

Politecnico di Torino

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile

A.A. 2020/2021

Simulazione numerica di prove di eccitazione dinamica su edifici monumentali finalizzate alla riproduzione di dati di monitoraggio strutturale in condizioni danneggiate

Numerical simulation of dynamic excitation tests on monumental buildings aimed at reproducing structural monitoring data in damaged conditions

Relatore: Prof. Ing. Rosario CERAVOLO

Candidato: Cosimo CIRILLO

Correlatori:

Ing. Giorgia COLETTA Ph.D. Ing. Gaetano MIRAGLIA

Sessione di Laurea Luglio 2021

Ai miei genitori, ad Elisa,

a Sarah.

<u>Sommario</u>

Una delle principali questioni che affliggono il settore dello Structural Health Monitoring (SHM) è l'indisponibilità di dati provenienti da diverse condizioni strutturali. Spesso infatti, le moderne tecniche di *damage identification* basate sulle vibrazioni sfruttano algoritmi di *machine learning* per migliorare l'interpretazione della grande mole di dati di monitoraggio. Questi algoritmi vengono "addestrati" su uno specifico dataset (*training set*) che auspicabilmente contiene dati relativi a più condizioni strutturali possibili, in modo da fornire al classificatore/regressore degli esempi di come la risposta strutturale si modifica a seguito di danneggiamenti. Purtroppo, avere a disposizione un ampio spettro di dati per le strutture civili è piuttosto raro, poichè la raccolta di dati per diversi stati di danno è spesso irrealizzabile o non conveniente: essa teoricamente prevedrebbe il danneggiamento intenzionale della struttura, la raccolta di dati relativi a tale condizione e la successiva riparazione che riporti i parametri diagnostici alle condizioni iniziali.

Se immaginare di attuare tale processo è già difficile per strutture civili "ordinarie", per le opere del patrimonio architettonico diventa completamente irrealistico, poiché oltre ai vincoli tecnico-economici si aggiungerebbero quelli di natura storico-culturale.

Negli ultimi anni, questo problema è stato affrontato utilizzando strategie basate sul *transfer learning*, *active learning* o ripiegando su procedure fondate su *unsupervised learning*, che permettono di individuare un'anomalia nei dati ma non di riconoscerne la causa. Questo lavoro di tesi nasce con l'obiettivo di elaborare e ottimizzare un metodo alternativo per ottenere dati relativi a condizioni danneggiate.

L'idea è quella di sfruttare la relazione che lega le frequenze di oscillazione della struttura, che possono essere viste come parametri diagnostici, alla massa e alla rigidezza della stessa. L'insorgenza di un danno, accompagnato generalmente da una variazione di rigidezza, potrebbe pertanto essere simulata tramite l'aggiunta di un certo quantitativo di massa in punti specifici del sistema.

Il vantaggio evidente è che, differentemente dalla modifica di rigidezza causata da un danno, la variazione controllata di massa è reversibile e non minaccia la conservazione dell'opera. Inoltre, nel caso specifico, la massa è rappresentata da un gruppo di circa 50 persone, che potrebbero essere collocate più facilmente nelle posizioni preposte e con maggiore flessibilità rispetto a un carico inanimato.

L'obiettivo del lavoro è quello di progettare la prova sperimentale e creare delle linee guida per la realizzazione prossima dell'esperimento. L'ottimizzazione interessa: la posizione del carico all'interno della struttura, valutata attraverso delle analisi agli elementi finiti (FE), tenendo conto di vincoli di

natura tecnico-geometrica e logistica; l'eccitazione dinamica della struttura, progettando movimenti e sequenze che amplifichino l'accelerazione misurata sul layout dei sensori; il periodo di realizzazione dell'esperimento, stimando le condizioni ambientali e operative ideali attraverso uno studio statistico dei dati di anni precedenti.

La struttura scelta per l'esperimento è il Santuario di Vicoforte, un caso studio ideale, essendo tra le rare costruzioni storiche dotate di un sistema di monitoraggio statico e dinamico permanente, oltreché di un modello FE accuratamente calibrato.

Abstract

One of the main issues plaguing the Structural Health Monitoring (SHM) field is the unavailability of data from different structural conditions. In fact, modern vibration-based *damage identification* techniques often exploit *machine learning* algorithms to improve the interpretation of the large amount of monitoring data. These algorithms are "trained" on a specific dataset (*training set*) which hopefully contains data relating to several possible structural conditions, in order to provide the classifier/regressor with examples of how the structural response changes following damage. Unfortunately, having a wide spectrum of data available for civil structures is quite rare, as the collection of data for different damage to the structure, the collection of data relating to this condition and the subsequent repair that brings the diagnostic parameters back to the initial conditions.

If imagining to implement this process is difficult for "ordinary" civil structures, for the buildings of the architectural heritage it becomes completely unrealistic, since in addition to the technical-economic constraints, those of a historical-cultural nature would be added.

In recent years, this problem has been addressed using strategies based on *transfer learning, active learning* or by turning to procedures based on unsupervised learning, which allow to identify anomalies in the data but not to recognize the cause. This thesis work aims to develop and optimize an alternative method to obtain data related to structural damaged conditions.

The basic idea is to exploit the relationship that links the vibration frequencies of the structure, which can be seen as diagnostic parameters, to its mass and stiffness. The onset of damage, generally accompanied by a variation in stiffness, could therefore be simulated by adding a certain amount of mass at specific points in the system.

The obvious advantage is that, unlike the change in stiffness caused by damage, the controlled mass variation is reversible and does not threaten the conservation of the building. Furthermore, in the specific case, the mass is represented by a group of about 50 people, who could be placed more easily in the appropriate positions and with greater flexibility than an inanimate load.

The goal of the study is to design the experimental test and create guidelines for the next implementation of the experiment. The optimization involves: the position of the load on the structure, evaluated through finite element (FE) analysis, taking into account constraints of a technical-geometric and logistic nature; the dynamic excitation of the structure, designing movements and sequences that amplify the acceleration measured on the sensor layout; the period of implementation

of the experiment, estimating the ideal environmental and operating conditions through a statistical study of data from previous years.

The structure chosen for the experiment is the Sanctuary of Vicoforte, an ideal case study, being one of the rare historical buildings equipped with a permanent static and dynamic monitoring system, as well as an experimentally calibrated FE model.

<u>Indice</u>

1.	INTRODUZIONE	23
	1.1. STRUCTURAL HEALTH MONITORING IN AMBITO CIVILE	23
	1.2. GLI ASSIOMI FONDAMENTALI DELLO SHM	24
	1.3. TRANSFER LEARNING	29
	1.4. FINALITÀ DELLA TESI	30
2.	IL SANTUARIO DI VICOFORTE	33
	2.1 CENNI STORICI	33
	2.2. DESCRIZIONE ARCHITETTONICA	35
	2.3. SISTEMA DI MONITORAGGIO STATICO	
	2.4. SISTEMA DI MONITORAGGIO DINAMICO	
	2.5. PERCORSO GUIDATO "MAGNIFICAT"	39
3.	ANALISI FEM DEL SANTUARIO DI VICOFORTE	41
	3.1. INTRODUZIONE	41
	3.1.1. Definizione della "Persona tipo"	41
	3.1.1.1. Statura della "Persona tipo"	42
	3.1.1.2. Massa corporea della "Persona tipo"	44
	3.1.1.3. Valori Antropometrici della "Persona tipo"	44
	3.1.2. Modello agli elementi finiti	45
	3.2. ANALISI STATICA	47
	3.2.1. Variazione dei parametri dinamici di un oscillatore sottoposto a danneggiamento	47
	3.2.2. Posizioni di interesse per l'aggiunta di massa concentrata al Santuario	50
	3.2.3. Modello Scarico	55
	3.2.4. Analisi Statica posizioni della Sezione BB	59
	3.2.4.1. Descrizione e configurazione dell'elemento finito MASS21	61
	3.2.4.2. Implementazione in Ansys dell'Analisi Statica della posizione 1B	64
	3.2.5. Analisi Statica posizioni della Sezione AA	66
	3.2.6. Risultati Analisi Statica	67
	3.2.6.1 Estrazione ed elaborazione dati di output delle Autoanalisi	67
	3.2.6.2 Relazioni massa aggiuntiva- variazione di frequenza	70
	3.2.6.3 Confronto posizioni A e B e definizioni pattern generale	
	3.2.6.4 Conclusioni	86
	3.3. ANALISI DINAMICA	89
	3.3.1. Introduzione	89
	3.3.1.1. Sollecitazione esterna generata attraverso il movimento umano	90
	3.3.1.2. Fattore di amplificazione dinamica di un oscillatore sollecitato esternamente	
	3.3.1.3. Identificazione strutturale del Santuario di Vicoforte	
	3.3.2. Ottimizzazione processo di sollecitazione della struttura attraverso il movimento umano	102
	3.3.2.1. Modellazione delle Forzanti	102

	3.3.2.2. Analisi Dinamica Mode Superposition	108
	3.3.2.3. Risultati Analisi Dinamica	115
	3.3.2.3.1 Confronto Energetico dei segnali acquisiti dai vari canali accelerometrici	118
	3.3.2.3.1 Confronto Energetico dei segnali prodotti applicando la forzante in una data posizione di carico	126
4.	PROGETTAZIONE PROVA SPERIMENTALE	129
4	4.1. Configurazioni di carico di interesse	129
	4.1.1. Volume di spazio occupato dalla persona tipo	129
	4.1.2. Definizione degli spazi accessibili	133
	4.1.3. Individuazione delle posizioni di carico	138
	4.1.4. Posizioni di salto	143
	4.1.4.1. Definizione della tipologia di forzante	144
	4.1.4.2. Verifica Cornicione posizione 4.1.	147
	4.1.5. Schemi di carico di interesse	151
4	4.2. Simulazioni FEM	159
	4.2.1. Autoanalisi	160
	4.2.2. Analisi mode superposition	161
	4.2.2.1. Modellazione della Forzante Artificiale	161
	4.2.2.2. Modellazione delle Forzante esterna generata da fattori ambientali ed operativi	164
	4.2.3. Risultati e scelta della configurazione migliore	164
	4.2.3.1. Risultati Autoanalisi	164
	4.2.3.2. Risultati Analisi Mode Superposition	165
	4.2.3.3. Approfondimento energetico schema di carico 4	174
	4.2.3.4. Configurazione di carico migliore	181
5.	ANALISI DATI AMBIENTALI	183
Į	5.1. Studio Statistico dati storici di identificazione strutturale del Santuario	183
ļ	5.2. Influenza fattori ambientali	188
6.	CONSIDERAZIONI FINALI	195
7.	APPENDICI	197
	Annendice 3.1 – Costruzione della Forzante 1 in Matlah	197
	Annendice 3.2 - Implementazione in Matlah dell'analisi dinamica Mode Superposition relativa alla	. 197
	nosizione 4R	199
	Annendice 2.2 - Tracformata di Equrier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'anglici	199
	dinamica condotta con Forzante 1	207
	Annendice 2.4 - Tracformata di Equiter dei segnali di accelerazione dei vari consori relativi all'anglici	207
	dinamica condotta con Forzante 2	216
		210
BIB	LIOGRAFIA	225

Elenco delle figure

Figura 1.1 Classificazione degli algoritmi utilizzati per l'implementazione di sistemi di SHM	
Figura 2.1 Vista dall'alto del sistema di cerchiaggio Bernasconi (Ceravolo, De Marinis, Pecorelli, & Zanotti Fragonara, 20	017) 35
Figura 2.2 Sistema di cerchiaggio originale e sistema di cerchiaggio Bernasconi (Ceravolo, De Marinis, Pecorelli, & Zar Fragonara, 2017)	10tti 35
Figura 2.3 Facciata principale della Basilica "Regina Montis Regalis" (Sopralluogo, 2021)	36
Figura 2.4 Vista interna della cupola ovale in muratura più grande al mondo (Sopralluogo, 2020)	36
Figura 2.5 Rappresentazione schematica delle celle di carico del sistema di monitoraggio statico	37
Figura 2.6 Rappresentazione schematica dei due estensimetri del sistema di monitoraggio statico	37
Figura 2.7 Rappresentazione schematica dei fessurimetri del sistema di monitoraggio statico	37
Figura 2.8 Rappresentazione schematica dei sensori di temperatura del sistema di monitoraggio statico	37
Figura 2.9 Rappresentazione schematica dei canali accelerometrici che compongono il sistema di monitoraggio dinamico Santuario di Vicoforte (Coletta, et al., 2019)	o del 38
Figura 2.10 Vista interna della cupola ellittica in muratura più grande al mondo. Foto di Paolo Masteghin	40
Figura 3.1 Statura media della popolazione del Nord, Centro e Sud Italia suddivisa per fasce di età	42
Figura 3.2 Modello agli elementi finiti del Santuario di Vicoforte e del suolo su cui poggia	46
Figura 3.3 Oscillatore ad un grado di libertà non smorzato	47
Figura 3.4 Telaio shear-type a un solo grado di libertà integro	48
Figura 3.5 Telaio shear-type a un solo grado di libertà danneggiato	49
Figura 3.6 Telaio shear-type a un solo grado di libertà con variazione della massa del solaio	49
Figura 3.7 Pianta del Santuario di Vicoforte con sezioni principali ed assi del sistema di riferimento cartesiano	50
Figura 3.8 Sezione trasversale AA del Santuario di Vicoforte	53
Figura 3.9 Sezione trasversale BB del Santuario di Vicoforte	54
Figura 3.10 Vista trasversale Sud della forma modale n. 9	57
Figura 3.11 Vista longitudinale Ovest della forma modale n. 9	57
Figura 3.12 Vista trasversale Sud della forma modale n. 10	58
Figura 3.13 Vista longitudinale Ovest della forma modale n.10	58
Figura 3.14 Vista trasversale Sud della forma modale n. 14	58
Figura 3.15 Vista longitudinale Ovest della forma modale n.14	58
Figura 3.16 Vista trasversale Sud della forma modale n. 15	58

Figura 3.17 Vista longitudinale Ovest della forma modale n.15	58
Figura 3.18 Elemento finito MASS21	62
Figura 3.19 Vista 3D della forma modale spaziale relativa al primo modo flessionale in direzione Y	69
Figura 3.20 Vista 3D della forma modale spaziale relativa al primo modo flessionale in direzione X	69
Figura 3.21 Vista 3D della forma modale spaziale relativa al secondo modo flessionale in direzione Y	69
Figura 3.22 Vista 3D della forma modale spaziale relativa al secondo modo flessionale in direzione X	69
Figura 3.23 Relazioni massa aggiuntiva- variazione di frequenza per le posizioni 1B	71
Figura 3.24 Relazioni massa aggiuntiva- variazione di frequenza per le posizioni 2B	71
Figura 3.25 Relazioni massa aggiuntiva- variazione di frequenza per le posizioni 3B	71
Figura 3.26 Relazioni massa aggiuntiva- variazione di frequenza per le posizioni 48	71
Figura 3.27 Relazioni massa aggiuntiva- variazione di frequenza per le posizioni 5B	72
Figura 3.28 Relazioni massa aggiuntiva- variazione di frequenza per le posizioni 6B	72
Figura 3.29 Relazioni massa aggiuntiva- variazione di frequenza per le posizioni 7B	72
Figura 3.30 Relazioni massa aggiuntiva- variazione di frequenza per le posizioni 88	72
Figura 3.31 Relazioni massa aggiuntiva- variazione di frequenza per le posizioni 98	72
Figura 3.32 Relazioni massa aggiuntiva- variazione di frequenza per le posizioni 1A	73
Figura 3.33 Relazioni massa aggiuntiva- variazione di frequenza per le posizioni 2A	73
Figura 3.34 Relazioni massa aggiuntiva- variazione di frequenza per le posizioni 3A	73
Figura 3.35 Relazioni massa aggiuntiva- variazione di frequenza per le posizioni 4A	73
Figura 3.36 Relazioni massa aggiuntiva- variazione di frequenza per le posizioni 5A	73
Figura 3.37 Relazioni massa aggiuntiva- variazione di frequenza per le posizioni 6A	73
Figura 3.38 Relazioni massa aggiuntiva- variazione di frequenza per le posizioni 7A	74
Figura 3.39 Relazioni massa aggiuntiva- variazione di frequenza per le posizioni 8A	74
Figura 3.40 Relazioni massa aggiuntiva- variazione di frequenza per le posizioni 9A	74
Figura 3.41 Relazioni massa aggiuntiva- variazione di frequenza per le posizioni 10A	74
Figura 3.42 Relazioni massa aggiuntiva- variazione di frequenza per le posizioni 11A	74
Figura 3.43 Confronto grafici massa aggiuntiva- variazione di frequenza relativi alla posizione 1	76
Figura 3.44 Confronto grafici massa aggiuntiva- variazione di frequenza relativi alla posizione 2	76
Figura 3.45 Confronto grafici massa aggiuntiva- variazione di frequenza relativi alla posizione 3	77
Figura 3.46 Confronto grafici massa aggiuntiva- variazione di frequenza relativi alla posizione 4	77
Figura 3.47 Confronto grafici massa aggiuntiva- variazione di frequenza relativi alla posizione 5	78
Figura 3.48 Confronto grafici massa aggiuntiva- variazione di frequenza relativi alla posizione 6	78
Figura 3.49 Confronto grafici massa aggiuntiva- variazione di frequenza relativi alla posizione 7	

Figura 3.50 Confronto grafici massa aggiuntiva- variazione di frequenza relativi alla posizione 8
Figura 3.51 Confronto grafici massa aggiuntiva- variazione di frequenza relativi alla posizione 9
Figura 3.52 Confronto grafici massa aggiuntiva- variazione di frequenza relativi alle posizioni 10A e 11A 80
Figura 3.53 Relazioni massa aggiuntiva- variazione di frequenza per le posizioni 4A, 4B, 5A e 5B
Figura 3.54 Posizioni di carico scelte per lo studio della variazione di frequenza dovuto all'aggiunta simmetrica di massa 82
Figura 3.55 Confronto curve massa aggiuntiva– variazione di frequenza per le posizioni 4 e 5 relative a studi condotti aggiungendo massa simmetricamente ed asimmetricamente
Figura 3.56 Modellazione Santuario di Vicoforte come mensola
Figura 3.57 Deformata modale della mensola equivalente relativa al modo 1
Figura 3.58 Deformata modale della mensola equivalente relativa al modo 286
Figura 3.59 Deformata modale della mensola equivalente relativa al modo 487
Figura 3.60 Deformata modale della mensola equivalente relativa al modo 587
Figura 3.61 Confronto variazione di frequenze a seguito dell'aggiunta della massa relativa a 40 persone tipo per le varie posizioni di carico
Figura 3.62 Rappresentazione schematica dell'edificio di 7 piani oggetto dello studio e delle posizioni scelte per il collocamento dei sensori di misura (Hester, Brownjohn, Bocian, Xu, & Quattrone, 2018)
Figura 3.63 Accelerometro Honeywell QA-750 montato in un'apposita struttura in perspex che fa anche di supporto all'IMU APDM Opal™ (Hester, Brownjohn, Bocian, Xu, & Quattrone, 2018)
Figura 3.64 Accelerazioni registrate dai sensori collocato in posizione A durante lo swipe 1 in direzione X (a) e in direzione Y (b); i grafici (c) e (d) sono rappresentazioni di dettaglio dell'intervallo temporale 1170 s – 1180 s dei segnali acquisiti nelle due direzioni principali (Hester, Brownjohn, Bocian, Xu, & Quattrone, 2018)
Figura 3.65 Tre degli autori dell'articolo mentre saltano lateralmente da piede a piede al settimo piano della struttura ad una determinata frequenza così da incrementare le oscillazioni dell'edificio (Hester, Brownjohn, Bocian, Xu, & Quattrone, 2018)
Figura 3.66 Salto verticale sulla passerella "Skybridge SB4" della "National Gallery" di Singapore (Brownjohn, et al., 2016) 94
Figura 3.67 Oscillatore semplice, vincolato ad un supporto fisso attraverso uno smorzatore viscoso lineare
Figura 3.68 Fattore di amplificazione dinamica al variare del rapporto ω/ω_n per un prefissato valore di smorzamento viscoso relativo
Figura 3.69 Portale shear-type sollecitato con forzante armonica di frequenza pari a 1.0 Hz
Figura 3.70 Portale shear-type sollecitato con forzante armonica di frequenza pari a 1.3 Hz
Figura 3.71 Andamento del valore di RMS calcolato sui dati acquisti durante la settimana 12-18 dicembre 2016 (Pecorelli, Ceravolo, & Epicoco, 2020)
Figura 3.72 Numero di modi identificati mediamente alle diverse ore del singolo giorno (Pecorelli, Ceravolo, & Epicoco, 2020)
Figura 3.73 Scelta della lunghezza del segnale basata sull'analisi dei segnali registrati durante la settimana 12-18 dicembre 2016: (a) percentuale media di identificazione, (b) variazione stimata di frequenza e (c) valore medio di MAC. (Pecorelli, Ceravolo, & Epicoco, 2020)

Figura 3.74 Forza generata saltando in modalità jumping alla frequenza di 3 Hz (McDonald & Živanović, 2017)...... 103

Figura 3.77 Covarianza dell'ampiezza media per salti di tipo jumping eseguiti a frequenza di 1 Hz, 2 Hz e 3 Hz (McDonald & Živanović, 2017)
Figura 3.78 Forza di picco normalizzata rispetto al peso in funzione alla frazione di tempo di contatto; i simboli in NERO sono associati ai salti effettuati a 3 Hz, in GRIGIO quelli a 2 Hz e in GRIGIO CHIARO quelli ad 1 Hz (McDonald & Živanović, 2017) 106
Figura 3.79 Frazione di tempo di contatto medio per salti di tipo jumping eseguiti a frequenza di 1 Hz, 2 Hz e 3 Hz (McDonald & Živanović, 2017)
Figura 3.80 Covarianza della frazione di tempo di contatto medio per salti di tipo jumping eseguiti a frequenza di 1 Hz, 2 Hz e 3 Hz (McDonald & Živanović, 2017)
Figura 3.81 Rappresentazione dei primi 6 secondi della storia temporale della Forzante 1 e della Forzante 2
Figura 3.82 Posizioni di interesse per l'applicazione della forzante dinamica prodotta dal movimento umano
Figura 3.83 Posizionamento canali accelerometrici del sistema di monitoraggio dinamico del Santuario di Vicoforte 113
Figura 3.84 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 1 applicata in posizione 4A
Figura 3.85 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 2 applicata in posizione 4A
Figura 3.86 Confronto energia accumulata dai sensori nella banda di frequenza 1.5-2.5 Hz al variare della posizione di applicazione della Forzante 1
Figura 3.87 Percentuale media di energia accumulata nella banda di frequenza 1.5-2.5 Hz dai ciascun canale accelerometrico quando la Forzante 1 è applicata in una delle posizioni A oppure in una delle posizioni B
Figura 3.88 Confronto energia accumulata dai sensori nella banda di frequenza 1.5-2.5 Hz al variare della posizione di applicazione della Forzante 2
Figura 3.89 Percentuale media di energia accumulata nella banda di frequenza 1.5-2.5 Hz dai ciascun canale accelerometrico quando la Forzante 1 è applicata in una delle posizioni A oppure in una delle posizioni B (escluse la 7B e la 8B)
Figura 3.90 Energia totale in [J] accumulata da vari canali accelerometrici al variare della posizione di carico e della tipologia di forzante
Figura 3.91 Contributo percentuale di energia fornito dalla singola posizione di carico all'energia totale prodotta da una data Forzante
Figura 4.1 Vista frontale della persona tipo in configurazione di confort130
Figura 4.2 Vista dall'alto della persona tipo in configurazione di confort130
Figura 4.3 Altezza del cavallo (UNI EN ISO 7250-1:2010, 2010)
Figura 4.4 Lunghezza spalla-gomito (UNI EN ISO 7250-1:2010, 2010)
Figura 4.5 Lunghezza gomito-polso (UNI EN ISO 7250-1:2010, 2010)
Figura 4.6 Larghezza spalle (UNI EN ISO 7250-1:2010, 2010)131

Figura 4.7 Larghezza anca (UNI EN ISO 7250-1:2010, 2010)	131
Figura 4.8 Profondità addominale (UNI EN ISO 7250-1:2010, 2010)	131
Figura 4.9 Lunghezza della mano (UNI EN ISO 7250-1:2010, 2010)	131
Figura 4.10 Lunghezza del piede (UNI EN ISO 7250-1:2010, 2010)	131
Figura 4.11 Vista dall'alto della persona tipo con indicazione dei parametri antropometrici di interesse, in [cm]	132
Figura 4.12 Vista frontale della persona tipo con indicazione dei parametri antropometrici di interesse, in [cm]	132
Figura 4.13 Ellisse costruita per definire lo spazio occupato dal singolo individuo in configurazione di confort su orizzontale	ıl piano 132
Figura 4.14 Volume di spazio occupato dal singolo individuo in configurazione di confort	132
Figura 4.15 Eliminazione dell'area dell'ellisse che ricade oltre l'impronta dei piedi	133
Figura 4.16 Costruzione nuove ellissi per tener conto delle braccia inclinate di 20°	133
Figura 4.17 Superficie occupata dalla persona tipo in configurazione minima sul piano orizzontale	133
Figura 4.18 Cavi elettrici del sistema di monitoraggio (Sopralluogo, 2021)	134
Figura 4.19 Vista generale dello spazio ellittico che si sviluppa sul cornicione superiore interno del tamburo (kalata.it	t, 2021) 134
Figura 4.20 Vista interna balconcino Sud (Sopralluogo, 2021)	135
Figura 4.21 Vista esterna balconcino Sud-Ovest (kalata.it, 2021)	135
Figura 4.22 Dettaglio appoggi puntiformi uniformemente distribuiti (Sopralluogo, 2021)	135
Figura 4.23 Scala a pioli percorrere per raggiungere il tiburio (Sopralluogo, 2020)	136
Figura 4.24 Vista dall'alto della zona accessibile della posizione 5.1 (Sopralluogo, 2021)	136
Figura 4.25 Vista interna della posizione 6.1. (Sopralluogo, 2021)	136
Figura 4.26 Vista interna della posizione 7.1. (Sopralluogo, 2021)	137
Figura 4.27 Balconcino ellittico, individuato come posizione 7.2. (kalata.it, 2021)	137
Figura 4.28 Rappresentazione schematica degli spazi accessibili individuati	138
Figura 4.29 Rappresentazione grafica di parte dello spazio indicato come posizione 4.1.	139
Figura 4.30 Rappresentazione grafica di parte dello spazio indicato come posizione 4.2.	139
Figura 4.31 Rappresentazione schematica degli spazi accessibili e delle posizioni di carico individuate per la posizione	4140
Figura 4.32 Rappresentazione schematica degli spazi accessibili e delle posizioni di carico individuate per la posizione	5141
Figura 4.33 Rappresentazione schematica degli spazi accessibili e delle posizioni di carico individuate per la posizione	6142
Figura 4.34 Rappresentazione schematica degli spazi accessibili e delle posizioni di carico individuate per la posizione	7143
Figura 4.35 Rappresentazione schematica della tipologia di forzante da applicare sui due lati della struttura	146
Figura 4.36 Rappresentazione grafica della mensola da verificare all'interno della parete portante in muratura	147
Figura 4.37 Modellazione strutturale dell'elemento	147
Figura 4.38 Schema strutturale semplificato utilizzato per lo studio della posizione 4.1.	147

Figura 4.39 Schema di carico n.1, posizioni 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7
Figura 4.40 Schema di carico n.1, posizioni 5.1, 6.1, 7.1 e 7.215
Figura 4.41 Schema di carico n.2, posizioni 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7
Figura 4.42 Schema di carico n.2, posizioni 5.1, 6.1, 7.1 e 7.215
Figura 4.43 Schema di carico n.3, posizioni 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7
Figura 4.44 Schema di carico n.3, posizioni 5.1, 6.1, 7.1 e 7.2
Figura 4.45 Schema di carico n.4, posizioni 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7
Figura 4.46 Schema di carico n.4, posizioni 5.1, 6.1, 7.1 e 7.2
Figura 4.47 Schema di carico n.5, posizioni 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7
Figura 4.48 Schema di carico n.5, posizioni 5.1, 6.1, 7.1 e 7.215
Figura 4.49 Time-history della forzante con indicazioni relative alla fase di salto e alla fase di riposo
Figura 4.50 Rapporto tra l'accelerazione di picco sperimentata dal sistema SDOF soggetto alla forzante misurata e quell relativa alla somministrazione della forzante modificata con valore costante della forza di picco (McDonald & Živanović, 201
Figura 4.51 Rapporto tra l'accelerazione di picco sperimentata dal sistema SDOF soggetto alla forzante misurata e quel relativa alla somministrazione della forzante modificata con periodo costante (McDonald & Živanović, 2017)
Figura 4.52 Rapporto tra l'accelerazione di picco sperimentata dal sistema SDOF soggetto alla forzante misurata e quel relativa alla somministrazione della forzante modificata con valore di frazione di tempo di contatto costante (McDonald Živanović, 2017)
Figura 4.53 Rappresentazione time-history della forzante artificiale utilizzata per l'analisi mode superposition, general tenendo conto della variabilità del periodo di salto
Figura 4.54 Rappresentazione time-history della forzante artificiale alterna utilizzata per l'analisi mode superposition generata tenendo conto della variabilità del periodo di salto
Figura 4.55 Istogramma delle variazioni percentuali di frequenza propria della struttura, relativi ai diversi schemi di caric utilizzati
Figura 4.56 Time-History dell'accelerazione sperimentata dai nodi che rappresentano i sensori del sistema di monitoraggi dinamico, modulo della Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione e dettaglio della trasformata nell'intervallo (frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz , relativi allo schema di carico 1
Figura 4.57 Time-History dell'accelerazione sperimentata dai nodi che rappresentano i sensori del sistema di monitoraggi dinamico, modulo della Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione e dettaglio della trasformata nell'intervallo (frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz , relativi allo schema di carico 2
Figura 4.58 Time-History dell'accelerazione sperimentata dai nodi che rappresentano i sensori del sistema di monitoraggi dinamico, modulo della Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione e dettaglio della trasformata nell'intervallo frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz , relativi allo schema di carico 3
Figura 4.59 Time-History dell'accelerazione sperimentata dai nodi che rappresentano i sensori del sistema di monitoraggi dinamico, modulo della Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione e dettaglio della trasformata nell'intervallo frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz , relativi allo schema di carico 4

Figura 4.60 Time-History dell'accelerazione sperimentata dai nodi che rappresentano i sensori del sistema di monitoraggio dinamico, modulo della Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione e dettaglio della trasformata nell'intervallo di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz , relativi allo schema di carico 5
Figura 4.61 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione relativa alla banda frequenza compresa tra 1.5 Hz e 2.5 Hz, d ognuno dei sensori della sistema di monitoraggio dinamico, con struttura caricata secondo lo schema 1
Figura 4.62 Istogramma valori di energia nella banda di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz di ciascun sensore del sistema di monitoraggio dinamico, relativi allo schema di carico 1, in [J]
Figura 4.63 Istogramma valori di energia nella banda di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz di ciascun sensore del sistema di monitoraggio dinamico, relativi allo schema di carico 2, in [J]
Figura 4.64 Istogramma valori di energia nella banda di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz di ciascun sensore del sistema di monitoraggio dinamico, relativi allo schema di carico 3, in [J]
Figura 4.65 Istogramma valori di energia nella banda di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz di ciascun sensore del sistema di monitoraggio dinamico, relativi allo schema di carico 4, in [J]
Figura 4.66 Istogramma valori di energia nella banda di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz di ciascun sensore del sistema di monitoraggio dinamico, relativi allo schema di carico 5, in [J]
Figura 4.67 Istogramma valori di energia nella banda di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz accumulata da tutti i sensore del sistema di monitoraggio dinamico per ciascuno schema di carico, in [J]
Figura 4.68 Schema di carico n.4, posizioni 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7
Figura 4.69 Schema di carico n.4, posizioni 5.1, 6.1, 7.1 e 7.2
Figura 4.70 Schema di carico n.4* , posizioni 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7
Figura 4.71 Schema di carico n.4*, posizioni 5.1, 6.1, 7.1 e 7.2
Figura 4.72 Schema di carico n.5 , posizioni 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7
Figura 4.73 Schema di carico n.5, posizioni 5.1, 6.1, 7.1 e 7.2
Figura 4.74 Istogramma delle variazioni percentuali di frequenza propria della struttura, confronto tra gli schemi di carico 4 e 4*
Figura 4.75 Time-History dell'accelerazione sperimentata dai nodi che rappresentano i sensori del sistema di monitoraggio dinamico, modulo della Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione e dettaglio della trasformata nell'intervallo di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz , relativi allo schema di carico 4*
Figura 4.76 Istogramma valori di energia nella banda di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz di ciascun sensore del sistema di monitoraggio dinamico, relativi allo schema di carico 4*, in [J]
Figura 4.77 Istogramma valori di energia nella banda di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz di ciascun sensore del sistema di monitoraggio dinamico, relativi allo schema di carico 4, in [J]
Figura 4.78 Istogramma valori di energia nella banda di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz accumulata da tutti i sensore del sistema d monitoraggio dinamico per gli schemi di carico 4, 4* e 5, in [J]
Figura 5.1 Rappresentazione tridimensionale delle distribuzioni normali costruite sulla base delle identificazioni settimanali della prima frequenza flessionale
Figura 5.2 Vista del piano N. settimana – Frequenza 1 delle distribuzioni normali costruite sulla base delle identificazioni settimanali della prima frequenza flessionale

Figura 5.3 Rappresentazione tridimensionale delle distribuzioni normali costruite sulla base delle identificazioni settimanali della seconda frequenza flessionale
Figura 5.4 Vista del piano N. settimana – Frequenza 2 delle distribuzioni normali costruite sulla base delle identificazioni settimanali della prima frequenza flessionale
Figura 5.5 Intervalli settimanali caratterizzati da dati relativi alle identificazioni strutturali maggiormente omogenei 187
Figura 5.6 Influenza dell'escursione termica sulla variazione settimanale dei fattori atmosferici
Figura 5.7 Influenza delle precipitazioni sulla variazione settimanale dei fattori atmosferici
Figura 5.8 Influenza delle precipitazioni nevose sulla variazione settimanale dei fattori atmosferici
Figura 5.9 Influenza della temperatura media giornaliera sulla variazione settimanale dei fattori atmosferici
Figura 5.10 Influenza dell'umidità atmosferica sulla variazione settimanale dei fattori atmosferici
Figura 7.1 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 1 applicata in posizione 4B
Figura 7.2 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 1 applicata in posizione 5A
Figura 7.3 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 1 applicata in posizione 5B
Figura 7.4 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 1 applicata in posizione 6A
Figura 7.5 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 1 applicata in posizione 6B
Figura 7.6 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 1 applicata in posizione 7A
Figura 7.7 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 1 applicata in posizione 7B
Figura 7.8 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 1 applicata in posizione 8A
Figura 7.9 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 1 applicata in posizione 8B
Figura 7.10 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 2 applicata in posizione 4B
Figura 7.11 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 2 applicata in posizione 5A
Figura 7.12 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 2 applicata in posizione 5B
Figura 7.13 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 2 applicata in posizione 6A
Figura 7.14 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 2 applicata in posizione 68

Figura 7.15 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica	a condotta con
Forzante 2 applicata in posizione 7A	221
Figura 7.16 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica	a condotta con
Forzante 2 applicata in posizione 7B.	222
Figura 7.17 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica	a condotta con
Forzante 2 applicata in posizione 8A.	223
Figura 7.18 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica	i condotta con
Forzante 2 applicata in posizione 8B.	224

Elenco delle tabelle

Tabella 2.1 Posizione degli accelerometri uni-assiali del sistema di monitoraggio dinamico del Santuario di Vicoforte
Tabella 3.1 Statura media della popolazione del Nord, Centro e Sud Italia suddivisa per fasce di età 42
Tabella 3.2 Sezione 4.1.2 della Tabella 4 della norma UNI EN ISO/TR 7250-2: 2011
Tabella 3.3 Sezione 4.1.1 della Tabella 4 della norma UNI EN ISO/TR 7250-2: 2011
Tabella 3.4 Valori antropometrici della persona tipo 44
Tabella 3.5 Tipologia di elementi finiti utilizzati per la modellazione e relative caratteristiche45
Tabella 3.6 Caratteristiche meccaniche dei materiali utilizzati per la costruzione del FEM 45
Tabella 3.7 Nodi scelti per modellare le posizioni di interesse
Tabella 3.8 Frequenze proprie di oscillazione dei modi di vibrare del modello scarico e relative masse modali partecipanti
Tabella 3.9 Numeri identificatici dei keypoint che individuano le posizioni di interesse della Sezione BB
Tabella 3.10 Numero identificativo dei nodi e dei keypoints associati alla posizione 1B 60
Tabella 3.11 Valori di massa aggiuntiva concentrata indagati61
Tabella 3.12 Descrizione keyoption 3 dell'elemento finito MASS 21
Tabella 3.13 Gradi di libertà e parametri della REAL CONSTANT associati alle diverse configurazioni della keyoption 3 dell'elemento finito MASS 21
Tabella 3.14 Numeri identificatici dei keypoint che individuano le posizioni di interesse della Sezione AA
Tabella 3.15 Definizione nuova numerazione dei modi di vibrare del Santuario di Vicoforte
Tabella 3.16 Numeri identificatici dei keypoint e dei nodi utilizzati per modellare le posizioni di carico scelte per lo studio della variazione di frequenza dovuto all'aggiunta simmetrica di massa

Tabella 3.17 Parametri assegnati alle REAL CONSTANT per lo studio della variazione di frequenza
dovuto all'aggiunta simmetrica di massa
Tabella 3.18 Modi identificati dall'algoritmo automatico implementato (Pecorelli, Ceravolo, & Epicoco,
2020)
Tabella 3.19 Genere, massa corporea e altezza degli 8 volontari che hanno preso parte allo studio
condotto nel Gait Laboratory dell'Università (McDonald & Živanović, 2017) 104
Tabella 3.20 Definizione tipologia di Forzante da utilizzare per le due analisi dinamiche condotte per
ciascuna posizione di interesse individuata sulla struttura109
Tabella 3.21 Nodi scelti per modellare ciascuna posizione reale a cui è associato un canale
accelerometrico del sistema di monitoraggio dinamico114
Tabella 3.22 Energia accumulata nella banda di frequenza 1.5 -2.5 Hz da ciascuno dei sensori presenti
sulla struttura per le varie analisi dinamiche condotte facendo variare la posizione di applicazione della Forzante
Tabella 3.23 Energia accumulata nella banda di frequenza 1.5 -2.5 Hz da ciascuno dei sensori presenti
sulla struttura per le varie analisi dinamiche condotte facendo variare la posizione di applicazione della
Forzante 2 119
Tabella 3.24 Energia totale accumulata da vari canali accelerometrici al variare della posizione di carico
e della tipologia di forzante
Tabella 3.25 Contributo percentuale di energia fornito dalla singola posizione di carico all'energia
totale prodotta da una data Forzante127

1. Introduzione

1.1. Structural Health Monitoring in ambito civile

Le strutture civili sono opere fondamentali per la società moderna. Oltre agli edifici destinati ad uso abitativo, tecnico-commerciale o ad ospitare impianti di produzione industriale, si annoverano tra queste anche numerose costruzioni impiegate nel settore della viabilità, si pensi ad esempio ai ponti e alle gallerie, o quello dell'approvvigionamento energetico, ad esempio centrali nucleari, piattaforme petrolifere, centrali idroelettriche o impianti eolici. Anche le strutture storiche monumentali e quelle geotecniche sono considerate opere civili.

Ogni opera, nel corso della sua vita utile, dovrebbe essere sottoposta a controlli e interventi di manutenzione periodici, con intervalli temporali strettamente legati all'importanza della struttura, all'uso a cui la stessa è destinata e soprattutto ai rischi ed ai pericoli ad essa associati.

L'efficacia degli interventi manutentivi risulta tanto maggiore quanto minore è il tempo che intercorre tra il danneggiamento della struttura e la sua riparazione: la tempestività dell'intervento gioca un ruolo fondamentale in chiave di mantenimento e salvaguardia delle strutture civili, soprattutto nel caso di costruzioni storiche (Brownjohn J. M., 2007).

L'insorgere di un danno strutturale genera un'alterazione della rigidezza, della massa o delle proprietà di dissipazione energetica del sistema, che a loro volta alterano la risposta dinamica misurata della struttura (Sohn, Effects of environmental and operational variability on structural health monitoring, 2007). Nell'ottica di ottenere interventi manutentivi quanto più possibile tempestivi, nel corso degli ultimi anni si è cercato di sviluppare sistemi automatici di monitoraggio in grado di individuare in tempo reale cambiamenti nella performance strutturale (Brownjohn J. M., 2007). Questa ricerca rappresenta il cuore di uno dei settori di studio più innovativi nell'ambito dell'ingegneria civile, ed è comunemente indicata come *Structural Health Monitoring* (SHM).

La moderna ricerca in ambito di SHM rappresenta un'evoluzione del processo di monitoraggio strutturale storicamente condotto sulle strutture civili, caratterizzato da una prima fase di osservazione visiva dell'opera seguita da una fase di valutazione delle condizioni della stessa. I sistemi di SHM si basano sullo stesso principio di base, ovvero prevedono una fase preliminare di acquisizione dati seguita da una dedicata al processamento degli stessi, sebbene siano implementati attraverso strumenti automatici di acquisizione e valutazione che garantiscono la possibilità di eseguire il processo ad intervalli temporali molto minori (Brownjohn J. M., 2007).

Le prime forme di SHM risalgono alla seconda metà del secolo scorso, in seguito allo sviluppo di strumenti di misura in grado di acquisire e conservare le informazioni. Queste hanno coinvolto

principalmente le costruzioni civili impiegate nell'ambito dell'approvvigionamento energetico, quali dighe e strutture legate all'industria del petrolio. Oggi giorno, invece, gli sforzi maggiori sono rivolti al settore infrastrutturale e, in particolare, allo studio di sistemi adatti al monitoraggio dei ponti di grande luce (Brownjohn J. M., 2007) .La progettazione di quasi tutti i nuovi ponti sospesi prevede una fase dedicata all'implementazione di un sistema di SHM per il monitoraggio della struttura. A tal proposito, la comunità scientifica internazionale non ha una posizione univoca: il dibattito si sviluppa in merito all'utilità di destinare così tante risorse per l'implementazione di pochi sistemi di SHM su opere che non potranno trarne particolari benefici se non in prossimità della fine della loro vita utile, piuttosto che utilizzare queste risorse per implementare sistemi di monitoraggio su un numero maggiore di infrastrutture più piccole, quali i ponti storici realizzati in muratura, che ancora oggi hanno un ruolo fondamentale nella società (Hester, Brownjohn, Bocian, Xu, & Quattrone, 2018).

1.2. Gli assiomi fondamentali dello SHM

L'odierna ricerca nell'ambito dello SHM punta a sviluppare sistemi efficaci ed affidabili in grado di acquisire, gestire, integrare ed interpretare i dati relativi alla performance della struttura, al fine di identificare: (I) l'insorgenza di danneggiamenti¹ strutturali, (II) la loro posizione all'interno della struttura, (III) la tipologia di danneggiamento e (IV) la sua severità (Worden, Farrar, Manson, & Park, 2007).

Il grande lavoro di ricerca condotto in questo ambito dalla comunità scientifica internazionale, a cavallo tra il vecchio e nuovo secolo, ha fatto emergere una serie di concetti fondamentali che sono alla base dei moderni filoni di ricerca. Questi, sono stati opportunamente condensati in *assiomi*² da un gruppo di ricercatori dell'*Università di Sheffield* e dell'*The Engineering Institute* di *Los Alamos* (Worden, Farrar, Manson, & Park, 2007).

Il primo assioma afferma che:

"All materials have inherent flaws or defects "

Ovvero, tutti i materiali contengono difetti alla micro-scala, quali impurità, vacanze e/o inclusioni. Alcuni materiali, tuttavia, possono presentare difetti anche a scale maggiori: è ad esempio il caso delle

¹ Con il termine *danneggiamento* si fa riferimento ad una variazione delle proprietà dei materiali e/o geometriche, ovvero variazioni delle condizioni al contorno e delle connessioni interne della struttura, con conseguenze negative sulle performance della stessa.

² Il termine *assioma* è utilizzato per indicare una verità fondamentale. Assume dunque un significato diverso rispetto a quello che comunemente gli viene attributo nell'ambito delle scienze matematiche.

plastiche fibro-rinforzate. Questi difetti tendono ad unirsi tra di loro nel momento in cui il materiale è sottoposto a situazioni di carico elevato ripetute nel tempo, con conseguente riduzione delle caratteristiche meccaniche del materiale stesso. Alla luce di ciò, occorre approfondire il concetto di danneggiamento: una struttura si definisce danneggiata nel momento in cui le performance della stessa non sono coerenti con quelle attese considerando le proprietà dei materiali prese singolarmente.

In sostanza, dunque, i difetti intrinsecamente presenti nei materiali, in determinate condizioni, portano al danneggiamento della struttura che può comunque continuare a garantire caratteristiche funzionali soddisfacenti, sebbene si trovi ad operare in condizioni non ideali. Inevitabilmente, l'accumulo di danneggiamenti strutturali, infine, porta al guasto del sistema, che non risulta più in grado di soddisfare i requisiti funzionali minimi richiesti.

Sulla base di ciò è possibile immaginare di superare la filosofia di progettazione basata sulla vita utile, secondo cui la struttura viene opportunamente progettata affinché non insorgano danni strutturali durante un predeterminato periodo di tempo, per giungere ad una nuova filosofia basata sulla tolleranza del danneggiamento. In sostanza si prende in conto la possibilità che la struttura possa subire dei danneggiamenti, opportunamente valutati e quantificati attraverso un sistema di monitoraggio, così da poter intervenire tempestivamente nel momento in cui il livello di danneggiamento supera una predeterminata soglia tale per cui la struttura non è più in grado di garantire i requisiti funzionali minimi richiesti.

Il secondo assioma è formulato in questi termini:

"The assessment of damage requires a comparison between two system states"

Ovvero per poter valutare l'insorgere di un danneggiamento è necessario confrontare due diverse condizioni del sistema. I modelli di SHM più comuni si basano su un set di riferimento, composto da molteplici condizioni del sistema ritenuto in condizioni normali, che viene di volta in volta confrontato con la condizione da verificare, per capire se questa rappresenti una situazione alterata del sistema, ovvero un sistema affetto da danneggiamento. Per diagnosi più accurate, in cui si vuol anche localizzare e valutare l'entità del danno, è necessario integrare il set di riferimento con molteplici condizioni riferite alla struttura danneggiata, con danni materializzati in varie posizioni e con diverse severità. Questo secondo approccio, richiede un notevole sforzo dal momento che i dati relativi alla struttura danneggiata sono difficili da ottenere per le strutture civili, in quanto, si tratta quasi sempre di opere uniche.

Anche i sistemi di SHM basati sull'uso di un modello agli elementi finiti (FEM) si fondano sul principio base del confronto tra due condizioni del sistema: in questi casi il FEM è utilizzato per valutare la condizione attesa, ovvero la situazione ritenuta "normale", così da confrontarla con la condizione del sistema da verificare. Generalmente questa tipologia di SHM si avvale di FEM accuratamente costruiti,

in grado di riprodurre fedelmente il comportamento della struttura reale, calibrati attraverso l'uso di letture sperimentali di determinati parametri. Chiaramente, qualsiasi ulteriore necessità di regolazione dei parametri è da attribuire ad una variazione del sistema che si presume possa essere causata dall'insorgere di un danno; l'entità della regolazione e i parametri coinvolti rivestono un ruolo fondamentale per la quantificazione dell'entità del danno e la sua localizzazione all'interno del sistema.

Il terzo assioma è espresso in questi termini:

"Identifying the existence and location of damage can be done in an unsupervised learning mode, but identifying the type of damage present and the damage severity can generally only be done in a supervised learning mode"

In prima istanza l'assioma definisce due alterne tipologie di algoritmi per l'implementazione di un sistema di SHM: quelli definiti *supervised learning* e quelli indicati come *unsupervised learning*. Gli algoritmi che rientrano nella prima classe, si basano su un set di condizioni di riferimento costruito prendendo in esame la struttura sia integra che danneggiata; questa classe è ulteriormente divisa in *group classification*, caratterizzata da una classificazione discreta, e *regression analysis*, caratterizzata, invece, da una classificazione continua. Gli algoritmi che rientrano nella struttura danneggiata; rientrano in questa classe tutti gli algoritmi *Outlier* (o *novelty detection*).



Figura 1.1 Classificazione degli algoritmi utilizzati per l'implementazione di sistemi di SHM

L'assioma, in seconda battuta, fissa gli obiettivi auspicabilmente raggiungibili in funzione della tipologia di algoritmo adottato. I sistemi basati su algoritmi *Unsupervised learning* permettono di trovare risposte in merito al fatto che la struttura sia danneggiata o meno e alla posizione del danno all'interno della struttura stessa; i sistemi costruiti utilizzando algoritmi classificati come *Supervised learning*, invece, sono in grado di fornire informazioni aggiuntive rispetto ai precedenti, relative alla tipologia e all'entità del danno strutturale. Un sistema di SHM basato sull'utilizzo di un FEM calibrato con parametri sperimentali, ad esempio, ricade in quest'ultima categoria fin tanto che la struttura può essere modellata come un sistema a comportamento elastico lineare prima e dopo il danneggiamento.

L'assioma quattro si compone di due parti:

- A: "Sensors cannot measure damage. Feature extraction through signal processing and statistical classification is necessary to convert sensor data into damage information"
- B: "Without intelligent feature extraction, the more sensitive a measurement is to damage, the more sensitive it is to changing operational and environmental conditions"

La prima parte dell'assioma si sofferma sull'impossibilità di utilizzare le letture fornite dai sensori del sistema di monitoraggio per misurare direttamente i danni strutturali. L'unica strada percorribile resta quella di utilizzare i sensori per misurare la risposta della struttura (*x*) alle sollecitazioni esterne, per poi risalire all'identificazione del danneggiamento e alla valutazione della sua entità (*D*), definendo la relazione (*f*) che lega tra loro queste grandezze. In termini matematici, il problema appena definito assume la forma seguente:

$$\bar{x} = f(D)$$
 Equazione 1.1

La funzione *f* non è nota a priori: va definita sulla base delle osservazioni sperimentali relative alla struttura in condizioni danneggiate. Dunque, a seconda della tipologia di algoritmo scelto, possono sorgere problematiche più o meno importanti per l'individuazione dei dati necessari. In generale è vero che, la funzione risulta tanto più accurata quanto più il numero di dati sperimentali a disposizione cresce in maniera esponenziale.

La seconda parte dell'assioma fa chiarezza sul fatto che, nella maggior parte dei casi, i parametri sperimentalmente misurati non dipendono esclusivamente dallo stato di danno della struttura: molteplici fattori ambientali e/o operativi influiscono su di essi; in termini matematici, l'Equazione 1.1 è rivista per tener conto di questa ulteriore considerazione:

$$\bar{x} = g(D, \theta)$$
 Equazione 1.2

L'Equazione 1.2 mette in luce la dipendenza del parametro misurato x dalla variabile θ oltreché dal parametro che quantifica il danneggiamento D della struttura. La variabile θ rappresenta un generico fattore ambientale o operativo: i fattori ambientali di maggior interesse sono il vento, la temperatura e il tasso di umidità; i fattori operativi includono, invece, le sollecitazioni ambientali, la massa aggiuntiva e la velocità operativa (Sohn, Effects of environmental and operational variability on structural health monitoring, 2007).

Tutto ciò comporta una serie di difficoltà aggiuntive nel caso in cui si volesse definire la funzione g attraverso un algoritmo di *machine learning*. La possibile soluzione a questo ulteriore problema può essere cercata seguendo tre strade differenti. La prima strada prevede di riuscire ad individuare un algoritmo automatico in grado di filtrare la dipendenza del parametro scelto dai fattori ambientali e operativi, preservando contemporaneamente la sua dipendenza dallo stato di danno della struttura. La seconda strada, invece, prevede di governare il problema riuscendo a definire la dipendenza del parametro sia dallo stato di danno che da tutti i fattori ambientali e operativi che hanno influenza su di lui. In alternativa si può cercare di individuare un parametro sperimentale dipendente esclusivamente dallo stato di danno della struttura.

L'assioma cinque afferma che:

"The length- and time-scales associated with damage initiation and evolution dictate the required properties of the SHM sensing system"

La progettazione del sistema di rilevamento dello SHM richiede uno sforzo ingegneristico non indifferente per riuscire a superare le problematiche messe in luce dall'assioma quattro: occorre individuare un parametro sperimentale che sia quanto più possibile correlato e sensibile al danno e superare il problema dell'influenza dei fattori ambientali ed operativi su di esso. Per riuscire a raggiungere questi obiettivi, è necessario definire con molta accortezza le proprietà del sistema di monitoraggio, sulla base delle scale temporali e dimensionali relative ai danni della struttura che si intende monitorare. Queste ultime vanno definite prioritariamente in quanto guidano molti dei parametri di progettazione del sistema di rilevamento di SHM, riportati di seguito:

- I. Tipologia di dati da acquisire
- II. Tipologia, numero e posizione dei sensori
- III. Larghezza di banda da indagare e sensibilità del sensore
- IV. Sistema di acquisizione/telemetria/archiviazione dati
- V. Requisiti di alimentazione del sistema
- VI. Intervalli di campionamento: monitoraggio continuo, oppure solo dopo eventi estremi o ancora ad intervalli periodici
- VII. Requisiti del processore e memoria
- VIII. Sorgente di eccitazione

Altri fattori che inevitabilmente influiscono sulla definizione di queste proprietà sono le condizioni operative ed ambientali in cui dovrà avvenire il monitoraggio della struttura e, per ultimo, il budget disponibile per la realizzazione del sistema.

Il sesto assioma è posto, invece, in questi termini:

"There is a trade-off between the sensitivity to damage of an algorithm and its noise rejection capability."

L'assioma mette in luce la relazione esistente tra la sensitività al danno di un algoritmo di SHM e la sua capacità di filtrare i rumori di fondo dalle misurazioni sperimentali. In particolare, occorre cercare di ridurre al minimo il rumore, utilizzando tecniche di filtraggio o altre tecniche in grado di perseguire questo scopo, al fine di massimizzare la capacità di identificazione del danneggiamento strutturale.

L'ultimo assioma, il settimo, è invece formulato come:

```
"The size of damage that can be detected from changes in system dynamics is inversely proportional to the frequency range of excitation"
```

In sostanza, l'assioma sette afferma che la dimensione minima del danneggiamento che può essere rilevato dal sistema di SHM, attraverso la misurazione della risposta strutturale, è tanto più piccolo quanto maggiore è il range della frequenza di eccitazione del sistema.

1.3. Transfer Learning

Una delle sfide principali nello sviluppo di strategie di SHM in ambito civile è l'indisponibilità di dati relativi a diverse condizioni della struttura, soprattutto riferiti a situazioni in cui la struttura stessa presenti danneggiamenti. Questo problema è particolarmente marcato quando si trattano opere civili storiche-monumentali. Negli ultimi anni, la problematica è stata affrontata attraverso tecniche di *Transfer-learning*: l'idea è quella di trasferire le conoscenze disponibili per un certo sistema ad un altro sistema, diverso dal primo ma in qualche modo correlato ad esso, di cui sono disponibili dati limitati.

Le tecniche di *Transfer Learning* sono generalmente suddivise in classi; una di queste, di cui è stata recentemente dimostrata l'efficacia, va sotto il nome di *Domain Adaptation techniques*. In particolare, nell'articolo scientifico *A Transfer Learning Application to FEM and Monitoring Data for Supporting the Classification of Structural Condition State* (Coletta, et al., 2020) si dimostra la validità della tecnica nota come *Transfer Component Analysis* (TCA).

La tecnica prende in considerazione due sistemi: il primo è rappresentato dalla struttura reale, il secondo sistema è invece il modello agli elementi finiti (FEM) della struttura in questione. I FEM sono strumenti molto preziosi in quanto permettono di simulare un grande numero di condizioni strutturali senza in alcun modo influire sulla struttura reale. Tuttavia, nonostante il comportamento del FEM possa essere molto vicino a quello della struttura reale, le informazioni estratte da esso non possono essere considerate appartenenti alla stessa distribuzione di dati della struttura reale, in quanto, il FEM è per sua stessa natura realizzato utilizzando una serie di semplificazioni e trascurando una serie di fenomeni fisici che invece si verificano nella struttura reale. Alla luce di ciò, la tecnica di *Domain Adaptation* ha lo scopo di ridurre la distanza tra la distribuzione di dati della struttura reale e quella relativa al modello numerico ad essa associato.

Nell'articolo (Coletta, et al., 2020), la tecnica TCA viene applicata con successo al Santuario di Vicoforte: si tratta di una struttura monumentale di straordinario interesse, che custodisce la cupola ovale di muratura più grande al mondo. In particolare, i ricercatori hanno scelto di applicare questa tecnica facendo riferimento a variazioni dei parametri ambientali, che al pari dei danneggiamenti strutturali influiscono sulla risposta del sistema. Questa scelta ha permesso di poter valutare l'efficacia del metodo più agevolmente, dal momento che era disponibile un numero di dati sufficienti, relativi alla struttura reale. I risultati positivi ottenuti applicando la tecnica TCA sui parametri ambientali, permettono di nutrire fiducia nella possibilità di estendere l'utilizzo di questa tecnica per ottenere dati della struttura in condizioni danneggiate.

1.4. Finalità della tesi

Lo studio proposto in questa tesi affronta una delle principali questioni che affliggono il settore dello Structural Health Monitoring (SHM): l'indisponibilità di dati provenienti da diverse condizioni strutturali. Spesso infatti, le moderne tecniche di damage identification basate sulle vibrazioni sfruttano algoritmi di machine learning per migliorare l'interpretazione della grande mole di dati di monitoraggio. Questi algoritmi vengono "addestrati" su uno specifico dataset (training set) che auspicabilmente contiene dati relativi a più condizioni strutturali possibili, in modo da fornire al classificatore/regressore degli esempi di come la risposta strutturale si modifica a seguito di danneggiamenti. Purtroppo, avere a disposizione un ampio spettro di dati per le strutture civili è piuttosto raro, poichè la raccolta di dati per diversi stati di danno è spesso irrealizzabile o non conveniente: essa teoricamente prevedrebbe il danneggiamento intenzionale della struttura, la raccolta di dati relativi a tale condizione e la successiva riparazione che riporti i parametri diagnostici alle condizioni iniziali. Se immaginare di attuare tale processo è già difficile per strutture civili "ordinarie", per le opere del patrimonio architettonico diventa completamente irrealistico, poiché oltre ai vincoli tecnico-economici si aggiungerebbero quelli di natura storico-culturale. Negli ultimi anni, questo problema è stato affrontato utilizzando strategie basate sul transfer learning, active *learning* o ripiegando su procedure fondate su *unsupervised learning*, che permettono di individuare un'anomalia nei dati ma non di riconoscerne la causa.

Questo lavoro di tesi nasce con l'obiettivo di elaborare e ottimizzare un metodo alternativo per ottenere dati relativi a condizioni danneggiate. L'idea è quella di sfruttare la relazione che lega le frequenze proprie di oscillazione della struttura alla massa e alla rigidezza della struttura stessa; in particolare si vuole simulare l'insorgenza di un danneggiamento, che generalmente porta ad una variazione di rigidezza, fornendo una massa aggiuntiva al sistema.

Lo scopo dell'analisi è quello di "progettare" una prova sperimentale che preveda l'aggiunta di massa ad una struttura reale opportunamente monitorata. La struttura scelta per lo studio è il Santuario di Vicoforte: essa rappresenta il caso studio ideale dal momento che si tratta di una delle poche costruzioni storiche monumentali dotate di un sistema di monitoraggio statico e dinamico e di cui è disponibile un modello agli elementi finiti opportunamente calibrato. L'analisi è condotta utilizzando il FEM del Santuario e si compone di tre fasi principali: inizialmente si conduce uno studio ideale del sistema, al fine di individuare le linee guida da seguire per il collocamento della massa aggiuntiva; quindi, si definiscono una serie di configurazioni potenzialmente interessanti per la disposizione della massa aggiuntiva e si individua quella che garantisce i maggiori effetti. Per ultimo, si determina il periodo migliore dell'anno in cui eseguire la prova sperimentale al fine di ottimizzare i risultati attesi. L'analisi che segue è condotta assumendo che la massa aggiuntiva da collocare sulla struttura sia materializzata sul campo dalla massa corporea di un gruppo di persone. In questo modo, qualora lo studio proposto dovesse fornire risultati interessanti, la prova sperimentale in oggetto potrebbe facilmente essere condotta nella realtà. Questa scelta porta con sé una serie di altri aspetti positivi che vale la pena elencare brevemente: la massa aggiuntiva così intesa ha il vantaggio di poter essere movimentata con facilità, oltreché di poter essere utilizzata per somministrare sollecitazioni periodiche alla struttura con l'obiettivo di ottimizzare la realizzazione della prova. A tal proposito, il gruppo di ricerca guidato dal Prof. Ing. Rosario Ceravolo del Politecnico di Torino ha già raggiunto un accordo con la direzione della Fondazione Collegio Universitario Renato Einaudi di Torino al fine di coinvolgere gli studenti del collegio per la realizzazione della prova sperimentale.

2. Il Santuario di Vicoforte

2.1 Cenni Storici

Il Santuario di Vicoforte sorge in una vallata ai piedi della cittadina di Mondovì, nel comune di Vicoforte.

La costruzione dell'opera iniziò nel luglio 1596, con il tracciamento della pianta delle fondazioni nella zona in cui sorgeva un antico pilone, eretto probabilmente a fine '400 recante un'immagine religiosa raffigurante la Madonna col Bambino, opera di un pittore del luogo, forse il vicese Segurano Cigna (santuariodivicoforte.it, 2021). Il terreno su cui poggia il Santuario è di eterogenea consistenza, caratterizzato da una dorsale di marna variamente consistente nella zona nord-orientale, contigua ad uno strato di terreno alluvionale, formato da argilla umida, nella zona sud-occidentale. Il progetto originario fa capo all'architetto Ascanio Vitozzi, che guidò l'inizio dei lavori di realizzazione della fondazione, predisponendo che questa poggiasse per l'intero perimetro sul banco di marna. Tuttavia, per qualche ragione si verificò che l'affondamento delle fondazioni sul lato sud-occidentale si fermò, a circa 3 metri di profondità, su un terreno formato da argilla secca consistente. Durante i lavori di costruzione a causa dell'accumulo di acqua piovana non sufficientemente deviata, combinata ad infiltrazioni di acqua sotterranea, l'argilla di base divenne plastica, causando lo sviluppo dei primi cedimenti della base sud-occidentale del Santuario, già a partire da pochi mesi successivi all'inizio dei lavori.

Nonostante ciò, negli anni successivi, i lavori proseguirono sotto la guida del Vitozzi fino al raggiungimento della quota di imposta del cornicione per gli arconi, quando lo stesso, allarmato dagli importanti cedimenti, di entità pari a circa 25-30 cm, sviluppatesi alla base delle fondazioni, decise di interromperli ed avviare la costruzione di un sistema di drenaggio collocato al di sotto della parte occidentale del Santuario. Il Vitozzi, attese invano per quindici anni, fino alla sua morte, che il sistema idraulico messo a punto potesse permettere il riavvio dei lavori.

Nel secolo successivo, i lavori furono ripresi ed interrotti più volte a causa dei continui cedimenti delle opere murarie costruite, ma permisero comunque di completare la costruzione degli arconi delle volte inferiori principali, del primo cornicione ellittico e parte di sopraelevazione del tamburo.

Intorno al 1700 i lavori furono affidati all'ingegnere monregalese Francesco Gallo, il quale accettò di proseguirne la costruzione solo dopo aver raggiunto un sufficiente grado di consolidamento del terreno di fondazione; per raggiungere tale scopo riqualificò il vecchio sistema di drenaggio del Vitozzi, e ne costruì uno nuovo. A partire dal 1701 quindi, demolì parte delle opere murarie già erette, ma abbondantemente fessurate, per poi ricostruirle fino alla soglia dei finestroni triluce. Successivamente, per circa trent'anni, la costruzione dell'opera fu nuovamente interrotta, prima della costruzione della

cupola, che fu ultimata solo nel 1732, nonostante il parere contrario dell'architetto Filippo Juvarra, consultato dallo stesso Gallo su suggerimento dell'amministrazione del Santuario di Vico.

In questo periodo di sospensione, il Gallo continuò a fare manutenzione ai sistemi di drenaggio e attese che il terreno di fondazione raggiungesse caratteristiche meccaniche tali da consentire l'aggiunta di ulteriore massa e quindi la costruzione della cupola del Santuario.

Il Gallo, sebbene cosciente che il livello raggiunto di consolidamento delle fondazioni non fosse assoluto, sulla base di controlli periodici condotti in quegli anni che misero in luce lo sviluppo di cedimenti e fessure di lieve entità, lo considerò sufficiente per il proseguimento dei lavori, che furono conclusi, con intonaci e sagomature, nel 1735.

A partire dal 1750, a seguito della morte del Gallo, si ritiene che la manutenzione dei sistemi di drenaggio sia stata gradualmente trascurata e che questo abbia provocato le prime fessure negli intonaci interni, che con il passare degli anni si aggravarono sensibilmente, coinvolgendo anche le membrature del tamburo e della cupola.

Solo nel 1830, nell'ambito della preparazione delle pietre decorative da utilizzare per il completamento della facciata principale, a causa di divergenze di natura geometrica, fu convocato l'ingegnere Virginio Bordino, il quale riscontrò che i problemi geometrici erano da attribuire ai cedimenti sviluppatesi nel corso degli anni alle fondamenta, ed erano anche causa di preoccupanti fenditure al tamburo e alla cupola. Venne quindi incaricato dall'amministrazione di attuare il suo progetto per la stabilità e conservazione del Santuario, che comprendeva la realizzazione di un ulteriore sistema di drenaggio al di sotto del perimetro della struttura. Anche in questa occasione, con il trascorrere degli anni, la manutenzione dello stesso fu abbandonata con conseguente sviluppo di cedimenti e fessure (Garro, 1962).

Nel 1962, la fessura lungo i meridiani della cupola di dimensione più importante, era ormai caratterizzata da un'apertura massima di *82 mm*, e l'ampiezza totale di tutte le fessure sviluppate lungo l'intero perimetro raggiungeva i *413 mm*.

Così nel 1976, si decise di realizzare uno studio approfondito dell'opera, che comprese una prima fase di indagine strutturale delle fondazioni e geotecnica del terreno di appoggio, una di riabilitazione dei sistemi di drenaggio dello strato di argilla, per poi implementare un nuovo sistema di cerchiaggio della cupola e uno di monitoraggio dei principali parametri della struttura (Aoki, Chiorino, & Roccati, 2003).

La messa in opera del sistema di cerchiaggio, progettato per contrastare l'ulteriore sviluppo di fessure lungo la cupola del Santuario, avvenne tra il 1985 e il 1987. Il sistema andò ad affiancarsi all'originale sistema di cerchiaggio, composto da tre anelli di acciaio di forma ellittica, già presente all'interno della muratura di base della cupola fin dalla sua costruzione, nel 1734. Il nuovo sistema di cerchiaggio, noto come *cerchiatura Bernasconi*, è composto da 56 tiranti di acciaio precompresso, inseriti all'interno di fori praticati nella muratura al di sopra del tamburo, suddivisi in quattro livelli e collocati lungo 14 direzioni tangenti al perimetro della cupola. Al fine di garantire la continuità di azione prodotta dai tiranti disposti su ciascun livello, caricati con una precompressione di 50 kN, fu progettato un apposito un sistema di ancoraggio.

Nel 1997 il sistema di cerchiaggio Bernasconi fu oggetto di un intervento manutentivo che permise di riportare al valore iniziale il livello di compressione dei tiranti, andato via via abbassandosi nel corso degli anni (Ceravolo, De Marinis, Pecorelli, & Zanotti Fragonara, 2017)



Figura 2.1 Vista dall'alto del sistema di cerchiaggio Figura 2.2 Sistema di cerchiaggio originale e Bernasconi (Ceravolo, De Marinis, Pecorelli, & Zanotti sistema di cerchiaggio Bernasconi (Ceravolo, Fragonara, 2017)

De Marinis, Pecorelli, & Zanotti Fragonara, 2017)

2.2. Descrizione architettonica

La Basilica "Regina Montis Regalis", anche nota come Santuario di Vicoforte, è considerata un monumento storico di grande importanza architettonica per via della cupola ovale che custodisce al suo interno. Si tratta infatti della cupola in muratura di forma ovale più grande al mondo, caratterizzata da una lunghezza interna dei due assi principali pari a 37.23 m e 24.89 m. La struttura principale del Santuario è formata da 8 grandi colonne in muratura che sorreggono il tamburo su cui si sviluppa la cupola ovale, di spessore variabile, da circa 1.27 m fino a circa 2.20 m. Il tamburo appare molto leggero per via dell'elevato numero di monofore ricavate al suo interno, ragione per cui gli architetti progettisti hanno presumibilmente deciso di costruire al suo estradosso 8 contrafforti di irrigidimento; di questi, quattro si trovano lungo le due direzioni principali della struttura e sono cavi al loro interno. Il centro della cupola è coronato da un lanternino di notevole dimensione, sulla cui sommità si erige la guglia che culmina con la croce cristiana alla quota di circa 84 m dal piano campagna. L'intera cupola ellittica è protetta da una copertura esterna, che crea un vuoto di spessore variabile tra essa e la struttura in muratura sottostante, in cui è possibile accedere per raggiungere il lanternino (Ceravolo, De Marinis, Pecorelli, & Zanotti Fragonara, 2017).



Montis Regalis" (Sopralluogo, 2021)

Figura 2.3 Facciata principale della Basilica "Regina Figura 2.4 Vista interna della cupola ovale in muratura più grande al mondo (Sopralluogo, 2020)

2.3. Sistema di monitoraggio statico

Il sistema di monitoraggio statico della struttura venne implementato nella sua prima versione nel 1976 e comprendeva una serie di strumenti di misura utili a seguire l'evoluzione del quadro fessurativo della struttura. A partire da quel momento, il sistema venne a più riprese aggiornato, integrando nuovi strumenti di misura. L'ultimo intervento, risalente al 2004, ha infine permesso di automatizzare il processo di acquisizione dati. Il sistema attualmente installato conta in totale 133 elementi, classificabili in:
- strumenti utili per misurare lo stato di tensione e deformazione della struttura, tra cui 12 fessurimetri, 21 celle di pressione, 2 estensimetri installati lungo i due assi principali della cupola e 56 celle di carico posizionate all'estremità di ciascun tirante
- strumenti in grado di fornire informazioni quantitative relative alle condizioni ambientali, tra cui 1 igrometro, 1 idrometro, 3 celle piezo-elettriche e 25 sensori di temperatura.



Figura 2.5 Rappresentazione schematica delle celle di carico del sistema di monitoraggio statico



Figura 2.6 Rappresentazione schematica dei due estensimetri del sistema di monitoraggio statico



Figura 2.7 Rappresentazione schematica dei fessurimetri del sistema di monitoraggio statico

Figura 2.8 Rappresentazione schematica dei sensori di temperatura del sistema di monitoraggio statico

2.4. Sistema di monitoraggio dinamico

Il sistema di monitoraggio dinamico del Santuario di Vicoforte è stato installato nel 2015 e si compone di 12 accelerometri piezoelettrici uniassiali, posizionati sulla struttura secondo lo schema rappresentato in *Figura 2.9.* Si tratta di sensori PCB, modello 393B12, caratterizzati da sensitività pari a *10 V/g*, range di frequenza di ± 5 % per frequenze comprese tra *0.15 Hz* e *1000* Hz, e frequenza di risonanza \geq *10 kHz*. La posizione ottimale dei sensori è stata ricavata applicando un apposito algoritmo ad un modello agli elementi finiti del Santuario. In particolare, questa prevede il collocamento di tre canali accelerometrici alla base della cripta, disposti lungo le tre direzioni principali di un sistema di assi cartesiani, così da monitorare le accelerazioni del terreno su cui poggia la struttura. Altri due accelerometri, sono posizionati alla base della cupola e allineati lungo le due direzioni orizzontali; altri tre sensori, sono collocati ad una quota intermedia rispetto a quelle tra cui si sviluppa la cupola e sono disposti lungo le due direzioni orizzontali. Sulla cupola è posizionato un ulteriore sensore, disposto però in direzione verticale a circa *50 m* di altezza. I restanti tre sensori sono collocati invece a circa metà dell'altezza del lanternino, sempre lungo le due direzioni orizzontali. I nomi assegnati a ciascun sensore, sono riportati nella figura che segue, in cui viene anche evidenziata la loro direzione di azione. Le loro posizioni sono invece dettagliate in *Tabella 2.1*.



Figura 2.9 Rappresentazione schematica dei canali accelerometrici che compongono il sistema di monitoraggio dinamico del Santuario di Vicoforte (Coletta, et al., 2019)

N.progressivo	Nome sensore	X [m] ³	Y [m] ³	Z [m] ³	Direzione di azione
1	C Nord 1	38.02654	25.4055	57	Y
2	C Nord 0	38.02654	25.4055	57	Х
3	CB Ovest 2	34.42654	28.1555	57	Y
4	CB SOvest 4	34.42654	35.4055	46	Х
5	CB SOvest 5	34.42654	35.4055	46	Y
6	CB Novest 6	48.72654	25.4055	46	Y
7	T NOvest 1	54.22654	25.4055	31.3	Y
8	T SOvest 2	34.42654	38.8555	31.3	Х
9	CA NOvest 3	35.7237	28.4812	50.4	Z
10	Sag 1	60.8884	35.0334	-2.5	Х
11	Sag 2	60.8884	35.0334	-2.5	Y
12	Sag 3	60.8884	35.0334	-2.5	Z

Tabella 2.1 Posizione degli accelerometri uni-assiali del sistema di monitoraggio dinamico del Santuario di Vicoforte

Il sistema di monitoraggio è stato progettato secondo uno schema *master-slave* così da limitare i rumori delle letture dovuti ai cavi di collegamento tra i sensori e la centrale di acquisizione dati, che diventano significativi quando la lunghezza dei cavi è superiore ai 50 metri; per questo motivo, i sensori collocati nella cripta trasmettono i dati ad un'unità *slave*, che a sua volta li invia all'unità di acquisizione *master*, a cui sono invece collegati direttamente i sensori dislocati sulla struttura di superficie (Coletta, et al., 2019).

2.5. Percorso guidato "Magnificat"

Il Santuario fa parte di un gruppo di luoghi storico-monumentali che è possibile visitare attraverso i percorsi guidati organizzati dall'impresa culturale *Kalatà.srl. Magnificat* è il nome dell'esperienza di visita che permette di scoprire la storia della Basilica "Regina Montis Regalis" di Vicoforte, oltreché di accedere a zone privilegiate della struttura, per ammirare la maestosità della cupola in muratura di forma ovale più grande al mondo. Le esperienze di visita proposte sono due: la prima, intitolata *percorso breve*, permette di raggiungere spazi della struttura collocati a *23 m* di altezza ed ha una durata di circa *1 h*, mentre l'esperienza completa, intitolata *salita alla cupola*, permette di accedere al cupolotto, collocato a circa *60 m* di altezza, ha una durata di circa *2 h* ed è riservata alle sole persone

³ I valori riportati sono calcolati rispetto al sistema di riferimento illustrato in Figura 2.9 .

di età maggiore di 14 anni. I percorsi sono diversificati tra di loro e prevedono più orari di ingresso giornaliero, in diversi giorni e periodi dell'anno (kalata.it, 2021).



Figura 2.10 Vista interna della cupola ellittica in muratura più grande al mondo. Foto di Paolo Masteghin

3. Analisi FEM del Santuario di Vicoforte

3.1. Introduzione

La trattazione proposta in questo capitolo ha lo scopo di fornire le linee guida da utilizzare per la progettazione della prova sperimentale. Si tratta di un'analisi ideale, condotta sulla base di ipotesi semplificative che si articola in due filoni principali: da un lato si affronta la questione relativa al posizionamento della massa ai fini di ottenere la massimizzazione della variazione delle frequenze proprie della struttura; Successivamente, viene affrontata la questione riguardante l'ottimizzazione del processo di sollecitazione della struttura, al fine di favorire l'identificabilità strutturale con i dati raccolti dal sistema di monitoraggio dinamico installato sulla struttura reale.

Prima di procedere con l'analisi, nella parte finale di questo paragrafo si chiariscono una serie di aspetti preliminari utili ad affrontare con maggiore consapevolezza la trattazione proposta successivamente.

3.1.1. Definizione della "Persona tipo"

La "persona tipo" è un individuo ipotetico preso come riferimento del gruppo di persone da coinvolgere per la realizzazione dell'esperimento ed è utilizzato come "unità" di calcolo dello studio proposto di seguito. I suoi valori antropometrici sono stati ricavati sulla base delle indicazioni fornite dalla normativa UNI EN ISO/TR 7250-2: 2011 – Misurazioni di base del corpo umano per la progettazione tecnologica (UNI CEN ISO/TR 7250-2, 2011), che riporta lo studio relativo a 10 diversi campioni di popolazione provenienti da altrettanti paesi del mondo, tra cui l'Italia. Poiché il caso studio qui proposto riguarda il Santuario di Vicoforte e il gruppo di persone da coinvolgere per l'esperimento sarà presumibilmente per la maggior parte di nazionalità italiana, si fa riferimento al solo campione di popolazione italiana. Tale campione è formato da 4020 soggetti di età compresa tra i 18 e i 65 anni ed è stato analizzato nel periodo Luglio 1990 – Settembre 1991⁴.

Considerando l'età dell'ipotetico gruppo di persone da coinvolgere, la "persona tipo" è stata immaginata appartenente alla fascia di età *18-29 anni*. Alla luce di ciò, sulla base delle informazioni fornite nella tabella 3 alla sezione 4.2 della suddetta norma e riportate di seguito in *Figura 3.1*, in

⁴ UNI EN ISO/TR 7250-2: 2011 – Misurazioni di base del corpo umano per la progettazione tecnologica - Parte 2: Rilevazioni statistiche relative a misurazioni del corpo umano corporee provenienti da singole popolazioni ISO, Tabella 3, sezione 2.2 e sezione 3.1

merito alla tendenza al cambiamento dei valori antropometrici all'interno della popolazione per effetto combinato di *tendenza secolare* ed *età*, sono stati calcolati i valori di *statura* e *massa*.

3.1.1.1. Statura della "Persona tipo"

La *Figura 3.1* mette in luce la differenza di *statura* tra le varie fasce di età del campione usato per l'indagine; in estrema sintesi, l'altezza degli individui più giovani (di ambedue i sessi) risulta maggiore rispetto a quella di tutte le altre fasce di età, quindi anche superiore al valor medio del campione visto nel suo insieme.



Figura 3.1 Statura media della popolazione del Nord, Centro e Sud Italia suddivisa per fasce di età

Per quantificare percentualmente questa differenza di altezza, si è fatto riferimento ai dati riportati nelle *Tabella 3.1*, costruita analizzando graficamente le informazioni della *Figura 3.1*.

Masshi [mm]		Età [anni]					
IVI	aschi [mm]	<29	30-39	40-49	50-59	>60	
nza	Nord Italia	1758	1733	1728	1705	1687	
venie	Centro Italia	1752	1764	1714	1705	1690	
Prov	Sud Italia	1729	1706	1683	1675	1657	

Femmine [mm]		Età [anni]					
		<29	30-39	40-49	50-59	>60	
nza	Nord Italia	1636	1622	1605	1592	1579	
venie	Centro Italia	1628	1618	1597	1578	1550	
Prov	Sud Italia	1595	1573	1557	1534	1529	

Tabella 3.1 Statura media della popolazione del Nord, Centro e Sud Italia suddivisa per fasce di età

Per prima cosa si è calcolata la statura media della popolazione appartenente alla fascia di età *18-29 anni*, distinguendo il campione facente parte del genere maschile da quello femminile. A tal proposito, è stata utilizzata l'*Equazione 3.1*.

$$S_{<29,media} = \frac{S_{<29,Nord} + S_{<29,Centro} + S_{<29,Sud}}{3}$$
 Equazione 3.1

con: $S_{<29,media}$ =Statura media del campione considerato, in [mm]; $S_{<29,Nord}$ =Statura del sottogruppo di persone proveniente dal Nord Italia, in [mm]; $S_{<29,Centro}$ =Statura del sottogruppo di persone proveniente dal Centro Italia, in [mm]; $S_{<29,Sud}$ =Statura del sottogruppo di persone proveniente dal Sud Italia, in [mm];

I valori ottenuti, per la popolazione maschile e quella femminile sono rispettivamente pari a circa 1746 *mm* e 1620 *mm*.

Questi valori sono stati confrontati con l'altezza media del campione di popolazione italiana di età compresa tra 18 e 65 anni, riportata dalla norma nella *Tabella 4* alla *sezione 4.1.2* e richiamata di seguito.

Tabella 3.2 Sezione 4.1.2 della Tabella 4 della norma UNI EN ISO/TR 7250-2: 2011

No.	IS me	O 7250-1 asurement		Simple size n	Mean	SD	P1	Р5	P50	P95	P99
		Stature	Male	2011	1716	69	1563	1601	1714	1834	1883
2	4.1.2	(body	Female	2011	1592	64	1443	1490	1590	1695	1757
		height), mm	Total	4021	1654	91	1463	1512	1652	1806	1862

La differenza percentuale di altezza tra la popolazione giovane e l'intera popolazione è stata determinata attraverso l'*Equazione 3.2*.

$$\Delta_{Statura} = \frac{S_{<29,media} - S_{media}}{S_{media}} \cdot 100$$
 Equazione 3.2

con: $\Delta_{Statura}$ =Variazione percentuale della statura media, in [%]; S_{media} =Statura media della popolazione italiana di età compresa tra i 18 e 65 anni,pari a 1716 mm per i maschi e 1592 mm per le femmine (Tabella 3.2);

La variazione percentuale ottenuta è pari a 1.77 % per la popolazione maschile e a 1.74 % per quella femminile.

Si può quindi ipotizzare che non vi sia una differenza di comportamento tra le due popolazioni indagate, divise per genere. In sostanza, l'effetto combinato di *tendenza secolare* ed *età* porta ad un incremento dell'altezza della popolazione giovane rispetto ai valori medi della popolazione di tutte le fasce di età stimato in circa 1.75 punti percentuali, indipendentemente dal sesso.

Sulla base di ciò, l'altezza della "persona tipo", che non ha un genere prestabilito, è determinata facendo riferimento al valore medio della popolazione, ovvero 1654 mm, incrementato dell'1.75 %; in definitiva, risulta pari a 1683 mm.

3.1.1.2. Massa corporea della "Persona tipo"

La massa corporea della "persona tipo" è correlata alla sua statura, ragion per cui occorre tener conto anche in questo caso della variazione dei valori antropometrici dovuta all'effetto combinato di *tendenza secolare* ed *età*.

La massa corporea dell'intero campione, mediata rispetto all'età e al sesso, è pari a 68 kg, secondo quanto riportato nella *Tabella 4* alla *Sezione 4.1.1* della norma UNI EN ISO/TR 7250-2: 2011, richiamata qui di seguito.

No.	IS me	O 7250-1 asurement		Simple size n	Mean	SD	P1	Р5	P50	P95	P99
1 4.1.1		Deduces	Male	1974	76	10	54	60	75	93	103
	BODY mass	Female	1980	60	9	43	48	59	78	88	
	(weight), kg	Total	3954	68	12	45	50	67	83	96	

Tabella 3.3 Sezione 4.1.1 della Tabella 4 della norma UNI EN ISO/TR 7250-2: 2011

In assenza di un'apposita indagine relativa alla *massa corporea* del campione, l'effetto sopra citato viene tenuto in considerazione ipotizzando lo stesso incremento percentuale trovato per la *statura*, ovvero 1.75%. In definitiva, la *massa corporea* della *persona tipo* è stimata pari a 69 kg, ovvero il valor medio della popolazione di età compresa tra 18 e 65 anni incrementato del 1.75%.

3.1.1.3. Valori Antropometrici della "Persona tipo"

Nella tabella seguente, sono sintetizzate le caratteristiche della "persona tipo" utilizzate nel prosieguo della trattazione:

Tabella 3.4 Valor	i antropometrici	della persona	tipo
-------------------	------------------	---------------	------

Fascia di Età [anni]	Statura [mm]	Massa Corporea [kg]
18-29	1683	69

3.1.2. Modello agli elementi finiti

Lo studio è sviluppato attraverso l'uso di un modello agli elementi finiti del Santuario di Vicoforte. Il modello, realizzato in ANSYS⁵, è stato oggetto di diversi miglioramenti nel corso degli anni; la versione usata in questa tesi, è stata aggiornata per l'ultima volta nell'ambito dello studio di ricerca sui metodi di calibrazione dei modelli agli elementi finiti di strutture monumentali che ha portato alla pubblicazione dell'articolo scientifico *"Thermoelastic finite element model updating with application to monumental buildings"* nel Novembre 2019 (Ceravolo, De Lucia, Miraglia, & Pecorelli, 2020).

Il modello è stato realizzato partendo dai dati geometrici della struttura raccolti per mezzo di un laser scanner dal Team di ricerca della Nagoya City University coordinato dal Professor T. Aoki, integrati con misurazioni di dettaglio raccolte durante vari sopralluoghi (Casalegno, Ceravolo, Chiorino, Pecorelli, & Zanotti Fragonara, 2014). La struttura è stata costruita utilizzando circa 210 000 elementi e un totale di circa 119 000 nodi; la dimensione media della mesh usata è di circa 0.8 m e varia via via che ci si sposta dal basamento al lanternino. Il terreno di appoggio è stato modellato usando due diversi tipi di materiali, uno per lo strato di argilla e uno per quello di marna. All'interno del modello sono stati utilizzati elementi finiti di tipo *link, beam, shell e solid* per modellare i diversi elementi della struttura secondo quanto riassunto in *Tabella 3.5*. Le caratteristiche meccaniche dei materiali utilizzati, sono invece riportate in *Tabella 3.6*.

Modellazione	Elemento	GDL	Funzioni di forma
Collegamento con il fabbricato "Casa Regina Montis Regalis"	LINK 11	3	lineare
Sistema di cerchiaggio	BEAM 188	6	lineari
Struttura principale	SHELL 63	6	lineari
Basamento e suolo	SOLID 45	3	lineari

Tabella 3.5 Tipologia di elemen	ti finiti utilizzati per la n	nodellazione e relative caratteristiche
---------------------------------	-------------------------------	---

Macro-elemento	E [GPa]	v [-]	ρ [kg/m³]
Torri campanarie	4.50	0.35	1800
Basamento	2.00	0.35	1800
Contrafforti	5.50	0.30	1700
Argilla	0.75	0.35	1900

⁵ ANSYS è un software di modellazione agli elementi finiti, sviluppato e distribuito dalla software-house statunitense *Ansys, Inc.*; in queste tesi si utilizza esclusivamente il modulo *Mechanical APDL* nella versione 17.2

Cupola	5.50	0.35	1700
tamburo	2.30	0.35	1700
Laterna	5.60	0.35	1800
Marna	5.0	0.35	2100
Acciaio	210.00	0.30	7800

Il modello trascura alcuni elementi presenti nella struttura reale che hanno un ruolo marginale ai fini del comportamento strutturale del santuario; si tratta, in particolare, della copertura in legno del tiburio, degli elementi murari non portanti, delle scale interne e della parte sommitale del lanternino.



Figura 3.2 Modello agli elementi finiti del Santuario di Vicoforte e del suolo su cui poggia

3.2. Analisi Statica

La prima parte dell'analisi affronta la problematica relativa al posizionamento della massa sulla struttura. L'idea di aggiungere massa nasce dalla volontà di simulare un danneggiamento strutturale da individuare attraverso una variazione delle frequenze proprie della struttura; queste vengono ottenute tramite identificazione strutturale sfruttando le letture del sistema di monitoraggio dinamico installato sul Santuario di Vicoforte nel 2015.

3.2.1. Variazione dei parametri dinamici di un oscillatore sottoposto a danneggiamento

La massa, così come la rigidezza del sistema, sono strettamente collegate alle frequenze proprie della struttura. Per mettere in luce questa relazione, si tratta di seguito il problema di uno dei più semplici sistemi oscillanti.

Si consideri un sistema ideale *massa-molla* con un solo grado di libertà, formato da una massa m collegata ad una molla di rigidezza k, in condizioni libere e non smorzate; quando il sistema subisce una perturbazione, la massa inizia ad oscillare, realizzando uno spostamento u(t):



Figura 3.3 Oscillatore ad un grado di libertà non smorzato

L'equazione del moto è dunque:

 $m \cdot \ddot{u}(t) + k \cdot u(t) = 0$ Equazione 3.3

cercando la soluzione nella forma:

 $u(t) = e^{\alpha \cdot t}$ Equazione 3.4

si ottiene, sostituendo nell'Equazione 3.4, che:

$$\alpha = \pm \sqrt{-k/m} = \pm j \cdot \omega_n$$

con: *j* = unità immaginaria;

 ω_n = pulsazione naturale della struttura, in [rad/s];

La pulsazione naturale, dunque, è una caratteristica propria del sistema, dipende cioè solo dalla sua massa e rigidezza. Inoltre, è legata alla frequenza naturale di oscillazione del sistema f_n dall'*Equazione* 3.6:

$$\omega_n = 2 \cdot \pi \cdot f_n$$
 Equazione 3.6

che può essere riscritta come:

$$f_n = \frac{\sqrt{k/m}}{2 \cdot \pi}$$
 Equazione 3.7

Si immagini, ad esempio, che la *Figura 3.3* rappresenti la schematizzazione di un portale piano di tipo *shear-type* con massa concentrata al traverso, infinitamente rigido, pari a 25 000 kg; quando opportunamente sollecitato, il traverso è in grado di realizzare esclusivamente uno spostamento orizzontale sul piano del foglio, u(t). L'elemento orizzontale è sorretto da due piedritti di massa trascurabile e rigidezza flessionale pari a $8 \cdot 10^5 N/m$, molto inferiore rispetto a quella del traverso, ragion per cui è lecito ipotizzare un vincolo di tipo incastro tra questi e il traverso stesso; anche il vincolo tra i piedritti e il suolo è di tipo incastro. La rigidezza del sistema, rappresentata dalla molla in *Figura 3.3*, è data dalle rigidezze flessionali dei due piedritti che formano un sistema in parallelo, pertanto, è pari alla loro somma.



Figura 3.4 Telaio shear-type a un solo grado di libertà integro

Equazione 3.5

Utilizzando l'*Equazione 3.7*, si calcola la frequenza propria di oscillazione del portale ($f_{n,integro}$), che risulta esser pari a 1.27 Hz.

Si ipotizzi ora che un possibile evento avverso si abbatta sul piedritto di sinistra della struttura, causando un danno quantificabile in una riduzione del 40% della sua rigidezza (*Figura 3.5*). La struttura danneggiata ha ora una frequenza propria di oscillazione $f_{n,dan}$ inferiore rispetto a quella calcolata per la medesima struttura integra, pari a circa 1.14 Hz.

Lo stesso comportamento strutturale del portale danneggiato, in termini di frequenza di oscillazione, può essere simulato evitando di danneggiare il piedritto di sinistra. È infatti sufficiente aumentare la massa del solaio del 25% per ottenere una frequenza propria di oscillazione ($f_{n,var}$) pari a circa 1.14 *Hz*. (*Figura 3.6*).



Figura 3.5 Telaio shear-type a un solo grado di libertà
danneggiatoFigura 3.6 Telaio shear-type a un solo grado di libertà
con variazione della massa del solaio

In generale, quindi, un danno strutturale localizzato in un determinato punto del sistema, che nella maggior parte dei casi porta ad un decadimento della rigidezza locale, può teoricamente essere simulato facendo variare localmente in maniera opposta la massa. Sono tuttavia documentate alcune situazioni di danneggiamento che hanno portato, almeno inizialmente, ad un aumento della rigidezza del sistema; tra queste vi è il caso del *Ponte I-40* che si sviluppa sul fiume Rio Grande in Mexico (USA), descritto dettagliatamente nell'articolo scientifico "Statistical damage classification under changing environmental and operational conditions" (Sohn, Worden, & Farrar, Statistical damage classification under changing environmental and operational conditions, 2002) . Altro esempio è quello del ponte *Z24*, ubicato in Svizzera tra le città di *Koppigen e Utzenstorf*, documentato nell'articolo "*Description of Z24 Benchmark*" (Maeck & De Roeck, 2003), in cui si mette in luce come le frequenze dei primi 5 modi di vibrare della struttura subiscono variazioni non monotone man mano che aumenta il danno arrecato alle pile del ponte stesso.

Il Santuario di Vicoforte e il suo FEM usato in questo studio, sono sistemi molto più complessi rispetto al portale *shear-type* dell'esempio, caratterizzati da un numero elevatissimo di gradi di libertà; nonostante ciò, la relazione che lega massa e rigidezza alle frequenze proprie resta valida, pertanto le considerazioni fatte per l'esempio del portale *shear-type* possono essere estese anche a questi sistemi.

Ai fini dello studio, si è quindi deciso di individuare le posizioni più significative da un punto di vista geometrico e strutturale in cui collocare la massa aggiuntiva, avendo anche un occhio di riguardo per le posizioni realmente accessibili.

3.2.2. Posizioni di interesse per l'aggiunta di massa concentrata al Santuario

Il sistema *tamburo-cupola-lanternino* del Santuario di Vicoforte è caratterizzato da due piani di simmetria, ortogonali tra di loro. Ai fini dello studio della struttura, è quindi stato definito un sistema di riferimento cartesiano destrorso i cui assi *X* ed *Y* corrono rispettivamente lungo la direzione dell'asse maggiore e minore dell'ovale di base della cupola. La direzione verticale, contraddistinta come asse *Z*, risulta quindi uscente dal piano del foglio in *Figura 3.7*. L'origine del sistema di riferimento è posizionata in modo che ogni punto della struttura sia caratterizzato da coordinate di segno positivo.



Figura 3.7 Pianta del Santuario di Vicoforte con sezioni principali ed assi del sistema di riferimento cartesiano

Sono quindi state identificate due sezioni principali, lungo cui condurre l'analisi.

- Sezione A-A si sviluppa lungo l'asse maggiore dell'ovale; si tratta di una sezione asimmetrica rispetto all'asse verticale passante per il centro dell'ovale alla base della cupola, caratterizzata da un lato dalla presenza dell'abside e dall'altro dell'ingresso principale del Santuario.
- Sezione B-B Si sviluppa lungo l'asse minore dell'ovale; la sezione risulta essere asimmetrica rispetto all'asse verticale dell'ovale di base della cupola per via della diversa inclinazione della copertura del basamento sui due lati della struttura.

Le posizioni scelte e riportate qui di seguito, sono descritte brevemente e ordinate in senso crescente in riferimento alla loro quota:

POSIZIONE 1

Si tratta della posizione con quota minore tra quelle prese in considerazione, pari a circa 5.80 m dal piano campagna. Questa quota ricade a circa metà dell'altezza degli 8 contrafforti principali disposti sul perimetro dell'ovale centrale; in particolare corrisponde al punto in cui i colonnati sorreggono i balconcini sopraelevati.

POSIZIONE 2

Si trova alla quota in cui gli 8 contrafforti iniziano a collaborare per mezzo degli archi a tutto sesto che percorrono l'intero perimetro dell'ovale centrale; si è scelto di valutare questa posizione in corrispondenza della mezzeria degli spazi più esterni del basamento.

POSIZIONE 3

Posizione caratterizzata da un valore di quota pari a circa *19.50 m*; si tratta dell'altezza a cui il basamento del Santuario termina ed inizia lo sviluppo del tamburo. Rappresenta, dunque, un punto di marcata importanza strutturale, in cui la rigidezza flessionale verticale lungo le due direzioni principali varia sensibilmente.

POSIZIONE 4

Si tratta della quota di culmine del tamburo, collocata a circa *31 m* d'altezza. La posizione assume importanza strutturale anche in virtù del fatto che proprio a questa quota è collocato il sistema di cerchiaggio realizzato nel triennio 1985-1987 e composto da 4 livelli di barre di acciaio pretese. A questa quota sono anche posizionati diversi sensori di misura facenti parte sia del sistema di monitoraggio statico che di quello dinamico.

POSIZIONE 5

È la posizione in cui inizia lo sviluppo della copertura esterna in legno del tiburio, sopra la cupola in muratura, alla quota di circa 42 m; ha anche una valenza strutturale per via dell'irregolarità della sezione in muratura della cupola stessa.

POSIZIONE 6

Si trova a circa metà del tiburio, alla quota di circa *46 m*. Si è scelto di prendere in considerazione questa posizione così da infittire i punti di studio nella zona di maggiore interesse della struttura.

POSIZIONE 7

Si tratta della zona in cui la cupola termina e diventa base di appoggio per lo sviluppo della lanterna, alla quota di circa *50 m*. È una posizione strutturalmente molto importante in quanto punto di contatto tra due elementi strutturali differenti.

POSIZIONE 8

è la quota in cui il lanternino ha una riduzione di rigidezza flessionale dovuta alla presenza delle monofore all'interno della parete muraria. Si trova alla quota di circa *53 m*.

POSIZIONE 9

È il punto più alto preso in considerazione, di quota pari a circa *60 m*. Da un punto di vista geometrico, si tratta dell'altezza in cui le pareti verticali del lanternino si collegano alla piccola copertura ellissoidica.

Tutte queste posizioni sono state prese in considerazione su ambedue le sezioni principali sopra illustrate. Al fine di rendere univocamente identificabile ciascuna posizione, si è scelto di organizzare un'apposita nomenclatura che prevede di affiancare al numero della posizione, la lettera *A* o *B* rispettivamente per indicare che si sta facendo riferimento alla *Sezione AA* o alla *Sezione BB*.

Per quanto riguarda la sola *Sezione AA*, che risulta caratterizzata da un'asimmetria più marcata, dovuta alla presenza dell'abside su uno solo dei due lati e alla giacitura della lente di argilla presente nel suolo sottostante la sezione, si prendono in considerazioni due ulteriori posizioni:

POSIZIONE 10

Si tratta della posizione simmetrica rispetto alla 2, collocata quindi a circa 11.50 m di altezza;

POSIZIONE 11

indaga il comportamento della struttura alla quota di circa 14.5 m, ossia l'altezza a cui inizia lo sviluppo della cupola semisferica absidale.



SEZIONE A-A

Figura 3.8 Sezione trasversale AA del Santuario di Vicoforte



SEZIONE B-B

Figura 3.9 Sezione trasversale BB del Santuario di Vicoforte

L'utilizzo del FEM per eseguire l'analisi, tuttavia, comporta delle limitazioni che è opportuno conoscere. Innanzitutto, trattandosi di un modello che ha come fine l'analisi strutturale globale della struttura, tralascia dettagli geometrici costruttivi responsabili di fenomeni locali; la modellazione della superficie di base su cui poggia il Santuario, ad esempio, non include le piccole differenze di quota presenti nella realtà ed evidenziate in *Figura 3.8* e *Figura 3.9*. D'altro canto, si tratta di un modello agli elementi finiti, ragion per cui si è inevitabilmente cercato un compromesso tra accuratezza del modello ed onere computazionale richiesto, ottimizzando il numero di elementi utilizzati per la discretizzazione. Ne consegue che i nodi del modello utilizzati per simulare le posizioni sopra elencate, hanno delle coordinate spaziali leggermente differenti da quelle prima riportate.

Altro aspetto molto importante di cui tener conto è la necessità di considerare due nodi distinti disposti simmetricamente rispetto alla posizione di interesse nei casi in cui non siano presenti nodi sulla sezione stessa relativamente vicini alla posizione individuata.

Si riporta di seguito una tabella riassuntiva in cui vengono indicati i nodi utilizzati per rappresentare all'interno del FEM ciascuna posizione. Il sistema di riferimento cartesiano destrorso utilizzato all'interno del modello è lo stesso di quello rappresentato in *Figura 3.7*.

Posizione	Nodo	X [m]	Y [m]	Z [m]
1 ^	87229	17.2000	21.4000	5.7000
IA	87488	17.2000	29.4000	5.7000
2A	156414	8.0260	25.5910	14.5600
3A	146248	14.7059	25.4034	18.0133
4.0	146655	14.7164	24.8834	31.2100
4A	146785	14.7254	26.0634	31.2100
5A	157882	17.0634	25.4069	42.5130
6A	165831	23.7993	25.4070	47.0508
7A	165814	30.2829	25.4061	50.4457
8A	168188	30.2829	25.4061	52.2457
9A	167422	30.2829	25.4058	57.2457
104	157132	62.0000	20.9000	12.4000
10A	156922	62.0000	29.9000	12.4000
11A	156753	71.2869	25.4000	14.4111

Posizione	Nodo	X [m]	Y [m]	Z [m]
10	131165	30.1000	37.0173	6.0000
ID	130122	38.6000	37.0173	6.0000
20	153999	30.1000	44.0000	11.9500
ZD	153960	38.6000	44.0000	11.9500
3B	144941	34.2168	38.9668	19.0179
4 D	144400	33.9484	38.9630	31.2100
4D	144460	35.1284	38.9624	31.2100
5B	157346	34.4594	37.5631	42.4621
6B	164775	34.2721	32.8262	47.1367
7B	164659	34.2186	28.4125	50.4458
8B	168078	34.4501	28.4162	52.2458
9B	167425	34.4264	28.4150	57.2458

3.2.3. Modello Scarico

Lo studio della variazione di frequenza in seguito all'aggiunta di massa si basa sul confronto tra le frequenze proprie del modello agli elementi finiti a cui è stata aggiunta della massa e quelle del

modello scarico, ovvero del FEM la cui massa è esattamente uguale a quella presente nella struttura reale. I due modelli appena descritti verranno di seguito indicati rispettivamente come *modello carico* e *modello scarico*.

Per prima cosa, quindi, si valutano le caratteristiche strutturali del modello scarico, risolvendo il problema agli autovalori, così da quantificare le frequenze di oscillazione proprie della struttura da utilizzare come riferimento nel prosieguo dello studio. In particolare, l'analisi è condotta in Ansys scegliendo l'opzione *Modal Analisys*, configurata come segue:

- Metodo di estrazione dei modi: Block Lanczos
- Numero di modi da estrarre: 20
- Espansione delle forme modali: SI
- Numero di modi da espandere:20
- Calcolo dei risultati per gli elementi: NO
- Utilizzo dell'approssimazione "Lumped mass": NO
- Includere effetti della pretensione: NO
- Opzioni per l'analisi modale con il metodo Block Lanczos:
 - 1. Frequenza iniziale: 0 (Default)
 - 2. Frequenza finale: 0 (Default)
 - 3. Normalizzazione delle forme modali: rispetto alla matrice di massa

Le frequenze modali estratte e le relative masse modali partecipanti nelle varie direzioni cartesiane sono riportare in *Tabella 3.8*.

					Massa partecipante	e [kg]	
ID freq	Frequenza [Hz]	direzione X	direzione Y	direzione Z	Rotazionale attorno X	Rotazionale attorno Y	Rotazionale attorno Z
1	1.287461	221447	9549440	149	8207060000	191244000	569540000
2	1.377792	11438600	1038740	4329	1067220000	9448600000	18012100000
3	1.393326	296822	5934050	120	5483290000	289687000	16726800000
4	1.418805	2218540	49081	486	56020400	1844800000	244729
5	1.441020	186485	493009	1867	373729000	148567000	6143600
6	1.472678	240782	60140	452	53826800	239096000	441645000
7	1.509755	3113400	48197	18	48656600	2679250000	2043300000
8	1.528349	185735	344857	208	326789000	152953000	2140600000
9	1.927470	83267	21065800	4558	18797600000	109499000	21153900000
10	2.111368	25023400	109116	35620	213511000	17805500000	19551000000
11	2.843342	9914	78154	349	82998700	4510310	13307500000
12	3.459489	20736	144524	32682	31749300	464298000	106209000
13	3.708626	6692	807232	806	3706960	1765530	962473000
14	3.893469	36728	13821100	6993	214167	36886900	15620200000

Tabella 3.8 Frequenze proprie di oscillazione dei modi di vibrare del modello scarico e relative masse modali partecipanti

15	4.180159	9796110	31133	337372	179766000	192393000	5550270000
16	4.280622	1337050	2753	463341	306265000	421374000	796525000
17	4.440629	197469	16854	124759	98939600	676350000	1052920000
18	4.454255	190896	5161	349510	216228000	526296000	421943000
19	4.545714	78007	3377	915952	404390000	477417000	1599560000
20	4.558004	99952	11247	103370	246483000	44061300	1938290000

Le celle contenenti i valori di massa modale partecipante per ognuna delle 20 frequenze, sono state campite con un colore tanto più marcato quanto più il suo valore risulta grande rispetto agli altri della stessa colonna. Risulta quindi facile osservare come i primi due modi flessionali lungo la direzione *X* sono quelli relativi alla frequenza 10 e 15, pari rispettivamente a circa *2.11 Hz* e *4.18 Hz*; i primi due modi flessionali lungo *Y* sono invece quelli relativi alle frequenze 9 e 14, rispettivamente pari a circa *1.93 Hz* e *3.89 Hz*. Inoltre, è opportuno notare che tutti i modi sopra citati hanno anche una componente torsionale non trascurabile, evidenziata della massa partecipante di tipo rotazionale attorno all'asse *Z*; quest'ultimo aspetto era già stato messo in luce nell'articolo scientifico scientifico *"Thermoelastic finite element model updating with application to monumental buildings"* (Ceravolo, De Lucia, Miraglia, & Pecorelli, 2020).

Lo studio, da qui in poi, si concentrerà esclusivamente su queste quattro frequenze:

- Frequenza 9 = 1.927470 Hz ←→ 1° Frequenza flessionale in direzione Y
- Frequenza 10 = 2.111368 Hz $\leftarrow \rightarrow$ 1° Frequenza flessionale in direzione X
- Frequenza 14= 3.893469 Hz ←→ 2° Frequenza flessionale in direzione Y
- Frequenza 15 = 4.180159 Hz ←→ 2° Frequenza flessionale in direzione X



-.225E-03 -.956E-04 .336E-04 .163E-03 .292E-03 .357E-03 .357E-03

Figura 3.10 Vista trasversale Sud della forma modale n. 9



-.225E-03 -.956E-04 .336E-04 .163E-03 .222E-03 .357E-03 .357E-03

Figura 3.11 Vista longitudinale Ovest della forma modale n. 9



Figura 3.12 Vista trasversale Sud della forma modale n. 10



.433E-03 .560E-03 .306E-03





Figura 3.16 Vista trasversale Sud della forma modale n. 15



-.218E-03 -.974E-04 .234E-04 .144E-03 .265E-03 .325E-03 .325E-03

Figura 3.13 Vista longitudinale Ovest della forma modale n.10



-.581E-03 -.327E-03 -.739E-04 .180E-03 .433E-03 .560E-03 .560E-03 .560E-03





Figura 3.17 Vista longitudinale Ovest della forma modale n.15

3.2.4. Analisi Statica posizioni della Sezione BB

La procedura seguita per aggiungere la massa al FEM realizzato in Ansys comprende una serie di passaggi preliminari.

Per prima cosa sono stati creati dei *Keypoint* ausiliari utili ad individuare in modo preciso la posizione dello spazio cartesiano in cui andare ad aggiungere la massa. Ogni *Keipoint* è stato numerato seguendo uno schema logico che permette con immediatezza di capire a quale posizione è associato; il numero identificativo è quindi ottenuto per accostamento di tre parametri:

ID Keypoint =
$$p_1 p_2 p_3$$

con: p_1 = parametro relativo alla sezione di appartenenza; in questo caso, trattandosi dello studio della *Sezione-BB*, esso è pari a 40^6 .

 p_2 = si tratta del parametro relativo alla posizione; deve essere espresso necessariamente attraverso due cifre, quindi, in questo caso sarà pari a 01, 02, ..., 09.

parametro relativo alla modellazione della posizione; nel caso in cui la posizione in questione è modellata attraverso un unico nodo, esso è pari a 1, assume invece valore 2 per le posizioni modellate con 2 nodi simmetrici rispetto alla sezione.

Quanto appena illustrato, è sintetizzato nella seguente tabella:

Posizione	Nodo	Keypoint	X [m]	Y [m]	Z [m]
10	131165	40011	30.1000	37.0173	6.0000
IB	130122	40012	38.6000	37.0173	6.0000
20	153999	40021	30.1000	44.0000	11.9500
20	153960	40022	38.6000	44.0000	11.9500
3B	144941	40031	34.2168	38.9668	19.0179
40	144400	40041	33.9484	38.9630	31.2100
46	144460	40042	35.1284	38.9624	31.2100
5B	157346	40051	34.4594	37.5631	42.4621
6B	164775	40061	34.2721	32.8262	47.1367
7B	164659	40071	34.2186	28.4125	50.4458

Tabella 3.9 Numeri identificatici dei keypoint che individuano le posizioni di interesse della Sezione BB

⁶ Si sceglie di usare il numero 40 così che i nuovi *keypoint* siano associati ad un numero identificativo maggiore o uguale a 40 000; in questo modo si può pianificare la nomenclatura da assegnare ai *keipoint* senza incorrere nel rischio di assegnare un valore inferiore a quello massimo già assegnato ad altri *keypoint*, operazione non consentita da Ansys.

8B	168078	40081	34.4501	28.4162	52.2458
9B	167425	40091	34.4264	28.4150	57.2458

Si è quindi passati a definire un nuovo tipo di elemento finito utile ad aggiungere una determinata massa in un preciso punto dello spazio; l'elemento scelto, tra quelli disponibili in Ansys, è il *MASS21*.

Le caratteristiche principali dell'elemento MASS21 sono disponibili nella libreria online di Ansys⁷ e sono riportate in sintesi nel paragrafo *3.2.4.1. Descrizione e configurazione dell'elemento finito MASS21*, seguite dalla descrizione della configurazione scelta per sviluppare l'analisi proposta.

Chiariti questi aspetti, si descrive ora il processo utilizzato per aggiungere la massa in una determinata posizione e risolvere il problema agli autovalori del *modello caricato* così da ricavare le frequenze proprie di oscillazione. In particolare, si riporta la procedura utilizzata per l'analisi del modello caricato con una massa aggiuntiva pari a quella di *10 persone tipo*, ovvero persone le cui caratteristiche fisiche sono quelle descritte al paragrafo *3.1.1.3. Valori Antropometrici della "Persona tipo"*, aggiunta in posizione 1B. Quest'ultima è modellata attraverso 2 nodi le cui coordinate sono le stesse dei due *keypoint* ad essi associati.

Tabella 3.10 Numero identificativo dei nodi e dei keypoints associati alla posizione 1B						
Posizione	Nodo	Keypoint	X [m]	Y [m]	Z [m]	

POSIZIONE	NUUU	кеуропп	^ [III]	тции	2 [III]
1 D	131165	40011	30.1000	37.0173	6.0000
IB	130122	4001 2	38.6000	37.0173	6.0000

Per prima cosa, si configurano i parametri dell'elemento finito, quindi, definita ed applicata la mesh ai *keypoint* di interesse, si procede con la configurazione dell'analisi da sviluppare. Anche in questo caso si seleziona e si lancia la risoluzione del problema agli autovalori utilizzando le stesse impostazioni già viste per il *modello scarico*.

I dettagli della procedura e dei comandi utilizzati per sviluppare l'analisi sono riportati nel paragrafo 3.2.4.2. Implementazione in Ansys dell'Analisi Statica della posizione 1B

La procedura seguita per l'analisi della posizione 1B viene ripetuta per tutte le altre posizioni di interesse individuate sulla sezione BB. L'analisi viene condotta più volte per ognuna delle posizioni,

⁷ La libreria degli elementi finiti disponibili in ANSYS è disponibile online all'indirizzo web: <u>https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v202/en/ans elem/Hlp E LIBR</u> <u>ARY.html</u> ; la scheda relativa all'elemento *MASS21* si può invece trovare all'indirizzo: <u>https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v202/en/ans elem/Hlp E MA</u> <u>SS21.html</u>

variando di volta in volta l'entità di massa aggiunta allo scopo di individuare la relazione che sussiste tra entità di massa aggiunta e variazione di frequenza.

I valori di massa da testare sono stati definiti facendo riferimento ad un determinato numero di *persone tipo*; in particolare sono stati scelti i valori riportati in tabella *Tabella 3.11*.

Al fine di ottenere delle curve *massa aggiunta – variazione di frequenza*, posizione per posizione, che siano quanto più possibile supportate da simulazioni numeriche, si è scelto di infittire il numero di persone preso in considerazione fin tanto che questo è ragionevolmente piccolo e quindi compatibile con un'eventuale prova reale. I numeri sono poi via via più distanti fra di loro man mano che le persone prese in considerazione sono sempre di più. Si è scelto di studiare anche casi relativi a numeri particolarmente grandi, per un valore massimo di *10 000 persone tipo*.

	ID Analisi									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N. di persone tipo [-]	10	20	30	40	50	60	80	100	130	160
Massa totale[kg]	690	1380	2070	2760	3450	4140	5520	6900	8970	11040

Tabella 3.11 Valori di massa aggiuntiva concentrata indagati

	ID Analisi									
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
N. di persone tipo [-]	190	220	250	300	350	400	450	500	750	1000
Massa totale[kg]	13110	15180	17250	20700	24150	27600	31050	34500	51750	69000

	ID Analisi								
	21	22	23	24	25	26	27	28	29
N. di persone tipo [-]	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000	10000
Massa totale[kg]	138000	207000	276000	345000	414000	483000	552000	621000	690000

3.2.4.1. Descrizione e configurazione dell'elemento finito MASS21

Si tratta un elemento puntuale che può avere fino a 6 gradi di libertà: le traslazioni nelle direzioni nodali X,Y e Z e rotazioni attorno agli stessi assi nodali. Per ogni direzione cartesiana può essere assegnata una massa e inerzia rotazionale differente; è invece esclusa la possibilità di applicare forze di superficie o di volume.

E' definito attraverso un unico nodo avente massa concentrata nelle direzioni del sistema di coordinate dell'elemento di dimensione [Forza · Tempo²/Lunghezza] e inerzia rotazionale attorno agli assi del sistema di riferimento dell'elemento di dimensione [Forza-Lunghezza-Tempo²].



Figura 3.18 Elemento finito MASS21

L'elemento è personalizzabile attraverso una serie di Keyoption, descritte brevemente di seguito:

- a) KEYOPTION 1 permette di scegliere come interpretare i parametri assegnati tramite il comando *REAL CONSTANT*. Quando questa opzione è pari a 0, i parametri vengono interpretati come masse ed inerzie rotazionali; sono invece interpretati come volumi ed inerzie/densità rotazionali, nel caso in cui l'opzione è posta pari a 1.
- b) KEYOPTION 2 permette di definire il sistema di coordinate iniziali dell'elemento. Può essere posto pari a 0, nel caso in cui si vuole che il sistema di riferimento dell'elemento sia parallelo a quello globale; pari ad 1, con la conseguenza che il sistema di riferimento sia inizialmente parallelo a quello nodale, oppure, può essere scelto uguale a 4 così da avere un sistema di coordinate iniziali dell'elemento parallelo al sistema personalizzato definito dall'utente.
- c) KEYOPTION 3 permette di definire i gradi di libertà dell'elemento; in particolare si può avere:

Keyoption 3	Descrizione	Gradi di libertà ⁸	
0	Elemento massa 3D con inerzia rotazionale	UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ	
2	Elemento massa 3D senza inerzia rotazionale	UX, UY, UZ	
3	Elemento massa 2D con inerzia rotazionale	UX, UY, ROTZ	
4	Elemento massa 2D senza inerzia rotazionale	UX, UY	

Tabella 3.12 Descrizione keyoption 3 dell'elemento finito MASS 21

A seconda della Keyoption 3 scelta, i valori dei parametri devono essere introdotti attraverso l'uso del comando REAL CONSTANT secondo le indicazioni riportate in tabella:

Tabella 3.13 Gradi di libertà e parametri della REAL CONSTANT associati alle diverse configurazioni della keyoption 3 dell'elemento finito MASS 21

Keyoption 3	Gradi di libertà ⁸	Parametri REAL CONSTANT ⁹
0	UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ	MASSX, MASSY, MASSZ, IXX, IYY, IZZ
2	UX, UY, UZ	MASSX, MASSY, MASSZ
3	UX, UY, ROTZ	MASSX, MASSY, IZZ
4	UX, UY	MASSX, MASSY

L'elemento scelto per questa analisi è caratterizzato come *Elemento massa 3D senza inerzia rotazionale*; il numero di gradi di libertà è quindi pari a 3, ovvero le tre traslazioni lungo gli assi del sistema di riferimento nodale, e i parametri definiti tramite *REAL CONSTANT* sono *MASSX*, *MASSY* e *MASSZ*. Si è mantenuta l'opzione di default per quanto riguarda le KEYOPTIONS 1 e 2, ovvero l'opzione 0.

All'interno del modello agli elementi finiti utilizzato, l'elemento *MASS21* appena definito viene aggiunto come *Element type n.5*; le *REAL CONSTANT*, definite rispettivamente per le posizioni modellate con un unico nodo e con due nodi, sono invece aggiunte come *REAL CONSTANT n.12* e *REAL CONSTANT n.13*.

⁸ Tutti i Gradi Di Libertà (GDL) sono riferiti al sistema di coordinare nodali.

⁹ I parametri *MASS* rappresentano valori di massa concentrata con riferimento al sistema di coordinate dell'elemento; i parametri / sono valori di inerzia rotazionale attorno agli assi del sistema di riferimento dell'elemento

3.2.4.2. Implementazione in Ansys dell'Analisi Statica della posizione 1B

La procedura utilizzata per lo sviluppo dell'analisi statica del *modello caricato* in posizione *1B* con una massa aggiuntiva relativa a 10 persone tipo è descritta dettagliatamente qui di seguito.

Per prima cosa sono stati definiti i parametri della *REAL CONTANT n.13¹⁰*, posti pari a:

$$MASSX = MASSY = MASSZ = \frac{10 \text{ persone tipo} \cdot 69 \text{ kg}}{2} = 345 \text{ kg}$$
Equazione 3.8

Si procede, quindi, con la definizione della mesh da applicare ai *keypoint* di interesse utilizzando l'interfaccia utente e, in particolare, i comandi riportati di seguito:

- [1] Main Menù / Preprocessor / Meshing / Mesh Attributes /Picked KPs
- [2] si introducono i numeri dei keypoint di interesse nell'apposita sezione
 - e si conferma; in questo caso sono: 40011,40012
- [3] si assegnano i seguenti attributi e si conferma:
 - Material number = 1
 - Real constant set number = 13
 - Element type number = 5
 - Element coordinate sys = 0

Si applica la mesh appena definita ai *keypoint* che diventano quindi nodi¹¹:

- [4] Main Menù / Preprocessor / Meshing / Mesh / Keypoints
- [5] si introducono i numeri dei keypoint di interesse nell'apposita sezione e si conferma

¹⁰ La presenza del denominatore pari a 2 è da attribuire alla modellazione attraverso 2 nodi della posizione 1B.

¹¹ Il software Ansys assegna automaticamente il numero identificativo ai nuovi nodi creati, procedendo in ordine crescente a partire dal numero identificativo più grande già assegnato ad un nodo. Nel modello usato, il numero identificativo più grande assegnato ad un nodo è 205 129; ne consegue che i nodi sono numerati 205 130 e 205 131.

Si selezionano i nodi di interesse, ovvero quelli ottenuti dalla mesh dei *keypoint* e quelli già presenti nel FEM associati alla posizione 1B, quindi, si applica il comando NUMMRG¹²; il tutto è eseguito tramite linea di comando:

```
[6] NSEL, S, P
```

- [7] si introducono i numeri dei nodi di interesse nell'apposita sezione e si conferma; in questo sono: 205130, 205131, 131165, 130122
- [8] NUMMRG, NODE

Si selezionano tutti i nodi e tutti gli elementi:

```
[9] Menù a tendina "Select"/ Everything
```

Si sceglie la tipologia di analisi da eseguire; anche in questo caso si seleziona l'analisi modale utilizzando le stesse impostazioni già usate per il *modello scarico*:

¹² Il comando NUMMERG, utilizzato con la sintassi indicata, permette di unire nodi che si trovano tra di loro distanti non più di 10⁻⁴m; è possibile variare questa tolleranza utilizzando le opzioni riportate nella scheda relativa a questo comando e disponibile online all'indirizzo: https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v202/en/ans cmd/Hlp_C_NU_MMRG.html. Il nodo che nasce dall'unione di più nodi è caratterizzato da un identificativo numerico pari al più piccolo degli identificativi dei nodi uniti.

- 5. Frequenza finale: 0 (Default)
- 6. Normalizzazione delle forme modali: rispetto alla matrice di massa

A questo punto, si sceglie di salvare i risultati ottenuti risolvendo il problema agli autovalori all'interno di un file.txt; per far questo, si usa la seguente istruzione impartita tramite linea di comando:

[12] /OUTPUT, RES_StaticoM_1B_10, txt

Per ultimo, si lancia l'analisi:

[13] Main Menù/ Solution / Solve / Current LS / Ok

3.2.5. Analisi Statica posizioni della Sezione AA

La medesima procedura descritta al *3.2.4. Analisi Statica posizioni della Sezione BB* per lo studio delle posizioni appartenenti alla *Sezione BB* viene applicata anche per lo studio della Sezione AA.

Le uniche due differenze di rilievo rispetto a quanto già illustrato, sono:

- Lo studio prende in considerazione 11 differenti posizioni; le posizioni *10A* e *11A* non hanno, infatti, una corrispondenza nella *Sezione BB*.
- Il valore del parametro p₁ è in questo caso pari a 50; in questo modo è immediato identificare i *keypoint* creati per lo studio della *Sezione AA* da quelli usati per la Sezione BB. I keypoint, posizione per posizione, sono quindi:

Posizione	Nodo	keypoint	X [m]	Y [m]	Z [m]
1 ^	87229	50011	17.2000	21.4000	5.7000
IA	87488	50012	17.2000	29.4000	5.7000
2A	156414	50021	8.0260	25.5910	14.5600
3A	146248	50031	14.7059	25.4034	18.0133
4.4	146655	50041	14.7164	24.8834	31.2100
4A	146785	5004 2	14.7254	26.0634	31.2100
5A	157882	50051	17.0634	25.4069	42.5130
6A	165831	50061	23.7993	25.4070	47.0508
7A	165814	50071	30.2829	25.4061	50.4457
8A	168188	50081	30.2829	25.4061	52.2457
9A	167422	50091	30.2829	25.4058	57.2457
10A	157132	50101	62.0000	20.9000	12.4000

Tabella 3.14 Numeri identificatici dei keypoint che individuano le posizioni di interesse della Sezione AA

	156922	5010 2	62.0000	29.9000	12.4000
11A	156753	50111	71.2869	25.4000	14.4111

3.2.6. Risultati Analisi Statica

L'autoanalisi¹³ descritta al paragrafo *3.2.4.2. Implementazione in Ansys dell'Analisi Statica della posizione 1B* è stata condotta per 29 differenti situazioni di carico per ciascuna posizione, per un totale di 580 analisi e altrettanti file di output in formato *.txt* contenenti i risultati delle stesse; questi, per poter essere analizzati ed elaborati, sono importati all'interno dell'applicativo *Matlab*¹⁴.

I risultati sono analizzati studiando una sezione per volta; la procedura seguita viene descritta nel paragrafo successivo con riferimento alle posizioni della *Sezione BB*. Anche i risultati relativi alle posizioni individuate sulla *Sezione AA* sono elaborati utilizzando la stessa logica.

3.2.6.1 Estrazione ed elaborazione dati di output delle Autoanalisi

Per ogni file di output, si importano le informazioni relative alle frequenze proprie di oscillazione dei primi 20 modi di vibrare del Santuario; queste sono memorizzate in variabili nominate secondo questa struttura:

F_**a_b**

dove: a = parametro relativo alla posizione in cui è stata aggiunta la massa;

b = parametro relativo alla quantità di massa aggiunta;

I risultati relativi all'autoanalisi sviluppata aggiungendo la massa di *10 persone tipo* in posizione 1B, ad esempio, sono memorizzati all'interno della variabile *F*_*1B*_*10*.

Le frequenze dei primi 20 modi di vibrare del *modello scarico* sono invece contenute nella variabile *F_scarico*.

Si tratta di matrici di dimensione 20x2 contenenti nella prima colonna il numero identificativo del modo di vibrare e nella seconda colonna la frequenza ad esso associata.

¹³ Ovvero la risoluzione del problema agli autovalori

¹⁴ Si tratta di un ambiente per il calcolo numerico e l'analisi statistica, sviluppato dalla software-house statunitense *MathWorks, Inc.* La versione utilizzata è la R2018b

I dati relativi a ciascuna posizione sono quindi ordinati in senso crescente rispetto alla massa aggiunta in una nuova matrice di dimensione 580x2, nominata secondo la struttura " F_a "; nel caso della posizione 1B, ad esempio, è così composta:

$$[F_1B] = \begin{bmatrix} [F_1B_10] \\ [F_1B_20] \\ ... \\ [F_1B_10000] \end{bmatrix}$$
 Equazione 3.9

Per ogni differente situazione di carico e per ognuna delle posizioni, si passa quindi a calcolare la variazione di frequenza percentuale di ciascun modo, confrontando il valore della sua frequenza con quella dello stesso modo calcolata però sul *modello scarico*. Ad esempio, per la frequenza relativa al *modo 9* del *modello caricato* in posizione *1B* con la massa relativa a 10 *persone tipo*, si procede in questo modo:

$$\Delta f = \frac{[F_scarico]_{9,2} - [F_1B]_{9,2}}{[F_scarico]_{9,2}} \cdot 100 \quad in [\%]$$
 Equazione 3.10

I valori così ottenuti, posizione per posizione, sono memorizzati nella terza colonna della rispettiva matrice; per il caso in esame, quindi, è salvato come segue:

 $[F_1B]_{9,3}$

A questo punto, si costruiscono le matrici VAR e FREQ andando ad affiancare orizzontalmente, in ordine crescente rispetto alla posizione, rispettivamente la terza e la seconda colonna delle matrici relative a ciascuna posizione. Si ottengono, dunque, matrici di dimensione 580 x 9 così formate:

$$[VAR] = [[F_1B]_{:,3} \quad [F_2B]_{:,3} \quad ... \quad [F_9B]_{:,3}]$$
 Equazione 3.11
 $[FREO] = [[F_1B]_{:,2} \quad [F_2B]_{:,2} \quad ... \quad [F_9B]_{:,2}]$ Equazione 3.12

Da queste matrici, si estraggono i dati relativi ai modi di interesse, ovvero:

- modo 9 ←→ 1° modo flessionale in direzione Y
- modo 10 ←→ 1° modo flessionale in direzione X
- modo 14 ←→ 2° modo flessionale in direzione Y
- modo 15 ←→ 2° modo flessionale in direzione X



relativa al primo modo flessionale in direzione Y



Figura 3.21 Vista 3D della forma modale spaziale Figura 3.22 Vista 3D della forma modale spaziale relativa al secondo modo flessionale in direzione Y



Figura 3.19 Vista 3D della forma modale spaziale Figura 3.20 Vista 3D della forma modale spaziale relativa al primo modo flessionale in direzione X



relativa al secondo modo flessionale in direzione X

questi vengono raccolti, modo per modo, in opportune matrici nominate secondo la struttura:

VAR_FREQ_**c**

dove: *c* = parametro relativo al modo di interesse considerato;

Per il *modo 9*, ad esempio, la matrice è definita *VAR_FREQ_9* ed è così strutturata:

$$\begin{bmatrix} VAR_{FREQ_9} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [VAR]_{9,1} & \dots & [VAR]_{9,9} \\ \dots & \dots & \dots \\ [VAR]_{569,1} & \dots & \dots \\ 1B & \dots & 9B \end{bmatrix} \begin{array}{c} 10 \\ \dots \\ 10 \ 000 \\ \end{bmatrix}$$
Equazione 3.13

I dati raccolti all'interno delle matrici VAR_FREQ_c vengono quindi messe in relazione tra di loro, rapportandole alla massa aggiunta, posizione per posizione.

3.2.6.2 Relazioni massa aggiuntiva- variazione di frequenza

Correlando i risultati delle autoanalisi al quantitativo di massa aggiunta, posizione per posizione, è stato possibile costruire dei grafici in cui viene messa in risalto la relazione che sussiste tra la variazione della singola frequenza, propria del sistema, e il valore di massa concentrata localmente.

I grafici sono stati costruiti tenendo conto che la maggior parte delle 20 frequenze estratte da ciascuna autoanalisi sono relative a modi locali o spuri non identificabili attraverso le letture del sistema di monitoraggio dinamico installato sulla struttura. Si è scelto pertanto di ridefinire la numerazione dei modi tenendo conto solo di quelli globali e reali; la nuova nomenclatura è stata sintetizzata nella figura seguente:

ID freq	Frequenza [Hz]	Descizione modo	Nuova numerazione
1	1.287461	modo locale / spuro	-
2	1.377792	modo locale / spuro	-
3	1.393326	modo locale / spuro	-
4	1.418805	modo locale / spuro	-
5	1.441020	modo locale / spuro	-
6	1.472678	modo locale / spuro	-
7	1.509755	modo locale / spuro	-
8	1.528349	modo locale / spuro	-
9	1.927470	1° modo flessionale in direzione Y	1
10	2.111368	1° modo flessionale in direzione X	2
11	2.843342	1° modo torsionale	3
12	3.459489	modo locale / spuro	-
13	3.708626	modo locale / spuro	-
14	3.893469	2° modo flessionale in direzione Y	4
15	4.180159	2° modo flessionale in direzione X	5
16	4.280622	modo locale / spuro	-
17	4.440629	modo locale / spuro	-
18	4.454255	modo locale / spuro	-
19	4.545714	modo locale / spuro	-
20	4.558004	modo locale / spuro	-

Tabella 3.15 Definizione ทนova ทเ	umerazione dei modi di	i vibrare del Santuario	di Vicoforte
-----------------------------------	------------------------	-------------------------	--------------

Di queste, solamente le frequenze 1,2,4 e 5 sono state prese in considerazione nei grafici riportati di seguito, poiché la percentuale di identificazione del primo modo torsionale attraverso il sistema di monitoraggio dinamico è particolarmente bassa (Pecorelli, Ceravolo, & Epicoco, 2020).

L'interpolazione dei risultati numerici ottenuti dalle autoanalisi è stata operata utilizzando polinomi di grado 1.

Si riportano di seguito i grafici ottenuti per le posizioni di interesse definite sulla sezione BB.



Figura 3.23 Relazioni massa aggiuntiva– variazione di frequenza per le posizioni 1B



Figura 3.25 Relazioni massa aggiuntiva– variazione di frequenza per le posizioni 3B



Figura 3.24 Relazioni massa aggiuntiva– variazione di frequenza per le posizioni 2B



Figura 3.26 Relazioni massa aggiuntiva– variazione di frequenza per le posizioni 4B



Figura 3.27 Relazioni massa aggiuntiva– variazione di frequenza per le posizioni 5B



Figura 3.29 Relazioni massa aggiuntiva– variazione di frequenza per le posizioni 7B



Figura 3.31 Relazioni massa aggiuntiva– variazione di frequenza per le posizioni 9B



Figura 3.28 Relazioni massa aggiuntiva– variazione di frequenza per le posizioni 6B



Figura 3.30 Relazioni massa aggiuntiva– variazione di frequenza per le posizioni 8B
I risultati delle analisi sviluppate relativamente alle varie posizioni individuate sulla *Sezione AA*, sono invece i seguenti:



Figura 3.32 Relazioni massa aggiuntiva– variazione di frequenza per le posizioni 1A



Figura 3.34 Relazioni massa aggiuntiva– variazione di frequenza per le posizioni 3A



Figura 3.36 Relazioni massa aggiuntiva– variazione di frequenza per le posizioni 5A



Figura 3.33 Relazioni massa aggiuntiva– variazione di frequenza per le posizioni 2A



Figura 3.35 Relazioni massa aggiuntiva– variazione di frequenza per le posizioni 4A



Figura 3.37 Relazioni massa aggiuntiva– variazione di frequenza per le posizioni 6A



Figura 3.38 Relazioni massa aggiuntiva– variazione di frequenza per le posizioni 7A



Figura 3.40 Relazioni massa aggiuntiva– variazione di frequenza per le posizioni 9A



Figura 3.42 Relazioni massa aggiuntiva– variazione di frequenza per le posizioni 11A



Figura 3.39 Relazioni massa aggiuntiva– variazione di frequenza per le posizioni 8A



Figura 3.41 Relazioni massa aggiuntiva– variazione di frequenza per le posizioni 10A

I grafici riportati mostrano tutti una variazione positiva di frequenza; ciò è coerente con quanto ci si aspettava sulla base dell'*Equazione 3.10* e dell'*Equazione 3.7*, richiamate di seguito:

$$\Delta f = \frac{[F_scarico]_{9,2} - [F_1B]_{9,2}}{[F_scarico]_{9,2}} \cdot 100$$
 Equazione 3.10

 $f_n = \frac{\sqrt{k/m}}{2 \cdot \pi}$

Equazione 3.7

Infatti, nella seconda equazione il termine relativo alla massa compare al denominatore, ragion per cui l'aumento di massa porta ad una diminuzione della frequenza propria. La variazione percentuale di frequenza, calcolata usando la prima delle due equazioni richiamate, risulta quindi positiva. Altra conseguenza diretta è l'andamento monotono crescente che mostrano praticamente le curve di tutte le frequenze considerate per ognuna delle posizioni di carico, fatta eccezione per qualche sporadico caso legato a fenomeni di irrigidimento locale.

Si può poi osservare come i valori di ordinata delle *Figura 3.23 - Figura 3.42* sono sempre più grandi via via che si considerano posizioni a quote maggiori; in altre parole, l'effetto in termini di variazione di frequenza è tanto maggiore quanto più la massa aggiuntiva è collocata in alto rispetto al piano campagna.

Dai grafici appena riportati emerge dunque che:

- 1. A parità di posizione, per ognuna delle frequenze considerate, man mano che cresce la quantità di massa aggiunta, aumenta sempre più la variazione percentuale di frequenza.
- 2. A parità di massa aggiunta, man mano che questa è collocata a quote maggiori, aumenta sempre più il suo effetto in termini di variazione percentuale di frequenza.

3.2.6.3 Confronto posizioni A e B e definizioni pattern generale

Si passa ora al confronto dei grafici relativi alla medesima posizione individuata sulle due sezioni principali. In particolare, da ogni grafico si estrae per il confronto la parte relativa ai valori di massa aggiuntiva compresi nell'intervallo 10-500 "persone tipo"; questo permette di trarre considerazioni relative ad analisi FEM eseguite prendendo in esame un numero elevato ma ancora reale di persone, oltreché di avere una visione migliore dei primi segmenti delle curve relativi a masse aggiuntive associate a poche decine di "persone tipo".

POSIZIONE 1



Figura 3.43 Confronto grafici massa aggiuntiva- variazione di frequenza relativi alla posizione 1

I grafici hanno, in generale, lo stesso pattern. Le prime due frequenze risentono meno dell'aggiunta di massa rispetto alle seconde due; importante notare come la frequenza 5 sia più sensibile all'aggiunta di massa rispetto alla frequenza 4 quando questa è posizionata in *1B* e lo sia meno quando invece la massa è collocata in posizione 1A.



POSIZIONE 2

Figura 3.44 Confronto grafici massa aggiuntiva- variazione di frequenza relativi alla posizione 2

Il grafico relativo alla posizione 2A mostra un comportamento particolare. Nello specifico, la curva relativa al modo 5 risente moltissimo dell'aggiunta di massa sebbene non sia visibile per intero all'interno del grafico. Si è infatti scelto di definire un limite superiore al valore delle ordinate così da preservare una buona rappresentazione anche delle altre curve.

Trascurando dunque la frequenza 5 della posizione A, in generale i due grafici hanno un comportamento analogo caratterizzato da variazioni maggiori associate ai due modi flessionali più alti;

questa differenza è più marcata nel grafico della posizione 2B, mentre, nel grafico relativo alla posizione 2A la curva 4 è molto più vicina a quella dei modi 1 e 2.



POSIZIONE 3

Figura 3.45 Confronto grafici massa aggiuntiva- variazione di frequenza relativi alla posizione 3

I due grafici hanno un andamento generale diverso. In quello relativo alla posizione 3B, la frequenza 3 ha un comportamento differente rispetto alla 4, che, invece, mostra un andamento simile a quello delle prime due frequenze, in particolare, è molto vicino alla 1° frequenza flessionale nella sua stessa direzione. Quest'ultimo aspetto trova un parallelo nel grafico della posizione 3A dove tutte le curve risultano accoppiate tra loro secondo la direzione in cui agiscono.

POSIZIONE 4



Figura 3.46 Confronto grafici massa aggiuntiva- variazione di frequenza relativi alla posizione 4

I grafici hanno lo stesso andamento generale; le prime frequenze flessionali lungo la direzione X sono più sensibili all'aggiunta di massa rispetto alle frequenze flessionali in direzione Y, quando questa è collocata sulla *Sezione AA*, e invece lo sono meno nel caso di massa aggiunta sulla *Sezione BB*. L'andamento prevede una chiara suddivisione in coppie che rimane tale per entrambi i grafici.



POSIZIONE 5, POSIZIONE 6, POSIZIONE 7 e POSIZIONE 8

Figura 3.47 Confronto grafici massa aggiuntiva-variazione di frequenza relativi alla posizione 5



Figura 3.48 Confronto grafici massa aggiuntiva- variazione di frequenza relativi alla posizione 6



Figura 3.49 Confronto grafici massa aggiuntiva– variazione di frequenza relativi alla posizione 7



Figura 3.50 Confronto grafici massa aggiuntiva- variazione di frequenza relativi alla posizione 8

Per ognuna di queste posizioni, i grafici presentano un pattern simile. Le frequenze sono tra di loro accoppiate; in particolare le prime due frequenze hanno un comportamento simile così come quello mostrato dalle due frequenze più alte. Da notare che, in tutti i grafici, in entrambe le coppie di curve, le frequenze flessionali nella direzione corta della struttura subiscono una variazione maggiore rispetto a quella sperimentata dalle frequenze flessionali nella direzione lunga. Per ultimo, si osserva come la curva relativa al modo 1 sia sempre più in alto rispetto a tutte le altre in ognuno dei grafici.



POSIZIONE 9

Figura 3.51 Confronto grafici massa aggiuntiva-variazione di frequenza relativi alla posizione 9

Anche in questo caso, l'andamento generale delle curve è il medesimo per entrambi i grafici. Le frequenze risultano accoppiate tra loro ed in particolare quelle relative al modo 4 e 5 mostrano un comportamento esponenziale. Le frequenze dei secondi due modi flessionali risultano, inoltre, più sensibili all'aggiunta di massa rispetto ai modi 1 e 2.

Per quanto riguarda invece la POSIZIONE 10A e POSIZIONE 11A, si può invece osservare che:

POSIZIONE 10A e POSIZIONE 11A



Figura 3.52 Confronto grafici massa aggiuntiva- variazione di frequenza relativi alle posizioni 10A e 11A

I grafici mostrano un comportamento similare, con le frequenze relative ai primi e ai secondi due modi di vibrare accoppiate tra di loro. I modi 4 e 5 risentono maggiormente dell'aggiunta di massa ed invertono il loro ordine passando dalla posizione 10A alla 11A. Dal confronto con il grafico relativo alla posizione 2A (tralasciando la frequenza 5) si osserva come i valori di variazione di frequenza ottenuti in tutte e tre le posizioni siano tra di loro simili, nonostante l'asimmetria della sezione AA dovuta alla geometria e soprattutto al terreno di appoggio, che, come noto, è formato da marna e parzialmente da argilla.

Si focalizzi ora l'attenzione sui grafici relativi alle posizioni 4A, 4B, 5A e 5B; in particolare si osservi quanto succede alle curve relative alle frequenze 1 e 2. È già stato messo in risalto come a partire dalla posizione 5, la frequenza 1 risulta più sensibile all'aggiunta di massa rispetto alla 2 su entrambe le sezioni considerate, mentre, nei grafici relativi alla posizione 4, la sensibilità maggiore è associata alla frequenza 1 nella direzione corta e alla frequenza 2 nella direzione lunga.



Figura 3.53 Relazioni massa aggiuntiva- variazione di frequenza per le posizioni 4A, 4B, 5A e 5B

Per comprendere meglio le cause che portano a questo diverso comportamento, si decide di analizzare due ulteriori situazioni di carico; sostanzialmente si distribuisce la massa in maniera simmetrica rispetto all'asse verticale passante per il centro della sezione ovale di base della cupola, alle quote caratteristiche della posizione 4 e 5. Per far questo, per ogni quota di interesse, si sceglie di distribuire la massa su 4 punti disposti in modo simmetrico rispetto all'asse verticale. Si procede quindi in questo modo:

1. Sulla *Sezione AA* si individuano ulteriori due posizioni simmetriche rispetto alla 4A e alla 5A; queste vengono indicate come 4A_S e 5A_S. Lo stesso si fa con la *Sezione BB*, aggiungendo le posizioni 4B_S e 5B_S.



Figura 3.54 Posizioni di carico scelte per lo studio della variazione di frequenza dovuto all'aggiunta simmetrica di massa

2. Le nuove posizioni sono univocamente definite nello spazio cartesiano attraverso i *Keypoint* riportati in tabella, numerati secondo quanto visto in precedenza.

Posizione	Nodo	Keypoint	X [m]	Y [m]	Z [m]
4A C	141659	5004 3	54.0791	24.8834	31.2100
4A_3	141615	5004 4	54.0832	26.0634	31.2100
5A_S	157398	5005 3	51.7380	25.4068	42.5130
4D C	143175	4004 3	33.9484	11.9130	31.2100
4B_3	143156	4004 4	35.1284	11.9248	31.2100
5B_S	158499	40053	34.4265	13.2994	42.4637

Tabella 3.16 Numeri identificatici dei keypoint e dei nodi utilizzati per modellare le posizioni di carico scelte per lo studio della variazione di frequenza dovuto all'aggiunta simmetrica di massa

3. Si sviluppano quindi le autoanalisi con massa aggiuntiva distribuita in modo uniforme sui *keypoint* relativi alle posizioni *4A*, *4B*, *4A_S* e *4B_S*, utilizzando la stessa procedura usata per le altre situazioni di carico già affrontate.

- 4. Autoanalisi analoghe vengono condotte aggiungendo la massa in modo simmetrico nei *keypoint* relativi alle posizioni *5A*, *5B*, *5A*_*S* e *5B*_*S*.
- 5. Anche i valori di massa aggiuntiva sono gli stessi già considerati in precedenza, mentre i valori da assegnare alle *Real Constant n.12* e *n.13* sono:

Tabella 3.17 Parametri assegnati alle REAL CONSTANT per lo studio della variazione di frequenza dovuto all'aggiunta simmetrica di massa

	Real Constant n.						
	12		13				
	MASSX = MASSY = MASSZ	IXX = IYY = IZZ	MASSX = MASSY = MASSZ	IXX = IYY = IZZ			
10	172.5	0	86.25	0			
20	345	0	172.5	0			
30	517.5	0	258.75	0			
40	690	0	345	0			
50	862.5	0	431.25	0			
60	1035	0	517.5	0			
80	1380	0	690	0			
100	1725	0	862.5	0			
130	2242.5	0	1121.25	0			
160	2760	0	1380	0			
190	3277.5	3277.5 0 1638.75		0			
220	3795 0		1897.5	0			
250	4312.5 0		2156.25	0			
300	5175	0	2587.5	0			
350	6037.5	0	3018.75	0			
400	6900	6900 0		0			
450	7762.5	0	3881.25	0			
500	8625	0	4312.5	0			
750	12937.5	0	6468.75	0			
1000	17250	0	8625	0			
2000	34500	0	17250	0			
3000	51750	0	25875	0			
4000	69000	0	34500	0			
5000	86250	0 43125		0			
6000	103500	103500 0 51750		0			
7000	120750	0	60375	0			
8000	138000	138000 0 69000		0			
9000	0 155250 0 77625		77625	0			
10000	172500	0	86250	0			



I risultati ottenuti permettono di tracciare le curve *massa aggiuntiva-variazione di frequenza* relative a distribuzioni simmetriche della massa:

Figura 3.55 Confronto curve massa aggiuntiva– variazione di frequenza per le posizioni 4 e 5 relative a studi condotti aggiungendo massa simmetricamente ed asimmetricamente

Guardando le curve relative a situazioni di carico simmetrico, si evince come a parità di massa aggiuntiva la sensibilità della frequenza 1 è sempre maggiore di quella della frequenza 2, indipendentemente dalla posizione considerata; ciò è dovuto al fatto che la frequenza 1 è associata ad una forma modale che si sviluppa nella direzione del santuario caratterizzata da una minore rigidezza flessionale per via della geometria della struttura stessa.

Nel grafico relativo alla posizione 4, però, si vede come l'aggiunta asimmetrica di massa comporta un significativo effetto di amplificazione della variazione di frequenza delle forme modali che si sviluppano nella direzione in cui si introduce l'asimmetria di carico; nello specifico, quindi, della frequenza 1 nel

caso di massa collocata in posizione 4B e della frequenza 2 nel caso, invece, di massa aggiunta in posizione 4A.

Si può concludere che a questa quota, l'asimmetria di carico riesce a sovvertire la gerarchia stabilita dall'asimmetria geometrica.

Guardando al grafico della posizione 5, si osserva invece come l'asimmetria geometrica, che, come detto, si traduce in una asimmetria di rigidezza flessionale nelle due direzioni principali della struttura, giochi sempre più un ruolo fondamentale; neanche una marcata asimmetria di carico permette di sovvertire l'ordine di sensibilità alla variazione di frequenza imposto dalla geometria. Questo si traduce all'interno del grafico della posizione 5 in:

- Maggiore distanza tra le due curve relative al carico simmetrico rispetto a quanto invece succede per quelle della posizione 4
- tutte le curve in rosso, relative quindi alla frequenza 1, risultano più sensibili rispetto alle curve in blu che rappresentano invece la variazione della frequenza 2

Tutte le considerazioni riportate fin ora portano alla definizione di un pattern generale riassumibile in questi punti:

- 1. i grafici delle posizioni della sezione AA e quelli della sezione BB hanno lo stesso andamento generale delle frequenze
- Le quattro frequenze analizzate appaiono accoppiate a due a due. La frequenza 1 e la frequenza 2 sono sempre vicine tra di loro in tutti i grafici, ad eccezione di quello relativo alla *posizione 3A*; anche la frequenza 4 e la 5 hanno nella maggior parte dei casi un comportamento similare.
- 3. Le coppie di frequenze non invertono tra di loro l'ordine passando da una sezione all'altra, fatta eccezione per quanto avviene alla posizione 4 e alla posizione 9 (per le sole frequenze 4 e 5).
- 4. le posizioni associate a quote più basse, ovvero la posizione 1, 2, 3, 10A e 11A, hanno un comportamento difficile da interpretare; questo è sicuramente dovuto ad una serie di concause:
 - si tratta di posizioni molto vicine al vincolo incastro rappresentato dal terreno. È comunemente noto come l'aggiunta di massa è tanto più influente quanto più questa viene posizionata lontano dal vincolo
 - le posizioni indagate sono in parte lontane dalla "struttura principale", ovvero del sistema *contrafforti-tamburo-cupola-lanternino*, a cui sono associati i modi di vibrare presi come parametro dello studio.

• i modi di vibrare considerati non sono puramente flessionali, presentano anche una componente torsionale

3.2.6.4 Conclusioni

Lo studio condotto permette di ottenere una serie di linee guida per la massimizzazione della variazione delle principali frequenze flessionali del Santuario attraverso l'aggiunta di massa concentrata localmente.

Innanzitutto, emerge con chiarezza come gli effetti sono tanto maggiori quanto più la massa è collocata in alto rispetto al piano campagna; si tratta di una considerazione che trova intuitivamente conferma se si immagina di modellare il Santuario di Vicoforte con lo schema elementare di un'asta incastrata.





Figura 3.56 Modellazione Santuario di Vicoforte come mensola





Figura 3.57 Deformata modale della mensola equivalente relativa al modo 1

Figura 3.58 Deformata modale della mensola equivalente relativa al modo 2





Figura 3.59 Deformata modale della mensolaFigura 3.60 Deformata modale della mensola equivalenteequivalente relativa al modo 4relativa al modo 5

Sebbene, da un punto di vista teorico, la posizione 9 è quella da preferire per il collocamento della massa aggiuntiva, questa risulta particolarmente difficile da raggiungere fisicamente nella struttura reale; per questo motivo, si è deciso di escluderla dal gruppo delle posizioni di maggiore interesse su cui sviluppare la seconda parte dello studio.

Fanno invece parte di questo gruppo le posizioni 4, 5, 6,7 ed 8; queste sono collocate nella parte più alta della struttura e sono accessibili fisicamente. Inoltre, tutte mostrano una variazione di frequenza 1 e 2 maggiore rispetto a quella delle frequenze 4 e 5 a parità di massa aggiuntiva, a differenza di quanto invece succede per le posizioni 1,2 e 3.



Figura 3.61 Confronto variazione di frequenze a seguito dell'aggiunta della massa relativa a 40 persone tipo per le varie posizioni di carico

3.3. Analisi Dinamica

In questa seconda parte dello studio, si affronta la questione riguardante l'ottimizzazione del processo di sollecitazione della struttura, al fine di favorire l'identificabilità strutturale del Santuario di Vicoforte partendo dai dati raccolti dal sistema di monitoraggio dinamico installato nel 2015.

3.3.1. Introduzione

Ogni struttura reale è continuamente esposta ad azioni esterne dovute all'ambiente che la circonda. Le azioni possono essere di diversa tipologia: il peso della neve che si accumula sul tetto di una struttura è un classico esempio di azione esterna statica; altre azioni, come quella esercitata dal vento o dal movimento della crosta terrestre, sono invece considerate azioni dinamiche.

Escludendo le azioni sismiche di entità rilevante, caratterizzate da tempi di ritorno relativamente lunghi sul territorio italiano, le azioni dinamiche ambientali sono generalmente in grado di movimentare le strutture reali a sufficienza affinché le accelerazioni indotte possano essere percepite dai sistemi di monitoraggio dinamici impiegati nell'ambito dell'ingegneria civile.

Le azioni ambientali di maggiore importanza sono:

- l'azione del vento, il cui contribuito è strettamente legato alle caratteristiche proprie del sito in cui è ubicata la struttura oltreché alle caratteristiche proprie della struttura stessa; fondamentali sono infatti, tanto l'esposizione del sito e della struttura all'interno del sito stesso quanto la sua geometria. In particolare, man mano che l'altezza della struttura cresce, l'azione del vento diventa sempre più importante, soprattutto nel caso in cui la forma della struttura risulta scadente dal punto di vista aerodinamico.
- 2. l'azione sismica di bassa entità, che a seconda della zonizzazione sismica del luogo in cui è ubicata la struttura, può essere più o meno rilevante.
- 3. l'azione del traffico veicolare nei pressi della struttura
- 4. Le precipitazioni ambientali, quali pioggia, grandine etc...

Altre azioni dinamiche importanti che inducono spostamenti non trascurabili sono quelle prodotte dalle attività dell'uomo all'interno della struttura stessa o nel territorio adiacente ad essa.

Infine, anche macchinari collocati all'interno della struttura e caratterizzati da parti in movimento possono eventualmente generare azioni dinamiche rilevanti.

L'azione risultante dalla somma di queste è comunemente indicata con il nome di *rumore ambientale*; si tratta di una sollecitazione disordinata e casuale, praticamente sempre presente sebbene la sua intensità cambi nel tempo.

Questo tipo di sollecitazione viene spesso sfruttata per effettuare identificazioni strutturali sulle opere civili di rilievo. A tal fine, la struttura può essere dotata di sistemi di monitoraggio dinamici permanenti o temporanei, installati appositamente per effettuare l'identificazione strutturale. In generale, questi sistemi di monitoraggio sono composti da accelerometri posizionati in modo opportuno e collegati attraverso cavi ad unità centrali di acquisizione ed eventualmente di elaborazione dati.

L'identificazione strutturale è possibile in quanto l'azione ambientale casuale eccita praticamente tutte le frequenze facenti parte di un certo range di basse frequenze, seppur con diversa energia.

In alcune situazioni, tuttavia, la combinazione di eventi che porta avere basso *rumore ambientale* e accelerometri di bassa qualità, caratterizzati quindi da un rumore di fondo particolarmente alto, può rendere impossibile l'identificazione. Sostanzialmente le accelerazioni sperimentate dalla struttura e lette dagli accelerometri posizionati su di essa sono confrontabili o addirittura più piccole rispetto al rumore di fondo del sensore stesso.

In questi casi, si è soliti ricorrere a sollecitazioni artificiali prodotte attraverso l'uso di appositi strumenti vibranti quali le *vibrodine*. In altri casi, invece, si ricorre a tecniche di sollecitazione artificiale alternativi, che sfruttano, ad esempio, il movimento del corpo umano. In sostanza, si sfruttano i movimenti sincronizzati e opportunamente studiati di un gruppo di persone per riuscire a somministrare sollecitazioni armoniche ben definite a strutture civili di una certa importanza.

3.3.1.1. Sollecitazione esterna generata attraverso il movimento umano

Negli ultimi anni il movimento del corpo umano è stato spesso utilizzato per somministrare sollecitazioni dinamiche a strutture civili. Sebbene nella maggior parte dei casi si tratti di sollecitazioni applicate ai ponti, sono disponibili in letteratura anche articoli scientifici relativi a sollecitazioni di opere civili a sviluppo verticale. Lo studio condotto da un gruppo di ricercatori provenienti da diverse università europee ed intitolato *"Using inertial measuremnet units originally developed for biomechanics for modal testing of civil engineering structures"* (Hester, Brownjohn, Bocian, Xu, & Quattrone, 2018), ad esempio, descrive l'utilizzo di questa tipologia di forzante per la sollecitazione di un edificio di 7 piani al fine di valutare l'usabilità di sensori biomedici per l'identificazione strutturale.

In quell'occasione, i ricercatori decisero di collocare i sensori in diverse posizioni, operando però le acquisizioni ad intervalli temporali successivi a causa del numero limitato di strumenti disponibili. Ogni posizione usata per collocare gli accelerometri fu contrassegnata da una specifica lettera, secondo lo

schema riportato in *Figura 3.62*. Ogni *swipe* rappresentato in figura, schematizzava le posizioni indagate contemporaneamente, ovvero nello stesso intervallo temporale. La posizione *A*, sebbene riportata solo nello *swipe 1*, è stata indagata in tutti gli *swipe*, così da poter elaborare insieme in *post processing* i dati raccolti separatamente.



Figura 3.62 Rappresentazione schematica dell'edificio di 7 piani oggetto dello studio e delle posizioni scelte per il collocamento dei sensori di misura (Hester, Brownjohn, Bocian, Xu, & Quattrone, 2018)

I segnali furono acquisiti attraverso due diverse tipologie di sensori:

- 1. sensori del tipo *Honeywell QA-750*, ovvero accelerometri monoassiali comunemente usati per l'identificazione strutturale di opere civili. Si tratta di strumenti collegati via cavo a centrali di acquisizione dati, la cui installazione richiede sforzi logistici non indifferenti. Sono però strumenti molto affidabili e caratterizzati da rumore di fondo pari a 7 $\mu g/\sqrt{Hz}$ nella banda di frequenza *0 - 10 Hz*.
- 2. sensori IMU, nello specifico gli APDM OpalTM, ovvero una tipologia di AHRS descritta in dettaglio nell'articolo (Lebel, Boissy, Hamel, & Duval, 2013). Si tratta di strumenti wireless complessi, muniti al loro interno di un magnetometro, un accelerometro triassiale, un giroscopio triassiale e un termometro, oltreché da una memoria interna e un sistema di comunicazione gestito da un microcontroller. La connessione degli strumenti all' host computer può essere realizzata in diversi modi, sebbene, indipendentemente dalla tipologia di connessione adottata, le letture dei sensori sono sempre meno affidabili man mano che la distanza tra gli strumenti e l'host computer e quella tra gli strumenti stessi aumenta. La qualità in generale non eccelsa delle letture e l'elevato rumore di fondo, pari a circa $128 \, \mu g / \sqrt{Hz}$, sono in parte compensati dai tempi ridotti necessari per l'installazione e la configurazione dei dispositivi.

Le due tipologie di sensori furono collocate contemporaneamente nelle varie posizioni di studio, usando delle strutture ausiliarie in perspex, come mostrato in figura.



Figura 3.63 Accelerometro Honeywell QA-750 montato in un'apposita struttura in perspex che fa anche di supporto all'IMU APDM Opal[™] (Hester, Brownjohn, Bocian, Xu, & Quattrone, 2018)

Inizialmente, i ricercatori acquisirono le accelerazioni sperimentate della struttura soggetta alla sola sollecitazione ambientale. I segnali catturati dai sensori collocati nella posizione *A*, in direzione X ed Y sono riportati in *Figura 3.64*. Le letture di questa prima fase di acquisizione sono lunghi 750 secondi; in particolare, sono i primi 750 secondi del segnale totale riportato.



Figura 3.64 Accelerazioni registrate dai sensori collocato in posizione A durante lo swipe 1 in direzione X (a) e in direzione Y (b); i grafici (c) e (d) sono rappresentazioni di dettaglio dell'intervallo temporale 1170 s – 1180 s dei segnali acquisiti nelle due direzioni principali (Hester, Brownjohn, Bocian, Xu, & Quattrone, 2018)

Osservando i grafici, i ricercatori si accorsero che l'IMU non era in grado di catturare i movimenti della struttura per via dell'elevato rumore di fondo, a differenza del sensore QA che invece riusciva a misurare le piccole oscillazioni della struttura. La notte dell'esecuzione del test, le condizioni ambientali erano particolarmente sfavorevoli per eseguire l'identificazione strutturale; i ricercatori riportano nell'articolo che il vento era molto debole ed erano praticamente assenti anche le sollecitazioni dovute all'attività dell'uomo nei pressi della struttura. Nonostante ciò, attraverso le letture del sensore QA, furono in grado di identificare le prime due frequenze flessionali nelle direzioni principali della struttura, pari rispettivamente a *2.5 Hz* e *2.1 Hz*.

Per riuscire ad ottenere letture soddisfacenti anche per mezzo dei sensori IMU, i ricercatori decisero allora di sollecitare la struttura attraverso il movimento umano, procedendo in questo modo:

- 1. Tre di loro si posizionarono al settimo piano dell'edificio, uno dietro l'altro, allineando le loro spalle secondo la direzione Y della struttura.
- 2. Sincronizzati tra di loro, saltarono lateralmente da piede a piede con una frequenza pari a quella che sapevano essere la prima frequenza flessionale in direzione Y della struttura, ovvero *2.1 Hz*. Effettuarono quindi circa 4.2 salti per secondo aiutandosi con un metronomo configurato in modo da emettere 252 segnali sonori al minuto.
- 3. I tre ricercatori si allinearono con le spalle lungo la direzione X ed eseguirono la stessa procedura di salto facendosi però guidare dal metronomo configurato ad una frequenza di *2.5 Hz*, ovvero quella che sapevano essere la prima frequenza flessionale in direzione X.



Figura 3.65 Tre degli autori dell'articolo mentre saltano lateralmente da piede a piede al settimo piano della struttura ad una determinata frequenza così da incrementare le oscillazioni dell'edificio (Hester, Brownjohn, Bocian, Xu, & Quattrone, 2018)

Le letture ottenute dai sensori sono riportati nei grafici di *Figura 3.64* nell'intervallo temporale 750 s -1500 s. Guardando questa parte dei segnali è possibile ritrovare gli istanti temporali in cui la struttura è stata sollecitata; i due picchi di accelerazione che si hanno a circa 1100 secondi sono dovuti alla sollecitazione somministrata in direzione Y, invece, il picco attorno a 1400 secondi è da attribuire ai salti in direzione X. Questi incrementi di accelerazione permisero l'identificabilità strutturale anche sulla base delle letture relative ai sensori IMU.

Riassumendo, la sollecitazione esterna prodotta dal movimento umano ha permesso ai ricercatori di operare l'identificazione strutturale dell'edificio per mezzo di strumenti caratterizzati da un rumore di fondo particolarmente elevato nonostante il test fosse stato eseguito in condizioni ambientali non ottimali.

Altri articoli scientifici, disponibili in letteratura, prendono invece in considerazione metodi diversi da questo per la generazione di forzanti da somministrare alla struttura. Nell'articolo "Footbridge system identification using wireless inertial measurement units for force and response measurements" (Brownjohn, et al., 2016), ad esempio, si utilizza il salto verticale degli autori per generare forzanti "periodiche" da applicare a ponti e passerelle pedonali.



Figura 3.66 Salto verticale sulla passerella "Skybridge SB4" della "National Gallery" di Singapore (Brownjohn, et al., 2016)

3.3.1.2. Fattore di amplificazione dinamica di un oscillatore sollecitato esternamente

La scelta di applicare una sollecitazione esterna, prodotta dal movimento umano, caratterizzata da una frequenza esattamente uguale a quella propria della struttura è motivata di seguito facendo riferimento ad un sistema oscillante ad un solo grado di libertà.

Si consideri un sistema semplice *massa-molla* ad un solo grado di libertà, vincolato ad un supporto fisso attraverso uno smorzatore viscoso lineare.



Figura 3.67 Oscillatore semplice, vincolato ad un supporto fisso attraverso uno smorzatore viscoso lineare

La generica massa del sistema vale quindi m, mentre la rigidezza della molla e la costante di smorzamento viscoso lineare sono parametrizzate rispettivamente come k e c. Si immagini di eccitare il sistema con un forzante armonica p(t), definita nella sua forma più generale dall'equazione:

$$p(t) = p_0 \cdot e^{j\omega t}$$
 Equazione 3.14

dove: $p_0 =$ Amplificazione della forzante, in [N];

j = Unità immaginaria il cui valore è tale per cui $j^2 = -1$;

 ω = pulsazione della forzante applicata, in [Hz];

l'equazione che regola lo spostamento u(t), sperimentato dalla massa m nel tempo, è:

$$m \cdot \ddot{u}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t) = p_0 \cdot e^{j\omega t}$$
 Equazione 3.15

La soluzione dell'equazione precedente è invece:

$$u(t) = C \cdot e^{-\zeta \cdot \omega_n \cdot t} \cdot sen(\omega_D \cdot t - \varphi) + \frac{p_0}{k}$$
$$\cdot \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2 \cdot \zeta \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2}} \cdot e^{j(\omega \cdot t - \theta)} \qquad Equazione 3.16$$

- dove: C= costante di integrazione, da determinare sulla base delle condizioni iniziali del problema;
 - φ = costante di integrazione, da determinare sulla base delle condizioni iniziali del problema;

$$\zeta$$
 = smorzamento viscoso relativo, determinato come: $\zeta = \frac{c}{2 \cdot \omega_n \cdot m}$;

- ω_n = pulsazione naturale del sistema, in [Rad/s];
- ω_D = pulsazione smorzata, determinata come: $\omega_D = \omega_n \sqrt{1 \zeta^2}$;
- θ = Fase o sfasamento del problema;

Il primo addendo viene comunemente indicato come *soluzione transitoria* poiché il suo valore diventa sempre più piccolo man mano che aumenta l'istante temporale considerato; Il secondo termine della somma è invece indicato come *soluzione a regime* ed è strettamente legata alla forzante applicata.

La soluzione a regime è composta da 3 fattori:

- Il primo termine è definito *spostamento statico*; si tratta, cioè, dello spostamento che la massa sperimenterebbe se la forzante, di ampiezza pari a p_0 , fosse applicata staticamente.
- Il terzo fattore definisce la forma della risposta del sistema; in particolare si osserva che la forma è esattamente uguale a quella della forzante applicata, sebbene sfalsata temporalmente di un intervallo definito dal parametro θ, detto appunto "sfasamento".
- il secondo termine è definito *fattore di amplificazione dinamica* (R_d) ed è indicato comunemente come R_d ; si tratta di un termine adimensionale che gioca un ruolo decisivo in termini di ampiezza della risposta. È strettamente legato al valore del termine ω/ω_n e a quello di ζ , come evidenziato di seguito:

$$R_{d} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{n}}\right)^{2}\right]^{2} + \left[2 \cdot \zeta \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_{n}}\right)\right]^{2}}}$$

Equazione 3.17



Figura 3.68 Fattore di amplificazione dinamica al variare del rapporto ω/ω_n per un prefissato valore di smorzamento viscoso relativo

Tutte le curve mostrano un picco in prossimità di $\omega/\omega_n = 1$, ovvero per valori di pulsazione della forzante circa uguali a quelli propri del sistema sollecitato. In realtà, cercando i punti stazionari dell'*Equazione 3.17* si ottiene che il picco è raggiunto quando la pulsazione della forzante è pari a:

$$\frac{dR_d}{d\omega} = 0 \rightarrow \omega = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2}$$
 Equazione 3.18

questo valore di pulsazione è associato allo sviluppo del fenomeno di *risonanza*, molto noto nell'ambito dell'ingegneria civile; per questo motivo è spesso indicato come *pulsazione di risonanza* (ω_r). In termini pratici, visti i valori che nella realtà assume il parametro ζ , la differenza tra la *pulsazione di risonanza* (ω_r) e quella *propria del sistema* (ω_n) è molto piccola. Ad esempio, per un valore di ζ pari a 0.1 e di ω_n uguale a 2.1 Hz si ottiene un ω_r di circa 2.08 Hz.

La *Figura 3.68* mostra l'importanza del *fattore di amplificazione dinamica* ai fini dello spostamento sperimentato dal sistema in seguito alla sollecitazione. Si consideri, ad esempio, lo stesso portale di *Figura 3.4* e si immagini che questo sia sollecitato con una forzante armonica di frequenza e ampiezza rispettivamente pari a *1.0 Hz* e *10 000 N*. Si supponga, inoltre, che i piedritti siano ora in grado di garantire uno smorzamento viscoso lineare relativo pari a 0.1.



Figura 3.4 Telaio shear-type a un solo grado di libertà integro

Una volta superata la fase transitoria iniziale, la struttura ormai a regime inizierebbe ad oscillare realizzando spostamenti di entità pari anche a circa 3.0 cm (Figura 3.69).

La stessa struttura sollecitata da una forzante armonica esterna di entità pari alla precedente ma caratterizzata da una frequenza di oscillazione di circa 1.3 Hz, sperimenterebbe invece uno spostamento a regime massimo pari a circa 5.9 cm (Figura 3.70).



Figura 3.69 Portale shear-type sollecitato con Figura 3.70 Portale shear-type sollecitato con forzante armonica di frequenza pari a 1.0 Hz

forzante armonica di frequenza pari a 1.3 Hz

In altre parole, aumentando del 30% il valore di frequenza di applicazione della forzante, che risulta ora molto vicina alla frequenza di oscillazione propria della struttura, si ottiene un incremento del 97% del valore di spostamento massimo sperimentato dalla struttura, per via del sostanziale aumento del fattore di amplificazione dinamica.

3.3.1.3. Identificazione strutturale del Santuario di Vicoforte

Il Santuario di Vicoforte è dotato di un sistema di monitoraggio dinamico in funzione dal Dicembre 2016. Si tratta di un sistema ad acquisizione continua i cui dati sono trasmessi, in tempo reale, attraverso la connessione di rete, all' *Earthquake Engineering and Dynamics labs* del Politecnico di Torino e al dipartimento della Protezione Civile che si occupa dell'osservazione sismica delle strutture. I dati registrati dal sistema sono processati automaticamente al fine di valutare le frequenze proprie e le forme modali della struttura. Il processo automatico di identificazione usa un *output-only Stochastic Subspace Identification method* (SSI-data), integrato da procedure automatiche di analisi di stabilizzazione e analisi di clustering. I dettagli del metodo utilizzato sono riportati all'interno dell'articolo *An Automatic Modal Identification Procedure for the Permanent Dynamic Monitoring of the Sanctuary of Vicoforte* (Pecorelli, Ceravolo, & Epicoco, 2020) al paragrafo 4.

All'interno dello stesso articolo, sono rese note altre informazioni di dettaglio relative alla fascia oraria di acquisizione dei segnali e alla loro durata. Al paragrafo 5, viene descritto il processo che portò ad individuare la fascia temporale migliore per l'acquisizione dei segnali di accelerazioni sperimentati dalla struttura. I ricercatori, sulla base dei dati acquisiti nella settimana 12-18 dicembre 2016, una lettura ogni ora della durata di 20 minuti per tutte e 24 le ore del giorno, osservarono un andamento ciclico giornaliero del valore di RMS (Root Mean Square)¹⁵ calcolato sui segnali. L'RMS, e di conseguenza l'identificabilità strutturale, risultava sensibilmente maggiore durante le ore diurne (*Figura 3.71*), probabilmente per via della presenza di eccitazioni esterne più rilevanti, dovute al traffico e più in generale all'attività dell'uomo. Per questo motivo, scelsero di ottimizzare la procedura in termini di calcolo computazionale e di memoria di archiviazione individuando una fascia temporale ridotta sulla base di un fissato numero minimo di modi identificati, mediato sui vari accelerometri indagati, scelto pari ad 8. La fascia oraria da utilizzare fu quindi determinata attraverso il grafico di *Figura 3.72*. La fascia oraria scelta ed ancora oggi utilizzata per le acquisizioni del sistema è quella che va dalle ore 6:00 alle ore 18:00.

$$RMS = \sqrt{E(s)}$$

dove: E(s) = energia del segnale s(t) nell'intervallo temporale di estremi a e b, calcolato come:

$$E(s) = \int_{a}^{b} |s(t)|^2 dt$$

¹⁵ Nell'ambito della teoria dei segnali, il parametro *Root Mean Square* (RMS) è definito come:





Figura 3.71 Andamento del valore di RMS calcolato sui dati acquisti durante la settimana 12-18 dicembre 2016 (Pecorelli, Ceravolo, & Epicoco, 2020)

Figura 3.72 Numero di modi identificati mediamente alle diverse ore del singolo giorno (Pecorelli, Ceravolo, & Epicoco, 2020)

Anche la lunghezza del segnale da far acquisire ai sensori, per ogni ora della fascia temporale scelta, fu oggetto di un processo di ottimizzazione i cui dettagli sono riportati al paragrafo 6 dell'articolo. Sebbene in generale l'efficacia del metodo di identificazione SSI-data cresca con l'aumento della lunghezza del segnale, anche in questo caso si rese necessario trovare un compromesso per ottimizzare il tempo computazionale. A tal fine, si confrontarono i risultati ottenuti dallo studio dei segnali interi (20 minuti) con quelli ottenuti scegliendo i 10 minuti e 5 minuti a più alto contenuto energetico di ogni lettura, ovvero quell'intervallo con i valori più alti di RMS per il maggior numero di accelerometri. Confrontando i risultati ottenuti sui segmenti di lunghezza pari a 5, 10 e 20 minuti, relativi alle acquisizioni delle settimane 12-18 Dicembre 2016 e 13-19 Febbraio 2017, si osservò che i benefici garantiti dalle due lunghezze maggiori prese in considerazione, in termini di maggior identificabilità dei primi tre modi di vibrare e di maggiore stabilità dei risultati, non erano sufficienti a giustificare le differenze in termini di onere computazionale rispetto ai segmenti lunghi 5 minuti. La Figura 3.73 mostra le differenze in termini di percentuale di identificazione dei primi tre modi di vibrare, di variazione della frequenza propria stimata e del valore di MAC ottenute utilizzando le tre diverse lunghezze di segnale sopra citate. Sulla base di questi dati, i ricercatori scelsero di utilizzare letture di lunghezza pari a 5 minuti per il processo di identificazione strutturale del Santuario.



Figura 3.73 Scelta della lunghezza del segnale basata sull'analisi dei segnali registrati durante la settimana 12-18 dicembre 2016: (a) percentuale media di identificazione, (b) variazione stimata di frequenza e (c) valore medio di MAC. (Pecorelli, Ceravolo, & Epicoco, 2020)

Sempre all'interno dello stesso paragrafo, sono riportate una serie di informazioni molto utili relative a ciascun modo proprio della struttura, quali:

- 1. il valore minimo e massimo di frequenza con cui è stato identificato ciascun modo;
- 2. la percentuale di identificazione di un dato modo rispetto al numero totale di identificazioni eseguite

	Frequer	ncy (Hz)			
	f _{min}	f_{max}	Type of mode	Identification rate (%)	
Mode I	1,892	1,989	1st bending Y	97,03	
Mode II	2,025	2,143	1st bending X	88,81	
Mode III	2,733	2,326	1st torsional	54,01	
Mode IV	3,318	3,794	2nd bending Y	96,02	
Mode V	3,700	4,154	2nd bending X	74,27	
Mode VI	3,942	4,824	2nd torsional	56,65	
Mode VII	5,063	5,152	1st vertical	26,58	

Tabella 3.18 Modi identificati dall'algoritmo automatico implementato (Pecorelli, Ceravolo, & Epicoco, 2020)

La tabella mostra come nessun modo di vibrare proprio della struttura abbia una percentuale di identificabilità del 100%, sebbene la percentuale di identificazione dei modi flessionali sia sensibilmente maggiore rispetto a quella dei modi torsionali e di quello verticale.

Alla luce di tutte queste considerazioni, emerge la necessità di sviluppare un'analisi dei possibili modi di sollecitazione del Santuario di Vicoforte, sfruttando il movimento umano delle persone già presenti sulla struttura per far variare la massa locale e simulare un danneggiamento strutturale. Occorre, infatti, cercare di individuare le posizioni migliori in cui applicare una sollecitazione aggiuntiva così da massimizzare l'energia accumulata nei segnali acquisiti dai vari accelerometri del sistema di monitoraggio dinamico. In questo modo si favorisce l'identificabilità strutturale dell'opera, riducendo al minimo le possibilità che l'identificazione non vada a buon fine per via di eccitazioni esterne

sfavorevoli, nell'ottica di salvaguardare gli onerosi investimenti¹⁶ necessari per la realizzazione della prova sperimentale che sarà oggetto di studio al capitolo precedente.

3.3.2. Ottimizzazione processo di sollecitazione della struttura attraverso il movimento umano

Lo studio sviluppato di seguito è costruito sulla base delle seguenti assunzioni:

- Si tratta di uno studio ideale in quanto basato sulla simulazione numerica sviluppata sul modello FEM del Santuario di Vicoforte; a questo si aggiungono tutta una serie di motivi che verranno di volta in volta messi in evidenza nel prosieguo dello studio.
- 2. Solo i primi due modi flessionali di vibrare della struttura sono presi in considerazione; sono quelli che garantiscono una percentuale di identificabilità sufficientemente alta anche nel caso di struttura soggetta alla sola azione ambientale.
- 3. Le forzanti utilizzate per schematizzare il movimento umano sono costruite ipotizzando che il numero di persone impiegate sia pari a 40;
- 4. Le persone prese in considerazione hanno tutte le medesime caratteristiche antropometriche, uguali a quelle della *persona tipo* descritta al paragrafo *3.1.1.3. Valori Antropometrici della "Persona tipo"*;
- 5. Le posizioni indagate, sono quelle risultate interessanti al termine dello studio condotto al paragrafo precedente, i cui risultati sono riassunti al paragrafo *3.2.6.4 Conclusioni*;
- 6. La lunghezza dell'intervallo temporale preso in considerazione è pari a 5 minuti; si tratta della stessa lunghezza del segnale utilizzato nel processo automatico di identificazione implementato per il Santuario di Vicoforte (paragrafo *3.3.1.3. Identificazione strutturale del Santuario di Vicoforte*).

L'analisi proposta è suddivisa in tre fasi principali: si inizia con la costruzione della forzante da somministrare alla struttura, quindi, si definisce il metodo utilizzato per l'esecuzione dell'analisi dinamica ed in fine si analizzano i risultati ottenuti.

3.3.2.1. Modellazione delle Forzanti

Le forzanti da applicare alla struttura sono definite facendo riferimento all'articolo scientifico Measuring Ground Reaction Force and Quantifying Variability in Jumping and Bobbing Actions

¹⁶ principalmente di natura logistico-organizzativa, legati al coinvolgimento di un ampio gruppo di persone.

(McDonald & Živanović, 2017). Si tratta di uno studio che affronta nel dettaglio le problematiche che insorgono nel processo di costruzione di una forzante generata da un fonte per sua stessa natura aleatoria, qual è il salto di un essere umano. L'articolo si concentra, in particolare, sui salti verticali eseguiti utilizzando la tecnica del *jumping* o del *bobbing*.

La modellazione delle forzanti parte, dunque, dalla scelta del tipo di salto. A tal proposito, si ipotizza che il movimento eseguito dalle "persone tipo" sia un salto verticale in grado di generare una forza agente esclusivamente lungo la direzione negativa dell'asse Z del FEM. Si ipotizza, quindi, di eseguire salti di tipo *jumping*, caratterizzati da un ciclo composto da una fase di contatto e una di "volo".

La differenza tra salti di tipo *jumping* e quelli di tipo *bobbing* sta proprio nella presenza o meno di una fase di "volo" all'interno del ciclo di salto; infatti, nell'articolo, il *bobbing* è descritto come un movimento simile al *jumping* in cui però non viene mai a mancare il contatto tra persona che compie il movimento e struttura su cui poggia. Per comprendere meglio questa differenza, si riportano in *Figura 3.74* e *Figura 3.75* i grafici relativi alle storie temporali generate eseguendo queste due diverse tecniche di salto.

4.0

3.5

3.0

2.5

2.0

1.5

1.0

Force / W

Peak

F/W



0.5 0.0 0.0 0.0 0.5 6.0 6.5 7.0 Time [s] lità Figura 3.75 Forza generata saltando in mo

Peak

F:_{i+1}/W

Figura 3.74 Forza generata saltando in modalità jumping alla frequenza di 3 Hz (McDonald & Živanović, 2017)

Figura 3.75 Forza generata saltando in modalità bobbing alla frequenza di 3 Hz, distinguendo il bobbing di tipo bouncing da quello di tipo jouncing (McDonald & Živanović, 2017)

Bobbing

bouncing

jouncing

7.5

Il grafico di *Figura 3.74*, relativo al *jumping*, mostra intervalli temporali in cui la forza assume valore nullo, al netto delle piccole oscillazioni attorno al valore zero dovute allo strumento di misura utilizzato, e campane di forza più accentuate; diverse sono invece le storie temporali riportate in *Figura 3.75*, relative al *bobbing*.

In linea generale, il *jumping* può essere eseguito da un essere umano a frequenze contenute nel range 1Hz-4Hz (Rainer, Pernica, & Allen, 1988) (Pernica, 1990). Questa sua caratteristica ha reso necessario

la scelta di prendere in considerazione solamente le prime due frequenze flessionali del Santuario di Vicoforte, dal momento che le seconde due hanno frequenze molto vicine o addirittura superiori alla frequenza massima di salto replicabile nella realtà. Il *jumping* permette di generare forzanti amplificate rispetto al peso della persona che esegue il salto, con fattori di incremento compresi nel range 2.0 -4.5 (Sim, Blakeborough, & Williams, 2005). Si tratta di valori anche doppi rispetto a quelli che si possono ottenere con il *bobbing*.

I parametri necessari per descrivere in modo univoco la sollecitazione dovuta al *jumping* sono quelli illustrati in *Figura 3.74*; con riferimento all' *i*-esimo ciclo, sono: il periodo T_i , la frazione di tempo di contatto CR_i , ovvero la quota parte di ciclo in cui esiste il contatto tra persona e struttura sollecitata ed infine la forza di picco *Peak F_i*. Quest'ultimo parametro viene adimensionalizzato rispetto al peso della persona che saltando genera la sollecitazione (*W*); si parlerà, da qui in avanti, di amplificazione (*A*), indicando con essa il seguente rapporto:

$$A = \frac{Peak F}{W} \qquad in [-] \qquad \qquad Equazione 3.19$$

Per definire questi parametri, si fa riferimento allo studio condotto nel *Gait Laboratory* dell'università di Warwick (U.K.), riportato all'interno dell'articolo. Si tratta di una serie di prove di *jumping* e *bobbing* ripetute a diverse frequenze, eseguite da un gruppo di 8 volontari, 4 maschi e 4 femmine, equipaggiati con opportuni strumenti di misura, seguendo le indicazioni dei ricercatori. Le caratteristiche antropometriche dei volontari sono riassunte in *Tabella 3.19*.

Tabella 3.19 Genere, massa corporea e altezza degli 8 volontari che hanno preso parte allo studio condotto nel Gait Laboratory dell'Università (McDonald & Živanović, 2017)

	Test Subject							
Trait	1	2	3	4	5	6	7	8
Gender	Μ	F	Μ	F	F	Μ	М	F
Body mass (kg)	83	70	83	65	66	85	73	68
Height (m)	1.85	1.82	1.80	1.76	1.74	1.71	1.76	1.66

Note: F = Female; M = Male.

Le prove di *jumping* sono state condotte a frequenze estremamente lente (1 Hz), a frequenze relativamente veloci (3 Hz) così come a frequenze di confort (2 Hz), sempre sfruttando l'aiuto di un metronomo opportunamente configurato.

Si descrive ora il processo seguito per la definizione delle due forzanti utilizzate per sollecitare la struttura nel paragrafo successivo, indicate, da qui in avanti come *Forzante 1* e *Forzante 2*. In particolare, la *Forzante 1* è caratterizzata da una frequenza pari a quella del primo modo flessionale in

direzione Y; la *Forzante 2* ha, invece, frequenza uguale a quella del modo 2, ovvero il primo modo flessionale in direzione X (paragrafo *3.2.6.2 Relazioni massa aggiuntiva– variazione di frequenza*).

•	Forzante 1	\leftrightarrow	Modo 1 (Frequenza = 1.927470 Hz)	\leftrightarrow	1° modo fless. in dir. Y
•	Forzante 2	\leftrightarrow	Modo 2 (Frequenza = 2.111368 Hz)	\leftrightarrow	1° modo fless.in dir. X

Per prima cosa si definisce il valore di amplificazione *A*, sulla base dei risultati dello studio condotto sugli 8 volontari e riportati in modo sintetico nei grafici seguenti:



Figura 3.76 Ampiezza media per salti di tipo jumping eseguiti a frequenza di 1 Hz, 2 Hz e 3 Hz (McDonald & Živanović, 2017)

Figura 3.77 Covarianza dell'ampiezza media per salti di tipo jumping eseguiti a frequenza di 1 Hz, 2 Hz e 3 Hz (McDonald & Živanović, 2017)

Il primo grafico mostra chiaramente che la frequenza "2 Hz" è quella per cui l'amplificazione dinamica produce i maggiori effetti a fronte, però, di valori massimi anche in termini di covarianza dei dati delle varie prove eseguite. Il valore di *A* è determinato graficamente facendo riferimento alla curva media del grafico di *Figura 3.76* senza far distinzione tra *Forzante 1* e *Forzante 2*; ad entrambe si assegna il valore corrispondente ad una frequenza di salto di 2 Hz, pari a 3.25. Si tratta infatti di un processo intrinsecamente affetto da errori, ragion per cui risulta superfluo distinguere due frequenze così vicine tra di loro.

La *frazione di contatto* (*CR*) è un parametro molto importante ai fini della severità dell'azione dinamica: quanto minore è il suo valore, tanto più appuntita risulta essere la forma della forzante. Contrariamente a quanto spesso viene ipotizzato nella modellazione analitica (Bachmann & Ammann, 1987), il valore di *CR* non decresce necessariamente con l'aumentare della frequenza di salto. I risultati ottenuti dallo studio effettuato sugli 8 volontari, riportati di seguito, mostrano come alla frequenza di salto di 3 Hz non corrispondono necessariamente i valori di *CR* più bassi (*Figura 3.78*).



Figura 3.78 Forza di picco normalizzata rispetto al peso in funzione alla frazione di tempo di contatto; i simboli in NERO sono associati ai salti effettuati a 3 Hz, in GRIGIO quelli a 2 Hz e in GRIGIO CHIARO quelli ad 1 Hz (McDonald & Živanović, 2017)



Figura 3.79 Frazione di tempo di contatto medio per salti di tipo jumping eseguiti a frequenza di 1 Hz, 2 Hz e 3 Hz (McDonald & Živanović, 2017)

Figura 3.80 Covarianza della frazione di tempo di contatto medio per salti di tipo jumping eseguiti a frequenza di 1 Hz, 2 Hz e 3 Hz (McDonald & Živanović, 2017)

È importante notare che il valore medio di *CR* risulta compreso tra 0.5 e 0.8 per la quasi totalità dei casi, qualsiasi sia la frequenza di salto. Dal grafico della *Figura 3.79*, invece, si osserva come il valore medio più basso sia quello relativo alla frequenza di 2 Hz, che si era visto essere anche la frequenza per cui si aveva il valore massimo di amplificazione. Il forte legame che esiste tra *A* e *CR* è testimoniato dalla relazione analitica che descrive la curva interpolante i dati sperimentali della *Figura 3.78*; proprio questa equazione è utilizzata per determinare i *CR* della *Forzante 1* e della *Forzante 2*.

$$A = 10.34 \cdot CR^2 - 16.9 \cdot CR + 9.596$$
 Equazione 3.20

Girando l'equazione e risolvendola per A pari a 3.25, ovvero il valore assegnato ad entrambi le forzanti, si ottiene:

$$CR_1 = 0.5846$$
 e $CR_2 = 1.049$ Equazione 3.21

La scelta ricade necessariamente sul primo dei due valori ottenuti, alla luce dei risultati dello studio eseguito sugli 8 volontari, che escludono valori di *CR* superiori a 0.8 nella quasi totalità dei casi, e per il significato stesso che questo parametro assume, che lo porta evidentemente a dover risultare minore o al più pari all'unità. Dunque, il valore di *CR* di ambedue le Forzanti è pari a *0.5846*.

Per quanto riguarda invece il periodo *T*, questo è determinato sulla base della frequenza che si vuole sollecitare attraverso la formula:

$$T = \frac{1}{f}$$
 Equazione 3.22

Nel caso in esame, esso è pari a 0.5188 secondi per la Forzante 1 e a 0.4736 secondi per la Forzante 2.

Definiti i parametri fondamentali, si costruiscono le due forzanti con l'ausilio del software Matlab. Ogni forzante è costruita utilizzando la funzione *sen*² per modellare l'azione "impulsiva" scaricata sulla struttura durante la fase di contatto. Questa tipologia di funzione permette di "ammorbidire" la forzante all'inizio e alla fine della fase di contatto, garantendo comunque una salita rapida verso il punto di picco della forza nella parte centrale di questa fase. La forzante è posta pari a zero in tutti gli istanti temporali in cui non vi è contatto tra le persone e la struttura.

Per via del fatto che alcune posizioni di carico sono modellate sul FEM da due nodi, per ognuna delle due forzanti è opportuno costruire anche la così detta *"Forzante divisa"* che ha la stessa forma della Forzante *"intera"* a cui è associata e valori di forza dimezzati rispetto a questa.

Le Forzanti "intere" e quelle "divise" vengono memorizzate in automatico da Matlab all'interno di *file.txt* che verranno poi utilizzati per effettuare l'analisi dinamica.

I dettagli dello script utilizzato per l'implementazione su Matlab del processo appena descritto, relativamente alla costruzione della *Forzante 1,* sono riportati in *Appendice 3.1 – Costruzione della Forzante 1 in Matlab;* il procedimento seguito per la *Forzante 2* è del tutto analogo a quello proposto per la *Forzante 1.*

Si tratta evidentemente di forzanti ideali, che non includono nessun tipo di variabilità deputata a modellare le incertezze che sono inevitabilmente presenti nella realizzazione di una sollecitazione di questo tipo nella realtà. Chiarito questo aspetto, si riportano di seguito le rappresentazioni grafiche, di entrambe le forzanti, relative ai primi 6 secondi della storia temporale, così da facilitarne la visualizzazione.



Figura 3.81 Rappresentazione dei primi 6 secondi della storia temporale della Forzante 1 e della Forzante 2.

3.3.2.2. Analisi Dinamica Mode Superposition

Le forzanti appena definite, vengono applicate in tutte le posizioni di interesse per la variazione delle prime due frequenze flessionali del Santuario di Vicoforte, individuate su entrambe le sezioni principali della struttura attraverso lo studio condotto al paragrafo *3.2. Analisi Statica*, e riportate graficamente in *Figura 3.82*. In particolare, per ogni posizione vengono sviluppate due differenti analisi dinamiche, una con *Forzante 1* e l'altra con *Forzante 2*.



Figura 3.82 Posizioni di interesse per l'applicazione della forzante dinamica prodotta dal movimento umano
Ogni posizione è schematizzata attraverso 1 o 2 nodi, così come illustrato al paragrafo 3.2.2. Posizioni di interesse per l'aggiunta di massa concentrata al Santuario. Le posizioni rappresentate da due nodi della struttura, vengono studiate ricorrendo alle forzanti "divise", così che il carico dinamico totale applicato sia pari a quello esercitato dalle forzanti "intere" sulle posizioni schematizzate con un unico nodo. Si riporta di seguito una tabella riassuntiva in cui vengono messi in evidenza i nodi che schematizzano le varie posizioni e le tipologie di forzanti applicate su di essi.

Posizione	Nodo	X [m]	Y [m]	Z [m]	1° Analisi dinamica	2° Analisi dinamica
4.6	146655	14.7164	24.8834	31.2100	Forzante 1 divisa	Forzante 2 divisa
4A	146785	14.7254	26.0634	31.2100	Forzante 1 divisa	Forzante 2 divisa
5A	157882	17.0634	25.4069	42.5130	Forzante 1	Forzante 2
6A	165831	23.7993	25.4070	47.0508	Forzante 1	Forzante 2
7A	165814	30.2829	25.4061	50.4457	Forzante 1	Forzante 2
8A	168188	30.2829	25.4061	52.2457	Forzante 1	Forzante 2
40	144400	33.9484	38.9630	31.2100	Forzante 1 divisa	Forzante 2 divisa
4B	144460	35.1284	38.9624	31.2100	Forzante 1 divisa	Forzante 2 divisa
5B	157346	34.4594	37.5631	42.4621	Forzante 1	Forzante 2
6B	164775	34.2721	32.8262	47.1367	Forzante 1	Forzante 2
7B	164659	34.2186	28.4125	50.4458	Forzante 1	Forzante 2
8B	168078	34.4501	28.4162	52.2458	Forzante 1	Forzante 2

Tabella 3.20 Definizione tipologia di Forzante da utilizzare per le due analisi dinamiche condotte per ciascuna posizione di interesse individuata sulla struttura.

È opportuno segnalare ancora una volta come si tratti di uno studio ideale: ogni posizione individuata, rappresenta un punto fisico della struttura reale in cui inevitabilmente non potrà essere scaricata contemporaneamente l'azione dinamica prodotta dal salto di 40 "persone tipo".

L'analisi dinamica è stata condotta utilizzando un metodo semplificato, spesso definito *mode superposition*. Lavorando su un modello agli elementi finiti elastico lineare, eseguire analisi dinamiche "FULL" avrebbe portato agli stessi risultati a fronte di un onere computazionale decisamente maggiore. Il metodo *mode superposition* si articola in tre fasi principali:

 Nella prima fase si esegue l'analisi modale sul FEM del Santuario di Vicoforte, così da permettere il disaccoppiamento dell'equazione del moto mediante diagonalizzazione delle matrici del sistema, sfruttando l'ortogonalità dei modi di vibrare. L'equazione del moto di un sistema a più gradi di libertà, smorzato e sollecitato nel tempo da una forzante generica, qual è il FEM utilizzato per questa analisi, è:

dove:	${u(t)}=$	vettore contenente gli spostamenti in coordinate geometriche;
	[<i>m</i>] =	matrice di massa del sistema;
	[<i>c</i>]=	matrice di smorzamento del sistema;
	[<i>k</i>]=	matrice di rigidezza del sistema;
	${F(t)}=$	vettore contenente la forzante applicata al sistema.

Definito un nuovo sistema di coordinate, dette coordinate modali o coordinate principali:

$$\{u(t)\} = [U]\{p(t)\}$$
 Equazione 3.24

dove:	[U] =	matrice modale, ovvero una matrice le cui colonne sono gli autovettori
		del sistema normalizzati rispetto alla massa;
	${p(t)} =$	vettore contenete gli spostamenti in coordinate modali;

Grazie alla proprietà di ortogonalità di cui godono i modi di vibrare, la riscrittura dell'equazione del moto in coordinate modali permette di diagonalizzare le matrici di massa e rigidezza:

$$[m][U]{\dot{p}(t)} + [c][U]{\dot{p}(t)} + [k][U]{p(t)} = {F(t)}$$
 Equazione 3.25

infatti, moltiplicando entrambi i membri per $[U]^T$:

$$[U]^{T}[m][U]\{\ddot{p}(t)\} + [U]^{T}[c][U]\{\dot{p}(t)\} + [U]^{T}[k][U]\{p(t)\} = [U]^{T}\{F(t)\}$$
Equazione 3.26

si ottiene che:

$$[I]\{\ddot{p}(t)\} + [U]^{T}[c][U]\{\dot{p}(t)\} + [\Omega]\{p(t)\} = [U]^{T}\{F(t)\}$$
 Equazione 3.27

dove: [I] = matrice identità, di rango pari al numero di gradi di libertà de sistema;
 [Ω]= è una matrice diagonali i cui termini non nulli sono gli autovalori del sistema;

Affinché le forme modali del sistema siano le stesse di quello del problema analogo non smorzato e per essere certi che anche il prodotto matriciale $[U]^T[c][U]$ sia diagonale, si ipotizza una matrice di smorzamento alla Rayleigh:

$$[c] = \alpha[m] + \beta[k]$$
 Equazione 3.28

dove: α , β = coefficienti adimensionali;

Ipotizzando che il prodotto matriciale visto sopra abbia la forma:

$$[U]^{T}[c][U] = \begin{bmatrix} 2 \cdot \zeta_{1} \cdot \omega_{n,1} & 0 & \dots \\ 0 & \dots & 0 \\ \dots & 0 & 2 \cdot \zeta_{q} \cdot \omega_{n,q} \end{bmatrix}$$
 Equazione 3.29

dove: ζ = smorzamento relativo del generico modo di vibrare; ω = pulsazione del generico modo di vibrare;

La determinazione dei coefficienti α e β avviene imponendo che sia verificata la seguente equazione:

$$[c] = \alpha[m] + \beta[k]$$
 Equazione 3.30

$$[U]^{T}[c][U] = \alpha[U]^{T}[m][U] + \beta[U]^{T}[k][U]$$
 Equazione 3.31

$$\begin{bmatrix} 2 \cdot \zeta_1 \cdot \omega_{n,1} & 0 & \dots \\ 0 & \dots & 0 \\ \dots & 0 & 2 \cdot \zeta_q \cdot \omega_{n,q} \end{bmatrix} = \alpha[I] + \beta[\Omega] \qquad Equazione 3.32$$

Nel caso di sistema dinamico con più di 2 gradi di libertà, l'*Equazione 3.32* si traduce in un sistema in cui il numero di equazioni è maggiore del numero di incognite. Nel caso studio analizzato, ci si trova in questa situazione, pertanto, per definire i valori dei parametri $\alpha \in \beta$, si è scelto di utilizzare solo le equazioni relative ai primi due modi flessionali della struttura.

Questo processo porta a completare il *disaccoppiamento modale*; la soluzione dell'*Equazione* 3.27 viene trovata risolvendo un sistema di equazioni disaccoppiate, una per ogni modo di vibrare, aventi la seguente forma:

$$\ddot{p}_j(t) + 2\zeta_j \omega_{n,j} \cdot \dot{p}_k(t) + \omega_{n,j}^2 \cdot p_j(t) = \sum_i \left(U_{ij} \cdot F_i(t) \right)$$
 Equazione 3.33

2. Nella seconda fase si procede alla risoluzione delle singole equazioni disaccoppiate nelle variabili $p_j(t)$; a tale scopo viene utilizzato un particolare integrale di convoluzione, noto come *integrale di Duamel*. La soluzione della generica equazione relativa al modo *j*-esimo si calcola come:

$$p_j(t) = h_j(t)^* f_j(t)$$
 Equazione 3.34

dove: h(t) = funzione di risposta all'impulso caratteristica del modo j, calcolata come:

$$h_j(t) = \frac{1}{\omega_{D,j}} \cdot e^{-\zeta \cdot \omega_{n,j} \cdot t} \cdot sen(\omega_{D,j} \cdot t)$$
 Equazione 3.35

 $f_i(t)$ = sollecitazione del modo j, calcolata come:

$$f_j(t) = \sum_i \left(U_{ij} \cdot F_i(t) \right)$$
 Equazione 3.36

3. Per ultimo, si determina la storia temporale degli spostamenti geometrici del sistema a più gradi di libertà utilizzando l'*Equazione 3.24*, riportata di seguito:

$$\{u(t)\} = [U]\{p(t)\}$$
 Equazione 3.24

Da questi, si calcola la storia temporale di accelerazioni dei vari gradi di libertà del sistema attraverso una doppia operazione di derivazione operata sulla variabile tempo.

Il numero di gradi di libertà (gdl) del caso studio analizzato, è ottenuto come somma di due termini:

$$gdl = gdl_{IN} + gdl_{OU}$$
 Equazione 3.37

Il primo termine tiene conto dei gradi di libertà necessari per fornire l'input al problema, ovvero la sollecitazione esterna. Si tratta sostanzialmente delle traslazioni in direzione *Z* dei nodi utilizzati per modellare la posizione considerata; il suo valore, sarà dunque pari a 2 per la posizione 4 e ad 1 per tutte le altre posizioni.

Il secondo termine contiene invece i gradi di libertà associati all'output del problema, ovvero le varie storie temporali di accelerazione dei sensori del sistema di monitoraggio dinamico installato sulla struttura. Anche in questo caso si tratta di gradi di libertà traslazionali in direzione X o Y. Per definire il valore di questo termine, che rimane costante dal momento che si vuole quantificare l'energia accumulata da tutti gli accelerometri presenti sulla struttura, indipendentemente dalla posizione di carico, si riassumono di seguito le caratteristiche principali del sistema di monitoraggio dinamico descritto al paragrafo 2.4. Sistema di monitoraggio dinamico.

I canali accelerometrici della struttura, escludendo quelli posizionati alla base della cripta, sono 9, posizionati secondo lo schema riportato in *Figura 3.83*.



Figura 3.83 Posizionamento canali accelerometrici del sistema di monitoraggio dinamico del Santuario di Vicoforte

Il modello agli elementi finiti non ha nodi di coordinate esattamente uguali a quelle delle posizioni reali degli accelerometri, riportate nella in *Tabella 2.1*. Per ovviare a ciò, per ogni posizione, si individua il nodo più vicino da utilizzare per la lettura del segnale di accelerazione nelle varie direzioni di interesse. In sostanza si sta ipotizzando che il segnale letto dal generico canale accelerometrico reale, collocato in una data posizione in direzione *X*, ad esempio, coincida con la storia temporale di accelerazione in direzione in direzione in considerata. Nella tabella seguente si riportano i nodi scelti per ognuno dei canali reali.

ID	Canale accelerometrico	Posizione reale sensore	Nodo	x	Y	z	Direzione
1	C_Nord_1	POS 1	167451	38.5689	25.4066	56.7791	Y
2	C_Nord_0	POS 1	167451	38.5689	25.4066	56.7791	Х
3	CB_Ovest_2	POS 2	167623	34.4096	28.416	56.7093	Y
4	CB_Sovest_4	POS 3	164770	34.2447	34.0481	45.8762	Х
5	CB_Sovest_5	POS 3	164770	34.2447	34.0481	45.8762	Y
6	CB_Novest_6	POS 4	166091	46.5495	25.4068	45.8366	Y
7	T_Novest_1	POS 5	142191	54.0959	25.4734	30.7779	Y
8	T_Sovest_2	POS 6	144754	34.5384	38.9683	30.7779	Х
9	CA_Novest_3	POS 7	166109	39.0261	25.4068	50.2762	Z

Tabella 3.21 Nodi scelti per modellare ciascuna posizione reale a cui è associato un canale accelerometrico del sistema di monitoraggio dinamico.

I parametri $\alpha \in \beta$ del caso studio, sono determinati partendo dai valori di smorzamento relativo dei primi due modi della struttura. In particolare, si risolve il sistema descritto dall'*Equazione 3.32*, ponendo $\zeta_1 \in \zeta_2$ uguali al valor medio degli smorzamenti del modo 1 e 2, rispettivamente pari a *1.20* e *1.42*. In definitiva, $\alpha \in \beta$ risultano essere rispettivamente *0.1656* e *0.0010*.

A valle dell'analisi dinamica *Mode Superposition*, per ogni posizione di interesse riportata in *Figura 3.83* e per entrambi le forzanti, si calcola la trasformata di Fourier delle accelerazioni sperimentate dai nodi che modellano gli accelerometri del sistema di monitoraggio dinamico reale, così da studiare i risultati ottenuti nel dominio della frequenza. Poiché si tratta di segnali definiti per tempi discreti, la trasformata viene effettuata utilizzando un apposito algoritmo di calcolo in grado di operare in queste condizioni, definito *Fast Fourier Transform* (FFT). Si tratta di un metodo ottimizzato che permette di avere oneri computazionali sensibilmente minori rispetto a quelli del primo algoritmo inventato per operare su segnali discreti, ovvero il *Discrete Fourier Transform*. L'onere computazionali di questi metodi, per un segnale definito da un vettore di lunghezza *N* è pari a:

- Fast Fourier Transform $\rightarrow N \cdot log(N)$
- Discrete Fourier Transform $\rightarrow N^2$

Nel dominio della frequenza, la trasformata del segnale così ottenuta ha le seguenti caratteristiche:

1. *risoluzione in frequenza* (f_{res}) pari a:

$$f_{res} = 1/t_{end}$$
 Equazione 3.38

dove: t_{end} = lunghezza temporale del segnale studiato, in [s];

2. Banda di frequenza indagata (B), pari a:

$$B = \frac{1}{t_c}$$
 Equazione 3.39

dove: t_c = tempo di campionamento, in [s].

L'intera procedura appena descritta è stata eseguita per ognuna delle posizioni di interesse, utilizzando uno script Matlab in grado di interagire in batch con l'applicativo Ansys. Lo script è stato costruito in modo da poter sviluppare contemporaneamente l'analisi dinamica di una data posizione relativa sia alla *Forzante 1* che alla *Forzante 2*. I dettagli del file utilizzato per l'analisi della posizione 4B sono riportati in *Appendice 3.2 - Implementazione in Matlab dell'analisi dinamica Mode Superposition relativa alla posizione 4B*.

Effettuate le analisi dinamiche *Mode Superposition* di tutte le posizioni di interesse, si studiano i risultati ottenuti attraverso l'utilizzo dell'applicativo Matlab.

3.3.2.3. Risultati Analisi Dinamica

Per prima cosa si riporta graficamente il modulo delle trasformate di Fourier delle accelerazioni sperimentate dai vari sensori, per una ben definita posizione di carico. In particolare, quelli che seguono sono i grafici ottenuti applicando la *Forzante 1* in posizione 4A.



Figura 3.84 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 1 applicata in posizione 4A.

Quanto osservato è da imputare alla tipologia di forzante utilizzata, caratterizzata da una frequenza di 1.927470 Hz. A riprova di ciò, si riportano i grafici relativi alle stesse due posizioni ottenute dall'elaborazione dei risultati delle analisi dinamiche condotte utilizzando la *Forzante 2*, caratterizzata da una frequenza 2.111368 Hz.



Figura 3.85 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 2 applicata in posizione 4A.

Anche in questo caso, tutti i grafici mostrano picchi in corrispondenza della frequenza caratteristica della forzante, che è anche la frequenza del modo 2 (2.111368 Hz), oltreché per le frequenze multiple di questa, ovvero circa 4.22 Hz, 6.33 Hz e così via. Considerazioni analoghe valgono per tutte le altre posizioni, i cui grafici sono riportati in *Appendice 3.3 - Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 1* e *Appendice 3.4 - Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 1* e *Appendice 3.4 - Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi condotta con Forzante 1* e *Appendice 3.4 - Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi condotta con Forzante 1* e *Appendice 2.*

In condizioni ideali, dunque, tutti i sensori sono in grado di individuare la frequenza della forzante che sollecita la struttura, indipendentemente da dove essa è applicata e dalla sua frequenza caratteristica.

3.3.2.3.1 Confronto Energetico dei segnali acquisiti dai vari canali accelerometrici

Si definisce ora un parametro numerico utile per effettuare nuove considerazioni sui risultati ottenuti; si tratta dell'energia accumulata dal singolo sensore, per una certa posizione di carico della struttura. In particolare, considerato che lo studio mira a massimizzare l'identificabilità strutturale dei modi 1 e 2, si valuta solamente l'energia accumulata nella banda di frequenza 1.5 Hz – 2.5 Hz. Da un punto di vista analitico, quanto appena descritto è ottenuto come:

$$E = \int_{1.5 \, Hz}^{2.5 \, Hz} |A(f)|^2 df$$
 Equazione 3.40

dove: |A(f)| = modulo della Trasformata di Fourier del segnale di accelerazione ottenuto dall'analisi modale per un determinato sensore, valutato ad una certa frequenza *f*.

È opportuno osservare che il valore di energia calcolata è influenzata dalla risoluzione in frequenza con cui è stata costruita la trasformata di Fourier; in questo studio essa è pari a $3.\overline{3} \cdot 10^{-3} Hz$. L'utilizzo di una risoluzione maggiore avrebbe permesso di ottenere probabilmente dei valori di picco più accurati a fronte però di un maggior onere computazionale. Resta inteso che si tratta di un'incertezza che coinvolge indistintamente le energie di tutti i sensori in ognuna delle situazioni indagate, ragion per cui, i confronti che di seguito verranno proposti non risentono di questa mancanza di precisione.

I valori di energia, calcolati per le trasformate di tutti sensori per ognuna delle posizioni di carico, sono riportati nelle due tabelle seguenti; la prima fa riferimento all'applicazione della *Forzante 1*, la seconda è invece relativa alla *Forzante 2*.

Eno	raia				Cana	le accelero	ometrico			
	igia 1	C_Nor	C_Nor	CB_Ove	CB_Sove	CB_Sove	CB_Nove	T_Nove	T_Soves	CA_Nove
Ĺ	J	d_1	d_0	st_2	st_4	st_5	st_6	st_1	t_2	st_3
za	4A	0.0002	0.0001	0.0327	0.0008	0.0004	0.1435	0.0005	0.0787	0.0007
for	4B	0.9531	0.4663	0.0041	0.0013	1.4920	0.0050	1.5144	0.0048	1.0541
illa	5A	0.0001	0.0001	0.0275	0.0022	0.0003	0.1519	0.0006	0.0666	0.0015
. de	5B	1.1873	0.5819	0.0049	0.0020	1.8624	0.0060	1.8910	0.0058	1.3153
plic	6A	0.0023	0.0011	0.0118	0.0062	0.0037	0.0919	0.0044	0.0270	0.0064
ap	6B	0.5606	0.2753	0.0023	0.0031	0.9089	0.0031	0.9239	0.0028	0.6223
e di	7A	0.0074	0.0036	0.0040	0.0033	0.0115	0.4253	0.0122	0.0088	0.0124
one	7B	0.4879	0.2399	0.0021	0.0050	1.2949	0.0048	1.3455	0.0026	0.5433
sizi	8A	0.0071	0.0035	0.0043	0.0027	0.0111	0.5225	0.0118	0.0094	0.0120
Pc	8B	0.5028	0.2473	0.0021	0.0053	1.3433	0.0029	1.3955	0.0025	0.5599

Tabella 3.22 Energia accumulata nella banda di frequenza 1.5 -2.5 Hz da ciascuno dei sensori presenti sulla struttura per le varie analisi dinamiche condotte facendo variare la posizione di applicazione della Forzante

Tabella 3.23 Energia accumulata nella banda di frequenza 1.5 -2.5 Hz da ciascuno dei sensori presenti sulla struttura per le varie analisi dinamiche condotte facendo variare la posizione di applicazione della Forzante 2

Eno	raia				Cana	le accelero	metrico			
	i gia 1	C_Nor	C_Nor	CB_Ove	CB_Sove	CB_Sove	CB_Nove	T_Nove	T_Sove	CA_Nove
Ĺ	J	d_1	d_0	st_2	st_4	st_5	st_6	st_1	st_2	st_3
za	4A	0.0155	0.0084	1.9356	0.0057	0.0243	4.5084	0.0234	2.9713	0.0142
for	4B	0.0091	0.0120	0.0611	0.0019	0.0070	0.1411	0.0082	0.0934	0.0174
ella	5A	0.0131	0.0071	1.6483	0.0076	0.0206	3.8570	0.0199	2.5302	0.0130
ď.	5B	0.0152	0.0172	0.0510	0.0029	0.0079	0.1178	0.0090	0.0780	0.0236
plic	6A	0.0058	0.0031	0.6872	0.0118	0.0090	1.6291	0.0087	1.0546	0.0085
ap	6B	0.0105	0.0108	0.0277	0.0046	0.0077	0.0642	0.0078	0.0424	0.0113
e di	7A	0.0027	0.0015	0.2849	0.0061	0.0045	1.1347	0.0038	0.4366	0.0056
oue	7B	0.0132	0.0097	0.0286	0.0076	0.5635	0.0677	0.6100	0.0438	0.0072
sizi	8A	0.0029	0.0016	0.3108	0.0051	0.0048	1.3140	0.0041	0.4762	0.0058
Рс	8B	0.0141	0.0104	0.0219	0.0079	0.5921	0.0508	0.6401	0.0335	0.0074

Sulla base di questi dati, si confrontano le energie accumulate dai vari sensori al variare della posizione di carico della Forzante 1.















Figura 3.86 Confronto energia accumulata dai sensori nella banda di frequenza 1.5-2.5 Hz al variare della posizione di applicazione della Forzante 1

Tutti i grafici relativi alle posizioni di carico sulla *Sezione BB*, ovvero quella che risente maggiormente della sollecitazione con *Forzante 1*, mostrano lo stesso pattern generale. I sensori che accumulano maggiore energia sono *CB_SOvest_5* e *T_NOvest_1*, ovvero 2 dei 3 sensori collocati all'altezza della cupola e allineati lungo la direzione *Y* della struttura; in seconda battuta, l'energia viene accumulata principalmente in due dei tre sensori disposti all'altezza del lanternino, *C_Nord_1* e *C_Nord_0*, con valori maggiori associati a quello disposto in direzione *Y*. Anche il sensore verticale, *CA_NOvest_3*, accumula una buona quantità di energia. Tutti gli altri sensori risultano poco sensibili alla sollecitazione.

I grafici relativi alle posizioni di carico sulla *Sezione AA* sono in generale caratterizzati da valori di energia molto inferiori rispetto a quelli della *Sezione BB*, di circa un ordine di grandezza. Anche questi grafici sono caratterizzati da un andamento generale simile, con la quota predominante di energia che viene accumulata dal segnale relativo al 3° sensore posizionato all'altezza della cupola in direzione Y (*CB_NOvest_6*). In seconda battuta, soprattutto nelle posizioni di carico più basse, l'energia è

accumulata nei sensori *T_SOvest_2* e *CB_Ovest_2*; il primo di questi è collocato in direzione *X* alla base della cupola, mentre il secondo è il 3° sensore del lanternino, orientato lungo l'asse *Y*.

Quando la *Forzante 1* è applicata in una delle posizioni individuate sulla *Sezione BB*, la percentuale di energia media¹⁷ accumulata dai vari sensori è quella illustrata in *Figura 3.87*; nella stessa figura è riportata anche la percentuale media di energia accumulata quando la forzante è esercitata in una delle posizioni della Sezione AA.



Figura 3.87 Percentuale media di energia accumulata nella banda di frequenza 1.5-2.5 Hz dai ciascun canale accelerometrico quando la Forzante 1 è applicata in una delle posizioni A oppure in una delle posizioni B

I grafici di confronto dei valori di energia calcolati per ogni sensore, con riferimento alle analisi condotte con *Forzante 2*, posizione per posizione, sono quelli riportati in *Figura 3.88*.

¹⁷ I grafici relativi alle varie posizioni *B* mostrano tutti lo stesso andamento; è quindi possibile valutare una percentuale di energia "media" di ognuno dei sensori come media delle percentuali di energia che viene accumulata da quello stesso sensore per le varie posizioni di carico *B*.















Figura 3.88 Confronto energia accumulata dai sensori nella banda di frequenza 1.5-2.5 Hz al variare della posizione di applicazione della Forzante 2

Per prima cosa, si osserva come le energie calcolate per posizioni di carico appartenenti alla *Sezione AA*, hanno valori nettamente superiori rispetto a quelle relative alla *Sezione BB*, in particolare per quanto riguarda le posizioni associate alle quote più basse. Si tratta di un'osservazione diametralmente opposta a quanto invece visto per le analisi dinamiche sviluppate con *Forzante 1*.

Tutti i grafici relativi alle posizioni di carico *A* mostrano lo stesso pattern generale, molto simile a quello ottenuto anche per le stesse posizioni sollecitate però con *Forzante 2*. Questo schema generale prevede che la maggior parte dell'energia venga assorbita dal sensore *CB_NOvest_6*, posizionato all'altezza della cupola in direzione *Y*; gli altri due sensori ad assorbire una quantità di energia apprezzabile, sono il *CB_Ovest_2* e *T_SOvest_2*, disposti rispettivamente in direzione Y alla quota del lanternino e in direzione X alla base della cupola.

I grafici relativi alla *Sezione BB*, mostrano invece un comportamento differente al variare della posizione di carico. Le posizioni *4B*, *5B* e *6B* permettono di accumulare molta energia nel sensore *CB_NOvest_6* e secondariamente nei sensori *CB_Ovest_2* e *T_SOvest_2*; interessante osservare come

si tratti della stessa terna di sensori messi in risalto per le posizioni della *Sezione AA*. Le posizioni *7B* e *8B* permettono invece di massimizzare l'energia acquisita dai sensori *CB_SOvest_5* e *T_NOvest_1*, collocati all'altezza della cupola in direzione Y. Si tratta degli stessi sensori per cui era massima l'energia nel caso di *Forzante 1* collocata in una qualsiasi delle posizioni *B*.

Lo schema riportato di seguito permette di comprendere meglio cosa succede in termini di energia media accumulata nei vari sensori al variare della posizione di applicazione della *Forzante 2*. Sono esclusi da questa rappresentazione i risultati ottenuti applicando la forzante in posizione *7B* ed *8B*.



Figura 3.89 Percentuale media di energia accumulata nella banda di frequenza 1.5-2.5 Hz dai ciascun canale accelerometrico quando la Forzante 1 è applicata in una delle posizioni A oppure in una delle posizioni B (escluse la 7B e la 8B)

In estrema sintesi, quanto appena osservato permette di concludere che il canale accelerometrico CB_NOvest_6 è quello più interessante da un punto di vista energetico quando la forzante, di tipo 1 o di tipo 2, è applicata in una qualsiasi delle posizioni A. Risulta molto interessante anche nel caso di *Forzante 2* applicata in posizione 4B, 5B o 6B. Per tutte le altre posizioni B sollecitate con *Forzante 2* e per tutte quelle sollecitate con *Forzante 1*, i sensori di maggiore interesse sono CB_SOvest_5 e T_NOvest_1 .

È interessante notare come i 3 canali accelerometrici appena indicati siano tutti allineati nella direzione corta della struttura, ovvero la Y; si tratta quindi della direzione in cui la struttura sperimenta le

accelerazioni e quindi gli spostamenti maggiori. Tali sensori, inoltre, sono tutti collocati ad una quota che permette loro di monitorare uno specifico elemento strutturale: la cupola del Santuario di Vicoforte.

3.3.2.3.1 Confronto Energetico dei segnali prodotti applicando la forzante in una data posizione di carico

Si valuta ora la somma dell'energia accumulata nei vari sensori, per una ben definita posizione di carico e tipologia di forzante; I risultati ottenuti, posizione per posizione, sono riassunti in *Tabella 3.24* ed illustrati in *Figura 3.90*.

Tabella 3.24 Energia totale accumulata da vari canali accelerometrici al variare della posizione di carico e della tipologia di forzante

Posizione di carico									Energia Totale		
Ellei gia [1]	4A	4B	5A	5B	6A	6B	7A	7B	8A	8B	[1]
Forzante 1	0.258	5.495	0.251	6.857	0.155	3.302	0.489	3.926	0.584	4.061	25.378
Forzante 2	9.507	0.351	8.117	0.323	3.418	0.187	1.880	1.351	2.125	1.378	28.637



Figura 3.90 Energia totale in [J] accumulata da vari canali accelerometrici al variare della posizione di carico e della tipologia di forzante

La somma dell'energia di tutte le posizioni, ottenuta applicando la *Forzante 1*, detta *Energia totale F1*, è pari a circa 25.4 J Quella ottenuta applicando invece la *Forzante 2* è di circa 28.6 J ed è detta *Energia totale F2*. In sostanza, entrambe le forzanti forniscono lo stesso quantitativo totale di energia al sistema dinamico del Santuario di Vicoforte.

Al fine di individuare le posizioni migliori da caricare con ognuna delle due forzanti, così da massimizzare l'energia fornita al sistema, si calcola la percentuale di energia rispetto all' *Energia totale* di ogni posizione di carico.

Tabella 3.25 Contributo percentuale di energia fornito dalla singola posizione di carico all'energia totale prodotta da una data Forzante

		Posizione di carico									
	4A	4B	5A	5B	6A	6B	7A	7B	8A	8B	
Forzante 1	1.0	21.7	1.0	27.0	0.6	13.0	1.9	15.5	2.3	16.0	
Forzante 2	33.2	1.2	28.3	1.1	11.9	0.7	6.6	4.7	7.4	4.8	



Figura 3.91 Contributo percentuale di energia fornito dalla singola posizione di carico all'energia totale prodotta da una data Forzante

Ciò che si osserva è che le posizioni di maggior interesse per l'applicazione della forzante sono la 4 e la 5.

4. Progettazione prova sperimentale

Lo scopo di questo capitolo è quello di individuare la configurazione migliore per il collocamento della massa aggiuntiva all'interno del Santuario di Vicoforte. Per raggiungere questo obiettivo, si definiscono una serie di configurazioni potenzialmente interessanti per la disposizione della massa, sulla base delle indicazioni ricavate dalla trattazione proposta al capitolo precedente e di tutta una serie di considerazioni di natura tecnico-geometrica che saranno dettagliate di seguito. La configurazione migliore verrà definita confrontando i risultati ottenuti dallo studio numerico condotto su ciascuno dei potenziali schemi di carico.

La trattazione proposta si sviluppa in due fasi principali: nella prima parte si affrontano le questioni progettuali più importanti, utili a definire dettagliatamente come eseguire la prova stessa, mentre nella seconda parte si studiano gli schemi di carico individuati utilizzando il FEM del Santuario di Vicoforte, così da ricavare i dati numerici essenziali per poter scegliere la configurazione di prova migliore.

4.1. Configurazioni di carico di interesse

La massa aggiuntiva da collocare all'interno del Santuario di Vicoforte è materializzata nella realtà dalla massa corporea di una o più persone al fine di garantire i vantaggi già opportunamente descritti al paragrafo *1.4. Finalità della tesi*. Ne consegue che per poter individuare gli spazi utilizzabili per il collocamento della massa, sia necessario definire preliminarmente il volume di spazio occupato dalla singola persona. La ricerca degli spazi da utilizzare deve poi tener conto di un certo numero di vincoli geometrici e di una serie di aspetti tecnico-logistici, oltreché delle indicazioni emerse dallo studio condotto al capitolo precedente. Quindi, dopo aver dettagliatamente affrontato anche la questione relativa alla tipologia di forzante da applicare alla struttura, si procederà alla definizione delle configurazioni di carico di interesse.

4.1.1. Volume di spazio occupato dalla persona tipo

La procedura seguita per la determinazione del volume di spazio occupato dalla singola persona si basa sull'ipotesi progettuale secondo cui ogni individuo coinvolto nell'analisi sarà caratterizzato da valori antropometrici uguali a quelli di un individuo ipotetico indicato come "persona tipo". In aggiunta, si prende in considerazione una configurazione della persona tipo tale per cui le sue braccia e le sue gambe siano inclinate rispetto alla verticale rispettivamente di 50° e 5°. Si tratta di un ipotesi cautelativa, che permette di assegnare a ciascun individuo uno spazio maggiore rispetto a quello

strettamente necessario. Si parlerà nel prosieguo della trattazione di questa configurazione, indicandola come *configurazione di confort*.



Figura 4.1 Vista frontale della persona tipo in
configurazione di confortFigura 4.2 Vista dall'alto della persona tipo in
configurazione di confort

Le caratteristiche antropometriche principali della persona tipo sono quelle già descritte al paragrafo *3.1.1. Definizione della "Persona tipo"*. In aggiunta a queste, si definiscono i valori di altri parametri antropometrici necessari per la valutazione del suo ingombro fisico. Anche in questo caso, per tener conto della tendenza al cambiamento dei valori antropometrici all'interno della popolazione per effetto combinato di *tendenza secolare* ed *età*, in assenza di dati specifici relativi ai parametri di seguito definiti, si fa riferimento al tasso di incremento dell'1.75% ricavato per l'altezza al paragrafo *3.1.1.1. Statura della "Persona tipo"*.

Con riferimento alla norma UNI EN ISO/TR 7250-2: 2011 – Misurazioni di base del corpo umano per la progettazione tecnologica (UNI CEN ISO/TR 7250-2, 2011), ed in particolare alla Tabella 4, si riportano di seguito i parametri antropometrici di interesse e il loro valore incrementato, calcolato partendo dal valor medio valutato sull'intero campione di popolazione selezionato.

	Figura 4.3 Altezza del cavallo (UNI EN ISO 7250-1:2010, 2010)	Figura 4.4 Lunghezza spalla- gomito (UNI EN ISO 7250- 1:2010, 2010)	Figura 4.5 Lunghezza gomito- polso (UNI EN ISO 7250- 1:2010, 2010)
Descrizione	Altezza del cavallo	Lunghezza spalla- gomito	Lunghezza gomito-polso
Valore medio	79.6 cm	31.3 cm	23.6 cm
Valore incrementato	81.0 cm	31.8 cm	24.0 cm



	Figura 4.9 Lunghezza della mano (UNI EN ISO 7250-	Figura 4.10 Lunghezza del piede (UNI EN ISO 7250-
	1:2010, 2010)	1:2010, 2010)
Descrizione	Lunghezza mano	Lunghezza del piede
Valore medio	18.4 cm	24.9 cm
Valore incrementato	18.7 cm	25.3 cm

Integrando la configurazione ipotizzata con i valori antropometrici appena definiti, si costruisce l'ellisse che circoscrive l'area occupata dal singolo individuo sul piano orizzontale. Si tratta di una superficie di forma semplice in grado di stimare cautelativamente lo spazio necessario per ciascun individuo. Da un punto di vista costruttivo, il semiasse maggiore è definito sulla base delle spazio occupato trasversalmente dalla persona tipo ed è pari a *75.8 cm*. Il semiasse minore, invece, è stato valutato tenendo conto della profondità toracica e della lunghezza dei piedi della persona tipo ed è risultato pari a *26.8 cm*.

Per determinare il volume di spazio occupato, si sceglie di estrudere l'ellisse definita per una lunghezza pari all'altezza della persona tipo, pari *a 168.3 cm*. In definitiva, il volume di spazio riservato a ciascun individuo è rappresentato geometricamente da una forma cilindrica a base ellittica (*Figura 4.13*).



Figura 4.12 Vista frontale della persona tipo con indicazione dei parametri antropometrici di interesse, in [cm]



Figura 4.13 Ellisse costruita per definire lo spazio occupato dal singolo individuo in configurazione di confort sul piano orizzontale



Figura 4.11 Vista dall'alto della persona tipo con indicazione dei parametri antropometrici di interesse, in [cm]



Figura 4.14 Volume di spazio occupato dal singolo individuo in configurazione di confort

Nell'ottica di massimizzare l'occupazione degli spazi disponibili, si definisce un'ulteriore configurazione della persona tipo, meno cautelativa ma che garantisce comunque un certo margine rispetto allo spazio minimo necessario occupato dalla persona tipo con braccia e gambe perfettamente verticali.

Si tratta di una configurazione identica a quella riportata in *Figura 4.1*, fatta eccezione per l'angolo di inclinazione delle braccia che ora è scelto pari a 20°. Si parlerà di seguito di *configurazione minima* con riferimento a quella appena definita.

Per la valutazione dello spazio occupato dalla persona tipo in *configurazione minima*, si parte dall'ellisse costruita per la *configurazione di confort* e si modifica esclusivamente la parte che ricade oltre l'impronta dei piedi per tener conto della nuova inclinazione delle braccia. Il volume di spazio occupato, anche in questo caso, è ottenuto estrudendo la superficie di base per una lunghezza pari all'altezza della persona tipo.





Figura 4.15 Eliminazione dell'area dell'ellisse che ricade oltre l'impronta dei piedi

Figura 4.16 Costruzione nuove ellissi per tener conto delle braccia inclinate di 20°



Figura 4.17 Superficie occupata dalla persona tipo in configurazione minima sul piano orizzontale

4.1.2. Definizione degli spazi accessibili

Dallo studio ideale condotto al *capitolo 3* era emerso come le posizioni interessanti da un punto di vista tecnico erano quelle indicate con i numeri *4,5,6,7* e *8*. Si tratta di posizioni ideali, individuate tenendo conto di aspetti strutturali e geometrici, che però non sempre si trovano in prossimità di spazi della struttura realmente accessibili fisicamente. A fronte di ciò, è stata condotta un'attenta analisi finalizzata ad individuare questi spazi, tenendo conto di vincoli di natura geometrica e pratica dello

spazio stesso, oltreché della sua accessibilità, sulla base dei dati geometrici disponibili e di informazioni raccolte in diversi sopralluoghi.

La posizione 4 è collocata alla quota in cui termina il tamburo ed inizia lo sviluppo della cupola. Gli spazi occupabili a questo livello sono diversi. Innanzi tutto, il balconcino di forma ovale che si sviluppa sul cornicione interno della parte finale del tamburo. Si tratta di uno spazio accessibile con relativa facilità, che garantisce una superficie calpestabile abbastanza grande, sebbene parte di essa è occupata da cavi elettrici di grosso spessore, necessari per il funzionamento dei sistemi di monitoraggio di cui è dotata la struttura. L'area è distribuita uniformemente sull'intero perimetro del tamburo ed opportunamente protetta da una ringhiera in metallo alta *100 cm*. Da un punto di vista tecnico, si tratta di una spazio il cui carico va a finire direttamente sulla struttura principale del Santuario. Nella trattazione che segue, questo spazio è indicato come *posizione 4.1*.



Figura 4.18 Cavi elettrici del sistema di monitoraggio (Sopralluogo, 2021)

Figura 4.19 Vista generale dello spazio ellittico che si sviluppa sul cornicione superiore interno del tamburo (kalata.it, 2021)

Alla stessa quota, sul lato esterno della struttura, sono presenti una serie di balconcini in metallo, collocati sul lato Sud, Nord, Nord-Est, Sud-Est, Sud-Ovest e Nord-Ovest della struttura indicati di seguito, in ordine, come *posizione 4.2, posizione 4.3, posizione 4.4 , posizione 4.5, posizione 4.6* e *posizione 4.7*. Si tratta di spazi esterni, quindi non coperti, caratterizzati da una superficie di base ampia, realizzata con elementi a griglia che poggiano su una struttura principale e opportunamente protetta da un parapetto di altezza pari a *100 cm*. L'intera struttura è realizzata in metallo e scarica le azioni agenti su di essa tramite appoggi metallici puntuali, distribuiti uniformemente lungo la direzione di sviluppo della struttura stessa. Il percorso dei carichi è leggermente più lungo rispetto a quello della *posizione 4.1,* ma si conclude comunque con lo scarico delle azioni sulla parte finale del tamburo. In termini di accessibilità, tutti i balconcini sono facilmente raggiungibili.



Figura 4.20 Vista interna balconcino Sud (Sopralluogo, 2021)

Figura 4.21 Vista esterna balconcino Sud-Ovest (kalata.it, 2021)

Figura 4.22 Dettaglio appoggi puntiformi uniformemente distribuiti (Sopralluogo, 2021)

La posizione 5 si trova alla quota di inizio dello sviluppo della copertura esterna del tiburio. Nelle sue vicinanze, l'unico spazio fisicamente occupabile è rappresentato dall'intercapedine tra la copertura in legno e la cupola in muratura. Si tratta di una zona caratterizzata da una superficie di base con curvatura nulla sul perimetro esterno, che tende a crescere man mano che ci si avvicina verso il centro della cupola, fino a raggiungere pendenze per cui non è più possibile sostare in posizione eretta, a partire da distanze superiori ai 330 cm. L'altezza dell'intercapedine, invece, raggiunge il valore di 175 cm già a partire da una distanza di 100 cm dal perimetro esterno. I valori riportati sono stati misurati lungo la direzione longitudinale della struttura; man mano che ci si sposta verso la direzione corta della stessa, la curvatura della superficie di appoggio tende a crescere più rapidamente, così come l'altezza della copertura in legno. Sulla base di ciò, lo "spessore" dell'area calpestabile realmente occupabile, passa da un valore pari a circa 230 cm lungo la direzione lunga della struttura ad un valore di circa 225 cm. Sebbene l'intercapedine sia presente al disopra dell'intera cupola, solo una parte di dimensioni limitate, che si sviluppa nella zona Sud-est del Santuario, è accessibile. La restante parte, ad oggi, non è stata riqualificata da un punto di vista igenico-sanitario e pertanto è stato interdetto l'accesso attraverso elementi realizzati in legno. La zona accessibile, indicata di seguito come posizione 5.1, è facilmente raggiungibile, fatto salvo per un piccolo tratto un po' impegnativo, caratterizzato dalla presenza di una scala a pioli.



Figura 4.23 Scala a pioli percorrere per raggiungere il tiburio (Sopralluogo, 2020)

Figura 4.24 Vista dall'alto della zona accessibile della posizione 5.1 (Sopralluogo, 2021)

La posizione 6 era stata individuata a circa metà della quota del tiburio, ovvero a circa 46 m dal piano campagna. L'unico spazio utilizzabile, prossimo a questa posizione, è rappresentato da una sporgenza della muratura, utilizzata solitamente per permettere l'accesso alla lanterna, opportunamente protetta da un parapetto in legno per un quarto dell'ellisse, nel quadrante individuato dalla direzione Est e dalla direzione Sud del Santuario. Solo questa zona è dunque considerata utilizzabile, dal momento che per i restanti 3 quadranti dell'ellisse non sussistono le condizioni di sicurezza minime necessarie per la salvaguardia delle persone coinvolte. La superficie di base dello spazio è regolare. Da un punto di vista tecnico, le azioni applicate in questo spazio, sono scaricate direttamente sulla cupola in muratura e quindi sulla struttura principale del Santuario. Per raggiungere questo spazio, si segue esattamente lo stesso percorso utilizzato per raggiungere la *posizione 5.1*. Nel prosieguo della trattazione, si farà riferimento ad esso parlando di *posizione 6.1*.



Figura 4.25 Vista interna della posizione 6.1. (Sopralluogo, 2021)

La posizione 7 e la posizione 8 sono state scelte in quanto collocate rispettivamente alla quota di fine sviluppo della cupola e di inizio di sviluppo delle monofore del lanternino. Sul Santuario sono presenti due spazi fisicamente occupabili, caratterizzati da una quota intermedia a quelle delle due posizioni in questione. Si sceglie di identificare questi due spazi, nel prosieguo della trattazione, come *posizione 7.1* e *posizione 7.2*. Il primo spazio è rappresentato da un balcone di forma ellittica che contorna esternamente la lanterna. È caratterizzato da una superficie regolare, con larghezza variabile, pari in alcuni tratti a 45 cm ed in altri a circa 110 cm; il perimetro esterno è delimitato da un parapetto in muratura alto 155 cm. Il secondo spazio è invece collocato all'interno della lanterna. Si tratta di un balconcino di forma ellittica accessibile per circa 2/3. La superficie è regolare, larga circa 60 cm, ed è protetta da una ringhiera metallica alta 130 cm. Il percorso da affrontare per raggiungere entrambi gli spazi è il medesimo: si tratta dello stesso percorso seguito per la *posizione 6.1* a cui si aggiunge un breve tratto caratterizzato da una scalinata in legno abbastanza agevole da superare.



Figura 4.26 Vista interna della posizione 7.1. (Sopralluogo, 2021)

Figura 4.27 Balconcino ellittico, individuato come posizione 7.2. (kalata.it, 2021)

Tutti gli spazi accessibili appena identificati, sono indicati sulle due sezioni trasversali principali del Santuario di Vicoforte.



Figura 4.28 Rappresentazione schematica degli spazi accessibili individuati

4.1.3. Individuazione delle posizioni di carico

Si valuta ora il numero di persone necessario per occupare interamente gli spazi accessibili individuati, assegnando ad ogni individuo, prioritariamente, uno spazio pari a quello calcolato al paragrafo 4.1.1. Volume di spazio occupato dalla persona tipo per la configurazione di confort. Solo in un secondo momento, si individua il numero di ulteriori persone in configurazione minima da poter disporre nelle aree rimaste ancora libere.

Per riempiere la *posizione 4.1.*, si sceglie di predisporre un'unica fila di "persone tipo" una a fianco all'altra, con le spalle perpendicolari alla direzione radiale, nella mezzeria della spazio occupabile. In totale, la posizione permette di ospitare 64 persone tipo: 62 in *configurazione di confort* e 2 in *configurazione minima*.



Figura 4.29 Rappresentazione grafica di parte dello spazio indicato come posizione 4.1.

Per quanto riguarda le *posizioni 4.2.*, *4.3.*, *4.4.*, *4.5.*, *4.6.* e *4.7.*, si segue la stessa logica utilizzata per lo spazio interno, disponendo un'unica fila di "persone tipo" fianco a fianco lungo la linea di mezzeria dello spazio occupabile. In totale, i due spazi disposti nelle direzioni Nord e Sud possono ospitare fino a 6 persone in *configurazione di confort*, mentre ciascuno degli spazi disposti lungo le direzioni intermedie, può ospitare un totale di 5 persone tipo, di cui 4 in *configurazione di confort* e 1 in *configurazione minima*.



Figura 4.30 Rappresentazione grafica di parte dello spazio indicato come posizione 4.2.

In definitiva, in posizione 4 può essere disposto un numero massimo di 96 persone tipo. Ad ogni posizione di carico individuata è stato assegnato un identificativo numerico strutturato come:

$$ID \ posizione = p1p2 \qquad Equazione \ 4.1$$

- dove: p1 = parametro che identifica la posizione principale; in questo caso è dunque pari a 4.
 - p2 = parametro progressivo che caratterizza le diverse posizioni di carico; in questo caso va da 1 a 96.



Figura 4.31 Rappresentazione schematica degli spazi accessibili e delle posizioni di carico individuate per la posizione 4

Lo spazio disponibile per collocare la massa aggiuntiva, individuato come *posizione 5.1.*, è stato occupato per intero predisponendo 5 file di "persone tipo", alternate con strisce di area da mantenere libera, dello spessore di circa *25 cm*, per garantire un adeguato distanziamento tra le file. Per via della variazione dello spessore della zona accessibile, la fila più interna di "persone tipo", che dovrà sostare sulla parte di superficie a inclinazione maggiore, è occupata solo per metà. In totale, lo spazio risulta completamente occupato collocando 18 "persone tipo": 15 in *configurazione di confort* e 3 in *configurazione minima*. Le posizioni di carico individuate, sono caratterizzato da un identificativo numerico costruito sulla base dell'*Equazione 4.1*, assegnando il valore *5* al parametro *p*1.



Figura 4.32 Rappresentazione schematica degli spazi accessibili e delle posizioni di carico individuate per la posizione 5

Anche per quanto riguarda lo spazio individuato come *posizione 6.1*, è stato occupato predisponendo due file di "persone tipo", disposte con le spalle in direzione perpendicolare a quella radiale. In questo modo è stato possibile individuare 18 posizioni di carico in *configurazione di confort* a cui si va ad aggiungere un'ulteriore posizione in *configurazione minima*. Le posizioni di carico individuate, sono caratterizzato da un identificativo numerico costruito sulla base dell'*Equazione 4.1*, assegnando il valore 6 al parametro *p*1.



Figura 4.33 Rappresentazione schematica degli spazi accessibili e delle posizioni di carico individuate per la posizione 6

Lo spazio in *posizione 7.1* è stato predisposto per accogliere una fila di "persone tipo" lungo l'intero perimetro del balconcino ellittico, a cui si affianca una seconda fila solo nelle zone in cui lo spessore del balconcino passa da *45 cm* a *110 cm*. Infine, per quanto riguarda la *posizione 7.2*, si è scelto di predisporre l'occupazione solo parziale del balconcino interno, lasciando liberi gli spazi più lontani dall'ingresso alla lanterna: si tratta di uno spazio di spessore ridotto e collocato ad una quota particolarmente alta. In totale, gli spazi della posizione 7 permettono di ospitare fino a 37 "persone tipo" in *configurazione di confort* e 2 in *configurazione minima*. Le posizioni di carico individuate, sono caratterizzato da un identificativo numerico costruito sulla base dell'*Equazione 4.1*, assegnando il valore 7 al parametro *p*1.



Figura 4.34 Rappresentazione schematica degli spazi accessibili e delle posizioni di carico individuate per la posizione 7

In totale, le posizioni di carico individuate ammontano a 172, di cui 160 in *configurazione di confort* e 12 in *configurazione minima*.

4.1.4. Posizioni di salto

Sebbene l'identificabilità strutturale del Santuario di Vicoforte sia particolarmente alta per i primi due modi di vibrare, con percentuali di identificazione superiori al 90 % (dato riferito al periodo 12/16-3/17 (Pecorelli, Ceravolo, & Epicoco, 2020)), si sceglie comunque di progettare una prova sperimentale che preveda l'applicazione di una forzante esterna così da garantire un'eccitazione adeguata della struttura e favorire di conseguenza il processo di identificazione strutturale anche in condizioni ambientali ed operative particolarmente sfavorevoli.

La forzante esterna in questione è prodotta attraverso una serie di salti verticali eseguiti dalle persone coinvolte nella prova, ragion per cui è necessario selezionare opportunamente gli spazi della struttura caratterizzati da geometrie e dispositivi di protezione tali da garantire un adeguato livello di sicurezza.

Per tali ragioni, lo spazio indicato come *posizione 5.1.* viene escluso da quelli utilizzabili per esercitare la forzante, dal momento che la superficie di base è caratterizzata da una pendenza variabile. Lo spazio indicato come *posizione 6.1.* è escluso dal momento che la superfici di base è irregolare e il parapetto in legno non garantisce un adeguato livello di sicurezza. Per quanto riguarda invece la *posizione 7.2,* il motivo dell'esclusione è da ricercare nello spessore particolarmente limitato di cui si caratterizza lo spazio. Infine, le *posizioni 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7* sono escluse dal momento che si sviluppano su elementi aggiuntivi rispetto alla struttura principale, che scaricano le loro azioni attraverso elementi "puntuali", col rischio di generare fenomeni di punzonamento sulla struttura stessa.

La posizione 4.1 e 7.1 garantiscono un adeguato livello sicurezza e pertanto possono essere utilizzate per generare la forzante esterna. Per favorire l'esecuzione della performance di salto, si sceglie di limitare le posizioni utilizzabili per il salto alle sole posizioni di carico individuate facendo riferimento alla *configurazione di confort*. Per motivi che verranno dettagliatamente chiariti nel paragrafo 4.1.4.1. *Definizione della tipologia di forzante*, si sceglie di applicare la forzante esterna in un solo dei due spazi appena definiti per ciascuno schema di carico costruito di seguito.

Dal momento che l'azione dinamica è in grado si sollecitare sensibilmente la struttura, amplificando di oltre 3 volte l'azione statica dovuta alla massa corporea della persona tipo, si è deciso di condurre una verifica di sicurezza relativa alla *posizione 4.1.* Si tratta della posizione potenzialmente interessata dal carico di entità maggiore, visto l'elevato numero di posizioni di carico disponibili. Inoltre, tra le due posizioni in cui si intende applicare l'azione dinamica, da un punto di vista strutturale il balconcino interno della posizione 4 è caratterizzato da maggiore criticità, dal momento che un carico verticale agente sulla sommità della cupola (posizione 7.1) è facilmente sopportato da questo tipo di geometria.

4.1.4.1. Definizione della tipologia di forzante

Le ragioni che spingono ad applicare una forzante esterna alla struttura, sono già state ampiamente discusse nel paragrafo 3.3 Analisi Dinamica, così come sono già state discusse le caratteristiche delle due forzanti ideali, di frequenza pari a circa 1.9 Hz e 2.1 Hz. In questo paragrafo, si affronta la questione da un punto di vista più pratico, concentrandosi sui diversi aspetti che entrano in gioco durate la generazione della sollecitazione periodica esterna.

Tutta la trattazione che segue si sviluppa attorno ad un unico nocciolo centrale: le forzanti sono generate attraverso il movimento della massa corporea di una o più individui, che saltano sulla struttura seguendo il ritmo impartito da un metronomo.
La prima conseguenza diretta di ciò è l'impossibilità di generare due differenti forzanti con frequenze così vicine tra di loro. Sebbene il metronomo possa essere configurato in modo da emettere un segnale audio con frequenze anche molto vicine tra di loro, è inevitabile che nella realtà le due forzanti ottenute siano praticamente sovrapponibili, a causa di serie di fattori caratteristici della sorgente utilizzata per generare la sollecitazione, come, ad esempio, la reattività. Per questo motivo, d'ora in avanti si farà riferimento ad un'unica forzante di frequenza pari a *2.0 Hz*.

In secondo luogo, il salto del singolo individuo ripetuto nel tempo, per quanto ritmato dal metronomo, rimane comunque una sorgente caratterizzata da forte variabilità. Anche supponendo che la reattività della "persona tipo" sia particolarmente elevata, è lecito aspettarsi che questa non riesca a mantenere un ritmo costante per più di una serie limitata di salti consecutivi. Se a questa considerazione si aggiunge il fatto che la forzante globalmente applicata alla struttura è generata dalla somma delle singole forzanti prodotte dal salto di ciascuna persona, appare chiara la necessità di individuare una serie di espedienti pratici che possano limitare in qualche modo il problema.

Per prima cosa si sceglie di generare una forzante ottenuta come somma di 5 cicli, ognuno dei quali caratterizzato da una prima fase di salto della durata di 30 secondi, seguita da una seconda fase in cui l'individuo ha modo di riposare, sempre della durata di 30 secondi. Questa scelta permette di ottenere una forzante lunga *300 s*¹⁸ e di limitare a 60 il numero di salti consecutivi sa eseguire.

In aggiunta a questo, per cercare di sincronizzare i salti di più persone affiancate l'una all'altra, si è ipotizzato che ciascun individuo tenga per mano le due persone ad esso più vicine: in questo modo si crea una sorta di catena umana che aiuta ciascuno dei componenti del gruppo a mantenere il ritmo tenuto dal gruppo nel suo insieme.

Infine, si considera la questione relativa ai punti di applicazione della forzante. Dal momento che questa è generata come somma di tante forzanti applicate in punti differenti della struttura, è necessario stabilire una strategia chiara di somministrazione della forza così da evitare di generare azioni non desiderate alla struttura. Dal momento che la forzante generata con il salto è di tipo verticale, per eccitare il primo o il secondo modo della struttura occorre fare in modo di applicare la sollecitazione su due lati opposti della struttura con uno sfasamento temporale ben definito. In particolare, lo sfasamento deve essere pari alla metà del periodo della forzante, quindi, in questo caso pari a *0.25 s*. Anche in questo caso emerge chiaramente l'impossibilità di realizzare nella pratica questo sfasamento, ragione per cui l'applicazione della forzante sui due lati opposti della struttura ha il vantaggio principale di permettere di sollecitare la stessa in modo continuativo, facendo coincidere i

¹⁸ La forzante si costruisce della lunghezza di 300 s per gli stessi motivi già visti al paragrafo 3.3. Analisi Dinamica

30 s di pausa del gruppo di persone collocate su un lato della struttura con i 30 s di salto del gruppo di persone collocate sul lato opposto.

Si immagini, ad esempio, di voler sollecitare il primo modo flessionale del santuario, esercitando la forzante nella *posizione 4.1.* L'idea è quella di applicare la forzante nelle posizioni di carico disponibili nelle zone più prossime alla direzione corta della struttura, sfalsando temporalmente la sollecitazione applicata sui due lati opposti di 30 secondi. In questo modo si evita il rischio di somministrare contemporaneamente sui due lati della struttura una sollecitazione verticale, con la conseguenza di sollecitare verticalmente il Santuario.

La forzante applicata senza sfasamento temporale iniziale, verrà di seguito indicata come *forzante artificiale*, per distinguerla da quella a cui è invece applicato lo sfasamento, indicata a sua volta come *forzante artificiale alterna*



Figura 4.35 Rappresentazione schematica della tipologia di forzante da applicare sui due lati della struttura

In linea teorica, lo sfasamento temporale migliore è quello di lunghezza pari a 30,25 s. Anche in questo caso, tuttavia, data l'intrinseca incertezza che caratterizza tutto il processo di generazione della forzante, si sceglie di trascurare lo sfasamento aggiuntivo pari a mezzo periodo.

Si è inoltre deciso di limitare ad 1 il numero massimo di zone di carico in cui è possibile esercitare contemporaneamente la forzante, così da evitare di incorrere in problemi di coordinamento tra gruppi di persone collocate in spazi non comunicanti tra di loro, col rischio di somministrare azioni non desiderata alla struttura.

4.1.4.2. Verifica Cornicione posizione 4.1.

La posizione 4.1 è materializzata fisicamente dal cornicione che corre lungo il perimetro di base della cupola ovale. L'elemento, in assenza di informazioni più dettagliate, si ipotizza possa essere realizzato in muratura di mattoni pieni e malta di calce. Si tratta di un elemento assimilabile ad una fascia di piano da un punto di vista strutturale, ragion per cui la verifica allo Stato Limite di Vita condotta, utilizza proprio le formulazioni per la verifica a taglio delle fasce di piano.

La verifica è condotta facendo riferimento ad una striscia dell'elemento dello spessore di 1.00 m; l'altezza e la lunghezza dell'elemento sono invece state valutate durante il sopralluogo condotto in data 21-05-2021 e sono pari rispettivamente a 0.40 m e 0.96 m. Trattandosi di una verifica speditiva, si semplifica la geometria dell'elemento andando a considerare costante la sua altezza, trascurando gli elementi trasversali su cui poggia in parte la mensola in questione.



Figura 4.36 Rappresentazione grafica Figura della mensola da verificare all'interno strutturale dell'elemento della parete portante in muratura

4.37 Modellazione

Figura 4.38 Schema strutturale semplificato utilizzato per lo studio della posizione 4.1.

L'azione sollecitante è determinata come somma di quella dovuta al peso proprio dell'elemento stesso e del valore massimo dell'azione dinamica esercitata durante la fase di salto dalla persona tipo.

$$V_{Sd} = W + P$$
 Equazione 4.2

dove: W = peso proprio dell'elemento considerato;

P = Valore di picco dell'azione dinamica applicata alla struttura;

Il peso proprio è valutato come segue:

$$W = h \cdot l \cdot t \cdot w$$
 Equazione 4.3

dove: h = altezza dell'elemento, pari a 0.4 m;

- *l* = lunghezza dell'elemento, pari a 0.96 m;
- *t* = spessore dell'elemento, pari a *1.00 m*;
- w= densità del materiale di cui è costituito l'elemento, pari a 18 kN/m³ secondo quanto riportato in *Tabella C8.5.IV* della circolare applicativa della NTC2018 (Circolare del 21 gennaio 2019, n. 7 , 2019)

Per quanto riguarda invece l'azione dinamica di picco, prodotta dal salto della persona tipo, si procede in questo modo:

$$P = A \cdot g \cdot m$$
 Equazione 4.4

dove: *A* = fattore di amplificazione dinamica, pari a 3.25 (paragrafo *3.3.2.1. Modellazione delle Forzanti*);

g = accelerazione gravitazionale, pari 9.81 m/s^2 ;

m = massa corporea della persona tipo, pari a 69 kg (paragrafo 3.1.1.3. Valori Antropometrici della "Persona tipo").

Sostituendo i valori dei parametri nell'*Equazione 4.2*, si ottiene un valore di taglio sollecitante pari a circa *9.11 kN*.

Il taglio resistente è invece calcolato facendo riferimento a quanto al *paragrafo 7.8.2.2.4* delle *Norme Tecniche per le Costruzioni* (Norme Tecniche per le Costruzioni, 2018). In particolare, si utilizza la seguente formulazione:

$$V_{Rd} = min(V_t, V_p)$$
 Equazione 4.5

dove: V_t = valore del taglio resistente per azioni taglianti verticali;

 V_p = valore di taglio resistente per azioni di pressoflessione;

Il primo termine è calcolato utilizzando l'equazione [7.8.2.2.4] della norma, riportata di seguito come *Equazione 4.6*:

 $V_t = h \cdot t \cdot f_{vd0}$ Equazione 4.6

dove: f_{vd0} = resistenza a taglio di progetto della muratura in assenza di compressione, calcolata come:

 $f_{vd0} = \frac{f_{vk0}}{\gamma_M}$ Equazione 4.7

- con: f_{vk0} = resistenza a taglio caratteristica della muratura, calcolata secondo l'Equazione 4.8;
 - γ_M = coefficiente parziale di sicurezza sulla resistenza a compressione della muratura, comprensivo delle incertezze di modello e di geometria, pari a 3;

Per valutare la resistenza a taglio caratteristica della muratura, si utilizza la seguente equazione:

dove: $f_{\nu m0}$ = resistenza media a taglio della muratura in assenza di tensioni normali, pari a 13 N/cm² secondo quanto riportato in Tabella C8.5.IV della circolare applicativa della NTC2018 (Norme Tecniche per le Costruzioni, 2018)¹⁹

¹⁹ Si sceglie di assumere il valore minimo tra il range di valori proposti dalla circolare, a favore di sicurezza.

Sostituendo i valori all'interno dell'*Equazione 4.6.*, si ottiene che il taglio resistente è pari a circa *12.13 KN.*

Il secondo termine è invece calcolato ricorrendo all'equazione [7.8.6] proposta dalla normativa e riportata di seguito:

$$V_p = 2 \cdot \frac{M_u}{l}$$
 Equazione 4.9

dove: l = luce libera della trave in muratura, pari a 0.96 m;

 M_u = è la capacità massima a flessione associata al meccanismo di pressoflessione ed è calcolata come:

$$M_u = H_p \cdot \frac{h}{2} \cdot \left[1 - \frac{H_p}{0.85 \cdot f_{hd} \cdot h \cdot t} \right]$$
 Equazione 4.10

con: f_{hd} = è la resistenza di progetto della muratura in direzione orizzontale

 H_p = minimo tra la capacità a trazione dell'elemento teso ed il valore di 0.4· f_{hd} ·h·t

La resistenza di progetto della muratura è valutata come:

$$f_{hd} = \frac{f_{hk}}{\gamma_M}$$
 Equazione 4.11

- dove: f_{hk} = è la resistenza caratteristica della muratura in direzione orizzontale, assunta pari al valor medio della resistenza a compressione della muratura, ovvero a 260 N/cm², secondo quanto riportato in Tabella C8.5.IV della circolare applicativa della NTC2018 (Norme Tecniche per le Costruzioni, 2018)²⁰
 - γ_M = coefficiente parziale di sicurezza sulla resistenza a compressione della muratura, comprensivo delle incertezze di modello e di geometria, pari a 3;

Per quanto riguarda invece il valore di *Hp*, in assenza di dati di dettaglio, si suppone che gli elementi resistenti a taglio abbiano una capacità pari a quella dell'armatura minima prescritta dalla normativa; in altre parole, si calcola come:

²⁰ Si sceglie di assumere il valore minimo tra il range di valori proposti dalla circolare, a favore di sicurezza.

$$H_p = \min(A_s \cdot f_{yd}, 0.4 \cdot f_{hd} \cdot h \cdot t)$$
 Equazione 4.12

dove: A_s = area dell'armatura minima a trazione, pari all'area di 4 barre di acciaio di diametro 16 mm per metro lineare, ovvero circa 803 mm²;

 f_{vd} = resistenza a trazione di progetto dell'acciaio, pari a circa 391 N/mm².

Sostituendo i valori dei parametri all'interno dell'*Equazione 4.9*, si ottiene che il taglio resistente per azioni generate da un meccanismo di pressoflessione è pari a circa *14.03 kN*.

Il taglio resistente minimo è dunque pari a 12.13 KN e risulta maggiore di quello sollecitante, pari invece a 9.11 kN; la verifica della *posizione* 4.1 risulta superata.

4.1.5. Schemi di carico di interesse

La massa aggiuntiva da collocare all'interno della struttura è rappresentata, nella realtà, dalla massa corporea di un gruppo di persone. Dato l'interesse nel condurre la prova sperimentale progettata in questa tesi sulla struttura reale, qualora lo studio condotto dovesse fornire risultati interessanti, si sceglie di proseguire l'analisi fissando un numero massimo di persone da coinvolgere: 50.

Le configurazione di carico di interesse sono determinate facendo riferimento alle linee guide ottenute dallo studio condotto al capitolo precedente, secondo cui:

- La variazione delle frequenza proprie della struttura è tanto maggiore quanto maggiore è la massa aggiuntiva collocata
- A parità di massa aggiuntiva, questa è tanto più efficace quanto maggiore è la distanza tra la posizione in cui è collocato il vincolo strutturale e quella di aggiunta della massa
- 3) Sebbene l'analisi si basi sullo studio delle prime due frequenze flessionali della struttura, dal momento che sono associate ad un indice di identificabilità sensibilmente maggiore rispetto alle altre, in generale si cercherà di favorire la prima frequenza propria che è quella che risulta maggiormente sensibile alla variazione di frequenza
- 4) L'energia percepita dal sistema di monitoraggio dinamico è sensibilmente maggiore quando la forzante è applicata in ordine nelle posizioni *4* e *5*.
- 5) L'energia accumulata all'interno dei sensori è maggiore quando la sollecitazione applicata alla struttura genera i suoi effetti nella stessa direzione in cui si sviluppa la deformata modale del modo che si intende eccitare.

Ogni schema di carico individuato si fonda su questi principi base, ma è costruito seguendo un prefissato obiettivo.

Schema di carico n.1

In questa prima configurazione di carico, si persegue l'obiettivo principale dello studio condotto: ottenere la massima variazione di frequenza propria della struttura. Per far questo, si decide di collocare il massimo numero possibile di "persone tipo", nelle 50 posizioni di carico caratterizzate dalle quote più alte. Quindi, dopo aver occupato totalmente le posizioni 7.1 e 7.2, si è deciso di disporre il numero restante di persone nella *posizione 6.1*, disponendole in modo discontinuo così da aumentare lo spazio tra di loro. Al fine di ottimizzare l'identificabilità strutturale, le posizioni di carico occupate nello spazio 7.1 nelle zone più prossime alla direzione corta della struttura, saranno utilizzate per somministrare la forzante artificiale alla struttura. In particolare, nelle posizioni di carico individuate con un indicativo numerico compreso nell'intervallo 706 – 711, verrà applicata la *forzante artificiale*; nelle restanti posizioni si applicherà, invece, la *forzante artificiale alterna*.



Figura 4.39 Schema di carico n.1, posizioni 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7



Figura 4.40 Schema di carico n.1, posizioni 5.1, 6.1, 7.1 e 7.2

Questa configurazione di carico è stata creata con l'obiettivo di massimizzare l'energia fornita al sistema di monitoraggio dinamico attraverso l'applicazione di una forzante esterna. Lo schema di carico prevede quindi di occupare tutte le posizioni di carico disponibili negli spazi 4.1, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7, nelle zone disposte lungo la direzione corta della struttura, lasciando alle sole persone assegnate alla posizione 4.1, il compito di saltare al fine di generare la forzante esterna. In particolare, le posizioni dislocate nella zona Est della struttura, sono caricate con *forzante artificiale alterna*, mentre quelle ad Ovest con *forzante artificiale*. In aggiunta, si sceglie di collocare il numero restate di persone disponibili, nella posizione migliore per massimizzare la variazione di frequenza della struttura stessa.



Figura 4.42 Schema di carico n.2, posizioni 5.1, 6.1, 7.1 e 7.2

Si tratta dello schema di carico costruito utilizzando solamente gli spazi di carico più facilmente raggiungibili; in particolare si è quindi scelto di evitare le posizioni 5.1, 6.1,7.1 e 7.2 che prevedono un tratto con scala a pioli nel percorso da seguire per raggiungerli. Anche in questo caso, per favorire l'identificabilità strutturale della *frequenza 1*, si è deciso di applicare la forzante nelle posizioni di carico disposte lungo la direzione corta della struttura, somministrando *forzanti artificiali* sul lato Ovest e *forzanti artificiali alterne* sul lato Est.



Figura 4.43 Schema di carico n.3, posizioni 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7



Figura 4.44 Schema di carico n.3, posizioni 5.1, 6.1, 7.1 e 7.2

Si tratta della configurazione di carico che massimizza la quantità di massa aggiuntiva collocata negli spazi relativi ad un preciso elemento strutturale: la cupola in muratura. Come detto, si tratta della componente di maggior interesse sia da un punto di vista storico, date le sue dimensioni geometriche, che strutturale, dal momento che si tratta della zona, insieme al tamburo, su cui si sono sviluppate nel corso degli anni le fessure più rilevanti. Dopo aver esaurito le posizioni disponibili in questa zona, si collocano le restanti persone nella zona 4.1., con l'intento di favorire l'identificabilità strutturale, applicando *forzanti artificiali* nella zona Ovest della struttura ed *artificiali alterne* nella zona Est.



Figura 4.45 Schema di carico n.4, posizioni 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7



Figura 4.46 Schema di carico n.4, posizioni 5.1, 6.1, 7.1 e 7.2

Si tratta della configurazione di carico che riproduce il percorso seguito durante la visita guidata *Magnificat – Salita alla cupola*. Pertanto, si sceglie di occupare gli spazi della struttura dove i visitatore sostano per più tempo, ovvero la posizione *4.1., 4.2., 5.1, 7.1* e *7.2*; trattandosi di spazi aperti quotidianamente al pubblico, inoltre, questi hanno il vantaggio di trovasi in condizioni igienico-sanitarie migliori rispetto a tutte le altre zone individuate al paragrafo precedente.

Dal momento che il tour guidato è organizzato in gruppi formati al massimo da 15 persone, si sceglie di occupare gli spazi scelti disponendo 15 persone per ogni posizione principale. Il numero di persone ancora non collocate, vengono assegnate allo spazio 4.1. che rappresenta la zona con disponibilità di spazio maggiore. Infine, si sceglie di assegnare il compito di esercitare la *forzante artificiale* alla persone disposte nella *posizione 4.1*.



Figura 4.47 Schema di carico n.5, posizioni 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7



Figura 4.48 Schema di carico n.5, posizioni 5.1, 6.1, 7.1 e 7.2

4.2. Simulazioni FEM

Dopo aver individuato gli schemi di carico di interesse ed aver definito gli aspetti pratici inerenti alla tipologia di prova sperimentale in questione, in questa seconda parte del capitolo si utilizza il modello agli elementi finiti del Santuario di Vicoforte (*3.1.2. Modello agli elementi finiti*) per simulare la prova sperimentale, e valutare i risultati attesi.

L'analisi proposta di seguito è stata condotta su ciascuno schema di carico scelto; si sviluppa in due fasi principali: la prima ha lo scopo di valutare le variazioni di frequenza che possono essere ottenute sulla struttura reale attraverso la massa aggiuntiva; in un secondo momento, si studia la possibilità di applicare delle forzanti alla struttura così da aumentare le possibilità di riuscita della prova sperimentale

I risultati delle varie prove condotte, saranno utilizzate per operare un confronto tra le diverse soluzioni di carico proposte ed individuare quella che garantisce i maggiori vantaggi.

4.2.1. Autoanalisi

L'autoanalisi è sviluppata utilizzando la stessa procedura di base già vista per lo studio ideale condotto al paragrafo *3.2. Analisi Statica*, apportando una serie di migliorie per cercare di simulare al meglio la prova sperimentale.

Innanzi tutto, per ognuna delle posizioni di carico individuate al paragrafo 4.1.3. Individuazione delle posizioni di carico, è stato individuato un nodo del FEM che la rappresenti, così da poter condurre analisi più accurate, con massa aggiuntiva opportunamente distribuite nelle zone di carico scelte di volta in volta. Per la scelta del nodo da assegnare ad ogni posizione di carico, è stato seguito il principio della minima distanza dalla posizione reale individuata sulla struttura.

Per quanto riguarda le posizioni individuate negli schemi di carico di interesse come "posizioni in cui si somministra la forzante", occorre aprire una parentesi di dettaglio in merito all'aggiunta di massa per lo sviluppo dell'autoanalisi. In linea di principio, nella realtà la massa aggiuntiva è presente durante le fasi di riposo e le fasi di contatto; è invece assente durante la fase di volo.



Figura 4.49 Time-history della forzante con indicazioni relative alla fase di salto e alla fase di riposo

Dal momento che l'autoanalisi è condotta a tempo fissato, non è possibile tener conto di una valore di massa aggiuntiva che vari nel tempo. Ai fini dell'autoanalisi si è dunque scelto di considerare la massa aggiuntiva anche delle posizioni "di salto", dal momento che il tempo in cui la massa è presente supera di gran lunga quello di assenza. D'altro canto, è lecito aspettarsi che l'applicazione nel tempo di una forza impulsiva, come è quella generata dal salto della "persona tipo", abbia effetti sul comportamento dinamico della struttura che possono essere equivalenti a quelli ottenuti applicando una certa forza statica: in questo caso si sta dunque ipotizzando che l'applicazione della forzante impulsiva sia equivalente alla somministrazione statica della forza peso della "persona tipo". In sostanza si genera una sorta di fenomeno di inerzia, per cui la struttura si comporta per un certo intervallo temporale come se la massa aggiuntiva "variabile" fosse sempre presente sulla struttura stessa.

4.2.2. Analisi mode superposition

L'analisi, anche in questo caso, è condotta seguendo la procedura già utilizzata per sviluppare lo studio del paragrafo *3.3.2.2. Analisi Dinamica Mode Superposition*. Si tratta di un'analisi dinamica semplificata, definita comunemente *mode superposition*, condotta per ciascuno schema di carico di interesse individuato.

Le differenza sostanziale, rispetto all'analisi ideale, risiede nel fatto che la forzante applicata è relativa al salto di una sola persona ed è dunque applicata su ogni nodo del FEM che rappresenta una posizione di salto nello schema di carico.

Nei sottoparagrafi successivi si riassumono le scelte fatte per la modellazione della forzante artificiale e quelle relative alla modellazione della forzante esterna dovuta a fattori ambientali ed operativi

4.2.2.1. Modellazione della Forzante Artificiale

Per quanto riguarda poi la costruzione della forzante generata dal salto del gruppo di persone coinvolte, sono stati presi in considerazione tutti gli accorgimenti pratici introdotti al paragrafo 4.1.4.1. *Definizione della tipologia di forzante*: si generano in realtà due forzanti, una detta *forzante artificiale* ed una *artificiale alterna*, ciascuna delle quali composta da cicli caratterizzati da una *fase di salto* e da una *di riposo*, ambedue di lunghezza pari a 30 s.

Al fine di ottenere risultati quanto più possibili vicini a quelli sperimentabili nella realtà si è anche deciso di tener conto delle caratteristiche intrinseche della sorgente. La successione di salti eseguiti dalla "persona tipo", per quanto ritmati dal metronomo, risultano inevitabilmente irregolari; è sufficiente che la persona tipo reagisca con un attimo di ritardo al segnale sonoro per avere una variazione della durata della *fase di volo*, con conseguenze dirette sul rapporto tra *fase di volo* e *fase di contatto*, sul valore della forza di picco generato, sulla durata del ciclo di salto e quindi sulla frequenza.

In sostanza, tutti e tre i parametri necessari per definire compiutamente la forzante, ovvero il periodo T_i , la frazione di tempo di contatto CR_i e la forza di picco *Peak F_i*, subiscono delle variazioni salto dopo salto. Tuttavia, sulla base dello studio riportato nell'articolo scientifico *Measuring Ground Reaction Force and Quantifying Variability in Jumping and Bobbing Actions* (McDonald & Živanović, 2017), si è deciso di tener conto esclusivamente della variabilità legata al periodo T_i . Lo studio riportato nell'articolo²¹ indaga l'influenza della variabilità relativa a ciascuno dei tre parametri che descrivono la

²¹ Paragrafo "influence of cycle-by-cycle Randomness on Vibration Response"

forzante sulla risposta strutturale. In particolare, i ricercatori hanno calcolato preliminarmente l'accelerazione sperimentate da una struttura modellata come un sistema SDOF e soggetta ad una *forzante misurata* lunga circa 40 s, prodotta da una successione di salti di tipo *jumping* eseguiti da un individuo. Il procedimento è stato ripetuto più volte, variando di volta in volta la frequenza propria dello SDOF, da un valore minimo di 0.5 Hz ad uno massimo pari a 10 Hz. In secondo luogo, hanno costruito tre forzanti "modificate", partendo dalla *forzante misurata* ed annullando la variabilità di un solo parametro per volta; hanno quindi ottenuto una prima forzante modificiata caratterizzata da un valore costante della forza di picco *Peak F_i*, una seconda caratterizzata da periodo *T_i* costante e la terza caratterizzata invece da un valore costante di frazione di tempo di contatto *CR_i*. E' stata quindi somministrata una *forzante modificata* per volta ad ogni sistema SDOF indagato in precedenza, al fine di misurare la risposta di accelerazione del sistema stesso. L'intera procedura è stata poi ripetuta per diverse *forzanti misurate*, generate dalla successioni di salti eseguiti da individui diversi e a diversa frequenza. I risultati dello studio sono stati condensati nei grafici che seguono.



Figura 4.50 Rapporto tra l'accelerazione di picco sperimentata dal sistema SDOF soggetto alla forzante misurata e quella relativa alla somministrazione della forzante modificata con valore costante della forza di picco (McDonald & Živanović, 2017)

Figura 4.51 Rapporto tra l'accelerazione di picco sperimentata dal sistema SDOF soggetto alla forzante misurata e quella relativa alla somministrazione della forzante modificata con periodo costante (McDonald & Živanović, 2017)

Figura 4.52 Rapporto tra l'accelerazione di picco sperimentata dal sistema SDOF soggetto alla forzante misurata e quella relativa alla somministrazione della forzante modificata con valore di frazione di tempo di contatto costante (McDonald & Živanović, 2017)

Considerando la parte dei grafici relativi ad un sistema SDOF di frequenza propria pari a 2Hz, si può osservare come la risposta del sistema sia relativamente poco sensibile alla variabilità del parametro *frazione del tempo di contatto*, con valori massimi del rapporto tra le accelerazioni di picco che si discostano dall'unità di ± 20 % (*Figura 4.52*). La stessa considerazione è valida per quanto riguarda la variabilità della *forza di picco*, con valori massimi del rapporto tra le accelerazioni che in questo caso superano di poco il 20% rispetto all'unità (*Figura 4.50*). La *Figura 4.51* mostra invece una situazione diversa, caratterizzata da variazioni rispetto al valore unitario molto rilevanti che sostanzialmente mettono in luce come la risposta della struttura soggetta alla *forzante misurata* può differire da quella fornita in caso di applicazione della *forzante modificata con periodo costante* di un fattore 2. Sono

questi i motivi che hanno portato alla scelta di tener conto esclusivamente della variabilità del *periodo* nella costruzione della forzante.

La modellazione della suddetta variabilità è stata operata moltiplicando il periodo di salto per un fattore r1, estratto in modo casuale da una distribuzione normale di media e varianza pari rispettivamente a 1.0 e a 3,7 %, per ogni ciclo di salto che compone la *forzante artificiale* e quella *artificiale alterna*. Anche in questo caso, per la valutazione della varianza si è fatto riferimento all'articolo scientifico citato in precedenza (McDonald & Živanović, 2017), ed in particolare al paragrafo "activity frequency". Inevitabilmente, data la variabilità del periodo del ciclo di salto, potrebbe verificarsi che durante la *fase di salto* lunga 30 secondi, rientri un numero di cicli di salto superiore o inferiore ai 60 previsti²². Dal momento che nella realtà l'indicazione fornita alle persone è quella di saltare ogni qual volta viene prodotto un segnale acustico, si è deciso di limitare a 60 il numero massimo di cicli di salto presenti in ognuna delle *fasi di salto*, anche qual'ora l'intervallo di tempo occupato dovesse risultare inferiore ai 30 secondi prestabiliti. Nel caso in cui invece il numero di salti completati nei 30 secondi sia inferiore ai 60 previsti, si consente di completare il salto che era iniziato prima che si concludesse la *fase di salto*.



Figura 4.53 Rappresentazione time-history della forzante artificiale utilizzata per l'analisi mode superposition, generata tenendo conto della variabilità del periodo di salto



Figura 4.54 Rappresentazione time-history della forzante artificiale alterna utilizzata per l'analisi mode superposition, generata tenendo conto della variabilità del periodo di salto

²² il numero di cicli di salto completi atteso in un intervallo temporale della lunghezza di *30 s* è pari a 60, dal momento che l'obiettivo è quello di generare una forzante di frequenza pari a *2 Hz*.

4.2.2.2. Modellazione delle Forzante esterna generata da fattori ambientali ed operativi

La forzante esterna prodotta dai fattori ambientali ed operativi non è stata presa in considerazione all'interno dell'analisi dinamica condotta. Il motivo che ha portato a questa scelta è il seguente: la modellazione di questa forzante non fornisce alcun contributo, ma anzi potrebbe creare degli ostacoli, all'obiettivo ultimo dell'analisi dinamica, ovvero la definizione della forzante prodotta dal movimento della massa corporea che massimizzi la quantità di energia accumulata nei vari sensori del sistema di monitoraggio dinamico del santuario. Se si volesse simulare una situazione reale, l'effetto ambientale non potrebbe essere in alcun modo trascurato, poiché per tale struttura rappresenta la principale fonte di sollecitazione e potrebbe essere modellato, per esempio, sulla base delle serie storiche disponibili attraverso una valutazione statistica. Tuttavia, non potendo avere la certezza sulle condizioni ambientali che si presenteranno alla realizzazione dell'esperimento, considerarne una previsione in questa fase potrebbe andare a vantaggio di alcune configurazioni di movimento e a svantaggio di altre, portando alla definizione della forzante artificiale che massimizzi l'energia accumulata solo nella particolare condizione ambientale considerata (concetto analogo all'*overfitting*). Pertanto, si è scelto di condurre l'analisi considerando solo l'effetto del movimento della massa corporea, in assenza di tutti i fattori che potrebbero contaminare e influenzare il risultato.

4.2.3. Risultati e scelta della configurazione migliore

4.2.3.1. Risultati Autoanalisi

I risultati ottenuti dalle autoanalisi condotte sui vari schemi di carico sono sintetizzati nel grafico che segue:



Figura 4.55 Istogramma delle variazioni percentuali di frequenza propria della struttura, relativi ai diversi schemi di carico utilizzati

Da un punto di vista generale, gli istogrammi riportati in figura ricalcano pienamente quelli che potevano essere i risultati attesi sulla base dell'analisi statica ideale, condotta al capitolo precedente: indipendentemente dallo schema di carico, è evidente l'accoppiamento tra i primi due modi flessionali e i secondi due, con variazioni nettamente maggiori associate ai primi due, ed in particolare al modo 1.

Per quanto riguarda i diversi schemi di carico considerati, si osserva come la prima configurazione, che era stata costruita con lo scopo di ottenere le variazioni di frequenza massime relative ai primi due modi flessionali, permette effettivamente di ottenere i risultati più significativi. E' però importante notare come i risultati relativi al quarto e al quinto schema di carico, costruiti rispettivamente per massimizzare la massa aggiuntiva collocata nelle zone più prossime all'elemento cupola e per riprodurre il percorso guidato del programma *Magnificat*, siano comunque molto vicini a quelli dello schema di carico 1. Per quanto riguarda invece lo schema di carico 2 e il numero 3, costruiti rispettivamente per massimizzare l'energia fornita al sistema e tenendo conto delle posizioni più facilmente raggiungibili, i valori di variazione ottenuti sono più bassi ma comunque in linea con quelli attesi, dal momento che la maggior parte delle posizioni di carico occupate sono dislocate nei pressi della *posizione 4*.

Da un punto di vista statico, dunque, le configurazioni più interessanti sono quelle relative agli identificativi numerici 1 e 4.

4.2.3.2. Risultati Analisi Mode Superposition

Si riportano, ora, i risultati delle analisi Mode Superposition condotte su ciascuno schema di carico; in particolare si mostrano le time-history di accelerazione e le relative Trasformate di Fourier sperimentate dai nodi che schematizzano i canali accelerometrici del sistema di monitoraggio dinamico installato sul Santuario.



Figura 4.56 Time-History dell'accelerazione sperimentata dai nodi che rappresentano i sensori del sistema di monitoraggio dinamico, modulo della Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione e dettaglio della trasformata nell'intervallo di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz, relativi allo schema di carico 1



Figura 4.57 Time-History dell'accelerazione sperimentata dai nodi che rappresentano i sensori del sistema di monitoraggio dinamico, modulo della Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione e dettaglio della trasformata nell'intervallo di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz, relativi allo schema di carico 2



Figura 4.58 Time-History dell'accelerazione sperimentata dai nodi che rappresentano i sensori del sistema di monitoraggio dinamico, modulo della Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione e dettaglio della trasformata nell'intervallo di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz, relativi allo schema di carico 3



Figura 4.59 Time-History dell'accelerazione sperimentata dai nodi che rappresentano i sensori del sistema di monitoraggio dinamico, modulo della Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione e dettaglio della trasformata nell'intervallo di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz, relativi allo schema di carico 4



Figura 4.60 Time-History dell'accelerazione sperimentata dai nodi che rappresentano i sensori del sistema di monitoraggio dinamico, modulo della Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione e dettaglio della trasformata nell'intervallo di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz, relativi allo schema di carico 5

Anche in questo caso, da un punto di vista generale, i risultati attesi sono in linea con le aspettative. I segnali di accelerazione, sperimentate dai vari sensori, sono continui per i primi 4 schemi di carico dal momento che l'alternanza di applicazione di forzante artificiale e artificiale alterna fa sì che la struttura sia sollecitata per tutta la durata dell'analisi. Per quanto riguarda invece lo schema di carico 5, nella time-history di accelerazione sono presenti zone scariche, dovute al fatto che tutte le forzanti applicate sono del tipo forzante artificale. Le Trasformate di Fourier di tutti i segnali, per ogni schema di carico, mostrano andamenti chiaramente meno netti e con picchi in corrispondenza delle frequenze proprie della struttura, a differenza di quanto invece succedeva nello studio ideale, dove i picchi si verificavano in corrisponde della frequenza caratteristica della forzante e dei suoi multipli. Anche in questo caso, si tratta di un risultato atteso, dal momento che la forzante è caratterizzata da frequenza variabile per via del coefficiente casuale utilizzato nella sua modellazione per tener conto dell'irregolarità della sorgente. Concentrandosi sulla rappresentazione di dettaglio della Trasformata di Fourier, relativa alla banda di frequenza compresa tra 1.5 Hz e 2.5 Hz, si può poi osservare come i primi 4 schemi, accomunati dal fatto di sollecitare la struttura in direzione corta, sebbene attraverso gruppi di persone di diverso numero e posizionati in zone differenti della struttura, presentano un andamento analogo dei picchi nei diversi sensori: in particolare, i sensori C Nord 1 (X), C Nord 0 (Y), CB SOvest 5 (Y), T NOvest 1(Y) e CA NOvest 3 (Z) mostrano dei picchi in corrispondenza della prima frequenza della struttura, mentre i sensori CB Ovest 2 (Y), CB NOvest 6 (Y) e T SOvest 2 (X) presentano trasformate con picchi associati al secondo modo proprio. Il sensore CB SOvest 4 (X) mostra invece un andamento non definito, senza picchi evidenti. Interessante notare come i picchi delle trasformate associate ai vari sensori, non siano guidati né dalla direzione di sollecitazione della struttura, né dalla direzione in cui è disposto il sensore stesso.



SEZIONE A-A

SEZIONE B-B

Figura 4.61 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione relativa alla banda frequenza compresa tra 1.5 Hz e 2.5 Hz, di ognuno dei sensori della sistema di monitoraggio dinamico, con struttura caricata secondo lo schema 1

Calcolando il valore di energia accumulato da ciascun sensore nella banda di frequenza 1.5 Hz-2.5 Hz, per ognuno degli schemi di carico studiati, seguendo lo stesso processo visto al paragrafo 3.3.2.3.1 *Confronto Energetico dei segnali acquisiti dai vari canali accelerometrici*, si osserva che anche in questo caso i grafici relativi alle varie configurazioni di carico sono molto simili. E' poi importante notare come l'energia maggiore sia associata ai sensori che mostrano un picco della trasformata in corrispondenza della frequenza associata al modo 1. Anche questo risultato trova riscontro con quanto visto nello studio ideale condotto al paragrafo 3.3 Analisi Dinamica, dal momento che i grafici ottenuti sono molto simili a quelli ricavati applicando la *Forzante 1* in una qualsiasi delle posizioni individuate sulla sezione trasversale principale *BB*.



Figura 4.62 Istogramma valori di energia nella banda di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz di ciascun sensore del sistema di monitoraggio dinamico, relativi allo schema di carico 1, in [J]



Figura 4.63 Istogramma valori di energia nella banda di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz di ciascun sensore del sistema di monitoraggio dinamico, relativi allo schema di carico 2, in [J]



Figura 4.64 Istogramma valori di energia nella banda di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz di ciascun sensore del sistema di monitoraggio dinamico, relativi allo schema di carico 3, in [J]



Figura 4.65 Istogramma valori di energia nella banda di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz di ciascun sensore del sistema di monitoraggio dinamico, relativi allo schema di carico 4, in [J]

Diversa è invece la situazione che caratterizza lo schema di carico numero 5. In questo caso, tutti i sensori hanno un andamento dei picchi della trasformata di Fourier del segnale ben definito, associati al modo 2, ovvero al primo modo flessionale nella direzione in cui si sollecita la struttura tramite l'applicazione della forzante esterna. Calcolando le energie accumulate dai vari sensori del sistema, nella banda di frequenza 1.5 Hz - 2.5 Hz, si ottiene un grafico diverso rispetto ai precedenti, ma in linea con le aspettative fondate sullo studio ideale condotto.



Figura 4.66 Istogramma valori di energia nella banda di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz di ciascun sensore del sistema di monitoraggio dinamico, relativi allo schema di carico 5, in [J]

Se invece si considera la somma delle energie accumulate dai vari sensori del sistema per ciascuno schema di carico, si ottiene un istogramma di questo tipo:





Per prima cosa si osserva come lo schema di carico costruito per massimizzare l'energia, ovvero il secondo, non risulta essere quello a maggior energia accumulata, che invece risulta associato allo schema di carico 3. In realtà non si tratta di un risultato inatteso, dal momento che nel terzo schema di carico, sono previste 30 *posizione di salto* rispetto alle 26 dello schema numero 2. Gli altri schemi di carico mostrano tutti un valore di energia accumulata più basso; anche in questo caso, le ragioni sono da ricercare nel numero di *posizioni di salto* considerate per ogni schema, pari a 12, 14 e 14 rispettivamente per gli schemi 1, 4 e 5. Interessante notare come lo schema 1, nonostante il numero minore di *posizioni di salto*, faccia registrare un accumulo di energia maggiore: probabilmente la causa è da ricercare nella diversa zona scelta per applicare la forzante. Il confronto tra lo schema di carico 4 e il 5 mette in luce, invece, una situazione inattesa: sebbene le due configurazione prevedano lo stesso numero di *posizioni di salto*, nella stessa zona della struttura, l'energia accumulata dallo schema 5 è quasi doppia rispetto a quella associata allo schema 4. Nel paragrafo che segue si approfondisce questo risultato, così da cercare le cause che portano ad esso.

4.2.3.3. Approfondimento energetico schema di carico 4

Le differenze sostanziali che sussistono tra gli schemi di carico n.4 e 5 sono due: la prima riguarda la direzione di sollecitazione della struttura, mentre la seconda è relativa al modo di eccitare la stessa; infatti, lo schema 4 prevede l'applicazione della forzante per tutta la durata dell'analisi, in modo alterno sul lato Ovest ed Est della struttura, a differenza dello schema di carico 5 che invece prevede la somministrazione della forzante per periodi di 30 secondi, intervallati da altrettanti secondi di "risposo".

Per individuare la causa principale dell'anomalia individuata al paragrafo precedente, si è quindi deciso di modificare parzialmente lo schema di carico 4 per poi sottoporlo nuovamente all'analisi statica e dinamica. Tutte le *posizioni di salto* individuate nello schema 4 sono state spostate sul lato *Ovest* della struttura ed è stata assegnata loro la *forzante artificiale*: la nuova configurazione di carico è definita di seguito *schema di carico* 4*. In sostanza, lo schema di carico 4* e lo schema 5 differiscono tra di loro per la sola direzione di sollecitazione della struttura.



Figura 4.68 Schema di carico n.4, posizioni 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7



Figura 4.69 Schema di carico n.4, posizioni 5.1, 6.1, 7.1 e 7.2





Figura 4.71 Schema di carico n.4*, posizioni 5.1, 6.1, 7.1 e 7.2



Figura 4.73 Schema di carico n.5, posizioni 5.1, 6.1, 7.1 e 7.2

I risultati ottenuti dall'autoanalisi condotta sullo schema 4* sono del tutto in linea con quelli relativi allo schema 4, ragion per cui valgono le stesse considerazioni già fatte al *paragrafo 4.2.3.1. Risultati Autoanalisi*.



Figura 4.74 Istogramma delle variazioni percentuali di frequenza propria della struttura, confronto tra gli schemi di carico 4 e 4*

I risultati dell'analisi dinamica confermano le considerazioni fatte per lo schema 4 relativamente alle frequenze di picco di ciascun sensore (*Figura 4.75*). Per quanto riguarda invece le quantità di energia accumulate nel range di frequenza 1.5 Hz - 2.5 Hz dai ognuno dei sensori installati, è interessante notare come la *Figura 4.76* e la *Figura 4.77* abbiano lo stesso andamento, nonostante i valori di energia siano sensibilmente diversi.



Figura 4.75 Time-History dell'accelerazione sperimentata dai nodi che rappresentano i sensori del sistema di monitoraggio dinamico, modulo della Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione e dettaglio della trasformata nell'intervallo di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz, relativi allo schema di carico 4*





Figura 4.76 Istogramma valori di energia nella banda di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz di ciascun sensore del sistema di monitoraggio dinamico, relativi allo schema di carico 4*, in [J]

Figura 4.77 Istogramma valori di energia nella banda di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz di ciascun sensore del sistema di monitoraggio dinamico, relativi allo schema di carico 4, in [J]

Sommando i valori di energia accumulata da ciascun sensore per lo *schema di carico* 4* e confrontando questa con quelle relative agli schemi 4 e 5, si osserva come la configurazione 4* permette di recuperare il divario energetico riscontrato in precedenza, mostrando un valore energetico circa uguale a quello della configurazione 5.



Figura 4.78 Istogramma valori di energia nella banda di frequenza 1.5 Hz -2.5 Hz accumulata da tutti i sensore del sistema di monitoraggio dinamico per gli schemi di carico 4, 4* e 5, in [J]

Alla luce dei risultati ottenuti, si può concludere che l'anomalia riscontrata è dovuta alla scelta di applicare la forzante ad intervalli temporali alterni sui due lati della struttura. Questo tipo di strategia permette di sollecitare il Santuario per l'intera durata dell'analisi, prevedendo uno sforzo fisico facilmente sopportabile per i soggetti coinvolti, rappresentato da periodi di salto brevi intervallati da
momenti di pausa. Purtroppo, però, i risultati in termini energetici sono inferiori alle aspettative, per via dell'impossibilità di attuare nella realtà uno adeguato sfasamento temporale tra le forzanti applicate sui due lati della struttura.

4.2.3.4. Configurazione di carico migliore

La prova sperimentale è stata "progettata" con l'obiettivo di simulare un danneggiamento strutturale, che, come detto, porta ad una variazione delle proprietà della struttura. Si tratta solitamente di variazioni di rigidezza che portano, in ultima istanza a variazioni del comportamento dinamico della struttura, valutate attraverso alterazioni della frequenza propria di oscillazione. In quest'ottica, la configurazione migliore da utilizzare per la realizzazione della prova, tra quelle proposte, è senza dubbio quella individuata come schema di carico 1, in grado di garantire le variazioni di frequenza propria della struttura più significative. In alternativa a questa, sulla base delle considerazioni riportate nei paragrafi precedenti, risulta valida la scelta di utilizzare una configurazione del tipo schema di carico 4*: essa, a fronte di una variazione di frequenza propria di poco più piccola rispetto allo schema di carico 1, permette di concentrare la massa aggiuntiva in zone della struttura riferibili ad un unico elemento strutturale, la cupola ovale in muratura, così da simulare la materializzazione di un danno strutturale "localizzato".

5. Analisi dati ambientali

Tutti gli schemi di carico studiati, e segnatamente le due configurazioni scelte al *paragrafo 4.2.3.4. Configurazione di carico migliore,* permettono di ottenere variazioni di frequenza propria di piccola entità, ragion per cui diventa fondamentale tener conto delle variazioni di frequenza attribuibili ai fattori ambientali, quali precipitazioni acquose e nevose, temperatura ambientale ed umidità atmosferica. Questi, infatti, al pari dell'insorgenza di un danneggiamento strutturale e dell'aggiunta di massa alla struttura, sono in grado di alterare parzialmente il comportamento dinamico del sistema (Ubertini, et al., 2017) (Ramos, et al., 2010) (Cabboi, Gentile, & Saisi, 2017). La trattazione proposta si articola in due fasi principali: la prima prevede uno studio statistico dei dati storici di identificazione strutturale del Santuario; la seconda invece, si focalizza sullo studio dei dati relativi ad alcuni parametri ambientali ritenuti di interesse.

5.1. Studio Statistico dati storici di identificazione strutturale del Santuario

Questa prima fase dello studio punta ad individuare i periodi dell'anno in cui i dati sperimentali relativi al comportamento dinamico della struttura risultano maggiormente omogenei, senza prendere in considerazione le cause ambientali che potrebbero portare a ciò. Questo perché, individuando nei dati storici dei periodi dell'anno, e quindi delle configurazioni climatiche, per cui i valori di frequenza risultano stabili, si cercherà di programmare l'esperimento in un periodo con simili caratteristiche, in modo da individuare in modo più netto possibile la variazione di frequenza dovuta alla massa, senza l'interferenza dei fattori climatici.

L'analisi qui proposta si basa sui dati sperimentali del Santuario di Vicoforte, ottenuti processando tramite l'algoritmo automatico *SSI-data* (Pecorelli, Ceravolo, & Epicoco, 2020) le letture del sistema di monitoraggio dinamico (*2.4. Sistema di monitoraggio dinamico*) relative all'anno solare 2018. Questi dati comprendono un massimo²³ di 13 identificazioni strutturali al giorno, una ogni per ora dell'intervallo temporale che va dalle 6:00 alle 18:00. In particolare, si prendono in considerazione solo i valori identificati relativi alle prime due frequenze flessionali proprie della struttura.

Per prima cosa, i dati relativi alle identificazioni andate a buon fine, per ognuna delle frequenze indagate, sono suddivisi in 52 gruppi; ogni gruppo è associato ad una specifica settimana dell'anno e contiene un numero di elementi che va da un massimo di 91 a un minimo di 0. Quindi, si studia ogni

²³ In alcuni periodi dell'anno, le identificazioni giornaliere andate a buon fine sono in numero inferiore rispetto al valore prefissato, principalmente per motivi legati a sollecitazioni ambientali di entità particolarmente bassa.

gruppo individuato, ipotizzando che questo possa essere un campione rappresentativo di una popolazione statistica descrivibile attraverso una distribuzione normale²⁴; in quest'ottica, ciascun elemento del gruppo è il risultato di una combinazione casuale dei fattori ambientali. In questo modo, rappresentando le distribuzioni gaussiane relative a ciascun campione in successione temporale, è possibile individuare i periodi dell'anno caratterizzati da gaussiane con minor dispersione.

²⁴ Si decide di non considerare i gruppi contenenti un numero di elementi inferiore a 15: si correrebbe il rischio di ottenere distribuzioni normali costruite sulla base di un campione di dati non rappresentativo dell'intera popolazione indagata.



Figura 5.1 Rappresentazione tridimensionale delle distribuzioni normali costruite sulla base delle identificazioni settimanali della prima frequenza flessionale



Figura 5.2 Vista del piano N. settimana – Frequenza 1 delle distribuzioni normali costruite sulla base delle identificazioni settimanali della prima frequenza flessionale



Figura 5.3 Rappresentazione tridimensionale delle distribuzioni normali costruite sulla base delle identificazioni settimanali della seconda frequenza flessionale



Figura 5.4 Vista del piano N. settimana – Frequenza 2 delle distribuzioni normali costruite sulla base delle identificazioni settimanali della prima frequenza flessionale

I grafici relativi ad entrambe le frequenze flessionali principali mettono in luce gaussiane più "appuntite" nelle settimane identificate con un numero compreso nell'intervallo *6-8, 26-30* e *45-52*. Gli intervalli individuati sono relativi a periodi dell'anno nel pieno della stagione fredda e della stagione calda.

🛗 Gennaio 2018								Febbraio 2018									🛗 Marzo 2018								
N.º	Lu	Ма	Me	Gi	Ve	Sa	Do	N.º	Lu	Ма	Ме	Gi	Ve	Sa	Do		N.º	Lu	Ма	Me	Gi	Ve	Sa	Do	
1	1	2	3	4	5	<u>6</u>	7	5				1	2	3	4		9				1	2	3	4	
2	8	9	10	11	12	13	14	6	5	6	7	8	9	10	<u>11</u>		10	5	6	7	8	9	10	11	
3	15	16	17	18	19	20	21	7	12	13	14	15	16	17	18		11	12	13	14	15	16	17	18	
4	22	23	24	25	26	27	28	8	19	20	21	22	23	24	25		12	19	20	21	22	23	24	25	
5	29	30	31					9	26	27	28						13	26	27	28	29	30	31		
	🛗 Aprile 2018							Maggio 2018									🛗 Giugno 2018								
N.º	Lu	Ма	Me	Gi	Ve	Sa	Do	N.º	Lu	Ма	Ме	Gi	Ve	Sa	Do		N.º	Lu	Ма	Me	Gi	Ve	Sa	Do	
13							1	18		1	2	3	4	5	6		22					1	2	3	
14	2	3	4	5	6	7	8	19	7	8	9	10	11	12	13		23	4	5	6	7	8	9	10	
15	9	10	11	12	13	14	15	20	14	15	16	17	18	19	20		24	11	12	13	14	15	16	17	
16	16	17	18	19	20	21	22	21	21	22	23	24	25	26	27		25	18	19	20	21	22	23	24	
17	23	24	<u>25</u>	26	27	28	29	22	28	29	30	31					26	25	26	27	28	29	30		
18	30																								
			Lugl	io 2(018					<u> </u>	Agos	to 2	018					ĺ	i Se	tten	ıbre	201	B		
N.º	Lu	iii Ma	Lugl Me	io 20 Gi	018 Ve	Sa	Do	N.º	Lu	iii /	Agos Me	to 2 Gi	018 Ve	Sa	Do		N.º	Ĺ	i Se Ma	tten Me	ibre Gi	2018 Ve	B Sa	Do	
N.º 26	Lu	Ш Ма	Lugi Me	io 20 Gi	0 18 Ve	Sa	Do 1	N.º 31	Lu	iii / Ma	Agos Me 1	ito 2 Gi 2	018 Ve 3	Sa 4	Do 5		N.º 35	Ĺ	i Se Ma	tten Me	ibre Gi	2018 Ve	B Sa 1	Do 2	
N.º 26 27	Lu 2	Ma 3	Lugi Me 4	io 2 (Gi 5	0 18 Ve	Sa 7	Do 1 8	N.º 31 32	Lu 6	ma 7	Agos Me 1 8	<mark>ito 2</mark> Gi 2 9	018 Ve 3 10	Sa 4 11	Do 5 12		N.º 35 36	Lu 3	Se Ma	etten Me 5	ibre Gi 6	201 Ve 7	5 5 1 8	Do 2 9	
N.º 26 27 28	Lu 2 9	<mark>Ш</mark> а Ма 3 10	Lugi Me 4 11	io 2 (Gi 5 12	0 18 Ve 6 13	Sa 7 14	Do 1 8 15	N.º 31 32 33	Lu 6 13	<mark>Ма</mark> Ма 7 14	Agos Me 1 8 <u>15</u>	to 2 Gi 2 9 16	018 Ve 3 10 17	Sa 4 11 18	Do 5 12 19		N.º 35 36 37	Lu 3 10	<mark>й Se</mark> Ма 4 11	tten Me 5 12	ibre Gi 6 13	201 Ve 7 14	Sa 1 8 15	Do 2 9 16	
N.º 26 27 28 29	Lu 2 9 16	Ma 3 10 17	Lugi Me 4 11 18	io 20 Gi 5 12 19	018 Ve 6 13 20	Sa 7 14 21	Do 1 8 15 22	N.º 31 32 33 34	Lu 6 13 20	■ / Ma 7 14 21	Agos Me 1 8 <u>15</u> 22	Gi 2 9 16 23	018 Ve 3 10 17 24	Sa 4 11 18 25	Do 5 12 19 26		N.º 35 36 37 38	Lu 3 10 17	Ma 4 11 18	Me 5 12	Gi 6 13 20	201 Ve 7 14 21	Sa 1 8 15 22	Do 2 9 16 23	
N.º 26 27 28 29 30	Lu 2 9 16 23	 Ma 3 10 17 24 	Lugi Me 4 11 18 25	io 20 Gi 5 12 19 26	018 Ve 6 13 20 27	Sa 7 14 21 28	Do 1 8 15 22 29	N.º 31 32 33 34 35	Lu 6 13 20 27	Ma 7 14 21 28	Agos Me 1 8 <u>15</u> 22 29	Gi 2 9 16 23 30	018 Ve 3 10 17 24 31	sa 4 11 18 25	Do 5 12 19 26		N.º 35 36 37 38 39	Lu 3 10 17 24	Se Ma 4 11 18 25	tten Me 5 12 19 26	Gi 6 13 20 27	201 Ve 7 14 21 28	sa 1 8 15 22 29	Do 2 9 16 23 30	
N.º 26 27 28 29 30 31	Lu 2 9 16 23 30	 Ma 3 10 17 24 31 	Lugi Me 4 11 18 25	io 20 Gi 5 12 19 26	018 Ve 6 13 20 27	Sa 7 14 21 28	Do 1 8 15 22 29	N.º 31 32 33 34 35	Lu 6 13 20 27	 Ma 7 14 21 28 	Agos Me 1 8 <u>15</u> 22 29	Gi 2 9 16 23 30	018 Ve 3 10 17 24 31	sa 4 11 18 25	Do 5 12 19 26		N.º 35 36 37 38 39	Lu 3 10 17 24	Se Ma 4 11 18 25	Me 5 12 19 26	Gi 6 13 20 27	201 Ve 7 14 21 28	Sa 1 8 15 22 29	Do 2 9 16 23 30	
N.º 26 27 28 29 30 31	Lu 2 9 16 23 30	 Ma 3 10 17 24 31 	Lugi Me 4 11 18 25	io 20 Gi 5 12 19 26	018 Ve 6 13 20 27	Sa 7 14 21 28	Do 1 8 15 22 29	N.º 31 32 33 34 35	Lu 6 13 20 27	 Ma 7 14 21 28 	Agos Me 1 8 <u>15</u> 22 29	Gi 2 9 16 23 30	018 Ve 3 10 17 24 31	sa 4 11 18 25	Do 5 12 19 26		N.º 35 36 37 38 39	Lu 3 10 17 24	Ma 4 11 18 25	5 12 19 26	Gi 6 13 20 27	201 Ve 7 14 21 28	Sa 1 8 15 22 29	Do 2 9 16 23 30	
N.º 26 27 28 29 30 31	Lu 2 9 16 23 30	Ma 3 10 17 24 31	4 11 18 25	io 20 Gi 5 12 19 26	018 Ve 6 13 20 27 018	Sa 7 14 21 28	Do 1 8 15 22 29	N.º 31 32 33 34 35	Lu 6 13 20 27	Ma 7 14 21 28	Agos Me 1 8 15 22 29	to 2 Gi 2 9 16 23 30	018 Ve 3 10 17 24 31	sa 4 11 18 25	Do 5 12 19 26		N.º 35 36 37 38 39	Lu 3 10 17 24	S∈ Ma 4 11 18 25 Diamondary Diamondra Di	Me 5 12 19 26	Gi 6 13 20 27	2011 Ve 7 14 21 28 2018	Sa 1 1 15 22 29	Do 2 9 16 23 30	
N.º 26 27 28 29 30 31	Lu 2 9 16 23 30	Ma 3 10 17 24 31	4 11 18 25 Ottok Me	io 20 Gi 5 12 19 26 Dre 2 Gi	018 Ve 6 13 20 27 018 Ve	Sa 7 14 21 28 Sa	Do 1 8 15 22 29 Do	N.º 31 32 33 34 35 N.º	Lu 6 13 20 27	Ma 7 14 21 28 No Ma	Agos Me 1 8 <u>15</u> 22 29 0ven Me	to 2 Gi 2 9 16 23 30 30	018 Ve 3 10 17 24 31 2018 Ve	sa 4 11 18 25 Sa	Do 5 12 19 26 Do		N.º 35 36 37 38 39	10 10 17 24	Ma 4 11 18 25	tten Me 5 12 19 26 cem Me	Gi 6 13 20 27 bre Gi	2011 Ve 7 14 21 28 2018 Ve	Sa 1 1 22 29 Sa	Do 2 9 16 23 30	
N.º 26 27 28 29 30 31 N.º 40	Lu 2 9 16 23 30 30	 Ma 3 10 17 24 31 31 Ma 2 	Lugi Me 4 11 18 25 Ottok Me 3	io 20 Gi 5 12 19 26 Dre 2 Gi 4	018 Ve 6 13 20 27 018 Ve 5	Sa 7 14 21 28 Sa 6	Do 1 8 15 22 29 Do 7	N.° 31 32 33 34 35 N.° 44	Lu 6 13 20 27	Ma 7 14 21 28 8 N 0 Ma	Agos Me 1 8 15 22 29 29	to 2 Gi 2 9 16 23 30 30 hbre Gi 1	018 Ve 3 10 17 24 31 2018 Ve 2	Sa 4 11 18 25 Sa 3	Do 5 12 19 26 Do 4		N.º 35 36 37 38 39 N.º 48	Lu 3 10 17 24 Lu	Ma 4 11 18 25 Di Ma	Me 5 12 19 26 cem	Gi 6 13 20 27 bre Gi	2011 Ve 7 14 21 28 2018 Ve	Sa 1 8 15 22 29 Sa 1	Do 2 9 16 23 30 Do 2	
N.º 26 27 28 29 30 31 31 N.º 40 41	Lu 2 9 16 23 30 Lu 1 8	Ma 3 10 17 24 31 31 Ma 2 9	Lugi Me 4 11 18 25 Dttok Me 3 10	io 20 Gi 5 12 19 26 0re 2 Gi 4 11	018 Ve 6 13 20 27 018 Ve 5 12	s a 7 14 21 28 s a 6 13	Do 1 8 15 22 29 Do 7 14	N.º 31 32 33 34 35 N.º 44 45	Lu 6 13 20 27 27	Ma 7 14 21 28 No Ma	Agos Me 1 8 <u>15</u> 22 29 Oven Me	ci Gi 2 9 16 23 30	018 Ve 3 10 17 24 31 24 31 2018 Ve 2 9	sa 4 11 18 25 3 3 3 3 10	Do 5 12 19 26 Do 4 11		N.º 35 36 37 38 39 N.º 48 49	Lu 3 10 17 24 Lu 3	 Se Ma 4 11 18 25 Di Ma 4 	tten Me 5 12 19 26 cem Me 5	bre Gi 13 20 27 bre Gi	2018 Ve 7 14 21 28 2018 Ve 7	S S 1 8 15 22 29 S S S S S S S S	Do 2 9 16 23 30 Do 2 9	
N.º 26 27 28 29 30 31 30 31 N.º 40 41 42	Lu 2 9 16 23 30 30 Lu 1 8 15	Ma 3 10 17 24 31 31 ma 2 9 16	Lugi Me 4 11 18 25 Ottol: Me 3 10 17	io 20 Gi 5 12 19 26 Vore 2 Gi 4 11 18	018 Ve 6 13 20 27 018 Ve 5 12 19	s a 7 14 21 28 s a 6 13 20	Do 1 8 15 22 29 Do 7 14 21	N.º 31 32 33 34 35 N.º 44 45 46	Lu 6 13 20 27 27 Lu 5 12	Ma 7 14 21 28 No Ma 6 13	Agos Me 1 8 15 22 29 29 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	to 2 Gi 2 9 16 23 30 30 hbre Gi 1 8 15	018 Ve 3 10 17 24 31 2018 Ve 2 9 16	sa 4 11 18 25 sa 3 10 17	Do 5 12 19 26 Do 4 11 18		N.° 35 36 37 38 39 N.° 48 49 50	Lu 3 10 17 24 Lu 3 10	 Se Ma 4 11 18 25 Di Ma 4 11 	ttem Me 5 12 19 26 Cem Me 5 12	bre 6 13 20 27 bre 6 13	2011 Ve 7 14 21 28 2018 Ve 7 14	Sa 1 8 15 22 29 Sa 1 <u>8</u> 15	Do 2 9 16 23 30 30 Do 2 9 16	
N.º 26 27 28 29 30 31 31 N.º 40 41 42 43	Lu 2 9 16 23 30 30 Lu 1 8 15 22	Ma 3 10 17 24 31 31 Ma 2 9 16 23	Lugi Me 4 11 18 25 Ottok 3 10 17 24	io 20 Gi 12 19 26 Ore 2 Gi 4 11 18 25	018 Ve 6 13 20 27 018 Ve 5 12 19 26	Sa 7 14 21 28 Sa 6 13 20 27	Do 1 8 15 22 29 Do 7 14 21 28	N.° 31 32 33 34 35 N.° 44 45 46 47	Lu 6 13 20 27 27 Lu 5 12 12	Ma 7 14 21 28 28 No Ma 6 13 20	Agos Me 1 8 15 22 29 29 0 Ven Me 7 14 21	to 2 Gi 2 9 16 23 30 30 hbre Gi 1 8 15 22	018 Ve 3 10 17 24 31 2018 Ve 2 9 16 23	sa 4 11 18 25 sa 3 10 17 24	Do 5 12 19 26 Do 4 11 18 25		N.° 35 36 37 38 39 8 39 N.° 48 49 50 51	Lu 3 10 17 24 Lu 3 10 17	 Se Ma 4 11 18 25 Ma Ma Ma 4 11 18 	tten Me 5 12 19 26 Cem Me 5 12 19	bre 6 13 20 27 bre 6 13 20	2011 Ve 7 14 21 28 2018 Ve 7 14 21	Sa 1 8 15 22 29 Sa 1 <u>8</u> 15 22	Do 2 9 16 23 30 Do 2 9 16 23	
N.º 26 27 28 29 30 31 31 N.º 40 41 42 43 44	Lu 2 9 16 23 30 30 Lu 1 8 15 22 29	 Ma 3 10 17 24 31 31 24 9 16 23 30 	Lugi Me 4 11 18 25 Ottol: 3 10 17 24 31	io 20 Gi 12 19 26 Ore 2 Gi 4 11 18 25	018 Ve 6 13 20 27 018 Ve 5 12 19 26	Sa 7 14 21 28 Sa 6 13 20 27	Do 1 8 15 22 29 Do 7 14 21 28	N.° 31 32 33 34 35 N.° 44 45 46 47 48	Lu 6 13 20 27 27 Lu 5 12 12 19 26	Ma 7 14 21 28 No Ma 6 13 20 27	Agos Me 1 8 15 22 29 00000 Me 7 14 21 28	to 2 Gi 2 9 16 23 30 30 hbre Gi 1 8 15 22 29	018 Ve 3 10 17 24 31 24 31 2018 Ve 2 9 16 23 30	sa 4 11 18 25 sa 3 10 17 24	Do 5 12 19 26 Do 4 11 18 25		N.° 35 36 37 38 39 39 N.° 48 49 50 51 52	Lu 3 10 17 24 Lu 3 10 17 24	 Se Ma 4 11 18 25 Di Ma 4 11 18 25 	tten Me 5 12 19 26 cem Me 5 12 19 26	bre Gi 6 13 20 27 bre 6 13 20 27 27	2011 Ve 7 14 21 28 2018 Ve 7 14 21 28	Sa 1 8 15 22 29 Sa 1 Sa 1 Sa 1 5 22 22 22	Do 2 9 16 23 30 30 Do 2 9 16 23 30	

Figura 5.5 Intervalli settimanali caratterizzati da dati relativi alle identificazioni strutturali maggiormente omogenei

5.2. Influenza fattori ambientali

Dal momento che qualsiasi struttura civile reale è inserita in un ambiente caratterizzato da fattori ambientali variabili nel tempo, e vista l'impossibilità di governare gli stessi, diventa fondamentale studiarli in modo da individuare l'influenza di ciascuno sul comportamento dinamico della struttura, così da determinare successivamente il miglior periodo dell'anno in cui condurre la prova sperimentale nella realtà.

I dati ambientali utilizzati sono relativi all'anno 2018 e sono stati ricavati dal sito internet di ARPA Piemonte (arpa.piemonte.it, 2021). In particolare, si tratta dei dati di precipitazioni acquose e nevose, temperatura ambientale ed umidità atmosferica, raccolti dalla stazione di Mondovì²⁵. I dati di temperatura ambientale, sono caratterizzati da 24 letture al giorno, tuttavia, per ragioni di inerzia termica della struttura, si sceglie di utilizzare la temperatura media giornaliera ricavata da essi per lo studio che segue. Inoltre, gli stessi dati sono rielaborati al fine di determinare l'andamento annuale di un'altra grandezza: l'escursione termica giornaliera, valutata come differenza tra temperatura massima e minima giornaliera.

Per individuare quale fattore ambientale influisce maggiormente sulla variazione del comportamento dinamico della struttura, si cerca una correlazione tra l'andamento settimanale delle variazioni e i seguenti fattori atmosferici ritenuti di interesse: (I) Escursione termica, (II) precipitazioni d'acqua, (III) precipitazioni nevose, (IV) temperatura media giornaliera e (V) umidità atmosferica.

²⁵ Si tratta della stazione di acquisizione dati più prossima al luogo in cu è ubicato il Santuario di Vicoforte.



Figura 5.6 Influenza dell'escursione termica sulla variazione settimanale dei fattori atmosferici



Figura 5.7 Influenza delle precipitazioni sulla variazione settimanale dei fattori atmosferici



Figura 5.8 Influenza delle precipitazioni nevose sulla variazione settimanale dei fattori atmosferici



Figura 5.9 Influenza della temperatura media giornaliera sulla variazione settimanale dei fattori atmosferici



Figura 5.10 Influenza dell'umidità atmosferica sulla variazione settimanale dei fattori atmosferici

Osservando i grafici, le grandezze che maggiormente sembrano influenzare l'appiattimento delle gaussiane sono la *temperatura media* e le *precipitazioni acquose* giornaliere. In particolare, le identificazioni strutturali sembrano più omogenee tra di loro quando la temperatura media si mantiene stabile e le precipitazioni acquose sono assenti o comunque di piccola entità.

6. Considerazioni finali

La trattazione proposta porta a concludere che i valori di variazione di frequenza modale che è possibile sperimentare sul Santuario di Vicoforte, attraverso il posizionamento di un gruppo di persone sulla struttura stessa, sono relativamente piccoli rispetto alle fluttuazioni date da variazioni ambientali e all'incertezza legata al processo di identificazione dinamica, e quindi c'è il rischio concreto di non riuscire ad apprezzare gli effetti dell'esperimento. La causa principale di ciò è da ricercarsi nel rapporto percentuale che sussiste tra il quantitativo di massa aggiuntiva²⁶ effettivamente collocabile sulla struttura e il valore di massa propria del Santuario²⁷, che, in questo specifico caso, risulta circa pari a 0.012 %. Da questo punto di vista, la scelta di condurre lo studio su una struttura così massiva e le limitazioni geometriche, logistiche e quelle legate alla preservazione di tutti gli elementi di interesse storico e culturale, le quali hanno condizionato il valore massimo di massa addizionabile nelle varie posizioni, hanno rappresentato un limite difficilmente superabile, nonostante gli sforzi profusi nella ricerca delle condizioni ambientali ideali in cui condurre la prova. I risultati ottenuti dallo studio ideale condotto, tuttavia, potrebbero rappresentare un punto di partenza per la progettazione di prove sperimentali dello stesso tipo da condurre su strutture storico-monumentali più snelle e leggere.

D'altro canto, lo studio dinamico condotto ha permesso di ottenere risultati soddisfacenti, utili ad individuare i sensori maggiormente sensibili all'eccitazione dinamica prodotta dal movimento della massa corporea del gruppo di persone coinvolte, oltreché la quota migliore della struttura a cui applicare la forzante stessa.

In definitiva, la prova "costruita" potrebbe essere utilizzata con successo per sollecitare in modo "controllato" la struttura al fine di operare valutazioni sperimentali più accurate dello smorzamento, o in generale delle quantità modali del Santuario. In quest'ottica, lo studio condotto al *capitolo 5*, può risultare di grande aiuto ai fini di definire il periodo dell'anno e le condizioni ambientali in cui condurre la prova stessa, oltre a rappresentare una "linea guida" per la definizione dei periodi ottimali in cui identificare i valori "limite" di frequenza, ovvero il massimo in estate e il minimo in inverno.

²⁶ Si fa riferimento in questo caso alla massa corporea di un gruppo di 50 persone tipo, ovvero quelle considerate per ciascuno schema di carico (*paragrafo 4.1.5. Schemi di carico di interesse*)

²⁷ La massa propria del Santuario è stata ricavata dal suo modello FE; quest'ultimo è stato costruito utilizzando densità dei materiali tarati sulla base di dati sperimentali (*paragrafo 3.1.2. Modello agli elementi finiti*).

7. APPENDICI

Appendice 3.1 – Costruzione della Forzante 1 in Matlab

La costruzione della *Forzante 1* è operata in Matlab utilizzando uno script i cui dettagli sono proposti di seguito.

Nella prima fase si definiscono le grandezze note; le righe di codice utilizzate sono le seguenti:

%% [1] Parametri iniziali %%

```
t_tot = 300;
                               % lunghezza della forzante, in [s]
dt = 0.01;
                               % delta t, in [s]
FORZ = 'F1';
                               % nome della forzante
f_target = 1.927470337481;
                              % frequenza da sollecitare, in in [Hz]
m = 69;
                               % massa della singola persona tipo, in [Kg]
pers = 40;
                               % num. di persone impiegate
                               % Amplificazione, valutata attraverso
A = 3.25;
                               % interpolazione grafica
CR = 0.5846;
                               % frazione di contatto
```

Si passa quindi al calcolo delle grandezze necessarie per la generazione della forzante e alla definizione della stessa. Come detto, la forzante viene costruita utilizzando la funzione *sen*² per modellare l'azione "impulsiva" scaricata sulla struttura ed è posta pari a zero in tutti gli istanti temporali in cui non vi è contatto tra le persone e la struttura. Per ultimo, vengono calcolati i valori della *Forzante 1 divisa* partendo dal vettore che contiene la *Forzante 1* appena definita. Le righe di codice utilizzate sono riportate di seguito:

```
%% [2] Fase di calcolo %%
```

```
% Elaborazione parametri iniziali
t = (0:dt:t_tot); % vettore tempo
T = 1/f_target; % periodo, in [s]
M = m*pers; % massa delle persone considerate, in [kg]
W = M*9.81; % peso delle persone considerate, in [N]
Peak_F = A*W; % forza di picco, in [N]
F = -zeros(1,length(t)); % inizializzazione il vettore forzante
```

In ultima battuta, si memorizza la *Forzante 1* e la *Forzante 1 "divisa"* all'interno di due file .txt; questi sono poi utilizzati per sviluppare l'analisi dinamica della struttura. I file .txt contengono i valori assunti dalla forzante per ciascun istante temporale dell'analisi.

```
%% [3] Memorizzazione della forzante in file .txt %%
% memorizzo la Forzante nel file .txt
file_txt=fopen(['forzante_',FORZ,'.txt'],'w'); % creazione e apertura del
                                                  % file.txt in modalità
                                                  % scrittura
fprintf(file_txt,"%g\n",F); % stampa dei valori della forzante ai vari istanti
                               % temporali, in colonna
fclose(file_txt);
                             % chiusura del file.txt
% memorizzo la Forzante DIVISA in un nuovo file .txt
file_txt=fopen(['forzante_',FORZ,'_divisa.txt'],'w');
                                                      % creazione e apertura
                                                        % del file.txt in
                                                        % modalità scrittura
fprintf(file_txt,"%g\n",F_divisa); % stampa dei valori della forzante ai vari
                                     % istanti temporali, in colonna
fclose(file_txt);
                                     % chiusura del file.txt
```

Appendice 3.2 - Implementazione in Matlab dell'analisi dinamica Mode Superposition relativa alla posizione 4B

L'analisi dinamica *mode superposition* è implementata utilizzando uno script Matlab in grado di interagire in batch con l'applicativo Ansys; i dettagli del file utilizzato per l'analisi della posizione 4B sono riportati di seguito.

Nella prima parte del file si definisce la posizione da analizzare e si configurano le directory utili per l'analisi.

```
%% [0] Dati di configurazione dell'analisi
% Posizione da analizzare
                         % posizione a cui si riferisce l'analisi
posizione='4B';
                         % numero di nodi che modella la posizione indagata
num_nodi= 2;
% Configurazioni delle directory e dei file.txt usate per l'analisi
ANSYS = '"C:\Program Files\ANSYS Inc\v172\ansys\bin\winx64\ANSYS172.exe"';
MODEL = ['LISTATO_', posizione, '.txt'];
INPUTDIR = ['C:\Users\Mahesh\Desktop\07 Analisi Dinamica MODE SUPER Gae\
PARAM_ANALY_' ,posizione,'\input\'];
OUTPUTDIR = ['C:\Users\Mahesh\Desktop\07_Analisi_Dinamica_MODE_SUPER_Gae\
PARAM_ANALY_' ,posizione,'\output\'];
%
OUTPUT = 'FILE OUTPUT.out';
WORKDIRINPUT = sprintf('%s%s',INPUTDIR,MODEL);
WORKDIROUTPUT = sprintf('%s%s',OUTPUTDIR,OUTPUT);
NAMES = sprintf('%s -b -i %s -o %s',ANSYS,WORKDIRINPUT,WORKDIROUTPUT);
% Nomi dei sensori accelerometrici del sistema di monitoraggio dinamico
DOF_out_name(1:4,1)=["C Nord 1";"C Nord 0";"CB Ovest 2";"CB Sovest 4"];
DOF out name(5:7,1)=["CB SOvest 5";"CB NOvest 6";"T Novest 1"];
DOF_out_name(8:9,1)=["T SOvest 2";"CA NOvest 3"];
```

Si opera quindi l'analisi modale, lanciando in background Ansys con istruzioni impartite tramite file.txt, per la risoluzione del problema agli autovalori sul modello FEM del Santuario di Vicoforte.

%% [1] Disaccoppiamento modale

```
% Definizione gradi di libertà del problema
gdlIn = num_nodi; % gradi di libertà di input della forza
gdlOu = 9; % gradi di libertà di output delle accelerazioni
gdl = gdlIn+gdlOu; % gradi di libertà totali di interesse
```

```
% Lancio in background dell'applicativo ANSYS con istruzioni impartite da file.txt
% automaticamente
tic;
disp('Start Ansys');
dos(NAMES);
disp('End Ansys');
toc;
% Importazione delle frequenze e delle forme modali (Normalizzate rispetto alla
% massa) da file.txt generati da ANSYS
fre = load([OUTPUTDIR, 'FreqFEM.txt']); fre = fre.';
ModeShapeFEM = load([OUTPUTDIR, 'ModeShapeFEM.txt']);
sha = vec2mat( ModeShapeFEM(:,1) , gdl )';
shaIn = sha(1:gdlIn,:);
shaOu = sha(gdlIn+1:end,:);
% Introduzione da file.txt della Forzante 1
if
      num_nodi == 1
      forzante=load('C:\Users\Mahesh\Desktop\07_Analisi_Dinamica_MODE_SUPER_Gae\01
      _Forzante_MATLAB_v3\Forzante_F1.txt');
      forzante=forzante';
      Fn_F1 = [forzante];
else
      forzante=load('C:\Users\Mahesh\Desktop\07_Analisi_Dinamica_MODE_SUPER_Gae\01
      Forzante MATLAB v3\Forzante F1 divisa.txt');
      forzante=forzante';
      Fn_F1 = [forzante;forzante];
end
% Definizione parametri per l'analisi modale
                                % time step (tempo di campionamento), in [s]
ts = 0.01;
t = ts*(0:size(Fn_F1,2)-1); % vettore tempo, in [s]
Nmodes = length(fre);
                               % num. di modi per l'analisi mod. superp.
                              % coefficiente alpha , metodo Rayleigh
alf = 0.16563818;
bet = 0.00103098;
                               % coefficiente beta, metodo Rayleigh
wn = 2*pi*fre;
                                % pulsazioni naturali
zit = (alf./wn + bet.*wn)/2; % smorzamneto relativo
wd = wn.*sqrt(1-zit.^2);
                                % pulsazione smorzata
```

La risoluzione dell'equazione caratteristica del moto in coordinate modali, il calcolo delle storie temporali di accelerazione e le relative trasformate di Fourier per l'analisi dinamica con *Forzante 1*, sono invece sviluppate in questo modo:

%% [2.1] Risoluzione delle equazioni disaccoppiate nelle coordinate modali

```
for
      kk = 1:Nmodes
      Fin_F1 = nansum(shaIn(:,kk).*Fn_F1,1);
                                                 % sollecitazione del modo kk
      ht = 1/wd(kk) * exp(-zit(kk)*wn(kk)*t) .* sin(wd(kk)*t);
                                                  % funz. di risp. all'impulso
                                                  % soluz. in coordinate modali
      p_F1(kk,:) = conv(ht,Fin_F1)*ts;
end
                                                  % non si considera la risposta
pF_F1 = p_F1(:,1:length(t));
                                                  % in oscillazione libera
%% [3.1] Calcolo spostamenti (quindi veloc. e accel.) in coord. geometriche
u F1 = shaOu*pF F1;
                     % calcolo gli spostamenti dei gdl di output
v_F1 = gradient(u_F1,ts); % calcolo le velocità dei gdl di output
a_F1 = gradient(v_F1,ts); % Calcolo le accelerazioni dei gdl di output
                         % percentuale di rumore di fondo (simulato) del sensore
err F1 = 0/100;
an_F1 = a_F1 + err_F1*nanstd(a_F1,[],2).*randn( size(shaOu,1), length(t) );
                         % accelerazione con rumore di fondo
%% [4.1] Analisi nel dominio della frequenza
fs = 1/ts;
                         % banda di frequenza indagata, in [Hz]
tend = t(end);
                       % lungheza del sagnale nel dominio del tempo, in [s]
fres = 1/tend;
                        % risoluzione in frequenza
f = -fs/2:fres:fs/2; % vettore delle frequenze dell'analisi
AN_F1=fftshift(fft(an_F1,[],2)*ts);
                        % trasf. di Fourier (FFT) del segnale
ANabs_F1=abs(AN_F1); % modulo della FFT
ANpha F1=angle(AN F1); % fase della FFT
```

Lo stesso processo viene operato per l'analisi dinamica con Forzante 2:

%% [2.2] Risoluzione delle equazioni disaccoppiate nelle coordinate modali

```
% Introduzione da file.txt della Forzante 2
if num_nodi == 1
    forzante=load('C:\Users\Mahesh\Desktop\07_Analisi_Dinamica_MODE_SUPER_Gae\01
    _Forzante_MATLAB_v3\Forzante_F2.txt');
    forzante=forzante';
    Fn_F2 = [forzante];
else
    forzante=load('C:\Users\Mahesh\Desktop\07_Analisi_Dinamica_MODE_SUPER_Gae\01
    _Forzante_MATLAB_v3\Forzante_F2_divisa.txt');
    forzante=forzante';
```

```
Fn_F2 = [forzante;forzante];
```

end

```
% Risoluzione equazioni disaccoppiate
```

%% [3.2] Calcolo spostamenti (quindi veloc. e accel.) in coord. geometriche

```
u_F2 = shaOu*pF_F2; % calcolo gli spostamenti dei gdl di output
v_F2 = gradient(u_F2,ts); % calcolo le velocità dei gdl di output
a_F2 = gradient(v_F2,ts); % Calcolo le accelerazioni dei gdl di output
err_F2 = 0/100; % percentuale di rumore di fondo (simulato) del sensore
an_F2 = a_F2 + err_F2*nanstd(a_F2,[],2).*randn( size(shaOu,1), length(t) );
% accelerazione con rumore di fondo
```

```
%% [4.2] Analisi nel dominio della frequenza
AN_F2=fftshift(fft(an_F2,[],2)*ts); % trasf. di Fourier (FFT) del segnale
ANabs_F2=abs(AN_F2); % modulo della FFT
ANpha_F2=angle(AN_F2); % fase della FFT
```

Per ultimo, vengono memorizzate le variabili contenenti i risultati di interesse relativi ad entrambe le analisi, in file Matlab.

```
%% [5] Salvataggio delle variabili di interesse in file Matlab
% Analisi dinamica con Forzante 1
save([posizione,'_an_F1'],'an_F1'); % salv. delle accelerazioni
save([posizione,'_ANabs_F1'],'ANabs_F1'); % salv. modulo delle FFT
% Analisi dinamica con Forzante 2
save([posizione,'_an_F2'],'an_F2'); % salv. delle accelerazioni
save([posizione,'_ANabs_F2'],'ANabs_F2'); % salv. modulo delle FFT
```

Il file utilizzato per impartire in batch ad Ansys le istruzioni necessarie per lo sviluppo del problema agli autovalori della posizione 4B, è riportato in dettaglio qui di seguito:

/batch,list FINISH /CLEAR,NOSTART ! Definire la directory dove saranno stampati i files di output /CWD, 'C:\Users\Mahesh\Desktop\07_Analisi_Dinamica_MODE_SUPER_Gae\... ... PARAM ANALY 4B\output' ! Definire il file contenente la geometria e la mesh del modello /FILENAME, MODELLO RESUME, 'C:\Users\Mahesh\Desktop\07_Analisi_Dinamica_MODE_SUPER_Gae\... ... PARAM_ANALY_FILE_MODELLO_calibrato\VICOFORTE_FEM',db /TITLE,MODELLO ! Numero di modi da estrarre per il probl. agli autovalori NUMMOD_FEM=100 ! Intervallo di frequenze da considerare nell'estrazione di modi di vibrare ! (posti entrambi =0 per considerare tutte le frequenze) FREQFIRST=0 FREQLAST=0 ! Creazione parametri per definire le posizioni di interesse dei gdl ! gdl OUTPUT POS1 = NODE(38.5689,25.4066,56.7791) POS2 = NODE(34.4096,28.4160,56.7093) POS3 = NODE(34.2447,34.0481,45.8762) POS4 = NODE(46.5495, 25.4068, 45.8366)POS5 = NODE(54.0959,25.4734,30.7779) POS6 = NODE(34.5384, 38.9683, 30.7779)POS7 = NODE(39.0261, 25.4068, 50.2762)! gdl INPUT POS8 = NODE(33.9384,38.9630,31.2100) POS9 = NODE(35.1284, 38.9624, 31.2100)! Gradi di libertà del problema (numero di righe dell'autovettore totale) gdlIn = 2 gdlOu = 9gdl=gdlIn+gdlOu FINISH /SOLU ! Definire la tipologia di analisi da eseguire (analisi modale=2) ANTYPE,2 ! Opzioni dell'analisi modale e numero di modi da estrarre per l'analisi MODOPT, LANB, NUMMOD FEM, FREQFIRST, FREQLAST, ! Numero modi da espandere e intervallo di frequenze da considerare

```
MXPAND, NUMMOD FEM, FREQFIRST, FREQLAST,
! Ulteriori opzioni: masse concentrate ed effetti di precompressione
! (si = 1 | no = 0)
LUMPM,0
PSTRES,0
SOLVE
FINISH
/POST1
! Matrice 'MODE_MATRIX' di gdl righe e NUMMOD_FEM colonne (modi)
*DIM,MODE_MATRIX,ARRAY,gdl,NUMMOD_FEM
*DO, ii, 1, NUMMOD FEM
! Legge il load step 1 e il substep ii (ossia il modo ii)
SET,1,ii
! Creare una variabile UXPOS1 contenente la forma modale ii lungo X valutata
! nella posizione POS1 e fa lo stesso per gli altri punti
! gdlIn
*GET,NODO144400,NODE,POS8,U,Z
*GET,NODO144460,NODE,POS9,U,Z
! gd10u
*GET,C Nord 1,NODE,POS1,U,Y
*GET,C_Nord_0,NODE,POS1,U,X
*GET,CB_Ovest_2,NODE,POS2,U,Y
*GET,CB_SOvest_4,NODE,POS3,U,X
*GET,CB SOvest 5,NODE,POS3,U,Y
*GET,CB_NOvest_6,NODE,POS4,U,Y
*GET,T_NOvest_1,NODE,POS5,U,Y
*GET,T SOvest 2,NODE,POS6,U,X
*GET,CA NOvest 3,NODE,POS7,U,Z
! Autodeformate in x e y. I parametri sono posti incolonnati
! nella ii-colonna. Si avranno tanti valori quanti sono i gdl definiti.
MODE MATRIX(1,ii) = NOD0144400, NOD0144460, C Nord 1, C Nord 0,...
...CB_Ovest_2,CB_SOvest_4, CB_SOvest_5, CB_NOvest_6, T_NOvest_1,...
...T SOvest 2, CA NOvest 3
*ENDDO
! Creazione del file dove scrivere le forme modali
*CREATE, ansuitmp
*CFOPEN, 'ModeShapeFEM', 'txt', '
*DO,CC,1,NUMMOD FEM
*VWRITE, MODE MATRIX(1,CC)
%g
*ENDDO
```

```
*CFCLOS
*END
/INPUT,ansuitmp
! Scrittura delle forme modali nel file di output
/OUTPUT, TERM
! Definizione vettore 'frequency' di NUMMOD_FEM righe e 1 colonna
*DIM, frequency, ARRAY, NUMMOD_FEM, 1
! Compilazione del vettore 'frequency' con le frequenze calcolate
*DO, ii, 1, NUMMOD_FEM
SET,,,,,,ii
*GET, frequency(ii, 1), ACTIVE, 0, SET, FREQ
*ENDDO
! Apre il file dove scrivere le frequenze modali
*CREATE, ansuitmp
*CFOPEN, 'FreqFEM', 'txt',' '
*VWRITE, frequency (1,1), , , , , , , , , , , , ,
%g
*CFCLOS
*END
/INPUT,ansuitmp
! Scrive le frequenze modali nel file di output
/OUTPUT, TERM
FINISH
```



Appendice 3.3 - Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 1

Figura 7.1 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 1 applicata in posizione 4B.



Figura 7.2 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 1 applicata in posizione 5A.



Figura 7.3 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 1 applicata in posizione 5B.



Figura 7.4 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 1 applicata in posizione 6A.



Figura 7.5 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 1 applicata in posizione 6B.



Figura 7.6 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 1 applicata in posizione 7A.



Figura 7.7 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 1 applicata in posizione 7B.



Figura 7.8 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 1 applicata in posizione 8A.



Figura 7.9 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 1 applicata in posizione 8B.



Appendice 3.4 - Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 2

Figura 7.10 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 2 applicata in posizione 4B.


Figura 7.11 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 2 applicata in posizione 5A.



Figura 7.12 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 2 applicata in posizione 5B.



Figura 7.13 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 2 applicata in posizione 6A.



Figura 7.14 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 2 applicata in posizione 6B.



Figura 7.15 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 2 applicata in posizione 7A.



Figura 7.16 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 2 applicata in posizione 7B.



Figura 7.17 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 2 applicata in posizione 8A.



Figura 7.18 Trasformata di Fourier dei segnali di accelerazione dei vari sensori relativi all'analisi dinamica condotta con Forzante 2 applicata in posizione 8B.

Bibliografia

- (2021). Tratto da santuariodivicoforte.it: https://www.santuariodivicoforte.it/arte/un-pilone-uncacciatore/
- (2021). Tratto da kalata.it: https://kalata.it/esperienza/santuario-di-vicoforte-magnificat-cupolaellittica/
- (2021). Tratto da arpa.piemonte.it: http://www.arpa.piemonte.it/dati-ambientali
- Aoki, T., Chiorino, M. A., & Roccati, R. (2003). Structural characteristics of the elliptical masonry dome of the Sanctuary of Vicoforte. *Proceedings of the First International Congress on Construction History, S.Huerte* (p. 203-212). Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- Bachmann, H., & Ammann, W. (1987). Vibrations in structures: induced by man and machines (Vol. 3). Iabse.
- Brownjohn, J. M. (2007). Structural health monitoring of civil infrastructure. *Philosophical Transactions* of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 365(1851), 589-622.
- Brownjohn, J. M., Bocian, M., Hester, D., Quattrone, A., Hudson, W., Moore, D., . . . Lim, M. S. (2016).
 Footbridge system identification using wireless inertial measurement units for force and response measurements. *Journal of Sound and Vibration, 384*, 339-355.
- Cabboi, A., Gentile, C., & Saisi, A. (2017). From continuous vibration monitoring to FEM-based damage assessment: application on a stone-masonry tower. *Construction and Building Materials, 156,* 252-265.
- Casalegno, C., Ceravolo, R., Chiorino, M. A., Pecorelli, M. L., & Zanotti Fragonara, L. (2014). Soilstructure modeling and updating of the "Regina Montis Regalis" basilica at Vicoforte, Italy. *Proc. 9th International Conference on Structural Analysis of Historical Constructions*.
- Ceravolo, R., De Lucia, G., Miraglia, G., & Pecorelli, M. L. (2020). Thermoelastic finite element model updating with application to monumental buildings. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 35(6), 628-642.
- Ceravolo, R., De Marinis, A., Pecorelli, M. L., & Zanotti Fragonara, L. (2017). Monitoring of masonry historical constructions: 10 years of static monitoring of the world's largest oval dome. *Structural Control and Health Monitoring, 24(10), e1988*, 1-11.

Circolare del 21 gennaio 2019, n. 7. (2019). Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti.

- Coletta, G., Miraglia, G., Gardner, P., Ceravolo, R., Surace, C., & Worden, K. (2020). A Transfer Learning Application to FEM and Monitoring Data for Supporting the Classification of Structural Condition States. *European Workshop on Structural Health Monitoring*, 947-957.
- Coletta, G., Miraglia, G., Pecorelli, M., Ceravolo, R., Cross, E., Surace, C., & Worden, K. (2019). Use of the cointegration strategies to remove environmental effects from data acquired on historical buildings. *Engineering Structures, 183*, 1014-1026.
- Garro, M. (1962). Breve relazione tecnica riassuntiva "Santuario Basilica Regina Montis Reagalis Vicoforte-Mondovì – Opere di Consolidamento e Restauro ".
- Hester, D., Brownjohn, J., Bocian, M., Xu, Y., & Quattrone, A. (2018). Using inertial measurement units originally developed for biomechanics for modal testing of civil engineering structures. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 104, 776-798.
- Lebel, K., Boissy, P., Hamel, M., & Duval, C. (2013). Inertial measures of motion for clinical biomechanics: comparative assessment of accuracy under controlled conditions-effect of velocity. *PloS one*, *8*(*11*), *e79945.*, 1-9.
- Maeck, J., & De Roeck, G. (2003). Description of Z24 benchmark. *Mechanical Systems and Signal Processing*, *17*(1), 127-131.
- McDonald, M. G., & Živanović, S. (2017). Measuring ground reaction force and quantifying variability in jumping and bobbing actions. *Journal of Structural Engineering*, *143(2)*, 04016161.
- Norme Tecniche per le Costruzioni. (2018). *decreto del 17 gennaio 2018*. Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti.
- Pecorelli, M. L., Ceravolo, R., & Epicoco, R. (2020). An automatic modal identification procedure for the permanent dynamic monitoring of the sanctuary of Vicoforte. *International Journal of Architectural Heritage*, *14*(*4*), 630-644.
- Pernica, G. (1990). Dynamic load factors for pedestrian movements and rhythmic exercises. *Canadian Acoustics*, *18(2)*, 3-3.
- Rainer, J. H., Pernica, G., & Allen, D. E. (1988). Dynamic loading and response of footbridges. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 15(1), 66-71.
- Ramos, L. F., Marques, L., Lourenço, P. B., De Roeck, G., Campos-Costa, A., & Roque, J. (2010). Monitoring historical masonry structures with operational modal analysis: two case studies. *Mechanical systems and signal processing*, 24(5), 1291-1305.

- Sim, J., Blakeborough, A., & Williams, M. S. (2005). Dynamic loads due to rhythmic jumping and bobbing. *Structural Dynamics*. Paris: EURODYN 2005.
- Sohn, H. (2007). Effects of environmental and operational variability on structural health monitoring. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 365(1851)*, 539-560.
- Sohn, H., Worden, K., & Farrar, C. R. (2002). Statistical damage classification under changing environmental and operational conditions. *Journal of intelligent material systems and structures*, *13(9)*, 561-574.
- Sopralluogo. (2020, 10 29). Vicoforte.
- Sopralluogo. (2021, 5 21). Vicoforte.
- Ubertini, F., Comanducci, G., Cavalagli, N., Pisello, A. L., Materazzi, A. L., & Cotana, F. (2017). Environmental effects on natural frequencies of the San Pietro bell tower in Perugia, Italy, and their removal for structural performance assessment. *Mechanical Systems and Signal Processing*, *82*, 307-322.
- UNI CEN ISO/TR 7250-2. (2011). Misurazioni di base del corpo umano per la progettazione tecnologica - Parte 2: Rilevazioni statistiche relative a misurazioni del corpo umano corporee provenienti da singole popolazioni ISO.
- UNI EN ISO 7250-1:2010. (2010). *Misurazioni di base del corpo umano per la progettazione tecnologica* - Parte 1: Definizioni delle misurazioni del corpo umano e luoghi.
- Worden, K., Farrar, C. R., Manson, G., & Park, G. (2007). The fundamental axioms of structural health monitoring. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 463(2082),* 1639-1664.