

# POLITECNICO DI TORINO

## Corso di Laurea di II Livello in Ingegneria Aerospaziale



# Politecnico di Torino

## **Analisi e simulazione numerica di veicoli a propulsione umana**

### **Relatore**

Prof. Cristiana Delprete

### **Co-relatore**

Ing. Paolo Baldissera

### **Candidato**

Andrea Zoli

Ottobre 2021

<b>Legenda</b>	<b>4</b>
<b>Introduzione</b>	<b>7</b>
<b>Capitolo 1 – Analisi e simulazione numerica</b>	<b>10</b>
1.1 Analisi numerica	10
1.2 Simulazione numerica	11
1.3 Analisi e simulazione di prestazioni sportive	11
<b>Capitolo 2 – Veicoli a propulsione umana</b>	<b>13</b>
2.1 Dinamica e cinematica del veicolo	13
2.2 Valutazione delle perdite della trasmissione	15
2.3 Valutazione del rotolamento delle ruote	16
2.4 Aerodinamica del veicolo	18
2.5 Effetto della pendenza	20
<b>Capitolo 3 – Calcolo dei coefficienti di resistenza</b>	<b>21</b>
3.1 Stesura delle equazioni di bilancio energetico	21
3.2 Confronto tra le equazioni di bilancio energetico e delle potenze	25
3.3 Implementazione dell’algoritmo su Matlab	27
3.4 Confronto dei risultati ottenuti	30
<b>Capitolo 4 – Simulazione numerica e valutazione dello scarto</b>	<b>39</b>
4.1 Simulazione dell’andamento di una prova per una potenza arbitraria	39
4.2 Analisi delle prestazioni di un ciclista	43
4.3 Valutazione dello scostamento tra i dati reali e quelli simulati	45
<b>Capitolo 5 – Correzione iterativa della pendenza</b>	<b>52</b>
5.1 Creazione del file pendenza	52
5.2 Algoritmo di correzione iterativa della pendenza	57
5.3 Confronto e mediazione dei risultati ottenuti	59

<b>Capitolo 6 – Valutazione del coefficiente di drag sperimentale</b>	<b>74</b>
6.1 Discretizzazione e correzione iterativa del coefficiente di drag	74
6.2 Confronto e mediazione dei risultati ottenuti	77
<b>Conclusioni e sviluppi futuri</b>	<b>81</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>85</b>

# Legenda

- $C_{rr}$  coefficiente di resistenza al rotolamento
- $F_{rr}$  forza di resistenza al rotolamento o attrito volvente
- $F_n$  forza normale al piano di scorrimento
- $F_L$  portanza aerodinamica
- $F_P$  forza peso
- $m$  massa
- $g$  costante gravitazionale
- $C_D$  coefficiente di resistenza aerodinamica o di drag
- $F_D$  forza di resistenza aerodinamica o forza di drag
- $\rho$  densità dell'aria
- $S$  area frontale del corpo
- $v$  velocità del corpo
- $K_D$  costante di drag
- $F_{//}$  forza parallela al piano
- $n_v$  versore parallelo al piano
- $E_W$  energia immessa dal ciclista
- $rend$  rendimento della trasmissione
- $t$  tempo
- $W$  potenza immessa dal ciclista
- $E_P$  energia potenziale
- $h$  altezza

- $E_c$  energia cinetica
- $E_{ic}$  energia cinetica della componentistica
- $I$  momento d'inerzia della componentistica
- $ri$  vettore dei rapporti di trasmissione
- $\omega$  velocità angolare
- $E_{rr}$  energia dissipata per resistenza al rotolamento
- $s$  spazio percorso
- $E_D$  energia dissipata per resistenza aerodinamica
- $e_D$  energia dissipata per resistenza aerodinamica divisa per il coeff. di drag
- $e_{rr}$  energia dissipata per resistenza al rotolamento divisa per il rispettivo coeff.
- $W_{ar}$  potenza aerobica
- $\tau$  costante adimensionale, che indica la velocità di adeguamento della potenza aerobica alle variazioni di ritmo
- $W_{an}$  potenza anaerobica
- $CP$  potenza di soglia
- $L_{an}$  anaerobico
- $L_{tot}$  lavoro totale
- $P$  pressione



# Introduzione

Questa tesi analizza lo sviluppo ed utilizzo di un programma in grado di valutare le prestazioni di un veicolo a propulsione umana e la pendenza del tracciato seguito, al fine di poter simulare correttamente la dinamica del mezzo lungo il percorso in funzione dei watt profusi dal ciclista.

Il codice Matlab a cui questo testo fa riferimento è il frutto di oltre quattro anni di sviluppo, svolti per la maggior parte all'interno del Team Policumbent.

Il team è composto da studenti del Politecnico di Torino e si occupa della progettazione nonché realizzazione di veicoli a propulsione umana (HPV). Pur impegnandosi a sostenere l'uso di biciclette come mezzo di trasporto quotidiano per il rispetto dell'ambiente, negli ultimi anni il team si è concentrato nello sviluppo di prototipi da competizione per partecipare al 'World Human Powered Speed Challenge': competizione che si tiene ogni anno a Battle Mountain nel Nevada.

Per questo, la maggior parte dei dati utilizzati per sviluppare il programma, sono stati rilevati durante la run di gara in Nevada: essa prevede un rettilineo di 8 Km necessari per accelerare prima di un tratto di 200 metri in cui viene misurata la velocità; l'obiettivo è raggiungere la massima velocità possibile per un veicolo HPV, superando l'attuale record di 144,17 km/h, raggiunti da Todd Reichert del team canadese AeroVelo.

Ho iniziato a sviluppare questo codice poco dopo essere entrato nel Team, avendo notato che erano disponibili molteplici dati per ogni run, quali ad esempio la velocità e la potenza espressa da ciclista, ma che questi erano utilizzati unicamente per confrontare empiricamente le diverse prove.

Nel tempo ho avuto modo di reclutare nuovi membri del Team che mi hanno aiutato a procedere in questo lavoro e che ora continuano a sviluppare il codice autonomamente.

In questo ultimo anno ho continuato ad affinare autonomamente il codice, ma soprattutto ho implementato una funzione che consente di correggere il profilo di pendenza attribuito al tracciato, essendomi reso conto che questo non era sufficientemente preciso.

Nel primo capitolo illustrerò in cosa consiste l'analisi e la simulazione numerica a livello generale, per poi analizzare quali sono le principali soluzioni presenti in letteratura per i veicoli a propulsione umana.

Successivamente valuterò quali sono le componenti del mezzo e del ciclista che incidono sulla dinamica della prova, per poi ricavare le rispettive equazioni matematiche ed i valori delle costanti, utilizzando i dati raccolti nei test e nelle gare.

Nel terzo capitolo, utilizzando le formule ricavate in precedenza, verrà risolto il bilancio dell'energia attraverso un sistema composto da un'equazione per ogni metro di gara. La sua risoluzione restituisce il valore dei coefficienti di resistenza aerodinamica e resistenza al rotolamento degli pneumatici.

Dopodiché, grazie ai coefficienti ricavati dal capitolo precedente ed alcune valutazioni sulla capacità aerobica ed anaerobica del ciclista, sarà possibile realizzare una simulazione che consenta di valutare quale sia la soluzione ottimale per la gestione dello sforzo da parte dell'atleta.

Inoltre mostrerò un metodo iterativo che permette di correggere la pendenza del tracciato utilizzata in precedenza. Questo metodo serve a valutare quali siano le modifiche, da apportare alla pendenza di ogni segmento di gara, che minimizzano lo scarto quadratico medio generato dalla risoluzione del sistema di calcolo dei coefficienti.

Il sesto capitolo sarà l'opportunità per ripetere lo stesso procedimento anche per l'andamento del coefficiente di drag al variare della velocità, ponendo l'attenzione sui limiti di questo approccio.

In conclusione, saranno illustrate brevemente le differenze tra gli streamliner e le biciclette convenzionali, mostrando quali accorgimenti sia necessario assumere per poter ripetere le analisi precedenti anche su quest'ultima tipologia di veicoli.

# Capitolo 1 – Analisi e simulazione numerica

## 1.1 Analisi numerica

L'analisi numerica, detta anche calcolo numerico, è una branca della matematica applicata che risolve i modelli generati dall'analisi matematica alle scomposizioni finite, utilizzando il concetto di approssimazione. I suoi strumenti, detti algoritmi, sono caratterizzati da una certa velocità di convergenza, stabilità numerica e computabilità.

Nel caso in esame si tratterà di risolvere un sistema di equazioni non lineari. I metodi più comuni per la risoluzione di questa tipologia di problemi sono di tre tipi: diretti, iterativi e di minimizzazione.

Metodi diretti – Si applicano solo al problema lineare. Consentono di arrivare alla soluzione con un numero finito di operazioni, a patto di operare in aritmetica esatta. Sono efficaci nella risoluzione di sistemi lineari pieni e di piccole dimensioni.

Metodi iterativi – Si possono applicare sia al problema lineare che a quello non lineare. Generano successioni che, sotto opportune ipotesi, convergono ad una soluzione approssimata del sistema.

Metodi di minimizzazione – Sono metodi iterativi che sotto ipotesi opportune convergono al minimo di una funzione  $f : R^N \longrightarrow R$ , che solitamente consiste nello scarto tra la soluzione esatta e quella approssimata.

Nel codice da me sviluppato è stato utilizzato quest'ultimo metodo, essendo il sistema non lineare, sovradeterminato e di dimensioni piuttosto elevate ma anche per semplicità, essendo la procedura implementata di default in Matlab.

## 1.2 Simulazione numerica

La simulazione numerica permette di ricavare e quindi visualizzare l'andamento di determinate variabili in funzione di un certo numero di parametri in ingresso, anche quando questi variano senza seguire alcuna legge matematica.

Solitamente questo avviene attraverso dei processi di integrazione step by step che permettono di ottenere il passo  $n + 1$  come variazione rispetto al passo  $n$ , sommando ad esso la velocità di variazione della variabile moltiplicata per la grandezza del passo stesso.

## 1.3 Analisi e simulazione di prestazioni sportive

L'analisi dei dati e la simulazione di prestazioni sportive è diventata una prassi comune in numerose discipline ed in particolare nel ciclismo. Uno degli impieghi di maggior interesse in quest'ambito è la stima dei coefficienti di drag e di rotolamento, utili al confronto di scelte posturali, componenti e pneumatici. Mentre, un tipico utilizzo di strumenti di simulazione riguarda la scelta del pacing, ovvero della distribuzione dello sforzo ottimale, e la definizione delle strategie di gara, specialmente nelle discipline di endurance.

Una metodologia di analisi ampiamente diffusa in ambito ciclistico ma anche automobilistico è il coast-down, che consiste nel registrare l'andamento decrescente della velocità azzerando la potenza in ingresso a partire da un certo regime, interpolando poi i dati con espressioni ricavate analiticamente risolvendo l'equazione del moto [1].

In [1] l'autore propone di interpolare la velocità come segue:

“ The overall equation of motion can be summarized as follows

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = - C_{rr} \cdot N - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_d \cdot A \cdot v^2$$

From this expression multiplied by the speed, it is possible to obtain the power required at the wheel  $P_W$ , which is the mechanical power at the pedals  $P_p$  reduced by the transmission efficiency  $\eta$ .

$$P_W = \eta \cdot P_p = -C_{rr} \cdot N \cdot v - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_d \cdot A \cdot v^3 \quad .$$

L'analisi assume una connotazione più complessa se il range di velocità si amplia e se i coefficienti di drag e di rotolamento non risultano più approssimabili con valori costanti. E' il caso dei veicoli a propulsione umana ed in particolare di quelli destinati a competizioni di massima velocità come il 'World Human Powered Speed Challenge'.

Sebbene sia la potenza in ingresso nulla, dunque non affetta da eventuali errori di misura, a rendere la tecnica del coast-down molto accurata, tale potenza fa sì che questa tecnica sia difficilmente utilizzabile per l'ampio range di velocità di questa competizione (0-150 km/h), principalmente per due ragioni.

La prima è che i tracciati di prova a disposizione dei team raramente permettono di toccare velocità superiori ai 100 km/h: essi sono per lo più a bassa quota, mentre la competizione si svolge a 1450 m sul livello del mare, con una riduzione della densità dell'aria intorno al 20%, e possono presentare curve e grane di asfalto che si discostano molto dalle condizioni di gara.

La seconda è che il rettilineo di gara non è sufficientemente lungo per questo tipo di test, dato che dopo gli 8 km di run-up, necessari per accelerare, resta solo un chilometro abbondante di tracciato, che è lo spazio necessario per fermarsi. Anche accettando una velocità di partenza più bassa, si tratterebbe comunque di sprecare una o più run, sulle 10 o 12 disponibili nella settimana di gara, delle quali talvolta solo 2 o 3 risultano essere accettabili per le condizioni del vento. Si è dunque posto il problema di sviluppare un codice in grado di utilizzare direttamente i dati di gara, abbinati ai dati di base dei veicoli, alle condizioni meteo e alla potenza del ciclista misurata mediante powermeter, per effettuare una stima dei coefficienti di drag e di rotolamento tenendo conto della loro dipendenza dalla velocità.

## Capitolo 2 – Veicoli a propulsione umana

### 2.1 Dinamica e cinematica del veicolo

Sia gli streamliner (figura 1) che le biciclette convenzionali necessitano di:

- un ciclista
- un telaio
- due ruote
- un sistema di trasmissione

dotati ciascuno di una propria inerzia lineare e/o rotazionale che va riducendosi nell'ordine riportato in elenco.

Per quanto riguarda il ciclista è corretto considerare unicamente la sua inerzia rispetto alle forze lineari, in quanto la misurazione della potenza da esso sviluppata avviene sulla trasmissione e quindi, essendo lo sforzo necessario a porre in rotazione le gambe a monte del powermeter, questo non deve essere considerato.

Anche il telaio, essendo assunto come infinitamente rigido e solidale con la direzione di avanzamento, può essere considerato unicamente per la sua inerzia lineare.

Mentre le ruote e il sistema di trasmissione generano sia una resistenza all'avanzamento, che è direttamente proporzionale alla massa come per i corpi precedenti, sia una resistenza alla rotazione dovuta al loro momento d'inerzia, ottenuto dal prodotto tra la massa e la distanza dal centro di rotazione elevata al quadrato.

Inoltre è necessario considerare i rispettivi rapporti di trasmissione che determinano la velocità angolare di ciascun componente essendo nota la velocità del mezzo.



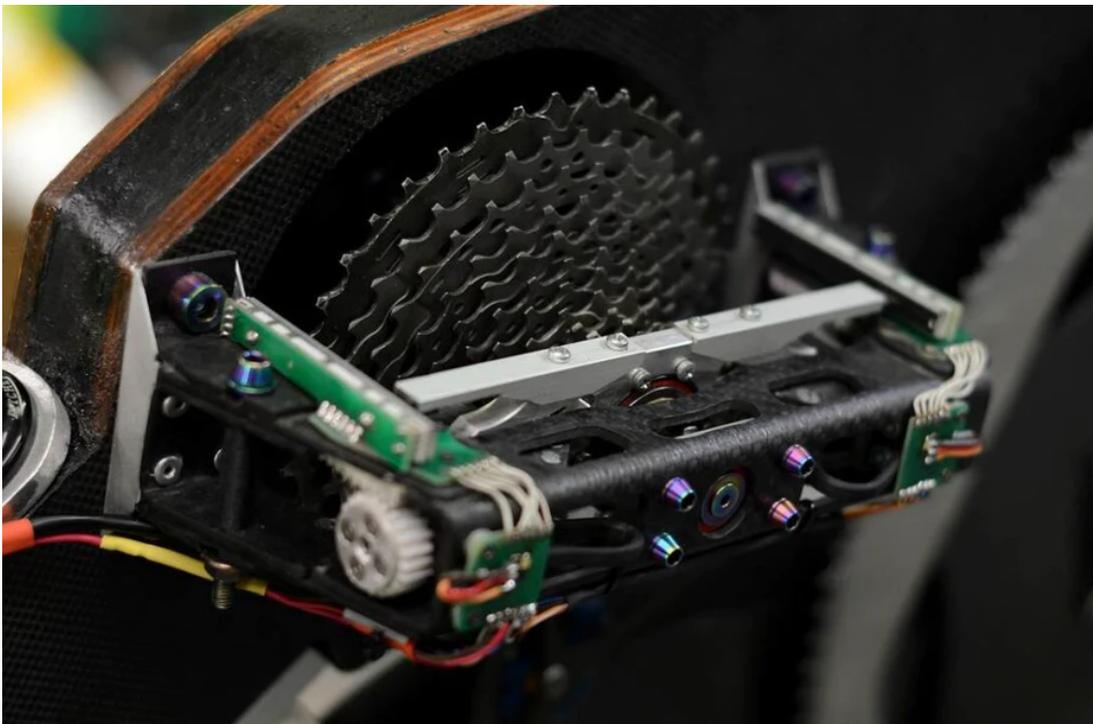
**FIGURA 1**

Taurus, un prototipo realizzato dal team Policumbent, utilizzato in alcune delle prove analizzate in seguito. [2]

## 2.2 Valutazione delle perdite della trasmissione

Nelle biciclette tradizionali il sistema di trasmissione è composto da un cambio anteriore ed uno posteriore che permettono di spostare la catena da un pignone all'altro. Questo fa sì che la catena possa ingranare i pignoni in maniera piuttosto disallineata; per questo in team abbiamo sviluppato un sistema flottante in cui è il pacco pignoni a traslare, in modo che la catena sia sempre perfettamente allineata. Questo permette al rendimento della trasmissione di rimanere costante indipendentemente dal rapporto utilizzato ed in generale ne aumenta l'efficienza, perché consente di avere una sola ruota dentata aggiuntiva, che funge da tendicatena, rispetto alle due presenti nei cambi tradizionali (figura 2).

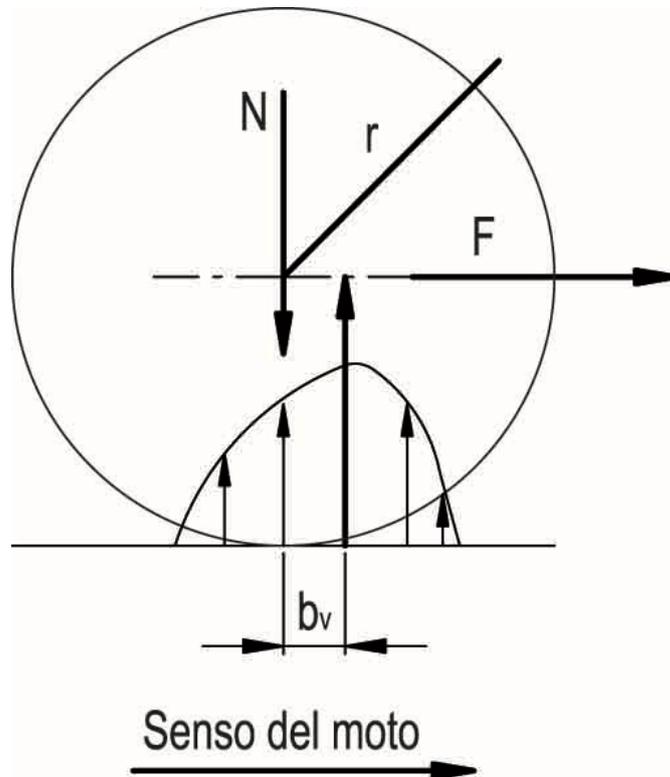
Per queste ragioni nonostante lo streamliner sviluppato dal team abbia due catene, che permettono di aumentare lo sviluppo metrico di ogni pedalata senza necessitare di ruote dentate troppo grandi, riducendo l'ingombro complessivo, abbiamo stimato un rendimento del 97% tra la potenza immessa dal ciclista e quella trasmessa alla ruota, come assunto per le bici tradizionali.



**FIGURA 2**  
Cambio montato sugli ultimi prototipi realizzati dal team Policumbent. [2]

## 2.3 Valutazione del rotolamento delle ruote

Una componente d'attrito non trascurabile è quella generata dal rotolamento a causa della deformazione dello pneumatico, necessaria ad evitare la perdita di aderenza. In questo caso sono le caratteristiche del copertone e della camera d'aria a determinare in massima parte il coefficiente di resistenza al rotolamento ( $C_{rr}$ ), anche se la velocità ed il peso del veicolo influenzano questo parametro (figura 3).



**FIGURA 3**

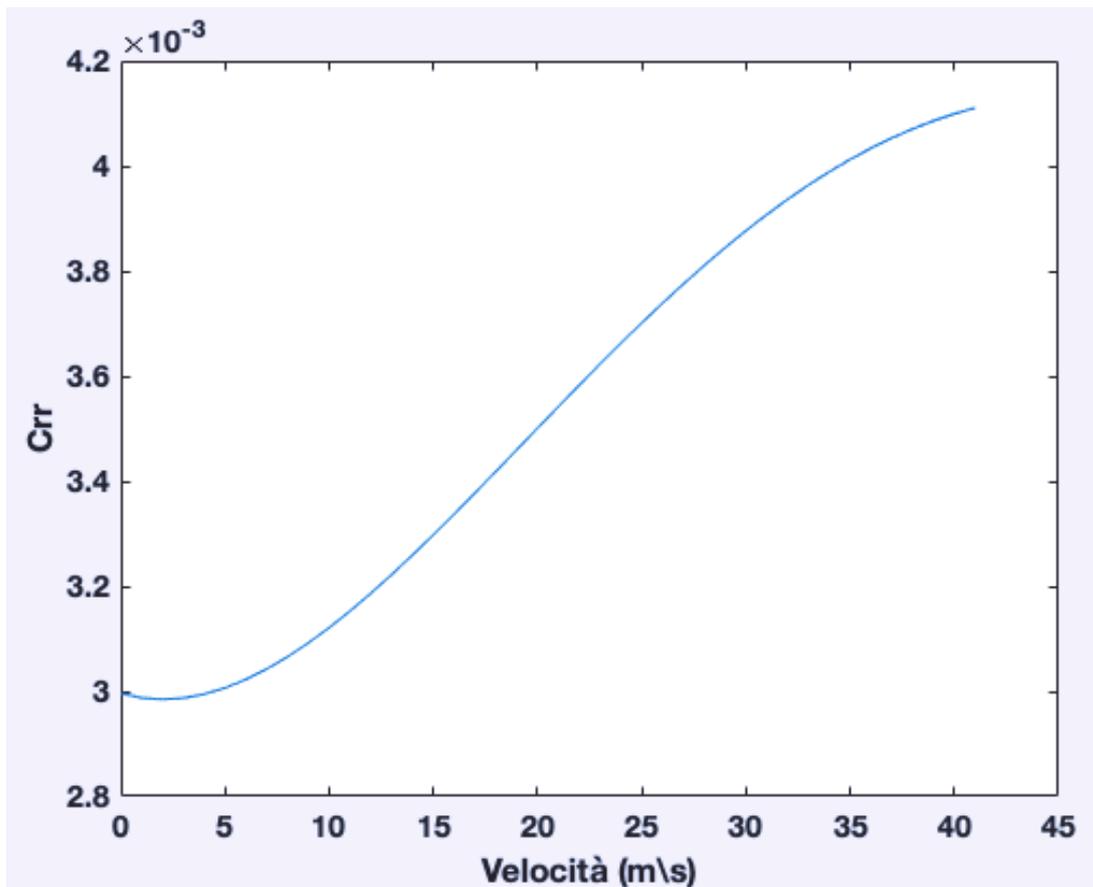
Schema delle forze che agiscono su una ruota. [3]

La forza d'attrito volvente ( $F_{rr}$ ) si ottiene moltiplicando il  $C_{rr}$  per la forza normale al piano di scorrimento ( $F_n$ ), che nel nostro caso equivale al peso del veicolo stesso, a cui eventualmente sottrarre il lift ( $F_L$ ), forza aerodinamica con direzione concorde e verso opposto alla gravità, dovuta all'asimmetria del veicolo rispetto al piano orizzontale.

$$F_P = m g \quad (1)$$

$$F_{rr} = F_n C_{rr} = (F_P - F_L) C_{rr} \quad (2)$$

Il valore del  $C_{rr}$  varia con la velocità e di conseguenza lo stesso vale anche per la forza di resistenza al rotolamento, come mostrato in figura 4.



**FIGURA 4**

Coefficiente di resistenza al rotolamento in funzione della velocità.

## 2.4 Aerodinamica del veicolo

L'aerodinamica per un veicolo a propulsione umana è sicuramente l'aspetto più rilevante, soprattutto ad elevate velocità.

Nel caso di una bici tradizionale bisogna considerare sia l'attrito dovuto al mezzo sia quello legato al ciclista stesso che è sicuramente preponderante, mentre nel caso di un velomobile la resistenza aerodinamica del mezzo (bici + ciclista) è molto inferiore. Infatti, come illustrato nell'articolo [4], questi mezzi sono carenati con l'obiettivo di minimizzare la resistenza aerodinamica: riducendo l'area frontale e cercando di mantenere il flusso laminare sulla maggior parte del veicolo.

In particolare la forma della carena va a determinare il Coefficiente di resistenza aerodinamica o di drag ( $C_D$ ) (figura 5), che è definito come il doppio della forza d'attrito aerodinamico complessivo divisa per:

l'area frontale che si riduce notevolmente ponendo il ciclista in posizione orizzontale;  
la densità dell'aria che varia soprattutto con la quota barometrica;  
la velocità relativa tra l'aria e il veicolo elevate al quadrato.

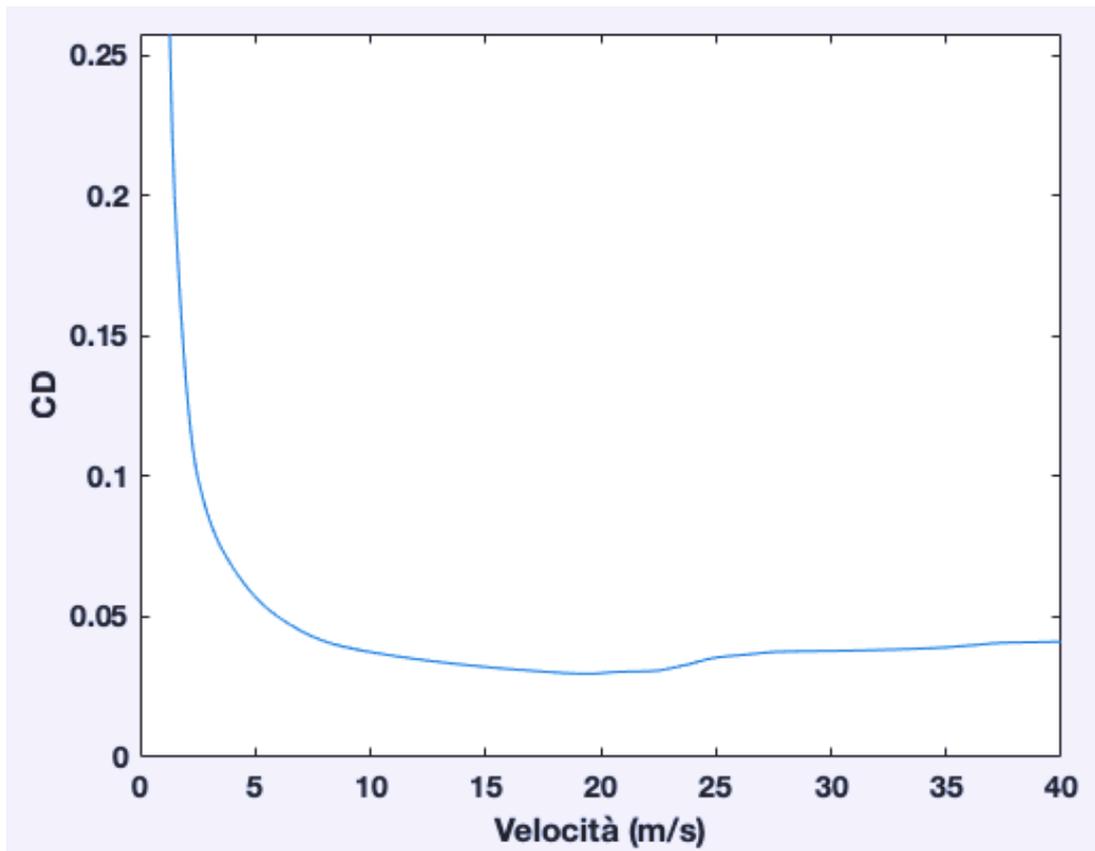
$$C_D = \frac{2 F_D}{\rho S v^2} \quad (3)$$

Per semplicità in seguito sarà utilizzato il termine:

$$K_D = \frac{1}{2} \rho C_D S \quad (4)$$

Quindi la forza di drag risulterà essere:

$$F_D = K_D v^2 \quad (5)$$



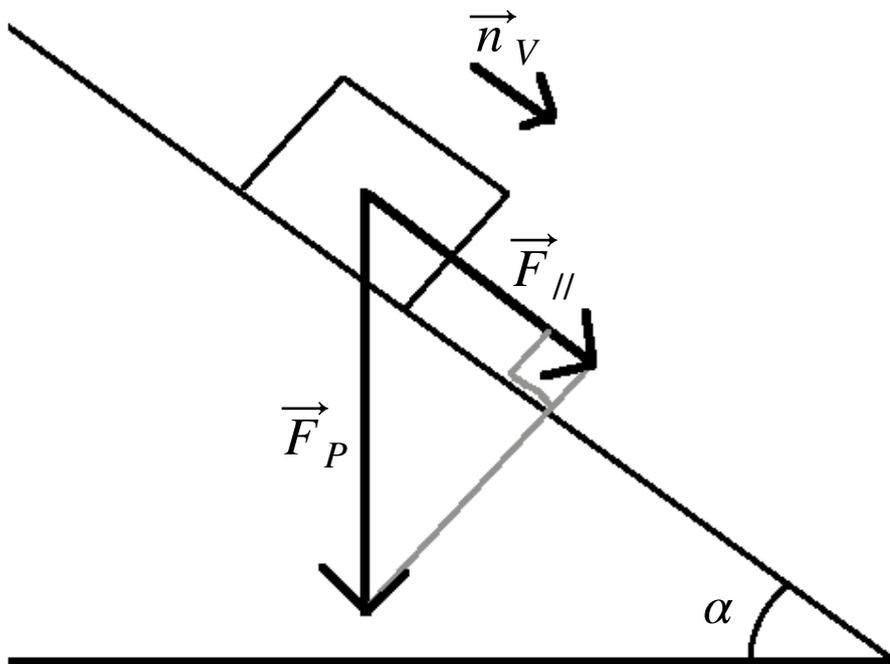
**FIGURA 5**  
Coefficiente di resistenza aerodinamica in funzione della velocità.

## 2.5 Effetto della pendenza

Se il tracciato seguito ha una pendenza diversa da zero, la forza di gravità ha una componente nella direzione del moto, che può avere verso concorde o meno al vettore velocità, a seconda che l'angolo formato sia rispettivamente minore o maggiore di  $90^\circ$  (figura 6).

$$F_P = m g \quad (6)$$

$$\vec{F}_{\parallel} = \vec{F}_P \cdot \vec{n}_V = \vec{F}_P \sin(\alpha) \quad (7)$$



**FIGURA 6**

Immagine piano inclinato con scomposizione della forza peso.

# Capitolo 3 – Calcolo dei coefficienti di resistenza

## 3.1 Stesura delle equazioni di bilancio energetico

Per cominciare si è scelto di risolvere il problema utilizzando la conservazione dell'energia, piuttosto che le equazioni della dinamica di corpo rigido, perché la sua implementazione appariva più semplice sia a livello fisico che matematico.

Una volta deciso di utilizzare il bilancio energetico restano ancora due possibili scelte tra valutare il bilancio delle “potenze”, cioè dell'energia immessa o dissipata ad ogni passo, o utilizzare l'energia totale, calcolata attraverso la sommatoria con i termini precedenti.

Verrà analizzato per primo quest'ultimo approccio, intuitivamente più stabile, dato che la sommatoria tende ad annullare le oscillazioni generate da errori di misura casuali, in quanto questi si distribuiscono secondo una gaussiana centrata nel valore medio; mentre nel prossimo paragrafo analizzeremo i vantaggi e svantaggi nell'uso delle “potenze”.

Infine è necessario discretizzare l'intervallo di risoluzione, che comincia al termine della fase di lancio e si conclude col passaggio nella trappola, e si è scelto di farlo nello spazio piuttosto che nel tempo poiché la distanza di gara varia solo leggermente da una prova all'altra, a causa dell'impossibilità di procedere in maniera perfettamente rettilinea sul tracciato o di eventuali imprecisioni del sensore che determina il numero di giri della ruota. Al contrario, il tempo impiegato varia sensibilmente in funzione della velocità del mezzo, che dipende sia dai coefficienti ricercati che dalla potenza immessa dal ciclista.

In particolare, si è scelto di utilizzare i singoli metri come passo di discretizzazione, di cui è possibile valutare la durata  $dt$  conoscendone la velocità media.

A questo punto è stato necessario individuare tutti i termini inclusi nel bilancio energetico:

$$E_W = W \text{ rend } dt \quad (8)$$

$$E_P = m g dh \quad (9)$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \quad (10)$$

$$E_{ic} = \frac{1}{2} \vec{I} \cdot (\vec{r}_i \omega^2) \quad (11)$$

$$E_{rr} = m g C_r ds \quad (12)$$

$$E_D = \frac{1}{2} \rho C_D S v^2 ds \quad (13)$$

L'equazione (8) permette di valutare l'energia immessa dal ciclista moltiplicando la potenza da esso sviluppata, al netto del rendimento della trasmissione, per il tempo in esame.

L'equazione (9) fornisce l'energia immessa dalla variazione di quota attraverso la definizione di energia potenziale, ma può anche essere ricavata dalla definizione di lavoro come prodotto tra la forza peso e lo spostamento in direzione concorde ad essa.

In questa applicazione, il dislivello superato ad ogni passo è pari alla pendenza stessa, dato che questa si esprime come rapporto tra lo spostamento verticale e quello orizzontale che per angoli molto piccoli, come nel nostro caso, è quasi uguale allo spostamento nella direzione del moto  $ds$ , che nel nostro caso ha valore unitario.

L'equazione (11) fornisce l'energia cinetica della componentistica moltiplicando il vettore dei rapporti di trasmissione per la velocità angolare del movimento pedali a cui esso fa riferimento, ricavando così la velocità angolare di ciascun componente, per poi eseguire il prodotto scalare tra il vettore ottenuto in precedenza e quello dei

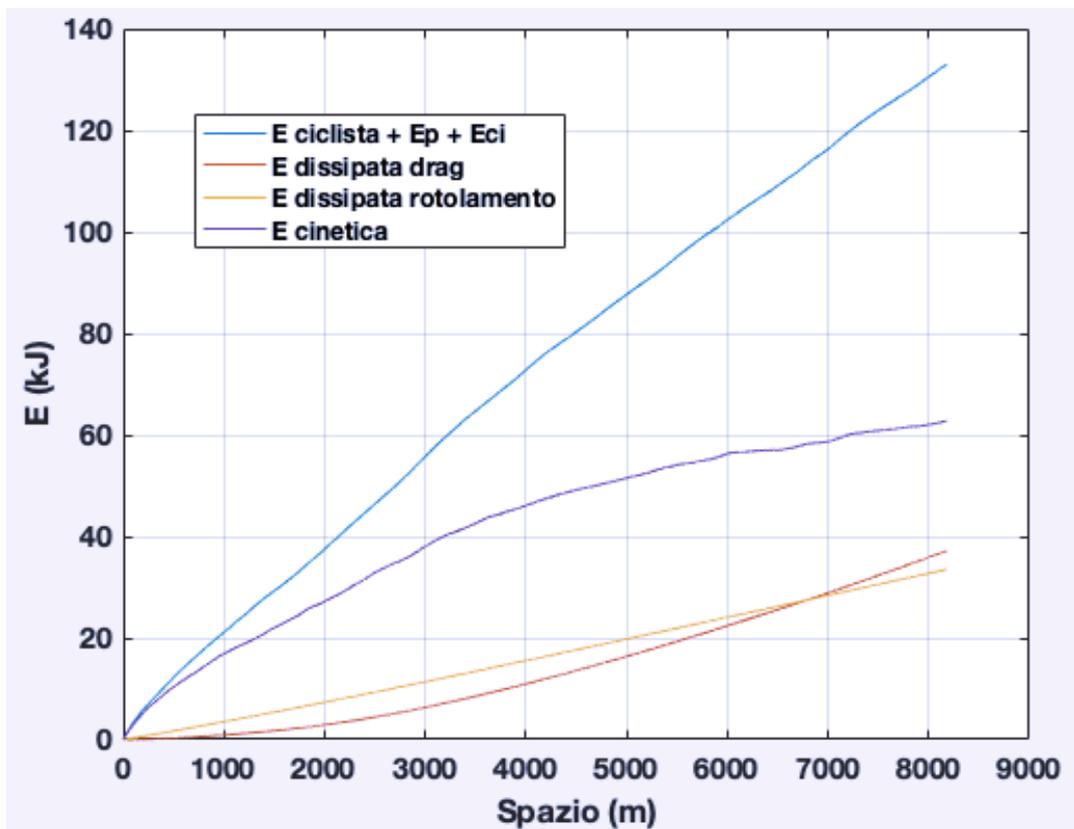
momenti d'inerzia corrispondenti, che fornisce come risultato la sommatoria dell'energia cinetica rotazionale di tutte le parti della trasmissione.

Infine le equazioni (12) e (13) sono state ottenute attraverso la definizione di lavoro moltiplicando  $F_D$  e  $F_{rr}$ , ricavate nel capitolo precedente, per lo spostamento  $ds$  che essendo unitario potrà essere semplificato.

La conservazione dell'energia può essere riassunta nella seguente formula, dove ogni termine ha segno positivo procedendo nel percorso a velocità crescenti, come avviene solitamente:

$$E_W + E_P = E_c + E_{ic} + E_{rr} + E_D \quad (14)$$

A sinistra è presente l'energia immessa mentre a destra la somma tra quella che è stata convertita in energia cinetica e quella che è stata dissipata, i cui valori sono riportati in figura 7.



**FIGURA 7**

Grafico delle differenti forme di energia in funzione dello spazio.

All'interno di questo bilancio le uniche incognite sono le energie dissipate per drag e rotolamento, i cui coefficienti sono tra l'altro entrambi variabili in funzione della velocità.

Per ricavarli viene risolto un sistema composto dall'equazione (14) ripetuta per ogni metro della prova, ricercando quali siano i valori che minimizzano lo scarto quadratico medio tra il totale dall'energia immessa e dissipata al termine di ogni tratto, dato che non sarebbe possibile risolvere il problema in maniera analitica essendo il numero delle equazioni molto superiore a quello delle incognite, senza considerare che i dati in ingresso sono affetti da errori strumentali e che il programma stesso semplifica il problema trascurando vari aspetti secondari.

Essendo  $C_{rr}$  e  $C_D$  funzioni della velocità, sarebbe necessario scomporli in due o più incognite ciascuno, in modo che  $E_{rr}$  ed  $E_D$  possano interpolare al meglio l'andamento delle rispettive curve. Si è però notato che, al crescere del numero delle incognite, la risoluzione del sistema attraverso la minimizzazione dello scarto quadratico medio porta a risultati privi di senso fisico, pur essendo accurata.

Per questo si è scelto di fissare a priori l'andamento delle due curve, in funzione della velocità, in modo da avere solamente un termine moltiplicativo incognito per ciascuna. Questa soluzione è stata resa possibile dalle numerose simulazioni a banco e prove CFD che il team ha realizzato per testare rispettivamente il  $C_{rr}$  degli pneumatici ed il  $C_D$  del veicolo, oltre all'utilizzo di una precedente versione del programma che, pur avendo dei problemi di convergenza, ha permesso di validare i risultati forniti dagli strumenti precedenti utilizzando due parametri liberi per ciascuna delle incognite attuali.

In particolare il banco prova realizzato dal team permette di valutare il  $C_{rr}$  dei copertoni misurando l'energia dissipata dalle ruote a differenti velocità, ma affinché questa misura sia affidabile lo strumento necessita di lavorare in un range di velocità abbastanza limitato. Di conseguenza per ottenere i valori utilizzati in questo programma è stato necessario interpolare l'andamento dei dati ricavati come descritto in [5].

Sarebbe possibile aggiungere come terza incognita il rendimento della trasmissione, ma per le ragioni precedenti questo tende a peggiorare i risultati, soprattutto per prove con dati poco puliti.

Inoltre, si otterrebbe un risultato affetto da un errore percentuale molto elevato, dato che l'incertezza sarebbe prossima alla differenza tra il rendimento e l'unità, essendo l'efficienza della trasmissione molto elevata, come analizzato nel paragrafo 2.2.

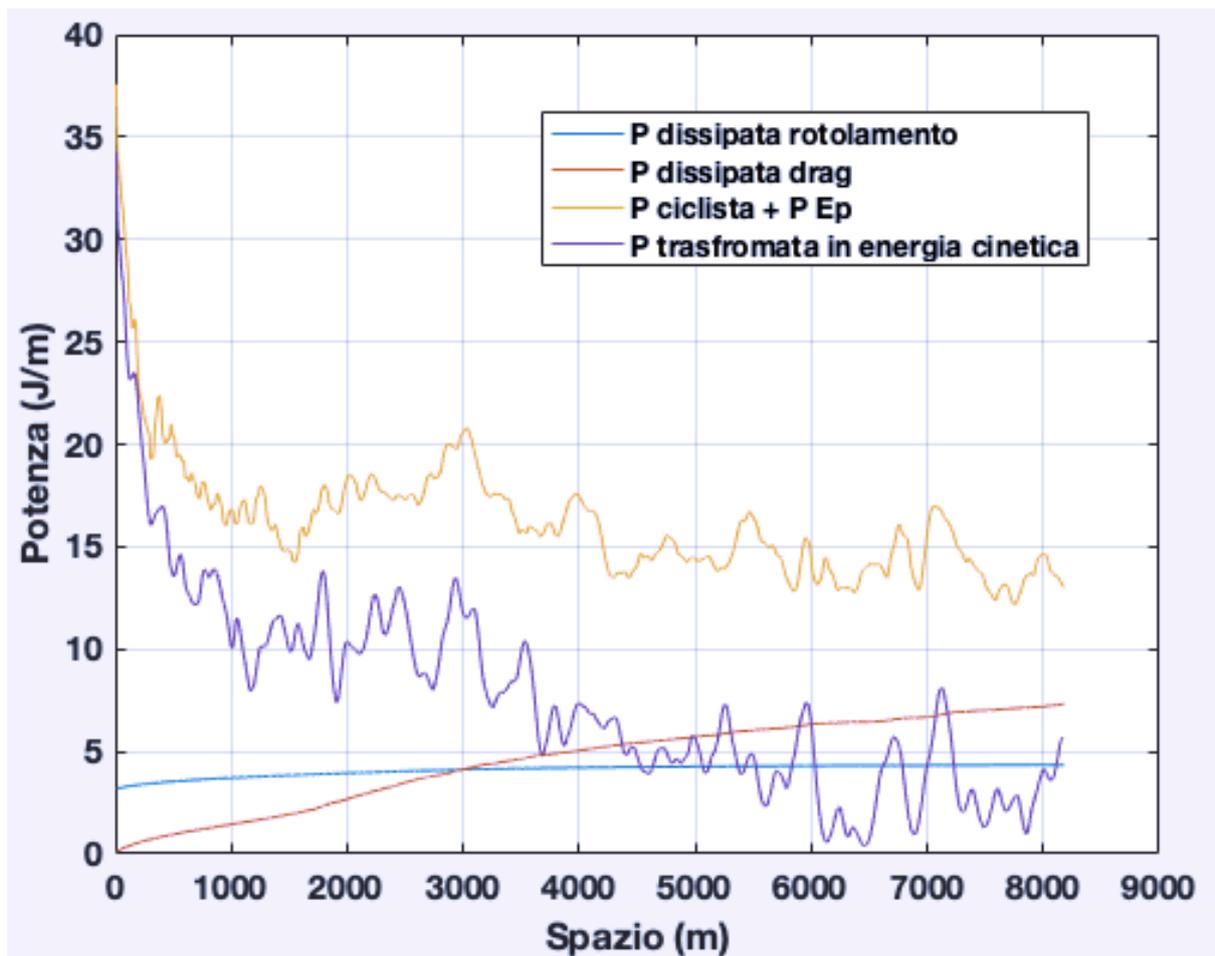
### **3.2 Confronto tra le equazioni di bilancio energetico e delle potenze**

Le equazioni del paragrafo precedente sono altrettanto valide nel valutare il bilancio delle “potenze”, ricordando però che avendo discretizzato la prova nei metri e non nei secondi, le nostre non sono potenze in senso fisico, dato che non sono definite come energie immesse o dissipate in un tempo unitario ma nell'intervallo di tempo in cui il velomobile percorre un metro di tracciato.

In questo caso si cercherà di capire quali siano i valori delle due incognite che minimizzano lo scarto quadratico medio tra l'energia immessa e la somma di quella dissipata e trasformata in cinetica ad ogni metro, mostrate in figura 8.

La stesura del sistema di equazioni di bilancio delle “potenze” ha un minor costo computazionale rispetto al calcolo del bilancio dell'energia totale, in quanto si evita di dover sommare ad ogni termine quello precedente per ottenere il valore da inserire nel sistema.

Inoltre nel bilancio dell'energia totale, al contrario che in quello delle “potenze”, è necessario valutare quali siano i valori iniziali dell' $E_c$  e dell' $E_{ic}$  dato che la prova parte da una velocità non nulla, essendo necessario spingere e mantenere in equilibrio il velomobile in fase di partenza come consentito dal regolamento.



**FIGURA 8**  
 Grafico delle differenti forme di energia immesse ad ogni metro di gara.

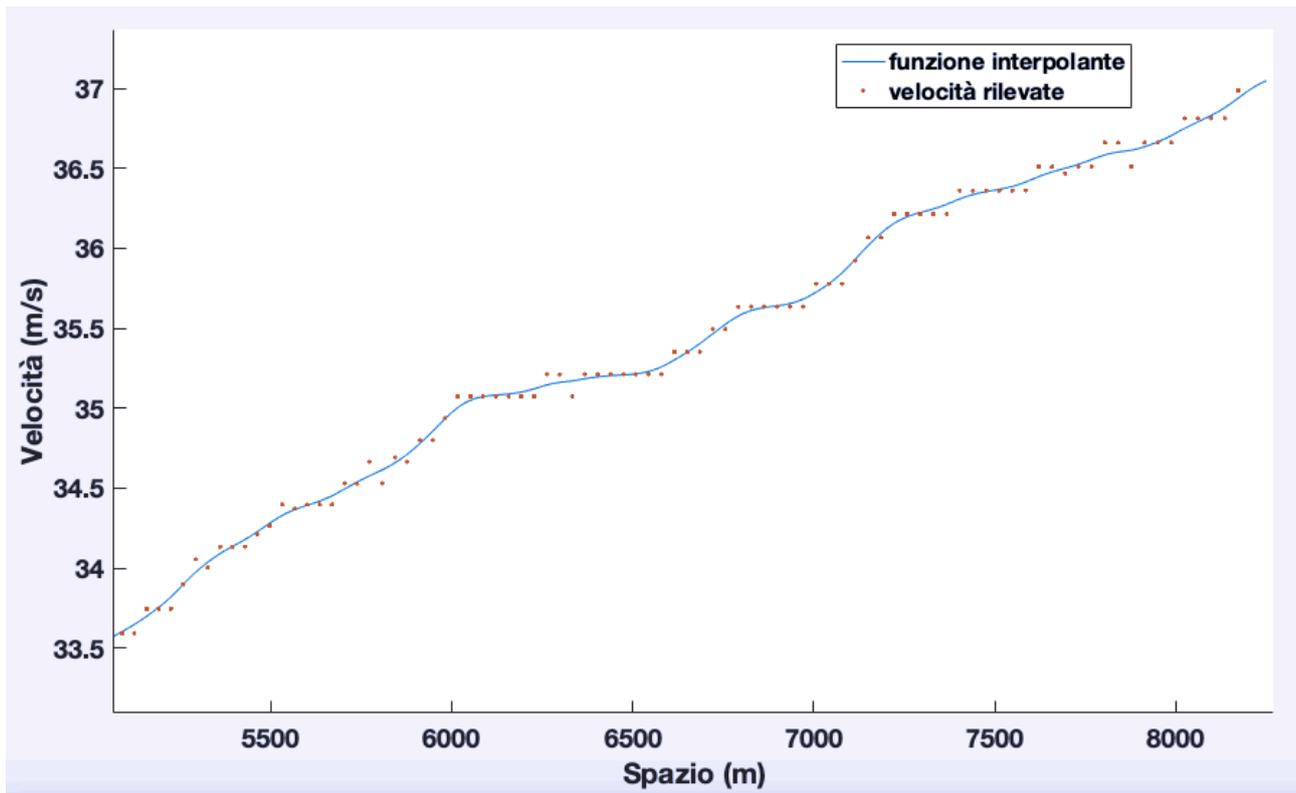
### 3.3 Implementazione dell'algoritmo su Matlab

Questo paragrafo mostra come è stato implementato su Matlab l'algoritmo descritto nei paragrafi precedenti, che permette di calcolare i coefficienti di drag e rotolamento utilizzando il bilancio delle "potenze".

Per cominciare, l'apparato di misurazione montato sulla bici campiona un dato al secondo, mentre si è scelto di utilizzare un passo di discretizzazione dell'algoritmo pari ad un metro. Per questo vengono utilizzate le funzioni di Matlab *csaps* e *pchip*, che consentono di valutare l'andamento di curve che non sarebbe possibile interpolare con un unico polinomio, essendo composte da centinaia di punti ed avendo un andamento piuttosto irregolare.

La funzione *csaps* viene utilizzata per il vettore delle velocità e permette di approssimarne l'andamento attraverso una *smoothing spline*, che in quanto approssimazione non passa per i singoli punti e consente di imporre un peso arbitrario ai dati in ingresso, come descritto nella documentazione fornita con il programma [6] (figura 9).

Mentre la funzione *pchip*, a cui viene fornito il vettore delle potenze erogate dal ciclista, permette di modellarne l'andamento attraverso una interpolazione polinomiale a tratti [7].



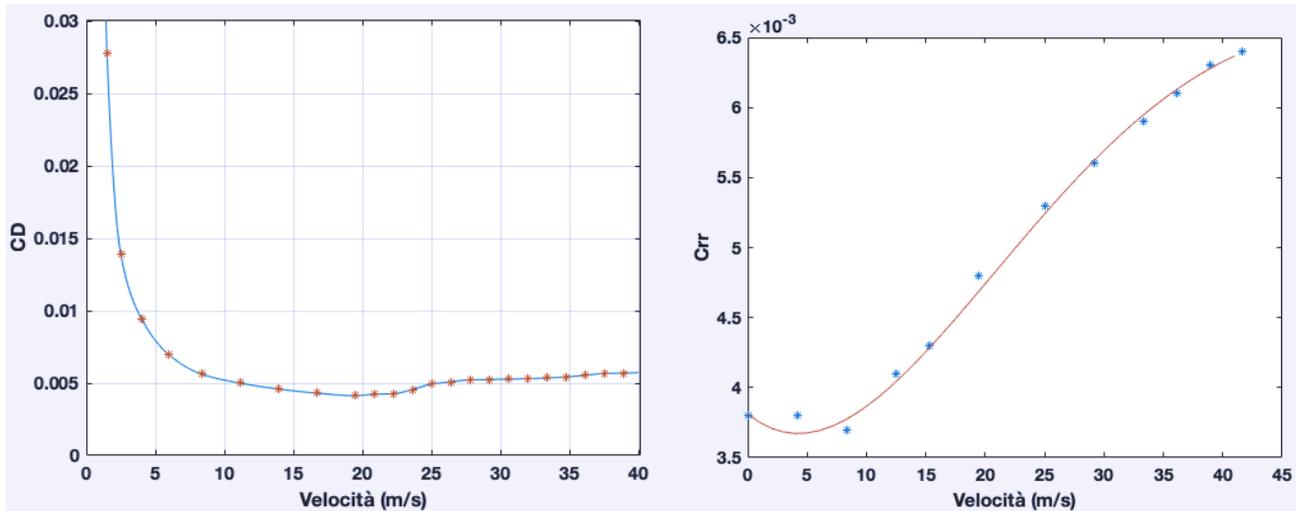
**FIGURA 9**

Approssimazione della velocità attraverso una *smoothing spline*.

Oltre a modificare la spaziatura dei dati rilevati è anche necessario tagliare la fase di spinta, essendo presente una forza esterna non misurabile, e successivamente ricostruirne l'andamento in maniera fittizia per tutte le variabili, in quanto se si partisse immediatamente con i dati restanti si avrebbe uno sfasamento nella distanza di gara ma soprattutto ci sarebbero notevoli oscillazioni nel coefficiente di drag sperimentale, che analizzeremo nel capitolo 6.

Prima di costruire il sistema di equazioni è ancora necessario valutare la forma dei coefficienti di drag e rotolamento i cui termini moltiplicativi saranno le incognite del sistema stesso.

Questo viene fatto interpolando con la funzione *pchip* i valori di  $C_D$  ottenuti dall'analisi CFD a differenti velocità, mentre per quanto concerne i risultati forniti dal banco prova per il  $C_{rr}$  viene utilizzato un polinomio di quarto grado (figura 10).



**FIGURA 10**

Interpolazione del  $C_D$  ed approssimazione polinomiale del  $C_{rr}$ .

A questo punto è possibile scrivere sei vettori: i primi due contengono l'energia dissipata per drag e rotolamento, divisa per i rispettivi coefficienti moltiplicativi che saranno le incognite del sistema, mentre i quattro restanti verranno sommati per comporre il termine noto.

$$e_D + e_{rr} = E_W + E_P - E_c - E_{ic} \quad (15)$$

Ora è possibile comporre il sistema risolutivo ripetendo l'equazione (15) tante volte quanti sono i metri della prova ma dato che questo risulta essere fortemente sovradeterminato, essendo presenti solo due incognite, utilizzando il comando *backslash* Matlab risolverà automaticamente il problema minimizzando lo scarto quadratico medio tra la parte incognita ed il termine noto.

Infine è possibile scrivere due vettori contenenti  $C_D$  e  $C_{rr}$ , moltiplicando le curve fornite dalle prove di laboratorio per i coefficienti appena ottenuti.

Per risolvere il bilancio delle energie totali sarà sufficiente utilizzare il comando *cumsum* sui termini inerenti all'energia immessa e dissipata, mentre sarà necessario valutare la variazione dell'energia cinetica come differenza tra il valore al passo in esame e quello di inizio prova.

### 3.4 Confronto dei risultati ottenuti

Utilizzando il codice descritto nel paragrafo precedente è possibile analizzare tutte le prove svolte negli ultimi anni dal team, con differenti prototipi, e confrontare i risultati ottenuti.

Se la forma della carena rimane invariata, così come gli pneumatici, per confrontare i risultati forniti da run differenti è sufficiente analizzare i coefficienti moltiplicativi ottenuti, in quanto le curve sono solamente scalate in funzione di questi.

Nello specifico in questo paragrafo sono riportati i risultati forniti dall'analisi delle run svoltesi nel 2018 e 2019 con due differenti velomobili, guidati ciascuno dal ciclista per il quale sono stati realizzati su misura; tali mezzi, pur essendo dotati della stessa forma e dimensione esterna, hanno una massa leggermente differente.

Inoltre alcune run del 2019 sono state corse con pneumatici differenti e quindi per queste sarà necessario confrontare le curve del  $C_{rr}$  effettivo.

Per iniziare nella tabella 1 sono presenti i valori del  $C_D$  ad una velocità di  $35 \text{ m/s}$ : la prima colonna comprende i valori ottenuti minimizzando lo scarto tra le potenze immesse e dissipate mentre la seconda quello tra le energie.

La scelta di minimizzare lo scarto tra le energie totali piuttosto che tra le variazioni interne ad ogni intervallo non impatta eccessivamente sui risultati, mentre lo scostamento tra le differenti prove in certi casi è notevole, arrivando addirittura ad una differenza del 100% tra i valori massimi e quelli minimi.

Data l'eccessiva incertezza nei risultati ottenuti è bene provare ad analizzarne le cause, così da poterli correggere .

Per iniziare bisogna considerare che la gara si svolge all'aperto, su un'altopiano privo di vegetazione a circa 1500 metri di quota, dove è logico aspettarsi condizioni piuttosto ventilate. Anche le variabili ambientali quasi statiche quali temperatura, pressione ed umidità variano notevolmente da una prova all'altra, dato che queste si svolgono in parte al mattino ed in parte nel tardo pomeriggio nell'arco di un'intera settimana.

Per far fronte all'variabilità delle condizioni atmosferiche, il programma permette all'utente di inserire tutti i parametri precedenti, in modo da ricavare la velocità relativa tra il velomobile ed il fluido attraversato, necessaria al calcolo dell'energia dissipata dalla resistenza aerodinamica, e valutare la densità dell'aria per poter adimensionalizzare il  $C_D$ .

Però, se è vero che temperatura, pressione e densità possono essere considerate statiche durante la prova, che ha una durata di sei o sette minuti, lo stesso non vale per il vento che può variare notevolmente in pochi secondi o a distanza di poche centinaia di metri, mentre la gara copre una distanza di circa 8 *Km*.

Per queste ragioni, dato che durante la gara ci è possibile rilevare questi dati in un solo punto del tracciato, è chiaro che, soprattutto in giornate molto ventose, questo possa essere una variabile molto impattante sui risultati forniti dal programma, non potendo valutare adeguatamente la velocità relativa tra l'aria ed il velomobile.

Inoltre tutti i dati sopra citati non sono disponibili per le prove svoltesi nel 2018, non essendo stati adeguatamente rilevati e catalogati, se non per la prova del secondo giorno, che ricordo essersi svolta in assenza di vento e con i valori di temperatura, pressione ed umidità che successivamente sono stati memorizzati come input del programma, in assenza di rilievi alternativi.

In aggiunta a quanto scritto in precedenza, è bene ricordare che i velomobili sono realizzati a mano ed in particolare che le rispettive carene vengono costruite depositando una serie di strati di carbonio su degli stampi in legno, per poi stuccarne e levigarne la superficie esterna, operazioni che devo essere ripetute in caso di caduta. Quindi anche l'effettivo valore del  $C_D$ , oltre che la massa del veicolo, non rimangono del tutto invariati da una prova all'altra.

Infine va considerato che gli errori introdotti in precedenza, alterando l'andamento dell'energia immessa, immagazzinata e dissipata possono portare ad una errata ripartizione della resistenza tra  $C_D$  e  $C_{rr}$ .

Prova e modello utilizzato		$C_D$ bilancio potenze	$C_D$ bilancio energie
2018 day1 PM	Taurus	0,0444	0,0429
2018 day2 PM	Taurus	0,0354	0,0372
2018 day4 AM	Taurus	0,0548	0,0535
2018 day4 PM	Taurus	0,0507	0,0525
2018 day5 AM	Taurus	0,0446	0,0453
2018 day5 PM	Taurus	0,0462	0,0424
2018 day6 AM	Taurus	0,0396	0,0401
2019 day1 PM	Taurus	0,0339	0,0342
2019 day2 PM	Taurus	0,0337	0,0321
2019 day5 PM	Taurus	0,0338	0,0349
2019 day6 PM	Taurus	0,0360	0,0379
2019 day5 AM	Taurus X	0,0322	0,0359
2019 day5 PM	Taurus X	0,0374	0,0377
2019 day6 PM	Taurus X	0,0273	0,0272

**TABELLA 1**

Coefficienti di drag di tutte le prove considerate calcolati utilizzando il bilancio delle energie totali e parziali.

Considerando le numerose fonti di errore citate, è necessario valutare quali prove sia giusto escludere dal calcolo del  $C_D$  medio, in particolare tra quelle del 2018, non essendo disponibili i dati sulle condizioni atmosferiche.

Per questo la tabella 1 è stata suddivisa in tre fasce di tolleranza, centrate nel valore medio, in funzione del massimo scarto percentuale consentito:

- 0-12% colore bianco
- 12-20% colore giallo
- >20% colore rosso

Mediando i soli valori di  $C_D$  catalogati in fascia bianca, si ottiene la tabella 2 che denota uno scostamento di pochi punti percentuali tra i risultati ottenuti utilizzando il bilancio delle potenze e quelli forniti dal confronto delle energie totali, mentre lo scarto tra i diversi modelli ed annate è di poco inferiore al 10%.

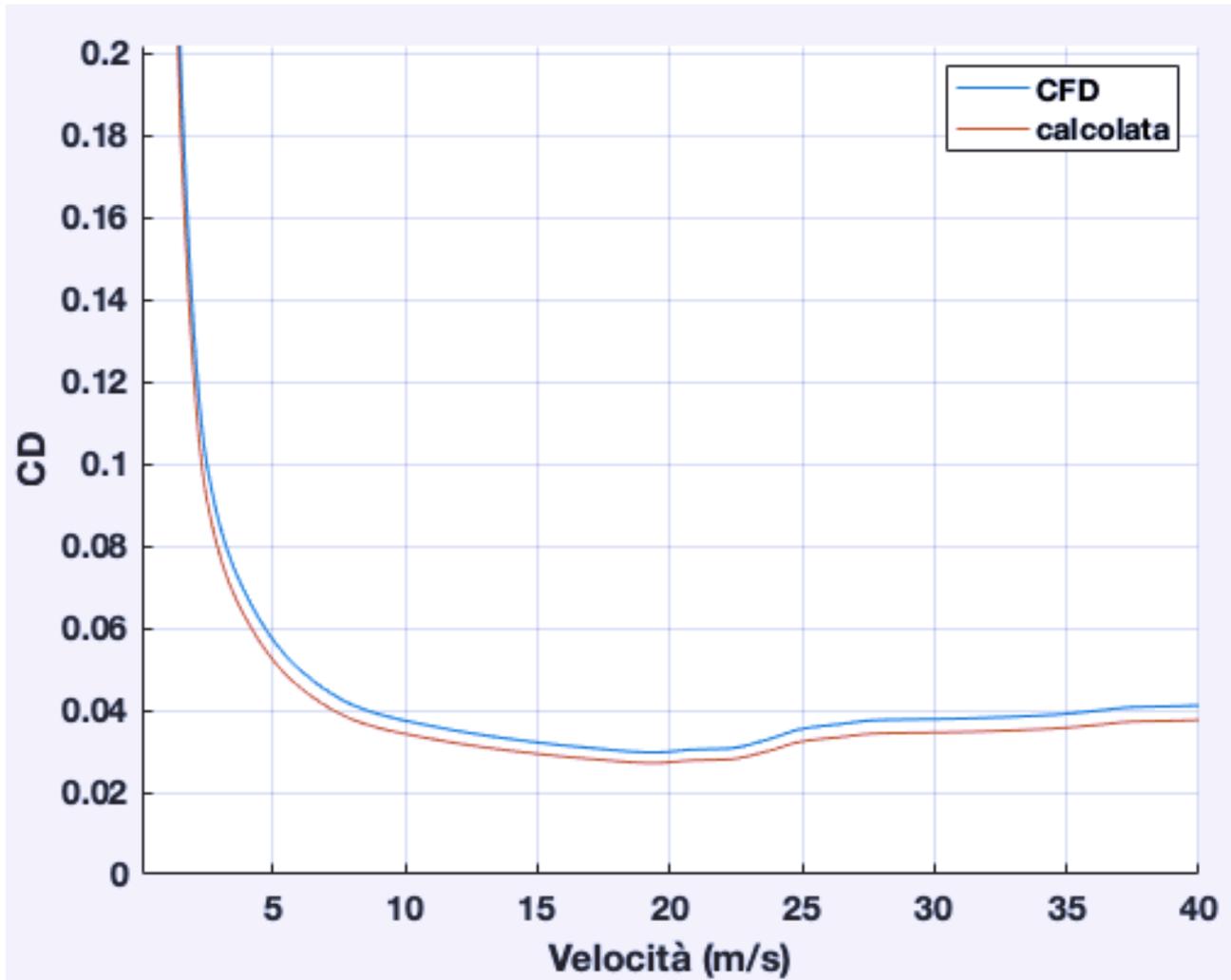
Modello utilizzato	$C_D$ potenze	$C_D$ energie	$C_D$ medio
<b>2018 Taurus</b>	0,0375	0,0386	0,0381
<b>2019 Taurus</b>	0,0344	0,0348	0,0346
<b>2019 Taurus X</b>	0,0348	0,0368	0,0358
<b>Media</b>	0,0356	0,0367	0,0362

**TABELLA 2**

Coefficienti di drag medi per ogni annata e modello di bici utilizzata calcolati utilizzando il bilancio delle energie totali e parziali.

In particolare, il  $C_D$  medio fornito dalle uniche due prove in fascia bianca tra quelle del 2018 è superiore a quello delle run del 2019, e questa differenza sarebbe stata molto maggiore se si fossero considerate le prove restanti. La causa principale è che l'assenza dei parametri atmosferici di tutte le prove, ad esclusione di quella del secondo giorno, che infatti fornisce risultati in linea con le run del 2019, ha portato ad utilizzare tali valori come riferimento per tutte le simulazioni del 2018, fornendo una densità dell'aria probabilmente inferiore a quella reale oltre a non poter considerare il vento che, visti i risultati, deve essere stato spesso laterale o contrario. Inoltre, da un anno all'altro sono state apportate delle piccole modifiche, ad esempio nelle prese d'aria, e i risultati forniti dal programma suggeriscono che queste siano riuscite a migliorare il  $C_D$  del velomobile.

Infine, in figura 11, viene confrontato il  $C_D$  medio appena ottenuto con quello fornito dall'analisi CFD, e si nota che il codice rileva un'efficienza aerodinamica superiore a quella stimata dalla fluidodinamica computazionale dell'8-9%.



**FIGURA 11**

Confronto tra il coefficiente di drag medio fornito dal programma e quello ottenuto dall'analisi CFD.

Ora è necessario passare ad analizzare i risultati ottenuti per il  $C_{r,r}$ , di cui la tabella 3 riporta i valori alla velocità di 35 m/s, con una suddivisione analoga alla tabella 1.

Prova e modello utilizzato	$C_{rr}$ bilancio potenze	$C_{rr}$ bilancio energie
2018 day1 PM Taurus	0,00449	0,00464
2018 day2 PM Taurus	0,00496	0,00478
2018 day4 AM Taurus	0,00256	0,00265
2018 day4 PM Taurus	0,00485	0,00468
2018 day5 AM Taurus	0,00482	0,00476
2018 day5 PM Taurus	0,00454	0,00491
2018 day6 AM Taurus	0,00510	0,00502
2019 day1 PM Taurus	0,00623	0,00621
2019 day2 PM Taurus	0,00605	0,00621
2019 day5 PM Taurus	0,00378	0,00365
2019 day6 PM Taurus	0,00428	0,00405
2019 day5 AM Taurus X	0,00556	0,00524
2019 day5 PM Taurus X	0,00509	0,00504
2019 day6 PM Taurus X	0,00598	0,00599

**TABELLA 3**

Coefficienti di resistenza al rotolamento di tutte le prove considerate calcolati utilizzando il bilancio delle energie totali e parziali.

In questo caso sono presenti quattro fasce di tolleranza:

- 0-14% colore bianco
- 14-20% colore giallo
- >20% colore rosso
- Uso di pneumatici meno prestazionali - colore azzurro

Anche in questo caso lo scostamento tra prove differenti è notevole, mentre è molto più ridotto quello dovuto all'algoritmo utilizzato.

In particolare, appare subito evidente come i valori di  $C_{rr}$ , ottenuti per il prototipo denominato Taurus X, siano mediamente superiori a quelli rilevati per l'altro prototipo, a parità di pneumatici utilizzati.

Non è semplice trovare le possibili cause di questo fenomeno, ma per iniziare è bene sapere che Taurus X è più leggero di Taurus di qualche chilo, così come il ciclista che lo utilizza, per questo l'energia dissipata per resistenza al rotolamento, che è proporzionale al prodotto tra massa e  $C_{rr}$ , è molto simile tra i due casi.

Dalle considerazioni precedenti si deduce che probabilmente il programma tende ad includere nella resistenza al rotolamento dei termini indipendenti dalla massa, quali ad esempio gli attriti interni.

Inoltre lo scarso numero di rilevazioni della massa complessiva rendono i valori forniti al programma non molto accurati, date le naturali variazioni di peso degli essere umani e le frequenti modifiche apportate ai prototipi.

Infine è bene considerare che la temperatura dell'asfalto ed ancor di più la pressione a cui vengono gonfiati gli pneumatici incidono sulla resistenza al rotolamento, ma questi parametri, non essendo misurati, non possono essere tenuti in considerazione nel modello utilizzato e per questo vanno a modificare il  $C_{rr}$  fornito dal programma.

Mediando i valori catalogati in fascia bianca e gialla della tabella 3, si ottiene la tabella 4, per i pneumatici Michelin, che denota uno scostamento di pochi punti percentuali tra i valori di  $C_{rr}$  forniti dal bilancio delle potenze e quelli ottenuti utilizzando l'energia totale, mentre lo scarto tra i diversi modelli ed annate è di poco superiore al 10%.

Modello utilizzato	$C_{rr}$ potenze	$C_{rr}$ energie	$C_{rr}$ medio
<b>2018 Taurus</b>	0,00479	0,00480	0,00480
<b>2019 Taurus</b>	0,00403	0,00385	0,00394
<b>2019 Taurus X</b>	0,00509	0,00504	0,00507
<b>Media</b>	0,00464	0,00456	0,00460

**TABELLA 4**

Coefficienti di resistenza al rotolamento medi per ogni annata e modello di bici utilizzata calcolati utilizzando il bilancio delle energie totali e parziali, per gli pneumatici Michelin

Mentre mediando i risultati evidenziati in azzurro, ottenuti con pneumatici Continental, si ottiene la tabella 5.

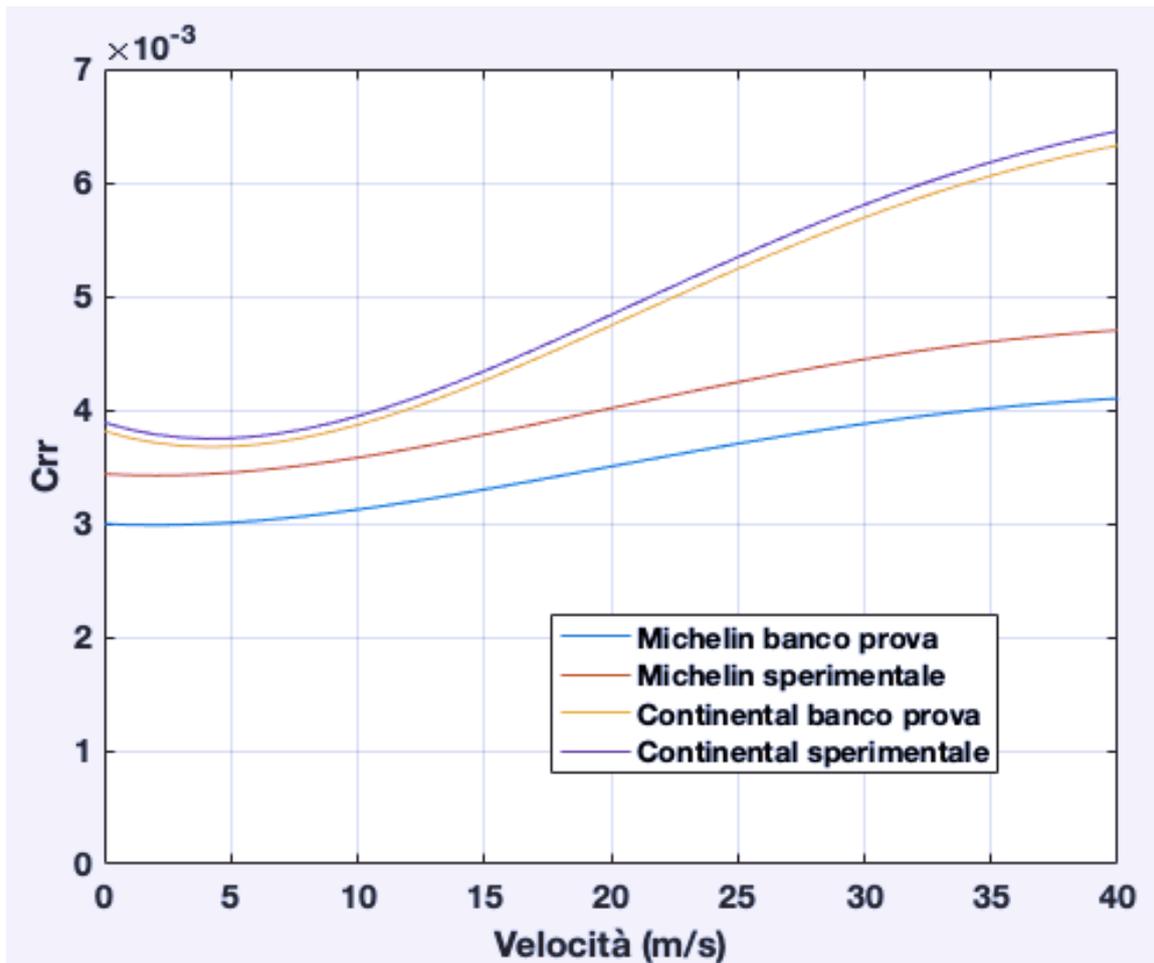
Modello utilizzato	$C_{rr}$ potenze	$C_{rr}$ energie	$C_{rr}$ medio
<b>Media</b>	0,00614	0,00621	0,00618

**TABELLA 5**

Coefficienti di resistenza al rotolamento medi per ogni annata e modello di bici utilizzata calcolati utilizzando il bilancio delle energie totali e parziali, per gli pneumatici Continental

Ora è possibile riportare, in un unico grafico (figura 12), gli andamenti dei coefficienti di resistenza al rotolamento medi appena ottenuti e confrontarli con i valori forniti dal banco prova.

Si può notare che il risultato ottenuto per gli pneumatici Continental è molto simile ai dati forniti dal banco prova mentre per i copertoncini Michelin il programma indica un  $C_{rr}$  superiore del 14%.



**FIGURA 12**

Confronto tra i coefficiente di resistenza al rotolamento medi forniti dal programma e quelli ottenuti utilizzando il banco prova.

Se però si fossero considerate le sole prove di Taurus del 2019 come fatto per i copertoncini Continental, essendo le uniche disponibili, allora anche per gli pneumatici Michelin si sarebbe ottenuto un dato in linea con quello fornito dal banco prova.

Questo fa pensare che sugli altri modelli fossero presenti degli attriti interni che sono stati inglobati nella resistenza al rotolamento, o che gli pneumatici utilizzati fossero meno gonfi o più rovinati e che questo abbia portato ad un aumento del  $C_{rr}$  rilevato su tali prove, in particolare per il prototipo Taurus X.

Inoltre è possibile che la ripartizione degli attriti, con la resistenza aerodinamica, non sia del tutto corretta.

# Capitolo 4 – Simulazione numerica e valutazione dello scarto

## 4.1 Simulazione dell'andamento di una prova per una potenza arbitraria

Ora che l'analisi numerica ha fornito i valori di  $C_D$  e  $C_{rr}$  si può pensare di sviluppare un programma che consenta di ricavare la velocità finale, conoscendo la potenza fornita in ingresso.

Tale codice risulterebbe essere molto utile, poiché permetterebbe di confrontare ciclisti differenti o di valutare possibili modifiche alla distribuzione dello sforzo, atte ad incrementare la velocità raggiunta.

A questo scopo bisognerà calcolare la differenza tra l'energia immessa e dissipata in ogni intervallo, in modo da poter valutare la velocità al passo successivo invertendo la formula dell'energia cinetica.

Nello specifico si dovranno utilizzare le formule scritte nel capitolo 3.1, calcolando per prima cosa l'energia cinetica traslazionale e rotazionale in ingresso al passo in esame, che anche in questo caso sarà di un metro.

Inoltre è possibile ricavare i coefficienti  $C_D$  e  $C_{rr}$  per la velocità di ingresso, interpolando i dati ottenuti dall'analisi numerica e salvati in vettori, come serie di punti equispaziati in funzione della velocità stessa, utilizzando la funzione *pchip* [7].

Sfruttando tali coefficienti si possono ricavare  $E_D$  ed  $E_{rr}$  del passo che si sta analizzando, così come  $E_W$  ed  $E_P$ , dato che sono note la potenza in ingresso, la pendenza del tracciato ed una prima approssimazione del tempo impiegato a percorrerlo, ottenuta dal rapporto tra la lunghezza del passo e la velocità d'ingresso.

A questo punto la velocità in uscita può essere calcolata sfruttando la formula (16):

$$v_f = \sqrt{2 \frac{E_{ci} + E_W + E_P - E_{rr} - E_D}{m}} \quad (16)$$

Conoscendo la velocità in uscita, è ora possibile calcolare la velocità angolare di tutti i componenti in tale frangente. Inoltre si può ricavare la velocità media dell'intervallo analizzato e conseguentemente rivalutare il tempo impiegato per percorrerlo, così come tutti i termini energetici calcolati in precedenza.

A questo punto utilizzando la formula (17), ottenuta dalla (16) con l'aggiunta dell'energia cinetica rotazionale, è possibile ricavare la  $v_f$  di seconda iterazione, per poi ripetere tutti i passaggi un'ultima volta e ottenere la  $v_f$  definitiva, che sarà utilizzata come punto di partenza per il passo successivo.

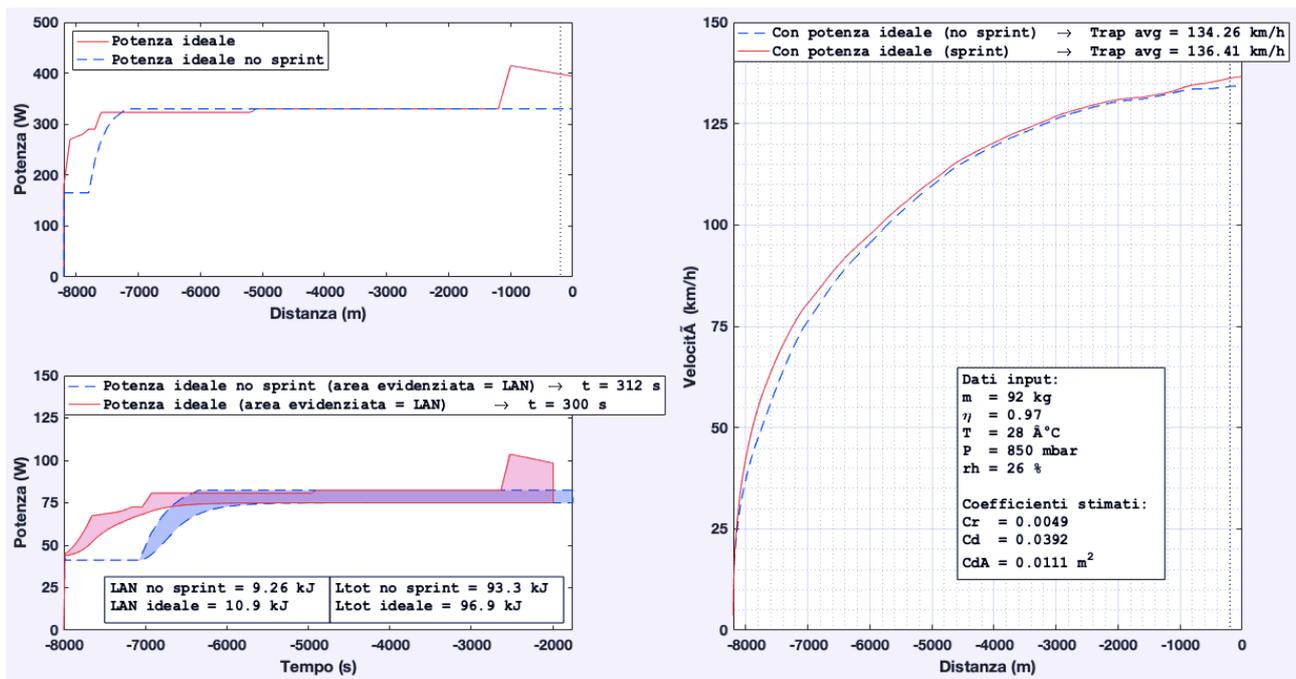
$$v_f = \sqrt{2 \frac{E_{ci} + E_{ici} + E_W + E_P - E_{rr} - E_D - E_{icf}}{m}} \quad (17)$$

La versione del programma appena presentata permette di testare i coefficienti ricavati dal codice descritto nel terzo capitolo, verificando che la velocità raggiunta sia prossima a quella originale, a parità di potenza fornita in ingresso.

Essa permette anche di testare dei profili di potenza realizzati per percorsi di distanza nota, che è comodo discretizzare nello spazio per poi valutare a posteriori la durata della prova e quindi l'entità esatta dello sforzo.

In figura 13 è riportato un esempio in cui viene confrontata la velocità raggiunta da due profili di potenza ideali, cioè privi di oscillazioni. Essi sono stati rappresentati nel grafico in alto a sinistra in funzione dello spazio percorso, mentre quello sottostante ne riporta l'andamento in funzione del tempo, sfruttando la corrispondenza fornita dalla simulazione stessa.

Nel grafico in basso a sinistra sono anche presenti delle bande colorate che evidenziano la potenza anaerobica, il cui calcolo è analizzato nel prossimo capitolo.



**FIGURA 13**

Grafici che mostrano l'andamento della potenza fornita dal ciclista durante la prova e della velocità raggiunta.

La necessità di dover fornire in ingresso un vettore contenente la potenza sviluppata dal ciclista campionata in metri anziché secondi, rende il codice descritto poc'anzi inadatto al confronto di potenze reali misurate sui rulli o su veicoli diversi tra loro, dato che questi mezzi farebbero perdere la corrispondenza tra la durata della prova e la distanza percorsa.

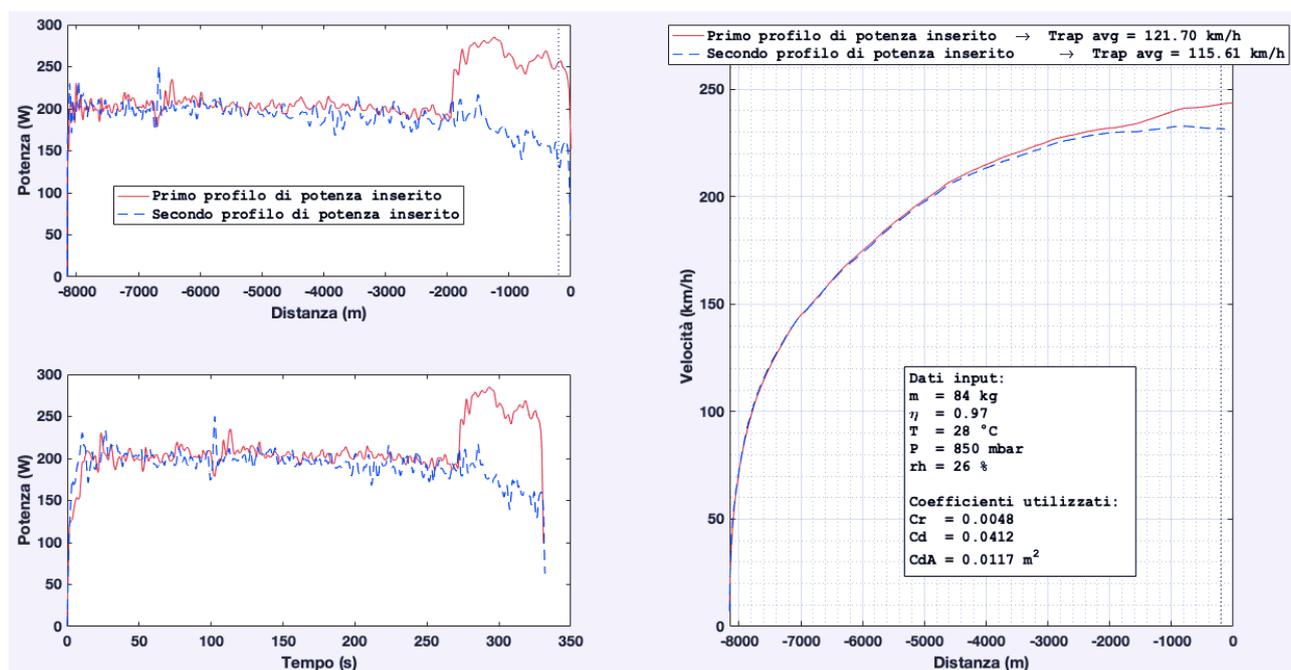
Per questo è stata realizzata una seconda versione del codice di simulazione, dove l'intervallo di gara è campionato in decimi di secondo.

La nuova versione del programma, inizia calcolando la distanza percorsa nell'intervallo di discretizzazione come prodotto tra la velocità in ingresso ed il tempo impiegato a percorrerlo, che in questo caso è fissato.

Successivamente è possibile valutare tutte le variabili utilizzate nel programma precedente, anche se in questo caso si è scelto di utilizzare le energie totali, valutando l'energia cinetica al termine del passo in esame come differenza tra la somma dell'energia immessa e di quella dissipata dall'inizio della prova.

In questo modo è possibile ricavare la velocità al termine del tratto analizzato, che equivale a quella di ingresso per il passo successivo, terminando così la prima iterazione del programma.

In figura 14 è riportato come esempio il confronto tra due profili di potenza, generati sui rulli da due cicliste differenti, allo scopo di valutare quale fosse la più meritevole di guidare uno dei prototipi del team l'anno successivo.



**FIGURA 14**

Grafici che mostrano l'andamento della potenza fornita dal ciclista e della velocità raggiunta, avendo discretizzato la prova nel tempo.

In questo caso, dato che era nota la distanza di gara, è stato inserito un loop esterno in grado di aggiungere o togliere alcuni valori dal vettore delle potenze fornito in ingresso, e ripetere l'operazione fino a quando la distanza percorsa non sarebbe risultata essere quella desiderata.

## 4.2 Analisi delle prestazioni di un ciclista

Ogni essere umano è in grado di sviluppare una potenza differente in funzione della propria massa, allenamento e predisposizione ma anche della tipologia di prova svolta.

In particolare al variare della durata dello sforzo varia la potenza media esprimibile dal soggetto, dato che i meccanismi biologici alla base di sforzi di breve durata (anaerobici) sono completamente differenti da quelli utilizzati per prove più lunghe (aerobici), per questo ogni atleta ha una differente predisposizione per le due tipologie di sforzo, in funzione del tipo di fibre prevalenti nei suoi muscoli.

Inoltre è necessario rapportare i watt assoluti erogati alla massa del soggetto, in quanto a parità di tutte le altre condizioni sono pressoché proporzionali.

Per le ragioni precedenti ogni atleta ha una soglia differente. Con questo termine viene indicato il massimo sforzo aerobico che il soggetto può sopportare, quindi per potenze superiori non sarà più sufficiente la combustione cellulare a fornire tutta l'energia necessaria a muovere i muscoli interessati.

Per questo entreranno in azione meccanismi anaerobici, che intossicano i muscoli; anche da questo punto di vista ogni soggetto reagisce in maniera diversa e per questo la massima potenza esprimibile e il totale dell'energia anaerobica sviluppata nel tempo dipendono dall'atleta considerato.

Anche per potenze inferiori a quella di soglia è possibile che si produca acido lattico, soprattutto nelle prime fasi di gara, dal momento che la capacità aerobica e quindi anche la soglia di ogni persona varia nel tempo, in particolare a riposo è decisamente inferiore rispetto a quella a regime ed il suo adeguamento allo sforzo non è istantaneo; per questo il riscaldamento è fondamentale prima di ogni genere di prova.

Partendo da queste premesse è possibile svolgere dei test che consentono di ricavare la potenza di soglia di ogni atleta, misurando il massimo livello di sforzo che egli è in grado di produrre, man mano che la prova si protrae nel tempo.

Dopo aver ricavato la potenza di soglia è possibile utilizzare una formula empirica (18) per calcolare la potenza aerobica, in funzione di quella sviluppata dall'atleta [8]

$$W_{ar} = W \left( 1 - e^{-\frac{1}{\tau}} \right) \quad (18)$$

Questa formula vale solamente quando la  $W_{ar}$  sviluppata è inferiore a quella di soglia, essendo per definizione il valore massimo che il soggetto può esprimere, mentre per valori superiori essa rimane costante ed il resto della potenza sviluppata risulta essere anaerobica (19).

$$W_{an} = W - W_{ar} \quad (19)$$

Ora è necessario implementare un programma che valuti la variazione della potenza aerobica metro per metro, in modo che possa essere calcolata anche per una potenza in ingresso variabile.

Dopo aver assegnato la potenza di soglia, detta anche *critical power (CP)*, e la velocità di adeguamento della potenza aerobica ( $\tau$ ), è necessario indicare il valore della  $W_{ar}$  all'inizio della prova, considerando che nel nostro caso il ciclista ha la possibilità di riscaldarsi adeguatamente ma che poi passano vari minuti prima che la run possa cominciare.

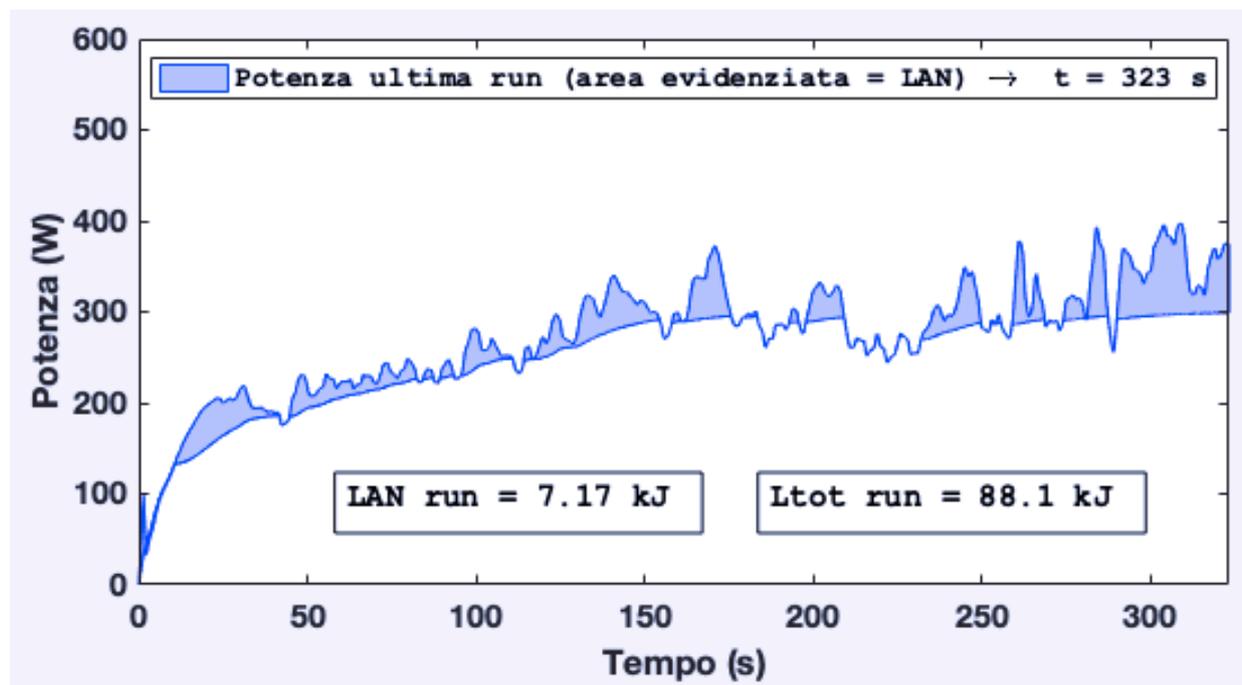
A questo punto sfruttando la formula (18), adeguatamente corretta per tener conto della potenza aerobica iniziale non nulla, è possibile valutare la sua evoluzione in ogni intervallo (20).

$$W_{ar}(i) = W_{ar}(i-1) + (W(i) - W_{ar}(i-1)) \left( 1 - e^{-\frac{t(i) - t(i-1)}{\tau}} \right) \quad (20)$$

$$\text{Se } W > CP \longrightarrow W = CP$$

Ora è sufficiente integrare nel tempo i risultati per ottenere il lavoro aerobico ed anaerobico totale.

Nell'esempio in figura 15 è stata considerata una potenza di soglia di 329 W ed il lavoro anaerobico è stato evidenziato in blu, mentre i valori totali sono stati divisi per mille, passando da Joule a Kilojoule, per renderli di più facile lettura.

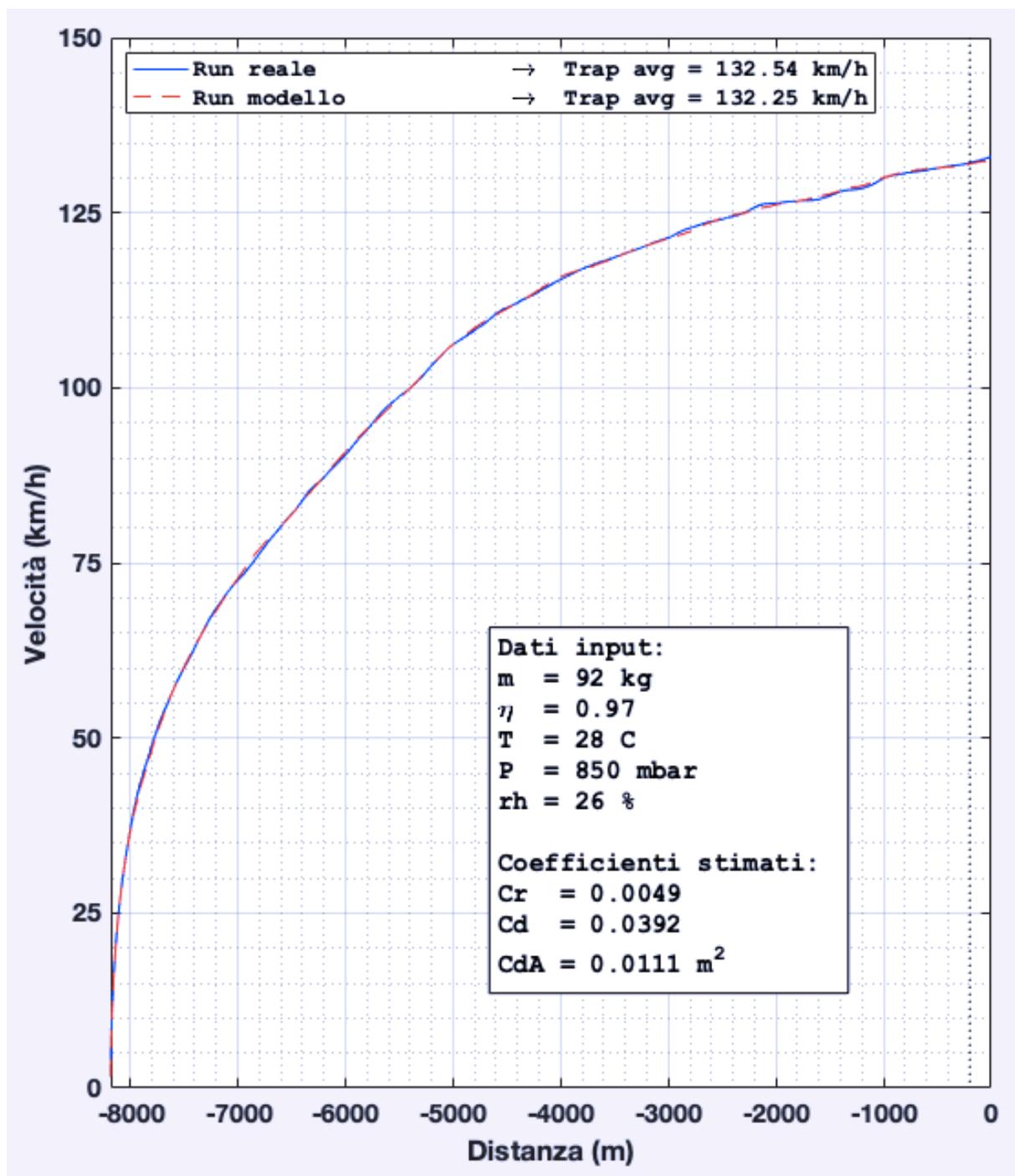


**FIGURA 15**

Grafico che mostra l'andamento della potenza aerobica ed anaerobica fornita dal ciclista in funzione del tempo.

### **4.3 Valutazione dello scostamento tra i dati reali e quelli simulati**

Nel primo paragrafo di questo capitolo, si era detto che il codice di simulazione consente di verificare i coefficienti ricavati dall'analisi numerica, appurando che la velocità simulata sia prossima a quella realmente raggiunta come mostrato nella figura 16, in cui viene preso in ingresso il profilo di potenza della figura 15.



**FIGURA 16**

Grafico che mostra l'andamento della velocità in funzione della distanza percorsa.

La quasi perfetta sovrapposizione delle velocità nel grafico precedente indica che l'incertezza nei coefficienti rilevati non pregiudica la bontà delle simulazioni svolte ed

anzi avvalora la scelta di utilizzare gli andamenti di  $C_D$  e  $C_{rr}$  forniti dalle prove di laboratorio.

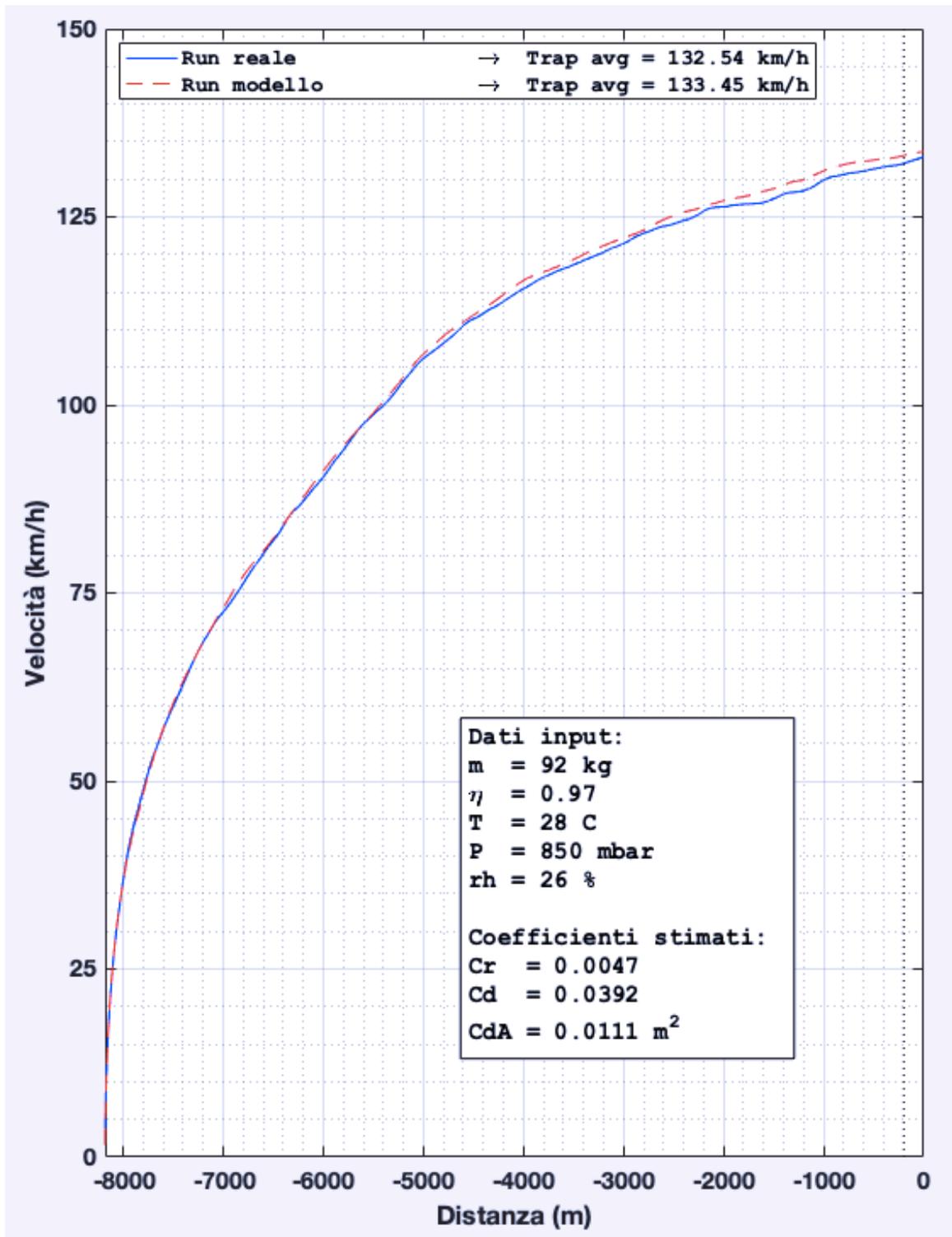
In particolare mostra come sia possibile confrontare efficacemente differenti profili di potenza, dato che partendo da un andamento reale della potenza la velocità raggiunta rispecchia quella prevista.

In prima istanza questo accade perché, anche se i due coefficienti oscillano notevolmente, tale effetto si riduce quando le energie dissipate, che risultano essere proporzionali ad essi, vengono sommate, dato che parte della loro incertezza è proprio dovuta alla imperfetta ripartizione della resistenza tra aerodinamica e rotolamento, insita nel fatto che il programma le separa esclusivamente in funzione del loro diverso andamento in funzione della velocità.

Inoltre, i coefficienti utilizzati nella simulazione precedente sono proprio quelli forniti dall'analisi della prova che prendeva in ingresso tale profilo di potenza e non i valori medi, ricavati nel capitolo 3. Questa è una scelta coerente col fine proposto, dato che per confrontare profili di potenza differenti non è necessario valutare precisamente quale velocità si raggiungerebbe, cosa tra l'altro irrealizzabile a meno di conoscere con precisione le condizioni ambientali in cui la prova si svolgerebbe, ma capire quale sforzo consentirebbe di raggiungere risultati migliori.

Comunque dalla figura 17, in cui è riportato il risultato che si otterrebbe utilizzando i coefficienti medi di tutti le prove, si nota che anche in questo caso il risultato non si discosterebbe di molto da quello reale.

La bontà dei risultati forniti dal programma di simulazione e le nozioni inerenti alle capacità aerobiche di ogni individuo, descritte nello scorso paragrafo, ci hanno permesso di valutare quale fosse la distribuzione ottimale delle energie nell'arco della prova, evidenziando la necessità di impegnarsi sin dalla partenza (figura 13). Infatti, nonostante questo aumenti l'energia dissipata totale, dovendo raggiungere velocità molto elevate, la potenza sviluppabile in uno sprint di poche decine di secondi nell'ultimo segmento di gara, non consente di immagazzinare sufficiente energia cinetica, come avviene sulle bici tradizionali.



**FIGURA 17**

Grafico che mostra l'andamento della velocità in funzione della distanza percorsa.

Ora che abbiamo analizzato graficamente quale sia lo scostamento tra la velocità reale e quella ottenuta attraverso una simulazione, realizzata con lo stesso profilo di

potenza ed i coefficienti ottenuti da tale prova, è possibile confrontare lo scarto tra le due velocità in maniera analitica.

Per fare ciò, è possibile confrontare lo scarto quadratico medio tra due vettori, contenenti l'energia cinetica agli estremi di ogni intervallo di discretizzazione: il primo calcolato utilizzando la velocità reale ed il secondo quella fornita dalla simulazione.

Inoltre è possibile valutare lo scarto quadratico medio generato dalla risoluzione del sistema che fornisce  $C_D$  e  $C_{rr}$ , sia che questi siano stati ricavati dal bilancio delle potenze che da quello delle energie, poiché è possibile ricondursi al caso duale applicando gli operatori sommatoria e differenziazione ai vettori utilizzati.

In particolare, se si usano le energie totali, lo scarto quadratico medio generato dalla risoluzione del sistema, può essere ottenuto calcolando il vettore scarto attraverso la formula (21), e successivamente facendo la radice quadrata della sommatoria dei suoi termini elevati al quadrato e divisi per il loro stesso numero.

$$S = ( E_W + E_P - E_c - E_{ic} ) - [e_D \ e_{rr}] \times [C_D ; C_{rr}] \quad (21)$$

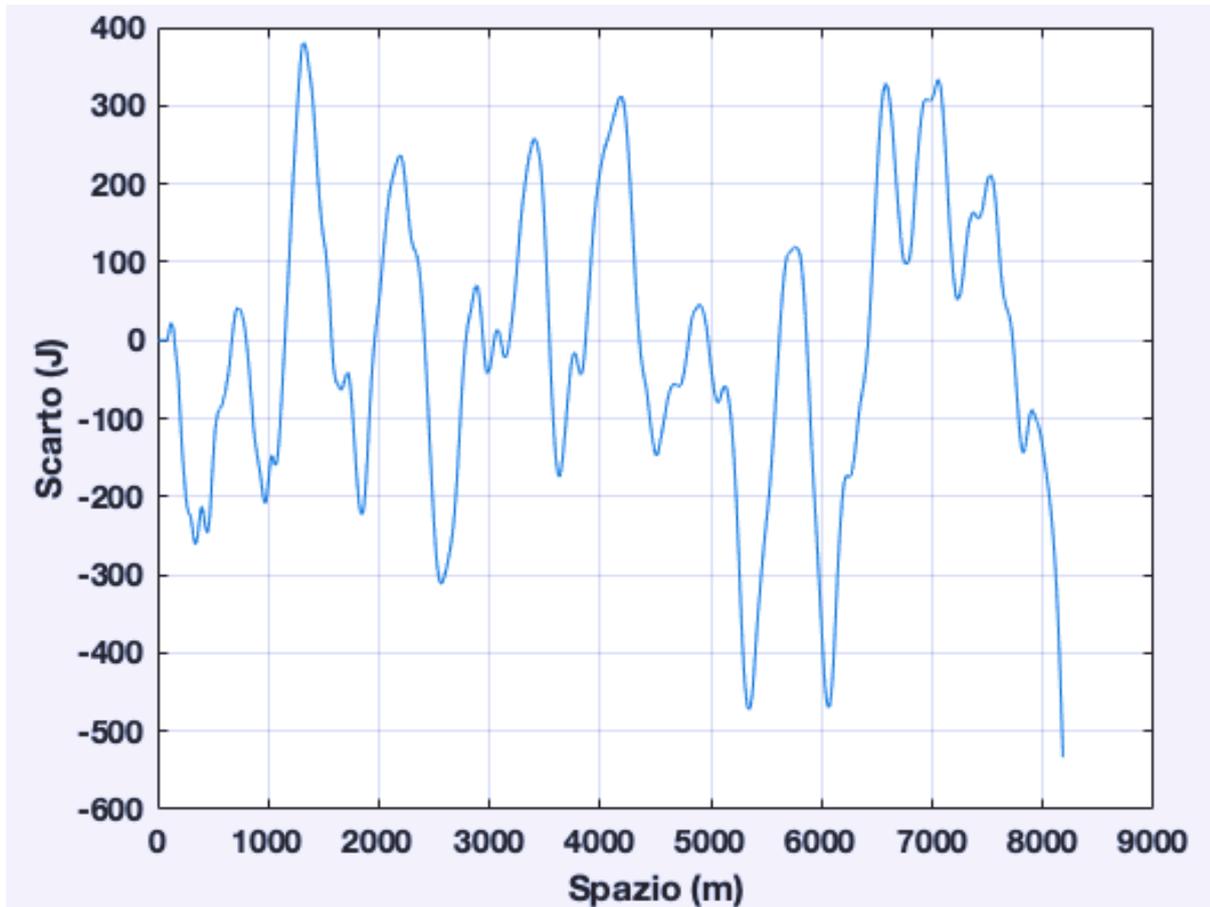
Nella formula appena esposta la somma interna alle parentesi tonde genera il termine noto, mentre la prima parentesi quadra indica una matrice, formata dai vettori dei due termini incogniti, che viene moltiplicata vettorialmente per la seconda, la quale compone il vettore dei coefficienti ottenuti dalla risoluzione del sistema.

Il risultato così ottenuto è pressoché identico allo scarto quadratico medio tra l'energia cinetica calcolata per la velocità reale e quella fornita dalla simulazione.

Questo risultato è dovuto al fatto che lo scarto generato dal sistema nasce dall'impossibilità, con solo due parametri liberi, di ripercorrere in maniera esatta l'andamento della prova reale, quindi, in fase di simulazione, essendo fissati tutti gli altri parametri, tale discrepanza andrà proprio a depositarsi sulla velocità.

In figura 18 è stato riportato il vettore degli scarti, inerente alla prova mostrata in figura 16, anche se in questo caso appare molto maggiore di quanto non sembri in

tale grafico, ma bisogna ricordare che il totale dell'energia immessa è nell'ordine dei 100 kilojoul e che quindi, l'errore che si sta commettendo nell'approssimare l'energia cinetica è inferiore all'1% di quella totale.



**FIGURA 18**

Andamento dello scarto generato dal calcolo dei coefficienti in funzione dello spazio percorso.

Per quanto lo scarto assuma valori ridotti è interessante provare a capire da quali cause possa essere generato:

- Mentre potrebbe essere causato da variazioni nella velocità e direzione del vento, dato che si sta analizzando un'unica prova, tutte le variabili ambientali quasi statiche non possono incidere sull'errore commesso.

- In secondo luogo potrebbe essere dovuto ad un errato andamento dei coefficienti  $C_D$  e  $C_{rr}$ , ma appare improbabile che questi possano avere una forma oscillante come quella che sarebbe necessaria a compensare lo scarto mostrato in figura.
- Infine la pendenza fornita in ingresso al programma, ricavata mediando vari file trovati su internet anche sul sito della gara stessa, appare come la causa più rilevante, almeno per le prove con vento scarso.

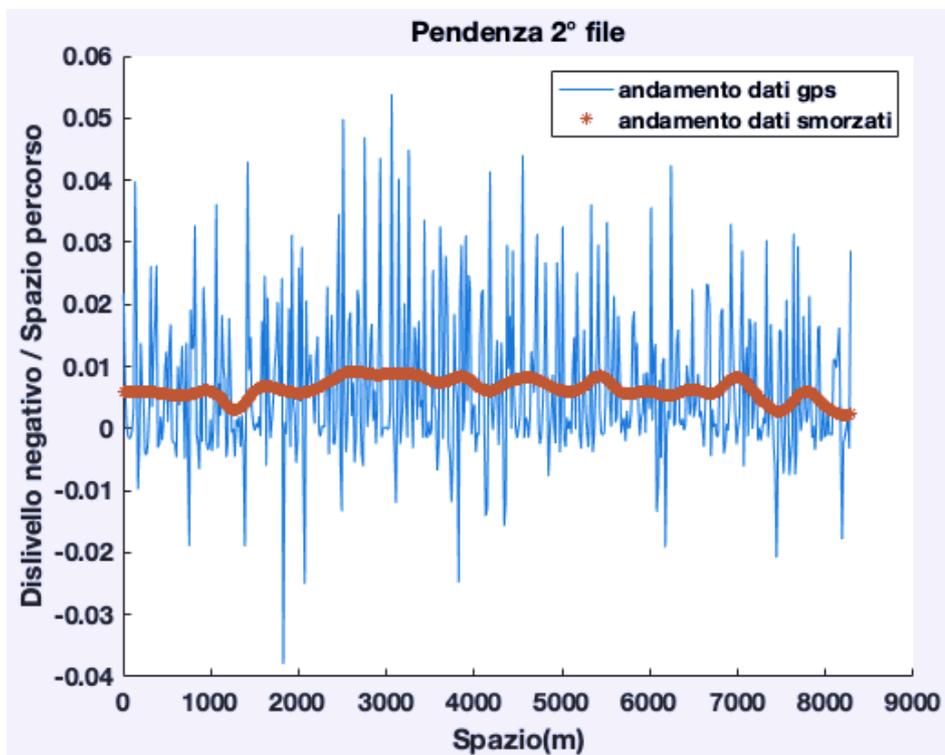
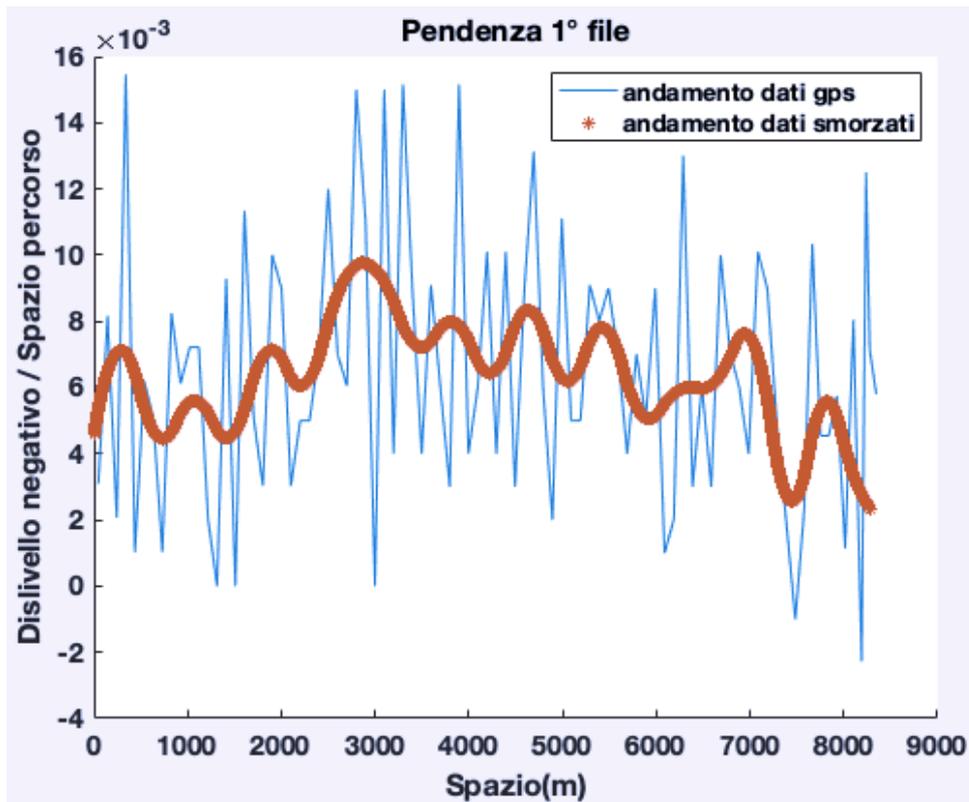
# Capitolo 5 – Correzione iterativa della pendenza

## 5.1 Creazione del file pendenza

Dal capitolo precedente, si nota come modificare il file contenente la pendenza del tracciato utilizzata fino ad ora, sia l'unica strada perseguibile per migliorare i risultati fin qui ottenuti. Prima di procedere però, è bene sapere che la pendenza utilizzata fino ad ora è stata ricavata mediando i dati forniti da due file *GPS* [9] ed avvalorata dal confronto con ulteriori fonti.

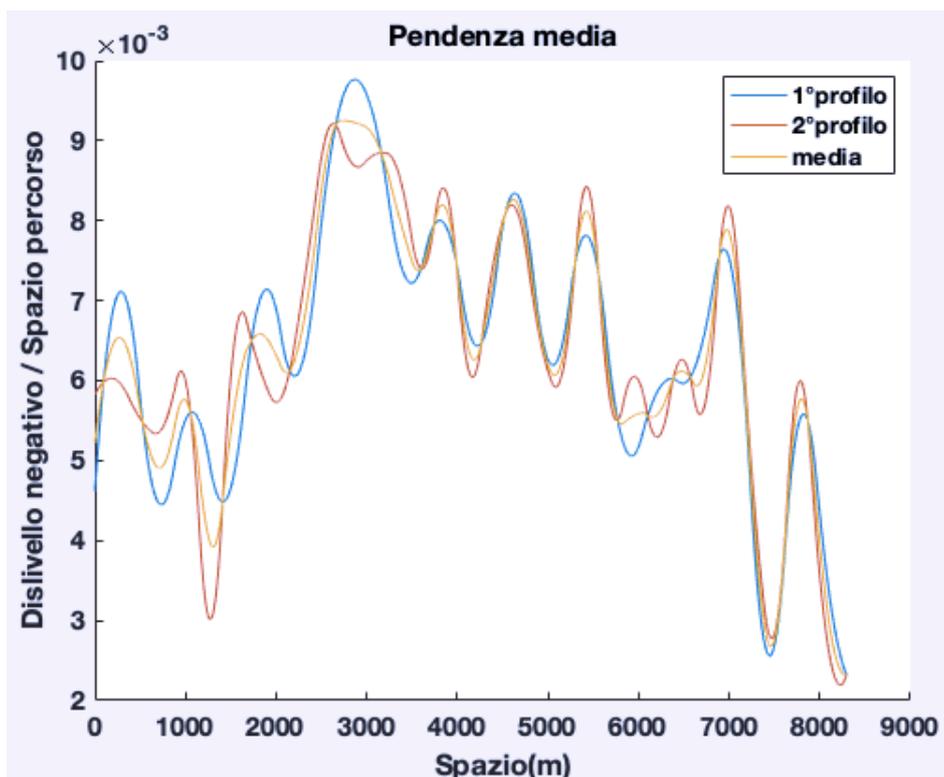
Per prima cosa, i dati ottenuti da ciascun file *GPS* sono stati mediati tra di loro in piccoli gruppi, in modo da ottenere un andamento smorzato anche se caratterizzato da un minor numero di punti, come mostrato nelle figure 19 e 20.

Successivamente i punti ricavati da ciascun file sono stati interpolati con una *spline*, in modo da poter mediare i due andamenti metro per metro ed ottenere un vettore pendenza, direttamente nel formato desiderato (figura 21).



**FIGURE 19 - 20**

Pendenza fornita dai file GPS, con relativo andamento smorzato, in funzione dello spazio percorso.



**FIGURA 21**

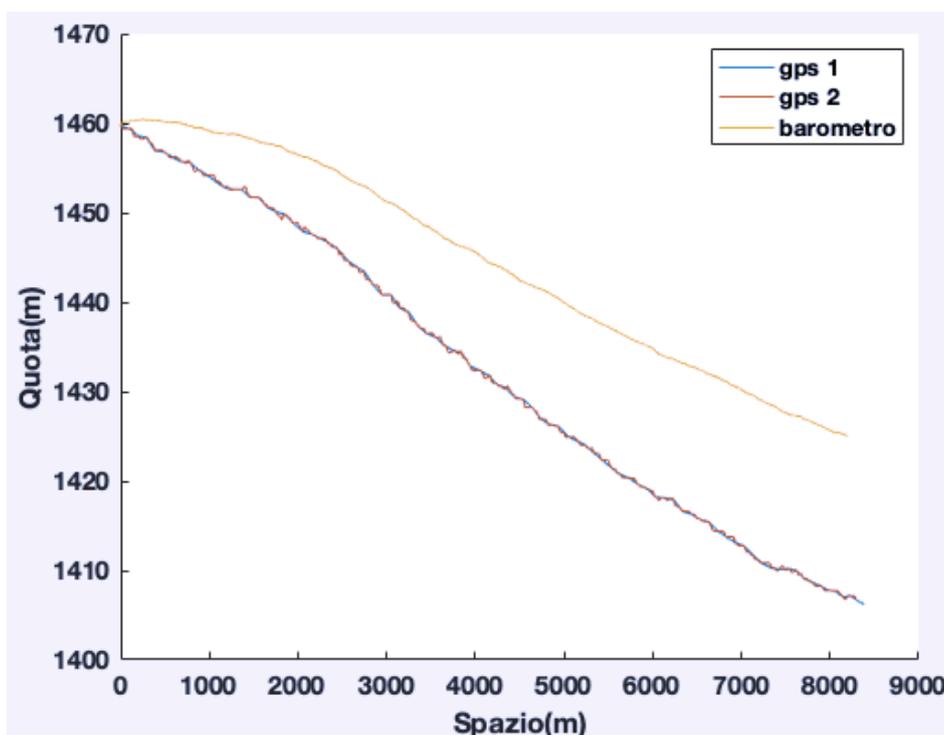
Confronto delle pendenze smorzate fornite dai file GPS in funzione dello spazio percorso.

Il risultato ottenuto è stato poi confrontato con le indicazioni presenti sul sito della competizione [10] e con i dati forniti dal barometro, presente sul ciclocomputer installato sul velomobile.

I primi hanno confermato un andamento coerente con quello ottenuto poc'anzi ma, essendo forniti come valori medi per un numero di intervalli molto limitato, non sono stati ritenuti adeguati ad essere utilizzati nel calcolo della pendenza media, essendo eccessivamente smorzati presentando un andamento simile ad una parabola.

I secondi invece si discostano notevolmente da tutti i dati precedenti, in particolare mostrano una pendenza prossima a zero nei primi chilometri di gara che porta a supporre che la reattività del barometro non sia adeguata al tipo di prova effettuata. Inoltre lo strumento potrebbe risentire del fatto di trovarsi all'interno della carena che, pur non essendo pressurizzata, limita l'ingresso di aria dall'esterno determinando un forte aumento della temperatura, con conseguente riduzione della

pressione interna, inducendo il barometro a segnare una quota maggiore di quella reale (figura 22).



**FIGURA 22**

Andamento della quota fornita dai file GPS e da barometro in funzione dello spazio percorso.

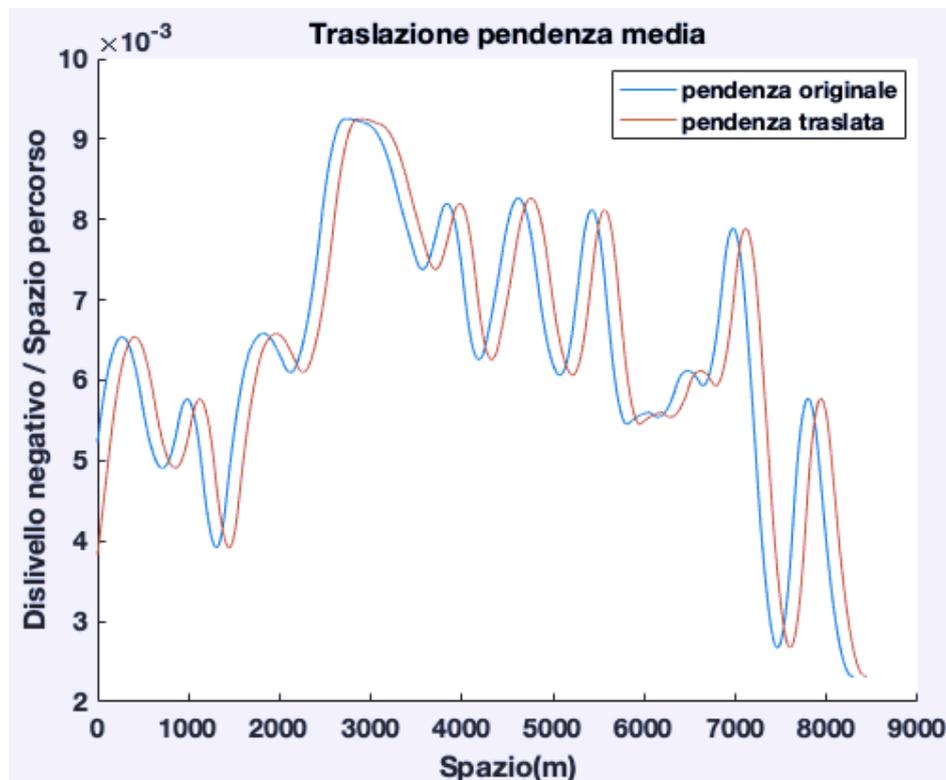
L'ultimo problema rimasto da risolvere, è determinare se il punto d'inizio della prova coincida con quello dei file *GPS*, dato che questi sono stati ricavati selezionando manualmente il segmento di gara.

Per questo il codice di calcolo dei coefficienti, descritto al capitolo 3, è stato inserito all'interno di un ciclo, che ad ogni iterazione fosse in grado di anticipare o posticipare il punto di inizio del vettore contenente la pendenza appena calcolata.

Per posticipare il punto di inizio, è sufficiente escludere il primo elemento del vettore, mentre per anticiparlo è necessario ottenere un nuovo punto da inserire prima di quelli già presenti, attraverso l'interpolazione polinomiale della prima parte del vettore stesso.

Infine è sufficiente confrontare la variazione dello scarto quadratico medio, generato dal sistema con cui sono calcolati  $C_D$  e  $C_{rr}$ , per valutare se ci si stia spostando nella direzione giusta e capire quando si è arrivati ad un punto di minimo.

In questo modo, confrontando i risultati forniti da tutte le prove disponibili, è stato determinato il punto di inizio più probabile per quelli che erano i dati a nostra disposizione (figura 23).



**FIGURA 23**

Traslazione della pendenza, in funzione dello spazio percorso, che minimizza l'RMS.

## 5.2 Algoritmo di correzione iterativa della pendenza

Come detto precedentemente, l'unico metodo possibile, per migliorare i risultati forniti dall'analisi e simulazioni numerica, risiede nel tentativo di correggere la pendenza fin qui utilizzata.

Dato che lo scopo è ridurre lo scarto generato dal calcolo dei coefficienti di drag e rotolamento e quindi, in fase di simulazione, lo scostamento tra la velocità reale e quella fornita dal programma, si può pensare di modificare iterativamente l'andamento della pendenza e valutare quale strada intraprendere proprio in funzione della variazione dello scarto, come fatto nello scorso paragrafo.

In questo caso, però, non si tratta di traslare l'inizio della prova lungo il vettore generato dal valore della pendenza ad ogni metro, ma di modificare il vettore stesso, provando ad incrementare o ridurre ogni suo valore, per poi selezionare l'operazione in grado di ridurre maggiormente lo scarto quadratico medio (*RMS*).

Se si implementasse questa soluzione, partendo da un vettore pendenza composto dai singoli metri, il costo computazionale risulterebbe essere elevatissimo ma soprattutto si starebbe cercando un grado di dettaglio delle correzioni decisamente superiore a quello fornito dalle misure effettivamente realizzate nell'arco della prova, essendo numericamente molto inferiori.

Per questo, si è scelto di discretizzare la pendenza con passi ben superiori al metro, inoltre, considerando che la velocità della prova aumenta col passare del tempo e che quindi la distanza tra una misura e quella successiva aumentano con essa, si è deciso di fare lo stesso con il vettore pendenza.

In particolare si è optato per un andamento lineare con intercetta maggiore di zero ad esclusione dei primi punti, dove la variazione è più rapida dato che anche la velocità cresce più rapidamente.

Nonostante questo accorgimento il costo computazionale rimane piuttosto elevato, soprattutto considerando il notevole numero di prove disponibili, di conseguenza si è cercato di migliorare l'efficienza dell'algoritmo portando fuori dal ciclo il calcolo di tutte le forme di energia ad esclusione di quella potenziale.

In questo modo ad ogni iterazione l'algoritmo deve solamente richiamare una funzione esterna, che modifica un punto del vettore pendenza, correggere il sistema risolutivo inserendo il nuovo valore dell'energia potenziale e risolvere lo stesso valutandone lo scarto.

La funzione inserita nel ciclo modifica un punto differente del vettore d'interesse, ogni volta in cui viene richiamata, e memorizza l'*RMS* fornito dall'operazione precedente diviso per la lunghezza del rispettivo passo. Quando la funzione supera l'ultimo elemento esegue un'operazione differente, cioè confronta gli scarti ottenuti da tutte le operazioni precedenti ed esegue quella che lo ha ridotto maggiormente, per poi ripartire a valutare le possibili modifiche del vettore appena aggiornato.

Queste operazioni potrebbero però alterare progressivamente il dislivello totale, mentre sarebbe importante evitare questa situazione, dato che questo valore è confermato da tutti i file osservati nel paragrafo precedente. Per questo, quando la funzione esterna corregge il vettore pendenza, eseguendo l'operazione che riduce maggiormente l'*RMS*, vengono anche modificati leggermente tutti i punti restanti, in modo che la somma dei termini, moltiplicati ciascuno per la propria ampiezza, resti invariata.

Infine, visto che la ricostruzione della potenza fornita dal ciclista per il primo tratto utilizza i coefficienti di drag e rotolamento, è bene aggiornare periodicamente la funzione che fornisce la potenza in ingresso, dato che la modifica della pendenza potrebbe alterare tali coefficienti.

Il codice appena descritto, è stato implementato sia per la versione del programma che utilizza il bilancio delle energia totale che per quella che sfrutta l'energia immessa ad ogni metro, in modo da poter confrontare i risultati ottenuti.

Inoltre resta da decidere se sia meglio arrestare le iterazioni quando la variazione dello scarto scende al di sotto di una certa soglia, o se proseguire fino a quando qualsiasi modifica del vettore pendenza porterebbe ad un suo aumento.

Anche in questo caso si è scelto di provare entrambe le soluzioni, per poi confrontare i risultati ottenuti e decidere quale strada intraprendere.

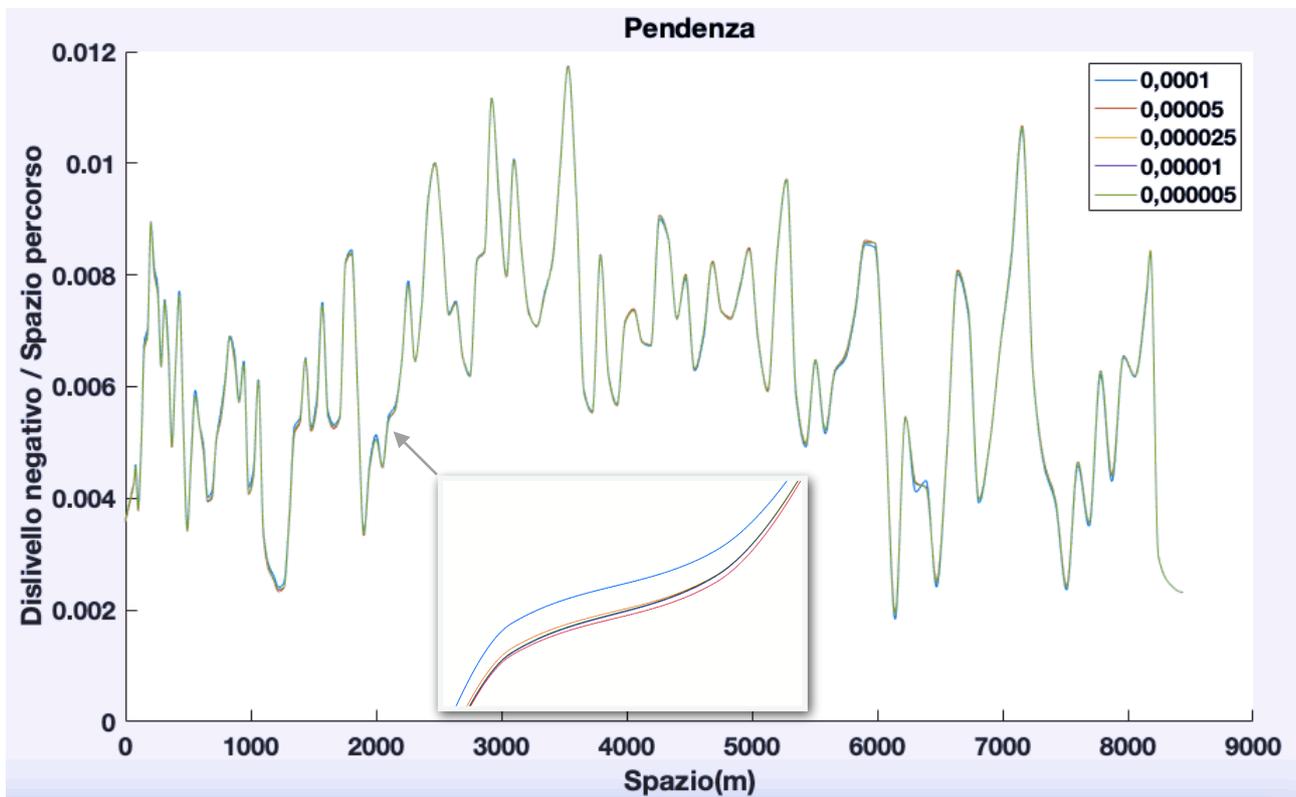
### 5.3 Confronto e mediazione dei risultati ottenuti

Ora che il programma che consente di modificare la pendenza è stato terminato, è possibile testare le quattro combinazioni presentate nel paragrafo precedente, confrontando i risultati forniti da ciascuna di esse per tutte le prove disponibili.

Prima però, è necessario scegliere l'ampiezza della correzione da realizzare ad ogni passo e successivamente la tolleranza di arresto delle iterazioni.

Per questo, sono stati confrontati i risultati forniti dalla stessa prova per correzioni sempre più fini, valutando per quale valore l'andamento della pendenza e la variazione di  $C_D$ ,  $C_{rr}$  e del  $RMS$  generato sarebbero diventati pressoché stabili.

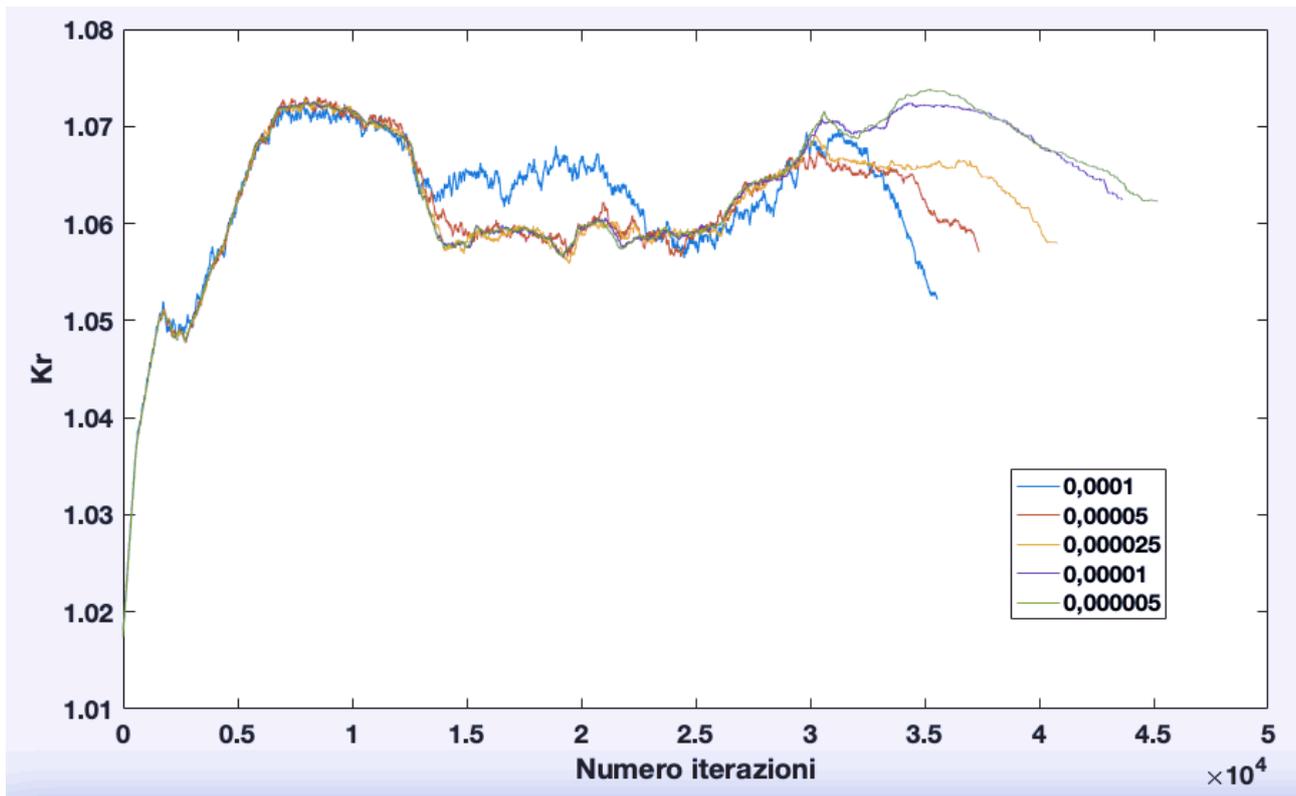
Se si osserva la pendenza in figura 24, è necessario zoomare su di una porzione più limitata del grafico, per notare gli effetti del raffinamento delle correzioni.



**FIGURA 24**

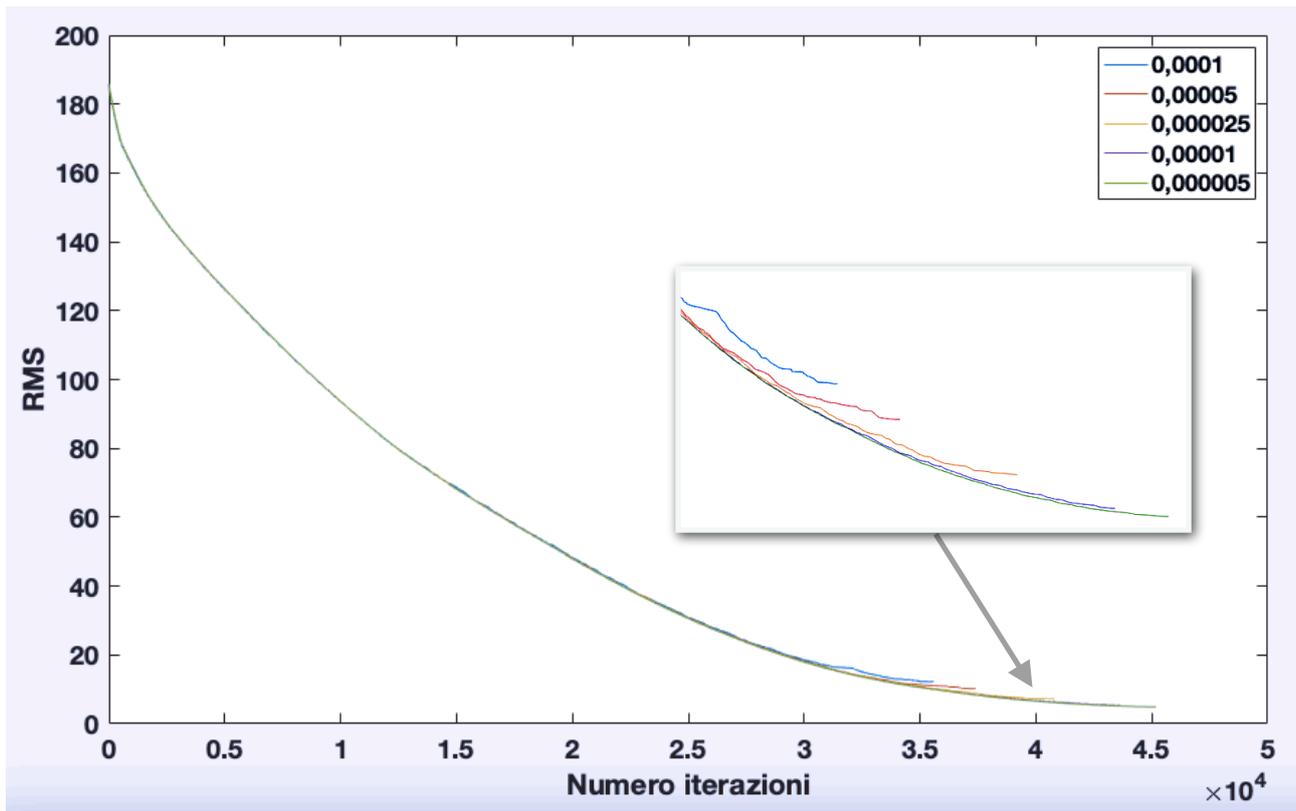
Andamento della pendenza corretta in funzione dello spazio percorso.

Lo stesso accade se si sceglie di guardare l'andamento dello scarto quadratico medio (figura 25), mentre se si osserva la variazione del coefficiente moltiplicativo del  $C_{rr}$ , ottenuto dal banco prova e mostrato in figura 26, questa operazione non è più necessaria.



**FIGURA 25**

Andamento dell'RMS in funzione del numero di iterazioni svolte.



**FIGURA 26**

Andamento del coefficiente di resistenza al rotolamento in funzione del numero di iterazioni svolte.

Nelle figure 25 e 26, per far sì che le curve si sovrappongano rendendone più facile il confronto, il numero dei passi eseguiti da ciascuna è stato moltiplicato per il proprio rapporto di correzione diviso per quello minimo.

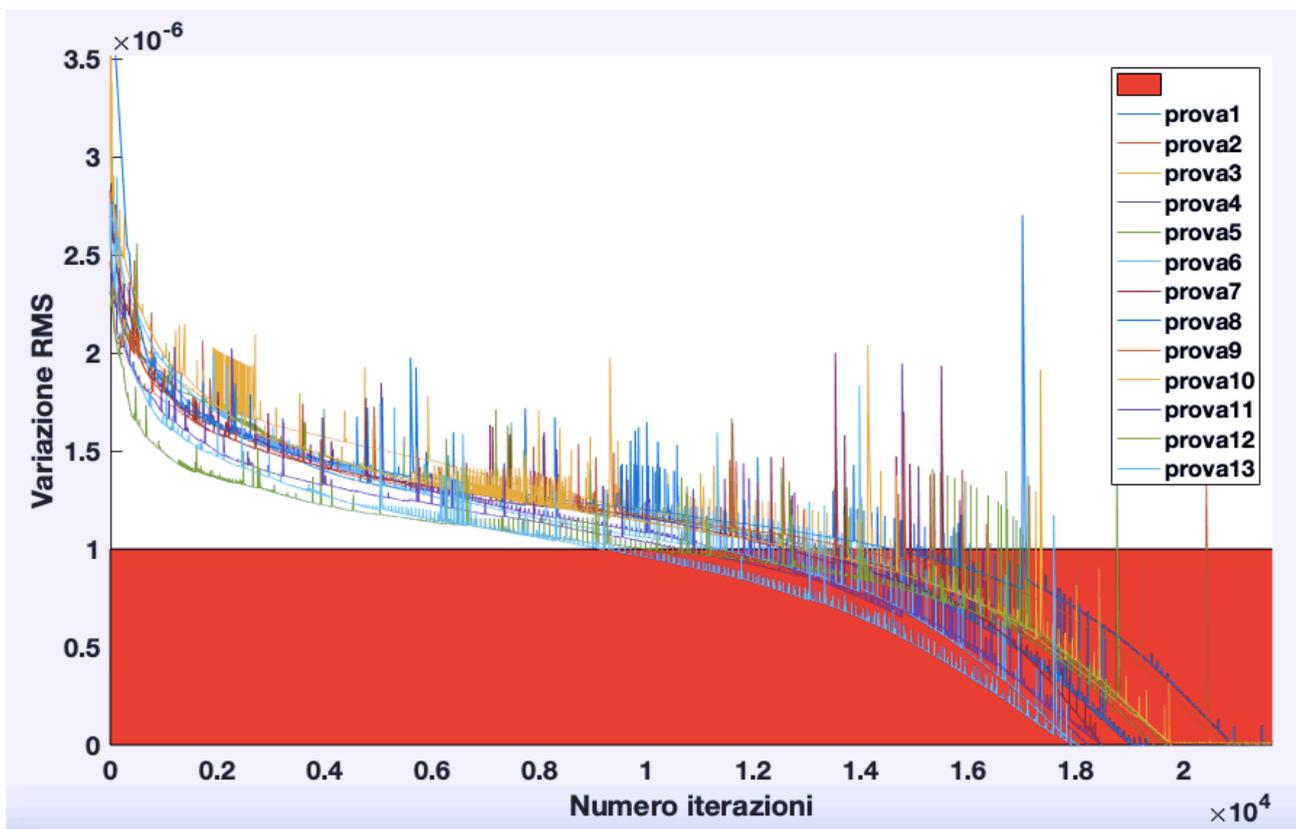
Osservando le figure precedenti, si nota che affinando lo step di correzione della pendenza la variazione dei risultati ottenuti è via via inferiore fino a che, tra una correzione di 0,00001 ed una di 0,000005, la differenza risulta essere pressoché nulla. Per questo si è scelto di utilizzare per le simulazioni seguenti, una correzione di 0,00001, ricordando che la pendenza media è 0,006, significa che ogni passo corregge uno degli intervalli in cui è stata suddivisa dello 0,2%.

A questo punto è possibile svolgere tutte le simulazioni disponibili, sia per la versione del programma che utilizza il bilancio delle energie totali che per quella che analizza l'energia immessa ad ogni metro, per poi scegliere un criterio di arresto per

la correzione della pendenza e valutare se sia utile interrompere il ciclo prima che l'*RMS* abbia raggiunto il valore minimo.

Questa soluzione aiuterebbe a ridurre il costo computazionale del problema e potrebbe limitare l'effetto di eventuali disturbi esterni, che si suppone abbiano una maggiore incidenza man mano che la pendenza si avvicina al suo andamento reale.

Per realizzare questa operazione, è più intuitivo analizzare il grafico della variazione dello scarto da un passo all'altro, normalizzata per la lunghezza del passo in esame, piuttosto che osservare direttamente l'andamento del *RMS*, ricordando inoltre che questo parametro viene già calcolato ad ogni iterazione per decidere quale modifica apportare al vettore pendenza.

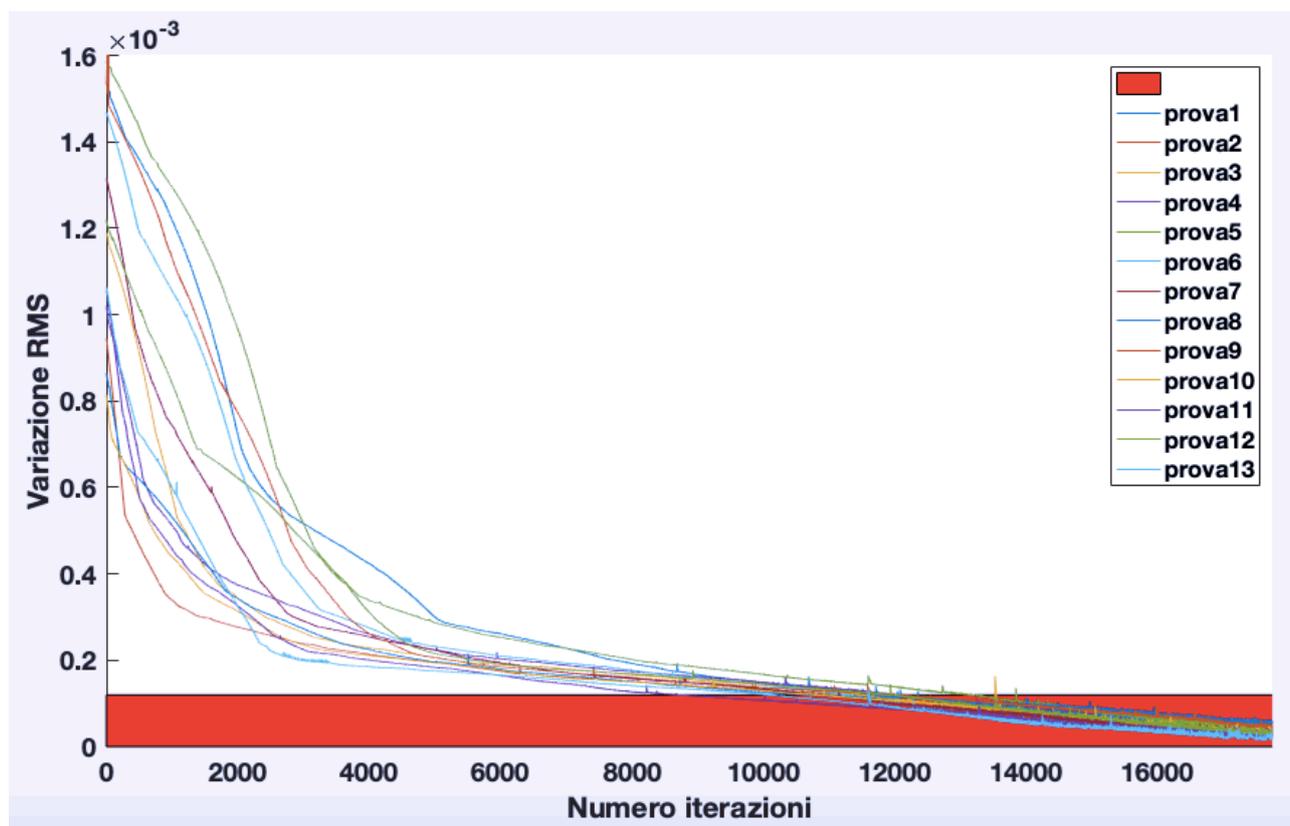


**FIGURA 27**

Variazione dell'*RMS* in funzione del numero di iterazioni svolte per il bilancio delle energie totali.

In figura 27 è stato riportato il risultato fornito dal sistema che risolve il bilancio dell'energia immessa ad ogni metro, mentre in figura 28 quello fornito dall'energia totale, evidenziando in rosso le iterazioni che non saranno eseguite nelle soluzioni con arresto anticipato.

In entrambi i casi, si è scelto di interrompere le iterazioni prima che la variazione dello scarto diventasse trascurabile rispetto a quella iniziale.

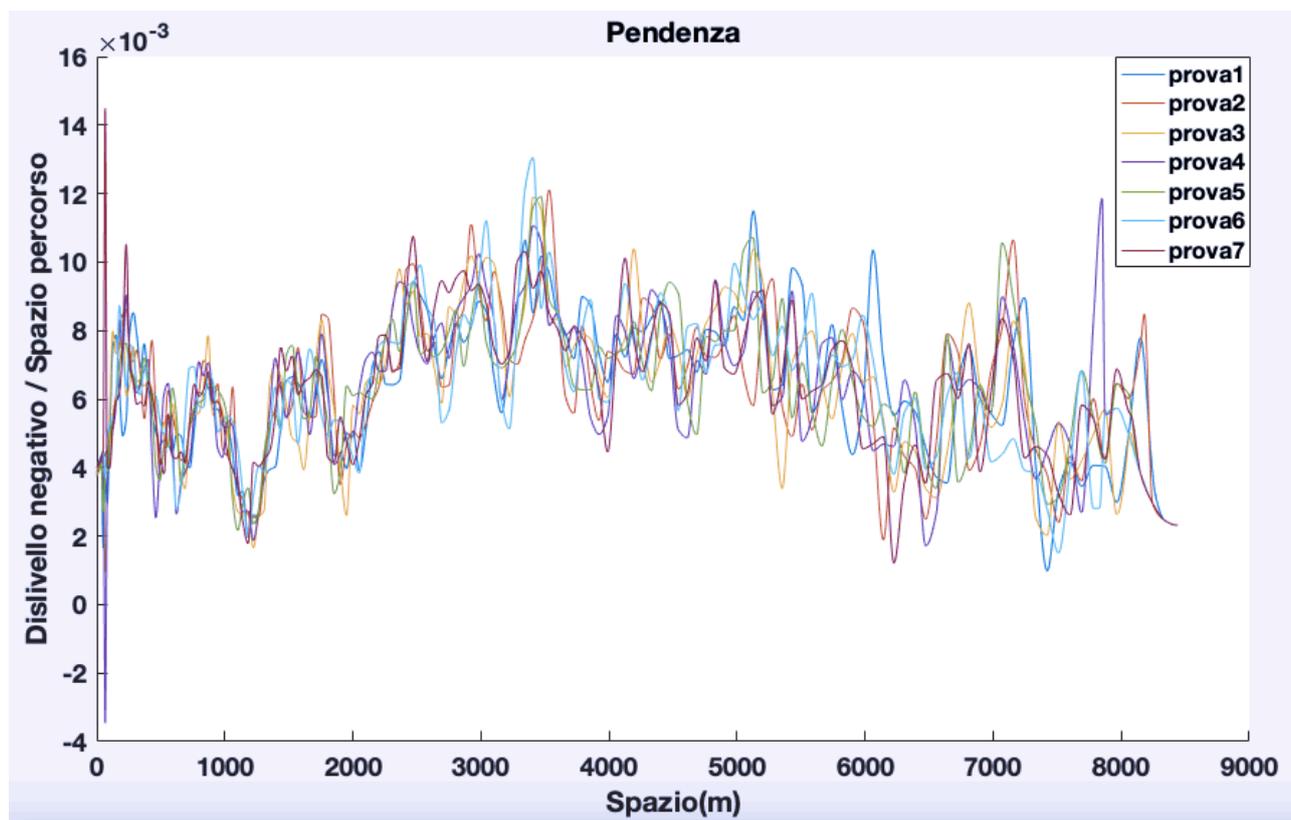


**FIGURA 28**

Variatione dell'RMS in funzione del numero di iterazioni svolte per il bilancio delle energie immesse ad ogni metro.

In seguito sarà riportato il processo di correzione della pendenza, realizzato sfruttando il bilancio dell'energia totale e usando come criterio di arresto il raggiungimento di un minimo nell'RMS, generato dal sistema di calcolo dei coefficienti. Mentre per le altre possibilità saranno riportati solo i risultati finali, dato che il procedimento seguito è del tutto analogo.

Per cominciare, è stata fatta la media tra le pendenze corrette fornite da tutte le prove della stessa annata e realizzate con lo stesso velomobile, come mostrato in figura 29 per le run corse nel 2018 su Taurus.



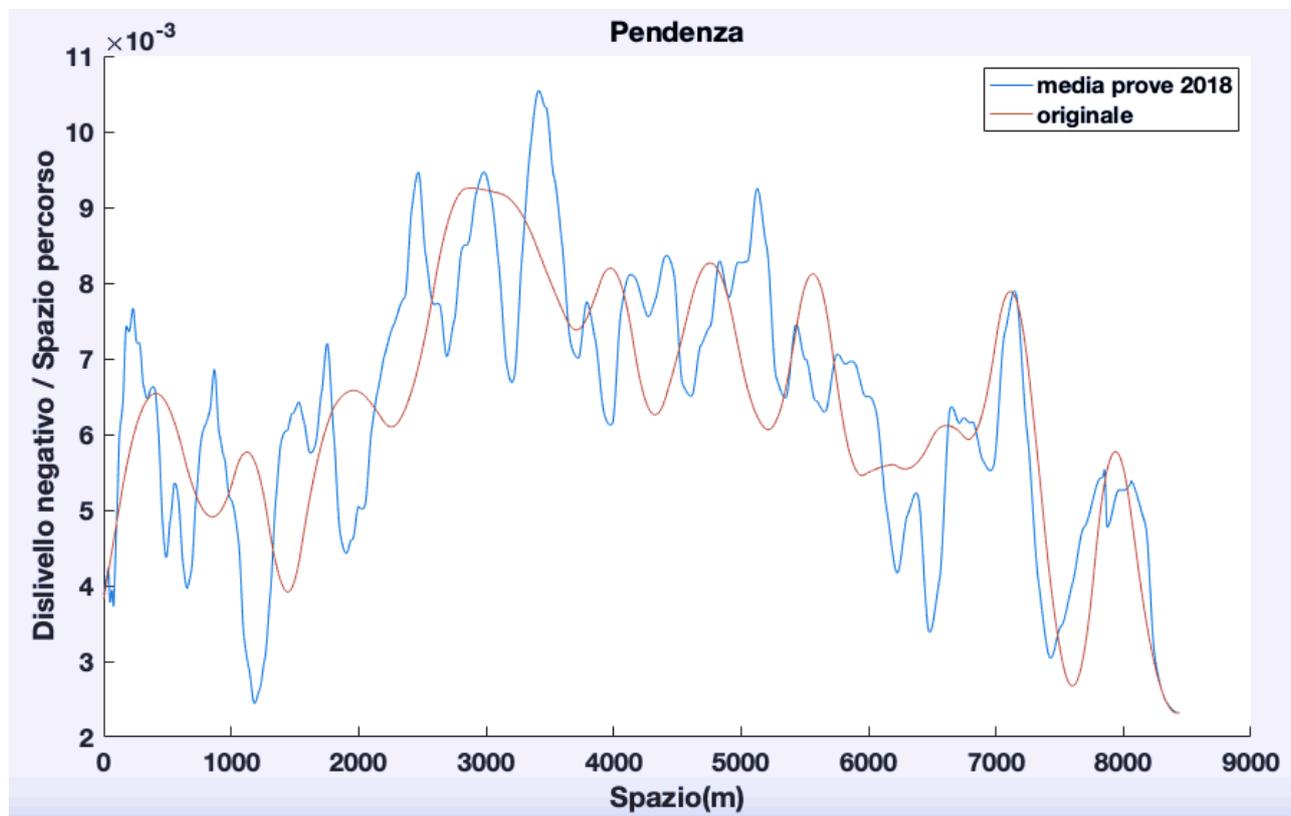
**FIGURA 29**

Andamento della pendenza corretta in funzione dello spazio percorso di tutte le prove del 2018.

Da questa figura appare subito evidente come i risultati forniti da ciascuna prova siano piuttosto differenti tra loro, come era prevedibile, data la presenza di vento e l'incertezza nei dati forniti da ogni sensore utilizzato, ma la possibilità di mediare la pendenza fornita da più prove, ci fa pensare che il risultato finale possa essere comunque buono.

Dalla figura 30, in cui sono state messe a confronto la pendenza media, generata dalle prove riportate nel grafico precedente, e l'andamento utilizzato come punto di partenza delle iterazioni, ricavato nel primo paragrafo di questo capitolo, si nota

come la pendenza originale avesse un andamento fin troppo smorzato ed in parte sfalsato rispetto a quello appena ottenuto.

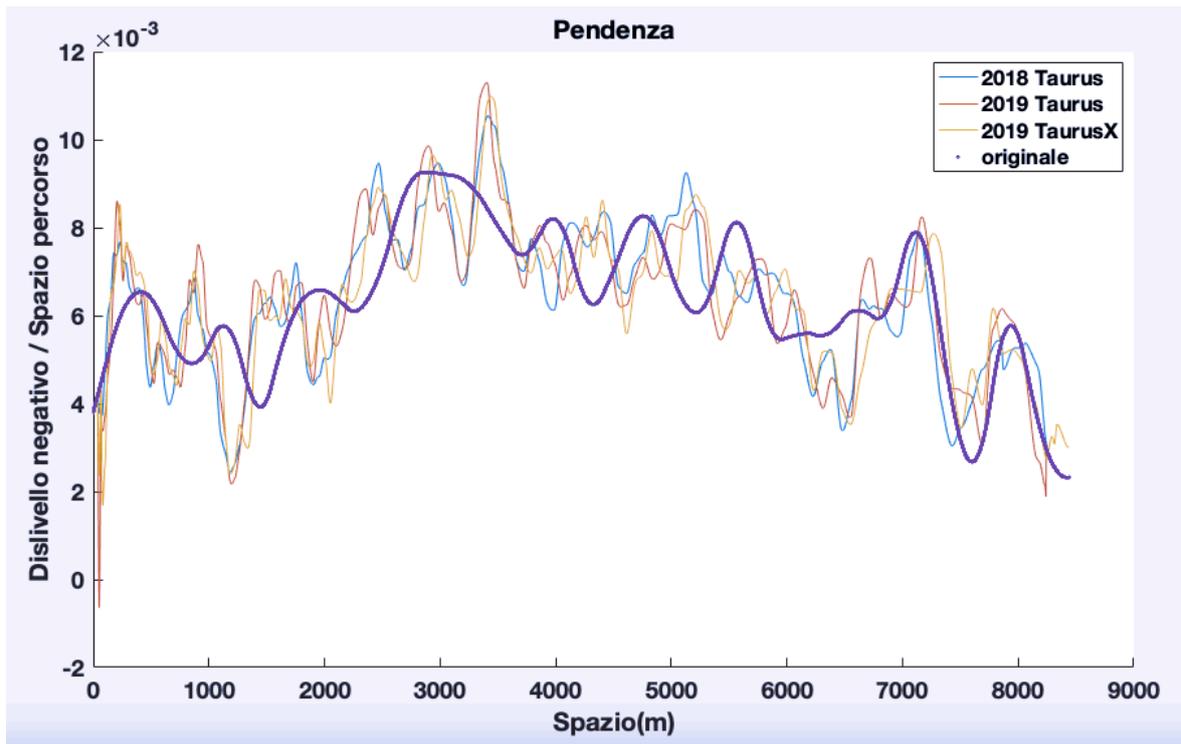


**FIGURA 30**

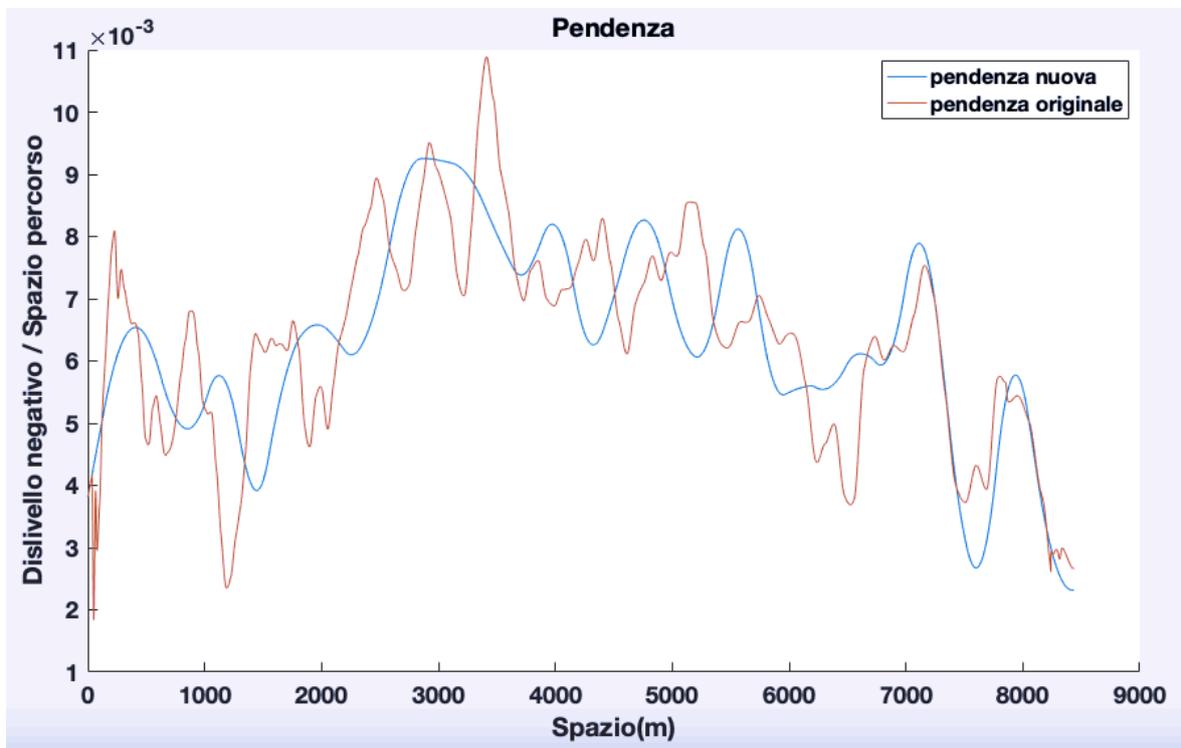
Confronto tra la pendenza corretta e quella fornita dalla CFD in funzione dello spazio percorso.

A questo punto, inserendo nel grafico precedente le pendenze medie, fornite dalle prove del 2019 per i due velomobili a disposizione del team, si nota come queste siano molto più simili a quella ricavata dalle run del 2018 di quanto non lo siano con quella originale, dimostrando così che le oscillazioni apparentemente casuali, di figura 29, danno in realtà un valore medio ben definito e differente da quello iniziale (figura 31).

È ora possibile ricavare la pendenza media complessiva, per la versione del codice che utilizza il bilancio dell'energia totale e come criterio di arresto il raggiungimento RMS minimo, mediando le pendenze appena ricavate (figura 32).

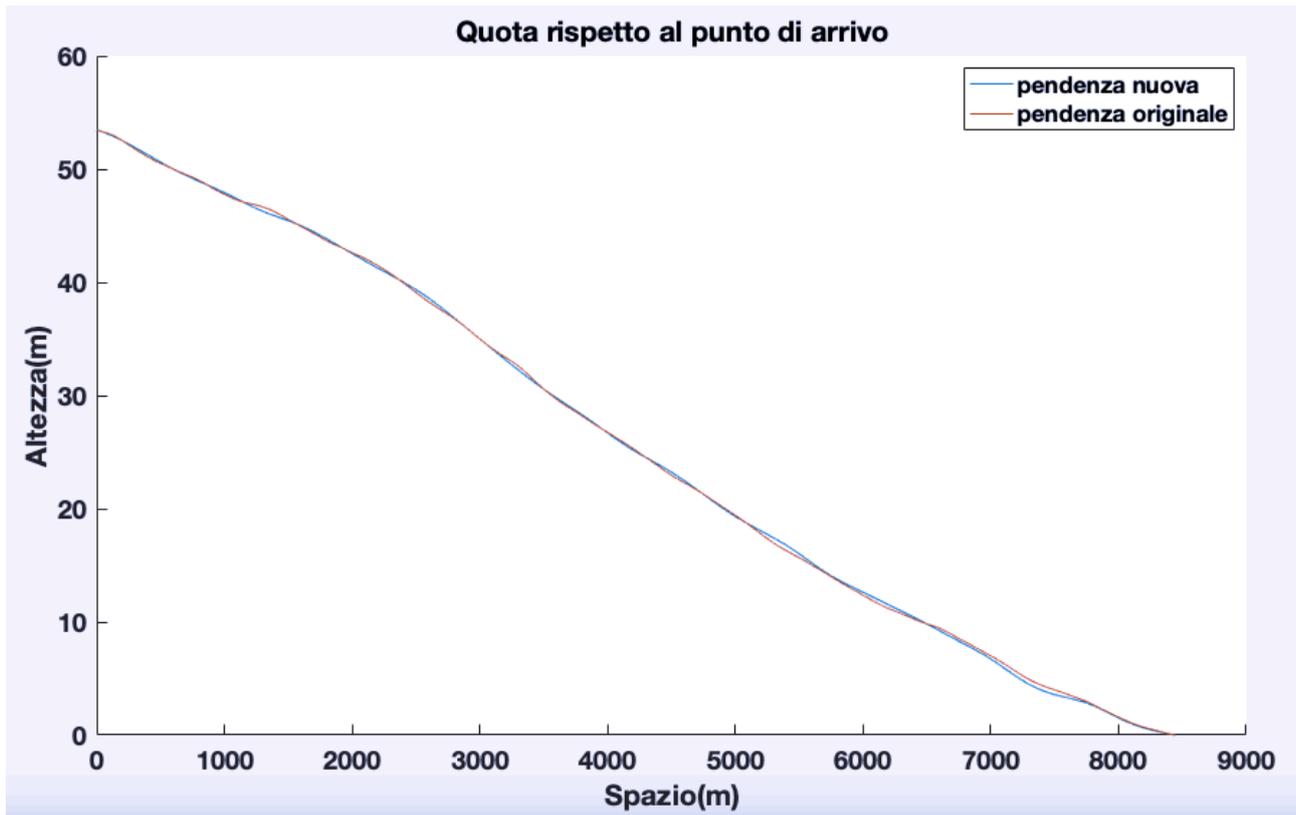


**FIGURA 31**  
 Confronto tra le pendenze medie corrette ricavate dal bilancio dell'energia totale.



**FIGURA 32**  
 Confronto tra la pendenza media complessiva ricavata dal bilancio dell'energia totale e quella fornita dalla CFD.

Infine, è interessante notare come l'andamento della quota, mostrato in figura 33, sia rimasto apparentemente invariato nonostante la pendenza sia stata notevolmente modificata.

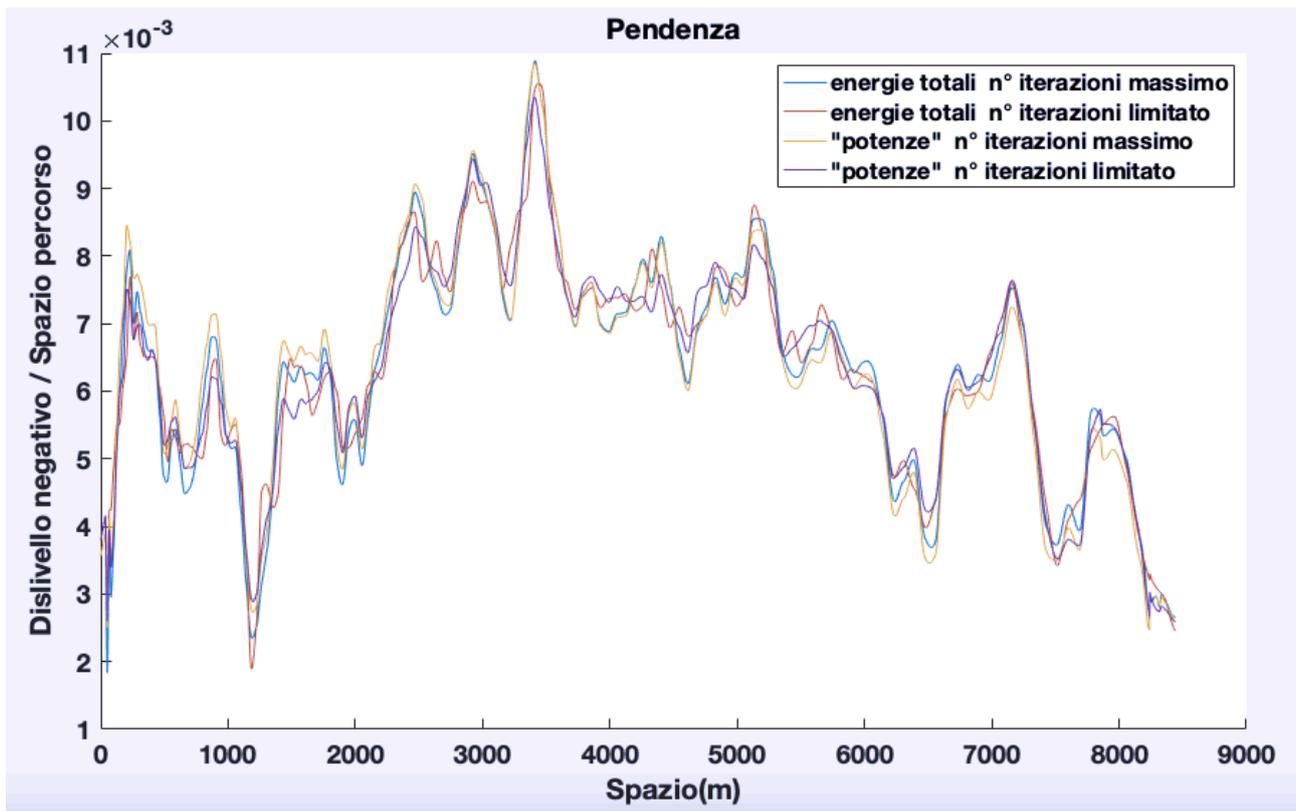


**FIGURA 33**

Confronto tra la variazione della quota originale e quella corrispondente alla pendenza corretta.

Ora è possibile valutare quale pendenza corretta fornirebbe il bilancio delle “potenze” e, per entrambe le soluzioni, confrontare i risultati ottenuti con la variante del codice che arresta le iterazioni quando la variazione dello scarto scende al di sotto dei valori determinati precedentemente.

Osservando la figura 34, si nota come la scelta di quale metodo utilizzare per creare la pendenza corretta, non impatti eccessivamente sul risultato finale, mentre confrontando prove diverse, come avviene in figura 29, la differenza è molto maggiore. Questo risultato è coerente con quanto era stato riscontrato nel terzo capitolo nel calcolo di  $C_D$  e  $C_{rr}$ .



**FIGURA 34**

Confronto tra la pendenze medie corrette ricavate con quattro diverse modalità di calcolo dei coefficienti.

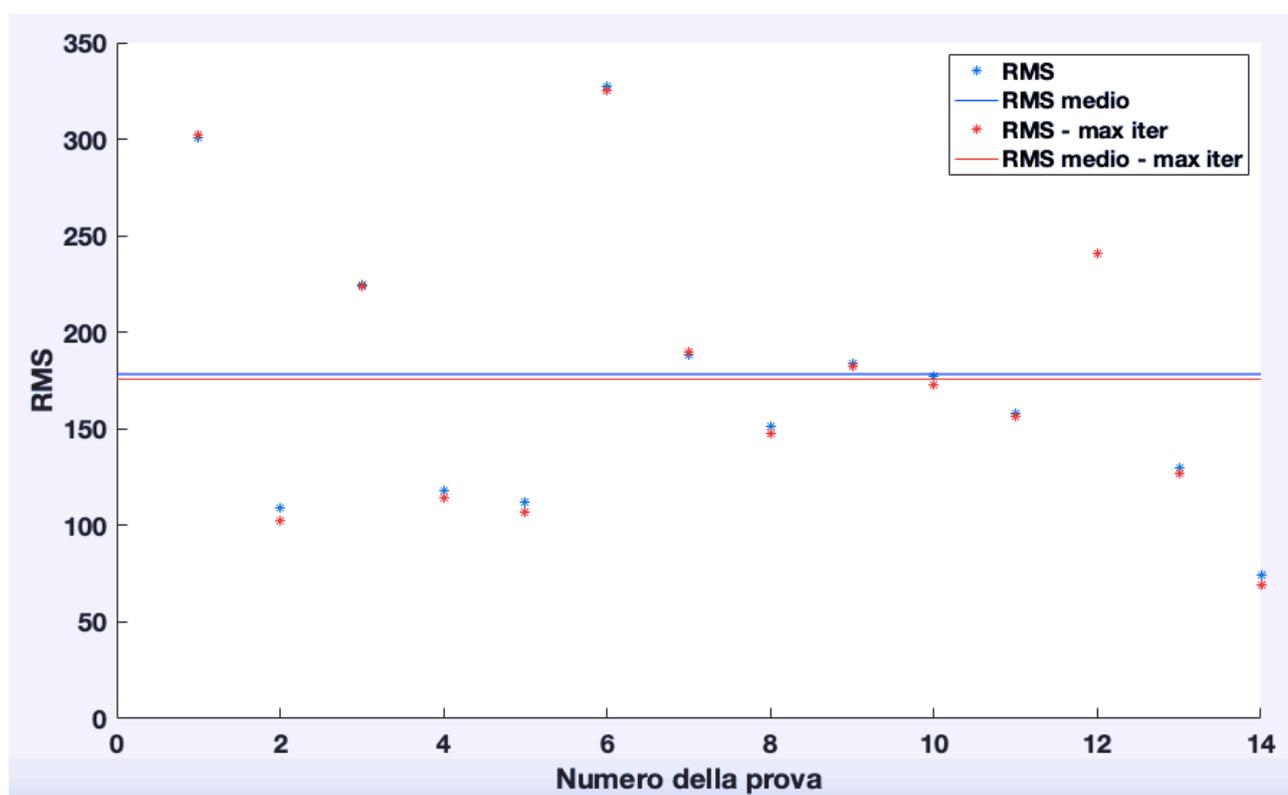
Per terminare questa analisi, è necessario confrontare l'*RMS* generato dal calcolo dei coefficienti, per le quattro versioni della pendenza media appena ottenute.

A questo scopo è bene ricordare che nel quarto capitolo abbiamo osservato che lo scarto, generato dalla risoluzione del sistema che implementa il bilancio dell'energia totale, è analogo all'*RMS* tra l'energia cinetica reale e quella calcolata utilizzando la velocità ottenuta in fase di simulazione.

Quindi, dato che lo scopo di questo lavoro è ricavare i coefficienti di drag e rotolamento che minimizzano lo scarto tra la velocità reale e quella simulata, nelle tabelle future saranno riportati i valori dell'*RMS* generato dal bilancio delle energie totali. Per le simulazioni svolte utilizzando il bilancio delle potenze, tali valori possono essere ottenuti sostituendo, al momento del calcolo dell'errore, i vettori utilizzati per risolvere il sistema con la loro somma cumulativa.

In seguito, sarà analizzato nel dettaglio solo l'*RMS* generato dall'utilizzo della pendenza fornita dalla risoluzione del bilancio dell'energia totale, mentre per gli altri casi saranno riportati solo i risultati finali.

Per cominciare sono stati riportati sullo stesso grafico gli scarti generati dall'analisi di tutte le prove, sia utilizzando la pendenza ottenuta eseguendo il massimo numero di iterazioni, che sfruttando quella ricavata arrestando il ciclo quando la variazione dell'*RMS* fosse scesa al di sotto di un valore predeterminato (figura 35).



**FIGURA 35**

Scarto quadratico medio generato dal calcolo dei coefficienti utilizzando la pendenza corretta ottenuta con un diverso numero di iterazioni del sistema.

Come già riscontrato in precedenza, anche per la variazione dello scarto la differenza tra una prova e l'altra è notevole, mentre la scelta della pendenza corretta da utilizzare risulta poco rilevante. In ogni caso la pendenza ottenuta procedendo nelle iterazioni fino a minimizzare lo scarto quadratico medio risulta essere migliore.

Nella tabella 6 sono stati riportati i valori degli scarti indicati in figura 35.

Prova e modello utilizzato	RMS	RMS max iter
2018 day1 PM Taurus	301	302
2018 day2 PM Taurus	109	103
2018 day4 AM Taurus	225	228
2018 day4 PM Taurus	118	114
2018 day5 AM Taurus	112	107
2018 day5 PM Taurus	327	325
2018 day6 AM Taurus	188	190
2019 day1 PM Taurus	151	148
2019 day2 PM Taurus	184	182
2019 day5 PM Taurus	178	172
2019 day6 PM Taurus	158	156
2019 day5 AM Taurus X	241	241
2019 day5 PM Taurus X	130	127
2019 day6 PM Taurus X	74	69

**TABELLA 6**

Scarto quadratico medio, di tutte le prove considerate, calcolato utilizzando il bilancio delle energie totali.

In questo modo è stato possibile calcolare la media per le prove inerenti alla stessa annata e allo stesso modello di bici e, successivamente, quella complessiva, utilizzando i risultati appena ottenuti, come mostrato in tabella 7.

Modello utilizzato	RMS	RMS max iter
2018 Taurus	197	195
2019 Taurus	168	165
2019 Taurus X	148	146
Media	171	168

**TABELLA 7**

Scarto quadratico medio per ogni annata e modello di bici utilizzata, calcolato utilizzando il bilancio delle energie totali.

A questo punto è possibile confrontare i risultati appena ottenuti con quelli forniti dalla pendenza originale e dalle versioni corrette, ottenute utilizzando il bilancio delle energie immense ad ogni metro (tabella 8).

Pendenza utilizzata	$C_D$ medio	$C_{rr}$ medio
Originale	0,0358	0,0047
Iterazioni ridotte	0,0371	0,0049
Iterazioni massime	0,0344	0,0053

**TABELLA 8**

Confronto tra lo scarto quadratico medio calcolato dal bilancio delle energie totali e quello ottenuto da quelle parziali.

Appare subito evidente come i risultati forniti dal bilancio delle potenze siano solo di poco migliori di quelli offerti dalla pendenza originale. Però, è bene ricordare che tali risultati sono frutto della risoluzione del sistema minimizzando il bilancio delle

energie parziali, che inevitabilmente non fornisce gli stessi coefficienti che si otterrebbero dal sistema che utilizza le energie totali, a parità di pendenza utilizzata. Quindi è lecito supporre che tale *RMS* medio sarebbe inferiore se la pendenza ottenuta dal bilancio delle “potenze” fosse stata data in ingresso al sistema che risolve il bilancio delle energie totali.

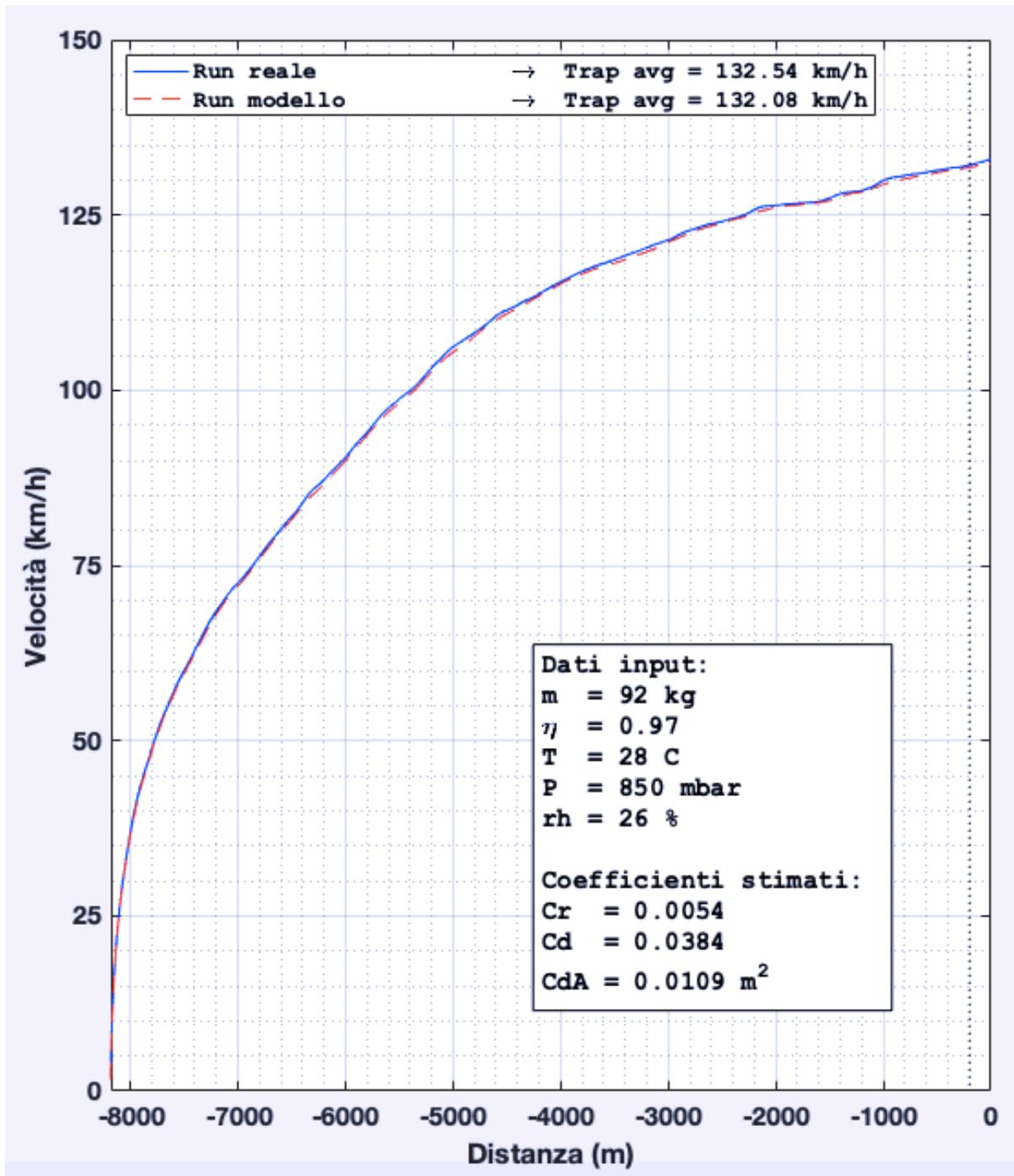
Infine, per verificare la bontà dei risultati ottenuti, è possibile calcolare i valori di  $C_D$  e  $C_{rr}$  medi, come fatto nel terzo capitolo, ed utilizzarli per svolgere una simulazione numerica in modo da poter constatare se la nuova pendenza rende la velocità ottenuta più simile a quella reale (Tabella 9).

Pendenza utilizzata	RMS	RMS max iter
Originale	247	
Bilancio “potenze”	241	232
Bilancio energie totali	171	168

**TABELLA 9**

Confronto tra i coefficienti di drag e rotolamento, ottenuti utilizzando la pendenza originale e quella corretta con un diverso numero di iterazioni.

Effettivamente, confrontando il grafico in figura 36 con quello in figura 17, si nota che la velocità simulata, utilizzando la pendenza ottenuta con il massimo numero di iterazioni, è molto più simile a quella reale di quanto accadesse in precedenza.



**FIGURA 36**  
 Grafico che mostra l'andamento della velocità in funzione della distanza percorsa.

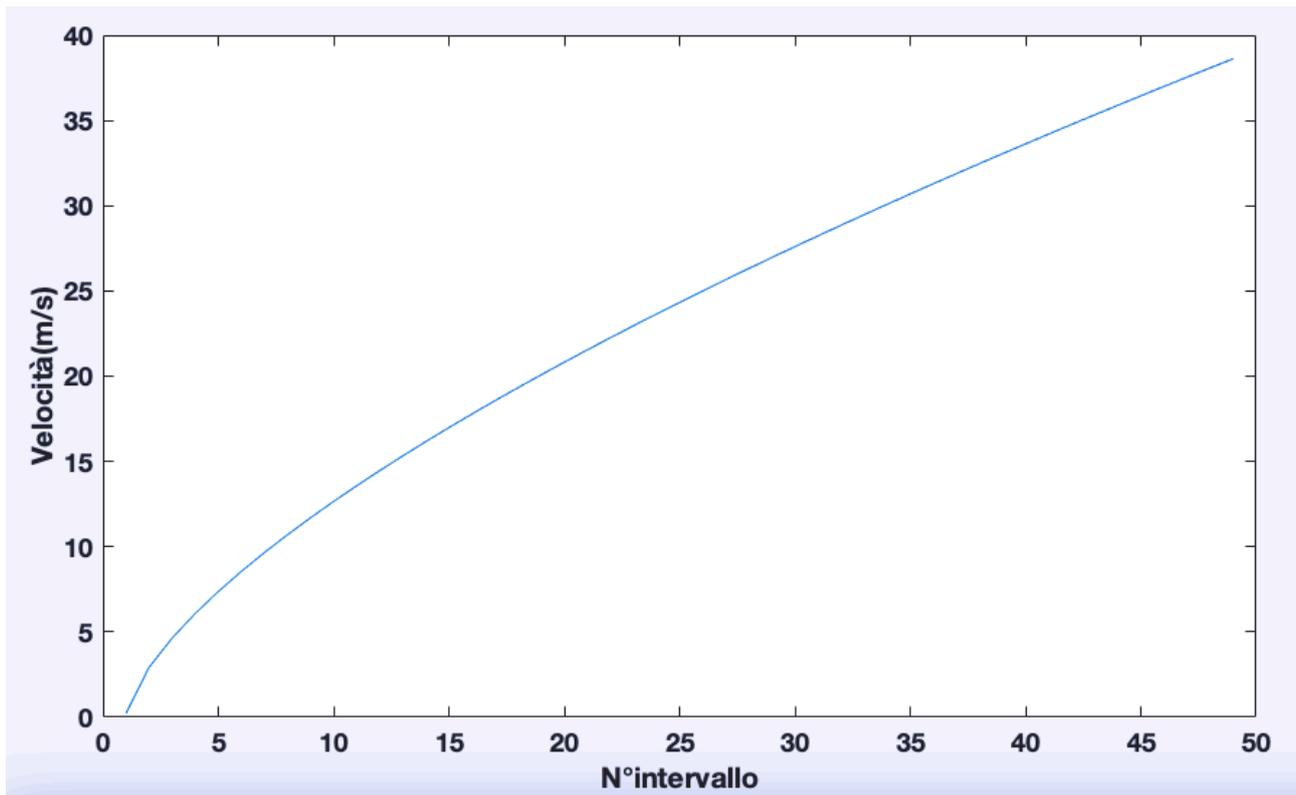
# Capitolo 6 – Valutazione del coefficiente di drag sperimentale

## 6.1 Discretizzazione e correzione iterativa del coefficiente di drag

Visti gli ottimi risultati ottenuti nel capitolo precedente, modificando la pendenza allo scopo di minimizzare lo scarto quadratico medio, si può pensare di ripetere la stessa operazione con l'andamento del coefficiente di drag.

In questo caso, però, essendo il  $C_D$  funzione della velocità, è necessario discretizzarlo in funzione di quest'ultima, come tra l'altro era già stato fatto per la versione utilizzata fino ad ora, fornitaci dalle analisi *CFD*.

Dato che la velocità cresce sempre più lentamente avanzando nel tracciato, il tempo richiesto per ogni sua variazione di uguale grandezza è via via crescente, di conseguenza è meglio discretizzare il  $C_D$  in intervalli sempre più fini, come riportato in figura 37.



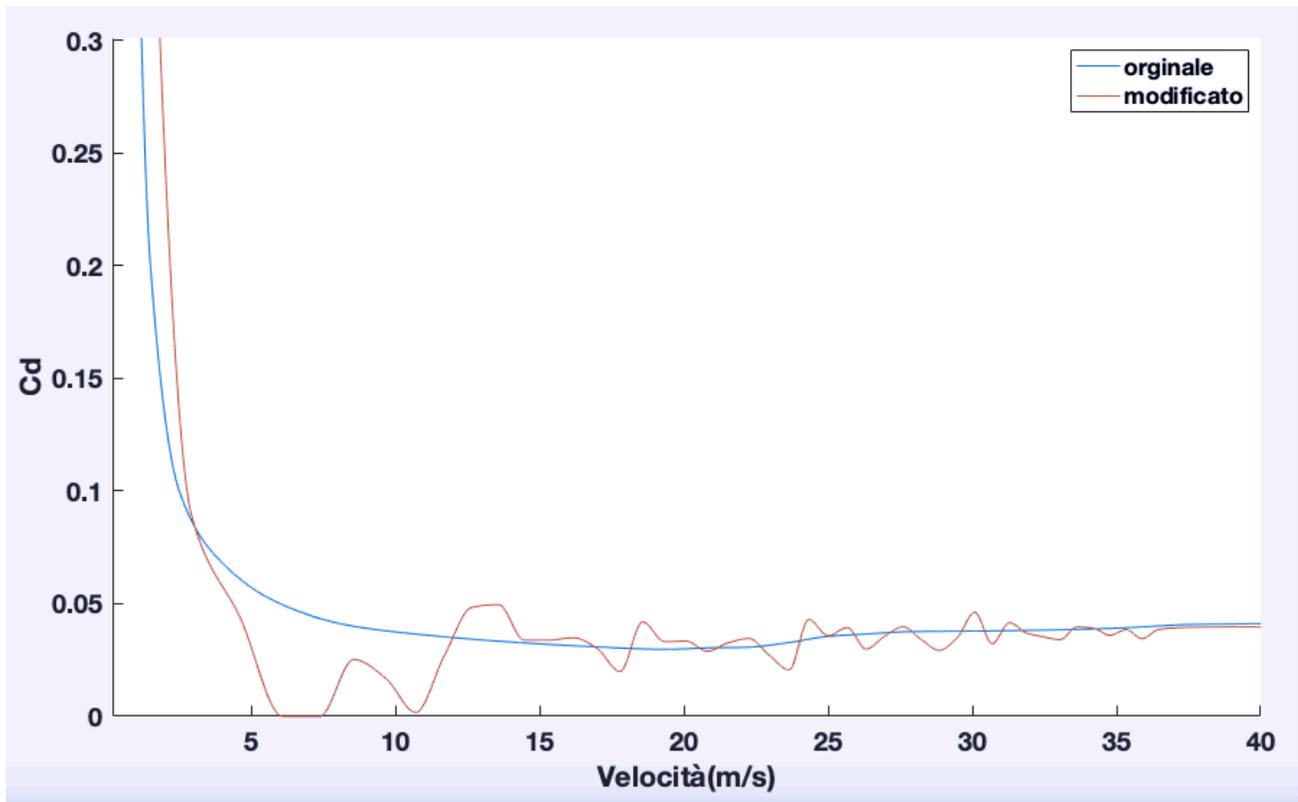
**FIGURA 37**

Discretizzazione del coefficiente di drag in funzione della velocità.

Come svolto nel quinto capitolo per la pendenza, è necessario creare un solutore iterativo che ad ogni passo modifica uno degli intervalli del  $C_D$  e al termine del processo realizza l'operazione, tra quelle effettuate, che ha restituito il valore di *RMS* minore.

Questo procedimento può avere termine quando l'*RMS* raggiunge il minimo valore ottenibile, oppure imponendo un criterio di arresto che interrompa le iterazioni nel momento in cui la variazione dello scarto scenda al di sotto di un certo valore prestabilito.

In figura 38 ho riportato il  $C_D$  fornito da una singola prova. Si può osservare che il suo andamento è molto irregolare, soprattutto a basse velocità, dato che in questa situazione l'energia dissipata per drag è scarsa, il codice è costretto a modificare molto il  $C_D$  per compensare i disturbi esterni.



**FIGURA 38**

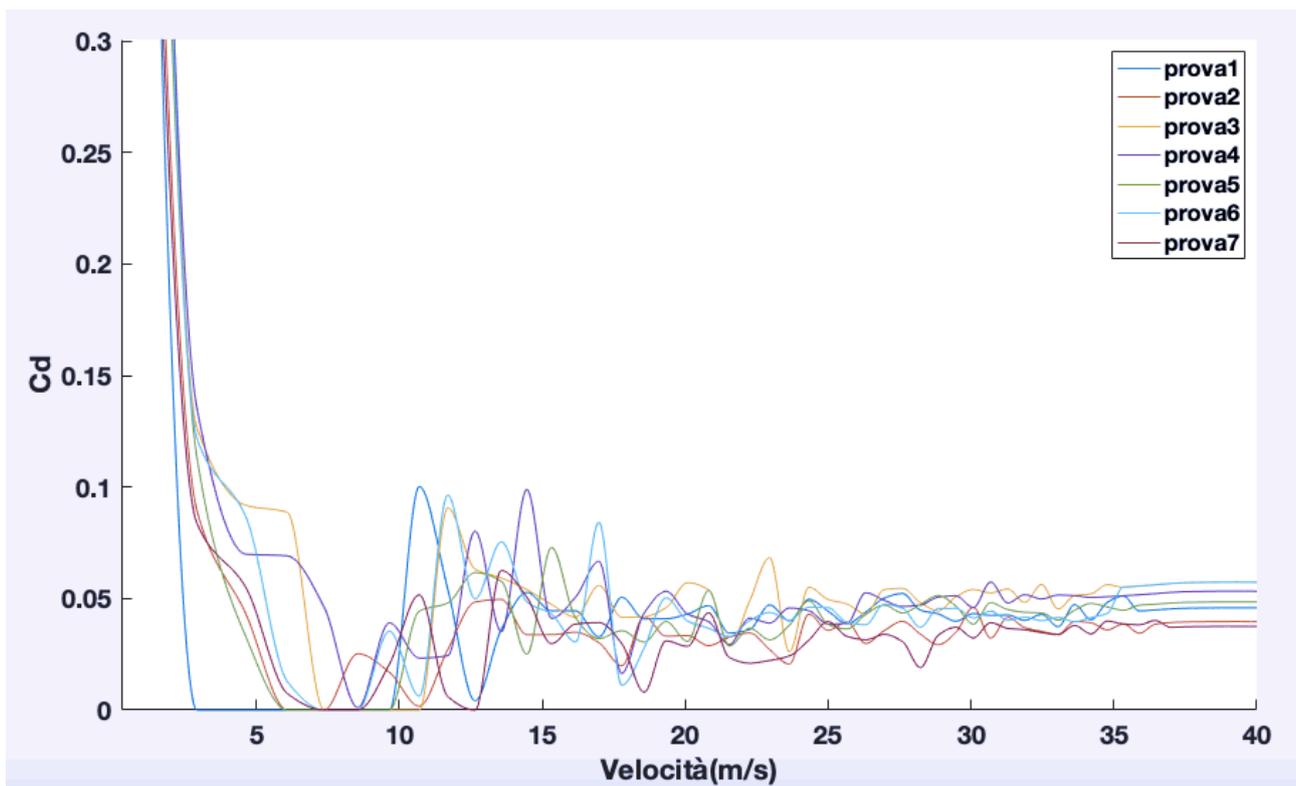
Andamento del coefficiente di drag in funzione della velocità.

## 6.2 Confronto e mediazione dei risultati ottenuti

A questo punto si procede mediando i risultati forniti da tutte le prove disponibili, ripetendo l'operazione per tutte le diverse pendenze ottenute nel capitolo precedente.

Di seguito vengono presentate le operazioni necessarie a ricavare il  $C_D$  medio, per la pendenza calcolata utilizzando il bilancio delle energie col massimo numero di iterazioni.

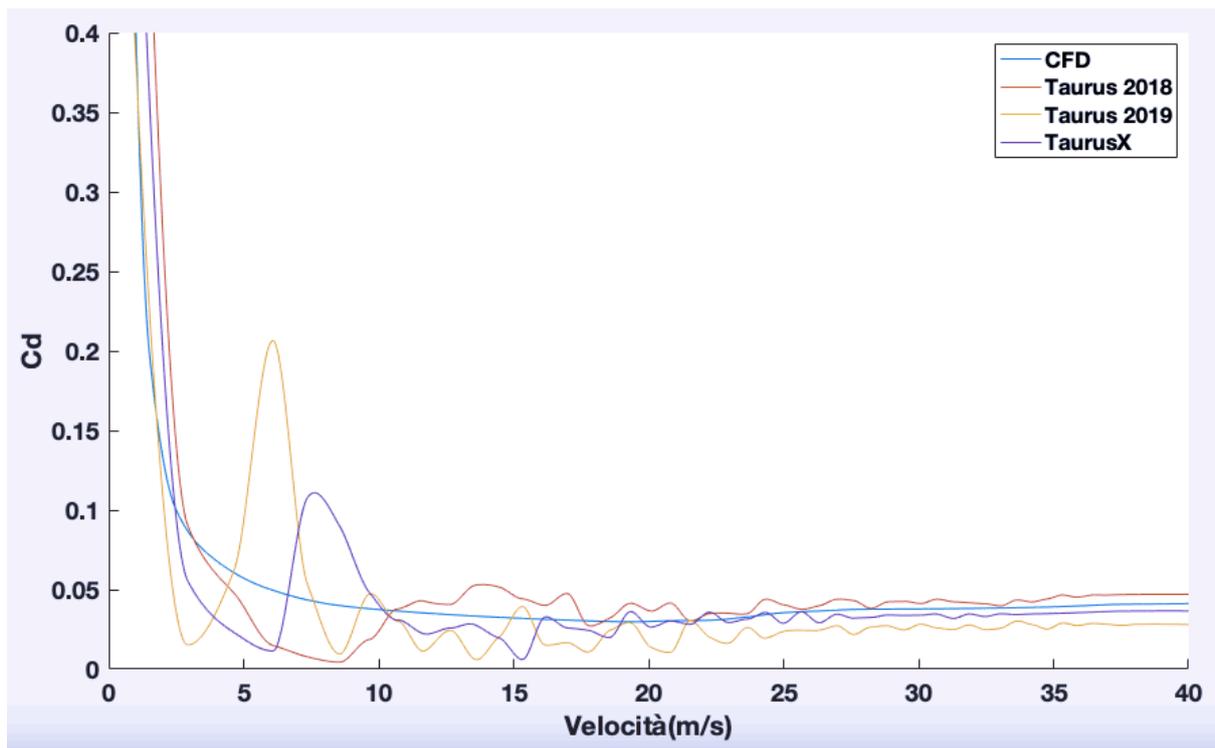
Per cominciare saranno riportati sullo stesso grafico i  $C_D$  forniti da tutte le prove del 2018, per poi calcolarne la media (figura 39).



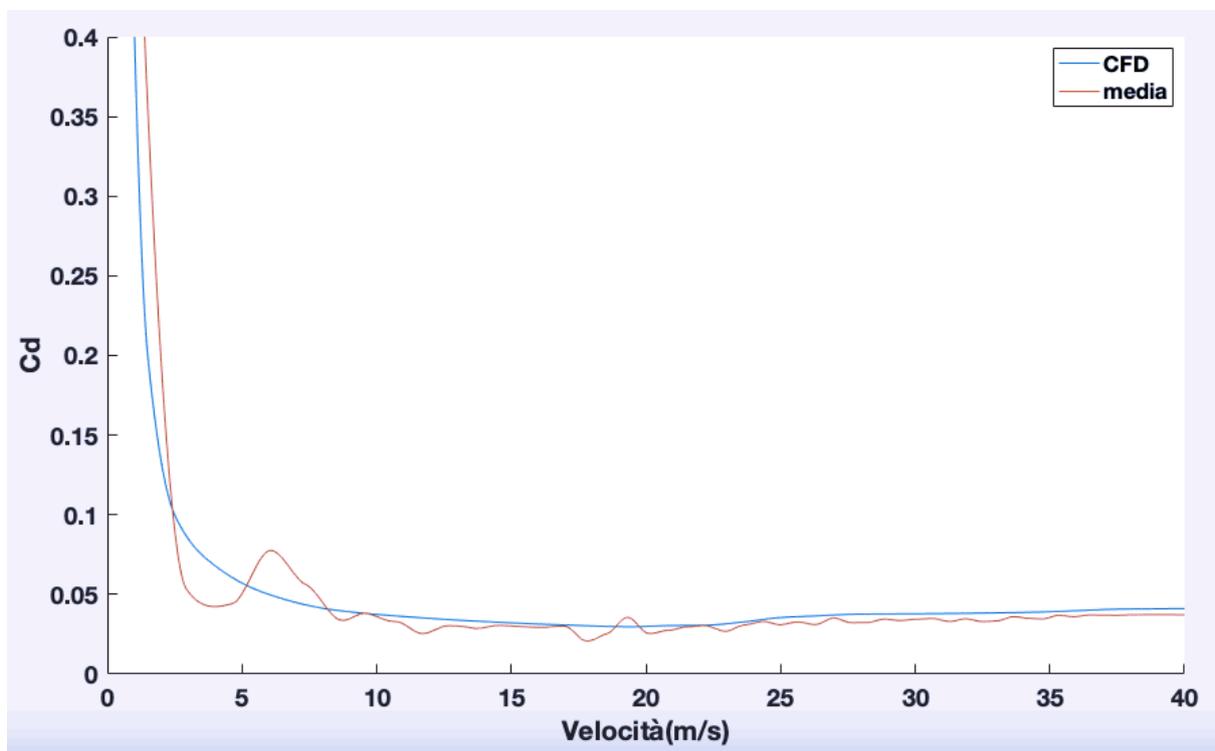
**FIGURA 39**

Andamento del coefficiente di drag in funzione della velocità per tutte le prove svolte nel 2018.

Le medie dei risultati forniti dalle prove svolte nel 2018 e nel 2019 con i due diversi modelli, sono state riportate in figura 40, mentre nel grafico successivo viene esposta la media complessiva delle tre funzioni (figura 41).



**FIGURA 40**  
 Andamento del coefficiente di drag in funzione della velocità per ogni annata e modello di bici.



**FIGURA 41**  
 Andamento del coefficiente di drag medio in funzione della velocità.

Osservando i grafici precedenti, si nota come mano a mano che il numero di prove mediate tra loro aumenta, il coefficiente di drag stimato si avvicina a quello previsto dall'analisi *CFD*.

Di conseguenza, è necessario esprimere due differenti considerazioni. La prima riguarda il fatto che l'andamento del  $C_D$  ottenuto si avvicina molto a quello stimato dall'analisi *CFD*, come auspicabile. Tuttavia, non si può ignorare che la pendenza utilizzata è stata calcolata imponendo come forma del coefficiente di drag il risultato fornito dalla stessa analisi *CFD*.

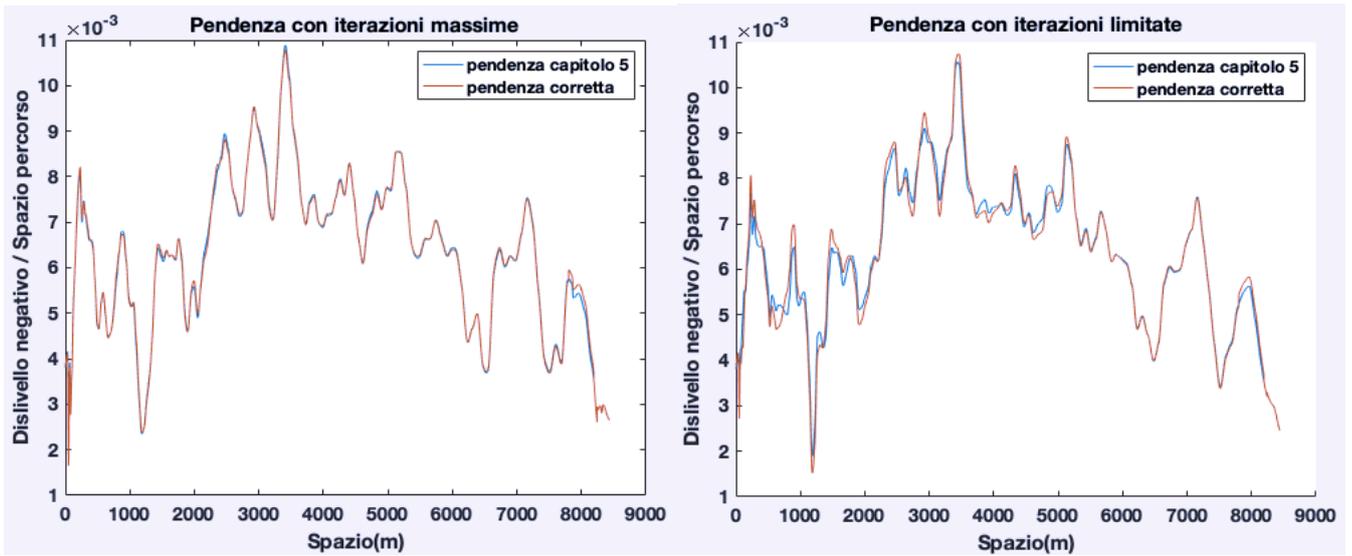
Come analizzato nel terzo capitolo, all'aumentare dei parametri liberi, a parità di dati in ingresso, si rischia di snaturare il significato fisico del problema pur aumentando l'accuratezza dei risultati ottenuti, che in questo caso equivale ad una riduzione dell'*RMS*.

Per questo, dato che nel nostro caso la variabile più incerta è sicuramente la pendenza, è preferibile utilizzare gli scarti corrispondenti alla variazione del  $C_D$  per migliorare ulteriormente questo risultato, piuttosto che cercare di migliorare due variabili non indipendenti.

Per fare ciò è necessario calcolare quanta energia andrebbe inserita in ogni intervallo di gare per riportare il  $C_D$  al suo andamento originale e calcolare a quale dislivello corrisponderebbe, invertendo la formula dell'energia potenziale.

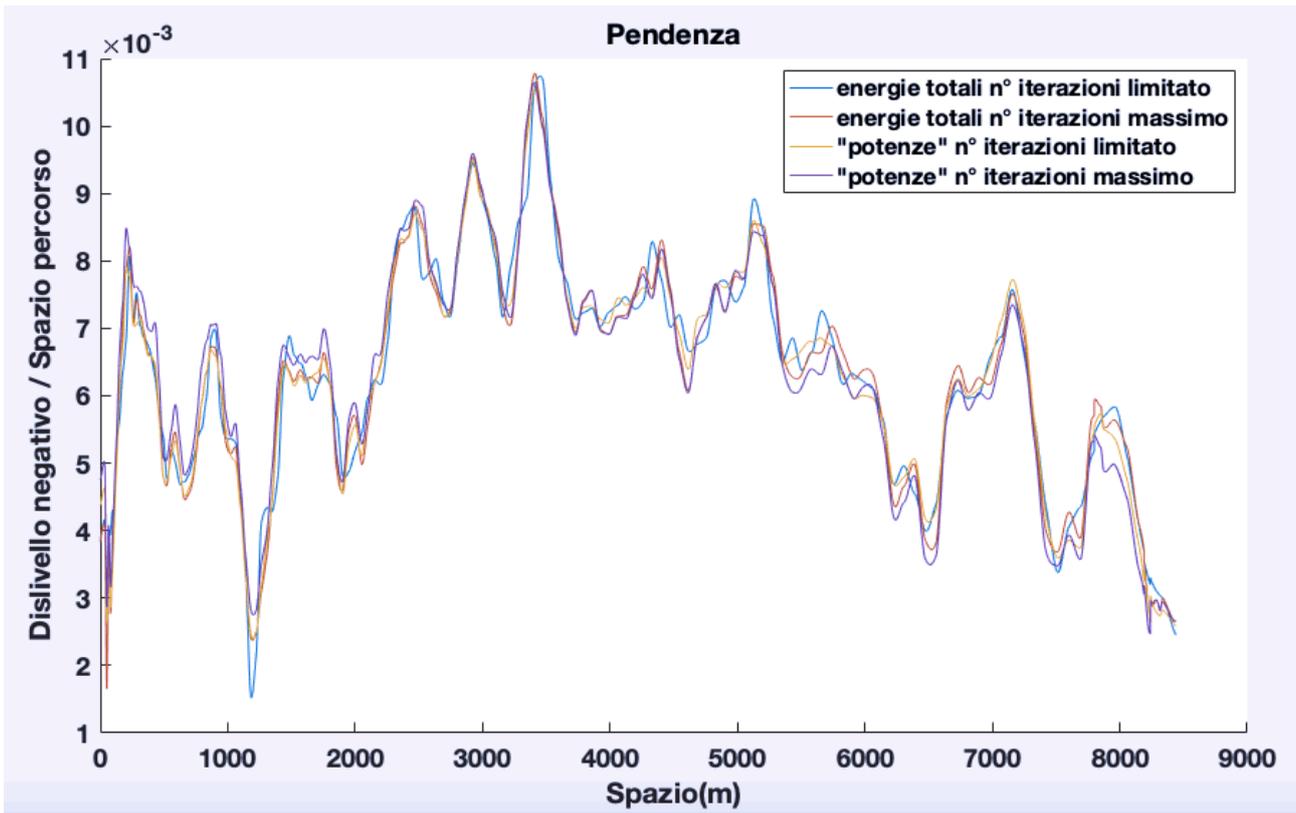
Come evidenziato in figura 42, l'effetto delle correzioni appena descritte è tanto maggiore quanto più nel calcolo della pendenza iniziale si è scelto di limitare il numero di iterazioni, dimostrano ulteriormente che conviene arrivare sempre all'*RMS* minimo.

Infine nella figura 43 sono riportate tutte le pendenze medie ottenute nel quinto capitolo, corrette utilizzando il metodo appena illustrato.



**FIGURA 42**

Confronto tra le correzioni della pendenza generate per differenti profili di partenza.



**FIGURA 43**

Confronto tra le corrette ottenute compensando le oscillazioni del coefficiente di drag.

## Conclusioni e sviluppi futuri

Ho scelto di elaborare la mia tesi per presentare il progetto che ho coordinato negli ultimi anni all'interno del team Policumbent, dato che i risultati ottenuti mi sono parsi significativi ed in grado di offrire degli interessanti sviluppi futuri.

Sin da quando ho iniziato a sviluppare questo progetto, è stato chiaro come uno dei maggiori limiti nella valutazione dei coefficienti di rotolamento e di drag partendo dalle misure fatte su strada, stia nella loro scarsa completezza ed accuratezza, essendo ottenute da prove svolte all'aperto.

Tuttavia il modello matematico utilizzato è risultato molto solido. Infatti, ha fornito quasi sempre risultati coerenti dal punto di vista fisico, nonostante l'inaccuratezza di alcuni dati in ingresso.

Questo è stato possibile grazie alla rigidità del modello che forza l'andamento dei coefficienti ricercati ad una soluzione predeterminata.

Tale approssimazione è stata ritenuta accettabile essendo frutto di numerose analisi: in galleria del vento e *CFD* per l'aspetto aerodinamico e su un banco prova per quel che riguarda i copertoncini, che hanno fornito risultati coerenti con quanto si può trovare in letteratura. Inoltre tali risultati sono corroborati da quelli ottenuti dalle versioni precedenti del programma, dove ogni coefficiente era espresso con due incognite e si procedeva iterativamente modificandoli uno per volta. Tuttavia in questa versione era necessario prestare molta attenzione alle condizioni iniziali, dato che il codice non riusciva sempre a convergere su valori fisicamente sensati.

Nel quarto capitolo, è stato analizzato il programma di simulazione che permette di confrontare le prestazioni di atleti differenti e di ricercare la migliore distribuzione dello sforzo in maniera estremamente accurata. Infatti, in questo caso è sufficiente

riprodurre fedelmente la dinamica del veicolo senza la necessità che i coefficienti utilizzati rispecchino totalmente i rispettivi valori fisici.

Successivamente, per migliorare i risultati forniti dall'analisi dei coefficienti e le capacità predittive del codice di simulazione, ho provato a modificare il file contenente la pendenza del tracciato. Quest'ultimo era stato originariamente ottenuto mediando le informazioni trovate su internet, che però si erano rivelate poco accurate.

Per raggiungere questo scopo ho provato a seguire varie strade, per poi scegliere quella che genera lo scarto quadratico medio minore dal calcolo dei coefficienti di drag e rotolamento, risolvendo il bilancio dell'energia totale.

In particolare mi sono reso conto che conviene lasciare procedere il codice iterativamente fino ad ottenere l'*RMS* minimo per ogni prova, nonostante questo faccia aumentare il costo computazionale del problema. Inoltre, ho dimostrato che il bilancio delle energie totali è da preferire a quello delle energie immesse ad ogni metro, dato che solo il primo equivale a minimizzare lo scarto tra la velocità reale e quella ottenuta in fase di simulazione.

Infine ho provato a modificare l'andamento del coefficiente di drag, minimizzando anche in questo caso lo scarto quadratico medio generato dal sistema. Per quanto i risultati ottenuti fossero incoraggianti, mi sono reso conto che questi erano influenzati dalla correzione della pendenza effettuata nel capitolo precedente, in cui l'andamento del  $C_D$  era fissato arbitrariamente. Per questo ho calcolato l'energia da fornire ad ogni intervallo di gara per riportare il  $C_D$  al suo andamento originale, per poi valutare a quale dislivello corrisponderebbe invertendo la formula dell'energia potenziale.

In conclusione, ritengo che il software sviluppato possa essere uno strumento valido ma non privo di limiti ed imprecisioni, al pari di: test in galleria del vento, analisi CFD e test a banco dei copertoncini. Solo l'unione di tutti questi strumenti può portare a risultati accurati nella valutazione delle qualità del mezzo. Grazie a tutte queste

informazioni, è possibile utilizzare i dati raccolti sul veicolo per ottenere una stima accurata della pendenza del tracciato.

In futuro sarebbe interessante provare a ripetere le analisi svolte in questo elaborato su una bici convenzionale. Per fare ciò, è necessario valutare quali siano le differenze principali tra queste due tipologie di veicoli.

In primo luogo sulle bici non è presente una carena e di conseguenza ogni possibile movimento del ciclista può alterare la geometria esposta all'aria e conseguentemente il coefficiente di drag. Per questo è necessario che l'atleta rimanga nella stessa posizione per tutta la durata della prova.

Inoltre, anche le ruote sono esposte al vento e quindi è necessario tenerle in grande considerazione nel calcolo del  $C_D$  complessivo, mentre nel programma precedente si assume che il loro contributo alla resistenza aerodinamica sia minoritario e per questo si suppone possa distribuirsi tra le forme d'attrito già considerate.

Infine bisogna considerare che il programma descritto in precedenza è stato ideato per una prova rettilinea e priva di frenate e che quindi è valido solo se si rispettano queste condizioni.

Partendo da queste valutazioni ritengo che il programma possa essere sviluppato e reso efficace anche per la simulazione di prove con bici convenzionali. In particolare risulterebbe particolarmente adeguato per analizzare gare individuali su pista e su strada. Infatti, in questi casi non sono presenti fattori esterni che possano alterare la resistenza dell'aria sul veicolo per tutta la durata della prova.



## Bibliografia

[1] Baldissera P., (2016), Proposal of a coast-down model including speed-dependent coefficients for the retarding forces, J Sports Engineering and Technology, N. 231(2) pp.154–163.

[2] <https://www.policumbent.it/it/> “ultimo accesso 29/09/2021”

[3] <https://www.elesa.com/it/CatalogoDatiTecniciIT/42-attrito-volvente-o-di-rotolamento--4> “ultimo accesso 29/09/2021”

[4] H. K. Epema, S. van den Brand, Wouter Gregoor, J. D. G. Kooijman, H. P. Pereboom, D. C. Wielemaker, C. -J. van der Zweep, (2012), Bicycle Design: A different approach to improving on the world human powered speed records, Procedia Engineering, N. 34 pp. 313-318.

[5] Baldissera P., Delprete C., Rossi M., Zahar A., (2020), Experimental Comparison of Speed-Dependent Rolling Coefficients in Small Cycling Tires, Tire Science and Technology.

[6] <https://it.mathworks.com/help/curvefit/csaps.html> “ultimo accesso 29/09/2021”

[7] <https://it.mathworks.com/help/matlab/ref/pchip.html>  
“ultimo accesso 29/09/2021”

[8] Prampero (Di) P.E, (2015), La locomozione umana su terra, in acqua, in aria.

[9] <http://www.geocontext.org>

[10] [http://recumbents.com/wisil/whpsc/whpsc\\_site.htm](http://recumbents.com/wisil/whpsc/whpsc_site.htm)