



**Politecnico  
di Torino**

**Politecnico di Torino**

**Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica**

**Anno Accademico 2020/2021**

Ottobre 2021

# **Indagine sulle deformazioni a flessione negli ingranaggi tramite Digital Image Correlation**

Relatori: Prof. Francesca Maria Curà

Prof. Andrea Mura

Ing. Luca Corsaro

Candidato: Davide Cillis



## Indice

Capitolo 1: Introduzione e richiami teorici .....	5
1.1. Tipologie di rotture negli ingranaggi e accenni di teoria .....	5
1.2. Riferimenti alla norma ISO 6336:2019 .....	9
ISO 6336-1:2019 - Calculation of load capacity of spur and helical gears .....	9
ISO 6336-3:2019 Calculation of load capacity of spur and helical gears — Part 3: Calculation of tooth bending strength .....	13
1.3. Digital image Correlation .....	16
1.4. Richiami di meccanica della frattura lineare elastica (MFLE).....	28
Capitolo 2: Parte sperimentale in laboratorio.....	31
2.1. Montaggio attrezzatura e allestimento del banco di lavoro.....	31
2.2. Caso 1: Prova di trazione applicata a un provino liscio.....	32
2.2.1. Prova di trazione applicata a un provino liscio: analisi del terzo centrale.....	49
2.2.2. Prova di trazione applicata a un provino liscio: analisi del terzo centrale e coefficiente di Poisson .....	55
2.2.3. Codice Matlab per il calcolo delle direzioni principali.....	59
2.2.4. Calcolo delle deformazioni principali .....	60
2.3. Caso 2: prova di trazione applicata a un provino intagliato.....	74
Capitolo 3: Conclusioni .....	79
Nomenclatura.....	81
Indice delle Figure .....	83
Appendice .....	88
A. Codice Matlab per il calcolo delle direzioni principali delle deformazioni .....	88
Bibliografia .....	92



## Capitolo 1: Introduzione e richiami teorici

Gli argomenti presentati nei paragrafi successivi riguardano lo studio dei comportamenti di rottura degli ingranaggi alleggeriti e la tecnica della Digital Image Correlation con relative applicazioni sperimentali. Prima di procedere alla presentazione della parte sperimentale e dei risultati ottenuti dal lavoro effettuato, si procede con una breve parte introduttiva relativa alla teoria della meccanica della frattura, alcuni riferimenti alla normativa ISO 6336-2019 e la tecnica della Digital Image Correlation.

### 1.1. Tipologie di rotture negli ingranaggi e accenni di teoria

Le tipologie di propagazione della cricca nell'ingranaggio possono essere di due tipi. La prima avviene in modo sicuro ("safe way"), la propagazione del difetto si ha lungo il dente dell'ingranaggio e, seppure con qualche problema, rompendosi soltanto il dente l'ingranaggio può continuare a lavorare. La seconda tipologia di rottura avviene in modo catastrofico ("catastrophic way"), la cricca si propaga radialmente portando alla rottura dell'ingranaggio e compromettendo il funzionamento della trasmissione.

La direzione di propagazione della cricca è influenzata principalmente dai parametri della geometria dell'ingranaggio e dal punto di nucleazione della cricca. Per specifiche configurazioni geometriche, il percorso di propagazione della cricca può essere influenzato anche da altri parametri come il carico centrifugo. Il punto di nucleazione della cricca si considera alla base del dente e si considera il campo di tensioni nel raccordo della radice del dente per valutare il punto di inizio della cricca e la sua direzione di propagazione.

Fondamentalmente, la direzione di propagazione della cricca è influenzata dai parametri della geometria dell'ingranaggio, soprattutto dallo spessore della corona a sua volta legato all'altezza del dente. Tale legame solitamente è definito tramite il rapporto di rinforzo.

Nello studio effettuato gli ingranaggi presentano delle geometrie particolari essendo alleggeriti per ridurre il peso dei componenti della trasmissione. In particolare, l'alleggerimento viene realizzato modificando la geometria dell'ingranaggio rispetto un ingranaggio pieno, quindi per capire meglio come cambia la resistenza in seguito alla variazione della geometria si introducono nel modello dei parametri adimensionali. Tali parametri geometrici sono: il backup ratio ( $m_b$ ) e il web ratio ( $m_w$ ).

Secondo la letteratura, è possibile identificare tre intervalli per i valori del rapporto di backup, relativi ai percorsi di propagazione delle cricche. In particolare, il primo intervallo si riferisce a ruote in cui la cricca si propaga attraverso il dente, il secondo intervallo a ruote in cui la cricca si propaga attraverso la corona e la terza situazione in cui la cricca si propaga in un modo imprevedibile. In questa zona di incertezza, il percorso della cricca dipende da altri parametri, legati sia alla geometria che alle condizioni di carico. In particolare, il carico centrifugo (generato dalla rotazione della ruota) può significativamente influenzare il percorso di crescita della cricca. Altri fattori sono anche il trattamento superficiale.

La geometria degli ingranaggi a corona sottile è definita da due parametri: il backup ratio ( $m_b$ ) definito come il rapporto tra lo spessore del cerchio ( $H_B$ ) e l'altezza del dente ( $H_T$ ) e il web ratio ( $m_w$ ) definito come il rapporto tra lo spessore del nastro ( $W$ ) e la larghezza della faccia ( $L$ ). I valori di  $m_b$  e  $m_w$  si possono definire come:

$$m_b = \frac{H_B}{H_T} \quad m_w = \frac{W}{L}$$

In particolare, un ingranaggio pieno presenta spessore del web è uguale alla larghezza della faccia ( $m_w = 1$ ).

Di seguito si riportano le grandezze geometriche per definire i valori di web ratio e backup ratio, Figura 1 presa da [1].

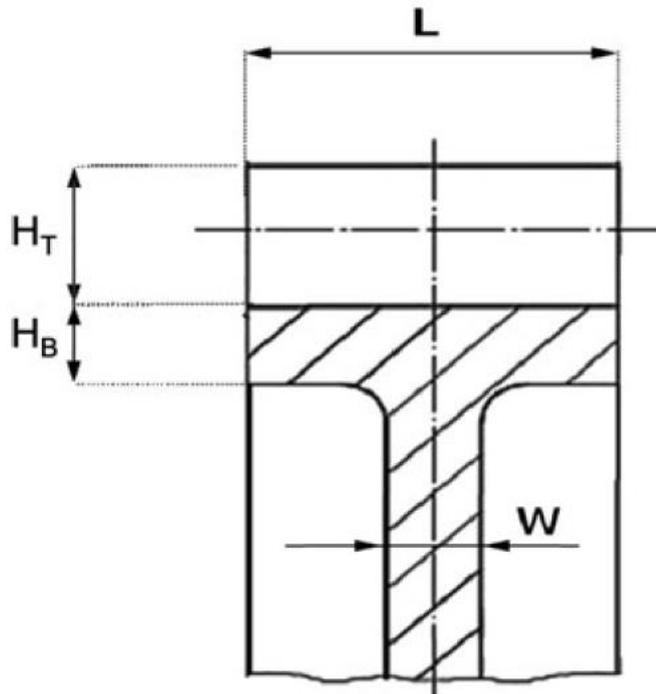


Figura 1: parametri geometrici della ruota alleggerita. Spessore del rim ( $H_B$ ) e l'altezza del dente ( $H_T$ ) e il web ratio ( $m_w$ ) definito come il rapporto tra lo spessore del nastro ( $W$ ) e la larghezza della faccia ( $L$ ) [1].

In generale, dall'analisi statica è possibile osservare che il carico centrifugo può spostare il punto massimo di stress equivalente in basso verso il raccordo della radice del dente. L'effetto del backup ratio non sembra così influente, a parte i casi di ruote con nastro molto spesso senza carico centrifugo.

Dall'analisi di propagazione della cricca è possibile evidenziare che, quando viene applicato un carico centrifugo, il percorso di propagazione della cricca si avvicina alla direzione radiale, indipendentemente dalle caratteristiche geometriche. Invece, quando viene applicata solo l'azione di flessione il percorso di propagazione della cricca è regolato dalla geometria dell'ingranaggio; aggiungendo l'effetto centrifugo, la geometria diventa meno importante e più alto è il contributo della velocità di rotazione alla sollecitazione complessiva.

L'effetto del carico centrifugo, rispetto al caso senza carico centrifugo, è quello di ruotare la direzione della sollecitazione principale massima. Questa rotazione pone la sollecitazione principale massima in una direzione che permette la propagazione della cricca preferibilmente attraverso il bordo. È possibile osservare la rotazione delle direzioni dello sforzo principale massimo nel caso con carico centrifugo; questa direzione appare perpendicolare alla direzione di propagazione della cricca.

Come failure indicator è stato scelto il blank factor  $C_R$  che secondo la ISO 6336-2019 si definisce come:

$$C_R = 1 + \frac{\ln(m_W)}{5e^{\frac{H_T}{5m}}}$$

Tale fattore che verrà trattato in modo più dettagliato nella normativa ISO 6336:2019, mette in relazione i due parametri geometrici introdotti in precedenza il backup ratio ( $m_b$ ) e il web ratio ( $m_W$ ).

Il blank factor può essere utilizzato per definire univocamente la geometria dell'ingranaggio prendendo in considerazione sia lo spessore della corona sia quello della web.

Da alcune prove sperimentali è stato osservato che per gli ingranaggi i cui valori di  $C_R$  sono sotto la linea con  $m_b = 1$ , tutte le cricche si sono propagate attraverso il cerchio. D'altra parte, per gli ingranaggi il cui il blank factor  $C_R$  appartiene alla linea con  $m_b = 1$ , le cricche si propagano attraverso il dente se il carico centrifugo è assente o trascurabile (bassa velocità) e attraverso il dente se il carico centrifugo è presente (alta velocità).

Considerando l'effetto della velocità sul punto di inizio della cricca i risultati mostrano che, in generale, il carico centrifugo sposta il punto di inizio della cricca alla base del raccordo della radice del dente. Se il carico centrifugo è trascurabile, il carico di flessione è predominante e il punto di nucleazione è spostato verso il bordo superiore del raccordo della radice del dente. Confrontando il massimo stress equivalente nei casi con e senza carico centrifugo, sia lo spessore del bordo e dell'anima non sembrano influenzare in modo significativo la posizione di nucleazione della cricca. Considerando le analisi delle cricche che partono dalla stessa posizione e che si propagano con e senza carico centrifugo, i risultati mostrano che in presenza di carichi centrifughi non trascurabili, il percorso di propagazione tende verso la direzione radiale. Questo effetto è confermato dall'analisi della direzione della sollecitazione principale massima. In conclusione, i risultati mostrano che il carico centrifugo influenza fortemente sia il punto di inizio della cricca (spostando la sua posizione alla base del raccordo della radice del dente) e la direzione di propagazione della cricca (guidando il percorso della cricca in direzione radiale). In particolare, in tutti i casi in cui il percorso di propagazione della cricca non è definito solo dalla geometria dell'ingranaggio (zona di incertezza), il carico centrifugo può diventare il fattore chiave per provocare le rotture catastrofiche.<sup>1</sup>

I risultati di un'altra analisi hanno mostrato come il percorso di propagazione della cricca dipenda sia dal backup ratio che dalla posizione iniziale della cricca, mentre l'orientamento iniziale della cricca sembra non influenzare il percorso di propagazione. In particolare, negli ingranaggi pieni il percorso

---

<sup>1</sup> Dalla bibliografia fino a questo punto [1]

di propagazione sembra non essere influenzata dalla posizione iniziale della cricca e dalla crescita della cricca attraverso il dente. Mentre, per quelli sottili ( $m_b \leq 1$ ) la posizione iniziale del difetto può influenzare la direzione del percorso.<sup>2</sup>

In un'ulteriore analisi sperimentale, l'obiettivo è stato quello di studiare la correlazione tra lo spessore del rim e del web sul percorso di propagazione della cricca negli ingranaggi con bordi sottili, in riferimento alle rotture a flessione, in quanto questa rappresenta una delle principali cause di rottura degli ingranaggi. A questo scopo, sono state eseguite simulazioni numeriche basate sul metodo degli elementi finiti 3D estesi. I risultati relativi a modelli di ingranaggi con diversi spessori di web e rim sono stati interpretati in ambiente ISO Standard, mettendo in relazione il percorso della cricca con il cosiddetto fattore  $C_R$ , utile nei casi di ingranaggi accoppiati composti da rims e webs. I risultati mostrano che l'interazione tra lo spessore del web e del rim può influenzare la propagazione della cricca e la corrispondente modalità di rottura sicura o catastrofica.

Sulla base dei lavori di Lewicki è possibile definire le tre regioni geometriche che comportano diversi comportamenti a fatica flessionale: la prima regione, riferita ad ingranaggi con valori del rapporto di backup superiori a 1 identifica una propagazione della cricca attraverso il dente; la seconda si riferisce ad una propagazione della cricca attraverso il cerchio e coinvolge valori del rapporto di backup inferiori a 0,5; e l'ultima identifica una regione intermedia, con rapporto di backup tra 0,5 e 1, dove il percorso di propagazione non è così definito, dipendendo da diversi fattori.

L'effetto del carico centrifugo è stato studiato anche da Lewicki et al. sia dal punto di vista sperimentale che numerico. In generale, analizzando i risultati presentati in letteratura, è possibile evidenziare che la rigidità globale del dente può influenzare i percorsi di propagazione della cricca, essendo la rigidità globale del dente identificata come la somma della rigidità del dente, del rim e del web. I fattori principali che influenzano la rigidità del dente, se si trascurano i parametri superficiali (come rugosità e ondulazione) e il disallineamento della mesh, sono quelle riferite sia al materiale (modulo di elasticità) che alla geometria. In particolare, i dati dei denti (numero di denti, addendum, dedendum, ecc.) e alcuni parametri dell'ingranaggio (spessore del rim e del web) devono essere presi attentamente in considerazione.

---

<sup>2</sup> Dalla bibliografia [6]

## 1.2. Riferimenti alla norma ISO 6336:2019

Per la progettazione e la verifica degli ingranaggi è stata scelta la norma ISO 6336:2019, di seguito si riportano alcuni riferimenti ai capitoli 1 e 3 della norma. In particolare, si riportano del capitolo 1 il metodo B per il calcolo dei coefficienti di rigidità dei denti e del capitolo 3 la formula del calcolo della tensione di flessione sul dente.

Un fattore molto importante nello studio degli ingranaggi alleggeriti è il così detto blank factor  $C_R$  che tiene conto dell'alleggerimento degli ingranaggi rispetto i corrispettivi ingranaggi pieni. Secondo la normativa ISO 6336, utilizzando il metodo B, il parametro  $C_R$  è presente nel calcolo della rigidità  $c'$  che a sua volta rientra nel coefficiente  $K_v$  che infine è utilizzato per calcolare lo stress bending  $\sigma_F$  sul dente.

Di seguito, si spiega il metodo B per il calcolo della rigidità del dente, si riportano i coefficienti correttivi e infine le formule per il calcolo dello stress bending. Per la simbologia si rimanda al paragrafo Nomenclatura.

ISO 6336-1:2019 - Calculation of load capacity of spur and helical gears<sup>3</sup>

Lo scopo della normativa è presentare i principi di base e i fattori di influenza generali per il calcolo della capacità di carico degli ingranaggi cilindrici ed elicoidali. Insieme agli altri documenti della serie ISO 6336, fornisce un metodo con cui possono essere confrontati gli ingranaggi. Le formule della serie ISO 6336 hanno lo scopo di stabilire un metodo uniformemente accettabile per calcolare la capacità di carico degli ingranaggi cilindrici con denti dritti e non dritti.

I fattori principali che influenzano la rigidità del dente sono:

- a) i dati del dente (numero di denti, profilo di base della cremagliera, modifica dell'addendum, angolo dell'elica, rapporto di contatto trasversale);
- b) il blank design (spessore della corona, spessore del web);
- c) il carico specifico normale al fianco del dente;
- d) la connessione del mozzo dell'albero;
- e) la rugosità e l'ondulazione della superficie del dente;
- f) il disallineamento della maglia della coppia di ingranaggi;
- g) il modulo di elasticità dei materiali.

---

<sup>3</sup> Riferimenti normativa ISO 6336:1-2019 [14].

- **Metodo di determinazione dei parametri di rigidezza del dente<sup>4</sup>**

Nella normativa sono presentati diversi metodi per determinare i parametri di rigidità dei denti, uno di questi è il metodo B che utilizza il blank factor  $C_R$ .

- **Metodo B — Parametri di rigidezza del dente  $c'_B$  e  $c_{\gamma-B}$**

Questo metodo si basa su studi del comportamento elastico di ingranaggi cilindrici a disco solido e su un presunto carico specifico di  $F_t/b = 300$  N/mm. Usando questo metodo, si ottiene la rigidità singola teorica  $c'_{th}$ . Le differenze tra questi risultati teorici e i risultati delle misurazioni sono aggiustati per mezzo un fattore di correzione  $C_M$  e una sezione di estensione per regolare il basso carico specifico. Altri fattori di correzione aggiuntivi, determinati dalla misurazione e dai mezzi teorici, permettono a questo metodo di essere applicato a ingranaggi composti da rims e webs (fattore  $C_R$ ), simili a ingranaggi coniugati ad altri profili di base profili di cremagliera (fattore  $C_B$ ) e ingranaggi elicoidali (fattore  $\cos \beta$ ). Con la sovrapposizione delle singole rigidità di tutte le coppie di denti simultaneamente in contatto è stata sviluppata un'espressione per il calcolo di  $c_\gamma$ . La precisione della formula è stata verificata dai risultati delle misurazioni.

- **Metodo di determinazione dei parametri di rigidezza del dente  $c'$  e  $c_\gamma$  secondo il Metodo B**

Fatte salve le condizioni e le ipotesi descritte in precedenza,  $c'$  e  $c_\gamma$  come determinati dal metodo B sono sufficientemente accurati per il calcolo del fattore dinamico e dei fattori di carico di faccia, nonché per le modifiche del profilo e dell'elica per gli ingranaggi nel caso di:

- ingranaggi esterni;
- qualsiasi profilo di cremagliera di base
- ingranaggi cilindrici ed elicoidali con  $\beta \leq 45^\circ$ ;
- coppie di ingranaggi in acciaio/acciaio;
- qualsiasi disegno di ingranaggio grezzo;
- il montaggio del mozzo dell'albero distribuisce il trasferimento della coppia in modo uniforme sulla circonferenza (pignone integrale con l'albero, con interferenza o scanalato).
- carico specifico  $(F_t K_A) / b \geq 100$  N/mm.

Il numero di denti degli ingranaggi cilindrici virtuali nella sezione normale può essere calcolato approssimativamente come:

---

<sup>4</sup> Da pp.71 capitolo 1 della normativa ISO 6336

$$z_{n1} \approx \frac{z_1}{\cos^3 \beta} \text{ and } z_{n2} \approx \frac{z_2}{\cos^3 \beta}$$

In aggiunta, il metodo B può anche essere usato, approssimativamente o con ulteriori fattori ausiliari, per i seguenti ingranaggi:

- ingranaggi interni;
- combinazione di materiali diversa da acciaio/acciaio;
- montaggio del mozzo dell'albero diverso da quello dal caso alla lettera f), ad esempio con chiavetta montata;
- carico specifico  $(F_t K_A K_V) / b < 100 \text{ N/mm}$ .

Di seguito si introducono i parametri di rigidità del dente e i fattori correttivi:

- **Single stiffness,  $c'$**

Per gli ingranaggi con le caratteristiche elencate da a) a g), la seguente formula fornisce valori accettabili:

$$c' = c'_{th} C_M C_R C_B \cos \beta$$

- **Theoretical single stiffness,  $c'_{th}$**

Il  $c'_{th}$  è appropriato per gli ingranaggi a disco solido e per il profilo standard specificato dei denti della cremagliera. Il  $c'_{th}$  può essere calcolato per i denti dell'ingranaggio con la seguente formula:

$$c'_{th} = \frac{1}{q'}$$

Dove  $q'$  è il valore minimo per la flessibilità di una coppia di denti:

$$q' = C_1 + \frac{C_2}{z_{n1}} + \frac{C_3}{z_{n2}} + C_4 x_1 + \frac{C_5 x_1}{z_{n1}} + C_6 x_2 + \frac{C_7 x_2}{z_{n2}} + C_8 x_1^2 + C_9 x_2^2$$

C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9
0,04723	0,15551	0,25791	-0,00635	-0,11654	-0,00193	-0,24188	0,00529	0,00182

- **Correction factor,  $C_M$**

$C_M$  spiega la differenza tra i valori misurati e i valori teorici calcolati per gli ingranaggi a disco solido:

$$C_M = 0,8$$

- **Basic rack factor,  $C_B$**

$C_B$  tiene conto delle deviazioni del profilo di base della cremagliera reale dell'ingranaggio dal profilo di base della cremagliera standard per il quale si applica la norma ISO 53:1998.

$$C_B = [1,0 + 0,5(1,2 - h_{fp} / m_n)] [1,0 - 0,02(20^\circ - \alpha_{pn})]$$

Quando il dedendum della cremagliera di base del pignone è diverso da quello della ruota, si utilizza la media aritmetica di  $C_{B1}$  per una coppia di ingranaggi coniugata alla cremagliera di base del pignone e  $C_{B2}$  per una coppia di ingranaggi coniugata alla cremagliera di base della ruota:

$$C_B = 0,5(C_{B1} + C_{B2})$$

- **Gear blank factor  $C_R$**

$C_R$  tiene conto della flessibilità delle rims e delle webs degli ingranaggi.

Per ingranaggi a disco solido:

$$C_R = 1,0$$

Il valore del gear blank factor  $C_R$  si può determinare analiticamente o graficamente:

- Soluzione analitica:  $C_R$  può essere calcolato usando la formula seguente. Essa è coerente con le curve della Figura 2 entro un intervallo compreso tra -1 % e +7 %.

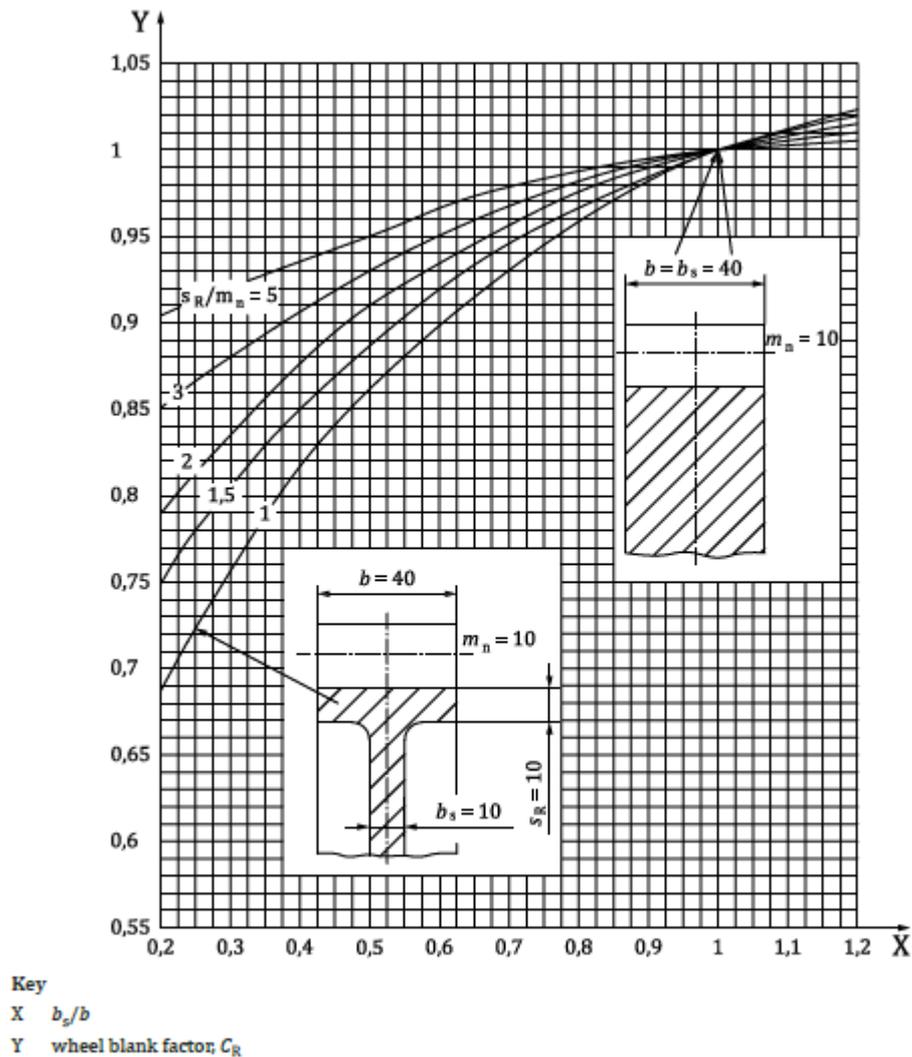
$$C_R = 1 + \frac{\ln(b_s / b)}{5 e^{s_R / (5 m_n)}}$$

- Soluzione grafica:  $C_R$  può essere letta dalla Figura 2: soluzione grafica calcolo  $C_R$  come funzione dello spessore della corona dell'ingranaggio  $s_R$  e lo spessore centrale del web  $b_s$ .

se  $b_s / b < 0,2$  allora  $b_s / b = 0,2$ ;

se  $b_s / b > 1,2$  allora  $b_s / b = 1,2$ ;

se  $s_R / m_n < 1$  allora  $s_R / m_n = 1$ .



**Figure 19 — Gear blank factor,  $C_R$  — Mean values for mating gears of similar or stiffer wheel blank design**

*Figura 2: soluzione grafica calcolo  $C_R$*

ISO 6336-3:2019 Calculation of load capacity of spur and helical gears — Part 3: Calculation of tooth bending strength<sup>5</sup>

La normativa 6336-3:2019 specifica le formule fondamentali da usare nei calcoli delle sollecitazioni a flessione del dente per ingranaggi cilindrici ed elicoidali esterni o interni involuti con uno spessore del cerchio  $s_R > 0,5 h_t$  per gli ingranaggi esterni e  $s_R > 1,75 m_n$  per quelli interni. Durante il

<sup>5</sup> Riferimenti normativa ISO 6336:3-2019 [15].

funzionamento, gli ingranaggi possono subire modalità di rottura diverse dalla rottura a fatica per flessione del dente, cioè fratture che iniziano dal diametro della radice e procedono radialmente verso l'esterno.

- **Rottura dei denti e fattori di sicurezza:**

La rottura del dente può determinare la vita utile di una trasmissione perché in alcuni casi il percorso di trasmissione tra gli alberi di entrata e di uscita è interrotto a causa della rottura di uno o più ingranaggi. In quanto, a volte, la distruzione di tutti gli ingranaggi di una trasmissione può essere una conseguenza della rottura di un dente. Di conseguenza, il valore scelto del fattore di sicurezza  $S_F$  contro la rottura dei denti dovrebbe essere più grande del fattore di sicurezza contro il pitting.

La tensione effettiva della radice del dente  $\sigma_F$  e la tensione di flessione ammissibile (radice del dente)  $\sigma_{FP}$  devono essere calcolate separatamente per il pignone e la ruota condotta e  $\sigma_F$  deve essere inferiore a  $\sigma_{FP}$ .

Si definisce il fattore di sicurezza per la resistenza alla flessione (sicurezza contro la rottura dei denti),  $S_F$  separatamente per il pignone e la ruota:

$$S_{F1} = \frac{\sigma_{FG1}}{\sigma_{F1}} \geq S_{Fmin}$$

$$S_{F2} = \frac{\sigma_{FG2}}{\sigma_{F2}} \geq S_{Fmin}$$

Lo stress della radice del dente  $\sigma_F$  è il massimo stress di trazione alla superficie nel raccordo della radice.

Per determinare la sollecitazione massima della radice del dente, gli effetti della distribuzione del carico su due o più denti che ingranano e le variazioni di stress con i cambiamenti della fase di ingranamento la normativa presenta più metodi. Il metodo A è usato solo in casi speciali a causa del grande sforzo richiesto per eseguire il calcolo.

Invece, il metodo B rappresenta la sollecitazione locale della radice del dente ed è determinata come il prodotto della sollecitazione nominale della radice del dente e un fattore di correzione dello stress. Questo metodo assume che la sollecitazione della radice del dente si verifica con l'applicazione di carico nel punto esterno del contatto del dente della singola coppia di ingranaggi cilindrici o degli ingranaggi cilindrici virtuali di ingranaggi elicoidali. Tuttavia, in quest'ultimo caso, il "carico trasversale" è sostituito dal "carico normale" applicato sulla larghezza della faccia dell'ingranaggio.

Per gli ingranaggi che hanno rapporti di contatto virtuali nell'intervallo  $2 \leq \varepsilon_{\alpha n} < 2,5$ , si assume che la sollecitazione determinante si verifichi con l'applicazione del carico nel punto interno della tripla coppia di denti di contatto. Nella normativa questa assunzione è presa in considerazione dal fattore di dente profondo  $Y_{DT}$ . Nel caso di ingranaggi elicoidali si tiene conto delle deviazioni tramite il fattore  $Y_{\beta}$ .

Formule dello stress alla radice del dente e dello stress nominale alla radice del dente con relativi coefficienti correttivi:

$$\sigma_F = \sigma_{F0} \cdot K_A \cdot K_\gamma \cdot K_v \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha}$$

$$\sigma_{F0} = \frac{F_t}{b \cdot m_n} \cdot Y_F \cdot Y_S \cdot Y_\beta \cdot Y_B \cdot Y_{DT}$$

Formula per il calcolo del Bending stress:

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{Flim} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT}}{S_{Fmin}} \cdot Y_{\delta rel T} \cdot Y_{R rel T} \cdot Y_X = \frac{\sigma_{FE} \cdot Y_{NT}}{S_{Fmin}} \cdot Y_{\delta rel T} \cdot Y_{R rel T} \cdot Y_X = \frac{\sigma_{FG}}{S_{Fmin}}$$

### 1.3. Digital image Correlation

La tecnica della Digital Image Correlation si basa sulla correlazione e il tracciamento delle immagini digitali. In particolare, questa tecnica è un metodo ottico che impiega tecniche di tracciamento e registrazione delle immagini in 2D e 3D. Questo metodo trova tra le sue applicazioni anche la misura degli spostamenti e le deformazioni.

Storicamente, questa tecnica si sviluppa in seguito alle difficoltà incontrate dai ricercatori durante la post-elaborazione dei dati di misurazione registrati in fotografia e la crescita dei metodi di elaborazione delle immagini.

A livello concettuale le fasi fondamentali della DIC sono:

- Individuazione dell'oggetto o della superficie da studiare (per facilitare il processo di tracciatura e riconoscimento delle immagini si possono utilizzare illuminamenti coerenti, illuminamenti incoerenti ad alto contrasto oppure vernici per mettere in risalto alcune aree o punti specifici. In aggiunta, assicurarsi che le condizioni dell'ambiente di lavoro non cambino nel tempo durante lo svolgimento della prova);
- Effettuare la calibrazione del sistema (l'obiettivo della calibrazione di un sistema 2D-DIC è quello di stabilire la scala dell'immagine, cioè il numero di pixel nell'immagine che corrisponde a una certa distanza fisica sul pezzo di prova, e di correggere le distorsioni della lente. L'obiettivo della calibrazione stereo-DIC è quello di determinare sia i parametri intrinseci della telecamera - la scala dell'immagine, la lunghezza focale, il centro dell'immagine, le distorsioni della lente, ecc. - sia i parametri estrinseci del sistema stereo-DIC - l'angolo stereo, la distanza tra le telecamere, la distanza delle telecamere dall'oggetto, ecc. -) [4];
- Acquisizione digitale delle immagini contenenti i dati di misurazione (può avvenire con tecniche 2D o 3D con una o più videocamere di acquisizione);
- Elaborazione delle immagini acquisite attraverso algoritmi per analizzare le immagini digitali ed estrarre i dati di misurazione (tali tecniche possono basarsi ad esempio sulla trasformazione delle immagini in scala di grigi confrontando i pixel o i sub-pixel delle immagini in due istanti temporali diversi attraverso delle funzioni di correlazione implementate in tali algoritmi);
- Se necessario automatizzare l'intero processo.

In generale, la corrispondenza delle immagini è una disciplina della visione artificiale che è di importanza centrale per un gran numero di applicazioni pratiche. In particolare, poiché le applicazioni della DIC sono così varie, c'è una grande varietà di approcci e algoritmi in uso molti dei quali specializzati soltanto per un determinato compito. Per esempio, esistono algoritmi specializzati per determinare i vettori di movimento di piccole particelle traccianti utilizzate nello studio dei flussi fluidi o le deformazioni e gli spostamenti di alcuni punti di un corpo e che tengono conto della fisica dei processi del problema da studiare. In alcune applicazioni, a causa dei minuscoli movimenti che sono spesso di interesse nelle applicazioni ingegneristiche, i requisiti di risoluzione richiesti sono sempre più alti. Come conseguenza, la necessità di avere risoluzioni sempre più accurate e precise ha

portato allo sviluppo di molti algoritmi mirati a fornire un'alta risoluzione con minimi errori sistematici.

Quindi, l'algoritmo insieme alla risoluzione sono una scelta cruciale per l'applicazione in cui si impiega la Digital Image Correlation.

Di seguito, vengono presentati alcuni tipi di DIC spiegando in linea generale i principi di funzionamento, alcune condizioni necessarie per poter applicare in modo efficace questa tecnica e alcune applicazioni nell'ambito della deformazione dei materiali.

- **Applicazioni nella deformazione 2D della DIC**

La Digital Image Correlation è un tipo di tecnica non intrusiva utilizzata per campioni piani con nessun moto fuori dal piano e permette di misura l'intero campo di deformazioni nel piano.

In questo tipo di applicazione della DIC la visione monoculare (anche detta ciclopica) non può determinare la dimensione effettiva degli oggetti. Infatti, come è possibile vedere in Figura 3, una deformazione isotropa di un oggetto produce la stessa immagine come se l'oggetto fosse spostato di una certa distanza dalla posizione dal sensore visivo. Pertanto, è necessario assumere che l'oggetto sia planare, parallelo e ad una distanza costante dal sensore visivo durante l'intero esperimento.

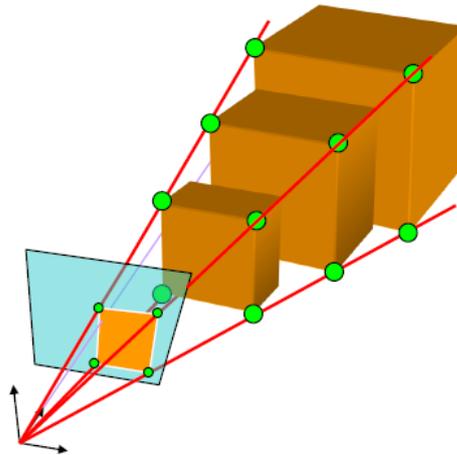


Figura 3: proiezione di un'immagine rispetto la fotocamera nella DIC 2D. [9]

Inoltre, dato un punto e la sua impronta visiva nell'immagine di partenza nell'istante  $t$ , l'algoritmo cerca negli istanti di tempo successivi ( $t'$ ,  $t''$ , ...) il punto dell'oggetto deformato avente un'impronta visiva che massimizza una funzione di somiglianza tra le immagini acquisite, realizzando in pratica un tracciamento visivo della posizione del punto analizzato. Poiché potenzialmente molti pixel possono avere le stesse caratteristiche cromatiche in scala di grigi, l'algoritmo confronta anche i pixel della regione dell'intorno del punto tracciato per identificare in modo univoco lo spostamento del punto analizzato, e di conseguenza la deformazione della regione.

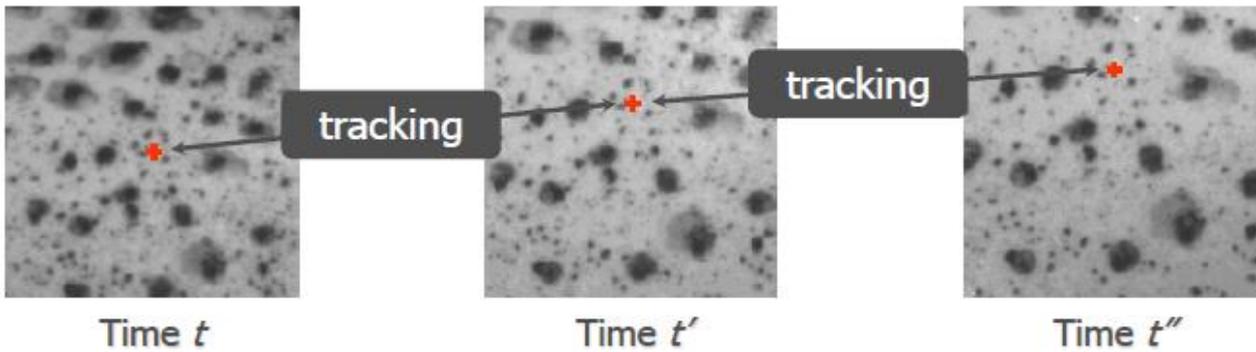


Figura 4: tracking di un punto in 3 istanti di tempo successivi  $t$ ,  $t'$  e  $t''$  [9]

Bisogna aggiungere che l'unicità di ogni impronta visiva è garantita solo se la superficie ha un pattern non ripetitivo, isotropo e ad alto contrasto. Quindi una texture casuale e opportunamente illuminata soddisfa questo vincolo. Per rendere più chiaro il concetto si riportano alcuni esempi di texture come si può vedere in Figura 5.

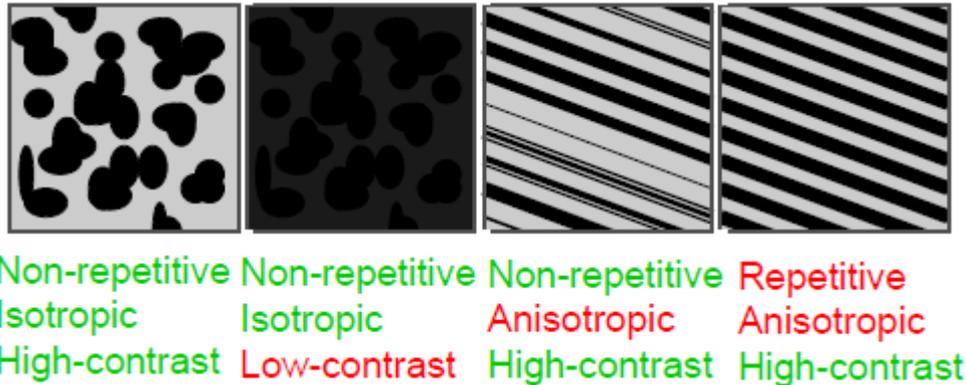


Figura 5: Vari tipi di pattern. La tipologia di pattern di una superficie nella DIC deve essere non ripetitiva, isotropa e ad alto contrasto. [9]

Come detto in precedenza, l'algoritmo ricopre un aspetto fondamentale nella DIC e spesso si basa su una funzione di correlazione tra i pixel di immagini in istanti diversi. Una funzione di correlazione tipica si basa sulla sommatoria delle differenze al quadrato, dove tanto più è piccolo il valore della funzione di correlazione tanto più le impronte visive sono simili.

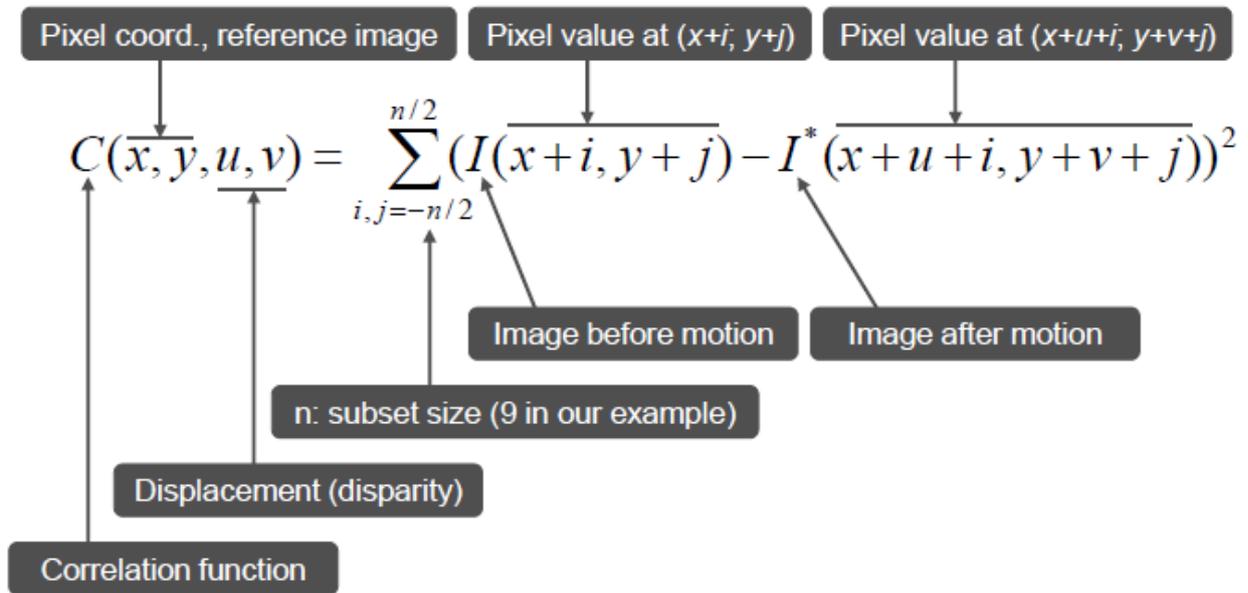


Figura 6: funzione di correlazione [9].

In aggiunta a quanto detto finora alcune criticità da tenere presenti nella DIC durante l'acquisizione dell'immagine sono: il cambiamento dell'illuminazione della superficie, il tempo di integrazione del sensore viene regolato e nel caso delle deformazioni il cambiamento il colore della superficie (infatti essa può diventare più chiara o scura quando viene espansa o compressa).

Come già detto in precedenza, la mappatura fotometrica non è garantita per essere un'identità quindi l'algoritmo DIC può avere false corrispondenze, risulta quindi necessario modellare la trasformazione fotometrica e usarla per progettare una funzione di correlazione quanto più robusta e accurata possibile.

- **Digital Image Correlation in 3D**

Oltre all'applicazione di questa tecnica in 2D, è possibile impiegare la DIC anche in 3 dimensioni. Per fare questo si introduce una seconda fotocamera che fornisce anche la terza dimensione spaziale come da Figura 7.

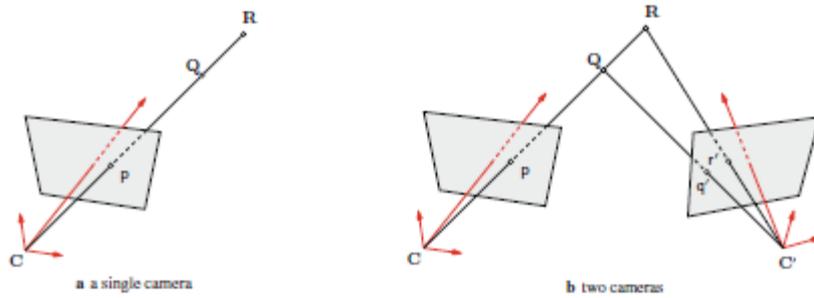


Figura 7: a) acquisizione di immagini nella DIC-2D con una fotocamera. b) acquisizione di immagini nella DIC-3D con una due fotocamere [8].

Nella DIC in tre dimensioni valgono tutte le considerazioni fatte in precedenza nel caso bidimensionale per quanto riguarda l'illuminazione, la tipologia di superficie, gli algoritmi e le funzioni di correlazione ad eccezione del problema relativo alla planarità dell'oggetto che ora è possibile acquisire tridimensionalmente attraverso le due fotocamere.

Utilizzando due fotocamere come sensori si cerca di avere un'acquisizione delle immagini simile alla visione umana, i due sensori di immagini forniscono abbastanza informazioni per percepire l'ambiente in tre dimensioni.

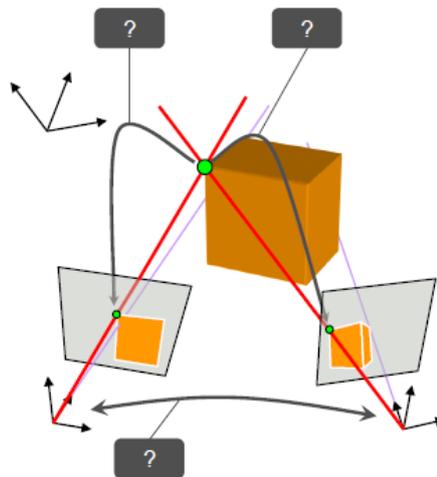


Figura 8: proiezione di un'immagine rispetto due fotocamere nella DIC 3D [9]

I due sensori hanno una duplice funzione: lo stereo-matching (combina le due immagini delle fotocamere per creare un'immagine 3D) e il tracking (mette in relazione le due forme 3-D attraverso

il tempo). Il recupero della struttura tridimensionale dell'ambiente utilizzando due sensori di imaging è chiamato stereo-triangolazione. La stereo-triangolazione richiede il calcolo dell'intersezione di due raggi ottici che risulta fattibile solo se questi raggi sono formulati in un sistema di coordinate comune, Figura 8.

- **Applicazioni della Digital Image Correlation nell'ambito delle deformazioni [2]**

Nell'implementazione pratica della DIC, una regione di interesse (ROI) deve essere specificata nell'immagine di riferimento ed è ulteriormente divisa in griglie virtuali uniformemente spaziate. Gli spostamenti sono calcolati in ogni punto delle griglie virtuali per ottenere la deformazione a tutto campo. Il principio di base della DIC standard basata su sottoinsiemi è illustrato schematicamente nella Figura 9. Per tracciare accuratamente il movimento di ogni punto di interesse, viene scelto un sottoinsieme quadrato di pixel dall'immagine di riferimento e utilizzato per tracciare la sua posizione corrispondente nell'immagine di destinazione. Il processo di tracciamento si ottiene utilizzando un criterio di somiglianza predefinito, comunemente chiamato criterio di correlazione. Una volta che la posizione del sottoinsieme target con la massima somiglianza è stata individuata nell'immagine deformata, le componenti di spostamento dei centri del sottoinsieme di riferimento e del target possono essere determinati. La stessa procedura di tracciamento viene ripetuta sugli altri punti di interesse per ottenere il dislocamento a tutto campo del ROI. È necessario notare che, per ottenere un equilibrio tra alta risoluzione spaziale ed efficienza di calcolo, la distanza tra le griglie virtuali vicine, nota anche come passo di griglia, è normalmente selezionata per essere molto più piccola della dimensione del sottoinsieme. Per valutare meglio il grado di somiglianza dei sottoinsiemi di riferimento e di destinazione e ottenere una stima accurata dello spostamento per il punto centrale del sottoinsieme di riferimento si può usare il criterio di minimizzazione della differenza della somma al quadrato (ZNSSD).

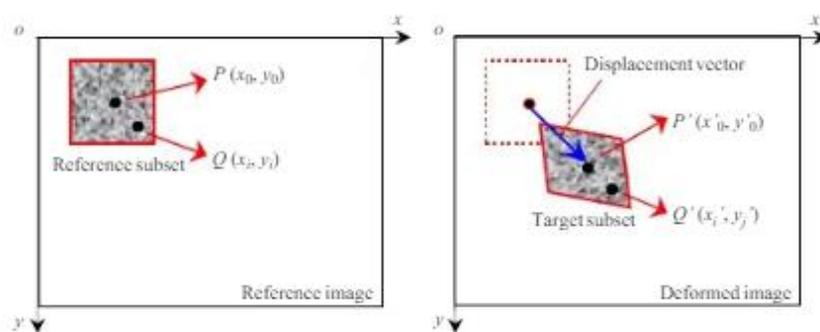


Figura 9: deformazioni di una regione. Immagini di partenza a sinistra e immagine deformata a destra. [2]

Nella Figura 9 si considerano due punti  $P(x_0, y_0)$  e  $Q(x_i, y_i)$  e i punti  $P'(x'_0, y'_0)$  e  $Q'(x'_i, y'_i)$  tali punti nell'immagine non deformata e quelli dell'immagine deformata possono essere correlati tra di loro attraverso la cosiddetta "funzione di mappatura dello spostamento" che è una funzione di correlazione. Inoltre, se il sottoinsieme è sufficientemente piccolo, il modello di deformazione del

sottoinsieme può essere ben approssimato con la funzione di spostamento di primo ordine comunemente usata:

$$x'_i = x_0 + \Delta x_i + u + u_x \Delta x_i + u_y \Delta y_i$$

$$y'_i = y_0 + \Delta y_i + v + v_x \Delta x_i + v_y \Delta y_i$$

- **Diverse applicazioni della DIC sullo stesso provino**

Si riportano varie applicazioni della DIC, in particolare a singola fotocamera, a singola fotocamera telecentrica e a visione stereoscopica.

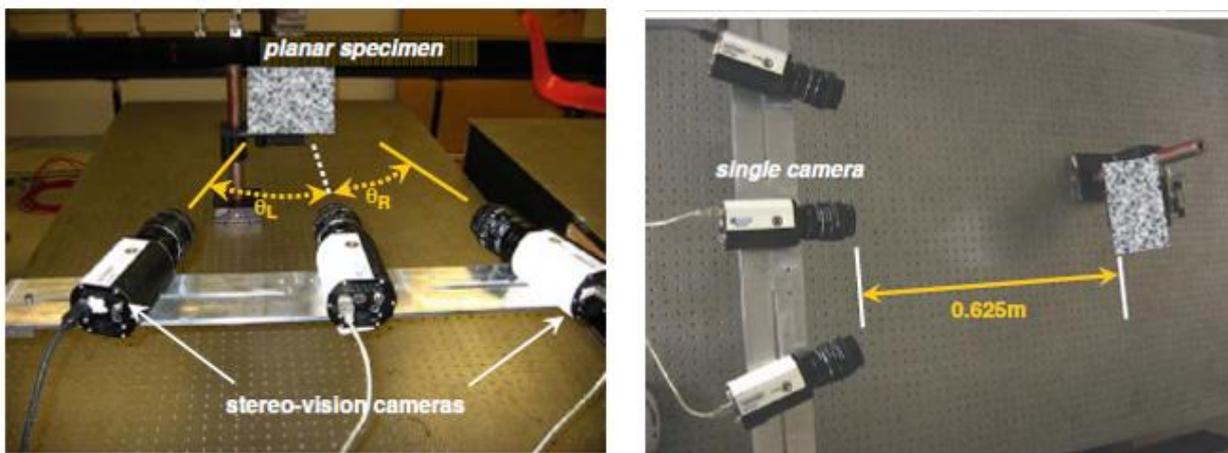


Figura 10: Configurazione sperimentale per misurazioni simultanee (a) in stereo-visione usando le telecamere esterne e (b) misure bidimensionali usando la telecamera centrale. Per il fuori dal piano le immagini sono acquisite da tutte le telecamere sincronicamente. [8]

	Stereo-vision system	Single Camera System Standard Lens	Single Camera System Telecentric Lens
Cameras	2 Q-Imaging QICAM fast 1394 (12 bit, 1392 × 1040)	Q-Imaging QICAM fast 1394 (12 bit, 1392 × 1040)	Q-Imaging QICAM fast 1394 (12 bit, 1392 × 1040)
Lenses	2 Nikon AF Nikkor (f = 28 mm, 1:2.8D)	Nikon AF Nikkor (f = 28 mm, 1:2.8D)	Schneider-Kuevznach Xenoplan 1:2 0.14/11
Lighting	1 Halogen Light	1 Halogen Light	1 Halogen Light
Table	Newport Optical Bench	Newport Optical Bench	Newport Optical Bench
Object	Aluminum plate with random pattern 1	Aluminum plate with random pattern 1	Aluminum plate with random pattern 2
Scale factor (at W = 0 mm)	9.5 pixels/mm ( $M_T \simeq 0.0442$ )	9.5 pixels/mm ( $M_T \simeq 0.0442$ )	107.5 pixels/mm ( $M_T \simeq 0.500$ )
Subset size	41 × 41 pixel square	41 × 41 pixel square	35 × 35 pixel square
Step size	5 pixels	5 pixels	5 pixels
Strain window size	9 points	9 points	7 points
Shape function	Affine	Affine	Affine
Data extraction	R = 200 pixels circular region at image center	R = 200 pixels circular region at image center	R = 200 pixels circular region at image center
Software	VIC-3D	VIC-2D	VIC-2D

Figura 11: dati tecnici delle fotocamere. [8]

Si riportano i diversi risultati ottenuti utilizzando tre diverse tecniche della DIC sullo stesso provino:

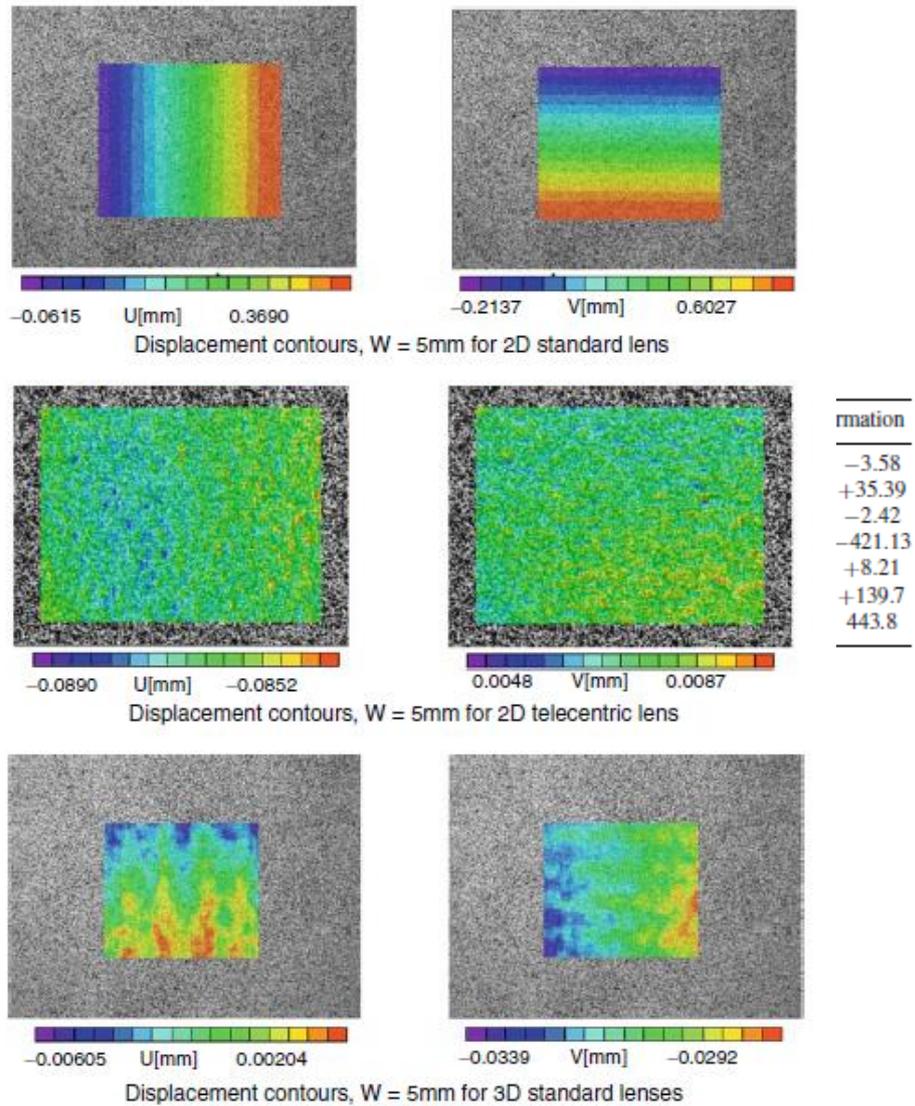


Figura 13: mostra il tipico campo di spostamento orizzontale ( $U$ ) e verticale ( $V$ ) ottenuto usando (a) un sistema 2D con lente standard, (b) un sistema 2D con lente telecentrica e (c) un sistema di stereo-visione. Poiché viene applicato solo lo spostamento fuori piano del corpo rigido la presenza di gradienti nei campi di spostamento misurati dal sensore indicano la presenza di errori di misurazione della deformazione dovuti al movimento fuori dal piano; se i gradienti sono alti (bassi), allora la sensibilità delle misurazioni della deformazione al movimento fuori dal piano è alta (bassa). [8]

- **Applicazione alla fatica ciclica della Digital Image Correlation**

Zhu et al. [3] hanno applicato la DIC alla deformazione plastica di un materiale studiando il ratcheting della deformazione di una cricca vicino alla punta in diversi materiali e che tale fenomeno fosse indipendente dalle leggi costitutive utilizzate o dalle strategie di simulazione numerica. In tale studio è stato ipotizzato che se la deformazione normale vicino e davanti alla punta della cricca continua ad accumularsi con i cicli di fatica, il materiale davanti alla punta della cricca finirà per cedere, provocando così la crescita della cricca. Questo concetto già noto era già stato applicato con successo per razionalizzare la crescita della cricca per fatica nelle superleghe a base di nichel, è stata riportata una prova sperimentale della deformazione in prossimità della punta per cricche stazionarie e in crescita usando sistemi DIC in situ.

Lo studio della propagazione della cricca con la DIC necessita di una valutazione accurata delle deformazioni in prossimità della punta e richiede la conoscenza degli errori negli spostamenti e nelle deformazioni misurate; quindi, possono essere sviluppati metodi nelle prove e nelle analisi per minimizzare gli errori. Applicando la DIC alla fatica ciclica risulta più facile da studiare il comportamento di strain ratcheting per cricche relativamente diritte mentre la valutazione dell'evoluzione della deformazione in una cricca in crescita lungo un percorso tortuoso è più difficile. La determinazione della posizione esatta della punta della cricca richiede un comportamento micromeccanico della punta della cricca abbastanza elaborato. Sempre secondo Zhu et al. [3], propongono una valutazione dell'errore degli spostamenti e delle deformazioni misurate utilizzando la tecnica della DIC e un metodo per determinare le posizioni della punta della cricca.

Il metodo proposto per localizzare la punta della cricca si basa sulla combinazione di informazioni dal microscopio ottico e la distribuzione degli spostamenti dall'analisi DIC. Il processo viene riportato in quattro punti:

- determinare la posizione orizzontale della punta della cricca  $x_0$  dall'immagine di riferimento raccolta dal sistema DIC e l'immagine dalla microscopia ottica. Il valore  $x_0$  può essere determinato dall'immagine di riferimento facilitato dai pixel vicini;
- calcolare il valore medio dello spostamento dalla serie completa di dati della componente di spostamento nella direzione Y. I valori di  $\bar{V}_y$  sono stati ottenuti dalla correlazione dell'immagine tra Pmax e Pmin;
- Il valore di  $y_0$  per la punta della cricca può essere ottenuto quando  $V_y(x_0, y_0)$  è uguale a  $\bar{V}_y$ ;
- La posizione della punta della cricca  $(x_0, y_0)$  è così determinata.

Questa sequenza di operazioni può essere usata per ogni fotogramma o immagine campionata e successivamente è possibile ricostruire l'evoluzione della cricca unendo le posizioni della punta della cricca  $(x_0, y_0)$ .

Lo spostamento del corpo rigido è stato rimosso prima di questa operazione. Nel caso di cricche stazionarie, la posizione della punta della cricca così determinata è fissa quando la stessa immagine di riferimento viene utilizzata per la successiva correlazione delle immagini deformate.

- **Utilizzo di tecniche DIC per misurare gli intervalli di deformazione all'interno della zona plastica ciclica davanti alla punta di una cricca di fatica**

Nello studio effettuato da Gonzalez et al. [4], uno stereo microscopio accoppiato a un sistema di correlazione digitale di immagini 3D è usato per misurare gli intervalli di deformazione sulla zona plastica ciclica davanti alla punta di una cricca di fatica. In primo luogo, per mappare i loop di deformazione superficiale su una piccola regione si utilizza un modello speckle spruzzando polvere di toner su uno strato di vernice bianca per produrre i piccolissimi punti necessari. Questa tecnica può raggiungere una risoluzione sufficiente per misurare gli intervalli di deformazione elastoplastica  $\Delta\varepsilon$  vicino alla punta della cricca, che causano l'accumulo di danni all'interno della zona plastica ciclica quando la cricca cresce. La tecnica applicata può identificare anche gli effetti di altri fenomeni non lineari che avvengono nella regione vicina alla punta, come la chiusura della cricca. Pertanto, tali misure possono essere utilizzate per verificare la validità delle ipotesi alla base dei principali modelli di crescita della cricca per fatica

Dato che le deformazioni elastiche puramente reversibili non causano danni, gli intervalli di deformazione elastoplastica indotti da deformazioni plastiche cicliche sono una condizione necessaria per qualsiasi processo di fatica. Pertanto, il comportamento delle zone plastiche che accompagnano sempre le punte delle cricche di fatica è di grande importanza per la comprensione dei problemi di crescita delle cricche di fatica. A causa della forte concentrazione di tensione indotta dalle punte delle cricche di fatica, si formano sempre due zone di questo tipo davanti ad esse, la zona plastica monotona e quella ciclica, vedi Figura 14.

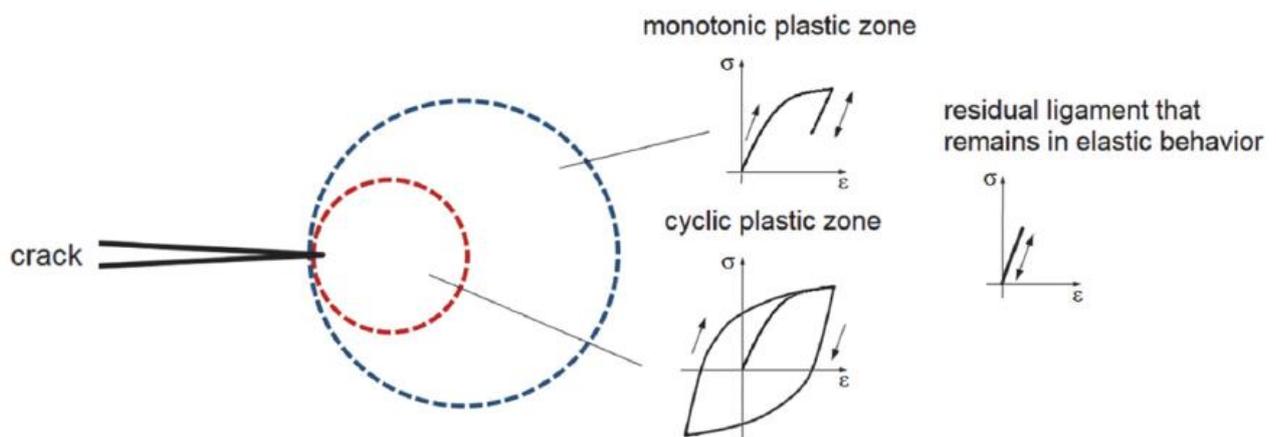


Figura 14: zona di deformazione plastica della cricca in blu, zona di deformazione plastica ciclica in rosso e comportamento elastico [4].

Un modo per spiegare il comportamento della crescita della cricca di fatica è quello di assumere che sia causato dalla rottura sequenziale di piccoli elementi di volume di materiale precedentemente danneggiato da loop di isteresi elastoplastica.

Relativamente lontano dalla punta della cricca, al di fuori delle zone plastiche, il materiale non subisce deformazioni plastiche, quindi è in condizioni puramente lineari-elastiche. Nella zona plastica monotona, controllata da  $K_{max}$ , il materiale cede in tensione durante il carico del componente fessurato, ma non subisce snervamento inverso durante lo scarico. Nella zona plastica vicino alla punta della cricca, controllata principalmente da  $K$ , il materiale cede in tensione durante il carico e in compressione durante lo scarico del componente fessurato. Questo processo di snervamento inverso si verifica nella zona delle punte delle cricche di fatica, che si propagano a causa dei loro fattori di concentrazione delle sollecitazioni molto alti.

Abuzaid et al. [5], hanno combinato le tecniche DIC ex situ e in situ per misurare il campo di deformazione vicino a una cricca di fatica in crescita con una risoluzione a livello sub-grain, esaminando le relazioni locali tra quattro variabili nella crescita della cricca di fatica: percorso della cricca, microstruttura, tasso di crescita della cricca e campo di deformazione.

La tecnica ex situ ha fornito una risoluzione a livello sub-grain per misurare le variazioni di deformazione all'interno dei singoli grani, mentre la tecnica in situ sulle stesse regioni ha mostrato l'evoluzione della deformazione con la propagazione della cricca.

I risultati che si sono potuti osservare grazie all'utilizzo della DIC sono stati:

- La struttura dei grani influenza il percorso della cricca e il tasso di crescita della cricca a livello locale, anche se il tasso di crescita globale della cricca era relativamente costante, come previsto dalla legge di Paris per un carico con un fattore di intensità di stress costante;
- L'accumulo di deformazione locale può ridurre la forza motrice della crescita della cricca, i rami e la tortuosità nel percorso della cricca possono rallentare la crescita della cricca, e l'orientamento dei grani può favorire tassi di crescita della cricca locali più veloci o più lenti;
- Il campo di deformazione ha un certo effetto sul percorso della cricca e sulla velocità di crescita della stessa. In un caso, l'accumulo di deformazione in una regione può contribuire a ritardare la velocità di crescita della cricca;

Al contrario, le deformazioni associate allo slittamento cristallografico possono creare condizioni favorevoli a una crescita più rapida della cricca e possono influenzare il percorso della cricca.

- **Applicazione della DIC alla fatica ciclica sui provini**

La geometria del provino di tensione compatto esteso di 2 mm di spessore e la posizione della cricca sono mostrati in Figura 15. Sul provino si collocano degli estensimetri e si misura la deformazione.

Attraverso la DIC si acquisiscono le immagini di questa regione durante il processo di fatica e sono usate per quantificare gli spostamenti della punta della cricca.

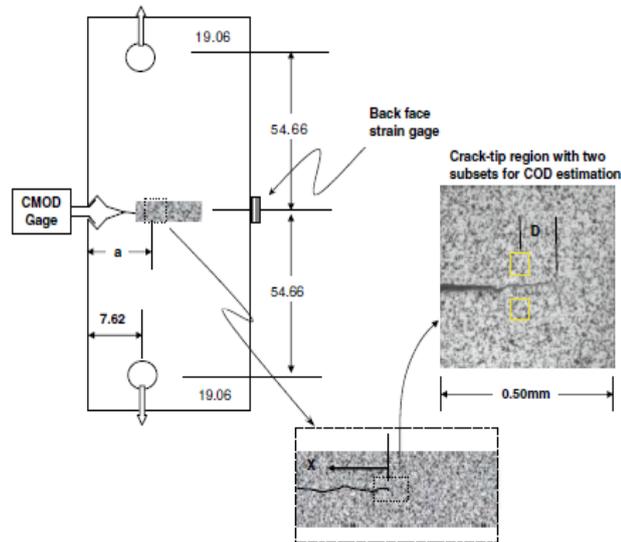


Figura 15: modello caso MFLE su cui è applicata la DIC. [8]

La Figura 16 presenta un confronto diretto fra (a) i dati di deformazione ottenuti da entrambi gli estensimetri e (b) i dati di deformazione media ottenuti dal processo di corrispondenza delle immagini 2D per la gamma di carichi di trazione applicati. I dati in Figura 16 confermano che le misure di spostamento relativo ottenute durante l'abbinamento delle immagini su microscala sono accurate e in accordo con le misure indipendenti. Adattando i dati grezzi di spostamento relativo contro il carico con una linea retta con i minimi quadrati, i risultati mostrano che ogni spostamento ha una deviazione standard di 0,05 pixel. Con un fattore di scala di 1.667 pixel/mm, l'errore di spostamento è circa 30 nm.

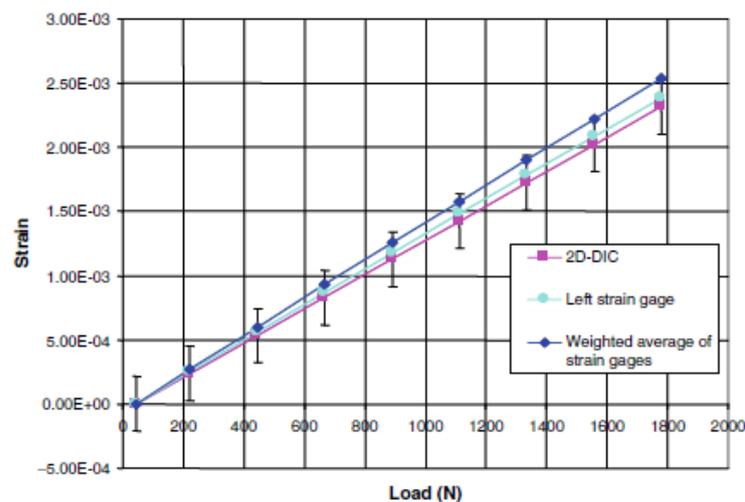


Figura 16: Confronto tra le misurazioni con estensimetri e i risultati della DIC 2D per il carico di trazione di campioni di alluminio 2024-T3, principalmente nella regione elastica lineare. [8]

#### 1.4. Richiami di meccanica della frattura lineare elastica (MFLE)

Brevemente, si richiamano alcuni concetti della meccanica della frattura lineare elastica e in particolare la legge di Paris.

- **Calcolo della propagazione del difetto e del numero di cicli**

Si definiscono alcuni parametri del provino come le dimensioni:  $B$  profondità della sezione,  $W$  lunghezza della sezione e  $a$  lunghezza dell'intaglio. Inoltre, si chiama  $P$  il carico di trazione o compressione applicato.

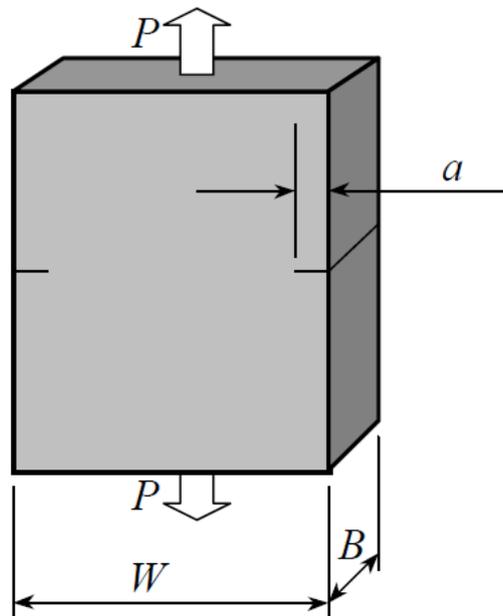


Figura 17: immagine del provino presa dal materiale del corso di "Costruzione di macchine" [16].

Con tali valori si procede al calcolo della tensione applicata  $\sigma = \frac{P}{W \cdot B}$  per ognuno dei carichi applicati.

Si procede all'uso dei parametri del materiale: tensione di snervamento  $\sigma_s$  e tenacità alla frattura  $K_{Ic}$ .

A seconda del tipo di difetto si prende in considerazione un fattore di correzione degli sforzi che dipende dal tipo di difetto ed è solitamente funzione del parametro adimensionale  $\frac{a}{W}$ . Se ne riportano due per esempio:

Per due cricche laterali passanti:

$$Y = 1.12 \sqrt{\pi} + 0.76 (a/W) - 8.48 (a/W)^2 + 27.36 (a/W)^3$$

Per un unico difetto laterale passante:

$$Y = 1,12 \cdot \sqrt{\pi} - 0,41 \cdot \left(\frac{a}{w}\right) + 18,7 \left(\frac{a}{W}\right)^2 - 38,48 \cdot \left(\frac{a}{w}\right)^3 + 53,85 \cdot \left(\frac{a}{w}\right)^4$$

Si procede quindi a determinare il  $K_I$  tramite la formula:

$$K_I = Y \cdot \sigma \cdot \sqrt{a}$$

Si verifica che il fattore di intensificazione delle tensioni  $K_I$  sia minore di  $K_{Ic}/S$  dove  $S$  è un opportuno coefficiente di sicurezza.

- **Legge di Paris**

Secondo la teoria della meccanica della frattura lineare elastica il processo di fratturazione si divide in tre fasi: innesco, propagazione e instabilità. Ognuna di queste fasi è riportata nel diagramma Figura 18 in tre diverse regioni a diversa pendenza.

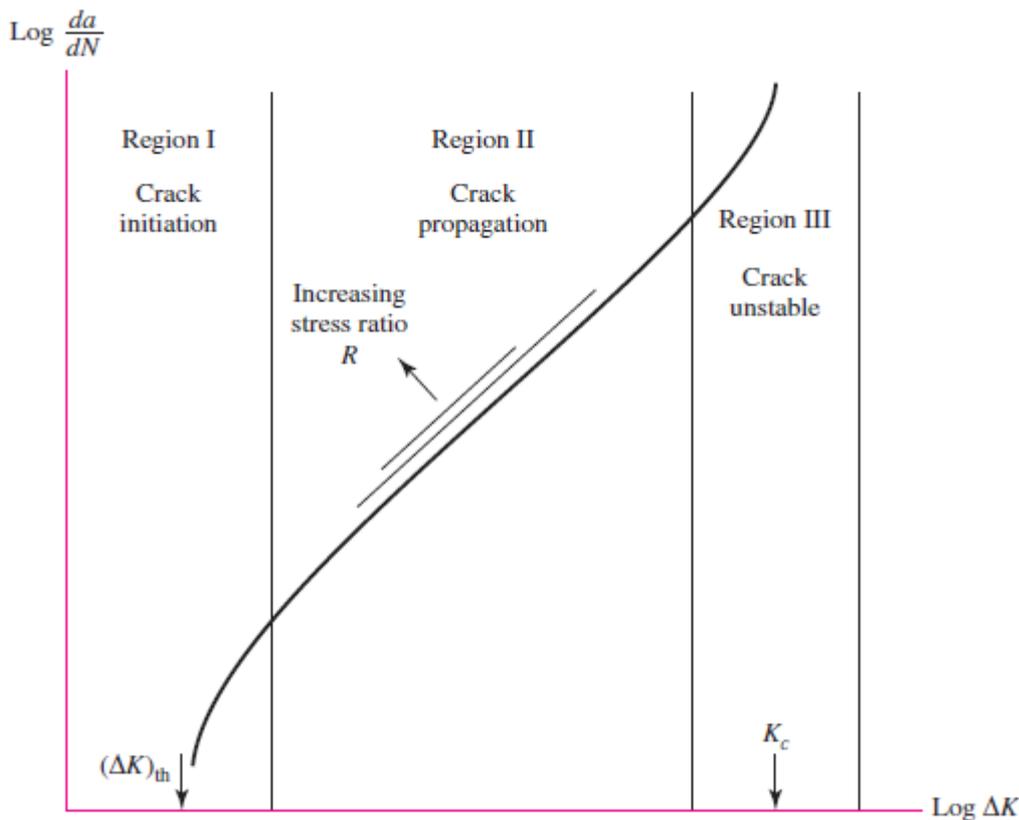


Figura 18: Processo di fratturazione secondo la MFLE [11].

In particolare, la regione della propagazione del difetto risulta essere quella di maggiore rilevanza e per i carichi ciclici ad ampiezza costante si può modellizzare attraverso la legge di Paris:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_1)^n$$

Dove C ed n sono parametri che dipendono dal materiale, dal rapporto  $R = \sigma_{min}/\sigma_{max}$  e da altre variabili secondarie quali, ad esempio le condizioni ambientali; normalmente n assume valori variabili tra 3 e 4. Mentre a rappresenta la dimensione del difetto, N il numero di cicli di carico e  $\Delta K_1$  il fattore di amplificazione degli sforzi.

Entrando più nel dettaglio si presenta una procedura iterativa per il calcolo della dimensione del difetto utilizzando la legge di Paris.

I coefficienti della legge di Paris sono  $C = 3$  e  $n = 2.33 \cdot 10^{-11}$ .

Si procede al calcolo iterativo utilizzando la formula la procedura in tabella:

$\sigma_i$ [MPa]	$n_i$	$a_i$ [mm]	$\Delta K_i$ [MPa $\sqrt{m}$ ]	$da/dN$	$\Delta a$ [mm]	$a_f$ [mm]	cicli totali
------------------	-------	------------	--------------------------------	---------	-----------------	------------	--------------

Il processo iterativo parte dall'applicare per un numero di cicli  $n_i$  un carico da cui è possibile calcolare la corrispondente tensione  $\sigma_i$ . Prima di applicare il carico il difetto presenta una dimensione pari a  $a_i$  e grazie alla legge di Paris si può determinare la dimensione finale del difetto  $a_f$ .

## Capitolo 2: Parte sperimentale in laboratorio

Nel seguente capitolo si procede a spiegare la fase sperimentale in laboratorio. Si comincia con l'introdurre l'attrezzatura utilizzata e il modo in cui è stato allestito il banco di lavoro per poi procedere con le prove sperimentali.

Durante la fase sperimentale, l'esecuzione della prova di trazione sul provino liscio è stata svolta insieme a Simone Duretto, tesista del prof. Andrea Mura.

### 2.1. Montaggio attrezzatura e allestimento del banco di lavoro

In breve, si riporta la procedura eseguita per l'allestimento del banco prima di eseguire le prove:

- Si posizionano le telecamere montandole su un supporto fissato su di un cavalletto;
- Con l'ausilio del software Machvis si scelgono le lenti da utilizzare, nel nostro caso sono presenti due tipi di lenti: Rodagon 80 e Rodagon 135. Il programma restituisce in output la lente da utilizzare, le estensioni ed altre informazioni in funzione di alcuni parametri in input (ad esempio altezza provino, distanza tra provino e lente, dimensione del sensore ottico...). Tra le soluzioni proposte dal software, per la messa a fuoco è stata scelta l'opzione "Smart focus";
- Si collegano le telecamere al computer tramite cavi usb;
- Dopo aver collegato le telecamere al computer, si lancia Vic snap dal desktop del computer;
- Si controlla la messa a fuoco e il funzionamento della telecamera dal menu di Vic snap -> image -> sync mode -> software;
- Si accende il faretto per illuminare l'area di interesse (AOI) da riprendere con le telecamere per eseguire la prova;
- Si regolano le telecamere sul supporto fino a inquadrare la zona di interesse (AOI) del provino nell'inquadratura. Successivamente, si può centrare il provino nell'inquadratura con l'opzione crosshair (viene mostrata una croce di color rosso al centro dell'inquadratura);
- Regolando una ghiera presente sulla lente della telecamera e il tempo di esposizione, si varia l'apertura del diaframma si procede alla messa a fuoco. Inoltre, utilizzando l'opzione focus si può mostrare una mappa colorata che rappresenta il rumore previsto (più è verso il blu-viola migliore è la regolazione, più è verso il rosso peggiore è la regolazione);
- Si procede alla calibrazione dell'attrezzatura acquisendo le immagini di un provino (target) sulla cui superficie è disposta una matrice di puntini pieni e tre cerchi. Il software procede quindi a tracciare la posizione dei tre cerchi in ognuna delle immagini di calibrazione.
- Infine, si procede all'esecuzione della prova campionando ad una certa frequenza e rielaborando le immagini acquisite per estrarre i parametri necessari.

Di seguito, si riportano i casi eseguiti in laboratorio su cui è stata applicata la tecnica della Digital image Correlation: provino liscio, provino intagliato e ingranaggi.

## 2.2. Caso 1: Prova di trazione applicata a un provino liscio

In Figura 19, si riporta il banco e l'attrezzatura utilizzata per la prova. In tale banco sono presenti due fotocamere (BASLER acA 4096-30 $\mu$ m) che campionano le immagini alla frequenza di 1Hz, un faretto che illumina il provino su cui sono puntate le fotocamere, un provino liscio con i parametri riportati in Figura 20 su cui si esegue la prova di trazione e la macchina per la prova di trazione (modello Instron).



Figura 19: Banco di prova caso provino liscio.

Di seguito, si riportano le grandezze geometriche del provino in Figura 20.

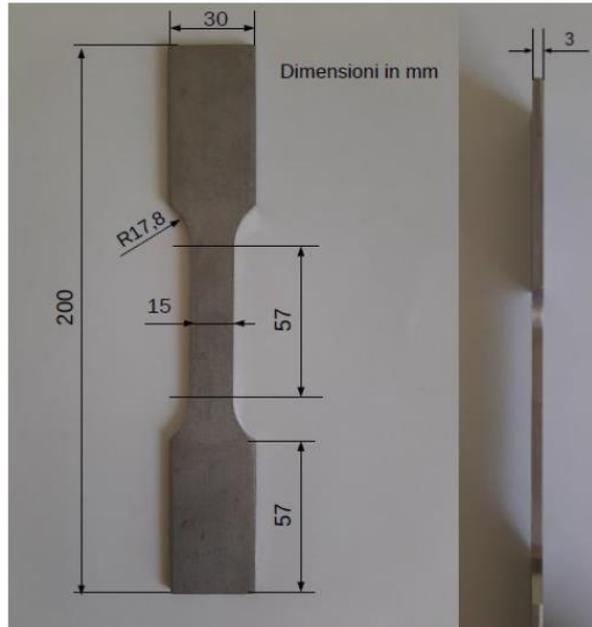


Figura 20: parametri geometrici del provino liscio in acciaio AISI

Inoltre, si riportano le caratteristiche meccaniche dell'acciaio AISI 304 e alcuni parametri geometrici rilevanti del provino liscio in Tabella 1.

<b>Provino Acciaio AISI 304</b>		
<b>Grandezza</b>	<b>Valore</b>	<b>Unità di misura</b>
Tensione di snervamento (minima) $R_{p0.2}$	205	$MPa$
Carico unitario di rottura (minimo)	515	$MPa$
Modulo di elasticità $E$	200	$GPa$
Larghezza tratto calibrato	15	$mm$
Lunghezza tratto calibrato	57	$mm$
Spessore	3	$mm$
Area sezione del provino $A$	45	$mm^2$

Tabella 1: parametri geometrici del provino e parametri principali dell'acciaio AISI 304.

Si procede al calcolo della forza di snervamento moltiplicando la tensione di snervamento del materiale  $R_{p0.2}$  per l'area della sezione del provino  $A$ :

$$F_{snerv} = R_{p0.2} \cdot A = 205 \cdot 45 = 9225 \text{ N}$$

Quindi, si esegue la prova di trazione sul provino liscio applicando un carico in salita a partire dallo 0% fino al 90% della forza di snervamento aumentando progressivamente il carico del 10% e poi in discesa dal 90% fino allo 0% della forza di snervamento diminuendo progressivamente del 10%.

Infine, si confrontano i valori di deformazione longitudinali  $\epsilon_{yy}$  in salita e discesa con quelli teorici calcolati dalla formula:

$$\epsilon_{yy_{teorico}} = \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{A \cdot E}$$

dove  $F = X \cdot F_{snerv}$  con  $X$  un valore compreso tra 0% a 90%.

Prima di procedere al confronto dei risultati ottenuti nelle due prove si illustra più nel dettaglio la procedura eseguita per il setup del banco.

Dopo aver scelto le lenti da montare tramite il programma MachVis5 inserendo come parametri la distanza delle fotocamere pari a 400mm e la lunghezza del tratto calibrato del provino pari 57mm viene fornita la lente da usare sulle fotocamere (nel caso specifico una Rodagon 80mm) e la configurazione di montaggio in Figura 21.

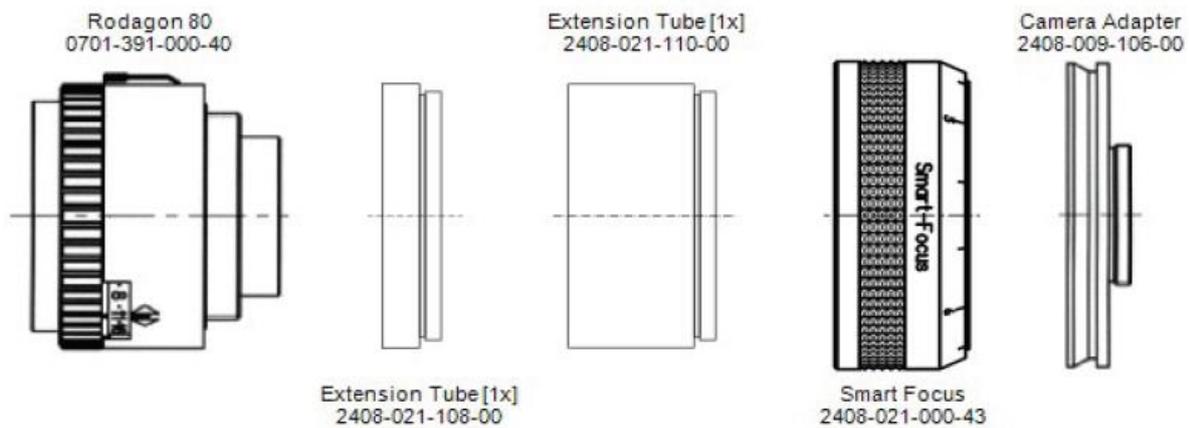


Figura 21: configurazione di montaggio restituita da MachVis inserendo i parametri distanza libera di lavoro (FWD) pari a 400mm e l'altezza dell'oggetto pari a 57 mm.

La configurazione restituita dal software prevede l'utilizzo di un obiettivo Rodagon 80, un tubo di estensione da 12mm, un tubo di estensione da 48 mm e uno Smart Focus, il tutto da collegare a ciascuna delle due fotocamere come mostrato in Figura 22.

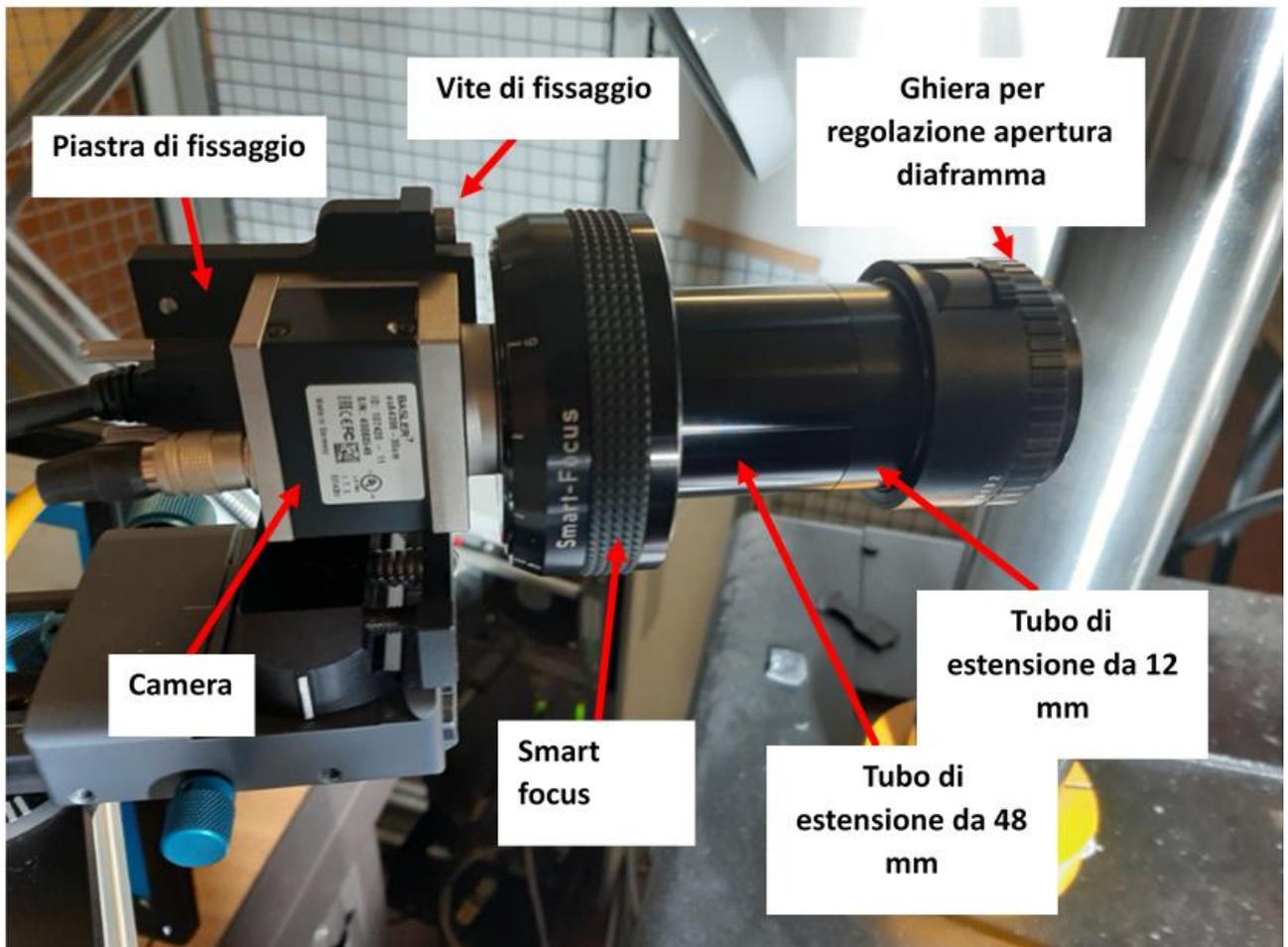


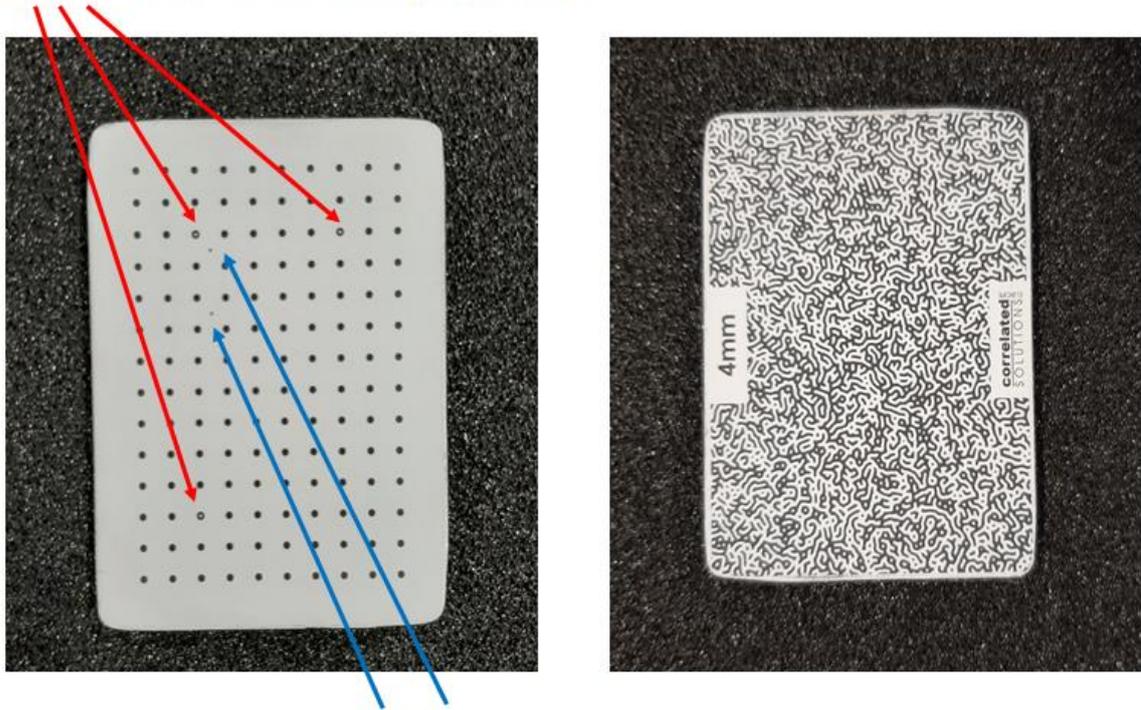
Figura 22: configurazione di montaggio delle fotocamere con le indicazioni fornite dal software MachVis5.

Una volta allestito il banco si collegano le fotocamere al PC tramite cavi USB e usando il software Vic-Snap si procede alla calibrazione e infine alla messa a fuoco delle immagini mediante la funzione Focus.

Per effettuare la calibrazione si utilizza il target in Figura 23. Per eseguirla correttamente si scattano più foto del target in diverse posizioni e angolature quindi il software traccia la posizione dei cerchietti presenti nella matrice fornendo come in output un parametro che se minore di 0.005 fornisce una variabilità sufficientemente bassa per procedere con la messa a fuoco e infine all'esecuzione della prova.

Il target in Figura 23 è una matrice di punti pieni con tre anelli utilizzati dal software per valutare l'orientamento del target e due puntini per riconoscere il tipo di target. Successivamente, per eseguire la calibrazione si scattano delle fotografie del target in vari orientamenti e il software procedere a tracciare i tre anelli come riportato in Figura 24.

anelli utilizzati dal software per valutare l'orientamento del target



punti utilizzati per il riconoscimento del target

Figura 23: A sinistra la faccia del target usato per la calibrazione e a destra la faccia posteriore da utilizzare nel caso di superfici particolarmente irregolari.

In Figura 24, si riportano due immagini del target scattate in fase di acquisizione per la calibrazione. A sinistra l'immagine acquisita prima della calibrazione e a destra l'immagine dopo che il software ha riconosciuto i tre cerchietti del target.

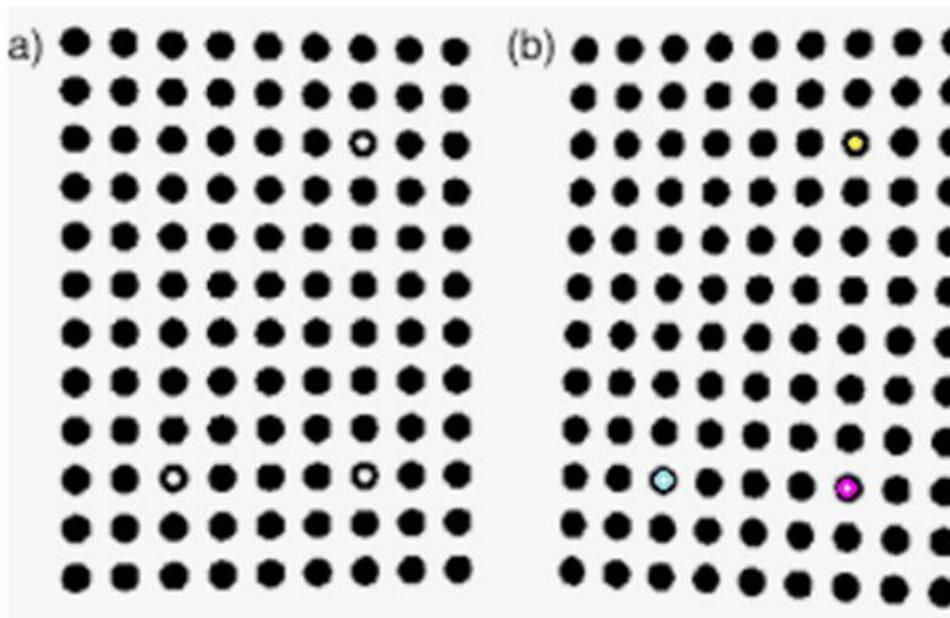


Figura 24: a) Immagine acquisita per la calibrazione. b) i tre cerchietti sono tracciati dal software.

Di seguito si riportano le immagini acquisite dalle due fotocamere e la visualizzazione con la scala per la messa a fuoco rispettivamente in Figura 25 e Figura 26. In particolare, la fotocamera a sinistra nel banco di prova restituisce l'inquadratura frontale riportata a sinistra della Figura 25 che può essere utilizzata per la sola DIC 2D, mentre la fotocamera a destra fornisce l'inquadratura a destra della Figura 25 mostrando anche la terza dimensione e quindi insieme alla fotocamera di sinistra consente di utilizzare anche la DIC 3D.

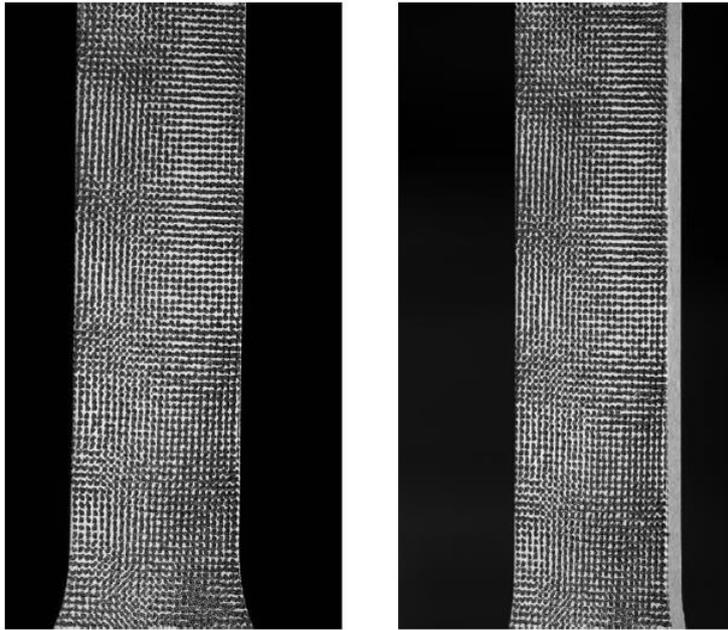


Figura 25: immagini dell'area di interesse del provino acquisite a sinistra dalla fotocamera di sinistra e a destra dalla fotocamera

Di seguito, si riportano in Figura 26 le immagini dopo la messa a fuoco e con la scala graduata dove il colore viola rappresenta la migliore risoluzione mentre il colore rosso la peggiore messa a fuoco.

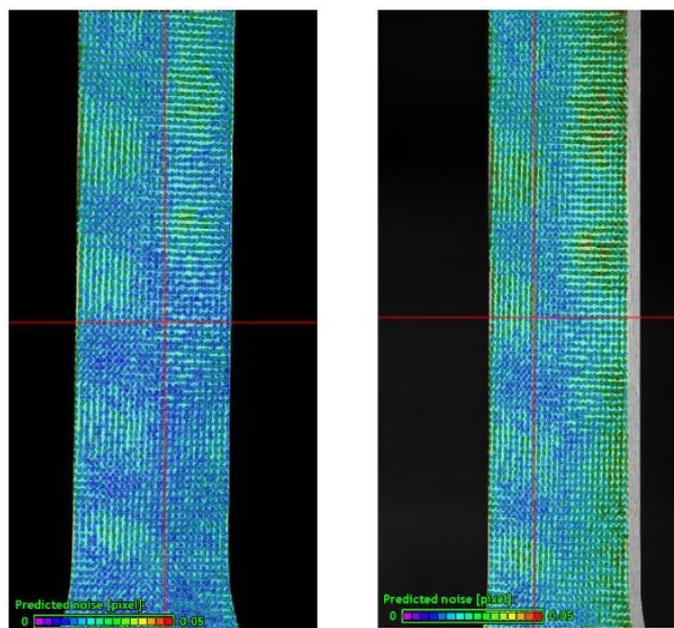


Figura 26: immagini delle fotocamere dopo la messa a fuoco tramite la funzione Focus.

- **Risoluzione e sensibilità**

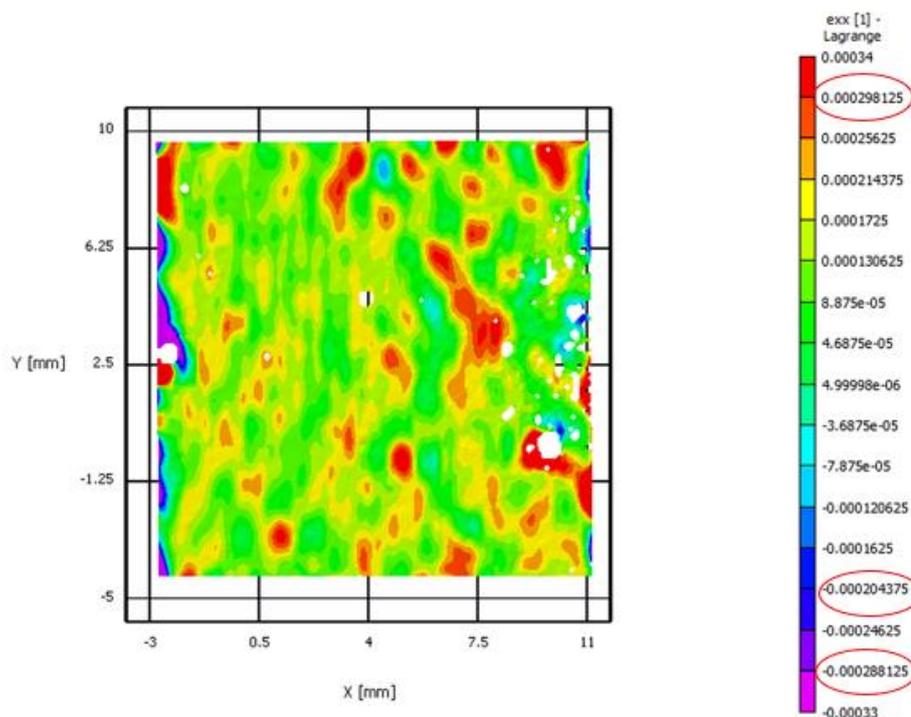
Prima di procedere con la fase sperimentale si introducono brevemente la risoluzione la sensibilità dello strumento.

<b>System Type</b>	<b>VIC-3D SR</b>
<b>In-Plane Resolution</b>	0.000005 * FOV
<b>Out-of-Plane Displacement Resolution</b>	0.00001 * FOV
<b>Strain Resolution</b>	down to 10 $\mu\epsilon$

Figura 27: risoluzione DIC 3D.

Dove FOV (Field of Interest) vale FOV = 19 mm x 15 mm e la corrispondente risoluzione è  $2.85 \cdot 10^{-9} m^2$ .

La sensibilità invece stando al manuale dipende dalla risoluzione e dalle opzioni di Data Plot.



\*Dalle prove: nona cifra decimale. Per il manuale visualizzare: dipende dalla risoluzione e da Data Plot.

Figura 28: Sensibilità DIC.

Dopo la fase di calibrazione si procede all'esecuzione delle prove.

- Prova 1:** si applicano i carichi di forza  $F/F_{snerv}$  in salita e poi in discesa con variazioni del 10% da 0% a 90% e in discesa fino a 0%. Si riportano in forma tabellare tutti i valori mentre graficamente solo i frame con  $F/F_{snerv}$  paria a 0%, 50% 90%, 50% e 0% riportati in Figura 29, Figura 30 e Figura 31.

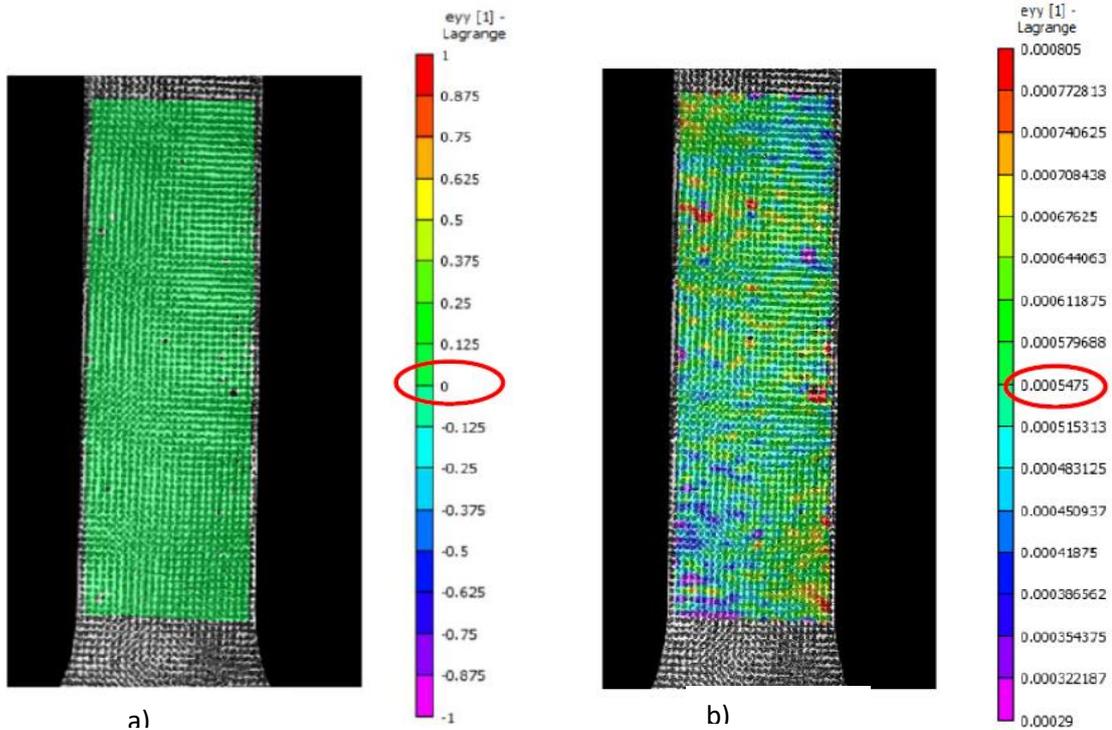


Figura 29: a) caso in cui il carico applicato è nullo; b) caso in cui il carico è pari a  $F = 0.5 \cdot F_{snerv}$ .

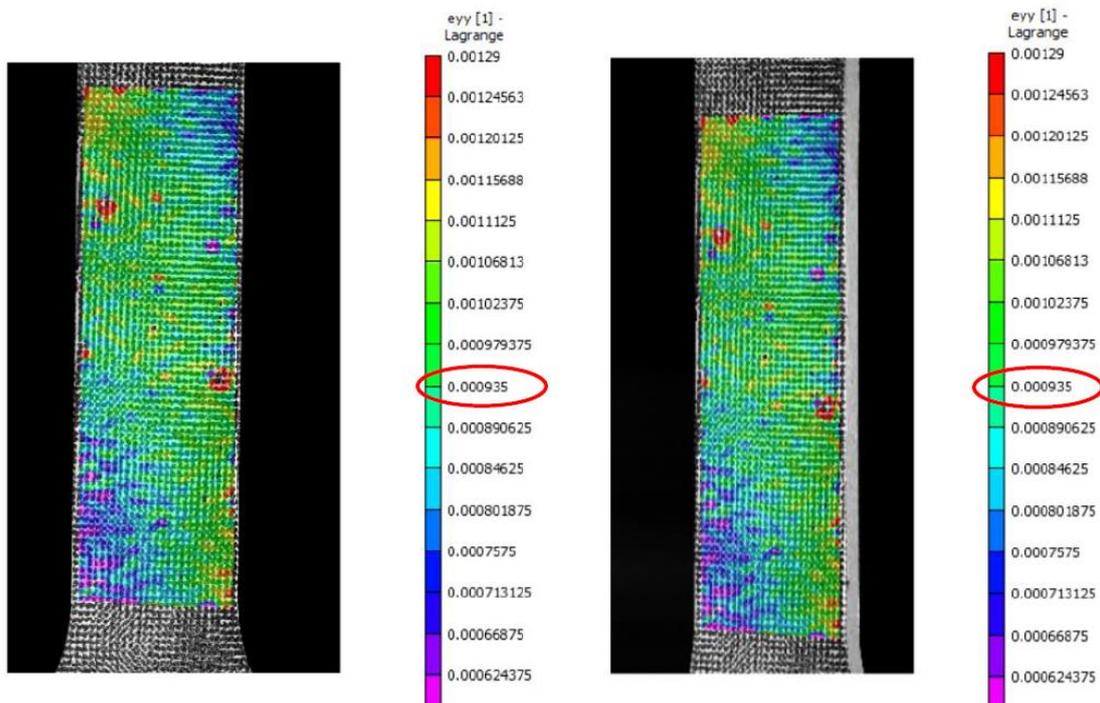


Figura 30: caso in cui il carico è pari a  $F = 0.9 \cdot F_{snerv}$ .

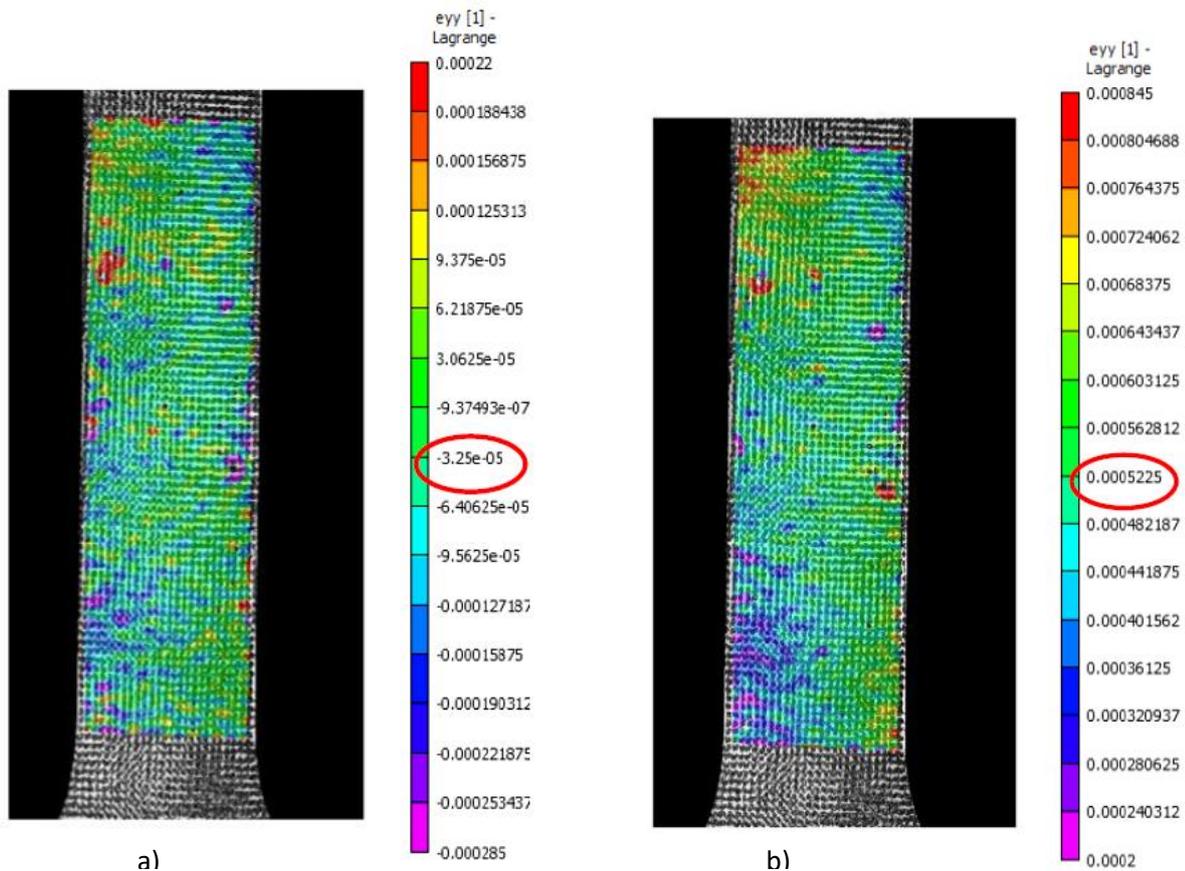


Figura 31: a) caso in cui il carico applicato è  $F = 0.5 \cdot F_{snervi}$ ; b) caso in cui il carico è nullo.

Di seguito alcune considerazioni:

- In Figura 29a si può notare come siano presenti dei puntini neri nell'area verde che nella Figura 29b diventano aree rosse perché sono punti non acquisiti. Per visualizzare meglio il problema si riporta un dettaglio in Figura 32;

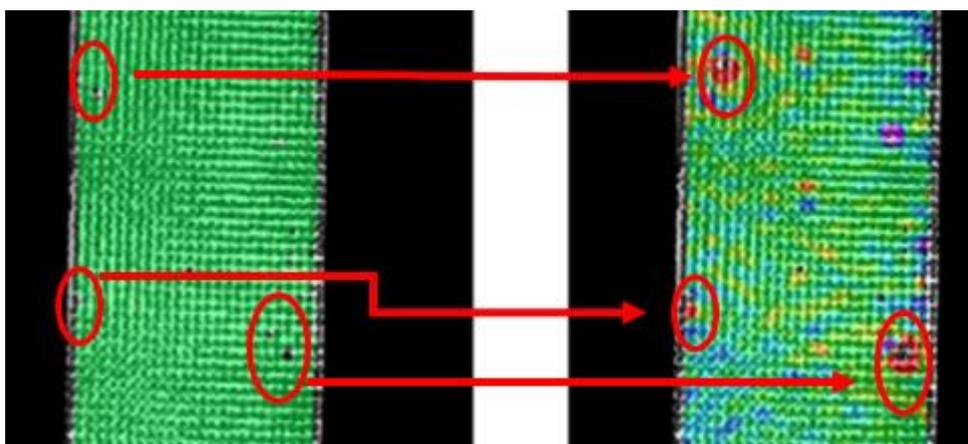


Figura 32: punti neri non messi a fuoco nell'immagine di sinistra che diventano aree rosse non acquisite nell'immagine di destra

- In Figura 29, Figura 30 e soprattutto Figura 31 si vede come l'area di interesse (AOI) non sia completamente verde ma che siano presenti delle zone blu e gialle simmetriche probabilmente dovute all'effetto di torsione a causa di un errato montaggio del provino negli afferraggi;

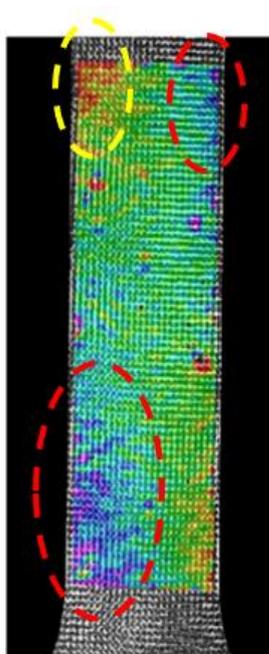


Figura 33: dettaglio su di un probabile effetto di torsione.

Di seguito Tabella 2, si riportano per la prima prova i valori numerici di forza applicata, deformazione teorica prevista, deformazione misurata in fase di carico, scarico e la loro media, infine la differenza percentuale tra deformazione teorica e quella media misurata.

$\%F_{snerv}$	Forza [N]	$\epsilon_{yy}$ teorica	$\epsilon_{yy}$ misurata (fase di carico)	$\epsilon_{yy}$ misurata (fase di scarico)	$\epsilon_{yy}$ media	Scost. %
90%	8303	0,0009225	0,000935	—	—	—
80%	7380	0,00082	0,0007900	0,0008325	0,0008113	1.1%
70%	6458	0,0007175	0,0007313	0,0007200	0,0007256	1.1%
60%	5535	0,000615	0,0006675	0,0006125	0,0006400	4.1%
50%	4613	0,0005125	0,0005475	0,0005250	0,0005363	4.6%
40%	3690	0,00041	0,0004390	0,0004125	0,0004258	3.8%
30%	2768	0,0003075	0,0002841	0,0003050	0,0002945	4.2%
20%	1845	0,000205	0,0002004	0,0002075	0,0002039	0.5%
10%	923	0,0001025	0,0001235	0,0000850	0,0001043	1.7%

Tabella 2: da sinistra a destra sono riportati i valori numerici di forza applicata, deformazione teorica prevista, deformazione misurata in fase di carico, deformazione misurata in fase di scarico, deformazione media misurata tra carico e scarico e la differenza percentuale tra deformazione teorica e quella media misurata.

Questi dati sono stati poi graficati per renderli più facilmente visualizzabili, come si può vedere lo scostamento in fase di scarico tra deformazione teorica e misurata è minore dello scostamento in fase di carico. Come si può facilmente vedere in Figura 35 e Figura 34, la fase di scarico è più simile a quella teorica rispetto alla fase di carico.

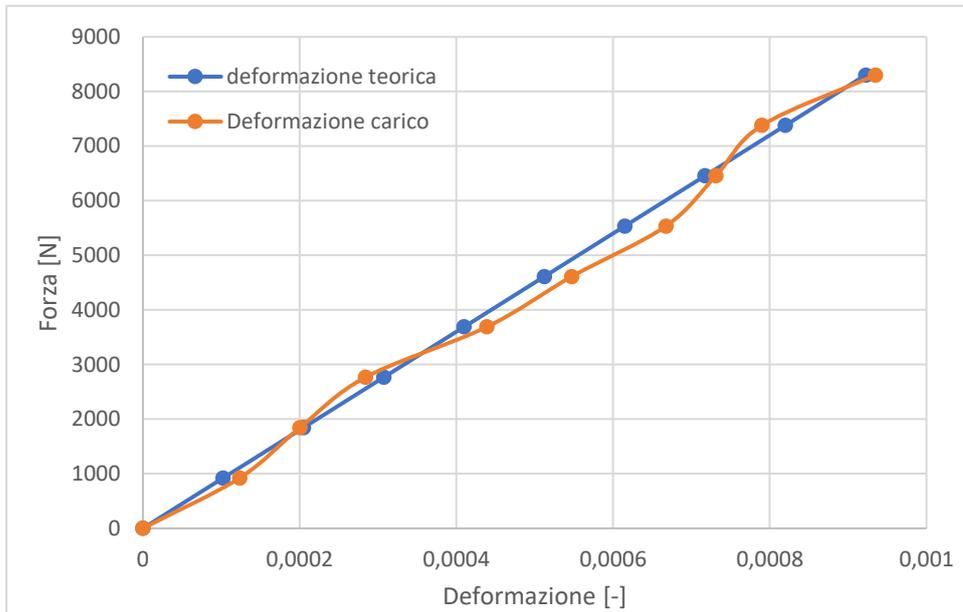


Figura 34: confronto tra deformazione teorica e deformazione misurata in fase di carico nella prova 1.

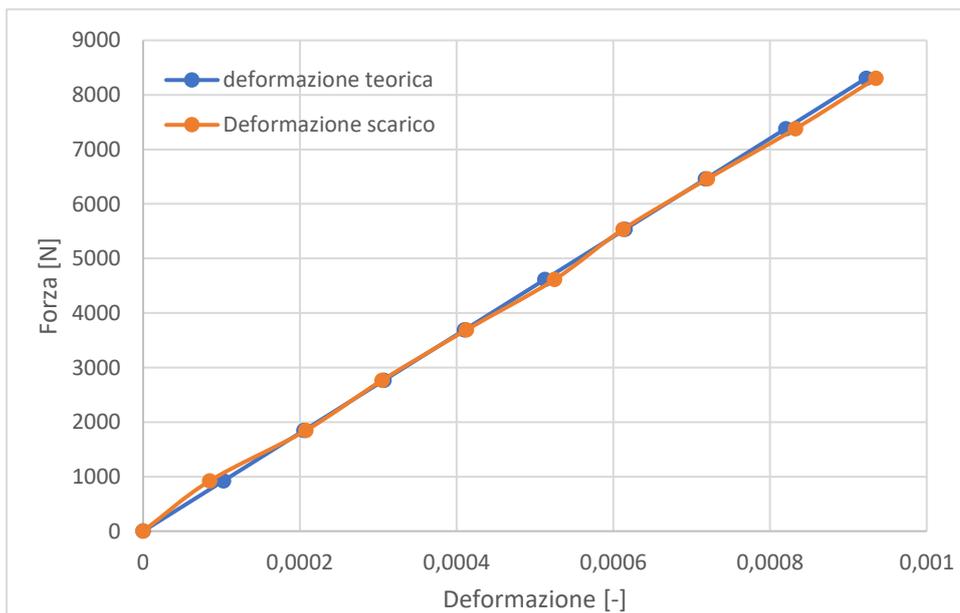


Figura 35: confronto tra deformazione teorica e deformazione misurata in fase di scarico nella prova 1.

In Figura 36 si confronta la media dei valori sperimentali in fase di carico e scarico con i valori teorici. Come di può vedere c'è un minore scostamento rispetto ai valor sperimentali in fase di carico e un maggiore scostamento rispetto alla fase di scarico.

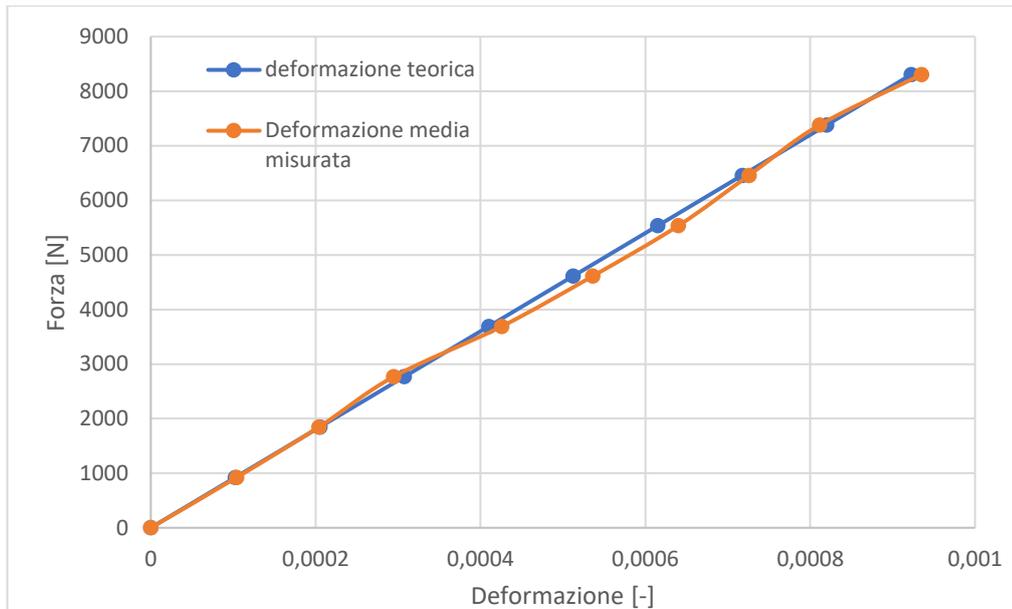


Figura 36: confronto tra deformazione teoria e deformazione media misurata in fase di carico e scarico nella prova 1.

In Figura 37, si riporta lo scostamento percentuale tra deformazione teorica e deformazione media sperimentale.



Figura 37: scostamento percentuale tra deformazione teorica e deformazione media.

- **Prova 2**

Si ripete la prova per la seconda volta come nel caso della prova 1 e si riportano i frame delle acquisizioni e i risultati in forma tabellare.

In Figura 38 si può vedere come siano presenti delle deformazioni residue. Probabilmente la presenza di tali deformazioni è legata al fatto che sia necessaria una nuova calibrazione dell'attrezzatura invece che eseguire subito la seconda prova. Questo perché il software considera la prova 1 e il suo punto di inizio come sistema di riferimento con cui confrontare le acquisizioni negli istanti successivi e, visto che il provino prima di essere trazonato è stato marcato con della vernice, seppur il provino è stato sollecitato nel suo campo elastico la vernice potrebbe non essere ritornata nella situazione iniziale della prova 1 e quindi per il software questa discrepanza è vista come una deformazione residua. Per sicurezza si procede a confrontare i valori ottenuti nella prima prova con quelli ottenuti nella seconda prova e vedere se questa differenza giustifica i valori di scostamento maggiori ottenuti nella seconda prova rispetto alla prima.

Si riportano in forma tabellare tutti i valori mentre graficamente solo i frame con  $F/F_{snerv}$  paria a 0%, 50%, 90% e 50% riportati in Figura 38, Figura 40 e Figura 39.

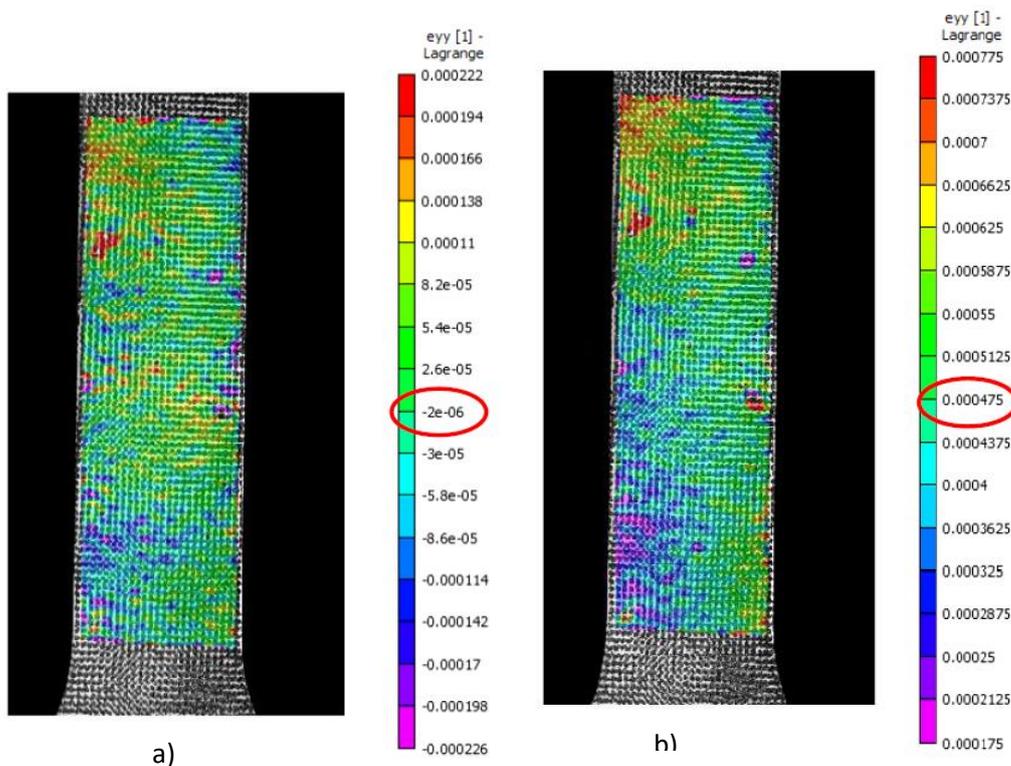


Figura 38: a) caso in cui il carico applicato è nullo; b) caso in cui il carico è pari a  $F = 0.5 \cdot F_{snerv}$ .

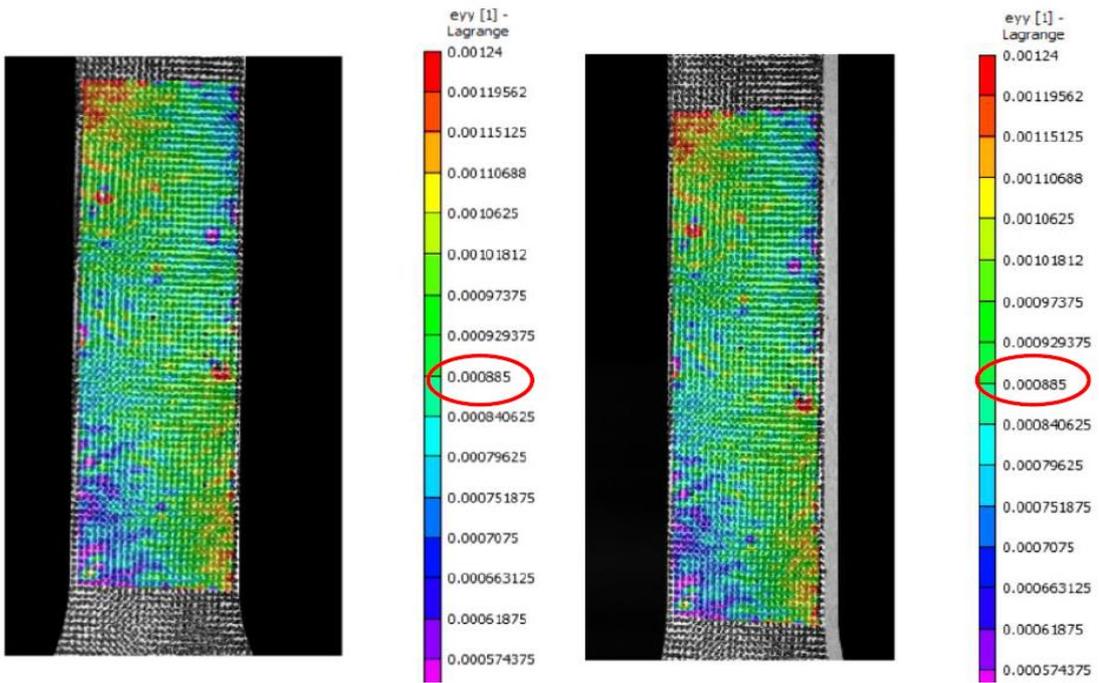


Figura 40: caso in cui il carico è pari a  $F = 0.9 \cdot F_{snerv}$ .

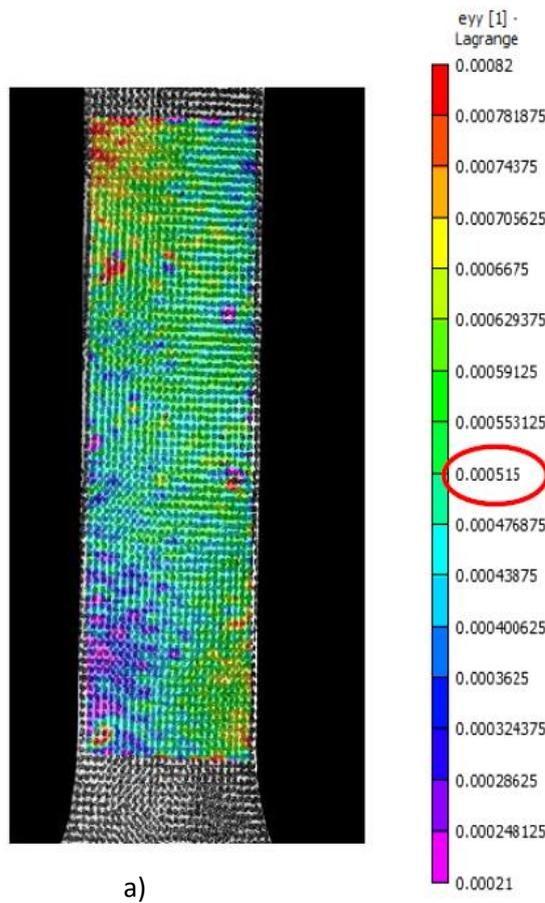


Figura 39: a) caso in cui il carico applicato è  $F = 0.5 \cdot F_{snerv}$ ;

Di seguito in Tabella 3 , si riportano per la prima prova i valori numerici di forza applicata, deformazione teorica prevista, deformazione misurata in fase di carico, scarico e la loro media, infine la differenza percentuale tra deformazione teorica e quella media misurata.

$\%F_{snerv}$	Forza [N]	$\epsilon_{yy}$ teorica	$\epsilon_{yy}$ misurata (fase di carico)	$\epsilon_{yy}$ misurata (fase di scarico)	$\epsilon_{yy}$ media	Scost. %
90%	8303	0,0009225	0,0008850	—	—	—
80%	7380	0,00082	0,0007775	0,0007725	0,0007750	5.5%
70%	6458	0,0007175	0,0006800	0,0006975	0,0006888	4.0%
60%	5535	0,000615	0,0006025	0,0005850	0,0005938	3.5%
50%	4613	0,0005125	0,0004750	0,0005150	0,0004950	3.4%
40%	3690	0,00041	0,0004225	0,0004275	0,0004250	3.7%
30%	2768	0,0003075	0,0002950	0,0003000	0,0002975	3.3%
20%	1845	0,000205	0,0001800	0,0002150	0,0001975	3.7%
10%	923	0,0001025	0,0001250	0,0001575	0,0001413	37.8%

Tabella 3: da sinistra a destra sono riportati i valori numerici di forza applicata, deformazione teorica prevista, deformazione misurata in fase di carico, deformazione misurata in fase di scarico, deformazione media misurata tra carico e scarico e la differenza percentuale tra deformazione teorica e quella media misurata

Questi dati sono stati poi graficati per renderli più facilmente visualizzabili, come si può vedere lo scostamento in fase di scarico tra deformazione teorica e misurata è minore dello scostamento in fase di carico rispettivamente in Figura 41 e Figura 42.

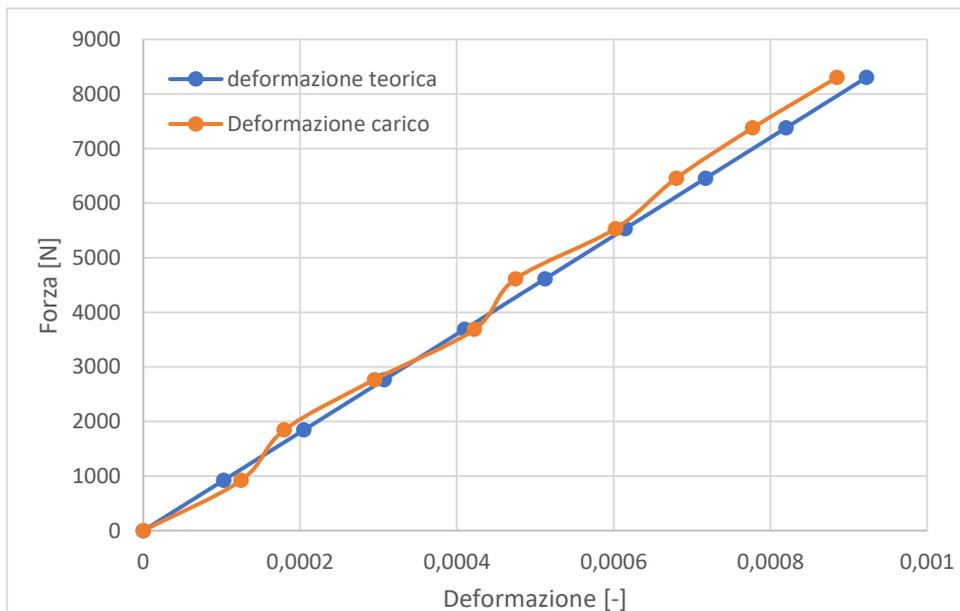


Figura 41: confronto tra deformazione teoria e deformazione misurata in fase di carico nella prova 2.

Nella prova 2 rispetto la prova 1 i valori sperimentali si discostano maggiormente sia in fase di carico che di scarico e tale scostamento risulta particolarmente evidente quando si applica il carico pari al 10% della forza di snervamento.

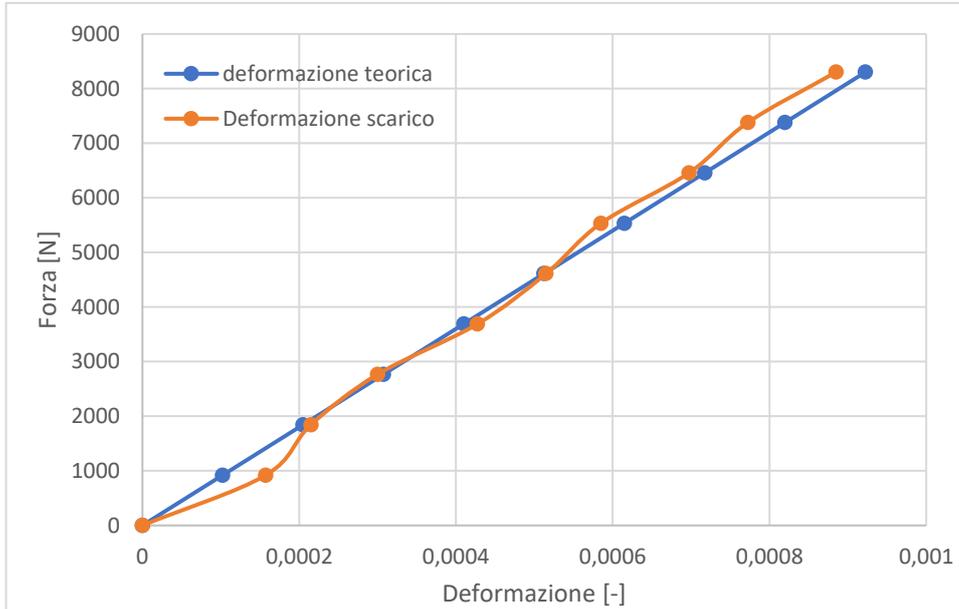


Figura 42: confronto tra deformazione teoria e deformazione misurata in fase di scarico nella prova 2.

In Figura 43 si confronta la media dei valori sperimentali in fase di carico e scarico con i valori teorici. Come di può vedere c'è un minore scostamento rispetto ai valor sperimentali in fase di carico e un maggiore scostamento rispetto alla fase di scarico.

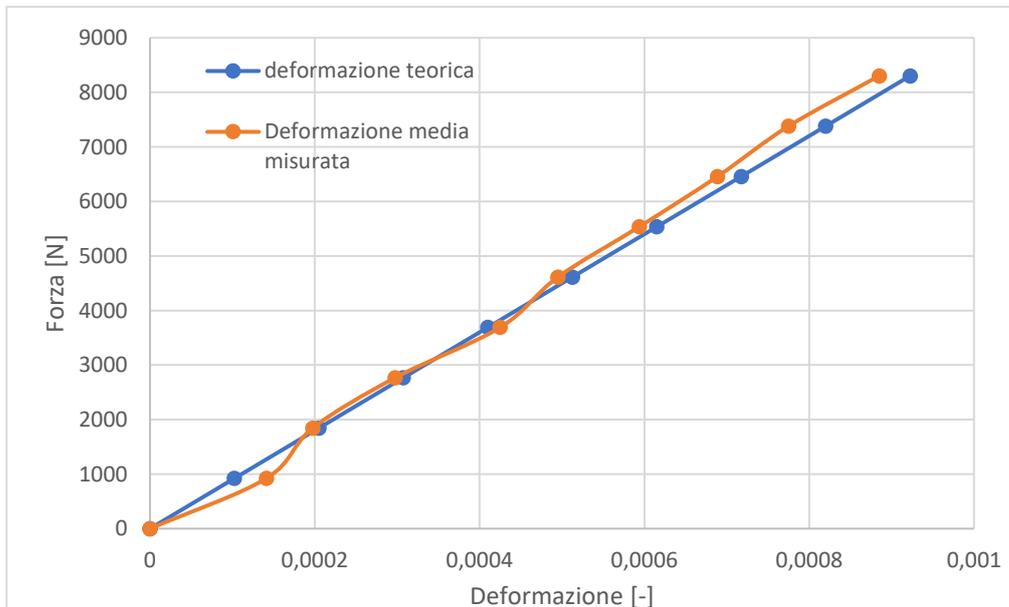


Figura 43: confronto tra deformazione teoria e deformazione media misurata in fase di carico e scarico nella prova 2.

In Figura 44, si riporta lo scostamento percentuale tra deformazione teorica e deformazione media sperimentale dove si nota un maggiore scostamento rispetto ai valor teorici soprattutto in fase di scarico come conseguenza della discrepanza riscontrata dal software al termine della seconda prova e il riferimento iniziale della prima prova che viene considerata una tensione residua come spiegato in precedenza.

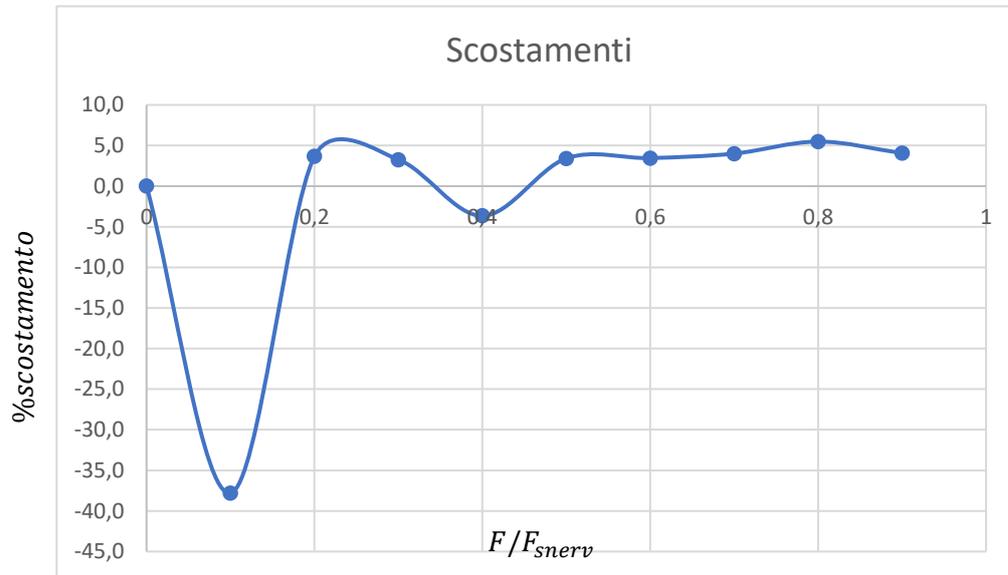


Figura 44: scostamento percentuale tra deformazione teorica e deformazione media.

2.2.1. Prova di trazione applicata a un provino liscio: analisi del terzo centrale

Dopo aver effettuato l'analisi della prova eseguita sul provino liscio riscontrando la presenza di una leggera torsione, si procede a confrontare i risultati ottenuti considerando come area di interesse (AOI) il terzo centrale dell'area di interesse precedentemente considerata, come riportato in Figura 45.

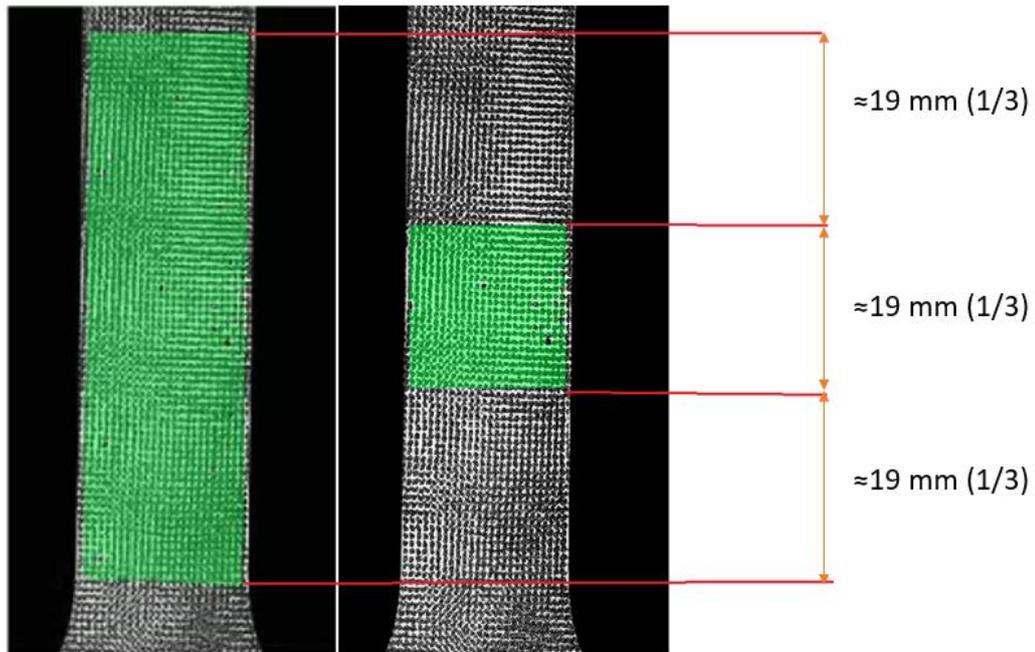


Figura 45: a sinistra l'immagine frontale del provino liscio con l'area di interesse utilizzata nell'analisi effettuata nel paragrafo precedente. A destra, l'area di interesse (AOI) è il terzo centrale dell'area di interesse di sinistra.

- **Prova 1:** si applicano i carichi di forza  $F/F_{snerv}$  in salita e poi in discesa con variazioni del 10% da 0% a 90% e in discesa fino a 0%. Si riportano in forma tabellare tutti i valori mentre graficamente solo i frame con  $F/F_{snerv}$  pari a 0%, 40% 90%, 40% e 0% riportati in Figura 46, Figura 47 e Figura 48.

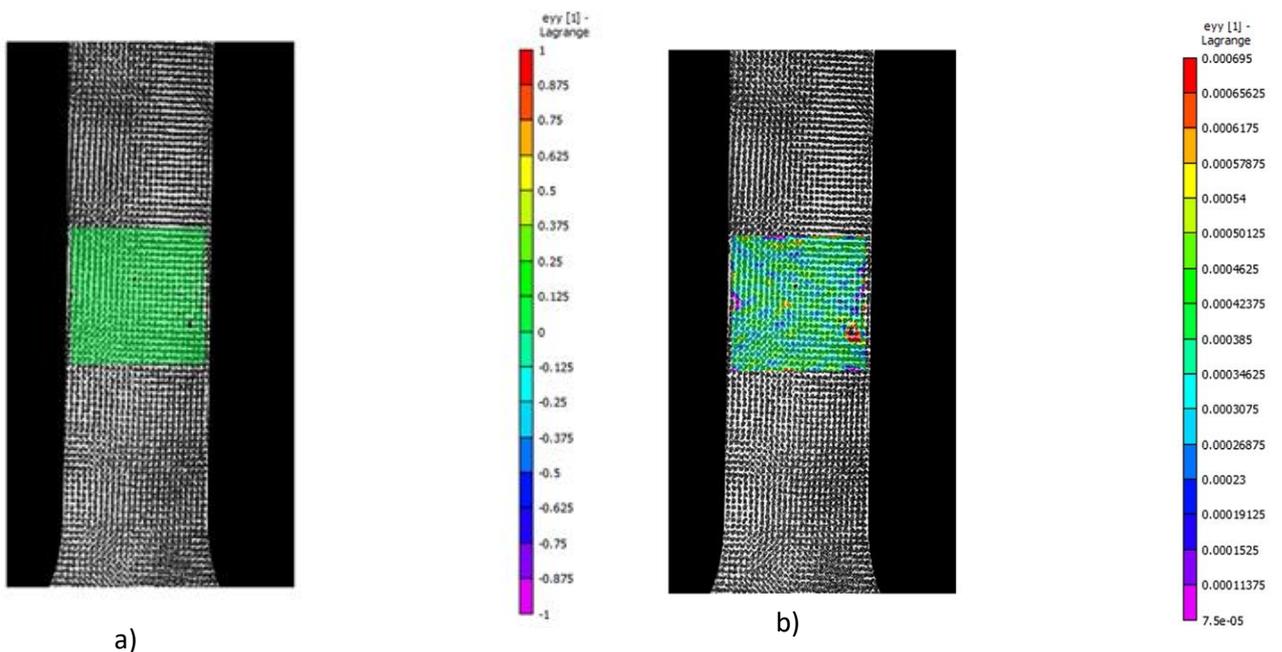


Figura 46: a) caso in cui il carico applicato è nullo; b) caso in cui il carico è pari a  $F = 0.4 \cdot F_{snerv}$

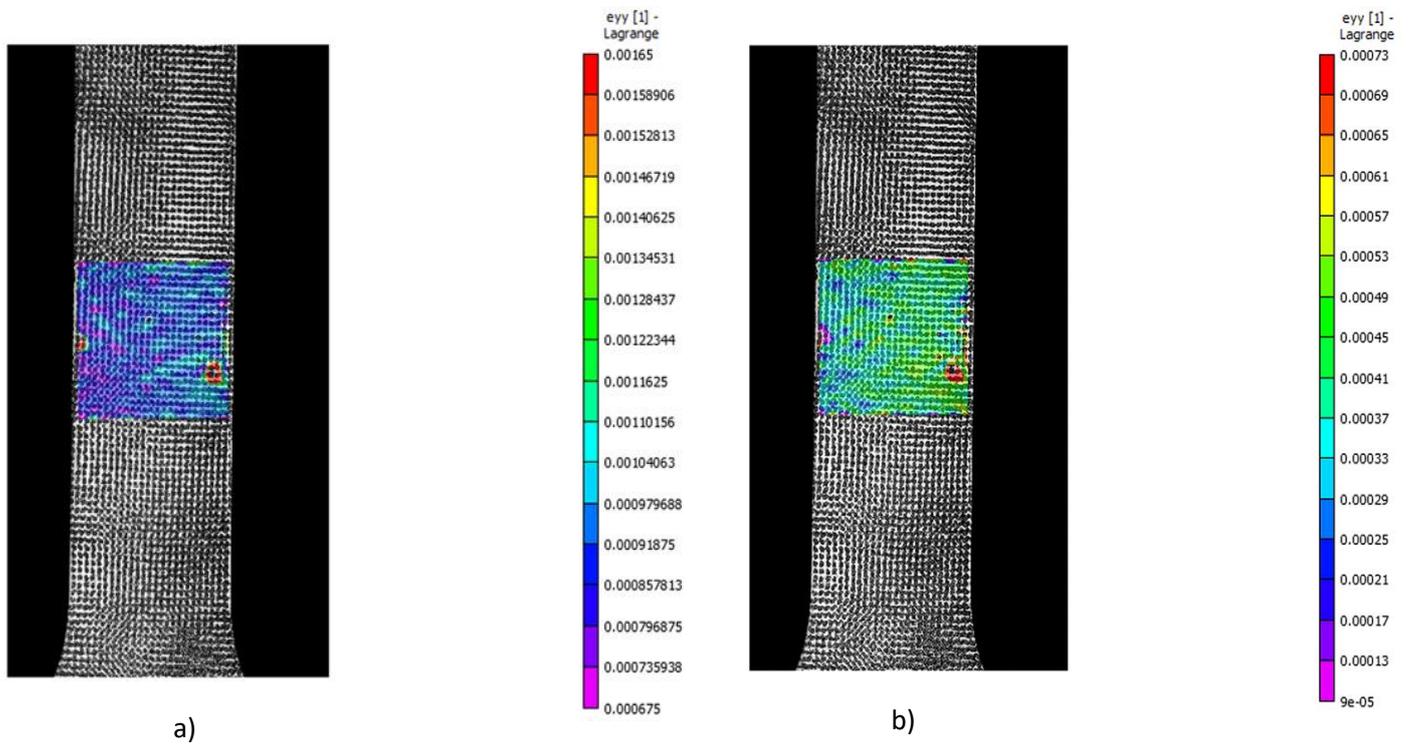


Figura 47: a) caso in cui il carico è pari a  $F = 0.9 \cdot F_{snerv}$ ; b) caso in cui il carico è pari a  $F = 0.4 \cdot F_{snerv}$

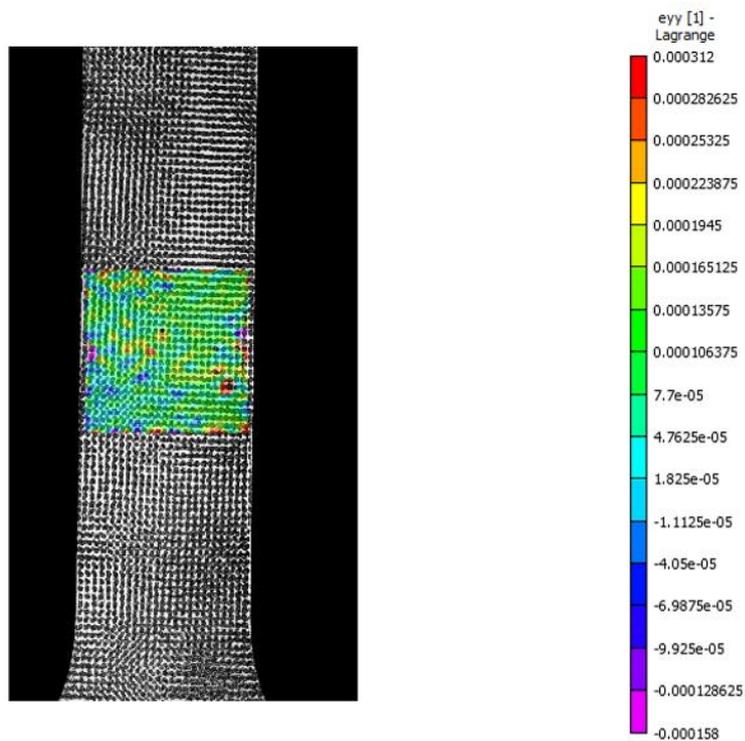


Figura 48: caso in cui il carico applicato è nullo.

Si riporta di seguito il confronto sotto forma tabellare della deformazione  $\epsilon_{yy}$  confrontando i valori di deformazione teorica, deformazione con AOI intera e il loro scostamento in Tabella 4.

$\%F_{snerv}$	<b>F</b> [N]	<b>Deformazione</b> <i>teorica</i> $\epsilon_{yy}$	<b>Deformazione</b> <i>carico INT</i>	<b>Deformazione</b> <i>scarico INT</i>	<b>Media carico</b> <i>e scarico INT</i>	<b>scostamento</b> <i>TH – INT</i>
90%	8303	0,0009225	0,000935	0,000935	0,000935	1,4%
80%	7380	0,00082	0,00079	0,000833	0,00081125	1,1%
70%	6458	0,0007175	0,0007313	0,00072	0,00072565	1,1%
60%	5535	0,000615	0,0006675	0,000613	0,00064	4,1%
50%	4613	0,0005125	0,0005475	0,000525	0,00053625	4,6%
40%	3690	0,00041	0,000439	0,000413	0,00042575	3,8%
30%	2768	0,0003075	0,0002841	0,000305	0,00029455	4,2%
20%	1845	0,000205	0,0002004	0,000208	0,00020395	0,5%
10%	923	0,0001025	0,0001235	0,000085	0,00010425	1,7%

Tabella 4: da sinistra a destra percentuale di forza di snervamento, valore di tale forza, deformazione teorica, deformazione carico AOI intera, deformazione scarico AOI intera e scostamento percentuale tra deformazione  $\epsilon_{yy}$  teorica e con AOI intera.

Come si può vedere da Tabella 4 i valori di scostamento maggiori si riscontrano nella fase centrale di carico compresa tra il 30% e il 60% della forza di snervamento.

Successivamente, si procede a confrontare la deformazione  $\epsilon_{yy}$  teorica, la deformazione con AOI terzo centrale e il loro scostamento in Tabella 5.

$\%F_{snerv}$	<b>F</b> [N]	<b>Deformazione</b> <i>teorica</i> $\epsilon_{yy}$	<b>Deformazione</b> <i>carico TC</i>	<b>Deformazione</b> <i>scarico TC</i>	<b>Media carico</b> <i>e scarico TC</i>	<b>scostamento</b> <i>TH – TC</i>
90%	8303	0,0009225	0,00091875	0,00091875	0,00091875	0,4%
80%	7380	0,00082	0,000825	0,0008025	0,00081375	0,8%
70%	6458	0,0007175	0,0006875	0,00071	0,00069875	2,6%
60%	5535	0,000615	0,00061	0,0005928	0,0006014	2,2%
50%	4613	0,0005125	0,000495	0,0005375	0,00051625	0,7%
40%	3690	0,00041	0,0004275	0,00041	0,00041875	2,1%
30%	2768	0,0003075	0,0003075	0,0002975	0,0003025	1,6%
20%	1845	0,000205	0,00021	0,00019	0,0002	2,4%
10%	923	0,0001025	0,000105	0,000105	0,000105	2,4%

Tabella 5: per la prima prova da sinistra a destra: percentuale di forza di snervamento, valore di tale forza, deformazione teorica, deformazione carico AOI terzo centrale, deformazione scarico AOI terzo centrale e scostamento percentuale tra deformazione  $\epsilon_{yy}$  teorica e con AOI terzo centrale.

Complessivamente, considerando il solo terzo centrale gli scostamenti risultano minori rispetto al caso della AOI intera. In particolare, per i valori di forza di snervamento in cui lo scostamento è

maggiore si può notare come in alcuni casi le cifre significative riportate dall'analisi sperimentale siano minori di quelle del calcolo teorico.

In aggiunta, per visualizzare meglio i risultati ottenuti si riportano le deformazioni teoriche, con AOI intera e AOI terzo centrale in Figura 49.

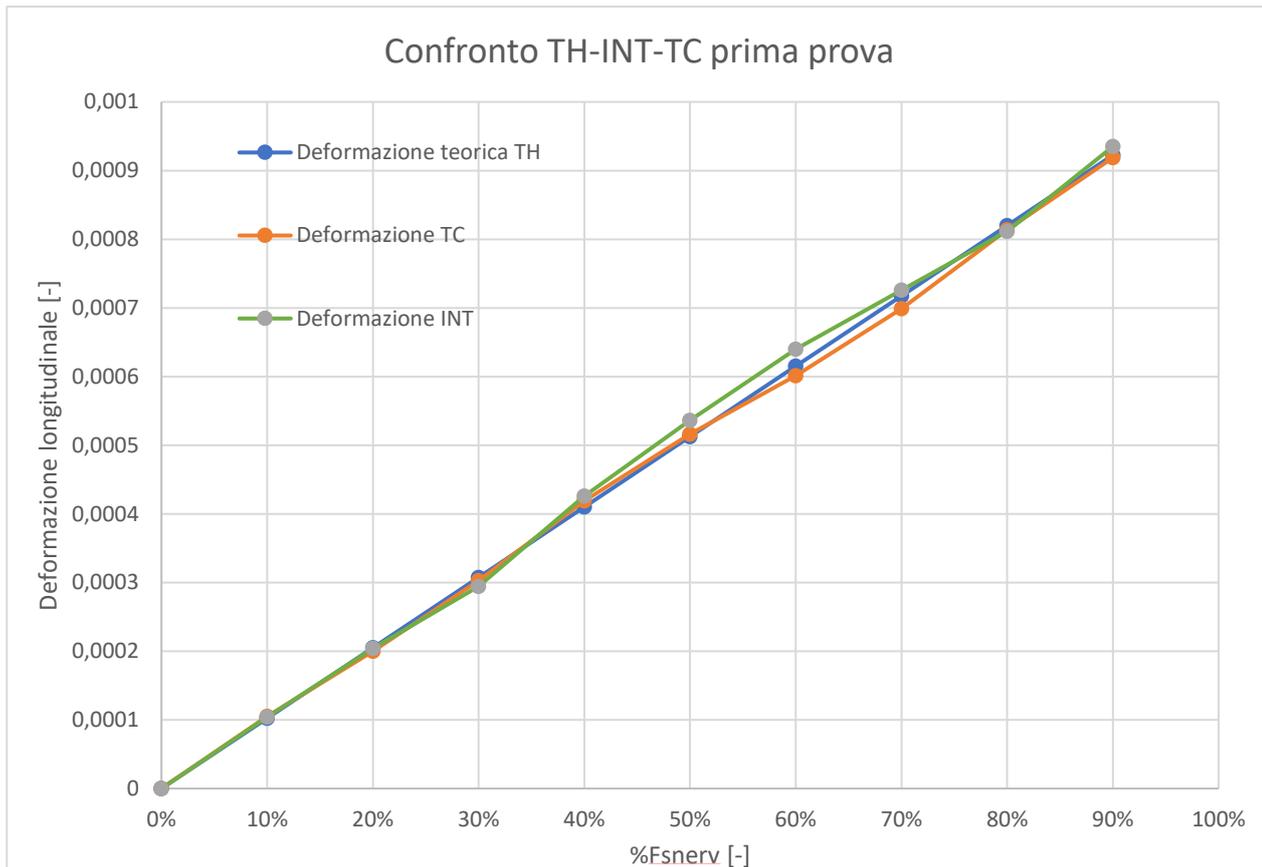


Figura 49: in blu le deformazioni  $\epsilon_{yy}$  teoriche, in verde le deformazioni  $\epsilon_{yy}$  con AOI intera e in arancione le deformazioni  $\epsilon_{yy}$  con AOI terzo centrale.

- **Prova 2:** si applicano i carichi di forza  $F/Fsnerv$  in salita e poi in discesa con variazioni del 10% da 0% a 90% e in discesa fino a 0%. Si riportano in forma tabellare in Tabella 6 e Tabella 7.

Come si può facilmente notare confrontando Tabella 6 e Tabella 4 si può notare con nel caso AOI intera nella seconda prova gli scostamenti di deformazione longitudinale rispetto al caso teorico sono maggiori rispetto a quelli della prima prova.

Per il caso della AOI terzo centrale, invece gli scostamenti della deformazione sperimentale  $\epsilon_{yy}$  rispetto alla deformazione teorica sono decisamente maggiori nella Prova 2 rispetto alla Prova 1, come si può notare confrontando Tabella 5 e Tabella 7.

$\%F_{snerv}$	<b>F</b> [N]	<b>Deformazione</b> <i>teorica</i> $\epsilon_{yy}$	<b>Deformazione</b> <i>carico INT</i>	<b>Deformazione</b> <i>scarico INT</i>	<b>Media carico</b> <i>e scarico INT</i>	<b>scostamento</b> <i>TH – INT</i>
90%	8303	0,0009225	0,0009225	0,000885	0,000885	4%
80%	7380	0,00082	0,00082	0,0007725	0,0007775	5%
70%	6458	0,0007175	0,0007175	0,0006975	0,00068	4%
60%	5535	0,000615	0,000615	0,000585	0,0006025	3%
50%	4613	0,0005125	0,0005125	0,000515	0,000475	3%
40%	3690	0,00041	0,00041	0,0004275	0,0004225	4%
30%	2768	0,0003075	0,0003075	0,0003	0,000295	3%
20%	1845	0,000205	0,000205	0,000215	0,00018	4%
10%	923	0,0001025	0,0001025	0,0001575	0,000125	38%

Tabella 6: per la prima prova da sinistra a destra: percentuale di forza di snervamento, valore di tale forza, deformazione teorica, deformazione carico AOI intera, deformazione scarico AOI intera e scostamento percentuale tra deformazione  $\epsilon_{yy}$  teorica e con AOI intera

$\%F_{snerv}$	<b>F</b> [N]	<b>Deformazione</b> <i>teorica</i> $\epsilon_{yy}$	<b>Deformazione</b> <i>carico TC</i>	<b>Deformazione</b> <i>scarico TC</i>	<b>Media carico</b> <i>e scarico TC</i>	<b>scostamento</b> <i>TH – TC</i>
90%	8303	0,0009225	0,00088875	0,00088875	0,00088875	4%
80%	7380	0,00082	0,0007025	0,000692	0,00069725	15%
70%	6458	0,0007175	0,0006625	0,0006225	0,0006425	10%
60%	5535	0,000615	0,000605	0,000525	0,000565	8%
50%	4613	0,0005125	0,0004225	0,00043	0,00042625	17%
40%	3690	0,00041	0,000325	0,000325	0,000325	21%
30%	2768	0,0003075	0,00026	0,0002225	0,00024125	22%
20%	1845	0,000205	0,000185	0,00016	0,0001725	16%
10%	923	0,0001025	0,000105	0,000114	0,0001095	7%

Tabella 7: per la seconda prova da sinistra a destra: percentuale di forza di snervamento, valore di tale forza, deformazione teorica, deformazione carico AOI terzo centrale, deformazione scarico AOI terzo centrale e scostamento percentuale tra deformazione  $\epsilon_{yy}$  teorica e con AOI terzo centrale.

In aggiunta, per visualizzare meglio le deformazioni  $\epsilon_{yy}$  ottenute si riportano le deformazioni teoriche  $\epsilon_{yy}$ , le deformazioni  $\epsilon_{yy}$  con AOI intera e le deformazioni  $\epsilon_{yy}$  con AOI terzo centrale in Figura 50.

Come si può facilmente vedere dalla Figura 50, lo scostamento tra la deformazione longitudinale  $\epsilon_{yy}$  teorica e quella del caso della AOI pari al terzo centrale risulta essere maggiore rispetto a quella del caso della AOI intera. Da questa osservazione si deduce che mediando la deformazione su di un'area di interesse maggiore l'errore dovuto alla mancata calibrazione dell'attrezzatura prima dell'esecuzione della seconda prova viene attenuato. Di conseguenza, si conclude come già detto in precedenza che bisogna ricalibrare l'attrezzatura prima di eseguire una nuova prova per evitare errori significativi nelle misurazioni.

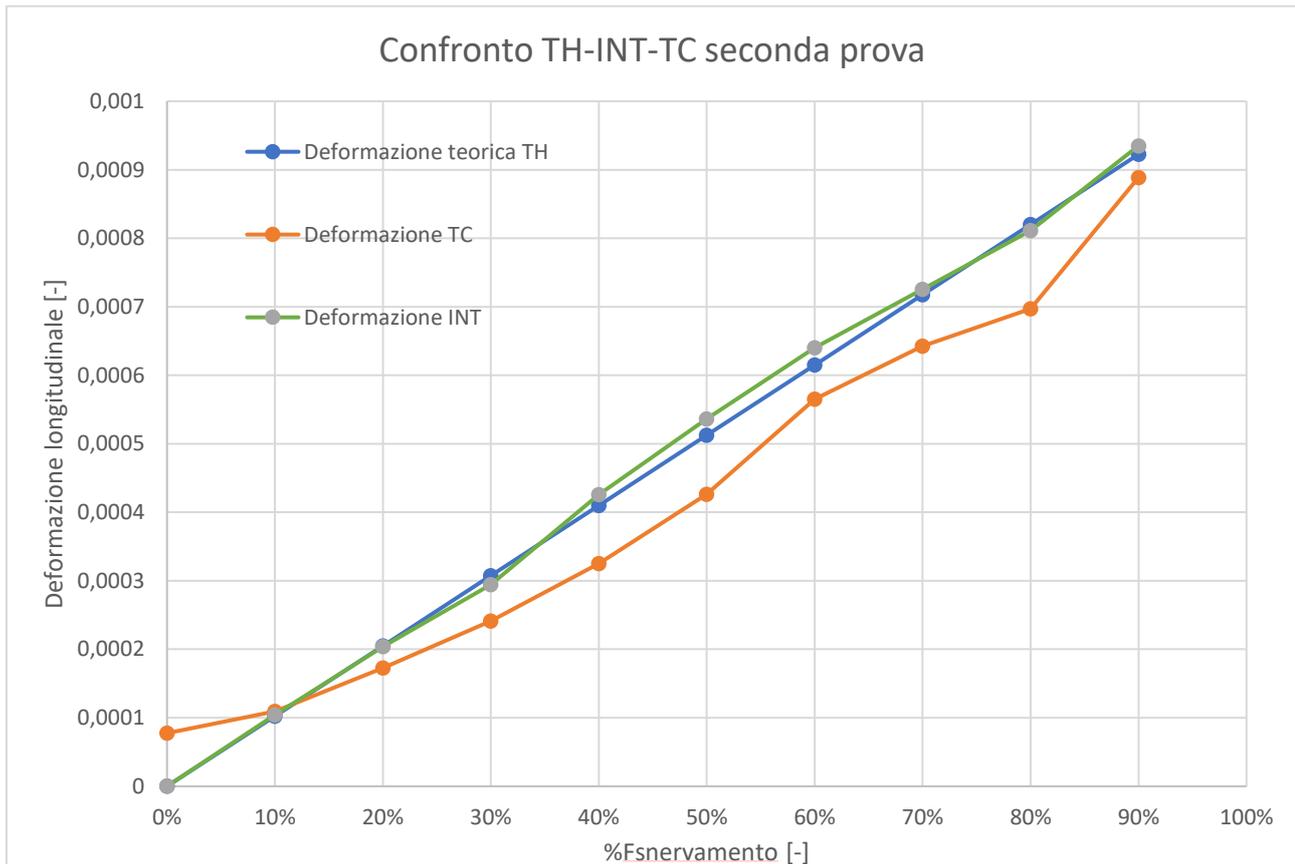


Figura 50: in blu le deformazioni  $\epsilon_{yy}$  teoriche, in verde le deformazioni  $\epsilon_{yy}$  con AOI intera e in arancione le deformazioni  $\epsilon_{yy}$  con AOI terzo centrale per la seconda prova.

Come detto precedentemente, è stato riscontrato un valore di offset al termine prima dell'inizio della fase di carico della seconda prova. Tale valore, teoricamente, sarebbe dovuto essere zero ma dalle acquisizioni sperimentali tale valore iniziale è diverso da zero. Come possibile vedere in Figura 48, corrisponde a  $7.7 \cdot 10^{-5}$ . Quindi, si procede a verificare che la differenza tra i valori di deformazione tra la prova 2 e la prova 1 siano pari al valore di offset. Se ciò è vero allora la mancata calibrazione ha introdotto un errore sistematico tale per cui si possano mettere in relazione i valori di deformazione della seconda prova e quelli della prima tramite la seguente relazione:

$$|\epsilon_{prova\ 1}| - |\epsilon_{prova\ 2}| = |offset|$$

Se tale relazione non è rispettata allora si deduce che sia necessaria una corretta calibrazione prima di eseguire ogni prova e che non è stato possibile individuare nessuna relazione che consenta di passare dai risultati della seconda prova a quelli della prima prova.

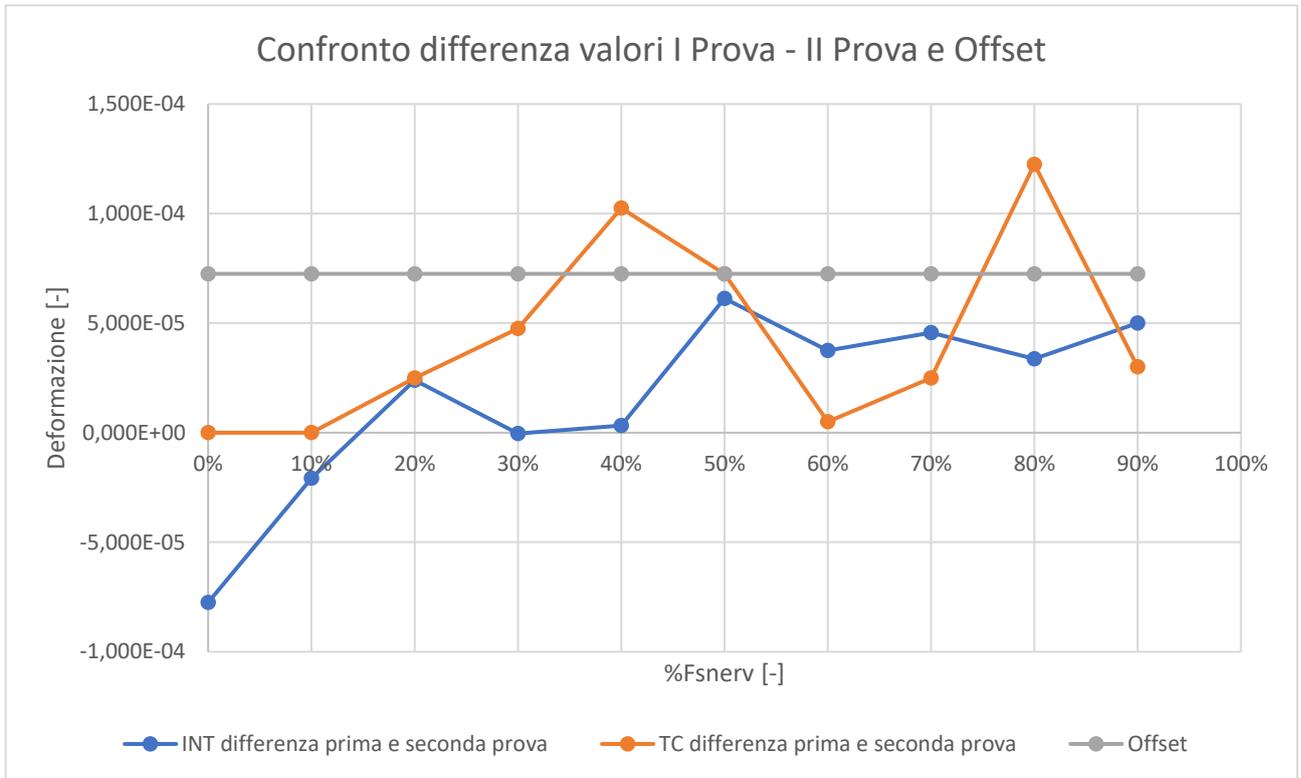


Figura 51: in blu la differenza tra le deformazioni  $\epsilon_{yy}$  tra prima e seconda prova nel caso di AOI intera, in arancione la differenza tra le deformazioni  $\epsilon_{yy}$  tra prima e seconda prova nel caso di AOI pari al terzo centrale e in grigio il valore di offset pari a  $7.7 \cdot 10^{-5}$ .

Come si può vedere da Figura 51 il valore di offset sia nel caso di AOI intera sia nel caso di AOI pari al terzo centrale non è pari al valore  $7.7 \cdot 10^{-5}$  quindi si deduce che bisogna calibrare l'attrezzatura prima di ogni prova e che non è stato possibile confermare la relazione matematica inizialmente ipotizzata.

### 2.2.2. Prova di trazione applicata a un provino liscio: analisi del terzo centrale e coefficiente di Poisson

Oltre all'analisi delle deformazioni longitudinali  $\epsilon_{yy}$  si procede all'analisi delle deformazioni trasversali  $\epsilon_{xx}$  per poter determinare il coefficiente di Poisson. Dato che il coefficiente di Poisson non è presente nella tabella del materiale si può ipotizzare come coefficiente di Poisson  $\nu = 0.30$  corrispondente agli acciai AISI 304, categoria a cui l'acciaio del provino appartiene. Una seconda ipotesi può essere quella di valutare lo scostamento che c'è tra i vari valori del coefficiente di Poisson che si ottengono considerando per ogni valore di forza applicata i corrispondenti valori delle deformazioni longitudinali  $\epsilon_{yy}$  e trasversali  $\epsilon_{xx}$ . In questa seconda ipotesi non si cerca di individuare

il valore esatto del coefficiente di Poisson ma valutare l'attendibilità e la coerenza dei risultati ottenuti, in quanto il materiale durante le varie fasi di carico e scarico resta sempre lo stesso (acciaio AISI 304) e si lavora sempre nel campo elastico.

Di seguito, si introduce la definizione del coefficiente di Poisson:

$$\nu = - \frac{\epsilon_{m, trasv}}{\epsilon_{m, long}}$$

Si riportano alcuni fotogrammi delle deformazioni trasversali  $\epsilon_{xx}$ :

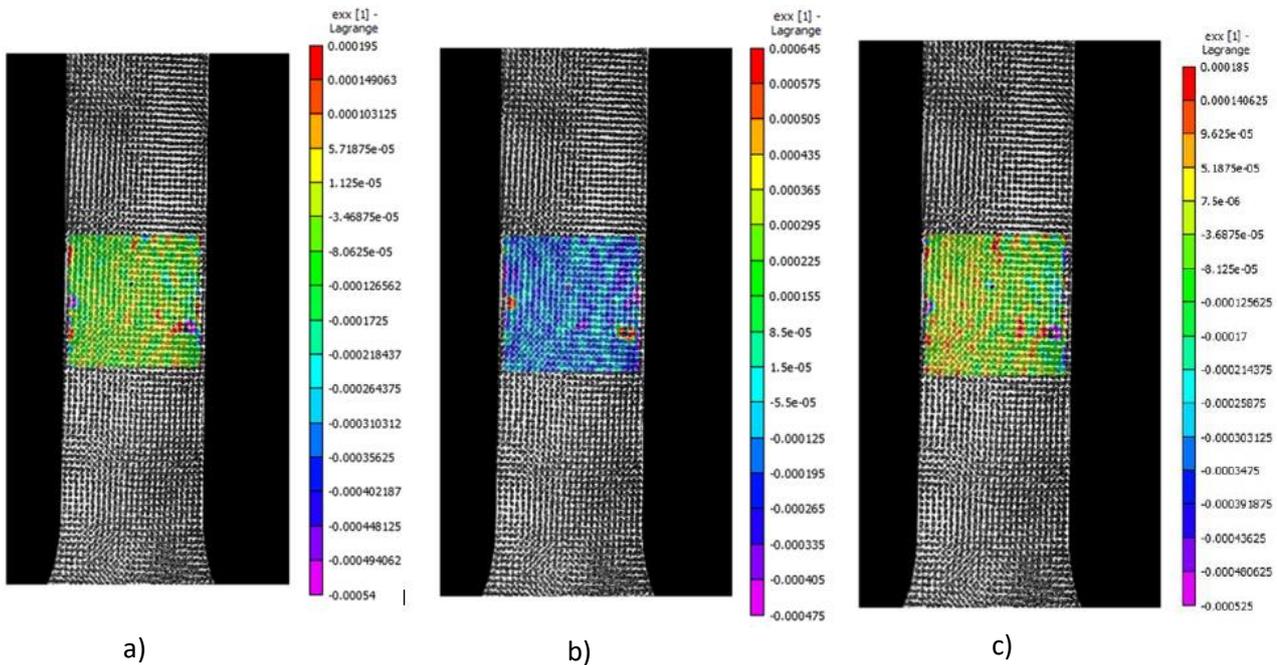


Figura 52: a) caso in cui il carico è pari a  $F = 0.4 \cdot F_{snerve}$ ; b) caso in cui il carico è pari a  $F = 0.9 \cdot F_{snerve}$ ; c) caso in cui il carico è pari a  $F = 0.4 \cdot F_{snerve}$ .

Di seguito, si riportano i valori del modulo di Poisson per la prima prova, la seconda prova e sottoforma grafica rispettivamente in Tabella 8, Tabella 9 e Figura 53.

Prima Prova						
%F <sub>snerv</sub>	Deformazione	Deformazione	Media carico	Coefficiente	Coefficiente	Coefficiente
	$\epsilon_{xx}$ carico TC	$\epsilon_{xx}$ scarico TC	e scarico TC	di Poisson	di Poisson	
				$\nu$	$\nu$	$\nu$
				carico	scarico	
90%	0,0002625	0,0002625	0,0002625	0,29	0,29	0,29
80%	0,00022875	0,00019875	0,00021375	0,28	0,25	0,26
70%	0,000205	0,0001875	0,00019625	0,30	0,26	0,28
60%	0,00018125	0,00019	0,00018563	0,30	0,32	0,31
50%	0,000145938	0,000150625	0,00014828	0,29	0,28	0,29
40%	0,000126562	0,000125625	0,00012609	0,30	0,31	0,30
30%	0,000073125	0,000103125	8,8125E-05	0,24	0,35	0,29
20%	5,28125E-05	0,000065	5,8906E-05	0,25	0,34	0,29
10%	0,0000265	4,09375E-05	3,1219E-05	0,25	0,39	0,30

Tabella 8: per la prima prova da sinistra a destra: percentuale di forza di snervamento, valore di tale forza, deformazione  $\epsilon_{xx}$  carico AOI terzo centrale, deformazione  $\epsilon_{xx}$  scarico AOI terzo, coefficiente di Poisson carico, coefficiente di Poisson scarico e coefficiente di Poisson.

Seconda Prova						
%F <sub>snerv</sub>	Deformazione	Deformazione	Media carico	Coefficiente	Coefficiente	Coefficiente
	$\epsilon_{xx}$ carico TC	$\epsilon_{xx}$ scarico TC	e scarico TC	di Poisson	di Poisson	
				$\nu$	$\nu$	$\nu$
				carico	scarico	
90%	0,0002025	0,0002025	0,000203	0,22	0,22	0,22
80%	0,000201563	0,000193438	0,000198	0,24	0,24	0,24
70%	0,000201875	0,000164375	0,000183	0,29	0,23	0,26
60%	0,000165	0,000150938	0,000158	0,27	0,25	0,26
50%	0,000163125	0,000112188	0,000138	0,33	0,21	0,27
40%	0,000120625	0,00012625	0,000123	0,28	0,31	0,29
30%	0,00007	0,000102188	8,61E-05	0,23	0,34	0,28
20%	6,21875E-05	4,46875E-05	5,34E-05	0,30	0,24	0,27
10%	0,0000775	0,000010625	4,41E-05	0,74	0,10	0,42

Tabella 9: per la seconda prova da sinistra a destra: percentuale di forza di snervamento, valore di tale forza, deformazione  $\epsilon_{xx}$  carico AOI terzo centrale, deformazione  $\epsilon_{xx}$  scarico AOI terzo, coefficiente di Poisson carico, coefficiente di Poisson scarico e coefficiente di Poisson.

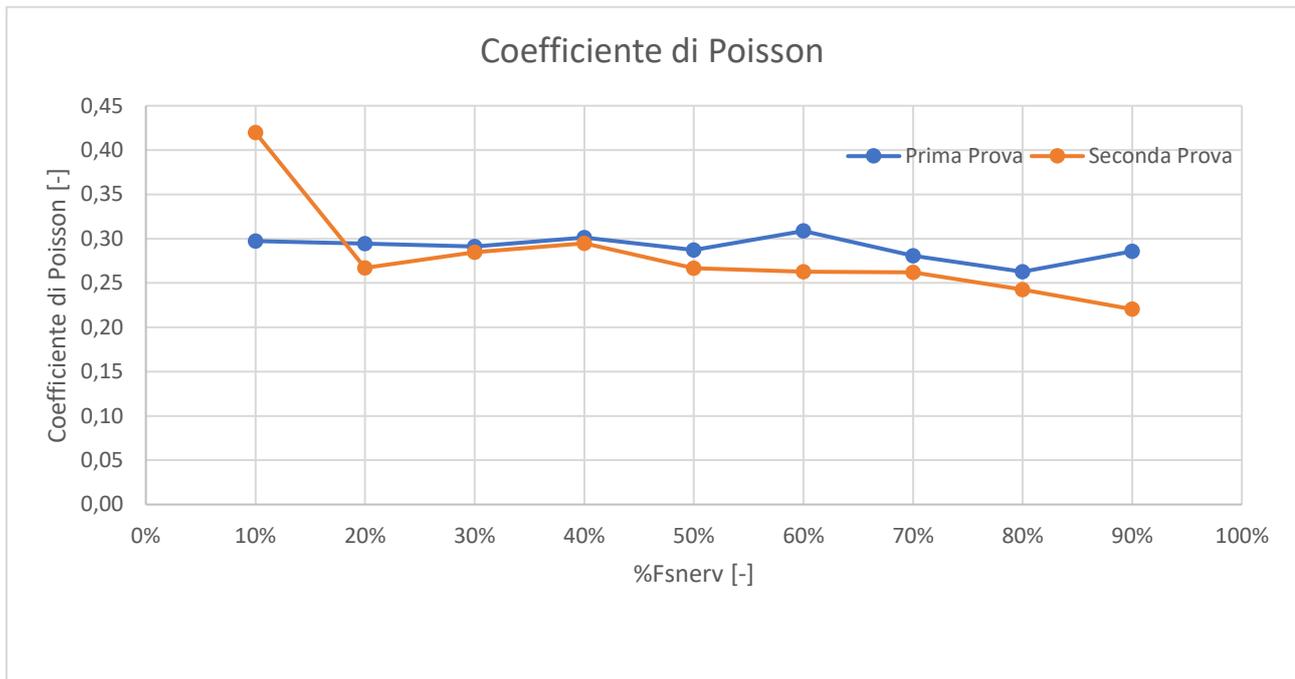


Figura 53: in blu il coefficiente di Poisson per la prima prova e in arancione il coefficiente di Poisson per la seconda prova per il caso di AOI pari al terzo centrale.

Dai risultati ottenuti si può notare come nel caso della prima prova ci sia maggiore coerenza tra i valori del coefficiente di Poisson e che tali valori siano anche vicini al valore di riferimento degli acciai AISI 304. Mentre, per il caso della seconda prova i valori del coefficiente di Poisson sono maggiormente dispersi e anche più distanti dal valore di riferimento pari a  $\nu = 0.30$ .

### 2.2.3. Codice Matlab per il calcolo delle direzioni principali

Per il calcolo delle direzioni principali per ogni nodo dell'area di interesse AOI, si è proceduto a sviluppare un codice Matlab. Con questo codice in ogni istante considerato si forniscono come input le deformazioni di ogni nodo e si ottengono in output le direzioni principali delle deformazioni.

Il codice riceve in input un file che contiene un vettore di matrici esportato dal software della DIC 3D. Di tale vettore di matrici per ogni fotogramma si considerano soltanto le deformazioni  $\epsilon_{xx}$ ,  $\epsilon_{yy}$ ,  $\epsilon_{xy}$ ,  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  e  $\gamma$  rispettivamente la deformazione lungo la direzione x, deformazione lungo la direzione y, la deformazione xy, la deformazione principale maggiore, la deformazione principale minore e l'angolo di orientamento rispetto l'asse x della deformazione principale maggiore.

Successivamente, per ogni nodo del reticolo si procede a creare una matrice delle deformazioni memorizzata in un vettore di matrici della lunghezza pari al numero di nodi del reticolo. In seguito per ciascun nodo del reticolo si calcolano gli autovalori e gli autovettori, ottenendo quindi altri due vettori di matrici. Infine, si procede a diagrammare la terna delle direzioni principali delle deformazioni per ogni nodo del reticolo. Quindi, si ottengono i valori teorici delle direzioni principali a partire dai dati forniti dalla prova sperimentale.

Successivamente, si procede a diagrammare i valori delle deformazioni principali  $\epsilon_{xx}$ ,  $\epsilon_{yy}$ ,  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  e  $\gamma$ . Tali diagrammi risultano essere non sovrapponibili sull'immagine del provino, quindi si procede a specchiare i diagrammi rispetto l'asse x e a plottarli con la dicitura "mirrored" per indicare che tali grafici sono stati ottenuti dopo un successivo trattamento dei dati.

Infine, si riporta anche un breve codice per poter diagrammare una porzione dei grafici precedenti, quindi una sottomatrice della matrice per le grandezze considerate.

In Appendice, si riporta lo script del codice Matlab.

### 2.2.4. Calcolo delle deformazioni principali

Dopo aver eseguito la prova si procede a post-processare i dati ottenuti e a calcolare le direzioni principali. In particolare, si confrontano i valori delle direzioni principali calcolate in vari modi: valori teorici secondo la prova di trazione nello stato di tensione piano, valori sperimentali restituiti dal software in un nodo statisticamente rappresentativo dell'area, valori sperimentali restituiti dal software nell'intera area di interesse AOI e calcolo delle direzioni principali a partire dai dati di output e dal tensore delle deformazioni.

- **Caso teorico**

Si procede a calcolare le deformazioni principali, in particolare  $e_1$  teoricamente usando il modello dello stato di tensione piano. Il valore della deformazione teorica lungo y è calcolabile come:

$$e_{yy\ th} = \frac{1}{E}(\sigma_{yy} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz}))$$

Essendo una prova di trazione lungo y, le componenti  $\sigma_{xx}$  e  $\sigma_{zz}$  sono nulle. La deformazione principale  $e_{1\ th}$  è quindi pari per ogni valore della forza di snervamento a quanto riportato in Tabella 10.

$\%F_{snerv}$	<b>Forza [N]</b>	$\sigma_y$ [MPa]	$e_{1\ th}$
90	8303	184,5	0,0009225
80	7380	164	0,00082
70	6458	143,5	0,0007175
60	5535	123	0,000615
50	4613	102,5	0,0005125
40	3690	82	0,00041
30	2768	61,5	0,0003075
20	1845	41	0,000205
10	923	20,5	0,0001025

Tabella 10: si riportano nella prima colonna i valori percentuali della forza di snervamento, nella seconda i valori di tale forza, nella terza i corrispondenti valori della tensione di snervamento lungo y e nella quarta colonna i valori della deformazione principale  $e_{1th}$ .

Si procede tramite il codice Matlab in appendice, ad importare i dati restituiti in output dal software VIC3D e si procede a plottare alcuni valori delle deformazioni come le deformazioni  $\epsilon_{yy}$ ,  $\epsilon_{xx}$ ,  $e_1$  e  $e_2$ , che corrispondono alle deformazioni lungo y, lungo x e le deformazioni principali maggiori e minori.

Di seguito, si procede a riportare per il caso 40% in 3D i valori delle deformazioni  $\epsilon_{yy}$ ,  $\epsilon_{xx}$ ,  $e_1$  e  $e_2$ , tali valori sono stati successivamente processati e specchiati rispetto l'asse x poterli sovrapporre all'immagine del software ad elementi finiti.

Si procede a riportare le immagini non specchiate delle deformazioni  $\epsilon_{yy}$ ,  $\epsilon_{xx}$ ,  $e_1$  e  $e_2$  rispettivamente nelle immagini in Figura 55, Figura 54, Figura 56 e Figura 57 dove sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni.

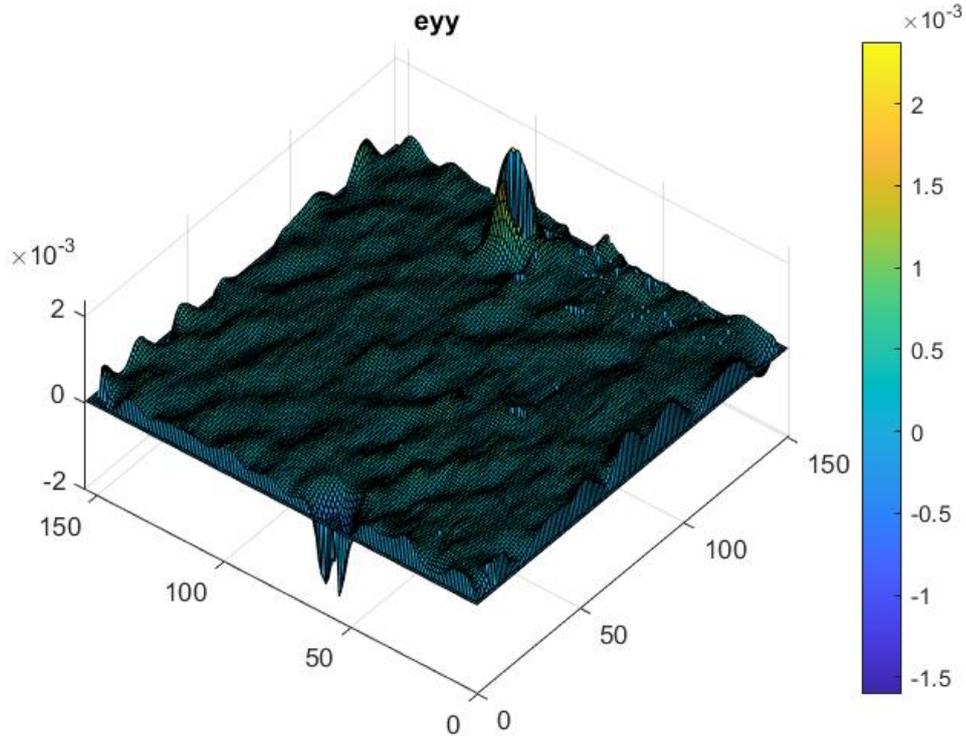


Figura 54: distribuzione della deformazione  $\epsilon_{yy}$  nei nodi del reticolo del terzo centrale del provino liscio. Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni.

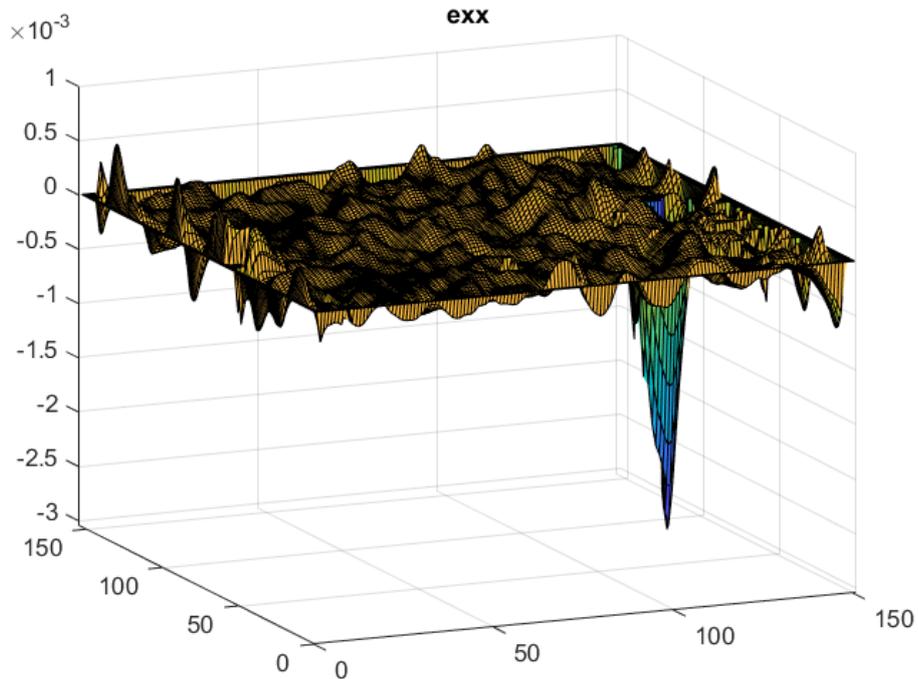


Figura 55: distribuzione della deformazione  $\epsilon_{xx}$  nei nodi del reticolo del terzo centrale del provino liscio. Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni.

Si riportano le deformazioni principali  $e_1$  e  $e_2$  che ricordano nella forma rispettivamente  $\epsilon_{yy}$  e  $\epsilon_{xx}$ .

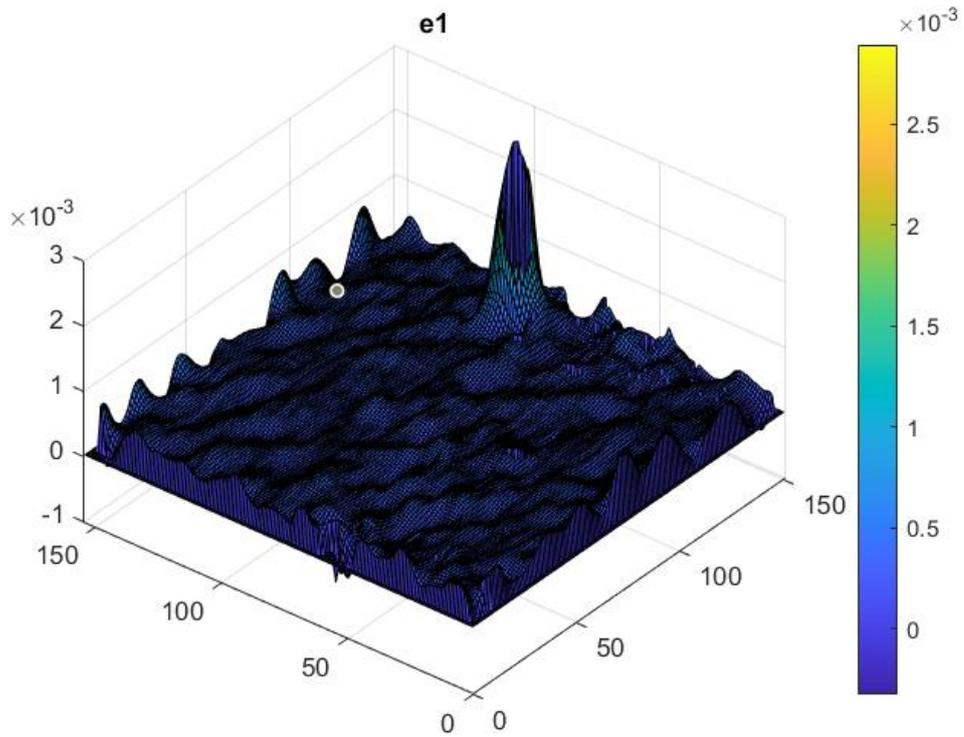


Figura 57: distribuzione della deformazione principale  $\epsilon_1$  nei nodi del reticolo del terzo centrale del provino liscio. Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni.

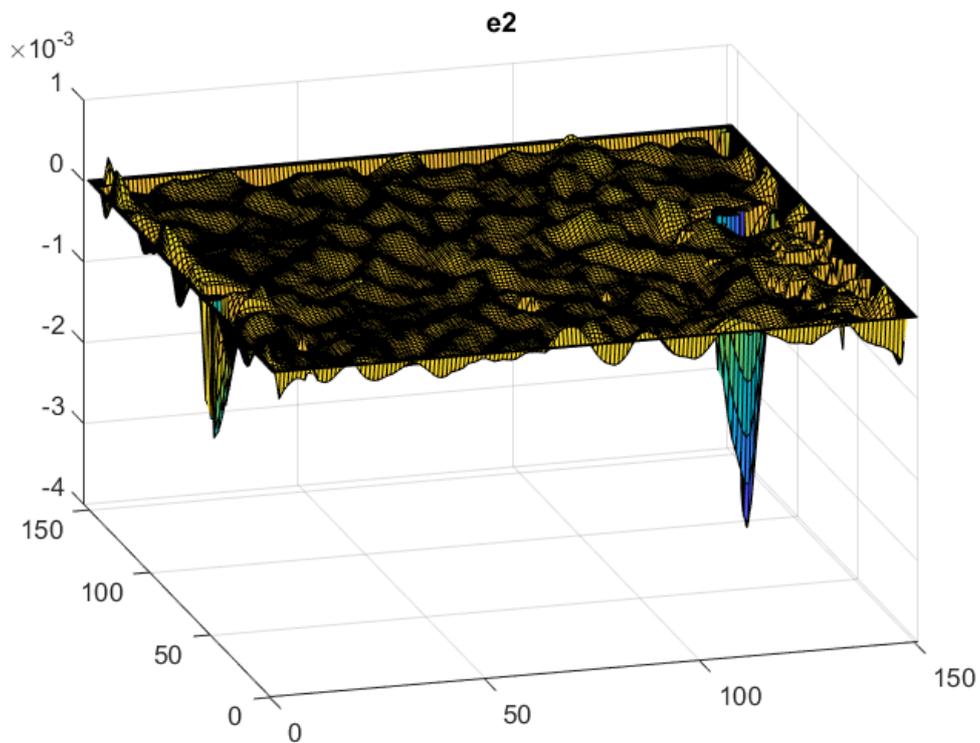


Figura 56: distribuzione della deformazione principale  $\epsilon_2$  nei nodi del reticolo del terzo centrale del provino liscio. Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni.

Dopo aver diagrammato tali deformazioni, si è proceduto a specchiare i grafici sul piano xy rispetto all'asse x, per poter sovrapporre le immagini delle deformazioni e gli angoli delle direzioni principali sull'area di interesse del terzo centrale del provino.

Si riporta in Figura 58, il fotogramma del provino nel caso  $F = 0.4 \cdot F_{snervamento}$  e l'ingrandimento dell'area di interesse.

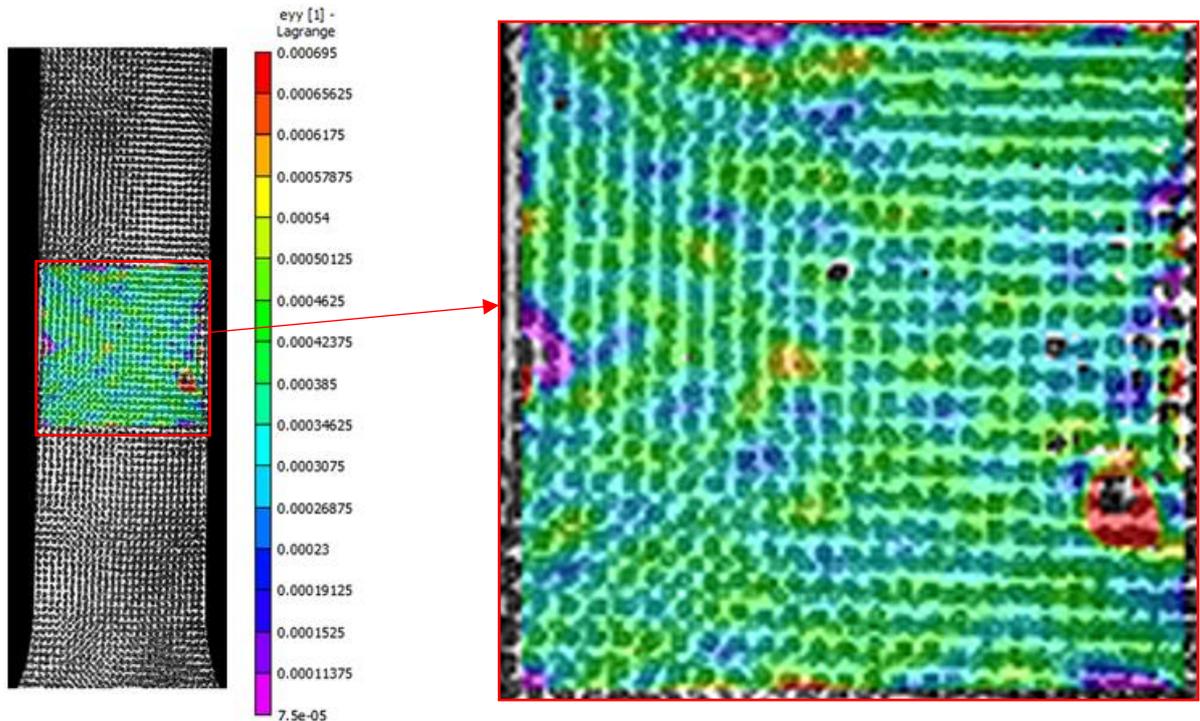


Figura 58: sulla destra si riporta l'ingrandimento dell'area di interesse AOI per il caso  $F = 0.4 \cdot F_{snervamento}$ .

Per ognuna delle immagini riportate e anche per tutti i casi analizzati e riportati in modo riassuntivo nelle tabelle si fa riferimento all'area di interesse AOI in Figura 58.

Di seguito si riporta un confronto tra le distribuzioni dell'area di interesse, della direzione principale  $e_1$  nel nodo (71,77) e dell'angolo della direzione principale  $e_1$  in Figura 59.

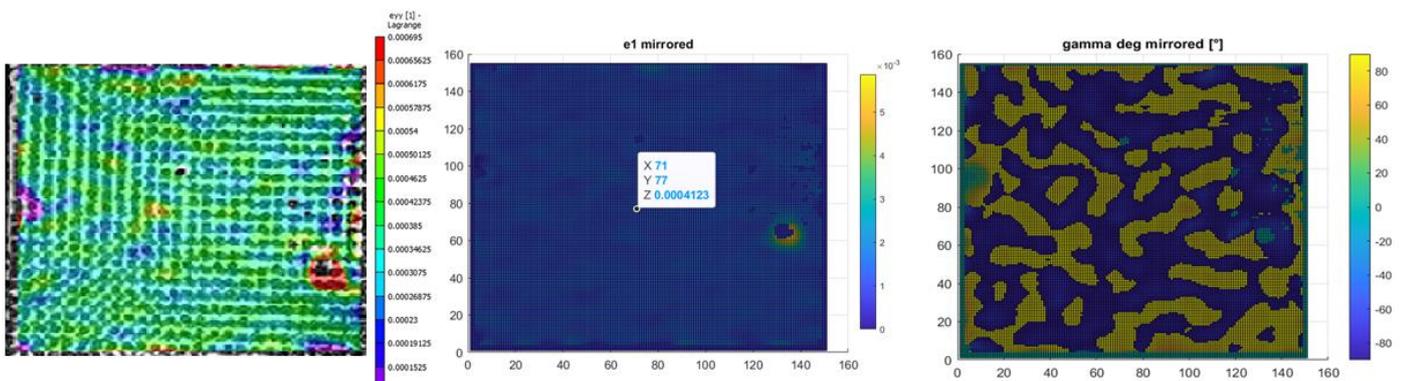


Figura 59: confronto tra le distribuzioni dell'area di interesse, della direzione principale  $e_1$  nel nodo (71,77) e dell'angolo della direzione principale  $e_1$ .

In aggiunta, riporta per un solo confronto tra la distribuzione specchiata e quella non specchiata delle direzioni principali  $e_1$  in Figura 60.

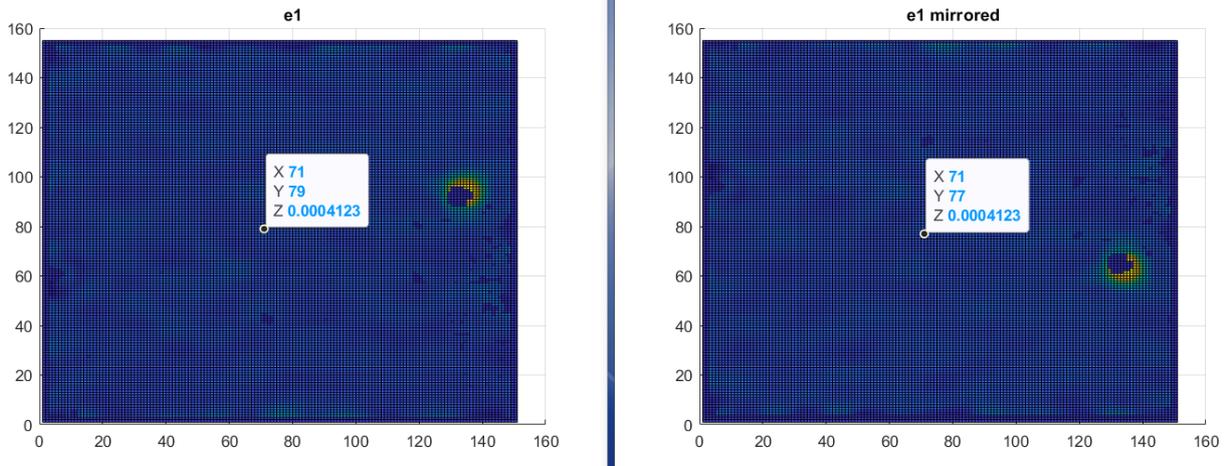


Figura 60: confronto tra la distribuzione specchiata e quella non specchiata delle direzioni principali  $e_1$ . Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni.

Inoltre, si riporta la distribuzione delle direzioni principali  $e_1$  in ogni nodo sempre per il caso  $F = 0.4 \cdot F_{snervamento}$  notando come ci siano aree in blu dove l'angolo è di circa  $-90^\circ$  rispetto all'asse orizzontale x ad indicare uno spostamento verso il basso, mentre in giallo aree dove l'angolo è di circa  $90^\circ$  verso l'alto ad indicare un movimento verso l'alto durante la prova di trazione. I valori sono prossimi in valore assoluto a  $90^\circ$  perché come detto in precedenza è presente un effetto di torsione che non rende la prova una prova di pura trazione.

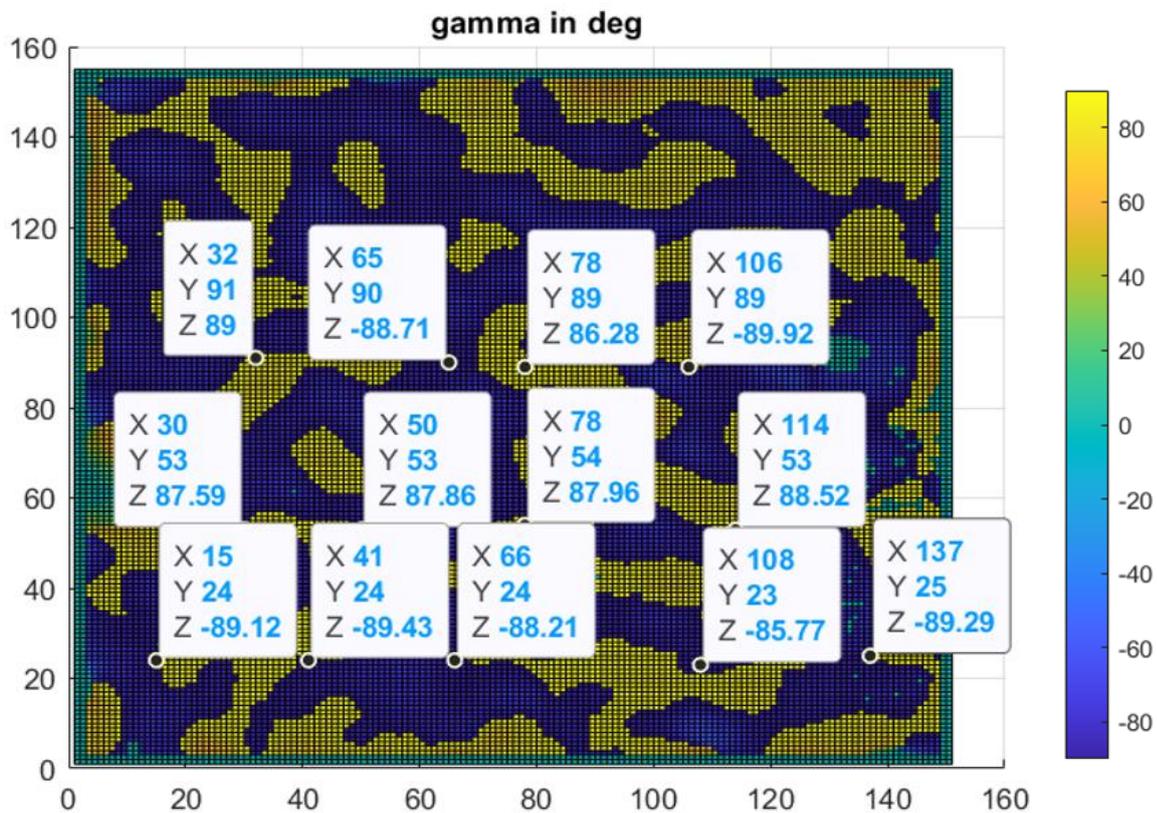


Figura 61: distribuzione degli angoli delle direzioni principali  $e_1$  in ogni nodo sempre per il caso  $F = 0.4 \cdot F_{snervamento}$ . Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori degli angoli in deg  $[\circ]$ .

- **Alcune immagini da tabelle Matlab**

Si riportano alcuni casi rappresentativi come fatto nei paragrafi precedenti.

- Caso  $F = 0 \cdot F_{snervamento}$

Si riportano la distribuzione della deformazione principale  $e_1$  nei nodi e la distribuzione degli angoli delle direzioni principali.

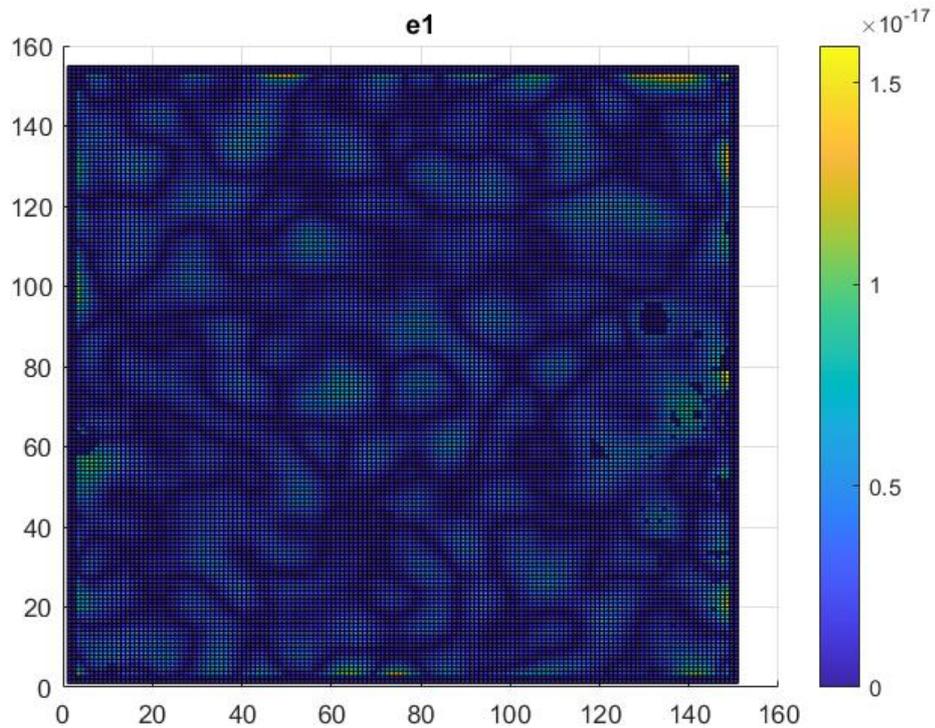


Figura 63: la distribuzione specchiata delle direzioni principali  $e_1$  per il caso  $F = 0 \cdot F_{snervamento}$ . Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni.

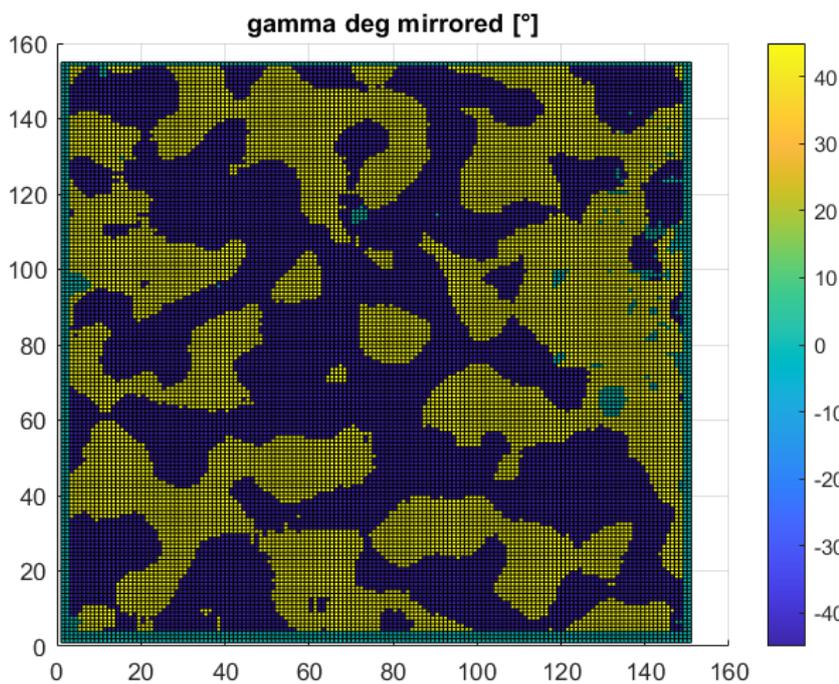


Figura 62: distribuzione degli angoli delle direzioni principali  $e_1$  in ogni nodo sempre per il caso  $F = 0 \cdot F_{snervamento}$ . Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori degli angoli in deg [°].

- Caso  $F = 0.4 \cdot F_{snervamento}$  (salita)

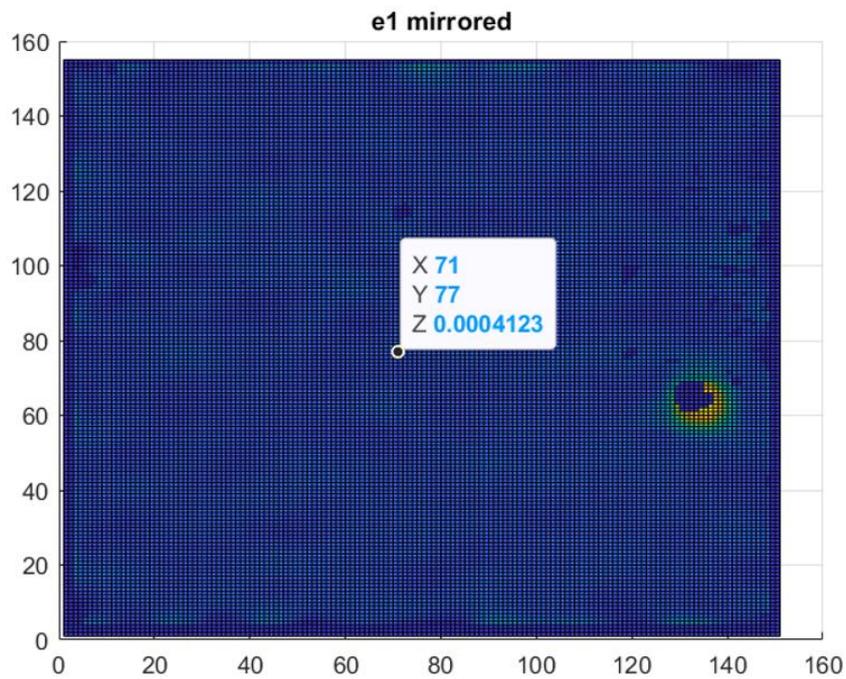


Figura 64: la distribuzione specchiata delle direzioni principali  $e_1$  per il caso  $F = 0.4 \cdot F_{snervamento}$ . Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni.

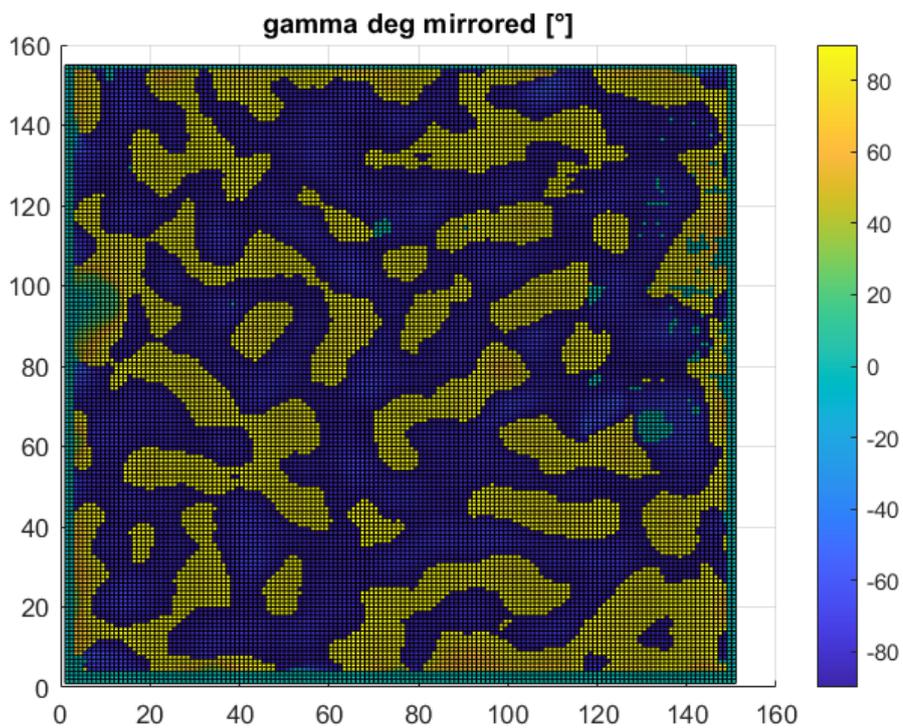


Figura 65: distribuzione degli angoli delle direzioni principali  $e_1$  in ogni nodo sempre per il caso  $F = 0.4 \cdot F_{snervamento}$ . Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori degli angoli in deg [°].

-  $F = 0.9 \cdot F_{snervamento}$

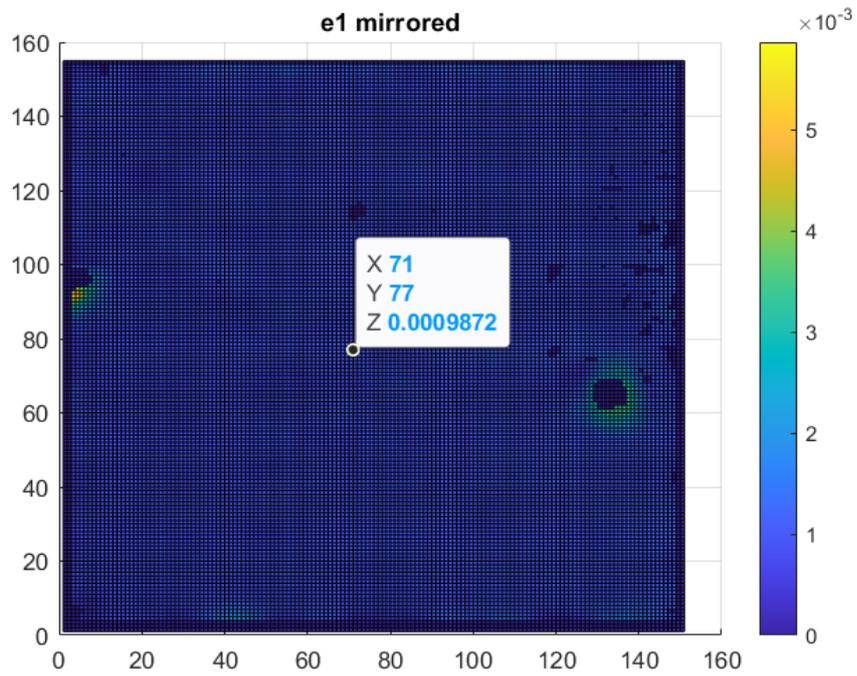


Figura 66: la distribuzione specchiata delle direzioni principali  $e_1$  per il caso  $F = 0.9 \cdot F_{snervamento}$ . Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni

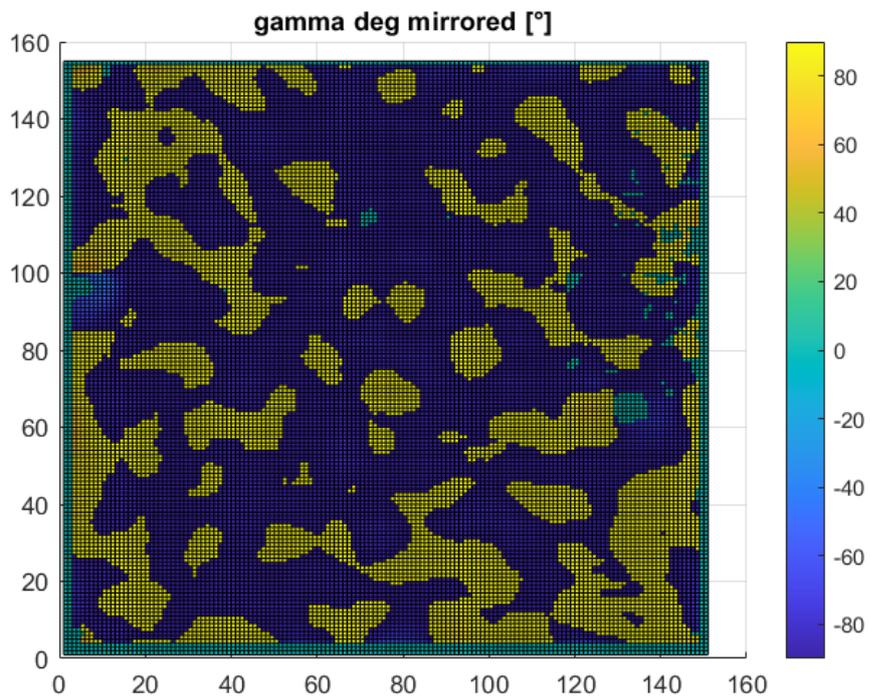


Figura 67: distribuzione degli angoli delle direzioni principali  $e_1$  in ogni nodo sempre per il caso  $F = 0.9 \cdot F_{snervamento}$ . Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori degli angoli in deg [°].

- Caso  $F = 0.4 \cdot F_{snervamento}$  (discesa)

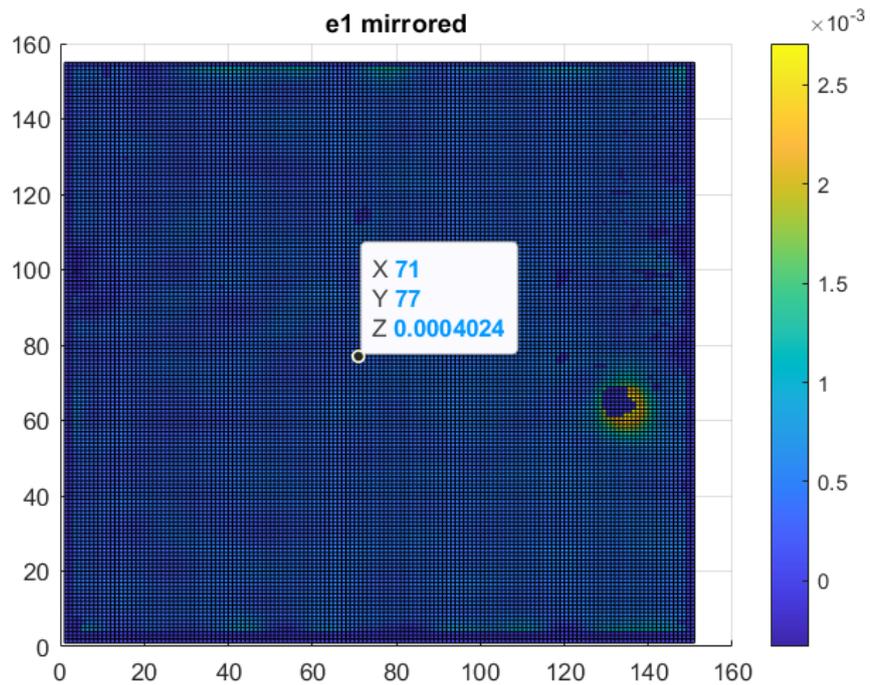


Figura 68: la distribuzione specchiata delle direzioni principali  $e_1$  per il caso  $F = 0.4 \cdot F_{snervamento}$ . Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni.

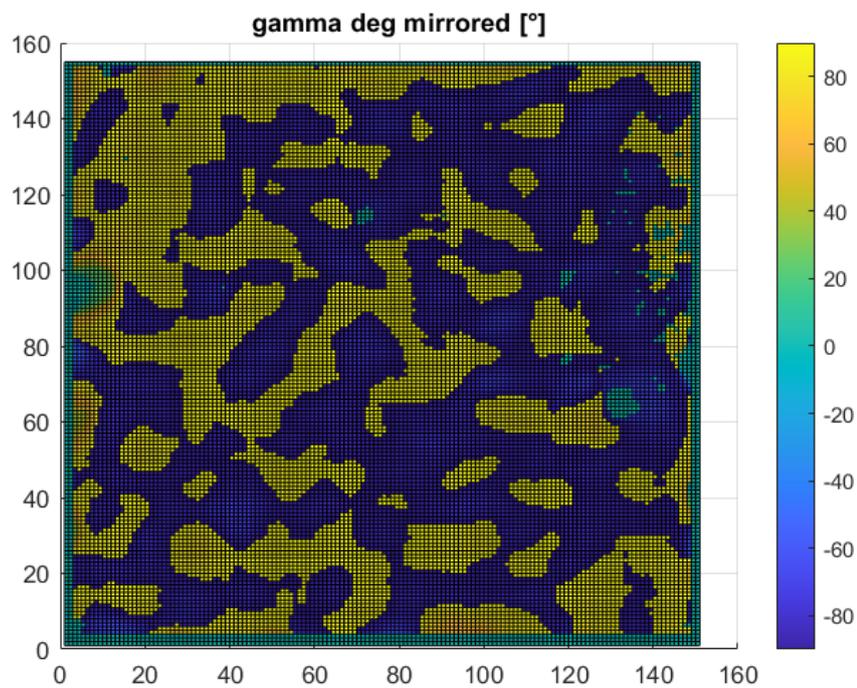


Figura 69: distribuzione degli angoli delle direzioni principali  $e_1$  in ogni nodo sempre per il caso  $F = 0.4 \cdot F_{snervamento}$ . Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori degli angoli in deg [°].

- Caso  $F = 0 \cdot F_{\text{snervamento}}$  (discesa)

Nel caso in discesa alla fine si nota come già avvenuto in precedenza che rimane una deformazione residua pari a  $7.5770 \cdot 10^{-5}$  diverso dal valore di zero di partenza pari a  $1.9320 \cdot 10^{-18}$  che corrisponde al valore di zero. Come è possibile notare in Figura 70, sono presenti dei picchi sui bordi e delle deformazioni residue che rendono il valore finale non nullo e che influenzano le prove successive se non si effettua nuovamente la calibrazione.

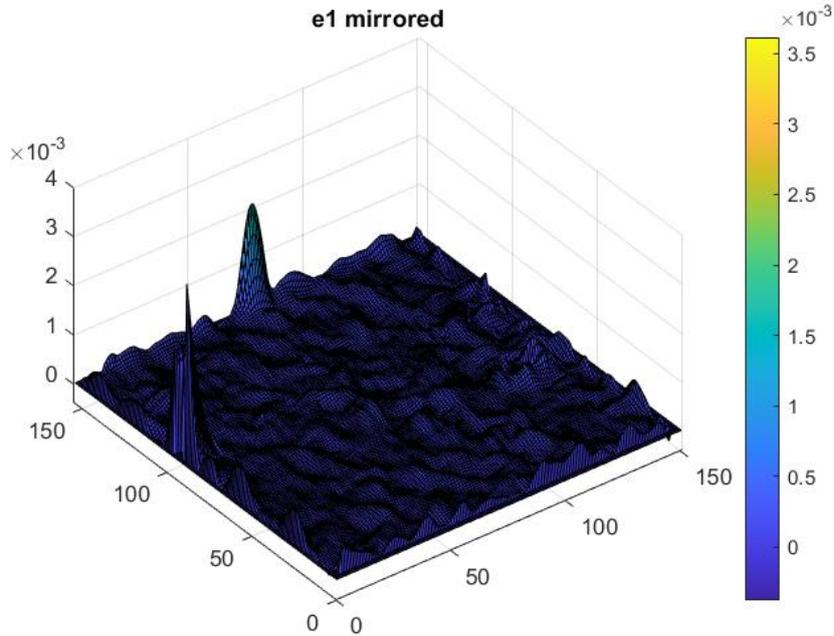


Figura 70: la distribuzione specchiata delle direzioni principali  $e_1$  per il caso  $F = 0 \cdot F_{\text{snervamento}}$ . Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni.

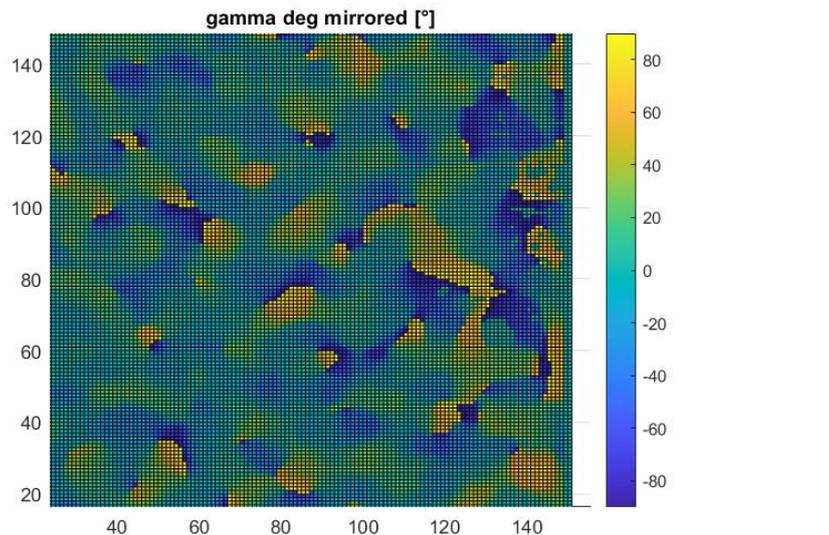


Figura 71: distribuzione degli angoli delle direzioni principali  $e_1$  in ogni nodo sempre per il caso  $F = 0 \cdot F_{\text{snervamento}}$ . Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori degli angoli in deg [°].

In Figura 71, si riporta la distribuzione nei nodi dell'angolo delle deformazioni principali, il valore medio dell'area è di 23.2862° anche se localmente sono presenti punti in cui la direzione è nulla. Ricordando che questo angolo viene misurato in senso antiorario rispetto l'asse orizzontale, vuol dire che probabilmente il software della DIC rileva un una tensione probabilmente di torsione legata al modo in cui è stato afferrato il provino oppure rileva una deformazione residua che in teoria on dovrebbe esserci.

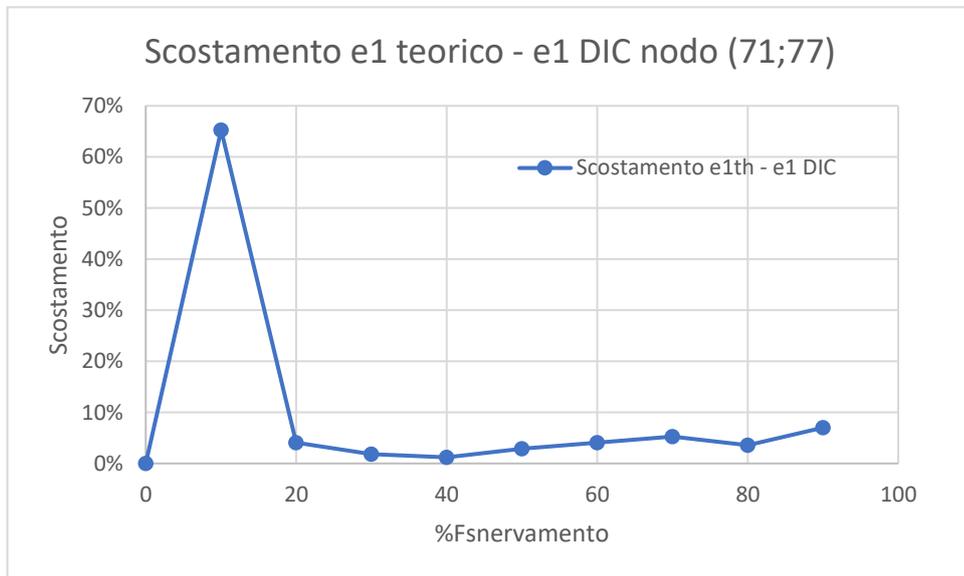
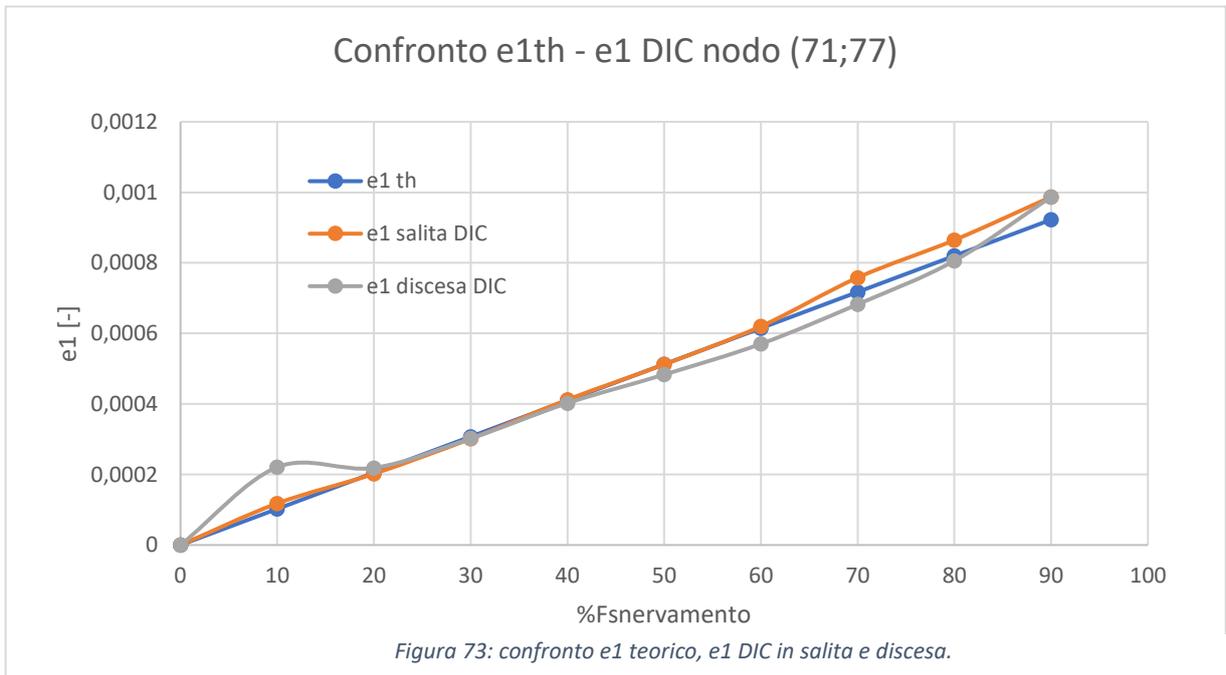
- **Confronto nodo caso teorico**

Si confrontano in Tabella 11, i valori teorici della deformazione principale  $e_{1th}$  con quelli nel nodo (71;77) ritenuto rappresentativo del fenomeno perché si trova al centro dell'area di interesse del terzo centrale e lontano dagli effetti di bordo.

$\%F_{snerv}$	$e_{1th}$	$e_1$ salita DIC	Scostamento		Scostamento		Media scostamento $e_{1th}$ e $e_1$ DIC
			salita DIC – teorico	$e_1$ discesa DIC	discesa DIC – teorico		
90	0,000923	0,0009872	7%				7%
80	0,00082	0,0008649	5,5%	0,000806	1,7%		3,6%
70	0,000718	0,0007583	5,7%	0,0006827	4,9%		5,3%
60	0,000615	0,0006202	0,8%	0,0005704	7,3%		4,1%
50	0,000513	0,0005122	0,1%	0,0004834	5,7%		2,9%
40	0,00041	0,0004123	0,6%	0,0004024	1,9%		1,2%
30	0,000308	0,0003015	2,0%	0,0003022	1,7%		1,8%
20	0,000205	0,000202	1,5%	0,0002188	6,7%		4,1%
10	0,000103	0,000118	15,1%	0,0002208	115,4%		65,3%

Tabella 11: confronto tra valori nel nodo X=71 Y=77 con i valori teorici di  $e_1$ .

Per facilitare la lettura si riportano in forma grafica i valori e gli scostamenti rispettivamente in Figura 73 e Figura 72.



• **Confronto  $e_{1th}$  e  $e_{1area DIC}$ .**

Si confrontano in Tabella 12, i valori teorici della deformazione principale  $e_{1th}$  con quelli nell'area di interesse del terzo centrale e si riducono i contributi degli effetti di disturbo e di bordo eliminando i nodi che presentano valori pari a zero.

% $F_{snerv}$	$e_{1th}$	$e_{1salita}$ DIC area	Scostam. salita DIC area - teorico	[°] salita DIC	$e_{1discesa}$ DIC area	Scostamer discesa DI area - teorico	[°] discesa DIC	Media scostamento $e_{1th}$ e $e_{1DIC}$
90	0,000923	0,00091861	0,4%	87,3973				0,4%
80	0,00082	0,0007905	3,6%	86,671	0,00082669	-0,8%	87,3975	2,2%
70	0,000718	0,00069614	3,0%	86,2719	0,00073989	-3,0%	86,5587	3,0%
60	0,000615	0,000622996	-1,3%	86,5168	0,00061614	-0,2%	86,5121	0,7%
50	0,000513	0,00047109	8,1%	85,4136	0,00051337	-0,2%	85,9223	4,1%
40	0,00041	0,00035977	12,3%	83,6893	0,00042732	-4,1%	83,8414	8,2%
30	0,000308	0,00028435	7,5%	80,9678	0,00033081	-7,0%	82,1126	7,3%
20	0,000205	0,00021372	-4,3%	75,2052	0,00021135	-3,0%	78,0465	3,6%
10	0,000103	0,00010438	-1,8%	48	0,00015373	-33,3%	49,7191	17,6%

Tabella 12: confronto tra valori nell'area di interesse con i valori teorici di  $e_1$

Per facilitare la lettura si riportano in forma grafica i valori e gli scostamenti rispettivamente in Figura 74, Figura 75 e Figura 76.

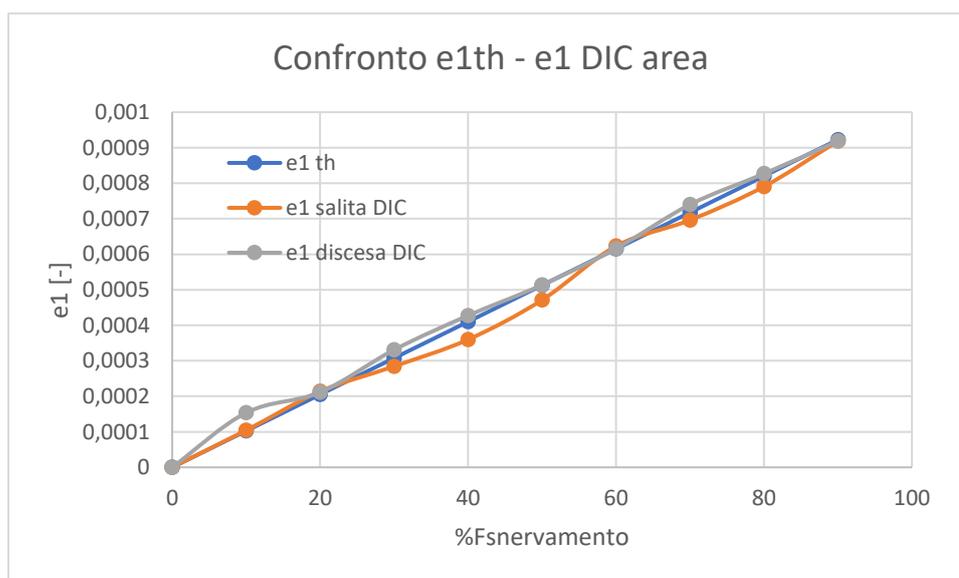


Figura 74: confronto  $e_1$  teorico,  $e_1$  DIC in salita e discesa.

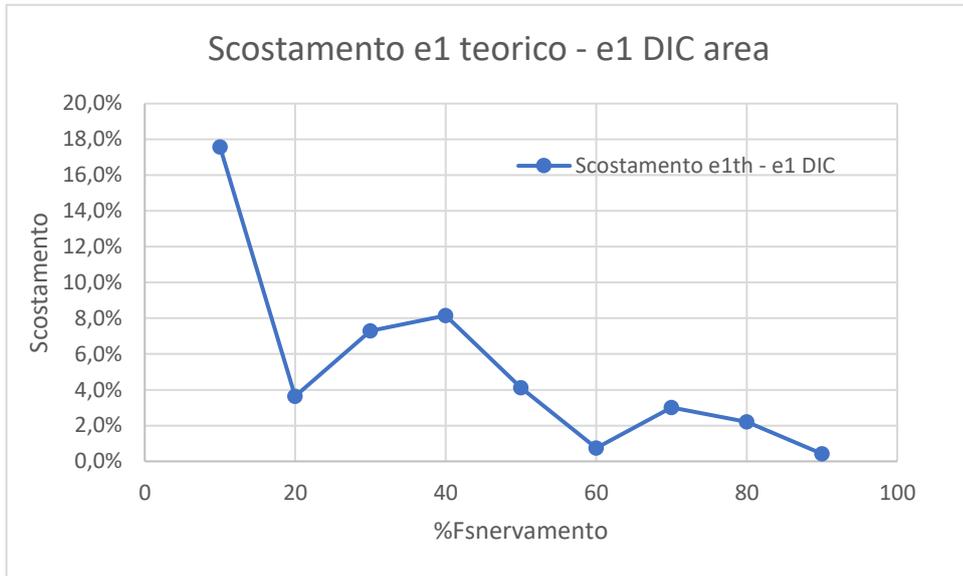


Figura 75: scostamento tra  $e_{1th}$  e  $e_{1DIC}$

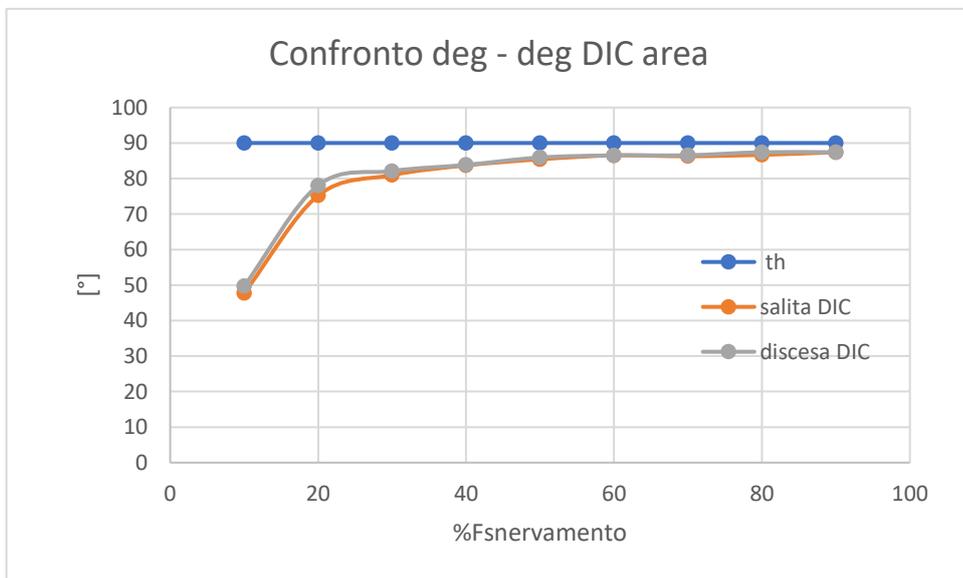


Figura 76: confronto deg teorici, deg DIC in salita e discesa

### 2.3. Caso 2: prova di trazione applicata a un provino intagliato

Nel caso della prova con il provino intagliato si è utilizzato il provino in Figura 77. Il provino è stato verniciato in bianco con lo spray e poi con la vernice nera e un rullo è stata fatta la matrice di marker.



Figura 77: provino da utilizzare nella prova del provino intagliato.

Le dimensioni geometriche del provino si riportano intagliato si riportano in Figura 78.

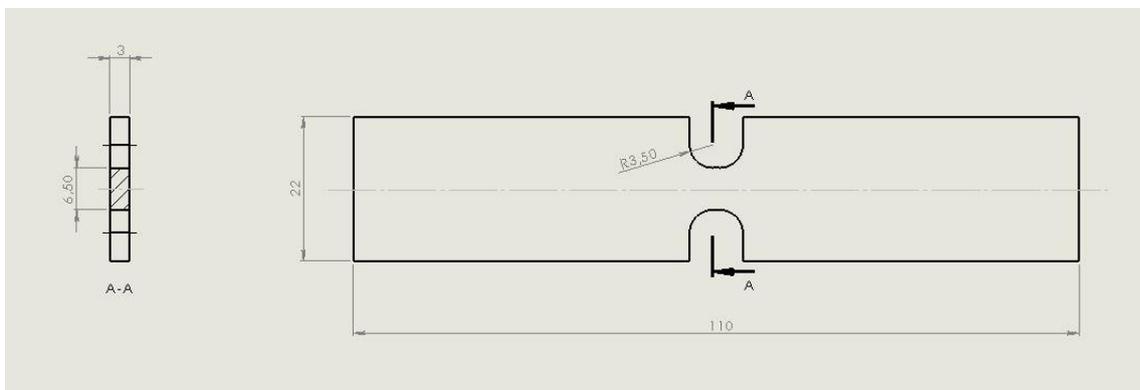


Figura 78: dimensioni geometriche del provino intagliato.

Si riportano i parametri del provino alcune grandezze caratteristiche del provino in Tabella 13.

<b>Provino Intagliato Acciaio C40</b>		
<b>Grandezza</b>	<b>Valore</b>	<b>Unità di misura</b>
Tensione di snervamento (UNI7845-78) $R_{p0.2}$	320	<i>MPa</i>
Carico unitario di rottura (minimo)	580	<i>MPa</i>
Modulo di elasticità $E$	220	<i>GPa</i>
Larghezza provino $H$	22	<i>mm</i>
Larghezza sezione ristretta $h$	6.5	<i>mm</i>
Spessore	3	<i>mm</i>
Raggio di raccordo $r$	3.5	<i>mm</i>
Area sezione del provino $A$	19.5	<i>mm<sup>2</sup></i>
Coefficiente intensificazione sforzi $K_t$	1.8	—

Tabella 13: parametri provino intagliato.

Si calcola la forza di snervamento attraverso la seguente formula:  $F_{snerv} = (R_{p0.2} \cdot A)/K_t = 3467 \text{ N}$ .

Si procede quindi a calcolare le deformazioni teoriche lungo l'asse y durante una prova di trazione in un provino intagliato. I valori delle forze e le corrispondenti deformazioni teoriche  $\epsilon_{yy}$  teorica si riportano in Tabella 13.

<b>%<math>F_{snervamento}</math></b>	<b>Valore forza [N]</b>	<b><math>\epsilon_{yy}</math> teorica</b>
90%	3120	0,000727
80%	2773	0,000646
70%	2427	0,000566
60%	2080	0,000485
50%	1733	0,000404
40%	1387	0,000323
30%	1040	0,000242
20%	693	0,000162
10%	347	0,000081

Tabella 14: valori delle forze da applicare per avere una certa deformazione teorica lungo y.

Non è stato possibile eseguire la prova, si riportano l'area di interesse della DIC e due fotogrammi del provino quando nessun carico è stato applicato.

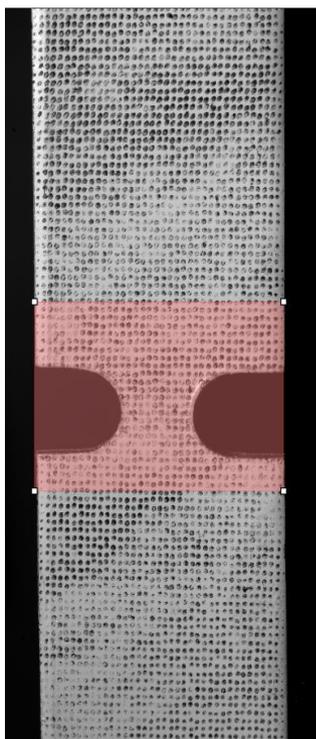


Figura 80: area di interesse del provino intagliato.

Si riportano le immagini di un'acquisizione tramite Digital image Correlation in cui non è stata eseguita nessuna prova sul provino, Figura 80, Figura 82 e Figura 81. Come si può vedere le deformazioni sono nulle nella zona dove è presente il provino mentre nella zona raccordata dell'intaglio si vedono delle deformazioni perché la luce sullo sfondo cambia e il software di rielaborazione considera queste variazioni di luce come degli spostamenti.

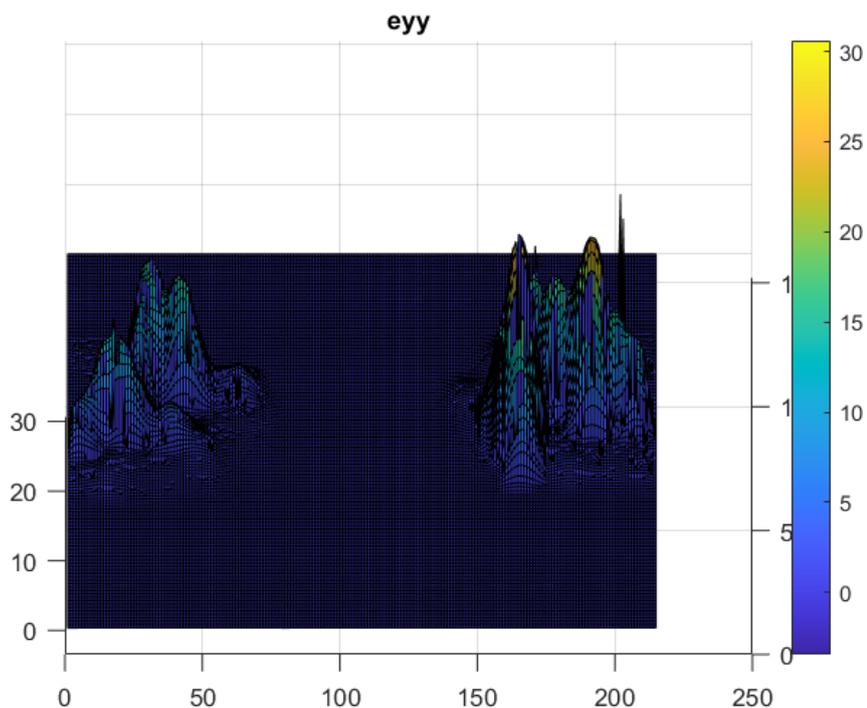


Figura 79: deformazione  $\epsilon_{yy}$  provino intagliato senza esecuzione prova. Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni.

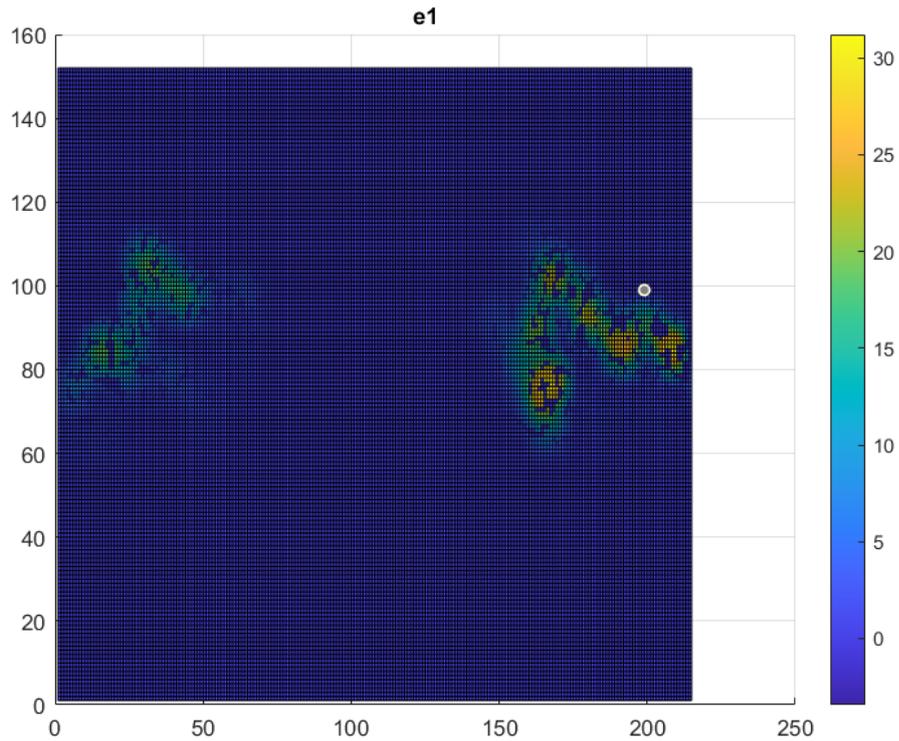


Figura 82: deformazione  $\epsilon_1$  provino intagliato senza esecuzione prova. I valori di  $\epsilon_1$  medi dell'area sono dell'ordine dei decimi di unità ma sono fortemente influenzati dalle due aree degli intagli, mentre le zone in blu sono vicine allo zero perché non c'è spostamento. Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni.

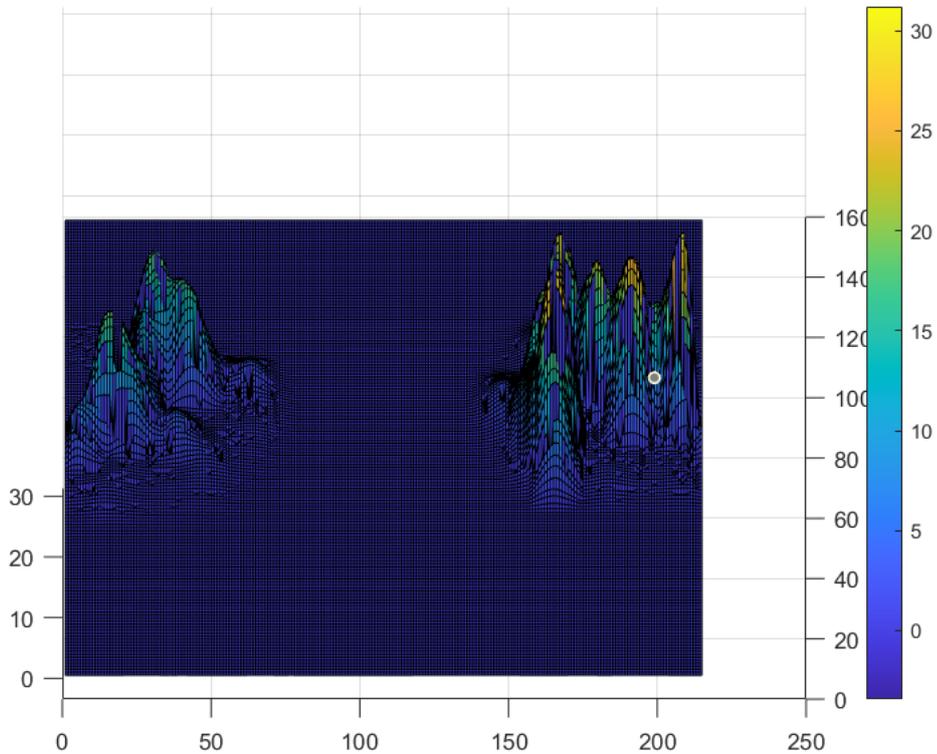


Figura 81: deformazione  $\epsilon_1$  provino intagliato senza esecuzione prova. Si vede meglio il contributo delle due aree dove non è presente il materiale del provino ma la sfondo. Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni.



## Capitolo 3: Conclusioni

La Digital Image Correlation è una tecnica di correlazione e tracciamento delle immagini che può essere utilizzata per il calcolo delle deformazioni al posto degli estensimetri. Questa tecnica trova applicazione soprattutto in quei casi in cui risulta difficoltoso collocare un estensimetro nella zona di misura perché la regione da studiare ha una forma particolare o non è possibile posizionare un estensimetro (si pensi ad esempio al dente di un ingranaggio di piccole dimensioni, alla superficie interna di un foro e altre applicazioni). A seconda del numero di fotocamere usate può fornire misure sia bidimensionali sia tridimensionali, in modo tale da poter calcolare le deformazioni, gli spostamenti o altre grandezze di una specifica area di interesse AOI che diversamente con altre tecniche sarebbero più difficoltose da ottenere sperimentalmente.

Nella parte sperimentale del lavoro di tesi si sarebbe dovuto prima validare l'attrezzatura e i vari software della Digital Image Correlation da poco acquistati dal laboratorio, applicando tale tecnica a un caso di semplice interpretazione come quello di una prova di trazione su di un provino liscio e poi applicarla al caso di un ingranaggio alleggerito. Non è stato possibile eseguire quest'ultima prova per problemi nella fase di calibrazione dell'attrezzatura e per mancanza di tempo è stata eseguita solo la prima.

Per validare la tecnica e il software di post-processamento dei dati, si è proceduto ad applicare la Digital Image Correlation al caso della prova di pura trazione su di un provino liscio, confrontando i risultati ottenuti sperimentalmente con la DIC con i risultati teorici. Da tale confronto si è potuto vedere come la tecnica fornisse risultati simili a quelli teorici sia per le deformazioni sia per il calcolo delle deformazioni principali. Si è potuto osservare come il software di analisi dei dati fosse in grado di processare le acquisizioni effettuate restituendo risultati affidabili nel caso di una prova di trazione applicata a un provino liscio. Inoltre, si è riscontrato sperimentalmente in seguito anche a diversi tentativi eseguiti e problemi riscontrati, come ciò che è cruciale ai fini delle varie applicazioni della tecnica è la calibrazione delle fotocamere usate per la Digital Image Correlation. In particolare, la calibrazione risulta essere molto importante perché si pone come obiettivo di stabilire la scala dell'immagine, cioè il numero di pixel nell'immagine che corrisponde a una certa distanza fisica sul pezzo in prova, e di correggere le distorsioni della lente, determinare sia i parametri intrinseci della telecamera (cioè la scala dell'immagine, il centro dell'immagine, ecc.) sia i parametri estrinseci del sistema (la distanza tra le telecamere e l'oggetto, ecc.). Per fare questo però bisogna porre attenzione anche ad altri fattori come l'illuminamento esterno sull'area di interesse, l'orientamento dell'area di interesse da analizzare e il tipo di superficie dell'area di interesse. Durante la fase sperimentale, si è osservato come il fattore che ha inciso maggiormente sia stato l'effetto dell'illuminamento esterno che ha influenzato la calibrazione perché è necessario avere una superficie sufficientemente illuminata da consentire la messa a fuoco ma non eccessivamente da introdurre rumori che disturbino l'acquisizione e che rendano le misurazioni poco accurate e affidabili.

Come già accennato, per validare la tecnica e il software di post-processamento dei dati, si proceduto applicare la Digital Image Correlation al caso della prova di pura trazione su di un provino liscio, confrontando i risultati ottenuti con sperimentalmente con la DIC con il caso teorico. Dal confronto si è osservato come per avere risultati affidabili è necessario ricalibrare l'attrezzatura prima dell'esecuzione di ogni prova onde evitare effetti di disturbo che vengono interpretati dal software come deformazioni residue della prova precedente. Da tale confronto si è potuto osservare come nel caso in cui l'area di interesse coincida all'incirca con il terzo centrale del provino liscio, la prova di trazione restituisca valori molto vicini a quelli teorici con errori medi bassi per le deformazioni lungo la direzione  $y$  di applicazione del carico. Inoltre, si è potuto verificare come la Digital Image Correlation fornisca anche dei valori abbastanza precisi nel caso tridimensionale anche lungo la direzione  $x$ , calcolando il modulo di Poisson per controllare che le acquisizioni delle due fotocamere fossero consistenti tra di loro. Infine, si è proceduto a confrontare anche il calcolo delle deformazioni principali, in particolare la direzione principale  $e_1$  risulta essere abbastanza simile ai valori teorici e ai risultati ottenuti estraendo tramite Matlab i valori dei nodi e calcolando le direzioni principali, tenendo conto che seppur minima resta comunque presente un leggero effetto di torsione. In generale lo scostamento tra valori teorici e sperimentali è minimo, bisogna però mettere in evidenza come sia in fase di carico sia in fase di scarico quando la forza applicata è pari a circa il 10% della forza di snervamento i valori delle deformazioni risultano essere molto diverse dai valori teorici. Questo avviene perché, come è stato possibile vedere dal post-processamento, la direzione principale massima presenta un angolo di valore molto diverso da quello che ci si aspetterebbe e che si riscontra negli altri valori di forza applicata ovvero valori di angolo che si avvicinano ai  $90^\circ$  teorici, perché probabilmente l'effetto di torsione risulta essere più influente per valori bassi di carico e incide meno all'aumentare del carico applicato.

Un limite della Digital image Correlation si è visto durante l'esecuzione delle prove in fase di carico e scarico. In particolare, in fase di scarico il software rileva delle deformazioni residue perché il provino ritorna nelle condizioni iniziali mentre la vernice utilizzata per il marker in seguito all'allungamento non ritorna esattamente nella posizione iniziale. Quindi, è necessario ricalibrare sempre l'attrezzatura e tenere in considerazione anche l'elasticità dei marker e del materiale di cui sono costituiti. In aggiunta, la ricalibrazione frequente dell'attrezzatura prima di ogni prova e al variare delle condizioni esterne (l'illuminamento, le superfici, la posizione delle camere, ecc.) richiede un certo tempo e non sempre può essere eseguita da un solo operatore, conseguentemente in alcune applicazioni la Digital Image Correlation risulta essere una tecnica operativamente meno rapida e pratica da usare rispetto ad altre tecniche di misura come ad esempio gli estensimetri. Si suggerisce quindi di valutare opportunamente i vantaggi e gli svantaggi di ogni tecnica a seconda dell'applicazione.

## Nomenclatura

$A$  = bending stress coefficient  
 $B$  = centrifugal stress coefficient  
 $C_R$  = ISO blank factor  
 $F$  = force applied on the tooth at HPSTC  
 $H_B$  = rim thickness  
 $H_T$  = tooth height  
 $L$  = face width  
 $M$  = normal gear modulus  
 $m_b$  = backup ratio  
 $m_W$  = web ratio  
 $W$  = web thickness  
 $\sigma_b$  = bending stress  
 $\sigma_c$  = centrifugal stress  
 $\sigma_{yield}$  = yield stress  
 $\tau$  = shear stress

$F_b$  (nominal) load (normal to the line of contact or transverse to the plane of action);

$F_{bn}$  (nominal) load, normal to the line of contact

$F_{bt}$  (nominal) transverse load in the plane of action (base tangent plane)

$F_t$  (nominal) transverse tangential load at reference cylinder per mesh

$K_A$  application factor

$K_{F\alpha}$  transverse load factor (root stress)

$K_{F\beta}$  face load factor (root stress)

$K_v$  dynamic factor

$K_\gamma$  mesh load factor

$b$  face width

$m_n$  normal module

$Y_B$  rim thickness factor, which adjusts the calculated tooth root stress for thin rimmed gears

$Y_{DT}$  deep tooth factor

$Y_F$  tooth form factor, for the influence on nominal tooth root stress with load applied at the outer point of single pair tooth contact

$Y_M$  mean stress influence factor

$Y_S$  stress correction factor, for the conversion of the nominal tooth root stress, determined for application of load at the outer point of single pair tooth contact, to the local tooth root stress

$Y_\beta$  helix angle factor (tooth root)

$Y_{ST}$  stress correction factor, relevant to the dimensions of the reference test gears

$Y_{NT}$  life factor for tooth root stress for reference test conditions

$Y_{\delta rel T}$  relative notch sensitivity factor, the quotient of the gear notch sensitivity factor of interest divided by the notch sensitivity factor of the standard reference test gear  $Y_{\delta rel T} = Y_{\delta} / Y_{\delta T}$

$Y_{R rel T}$  relative surface factor, the quotient of the gear tooth root surface factor of interest divided by the tooth root surface factor of the reference test gear,  $Y_{R rel T} = Y_R / Y_{RT}$

$Y_X$  size factor (tooth root)

$\sigma_{FP}$  permissible bending stress

$\sigma_{F \text{ lim}}$  nominal stress number (bending)

$\sigma_{FE}$  allowable stress number (bending),  $\sigma_{FE} = \sigma_{F \text{ lim}} \text{ YST}$

$\sigma_{FG}$  tooth root stress limit

$S_{F \text{ min}}$  minimum required safety factor for tooth root stress

## Indice delle Figure

Figura 1: parametri geometrici della ruota alleggerita. Spessore del rim ( $HB$ ) e l'altezza del dente ( $HT$ ) e il web ratio ( $mw$ ) definito come il rapporto tra lo spessore del nastro ( $W$ ) e la larghezza della faccia ( $L$ ) [1].	6
Figura 2: soluzione grafica calcolo $CR$	13
Figura 3: proiezione di un'immagine rispetto la fotocamera nella DIC 2D. [9]	17
Figura 4: tracking di un punto in 3 istanti di tempo successivi $t$ , $t'$ e $t''$ [9]	18
Figura 5: Vari tipi di pattern. La tipologia di pattern di una superficie nella DIC deve essere non ripetitiva, isotropa e ad alto contrasto. [9]	18
Figura 6: funzione di correlazione [9].	19
Figura 7: a) acquisizione di immagini nella DIC-2D con una fotocamera. b) acquisizione di immagini nella DIC-3D con una due fotocamere [8]	20
Figura 8: proiezione di un'immagine rispetto due fotocamere nella DIC 3D [9]	20
Figura 9: deformazioni di una regione. Immagini di partenza a sinistra e immagine deformata a destra. [2]	21
Figura 10: Configurazione sperimentale per misurazioni simultanee (a) in stereo-visione usando le telecamere esterne e (b) misure bidimensionali usando la telecamera centrale. Per il fuori dal piano le immagini sono acquisite da tutte le telecamere sincronicamente. [8]	22
Figura 11: dati tecnici delle fotocamere. [8]	22
Figura 12: configurazioni di montaggio delle fotocamere. [8]	23
Figura 13: mostra il tipico campo di spostamento orizzontale ( $U$ ) e verticale ( $V$ ) ottenuto usando (a) un sistema 2D con lente standard, (b) un sistema 2D con lente telecentrica e (c) un sistema di stereo-visione. Poiché viene applicato solo lo spostamento fuori piano del corpo rigido la presenza di gradienti nei campi di spostamento misurati dal sensore indicano la presenza di errori di misurazione della deformazione dovuti al movimento fuori dal piano; se i gradienti sono alti (bassi), allora la sensibilità delle misurazioni della deformazione al movimento fuori dal piano è alta (bassa). [8]	23
Figura 14: zona di deformazione plastica della cricca in blu, zona di deformazione plastica ciclica in rosso e comportamento elastico [4].	25
Figura 15: modello caso MFLE su cui è applicata la DIC. [8]	27
Figura 16: Confronto tra le misurazioni con estensimetri e i risultati della DIC 2D per il carico di trazione di campioni di alluminio 2024-T3, principalmente nella regione elastica lineare. [8]	27
Figura 17: immagine del provino presa dal materiale del corso di "Costruzione di macchine" [16]	28

Figura 18: Processo di fratturazione secondo la MFLE [11].	29
Figura 19: Banco di prova caso provino liscio.	32
Figura 20: parametri geometrici del provino liscio in acciaio AISI 304.	33
Figura 21: configurazione di montaggio restituita da MachVis inserendo i parametri distanza libera di lavoro (FWD) pari a 400mm e l'altezza dell'oggetto pari a 57 mm.	34
Figura 22: configurazione di montaggio delle fotocamere con le indicazioni fornite dal software MachVis5.	35
Figura 23: A sinistra la faccia del target usato per la calibrazione e a destra la faccia posteriore da utilizzare nel caso di superfici particolarmente irregolari.	36
Figura 24: a) Immagine acquisita per la calibrazione. b) i tre cerchietti sono tracciati dal software.	36
Figura 25: immagini dell'area di interesse del provino acquisite a sinistra dalla fotocamera di sinistra e a destra dalla fotocamera destra.	37
Figura 26: immagini delle fotocamere dopo la messa a fuoco tramite la funzione Focus.	37
Figura 27: risoluzione DIC 3D.	38
Figura 28: Sensibilità DIC.	38
Figura 29: a) caso in cui il carico applicato è nullo; b) caso in cui il carico è pari a $F = 0.5 \cdot F_{snerv}$ .	39
Figura 30: caso in cui il carico è pari a $F = 0.9 \cdot F_{snerv}$ .	39
Figura 31: a) caso in cui il carico applicato è $F = 0.5 \cdot F_{snerv}$ ; b) caso in cui il carico è nullo.	40
Figura 32: punti neri non messi a fuoco nell'immagine di sinistra che diventano aree rosse non acquisite nell'immagine di destra.	40
Figura 33: dettaglio su di un probabile effetto di torsione.	41
Figura 34: confronto tra deformazione teoria e deformazione misurata in fase di carico nella prova 1.	42
Figura 35: confronto tra deformazione teoria e deformazione misurata in fase di scarico nella prova 1.	42
Figura 36: confronto tra deformazione teoria e deformazione media misurata in fase di carico e scarico nella prova 1.	43
Figura 37: scostamento percentuale tra deformazione teorica e deformazione media.	43
Figura 38: a) caso in cui il carico applicato è nullo; b) caso in cui il carico è pari a $F = 0.5 \cdot F_{snerv}$ .	44
Figura 39: a) caso in cui il carico applicato è $F = 0.5 \cdot F_{snerv}$ ;	45
Figura 40: caso in cui il carico è pari a $F = 0.9 \cdot F_{snerv}$ .	45
Figura 41: confronto tra deformazione teoria e deformazione misurata in fase di carico nella prova 2.	46
Figura 42: confronto tra deformazione teoria e deformazione misurata in fase di scarico nella prova 2.	47

Figura 43: confronto tra deformazione teoria e deformazione media misurata in fase di carico e scarico nella prova 2.....	47
Figura 44: scostamento percentuale tra deformazione teorica e deformazione media. ....	48
Figura 45: a sinistra l'immagine frontale del provino liscio con l'area di interesse utilizzata nell'analisi effettuata nel paragrafo precedente. A destra, l'area di interesse (AOI) è il terzo centrale dell'area di interesse di sinistra. ....	49
Figura 46: a) caso in cui il carico applicato è nullo; b) caso in cui il carico è pari a $F = 0.4 \cdot F_{snerv}$ .	49
Figura 47: a) caso in cui il carico è pari a $F = 0.9 \cdot F_{snerv}$ ; b) caso in cui il carico è pari a $F = 0.4 \cdot F_{snerv}$ .....	50
Figura 48: caso in cui il carico applicato è nullo.....	50
Figura 49: in blu le deformazioni $\epsilon_{yy}$ teoriche, in verde le deformazioni $\epsilon_{yy}$ con AOI intera e in arancione le deformazioni $\epsilon_{yy}$ con AOI terzo centrale. ....	52
Figura 50: in blu le deformazioni $\epsilon_{yy}$ teoriche, in verde le deformazioni $\epsilon_{yy}$ con AOI intera e in arancione le deformazioni $\epsilon_{yy}$ con AOI terzo centrale per la seconda prova.....	54
Figura 51: in blu la differenza tra le deformazioni $\epsilon_{yy}$ tra prima e seconda prova nel caso di AOI intera, in arancione la differenza tra le deformazioni $\epsilon_{yy}$ tra prima e seconda prova nel caso di AOI pari al terzo centrale e in grigio il valore di offset pari a $7.7 \cdot 10^{-5}$ . ....	55
Figura 52: a) caso in cui il carico è pari a $F = 0.4 \cdot F_{snerv}$ ; b) caso in cui il carico è pari a $F = 0.9 \cdot F_{snerv}$ ; c) caso in cui il carico è pari a $F = 0.4 \cdot F_{snerv}$ .....	56
Figura 53: in blu il coefficiente di Poisson per la prima prova e in arancione il coefficiente di Poisson per la seconda prova per il caso di AOI pari al terzo centrale.....	58
Figura 55: distribuzione della deformazione $\epsilon_{yy}$ nei nodi del reticolo del terzo centrale del provino liscio. Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni. ....	61
Figura 54: distribuzione della deformazione $\epsilon_{xx}$ nei nodi del reticolo del terzo centrale del provino liscio. Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni. ....	61
Figura 57: distribuzione della deformazione principale $\epsilon_2$ nei nodi del reticolo del terzo centrale del provino liscio. Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni. ....	62
Figura 56: distribuzione della deformazione principale $\epsilon_1$ nei nodi del reticolo del terzo centrale del provino liscio. Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni. ....	62
Figura 58: sulla destra si riporta l'ingrandimento dell'area di interesse AOI per il caso $F = 0.4 \cdot F_{snervamento}$ . ....	63

Figura 59: confronto tra le distribuzioni dell'area di interesse, della direzione principale  $e_1$  nel nodo (71,77) e dell'angolo della direzione principale  $e_1$ ..... 63

Figura 60: confronto tra la distribuzione specchiata e quella non specchiata delle direzioni principali  $e_1$ . Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni..... 64

Figura 61: distribuzione degli angoli delle direzioni principali  $e_1$  in ogni nodo sempre per il caso  $F = 0.4 \cdot F_{snervamento}$ . Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori degli angoli in deg [°]. ..... 64

Figura 62: distribuzione degli angoli delle direzioni principali  $e_1$  in ogni nodo sempre per il caso  $F = 0 \cdot F_{snervamento}$ . Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori degli angoli in deg [°]. ..... 65

Figura 63: la distribuzione specchiata delle direzioni principali  $e_1$  per il caso  $F = 0 \cdot F_{snervamento}$ . Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni..... 65

Figura 65: la distribuzione specchiata delle direzioni principali  $e_1$  per il caso  $F = 0.4 \cdot F_{snervamento}$ . Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni..... 66

Figura 64: distribuzione degli angoli delle direzioni principali  $e_1$  in ogni nodo sempre per il caso  $F = 0.4 \cdot F_{snervamento}$ . Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori degli angoli in deg [°]. ..... 66

Figura 67: la distribuzione specchiata delle direzioni principali  $e_1$  per il caso  $F = 0.9 \cdot F_{snervamento}$ . Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni..... 67

Figura 66: distribuzione degli angoli delle direzioni principali  $e_1$  in ogni nodo sempre per il caso  $F = 0.9 \cdot F_{snervamento}$ . Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori degli angoli in deg [°]. ..... 67

Figura 68: la distribuzione specchiata delle direzioni principali  $e_1$  per il caso  $F = 0.4 \cdot F_{snervamento}$ . Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni..... 68

Figura 69: distribuzione degli angoli delle direzioni principali  $e_1$  in ogni nodo sempre per il caso  $F = 0.4 \cdot F_{snervamento}$ . Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori degli angoli in deg [°]. ..... 68

Figura 70: la distribuzione specchiata delle direzioni principali  $e_1$  per il caso  $F = 0 \cdot F_{snervamento}$ . Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni..... 69

Figura 71: distribuzione degli angoli delle direzioni principali $e_1$ in ogni nodo sempre per il caso $F = 0 \cdot F_{snervamento}$ . Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori degli angoli in deg [°].	69
Figura 72: scostamento tra $e_1 th$ e $e_1 DIC$ .	71
Figura 73: confronto $e_1$ teorico, $e_1 DIC$ in salita e discesa.	71
Figura 74: confronto $e_1$ teorico, $e_1 DIC$ in salita e discesa.	72
Figura 75: scostamento tra $e_1 th$ e $e_1 DIC$	73
Figura 76: confronto deg teorici, deg DIC in salita e discesa	73
Figura 77: provino da utilizzare nella prova del provino intagliato.	74
Figura 78: dimensioni geometriche del provino intagliato.	74
Figura 80: deformazione $\epsilon_{yy}$ provino intagliato senza esecuzione prova. Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni.	76
Figura 79: area di interesse del provino intagliato.	76
Figura 81: deformazione $\epsilon_1$ provino intagliato senza esecuzione prova. Si vede meglio il contributo delle due aree dove non è presente il materiale del provino ma la sfondo. Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni.	77
Figura 82: deformazione $\epsilon_1$ provino intagliato senza esecuzione prova. I valori di $\epsilon_1$ medi dell'area sono dell'ordine dei decimi di unità ma sono fortemente influenzati dalle due aree degli intagli, mentre le zone in blu sono vicine allo zero perché non c'è spostamento. Sul piano X-Y si riportano le coordinate dei nodi e fuori dal piano sull'asse Z i valori delle deformazioni.	77

## Appendice

### A. Codice Matlab per il calcolo delle direzioni principali delle deformazioni

```

%attenzione quando importi i dati non importare X,Y,Z altrimenti vanno in
%conflitto con quiver
clear all
close all
clc

load("provino liscio mat129/mat1/provino_piatto-00221_0.mat")
clear q
clear q_ref
clear r
clear r_ref
clear sigma
clear SIGMA_Z
clear SIGMA_Y
clear SIGMA_X
clear u
clear v
clear U
clear V
clear W
clear x
clear X
clear y
clear Y
clear z
clear Z
clear e_tresca

%calcolo deformazioni non fornite
% ni = 0.3;
% young = 200000; %Mpa
ezz = eyy;
a=155;
b=151;
numero_nodi = a*b;

matr_def = zeros(3,3,numero_nodi);
n=1;
for k=1:1:a
    for m=1:1:b

        matr_def(:,:,n) = [exx(k,m) exy(k,m) 0; exy(k,m) eyy(k,m) 0; 0 0 ezz(k,m)];
        n=n+1;
    end
end
L=b; %Numero di nodi ascissa rettangolo
M=a; %Numero di nodi ordinata rettangolo
AVE = 'double';
for i=1:1:numero_nodi %N*M

```

```

[Ave,Ava]=eig(matr_def(:, :, i));
E1(1,i)=Ave(1,1);
E1(2,i)=Ave(1,2);
E1(3,i)=Ave(1,3);
E2(1,i)=Ave(2,1);
E2(2,i)=Ave(2,2);
E2(3,i)=Ave(2,3);
E3(1,i)=Ave(3,1);
E3(2,i)=Ave(3,2);
E3(3,i)=Ave(3,3);
Ave;
end

for y = 1:1:M
    for x = 1:1:L
        X(1,L*(y-1)+x)=x; %Per riordinare punti verticalmente usare "M*(x-1)+y"
        X(2,L*(y-1)+x)=x;
        X(3,L*(y-1)+x)=x;
        Y(1,L*(y-1)+x)=y;
        Y(2,L*(y-1)+x)=y;
        Y(3,L*(y-1)+x)=y;
        Z(1,L*(y-1)+x)=0; %Tutti i punti stanno nel piano, vista frontale
        Z(2,L*(y-1)+x)=0;
        Z(3,L*(y-1)+x)=0;
    end
end

q=quiver3(X,Y,Z,E1,E2,E3);
view([0 0 90]) %cambia la vista a seconda dell'esigenza
q.AutoScale = 'off'
[AZ,EL] = view

%stampo e1 e e2 sa output dic per confrontarli con quelli di matlab
figure
surf(e1)
title('e1')
view([0 0 90])

figure
surf(e2)
title('e2')
view([0 0 90])
%stampo eyy e exx e li confronto con e1 ed e2
figure
surf(eyy)
title('eyy')
view([0 0 90])

figure
surf(exx)
title('exx')
view([0 0 90])

%plotto gamma
figure
surf(gamma)

```

```

title('gamma')
view([0 0 90])

%plotto gamma in deg
gamma_deg = gamma.*(180/pi);
surf(gamma_deg)
title('gamma in deg')
view([0 0 90])

% specchio tutto

E1_mirror = flip(E1);
E2_mirror = flip(E2);
E3_mirror = flip(E3);
X_mirror = flip(X);
Y_mirror = flip(Y);
Z_mirror = flip(Z);

qq=quiver3(X_mirror,Y_mirror,Z_mirror,E1_mirror,E2_mirror,E3_mirror);
view([0 0 90]) %cambia la vista a seconda dell'esigenza
qq.AutoScale = 'off'
[AZ,EL] = view

e1_mirror = flip(e1);
figure
surf(e1_mirror)
title('e1 mirrored')
view([0 0 90])

% e2_mirror = flip(e2);
% figure
% surf(e2_mirror)
% title('e2 mirrored')
% view([0 0 90])

% exx_mirror = flip(exx);
% figure
% surf(exx_mirror)
% title('exx mirrored')
% view([0 0 90])

% eyy_mirror = flip(eyy);
% figure
% surf(eyy_mirror)
% title('eyy mirrored')
% view([0 0 90])

gamma_deg_mirror = flip(gamma_deg);
figure
surf(gamma_deg_mirror)
title('gamma deg mirrored [°]')
view([0 0 90])

% %restringo il campo
% numero_nodi_ristr = 40*40;

```

```

% for ii=60:1:100
%     for jj=60:1:100
%         e1_ristr(ii,jj) = e1(ii,jj);
%     end
%
% end
% e1_ristr_mirror = flip(e1_ristr);
% figure
% surf(e1_ristr_mirror)
% title('e1 ristretto mirrored')
% xlim([60 100]);
% ylim([0 40])
% view([0 0 90])

%media area con zeri
meanabs(e1_mirror)
[ii,~,v] = find(e1_mirror);
% out_e1 = accumarray(ii,v,[],@mean);
% mean(out_e1)
% meanabs(out_e1)
mean(v) %media area senza zeri
meanabs(v) %media area senza zeri abs

meanabs(gamma_deg_mirror);
[jj,~,w] = find(gamma_deg_mirror);
% out_gamma = accumarray(jj,w,[],@mean);
% mean(out_gamma)
% meanabs(out_gamma)
mean(w);
meanabs(w)

% sub_e1_mirror = e1_mirror(15:80, 15:115);
% [ii_sub,~,v_sub] = find(sub_e1_mirror);
% meanabs(sub_e1_mirror) %media subplot abs con zeri
% meanabs(v_sub) %media area subplot senza zeri
% surf(sub_e1_mirror)
% sub_gamma = gamma_deg_mirror(15:80, 15:115);
% [ii_sub,~,w_sub] = find(sub_gamma);
% meanabs(sub_gamma) %media subplot abs con zeri
% meanabs(w_sub) %media area subplot senza zeri
% surf(sub_gamma)

```

## Bibliografia

- [1] F. Curà, A. Mura and C. Rosso, "Investigation about crack propagation paths in thin rim gears," *Frattura ed Integrità Strutturale*, no. 30, pp. 446-453, 2014.
- [2] Bing Pan, Kai Li, «A fast digital image correlation method for deformation measurement,» *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 49, pp. 841-847, 2011.
- [3] M.-L. Zhu Y.-W. Lu, C. Lupton, J. Tong, M.-L. , «Near tip strain evolution of a growing fatigue crack,» *Frattura ed Integrità Strutturale*, vol. 33, pp. 67-72, 2015.
- [4] Giancarlo Luis Gómez Gonzáles, Julián Andrés Ortíz González, Jaime Tupiassú Pinho de Castro, José Luiz de França Freire, , «Using DIC techniques to measure strain ranges inside the cyclic plastic zone ahead of a fatigue crack tip,» *Frattura ed Integrità Strutturale*, vol. 49, pp. 74-81, 2019.
- [5] Jay D. Carroll · Wael Z. Abuzaid · John Lambros · Huseyin Sehitoglu, «On the interactions between strain accumulation, microstructure, and fatigue crack behavior,» *Int J Fract* , vol. 180, p. 223–241, 2013.
- [6] F. Curà, A. Mura and C. Rosso, "Influence of high speed on crack propagation path in thin rim gears," *FFEMS*, no. 40, pp. 120-129, 2017.
- [7] F. Curà, A. Mura e C. Rosso, «Effect of rim and web interaction on crack propagation paths in gears by means of XFEM technique,» *FFEMS*, n. 00, pp. 1-8, 2015.
- [8] O. J. S. H. Sutton MA, *Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements*, Springer, 2009.
- [9] University of South Carolina, “*Digital Image Correlation: Overview of Principles and Software*”, Correlated Solutions Inc..
- [10] International Digital Image Correlation Society, Jones, E.M.C., Iadicola, M.A. , «A Good Practices Guide for Digital Image Correlation,» 2018.
- [11] Richard G. Budynas, J. Keith Nisbett, *Shigley’s Mechanical Engineering Design*, 9th edition a cura di, The McGraw-Hill Companies, Inc., 2011.

[12] *MachVis 5.2 Manual*.

[13] *Vic 2D v6 Manual*.

[14] The British Standards Institution, BS ISO 6336-1: 2019 - Calculation of load capacity of spur and helical gears, Third a cura di, BSI Standards, 2019, pp. 71-75.

[15] The British Standards Institution, BS ISO 6336-3: 2019 - Calculation of load capacity of spur and helical gears, Third ed., BSI Standards, 2019, pp. 1-10.

[16] Politecnico di Torino, *Materiale Corso "Costruzione di macchine"*, Anno accademico 2018/2019.