

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Elettronica

Tesi di Laurea Magistrale

Riduzione delle interferenze elettromagnetiche mediante l'adozione della tecnica Spread-Spectrum in un convertitore switching DC/DC a Ton-costante

Relatori:

Autore:

Gabriele Francesco

Prof. Gianluca Setti Prof. Fabio Pareschi Prof. Sergio Amedeo Pignari Ing. Davide Lena

Anno accademico 2020/21

Sommario

I vantaggi significativi di cui godono i convertitori di potenza di tipo switching rispetto ai regolatori lineari hanno portato, nel corso degli ultimi anni, ad una loro diffusione su larga scala e ad un impiego nella maggior parte delle applicazioni elettriche ed elettroniche, a partire da soluzioni per piccole potenze fino a soluzioni industriali a potenza estremamente elevata.

Un convertitore di tipo switching impiega sia dispositivi elettronici reattivi che dispositivi pilotati in modo da essere o completamente accesi, o completamente spenti, ovvero nelle regioni di funzionamento dove si hanno perdite trascurabili. Come conseguenza, l'efficienza di conversione risulta molto elevata, con una conseguente riduzione della necessità di smaltire il calore in eccesso generato delle elevate perdite e quindi una riduzione sostanziale delle dimensioni, del peso, e dei costi implementativi.

Tuttavia questo tipo di funzionamento, se da un lato garantisce efficienza elevata, dall'altro è caratterizzato da segnali con commutazioni rapide e di larga ampiezza, e ciò porta all'emissione di interferenze elettromagnetiche (EMI - ElectroMagnetic Interference), rendendo i convertitori switching potenziali fonte di disturbi per altri circuiti elettronici nella vicinanze.

Tali interferenze possono essere ridotte con modifiche a livello circuitale, come ad esempio con l'ottimizzazione del layout del circuito, l'introduzione di filtri o di schermature metalliche che possano attenuare le emissioni generate, o l'aggiunta di semplici circuiti (come ad esempio gli snubber) in grado di sopprimere i veloci transitori. Tuttavia, tutte queste soluzioni portano un aggravio di costi che potrebbe essere rilevante, e non assicurano la soluzione del problema.

Per questo sono state sviluppate negli ultimi anni anche soluzioni a livello di sistema. Un esempio è la tecnica di *spread-spectrum*, il cui scopo è quello di ridefinire opportunamente la forma dello spettro di potenza associato alle interferenze, introducendo un jitter controllato nel segnale di clock del convertitore. Questo porta alla nascita nello spettro di emissione di nuove componenti, con una conseguente ridistribuzione della potenza.

L'approccio è perfettamente allineato alle regolamentazioni internazionali, le quali richiedono che il valore di picco nello spettro di emissione di un qualunque dispositivo elettronico sia inferiore ad un limite prestabilito.

Lo scopo dell'attività in essere, condotta in stretta collaborazione al gruppo di STPolito, consiste nel caratterizzare la tecnica di spread-spectrum presente all'interno di un prototipo circuitale fornito da STMictroelectronics, comprendente un convertitore di potenza DC/DC step-down, e di proporre in seguito un implementazione alternativa che consenta di migliorare ulteriormente le prestazioni EMI del sistema.

Tale risultato è stato raggiunto partendo dallo studio e l'analisi di testi e pubblicazioni presenti in letteratura, che ha permesso di acquisire le conoscenze necessarie volte a comprendere lo stato dell'arte relativo alla tecnica di spread-spectrum, dando particolare enfasi alla sue applicazioni sui convertitori switching DC/DC.

Successivamente, l'implementazione di un sistema di misura automatico ha consentito la raccolta e l'analisi dei dati relativi agli effetti della modulazione. Un segnale di temporizzazione modulato in frequenza e sintetizzato esternamente è stato applicato al prototipo, determinando il set ottimale dei parametri di modulazione che permette di ridurre al meglio il valore del picco di emissione.

Infine, è stato perseguito un breve studio legato agli impatti della modulazione su altre caratteristiche elettriche del dispositivo di rilevante importanza (e.g. ripple d'uscita), con lo scopo di valutarne il possibile degrado a seguito dell'applicazione della tecnica di spread-spectrum.

Nel primo capitolo viene quindi riportata un'introduzione legata alla compatibilità elettromagnetica ed alla tecnica di spread-spectrum, evidenziandone gli aspetti principali e le maggiori implicazioni. Vengono quindi discussi gli impatti dell'applicazione della tecnica sia dal lato dei regolatori switching (potenziali sorgenti di emissione), che da quello dei circuiti vittima, valutando le condizioni operative ottimali.

Il secondo capitolo presenta una panoramica sul prototipo utilizzato, descrivendone le caratteristiche da un punto di vista circuitale e funzionale, con lo scopo di comprendere al meglio il funzionamento del dispositivo e mostrare quanto osservato nella prima fase dell'analisi.

Nel terzo capitolo viene presentata ed analizzata la funzionalità di spread-spectrum implementata nel prototipo allo stato attuale, mediante delle misure effettuate utilizzando gli strumenti disponibili in laboratorio, discutendone le criticità.

Successivamente, nel quarto capitolo, viene descritto il setup di misura implementato al fine di effettuare le misure di emissione associate all'implementazione proposta, con lo scopo di valutarne l'efficacia nella riduzione dell'EMI e determinare i valori dei parametri di modulazione ottimali.

Indice

1.	Intro	oduzione	1							
	1.1.	Compatibilità elettromagnetica	1							
	1.2.	Requisti di EMC per i dispositivi elettronici	3							
	1.3.	I regolatori di tensione switching	6							
		1.3.1. Il convertore buck (o step-down)	$\overline{7}$							
		1.3.2. Il controllo di tipo ripple-based	9							
	1.4.	La tecnica spread-spectrum	11							
		1.4.1. Lo spread spectrum applicato ai convertitori di potenza	14							
		1.4.2. Modellizzazione dei circuiti vittima	16							
2.	Ana	Analisi del prototipo 21								
	2.1.	Architettura del dispositivo	21							
		2.1.1. Convertitore ACOT	22							
		2.1.2. PLL	29							
	2.2.	Misure sperimentali preliminari	32							
		2.2.1. Studio della presenza del jitter sul $T_{\rm off}$	35							
3.	Spre	Spread-spectrum - Caratterizzazione del prototipo 4								
	3.1.	Descrizione dell'implementazione attuale	45							
		3.1.1. Modulazione di tipo Triangolare	46							
		3.1.2. Modulazione di tipo Pseudo-Casuale	48							
	3.2.	Misure sperimentali	48							
		3.2.1. Misure effettuate mediante oscilloscopio	48							
		3.2.2. Misure effettuate con AS	51							
	3.3.	Considerazioni sulle implementazioni attuale	57							
4.	Impl	Implementazione alternativa 6								
	4.1.	Descrizione generale	61							
	4.2.	Effetto del PLL	62							
		4.2.1. Modello lineare del PLL	63							
		4.2.2. Modello del PLL a tempo discreto	67							
		4.2.3. Validazione del modello	71							
	4.3.	4.2.3. Validazione del modello	71 78							
	4.3.	4.2.3. Validazione del modello	71 78 82							
	4.3.	4.2.3. Validazione del modello	71 78 82 83							

	4.4.	Lo spr 4.4.1.	ead- spectrum ed il ripple d'uscita	87 88				
5.	Con	clusioni		93				
Α.	Osse	ervazio	ni su SA ad eterodina	95				
в.	Listati							
	B.1.	Listati	Matlab	97				
		B.1.1.	Funzione per la rilevazione del T_i	97				
		B.1.2.	Script per la stabilità del sistema - Mappa di Poincaré	99				
		B.1.3.	PLL	105				
	B.2.	Listati	Phyton	111				
		B.2.1.	Acquisizione traccia da AS	111				
		B.2.2.	Raccolta automatica dei dati relativi al picco di emissione	112				
		B.2.3.	Raccolta automatica dei dati da oscilloscopio	115				
Bi	Bibliografia							

1. Introduzione

In questo capitolo vengono illustrate le principali problematiche associate alla compatibilità elettromagnetica, facendo riferimento agli aspetti normativi che definiscono delle procedure univoche di misurazione dei livelli di emissione di un dispositivo.

In seguito vengono analizzati brevemente i regolatori di tensione switching, possibili sorgenti di emissione, soffermandosi in particolare ai regolatori step-down, presentandone la topologia ed uno dei possibili approcci di controllo. Verranno quindi esaminate le problematiche legate alla corretta modellizzazione dei circuiti vittima, utili per comprendere al meglio l'impatto delle scelte effettuate nel cercare di minimizzare l'emissione di disturbi da parte di un circuito aggressore.

1.1. Compatibilità elettromagnetica

La compatibilità elettromagnetica (EMC - ElectroMagnetic Compatibility) è una disciplina che si concentra sugli effetti legati alla *generazione*, *trasmissione* e *ricezione* di energia elettromagnetica, focalizzandosi sulla capacità di un dispositivo di lavorare congiuntamente ad altri sistemi presenti nello stesso ambiente, senza generare interferenze o essere ad esse suscettibile. Da tali aspetti si derivano i presupposti necessari al fine di ottenere un dispositivo compatibile con il suo ambiente, riassumibili in tre criteri pratici, come riportato in [1]:

- Il dispositivo non deve causare interferenza con altri sistemi.
- Il dispositivo non deve risultare suscettibile alle interferenze causate da altri sistemi.
- Il dispositivo non deve interferire con se stesso.

È necessario tenere conto di tali specifiche già in fase di progetto. Quest'ultima infatti, non è più interamente volta a garantire il soddisfacimento dei vincoli legati alle caratteristiche funzionali, ma integra le metodologie necessarie al fine di ottenere un dispositivo compatibile con il suo ambiente

Da un punto di vista meramente commerciale, soluzioni adottate a posteriori (dopo aver completato il progetto del dispositivo), con lo scopo di soddisfare i vincoli imposti dalle specifiche relative alla compatibilità elettromagnetica, comportano costi aggiuntivi e compromettono il successo del prodotto nel mercato. Inoltre, la diagnosi ed il trattamento del problema, effettuati a progetto concluso, portano alla nascita di ritardi che si riflettono su ulteriori riduzione di margini e ricavi. Pertanto, un flusso di progetto che tiene conto delle problematiche di compatibilità elettromagnetica risulta particolarmente vantaggioso al fine di massimizzare i guadagni derivanti della vendita del prodotto, minimizzando inoltre i ritardi di introduzione di quest'ultimo nel mercato. È buona norma considerare, sempre in fase di design, l'insorgenza di ulteriori criticità legate all'EMC del dispositivo, prevedendo conseguentemente delle contromisure che possano essere sfruttate nel caso in cui tali problematiche emergano a design completato (ad esempio, l'opportuno posizionamento di pad dedicati all'eventuale aggiunta di condensatori all'interno di un circuito stampato).

Gli aspetti legati alla generazione ed al trasferimento dell'energia elettromagnetica possono essere schematizzati in accordo con quanto riportato graficamente in figura 1.1: a partire da una sorgente di emissione, si ha un trasferimento di energia tramite un canale di accoppiamento verso un dispositivo in ricezione. Nel caso in cui tale trasferimento di energia elettromagnetica sia *non intenzionale* e causi un mal funzionamento del circuito in ricezione, si ha *interferenza elettromagnetica* (EMI).



Figura 1.1.: Problema di compatibilità elettromagnetica.

Per ridurre al minimo l'impatto dell'interferenza sul sistema in ricezione, denominato in tal caso *vittima*, è possibile:

- Sopprimere l'emissione alla sorgente;
- Rendere il canale di accoppiamento inefficiente;
- Rendere il ricevitore meno suscettibile alle interferenze.

Gli approcci classici volti alla riduzione dell'EMI consistono nell'indebolire il canale di accoppiamento tra circuito vittima e sorgente con approcci "brute force", come l'introduzione di schermature metalliche che racchiudono il sistema in ricezione o filtri.

Tali approcci, oltre ad apportare una modifica sostanziale dal punto di vista implementativo, non sono sempre facilmente praticabili. Si pensi ad esempio al caso in cui la sorgente e la vittima siano due circuiti appartenenti allo stesso integrato, come ad esempio in un system-on-chip: in tali condizioni, solo un ottimizzazione della dislocazione spaziale dei vari blocchi può mitigare il problema legato all'EMI, senza comunque garantire il soddisfacimento delle specifiche legate all'EMC.

Un altro tipo di approccio, più lungimirante e spesso più efficace, consiste nell'agire direttamente alla sorgente, cercando di mitigare al meglio l'emissione di energia elettromagnetica. Tale orientamento verrà preso in considerazione ed approfondito nelle sezioni successive, ed al fine di concepire al meglio le tecniche e le metodologie volte alla soppressione di disturbi emessi dalla sorgente è necessario distinguere tra *emissione condotta* e *emissione radiata*, schematicamente rappresentate in figura 1.2.



Figura 1.2.: Emissioni: condotta e radiata.

Nel caso di emissione radiata, si fa riferimento ad antenne non intenzionali presenti sotto forma di cavi, tracce su circuiti stampati (PCB - Printed Circuit Board) e più in generale strutture metalliche in cui fluisce una corrente variabile nel tempo. È proprio la presenza di tale corrente che porta un sistema ad emettere delle radiazioni sotto forma di campi elettromagnetici nell'ambiente circostante ed interagire con altri sistemi ivi presenti.

Tuttavia, l'energia elettromagnetica non si diffonde unicamente per mezzo di onde che si propagano. Nel caso di emissione condotta difatti, questa può essere presente sui conduttori metallici che interfacciano più sotto-parti di un sistema in modo cablato. Tale canale di accoppiamento risulta particolarmente efficiente ed è quindi necessario prevedere l'aggiunta di "barriere" che possano prevenire una trasmissione indesiderata di tale energia.

Si osservi inoltre come le due forme di emissione siano legate tra loro. Ad esempio, nel caso in cui si abbia una corrente che propaga lungo i cavi di alimentazione appartenenti alla rete di distribuzione dell'energia di un'abitazione (emissione condotta), questa può a sua volta irradiare efficientemente nell'ambiente circostante in quanto i cavi di alimentazione possono comportarsi come antenne (emissione radiata).

1.2. Requisti di EMC per i dispositivi elettronici

I dispositivi elettronici, al fine di risultare compatibili da un punto di vista elettromagnetico e poter essere quindi commercializzati, devono necessariamente rispettare dei requisti imposti da organismi normatori, locali ed internazionali. A questi si affiancano inoltre dei requisti imposti dal produttore, i quali permettono di garantire un adeguato livello di soddisfazione del cliente. È necessario però sottolineare come un dispositivo che opera perfettamente da un punto di vista

funzionale risulti al contempo non vendibile (e quindi inutilizzabile) nel caso in cui non soddisfi i requisti imposti dalla normative vigenti. Quest'ultime, vengono rappresentate per i dispositivi venduti in Europa dal *Comité international spécial des perturbations radioélectriques* (CISPR), mentre dalla *Federal Communications Commision* (FCC) negli Stati Uniti d'America.

La FCC è incaricata di regolamentare le comunicazioni radio e cablate, controllando potenziali interferenze derivanti da esse. Secondo la FCC, i dispositivi a radio-frequenza sono in grado di emettere energia nel range $9 \, \text{kHz} - 3000 \, \text{GHz}$, in forma di emissione cablata e radiata, intenzionale oppure no. Analogamente alla FCC, la CISPR impone dei limiti sull'emissione condotta e radiata.

In entrambi i casi, vengono definite delle metodologie che permettano di valutare sia l'emissione condotta che radiata del dispositivo, verificando che quest'ultimo risulti conforme ai limiti imposti dalle normative. Questo si traduce nel definire univocamente i test e le procedure di misura congiuntamente all'apparecchiatura da adottare, le quali si diversificano a seconda che si intenda effettuare una misura di emissione radiata o condotta.

Nel primo caso, il campo irradiato viene misurato all'interno di una camera anecoica, come illustrato in figura 1.3. Il dispositivo sotto test viene posizionato ad una certa distanza da un'antenna in movimento, la quale è collegata a sua volta ad un analizzatore di spettro che consente di visualizzare i livelli di emissione del prodotto.



Figura 1.3.: Camera anecoica.

Il limite imposto sulle emissioni condotte deriva invece dalla necessità di limitare al meglio il rumore generato dalla corrente che attraversa i cavi di alimentazione del dispositivo. I cavi della rete di distribuzione dell'energia presenti nelle mura delle abitazioni rappresentano infatti delle antenne in in grado di irradiare un campo elettromagnetico nell'ambiente meglio di come possa fare il dispositivo stesso.

Al fine di misurare l'emissione condotta, che si propaga verso i cavi di alimentazione in corrente alternata (AC - Alternate Current), è necessario interporre tra il dispositivo in analisi e la rete di alimentazione uno strumento denominato *Line Impedance Stabilization Network* (LISN), in grado di evitare contaminazioni dovute al rumore presente nell'ambiente di misura ed allo stesso tempo, presentare un'impedenza tra i terminali di fase/neutro ed il conduttore di terra costante, sia al variare della frequenza che del sito di misurazione. Ciò è reso possibile da un implementazione circuitale come quella di figura 1.4, che mostra un'impedenza praticamente costante nel range di frequenze d'interesse. Collegando tale dispositivo come descritto ed uti-



Figura 1.4.: Line Impedance Stabilization Network - Implementazione circuitale

lizzando un analizzatore di spettro, alla stregua di quanto schematicamente rappresentato in 1.5, è possibile valutare i livelli di emissione del prodotto in analisi.



Figura 1.5.: Line Impedance Stabilization Network - Setup di misura

Le misure di emissione condotta e radiata vengono effettuate coprendo l'intervallo di frequenze che si estende da pochi kHz fino a svariati GHz, in funzione del tipo di test che si intende effettuare: le misure di emissione condotta vengono effettuate considerando l'intervallo di frequenze che si estende dai 150 kHz fino ai 30 MHz, mentre le misure di emissione radiata coprono

l'intervallo di frequenze che si estende dai 30 MHz fino ai 2 GHz.

Maggiori dettagli sulle procedure di misurazione delle emissioni e le loro implicazioni legate ai regolatori di tensione verranno dati nelle sezioni successive, mentre adesso verranno discussi brevemente, al fine di meglio comprendere quanto verrà presentato in seguito, i principi di funzionamento dei regolatori di tensione switching.

1.3. I regolatori di tensione switching

Un regolatore di tensione è un dispositivo elettronico in grado di fornire in uscita, a partire da una tensione d'ingresso, una tensione di uscita stabile al circuito da alimentare che sia indipendente alle variazioni della corrente assorbita dal carico e della tensione di ingresso. Questi possono essere suddivisi in due grosse categorie, i regolatori lineari (o dissipativi) e i regolatori switching. I regolatori lineari permettono di derivare una tensione in uscita sempre più bassa rispetto a quella d'ingresso ed hanno un rendimento inferiore se comparato a quello dei regolatori switching. Quest'ultimi possono essere assimilati ad un sistema composto da due blocchi fondamentali, riportati in figura 1.6:

- Un *convertitore* switching, capace di trasformare i livelli di tensione e corrente di ingresso nei corrispondenti livelli di uscita;
- Un *controllore*, dedicato al pilotaggio del convertitore in modo da garantire un livello di tensione d'uscita stabile.



Figura 1.6.: Regolatore di tensione switching - schema di principio

I convertitori di potenza sono costituti da elementi reattivi e dispositivi pilotati in modo da risultare o totalmente accessi o totalmente spenti, non dissipando (a meno delle non idealità) potenza nel processo di regolazione. In particolare si ha:

- un induttore L;
- un interruttore SW;
- un diodo D o un secondo interruttore.

In parallelo all'ingresso e all'uscita del convertitore si trovano poi due condensatori, il cui ruolo è separare le componenti alternate dalla continua proprio sui segnali in ingresso e in uscita. Tutti i convertitori di potenza, in condizione di regime, possono lavorare in *Continous Conduction Mode* (CCM), nel caso in cui la corrente che scorre all'interno dell'induttore non è mai nulla nell'intero intervallo di tempo in cui l'interruttore è aperto, ed in *Discontinous Conduction Mode* (DCM), quando la corrente nell'induttore si annulla nell'intervallo di tempo in cui l'interruttore è aperto.

Nonostante i regolatori switching non risultino affatto semplici da progettare, in quanto sistemi non-lineari e tempo varianti, i numerosi vantaggi di cui godono li hanno portati ad essere oggi largamente utilizzati per applicazioni che variano da sistemi a bassa richiesta di potenza fino a sistemi ad elevata richiesta di potenza.

Tuttavia, il loro comportamento caratterizzato da variazioni di segnali ad ampiezza particolarmente elevata in brevissimi intervalli rendono tali dispositivi potenziali sorgenti di emissione di rumore nell'ambiente in cui si trovano, creando possibili interferenze elettromagnetiche.

Di seguito verrà brevemente descritto il convertitore buck (o step down) e le sue modalità di funzionamento, insieme ad uno dei possibili approcci utilizzati per il controllo della tensione d'uscita.

1.3.1. Il convertore buck (o step-down)

Il convertitore buck, o step-down, consente di derivare una tensione d'uscita sempre più bassa di quella in ingresso. Lo schema circuitale è riportato in figura 1.7.



Figura 1.7.: Convertitore buck - Schema circuitale

Studiando le fasi interruttore chiuso - interruttore aperto, è possibile derivare il legame che intercorre tra tensione d'ingresso V_i e d'uscita V_o . Dalle forme d'onda che mostrano il funzionamento del dispositivo riportate in figura 1.8 in funzionamento *CCM* si ha che:

$$\frac{V_u}{V_i} = \frac{T_1}{T_1 + T_2} = \frac{T_{ON}}{T_{ON} + T_{OFF}} = D_c$$
(1.1)

Dove D_c è il duty-cycle del segnale di temporizzazione associato all'accensione e allo spegnimento dello switch SW e del diodo D, utilizzato per pilotare il filtro $L - C_{out}$ d'uscita del convertitore.

Tale condizione è valida solo nel caso in cui il valore minimo di corrente che scorre all'interno dell'induttore sia strettamente positivo, e ciò si traduce (considerando la figura 1.8 e l'espressione



Figura 1.8.: Comportamento del buck in CCM - Forme d'onda

1.1) nella seguente specifica:

$$I_A = \frac{V_u}{R_L} - \frac{V_u(1 - D_c)}{2Lf_{sw}} > 0$$
(1.2)

Dove f_{sw} è la frequenza di commutazione del dispositivo.

 $\dot{\mathbf{E}}$ possibile effettuare le stesse considerazioni per la modalità di funzionamento DCM, tuttavia non verranno qui forniti ulteriori dettagli in quanto quest'ultima non viene considerata nella successiva trattazione.

Come è possibile osservare dalle forme d'onda riportate in figura 1.8, queste risultano periodiche in condizioni di regime ed il loro comportamento (discontinuo nel tempo, con cambiamenti bruschi di tensione in intervalli di tempo particolarmente brevi) è causa di emissione di disturbi nell'ambiente, rendendo perciò tali dispositivi potenziale fonte di disturbi e causa di generazione di interferenza per i sistemi posti nelle vicinanze. Quanto descritto verrà esplicitato meglio nelle sezioni successive, ma è possibile comunque affermare che rendere tale dispositivi compatibili alle normative di compatibilità elettromagnetica di cui sopra è tutt'altro che banale e scontato, e tale problematica necessita quindi di essere approfonditamente considerata nel progetto di questo tipo di regolatori di tensione.

E stato quindi fin'ora discusso brevemente il funzionamento del convertitore buck. Nella sezione successiva verrà analizzata la tecnica di controllo ripple-based, si cui si basa il funzionamento del dispositivo considerato nel capitoli successivi.

1.3.2. Il controllo di tipo ripple-based

Di recente, la tecnica di controllo dei regolatori di tensione denominata *ripple-based* si è largamente diffusa, soprattutto per applicazioni rivolte alla gestione di potenza nell'elettronica di consumo ed in particolare nei dispositivi mobili (e.g. smartphone, tablet, laptop). Tale approccio, particolarmente semplice, garantisce un tempo di risposta del regolatore di tensione alle variazioni della tensione di linea o di corrente assorbita dal carico (line e load transient, rispettivamente) estremamente breve se comparato a quello che caratterizza i convertitori basati su altre tecniche di controllo che prevedono ad esempio l'utilizzo di reti di compensazione. Quanto brevemente descritto di seguito farà riferimento in particolare ad i convertitori buck, ma ciò rimane ovviamente valido anche per altre topologie circuitali dei regolatori di tensione. Lo schema a blocchi che raffigura una possibile implementazione di convertitore buck controllato mediante tecnica di tipo ripple-based è riportata in figura 1.9.



Figura 1.9.: Tecnica di controllo ripple based - Schema di principio, [2]

L'idea di base consiste nel derivare a partire dal convertitore buck un segnale di feedback V_{fb} (ciò viene effettuato solitamente in modo elementare a partire dal ripple sulla tensione d'uscita), confrontandolo successivamente con un riferimento costante di tensione V_{ref} ed ottenendo così un segnale PWM in grado di pilotare opportunamente i driver di potenza del regolatore. A differenza della tecnica di controllo del convertitore basata sull'utilizzo di un'onda a dente di sega generata esternamente, la tecnica qui descritta prevede l'utilizzo del ripple stesso V_{fb} . Com'è possibile osservare dallo schema di principio, l'anello di retroazione può non comprendere alcun blocco di compensazione (come ad esempio una rete integrativa), e ciò permette di avere una risposta particolarmente veloce alle perturbazioni.

L'approccio Constant-On Time (COT)

Tra le possibili implementazioni della tecnica di controllo di tipo ripple-based, una è quella basata sull'utilizzo di schemi di regolazione in grado di generare dei segnali PWM caratterizzati da intervalli di tempo di accensione (T_{ON}) costante, denominati *Constant-On Time (COT)*, come proposto dalla topologia elementare mostrata in figura 1.10. L'implementazione richiama quella più generale dei convertitori ripple-based sopra descritti, e l'utilizzo di un timer innescato dalla comparazione del segnale di ripple in uscita e un riferimento costante di tensione consente di ottenere un segnale PWM, come quello desiderato.



Figura 1.10.: Convertitore buck COT - Schema circuitale semplificato, [2]

La regolazione della tensione d'uscita dell'intero regolatore, in modo da rispondere alle perturbazioni esterne, è resa possibile agendo sulla durata del tempo di spegnimento (T_{OFF}). Ciò è raffigurato in figura 1.11, dove è possibile osservare la risposta del dispositivo a variazioni a gradino della corrente assorbita dal carico, racchiuse nel riquadro di colore rosso.



Figura 1.11.: Load transient in un convertitore COT

Tale implementazione può essere resa *adattativa* a cambiamenti dei valori nominali della tensione d'ingresso e della tensione d'uscita desiderata, ottenendo dei convertitori COT adattativi (ACOT). Ulteriori riflessioni e dettagli implementativi sui convertitori ACOT verranno proposti nel prossimo capitolo, mentre adesso si introdurrà la tecnica di spread-spectrum, utile al fine di mitigare le problematiche legate all'EMI dei regolatori di tensione switching.

1.4. La tecnica spread-spectrum

Come analizzato brevemente in precedenza, i segnali che caratterizzano i convertitori di tensione switching operanti in condizioni di regime risultano essere periodici e caratterizzati da brusche transizioni.

Analizzare tali segnali risulta particolarmente rilevante nello scopo di mitigare quanto più possibile l'emissione condotta e radiata di un regolatore di tensione. A tal fine, si consideri la forma d'onda x(t) riportata in figura 1.12, particolarmente rappresentativa nel cercare di modellare un segnale di temporizzazione (clock).



Figura 1.12.: Segnale trapezoidale - Andamento temporale

Tale segnale è caratterizzato da un periodo T, il minimo intervallo temporale oltre il quale in segnale si ripete, e dalla sua frequenza fondamentale $f_c = \frac{1}{T}$. L'energia del segnale in analisi non risulta finita, poiché quest'ultimo si ripete indefinitamente nel tempo, mentre la potenza media risulta finita.

E possibile mostrare che un segnale periodico può essere rappresentato da una combinazione lineare di segnali $\Phi_n(t)$ in grado di definire una base ortogonale. Nello specifico, è possibile affermare:

$$\Phi_n(t) = e^{+j\frac{2\pi}{T}nt} \tag{1.3}$$

Allora vale la rappresentazione:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \mu_n e^{+j\frac{2\pi}{T}nt}$$
(1.4)

In tal caso, si parla di rappresentazione del segnale in *Serie di Fourier*. Dalla corrispondente trattazione matematica è possibile derivare i coefficienti di espansione μ_n , definiti come:

$$\mu_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x(t) e^{-j\frac{2\pi}{T}nt} dt$$
(1.5)

Questi risultano in generale a valori complessi e forniscono un informazione riguardante l'entità della generica componente spettrale alla frequenza nf_c . In particolare, per il segnale x(t) di partenza è possibile derivare la seguente espressione per i coefficienti μ_n nel caso in cui $\tau_r = \tau_f$ (si faccia riferimento a quanto riportato in figura 1.12):

$$\mu_n = A \frac{\tau}{T} \frac{\sin(\frac{1}{2}n\omega_c\tau)}{\frac{1}{2}n\omega_c\tau} \frac{\sin(\frac{1}{2}n\omega_c\tau_r)}{\frac{1}{2}n\omega_c\tau_r} e^{-jn\omega_c(\tau+\tau_r)/2}$$
(1.6)

Dove ω_c è la pulsazione associata alla frequenza fondamentale, definita come $\omega_c = 2\pi f_c$. Da tale espressione è possibile ricavare l'inviluppo inviluppo in frequenza ed il corrispondente andamento asintotico di $|\mu_n|$, quest'ultimo mostrato in figura 1.13, in cui si osserva come l'ampiezza delle componenti spettrali ad alta frequenza sia fortemente legata al valore del tempo di salita/discesa del segnale d'interesse. Al fine di ridurre l'entità delle componenti armoniche ad alta frequenza e quindi le emissioni (sia condotte che radiate) del prodotto, è necessario cercare di aumentare la durata di tali transizioni.



Figura 1.13.: Segnale trapezoidale - Inviluppo dei $|\mu_n|$ dalla Serie di Fourier

Si consideri adesso un'unica armonica del segnale in analisi, quella alla frequenza fondamentale f_c , caratterizzata dall'ampiezza maggiore, e quindi maggiore potenza. Quest'ultimo dettaglio risulta particolarmente rilevante in quanto i valori misurati di emissione condotta e radiata, in accordo alle normative precedentemente indicate (FCC e CISPR), dipendono fortemente dall'ampiezza delle componenti armoniche. Pertanto, risulta necessario cercare di limitare i livelli di EMI emessi dal dispositivo, agendo proprio sull'ampiezza delle singole componenti spettrali. Un tecnica volta al raggiungimento di tale obiettivo è lo *spread-spectrum*, che si basa sull'introduzione di un jitter controllato nel segnale di temporizzazione in modo da alterarne la frequenza istantanea e ridurre così il valore di picco delle singole componenti spettrali in analisi. Da un punto di vista qualitativo, questo è reso possibile grazie ad una ridistribuzione della potenza associata inizialmente ad un'unica armonica ad un insieme di armoniche aggiuntive situate in un intervallo di frequenze prestabilito, ottenendo quanto riportato in figura 1.14.

Questo, se apparentemente può sembrare solo un metodo per trasferire potenza in un intervallo di frequenze diverso rispetto a quello originale, permette di ottenere dei vantaggi significativi al fine della riduzione dell'EMI.

Da un punto di vista implementativo, lo spread spectrum può essere derivato mediante modulazione di frequenza (FM) del segnale di temporizzazione. Focalizzandosi unicamente su una componente spettrale, ad esempio quella alla frequenza f_c , si ha quanto riportato schematicamente



Figura 1.14.: Effetti dello spread spectrum su un segnale a banda stretta, [3]

in figura 1.14 ed espresso analiticamente come:

$$s(t) = A_0 sin\left(2\pi f_c t + 2\pi\Delta f \int_{-\infty}^t \xi(\tau) d\tau\right)$$
(1.7)

Dove $\xi(\tau)$ è il segnale modulante normalizzato ($\xi(\tau) \in [-1, +1]$) e Δf è la profondità di modulazione. Rispetto al caso non-modulato, la potenza del segnale FM risulta inalterata e distribuita approssimativamente nella banda di Carson, come riportato in [4], la quale si estende nell'intervallo $B_c = [f_c - \Delta f, f_c + \Delta f]$.

E quindi possibile affermare che, al variare di $\xi(\tau)$, la frequenza istantanea del segnale varia tra gli estremi della banda di Carson. Tali considerazioni continuano ad essere valide anche nel caso in cui si faccia riferimento ad un'armonica diversa dalla fondamentale, ottenendo in tal caso uno spreading dell'*n-esima* armonica che si estende nell'intervallo di frequenze pari a nB_c , ottenendo complessivamente quanto riportato in figura 1.15.

Si consideri ora il caso in cui $\xi(t)$ sia un segnale periodico con periodo $T_m = 1/f_m$, lo spettro in frequenza associato alla singola componente armonica s(t) modulata in frequenza risulta essere discreto, con componenti alla frequenza $f_c \pm k/T_m$, $k \in \mathbb{Z}$.

A partire dalla frequenza del segnale modulante f_m (frequenza di modulazione) e la profondità di modulazione Δf si deriva l'*indice di modulazione*, definito come:

$$m = \frac{\Delta f}{f_m} \tag{1.8}$$

A seconda del valore assunto dall'indice di modulazione, è possibile avere una modulazione veloce o *lenta* in funzione del fatto che m sia piccolo oppure no, rispettivamente. Nel caso in cui m è piccolo, vi sono poche componenti che contribuiscono alla ridistribuzione della potenza all'interno della banda di Carson quindi alla riduzione dei livelli di EMI, viceversa il caso in cui



Figura 1.15.: Effetti dello spread spectrum - Caso di segnale trapezoidale, [5]

m assume valori elevati è quello ottimale, in quanto le componenti spettrali aggiuntive presenti nella banda di Carson sono particolarmente vicine l'una all'altra, e ciò consente di avere quasi un continuo di frequenze.

Uno spettro continuo in frequenza è tuttavia ottenibile nel caso di modulazione che sfrutta un segnale modulante $\xi(t)$ non-periodico, ottenuto ad esempio da un generatore di numeri casuali. Una buona approssimazione è costituita conseguentemente da una sequenza di numeri generata in modo pseudo-casuale, dalla quale si derivano un insieme di componenti spettrali così vicine da non poter essere individuate singolarmente da nessun sistema di misura.

Questa discussione porta a percepire, in prima battuta, come diversi segnali modulanti $\xi(t)$ possano dar vita a diversi inviluppi spettrali del segnale modulato. Alcune casistiche sono rappresentate graficamente in 1.16, in cui viene effettuato un confronto tra lo spettro di potenza di una singola armonica modulata in frequenza usando profili di modulazione diversi. È interessante osservare come lo spettro di potenza risultante abbia i massimi valori concentrati in corrispondenza dei punti in cui la derivata temporale del segnale modulante $\xi(t)$ risulta essere bassa. Ciò risulta particolarmente evidente osservando quanto accade passando da una modulante di tipo sinusoidale ad una triangolare.

Nelle sezioni successive verranno discussi gli effetti della tecnica di spread-spectrum sia dal punto di vista della sorgente di emissione che della vittima, in modo da comprendere al meglio il ruolo dei parametri di modulazione e l'impatto delle loro scelte.

1.4.1. Lo spread spectrum applicato ai convertitori di potenza

L'applicazione della tecnica di spread spectrum ad i regolatori switching risulta particolarmente utile al fine di mitigare le EMI.

Si consideri ad esempio il convertitore buck descritto nella sezione precedente. Ciò che consente al dispositivo di regolare la tensione d'uscita al variare di grandezze quali la tensione d'ingresso o la corrente assorbita dal carico è la presenza di un segnale di controllo costituito dalla ripetizione di impulsi rettangolari, utilizzato per pilotare i driver di potenza del convertitore buck. Ciò ha come maggiore implicazione il fatto che ai capi dei dispositivi presenti all'interno del convertitore sono presenti segnali con andamenti che seguono quelli del segnale di pilotaggio (si



Figura 1.16.: Spread spectrum con diversi segnali modulanti $\xi(t)$, [3]

pensi ad esempio alla tensione ai capi del MOS o del diodo nella topologia di base del convertitore), rendendo così il dispositivo una potenziale sorgente di EMI (in via condotta e radiata). Si ipotizzi di lavorare in condizione di regime, in cui il segnale di pilotaggio è un onda rettangolare con andamento periodico nel tempo. Modulando in frequenza tale segnale, in accordo con quanto descritto sopra, è possibile ridurre il valore di picco delle emissioni, come mostrato precedentemente.

Questo ha quindi come prima conseguenza quella di ridurre i valori di EMI emessa dal dispositivo, grazie ad una variazione della frequenza istantanea che aumenta o diminuisce rispetto al suo valore nominale in seguito all'applicazione della modulazione. Tuttavia, bisogna considerare anche le ulteriori ricadute a livello di sistema che si hanno proprio a seguito di tale variazione della frequenza.

In particolare, il ripple in uscita dal regolatore di tensione tende ad aumentare. Questo avviene sia perché modulando vi è la possibilità di lavorare a valori di frequenza di commutazione più bassi (l'ampiezza del ripple in uscita dal convertitore è inversamente proporzionale al valore di frequenza di commutazione) e sia perché sull'uscita si ha un residuo legato alla modulazione in frequenza implementata che segue l'andamento del segnale modulante. In figura 1.17 è mostrato graficamente tale effetto nel caso di segnale modulante triangolare con differenti valori di frequenza di modulazione.

Inoltre, le perdite potrebbero aumentare e quindi l'efficienza del sistema diminuire. Tale fenomeno non è predicibile, ma potrebbe essere presente nel momento in cui si applica la tecnica di spread spectrum.



Figura 1.17.: Spread spectrum con modulante triangolare - Effetti sul ripple d'uscita, [6]

1.4.2. Modellizzazione dei circuiti vittima

Modellizzare correttamente il comportamento del circuito vittima è un aspetto fondamentale che permette di comprendere l'impatto delle tecniche di modulazione adottate (in funzione del parametro Δf e del segnale modulante $\xi(t)$ scelti) ed avere una percezione concreta sugli effetti dei disturbi sul circuito vittima.

Al fine di derivare delle regole qualitative che permettano di comprendere al meglio l'impatto della scelta dei parametri modulazione, è necessario osservare che ogni circuito vittima può essere visto come un filtro a parametri concentrati [7], [8]. Questo si traduce nell'affermare che ogni circuito fisicamente implementabile ha una certa banda, ed è quindi sensibile unicamente a interferenze appartenenti ad un certo intervallo di frequenze.

Nel caso in cui il disturbo sia tale da avere una potenza significativamente elevata in un intervallo di frequenze in cui il circuito vittima è sensibile, è possibile che il corretto funzionamento di quest'ultimo venga compromesso. Questo fornisce quindi fin da subito un'indicazione sul fatto che l'approccio ottimale consista nell'utilizzare un valore di profondità di modulazione Δf quanto più elevato possibile, in modo da avere uno spettro piatto e ridurre così il valore di picco associato all'EMI.

Bisogna inoltre tenere conto di un altra caratteristica, messa in evidenza osservando il problema da un'altra prospettiva, e cioè nel dominio del tempo. La presenza di una larghezza di banda finita del circuito vittima implica che quest'ultimo risponda all'EMI dopo un certo transitorio e non istantaneamente. Ciò che si osserva nel dominio della frequenza è infatti unicamente la potenza media trasferita alla vittima, ma ciò non tiene conto del tempo di risposta del sistema in ricezione. Quindi, è necessario che l'intervallo di tempo in cui il disturbo si trova all'interno della banda del circuito vittima risulti inferiore rispetto al tempo di assestamento dello stesso circuito vittima. Tale problematica è descritta in dettaglio in [3], e porta quindi alla conclusione che il segnale modulante deve essere soggetto a variazioni rapide nel tempo.

In accordo a quanto descritto, anche se non è possibile conoscere a priori l'intervallo di frequenze in cui il circuito vittima risulta essere sensibile, si intuisce fin da subito che uno studio degli effetti dei disturbi e delle tecniche adottate per mitigarli in grado di tenere conto della presenza di un sistema in ricezione è sicuramente più affidabile se confrontato ad un'analisi puramente teorica basata unicamente, ad esempio, sullo studio dello spettro del segnale modulato.

Questo è inoltre in accordo con quanto richiesto dalle normative CISPR ed FCC: le misure di emissione condotta e radiata prevedono l'utilizzo di un ricevitore EMI, che risulta equivalente ad un analizzatore di spettro analogico con dei filtri in ingresso in aggiunta.

Maggiori dettagli sul funzionamento di un analizzatore di spettro ad eterodina sono riportati in appendice A, mentre qui verranno riportati unicamente i risultati principali che consentono di comprendere come la scelta dei parametri di modulazione ottimale sia fortemente influenzata dall'utilizzo di tale strumento di misura e non di un modello puramente teorico, valido semplicemente in casi stazionari.

Questo è vero in quanto il comportamento di un ricevitore EMI si avvicina a quello di un generico circuito vittima in presenza di un disturbo e la scelta di tale strumento è contemplata dalle regolamentazioni FCC e CISPR, le quali oltre a fissare il metodo di misurazione definiscono il valore dei parametri dello strumento da utilizzare, come ad esempio la *Resolution Bandwidth* (RBW), il cui valore cambia in funzione del range di frequenza considerato, come riportato all'interno della tabella 1.1.

Intervallo di frequenza	RBW	Tipo di misura
9 kHz - 150 kHz	$200\mathrm{Hz}$	Condotta
$150\mathrm{kHz}$ - $30\mathrm{MHz}$	$9\mathrm{kHz}$	Condotta
$30\mathrm{MHz}$ - $1\mathrm{GHz}$	$120\mathrm{kHz}$	Radiata
$1\mathrm{GHz}$ - $18\mathrm{GHz}$	1 MHz	Radiata

Tabella 1.1.: Intervallo di frequenza e valori di RBW

Quest'ultimo parametro risulta cruciale nella scelta del punto di modulazione ottimale, in quanto definisce la risoluzione dello strumento nel distinguere le diverse componenti spettrali. Se ad una certa frequenza, più componenti armoniche sono presenti all'interno della RBW dello strumento, si ha una sovrastima della potenza emessa.

Al fine di comprendere gli impatti della modulazione utilizzando come modello di circuito vittima il ricevitore EMI, si consideri un singolo tono modulato in frequenza s(t) (in accordo con l'espressione riportata in 1.7) mediante un segnale di tipo triangolare, alla stregua di quanto fatto in [6].

Il ricevitore EMI, il cui utilizzo è imposto dalle normative, può essere modellato utilizzando lo schema riportato all'interno di figura 1.18, basato sull'utilizzo di un filtro passa-banda a scorrimento.

È proprio tale filtro ed in particolare la sua larghezza di banda (che coincide con la RBW) una delle componenti rilevanti del ricevitore EMI. Accordando la frequenza centrale del filtro alla frequenza $f = f_0$, è possibile misurare il valore di potenza che si ha in corrispondenza di tale di frequenza a partire dallo spettro di potenza in uscita dal filtro. Più nello specifico, quest'ultimo viene demodulato utilizzando un rilevatore di inviluppo ed analizzato mediante rilevatore di picco, il quale effettua l'effettiva misura di potenza.

Analizzando il problema nel dominio del tempo, a partire dal segnale s(t) in ingresso al filtro,



Figura 1.18.: Modello equivalente dell'analizzatore di spettro, [9]

è possibile ottenere il segnale $s_H(t)$ in uscita, il quale può essere espresso attraverso la sua rappresentazione analitica $\tilde{s}_H(t)$. Successivamente, mediante il rilevatore di inviluppo è possibile ottenere il valore assoluto proprio di $\tilde{s}_H(t)$, stimandone poi la potenza mediante il rilevatore di picco. In formule:

$$S'(f_0) = \frac{\max_t |\tilde{s}_H(t)|^2}{4}$$
(1.9)

Dove $S'(f_0)$ rappresenta la potenza di un segnale sinusoidale la cui ampiezza coincide con quella del valor massimo osservato del segnale $\tilde{s}_H(t)$.

Il calcolo analitico dell'espressione di $\tilde{s}_H(t)$ e conseguentemente di $S'(f_0)$ risulta particolarmente complesso. La funzione di trasferimento del filtro bassa-banda in ingresso di un analizzatore di spettro Agilent/HP ha infatti, nel dominio della frequenza, un'espressione il cui modulo risulta:

$$|H(f)| = \frac{1}{(1 + (\frac{f}{\nu_0})^2)^2}$$
(1.10)

Dove:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\sqrt{2^{1/4} - 1}}\tag{1.11}$$

Al fine di ottenere l'espressione del segnale analitico $\tilde{s}_H(t)$ in uscita dal filtro, è necessario calcolare la convoluzione tra l'espressione del segnale analitico in ingresso $\tilde{s}(t)$ e la risposta all'impulso del filtro RBW nel tempo in banda base, ossia:

$$h_B(t) = \frac{\pi\nu_0 R}{2} e^{j2\pi\tilde{f}_0 t} e^{-2\pi\nu_0 R|t|} (1 + 2\pi\nu_0 R|t|)$$
(1.12)

La cui risposta all'impulso risulta essere $H(\frac{f-\tilde{f}_0}{R})$, dove R è la Resolution BandWidth (RBW) ed $\tilde{f}_0 := f_0 - f_c$ (f_c è la frequenza della portante, come riportato in 1.7).

Conseguentemente, il calcolo di $\tilde{s}_H(t)$, ossia il segnale filtrato da cui successivamente è possibile estrarre il valore assoluto e conseguentemente il massimo, può essere effettuato a partire dalla convoluzione tra il segnale d'ingresso e la risposta all'impulso del filtro, ossia:

$$\tilde{s}_H(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{s}(\tau) h_B(t-\tau) d\tau$$
(1.13)



Figura 1.19.: Livello relativo del picco di emissione (rispetto al caso non modulato) al variare di $m, \rho, [6]$

Valutando numericamente tale espressione, è possibile derivare l'inviluppo del valore di picco relativo misurato dal ricevitore EMI al variare dell'indice di modulazione $m = \Delta f/f_m$ e della risoluzione in frequenza normalizzata, ossia $\rho = RBW/\Delta f$, ottenendo quanto riportato all'interno di figura 1.19a.

Le curve derivate tenendo conto della presenza del ricevitore EMI consentono di estrarre i parametri di modulazione che garantiscono una condizione di funzionamento ottimale al fine di minimizzare l'EMI, effettuando la misura come prescritto dalle normative. L'andamento riportato in 1.19a non è monotono decrescente, come si dedurrebbe invece da risultati teorici riportati in [6] e mostrati in 1.19b, ma presenta invece un valore minimo in corrispondenza di un certo indice di modulazione che garantisce la presenza di un punto di lavoro ottimale al fine di ridurre l'EMI.

Tali considerazioni verranno affrontate in dettaglio nei capitoli successivi, dove la tecnica di spread-spectrum verrà analizzata ed applicata al prototipo in analisi, mentre nel capitolo successivo segue invece una descrizione del funzionamento attuale dello stesso.

2. Analisi del prototipo

I contenuti di questo capitolo volgono in primo luogo ad illustrare le caratteristiche principali da un punto di vista architetturale del prototipo utilizzato ed il confronto con altre topologie circuitali.

Segue una caratterizzazione del prototipo da un punto di vista sperimentale accompagnata da misurazioni effettuate in laboratorio e conseguenti trattazioni teoriche, quest'ultime improntate allo scopo di fornire un'interpretazione di quanto si osserva.

2.1. Architettura del dispositivo

Il prototipo fornito comprende un convertitore buck, ottimizzato per erogare correnti elevate ed assicurare dei tempi di risposta alle perturbazioni estremamente brevi.

E possibile discernere tra due possibili modalità di funzionamento del dispositivo: *High Power Mode* (HP), in cui questo garantisce dei livelli di accuratezza del valore di tensione d'uscita e di corrente continua massima erogabile nettamente più elevati se comparati a quelli relativi al funzionamento in *Low Power Mode* (LP), ossia l'altra possibile modalità di funzionamento. Tali modalità differiscono largamente in termini di consumo di potenza e prestazioni e sono ottimizzate indipendentemente per contesti applicativi totalmente differenti.

Di seguito ci si focalizzerà unicamente al funzionamento in condizioni di HP, in quanto la caratterizzazione della funzionalità di spread-spectrum attualmente implementata e quella proposta in seguito è possibile solo in tali condizioni.

Una vista ad alto livello del dispositivo è riportata in figura 2.1. Il core è costituito da un convertitore di tipo buck Adaptive Constant On-Time (ACOT), la cui frequenza di commutazione in condizioni di CCM è fissata a $f_{SW} = 2$ MHz, grazie alla presenza di un Phase-Locked Loop (PLL), ossia un anello ad aggancio di fase. Quest'ultimo riceve in ingresso un segnale di temporizzazione alla frequenza di commutazione desiderata f_{SW} generato internamente mediante un oscillatore locale, e fornisce un segnale da applicare al sottosistema da controllare (nella fattispecie, il convertitore buck ACOT) in modo da mantenere la frequenza di oscillazione in condizioni di regime pari a quella del segnale di clock esterno di riferimento.

La presenza del PLL è rilevante ai fini della caratterizzazione e successiva implementazione della tecnica di spread-spectrum, come verrà dettagliato all'interno delle sezioni successive. Il dispositivo è inoltre programmabile mediante interfaccia I²C, come mostrato sempre nello schema a blocchi di figura 2.1, in quanto è possibile definire il valore della tensione d'uscita desiderato del regolatore di tensione.



Figura 2.1.: Prototipo - Vista ad alto livello

Nelle sezioni successive verranno analizzati i blocchi fondamentali fin'ora indicati in modo più approfondito, dal principio di funzionamento fino alle implementazioni circuitali adottate.

2.1.1. Convertitore ACOT

Una maggiore comprensione delle scelte circuitali adottate al fine di implementare il convertitore ACOT è possibile partendo da uno studio legato della teoria della tecnica di controllo di tipo COT, analizzandone le possibili implementazioni circuitali ed i vantaggi e gli svantaggi ad essa correlata.

Lo schema a blocchi di massima che rappresenta un convertitore buck e la rispettiva rete di controllo di tipo COT è riportato in figura 2.2. Tale schema si avvicina a quello del convertitore ACOT presente all'interno del prototipo: in seguito, si vedrà infatti come estendere tale schema in modo da ottenere l'implementazione d'interesse.



Figura 2.2.: Convertitore COT - Schema a blocchi

Ci si focalizzi adesso unicamente sulle condizione operativa in CCM. Come precedentemente

accennato, la rete di retroazione che consente la regolazione della tensione d'uscita non prevede, in linea di principio, alcun tipo di rete compensatrice. Il controllo è reso possibile ricostruendo la forma d'onda associata al ripple di corrente che fluisce all'interno dell'induttore e comparando quest'ultima con un certo valore di tensione di riferimento.

Nello specifico, il blocco denominato *Ripple Emulator* permette, a partire dalla tensione prelevata ai capi dell'induttore del filtro d'uscita, di ricostruire la forma d'onda della corrente nell'induttore ed ottenere così una tensione variabile nel tempo in accordo con tale andamento, denominata V_{RIPPLE} .

Questa viene poi "sommata" ad una tensione di polarizzazione, ossia V_B , derivata in tal caso mediante prelievo e opportuna ripartizione della tensione d'uscita mediante rete resistiva. Si ottiene quindi la tensione di controllo V_{FB} , il cui confronto con un riferimento costante V_{REF} permette di innescare l'inizio di un nuovo ciclo di accensione (T_{ON}) .

In particolare, quando la tensione V_{FB} diventa inferiore alla tensione V_{REF} si ha un nuovo T_{ON} e la corrente nell'induttore (e conseguentemente la tensione V_{FB}) torna a crescere. Alla fine del T_{ON} , la corrente nell'induttore torna a decrescere, portando nuovamente la tensione V_{FB} ad essere inferiore rispetto al riferimento di tensione V_{REF} , facendo iniziare così un nuovo ciclo, come rappresentato in figura 2.3. La frequenza di switching del dispositivo, in CCM, è deter-



Figura 2.3.: Convertitore COT - Evoluzione temporale

minata a partire dall'espressione che lega la tensione d'uscita e d'ingresso del dispositivo (1.1) e dal tempo T_{ON} , ottenendo:

$$f_{SW} = \frac{V_{out}}{V_{in}T_{ON}} \tag{2.1}$$

Per quel che concerne la tensione d'uscita, quest'ultima risulta invece fissata a partire dalle considerazioni descritte sopra e riportate in figura 2.2. In particolare, si ha che:

$$V_{OUT} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = V_{REF} + \frac{V_{RIPPLE}}{2}$$
(2.2)

$$V_{OUT} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(V_{REF} + \frac{V_{RIPPLE}}{2}\right)$$
(2.3)

Si noti come il segnale V_{FB} contenga sia le informazioni relative alla tensione d'uscita che d'ingresso, in quanto derivata a partire dal prelievo della tensione ai capi dell'induttore. La rete elettrica associata al blocco ripple emulator deve essere progettata in modo da lavorare come integratore alla frequenza di switching a cui il convertitore lavora, ottenendo a partire da un segnale a profilo rettangolare un'onda triangolare, la quale ricostruisce il profilo di corrente nell'induttore.

La tensione fornita da tale circuito, sommata a quella derivata mediante partitore resistivo della tensione d'uscita, converte nell'immediato cambiamenti associati alla tensione d'ingresso o uscita del convertitore in cambiamenti sulla forma del segnale V_{FB} .

Un implementazione circuitale in grado di derivare il segnale V_{FB} è rappresentata dalla rete mostrata in figura 2.4.



Figura 2.4.: Generazione di V_{FB} - Possibile implementazione

Applicando il principio di sovrapposizione degli effetti, spegnendo quindi di volta in volta gli ingressi indipendenti V_{LX} e V_O come mostrato all'interno di figura 2.5, è possibile derivare un'espressione che lega la tensione V_{FB} alla tensione V_{LX} , secondo il formalismo di Laplace, ottenendo:

$$V_{FB}(s) = H_1(s)V_{LX}(s)$$
(2.4)

Dove:

$$H_1(s) = \frac{sC_b(R_1||R_2)}{(C_f R_f)(C_b(R_1||R_2))s^2 + (C_b(R_1||R_2) + C_f R_f + C_b R_f)s + 1}$$
(2.5)

Il cui andamento in frequenza, imponendo $s = j\omega$, è assimilabile a quello riportato in figura 2.6.

Assumendo invece una tensione d'uscita costante, il contributo della V_O sulla tensione V_{FB} risulta semplicemente:

$$V_{FB} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} V_O \tag{2.6}$$

Si osservi quindi come tale rete circuitale permetta di ottenere quanto desiderato, ossia una tensione ad inviluppo triangolare con valore in continua opportuno derivata a partire dalla tensione prelevata ad i capi dell'induttore.

Per quel che concerne invece la rete circuitale che consente di generare un impulso a T_{ON} fisso, questa può essere realizzata mediante un condensatore caricato a corrente costante, la cui





Figura 2.6.: Generazione di V_{FB} - Risposta in frequenza

tensione ai capi è quindi un segnale a rampa e viene confrontato con un riferimento di tensione fisso, come mostrato all'interno di figura 2.7.



Figura 2.7.: Generatore del tempo di ON

Per comprendere al meglio i vantaggi di tale architettura, si consideri la risposta in transitorio del sistema associato ad un assorbimento a gradino di corrente d'uscita da parte del carico, come raffigurato in figura 2.8.

Come si osserva da quest'ultima, un aumento di I_{OUT} è associato ad una diminuzione della tensione d'uscita e conseguentemente del valor medio della tensione V_{FB} . Il controllo di tipo COT porta ad una riduzione istantanea del tempo T_{OFF} ed un aumento della corrente nell'induttore,



Figura 2.8.: COT e load transient

in modo da raggiungere una nuova condizione di regime in cui la corrente media nell'induttore è pari alla corrente media in uscita. Ciò che ne risulta è quindi una rapida risposta del sistema grazie ad una variazione della frequenza di commutazione durante il transitorio.

Inoltre, uno schematico come quello di figura 2.3 presenta un ridotto numero di blocchi analogici e quindi un contributo di potenza dissipata legato alla *quiescent current* nettamente inferiore. Tuttavia tale architettura presenta, oltre che ai numerosi vantaggi, diversi punti a sfavore da tenere in considerazione. In particolare, sebbene l'assenza di un amplificatore d'errore all'interno della rete di retroazione permetta di ottenere dei tempi di risposta alle perturbazioni nettamente inferiori rispetto ad una topologia che ne prevede invece l'utilizzo, questo porta ad avere una bassa accuratezza del valore di tensione in uscita dal convertitore.

Ancora, una topologia del genere presenta degli svantaggi se si considera la risposta del sistema alle variazioni della tensione di linea (V_{IN}) . Un'aumento della tensione d'ingresso porta la corrente media nell'induttore ad aumentare, con conseguente variazione della tensione d'uscita del regolatore: si ha infatti un aumento del tempo T_{OFF} , in modo da tenere il duty-cycle costante, come mostrato in figura 2.9.

Questo porta inoltre ad avere un ripple di corrente nell'induttore fortemente dipendente da V_{IN} , e quindi un ripple sulla tensione d'uscita anch'esso dipendente da variazioni della tensione d'ingresso. Inoltre, dall'espressione 2.3, si osserva come l'accuratezza della tensione d'uscita V_{OUT} venga inficiata dalla dipendenza della V_{RIPPLE} dalla V_{IN} .

È proprio la presenza degli aspetti negativi appena discussi che, a partire dalla topologia COT tradizionale, porta all'introduzione dell'architettura a T_{ON} adattativo (ACOT).

Dettagli sul convertitore ACOT Il convertitore ACOT presente all'interno del prototipo in analisi permette infatti, con delle modifiche opportune dal punto di vista implementativo, di migliorare notevolmente l'accuratezza della tensione in uscita fornita dal regolatore senza de-



Figura 2.9.: COT e line transient

gradare la velocità di risposta del sistema. Inoltre, tale implementazione consente di tenere la frequenza di commutazione praticamente costante dalle variazioni di tensione d'ingresso ed uscita, con ridotte variazioni della tensione d'uscita.

Garantire una frequenza di switching praticamente costante è possibile, osservando la 2.1, rendendo la durata del tempo T_{ON} direttamente proporzionale alla quantità V_{OUT}/V_{IN} . Da un punto di vista implementativo, si ha il soddisfacimento di tale condizione mediante il circuito riportato all'interno di figura 2.10, derivato da opportune modifiche del blocco elementare dedicato alla generazione del T_{ON} nel convertitore COT presente in figura 2.7.

Se prima infatti la corrente di carica del condensatore e la soglia di comparazione risultavano essere entrambi indipendenti sia dalla tensione d'uscita che da quella d'ingresso del regolatore, adesso si ha che il tempo T_{ON} è definito a partire dall'espressione:

$$V_{IN} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{R_{RAMP} C_{RAMP}} T_{ON} = V_{OUT} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$
(2.7)

Da cui:

$$T_{ON} = R_{RAMP} C_{RAMP} \frac{V_{OUT}}{V_{IN}}$$
(2.8)

Da cui si deriva conseguentemente:

$$T_{SW} = R_{RAMP} C_{RAMP} \tag{2.9}$$

Per quel che concerne invece un miglioramento dell'accuratezza del sistema, a partire dall'architettura base del convertitore COT mostrata in 2.3, è possibile aggiungere un anello aggiuntivo comprensivo di un blocco che presenta un elevato guadagno in continua e una larghezza di banda estremamente ridotta, come mostrato all'interno di figura 2.11.



Figura 2.10.: Generatore del tempo di ON in ACOT



Figura 2.11.: Convertitore ACOT - Schema generale con Accuracy Controller

Si hanno quindi due loop che operano in parallelo: uno è quello del convertitore COT tradizionale, l'altro invece comprende l'Accuracy Controller, che presenta un'elevata accuratezza al costo di una risposta lenta.

La filosofia alla base dell'introduzione di tale componente aggiuntivo deriva dalla forte dipendenza del ripple della corrente che fluisce nell'induttore dalle variazioni della tensione d'ingresso ed uscita del regolatore. L'espressione 2.3 mette in evidenza tale problematica, in quanto si ha che:

$$V_{RIPPLE} = G_{RR} \Delta I_L \tag{2.10}$$

Assumendo che il ripple emulator riesca a derivare la forma d'onda della corrente nell'induttore, è possibile esprimere matematicamente la tensione V_{RIPPLE} mediante prodotto di tale corrente per un fattore di transconduttanza G_{RR} .

Conseguentemente, per risolvere la problematica qui riportata, è possibile aggiungere il blocco circuitale descritto e mostrato più in dettaglio all'interno di figura 2.12, che permette di rendere trascurabile il contributo della tensione V_{RIPPLE} sulla tensione d'uscita.



Figura 2.12.: Accuracy Controller - Implementazione circuitale

L'uscita $V_{OUT,AL}$, ipotizzando di lavorare in continua, risulta essere:

$$V_{OUT,AL} = V_{REF} \left(1 + \frac{R_f}{R_1 || R_2} \right) - V_{OUT} \frac{R_f}{R_1}$$
(2.11)

Ipotizzando di lavorare in continua e trascurare il contributo legato alla presenza del ripple sulla tensione d'uscita V_{OUT} è possibile derivare, a partire dal circuito in figura 2.11 ed analogamente a quanto fatto in 2.3:

$$V_{OUT} \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{V_{RIPPLE}}{2} = V_{OUT,AL}$$
(2.12)

Da cui, supponendo che $R_f >> R_1$:

$$V_{OUT} = \left(1 + \frac{R_f}{R_1 || R_2}\right) V_{REF} + \frac{V_{RIPPLE}}{2} \frac{R_2}{R_f}$$
(2.13)

Mediante l'utilizzo di questo blocco aggiuntivo e secondo l'ipotesi indicata, è possibile limitare la dipendenza della tensione d'uscita V_{OUT} dal segnale V_{RIPPLE} , rendendo trascurabile il contributo dell'errore legato alle variazione della tensione d'ingresso e uscita del dispositivo.

Il convertitore ACOT conserva i vantaggi introdotti dalla topologia COT standard, integrando a quest'ultimi un aumento dell'accuratezza della tensione d'uscita e la possibilità di lavorare ad un valore di frequenza indipendente da perturbazioni esterne. Quest'ultimo aspetto verrà ripreso dalla sezione successiva, in cui verrà illustrato il ruolo del PLL all'interno della struttura.

2.1.2. PLL

Come accennato nella parte introduttiva della sezione, il prototipo integra al suo interno oltre che il regolatore di tensione buck anche un PLL, in modo da garantire che la frequenza di switching del dispositivo ACOT in condizioni di CCM sia uguale a quella di un segnale di clock di riferimento fornito da un oscillatore locale.

La topologia del PLL presente è a $pompa\ di\ carica,$ il cui schema circuitale è riportato in figura 2.13.



Figura 2.13.: PLL - Schema di principio

Da quest'ultima è possibile notare la presenza di 3 parti fondamentali:

- Il rilevatore di fase: tale sottoparte permette di ottenere in uscita due segnali, UP e DO-WN, asseriti o negati in funzione dallo sfasamento reciproco tra i segnali PWM (generato internamente al dispositivo buck) ed il clock di riferimento. In particolare, il segnale UP rimane asserito per una durata di tempo proporzionale a quanto il segnale PWM è in ritardo rispetto al clock di riferimento. Viceversa, il segnale DOWN rimane asserito per una durata di tempo proporzionale al ritardo che intercorre tra il segnale di temporizzazione di riferimento ed il segnale PWM. Si ha poi il reset di entrambi i flip flop nel momento in cui i segnali UP e DOWN sono entrambi asseriti. Un diagramma temporale atto a spiegare al meglio il funzionamento di tale sistema è riportato in figura 2.14;
- Un filtro a pompa di carica: a partire dai segnali UP e DOWN derivati precedentemente, è possibile iniettare (o assorbire) una corrente costante nel filtro composto da due condensatori ed un resistore. Questo permette di derivare un segnale di controllo in tensione denominato V_{FLL} ;
- Una rete V-to-I: il segnale V_{FLL} generato dal blocco precedente viene quindi utilizzato per derivare una corrente ad esso proporzionale mediante un amplificatore di transconduttanza.

L'insieme di tali blocchi compone il circuito PLL nel suo complesso.

La corrente in uscita generata, deve però essere riportata internamente al regolatore ACOT in modo da poter regolare la durata della frequenza di commutazione f_{SW} in modo da risultare uguale a quella desiderata.

Ciò è possibile mediante un ramo aggiuntivo all'interno del blocco adibito alla generazione del tempo T_{ON} riportato in figura 2.10, come riportato in figura 2.15, nel quale scorre la corrente generata in uscita dal PLL. Questo consente di definire il tempo tempo T_{ON} in modo che in


Figura 2.14.: Timing diagram - Rilevatore di fase

corrispondenza delle condizioni operative scelte, si abbia la frequenza di commutazione pari a quella desiderata. 2.13.



Figura 2.15.: Generatore del tempo ON - Corrente dal PLL

2.2. Misure sperimentali preliminari

Nella prima fase dell'analisi sperimentale, sono state effettuate delle misurazioni sia con lo scopo di acquisire familiarità con il prototipo che per verificare il corretto funzionamento.

A tale scopo, è stato definito il setup di misura riportato all'interno di figura 2.16. Il dispositivo è stato alimentato mediante l'utilizzo di un alimentatore da banco stabilizzato, configurato in modo da imporre una tensione d'ingresso pari a $V_{IN} = 5$ V, mentre l'uso di un carico attivo ha permesso di fissare un valore di corrente assorbita dal dispositivo pari a $I_{LOAD} = 0.9$ A.



Figura 2.16.: Misure preliminari - Apparto di misura

Il dispositivo è stato programmato in modo da fornire una tensione d'uscita pari a $V_O = 1.2$ V e portato a lavorare nelle condizioni di funzionamento in CCM, in quanto risulta verificata la condizione 1.2.

In tali condizioni, sono state effettuate delle misure mediante un oscilloscopio digitale, in particolare analizzando il segnale di fase presente sul pin LX propriamente contrassegnato in figura 2.11. Così facendo è stato possibile visualizzare l'evoluzione temporale del segnale di pilotaggio del filtro LC in uscita del convertitore buck, rappresentata dall'immagine catturata e riportata in figura 2.17.

Tuttavia, sebbene l'andamento nel tempo sembri perfettamente periodico, ciò che è stato possibile constatare dalla visualizzazione del segnale a schermo è la presenza di una variazione della durata temporale del generico intervallo T_i , rappresentato graficamente in figura 2.18. In accordo con quanto descritto nella sezione precedente, ci si aspetterebbe $T_i = 1/F_{SW} = T_{nom} =$ 500 ns. Ciò che si osserva invece in prima battuta è una fluttuazione della durata del generico ciclo intorno a tale valore.

A fronte di tale variazione visualizzata a schermo, partendo da una finestra temporale dell'oscilloscopio contenente al suo interno un numero significativo di intervalli di commutazione, è stato possibile caratterizzare la variazione di tali intervalli nel tempo, da un ciclo al successivo. In particolare, è stata considerato un intervallo temporale avente ampiezza pari a $T_{tot} = 1 \text{ ms}$, campionando alla frequenza di $F_s = 1 \text{ GSa/s}$, e collezionando quindi un numero N di intervalli di commutazione pari approssimativamente (in quanto la durata dei singoli T_i è variabile) a:

$$N = \frac{T_{tot}}{T_{nom}} = \frac{1 \,\mathrm{ms}}{500 \,\mathrm{ns}} = 2 \cdot 10^3 \tag{2.14}$$



Figura 2.17.: Misura da oscilloscopio



Figura 2.18.: Jitter sul tempo di spegnimento - Rappresentazione grafica

I campioni raccolti dall'oscilloscopio sono stati salvati in memoria in modo da poter essere elaborati al calcolatore. In particolare, è stato implementato un algoritmo MATLAB in grado di valutare, a partire dai campioni in ingresso, la durata del singolo ciclo.

Quest'ultimo è riportato in appendice B ed il principio di funzionamento di base tende a riprodurre il comportamento di un comparatore di soglia con isteresi. Come raffigurato in figura 2.19, ogni qual volta il segnale supera la soglia e l'isteresi associata, si ha l'inizio di un nuovo ciclo, il quale si conclude con la rilevazione di un nuovo fronte di salita.



Figura 2.19.: Script per valutazione dei T_i - Principio di funzionamento

Dal numero di campioni presente tra un fronte ed il successivo e l'intervallo di campionamento,

ossia:

$$T_s = \frac{1}{F_s} = 1 \,\mathrm{ns} \tag{2.15}$$

È possibile risalire alla durata del generico T_i . L'andamento dei T_i da un ciclo è riportata all'interno di figura 2.20, mentre la distribuzione di tali valori è rappresentata all'interno di figura 2.21.



Figura 2.20.: Evoluzione temporale dei T_i



Figura 2.21.: Evoluzione temporale de
i ${\cal T}_i$

Ciò che si osserva dalla figura è la presenza di un numero significativo di cicli aventi durata particolarmente diversa da quella del periodo atteso, 500 ns. Valutando, a partire dai T_i , i valori di media μ e deviazione standard σ , è possibile derivare:

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} T_i}{N} = 502.3 \,\mathrm{ns} \tag{2.16}$$

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (T_i - \bar{T})^2}{N-1}} = 12 \,\mathrm{ns}$$
(2.17)

Inoltre, variando le condizioni operative del dispositivo (in particolare la tensione d'ingresso ed uscita del/al prototipo), è stato possibile osservare una variazione della distribuzione dei T_i , come mostrato all'interno di figura 2.22.



Figura 2.22.: Distribuzione dei T_i interpolata - Variazione $V_{in} \in V_{out}$

Una variazione così pronunciata della durata dei singoli intervalli al variare del tempo non è prevista dal progetto del prototipo. Conseguentemente, nella sezione successiva sono riportate le considerazioni e simulazioni fatte al fine di cercare di comprendere la causa del fenomeno osservato in fase di misurazione.

2.2.1. Studio della presenza del jitter sul T_{off}

Simulazioni circuitali Mediante delle simulazioni circuitali dell'intero prototipo, è stato possibile verificare la presenza o meno di tale fenomeno.

Un'analisi in simulazione è stata effettuata anche mediante simulatore SIMPLIS, mediante il quale è stato possibile riportare lo schematico del circuito contenuto all'interno del prototipo,

seppure in modo semplificato, in quanto vengono considerati unicamente i macro-blocchi circuitali che compongono il sistema da un punto di vista funzionale senza alcun collegamento con la tecnologia effettuata.

Lo schematico risultante è mostrato all'interno di figura 2.23, dov'è possibile distinguere la presenza dei diversi blocchi che lo compongono sopra descritti. È stata quindi eseguita Una simulazione in transitorio dell'intero sistema, focalizzandosi successivamente alla variazione nel tempo della durata dell'intervallo di commutazione del segnale V_{LX} .



Figura 2.23.: Modello circuitali Simplis - Schema generale

Questo ha permesso di derivare, a partire dall'evoluzione temporale del segnale V_{LX} mostrata in 2.24, quanto riportato all'interno di 2.25. Da quanto ottenuto, non si osserva alcuna deviazione significativa della durata del generico intervallo temporale rispetto a quella attesa $T_{nom} = 500$ ns



Figura 2.24.: Evoluzione temporale del segnale V_{LX} - Simulazione Cadence

Successivamente, è stato utilizzata la netlist estratta dal circuito implementato su silicio utilizzando il tool *Cadence Virtuoso*, che descrive totalmente il sistema presente all'interno del



Figura 2.25.: Distribuzione de
i ${\cal T}_i$ - Simulazione Cadence

prototipo fornito. Sono state quindi riprodotte le stesse condizioni operative rispetto a quelle precedentemente indicate per effettuare le misurazioni, e ciò ha consentito di derivare l'andamento nel dominio del tempo delle forme d'onda d'interesse.

In particolare, dall'evoluzione temporale del segnale V_{LX} rappresentato in figura 2.26, è stato possibile derivare la distribuzione della durata dei T_i , ottenendo quanto riportato all'interno di figura 2.27.



Figura 2.26.: Evoluzione temporale del segnale V_{LX} - Simulazione Cadence

Com'è possibile osservare, la distribuzione dei T_i suggerisce un andamento del valore degli intervalli di commutazione costante e pari quello desiderato, ossia $T_{SW} = 500$ n sec. Eventuali fluttuazioni intorno dell'ordine dell'ns derivano da errori numerici: al fine di effettuare la simulazione, si è infatti fissato il massimo passo di simulazione ad 1 ns, e ciò risulta coerente con



Figura 2.27.: Distribuzione dei T_i - Simulazione Cadence

quanto riportato dai risultati ottenuti.

Mappa di Poincaré generalizzata Tra le possibili cause alla radice del comportamento osservato, non si è esclusa a priori la presenza di fenomeni non-lineari come biforcazioni e comportamenti caotici del sistema. In letteratura ([10], [11]) sono diverse le analisi effettuate sui regolatori switching DC/DC che mettono in evidenza la presenza di tali comportamenti, e si è quindi effettuata un'analisi teorica improntata all'obbiettivo di comprendere se la topologia stessa del convertitore potesse indurre alla presenza di tali comportamenti o meno.

Si è quindi derivato un modello del convertitore DC-DC mediante un'analisi delle equazioni di stato che descrivono il sistema a tempo discreto, definendo così una mappa di *Poincaré* generalizzata. In accordo con quanto analizzato fin'ora, il comportamento di un regolatore DC-DC in condizioni di regime è ciclico, e descrivere il sistema mediante una mappa discreta permette di legare il valore delle variabili di stato all'inizio ed alla fine di un generico ciclo, passando unicamente per gli istanti di commutazione.

Si ha quindi, matematicamente:

$$P: \mathbb{R}^{N-1} \to \mathbb{R}^{N-1} \tag{2.18}$$

$$x_n \to x_{n+1} := P(x_n), \ n = 0, 1, \dots$$
 (2.19)

Dove N è l'ordine del sistema, x_n rappresenta il valore delle variabili di stato in corrispondenza dell'istante di commutazione n - esimo, quest'ultimo legato al valore delle variabili di stato all'istante di commutazione successivo x_{n+1} mediante la mappa P. Ciò che risulta indispensabile è la determinazione degli istanti di commutazione, solitamente ottenuta mediante soluzione numerica di equazioni trascendenti, come si vedrà in seguito.

Dato un generico regolatore switching DC-DC, descritto da un sistema di ordine N, la sua

evoluzione è caratterizzata dalla presenza di M fasi all'interno di un unico ciclo operativo. Nella fattispecie, il comportamento di un convertitore buck operante in CCM è definito dall'alternanza di due possibili configurazioni circuitali all'interno di un unico ciclo operativo.

Verrà quindi di seguito definita la mappa discreta che consente di legare il valore delle variabili di stato x_n al tempo t_n a quello delle variabili di stato x_{n+1} al tempo $t_{n+1} = T_n + t_n$, insieme al set di equazioni che permettono di definire univocamente gli istanti di commutazione. Quest'ultimi infatti, nel caso in analisi, non sono definiti a priori ma possono variare da un ciclo al successivo ed è quindi necessario tenerne conto.

Dato un convertitore buck operante in CCM in condizione di regime, questo può essere descritto mediante il set di equazioni differenziali a tempo continuo:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_1 \mathbf{x} + \mathbf{B}_1, \qquad t \in [t_n, t_n + \tau_n]$$
(2.20)

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A_2}\mathbf{x} + \mathbf{B_2}, \qquad t \in [t_n + \tau_n, t_n + T_n]$$
(2.21)

Tale descrizione risulta evidente se si osservano le forme d'onda presentate in figura 1.8 (in cui si nota chiaramente l'evoluzione del sistema nel passaggio da uno stato all'altro). Le matrici $\mathbf{A}_{\mathbf{i}} \in \mathbf{B}_{\mathbf{i}}$ consentono di descrivere il sistema nella fase i - esima (i=1,2) ed \mathbf{x} è il vettore di stato (la simbologia $\dot{\mathbf{x}}$ indica la derivata temporale d \mathbf{x} /dt).

All'interno del generico ciclo, il sistema ha un punto di equilibrio $\mathbf{X}_{eq,i} = -\mathbf{A}_i^{-1}\mathbf{B}_i$, ed è quindi possibile derivare l'evoluzione temporale del sistema stesso in accordo con l'equazione:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{X}_{\mathbf{eq},\mathbf{i}} + e^{\mathbf{A}_{\mathbf{i}}(t-t_k)} (\mathbf{x}(t_k) - \mathbf{X}_{\mathbf{eq},\mathbf{i}})$$
(2.22)

Dove t_k può essere fissato a t_n , $t_n + \tau_n$ o $t_n + T_n$, ossia gli istanti in cui il sistema passa da una configurazione all'altra.

Le condizioni che descrivono il cambiamento da una configurazione alla successiva possono essere descritte dal set di equazioni scritte nella forma compatta:

$$\sigma(\mathbf{x}(t), t) := \begin{bmatrix} \sigma_1(\mathbf{x}(t_n), \tau_n) \\ \sigma_2(\mathbf{x}(t_n), \tau_n, T_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(2.23)

Dove σ_1 e σ_2 sono due funzione che permettono di legare il vettore di stato all'istante di commutazione del sistema da uno stato all'altro. Conseguentemente, l'evoluzione del sistema può essere definita mediante la mappa di Poincaré scritta nella forma:

$$\mathbf{x_{n+1}} := P(\mathbf{x_n}) \tag{2.24}$$

$$= \mathbf{X}_{eq,2} + e^{\mathbf{A}_{2}(T_{n} - \tau_{n})} [\mathbf{X}_{eq,1} + e^{\mathbf{A}_{1}\tau_{n}} (\mathbf{x}_{n} - \mathbf{X}_{eq,1}) - \mathbf{X}_{eq,2}]$$
(2.25)

Si consideri il sistema in analisi, precedentemente analizzato e schematizzato nuovamente in figura 2.28.

Come precedentemente osservato e riportato all'interno della figura, in condizioni di CCM il sistema evolve tra due possibili stati, e verranno qui riportate le condizione di commutazione da uno stato all'altro. Si definisca inoltre il vettore di stato x(t) considerando come variabili di



Figura 2.28.: Sistema in analisi - Modello circuitale equivalente

stato la tensione ai capi del condensatore e la corrente negli induttori, ottenendo:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} i_{L}(t) \\ v_{C_{o}}(t) \\ v_{C_{r}}(t) \\ v_{C_{b}}(t) \\ v_{C_{f}}(t) \end{bmatrix}$$
(2.26)

In particolare, ci si riferisca adesso all'evoluzione del sistema dallo stato S_1 ad S_2 , associati rispettivamente agli intervalli temporali di T_{ON} e T_{OFF} . È possibile derivare l'equazione associata alla condizione di commutazione da uno stato del sistema all'altro facendo riferimento al circuito che definisce la durata del generico intervallo di tempo $\tau_n = T_{ON,k}$, riportato in figura 2.29, ottenendo:

$$v_o(T_{ON,k}) - \frac{R_{on,2} + R_{on,1}}{R_{on,2}} \frac{I}{C_{ON}} T_{ON,k} = 0$$
(2.27)

Analogamente, facendo riferimento al circuito di partenza riportato all'interno di figura 2.28, l'equazione che descrive la commutazione dallo stato S_2 ad S_1 può essere derivata imponendo:

$$v_{FB}(T_k) = v_{REF}(T_k) \tag{2.28}$$

La quale può essere descritta in funzione dei valori assunti dalle variabili di stato in corrispondenza di T_k , ossia:

$$v_{C_r}(T_k) - v_{C_b}(T_k) - v_{C_f}(T_k) + v_{C_o}(T_k) - V_{TH} = 0$$
(2.29)

Le espressioni 2.30 ed 2.31 possono essere riscritte, in modo da mettere in evidenza la presenza del vettore di stato, ossia:

$$g_1^T[X_{eq,1} + e^{A_1 T_{ON,k}} (x_n - X_{eq,1})] - \frac{R_{on,1} + R_{on,2}}{R_{on,2}} \frac{I}{C_{ON}} T_{ON,k} = 0$$
(2.30)



Figura 2.29.: PWM Generator - Modello circuitale equivalente

$$g_2^T x_{k+1} - V_{TH} = 0 (2.31)$$

Dove:

$$g_1^T = [0, 1, 0, 0, 0] \tag{2.32}$$

$$g_2^T = [0, 1, 1, -1, -1] \tag{2.33}$$

Mettendo insieme 2.30 ed 2.31, si ottiene il sistema riportato all'interno di 2.23. Inoltre, dalla topologia circuitale mostrata in figura 2.28, è possibile valutare le matrici A_1 , A_2 , $B_1 \in B_2$, utili al fine di poter descrivere il sistema come riportato in 2.24. Ciò che si deriva:

$$A_{1} = A_{2} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_{O}} & -\frac{k_{4}}{C_{O}} & 0 & -\frac{1}{R_{4}C_{O}} & \frac{k_{2}}{C_{O}} \\ 0 & \frac{1}{R_{p1}C_{r}} & -\frac{1}{R_{r}C_{r}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_{4}C_{b}} & 0 & -\frac{k_{1}}{C_{b}} & -\frac{k_{1}}{C_{b}} \\ 0 & \frac{k_{2}}{C_{f}} & 0 & -\frac{k_{1}}{C_{f}} & -\frac{k_{3}}{C_{f}} \end{bmatrix}$$

$$B_{1} = \begin{bmatrix} \left(\frac{V_{TH}}{R_{p1}} + \frac{V_{in}}{R_{f}}\right)\frac{1}{C_{O}} \\ -\frac{V_{TH}}{C_{r}}\left(\frac{1}{R_{p1} + R_{p2}}\right) \\ 0 \\ -\frac{V_{in}}{R_{f}C_{f}} \end{bmatrix}$$

$$B_{2} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{V_{TH}}{R_{p1}}\frac{1}{C_{O}} \\ -\frac{V_{TH}}{C_{r}}\left(\frac{1}{R_{p1} + R_{p2}}\right) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(2.36)$$

La descrizione del sistema è quindi ottenuta, nella sua totalità, a partire dalla equazioni 2.30, 2.31 e 2.24, note in tutte le sue parti.

È possibile quindi definire la matrice *Jacobiana* (DP), utile al fine di caratterizzare il comportamento del sistema intorno ai suoi punti fissi, ossia i punti di equilibrio del sistema tali per cui:

$$x_n = x_{n+1} = x^* \tag{2.37}$$

$$T_n = T_{n+1} = T^* \tag{2.38}$$

$$T_{ON,n} = T_{ON,n+1} = T_{ON}^* \tag{2.39}$$

Imponendo $x_n = x_{n+1} = x^*$, è possibile derivare il punto fisso:

$$x^* = \left[\mathbb{I} - e^{A_2(T^* - T^*_{ON})} e^{A_1(T^*_{ON})}\right]^{-1} \left[\left(\mathbb{I} - e^{A_2(T^* - T^*_{ON})} X_{eq,2} + e^{A_2(T^* - T^*_{ON})} (\mathbb{I} - e^{A_1(T^*_{ON})}) X_{eq,1} \right]$$
(2.40)

Mentre le quantità $T^* \in T^*_{ON}$ sono determinate risolvendo il set di equazioni 2.30 ed 2.31 imponendo $T_k = T^*$ ed $T_{ON,k} = T^*_{ON}$.

Determinato il punto fisso del sistema, valido in condizione di regime, è possibile valutarne la stabilità valutando la matrice DP valutata proprio in corrispondenza di tale punto. A tal fine, verrà qui riproposto brevemente il calcolo della Jacobiana, come mostrato in [12].

In particolare, definito il vettore $d_n := [T_{ON,n}, T_n]$, la matrice DP è a sua volta definita come:

$$DP := \frac{dP(x_n)}{dx_n} = \frac{\partial P}{\partial x_n} + \frac{\partial P}{\partial d_n} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial d_n}\right)^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial x_n}$$
(2.41)

Derivando gli autovalori λ_i della matrice Jacobiana DP calcolata in corrispondenza del punto fisso (determinato come sopra descritto), è possibile valutare la stabilità del sistema. In particolare, come riportato in [12], la presenza degli autovalori della matrice (appena calcolati) all'interno del cerchio avente raggio unitario nel piano complesso conferma la stabilità locale del sistema attorno punto di equilibrio.

Valutando gli autovalori della matrice DP indicata, in corrispondenza del punto fisso \mathbf{x}^* , ossia:

$$\mathbf{x}^{*} = \begin{bmatrix} i_{L}^{*} \\ v_{C_{o}}^{*} \\ v_{C_{f}}^{*} \\ v_{C_{b}}^{*} \\ v_{C_{f}}^{*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.68 \text{ A} \\ 1.26 \text{ V} \\ 0.015 \text{ V} \\ 0.015 \text{ V} \\ 0.97 \text{ V} \\ 0.03 \text{ V} \end{bmatrix}$$
(2.42)

Si ottiene:

$$\lambda_1 = 0.75 \tag{2.43}$$

$$\lambda_2 = 0.98 \tag{2.44}$$

$$\lambda_3 = 0.98 \tag{2.45}$$

$$\lambda_4 = 0.94 \tag{2.46}$$

$$\lambda_5 = 0 \tag{2.47}$$

Tali valori sono e derivati utilizzando lo script riportato in appendice B riportati all'interno di figura 2.30, e confermano la stabilità del sistema in analisi.

CAPITOLO 2. ANALISI DEL PROTOTIPO



Figura 2.30.: Autovalori nel piano complesso

Conclusioni L'analisi teorica effettuata sullo studio della topologia circuitale del prototipo in analisi, insieme alle simulazioni effettuate, non mostrano la presenza di un comportamento riconducibile a fenomeni non lineari che possano giustificare quanto osservato dalle misure effettuate.

Al momento, non è quindi possibile identificare con certezza la causa del fenomeno.

Tuttavia, tale problematica viene spesso citata nell'ambito dei convertitori COT ed ACOT, come riportato in [13] e [14]. In accordo a quanto descritto negli articoli qui riportati, la presenza di rumore aggiuntivo accoppiato ad i segnali utilizzati per definire la durata del tempo di spegnimento porta ad un variazione dell'istante di commutazione, come riportato all'interno di figura 2.31.



Figura 2.31.: Presenza di rumore - Jitter sul tempo T_{OFF} , [13]

3. Spread-spectrum - Caratterizzazione del prototipo

Il prototipo in analisi prevede la possibilità di applicare la tecnica di spread-spectrum grazie ad una funzionalità interna ad esso appositamente dedicata.

Verrà di seguito descritta l'implementazione attuale della tecnica a livello architetturale, insieme alle misurazioni effettuate al fine di analizzare l'efficacia dell'approccio perseguito. Seguiranno quindi delle considerazioni relative alla bontà dell'implementazione corrente, enfatizzandone le criticità e le principali problematiche.

3.1. Descrizione dell'implementazione attuale

Lo schema di principio, mostrato schematicamente all'interno di figura 2.1, prevede la possibilità di applicare la tecnica di spread-spectrum agendo sull'oscillatore locale del prototipo. Per comprendere al meglio come ciò venga praticamente implementato si consideri l'oscillatore utilizzato, mostrato mediante lo schema di principio riportato all'interno di figura 3.1.



Figura 3.1.: Oscillatore locale - Vista ad alto livello

La presenza del segnale di controllo SS_INPUT consente, in funzione della combinazione fornita, di variare la frequenza di commutazione istantanea del segnale di temporizzazione. La velocità con la quale si ripete un certo pattern basato su diverse combinazioni dei bit b_0 e b_1 fissa il valore di frequenza di modulazione f_m , definendo unicamente profili di segnale modulante che variano in modo discontinuo nel tempo, in quanto le variazioni della frequenza di oscillazione sono definite in modo sincrono rispetto ad un segnale di temporizzazione, che scandisce gli istanti temporali di passaggio da un valore di frequenza al successivo.

Uno schema circuitale di principio che fornisce dei dettagli implementativi aggiuntivi sull'oscillatore utilizzato è riportato all'interno di figura 3.2. Il segnale ad onda quadra in uscita è derivato mediante carica e scarica a corrente costante della capacità C_0 , la cui tensione ai



Figura 3.2.: Oscillatore locale - Implementazione circuitale

capi presenta quindi un andamento triangolare. Durante la carica della capacità, il resistore R_0 aggiunge un offset alla tensione di soglia del del transistore M_0 , ottenendo così un valore di tensione di soglia V_{TH}^+ , mentre durante la scarica il resistore R_0 viene cortocircuitato e la soglia del transistore M_0 risulta pari al suo valore nominale, denominato V_{TH}^- .

Mediante una rete di inverter in cascata è possibile derivare il segnale d'oscillazione in uscita, la cui frequenza può essere fissata finemente agendo sul valore di R_0 .

A partire dal valore di frequenza nominale è possibile applicare la tecnica di spread-spectrum agendo sul valore di corrente di carica e scarica della capacità C_0 mediante la rete apposita, controllata dai bit SS_INPUT forniti da un controllore digitale esterno, attraverso i quali è possibile definire la frequenza di modulazione f_m .

Questo consente di aggiungere alla corrente costante di carica e scarica della capacità C_0 una corrente aggiuntiva, avente un inviluppo nel tempo come quello desiderato, variando la frequenza istantanea da un valore di frequenza minino ad uno massimo. I limiti di variazione sono in tal caso fissati e non programmabili, e definiscono la profondità di modulazione Δf .

Allo stato attuale, sono implementate due tecniche di modulazione della frequenza d'oscillazione, di seguito descritte in dettaglio. Ciò che è comune alle implementazioni correnti della tecnica di spread-spectrum è l'utilizzo di un approccio di tipo up-spreding, il quale porta a ri-distribuire la potenza associata alle armoniche del segnale di temporizzazione considerando unicamente valori di frequenza superiori rispetto a quanto si ha in assenza di modulazione, come rappresentato graficamente in figura 3.3 per una singola armonica.

3.1.1. Modulazione di tipo Triangolare

La modulazione triangolare prevista in fase di progetto è riportata graficamente all'interno di figura 3.4. Tale tecnica è implementata mediante un contatore digitale, la cui presenza permette di variare la frequenza di oscillazione del sistema in accordo con quanto riportato all'interno dell'immagine.

E possibile derivare quindi, a partire dalla durata dei singoli intervalli T_{step} rappresentati in 3.4, la frequenza di modulazione del segnale modulante utilizzato. In particolare, dalla figura è



Figura 3.3.: Spread-spectrum - Approccio up-spread



Figura 3.4.: Modulazione triangolare - Specifiche

possibile evincere:

$$T_m^T = N_{step} T_{step} = 4 \cdot 1 \,\mathrm{ms} \tag{3.1}$$

Da cui, conseguentemente si ha che:

$$f_m^T = \frac{1}{T_m^T} = 250 \,\mathrm{Hz} \tag{3.2}$$

Per quel che concerne invece la profondità di modulazione , questa risulta essere pari a:

$$\Delta f^T = 300 \,\mathrm{kHz} \tag{3.3}$$

Da cui si deriva quindi la completa caratterizzazione della modulazione utilizzata.

3.1.2. Modulazione di tipo Pseudo-Casuale

La modulazione di tipo pseudo-casuale implementata è definita a partire dal pattern rappresentato dalla sequenza di simboli x_k :

$$0, 1, 0, 3, 2, 3, 0, 1, 0, 3, 2, 3, \dots$$

$$(3.4)$$

Che applicato mediante opportuna combinazione dei bit SS_INPUT permette di definire l'inviluppo temporale del segnale modulante, mostrato all'interno di figura 3.5.



Figura 3.5.: Modulazione pseudo-causale - Specifiche

In tal caso, in funzione di quanto indicato in figura, si ha:

$$T_m^{PR} = N_{step} T_{step} = 6 \cdot 1 \,\mathrm{ms} \tag{3.5}$$

Da cui, conseguentemente:

$$f_m^{PR} = \frac{1}{T_m^{PR}} = 167.7 \,\mathrm{Hz} \tag{3.6}$$

La profondità di modulazione risulta essere la stessa rispetto al caso triangolare, pertanto:

$$\Delta f^{PR} = 300 \,\mathrm{kHz} \tag{3.7}$$

3.2. Misure sperimentali

Utilizzando gli strumenti forniti in laboratorio, è stato possibile verificare l'effettiva implementazione delle tecniche qui descritte sul dispositivo, effettuando delle misurazioni sia mediante oscilloscopio digitale che analizzatore di spettro.

3.2.1. Misure effettuate mediante oscilloscopio

Al fine di verificare l'effettiva implementazione delle tecniche fin'ora descritte mediante misurazioni effettuate sul prototipo, è stato implementato il setup di misura sperimentale proposto precedentemente all'interno di figura 2.16.

Questo consente, fissate le condizioni operative relative alla tensione d'ingresso ($V_{IN} = 5$ V), corrente assorbita dal carico ($I_L = 0.9$ A) e tensione d'uscita opportunamente programmata ($V_o = 1.2$ V), di valutare le variazioni dell'intervallo di commutazione dal segnale V_{LX} nel tempo, e visualizzare sperimentalmente l'andamento temporale della frequenza di commutazione. La descrizione delle tecniche di modulazione sopra riportata consente di avere un indicazione su come impostare i parametri di misura dell'oscilloscopio, in modo da visualizzare almeno un

periodo di modulazione T_m e allo stesso tempo acquisire un numero di campioni che consenta di descrivere in modo sufficientemente preciso la variazione della frequenza di modulazione nel tempo.

In particolare, dai valori di T_m attesi e sopra indicati, volendo visualizzare approssimativamente due periodi del segnale modulante per entrambe le configurazioni senza ridurre significativamente la quantità di campioni acquisiti dallo strumento per ogni intervallo di commutazione (riducendo drasticamente la precisione con cui si stima la durata del generico intervallo), risulta quindi necessario disporre di una finestra temporale dell'oscilloscopio pari a $T_W = 10 \text{ ms}$, impostando la sensibilità verticale dello strumento ad 1 ms/div. Questo implica l'utilizzo di un valore di frequenza di campionamento dello strumento pari a $f_{sample} = 200 \text{ MS/s}$, ottenendo così un numero complessivo di campioni pari a:

$$N_{sample} = f_{sample} T_W = 2 \,\mathrm{MS} \tag{3.8}$$

Dai campioni acquisiti è possibile valutare l'evoluzione temporale della frequenza di commutazione a partire dalla durata dei singoli T_i , come rappresentato schematicamente all'interno di figura 3.6. Ciò è possibile mediante la funzione MATLAB precedentemente descritta e riportata in appendice B.



Figura 3.6.: Misura dei T_i nel tempo

Tale approccio ha consentito di derivare conseguentemente gli andamenti della frequenza di oscillazione riportati all'interno di figura 3.7 e 3.8, rispettivamente nel caso di modulazione di tipo triangolare e pseudo-casuale.

In entrambi i casi, dalle figure qui riportate è possibile evincere l'andamento desiderato della frequenza di commutazione nel tempo, dove ad esso è tuttavia sovrapposto il fenomeno descritto all'interno del capito precedente e presente anche in assenza di modulazione, il quale induce



Figura 3.7.: Misura della frequenza istantanea nel tempo - Modulazione triangolare



Figura 3.8.: Misura della frequenza istantanea nel tempo - Modulazione pseudo-casuale

una variazione non predicibile della frequenza di commutazione stessa da un ciclo al successivo. Applicando l'operatore di media mobile ad i valori di frequenza determinati mediante la funzione indicata è possibile estrarre e visualizzare chiaramente l'inviluppo del segnale modulante, riportato per le tecniche di modulazione triangolare e pseudo-causale in figura 3.9 e 3.10, rispettivamente.

L'andamento estratto dai dati raccolti è coerente con quello desiderato da specifiche e riportato all'interno delle figure 3.4 e 3.5. Tali risultati verranno validati anche mediante delle misurazioni effettuate utilizzando l'analizzatore di spettro e riportate all'interno della sezione successiva.



Figura 3.9.: Inviluppo filtrato della frequenza istantanea nel tempo - Modulazione triangolare



Figura 3.10.: Inviluppo filtrato della frequenza istantanea nel tempo - Modulazione pseudocasuale

3.2.2. Misure effettuate con AS

La sonda di corrente Per valutare gli effetti della modulazione applicata mediante l'utilizzo dell'analizzatore di spettro, è stata realizzata una sonda di corrente. Ciò è stato possibile partendo da un core di ferrite, a cui è avvolto intorno un filamento di rame in modo da ottenere un certo numero di spire.

Il principio di funzionamento della sonda è basato sulle leggi di *Ampere* e *Faraday*. Secondo la prima, un campo magnetico può essere indotto nell'anello di ferrite in seguito alla presenza di una corrente che penetra la superficie definita dall'anello stesso, come raffigurato all'interno di

figura 3.11. Tale campo magnetico variabile nel tempo è concentrato nel core, e la presenza di un filamento avvolto intorno al core stesso porta, per la legge di Faraday, alla generazione di una tensione indotta proporzionale al campo magnetico. Tale tensione può essere quindi infine misurata, e risulta proporzionale alla corrente che scorre nel filo presente all'interno dell'anello.



Figura 3.11.: Sonda di corrente - Principio di funzionamento

L'idea di base consiste nel far passare all'interno della sonda uno dei cavi di alimentazione che sono collegati al prototipo, in modo da valutare gli effetti delle modulazioni applicate mediante analizzatore di spettro, quest'ultimo collegato proprio alla sonda di corrente.

Prima di procedere con l'utilizzo della sonda di corrente è necessario effettuare un operazione di caratterizzazione allo scopo di valutare l'intervallo di frequenza utile in cui la sonda non introduce ulteriore attenuazione.

In particolare, la procedura prevede di iniettare all'interno di un cavo inserito all'interno del'anello una corrente nota e misurare conseguentemente la tensione indotta ai terminali del filamento utilizzato per realizzare le spire avvolte intorno al core magnetico al variare della frequenza della corrente di ingresso. Ciò si traduce nel valutare l'*impedenza di trasferimento* \hat{Z}_T , definita nel dominio dei fasori come:

$$\hat{Z}_T = \frac{\hat{V}}{\hat{I}} \tag{3.9}$$

Ciò è stato effettuato in pratica utilizzando il setup di calibrazione rappresentato all'interno di figura 3.12.

Il generatore di segnali, modellizzato mediante equivalente di Thévenin avente resistenza serie $R_{th} = 50 \Omega$, è terminato su una resistenza avente valore pari ad $R_P = 50 \Omega$. La sonda viene quindi collegata a tale circuito come riportato all'interno di figura 3.12, in modo da ottenere un trasformatore con rapporto di trasformazione 1 : 50.

Il filamento avvolto attorno al nucleo magnetico forma un numero di spire $N_s = 50$, ed i suoi terminali vengono terminati sulla resistenza d'ingresso dell'oscilloscopio, impostata a $R_L = 50 \Omega$. Così facendo, nel range di frequenze opportuno, la sonda di corrente realizzata presenta un'impedenza di trasferimento pari a 1 Ω . Questo si può verificare dal circuito equivalente del sistema di calibrazione riportato all'interno di figura 3.13, in cui è possibile derivare la corrente che scorre all'interno del primario come:



Figura 3.12.: Calibrazione sonda di corrente - Setup di calibrazione



Figura 3.13.: Calibrazione sonda di corrente - Circuito equivalente setup di calibrazione

$$\hat{I_P} = \frac{\hat{V_s}}{R_P + R_{th} + R_L(\frac{N_p}{N_s})^2} \cong \frac{\hat{V_s}}{R_P + R_{th}} = \frac{\hat{V_s}}{100\,\Omega}$$
(3.10)

Da cui, si deriva la tensione in ingresso all'oscilloscopio come:

$$\hat{V}_L = \hat{I}_P \frac{N_p}{N_s} R_L \tag{3.11}$$

Da cui:

$$\hat{Z}_T = \frac{\hat{V}_L}{\hat{I}_P} = \frac{N_p}{N_s} R_L = \frac{50\,\Omega}{50} = 1\,\Omega \tag{3.12}$$

È necessario tenere conto del fatto che la curva di calibrazione derivata effettuando uno sweep di frequenze della corrente di ingresso come descritto continua ad essere valida solo nel caso in cui l'impedenza di terminazione della sonda rimane la stessa rispetto a quella utilizzata in fase di calibrazione. Tale condizione verrà garantita nel caso in analisi, in quanto le misurazioni effettuate con l'analizzatore di spettro prevedono di terminare la sonda implementata sull'impedenza d'ingresso dello stesso strumento, quest'ultima pari a 50 Ω .

Il grafico risultante che mostra l'andamento del modulo dell'impedenza di trasferimento in funzione della frequenza è riportato all'interno di figura 3.14. Questo mostra chiaramente come la sonda implementata abbia una banda di funzionamento utile, fuori dalla quale il dispositivo realizzato non funziona come da aspettative.

Il grafico in figura è stato derivato a partire da una sinusoide a frequenza variabile, sintetizzata



Figura 3.14.: Sonda di corrente - Impedenza di trasferimento

mediante generatore di segnali ed avente valore di picco pari a $|\hat{V}_s| = 500 \text{ mV}$. Ciò implica che la corrente che scorre all'interno del primario risulta essere:

$$\hat{I}_P = \frac{\hat{V}_s}{100\,\Omega} = 5\,\mathrm{mA} \tag{3.13}$$

Da cui si deriva una tensione ai capi della resistenza d'ingresso dell'oscilloscopio che, nella banda della sonda di corrente implementata, risulta pari a:

$$\hat{V}_{L} = \hat{I}_{P} \frac{N_{p}}{N_{s}} R_{L} = 5 \,\mathrm{mV}$$
(3.14)

Dalla calibrazione effettuata si evince che l'intervallo di funzionamento della sonda si estende ben oltre il valore di frequenza pari a 10 MHz, e ciò permette di concludere che il dispositivo risulta idoneo al fine di effettuare le misurazioni nell'intervallo di frequenze desiderato dato il prototipo in analisi.

La sonda di corrente e le misure di emissione Mediante l'utilizzo della sonda è possibile valutare, attraverso l'analizzatore di spettro, le prestazioni derivanti dall'applicazione delle tecniche spread-spectrum descritte fin'ora. Il setup sperimentale è mostrato in figura 3.15, mentre la sonda di corrente realizzata è riportata in figura 3.16. Questo consente di visualizzare a schermo lo spettro di emissione del dispositivo.

L'analizzatore di spettro è stato configurato in accordo con quanto richiesto dalle normative (in



Figura 3.15.: Misurazione di EMI - Setup sperimentale



Figura 3.16.: Sonda di corrente - Foto dal laboratorio

particolare, fissando la RBW = 9 kHz), ed impostando i parametri dello strumento in modo da visualizzare a schermo i cambiamenti derivanti dell'applicazione della tecnica di spread-spectrum rispetto al caso con modulazione assente. Ci si è quindi focalizzati in un intervallo di frequenze intorno a quella di commutazione ($f_{SW} = 2 \text{ MHz}$) in cui si ha, in assenza di modulazione, quanto proposto all'interno di figura 3.17.

Applicando la modulazione, è possibile ottenere quanto mostrato all'interno di figura 3.18 e 3.19, rispettivamente nel caso di modulazione triangolare e pseudo-causale. Ciò che si osserva in entrambi i casi, è la presenza di quattro diversi picchi di emissioni posti in corrispondenza dei valori di frequenza ottenuti dall'applicazione della modulazione e precedentemente descritti



Figura 3.17.: Misura di emissione mediante AS - Picco di emissione a $f=f_{SW}$

dalle specifiche.



Figura 3.18.: Misura di emissione mediante AS - Modulazione triangolare Questo consente di osservare fin da subito come rispetto alla condizione in assenza di modu-



Figura 3.19.: Misura di emissione mediante AS - Modulazione pseudo-casuale

lazione, le tecniche proposte non portino ad ottenere dei vantaggi significativi in termini di riduzione dell'emissione del dispositivo. Verranno brevemente elencate nella sezione successive le motivazioni legate a tale conclusione.

3.3. Considerazioni sulle implementazioni attuale

Come osservato da quanto riportato all'interno del paragrafo precedente, le tecniche di modulazione corrente non risultano essere ottimali al fine di ridurre l'EMI del prototipo in analisi. In prima battuta, entrambe le modulazioni implementate non rispettano le semplici linee guida generali descritte in precedenza, che rendono la tecnica di spread-spectrum efficace nel ridurre i disturbi in un circuito vittima. Entrambi i segnali modulanti utilizzati sono infatti soggetti a lente variazioni nel tempo, in accordo con i valori di frequenza di modulazione sopra riportati. Questo ha come effetto principale quello di avere la frequenza istantanea del segnale di commutazione fissa ad un determinato valore per un intervallo di tempo sufficiente a portare il filtro bassa-banda che definisce il valore di RBW presente all'interno dell'analizzatore di spettro a regime, lasciando estinguere completamente il transitorio associato al tempo di assestamento del filtro stesso.

Tale fenomeno è la principiale causa legata alla sovrastima dello spettro di potenza misurato dal ricevitore EMI rispetto a quello derivato da osservazioni puramente teoriche, ed è noto con la terminologia di comportamento *short-term* ([15]), rappresentato graficamente all'interno di figura 3.20.

Questo effetto risulta particolarmente rilevante al fine di ottimizzare la sequenza di simboli



Figura 3.20.: Effetto Short-term - Rappresentazione intuitiva [15]

utilizzata x_k in una modulazione di tipo pseudo casuale. In particolare, per minimizzare il fenomeno di sovrastima qui indicato, è necessario utilizzare una combinazione che non ne contenga due simboli immediatamente successivi per cui la frequenza istantanea del segnale di temporizzazione risulti all'interno della RBW dello strumento.

Per quel che concerne il numero di bit utilizzato, ossia $n_{bit} = 2$, questo limita fortemente la possibilità di ottenere uno spettro quanto più piatto possibile. Sebbene tale approccio consenta di contenere al massimo la complessità implementativa, la frequenza di oscillazione può però variare infatti solo all'interno di un set di $2^{n_{bit}} = 4$ possibili valori.

Inoltre, l'utilizzo di soli $n_{bit} = 2$ non consente di approssimare in modo sufficientemente preciso una forma d'onda interesse (nel caso in analisi, triangolare), e ciò non permette di ottenere ottenere come effetto risultante uno spreading su un continuo di frequenze. Questo invece è possibile utilizzando un numero di bit più elevato, poiché la risoluzione in frequenza finita con cui il ricevitore EMI permette di visualizzare lo spettro del segnale d'interesse non permette di discernere con precisione infinita le diverse componenti che lo compongono, dando così origine all'effetto desiderato.

Da un punto di vista quantitativo, si consideri la modulazione di tipo triangolare discreta, la quale approssima la corrispondente implementazione in tempo continuo. Dal grafico riportato in figura 1.19, il quale mostra l'inviluppo del picco di emissione massimo al variare dei parametri di modulazione, è possibile osservare come il prodotto tra l'indice di modulazione ottimale m_{opt} ed il valore di risoluzione in frequenza normalizzata rimanga costante spostandosi tra le curve rappresentate, come riportato in figura 3.21. In particolare:

$$m_{opt}\rho = \frac{\Delta f}{f_m} \frac{RBW}{f_m} = \frac{RBW}{f_m} \cong 0.6 \tag{3.15}$$

Da cui si deriva il valore di frequenza di modulazione f_m ottimale, ossia:

$$f_m^{opt} = \frac{RBW}{0.6} = 15 \,\mathrm{kHz}$$
 (3.16)

Sebbene non si abbia una modulante triangolare continua ma discreta, questo risultato fornisce fin da subito una chiara indicazione su come la frequenza di modulazione utilizzata nel caso della triangolare si discosti largamente da quello che è il valore ottimale.



Figura 3.21.: Spreading con segnale triangolare - Punto di modulazione ottimale

4. Implementazione alternativa

Le considerazioni effettuate nel capitolo precedente riguardanti l'efficacia delle tecniche di modulazione implementate attualmente nel prototipo permettono di concludere che queste non risultano efficaci al fine di mitigare l'EMI.

Il valore associato al picco di emissione non viene infatti ridotto, e si ha unicamente la comparsa di ulteriori componenti spettrali sullo schermo. Questo ha portato a cercare di definire un diverso approccio di modulazione, prima in linea teorica e successivamente implementandolo sul prototipo fornito.

4.1. Descrizione generale

In accordo con quanto descritto in precedenza, sono diversi gli aspetti critici sui quali è possibile agire al fine di ottimizzare le tecniche di spread-spectrum implementate, rendendole efficaci nella riduzione dell'EMI.

Un aspetto comune ed indipendente dal profilo di modulazione che viene utilizzato è il numero di bit n_{bit} impiegati nel definire il profilo del segnale modulante $\xi(t)$, quest'ultimo costituito di impulsi modulati in ampiezza (PAM - Pulse Amplitude Modulation) in accordo alla relazione:

$$\xi(t) = \sum_{k} x_k \cdot g\left(\frac{t}{T_s} - k\right) \tag{4.1}$$

Dove $g(\tau)$ è l'impulso rettangolare normalizzato di durata T_s , mentre x_k è una sequenza di valori ognuno dei quali identificato dalle possibili combinazioni su n_{bit} , come rappresentato graficamente in figura 4.1.

Scegliendo il pattern di x_k è possibile definire il segnale di modulazione desiderato, variando la frequenza istantanea del segnale di temporizzazione del convertitore buck. Come già accennato in precedenza, utilizzando un numero di bit sufficientemente elevato è possibile distribuire la potenza associata alla singola armonica su più componenti spettrali, pari a $2^{n_{bit}}$. A causa della risoluzione in frequenza finita del ricevitore EMI utilizzato per verificare le prestazioni EMC del dispositivo, si ha come effetto equivalente quello di un continuo di frequenze sui cui la potenza viene distribuita.

Le osservazioni qui fatte portano quindi ad aumentare il numero di bit utilizzati ad $n_{bit} = 4$, ottenendo così $2^4 = 16$ possibili di frequenza. L'oscillatore utilizzato in precedenza non consente però l'utilizzo di due bit aggiuntivi rispetto a quelli descritti nel capitolo 3 (SS_INPUT),



Figura 4.1.: Segnale modulante PAM

e volendo implementare tale variazione anche da un punto di vista sperimentale è necessario quindi ricorrere a strategie alternative, che verranno discusse in seguito.

Il profilo di modulazione proposto è caratterizzato dalla ripetizione della sequenza schematizzata in figura 4.2. Tale inviluppo permette di approssimare un segnale modulante triangolare continuo nel tempo, e verrà considerato all'interno delle sezioni successive sia per analisi in simulazione che per misurazioni sperimentali effettuate sul prototipo.



Figura 4.2.: Segnale modulante PAM triangolare a $2^{n_{bit}} = 16$ livelli

4.2. Effetto del PLL

L'applicazione della tecnica di spread-spectrum nel caso del prototipo in analisi non avviene modulando direttamente il segnale di controllo dello stadio di potenza del convertitore, come viene spesso proposto in letteratura ([16], [17]), ma (come dettagliato nelle sezioni successive) questa viene invece applicata al segnale di temporizzazione esterno, ossia il segnale di riferimento posto in ingresso al sistema di aggancio di fase.

L'utilizzo di un sistema ad aggancio di fase, come discusso in precedenza, consente di regolare il tempo di accensione T_{ON} del convertitore ACOT in modo da garantire che la frequenza di

oscillazione del sistema sia pari a quella del segnale di riferimento esterno. Tuttavia, la regolazione non è immediata: il sistema ad aggancio di fase comprensivo della rete di controllo e del convertitore ACOT non risponde istantaneamente ad una variazione della frequenza di ingresso, ma presenta invece un certo transitorio di risposta.

Questa semplice considerazione ha degli impatti significativi nel caso del prototipo in analisi, in quanto non è possibile definire a priori se gli effetti della modulazione applicata esternamente portano ad una variazione effettiva della frequenza del segnale di temporizzazione del convertitore ACOT simile a quella desiderata, e ciò verrà dettagliato meglio da quanto riportato di seguito.

4.2.1. Modello lineare del PLL

A partire dal prototipo in analisi riportato schematicamente in figura 2.1, comprensivo del convertitore ACOT e della rete volta a garantire il sincronismo con il segnale di temporizzazione esterno, è possibile derivare un modello lineare in grado di mettere in evidenza la relazione tra le variazioni della pulsazione d'uscita ω_{out} (a cui il convertitore ACOT lavora) e quelle della pulsazione d'ingresso ω_{in} (relativa al segnale di temporizzazione esterno).

Si considerino quindi i diversi blocchi comprensivi del sistema, riportati in figura 4.3. Al fine di ottenere un modello dinamico, è necessario derivare per ognuno di essi un equivalente nel dominio di Laplace, come riportato in [18].



Figura 4.3.: Prototipo - Schema a blocchi

Si consideri quindi la parte composta dal rilevatore di fase/frequenza PFD, dalla pompa di carica CP e la rete di filtraggio LPF, la cui implementazione circuitale di principio è riportata all'interno di figura 2.13. Facendo rifermento allo schema indicato ed in accordo a quanto riportato in [18] è possibile derivare, con alcune approssimazioni:

$$\frac{V_c(s)}{\Delta\phi(s)} = \frac{I_p}{2\pi} \left(\frac{1}{sC_2} || (R_1 + \frac{1}{sC_2}) \right) = G_{PD_CP_LPF}(s)$$
(4.2)

Sempre facendo riferimento ad 2.13, la rete V - to - I possiede invece, in prima battuta, un guadagno costante ed assimilabile a:

$$\frac{I_c(s)}{V_c(s)} = \frac{1}{R_{PLL}} = G_m \tag{4.3}$$

Per quel che concerne invece il convertitore ACOT, questo può essere visto come un circuito oscillatore controllato in corrente, e ciò può essere dedotto considerando la rete relativa al generatore del T_{ON} presente all'interno dell'ACOT e riportata all'interno di figura 4.4.



Figura 4.4.: Rete per la generazione del T_{ON}

Si ha infatti:

$$T_{ON} = \frac{C_{ON}}{I} V_{OUT} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$
(4.4)

Dove la corrente I può essere espressa mediante somma di due termini: uno fisso I_0 , e uno legato alla corrente in ingresso che deriva dal blocco V - to - I immediatamente precedente, denominato I_c .

Ciò porta conseguentemente, lavorando in condizioni di CCM (si veda l'equazione 1.1), ad ottenere:

$$f_{OUT} = \frac{D_c}{T_{ON}} = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} \frac{I_c + I_0}{C_{ON} V_{OUT} \frac{R_1}{R_1 + R_2}}$$
(4.5)

Dove D_c è il duty-cycle. Si ottiene quindi:

$$f_{OUT} = \frac{\omega_0}{2\pi} + \frac{K_{ICO}}{2\pi} I_c \tag{4.6}$$

Dove ω_0 è il valore di pulsazione a cui il convertitore commuta in assenza della corrente I_c fornita esternamente, e la costante K_{ICO} è definita di conseguenza, a partire da 4.5 e 4.6. Quest'ultima espressione consente di derivare la funzione di trasferimento secondo il formalismo di Laplace, che lega la fase in uscita dalla corrente di controllo in ingresso:

$$\frac{\phi_{out}}{I_c(s)}(s) = \frac{K_{ICO}}{s} = G_3(s) \tag{4.7}$$

Ottenendo nel complesso lo schema a blocchi raffigurato in 4.5.

Da questo è possibile derivare il guadagno d'anello T(s) del sistema, ottenendo:

$$T(s) = G_{PD_CP_LPF}(s)G_mG_3(s)$$
(4.8)

Da cui è possibile derivare la funzione di trasferimento ad anello chiuso, ossia:

$$H(s) = \frac{T(s)}{1 + T(s)} = \frac{\phi_{out}}{\phi_{in}}(s)$$
(4.9)



Figura 4.5.: Modello lineare del PLL - Schema a blocchi

E poiché la fase e la pulsazione sono legate tra loro da un operatore lineare ($\omega(t) = \dot{\theta}(t)$):

$$H(s) = \frac{T(s)}{1+T(s)} = \frac{\omega_{out}}{\omega_{in}}(s)$$
(4.10)

La funzione di trasferimento qui derivata può essere riportata su MATLAB, specificando i valori numerici dei parametri in gioco e tracciando così il diagramma di Bode (in modulo e fase) della H(s), ottenendo mediante lo script riportato in appendice B quanto mostrato all'interno di figura 4.6.



Figura 4.6.: Funzione di trasferimento H(s) - Diagramma di Bode

Questa prima analisi, seppur semplificata, permette di comprendere fin da subito come l'effetto del tempo di risposta del sistema non sia trascurabile, ma giochi un ruolo chiave. Riportando il sistema rappresentato mediante schema a blocchi su Simulink, come rappresentato dalla figura 4.7, ed applicando, a titolo esemplificativo, un segnale a gradino di ampiezza $3f_0$ in ingresso (con $f_0 = 2$ MHz), espresso matematicamente come:

$$f_{in}(t) = 3f_0 u(t) \tag{4.11}$$



Figura 4.7.: Schema a blocchi del sistema PLL - Simulink



Figura 4.8.: Modello PLL continuo - Risposta al gradino

È possibile osservare in uscita quanto riportato all'interno di figura 4.8, da cui si vede chiaramente la presenza di un transitorio prima che il sistema possa assestarsi al valore finale. Nella prossima sezione verrà invece riportata un'analisi del sistema ad aggancio di fase basata sullo studio delle equazione differenziali associate alla rete, più dettagliata rispetto a quella qui presentata e basata su un modello lineare descritto mediante il formalismo di Laplace.
4.2.2. Modello del PLL a tempo discreto

Il modello del PLL basato sullo studio delle funzioni di trasferimento in accordo a quanto descritto nella sezione precedente è approssimato. Esso si basa infatti sulle assunzioni che la larghezza di banda del sistema in retroazione risulti trascurabile se comparata alla frequenza del segnale d'ingresso (approssimazione a tempo continuo) e sul fatto che l'errore di fase tra il segnale di riferimento e quello in uscita all'oscillatore controllato sia quanto più piccolo possibile (loop linearizzato).

Tuttavia, tale approssimazione non mette in evidenza la natura tempo-variante del sistema. Un'analisi più esaustiva dovrebbe infatti tenere conto delle variazioni della configurazione circuitale nel tempo, le quali vengono soppresse da un'analisi di tipo mediata. Quest'ultima non permette di mettere in evidenza problematiche legate alla stabilità del sistema di controllo ed alla presenza di segnali fortemente oscillanti nel tempo, categorizzati in [19] come errori di granularità.

A tal fine, viene qui proposto un modello tempo-discreto basato sull'utilizzo di equazioni differenziali, che consente di studiare la dinamica del sistema in modo più accurato.



Figura 4.9.: Modello PLL discreto - Schema di principio

Si consideri il sistema schematizzato nuovamente in figura 4.9. È possibile studiarne l'evoluzione per mezzo delle equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti che lo caratterizzano durante gli intervalli di commutazione, all'interno dei quali il sistema risulta essere tempo-invariante. Derivando il valore delle variabili di stato alla fine di un intervallo di commutazione, date delle condizioni iniziali, è possibile procedere in modo ricorsivo, studiando l'evoluzione del sistema nell'intervallo di commutazione successivo utilizzando come condizioni iniziali delle variabili di stato il valore di queste ultime valutato alla fine dell'intervallo di commutazione in analisi.

Si consideri inizialmente l'evoluzione della fase associata al segnale d'ingresso di riferimento $\theta_i(t)$. Questa risulta:

$$\theta_i(t) = \theta_i(t_{ini}) + \omega_i t \tag{4.12}$$

Dove $\omega_i(t)$ è la pulsazione del segnale d'ingresso, mentre la pulsazione del segnale d'uscita all'oscillatore controllato in tensione (il blocco V - to - I ed il convertitore ACOT vengono considerati come un'unica parte del sistema) risulta invece essere:

$$\omega_o(t) = \Omega_0 + K_o v_{ctrl}(t) \tag{4.13}$$

Dove Ω_0 è la pulsazione del segnale d'uscita dell'oscillatore controllato in tensione con un segnale di controllo in ingresso nullo, mentre K_0 è il parametro che permette di legare le variazioni del

segnale di controllo $v_{ctrl}(\tau)$ posto in ingresso al convertitore V - to - I a quelle della pulsazione in uscita, definito implicitamente dall'espressione 4.6. Si deriva quindi:

$$\theta_o(t) = \theta_o(t_{ini}) + \Omega_0 t + K_o \int_{t_{ini}}^t v_{ctrl}(\tau) d\tau$$
(4.14)

Il valore di corrente iniettato nella rete di filtraggio RCC riportata in 2.13 è invece definito mediante l'espressione:

$$i_p(t) = \begin{cases} I_p \cdot \text{sgn}\{\theta_e(t_{ini})\}, & 0 < t < t_p \\ 0, & t_p < t < 2\pi/\omega_i \end{cases}$$
(4.15)

Dove θ_e è l'errore di fase, definito come:

$$\theta_e := \theta_i - \theta_o \tag{4.16}$$

L'evoluzione del sistema parte dall'istante iniziale $t = t_{ini}$, ed è possibile distinguere tra due casistiche principali, ossia quelle in cui θ_e risulta positivo o negativo.

Nel caso in cui $\theta_e(t_{ini}) > 0$, l'intervallo di commutazione è avviato dalla forma d'onda generata dall'oscillatore controllato in tensione, e questo implica che $\theta_o(t_{ini}) = 0$ mentre $\theta_i(t_{ini}) = \theta_e(t_{ini})$. Una corrente di valore $-I_p$ è iniettata nella rete di filtraggio fino all'istante di tempo t_p , in cui $\theta_i(t_p) = 0$, determinato in modo esatto dall'espressione:

$$t_p = \frac{|\theta_e|}{\omega_i} \tag{4.17}$$

Nel caso in cui invece l'accensione del generatore di corrente venga dettata da un fronte associato al segnale di riferimento d'ingresso, si ha che $\theta_i(t_{ini}) = 0$, $\theta_o(t_{ini}) = -\theta_e(t_{ini})$. In tal caso viene iniettata una corrente avente valore $+I_p$ nella rete RCC, fino all'istante di tempo t_p in cui si ha che $\theta_o(t_p) = 0$. Tale istante di tempo non può essere determinato in forma chiusa, ma unicamente risolvendo l'espressione 4.14, imponendola a zero, ossia:

$$\theta_o(t_p) = 0 = -\theta_e(t_{ini}) + \Omega_0 t_p + K_o(V_{ctrl}(t_p) - V_{ctrl}(t_{ini}))$$

$$(4.18)$$

Dove $V_{ctrl}(t)$ è la funzione primitiva di $v_{ctrl}(t)$, valutata negli istanti di interesse. Tali quantità devono essere definite in modo esplicito in funzione della topologia circuitale d'interesse.

Analisi del filtro RCC Ci si focalizzi quindi sul filtro adottato all'interno del sistema in analisi, e riportato in figura 4.10.

È possibile scrivere, applicando la legge di Kirchoff alla maglia M1:

$$v_{C1}(t) + Ri_{C1}(t) = v_{C2(t)} \tag{4.19}$$



Figura 4.10.: Filtro passa basso - Modello discreto del PLL

Che può essere riscritta, utilizzando la legge di Kirchoff applicata al nodo N1 e la relazione costitutiva del condensatore, come:

$$\dot{v}_{C1}(t) + RC_1 \ddot{v}_{C1}(t) = \dot{v}_{C2}(t) = \frac{1}{C_2} (I_p - C_1 \dot{v}_{C1}(t))$$
(4.20)

Da cui, riorganizzando i vari termini:

$$\ddot{v}_{C1}(t) + \frac{1}{RC_1} \left(1 + \frac{C_1}{C_2} \right) \dot{v}_{C1}(t) = \frac{I_p}{RC_1C_2}$$
(4.21)

La cui soluzione può essere scritta come:

$$v_{C1}(t) = v_{C1,o}(t) + v_{C1,p}(t)$$
(4.22)

Dove $v_{C1,o}(t) \in v_{C1,p}(t)$ sono rispettivamente la soluzione omogenea e particolare dell'equazione differenziale riportata. In particolare, per l'omogenea si ha:

$$v_{C1,o}(t) = k_1 e^{r_1 t} + k_2 e^{r_2 t} aga{4.23}$$

Dove r_1 ed r_2 vengono derivate dall'equazione di secondo grado associata alla 4.21, ottenendo:

$$r^{2} + \frac{1}{RC_{1}} \left(1 + \frac{C_{1}}{C_{2}} \right) r = 0$$
(4.24)

Da cui:

$$r_{1} = 0$$

$$r_{2} = -\frac{1}{RC_{1}} \left(1 + \frac{C_{1}}{C_{2}} \right)$$
(4.25)

Mentre per la soluzione particolare si ha:

$$v_{C1,p}(t) = k_0 t (4.26)$$

Che, sostituita all'interno di 4.21 porta a:

$$\frac{1}{RC_1} \left(1 + \frac{C_1}{C_2} \right) k_0 = \frac{I_p}{RC_1 C_2} \tag{4.27}$$

Da cui:

$$k_{0} = \frac{\frac{I_{p}}{RC_{1}C_{2}}}{\frac{1}{RC_{1}}\left(1 + \frac{C_{1}}{C_{2}}\right)}$$
(4.28)

Conseguentemente, si ha, sostituendo tali risultati in 4.21:

$$v_{C1}(t) = k_1 + k_2 e^{-\frac{1}{RC_1}(1 + \frac{C_1}{C_2})t} + k_0 t$$
(4.29)

Risultano ancora da determinare i valori delle costanti $k_1 \in k_2$. Queste si ottengono imponendo:

$$v_{C1}(t = t_{ini}) = V_{C10}$$

$$\dot{v}_{C1}(t = t_{ini}) = \frac{1}{C_2} I_{C10}$$
(4.30)

Mentre, per quel che concerne la tensione di controllo, questa viene determina come:

$$v_{C2}(t) = v_{C1}(t) + Ri_{C1}(t) = v_{ctrl}(t)$$
(4.31)

Dove:

$$i_{C1}(t) = C_1 \dot{v}_{C1}(t) \tag{4.32}$$

A partire dall'espressione che definisce l'espressione della tensione di controllo nel tempo $v_{ctrl}(t)$, ed in particolare dal suo valore in $t = t_p$ (che diventa il nuovo istante iniziale), è possibile derivare l'istante di tempo t^* in cui si ha il prossimo fronte di commutazione utile, sia che questo appartenga alla tensione d'uscita dell'oscillatore controllato o dal segnale di riferimento in ingresso.

Determinare tale valore è possibile risolvendo entrambe le equazioni:

$$\theta_o(t_1) = 2\pi$$

$$\theta_i(t_2) = 2\pi$$
(4.33)

Definendo quindi $t^* = \min(t_1, t_2)$. Si noti che durante l'intervallo temporale $[t_p, t^*]$ non si ha alcuna variazione della tensione di controllo, il cui valore rimane pari a quello valutato in $t = t_p$. I valori di $\theta_i \in \theta_o$ per l'iterazione successiva vengono determinati in funzione di quale tra i due istanti di tempo $t_1 \in t_2$ sia più piccolo dell'altro.

Quanto descritto è riportato all'interno dello script MATLAB presente in appendice B, e permette di derivare l'evoluzione temporale della frequenza del segnale d'uscita al variare della frequenza del segnale d'ingresso di riferimento, in quanto determinata l'evoluzione della tensione di controllo $v_{ctrl}(t)$ è possibile derivare quella della pulsazione d'uscita in accordo con l'espressione 4.13.

4.2.3. Validazione del modello

I risultati forniti dal modello tempo discreto appena derivato sono stati confrontati con quelli forniti dai simulatori circuitali, che riportano il sistema nella sua completezza.

In particolare, si è deciso di variare la pulsazione del segnale d'ingresso in accordo al segnale modulante triangolare discreto indicato all'inizio del capitolo, osservando quindi le variazioni della pulsazione in uscita nel tempo. I risultati forniti dallo script MATLAB, dalle simulazioni circuitali del sistema riportato sia su SIMPLIS (a livello di blocchi funzionali) che sull'ambiente di progetto Cadence Virtuoso (utilizzando la piattaforma di simulazione Spectre) vengono quindi confrontati tra loro al fine di verificarne la compatibilità.

Questo è stato effettuato considerando alcune combinazioni dei parametri di modulazione f_m e Δf dettagliate in seguito, osservando la risposta del sistema. Infine, tale analisi viene riproposta a livello sperimentale effettuando delle misure sul prototipo utilizzato, confrontando i risultati con quelli ottenuti in fase di simulazione.

Simulazioni circuitali L'utilizzo di un segnale modulante di tipo triangolare, in accordo a quanto riportato nelle sezioni precedenti, ha permesso di ottenere i risultati riportati all'interno delle figure da 4.11 a 4.16. Questi sono stati derivati applicando in ingresso al sistema lo stesso segnale di temporizzazione di riferimento modulato in frequenza e valutando la variazione della frequenza nel tempo del segnale PWM del convertitore ACOT in uscita.

Le figure sopracitate riportano dei casi specifici in termini di scelta dei parametri f_m e Δf ed evidenziano come i sistemi messi a confronto esibiscano lo stesso comportamento a fronte dello stesso stimolo fornito esternamente. Questo permette quindi di appurare che il modello MATLAB del prototipo realizzato approssima in modo sufficientemente preciso il comportamento del sistema al fine di valutare la risposta di quest'ultimo a delle variazioni della frequenza del segnale di temporizzazione esterno.

Ciò che si osserva in tutti i casi è che, alla variazione discreta nel tempo della frequenza del segnale di riferimento esterno, il sistema risponde con un andamento molto simile a quello di un segnale triangolare in grado di approssimare sufficientemente bene il segnale modulante desiderato.

Misure sperimentali La stessa analisi è stata condotta in laboratorio, effettuando delle misurazioni sul prototipo in analisi. In particolare, fissando le stesse condizioni operative (in termini di corrente assorbita dal carico e tensione d'ingresso e uscita), è possibile derivare l'andamento della frequenza istantanea del segnale di pilotaggio del filtro LC del convertitore buck $v_{LX}(t)$, precedentemente descritto. Il setup di misurazione proposto è riportato all'interno di figura 4.17, in cui si osserva la presenza di un generatore di segnali in grado di sintetizzare il segnale di temporizzazione modulato in frequenza da applicare al prototipo (maggiori dettagli su come sia possibile utilizzare un segnale di clock generato esternamente verranno forniti nel paragrafo successivo) e da un oscilloscopio, utilizzato per derivare l'evoluzione temporale della frequenza istantanea del segnale $v_{LX}(t)$ nel tempo.



(c) Modello Cadence Virtuoso

Figura 4.11.: Evoluzione di $\omega_{out}({\bf t})$ ed $\omega_{in}({\bf t})$ - $\Delta f=100\,{\rm kHz}$ e $f_m=7.7\,{\rm kHz}$



Mertz

(c) Modello Cadence Virtuoso

Figura 4.12.: Evoluzione di $\omega_{out}({\bf t})$ ed $\omega_{in}({\bf t})$ - $\Delta f=250\,{\rm kHz}$ e $f_m=7.7\,{\rm kHz}$



(c) Modello Cadence Virtuoso

Figura 4.13.: Evoluzione di $\omega_{out}({\bf t})$ ed $\omega_{in}({\bf t})$ - $\Delta f=100\,{\rm kHz}$ e $f_m=9.5\,{\rm kHz}$



MHertz

(c) Modello Cadence Virtuoso

Figura 4.14.: Evoluzione di $\omega_{out}({\bf t})$ ed $\omega_{in}({\bf t})$ - $\Delta f=250\,{\rm kHz}$ e $f_m=9.5\,{\rm kHz}$



(c) Modello Cadence Virtuoso

Figura 4.15.: Evoluzione di $\omega_{out}(t)$ ed $\omega_{in}(t)$ - $\Delta f = 100 \,\mathrm{kHz}$ e $f_m = 12.5 \,\mathrm{kHz}$



(c) Modello Cadence Virtuoso

Figura 4.16.: Evoluzione di $\omega_{out}({\bf t})$ ed $\omega_{in}({\bf t})$ - $\Delta f=250\,{\rm kHz}$ e $f_m=12.5\,{\rm kHz}$



Figura 4.17.: Setup di misura per valutare la frequenza istantanea di v_{LX}



In particolare, ciò è stato effettuato utilizzando uno script automatico di misurazione riportato in appendice B, che consente di:

- 1. Definire il segnale di clock modulato in frequenza da applicare al prototipo;
- 2. Misurare il segnale $v_{LX}(t)$ su un ampio intervallo temporale, in modo da poter stimare le variazioni della frequenza del segnale nel tempo raccogliendo un numero di periodi significativo.

Tali step sono stati ripetuti iterativamente al variare di Δf ed f_m , utilizzando per i parametri di modulazione gli stessi valori definiti all'interno del paragrafo precedente, ed ottenendo quanto riportato all'interno delle figure da 4.18 a 4.23.

Gli andamenti tracciati sono stati derivati a seguito di un filtraggio digitale passa-basso, in modo da poter visualizzare unicamente l'inviluppo associato alla modulante triangolare e non la presenza del jitter aggiuntivo ad essa sovrapposto. Ciò che è possibile osservare, è che i risultati ottenuti mediante le misurazioni sperimentali sono confrontabili a quelli derivati mediante le analisi in simulazione precedentemente effettuate. Questo consente quindi di concludere che è possibile, nella pratica, utilizzare il profilo di modulazione desiderato.

4.3. Misure del picco di emissione

Applicare fisicamente le tecniche precedentemente riportate richiederebbe l'utilizzo di un oscillatore avente un numero di bit superiore rispetto a quello esistente, e ciò non è quindi direttamente



Figura 4.19.: Evoluzione di $f_{out}(t) - \Delta f = 250 \text{ kHz e } f_m = 7.7 \text{ kHz}$







Figura 4.22.: Evoluzione di $f_{out}({\bf t})$ - $\Delta f = 100\,{\rm kHz}$ e $f_m = 12.5\,{\rm kHz}$



realizzabile.

Valutare l'efficacia delle tecniche proposte è stato possibile grazie all'individuazione di una modalità di test del prototipo fornito, per la quale è stato possibile sincronizzare il dispositivo in analisi ad un segnale di temporizzazione fornito esternamente e non quello generato internamente mediante oscillatore locale.

Lo schema di principio che consente di ottenere quanto descritto è riportato all'interno di figura 4.24.



Figura 4.24.: Prototipo - Utilizzo del clock esterno

Come mostrato dalla figura è possibile, mediante un opportuno segnale di controllo, selezionare il segnale di temporizzazione esterno. Questo processo è comprensivo dei passi schematizzati all'interno di figura 4.25 e qui descritti:

- 1. Generazione del segnale di temporizzazione mediante generatore di segnali;
- 2. Collegamento tra generatore di segnali e pin dedicato sul prototipo;
- 3. Abilitazione del pin dedicato;
- 4. Selezione del segnale di temporizzazione esterno mediante selettore.



Figura 4.25.: Utilizzo del clock esterno - Step necessari

Seguendo i passi di tale processo è possibile quindi agganciare il convertitore ACOT al segnale di temporizzazione esterno, e valutare così gli impatti della tecnica spread-spectrum in modo analogo a quanto fatto nel caso della modulazione implementata in origine.

4.3.1. Setup di misura

Dopo aver abilitato il dispositivo in modo da utilizzare un segnale di temporizzazione esterno, è possibile caratterizzare la riduzione dell'EMI in funzione dei parametri di modulazione f_m e Δf mediante l'apparato di misura proposto in 4.26.



Figura 4.26.: Setup di misura automatico

Tali misurazioni vengono effettuate fissando le condizioni al contorno (in termini di carico e tensione di ingresso ed uscita del dispositivo) descritte all'interno del capitolo precedente, in 3.2.1. Questo consente di effettuare un confronto diretto in termini di variazione del valore di picco massimo di emissione rispetto a quanto valutato nel capitolo precedente, in cui si discute l'implementazione nativa della tecnica di spread-spectrum, ottenendo così una percezione immediata degli effetti della modulazione applicata.

Il processo di misura ha come scopo quello di valutare il picco massimo di emissione cambiando iterativamente i parametri di emissione. Questo è fatto in modo totalmente automatico mediante degli script scritti in Python riportati in appendice B che, una volta lanciati, permettono di settare correttamente gli strumenti di misura e raccogliere i dati d'interesse.

In particolare, sempre facendo riferimento a figura 4.26, dopo aver programmato opportunamente il generatore di segnali in modo da sintetizzare un segnale di temporizzazione alla frequenza di $f_{sw} = 2 \text{ MHz}$ (a cui verrà sincronizzato il dispositivo come descritto dalla sezione precedente), è possibile procedere mediante l'applicazione della tecnica di modulazione in frequenza. Questo avviene programmando opportunamente il generatore di segnali utilizzato, in quanto è prevista la possibilità di definire e successivamente salvare all'interno della memoria interna dello strumento un segnale arbitrario, rappresentato da una sequenza di valori normalizzata. Tale segnale può essere quindi utilizzato come segnale modulante, definendo opportunamente i parametri di modulazione.

Dopo aver applicato al prototipo il segnale di temporizzazione modulato in frequenza in accordo con quanto descritto precedentemente, è necessario fissare i parametri dell'analizzatore di spettro in modo da effettuare una misura di picco corretta. In particolare, ci si è focalizzati sull'armonica alla frequenza di commutazione del dispositivo f_{sw} , ed in funzione della profondità di modulazione fissata è stato scelto l'intervallo di frequenze opportuno in modo da visualizzare correttamente il segnale a schermo e misurare il valore associato al picco di emissione.

Conseguentemente, il valore di SPAN dello strumento è stato fissato in funzione del Δf utilizzato nell'effettuare la modulazione, in modo da garantire:

$$SPAN = 3\Delta f \tag{4.34}$$

Mentre il valore di frequenza centrale, in accordo con quanto riportato, risulta:

$$CENTERf = f_{sw} = 2 MHz \tag{4.35}$$

Il tempo di scansione è stato poi fissato in modo da rispettare l'espressione riportata in appendice A in modo da mantenere l'immagine ferma sullo schermo, mentre il valore di RBW è stato fissato in accordo con le normative descritte in precedenza, in particolare:

$$RBW = 9 \, kHz \tag{4.36}$$

Dopo aver fissato opportunamente tali parametri, è stato possibile acquisire i valori di picco in funzione di f_m e Δf , memorizzandoli all'interno delle variabili definite nello script utilizzato per pilotare correttamente gli strumenti. Nella sezione successiva verranno riportati i risultati derivanti dall'applicazione di tale approccio.

4.3.2. Risultati forniti

I valori di picco massimo al variare dei parametri di modulazione, salvati precedentemente all'interno di apposite variabili, sono stati rappresentati mediante script MATLAB riportato all'interno dell'appendice B.

L'andamento del picco di emissione nel caso di modulazione triangolare è riportato all'interno di figura 4.27 e 4.28, rispettivamente nel caso di variazioni di $f_m \in \Delta f$.

Dai grafici qui riportati, si nota la presenza di un valore di picco minimo in corrispondenza dei parametri di modulazione:

$$f_m^{opt} = 9 \,\mathrm{kHz} \tag{4.37}$$

$$\Delta f^{opt} = 350 \,\mathrm{kHz}$$



Figura 4.27.: Andamento del picco di emissione vs. f_m - Modulazione triangolare



Andamento del picco massimo al variare di Δf

Figura 4.28.: Andamento del picco di emissione vs. Δf - Modulazione triangolare

Ciò che è inoltre evidente, è la presenza di un andamento monotono decrescente del picco di emissione all'aumentare di Δf , in accordo con i risultati teorici riportati in precedenza, mentre lo scostamento del valore di frequenza di modulazione ottimale rispetto a quello atteso dall'analisi teorica è dovuto alle considerazioni relative alla presenza del PLL, riportate in precedenza.

All'interno di figura 4.29 è possibile osservare l'effetto dell'applicazione della tecnica di spreadspectrum, la quale consente di ottenere una riduzione EMI pari a:

$$\mathrm{EMI}_{red} = \mathrm{EMI}_{\mathrm{SS \ OFF}} - \mathrm{EMI}_{\mathrm{SS \ ON}} \cong 12 \,\mathrm{dBm} \tag{4.38}$$

Dove EMI_{red} è la riduzione del valore associato al picco di emissione, $\text{EMI}_{\text{SS OFF}}$ è il valore di picco massimo di emissione in assenza di spread-spectrum mentre $\text{EMI}_{\text{SS ON}}$ è il valore di picco massimo di emissione a spread-spectrum abilitato.



Figura 4.29.: Spettro di emissione con e senza spread-spectrum

4.3.3. Modello Matlab dell'analizzatore di spettro ad eterodina

Le valutazioni del picco di emissione sono state nuovamente effettuate mediante un approccio basato sull'utilizzo di un modello MATLAB di ricevitore EMI, riportato in figura 4.30 e precedentemente descritto.

In particolare, si è fatto uso del modello proposto in [20], il quale permette di riprodurre il funzionamento di un analizzatore di spettro, come descritto in [3]. Gli spettri di un tono sinusoidale modulato mediante onda triangolare forniti sia dall'analizzatore di spettro HP-8563E che dal simulatore proposto sono riportati in figura 4.31, ed è possibile quindi osservare come i risultati ottenuti a partire dal modello MATLAB risultino attendibili.

Si è quindi implementato uno script che permettesse di valutare il picco di emissione associato ad un tono sinusoidale modulato mediante un segnale PAM come quello proposto, al variare dei parametri di modulazione. Questo ha concesso di ottenere i grafici riportati all'interno di



Figura 4.30.: Modello di ricevitore EMI



Figura 4.31.: Modello MATLAB di ricevitore EMI - Confronto tra spettri di emissione

figura 4.32 e 4.33, rispettivamente nel caso di variazioni della frequenza di modulazione f_m e di profondità di modulazione Δf .

Come si osserva, i risultati derivati dalle simulazioni effettuate mediante il modello dell'AS sono compatibili a quelli ottenuti mediante il processo di misura, riportati all'interno della sezione precedente. Il fatto che questi non combacino perfettamente è legato all'utilizzo di un segnale modulante PAM ideale nel caso del modello dell'AS, mentre i valori derivati da misurazioni effettuate sul prototipo tengono conto degli effetti indotti dal sistema ad aggancio di fase discussi in 4.2, che portano la modulante effettiva a discostarsi da quella PAM ideale, come mostrato in precedenza.



Figura 4.32.: Variazione del picco di emissione con f_m - Modello AS



Figura 4.33.: Variazione del picco di emissione con Δf - Modello AS

4.4. Lo spread- spectrum ed il ripple d'uscita

L'utilizzo della tecnica di spread-spectrum non ha conseguenze legate unicamente all'abbattimento del picco di emissione, ma può influenzare anche altre prestazioni del sistema in analisi. In particolare, verrà qui trattato l'impatto dell'utilizzo della tecnica di spread-spectrum sulla variazione del ripple d'uscita.

Ci si aspetta infatti che il ripple d'uscita vari sia per motivazioni legate al cambiamento della frequenza istantanea del segnale di commutazione nel tempo, ma anche per via di un residuo legato alla presenza della modulazione sull'uscita del convertitore.

Come riportato in [21], in funzione della frequenza di switching a cui il dispositivo lavora si ha un ripple in uscita che varia in accordo con l'espressione:

$$\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{\pi^2}{2} \left(1 - \frac{V_o}{V_{in}} \right) \left(\frac{f_{LC}}{f_{SW}} \right)^2 \tag{4.39}$$

Dove f_{LC} è la frequenza di cut-off del filtro LC in uscita dal convertitore buck utilizzato, definita come:

$$f_{LC} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{4.40}$$

Il ripple in analisi è un segnale variabile nel tempo che si sovrappone al livello di tensione in continua desiderato in uscita dal convertitore, ed ha una frequenza pari a quella di commutazione. In accordo con questo semplice modello, l'ampiezza del ripple in uscita varia con la frequenza di commutazione utilizzata f_{SW} , ed in particolare l'ampiezza aumenta con il diminuire della f_{SW} .

A tale fenomeno è sovrapposto un residuo legato al segnale modulante utilizzato, quest'ultimo a frequenza molto più bassa se comparata a quella del segnale di commutazione del convertitore. In accordo con quanto riportato in [21], la presenza di quest'ultimo è legata alla variazioni del duty-cycle nel tempo ed un'analisi quantitativa di tale fenomeno richiederebbe di tener conto delle non idealità dei componenti utilizzati all'interno del convertitore.

Di seguito viene quindi riportata l'analisi condotta al fine di avere una stima quantitativa del ripple in uscita in funzione dei parametri di modulazione utilizzati. Ciò è possibile mediante delle simulazioni SPECTRE del prototipo riportato su Cadence Virtuoso, seguite da delle misurazioni effettuate il laboratorio.

4.4.1. Simulazioni circuitali

Le simulazioni circuitali effettuate sul prototipo sono state effettuate mantenendo le stesse condizioni operative del dispositivo rispetto a quelle dichiarate al fine di valutare l'efficacia della tecnica di spread-spectrum, nello specifico $V_{IN} = 5 \text{ V}, V_{OUT} = 1.2 \text{ V} \text{ e } I_L = 0.9 \text{ A}.$

Inoltre, uno studio più dettagliato sui componenti del filtro LC d'uscita del convertitore è stato condotto con lo scopo di ottenere una stima quanto più possibile precisa del ripple. A tal fine, ci si è concentrati sullo studio dei modelli dei componenti indicati forniti dal costruttore.

Ciò che è risultato particolarmente rilevante è la dipendenza del valore di induttanza e di capacità dei componenti utilizzati al variare delle condizioni operative, ed in particolare della corrente continua che fluisce all'interno dell'induttore e della tensione continua applicata ai capi del condensatore. Se il valore di tensione e corrente aumentano, sia il valore di induttanza che di capacità diminuiscono, e questo ha degli impatti significativi sullo studio del ripple in uscita.

L'utilizzo dei semplici modelli statici forniti dal costruttore, non tengono conto delle variazioni delle condizioni operative. Tuttavia, come mostrato all'interno di 4.34, l'aumento della corrente continua che scorre nell'induttore porta il valore di induttanza misurato a discostarsi drasticamente rispetto a quello derivato mediante il modello statico, quest'ultimo rappresentato da un punto di vista circuitale come mostrato in 4.35, dove viene riportato un esempio di modello equivalente dell'induttore ed in cui si nota chiaramente l'assenza di elementi circuitali dipendenti delle variazioni della corrente DC.



Figura 4.34.: Valore dell'induttanza misurato vs.



Figura 4.35.: Modello statico dell'induttore

Ciò che il costruttore fornisce in modo da tenere conto di tale effetto è un modello dinamico del componente. In particolare, a differenza di quanto mostrato all'interno della figura precedente, l'equivalente circuitale dinamico può comprendere degli elementi il cui valore risulta dipendente da quello della corrente in continua che scorre all'interno del dispositivo, mostrato in 4.36, permettendo così di avere dei risultati più vicini a quelli misurati in laboratorio.



Figura 4.36.: Modello dinamico dell'induttore

Ovviamente, considerazioni analoghe valgono per il valore di capacità, il cui valore numerico varia in funzione della tensione presente ai capi del dispositivo, come mostrato in 4.37.



Figura 4.37.: Variazioni del valore di capacità con la tensione DC

Nel caso in analisi, sono quindi stati istanziati all'interno della vista schematico del prototipo i modelli dinamici forniti dal costruttore, sia per l'induttore che per il condensatore. Mediante un'analisi .STEP, è stato possibile analizzare la variazione del ripple in uscita al variare dei parametri di modulazione, ottenendo quanto riportato all'interno di figura 4.38 e 4.39 rispettivamente per variazioni di f_m a Δf fissato e viceversa.

Ciò che è chiaro, è l'aumento del ripple in uscita con l'aumento della profondità di modulazione Δf e con la diminuzione della frequenza di modulazione f_m . Tuttavia, dalle simulazioni effettuate si evince che tali variazioni non portano ad un elevato aumento del ripple in uscita, in quanto la differenza rispetto al valore iniziale nel caso di modulazione ottimale risulta:

$$\Delta V_{ripple}^{Sim} = V_{ripple}^{mod} - V_{ripple}^{no_mod} \le 5 \,\mathrm{mV} \tag{4.41}$$

Dove ΔV_{ripple}^{Sim} è la differenza del ripple in termini di ampiezza picco-picco tra ciò che si ha con la modulazione attiva (V_{ripple}^{mod}) e spenta (V_{ripple}^{no-mod}) .

CAPITOLO 4. IMPLEMENTAZIONE ALTERNATIVA

Figura 4.38.: Variazione del ripple in uscita con f_m - $\Delta f = 250\,\mathrm{kHz}$



Figura 4.39.: Variazione del ripple in uscita con Δf - $f_m = 12.5\,\mathrm{kHz}$

Misure sperimentali

Come osservato in precedenza, la variazione del ripple in uscita in funzione dei parametri di modulazione risulta essere dell'ordine dei mV, di conseguenza non è possibile effettuare una misura affidabile di tale variazione utilizzando gli strumenti da laboratorio qui indicati, ed in particolare mediante utilizzo dell'oscilloscopio.

È invece possibile utilizzare l'oscilloscopio per valutare l'impatto della modulazione sul ripple d'uscita nelle condizioni di lavoro ottimali al fine della riduzione dell'EMI, mantenendo sempre le stesse condizioni di misura in termini di corrente di carico, tensione d'ingresso e uscita. Fissati quindi i valori di Δf^{opt} ed f_m^{opt} precedentemente definiti, è stata acquisita una finestra termore la modiante l'aggilloggopia che comprendenze un numero sufficiente di periodi di modu

temporale mediante l'oscilloscopio che comprendesse un numero sufficiente di periodi di modulazione T_m^{opt} , in modo da poter valutare l'impatto della presenza della modulazione sul ripple, come mostrato in figura 4.40.



Figura 4.40.: Ripple in uscita con spread-spectrum attivo - Parametri di modulazione ottimali

Questo ha concesso di determinare il valore picco-picco sia nel caso in assenza che in presenza di modulazione, ottenendo una differenza in termini di ampiezza picco picco del ripple pari a:

$$\Delta V_{o,ripple}^{Meas} = V_{o,ripple}^{Mod} - V_{o,ripple}^{no_{-}Mod} = 5 \,\mathrm{mV}$$
(4.42)

5. Conclusioni

In conclusione, le tecniche di modulazione attualmente implementate all'interno del prototipo sono state attentamente caratterizzate, sia mediante l'utilizzo di un oscilloscopio digitale che di un analizzatore di spettro, desumendo che non risultano efficaci al fine di ridurre le emissioni del dispositivo. Di conseguenza, ciò ha portato a formalizzare concettualmente ed implementare una tecnica di modulazione alternativa.

Quest'ultima è basata sull'utilizzo di un segnale modulante triangolare discreto a sedici livelli. I valori di frequenza e profondità di modulazione ottimali sono stati derivati mediante un apparato di misura automatizzato, che ha permesso di ricavare l'inviluppo del picco massimo di emissione in funzione dei parametri di modulazione adottati. In particolare, l'efficacia della modulazione proposta al variare dei parametri utilizzati è stata valutata fornendo un segnale di temporizzazione sintetizzato esternamente, bypassando l'oscillatore locale presente all'interno dell'integrato e misurando così il picco di emissione.

Questo processo è stato ripetuto in modo iterativo, ed i risultati estratti dalle misurazioni sono stati successivamente confrontati con quelli forniti da un modello equivalente dell'analizzatore di spettro ad eterodina implementato in MATLAB, utilizzando un tono alla frequenza di commutazione del dispositivo modulato in frequenza mediante il segnale triangolare discreto teorizzato, verificandone la compatibilità.

Dalle valutazioni effettuate è possibile concludere che la tecnica di modulazione proposta consente di ridurre significativamente il valore del picco massimo di emissione rispetto alle tecniche di modulazione implementate all'interno del prototipo. Questa può essere praticamente implementata progettando un oscillatore che consenta di generare un segnale di temporizzazione modulato in frequenza in accordo alle condizioni ottimali ottenute dall'analisi effettuata, aggiungendo tale dispositivo all'interno del prototipo soppiantando l'oscillatore locale attualmente presente.

L'analisi preliminare effettuata ha inoltre evidenziato delle criticità in merito al funzionamento del dispositivo, ed in particolare si osserva una variabilità della durata degli intervalli di spegnimento del segnale PWM nel tempo. Tuttavia, sia i risultati ottenuti dalle simulazioni circuitali del prototipo che quelli derivati dall'analisi teorica basata sullo studio alla topologia del circuito in analisi confermano la stabilità del sistema e portano ad imputare l'esistenza del comportamento osservato ad altre cause, come la presenza di rumore in grado di corrompere i segnali utili a definire la durata del generico tempo di spegnimento.

Infine, è stato valutato l'impatto della tecnica di spread-spectrum sul ripple in uscita al convertitore, appurando che l'ampiezza di quest'ultimo risulta debolmente dipendente dalla presenza della modulazione applicata, in quanto non si osservano delle variazioni significative. Tale analisi potrebbe essere estesa anche ad altri parametri, come ad esempio l'efficienza, la regolazione di linea e di carico. A tal fine, è possibile effettuare delle analisi in simulazione che permettano di monitorare la risposta del sistema a variazioni della tensione d'ingresso o della corrente assorbita in uscita, applicando in simultanea la tecnica di spread-spectrum e valutando l'eventuale degrado delle prestazioni.

È possibile inoltre pensare di utilizzare altri profili di modulazione, diversi da quelli del segnale triangolare discreto e basati ad esempio su sequenze di simboli generati in modo pseudo-casuale. Questo dovrebbe, in linea teorica, portare ad una riduzione delle emissioni ulteriore se confrontata a quella ottenuta mediante l'utilizzo del segnale triangolare discreto utilizzato. Anche in tal caso, è necessario tuttavia valutare l'impatto delle tecniche alternative proposte sulle specifiche elettriche del dispositivo, in modo da verificare che queste non comportino un peggioramento eccessivo delle prestazioni.

A. Osservazioni su SA ad eterodina

Un analizzatore di spettro ad eterodina è uno strumento di misura basato per l'appunto sul principio di funzionamento del ricevitore ad eterodina. Quest'ultimo prevede la scansione di un certo intervallo di frequenza d'interesse per mezzo di un sistema elettronico composto da *mixer* ed un filtro a banda stretta, con frequenza fissa.

Lo schema di massima di un analizzatore di spettro ad eterodina commerciale è riportato all'interno di figura A.1. L'oscillatore locale (LO) può variare la sua frequenza di oscillazione



Figura A.1.: Schema a blocchi di un SA ad eterodina commerciale, [22]

in modo da far scorrere, all'interno della banda del filtro IF (che non è altro che la RBW dello strumento), lo spettro del segnale d'ingresso. La potenza di quest'ultimo viene successivamente stimata usando un rilevatore di picco, che consente di derivare un singolo valore di potenza osservando il segnale demodulato e filtrato durante tutto il tempo di misura, prima che vari nuovamente la frequenza dell'LO.

La presenza degli attenuatori permette di ottimizzare la potenza in ingresso al mixer ed a ciò che è posto a valle del filtro IF. Si evitano quindi problemi di compressione del guadagno, saturazione e distorsione, definendo la scala verticale dello strumento.

All'ingresso, il pre-selettore permette di selezionare la banda d'interesse all'interno della quale è presente lo spettro del segnale, mentre immediatamente prima del display vi è la presenza di un filtro video di tipo passa basso, avente una banda VBW, permette di elaborare/filtrare il segnale sullo schermo in modo da ridurre il rumore a valle del rilevatore d'inviluppo, ottenendo un'immagine più pulita. Nel processo di misura un ruolo chiave è ovviamente quello de filtro IF. Un valore di banda troppo elevato per tale dispositivo non permette di visualizzare a schermo due componenti armoniche del segnale d'ingresso la cui distanza è inferiore alla RBW del filtro stesso.

Un aspetto particolarmente rilevante è il legame che intercorre tra la RBW del filtro IF ed il tempo di scansione, definito dal blocco indicato in A.1 come sweep generator, ossia lo *sweep time* (ST). Quest'ultimo fa riferimento all'intervallo di frequenze che si intende visualizzare, denominato *span*.

Il filtro IF ha infatti un certo tempo di risposta, denominato τ , strettamente legato al valore di RBW fissato. Se si considera lo SPAN come composto da N filtri IF adiacenti l'uno all'altro, allora è possibile derivare:

$$N = \frac{SPAN}{RBW} \tag{A.1}$$

Per ogni "punto" di larghezza pari a RBW, il tempo di misura MT risulta essere pari al tempo di risposta del filtro. Il tempo di scansione complessivo è quindi derivato come:

$$ST = N \cdot MT \tag{A.2}$$

Dove:

$$MT = \frac{k}{RBW} \tag{A.3}$$

Il parametro k varia da 2 a 3 in molti analizzatori di spettro analogici. Conseguentemente:

$$ST = k \frac{SPAN}{(RBW)^2} \tag{A.4}$$

Un tempo di scansione inferiore a quello derivato dall'espressione A.4, porta ad effettuare misure non calibrate correttamente, e questo viene notificato a schermo dallo strumento con la dicitura *Meas Uncal*.

Un'analisi più approfondita di tale architettura richiede lo studio delle non linearità introdotte dai blocchi fin qui descritti, e risulta quindi particolarmente complesso. In questa sezione si è semplicemente analizzato il principio di funzionamento dello strumento di misura, con un approccio ad alto livello. L'utilizzo del formalismo che comprende la rappresentazione analitica dei segnali in gioco è stato proposto in [6], ed è necessario tenerne conto allo scopo di derivare i parametri di modulazione ottimali da impiegare.

B. Listati

B.1. Listati Matlab

B.1.1. Funzione per la rilevazione del T_i

```
1 function [t_rising_edge, t_falling_edge, T] = edge_estimator(t, v_2, ...
      V_mid, V_hyst)
2
3 i=find(v_2<V_mid-V_hyst/2, 1, 'first');</pre>
4 k=1;
5 n=1;
6 false_transition_up=0;
7 false_transition_down=0;
  rising=false;
8
9
  %Scorro tutti i campioni del segnale che ho acquisito
10
11
  while(i<length(v_2))</pre>
12
13
14
       i=i+1;
15
       % Il segnale supera la prima soglia dell'isteresi
16
       if (v_2(i)>V_mid-V_hyst/2)
17
18
19
            i_start=i;
20
           found=false;
21
22
           while(found==false && i<length(v_2))</pre>
23
24
25
                i=i+1;
26
                %Il segnale
                                 sceso nuovamente gi , quindi non era una vera ...
27
                    transizione.
28
                if(v_2(i)<V_mid-V_hyst/2)</pre>
29
                    found=true;
30
^{31}
                    %Spurious_transitions_counter
32
                    false_transition_up=false_transition_up+1;
33
34
```

```
35
                end
36
                               salito anche oltre la seconda soglia
37
                %Il segnale
                %quindi era una vera transizione.
38
39
                if(v_2(i)>V_mid+V_hyst/2)
40
41
                    rising=true;
42
43
                     found=true;
44
                     i_stop=i;
45
46
47
                     %Determino l'istate di tempo in cui il segnale
                                                                            salito
48
                     %guardando quando questo pi vicino a Vmid.
49
                     diff_neigh=v_2(i_start:i_stop)-V_mid;
50
                    t_re_idx=find(diff_neigh==min(diff_neigh),1,'first');
51
                     t_rising_edge(k) =t(i_start+t_re_idx-1);
52
53
                    %Posso calcolare i periodi facendo la differenza
54
                    %tra i fronti di salita trovati
55
56
                    if(k>1)
57
                         T(k-1)=t_rising_edge(k)-t_rising_edge(k-1);
58
                    end
59
60
                    k=k+1;
61
62
63
                end
64
            end
65
       end
66
67
       found = false;
68
69
       % Se ho superato la salita, adesso devo trovare la discesa, per poter
70
71
       % poi riprendere a cercare un'altra salita.
72
       if(rising==true && i<length(v_2))</pre>
73
74
            rising=false;
75
76
            while(found==false && i<length(v_2))</pre>
77
78
79
                i=i+1;
80
                %Il segnale supera la prima soglia, quella alta
81
                if (v_2(i)<V_mid+V_hyst/2)</pre>
82
83
                    i_start=i;
84
                    exit=false;
85
86
```

```
while (exit==false && i<length(v_2))</pre>
87
88
                          i=i+1;
89
90
                          %Il segnale
                                          salito nuovamente su, ho una transizione
91
                          %spuria
92
                          if(v_2(i)>V_mid+V_hyst/2)
93
94
                               exit=true;
95
                               false_transition_down=false_transition_down+1;
96
                          end
97
98
99
                          %Il segnale
                                           sceso anche sotto la seconda soglia
100
                          if(v_2(i)<V_mid-V_hyst/2)</pre>
                               i_stop=i;
101
                              found=true;
102
                              exit=true;
103
104
                               %Determino l'istate di tempo in cui il segnale
105
                                                                                       . . .
                                  sceso
                               %guardando quando questo pi vicino a Vmid.
106
107
                              diff_neigh=v_2(i_start:i_stop)-V_mid;
108
                              t_fe_idx=find(diff_neigh==min(diff_neigh),1,'first');
109
                               t_falling_edge(n) =t(i_start+t_fe_idx-1);
110
111
112
                              n=n+1;
                          end
113
114
115
                     end
                 end
116
117
            end
118
119
        end
120
121 end
```

B.1.2. Script per la stabilità del sistema - Mappa di Poincaré

```
Main
```

```
1 clear all
2 clc
3
4 param0=10;
5
6 Δ_p=0.5;
7 N=6;
8 eps=Δ_p/N;
```

```
9
10
11 for i=1:N
12
       param=param0*(1-i*eps);
13
       param
14
       save('param.mat', 'param');
15
       Stability_analysis(param,i)
16
17
18 end
19
20
21 legend('show')
22 hold on
23 ang=0:0.001:2*pi+0.01;
24 xp=cos(ang);
25 yp=sin(ang);
26 title ({'\textbf{Autovalori del sistema nel piano di ...
      Gauss}'},'Interpreter','latex','FontSize', 14);
27 xlabel('Re($\lambda$)','Interpreter','latex','FontSize', 14);
28 ylabel('Im($\lambda$)','Interpreter','latex','FontSize', 14);
29 grid on
30 grid minor
31 plot(xp,yp,'Displayname','Unit circle');
```

Funzione per il punto fisso

```
1 function F = fixed_point(x)
2
3 p=load('param.mat');
4
5
6 Vin=p.param;%5;
7 Vo=1.2;
8 Vref=Vo*(600/2600);
9 Vref_05=0.5;
10
11 Ion=Vin*0.2/60178-Vref_05/(60225+5051.9/2+191300);
12 Con=2*1.007e-12+2.002e-12+5.006e-12;
13 Ron1=498402;
14 Ron2=498402*4;
15 k_Ron=Ron1/(Ron1+Ron2);
16
17
18 L=1e-6;
19 Co=p.param;
20 Ro=1.3;
21 Cf=17.11e-12;
22 Rf=2*278694;
```

```
23 Cb=5.027e-12;
24 R1=2e6;
25 R4=600e3;
26 Rp1=R1;
27 Rp2=R4;
28 Rr=2*247776;
  Cr=20.11e-12;
29
30
_{31} k2=(1/R4+1/Rf);
_{32} k2_1=(1/R1+1/R4);
33 k3=(1/R4+1/Rf+1/R1);
34 k4=(1/Ro+1/R1+1/R4+1/Rp1);
35
36
  A = [1/L * [0 -1 0 0 0];
37
38
   (1/Co) * [1 -k4 0 1/R4 k2];
39
40
   (1/Cr) * [0 1/Rp1 -1/Rr 0 0];
41
42
   (1/Cb) * [0 1/R4 0 - k2_1 - k2_1];
43
44
   (1/Cf)*[0 k2 0 -k2_1 -k3];
45
46
47
   ];
48
  B1=[(1/L)*Vin;
49
50
   (1/Co) * (Vin/Rf+Vref/Rp1);
51
52
   (1/Cr) * (-Vref* (1/Rp1+1/Rp2));
53
54
   (1/Cb) * (0);
55
56
   (1/Cf) * (-Vin/Rf)
57
58
59
  ];
60
61
62 B2=[(1/L)*0;
63
   (1/Co) * (Vref/Rp1);
64
65
   (1/Cr) * (-Vref* (1/Rp1+1/Rp2));
66
67
68
   (1/Cb) * (0);
69
70 (1/Cf) * (0)
71
72 ];
73
74 g1 = [0 1 0 0 0];
```

```
75 g2=[0 1 1 -1 -1];
76
77 Xeq_1=-inv(A) *B1;
78 Xeq_2=-inv(A) *B2;
79
so phi= Q(t) \exp(A \star t);
81
82 Ton_hat=x(1);
T_hat=x(2);
84
s5 x_hat=inv(eye(5)-phi((T_hat)-(Ton_hat))*phi(Ton_hat))*( ...
      (eye(5)-phi(T_hat-(Ton_hat))) *Xeq_2 + ...
86
       phi(T_hat-(Ton_hat))*(eye(5)-phi(Ton_hat))*Xeq_1);
87
88 F_2=g1*(Xeq_1+phi(Ton_hat)*(x_hat-Xeq_1))-k_Ron^-1*(Ion/Con)*(Ton_hat);
89 F_3=g2*(Xeq_2+phi(T_hat-(Ton_hat))*(Xeq_1+phi(Ton_hat)*(x_hat-Xeq_1)-Xeq_2)) .
      - Vref;
90
91 F = [F_2; F_3];
92 end
```

Funzione per l'analisi di stabilità del punto fisso

```
1 function Stability_analysis(param,iter)
\mathbf{2}
3
4 Vin=param;
5 Vo=1.2;
6 Vref=Vo*(600/2600);
7 Vref_05=0.5;
8
9
10 Con=2*1.007e-12+2.002e-12+5.006e-12;
11
12 Ion = Vin*0.2/60178-Vref_05/(60225+5051.9/2+191300);
13 Ron1=498402;
14 Ron2=498402*4;
15 k_Ron=Ron1/(Ron1+Ron2);
16
17 L=1e-6;
18 Co=22e-6;
19 Ro=1.3;
20 Cf=17.11e-12;
21 Rf=2*278694;
22 Cb=5.027e-12;
23 R1=2e6;
24 R4=600e3;
25 Rp1=R1;
26 Rp2=R4;
```
```
27 Rr=2*247776;
28
   Cr=20.11e-12;
29
_{30} k2=(1/R4+1/Rf);
  k2_1 = (1/R1 + 1/R4);
31
   k_{3}=(1/R_{4}+1/R_{f}+1/R_{1});
32
   k4 = (1/R0 + 1/R1 + 1/R4 + 1/Rp1);
33
34
35
   A = [1/L * [0 -1 0 0 0];
36
37
   (1/Co) * [1 -k4 0 1/R4 k2];
38
39
40
   (1/Cr) * [0 1/Rp1 −1/Rr 0 0];
41
   (1/Cb) * [0 1/R4 0 - k2_1 - k2_1];
42
43
   (1/Cf) * [0 k2 0 - k2_1 - k3];
44
45
   ];
46
47
   B1=[(1/L)*Vin;
48
49
   (1/Co) * (Vin/Rf+Vref/Rp1);
50
51
   (1/Cr) * (-Vref * (1/Rp1+1/Rp2));
52
53
   (1/Cb) *(0);
54
55
56
   (1/Cf) * (-Vin/Rf)
57
58
   ];
59
60
   B2 = [(1/L) * 0;
61
62
63
   (1/Co) * (Vref/Rp1);
64
   (1/Cr) * (-Vref * (1/Rp1+1/Rp2));
65
66
   (1/Cb) * (0);
67
68
   (1/Cf) * (0)
69
70
71
   ];
72
73
  응응응
                                    Determino il punto fisso.
74
75
76 x0=[13e-9 15e-9]';
77 option=optimoptions('fsolve','Algorithm','levenberg-marquardt','Display','iter');
78 fp=fsolve(@fixed_point, x0, option);
```

```
79
   Ton_hat=fp(1);
80
81
   T_hat=fp(2);
82
g_{1} = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0];
84 g2=[0 1 1 −1 −1];
85
86 Xeq_1=-inv(A) *B1;
87 Xeq_2=-inv(A) *B2;
88
89 phi= @(t) expm(A.*t);
90
91 fp(1)
92 fp(2)
   x_hat = inv(eye(5)-phi(T_hat-Ton_hat)*phi(Ton_hat))*( ...
93
       (eye(5)-phi(T_hat-Ton_hat)) *Xeq_2 + ...
       ... phi(T_hat-Ton_hat)*(eye(5)-phi(Ton_hat))*Xeq_1 )
94
95
                                           Calcolo della Jacobiana nel punto fisso.
   응응응
96
97
   dP_dxn=phi(T_hat-Ton_hat).*phi(Ton_hat);
98
99
   dP_dTon=phi(T_hat-Ton_hat)*(-A)*(Xeq_1+phi(Ton_hat)*(x_hat-Xeq_1)-Xeq_2)+phi(T_hat-Ton_h
100
   dP_dT=phi(T_hat-Ton_hat)*(A)*(Xeq_1+phi(Ton_hat)*(x_hat-Xeq_1)-Xeq_2);
101
   dP_ddn=[dP_dTon dP_dT];
102
103
   dSigma_dTon=[g1*phi(Ton_hat)*A*(x_hat-Xeq_1)-k_Ron^-1*(Ion/Con);
104
105
106 g2*dP_dTon
   ];
107
108
  dSigma_dT=[0;
109
110
111 g2*dP_dT
112 ];
113
   dSigma_ddn=[dSigma_dTon dSigma_dT];
114
115
116
  dSigma_dxn=[g1*phi(Ton_hat);
117
  g2*dP_dxn
118
  ];
119
120
   J=dP_dxn-dP_ddn*inv(dSigma_ddn)*dSigma_dxn;
121
122
   eigen=eig(J);
123
124
125
126
127 응응응
                    Plotto i risultati ottenuti sul piano complesso
128
  plot(real(eigen), imag(eigen), 'o', 'DisplayName', int2str(iter))
129
```

```
130 real(eigen)
131 hold on
132
133 end
```

B.1.3. PLL

Modello lineare

```
1 clear all
2 clc
3
4 s=tf('s');
\mathbf{5}
   8
                  Buck parameter
6
7
8 Vout=1.2;
9 Vin=5;
10 Con=9.0220e-12;
11 Vref_eff=Vout*(498402)/(1993608+498402);
12
13 %
                   PLL filter + Charge pump
14
15 R=100e3;
16 C1=50e-12;
17 C2=4e-12;
18 Ip=1e-6;
19
20
              Reference frequency
21 😵
22
23 fi=2e6;
24
25
26 %
               Transconductance amplifier
27
_{28} Rm = 50711.8;
29
30
31 G_PD_CP_LPF = (Ip/2*pi)*(1+s*R*C1)/(s^2*R*C1*C2 + s*(C1+C2));
32
33 Gm=1/Rm;
34
35 Kico = 2*pi*(Vout/Vin)*1/(Con*Vref_eff);
36
37 G3 = Kico/s;
38
39
40 T = G_PD_CP_LPF * Gm * G3;
```

```
41 H = T/(1+T);
42
43 options = bodeoptions;
44 options.FreqUnits = 'Hz';
45
46 options.Title.String = '\textbf{Diagramma di Bode del sistema PLL - H(s)}';
47 options.Title.Interpreter = 'latex';
48
49 options.XLabel.String = 'f';
50 options.XLabel.Interpreter = 'latex';
51
52 bode(H, options)
53 grid on
```

Modello a tempo discreto

Main

```
1 clear all
2 clc
3
4 global tetao_ini tetai_ini omega0 t_ini k0 ang
5 global R C1 C2 I wi
6 global vc1_ini ic1_ini prim_vc_ini
7
8 %options = optimset('Algorithm', 'levenberg-marguardt', 'Display', 'off');
9 options = optimset('Display', 'off');
10
11 %
                   Buck parameters
12
13 Vout=1.2;
14 Vin=5;
15 Con=9.0220e-12;
16 Vref_eff=Vout*(498402)/(1993608+498402);
17
18
19
20 %
               PLL filter + Charge pump
21
22 R=100e3;
23 C1=50e-12;
24 C2=4e-12;
25 Ip=1e-6;
26
27
                           Frequenza del segnale d'ingresso
29
_{30} \Delta f = 250000;
31 fm=1/(0.8*100e-6);
```

```
32 nbit = 4;
33 응응응
                             Modulazione triangolare
34
35 \text{ wistmp} = 2 \times [0:2^{(nbit)}-1] / (2^{(nbit)}-1)-1;
36 wi_v = 2*pi*2e6 + 2*pi*af*[wi_tmp(1:end), flip(wi_tmp(2:end-1))];
37
38 응응응
                             Modulazione pseudo-random
39
40 %wi_v=2*pi*2e6 + 2*pi*af*[-1, -3/5, -1/5, 1/5, 3/5, 1, -11/15, -1/3, ...
      1/15, 7/5, 13/15, -13/15, -7/5, -1/15, 1/3, 11/15];
41 Ts = 1/fm/length(wi_v);
42 wi=wi_v(1);
43 win_plot = [wi];
44
45
46 %
                             Voltage controlled oscillator
47
48 \text{ Rm} = 50711.8;
49 k0 = 2*pi*(Vout/Vin)*1/(Con*Vref_eff*Rm);
10 = 0.5/(60225.8+5051.9/2) + Vin*0.2/60178.2;
51 omega0 = 2*pi*(Vout/Vin)*(I0/(Con*Vref_eff));
52 \text{ w_out} = [\text{omega0}];
53
54
55 %
                Initial state element.
56
57 vc1_ini=0;
58 ic1_ini=0;
59 prim_vc_ini=0;
60
61 tetai_ini=0;
62 tetao_ini=-pi;
63
64
65 %
               Variables definition
66
67 \text{ N} = 2800;
68 time = [0];
69 tetae = [tetai_ini-tetao_ini];
70
71
72 f = @time_computation;
73
Debug
75
76 ic1=[];
77 vc1=[];
78 tetao_v=[];
79 tetai_v=[];
80 tp_v=[];
81
82 %for i=1:N
```

```
83
   T_sim = 2e-3;
84
85
   while (time(end)<T_sim)</pre>
86
87
88
        ୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫
                                  Prima fase: 0<t<tp
                                                                ୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫<u></u>
89
90
        t_ini = time(end);
91
        ang=0;
92
93
        2
                 Scelgo come calcolare tp e aggiorno il vettore dei tempi
94
95
96
        if (tetae(end) > 0)
            I = Ip;
97
            tp = lsqnonlin(f, t_ini, eps, Inf, options);
98
            %[tp,fval,exitflag,output] = fzero(f, t_ini);
99
            tetao_ini_tmp = 0;
100
            tetai_ini_tmp = tetai(tp) - 2*pi*floor(tetai(tp)/(2*pi));
101
        else
102
            I = -Ip;
103
            tp = t_ini + abs(tetae(end))/wi;
104
            tetao_ini_tmp = tetao(tp) - 2*pi*floor(tetao(tp)/(2*pi));
105
            tetai_ini_tmp = 0;
106
107
        end
108
109
        8
                Aggiorno il vettore tempi
110
111
        time = [time, tp];
112
        8
                Calcolo le nuove condizioni iniziali per il ciclo successivo
113
114
115
        tetae = [tetae, tetai_ini_tmp - tetao_ini_tmp];
116
117
        tetao_ini = tetao_ini_tmp;
        tetai_ini = tetai_ini_tmp;
118
119
120
        w_out = [w_out, omega0+k0*vc(time(end))];
121
122
        win_plot = [win_plot, wi];
123
124
125
126
        <u> ୧</u>୧୧୧୧୧୧୧
                                                                        <u> ୧</u>୧୧୧୧୧୧୧୧
127
                                  Seconda fase: tp<t<t_hat
128
        I = 0;
129
        ang = 2*pi;
130
        t_ini = time(end);
131
132
133
134
        t1 = t_ini + (ang - tetai_ini)/wi;
```

```
135
        t2 = fzero(f, t_ini);
136
137
        tstar = min(t1, t2);
        time = [time, tstar];
138
139
140
141
        tetai_ini_tmp = (t1 > t2) * (tetai(time(end)) - 2*pi);
142
143
        tetao_{ini_tmp} = -(t1 < t2) * (2*pi - tetao(time(end)));
        tetai_ini = tetai_ini_tmp ;
144
        tetao_ini = tetao_ini_tmp;
145
146
        tetae = [tetae, tetai_ini-tetao_ini];
147
148
        w_out = [w_out, omega0 + k0*vc(time(end))];
        win_plot = [win_plot, wi];
149
150
151
        if (ceil (time (end) /Ts) >ceil (time (end-2) /Ts) && time (end) >0.2e-3 )
152
            wi_v = circshift(wi_v, -1);
153
            wi = wi_v(1);
154
155
        end
156
157
158 end
159
160 figure
161 plot(time, win_plot/(2*pi))
162 xlim([200e-6, T_sim])
163 hold on
164 title('\textbf{Andamento della frequenza nel tempo - Modello discreto ...
       PLL}' ,'Interpreter','latex','FontSize',16)
165 xlabel('t(s)' ,'Interpreter','latex','FontSize',14)
166 ylabel('f(Hz)','Interpreter','latex','FontSize',14)
167 plot(time, movmean(w_out/(2*pi),4))
168 grid on
   grid minor
169
170
   legend('$\omega.{in}(t)$', '$\omega.{out}(t)$', 'FontSize', 14, ...
171
       'Interpreter', 'latex')
172
173
174 figure
175 plot(time, tetae)
```

Tensione di controllo

```
1 function [vc_out] = vc(t)
2
3 global R C1 C2 ic1_ini vc1_ini t_ini I
4
```

```
\mathbf{5}
       a0 = (1/(R*C1))*(1+C1/C2);
       a1 = I/(C1*C2*R);
6
7
       k2 = (a1/a0-ic1.ini/C1)/(a0 \cdot exp(-a0 \cdot t_ini));
8
       k2-prime = (a1/a0-ic1-ini/C1)/a0;
9
       k1 = vc1_ini - k2_prime-(a1/a0)*t_ini;
10
11
       vc1 = k1 + k2_{prime} (-a0 * (t-t_{ini})) + (a1/a0) *t;
12
       ic1 = C1*k2_prime*(-a0)*exp(-a0*(t-t_ini))+a1*C1/a0;
13
14
       2
                Aggiorno le condizioni iniziali per il ciclo successivo
15
16
17
       vcl_ini = vcl;
       ic1_ini = ic1;
18
19
                Valuto la tensione di controllo in uscita.
       2
20
21
       vc_out = vc1 + R*ic1;
22
23
24 end
```

Primitiva della tensione di controllo

```
function [prim_vc_out] = prim_vc(t)
1
2
       global R C1 C2 ic1.ini vc1.ini t.ini I
3
4
       a0 = (1/(R*C1))*(1+C1/C2);
5
6
       a1 = I/(C1*C2*R);
7
       k2 = (a1/a0-ic1_ini/C1)/(a0 \cdot exp(-a0 \cdot t_ini));
8
       k2-prime = (a1/a0-ic1_ini/C1)/a0;
9
       k1 = vc1_ini - k2_prime-(a1/a0)*t_ini;
10
11
       int_vc1 = k1*t - (k2_prime/a0)*exp(-a0*(t-t_ini)) + a1*t^2/(2*a0);
12
       int_ic1 = C1 * k2 prime * exp(-a0 * (t-t_ini)) + a1/a0 * C1 * t;
13
14
       prim_vc_out = int_vc1 + R*int_ic1;
15
16
17 end
```

Calcolo dell'angolo θ_i

```
1 function [tetai_out] = tetai(t)
2
3 global wi tetai_ini t_ini
4
5 tetai_out = tetai_ini + wi*(t-t_ini);
6
```

7 end

Calcolo dell'angolo θ_o

```
function [tetao_out] = tetao(t)
1
2
       global omega0 tetao_ini k0 t_ini
3
4
       if t>t_ini
\mathbf{5}
           tetao_out = tetao_ini + omega0*(t-t_ini) + ...
6
               k0*(prim_vc(t)-prim_vc(t_ini));
       else
7
           tetao_out=tetao_ini;
8
       end
9
10
11
  end
```

Calcolo della soluzione di $\theta_o = 0, 2\pi$

```
function [tetao_out] = tetao_sol(t)
1
\mathbf{2}
3
       global omegaO tetao_ini kO t_ini prim_vc_ini
4
        if (t≤t_ini)
\mathbf{5}
            tetao_out=tetao_ini;
6
        else
7
          tetao_out = tetao_ini + omega0*(t-t_ini) + ...
8
              k0*(prim_vc(t)-prim_vc_ini);
        end
9
10
11
 end
```

B.2. Listati Phyton

B.2.1. Acquisizione traccia da AS

```
# Connecting to the instrument
import scipy.io
from scipy.io import savemat
import pyvisa
rm = pyvisa.ResourceManager()
rm.list_resources()
```

```
as = rm.open_resource('GPIB0::18::INSTR')
# Setting the instrument's parameter - Example
inst.write("CF 2000000;")
inst.write("SP 800000")
inst.write("ST 4")
inst.write("TRA -50")
# Getting the trace
inst.write("TRA?")
a=inst.read("TRA?");
a=a.split(',');
ampl=[float(a_val) for a_val in a];
plt.plot(ampl)
```

scipy.io.savemat('Envelope_pseudo.mat',mdict={'ampl_pseud': ampl})

B.2.2. Raccolta automatica dei dati relativi al picco di emissione

```
# Connecting to the instrument
import pyvisa
rm = pyvisa.ResourceManager()
rm.list_resources()
wave_gen = rm.open_resource('USB0::0x0957::0x0407::MY44024878::0::INSTR')
sa = rm.open_resource('GPIB0::18::INSTR')
  1. Defining an external clock signal
#
wave_gen.write("FM:state OFF")
wave_gen.write("FUNC SQU")
wave_gen.write("frequency 8MHz")
wave_gen.write("voltage:high 1.8")
wave_gen.write("voltage:low 0")
wave_gen.write("output:load 50")
wave_gen.write("func:squ:dcyc 46")
wave_gen.write("output ON")
```

2 Defining a triangular modulation

```
import numpy as np
nbit = 4;
Vpp = 2;
step=Vpp/(2**nbit-1);
Vsig_tmp = step*np.arange(0, 2**nbit)-1
Vsig=np.concatenate((Vsig_tmp, -Vsig_tmp[1:(len(Vsig_tmp)-1)]))
scaled_strings = [f"{val: .2f}" for val in Vsig]
full_string = 'Data VOLATILE, ' + ','.join(scaled_strings)
wave_gen.write(full_string)
wave_gen.write("Function:USER volatile")
# 3. Peak acquisition
import time
import scipy.io
from scipy.io import savemat
#del Peak
i=0
j=0
Peak_acc=0;
fm_min=8000;
fm_max=12000;
N_fm=8;
fm_step=((fm_max-fm_min)/N_fm);
deltaf_min=100000;
deltaf_max=350000;
N_deltaf=8;
deltaf_step=((deltaf_max-deltaf_min)/N_deltaf);
fm_v=np.arange(fm_min,fm_max+fm_step,fm_step);
deltaf_v=4*np.arange(deltaf_min, deltaf_max+deltaf_step, deltaf_step);
Peak=np.zeros((N_fm+1, N_deltaf+1))
```

Spectrum Analyzer parameter

```
RBW=9000; # Imposed resolution bandwith
res_bw_s='RB ' + f"{RBW: .2f}";
sa.write(res_bw_s)
sa.write("CF 2000000")
sa.write("RL -60")
span_s='SP ' + f"{3*deltaf_max: .2f}";
sa.write(span_s)
sweep_time_min=((3*deltaf_max)/RBW)/fm_min
ST_s='ST '+ f"{5*sweep_time_min: .3f}";
sa.write(ST_s)
time.sleep(1)
for fm in fm_v:
    #Configuring the modulation frequency - waveform generator
    wave_gen.write("FM:internal:function USER")
    modul_freq_s = 'FM:internal:frequency ' + f"{fm: .2f}";
    wave_gen.write(modul_freq_s)
    for deltaf in deltaf_v:
        #Configuring the Deltaf - waveform generator
        freq_dev_s= 'FM:deviation ' + f"{deltaf: .2f}";
        wave_gen.write(freq_dev_s)
        wave_gen.write("FM:source internal")
        wave_gen.write("FM:state on")
        time.sleep(1)
        # Acquisisco
        k=0
        avarage_iter=10;
        for k in range(avarage_iter):
            sa.write("SNGLS")
```

```
sa.write("MKPK HI")
sa.write("MKA?")
Peak_tmp=sa.read("MKA?");
Peak_acc=Peak_acc+float(Peak_tmp);
sa.write("CONTS")
Peak[(i,j)]=Peak_acc/avarage_iter;
Peak_acc=0;
j=j+1;
i=i+1;
j=0;
```

Salvo i risultati in una matrice
scipy.io.savemat('Peak_matrix_triang_14_09_zoom.mat',mdict={'Peak': Peak})

B.2.3. Raccolta automatica dei dati da oscilloscopio

Connecting to the instrument

#OSCILLOSCOPE

```
import win32com.client #import the pywin32 library
#creates instance of the ActiveDSO control
scope=win32com.client.Dispatch("LeCroy.ActiveDSOCtrl.1")
#Connects to the oscilloscope. Substitute your IP address
scope.MakeConnection("IP:169.254.146.112")
```

#WAVEFORM GENERATOR

```
import pyvisa
rm = pyvisa.ResourceManager()
rm.list_resources()
wave_gen = rm.open_resource('USB0::0x0957::0x0407::MY44024878::0::INSTR')
```

1. Defining an external clock signal

```
wave_gen.write("FM:state OFF")
wave_gen.write("FUNC SQU")
wave_gen.write("frequency 8MHz")
wave_gen.write("voltage:high 1.8")
```

```
wave_gen.write("voltage:low 0")
wave_gen.write("output:load 50")
wave_gen.write("func:squ:dcyc 46")
wave_gen.write("output ON")
# 2. Defining a triangular modulation
import numpy as np
nbit = 4;
Vpp = 2;
step=Vpp/(2**nbit-1);
Vsig_tmp = step*np.arange(0, 2**nbit)-1
Vsig=np.concatenate((Vsig_tmp, -Vsig_tmp[1:(len(Vsig_tmp)-1)]))
scaled_strings = [f"{val: .2f}" for val in Vsig]
full_string = 'Data VOLATILE, ' + ','.join(scaled_strings)
wave_gen.write(full_string)
wave_gen.write("Function:USER volatile")
#script per misurare #VLX nel tempo
import time
#Start
i=0
j=0
#Partiamo da qui..
fm_v = [7.7e3, 9.5e3, 12.5e3]
deltaf_v =[100000, 250000]
#Configuro la scala verticale dell'oscilloscopio
scope.WriteString("C1:OFST OV", 1)
scope.WriteString("C2:OFST OV", 1)
scope.WriteString("C1:VOLT_DIV 2.5", 1)
scope.WriteString("C2:VOLT_DIV 0.9", 1)
```

```
#Configuro le opzioni di salvataggio
scope.WriteString("STORE_SETUP ALL_DISPLAYED, HDD, FORMAT, MATLAB",1)
#Configuro la scala orizzontale dell'oscilloscopio in modo da prendere
una finestra contenente almeno dieci periodi
Mdiv_h = 10
n=0
for fm in fm_v:
    time_span = 5*(1/(fm))
   time_div = time_span / Ndiv_h
   hor_scale = 'TIME_DIV ' + f"{time_div:.2g}"
    scope.WriteString(hor_scale, 1)
    #Configuring the modulation frequency - waveform generator
    wave_gen.write("FM:internal:function USER")
    modul_freq_s = 'FM:internal:frequency ' + f"{fm: .2f}";
    wave_gen.write(modul_freq_s)
    for deltaf in deltaf_v:
                #Configuring the Deltaf - waveform generator
        freq_dev_s= 'FM:deviation ' + f"{4*deltaf: .2f}";
        wave_gen.write(freq_dev_s)
        wave_gen.write("FM:source internal")
        wave_gen.write("FM:state on")
        time.sleep(1)
        scope.WriteString("TRIG_MODE AUTO", 1)
        scope.WriteString("STOP", 1)
        trace_title_C1 = " VBS 'app.SaveRecall.Waveform.Tracetitle = " + ...
```

```
... '"VLX' + str(n) + '"'
scope.WriteString(trace_title_C1, 1)
scope.WriteString("STORE C1, FILE ", 1)
scope.WriteString("*OPC?", True)
while (not(scope.ReadString(80))):
    print()
scope.WriteString("TRIG_MODE AUTO",1)

j=j+1;
n = n+1;
i=i+1;
j=0;
```

Bibliografia

- Clayton R. Paul. Introduction to Electromagnetic Compatibility. John Wiley & Sons, Inc., 2005.
- [2] Richard Redl and Jian Sun. Ripple-based control of switching regulators—an overview. IEEE Transactions on Power Electronics, 24(12):2669–2680, 2009.
- [3] Fabio Pareschi, Riccardo Rovatti, and Gianluca Setti. Emi reduction via spread spectrum in dc/dc converters: State of the art, optimization, and tradeoffs. *IEEE Access*, 3:2857– 2874, 2015.
- [4] Harold S Black. *Modulation theory*. Van Nostrand Reinhold, 1953.
- [5] A. Santolaria, J. Balcells, D. Gonzalez, J. Gago, and S.D. Gil. Emi reduction in switched power converters by means of spread spectrum modulation techniques. In 2004 IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference (IEEE Cat. No.04CH37551), volume 1, pages 292–296 Vol.1, 2004.
- [6] Fabio Pareschi, Gianluca Setti, Riccardo Rovatti, and Giovanni Frattini. Practical optimization of emi reduction in spread spectrum clock generators with application to switching dc/dc converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 29:4646–4657, 2014.
- J.-J. Laurin, S.G. Zaky, and K.G. Balmain. On the prediction of digital circuit susceptibility to radiated emi. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 37(4):528–535, 1995.
- [8] Ignacio Gil and Raúl Fernández-García. Characterization and modelling of emi susceptibility in integrated circuits at high frequency. In *International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC EUROPE*, pages 1–6, 2012.
- [9] Fabio Pareschi, Riccardo Rovatti, and Gianluca Setti. Emi reduction via spread spectrum in dc/dc converters: State of the art, optimization, and tradeoffs. *IEEE Access*, 3:2857– 2874, 2015.
- [10] M. di Bernardo, F. Garefalo, L. Glielmo, and F. Vasca. Switchings, bifurcations, and chaos in dc/dc converters. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory* and Applications, 45(2):133–141, 1998.
- [11] C.K. Tse and M. Di Bernardo. Complex behavior in switching power converters. *Proceedings of the IEEE*, 90(5):768–781, 2002.

- [12] Abdelali Aroudi, Mohamed B. Debbat, Roberto Giral, Gerard Olivar Tost, L. Benadero, and Elsa Toribio. Bifurcations in dc-dc switching converters: Review of methods and applications. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 15:1549–1578, 05 2005.
- [13] Matt Schurmann. Not all jitter is created equal: Understanding jitter in switching power supplies. Application Report - Texas Instrument.
- [14] Chuan Ni and Tateishi Tetsuo. Adaptive constant on-time (d-cap[™]) control study in notebook applications. Application Report - Texas Instrument.
- [15] Fabio Pareschi, Gianluca Setti, Riccardo Rovatti, and Giovanni Frattini. Short-term optimized spread spectrum clock generator for emi reduction in switching dc/dc converters. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 61(10):3044–3053, 2014.
- [16] K.K. Tse, Henry Shu-Hung Chung, S.Y. Ron Hui, and H.C. So. A comparative study of carrier-frequency modulation techniques for conducted emi suppression in pwm converters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 49(3):618–627, 2002.
- [17] David Gonzalez, Josep Balcells, Alfonso Santolaria, Jean-Charles Le Bunetel, Javier Gago, Didier Magnon, and StÉphane Brehaut. Conducted emi reduction in power converters by means of periodic switching frequency modulation. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 22(6):2271–2281, 2007.
- [18] Behzad Razavi. Design of Analog CMOS Integrated Circuits. McGraw-Hill, first edition, 2001.
- [19] F. Gardner. Charge-pump phase-lock loops. IEEE Transactions on Communications, 28(11):1849–1858, 1980.
- [20] Fabio Pareschi and Gianluca Setti. Matlab simulator of an emi receiver. https://www. signalprocessing.it/, Dec. 2015.
- [21] Alfonso Santolaria. Effects of switching frequency modulation on the power converter's output voltage. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(7):2729–2737, 2009.
- [22] Keysight Technologies. Spectrum Analysis Basics. https://www.keysight.com/it/en/ assets/7018-06714/application-notes/5952-0292.pdf. Application Note 150.