, F. Montagnoli and A. Carpinteri. Corrosion Fatigue Investigation on the Possible Collapse Reasons of Polcevera Bridgein Genoa, *Springer International Publishing*, 2020, pages 151–159

[219]M. Rossetto, *Introduzione alla Fatica dei Materiali dei Componenti Meccanici*, Libreria Editrice Universitaria Levrotto & Bella, 2000, cap. 5, p. 61.

più prove di quelle che vengono normalmente eseguite. I dati di durata vengono solitamente descritti con una distribuzione log-normale; se si considera la distribuzione delle tensioni a pari durata è invece più frequente che la distribuzione delle tensioni sia di tipo normale. Per la costruzione dei diagrammi S-N-P è solitamente utilizzato il metodo statistico dei minimi quadrati.

4.4.5.1 Curve S-N da CNR UNI 10011/88

Le istruzioni tecniche in vigore in Italia dal 1988 relative alle strutture metalliche. Esse prescrivono di considerare gli effetti indotti dal fenomeno della fatica se il numero di cicli a cui può essere assoggettato l'elemento strutturale è maggiore di $N = 10^4$. Venivano riportate le curve di Wöhler per alcuni particolari costruttivi potenzialmente suscettibili a danneggiamento e rotture per fatica; tutte le curve sono contrassegnate dal *limite di fatica ad ampiezza costante*, detto anche variazione di tensione ammissibile oppure *categoria* del particolare, cioè la tensione di rottura per un numero di cicli pari a $N = 2 \cdot 10^6$. I particolari costruttivi venivano classificati in quattro categorie:

- Particolari non saldati sollecitati da trazione-compressione;
- Particolari saldati sollecitati da trazione-compressione;
- Particolari sollecitati sforzi tangenziali;
- Particolari di strutture tubolari.

Non erano previste verifiche a fatica se:

- se tutte le variazioni di tensione normale sono minori di 26[MPa] o comunque sotto il valore di $\Delta\sigma_D$;
- se tutte le variazione di tensione tangenziale sono minori di 35[MPa].

4.5 Fatica da sollecitazioni cicliche ad ampiezza variabile

Le prove a fatica sono generalmente condotte imponendo sul provino una storia tensionale ad ampiezza costante nel tempo; tuttavia le componenti strutturali non sono in senso generale soggette a tale storia di carico: nel caso più semplice la sollecitazione può essere variabile a blocchi o nel caso più complesso è random (Fig. 4.24).

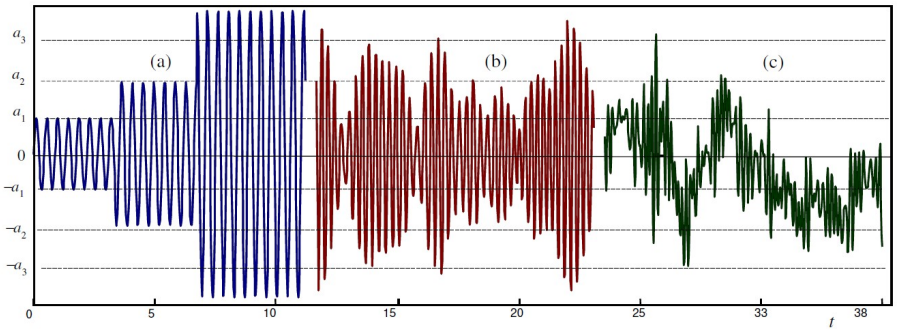


Figura 4.24. Esempi di storie di carico con cicli ad ampiezza variabile: (a) gruppi di cicli con ampiezza crescente, (b) cicli a media nulla ed ampiezza variabile in modo aleatorio (o random), (c) cicli con ampiezza e valor medio variabili in modo aleatorio.[220]

Avendo a disposizione lo spettro di carico delle tensioni agenti in un dettaglio indotte dal *Modello di Carico per Fatica 3 o 4* si può eseguire la verifica a danneggiamento mediante la *Regola di Miner* o del *danneggiamento cumulato*[221], che in origine è nata per elementi strutturali in lega d'alluminio e in seguito è stata adottata in alcune norme che regolamento componenti in acciaio tra cui le CNR UNI 10011/88.

Secondo questa regola la crisi del dettaglio non avviene se il danneggiamento totale non raggiunge l'unità:

$$D = \sum_{i=1}^{n} D_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{n_i}{N_i} < 1 \tag{4.3}$$

dove:

- n_i è numero reale di cicli, caratterizzato da un dato R_i, a cui è sottoposto il dettaglio;

- N_i è numero di cicli che porterebbe a rottura il dettaglio nel caso in cui fosse sottoposto ad una sollecitazione ciclica di ampiezza costante $\delta\sigma$ e rapporto $\mathrm{R_i}$;

[220]G. Petrucci, Dispense del corso *Lezioni di costruzione di macchine*, Università degli studi di Palermo.

[221]M.A. Miner, Cumulative Damage in Fatigue, *Journal of Applied Mechanics*, vol.12, 159-164, 1945.

[221]CNR UNI 10011/88, *Costruzioni in Acciaio: Istruzioni per il Calcolo, l'Esecuzione, il Collaudo e la Manutenzione*, 1985.

La regola di Miner, riporta il Prof A. Carpinteri, ha un carattere apparentemente convenzionale ma ha una logica ben precisa: per ogni gruppo di cicli viene calcolata l'aliquota di danno totale e successivamente si sommano tutti. Nel caso fosse superata o anche solo raggiunta l'unità allora si verifica la rottura del dettaglio costruttivo. In aggiunta tale regola di conteggio dei cicli di ampiezza di tensione è che non permette di considerare il reale accadimento temporale delle variazione di tensione agente nell'elemento strutturale: non viene considerato l'ordine temporale di applicazione dei carichi. Nonostante questa limitazione costituisce un utile mezzo matematico di semplice implementazione per la stima della vita a fatica di un elemento strutturale sottoposto sollecitazione ciclica ad ampiezza variabile nel tempo.

4.5.1 Conteggio dei cicli

Nel caso di ampiezze di tensione variabili in modo casuale si utilizzano metodi per il conteggio dei cicli che permettano di estrarre dalla storia reale, tipicamente rilevata sperimentalmente su prototipi, una storia a blocchi equivalente dal punto di vista del comportamento a fatica.

Esistono diversi metodi di conteggio:

- *mono-parametrici:*

possono essere applicati in tutti quei casi si possa ritenere costante uno dei due parametri che individuano i cicli (ad esempio la tensione media o il rapporto di tensione) II risultato dei metodi di conteggio mono-parametrici è un istogramma (Fig. 4.25) in cui in ascissa è riportato il numero di cicli (solitamente in scala logaritmica) e in ordinata, in ordine decrescente, il valore dell'ampiezza di tensione $\Delta\sigma$.

[221] A. Carpinteri, *Meccanica dei Materiali e della Frattura*, Pitagora Editrice Bologna, 1992, cap. 5, p. 214.

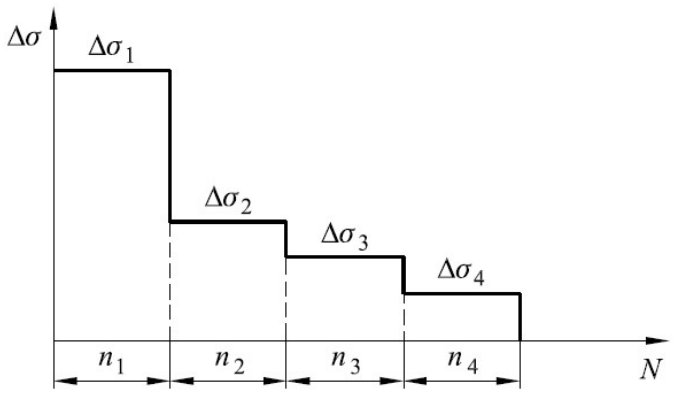


Figura 4.25. Spettro dell'intervallo di variazione della tensione.[222]

- *bi-parametrici:*

forniscono invece storie di sollecitazione a blocchi con tensione media (o altro parametro) diversa da blocco a blocco; ovviamente i metodi bi-parametrici possono essere utilizzati anche come se fossero mono-parametrici. Il risultato dei metodi bi-parametrici è invece una matrice in cui sono riportati il numero di cicli in funzione dei due parametri considerati. In figura 4.26 i parametri di riferimento sono l'ampiezza dell'intervallo di variazione di tensione $\Delta\sigma$ e la tensione media di ciascun σ_a.

[222]EN 1993-1-9:2006 Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-9: Fatigue, CEN, Brussels, 2006, Appendice A, Metodo del danneggiamento cumulativo.

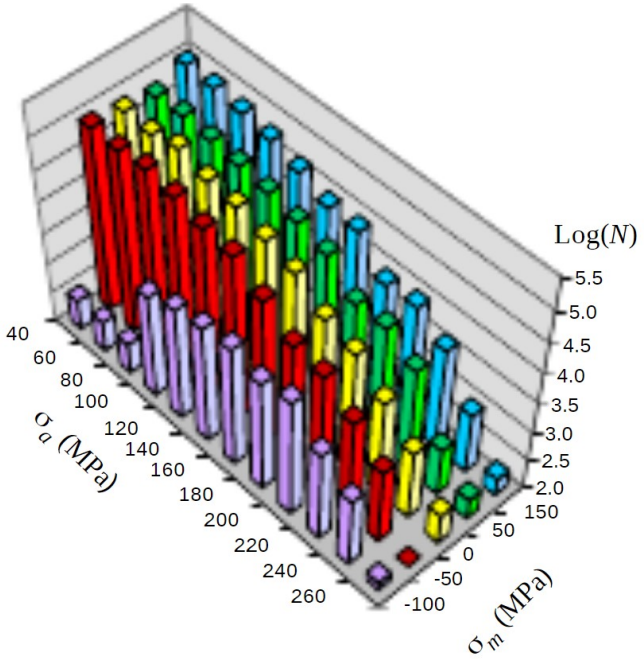


Figura 4.26. Matrice dei cicli di carico da metodo *rain-flow* in forma bi-parametrica.[223]

4.5.1.1 Metodo Rainflow

Gli algoritmi di conteggio dei cicli, in particolare Rainflow, sono ampiamente utilizzati nell'ingegneria meccanica, nei sistemi di vibrazione e nelle applicazioni termomeccaniche di semiconduttori di potenza. Il Metodo Rainflow è stato introdotto da Matsuishi e Endo (1968) [224] e deriva dall'analogia utilizzata per spiegare in un loro lavoro il metodo di conteggio dei cicli; tale analogia consiste nel considerare il percorso di una goccia di pioggia che cade su un tetto a pagoda di forma uguale a quella della storia di carico in esame ruotata di 90°.

Poiché il danno prodotto da un unico ciclo di escursione $\Delta\sigma$ è più gravoso di quello di più cicli di escursione complessiva pari a $\Delta\sigma$ è individuata :

- prima la massima tensione;

- successivamente l'escursione di tensione massima.

[223]M. Rossetto, *Introduzione alla Fatica dei Materiali dei Componenti Meccanici*, Libreria Editrice Universitaria Levrotto & Bella, 2000, cap. 9, Fatica con sollecitazioni ad ampiezza variabile, p. 133.

[224]M. Matsuishi and T. Endo. Fatigue of metals subjected to varying stress. *Japan Society of Mechanical Engineers.* Fukuoka, Japan, March, 1968.

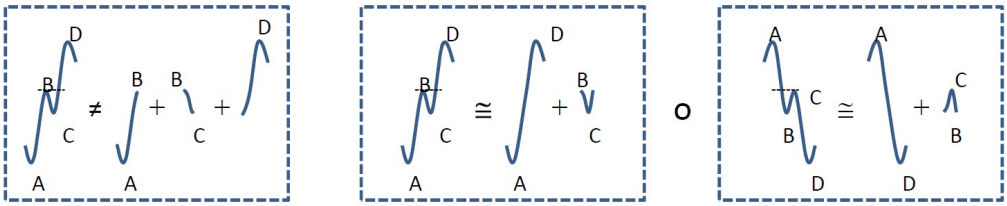


Figura 4.27. Principio di sovrapposizione degli effetti indotti dalla storia tensionale di tensione in configurazione "picco-valle-picco" e "valle-picco-valle".

I punti d'interruzione della caduta delle gocce, stabiliti da una serie di regole permettono di identificare i cicli. Il procedimento manuale viene così riassunto:

1. Si individuano i massimi e minimi assoluti e si divide quindi la storia tensionale in tre sotto-intervalli. Partendo da un estremo (Fig. 4.28) assoluto si definisce il flusso della goccia di pioggia.

2. In ognuno dei sotto-intervalli si individuano i valori massimi e minimi relativi e quindi, a partire da un estremo relativo si definisce il flusso di pioggia.

3. Il flusso di pioggia si interrompe se: incontra un altro flusso di pioggia proveniente dall'alto o se il successivo picco opposto è più esterno rispetto a quello di partenza.

4. Una volta noti i semi-cicli e i cicli interi, si determinano i danni corrispondenti a ciascun intervallo di variazione di tensione e sommati secondo una regola di accumulo del danno.

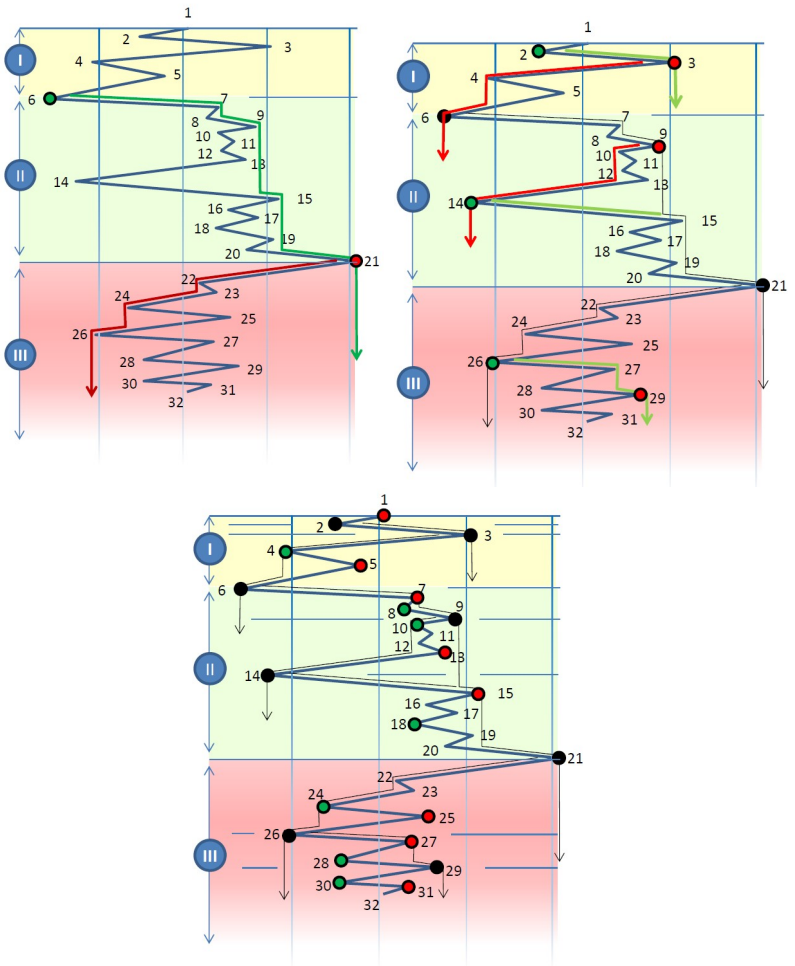


Figura 4.28. Procedura manuale dell'implementazione del Metodo Rainflow.

Si fa notare che è prassi comune linearizzare il segnale della storia tensionale a seguito dell'individuazione dei valori massimi e minimi assoluti e relativi complessivi.

Ai fini dell'analisi di fatica una storia di carico $\sigma(t)$ può essere ridotta alla sola sequenza degli estremi e_i,cioè dei massimi (picchi) e minimi relativi (valli). Un'altra grandezza di interesse è la differenza in modulo tra due estremi consecutivi definita semi-ciclo o range. In particolare, una sequenza di ne estremi origina $n_r = n_e 1$ semi-cicli.In una storia di carico un ciclo di fatica è immediatamente identificato quando, partendo, ad esempio, da un picco, il picco successivo ha all'incirca lo stesso

[224]S. Vahid and I.-E. Hossein and A. Yvan. An efficient online time-temperature-dependent creep-fatigue rainflow counting algorithm. *International Journal of Fatigue*, 116:284–292, 2018. doi:https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2018.06.03

valore del precedente. Nel caso di storie di carico irregolari questo fatto spesso non si verifica e l'identificazione del ciclo di fatica richiede l'applicazione di procedure che prendono il nome di metodi di conteggio. Quando un ciclo viene identificato esso viene classificato in base alla sua ampiezza a e al valor medio per la successiva utilizzazione mediante il criterio di danneggiamento scelto.

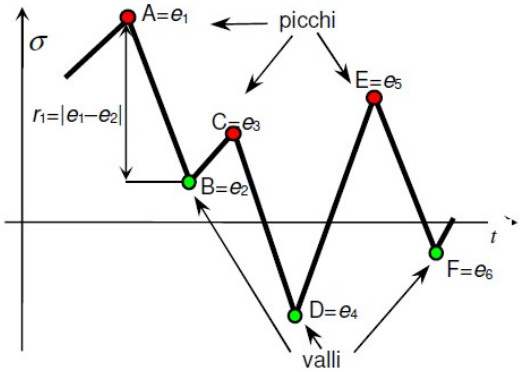


Figura 4.29. Storia di carico irregolare: picchi e valli consecutivi con valori differenti.

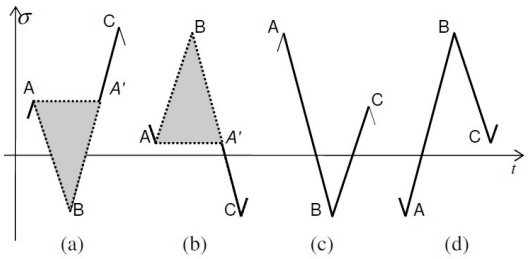
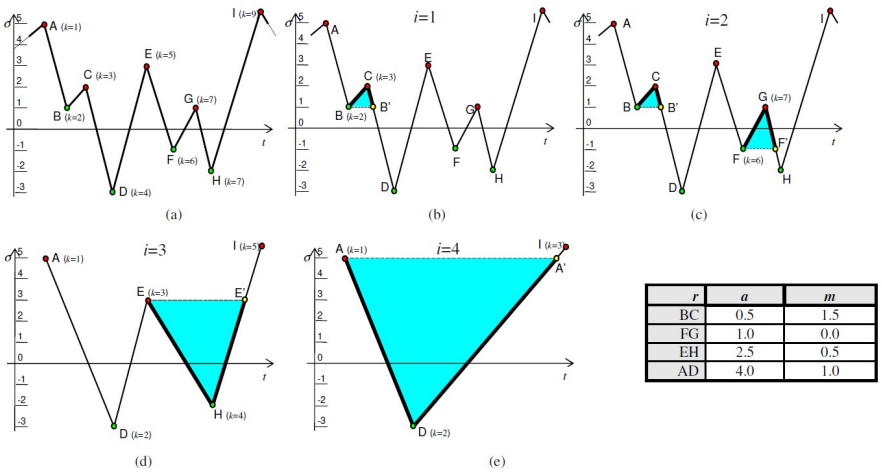


Figura 4.30. Condizioni da verificare per il conteggio di un ciclo nel *metodo rainflow*: (a) e (b) sono valide.

4.5.1.1.1 Metodo rainflow sequenziale

Nel *Metodo Range Mean* la condizione affinché un ciclo venga identificato è data dal fatto che, in una combinazione picco-valle-picco o valle-picco-valle, il secondo semi-ciclo abbia ampiezza maggiore o uguale a quella del primo. In generale la condizione per l'identificazione di un ciclo non si verifica tra estremi consecutivi (Fig. 4.31a), di conseguenza tra un picco (o valle) e il successivo picco (o valle) di ampiezza maggiore (minore) o uguale si viene a trovare una successione di valli e picchi che a sua volta richiede la determinazione dei cicli corrispondenti.



r	a	m
BC	0.5	1.5
FG	1.0	0.0
EH	2.5	0.5
AD	4.0	1.0

Figura 4.31. Esempio di applicazione del metodo *rainflow*.

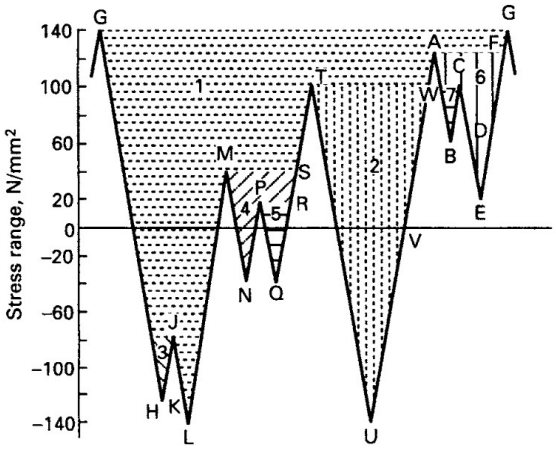
Come descritto dettagliatamente dal Prof. Petrucci [225] *Metodo Range Mean* viene applicato in modo sequenziale, confrontando l'ampiezza di ciascun semi-ciclo con quella del semi-ciclo successivo, partendo dal primo semi-ciclo. Ogni volta che un semi-ciclo verifica la condizione del range mean, esso viene conteggiato come ciclo completo, memorizzandone l'ampiezza, il valor medio e l'indice del semi-ciclo poiché, al termine delle operazioni di confronto, i due estremi appartenenti a ciascun ciclo identificato devono essere eliminati dalla sequenza, dando luogo ad una sequenza residua (Fig. 4.31d). Tale iterazione deve essere ripetuta su ciascuna sequenza residua fino a quando, al termine di un'esecuzione, non viene più identificato alcun nuovo ciclo o il numero di estremi della sequenza residua è minore di 3. Generalmente non vengono più identificati nuovi cicli quando la sequenza residua risulta costituita da semicicli di ampiezza decrescente, per i quali la condizione del range mean non può essere verificata.

4.5.1.2 Metodo del serbatoio

Il Metodo del Serbatoio era già prevista dalle istruzioni tecniche CNR UNI 10011 del 1988. Questo metodo, di tipo bi-parametrico ma spesso utilizzato come mono-parametrico, è spesso considerato il più adeguato allo studio del comportamento a fatica. La storia di sollecitazione, di cui si deve considerare la partenza in corrispondenza del picco più elevato con opportuni aggiustamenti, viene paragonata al fondo di un serbatoio che viene svuotato a partire dalla valle più profonda; ogni

[225] G. Petrucci, Dispense del corso *Lezioni di costruzione di macchine*, Università degli studi di Palermo

volta che viene svuotato il serbatoio viene individuato il campo di variazione fra il pelo libero del liquido e il punto di svuotamento; inoltre, a causa delle asperità (picchi), si creano nuovi serbatoi, con altezza del pelo libero generalmente minore, che vengono trattati in modo analogo a quello di partenza. II processo finisce quando tutti i serbatoi parziali sono stati svuotati.



Stress range, N/mm²	No. of cycles	Draining operation
280	1	1
260		
240	1	2
220		
200		
180		
160		
140		
120		
100	1	6
80	1	4
60	1	5
40	2	3, 7
20		

Figura 4.32. Metodo del serbatoio per il conteggio dei cicli di un tratto di storia tensionale.[226]

4.6 Approccio normativo

4.6.1 Modelli di carico per fatica

Il traffico sui ponti produce uno *spettro tensionale* che può causare fatica. Lo *spettro tensionale* dipende dalla geometria dei veicoli, dai carichi per assale, dalla distanza tra un veicolo e l'altro, dalla composizione del traffico e dai suoi effetti dinamici.

Le Normative D.M. 17/01/2018 e EN 1991-2 definiscono esplicitamente i modelli di carico da adottare per le verifiche a fatica di ponti stradali. Nel §5.1.4.3 delle NTC18 vengono definiti:

- Modello di carico di fatica 1, utilizzato per verifiche a vita illimitata;

- Modello di carico di fatica 2, utilizzato per verifiche a vita ;

[226] S.J. Maddox, *Fatigue strength of welded structures 2nd ed.*, Woodhead Publishing, Cambridge, UK, 1991, cap. Appendix II, p. 179, http://fatiguetoolbox.org/fatlab/documentation/theory-reference.

- Modello di carico di fatica 3, utilizzato in genere per verifiche a danneggiamento con stress range equivalente;

- Modello di carico di fatica 4, utilizzato in genere per verifiche a danneggiamento cumulativo;

- Modello di carico di fatica 5, utilizzato in genere per verifiche a danneggiamento.

- **Modello di carico di fatica 1 (simile allo Schema di carico 1)-FLM1**

È costituito dallo schema di carico 1 (Fig. 4.33) avente valori di carichi asse ridotti del 30% e carichi distribuiti ridotti del 70%, in ragione dell'utilizzo della combinazione frequente delle azioni; in alternativa allo schema di carico 1, per verifiche locali e se più gravoso, può essere utilizzato lo schema di carico 2 con carichi asse ridotti del 30%:

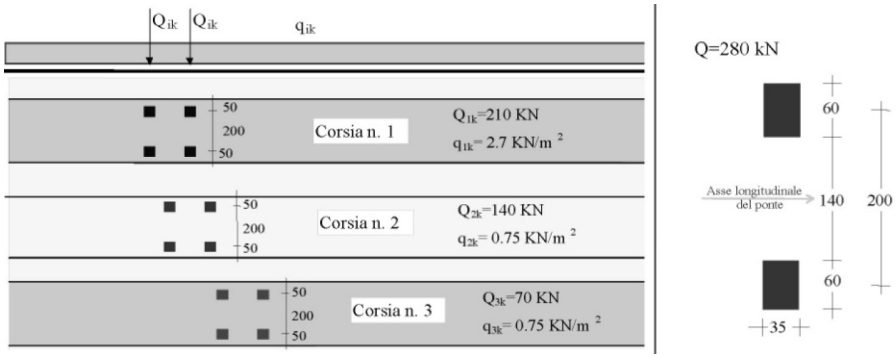


Figura 4.33. Modello di carico di fatica 1.[227]

- **Modello di carico di fatica 2 (autocarri frequenti)-FLM2**

Quando siano necessarie valutazioni più precise, in alternativa al modello di carico di fatica semplificato 1, derivato dal modello di carico principale, si può impiegare il modello di carico di fatica 2 (Fig. 4.34), rappresentato nella Tab. 5.1.VII; applicato al centro della corsia convenzionale n. 1, che è quella che determina gli effetti più severi nel dettaglio in esame.
Il modello di carico 2 non considera gli effetti di più corsie caricate sull'impalcato in esame. Nel caso in cui siano da prevedere significativi effetti di interazione tra

[227]D.M. 17 gennaio 2018, Norme Tecniche per le Costruzioni, 2018, cap. 5, pag. 132

veicoli, per l'applicazione di questo modello si deve disporre di dati supplementari, reperibili o da letteratura tecnica consolidata o a seguito di studi specifici. Per ottenere la massima escursione di tensione (stress range) $\Delta\sigma_{\max}$, i modelli di carico sopra descritti posso essere disposti sul ponte in una posizione studiata in modo tale da ottenere la massima e la minima sollecitazione oppure si può ricavare lo spettro di carico (oscillogramma delle tensioni) tramite l'utilizzo delle linee di influenza.

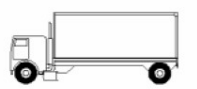
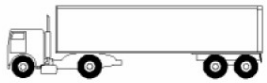
Sagoma del veicolo	Distanza tra gli assi (m)	Carico frequente per asse (kN)	Tipo di ruota (Tab. 5.1.IX)
	4,50	90 190	A B
	4,20 1,30	80 140 140	A B B
	3,20 5,20 1,30 1,30	90 180 120 120 120	A B C C C
	3,40 6,00 1,80	90 190 140 140	A B B B
	4,80 3,60 4,40 1,30	90 180 120 110 110	A B C C C

Figura 4.34. Tab. 5.1.VII - Modello di carico di fatica 2 – veicoli frequenti.[228]

[228]D.M. 17 gennaio 2018, Norme Tecniche per le Costruzioni, 2018, cap. 5, pag. 133

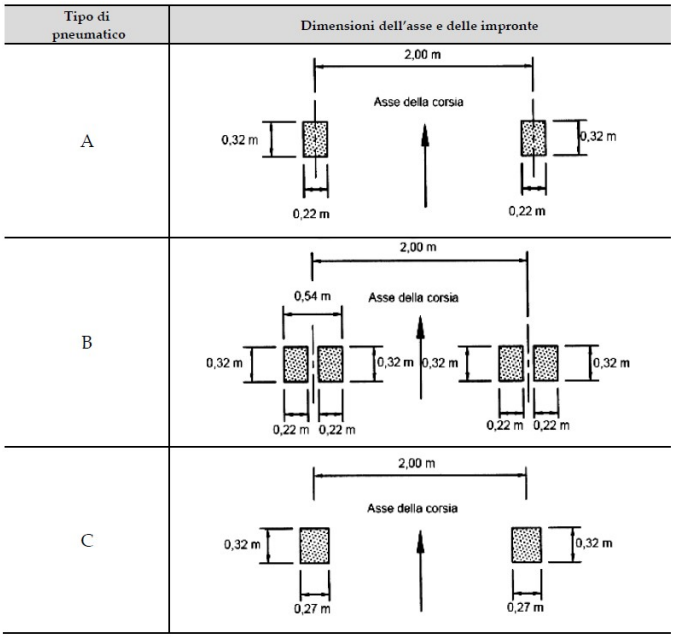


Figura 4.35. Tab. 5.1.IX - Dimensioni degli assi e delle impronte per i veicoli equivalenti.[229]

- **Modello di carico di fatica 3 (modello a veicolo singolo)-FLM3**

Le verifiche devono essere condotte considerando lo spettro di tensione indotto nel dettaglio dal modello di carico di fatica semplificato 3, riportato in figura 4.37, costituito da un veicolo di fatica simmetrico a 4 assi, ciascuno di peso 120 kN e l'impronta di ogni pneumatico è un quadrato di 0,4 m di lato. È anche raccomandato che vengano calcolate le tensioni massime e minime e la variazione di tensione in ogni ciclo di oscillazione delle tensioni, cioè la loro differenza algebrica, risultante dal transito del modello lungo il ponte; inoltre che siano presi in conto due veicoli nella medesima corsia quando significativo. Il modello di carico di fatica 3, considerato in asse alla corsia convenzionale, può essere utilizzato per le verifiche col *Metodo* λ, o *Metodo dei Coefficienti di Danneggiamento Equivalente* (Fig. 4.36) che mira a riportare una verifica per fatica alla usuale tipologia di verifica per resistenza, ovvero al confronto tra un campo equivalente di tensioni e un valore limite dipendente dalla categoria del dettaglio strutturale in esame. Questo approccio viene trattato al §9.5.2 delle EN 1993-1-2.

[229]D.M. 17 gennaio 2018, Norme Tecniche per le Costruzioni, 2018, cap. 5, p. 135

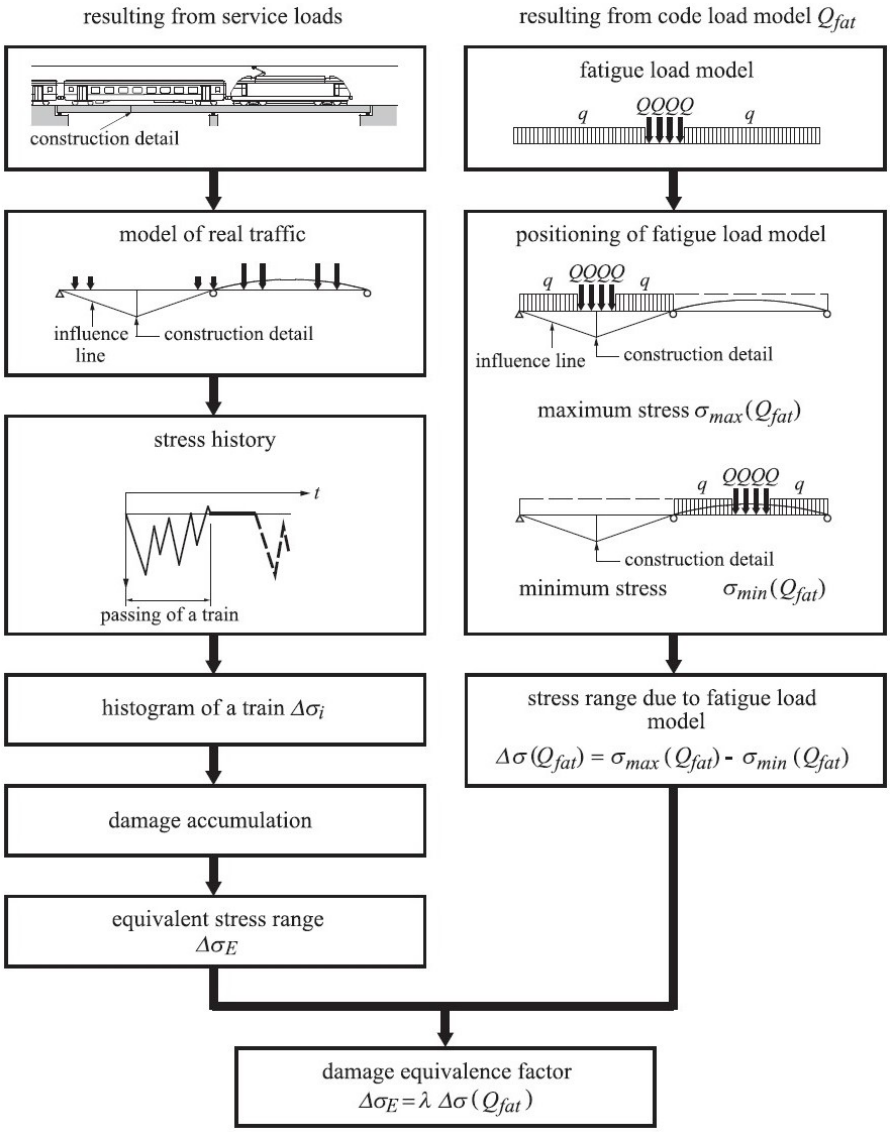


Figura 4.36. Schema applicativo del Metodo dei Coefficienti di Danneggiamento Equivalente.[230]

Per la determinazione dei coefficienti di danneggiamento equivalente, che devono essere specificamente calibrati sul predetto modello di carico di fatica 3, si può far riferimento alle norme UNI EN1992-2, UNI EN1993-2 ed UNI EN1994-2.

[230] A. Nussbaumer, L. Borges and L. Davaine, *Fatigue Design of Steel and Composite Structures: Eurocode 3: Design of Steel Structures, part 1-9 fatigue; Eurocode 4: Design of Composite Steel and Concrete Structures*, John Wiley & Sons, 2012

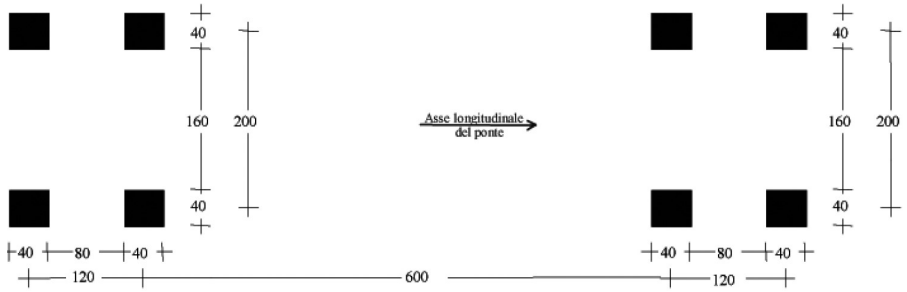


Figura 4.37. Modello di carico di fatica. 3.[231]

- **Modello di carico di fatica 4 (insieme di autocarri "normalizzati")-FLM4**

In alternativa al Modello di Carico per Fatica 3, quando si necessita di valutazioni più precise, si può utilizzare il Modello di Carico per Fatica 4 che consiste di un insieme di autocarri "normalizzati", che, complessivamente, producono effetti equivalenti a quelli del traffico tipico sulle strade europee. Viene raccomandato che sia considerato un insieme di autocarri idoneo a rappresentare la composizione del traffico previsto per la strada in esame. I tipi di pneumatico da considerare per i diversi veicoli e le dimensioni delle relative impronte sono riportati in figura 4.35. In assenza di studi specifici, per verifiche di danneggiamento, si deve considerare sulla corsia lenta il *flusso annuo di veicoli* di peso superiore a 100 kN, N_obs per anno e per corsia lenta, rilevanti ai fini della verifica a fatica (Fig. 4.38).

Categorie di traffico	Flusso annuo di veicoli di peso superiore a 100 kN sulla corsia di marcia lenta
1 - Strade ed autostrade con 2 o più corsie per senso di marcia, caratterizzate da intenso traffico pesante	$2{,}0 \times 10^6$
2 - Strade ed autostrade caratterizzate da traffico pesante di media intensità	$0{,}5 \times 10^6$
3 - Strade principali caratterizzate da traffico pesante di modesta intensità	$0{,}125 \times 10^6$
4 - Strade locali caratterizzate da traffico pesante di intensità molto ridotta	$0{,}05 \times 10^6$

Figura 4.38. Tab. 5.1.X – Flusso annuo di veicoli pesanti sulla corsia di marcia lenta.[232]

[231] D.M. 17 gennaio 2018, Norme Tecniche per le Costruzioni, 2018, cap. 5, p. 134
[232] *Ibidem* p. 135.

Nel caso in cui siano da prevedere significativi effetti di interazione tra veicoli, si deve far riferimento a studi specifici o a metodologie consolidate. I veicoli dei modelli di carico di fatica 3 o 4 possono essere applicati in asse alle corsie convenzionali determinate in accordo con il §5.1.3.3.5. È possibile, tuttavia, adottare disposizioni più favorevoli dei veicoli, considerando che il flusso avvenga per il 10% sulle corsie convenzionali e per il 90% sulle corsie fisiche. La posizione dei veicoli sulle corsie fisiche dovrà essere tale da determinare gli effetti più severi nel dettaglio in esame.

- **Modello di carico di fatica 5 (basato su dati di traffico rilevati)-FLM5**

Il Modello di Carico per Fatica 5, riportato nelle EN 193-1-2 e non previsto invece dalle NTC18, consiste nella applicazione diretta di dati di traffico rilevati, integrati, se significativo, da appropriate statistiche ed estrapolazioni.

4.6.2 Diffusione dei carichi locali

I carichi concentrati da considerarsi ai fini delle verifiche locali ed associate agli Schemi di carico 1, 2, 3, 4 e 5 si assumono uniformemente distribuiti sulla superficie della rispettiva impronta. La diffusione attraverso la pavimentazione e/o lo spessore della soletta (Fig. fig:Diffusione a 45) si considera avvenire intorno ai 45°, fino al piano medio della struttura della soletta/ lamiera sottostante dell'impalacato.

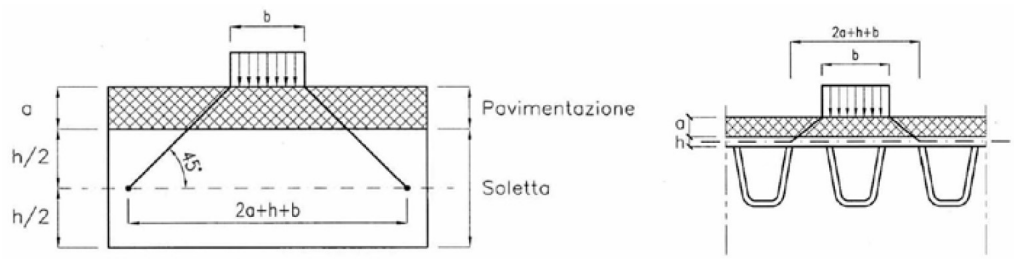


Figura 4.39. NTC18 - Fig. 5.1.3.a Diffusione dei carichi concentrati nelle solette (sinistra) e Fig. 5.1.3.b Diffusione dei carichi concentrati negli impalcati a piastra ortotropa (destra).[233]

Di seguito è riportato lo schema di verifica proporsto dalle normative nazionali ed europee attualmente in vigore.

[233]D.M. 17 gennaio 2018, Norme Tecniche per le Costruzioni, 2018, cap. 5, p. 128

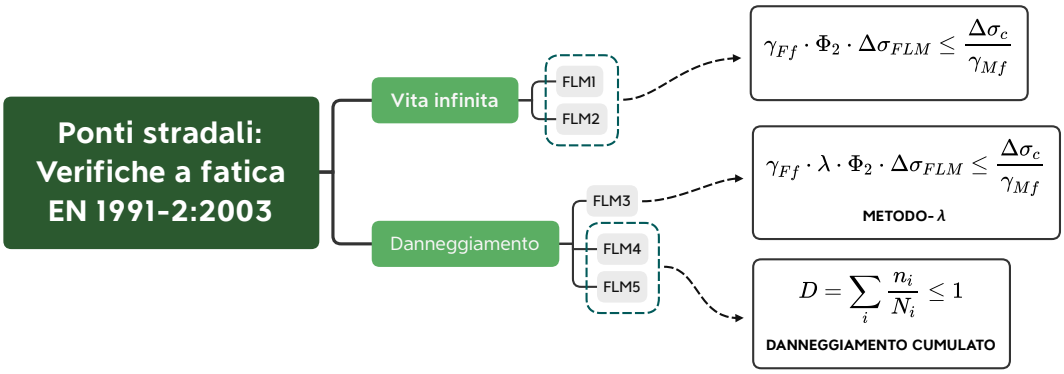


Figura 4.40. Modelli di carico di fatica in accordo con EN 1991-2:2003.[234]

4.6.3 Spettri di carico

Secondo quanto riportato nella Circolare 21 gennaio 2019, n. 7 C.S.LL.PP.[235] distribuzione temporale delle ampiezze delle azioni nel corso della vita della struttura è assegnata mediante il cosiddetto spettro di carico, che fornisce il numero di ripetizioni di ciascun livello delle azioni di progetto in un intervallo di tempo di riferimento, in funzione della destinazione d'uso della struttura e dell'intensità dell'utilizzazione. Quando lo spettro di carico effettivo è complesso al punto da non poter essere impiegato direttamente nelle verifiche, esso può essere sostituito da spettri convenzionali, in grado di riprodurre il danneggiamento a fatica e/o il livello massimo di escursione delle tensioni $\Delta\sigma_{\max}$ prodotti dallo spettro effettivo.

Nel caso degli edifici la verifica a fatica non è generalmente necessaria, salvo che per membrature che sostengono macchine vibranti o dispositivi di sollevamento e trasporto dei carichi. Gli spettri di carico da impiegare nelle verifiche possono essere determinati mediante studi specifici o anche dedotti da normative di comprovata validità. Gli spettri di carico da impiegare per le verifiche a fatica dei ponti stradali e ferroviari sono assegnati nel § 5.1.4.3 delle NTC18. Nella verifica dei dettagli strutturali metallici, caratterizzati dalla presenza di limite di fatica ad ampiezza

[234]EN 1991-2, 2005. Eurocode 1: Actions on structures Part 2: Traffic loads on bridges. Brussels, European Committee for Standardization.

[235]Circolare 21 gennaio 2019, n. 7 C.S.LL.PP., Istruzioni per l'applicazione dell'«Aggiornamento delle "Norme tecniche per le costruzioni"» di cui al decreto ministeriale 17 gennaio 2018.

costante, spesso è necessario considerare spettri di carico convenzionali differenziati, a seconda che si tratti di verifiche a fatica a vita illimitata o di verifiche a danneggiamento.

4.6.4 Spettri di tensione e metodi di conteggio

Nelle EN 1993-1-9 viene raccomandato che lo *spettro dell'intervallo di variazione della tensione* sia determinato presentando gli intervalli di variazione della tensione e il numero di cicli ad essi associati in ordine decrescente. Inoltre gli *spettri dell'intervallo di variazione della tensione* possono essere modificati trascurando i valori di picco degli intervalli di variazione delle tensioni rappresentanti meno dell'1% del danneggiamento totale ed intervalli di variazione della tensione piccoli ed inferiori al limite per i calcoli a fatica.

Nelle EN 1993-2 viene raccomandato che lo spettro di variazione delle tensioni e il corrispondente numero di cicli per ogni variazione di tensione durante il passaggio dei singoli autocarri sul ponte sia il metodo di conteggio "a pioggia" o "del serbatoio". Gli spettri di tensione debbono essere ricavati analizzando gli oscillogrammi di tensione $\sigma(t)$, indotti nel dettaglio considerato dalle azioni dello spettro di carico assegnato, con opportuni metodi di identificazione e di conteggio. Per le strutture civili si possono impiegare, in alternativa, il metodo del serbatoio (*reservoir method*) o il metodo del flusso di pioggia (*rainflow method*). Per singole strutture, ad esempio strutture offshore ecc., anche in considerazione della particolare tipologia dello spettro di carico cui sono soggette, si può far ricorso a metodi di conteggio alternativi, previa adeguata giustificazione. Nel metodo del serbatoio (Fig. 4.41) si ipotizza che l'oscillogramma delle tensioni rappresenti il profilo di fondo di un serbatoio pieno di liquido, i cui paramenti esterni sono costituiti dal tratto convergente verso il massimo assoluto e da un tratto corrispondente, reale o fittizio, posto al termine del diagramma stesso.

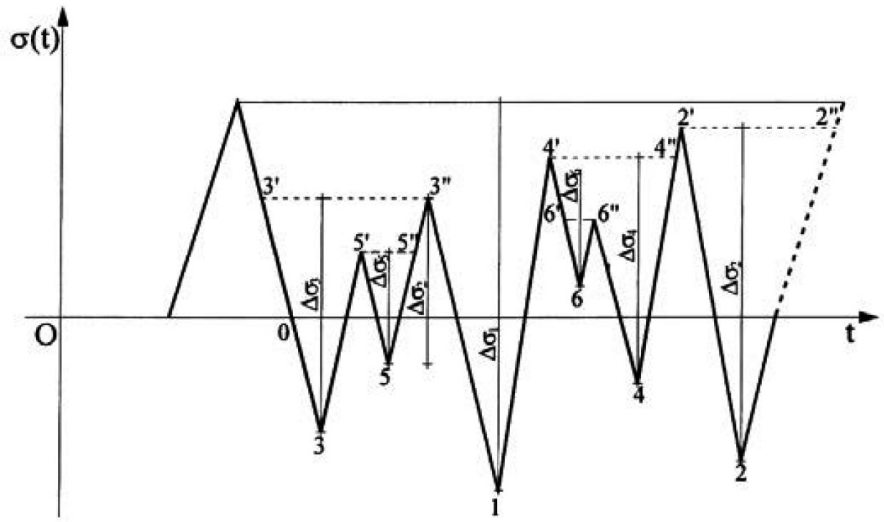


Figura 4.41. Figura C4.2.19 - Metodo del serbatoio.[236]

Il metodo del flusso di pioggia, meno intuitivo ed abbastanza complesso dal punto di vista operativo, individua i cicli mediante il flusso di una goccia d'acqua che scorre sulla traiettoria, immaginato verticale l'asse dei tempi (Fig. 4.42). La Circolare 21 gennaio 2019, n. 7 C.S.LL.PP. al §C4.2.4.1.4.2 riporta un esempio di calcolo dettagliatamente commentato.

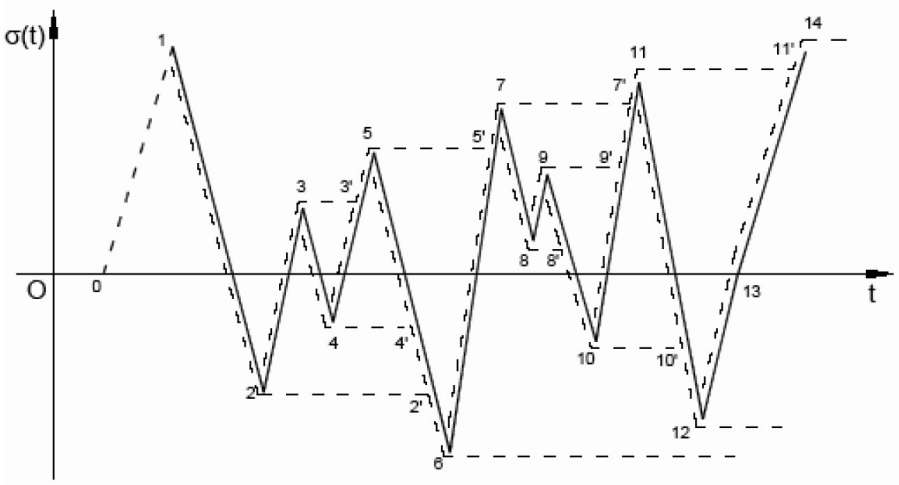


Figura 4.42. Figura C4.2.20 - Metodo del flusso di pioggia.[237]

[236]Circolare 21 gennaio 2019, n. 7 C.S.LL.PP., Istruzioni per l'applicazione dell'«Aggiornamento delle "Norme tecniche per le costruzioni"» di cui al decreto ministeriale 17 gennaio 2018, cap. 4, pag. 120

Rispetto al metodo del serbatoio, il metodo del flusso di pioggia ha il vantaggio di essere implementato più facilmente nel calcolatore. La Circolare 21 gennaio 2019, n. 7 C.S.LL.PP. suggerisce di impiegare gli intervallo di variazione della tensione di calcolo $\Delta\sigma_{\mathrm{i,d}}$, ricavati a moltiplicando gli intervallo di variazione della tensione dello spettro $\Delta\sigma_{\mathrm{i}}$ per il coefficiente parziale di sicurezza per le veriiche a fatica $\gamma_{\mathrm{M,f}}$ (Fig. 4.43)

$$\Delta\sigma_{\mathrm{i,d}} = \gamma_{\mathrm{M,f}} \cdot \Delta\sigma_{\mathrm{i}} \tag{4.4}$$

e la curva caratteristica S-N di resistenza a fatica del dettaglio, individuata mediante la classe del dettaglio $\Delta\sigma_{\mathrm{C}}$

	Conseguenze della rottura	
	Conseguenze moderate	Conseguenze significative
Strutture poco sensibili alla rottura per fatica	$\gamma_{\mathrm{Mf}} = 1{,}00$	$\gamma_{\mathrm{Mf}} = 1{,}15$
Strutture sensibili alla rottura per fatica	$\gamma_{\mathrm{Mf}} = 1{,}15$	$\gamma_{\mathrm{Mf}} = 1{,}35$

Figura 4.43. Tab. 4.2.XI - Coefficienti di sicurezza da assumere per le verifiche a fatica.[238]

4.6.5 Resistenza a fatica (Curve S-N)

La resistenza a fatica per gli intervalli di variazione della tensione nominale èrappresentata da una serie di curve $log(\Delta\sigma_R)$-$log(N)$ e $log(\Delta\tau_R)$-$log(N)$ dette curveS - N, che corrispondono a tipiche categorie di particolare costruttivo. Ogni categoria di particolare costruttivo è identificata da un numero che rappresenta, in [N/mm^2], il valore di riferimento $\Delta\sigma_C$ $\Delta\tau_C$ella resistenza a fatica a 2 milioni di cicli.

Per tensioni nominali ad ampiezza costante le resistenze a fatica possono essere ottenute come segue:

$$\Delta\sigma_R^m \cdot N_R = \Delta\sigma_C^m \cdot 2 \cdot 10^6 \tag{4.5}$$

con m=3 per $N \leq 5 \cdot 10^6$

$$\Delta\sigma_D = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/3} \cdot \Delta\sigma_C = 0.737 \cdot \Delta\sigma_C \tag{4.6}$$

è il *limite di fatica ad ampiezza costante.*

$$\Delta\tau_R^m \cdot N_R = \Delta\tau_R^m \cdot 2 \cdot 10^6 \tag{4.7}$$

[237] *Ibidem.*

[238] D.M. 17 gennaio 2018, Norme Tecniche per le Costruzioni, 2018, cap. 4, p. 76

con m=5 per $N \leq 5 \cdot 10^8$

$$\Delta\tau_L = \left(\frac{2}{100}\right)^{1/5} \cdot \Delta\tau_C = 0.457 \cdot \Delta\tau_C \tag{4.8}$$

è il *limite per i calcoli a fatica ("cut-off limit").* Per spettri della tensione nominale con intervalli di variazione della tensione maggiori e minori del limite di fatica per ampiezza costante $\Delta\sigma_D$ si raccomanda che la resistenza a fatica sia ricavata sulla base di curve di resistenza a fatica estese secondo quanto riportato di seguito:

$$\Delta\sigma_R^m \cdot N_R = \Delta\sigma_C^m \cdot 2 \cdot 10^6 \tag{4.9}$$

con m=3 per $N \leq 5 \cdot 10^6$

$$\Delta\sigma_R^m \cdot N_R = \Delta\sigma_d^m \cdot 5 \cdot 10^6 \tag{4.10}$$

con m=5 per $N \leq 5 \cdot 10^6 \leq 10^8$

$$\Delta\sigma_L = \left(\frac{5}{100}\right)^{1/5} \cdot \Delta\sigma_C = 0.549 \cdot \Delta\sigma_C \tag{4.11}$$

è il *è il limite per i calcoli a fatica ("cut-off limit").*

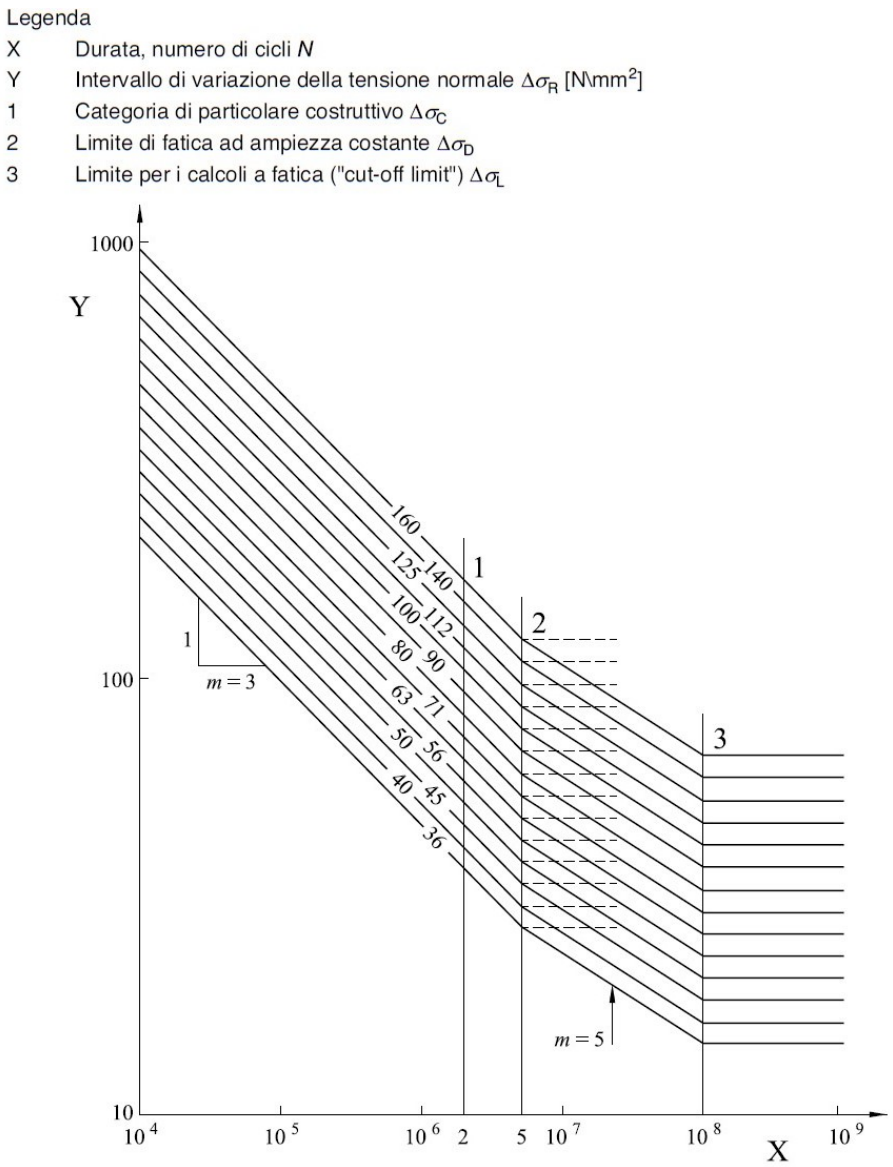


Figura 4.44. Figura 7.1 Curve di resistenza a fatica per intervalli di variazione delle tensioni normali.[239]

[239]EN 1993-1-9:2006 Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-9: Fatigue, CEN, Brussels, 2006, cap. 7, p. 13.

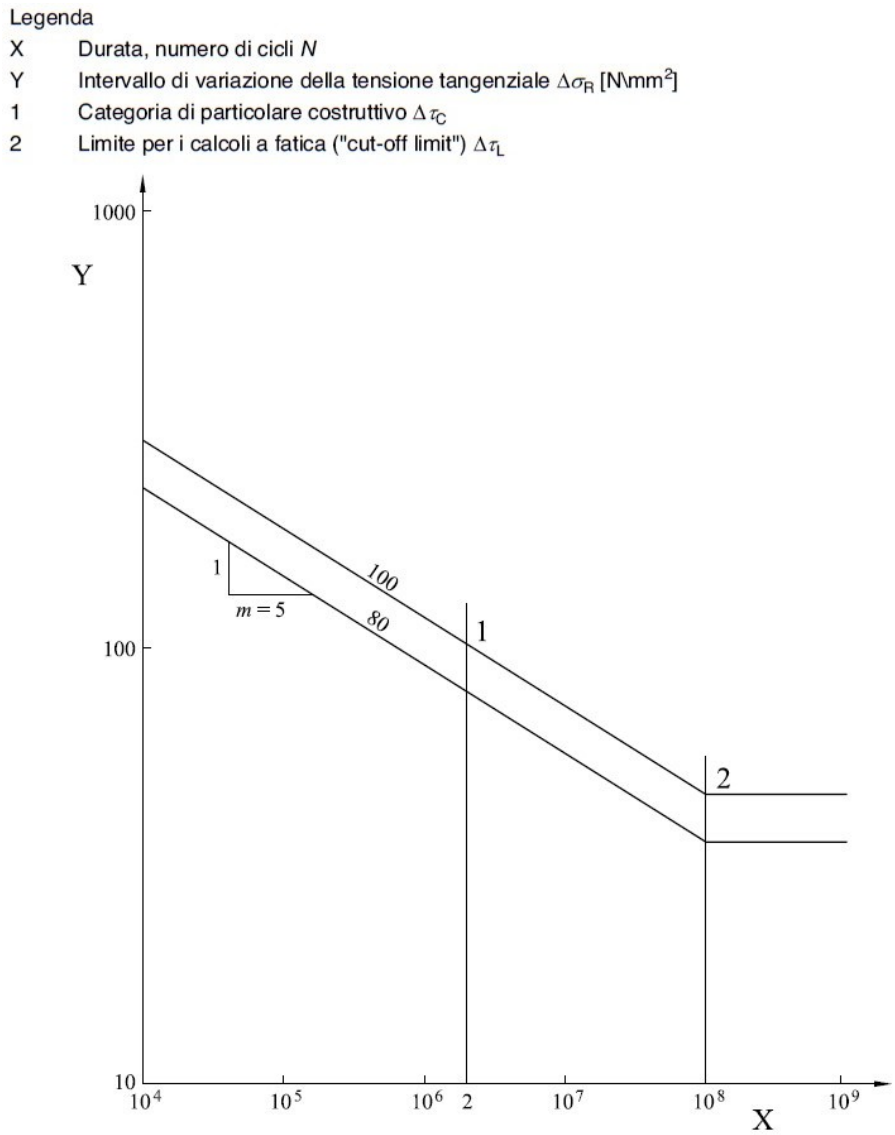


Figura 4.45. Figura 7.2 Curve di resistenza a fatica per intervalli di variazione delle tensioni tangenziali.[240]

4.6.6 Modifiche alla resistenza a fatica

- Particolari costruttivi non saldati o saldati e sottoposti a trattamento termico di distensione soggetti a compressione

[240]EN 1993-1-9:2006 Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-9: Fatigue, CEN, Brussels, 2006, cap. 7, p. 14.

Nei particolari costruttivi non saldati o saldati, e sottoposti a trattamento termico di distensione, quando parte o tutto il ciclo di tensione e di compressione, nella valutazione della fatica l'influenza della tensione media sulla resistenza a fatica può essere considerata determinando un intervallo di variazione della tensione efficace ridotta $\Delta\sigma_{E,2}$

L'intervallo di variazione della tensione efficace può essere calcolato aggiungendo la componente tesa dell'intervallo di variazione della tensione ed il 60% dell'ampiezza della componente tesa dell'intervallo di variazione della tensione.

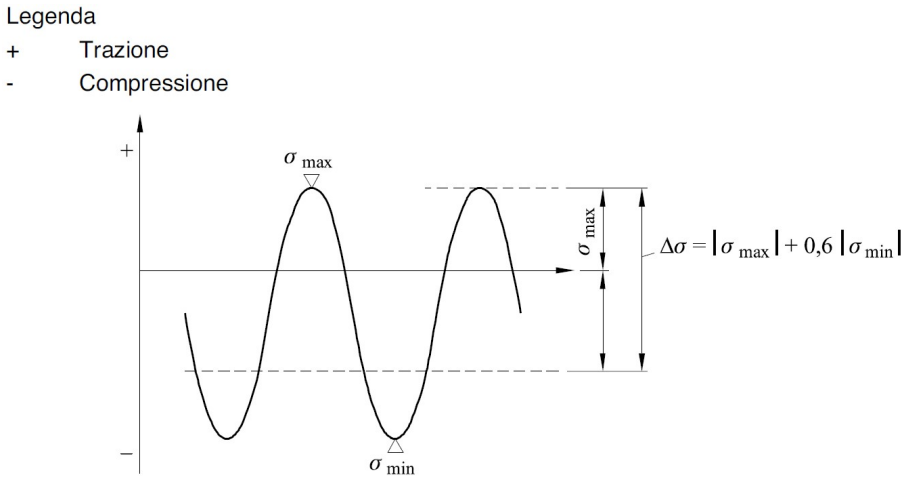


Figura 4.46. Figura 7.4 Intervallo di variazione della tensione modificata per particolari costruttivi non saldati o sottoposti a trattamento termico di distensione.[241]

4.6.7 Verifiche a fatica

Per valutare gli effetti della fatica è innanzitutto necessario classificare le strutture nei confronti della loro sensibilità al fenomeno. Si definiscono strutture poco sensibili alla rottura per fatica quelle in cui si verifichino tutte le seguenti circostanze:

- dettagli costruttivi, materiali e livelli di tensione tali che le eventuali lesioni presentino bassa velocità di propagazione e significativa lunghezza critica;

- disposizioni costruttive che permettano la ridistribuzione degli sforzi;

[241] EN 1993-1-9:2006 Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-9: Fatigue, CEN, Brussels, 2006, cap. 7, p. 16.

- dettagli idonei ad arrestare la propagazione delle lesioni;
- dettagli facilmente ispezionabili e riparabili;
- prestabilite procedure di ispezione e di manutenzione atte a rilevare e riparare le eventuali lesioni.

Si definiscono strutture sensibili alla rottura per fatica quelle che non ricadono nei punti precedenti. La resistenza a fatica di un dettaglio è individuata mediante una curva caratteristica, detta curva S-N, che esprime il numero di cicli a rottura N in funzione delle variazioni di tensione nel ciclo $\Delta\sigma$ o $\Delta\tau$. Per indicazioni riguardanti le modalità di realizzazione dei dettagli costruttivi e la loro classificazione, con le rispettive curve S-N si può fare riferimento al documento EN 1993-1-9.

4.6.7.1 Metodologia di verifica

Nelle verifiche a fatica le tensioni da considerare devono essere coerenti con quelle alle quali è riferita la curva S-N del dettaglio. Di solito, le curve S-N dei dettagli costruttivi riportate nelle normative sono riferite alle tensioni nominali e pertanto ad esse si deve generalmente far riferimento. Per dettagli costruttivi particolarmente complessi o innovativi, per i quali si proceda ad uno studio ad hoc, potrebbe essere necessario riferirsi alle *tensioni di picco*, misurate o determinate con specifici protocolli sperimentali. In questo caso, le tensioni debbono essere calcolate per via teorica o numerica con le stesse modalità adottate sperimentalmente. Nell'associare al dettaglio in esame la corrispondente curva S-N di resistenza a fatica è consentito tener conto degli effetti benefici di eventuali trattamenti termici o meccanici di distensione, sulla base della letteratura consolidata o di adeguata sperimentazione. Per i dettagli costruttivi dei quali non sia nota la curva di resistenza a fatica le escursioni tensionali potranno riferirsi alle tensioni geometriche o di picco, cioè alle tensioni principali nel metallo base in prossimità della potenziale lesione, secondo le modalità e le limitazioni specifiche del metodo, nell'ambito della meccanica della frattura. Nel caso di verifica a danneggiamento, sulla base del danno D si può definire uno spettro di tensione equivalente, ad ampiezza di tensione costante, $\Delta\sigma_{eq,d}$ (o $\Delta\tau_{eq,d}$), in grado di produrre, nello stesso numero di cicli, $n_{tot} = \sum_i n_i$, un danneggiamento uguale a quello prodotto dallo spettro di tensione di progetto, oppure, in alternativa, un delta di tensione convenzionale 01E,d, in grado di produrre in$2 \cdot 10^6$ cicli, lo stesso danneggiamento prodotto dallo spettro di tensione di progetto. Nel caso di variazioni simultanee di tensioni normali e tangenziali, la valutazione della resistenza a fatica dovrà considerare i loro effetti congiunti adottando idonei criteri di combinazione del danno. Nel caso di variazioni non simultanee del campo

di tensioni normali e tangenziali si potranno sommare i danneggiamenti D1 e DF prodotti dai cicli di tensione normale e dai cicli di tensione tangenziale, valutati separatamente con la regola di accumulo del danno di Palmgren-Miner, del § 4.2.4.1.4 delle NTC18, controllando che:

$$D = D_\sigma + D_\tau \leq 1 \tag{4.12}$$

4.6.7.2 Verifiche a vita illimitata

La verifica a vita illimitata si esegue controllando che sia:

$$\Delta\sigma_{\mathrm{max,d}} = \gamma_{\mathrm{M,f}} \cdot \Delta\sigma_{\mathrm{max}} \leq \Delta\sigma_{\mathrm{d}} \tag{4.13}$$

oppure che :

$$\Delta\tau_{\mathrm{max,d}} = \gamma_{\mathrm{M,f}} \cdot \Delta\tau_{\mathrm{max}} \leq \Delta\tau_{\mathrm{d}} \tag{4.14}$$

dove $\Delta\sigma_{\mathrm{max,d}}$ e $\Delta\tau_{\mathrm{max,d}}$ sono, rispettivamente, i valori di progetto delle massime escursioni di tensioni normali e di tensioni tangenziali indotte nel dettaglio considerato dallo spettro di carico, e $\Delta\sigma_{\mathrm{d}}$ e $\Delta\tau_{\mathrm{d}}$ i limiti di fatica ad ampiezza costante. La verifica a vita illimitata è esclusa per tutti i dettagli le cui curve S-N non presentino limite di fatica ad ampiezza costante (per es., i connettori a piolo).

4.6.7.3 Verifiche a danneggiamento

La verifica a danneggiamento si esegue mediante la formula di Palmgren-Miner, controllando che il danneggiamento D risulti:

$$D = \sum_i D_i = \sum_i \frac{n_i}{N_i} \tag{4.15}$$

dove: n_i è il numero dei cicli di ampiezza $\Delta\sigma_{i,d}$ indotti dallo spettro di carico per le verifiche a danneggiamento nel corso della vita prevista per il dettaglio e N_i è il numero di cicli di ampiezza $\Delta\sigma_{i,d}$ a rottura, ricavato dalla curva S-N caratteristica del dettaglio considerato. La verifica a danneggiamento può essere eseguita anche con il *metodo dei coefficienti di danneggiamento equivalente* λ. Per l'impiego di tale metodo si deve fare riferimento a normative di comprovata validità, di cui al capitolo 12. Nel caso di combinazioni di tensioni normali e tangenziali, la valutazione della resistenza a fatica dovrà considerare i loro effetti congiunti adottando idonei criteri di combinazione del danno. Nella valutazione della resistenza a fatica dovrà tenersi conto dello spessore del metallo base nel quale può innescarsi una potenziale lesione. Le curve S-N reperibili nella letteratura consolidata sono riferite ai valori nominali delle tensioni. Per i dettagli costruttivi dei quali non sia nota la

curva di resistenza a fatica, le escursioni tensionali potranno riferirsi alle tensioni geometriche o di picco, cioè alle tensioni principali nel metallo base in prossimità della potenziale lesione, secondo le modalità e le limitazioni specifiche del metodo, nell'ambito della meccanica della frattura. Nelle verifiche a fatica è consentito tenere conto degli effetti favorevoli di eventuali trattamenti termici o meccanici, purché adeguatamente comprovati.

A differenza di quanto citato nella Circolare 21 gennaio 2019, n. 7 C.S.LL.PP, le EN 1993-1-9 viene raccomandato che quando si utilizza lo spettro di progetto per ottenere il numero di cicli N_{Ri} per ogni banda nello spettro, si raccomanda che gli intervalli di variazione della tensione applicati $\Delta\sigma_i$ siano moltiplicati per γ_{Ff} e i valori della resistenza a fatica $\Delta\sigma_C$ siano divisi per γ_{Mf}. Dove:

- n_i è il numero di cicli associati all'intervallo di variazione della tensione $\gamma_{Ff} \cdot \Delta\sigma_i$ per la banda i nello spettro scomposto in fattori;

- N_{Ri} è la durata (in cicli) ottenuta dalla curva scomposta in fattori $\dfrac{\Delta\sigma_C}{\gamma_{Mf}} - N_R$ per un intervallo di variazione della tensione di $\gamma_{Ff} \cdot \Delta\sigma_i$.

4.7 Linee d'influenza

Gli elementi portanti di un ponte sono interessati da carichi mobili, intesi per entità e posizione in modo vario. Ogni sezione di una trave da ponte o di un elemento in generale deve essere analizzata nello scenario di massimo effetto indotto dai carichi mobili in transito. Per addivenire al calcolo del massimo effetto in ogni sezione si ricorre alla teoria delle linee d'influenza. Tali diagrammi consentono di la posizione del carico mobile per ottenere l'effetto più sfavorevole in una data sezione per una data caratteristica di sollecitazione, spostamento o reazione vincolare, ovviando quindi lunghi tentativi ottenuti da una successione di carichi posti in varie posizioni. [242]

4.7.1 Caso studio

4.7.1.1 Modello FEM

Le linee d'influenza del viadotto oggetto di studio vengono ricavate numericamente dal modello FEM unifilare dell'intero viadotto, le cui caratteristiche principali sono:

[242] A. Cirillo, *Ponti: progettazione, tipologie e elementi*, Grafill, 2019.

1) configurazione planimetrica approssimata a quella clotoidale, con raggio costante di 1 200[m];

2) vengono presi in conto la variazione lineare dell'altezza del cassone e la variazione degli spessori delle lamiere inferiori e laterale mediante una discretizzazione con passo regolare di circa 3[m], assegnando a ciascun *General Beam* sezione costante;

3) la modellazione ha interessato il solo impalcato mediante l'utilizzo di *Rigid Link* e *General Link* fissi e multi-direzionali in accordo con lo schema di vincolo (Fig. 2.12).

4.7.1.2 Influence line in Midas GEN

Le linee d'influenza in Midas GEN hanno come unità di misura quella data in input per le forze e le lunghezze. Questo viene spiegato riportando due esempi relativi alla linea d'influenza del momento flettente in pila P10 e campata P10-P11.

- Linea d'influenza del momento flettente di campata P10-P11 (sezione S1):

In output viene fornita la linea d'influenza del momento flettente nella sezione S1 svincolata flessionalmente (individuata dall'elemento n°47 nodo-j). Nella stessa figura 4.47 il valore del momento massimo è di +20.24[kNm] nella sezione S1: esso rappresenta il momento massimo positivo prodotto nella sezione S1 quando una forza unitaria viaggiante si trova nella medesima sezione (Fig. 4.48) in quanto in essa l'abbassamento verticale è massimo.

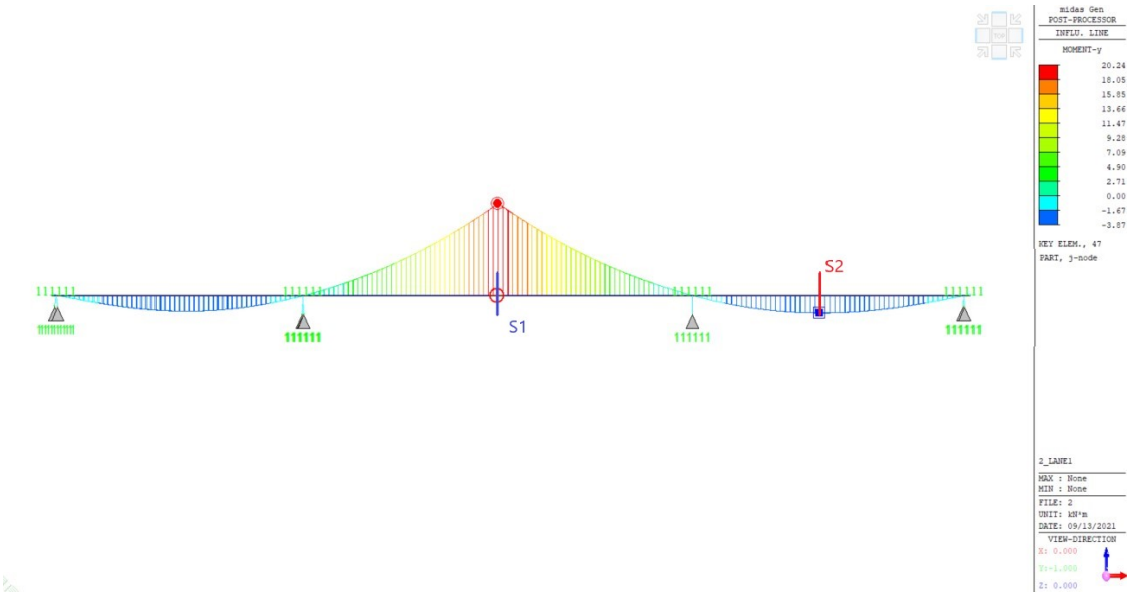


Figura 4.47. Linea d'influenza del momento flettente negativo in pila P9.

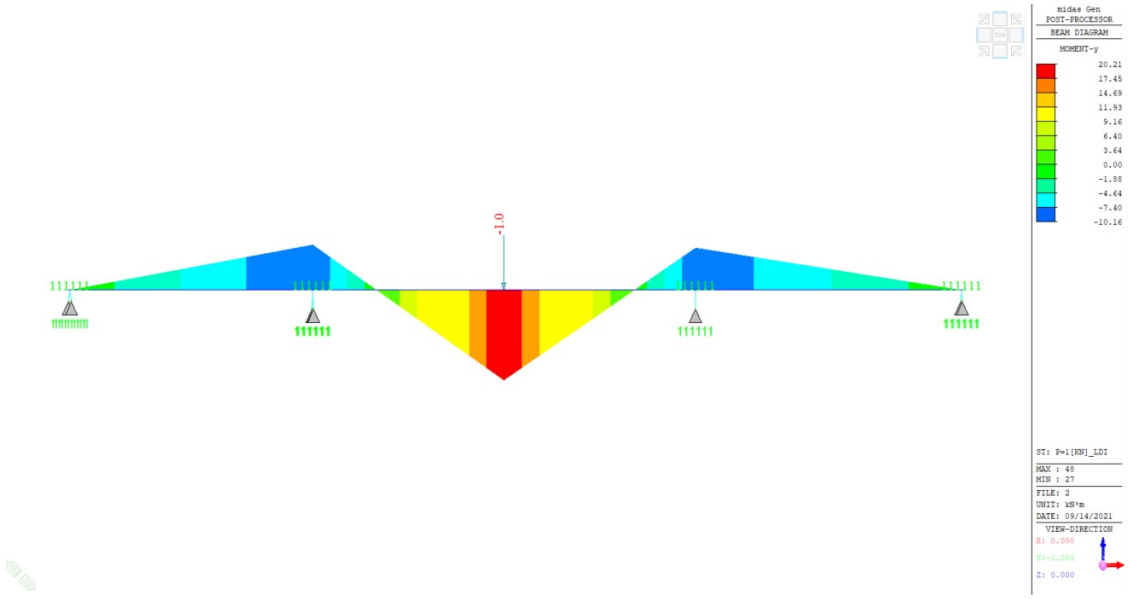


Figura 4.48. Linea d'influenza del momento flettente negativo in pila P9.

Nella stessa figura 4.48 il valore del momento minimo è di -3.87[kNm] nella sezione S2 (individuata dall'elemento n°80 nodo-j): esso rappresenta il momento massimo positivo prodotto della sezione S1 quando una forza unitaria viaggiante si trova nella sezione S2 (Fig. 4.49) in quanto in essa l'abbassamento verticale è minimo.

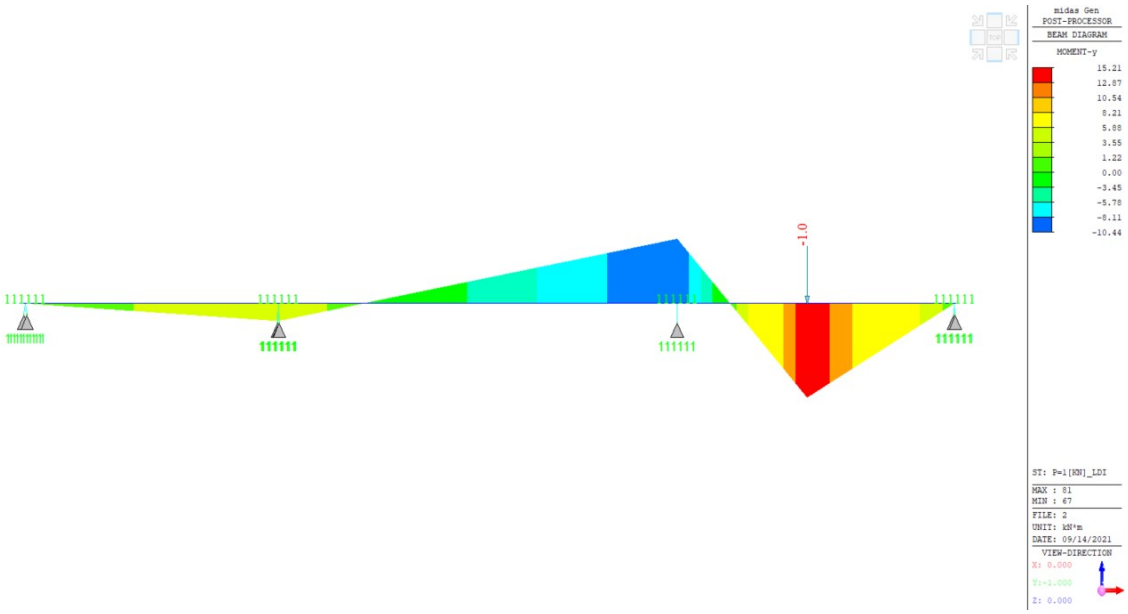


Figura 4.49. Applicazione della forza verticale unitaria viaggiante per minimizzare il momento flettente in in campata P10-P11.

- Linea d'influenza del momento flettente di pila P10 (sezione S1):

In output viene fornita la linea d'influenza del momento flettente nella sezione S1 svincolata flessionalmente (individuata dall'elemento n°27 nodo-j). In figura 4.50 il valore del momento minimo è di -10.71[kNm] nella sezione S2 (individuata dall'elemento n°42 nodo-j): esso rappresenta il momento minimo negativo prodotto della sezione S1 quando una forza unitaria viaggiante si trova nella sezione S2 (Fig. 4.52) in quanto in essa l'abbassamento verticale è massimo.

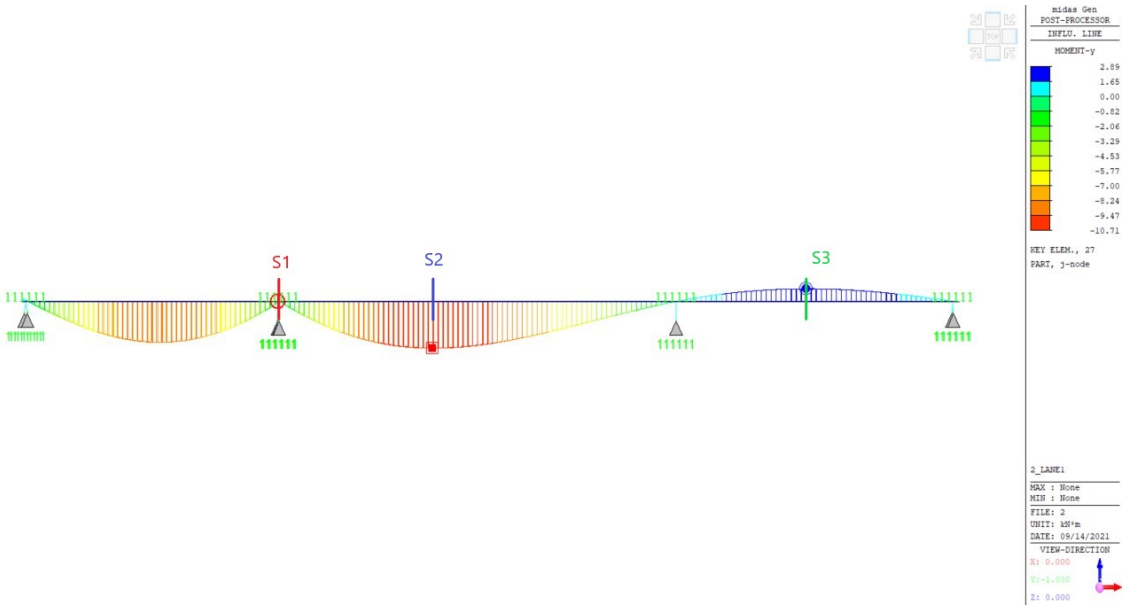


Figura 4.50. Linea d'influenza del momento flettente negativo in pila P9.

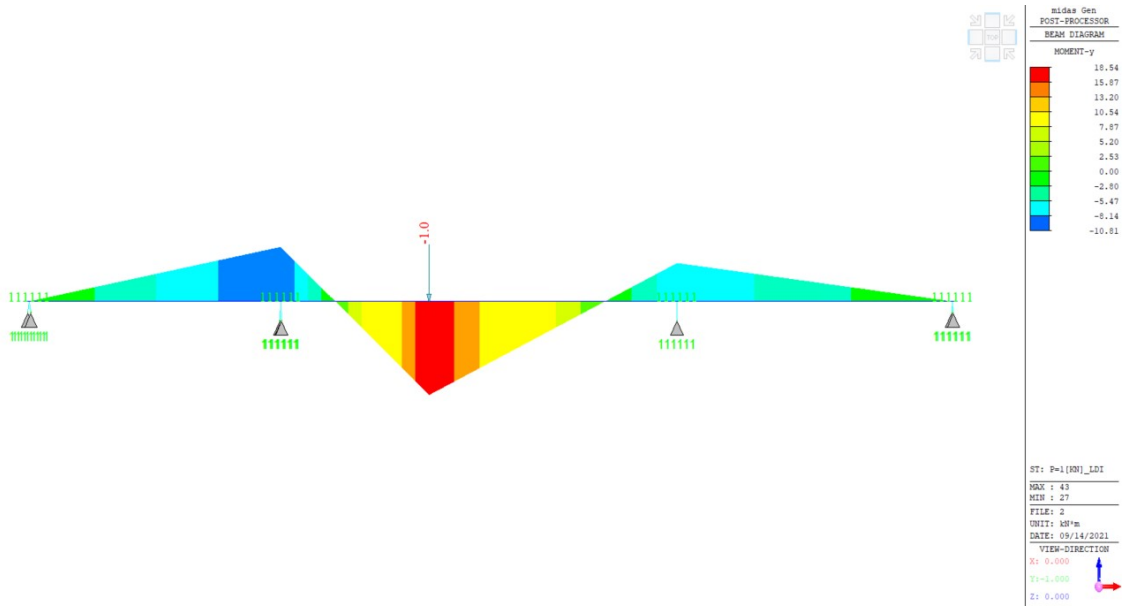


Figura 4.51. Applicazione della forza verticale unitaria viaggiante per minimizzare il momento flettente in pila P9.

Nella stessa figura 4.50 il valore del momento massimo è di +2.89[kNm] nella sezione S3 (individuata dall'elemento n°80 nodo-j): esso rappresenta il momento massimo positivo prodotto della sezione S1 quando una forza unitaria viaggiante

si trova nella sezione S3 (Fig. 4.52) in quanto in essa l'abbassamento verticale è minimo.

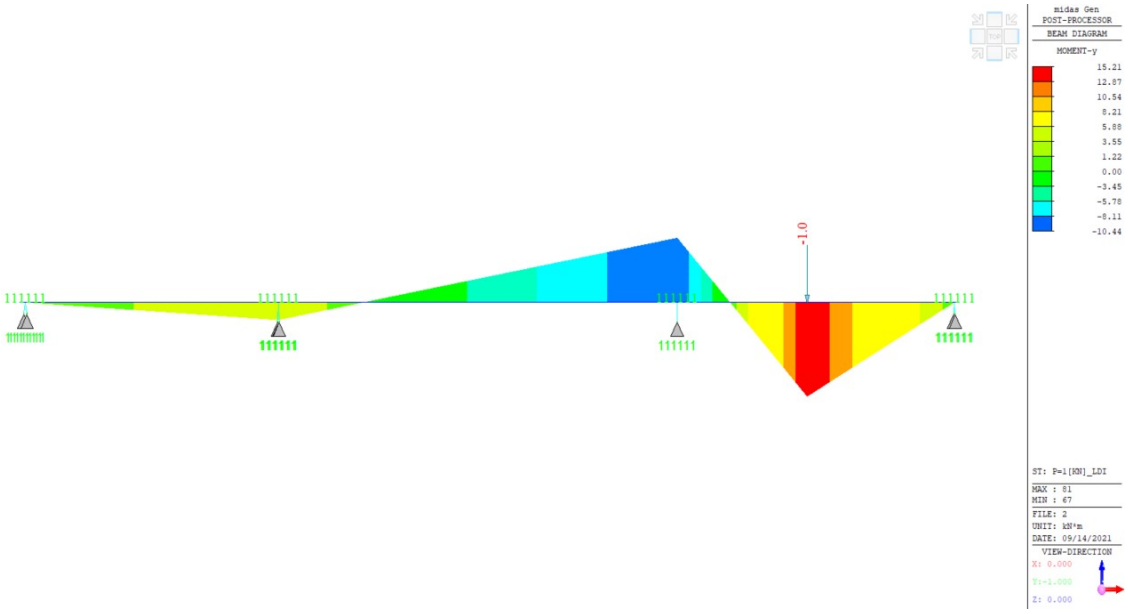


Figura 4.52. Applicazione della forza verticale unitaria viaggiante per massimizzare il momento flettente in pila P9.

Di seguito vengono riportate le linee d'influenza del momento flettente, taglio e momento torcente per le sezioni in cui le sollecitazioni sono più sfavorevoli.

- **Momento flettente:**

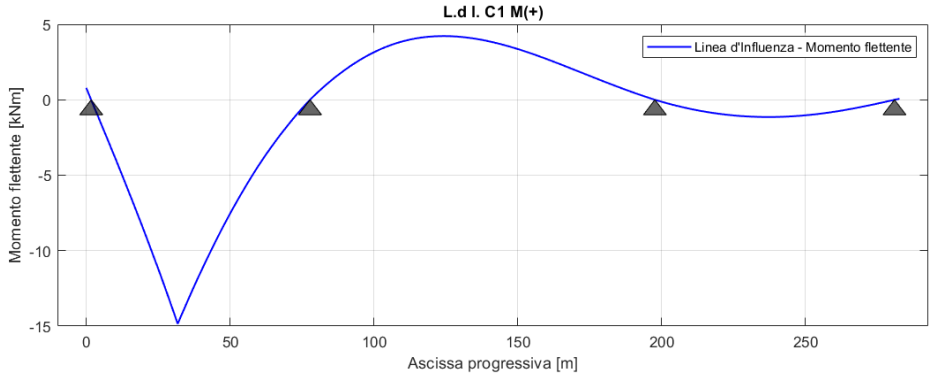


Figura 4.53. Linea d'influenza del momento flettente positivo in mezzeria campata tra le pile P9-P10.

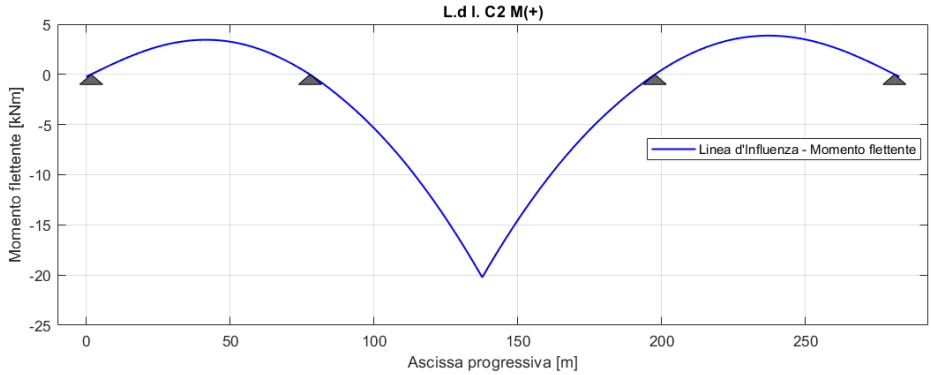


Figura 4.54. Linea d'influenza del momento flettente positivo in mezzeria campata tra le pile P10-P11.

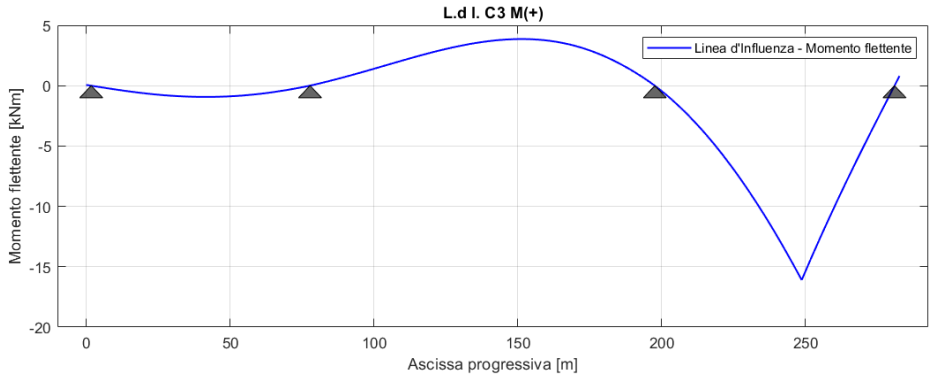


Figura 4.55. Linea d'influenza del momento flettente positivo in mezzeria campata tra le pile P11-P12.

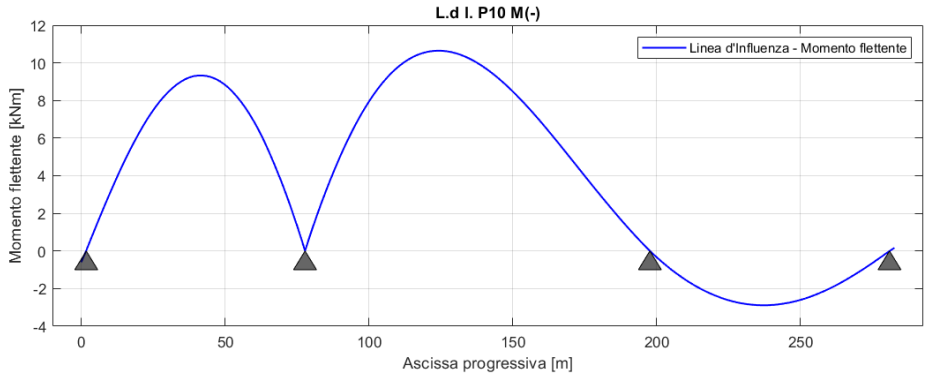


Figura 4.56. Linea d'influenza del momento flettente negativo della pila P10.

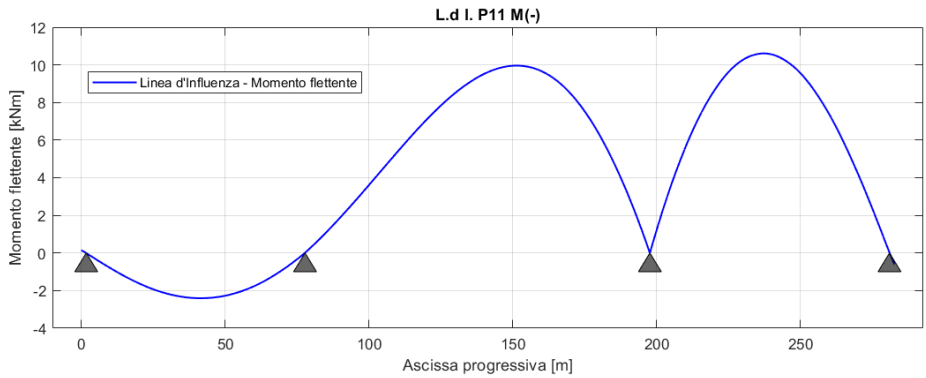


Figura 4.57. Linea d'influenza del momento flettente negativo della pila P11.

- **Taglio:**

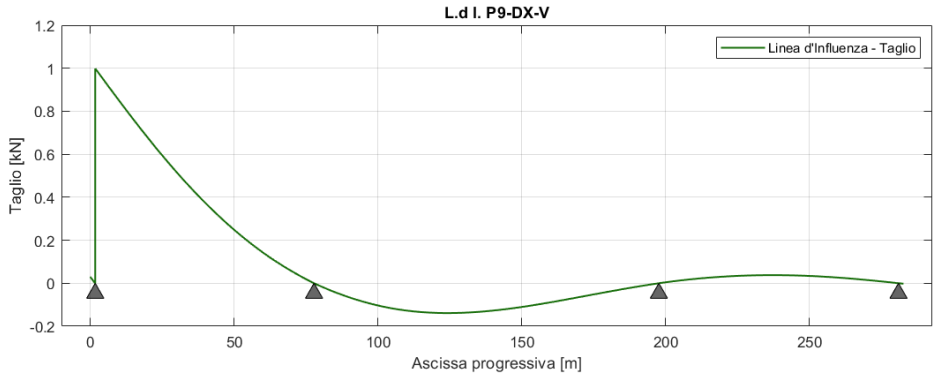


Figura 4.58. Linea d'influenza del taglio a destra della pila P9.

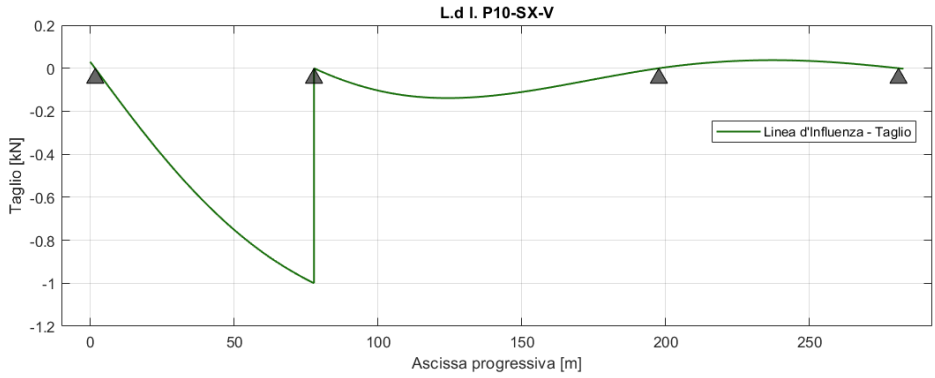


Figura 4.59. Linea d'influenza del taglio a sinistra della pila P10.

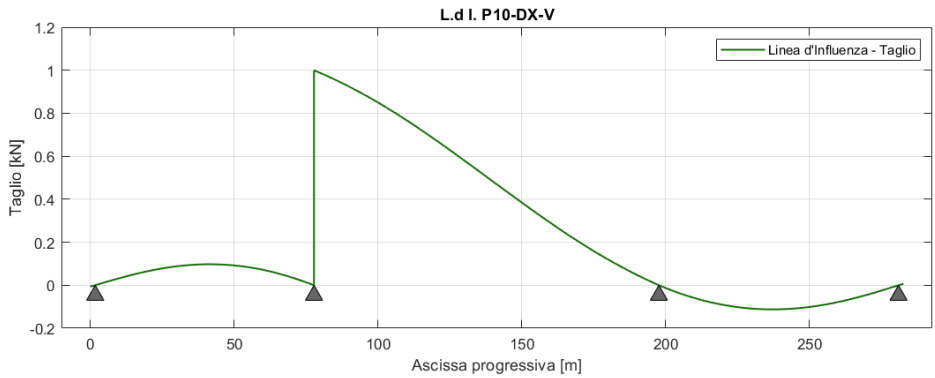


Figura 4.60. Linea d'influenza del taglio a destra della pila P10.

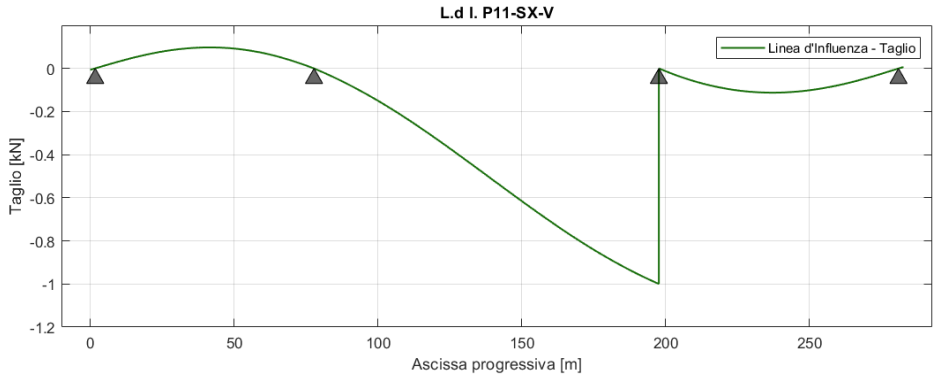


Figura 4.61. Linea d'influenza del taglio a sinistra della pila P11.

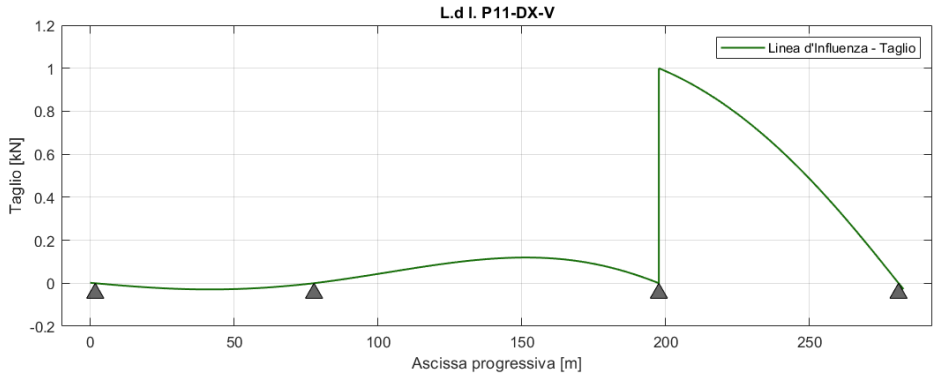


Figura 4.62. Linea d'influenza del taglio a destra della pila P11.

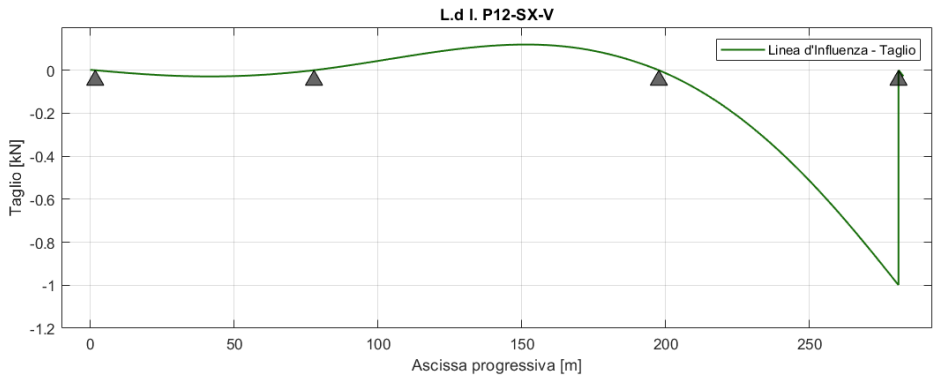


Figura 4.63. Linea d'influenza del taglio a sinistra della pila P12.

- **Momento torcente:**

Le linee d'influenza del momento torcente ricavate da Midas GEN hanno la peculiarità di far riferimento esplicito alla posizione trasversale dell'asse della corsia lenta (Fig. 4.64) in cui verranno fatti transitare i cinque autotreni del *Modello di carico di fatica 4*: tale corsia risulta avere un'eccentricità di 4.37[m] rispetto l'asse del viadotto. La corsia è stata definita in Midas GEN con una larghezza di 3[m], interasse ruote di 2[m] e l'eccentricità appena descritta.

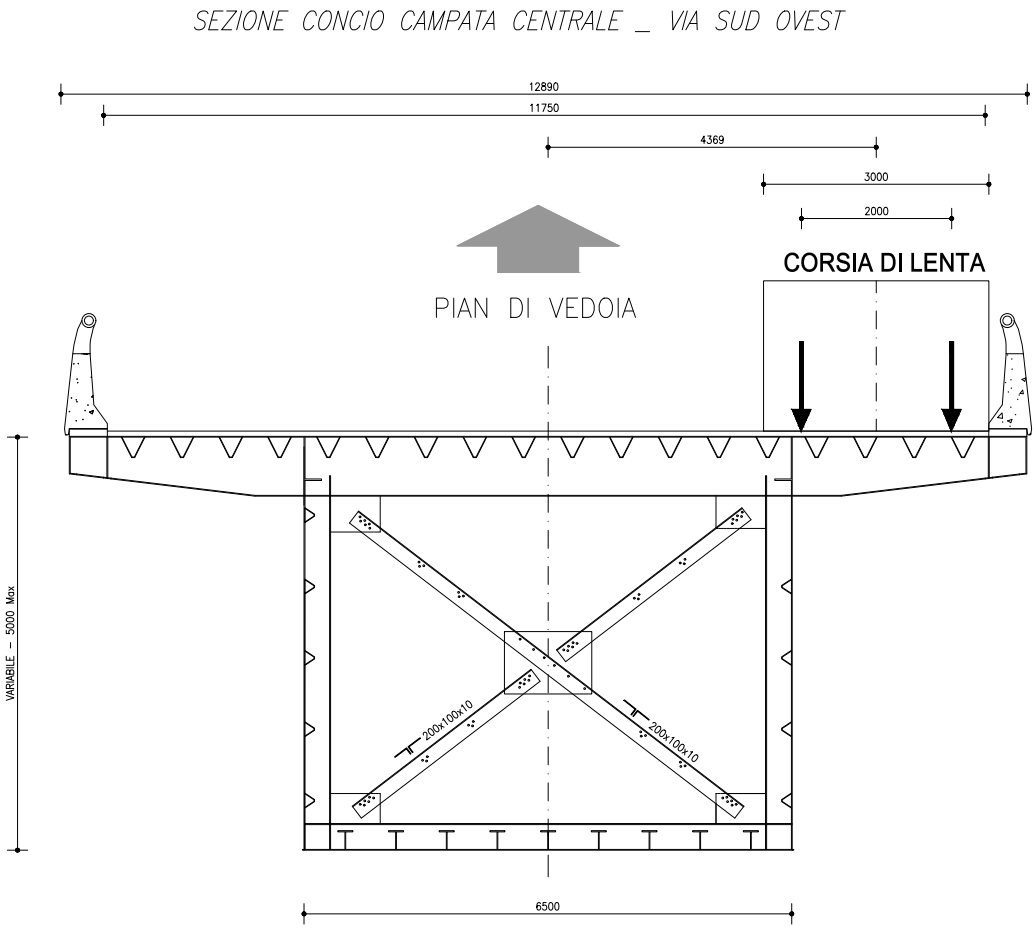


Figura 4.64. Corsia lenta della carreggiata Sud-Ovest.

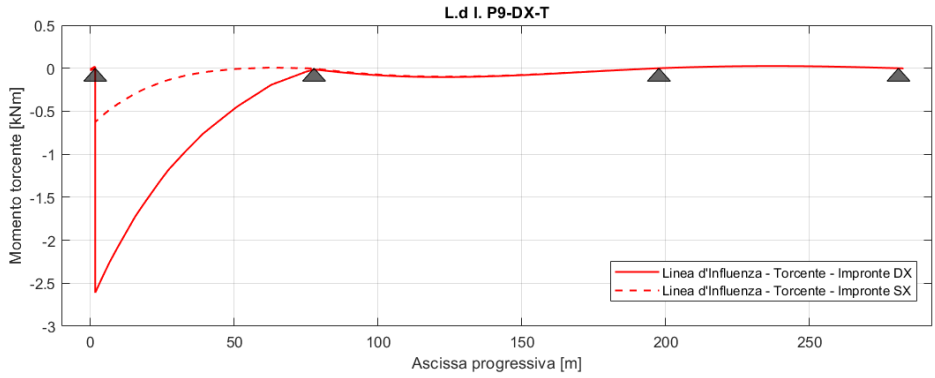


Figura 4.65. Linea d'influenza del momento torcente a destra della pila P9.

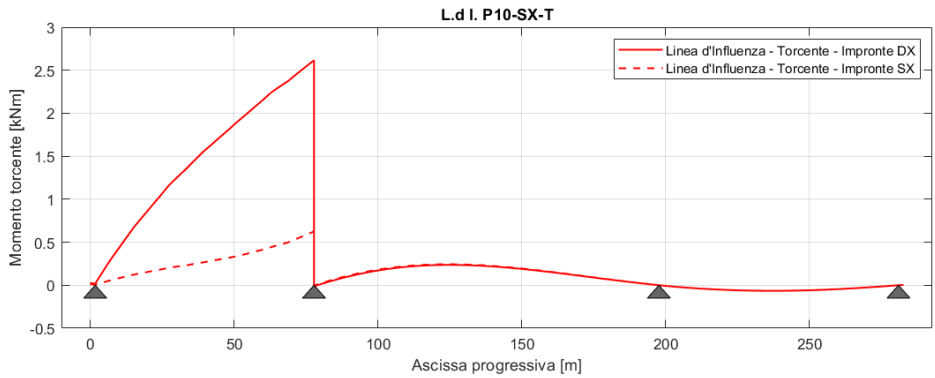


Figura 4.66. Linea d'influenza del momento torcente a sinistra della pila P10.

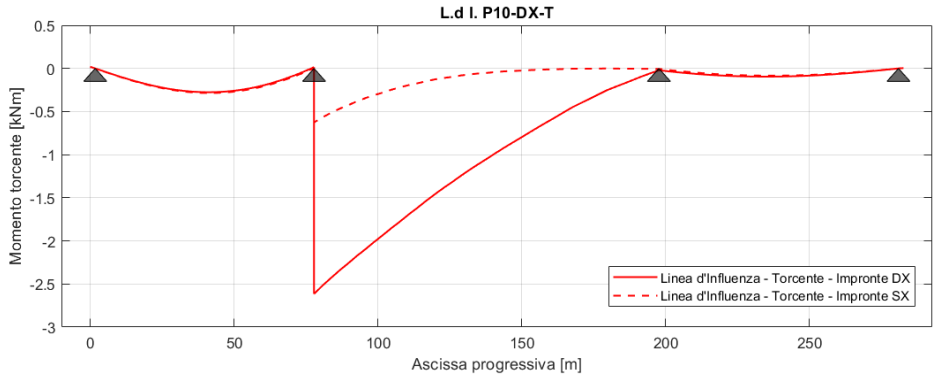


Figura 4.67. Linea d'influenza del momento torcente a destra della pila P10.

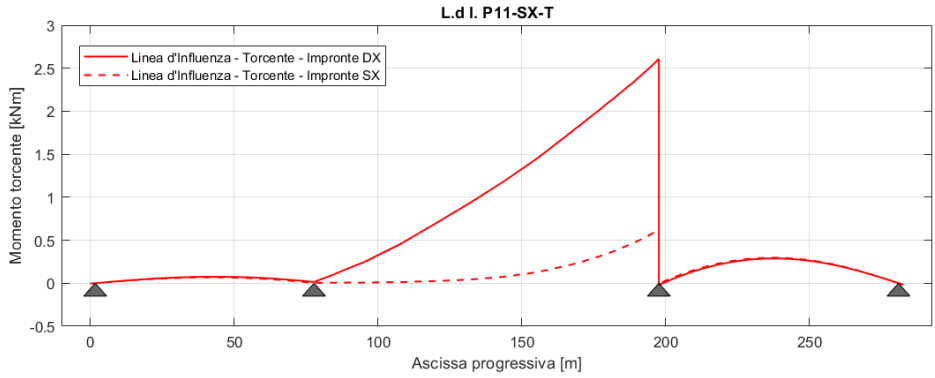


Figura 4.68. Linea d'influenza del momento torcente a sinistra della pila P11.

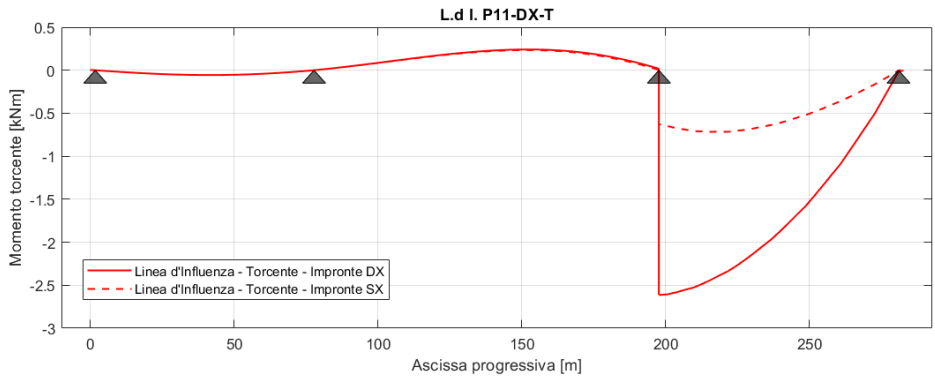


Figura 4.69. Linea d'influenza del momento torcente a destra della pila P11.

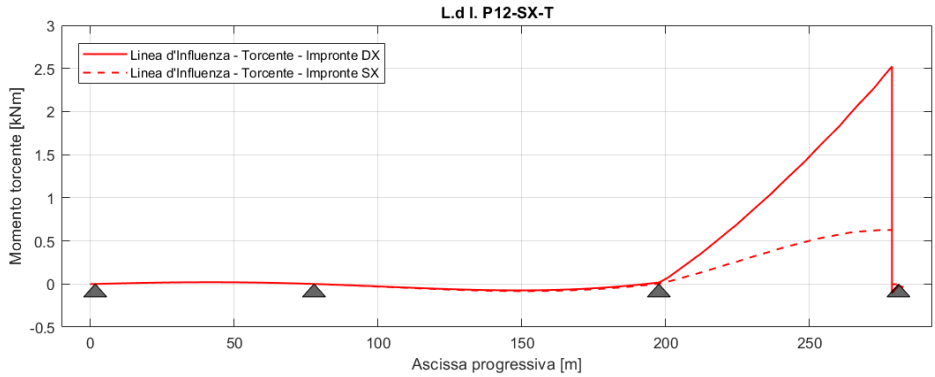


Figura 4.70. Linea d'influenza del momento torcente a sinistra della pila P12.

4.8 Caso studio

4.8.1 Numero di cicli a fatica

4.8.2 Osservatorio del Traffico [243]

ANAS S.p.A è il gestore della rete stradale ed autostradale italiana di interesse nazionale, costituita da 29 210.622 [km] in gestione diretta. Essa servizio di informazione all'utenza tramite bollettini mensili con lo scopo di arricchire il novero delle informazioni sul servizio reso ai suoi clienti.

Ad oggi, sulla rete stradale è attivo il Sistema Automatico di Rilevamento Statistico del Traffico, costituito da oltre 1 150 sezioni di conteggio, è distribuito sull'intera rete di competenza di ANAS. Il sistema di rilevamento statistico del traffico

[243] ANAS Gruppo Ferrovie dello Stato Italiane (https://www.stradeanas.it)

è stato concepito per adeguare la raccolta dati di traffico necessari al censimento annuale della circolazione sulle strade statali ed autostrade.

Sino al 2010 il conteggio dei veicoli veniva effettuato "a vista" dal personale ANAS utilizzando batti colpi meccanici predisposti per poter differenziare i veicoli in classi di appartenenza. I periodi in cui contare i veicoli venivano predeterminati sulla base della significatività statistica delle varie giornate dell'anno i cui risultati, secondo una consolidata metodologia denominata "Formula di Ginevra", partecipavano alla stima del Traffico Giornaliero Medio (TGM). Tale raccolta dati veniva effettuata, ogni lustro, in corrispondenza di 800 siti di osservazione (piccoli ricoveri prefabbricati), mentre nei rimanenti anni su 400 circa.

La raccolta dei dati di traffico sugli oltre 25.000 km di strade ANAS, a partire dall'anno 2012, è garantita attraverso una rete di sensori in grado di registrare i volumi di traffico e le condizioni di circolazione in corrispondenza di oltre 1.150 sezioni di conteggio. Collegato a tale rete è il sistema di monitoraggio denominato PANAMA (Piattaforma ANAs per il Monitoraggio e l'Analisi).

4.8.2.1 Il sistema Panama [244]

Le informazioni, raccolte attraverso diversi tipi di sensori, vengono inviate ogni 5 minuti alla centrale PANAMA, la quale ne cura la verifica, l'archiviazione e l'elaborazione. L'archivio riceve i dati sui singoli passaggi ed i dati generati, ovvero aggregati. Tramite processi di controllo viene curata l'affidabilità dei dati; in particolare due step automatici garantiscono la consistenza e coerenza del database.

- Primo step:

  Il primo processo ha il fine di evidenziare problemi all'interno del file inviato dalla stazione di rilevamento locale. Eventuali errori di coerenza, impossibili da correggere, rendono il file inutilizzabile e quindi rifiutato dal sistema.

- Secondo step:

  Una volta che i dati vengono caricati nel database, PANAMA esegue il secondo step, costituito da varie procedure per la valutazione dell'affidabilità dei dati aggregati, non eliminando i dati inseriti, ma classificandoli attraverso un parametro che ne qualifica la coerenza rispetto a alcune situazioni reali che possono capitare. Tale parametro permette di escludere i dati incerti dai valori che concorrono ai calcoli delle misure desiderate.

[244] ANAS Gruppo Ferrovie dello Stato Italiane (https://www.stradeanas.it)

La veridicità dei dati acquisiti, definita come la capacità dei sensori di rilevare la reale tipologia e quantità di mezzi effettivamente in transito nella sezione, viene valutata dal personale ANAS con controlli campionari effettuati attraverso un rilievo a vista. Il personale ANAS, acquisiti i video dei veicoli effettivamente in transito sulla sezione con sovrapposta la stringa di dati rilevati simultaneamente dalla centralina locale, rilevano tutti gli errori sia di conteggio sia di classificazione, verificando la bontà del dato restituito in automatico rispetto la realtà su strada. Dal patrimonio di dati acquisiti in PANAMA ed attraverso gli strumenti di elaborazione ad esso legati, nasce l'Osservatorio del Traffico, bollettino mensile ANAS sul Traffico.

4.8.2.2 La rete dei sensori [245]

Le oltre 1 150 sezioni di rilevamento traffico sono distribuite lungo l'intera rete stradale ed autostradale di competenza ANAS.

[245] ANAS Gruppo Ferrovie dello Stato Italiane (https://www.stradeanas.it)

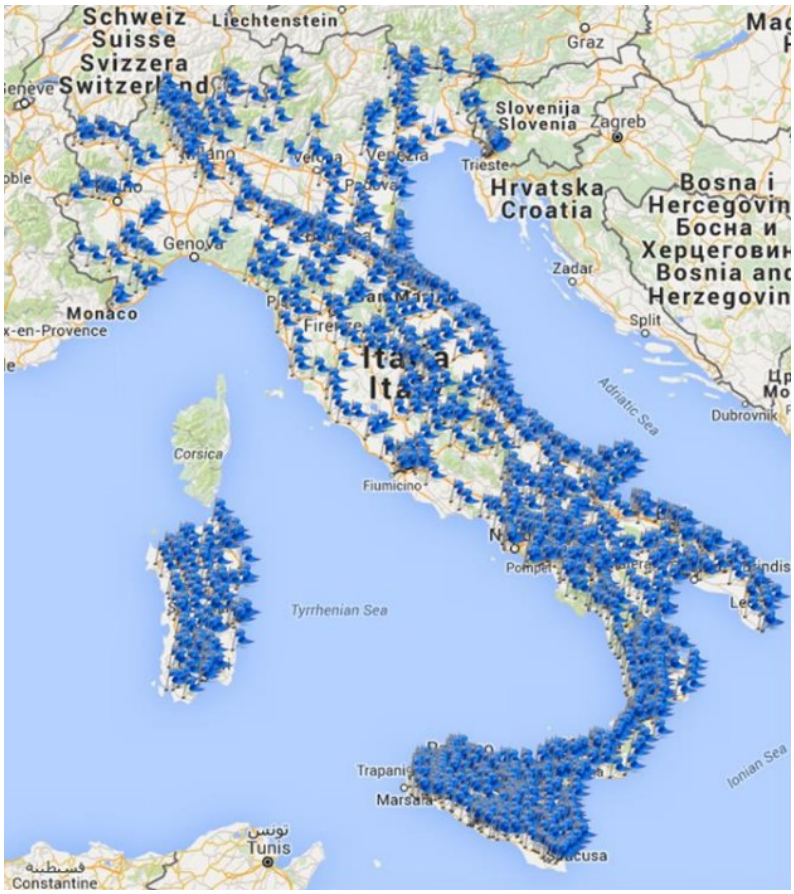


Figura 4.71. Rete di sensori di ANAS SpA.

Le tecnologie utilizzate sono sostanzialmente due: spire induttive e sensori a microonde, per quanto il sistema riceva attualmente anche i dati di traffico rilevati attraverso il sistema Vergilius per il controllo elettronico della velocità media. Sono state inoltre implementate ulteriori tecnologie quali pese dinamiche, telecamere per il rilevamento delle merci pericolose e tracciatori bluetooth per il rilevamento dei tempi di percorrenza e per il monitoraggio delle infrastrutture esistenti.

4.8.2.3 Attuali elaborazioni [246]

Dai bollettini mensili relativi ai dati del traffico autostradale si possono ottenere i valori di traffico elaborati a partire dalle informazioni raccolte in corrispondenza di sezioni di conteggio del sistema selezionate lungo le infrastrutture principali, spesso in affiancamento alla rete autostradale a pedaggio e prossime ai grandi centri

[246] ANAS Gruppo Ferrovie dello Stato Italiane (https://www.stradeanas.it)

urbani. Tale insieme di sezioni è stato suddiviso in Ambiti territoriali: Italia, Nord, Centro, Sud, Sicilia e Sardegna. I valori disponibili per ciascuna sezione e utilizzati nelle valutazioni dell'Osservatorio sono rappresentati dal Traffico Giornaliero Medio Mensile, calcolato per due macro classi di veicoli:

- i *veicoli leggeri* che raggruppano i motocicli, le auto con e senza rimorchio e furgoni o camion (la cui sagoma corrisponde alle tipologie con portata inferiore alle 3.5 [t]) anch'essi con e senza rimorchio;

- i *veicoli pesant*i che aggregano tutti gli altri veicoli, ovvero i camion "grandi" (la cui sagoma corrisponde a tipologie con portata al di sopra delle 3.5 [t]), gli autotreni, gli autoarticolati e i pullman.

I dati medi presentati per gli aggregati "territoriali" sono calcolati come medie aritmetiche dei valori disponibili per le sezioni di conteggio dell'aggregato, valori quindi che potrebbero essere definiti "Indice di Mobilità Rilevata (IMR)". Infine, i confronti inter-periodali sono effettuati mediando, per ciascun ambito e come sopra descritto, i valori delle sole sezioni i cui dati risultano consistenti in entrambi i periodi scelti per il confronto (mese attuale – mese precedente e mese anno in corso – mese anno precedente).

4.8.2.4 Dati traffico della tratta del caso studio

Vista la diminuzione del volume di traffico verificati a partire dal 2020 in seguito delle restrizioni di spostamenti sul territorio italiano che ha portato il virus SARS-CoV-2 (Fig. 4.82 e 4.83), per le verifiche a fatica vengono considerati i dati dell'anno 2019 ante-pandemia. Si dispone delle misurazione del traffico giornaliero per i mesi da Giugno a Ottobre 2019 forniti da ASPI (Autostrade per l'Italia) per la campagna di monitoraggio in continuo dell'escursione degli appoggi[247].

Il monitoraggio del flusso dei veicoli leggeri (Fig. 4.72) evidenzia una sensibile variazione mensile con andamento alternativamente decrescente e crescente verso fine anno. Il picco massimo viene raggiunto il 05/01/2019 con valore di 16 650 veicoli leggeri transitati ed il minimo viene raggiunto il 19/11/2019 con 3 671 veicoli.

[247] R. Asso, R. Cucuzza, M.M. Rosso, D. Masera and G.C. Marano. *Bridges Monitoring: An Application of AI With Gaussian Processes, 14th International Conference on Evolutionary and Deterministic Methods for Design, Optimization and Control.* pages 245–261, 01 2021. doi:10.7712/140121.7964.18426

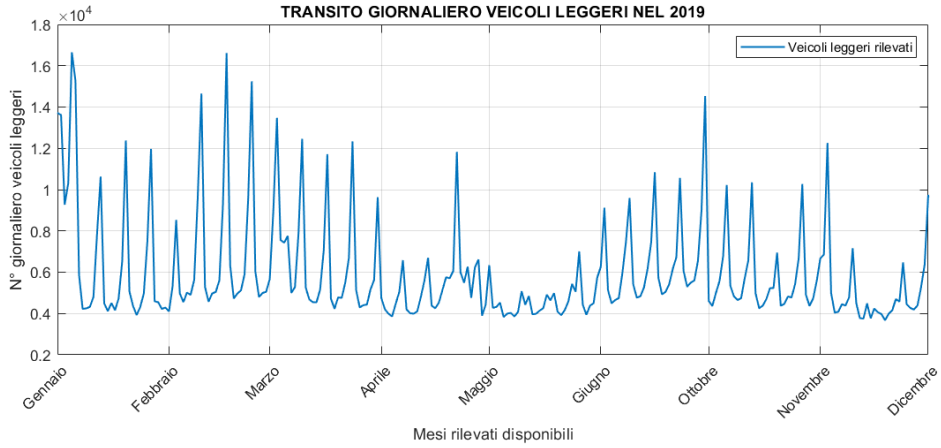


Figura 4.72. Dati ASPI del transito giornaliero dei veicoli leggeri tra Ottobre e Giugno rilevati nel 2019 nella tratta autostradale del viadotto caso studio.

Relativamente ai veicoli pesanti, nonostante la presenza di picchi di massimo e di minimo mensili (Fig. 4.73) è possibile notare che complessivamente l'andamento è tendenzialmente crescente. Il picco massimo viene raggiunto il 14/06/2019 con valore di 1 477 veicoli pesanti transitati ed il minimo viene raggiunto il 21/04/2019 con 184 veicoli.

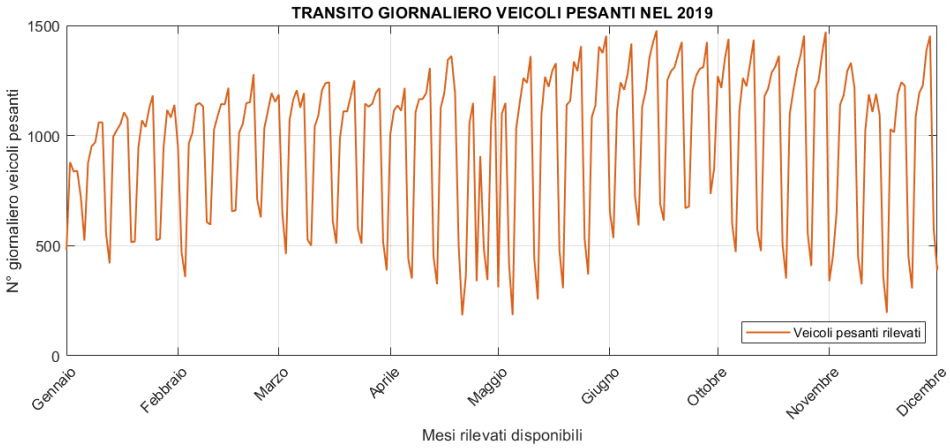


Figura 4.73. Dati ASPI del transito giornaliero dei veicoli pesanti tra Ottobre e Giugno rilevati nel 2019 nella tratta autostradale del viadotto caso studio.

La differenza dell'entità del volume di traffico giornaliero di veicoli osservati viene evidenziata in figura 4.74: il flusso giornaliero dei veicoli pesanti è un ordine di grandezza inferiore rispetto ai veicoli leggeri. Riportando i dati nella stessa scala delle ordinate è possibile apprezzare che il flusso di veicoli pesanti risulta oscillare

in modo pressoché costante attorno un valor medio di 965 veicoli giornalieri (per quelli leggeri la media dei veicoli giornalieri è di 6 068).

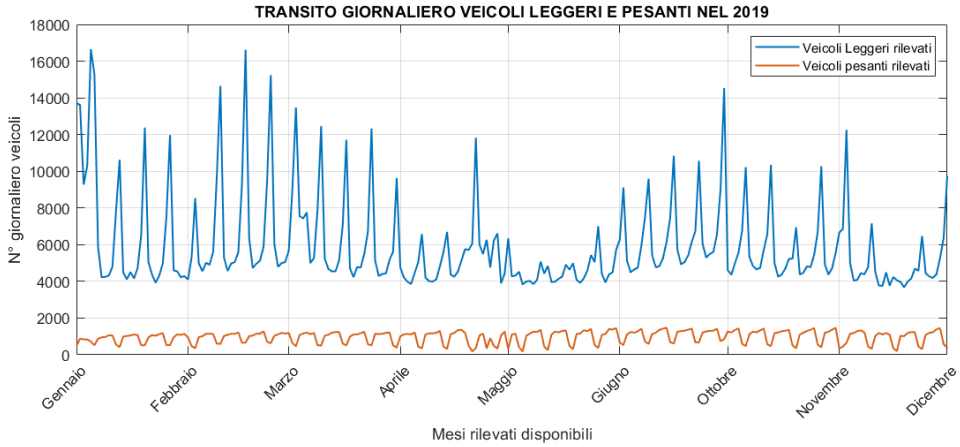


Figura 4.74. Dati ASPI del transito giornaliero dei veicoli leggeri e pesanti tra Ottobre e Giugno rilevati nel 2019 nella tratta autostradale del viadotto caso studio.

Tramite accesso diretto ai dati relativi al traffico giornaliero del tratto afferente al viadotto caso studio, nei soli messi da Giugno a Ottobre, viene calcolato il traffico totale mensile (Tab. 4.1).

Figura 4.75. Rete di sensori nel Nord-Italia di ANAS SpA.

In seguito, sulla scorta delle dei confronti periodici dell'Osservatorio del Traffico ANAS forniti per il Nord Italia (Fig. 4.75), per i mesi mancanti viene determinato il volume mensile sulla base del mese precedente noto assumendo indicativamente l'incremento del IMR del Nord Italia valido per la tratta in esame (Fig. 4.80, 4.79 e 4.76).

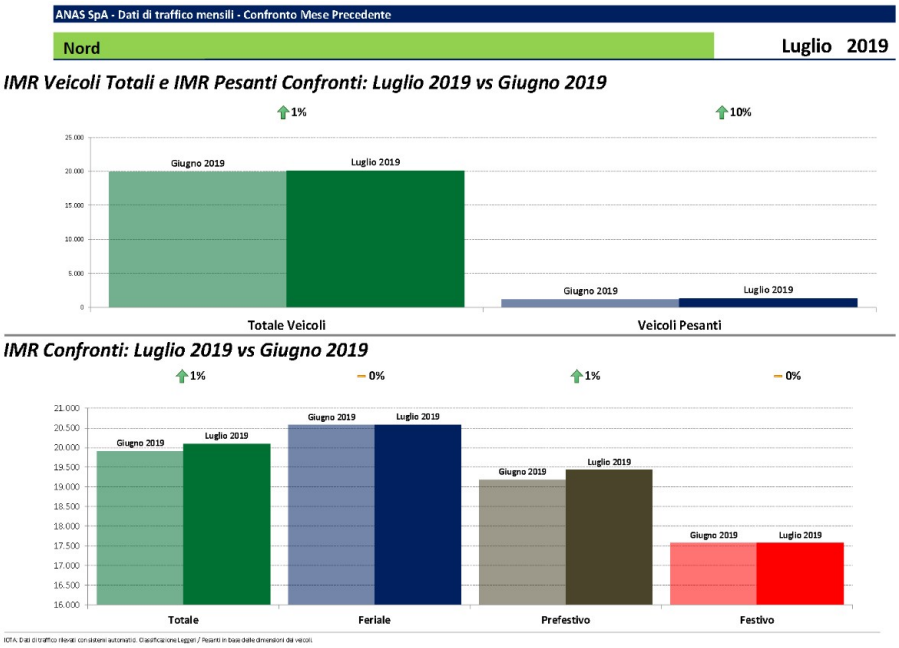


Figura 4.76. I.M.R. veicoli pesanti del Nord Italia: Luglio 2019 vs. Giugno 2019. [248]

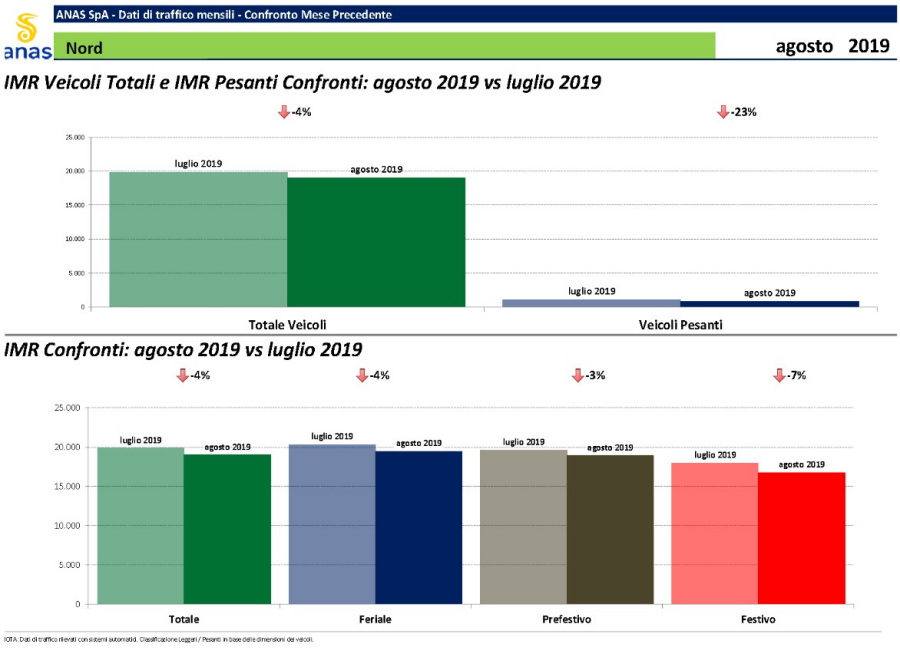


Figura 4.77. I.M.R. veicoli pesanti del Nord Italia: Agosto 2019 vs. Luglio 2019. [249]

[248] Archivio Osservatorio del Traffico ANAS, Luglio 2019 (https://www.stradeanas.it/it/le-strade/osservatorio-del-traffico/archivio-osservatorio-del-traffico)

[249] Archivio Osservatorio del Traffico ANAS, Agosto 2019 (https://www.stradeanas.it/it/le-strade/osservatorio-del-traffico/archivio-osservatorio-del-traffico)

[250] Archivio Osservatorio del Traffico ANAS, Settembre 2019 (https://www.stradeanas.it/it/le-strade/osservatorio-del-traffico/archivio-osservatorio-del-traffico)

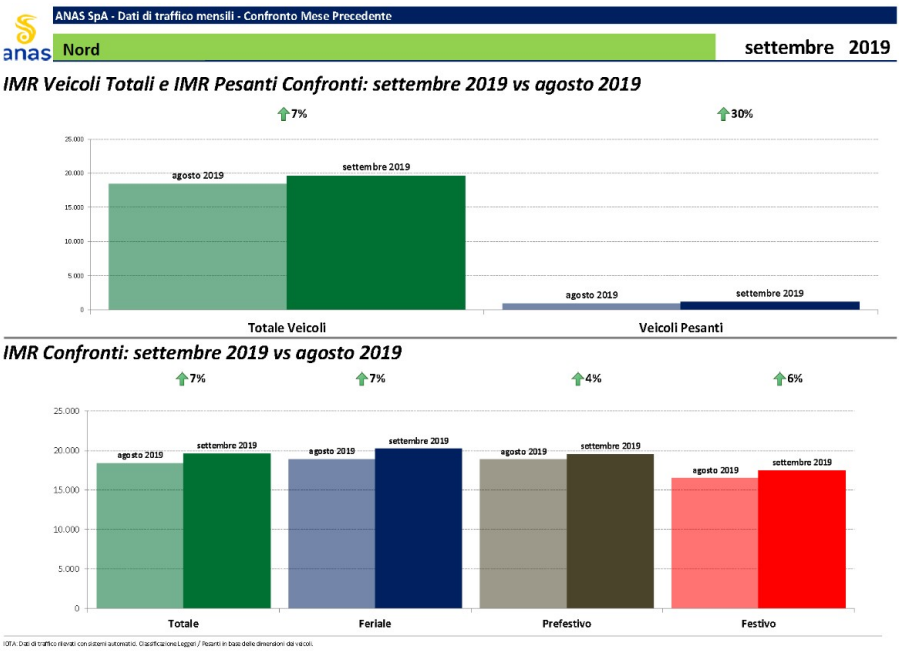


Figura 4.78. I.M.R. veicoli pesanti del Nord Italia: Settembre 2019 vs. Agosto 2019. 250

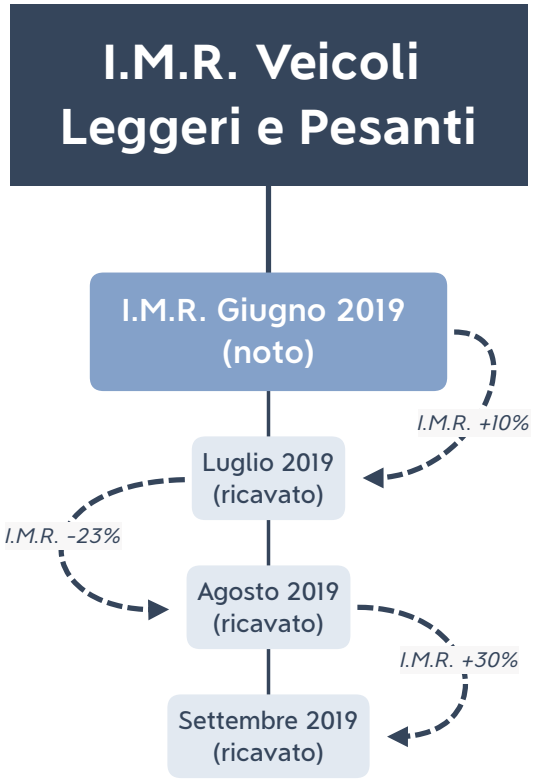


Figura 4.79. Variazione dell'Indice di Mobilità Rilevata (IMR) nei mesi di Luglio, Agosto e Settembre 2019.

Tutti i dati riassunti in tabella 4.7 per i veicoli leggeri e tabella 4.8 per i veicoli pesanti sono stati ricavati a partire dai dati del 2019 e ricavanto quelli degli anni antecedenti e successivi. Tramite i coefficiente IMR dedotto dalla banca dati ANAS, per l'area del Nord Italia, degli anni antecedenti e successivi al 2019, noti i valori mensili di quest'ultimo, è possibile desumere il traffico mensile per i veicoli leggeri e pesanti dei mesi 2016, 2017, 2018, 2020 e 2021. Per gli anni 2016, 2017 e 2018 il coefficiente IMR è da intendersi di segno opposto rispetto quello disponibile dal sito ANAS perché il coefficiente fornito confronta il mese dell'anno successivo rispetto il medesimo mese dell'anno precedente, vale a dire che se ad esempio l'IMR fosse positivo significa che nel corso del tempo il traffico ha subito un aumento su quella tratta d'interesse. In definitiva partendo dal 2019 si ricavano, mese per mese, quelli del 2018 (Tab. 4.4), una volta desunti quelli del 2018 si ricavano quelli del 2017 (Tab. 4.3) e così anche per il 2016 (Tab. 4.2) con segno dell'IMR opposto; partendo ancora dal 2019 invece si ricavano mese per mese i dati del traffico del 2020 (Tab. 4.5) e noti quelli del 2020 si desumono quelli dei mesi del 2021 (Tab. 4.6).

Tabella 4.1. Dati del 2019 relativi al transito mensile dei veicoli leggeri e pesanti nella tratta autostradale del viadotto caso studio.

Anno 2019				
Mese	**Veicoli Leggeri**		**Veicoli Pesanti**	
	Tot. Leggeri	**%2019**	**Tot. Pesanti**	**%2019**
Gennaio	221 456	-	27 159	-
Febbraio	191 449	-13.5	26 778	-1.4
Marzo	206 199	7.2	29 481	9.2
Aprile	157 638	-23.6	26 956	-8.6
Maggio	141 687	-10.1	30 581	11.9
Giugno	199 323	28.9	32 759	6.6
Luglio	201 316	1.0	36 035	10.0
Agosto	193 264	-4.0	27 747	-23.0
Settembre	206 792	7.0	36 071	30.0
Ottobre	174 830	-15.5	33 645	-6.7
Novembre	148 721	-14.9	27 902	-17.1
Dicembre	215 215	30.9	28 274	1.3
Tot.	2 257 890		363 388	

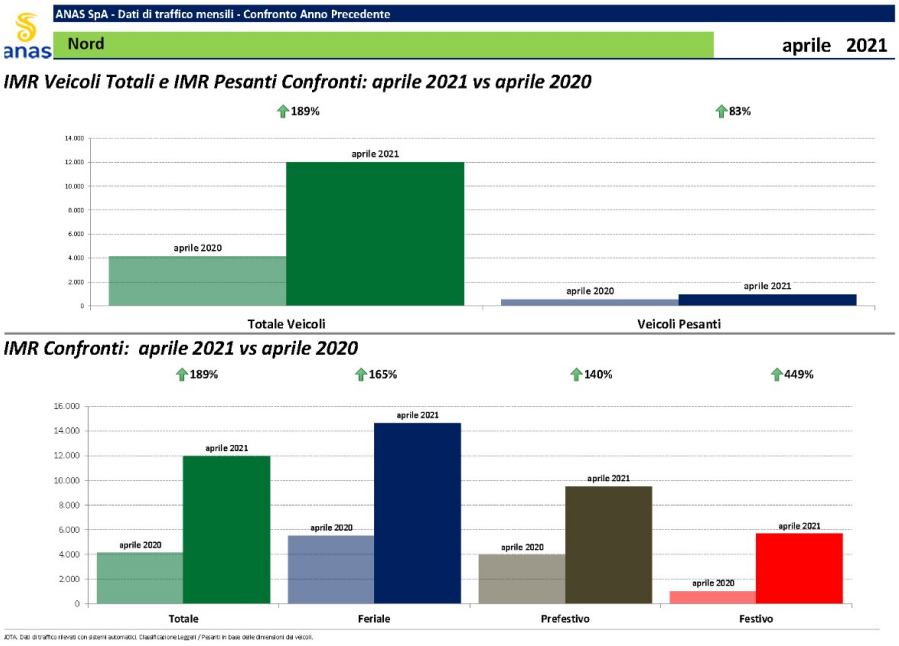


Figura 4.80. I.M.R. veicoli leggeri e pesanti del Nord Italia: Aprile 2020 vs. Aprile 2021. [251]

Il processo logico descritto precedentemente viene riassunto in figura 4.101.

[251] Archivio Osservatorio del Traffico ANAS, Aprile 2021 (https://www.stradeanas.it/it/le-strade/osservatorio-del-traffico/archivio-osservatorio-del-traffico)

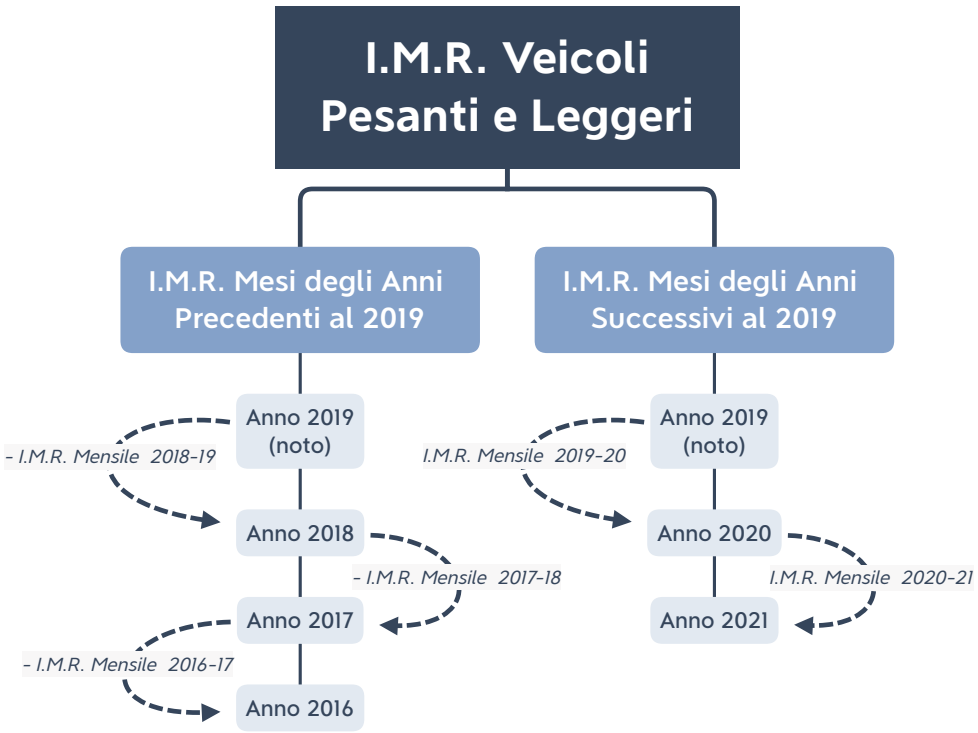


Figura 4.81. Metodologia di estrapolazione del traffico mensile degli anni antecedenti e successivi al 2019 tramite l'utilizzo dell'Indice di Mobilità Rilevata (IMR).

Nelle tabelle seguenti vengono riassunti il numero di veicoli mensili per gli anni precedenti e successivi al 2019 estrapolati con la metodologia precedentemente descritta per i veicoli leggeri e pesanti. I valori in blu sono quelli originariamente posseduti e quindi noti, forniti da ASPI (Autostrade per l'Italia) per la campagna di monitoraggio in continuo dell'escursione degli appoggi[252].

I risultati di tabella 4.7 vengono anche riportati in figura 4.82. La variazione di traffico mensile negli anni 2016-2019 non presenta un andamento significativamente diverso, invece per il 2020 è visibile una sostanziale diminuzione rispetto gli anni precedenti causato dalla pandemia portata dal virus SARS-CoV-2; nel 2021 il flusso di veicoli è in risalita anche se i dati disponibili sono fino al mese di Agosto. I valori massimi si ritrovano nei mesi di Dicembre-Gennaio e quelli estivi.

[252]D. Masera, R. Asso, R. Cucuzza, F. Rendace, G. C. Marano. *Una proposta di procedura per l'escursione degli appoggi.* Rivista "Strade Autostrade", fascicolo n°146, Marzo/Aprile 2021. https://www.stradeeautostrade.it/ponti-e-viadotti/una-proposta-di-procedura-per-lescursione-degli-appoggi/

Tabella 4.2. Dati del transito mensile dei veicoli leggeri e pesanti del 2016, ricavati a partire da quelli del 2017, nella tratta autostradale del viadotto caso studio.

Anno 2016				
Mese	**Veicoli Leggeri**		**Veicoli Pesanti**	
	Tot. Leggeri	**%20116-17**	**Tot. Pesanti**	**%20116-17**
Gennaio	225 907	-1.0	27 420	2.0
Febbraio	195 145	1.0	30 077	0.0
Marzo	205 213	3.0	32 572	7.0
Aprile	159 151	2.0	26 079	7.0
Maggio	147 397	-1.0	32 721	2.0
Giugno	199 185	1.0	31 717	0.0
Luglio	207 396	-1.0	36 031	-1.0
Agosto	189 340	-1.0	31 135	-1.0
Settembre	210 618	-5.0	39 356	-7.0
Ottobre	178 327	0.0	33 975	0.0
Novembre	150 178	-2.0	30 131	-8.0
Dicembre	217 367	0.0	31 723	-10.0
Tot.	2 285 224		382 938	

Tabella 4.3. Dati del transito mensile dei veicoli leggeri e pesanti del 2017, ricavati a partire da quelli del 2018, nella tratta autostradale del viadotto caso studio.

Anno 2017				
Mese	**Veicoli Leggeri**		**Veicoli Pesanti**	
	Tot. Leggeri	**%2017-18**	**Tot. Pesanti**	**%2017-18**
Gennaio	223 671	0.0	27 979	-1.0
Febbraio	197 116	-4.0	30 077	-8.0
Marzo	211 560	-8.0	35 023	-10.0
Aprile	162 399	-1.0	28 042	-1.0
Maggio	145 938	0.0	33 388	-3.0
Giugno	201 197	-3.0	31 717	-3.0
Luglio	205 343	-2.0	35 675	1.0
Agosto	187 466	0.0	30 827	-1.0
Settembre	200 588	3.0	36 782	-3.0
Ottobre	178 327	-2.0	33 975	1.0
Novembre	147 234	0.0	27 899	1.0
Dicembre	217 367	0.0	28 839	-2.0
Tot.	2 278 204		380 224	

Tabella 4.4. Dati del transito mensile dei veicoli leggeri e pesanti del 2018, ricavati a partire da quelli del 2019, nella tratta autostradale del viadotto caso studio.

Anno 2018				
Mese	**Veicoli Leggeri**		**Veicoli Pesanti**	
	Tot. Leggeri	**%2018-19**	**Tot. Pesanti**	**%2018-19**
Gennaio	223 671	-1.0	27 702	-2.0
Febbraio	189 535	1.0	27 849	-4.0
Marzo	195 889	5.0	31 839	-8.0
Aprile	160 791	-2.0	27 765	-3.0
Maggio	145 938	-3.0	32 416	-6.0
Giugno	195 337	2.0	30 793	6.0
Luglio	201 316	0.0	36 035	0.0
Agosto	187 466	3.0	30 522	-10.0
Settembre	206 792	0.0	35 710	1.0
Ottobre	174 830	0.0	34 318	-2.0
Novembre	147 234	1.0	28 181	-1.0
Dicembre	217 367	-1.0	28 274	0.0
Tot.	2 246 164		371 404	

Tabella 4.5. Dati del transito mensile dei veicoli leggeri e pesanti del 2020, ricavati a partire da quelli del 2019, nella tratta autostradale del viadotto caso studio.

Anno 2020				
Mese	**Veicoli Leggeri**		**Veicoli Pesanti**	
	Tot. Leggeri	**%2019-20**	**Tot. Pesanti**	**%2019-20**
Gennaio	219 241	-1.0	27 159	0.0
Febbraio	181 877	-5.0	27 046	1.0
Marzo	84 542	-59.0	22 995	-22.0
Aprile	37 833	-76.0	17 521	-35.0
Maggio	86 429	-39.0	25 688	-16.0
Giugno	163 445	-18.0	30 138	-8.0
Luglio	191 250	-5.0	35 314	-2.0
Agosto	175 870	-9.0	27 747	0.0
Settembre	192 317	-7.0	36 071	0.0
Ottobre	146 857	-16.0	29 944	-11.0
Novembre	96 669	-35.0	28 181	1.0
Dicembre	148 498	-31.0	27 426	-3.0
Tot.	1 724 828		335 231	

Tabella 4.6. Dati del transito mensile dei veicoli leggeri e pesanti del 2021, ricavati a partire da quelli del 2020, nella tratta autostradale del viadotto caso studio.

Anno 2021				
Mese	**Veicoli Leggeri**		**Veicoli Pesanti**	
	Tot. Leggeri	**%2020-21**	**Tot. Pesanti**	**%2020-21**
Gennaio	142 507	-35.0	23 900	-12.0
Febbraio	152 776	-16.0	26 775	-1.0
Marzo	125 122	48.0	30 814	34.0
Aprile	109 338	189.0	32 064	83.0
Maggio	134 829	56.0	32 367	26.0
Giugno	186 327	14.0	37 070	23.0
Luglio	202 725	6.0	37 433	6.0
Agosto	186 422	6.0	29 967	8.0
Settembre	-	-	-	-
Ottobre	-	-	-	-
Novembre	-	-	-	-
Dicembre	-	-	-	-
Tot.	1 240 046		250 390	

Tabella 4.7. Dati del transito mensile dei veicoli leggeri, ricavati a partire da quelli del 2019, nella tratta autostradale del viadotto caso studio.

Mese	VEICOLI LEGGERI					
	2016	**2017**	**2018**	**2019**	**2020**	**2021**
Gennaio	225 907	223 671	223 671	221 456	219 241	142 507
Febbraio	195 145	197 116	189 535	191 449	181 877	152 776
Marzo	205 213	211 560	195 889	206 199	84 542	125 122
Aprile	159 151	162 399	160 791	157 638	37 833	109 338
Maggio	147 397	145 938	145 938	141 687	86 429	134 829
Giugno	199 185	201 197	195 337	199 323	163 445	186 327
Luglio	207 396	205 343	201 316	201 316	191 250	202 725
Agosto	189 340	187 466	187 466	193 264	175 870	186 422
Settembre	210 618	200 588	206 792	206 792	192 317	-
Ottobre	178 327	178 327	174 830	174 830	146 857	-
Novembre	150 178	147 234	147 234	148 721	96 669	-
Dicembre	217 367	217 367	217 367	215 215	148 498	-
Tot.	2 285 224	2 278 204	2 246 164	2 257 890	1 724 828	1 240 046

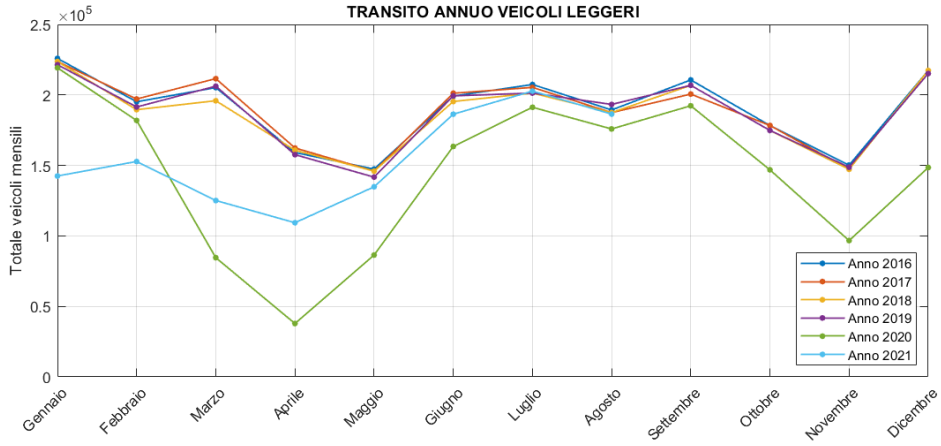


Figura 4.82. Dati del transito mensile dei veicoli leggeri tra il 2016 e il 2021, ricavati a partire da quelli del 2019, nella tratta autostradale del viadotto caso studio.

Tabella 4.8. Dati del transito mensile dei veicoli pesanti, ricavati a partire da quelli del 2019, nella tratta autostradale del viadotto caso studio.

Mese	VEICOLI PESANTI					
	2016	**2017**	**2018**	**2019**	**2020**	**2021**
Gennaio	27 420	27 979	27 702	27 159	27 159	23 900
Febbraio	30 077	30 077	27 849	26 778	27 046	26 775
Marzo	32 572	35 023	31 839	29 481	22 995	30 814
Aprile	26 079	28 042	27 765	26 956	17 521	32 064
Maggio	32 721	33 388	32 416	30 581	25 688	32 367
Giugno	31 717	31 717	30 793	32 759	30 138	37 070
Luglio	36 031	35 675	36 035	36 035	35 314	37 433
Agosto	31 135	30 827	30 522	27 747	27 747	29 967
Settembre	39 356	36 782	35 710	36 071	36 071	-
Ottobre	33 975	33 975	34 318	33 645	29 944	-
Novembre	30 131	27 899	28 181	27 902	28 181	-
Dicembre	31 723	28 839	28 274	28 274	27 426	-
Tot.	382 938	380 224	371 404	363 388	335 231	250 390

I risultati di tabella 4.8 vengono anche riportati in figura 4.83. Come per i veicoli leggeri, anche per i veicoli pesanti la variazione di traffico mensile negli anni 2016-2019 non presenta un andamento significativamente diverso se non per diminuzioni nei maggiormente rilevanti nei mesi di Aprile e Agosto;. Invece per l'anno 2020 è visibile una sostanziale diminuzione rispetto gli anni precedenti causato dalla pandemia portata dal virus SARS-CoV-2 nei mesi delle strette limitazione di spostamenti con minimo nel mese di Aprile; nella restante parte dell'anno invece

la ripresa del transito dei veicoli è salita in quanto presenti minori limitazioni di spostamento per essi. Nel 2021 l'andamento dei transito dei veicoli pesanti risulta essere assestato nuovamente ai valori degli anni precedenti.

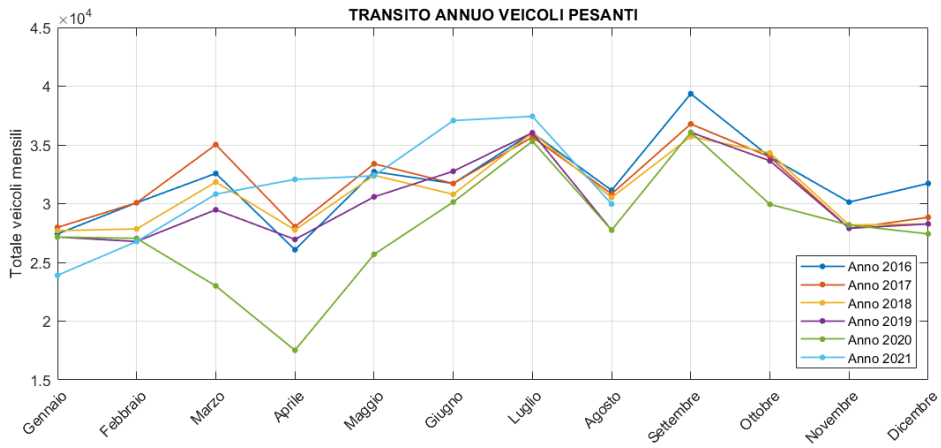
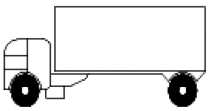
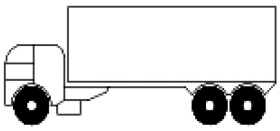
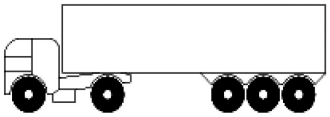
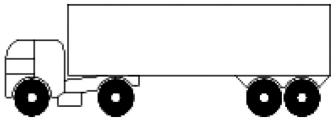
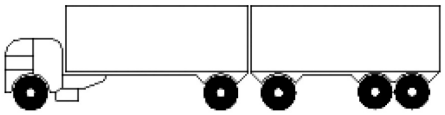


Figura 4.83. Dati del transito mensile dei veicoli pesanti tra il 2016 e il 2021, ricavati a partire da quelli del 2019, nella tratta autostradale del viadotto caso studio.

A seguito di questo, moltiplicando il numero totale annuo di veicoli pesanti della tratta del caso studio e le percentuali di *composizione del traffico* degli autocarri a *lunga percorrenza* del *Modello di carico a fatica 4* si ottiene la composizione del traffico pesante nella tratta in esame (Tab. 4.9).

Tabella 4.9. Composizione del traffico annuo da veicoli pesanti secondo le cinque sagome di autocarri del *Modello di Fatica 4*.

MODELLO DI CARICO DI FATICA 4 – VEICOLI EQUIVALENTI		
Sagoma [-]	Lunga Percorrenza [%]	Traffico annuo [n° veicoli]
	20	74 816.81
	5	18 704.20
	50	187 042.02
	15	56 112.61
	10	37 408.40
Tot.	100	374 084.0

4.9 Modellazione FEM

Per determinare lo spettro di tensioni massime e minime indotte nei dettagli di fatica della piastra ortotropa del cassone è stata preventivamente realizzata la mesh tramite il software Midas FEA e successivamente è stata effettuata l'analisi statica lineare con Midas GEN applicando i carichi del FLM4 come *Pressure Loads* avendo distribuito i carichi per asse verticalmente all'interno dello spessore del manto stradale e della lamiera superiore del cassone.

4.9.1 Mesh in FEA NX

La modellazione agli elementi finiti in FEA NX si divide in due fasi: modellazione della sezione completa nervatura trasversale (che ha passo costante di 3.00[m]) e

di una porzione ridotta piattabanda a sbalzo del cassone in prossimità della corsia lenta.

4.9.1.1 Cassone intero

La sezione di mezzeria di campata centrale da 120[m] compresa tra le pile P10 e P11 viene disegnata in Autocad tramite *Linee* o *Polilinee* che descrivono la linea media dello spessore delle lamiere, degli U-Rib e delle piattabande delle travi di irrigidimento trasversale. La sezione così disegnata è centrata nel sistema di riferimento XY.

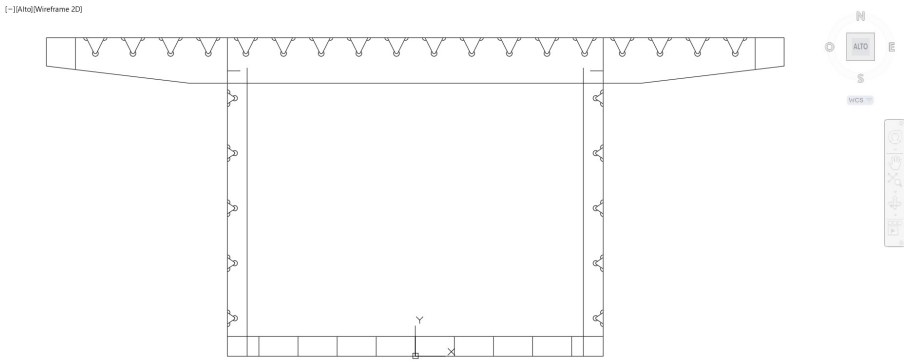


Figura 4.84. Sezione dell'intero cassone, altezza 5.5[m] da Autocad 2021.

Si importa il DXF_2D (Wireframe) nel file di FEA NX dove le geometrie lineari di Autocad sono memorizzate singolamente come *Geometry-Curve*.

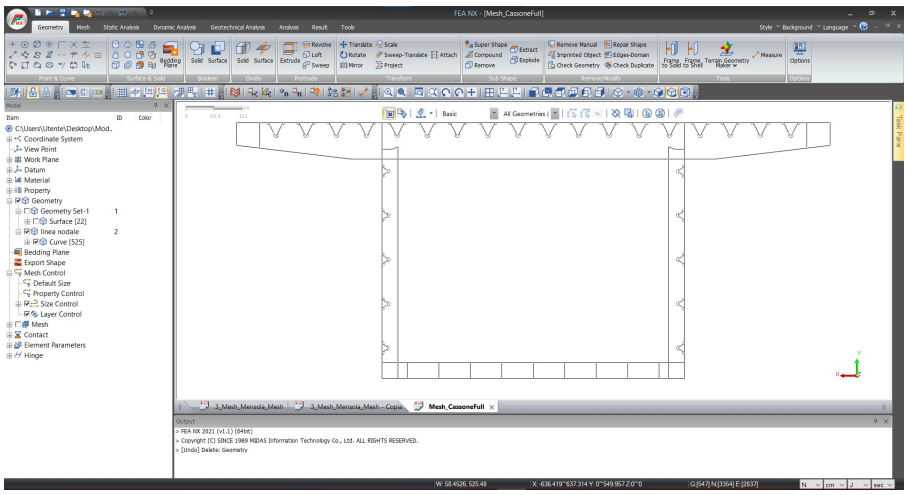


Figura 4.85. Importazione della sezione *.dxf* in FEA NX.

Si definiscono le caratteristiche meccaniche di del materiale dell'impalato del viadotto e le caratteristiche geometriche di spessore e area degli elementi *Plate* e *Beam* che verranno creati all'atto della generazione della Mesh.

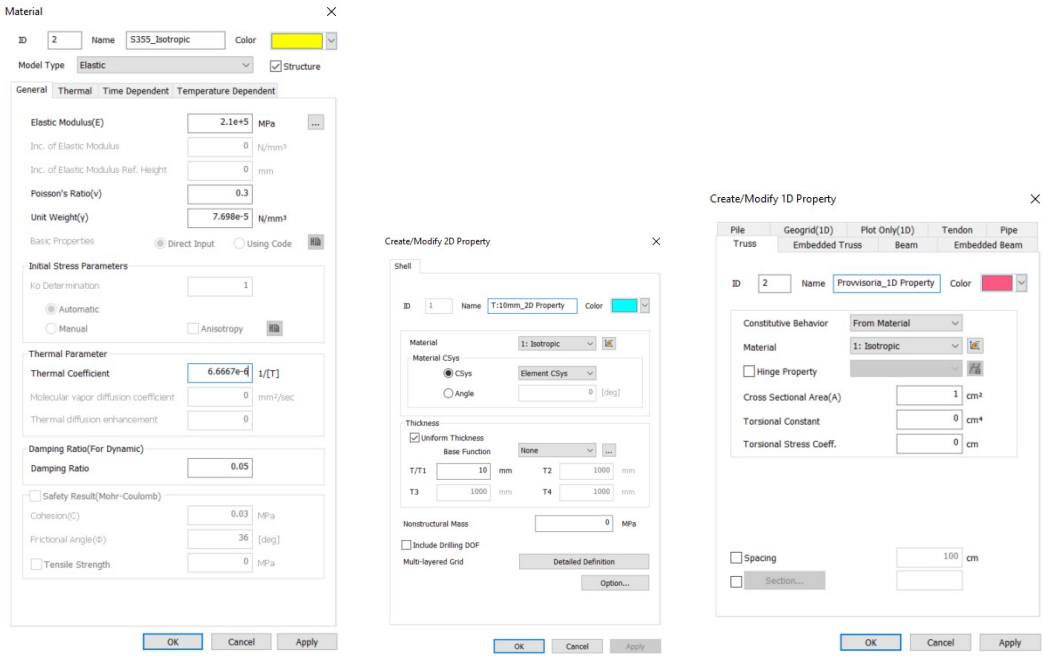


Figura 4.86. Input delle propiretà meccaniche del materiale acciaio S355, spessore degli elementi bi-dimensionali e sezione degli elementi mono-dimensionali.

Vengono create le superfici (Face) selezionando le linee in modo tale da creare un contorno chiuso.

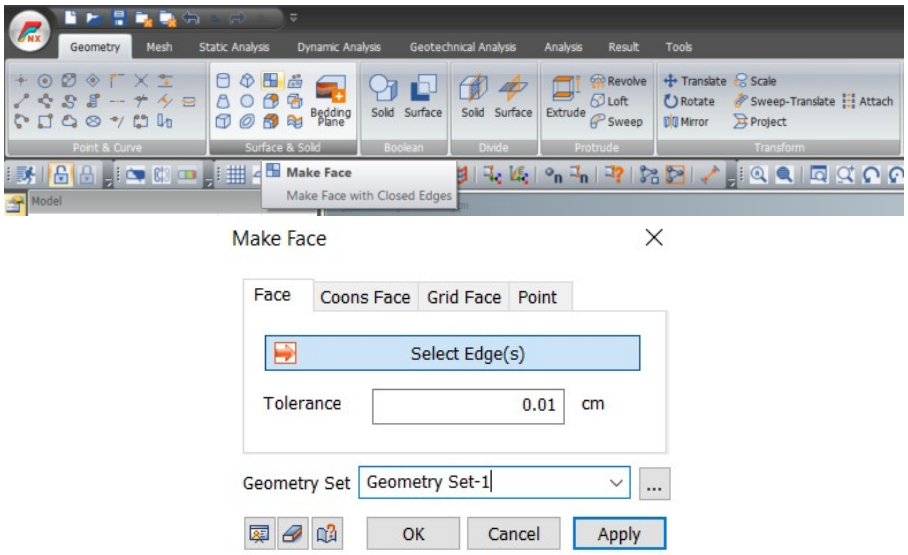


Figura 4.87. Fase di creazione dell'area interna a linee.

Nella figura seguente è mostrato il risultato della creazione di una *Face*: il processo è da ripetersi per ogni contorno chiuso individuabile che definisce la sezione trasversale. Ovviamente non sono da comprendere le porzione degli intagli della trave in corrispondenza dei Rib.

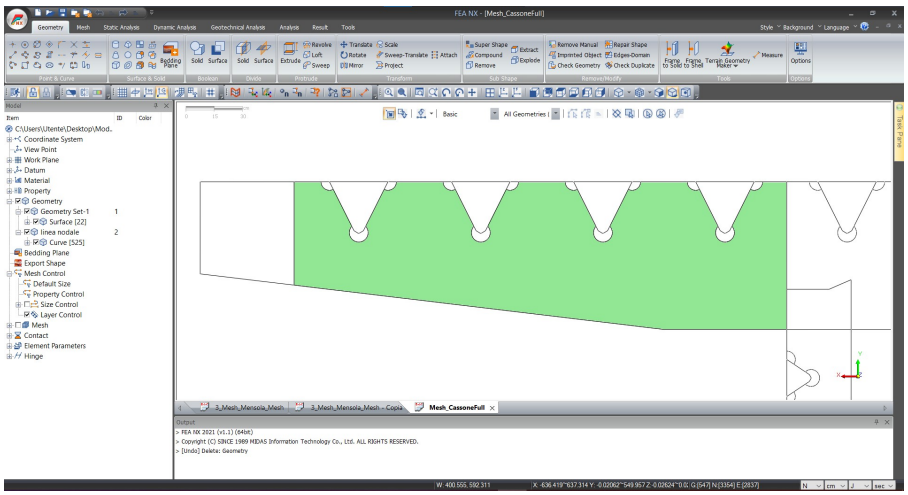


Figura 4.88. Macro-area rappresentativa di una porzione di sbalzo della nervatura (passo 3[m]).

Successivamente, isolando ogni superficie precedentemente creata, vengono suddivisi i suoi contorni in un numero prefissato di parti di ugual lunghezza.

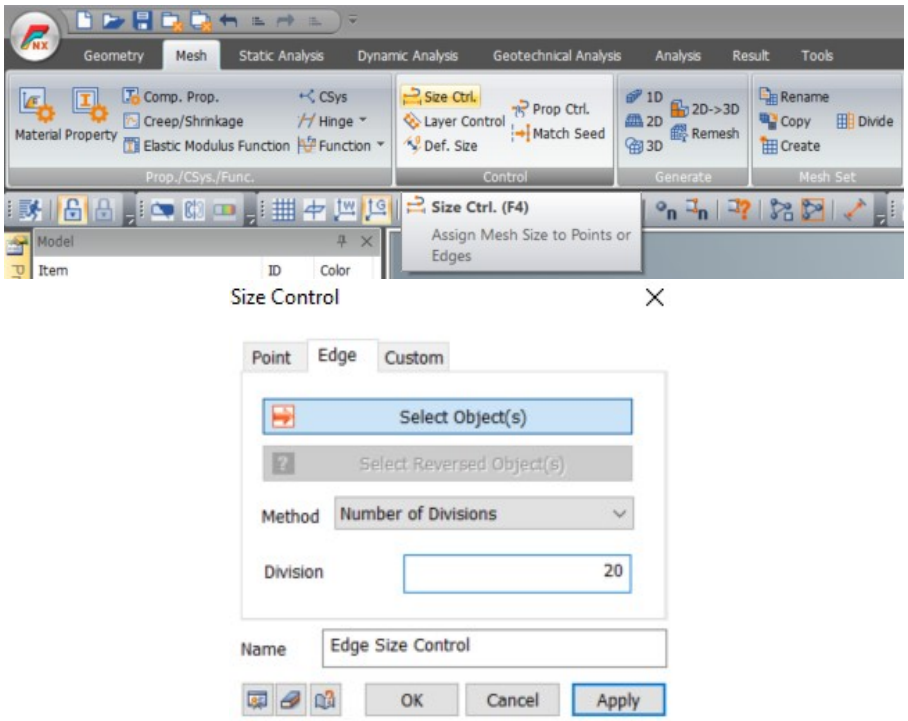


Figura 4.89. Mesh dei bordi delle macro-aree.

Quest'azione preliminare di *Edge Size Control* è fondamentale per l'ottimizzazione della Mesh in quanto è possibile infittirla in corrispondenza degli intagli o delle zone di concentrazione delle tensioni nella piastra ortotropa e renderla più lasca nelle zone più distanti da queste rendendo; in questo modo si realizza una graduale variazione della dimensione della Mesh. Questo è il motivo per cui è stato scelto il software FEA NX per la creazione della Mesh della nervatura trasversale che ha passo costante di 3.00[m].

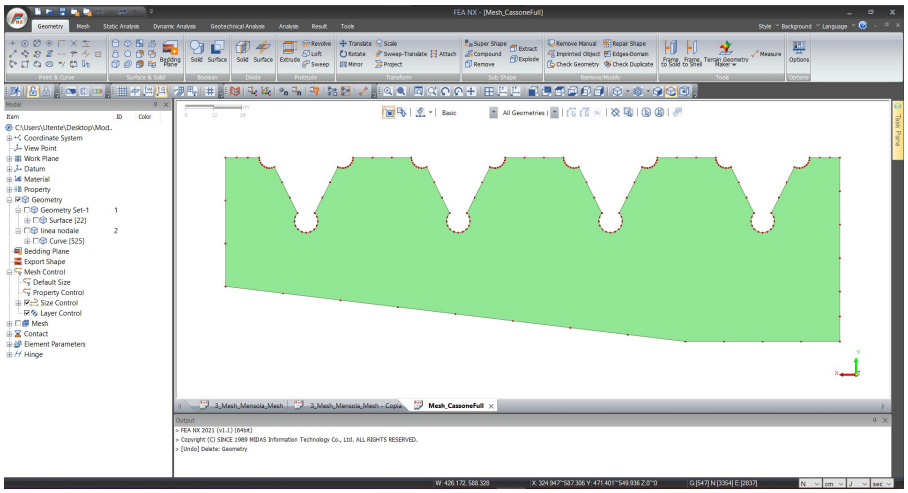


Figura 4.90. Divisione del perimetro della macro-area dello sbalzo della nervatura (passo 3[m]).

Si passa quindi da elementi geometrici bidimensionali *Face* ad elementi strutturali di tipo *Plate*: il numero di divisioni da inserire in input è funzione della suddivisione dei contorni precedentemente realizzata.

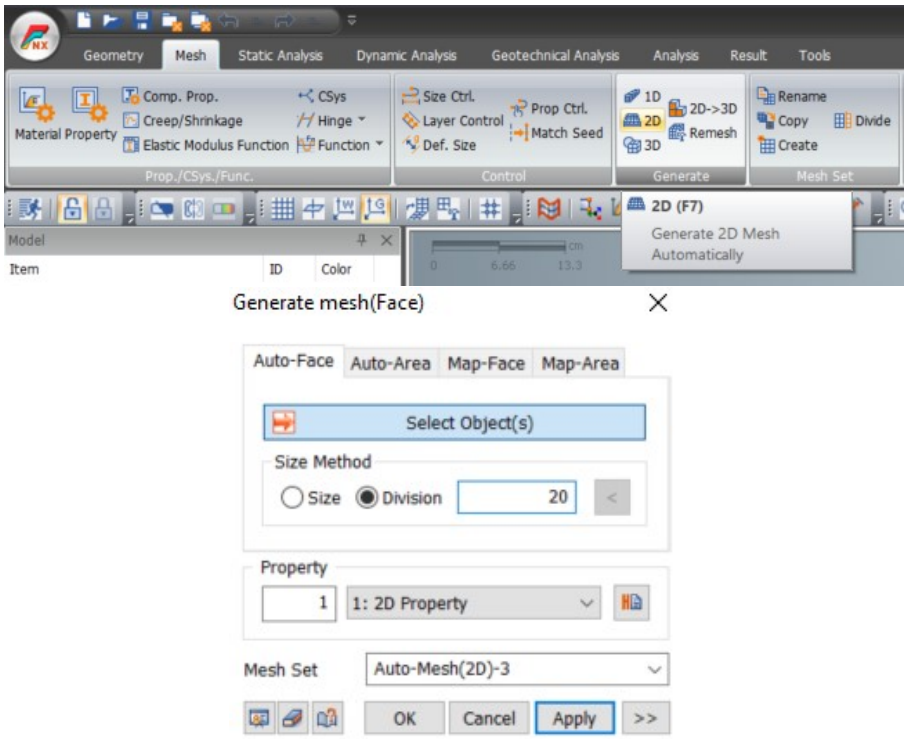


Figura 4.91. Creazione della mesh delle macro-aree.

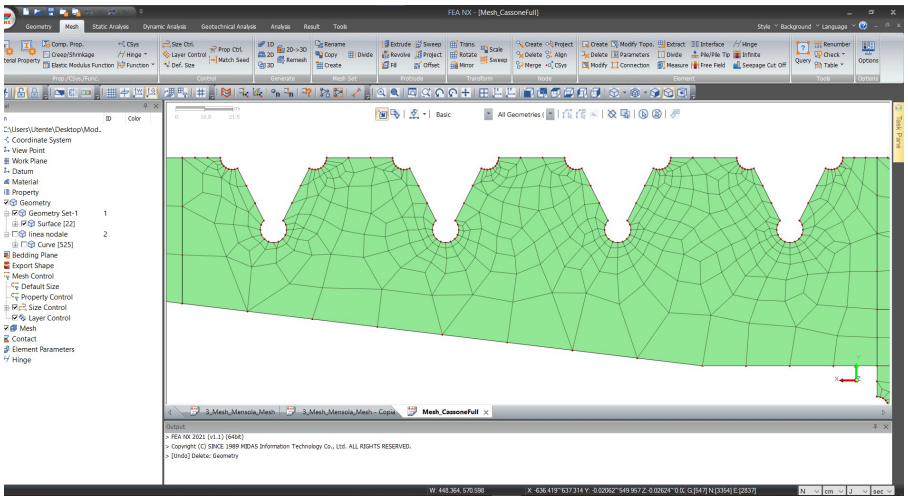


Figura 4.92. Mesh della macro-area dello sbalzo della nervatura (passo 3[m]).

Le linee rimanenti che definiscono la linea media dei Rib, non facenti parte delgi elementi *Plate* vengono sempre suddivisi ma come elementi *Beam*.

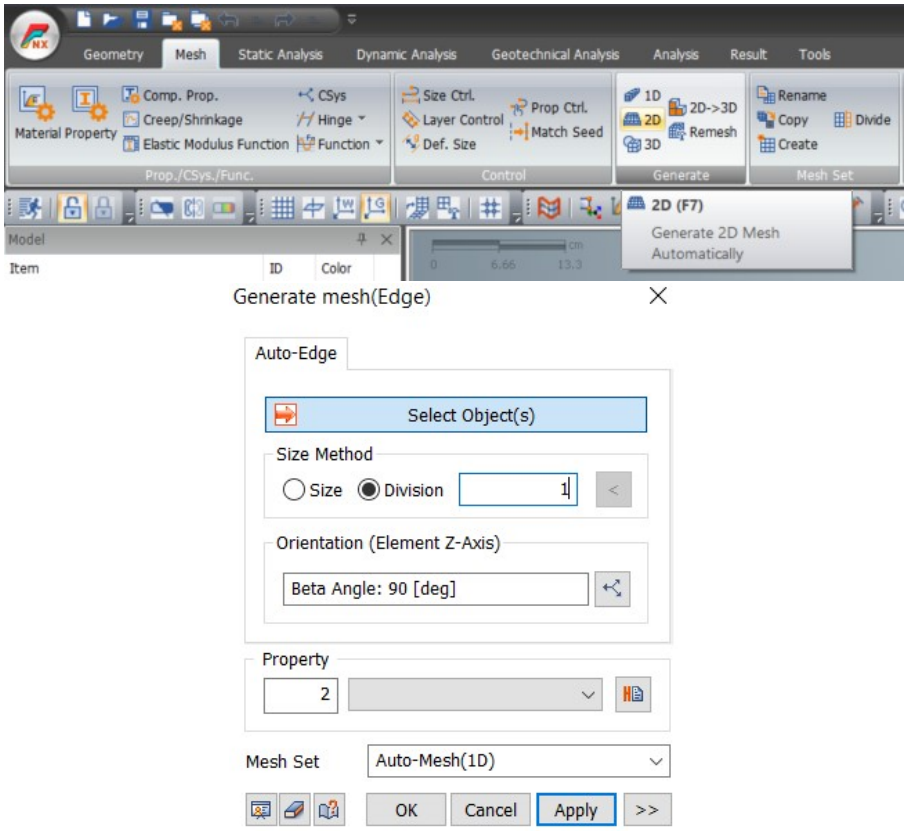


Figura 4.93. Creazione dell'elemento trave rappresentativo della piasta superiore del casso: successiva estrusione in midas GEN.

Questo viene fatto perchè in un secondo momento su Midas GEN tramite estrusione saranno convertiti in elementi bidimensionali di tipo *Thin Plate* (Fig. 4.94).

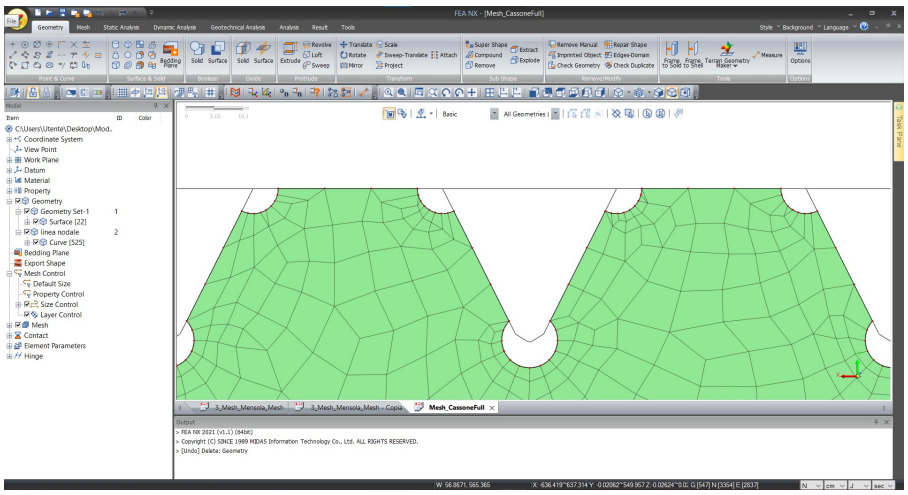


Figura 4.94. Meshatura deglle linee in elementi *Beam*.

Il risultato finale viene mostrato in figura 4.95.

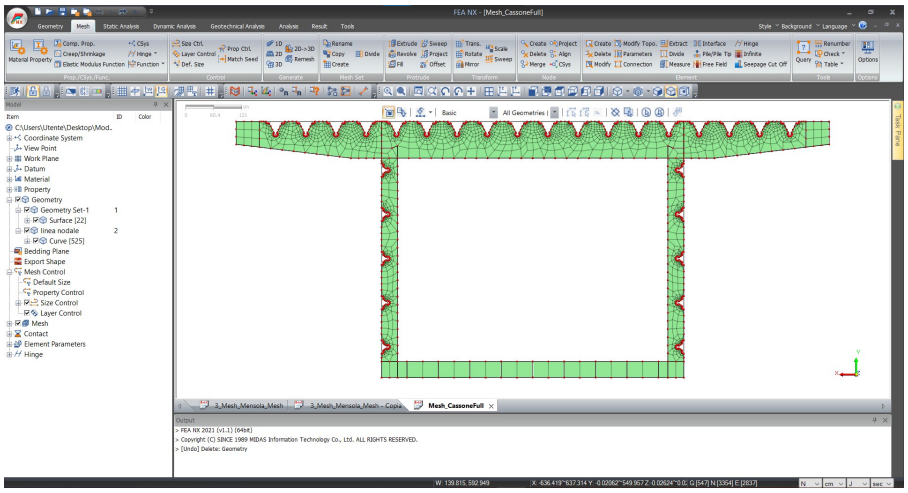


Figura 4.95. Completamento della fase di meshatura in FEA NX.

4.9.1.2 Porzione in prossimità della corsia lenta

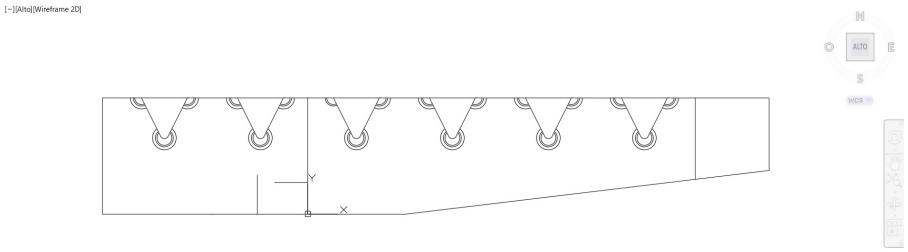


Figura 4.96. Sezione dell'intero cassone, altezza 5.5[m] da Autocad 2021.

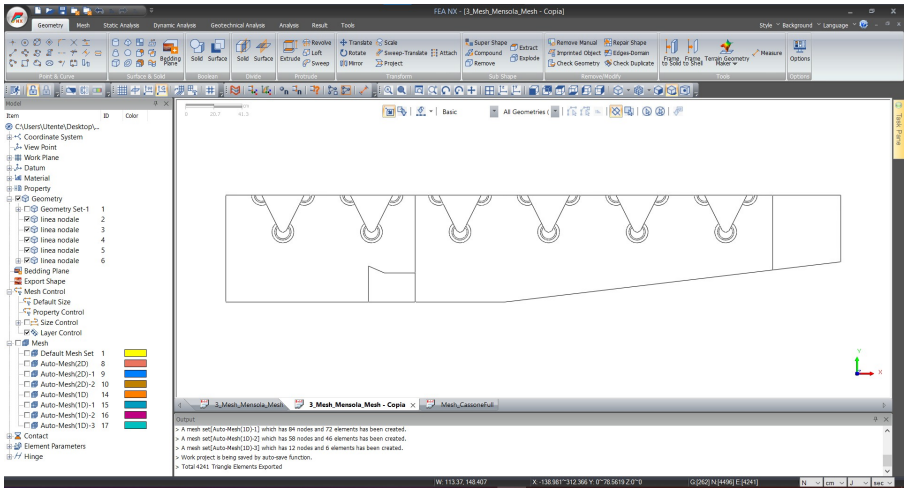


Figura 4.97. Importazione della sezione .dxf in FEA NX.

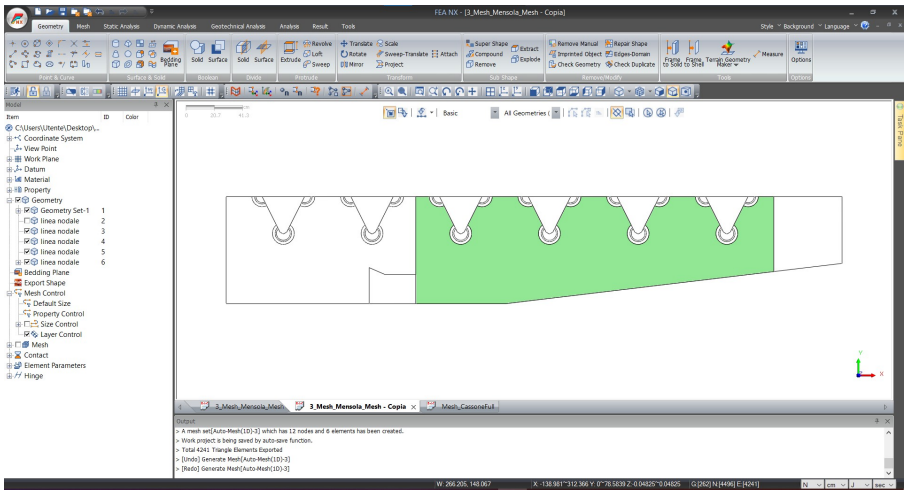


Figura 4.98. Macro-area rappresentativa di una porzione di sbalzo della nervatura (passo3[m]).

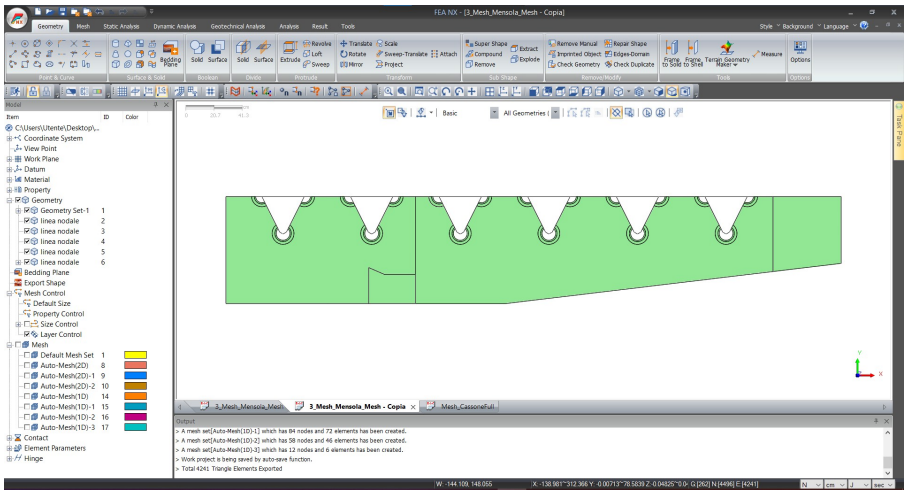


Figura 4.99. Divisione del perimetro della macro-area dello sbalzo della nervatura (passo3[m]).

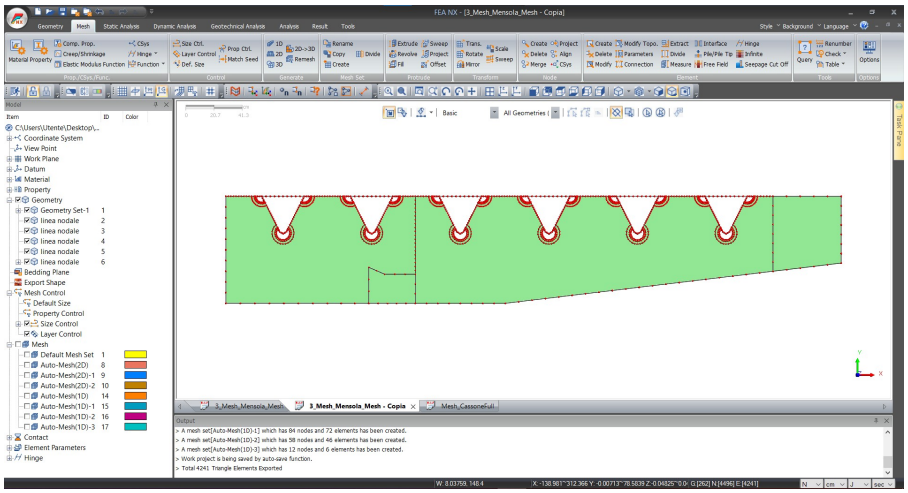


Figura 4.100. Metodologia di estrapolazione del traffico mensile degli anni antecedenti e successivi al 2019 tramite l'utilizzo dell'Indice di Mobilità Rilevata (IMR).

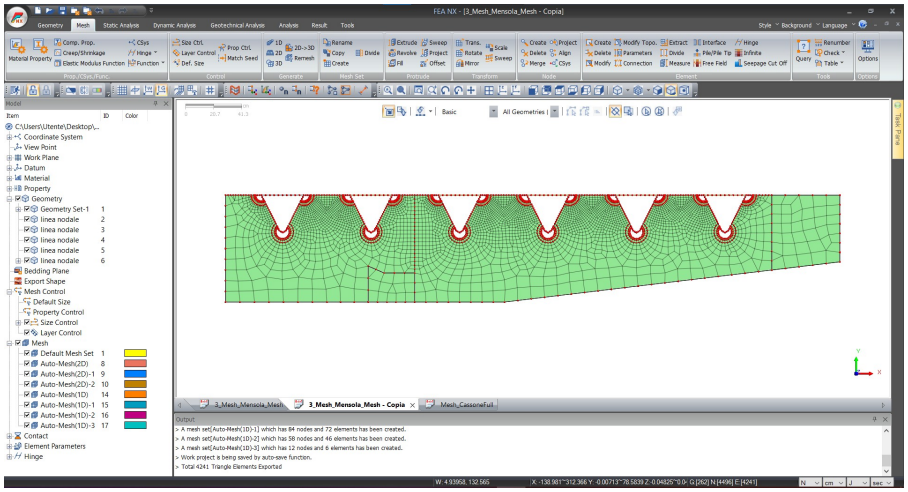


Figura 4.101. Mesh della macro-area dello sbalzo della nervatura (passo 3[m]).

4.10 Analisi FEM a fatica

4.10.1 Modello Full Plate - Porzione in prossimità della corsia lenta

Il modello strutturale del caso studio è stato realizzato mediante l'utilizzo del software Midas GEN. Si tratta di un modello di soli elementi *plate* bi-dimensionali della porzione di piastra ortotropa ad estradosso del cassone in prossimità dello sbalzo. Lo scopo dell'analisi è quello di valutare la storia tensionale degli elementi plate

rappresentativi dei dettagli di interesse indicati nelle EN 1993-1-9 , derivanti dall'azione ciclica indotta dal transito delle impronte diffuse degli autocarri del Modello di Fatica 4. Successivamente verranno utilizzate le tensioni normali calcolate dalle combinazioni di carico a fatica per estrapolare dalle curve S-N dei dettagli la vita a fatica espressa come numero di cicli N_R relativi ad un intervallo di variazione della tensione costante. Sono stati utilizzati 126 160 nodi, 126 990 elementi *plate* e 494 nodi vincolati.

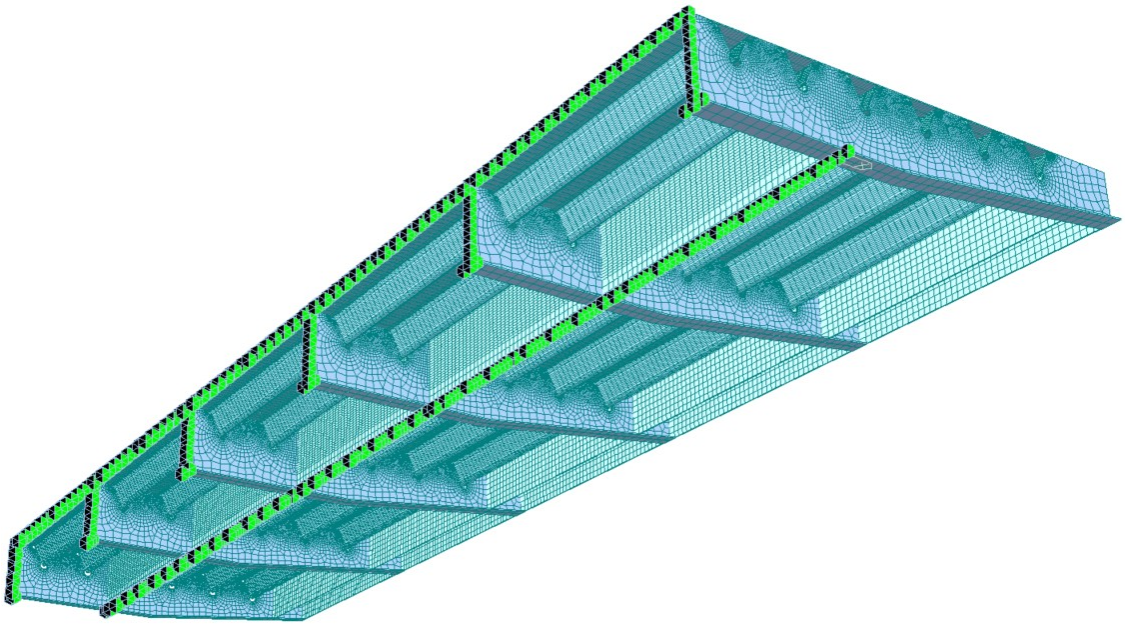


Figura 4.102. Rappresentazione del modello strutturale attraverso il software Midas GEN del caso studio.

La figura 4.103 permette di chiarire qual'è stata zona oggetto di modellazione a plate.

Figura 4.103. Vista della porzione di viadotto oggetto di modellazione.

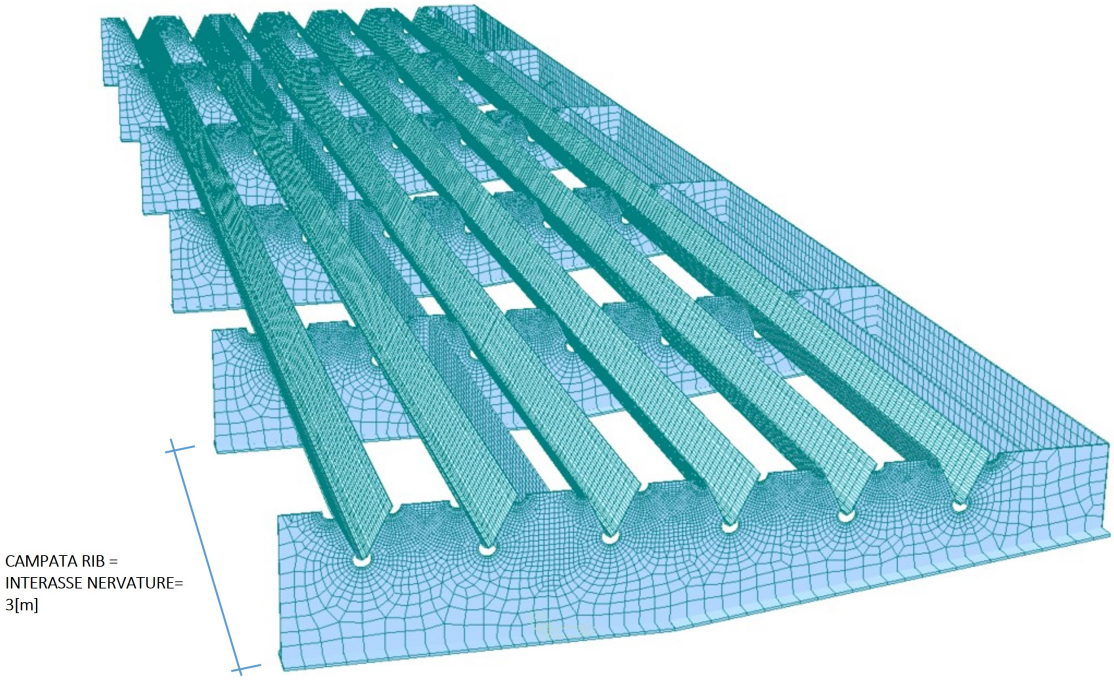


Figura 4.104. Rappresentazione del modello strutturale senza la lamiera superiore.

4.10.1.1 Caratteristiche geometriche

La modellazione ha interessato una porzione di cassone di dimensioni 4.54[m] in direzione trasversale, 15.0 [m] in direzione longitudinale e 0.79[m] in altezza.

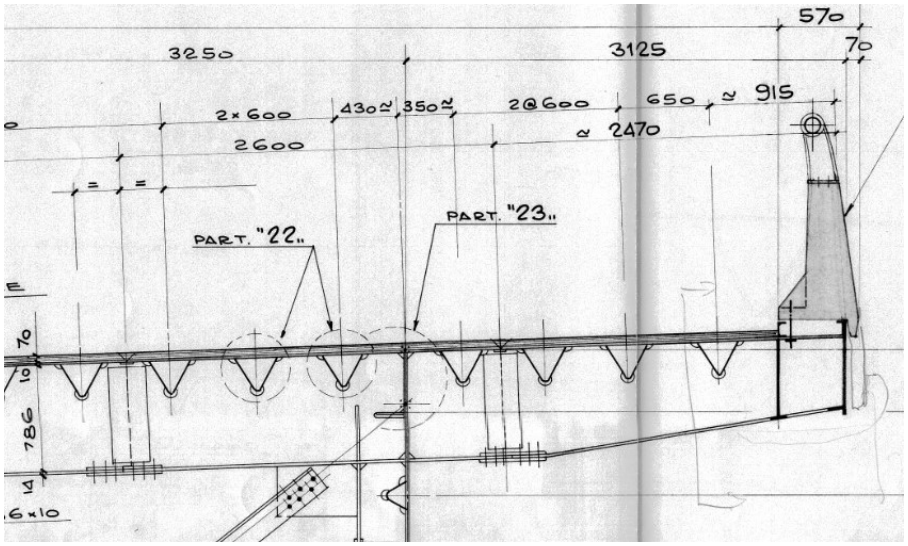


Figura 4.105. Estratto di as-built della porzione di cassone oggetto di modellazione full-plate.

Gli spessori assegnati sono pari a: 10[mm] per la lamiera superiore di estradosso dell'impalcato, 7[mm] per i rib a "v", 10[mm] per l'anima delle nervature trasversali e 12 [mm] per lo spessore dell'anima del cassone.

4.10.1.2 Vincoli

Essendo un modello locale il sistema di vincolo va a rappresentare le condizioni di continuità tra le parti modellate e non; per questo motivo vengono assegnati vincoli *boundary-suppports* che impediscono spostamenti DX, DY e DZ nel sistema di riferimento globale.

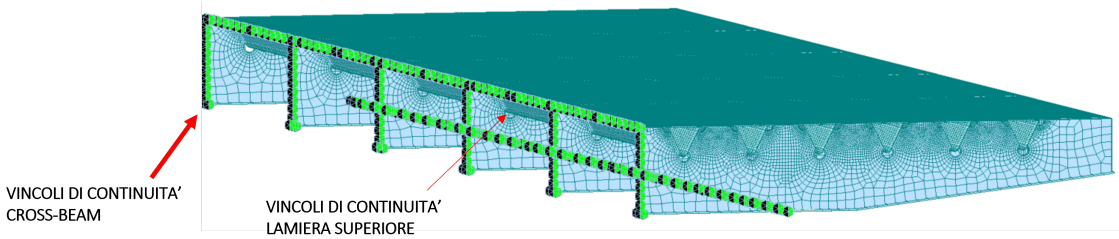


Figura 4.106. Disposizione dei vincoli.

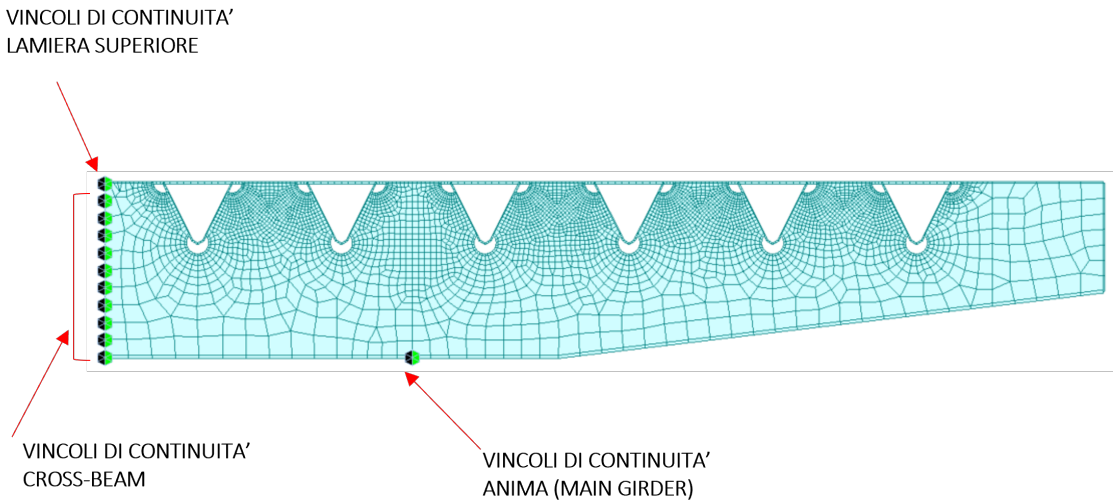


Figura 4.107. Sistema di vincolo ideale applicato al modello Full-Plate.

4.10.1.3 Carichi applicati

Per la verifica dei dettagli tipici dell'impalcato a piastra ortotropa si è utlizzato il *Modello dai Carico di Fatica 4*. Per la valutazione dell'analisi locale della piastra ortotropa si effettua la diffusione verticale a 45° dei carichi concentrati del Modello di Fatica 4 tra lo spessore della lamiera e della pavimentazione pari a 7[cm] da as-built.

Tabella 4.10. Diffusione dei carichi equivalenti per asse attraverso la pavimentazione e l'impalcato ortotropo.

MODELLO DI CARICO DI FATICA 4				
Tipo di pneumatico	A	B	C	
Interasse Trasv.	2.00	2.00	2.00	**[m]**
Dimensioni impronte				
Dim. Long.	0.32	0.32	0.32	**[m]**
Dim. Trasv.	0.22	0.44	0.27	**[m]**
Area Impronta	0.07	0.14	0.09	**[m^2]**
Dimensioni impronte diffuse				
Dim. Long.	0.47	0.47	0.47	**[m]**
Dim. Trasv.	0.37	0.59	0.42	**[m]**
Area Impronta	0.17	0.28	0.20	**[m^2]**

Tabella 4.11. Pressione totale per asse delle impronte diffuse verticalmente - *Modello di Carico per Fatica 4*.

MODELLO DI CARICO DI FATICA 4				
Sagoma [-]	**Tipologia ruota** [-]	**Area** [m^2]	**Carico frequente per asse** [kN]	**Pressione** [kN/m^2]
s1	A	0.17	70	201.27
	B	0.28	130	234.40
s2	A	0.17	70	201.27
	B	0.28	120	216.37
	B	0.20	120	216.37
s3	A	0.17	70	201.27
	B	0.28	150	270.47
	C	0.20	90	227.96
	C	0.20	90	227.96
	C	0.20	90	227.96
s4	A	0.17	70	201.27
	B	0.28	140	252.43
	B	0.28	90	162.28
	B	0.28	90	162.28
s5	A	0.17	70	201.27
	B	0.28	130	234.40
	C	0.20	90	227.96
	C	0.20	80	202.63
	C	0.20	80	202.63

Il transito degli assi con impronte A, B e C è stato simulato ognuno creando 50 step di carico di tipo *pressure moving-load* in cui ogni impronta è applicata in una posizione nota: dallo step i allo step i+1 le imrponte sono state spostate longitudinalmente di circa 30[cm] in modo da coprire l'intera lunghezza della parte modellata di 15[m].

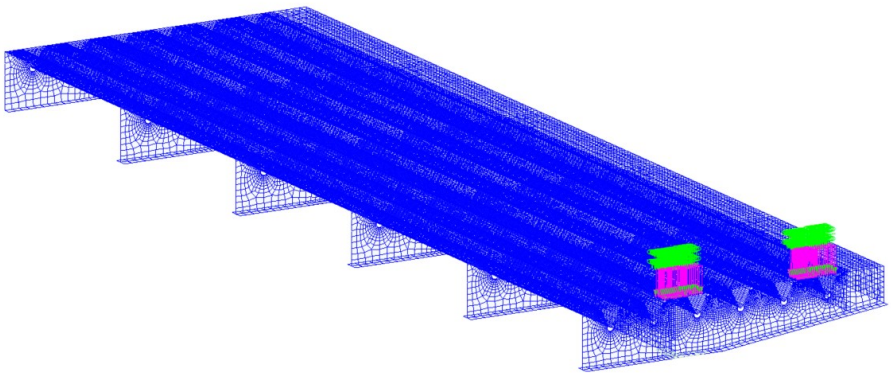


Figura 4.108. Posizione delle impronte B del FLM4 diffuse - step00 - anima prima nervatura.

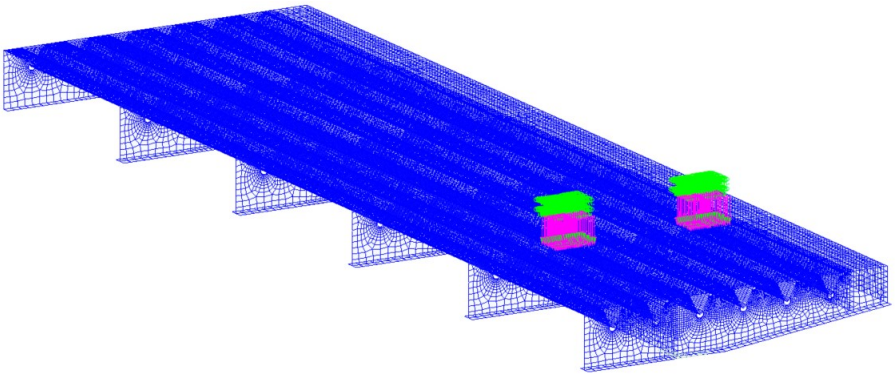


Figura 4.109. Posizione delle impronte B del FLM4 diffuse - step10 - mezzeria campata dei rib.

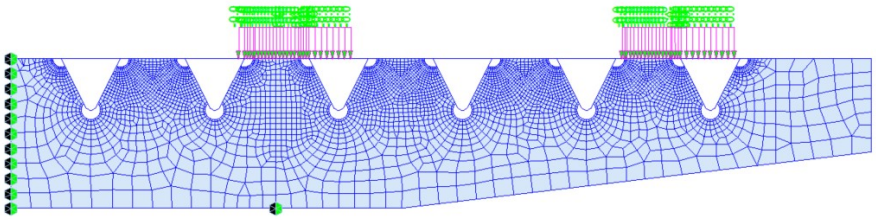


Figura 4.110. Posizione in direzione trasversale dell'impronta B diffusa del FLM4.

I carichi permanenti applicati in alla struttura sono derivati dagli as-built del progetto originario.

2. Analisi dei carichi permanenti.

Peso proprio strutturale	: 5,6475	t/ml
Barriere : 0,732 • 2	= 1,464	t/ml
Pavimentazione	: 1,6885	t/ml
Totale	8,8	t/ml

Figura 4.111. Analisi dei carichi permanenti.

4.11 Verifiche a fatica

In questa sezione verranno descritte le ipotesi assunte e la metodologia di verifica seguita. Per la verifica a fatica del rib si assume come coefficiente di sicurezza $\gamma_{Mf} = 1.15$, supponendo quindi che l'elemento strutturale sia sensibile alla rottura per fatica ma con conseguenze moderate. Viene presa in conto la riduzione della variazione di tensione ($\Delta\sigma_i = \sigma_{max} - \sigma_{min}$) per effetto della tensione media. Il dettaglio, secondo EN 1993-1-9, ha valore di riferimento della resistenza a fatica $\Delta\sigma_C = 71[MPa]$. Dato che il procedimento risulta essere ricorsivo si decide di riportare la verifica estesa di un solo dettaglio; le verifiche eseguite risultano essere riassunte nella tabelle riepilogative.

Il dettaglio-71 all'atto pratico, nei Paesi Bassi[253] è la cricca da fatica osservata più frequentemente si trova nella piastra dell'impalcato all'intersezione della traversa e Rib longitudinale. Purtroppo questa è anche la crepa più grave (Fig. 4.112). Viene mostrata anche una cricca della piastra dell'impalcato nel campo tra le traverse. Questo tuttavia è un tipo di fessura che è stato osservato solo poche volte.

[253]F.B.P. de Jong, *Renovation Techniques for Fatigue Cracked Orthotropic Steel Bridge Decks*, PhD, Delft University of Technology, 2006, Cap. 1, Introdiction

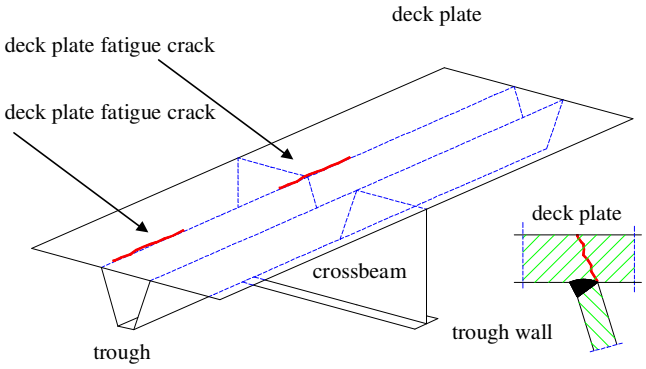


Figura 4.112. Fratture della piastra di estradosso del cassone.

L'inizio della fessura è alla radice della saldatura d'angolo longitudinale tra l'anima del canale e la piastra dell'impalcato all'intersezione della traversa e degli irrigidimenti trapezoidali chiusi longitudinali. Dopo la fase iniziale, la crescita della fessura è in direzione verticale dalla parte inferiore alla parte superiore della piastra dell'impalcato. Dopo che la fessura è cresciuta attraverso la piastra dell'impalcato, la sua crescita è nella direzione orizzontale/longitudinale. Quando la crepa che si allunga minaccia il sicurezza della struttura.

In linea generale le verifiche verranno condotte nella sezione a circa 7.36[m], mezzeria della luce dei rib, e a 6[m], sezione in corrispondenza della seconda nervatura, dall'origine del sistema di riferimento del modello strutturale.

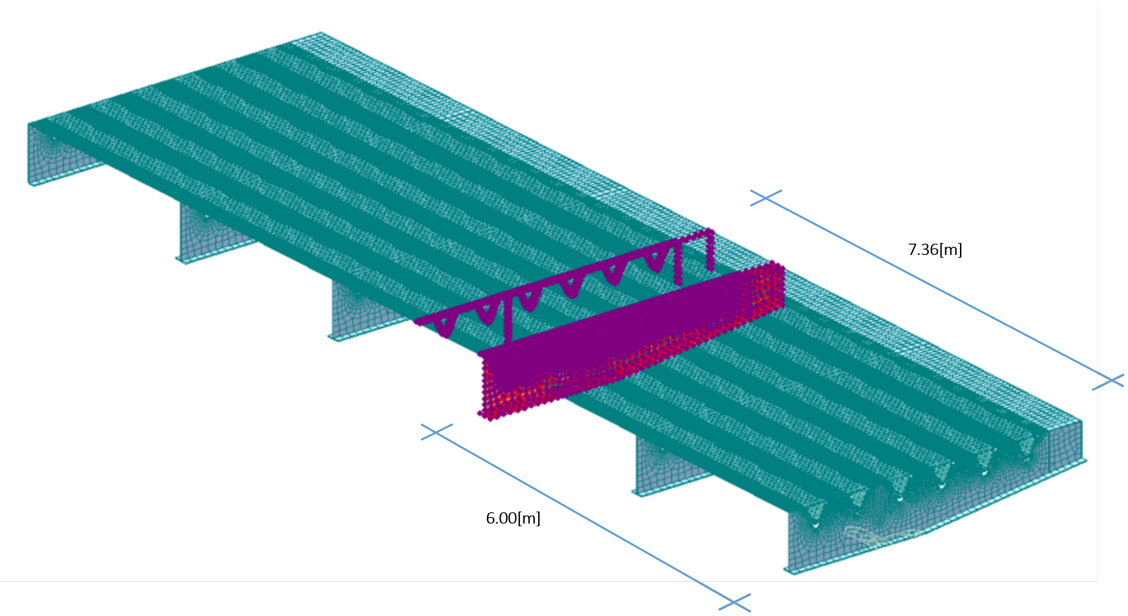


Figura 4.113. Sezioni di verifica in corrispondenza della mezzeria dei rib e in corrispondenza della nervatura.

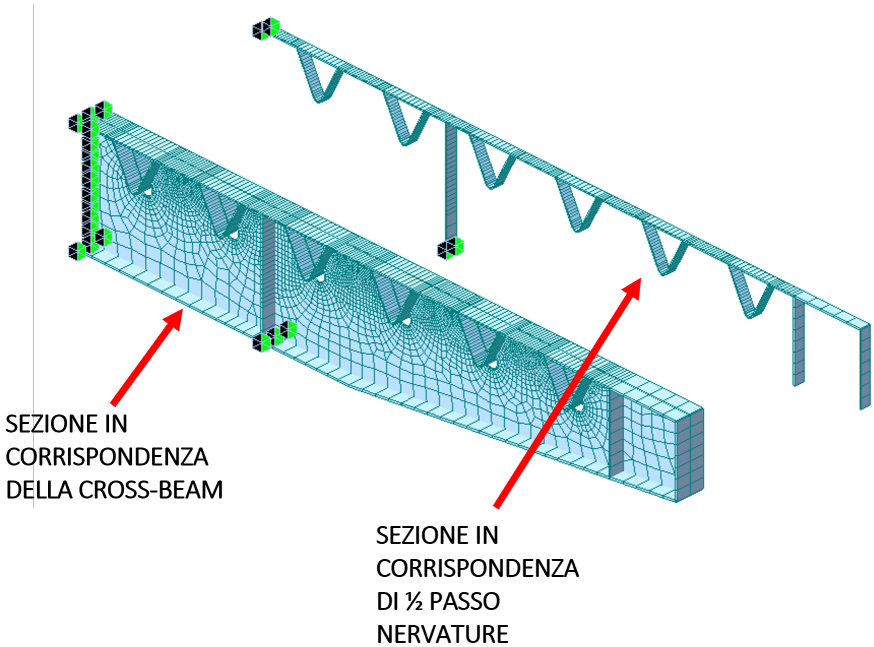


Figura 4.114. Sezione di di verifica a danneggiamento.

Le resistenze dei dettagli della piastra ortotropa sono fornite dalle EN 1993-1-9 come mostrato inseguito.

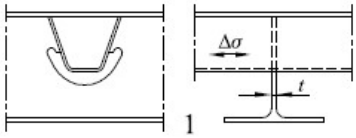
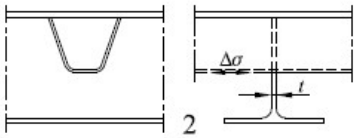
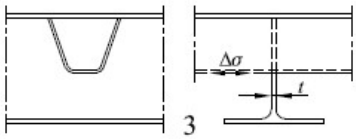
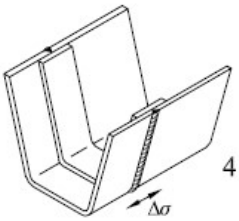
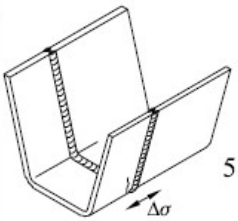
Categoria di particolare	Particolare costruttivo		Descrizione	Requisiti
80	$t \leq 12$ mm		1) Correnti longitudinali continue con tagli aggiuntivi nella trave principale.	1) Valutazione basata sull'intervallo di variazione della tensione normale $\Delta\sigma$ nel corrente longitudinale.
71	$t > 12$ mm			
80	$t \leq 12$ mm		2) Correnti longitudinali continue senza tagli aggiuntivi nel traverso.	2) Valutazione basata sull'intervallo di variazione della tensione normale $\Delta\sigma$ nel corrente.
71	$t > 12$ mm			
36			3) Correnti longitudinali separate per ogni lato del traverso.	3) Valutazione basata sull'intervallo di variazione della tensione normale $\Delta\sigma$ nel corrente.
71			4) Collegamento nella nervatura, giunzione saldata a completa penetrazione con piatto posteriore.	4) Valutazione basata sull'intervallo di variazione della tensione normale $\Delta\sigma$ nel corrente.
112	Come particolare 1, 2, 4 nel prospetto 8.3		5) Giunzione saldata a completa penetrazione effettuata nella nervatura da entrambi i lati senza piatto posteriore.	5) Valutazione basata sull'intervallo di variazione della tensione normale $\Delta\sigma$ nel corrente. Punti di saldatura all'interno delle giunzioni saldate.
90	Come particolare 5, 7 nel prospetto 8.3			
80	Come particolare 9, 11 nel prospetto 8.3			

Figura 4.115. Prospetto 8 - Lastre ortotrope - correnti chiusi.[254]

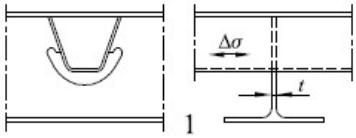
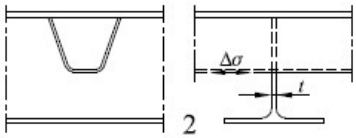
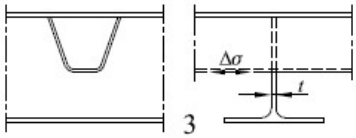
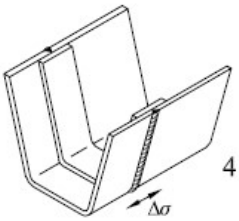
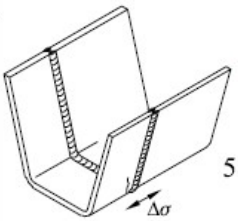
Categoria di particolare	Particolare costruttivo		Descrizione	Requisiti
80	$t \leq 12$ mm		1) Correnti longitudinali continue con tagli aggiuntivi nella trave principale.	1) Valutazione basata sull'intervallo di variazione della tensione normale $\Delta\sigma$ nel corrente longitudinale.
71	$t > 12$ mm			
80	$t \leq 12$ mm		2) Correnti longitudinali continue senza tagli aggiuntivi nel traverso.	2) Valutazione basata sull'intervallo di variazione della tensione normale $\Delta\sigma$ nel corrente.
71	$t > 12$ mm			
36			3) Correnti longitudinali separate per ogni lato del traverso.	3) Valutazione basata sull'intervallo di variazione della tensione normale $\Delta\sigma$ nel corrente.
71			4) Collegamento nella nervatura, giunzione saldata a completa penetrazione con piatto posteriore.	4) Valutazione basata sull'intervallo di variazione della tensione normale $\Delta\sigma$ nel corrente.
112	Come particolare 1, 2, 4 nel prospetto 8.3		5) Giunzione saldata a completa penetrazione effettuata nella nervatura da entrambi i lati senza piatto posteriore.	5) Valutazione basata sull'intervallo di variazione della tensione normale $\Delta\sigma$ nel corrente. Punti di saldatura all'interno delle giunzioni saldate.
90	Come particolare 5, 7 nel prospetto 8.3			
80	Come particolare 9, 11 nel prospetto 8.3			

Figura 4.116. Prospetto 8 - Lastre ortotrope - correnti chiusi.[255]

A supporto di tali informazioni vengono anche utilizzate le tabelle proposte della normativa americana per maggiore grado di dettaglio sulla propagazione delle cricche.

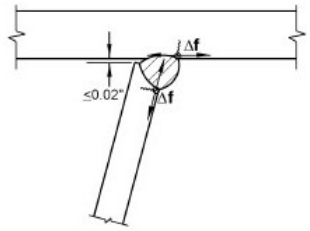
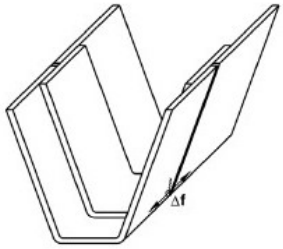
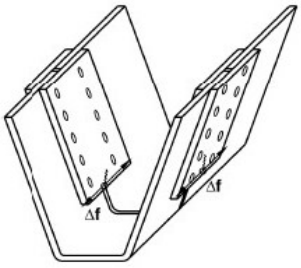
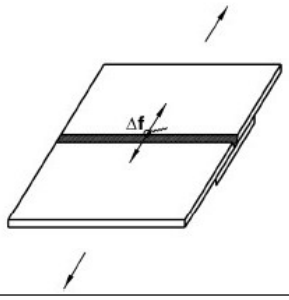
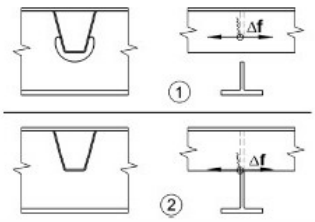
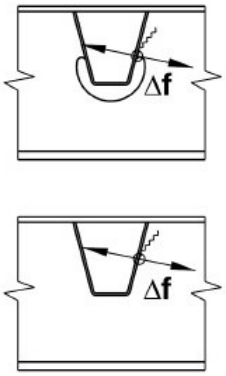
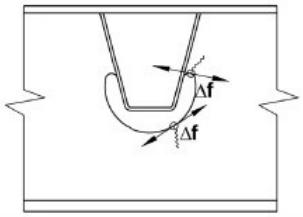
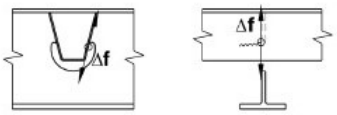
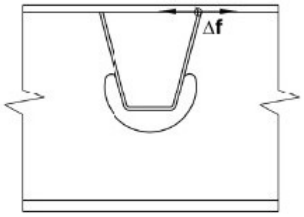
Description	Category	Constant A $(ksi)^3$	Threshold $(\Delta F)_{TH}$ ksi	Potential Crack Initiation Point	Illustrative Examples
Section 8—Orthotropic Deck Details					
8.1 Rib to Deck Weld—One-sided 80% (70% min) penetration weld with root gap ≤ 0.02 in. prior to welding Allowable Design Level 1, 2, or 3	C	44×10^8	10	See Figure	
8.2 Rib Splice (Welded)—Single groove butt weld with permanent backing bar left in place. Weld gap > rib wall thickness Allowable Design Level 1, 2, or 3	D	22×10^8	7	See Figure	
8.3 Rib Splice (Bolted)—Base metal at gross section of high strength slip critical connection Allowable Design Level 1, 2, or 3	B	120×10^8	16	See Figure	
8.4 Deck Plate Splice (in Plane)—Transverse or Longitudinal single groove butt splice with permanent backing bar left in place Allowable Design Level 1, 2, or 3	D	22×10^8	7	See Figure	
8.5 Rib to FB Weld (Rib)—Rib wall at rib to FB weld (fillet or CJP) Allowable Design Level 1, 2, or 3	C	44×10^8	10	See Figure	

Figura 4.117. Prospetto 8 - Lastre ortotrope - correnti chiusi.[256]

Description	Category	Constant A $(ksi)^3$	Threshold $(\Delta F)_{TH}$ ksi	Potential Crack Initiation Point	Illustrative Examples
8.6 Rib to FB Weld (FB Web)—FB web at rib to FB weld (fillet, PJP, or CJP) Allowable Design Level 1 or 3	C (see Note 1)	44×10^8	10	See Figure	
8.7 FB Cutout—Base metal at edge with "smooth" flame cut finish as per AWS D1.5 Allowable Design Level 1 or 3	A	250×10^8	24	See Figure	
8.8 Rib Wall at Cutout—Rib wall at rib to FB weld (fillet, PJP, or CJP) Allowable Design Level 1 or 3	C	44×10^8	10	See Figure	
8.9 Rib to Deck Plate at FB Allowable Design Level 1 or 3	C	44×10^8	10	See Figure	

Note 1: Where stresses are dominated by in-plane component at fillet or PJP welds, Eq. 6.6.1.2.5-4 shall be considered. In this case, Δf should be calculated at the mid-thickness and the extrapolation procedure as per Article 9.8.3.4.3 need not be applied.

Figura 4.118. Prospetto 8 - Lastre ortotrope - correnti chiusi.[257]

[256]LRFD Aashto, *Bridge design specifications*, American Association of State Highway and Transportation Officials, 1998, p. 6-45.

[257]LRFD Aashto, *Bridge design specifications*, American Association of State Highway and Transportation Officials, 1998 p. 6-46.

4.11.1 La combinazione di carico

Per il calcolo della massima variazione di tensione, secondo il §6.8.3 del EN1992-1-1, si devono considerare:

- combinazione di base delle azioni che non inducono cicli di fatica (SLE Frequente):

$$\sum_{j\geq 1} G_{k,j} + P + \psi_{11} \cdot Q_{k,1} + \sum_{j>1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,1} \tag{4.16}$$

- combinazione ciclica delle azioni che inducono fatica:

$$\sum_{j\geq 1} G_{k,j} + P + \psi_{11} \cdot Q_{k,1} + \sum_{j>1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,1}" + "Q_{fat} \tag{4.17}$$

4.11.2 Dettaglio Rib-to-Plate

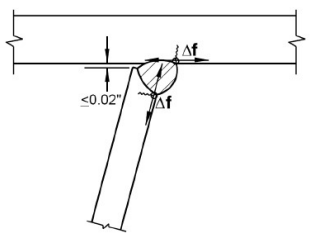
Description	Category	Constant A (ksi)^3	Threshold $(\Delta F)_{TH}$ ksi	Potential Crack Initiation Point	Illustrative Examples
Section 8—Orthotropic Deck Details					
8.1 Rib to Deck Weld—One-sided 80% (70% min) penetration weld with root gap ≤ 0.02 in. prior to welding Allowable Design Level 1, 2, or 3	C	44×10^8	10	See Figure	

Figura 4.119. Table 6.6.1.2.3-1 (continued)—Detail Categories for Load-Induced Fatigue.[258]

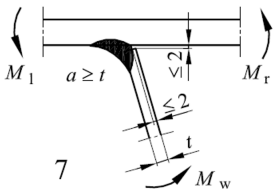
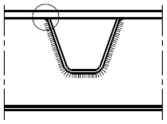
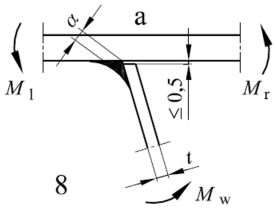
Categoria di particolare	Particolare costruttivo		Descrizione	Requisiti
71	Dimensioni in millimetri 	$\Delta\sigma = \frac{\Delta M_W}{W_W}$ 	Saldatura che collega una lamiera piana ad una nervatura con sezione trapezoidale o a V 7) Saldatura a parziale penetrazione con $a \geq t$.	7) Valutazione basata sull'intervallo di variazione della tensione normale prodotta dalla flessione nella lamiera.
50	Saldatura a cordone d'angolo 		8) Saldatura a cordone d'angolo o saldature a parziale penetrazione al di fuori dell'intervallo del particolare 7).	8) Valutazione basata sull'intervallo di variazione della tensione normale prodotta dalla flessione nella lamiera.

Figura 4.120. Indicazione del dettaglio Rib-to-Plate.[259]

4.11.2.1 Dettaglio Rib-to-Plate (Plate)

Questo dettaglio viene verificato in corrispondenza della mezzeria dell'interasse Floorbeam di 3[m] e in corrispondenza dell'intersezione con la Floorbeam medesima in quanto sono le due condizioni estreme di rigidezza e quindi di deformabilità del dettaglio.

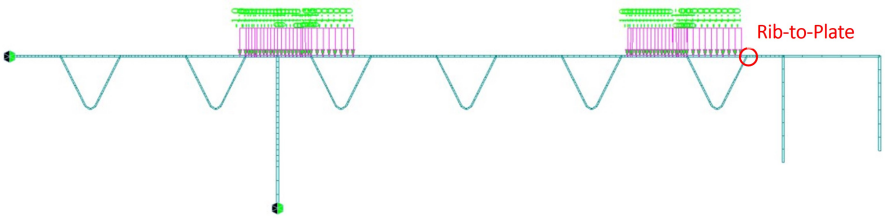


Figura 4.121. Indicazione del dettaglio Rib-to-Plate.

[258]LRFD Aashto, *Bridge design specifications*, American Association of State Highway and Transportation Officials, 1998.

[259]LRFD Aashto, *Bridge design specifications*, American Association of State Highway and Transportation Officials, 1998.

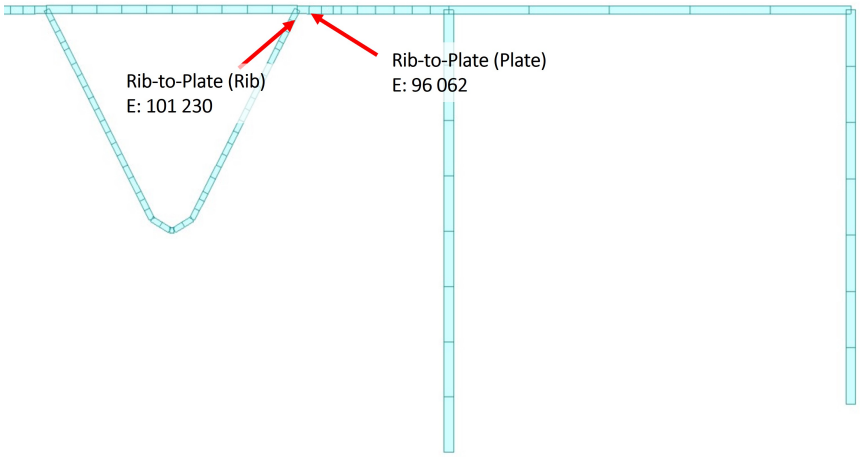


Figura 4.122. Distinzione della verifica del dettaglio Rib-to-Plate.

Per l'elemento plate n°96 162 vengono estratte le componenti della tensione che potrebbe potenzialmente provocare la formazione della cricca (Fig. 4.120) ad intradosso della lamiera superiore del cassone ottenendo così la linea d'influenza per Sig-XX, dovuta alle pressioni unitarie delle improne A,B,C diffuse. Tali linee d'influenza vengono successivamente scalate per il valore della pressione reali di ogni ruota dei 5 autocarri del FLM4. Infine, sfruttando il principio di sovrapposizione degli effetti, le linee d'influenza vengono traslate della distanza che intercorre tra gli assi dei veicoli.

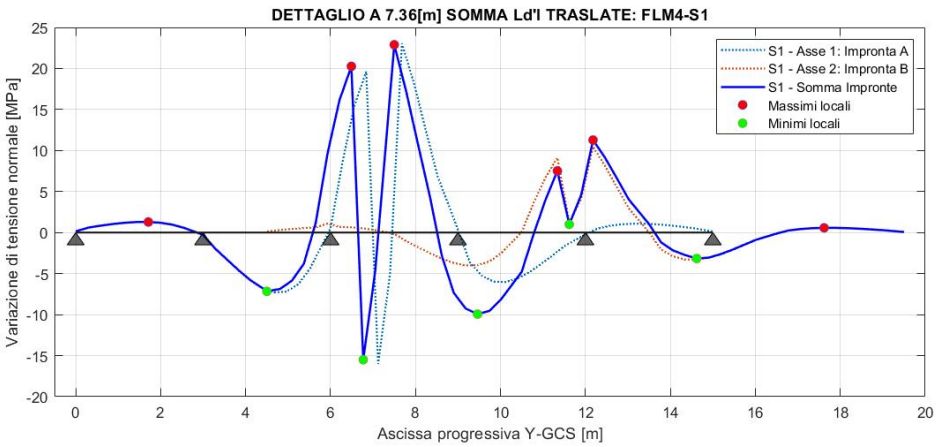


Figura 4.123. Storia di carico tensionale per un transito della sagoma S1 del FLM4.

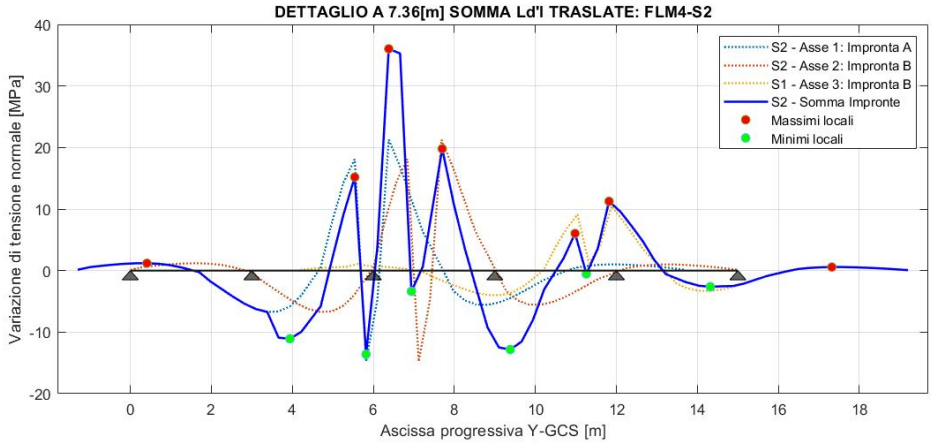


Figura 4.124. Storia di carico tensionale per un transito della sagoma S2 del FLM4.

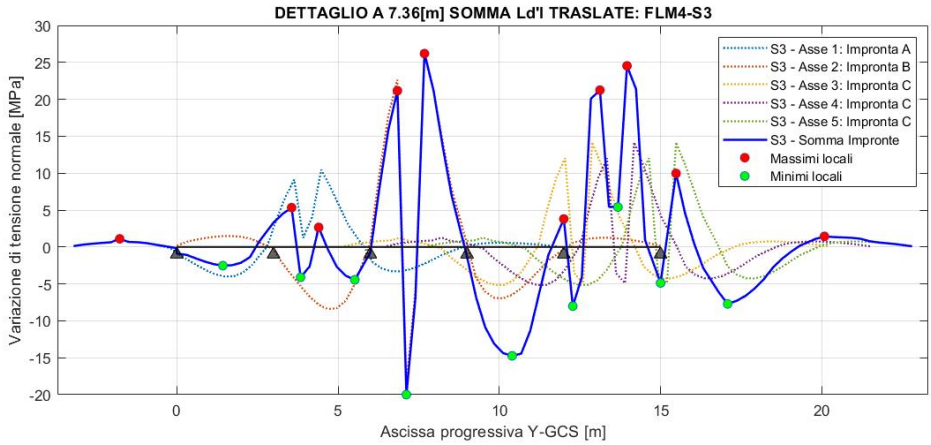


Figura 4.125. Storia di carico tensionale per un transito della sagoma S3 del FLM4.

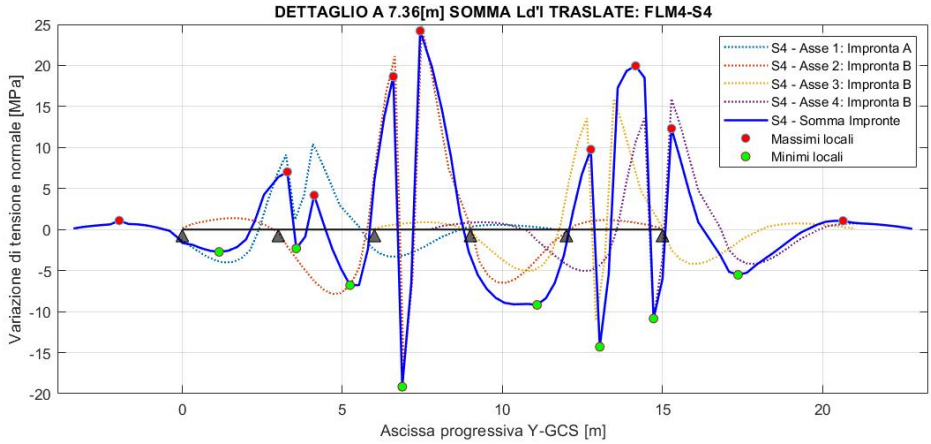


Figura 4.126. Storia di carico tensionale per un transito della sagoma S4 del FLM4.

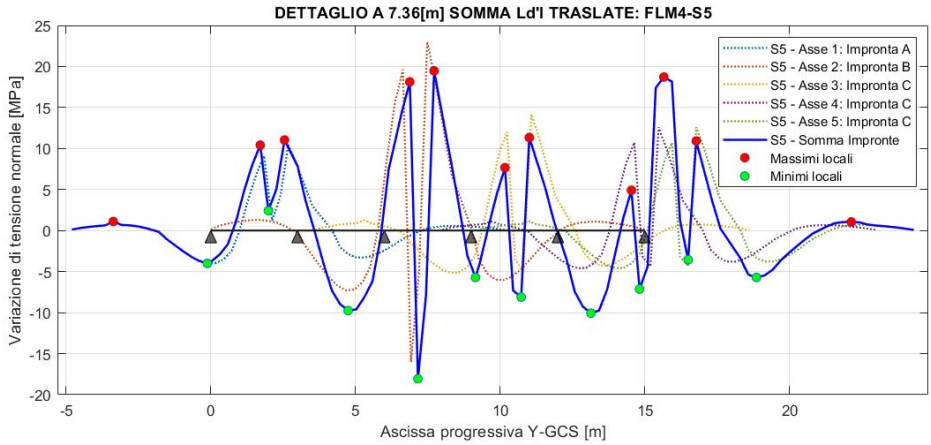


Figura 4.127. Storia di carico tensionale per un transito della sagoma S5 del FLM4.

Viene implementato il *Metodo Rainflow* a due parametri, mediante un algoritmo in Matlab, per la stima del numero di cicli di variazione del carico in funzione dell'ampiezza del ciclo e della tensione media di ogni ciclo. A partire dal segnale costituito dall'oscillogramma delle tensioni normali per il dettaglio di fatica analizzato indotto da ciascuna delle sagome del *Modello di Carico di Fatica 4* è necessario trovare i massimi e minimi locali dela storia di carico: questo viene eseguito in modo automatizzato mediante la funzione "peakdet", non presente nella libreria di Matlab R2021b, ma implementata esternamente[260].

[260] http://billauer.co.il/peakdet.html

In Matlab R2021b è possibile usufruire della funzione *rainflow* tramite l'estensione *Signal Processing Toolbox 8.3*. Inizialmente, la funzione rainflow trasforma la cronologia dei carichi in una sequenza di inversioni. Le inversioni sono i minimi e i massimi locali in cui il carico cambia segno. La funzione (Fig. 4.128) conta i cicli considerando un punto di riferimento mobile della sequenza, Z, e un sottoinsieme mobile ordinato a tre punti con queste caratteristiche:

- il primo e il secondo punto sono chiamati collettivamente Y;

- il secondo e il terzo punto sono chiamati collettivamente X;

- sia in X che in Y, i punti sono ordinati da prima a dopo nel tempo, ma non sono necessariamente consecutivi nella sequenza di inversione;

- l'intervallo di X, indicato con r(X), è il valore assoluto della differenza tra l'ampiezza del primo punto e l'ampiezza del secondo punto. La definizione di r(Y) è analoga.

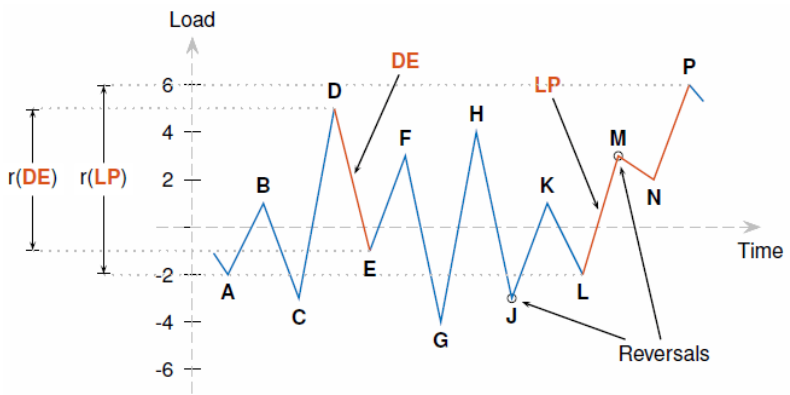


Figura 4.128. Esempio di oscillogramma sottoposto dal *Rainflow Method* in Matlab.[261]

L'algoritmo del flusso di pioggia è il seguente:

[261]Immagine tratta da https://it.mathworks.com/help/signal/ref/rainflow.html.

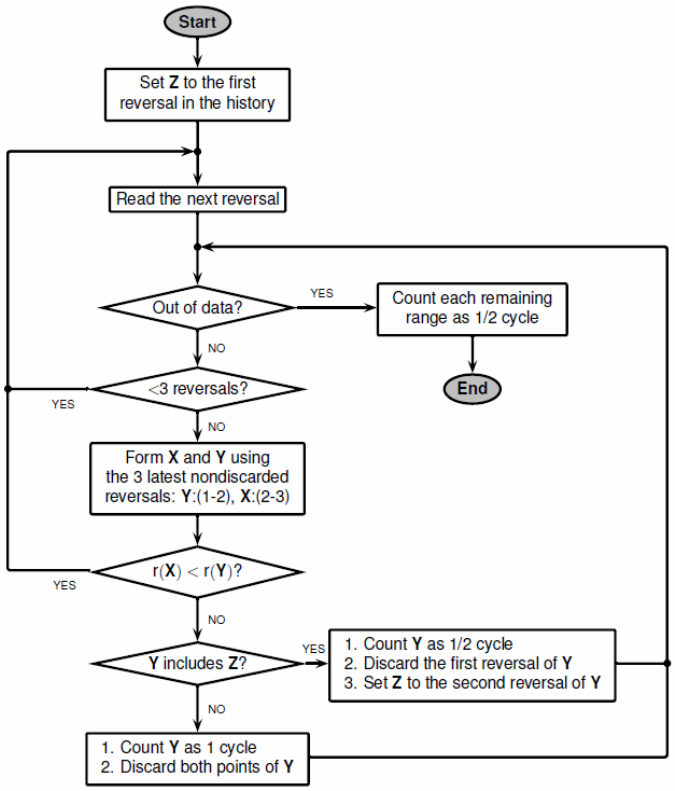


Figura 4.129. Algoritmo utilizzato da Matlab per il conteggio dei cicli tramite la funzione *rainflow*.[262]

Alla fine, la funzione raccoglie i diversi cicli e semi-cicli e tabula i loro intervalli, le loro medie e i punti in cui iniziano e finiscono. Queste informazioni possono quindi essere utilizzate per produrre un istogramma dei cicli riportato di seguito.

[262]Le figure 4.128 e 4.129 sono tratte da https://it.mathworks.com/help/signal/ref/rainflow.html.

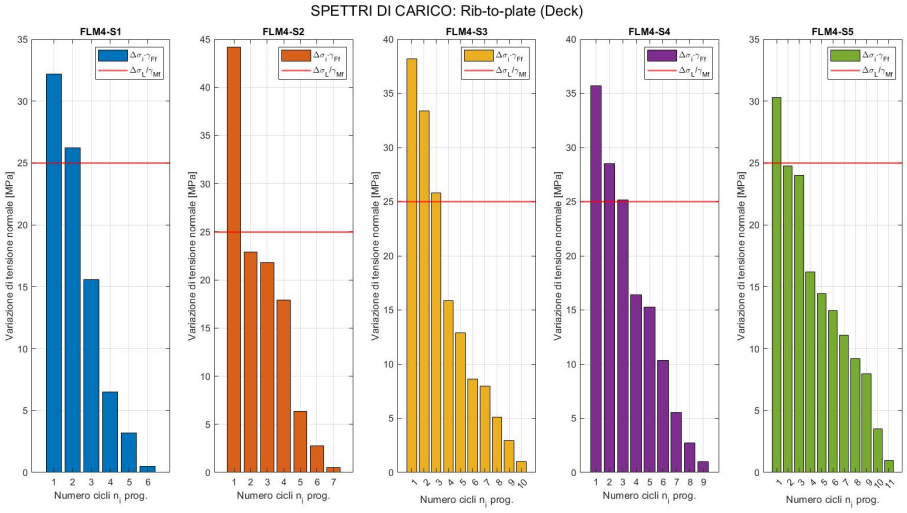


Figura 4.130. Storia di carico tensionale per un transito delle 5 sagome del FLM4.

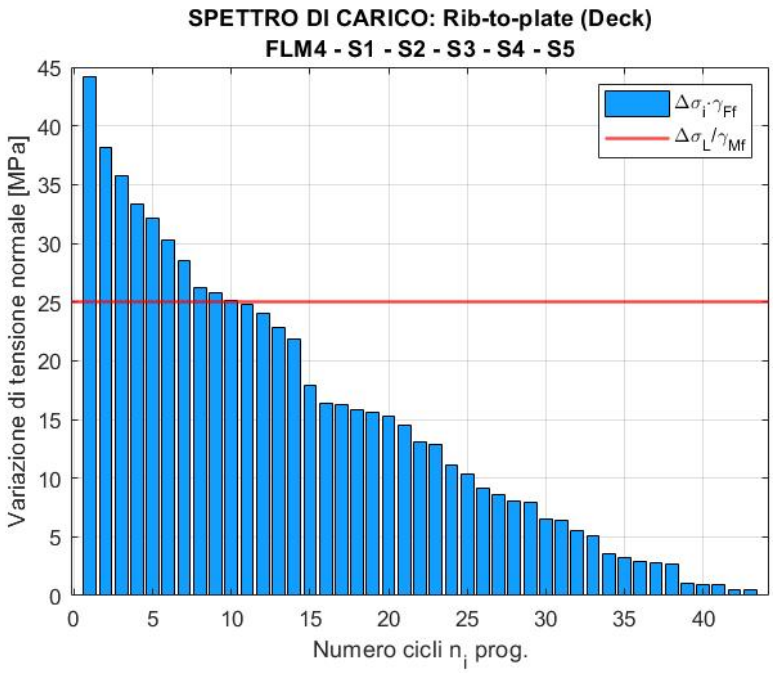


Figura 4.131. Istrogramma di carico del FLM4 nel dettaglio considerato.

Per il calcolo del numero di *cicli di vita a fatica* si fa riferimento ai transiti reali del 2019 conteggiati dal sistema Panama da cui è stato ricavato il transito annuo. Si fa riferimento alla Tab. 5.1.VIII delle NTC18 (media percorrenza, in quanto l'autostrada su cui si trova il caso studio ha una lunghezza minore di 100[km]) che

fornisce le percentuali di frequenza del volume annuo. Per ogni sagoma viene calcolato il numero di *cicli annui effettivi* che producono fatica nel dettaglio filtrando l'utput di Matlab considerando solamente le variazioni di tensioni superiori al *limite di fatica* $\frac{\Delta\sigma_L}{\gamma_{Mf}}$. Di seguito viene riportato il calcolo del danneggiamento annuo per il transito delle 5 sagome del FLM4.

S1						
Count [-]	Range [Mpa]	Δσ · γFf [Mpa]	m [-]	ni [cicli]	Ni [cicli]	Di [danno/anno]
1	6.52	6.52	-	0	∞	0
1	0.50	0.50	-	0	∞	0
1	3.19	3.19	-	0	∞	0
1	15.57	15.57	-	0	∞	0
1	26.22	26.22	5	72 678	78 578 566	9.25E-04
1	32.19	32.19	5	72 678	28 191 034	2.58E-03
2				145 355		3.50E-03
S2						
Count [-]	Range [Mpa]	Δσ · γ_{Ff} [Mpa]	m [-]	ni [cicli]	Ni [cicli]	Di [danno/anno]
1	21.82	21.82	-	0	∞	0
1	6.35	6.35	-	0	∞	0
1	0.50	0.50	-	0	∞	0
1	2.77	2.77	-	0	∞	0
1	17.91	17.91	-	0	∞	0
1	22.88	22.88	-	0	∞	0
1	44.21	44.21	5	36 339	5 769 049	6.30E-03
1				36 339		6.30E-03
S3						
Count [-]	Range [Mpa]	Δσ · γ_{Ff} [Mpa]	m [-]	ni [cicli]	Ni [cicli]	Di [danno/anno]
1	8.61	8.61	-	0	∞	0
1	15.84	15.84	-	0	∞	0
1	12.89	12.89	-	0	∞	0
1	1.01	1.01	-	0	∞	0
1	2.95	2.95	-	0	∞	0
1	5.11	5.11	-	0	∞	0
1	8.00	8.00	-	0	∞	0
1	25.80	25.80	5	36 339	85 261 194	4.26E-04
1	33.37	33.37	5	36 339	23 527 024	1.54E-03
1	38.19	38.19	5	36 339	11 996 175	3.03E-03
3				109 016		5.00E-03

Figura 4.132. Distinzione della verifica del dettaglio Rib-to-Plate.

S4						
Count [-]	Range [Mpa]	$\Delta\sigma \cdot \gamma_{Ff}$ [Mpa]	m [-]	ni [cicli]	Ni [cicli]	Di [danno/anno]
1	15.27	15.27	-	0	∞	0
1	0.98	0.98	-	0	∞	0
1	2.73	2.73	-	0	∞	0
1	5.57	5.57	-	0	∞	0
1	10.35	10.35	-	0	∞	0
1	16.38	16.38	-	0	∞	0
1	25.16	25.16	5	13 627	96 636 761	1.41E-04
1	28.52	28.52	5	13 627	51 610 205	2.64E-04
1	35.72	35.72	5	13 627	16 758 125	8.13E-04
1	35.72	35.72	5	13 627	16 758 125	8.13E-04
4				54 508		2.03E-03
S5						
Count [-]	Range [Mpa]	$\Delta\sigma \cdot \gamma_{Ff}$ [Mpa]	m [-]	ni [cicli]	Ni [cicli]	Di [danno/anno]
1	11.09	11.09	-	0	∞	0
1	16.21	16.21	-	0	∞	0
1	9.19	9.19	-	0	∞	0
1	13.05	13.05	-	0	∞	0
1	0.97	0.97	-	0	∞	0
1	3.50	3.50	-	0	∞	0
1	7.99	7.99	-	0	∞	0
1	14.47	14.47	-	0	∞	0
1	23.98	23.98	-	0	∞	0
1	24.76	24.76	-	0	∞	0
1	30.31	30.31	5	18 169	38 096 333	4.77E-04
1				18 169		4.77E-04

Figura 4.133. Distinzione della verifica del dettaglio Rib-to-Plate.

A seguito del calcolo del danneggiamento annuale è possibile determinare entro quanti anni il dettaglio in esame raggiunge il danneggiamento limite unitario.

Dettaglio 71									
EN 1993 parte1-9								FLM4	
γ_{Ff} [-]	γ_{Mf} [-]	$\Delta\sigma_C$ [Mpa]	$\Delta\sigma_D$ [Mpa]	$\Delta\sigma_L$ [Mpa]	$\Delta\sigma_C / \gamma_{Mf}$ [Mpa]	$\Delta\sigma_D / \gamma_{Mf}$ [Mpa]	$\Delta\sigma_L / \gamma_{Mf}$ [Mpa]	Dtot [danno/anno]	Anni
1.00	1.15	71	52.31	28.73	61.74	45.49	24.99	0.0173	57.77

Figura 4.134. Distinzione della verifica del dettaglio Rib-to-Plate-to-Floorbeam.

Questo dettaglio risulta non soffrire per fenomeno di fatica nell'arco della vita nominale di 50 anni.

4.12 Riepilogo verifiche a danneggiamento

Vengono analizzate due configurazioni distinte di carico, in quanto intorno al 2019 su entrambe le carreggiate è stato aggiunte 2 barriere New Jersey simmetriche

rispetto l'asse delle carreggiate a distanza di circa 1.50[m] da quello previsto in fase di progetto del viadotto.

Figura 4.135. Posizione della seconda barriera New Jersey.

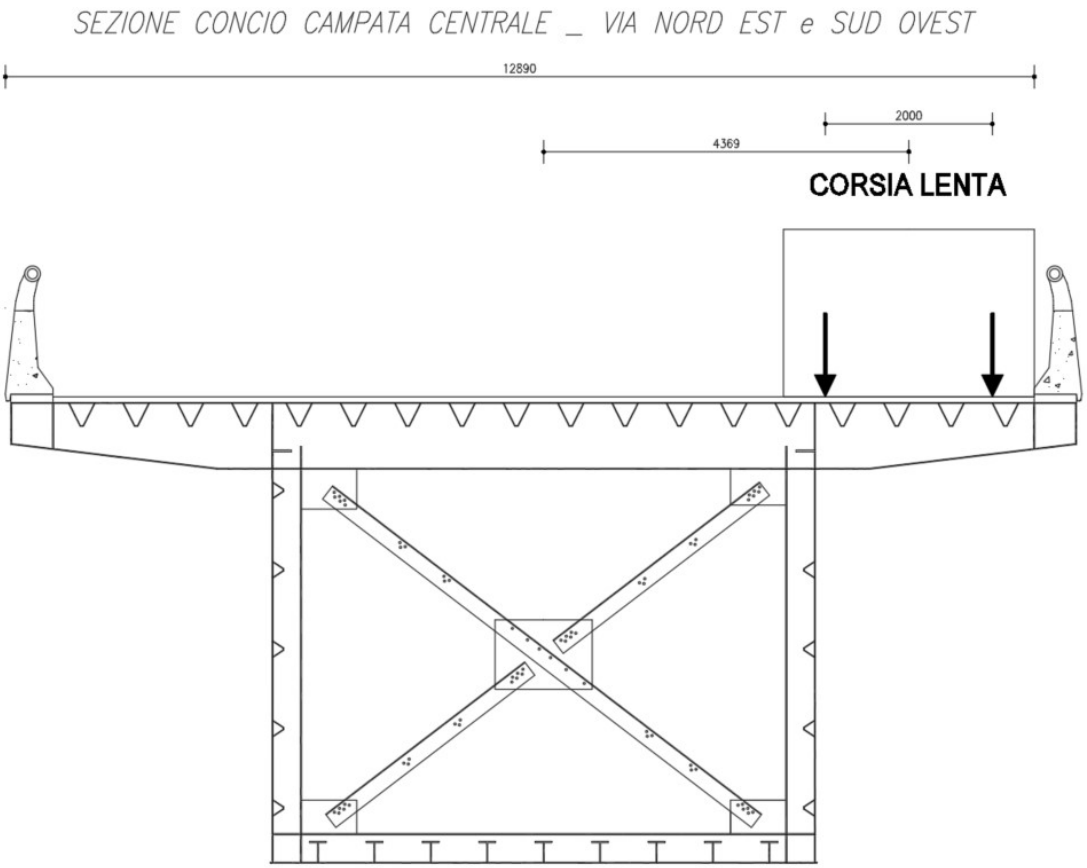


Figura 4.136. Posizione della corsia lenta dal 1994 di apertura al traffico.

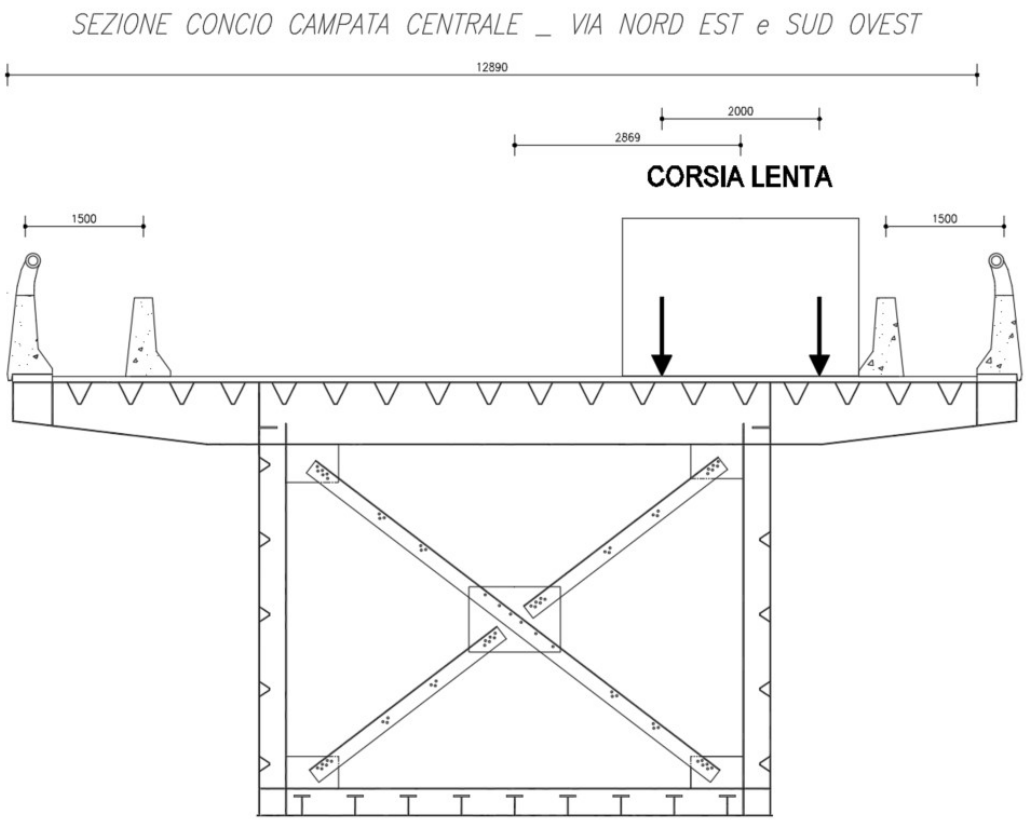


Figura 4.137. Posizione della corsia lenta dal 2019 circa, in seguito al raddoppio delle barriere New Jersey.

Per questo motivo vengono svolte le verifiche per i dettagli:

- Gruppo 1(DX): A1, A2, B1 e B2 da quando era presente una sola barriera New Jersey. Successivamente al conseguente spostamento della corsia lenta questi dettagli sono scarichi (Fig. 4.136). Come si vedrà, tuttavia vedo consumarsi in circa 30 anni la vita utile a fatica.

- Gruppo 2(SX): D1, D2, G1, G2, H1 e H2 da quando era presente una sola barriera New Jersey (Fig. 4.137) e l'aggiunta dei secondi New Jersey in quanto è probabile un continuo accumulo di fenomeni di danneggiamento per fatica.

Nella tabella seguente si riporta una legenda del ID assegnato ai dettagli di verifica con riferimento alle zone critiche proposte dalle EN 1993-1-9.

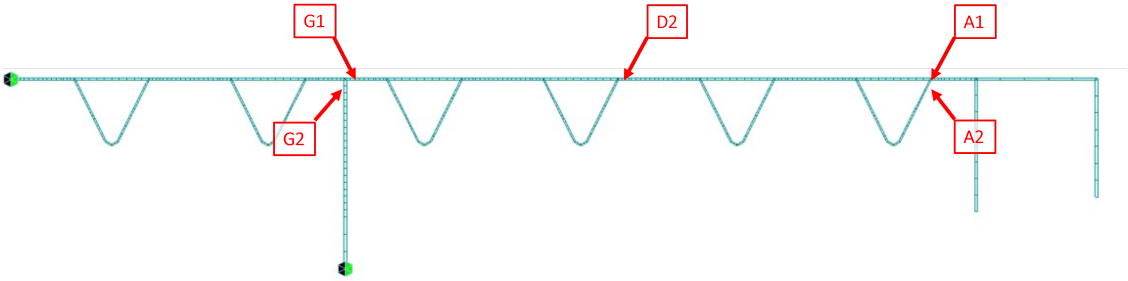


Figura 4.138. Dettagli oggetto di verifica nella sezione a 7.36[m] dalla prima nervatura - Mezzeria luce Rib.

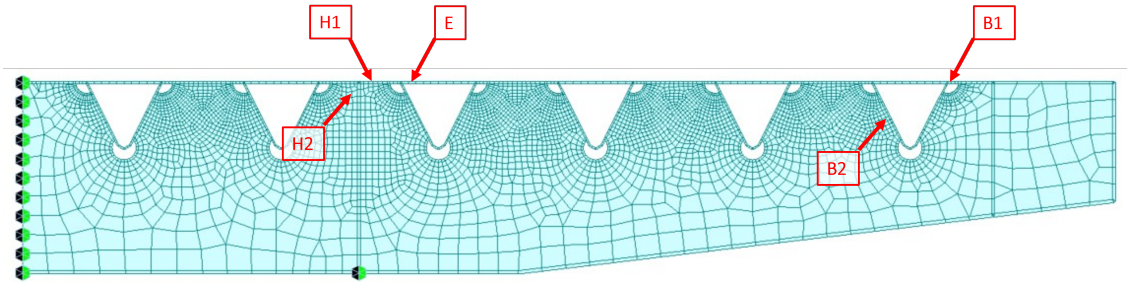


Figura 4.139. Nervatura - Dettagli oggetto di verifica nella sezione a 6.00[m] dalla prima nervatura - Nervatura.

Le seguenti tabelle mostrano il calcolo parziale del danneggiamento, prima con una e successivamente con le due barriere New Jersey.

	1 NEW JERSEY_Elem di DX							FLM4		
ID Dettaglio	Dettaglio	Categoria [Mpa]	Parte	σ media?	ID Elemento	Cicli tot	Cicli rilevanti	Dtot [danno/anno]	ΔAnni	Anno D=1?
A1	Rib-to-Plate	71	(Deck)	sì	96 062	44	11	0.017	57.8	2052
A2			(Rib)	sì	101 230	27	9	0.047	21.1	2015
B1	Rib-to-Floorbeam	71	(Deck)	sì	63 110	26	7	0.012	82.5	2077
B2		80	(Rib)	sì	63 356	36	0	0	∞	∞

Figura 4.140. Esiti verifiche danneggiamento - Gruppo 1(DX) - 1 barriera New Jersey per lato.

	1 NEW JERSEY_Elem di SX							FLM4		
ID Dettaglio	Dettaglio	Categoria [Mpa]	Parte	σ media?	ID Elemento	Cicli tot	Cicli rilevanti	Dtot [danno/anno]	ΔAnni	Anno D=1?
D1	Rib-to-Plate	71	(Deck)	sì	94 162	44	9	0.027	37.3	2031
D2			(Rib)	sì	99 596	-	-	0	∞	
E	Rib-to-Floorbeam	71	(Deck)	sì	63 010	25	7	0.024	41.6	2036
B2		80	(Rib)	sì	63 356	36	1	0	541.4	2535
G1	Main-Girder (capata)	71	(Deck)	no	93 972	-	-	0	∞	-
G2			(M-G)	sì	101 249	-	-	0	∞	-
H1	Main-Girder (nervatura)	71	(Deck)	no	63 000	-	-	0	∞	-
H2			(M-G)	no	67 599	-	-	0	∞	-

Figura 4.141. Esiti verifiche danneggiamento - Gruppo 2(SX) - 1 barriera New Jersey per lato.

	2 NEW JERSEY_Elem di SX								FLM4	
ID Dettaglio	Dettaglio	Categoria [Mpa]	Parte	σ media?	ID Elemento	Cicli tot	Cicli rilevanti	Dtot [danno/anno]	ΔAnni	Anno D=1?
D1	Rib-to-Plate	71	(Deck)	no	94 162	23	0	0	∞	
D2			(Rib)	si	99 596	29	7	0	31.8	2026
E	Rib-to-Floorbeam	71	(Deck)	no	63 010	-	-	0	∞	
B2		80	(Rib)	si	63 356	36	1	0	541.4	2535
G1	Main-Girder (capata)	71	(Deck)	no	93 972	-	-	0	∞	
G2			(M-G)	si	101 249	-	-	0	∞	
H1	Main-Girder (nervatura)	71	(Deck)	no	63 000	-	-	0	∞	
H2			(M-G)	no	67 599	-	-	0	∞	

Figura 4.142. Esiti verifiche danneggiamento - Gruppo 2(SX) - 2 barriere New Jersey per lato dal 2019.

La tabella seguente mostra il risultato della storia di carico combinata.

					1 NEW JERSEY_Elem di SX		2 NEW JERSEY_Elem di SX		FLM4
ID Dettaglio	Dettaglio	Categoria [Mpa]	Parte	ID Elemento	Dtot [danno/anno]	ΔAnni	Dtot [danno/anno]	ΔAnni	Anno D=1?
D1	Rib-to-Plate	71	(Deck)	94162	37.3	2031	∞	-	2031
D2			(Rib)	99596	∞		31.8	2025.8	2026
E	Rib-to-Floorbeam	71	(Deck)	63010	41.6	2036	∞	-	2036
B2	Rib-to-Floorbeam	80	(Rib)	63356	541.4	2535	541.4	2535	∞
G1	Main-Girder (capata)	71	(Deck)	93972	∞	-	∞	-	∞
G2			(M-G)	101249	∞	-	∞	-	∞
H1	Main-Girder (nervatura)	71	(Deck)	63000	∞	-	∞	-	∞
H2			(M-G)	67599	∞	-	∞	-	∞

Figura 4.143. Esiti verifiche danneggiamento - Gruppo 2(SX) - Accumulo del danno dal 1994.

Dalle analisi effettuate risulta evidente che a causa del fenomeno della fatica si verifica il danneggiamento non ammissibile di alcuni dettagli della piastra ortotropa. I dettagli in questione sono D1, D2, E, A1 e A2: quest'ultimo raggiunge per primo il danneggiamento limite a partire da una storia di carico iniziata nel 1994.

Capitolo 5

Conclusioni

Questo lavoro di tesi è volto allo studio di un viadotto esistente con impalcato a piastra ortotropa. Sono state svolte analisi statiche globali con il metodo agli elementi finiti approfondendo il tema della torsione; parallelamente a questo, sono state studiate diverse soluzioni in forma chiusa. In conclusione è stato messo in luce come le teorie utilizzate nel 1989, in fase di progettazione del viadotto, hanno portato ad una soluzione cautelativa in termini di momento torcente sull'impalcato. Nella seconda fase della Tesi è stato condotto il calcolo fatica di alcuni dettagli della piastra ortotropa dell'impalcato secondo le NTC18 e l'EN 1993-1-9. Le analisi sono state svolte mediante un modello FEM locale della piastra ortotropa. Dalle analisi svolte emerge che la fatica provoca uno stato di danneggiamento non ammissibile nei confronti di una vita nominale di 50 anni. I dettagli maggiormente suscettibili al danneggiamento per fatica si trovano in corrispondenza della linea di carico precedente al raddoppio delle barriere New Jersey della carreggiata.

Capitolo 6

Sviluppi futuri

Gli sviluppi futuri del lavoro di Tesi potrebbero prevedere l'analisi del fenomeno della fatica tramite un approccio alla meccanica della frattura, studiando la velocità di propagazione della cricca con la Legge di Paris.

Potrebbero essere previste ispezioni del cassone metallico per valutare la presenza di fratture. In caso venissero rilevare potrebbero essere installati strumenti strumenti di monitoraggio idonei al caso studio come ad esempio barrette a corde vibrante, che essendo sensibili a deformazioni causate da variazioni termiche e deformazioni sono abili sensori di variazione dello stato tensionale. Moltiplicando la deformazione osservata delle corde vibranti ed il modulo elastico del materiale monitorato è possibile definire lo stato tensionale (o meglio, la variazione di tensione tra due stati consecutivi), e quindi trarre opportune informazioni per dedurre la sollecitazione a fatica dell'elemento.

Un ulteriore sistema di implementazione del monitoraggio dell'infrastruttura è dato dall'applicazione di sistemi di pesa dinamica (weigh in motion) che possono fornire informazioni sul numero puntuale di mezzi che agiscono sulla struttura.

Capitolo 7

Allegati

7.1 Codice Matlab per trave rettilinea

```
%% INPUT DEL METODO DELLE FORZE - MATRICIALE

%%%
```

```
% vett.colonna di numeri interi casuali = randi ([valore MINIMO, valore MASSIMO], 1          , n _righe)
% vett.riga di numeri interi casuali =    randi ([valore MINIMO, valore MASSIMO], n _colonne, 1)

% vettore di numeri equispaziati = linspace (valore MASSIMO, valore MINIMO, n _elementi_del vettore)
%%%
```

```
E = zeros(nINC)
for i=1 : length(L1) - 1
    % e0(i,i) = DIAGONALE PRINCIPALE:
    E(i,i) = 1/3 * (L1(i)/J1(i) + L1(i+1)/J1(i+1));

    % e0(i,i-1) = DIAGONALE PRINCIPALE INFERIORE:
    if i-1>0
        E(i,i-1) = 1/6 * L1(i)/J1(i);
    end

    % e0(i,i+1) = DIAGONALE PRINCIPALE SUPERIORE:
    if i+1 <= N1 - 1
    E(i,i+1) = 1/6 * L1(i+1)/J1(i+1);
    end
end
E

%%%
```

```
96          V(2,j) = -((-1)^j-1)/2;
97      end
98      % 3   riga della matrice
99      for j=1 : N1
100        V(3,j) = ((-1)^j+1)/2;
101     end
102     % Sotto-matrice Triangolare inferiore (T_Sx):
103     for i=4 : N1+2
104         for j=1 : i-3
105             V(i,j) = -((-1)^j*(-1)^i-1)/2;
106         end
107     end
108     % Sotto-matrice Triangolare superiore (T_Dx):
109      for i=4 : N1+2
110         for j=i-2 : N1
111             V(i,j) = ((-1)^j*(-1)^i+1)/2;
112         end
113      end
114 n_righe_V = N1+2;
115 V
116 end
117 %%%%
```

```
X1 = zeros(N1+1,n_righe_V);
for i=2 : N1
    X1(i,:) = X(i-1,:);
end
X1

%%%
```

```
        elseif a > pi+2 & j == 1
            z(a) = z(a-1);
            a = a + 1;
        end
    end
end
z

%% MOMENTO FLETTENTE
%(11) Plot del diagramma del MOMENTO FLETTENTE [kN*m]:
% Matrice 3D del Momento Flettente:
M = zeros(N1,n_righe_V,pi+2);
for r = 1 : pi+2
    for j = 1 : n_righe_V
        for i = 1 : N1
            M(i,j,r) = -((X1(i+1,j)-X1(i,j))/L1(i)*Z(i,r)
               +X1(i,j))+ Q(j,i)/2*(Z(i,r)*L1(i)-Z(i,r)
               ^2);
        end
    end
end
M

%%%
```

```
% Matrice 2D del Momento Flettente (per la stampa del
   grafico):
Mgraph_max = zeros((N1)*(pi+2), n_righe_V);
Mgraph_min = zeros((N1)*(pi+2), n_righe_V);
Mgraph_max1 = zeros((N1)*(pi+2), 1);
Mgraph_min1 = zeros((N1)*(pi+2), 1);
for a=1 : (N1)*(pi+2)
     for j=1 : n_righe_V
        if Mgraph(a,j) >= 0
            Mgraph_max(a, j) = Mgraph(a,j);
        else
            Mgraph_min(a, j) = Mgraph(a,j);
        end
     end
        for j=1 : n_righe_V
        Mgraph_max1(a) = max(Mgraph_max(a, :));
        Mgraph_min1(a) = min(Mgraph_min(a, :));
        end
end
Mgraph_max
Mgraph_min
ENV_M = Mgraph_max + Mgraph_min

%%%
```

```
    end
    if i==n_righe_V+1
        legenda(i,1)='ENV_M.max';
    end
    if i==n_righe_V+2
        legenda(i,1)='ENV_M.min';
    end
end

legenda='G1 + G2 + ' + string(legenda)+'q_{A}';
str = string(legenda)
str(n_righe_V+1)='ENV M.max'
str(n_righe_V+2)='ENV M.min'


legend(str,'Location','northeast');

xlabel ('Proggressiva trave [m]')
ylabel ('Momento flettente [kN/m]')
title('Momento flettente trave continua rettilinea');
set(gca, 'YDir','reverse')
grid on

%% TAGLIO
%(12) Plot del diagramma del TAGLIO [kN]:
% Matrice 3D del Taglio:
Ta = zeros(N1,n_righe_V,pi+2);
for r = 1 : pi+2
    for j = 1 : n_righe_V
        for i = 1 : N1
            Ta(i,j,r) = -(X1(i+1,j)-X1(i,j))/L1(i)+ Q(j,i
               )/2*(L1(i)-2*Z(i,r));
        end
    end
end
Ta

%%%
```

```
Ta_graph = zeros(N1^2, n_righe_V);
a=0;
for i = 1 : N1
    for r = 1 : pi+2
        a = a + 1;
        for j = 1 : n_righe_V
            Ta_graph(a,j) = Ta(i,j,r);
        end
    end
end
Ta_graph

%%%
```

```
figure()
for j=1 : n_righe_V
    plot(z,Ta_graph(:,j),'-');
        hold on
end
    plot(z,Ta_graph_max1,'-r','linewidth',2);
        hold on
    plot(z,Ta_graph_min1,'-b','linewidth',2);

v=string(V);
legenda=strings(n_righe_V+2,1);
for i=1 : n_righe_V
    for j=1 : N1
       legenda(i,1)=legenda(i,1)+v(i,j);
    end
    if i==n_righe_V+1
       legenda(i,1)='ENV_Ta.max';
    end
    if i==n_righe_V+2
       legenda(i,1)='ENV_Ta.min';
    end
end

legenda='G1 + G2 + ' + string(legenda)+'q_{A}';
str = string(legenda)
str(n_righe_V+1)='ENV Ta.max'
str(n_righe_V+2)='ENV Ta.min'


legend(str,'Location','northeast');

xlabel ('Proggressiva trave [m]')
ylabel ('Taglio [kN/m]')
title('Taglio trave continua rettilinea');
set(gca, 'YDir','reverse')
grid on
```

Sitografia

- **Ponti e viadotti OSD nel mondo:**

- http://www.orthotropic-bridge.org/

- https://commons.wikimedia.org/wiki/Main_Page

- https://www.morethanbelgrade.com/

- http://bridge.aalto.fi/en/longspan.html

- https://www.istockphoto.com/it

- https://en.wikipedia.org/wiki/Main_Page

- https://www.gradnja.rs/

- https://www.e-nsight.com/

- https://www.waagnerbiro-bridgesystems.com/

- http://wikimapia.org

- https://legacy.seaonc.org/

- https://structurae.net/en/

- https://historicbridges.org/

- http://bridgesintheworld.blogspot.com/

- https://eurocodes.jrc.ec.europa.eu/

- https://www.wikiwand.com/

- https://www.theglobeandmail.com/

- https://www.aas-jakobsen.com/
- https://www.grassl-ing.de/en/home/
- https://www.worldhighways.com/
- https://www.rhein-neckar-industriekultur.de/
- https://www.francebleu.fr/
- http://www.fosterandpartners.com/
- https://www.newcivilengineer.com/
- https://www.structuremag.org/
- https://www.jacobs.com/
- http://www.highestbridges.com/
- https://www.ponting.si/
- https://www.ice.org.uk/
- https://www.reduper.com/
- https://www.theforthbridges.org/
- https://www.americanbridge.net/
- https://www.astaldi.com/en
- https://www.ilsole24ore.com/
- https://www.britannica.com/
- https://www.goldengate.org/
- https://wsdot.wa.gov/
- https://www.kiewit.com/
- https://untappedcities.com/
- https://www.hochtief.de/
- https://www.mageba-group.com/sg/

- http://bridgeinfo.net/

- https://www.chinadaily.com.cn/

- https://www.chinaconstruction.us/

- https://www.acppubs.com/topics/2065-constructioneer

- https://www.enr.com/articles/52535-worlds-longest-suspension-bridge-takes-shape-in-turkey

- **Ponti e viadotti OSD in Italia:**

- https://calatrava.com/

- https://www.promozioneacciaio.it/cms/it1-home.asp

- https://www.smingegneria.it/home/

- http://www.matildi.com/it.html

- http://www.setecoge.it/index.php

- https://vexasrl.it/it

- https://www.bitcostruzioni.com/de/

- https://www.m2p.it/

- https://www.espazium.ch/it

- https://www.stefanorossi.info/

- https://www.roadtraffic-technology.com/

- https://ordineingegnerivenezia.org/

- **Ponti curvilinei:**

- www.masera-eg.it

- www.matildi.com

- www.spicsrl.com

- **Ponti e viadotti:**

- www.structurae.net

- www.ingenio-web.it

- www.edx.org

- www.stradeeautostrade.it

- **Modellazione FEM:**

- www.midasoft.com/bridge-library

- www.cspfea.net/digital-modeling-magazine

- www.dianafea.com

- **Fatica nei ponti a piastra ortotropa:**

- www.repository.tudelft.nl

- www.transportation.org

- **Impalcati da ponte a piastra ortotropa:**

- www.fhwa.dot.gov/bridge/steel.cfm

- www.promozioneacciaio.it

- www.shortspansteelbridges.org

- www.orthotropic-bridge.org

- www.aisc.org

- www.asce.org

- **Dati traffico autostradale:**

- www.stradeanas.it

Strumenti

- **Scrittura:**

- Overleaf (www.overleaf.com);

- XMind(www.xmind.net);

- **Analisi FEM:**

- Midas GEN 2020
  (www.cspfea.net/applicazioni/ponti);

- Midas FEA NX 2021
  (www.cspfea.net/categoria-prodotto/midas-fea-nx);

- DIANA 10.5 (dianafea.com);

- **Data visualization, Signal processing e Coding:**

- Matlab R2021b;

- **Elaborazione grafica:**

- Autodesk AUTOCAD 2021;

Bibliografia

[1]

[2] W.-F. Chen, L. Duan. *Bridge Engineering Handbook: Superstructure Design.* Taylor Francis, 2014.

[3] A. Carpinteri. *Meccanica dei materiali e della frattura.* Pitagora Editrice Bologna, 1992, cap. 5, p. 209, 1992.

[4] A. Carpinteri. *Scienza delle costruzioni 1.* Pitagora, 1993.

[5] A. Carpinteri. *Scienza delle costruzioni 2.* Pitagora, 1995.

[6] A. Carpinteri, F. Montagnoli and S. Invernizzi. Scaling and fractality in fatigue resistance: Specimen-size effects on Wöhler's curve and fatigue limit. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 43(8):1869–1879, 2020.

[7] A. Castigliano. *Intorno ai sistemi elastici.* Dissertazione presentata da Castigliano Alberto alla Commissione Esaminatrice della R. Scuola d'applicazione degli Ingegneri in Torino, Bona, Torino, 1873.

[8] A. Cirillo. *Ponti: progettazione, tipologie e elementi.* Grafill, 2019.

[9] A. Kasprzak e A. Berger. Strengthening and Widening of Steel Single Box Girder Bridge in Warsaw. *Structural Engineering International*, 29:533–536, 07 2019. doi:10.1080/10168664.2019.1625296.

[10] A. Mammino. *Il Pone come Espressione di Civilità: Dal Primordiale Attraversamento del Corso d'Acqua al Ponte sullo Stretto di Messina.* Atti e Memorie dell'Ateneo di Treviso, 2010.

[11] A. Ostapenko, D.H. DePaoli, J.H. Daniels, J.E. O'Brien, B.T. Yen, M.E.Bhatti and J.W. Fishe. *A Study of the President Costa e Silva Bridge During Construction and Servive.* Lehigh University. Fritz Engineering Laboratory Report, 397.6, March 1976.

[12] A. Wöhler. *Tests to determine the forces acting on railway carrige axels an capacity of resistance of the axels.* Engineering, vol.11, 199, 1871.

[13] A.G. Lichtenstein, Honorary Member, ASCE. The Silver Bridge Collapse Recounted. *Journal of Performance of Constructed Facilities. Vol. 7. Issue 4*, November 1993. Fatigue Design 2013, International Conference Proceedings. doi: https://doi.org/10.1061/(ASCE)0887-3828(1993)7:4(249).

[14] American Institute of Steel Construction. *The Battledeck Floor for Highway Bridges*. 1938.

[15] A.R. Mangus and P.E. Transportation Civil Engineer, California Dept. of Transportation (CALTRANS) Sacramento, California. Orthotropic Design Meets Cold Weather Challenges. An Overview of Orthotropic Steel Deck Bridges in Cold Regions. *Welding Innovation*, 19(1), 2002.

[16] B. Akesson. *Understanding Bridge Collapses*. Londra, 2008, Cap. 11, Point Pleasant Bridge, p.138.

[17] B. Graybeal, R.Walther and G. Washer. Ultrasonic inspection of bridge hanger pins. *Transportation Research Record Journal of the Transportation Research Board. 1697(1):19-23*, November 2000. Fatigue Design 2013, International Conference Proceedings. doi: https://doi.org/10.1061/(ASCE)0887-3828(1993)7:4(249).

[18] C. F. Kollbrunner, K. Basler. *Torsion in structures*. Berlin - Heidelberg - New York, 1969, Springer Verlag.

[19] A.R. Mangus C. Copelan C. Huang. The excellent seismic performance of steel orthotropic bridges. *In Proceedings of the ATC SEI 2009 Conference on Improving the Seismic Performance of Buildings and Other Structures*, San Francisco, California, USA (pp. 389–402). Reston, VA: American Society of Civil Engineers, 12 2009. doi:10.1061/41084(364)37.

[20] C. Huang, A. Mangus, J. Murphy. As easy as 'ABC' Accelerated Bridge Construction Techniques for Large Steel Orthotropic Deck Bridges. *Struct Mag*, 2006;10:11–5.

[21] C. Wai-Fah and D. Lian. *Bridge Engineering Handbook*. Boca Raton: CRC Press, 2000, Chapter 14, Orthotropic Deck Bridges, A.R. Mangus and S. Sun.

[22] D. Capecchi, G. Ruta. *La scienza delle costruzioni in Italia nell'Ottocento. Un'analisi storica dei fondamenti della scienza delle costruzioni*. Springer-Verlag Mailand, 2011.

[23] D. Masera, R. Asso, R. Cucuzza, F. Rendace, G. C. Marano. *Una proposta di procedura per l'escursione degli appoggi. Rivista "Strade Autostrade"*, fascicolo n°146, Marzo/Aprile 2021.

[24] J. Durkee. *National Steel Bridge Alliance: World's Longest Bridge Spans*, 2007.

[25] E. Antona, E. Carrera. *Nota sul principio dei lavori virtuali*, scritti e testimonianze in ricordo di attilio lausetti, ed. dipartimento di ingegneria aeronautica e spaziale, Politecnico di Torino, Aprile 1993, . p.149-164.

[26] R.J. Connor E.J.Kaufmann and J.W. Fisher.

[27] F. Brancaleoni, G. Diana, E. Faccioli, G. Fiammenghi, I.P.T. Firth, N.J. Gimsing, M. Jamiolkowski, P. Sluszka, G. Solari, G. Valensise, E. Vullo. *The Messina Strait Bridge: A Challenge and a Dream.* CRC Press, 2009.

[28] F.M.Russo, D.R.Mertz, F.H.Karl, E.K. Wilson and others. *Design and Evaluation of Steel Bridges for Fatigue and Fracture - Reference Manual.* National Highway Institute (US). 2016. cap. 7. Historical development of fracture control. p. 7.20.

[29] G. Ciscato, A. Mammino. *Un solaio chiamato predalle: disegni, particolari, calcoli.* Alinea, Firenze, 1987.

[30] G. Colonnetti. *I fondamenti della statica.* Unione Tipografica-Editrice Torinese, Torino, 1927.

[31] Università degli studi di Palermo G. Petrucci, Dispense del corso *Lezioni di costruzione di macchine.*

[32] G. Sedlacek,P. J. Dowling, J. E. Harding, R. Bjorhovde. *Orthotropic plate bridge decks, Constructional Steel Design: An International Guide.* Elsevier Applied Science9, London, 1992.

[33] Tanmay Gupta and Manoj Kumar. Structural response of skew-curved concrete box girder bridges under eccentric vehicular loading. pages 1021–1028, 01 2018. doi:10.2749/kualalumpur.2018.1021.

[34] H. Gesella, W. Schwarz e G. Didier. Planung und Ausschreibung der Ertüchtigung der Brücke Grande-Duchesse Charlotte in Luxemburg mit neuesten Technologien. *Stahlbau*, 85(4):242–253, 2016. doi:10.1002/stab.201610374.

[35] H. Wenzel e R. Veit-Egerer. Measurement based traffic loading assessment of steel bridges–a basis for performance prediction. *Structure and Infrastructure Engineering*, 7, 04 2011. doi:10.1080/15732470802586428.

[36] Carl Huang and Alfred R Mangus. An international perspective: Widening existing bridges with orthotropic steel deck panels. *Structural engineering international*, 18(4):381–389, 2008. doi:10.2749/101686608786455108.

[37] I. Lotsberg. *Fatigue Design of Marine Structures.* Cambridge, Cambridge University Press 2016.

[38] Ing. E.M. Veje e Dott. Ing. E. Pagani. *Ponte sullo Stretto di Messina. Progetto Definitivo. Principi generali della progettazione per l'impalcato sospeso.*, Eurolink, 2011.

[39] J. Kääriäinen and P. Pulkkinen. Rehabilitation of Tornionjoki Steel Truss Bridge, Finland. *Structural Engineering International*, 12(4):273–275, 2002. doi:10.2749/101686602777965207.

[40] J. Melan. Theorie der eisernen bogenbrucken und der hangerbrucken, handbuch der ingenieurwissenschaften *Leipzig, 2nd edn. 1888, 3rd edn.*, 1906.

[41] U.S. Department of Transportation Federal Highway Administration) James D. Cooper (Director, Bridge Technology.

[42] A. Jennings. Deflection theory analysis of different cable profiles for suspension bridges. *Engineering Structures*, 9(2):84–94, 1987. doi:10.1016/0141-0296(87)90002-2.

[43] L. F. Menabrea. *Nouveau principe sur la distribution des tensions dans les systèmes élastiques*, Comptes Rendus, vol. 46, pp. 1056-1060.

[44] L. G. Guidi, A. De Luca, L. Rosati. *Long Span Bridges: The Evolution of Deck Stiffened System and a Case Study on the Seismic Behaviour of a Maillart Arch Type Bridge: Viadotto Olivieri (SA)*. Tesi di Dottorato, Università degli Studi di Napoli Federico II.

[45] M. Campolese e F. Brancaleoni. *Progetto d'adeguamento e allargamento viadotto "Italia" rispetto agli effetti locali e fatica*. Università degli studi Roma Tre, 2009.

[46] M. Kunishima. *Collapse of the Korea Seoul Seongsu Bridge [October 21st (Fri), 1994 Korea]*,.

[47] M. Matsuishi and T. Endo. Fatigue of metals subjected to varying stress. *Japan Society of Mechanical Engineers*, Japan Society of Mechanical Engineers. Fukuoka, Japan, March, 1968.

[48] M. Nader. Accelerated bridge construction of the new samuel de champlain bridge. *Journal of Bridge Engineering*, 25:05019015, 02 2020. doi:10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0001515.

[49] M. Romberg, A.V. Salgueiro, D. Raynor, P. Walser e F. T. Alfonso. *Temporary Works for the Cable Stayed Deck in the Queensferry Crossing*, year = VII Congreso Internacional de Estructuras, Congreso de la Asociación Científico-Técnica del Hormigón Estructural (ACHE), Coruña, 20-22 Junio 2017.

[50] M. Rossetto. *Introduzione alla Fatica dei Materiali dei Componenti Meccanici*. Libreria Editrice Universitaria Levrotto & Bella, 2000.

[51] M.A. Miner. Cumulative Damage in Fatigue. *Journal of Applied Mechanics*, 12:159–164, 1945. doi:https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2018.06.037.

[52] M.P. Petrangeli. *Progettazione e costruzione di ponti con cenni di patologia e diagnostica delle opere esistenti*. Masson, 1996.

[53] W. Nicodemi. *Metallurgia: principi generali*. Zanichelli, 2000.

[54] O. Belluzzi. *Scienza delle costruzioni (Vol.2)*. Zanichelli, 1994.

[55] P.B. Berardi. *Il Ponte Mediterraneo*. Galileo. Rivista di informazione, attualità e cultura degli Ingegneri di Padova. n°248, 2020.

[56] Z. Qian and D. Abruzzese. Fatigue failure of welded connections at orthotropic bridges. *Fracture and Structural Integrity*, 3:105–112, 2009.

[57] R. Asso, R. Cucuzza, M.M. Rosso, D. Masera and G.C. Marano. Bridges Monitoring: An Application of AI With Gaussian Processes, *14th International Conference on Evolutionary and Deterministic Methods for Design, Optimization and Control*. pages 245–261, 01 2021. doi:10.7712/140121.7964.18426.

[58] R.J. Connor, E.J. Kaufman, J.W.H. Fisher and W.J. Wright. Prevention and Mitigation Strategies to Address Recent Brittle Fractures in Steel Bridges. *Journal of Bridge Engineering Vol. 12, Issue 2*, March 2007. doi: 10.1061/(ASCE)1084-0702(2007)12:2(164).

[59] S. Invernizzi, F. Montagnoli and A. Carpinteri. The Collapse of the Morandi's Bridge: Remarks about Fatigue and Corrosion. InProceedings of the IABSE Symposium, Wroclaw 2020: *Synergy of Culture and Civil Engineering—History and Challenges*, Wroclaw, Poland, 7–9 October 2020; p. 1040–1047.

[60] S. Invernizzi, F. Montagnoli and A. Carpinteri. Very High Cycle Corrosion-Fatigue Study of the Collapsed Polcevera Bridge, Italy. doi: 10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0001807.

[61] S. Invernizzi, F. Montagnoli and A. Carpinteri. Fatigue Assessment of the Collapsed XXth Century Cable-Stayed Polcevera Bridge in Genoa. *Procedia Structural Integrity*, 18:237–244, 01 2019.

[62] S. Invernizzi, F. Montagnoli and A. Carpinteri. Corrosion Fatigue Investigation on the Possible Collapse Reasons of Polcevera Bridge in Genoa. pages 151–159, 2020.

[63] S. Nesaei. Using Acoustic Emission Monitoring for Energy-Based Fatigue Life Prediction, South Dakota State University. 07 2014. doi: 10.13140/RG.2.2.18098.61120.

[64] S. Vahid and I.-E. Hossein and A. Yvan. An efficient online time-temperature-dependent creep-fatigue rainflow counting algorithm. *International Journal of Fatigue*, 116:284–292, 2018. doi:https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2018.06.037.

[65] Khaled M. Sennah and John B. Kennedy. State-of-the-art in design of curved box-girder bridges. *Journal of Bridge Engineering*, 6(3):159–167, 2001. doi:10.1061/(ASCE)1084-0702(2001)6:3(159).

[66] S.J. Maddox. *Fatigue strength of welded structures 2nd ed.* Woodhead Publishing, Cambridge, UK, 1991.

[67] S.Q. Qin and Z.Y. Gao. Developments and Prospects of Long-Span High-Speed Railway Bridge Technologies in China. *Engineering*, 3, 11 2017. doi:10.1016/j.eng.2017.11.001.

[68] Studio di Ingegneria Civile Prof. Ing. Pietro e Giuseppe Matildi. Autostrada Mestre Vittorio Veneto - Pian di Vedoia, Tronco Mestre Vittorio Veneto - Pian

di Vedoia, Lotto n°8, *Relazione di calcolo - Parte prima: Analisi strutturale, Allegato A1*, Bologna, 27 Luglio 1989.

[69] Studio di Ingegneria Civile Prof. Ing. Pietro e Giuseppe Matildi. Autostrada Mestre Vittorio Veneto - Pian di Vedoia, Tronco Mestre Vittorio Veneto - Pian di Vedoia, Lotto n°8, *Assieme travata L=1200.00m*, tavola 6, Bologna, 30 Novembre 1989.

[70] Studio di Ingegneria Civile Prof. Ing. Pietro e Giuseppe Matildi. Autostrada Mestre Vittorio Veneto - Pian di Vedoia, Tronco Mestre Vittorio Veneto - Pian di Vedoia, Lotto n°8, *Assieme travata L=85.00m*, tavola 5, Bologna, 30 Novembre 1989.

[71] Studio di Ingegneria Civile Prof. Ing. Pietro e Giuseppe Matildi. Autostrada Mestre Vittorio Veneto - Pian di Vedoia, Tronco Mestre Vittorio Veneto - Pian di Vedoia, Lotto n°8, *Schema di vincolo e dispositivi antisismici*, Bologna, 30 Novembre 1989.

[72] Studio di Ingegneria Civile Prof. Ing. Pietro e Giuseppe Matildi. Autostrada Mestre Vittorio Veneto - Pian di Vedoia, Tronco Mestre Vittorio Veneto - Pian di Vedoia, Lotto n°8, *Sezioni - Dettagli diaframmi intermedi*, tavola 3, Bologna, 30 Novembre 1989.

[73] University of Agder. *On Network Arches for Architects and Planners*, Lecture given at NTNU in Trondheim, 2012.

[74] G. Vailati. *Del concetto di centro di gravità nella statica di achimede*, Atti Accademia Reale delle Scienze di Torino, 1897. p.742-758.

[75] G. Vailati. *Il principio dei lavori virtuali da Aristotele a Erone di Alessandria*, Atti Accademia Reale delle Scienze di Torino, 1897. p.940-962.

[76] W. Huang, M. Pei, X. Liu and Y. Wei. Design and construction of super-long span bridges in China: Review and future perspectives. *Frontiers of Structural and Civil Engineering*, pages 1–36, 2020.

[77] W. Qian e Z. Zhe. Orthotropic Steel Cantilever Widening Method of Concrete Box Girder. *Structural Engineering International*, 21(2):228–232, 2011. doi:10.2749/101686611X12994961034688.

[78] W. Qu, N. Shozo, T. Okumatsu and T. Nishikawa. Comprehensive investigation on the cause of a critical crack found in a diagonal member of a steel truss bridge. *Engineering Structures*, 132:659–670, 2017.

[79] Y.-C. Wong. *Horizontally curved beam analysis and design*, Corvallis (OR): Oregon State University, 1970.

[80] Y. Wang. The selection of box girders for cable-supported railroad bridges. *Steel Construction*, 12, 03 2019. doi:10.1002/stco.201800030.

[81] Z. Zhang, X. Wang, J. Zhao, J. Shi, H. Hu and J. Dai. Model Test and Analysis on Buckling of Steel Box Arch of Lupu Bridge. *IABSE Symposium Report*, 88, 01 2004. doi:10.2749/222137804796291728.