



**Politecnico  
di Torino**

**Politecnico di Torino**

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

A.a. 2020/2021

Sessione di Laurea Luglio 2021

# **CODICE MATLAB<sup>®</sup> PER IL DIMENSIONAMENTO DI GIUNTI R-ZEPPA**

Relatore:

Prof. Carlo Rosso

Candidato:

Michele Di Mino



# Indice

INTRODUZIONE.....	4
1. Giunti: struttura e principi di funzionamento .....	5
1.1. Giunti articolati: R-zeppa.....	6
1.2. Proprietà costruttive e parti fondamentali .....	6
2. Criteri per il dimensionamento statico .....	8
2.1. Equilibrio del giunto.....	8
2.2. Forza scambiata tra piste e sfere – equazioni di equilibrio .....	9
2.3. Risoluzione del sistema di equazioni .....	12
2.4. Sollecitazioni hertziane e tensione normale massima.....	14
3. Codice MATLAB® per il dimensionamento e la verifica del giunto .....	16
3.1. Obiettivi del calcolo .....	16
3.2. Struttura dell’algoritmo e funzionamento .....	17
3.2.1. Inserimento dei dati di input.....	17
3.2.2. Calcolo iterativo .....	18
4. Confronto con una simulazione FEM .....	23
4.1. Realizzazione del modello – applicazione dei carichi e vincoli .....	23
4.2. Confronto .....	25
5. Esempi di utilizzo del codice .....	28
Conclusioni .....	33
APPENDICE: MATLAB® script .....	34
BIBLIOGRAFIA .....	50

## INTRODUZIONE

Il seguente lavoro di tesi pone l'attenzione su di un organo di macchine molto diffuso, specie nel mondo automobilistico: il giunto omocinetico R-Zeppa.

L'obiettivo del seguente elaborato è quello di realizzare un algoritmo in grado di svolgere le attività di dimensionamento e verifica del giunto sopracitato. A tal fine, è stato utilizzato il software MATLAB® ed il suo linguaggio di programmazione.

Il programma, che ha la possibilità di interfacciarsi con un utente, prevede l'immissione di un certo numero di informazioni e parametri, necessari per lo svolgimento delle attività di calcolo.

Una volta inseriti i dati di input, l'algoritmo elabora queste informazioni e riporta un risultato che, nel caso del dimensionamento, prevede il report di dati geometrici necessari per la realizzazione del giunto; nel caso della verifica, l'esito (positivo o negativo) relativo alla capacità del componente di resistere a date sollecitazioni.

## 1. Giunti: struttura e principi di funzionamento

Il giunto è un organo delle costruzioni di macchine che realizza il collegamento torsionale fra due alberi rotanti. Esso è in grado di risolvere il problema della trasmissione del moto tra alberi che presentino una posizione relativa variabile.

In funzione delle loro proprietà costruttive si distinguono:

- giunti rigidi o fissi, utilizzati quando gli alberi collegati sono perfettamente coassiali e non presentano alcuno spostamento relativo (in nessuna direzione);
- giunti elastici, la cui particolarità è la presenza di una porzione specifica di materiale elastomero, interposta fra l'elemento motore e quello condotto. L'utilizzo di una parte polimerica garantisce un certo grado di assorbimento degli urti, di brusche variazioni delle condizioni di lavoro e piccoli disallineamenti in senso assiale ed angolare;
- giunti articolati, la tipologia più utilizzata a livello industriale. La costruzione geometrica di questi organi garantisce la compensazione di errori e/o spostamenti di dimensioni rilevanti. Una particolare categoria è quella dei giunti omocinetici; questi consentono una trasmissione della coppia garantendo la costanza nel tempo della velocità angolare (o più in generale almeno della velocità media).

Il giunto va scelto in funzione delle irregolarità a cui è sottoposta la trasmissione; gli alberi possono essere ad:

- a) assi coincidenti, con la possibilità di traslare lungo la direzione assiale;
- b) assi paralleli ma non coincidenti, con la possibilità di traslare lungo la direzione trasversale all'asse;
- c) assi incidenti, formanti un angolo variabile detto angolo di lavoro.

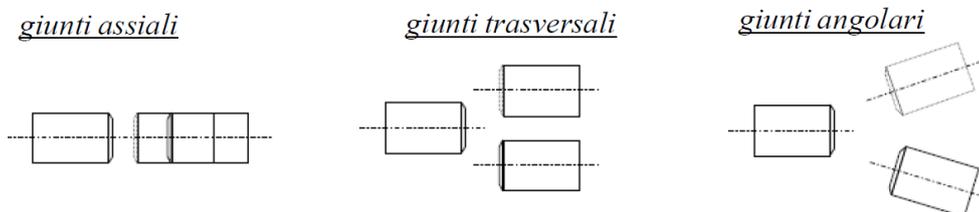


Figura 1, posizione relativa tra gli alberi

Una particolare categoria di giunti è quella dei giunti di sicurezza. Questi vengono utilizzati per limitare la coppia trasmissibile da un albero all'altro; superato il valore di soglia, i due alberi vengono scollegati in quanto liberi di ruotare.

## 1.1. Giunti articolati: R-zeppa

I giunti articolati possono essere divisi in due grandi categorie:

- giunti non omocineticici, la trasmissione del moto non garantisce la costanza della velocità angolare di rotazione dei due alberi;
- giunti omocineticici, la geometria permette una trasmissione del moto a velocità angolare costante nel tempo.

Il giunto non omocinetico più utilizzato a livello industriale è il giunto cardanico o di Cardano (universale o di Hooke).

Il giunto più utilizzato nel mondo automobilistico è il giunto omocinetico R-zeppa (conosciuto anche come Birfield-R-zeppa o *Constant Velocity Joint*). Esso è in grado di collegare fra loro due alberi con assi incidenti, formanti un angolo  $\alpha$  variabile, garantendo la costanza nel tempo della velocità angolare.

## 1.2. Proprietà costruttive e parti fondamentali

Si riporta di seguito una descrizione dettagliata della geometria del giunto, facendo riferimento agli scritti presenti nel libro *"Giunti articolati per la trasmissione tra alberi mobili"* di Roccati e Bongiovanni.

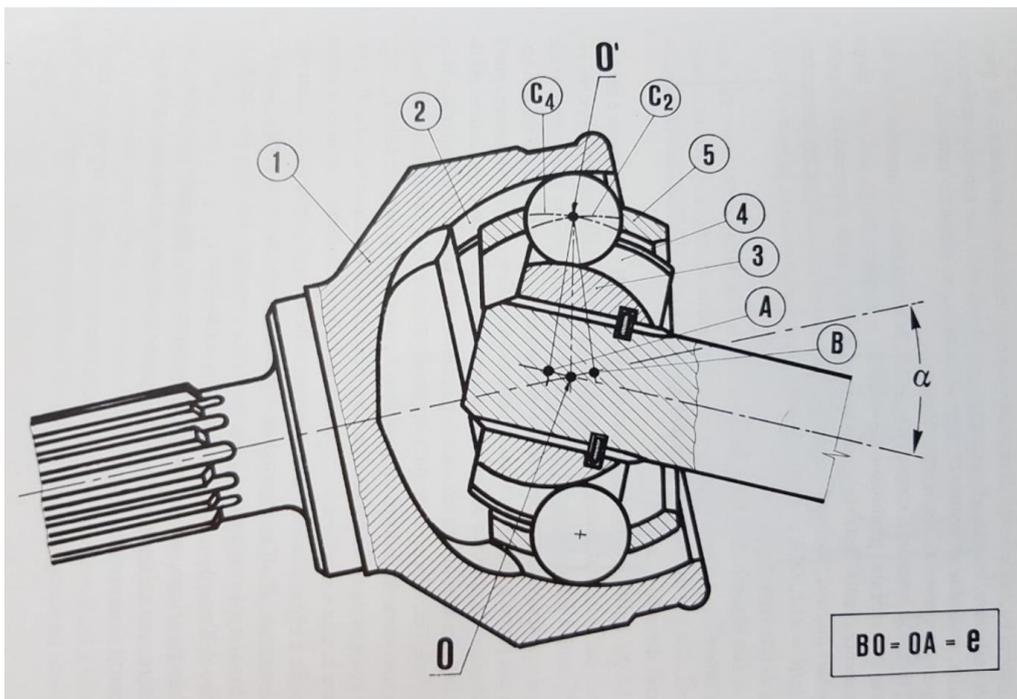


Figura 2, elementi costruttivi del giunto R-zeppa [1]

Il giunto R-zeppa, riportato in *figura 2*, è costituito dai seguenti elementi costruttivi:

- *Elemento motore o noce*, collegato al semiasse motore per mezzo di un accoppiamento scanalato; presenta una geometria di tipo sferico avente centro in  $O$ . In esso vengono ricavate le piste di rotolamento ad asse circonferenziale di centro  $A$ , posto sul semiasse motore ad una distanza  $e$  da  $O$ .
- *Elemento condotto o guscio*, caratterizzato da un'estremità scanalata impegnata con il mozzo e da un'estremità opposta a cavità sferica di centro  $O$ , entro la quale sono ricavate delle piste ad asse circonferenziale. Il centro di questo arco di circonferenza è il punto  $B$ , appartenente all'asse dell'albero condotto, a distanza  $e$  da  $O$ .

Le sezioni rette delle piste di rotolamento sono simili a semicerchi, più precisamente possono essere ad arco oppure a forma di semi-ellisse. Il numero di piste praticate sui due elementi dipende dal numero di sfere che trasmettono il momento torcente (es. un giunto a sette sfere prevede la realizzazione di sette gole).

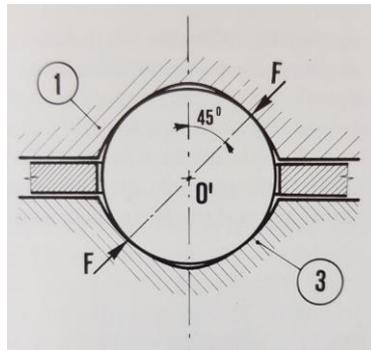


Figura 3, dettaglio della sezione trasversale della gola [1]

- *Corona di sfere*, parte di collegamento fra elemento motore ed elemento condotto; ogni sfera si impegna da un lato con una delle piste interne, dall'altro con una delle piste esterne.
- *Gabbia*, questo elemento ha il duplice scopo di mantenere i centri delle sfere complanari e di realizzare un vincolo sferico tra elemento condotto e motore. Questo è garantito dagli accoppiamenti sferici delle due superfici eterne ed interne, rispettivamente con elemento condotto e noce.

Condizione di omocineticità: la condizione di omocineticità del giunto è verificata, qualunque sia l'angolo  $\alpha$  formato fra gli assi, se il piano contenente i centri delle sfere coincide con il piano, detto omocinetico, rispetto al quale i due assi (motore e condotto) risultano speculari. È possibile dimostrare l'omocineticità di una generica tipologia di giunto, attraverso la dimostrazione del teorema di Myard.

## 2. Criteri per il dimensionamento statico

### 2.1. Equilibrio del giunto

Prima di fare delle valutazioni in merito alle forze scambiate tra le sfere e le piste di rotolamento, non è possibile prescindere dall'analisi dell'equilibrio della totalità del giunto.

Dati:

- $M_a$ , momento motore
- $M_b$ , momento resistente
- $\omega_a$ , velocità angolare in ingresso
- $\omega_b$ , velocità angolare in uscita

Nell'ipotesi che il rendimento di trasmissione sia unitario, data la condizione di omocineticità del giunto, è possibile verificare immediatamente che:

$$M_a = M_b \quad (1)$$

Le condizioni di lavoro tipiche del giunto R-zeppa, fanno sì che questi due momenti non costituiscano un sistema in equilibrio. Nei supporti degli alberi di trasmissione, compaiono delle reazioni vincolari in grado di generare delle coppie utili al raggiungimento dell'equilibrio.

La trasmissione del momento, in assenza di mutamenti dell'angolo di incidenza tra gli assi, è garantita esclusivamente se il momento totale, somma del torcente e del momento di reazione, è ortogonale al piano omocinetico.

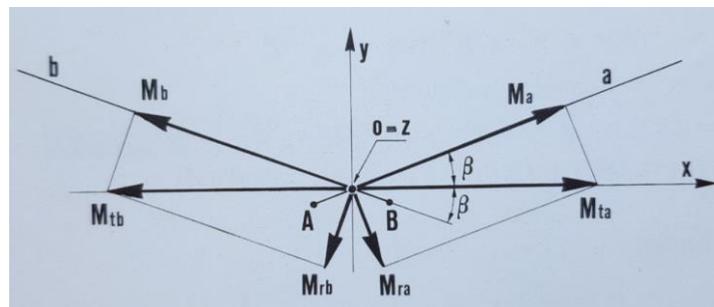


Figura 4, composizione vettoriale dei momenti di interesse [1]

I momenti di reazione appartengono al piano definito dai momenti utili (di trasmissione) e totali. Le direzioni dei momenti resistenti sono definite dalle reazioni vincolari, perpendicolari agli assi.

Si riportano di seguito la rappresentazione grafica della condizione di equilibrio e le formule dei momenti di interesse.

$$M_r = M \cdot \tan \beta ; M_t = M / \cos \beta \quad (2)$$

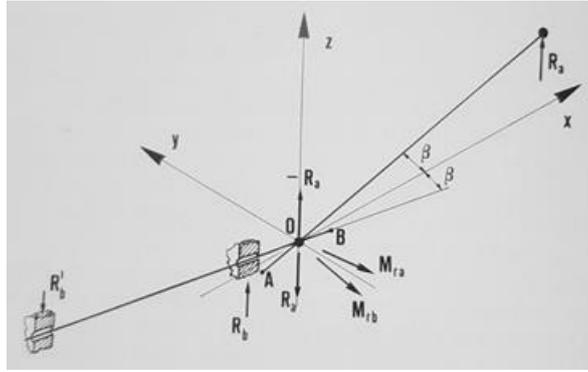


Figura 5, momenti e reazioni vincolari [1]

## 2.2. Forza scambiata tra piste e sfere – equazioni di equilibrio

In questa fase è necessario sottolineare la forma geometrica delle gole, al fine di determinare la direzione delle forze scambiate tra piste e sfere.

La figura 6 mostra l'involuppo del profilo utilizzato per la generazione delle gole di rotolamento:

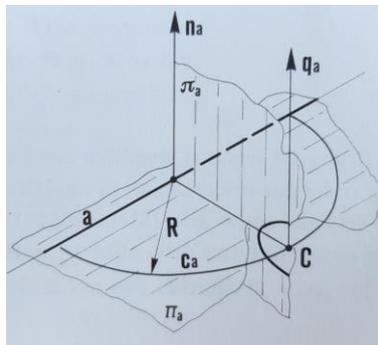


Figura 6, generazione della pista di rotolamento [1]

Nell'ipotesi che le forze di attrito possano essere trascurate, al fine di individuare la retta d'azione della forza scambiata tra gola e pista (quindi i suoi coseni direttori), si considera, del fascio di piani  $\pi_a$ , quello per cui il punto C coincide con il punto  $O'$  (figura 7).

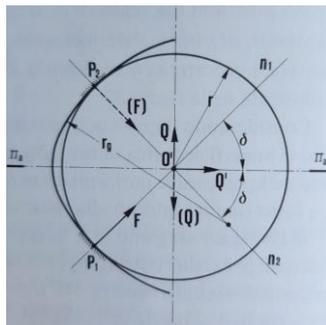


Figura 7, forze scambiate pista-sfera [1]

La forza individuata appartiene al piano ed è diretta secondo la retta  $O'P1$  o  $O'P2$ , a seconda del verso di rotazione del giunto (figura 7). La forza scambiata è diretta secondo le rette  $n_1$  o  $n_2$ ; vanno considerate le componenti  $Q_a$ , lungo la retta  $q_a$ , e  $Q_a'$ , lungo la retta  $q_a'$ . Entrambe le componenti sono inclinate rispetto al segmento CA di un angolo  $\delta$ , di solito pari a  $45^\circ$ .

Considerando l'equilibrio delle sfere, si osserva come ognuna di esse sia sottoposta all'azione delle forze trasmesse dalla noce motrice, di componenti  $Q_a$  e  $Q_a'$  e dalla campana condotta di componenti  $Q_b$  e  $Q_b'$  e dalla forza di reazione della gabbia.

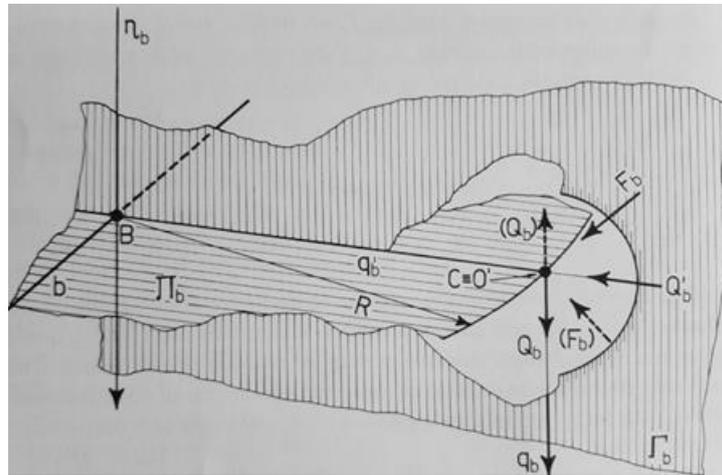


Figura 8, equilibrio della sfera [1]

Le tre equazioni di equilibrio alla traslazione, secondo i tre assi (trascurando forze d'attrito e forze d'inerzia dovute alla massa della sfera) si scrivono perciò:

$$Q_a(\pm 1)(\sin \beta \sin \varphi_a) + Q_a' \sin \gamma \cos \beta + Q_b(\pm 1)(\sin \beta \sin \varphi_a) + Q_b' \sin \gamma \cos \beta + X = 0 \quad (3)$$

$$(Q_a - Q_b)(\pm 1)(-\cos \beta \sin \varphi_a) + (Q_a' - Q_b')[\sin \gamma \sin \beta - \cos \gamma \cos \varphi_a Z(\gamma, \beta, \varphi_a)] = 0 \quad (4)$$

$$(Q_a - Q_b)(\pm 1)(\cos \varphi_a) + (Q_a' - Q_b')[\cos \gamma \cos \beta \sin \varphi_a Z(\gamma, \beta, \varphi_a)] = 0 \quad (5)$$

Queste equazioni devono valere per qualunque valore di  $\beta$  (metà dell'angolo di lavoro) e di  $\varphi_a$  (angolo di rotazione del giunto), quindi possono essere soddisfatte se

$$Q_a = Q_b = Q; \quad Q_a' = Q_b' = Q' \quad (6)$$

È possibile ricavare il valore della forza  $X$ , applicata dalla gabbia alla sfera

$$X = -2[Q(\pm 1)(\sin \beta \sin \varphi_a) + Q'(\sin \gamma \cos \beta)] \quad (7)$$

La gabbia ed il vincolo esistente tra essa, noce e campana (vincolo sferico), fa sì che essa risulti capace di assorbire forze comunque dirette; al contrario, essa non è in grado di reagire a momenti agenti nel piano omocinetico.

È necessario che la somma dei momenti prodotti dalle varie forze  $X$ , applicate dalle sfere alla gabbia, sia nulla.

Fatte alcune ipotesi che semplificano il problema, è possibile determinare l'andamento delle forze scambiate tra pista e sfere, prendendo in considerazione la condizione di equilibrio, ad esempio, tra albero conducente e noce motrice.

L'andamento delle forze in questione viene rappresentato in funzione del valore dell'angolo di rotazione del giunto  $\varphi$  e dell'angolo fra gli assi  $\alpha = 2\beta$ , e del disegno del giunto (angolo geometrico  $\gamma$ ).

In questa fase è importante ricordare la relazione che intercorre fra le componenti radiali e tangenziali delle forze scambiate tra pista e sfere

$$Q' = Q \cot \delta. \quad (8)$$

Questa ci permette di introdurre, come incognita, una sola delle due componenti del sistema di equazioni. Nella risoluzione di questo, si assume che la forma geometrica del giunto sia la più comune, con un angolo  $\delta$  di  $45^\circ$ .

In merito alle componenti radiali e periferiche, va ricordato che le prime scambiano esclusivamente forze di compressione (dirette positivamente col verso della retta  $q_a'$ ) e che le seconde possono avere verso coincidente con l'orientamento positivo della retta  $q_a$  o viceversa.

Al fine di valutare le tre equazioni di equilibrio alla rotazione, secondo gli assi  $x$ ,  $y$  e  $z$ , si riporta il determinante per il calcolo del momento rispetto al punto  $O$  delle forze applicate dalla sfera  $i$ -esima alla noce motrice:

$$M = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$M_g = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & \cos \varphi_a \cdot Z & \sin \varphi_a \cdot \cos \beta \cdot Z \\ -X & 0 & 0 \end{bmatrix} R \cos \gamma \quad (10)$$

Si riportano di seguito le componenti secondo i tre assi:

$$M_x = (-Q_i R \cos \gamma Z_i) [(\pm 1)(\cos^2 \varphi_i + \sin^2 \varphi_i \cos^2 \beta) - (\sin \gamma \sin \beta \cos \beta \sin \varphi_i)] \quad (11)$$

$$M_y = (-\sin \gamma \cos \beta Q_i R \cos \gamma Z_i) [(\pm 1)(\sin \varphi_i \sin \beta) + (\sin \gamma \cos \beta)] \quad (12)$$

$$M_z = (\cos \varphi_i Q_i R \cos \gamma Z_i) [(\pm 1)(\sin \varphi_i \sin \beta) + (\sin \gamma \cos \beta)] \quad (13)$$

Equazioni di equilibrio:

$$(M/\cos \beta) = R \cos \gamma \sum Q_i Z_i [(\pm 1)(\cos^2 \varphi_i + \sin^2 \varphi_i \cos^2 \beta) - (\sin \gamma \sin \beta \cos \beta \sin \varphi_i)] \quad (14)$$

$$0 = R \cos \gamma \sum Q_i Z_i \sin \varphi_i [(\pm 1)(\sin \varphi_i \sin \beta) + (\sin \gamma \cos \beta)] \quad (15)$$

$$0 = R \cos \gamma \sum Q_i Z_i \cos \varphi_i [(\pm 1)(\sin \varphi_i \sin \beta) + (\sin \gamma \cos \beta)] \quad (16)$$

Quindi riscritte:

$$\sum Q_i Z_i [(\pm 1)(1 - \sin^2 \varphi_i \sin^2 \beta) - (\sin \gamma \sin \beta \cos \beta \sin \varphi_i)] = M/(R \cos \gamma \cos \beta) \quad (17)$$

$$\sum Q_i Z_i [(\pm 1)(\sin^2 \varphi_i \sin \beta) + (\sin \gamma \cos \beta \sin \varphi_i)] = 0 \quad (18)$$

$$\sum Q_i Z_i [(\pm 1)(\sin \beta \sin \varphi_i \cos \varphi_i) + (\sin \gamma \cos \beta \cos \varphi_i)] = 0 \quad (19)$$

### 2.3. Risoluzione del sistema di equazioni

Nell'ipotesi che gli alberi presentino assi allineati ( $\alpha = 0$ ), le equazioni si semplificano notevolmente. Si riportano quindi nella nuova formulazione

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = M/(R \cos \gamma) \quad (20)$$

$$Q_1 \sin \varphi_1 + Q_2 \sin \varphi_2 + Q_3 \sin \varphi_3 = 0 \quad (21)$$

$$Q_1 \cos \varphi_1 + Q_2 \cos \varphi_2 + Q_3 \cos \varphi_3 = 0. \quad (22)$$

L'angolo  $\varphi$  è quello di rotazione del giunto (da 0 a 360°), gli angoli  $\varphi_i$ , quelli relativi alle sfere, alla loro quantità e posizione.

[Esempio. Giunto a sei sfere

$\varphi_a$  da 0 a 360°,  $\varphi_1 = \varphi_a$ ,  $\varphi_2 = \varphi_a + 360^\circ/6 = \varphi_a + 60^\circ$ ,  $\varphi_3 = \varphi_a + 120^\circ$  ecc.]

La risoluzione del sistema di equazioni passa dalla definizione di un rapporto; quello tra la forza  $i$ -esima generica scambiata tra pista e sfera, e la stessa nel caso particolare di angolo  $\alpha = 0$ . Questo rapporto viene indicato con la lettera H e rappresenta una sorta di fattore di ripartizione del carico sulle sfere.

Si riporta di seguito il sistema di equazioni, avendo introdotto il fattore di ripartizione H.

$$H_1 L_1 + H_2 L_2 + H_3 L_3 = 3 / \cos \beta \quad (23)$$

$$H_1 M_1 + H_2 M_2 + H_3 M_3 = 0 \quad (24)$$

$$H_1 N_1 + H_2 N_2 + H_3 N_3 = 0 \quad (25)$$

Si è indicato con  $L_i$ ,  $M_i$ ,  $N_i$  le quantità

$$L_i = [(\pm 1)(1 - \sin^2 \varphi_i \sin^2 \beta) - \sin \gamma \sin \beta \cos \beta \sin \varphi_i] \quad (26)$$

$$M_i = [(\pm 1)(\sin^2 \varphi_i \sin \beta) - \sin \gamma \cos \beta \cos \varphi_i] \quad (27)$$

$$N_i = [(\pm 1)(\sin \beta \sin \varphi_i \cos \varphi_i) - (\sin \gamma \cos \beta \cos \varphi_i)] \quad (28)$$

Essendo le equazioni di equilibrio scritte secondo i tre assi cartesiani, il problema è staticamente determinato per un giunto che realizzi il collegamento parte motrice-condotta, per mezzo di tre sfere. Questa tipologia di giunto è utilizzata esclusivamente per scopi didattici; queste ipotesi semplificative consentono una risoluzione del problema a tre equazioni e tre incognite.

L'obiettivo del lavoro di tesi è quello di superare queste ipotesi semplificative, estendere ai casi a più sfere (di solito da cinque ad un massimo di dieci), ottenendo la risoluzione di sistemi iperstatici attraverso programma di calcolo dedicato.

## 2.4. Sollecitazioni hertziane e tensione normale massima

Valutata la forza di contatto pista-sfera, la determinazione delle sollecitazioni di contatto passa necessariamente dallo studio dei contatti di tipo hertziano; nel dettaglio si applicano i risultati della teoria di Hertz per i contatti di tipo puntiforme.

Dai calcoli relativi al contatto hertziano di tipo puntiforme, il più sollecitato risulta essere quello tra sfera e pista interna; per questo motivo, l'algoritmo si preoccupa di valutare esclusivamente questo tipo di sollecitazione per il dimensionamento e verifica del giunto.

La determinazione della massima tensione di contatto passa dal calcolo delle curvature delle due superfici; si riporta una sezione del giunto, al fine di evidenziare le relazioni geometriche esistenti tra i raggi della pista, della sfera, il raggio primitivo e gli angoli di interesse.

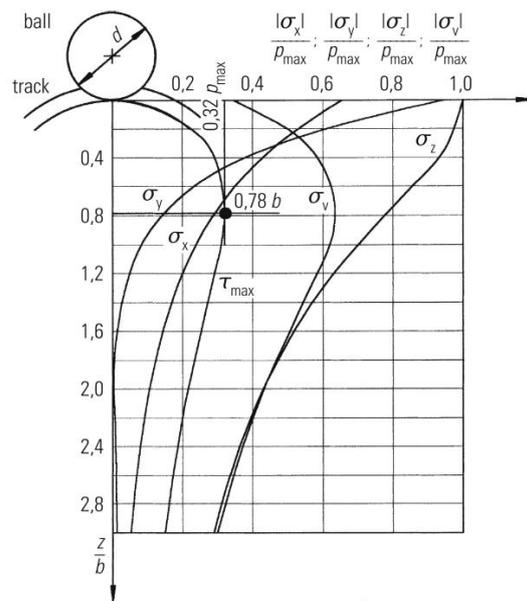
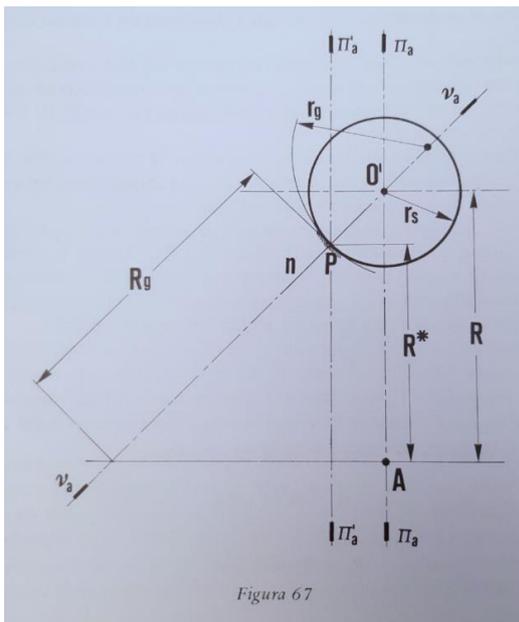


Figura 9, relazioni geometriche tra i raggi [1] – stato di sollecitazione di una sfera [2], calcolato da E.-G. Paland nel 1997

Formule per il calcolo delle curvature e dei rapporti di combaciamento:

$$\rho = \cos \delta / (R \cos \delta - r_s) \quad (29)$$

$$c = r_s / r_g ; c' = r_s / R \quad (30)$$

La sommatoria delle curvature e il cost valgono:

$$\sum \rho = \frac{1}{r_s} \left( 2 + \frac{c' \cos \delta}{1 - c' \cos \delta} - c \right) \quad (31)$$

$$\cos \tau = \frac{(c+c') \cos \delta - cc'}{(2+c'-c) \cos \delta - 2c'+cc'} \quad (32)$$

La tensione normale massima calcolata sulla superficie di contatto vale

$$\sigma_0 = (0.2436/\mu\nu) \cdot F^{1/3} E^{2/3} (\sum \rho)^{2/3} \quad (33)$$

### 3. Codice MATLAB® per il dimensionamento e la verifica del giunto

Il seguente capitolo è dedicato alla descrizione del codice per il dimensionamento e la verifica del giunto R-zeppa. Viene fatta un'analisi della struttura generale del codice, l'elenco dei parametri di input, l'analisi dell'interazione tra algoritmo ed utente, l'implementazione della parte risolutiva per mezzo di calcoli iterativi. Prima di approfondire la scrittura del codice e tutte le sue peculiarità, si descrivono gli obiettivi ed i vincoli da rispettare.

#### 3.1. Obiettivi del calcolo

L'obiettivo principale del lavoro realizzato, oltre a consentire la verifica di un giunto R-zeppa esistente, è soprattutto quello di ottenere le dimensioni di massima, sulla base delle richieste avanzate dall'utente, per la realizzazione di un giunto.

Il codice pone una distinzione fra:

- dati in ingresso modificabili dall'utente, nel corso della sessione di utilizzo del programma;
- dati in ingresso non modificabili.

L'utente che richiede il dimensionamento del giunto si trova nella condizione di dover trasmettere un preciso valore di momento torcente, rappresentante un vincolo di particolare importanza e per questo non modificabile.

Un altro vincolo fondamentale per la riuscita del dimensionamento, che garantisca il raggiungimento di una soluzione costruttiva adeguata, è rappresentato dallo spazio di ingombro da rispettare. Dallo spazio di lavoro dipenderà l'esito (positivo o negativo) delle operazioni di calcolo e dimensionamento; inoltre, il parametro che più di tutti porta il codice a fare delle iterazioni, modificando eventualmente il numero di sfere ed il loro diametro, è proprio lo spazio di ingombro.

Fatta la verifica al contatto hertziano, lo spazio di ingombro conduce l'algoritmo a proporre come soluzione un giunto ad  $n$  sfere piuttosto che ad  $n+1$  o  $n+2$  (si approfondirà questo aspetto nel seguito). Se il diametro di ingombro dovesse risultare particolarmente grande, probabilmente il codice darebbe come soluzione un giunto con un numero di sfere basso, raggiungendo facilmente la convergenza dei risultati; se al contrario l'ingombro fosse limitato, al codice risulterebbe più complessa la ricerca di una soluzione ottimale (in questo caso, anche in presenza di una verifica strutturale, si potrebbe raggiungere un esito negativo).

Il parametro che più di tutti discrimina tra un risultato positivo ed uno negativo dell'attività è il diametro di ingombro.

L'obiettivo principale del calcolo iterativo è quello di raggiungere la soluzione di un giunto che abbia il più basso numero di sfere, della dimensione minore possibile. In questo modo si evita il sovradimensionamento, garantendo leggerezza ed evitando dei costi superflui.

## 3.2. Struttura dell'algoritmo e funzionamento

L'algoritmo di dimensionamento e verifica si presenta strutturato ed ogni parte di esso porta con sé uno specifico obiettivo.

### 3.2.1. Inserimento dei dati di input

In questa sezione del codice, il programma interroga l'utente, il quale deve specificare se affrontare il dimensionamento del giunto oppure la verifica di uno esistente. In caso di verifica, vanno inseriti una serie di dati geometrici e di funzionamento; in caso di dimensionamento, dei dati legati quasi esclusivamente al funzionamento del giunto.

In una prima fase vanno comunicati dei dati di input utili sia per il dimensionamento che per la verifica (come riportato in *figura 10*)

```
%richiesta inserimento dati di input comuni
M_t = input('\nInserire il valore della coppia da trasmettere [Nm]: ')*1000
alfa = input('Inserire il valore del massimo angolo di lavoro [deg]: ')
d_ing = input('Inserire il diametro del cilindro di ingombro [mm]: ')
d_alb = input('Inserire il diametro albero [mm]: ')
```

Figura 10, parte di codice dedicata all'inserimento dei dati di input

All'utente viene richiesto di riportare il valore di:

- coppia motrice ( $M_t$ ) – fondamentale per il calcolo delle forze scambiate tra piste e sfere;
- angolo di lavoro  $\alpha$  (alfa) – utilizzato nelle formule per il calcolo della resistenza statica degli alberi, ma soprattutto nella valutazione dei fattori H;
- diametro di ingombro ( $d_{ing}$ ) – uno degli obiettivi del codice è quello di dimensionare un giunto rispettando uno spazio di manovra/ingombro, riportato dall'utente come vincolo da rispettare. Lo spazio di manovra viene riportato e valutato come diametro di ingombro di un cilindro immaginario circoscritto al diametro esterno del giunto stesso;
- diametro degli alberi ( $d_{alb}$ ) – questa informazione permette al codice di valutare se l'albero di trasmissione è in grado di sopportare il carico, date le condizioni di lavoro derivanti dall'angolo  $\alpha$ .

In caso di **dimensionamento**, viene richiesto di scegliere:

- materiale dell'albero – dato molto importante nella fase di verifica statica degli alberi di trasmissione. Nel codice, la scelta di un materiale, si traduce nell'assegnazione specifica di un modulo di Young (E, per semplicità sempre uguale a 210000 MPa) e di una tensione di snervamento. L'utente ha la possibilità di scegliere fra tre diverse opzioni: acciaio da

bonifica C45 (Rp0.2 = 450 MPa); acciaio da bonifica 30CrMo4 (Rp0.2 = 650 MPa); acciaio da bonifica 42CrMo4 (Rp0.2 = 800 MPa);

- trattamento superficiale delle piste di rotolamento – utile per la verifica di resistenza del giunto alle sollecitazioni di contatto. Nel codice, la scelta del trattamento superficiale si traduce nell’assegnazione specifica di un valore di durezza superficiale (espressa in Vickers). L’utente ha la possibilità di scegliere fra quattro diverse opzioni: tempra (300 HV); tempra a induzione (500 HV); cementazione (600 HV); nitrurazione (650 HV).
- 

In caso di **verifica**, viene richiesto di inserire una serie di informazioni:

- modulo di Young (E), espresso in MPa;
- tensione di snervamento ( $\sigma_s$ ), espressa in MPa;
- durezza superficiale delle zone di contatto, espressa in HV;
- diametro delle sfere (d), espresso in mm;
- numero di sfere (s);
- raggio primitivo (R), espresso in mm;
- raggio minore della pista interna ( $r_g$ ), espresso in mm;

```
% Dati VERIFICA
else
  E = input('Inserire il valore del modulo di elasticità E [MPa]: ')
  sigma_s = input('Inserire il valore della tensione di snervamento [MPa]: ')
  HV = input('Inserire il valore della durezza superficiale in Vickers [HV2]: ')
  d = input('Inserire diametro sfere [mm]: ')
  s = input('Inserire il numero di sfere: ')
  R = input('Inserire raggio primitivo [mm]: ')
  r_g = input('Inserire raggio minore della pista interna [mm]: ')
end
```

Figura 11, parte di codice dedicata ai dati di input per la “verifica”

### 3.2.2. Calcolo iterativo

Il cuore dell’algoritmo di dimensionamento e verifica del giunto R-zeppa è rappresentato dalla parte di codice dedicata al calcolo iterativo per la scelta del giunto.

L’iterazione prevede la ricerca di una configurazione in grado di resistere alle sollecitazioni, rispettando il diametro del cilindro di ingombro e rispettando il numero di sfere massimo ammissibile (scelto pari a 10).

Si riportano di seguito gli step seguiti nella realizzazione del ciclo iterativo:

- a) Il punto di partenza del ciclo iterativo è la dichiarazione del valore di primo tentativo di alcuni parametri:
  - diametro delle sfere – il valore di primo tentativo del diametro è scelto pari a 10mm; questo, nel corso delle diverse iterazioni, andrà aumentando sempre di più, fino a

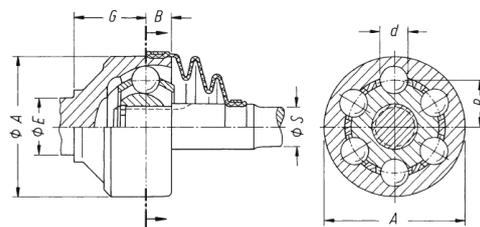
raggiungere, se possibile, un valore da assegnare al giunto nel caso di esito positivo dell'attività di calcolo;

- numero di sfere – il valore di primo tentativo del numero di sfere utilizzate è fissato pari a cinque, con un massimo di dieci sfere possibili (in linea con le configurazioni reali presenti nella pratica industriale);

I due parametri sopracitati sono quelli che, tra un'iterazione e l'altra, vedono variare il proprio valore, fino al raggiungimento di una convergenza.

Oltre alla definizione di parametri geometrici fondamentali, si precisano alcuni fattori di carattere geometrico che interessano il giunto, come il valore di  $\eta$  (rapporto tra il raggio della sfera ed il raggio della primitiva, variabile tra 0.15 e 0.30), quello di  $c$  (rapporto di combaciamento, tra il raggio della sfera e quello della pista interna, variabile tra 0.6 e 0.9), l'angolo  $\delta$  fissato a  $45^\circ$  e  $\gamma$  pari a  $12^\circ$ .

- b) Viene precisato il valore del  $\Delta$  di differenza tra la tensione di snervamento e quella ideale, entro il quale è possibile interrompere i calcoli ed uscire dall'iterazione, fissato a 20 MPa. Aumentare questo fattore ci permette di stare dalla parte della sicurezza; il risultato sarebbe quello di "uscire" in anticipo dall'iterazione, ottenendo un giunto più resistente (diametro delle sfere e/o numero di sfere maggiore).
- c) Ricerca di una relazione che leghi il diametro delle sfere col valore del diametro esterno del giunto. Quest'ultimo è un dato geometrico che rappresenta la somma dei raggi delle parti presenti all'interno della campana, più lo spessore della stessa. Questa, in particolare, può assumere un valore minimo dipendente dalla tecnologia utilizzata per produrla, ma soprattutto dalla forma specifica che può assumere il giunto stesso. In questo elaborato si è fatto riferimento alla forma costruttiva dei giunti della famiglia AC *fixed joint*, prodotti da GKN Automotive.



Joint AC	A	E	S	G	B	$d^a$	R	$M_d^b$	$M_N^c$ static
75	70	24	19.1	33.6	12.2	14.288	23.57	178	944
87	81	28	22.2	38.9	14.2	16.669	27.50	283	1499
95	90	30	23.8	42.2	15.3	18.000	29.70	357	1887
100	92	32	25.4	44.3	16.3	19.050	31.43	423	2237
113	103	36	28.6	49.7	18.2	21.431	35.36	602	3186
125	115	40	31.8	55.1	20.2	23.812	39.20	826	4369
150	137	48	38.1	65.9	24.4	28.575	47.15	1428	7550
175	160	56	44.5	76.7	28.4	33.338	55.00	2267	11480
200	182	64	50.8	87.4	32.5	38.100	62.87	3384	17897
225	204	72	57.2	98.2	36.5	42.862	70.72	4819	25483
250	227	80	63.5	109.0	40.6	47.625	78.58	6610	34955

Figura 12, AC fixed joint by GNK [2]

È stata fatta un'interpolazione per ottenere una precisa corrispondenza tra il diametro delle sfere ed il diametro esterno del giunto. L'importanza di questa informazione merita

di essere sottolineata, il confronto tra il diametro esterno e quello di ingombro è condizione necessaria per poter avere esito positivo dal calcolo di dimensionamento.

- d) Calcolo del valore del  $\text{cost}$ , utilizzando le formule già viste nel capitolo precedente. Dal  $\text{cost}$  dipende il valore del prodotto tra i fattori  $\mu$  e  $\nu$ , estrapolabile da un grafico o da tabella; poiché questo calcolo richiede la lettura di un valore da grafico, è stato necessario realizzare la parametrizzazione dell'andamento del prodotto dei coefficienti in funzione del  $\text{cost}$ . Si è scelto di utilizzare una *function* esterna (riportata in appendice), in modo tale da rendere lo *script* principale il più snello possibile e di facile gestione.

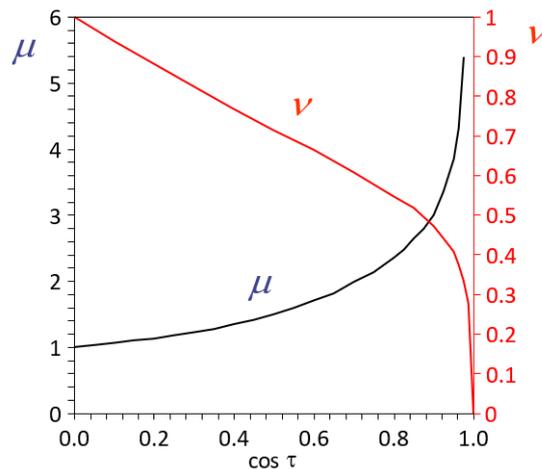


Figura 13, andamento  $\mu\nu$  in funzione di  $\text{cost}$

- e) Calcolo del valore massimo del fattore H di amplificazione/riduzione del carico. Nel caso di angolo di lavoro  $\alpha = 0$ , il fattore H è unitario (il carico su ogni singola sfera presenta lo stesso valore). Nel caso più generico di giunto che lavori per angoli diversi da zero, il fattore H presenta dei valori variabili a seconda della sfera presa in considerazione.

I fattori H rappresentano le incognite del sistema a tre equazioni e sono pari al numero di sfere presenti all'interno del giunto (sempre maggiori di tre). L'unico modo per trovare una via risolutiva del problema è stato quello di utilizzare una funzione che fosse in grado, attraverso un procedimento iterativo, di ottenere un risultato nonostante il numero delle incognite fosse maggiore rispetto al numero di equazioni. A tal fine, si è deciso di adoperare la funzione *fsolve* di MATLAB®. Come per la parte di codice dedicata alla parametrizzazione, è stata utilizzata una *function* esterna (riportata in appendice).

I parametri di input della funzione denominata '*Calcolo\_H*' sono il valore dell'angolo  $\beta$  (metà dell'angolo di lavoro) ed il numero di sfere,  $s$ . La funzione ha il compito di calcolare, partendo dal numero di sfere, un numero di incognite di pari quantità (i fattori H). Per fare ciò, si sono utilizzati una serie di cicli *for* annidati.

Il ciclo *for* più esterno presenta come indice del loop i valori dell'angolo  $\beta$ , che variano da  $0^\circ$  ad un valore massimo indicato dall'utente. Il secondo ciclo *for* ha come indice di rotazione i valori dell'angolo  $\varphi$  di rotazione, variabili tra  $0$  e  $360^\circ$ ; infine, l'ultimo ciclo *for*, quello più interno, ha il compito di calcolare, dato un valore di  $\beta$  ed un valore di  $\varphi$ , i parametri  $L_i$ ,  $M_i$  ed  $N_i$ .

In funzione del numero di sfere, si entra all'interno di un *if* che porta alla scrittura del sistema di equazioni corrispondente. La funzione *fsolve* permette di risolvere il problema e popolare una matrice dei fattori H, dipendente dall'angolo di rotazione, identificato dalle righe e dall'angolo di lavoro, le colonne.

La risoluzione di ogni sistema porta all'ottenimento di un numero di soluzioni pari al numero di sfere (es. giunto a cinque sfere, il codice calcola cinque fattori H da associare ad ogni sfera). Per questo motivo, i valori di H associati ad un preciso valore di  $\beta$  e di  $\varphi$ , che popolano la matrice, sono il risultato di una media dei valori delle n sfere.

L'output della funzione è il valore di H massimo, presente all'interno della matrice.

Si riporta di seguito l'esempio di una matrice dei fattori H, per un giunto a sei sfere ed un angolo massimo di lavoro 30°.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1.0263	1.0456	1.0639	1.0817	1.0991	1.1164	1.1336	1.1508	1.1680	1.1851	1.2021	1.2190	1.2355	1.2518	1.2676
2	1.0732	1.0750	1.0772	1.0799	1.0830	1.0866	1.0906	1.0950	1.0998	1.1048	1.1100	1.1154	1.1388	1.1812	1.2221
3	1.0005	1.0020	1.0044	1.0079	1.0123	1.0177	1.0241	1.0313	1.0395	1.0486	1.0584	1.0689	1.0801	1.1286	1.2128
4	1.0004	1.0016	1.0036	1.0065	1.0101	1.0146	1.0200	1.0265	1.0343	1.0681	1.1540	1.3674	1.4045	1.5481	1.5219
5	1.1663	1.1695	1.1721	1.1743	1.1762	1.1779	1.1793	1.1806	1.1817	1.1829	1.1840	1.1852	1.1864	1.1950	1.2097
6	1.2236	1.2277	1.2304	1.2317	1.2312	1.2624	1.2895	1.3091	1.3181	1.3125	1.2872	1.2604	1.2892	1.3149	1.3373
7	1.0229	1.0543	1.0863	1.1186	1.1502	1.1796	1.2048	1.2229	1.2308	1.2255	1.2046	1.1677	1.1162	1.1178	1.1783
8	1.0706	1.0695	1.0683	1.0667	1.0642	1.0603	1.0543	1.0452	1.0541	1.1033	1.1549	1.2351	1.3155	1.3905	1.4570
9	1.0005	1.0020	1.0044	1.0078	1.0122	1.0175	1.0237	1.0308	1.0386	1.0832	1.1391	1.1970	1.2564	1.3170	1.3779
10	1.0004	1.0017	1.0038	1.0068	1.0107	1.0155	1.0212	1.0278	1.0352	1.0435	1.0525	1.0622	1.0724	1.0830	1.0986
11	1.1584	1.1535	1.1480	1.1418	1.1350	1.1276	1.1197	1.1115	1.1032	1.0950	1.0872	1.0798	1.0732	1.1011	1.1595
12	1.2106	1.2014	1.1900	1.1763	1.1602	1.1415	1.1205	1.0972	1.0720	1.0450	1.0859	1.1322	1.1785	1.2240	1.2684
13	1.0263	1.0456	1.0639	1.0817	1.0991	1.1164	1.1336	1.1508	1.1680	1.1851	1.2021	1.2190	1.2355	1.2518	1.2676

Figura 14, esempio di matrice dei fattori H

Le righe si riferiscono ai valori di  $\varphi$ , angolo di rotazione, variabile tra 0 e 360° (valutato con un intervallo di 30°); le colonne fanno riferimento agli angoli  $\beta$  ( $= \alpha/2$ ), variabili tra 1° e il valore massimo specificato.

- f) Calcolo della tensione normale massima di contatto. Come descritto nel capitolo precedente, si procede col calcolo dei raggi, delle curvature e della somma di quest'ultime, quindi della forza scambiata tra pista e sfere nel caso semplificato di giunto ad assi allineati.

Questo valore viene moltiplicato per il fattore H massimo, al fine di ottenere la forza scambiata effettiva. Si hanno a disposizione tutti i parametri necessari per il calcolo della tensione massima.

Dalla teoria del contatto hertziano, sappiamo che per il contatto sfera-pista interna, il valore massimo di tensione si evidenzia ad una certa distanza dalla superficie, per un valore specifico di tensione tangenziale massima [2].

$$z = 0.78 b$$

$$\tau_{max} = 0.32 p_{max}$$

Nell'ipotesi di cedimento di Tresca, calcoliamo il valore della tensione ideale da confrontare con lo snervamento del materiale (quello presente a livello superficiale).

$$\sigma_{id} = 2 \tau_{max}$$

I calcoli relativi al punto f) sono riprodotti all'interno di un ciclo *while*, che rappresenta il core del calcolo iterativo dell'intero codice. È possibile uscire da questa iterazione in diversi casi:

1. Il giunto rispetta le condizioni di ingombro e la tensione ideale è minore della tensione di snervamento, come da ipotesi di cedimento → è stata trovata una soluzione di giunto che rispetti l'ingombro.
2. Il codice ha tentato di realizzare un giunto a dieci sfere (quantità massima accettata), con un diametro  $d$  che non consente di rispettare l'ingombro. Se il trattamento superficiale selezionato dall'utente non è il migliore possibile (nitrurazione), si dà la possibilità di cambiarlo, oppure di terminare la sessione. Quindi si ritorna al punto 1 o al punto seguente.
3. Il codice ha tentato di realizzare un giunto a dieci sfere, con un trattamento di nitrurazione ed un diametro  $d$  che ha raggiunto un valore limite che non permette, però, di rispettare l'ingombro → ingombro non rispettato, non è stata trovata una soluzione adeguata.

L'iterazione vera e propria viene realizzata, in primis, sul numero di sfere e subito dopo sul valore del diametro delle stesse. Una volta fissata la quantità di sfere, il codice aumenta il diametro fin quando non si ottiene un risultato positivo in termini di resistenza; tutto questo compatibilmente con il rispetto del diametro di ingombro. Se quest'ultimo non dovesse essere rispettato, si passa all'iterazione successiva, con l'aggiunta di una sfera ed il diametro che riparte dal valore di primo tentativo (10 mm).

## 4. Confronto con una simulazione FEM

Nella sezione seguente si riporta un confronto tra i risultati derivanti dal codice MATLAB® e quelli di una simulazione statica agli elementi finiti. Per fare ciò è stato utilizzato il tool *Simulation* di SOLIDWORKS.

L'obiettivo è quello di realizzare un confronto di risultati in termini di forze scambiate tra pista e sfere. Vengono effettuate delle valutazioni in due casi differenti:

1. forza scambiata tra pista e sfera per un giunto ad alberi allineati;
2. forza scambiata tra pista e sfera per un giunto ad alberi con assi inclinati di  $20^\circ$  (angolo di lavoro  $\alpha$ ).

### 4.1. Realizzazione del modello – applicazione dei carichi e vincoli

Il modello utilizzato per le simulazioni rappresenta un giunto R-zeppa a cinque sfere.

Sono realizzati i seguenti particolari:

- albero di ingresso (motore);
- albero di uscita (condotto);
- noce motrice;
- campana condotta;
- sfere;
- gabbia;

Una volta assemblato il complessivo, vengono create due differenti configurazioni; una con un angolo di lavoro  $\alpha = 0^\circ$  ed uno a  $20^\circ$ .

Per poter avviare la simulazione è necessario vincolare la struttura, evitando così i moti rigidi.

In particolare, vengono introdotti due vincoli:

- vincolo di “Cardine fisso” sulla superficie cilindrica dell'albero di ingresso (2 gdl bloccati, consentita la sola rotazione assiale);
- vincolo “Fisso” sulla superficie cilindrica dell'albero di uscita (3 gdl bloccati).

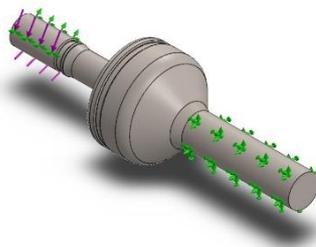


Figura 15, carichi e vincoli del modello

Realizzati i vincoli della struttura, si introduce il materiale per ogni singola parte e applicato un carico esterno.

Si assegna per semplicità lo stesso materiale per tutte le parti in gioco, in particolare:

- acciaio in lega, con un  $R_{p0.2}$  di 620 MPa.

In merito al carico esterno da applicare, l'albero in ingresso è sottoposto ad un:

- momento torcente di 500 Nm

Si realizza quindi la mesh solida, considerando un affinamento localizzato della stessa in corrispondenza di una delle cinque sfere.

La valutazione della forza scambiata viene effettuata per una sola sfera, per questo motivo si prevede una discretizzazione più fine della sfera di interesse e delle relative piste di rotolamento (ricavate su elemento motore ed elemento condotto). La parte restante del giunto presenta una discretizzazione più grossolana, al fine esclusivo di garantire l'equilibrio del componente.

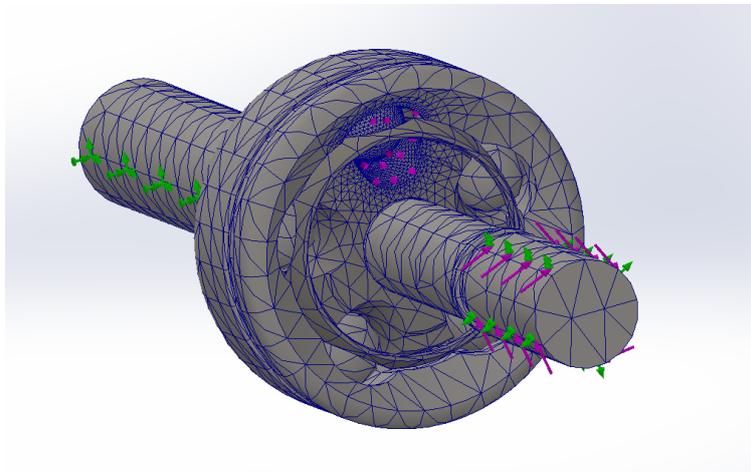


Figura 16, discretizzazione del modello

L'ultimo passo prima di poter avviare la simulazione, è quello di dedicarsi alla definizione dei contatti tra i vari particolari dell'assieme.

Sono assegnati:

- "Contatto del componente" (quindi un accoppiamento) tra l'albero di ingresso e il mozzo della noce motrice; in questo modo si garantisce che il momento applicato all'albero venga trasmesso all'elemento motore.
- "Gruppi di contatto" tra le sfere e le piste di rotolamento, ricavate rispettivamente su elemento motore ed elemento condotto.

## 4.2. Confronto

Terminata la fase di realizzazione del modello, introduzione dei vincoli e applicazione del carico esterno, si procede col confronto tra i risultati della simulazione e quelli del calcolo analitico.

Si sceglie di fare delle prove su di un giunto con le seguenti caratteristiche geometriche:

- numero sfere – 5;
- diametro sfere – 19 mm;
- raggio minore della pista – 10.50 mm;
- raggio primitivo – 29.5 mm;
- momento applicato – 500 Nm
- angolo di lavoro – 0°

Si riportano di seguito i risultati dei confronti effettuati.

### 1) Angolo di lavoro 0°.

- **MATLAB®**: la forza scambiata tra la sfera di interesse e la relativa pista interna (contatto più sollecitato), è pari a circa 4900 N.
- **Simulation**: la forza risultante tra la sfera di interesse e la relativa pista interna, è pari a circa 5280 N ed inclinata rispetto all'orizzontale di ca. 42°.

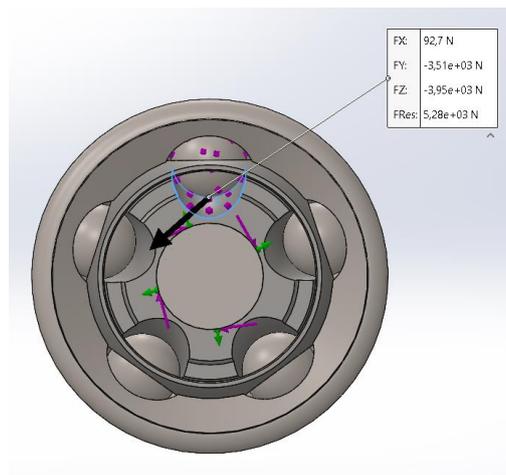


Figura 17, forza risultante

Si evidenzia come nel caso di alberi allineati, la differenza tra calcolo analitico e FEM sia circa del 7%.

Nonostante la discretizzazione meno accurata delle altre sfere, le forze da esse scambiate differiscono da quelle analitiche, comunque per il 10-15%. In questo caso il calcolo della forza scambiata non è particolarmente complesso, in quanto non viene richiesta la valutazione del fattore di riduzione/amplificazione del carico, H.

2) Angolo di lavoro 20°

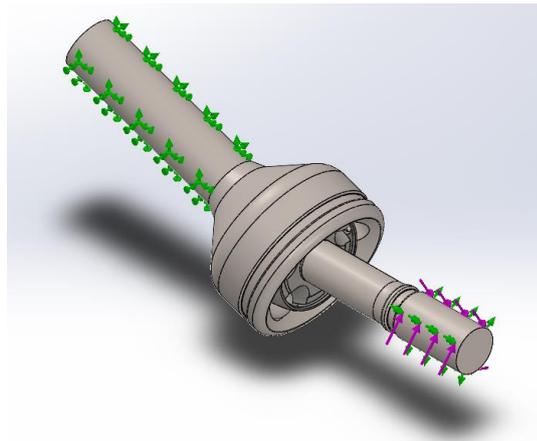


Figura 18, configurazione a 20°

Il caso più interessante di giunto ad alberi disallineati ci porta a valutare ed applicare necessariamente il fattore H.

Si riportano di seguito i risultati:

- **MATLAB ®:** in questo caso non possiamo considerare la forza derivante dal semplice calcolo riportato nell'esempio precedente. Questa deve essere moltiplicata per il fattore H associato alla sfera di interesse.  
Dal calcolo del fattore H deriva la costruzione di una matrice dei fattori associati ad ogni valore di angolo di lavoro e di rotazione.  
A questa configurazione sono associati diversi valori di H, tanti quante sono le sfere all'interno del giunto. Il calcolo del valore medio interessa solo il dimensionamento; nel caso di confronto con una specifica sfera, si considera il valore di H (incognita del sistema di equazioni) associato alla sfera di interesse.  
Alla sfera di interesse si associa un fattore H pari a circa 0.76; la forza scambiata tra pista e sfera è di 3725 N.
- **Simulation:** la forza di contatto tra la sfera di interesse e la relativa pista interna risulta pari a circa 4130 N.

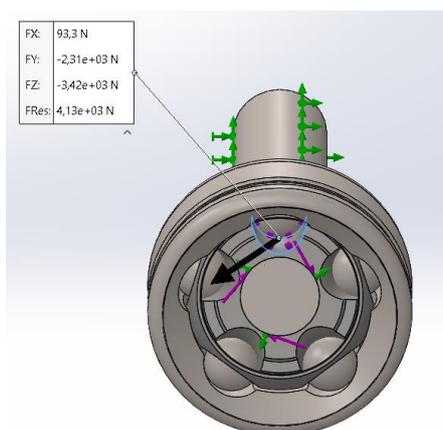


Figura 19, forza risultante

Nel caso di alberi disallineati, la differenza tra calcolo analitico e FEM aumenta rispetto al caso precedente. Questa differenza maggiore dipende probabilmente dal fatto che la valutazione dei fattori H è legata fortemente al risultato di un calcolo iterativo e ad una serie di assunzioni.

Inoltre, in configurazione disallineata, diventano ancora più importanti i giochi presenti nel componente e la disposizione delle sfere e della gabbia che, a priori, non è detto che si presenti sempre allo stesso modo.

La differenza rimane comunque accettabile e pari al 14%.

## 5. Esempi di utilizzo del codice

In questa sezione dell'elaborato vengono riportati una serie di esempi applicativi del codice.

- a) Coppia 150 Nm, diametro di ingombro 500 mm (non esiste un reale vincolo dello spazio di lavoro).
  - Angolo di lavoro massimo 0°
  - Angolo di lavoro massimo 20°
- b) Coppia 500 Nm, diametro di ingombro 500 mm
  - a. Angolo di lavoro massimo 0°
  - b. Angolo di lavoro massimo 20°
- c) Coppia 500 Nm, diametro di ingombro 120 mm
  - a. Angolo di lavoro massimo 0°
  - b. Angolo di lavoro massimo 20°
- d) Coppia 500 Nm, diametro di ingombro 100 mm
  - a. Angolo di lavoro massimo 0°
  - b. Angolo di lavoro massimo 20°
- e) Coppia 500 Nm, diametro di ingombro 95 mm

Con l'analisi dei primi esempi possiamo apprezzare la capacità dell'algoritmo di dimensionare un giunto senza particolari problematiche di ingombro; con i casi c) e d), possiamo osservare come il vincolo spaziale è il discriminante tra un esito positivo ed uno negativo, ma soprattutto tra un giunto ad n sfere ed uno con un numero differente.

Per tutti i casi studio, si riporta la finestra di interazione tra il programma e l'utente, nonché i risultati sottoforma di report.

a)

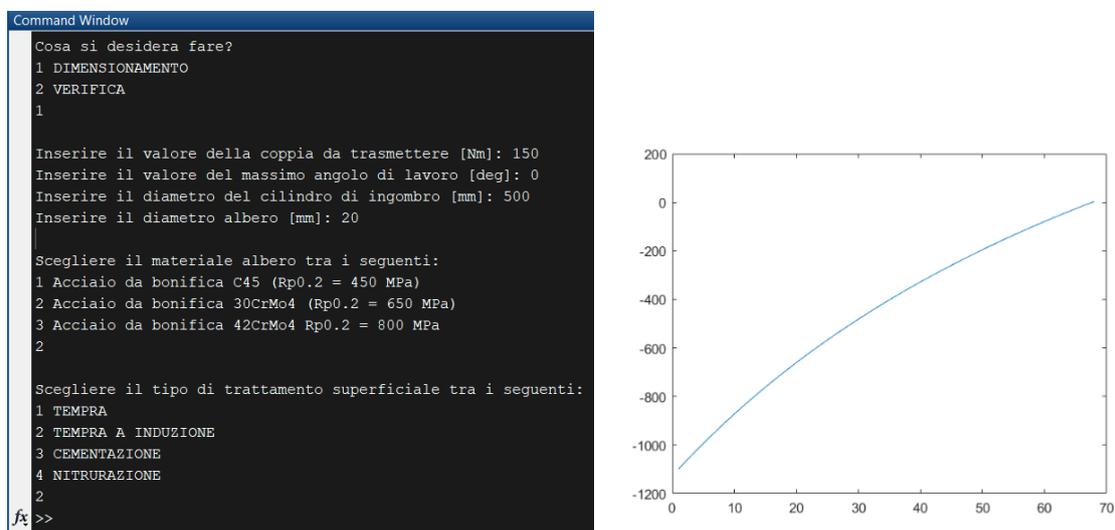


Figura 19, finestra di interazione con l'utente – grafico del  $\Delta$  di tensione in funzione del numero di iterazioni (150 Nm – 500 mm – 0°)

```

::: REPORT FINALE DIMENSIONAMENTO/VERIFICA DI UN GIUNTO R-ZEPPA :::

1) Si è scelto di effettuare il DIMENSIONAMENTO del giunto

2) PARAMETRI DI INPUT:

- M (momento da trasmettere) = 150.00 Nm
- alfa (angolo di lavoro) = 0.00 gradi
- d_i (ingombro da rispettare) = 500.00 mm
- d_a (diametro albero) = 20.00 mm
- E (modulo di Young) = 210000 MPa
- sigma_s (tensione di snervamento) = 650 MPa

3) PARAMETRI DI OUTPUT:

Risultato --> INGOMBRO RISPETTATO!

- d (diametro sfere) = 17.00 mm
- s (quantità di sfere) = 5
- R (raggio primitivo)= 27.83 mm
- R* (raggio pista interna - sezione longitudinale) = 21.93 mm
- r_g (raggio pista interna - sezione trasversale) = 9.28 mm
- D_e (diametro esterno) = 81.89 mm

```

*Figura 20, report finale (150 Nm – 500 mm – 0°)*

Dal report finale è possibile apprezzare i dati di dimensionamento messi a disposizione dell'utente.

Si riportano di seguito i risultati relativi al caso con angolo di lavoro 20°.

```

::: REPORT FINALE DIMENSIONAMENTO/VERIFICA DI UN GIUNTO R-ZEPPA :::

1) Si è scelto di effettuare il DIMENSIONAMENTO del giunto

2) PARAMETRI DI INPUT:

- M (momento da trasmettere) = 150.00 Nm
- alfa (angolo di lavoro) = 20.00 gradi
- d_i (ingombro da rispettare) = 500.00 mm
- d_a (diametro albero) = 20.00 mm
- E (modulo di Young) = 210000 MPa
- sigma_s (tensione di snervamento) = 650 MPa

3) PARAMETRI DI OUTPUT:

Risultato --> INGOMBRO RISPETTATO!

- d (diametro sfere) = 18.00 mm
- s (quantità di sfere) = 5
- R (raggio primitivo)= 29.33 mm
- R* (raggio pista interna - sezione longitudinale) = 23.11 mm
- r_g (raggio pista interna - sezione trasversale) = 9.78 mm
- D_e (diametro esterno) = 87.97 mm

```

*Figura 21, report finale (150 Nm – 500 mm – 20°)*

L'aver introdotto un angolo di lavoro diverso da 0°, ha costretto il codice a ricercare una soluzione per un giunto sottoposto ad una sollecitazione più gravosa; va sottolineato come, rispetto al caso precedente, l'algoritmo metta a disposizione una soluzione con lo stesso numero di sfere ma diametro maggiore.

b)

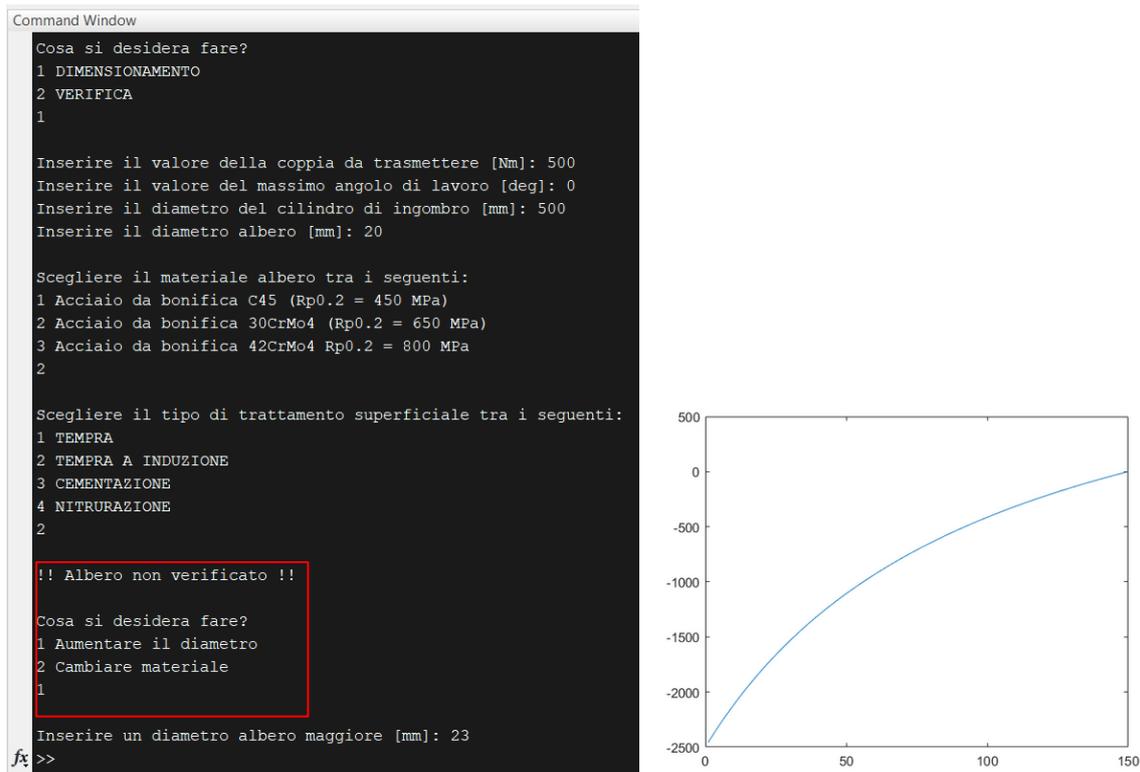


Figura 22, finestra di interazione con l'utente – grafico del  $\Delta$  di tensione in funzione del numero di iterazioni (500 Nm – 500 mm – 0°)

```

::: REPORT FINALE DIMENSIONAMENTO/VERIFICA DI UN GIUNTO R-ZEPPA :::
1) Si è scelto di effettuare il DIMENSIONAMENTO del giunto
2) PARAMETRI DI INPUT:
- M (momento da trasmettere) = 500.00 Nm
- alfa (angolo di lavoro) = 0.00 gradi
- d_i (ingombro da rispettare) = 500.00 mm
- d_a (diametro albero) = 23.00 mm
- E (modulo di Young) = 210000 MPa
- sigma_s (tensione di snervamento) = 650 MPa
3) PARAMETRI DI OUTPUT:
Risultato --> INGOMBRO RISPETTATO!
- d (diametro sfere) = 26.00 mm
- s (quantità di sfere) = 5
- R (raggio primitivo) = 41.50 mm
- R* (raggio pista interna - sezione longitudinale) = 32.70 mm
- r_g (raggio pista interna - sezione trasversale) = 13.83 mm
- D_e (diametro esterno) = 120.49 mm

::: REPORT FINALE DIMENSIONAMENTO/VERIFICA DI UN GIUNTO R-ZEPPA :::
1) Si è scelto di effettuare il DIMENSIONAMENTO del giunto
2) PARAMETRI DI INPUT:
- M (momento da trasmettere) = 500.00 Nm
- alfa (angolo di lavoro) = 20.00 gradi
- d_i (ingombro da rispettare) = 500.00 mm
- d_a (diametro albero) = 23.00 mm
- E (modulo di Young) = 210000 MPa
- sigma_s (tensione di snervamento) = 650 MPa
3) PARAMETRI DI OUTPUT:
Risultato --> INGOMBRO RISPETTATO!
- d (diametro sfere) = 27.00 mm
- s (quantità di sfere) = 5
- R (raggio primitivo) = 43.83 mm
- R* (raggio pista interna - sezione longitudinale) = 34.53 mm
- r_g (raggio pista interna - sezione trasversale) = 14.61 mm
- D_e (diametro esterno) = 126.95 mm

```

Figura 23, report finale (500 Nm – 500 mm – 0° e 20°)

Questo caso permette di sottolineare la capacità del codice di individuare un albero non in grado di resistere ai carichi e alle condizioni di lavoro indicate. Questo si traduce nella richiesta verso l'utente di aumentare il diametro dell'albero o di cambiare materiale. In ambiente MATLAB® è messo in evidenza il valore minimo che dovrebbe avere l'albero per poter resistere, quindi si ha la possibilità di modificarlo di conseguenza.

c)

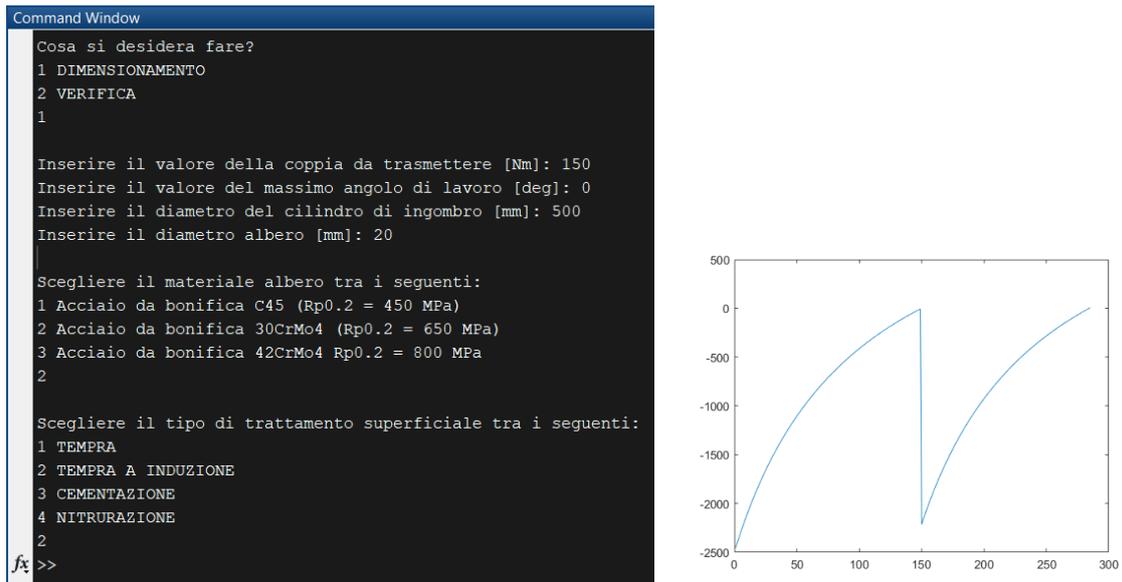


Figura 24, finestra di interazione con l'utente – grafico del delta di tensione in funzione del numero di iterazioni (500 Nm – 120 mm – 0°)

La riduzione del cilindro di ingombro costringe l'algoritmo ad aggiungere una sfera; questo fatto è ben evidenziato dal grafico del  $\Delta$  tensione in funzione del numero di iterazioni. È possibile apprezzare la presenza di una valle e ciò sta a significare che il codice ha raggiunto il valore limite del diametro della sfera in configurazione "giunto a 5 sfere"; superato il diametro di ingombro, l'algoritmo deve necessariamente aggiungere una sfera e ricominciare le interazioni dal diametro di primo tentativo.

```

::: REPORT FINALE DIMENSIONAMENTO/VERIFICA DI UN GIUNTO R-ZEPPIA :::
1) Si è scelto di effettuare il DIMENSIONAMENTO del giunto
2) PARAMETRI DI INPUT:
- M (momento da trasmettere) = 500.00 Nm
- alfa (angolo di lavoro) = 0.00 gradi
- d_i (ingombro da rispettare) = 120.00 mm
- d_a (diametro albero) = 23.00 mm
- E (modulo di Young) = 210000 MPa
- sigma_s (tensione di snervamento) = 650 MPa
3) PARAMETRI DI OUTPUT:
Risultato --> INGOMBRO RISPETTATO!
- d (diametro sfere) = 24.00 mm
- s (quantità di sfere) = 6
- R (raggio primitivo) = 39.17 mm
- R* (raggio pista interna - sezione longitudinale) = 30.86 mm
- r_g (raggio pista interna - sezione trasversale) = 13.06 mm
- D_e (diametro esterno) = 113.93 mm
3) PARAMETRI DI OUTPUT:
Risultato --> INGOMBRO RISPETTATO!
- d (diametro sfere) = 25.00 mm
- s (quantità di sfere) = 6
- R (raggio primitivo) = 39.83 mm
- R* (raggio pista interna - sezione longitudinale) = 31.38 mm
- r_g (raggio pista interna - sezione trasversale) = 13.28 mm
- D_e (diametro esterno) = 115.87 mm

```

Figura 25, report finale (500 Nm – 120 mm – 0°e 20°)

In configurazione  $\alpha$  20°, il codice aumenta ulteriormente il diametro delle sfere.

d)

3) PARAMETRI DI OUTPUT:

Risultato --> INGOMBRO RISPETTATO!

- d (diametro sfere) = 21.00 mm  
- s (quantità di sfere) = 9  
- R (raggio primitivo) = 34.17 mm  
- R\* (raggio pista interna - sezione longitudinale) = 26.92 mm  
- r\_g (raggio pista interna - sezione trasversale) = 11.39 mm  
- D\_e (diametro esterno) = 99.16 mm

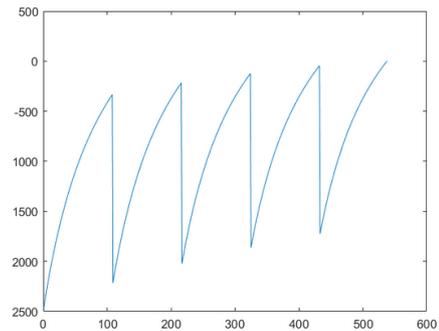


Figura 26, report finale – grafico del  $\Delta$  di tensione in funzione del numero di iterazioni (500 Nm – 100 mm – 0°)

La riduzione ulteriore dello spazio di ingombro porta ad una soluzione sempre più al limite; il programma propone la realizzazione di un giunto a ben nove sfere, diametro 21 mm.

::: REPORT FINALE DIMENSIONAMENTO/VERIFICA DI UN GIUNTO R-ZEPPIA :::

1) Si è scelto di effettuare il DIMENSIONAMENTO del giunto

2) PARAMETRI DI INPUT:

- M (momento da trasmettere) = 500.00 Nm  
- alfa (angolo di lavoro) = 20.00 gradi  
- d\_i (ingombro da rispettare) = 100.00 mm  
- d\_a (diametro albero) = 23.00 mm  
- E (modulo di Young) = 210000 MPa  
- sigma\_s (tensione di snervamento) = 650 MPa

3) PARAMETRI DI OUTPUT:

Risultato --> INGOMBRO RISPETTATO!

- d (diametro sfere) = 21.00 mm  
- s (quantità di sfere) = 10  
- R (raggio primitivo) = 33.50 mm  
- R\* (raggio pista interna - sezione longitudinale) = 26.39 mm  
- r\_g (raggio pista interna - sezione trasversale) = 11.17 mm  
- D\_e (diametro esterno) = 97.31 mm

Figura 27, report finale (500 Nm – 100 mm – 20°)

L'introduzione di un angolo massimo di lavoro pari a 20° incrementa ulteriormente lo stato sollecitativo del componente. Viene proposta una soluzione di giunto a dieci sfere, diametro 21 mm.

e)

Come prevedibile, un'ulteriore riduzione dello spazio di ingombro incrementa ulteriormente lo stato sollecitativo del componente. Il programma non è in grado di proporre una soluzione; ciò significa che è stata provata la configurazione a dieci sfere (massimo consentito), con un diametro talmente grande da non far rispettare l'ingombro previsto.

A questo punto, l'utente ha due possibilità:

1. Cominciare una nuova sessione indicando, se possibile, un ingombro maggiore
2. Modificare il trattamento superficiale, prediligendo quello che garantisca la durezza più alta.

## Conclusioni

L'obiettivo principale del lavoro realizzato è stato quello di creare un algoritmo al servizio di un utente generico per la verifica e dimensionamento di un giunto R-zeppa.

In fase di progettazione di massima del componente, lo strumento realizzato consente di ottenere una possibile configurazione del giunto, in grado di resistere alle sollecitazioni, ma soprattutto capace di rispettare il vincolo stringente dello spazio di lavoro.

La procedura iterativa adottata ha garantito che la proposta di giunto fosse quella con le caratteristiche minime per raggiungere la resistenza del componente. Questo aspetto si è tradotto nell'ottenimento di un giunto col numero minimo di sfere e il diametro minore possibile.

Il calcolo del fattore H di ripartizione del carico ha fatto sì che la valutazione delle forze scambiate non fosse il risultato di una banale formula matematica, ma di un processo di calcolo iterativo in grado di ottenere i risultati di un sistema di equazioni a più incognite.

Le simulazioni agli elementi finiti sono state effettuate senza la pretesa di ottenere un risultato particolarmente dettagliato. I confronti tra il calcolo analitico ed il modello FEM hanno sottolineato come i risultati derivanti dal primo fossero significativi e distanti dal secondo per, al massimo, un 10-15%.

## APPENDICE: MATLAB® script

### PARAMETRIZZAZIONE CURVA $mi*ni(costau)$

```
function f = area_contatto(cos_tau)
```

```
    costau = [0:0.05:0.80 0.81 0.82 0.83 0.84 0.850:0.005:0.900  
0.902:0.002:0.950 0.951:0.001:0.970 0.9705:0.0005:0.9995];
```

```
    v1 = [1.00 1.00 1.00 1.01 1.01 1.01 1.02 1.03 1.04 1.05 1.06 1.08 1.10  
1.13 1.16 1.20 1.25 1.26 1.27 1.29 1.30 1.32];
```

```
    v2 = [1.33 1.34 1.35 1.36 1.37 1.38 1.39 1.40 1.41 1.42 1.43 1.44 1.44  
1.45 1.45 1.46 1.47 1.47 1.48 1.49 1.50 1.50 1.51];
```

```
    v3 = [1.52 1.53 1.54 1.55 1.56 1.57 1.58 1.59 1.60 1.61 1.62 1.63 1.64  
1.65 1.65 1.66 1.67 1.67 1.68 1.69 1.70 1.70 1.71];
```

```
    v4 = [1.72 1.73 1.74 1.75 1.76 1.77 1.78 1.79 1.80 1.81 1.81 1.82 1.83  
1.83 1.84 1.85 1.85 1.86 1.87 1.88 1.88 1.89 1.90];
```

```
    v5 = [1.91 1.92 1.92 1.93 1.94 1.95 1.96 1.98 1.99 2.00 2.00 2.01 2.02  
2.03 2.04 2.06 2.07 2.09 2.10 2.11 2.13 2.15 2.17];
```

```
    v6 = [2.19 2.21 2.23 2.25 2.28 2.30 2.33 2.36 2.39 2.42 2.46 2.50 2.54  
2.59 2.65 2.72 2.80 2.89 3.02 3.17 3.43 3.91];
```

```
    mixni = [v1 v2 v3 v4 v5 v6];
```

```
    f = interp1(costau, mixni, cos_tau);
```

```
end
```

## Calcolo dei valori di H

```
function f = Calcolo_H(s,gamma,beta_max)
    beta=1:1:beta_max;           %vettore degli angoli di lavoro, da
0° a 50° [°]
    phi=0:30:360;               %vettore degli angoli di rotazione,
da 0° a 360° [°]
```

### For annidati

```
%questo ciclo for mi permette di calcolare H per tutti i valori di beta
    for BETA = 1:beta(end)
%questo ciclo for mi permette di risolvere il sistema di equazioni e di
%farlo per tutti i valori dell'angolo phi
        for phi_i = 1:length(phi)
            delta_phi=360/s;
            PHI = phi(phi_i):delta_phi:phi(phi_i)+360*(1-1/s);
%riempio il vettore delle posizioni angolari delle sfere
%questo ciclo for mi permette di calcolare Li, Mi, Ni, Zi, i = 1,..,s
(valori noti del sistema di eq.)
            for i = 1:s
                L(i)= 1* (1-(sind(BETA))^2*(sind(PHI(i)))^2) -
sind(gamma)*sind(BETA)*cosd(BETA)*sind(PHI(i));
                M(i)= 1* (sind(BETA)*(sind(PHI(i)))^2) -
sind(gamma)*cosd(BETA)*sind(PHI(i));
                N(i)= 1* (sind(BETA)*sind(PHI(i))*cosd(PHI(i))) -
sind(gamma)*cosd(BETA)*cosd(PHI(i));
            end
            if s == 3
                F= @(H) [H(1)*L(1) + H(2)*L(2) + H(3)*L(3) - s/cosd(BETA);
                    H(1)*M(1) + H(2)*M(2) + H(3)*M(3);
                    H(1)*N(1) + H(2)*N(2) + H(3)*N(3)];
            elseif s == 5
                F= @(H) [H(1)*L(1) + H(2)*L(2) + H(3)*L(3) + H(4)*L(4) +
H(5)*L(5) - s/cosd(BETA);
                    H(1)*M(1) + H(2)*M(2) + H(3)*M(3) + H(4)*M(4) +
H(5)*M(5);
```

```

        H(1)*N(1) + H(2)*N(2) + H(3)*N(3) + H(4)*N(4) +
H(5)*N(5)];
    elseif s == 6
        F= @(H) [H(1)*L(1) + H(2)*L(2) + H(3)*L(3) + H(4)*L(4) +
H(5)*L(5) + H(6)*L(6) - s/cosd(BETA)];
        H(1)*M(1) + H(2)*M(2) + H(3)*M(3) + H(4)*M(4) +
H(5)*M(5) + H(6)*M(6);
        H(1)*N(1) + H(2)*N(2) + H(3)*N(3) + H(4)*N(4) +
H(5)*N(5) + H(6)*N(6)];
    elseif s == 7
        F= @(H) [H(1)*L(1) + H(2)*L(2) + H(3)*L(3) + H(4)*L(4) +
H(5)*L(5) + H(6)*L(6) + H(7)*L(7) - s/cosd(BETA)];
        H(1)*M(1) + H(2)*M(2) + H(3)*M(3) + H(4)*M(4) +
H(5)*M(5) + H(6)*M(6) + H(7)*M(7);
        H(1)*N(1) + H(2)*N(2) + H(3)*N(3) + H(4)*N(4) +
H(5)*N(5) + H(6)*N(6) + H(7)*N(7)];
    elseif s == 8
        F= @(H) [H(1)*L(1) + H(2)*L(2) + H(3)*L(3) + H(4)*L(4) +
H(5)*L(5) + H(6)*L(6) + H(7)*L(7) + H(8)*L(8) - s/cosd(BETA)];
        H(1)*M(1) + H(2)*M(2) + H(3)*M(3) + H(4)*M(4) +
H(5)*M(5) + H(6)*M(6) + H(7)*M(7) + H(8)*M(8);
        H(1)*N(1) + H(2)*N(2) + H(3)*N(3) + H(4)*N(4) +
H(5)*N(5) + H(6)*N(6) + H(7)*N(7) + H(8)*N(8)];
    elseif s == 9
        F= @(H) [H(1)*L(1) + H(2)*L(2) + H(3)*L(3) + H(4)*L(4) +
H(5)*L(5) + H(6)*L(6) + H(7)*L(7) + H(8)*L(8) + H(9)*L(9) - s/cosd(BETA)];
        H(1)*M(1) + H(2)*M(2) + H(3)*M(3) + H(4)*M(4) +
H(5)*M(5) + H(6)*M(6) + H(7)*M(7) + H(8)*M(8) + H(9)*M(9);
        H(1)*N(1) + H(2)*N(2) + H(3)*N(3) + H(4)*N(4) +
H(5)*N(5) + H(6)*N(6) + H(7)*N(7) + H(8)*N(8) + H(9)*N(9)];
    elseif s == 10
        F= @(H) [H(1)*L(1) + H(2)*L(2) + H(3)*L(3) + H(4)*L(4) +
H(5)*L(5) + H(6)*L(6) + H(7)*L(7) + H(8)*L(8) + H(9)*L(9) + H(10)*L(10) -
s/cosd(BETA)];
        H(1)*M(1) + H(2)*M(2) + H(3)*M(3) + H(4)*M(4) +
H(5)*M(5) + H(6)*M(6) + H(7)*M(7) + H(8)*M(8) + H(9)*M(9) + H(10)*M(10);
        H(1)*N(1) + H(2)*N(2) + H(3)*N(3) + H(4)*N(4) +
H(5)*N(5) + H(6)*N(6) + H(7)*N(7) + H(8)*N(8) + H(9)*N(9) + H(10)*N(10)];
    end

```

```

        opts    =    optimoptions(@fsolve,'Algorithm',    'levenberg-
marquardt');    %tiene conto del fatto che il sistema ha un numero di
incognite diverso dal numero di equazioni

        H_solve    =    fsolve(F,    zeros(1,s),    opts);
%comando di risoluzione del sistema di equazioni, mi da il vettore delle
soluzioni

%Le H devono essere tutte positive, in quanto definite come rapporto di
moduli (per questo utilizzo abs)

        H_solve = abs(H_solve);

        H(phi_i) = mean(H_solve);    %Assegno il valore di H legato
ad un preciso valore di phi, come media delle soluzioni

    end

        H_matrix(1:length(phi),BETA) = H;    % MATRICE DELLE H (righe --
> PHI - colonne --> BETA)

    end

        H_max = max(max(H_matrix))    %valore di H massimo! Da
utilizzare nel DIMENSIONAMENTO

        f = H_max;    %OUTPUT DELLA FUNZIONE

end

```

## CODICE MATLAB PER IL DIMENSIONAMENTO DI GIUNTI R-ZEPPE

```
clear variables; close all; clc;
```

### Richiesta DIMENSIONAMENTO o VERIFICA ed inserimento dati

```
a = input('Cosa si desidera fare? \n1 DIMENSIONAMENTO \n2 VERIFICA \n');

while a~=1&&a~=2
    a = input('\n!!ATTENZIONE!!\nselezionare 1 o 2\n');
end

%richiesta inserimento dati di input comuni
M_t = input('\nInserire il valore della coppia da trasmettere [Nm]: ')*1000
n = input('Inserire il valore della velocità di funzionamento [rpm]: ')
alfa = input('Inserire il valore del massimo angolo di lavoro [deg]: ')
d_ing = input('Inserire il diametro del cilindro di ingombro [mm]: ')
d_alb = input('Inserire il diametro albero [mm]: ')
CS = 1.5;
delta = 45; %angolo di pressione [deg]
gamma = 12; %angolo della geometria del giunto [deg]
D=0; %flag utile per la fase di calcolo della durata del giunto

%richiesta dati di input Dim. o Ver.

% Dati DIMENSIONAMENTO
if a==1
    mat = input('\nScegliere il materiale albero tra i seguenti: \n1 Acciaio da bonifica C45 (Rp0.2 = 450 MPa) \n2 Acciaio da bonifica 30CrMo4 (Rp0.2 = 650 MPa) \n3 Acciaio da bonifica 42CrMo4 Rp0.2 = 800 MPa \n');
    while mat~=1&&mat~=2&&mat~=3
        mat = input('\n!!ATTENZIONE!!\nselezionare 1 o 2 o 3\n');
    end
end
```

```

switch mat
    case 1
        E = 210000      %[MPa]
        sigma_s = 450  %[MPa] Sigma di SNERVAMENTO
    case 2
        E = 210000      %[MPa]
        sigma_s = 650  %[MPa]
    case 3
        E = 210000      %[MPa]
        sigma_s = 800  %[MPa]
end

%TRATTAMENTI SUPERFICIALI (Cementazione, Tempra a induzione,
Nitrurazione ecc.)

tr_sup = input(['\nScegliere il tipo di trattamento superficiale tra i
seguenti: \n1 TEMPRA \n2 TEMPRA A INDUZIONE \n3 CEMENTAZIONE \n4
NITRURAZIONE \n']); %trattamento superficiale

while tr_sup~=1&&tr_sup~=2&&tr_sup~=3&&tr_sup~=4
    tr_sup = input('\n!!ATTENZIONE!!\nselezionare 1 o 2 o 3 o 4\n');
end

switch tr_sup
    case 1
        HV = 300 %[HV]
    case 2
        HV = 500 %[HV]
    case 3
        HV = 600 %[HV]
    case 4
        HV = 650 %[HV]
end

```

```

% Dati VERIFICA
else
    E = input('Inserire il valore del modulo di elasticità E [MPa]: ')
    sigma_s = input ('Inserire il valore della tensione di snervamento
[MPa]: ')
    HV = input('Inserire il valore della durezza superficiale in Vickers
[HV2]: ')
    d = input('Inserire diametro sfere [mm]: ')
    s = input('Inserire il numero di sfere: ')
    R = input('Inserire raggio primitivo [mm]: ')
    r_g = input('Inserire raggio minore della pista interna [mm]: ')
end

%Calcolo dell'Rp0.2 in funzione della durezza suerficiale
if HV <= 400
    ReH= 3.2*HV;
else
    ReH= 3.3*HV;
end

%eventualmente questo è un if da inserire dentro un ulteriore if che si
%riferisce al materiale scelto (dipende da sigma_s)!

```

## VERIFICA ALBERO

```

beta_max = alfa/2;
M_f = M_t*tand(beta_max);

sigma_amm = sigma_s/CS;
d_min = (32/(pi*sigma_amm)*sqrt(M_t^2+M_f^2))^(1/3)

while d_min>=d_alb

    albero = input('\n!! Albero non verificato !! \n\nCosa si desidera
fare? \n1 Aumentare il diametro \n2 Cambiare materiale\n');
    while albero~=1&&albero~=2

```

```

    albero = input('\n!!ATTENZIONE!!\nselezionare 1 o 2 \n');
end

switch albero
    case 1
        fprintf('\nInserire un diametro albero > di %.2f\n',d_min);
        d_alb = input('\nInserire un diametro albero maggiore [mm]: ');
    case 2
        mat = input('\nScegliere il materiale albero tra i seguenti:
\n1 Acciaio da bonifica C45 (Rp0.2 = 450 MPa) \n2 Acciaio da bonifica
30CrMo4 (Rp0.2 = 650 MPa) \n3 Acciaio da bonifica 42CrMo4 Rp0.2 = 800 MPa
\n');
        while mat~=1&&mat~=2&&mat~=3
            mat = input('\n!!ATTENZIONE!!\nselezionare 1 o 2 o 3\n');
        end

        switch mat
            case 1
                E = 210000      %[MPa] Sigma di SNERVAMENTO
                sigma_s = 450   %[MPa]
            case 2
                E = 210000      %[MPa]
                sigma_s = 650   %[MPa]
            case 3
                E = 210000      %[MPa]
                sigma_s = 800   %[MPa]
        end
    end

    sigma_amm = sigma_s/CS;
    d_min = (32/(pi*sigma_amm)*sqrt(M_t^2+M_f^2))^(1/3)
end

disp('ALBERO VERIFICATO');

```

## CALCOLO ITERATIVO

### VERIFICA

```
if a==2 %VERIFICA

    r_s = d/2;           %raggio della sfera [mm]
    eta = r_s/R;        %rapporto tra il raggio della sfera ed il raggio
    della primitiva, varia tra 0.15 e 0.30
    c = r_s/r_g;        %rapporto di combaciamento, varia tra 0.6 e 0.9

    sum_rho = (1/r_s)*(2+(eta*cosd(delta))/(1-eta*cosd(delta))-c);
    %sommatoria curvature

    cos_tau = abs((eta*cosd(delta)*(1-c)+c)/(2*eta*cosd(delta)*(eta+c*eta-
    2)-c));

    mi_x_ni = area_contatto(cos_tau);
    %richiamo alla funzione area_contatto (valori di mi e ni)

    if beta_max==0
        H_max = 1;
    else
        H_max = Calcolo_H(s,gamma,beta_max);
        %richiamo alla funzione Calcolo_H (valore di H = Qi/Q0, massimo)
    end

    F = M_t/(s*R*cosd(gamma)*sind(delta));
    % forza scambiata [N]
    F_eff = F*H_max;

    sigma_0 = (0.2436/mi_x_ni*(F_eff*E^2*sum_rho^2)^(1/3));
    % PRESSIONE MASSIMA DI CONTATTO

    sigma_id = 0.64 * sigma_0; %
    TENSIONE IDEALE

    if sigma_id > ReH
        fprintf("Giunto NON VERIFICATO")
    end
end
```

```

else
    fprintf("Giunto VERIFICATO")
    D=1;
end

```

## DIMENSIONAMENTO

```

else %DIMENSIONAMENTO

d = 10;           %[mm] diametro delle sfere di tentativo (un minimo
compatibile con la tecnologia??)
eta = 0.3;       %rapporto tra il raggio della sfera ed il raggio della
primitiva, varia tra 0.15 e 0.30

c = 0.9;         %rapporto di combaciamento, varia tra 0.6 e 0.9
s = 5;          %numero di sfere
s_limite = 10;   %numero massimo di sfere consentito
delta_toll = 20; %[MPa], aumentare mi permette di essere + dalla parte
della sicurezza
delta_loop=-1;
i=0;            %indice di uscita dal loop
j=0;            %indice iterazione
k=0;            %indice della riuscita o meno del dimensionamento

%%% fitting della curva D_ext - d /// Diametro esterno (utile per verifica
ingombro)
D_ext1 = [0 70 81 90 92 103 115 137]; %preso dal libro inglese
D_ext2 = [137 160 182 204 227];
d1 = [0 14.288 16.669 18 19.050 21.431 23.812 28.575];
d2 = [28.575 33.338 38.1 42.862 47.625];

cos_tau = abs((eta*cosd(delta)*(1-c)+c)/(2*eta+cosd(delta)*(eta+c*eta-2)-
c));
mi_x_ni = area_contatto(cos_tau);

if beta_max==0
    H_max = 1;
else

```

```

        H_max = Calcolo_H(s,gamma,beta_max); %richiamo
alla funzione Calcolo_H (valore di H = Qi/Q0, massimo)

    end

    while (tr_sup~=4) || delta_loop < 0

        r_s = d/2; %[mm]
        R = r_s/eta; %[mm]
raggio primitivo

        R_g = R/cosd(delta)-r_s; %[mm]
calcolo del raggio maggiore della pista interna (PROIETTATO-delta), non lo
utilizzo nei calcoli

        r_g = r_s/c; %[mm]
calcolo del raggio minore della pista interna per mezzo del rapporto di
combaciamento

        sum_rho = (1/r_s)*(2+(eta*cosd(delta))/(1-eta*cosd(delta))-c);
%sommatomia curvature

        F = M_t/(s*R*cosd(gamma)*sind(delta)); %[N]
forza scambiata per alfa = 0 (Q0)

        F_eff = F*H_max;

        sigma_0 = (0.2436/mi_x_ni*(F_eff*E^2*sum_rho^2)^(1/3));

        sigma_id = 0.64 * sigma_0;

        delta_loop = ReH - sigma_id; %[MPa]
tensione massima di contatto (errata corregge sul 'Roccati')

        %p0 = 858/mi_x_ni*(F*sum_rho^2)^(1/3)

        if delta_loop < delta_toll && delta_loop > -delta_toll %verifico
che il delta_loop si trovi all'interno del range di tolleranza

            break

        end

        if delta_loop > delta_toll %se è maggiore del limite sup allora
riduco la dim della sfera, altrimenti la aumento

            d = d-0.1;

```

```

else
    d = d+0.1;
end

%queste due righe di codice mi permettono di riempire il
%vettore dei valori di delta_loop, per poi poterlo plottare
j=j+1;
v(j)=delta_loop;

%(INGOMBRO) trovo il valore del diametro esterno (utilizzando i
valori di interpolazione dalla tabella)
if d < 28.575
    D_esterno = interp1(d1,D_ext1,d);
else
    D_esterno = interp1(d2,D_ext2,d);
end

if D_esterno > d_ing %verifico di rispettare l'ingombro

    if s ~= s_limite
        s=s+1; %aggiungo una sfera
        %il numero di sfere va aumentato esclusivamente se non
        %riusciamo a rispettare l'ingombro
        d=10; %riparto col valore di tentativo
        H_max= Calcolo_H(s,gamma,beta_max);
    else
        if tr_sup == 4
            k=1;
            break
        else

            pippo = input('\n!! NON POSSIBILE RISPETTARE INGOMBRO !!
\n\nCosa si desidera fare? \n1 Cambiare il trattamento superficiale \n2
Terminare la sessione\n');

```

```

while pippo~=1&&pippo~=2
    pippo = input('\n!!ATTENZIONE!!\nselezionare 1 o 2 \n');
end

switch pippo
    case 1

        tr_sup = input(['\nScegliere il tipo di trattamento
superficiale tra i seguenti: \n1 TEMPRA \n2 TEMPRA A INDUZIONE \n3
CEMENTAZIONE \n4 NITRURAZIONE \n']);

        while tr_sup~=1&&tr_sup~=2&&tr_sup~=3&&tr_sup~=4

tr_sup = input('\n!!ATTENZIONE!!\nselezionare 1 o 2 o 3 o 4\n');
            end
            switch tr_sup
                case 1
                    HV = 300 %[HV]
                case 2
                    HV = 500 %[HV]
                case 3
                    HV = 600 %[HV]
                case 4
                    HV = 650 %[HV]
            end
            if HV <= 400
                ReH= 3.2*HV;
            else
                ReH= 3.3*HV;
            end
        end
    case 2
        k=1;
        break

```



## COMPILAZIONE REPORT

```
f1=fopen('report_dimensionamento.txt', 'wt');
%stampare sul txt i parametri in ingresso

fprintf(f1,'::: REPORT FINALE DIMENSIONAMENTO/VERIFICA DI UN GIUNTO R-ZEPPEA
:::\n');

if a==1
    fprintf(f1,'\n1) Si è scelto di effettuare il DIMENSIONAMENTO del
giunto\n');
else
    fprintf(f1,'\n1) Si è scelto di effettuare la VERIFICA del giunto\n');
end
%parametri di input, da scrivere sia per il dimensionamento che per la
%verifica
fprintf(f1,'\n2) PARAMETRI DI INPUT:\n');
fprintf(f1,'\n- M (momento da trasmettere) = %.2f Nm\n',M_t/1000);
fprintf(f1,'\n- n (velocità di rotazione) = %.2f rpm\n',n);
fprintf(f1,'\n- alfa (angolo di lavoro) = %.2f gradi\n',alfa);
fprintf(f1,'\n- d_i (ingombro da rispettare) = %.2f mm\n',d_ing);
fprintf(f1,'\n- d_a (diametro albero) = %.2f mm\n',d_alb);
fprintf(f1,'\n- E (modulo di Young) = %.f MPa\n',E);
fprintf(f1,'\n- sigma_s (tensione di snervamento) = %.f MPa\n',sigma_s);
%fprintf(f1,'\n- sigma_amm (tensione ammissibile) = %.f MPa\n',sigma_0amm);

if a==2 %VERIFICA
    fprintf(f1,'\n- d (diametro sfere) = %.2f\n',d);
    fprintf(f1,'\n- s (quantità di sfere) = %.f\n',s);
    fprintf(f1,'\n- R (raggio primitivo)= %.2f mm\n',R);
    fprintf(f1,'\n- r_g (raggio pista interna - sezione trasversale) = %.2f
mm\n',r_g);

    fprintf(f1,'\n3) PARAMETRI DI OUTPUT:\n');
```

```

if D==1
    fprintf(f1,'\nRisultato --> GIUNTO VERIFICATO!\n');
else
    fprintf(f1,'\nRisultato --> GIUNTO NON VERIFICATO!\n');
end
else
    fprintf(f1,'\n3) PARAMETRI DI OUTPUT:\n');

    if D==1
        fprintf(f1,'\nRisultato --> INGOMBRO RISPETTATO!\n');
        fprintf(f1,'\n- d (diametro sfere) = %.2f mm\n',d);
        fprintf(f1,'\n- s (quantità di sfere) = %.f\n',s);
        fprintf(f1,'\n- R (raggio primitivo)= %.2f mm\n',R);
        fprintf(f1,'\n- R* (raggio pista interna - sezione longitudinale) =
%.2f mm\n',R_con);
        fprintf(f1,'\n- r_g (raggio pista interna - sezione trasversale) =
%.2f mm\n',r_g);
        fprintf(f1,'\n- D_e (diametro esterno) = %.2f mm\n',D_esterno);
    else
        fprintf(f1,'\nRisultato --> INGOMBRO NON RISPETTATO!\n');
    end
end

fclose(f1);

```

## BIBLIOGRAFIA

- [1] G. Bongiovanni, G. Roccati: *Giunti articolati per la trasmissione di alberi mobili*
- [2] H.C. Seherr Thoss, F. Schmelz, E. Aucktor: *Universal Joints and Driveshafts*
- [3] BC ISO 6336-5:2016: *Calculation of load capacity of spur and helical gears*