



**Politecnico
di Torino**

Relatore: Cristiana Delprete, Paolo Baldissera

Studente: Alemanni Michael

Matricola: s274709

**Influenza dei parametri di progetto nella guidabilità di
biciclette su misura**

Indice

1. Glossario e introduzione	
1.1 Introduzione	pag. 3
1.2 Glossario	pag. 3
2. Equilibrio	
2.1 Storia	pag. 7
2.2 Effetto giroscopico	pag. 10
2.3 Analisi dell'equilibrio di un ciclista in rettilineo e in curva, sia con pedalata rotonda che a stantuffo	pag. 18
3. Parametri geometrici che influenzano la guidabilità	
3.1 Elenco parametri che influenzano la guidabilità	pag. 21
3.2 Misura della posizione del baricentro	pag. 26
3.3 Diversi tipi di stabilità	pag. 29
4. Meccanica degli pneumatici	
4.1 Brush model	pag. 31
4.2 Dinamica laterale, equazione di sottosterzo	pag. 37
5. Variazione parametri al variare della taglia	
5.1 Misure principali	pag. 42
5.2 Andamenti parametri principali	pag. 45
5.3 Guidabilità	pag. 47
6. Conclusioni	pag. 51
7. Bibliografia e sitografia	
7.1 Bibliografia	pag. 53
7.2 Sitografia	pag. 53

1. Glossario e introduzione

1.1 Introduzione

Scopo di questa breve tesi è capire come varia la guidabilità di una bicicletta al variare della taglia. Per arrivare a questo si partirà dal concetto di equilibrio, cercando di capire quali fattori incidano nella stabilità di una bicicletta, esponendo anche quali invece sono trascurabili.

Si passerà poi ai parametri oggettivi che influenzano la guida: geometrie e disposizione delle masse.

Infine si tenterà di comprendere come i parametri prima trattati varino in funzione della taglia della bici, oltre che della massa del ciclista.

1.2 Glossario

Di seguito è riportata la rappresentazione schematica dei principali parametri geometrici di una bici da corsa:

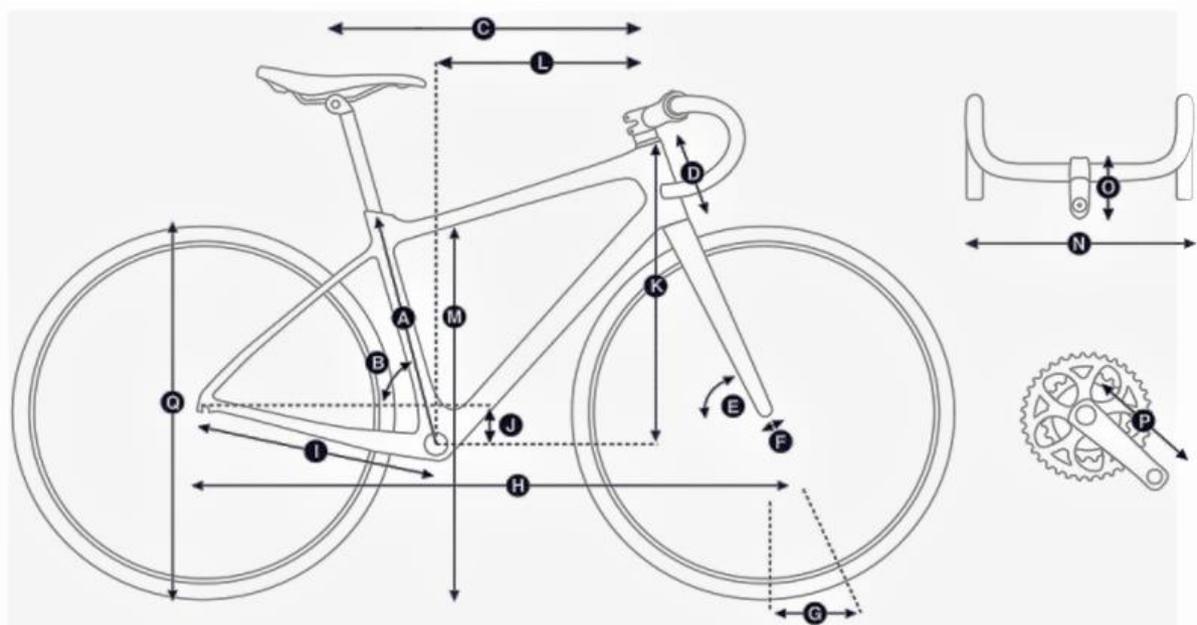


Figura 1.1 Principali parametri geometrici, da "www.giant-bicycle.com//it-revolt-advanced"

A	LUNGHEZZA TUBO SELLA (mm)
B	ANGOLO TUBO SELLA
C	LUNGHEZZA TUBO ORIZZONTALE (mm)
D	LUNGHEZZA TUBO STERZO (mm)
E	ANGOLO STERZO
F	RAKE FORCELLA (mm)
G	TRAIL (mm)
H	INTERASSE (mm)
I	LUNGHEZZA CARRO POSTERIORE (mm)
J	DROP MOVIMENTO CENTRALE (mm)
K	STACK (mm)
L	REACH (mm)
M	ALTEZZA STAND OVER (mm)
N	LARGHEZZA MANUBRIO C/C (mm)
O	LUNGHEZZA ATTACCO MANUBRIO (mm)
P	LUNGHEZZA PEDIVELLA (mm)
Q	DIMENSIONE RUOTE

Dei parametri sopra riportati si analizzano i principali così da avere un ordine di grandezza delle misure.

La lunghezza del tubo sella insieme a quella del tubo orizzontale erano il principale parametro di misura fino a qualche anno fa: si era soliti infatti costruire il telaio in modo che queste due misure fossero molto simili. Questo implicava un'inclinazione bassa o nulla del tubo orizzontale, al contrario di quello che si vede oggi con telai sloping (cioè appunto con un angolo accentuato del tubo orizzontale). Valori tipici variano da circa 46 per taglie XXS fino a oltre 60 per taglie XXL.

L'angolo tubo sella è bene sia quanto più possibile verticale ai fini di una buona pedalata: altrimenti alzando troppo il reggisella avremo un arretramento molto evidente, oltre che una sua flessione più accentuata. Valori tipici intorno a 72-75°.

La lunghezza del tubo orizzontale non è più simile a quella del tubo sella come in passato, ma spesso più lungo. Negli ultimi anni c'è stata una generale crescita di questa lunghezza dovuta soprattutto alle nuove esigenze di percorsi: se su strada è importante essere caricati in avanti per spingere sui pedali e poter alzarsi in piedi spesso, nella nuova moda

del gravel è necessario essere più caricati sul posteriore per evitare il ribaltamento nei tratti più sconnessi. Questo è in genere associato a un attacco manubrio più corto per mantenere la distanza tra l'appoggio delle mani e la sella simile a quelli del passato. Nel mondo MTB la rivoluzione è stata ancora maggiore: le moderne gare di cross country sono diventate sempre più tecniche, costringendo i produttori ad allungare il tubo orizzontale e accorciare l'attacco manubrio, metodo usato fino a qualche anno fa solo per le bici da enduro e downhill.

L'angolo di sterzo è probabilmente il parametro che più varia tra le diverse discipline: dai 72-73° delle bici da strada che hanno bisogno di reattività, fino quasi a 60° per le bici da discesa più esasperate. Il limite superiore deriva dall'esigenza di avere una bici che sia comunque guidabile e stabile (non si può fare un angolo sterzo di 90°, la bici diventerebbe inguidabile), mentre il limite inferiore è dovuto al voler limitare la troppa flessione che si avrebbe con angoli eccessivamente "aperti".

L'interasse è anch'esso molto variabile in funzione della tipologia di bici: un interasse corto implica poca stabilità e molta agilità e viceversa. L'ordine di grandezza si posiziona intorno al metro di lunghezza. In genere nelle discipline gravity si predilige un passo più lungo.

La lunghezza del carro posteriore influisce soprattutto sul comfort: più lungo e sottile in genere implica più flessione quindi più comfort, ma meno trasmissione della potenza dai pedali alle ruote. È importante che fletta quindi verticalmente, ma non torsionalmente.

Drop movimento centrale: più è basso più si va ad abbassare il baricentro con un ovvio miglioramento della stabilità. In ambito ciclocross si tende ad alzarlo per non andare in interferenza con gli ostacoli durante i salti. Stesso ragionamento in ambito MTB. Valori tipici vanno da 5 a 10 cm.

Larghezza manubrio: dipende dalla disciplina: con i drop bar da strada si fa riferimento alla larghezza delle spalle (40-50 cm), mentre nel mondo gravity si arriva a lunghezze di 80 cm, spesso rise (non flat).

Stack e Reach sono le misure a cui oggi si fa riferimento quando si vuole comprare una bici: sono molto più veritiere sulla taglia rispetto alla misura del tubo orizzontale o del piantone. Variano molto in funzione della disciplina, non è possibile dare una misura univoca.

Lunghezza pedivelle: dopo svariati studi si è giunti a misure standard che sono un buon compromesso tra la coppia esprimibile sui pedali e gli rpm sviluppabili in pedalata (con pedivelle più corte in generale è più facile mantenere frequenze di pedalata più alte, essendo più limitati i movimenti di muscoli e articolazioni) sono tra 165 e 177 mm.

Lunghezza attacco manubrio: con essa varia moltissimo la guidabilità del mezzo. Un attacco più corto garantisce più facilità di rotazione mentre più lungo favorisce la stabilità. Si varia dai 50 ai 140 mm circa in commercio, ma ne esistono di tutti i tipi: fissi, regolabili, inclinati, integrati, ecc.

Dimensione ruote: influiscono fortemente sulla guidabilità della bici: con diametri più piccoli sono più reattive e rendono la bici più agile, al contrario più grandi favoriscono una maggior stabilità e un miglior superamento degli ostacoli. Grandezze tipiche in commercio: 26" su vecchie MTB o su citybike, 27.5" su qualche MTB costruita negli scorsi anni o comunque nelle discipline più gravity in cui si predilige l'agilità, 29" su ormai ogni MTB moderna. Sulle bici da corsa si usano ruote da 28" da molto tempo e fortunatamente le mode passeggere non sono riuscite a imporsi sul cambiamento di questo formato ruota.

Alcuni dei parametri sopra citati sono stati trattati con molta approssimazione, mentre altri non sono proprio stati citati: questo perché verranno ripresi e approfonditi nel corso della trattazione.

2. Equilibrio

2.1 Storia

Una delle prime domande che un bambino chiede ai genitori: come fa una bici con sole due ruote a restare in equilibrio?

Sembra una domanda stupida, ma è tutt'altro che banale. Tant'è che sono stati effettuati molti studi in passato, che hanno cercato tramite rigore matematico il motivo per cui una bicicletta stesse in equilibrio. Di seguito una breve rassegna storica.

Whipple (1899)

Cercando di ripercorrere l'evoluzione degli studiosi che si sono posti questa domanda, si può partire dalla teoria di Whipple, il primo in questo campo. Egli studiò l'equilibrio del corpo ciclista+bici, immaginandoli come indissolubilmente legati, cioè ipotizzando che il ciclista rimanesse in una posizione fissa rispetto alla bicicletta. Dalla risoluzione di un complicato sistema quadratico (di difficile risoluzione, soprattutto per quanto riguarda la grande mole di coefficienti da inserire nelle equazioni), ottenne 4 velocità critiche, a suo parere discriminanti dei modi in cui è necessario guidare la bici. In particolare, trovò una velocità critica inferiore, sotto la quale è impossibile restare in equilibrio senza l'uso del corpo per aiutare il bilanciamento (effetto riscontrabile provando la difficoltà di rimanere in equilibrio senza mani sul manubrio); una velocità critica superiore oltre la quale il sistema diventa instabile e un range di velocità intermedie in cui il sistema è stabile, cioè ritorna in posizione nonostante l'applicazione di piccole perturbazioni [1].

Klein, Sommerfield, Noether (1923)

Dimostrarono matematicamente come la stabilità fosse indissolubilmente legata all'effetto giroscopico. Nonostante la candidatura al Nobel per tale studio, ripercorrendo la dimostrazione si scoprirono due errori di segno, che vanno a inficiare la loro teoria [2].

Singh (1964)

Trattazione di tipo dinamico, sviluppata per motocicli (Harley Davidson), che tiene conto delle inerzie intorno al fulcro del manubrio, andando quindi ad analizzare i modi di vibrare (analisi modale) al variare della velocità del mezzo, tenendo in considerazione anche delle forze dovute alle resistenze aerodinamiche. Sono inoltre state prese in considerazione tecnologie non applicabili sulle biciclette, come gli ammortizzatori di sterzo, tutt'oggi presenti sui motocicli per migliorare la stabilità alle alte velocità, evitando eventi spiacevoli

come l'effetto shimming (fenomeno che si manifesta con un'oscillazione del manubrio, causata dall'energia accumulata dalla forcella dopo una deformazione laterale dello pneumatico) [3].

David Jones (1970)

Partendo dall'energia potenziale posseduta dal sistema dimostrò come l'equilibrio della bicicletta fosse dovuto all'effetto "caster", cioè che fosse necessario un trail positivo: prolungando l'asse di sterzo il punto di contatto copertone-strada si sarebbe dovuto trovare più avanti, come mostrato in figura [4].

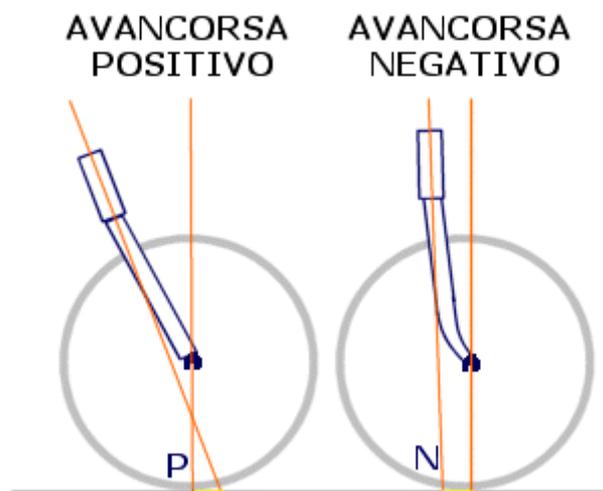


Figura 2.1 Rappresentazione avancorsa, da
“http://www.pianetaciclismo.com/categoria/tecnica/le_misure_della_bicicletta/2.html”

Oggi

Dopo l'avvento dei calcolatori si è arrivati a scrivere modelli matematici del dodicesimo ordine, andando a includere nel modello moltissime variabili. La loro risoluzione in forma chiusa non è mai avvenuta; considerando le ipotesi iniziali quasi sempre semplificative, non è possibile definire una teoria del tutto sbagliata o giusta.

La confutazione delle precedenti teorie è avvenuta dimostrando come anche modellini senza effetto giroscopico e con trail negativo potessero essere stabili.



Figura 2.2 Modellino di Arend Schwab, "<http://bicycle.tudelft.nl/schwab/Bicycle/>"

In figura 2.2 è mostrato un modellino creato ad hoc per avere effetto giroscopico nullo: le ruote sono molto piccole e per ogni ruota ne è presente una controrotante che annulla il già piccolo effetto.

Si è inoltre confutata l'idea che una bici fosse stabile solo nel caso di sterzo all'anteriore: è stato costruito un modellino che riesce ad essere guidato nonostante l'asse di sterzo al posteriore.

Ma quindi cos'è che fa rimanere in equilibrio una bicicletta?

Ad oggi si ritiene sia la combinazione di 3 fattori:

-trail positivo

-effetto giroscopico

-distribuzione delle masse: il momento di inerzia attorno all'asse di sterzo deve essere molto minore rispetto a quello della bici intera. Questo fa sì che quando la bicicletta riceve una perturbazione e si inclina verso destra ad esempio, il manubrio ruota verso destra a una velocità maggiore (dovuto al minore momento di inerzia) di quanto non cada la bici.

Ogni bici stabile può essere resa instabile cambiando uno solo di questi 3 fattori, ma è vero anche il contrario; dove non può arrivare la stabilizzazione tramite parametri meccanici, ci pensa l'elettronica.

Siamo arrivati a un punto in cui possiamo rendere stabili veicoli altrimenti instabili, basti pensare ai segway e agli hoverboard, ormai popolari e (quasi) sicuri.

[1] *The quarterly journal of pure and applied mathematics*, Whipple, Longmans, 1899.

[2] *Teoria dei giroscopi*, Klein-Sommerfeld-Noether, 1923.

[3] *Advanced concepts of the stability of two wheeled vehicles*, Singh Digvijai, 1964.

[4] Pubblicazioni di David Jones, 1970.



Figura 2.3 Esempi di mezzi con equilibrio instabile, "https://www.ansa.it/canale_ambiente/notizie/mobilita"

2.2 Effetto giroscopico

Per molti anni (e ancora oggi) si è pensato che l'equilibrio della bicicletta sia dovuto all'effetto giroscopico delle ruote; quest'idea nasce dalla sensazione di maggior stabilità alle alte velocità rispetto alle basse: è così, ma si dimostrerà che questo effetto è solamente uno dei tanti contributi che dà origine ad un sistema stabile.

Cos'è l'effetto giroscopico

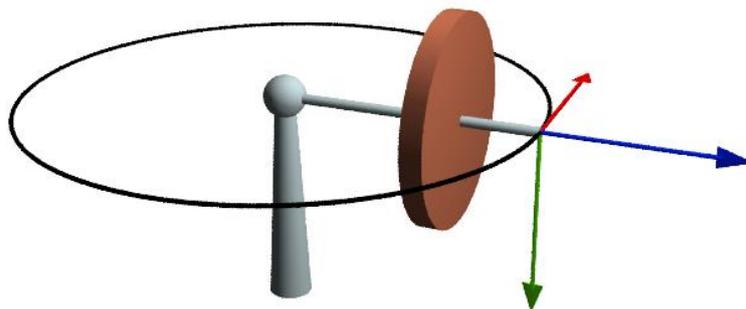


Figura 2.4 Rappresentazione ruota inerziale che percorre traiettoria curva, da "https://it.wikipedia.org/wiki/Effetto_giroscopico"

È un fenomeno che nasce quando si pone un corpo in rotazione intorno ad un determinato asse, dovuto alla conservazione del momento angolare.

Lo possiamo osservare in una ruota che viene fatta rotolare: finché in movimento rimane in equilibrio, nel momento in cui si ferma cade, avendo una base d'appoggio molto piccola. In termini matematici, si parte dalla definizione di momento della quantità di moto:

$$K_P = p \wedge Q$$

dove p è il vettore posizione e Q la quantità di moto, tutto espresso in modo vettoriale, cioè valido nelle 3 dimensioni.

Facendo coincidere P con O si ottiene:

$$M_O = \frac{dK_O}{dt}$$

dove con M_O si indica la somma di tutte le coppie agenti sul corpo rispetto ad O , mentre con K_O si indica il momento della quantità di moto rispetto ad O .

Inoltre:

$$K_G = I_X w_X i + I_Y w_Y j + I_Z w_Z z$$

Dove con G si indica il baricentro del corpo, i diversi I sono i momenti di inerzia rispetto ai diversi assi, i, j, k sono i versori della terna cartesiana.

Esempio di calcolo delle azioni di inerzia su una ruota

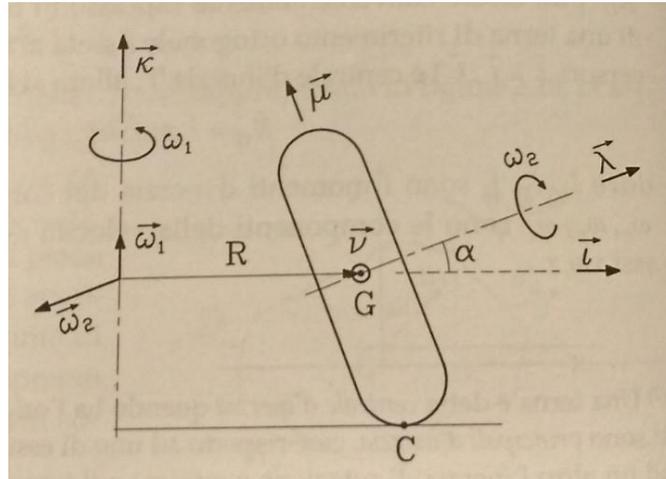


Figura 2.5 Ruota di una bici vista "da dietro", con vettori e velocità angolari. Da *Meccanica applicata alle macchine*, Ferraresi-Raparelli, Clut, 2007

Immaginiamo la ruota di una bicicletta che sta percorrendo una curva di raggio R . Con V si indica la velocità della bici, con r il raggio della ruota. Per equilibrare la forza centrifuga è necessario che il sistema si inclini verso l'interno della curva di un angolo α . Siano i, j, k e λ, μ, ν due terne destrorse, solidali con il telaio. L'origine della seconda terna è il centro ruota, quindi è una terna centrale d'inerzia.

$$w_1 = V/R$$

$$w_2 = V/r$$

$$w = w_1 k - w_2 \lambda$$

$$a_G = -\frac{V^2}{R} i$$

Sviluppando le derivate dei vettori ed ipotizzando la ruota come un disco sottile, ponendo $I_\lambda = 2I_\mu$, si ottiene:

$$M_{i_G} = I_\lambda w_1 \cos \alpha \left(\frac{w_1 \sin \alpha}{2} - w_2 \right)$$

Dove con M_{i_G} si indica la coppia intorno all'asse ν ; poiché $R > r$, il momento risulta ribaltante.

Questo significa che se normalmente (ad esempio per un pattinatore su ghiaccio) l'inclinazione verso l'interno deve essere tale da equilibrare le forze laterali, per una bici o una motocicletta abbiamo bisogno di incrementare l'angolo α di inclinazione verso l'interno curva. Questo è dovuto all'opposizione che offre l'asse della ruota al cambiamento di inclinazione.

È doveroso precisare che, soprattutto nel caso di una motocicletta, questo effetto è almeno un ordine di grandezza minore rispetto a quello dovuto alla necessità di equilibrare lo spostamento del baricentro verso l'interno con la forza centrifuga.

È inoltre possibile ricavare il moto di precessione, descritto dalla derivata di un angolo ϕ rispetto al tempo:

$$\dot{\phi} = \frac{g \cdot m \cdot b_r}{m \cdot \left(r \cdot w^2 \cdot \frac{I}{m \cdot r} \right)} \cdot \frac{1}{\sqrt{r^2 - b_r^2}}$$

Dove con b_r si indica lo scostamento della retta d'azione dovuto ad un'azione perturbatrice, con m la massa della ruota, con I il suo momento di inerzia, con g l'accelerazione di gravità.

Dall'equazione sopracitata è possibile intuire come tanto maggiore è la velocità (e quindi anche w), tanto minore, tanto minore è $\dot{\phi}$. Al contrario $\dot{\phi}$ aumenta con il diminuire del momento di inerzia della ruota I .

Questo fenomeno è osservabile guardando ruotare una ruota dopo averla messa in rotazione: all'inizio, quando la sua velocità è elevata percorre una circonferenza molto ampia, quasi rettilinea, mentre rallentando tende a compiere traiettorie con un raggio di curvatura sempre minore.

È chiaro, infatti, che a parità di velocità, all'aumentare di $\dot{\phi}$ si riduca il raggio di curvatura R , in quanto inversamente proporzionali:

$$\dot{\phi} = \frac{w \cdot r}{R}$$

Dove $w \cdot r$ è la velocità del centro ruota.

Calcolo di I

Note le formulazioni matematiche sopracitate, si può fare un esempio numerico; per far questo è necessario calcolare i momenti di inerzia della ruota, intesa come sistema comprensivo di copertone e camera d'aria, qualora presente.

Il calcolo verrà eseguito tramite un foglio Excel, in cui si andrà a modellizzare i singoli componenti della ruota come corpi più semplici: dischi e corone circolari per la parte di mozzi, flange, cerchio; cilindri per quanto riguarda i raggi.

Il confronto è fatto per diversi diametri di ruota di una MTB, per capire la variazione dell'effetto giroscopico al variare del diametro ruota, e quindi dell'inerzia.

I momenti di inerzia sono calcolati per un corpo rigido a densità uniformemente distribuita, secondo la formula:

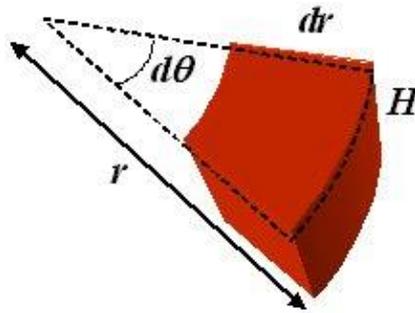


Figura 2.6 Distribuzione della massa per il calcolo di I, da "https://it.wikipedia.org/wiki/Momento_di_inerzia"

$$I_{asse_mozzo} = \int_V \rho \cdot r^2 \cdot dV$$

Di seguito i dati, alcuni dei quali derivanti dal forum di "mtb-Mag":

ruota 26"		circonferenza	2.070		
Cerchio	ERTRO	0.559		raggio	0.280
	ERD	0.540		raggio	0.270
	diametro "medio"	0.551		raggio	0.276
	massa	0.400			
Copertone	Ø int	0.539		raggio	0.270
	Ø ext	0.659		raggio	0.329
	Ø medio	0.599		raggio	0.299
	massa	0.600			
camera	Ø medio	0.599		raggio	0.299
	massa	0.120			
Nipples	ERD	0.540		raggio	0.270
	massa	0.035			
Raggi	Ø min	0.060			
	Ø max	0.544			
	massa	0.174			

ruota 29"		circonferenza	2.220		
Cerchio	ERTRO	0.622		raggio	0.311
	ERD	0.604		raggio	0.302
	diametro "medio"	0.615		raggio	0.307
	massa	0.440			
Copertone	Ø int	0.602		raggio	0.301
	Ø ext	0.707		raggio	0.353
	Ø medio	0.654		raggio	0.327
	massa	0.660			
camera	Ø medio	0.654		raggio	0.327
	massa	0.120			
Nipples	ERD	0.604		raggio	0.302
	massa	0.035			
Raggi	Ø min	0.060		raggio	0.030
	Ø max	0.608		raggio	0.304
	massa	0.195			

Con le sigle ERTRO si indica il diametro effettivo della ruota, mentre con ERD il diametro in cui si innestano i nipples dei raggi.

26"				
		massa	raggio	momento d'inerzia
Momento	Cerchi	0.80000	0.27570	0.06081
	Copertoni	1.20000	0.29948	0.10762
	Camere	0.24000	0.29948	0.02152
	Nipples	0.07000	0.27000	0.00510
	Mozzo ant.	0.15000		0.00010
	Mozzo post.	0.25000		0.00013
	Raggi	0.34800		0.00966
	TOTALE	3.05800		0.20495
		kg		kg/m ²
29"				
		massa	raggio	momento d'inerzia
Momento	Cerchio	0.88000	0.30740	0.08316
	Copertone	1.32000	0.32716	0.14129
	Camera	0.24000	0.32716	0.02569
	Nipples	0.07000	0.30200	0.00638
	Mozzo ant.	0.15000		0.00010
	Mozzo post.	0.25000		0.00013
	Raggi	0.39000		0.01334
	TOTALE	3.30000		0.27009
		kg		kg/m ²

Considerazioni: la ruota più grande (29"), aldilà di tutti i suoi vantaggi, ha un'inerzia di circa il 35% maggiore; questo provoca una minore capacità di accelerazioni repentine e un maggior effetto giroscopico.

Misura di I

I dati sopraelencati sono stati ricavati da approssimazioni matematiche, ma si potrebbe effettuare anche una misura più realistica: un cordino è stato avvolto intorno alla ruota, legato a un peso da 1 kg, posto a 1 m dal suolo: misurando con un cronometro il tempo di caduta della massa è possibile ricavare il momento di inerzia della ruota. Ovviamente le approssimazioni sono molte: il cordino è considerato inestensibile, l'accelerazione costante, l'attrito dei cuscinetti del mozzo nullo; infine, la misura con il cronometro non è così precisa.

Questo dato approssimato ci servirà però a verificare i calcoli della precedente tabella Excel.

Riassumendo, qual è il contributo di questo effetto giroscopico al fine di equilibrare una bicicletta?

-una ruota ha un maggior effetto raddrizzante tanto più grande è la sua inerzia, quindi al crescere della massa rotante, del suo diametro e della velocità a cui la

bicicletta procede. Questo significa una maggior stabilità a una perturbazione esterna del moto

-l'effetto giroscopico rende necessario un angolo di "piega" verso l'interno curva più grande di quanto sarebbe necessario se le ruote non girassero (ad esempio un pattinatore su ghiaccio alla stessa velocità della bicicletta)

-per quanto importanti le conseguenze dell'effetto giroscopico non sono così importanti per quanto riguarda l'equilibrio, come evidenziato dagli esperimenti di Arend Schwab, ma sono molto percettibili a livello di sensazioni di guida: la stabilità maggiore che si ottiene con ruote di diametro maggiore è percettibile, così come la diminuita agilità.



Figura 2.7 Differenti diametri ruota, "<https://mtbpiemonte.com/mtb-dimensione-diametro-ruote-275-o-29-differenza-e-confronto/>"

Ancora maggiore risulta la sensazione a bordo di una fat bike: nonostante il cerchio "piccolo" da 26", l'effetto giroscopico dovuto agli enormi copertoni rende la bici molto stabile, ma fastidiosamente restia a cambiare direzione velocemente.



Figura 2.8 Fat bike, "www.specialized.com/fatboy"

2.3 Analisi dell'equilibrio di un ciclista in rettilineo e in curva, sia con pedalata rotonda che a stantuffo

La forza espressa sui pedali viene al giorno d'oggi misurata strumentando i pedali o le pedivelle con un misuratore di potenza. Questa forza è somma di un contributo muscolare, alla forza peso della coscia e al contributo dinamico dovuto all'inerzia della gamba.

Per analisi non eccessivamente accurate è sufficiente considerare il contributo principale, ovvero quello muscolare.

Questa forza varia da un massimo quando la pedivella è orizzontale a un minimo nei punti morti superiore e inferiore; solamente la componente tangenziale esercita l'azione di spinta sui pedali, mentre il lavoro muscolare che non si converte in lavoro meccanico viene disperso come deformazione della bicicletta.

La coppia trasmessa alla ruota posteriore è funzione della lunghezza della pedivella e del rapporto inserito dal cambio e varia durante l'arco della pedalata; il procedere della bici non risulta però a scatti a causa dell'inerzia accumulata dal sistema.

Possiamo distinguere 3 tipologie di pedalata:

-perfettamente rotonda: la spinta su un pedale è sempre controbilanciata da una controspinta sull'altro pedale. Difficilmente eseguibile, se non a bassissime andature (<30-40% potenza max)

-a stantuffo: non essendoci una controspinta essa deve essere equilibrata dallo spostamento del baricentro, quindi con un movimento del corpo

-pedalata "in piedi" o "en danseuse": si sposta la bici dalla parte opposta rispetto alla spinta, offre un surplus di coppia dovuto al fatto che si tira il manubrio verso di sé; possibile solo per pochissimo tempo in quanto molto energivora

Se fino ad ora si è analizzato l'equilibrio della bici come oggetto singolo, ora vediamo come un ciclista sia in grado di "spingere" sui pedali mantenendo l'equilibrio sul mezzo.

Nel caso di pedalata rotonda non si creano problemi in quanto idealmente il ciclista può pedalare centralmente rispetto al piano che passa per i punti di contatto gomma-terreno; è quindi tutto perfettamente simmetrico ed equilibrato.

Nel caso di pedalata a stantuffo, il ciclista è obbligato a spostarsi lateralmente verso il pedale stesso; facendo questo il manubrio ruota automaticamente dalla parte dell'inclinazione assunta dal sistema.

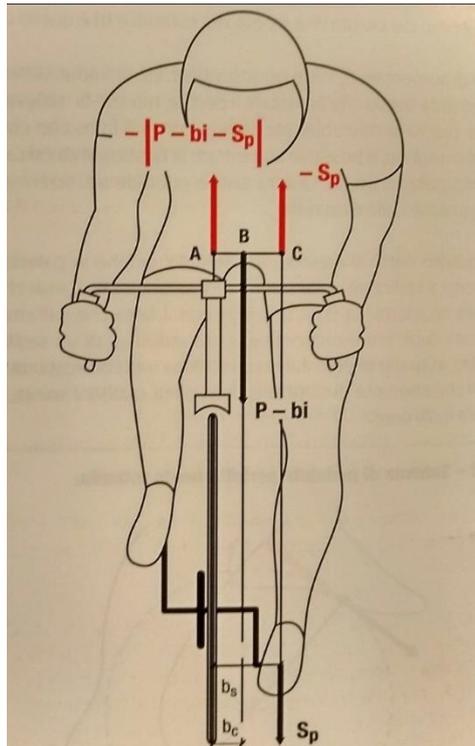


Figura 2.9 Spostamento del ciclista ai fini dell'equilibrio, *Ciclismo: fisica e fisiologia*, Ardigò-Baldissera-Zeppego, Editori Calzetti-Mariucci, 2017.

Il sistema inizia cioè a ruotare attorno a un centro di istantanea rotazione con una velocità angolare (velocità di imbardata) $\dot{\varphi}$; questa velocità non è imposta, ma il ciclista può farla a variare a suo piacimento, purché la scelta di un determinato raggio di rotazione R (e quindi di $\dot{\varphi}$) sia accompagnata da una precisa inclinazione del sistema.

È possibile anche una seconda opzione: l'inclinazione della bici avviene dalla parte opposta rispetto alla spinta sul pedale: quest'azione tende a minimizzare $\dot{\varphi}$, cioè ad avere una traiettoria più rettilinea. In una condizione praticamente perfetta otteniamo $\dot{\varphi} = 0$, cioè una traiettoria rettilinea, che minimizza la strada percorsa.

Andamento di $\dot{\varphi}$, considerando il contributo dell'effetto giroscopico:

$$\dot{\varphi} = \frac{\frac{P \cdot \tan(\alpha) \cdot g}{P \cdot v}}{\left(1 + \frac{2 \cdot I}{P \cdot d \cdot r}\right)}$$

Il contributo a denominatore è quello dell'effetto giroscopico e tende a ridurre $\dot{\varphi}$, però sostituendo dei valori numerici plausibili otteniamo un contributo minore dell'1% su $\dot{\varphi}$; cioè anche in questo caso l'effetto giroscopico ha un effetto trascurabile sulla stabilità del

sistema. Questo effetto risulta però fondamentale quando ad esempio si vuole procedere senza mani sul manubrio.

Il ciclista non fa calcoli per restare in equilibrio, ma possiede una “memoria” dei movimenti già compiuti, oltre che una sorta di accelerometro all’interno dell’orecchio, che gli permette di avere il senso dell’equilibrio [5].

Equilibrio in curva

Finora è stata analizzata la condizione di equilibrio in rettilineo, mentre ora si prende in esame la fase in cui il ciclista debba affrontare una curva.

Non considerando l’effetto giroscopico, risulta abbastanza agevole ricavare l’angolo di piega α che è necessario per affrontare una curva:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{v^2}{R \cdot g}\right)$$

e di conseguenza la velocità massima con cui è possibile percorrere una curva, conoscendo il coefficiente d’attrito μ :

$$velocità_{max} = \sqrt{\mu \cdot R \cdot g}$$

Tramite queste semplici formulazioni è anche possibile calcolare l’inclinazione della carreggiata di un velodromo in funzione di quanto è il raggio di curvatura [6].

[5], [6] Concetti e formule del capitolo 2.3 sono state tratte dal capitolo 10.4 del libro *Ciclismo: fisica e fisiologia*, Ardigò-Baldissera-Zeppegno, Editori Calzetti Mariucci, 2017.

3. Parametri oggettivi che influenzano manovrabilità

Innanzitutto è necessario fare un distinguo tra stabilità, manovrabilità e maneggevolezza:

- la stabilità è la capacità di un sistema di ritornare nella posizione di assetto a seguito di una perturbazione
- la manovrabilità è la capacità di un veicolo di rispondere agli input di un pilota (ritenuto perfetto, infallibile)
- la maneggevolezza è la capacità di rispondere agli input di un pilota qualsiasi

3.1 Elenco parametri che influenzano la guidabilità

Avancorsa, avanzamento, angolo di inclinazione asse sterzo



Figura 3.1 Parametri geometrici, "<https://www.mtbcult.it/tecnica/angolo-di-sterzo-e-rake-della-forcella/>"

L'avancorsa (viola nell'immagine), anche chiamata trail, è solitamente indicata con la sigla "ac".

L'avanzamento (verde nell'immagine), anche chiamato rake, si indica con "az".

L'angolo di sterzo può essere come in foto, oppure il suo complementare; $\alpha = 90^\circ - \theta$

Queste 3 grandezze sono legate tra loro tramite questa relazione trigonometrica:

$$ac = r \cdot \tan(\theta) - \frac{az}{\cos(\theta)}$$

È possibile estrapolare un ulteriore parametro, l'avancorsa meccanico, indicato con "am", che è

$$am = ac \cdot \cos(\alpha)$$

Valori piccoli dell'avancorsa generano momenti stabilizzanti piccoli; lo sterzo viene percepito molto "leggero", ma la stabilità direzionale risulta modesta; piccole perturbazioni del piano stradale provocano facilmente la rotazione dello sterzo.

Valori elevati dell'avancorsa generano momenti raddrizzanti grandi; il veicolo viene percepito direzionalmente stabile, ma necessita di coppie applicate al manubrio da parte del pilota più elevate, a parità di cambiamento traiettoria [7].

Tipicamente l'avancorsa oscilla da 35 a 75 mm, in base alla tipologia di utilizzo.

[7] Concetti e formule sono state tratte dal capitolo 10.6 – 10.8 del libro *Ciclismo: fisica e fisiologia*, Ardigò-Baldissera-Zeppegno, Editori Calzetti Mariucci, 2017.

Passo della bicicletta, reach, stack

Con passo si indica la distanza tra l'asse posteriore e quello anteriore:

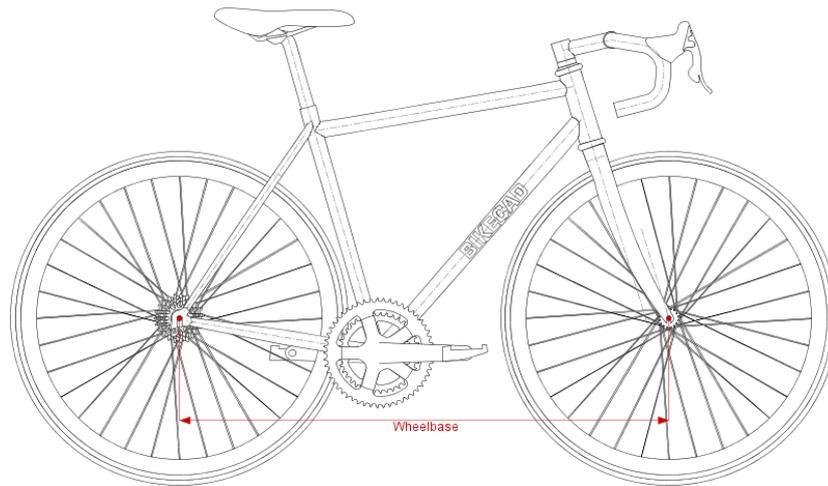


Figura 3.2 Passo della bicicletta, "bikecad.ca"

Il reach e lo stack sono due parametri utili per determinare la taglia della bicicletta.

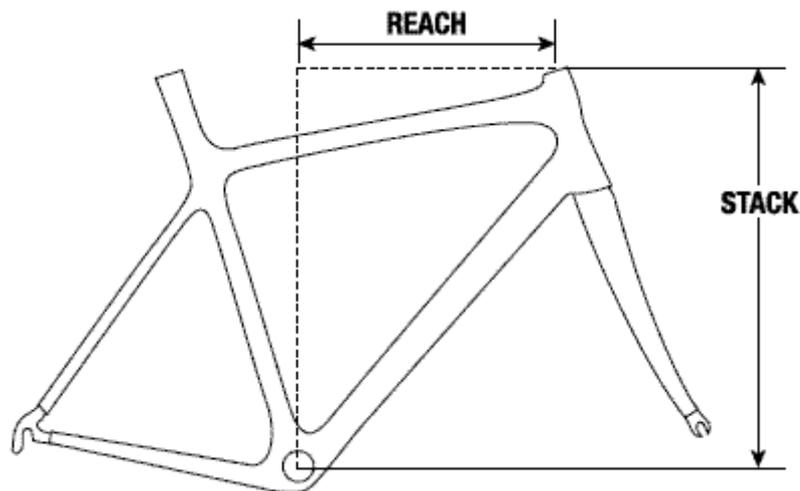


Figura 3.3 Reach e stack, "<https://www.bikeitalia.it/reach-e-stack-i-nuovi-parametri-per-la-scelta-del-telaio/>"

Reach, stack e passo non agiscono direttamente nella guidabilità della bici, ma modificano la distribuzione delle masse tra gli assali, andando quindi a cambiare le forze verticali sia statiche, sia dovute ai trasferimenti di carico. Nei capitoli successivi verrà meglio ripreso tale concetto.

Lunghezza attacco manubrio e larghezza manubrio

Entrambi agiscono sul modo di sterzare: un manubrio più largo permette di diminuire la forza per ruotare il manubrio, aumentando il braccio di leva; un attacco manubrio più lungo permette di avere uno sterzo più stabile, in quanto per ruotare lo sterzo di un determinato valore devo compiere un movimento più ampio e viceversa con un attacco corto.

Inoltre, a parità di telaio la variazione di questi parametri ha ripercussioni sulla distribuzione dei pesi sui diversi assali.

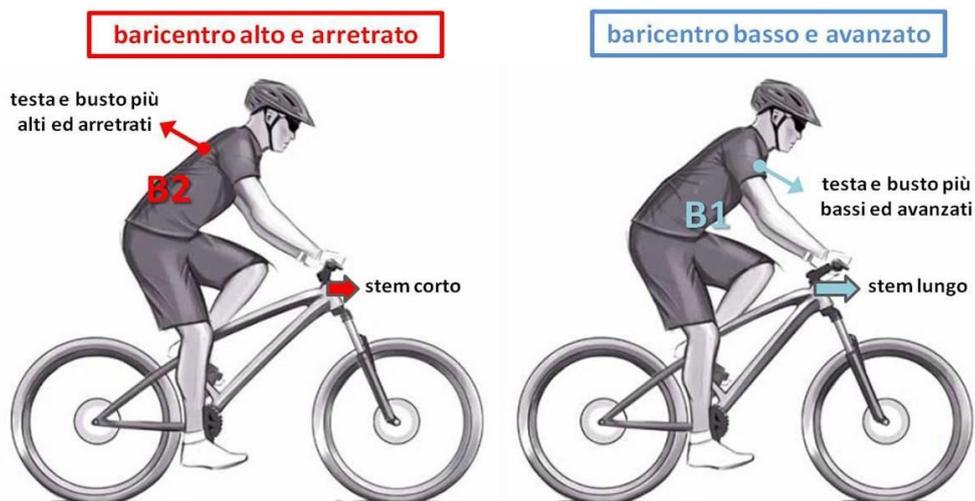


Figura 3.4 Attacco manubrio e posizione baricentro, "<https://www.liguriamtb.com/angolo-della-tecnica/lattacco-manubrio-come-scegliere-il-piu-adatto>"

Lunghezza pedivelle

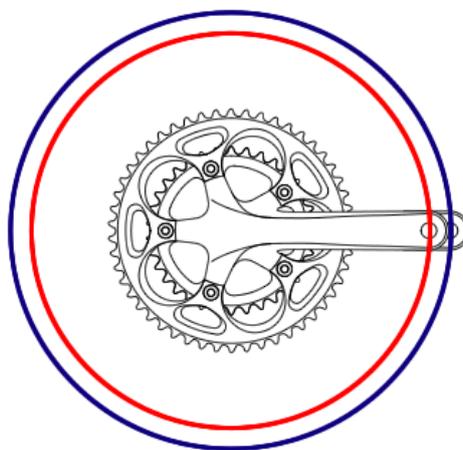


Figura 3.5 Lunghezza pedivelle, "<https://cyclinside.it/la-lunghezza-delle-pedivelle/>"

Importanti da un punto di vista biomeccanico per permettere la miglior efficienza di pedalata, modificano anche la coppia sui pedali (con pedivelle corte si tende ad aumentare la frequenza di pedalata e quindi diminuisce la coppia e viceversa): come visto nei paragrafi precedenti, una spinta sui pedali ha sempre bisogno di essere compensata da un certo movimento del corpo.

Questo movimento del corpo, che, come si è visto, va a generare un moto di precessione, diventa importante quando si affronta una curva pedalando, in quanto può provocare instabilità.

Inoltre, una pedivella lunga, per motivi di ingombro, ha sicuramente più probabilità di impattare con il suolo causando una rovinosa caduta. Questo fa sì che si tenda ad alzare il movimento centrale, aumentando però così l'altezza del baricentro e diminuendo quindi la stabilità.

Si può quindi affermare che, quando biomeccanicamente è possibile, si preferisce una pedivella corta ai fini della guidabilità.

Inerzia delle masse rotanti

Una ruota con un'inerzia minore avrà meno effetto stabilizzante, ma sarà più veloce nel cambiare direzione, quindi più agile.

Da notare come ruote di diametro diverso, anche se dello stesso modello, hanno inerzie diverse, quindi comportamenti differenti: è il caso di diverse discipline, oppure più semplicemente differenti taglie. Nel mondo XC ogni bici è ormai da 29", ma nelle taglie più piccole come S ed XS non è raro trovare ruote da 27.5" per armonizzare meglio le proporzioni della bicicletta.

È importante sottolineare come una ruota più grande, a parità degli altri parametri aumenti il trail: l'effetto è evidente nelle bici che possono montare due formati ruota (28" – 27.5"), come le gravel.

3.2 Misura della posizione del baricentro

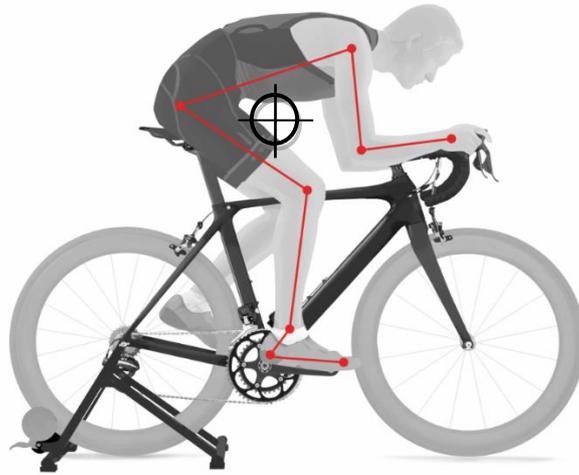


Figura 3.6 Rappresentazione baricentro, "<https://gebiomized.de/en/2018/09/19/science-of-bikefitting/>"

Con baricentro si intende il punto nel quale è applicata la risultante di tutte le forze peso. Per la determinazione della posizione del baricentro è necessario ricorrere ai seguenti step:

1. Si misurano i carichi statici sui due assali, tramite l'uso di due bilance, andando così a misurare la posizione longitudinale del baricentro:

$$a = \frac{F_{Z2} \cdot L}{m \cdot g}$$

$$b = \frac{F_{Z1} \cdot L}{m \cdot g}$$

Dove con a si indica il semi-passo anteriore e con b il posteriore, con L il passo. Con F_{Z1} e F_{Z2} si indicano le forze verticali sul singolo assale.

2. Si applica una differenza di quota tra i due assali, andando quindi a creare un angolo α e si misura la variazione di forza verticale sulle bilance

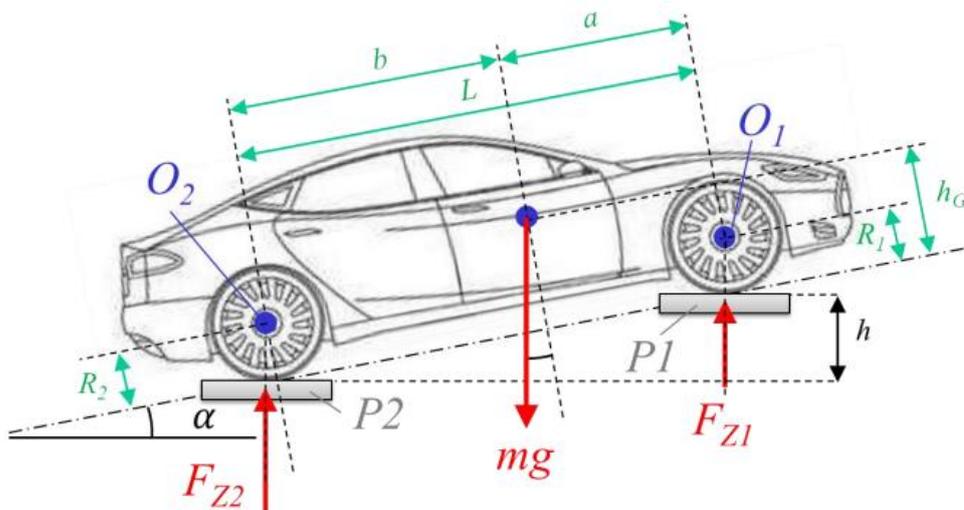


Figura 3.7 Misura baricentro tramite bilance poste a diverse quote, da discesa di Meccanica del Veicolo, Velardocchia, 2020.

Da questo delta di forze si ricava l'altezza del baricentro:

$$h_G = R + \frac{\Delta F_Z \cdot L}{m \cdot g \cdot \tan(\alpha)}$$

Dove con R si indica il raggio ruota e con α l'angolo che si viene a formare a causa del dislivello tra le bilance. In figura è mostrata un'automobile (questo metodo è molto usato in campo automotive), ma il discorso è assolutamente analogo per le biciclette.

È possibile quindi stimare con facilità la posizione del baricentro di un sistema ciclista+bici, considerando in prima approssimazione che egli non si muova rispetto al mezzo.

È interessante andare a fare questo calcolo per diversi ciclisti, di diversa "taglia". Sono stati presi in considerazione 4 ciclisti differenti, di altezze e peso diversi; l'origine degli assi si prende nel punto di contatto tra pneumatico posteriore e suolo.

Nome	Altezza (cm)	Peso (kg)	Bici	Taglia Bici	Passo (mm)	X _G presa alta	Y _G presa alta	X _G presa bassa	Y _G presa bassa
Michael	177	68	Cube cross race	53	1015	372	845	419	758
Davide	184	73	Trek domane	56	1008	376	836	429	745
Alessio	177	75	Merida mission road	54	1016	368	815	407	751
Stefano	192	90	Wilier jareen	60	1029	370	891	435	874

Tutte le bici considerate sono gravel o endurance, quindi hanno uno stack più alto e un reach più corto rispetto a una bici da corsa "race"; questo inevitabilmente porta un arretramento del baricentro.

Sia chiaro come tali misure siano molto poco oggettive, in quanto ogni ciclista ha una sua posizione in cui si trova più comodo, oltre al fatto che le bici sono di marche e modelli diversi.

Ciò che è interessante capire è se la posizione del baricentro (e quindi la distribuzione delle masse) sia simile oppure totalmente diversa da un ciclista a un altro.

Per avere una visione più chiara si riportano le percentuali di carico su avantreno e retrotreno:

	Ripartizione dei pesi (presa alta) % Ant-post	Ripartizione dei pesi (presa bassa) % Ant-post
Michael	36.7-63.3	41.3-58.7
Davide	37.4-62.6	42.6-57.4
Alessio	36.3-63.7	40.1-59.9
Stefano	36-64	42.3-57.7

Come si può notare, con il ciclista in posizione neutra, la percentuale di ripartizione del carico non subisce grandi variazioni al variare del ciclista e della taglia della bici.

Questo significa che grossomodo questi telai sono adatti alle nostre misure; è infatti prerogativa di un produttore costruire telai con misure tali da permettere, almeno teoricamente, una ripartizione dei pesi ottimale per ogni taglia.

L'importanza della distribuzione dei pesi verrà spiegata più avanti con le teorie di sotto e sovrasterzo.

3.3 Diversi tipi di stabilità

Stabilità non-oscillatoria

Questo tipo di stabilità è definito come la capacità di mantenere una certa traiettoria in una curva di raggio fisso R, senza che lo sterzo "si chiuda", cioè evitando alla bici incontrollata di percorrere una spirale sempre più stretta.

Il criterio geometrico affinché ciò sia garantito è:

$$0 < \frac{X_G}{Y_G} \frac{am}{passo} < \sin(\alpha)$$

Dove α è l'angolo di sterzo, am l'avancorsa meccanica.

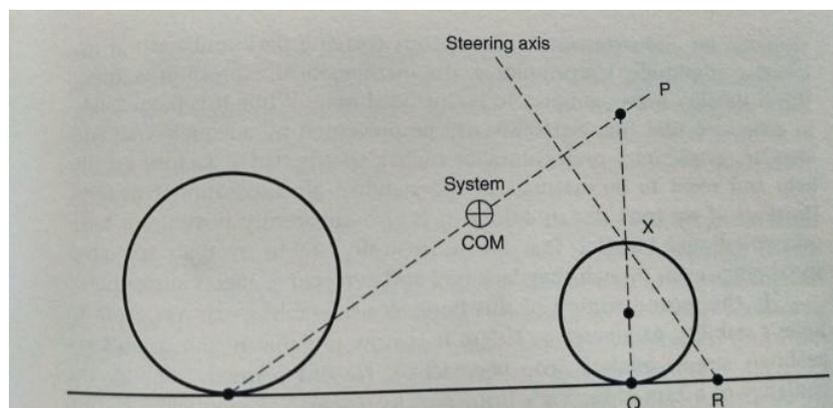


Figura 3.8 Posizione asse sterzo e baricentro per avere stabilità, da Bicycle Science, Wilson, 2004

In altre parole, la linea dell'asse di sterzo deve trovarsi tra il baricentro (COM) e il punto P.

Nei casi sopra-analizzati, sostituendo i valori numerici, per ogni bici è garantita la stabilità non oscillatoria [8].

Stabilità oscillatoria

Chiamata anche shimmying, è quel fenomeno vibratorio che mette in oscillazione lo sterzo, con una frequenza talmente alta da rendere impossibile qualsiasi correzione da parte del ciclista. Comporta inevitabilmente la caduta rovinosa del ciclista.

Vista la complessità dell'argomento si riportano solo formule semplificate, utili ad un'analisi quantitativa.

La velocità critica oltre la quale questo fenomeno può presentarsi è:

$$V = \frac{k \cdot am}{c} \left(1 + \frac{I_{zz}}{m \cdot am^2} \right)$$

Con I_{zz} si indica il momento di inerzia della ruota, con c lo smorzamento, dovuto principalmente al ciclista (più è "avvinghiato" alla bici, più è alto c); m è la massa della head-tube-area; k è la rigidità del telaio e della forcella.

Per diminuire questo fenomeno è quindi necessario ridurre c , cioè allentare la presa sul manubrio quanto più possibile, oltre che lasciare più lasca e meno rigida la nostra seduta sulla sella.

Questo è piuttosto dipendente dalla posizione in sella: quanto più una posizione risulta raccolta e bassa, cioè un reach corto e uno stack basso, tanto più risulta difficile muoversi in sella e quindi contrastare un eventuale fenomeno oscillatorio.

Basti pensare ai professionisti che utilizzano molto spesso bici di taglie inferiori per una maggiore prontezza e maneggevolezza: la loro posizione risulta davvero molto raccolta, ma non rigida; questo è dovuto alla flessibilità del loro corpo, temprato da ore di allenamenti.

È quindi sconsigliato per un amatore adottare un telaio di taglia più piccola, sia per evitare fastidiosi dolori muscolari, sia per avere un miglior controllo.

Bisogna in realtà precisare che nei telai moderni, vista la rigidità del carbonio, è veramente difficile incorrere in tali problematiche, a meno di progettazioni completamente errate [9].

[8],[9] Le formule sono state prese dal capitolo 8 del libro *Bicycling Science*, Wilson-Papadopoulos, The Mit Press, 3rd edition, 2004.

4. Meccanica degli pneumatici

4.1 Brush model

Le trattazioni svolte fino a questo punto avevano considerato gli pneumatici come infinitamente rigidi e con un comportamento lineare.

Ai fini dell'equilibrio è necessario indagare più a fondo riguardo gli pneumatici, spiegando il motivo per cui il loro comportamento non possa essere ritenuto lineare.

Si parte dall'assunzione che esiste una parte dell'orma dello pneumatico che è in strisciamento e un'altra in aderenza.

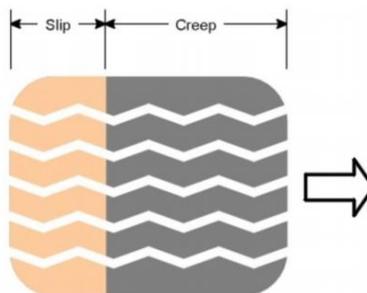


Figura 4.1 Area in aderenza e area in strisciamento, da dispense di Impostazione progettuale dell'autoveicolo, Velardocchia, 2020

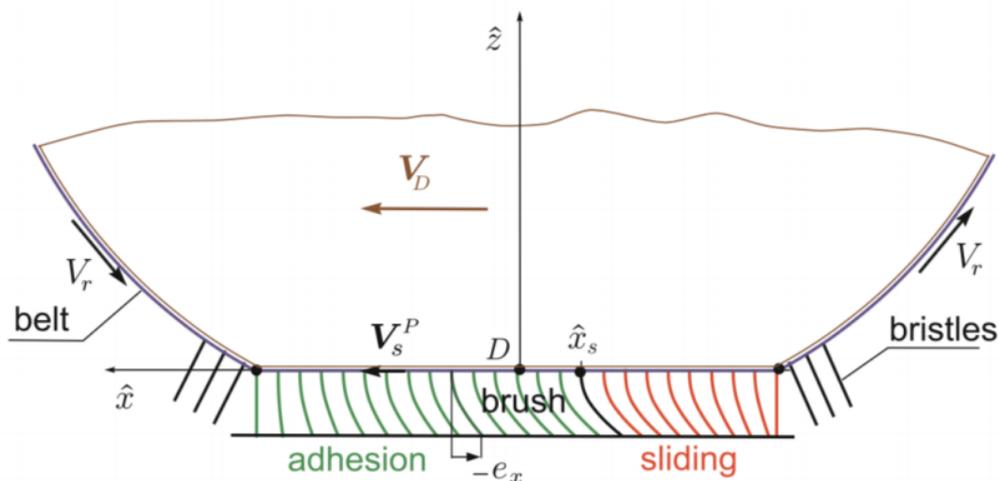


Figura 4.2 Rappresentazione setole (brush), da dispense di Impostazione progettuale dell'autoveicolo, Velardocchia, 2020.

Questa teoria è ben descritta nel "brush model", cioè un modello in cui il battistrada viene considerato come un insieme di setole che si piegano tra lo pneumatico e il manto stradale.

È utile definire una grandezza chiamata scorrimento:

$$\sigma = \frac{V - (w \cdot r)}{V}$$

Dove con V si indica la velocità del centro ruota e con wr la velocità di trascinamento. Questa grandezza indica quanto lo pneumatico sia più veloce o lento rispetto a una condizione di puro rotolamento (V e wr coincidono in quel caso).

Senza perdersi in noiosi passaggi matematici, è possibile definire la tensione applicata a terra dalla singola setola:

$$\tau = k \cdot \sigma \cdot \varepsilon$$

Dove ε è la coordinata longitudinale con origine nell'inizio dell'orma di contatto.

La pressione sull'orma di contatto è ipotizzata parabolica, con un massimo al centro dell'orma.

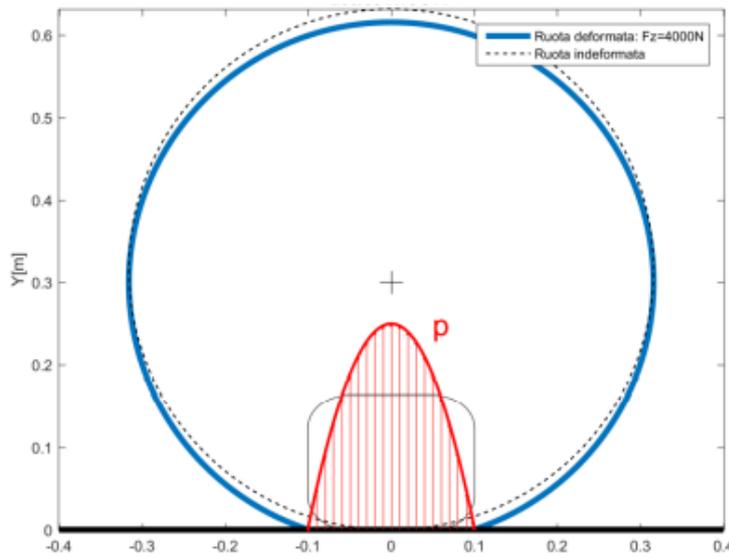


Figura 4.3 Distribuzione delle pressioni lungo l'orma di contatto, da dispense di Impostazione progettuale dell'autoveicolo, Velardocchia, 2020

Come visibile nella parte sinistra della figura sottostante tracciando la retta delle τ sopracitate è possibile ottenere l'andamento al variare dello scorrimento σ . La parabola esterna è quella di aderenza mentre quella interna di scorrimento.

Nella parte a destra della figura sottostante è possibile osservare l'andamento della forza a terra in funzione dello scorrimento.

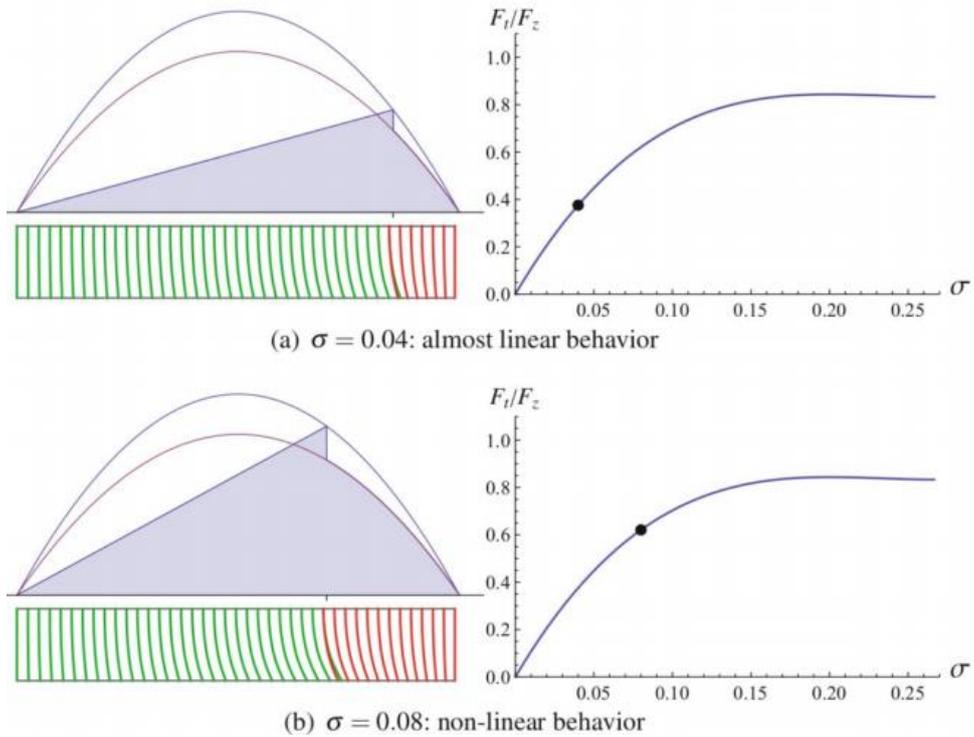


Figura 4.4 Andamento tau in funzione della posizione lungo l'orma (sinistra) e andamento forze in funzione dello scorrimento (destra). Da dispense di Impostazione progettuale dell'autoveicolo, Velardocchia, 2020

Pneumatici in laterale

Lo stesso ragionamento è trasferibile alla dinamica laterale, in cui invece di usare il parametro di controllo σ si considera l'angolo di deriva (slip angle) α :

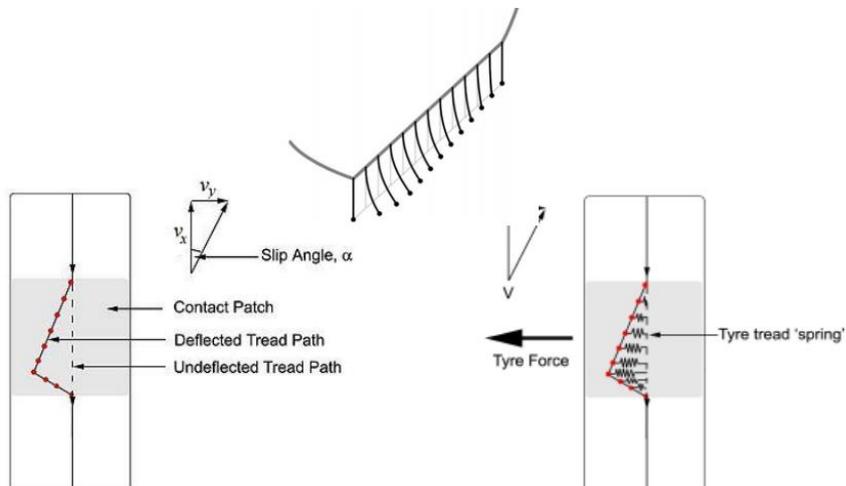


Figura 4.5 Brush model in dinamica laterale, da dispense di Impostazione progettuale dell'autoveicolo, Velardocchia.

Considerando l'angolo α è possibile ricavare l'andamento della tensione in funzione dello spostamento, come nel caso longitudinale:

$$\tau_y(\varepsilon) = k \cdot \alpha \cdot \varepsilon$$

E l'andamento delle forze laterali a terra (calcolate come integrazione di τ_y lungo l'orma):

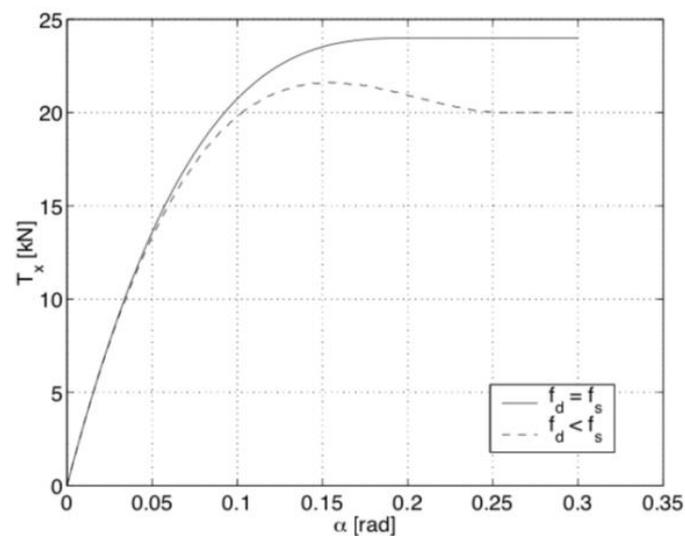


Figura 4.6 Andamento forza a terra in funzione dello scorrimento, da dispense di Impostazione progettuale dell'autoveicolo, Velardocchia, 2020

La tensione ha un andamento triangolare, come visibile nella figura 4.7; come noto il baricentro di un insieme di forze in un triangolo si trova a $2/3$ della lunghezza dell'orma. Questo significa che la risultante delle forze laterali non è in corrispondenza del mozzo ruota, ma spostata.

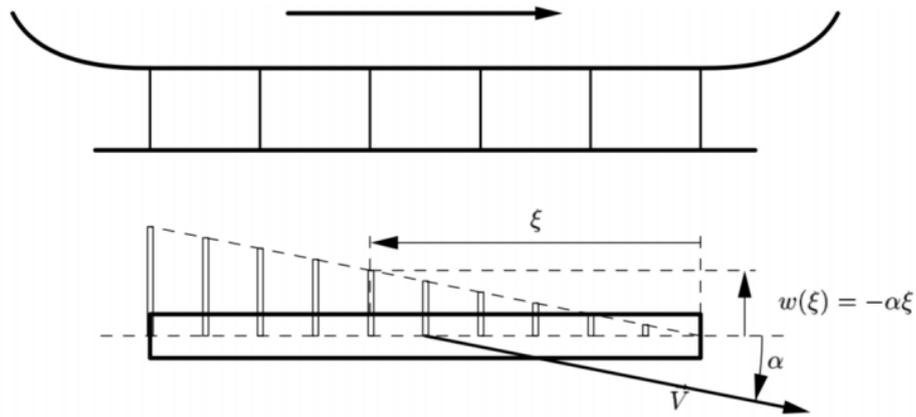


Figura 4.7 Approssimazione triangolare delle tensioni in funzione della posizione dell'orma di contatto, da dispense di Impostazione progettuale dell'autoveicolo, Velardocchia

Questo è noto come momento di auto-allineamento: così chiamato perché tende ad opporsi alla sterzata della ruota, cercando di riportarla nella posizione di equilibrio.

Questo è il motivo per cui è necessario considerare la non-linearità degli pneumatici, in quanto essi influiscono sulla dinamica e sull'equilibrio della bicicletta.

$$M_z = \int_0^{2a} \tau_y(\xi)(\xi - a)d\xi$$

$$M_z|_{\alpha \rightarrow 0} = T_y a / 3$$

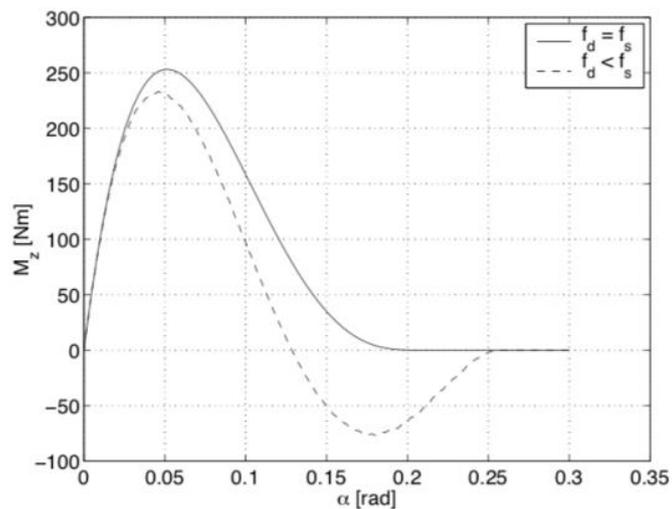


Figura 4.8 Andamento momento di autoallineamento in funzione dell'angolo di deriva, da dispense di Impostazione progettuale dell'autoveicolo, Velardocchia

Nella figura si vede come il momento di auto-allineamento sia crescente per valori piccoli di α , mentre per valori molto alti di angolo di deriva possiamo avere un'inversione di segno: lo sterzo si alleggerisce improvvisamente.

L'orma di contatto di uno pneumatico stradale ha spesso una lunghezza dell'ordine del centimetro: il braccio della risultante delle forze risulta quindi $1/3$ di tale lunghezza.

La forza laterale è dell'ordine di qualche centinaio di newton.

È quindi facile intuire come tale momento sia decisamente piccolo, a causa di un braccio di leva così ridotto: al più di qualche Nm, trascurabile ai fini della dinamica della bicicletta.

Nei paragrafi precedenti si è parlato sia di quanto la posizione del baricentro possa influire sulla guida, sia della meccanica degli pneumatici. Unendo queste due teorie è possibile porre le basi della dinamica laterale. Come già fatto precedentemente, alcuni argomenti verranno trattati in modo molto riassuntivo, guardando più alle conclusioni rispetto ai passaggi intermedi.

In particolare, visti i metodi semplificati si è alla ricerca di un risultato più qualitativo che quantitativo [10].

[10] Concetti, formule e immagini tratti da dispense di Impostazione progettuale dell'autoveicolo, Velardocchia e da slide di Meccanica del Veicolo, 2020.

4.2 Dinamica laterale, equazione di sottosterzo

Tale modello è stato sviluppato come modello semplificato per gli autoveicoli, ma può essere applicato appunto anche alle biciclette.

Single track model

from the geometry:

$$\delta - \alpha_1 + \alpha_2 = \rho L$$

or

$$\delta - \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{L}{R}$$

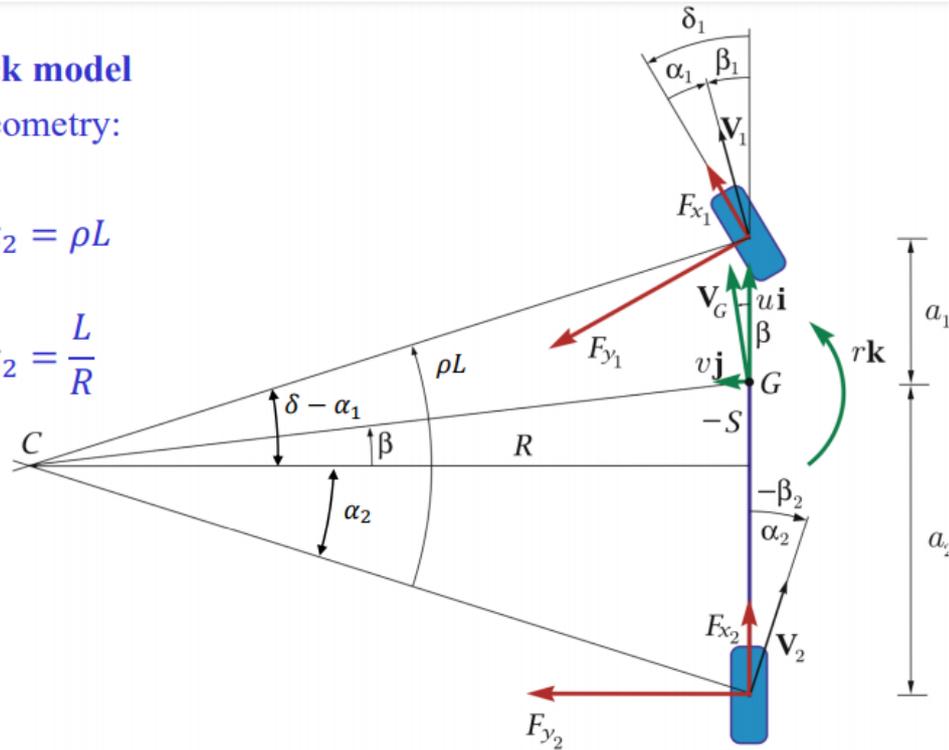


Figura 4.9 Modello a bicicletta (single track), da dispense di Impostazione progettuale dell'autoveicolo, Velardocchia

In figura è presente la vista dall'alto del modello single track (a bicicletta), che sta percorrendo una curva verso sinistra di raggio R .

L'angolo di deriva della ruota anteriore è α_1 mentre quello della ruota posteriore α_2 ;

I due semi-passi sono a_1 e a_2 ;

δ è l'angolo dato allo sterzo, ovvero di quanti gradi si gira il manubrio. Si distingue da δ_0 , chiamato angolo di sterzata cinematica: questo è l'angolo ideale di cui si deve girare lo sterzo nel caso di ipotesi di angoli di deriva nulli all'anteriore e al posteriore. In pratica δ_0 è l'angolo di sterzata nel caso teorico in cui non ci sono forze laterali, valido quindi per bassissime velocità.

Il baricentro del mezzo è indicato con G , e l'angolo ad esso associato β è chiamato angolo di assetto;

Il centro di istantanea rotazione è C .

Con alcuni passaggi è possibile ricavare l'equazione di sottosterzo:

$$\delta - \delta_0 = \alpha_1 - \alpha_2$$

Con un'altra rielaborazione possiamo ottenere:

$$\delta - \delta_0 = \left(\frac{m_a}{C_{\alpha,anteriore}} + \frac{m_r}{C_{\alpha,rear}} \right) a_Y$$

m_a ed m_r sono rispettivamente le masse sull'assale anteriore e posteriore;

C_α sono le rigidzze in deriva, anteriore e posteriore. Queste grandezze vengono introdotte solo ora, ma sono figlie di un grafico già visto:

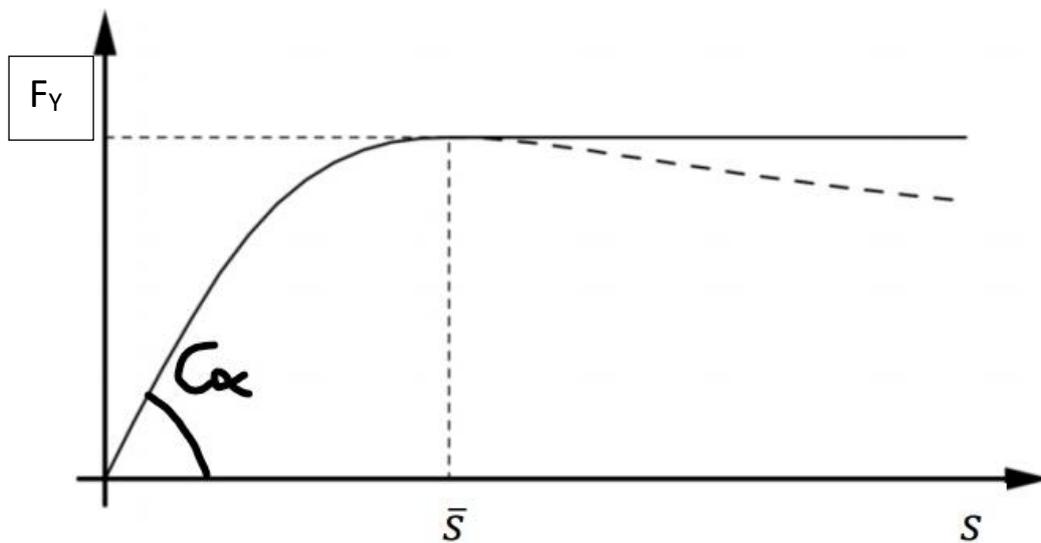
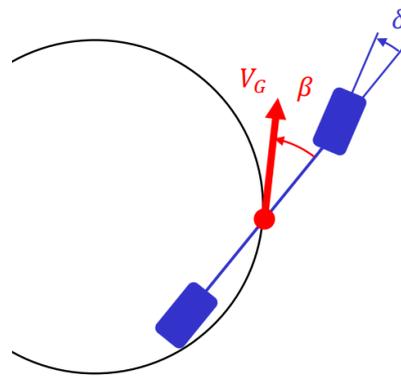


Figura 4.10 Rappresentazione rigidzza in deriva, da dispense di Impostazione progettuale dell'autoveicolo, Velardocchia, 2020.

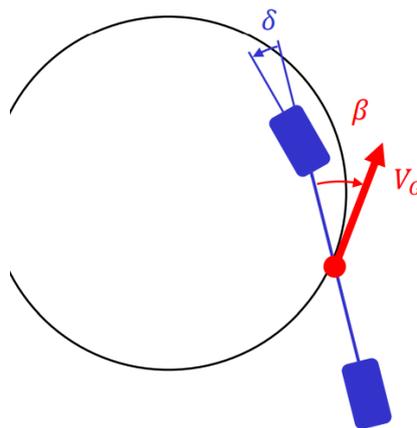
Nella prima parte del grafico, per scorrimenti bassi si ha un andamento lineare della forza al crescere dello scorrimento. La pendenza di questa retta viene chiamata rigidzza in deriva, C_α .

Introdotta questa nuova grandezza si può quindi capire il significato della formula sopracitata: quando il termine tra parentesi (chiamato solitamente K_{US}) è positivo, il mezzo è sottosterzante (understeer), quando negativo sovrasterzante (oversteer) e quando uguale a zero neutro.

Sottosterzante significa che più aumenta l'accelerazione laterale (e quindi la velocità con cui si sta percorrendo una curva) più è necessario aumentare l'angolo di sterzo per rimanere in traiettoria.



Sovrasterzante significa che all'aumentare dell'accelerazione laterale si deve diminuire l'angolo di sterzo per rimanere sulla stessa traiettoria. Il veicolo tende cioè a ruotare su sé stesso aumentando di molto la velocità.



Neutro significa che l'angolo di sterzo non cambia al variare dell'accelerazione laterale.

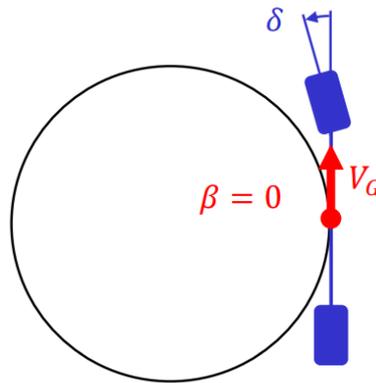


Figure 4.11 Nose out, nose in, neutral, da slide Meccanica del veicolo, Velardocchia, 2020

Il grafico seguente, in figura 4.12, riassume il comportamento dinamico del veicolo in condizioni stazionarie:

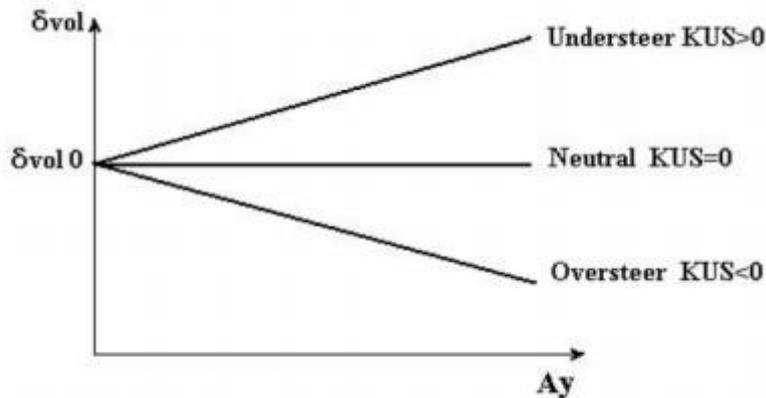


Figura 4.12 Angolo di sterzo in funzione dell'accelerazione laterale, da dispense Meccanica del veicolo, Velardocchia

Cosa si può quindi dedurre da questa teoria?

Per prima cosa che, come già detto molte volte, la distribuzione delle masse e quindi la posizione del baricentro influiscono tantissimo sulla guidabilità di una bicicletta.

Inoltre, è facile intuire come un ciclista su una taglia errata di telaio vada a spostare la posizione ideale del baricentro; questo provocherà un cambiamento nella guida della bici, sia per il comportamento dinamico, sia per la comodità del ciclista stesso.

In particolare, uno sbilanciamento in avanti del baricentro provoca un innalzamento del peso gravante sull'assale anteriore. Aumenta quindi m_a , così come aumenta $C_{\alpha, \text{anteriore}}$; m_a cresce però più velocemente, provocando un aumento del coefficiente K_{US} , rendendo il mezzo sottosterzante.

Viceversa uno spostamento del baricentro verso il retro provoca un abbassamento di K_{us} , aumentando il sovrasterzo, cioè la tendenza a “chiudere” le curve.

Nelle automobili la tendenza è di costruire veicoli sottosterzanti a fini della sicurezza: è infatti molto più intuitivo dover aumentare l'angolo volante per rimanere in traiettoria rispetto a doverlo diminuire.

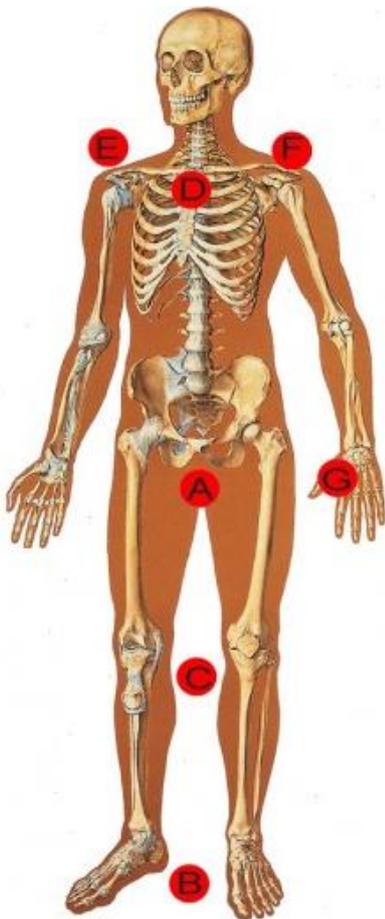
Nel caso di biciclette si tende a voler ottenere un mezzo quanto più neutro, anche se la posizione del ciclista influisce moltissimo sulla distribuzione dei pesi; si avranno così due diversi ciclisti sullo stesso telaio che avendo una posizione diversa in sella hanno un comportamento dinamico diverso [11].

[11] Concetti, formule e immagini tratti da dispense di Impostazione progettuale dell'autoveicolo e da slide di Meccanica del veicolo, Velardocchia, 2020

5. Variazione parametri al variare della taglia

5.1 Misure ciclista

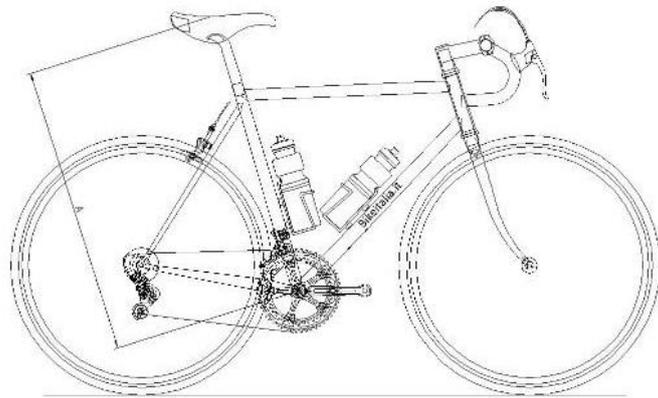
Le principali misure da avere quando si vuole comprare una nuova bici sono la misura del cavallo e l'altezza del ciclista. Ci sono poi molteplici misure secondarie (femore, busto, braccia, larghezza spalle) che possono servire per le regolazioni successive.



AB	Cavallo
AC	Femore
AD	Busto
EF	Spalle
FG	Braccia

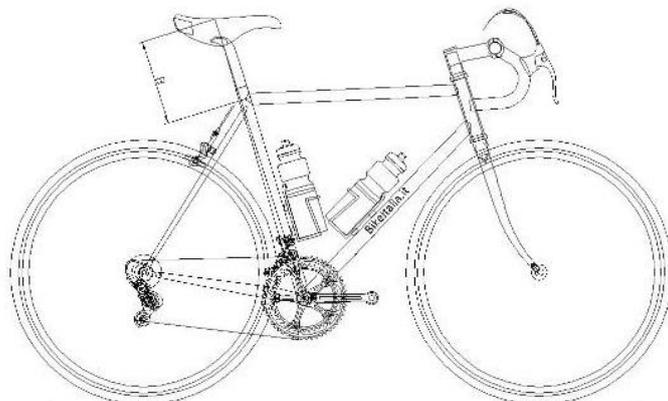
Figura 5.1 Parametri antropometrici più rilevanti, da "<http://www.rialbike.com/magicpower/le-misure-del-ciclista/>"

Altezza sella: si calcola con la formula di Hinault



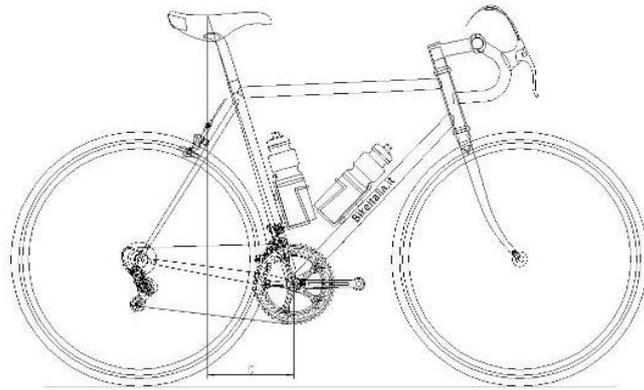
$$altezza_{sella} = cavallo \cdot 0.885$$

Svettamento sella: si calcola rispetto all'orizzontale virtuale. Un tempo il tubo orizzontale era effettivamente parallelo al terreno, oggi raramente a causa di telai sloping.



$$svettamento = cavallo \cdot 0.235$$

Arretramento sella: si ottiene matematicamente dalle misure precedenti



$$\text{arretr} = \text{svettamento} \cdot \cos(\text{incl}_{\text{piantone}})$$

Distanza sella-manubrio:

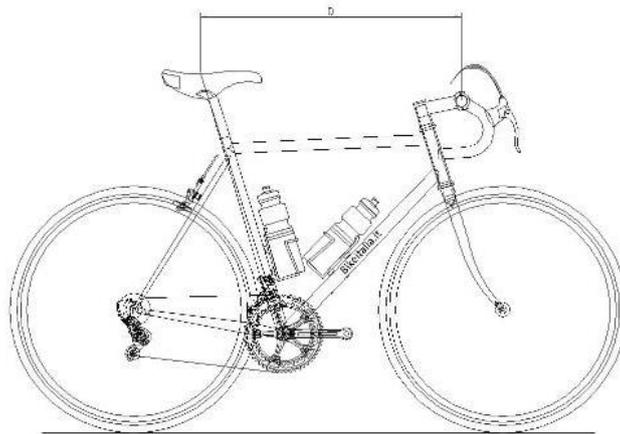


Figura 5.2 Rappresentazioni di altezza, svettamento, arretramento, distanza sella-manubrio, da ["https://www.bikeitalia.it/calcolare-le-misure-della-bicicletta/"](https://www.bikeitalia.it/calcolare-le-misure-della-bicicletta/)

$$\text{dist} = \text{busto} \cdot 1.1$$

Larghezza manubrio: corrisponde circa alla larghezza delle spalle

5.2 Andamenti parametri principali

Iniziamo con il precisare che le variabili sono moltissime, di conseguenza le possibili soluzioni per variare le dimensioni di un telaio sono praticamente infinite.

Vista la mole di parametri è importante fissare quali si vogliono tenere fissi al variare della taglia e quali si vogliono invece cambiare.

La **forcella**, ad esempio, vista la misura fissa della ruota che deve ospitare, è normalmente prodotta in serie per ogni misura di telaio; **il rake** è quindi spesso un parametro fisso per una questione di semplicità e di costi di produzione.

Quali sono invece le misure obbligatoriamente da cambiare?

Sicuramente **reach e stack**, con le conseguenti annesse misure di tubo orizzontale e tubo piantone. Un ciclista più alto avrà infatti bisogno di distendersi maggiormente in sella, oltre alla necessità di avere un manubrio posto più in alto. Di seguito sono riportati andamenti di reach e stack al variare della taglia della bici, ottenuti interpolando misure di famosi produttori di biciclette.

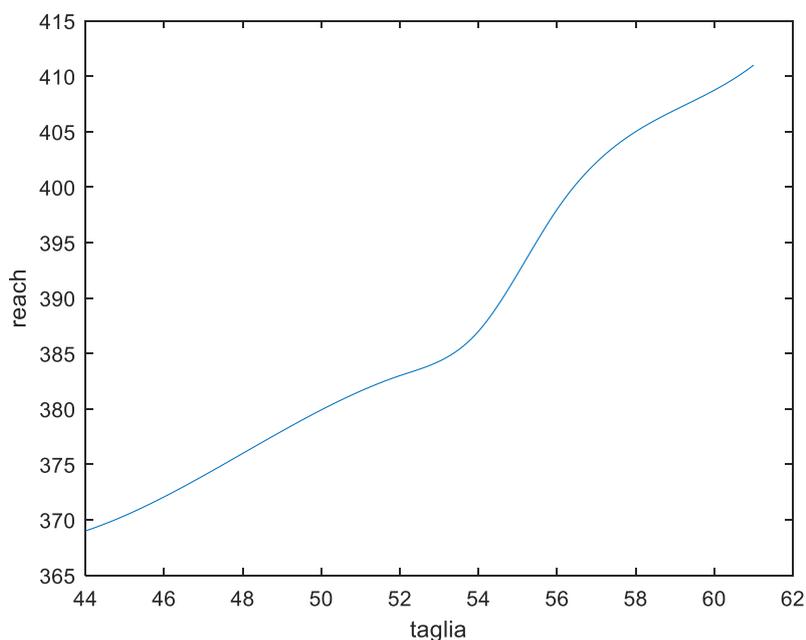


Grafico 5.3 Andamento del reach in funzione della taglia telaio, ottenuto con interpolazione su Matlab

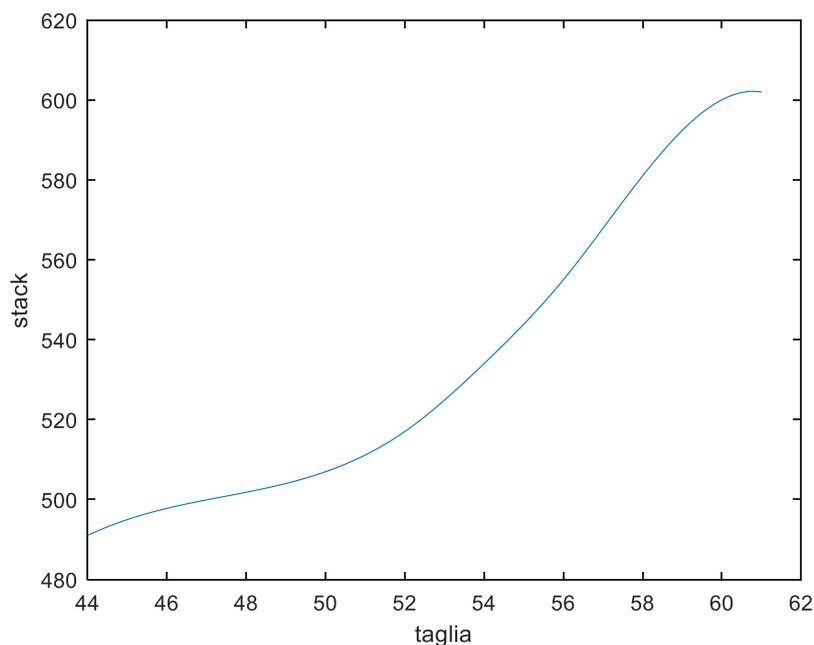


Grafico 5.4 Andamento dello stack in funzione della taglia telaio, ottenuto con interpolazione su Matlab

Come si vede dai grafici l'andamento è ovviamente sempre crescente all'aumentare della taglia, con una crescita praticamente lineare.

Vista l'impossibilità di deformare sproporzionatamente il telaio, al crescere dell'altezza del ciclista è necessario allungare l'**attacco manubrio** di qualche cm: si parte dal 7 cm per i più corti fino ai 14 cm per i più lunghi.

C'è da sottolineare che non è detto che un ciclista più alto abbia il tronco e braccia più lunghe di uno basso: magari solo il cavallo è più alto quindi l'attacco manubrio può rimanere più corto. Come già detto, ogni ciclista ha la sua conformazione fisica ben specifica: oltre alla guidabilità infatti si devono rispettare misure biomeccaniche affinché la resa di pedalata sia ottima.

La **larghezza manubrio** è funzione della larghezza delle spalle del ciclista: solitamente si hanno misure da 38 a 46 cm per le bici da corsa, con declinazioni più larghe e scampanate sulle bici gravel.

Possiamo immaginare di mantenere il **drop del movimento** centrale costante e cambiare leggermente gli angoli piantone e/o di sterzo: senza questi cambiamenti non si può infatti cambiare misura al telaio. La scelta se cambiare uno, l'altro o entrambe dipende dal produttore.

Tendenza abbastanza assodata è quella di far crescere l'**angolo di sterzo** insieme alla taglia: un telaio più grande avrà cioè uno sterzo più "chiuso": si può passare ad esempio da 69° per una taglia 46 (x xs) fino a 74° per una taglia 61 (xl).

L'angolo sella invece o si mantiene costante oppure di solito va a diminuire con il crescere della taglia. Questo è necessario per aumentare l'arretramento della sella in una bici di taglia maggiore: senza dubbio una persona più alta ha bisogno di un arretramento maggiore, che si può appunto ottenere con un angolo sella minore senza dover per forza aumentare a dismisura la lunghezza del tubo orizzontale.

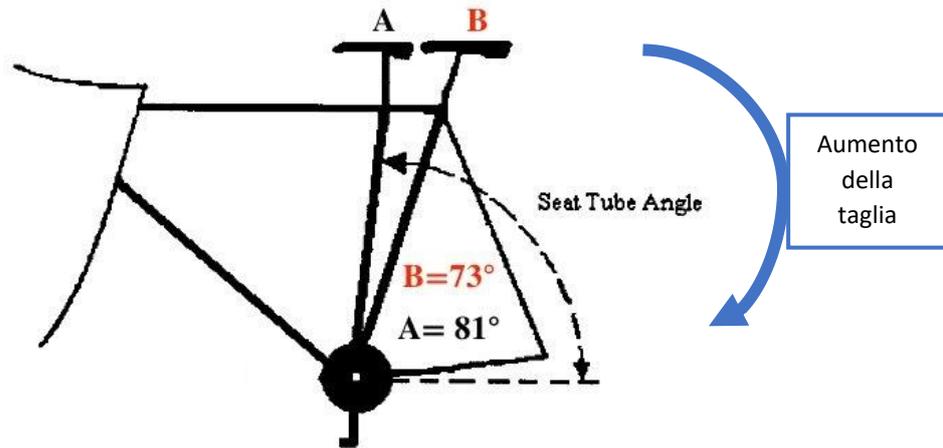


Figura 5.5 Variazione angolo sella con aumento della taglia, da "pedalChile.com"

5.3 Guidabilità

Immaginiamo ragionevolmente di voler mantenere costante il momento raddrizzante che dallo pneumatico arriva allo sterzo.

Sapendo, come già citato, che l'avancorsa meccanica si calcola come:

$$am = ac \cdot \sin(\alpha)$$

Conoscendo i valori di α al variare del telaio possiamo ricavarci l'avancorsa per ogni taglia.

Di seguito è fornito un grafico ottenuto interpolando i valori di α al variare della taglia telaio per 3 grandi case costruttrici (Specialized, Giant, Trek). I valori sono stati mediati per ogni taglia e di seguito interpolati tramite la funzione 'interp1' del software *Matlab*.

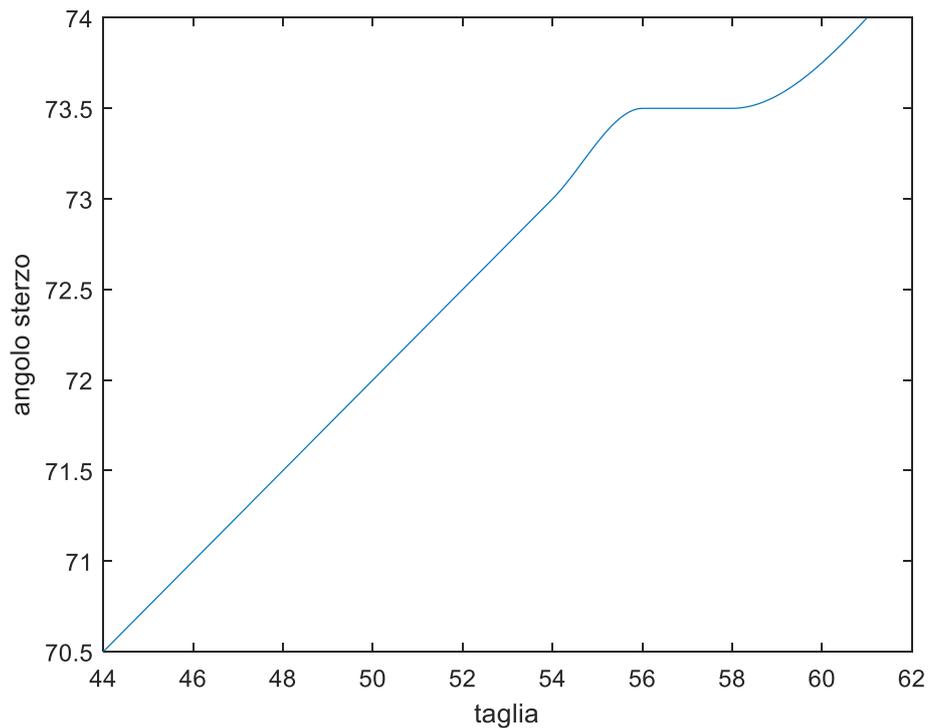


Grafico 5.6 Andamento angolo sterzo in funzione della taglia del telaio, ottenuto con interpolazione su Matlab

Come già spiegato, si nota l'andamento sempre crescente dell'angolo di sterzo α .

Di seguito si riportano i dati del grafico in forma tabellare, in cui nell'ultima riga sono stati inseriti i valori di avancorsa per mantenere la coppia allo sterzo costante. Il dato di partenza tenuto in considerazione è 58 mm in taglia media (54), valore abbastanza noto per l'avancorsa.

Taglia (cm)	44	49	52	54	56	58	61
α °	70.5	71.75	72.5	73	73.5	73.5	74
Avancorsa (mm)	58.8	58.3	58.1	58	57.7	57.7	57.6

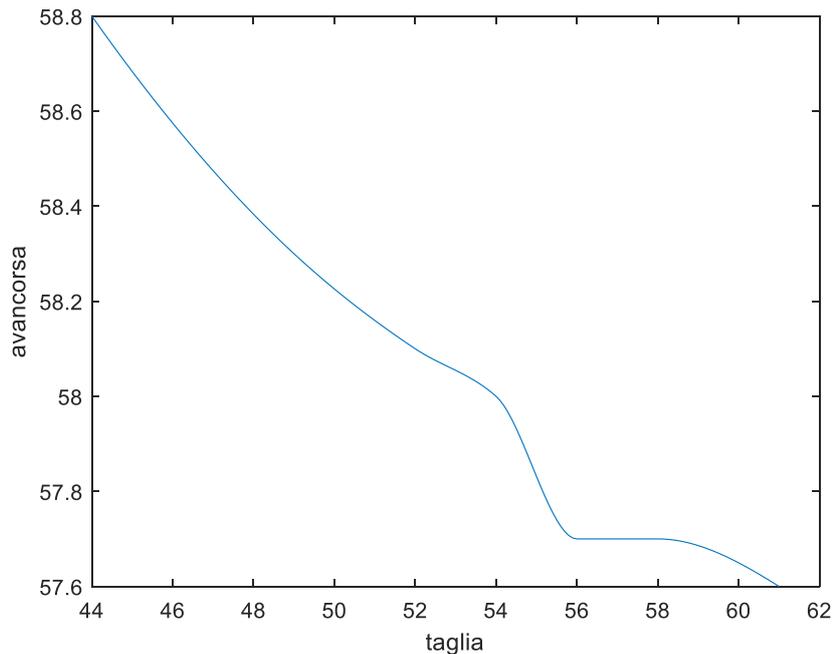


Grafico 5.7 Andamento avancorsa in funzione della taglia del telaio, ottenuto con interpolazione su Matlab

L'andamento, come prevedibile, è chiaramente decrescente.

Precisazioni

Nel capitolo precedente è stato fatto il calcolo affinché la coppia di sterzo rimanesse costante al variare di taglia telaio. Se è corretto a livello di stabilità "teorica", a livello di sensazioni e quindi di guidabilità non lo è, in quanto al variare della taglia cambiano sia attacco manubrio che larghezza manubrio.

Il calcolo giusto da fare è a parità di coppia sulle mani del ciclista, quindi all'estremità del manubrio.

In questo caso le cose si complicano perché è difficile capire come impugna il manubrio ogni singolo ciclista: c'è chi tira con una mano da un lato e spinge dall'altro, esercitando una coppia di sterzo che non dipende quindi dalla lunghezza dell'attacco manubrio (in quanto si comporta come una coppia "pura"), e c'è chi spinge con le mani di lato per far curvare, sfruttando l'attacco manubrio come braccio di leva.

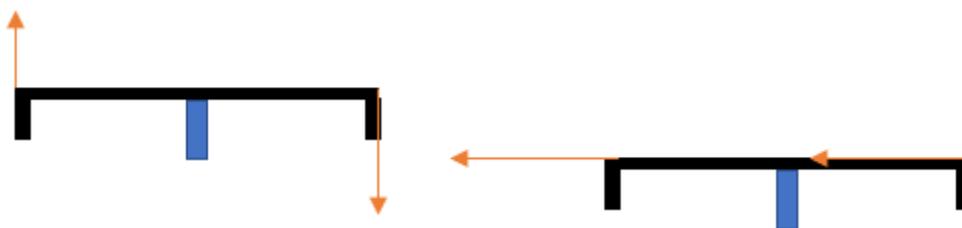


Figura 5.8 Rappresentazione schematica di manubrio (in nero) e attacco manubrio (in blu), mossi da una forza (in rosso) che è solitamente è un mix tra i due casi estremi in figura.

La realtà è un compromesso tra i due modi di girare il manubrio, che dipende dal ciclista e dalle sue abitudini.

Al crescere della taglia, salvo casi eccezionali, sicuramente crescono sia la larghezza del manubrio che la lunghezza dell'attacco manubrio: cresce cioè il braccio di leva che collega lo sterzo al ciclista.

Questo implica che affinché sia applicata la stessa forza tra mani del ciclista e manubrio è necessario aumentare l'avancorsa al diminuire della taglia più di quanto specificato prima in tabella.

Avancorsa con attacco manubrio e larghezza manubrio fisse	58.8	58.3	58.1	58	57.7	57.7	57.6
Avancorsa con manubrio e attacco manubrio variabili con la taglia	61.5	59.2	58.5	58	57.2	56.9	56.4

6. Conclusioni

Come si è visto costruire un telaio che si adatti ad ogni ciclista è veramente difficile: mantenendo invariati alcuni parametri e cambiandone altri ci si può avvicinare alla taglia ideale, ma le caratteristiche di guidabilità cambieranno in base a tantissimi fattori.

Per prima cosa cambiando le lunghezze di alcuni parametri cambieranno diverse rigidità, che dovrebbero essere compensate andando ad irrobustire il telaio in alcuni punti man mano che la taglia cresce.

Inoltre, nel tempo la posizione del ciclista può cambiare: con la stanchezza si cerca una posizione quanto più comoda possibile, anche a costo di sfavorire il bilanciamento dei pesi e dell'aerodinamica.

Un cambio di copertoni può cambiare le rigidità in deriva degli pneumatici, che potrebbero reagire in modo diverso con pesi diversi del ciclista.

Viene quindi ovvio dire che trovare la configurazione perfetta per costruire telai che si adattino a ciclisti di diverse altezze e diversa massa è molto difficile: bisognerebbe studiare come varia la posizione del ciclista in funzione della sua stanchezza, oltre che abbinare una certa distribuzione dei pesi a un certo pneumatico per non modificare la dinamica del mezzo.

Al contrario di un'automobile il peso del ciclista conta moltissimo sulla dinamica del sistema e, nonostante infiniti studi, sarà sempre l'uomo, con i suoi riflessi e la sua capacità di imparare a guidare la bicicletta a fare la parte più importante.



Figura 6.1 Immagine di Tomac in una delle sue discese folli, "<https://mbaction.com/the-tomac-interview/>"

È innegabile che i mezzi moderni, con moderne geometrie permettano una migliore performance in salita oltre che in discesa (soprattutto nel fuoristrada l'evoluzione dei mezzi è stata strepitosa), ma è altrettanto vero che per cambiare idea basta guardare un video di qualche gara di John Tomac quando negli anni '90 vinceva campionati del mondo di downhill con bici che oggi non useremmo nemmeno per andare al supermercato.

7. Bibliografia e sitografia

7.1 Bibliografia

Advanced concepts of the stability of two wheeled vehicles, Singh Digvijai, 1964.

Bicycle dynamics and control, K. J. Astrom, 2006.

Bicycling Science, Wilson-Papadopoulos, The MIT press, third edition 2004.

Ciclismo: fisica e fisiologia, Zeppego-Baldissera-Ardigò, Editore Calzetti Mariucci, 2017.

Dispense di Impostazione progettuale dell'autoveicolo, Bonisoli-Galvagno-Vigliani-Velardocchia, 2020.

Esercitazioni di Meccanica del veicolo, Velardocchia-Galvagno, Clut, 2017.

Illustrated bicycle maintenance, Todd Downs, Rodale Inc., 2005.

Mathematical analysis of the stability of two wheeled vehicles, Robert Collins, UMI, 1963.

Meccanica applicata alle macchine, Ferraresi-Raparelli, Clut, 2007.

Slide Meccanica del veicolo, Velardocchia-Galvagno, 2020.

7.2 Sitografia

<https://cyclinside.it/rake-e-avancorsa/>

<https://mountainbike.bicilive.it/wiki-bike/geometria-avantreno-mtb/>

<https://www.bicidistrada.it/angolo-sterzo-rake-e-trail-della-forcella/>

<https://www.mtb-mag.com/ruote-ed-inerzia-26-275-29-a-confronto/>

<https://www.bikeitalia.it>

https://it.wikipedia.org/wiki/Effetto_giroscopico

<https://www.mtb-mag.com>

<https://www.mtb-mag.com/tech-corner-reach-e-stack/>

<https://www.bikeitalia.it/reach-e-stack-i-nuovi-parametri-per-la-scelta-del-telaio/>

<https://www.4actionsport.it/reach-e-stack-cosa-sono-e-a-cosa-servono/>

<https://www.specialized.com>

<https://www.specialized.com/us/en/crux-elite/p/154294>

<https://www.specialized.com/uy/en/s-works-tarmac-frameset/p/153988?color=239643-153988>

https://it.wikipedia.org/wiki/Momento_di_inerzia

<https://www.bicidastrada.it/misure-del-telaio-reach-e-stack-di-cosa-si-tratta-esattamente/>

<https://www.3t.bike.com>

<https://www.giant-bicycles.com>

<https://www.cube.eu.com>

<https://www.bikecad.ca>

<https://cyclinside.it>

<https://www.3t.bike/en/217-exploro-proteam>

<https://www.3t.bike/en/219-strada>

<https://www.giant-bicycles.com/int/revolt-1>

<https://www.wikipedia.com>

<https://www.giant-bicycles.com/int/tcr-advanced-pro-1>

<https://www.theproscloset.com/products/giant-tcx-advanced-cyclocross-bike-2019-medium>

<https://www.cube.eu/it/2022/bikes/road/cyclocross/cross-race/cube-cross-race-pro-bluenblack/>