

POLITECNICO DI TORINO

**Corso di Laurea Magistrale
in INGEGNERIA MECCANICA**

*Collegio di Ingegneria Meccanica, Aerospaziale, dell'Autoveicolo e della
Produzione*



**Politecnico
di Torino**

Tesi di Laurea Magistrale

Fenomeni oscillatori su impianti di trasporto bifune in esercizio: analisi dinamica e proposte per lo smorzamento

Relatori:

Prof. Ing. Bruno DALLA CHIARA

Correlatori:

Prof. Ing. Stefano MARCHESIELLO

Ing. Stefano CHARRÈRE (Leitner)

Candidato:

Carlo BELLUATI

Anno Accademico 2020/2021

Sommario

Sommario	1
OBIETTIVO	5
RICERCHE IN LETTERATURA	6
1. INTRODUZIONE	9
1.1. Impianti a fune aerei	10
1.2. Impianti bifune 2S	15
1.2.1. <i>Storia</i>	15
1.2.2. <i>Funzionamento e stato dell'arte</i>	18
1.2.2.1. Morsa	19
1.2.2.2. Funi.....	22
1.2.2.3. Linea	23
1.2.2.4. Stazioni	24
1.2.2.5. Soccorso	24
1.2.2.6. Sicurezza.....	25
1.2.3. <i>Sviluppi futuri e problematiche</i>	26
1.3. Vibrazione della fune traente	28
2. CONFIGURAZIONE STATICA DELLE FUNI	31
2.1. Soluzioni analitiche per la rappresentazione delle funi.....	32
2.1.1. <i>Trave di Eulero-Bernoulli</i>	33
2.1.2. <i>Catenaria</i>	36
2.1.2.1. Determinazione del parametro della catenaria 'c'	39
2.1.3. <i>Parabola</i>	41
2.1.4. <i>Confronto modelli studiati</i>	43
2.2. Analisi della linea di Nebelhorn	46
2.2.1. <i>Singola campata</i>	47
2.2.1.1. Rappresentazioni.....	48

2.2.2.	<i>Fune Portante</i>	53
2.2.2.1.	Calcolo della tensione T.....	53
2.2.2.2.	Rappresentazioni.....	55
2.2.3.	<i>Fune Traente</i>	58
2.2.4.	<i>Impianto completo</i>	61
3.	CONFIGURAZIONE DINAMICA DELLA FUNE PORTANTE	63
3.1.	Modellazione di un carico mobile.....	64
3.2.	Dinamica di una cabina viaggiante a velocità costante e con forzante pari al peso del veicolo carico.....	70
3.2.1.	<i>Risultati campata 2 del tronco 1</i>	72
3.2.1.1.	Valutazione del numero di modi propri	72
3.2.1.2.	Valutazione della dinamica	78
3.3.	Dinamica di una cabina viaggiante a velocità costante e con forzante calcolata con inclinazione costante.....	85
3.3.1.	<i>Diagramma di corpo libero di cabina e carrello</i>	85
3.3.1.1.	Diagramma di corpo libero della cabina	87
3.3.1.2.	Diagramma di corpo libero del carrello.....	88
3.3.2.	<i>Risultati campata 2 del tronco 1</i>	90
3.4.	Dinamica di una cabina viaggiante a velocità costante e con forzante calcolata con inclinazione variabile nel tempo	93
3.4.1.	<i>Inclinazione ricavata da configurazione statica con fune nuda</i>	94
3.4.2.	<i>Inclinazione ricavata iterativamente al passaggio del carico</i>	99
3.4.3.	<i>Confronto fra i casi</i>	104
3.4.3.1.	Confronto con α costante.....	105
3.4.3.2.	Confronto con α ricavato dalla configurazione di fune nuda.....	109
3.5.	Dinamica di più cabine in linea con velocità costante	114
3.5.1.	<i>Ipotesi e approssimazioni iniziali</i>	116
3.5.2.	<i>Modifiche al modello Matlab già sviluppato</i>	118
3.5.2.1.	Inserimento veicoli in linea	119

3.5.2.2.	Condizioni di regime.....	123
3.5.3.	<i>Grafici e risultati campata 2 del tronco 1</i>	126
3.5.3.1.	Valutazione della freccia	128
3.5.3.2.	Inclinazione della fune sulle scarpe a valle e a monte	130
3.5.3.3.	Tensione delle funi portante e traente a monte della campata	131
3.5.3.4.	Deformazione a metà campata.....	134
3.5.4.	<i>Risultati intera linea di Nebelhorn</i>	135
3.5.4.1.	Freccia	136
3.5.4.2.	Inclinazione a valle	137
3.5.4.3.	Inclinazione a monte	137
3.5.4.4.	Tensione della traente a monte	138
3.5.4.5.	Oscillazioni.....	139
4.	CONFIGURAZIONE DINAMICA DELLA FUNE TRAENTE.....	140
4.1.	Descrizione del problema	140
4.1.1.	<i>Principali cause della vibrazione del tratto di traente</i>	142
4.1.1.1.	Urto tra fune traente e rulli.....	143
4.2.	Studio del comportamento del sistema massa-molla-smorzatore attraverso modello lineare	146
4.2.1.	<i>Ipotesi iniziali ed impostazione del problema</i>	146
4.2.2.	<i>Determinazione del coefficiente di smorzamento</i>	147
4.2.3.	<i>Dati del problema</i>	149
4.2.4.	<i>Studio del modello</i>	150
4.2.5.	<i>Luogo delle radici e massimizzazione del fattore di smorzamento</i>	153
4.2.5.1.	Elemento concentrato applicato alla ruota.....	154
4.2.5.2.	Valutazione del possibile inserimento di un elemento concentrato privo di rigidità	157
4.3.	Studio del comportamento del sistema massa-molla-smorzatore attraverso modello non lineare	162
4.3.1.	<i>Verifica elemento concentrato da applicare alla ruota</i>	165
	CONCLUSIONI E SVILUPPI FUTURI.....	170

BIBLIOGRAFIA E SITOGRAFIA.....	172
RINGRAZIAMENTI	173

OBIETTIVO

La presente tesi è stata svolta in collaborazione con l'azienda Leitner S.p.a. nella sede di Leinì, via Tommaso Agudio 8; l'azienda si occupa di progettazione e realizzazione degli impianti a fune per trasporto di persone e materiali.

Lo scopo principale di questa tesi è la risoluzione di un problema sollevato dall'azienda medesima, ovvero analizzare le vibrazioni della fune traente di una determinata tipologia di impianti di risalita, gli impianti 2S, e studiare un sistema per lo smorzamento ed eventualmente l'abbattimento di tali oscillazioni.

Gli impianti 2S, dei quali si discuterà più nel dettaglio successivamente, sono sostanzialmente cabinovie caratterizzate dalla presenza di una sola fune portante, che sostiene il carico, e una fune traente, alla quale sono ancorate le cabine; l'alternativa principale tra gli impianti bifune con movimento cadenzato dei veicoli (e non "a va e vieni") è rappresentata da impianti con doppia fune portante ed una fune traente. Gli impianti 2S presentano in modo ricorrente un grosso problema, fino ad ora rimasto irrisolto: la vibrazione della fune traente successiva al passaggio di una cabina su un sostegno, vale a dire il pilone che sostiene le due funi. Fino ad ora non risulta in letteratura che siano mai stati effettuati studi su questo tipo di vibrazioni, delle quali non si conosce né la causa d'innescò vero e proprio né il tipo di forzante; al contempo tali vibrazioni possono rivelarsi molto pericolose in quanto, oltre ad avere un effetto negativo sul comfort dei passeggeri in cabina, possono portare allo scarrucolamento della fune traente.

L'obiettivo della tesi è quindi studiare tali vibrazioni e valutare l'efficacia di un sistema molla-smorzatore applicato ai rulli che sostengono la fune traente, sistema che verrà installato sul nuovo impianto (impianto di Nebelhorn) in via di costruzione, di cui però non si ha alcun riscontro numerico. Vengono quindi creati dei modelli sempre più dettagliati per cercare di capire se il sistema citato può risolvere il problema discusso in precedenza o se le vibrazioni continuano ad essere rilevanti.

Oltre all'obiettivo principale, nonché lo scopo della tesi, la trattazione verrà completata con un'analisi più dettagliata di tutti i principali fenomeni oscillatori sulle funi, portanti e traenti.

RICERCHE IN LETTERATURA

Lo studio delle oscillazioni sulle funi e la descrizione del comportamento dinamico delle stesse durante il funzionamento in condizioni di regime di un qualsiasi impianto a fune sono argomenti che, ad oggi, non sono stati sviluppati nel dettaglio. Le aziende che si occupano di progettazione degli impianti funiviari non hanno mai ritenuto fondamentale un approccio dinamico sull'intera linea in quanto è sempre stato ritenuto sufficiente lo studio delle configurazioni statiche per il calcolo dei valori necessari per la progettazione, accettando le varie approssimazioni ad esso connesse, sempre rispettando le normative di riferimento.

Prima però di iniziare lo studio sono state effettuate delle ricerche in letteratura riguardanti gli argomenti su cui si intende sviluppare l'analisi, ricerche effettuate anche su portali come PICO, Google Scholar e Scopus (biblioteche online contenenti articoli scientifici e tecnici); sono presenti solamente pochi testi riguardanti il comportamento dinamico delle funi per gli impianti funiviari, la maggior parte dei quali riguarda gli effetti del vento sull'impianto e sulle cabine. Alcuni articoli trovati in letteratura che analizzano questi argomenti sono:

- *“Transversal vibration of chain ropeway system having support boundary condition with polygonal action”*, South China Agricultural University, 2015;
- *“Mathematical simulation of cross-wind vibrations in a mono-cable chair ropeway”*, R. Petrova, S. Dechkova, Pl. Petrov, 2011;
- *“Simulation of vortex excited vibrations of a bicable ropeway”*, K. Hoffmann, R. Petrova, 2009.

E' presente anche un'analisi dinamica in linea di un impianto a fune aereo riguardante specificatamente le vibrazioni della cabina, ovvero l'analisi di metodologie GNSS (Global Navigation Satellite System) e GPS/INS (INertial System) per la caratterizzazione del comportamento dinamico di un veicolo in condizioni critiche, a cura di Giuliana Sciuto nel lavoro di tesi *“Applicazione di tecniche innovative GNSS/INS per la determinazione del comportamento dinamico di impianti funiviari”*, Università degli studi di Trieste, 2015.

Sono state inoltre trovate molte informazioni sulle vibrazioni delle funi in ambito ferroviario (sistema catenaria-pantografo) e per quanto riguarda le vibrazioni nelle linee aeree di trasmissione dell'energia. Su quest'ultimo argomento sono presenti molti lavori di ricerca innovativi per lo smorzamento delle oscillazioni, come per esempio nello studio di M. Buscemi *"Studio di un sistema di controllo attivo per la riduzione delle vibrazioni nelle linee aeree di trasmissione dell'energia elettrica"*, Politecnico di Milano, 2016, e nel lavoro di tesi di M. Onore *"Smorzatore Stockbridge e soppressione delle vibrazioni dei cavi tesi: analisi numerica e sperimentale"*, Politecnico di Torino, 2018. Tutti questi studi sono però effettuati su funi tese ma non in movimento, come invece lo è quella traente degli impianti funiviari della quale si intende studiare le vibrazioni. Per quanto riguarda gli impianti a fune adibiti al trasporto persone sono presenti molti testi e linee guida che fanno riferimento allo studio e alla progettazione della linea, tra i quali per esempio il testo *"Impianti a fune – Elementi costitutivi, progettazione ed esercizio"*, a cura di A. Crotti, D. Alberto, B. Dalla Chiara, M. Vallana, Edizioni Mario Gros, 2006, nel quale però non sono presenti aspetti dinamici. Vista la scarsità di informazioni riguardanti le oscillazioni delle funi, incentrate proprio sugli impianti funiviari, si è quindi deciso di affrontare lo studio completo della dinamica di entrambe le funi dell'impianto, sia portante che traente.

L'ultimo articolo trovato, nonché il più interessante, studia fenomeni simili al tema che verrà analizzato nel seguente lavoro: *"Nonlinear vibration absorbers for ropeway roller batteries control"*, B. Carboni, A. Arena, W. Lacarbonara, 2020. Nello studio viene sviluppata una strategia di controllo passivo delle vibrazioni per ridurre le accelerazioni di picco sulle rulliere con lo scopo di aumentare la velocità di regime degli impianti, a beneficio della potenzialità oraria degli stessi. Si analizza una serie di assorbitori di vibrazioni non lineari applicati alla rulliera con lo scopo però di ridurre le accelerazioni di picco causate dal contatto delle palmole (dispositivi presenti sulla morsa della cabina e che consentono il distacco della fune, in questo caso portante-traente, dai rulli) con i rulli, trattando il caso di impianti monofune. In questa analisi il sistema smorzante cerca di ridurre le accelerazioni verticali dei veicoli e non di ridurre le vibrazioni sul tratto di fune prima dei sostegni, a differenza del caso che verrà trattato e riguardante la fune traente. Lo studio delle oscillazioni che verrà affrontato invece nella presente tesi riguarderà, oltre che l'analisi delle oscillazioni della portante, l'analisi del sistema di molle già citato applicato però alla fune, cercando di confermare oppure smentire l'ipotesi per cui il

sistema smorzante possa portare ad un'attenuazione delle oscillazioni sulla fune traente (ottenendo quindi un aumento del fattore di smorzamento).

Lo studio che si intende portare avanti nel lavoro di tesi è proprio quello di analizzare più dettagliatamente il comportamento delle funi tramite un approccio dinamico. Chiaramente non verranno trattati tutti i molteplici aspetti collegati alle varie condizioni che si possono verificare sugli impianti, come ad esempio la presenza di veicoli con peso differente (assenza di persone a bordo) e le condizioni di brusco arresto dell'impianto, ma verrà studiato solamente il caso con presenza di veicoli pieni lungo la linea di un impianto bifune (2S). Sviluppi futuri sull'argomento potrebbero portare ad una analisi più approfondita sugli aspetti non considerati in questo studio. Lo scopo quindi è quello di fornire un'analisi sufficientemente dettagliata per poter calcolare alcuni dei parametri fondamentali per gli impianti, attraverso lo studio del comportamento dinamico della fune portante, e di analizzare le oscillazioni della fune traente rilevate durante il moto di un impianto 2S.

1. INTRODUZIONE

Lo scopo di questo capitolo è delineare un quadro generale sugli impianti a fune per entrare poi nel merito degli impianti 2S, con la loro storia, il funzionamento e i problemi ad essi connessi; in seguito verrà analizzato il problema della vibrazione della fune traente, presente esclusivamente nelle cabinovie 2S.

Con il termine “impianto a fune” si intende un impianto adibito al trasporto di persone o materiali, che utilizza per il sostentamento e la trazione del carico una o più funi, mosse da un motore presente presso una stazione. In generale gli impianti a fune si dividono in tre grandi categorie:

- Impianti in sede edificata: comprendono tutti quegli impianti che movimentano persone o materiali all'interno di edifici, come per esempio gli ascensori e i montacarichi;
- Impianti a fune terrestri: comprendono tutti quegli impianti di trasporto installati su un terreno, generalmente – ma non necessariamente (es. APM urbani) – a forte pendenza. Questa categoria si divide a sua volta in: impianti su rotaia (es. funicolari), dove il moto è generato dalle funi in quanto non potrebbe essere garantito dall'aderenza tra ruota e via di corsa, e impianti su neve (es. sciovie), dove lo sciatore o il passeggero non è sospeso ed è trainato da un piattello o un'ancora collegati in generale tramite avvolgitore ad una fune;
- Impianti a fune aerei: sono divisi in trasporto persone (funivie, cabinovie, seggiovie, ...) e trasporto materiali (teleferiche e blondin) e a loro volta in bifuni e monofuni in base al tipo di impianto. Nel caso di impianto bifune sono presenti almeno una fune portante per il sostentamento del carico e una fune traente per la trazione, mentre nel caso di impianto monofune vi è un'unica fune che assolve ad entrambi i compiti. Questo è il caso di maggior interesse e oggetto della trattazione.

1.1. Impianti a fune aerei

Gli impianti aerei, come accennato, sono adibiti al trasporto di persone o materiali tramite veicoli sospesi ad una o più funi, tese tra due o più (con stazione intermedia) stazioni, di valle e di monte, e generalmente sostenute in punti intermedi. Le soluzioni costruttive possono essere diverse, in base al tipo di impianto a cui si fa riferimento. Oltre alla distinzione tra bifune e monofune, si possono differenziare gli impianti anche in funzione della tipologia di moto.

1. Movimento di va e vieni: viene utilizzato specialmente per le funivie, nelle quali si hanno due grossi veicoli che percorrono sempre la stessa via di corsa sia all'andata sia al ritorno;
2. Movimento unidirezionale continuo: i veicoli percorrono una diversa via di corsa all'andata e al ritorno, ciò vuol dire che la fune traente, chiusa ad anello, si muove sempre nello stesso senso. Questo è il caso delle seggiovie, delle cabinovie con una sola fune portante-traente e degli impianti 2S (cabinovia con 1 portante e 1 traente) e 3S (cabinovia con 2 portanti e 1 traente).

Gli impianti a fune sono nati principalmente per superare dislivelli in zone montuose, per il superamento di corsi d'acqua o laddove vi siano percorsi difficilmente raggiungibili via terra; in questo ambito hanno preso piede i primi impianti aerei, adibiti principalmente al trasporto di materiali. Le prime teleferiche vennero largamente utilizzate per il trasporto di minerali ferrosi (per esempio nella zona di Cogne in Valle d'Aosta) e successivamente giocarono un ruolo fondamentale durante la Prima Guerra Mondiale per il trasporto di artiglieria e munizioni in luoghi impervi.

Nel '900, oltre alle teleferiche usate principalmente per il trasporto di materiale, iniziano a prendere piede in tutto il mondo anche gli impianti per il trasporto di persone; nel 1912 a Merano viene costruita la prima funivia, con sostegni intermedi in acciaio per collegare Lana a S. Virgilio. Dalla fine della Seconda Guerra Mondiale avviene una notevole ripresa dell'attività nel settore degli impianti a fune sia per il trasporto di materiale sia di persone, dovuta specialmente alla costruzione di nuove linee per scopi sportivi. Dalla metà del Novecento fino ad oggi la tecnica funiviaria ha avuto un notevole sviluppo, sia nel

campo delle prestazioni, sia nella diversificazione in funzione della potenzialità desiderata e dell'impiego.

Nella seconda parte della tesi viene studiato nel dettaglio un impianto adibito al trasporto di persone, per cui si riportano nel seguito alcune caratteristiche dei più comuni impianti a fune ad oggi in commercio. La progettazione delle varie tipologie, così come le prestazioni massime, i gradi di sicurezza e le caratteristiche costruttive devono essere conformi alle normative di riferimento, rappresentate in Italia principalmente nel decreto n° R.D. 337 – 08.09 del 16 novembre 2012.

SEGGIOVIA AD AMMORSAMENTO FISSO

E' caratterizzata dalla presenza di una sola fune portante-traente che sostiene e traina i veicoli, sulla quale gli stessi sono ammorsati in maniera permanente. Le velocità sono modeste in quanto in stazione i veicoli mantengono la stessa velocità della linea e si vuole evitare un brusco impatto coi passeggeri.

La seggiovia ad ammorsamento fisso, rispetto agli altri tipi di impianti, rappresenta un sistema semplice e consolidato ed accessibile ad un prezzo notevolmente inferiore rispetto all'ammorsamento automatico; viene utilizzato ove la potenzialità oraria non è elevata oppure i tracciati sono brevi. Facendo riferimento agli impianti prodotti da Leitner, vengono riportate le caratteristiche principali:

- Portata: fino a 2400 persone/h
- Velocità: fino a 2,8 m/s
- Sedili: 2 o 4 passeggeri

SEGGIOVIA AD AMMORSAMENTO AUTOMATICO

Anche in questo caso si ha una sola fune portante-traente sulla quale sono ammorsati i veicoli ma in modo non permanente, ovvero è presente un sistema sul braccio (impianti monofune) o accoppiato ad un carrello (2S) di ogni veicolo che permette allo stesso di disammorsarsi dalla fune quando arriva in prossimità della stazione. Ciò consente una velocità di linea elevata durante il viaggio e una minore, rispetto a quella in linea, nelle

stazioni a vantaggio dei passeggeri, i quali possono viaggiare più velocemente ma anche beneficiare di una salita e discesa in sicurezza nell'imbarco e sbarco.

Tra i due tipi, questa seggiovia è di sicuro la più utilizzata in quanto possono essere migliorate tutte le prestazioni: maggiori posti a sedere, velocità più elevate, maggiore portata, maggior comfort, ecc. Per questi motivi è la seggiovia automatica l'impianto su cui Leitner come i concorrenti puntano con l'innovazione. Le caratteristiche:

- Portata: fino a 4500 persone/h
- Velocità: fino a 6 m/s
- Sedili: da 4, 6, 8 passeggeri

CABINOVIA AD AMMORSAMENTO AUTOMATICO

Le cabinovie ad ammortamento automatico, come le seggiovie, sono impianti monofune a movimento continuo le cui cabine vengono disammorsate dalla fune traente all'ingresso nelle stazioni, al fine di consentire il transito del veicolo sui piani di imbarco a velocità molto ridotta, agevolando quindi la salita e la discesa dei passeggeri. Tale tipologia di impianto offre una portata molto elevata.

Avendo prestazioni molto simili alle seggiovie ad ammortamento automatico, ne diventano le dirette concorrenti; le caratteristiche:

- Portata: fino a 4500 persone/h
- Velocità: fino a 6 m/s
- Capacità cabine: fino a 10 passeggeri

FUNIVIA BIFUNE A SEMPLICE E DOPPIA VIA DI CORSA CON MOVIMENTO A VA E VIENI

Si adattano molto bene a condizioni estreme, poiché i sostegni possono essere collocati a grande distanza gli uni dagli altri. Sono particolarmente apprezzate per l'elevata disponibilità, la stabilità al vento, la sicurezza, la lunga durata e i contenuti costi di esercizio. Il sistema è caratterizzato da uno o due veicoli che si muovono in servizio alternato tra le due stazioni terminali. Questi, vengono movimentati da una fune traente e si muovono su una o due funi portanti. Il grande difetto è però la portata, la quale diminuisce con l'aumento della lunghezza dell'impianto.

Ultimamente si è però notato che, specialmente per gli impianti sciistici, in molti luoghi le funivie tradizionali non sono concorrenziali in quanto i tempi di attesa sono più lunghi e i passeggeri preferiscono impianti cadenzati con una frequenza di passaggio più alta. Per questo motivo chi acquista un impianto a fune spesso preferisce puntare su sistemi come le cabinovie, i 2S o i 3S nonostante la maggior stabilità e sicurezza della funivia a va e vieni.

Caratteristiche principali:

- Velocità: fino a 12 m/s
- Capienza cabine: fino a 100 passeggeri (con 1 fune portante)
fino a 200 passeggeri (con 2 funi portanti)

IMPIANTI BI- E TRI-FUNE (2S E 3S)

Gli impianti a due o tre funi sono una combinazione fra una cabinovia e una funivia. Questi sono ad ammortamento automatico e prendono il nome dal numero delle loro funi. Una cabinovia bifune (2S) ha una fune portante e una traente, mentre una cabinovia trifune (3S) ha 2 funi portanti e 1 traente.

Dal punto di vista tecnico gli impianti multifune garantiscono una maggiore stabilità al vento e rendono possibili campate che superano i 2.500 metri, risultando così ideali su tracciati molto esposti e con notevoli dislivelli. Sono inoltre molto apprezzati in quanto permettono una portata oraria elevata. Vengono riportati i valori raggiungibili con un impianto 3S:

- Portata: fino a 6000 persone/h
- Velocità: fino a 8,5 m/s
- Capienza cabine: fino a 35 passeggeri

ALTRI TIPI DI IMPIANTI AEREI ADIBITI AL TRASPORTO DI PERSONE

- TELEMIX: è un impianto monofune ad ammortamento automatico, combinazione di due tipi di veicolo: seggiola e cabina. La portata massima è di 3900 persone/h per velocità pari a 6 m/s.
- IMPIANTI PULSE': è un impianto monofune ad ammortamento fisso; i veicoli sono fissati alla fune a gruppi e l'impianto decelera molto oppure si arresta

quando un gruppo di veicoli arriva in stazione per permettere l'imbarco dei passeggeri.

- FUNIFOR e FUNITEL: sono due sistemi a funi larghe, il primo caso con due portanti e una traente, il secondo con due funi larghe traenti. Questo sistema permette di ottenere maggiore stabilità al vento e stazioni di dimensioni ridotte, in quanto la sospensione ha dimensioni minori rispetto a quella di una funivia tradizionale. Le prestazioni sono identiche a quelle della classica funivia a va e vieni.

Di seguito si riporta una tabella riassuntiva dei dati approssimati caratteristici dei vari impianti sopra descritti:

	Seggiovia ad amm.to fisso	Seggiovia ad amm.to automatico	Cabinovia	Pulsè	Funitel	2S	3S	Funivia	Funifor
Principio	monofune fisso	monofune automatico	monofune automatic	monofune fisso	monofune automatico	bifune automatico	bifune automatico	bifune fisso	bifune fisso
Moto	continuo	continuo	continuo	continuo	continuo	continuo	continuo	a va e vieni	a va e vieni
Velocità [m/s]	2,8	6	6	6	7	8,5	8,5	12	12
Portata [pers/h]	2400	4500	4500	4500	4000	4000	6000	-	-
Vetture o persone	2; 4	4; 6; 8	fino a 10	8; 10; 15	fino a 24	fino a 16	fino a 35	200	100
Vento [km/h]	60	60	70	70	100	80	100	70	100
Campata [m]	~ 150	~ 200	~ 700	~ 700	~ 800	~ 1500	~ 3000	~ 3000	~ 2000

Tabella 1-1: Confronto tra i tipi di impianti aerei – fonte: impianti Leitner

1.2. Impianti bifune 2S

Un incentivo notevole allo sviluppo di questa soluzione progettuale è stato dato dalla necessità, sentita da molti esercenti, di sostituire le loro vecchie funivie "a va e vieni" con impianti che consentano potenzialità orarie (o portate) decisamente superiori, obiettivo non sempre raggiungibile con il classico sistema monofune o con bifune tradizionali aventi distanze elevate tra le stazioni. Attualmente molte funivie "a va e vieni" sono inadeguate alle richieste dell'odierno turismo invernale in frequenza del servizio. Un sicuro sviluppo commerciale si può quindi attendere in questo settore, ma di interesse sono anche tutti quei profili per cui si deve minimizzare il numero di sostegni (terreni particolarmente impervi, attraversamento di valli ecc.), o le zone in cui l'intensità del vento può essere particolarmente elevata. Tra le varie possibilità non è da escludere un eventuale utilizzo di tale tipo di sistema come trasporto urbano, vista la relativa flessibilità nel posizionamento dei sostegni offerto da questo sistema.

Come già anticipato, gli impianti 2S riprendono l'idea delle funivie tradizionali per quanto riguarda il sistema di funi, ovvero è presente una fune portante per il sostentamento del carico e una traente per la trazione dei veicoli, applicando però un sistema di tipo cabinovia, cioè veicoli uniformemente distanziati tra loro e che si muovono in un solo senso di marcia. La divisione dei compiti tra le due funi consente di ottenere velocità più elevate, portate maggiori, campate fino a 1500 metri di lunghezza, una maggiore stabilità al vento e minori consumi. Un'altra analogia tra 2S e la funivia tradizionale è il carrello: su questo sono presenti dei rulli che corrono sulla fune portante; la morsa invece riprende l'idea della cabinovia, è infatti automatica e tipica degli impianti monofune.

1.2.1. Storia

Gli impianti 2S nascono come sviluppo delle teleferiche: i primi impianti bifune risalgono alla fine del 1800 prevalentemente come trasporto di materiale; agli inizi del 1900 il sistema applicato per le teleferiche viene sfruttato anche per il trasporto di persone e nascono così le prime cabinovie bifune. Tra i vari impianti aerei adibiti al trasporto di persone, il 2S è quello con una storia più travagliata.

Il primo impianto con fune portante e fune traente separate adibito al trasporto di persone nasce nel 1930 ed è la funivia dello Shauinsland a Friburgo in Germania: lunga 3800 metri, è stata la prima cabinovia ad ammortamento automatico del mondo. L'idea di creare un impianto aereo per trasportare persone, nasce nel 1925 in quanto una funicolare per superare il dislivello sarebbe stata bloccata nel periodo invernale dalle forti neviccate. Questo impianto riscosse grande successo anche durante la Seconda Guerra Mondiale, in questo periodo veniva infatti sfruttato nelle ore notturne per rifornire l'ospedale di emergenza sul monte Shauinsland.



*Figura 1-1: Funivia 'Shauinslandbahn' sul monte Shauinsland a Friburgo in Germania
Primo impianto precursore dei 2S*

Negli anni '50 - '60 si ebbe un notevole sviluppo di tali impianti, la linea era caratterizzata da scarpe oscillanti, le quali presentavano il vantaggio di adattarsi sempre alle diverse configurazioni della fune. Per contro, se mal progettati, su questi impianti poteva verificarsi il temuto effetto 'fionda': al superamento del cavalletto da parte di un veicolo, infatti, si poteva verificare una brusca variazione dell'angolo della scarpa che, in casi estremi, poteva far scarrucolare il carrello. I rulli di linea nella maggior parte dei casi erano bassi, ossia si trovavano a circa 3/4 m al di sotto della scarpa, ed erano forniti di vistosi 'baffi' per assicurare che, dopo il passaggio del veicolo, la fune traente ritornasse all'interno degli stessi. Nella parte inferiore della figura sottostante si possono individuare le scarpe sopraccitate.



Figura 1-2: Impianto 'Eisgrat' dello Stubaital in Austria - 1973

Il sistema venne poi subito abbandonato, negli anni '70 - '80, a seguito di una crescente innovazione sulla tecnologia monofune (principalmente seggiovie) dovuta all'incremento del turismo invernale. Tale tipo d'impianto risultava, rispetto al bifune, decisamente più economico dal punto di vista dell'investimento iniziale, pur avendo costi di esercizio più alti e necessitando di un maggior numero di sostegni di linea. I principali motivi che fecero abbandonare il bifune come trasporto persone sono:

- la meccanica per la movimentazione dei veicoli in stazione, troppo poco sviluppata per l'epoca;
- la difficoltà di rispettare la normativa per quanto riguardava i dispositivi di sicurezza nelle stazioni.

La costruzione di impianti di questo tipo tornò poi in voga alla metà degli anni '90 grazie a nuove tecnologie di costruzione e nuovi materiali; per più di un decennio questi sistemi hanno assunto caratteristiche derivanti dagli impianti monofune e altre dalle funivie classiche per raggiungere le prestazioni e le portate richieste. Un importante cambiamento riguarda i sostegni, i quali presentano oggi scarpe fisse e rulliere alte per evitare un sovraccarico sulla morsa dovuto al sostentamento della fune portante.

Nonostante i recenti sviluppi il sistema 2S venne poi nuovamente “archiviato” dopo la nascita e lo sviluppo degli impianti 3S, i quali risolverono molte delle problematiche importanti legate ai 2S, tra le quali il soccorso in linea, la precoce usura delle funi e l’impossibilità di inserire cavallotti in linea per sostenere la fune traente. L’ultimo impianto costruito da Leitner è del 2007 a Sella Nevea. Dopo circa 10 anni, in Corea, è stato di nuovo costruito un impianto 2S: il Sacheon Ocean; ad oggi questa tipologia di impianti è tornata sul mercato come soluzione intermedia tra un più economico impianto monofune, che non permette grandi campate, ed un più costoso sistema 3S. Molte delle problematiche sono state risolte o per lo meno aggirate, ma i costruttori prediligono e consigliano tutt’oggi i sistemi 3S in quanto presentano una tecnologia più avanzata, caratteristiche decisamente migliori e minori problemi durante il funzionamento.

1.2.2. Funzionamento e stato dell’arte

Tecnologicamente, il principio di funzionamento di un generico impianto 2S è lo stesso di una cabinovia, ovvero si basa su un sistema ad ammorsamento automatico, ma consente performance più elevate. Il 2S presenta però alcune differenze sostanziali rispetto ad una semplice cabinovia, prima fra tutte è la presenza di una fune portante fissa per ramo e di un anello trattivo con movimento unidirezionale continuo al quale vengono ammorsate le cabine in uscita dalle stazioni. Questo impianto presenta alcune caratteristiche peculiari:

- grazie alla suddivisione di funzioni tra le funi portanti e la traente, il sistema bifune permette di avere lunghe campate e quindi pochi sostegni di linea;
- il comfort di viaggio è particolarmente elevato per il fatto che il veicolo, che scorre sulla portante, non viene mai a contatto con i rulli di linea;
- la disposizione della fune traente dà un effetto stabilizzante nei confronti del comportamento al vento del veicolo, assicurando l'esercizio anche in condizioni ambientali difficili;
- la grande stabilità del veicolo, soprattutto in ingresso stazione, consente velocità di esercizio decisamente elevate, potenzialmente più alte di quelle attualmente previste dalle normative europee;

- la bassa resistenza al moto, dovuta al ridotto numero di rulli di linea, si riflette sui consumi energetici, che sono decisamente ridotti rispetto ad altri sistemi;
- grazie alle dimensioni delle cabine (15-16 posti) e alle alte velocità, si possono avere portate orarie molto elevate, si possono raggiungere le 4000 persone/h;

I nuovi bifune sono impianti decisamente più pesanti dei loro predecessori e sono dotati di fune traente di sezione e tiro elevati. Questa caratteristica comporta alcune conseguenze fondamentali:

- il tiro e il peso elevato della fune traente determinano uno scambio di forze significativo fra traente e portante attraverso la morsa e i carrelli dei veicoli;
- l'alta velocità e i carichi notevoli richiedono una linea (scarpe, rulliere e sostegni) di tipo funiviario.

Queste caratteristiche, oltre che al sovradimensionamento di alcuni componenti, hanno portato ad alcune scelte costruttive obbligate, in particolare allo sviluppo di una morsa "rovesciata", che prevede l'inserimento della fune dall'alto. Il moderno bifune è stato sviluppato attorno a questa nuova morsa.

1.2.2.1. Morsa

Il dispositivo di serraggio automatico è un adattamento della morsa automatica Leitner, utilizzato con successo in varie versioni già dal 1985. Il principio generale di funzionamento, e quindi tutte le caratteristiche funzionali e di sicurezza, sono sostanzialmente immutati. La forma costruttiva presenta invece differenze sostanziali, per i seguenti motivi:

- in un impianto bifune il peso del veicolo non viene sopportato dalla fune traente attraverso la morsa ma dalla fune portante; la morsa sopporta invece gli sforzi scambiati fra traente e portante dovuti al peso della fune traente e alla sua deviazione, in particolare al passaggio sui sostegni di linea, quando la fune traente viene sollevata dai rulli d'appoggio. Tali sforzi possono assumere un valore relativamente elevato ed essendo diretti verso il basso si è preferito montare la morsa a rovescio, facendo entrare la fune traente dall'alto;

- la morsa non viene mai in contatto con i rulli di linea, in quanto la fune traente viene sollevata al passaggio sui rulli, al fine di consentire le oscillazioni trasversali che avvengono rispetto ad un asse posto alla quota della fune portante: le oscillazioni laterali comportano quindi uno spostamento trasversale della morsa rispetto ai rulli, che non sarebbe possibile senza un sollevamento. Di conseguenza la sagomatura delle ganasce non è vincolata dalla conformazione dei rulli di linea e le mascelle possono essere costruite con la necessaria rigidità senza problemi di spazio;
- la forza scambiata fra traente e portante al passaggio sui sostegni dipende dalla tensione della traente e dall'entità del sollevamento al passaggio sui rulli; raggiunge facilmente valori elevati se la tensione della traente è notevole. Non potendo ridurre tale tensione, bisogna limitare al massimo il sollevamento (rulliere alte). Ciò pone dei vincoli geometrici particolarmente stringenti;
- per il motivo citato precedentemente, è indispensabile dotare il veicolo di un'unica morsa, indipendentemente dal numero di persone trasportate: l'installazione di due morse, montate ai due lati del perno della sospensione a una distanza considerevole, costringerebbe a un sollevamento della fune dai rulli decisamente superiore;
- la presenza di una morsa unica rende praticamente impossibile articolare quest'ultima rispetto al carrello, se non inserendo la morsa all'interno dello stesso perno della sospensione (costruito cavo); ciò costringerebbe a rinunciare alle caratteristiche fondamentali della morsa Leitner, e cioè alla struttura aperta e alla possibilità di aprire e chiudere la morsa agendo direttamente sulla ganascia mobile, con misura del momento di serraggio diretto. Per contro, la necessità di installare la morsa non troppo distante dal perno della sospensione ma senza interferire con essa, costringe ad adottare una forma relativamente complessa (come la ganascia mobile).

In definitiva, la morsa si caratterizza per una certa complessità nella forma di alcuni componenti e offre prestazioni elevate; dovendo sostenere con un'unica morsa veicoli con circa 15 posti, essa deve fornire un serraggio dell'ordine del doppio di quello fornito dai modelli già in uso. La forza di manovra resta invece dello stesso ordine di grandezza, in

quanto il braccio d'azione della leva d'apertura risulta quasi raddoppiato. La soluzione scelta per la morsa consente, tra l'altro, il passaggio sotto i rulli di ritenuta senza il classico "saltello" tipico dei monofune (il rullo di ritenuta non tocca la morsa ma resta sempre a contatto con la fune traente) e permette di rinunciare completamente all'utilizzo delle palmole.



Figura 1-3: Carrello, visita a impianto 'Piz la Ila' a La Villa (BZ)

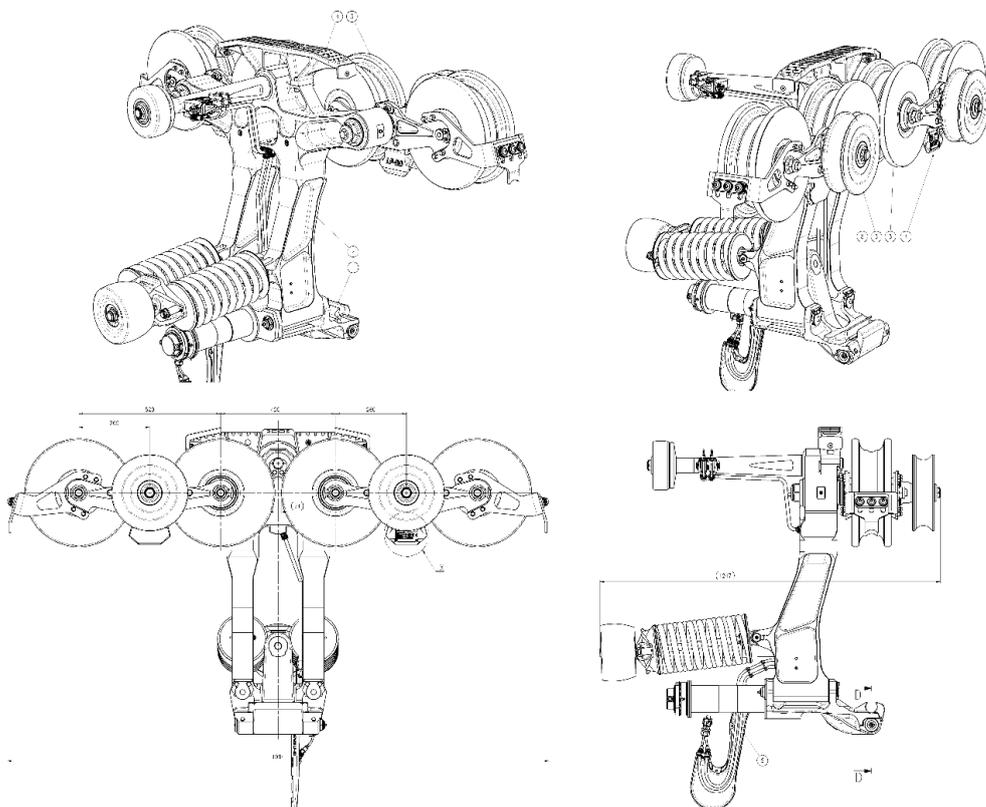


Figura 1-4: Carrello, alcuni disegni dell'impianto di Nebelhorn, disegno tecnico Leitner

1.2.2.2. *Funi*

Le funi portanti vengono ancorate in entrambe le stazioni su appositi tamburi. Tale tipo di scelta risulta praticamente obbligata per questa tipologia di impianto. Qui di seguito sono riassunti i motivi ed i principali vantaggi di questa soluzione:

- la configurazione della fune portante varia di poco fra le situazioni estreme di carico, di conseguenza si riduce notevolmente la corsa del tenditore per la fune traente e si riducono anche le variazioni di inclinazioni delle funi sulle scarpe dei sostegni;
- quest'ultima caratteristica è di grande importanza, in quanto differenze di inclinazione più elevate comporterebbero un aumento della distanza fra fune portante e fune traente (per evitare che in presenza di un veicolo vuoto la morsa interferisca con l'estremità delle scarpe, le quali avrebbero angoli maggiori); con ciò aumenterebbe anche lo spostamento trasversale della morsa in caso di oscillazione trasversale, con ulteriori vincoli geometrici per i rulli di linea e la sospensione;
- la posizione obbligata delle portanti all'ingresso in stazione e la presenza dei dispositivi automatici propri di una telecabina rendono complesso l'inserimento di un pozzo per il contrappeso e di un arcone di deviazione per la carrelliera, per questo motivo si utilizzano funi portanti ancorate;
- eliminando il contrappeso si elimina di conseguenza la carrelliera; i moderni metodi di calcolo consentono però di controllare il regime di tensione di una fune ancorata con lo stesso grado di precisione che per una fune contrappesata.

Per quanto riguarda la fune traente, essa è chiusa ad anello mediante impalmatura; come nelle funivie "a va e vieni", la fune traente è elettricamente isolata: questo costituisce un fondamentale aumento di sicurezza rispetto agli altri sistemi continui.

La fune traente viene tesa da un dispositivo idraulico. Il rinvio della fune avviene tramite pulegge orizzontali, una delle quali mobile su apposito telaio e fissata al tenditore. A differenza dei sistemi monofune, la fune traente quando è priva di veicoli tende ad assumere una configurazione molto più bassa di quella in esercizio, ovvero quando la presenza dei veicoli la obbliga a disporsi quasi parallela alla fune portante.

1.2.2.3. Linea

La linea è caratterizzata da sostegni con struttura a traliccio simile a quella delle funivie "a va e vieni", nonostante alcuni costruttori preferiscano ancora usare dei semplici sostegni tubolari. I sostegni comprendono un fusto, una testata, i supporti delle scarpe, le scarpe di sostegno della fune portante e i rulli per la fune traente. Tutte le guardie e le scarpette raccoglifune vengono collegate a terra al fine di consentire l'immediato arresto dell'impianto in caso di scarruolamento della fune traente, che si ricorda essere isolata; il veicolo è comunque dimensionato per ricollocare, al suo passaggio, la fune scarruolata all'interno dei rulli.



Figura 1-5: Sostegno con struttura a traliccio – visita a impianto 'Piz la Ila' a La Villa (BZ)

Le scarpe dei sostegni sono guarnite in bronzo, si avvolgono attorno alla fune per un angolo totale di circa 180° e sono sempre munite di ingrassatori per la manutenzione ordinaria delle funi. Visti i grandi diametri delle funi traenti e i grossi tiri ad esse collegati, a differenza dei vecchi bifune, la linea è caratterizzata da rulli cosiddetti "alti" (la distanza tra centro rullo e centro scarpa è dell'ordine dei 1000 mm). Si cerca infatti di limitare il sollevamento della traente dai rulli al passaggio del veicolo per minimizzare i carichi che attraversano la morsa. Attualmente il sollevamento massimo della fune si aggira attorno ai 145 mm e i carichi dovuti a questo sollevamento possono arrivare fino a circa 90 kN.

1.2.2.4. Stazioni

La struttura principale delle stazioni è formata essenzialmente da una sezione tubolare, sagomata a U come il percorso del veicolo in stazione. Dalla struttura principale si dipartono, a interdistanza regolare, delle strutture secondarie a mensola, che sopportano tutti i principali meccanismi (travi di lancio, elica di manovra dei morsetti, guide, rulli di deviazione, ecc). Per quanto riguarda le travi di lancio, esse sono sostanzialmente identiche a quelle dei monofune e possono essere azionate elettricamente o direttamente, in modo meccanico, dalla fune traente. Anche la zona di ammorsamento risulta analoga a quella dei monofune, con tutte le precauzioni per consentire l'apertura forzata della morsa anche in caso di mancanza di un rullo di manovra. Un'altra caratteristica di questo tipo di impianti sta nel fatto che, all'ingresso in stazione, il veicolo viene sopportato sempre dalle sue ruote di scorrimento e non subisce il caratteristico 'salto' proprio dell'impianto monofune, quando il peso del veicolo passa improvvisamente dal piano della fune al piano della rotaia, e ciò neppure in presenza di oscillazioni trasversali. Il passaggio dalla fune alla rotaia avviene deviando la fune portante verso il basso e verso l'interno (indirizzandola verso i tamburi di ancoraggio) e facendo transitare gradualmente il veicolo dalla fune alle rotaie di stazione tramite l'interposizione di aghi debitamente sagomati.

1.2.2.5. Soccorso

La morsa 'rovesciata' risulta utile anche per quanto riguarda il veicolo di soccorso che transita sulla fune traente. L'impianto di tipo bifune, infatti, viene spesso preferito proprio per la capacità di adattarsi a terreni impervi: il soccorso per calata in questi casi risulta spesso difficile, se non impossibile. La possibilità di avere un impianto di soccorso lungo la

fune affidabile ed economico, senza la necessità di prevedere ulteriori rulli o strutture di linea, è quindi una necessità primaria. Generalmente si usa un argano ad alaggio che per gravità cala un veicolo di soccorso fino sotto la cabina da salvare. Il carrello di soccorso, viaggiando lungo la fune traente, può superare agevolmente sia i veicoli che le morse; non è invece in grado di transitare su sostegni, ragion per cui è necessario installare un argano di soccorso per ogni campata interessata dal soccorso aereo.

1.2.2.6. Sicurezza

Dal punto di vista della sicurezza, l'impianto 2S si rifà quasi completamente al monofune ad ammorsamento automatico, soprattutto per quanto riguarda i dispositivi delle stazioni. Alcune caratteristiche tipiche di questo impianto hanno però reso necessario un approccio diverso ad alcune problematiche relative alla sicurezza.

Nel caso di mancato ammorsamento in uscita stazione, il monofune prevede la frenatura dell'impianto e la presenza delle cosiddette rotaie di sicurezza che accolgano il veicolo disammorsato evitandone la caduta a terra. Nel caso di impianto bifune è necessario, oltre che frenare la fune, prevedere la frenatura separata del veicolo che si trova a scorrere sulla portante. Il problema è stato risolto in due modi differenti, adottati a seconda delle caratteristiche dell'impianto:

1. tramite l'installazione di un freno automatico di emergenza in uscita stazione, che agisce direttamente sul pattino del veicolo;
2. prevedendo l'uscita delle stazioni sempre in salita, di modo che il veicolo tenda, se non ammorsato, a rientrare in stazione.

Altra particolarità è il passaggio del veicolo sui sostegni, che avviene sollevando la morsa, e quindi la fune, dai rulli. L'oscillazione trasversale del veicolo tende a spostare la fune all'esterno dei rulli. Si è ovviato a questa riduzione di sicurezza utilizzando rulli decisamente più larghi e prevedendo delle guide sagomate che ricollochino la fune all'interno del rullo qualora l'oscillazione del veicolo fosse eccessiva. La traente inoltre, essendo isolata elettricamente, segnala immediatamente l'eventuale scarrucolamento dai rulli. L'adozione di una traente isolata risulta praticamente obbligata, al fine di poter controllare un altro fenomeno sconosciuto ai monofune, ossia l'accavallamento delle funi. Rispetto a un sistema "a va e vieni", l'eventualità di un accavallamento durante l'esercizio

è comunque molto remota, visto che l'equidistanza relativamente bassa tra i veicoli obbliga la traente a rimanere sempre parallela alla portante.

Un ultimo aspetto riguarda l'impossibilità dell'utilizzo, su ogni veicolo, di un freno sulla portante a causa delle difficoltà tecniche connesse con la gestione dello scatto di n freni in sequenza e le conseguenze che si avrebbero nel caso di intervento non tempestivo di tutti i freni dei veicoli. Ciò ha reso necessario prevedere una serie di controlli e accorgimenti per assicurare lo stesso livello di sicurezza. In particolare, si è previsto un apparecchio per il controllo magnetoscopico continuo della traente. Tutte le pulegge e i rulli di stazione sono poi provvisti di guardie che impediscono lo scarrucolamento della fune e che contemporaneamente, essendo messe a terra, segnalano ogni assetto anomalo della fune. Infine, tutte le stazioni sono provviste di rilevatori e contatori di fulmini, che consentono a chi esercisce l'impianto di essere sempre informato sul possibile stato delle funi.

1.2.3. Sviluppi futuri e problematiche

Come già detto, un incentivo notevole allo sviluppo dei sistemi 2S ed alla loro evoluzione, ovvero i 3S, è stato dato dalla necessità di sostituire i vecchi impianti "a va e vieni" con impianti che consentano portate decisamente superiori. Tra le varie possibilità, non è escluso l'utilizzo di tale tipo di sistema come trasporto urbano, vista la relativa flessibilità nel posizionamento dei sostegni offerto da questo sistema. In molti Paesi, specialmente in Sud America, sono già stati installati alcuni impianti a fune utilizzati come trasporto pubblico nelle grandi città; alcuni impianti urbani 2S si possono trovare a Singapore (dal Monte Faber all'isola di Sentosa), in Sud Corea (attrazione lungo la baia di Sacheon), in Giappone, ad Hong Kong. Nonostante gli sviluppi tecnologici apportati negli ultimi anni, rimangono ancora degli aspetti sui quali c'è margine di miglioramento. Oggi però gli impianti 3S hanno preso il sopravvento sui 2S in quanto, oltre ad ottenere prestazioni superiori, sono più sicuri, stabili e affidabili; per questo motivo gli sviluppi sui 2S avanzano molto più lentamente, nonostante alcuni esercenti, accontentandosi delle prestazioni inferiori e accettando i difetti, li prediligano dato il prezzo decisamente inferiore rispetto a quello di un 3S.

Molte delle migliorie apportate agli impianti 2S vanno di pari passo con quelle sui monofune ad ammorsamento automatico e con quelle delle funivie tradizionali in quanto

presentano molte analogie. Vi sono però problemi differenti e ancora oggi da risolvere, tra cui:

- Il soccorso, che può essere lungo la fune o per calata. Il secondo caso è molto complesso visti i terreni impervi sui quali sono montati tali impianti; il soccorso lungo la fune, attualmente il più usato, è molto semplice e sono presenti ampi margini di miglioramento.
- Inserimento di sostegni di ritenuta: ad oggi non sono presenti e si sta studiando un possibile inserimento; la soluzione risulta tecnicamente fattibile, soprattutto per deviazioni limitate. La possibilità di utilizzare sostegni di ritenuta potrebbe consentire l'abbassamento delle linee, che attualmente hanno franchi elevati.
- Le stazioni: spesso si devono inserire tutti i meccanismi per impianti a movimento continuo negli stessi volumi delle stazioni delle funivie a "va e vieni", in quanto sostituiscono gli ultimi. Data la velocità relativamente alta (fino a 6.5 m/s) le stazioni risultano spesso troppo lunghe; un obiettivo di primaria importanza è la possibilità di ridurre la lunghezza delle stazioni restando all'interno del range di accelerazione e decelerazione del veicolo dettato dalle norme.
- Vibrazioni sulla fune traente: dopo la messa in funzione degli impianti si è notato che in prossimità dei sostegni si verifica un fenomeno oscillatorio sulla parte di traente compresa tra due veicoli, più precisamente tra il veicolo che transita sul sostegno e il successivo. Questo fenomeno ad oggi ancora sconosciuto potrebbe portare, ad alte velocità, allo scarrucolamento della fune traente. Per ovviare al problema inizialmente sono state ridotte le velocità di regime degli impianti, con però ancora vibrazioni notevoli, e successivamente è stato inserito un grosso sistema smorzante all'ingresso della scarpa. In questo modo il problema è stato solamente arginato e non è stato ancora studiato nel dettaglio.

Quest'ultimo punto sarà proprio l'oggetto dello studio su cui ci si soffermerà, cercando di capire i motivi alla base della generazione del fenomeno e studiando un sistema smorzante da applicare ai rulli presenti sui sostegni, in sostituzione all'ammortizzatore ad oggi presente sulla quasi totalità degli impianti che hanno riscontrato tale problema.

1.3. Vibrazione della fune traente

Riprendendo quanto accennato nel paragrafo precedente, nella maggior parte dei sistemi 2S con rulli alti si verifica il fenomeno delle oscillazioni sulla fune traente in prossimità di ogni sostegno della linea. Come già scritto, il fenomeno non è stato ancora oggi studiato nel dettaglio, in quanto nella progettazione di impianti a fune viene valutata esclusivamente la configurazione statica che le funi assumono sotto varie condizioni di carico; solo recentemente si stanno sviluppando dei sistemi agli elementi finiti che permetteranno di valutare anche alcuni effetti dinamici, ma per ora sono solo in fase di progettazione. Il lavoro di tesi è concentrato proprio sullo sviluppo di modelli matematici in grado di riprodurre i fenomeni oscillatori rilevati sulle funi traenti e cercare un modo per smorzarli e se possibile abatterli.

Il problema sulla fune traente è stato rilevato per la prima volta su una teleferica sulla quale sono stati montati sostegni con rulliera alta, a causa dell'elevato carico portato dai veicoli, e successivamente si è rilevato su tutti gli impianti 2S i quali, di norma, montano rulli alti. Il problema è stato risolto solo in parte grazie all'inserimento di grossi ammortizzatori ad ingresso scarpa, i quali hanno permesso agli impianti di operare a velocità più elevate senza il rischio di scarrucolamento della fune.

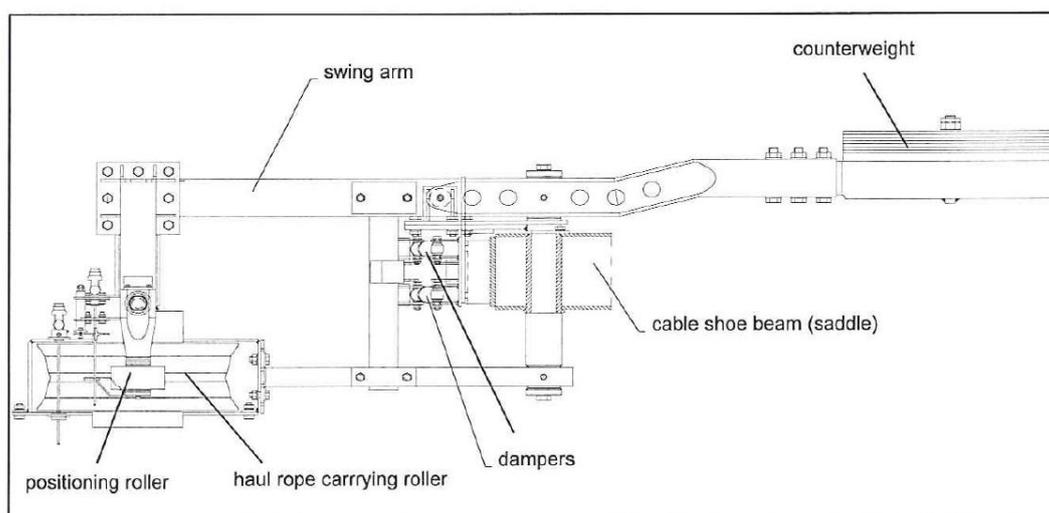


Figura 1-6: Ammortizzatore per fune traente, disegno tecnico



Figura 1-7: Ammortizzatore per fune traente, visita a impianto 'Piz la Ila' a La Villa (BZ)

Ultimamente, su alcuni impianti, si stanno installando 'rulli ammortizzati', ognuno dei quali è montato separatamente su un sistema composto da quattro molle con all'interno una spugna smorzante. Da qui l'idea di montare tali rulli sui nuovi sistemi 2S e, se sufficienti all'abbattimento delle vibrazioni, eliminare l'ammortizzatore di Figura 1-7. L'impianto di Nebelhorn in Germania sarà il primo 2S che monterà tale tipologia di rulli; su di esso verrà testato il nuovo sistema di molle senza il sistema smorzante utilizzato fino ad ora e, se le oscillazioni risulteranno sufficientemente smorzate, l'ammortizzatore verrà abbandonato. Ciò dovrà però essere verificato impianto per impianto in quanto ognuno presenta caratteristiche differenti; da qui la necessità di avere un modello matematico sufficientemente dettagliato e in grado di predire l'andamento delle vibrazioni della fune traente in fase di progetto.

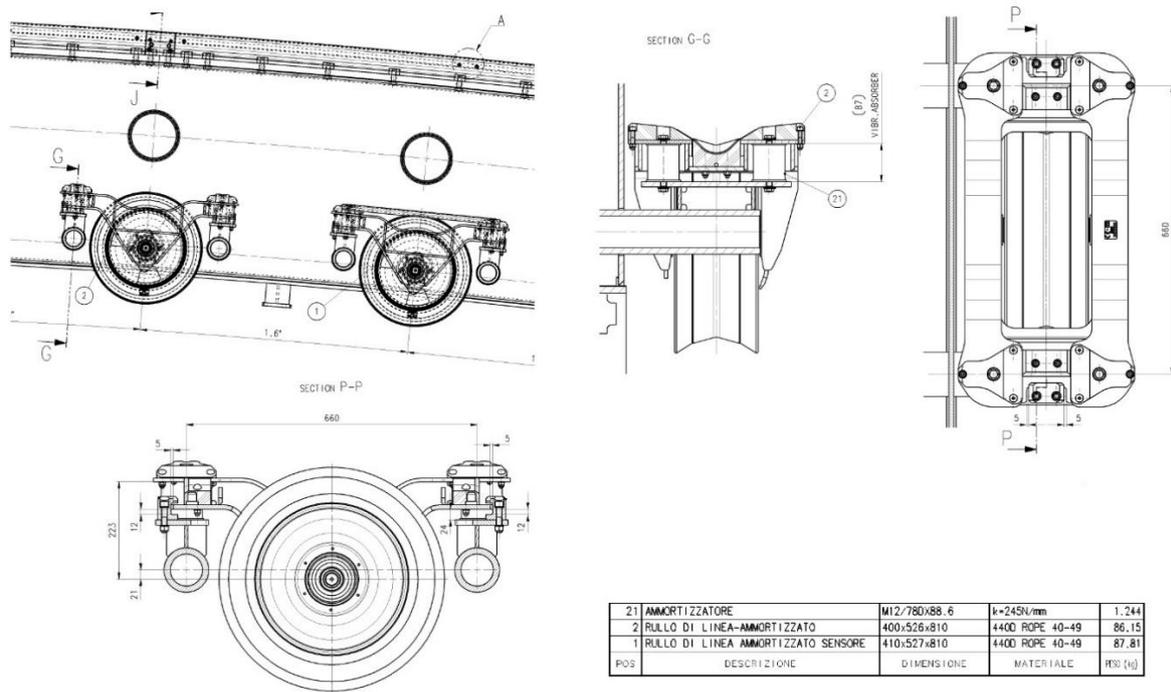


Figura 1-8: Rullo di linea ammortizzato, disegno tecnico Leitner

Nei capitoli che seguono si cercherà proprio di analizzare il fenomeno più nel dettaglio, creando un modello matematico in grado di verificare se effettivamente siano sufficientemente i rulli ammortizzati e nel caso ricavare, tramite opportune condizioni al contorno applicate al modello, i parametri di rigidità e smorzamento necessari per l'eliminazione del problema e, tramite questi parametri, scegliere l'opportuno tipo di molla.

Si partirà dunque dalla creazione di un modello per rappresentare la statica delle funi per arrivare poi a studiare in generale i fenomeni dinamici che agiscono sulle funi stesse. Verrà effettuato prima un calcolo dinamico sulla fune portante e successivamente si passerà allo studio vero e proprio del fenomeno sulla traente, cercando dapprima di individuare le cause che portano alle oscillazioni, per poi applicare quanto ricavato ad un opportuno modello dinamico. Lo scopo finale sarà creare un programma specifico per modellizzare la fune in funzione delle caratteristiche dell'impianto ed ottenere dei risultati dinamici sufficientemente attendibili per tutti gli impianti futuri.

2. CONFIGURAZIONE STATICA DELLE FUNI

Tutti i modelli matematici sviluppati in questa parte e nelle successive sono effettuati con l'ausilio del programma 'Matlab', ambiente per il calcolo numerico e l'analisi statistica scritto nel linguaggio informatico C, che comprende anche l'omonimo linguaggio di programmazione creato da MathWorks.

Il primo passo per la modellazione delle funi è determinare un modello statico in grado di rappresentare nel miglior modo possibile la configurazione che la fune assume in fase di posa, ovvero quando non sono presenti veicoli appesi ad essa. Questo lavoro è molto utile in quanto una piccola differenza data da due diversi modelli, come per esempio la rappresentazione della fune tramite parabola invece che catenaria, specialmente con campate molto lunghe (dell'ordine di 1000 metri) può portare ad errori dell'ordine di qualche metro di dislivello e soprattutto alla determinazione di angoli di inclinazione errati sulle scarpe dei sostegni. L'informazione dell'inclinazione è molto importante specialmente in fase di progettazione in quanto, se la scarpa è progettata con un angolo inferiore rispetto a quello assunto dalla fune durante il funzionamento, si avrà una rapida usura della fune portante.

Il problema della determinazione della configurazione assunta da una fune pesante fissata alle sue estremità non è affatto banale. La più antica testimonianza risale a Galileo Galilei, il quale affermò che la curva cercata fosse proprio la parabola, ma studi successivi dimostrarono che tale affermazione non era corretta e si arrivò infine ad una precisa rappresentazione della fune pesante tesa tramite la catenaria grazie a Leibniz, il quale ne diede la formula analitica corretta. La formula della catenaria ad oggi è ben nota ma purtroppo l'algoritmo di calcolo non è semplice, per questo motivo in ambito funiviario fino ad oggi non è mai stata utilizzata e si è preferito optare per modelli più semplici da sviluppare, accettando gli errori derivanti da tale scelta. Su questi vengono poi effettuate le dovute correzioni per la determinazione corretta dell'inclinazione in corrispondenza delle scarpe.

Come già accennato, il modello usato attualmente per la determinazione della configurazione della fune in ambito esclusivamente statico è la parabola; questa viene

utilizzata sia per la fune nuda (senza veicoli appesi), sia per il calcolo con cabine appese, cariche e vuote, considerando il peso distribuito lungo la fune (ulteriore approssimazione). Per questo motivo si è deciso, prima di rappresentare le varie campate dell'impianto, di analizzare vari tipi di equazione in maniera generica per osservare le differenze tra i vari modelli.

2.1. Soluzioni analitiche per la rappresentazione delle funi

In questo paragrafo si è deciso, come già annunciato, di studiare tre tipi di equazione come soluzione del problema identificato con in nome di '*problema intorno all'equilibrio funicolare*'; le equazioni citate sono:

1. Equazione della trave di Eulero-Bernoulli;
2. Equazione della parabola;
3. Equazione della catenaria.

Una maggiore attenzione verrà posta sulla catenaria, specialmente per la determinazione del 'parametro della catenaria', in quanto questo è di fondamentale importanza per l'equazione stessa.

Per tutti i casi si farà riferimento ad un tratto di fune di lunghezza pari a 200 metri, con sostegni posti alla stessa altezza ($y = 0$) e pretensionamento pari a 100 kN. Questi primi parametri non sono rappresentativi dell'impianto ma servono solo per analizzare le differenze tra i modelli. Le caratteristiche della fune invece sono quelle della fune portante dell'impianto di Nebelhorn, oggetto dello studio successivo:

- Peso: $p = 164,7 \text{ [N/m]}$
- Modulo elastico: $E = 155 \text{ [GPa]}$
- Sezione: $A = 2007 \text{ [mm}^2\text{]}$
- Momento di inerzia: $I = 4,49 * 10^{-7} \text{ [m}^4\text{]}$
- Diametro: $d = 55 \text{ [mm]}$

2.1.1. Trave di Eulero-Bernoulli

Più in generale, per trave si intende un corpo in cui una dimensione prevale rispetto alle altre. Spesso si considerano quelle ad asse rettilineo e con sezione costante lungo tale asse; una fune metallica quindi potrebbe essere ricondotta ad una trave snella e proprio per questo motivo è di interesse lo sviluppo di questo modello tra i tre casi ricavati in precedenza.

Ciascuna sezione della trave viene considerata come un corpo rigido di spessore infinitesimo con 6 gradi di libertà e di conseguenza 6 forze generalizzate che agiscono sull'elemento:

- Traslazione assiale u , da cui la forza assiale N (nella direzione x)
- Traslazione trasversale v , da cui la forza di taglio T_y (nella direzione y)
- Traslazione trasversale w , da cui la forza di taglio T_z (nella direzione z)
- Rotazione torsionale ϑ_x , da cui il momento torcente M_x (intorno all'asse x)
- Rotazione flessionale ϑ_y , da cui il momento flettente M_y (intorno all'asse y)
- Rotazione flessionale ϑ_z , da cui il momento flettente M_z (intorno all'asse z)

Il caso di interesse pratico nello studio delle funi in ambito funiviario è quello che riguarda le vibrazioni flessionali. In letteratura esistono molti modi per rappresentare tale modello ma il più semplice è quello rappresentato dalla trave di Eulero-Bernoulli; questo è il motivo principale per cui si vuole confrontare tale modello con la catenaria e, nel caso di errori minimali, utilizzarlo nei calcoli successivi.

Il comportamento della trave di Eulero-Bernoulli tesa alle due estremità è descritto dalla seguente equazione:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = f(x, t) \quad (2.1)$$

Dove:

- μ : massa per unità di lunghezza
- E : modulo di elasticità
- I : momento di inerzia di area

- T : pretensionamento assiale della fune
- $f(x, t)$: forzante esterna

Per il caso statico si trascurano gli effetti dinamici, quindi tutti quei termini che sono funzione del tempo; l'equazione 2.1 diventa quindi:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) - T \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = p \quad (2.2)$$

Con:

$$p = \mu g \quad (2.3)$$

Bisogna quindi cercare la soluzione di questa equazione, data dalla somma di una soluzione omogenea e di una particolare.

Una soluzione particolare può essere:

$$v = -\frac{p}{T} \frac{x^2}{2} \quad (2.4)$$

Mentre la soluzione all'equazione omogenea derivata dalla 2.3 va cercata nella forma:

$$v = v_0 e^{\lambda x} \quad (2.5)$$

Sostituendo quindi l'equazione 2.5 nell'equazione omogenea, si ricava:

$$EI\lambda^4 - T\lambda^2 = 0 \quad (2.6)$$

Dalla 2.6 si ricavano le radici:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 0 \quad \lambda_3 = \sqrt{\frac{T}{EI}} = \bar{\lambda} \quad \lambda_4 = -\sqrt{\frac{T}{EI}} = -\bar{\lambda}$$

La soluzione dell'equazione omogenea sarà composta quindi da quattro termini, con le opportune costanti che verranno ricavate imponendo le dovute condizioni al contorno. Di seguito di riporta la soluzione completa, l'ultimo termine corrisponde alla soluzione particolare:

$$v = A_1 + A_2 x + A_3 e^{\bar{\lambda} x} + A_4 e^{-\bar{\lambda} x} - \frac{p}{T} \frac{x^2}{2} \quad (2.7)$$

Le condizioni al contorno per una trave appoggiata alle due estremità sono:

$$\begin{cases} v(x=0) = 0 \\ v''(x=0) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} v(x=l) = 0 \\ v''(x=l) = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{spostamento nullo} \\ \text{momento nullo} \end{array}$$

Da queste si ricavano le costanti dell'equazione 2.7:

$$\begin{aligned} A_1 &= -\frac{p}{\lambda^2 T} \\ A_2 &= \frac{p l}{T} + 2 \frac{p}{\lambda^2 l T} \left(\frac{e^{-\lambda l} - 1}{e^{\lambda l} + e^{-\lambda l}} \right) \\ A_3 &= \frac{p}{\lambda^2 T} \left(1 - \frac{e^{\lambda l} - 1}{e^{\lambda l} + e^{-\lambda l}} \right) \\ A_4 &= \frac{p}{\lambda^2 T} \frac{e^{\lambda l} - 1}{e^{\lambda l} + e^{-\lambda l}} \end{aligned} \quad (2.8)$$

La configurazione statica assunta dalla fune secondo il modello di Eulero-Bernoulli è la seguente:

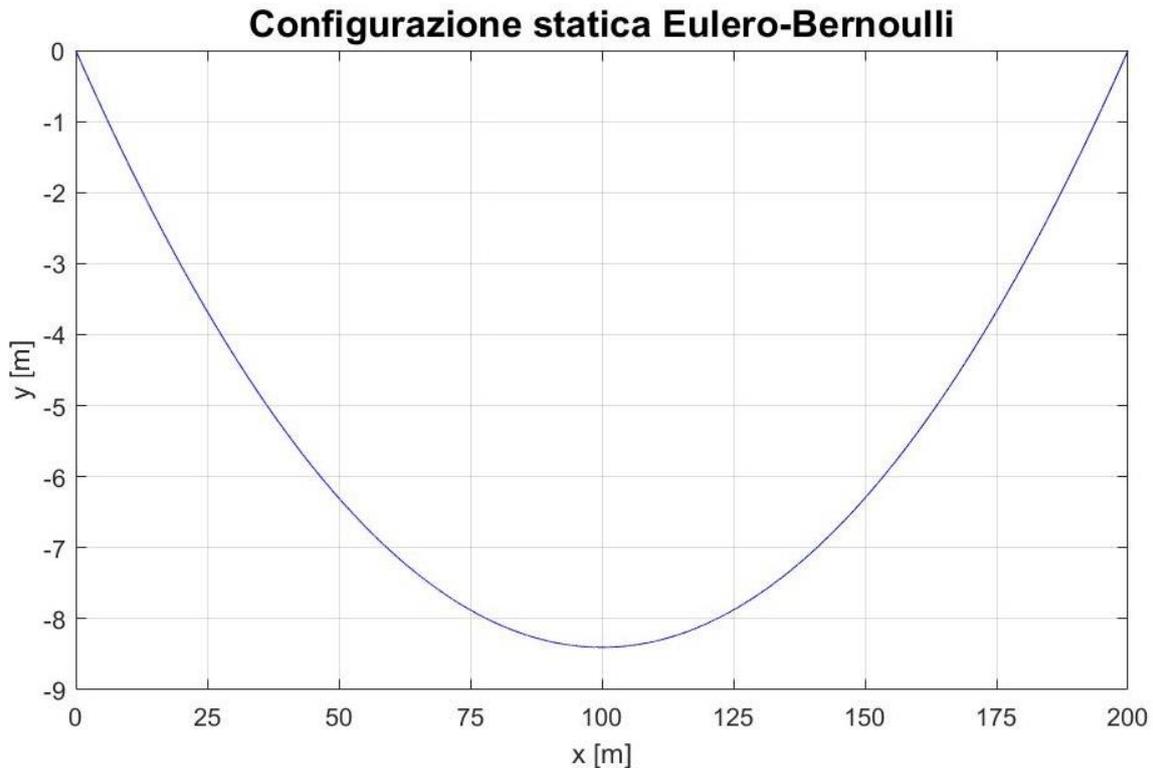


Figura 2-1: Rappresentazione equazione di Eulero-Bernoulli

La quota del vertice si trova nel punto: $y = -8,2339 \text{ m}$.

2.1.2. Catenaria

La catenaria è la curva secondo la quale si dispone un filo o una fune considerata omogenea, flessibile ed inestensibile sospeso tra due punti in un piano verticale. Questo è il modello che meglio rappresenta le funi, tra cui proprio quelle degli impianti aerei. Ricavare l'equazione della catenaria non è però un procedimento banale, specialmente per quanto riguarda la determinazione del parametro 'c', detto *parametro della catenaria*. Di seguito verrà dimostrata la formula generale della catenaria e ci si soffermerà sul calcolo del parametro 'c' e di conseguenza sull'algoritmo utilizzato per compiere le varie iterazioni.

Le ipotesi riguardanti la fune che stanno alla base dello studio successivo sono:

- Perfettamente flessibile ($EI \cong 0$);
- Inestensibile ($EA \rightarrow \infty$);
- Solo sforzo di trazione.

Si considera un tratto infinitesimo di fune su cui si applicano le tensioni:

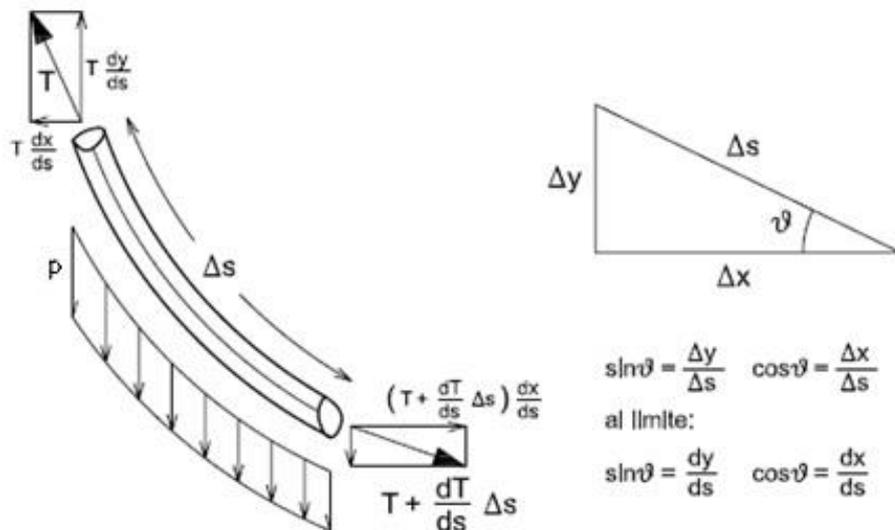


Figura 2-2: Tratto infinitesimo di trave soggetto a trazione

All'elemento si impongono gli equilibri alla traslazione:

- Traslazione lungo x:

$$T \frac{dx}{ds} + \frac{d}{ds} \left(T \frac{dx}{ds} \right) \Delta s - T \frac{dx}{ds} = 0 \quad (2.9)$$

Da cui:

$$T \frac{dx}{ds} = cost = H \quad (2.10)$$

Dove H rappresenta la componente orizzontale costante della forza T .

- Traslazione lungo y :

$$T \frac{dy}{ds} + \frac{d}{ds} \left(T \frac{dy}{ds} \right) \Delta s - T \frac{dy}{ds} + p \Delta s = 0 \quad (2.11)$$

Da cui:

$$\frac{d}{ds} \left(T \frac{dy}{ds} \right) = -p \quad (2.12)$$

Introducendo la 2.10 nella 2.12 si ottiene:

$$\frac{d}{ds} \left(H \frac{ds}{dx} \frac{dy}{ds} \right) = -p \quad (2.13)$$

Differenziando rispetto a x :

$$\frac{d}{dx} \left(H \frac{dy}{dx} \right) = -p \frac{ds}{dx} \quad (2.14)$$

Essendo H costante, è possibile portarlo fuori dall'operatore differenziale:

$$H \frac{d^2y}{dx^2} = -p \frac{ds}{dx} \quad (2.15)$$

Volendo ricavare ds in funzione di dx e dy , si può scrivere:

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{dx^2 \left(1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right)} = dx \sqrt{1 + y'^2} \quad (2.16)$$

Si ottiene così l'**equazione della funicolare**:

$$H \frac{d^2y}{dx^2} = -p \sqrt{1 + y'^2} \quad (2.17)$$

Giunti a questo punto, si può proseguire in due differenti modi: ricavare l'equazione della catenaria tramite integrazione dell'equazione della funicolare oppure ricavare la formula della parabola, come vedremo nel paragrafo successivo.

Nei passaggi successivi verrà integrata l'equazione, sostituendo la variabile y' con z :

$$z' = \frac{p}{H} \sqrt{1 + z^2}$$

$$\frac{dz}{\sqrt{1 + z^2}} = \frac{p}{H} dx \quad \rightarrow \quad \int \frac{dz}{\sqrt{1 + z^2}} = \int \frac{p}{H} dx$$

$$\operatorname{arcsinh}(z) = \frac{p}{H} x \quad \rightarrow \quad z = \sinh\left(\frac{p}{H} x\right)$$

$$y' = \sinh\left(\frac{p}{H} x\right) \tag{2.18}$$

$$\int dy = \int \sinh\left(\frac{p}{H} x\right) dx$$

$$y = \frac{H}{p} \cosh\left(\frac{p}{H} x\right) \tag{2.19}$$

L'equazione appena ricavata è quella della catenaria, in cui il termine c è assunto in corrispondenza del vertice e vale $c = \frac{H}{p}$. Per condizioni differenti la valutazione del parametro c è molto più complessa. L'equazione risultante, ovvero l'equazione generale della catenaria è:

$$y(x) = c * \cosh\left(\frac{x}{c}\right) \tag{2.20}$$

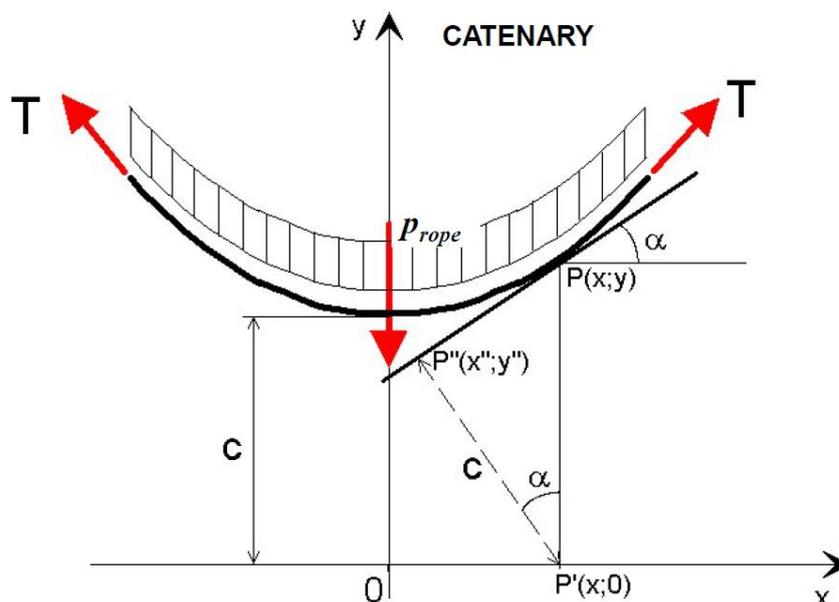


Figura 2-3: Rappresentazione della catenaria

2.1.2.1. Determinazione del parametro della catenaria 'c'

Il parametro c calcolato precedentemente vale solo per configurazioni simili a quella in Figura 2-3. Negli impianti a fune i sostegni non sono mai posti alla stessa altezza per cui è impossibile conoscere a priori l'ascissa del vertice della parabola e di conseguenza calcolare il parametro della catenaria.

Per ricavare tale parametro è quindi necessario procedere iterativamente partendo da un punto, solitamente quello iniziale della fune, in quanto è noto il valore di tensione dato dal contrappeso.

Dalla Figura 2-3 si nota che il parametro c , oltre ad essere il vertice della parabola, rappresenta anche distanza minima tra la retta tangente alla catenaria nel generico punto $P(x, y)$ e la proiezione del punto stesso sull'asse delle ascisse. Questa proprietà, caratteristica proprio della catenaria, si può dimostrare geometricamente; si possono trovare in letteratura molti studi a questo riguardo.

Nella descrizione del procedimento che segue, l'angolo α verrà chiamato φ :

- Si calcola il valore di y_1 (il pedice 1 identificherà nella descrizione il punto iniziale della campata), sapendo che l'ordinata di qualsiasi punto A della catenaria può essere valutata con la formula:

$$y_A = \frac{T_A}{p} \quad (2.21)$$

dove p rappresenta il peso proprio della fune;

- Si determina un valore di primo tentativo dell'angolo φ_1 mediante l'utilizzo di formule approssimate (parabola); si riporta di seguito la formula della parabola e l'angolo ricavato da essa:

$$y = \frac{p * x^2}{2 * H * \cos \gamma}$$
$$\tan \varphi = \frac{dy}{dx} = \frac{p * x}{H * \cos \gamma} \quad (2.22)$$

Sostituendo $x = -\frac{L}{2}$, dove L è la lunghezza della campata, si ricava l'angolo di ingresso campata;

- Si calcola il parametro della catenaria tramite la formula ricavata geometricamente dalla Figura 2-3:

$$c = y_1 * \cos \varphi_1 \quad (2.23)$$

- A questo punto si può procedere in due modi:
 - Determinazione di un primo valore di φ all'estremo opposto della campata (φ_2) tramite l'equazione 2.22 ponendo $x = \frac{L}{2}$, successivamente si calcola y_2 tramite l'inversa dell'equazione 2.23;
 - Calcolo direttamente il valore di y_2 tramite l'equazione della catenaria 2.20.

Nei calcoli effettuati dal programma Matlab verrà preso in considerazione il secondo punto: si calcolerà la catenaria punto per punto e si assumerà il valore finale delle ordinate, corrispondente proprio a y_2 ;

- Si determina il valore del dislivello ($\Delta = y_2 - y_1$);
- Si confronta il valore Δ calcolato con il dislivello reale; se la differenza supera il limite fissato per l'approssimazione si modifica il valore iniziale dell'angolo φ_1 e si ripete il calcolo appena descritto.

La configurazione statica assunta dalla fune secondo il modello catenaria è la seguente:

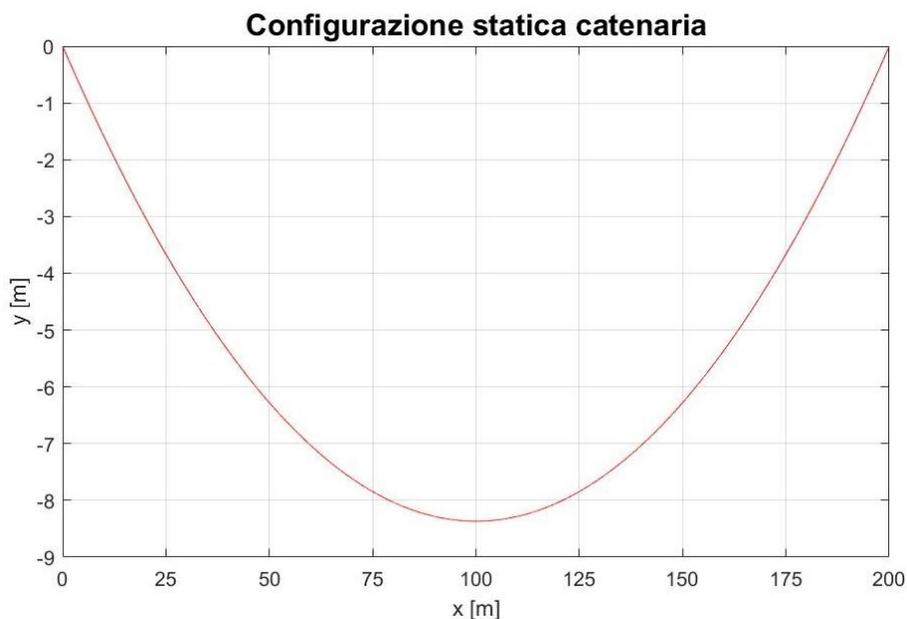


Figura 2-4: Rappresentazione equazione della catenaria

La quota del vertice della catenaria si trova nel punto: $y = -8,3669 \text{ m}$.

2.1.3. Parabola

Come già citato, è stato dimostrato che la parabola non descrive in modo corretto la configurazione assunta dalla fune; in determinate condizioni però la parabola approssima con un livello di precisione sufficientemente elevato la disposizione cercata. Se la fune, considerata inestensibile, regge un carico abbastanza elevato da considerare trascurabile il peso della fune rispetto ad esso, questa assume la forma di una parabola. Il peso delle funi, specialmente degli impianti di grandi dimensioni, non è però trascurabile, per cui la parabola non rappresenta al meglio la configurazione reale. Nonostante questa premessa si analizzerà questo caso sia per ragioni di completezza sia soprattutto in quanto è il caso che ad oggi viene utilizzato per i progetti delle linee perchè per la determinazione della catenaria è necessario un procedimento iterativo e un algoritmo abbastanza elaborato per i programmi usati attualmente. Si vuole osservare la differenza tra i risultati dati da un modello 'parabola' rispetto ad un modello 'catenaria'.

L'equazione della parabola utilizzata nei calcoli di linea dai programmi adibiti alla progettazione di impianti a fune deriva direttamente dall'equazione della funicolare, semplificando però alcuni termini. Di seguito si descrivono i passaggi per ottenere tale equazione partendo dall'espressione nota.

Si riporta l'equazione 2.17:

$$H \frac{d^2y}{dx^2} = -p \frac{ds}{dx} \quad (2.15)$$

A questo punto si introduce un'approssimazione riguardante il differenziale al secondo termine. L'approssimazione introdotta consiste nel semplificare il tratto curvilineo infinitesimo con un tratto di retta congiungente, comportando una proiezione del peso lungo proprio la congiungente:

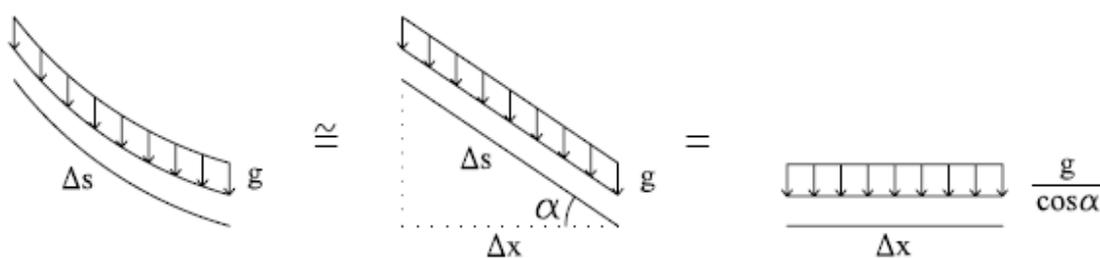


Figura 2-5: Approssimazione congiungente punti estremi della fune

Definito l'angolo α , si ottiene:

$$\frac{ds}{dx} \cong \frac{1}{\cos \alpha} \quad (2.24)$$

E sostituita nell'equazione 2.15 porta alla seguente semplificazione:

$$H \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{p}{\cos \alpha} = \text{cost} \quad (2.25)$$

Al primo membro compare la risultante verticale della tensione del filo agente sul tratto infinitesimo di lunghezza ds ; al secondo membro compare la risultante verticale del peso proprio del filo.

L'equazione 2.25 integrata diventa:

$$\int \frac{d^2y}{dx^2} = -\int \frac{p}{H * \cos \alpha}$$

$$y(x) = -\frac{p}{H * \cos \alpha} \frac{x^2}{2} + C_1x + C_2 \quad (2.26)$$

Imponendo le condizioni al contorno per la parabola riportata di seguito si ricavano le costanti di integrazione:

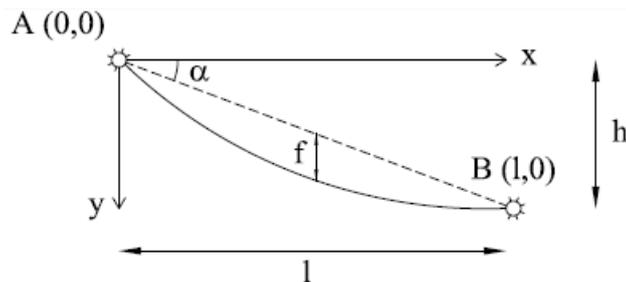


Figura 2-6: Parabola generica

$$\begin{cases} y(0) = 0 & \rightarrow C_2 = 0 \\ y(l) = h & \rightarrow C_1 = \frac{h}{l} + \frac{gl}{2H * \cos \alpha} \end{cases}$$

Si ottiene così la formula generalizzata della parabola:

$$y(x) = -\frac{p}{2H * \cos \alpha} x^2 + \left(\frac{h}{l} + \frac{gl}{2H * \cos \alpha} \right) x \quad (2.27)$$

Un caso particolare si ottiene quando i sostegni sono posti alla stessa altezza; in questo modo l'angolo α si annulla e di conseguenza, integrando e imponendo le condizioni al contorno, si ottiene il seguente risultato:

$$y(x) = -\frac{px}{2H} * (l - x) \quad (2.28)$$

Questa formula verrà utilizzata per la valutazione della configurazione statica che segue:

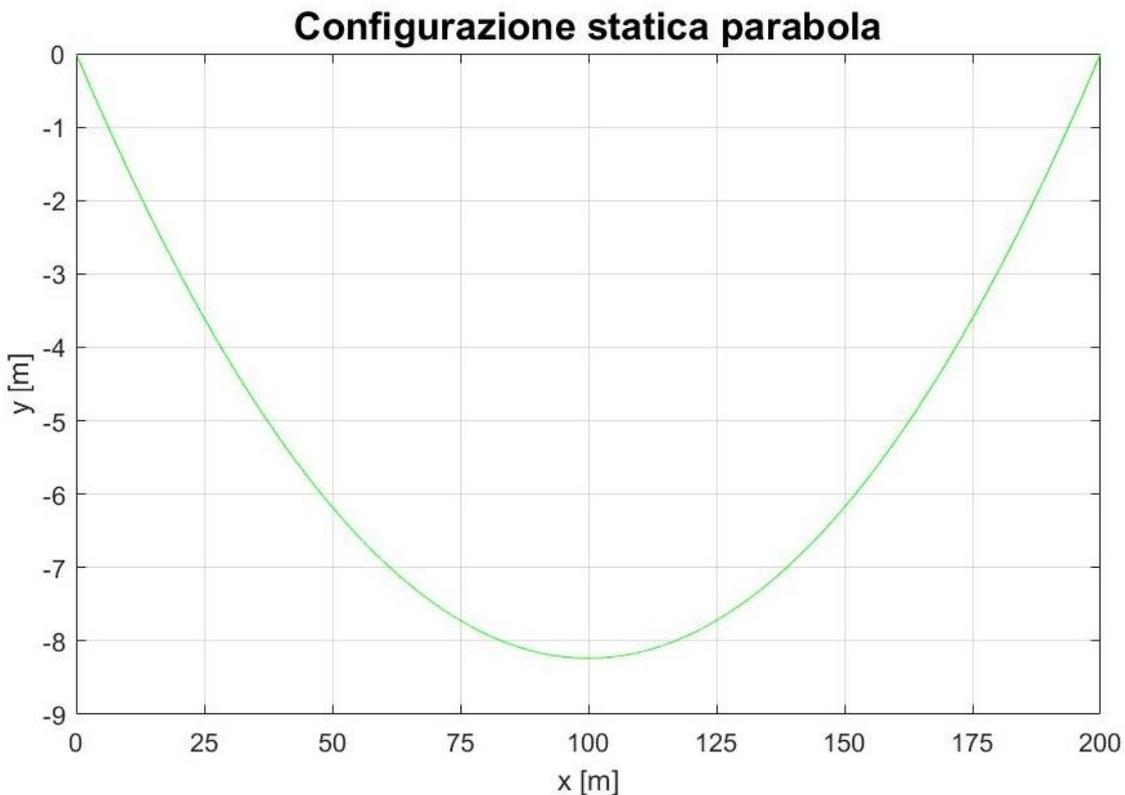


Figura 2-7: Rappresentazione equazione della catenaria

La quota del vertice della parabola si trova nel punto: $y = -8,2350 \text{ m}$.

2.1.4. Confronto modelli studiati

I modelli descritti precedentemente sono quelli più interessanti ai fini dello studio delle funi e sicuramente i più importanti:

1. Il modello di Eulero-Bernoulli è fondamentale in quanto è alla base del calcolo dinamico, il quale potrebbe essere applicato direttamente al caso statico;

2. Il modello parabola, seppur erroneamente, è quello applicato ad oggi nei calcoli delle linee degli impianti a fune; come si è visto è un modello approssimato per cui si accettano le discrepanze rispetto alla configurazione che si otterrà nella realtà (ritenute trascurabili in quanto si predilige un calcolo più semplice piuttosto che più accurato);
3. Il modello catenaria fornisce la rappresentazione migliore della fune a discapito della facilità di calcolo.

Nelle figure che seguono si riporta la sovrapposizione dei tre modelli studiati; da questi si sceglierà quello più opportuno da implementare nei calcoli successivi, tenendo presente che, essendo una novità i calcoli dinamici sugli impianti a fune, si preferisce assumere un modello che sia il più preciso possibile. Per questo motivo la scelta ricadrà quasi sicuramente sulla catenaria però, nel caso la parabola risultasse simile alla catenaria, verrà assunta come modello in quanto già utilizzata nei calcoli di linea.

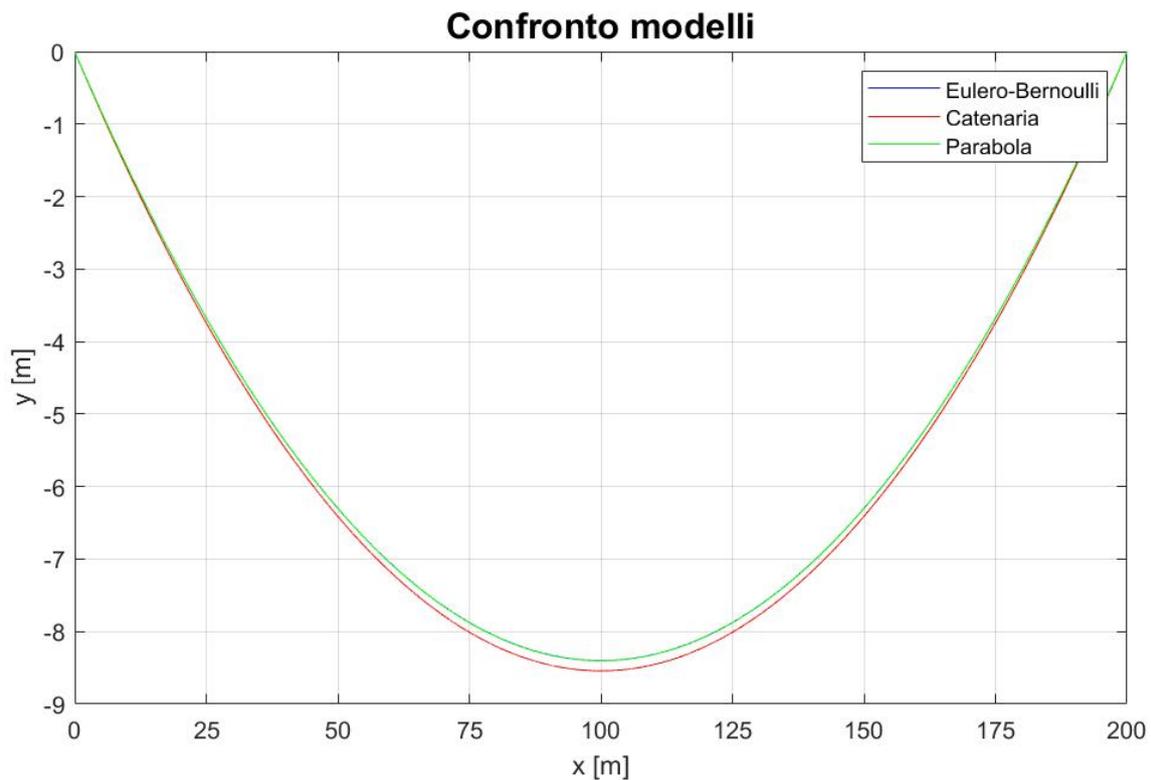


Figura 2-8: Confronto modelli studiati

Confronto modelli - Ingrandimento

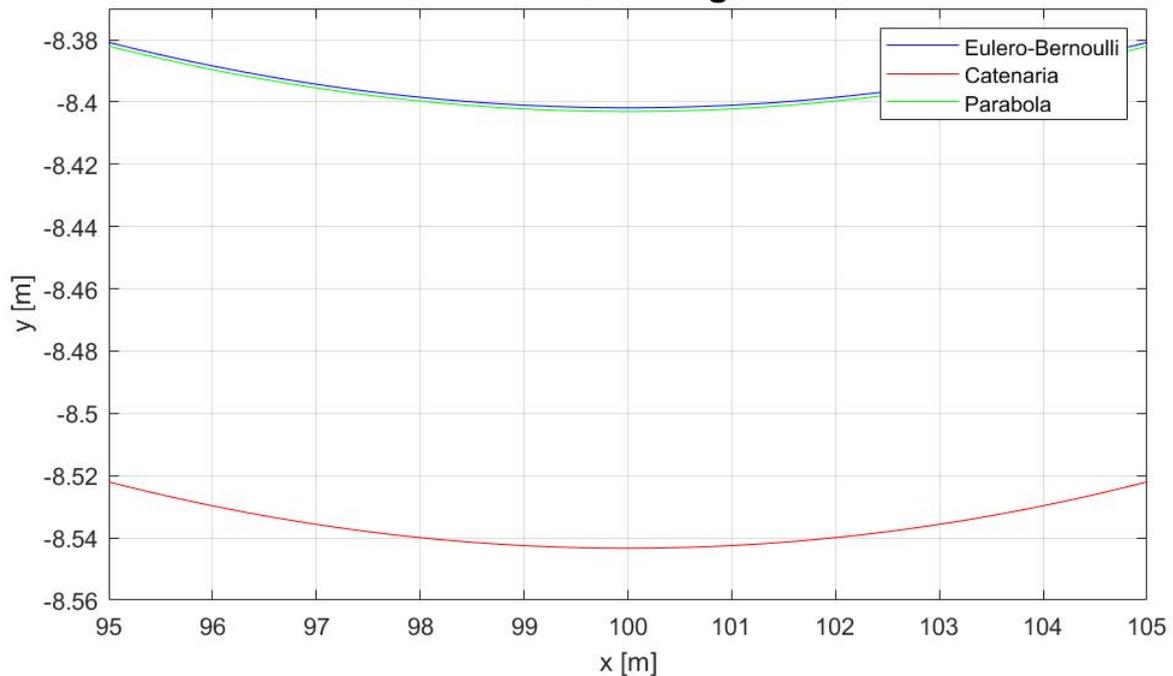


Figura 2-9: Zoom di Figura 2-8

Sempre tramite Matlab sono stati ricavati gli errori massimi tra le varie curve, ovvero in corrispondenza del punto medio.

Differenze di quota massime tra i modelli:

Eulero-Bernoulli - Parabola	0.001194m	0.00059699%
Eulero-Bernoulli - Catenaria	0.14149m	0.070746%
Parabola - Catenaria	0.1403m	0.070149%

Dalle figure 2-8 e 2-9 si può notare che il modello di Eulero-Bernoulli e quello di parabola si avvicinano molto e l'errore percentuale è sufficientemente piccolo da poter scegliere indistintamente un modello oppure l'altro. L'equazione della catenaria invece ha un andamento differente dalle altre due curve e una differenza di quota percentuale rispetto ai modelli discussi precedentemente equivalente a circa 0,1%. Ciò significa che su campate con ordini di lunghezza intorno ai mille metri avremmo una differenza pari a 1m. Per la progettazione di un impianto di tipo funiviario questo errore può essere tranquillamente trascurato; per lo studio delle vibrazioni invece si preferisce prenderne atto e scegliere quindi il modello di catenaria come base in quanto non ritenuto sufficientemente approssimabile dagli altri modelli presi in esame.

2.2. Analisi della linea di Nebelhorn

Scelta la catenaria come modello rappresentativo della configurazione statica della fune, si è passati all'inserimento dei dati effettivi dell'impianto (altezze dei sostegni, caratteristiche della fune, pretensionamento, ...) per rappresentare dapprima la singola campata e poi l'intera linea con l'ausilio di programmi creati appositamente su Matlab.

Entrambi i programmi hanno la stessa struttura, composta da:

- Inserimento dati: caratteristiche della fune e delle campate;
- Esecuzione del programma per ricavare la catenaria tramite iterazione sul dislivello tra due sostegni, svolgimento descritto nel Paragrafo 2.1.2.1.

Nella descrizione che segue, le ascisse e le ordinate saranno identificate con i seguenti simboli:

- x_1 , x_2 : valore iniziale e finale di ascissa della catenaria ricavata secondo Figura 2-3;
- y_1 , y_2 : valore iniziale e finale di ordinata della catenaria ricavata secondo Figura 2-3;
- x_A , x_B : valore iniziale e finale di ascissa della catenaria traslata nella configurazione desiderata;
- y_A , y_B : valore iniziale e finale di ordinata della catenaria traslata nella configurazione desiderata.

La curva verrà ricavata con le coordinate x_1 , x_2 , y_1 e y_2 , e dovrà quindi essere riportata con le coordinate corrette.

Per l'analisi della catenaria si utilizza quindi come ascissa il valore x_1 ricavato dalla formula inversa dell'Equazione 2.22, alla quale si somma la lunghezza della campata per ottenere il valore finale x_2 . Si ottiene quindi la curva $y = f(x)$. Questa funzione sarà esatta quando la differenza tra y_1 e y_2 sarà pari al dislivello, fino a quel momento si varierà il valore di φ per il calcolo del parametro della catenaria c .

Una volta ricavata l'equazione della catenaria che rappresenta la campata voluta, quindi ottenendo il corretto parametro c , si ottiene una curva che sarà da traslare sia verticalmente che orizzontalmente.

Traslazione orizzontale:

Su Matlab è stato semplicemente imposto un vettore di valori di x che contiene tutti i valori effettivi della campata, con quindi l'ascissa iniziale e finale come primo e ultimo elemento del vettore.

Traslazione verticale:

Lungo la verticale invece è stata inserita all'interno dell'Equazione 2.20 una traslazione lungo y , ottenendo quindi l'equazione che segue:

$$y(x) = y_A + c * \left(\cosh\left(\frac{x}{c}\right) - \cosh\left(\frac{x_1}{c}\right) \right) \quad (2.29)$$

Questa è proprio la formula che verrà inserita all'interno del programma per il calcolo della catenaria in ogni punto.

- Confronto tra gli angoli di ingresso e uscita dalla campata calcolati e ricavati dal progetto di linea;
- Stampa delle immagini e dei risultati ottenuti.

Il programma descritto è destinato allo studio dell'impianto di Nebelhorn ma è chiaramente utilizzabile per la rappresentazione della configurazione di qualsiasi altro impianto a fune; basta infatti sostituire i dati e il programma calcolerà in automatico la configurazione assunta dalle funi.

Si fornisce dunque una breve descrizione del programma destinato al calcolo della singola campata per poi passare ad una analisi dei risultati ottenuti per l'intero impianto.

2.2.1. Singola campata

Il programma destinato alla rappresentazione della singola campata è utile principalmente per i calcoli dinamici che verranno effettuati successivamente e in secondo luogo per verificare la correttezza del modello.

I dati impostati in questo programma sono quelli corrispondenti al tratto da analizzare, oltre che alle caratteristiche della fune che variano unicamente in funzione del tipo di fune considerata (portante o traente). L'unica accortezza è l'inserimento del valore corretto di tensionamento: solo per la prima campata si avrà il valore pari al contrappeso, in quelle successive il pretensionamento T si modifica tenendo conto del peso della fune.

In questo programma la tensione di inizio campata è stata inserita manualmente assumendo quella ricavata dal progetto di linea dell'impianto di Nebelhorn; nell'analisi dell'intero impianto verrà calcolata per ogni campata.

Per verificare la correttezza del lavoro, sono stati posti a confronto gli angoli di inclinazione della fune di ingresso campata (inclinazione di valle) e di uscita dalla campata (inclinazione di monte): una volta ricavata la catenaria vengono calcolati gli angoli e confrontati con quelli ricavati precedentemente nel progetto. I valori non saranno identici ma dovranno essere molto simili; risultati troppo diversi farebbero pensare ad un errore all'interno del programma.

Si riporta qualche esempio di quanto appena descritto.

2.2.1.1. Rappresentazioni

Nelle figure riportate nel seguito verranno rappresentate alcune campate dei due tratti dell'impianto di Nebelhorn, insieme al confronto descritto precedentemente tra le inclinazioni a valle e a monte di ogni campata.

Le caratteristiche generali delle funi sono le seguenti:

Fune portante:

- Tipo: Chiusa
- Peso: $p = 164,7 \text{ [N/m]}$
- Mod. elastico: $E = 155 \text{ [GPa]}$
- Sezione: $A = 2007 \text{ [mm}^2\text{]}$
- Mom. inerzia: $I = 4,49 * 10^{-7} \text{ [m}^4\text{]}$
- Diametro: $d = 55 \text{ [mm]}$

Fune traente:

- Tipo: Warrington-Seale
- Peso: $p = 67,5 \text{ [N/m]}$
- Mod. elastico: $E = 120 \text{ [GPa]}$
- Sezione: $A = 784 \text{ [mm}^2\text{]}$
- Mom. inerzia: $I = 1,53 * 10^{-7} \text{ [m}^4\text{]}$
- Diametro: $d = 42 \text{ [mm]}$

Le caratteristiche dei sostegni e del pretensionamento variano in funzione della campata analizzata, per cui verranno riportate direttamente negli esempi.

FUNE PORTANTE: TRONCO 1 – CAMPATA 2

Sostegno 1 (C1):

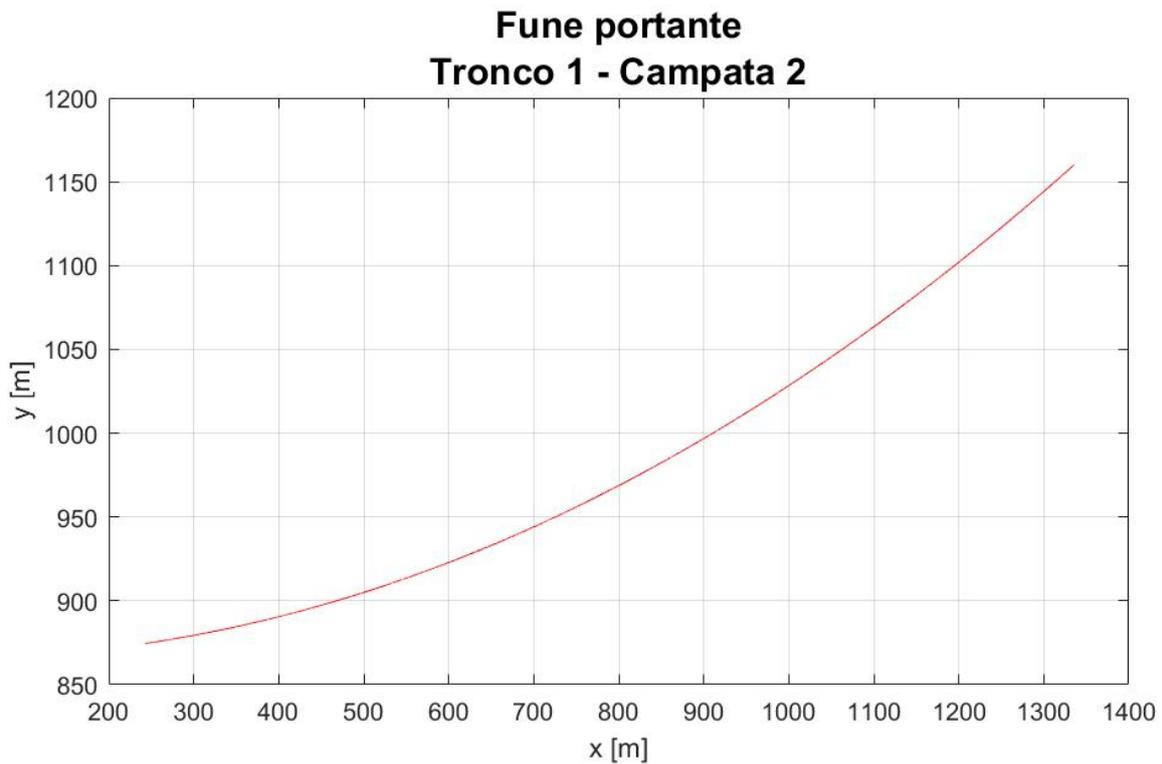
- Ascissa: $x = 242,4 \text{ m}$
- Ordinata: $y = 874,52 \text{ m}$
- Inclinazione: $\alpha = 0,0735 \text{ rad}$

Sostegno 2 (C2):

- Ascissa: $x = 1335,4 \text{ m}$
- Ordinata: $y = 1160 \text{ m}$
- Inclinazione: $\alpha = 0,4216 \text{ rad}$

Tensionamento:

- $T = 497275 \text{ N}$



pendenza portante calcolata:	valle: $4,317^\circ$	monte: $24,3521^\circ$
pendenza portante assunta:	valle: $4,2112^\circ$	monte: $24,1559^\circ$
errore (pendenza calcolata-assunta):	valle: $0,10574^\circ$	monte: $0,19625^\circ$
errore percentuale:	valle: $2,511\%$	monte: $0,81242\%$

Figura 2-10: Rappresentazione della fune portante, campata 2 del tronco 1; confronto tra inclinazione a valle e a monte

FUNE PORTANTE: TRONCO 2 – CAMPATA 3

Sostegno 1 (C5):

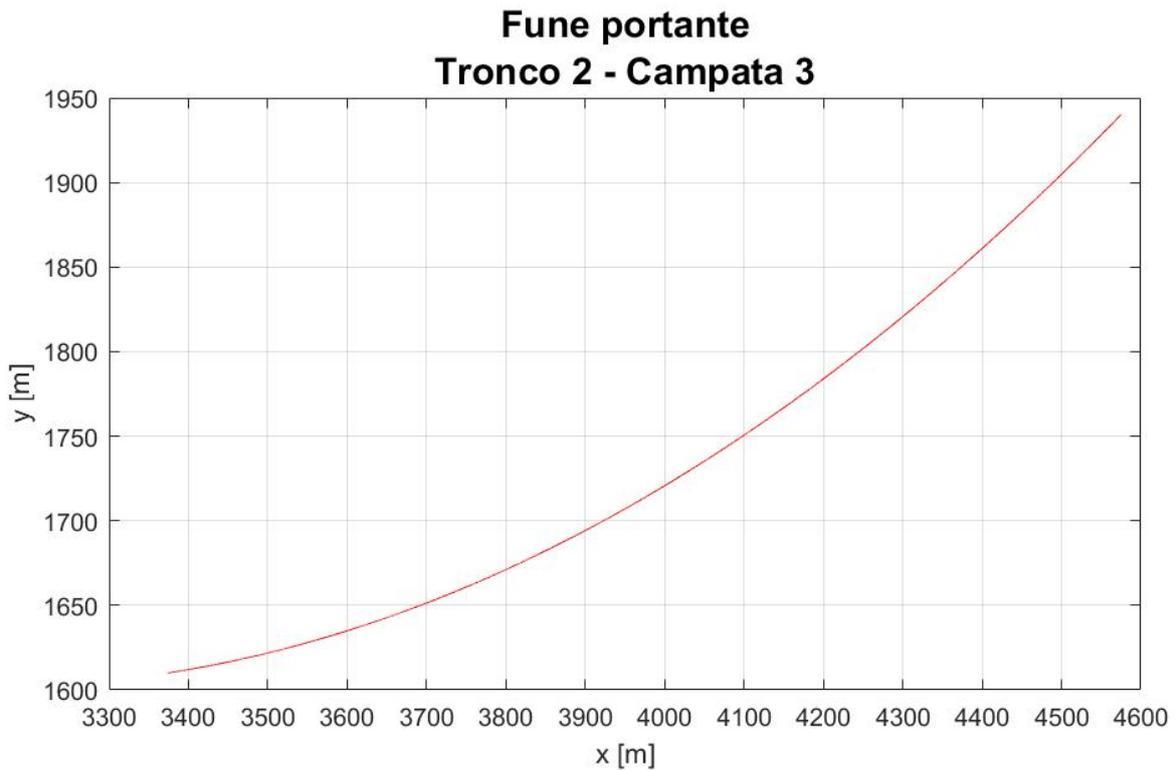
- Ascissa: $x = 3373,8 \text{ m}$
- Ordinata: $y = 1610 \text{ m}$
- Inclinazione: $\alpha = 0,0708 \text{ rad}$

Sostegno 2 (C6):

- Ascissa: $x = 4574,8 \text{ m}$
- Ordinata: $y = 1940 \text{ m}$
- Inclinazione: $\alpha = 0,4461 \text{ rad}$

Tensionamento:

- $T = 504295 \text{ N}$



pendenza portante calcolata:	valle: 4.1842°	monte: 25.8013°
pendenza portante assunta:	valle: 4.0565°	monte: 25.5596°
errore (pendenza calcolata-assunta):	valle: 0.12769°	monte: 0.24169°
errore percentuale:	valle: 3.1478%	monte: 0.94561%

Figura 2-11: Rappresentazione della fune portante, campata 3 del tronco 2; confronto tra inclinazione a valle e a monte

FUNE TRAENTE: TRONCO 1 – CAMPATA 3

Sostegno 1 (C2):

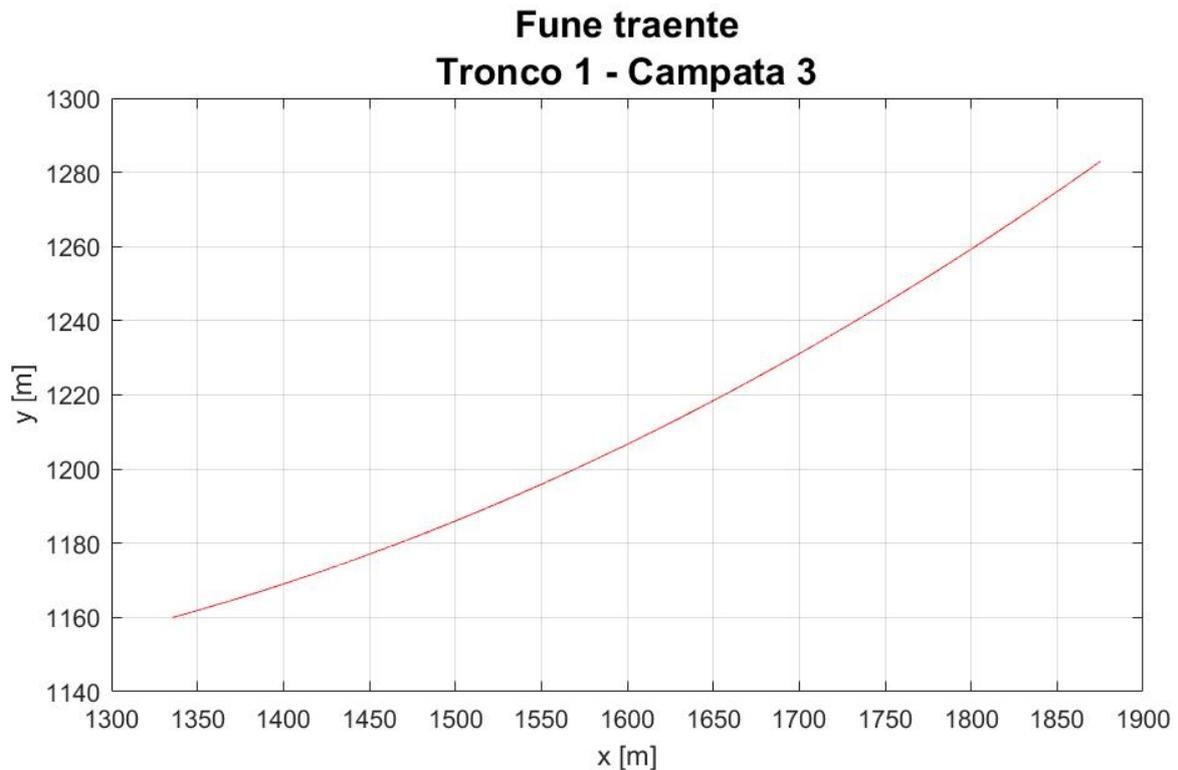
- Ascissa: $x = 1335,40 \text{ m}$
- Ordinata: $y = 1160,00 \text{ m}$
- Inclinazione: $\alpha = 0,1266 \text{ rad}$

Sostegno 2 (C3):

- Ascissa: $x = 1875,17 \text{ m}$
- Ordinata: $y = 1282,98 \text{ m}$
- Inclinazione: $\alpha = 0,3173 \text{ rad}$

Tensionamento:

- $T = 187251 \text{ N}$



pendenza traente calcolata:	valle: 7.285°	monte: 18.2268°
pendenza traente assunta:	valle: 7.2536°	monte: 18.18°
errore (pendenza calcolata-assunta):	valle: 0.031348°	monte: 0.046859°
errore percentuale:	valle: 0.43217%	monte: 0.25775%

Figura 2-12: Rappresentazione della fune traente, campata 3 del tronco 1; confronto tra inclinazione a valle e a monte

FUNE TRAENTE: TRONCO 2 – CAMPATA 2

Sostegno 1 (C4):

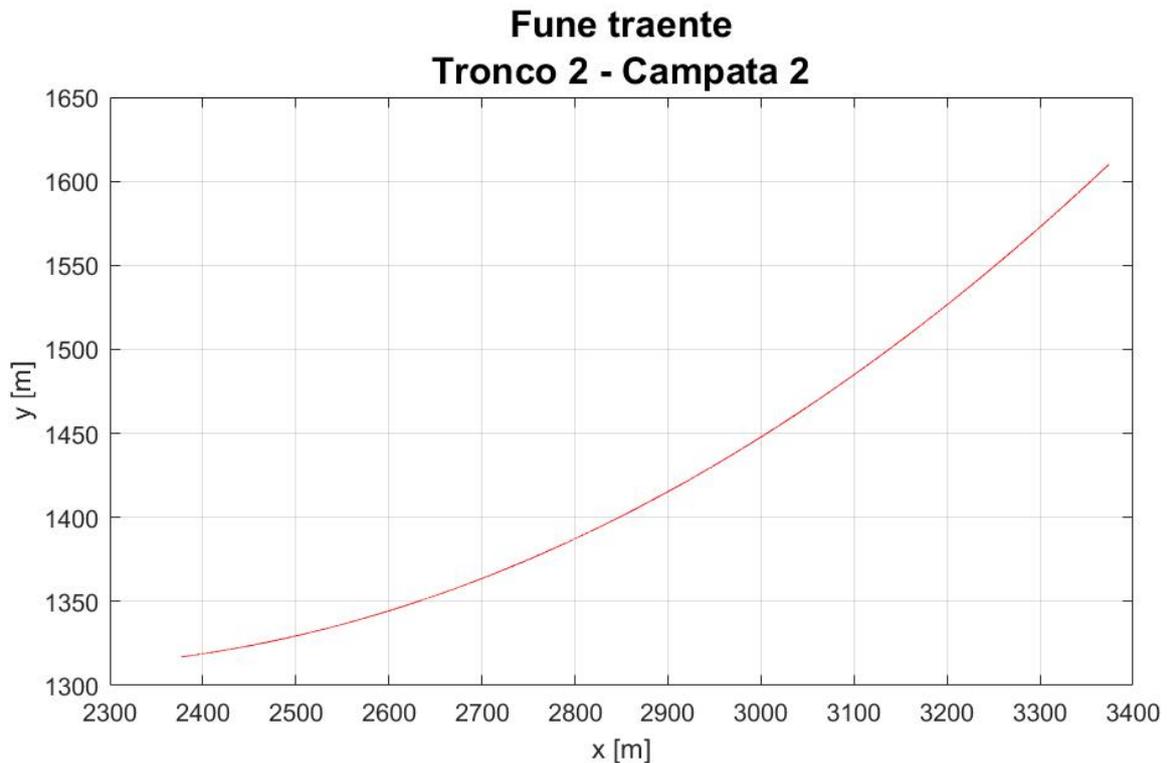
- Ascissa: $x = 2376,55 \text{ m}$
- Ordinata: $y = 1317,00 \text{ m}$
- Inclinazione: $\alpha = 0,0718 \text{ rad}$

Sostegno 2 (C5):

- Ascissa: $x = 3373,80 \text{ m}$
- Ordinata: $y = 1610,00 \text{ m}$
- Inclinazione: $\alpha = 0,4757 \text{ rad}$

Tensionamento:

- $T = 158475 \text{ N}$



pendenza traente calcolata:	valle: 4.2735°	monte: 27.5531°
pendenza traente assunta:	valle: 4.1138°	monte: 27.2556°
errore (pendenza calcolata-assunta):	valle: 0.15965°	monte: 0.29753°
errore percentuale:	valle: 3.8808%	monte: 1.0916%

Figura 2-13: Rappresentazione della fune traente, campata 2 del tronco 2; confronto tra inclinazione a valle e a monte

2.2.2. Fune Portante

Sviluppato il programma per il calcolo della catenaria relativa alla singola campata, si è passati allo studio dell'intero tronco dell'impianto, implementando alcuni calcoli al modello già esistente. Le varie campate che compongono l'impianto vengono salvate all'interno di matrici in modo da poterne selezionare una alla volta per il calcolo dinamico. Studiando tutte le campate contemporaneamente è possibile calcolare in maniera precisa la tensione in ogni punto della linea, senza dover assumere quella già calcolata in fase di progetto.

Una differenza rispetto al programma precedente riguarda proprio il calcolo della tensione, infatti, attraverso opportune formule di calcolo, verrà valutata la tensione agli estremi di ogni campata.

Verrà sempre riportato il confronto effettuato per la singola campata sulle inclinazioni della fune in corrispondenza delle scarpe dei sostegni, in modo da visualizzare l'errore tra il modello parabola utilizzato nel progetto della linea e il modello catenaria studiato.

2.2.2.1. Calcolo della tensione T

Il calcolo della tensione della fune in condizioni statiche e senza cabine sospese è piuttosto semplice, in quanto si considera solo il peso della fune. Quando verrà studiato il caso dinamico, in cui quindi saranno appese le cabine, il calcolo si complicherà molto: la fune portante dovrà sopportare il peso del veicolo inclinato rispetto alla verticale di un angolo pari all'inclinazione assunta dalla fune in corrispondenza della cabina mentre la fune traente porterà il carico assiale.

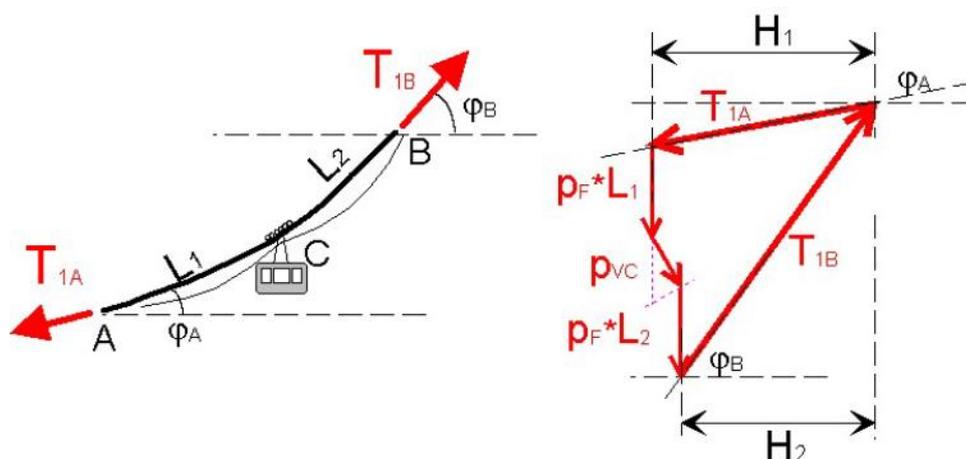


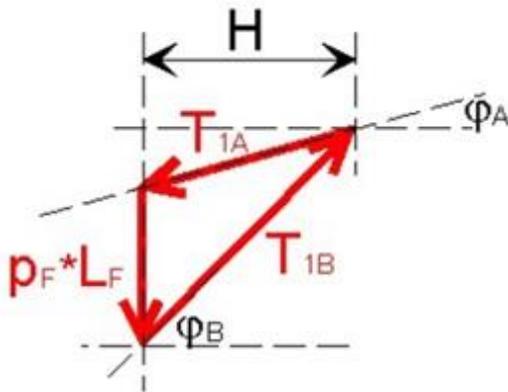
Figura 2-14: Valutazione delle tensioni sulla fune portante di una funivia

Nel caso di un impianto 2S, alla Figura 2-14 si dovranno aggiungere più cabine per campata ma il modello di base rimane sempre lo stesso. Il calcolo delle tensioni della fune traente, non rappresentato nella figura, verrà descritto meglio nei paragrafi successivi.

Guardando la Figura 2-14 di sinistra, è facile intuire che nel caso dinamico le tensioni saranno differenti per ogni step temporale in quanto l'impianto assume una diversa configurazione in funzione dello spostamento dei veicoli. Il calcolo si complicherà ulteriormente considerando per la fune traente gli attriti sui rulli, in funzione della pressione esercitata sugli stessi dalla differenza di tensione agli estremi della scarpa.

In questa fase considereremo solo la fune nuda: non essendo presenti né il peso dei veicoli né gli attriti sui rulli, il calcolo delle tensioni di entrambe le funi è lo stesso.

Si riporta il diagramma delle forze:



Equilibrio rispetto all'asse x:

$$H = T_{1A} \cos \varphi_A = T_{1B} \cos \varphi_B$$

Equilibrio rispetto all'asse y:

$$T_{1B} \sin \varphi_B = T_{1A} \sin \varphi_A + p_F L_F$$

Essendo nota la tensione di valle della prima campata (data dal contrappeso) è possibile di conseguenza calcolare le tensioni di ogni altro punto della linea. Ciò vale solo se sono verificate le condizioni:

- Impianto con funi nude, ovvero prive di veicoli in linea;
- Attriti nulli: impianto fermo oppure attrito sui rulli trascurato.

La tensione calcolata a monte di ogni campata, che equivale dunque a quella di valle della campata successiva, vale:

$$T_{1B} = T_{2A} = T_{1A} \frac{\sin \varphi_A}{\sin \varphi_B} + \frac{p_F L_F}{\sin \varphi_B} \quad (2.30)$$

Questa formula verrà utilizzata per il calcolo della tensione di valle di ogni campata.

2.2.2.2. Rappresentazioni

Una volta ricavata la tensione a valle di ogni singola campata, il procedimento per il calcolo rimane immutato. I dati della fune sono quelli riportati nel Paragrafo 2.2.1.1., mentre quelli delle campate vengono analizzati volta per volta.

Nelle tabelle sottostanti sono riportati i dati utili per ogni campata, sia per il tronco 1 sia per il tronco 2.

TRONCO 1:

	Campata 1: Rinvio – C1	Campata 2: C1 – C2	Campata 3: C2 – C3	Campata 4: C3 – Monte
$x_1 [m]$	64,83	242,40	1335,40	1875,17
$x_2 [m]$	242,40	1335,40	1875,17	2153,20
$y_1 [m]$	830,35	874,52	1160,00	1282,98
$y_2 [m]$	874,52	1160,00	1282,98	1279,39
$\varphi_1 [rad]$	0,2140	0,0735	0,1423	- 0,0535
$\varphi_2 [rad]$	0,2732	0,4216	0,3028	0,0277

Tabella 2-1: Dati a valle (pedice 1) e a monte (pedice 2) di ogni campata per il Tronco 1

TRONCO 2:

	Campata 1: Rinvio – C4	Campata 2: C4 – C5	Campata 3: C5 – C6	Campata 4: C6 – Monte
$x_1 [m]$	2240,76	2376,55	3373,80	4574,80
$x_2 [m]$	2376,55	3373,80	4574,80	4691,63
$y_1 [m]$	1280,34	1317,00	1610,00	1940,00
$y_2 [m]$	1317,00	1610,00	1940,00	1932,49
$\varphi_1 [rad]$	0,2388	0,1047	0,0708	- 0,0814
$\varphi_2 [rad]$	0,2882	0,4493	0,4461	- 0,0469

Tabella 2-2: Dati a valle (pedice 1) e a monte (pedice 2) di ogni campata per il Tronco 2

Inserendo i dati e calcolando la tensione delle campate partendo da quella iniziale pari a $T = 490 \text{ kN}$ per il 1° tronco e $T = 450 \text{ kN}$ per il 2°, si ottengono le due configurazioni.

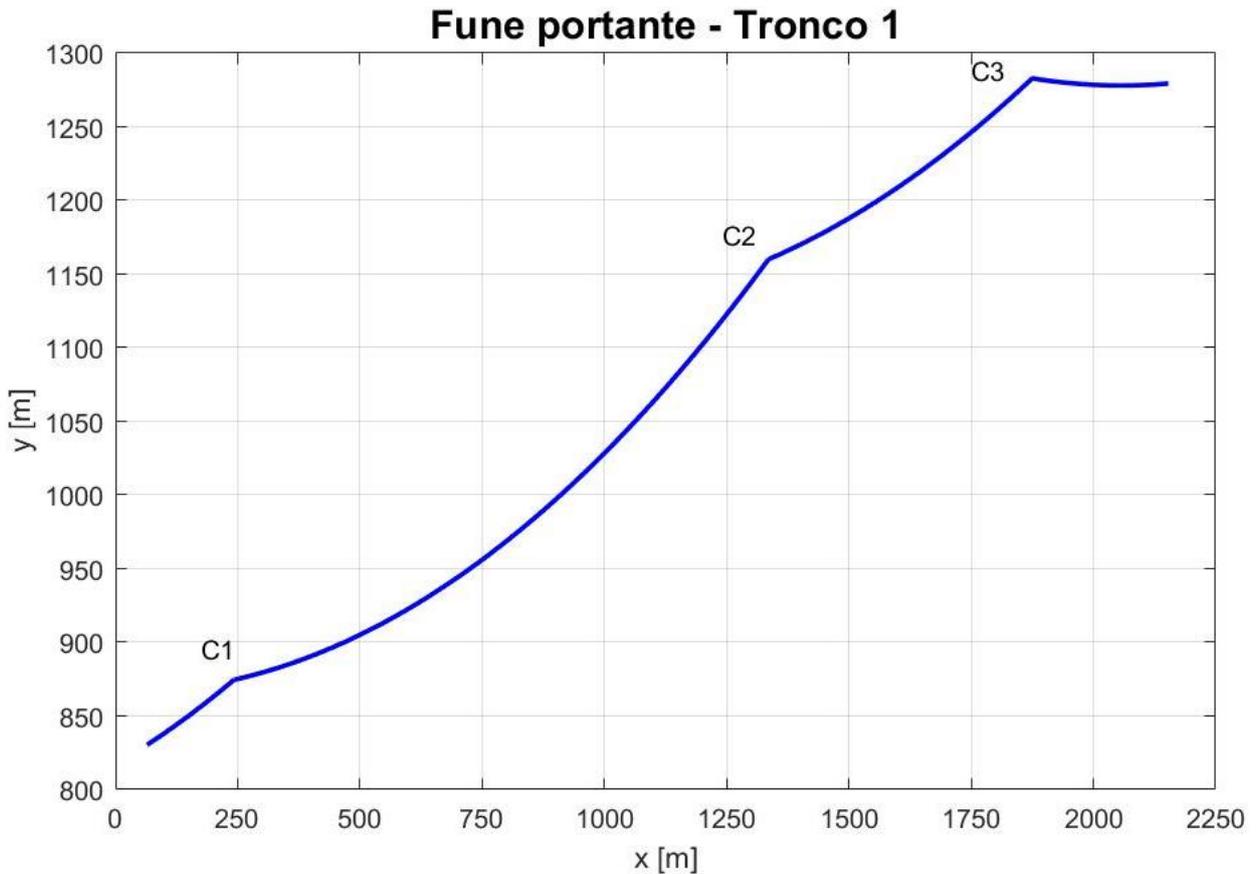


Figura 2-15: Rappresentazione della fune portante, 1° tronco dell'impianto di Nebelhorn

	Tratto 1:	Tratto 2:	Tratto 3:	Tratto 4:
Pendenze portante valle calcolate [rad]	0.21405	0.07537	0.1427	-0.053682
Pendenze portante valle assunte [rad]	0.214	0.0735	0.1423	-0.0535
Errore (calcolata-assunta) [rad]	4.7532e-05	0.0018699	0.00039827	-0.00018246
Errore percentuale [%]	0.022211	2.5441	0.27988	0.34106
Pendenze portante monte calcolate [rad]	0.27327	0.425	0.30337	0.028078
Pendenze portante monte assunte [rad]	0.2732	0.4216	0.3028	0.0277
Errore (calcolata-assunta) [rad]	6.9934e-05	0.0034035	0.00057329	0.00037759
Errore percentuale [%]	0.025598	0.80727	0.18933	1.3631
Tensione a valle [N]	490000	497350	544387	564691
Tensione a monte [N]	497350	544387	564691	564159
Freccia massima [m]	1.3957	51.3818	11.4207	2.8633

Tabella 2-3: Caratteristiche della fune portante, 1° tronco dell'impianto di Nebelhorn

In Tabella 2-3, oltre al confronto tra le inclinazioni, vengono riportati anche i valori di tensione a monte e a valle e la freccia massima per ogni campata.

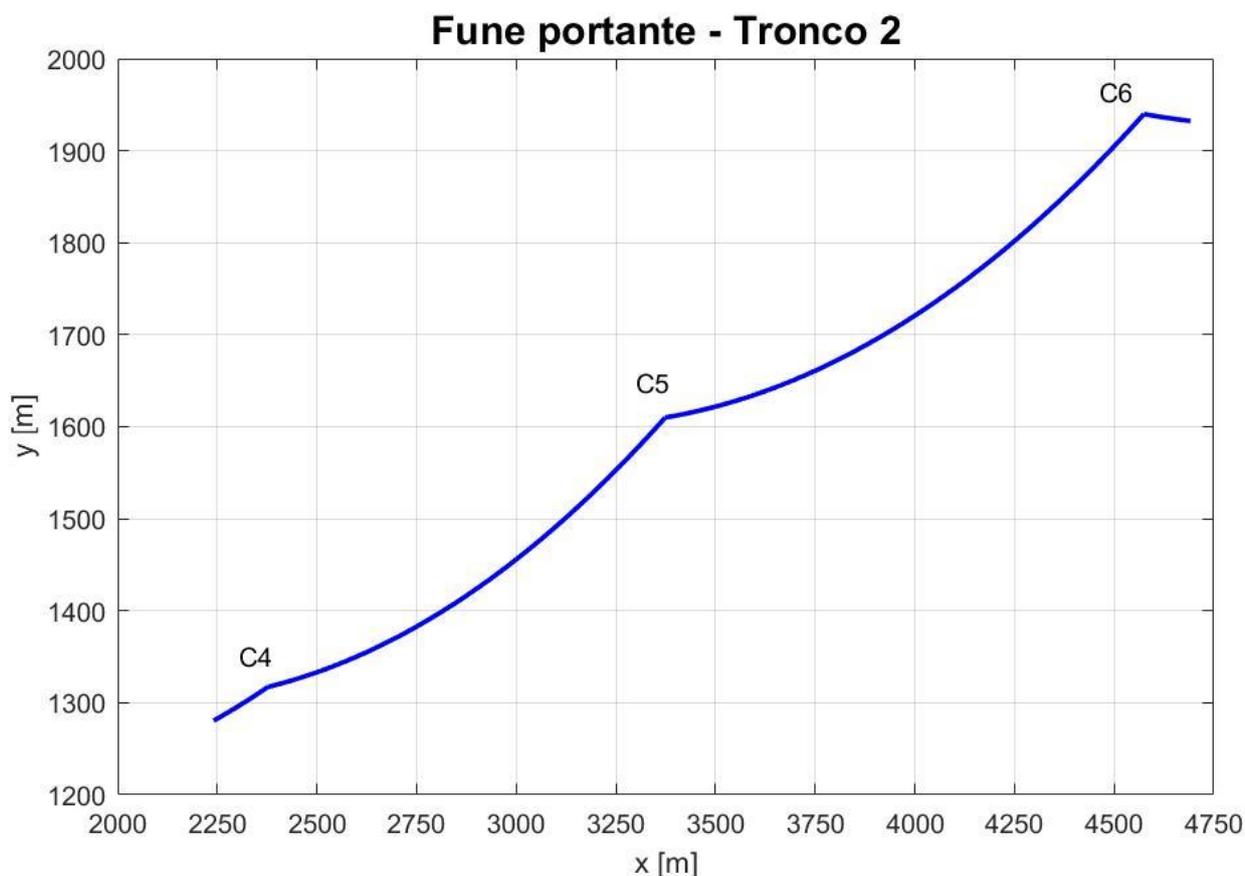


Figura 2-16: Rappresentazione della fune portante, 2° tronco dell'impianto di Nebelhorn

	Tratto 1:	Tratto 2:	Tratto 3:	Tratto 4:
Pendenze portante valle calcolate [rad]	0.23892	0.10693	0.073068	-0.081427
Pendenze portante valle assunte [rad]	0.2388	0.1047	0.0708	-0.0814
Errore (calcolata-assunta) [rad]	0.00012349	0.0022291	0.0022676	-2.6768e-05
Errore percentuale [%]	0.051711	2.1291	3.2029	0.032884
Pendenze portante monte calcolate [rad]	0.28825	0.45294	0.45028	-0.046951
Pendenze portante monte assunte [rad]	0.2882	0.4493	0.4461	-0.0469
Errore (calcolata-assunta) [rad]	4.8952e-05	0.0036375	0.0041835	-5.0895e-05
Errore percentuale [%]	0.016985	0.8096	0.93779	0.10852
Tensione a valle [N]	450000	456121	504405	558774
Tensione a monte [N]	456121	504405	558774	557517
Freccia massima [m]	0.89794	47.1643	61.3916	0.50611

Tabella 2-4: Caratteristiche della fune portante, 2° tronco dell'impianto di Nebelhorn

2.2.3. Fune Traente

Lo stesso discorso effettuato per la fune portante vale anche per la traente; i dati della fune sono quelli riportati nel Paragrafo 2.2.1.1., mentre quelli delle campate vengono analizzati volta per volta, sia per il tronco 1 sia per il tronco 2.

TRONCO 1:

	Campata 1: Rinvio – C1	Campata 2: C1 – C2	Campata 3: C2 – C3	Campata 4: C3 – Monte
$x_1 [m]$	64,83	242,40	1335,40	1875,17
$x_2 [m]$	242,40	1335,40	1875,17	2153,20
$y_1 [m]$	829,61	873,78	1159,26	1282,24
$y_2 [m]$	873,78	1159,26	1282,24	1278,65
$\varphi_1 [rad]$	0,2075	0,0341	0,1266	- 0,0609
$\varphi_2 [rad]$	0,2795	0,4538	0,3173	0,0352

Tabella 2-5: Dati a valle (pedice 1) e a monte (pedice 2) di ogni campata per il Tronco 1

TRONCO 2:

	Campata 1: Rinvio – C4	Campata 2: C4 – C5	Campata 3: C5 – C6	Campata 4: C6 – Monte
$x_1 [m]$	2240,76	2376,55	3373,80	4574,80
$x_2 [m]$	2376,55	3373,80	4574,80	4691,63
$y_1 [m]$	1279,6	1316,26	1609,26	1939,26
$y_2 [m]$	1316,26	1609,26	1939,26	1931,75
$\varphi_1 [rad]$	0,2343	0,0718	0,0388	- 0,0839
$\varphi_2 [rad]$	0,2926	0,4757	0,4717	- 0,0445

Tabella 2-6: Dati a valle (pedice 1) e a monte (pedice 2) di ogni campata per il Tronco 2

Inserendo i dati e calcolando la tensione delle campate partendo da quella iniziale pari a $T = 165 \text{ kN}$ per il 1° tronco e $T = 156 \text{ kN}$ per il 2°, si ottengono le due configurazioni.

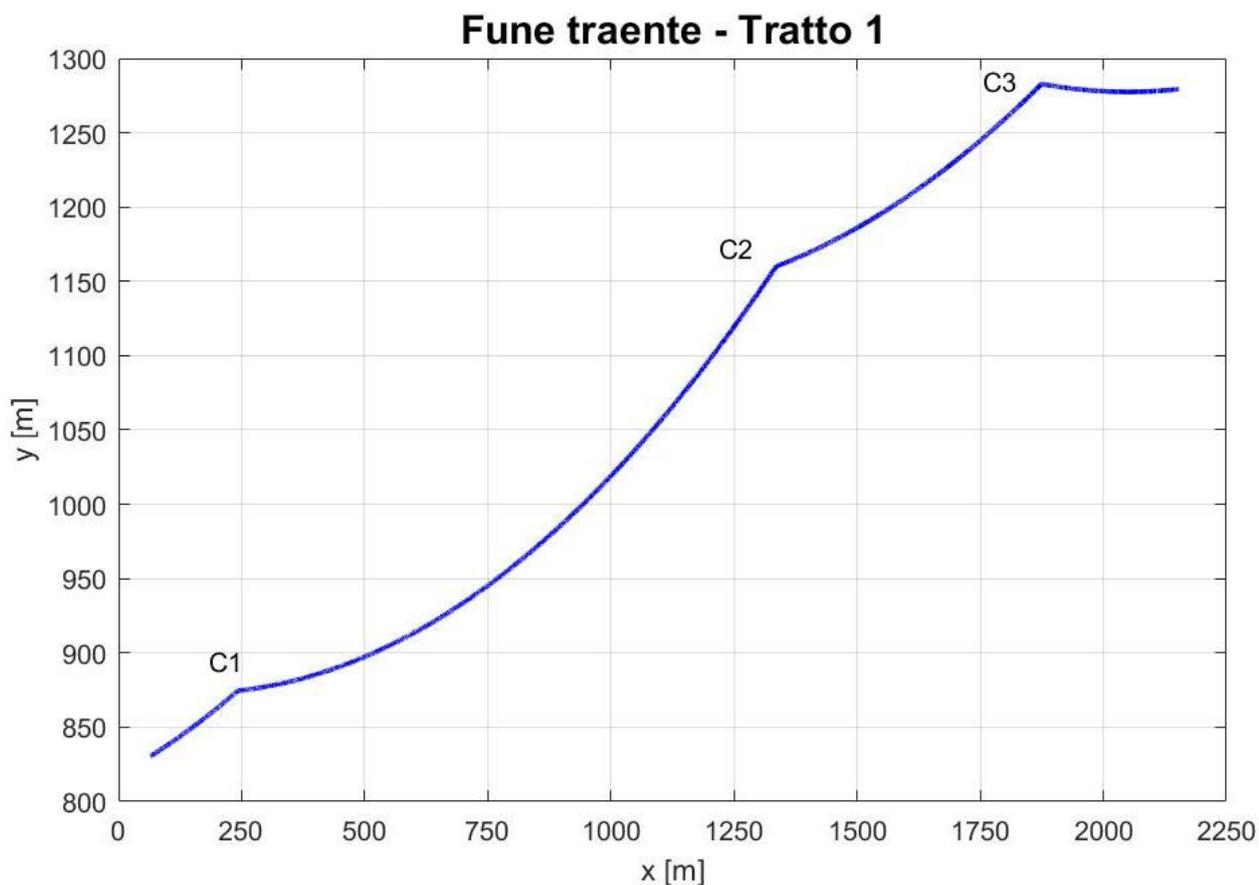


Figura 2-17: Rappresentazione della fune traente, 1° tronco dell'impianto di Nebelhorn

	Tratto 1:	Tratto 2:	Tratto 3:	Tratto 4:
Pendenze traente valle calcolate [rad]	0.2076	0.036572	0.12716	-0.061181
Pendenze traente valle assunte [rad]	0.2075	0.0341	0.1266	-0.0609
Errore (calcolata-assunta) [rad]	9.8375e-05	0.0024719	0.00056189	-0.00028108
Errore percentuale [%]	0.04741	7.2491	0.44383	0.46155
Pendenze traente monte calcolate [rad]	0.27958	0.45897	0.3181	0.035588
Pendenze traente monte assunte [rad]	0.2795	0.4538	0.3173	0.0352
Errore (calcolata-assunta) [rad]	7.918e-05	0.0051704	0.00080297	0.00038765
Errore percentuale [%]	0.028329	1.1394	0.25306	1.1013
Tensione a valle [N]	165000	168008	187284	195598
Tensione a monte [N]	168008	187284	195598	195376
Freccia massima [m]	1.6967	62.2741	13.5804	3.3896

Tabella 2-7: Caratteristiche della fune traente, 1° tronco dell'impianto di Nebelhorn

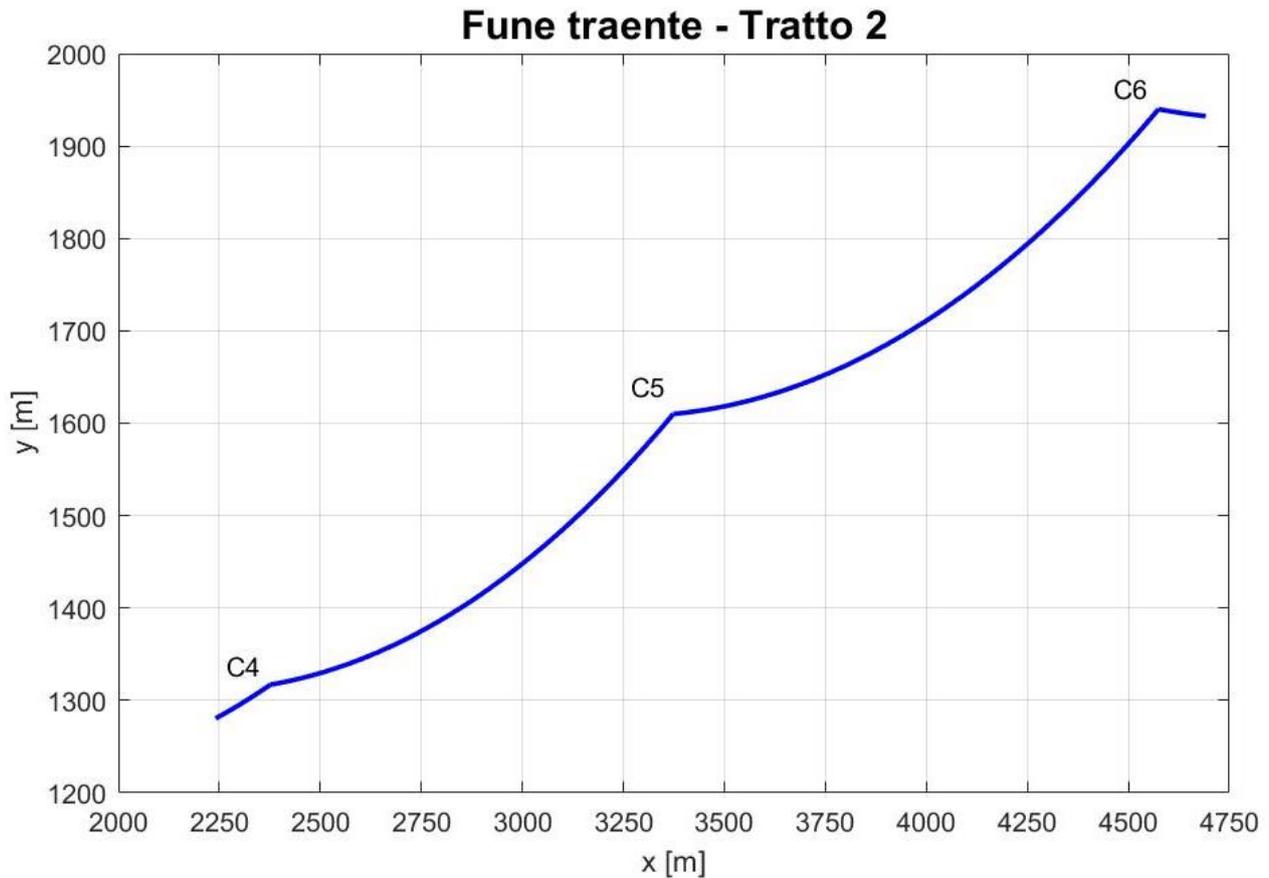


Figura 2-18: Rappresentazione della fune traente, 2° tronco dell'impianto di Nebelhorn

	Tratto 1:	Tratto 2:	Tratto 3:	Tratto 4:
Pendenze traente valle calcolate [rad]	0.23442	0.074624	0.041603	-0.08387
Pendenze traente valle assunte [rad]	0.2343	0.0718	0.0388	-0.0839
Errore (calcolata-assunta) [rad]	0.00011637	0.0028238	0.0028032	3.0231e-05
Errore percentuale [%]	0.049665	3.9328	7.2248	-0.036032
Pendenze traente monte calcolate [rad]	0.29267	0.48086	0.47744	-0.044499
Pendenze traente monte assunte [rad]	0.2926	0.4757	0.4717	-0.0445
Errore (calcolata-assunta) [rad]	6.9064e-05	0.0051604	0.0057436	1.2562e-06
Errore percentuale [%]	0.023604	1.0848	1.2176	-0.002823
Tensione a valle [N]	156000	158506	178289	200570
Tensione a monte [N]	158506	178289	200570	200054
Freccia massima [m]	1.0606	55.5123	71.1231	0.57787

Tabella 2-8: Caratteristiche della fune traente, 2° tronco dell'impianto di Nebelhorn

2.2.4. Impianto completo

Per completare il discorso sulla configurazione assunta dalle funi in ambito statico si riportano i due tronchi dell'impianto inserendo nello stesso grafico le configurazioni assunte dalla portante e dalla traente in assenza di veicoli. Questi grafici saranno il punto di partenza per una successiva analisi dinamica; tutti gli effetti dinamici calcolati successivamente verranno sommati tramite sovrapposizione degli effetti al caso statico per ottenere una simulazione completa del sistema.

Tra la fune portante e la fune traente è presente un dislivello pari a $y = 736,5 \text{ mm}$, ricavato dalla geometria della scarpa, corrispondente alla differenza di altezza tra la fune portante e i rulli su cui scorre la traente. Questo valore è irrilevante ai fini dei calcoli ma è stato comunque inserito all'interno del programma.

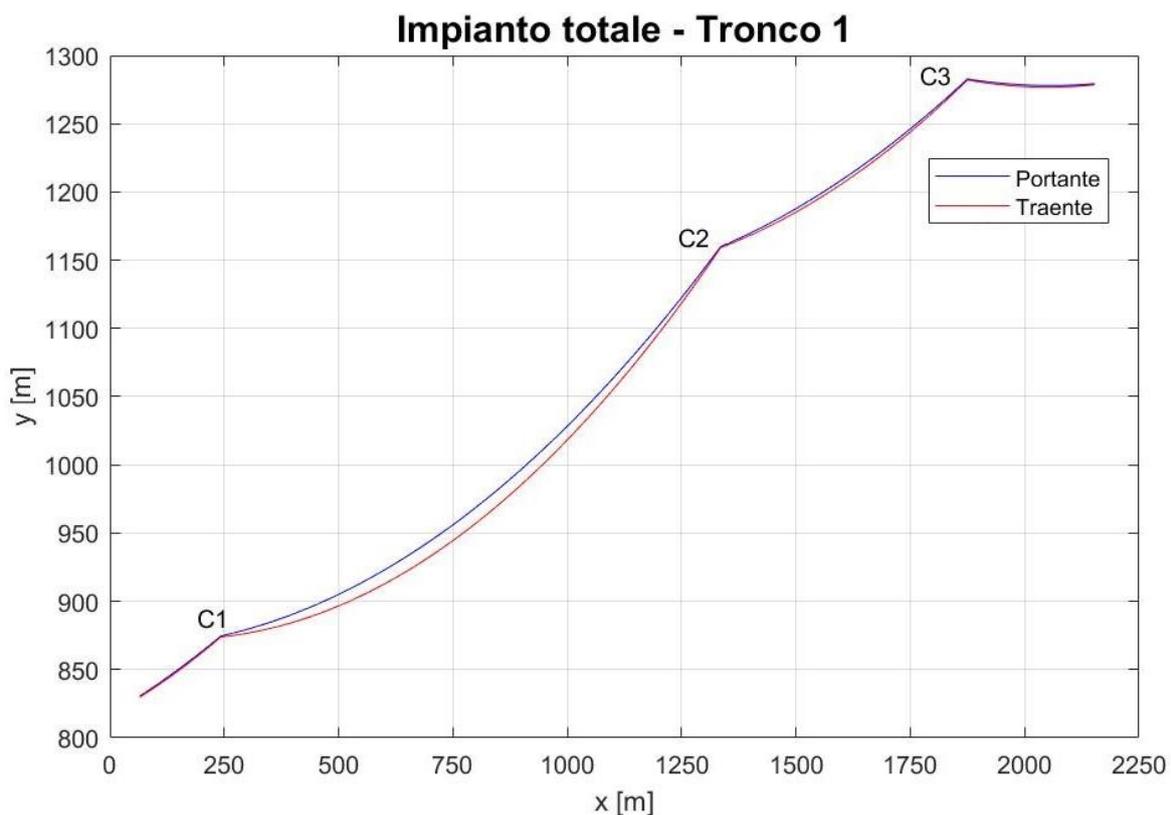


Figura 2-19: Rappresentazione del 1° tronco dell'impianto di Nebelhorn

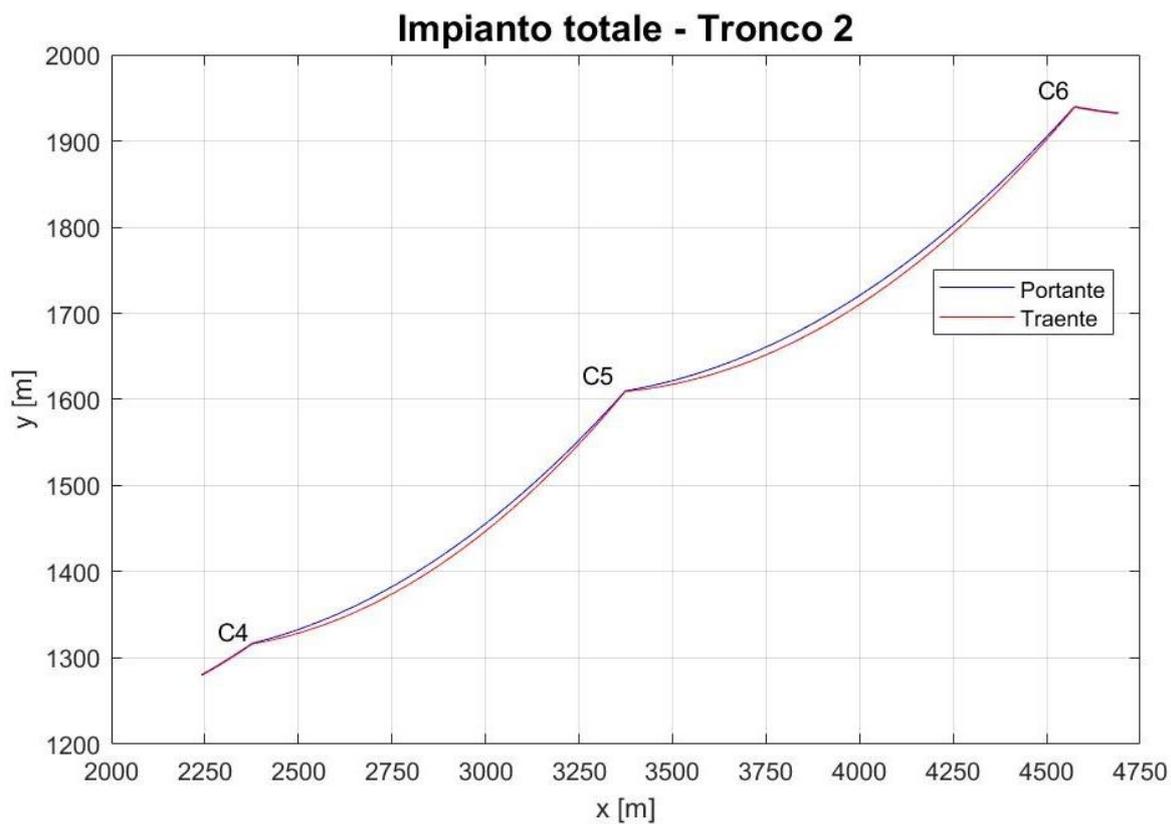


Figura 2-20: Rappresentazione del 2° tronco dell'impianto di Nebelhorn

Con queste rappresentazioni si chiude il capitolo riguardante la configurazione statica e si passa allo studio dinamico dapprima della fune portante e successivamente della fune traente, per arrivare poi ad ottenere un modello più dettagliato per lo studio del problema posto inizialmente, riguardante le oscillazioni sulla traente e lo smorzamento delle stesse.

3. CONFIGURAZIONE DINAMICA DELLA FUNE PORTANTE

La dinamica di un impianto a fune è un caso particolare di vibrazione flessionale delle travi, noto come carico mobile applicato ad una trave. Come intuibile, in questa tipologia sono presenti dei carichi che si muovono ad una certa velocità sulla trave e che possono variare nel tempo; questi influenzano notevolmente la dinamica del sistema. Il carico applicato generalmente può essere di tre tipi:

- Semplice forza senza massa;
- Forza inerziale (comprendente anche la massa);
- Oscillatore (sistema composto da massa e molla).

Nel caso degli impianti a fune si farà riferimento al secondo caso, inizialmente assumendo la cabina come corpo puntiforme, quindi con tutta la massa applicata in un punto, e successivamente tenendo conto della geometria del veicolo e scomponendo dunque la forza esercitata sulle due funi nelle componenti ortogonale e parallela alle funi stesse. Per avere un modello preciso, nel secondo caso sarà necessario valutare l'inclinazione della fune in corrispondenza del veicolo (parametro necessario per la scomposizione della forza); anche in questo caso si partirà da un modello semplificato, ovvero assumendo un'inclinazione costante, per arrivare poi alla valutazione della pendenza iterativamente in funzione della dinamica dell'impianto.

La dinamica della fune portante viene analizzata per avere una panoramica generale sulle oscillazioni delle funi negli impianti, ma anche per vedere se le vibrazioni della portante influenzino in maniera notevole la dinamica della traente oppure possano essere considerate trascurabili. Si ricorda che il fenomeno studiato non è nuovo ma per ora non si hanno analisi precise per cui è utile valutare anche l'effetto della portante.

Lo studio delle oscillazioni della portante verrà effettuato considerando una sola cabina viaggiante lungo la campata; solo alla fine verranno inseriti tutti i veicoli in linea e si studieranno le vibrazioni nel tempo che intercorre tra il passaggio di due cabine sullo stesso sostegno.

3.1. Modellazione di un carico mobile

Per lo studio dell'iterazione tra veicolo e fune si suppone che la velocità del carico P sia costante e pari a v_0 ; di conseguenza la coordinata del carico in funzione del tempo sarà $x_p = v_0 t$.

Successivamente il carico P verrà valutato come già detto in funzione dell'angolo di inclinazione della fune.

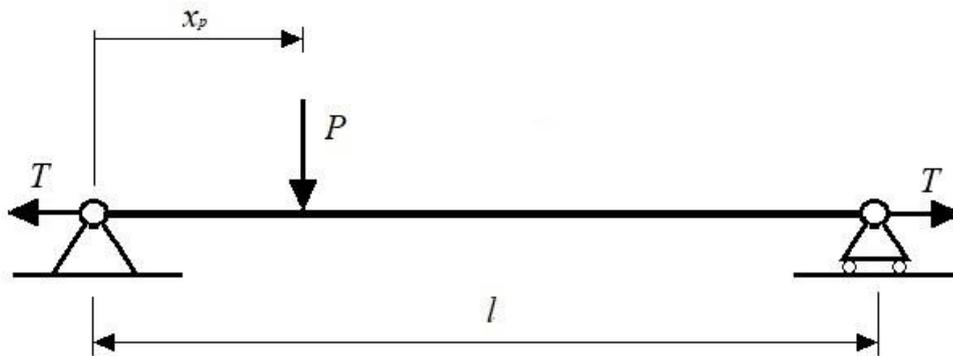


Figura 3-1: Rappresentazione del 2° tronco dell'impianto di Nebelhorn

Si riporta l'Equazione 2.1, equazione del moto della trave descritta secondo il modello di Eulero-Bernoulli:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = f(x, t) \quad (3.1)$$

La forzante $f(x, t)$ è definita:

$$f(x, t) = -P\delta(x - v_0 t) \quad (3.1)$$

Dove δ è la distribuzione di Dirac e il segno meno deriva dal fatto che si considerano positivi gli spostamenti verso l'alto.

Si può trovare la soluzione tramite il teorema di espansione:

$$v(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} \phi_r(x) \eta_r(t) \quad (3.2)$$

Per ricavare le soluzioni dipendenti dalle coordinate temporale e spaziale per il caso di vibrazioni flessionali con trave appoggiata ad entrambe le estremità si parte dall'equazione:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (3.3)$$

e in questa si sostituisce la soluzione cercata (Equazione 3.2), ovvero si inseriscono i termini:

$$\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} = \phi_r^{IV}(x) \eta_r(t) \qquad \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \phi_r(x) \ddot{\eta}_r(t)$$

Si ottiene così la seguente equazione:

$$EI \phi_r^{IV}(x) \eta_r(t) + \mu \phi_r(x) \ddot{\eta}_r(t) = 0 \quad (3.4)$$

Da cui:

$$\frac{\ddot{\eta}_r(t)}{\eta_r(t)} = - \frac{EI \phi_r^{IV}(x)}{\mu \phi_r(x)} \quad (3.5)$$

L'unica soluzione che risulta soddisfare l'Equazione 3.5 e che sia quindi contemporaneamente funzione del tempo e dello spazio è la soluzione costante $-\omega^2$.

L'equazione diventa dunque:

$$\frac{\ddot{\eta}_r(t)}{\eta_r(t)} = - \frac{EI \phi_r^{IV}(x)}{\mu \phi_r(x)} = -\omega_r^2 \quad (3.6)$$

1. Coordinata temporale:

Analizzando dapprima la soluzione dipendente dal tempo si ottiene l'equazione:

$$\ddot{\eta}_r(t) + \omega_r^2 \eta_r(t) = 0 \quad (3.7)$$

Che rappresenta proprio l'equazione del moto armonico ed ha dunque come soluzione:

$$\eta_r(t) = \eta_0 \sin(\omega_r t + \theta) \quad (3.8)$$

2. Coordinata spaziale:

Si analizza ora il secondo membro dell'Equazione 3.6, si avrà quindi:

$$\phi_r^{IV}(x) - \frac{\mu\omega_r^2}{EI}\phi_r(x) = 0 \quad (3.9)$$

Si può notare che si sarebbe giunti allo stesso risultato sostituendo la soluzione temporale (Equazione 3.8) all'interno dell'Equazione 3.4. Essendo la soluzione armonica, la dipendenza dal tempo è stata eliminata.

Ponendo:

$$\beta_r^4 = \frac{\mu\omega_r^2}{EI} \quad (3.9)$$

Si ottiene:

$$\phi_r^{IV}(x) - \beta_r^4\phi_r(x) = 0 \quad (3.10)$$

Si ricerca la soluzione nella forma:

$$\phi_r(x) = ke^{\lambda x} \quad (3.11)$$

Sostituendo nell'Equazione 3.10 si ottiene:

$$\lambda^4 - \beta_r^4 = 0 \quad (3.12)$$

Si ricavano quindi le soluzioni dalla formula precedente:

$$\lambda^4 - \beta_r^4 = (\lambda^2 - \beta_r^2)(\lambda^2 + \beta_r^2) = (\lambda - \beta_r)(\lambda + \beta_r)(\lambda - i\beta_r)(\lambda + i\beta_r) = 0$$

E sostituendo nell'Equazione 3.11 si ottiene la soluzione spaziale:

$$\phi_r(x) = c_1e^{\beta_r x} + c_2e^{-\beta_r x} + c_3e^{i\beta_r x} + c_4e^{-i\beta_r x} \quad (3.13)$$

Che si può riscrivere nella forma:

$$\phi_r(x) = A \cos(\beta_r x) + B \sin(\beta_r x) + C \cosh(\beta_r x) + D \sinh(\beta_r x) \quad (3.14)$$

Per ricavare la soluzione per il caso di trave appoggiata ad entrambi gli estremi è necessario imporre le condizioni al contorno:

$$\begin{cases} \phi_r(x=0) = 0 \\ \phi_r''(x=0) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \phi_r(x=l) = 0 \\ \phi_r''(x=l) = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{spostamento nullo} \\ \text{momento nullo} \end{array}$$

Partendo dalle condizioni all'estremo $x = 0$, si ottiene:

$$\begin{aligned} \phi_r(0) &= A + C = 0 \\ \phi_r''(0) &= \beta_r^2(-A + C) = 0 \end{aligned} \quad (3.15)$$

Da cui deriva che $A = C = 0$; tenendo conto di questo risultato e valutando le condizioni all'estremo opposto si ottiene:

$$\begin{aligned} B \sin(\beta_r l) + D \sinh(\beta_r l) &= 0 \\ -B \sin(\beta_r l) + D \sinh(\beta_r l) &= 0 \end{aligned} \quad (3.16)$$

Per avere soluzioni diverse da quella banale, ovvero $\phi_r(x) = 0$, si scrive l'equazione trascendente:

$$2 \sin(\beta_r l) \cdot \sinh(\beta_r l) = 0 \quad (3.17)$$

Analizzando entrambi i membri si ottiene:

$$\begin{aligned} \sin(\beta_r l) = 0 &\quad \rightarrow \quad \beta_r l = r\pi \quad \text{con } r = 1, 2, 3, \dots \\ \sinh(\beta_r l) = 0 &\quad \rightarrow \quad \frac{e^{\beta_r l} - e^{-\beta_r l}}{2} = 0 \quad \text{mai} \end{aligned} \quad (3.18)$$

La soluzione spaziale, detta anche autofunzione o forma modale, vale quindi:

$$\phi_r(x) = \sin(\beta_r x) \quad (3.4)$$

Con quindi:

$$\beta_r = \frac{r\pi}{l}, \quad r = 1, 2, \dots \quad (3.5)$$

Ottenute le soluzioni cercate, si torna alla descrizione del problema generale del carico mobile. In primo luogo si ricavano le frequenze modali facendo riferimento all'equazione di partenza (Equazione 2.1), nella quale viene sostituita la soluzione ricavata:

$$v(x, t) = \eta_0 \sin(\omega_r t + \theta) \cdot \sin(\beta_r x)$$

Derivando opportunamente tale equazione e sostituendo i valori all'interno dell'Equazione 2.1 si ottiene:

$$\begin{aligned}
 EI\beta_r^4 \sin(\beta_r x) \eta_0 \sin(\omega_r t + \theta) \\
 + T\beta_r^2 \sin(\beta_r x) \eta_0 \sin(\omega_r t + \theta) \\
 - \mu\omega_r^2 \sin(\beta_r x) \eta_0 \sin(\omega_r t + \theta) = 0
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

Semplificando:

$$EI\beta_r^4 + T\beta_r^2 - \mu\omega_r^2 \tag{3.20}$$

Da cui si ottengono le pulsazioni naturali:

$$\omega_r = \frac{r\pi}{l} \sqrt{\frac{EI}{\mu} \left(\frac{r\pi}{l}\right)^2 + \frac{T}{\mu}} \tag{3.21}$$

Una volta ottenute le autofunzioni è possibile applicare l'analisi modale al sistema e ricavare massa, rigidità e forza modale. Queste quantità sono ricavate sostituendo l'Equazione 3.2 all'interno della 2.1, moltiplicando ogni membro per $\phi_r(x)$ e integrando sulla lunghezza. Per il caso oggetto di studio si ha:

- Massa modale:

$$m_r = \int_0^l \mu(x) \phi_r^2(x) dx = \frac{\mu l}{2} \tag{3.22}$$

- Rigidità modale:

$$k_r = \int_0^l EI(x) \phi_r^{IV}(x) \phi_r(x) dx = m_r \omega_r^2 \tag{3.23}$$

- Forza modale:

$$f_r(t) = \int_0^l \phi_r(x) \cdot f(x, t) dx = -P \sin(\beta_r v_0 t) \tag{3.24}$$

Le equazioni differenziali si possono quindi scrivere come:

$$m_r \ddot{\eta}_r(t) + k_r \eta_r(t) = f_r(t) \tag{3.25}$$

Gli spostamenti modali $\eta_r(t)$ possono essere calcolati attraverso un integrale di convoluzione, o integrale di Duhamel:

$$\eta_r(t) = \int_0^t h_r(\tau) f_r(t - \tau) d\tau \quad (3.26)$$

Dove $h_r(\tau)$ rappresenta la funzione di risposta all'impulso che, per un sistema non smorzato, vale:

$$h_r(\tau) = \frac{1}{m_r \omega_r} \sin(\omega_r \tau) \quad (3.27)$$

Ricavate le soluzioni dipendenti dalle coordinate spaziali $\phi_r(x)$ e dalle coordinate temporali $\eta_r(t)$, si possono ottenere gli spostamenti verticali $v(x, t)$ considerando un opportuno numero di modi, qui chiamato N :

$$v(x, t) \approx \sum_{i=1}^N \phi_r(x) \eta_r(t) \quad (3.28)$$

In questo modo è possibile valutare gli spostamenti verticali ad ogni istante temporale. Il calcolo, sia per la sua complessità sia per ottenere simulazioni grafiche del problema dinamico, viene effettuato tramite un programma scritto su Matlab. Infine, applicando il principio di sovrapposizione degli effetti, si sommano gli spostamenti statici calcolati nel Capitolo 2 agli spostamenti dinamici.

La modellazione del carico mobile appena descritta e il codice Matlab saranno utilizzati per tutti i casi studiati per la portante, sia introducendo migliorie riguardanti principalmente il calcolo della forza agente sulla fune, sia modificandone alcune parti al fine di modellizzare anche la fune traente.

Il programma scritto per la valutazione dinamica sugli impianti a fune è nuovo e non è possibile avere un riscontro sulla correttezza, per questo si fa riferimento ad uno studio effettuato in precedenza per il problema in ambito ferroviario riguardante l'interazione tra catenaria e pantografo. Verificata la correttezza dei calcoli si è passati all'inserimento dei dati dell'impianto ed è stato effettuato il calcolo per le singole campate.

3.2. Dinamica di una cabina viaggiante a velocità costante e con forzante pari al peso del veicolo carico

In questa parte è stata effettuata una prima analisi, molto grossolana, per verificare la correttezza del programma sviluppato. Per grossolana si intende l'inserimento del valore della forzante P assunto costante e pari alla massa totale del veicolo, senza considerare quindi la scomposizione del peso nelle due componenti normale e parallela alle funi. Questa approssimazione porta a risultati sicuramente incorretti ma è utile in quanto i risultati successivi, variando solo la forzante, dovranno essere simili a quelli ottenuti in questa fase. Il restante programma è stato sviluppato seguendo passo dopo passo le equazioni ricavate nel paragrafo precedente.

Il procedimento per ricavare i grafici e i risultati è il seguente:

- Scrittura del codice Matlab per il problema del carico mobile, la cui struttura generale è composta essenzialmente da quattro parti:
 - Inserimento dati: contiene sia i dati riguardanti la fune (caratteristiche e coordinate dei sostegni), sia i dati riguardanti l'impianto (caratteristiche veicoli e velocità dell'impianto);
 - Calcolo configurazione statica della campata a cui verrà poi sommata per sovrapposizione degli effetti la dinamica del sistema;
 - Calcolo configurazione dinamica sulla campata presa in esame tramite problema del carico mobile;
 - Stampa dei grafici e dei risultati: i grafici ottenuti riguardano la configurazione statica, la configurazione dinamica a certi istanti di tempo, una simulazione grafica della dinamica della fune in funzione dello spostamento del veicolo, la deformazione a metà campata in funzione del tempo e la deformazione della fune in corrispondenza del carico.

Si può considerare un ulteriore punto, da inserire all'interno del calcolo dinamico, nel quale si valuterà in seguito la forza esercitata dal veicolo in funzione dell'angolo di inclinazione della fune.

- Verifica correttezza programma: nella prima sezione vengono inseriti i dati corrispondenti al caso catenaria-pantografo citato in precedenza per verificare che i risultati e i grafici ottenuti con il codice corrispondano a quelli ricavati dal precedente studio. Questo procedimento è stato necessario in quanto, come già detto, non è possibile avere un riscontro di nessun tipo, né sperimentale né teorico, sul problema delle vibrazioni delle funi sugli impianti aerei e di conseguenza non sarebbe stato possibile nessun tipo di verifica.
- Inserimento dati riguardanti le caratteristiche della fune e della linea, lasciando però le coordinate dei sostegni alla stessa altezza;
- Inserimento coordinate dei sostegni e aggiustamenti finali al codice; una volta inserite queste ultime caratteristiche, la sezione riguardante i dati è completa ed è possibile ottenere per ogni campata la simulazione dinamica desiderata e i grafici citati in precedenza.

Per tutti i successivi studi si analizzerà una sola campata (campata 2 del tronco 1) in quanto si intende confrontare il comportamento dinamico in funzione dei differenti tipi di forzante. Si riporta la configurazione statica assunta dalla fune sulla campata in esame, alla quale verranno poi applicati i calcoli dinamici.

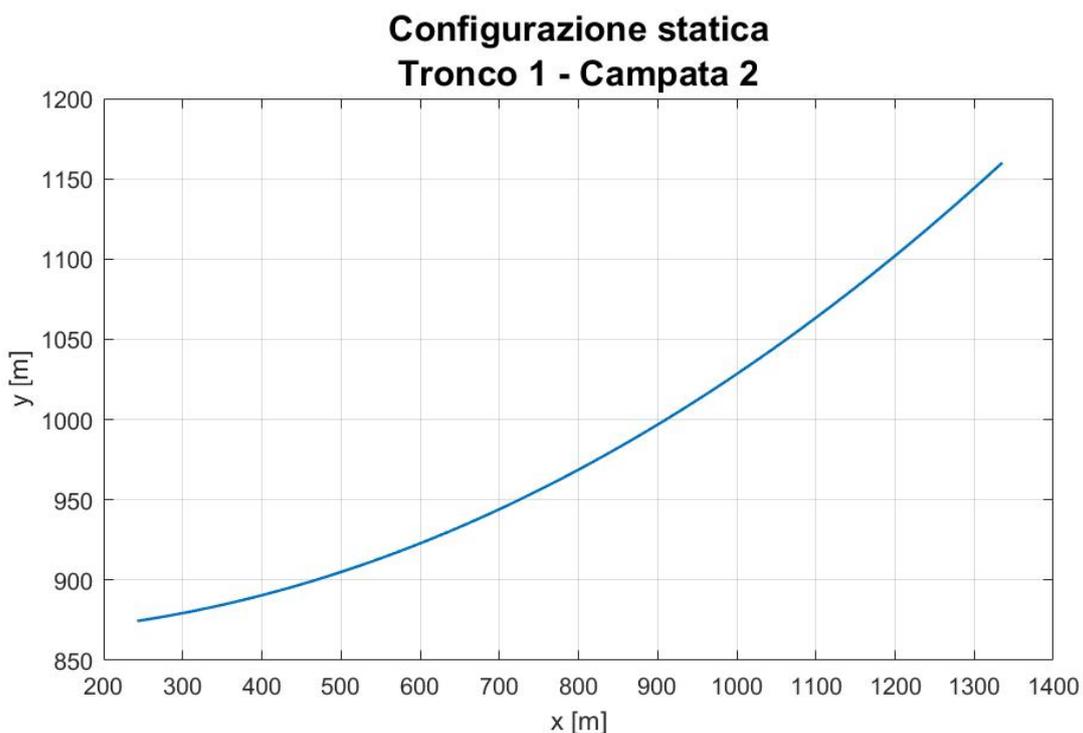


Figura 3-2: Configurazione statica della campata in esame

Solo sullo studio finale del sistema si riporterà qualche esempio di alcune campate di maggior interesse.

3.2.1. Risultati campata 2 del tronco 1

Per lo studio dinamico sono stati implementati i calcoli sul carico mobile riportati in precedenza, ponendo una maggiore attenzione alla discretizzazione del sistema, ovvero alla suddivisione in elementi sufficientemente piccoli della fune, e al numero di modi propri che si intende valutare.

3.2.1.1. Valutazione del numero di modi propri

In un sistema continuo il numero di modi propri del sistema è infinito, per cui un maggior numero di forme modali analizzate porta sicuramente a risultati più precisi. Bisogna fare però attenzione a non eccedere troppo, in quanto si violerebbe il teorema del campionamento (o di Nyquist), il quale afferma che la frequenza di campionamento, nel nostro caso dovuta alla suddivisione in elementi, deve essere almeno il doppio della massima frequenza contenuta nel segnale.

$$f_s \geq 2f_{max} \quad (3.21)$$

La frequenza contenuta nel segnale è funzione del numero di modi di vibrare, per cui è necessario controllare sempre che l'Equazione 3.21 sia verificata per non incorrere in errori di aliasing.

Per avere una corretta informazione su un dato modo è necessario quindi discretizzare in maniera adeguata. La frequenza di campionamento è facilmente calcolabile come il reciproco del periodo di campionamento Δt , ovvero il tempo che intercorre tra due passi di discretizzazione:

$$f_s = \frac{1}{\Delta t} \quad (3.22)$$

Questa frequenza dovrà essere confrontata con la frequenza massima ottenuta valutando l'ultimo modo preso in esame:

$$f_{max} = \frac{\omega_r}{2\pi} \quad (3.23)$$

E' facile capire che al diminuire del periodo di discretizzazione si potrà ottenere un maggior numero di modi da analizzare.

Per contro però, un maggior numero di modi porta a tempi di calcolo più elevati per l'elaboratore, per cui si vuole cercare di diminuire il più possibile i modi senza però ottenere dei risultati incorretti. Per questo motivo verrà effettuata una analisi di convergenza nella quale verranno sovrapposti i grafici ricavati con un numero diverso di modi propri del sistema e verrà scelto il più piccolo valore che permette di ottenere una buona approssimazione del problema, con quindi un errore espresso in percentuale di entità modesta. Questa verifica viene riportata per il primo caso in esame, per i successivi verrà utilizzato il numero di modi ricavato in questa fase, in quanto, modificando esclusivamente la forzante che agisce sulla fune, il restante sistema rimarrà invariato.

Per l'analisi di convergenza si svolgono i calcoli dinamici sulla campata selezionata in precedenza e si confrontano i grafici riguardanti lo spostamento della cabina a diversi istanti temporali ottenuti con diversi modi di vibrare. Inizialmente si parte con un numero di modi pari a 150 e una discretizzazione temporale composta da 10000 elementi. Si diminuisce quindi gradualmente il numero di modi e si confrontano i nuovi risultati con quelli ottenuti con 150 modi propri. Si prosegue fino ad ottenere un errore relativo percentuale massimo tra i grafici pari a 5%.

Le analisi sono effettuate su 8 istanti temporali scelti sul periodo T (tempo che la cabina impiega per transitare dal sostegno di valle a quello di monte), i modi analizzati sono 5:

- Istanti scelti [s]: $\frac{1}{8}T$ $\frac{2}{8}T$ $\frac{3}{8}T$ $\frac{4}{8}T$ $\frac{5}{8}T$ $\frac{6}{8}T$ $\frac{7}{8}T$ $\frac{8}{8}T$
- Modi propri: 150 100 50 20 10

Si confrontano sullo stesso grafico i 5 modi selezionati, ottenendo quindi 8 differenti grafici. Successivamente vengono calcolati gli errori tra i diversi casi attraverso la formula:

$$Err_{max} \% = \frac{v_{150}(x) - v_{modo}(x)}{v_{150}(x)} \cdot 100 \quad (3.24)$$

Si assume l'errore massimo per ogni caso e, come già riportato, si sceglie il numero minore di modi con differenza massima dal caso a 150 modi pari a 5%.

VERIFICA TEOREMA DEL CAMPIONAMENTO

Prima di effettuare l'analisi di convergenza, vengono valutate le frequenze massime per i 5 modi di vibrare selezionati in quanto, come già detto, deve essere verificato anche il teorema del campionamento.

Si riportano quindi in tabella le frequenze massime f_{max} per i 5 casi, che verranno confrontate con la frequenza del segnale f_s . Il confronto tra queste due misure deve portare alla verifica dell'Equazione 3.21:

Frequenza di campionamento:

Considerando quindi un numero di suddivisioni della fune pari a $N = 10000$, si ottiene:

$$f_s = 64,0439 \text{ Hz}$$

Frequenza massima:

Valutando la frequenza massima, ovvero quella ottenuta valutando l'ultimo modo di vibrare della fune, per i 5 casi, si ottengono i seguenti risultati:

	10 modi	20 modi	50 modi	100 modi	150 modi
f_{max} [Hz]	0,7873	1,5749	3,9421	7,9183	11,9621

Tabella 3-1: Valutazione frequenze massime con diverso numero di modi

All'aumentare del numero di modi, come prevedibile dalla letteratura, aumenta proporzionalmente la frequenza; per completezza si è deciso comunque di riportare le frequenze esatte calcolate con Matlab.

Analizzando quindi la frequenza massima, ottenuta quindi con 150 modi, l'Equazione 3.21 risulta soddisfatta; il rapporto tra le frequenze è:

$$f_s / f_{max} = 5,3539 > 2$$

Si passa quindi alla analisi di convergenza descritta precedentemente.

ANALISI DI CONVERGENZA

Confronto modi a diversi istanti

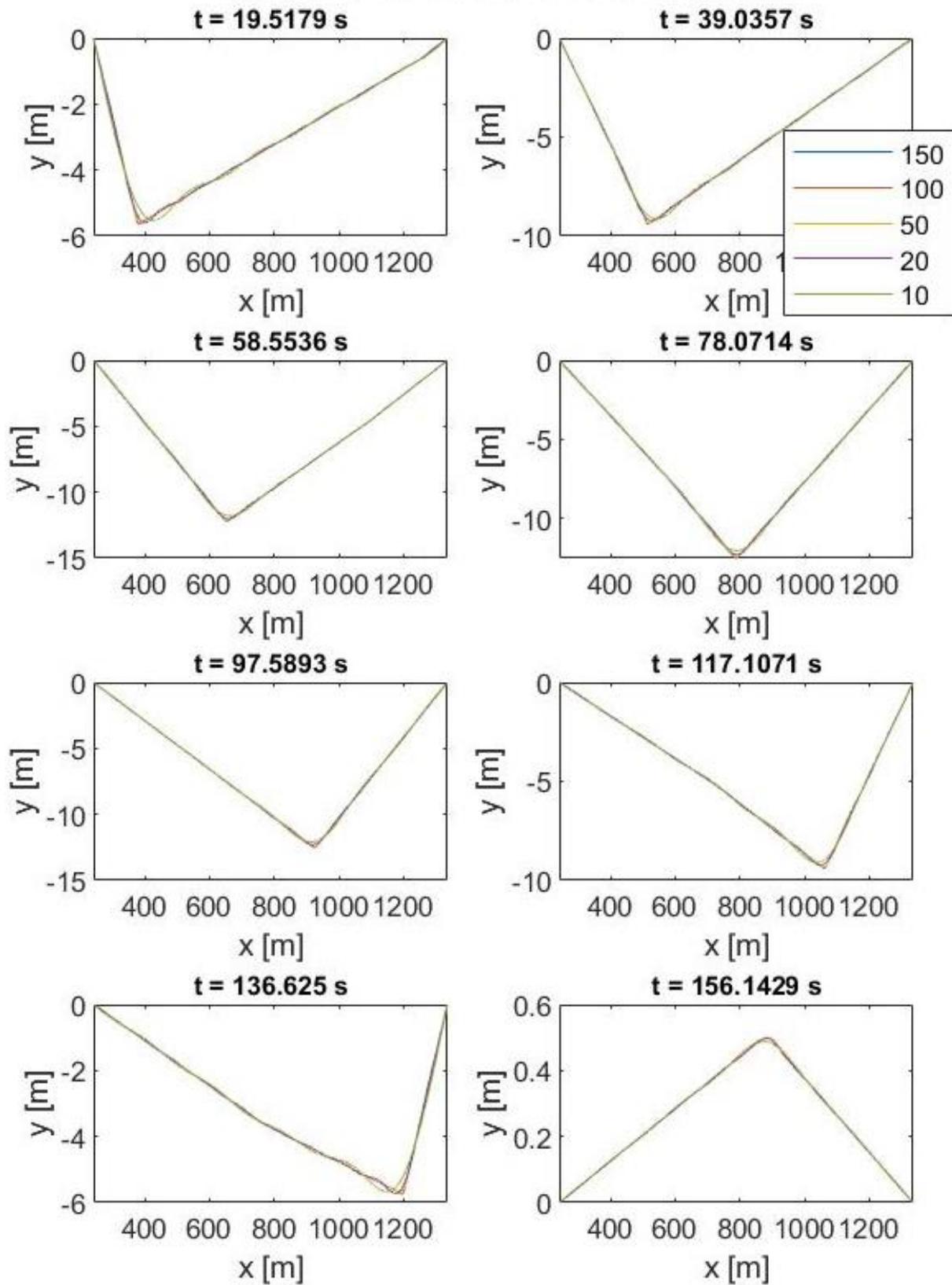


Figura 3-3: Confronto modi propri ad 8 istanti di tempo

Nelle figure sopra riportate non sono state volutamente fissate le dimensioni del piano cartesiano per una migliore visualizzazione dei diversi grafici. Sono inoltre stati riportati tutti i casi studiati per illustrare in generale il fenomeno. La forzante rappresentata corrisponde al peso della cabina piena ma questa informazione è poco importante ai fini della valutazione del numero di modi da utilizzare. Ora si riporta la rappresentazione di un solo grafico, più precisamente il primo (al tempo $t = 19.5179s$), in quanto è quello in cui meglio si nota la variazione del numero di modi.

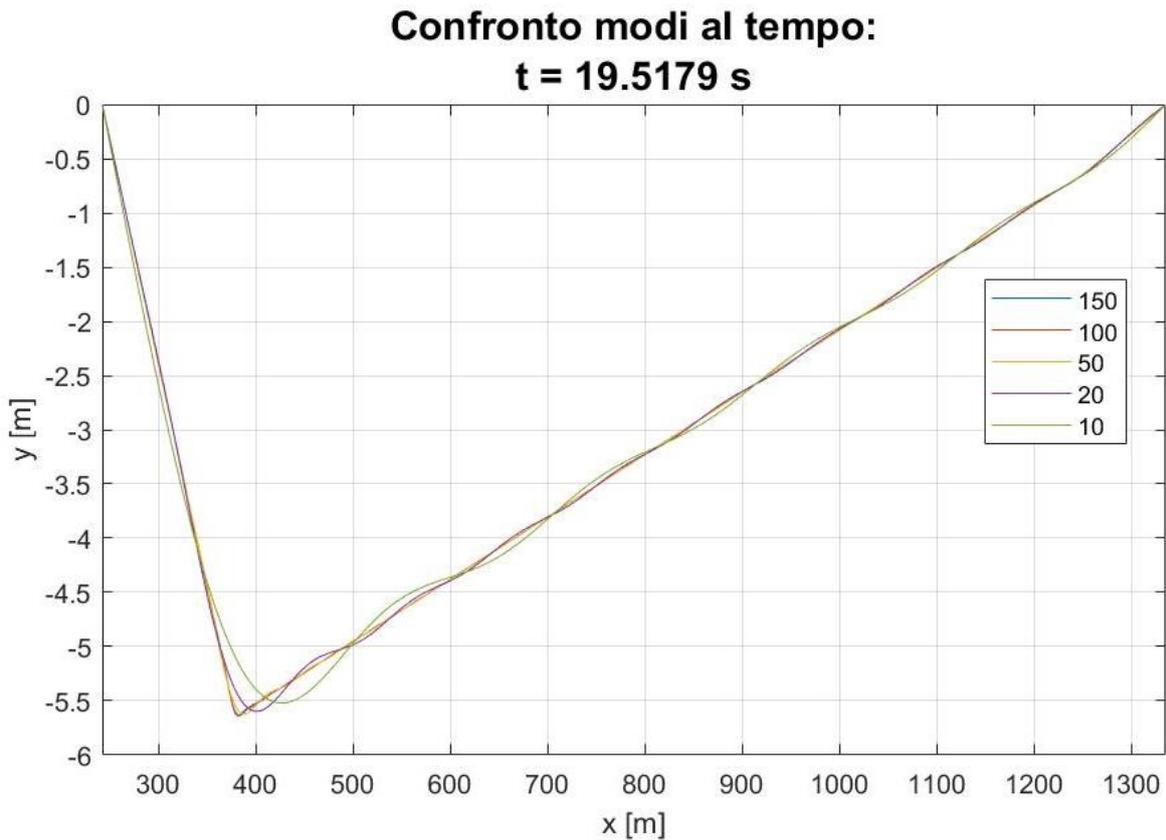


Figura 3-4: Confronto modi propri al primo istante analizzato

Già da questo grafico, in cui è stato riportato esclusivamente lo scostamento dinamico non valutando quindi il contributo statico dato dal peso della fune, si può notare che al diminuire del numero di modi si hanno fenomeni oscillatori più marcati, questo porta a risultati incorretti.

Anche senza il calcolo dell'errore relativo tra i modi, si può immediatamente notare che sicuramente il grafico con solo 10 modi di vibrare verrà scartato in quanto già ad occhio l'errore è notevole.

Dall'ingrandimento che segue si può osservare più nel dettaglio il fenomeno in corrispondenza del carico.

Zoom grafico al tempo: $t = 19.5179$ s

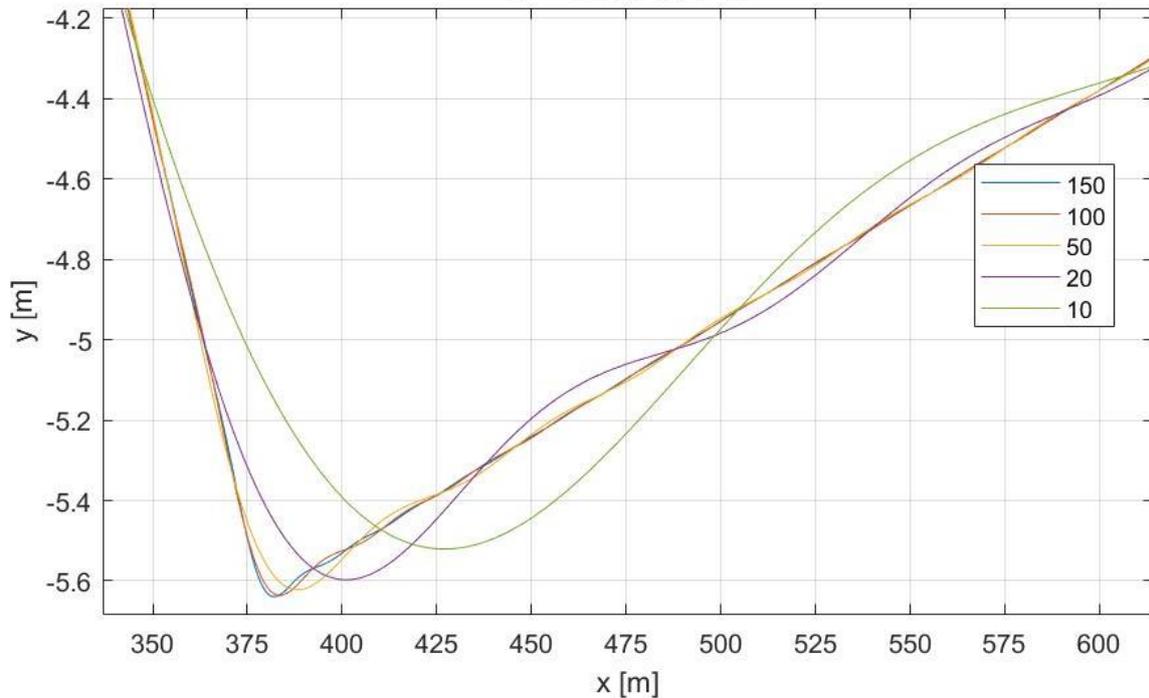


Figura 3-5: Ingrandimento del grafico di Figura 3-4

Si può notare che all'aumentare del numero di modi il sistema converge verso un'unica soluzione. L'ipotesi iniziale è che l'errore massimo tra il grafico scelto e quello con 150 modi (preso come riferimento) non superi il 5%, si riportano quindi in una tabella gli errori calcolati per ogni modo agli 8 istanti di tempo valutati. Si assume di conseguenza l'errore maggiore per ogni modo e si sceglie il caso in cui l'errore rimane all'interno del range richiesto.

Questo valore verrà utilizzato per tutti i casi studiati con una sola cabina viaggiante; quando verrà valutata la configurazione di campata a regime, ovvero con veicoli in linea e carico massimo in cabina, verrà eseguita una analisi di conferma sul numero di modi utilizzati. Nel caso in cui il numero di modi non fosse sufficiente, verrà ripetuto il procedimento seguito in questa fase e verrà aggiornato il numero di modi di vibrare all'interno del problema.

Il tempo di percorrenza della campata è $T = 156,1429$ s.

	10 modi	20 modi	50 modi	100 modi
1/8T	19,48 %	8,78 %	3,84 %	1,03 %
2/8T	13,53 %	5,23 %	3,44 %	0,27 %
3/8T	8,33 %	4,41 %	1,88 %	1,35 %
4/8T	6,39 %	3,65 %	1,16 %	1,05 %
5/8T	8,24 %	4,71 %	1,78 %	0,39 %
6/8T	14,27 %	5,12 %	3,63 %	1,00 %
7/8T	19,33 %	11,04 %	3,08 %	0,68 %
T	7,97 %	4,11 %	1,35 %	1,80 %
Errore massimo	19,48 %	11,04 %	3,84 %	1,80 %

Tabella 3-2: Valutazione relativo confrontato con scostamento a 150 modi

Il numero di modi M selezionato dopo l'analisi di convergenza è quindi $M = 50$.

3.2.1.2. Valutazione della dinamica

Una volta scelto il numero di modi di vibrare sono stati ricavati i grafici di maggior interesse per la valutazione del problema. In tutti i casi studiati con una sola cabina in campata non è possibile effettuare un confronto con il progetto di linea dell'impianto: quest'ultimo fornisce esclusivamente valori statici ottenuti in assenza di veicoli oppure con i veicoli distribuiti uniformemente lungo le campate. I dati delle campate sono assunti dalle Tabelle 2.1 e 2.2.

Un secondo motivo per cui questo studio non può essere confrontato con il progetto è che la tensione a valle della campata inserita nel programma non è quella effettiva ma è stato considerato il valore assunto nella configurazione di fune nuda, ovvero dato solo dal peso della fune. Questa ipotesi è stata ritenuta sufficiente in quanto si intende iniziare a studiare la dinamica del sistema e solo in seguito arrivare a risultati più certi.

Questa parte dello studio sarà quindi volta all'individuazione del miglior modello di rappresentazione delle forze esercitate dalla cabina sulla fune in modo da poter successivamente applicare i risultati ottenuti su una campata con più cabine ed effettuare verifiche e confronti con il progetto già sviluppato.

I grafici di maggior interesse in questa fase sono tre:

- Spostamento della fune in funzione della dinamica del veicolo;
- Deformazione a metà campata;
- Spostamento della fune in corrispondenza del carico.

SPOSTAMENTO DELLA FUNE IN FUNZIONE DELLA DINAMICA DEL VEICOLO

Nel programma Matlab è stata effettuata una discretizzazione spaziale e temporale del problema, per cui, per ogni istante di tempo è stata valutata la configurazione dinamica assunta dalla fune in funzione della posizione del veicolo. In questo modo è stato possibile ottenere una storia temporale della fune che evolve nel tempo. Data l'impossibilità di riportare il movimento della fune, vengono quindi rappresentati solo alcuni istanti temporali.

Nella figura sottostante, sempre considerando il periodo totale T che una cabina impiega ad attraversare l'intera campata, viene riportata all'istante $T/10$ la configurazione assunta dalla fune in funzione del carico mobile applicato. E' stato scelto questo istante in quanto si può osservare bene l'onda di propagazione causata dal veicolo in movimento.

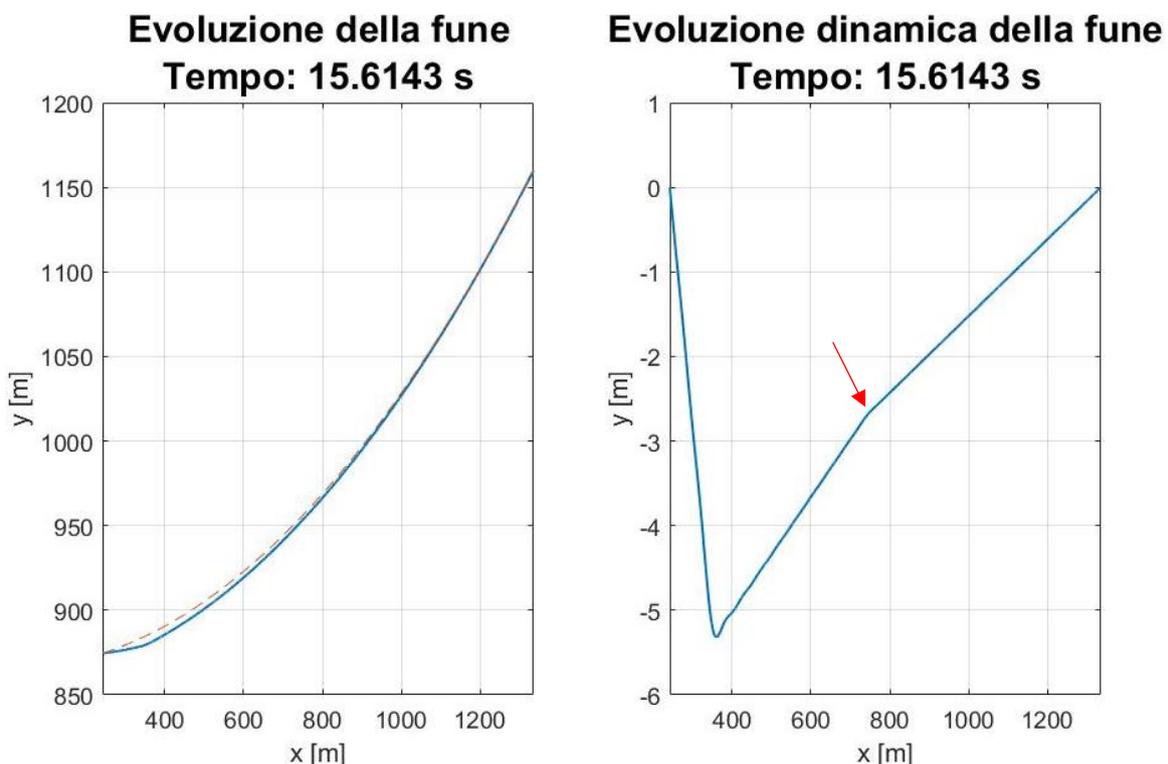


Figura 3-6: Evoluzione dinamica al tempo $t = T/10$

Nella Figura 3-6 di sinistra è presente la configurazione della fune completa, nella quale si hanno i contributi dati dal peso della fune portante e della cabina in movimento; a destra invece si valuta solo il contributo dinamico dato dall'applicazione del carico mobile, in questo modo è possibile valutare le oscillazioni dinamiche che nel primo caso non si noterebbero.

Come già detto, si può distinguere bene l'onda di propagazione (indicata con la freccia rossa in Figura 3-6); questa nasce quando il veicolo, e quindi la forza che esso genera, entra nella campata. Quando si studia la dinamica delle funi è importante tenere sotto controllo la velocità di propagazione dell'onda e confrontarla con quella di movimento del carico. Nel caso di impianti a fune la velocità della cabina è sempre decisamente inferiore a quella critica. E' però possibile calcolare il tempo che il fronte d'onda impiega ad attraversare completamente il tratto di fune. La velocità dell'onda, o velocità critica, è:

$$v_{cr} = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = 172,1 \text{ m/s} \quad (3.25)$$

Con: T : tensione a valle della campata μ : densità lineare di massa della fune

Come si può notare la velocità critica è decisamente superiore alla velocità della cabina; il rapporto tra le due velocità infatti vale:

$$\% = v/v_{cr} = 4,07\%$$

Si può inoltre calcolare il periodo e la frequenza dell'onda:

$$Periodo = \frac{L_{campata}}{v_{cr}} = 6,35 \text{ s} \quad (3.26)$$

$$Frequenza = \frac{1}{Periodo} = 0,1575 \text{ Hz} \quad (3.27)$$

Questi valori saranno utili per il grafico dello spostamento della fune in corrispondenza del carico.

Si mostrano ora alcune rappresentazioni della sola dinamica del fenomeno, che verranno poi confrontate con i casi studiati successivamente.

Evoluzione dinamica della fune

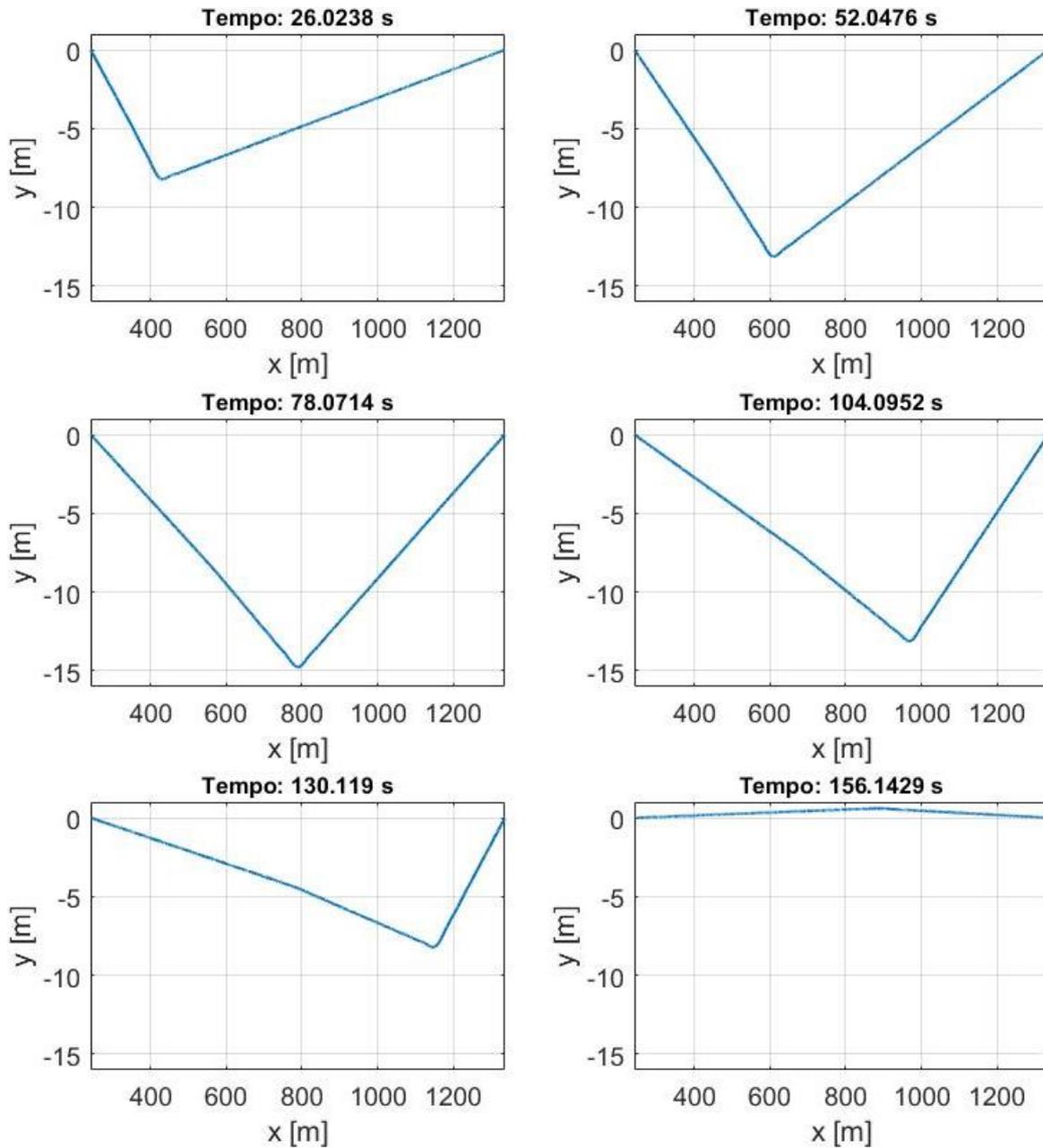


Figura 3-7: Evoluzione dinamica della fune a 6 diversi istanti temporali

Dalle figure riportate si può notare che, come previsto, prevale la parte statica in quanto le velocità in gioco sono ridotte. Nella Figura 3-6 è stata rilevata la presenza dell'onda che si propaga alla velocità v_{cr} , altre oscillazioni sono presenti ma possono essere considerate trascurabili rispetto al problema principale.

Rimane però l'ipotesi errata di carico costante lungo la campata, che potrebbe portare a risultati non del tutto soddisfacenti. Migliorando il modello, variando quindi la forzante nel tempo, potremmo ottenere delle oscillazioni più marcate che ora non sono presenti.

DEFORMAZIONE A META' CAMPATA

E' interessante monitorare gli spostamenti che avvengono in un punto fisso della campata durante il moto della cabina; in questo caso si sceglie di rappresentare l'andamento nel tempo degli spostamenti che avvengono nel punto a metà campata, nel quale si avranno le deformazioni maggiori.

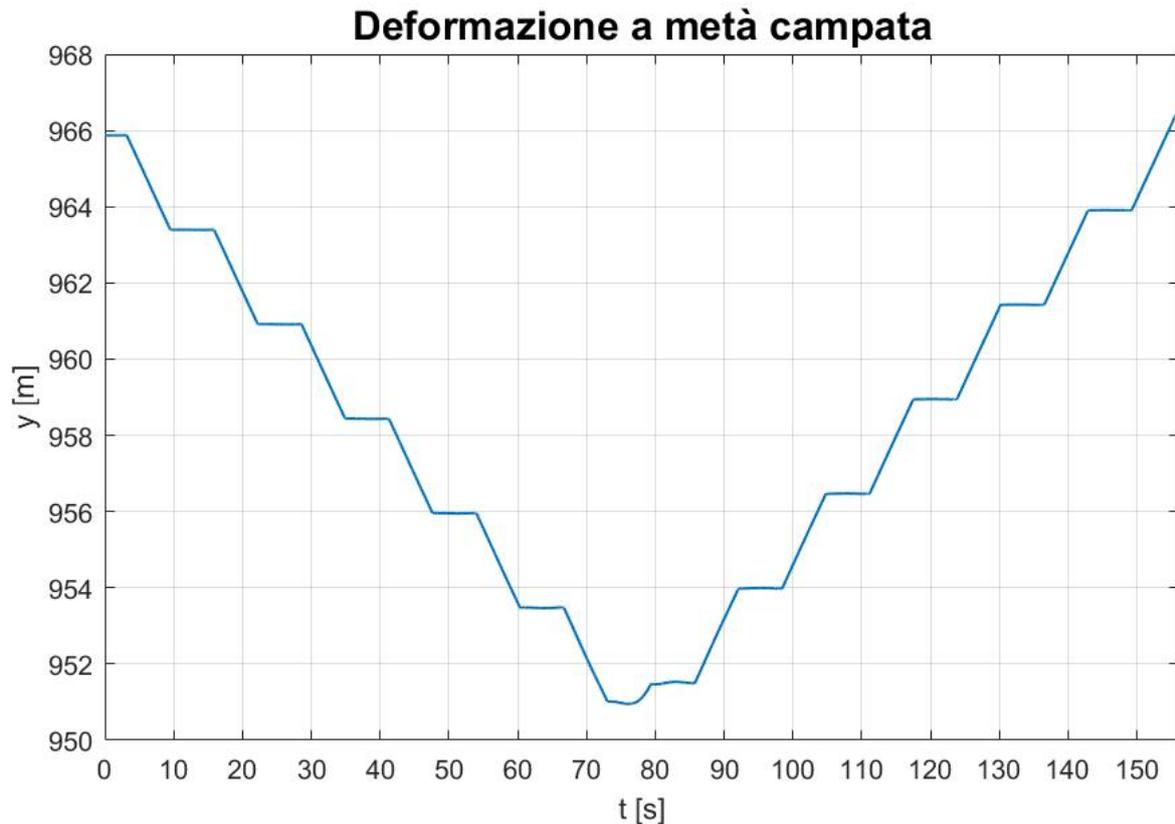


Figura 3-8: Deformazione in corrispondenza del valore centrale della campata

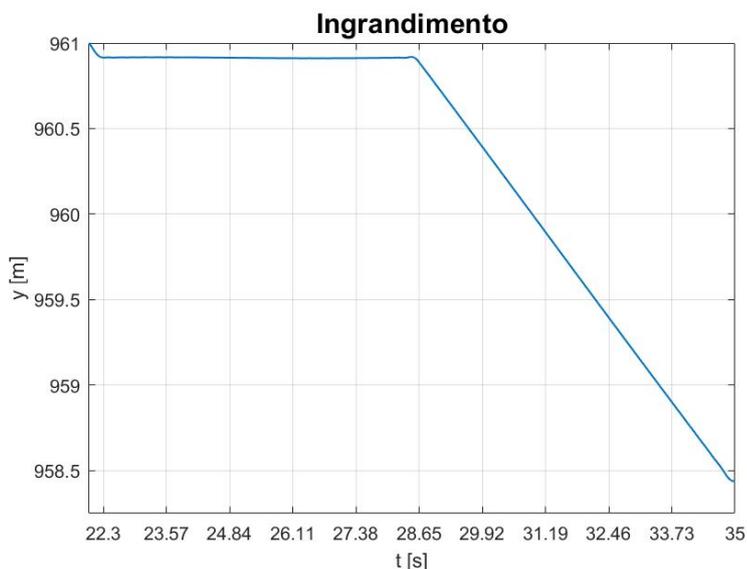


Figura 3-9: Zoom figura 3-8

L'andamento spigoloso è dato dalla propagazione del fronte d'onda, si può notare dalla Figura 3-9 che il tempo che intercorre tra due tratti corrisponde proprio al periodo dell'onda di propagazione, ovvero 6,35 secondi. Nella figura è stato riportato un tempo corrispondente al doppio del periodo.

SPOSTAMENTO DELLA FUNE IN CORRISPONDENZA DEL CARICO

L'ultimo grafico rappresentato riguarda lo spostamento della fune al passaggio del carico:

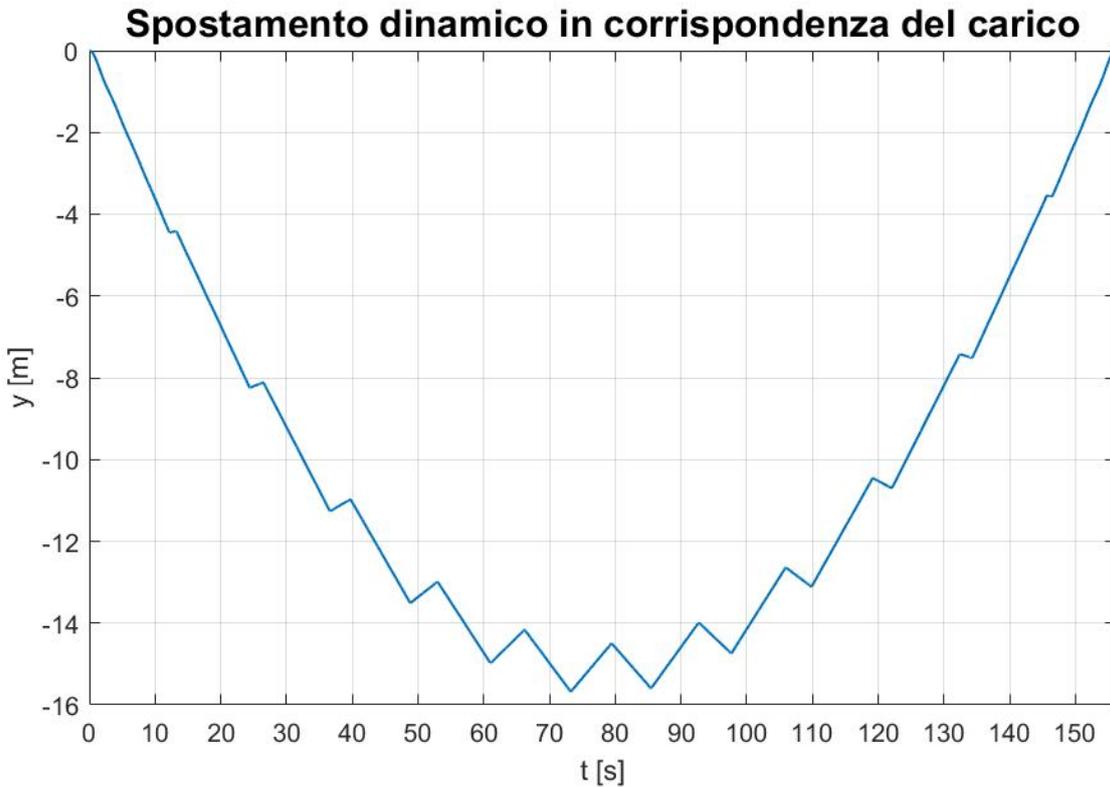


Figura 3-10: Spostamento in corrispondenza del carico – parte dinamica

Nella figura sono presenti diversi massimi e minimi che potrebbero far pensare ad una soluzione errata del problema e ad errori all'interno del modello; in realtà questi valori corrispondono proprio agli istanti in cui il fronte d'onda incontra il carico. L'onda inizia quando la forza viene applicata per la prima volta alla fune e percorre l'intera campata nel tempo ricavato con l'Equazione 3.26. Una volta arrivata sul sostegno di monte l'onda torna indietro fino ad incontrare il veicolo, il quale nel frattempo avrà raggiunto una nuova posizione. Il fronte d'onda continua quindi a viaggiare lungo la fune incontrando più volte il veicolo; proprio per questo motivo l'andamento della curva non è uniforme e presenta questi picchi. E' possibile calcolare i massimi e i minimi eguagliando le equazioni cinematiche che caratterizzano il moto del veicolo (x) e quello del fronte d'onda (x_{cr}). Si fa una distinzione su due casi, ovvero quando l'onda si propaga nel senso del moto del veicolo e quando invece si propaga nel senso opposto.

Onda che propaga verso destra:

$$\begin{cases} x = vt \\ x_{cr} = v_{cr}(t - 2n \cdot T) \end{cases} \quad (3.28)$$

Dove: - $T = \text{Periodo}$ (Eq. 3.26)
 - $n = 1,2,3, \dots$

Eguagliando le due equazioni si ricavano i tempi nei quali si incontrano il carico e l'onda:

$$t = \frac{v_{cr} \cdot 2n \cdot T}{v_{cr} - v} \quad (3.29)$$

Onda che propaga verso sinistra:

$$\begin{cases} x = vt \\ x_{cr} = L - v_{cr}(t + (2n - 1)T) \end{cases} \quad (3.30)$$

Dove: - $T = \text{Periodo}$ (Eq. 3.26)
 - $n = 1,2,3, \dots$

Eguagliando le due equazioni si ricavano i tempi nei quali si incontrano il carico e l'onda:

$$t = \frac{L + v_{cr} \cdot (2n - 1)T}{v_{cr} + v} \quad (3.31)$$

Con queste formule è possibile ricavare i valori dei massimi e dei minimi e verificare se il grafico corrisponde effettivamente ai valori ottenuti e quindi confermare la correttezza del modello.

I valori sono calcolati con Matlab:

Minimi:

t[s]:	12.2053	24.4107	36.616	48.8213	61.0267	73.232
	85.4373	97.6427	109.848	122.0533	134.2587	146.464
x[m]:	327.8373	413.2747	498.712	584.1493	669.5866	755.024
	840.4613	925.8986	1011.336	1096.7733	1182.2106	1267.648

Massimi:

t[s]:	13.2403	26.4806	39.7209	52.9612	66.2015	79.4418
	92.6821	105.9224	119.1627	132.403	145.6433	158.8836
x[m]:	335.0821	427.7642	520.4462	613.1283	705.8104	798.4925
	891.1745	983.8566	1076.5387	1169.2208	1261.9029	1354.5849

3.3. Dinamica di una cabina viaggiante a velocità costante e con forzante calcolata con inclinazione costante

Dopo aver studiato il problema del numero di modi da utilizzare per lo studio e aver analizzato i risultati ottenuti con il primo modello semplificato con carico costante, si passa all'inserimento dei dati geometrici riguardanti la cabina. In questo caso quindi si ricaveranno le forze esercitate dal veicolo sulla fune in funzione di due angoli:

- α : inclinazione della fune;
- θ : oscillazione della cabina intorno ad un asse verticale.

Nei casi che verranno studiati, l'oscillazione della cabina θ verrà trascurata in quanto è presente solo in fase di ammortamento della cabina alla fune traente o durante l'avvio dell'impianto e viene subito smorzata durante l'ingresso in campata; ne viene fornita la descrizione sia per ragioni di completezza sia per possibili sviluppi futuri sull'argomento.

In questo paragrafo l'inclinazione α della fune invece verrà assunta costante e pari al valore ricavato dalla congiungente i due sostegni con l'orizzontale. Così facendo il modello avrà ancora una forzante costante lungo la campata; questo problema verrà poi analizzato nel paragrafo successivo. Ci si concentrerà quindi principalmente sull'individuazione della forza da applicare alla fune, ricavata tramite diagramma di corpo libero sulla cabina e sul carrello.

3.3.1. Diagramma di corpo libero di cabina e carrello

Si riportano i valori della geometria della cabina e del carrello e le masse, dati che verranno utilizzati in seguito per il calcolo della forza:

- Massa cabina vuota: $m_{cab,vuota} = 1069,9 \text{ kg}$
- Massa carrello: $m_{carr} = 476,8 \text{ kg}$
- Distanza punti di applicazione delle forze sulla fune: $a = 0,47 \text{ m}$
- Distanza baricentro carrello dalla fune traente: $b = 0,6 \text{ m}$
- Distanza tra morsa della fune traente e perno della cabina: $b = 0,029 \text{ m}$

- Distanza tra perno della cabina e baricentro cabina: $r = 3,9 \text{ m}$
- Momento di inerzia della cabina (ipotizzato): $I_G = 6800 \text{ kg m}^2$

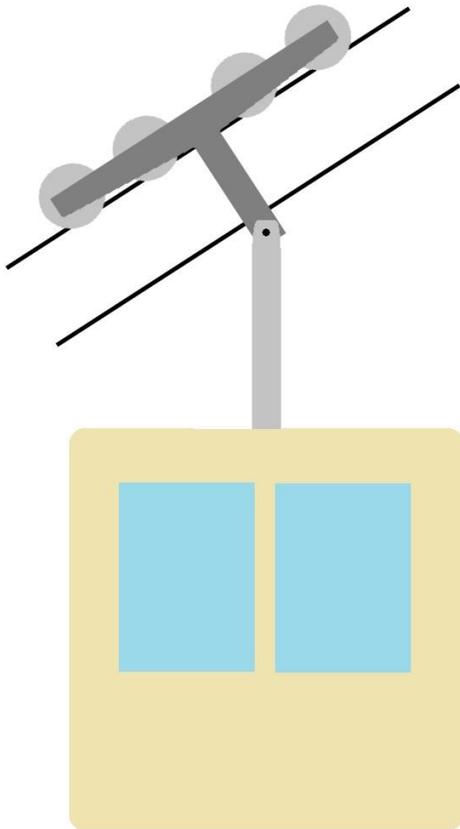


Figura 3-11: Rappresentazione semplificata cabina + carrello

Qui di fianco si riporta uno schema semplificato della cabina appesa al carrello; il punto nero rappresenta il perno che collega i due sistemi.

Alcuni dati non sono stati reperiti, questi sono il momento di inerzia della cabina e il valore del braccio b . Nei calcoli successivi il momento di inerzia non verrà utilizzato, così come la distanza r , in quanto non teniamo in considerazione l'oscillazione della cabina; il valore di b , che verrà invece utilizzato, è considerato molto vicino alla fune portante in quanto il peso è distribuito principalmente nella parte alta del carrello.

La massa della cabina è stata riportata priva di persone a bordo, nei calcoli verrà quindi sommato a tale valore il numero di persone massimo per cabina moltiplicato per il loro peso (peso medio):

- Numero persone = 10;
- Peso a persona = 80 kg.

La massa della cabina diventa quindi:

$$m_{cab,carica} = 1869,2 \text{ kg}$$

Per ricavare la forza esercitata sulle funi consideriamo la massa generica m_{cab} . In questo modo si ricavano le equazioni in funzione degli angoli α e θ che saranno poi risolte con l'ausilio di Matlab all'interno del modello già sviluppato.

3.3.1.1. Diagramma di corpo libero della cabina

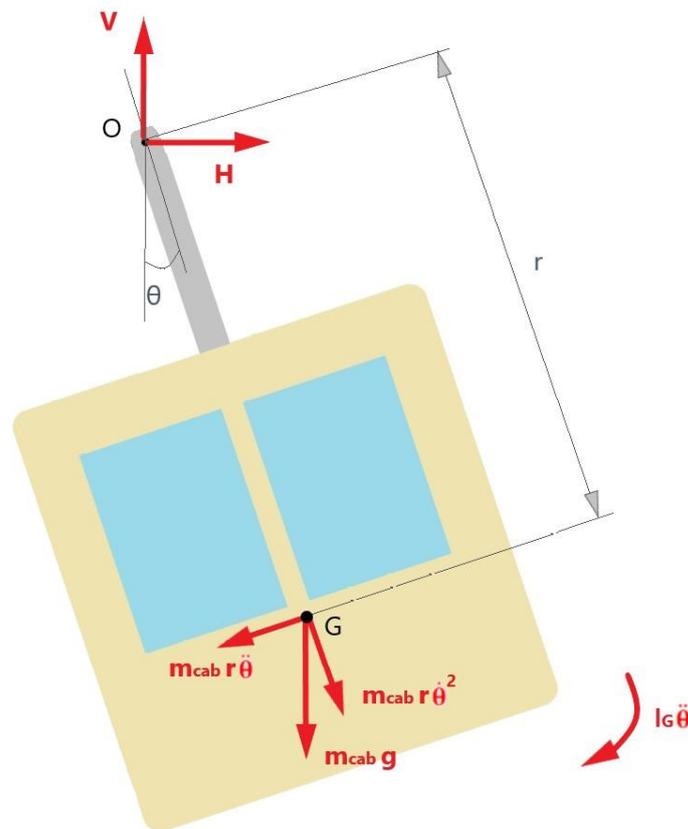


Figura 3-12: Diagramma di corpo libero della cabina

Equilibrio alla rotazione intorno ad O:

$$I_G \ddot{\theta} + m_{cab} r^2 \ddot{\theta} + m_{cab} g \sin \theta \cdot r = 0 \quad (3.32)$$

Equilibrio alla traslazione lungo la verticale:

$$V = m_{cab} g + m_{cab} r \dot{\theta}^2 \cos \theta + m_{cab} r \ddot{\theta} \sin \theta \quad (3.33)$$

Equilibrio alla traslazione lungo l'orizzontale:

$$H = m_{cab} r \ddot{\theta} \cos \theta - m_{cab} r \dot{\theta}^2 \sin \theta \quad (3.34)$$

Dall'Equazione 3.32 è possibile ricavare l'accelerazione angolare $\ddot{\theta}$ e da questa le espressioni che regolano il moto oscillatorio intorno alla verticale, con l'ipotesi di piccole oscillazioni si ha:

$$\ddot{\theta} = \frac{m_{cab} g r}{I_G + m_{cab} r^2} \cdot \theta \quad (3.35)$$

Con: $\theta(t) = \theta_0 \sin(\omega t + \varphi)$

I due equilibri alla traslazione verticale $V(\theta)$ e orizzontale $H(\theta)$ invece rappresentano proprio le forze che vengono applicate al carrello.

3.3.1.2. Diagramma di corpo libero del carrello

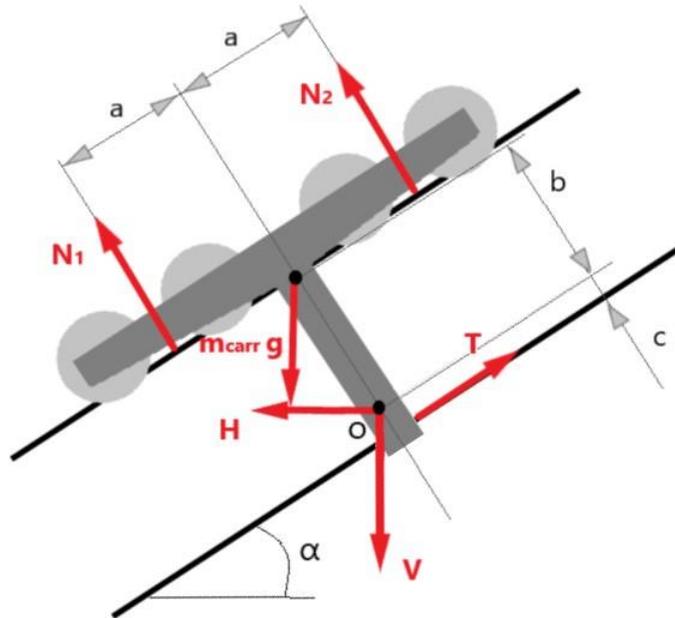


Figura 3-13: Diagramma di corpo libero del carrello

Equilibrio alla rotazione intorno ad O:

$$T \cdot c + N_2 a - N_1 a + m_{carr} g \cdot b \sin \alpha = 0 \quad (3.36)$$

Equilibrio alla traslazione lungo la verticale:

$$N_1 + N_2 + H \sin \alpha - V \cos \alpha - m_{carr} g \cos \alpha = 0 \quad (3.37)$$

Equilibrio alla traslazione lungo l'orizzontale:

$$T - H \cos \alpha - V \sin \alpha - m_{carr} g \sin \alpha = 0 \quad (3.38)$$

Da questi equilibri è possibile calcolare i valori di T , N_1 e N_2 :

$$T = H \cos \alpha + V \sin \alpha + m_{carr} g \sin \alpha \quad (3.39)$$

$$N_1 = \frac{1}{2} \left[V \cos \alpha + m_{carr} g \left(\cos \alpha + \frac{b}{a} \sin \alpha \right) - H \sin \alpha + T \frac{c}{a} \right] \quad (3.40)$$

$$N_2 = \frac{1}{2} \left[V \cos \alpha + m_{carr} g \left(\cos \alpha - \frac{b}{a} \sin \alpha \right) - H \sin \alpha - T \frac{c}{a} \right] \quad (3.41)$$

Per semplificare il sistema si ipotizza la forza applicata in un solo punto sulla portante, ovvero al centro delle due coppie di ruote; così facendo avremo:

$$F_{cab} = N_1 + N_2 \quad (3.42)$$

Dalle equazioni precedenti (3.33, 3.34, 3.39, 3.40, 3.41) si può notare la dipendenza dagli angoli citati precedentemente, per cui la forza calcolata nell'Equazione 3.42 sarà variabile nel tempo.

Si nota inoltre che, non considerando il pendolamento della cabina, il sistema si semplifica notevolmente e la dipendenza dal tempo sarà solo funzione di $\alpha(t)$.

Il calcolo della forza considerando la geometria della cabina, nonostante le semplificazioni riguardanti i punti di contatto delle ruote del carrello con la fune, permette di raggiungere risultati con un livello di precisione superiore a quello valutato ad oggi con i programmi per la progettazione degli impianti a fune, per cui potrebbe essere interessante l'implementazione di tali risultati all'interno del programma.

Dagli equilibri è stata inoltre ottenuta l'equazione per il calcolo della forza che il veicolo trasmette alla traente (Equazione 3.39) che, oltre ad essere utile per il calcolo di F_{cab} , verrà utilizzata quando si studierà il moto della traente e le sue oscillazioni, scopo principale dello studio nonché punto di arrivo finale.

Tornando alla valutazione della fune portante, ottenuta la forza esercitata dalle cabine sulla fune, è interessante confrontare le configurazioni dinamiche ottenute in 3 diversi modi, ovvero con l'angolo $\alpha(t)$ considerato:

1. Costante e pari all'angolo ricavato dalla congiungente tra i sostegni e l'orizzontale;
2. Variabile e assunto pari alla configurazione statica della fune;
3. Variabile e valutato iterativamente al passaggio della cabina sulla fune.

L'ultimo caso è il modello che rappresenta meglio la realtà, sempre tenendo conto delle approssimazioni effettuate. Uno scopo di questa fase è anche confrontare quest'ultimo modello con i precedenti, se la differenza tra questa configurazione con una delle prime due risulterà sufficientemente piccola, si assumerà uno dei modelli precedenti per le fasi successive in quanto vengono semplificati e velocizzati i calcoli compiuti dall'elaboratore.

3.3.2. Risultati campata 2 del tronco 1

Si riportano i risultati ottenuti su questa campata per il primo caso tra quelli elencati nella pagina precedente. I grafici valutati sono gli stessi del Paragrafo 3.2.1.

La forza è calcolata in funzione dell'inclinazione media della fune, quindi indipendentemente dal tempo, l'angolo è:

$$\alpha = 0,2555 \text{ rad} = 14,64^\circ$$

Si ottiene quindi un valore pari a $F_{cab} = 26793 \text{ N}$; non essendo dipendente dal tempo non si riporta il grafico corrispondente.

Questa forza viene utilizzata per ricavare le soluzioni dinamiche, le quali vengono confrontate con il caso studiato precedentemente con carico puntiforme.

SPOSTAMENTO DELLA FUNE IN FUNZIONE DELLA DINAMICA DEL VEICOLO

Si riportano gli spostamenti dinamici con gli stessi istanti temporali valutati in Figura 3.6 e 3.7.

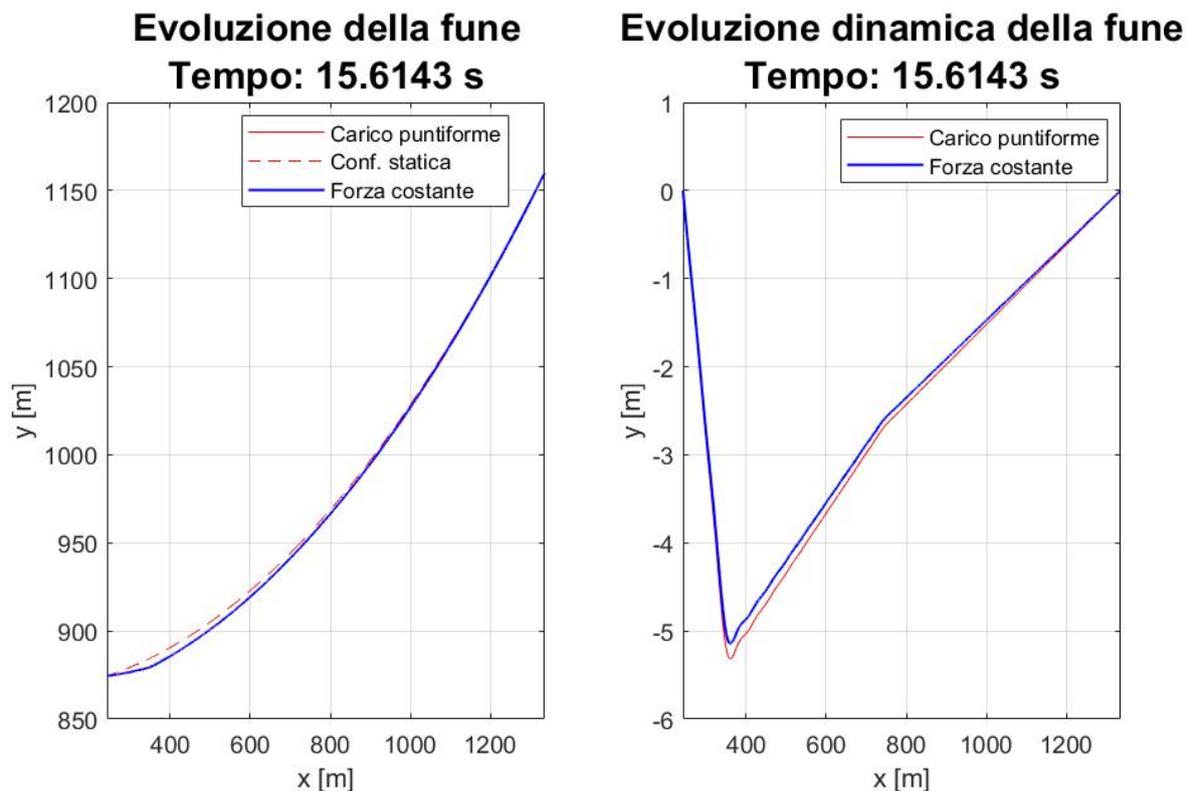


Figura 3-14: Evoluzione dinamica al tempo $t = T/10$

Come previsto la nuova configurazione è proporzionale alla precedente in quanto in entrambi i casi si assume una forza costante che scorre lungo la fune. Inoltre, come prevedibile, essendo la forza applicata (pari a 23014 N) minore rispetto a quella con carico concentrato (pari a 22267 N) in quanto si tiene conto dell'inclinazione della fune, la freccia ottenuta in ogni punto è più piccola.

Il calcolo della forza e l'inserimento all'interno del modello quindi è corretto. Per i prossimi casi verrà sempre confrontata la nuova configurazione con quella ottenuta con il carico puntiforme per verificarne la correttezza.

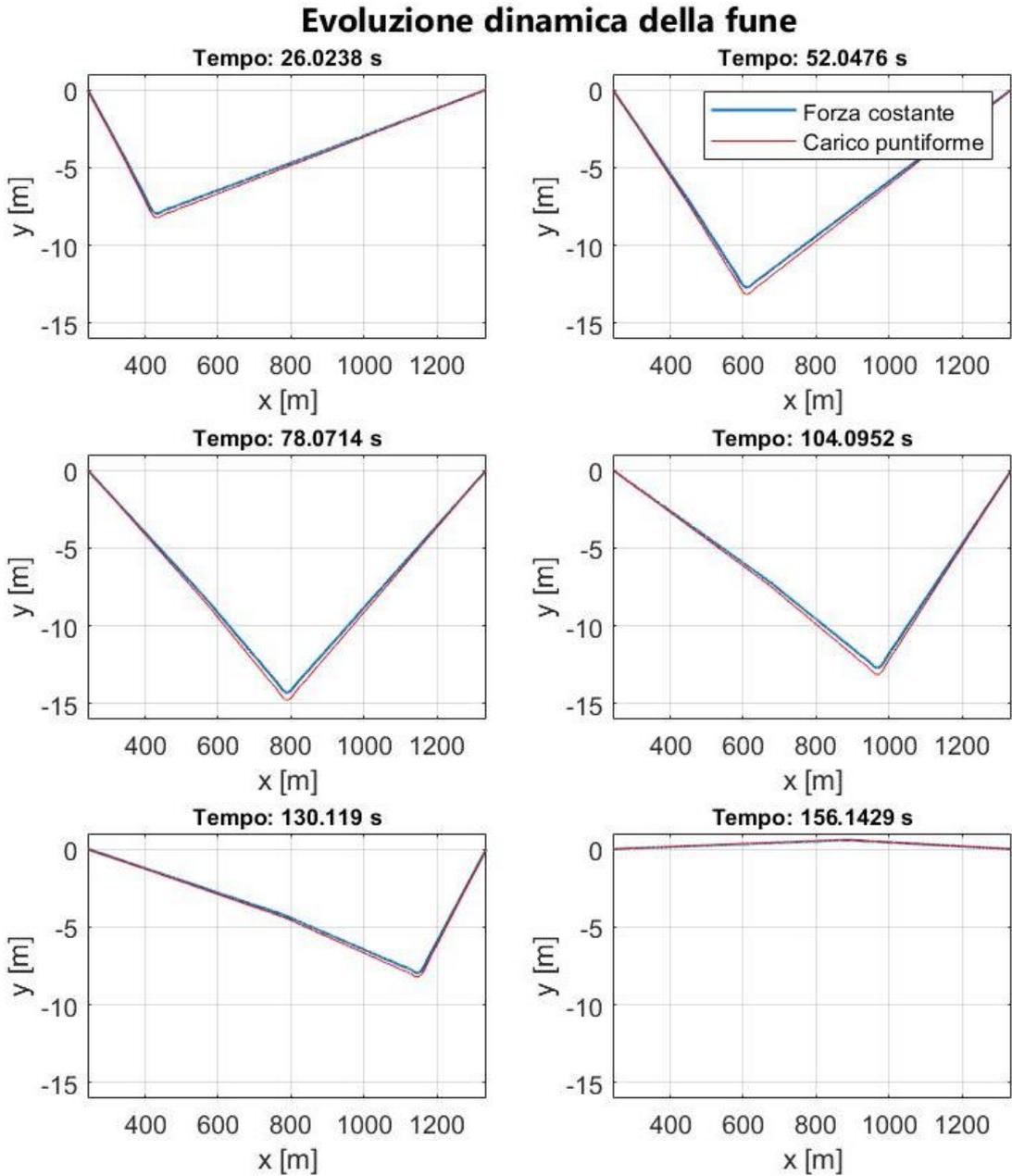


Figura 3-15: Evoluzione dinamica della fune a 6 diversi istanti temporali

DEFORMAZIONE A META' CAMPATA

Anche in questo caso si riporta la deformazione ottenuta a metà campata, che, come già visto dalle Figure 3.14 e 3.15, sarà proporzionale alla configurazione ottenuta con carico puntiforme ma con valori inferiori.

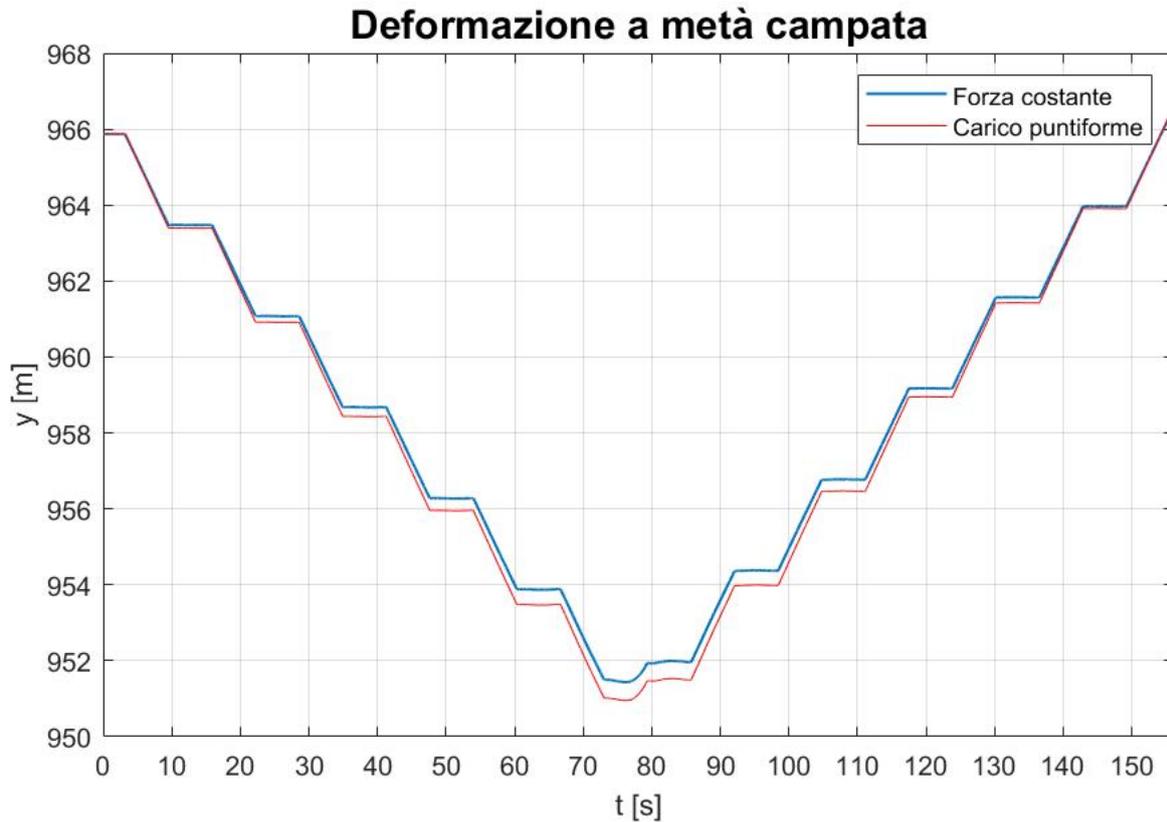


Figura 3-16: Deformazione in corrispondenza del valore centrale della campata

Si ottiene lo stesso andamento spigoloso causato dalla propagazione del fronte d'onda.

SPOSTAMENTO DELLA FUNE IN CORRISPONDENZA DEL CARICO

L'ultimo grafico rappresentato riguarda lo spostamento della fune al passaggio del carico. Sono presenti gli stessi massimi e minimi descritti in precedenza, che corrispondono agli istanti in cui il fronte d'onda incontra il carico.

La velocità di propagazione dell'onda, essendo funzione della tensione e del peso proprio della fune, non cambia, per cui i massimi e i minimi, calcolati eguagliando le equazioni cinematiche che caratterizzano il moto rispettivamente del veicolo (x) e del fronte d'onda (x_{cr}), si trovano negli stessi punti del caso con carico puntiforme.

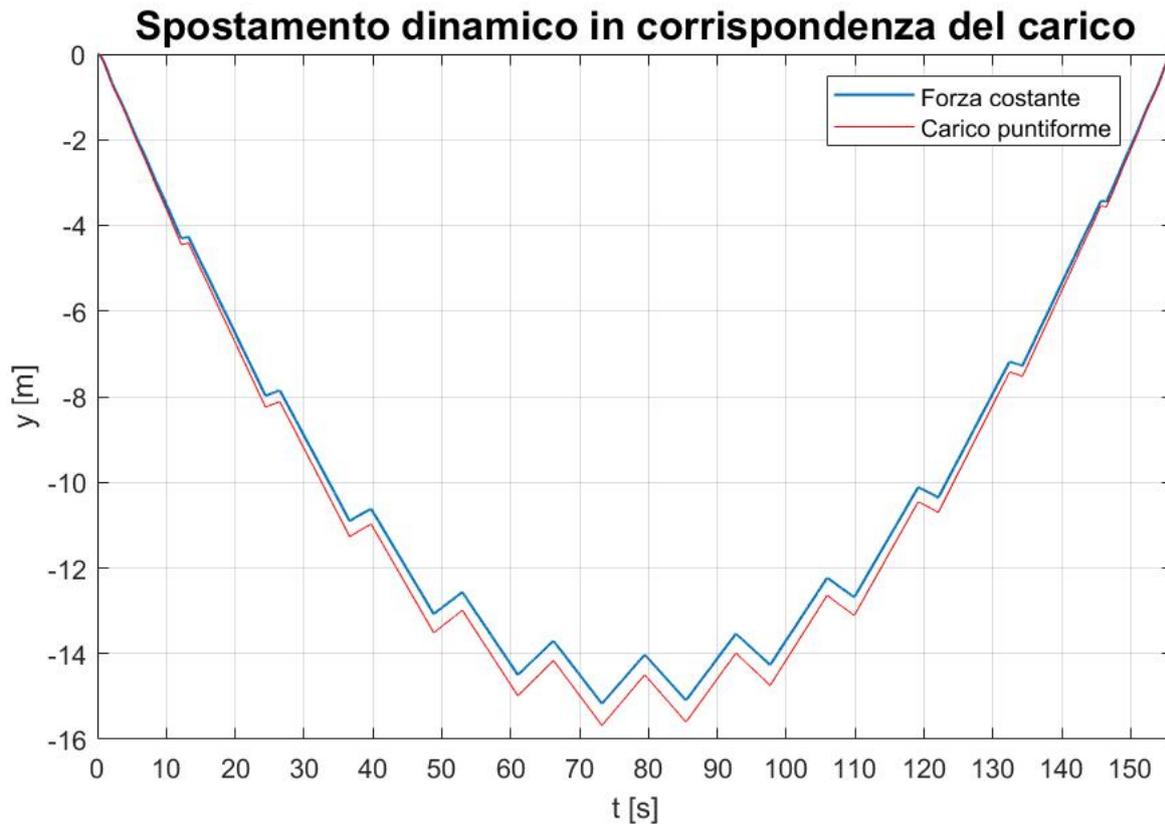


Figura 3-17: Spostamento in corrispondenza del carico – parte dinamica

3.4. Dinamica di una cabina viaggiante a velocità costante e con forzante calcolata con inclinazione variabile nel tempo

In questo paragrafo verranno analizzati i due casi in cui l'inclinazione della fune non è assunta costante ma dipende dal tempo (o dalla posizione del veicolo lungo la fune):

- $\alpha(t)$ assunto dalla configurazione statica con fune nuda;
- $\alpha(t)$ assunto inizialmente dalla configurazione statica con fune nuda e poi ricavato iterativamente.

Oltre a questi due casi ci sarà una parte dedicata al confronto tra essi in quanto, nel caso gli spostamenti ottenuti nelle due configurazioni fossero 'simili', si preferisce utilizzare il modello con $\alpha(t)$ ottenuto dalla configurazione con fune nuda perché più semplice da gestire e permette tempi di calcolo notevolmente ridotti, accettando l'errore di approssimazione.

3.4.1. *Inclinazione ricavata da configurazione statica con fune nuda*

Anche in questo caso si riportano gli stessi grafici e risultati riguardanti gli spostamenti della fune, la deformazione a metà campata e lo spostamento dinamico della fune in corrispondenza del carico e quindi del carico stesso nel tempo.

L'angolo $\alpha(t)$ viene valutato al termine del calcolo della configurazione assunta dalla fune senza cabine in linea e viene salvato su un vettore Matlab (nel quale si avranno esattamente N valori corrispondenti alle N suddivisioni spaziali della fune). Questo vettore verrà poi inserito all'interno del calcolo delle forze esercitate dalla cabina, ottenendo anche in questo caso dei vettori di forza composti da N elementi.

Nel calcolo dinamico, per ogni step temporale, verrà assegnato il valore della forzante corrispondente (es. al tempo valutato all'istante 100 verrà assegnato il 100° elemento del vettore di forza). A questo tempo e con questo valore di forza verranno valutati gli M modi di vibrare del sistema, scelti nel sotto-paragrafo 3.2.1.1.

Il calcolo dinamico effettuerà quindi due cicli:

- Ciclo esterno: valutazione della dinamica per ogni step temporale, con un numero di suddivisioni pari a $N = 10000$ ed N valori di forza.
- Ciclo interno: valutazione del numero di modi allo stesso passo temporale, dove il numero di modi assunti è pari a $M = 50$.

L'inclinazione della fune nel tempo, per la campata 2 del tronco 1, è:

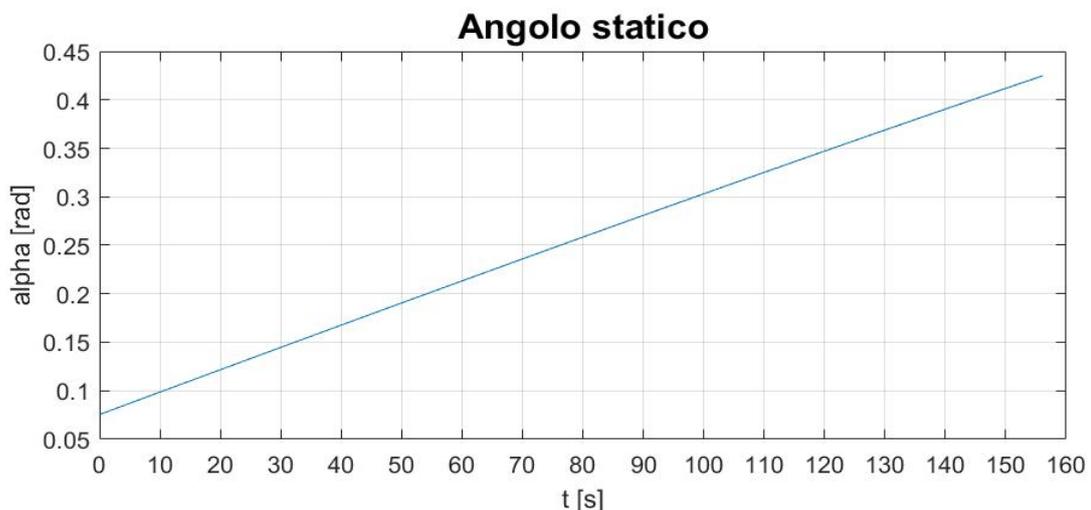


Figura 3-18: Inclinazione della fune nel tempo

Inserendo l'inclinazione all'interno del calcolo delle forze si ottengono i seguenti risultati:

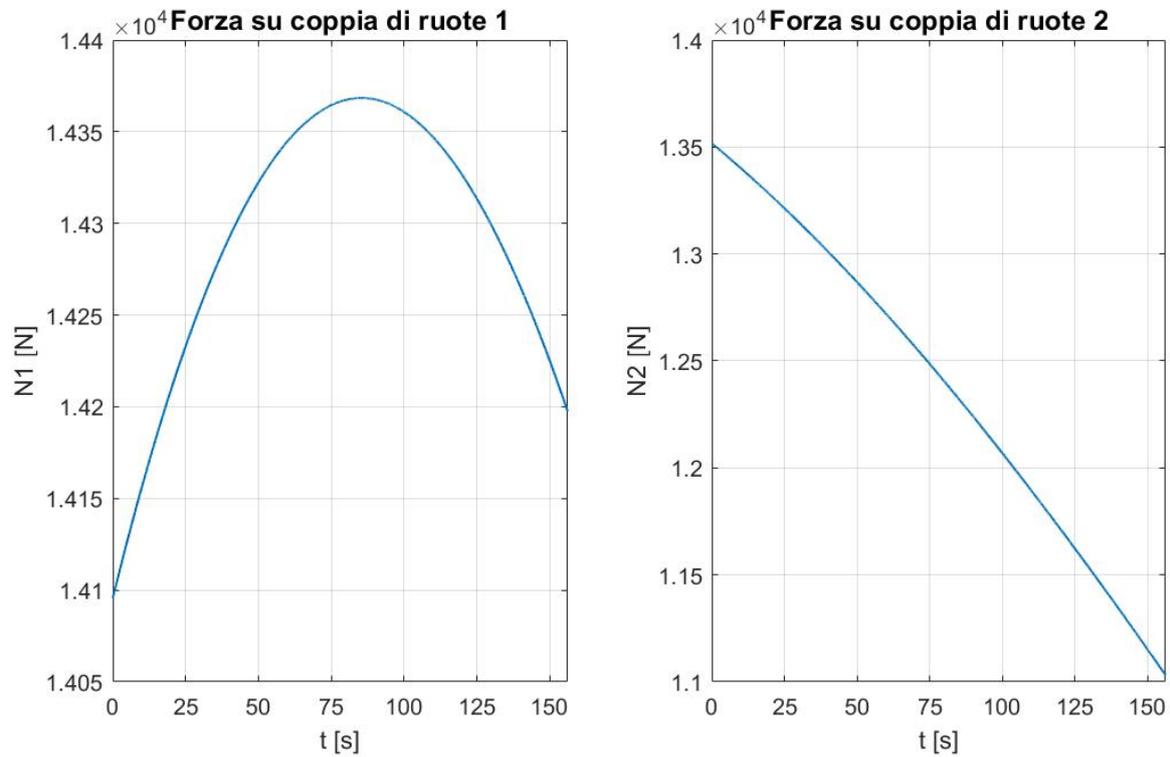


Figura 3-19: Forza che le coppie di ruote esercitano sulla fune

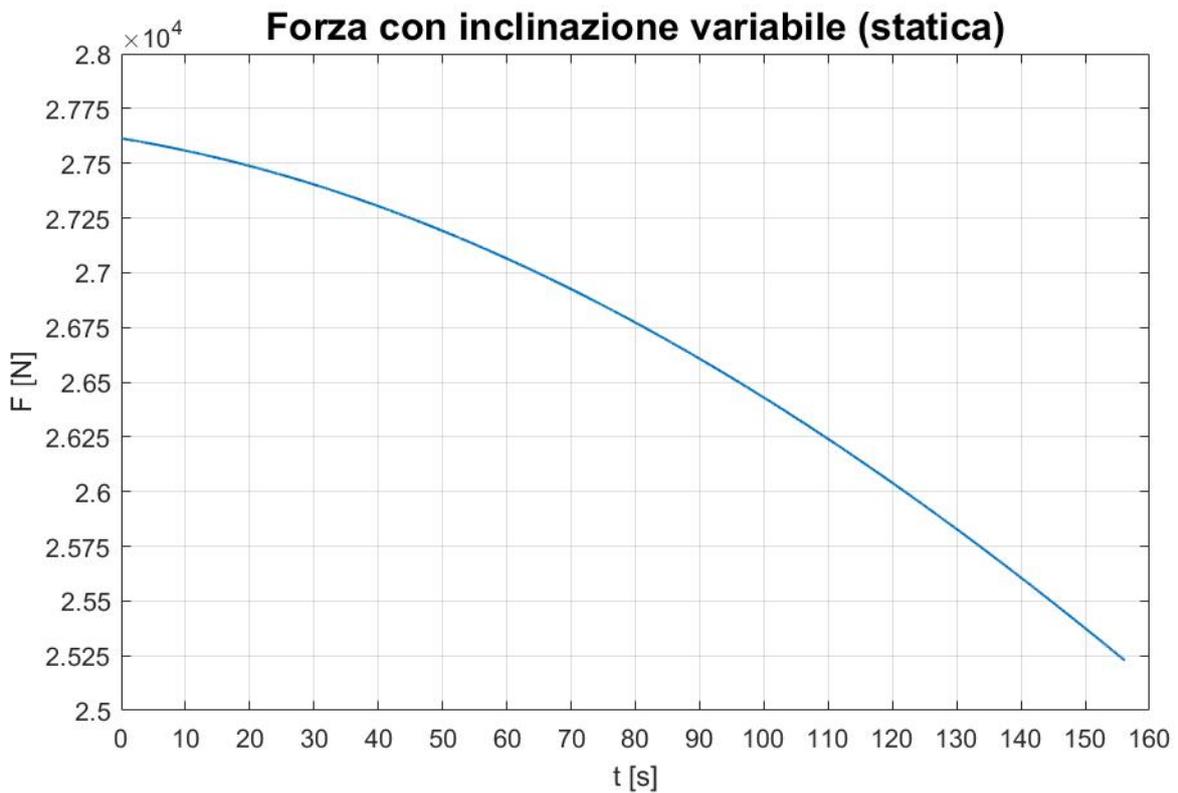


Figura 3-20: Forza applicata al punto centrale del carrello – somma di N_1 e N_2

SPOSTAMENTO DELLA FUNE IN FUNZIONE DELLA DINAMICA DEL VEICOLO

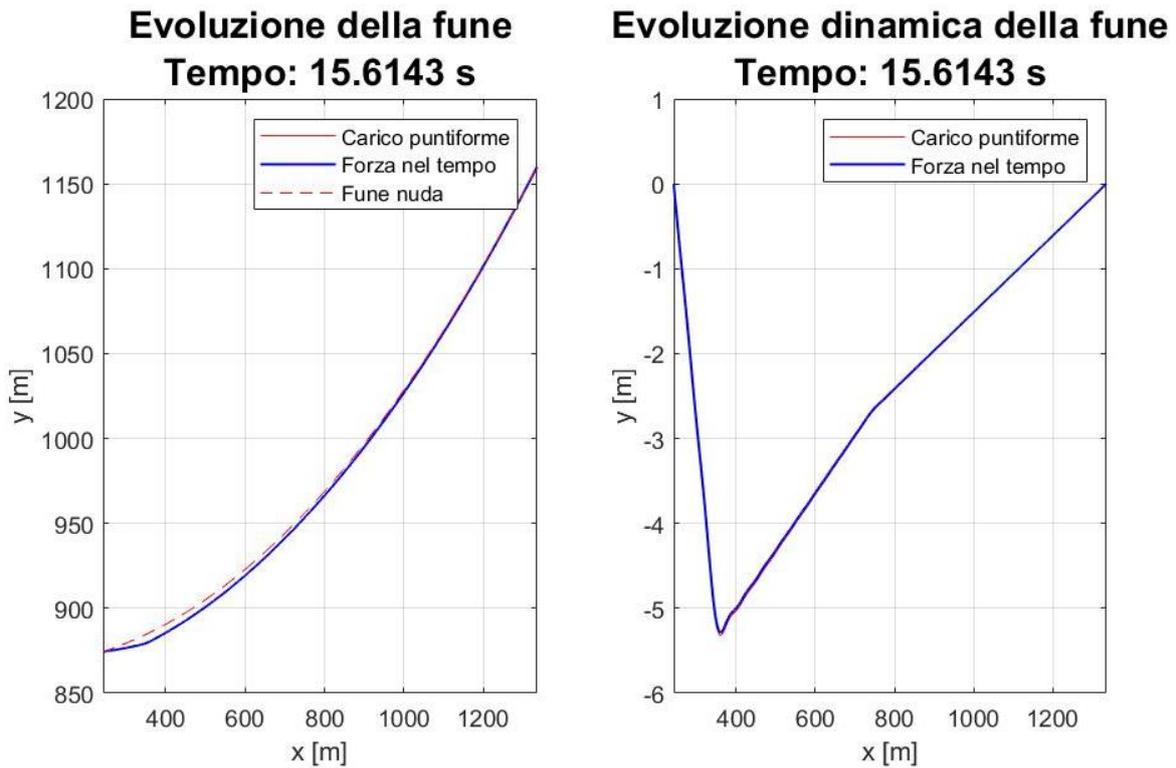
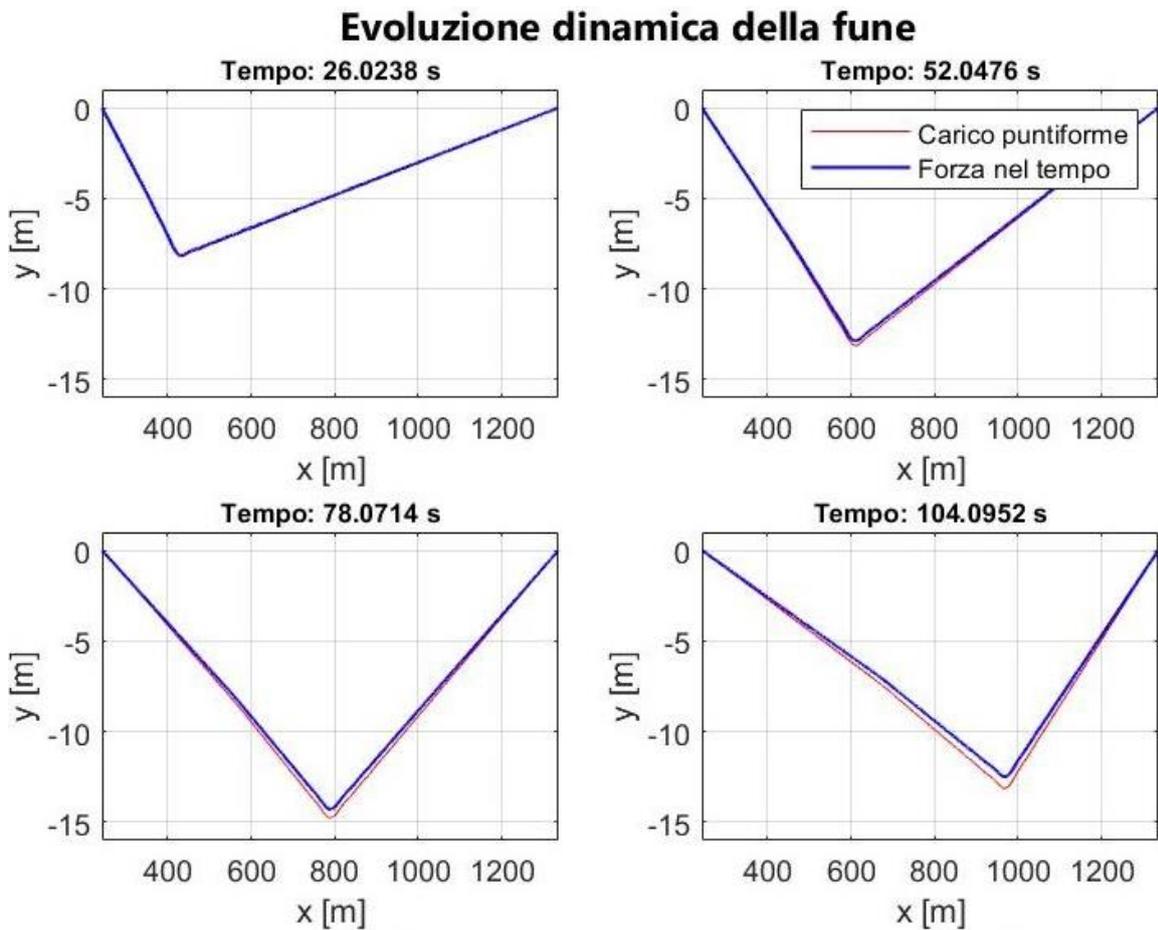


Figura 3-21: Evoluzione dinamica al tempo $t = T/10$



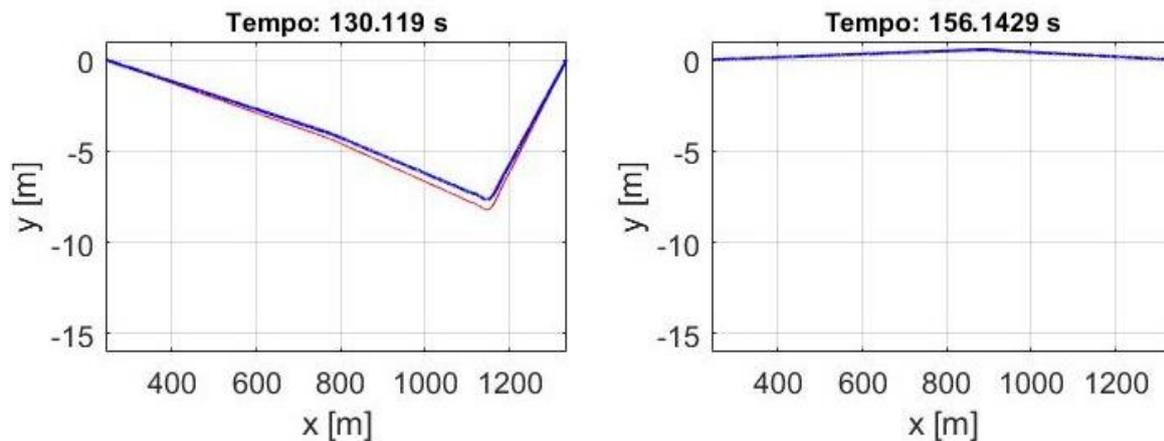


Figura 3-22: Evoluzione dinamica della fune a 6 diversi istanti temporali

Dalla Figura 3-22 si nota che, come intuibile, essendo la forza variabile nel tempo, i grafici a diversi istanti temporali non si discostano più in maniera proporzionale dal caso con carico costante. Si nota comunque che in tutti i casi il grafico ottenuto con forzante non costante (linea blu) rimane sempre al di sopra del grafico ottenuto con il carico concentrato, per cui il modello è corretto.

Un'ulteriore osservazione sull'andamento della fune nel tempo riguarda la differenza di freccia tra i vari grafici. Per tempi più vicini allo zero la configurazione con forza variabile nel tempo si avvicina molto alla linea rossa mentre per tempi più alti si hanno differenze più marcate. Questo è dovuto al fatto che $\alpha(t)$ aumenta gradualmente e di conseguenza la forza diminuisce, questo è dovuto al fatto che $\cos \alpha$ fornisce un contributo importante nelle Equazioni 3.40 e 3.41 per il calcolo delle forze applicate dalle ruote del carrello alla fune. Inoltre, anche osservando la Figura 3-11, si nota immediatamente che all'aumentare dell'angolo α , il carrello è più inclinato per cui il carico sui rulli è ridotto mentre aumenta quello applicato alla traente.

Nella Figura 3-21 si riporta la configurazione dinamica e quella effettiva della fune al tempo pari a $T/10$. Anche nella configurazione dinamica si distinguono a fatica i grafici ottenuti considerando i due diversi casi, ciò è dovuto al fatto che l'inclinazione in tale punto vale $\alpha = 0,1114 \text{ rad} = 6,38^\circ$. Considerando invece la Figura 3-22 al tempo $t = 130,119 \text{ s}$, si può osservare una differenza marcata dovuta al fatto che l'angolo in tale punto assume il valore di $\alpha = 0,3692 \text{ rad} = 21,15^\circ$.

Anche nelle successive figure si avranno differenze maggiori tra i due grafici all'aumentare del tempo. Per il resto non ci sono grandi differenze dai grafici precedenti sulla deformazione a metà campata e in corrispondenza del carico.

DEFORMAZIONE A META' CAMPATA

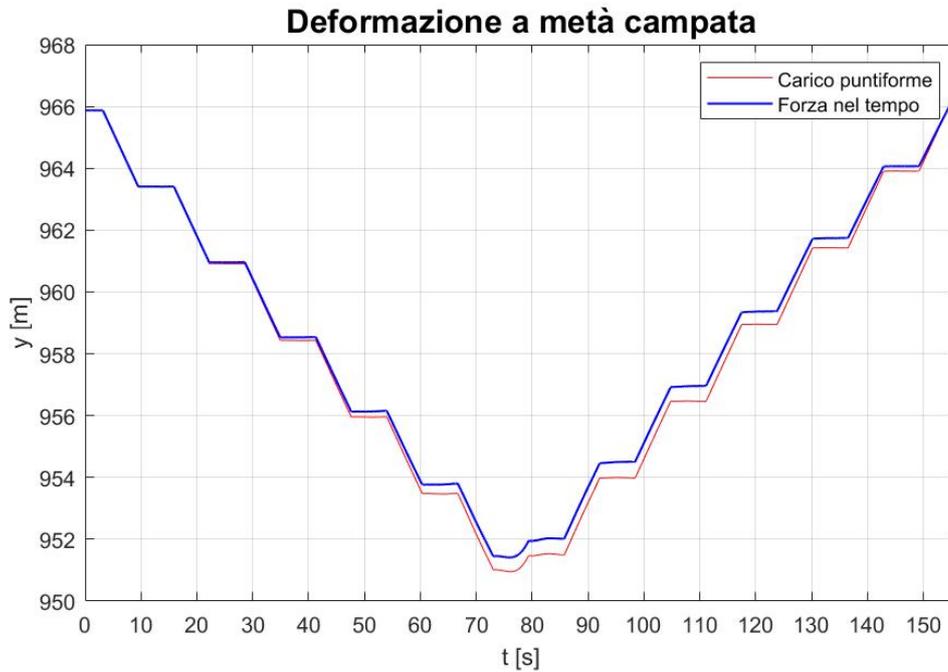


Figura 3-23: Deformazione in corrispondenza del valore centrale della campata

SPOSTAMENTO IN CORRISPONDENZA DEL CARICO

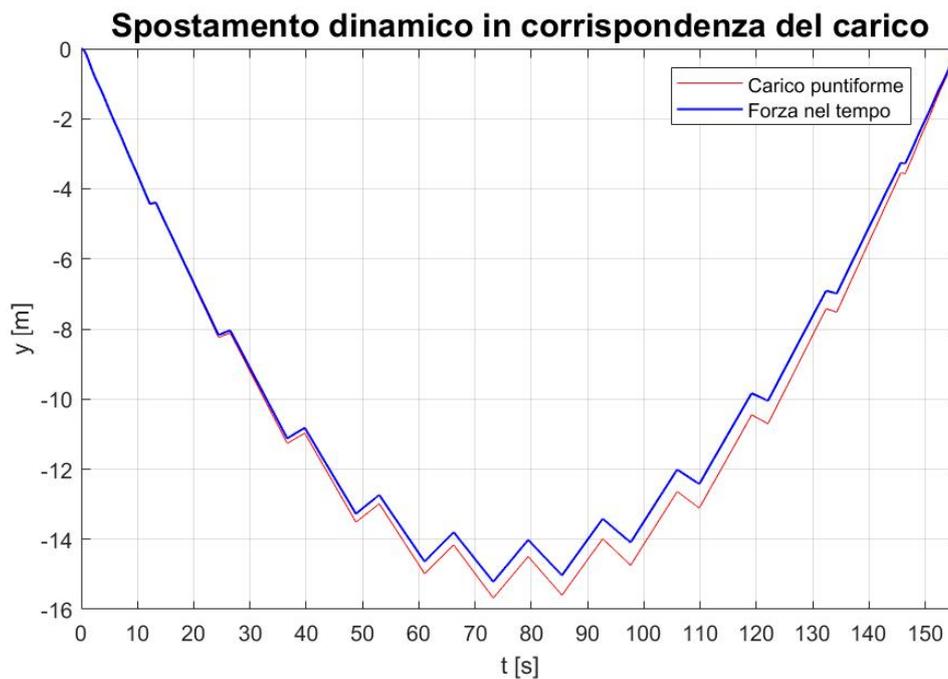


Figura 3-24: Spostamento in corrispondenza del carico – parte dinamica

3.4.2. *Inclinazione ricavata iterativamente al passaggio del carico*

In questo caso l'angolo $\alpha(t)$ viene valutato iterativamente, viene quindi imposto un valore $\Delta\alpha$ sufficientemente piccolo per poter confrontare i valori di inclinazione ottenuti da una iterazione e la precedente; se la differenza per ogni valore dei due vettori $\alpha(t)$ risulta essere inferiore a $\Delta\alpha$, il processo termina, si calcola la forza con tale inclinazione e si valuta la dinamica della fune.

Questo procedimento è necessario se si vuole conoscere esattamente la dinamica del sistema; nel caso precedente è stata assunta l'inclinazione della fune dal caso di fune nuda ma è un'ipotesi incorretta in quanto al passaggio del carico la fune assume una configurazione differente, per cui variano anche le inclinazioni in ogni punto.

Probabilmente la dinamica calcolata con l'approssimazione del caso precedente è sufficiente per descrivere il problema; il carico, come si può notare dalle figure precedenti riguardanti gli spostamenti, modifica di poco l'angolo e di conseguenza la forza esercitata dalla cabina. E' necessario però verificare quanto detto e per questo si affronta lo studio di questo caso.

Si entra un po' più nel dettaglio del calcolo compiuto dal programma Matlab. Inizialmente, come per il caso precedente, si assume l'angolo $\alpha(t)$ dalla configurazione di fune nuda e si effettuano esattamente gli stessi calcoli del caso appena studiato. Si otterrà quindi la stessa configurazione dinamica. Da questa si ricavano i valori dell'inclinazione α in corrispondenza del punto di applicazione del carico e si confrontano con gli angoli assunti in precedenza. Sicuramente alla prima iterazione gli angoli saranno differenti. A questo punto, se la differenza è maggiore di quanto richiesto, verrà calcolata la forza con i nuovi valori del vettore α e verrà ripetuto il calcolo dinamico. Si procede in questa maniera fino a quando il problema converge verso una soluzione stabile.

Il calcolo dinamico, a differenza del precedente, sarà composto da 3 cicli, i due precedenti corrispondono rispettivamente al 2° e al 3° del nuovo programma. Nel 1° ciclo invece si effettua il confronto tra i due vettori di $\alpha(t)$; non si ha quindi un numero specificato di cicli ma questo dipende dal numero di iterazioni.

Nei calcoli è stato assunto $\Delta\alpha = 1 \cdot 10^{-6} \text{ rad} = 5,7 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ$, valore molto piccolo ma che porta a risultati più precisi. In questo modo, assumendo sempre un numero di suddivisioni $N = 10000$ e numero di modi pari a $M = 50$, per arrivare a convergenza è stato sufficiente un numero di iterazioni pari a **$n^\circ \text{ iter} = 4$** .

Nei risultati si riportano le figure ottenute dopo l'ultima iterazione.

L'inclinazione della fune in corrispondenza del carico è:

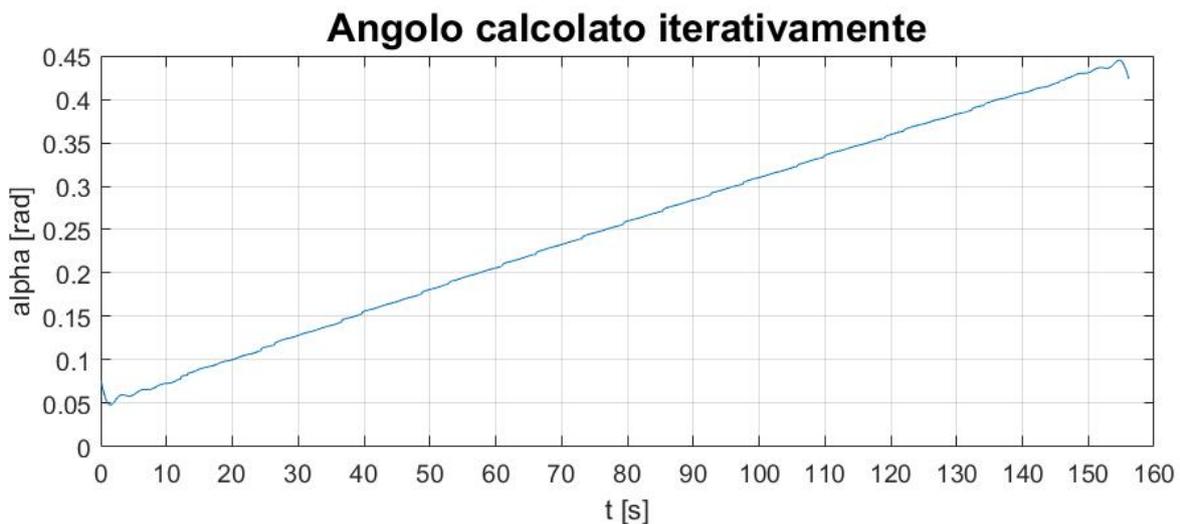


Figura 3-25: Inclinazione della fune nel tempo

Si può notare che la curva non è più uniforme ma presenta delle oscillazioni causate proprio dalla dinamica della cabina lungo la fune. Successivamente verranno confrontate le figure ottenute in questo paragrafo, riguardanti la dinamica ottenuta dopo il ciclo iterativo, con quelle del paragrafo precedente, riguardanti la dinamica ottenuta assumendo l'inclinazione della fune dalla configurazione statica. Si confronterà quindi anche il grafico di α .

Anche in questo caso si riportano i valori di forza applicati da ogni coppia di ruota alla fune e infine la somma di queste.

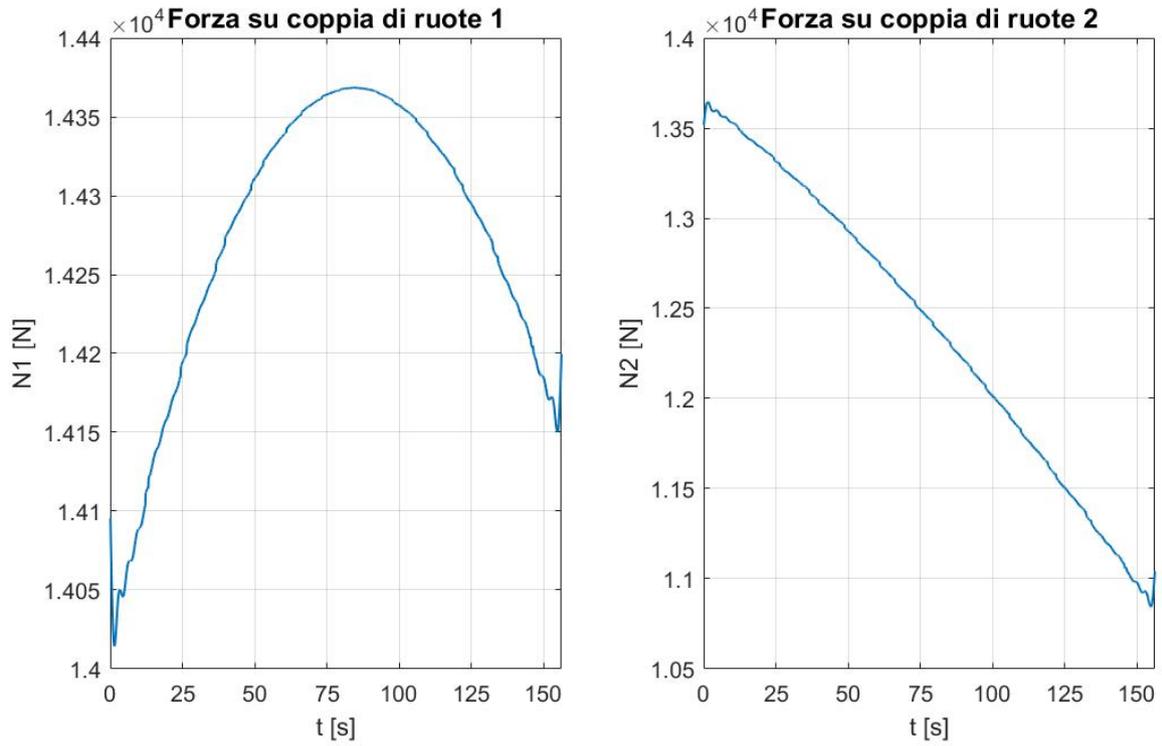


Figura 3-26: Forza che le coppie di ruote esercitano sulla fune

La cui somma fornisce il seguente grafico:

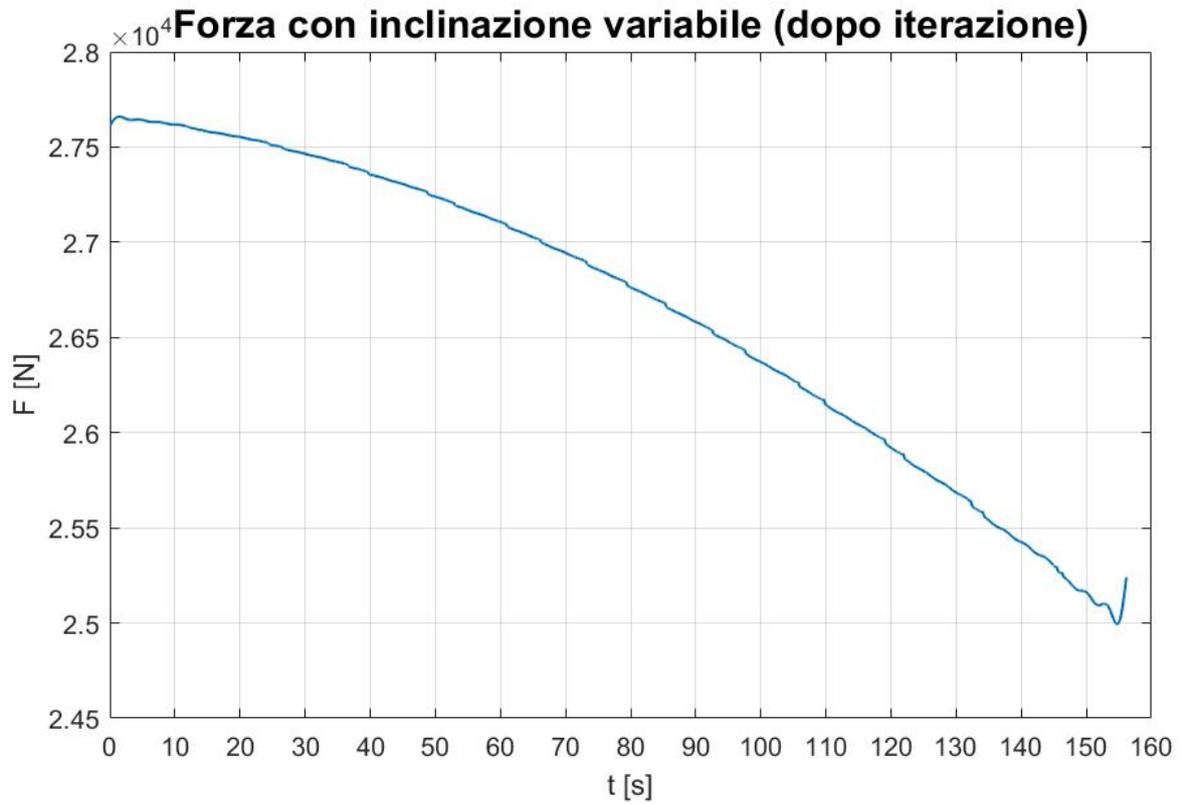


Figura 3-27: Forza applicata al punto centrale del carrello – somma di N_1 e N_2

SPOSTAMENTO DELLA FUNE IN FUNZIONE DELLA DINAMICA DEL VEICOLO

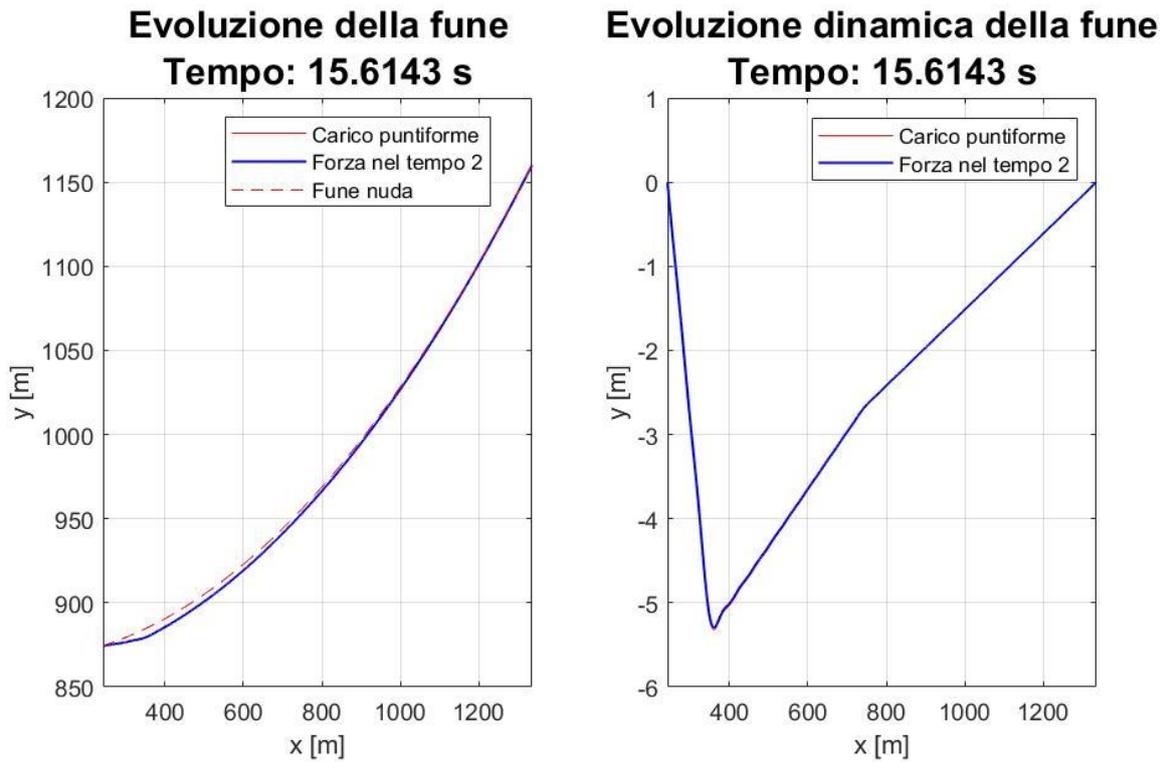
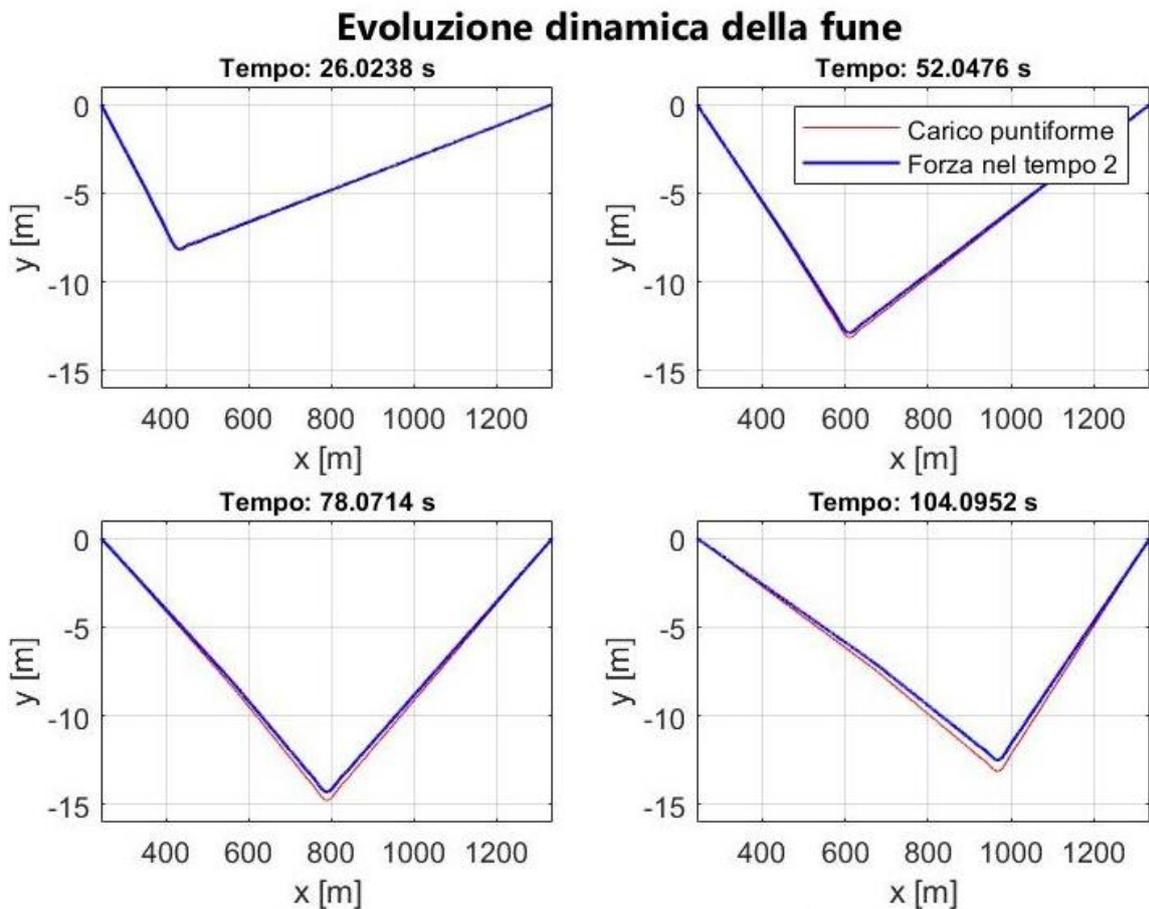


Figura 3-28: Evoluzione dinamica al tempo $t = T/10$



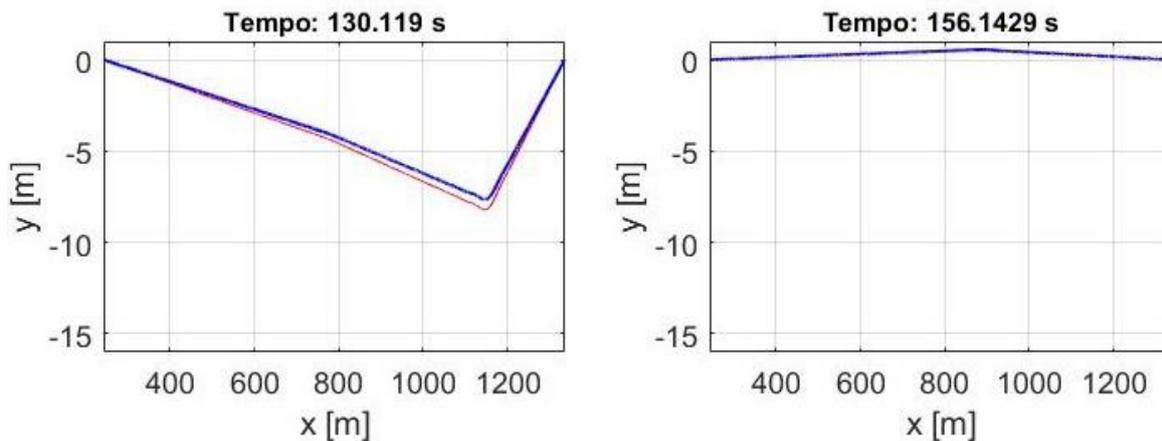


Figura 3-29: Evoluzione dinamica della fune a 6 diversi istanti temporali

Come si può notare, le Figure 3-28 e 3-29 sono molto simili alle Figure 3-21 e 3-22. Ciò significa proprio che l'angolo, ovvero il parametro su cui ci si è soffermati, cambia poco rispetto al caso precedente.

Vale quindi lo stesso discorso effettuato nel Paragrafo 3.4.1. per questi risultati sia per gli spostamenti che per le deformazioni a metà campata e in corrispondenza del carico. Si riportano per completezza entrambe le figure.

DEFORMAZIONE A META' CAMPATA

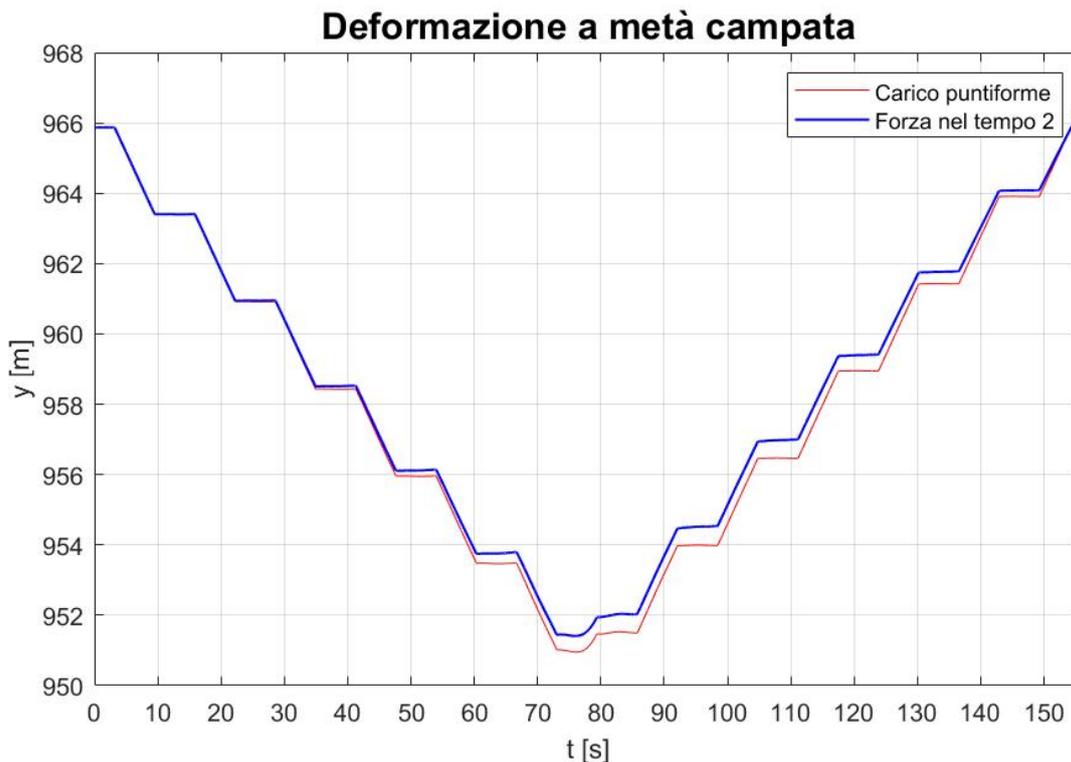


Figura 3-300: Deformazione in corrispondenza del valore centrale della campata

SPOSTAMENTO IN CORRISPONDENZA DEL CARICO

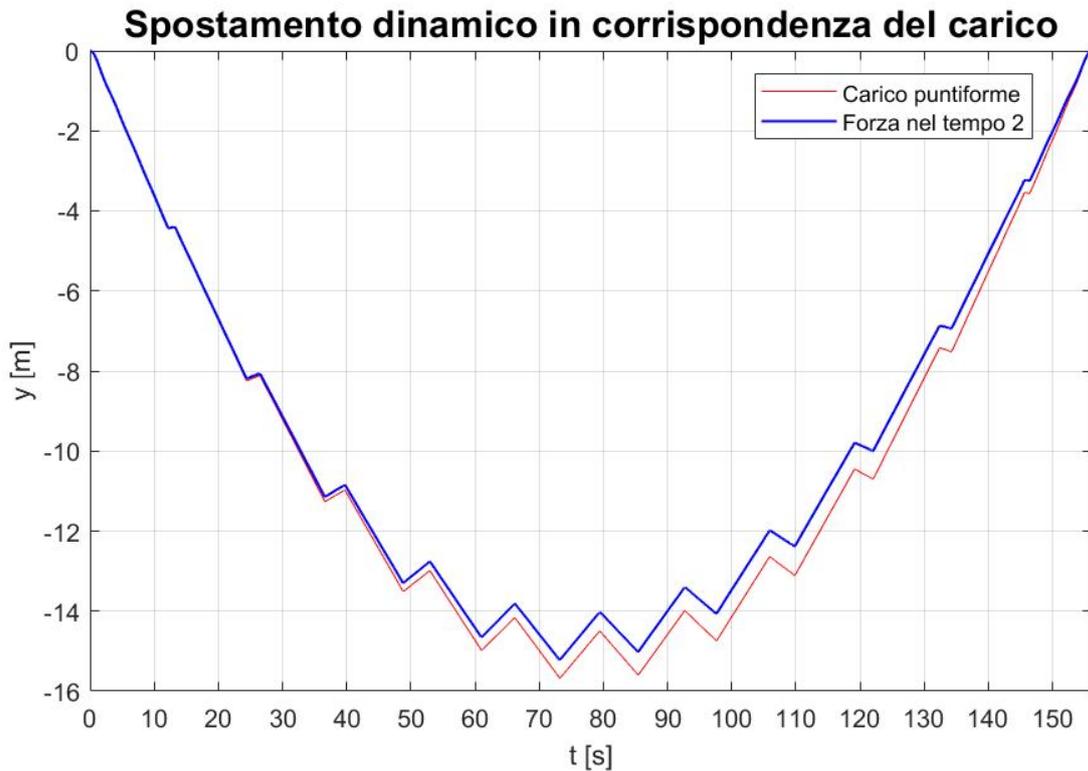


Figura 3-31: Spostamento in corrispondenza del carico – parte dinamica

3.4.3. Confronto fra i casi

In quest'ultima parte, dedicata allo studio della singola campata con un solo veicolo viaggiante in linea, sono stati studiati 4 differenti configurazioni dinamiche, ognuna per un diverso motivo:

1. Carico puntiforme: è stato analizzato in quanto utile sia per iniziare ad affrontare questo tipo di calcolo dinamico, sia come base per il confronto dei tre casi successivi;
2. Forza calcolata considerando α costante: è il più simile al caso di massa concentrata ed è stato sviluppato per studiare le forze tramite diagramma di corpo libero; verrà confrontato con i casi successivi per la scelta del modello più semplice da inserire nei paragrafi successivi;
3. Forza calcolata considerando α variabile nel tempo e assunto dalla configurazione di fune nuda: è il caso intermedio tra il 2° e il 4°, è quello che più si avvicina al modello più completo e probabilmente sarà quello utilizzato nei calcoli successivi;

4. Forza calcolata considerando α variabile nel tempo e ricavato tramite iterazione: è il caso più preciso possibile e, se il 2° e il 3° modello non restituissero risultati sufficientemente simili, verrà implementato per la dinamica di più cabine in campata.

Tralasciando la configurazione con carico puntiforme, si confrontano il 2° e il 3° modello con l'ultima configurazione ottenuta.

3.4.3.1. Confronto con α costante

Probabilmente questo confronto risulterà inutile in quanto, essendo questa configurazione molto simile a quella con massa concentrata, presenta grafici che non sono proporzionali a quelli con α funzione del tempo. Per conferma è stato effettuato lo stesso un calcolo sugli spostamenti dinamici di entrambi i casi e di conseguenza è stato ricavato l'errore presente tra i modelli. E' stata valutata la dinamica dell'intera campata sugli N istanti temporali citati in precedenza, per cui si sono ottenute N configurazioni della fune la quale a sua volta è divisa in N elementi. Si è ottenuta così una matrice $N \times N$ contenente tutti gli errori delle varie configurazioni per ogni elemento ed è stato valutato l'errore massimo trovato all'interno della matrice.

Si riporta inizialmente la differenza tra gli angoli analizzati:

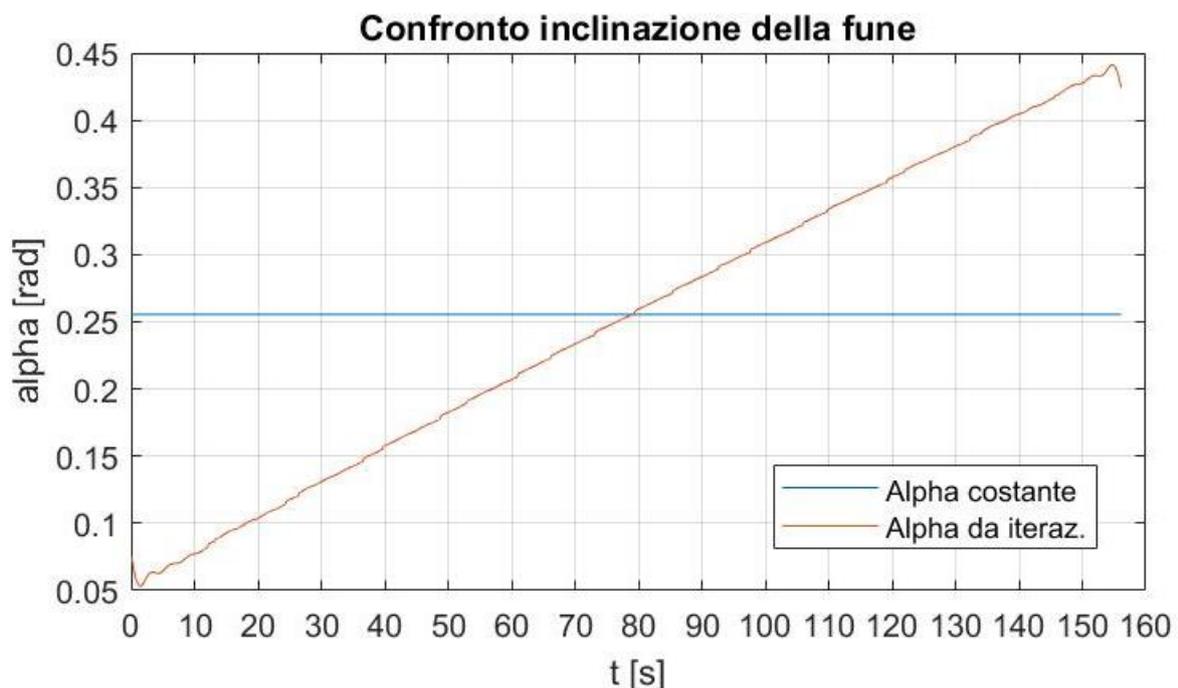


Figura 3-31: Confronto tra le inclinazioni della fune

La differenza come si può notare è elevata; si riporta ora una figura contenente esclusivamente gli spostamenti dinamici dei casi analizzati, nel quale si possono notare le differenze tra i modelli. Il tempo analizzato corrisponde a $\frac{4}{5} T$:

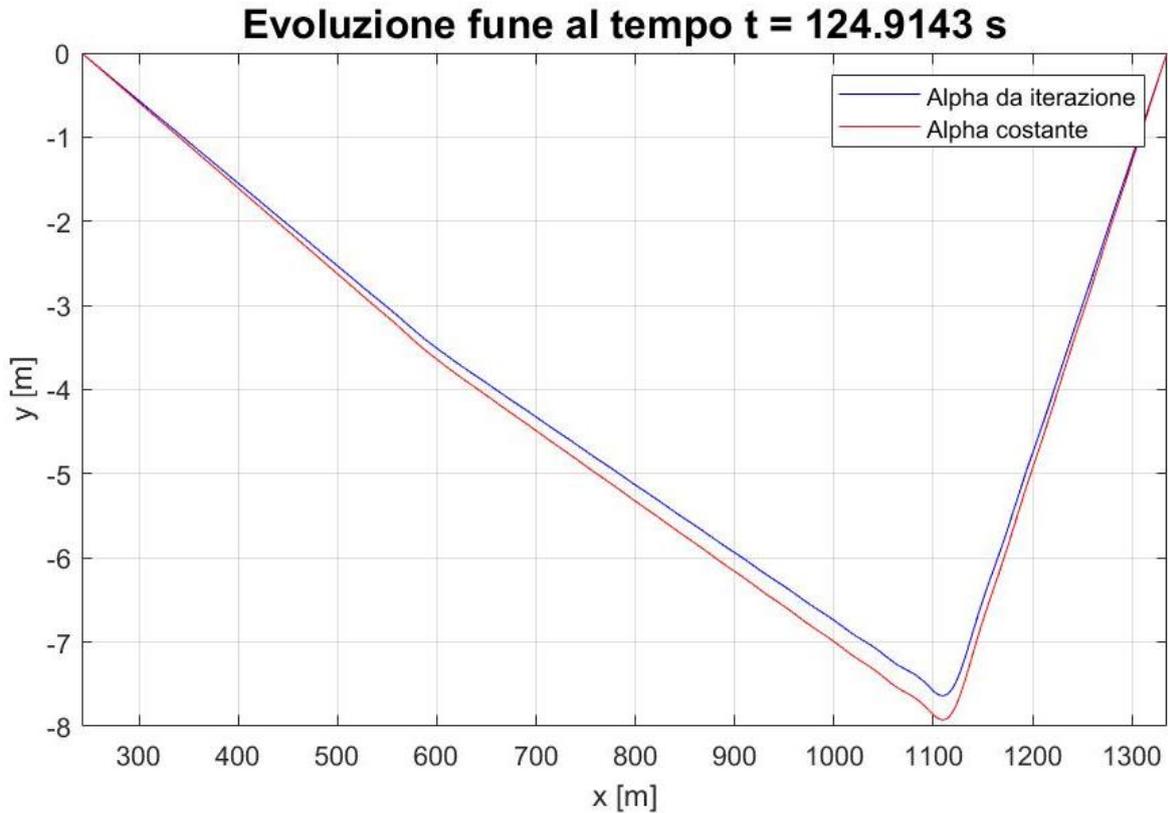


Figura 3-32: Confronto tra gli spostamenti dinamici al tempo $t = \frac{4}{5} T$

Per visualizzare meglio la differenza tra le due curve si riporta l'errore:

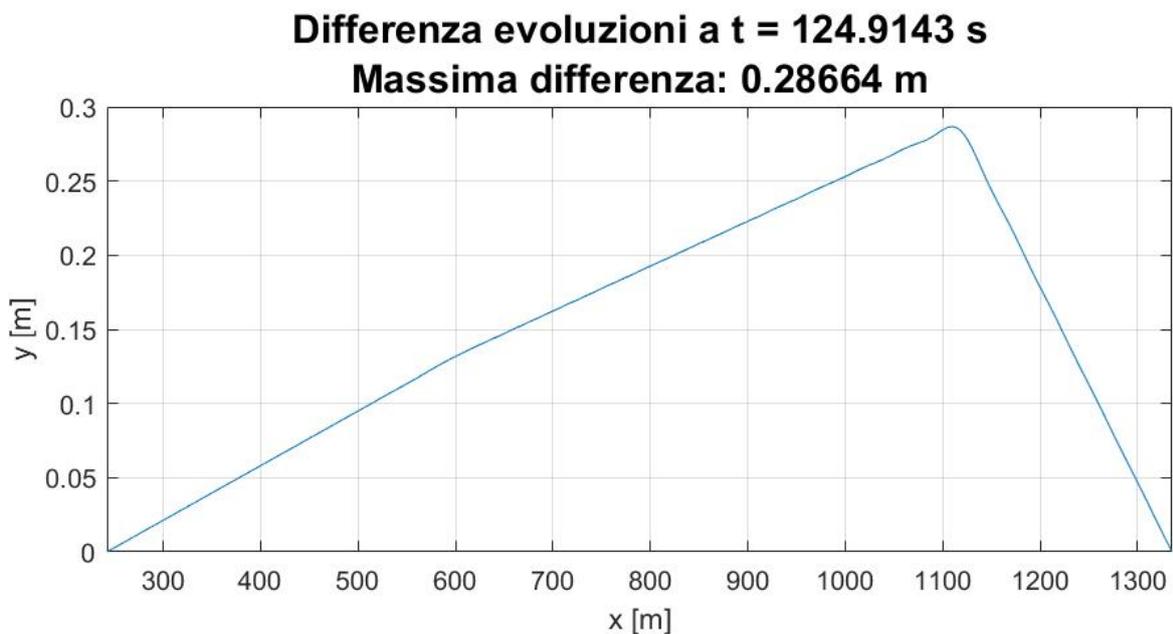


Figura 3-33: Errore tra le curve di Figura 3-32

Dalla figura precedente si può osservare l'errore in funzione della posizione della fune al tempo analizzato. A questo tempo si ha un errore massimo pari a $Err = 0,28664 m$.

Lo stesso calcolo effettuato per ottenere le Figure 3-32 e 3-33 è ripetuto in automatico per tutti gli istanti di tempo, ottenendo quindi la matrice degli errori citata precedentemente. E' quindi possibile ottenere le stesse figure per tutti i vari istanti temporali. Si riporta un grafico contenente gli errori massimi per tutti i tempi analizzati:

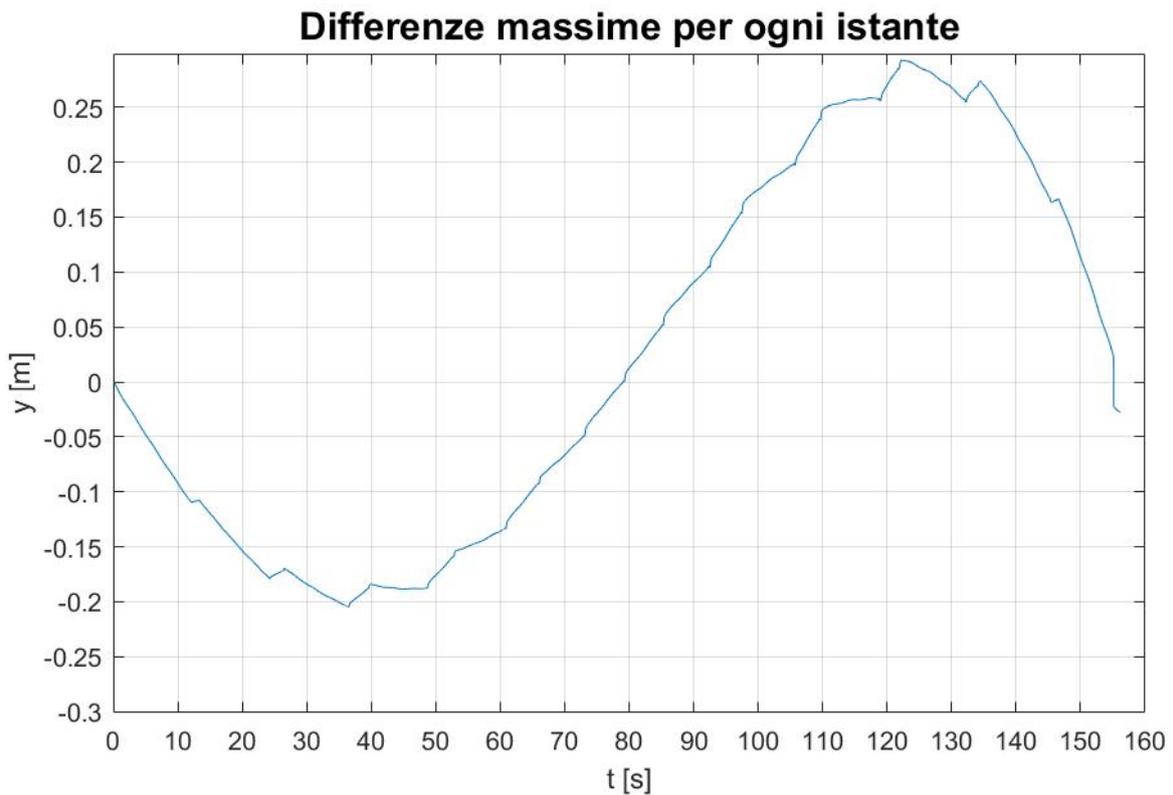


Figura 3-34: Errori massimi per i vari istanti temporali

L'errore massimo corrisponde a $Err_{max} = 0,2929 m$, al tempo $t = 122,26 s$, quando la cabina si trova a $x = 1098,2 m$ dalla stazione di valle.

La differenza tra i due grafici non è trascurabile per cui sicuramente non verrà utilizzato il modello con alpha costante per la valutazione della configurazione con più veicoli in campata. Si riporta comunque l'errore relativo in percentuale calcolato come:

$$Err_{rel,\%} = \frac{Err}{v(x,t)_{iter}} \quad (3.43)$$

Dove $v(x, t)_{iter}$ rappresenta la curva degli spostamenti ottenuti dopo iterazione per i vari istanti di tempo.

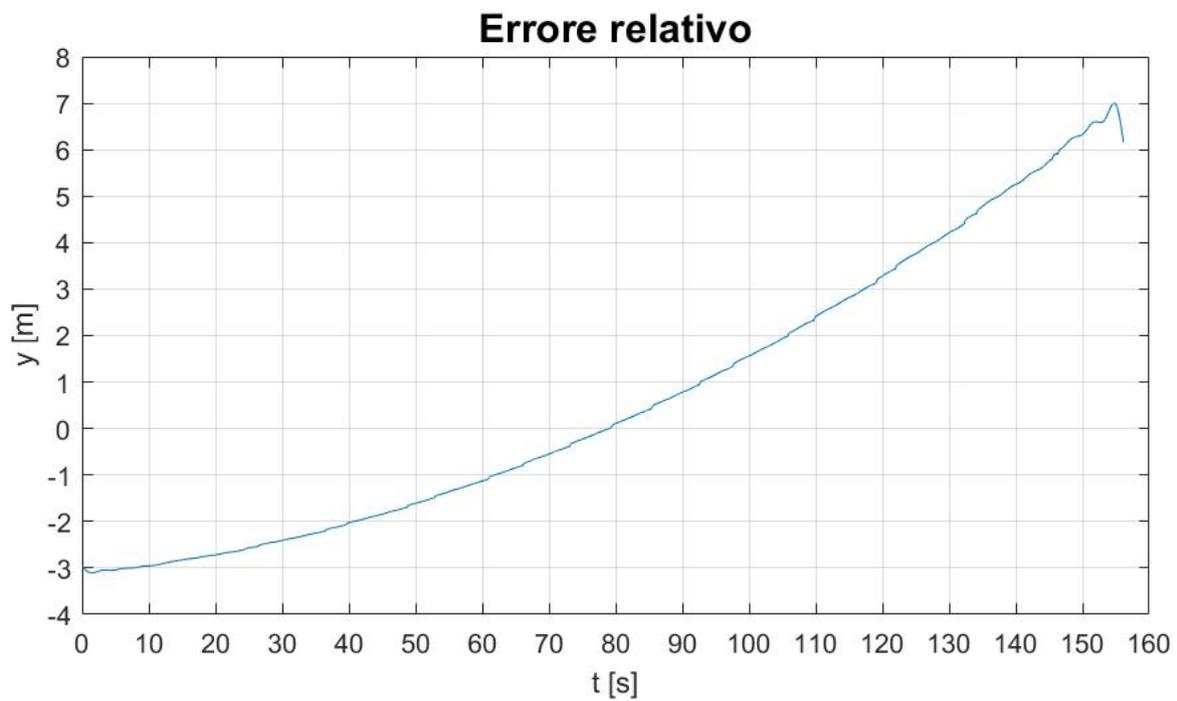


Figura 3-35: Errore relativo percentuale per i vari istanti temporali

L'errore relativo massimo è: $Err_{rel,\%} = 7,0037\%$ al tempo $t = 154,7376$ s.

Si riportano le deformazioni a metà campata e in corrispondenza del carico:

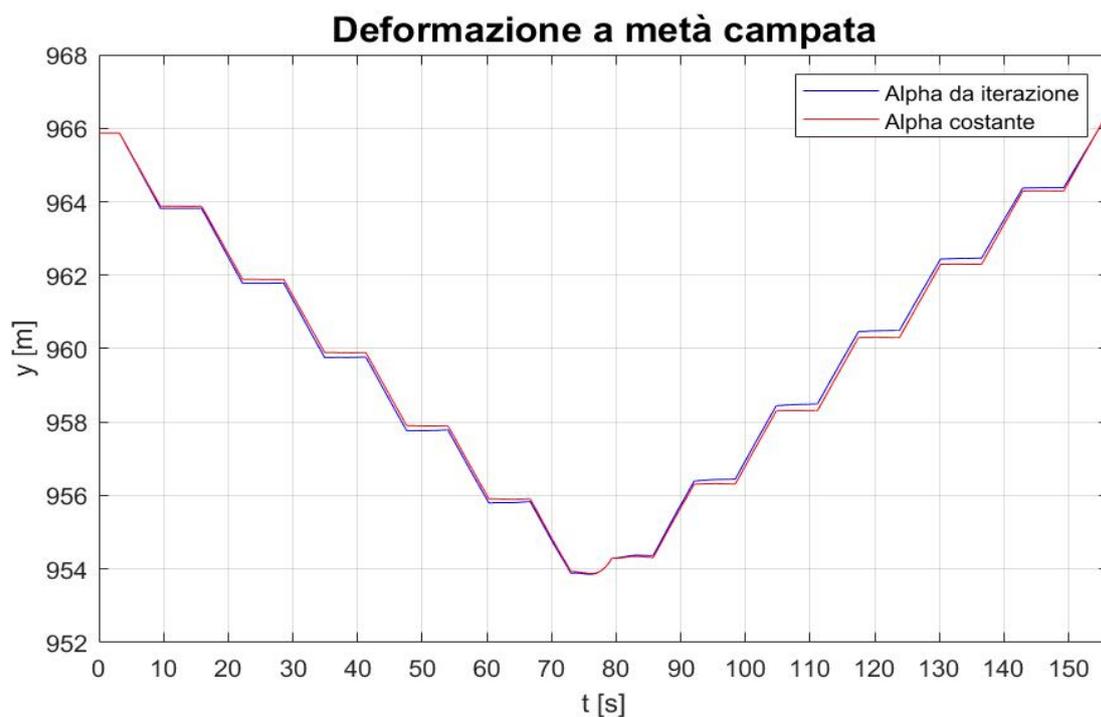


Figura 3-36: Confronto deformazione a metà campata

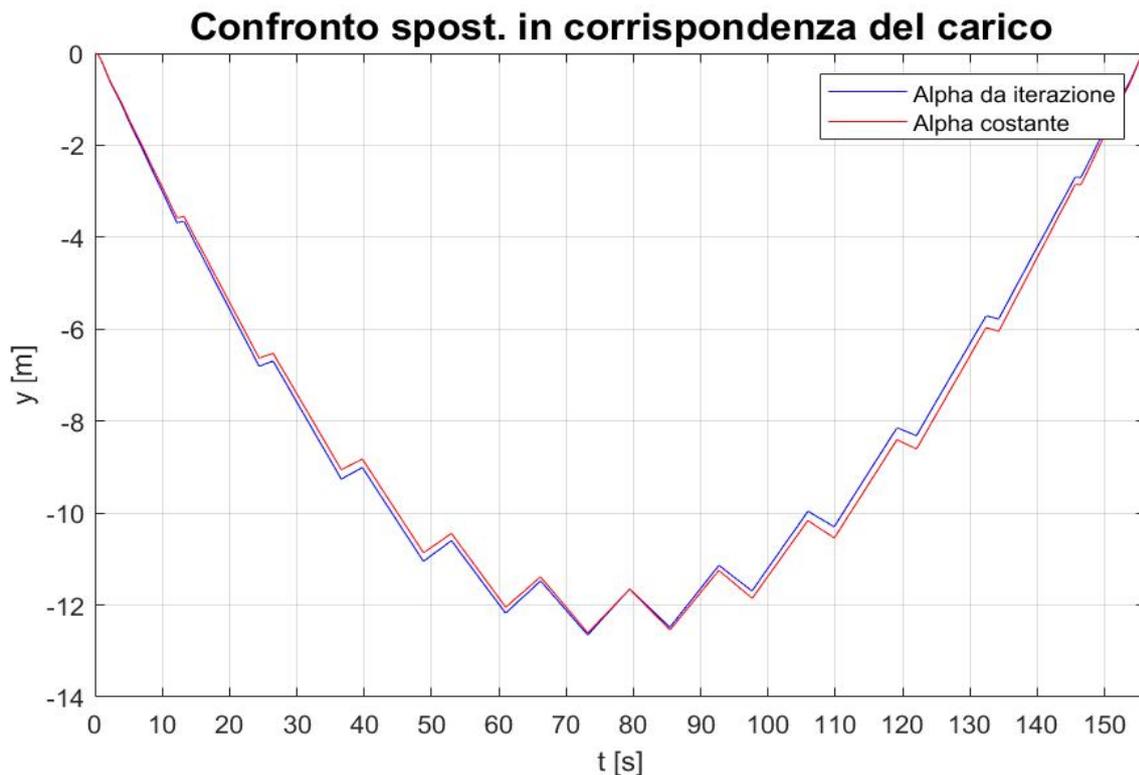


Figura 3-37: Confronto spostamento dinamico in corrispondenza del carico

3.4.3.2. Confronto con α ricavato dalla configurazione di fune nuda

Il procedimento seguito in questa fase è lo stesso del sottoparagrafo 3.4.3.1., in questo caso si confronterà la configurazione ottenuta con l'inclinazione della fune α calcolata iterativamente per le N suddivisioni, con la configurazione ottenuta assumendo α sempre variabile nel tempo ma funzione delle coordinate degli N punti della fune valutata in assenza di veicoli (fune nuda).

In questo modo si elimina l'ipotesi di inclinazione costante della fune e si tiene conto della catenaria per il calcolo di α e di conseguenza della forza. Il grafico di α risulterà più simile alla curva rossa di Figura 3.31, anche la forza avrà un andamento più simile e di conseguenza la configurazione ottenuta si scosterà meno da quella effettiva.

Si riportano le curve delle due inclinazioni:

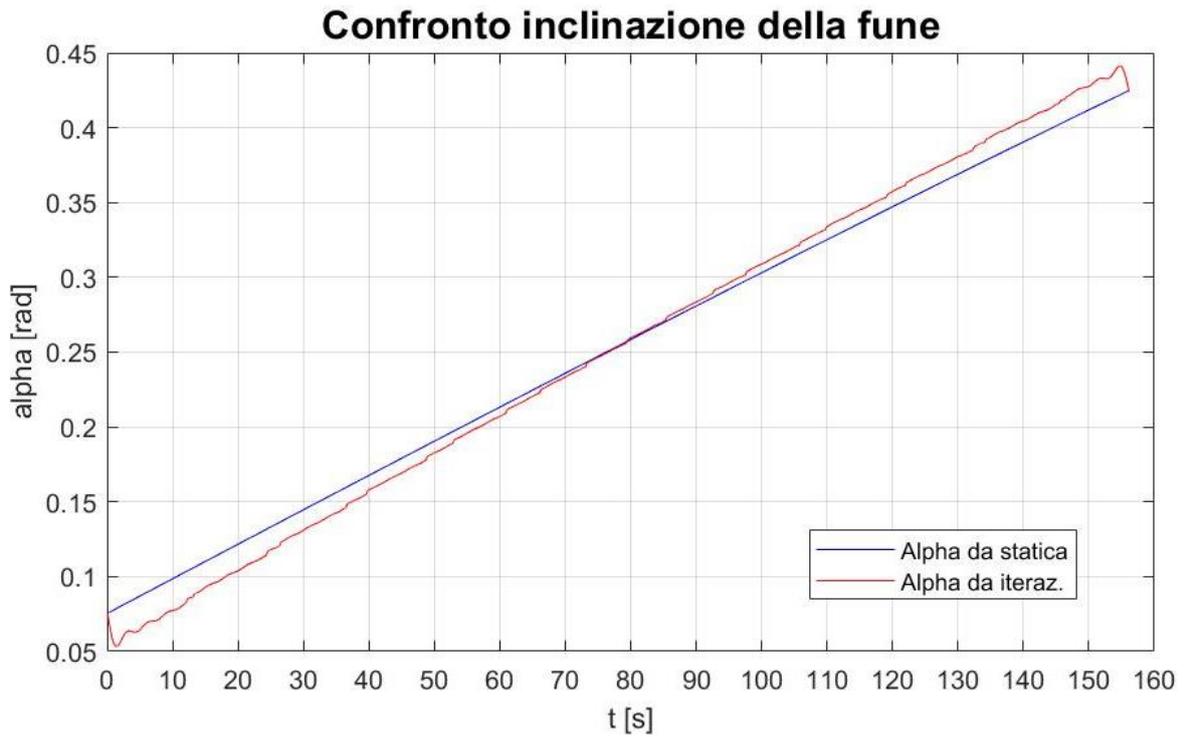


Figura 3-38: Confronto tra le inclinazioni della fune

A differenza della Figura 3-31, le due curve sono molto più vicine; ciò significa che il movimento della cabina, e di conseguenza il suo peso, fornisce un contributo molto meno rilevante rispetto al peso della fune ed alla configurazione assunta durante la posa.

La forza nelle due configurazioni è la seguente:

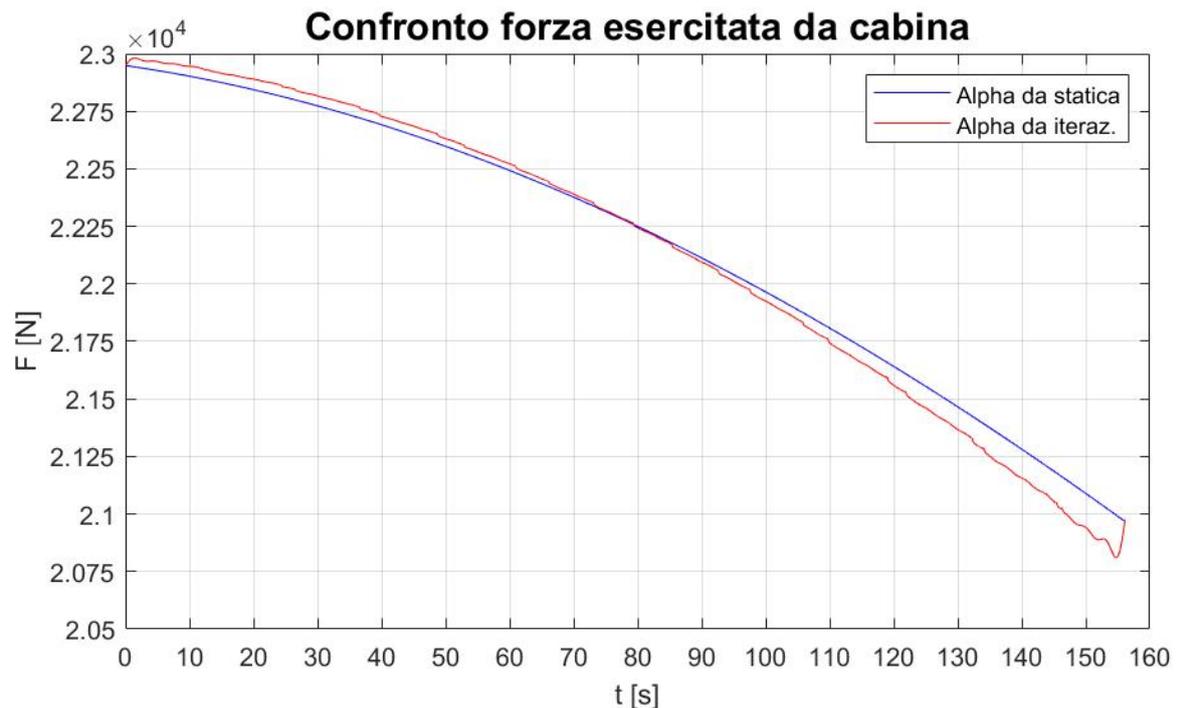


Figura 3-39: Confronto forza lungo la fune

Come prevedibile, anche la curva della forza si avvicina molto al caso ottenuto con iterazione, con una differenza massima tra le due curve pari a $\Delta F = 186,5 \text{ N}$ (nel caso precedente era $\Delta F = -1457,4 \text{ N}$, considerando una forza costante pari a $F = 22267 \text{ N}$).

Si riporta la dinamica della cabina calcolata al tempo $t = \frac{4}{5} T$:

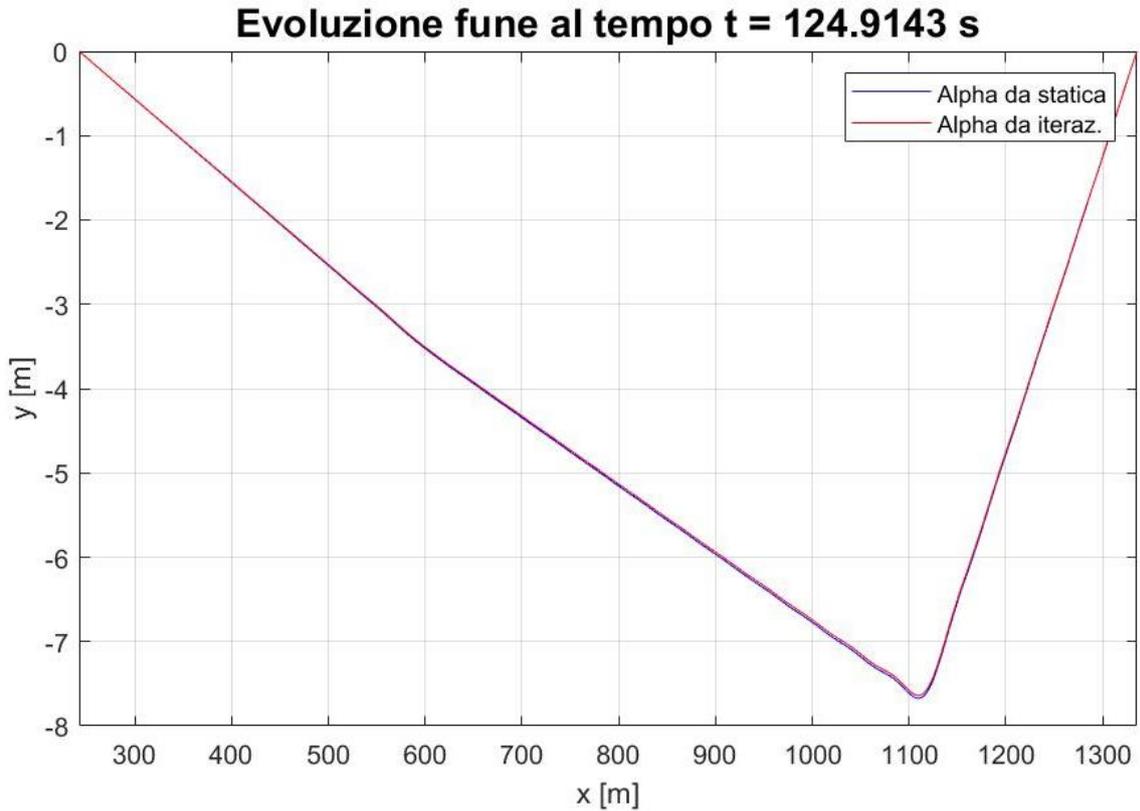


Figura 3-40: Confronto tra gli spostamenti dinamici al tempo $t = \frac{4}{5} T$

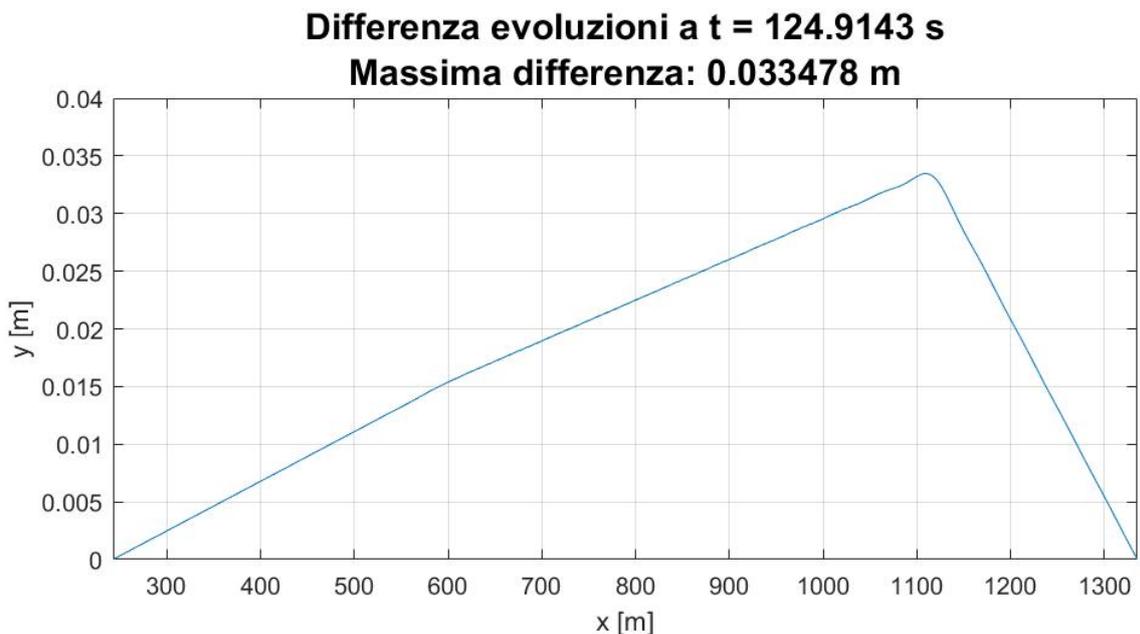


Figura 3-41: Errore tra le curve di Figura 3-40

Dalle figure precedenti si può osservare l'errore in funzione della posizione della fune al tempo t . L'errore massimo a questo istante è pari a $Err = 0,03348 m$, che, se confrontato con l'errore del sottoparagrafo precedente, è più basso dell' 88,32 %.

Come in precedenza, lo stesso calcolo effettuato per ottenere le Figure 3-40 e 3-41 è ripetuto in automatico per tutti gli istanti temporali; si ottiene così la matrice degli errori. Si riporta il grafico contenente gli errori massimi per tutti i tempi analizzati:

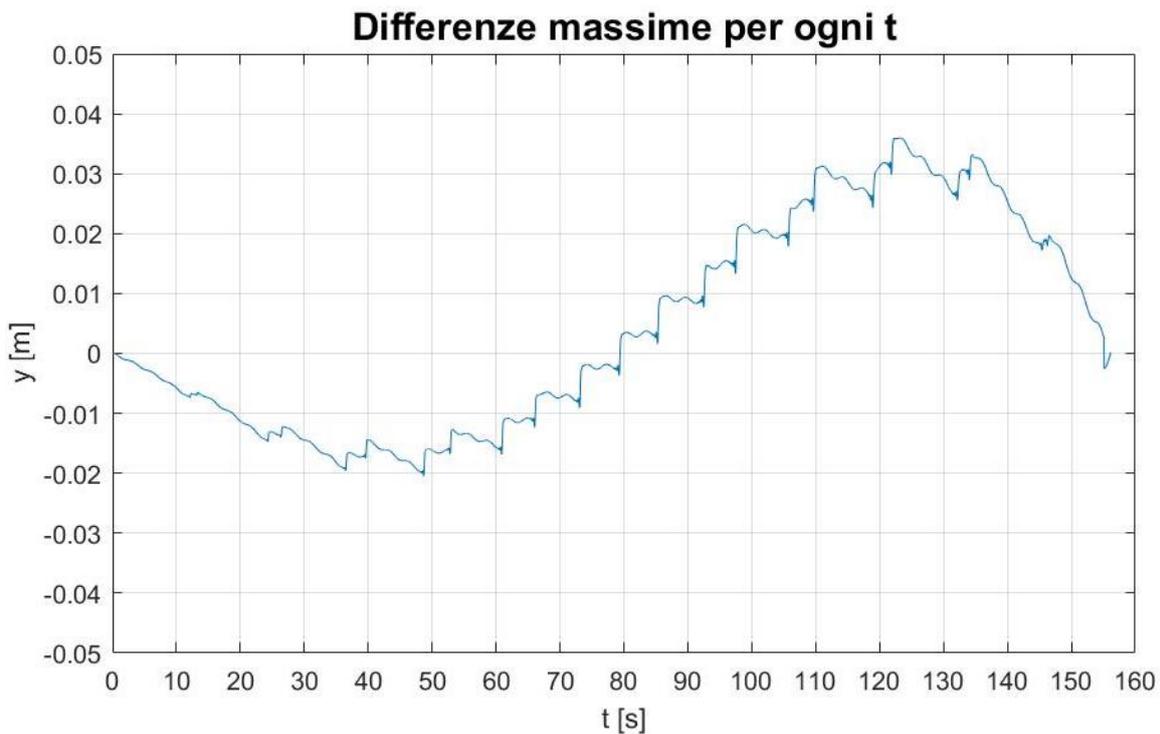


Figura 3-42: Errori massimi per i vari istanti temporali

L'andamento generale della curva ricorda quello di Figura 3-34, in questo caso però la differenza massima è molto minore rispetto al caso precedente. L'errore massimo corrisponde infatti a $Err_{max} = 0,036 m$ (circa il 12,29 % rispetto a prima), al tempo $t = 123,23 s$ e quando la cabina si trova a $x = 1105 m$ dalla stazione di valle.

In questo caso è interessante valutare la curva degli errori relativi, calcolati in percentuale, nel tempo. Se l'errore relativo massimo è inferiore a $Err_{rel,max} = 1\%$, verrà utilizzato il modello semplificato per lo studio della campata con più veicoli in linea.

Facendo riferimento all'Equazione 3.43 per il calcolo dell'errore relativo, si ottiene la seguente curva:

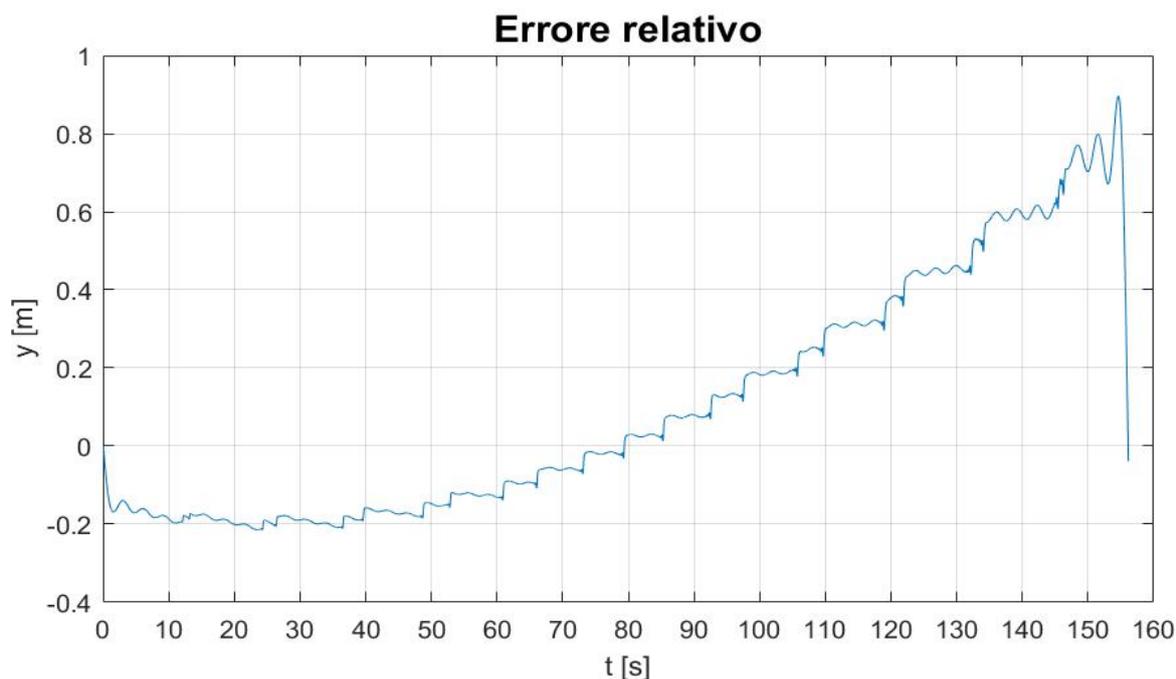


Figura 3-43: Errore relativo percentuale per i vari istanti temporali

L'errore relativo massimo è: $Err_{rel,\%} = 0,8962 \%$ al tempo $t = 154,6127 \text{ s}$.

Si nota che l'errore valutato sullo spostamento dalla configurazione di fune nuda è molto piccolo e può essere ritenuto quindi trascurabile ai fini dello studio. Proprio per questo motivo, avendo ottenuto $Err_{rel} < 1\%$, si utilizzerà nella trattazione che segue la configurazione ottenuta assumendo l'inclinazione α dalla condizione di fune priva di veicoli in linea. Questo porterà a risultati in cui comunque verrà accettato un certo errore (di entità modesta) ma verranno velocizzati di molto i calcoli effettuati dal programma scritto su Matlab e di conseguenza si otterranno dei risultati affidabili in tempi più rapidi.

Nella Figura 3-43 inoltre si possono osservare delle oscillazioni più marcate rispetto alla Figura 3-35, in quanto l'errore relativo è molto minore. Queste oscillazioni sono dovute al fatto che l'inclinazione della fune in corrispondenza del veicolo non è mai costante e di conseguenza anche i valori di forza presentano massimi e minimi locali. Questo movimento oscillatorio provoca sulla fune delle vibrazioni le quali però, confrontate con i valori di spostamento dalla configurazione statica, sono di alcuni ordini di grandezza inferiori, quindi ritenute trascurabili nella pratica e di conseguenza nello studio affrontato. E' bene però tenere in considerazione il fatto che una perturbazione al sistema, come per esempio un moto oscillatorio delle cabine (non valutato in questa fase), porterebbe sicuramente ad oscillazioni più marcate della portante, con effetti non trascurabili.

3.5. Dinamica di più cabine in linea con velocità costante

Lo scopo dei paragrafi precedenti, oltre ad apportare migliorie al modello, è stato quello di valutare la possibilità di assumere un modello 'semplificato' per lo studio successivo delle campate con tutti i veicoli – considerati carichi – in linea.

Questo confronto è stato ritenuto necessario in quanto nell'ultimo modello analizzato, ovvero quello in cui il programma effettua un certo numero di iterazioni per valutare la configurazione ottimale, il tempo di calcolo si moltiplica proporzionalmente all'aumento del numero di iterazioni. Ciò significa che per due iterazioni il tempo di elaborazione sarà raddoppiato, per tre iterazioni sarà triplicato e così via. Tenendo conto del fatto che per lo studio di più veicoli in linea il programma calcolerà per ogni cabina una diversa configurazione dinamica e solo infine verranno sommati tutti i contributi, si avrebbero dei tempi di calcolo troppo elevati.

Si consideri per esempio il caso in cui sulla campata siano necessarie 4 iterazioni (valore ricavato dalla configurazione con una sola cabina in linea), per arrivare al risultato esatto di una campata con 7 veicoli lungo la fune, il numero di volte che il programma dovrà ripetere i calcoli sarà pari a 28; di conseguenza anche il tempo di calcolo dovrà essere 28 volte quello per la valutazione della configurazione con un solo veicolo.

Conoscendo da Matlab il tempo di calcolo che il programma impiega per fornire i risultati desiderati, si può facilmente ricavare il tempo necessario per lo svolgimento dei calcoli sulla campata più lunga, ovvero quella con più veicoli in linea.

Assumendo i valori riportati nell'esempio precedente:

- *n° di iterazioni: $n_{iter} = 4$;*
- *n° veicoli: $n_{veicoli} = 7$.*

E ricavando il tempo impiegato da Matlab per svolgere i calcoli considerando il caso in cui l'inclinazione è valutata dalla fune nuda:

- *tempo di calcolo: $t = 33,912$ s*

Si ottiene il tempo che il programma impiegherebbe nel caso si volesse calcolare esattamente la soluzione:

$$T_{totale} = n_{iter} \cdot n_{veicoli} \cdot t = 949,536 \text{ s} = 15,8256 \text{ min}$$

Il tempo di calcolo è eccessivo, per cui, essendo l'errore tra i due modelli posti a confronto molto piccolo (Figura 3-43), si decide di assumere per lo studio della portante con più cabine in linea, e quindi in condizioni di regime dell'impianto, il modello con α assunto dalla configurazione di fune nuda. In questo modo è possibile ottenere un tempo di calcolo decisamente inferiore:

$$T_{totale} = n_{veicoli} \cdot t = 237,384 \text{ s} = 3,9564 \text{ min} \approx \mathbf{4 \text{ min}}$$

Volendo ridurre ancora il tempo di calcolo è necessario agire sul numero di elementi N in cui è stata suddivisa la fune, ottenendo per contro un risultato meno puntuale. Per il proseguimento di questa fase si accetta quindi questo tempo di calcolo e si mantengono le condizioni imposte in precedenza, ovvero:

- *numero di suddivisioni*: $N = 10000$
- *numero di modi propri*: $M = 50$

Si cercherà quindi di apportare le dovute modifiche al programma sviluppato per il calcolo della dinamica in funzione di α assunto dalla condizione di fune nuda.

I risultati a cui si vuole giungere in questa fase sono molteplici e alcuni di questi possono essere legati in maniera diretta allo studio finale sulle vibrazioni della fune traente, ovvero lo scopo iniziale di questo lavoro:

- Fornire dei risultati sulla portante più precisi rispetto al programma utilizzato in Leitner per il calcolo delle frecce, delle tensioni, dell'inclinazione della fune sulle rulliere e della spinta esercitata sul sostegno;
- Valutare gli effetti dinamici che i veicoli provocano durante il loro passaggio e quanto variano i valori sopra riportati rispetto al caso di fune nuda;
- Valutare le oscillazioni della portante, seppur minime, la loro entità e in che modo possano influire sull'intero impianto;

- Valutare la possibilità che le oscillazioni della portante siano, totalmente o in parte, la causa delle vibrazioni sulla traente in quanto le due funi sono 'collegate' tra loro attraverso il carrello.

3.5.1. *Ipotesi e approssimazioni iniziali*

Per affrontare lo studio sono state effettuate per vari motivi alcune ipotesi semplificative o approssimazioni, che di seguito verranno elencate e descritte:

1. Calcolo della catenaria:

Nei paragrafi precedenti la configurazione della fune è stata calcolata come somma di due contributi:

- Contributo statico: configurazione della fune nuda;
- Contributo dinamico: spostamento causato dal passaggio del veicolo.

Per definizione, però, *“la catenaria è una particolare curva piana iperbolica (dall'aspetto simile alla parabola), il cui andamento è quello caratteristico di una fune omogenea, flessibile e non estensibile, i cui due estremi siano vincolati e che sia lasciata pendere, soggetta soltanto al proprio peso”*.

Nel nostro caso sulla fune stanno transitando le cabine, le quali esercitano una certa forza; per questo motivo la configurazione finale della fune non potrà essere calcolata come somma dei due contributi citati precedentemente, bensì dovranno essere calcolati singolarmente i vari tratti di fune su cui non agisce nessun tipo di forza al di fuori del peso proprio e infine dovranno essere sommati i vari tratti. Considerando quindi solo una parte dell'impianto, composta dalla cabina e dai due tratti di fune a sinistra e a destra della stessa, si vede immediatamente che nel punto in cui è presente la cabina le tensioni cambiano e di conseguenza a sinistra e a destra della cabina si avranno due diverse equazioni che rappresentano la catenaria.

Si ricorda però che per il calcolo della catenaria è necessario avere informazioni sul parametro della catenaria c oppure sul dislivello tra i due estremi della fune per poter ricavare tramite iterazione l'equazione corretta. In questo caso non conosciamo a priori né il parametro c né la posizione verticale di ogni cabina, che è proprio il risultato che

si vuole ottenere, per cui il modello si complicherebbe notevolmente; si analizzerà quindi ancora la fune divisa nei suoi due contributi.

Si considererà quindi la componente statica già assunta in precedenza (calcolata tramite equazione della catenaria), essendo comunque a conoscenza del fatto che i risultati avranno al loro interno un errore di piccola entità, in quanto la fune è molto tesa, causato proprio da questa approssimazione.

Il contributo dato dal peso del veicolo viene comunque considerato nello studio della dinamica.

2. Inclinazione della fune assunto dalla fune nuda:

E' stato già più volte spiegato, porta ad un errore relativo esclusivamente sulla parte dinamica inferiore all'1% (trascurabile rispetto alla lunghezza e al dislivello della campata) a beneficio di tempi di calcolo notevolmente ridotti.

3. Tensione a valle della campata:

Valutando solamente la singola campata, è stato assunto come valore di tensione iniziale quello calcolato in fase di progetto, ovvero la tensione massima ad inizio campata. Questo valore, che corrisponde – a meno degli attriti – alla tensione calcolata a monte della campata precedente, può essere confrontato con il risultato della tensione a monte della campata precedente ottenuto con lo stesso programma Matlab.

Il valore effettivo di tensione a valle della campata, ovvero sul primo dei due sostegni presi in esame, non è costante nel tempo ma varia in funzione del numero di veicoli presenti nella campata precedente e della loro posizione lungo la fune (si ricorda che la forza varia nel tempo).

Questo valore di tensione, nonostante non sia corretto, è stato assegnato per il calcolo in quanto nel progetto di linea svolto da Leitner è stato utilizzato per il calcolo di tutti i valori successivi, per cui verrà utilizzato all'interno del programma per avere dei risultati comparabili con il progetto.

3.5.2. *Modifiche al modello Matlab già sviluppato*

Le parti principali che compongono il programma sono:

- Inserimento dati: contenente i dati riguardanti la fune e i dati riguardanti l'impianto; non si inseriscono dati differenti rispetto agli studi precedenti;
- Calcolo configurazione statica della campata a cui verrà sommata per sovrapposizione degli effetti la dinamica del sistema: in questo caso viene analizzata la catenaria con il valore di tensione a valle della campata assunto dal progetto e pari al valore ottenuto con veicoli carichi in linea;
- Calcolo della forza che le cabine esercitano sulla fune: considerando l'inclinazione della fune assunta dalla configurazione statica, la forza dipende esclusivamente dalla posizione della cabina lungo la fune. In tal modo ogni cabina avrà diversi valori di forza in base alla loro posizione in campata;
- Calcolo configurazione dinamica: vengono studiati due diversi casi, per cui si analizza singolarmente in seguito ognuno di essi. Le due tipologie di sistema studiate sono:
 - Immissione delle cabine in linea: si parte da una campata vuota e si inseriscono i veicoli in linea; viene studiato in quanto si vuole valutare se durante la fase di immissione dei veicoli lungo la linea (cabine vuote) nascono delle oscillazioni;
 - Valutazione della campata in condizioni di regime dell'impianto, ovvero con veicoli in campata e peso massimo all'interno degli stessi. In questo caso non interessa più lo studio sull'intera durata del viaggio di una cabina dal sostegno di valle a quello di monte ma solo il tempo che intercorre tra il passaggio di due veicoli nello stesso punto (intertempo).
- Stampa dei grafici e dei risultati ottenuti: in questa fase verrà rappresentato un grafico a diversi istanti temporali e uno contenente la deformazione ottenuta a metà campata; non verrà invece più valutata la deformazione in corrispondenza del carico in quanto non avrebbe senso farlo solamente per un veicolo ed è poco interessante ai fini dello studio. Verrà valutato il grafico della freccia per ogni casistica e i grafici più interessanti riguardanti le forze in corrispondenza del sostegno di monte.

3.5.2.1. Inserimento veicoli in linea

E' il primo dei due casi analizzati, ovvero quello in cui in campata non sono presenti veicoli, nel quale viene valutata l'immissione delle cabine in linea. In questa fase il primo veicolo partirà dal sostegno di valle e raggiungerà quello di monte della campata, il secondo entrerà in campata dopo un tempo pari a 25s (per rispettare la distanza tra i veicoli), il terzo dopo 50s e così via. A differenza dei modelli studiati in precedenza, nei quali era presente una sola cabina viaggiante lungo tutta la campata, dovranno quindi essere valutati gli effetti dell'inserimento di più veicoli e quindi nel programma Matlab si dovrà tenere conto di tale variazione inserendo un ulteriore ciclo, in modo da considerare singolarmente l'effetto che ogni cabina esercita sulla fune.

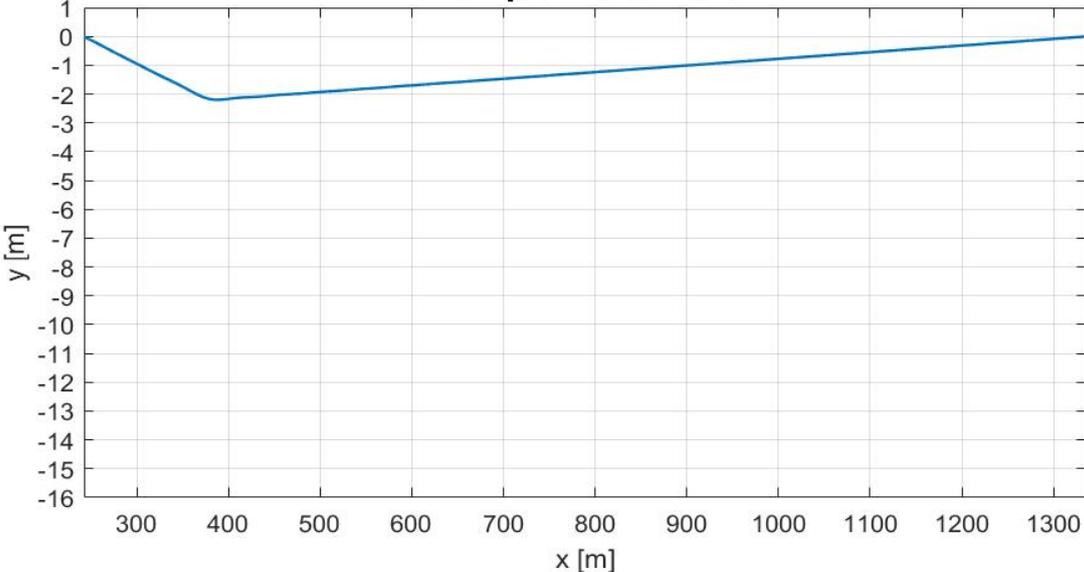
Questa fase, come già spiegato, è interessante per valutare se sulla portante nascono delle oscillazioni in fase di inserimento, visualizzabili graficamente; per la valutazione dei parametri interessanti per la progettazione si farà uno studio più approfondito nel sottoparagrafo successivo, nel quale si studieranno le condizioni di regime dell'impianto.

Le forze che ogni cabina applica alla fune, calcolate tramite le equazioni ricavate nel Paragrafo 3.3.1., dovranno essere valutate singolarmente per ogni cabina in funzione della posizione che essa assume nel tempo. Verrà quindi costruita una matrice $M \times N$, nella quale ad ogni riga M corrisponde un diverso veicolo e all'interno della riga saranno presenti i valori di forza che quel determinato veicolo esercita sulla fune. N rappresenta il numero massimo di suddivisioni della fune e quindi dei valori di forza. I veicoli vengono inseriti in successione, di conseguenza è facile intuire che nella prima riga, corrispondente alla prima cabina, si avranno N valori di forza (in quanto la cabina percorre l'intero tragitto), nella seconda riga si avranno $N \cdot (1 - \frac{\text{interdistanza}}{L})$ valori di forza (la cabina percorre un tragitto pari a quello della prima meno l'interdistanza tra i due veicoli) nella terza si avranno $N \cdot (1 - 2 \frac{\text{interdistanza}}{L})$ valori e così via. Gli elementi della matrice rimasti vuoti vengono sostituiti con valori nulli, condizione che rappresenta proprio l'assenza di cabine in campata.

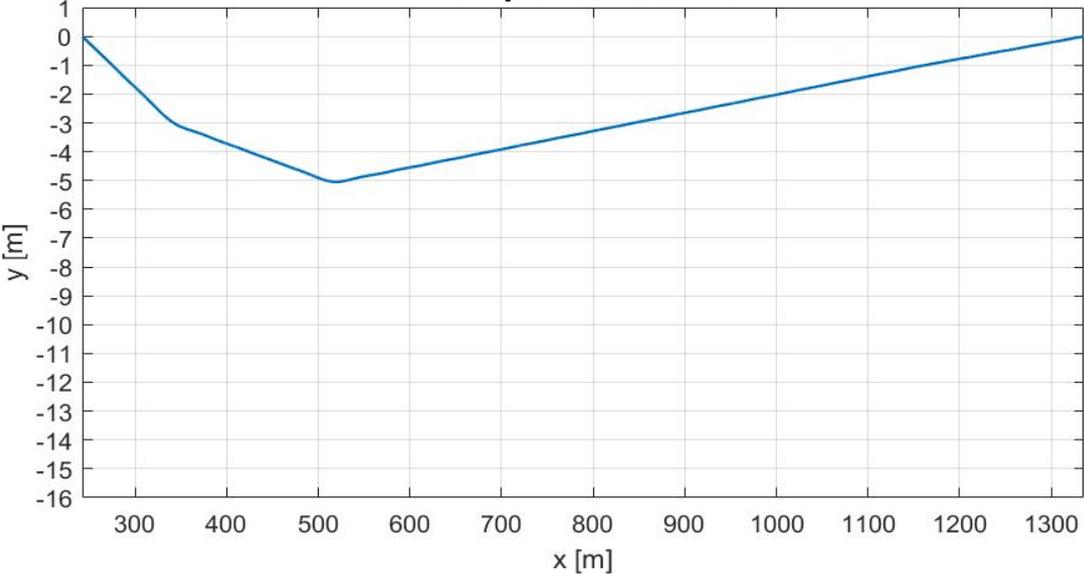
Una volta salvata la matrice delle forze viene quindi calcolata istante per istante la configurazione dinamica. Di questa analisi si riportano solo alcune figure corrispondenti alla dinamica della fune a diversi istanti, utili a valutare la presenza di oscillazioni.

Si è scelto di riportare la configurazione dinamica della campata già analizzata in precedenza per un solo veicolo, ovvero la campata 2 del tronco 1, assunta in alcuni istanti temporali. E' stata effettuata una verifica anche sugli altri tratti di fune semplicemente modificando i dati delle campate. In tutti i casi non si sono verificate oscillazioni particolarmente elevate.

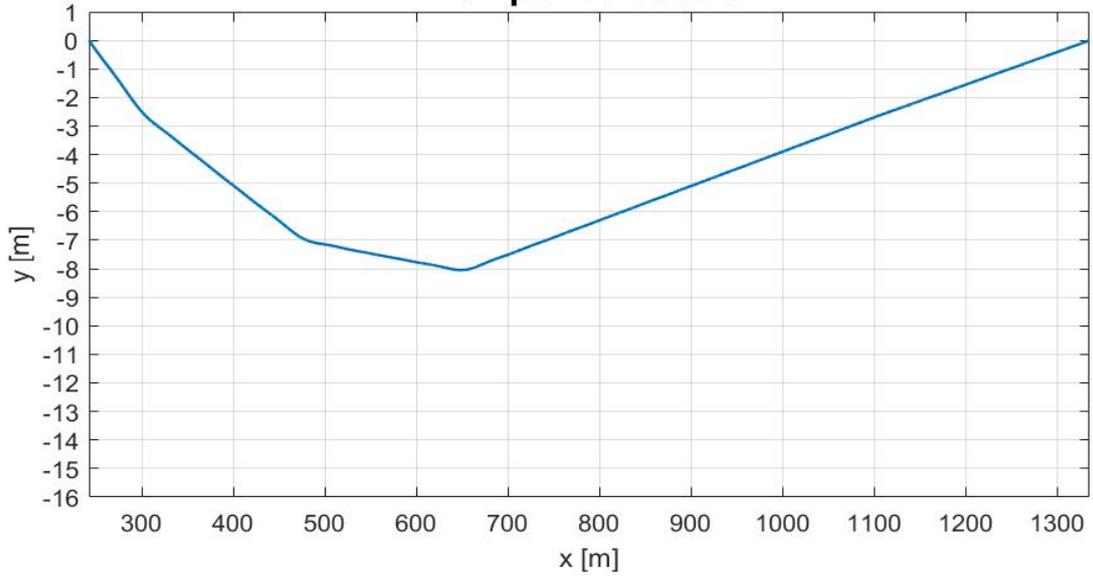
Evoluzione dinamica della fune
Tempo: 19.5179 s



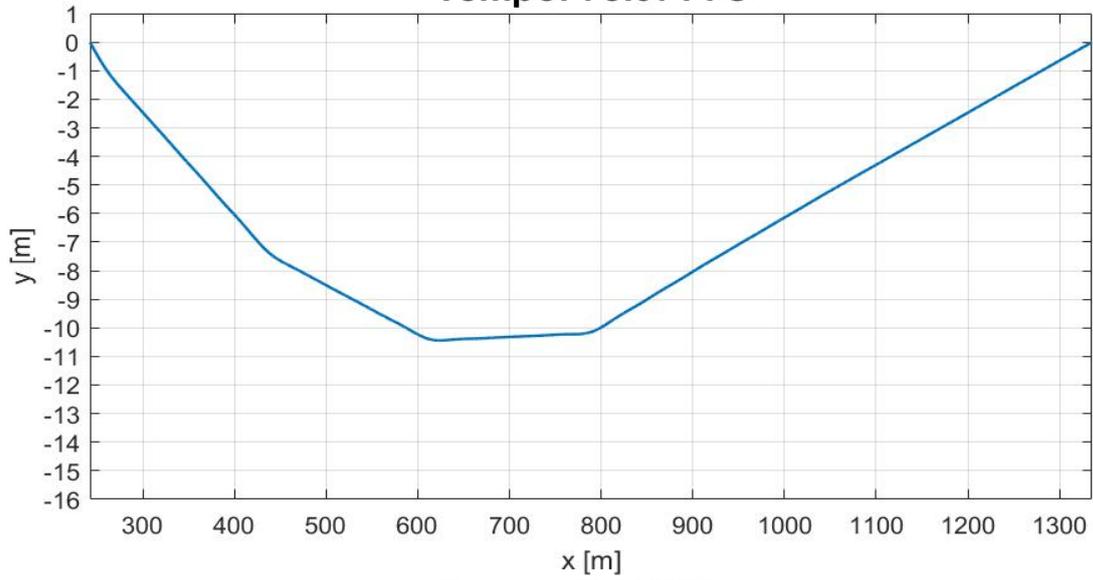
Tempo: 39.0357 s



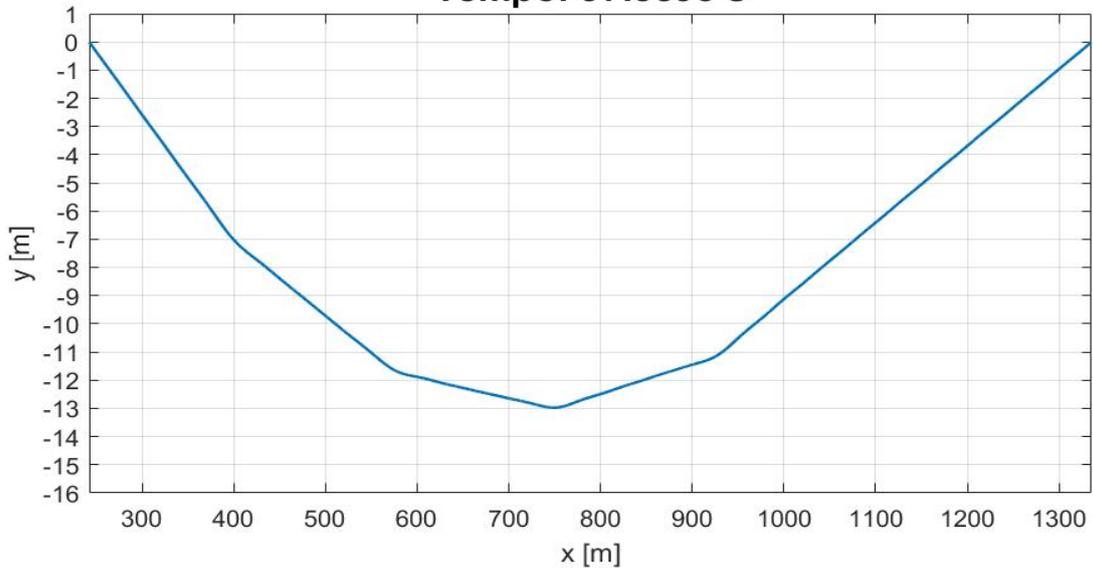
Tempo: 58.5536 s



Tempo: 78.0714 s



Tempo: 97.5893 s



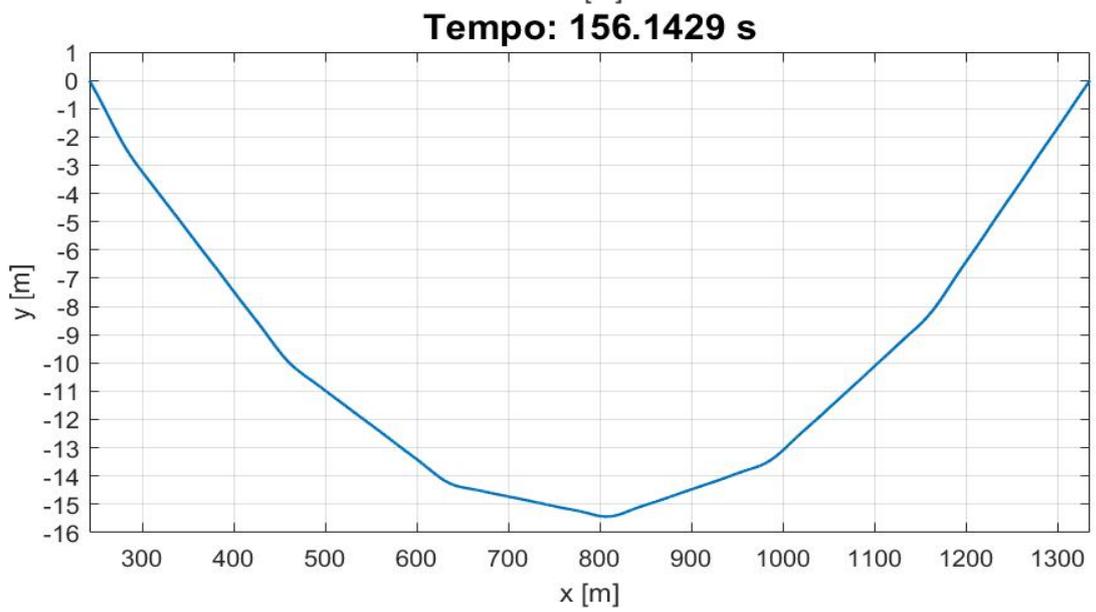
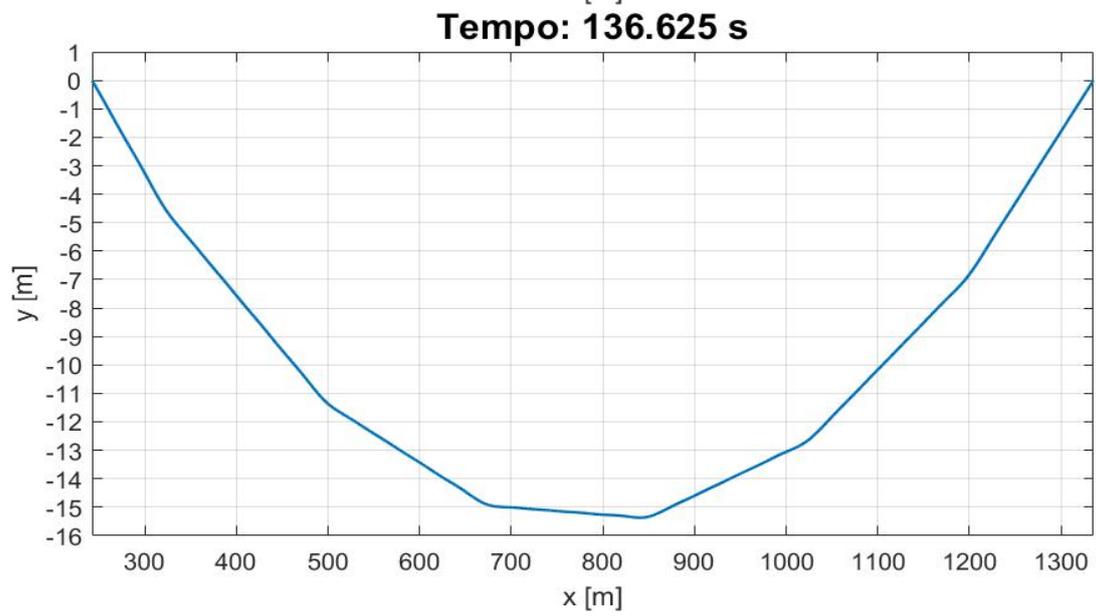
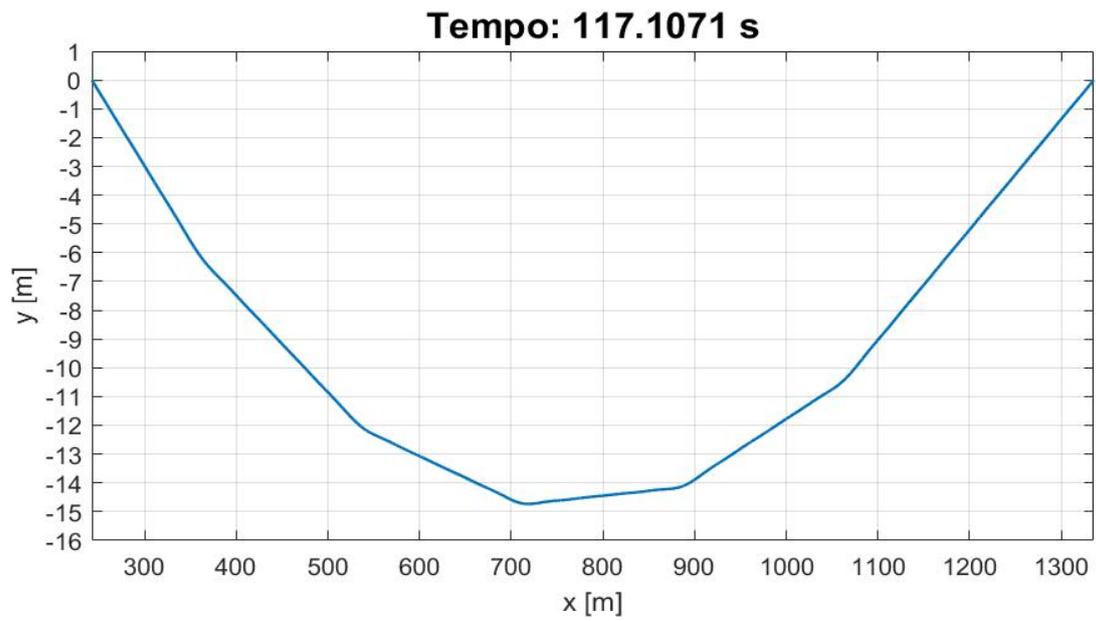


Figura 3-44: Spostamento dinamico ad 8 diversi istanti durante l'inserimento dei veicoli in linea

Dai grafici riportati in Figura 3-44 si può notare distintamente la presenza dei veicoli che transitano sulla fune. Nelle varie figure si nota l'inserimento in campata progressivo dei veicoli e lo spostamento dalla condizione di fune nuda causato dagli stessi. Come intuibile, la freccia rispetto alla condizione di assenza di veicoli in linea aumenta all'aumentare del numero di cabine.

Lo scopo dell'analisi, ovvero la valutazione dell'assenza di oscillazioni durante l'inserimento, è verificato; si può infatti notare che l'effetto prevalente sugli spostamenti è dato dal peso proprio del veicolo. Il moto della cabina provoca sicuramente fenomeni oscillatori sulla fune ma questi sono di piccolissima entità e ininfluenti sull'impianto.

Si passa dunque all'analisi dell'impianto in condizioni di regime per la valutazione dei parametri più interessanti.

3.5.2.2. *Condizioni di regime*

In questa analisi si considera l'impianto durante il suo normale funzionamento, considerando la condizione di carico massimo sulle cabine in quanto si intende valutare le condizioni limite. La valutazione dei vari parametri, essendo l'impianto in condizioni di regime ovvero con velocità costante e impianto completo di tutte le cabine, verrà effettuata su un tempo pari a quello impiegato dall'impianto per riportarsi nelle stesse condizioni dal momento in cui è iniziata l'analisi. Ciò significa che l'analisi si fermerà quando una generica cabina, partendo da un punto noto (come può essere il sostegno di valle), raggiunge la posizione assunta all'istante iniziale dalla cabina che la precede. Questo tempo, per l'impianto di Nebelhorn, è pari a $T = 25$ s. Nell'analisi della campata che seguirà è stato assunto come punto di riferimento per la disposizione dei veicoli in linea proprio il sostegno a valle di ogni campata, per cui la prima cabina si troverà in tale punto, la seconda sarà posizionata ad una distanza di 175 m (distanza fissata tra i veicoli e calcolata come: $interdistanza = v_0 * T$), la terza a 350 m dalla prima e così via. Lo stesso calcolo si può effettuare variando la disposizione delle cabine, agendo semplicemente sulla posizione della prima cabina; si otterranno gli stessi risultati solamente traslati lungo il grafico, in quanto dopo il tempo T analizzato i risultati si ripetono sempre in maniera periodica.

Nel programma, per riportare quanto descritto, sono state apportate alcune modifiche che verranno analizzate nel seguito.

1. NUMERO DI SUDDIVISIONI SU CUI SI EFFETTUA L'ANALISI

Come già detto, l'analisi è effettuata sul tempo $T = 25$ s, diverso quindi dal tempo di percorrenza dell'intera campata da parte di un veicolo. Di conseguenza sono sorti alcuni problemi sulla definizione del numero di suddivisioni in elementi della campata e di conseguenza del vettore tempi. Come soluzione si è deciso di mantenere come numero di suddivisioni della campata il valore $N = 10000$ imposto per i casi precedenti; in automatico il programma calcolerà il nuovo numero di suddivisioni del vettore dei tempi (chiamato N_1) in funzione della lunghezza della campata e della distanza tra i veicoli (valori proporzionali al tempo) tramite proporzione, ottenendo come risultato:

$$N_1 = \frac{\text{interdistanza} * N}{L_{\text{campata}}} \quad (3.44)$$

Questo valore sarà utilizzato per valutare la dinamica dell'impianto, su Matlab il ciclo più esterno contenente tutti i calcoli dinamici sarà compiuto sugli N_1 elementi che compongono il vettore di tempi che parte da un valore pari a $t = 0$ s e fino a $t = 25$ s.

2. VALUTAZIONE DELL'EFFETTO DELLA FUNE TRAENTE SULLA PORTANTE

A differenza degli studi precedenti, in cui è stato valutato il comportamento di una singola cabina lungo la fune, viene tenuto conto della forza che la fune traente esercita sulla fune portante. La fune traente, nonostante sia mantenuta in tensione tramite un sistema di pretensionamento, presenta una freccia maggiore rispetto alla fune portante durante la condizione di posa delle funi. Durante il moto dell'impianto la fune traente viene ammorsata al carrello e, di conseguenza, sollevata dalla posizione che manterrebbe in assenza di veicoli. Questa provoca una spinta sul carrello che si trasforma in una maggiore forza esercitata dal carrello sulla fune portante. Di seguito si riporta schematicamente la spinta sul carrello. Non vengono rappresentate tutte le forze già riportate in Figura 3-13 per cui il sistema non sarà in equilibrio; sono state riportate solamente le forze che ci interessano per la descrizione del problema, ovvero T_{destra} e $T_{sinistra}$, di cui assumeremo

le componenti ortogonali alla fune, e la forza per ottenere l'equilibrio lungo l'ortogonale alla fune, che altro non è che la spinta sul carrello ($F_{risultante}$).

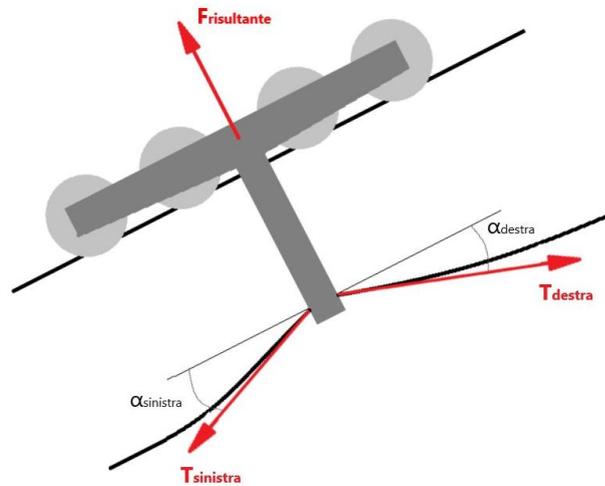


Figura 3-45: Rappresentazione forze esercitate dalla fune traente sul carrello

Per il calcolo delle forze e delle inclinazioni assunte dalla traente a sinistra e a destra del carrello è necessario calcolare l'equazione della catenaria per ogni tratto di fune compreso tra due veicoli. Quindi, per ogni carrello, dovrà essere calcolata la catenaria di sinistra e di destra per tutto il tragitto che la cabina compie, ovvero N_1 volte in cui è diviso il tratto di fune interessato. Tutto ciò è necessario in quanto, per un calcolo più preciso, è stata valutata la catenaria della traente in funzione della portante, ovvero le estremità della traente sono ricavate dalla posizione della portante per ogni istante. Di conseguenza la catenaria varia nel tempo durante lo spostamento della cabina. Vengono salvati i quattro valori (T_{destra} , $T_{sinistra}$, α_{destra} e $\alpha_{sinistra}$) all'interno di una matrice ed utilizzati per il calcolo della spinta tramite l'equazione:

$$F_{ris} = T_{destra} * \sin(\alpha_{destra}) + T_{sinistra} * \sin(\alpha_{sinistra}) \quad (3.45)$$

Il contributo fornito dalla fune traente in termini di forza viene sommato alla forza applicata dalla cabina (Equazione 3.42) per il calcolo dinamico.

3. CREAZIONE DEI VETTORI DI FORZA

In questo caso anche il vettore forza non avrà più N elementi, in quanto ogni cabina percorrerà solamente un tratto di campata; inoltre, effettuando l'analisi su un tempo pari a $T = 25$ s, tutte le cabine percorreranno un tragitto diverso dalle altre: la prima cabina

percorrerà il primo tratto di fune (da 0 a 175 m), la seconda percorrerà il secondo tratto (da 175 a 350 m) e così via. Di conseguenza, il vettore di forza calcolato da una cabina viaggiante lungo tutta la campata verrà diviso in un numero di vettori pari al numero di cabine che transita lungo la portante, ognuno contenente la forza che la cabina esercita sul tratto di fune interessato. I vari vettori sono raccolti all'interno di una matrice, che avrà quindi dimensione pari a $n^{\circ} \text{ cabine} \times N_1$.

Tenendo conto di queste modifiche, si ottengono quindi per ogni cabina diversi valori di forza. Nel seguito si riporta la figura riguardante un generico veicolo analizzato, per esempio il quinto della campata 2.

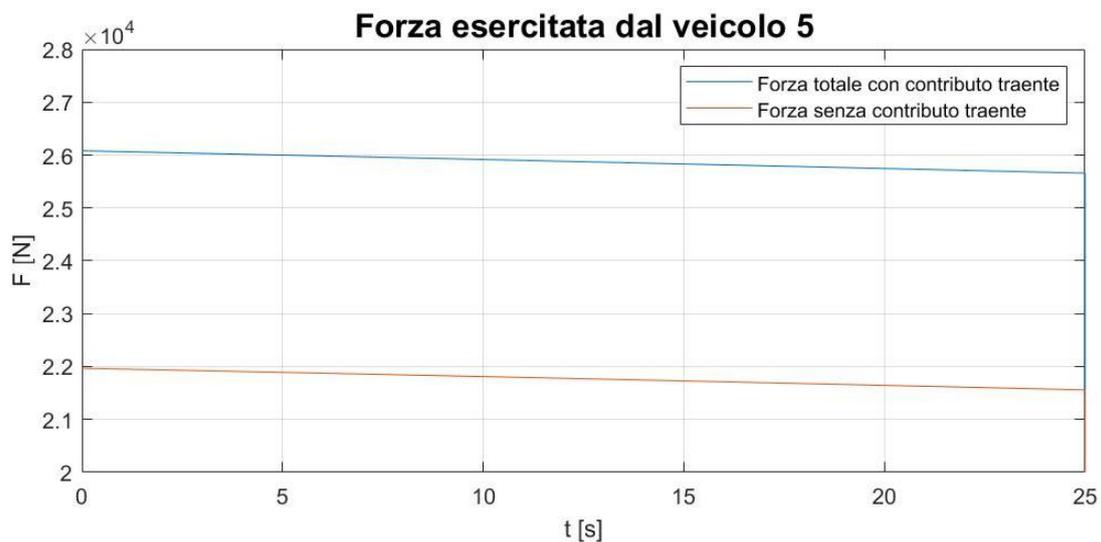


Figura 3-46: Contributo di forza dato dalla traente

3.5.3. Grafici e risultati campata 2 del tronco 1

In questa fase verranno analizzati i grafici ottenuti sulla seconda campata del tronco 1 dell'impianto con una descrizione completa dei fenomeni. Nel seguito verranno poi riportate a scopo illustrativo alcune figure riguardanti altre campate, quelle più significative, mentre nell'ultima parte del capitolo saranno invece mostrati i risultati ottenuti per l'intero impianto.

Come punto di partenza si riporta, a scopo illustrativo, un'immagine riguardante la dinamica della fune calcolata nel tempo analizzato (25 s) e assunta ad un'istante di tempo fissato e pari a $t = 24 \text{ s}$. Per ovvie ragioni non è possibile riportare l'animazione ottenuta con Matlab del movimento dell'impianto, per cui si riporta, come già fatto per i casi

precedenti, sia la configurazione totale (parte statica + parte dinamica) assunta dalla fune soggetta ai carichi concentrati, sia la configurazione dinamica, sulla quale possono essere compiute analisi più dettagliate. Per una migliore visualizzazione, nella configurazione totale sono state rappresentate schematicamente le cabine che si muovono lungo la fune, in corrispondenza del punto effettivo in cui si trovano.

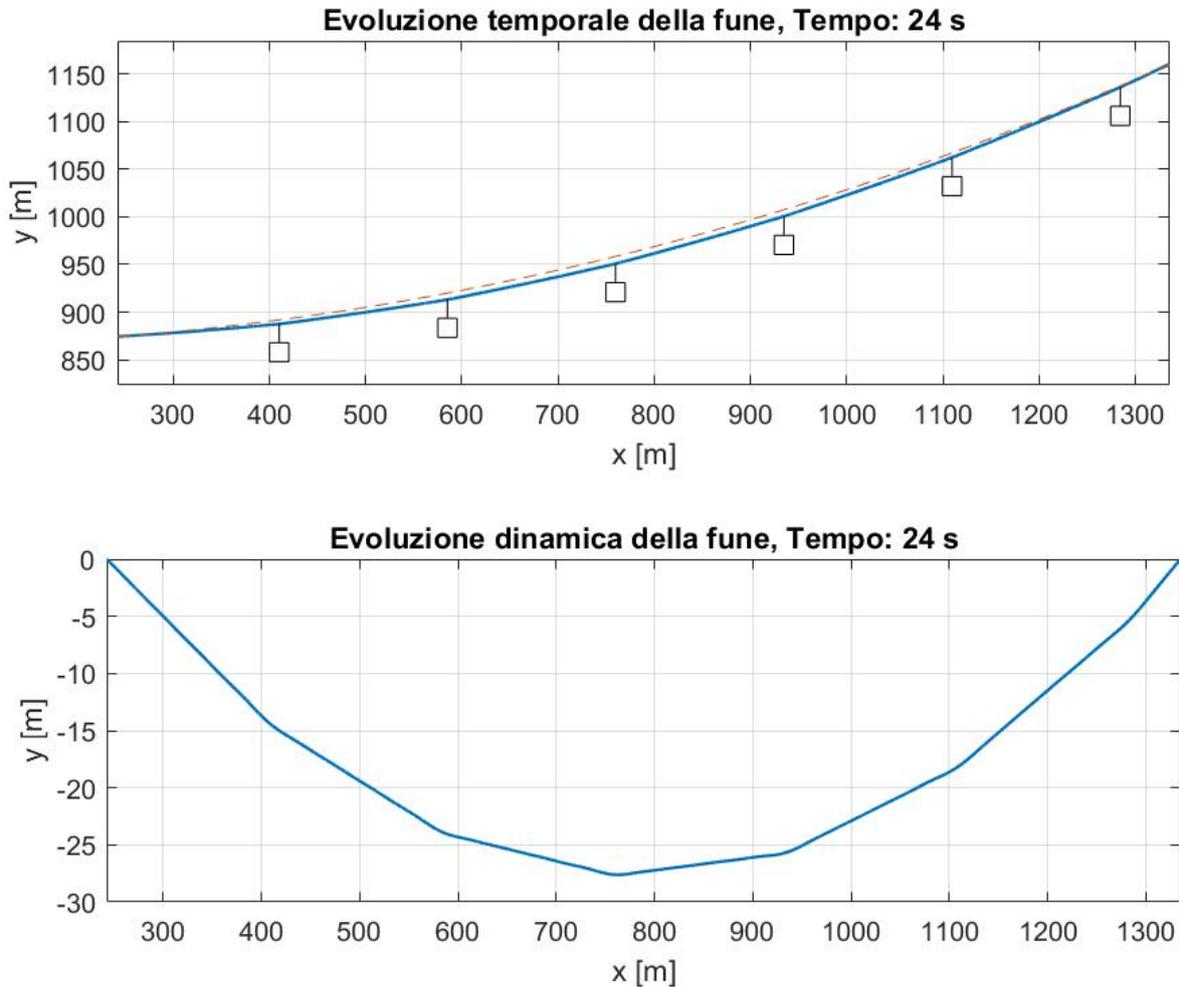


Figura 3-47: Configurazione della fune in condizioni di regime dell'impianto

Come si poteva immaginare, gli effetti dinamici lungo la fune sono trascurabili; la posizione delle cabine provoca una deformazione della fune molto simile a quella che si otterrebbe semplicemente valutando la sovrapposizione dei vari contributi di carico in statica. Nello studio dinamico è stato però possibile implementare il calcolo valutando l'inclinazione in ogni punto, cosa non semplice se affrontata tramite un calcolo statico. Inoltre, valutando nel tempo la configurazione assunta dalla fune, è stato possibile ricavare i risultati principali istante per istante, ottenendo così dei diagrammi importanti per la valutazione finale.

3.5.3.1. Valutazione della freccia

La prima analisi effettuata è proprio sulla freccia, ovvero la differenza verticale tra la retta congiungente i due sostegni presi in esame e la configurazione assunta dalla fune.

Valutando il movimento dell'impianto si ottiene, per ogni elemento di tempo analizzato, un grafico di freccia differente. Anche in questo caso si riporterà solamente una figura ad un certo istante di tempo. Nella figura sono stati separati i due contributi statico e dinamico; nel primo caso viene rappresentato il grafico risultante dall'applicazione del solo peso proprio della fune (contributo statico in assenza di veicoli), nel secondo caso viene rappresentato il grafico risultante dall'applicazione dei carichi concentrati, ovvero i veicoli, che si muovono lungo la fune (contributo dinamico). Tramite sovrapposizione si ottiene il valore effettivo della freccia, tenendo in considerazione che gli spostamenti dinamici vengono applicati in direzione ortogonale alla catenaria, per cui si assumerà solo la componente verticale.

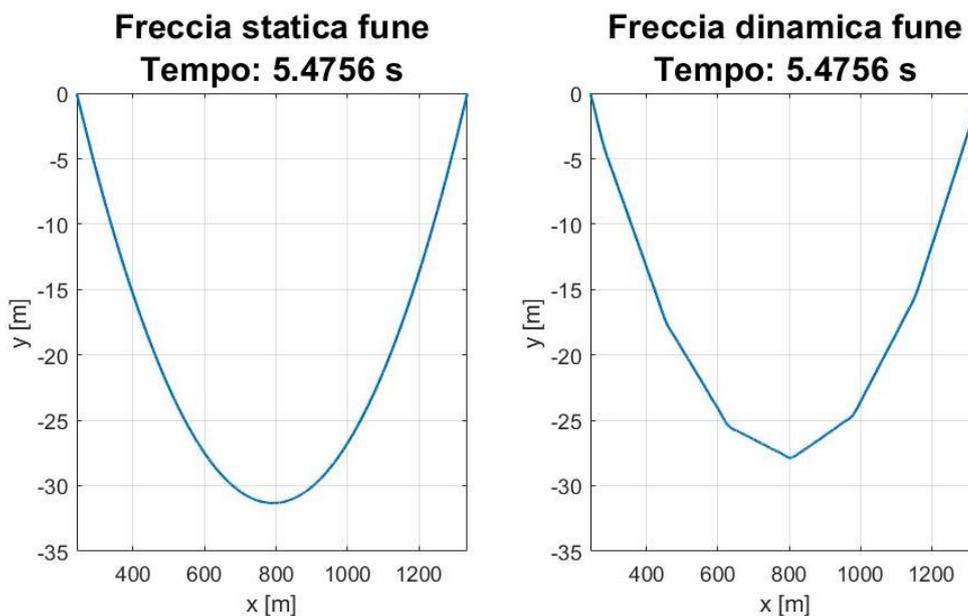


Figura 3-48: Freccia ad un generico istante di tempo $t = 24$ s

Il calcolo della freccia, effettuato per ogni step temporale, viene salvato volta per volta all'interno della riga di una matrice. Questo passaggio è utile per poter rappresentare graficamente i valori di freccia massima nel tempo; in questo modo è possibile avere informazioni più dettagliate rispetto a quelle ottenibili dal calcolo di linea, è possibile conoscere l'istante di tempo in cui si avrà la freccia massima (di conseguenza la posizione dei veicoli in tale istante) e anche il valore di ascissa che corrisponde a tale valore.

I valori di freccia massima nel tempo, per la campata in questione, sono:

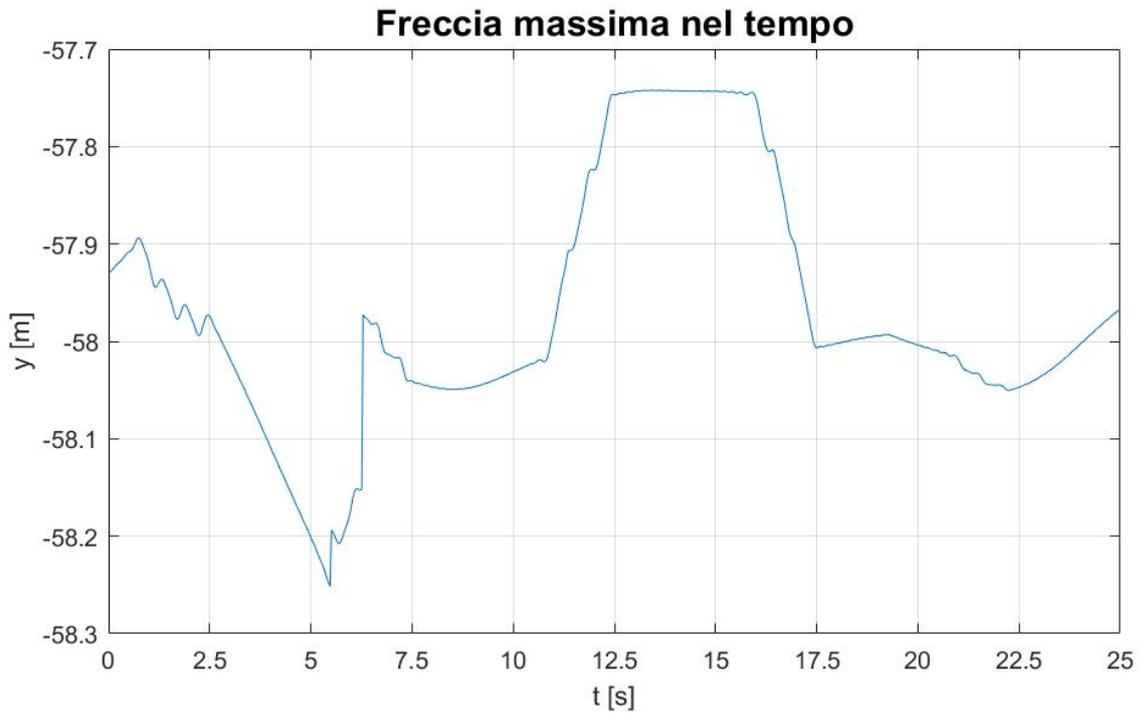


Figura 3-49: Freccia massima nel tempo

Si può vedere che i valori massimi, in condizioni di regime, non variano molto (valori compresi in $0,6\text{ m}$). Da questa immagine si può ricavare, come già detto, il momento in cui si avrà il valore massimo di freccia; andando ad analizzare la configurazione assunta dalla fune a quell'istante, è possibile ricavare anche il valore di ascissa nel quale è presente la freccia massima.

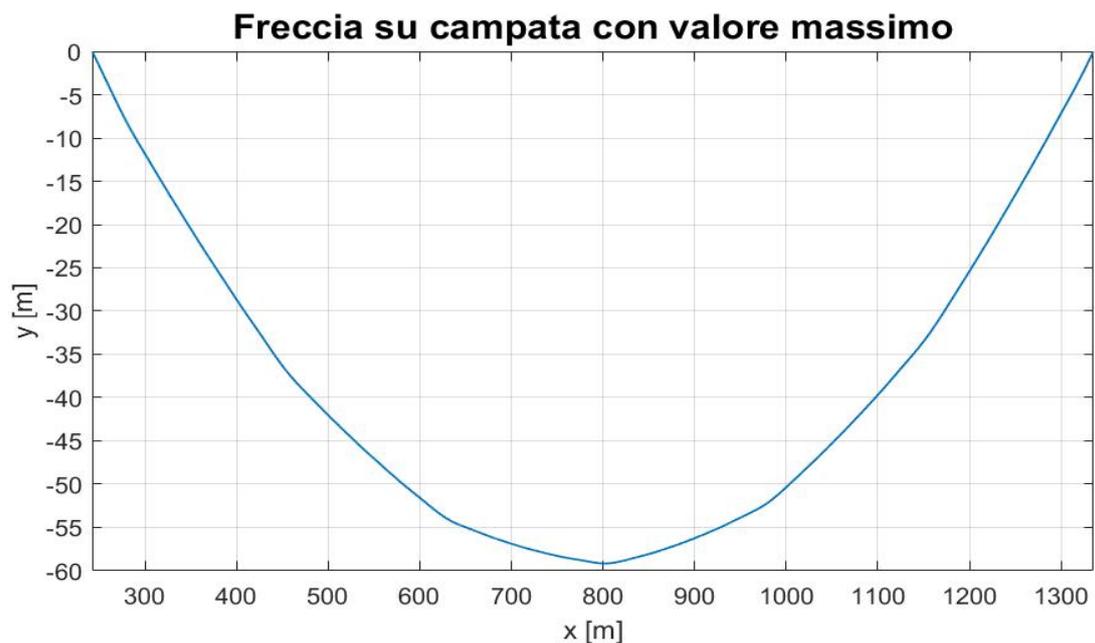


Figura 3-50: Freccia lungo la campata all'istante in cui si ha il valore massimo

Quanto descritto è già implementato in Matlab, in modo che il programma fornisca in automatico questi risultati.

Per la campata analizzata si ottiene quindi:

- $freccia\ massima = 58,25\ m$
- $t_{freccia,max} = 5,48\ s$
- $x_{freccia,max} = 802,02\ m$

Quando si riporteranno i risultati di ogni campata verrà inserito solo il valore *freccia massima*, in quanto il più interessante.

3.5.3.2. *Inclinazione della fune sulle scarpe a valle e a monte*

Un'altra informazione molto importante riguarda le inclinazioni della fune a monte e a valle di ogni campata, ovvero rispettivamente in uscita dalla scarpa del sostegno di valle e in ingresso sulla scarpa del sostegno di monte. Questi risultati sono fondamentali per una corretta progettazione delle scarpe, infatti un valore di inclinazione all'estremo della scarpa minore rispetto a quella della fune porterebbe ad una rapida usura della portante causata dallo sfregamento della stessa con l'estremità della scarpa in ingresso o in uscita. Per avere un funzionamento corretto deve verificarsi la condizione in cui la fune portante si solleva dalla scarpa prima dell'estremo finale; proprio per questo motivo vengono valutati anche questi due angoli.

Anche in questo caso verrà valutata l'inclinazione assunta dalla fune durante tutto il periodo dell'analisi e verrà quindi assunto l'angolo più critico; in uscita dalla scarpa del sostegno di valle verrà quindi valutato l'angolo più piccolo rispetto all'orizzontale mentre in ingresso sulla scarpa del sostegno di monte verrà valutato l'angolo più grande. I risultati sono ottenuti tenendo conto della lunghezza della scarpa.

Prima di mostrare i grafici contenenti le varie inclinazioni nel tempo, si riportano i valori peggiori per entrambi i casi:

- *inclinazione in uscita sostegno di valle:* $\theta_{valle} = 0,0365\ rad$
- *inclinazione in uscita sostegno di monte:* $\theta_{monte} = 0,4509\ rad$

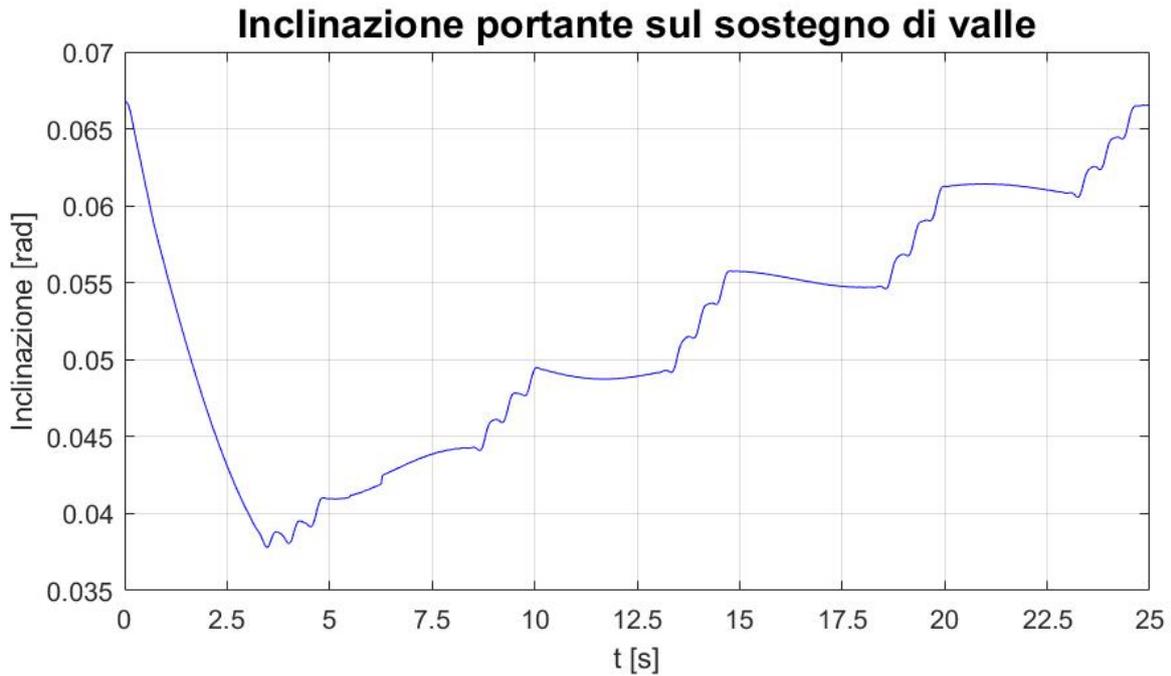


Figura 3-51: Inclinazione in uscita dal sostegno di valle

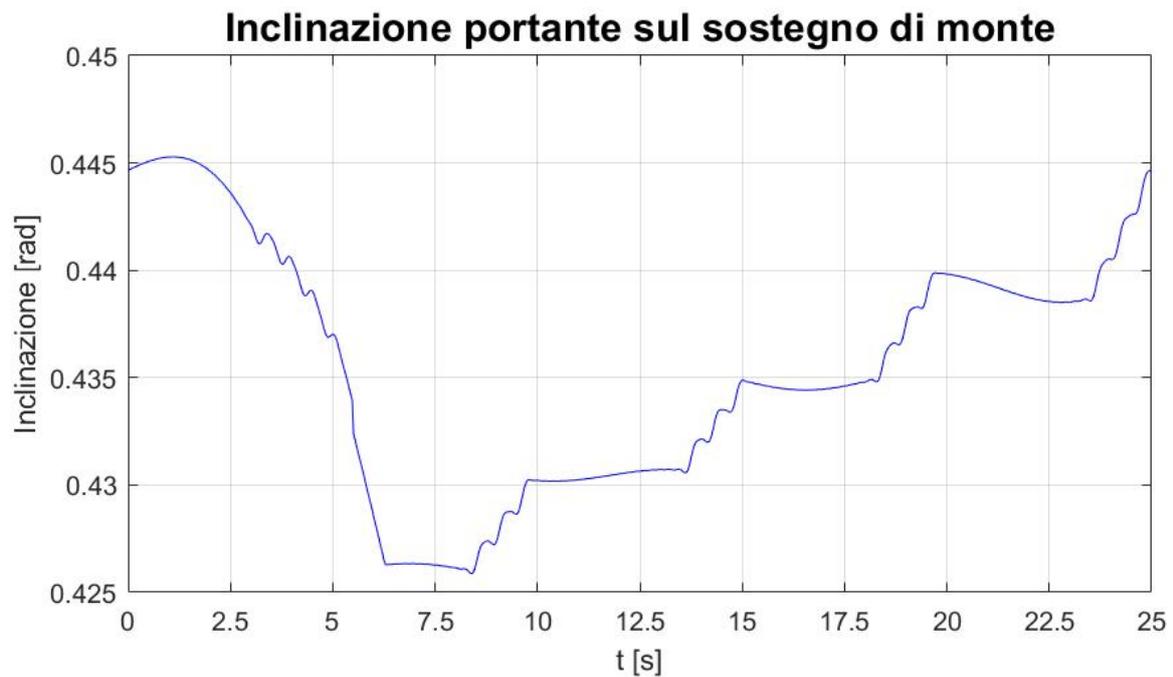


Figura 3-52: Inclinazione in ingresso sul sostegno di monte

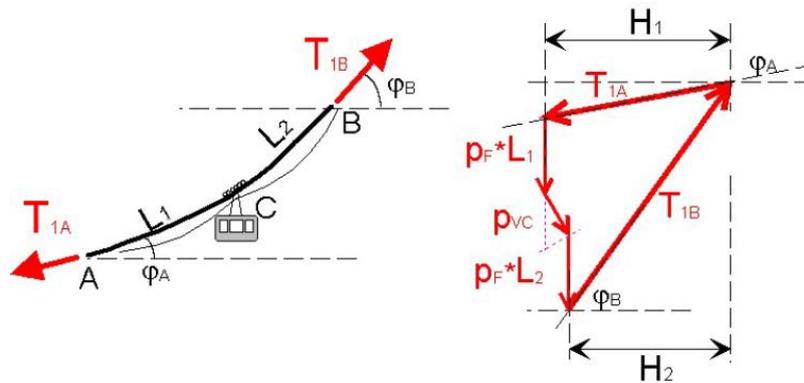
Anche in questo caso, i risultati ottenuti saranno confrontati in un secondo momento con quelli presenti nel progetto.

3.5.3.3. Tensione delle funi portante e traente a monte della campata

Viene riportato un grafico contenente le tensioni calcolate nel tempo in corrispondenza del sostegno di monte. Bisogna però distinguere tra i due diversi casi:

1. Tensione fune portante

Facendo riferimento al diagramma di corpo libero di Figura 2-14 (pag. 50):



E considerando che lungo il tratto di fune sono presenti più veicoli (p_{vc}), si ottiene la seguente equazione di equilibrio:

$$T_{1B} = \frac{T_{1A} * \sin(\varphi_A) + p_f * L_{tot} + \sum_{i=1}^{n^{\circ} \text{cabine}} p_{vc,i} * \cos(\alpha_i)}{\sin(\varphi_B)} \quad (3.46)$$

Inserendo tale equazione all'interno del programma, si ricava il seguente grafico:

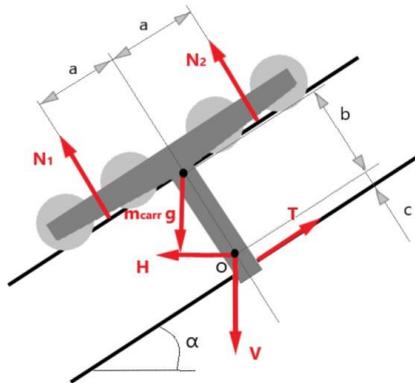


Figura 3-53: Tensione della portante a monte della campata

Si ottiene che il valore di tensione massimo corrisponde a $T_{monte,portante} = 884690 \text{ N}$

2. Tensione fune traente

La tensione traente, a differenza della portante, è soggetta al peso proprio solo tramite la componente che agisce in direzione parallela alla fune, ovvero che agisce direttamente sulla forza traente. Oltre a questo contributo, la fune traente dovrà soddisfare l'equilibrio ricavato in Figura 3-13 (qui riportata), esercitando quindi alla forza T risultante da quell'equilibrio. Si deve inoltre tenere conto dell'attrito esercitato dai rulli del carrello di ogni veicolo sulla fune.



Ricapitolando, la fune traente sarà composta quindi da tre componenti principali:

- Contributo del peso proprio;
- Forza per muovere le cabine (per ogni cabina);
- Attrito ai rulli.

L'equazione diventa quindi:

$$T_{monte,traente} = T_{valle,traente} + p_{traente} * (y_{monte} - y_{valle}) + \sum_{i=1}^{n^{\circ}cabine} T_i + A_{rulli} * \sum_{i=1}^{n^{\circ}cabine} F_{cab,i} \quad (3.47)$$

Con: $F_{cab} = N_1 + N_2$ Forza esercitata dalla cabina

$A_{rulli} = 0,012$ Coefficiente d'attrito sui rulli

Inserendo questa equazione all'interno del programma si ottiene la seguente figura:

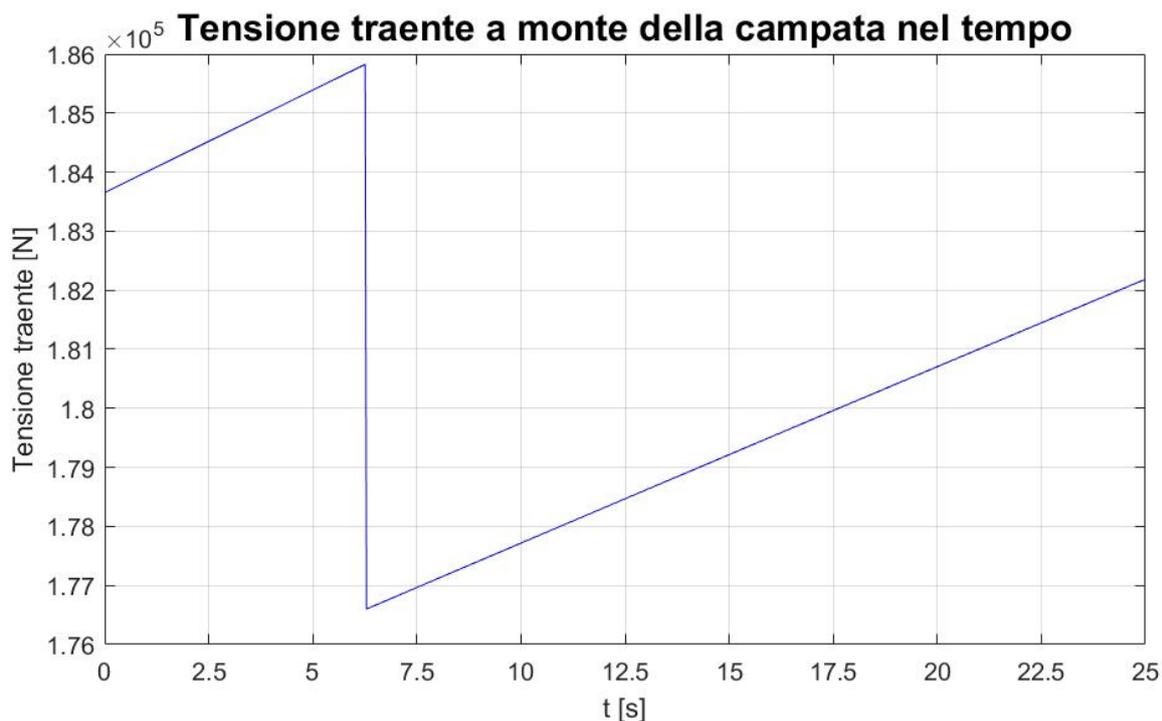


Figura 3-54: Tensione traente a monte della campata

Il 'salto' che si può notare rappresenta l'uscita di un veicolo dalla campata, ovvero quando il veicolo più vicino al sostegno di monte attraversa il pilastro per passare dunque alla campata successiva. La stessa cosa si può notare agli estremi del grafico: i due valori non coincidono a discapito della periodicità già discussa a causa proprio del fatto che all'istante $t = 25 \text{ s}$ in campata si avrà un veicolo in meno rispetto all'istante appena successivo, in cui entrerà in campata un nuovo veicolo riportando quindi la forza traente al valore iniziale.

La tensione traente massima corrisponde a $T_{monte,traente} = 185830 \text{ N}$.

I valori di tensione sono stati ricavati assumendo come tensione a valle quella massima ricavata nel progetto Leitner, per cui le tensioni a monte potrebbero non corrispondere esattamente.

3.5.3.4. Deformazione a metà campata

Per completezza si riporta il grafico in cui viene rappresentata la deformazione a metà campata nel tempo analizzato.

Il grafico non fornisce risultati confrontabili con quelli del progetto ma viene riportato lo stesso in quanto analizzato in tutti i casi studiati in precedenza.

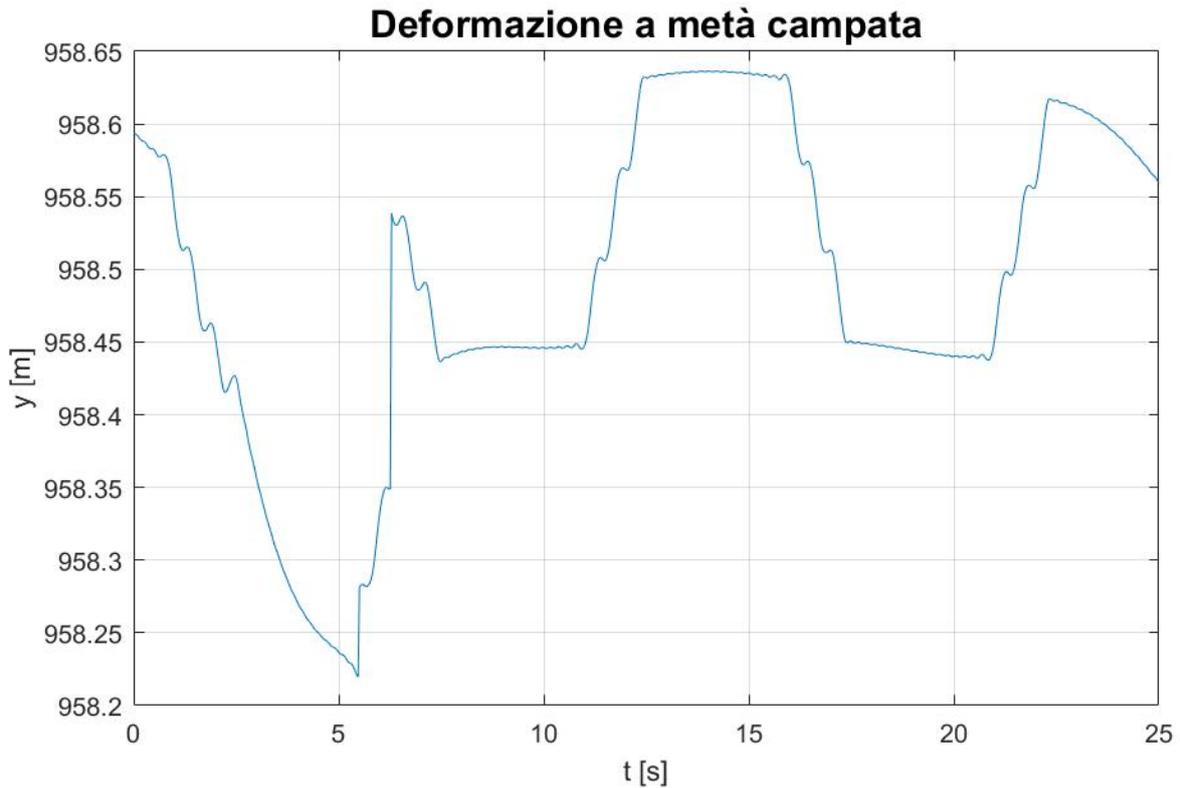


Figura 3-55: Deformazione a metà campata

3.5.4. Risultati intera linea di Nebelhorn

I principali risultati ricavati attraverso il programma, già descritti, vengono di seguito riassunti:

- Calcolo della freccia della fune portante
- Calcolo dell'inclinazione a valle della campata (in uscita dalla scarpa)
- Calcolo dell'inclinazione a monte della campata (in ingresso sulla scarpa)
- Calcolo della tensione traente a monte della campata
- Calcolo della tensione della fune portante a monte della campata

Lo scopo di questo capitolo è riportare i risultati ottenuti dallo script Matlab ed effettuare un confronto con i valori del progetto di Leitner. Si analizzeranno quindi tutte le campate dei due tratti dell'impianto, riportando in tabella i risultati.

L'ultimo punto non verrà riportato nei risultati finali in quanto, non valutando la tensione ad inizio campata e assumendo la tensione a valle da quella di progetto, si otterrebbero gli stessi valori.

3.5.4.1. Freccia

TRONCO 1

	Rinvio – C1	C1 – C2	C2 – C3	C3 – Monte
Freccia calcolata [m]	2,2	58,25	13,46	3,76
Freccia assunta [m]	1,63	59,45	13,05	3,21
Errore [m]	0,57	-1,2	0,41	0,55
Errore percentuale [%]	35%	-2%	3,1%	17,1%

Tabella 3-3: Valori di freccia – tronco 1

TRONCO 2

	Rinvio – C4	C4 – C5	C5 – C6	C6 – Monte
Freccia calcolata [m]	1,55	50,67	65,83	1,10
Freccia assunta [m]	1,01	52,53	67,43	0,55
Errore [m]	0,54	-1,86	-1,60	0,55
Errore percentuale [%]	53,5%	-3,5%	-2,4%	100%

Tabella 3-4: Valori di freccia – tronco 2

Dal confronto tra i risultati ottenuti con quelli assunti dal progetto, si può notare che l'errore tra i vari casi rimane all'incirca costante. Ovviamente le campate più corte presentano errori espressi in percentuale molto grandi. Probabilmente la differenza tra i valori è dovuta al fatto che nella analisi dinamica qui effettuata sono stati inseriti i veicoli nelle posizioni esatte e di conseguenza è stato analizzato il carico concentrato in un punto e non distribuito lungo la fune.

La media degli errori assoluti è: $Err_{medio} = 0,57 \text{ m}$.

Lo studio delle vibrazioni è stato effettuato principalmente per le campate più lunghe (C1 – C2, C4 – C5, C5 – C6); l'errore ricavato è di entità modesta.

3.5.4.2. *Inclinazione a valle*

TRONCO 1

	Rinvio – C1	C1 – C2	C2 – C3	C3 – Monte
Inclinaz. calcolata [rad]	0,1988	0,0378	0,1190	–0,0756
Inclinaz. assunta [rad]	0,2089	0,0431	0,1303	–0,0591
Errore [rad]	–0,0101	–0,0053	–0,0113	–0,0165
Errore percentuale [%]	–4,8%	–12,3%	–8,7%	–27,9%

Tabella 3-5: Inclinazione a valle – tronco 1

TRONCO 2

	Rinvio – C4	C4 – C5	C5 – C6	C6 – Monte
Inclinaz. calcolata [rad]	0,2236	0,0810	0,0474	–0,1000
Inclinaz. assunta [rad]	0,2357	0,0824	0,0495	–0,0830
Errore [rad]	–0,0121	–0,0014	–0,0021	–0,0170
Errore percentuale [%]	–5,1%	–1,7%	–4,2%	20,5%

Tabella 3-6: Inclinazione a valle – tronco 2

Gli errori sono di entità modesta e anche in questo caso si ricavano valori più simili a quelli di progetto per le campate più ampie.

3.5.4.3. *Inclinazione a monte*

TRONCO 1

	Rinvio – C1	C1 – C2	C2 – C3	C3 – Monte
Inclinaz. calcolata [rad]	0,2872	0,4453	0,3222	0,0489
Inclinaz. assunta [rad]	0,2781	0,4461	0,3137	0,0332
Errore [rad]	0,0091	–0,0008	0,0085	0,0157
Errore percentuale [%]	3,3%	0,2%	2,7%	47,3%

Tabella 3-7: Inclinazione a monte – tronco 1

TRONCO 2

	Rinvio – C4	C4 – C5	C5 – C6	C6 – Monte
Inclinaz. calcolata [rad]	0,3023	0,4647	0,4600	-0,0277
Inclinaz. assunta [rad]	0,2912	0,4669	0,4626	-0,0454
Errore [rad]	0,0111	-0,0022	-0,0026	0,0177
Errore percentuale [%]	3,8%	-0,5%	-0,6%	-38,9%

Tabella 3-8: Inclinazione a monte – tronco 2

Come per il caso precedente si ricavano valori molto simili per campate più grandi rispetto alle campate con tratti più corti. La correttezza del modello anche per campate più corte andrà verificata durante il funzionamento dell'impianto.

3.5.4.4. *Tensione della traente a monte*

TRONCO 1

	Rinvio – C1	C1 – C2	C2 – C3	C3 – Monte
$T_{traente}$ calcolata [N]	129809	185827	215121	213558
$T_{traente}$ assunta [N]	127339	187341	214137	215445
Errore [N]	2470	-1514	984	-1887
Errore percentuale [%]	1,9%	-0,8%	0,5%	-0,9%

Tabella 3-9: Tensione fune traente a monte – tronco 1

TRONCO 2

	Rinvio – C4	C4 – C5	C5 – C6	C6 – Monte
$T_{traente}$ calcolata [N]	90808	150379	218349	220217
$T_{traente}$ assunta [N]	91072	152340	222080	223175
Errore [N]	-264	-1961	-3731	-2958
Errore percentuale [%]	-0,3%	-1,3%	-1,7%	-1,3%

Tabella 3-10: Tensione fune traente a monte – tronco 2

3.5.4.5. Oscillazioni

Per quanto riguarda le oscillazioni causate dal movimento dei veicoli si può infine dire che sono di entità sufficientemente modesta da considerare il loro effetto trascurabile rispetto allo spostamento provocato dal peso dei veicoli.

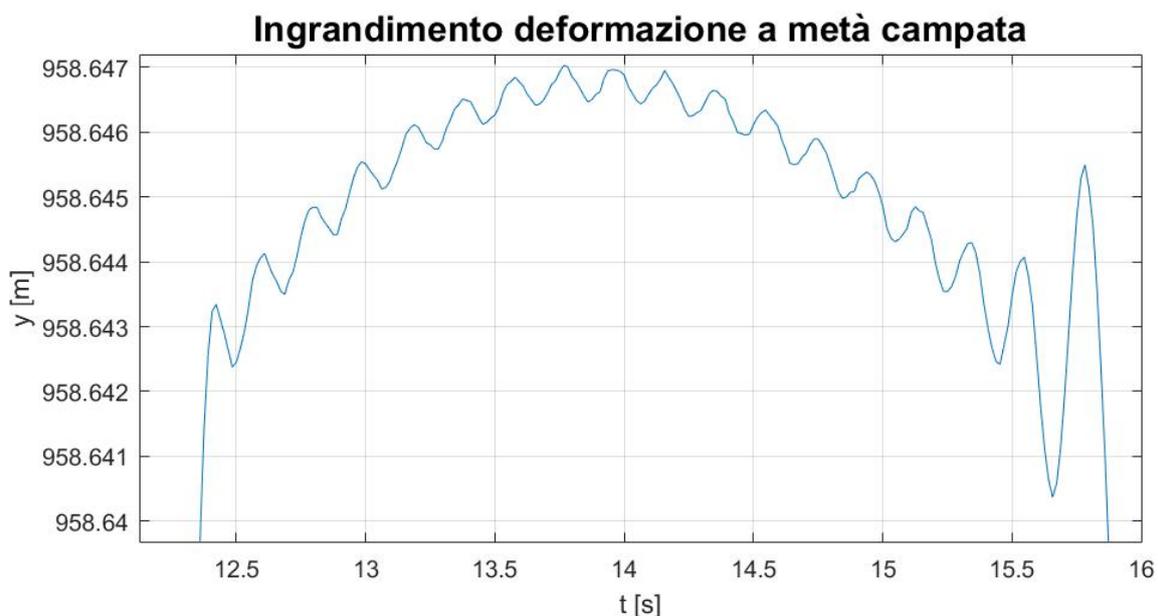


Figura 3-56: Ingrandimento Figura 3-55 – Valutazione delle oscillazioni lungo la fune

Dall'ingrandimento di Figura 3-55 (o da qualsiasi altra figura nel tempo) si può notare che le oscillazioni presentano picchi di massimi e minimi locali di valore molto piccolo (ordine dei mm) se confrontato con la freccia. La loro entità, come già ben noto, non influisce sul sistema; si è però verificato inoltre che i piccoli effetti dinamici non influenzano nemmeno il comportamento della trante, che può considerarsi quindi trattabile in maniera separata rispetto alla portante, considerando quest'ultima come trave indeformabile.

4. CONFIGURAZIONE DINAMICA DELLA FUNE TRAENTE

Dopo aver studiato approfonditamente la fune portante si passa all'analisi della fune traente, più nel dettaglio del tratto su cui si verificano le oscillazioni. Come abbiamo osservato, un piccolo effetto oscillatorio sulla traente potrebbe essere provocato anche dalla portante, in quanto anche su di essa sono presenti fenomeni dinamici; questi però possono essere ritenuti trascurabili ai fini dello studio. Gli effetti dinamici della portante sono infatti di entità modesta, per cui sicuramente non sono il motivo principale delle vibrazioni che nascono in corrispondenza dei sostegni; il loro effetto potrebbe essere una lieve amplificazione dell'onda sul tratto di traente, che può essere ritenuta trascurabile.

Grazie ai risultati ottenuti in precedenza, è possibile quindi analizzare la fune traente in maniera separata dalla fune portante, ipotesi comunque non scontata a priori. In questo modo lo studio della traente si semplifica notevolmente in quanto sulle estremità del tratto di fune non dovranno essere applicate condizioni iniziali variabili nel tempo causate proprio dal movimento verticale della fune.

Il problema verrà affrontato facendo riferimento ad alcuni articoli presenti in letteratura nei quali viene trattato proprio il tema riguardante lo smorzamento non proporzionale applicato a travi soggette a pretensionamento:

- *"A new analytical technique for vibration analysis of non-proportionally damped beams"*, S. Sorrentino, S. Marchesiello, 2002;
- *"Analytical investigation of railway overhead contact wire dynamics and comparison with experimental results"*, D. Anastasio, A. Fasana, L. Garibaldi, S. Marchesiello, 2017.

Verrà quindi studiato il sistema utilizzando quanto già ricavato da studi precedenti, applicando le dovute modifiche.

4.1. Descrizione del problema

Il tratto di fune traente che si intende analizzare è quello compreso tra il veicolo più vicino ai sostegni di monte ed i sostegni stessi, su cui sono presenti i rulli ammortizzati dei

quali si vuole studiare l'effetto che hanno sulla traente. Il sistema sarà quindi composto da un tratto di fune, che nell'analisi tratteremo come una trave di Eulero-Bernoulli, alle cui estremità applicheremo come condizioni al contorno due incastri:

1. Estremità di sinistra: la fune è ammorsata alla cabina, per cui ovviamente la condizione più veritiera è l'incastro;
2. Estremità di destra: la fune è sostenuta dai rulli, ogni rullo corrisponde ad un appoggio e, come noto dalla letteratura, più appoggi ravvicinati vengono trattati come un incastro.

Ai fini di semplificare il problema, lo studio del sistema massa-molla-smorzatore (che rappresenta proprio il rullo ammortizzato) viene affrontato solamente sul primo rullo, essendo il primo ad entrare in contatto con la fune, e di conseguenza il rullo che fornisce il contributo fondamentale in termini di smorzamento.

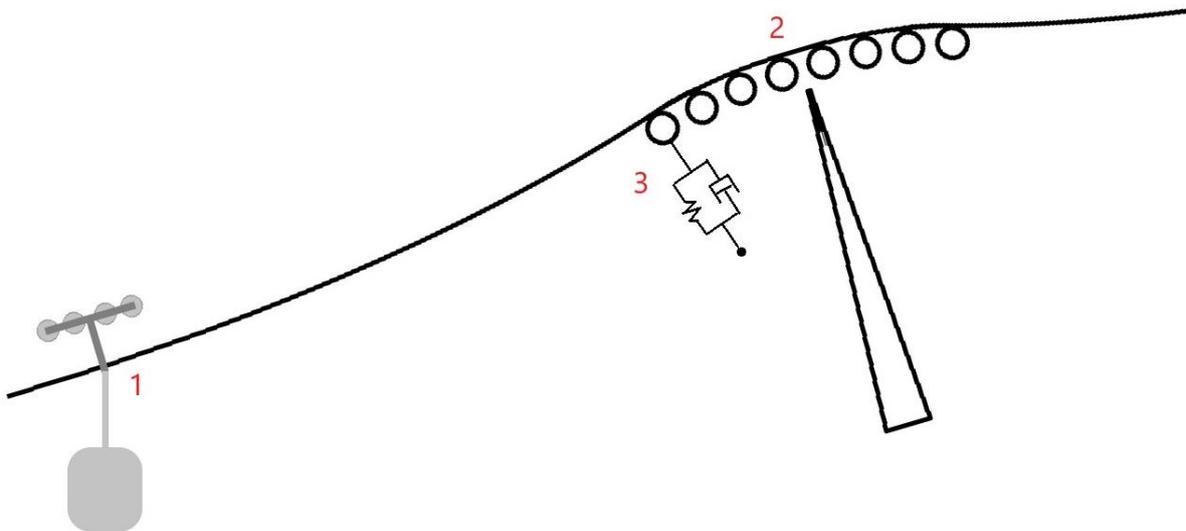


Figura 4-1: Schema semplificato del tratto di fune

Nella figura sono stati riportati solamente gli elementi utili alla comprensione del problema, non è stata riportata la fune portante in quanto come già detto non influisce in maniera consistente sul sistema. In figura si possono notare agli estremi le due condizioni discusse precedentemente (1: morsa della cabina, 2: serie di rulli) e il sistema massa-molla-smorzatore (3). Il tratto di fune interessato è quello compreso tra la cabina e il sostegno (tratto 1 – 2).

Dalla figura si nota subito che lo smorzamento applicato alla fune non è proporzionale bensì concentrato in un punto, per cui l'analisi modale andrà affrontata tenendo in considerazione questo smorzamento concentrato. Proprio per questo motivo il problema non è affatto banale; per l'analisi che seguirà verrà quindi considerato un sistema semplificato rispetto a quello effettivo (per esempio verrà trattato il sistema come lineare anche se in realtà non lo è), cercando di ottenere risultati non troppo distanti dalla realtà. Lo scopo a cui cercheremo di giungere è quello di ottenere risultati riguardanti il fattore di smorzamento e l'influenza dei rulli ammortizzati sulla fune (efficacia dello smorzatore), semplificando il più possibile il sistema.

4.1.1. *Principali cause della vibrazione del tratto di traente*

Prima di affrontare lo studio della traente si cerca di indagare tra le possibili cause che portano a fenomeni oscillatori così marcati durante il funzionamento in condizioni di regime dell'impianto. Il problema viene riscontrato durante il collaudo della maggior parte degli impianti 2S e si verifica esclusivamente in corrispondenza del sostegno, come riportato in Figura 4-1. Si è notato che all'aumentare della velocità dell'impianto il fenomeno è amplificato e le oscillazioni sono più marcate. Si è osservato inoltre che, come ragionevole, al diminuire della distanza tra veicolo e sostegno, ovvero quando la lunghezza del tratto di fune si riduce, la frequenza aumenta notevolmente. Il fenomeno che si intende evitare è proprio quello di frequenze e ampiezze elevate. Inizialmente, non sapendo come ovviare al problema, si è deciso di ridurre la velocità per scongiurare il pericolo di scarrucolamento della fune; in un secondo momento è stato inserito l'ammortizzatore descritto nel Capitolo 1, grazie al quale è stato possibile raggiungere velocità più elevate. L'ultima idea, che andrà verificata nel seguente lavoro, è stata quella di sostituire la rulliera classica con rulli ammortizzati, senza per ora avere un riscontro sperimentale sull'efficacia.

I motivi che possono portare a questo fenomeno oscillatorio si pensa possano essere essenzialmente tre:

1. Urto tra la fune traente e i rulli;
2. Interazione tra fune portante e traente;
3. Pendolamento della cabina durante il passaggio sul sostegno.

Il secondo punto viene escluso a priori in quanto, dopo aver analizzato le oscillazioni della portante ed essendo queste ultime di entità modesta, si è giunti alla conclusione che non influenzino in maniera marcata le vibrazioni della fune traente.

Rimangono quindi da analizzare il primo e il terzo caso. Lasciando per ultimo l'urto tra fune portante e fune traente, in quanto considerato il più importante, viene analizzato l'effetto del pendolamento della cabina.

Le vibrazioni nel tratto di traente si verificano proprio quando il veicolo supera il sostegno e passa nella campata successiva; questo fa pensare ad un'influenza del transito del veicolo sulle successive vibrazioni della fune. Come già visto durante lo studio della tensione in corrispondenza del sostegno (sottoparagrafo 3.5.3.3. - Figura 3-54), l'uscita del veicolo dalla campata provoca una brusca diminuzione di tensione. Questo fenomeno potrebbe in parte influire sul fenomeno oscillatorio, specialmente se la cabina durante il transito sul sostegno è soggetta a pendolamento. In questo caso la tensione sulla fune traente subirebbe oscillazioni nella fase precedente e successiva al cambio di campata; si avrebbe così una forzante che agisce in direzione perpendicolare alla fune. Nonostante il cambio di pendenza tra due campate adiacenti non si verificano fenomeni di pendolamento importanti in quanto l'ampio raggio di curvatura dei sostegni permette ai veicoli di variare in maniera graduale l'inclinazione. Di conseguenza le oscillazioni rilevate non sono dovute al cambio di pendenza e di tensione tra le campate.

4.1.1.1. Urto tra fune traente e rulli

Rimane quindi come motivo principale per la nascita del fenomeno oscillatorio l'urto tra la fune e i rulli delle rulliere. La fune viene sollevata dai rulli in corrispondenza del carrello di ogni veicolo e torna in contatto con essi subito dopo il transito della cabina. Più la velocità della linea è elevata e più rapidamente la fune entrerà in contatto coi rulli; tale rapidità porta ad un aumento dell'urto provocato dalla discesa della fune. Quest'urto, assimilabile ad un effetto impulsivo sulla fune, è proprio la forzante del sistema che porta il tratto di fune in vibrazione. Nel periodo successivo all'impulso iniziale il sistema è posto in vibrazione libera e l'onda si propaga sul tratto di fune con una frequenza che dipende appunto dalla lunghezza del tratto preso in esame.

L'intensità dell'urto è sconosciuta per cui si cerca di analizzare tutti i parametri necessari alla sua individuazione. In primo luogo, è necessario valutare la tensione in corrispondenza dei sostegni, la quale, moltiplicata per le inclinazioni della fune ad inizio e fine della scarpa, fornisce la spinta sui rulli. Prendendo come tensione traente quella in Figura 3-54, riguardante la tensione a monte della campata 2 del tronco 1, si riporta la spinta sul sostegno tra la seconda e la terza campata:

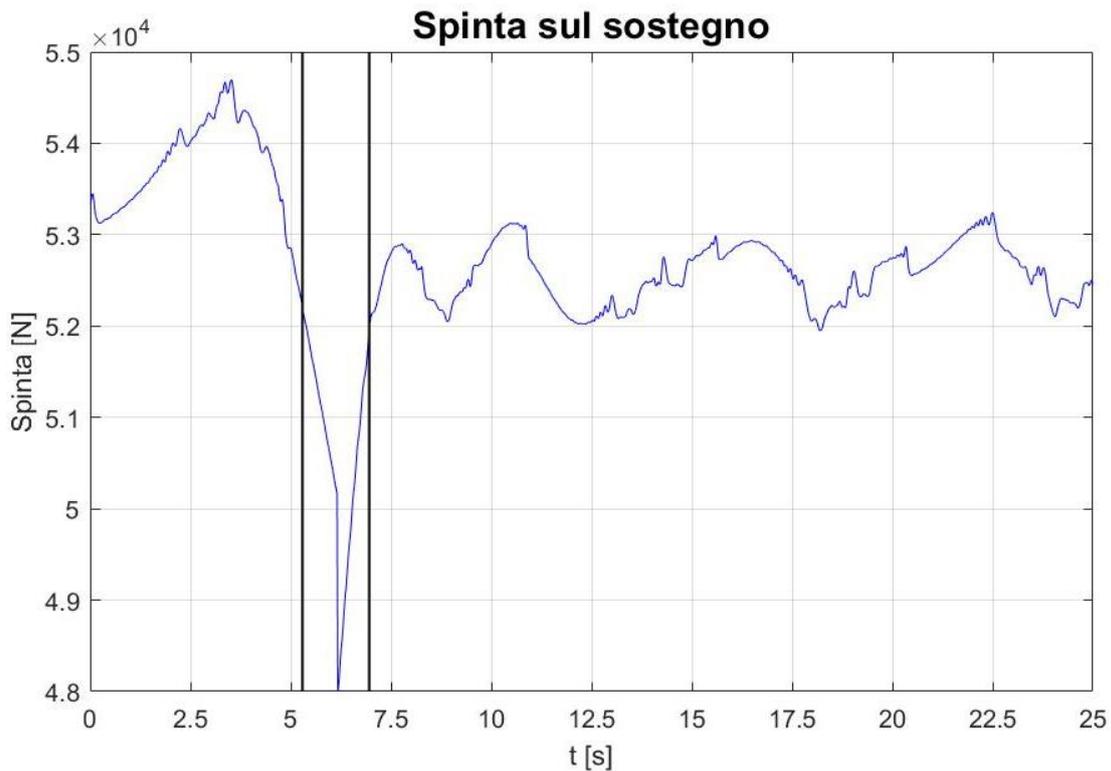


Figura 4-2: Spinta sul sostegno C2, tra le campate 2 e 3

Come secondo parametro interessante per la valutazione del fenomeno, viene determinato il tempo di sollevamento e di discesa della fune dai rulli; conoscendo l'equazione della catenaria e la velocità dell'impianto si hanno inoltre informazioni puntuali sulle coordinate della fune per ogni step temporale. In questo modo è possibile conoscere istante per istante la velocità verticale della fune e di conseguenza la velocità della fune nel momento in cui questa ritorna sul primo rullo.

Lo spazio racchiuso tra le due linee nere riportate in figura rappresenta proprio il tempo in cui la fune è sollevata dal sostegno. In questa fase la spinta sul sostegno può essere considerata nulla in quanto tutto il peso del tratto di traente è sorretto dal carrello. Il tempo di sollevamento è stato ricavato dalla cinematica del sistema, tenendo conto di

alcuni parametri: velocità di regime, distanza tra morsa del carrello e fune portante, distanza tra rulliera e fune portante, ascisse e ordinate del tratto di traente preso in esame. Tramite un programma sviluppato con Matlab è stato possibile ricavare il tempo impiegato dalla fune per sollevarsi totalmente e poi tornare in appoggio sui rulli. I due tempi sono:

- $t_{salita} = 0,875 \text{ s}$
- $t_{discesa} = 0,79 \text{ s}$

Il tempo totale in cui la fune è sollevata dai rulli è quindi: $t_{sollevamento} = 1,665 \text{ s}$.

Conoscendo l'istante esatto in cui la cabina si trova sul sostegno ($t = 6,1676 \text{ s}$), è stato possibile ricavare le due rette riportate in figura.

Come già detto, è stata valutata anche la velocità in corrispondenza del primo rullo durante tutto il tempo del sollevamento, calcolata in maniera puntuale in funzione della distanza verticale tra fune traente e rullo e del tempo:

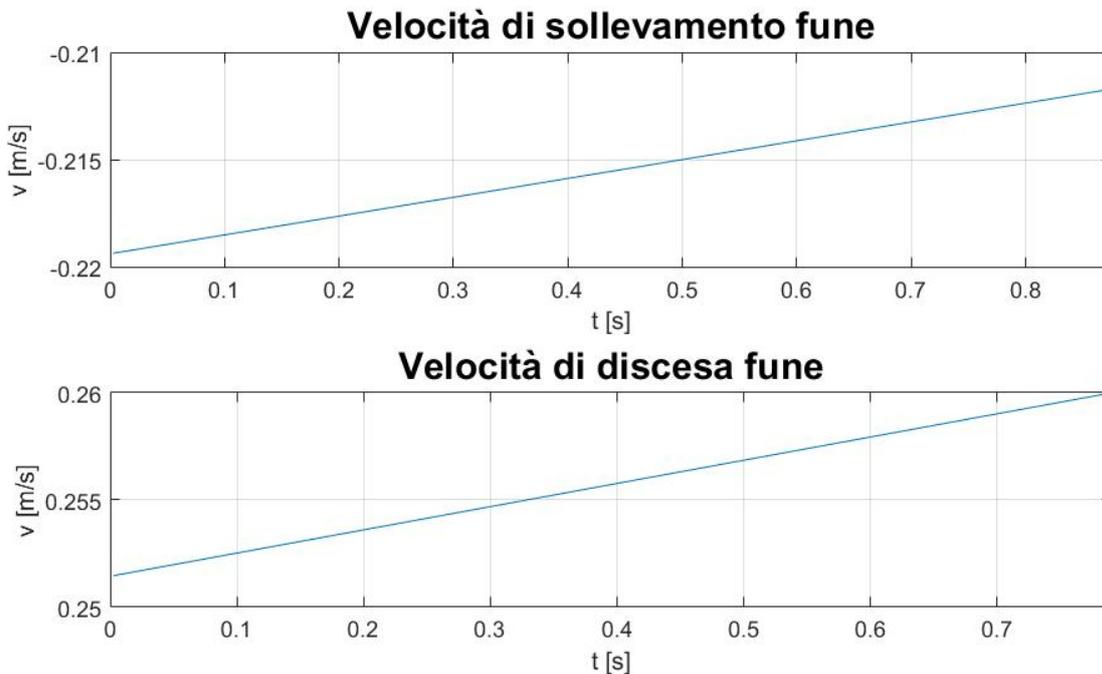


Figura 4-3: Velocità della fune sul rullo

La velocità con cui la fune entra in contatto con il rullo è pari a: $v = 0,26 \text{ m/s}$.

Questi valori sono interessanti per capire l'intensità dell'urto tra la fune e il rullo e verranno ripresi successivamente per una analisi del sistema smorzante.

4.2. Studio del comportamento del sistema massa-molla-smorzatore attraverso modello lineare

Come prima analisi, facendo riferimento agli articoli citati in precedenza, viene studiato il sistema tramite un modello lineare, fisso nel tempo, per valutare il coefficiente di smorzamento che massimizza il fattore di smorzamento e di conseguenza l'efficacia del sistema smorzante.

4.2.1. Ipotesi iniziali ed impostazione del problema

Per l'impostazione del problema apporteremo varie semplificazioni al sistema reale, in modo da poter effettuare l'analisi senza incorrere in errori. Innanzi tutto il tratto di fune, come già detto, verrà approssimato da una trave di Eulero-Bernoulli considerata orizzontale (estremità di sinistra e di destra alla stessa altezza). In secondo luogo, l'analisi verrà effettuata su alcuni istanti di tempo considerando la fune fissa nello spazio, a differenza di quanto avviene nella realtà, dove la lunghezza del tratto di fune si riduce nel tempo a causa del movimento della fune stessa (condizione che complica notevolmente l'analisi). Tale approssimazione può essere considerata corretta in quanto l'effetto smorzante si verifica principalmente all'istante in cui la traente, dopo essere stata sollevata dai rulli, torna in contatto con essi. Verrà quindi analizzato nel dettaglio tale momento, assumendo i dati geometrici (distanza del veicolo dal sostegno, distanza del primo rullo dal centro del sostegno, valori di rigidità delle molle, massa delle pulegge, ecc) dai disegni e dalle misurazioni effettuate in Leitner nella sede Agudio di Leinì. Un'ulteriore approssimazione già in precedenza descritta riguarda il punto di applicazione del sistema smorzante, che nella trattazione verrà applicato solamente in corrispondenza del primo rullo, considerando gli altri rulli come infinitamente rigidi (privi di molle e smorzatori).

In questo modo il sistema si riduce ad una trave orizzontale alle cui estremi saranno applicati i due vincoli di incastro e ad una certa distanza (fissa) dall'estremo di destra, ovvero il sostegno, sarà applicato il sistema massa-molla-smorzatore. La lunghezza del tratto di trave viene considerata costante e verranno effettuate più analisi ad istanti di tempo diversi in cui la fune avrà quindi lunghezze diverse. Il sistema studiato è riportato in figura:

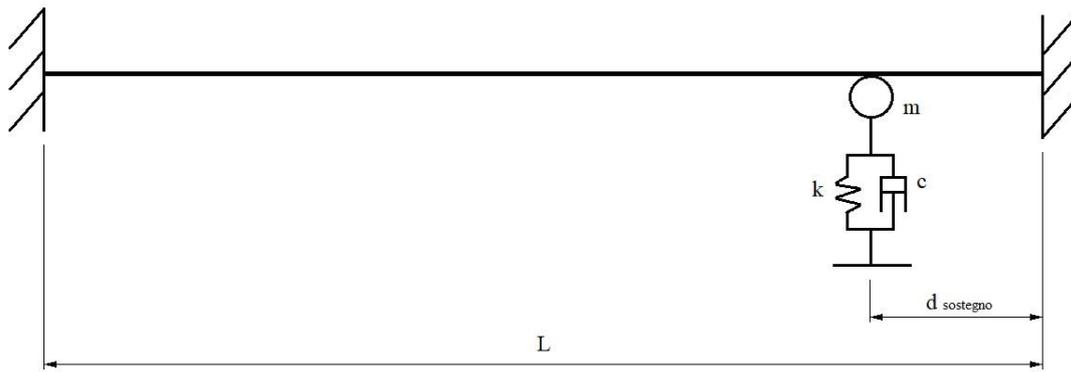


Figura 4-4: Rappresentazione del problema da analizzare

Dove:

- m : massa della ruota [kg];
- k : rigidezza della molla [N/m];
- c : coefficiente di smorzamento [$N * s/m$];

Dei tre valori sono note la massa della ruota e la rigidezza della molla. Per l'individuazione del coefficiente di smorzamento sono state fornite alcune prove effettuate in laboratorio descritte nel seguito.

4.2.2. *Determinazione del coefficiente di smorzamento*

Purtroppo non si hanno informazioni numeriche sullo smorzamento, per cui è necessario analizzare le prove sperimentali fornite per cercare di ricavare il coefficiente in via indiretta. Le prove effettuate da Leitner in Agudio per la caratterizzazione delle molle e della spugna smorzante, non valutano infatti il coefficiente di smorzamento. Per tali prove è stato creato in laboratorio un apposito banco sul quale sono state montate dapprima le molle senza smorzatore e in un secondo momento le molle con gli elementi smorzanti (spugne smorzanti), ed è stata simulata tramite un disco eccitatore la frequenza della fune, per poter valutare il sistema di molle. Viene simulata la diminuzione di velocità tramite una rampa e si misurano le accelerazioni per ogni istante. Tutto ciò è servito per valutare trasmissibilità (rapporto tra le accelerazioni misurate sul telaio su cui è fissato il rullo e sul suo supporto), ovvero le accelerazioni trasmesse dal rullo al supporto, in modo da ottenere una diminuzione delle vibrazioni sul sostegno. Si riportano alcune figure riguardanti i risultati ottenuti con l'inserimento del sistema di molle applicato alla ruota con e senza spugna smorzante:

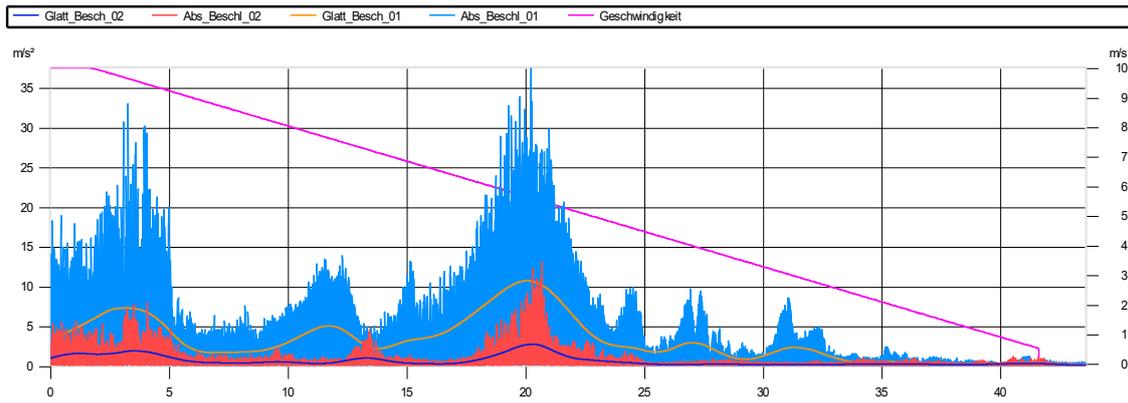


Figura 4-5: Prove sperimentali di trasmissibilità senza spugna smorzante

La figura riportata corrisponde ad una prova senza spugna smorzante. Si possono notare gli andamenti rilevati dai due accelerometri: il grafico in blu riporta i valori di accelerazione misurati sul telaio su cui è montata ruota; nel grafico in rosso invece sono presenti le accelerazioni sul supporto su cui sono montate le molle. Si può notare come il nuovo sistema riduca notevolmente le vibrazioni sul sostegno. Ciò migliora ancora con l'inserimento dello smorzatore, come riportato in figura:

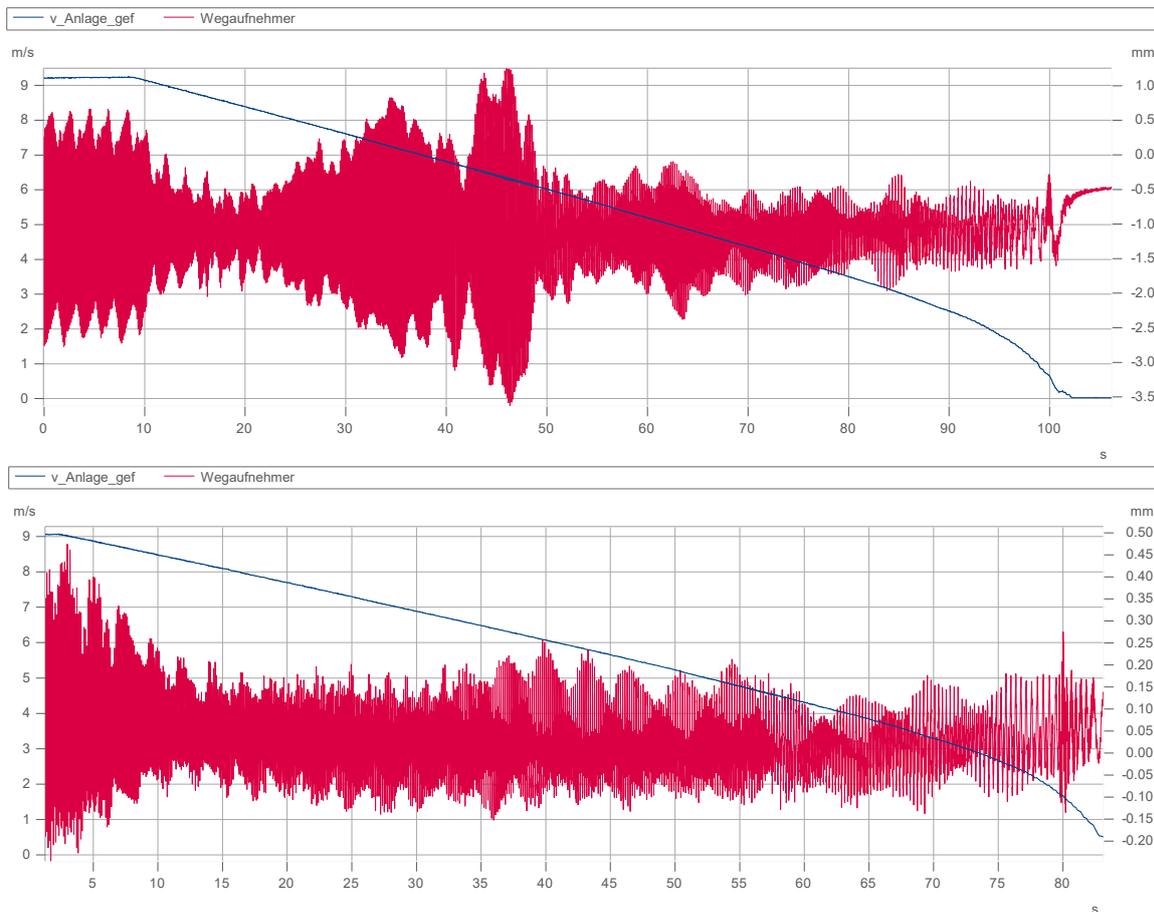


Figura 4-6: Movimento verticale del rullo con: 1. Molla senza smorzatore, 2. Molla con smorzatore

Il sistema smorzante, come si può vedere, riduce notevolmente le vibrazioni causate dalla traente durante il passaggio sui rulli. Ciò vale per tutti i tipi di impianti a fune in quanto le prove non trattano il problema dello smorzamento delle oscillazioni sul tratto di traente bensì la riduzione delle vibrazioni sul sostegno valutando il disturbo trasmesso dalla ruota al supporto. Di conseguenza non è stato ricavato il coefficiente di smorzamento utile per lo studio della traente che si sta affrontando. Si è cercato di creare un modello per caratterizzare lo smorzatore (ricavando il coefficiente c) sfruttando la trasmissibilità ricavata dalle prove; purtroppo non è stato possibile trarne alcuna informazione, per cui nella successiva analisi verrà valutato il sistema inserendo dapprima smorzamento nullo. Successivamente verranno inseriti valori di smorzamento sempre crescenti per valutare il loro effetto sul sistema.

4.2.3. *Dati del problema*

Per completare l'impostazione del sistema sul quale verrà effettuata l'analisi è necessario riportare i dati che verranno utilizzati per lo studio, riguardanti il tratto di fune traente e il sistema smorzante. Per quanto riguarda la lunghezza del tratto verrà fornito solamente il valore iniziale che, valutato a diversi istanti, diminuirà progressivamente. Per il tratto di fune chiamato in Figura 4-4 " $d_{sostegno}$ " verranno riportati due valori: il primo corrisponde alla distanza tra il veicolo che sta transitando sul sostegno e il primo rullo nel momento in cui la fune torna in contatto col rullo (calcolato come $d_{sostegno,1} = v_0 t_{discesa}$, dove $t_{discesa}$ è il tempo già calcolato in precedenza); il secondo valore corrisponde invece alla distanza tra il primo rullo, considerato come punto di applicazione del sistema massa-molla-smorzatore, e il centro del sostegno. Inoltre, si ricorda che la fune è soggetta ad un pretensionamento assiale che chiameremo N .

I parametri geometrici e le caratteristiche della fune, riferite alla campata 2 del tronco 1, sono quindi:

- *Lunghezza tratto di fune:* $L = 175 \text{ m}$
- *Distanza dal sostegno:* $d_{sostegno} = \begin{cases} v_0 t_{discesa} = 5,53 \text{ m} \\ 10,98 \text{ m} \end{cases}$
- *Massa del rullo:* $m = 87,81 \text{ kg}$
- *Rigidezza molla:* $k = 245000 \text{ N/m}$
- *Diametro fune:* $d = 42 \text{ mm}$

- *Momento d'inerzia di massa:* $I = 1,5275 * 10^{-7} m^4$
- *Modulo di elasticità:* $E = 120 * 10^9 Pa$
- *Peso della fune:* $p_{fune} = 67,5 N/m$
- *Pretensionamento assiale:* $N = 189570 N$

Anche in questo caso l'analisi dovrà essere affrontata su tutte le campate, per cui il valore di pretensionamento assiale dovrà essere calcolato di volta in volta per ogni campata oppure, in prima approssimazione, assunto dal progetto. Anche il primo valore di $d_{sostegno}$ dovrà essere ricalcolato in quanto variano le catenarie prese in esame.

4.2.4. Studio del modello

Dopo aver analizzato le ipotesi e le approssimazioni contenute nel sistema ed aver assegnato i dati utili per identificare il comportamento della fune in funzione dell'elemento massa-molla-smorzatore concentrato, si passa all'identificazione del fattore di smorzamento per le vibrazioni del tratto di fune esaminato. Nello studio effettuato negli articoli citati ad inizio capitolo (pag. 139), è stata ricavata l'equazione del moto per il sistema di Figura 4-4. La trave può essere vista come un sistema a due segmenti, su ognuno dei quali agisce l'equazione di moto:

$$m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c_{ex,p} \frac{\partial w}{\partial t} + c_{in,p}^k \frac{\partial^4}{\partial x^4} \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right) - c_{in,p}^T \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right) + k \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = f(x, t) \quad p = 1, 2 \quad (4.1)$$

Dove:

- $c_{ex,p}$: smorzamento esterno (smorzatore concentrato);
- $c_{in,p}$: smorzamento interno (proporzionale);
- w : spostamento verticale;
- p : segmenti in cui è suddivisa la fune.

Il collegamento tra i due segmenti è effettuato attraverso matrici di trasferimento (ricavate nell'articolo "A new analytical technique for vibration analysis of non-proportionally damped beams") nelle quali si tiene conto dell'elemento concentrato

rappresentato proprio dalla massa, dalla rigidità e dallo smorzamento dell'elemento massa-molla-smorzatore.

L'analisi modale verrà effettuata tenendo quindi in considerazione la presenza dell'elemento concentrato in un determinato punto. Il programma utilizzato, scritto sempre su Matlab, è stato creato in precedenza per validare alcuni studi effettuati confrontando il modello con risultati sperimentali misurati in laboratorio. In questa fase è stato quindi ripreso ed adattato lo script esistente per poter ottenere le curve di smorzamento in funzione del nuovo tipo di sistema (Figura 4-4).

Dopo aver inserito i dati del problema si sono riscontrati problemi riguardo le condizioni di vincolo: inserendo all'estremo di sinistra la condizione di incastro si ottengono curve di smorzamento incorrette e che portano a risultati certamente errati. Si vuole però far notare che le condizioni agli estremi sono fondamentali su travi di lunghezze ridotte; nel caso in esame la fune (considerata come trave snella) è lunga 175 metri, per cui i due incastri possono essere trattati come due appoggi, commettendo un errore decisamente trascurabile.

A conferma di quanto appena descritto è stata effettuata una analisi modale classica su una trave con le stesse caratteristiche di quella che si intende studiare, per diversi tipi di condizione di vincolo:

1. Incastro – Incastro;
2. Appoggio – Appoggio;
3. Appoggio – Incastro.

Ovviamente in questa analisi non è stato considerato l'elemento concentrato; è stato invece considerato lo smorzamento proporzionale, inserendo i valori di α e β ricavati per lo studio di una fune con altre caratteristiche, per poter rappresentare su un grafico le curve Frequenza – Smorzamento di entrambi i casi. Dopo aver calcolato le pulsazioni proprie ω_n di entrambi i sistemi in funzione della lunghezza e delle condizioni di vincolo, sono quindi state calcolate:

$$\text{Frequenza: } f = \frac{\omega_n}{2\pi} \quad (4.2)$$

$$\text{Smorzamento: } \xi = \frac{\alpha}{2} \frac{1}{\omega_n} + \frac{\beta}{2} \omega_n \quad (4.3)$$

Con: $\alpha = 0,02$ e $\beta = 2 * 10^{-6}$

Di seguito le tre curve ottenute con i tre diversi tipi di vincolo alle estremità.

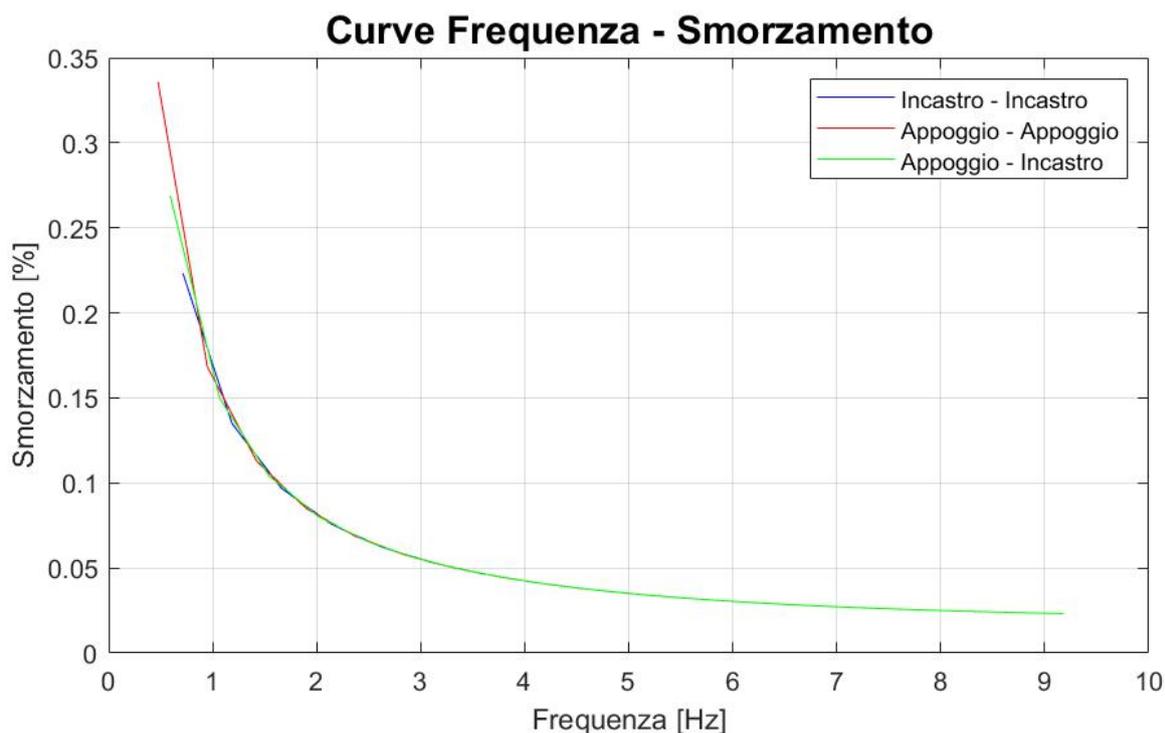


Figura 4-7: Curve Frequenza – Smorzamento per diverse condizioni al contorno

Come previsto le curve si sovrappongono quasi perfettamente, per cui, sostituendo il tipo di vincolo che crea problemi all'interno del programma, si otterranno ugualmente curve corrette.

Le condizioni di vincolo che verranno inserite all'interno dello script per la valutazione del fattore di smorzamento in presenza dell'elemento concentrato sono quindi:

1. Estremo sinistro: Appoggio
2. Estremo destro: Incastro

I risultati successivi saranno quindi ottenuti considerando queste due condizioni di vincolo e mantenendo invariato il sistema già descritto in precedenza. Dopo aver analizzato le condizioni al contorno e i dati per il calcolo, si passa quindi ad una breve descrizione del metodo.

Nel programma con il quale si effettua l'analisi vengono valutati i poli dell'equazione caratteristica derivante dall'equazione del moto ricavata con le condizioni al contorno del sistema e con l'inserimento dell'elemento concentrato. Se si considera un sistema sottosmorzato (come nel nostro caso) si ottiene un insieme di coppie coniugate complesse, che chiameremo s_n .

Dalla seguente equazione:

$$s_n = -\xi_n \omega_n + i \omega_n \sqrt{1 - \xi_n^2} \quad (4.4)$$

È possibile ricavare i valori di frequenza ω_n e di smorzamento ξ_n e ottenere le curve di smorzamento:

$$\text{Frequenza:} \quad \omega_n = |s_n| \quad (4.5)$$

$$\text{Smorzamento:} \quad \xi_n = -\frac{\Re[s_n]}{|s_n|} \quad (4.6)$$

Si può notare la dipendenza dalle due componenti, reale e immaginaria. All'aumentare della parte reale aumenta di conseguenza il valore assoluto dello smorzamento, la parte immaginaria invece influenza maggiormente la frequenza.

Lo studio si sviluppa in due parti, nella prima si vuole cercare il valore del coefficiente di smorzamento c che massimizza il fattore di smorzamento, assumendo quindi il coefficiente c che permette di ottenere il valore massimo della parte reale di s_n . Nella seconda parte invece verrà valutata la curva di smorzamento ottenuta in funzione del coefficiente ricavato precedentemente e si effettueranno le dovute valutazioni sui risultati.

4.2.5. Luogo delle radici e massimizzazione del fattore di smorzamento

La prima analisi riguarda la ricerca del coefficiente di smorzamento che massimizza lo smorzamento della fune. Un modo rapido per trovare il valore ottimale è quello di tracciare il luogo dei poli facendo variare il parametro dell'elemento concentrato che si

vuole valutare, nel nostro caso il parametro c . L'altra opzione sarebbe quella di far variare il valore di rigidezza k ; in questo studio valuteremo il luogo delle radici solo al variare di c per due diversi valori di rigidezza:

- $k = 245 \text{ N/mm}$
- $k = 0 \text{ N/mm}$

Viene valutato anche il valore di rigidezza nullo in quanto si vuole verificare se l'inserimento di uno smorzatore all'inizio del sostegno sia in grado di migliorare ulteriormente il fattore di smorzamento.

Nello studio che segue verranno valutati i primi 3 modi aumentando il valore del coefficiente di smorzamento. Chiaramente, per valori di smorzamento molto alti, lo smorzatore assume la funzione di punto fisso e le sue capacità smorzanti si annullano, per cui si prevede una curva che inizia e finisce con valori di smorzamento nulli. Si ricorda inoltre che il sistema di molle montato su ogni ruota è composto da 4 molle (e di conseguenza 4 elementi smorzanti) in parallelo, per cui il coefficiente di smorzamento massimo sarà da dividere per quattro per ottenere il valore di smorzamento effettivo.

Di seguito viene riportato il luogo delle radici per le due condizioni di rigidezza citate precedentemente. Il valore di smorzamento varia nel range $c = 0 \div 10^8 \frac{\text{Ns}}{\text{m}}$.

4.2.5.1. *Elemento concentrato applicato alla ruota*

Le figure che seguiranno corrispondono al caso oggetto di studio, ovvero quello in cui la rigidezza dell'elemento concentrato corrisponde all'effettiva rigidezza della molla; l'analisi, come già detto, viene affrontata su un sistema fisso nel tempo, per cui si valuta l'istante iniziale, quando la fune torna in contatto con la molla.

Si riportano i valori dell'elemento concentrato su cui verrà effettuata l'analisi:

- Massa della ruota: $m = 87,81 \text{ kg}$;
- Rigidezza della molla: $k = 245000 \text{ N/m}$;
- Coefficiente di smorzamento $c = 0 \div 10^8 \text{ N * s/m}$.

Il luogo delle radici valutato con tali parametri e per i primi tre modi è:

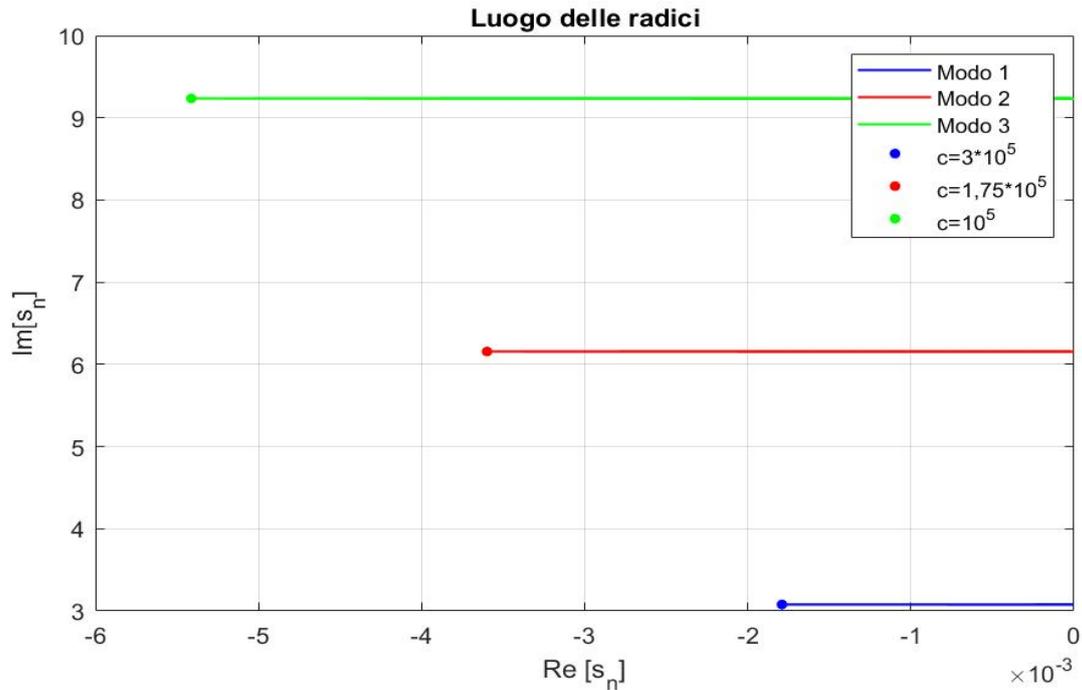


Figura 4-8: Luogo delle radici con $k = 245000 \text{ N/m}$

Il luogo dei poli è rappresentato da una curva che parte da valore nullo (assenza di smorzamento) e arriva nuovamente a zero quando lo smorzamento è troppo elevato da considerare l'elemento concentrato come un punto fisso. In questa figura non si nota la curva effettiva, probabilmente a causa dell'elevata rigidezza della molla, visualizzabile meglio nell'ingrandimento seguente.

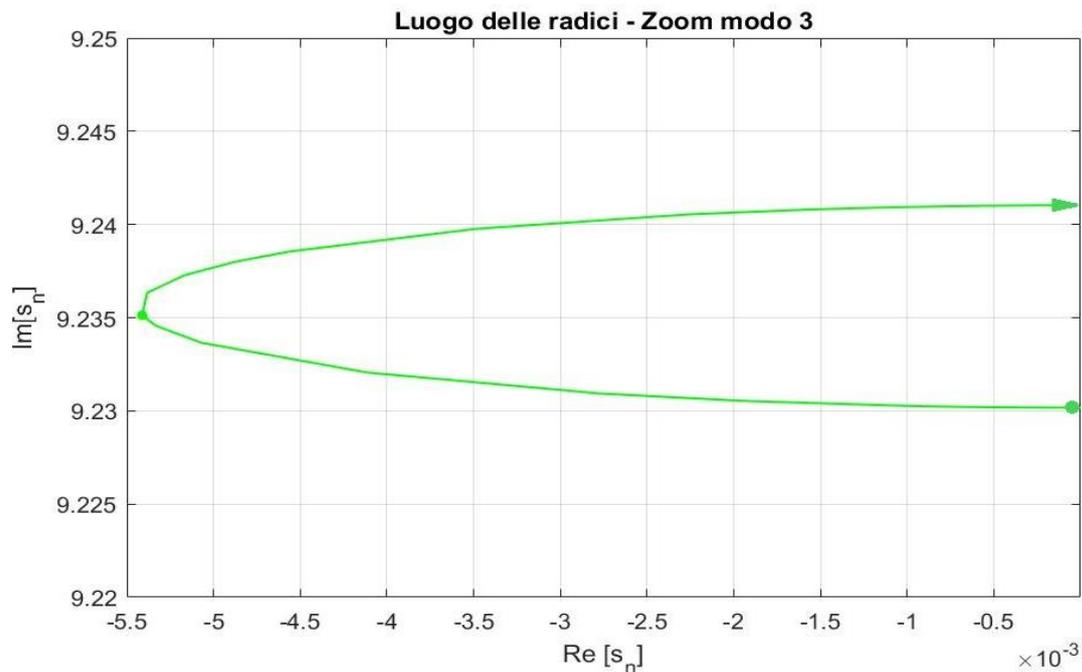


Figura 4-9: Ingrandimento di Figura 4-8 – modo 3

I valori di coefficiente di smorzamento che massimizzano il fattore di smorzamento per ogni modo sono riportati nella legenda di Figura 4-8. In ogni caso i valori massimi sono sicuramente troppo elevati, però viene comunque riportato il fattore di smorzamento in percentuale delle oscillazioni del tratto di traente interessato.

Si intende confrontare il caso in cui viene inserito l'elemento concentrato con quello in cui non è presente alcun sistema smorzante, per fare questo si tiene conto di uno smorzamento proporzionale caratteristico della fune stessa. Verranno quindi riportate in figura le due diverse condizioni per poter visualizzare l'aumento di smorzamento indotto dal nuovo sistema massa-molla-smorzatore.

Lo smorzamento proporzionale viene valutato con l'Equazione 4.3 in cui i due parametri α e β valgono: $\alpha = 0, \beta = 2 * 10^{-6}$.

La curva del fattore di smorzamento riportata nel seguito è valutata con un coefficiente di smorzamento pari a $c = 10^5 \text{ Ns}/m$, corrispondente ad un valore pari a $c = 25000 \text{ Ns}/m$ per ogni elemento smorzante.

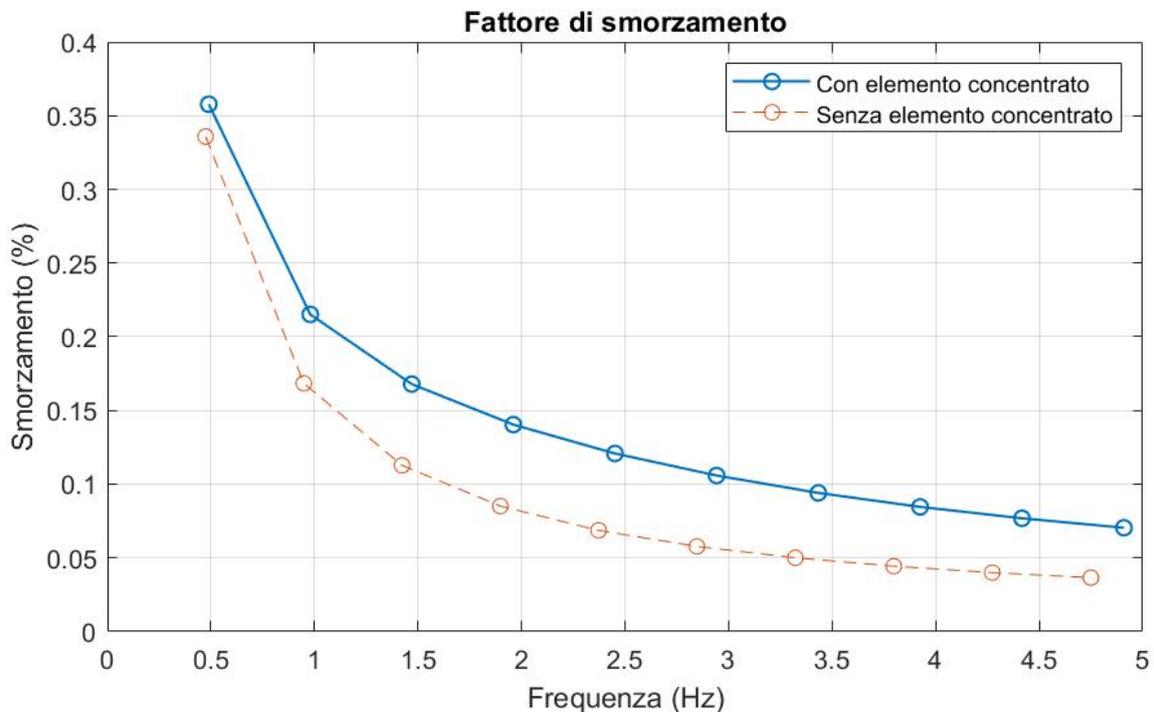


Figura 4-10: Curva Frequenza – Smorzamento per $c = 10^5 \text{ Ns}/m$

Dalla differenza tra i due casi si ricava l'efficacia dell'elemento concentrato, ovvero il contributo che quest'ultimo fornisce in termini di smorzamento aggiunto.

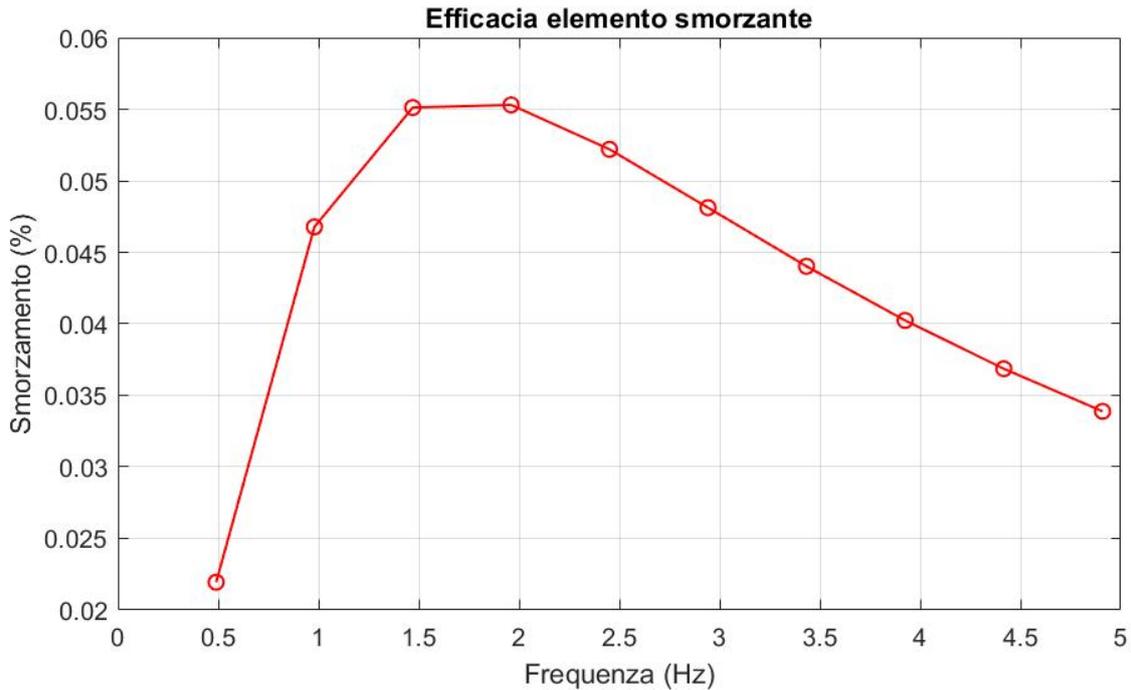


Figura 4-11: Smorzamento aggiunto

Considerando il valore di c che massimizza il fattore di smorzamento, si è ottenuta un'aggiunta di smorzamento decisamente bassa. Per valori più bassi di c si otterrà un fattore di smorzamento ancora inferiore. Questo potrebbe essere a causa del fatto che la rigidità è molto alta per cui l'elemento smorzante, soggetto a spostamenti minimi, non fornisce un contributo rilevante allo smorzamento. Il modello studiato, nel caso di elemento concentrato con rigidità così elevata, non porta a risultati soddisfacenti. I risultati potrebbero essere corretti ma, a causa dell'impossibilità di una verifica sperimentale, si preferisce cercare la soluzione utilizzando anche una diversa analisi, che tenga conto della non linearità del sistema. Potrebbe infatti essere quest'ultima ipotesi, effettuata all'inizio dello studio, ad essere troppo restrittiva e portare quindi a risultati incorretti. Nel seguito verrà quindi affrontato lo studio utilizzando un modello non lineare, sempre applicando alcune ipotesi semplificative.

4.2.5.2. *Valutazione del possibile inserimento di un elemento concentrato privo di rigidità*

Come possibile soluzione, nel caso anche l'analisi non lineare non portasse a risultati soddisfacenti e, di conseguenza, lo smorzamento aggiunto dall'elemento concentrato fosse troppo basso da abbattere o anche solo diminuire le vibrazioni, viene valutato l'inserimento ad ingresso della scarpa del sostegno di un elemento solo smorzante.

L'elemento concentrato che verrà quindi inserito all'interno del modello ha le seguenti caratteristiche:

- Massa dell'elemento concentrato: $m = 0 \text{ kg}$;
- Rigidezza: $k = 0 \text{ N/m}$;
- Coefficiente di smorzamento $c = 0 \div 10^8 \text{ N * s/m}$.

Anche in questo caso si fa variare il coefficiente c in modo da trovare, attraverso il luogo delle radici, il valore ottimale che massimizza il fattore di smorzamento.

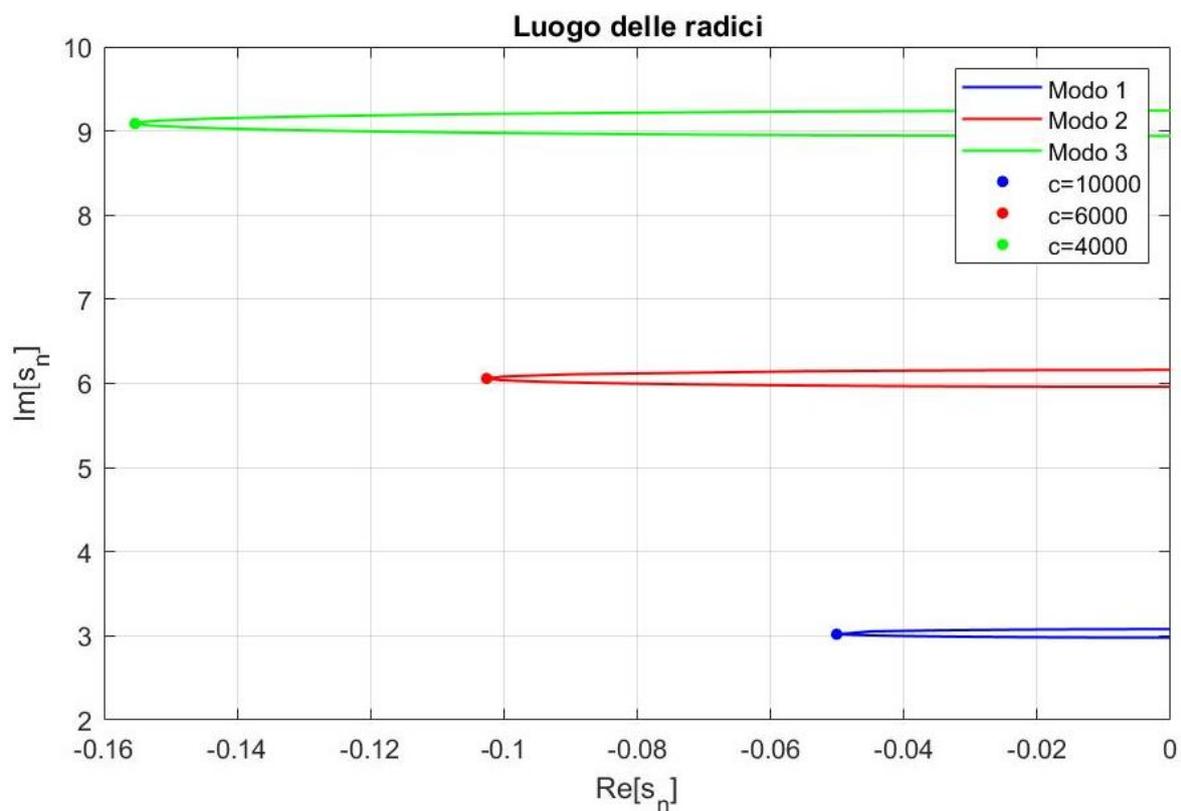


Figura 4-12: Luogo delle radici con $k = 0 \text{ N/m}$

In figura si può distinguere la curva che invece nel caso precedente (Figura 4-9) non era possibile vedere, a causa quindi certamente dell'elevata rigidezza della molla. I valori di $\Re[s_n]$ sono decisamente superiori rispetto al caso precedente per cui si può già prevedere un aumento del fattore di smorzamento.

Si riportano, come per il caso precedente, le curve Frequenza – Smorzamento per 3 differenti casi: $c = 10000 \text{ Ns/m}$, $c = 4000 \text{ Ns/m}$, $c = 1000 \text{ Ns/m}$ e $c = 500 \text{ Ns/m}$.

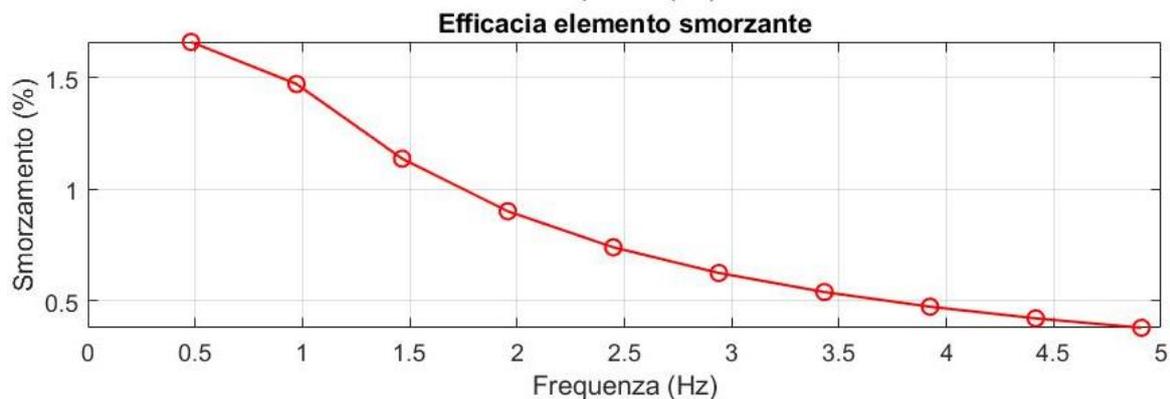
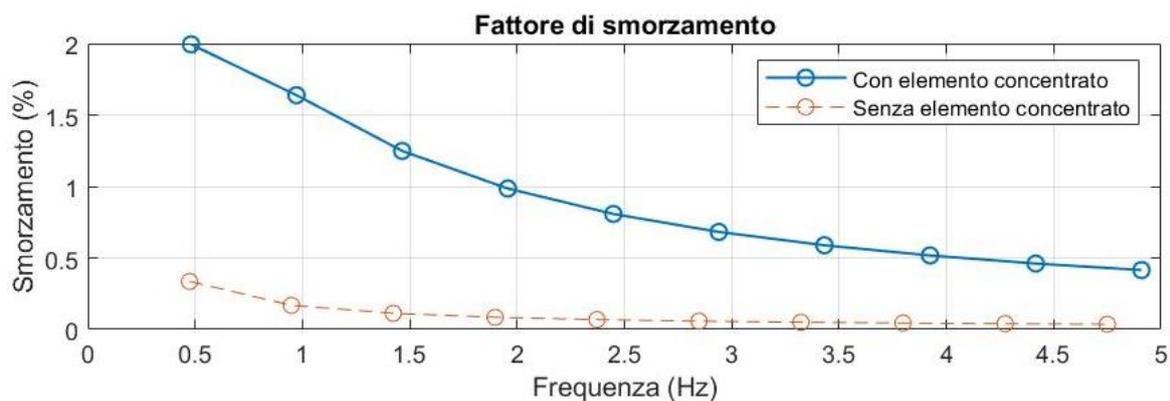


Figura 4-13: Efficacia smorzatore con $c = 10000 \text{ Ns}/m$

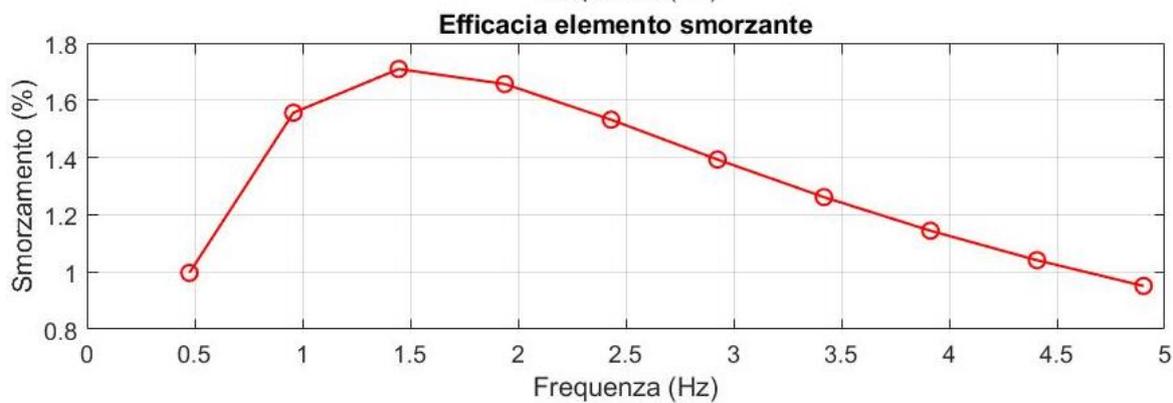
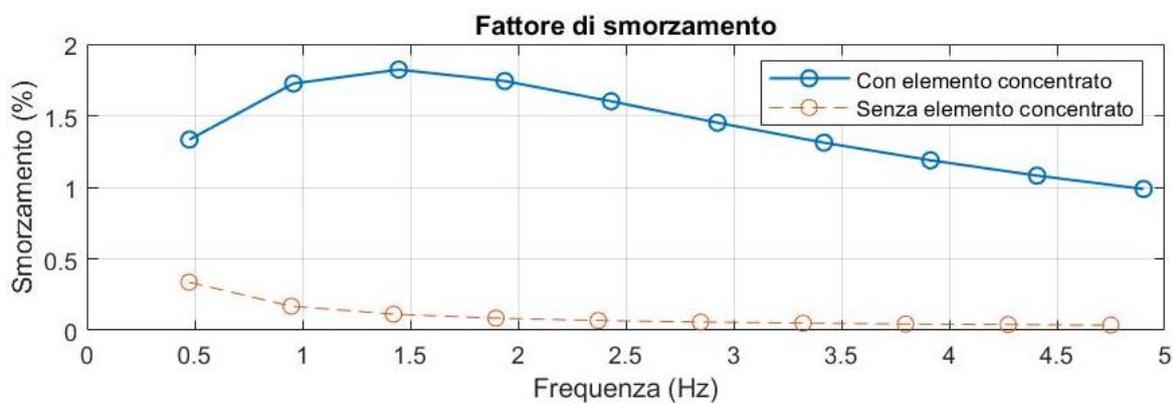


Figura 4-14: Efficacia smorzatore con $c = 4000 \text{ Ns}/m$

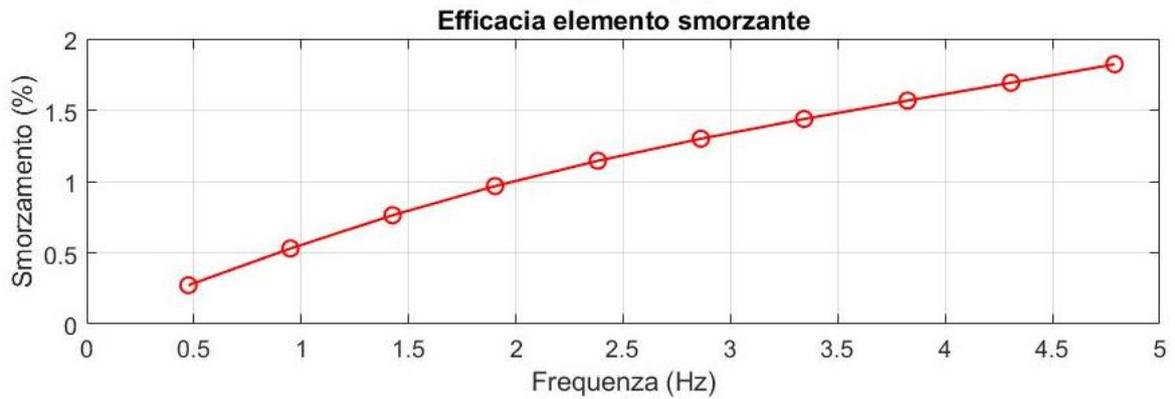
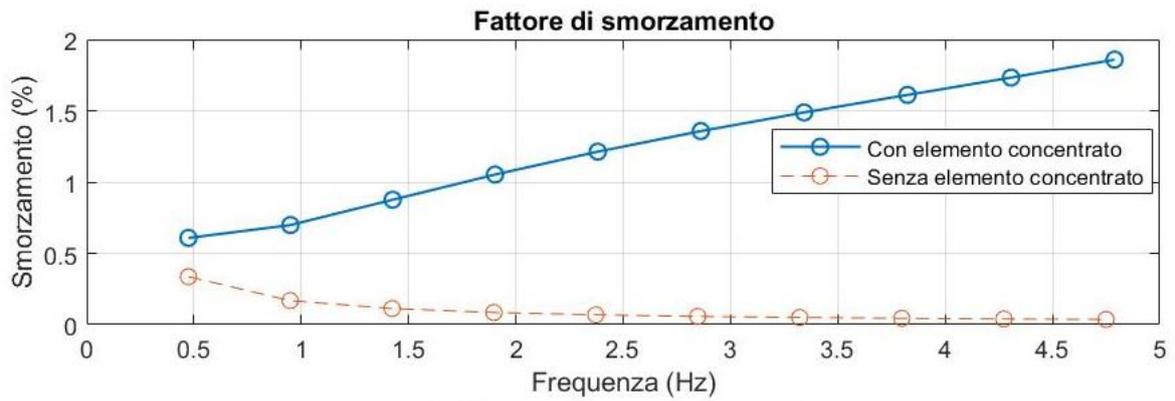


Figura 4-15: Efficacia smorzatore con $c = 1000 \text{ Ns/m}$

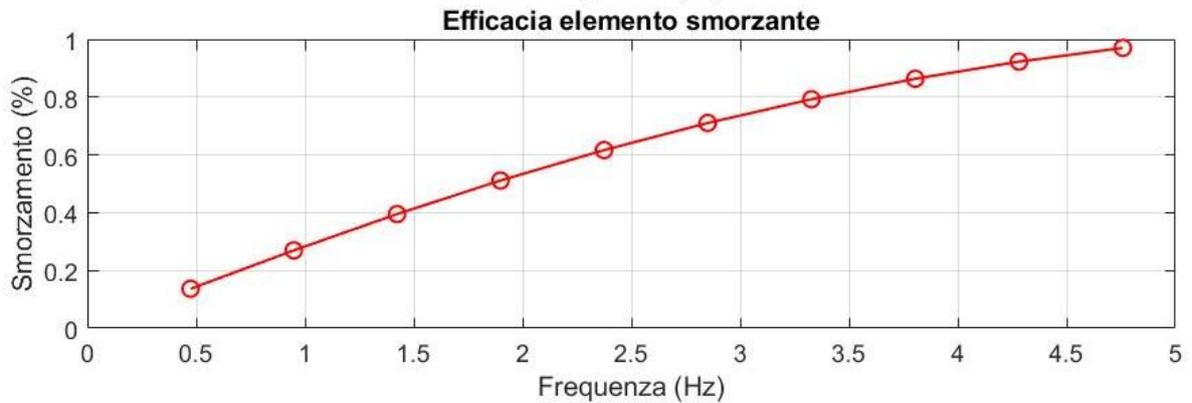
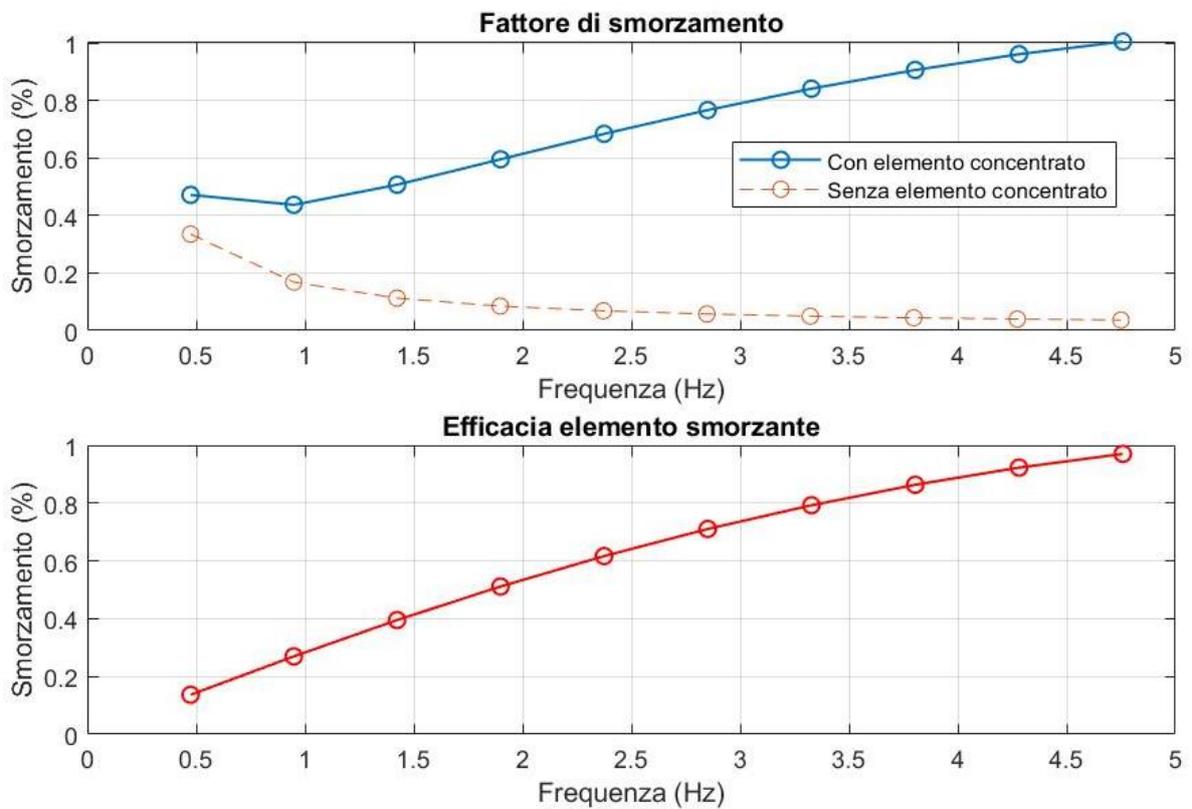


Figura 4-16: Efficacia smorzatore con $c = 500 \text{ Ns/m}$

Dai diagrammi riportati si può notare un considerevole aumento di smorzamento rispetto al caso precedente, gli smorzamenti maggiori si ottengono con coefficienti c abbastanza elevati. Per avere un maggiore smorzamento a basse frequenze bisogna inserire uno smorzatore con coefficiente maggiore (fino ad un massimo di $c = 4000 \text{ N/m}$).

Un'ulteriore osservazione può essere fatta circa la massa dell'elemento concentrato; ovviamente dovrà essere presente un rullo come interfaccia tra lo smorzatore e la fune, sul quale scorrerà la traente. Riprendendo l'elemento concentrato in Figura 4-4 si assegnano i seguenti parametri:

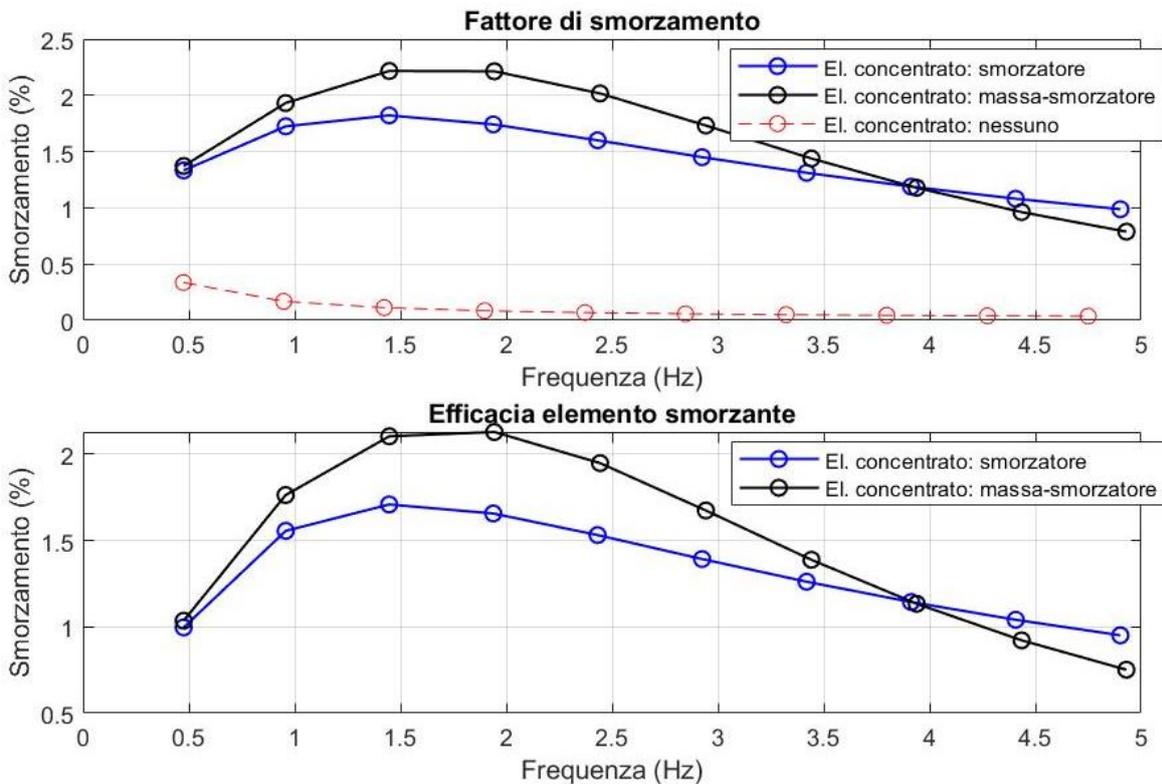
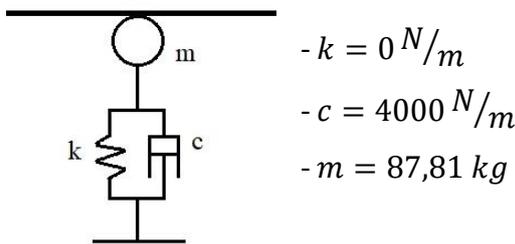


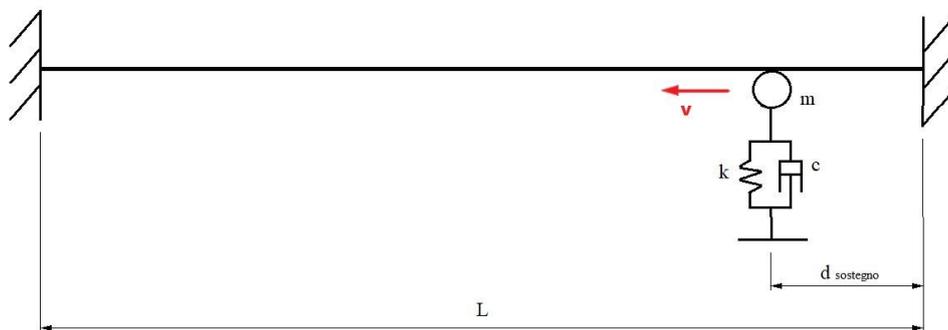
Figura 4-17: Confronto con aggiunta di massa concentrata: $m = 87,81 \text{ kg}$

Si nota che l'aggiunta della massa (in questo caso assunta pari al peso di un rullo di linea) permette di aumentare l'effetto smorzante dell'elemento concentrato. L'aggiunta di smorzamento massima in questo caso è del 2,13%.

4.3. Studio del comportamento del sistema massa-molla-smorzatore attraverso modello non lineare

Non essendo giunti a risultati soddisfacenti con l'utilizzo di un modello lineare per la rappresentazione del fenomeno smorzante, si è deciso di studiare il fenomeno con un modello non lineare. In questo modello verrà valutata la dinamica della fune nel tempo tenendo conto dell'interazione tra la fune stessa e l'elemento concentrato già analizzato precedentemente.

Come per il caso precedente, si fa riferimento al tratto di fune di lunghezza $L = 175 \text{ m}$, e come condizioni al contorno ai due estremi si considerano due incastri. Il fenomeno che viene descritto è molto simile alla realtà, con l'unica differenza che a muoversi non è la fune sull'elemento concentrato bensì il contrario. La fune viene quindi considerata fissa nel tempo e l'elemento concentrato si sposta; riprendendo il modello riportato in Figura 4-4 si ha:



Come istante iniziale per la valutazione avremo il momento in cui la fune torna in contatto con il rullo (d_{sostegno}) e come istante finale il momento in cui l'elemento concentrato arriva in corrispondenza dell'estremo di sinistra. In tutti gli istanti centrali l'elemento si troverà lungo la fune. Purtroppo il modello è stato sviluppato per risolvere un problema di tipo differente, per cui con l'avanzare dell'elemento concentrato, si formeranno due catenarie; ciò non rappresenta in modo esaustivo il fenomeno che si intende descrivere, infatti in quest'ultimo caso la fune dopo i primi istanti torna in contatto con i rulli. Il modello che utilizzeremo è valido quindi solamente per i primi istanti di tempo, successivamente perde di significato.

L'analisi che verrà effettuata riguarda la forza di contatto esercitata tra la fune e il rullo, se la forza di contatto (calcolata per ogni istante di tempo) è positiva vuol dire che i due corpi sono a contatto, se invece diventa negativa significa che c'è stato un distacco della fune dal rullo e di conseguenza lo scarrucolamento della fune. Questa analisi è molto interessante anche per valutare l'inserimento o meno del sistema smorzante in quanto la forza di contatto potrebbe risultare sempre positiva, anche in assenza delle molle con elemento smorzante che verranno montate. In questo lavoro si intende però studiare l'efficacia dell'elemento smorzante e il miglioramento in termini di decadimento delle oscillazioni, per cui verrà effettuato un confronto dal caso classico (senza sistema smorzante) al caso con elemento smorzante.

Il calcolo della forza di contatto avviene considerando l'accoppiamento tra due punti, entrambi con un grado di libertà:

1. Il nodo della fune a cui viene accoppiata la ruota dell'elemento smorzante: grado di libertà verticale;
2. L'elemento concentrato, anch'esso con un solo grado di libertà legato allo spostamento della ruota.

Viene inserita tra i due corpi una rigidità di contatto, come nella figura sottostante:

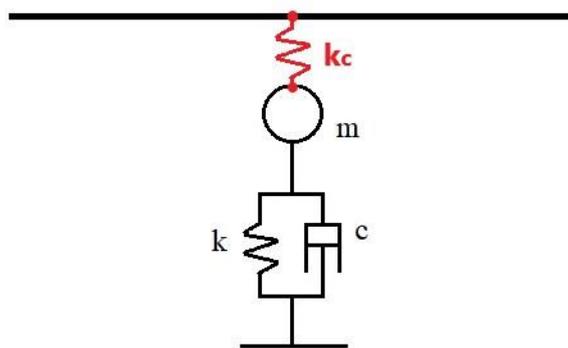


Figura 4-18: Accoppiamento tra i due sistemi

Istante per istante è possibile definire la forza di contatto come la forza che viene scambiata tra i due corpi tramite la rigidità di contatto.

I parametri dell'elemento concentrato rimangono gli stessi, il valore della rigidità di contatto deve invece avere un valore sufficientemente elevato; dopo alcune prove è stato assunto un valore pari a:

$$k_c = 10^8 \frac{N}{m}.$$

Un altro punto su cui si pone particolare attenzione è la discretizzazione temporale sulla quale si effettuerà l'analisi. Dopo aver inserito tutti i dati del problema è stata effettuata una analisi di convergenza dei risultati, diminuendo di volta in volta lo step temporale dt fino a quando il grafico esaminato (grafico della forza di contatto) non presenta più variazioni.

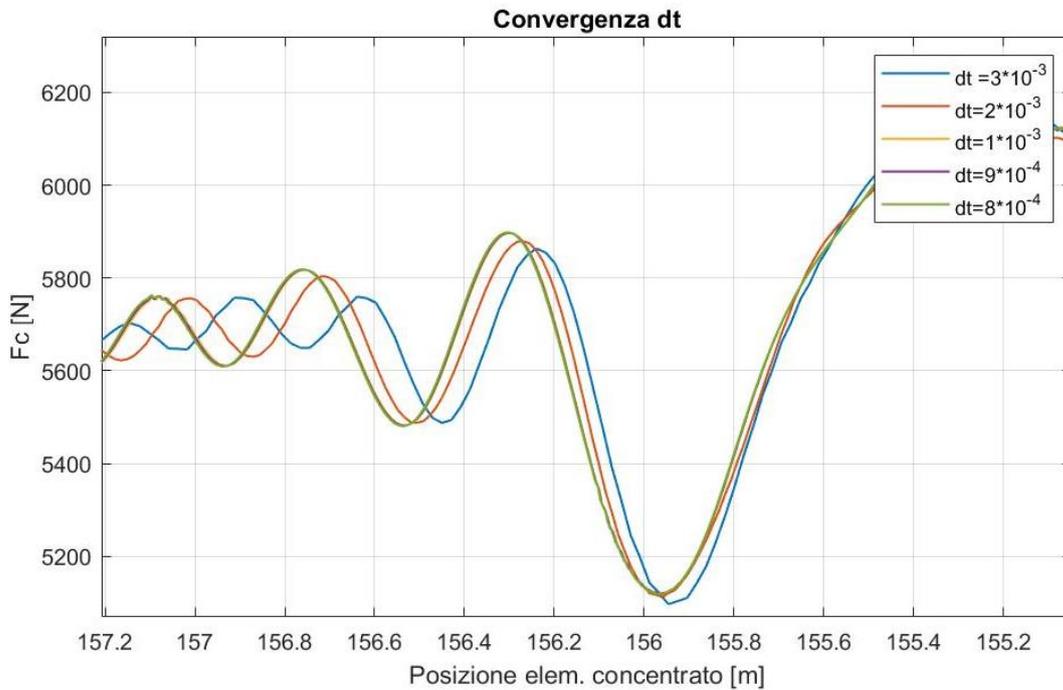


Figura 4-19: Analisi di convergenza su dt

Lo step temporale per cui si verifica tale condizione è: $dt = 10^{-3} s$

Non avendo informazioni per quanto riguarda lo smorzamento interno della fune (smorzamento proporzionale) vengono assegnati gli stessi coefficienti riportati nel paragrafo precedente.

4.3.1. Verifica elemento concentrato da applicare alla ruota

Dall'analisi lineare effettuata nel sotto-paragrafo 4.2.5.1. sono stati ottenuti risultati poco soddisfacenti o comunque da verificare con il modello più accurato che si sta utilizzando. Da questa analisi ci si possono aspettare due diversi tipi di risultati:

1. Verifica del modello precedente e quindi un'aggiunta di smorzamento ridotta rispetto a quanto si vorrebbe ottenere;
2. Buono smorzamento, risultato auspicabile e che andrebbe in contrasto col modello studiato in precedenza; ciò significherebbe che l'ipotesi di linearità usata prima è incorretta per cui i risultati ottenuti nella fase precedente sono ritenuti non validi.

In prima analisi verrà valutata la forza di contatto tra la ruota e la fune considerando due diversi casi:

- Presenza di elemento concentrato privo di smorzatore: $k = 4 * 245 \frac{N}{mm}$, $m = 86,81 \text{ kg}$;
- Assenza di elemento concentrato.

Si intende verificare inizialmente se la presenza delle molle senza smorzatore possa portare a miglorie. Successivamente verranno effettuati dei confronti considerando l'elemento concentrato con valori differenti di smorzamento, in modo da valutarne i benefici.

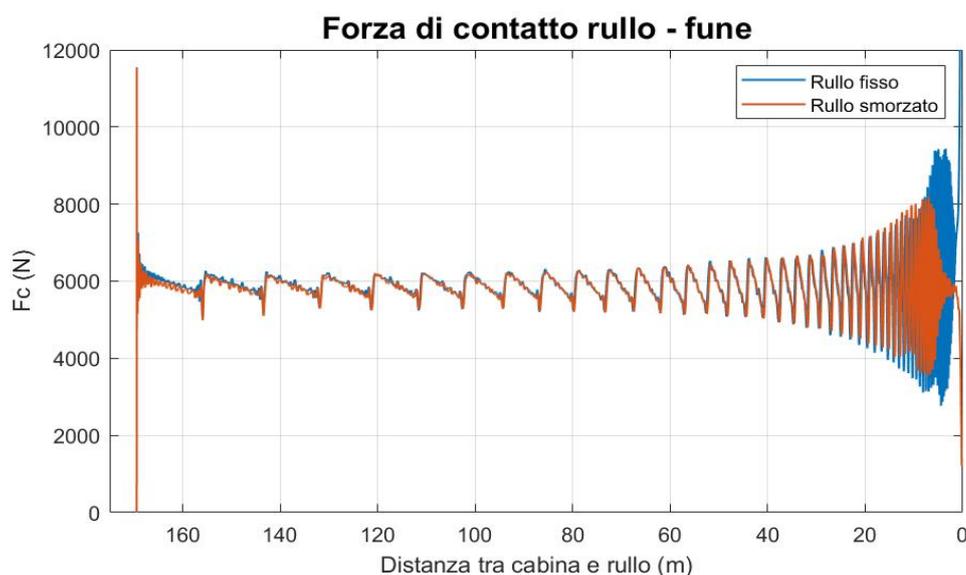


Figura 4-20: Forza di contatto: 1. Rullo fisso; 2. Rullo smorzato (elemento concentrato)

Pur essendo a conoscenza che la curva sovrastante non è del tutto corretta, si intende comunque riportare il risultato della simulazione completa per far notare che la forza di contatto rimane sempre superiore al valore nullo, anche in assenza di elemento smorzante. Ciò significa che il pericolo di scarrucolamento della fune è scongiurato, l'aggiunta dell'elemento concentrato può migliorare l'effetto oscillatorio. Prima di effettuare l'analisi sugli istanti iniziali della simulazione sono state effettuate delle prove valutando l'aumento di smorzamento provocato dall'inserimento dell'elemento massa-molla-smorzatore su tutto il tratto. Si vuole far notare che il punto iniziale lungo l'ascissa corrisponde al valore $L - d_{sostegno}$. Inoltre i valori di F_c iniziale e finale non verranno presi in considerazione in quanto non veritieri, per cui nella figura seguente verrà effettuato un ingrandimento nella parte compresa tra $1 \div 169 \text{ m}$:

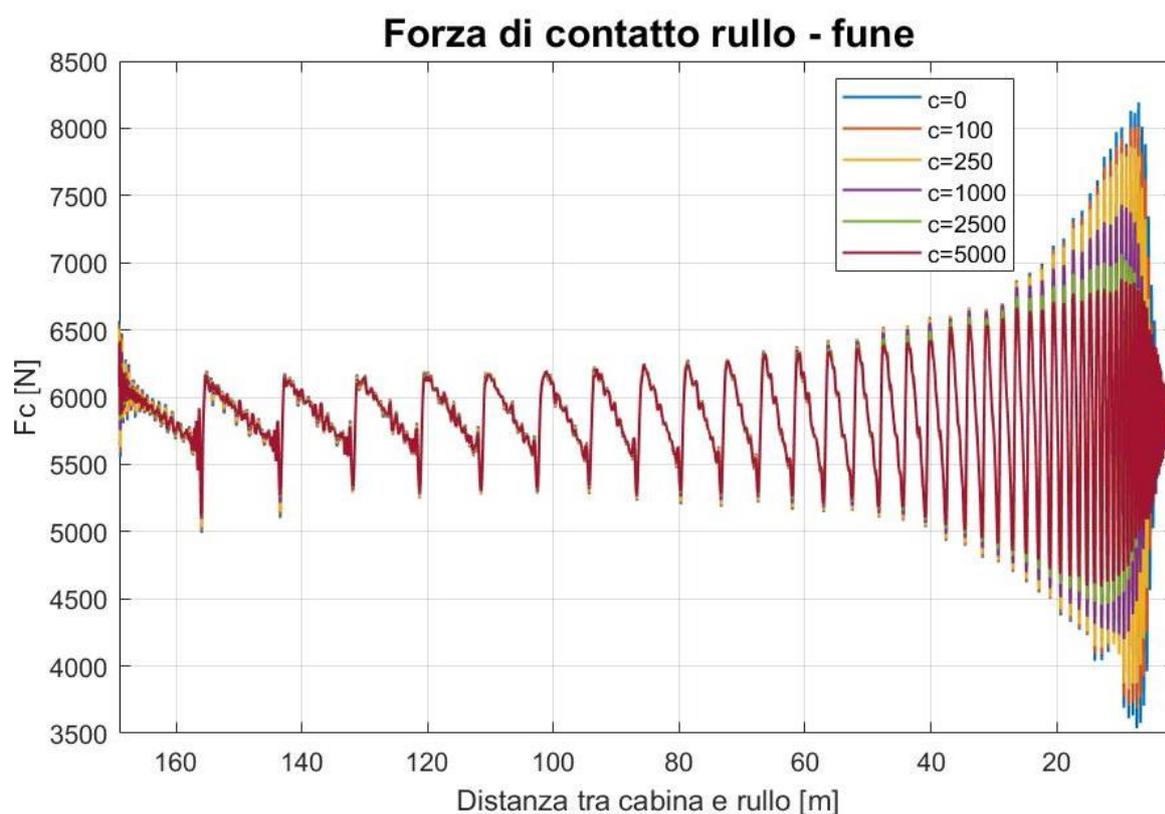


Figura 4-21: Confronto forza di contatto a diversi valori di coefficiente di smorzamento

Si nota un miglioramento delle curve specialmente nella parte finale, che però dovrà essere oggetto di studio più approfondito in quanto, come già detto, il modello rappresenta in maniera esaustiva solamente la parte iniziale del grafico. Potrebbe essere, dunque, che i risultati ricavati considerando tutta la durata della simulazione siano incorretti.

Si passa quindi all'analisi dei primi istanti: si assume per la analisi un tempo di simulazione pari a $t = 10\% T$, dove T è il tempo impiegato dalla cabina per percorrere l'intero tragitto. In prima battuta vengono confrontati due casi: assenza di elemento concentrato e presenza della sola molla senza smorzatore.

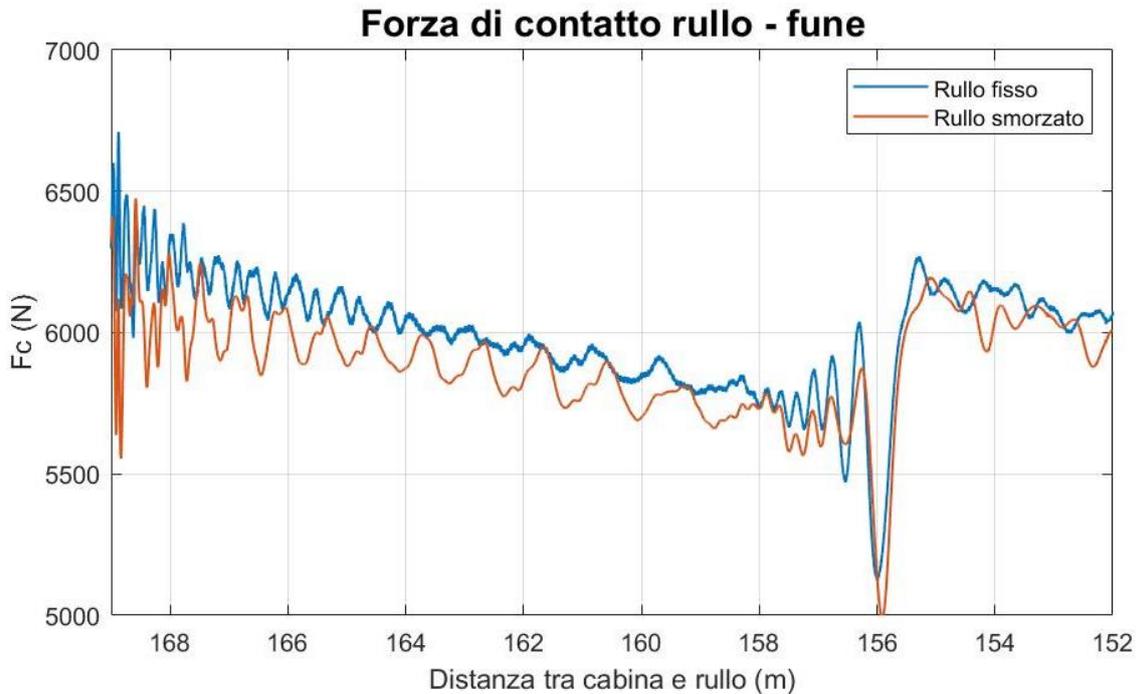


Figura 4-22: Forza di contatto: 1. Rullo fisso; 2. Rullo smorzato (elemento concentrato)

La riduzione delle oscillazioni può essere considerata praticamente nulla, come si può vedere dalle due curve infatti la forza media scambiata tra i due corpi si riduce leggermente ma le oscillazioni rimangono praticamente invariate.

È interessante valutare il fenomeno in presenza dell'elemento smorzante, a cui assegneremo un valore sempre crescente per capire se è possibile ridurre l'ampiezza delle oscillazioni, ancora decisamente presenti. Per fare ciò valuteremo diversi valori di smorzamento, riportati in tabella, considerando il singolo elemento smorzante da moltiplicare per quattro:

	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Prova 4	Prova 5	Prova 6
$c_1 [Ns/m]$	0	100	250	1000	2500	5000
$c_{tot} [Ns/m]$	0	400	1000	4000	10000	20000

Tabella 4-1: Coefficienti di smorzamento per la valutazione

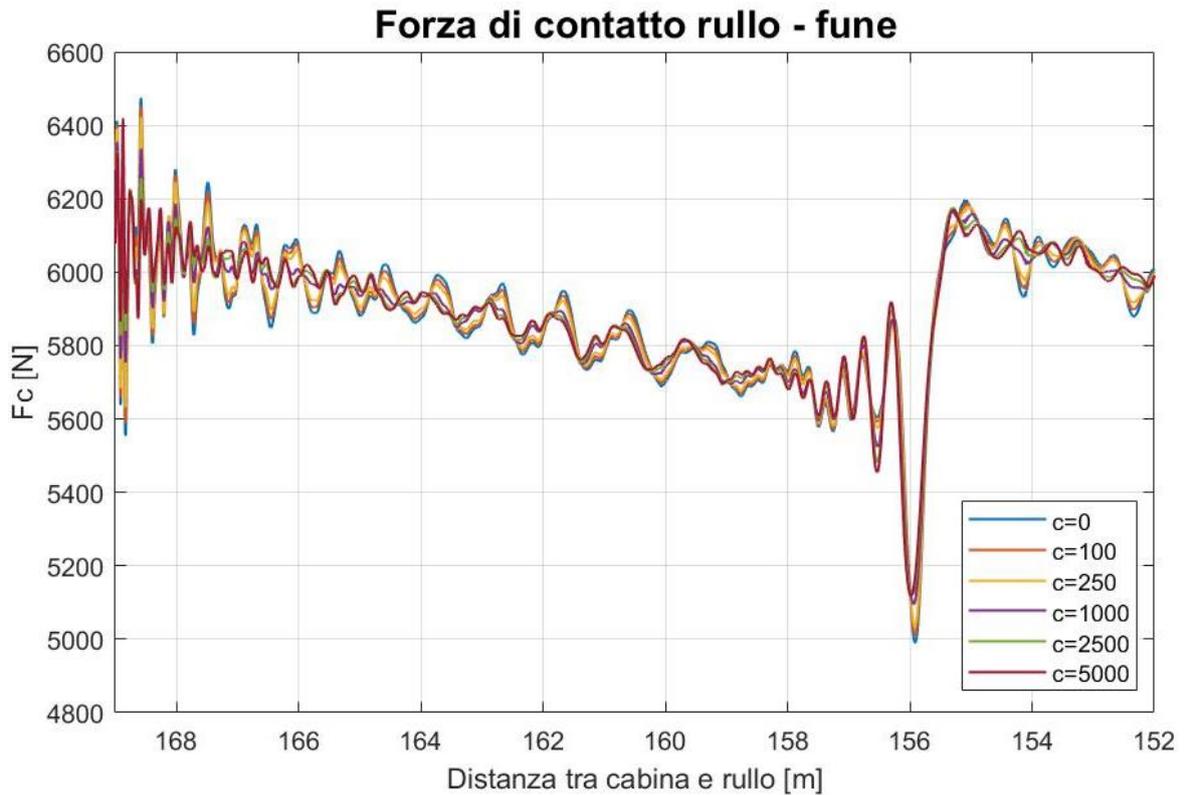


Figura 4-23: Confronto forza di contatto a diversi valori di coefficiente di smorzamento

Si può notare che l'aggiunta dello smorzatore all'interno dell'elemento concentrato migliora leggermente la situazione riducendo di poco le oscillazioni. Nella figura sottostante si riporta un ingrandimento nell'intorno del picco massimo delle oscillazioni per effettuare valutazioni più dettagliate:

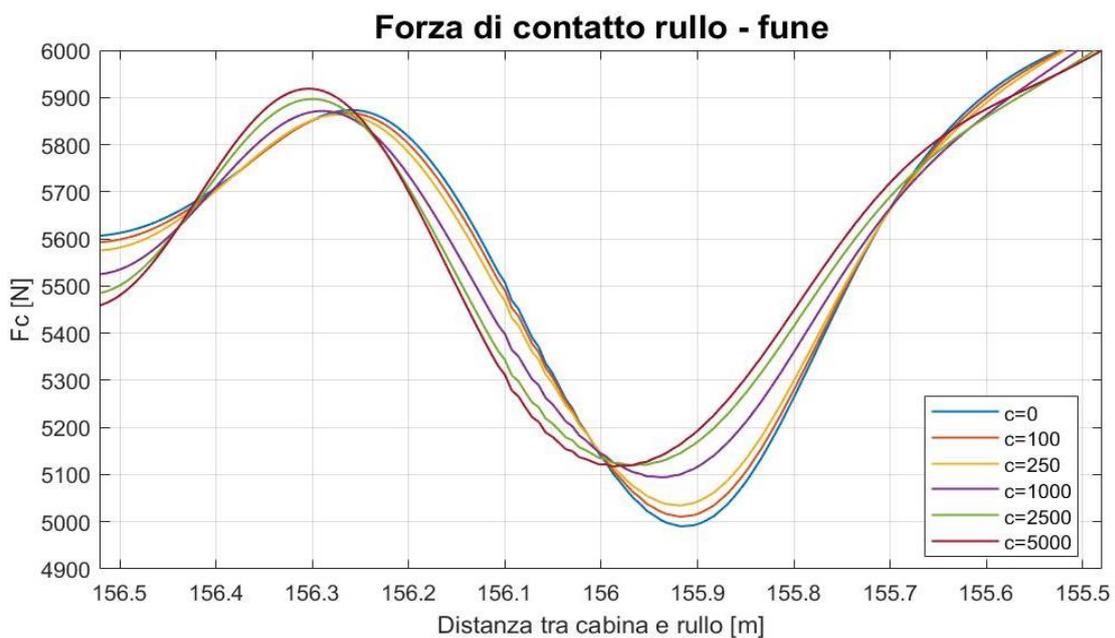


Figura 4-24: Ingrandimento di Figura 4-23

Dalla figura si può notare che, all'aumentare dello smorzamento, le oscillazioni si riducono sempre di più; il valore massimo dopo al quale tornano ad aumentare è $c = 2500 \text{ Ns}/m$, infatti si può vedere che la curva con $c = 5000 \text{ Ns}/m$ presenta un massimo superiore a quello della precedente. La forza di contatto dal caso con smorzamento nullo si riduce di circa 100 N , valore di entità notevolmente modesta, per cui si può dire che l'elemento smorzante in questa fase iniziale non porti ad un miglioramento consistente, ciò a conferma di quanto analizzato nel paragrafo precedente attraverso l'analisi lineare effettuata sull'istante iniziale.

Grazie a questo modello è stato però possibile identificare una minima diminuzione nell'ampiezza delle oscillazioni favorita dall'inserimento dell'elemento smorzante, che aumenta al crescere del coefficiente di smorzamento. Uno studio più dettagliato del modello, che permetta l'analisi del restante tratto di fune, potrebbe permettere di ottenere risultati migliori valutando l'aumento di smorzamento.

In conclusione possiamo innanzi tutto dire con un certo livello di sicurezza che il problema dello scarrucolamento della fune, in condizioni di regime dell'impianto, non sussiste e ciò è sicuramente aiutato dalla presenza del nuovo sistema di rulli smorzati. Abbiamo visto inoltre come, nel primo tratto analizzato, l'aumento del coefficiente di smorzamento influenzi positivamente il sistema fino ad un certo valore (nelle figure pari a $c = 5000 \frac{\text{Ns}}{m}$); all'aumentare di quest'ultimo, anche se difficile visti i valori già eccessivamente elevati, il sistema smorzante si avvicinerebbe sempre più alla condizione di punto fisso per cui il sistema perderebbe le sue caratteristiche.

Il problema delle oscillazioni quindi non è del tutto risolto, infatti queste vengono solo leggermente ridotte di ampiezza, per cui si vedranno ancora le stesse vibrazioni già note e caratteristiche degli impianti 2S.

CONCLUSIONI E SVILUPPI FUTURI

Lo studio effettuato in questo lavoro di tesi è volto principalmente all'analisi dinamica delle oscillazioni delle funi negli impianti di tipo funiviario, in specifico di un impianto di tipo 2S; i modelli sviluppati sono estendibili a tutti gli impianti bifune e, con qualche modifica, possono essere adattati anche a quelli monofune.

Il lavoro è nato da una problematica riscontrata da costruttori ed esercenti durante il funzionamento di molti impianti 2S; si è notato infatti che, nel tratto della fune traente compreso tra la cabina più a monte di ogni campata nel ramo di salita (e viceversa) e i rispettivi sostegni, le oscillazioni della fune risultano essere molto marcate, fino al punto che i progettisti, preoccupati da questo fenomeno e da un possibile scarrucolamento della fune, hanno optato per l'introduzione di un sistema smorzante prima della rulliera. Ultimamente è stata sostituita la classica rulliera con una serie di rulli smorzati, nei sostegni lungo la linea, volti a ridurre le vibrazioni in corrispondenza del sostegno medesimo; da qui emerge lo scopo della tesi: valutare un possibile smorzamento provocato dal sistema massa-molla-smorzatore anche sul tratto di fune interessato dalle vibrazioni.

Si è optato quindi per uno studio dinamico più approfondito su entrambe le funi dell'impianto in quanto fino ad oggi la progettazione degli impianti a fune è sempre stata esclusivamente di tipo statico e si è ritenuto interessante poter valutare un nuovo metodo di progettazione che permetta di calcolare in maniera rigorosa per ogni istante i parametri progettuali più importanti e da tenere sotto controllo. Negli impianti bifune è infatti fondamentale un'ottima progettazione della fune portante in quanto da questa deriva la progettazione di tutti i restanti componenti.

L'analisi sulla fune portante ha portato allo sviluppo di un modello molto dettagliato grazie al quale è possibile valutare – campata dopo campata – i risultati più importanti per la progettazione, tra i quali la freccia verticale assunta dalla fune rispetto alla linea congiungente i due sostegni, le inclinazioni in ingresso e in uscita dalle scarpe, le tensioni lungo la fune e in corrispondenza dei sostegni e i carichi massimi sui rulli. E' inoltre possibile, tramite l'aggiunta di poche righe di codice, valutare qualsiasi parametro si intenda tenere sotto controllo.

Per quanto riguarda la fune traente sono invece state effettuate due diverse analisi sul tratto interessato dalle vibrazioni, dapprima un'analisi lineare e successivamente una non lineare (che tiene quindi conto del fatto che la fune si muove nel tempo). Il fenomeno da studiare non è affatto banale in quanto si intende inserire sull'estremo di destra del tratto di fune una serie di elementi concentrati che quindi provocheranno uno smorzamento concentrato. Grazie ad alcune ipotesi semplificative è stato possibile studiare il fenomeno in maniera sufficientemente dettagliata in modo da poter fornire dei risultati affidabili che comunque dovranno essere validati in fase di collaudo, in quanto non è stato possibile effettuare delle prove preliminari. I risultati trovati non sono stati del tutto soddisfacenti: il nuovo sistema di rulli smorzati studiato sugli istanti iniziali non migliora in maniera consistente il fenomeno oscillatorio. Si nota una diminuzione delle vibrazioni valutando l'intera durata della simulazione (che però si ricorda non essere stata ritenuta del tutto veritiera) esclusivamente quando la cabina percorre gli ultimi metri prima di arrivare sul sostegno, probabilmente dovuta al fatto che la rigidità delle molle è molto elevata per cui l'effetto dell'elemento smorzante è quasi trascurabile. Un risultato positivo è però stato trovato: dallo studio della forza di contatto tra i rulli e la fune, è stato scongiurato il pericolo di scarrucolamento; la forza di contatto oscilla infatti molto intorno al valore medio, specialmente quando le frequenze aumentano, ma non raggiunge mai la soglia minima richiesta dalle normative.

In conclusione, il lavoro riguardante la fune portante potrebbe trovare un inserimento all'interno della progettazione degli impianti a fune, per ora affiancato ancora dal software utilizzato in azienda in modo da poterne confrontare i risultati. Ulteriori sviluppi del modello possono portare ad una progettazione dinamica accurata che permetta di ridurre le dimensioni di alcuni componenti dell'impianto, e di conseguenza i costi, sempre rispettando le normative vigenti. Lo studio della traente, una volta validato sperimentalmente e studiato in maniera più dettagliata il modello non lineare trattato alla fine di questo lavoro, può essere effettuato in fase di progettazione per valutare le vibrazioni ed eventualmente progettare un sistema smorzante ad hoc in funzione delle caratteristiche della fune e dell'impianto.

BIBLIOGRAFIA E SITOGRAFIA

Anastasio D., Fasana A., Garibaldi L., Marchesiello S., *Analytical investigation of railway overhead contact wire dynamics and comparison with experimental results*, in “*Mechanical Systems and Signal Processing*”, Vol. 116, 2018, pp. 277 – 292

Brownjohn J., *Dynamics of an aerial cableway system*, in “*Engineering structures*”, Vol. 20 No. 9, 1998, pp. 826 – 836

Conti G., Paoletti R., Trotta A., *The catenary in History and Applications*, in “*Science & Philosophy*”, Vol. 5 No. 2, 2017, pp. 69 – 94

Crotti A., Alberto D., Dalla Chiara B., Vallana M., *Impianti a fune. Elementi costitutivi, progettazione ed esercizio*, Torino, MARIOGROS, 2006

Dahlberg T., *Moving force on an axially loaded beam – with applications to a railway overhead contact wire*, in “*Vehicle System Dynamics*”, Vol. 44 No. 8, 2006, pp. 631 – 644

Fasana A., Marchesiello S., *Meccanica delle vibrazioni*, Torino, CLUT, 2019

Rivola A., *Meccanica e dinamica delle macchine*, Università degli Studi di Bologna

Sorrentino S., Marchesiello S., Piombo B.A.D., *A new analytical technique for vibration analysis of non-proportionally damped beams*, in “*Journal of sound and vibration*”, Vol. 265, 2003, pp. 765 – 782

Strauss A., *Development of numerical models for the dynamic analysis of pantograph-catenary interaction*, Politecnico di Torino, 2014

<https://www.funivie.org/web/sacheon-cabinovia-10-bgd-sacheon-ocean-2s/>, Ottobre 2020

https://en.wikipedia.org/wiki/Moving_load, Settembre 2020

RINGRAZIAMENTI

In questa pagina ci terrei a ringraziare tutte le persone che mi hanno supportato durante questo lavoro di tesi e in generale durante tutto il percorso universitario.

Innanzitutto vorrei ringraziare il mio relatore Bruno dalla Chiara e il mio correlatore Stefano Marchesiello, sempre disponibili ad aiutarmi nei momenti di difficoltà e fornirmi suggerimenti molto utili per la realizzazione di questo lavoro.

Un doveroso ringraziamento inoltre all'azienda Leitner S.p.a. – sede Agudio di Leini, specialmente all'Ing. Charrère che nonostante il periodo non semplice si è sempre mostrato disponibile ad aiutarmi e fornirmi il materiale utile per lo svolgimento della tesi. Un ringraziamento anche all'Ing. Morra per avermi permesso di visitare l'impianto Piz la Ila in Alta Badia e per tutti i consigli forniti durante il viaggio.

Ringrazio la mia famiglia per avermi sostenuto in ogni momento, aiutato nei periodi più difficili e invogliato a fare scelte che probabilmente da solo non avrei fatto; li ringrazio per accettare e supportare ogni mia decisione e progetto.

Ringrazio la mia fidanzata Martina per esserci e per saper ascoltare con pazienza ogni mio sfogo; per avermi tirato su di morale nei momenti in cui ero davvero sconfortato. Grazie per il tuo sorriso che mi fa dimenticare qualsiasi problema. Sono fortunato ad averti al mio fianco.

Infine vorrei ringraziare tutte le persone che in qualsiasi modo hanno fatto parte di questo percorso e della mia vita torinese. Tra tutti, un ringraziamento particolare a Cagge, con cui ho condiviso praticamente tutta la mia carriera universitaria, e a Simo, coinquilino storico e compagno di serate insieme a mio fratello Paolo.