

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

Tesi di Laurea Magistrale

**Studio di un banco prova per il controllo di un
pendolo inverso attuato elettricamente e
controllato da PLC**



Relatore:

Prof. Terenziano Raparelli

Candidato:

Calogero Lo Curto

Correlatori:

Prof. Luigi Mazza

Dr. Giuseppe Pepe

Dr. Luigi Lentini

Anno accademico 2020/2021

Sommario

Il presente elaborato di tesi, sviluppato presso il laboratorio di Meccanica del Politecnico di Torino, ha come obiettivo primario la progettazione ed il controllo di un pendolo inverso su carrello. Il controllo è implementato attraverso una configurazione di PID in cascata, gestiti da un PLC SIEMENS s7-1500. Il sistema sfrutta un'attuazione elettrica, tramite un servomotore brushless che riceve i segnali di controllo dal drive SIMATIC S210.

Dopo una breve rassegna della letteratura scientifica, in cui è esposto lo stato dell'arte sull'argomento, viene riportato il progetto del banco di prova, realizzato tramite il software SOLIDWORKS. Sono, inoltre, descritti tutti i componenti effettivamente utilizzati nello stesso. Questa sezione si conclude con la descrizione delle fasi realizzative del banco.

Successivamente, vengono descritti dettagliatamente gli oggetti tecnologici adoperati per la movimentazione dell'asse carrello. Viene, inoltre, analizzato step by step il loro settaggio in ambiente TIA PORTAL, in riferimento al PLC usato.

Nelle due sezioni successive viene analizzata la modellizzazione del sistema meccanico pendolo carrello e del motore elettrico. Sono presentati i progetti dei controllori PID, nella configurazione in cascata ed in parallelo, applicati sia al modello linearizzato che a quello non lineare ed il controllo tramite Model Predictive Control. Per ognuno di essi sono riportate le simulazioni, sviluppate in ambiente Matlab-Simulink.

Il cuore della tesi si concentra nella parte finale, dove viene descritta la fase sperimentale che ha portato alla stabilizzazione del sistema reale. Sono presentati i risultati ottenuti, imponendo come setpoint dapprima un segnale a gradino, poi un segnale onda quadra ed infine un segnale sinusoidale. Alcuni di questi test sono stati condotti variando massa concentrata del pendolo e lunghezza dell'asta.

Indice

1	Introduzione	9
1.1	Letteratura scientifica	11
2	Il banco di prova	15
2.1	Componenti del banco	15
2.1.1	Pendolo	15
2.1.2	Gruppo carrello	17
2.1.3	Motore	18
2.1.4	PLC	19
2.1.5	Drive	21
2.1.6	Sensore angolare	22
2.1.7	Guida Lineare e Pattino	22
2.1.8	Giunto	23
2.1.9	Piedino antivibrante	24
2.1.10	Vite e chiocciola	25
2.1.11	Elementi di supporto BK15 e BF15	26
2.2	Costruzione del banco	27
2.2.1	Struttura di base e operazioni preliminari	27
2.2.2	Assemblaggio del gruppo carrello e vite-chiocciola	28
2.2.3	Assemblaggio del gruppo pendolo	28
2.2.4	Collegamento del motore	29
2.2.5	Montaggio del pannello verticale e del sistema di controllo	30
2.3	Circuito elettrico	31
3	Panoramica sugli oggetti tecnologici	33
3.1	PLC	33
3.2	Drive	34
3.3	Motion Control	35
3.4	Oggetto Tecnologico	37
3.4.1	Speed Axis	38
3.4.2	Positioning Axis	40
3.4.3	Synchronous Axis	42
4	Guida settaggio configurazioni s7-1500	43
4.1	L'asse tecnologico e la sua configurazione	45
4.2	Pid Compact	52
5	Modello Pendolo-Carrello	56
5.1	Modello non lineare del pendolo inverso con carrello	56
5.2	Linearizzazione del modello	61
5.3	Controllo con PID in cascata	64
5.4	PID parallelo	73
5.5	Model Predictive Control	81

6 Electromechanical model	86
6.1 Modelli Simulink	89
6.2 Linearizzazione del modello	91
6.3 Controllo tramite PID in cascata	94
6.4 Controllo tramite PID in parallelo	102
7 Fase sperimentale	109
7.1 Strategia di controllo s7-1200	109
7.2 Strategia di controllo s7-1500	109
7.2.1 Taratura dei PID e problematiche riscontrate	111
7.2.2 Influenza dei parametri PID	112
7.3 Risultati sperimentali	115
7.3.1 Risposta ad un segnale a gradino e a disturbi impulsivi	115
7.3.2 Risposta ad un segnale ad onda quadra	125
7.3.3 Risposta ad un segnale ad onda sinusoidale	126
8 Sviluppi futuri	130
9 Appendice A: Disegni tecnici	130
10 Appendice B: Ladder s7-1500	137
11 Appendice C: Ladder s7-1200	147

Elenco delle figure

1	Modello semplificato sistema pendolo carrello	10
2	Schema di controllo	12
3	PID in parallelo	13
4	PID in parallelo ed LQR	13
5	PID ed LQR	14
6	Il banco di prova	15
7	Struttura del pendolo	16
8	Struttura del gruppo carrello	17
9	Rappresentazione del motore	18
10	PLC S7-1200	19
11	PLC S7-1500	20
12	Drive SINAMICS S210	21
13	Sensore angolare	22
14	Guida lineare e pattino a ricircolo	23
15	Giunto a soffietto	24
16	Piedino antivibrante	24
17	Vite e Chiocciola	25
18	Lavorazione della vite lato supporto BK15	25
19	Lavorazione della vite lato supporto BF15	26
20	Sistema di supporto	26
21	Banco completo	27
22	Assemblaggio gruppo carrello e vite-madrevite	28
23	Assemblaggio gruppo pendolo	29
24	Collegamento del motore	30
25	Banco completo	30
26	Schema sintetico delle connessioni tra dispositivi	31
27	Schema circuitale per la generazione dei 5V	32
28	Anelli di controllo del drive	34
29	Selezione del telegramma da TIA PORTAL	35
30	Esempio di scansione ciclo	37
31	Modello a matrioska	38
32	MC_Power	38
33	MC_Reset	39
34	MC_MoveVelocity	39
35	MC_Halt	39
36	MC_MoveJog	40
37	MC_Home	40
38	MC_MoveAbsolute	41
39	MC_MoveRelative	41
40	Synchronous Axis	42
41	Definizione del PLC	43
42	Definizione automatica Drive	43
43	Inserimento del motore	44
44	Scelta del motore	44
45	Collegamento di rete tra Drive e PLC	45

46	Collegamento topologico tra Drive e PLC	45
47	Inserimento di un asse in posizione	46
48	Configurazione Parametri di base	46
49	Configurazione Azionamento	47
50	Configurazione Encoder	47
51	Configurazione telegramma	48
52	Configurazione telegramma encoder	49
53	Configurazione Meccanica	49
54	Configurazione Arresto di emergenza	50
55	Configurazione Finecorsa software o hardware	51
56	Configurazione Dinamica	51
57	Selezione tipologia PID	52
58	Impostazioni di base PID-Modo di regolazione	52
59	Impostazioni di base PID-Parametri ingresso/uscita	53
60	Impostazioni del valore istantaneo PID-Limiti del valore istantaneo	53
61	Impostazioni del valore istantaneo PID-Scala del valore istantaneo	53
62	Impostazioni avanzate PID-Limiti valore di uscita	54
63	Impostazioni avanzate PID-Parametri PID	54
64	Determinazione del valore di uscita dal PID	55
65	Modello del sistema pendolo-carrello e sistemi di riferimento	57
66	Diagramma di corpo libero del pendolo	58
67	Diagramma di corpo libero del carrello	59
68	Strumento simbolico di Matlab	59
69	Modello del sistema in Simulink	60
70	Movimento del carrello (a), Rotazione del pendolo in (b)	61
71	Diagramma di Bode di G_{xF}	62
72	Diagramma di Bode di $G_{\theta F}$	63
73	Diagramma di Bode di $G_{x\theta}$	63
74	Schema di controllo PID in cascata	64
75	Schema dell'anello interno	64
76	Diagramma di Nyquist di $G_{\theta F}$	65
77	PID auto tuning	65
78	Diagramma di Nyquist di $G_{ol\theta}$	66
79	Margini di guadagno e di fase di $G_{ol\theta}$	67
80	Diagrammi di Bode di $G_{cl\theta}$	67
81	Diagramma di Nyquist di G_{olx}	68
82	Diagramma di Nyquist della nuova G_{olx}	69
83	Margini di guadagno e di fase di G_{olx}	69
84	Diagramma di Bode della G_{clx} finale	70
85	Risposta al gradino della posizione del carrello nell'architettura in cascata	71
86	Andamento dell'angolo del pendolo nell'architettura in cascata	71
87	Schema di PID in parallelo	73
88	Diagramma di Nyquist di G_{olx}	74
89	Schema per l'applicazione del metodo di Ziegler-Nichols	75
90	Limite di stabilit� con il metodo di Ziegler-Nichols	75
91	Tabella di Ziegler-Nichols	75
92	Andamento di x e θ con i valori forniti dal metodo di Ziegler-Nichols	76

93	Diagramma di Nyquist di $G_{ol}(s)$ con i parametri PID finali	77
94	Margine di fase e di guadagno di $G_{ol}(s)$ con i parametri PID finali	77
95	Diagrammi di Bode di $G_{cl}(s)$	78
96	Risposta al gradino della posizione del carrello nell'architettura in parallelo	79
97	Andamento dell'angolo del pendolo nell'architettura in parallelo	79
98	Fenomeno della saturazione	81
99	Principio di base dell'MPC	81
100	Produzione del sistema tempo discreto e salvataggio in ulteriori variabili . .	83
101	Funzione generante il controllore MPC	84
102	MPC-Schema a blocchi in Simulink	84
103	Risposta al gradino della posizione del carrello nell'architettura con controllo MPC	85
104	Andamento dell'angolo del pendolo nell'architettura con controllo MPC . .	85
105	Modello circuitale del motore elettrico	86
106	Overall electromechanical system	87
107	Sistema elettromeccanico in Simulink	89
108	Modello del motore	89
109	Modello trasmissione	90
110	Modello del pendolo	90
111	Linearization manager per la valutazione di G_{xV_a}	91
112	Diagramma di Bode di G_{xV_a}	93
113	Diagramma di Bode di $G_{\theta V_a}$	93
114	Diagramma di Bode di $G_{x\theta}$	94
115	Schema controllo in cascata	94
116	Nyquist diagram of $G_{\theta V_a}$	95
117	Diagramma di Nyquist $G_{ol\theta}$	96
118	Diagramma di Bode $G_{ol\theta}$	96
119	Diagramma di Nyquist di G_{olx}	97
120	Diagrammi di Nyquist della definitiva G_{olx}	98
121	Margini di ampiezza e fase di G_{olx}	99
122	Diagramma di Bode definitivo di G_{clx}	100
123	Schema del controllo in cascata con il sistema non lineare	100
124	Risposta al gradino della posizione del carrello nell'architettura in cascata del sistema elettromeccanico	101
125	Andamento dell'angolo del pendolo nell'architettura in cascata del sistema elettromeccanico	102
126	Schema PID parallelo con sistema lineare	103
127	Diagramma di Nyquist di G_{olx}	104
128	Diagramma di Nyquist di G_{olx}	105
129	Margini di fase e di ampiezza di G_{olx}	105
130	Diagrammi di Bode G_{clx}	106
131	Schema parallelo non lineare	106
132	Risposta al gradino della posizione del carrello nell'architettura in parallelo del sistema elettromeccanico	107
133	Andamento dell'angolo del pendolo nell'architettura in parallelo del sistema elettromeccanico	108
134	Parametri PID_x	110

135	Parametri PID_{θ}	111
136	Effetto di K_{px} sulle oscillazioni a regime del carrello	112
137	Effetto di $K_{p\theta}$ sulle oscillazioni a regime del carrello e dell'angolo	113
138	Effetto di $T_{d\theta}$ sulle oscillazioni a regime del carrello e dell'angolo	114
139	Risposta al segnale a gradino con $l = 550mm$ e $m = 180g$	115
140	Andamento di θ al segnale a gradino con $l = 550mm$ e $m = 180g$	116
141	Risposta al disturbo impulsivo con $l = 550mm$ e $m = 180g$	117
142	Risposta angolare al disturbo impulsivo con $l = 550mm$ e $m = 180g$	118
143	Risposta al segnale a gradino e ai disturbi impulsivi con $l = 550mm$ e $m = 560g$	119
144	Andamento di θ al segnale a gradino e ai disturbi impulsivi con $l = 550mm$ e $m = 560g$	120
145	Risposta al segnale a gradino e ai disturbi impulsivi con $l = 550mm$ e $m = 800g$	121
146	Andamento di θ al segnale a gradino e ai disturbi impulsivi con $l = 550mm$ e $m = 800g$	122
147	Risposta al segnale a gradino con $l = 400mm$ e $m = 180g$	123
148	Andamento di θ al segnale a gradino con $l = 400mm$ e $m = 180g$	124
149	Risposta del carrello ad un'onda quadra	125
150	Risposta dell'angolo del pendolo ad un'onda quadra	125
151	Risposta del sistema ad un'onda sinusoidale con $A=100\text{ mm}$ e $T=10\text{ s}$	126
152	Risposta del sistema ad un'onda sinusoidale con $A=100\text{ mm}$ e $T=7.5\text{ s}$	127
153	Risposta del sistema ad un'onda sinusoidale con $A=100\text{ mm}$ e $T=6\text{ s}$	128
154	Risposta del sistema ad un'onda sinusoidale con $A=50\text{ mm}$ e $T=6\text{ s}$	129

Elenco delle tabelle

1	Parametri motore	18
2	Caratteristiche del PLC S7-1200	19
3	Caratteristiche del PLC S7-1500	20
4	Parametri Drive	21
5	Caratteristiche Sensore angolare	22
6	Gamma dei drive	34

1 Introduzione

Il problema del pendolo inverso è considerato dalla IFAC (International Federation of Automatic Control Theory Committee) come uno dei problemi di controllo di base, date le sue innumerevoli applicazioni nella realtà ingegneristica. Riscontri pratici, infatti, possono essere associati alle seguenti applicazioni:

- stabilizzazione del SEGWAY, una tipologia di monopattino intelligente, mostrato in figura 1a, in grado di spostarsi con semplici movimenti del corpo;
- controllo della corretta orientazione di dispositivi aerospaziali, come mostrato in figura 1b;
- mantenimento della posizione verticale di robot umanoidi, sia in condizioni statiche e dinamiche (camminata, corsa, salto di ostacoli), come mostrato in figura 1c.



(a)



(b)



(c)

Il sistema da analizzare è costituito da un'asta rigida, collegata tramite cerniera ad un carrello. Quest'ultimo si muove lungo una guida lineare, che gli consente di spostarsi di moto unidirezionale. La cerniera, priva di massa, consente al pendolo di ruotare liberamente nel piano identificato dalla direzione del moto del carrello. Il pendolo è modellato come una massa puntiforme posta all'estremità dell'asta.

Dal punto di vista del controllo, tale sistema presenta le seguenti caratteristiche:

- È non lineare, per la presenza nelle equazioni del modello delle funzioni trigonometriche seno e coseno e di grandezze di stato elevate a potenza;
- È sotto-attuato, perché attraverso un unico input si devono controllare le due variabili di stato identificate nella posizione del carrello e nell'angolo del pendolo rispetto all'asse verticale;
- Presenta, idealmente, un numero infinito di punti di equilibrio. Facendo riferimento al modello semplificato in Figura 1, per valori di:

$$\theta = 0 + 2k\pi \quad (1)$$

il sistema si trova in punti di equilibrio instabile, per cui piccoli disturbi causeranno l'allontanamento del pendolo da tale posizione verticale. Per valori di:

$$\theta = \pi + 2k\pi \quad (2)$$

il sistema si trova in punti di equilibrio stabili.

- È a non minima rotazione di fase per la presenza di zeri instabili che influenzano negativamente la robustezza e le performance del sistema in termini di rise time.

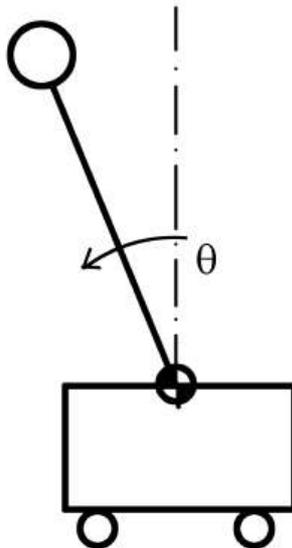


Figura 1: Modello semplificato sistema pendolo carrello

Il primo step della tesi è stato quello di modellizzare il sistema pendolo carrello tenendo in considerazione l'attrito sulla cerniera, legata alla velocità di rotazione, e l'attrito sul carrello, legato alla velocità di traslazione del carrello. L'input al sistema è generato da un motore brushless a corrente continua, che attraverso un sistema vite-madrevite trasmette il moto al carrello. L'obiettivo della tesi è quello di applicare su tale sistema diverse tecniche di controllo. Tutti i controllori sono progettati in modo da applicare una duplice azione di controllo:

- Mantenere il pendolo in posizione verticale ($\theta = 0$), sua posizione di equilibrio instabile
- Limitare la posizione del carrello, data la sua corsa finita

Tra i numerosi algoritmi di controllo esistenti sono stati considerati:

- PID, nella loro configurazione in cascata ed in parallelo
- Model predictive control

Il lavoro di tesi comprende anche una parte sperimentale in cui si è cercato di implementare i controllori PID attraverso un PLC (Programmable logic controller).

Questa parte di tesi è stata sviluppata considerando il sistema pendolo carrello connesso ad un motore brushless ed è stata realizzata in collaborazione con lo studente d'ingegneria mecatronica Lazzaro Morretta.

1.1 Letteratura scientifica

Il problema del controllo del pendolo inverso rappresenta un punto di riferimento fondamentale per la teoria del controllo non lineare. Una trattazione introduttiva al problema è fornita in maniera esaustiva in [1]. Le forti non linearità del sistema coniugate alla facile realizzazione di un banco prova per lo studio lo hanno reso, nelle sue possibili varianti, il più diffuso sistema di benchmark delle varie tecniche di controllo. Gli studi convergono principalmente sul semplice pendolo inverso, doppio pendolo inverso e sul pendolo di Furuta [2]. Il problema del controllo è generalmente costituito da due specifici compiti: il primo è quello di far oscillare il pendolo dalla tipica posizione di equilibrio stabile (pendolo verso il basso) verso la posizione di equilibrio instabile di pendolo verso l'alto (swing up) e il secondo è la stabilizzazione del pendolo intorno a questa condizione. Le applicazioni nella realtà sono molteplici; infatti, questo sistema meccanico è rappresentativo di una classe di problemi in cui l'obiettivo è il mantenimento della posizione verticale. Le tecniche di controllo applicate per risolvere il problema sono molteplici. Le principali sono rappresentate da:

- PID
- Logica Fuzzy
- Pole placement
- LQR
- MPC

Diverse sono le tipologie d'attuazione che vengono trattate, tra le più diffuse ritroviamo:

- Attuazione pneumatica

- Attuazione elettrica

In [3], ad esempio, viene presentato un metodo di stabilizzazione di un pendolo inverso tramite un controllo con completa retroazione statica basato sul "Pole placement". Il primo passo è costituito dallo scegliere dove posizionare i poli del sistema retro-azionato, visto che il sistema risulta essere instabile in catena aperta. A partire dalla posizione dei poli si determina, per mezzo della formula di Ackermann, la matrice di guadagno K. I quattro poli vengono scelti a partire dalla equazione del sistema in anello chiuso:

$$q(\lambda) = (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)(s^2 + as + b) \quad (3)$$

Dove tramite (ζ, ω_n) vengono scelti i poli dominanti in funzione delle performance desiderate, e la coppia (a, b) viene posta lontana dal semipiano sinistro tramite la separazione dei fattori, in cui s è un parametro da far variare:

$$(a, b) = (s\zeta, (s\omega_n)^2) \quad (4)$$

Imponendo ζ e ω_n in funzione della risposta voluta in termini di sovraelongazione e tempo di assestamento, e simulando in varie condizioni il fattore di separazione viene ottenuta la matrice di guadagno K che stabilizza il problema.

In [4], viene descritta la tecnica di controllo di un pendolo inverso azionato da un motore elettrico e controllato in tre differenti fasi da un controllore PV e un controllore LQR. La prima fase è costituita dallo swing-up del pendolo, la seconda è costituita dal mantenimento nella posizione di equilibrio instabile del pendolo anche in presenza di disturbi causati dal vento mentre la terza fase è rappresentata dalla capacità di inseguire una traiettoria imposta al carrello. Il sistema di controllo è rappresentato in figura:

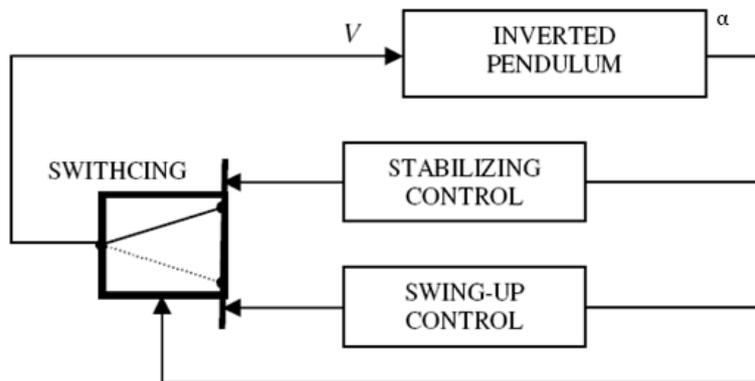


Figura 2: Schema di controllo

Lo swing-up viene gestito dal un controllore PV, costituito da un termine proporzionale associato alla posizione del carrello ed uno associato alla velocità dello stesso secondo la relazione:

$$V_{motor}(t) = K_d e_c(t) + K_v \frac{d}{dt} x_c(t) \quad (5)$$

Lo swing up necessita 12 oscillazioni prima che il pendolo possa essere in posizione verticale. Da questo momento entra in gioco il controllore LQR che stabilizza il sistema. L'energia necessaria per lo swing-up risulta essere nettamente superiore a quella relativa alla stabilizzazione. Dopo viene introdotto un disturbo che modifica angolo e velocità angolare

del pendolo, ma il sistema di controllo riesce ad annullare le oscillazioni in meno di due secondi. L'inseguimento di una traiettoria stabilita tramite onda quadra permette, infine, di comparare i risultati tramite il controllore LQR con quelli che si potrebbero ottenere tramite la retroazione statica dallo stato con pole placement. Da questi risultati si mostra che controllore LQR presenta un vantaggio in termini di tempo di salita, tempo di assestamento e sovralongazione. Diverse combinazioni di architetture di controllo vengono presentate in [5]. In questo articolo vengono confrontate tre tecniche per il controllo del pendolo inverso. La prima utilizza due controllori PID, uno per la posizione angolare ed uno per la posizione del carrello, al fine di generare il comando u :

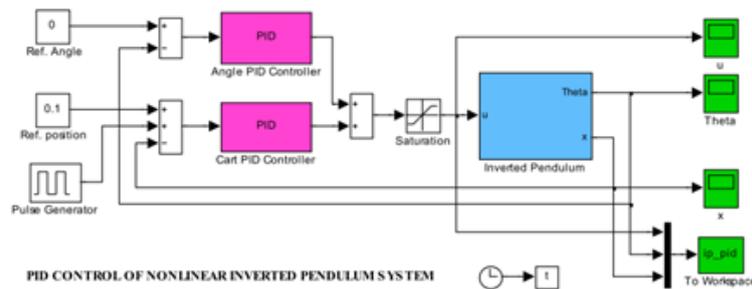


Figura 3: PID in parallelo

La seconda tecnica aggiunge al processo di controllo dei due PID una retroazione dello stato, dove la matrice di retroazione viene ricavata tramite LQR.

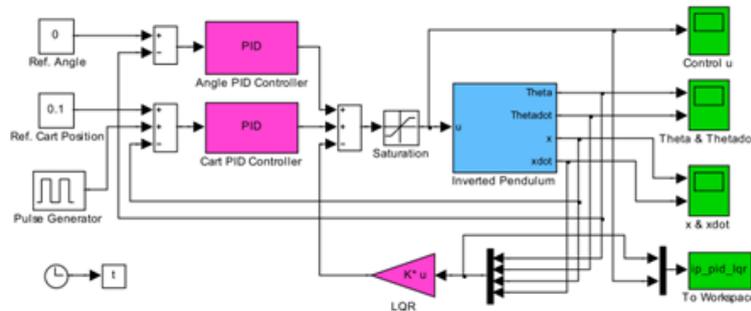


Figura 4: PID in parallelo ed LQR

La terza tecnica utilizza un solo controllore PID per lo spostamento del carrello a cui si aggiunge un ulteriore termine di controllo imposto dall'LQR.

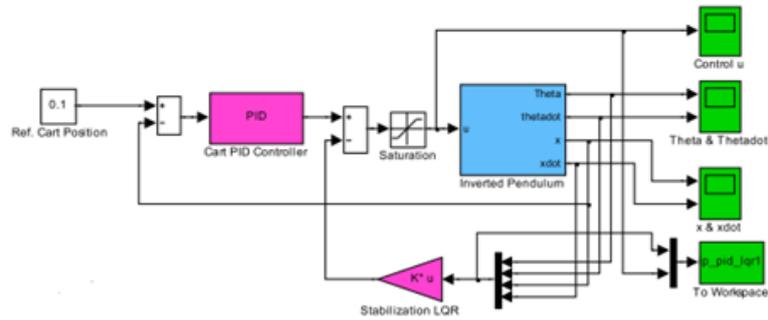


Figura 5: PID ed LQR

Dai risultati sperimentali la presenza di un controllo tramite LQR migliora le performance del controllo in termini di rapidità e sovralongazione. Le prestazioni della configurazione due PID in parallelo e LQR e di quella costituita da un solo PID ed LQR sono paragonabili, ma l'aggiunta di questo secondo PID complica la progettazione del sistema. La presenza del secondo controllore PID per la posizione angolare viene giustificata da un miglioramento della risposta in presenza di disturbi.

La logica fuzzy è trattata in [6], dove è usata per controllare un pendolo inverso attuato pneumaticamente. Gli autori hanno modellizzato il sistema meccanico e pneumatico considerando anche gli attriti. E' stato studiato il modello non lineare per definire un controllore predittivo di tipo fuzzy. Nell'articolo viene descritta la fase sperimentale per la determinazione dei parametri di attrito viscoso alla cerniera del pendolo e quelli che caratterizzano il cilindro pneumatico.

Infine, si è fatto riferimento ai testi [7], [8], [9], [10], [11] per tutto ciò che concerne la modellizzazione del sistema e la teoria del controllo, usata per il progetto dei controllori.

2 Il banco di prova

In questo capitolo sono analizzati tutti i componenti meccanici ed elettrici adoperati nel banco complessivo. La progettazione del banco di prova è stata eseguita attraverso il software CAD SOLIDWORKS 2020, cercando di privilegiare la semplicità di montaggio, manutenzione e gli aspetti economici. Infatti, la scelta di alcuni componenti come il sensore angolare, il giunto di collegamento tra albero motore e gruppo vite-madrevite ed i piedini antivibranti è avvenuta tenendo in considerazione le performance del componente rapportate al costo. La realizzazione dei componenti progettati è avvenuta in collaborazione con l'officina meccanica esterna OCMAS-CERVAI.

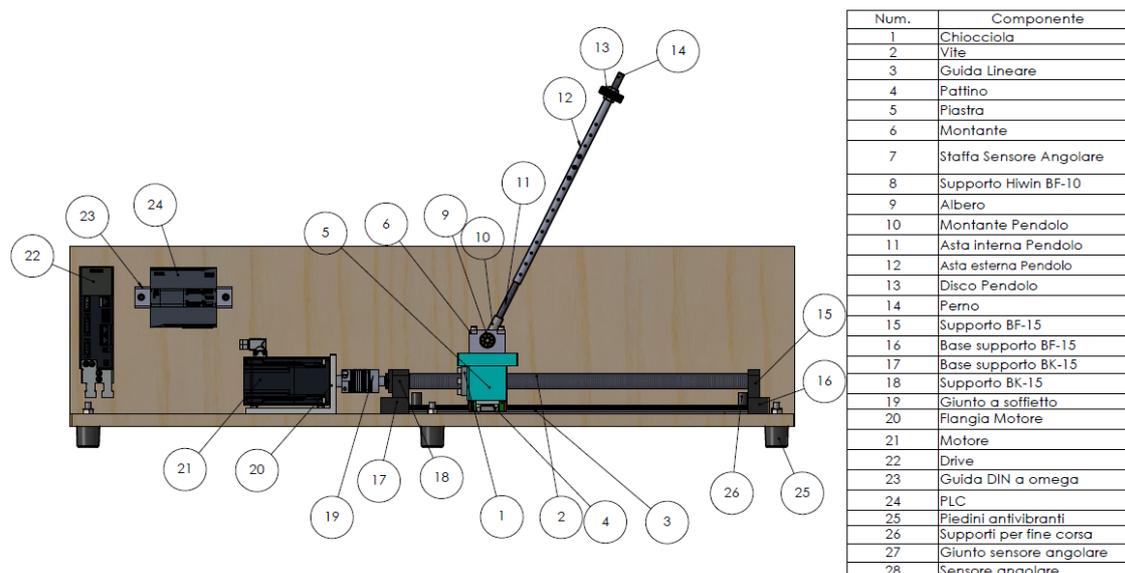


Figura 6: Il banco di prova

2.1 Componenti del banco

In questa sezione saranno analizzati i componenti rilevanti costituenti il CAD e quindi il banco di prova.

2.1.1 Pendolo

Il progetto del pendolo, mostrato in figura 7, è stato sviluppato dallo studente Marco Pontin. La sua realizzazione è avvenuta predisponendo la necessità di variare la lunghezza dell'asta e il valore della massa concentrata e configurando un montaggio che garantisse la possibilità di staccare il gruppo pendolo dal resto del banco. La lunghezza dell'asta può variare da un valore minimo di 400mm ad un valore massimo di 700mm con step incrementali di 20mm . Questo è reso possibile tramite l'utilizzo di un'asta telescopica costituita dagli elementi 11 e 12 di figura 7. Una volta selezionata l'altezza richiesta, il bloccaggio avviene mediante bulloni. Il carico concentrato può essere modificato inserendo dei blocchetti in acciaio di masse differenti. Per facilitare il montaggio, il collegamento con il componente 10 avviene per mezzo di una filettatura; è necessario quindi svitare o avvitare l'asta per consentirne

il montaggio e lo smontaggio. Per poter garantire l'ipotesi di massa concentrata, tutti gli elementi del pendolo, ad eccezione dei dischi, sono stati realizzati in alluminio.

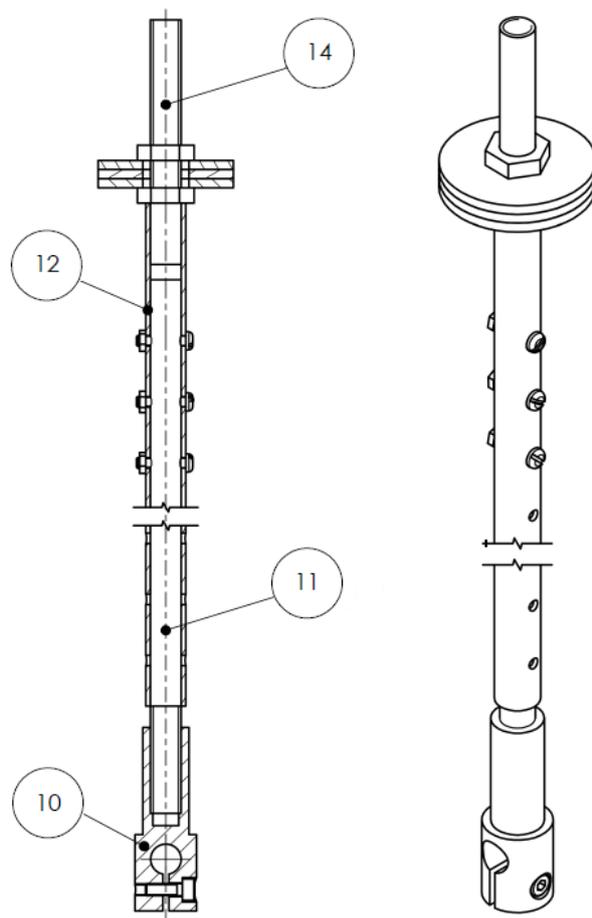


Figura 7: Struttura del pendolo

2.1.2 Gruppo carrello

Il gruppo carrello, rappresentato in figura 8, consente il collegamento del pendolo alle restanti parti del banco. La trasformazione del moto da rotativo a traslativo avviene per mezzo del gruppo Vite (2)-Chiocciola (1). La chiocciola, durante la traslazione, trascina con sé l'elemento Piastra (5). Quest'ultimo è collegato dal lato superiore agli elementi a cui verrà agganciato il pendolo. In particolare, i supporti per cuscinetti (8) e l'albero (9) formano la cerniera intorno alla quale il pendolo potrà ruotare. Gli elementi rappresentati con il numero 6 hanno lo scopo di limitare l'angolo massimo che il pendolo può assumere rispetto all'asse verticale ($\pm 25^\circ$) così da evitarne la caduta sul banco. Per poter misurare l'angolo che istante per istante il pendolo assume, viene utilizzato un sensore angolare che è agganciato alla staffa rappresentata dal numero (7). La Piastra (5) viene poi collegata, attraverso dei fori filettati posti nella parte inferiore, al pattino (4). Esso presenta una sezione al cui interno sono presenti dei rullini che consentono il posizionamento del pattino stesso alla guida lineare (3). Questa configurazione consente di ridurre l'attrito tra i due componenti.

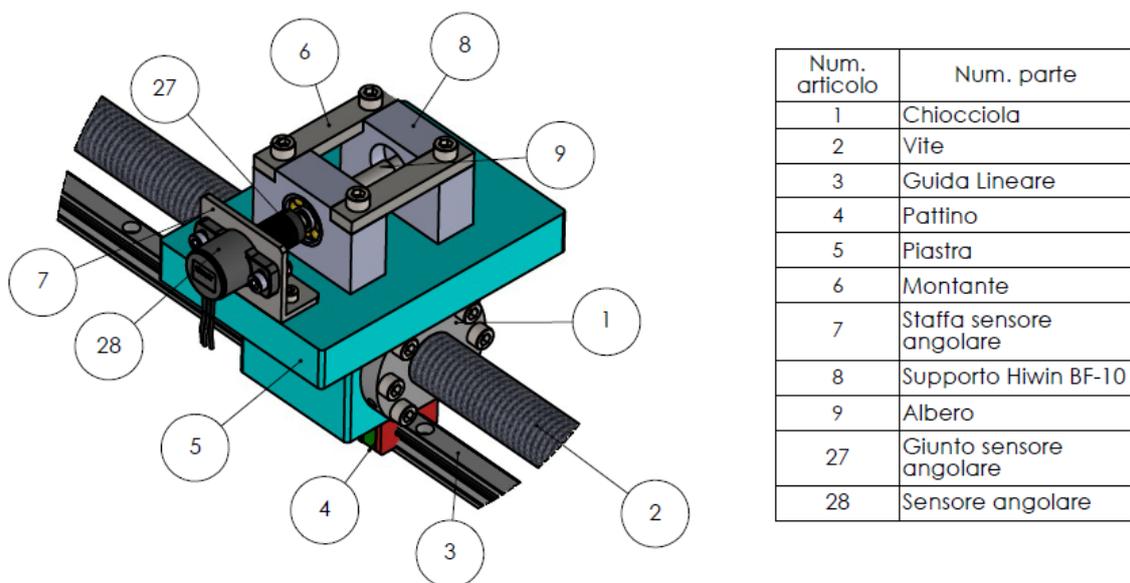


Figura 8: Struttura del gruppo carrello

2.1.3 Motore

Il sistema di attuazione è costituito da un servomotore brushless a magneti permanenti che viene connesso, tramite un giunto a soffietto, alla vite. Il motore genera una coppia motrice che porta in rotazione la vite a cui seguirà il moto lineare del carrello. L'attuatore presenta al suo interno un encoder assoluto a 22 bit grazie al quale è possibile determinare la posizione angolare assunta dall'albero motore e di conseguenza, considerando il passo della vite, ricavare anche la posizione lineare del carrello. In questo caso, quindi, non è necessario installare un sensore lineare esterno. Il motore utilizzato presenta le seguenti caratteristiche:

Coppia statica	1.27 Nm
Corrente statica	2.4 A
Coppia massima	3.85 Nm
Corrente massima	8.7 A
Numero di giri massimo	8000 rpm
Coppia nominale	0.95 Nm
Corrente nominale	1.9 A
Numero di giri nominale	6000 rpm
Potenza nominale	0.6 kW
Resistenza di armatura	1.7 Ω
Costante di coppia	0.53 $\frac{Nm}{A}$
Momento d'inerzia del rotore	0.430 $Kgcm^2$

Tabella 1: Parametri motore

Il motore, per favorire la dissipazione termica, viene collegato a sbalzo attraverso una flangia in acciaio tramite l'utilizzo di quattro viti M6. La flangia presenta anche altri quattro fori che ne permettono il bloccaggio alla base in legno.

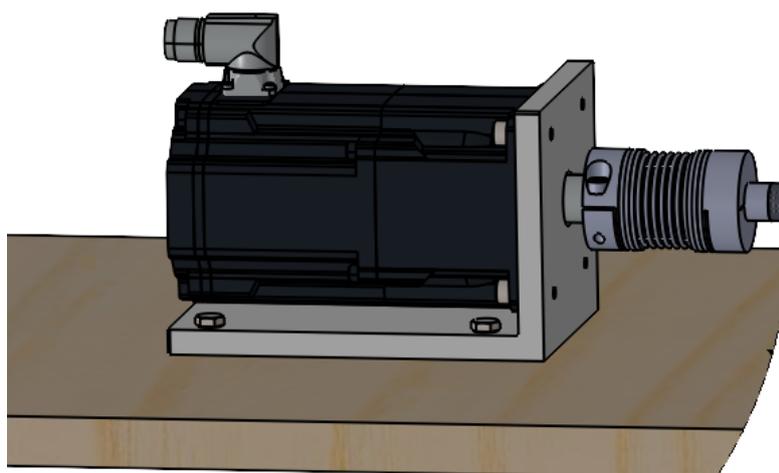


Figura 9: Rappresentazione del motore

2.1.4 PLC

Il PLC usato inizialmente nel banco sperimentale è fornito dalla Siemens e fa parte della famiglia "S7-1200" con CPU 1214C DC/DC/DC. E' rappresentato nella figura 10 e presenta le caratteristiche riportate in tabella 2



Figura 10: PLC S7-1200

Ingressi digitali	14
Ingressi digitali veloci	6
Ingressi analogici	2(0 – 10V)
Uscite digitali	10
Uscite analogiche	0
Alimentazione	24 V_{cc}

Tabella 2: Caratteristiche del PLC S7-1200

Il PLC usato, invece, per stabilizzare effettivamente il pendolo fa parte della famiglia "S7-1500" con CPU 1512C-1 PN. E' mostrato in figura 11 e le sue caratteristiche salienti sono riportate in tabella



Figura 11: PLC S7-1500

Ingressi digitali	32
Ingressi digitali veloci	6
Uscite digitali	32
Ingressi analogici	5
Uscite analogiche	2
Display	1.35"
Alimentazione	24 V_{cc}

Tabella 3: Caratteristiche del PLC S7-1500

2.1.5 Drive

Il servo drive SIEMENS SINAMICS S210 è un dispositivo necessario per consentire la comunicazione tra il PLC e il motore.



Figura 12: Drive SINAMICS S210

Il sistema formato dal PLC, Servo Drive e motore definisce l'intero circuito elettrico dell'attuazione. Il Servo Drive permette, attraverso l'utilizzo di stringhe chiamati telegrammi, di impartire al motore dei comandi richiesti dal PLC. Le caratteristiche riassuntive del drive sono elencate nella tabella 4.

Tensione di rete	1AC 200 – 240 V
Potenza	0.4 kW
Sistema di bus	PROFINET
Ingressi digitali	2
Resistenza di frenatura esterna	Opzionale
Grado di protezione	IP20

Tabella 4: Parametri Drive

2.1.6 Sensore angolare

Il sensore angolare permette di misurare l'angolo che il pendolo assume rispetto all'asse verticale. E' un elemento indispensabile per il controllo del pendolo poiché istante per istante fornisce il valore dell'angolo. Il modello utilizzato è il sensore VISHAY 981HE0B4WA1F16. Questo sensore sfrutta l'effetto Hall per ricavare il feedback angolare e presenta le seguenti caratteristiche riportate in tabella 5:

Campo di misura	$0^{\circ} - 360^{\circ}$
Alimentazione	$5 V_{DC}$
Linearità	$\pm 1\%$
Output	$10 - 90\% V_{SUPPLY}$; PWM 1 kHz 10 - 90% duty cycle
Diametro albero	6.35 mm

Tabella 5: Caratteristiche Sensore angolare



Figura 13: Sensore angolare

2.1.7 Guida Lineare e Pattino

La guida lineare HGR 15R-0600 C e il pattino HGW 15 CC Z0C adottati sono forniti dall'azienda HIWIN. I due componenti sono rappresentati in figura 14, dove è anche possibile visualizzare il dettaglio del ricircolo di sfere nel pattino.

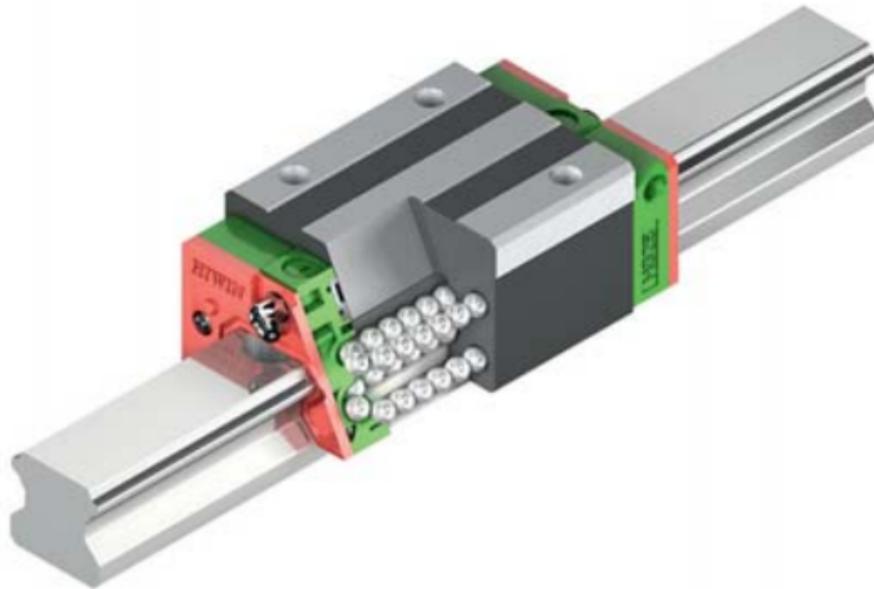


Figura 14: Guida lineare e pattino a ricircolo

I due componenti fanno parte della famiglia HG, presentano una grande capacità di carico e buona rigidezza. Sono caratterizzati da quattro ricircoli di sfere disposte a 45° che permettono una capacità di carico equivalente in tutte le direzioni. L'aspetto fondamentale è l'elevata efficienza dovuta alle ridotte forze di attrito. Il pattino viene disposto sulla guida lineare e scorre su di essa tramite un sistema di sfere a ricircolo.

2.1.8 Giunto

Il giunto utilizzato per poter collegare la vite all'albero motore è il giunto a soffietto GSF GR2 fori 13/19 della ditta ComInTec, visibile in figura 15.

È stato scelto tale giunto per diversi motivi:

- Facilità e modularità nell'accoppiamento; questo permette la connessione dell'albero motore con quello della vite, nonostante i diversi diametri;
- Ridotto momento d'inerzia;
- Elevata rigidità torsionale;
- Resistenza all'usura;
- Ideale per accoppiamenti con servo motore date eccellenti caratteristiche dinamiche, che consentono rapide inversioni di marcia.

Il dimensionamento è stato effettuato a partire dalla coppia massima trasmissibile dal servomotore, e determinando la coppia nominale minima garantita dal giunto secondo la relazione:

$$C_{NOM\ GIUNTO} = \frac{C_{MAX} \cdot K \cdot J_{UTILIZ}}{J_{UTILIZ} + J_{MOTORE}} \quad (6)$$

Dove con K si indica il fattore di carico, il cui valore è funzione dell'applicazione considerata. Dato l'abbinamento con un servo motore il suo valore è pari a $K=1,5$.



Figura 15: Giunto a soffietto

2.1.9 Piedino antivibrante

I piedini antivibranti sono dispositivi atti a smorzare le vibrazioni, gli urti e il rumore generato dalle parti in rotazione e in movimento.

I piedini utilizzati, visibili in figura 16, sono prodotti dalla ELESA con codice DVB.6-38-35-M10-40-40 e ognuno di essi può sopportare un carico di 840 N . Nel caso in esame sono stati utilizzati sei piedini antivibranti che vengono collegati alla base in legno attraverso dei fori M4 creati sulla base.



Figura 16: Piedino antivibrante

2.1.10 Vite e chiocciola

La vite FSC R25-10-0650-0650-0.05 e la chiocciola R25-10K4-FSCEW-E, visibili in figura 17, sono prodotte dall'azienda HIWIN. Insieme formano il gruppo vite-madrevite, attuo alla conversione del moto da rotativo a traslativo. Il gruppo utilizza un sistema di sfere rullate a ricircolo che, rispetto ai classici sistemi con viti a strisciamento, riducono notevolmente le dissipazioni dovute all'attrito e la rumorosità.

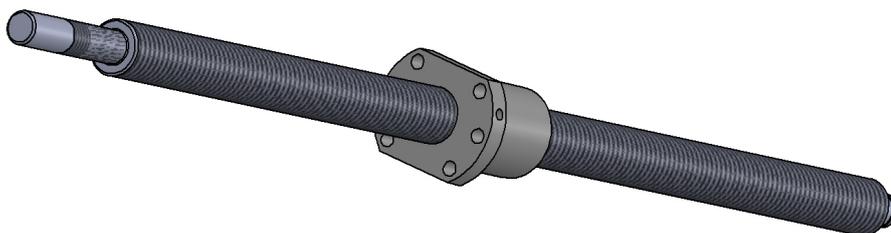


Figura 17: Vite e Chiocciola

La vite è stata poi lavorata per permettere l'accoppiamento con gli elementi che supportano il gruppo Vite-Chiocciola. Dal lato del supporto fisso (BK15) è stata prevista la configurazione mostrata in figura 18:

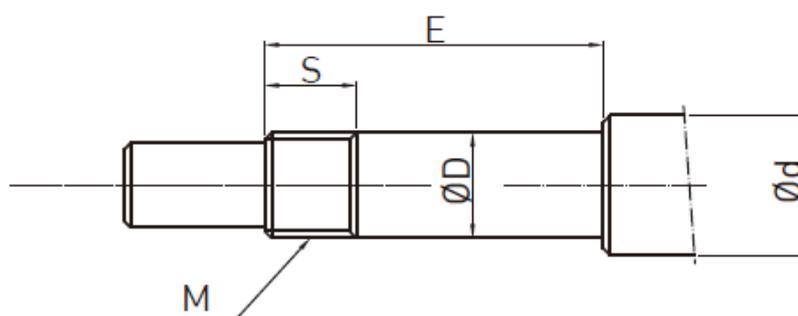


Figura 18: Lavorazione della vite lato supporto BK15

Questa prevede una prima riduzione di diametro fino a $\Phi D = 15\text{mm}$ per poter inserire il supporto e una filettatura M15x1 di lunghezza $S = 12\text{mm}$ per consentire il bloccaggio

tramite ghiera. Infine, l'estremità sinistra è stata lavorata fino ad un diametro di $\Phi d = 13mm$ per consentire l'inserimento della ghiera, dato il suo diametro di cresta pari a $\Phi \approx 15mm$. Il lato del supporto libero (BF15) presenta invece la configurazione visibile in figura 19:

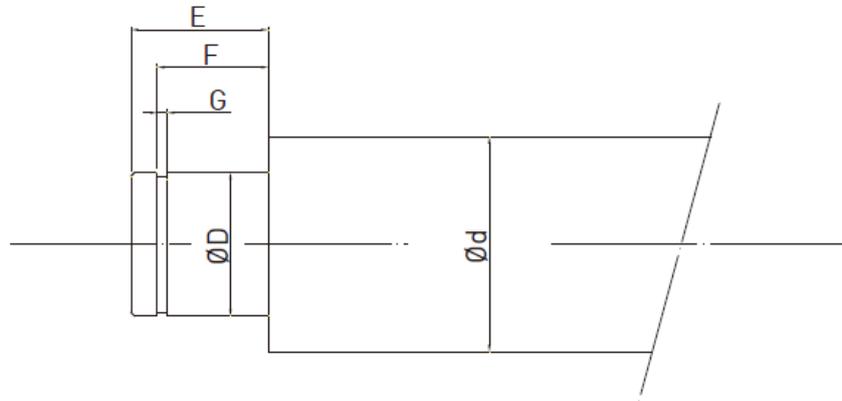


Figura 19: Lavorazione della vite lato supporto BF15

Anche in questo caso è stata eseguita una lavorazione per adattare il diametro a quello del supporto, con $\Phi D = 15mm$. Infine, è stata inserita una gola per poter fissare un anello Seeger. Quest'ultimo crea un vincolo, non di forza, tra il cuscinetto del supporto e la vite stessa.

2.1.11 Elementi di supporto BK15 e BF15

Il gruppo vite-madrevite è sostenuto dai supporti BK15 e BF15 dell'azienda HIWIN. La configurazione prevede l'inserimento di un primo supporto fisso e di un secondo mobile. Il supporto fisso (BK15) vincola la vite sia radialmente che assialmente. I carichi in direzione assiale si scaricano sul supporto fisso tramite una ghiera di bloccaggio inserita attraverso una filettatura generata sull'albero della vite. Il supporto libero (BF15) reagisce solamente ai carichi radiali. Il suo scopo è quello di permettere piccoli spostamenti assiali che potrebbero presentarsi a causa di dilatazioni termiche.

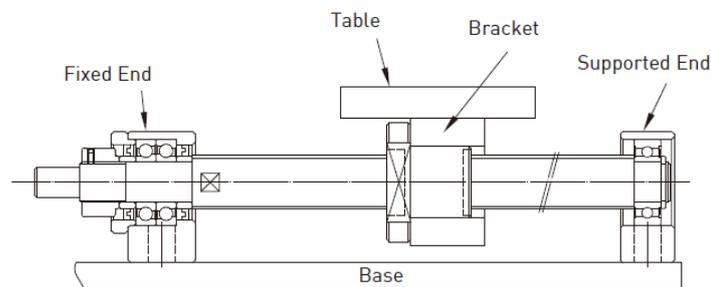


Figura 20: Sistema di supporto

2.2 Costruzione del banco

In questa sezione si analizzano le varie operazioni che hanno portato al completamento del banco di prova visibile in figura 21. La numerazione dei componenti utilizzati in questo capitolo fa riferimento a quanto visto nelle figure 6 e 8. Per questa fase di realizzazione ringrazio i correlatori per il prezioso aiuto fornito.

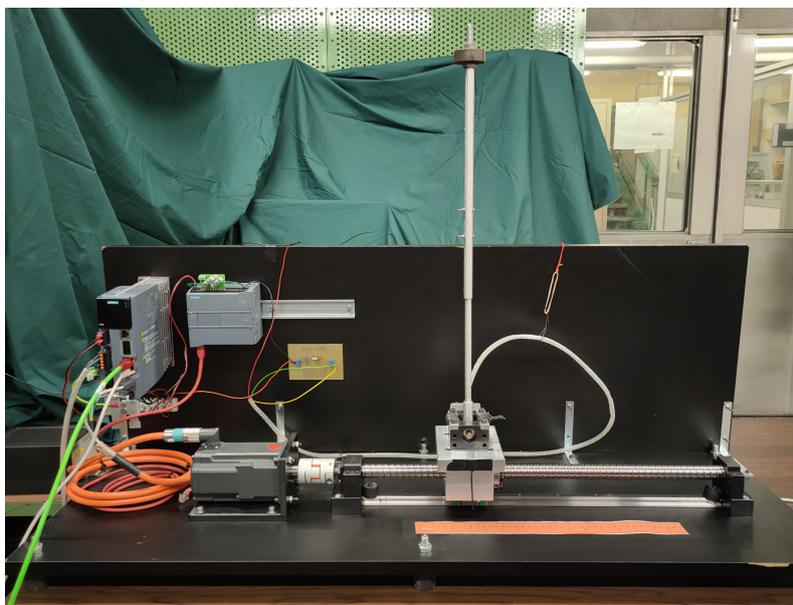


Figura 21: Banco completo

2.2.1 Struttura di base e operazioni preliminari

La costruzione del banco prova è stata realizzata a partire da un elemento in legno che è stato diviso in due parti in modo da creare la base su cui appoggiare il sistema di attuazione e i componenti meccanici ed un pannello di supporto alle componenti di controllo.

Le due strutture presentano uno spessore di 20mm , una larghezza di 400mm ed una lunghezza di $1,15\text{m}$.

La base è stata poi forata in vari punti, per consentire il posizionamento della guida lineare (3), dei supporti per il gruppo vite-madrevite (15-18) e della flangia motore (20).

La guida lineare (3) è stata bloccata sulla base in legno forando la stessa in cinque punti. I due fori più esterni permettono l'inserimento di due elementi di arresto (26) tramite due viti M4 di 70 mm di lunghezza che vengono fissate tramite dei dadi; questi elementi sono utilizzati per evitare, in caso di malfunzionamento software, l'urto tra il carrello e i supporti BK15 (17) e BF15 (15). I tre fori intermedi sono adibiti al vero e proprio bloccaggio della guida attraverso delle viti M6 e relativi dadi di bloccaggio. Per consentire il fissaggio degli elementi di supporto vengono realizzati quattro fori passanti che permettono di bloccarli con l'utilizzo di viti M6 e dei dadi di serraggio. Procedendo in egual modo, è stata ancorata la flangia di supporto per il motore.

Il pannello verticale è invece utilizzato per bloccare il Drive (22) ed una guida DIN ad omega (23), su cui viene fissato il PLC (23). L'adozione della guida DIN consente di inserire eventuali moduli d'espansione del PLC in caso di necessità.

2.2.2 Assemblaggio del gruppo carrello e vite-chiocciola

La prima operazione di montaggio ha previsto l'inserimento della chiocciola (1) nel foro presente sulla piastra (5). La chiocciola (1) viene poi bloccata posizionando sei viti mordenti M6, disposte a 45° l'una rispetto l'altra. Una volta completata questa operazione segue l'inserimento della vite a ricircolo di sfere. Per evitare la caduta di quest'ultime si realizza l'inserimento utilizzando l'apposito tubo di montaggio inserito nella chiocciola (1).

Un pattino a ricircolo di sfere (4) viene poi montato sulla superficie sottostante della piastra (5) mediante quattro viti M4 mordenti. Esso viene poi fatto scorrere sulla guida lineare (3) predisposta sulla base. Infine, vengono montati il supporto fisso BK15 (18) e il supporto mobile BF15 (15), con relative basette (16-17) necessarie per ottenere la coassialità della vite con l'albero motore. Il risultato di questa prima fase di montaggio è visibile in figura 22

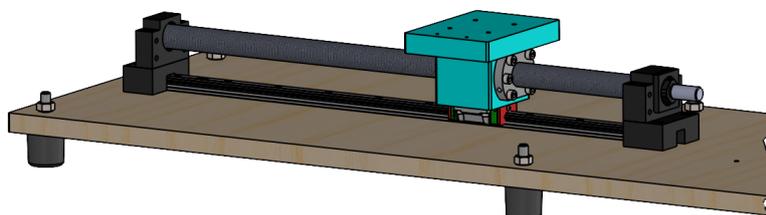


Figura 22: Assemblaggio gruppo carrello e vite-madrevite

2.2.3 Assemblaggio del gruppo pendolo

Segue la fase di montaggio del gruppo pendolo. Questo è composto da un perno filettato (14) che viene collegato, mediante una spina, all'asta esterna del pendolo (12). In quest'ultima è stata poi inserita l'asta interna (11), che è stata vincolata con tre viti M3 e dadi di serraggio. Successivamente il tutto è stato inserito nell'elemento montante del pendolo (10) e calettato su un albero (9). L'albero viene supportato da dei cuscinetti presenti in due elementi di supporto Hiwin BF10 (8). L'intero gruppo pendolo e relativi supporti vengono montati, attraverso quattro viti M6, all'elemento piastra (5). Al fine di monitorare la quota angolare viene collegato un sensore angolare (28) che è reso solidale all'albero (9) del pendolo tramite un giunto elastico (27), che consente anche di compensare piccoli disallineamenti. Il sensore angolare (28) viene supportato da una staffa ad L (7) fissata sulla piastra (5) tramite viti mordenti M4. Infine, vengono aggiunti i montanti (6), componenti che limitano lo spostamento angolare del pendolo in un range compreso tra $(-26.5^{\circ}, 26.5^{\circ})$. In figura 23 è possibile vedere quanto ottenuto al termine della suddetta fase.

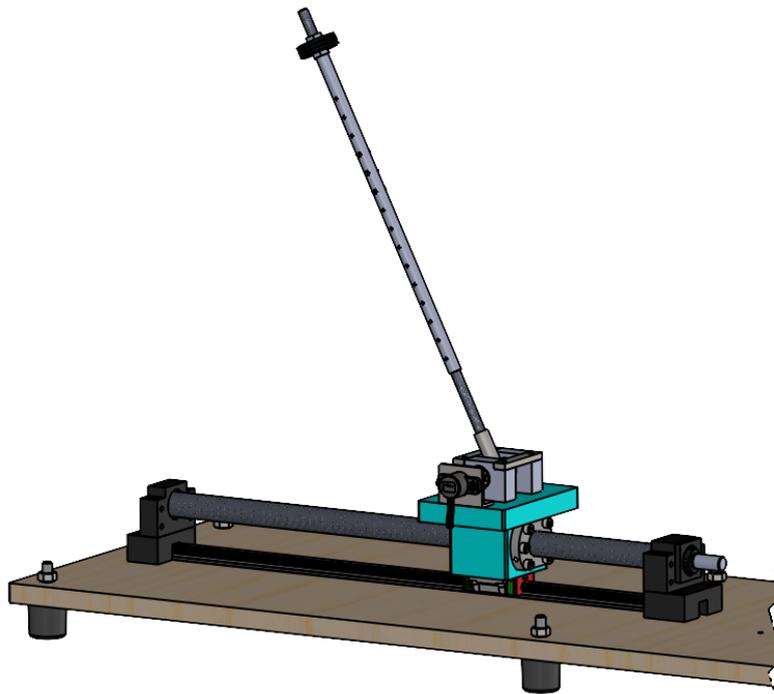


Figura 23: Assemblaggio gruppo pendolo

2.2.4 Collegamento del motore

Per ottimizzare la gestione del cavo di collegamento OCC MOTION-CONNECT, si è predisposta la rotazione di 180° del connettore rotondo di collegamento, agendo sulle viti che fissano il connettore alla carcassa del motore.

Il motore (21) è agganciato alla flangia (20) mediante quattro viti M6 e corrispondenti dadi di serraggio. Il collegamento tra l'albero motore e quello della vite viene completato inserendo un giunto a soffietto (19). Questo presenta due diametri differenti permettendo un facile inserimento e collegamento dei due alberi. L'assemblaggio viene completato serrando le viti di bloccaggio a morsetto utilizzando una chiave dinamometrica al fine di rispettare la coppia di serraggio indicata a catalogo. Il giunto permette la compensazione di eventuali disallineamenti dovuti al montaggio o generati durante l'esercizio.

La trasmissione della coppia avviene grazie all'attrito sulle superfici di albero e giunto.

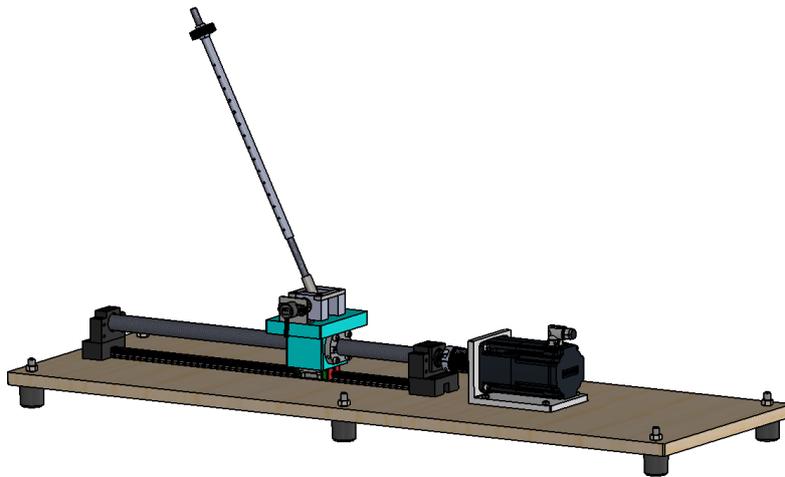


Figura 24: Collegamento del motore

2.2.5 Montaggio del pannello verticale e del sistema di controllo

La fase terminale del montaggio prevede l'inserimento del pannello verticale su cui inserire i dispositivi necessari al controllo. Il pannello verticale in legno viene collegato alla base tramite l'utilizzo di quattro supporti al L molto rigidi. Il bloccaggio avviene attraverso viti M4 e relativi dadi di serraggio. Dopo vengono realizzati i fori che permettono di fissare il Drive (22) e la guida DIN (23) ad omega su cui infilare il PLC (24) ed eventuali moduli d'espansione.

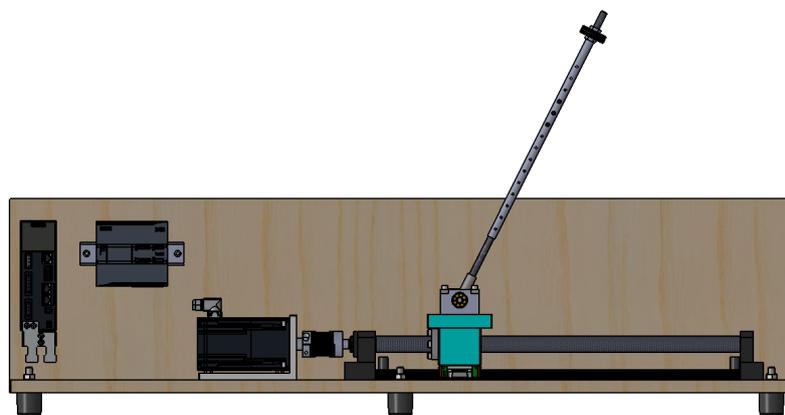


Figura 25: Banco completo

2.3 Circuito elettrico

L'impianto elettrico comprende tutte le connessioni e cablaggi necessari al corretto funzionamento dei dispositivi elettrici ed elettronici presenti nel banco. Lo schema generale di connessione tra i diversi dispositivi è mostrato in figura 26.

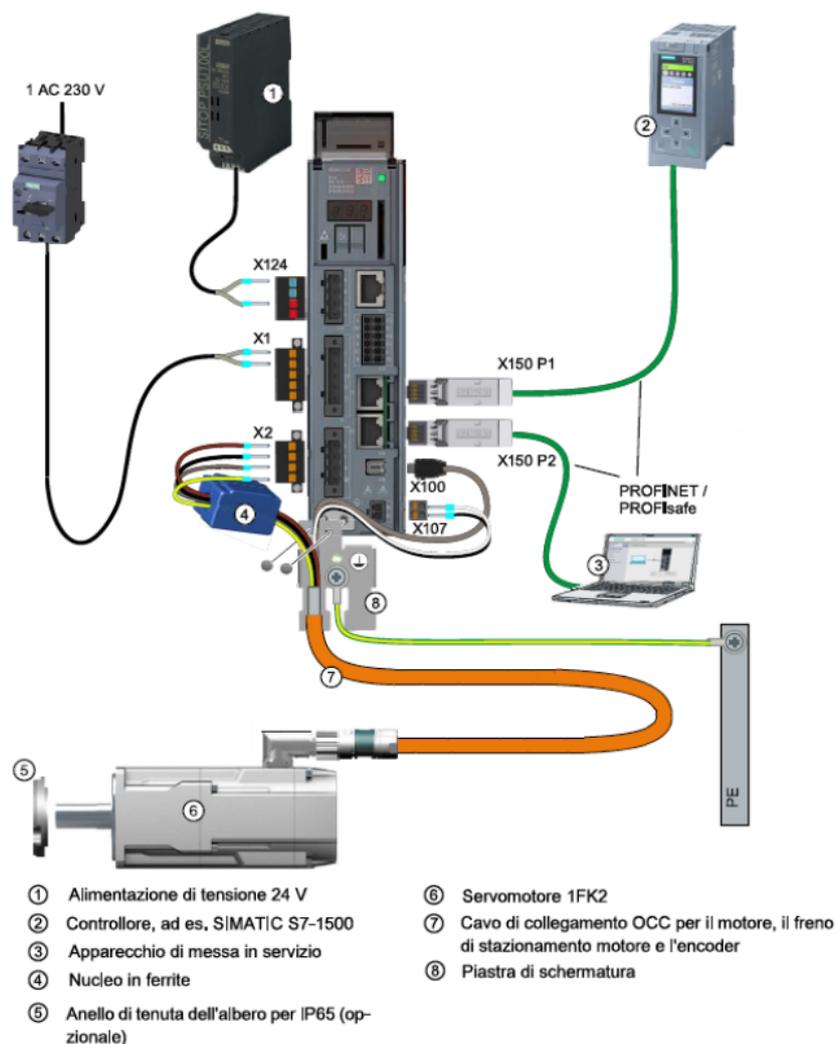


Figura 26: Schema sintetico delle connessioni tra dispositivi

Ogni dispositivo per poter funzionare correttamente richiede uno specifico livello di tensione di alimentazione; per questa ragione è possibile individuare tre linee di tensione DC:

- 220 V, tensione massima presente nel banco. Questa viene prelevata collegando una presa mobile a cablaggio rapido, appositamente dimensionata, al sottoquadro di rete presente in laboratorio. Essa consente di alimentare la parte del drive adibita alla trasmissione di potenza verso il motore. Il collegamento con il drive avviene per mezzo del connettore X1 dello stesso, mentre la connessione del motore al drive sfrutta il connettore X2. La trasmissione di potenza e di dati con il motore avviene per mezzo di un cavo OCC MOTION-CONNECT che parte dal connettore X2 e viene collegato al motore per mezzo di un connettore rotondo a 10 pin;

- 24 V, tensione di alimentazione del PLC e Drive. E' fornita attraverso un alimentatore stabilizzato del "GRUPPO K.E.R.T";
- 5 V, tensione necessaria per alimentare il sensore angolare. E' generata attraverso l'utilizzo di un dispositivo elettronico L7805 e di due condensatori, uno di $0.33\mu F$ e l'altro di $0.1\mu F$, montati su un circuito stampato millefori. Il circuito utilizzato per la generazione del livello di tensione è mostrato in figura 27. La tensione di input V_I è la stessa del Drive e del PLC (24V), quella di output V_O è di circa 5V. La presenza dei condensatori permette di filtrare e migliorare i regimi transitori.

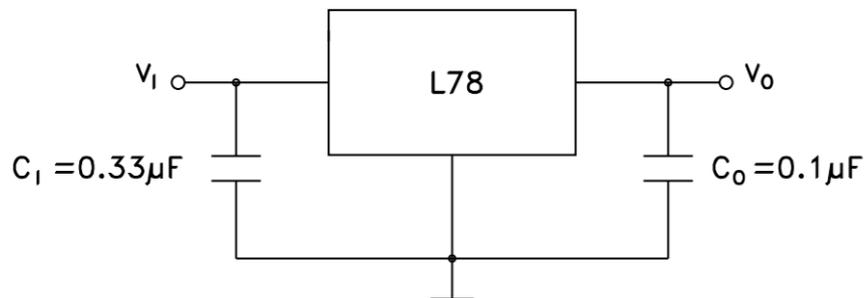


Figura 27: Schema circuitale per la generazione dei 5V

3 Panoramica sugli oggetti tecnologici

In questa sezione viene fornita una panoramica generale sul funzionamento del PLC, del Drive e delle tecnologie utilizzabili per il controllo e la gestione degli assi.

3.1 PLC

Il PLC (Programmable logic controller) è un dispositivo elettronico per l'industria, specializzato nella gestione e controllo dei processi industriali. È costituito da due parti fondamentali, una hardware ed una software. I componenti hardware principali di un PLC sono:

- L'alimentatore, utilizzato per fornire l'energia elettrica a tutte le schede del PLC. Normalmente è una tensione a 24 V;
- La CPU, che interpreta e gestisce la successione di istruzioni del programma. La CPU inoltre gestisce la comunicazione con tutte i BUS del PLC, trasferendo dati e comandi da e verso il mondo esterno;
- Schede di ingresso digitali e analogiche, che vengono utilizzate per la gestione e il controllo di grandezze digitali e analogiche;
- Schede di uscita digitali e analogiche, che sono principalmente utilizzate per comandare attuatori digitali o analogici;
- Le schede di comunicazione, che permettono al PLC di poter comunicare con computer, con altri PLC oppure con altri dispositivi presenti nell'impianto.

Il software è costituito da un sistema operativo proprietario realizzato dalla casa produttrice del PLC stesso, nel caso in questione la Siemens. La scrittura del software avviene attraverso dei linguaggi di programmazione che l'operatore può usare affinché il PLC si comporti nella maniera desiderata. Tra questi è possibile ricordare linguaggi grafici e testuali.

Linguaggi grafici:

- Linguaggio a contatti (LD, Ladder Diagram)
- Diagramma funzionale sequenziale (SFC, Sequential Functional Chart)
- Diagramma a blocchi funzionali (FBD, Function Block Diagram)

Linguaggi testuali:

- Lista di istruzioni (IL, Instruction List)
- Testo strutturato (ST, Structured Text)

La realizzazione dei programmi, nei PLC Siemens, avviene attraverso il software TIA PORTAL v16, necessario per comunicare con il PLC ed eseguire il caricamento dei programmi in memoria.

3.2 Drive

I drive principalmente si distinguono in due categorie:

- Moto continuo
- Moto discontinuo

I primi sono legati a quei motori la cui velocità non varia, se non in un range molto limitato; il moto discontinuo è invece legato agli assi che necessitano di continui cambi di velocità e che quindi sono caratterizzati da variazioni nella dinamica importanti.

Esistono varie gamme di drive, una divisione generale è visibile in tabella 6:

	Continuo	Discontinuo
BASIC	SINAMICS V20	SINAMICS V90
MEDIUM	SINAMICS G120	SINAMICS S210
HIGH	SINAMICS S120	SINAMICS S120

Tabella 6: Gamma dei drive

Il drive prevede un sistema in retroazione distribuito in tre livelli, come mostrato in figura 28. Il livello più interno consiste in un loop di corrente con il quale il drive esegue un controllo di corrente che andrà ad alimentare il motore. Il setpoint di corrente è prodotto dal controllore posto nel secondo livello di retroazione, che è un loop di velocità. Il setpoint di velocità può essere impostato manualmente dal programmatore oppure essere fornito dal terzo livello di retroazione (opzionale) che è costituito da un loop di posizione/ pressione.

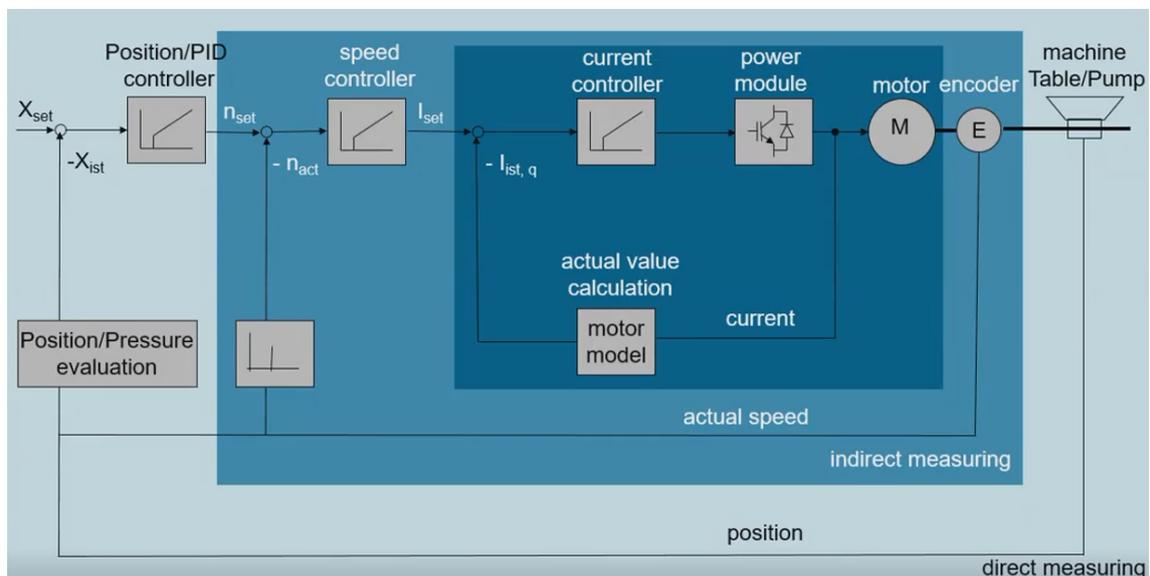


Figura 28: Anelli di controllo del drive

Considerando, ad esempio, il controllo in velocità il setpoint può essere fornito in tre modi:

- Tramite un pannello per il comando manuale
- Tramite una morsettiera, che gestisce ingressi ed uscite analogiche e digitali

- Attraverso l'utilizzo di un BUS di campo che è un mezzo fisico con un protocollo di comunicazione standard sul quale possono viaggiare delle informazioni. Nel caso in esame si usa il protocollo PROFINET, adatto allo scambio di pacchetti di dati.

La programmazione del drive è chiusa, non è possibile cioè produrre del codice modificabile. Le logiche di controllo sono già stabilite dal costruttore del drive, sono ammesse solo piccole modifiche agendo su una lista di parametri.

3.3 Motion Control

Il controllore del moto è la mente del sistema di controllo. Il controllore invia un comando all'azionamento e lo confronta con il segnale di retroazione del motore e, in base all'errore definito come la differenza tra il segnale di output (posizione desiderata) e quello di input (posizione attuale), esercita un'azione correttiva per poter minimizzare l'errore stesso. Il controllore di moto va inoltre a definire le traiettorie che il motore deve seguire per realizzare i comandi imposti. Le azioni da intraprendere vengono scambiate ciclicamente attraverso dei pacchetti di dati, utilizzando dei protocolli di comunicazione standard come **PROFIdrive**. Questi pacchetti di dati prendono il nome di telegrammi. Essi sono costituiti da parole, ognuna di essa è costituita da 16 bit. I telegrammi sono preconfigurati e standardizzati e differiscono per le quantità di informazioni che riescono a ricevere ed inviare. I telegrammi più diffusi sono i seguenti:

- Telegramma standard 3
- Telegramma standard 5
- Telegramma standard 102
- Telegramma standard 105

Principalmente i telegrammi permettono di eseguire un controllo dell'asse in posizione o in velocità. Nel TIA PORTAL vanno scelti nella sezione "Configurazione dispositivi", nella sottosezione "Regolazione azionamento-Telegrammi" come mostrato in figura 29.

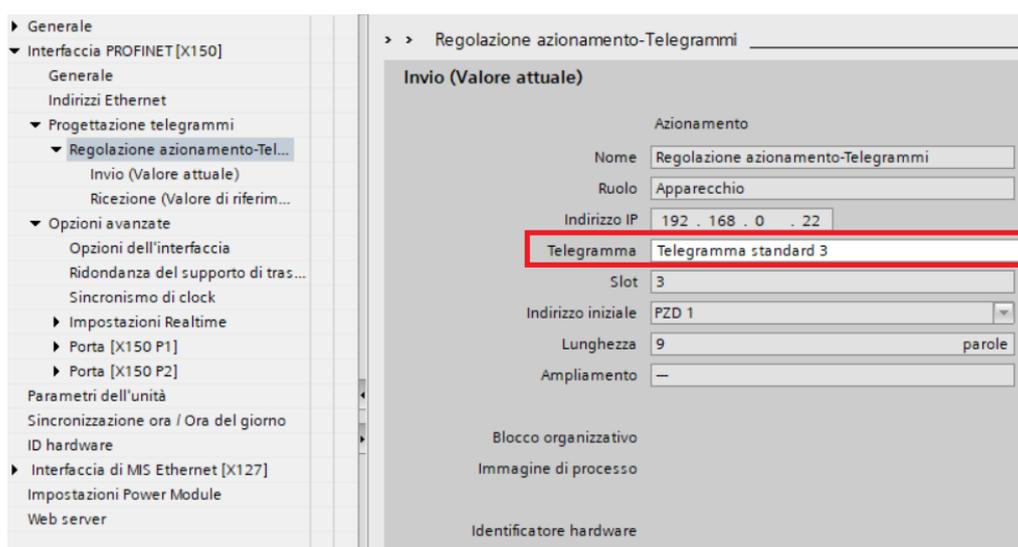


Figura 29: Selezione del telegramma da TIA PORTAL

In campo industriale la gestione degli assi da movimentare tramite motion control viene realizzata con due diverse metodologie:

- TO
- EPos

Le due tecniche si differenziano principalmente per la gestione della chiusura degli anelli di controllo visti in figura 28.

Con il TO è il PLC a prendersi carico della chiusura dell'anello in posizione mentre gli anelli in velocità e corrente sono gestiti dal drive. Questo comporta che il PLC ha un carico computazionale importante perché deve gestire l'anello in posizione. Il suo utilizzo però permette di semplificare la configurazione dei parametri del drive e la gestione degli assi. Una volta avviato il controllo che si vuole effettuare, attraverso il comando execute dell'oggetto tecnologico TO, le informazioni (posizione, velocità e accelerazione) sono inviate all'interpolatore che è un qualcosa di tangibile nel PLC. Esso produce il setpoint di posizione che deriva dalle rampe di accelerazione e decelerazione imposte dal PLC. Una volta prodotto il setpoint, viene confrontato con il dato proveniente dall'encoder e l'errore prodotto viene fornito al posizionatore che, a sua volta, produce un setpoint di velocità trasferito al drive. EPOS invece chiude tutti e tre gli anelli di controllo nel drive. Il suo utilizzo è giustificato quando si vuole alleggerire il carico computazionale del PLC, generalmente quando occorre controllare più di tre assi. Questo perché rispetto al TO è più difficile da impostare. In questo caso quindi il controllo risulta decentralizzato; anche il controllo di posizione viene gestito dal drive, senza che il dato dell'encoder raggiunga il PLC. Esso, infatti, fornisce solo il target di posizione derivante dal blocco di programma.

3.4 Oggetto Tecnologico

L'oggetto tecnologico è un'interfaccia utente semplificata verso oggetti reali, come azionamenti o inverter. È compito dell'oggetto tecnologico generare i comandi da inviare al drive per la parametrizzazione e comunicare il setpoint di velocità in real time. Esso serve anche a ricevere informazioni e presentarle in un modo leggibile ad un utente. I dati di configurazione sono memorizzati in un blocco dati DB tecnologico. I più importanti oggetti tecnologici sono: I più importanti oggetti tecnologici sono:

- SpeedAxis, oggetto tecnologico asse velocità
- PositioningAxis, oggetto tecnologico asse posizionamento
- SynchronousAxis, oggetto tecnologico asse di sincronismo
- ExternalEncoder, oggetto tecnologico per l'utilizzo di un encoder esterno

Nel PLC possiamo identificare diversi blocchi:

- MC-PreServo(OB67)
- MC-Servo(OB91)
- MC-PostServo(OB95)
- MC-Interpolator (OB92)
- OB1

I blocchi MC-PreServo e MC-PostServo sono dei blocchi non obbligatori, e servono per la conversione dei dati nei telegrammi in entrata ed in uscita, prima che questi vengano computati dal PLC. Il blocco MC-Servo calcola gli algoritmi di regolazione di tutti gli oggetti tecnologici progettati nella CPU. Il blocco MC-Interpolator si occupa della produzione del setpoint per tutti gli oggetti tecnologici progettati nella CPU. I tempi computazionali legati al funzionamento di tali blocchi sono strettamente correlati al numero di assi da controllare. Quindi il tempo destinato tra un ciclo motion e il successivo deve essere tale da garantire la risoluzione di tutti i task per non causare l'overflow. Questo si presenta quando il blocco main (OB1), interrotto continuamente dai blocchi a priorità maggiore, non riesce ad essere computato completamente in $150ms$; questo causa lo stop della CPU.

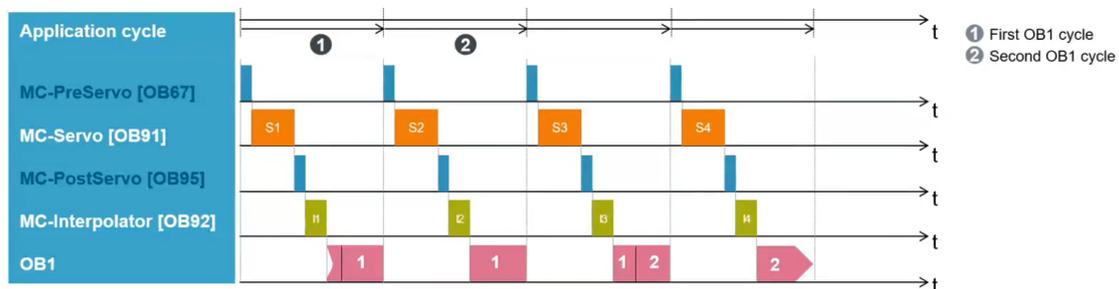


Figura 30: Esempio di scansione ciclo

Generalmente i blocchi MC-Servo e MC-Interpolator impiegano 4 ms per essere elaborati dal PLC (quando viene gestito un solo asse) a cui si deve poi aggiungere il tempo di

OB1 (il blocco main) che varia in base alla quantità di istruzioni presenti. Gli oggetti tecnologici seguono un modello a matrioska, come visibile in figura31, che prevede tre livelli. Il livello più interno è occupato dallo SpeedAxis; quello intermedio dal PositioningAxis; quello più esterno dal SynchronousAxis. Ciò implica che il livello più esterno può svolgere anche le operazioni legate a tutti i livelli più interni, ma non il viceversa. Ad esempio, il PositioningAxis comprende anche lo SpeedAxis, ma non il viceversa.

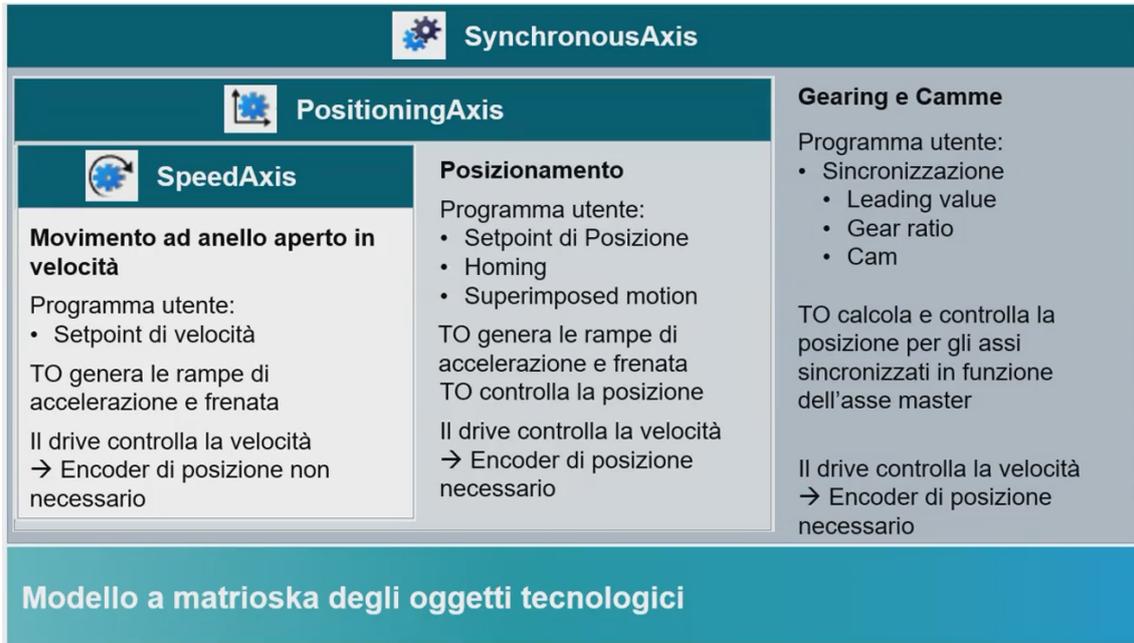


Figura 31: Modello a matrioska

3.4.1 Speed Axis

Costituisce l'oggetto tecnologico per il controllo in velocità. Un asse controllato in velocità si rifà al modello ad anello aperto, per cui non è necessario avere un encoder per la regolazione della posizione. Tale asse si occupa della generazione delle rampe di accelerazione e decelerazione in funzione del setpoint di velocità. Per controllare tale oggetto tecnologico, si utilizzano una serie di blocchi attraverso il TIA PORTAL:

- MC_Power, permette di abilitare l'asse tecnologico attraverso l'attivazione dell'enable

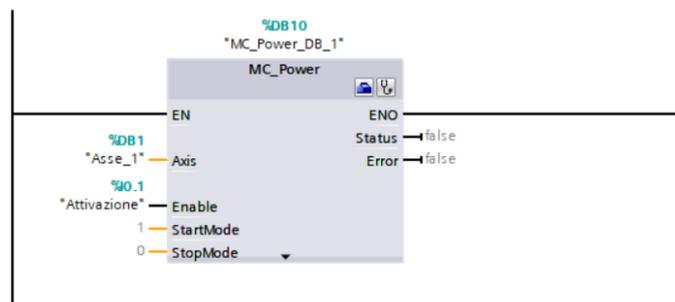


Figura 32: MC_Power

- MC_Reset, blocco per resettare l'oggetto tecnologico in caso di errori

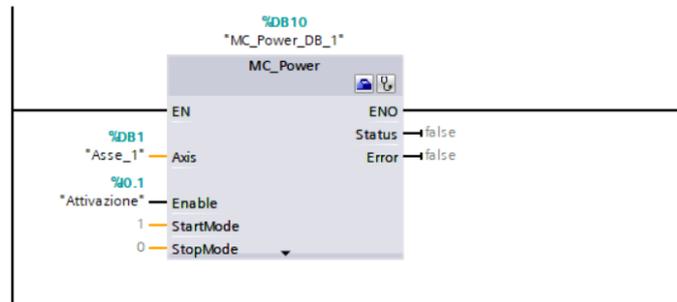


Figura 33: MC_Reset

- MC_MoveVelocity, blocco di attuazione di velocità. Una volta attivato, l'asse viene portato alla velocità inserita nel parametro Velocity

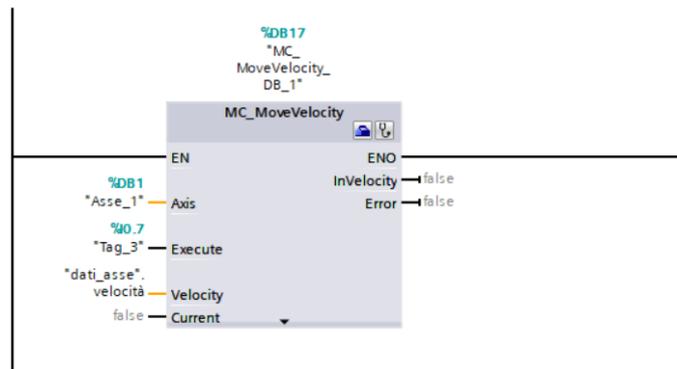


Figura 34: MC_MoveVelocity

- MC_Halt, blocco utilizzato per fermare la movimentazione dell'asse tecnologico. E' usato in associazione al MC MoveVelocity, dato che può essere disabilitato solo attraverso tale blocco.

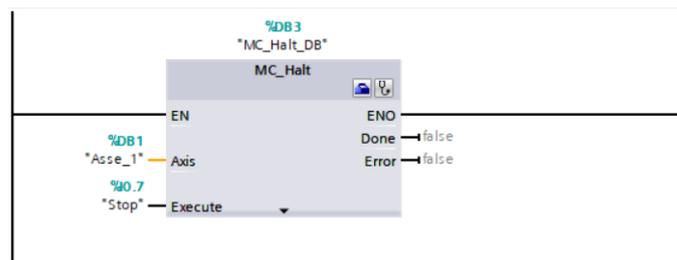


Figura 35: MC_Halt

- MC_MoveJog, questo lavora sullo stato del bit delle sezioni JogForward e JogBackward. Quando il bit è nello stato logico 1, l'asse è messo in moto, alla velocità imposta nel parametro Velocity, in direzione positiva nel caso di JogForward, negativa nel caso di JogBackward. Una volta che il bit viene riportato allo stato logico 0, il moto cessa.

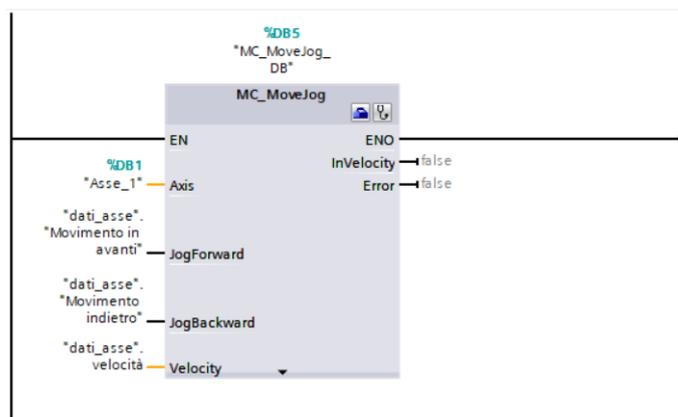


Figura 36: MC_MoveJog

3.4.2 Positioning Axis

Costituisce l'oggetto tecnologico per il controllo in posizione di un asse. Una volta impostata la posizione desiderata, l'oggetto tecnologico genera le rampe di accelerazione e decelerazione per permettere l'arresto dell'asse nella posizione voluta. La differenza tra asse in posizione e asse in velocità è l'utilizzo della posizione di feedback generata da un encoder. Gli stessi blocchi di controllo dello SpeedAxis sono implementati nel PositioningAxis, a cui si aggiungono tre ulteriori blocchi per il controllo in posizione:

- MC_Home, utilizzato per riportare l'asse nell'origine del sistema di riferimento considerato

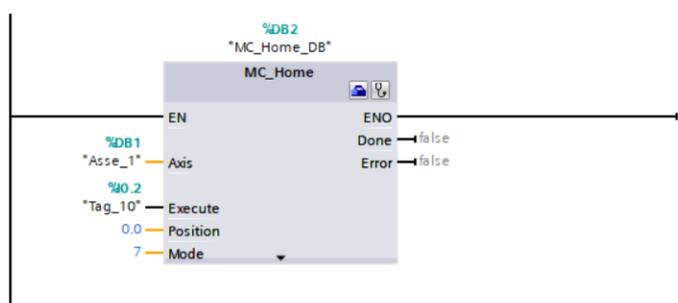


Figura 37: MC_Home

Per poter riportare l'asse nella posizione di home si deve prima effettuare l'homing. Questa ricerca del punto di riferimento può essere fatta in maniera passiva o attiva. Nel primo caso deve essere l'utente a movimentare l'asse fino ad incrociare la tacca di zero con una velocità molto piccola, ma non nulla. Nel secondo caso sarà lo stesso asse a compiere una routine di movimenti per arrivare alla tacca di zero con una velocità quasi nulla. La ricerca attiva è molto più precisa di quella passiva

- MC_MoveAbsolute, permette di spostare l'asse in maniera assoluta, rispetto quindi all'origine del sistema di riferimento definito dall'homing

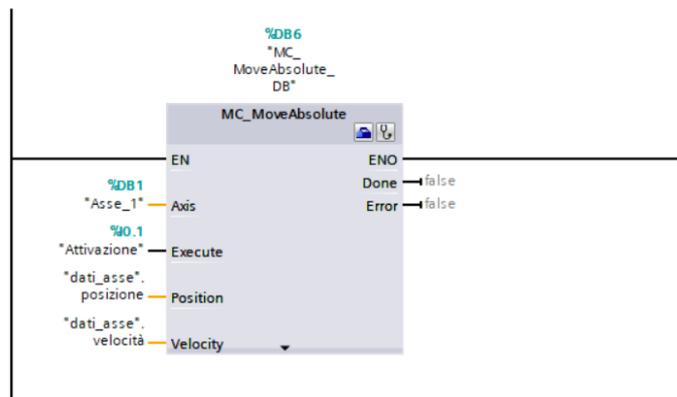


Figura 38: MC_MoveAbsolute

- MC_MoveRelative, permette di spostare l'asse in maniera relativa rispetto alla posizione in cui si trova in quel momento l'asse

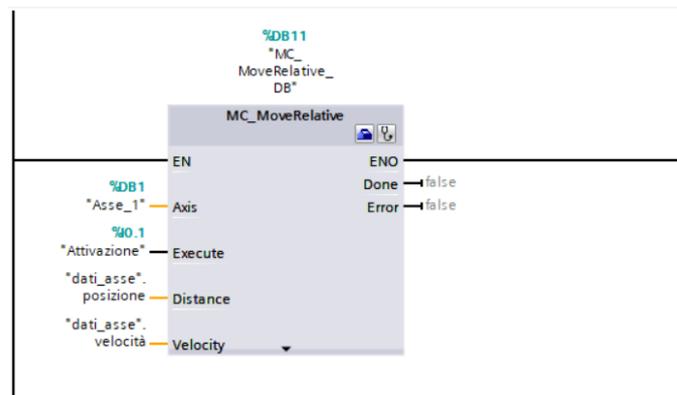


Figura 39: MC_MoveRelative

3.4.3 Synchronous Axis

Costituisce l'oggetto tecnologico che consente di mantenere una sincronizzazione tra un asse master e un asse slave.

Sono possibili due tipologie di sincronizzazione:

- La sincronizzazione relativa (o gearing relativo) serve ad agganciare un asse slave ad un asse master rispetto al suo setpoint di velocità. Una volta azionata, l'asse slave comincerà a muoversi fino a sincronizzare la sua velocità a quella dell'asse master. La sincronizzazione relativa avviene senza comunicare una posizione di sincronizzazione, quindi sarà presente uno sfasamento costante tra i due assi.
- La sincronizzazione assoluta (o gearing assoluto) consente all'asse slave di agganciarsi a quello master, non solo in velocità ma anche in posizione così da avere un accoppiamento fedele uno ad uno tra i due assi. E' necessaria la presenza di un encoder per poterla realizzare.

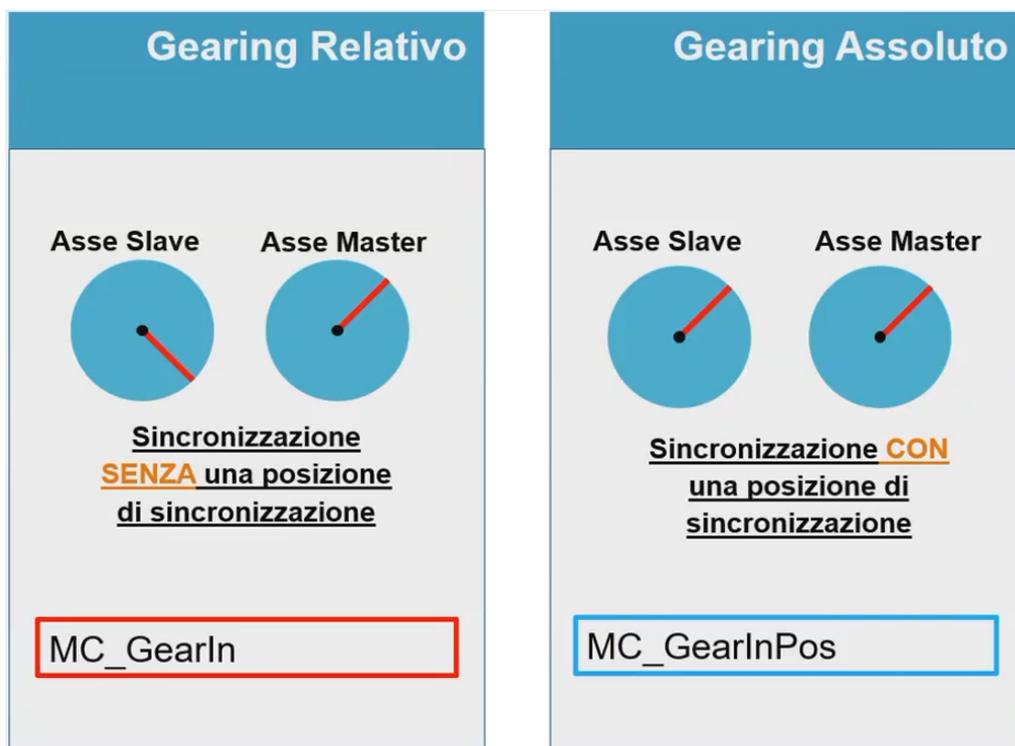


Figura 40: Synchronous Axis

4 Guida settaggio configurazioni s7-1500

La realizzazione del progetto in TIA PORTAL è avvenuta attraverso vari step. In primo luogo è necessario definire il PLC da utilizzare tra quelli presenti in lista; il modo migliore per eseguire questa operazione, per poter evitare problemi di riconoscimento, è considerare un PLC generico (nel caso in esame della famiglia s7-1500) ed effettuare poi l'operazione di rilevamento.



Figura 41: Definizione del PLC

Una volta identificato il PLC è possibile visualizzare, nella sezione proprietà, informazioni come la gestione degli ingressi e delle uscite analogiche e digitali, la possibilità di definire un contatore veloce HSC in caso di un encoder o sensore esterno e le opzioni relative al collegamento PROFINET.

Lo step successivo consiste nell'identificare il drive, che può essere inserito in maniera manuale o tramite una rilevazione hardware.

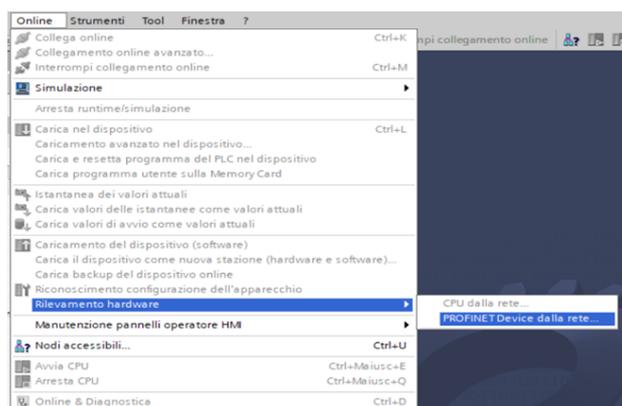


Figura 42: Definizione automatica Drive

Nel progetto è stato eseguito un inserimento manuale, dalla sezione del TIA PORTAL "Aggiungi nuovo dispositivo", "Azionamenti" ed infine scegliere il dispositivo da usare. Nel caso in esame è stato utilizzato un drive *SINAMICS S210 1 AC 200 – 240V 0.4kW*.

Una volta scelto il drive bisogna selezionare il motore ad esso collegato, cliccando sull'icona MOT dell'interfaccia del dispositivo, come da figura 43

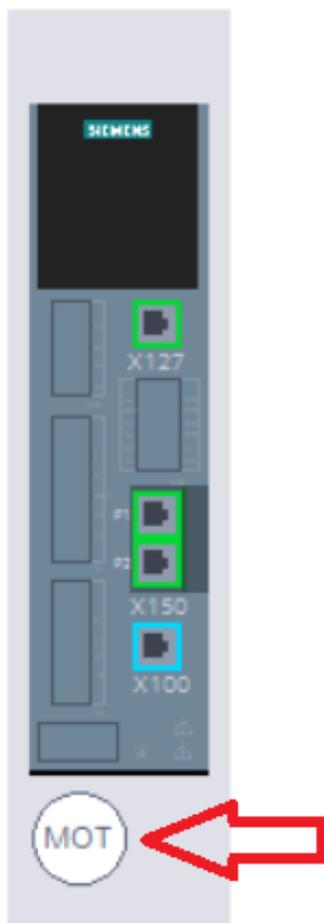


Figura 43: Inserimento del motore

Da qui è possibile selezionare il motore da un catalogo esteso presente all'interno della sottosezione "Selezione del motore", nella sezione "Generale":

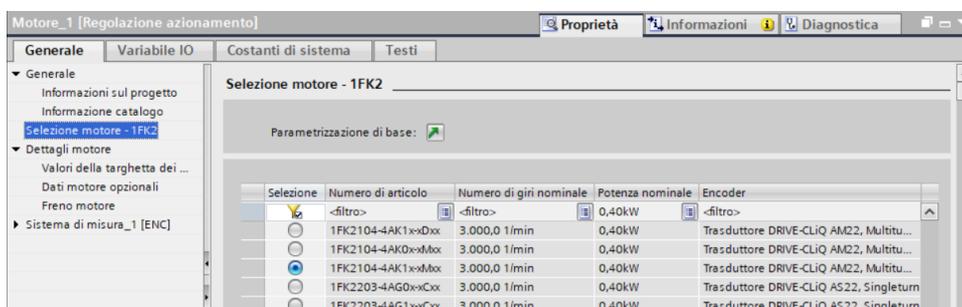


Figura 44: Scelta del motore

Una volta definiti sia il PLC che il drive con corrispettivo motore, è necessario effettuare il collegamento dei due dispositivi, affinché possano comunicare correttamente, attraverso

un cavo Profinet. Questo per garantire l'interazione tramite protocollo PROFIBUS. Ciò può essere eseguito nella sezione "Vista di rete", collegando i due dispositivi e forzando, cliccando due volte sul filo di giunzione, un collegamento Profinet:



Figura 45: Collegamento di rete tra Drive e PLC

Una volta definito questo primo collegamento è necessario effettuare la connessione tra il drive e il PLC anche nella sezione "Vista topologica":



Figura 46: Collegamento topologico tra Drive e PLC

4.1 L'asse tecnologico e la sua configurazione

Lo step successivo consiste nel configurare l'oggetto tecnologico "TO_PositioningAxis". Il primo passo consiste nel considerare la sezione "Oggetti tecnologici", aprire un nuovo oggetto e, dalla finestra risultante, selezionare l'asse di posizione:

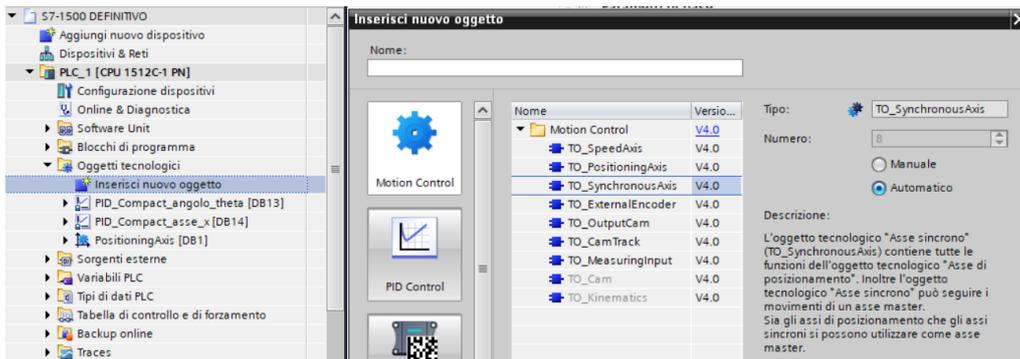


Figura 47: Inserimento di un asse in posizione

Una volta creato il nuovo asse tecnologico, deve essere configurato affinché funzioni correttamente col sistema considerato. Di seguito vengono riportati i principali step da settare per la sua corretta configurazione. In primo luogo, bisogna settare i "Parametri di base" e l'"Interfaccia hardware":

- “Parametri di base”, dove è possibile nominare l’asse e selezionare l’unità di misura; in questo caso millimetri, poiché si è intenzionati a controllare un moto lineare del carrello lungo la guida. Dato che si ha a disposizione di un asse reale, non è stata considerata alcuna simulazione;

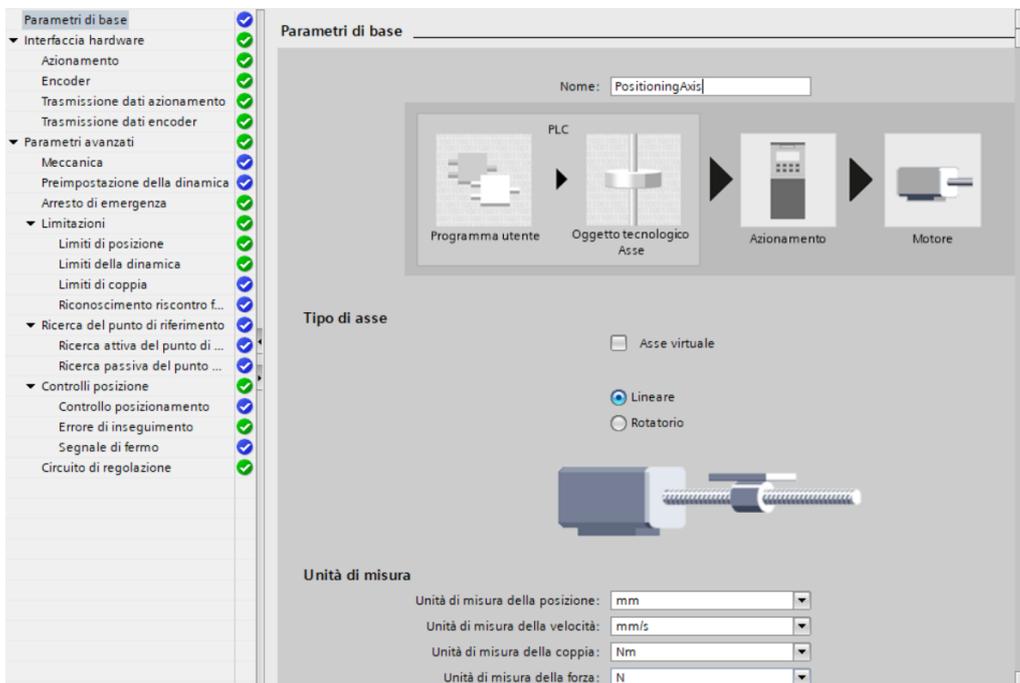


Figura 48: Configurazione Parametri di base

- “Azionamento”, dove bisogna selezionare il tipo di comunicazione con cui si intende controllare l’azionamento e quale di essi è collegato al *Positioning_axis* da movimentare. Nel caso in esame, la scelta del protocollo di comunicazione è il Profidrive.

PTO, infatti, stabilisce l'utilizzo di un treno di impulsi, ad esempio applicabile ad un motore passo-passo. Cliccando nella sottosezione "Azionamento", viene riportata la lista degli azionamenti disponibili. In questo caso è stato scelto l'unico azionamento disponibile, creato nello step precedente;

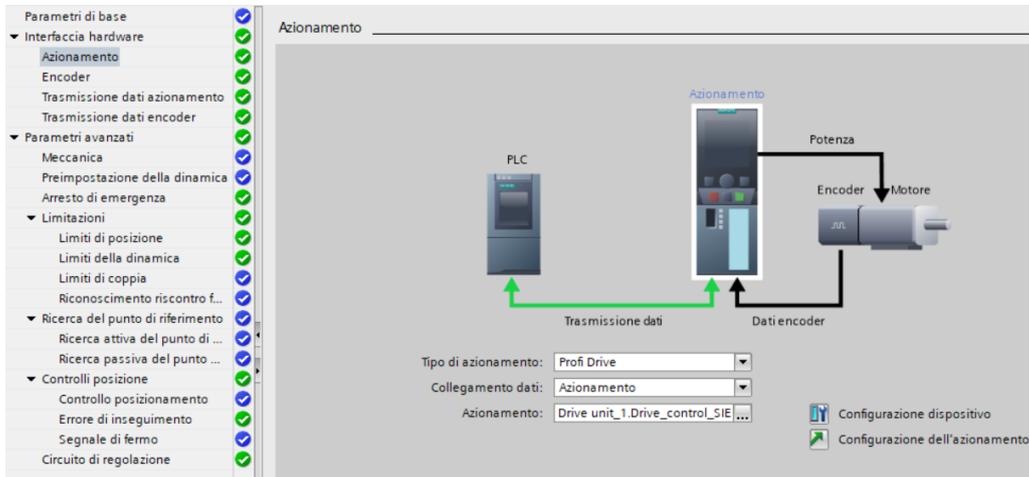


Figura 49: Configurazione Azionamento

- "Encoder", dove è possibile scegliere per prima cosa o un encoder su Profibus o uno su contatore veloce HSC. Poiché è presente un encoder all'interno del motore che si utilizza, viene considerata la prima opzione. Dai dati di targa del motore, si evince che l'encoder è rotatorio assoluto;

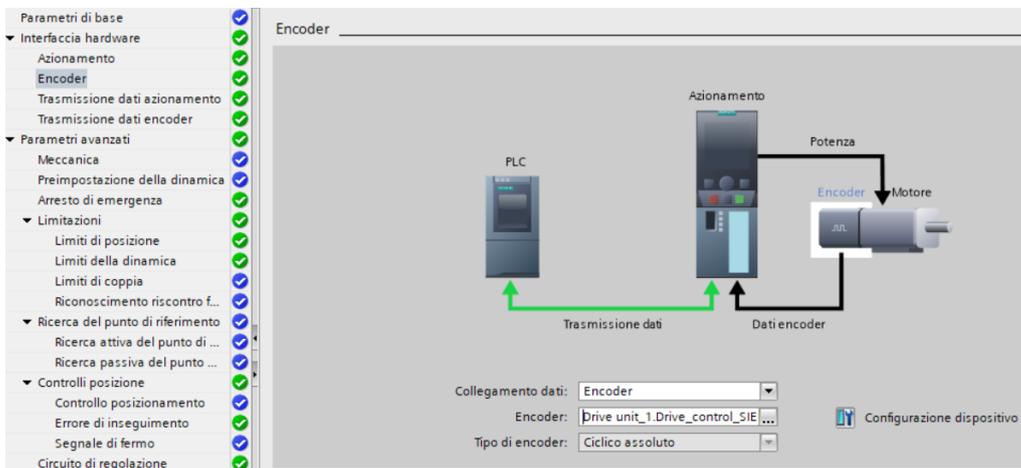


Figura 50: Configurazione Encoder

- "Trasmissione dati azionamento"; un parametro importante consiste nella scelta del telegramma di comunicazione, poiché un suo settaggio non compatibile con la CPU in dotazione, non consente il funzionamento dei dispositivi. Poiché la CPU S7-1500 ha a disposizione un clock per il sincronismo col il drive è stato selezionato il telegramma 105. Esso trasmette le parole di comando e di stato, valore di riferimento

e valore attuale del numero di giri, lo stato dell'encoder e la sua posizione attuale. Infine, è possibile imporre l'acquisizione automatica dei valori dell'azionamento che, in alcuni casi però, può causare errori relativi all' acquisizione del parametro p1082 corrispondente al massimo numero di giri. Dunque, è stata considerata l'acquisizione manuale imponendo come numero di giri di riferimento 8000 rpm e numero di giri massimo 8000 rpm;

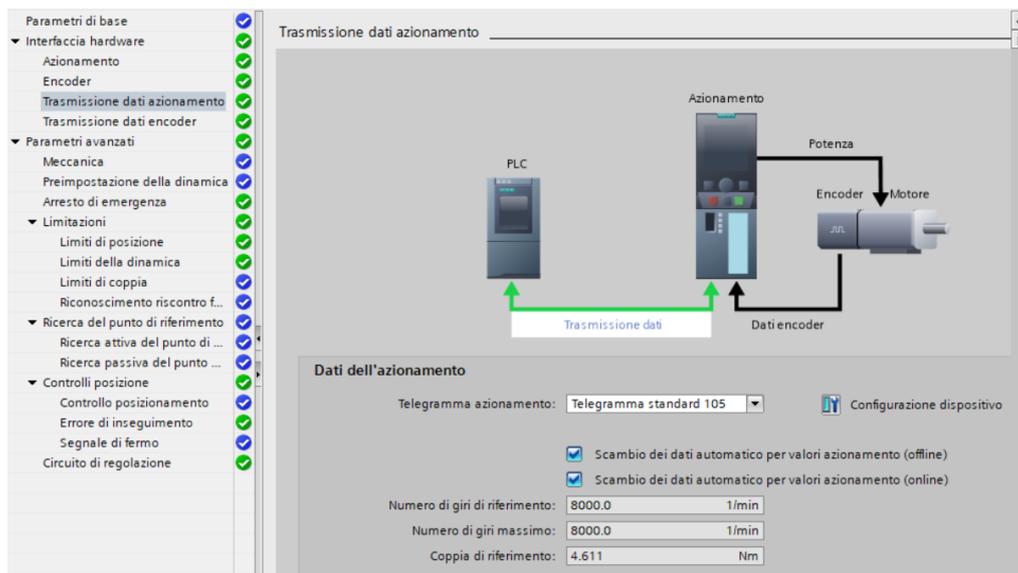


Figura 51: Configurazione telegramma

- “Trasmissione dati encoder”, dove si deve selezionare lo stesso telegramma 105 utilizzato per la trasmissione di dati tra Drive e PLC.

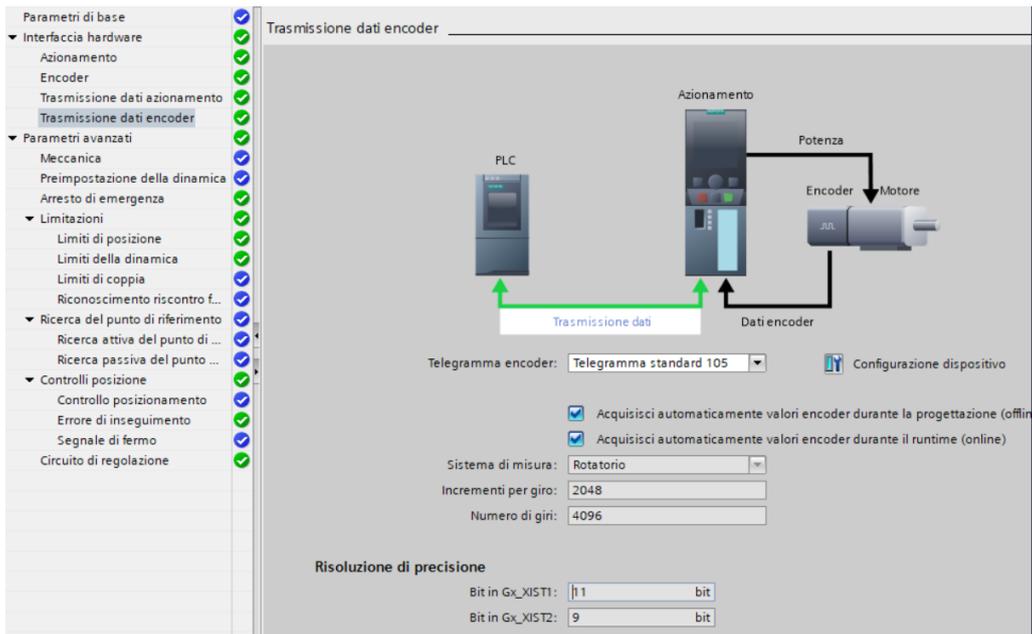


Figura 52: Configurazione telegramma encoder

Lo step successivo consiste nel considerare la sezione “Parametri avanzati”, dove bisogna settare principalmente due sottosezioni:

- “Meccanica”, dove si identifica il montaggio dell’encoder sull’albero motore o all’esterno dello stesso. Nel caso in esame è montato sull’albero motore. Occorre inoltre inserire il passo della vite, che identifica la traslazione lineare del gruppo vite-madrevite per ogni giro motore. Questo permette di leggere la posizione attuale proveniente dall’encoder tradotta direttamente in posizione lineare. In questo caso il passo è di 10 mm;

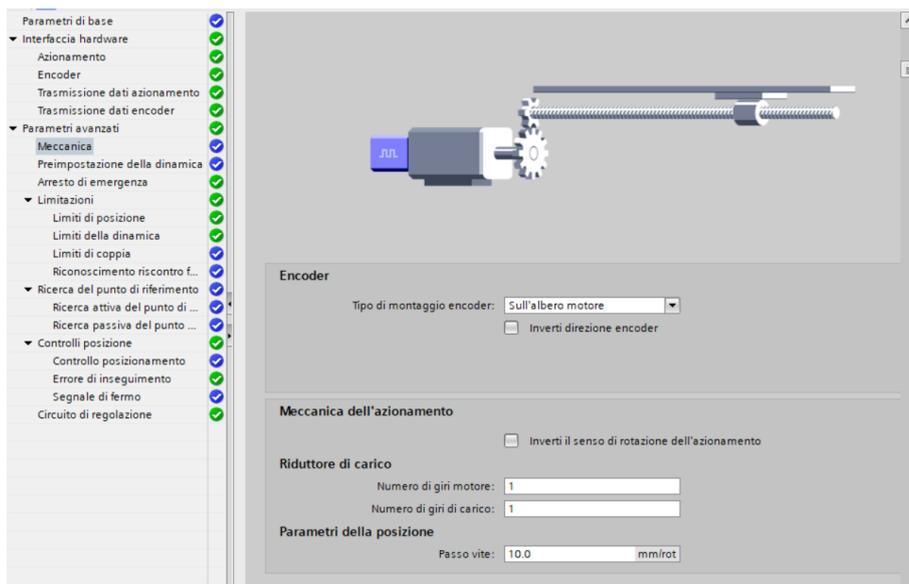


Figura 53: Configurazione Meccanica

- “Arresto di emergenza”, in cui si può definire il tempo necessario per l’arresto dell’asse in caso di emergenza. Questo può essere definito andando ad agire sul tempo di decelerazione oppure direttamente sul massimo valore di decelerazione della stessa. Il primo è legato al tempo di arresto considerando l’asse alla massima velocità.

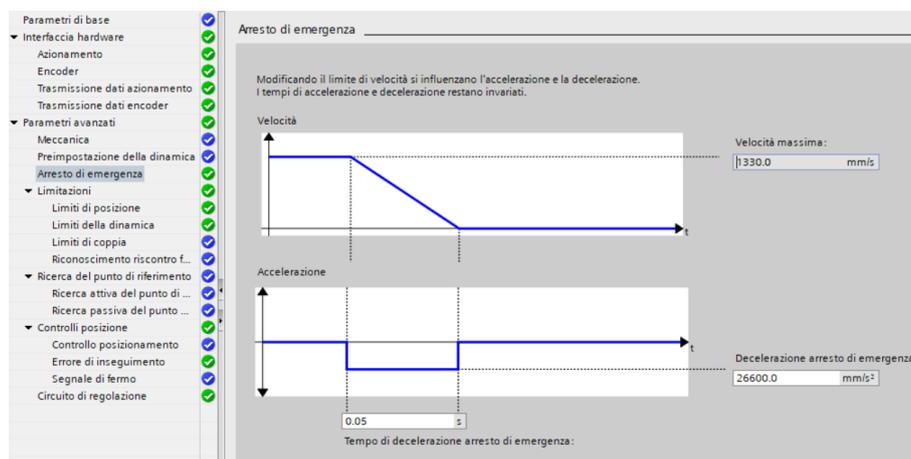


Figura 54: Configurazione Arresto di emergenza

Infine, deve essere settata la configurazione "Limitazioni", che comprende le seguenti sottosezioni:

- “Limiti di posizione”, dove è possibile imporre dei finecorsa hardware o software. I primi sono possibili solo se fisicamente sono presenti dei sensori di posizione che identificano i finecorsa collegati direttamente al PLC. In tal caso gli ingressi associati devono essere inseriti nelle sezioni “ingresso finecorsa hardware inferiore” e “ingresso finecorsa hardware superiore”. Poiché non sono disponibili tali sensori, è considerata la seconda opzione, che è attuabile solo dopo aver stabilito il punto di riferimento (homing). Dopo aver scelto come riferimento il centro della guida lineare, sono posti i due finecorsa virtuali ad una distanza in valore assoluto di 230 mm. In questo modo, se il carrello dovesse raggiungere gli estremi stabiliti, il sistema si arresta secondo una dinamica configurata nello step precedente.

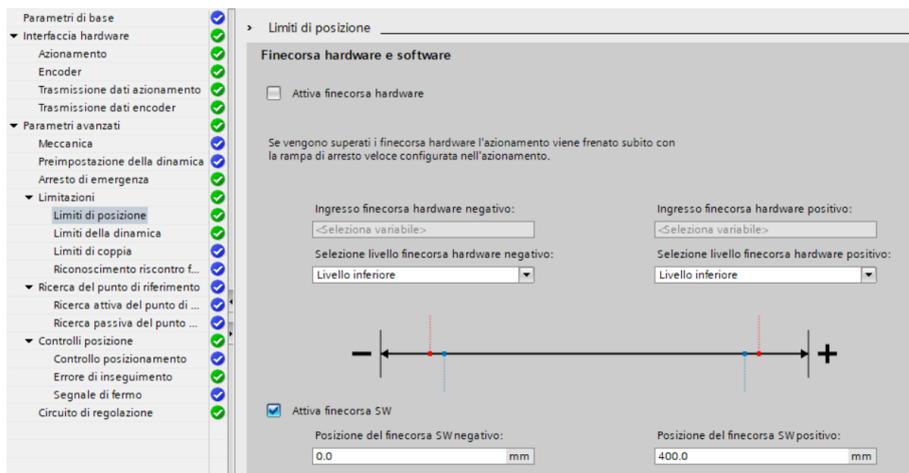


Figura 55: Configurazione Finecorsa software o hardware

- “Limiti della dinamica”, dove è possibile imporre la velocità massima, in termini di rpm o mm/s, dell’asse. Si possono settare direttamente i parametri di "Accelerazione massima" e "Decelerazione massima", oppure agire indirettamente su di essi attraverso il "Tempo di accelerazione" o "Tempo di decelerazione". Il primo rappresenta il tempo necessario per portarsi da una velocità nulla a quella massima; il secondo il tempo necessario per arrestare l’asse partendo da una velocità pari a quella massima. Inoltre, si può imporre un valore massimo anche per il jerk nella sezione "Strappo".

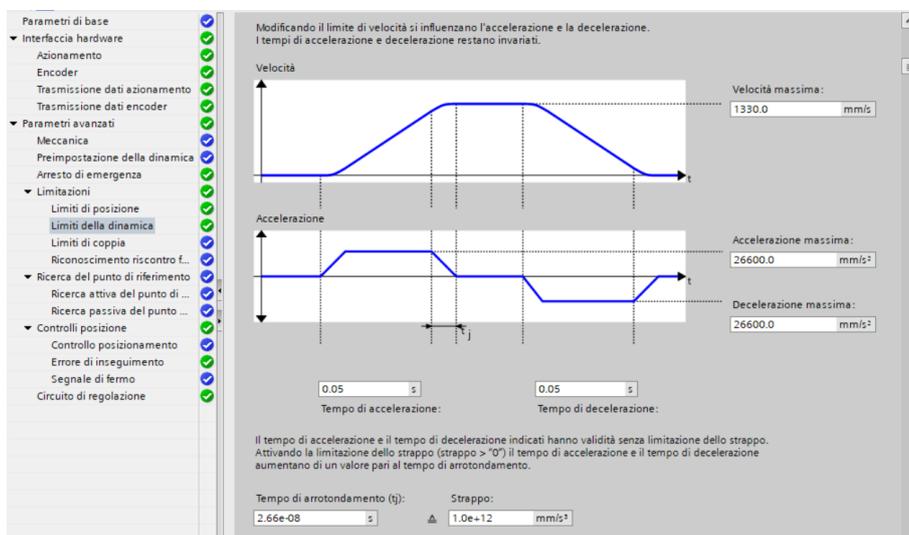


Figura 56: Configurazione Dinamica

Le restanti sezione non sono state settate, in quanto non sono di interesse nel progetto sviluppato.

4.2 Pid Compact

Il controllore PID in ambiente TIA PORTAL si presenta sotto forma di oggetto tecnologico. Per poterlo dunque definire occorre, come nel caso dell'asse tecnologico, creare un nuovo OT. Una volta cliccato su "inserisci nuovo oggetto", bisogna considerare la sezione "PID Control" e selezionare la voce "PID_Compact".

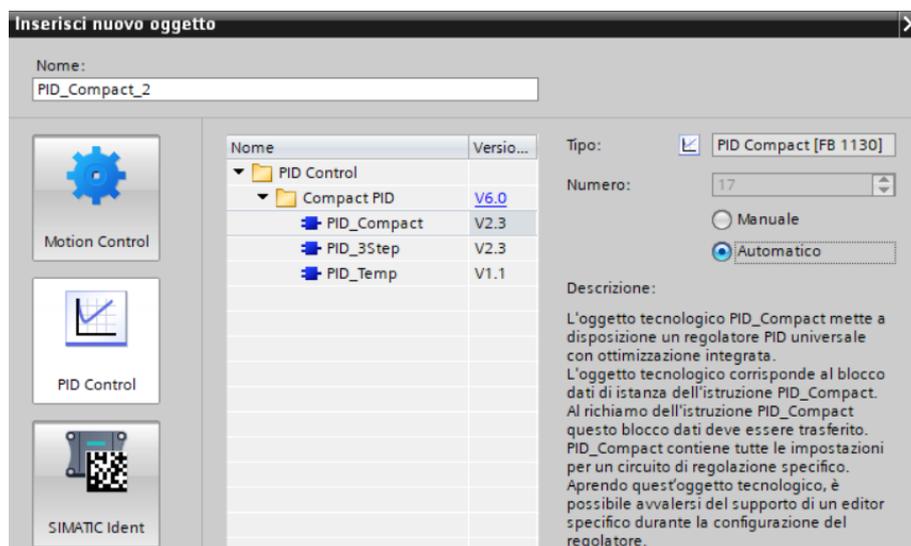


Figura 57: Selezione tipologia PID

La configurazione del controllore avviene, come per l'asse, in diversi step. Prima di tutto, occorre settare le impostazioni di base, sezione suddivisa in due parti:

- "Modo di regolazione", in cui inserire la grandezza fisica che si intende controllare, la sua unità di misura e impostare il funzionamento del controllore in automatico; solo così, infatti, il PID può ritenersi effettivamente attivo;

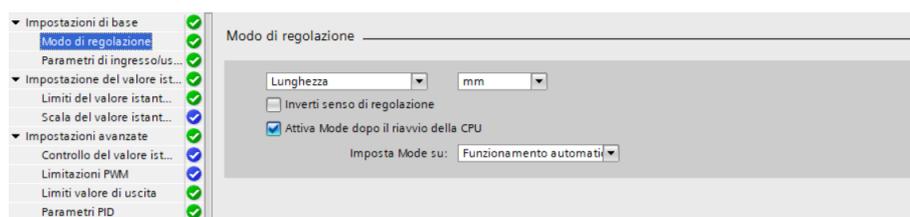


Figura 58: Impostazioni di base PID-Modo di regolazione

- "Parametri di ingresso/uscita", dove è possibile scegliere tra due tipologie di input e tre tipologie di output. La versione PER indica un segnale che viene dato in ingresso al controllore o, analogamente, esce dallo stesso come output, attraverso canali analogici della CPU. L'altra versione invece considera segnali direttamente provenienti da programma. L'output PWM, infine, produce un segnale modulato ad impulsi;

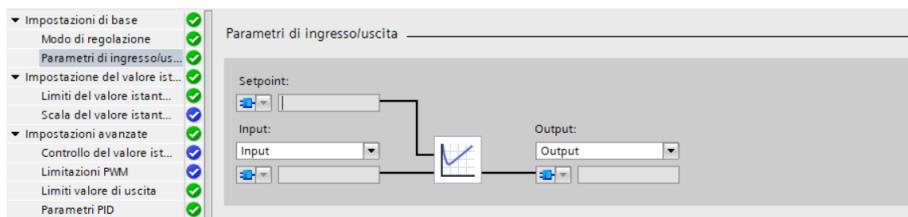


Figura 59: Impostazioni di base PID-Parametri ingresso/uscita

Successivamente viene configurata la categoria “Impostazione del valore istantaneo”, in cui è possibile identificare due parti:

- “Limiti del valore istantaneo”, che stabiliscono i limiti della variabile in ingresso scalati. In base a questi valori, l’oggetto tecnologico scala l’input attribuendo a 0% il limite inferiore, al 100% il limite superiore;



Figura 60: Impostazioni del valore istantaneo PID-Limiti del valore istantaneo

- “Scala del valore istantaneo”, usato per scalare gli input analogici che vengono gestiti in maniera standard in un intervallo 0-27648.

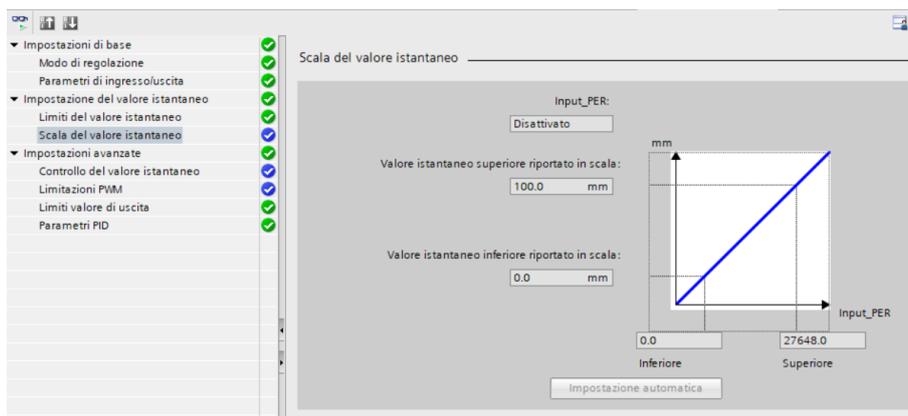


Figura 61: Impostazioni del valore istantaneo PID-Scala del valore istantaneo

Lo step finale consiste nel trattare le “impostazioni avanzate”. Le prime due voci di settaggio non sono state considerate nel seguente progetto, ma in linea di principio il “Controllo

del valore istantaneo” consente di stabilire dei limiti di input raggiunti i quali si attiva un bit di errore; le “Limitazioni PWM” devono essere utilizzate in caso di uscita PWM. Le impostazioni prese in considerazione sono le seguenti:

- “Limiti valore di uscita”, in cui si stabilisce in che scala percentuale viene generato l’output. Se si necessita di soli valori positivi, si può utilizzare la scala di default (0,100)%; se, come nel seguente caso, si necessita anche di valori negativi si può settare la scala in un range compreso tra (-100,100)%;

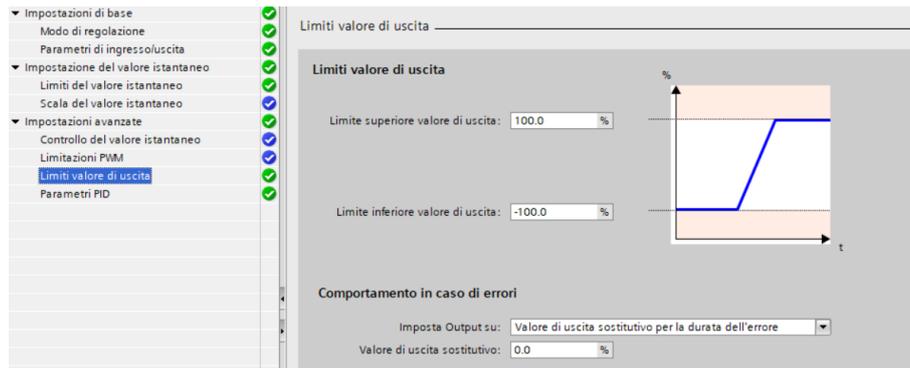


Figura 62: Impostazioni avanzate PID-Limiti valore di uscita

- “Parametri PID”, dove è possibile settare i parametri del controllore PID:

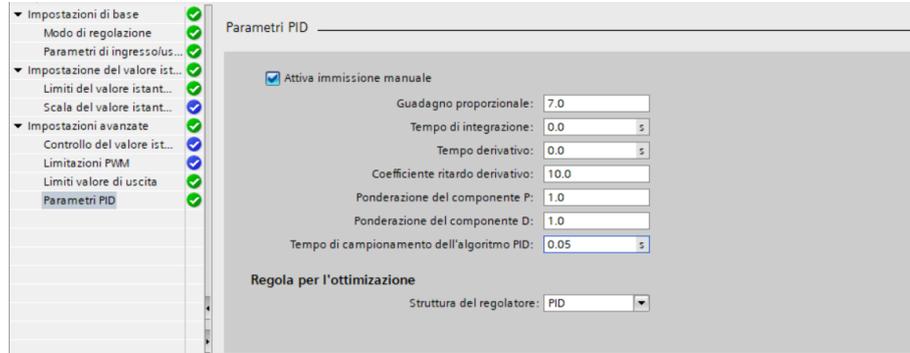


Figura 63: Impostazioni avanzate PID-Parametri PID

Considerando i termini che costituiscono il controllore PID, si identificano tre contributi:

- **Azione proporzionale**, funzione dell’errore istantaneo. Un K_p grande genera un’azione di controllo importante anche in caso di errori piccoli, mentre un K_p piccolo renderà meno rilevante il valore attuale dell’errore;
- **Azione integrale** agisce sull’andamento passato dell’errore. La costante integrativa K_i è definita come il rapporto tra il coefficiente proporzionale K_p e il tempo integrativo T_i :

$$K_i = \frac{K_p}{T_i} \quad (7)$$

Un valore basso di T_i , a parità di K_p , renderà l'azione di controllo più rilevante in caso di un errore elevato nel passato. Un valore elevato di T_i tenderà ad abbassare il rapporto $\frac{K_p}{T_i}$, rendendo il segnale di controllo $u(t)$ meno sensibile ai valori passati dell'errore, dando quindi più rilevanza all'azione proporzionale ed, eventualmente (dipende da T_d), alle dinamiche future dell'errore;

- **Azione derivativa** agisce invece sulle dinamiche future dell'errore. La costante derivativa K_D è definita come il prodotto tra il coefficiente proporzionale K_p e il tempo integrativo T_D , risultando nella relazione

$$K_D = T_D \times K_p \quad (8)$$

Al crescere di T_D si intensifica l'azione di controllo in caso di variazioni dell'errore; al decrescere di T_D , invece, il controllo sarà più insensibile alle variazioni dell'errore, tenendo invece più conto del valore attuale e passato dell'errore. Una forte azione derivativa determina quindi una maggiore "prontezza" del sistema di controllo, soprattutto quando si deve inseguire un valore desiderato per l'uscita variabile e non un setpoint fisso.

Per calcolare il valore d'uscita del PID_Compact, il controllore utilizza la formula mostrata in figura 64:

$$y = K_p \left[(b \cdot w - x) + \frac{1}{T_i \cdot s} (w - x) + \frac{T_d \cdot s}{a \cdot T_d \cdot s + 1} (c \cdot w - x) \right]$$

y	Valore di uscita	x	Valore istantaneo
w	Setpoint	s	Operatore di Laplace
K_p	Guadagno proporzionale (componente P)	a	Coefficiente del ritardo derivativo (componente D)
T_i	Tempo dell'azione integrativa (componente I)	b	Ponderazione dell'azione proporzionale (componente P)
T_D	Tempo dell'azione derivativa (componente D)	c	Ponderazione dell'azione derivativa (componente D)

Figura 64: Determinazione del valore di uscita dal PID

5 Modello Pendolo-Carrello

In questo capitolo viene analizzato il modello non lineare del sistema pendolo-carrello, ponendo particolare attenzione alle equazioni costitutive del sistema. Successivamente, viene trattato il sistema linearizzato mostrando le funzioni di trasferimento d'interesse. In fine, saranno considerati i controllori PID, in cascata ed in parallelo, applicati dapprima al sistema lineare e poi a quello non lineare. Il controllore MPC, invece, sarà applicato solo al caso lineare.

5.1 Modello non lineare del pendolo inverso con carrello

Il sistema che si vuole analizzare è un pendolo inverso che è montato, attraverso una cerniera, su un carrello mobile che si muove su una guida prismatica. Il pendolo è costituito da un'asta di lunghezza $400mm$ e massa trascurabile. All'estremità dell'asta viene collocata la massa concentrata del pendolo pari a $0.2Kg$.

Tale analisi prende in considerazione l'attrito sulla cerniera e l'attrito viscoso sul carrello, in modo da ottenere un modello più realistico. Il primo, collegato alla velocità rotazionale del pendolo, è stato valutato sperimentalmente in laboratorio ed il suo valore è circa pari a $0.03Nm.s$. Anche il secondo, collegato alla velocità lineare del carrello, è stato valutato sperimentalmente in laboratorio e vale circa $18Kg/s$. Per ricavare le equazioni vengono adoperati due sistemi di riferimento, uno fisso ed uno mobile. Quello fisso è stato posto al centro della massima corsa possibile per il carrello, mentre quello mobile è solidale alla cerniera e permette di valutare l'angolo a cui si trova il pendolo rispetto alla direzione verticale. Il sistema finale è quindi caratterizzato dal carrello, che può solo traslare orizzontalmente sull'asse x , del sistema di riferimento fisso, ed il pendolo che può ruotare grazie alla cerniera. La rotazione è posta positiva se antioraria, negativa se oraria. Il modello da cui sono state ricavate le equazioni è mostrato in figura 65:

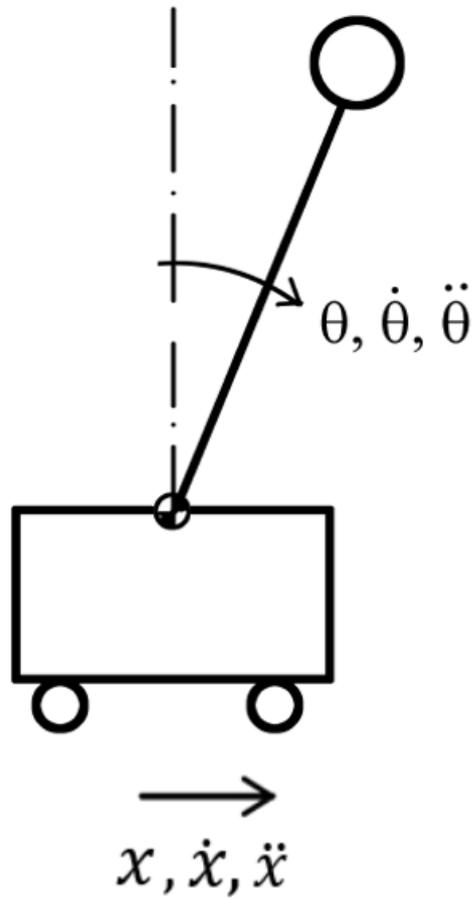


Figura 65: Modello del sistema pendolo-carrello e sistemi di riferimento

Per ottenere le equazioni del modello considerato, si impongono delle relazioni di equilibrio dinamico:

$$\begin{cases} \sum F_i = 0 \\ \sum M_i = 0 \end{cases} \quad (9)$$

In particolare, il sistema viene suddiviso in due sottosistemi, in cui la cerniera viene eliminata e sostituita dalle reazioni che essa trasmette. Le reazioni che essa trasmette sono rappresentate dalle forze V_0 e H_0 . La prima parte del modello considera solo l'elemento pendolo (Figura 66):

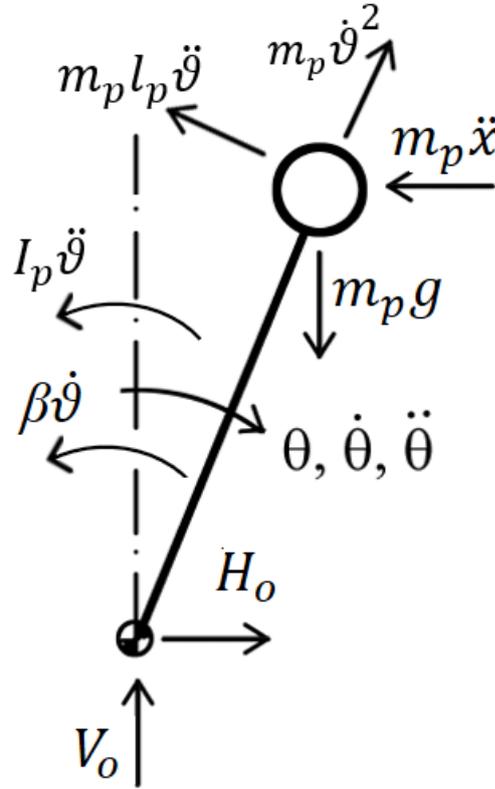


Figura 66: Diagramma di corpo libero del pendolo

Equilibrio lungo l'asse x:

$$H_0 = M_p \ddot{x} - m_p l_p \theta^2 \sin(\theta) + m_p l_p \ddot{\theta} \cos(\theta) \quad (10)$$

Equilibrio lungo l'asse y:

$$V_0 = m_p g - m_p l_p \theta^2 \cos(\theta) - m_p l_p \ddot{\theta} \sin(\theta) \quad (11)$$

Equilibrio di momento, considerando la cerniera come polo:

$$\beta \dot{\theta} + I_p \ddot{\theta} - m_p g l_p \sin(\theta) + m_p l_p^2 \ddot{\theta} + m_p l_p \ddot{x} \cos(\theta) = 0 \quad (12)$$

Lo step successivo considera la parte inferiore del sistema, cioè il carrello mostrato in figura 67. L'unico equilibrio che viene imposto è quello lungo l'asse x, poiché esso può solo muoversi lungo tale asse.

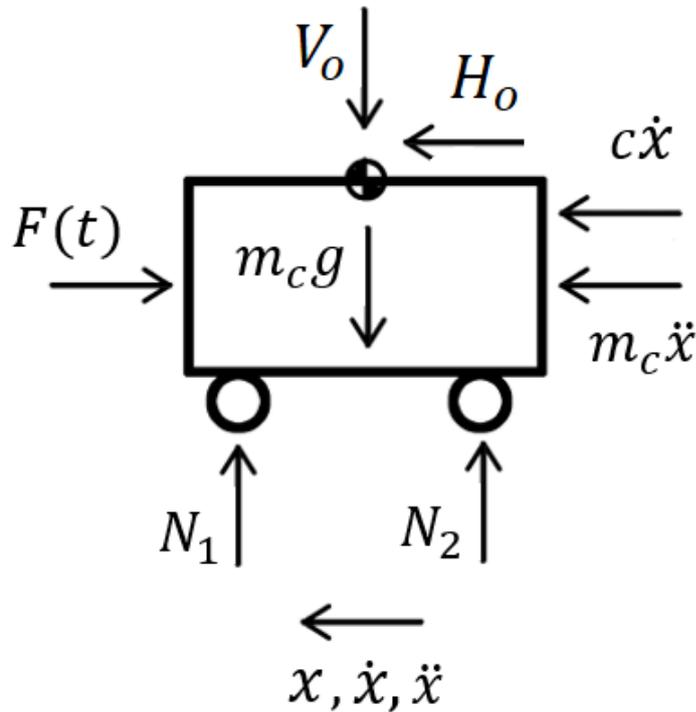


Figura 67: Diagramma di corpo libero del carrello

Considerando l'equilibrio lungo l'asse x:

$$-F(t) + c\dot{x} + m_c\ddot{x} + H_0 = 0 \quad (13)$$

Combinando tutte le equazioni è possibile ottenere:

$$\begin{cases} \ddot{\theta}(t) = \frac{1}{I_p + m_p l_p^2} (m_p g l_p \sin(\theta(t)) - \beta \dot{\theta}(t) - m_p l_p \ddot{x} \cos(\theta(t))) \\ \ddot{x}(t) = \frac{1}{m_p + m_c} (F(t) - c\dot{x}(t) + m_p l_p \dot{\theta}^2 \sin(\theta(t)) - m_p l_p \ddot{\theta}(t) \cos(\theta(t))) \end{cases} \quad (14)$$

Per poter risolvere tale sistema ed ottenere come soluzioni $\ddot{\theta}(t)$ e $\ddot{x}(t)$, è stato usato lo strumento simbolico di Matlab mostrato in figura 68

```
%% non linear symbolic system
syms F mp mc lp g x_2 teta teta_2 teta_1 x_1 jp beta c
S=solve([teta_2==(mp*g*lp*sin(teta)-beta*teta_1-mp*lp*x_2*cos(teta))/(jp+mp*lp^2),
x_2==(F-c*x_1+mp*lp*teta_1^2*sin(teta)-mp*lp*teta_2*cos(teta))/(mc+mp)], [x_2, teta_2]);
S.x_2
S.teta_2
```

Figura 68: Strumento simbolico di Matlab

Una volta settati tutti i termini simbolici in Matlab, attraverso il comando "syms", il sistema di due equazioni è risolto attraverso il comando "solve", e le due soluzioni sono salvate nel vettore "S":

$$\begin{cases} \ddot{x}(t) = \frac{(I_p + l_p^2 m_p)(F(t) - c\dot{x} + m_p l_p \dot{\theta}^2(t) \sin(\theta(t)) - \frac{1}{2} g l_p^2 m_p^2 \sin(2\theta(t)) + \beta m_p l_p \dot{\theta}(t) \cos(\theta(t)))}{l_p^2 m_p^2 (\sin(\theta(t)))^2 + m_c m_p l_p^2 + I_p (m_c + m_p)} \\ \ddot{\theta}(t) = \frac{-\beta \dot{\theta}(t)(m_c + m_p) - F(t) m_p l_p \cos(\theta(t)) + g l_p m_p^2 \sin(\theta(t)) - l_p^2 m_p^2 \dot{\theta}^2(t) \sin(\theta(t)) \cos(\theta(t)) + c m_p l_p \cos(\theta(t)) \dot{x} - g l_p m_p m_c \sin(\theta(t))}{l_p^2 m_p^2 (\sin(\theta(t)))^2 + m_c m_p l_p^2 + I_p (m_c + m_p)} \end{cases} \quad (15)$$

Queste equazioni rappresentano il modello non lineare del sistema pendolo-carrello. Per poterne valutare la correttezza, vengono testate nell'ambiente Simulink mostrato in figura 69:

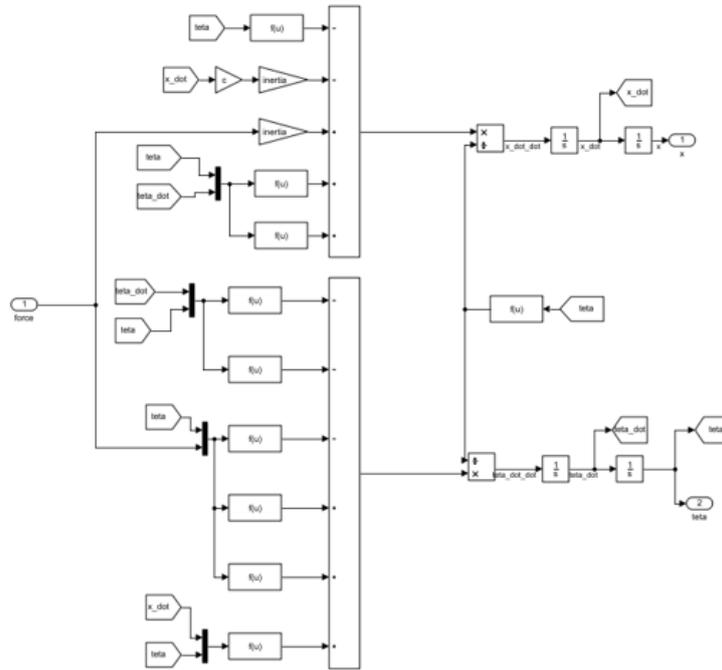


Figura 69: Modello del sistema in Simulink

Il comportamento corretto del modello può essere verificato mostrando che, in assenza di forze esterne di input ed una condizione iniziale sull'angolo pari a zero, il sistema non compie alcun movimento. Applicando invece una condizione iniziale su θ di 2° , si può notare che il pendolo inizia ad oscillare fino a raggiungere la posizione di equilibrio stabile pari a 180° . Il carrello invece presenta dei piccoli movimenti causati dalle forze trasmesse dalla rotazione del pendolo.

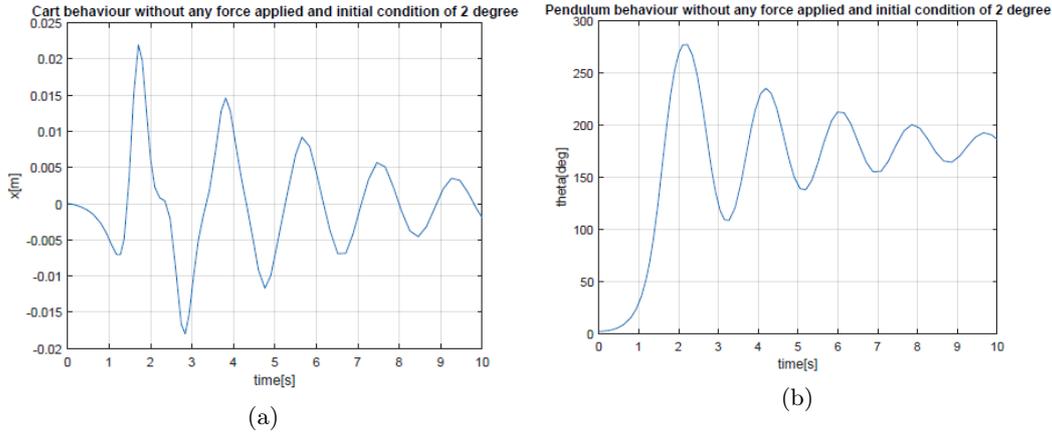


Figura 70: Movimento del carrello (a), Rotazione del pendolo in (b)

Risultati consoni si ottengono anche in presenza di forze esterne di input, sottolineando la correttezza del modello sviluppato.

5.2 Linearizzazione del modello

Il primo step per introdurre il controllo PID è ottenere un modello linearizzato del sistema che permetta di determinare le funzioni del trasferimento. Per fare ciò, si semplificano le equazioni approssimando il sistema nell'intorno del punto di equilibrio instabile $\theta = 0$. Questa approssimazione semplifica le equazioni, ma risulta valida solo per piccole variazioni di $\theta = 0$.

In particolare, questa assunzione consente di eliminare i termini non lineari:

- $\cos(\theta) \approx 1$
- $\sin(\theta) \approx \theta$
- $\dot{\theta} = 0$

Applicando la trasformata di Laplace, e supponendo condizioni iniziali nulle, si ottengono le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} \theta(s)s^2 = \frac{1}{I_p + m_p l_p^2} (m_p g l_p \theta(s) - \beta s \theta(s) - m_p l_p X(s) s^2) \\ X(s)s^2 = \frac{1}{m_p + m_c} (F(s) - c s X(s) - m_p l_p s^2 \theta(s)) \end{cases} \quad (16)$$

In particolare, vengono calcolare tre funzioni di trasferimento:

- $\frac{\theta(s)}{F(s)}$
- $\frac{X(s)}{F(s)}$
- $\frac{X(s)}{\theta(s)}$

Come in precedenza, sono calcolate utilizzando il tool di calcolo simbolico di Matlab, ottenendo:

$$\begin{cases} G_{xF}(s) = \frac{m_p l_p^2 s^2 - g l_p m_p + I_p s^2 + \beta s}{s(A s^3 + B s^2 + C s + D)} \\ G_{\theta F}(s) = \frac{-l_p m_p s}{s(A s^3 + B s^2 + C s + D)} \\ G_{X\theta}(s) = \frac{-m_p l_p^2 s^2 + g m_p l_p - I_p s^2 - \beta s}{l_p m_p s^2} \end{cases} \quad (17)$$

Dove con A,B,C,D si indicano le seguenti quantità:

$$\begin{cases} A = l_p^2 m_c m_p + I_p (m_c + m_p) \\ B = \beta (m_c + m_p) + c (I_p + l_p^2 m_p) \\ C = \beta c - g l_p m_p^2 - g l_p m_c m_p \\ D = -c g l_p m_p \end{cases} \quad (18)$$

Esprimendo tali equazioni numericamente, con i dati precedentemente discussi, i risultati finali sono:

$$\begin{cases} G_{xF}(s) = \frac{0.52632(s+3.742)(s-3.273)}{s(s+9.586)(s+3.675)(s-3.294)} \\ G_{\theta F}(s) = \frac{-0.65789s}{(s+9.586)(s+3.675)(s-3.294)} \\ G_{x\theta}(s) = \frac{-0.8(s+3.742)(s-3.273)}{s^2} \end{cases} \quad (19)$$

Di seguito, sono riportati i diagrammi di Bode delle tre funzioni di trasferimento:

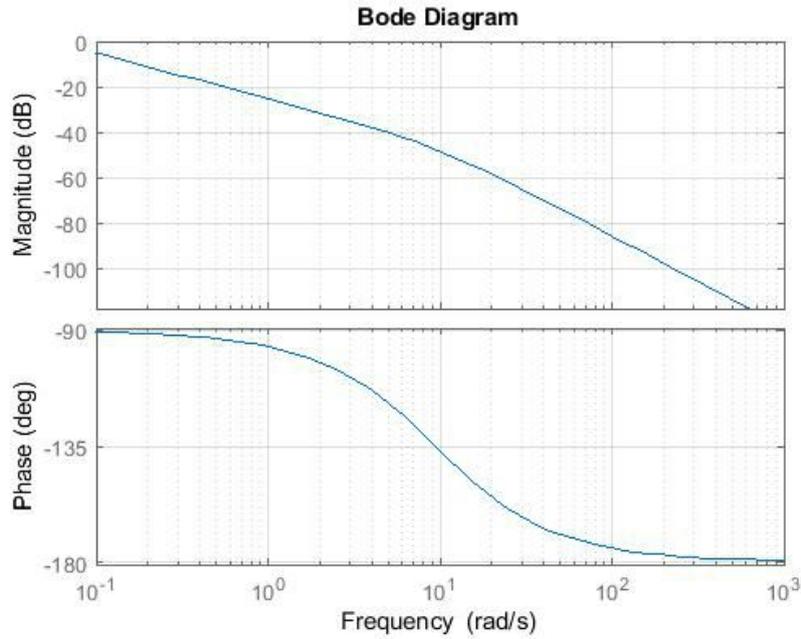


Figura 71: Diagramma di Bode di G_{xF}

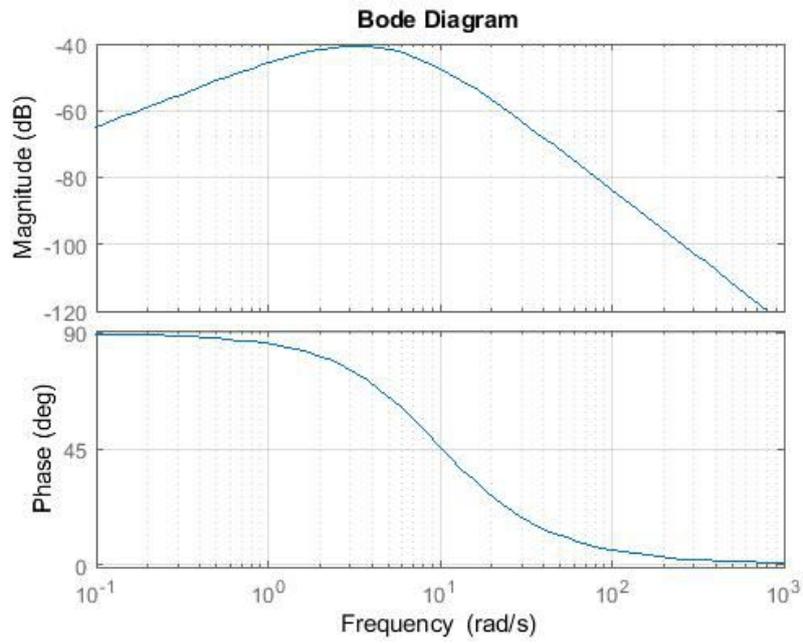


Figura 72: Diagramma di Bode di $G_{\theta F}$

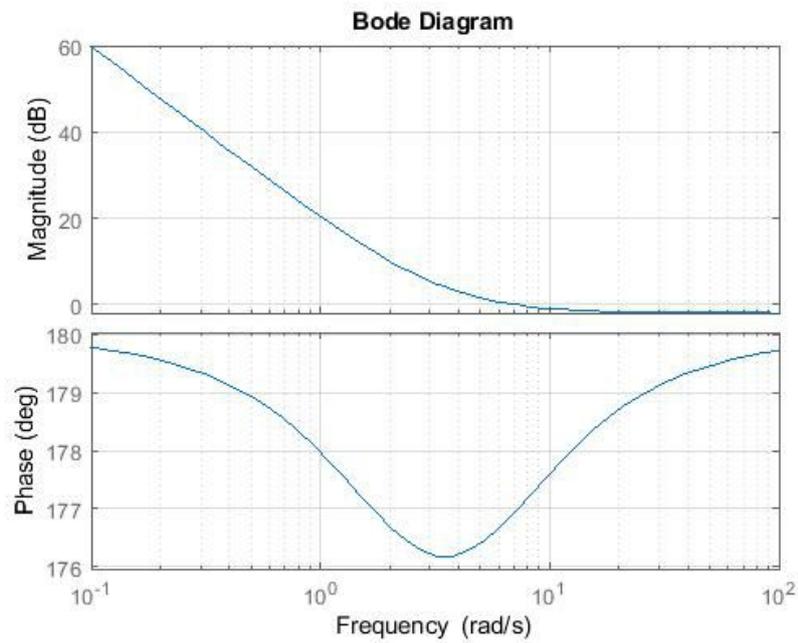


Figura 73: Diagramma di Bode di $G_{x\theta}$

5.3 Controllo con PID in cascata

La prima tipologia di sistema di controllo analizzata è costituita da due controllori PID posti in cascata. In particolare, il loop esterno deve stabilizzare la posizione del carrello mentre quello interno agisce sull'angolo del pendolo (Figura 74), poiché lo scopo è di mantenerlo in posizione verticale. Il sistema studiato è SIMO, acronimo di Single Input Multiple Output, poiché è presente un unico input, costituito dalla forza applicata al carrello, e due differenti output, rappresentati dalla posizione del carrello e dall'angolo del pendolo. Tutte le costanti riferite ai trasduttori possono essere trascurate, supponendo che abbiano una banda che sia molto più larga di quella caratteristica del sistema complessivo in retroazione.

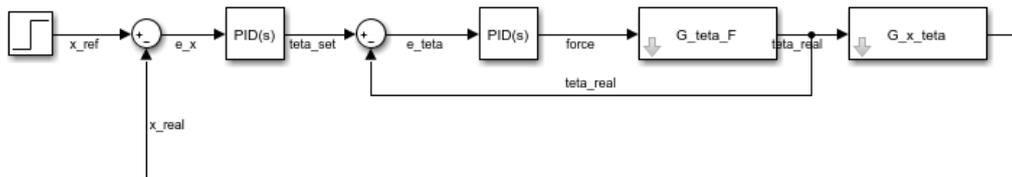


Figura 74: Schema di controllo PID in cascata

Sulla base dell'errore relativo alla posizione del carrello, il primo PID genera un setpoint angolare, che è il segnale di riferimento in ingresso del sistema di retroazione più interno. L'errore angolare generato è l'input per il PID più interno, che produce la forza che agisce sul carrello. Il primo passo per la progettazione dei controllori è il tuning del PID più interno (Figura 75).

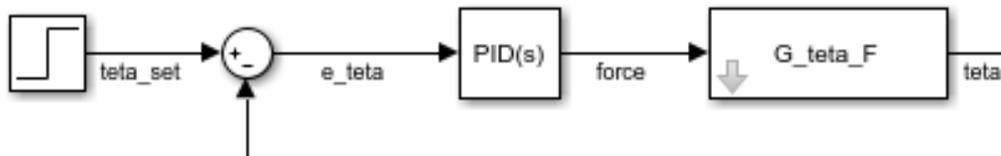


Figura 75: Schema dell'anello interno

Per effettuare un'analisi completa, prima di effettuare il tuning si può mostrare la funzione ad anello chiuso è instabile, considerando la funzione ad anello aperto, imponendo un controllore unitario.

$$G_{ol\theta}(s) = C_{\theta}(s)G_{\theta F}(s) = G_{\theta F}(s) \quad (20)$$

Il criterio di Nyquist stabilisce che, chiamando con Z il numero di poli della funzione di trasferimento ad anello chiuso nella parte destra del piano (cioè poli a parte reale maggiore o uguale a zero), e con P il numero di poli instabili della funzione ad anello aperto, il contorno risultante girerà intorno il punto critico $(-1+j0)$, in senso orario, N volte, con $N=Z-P$.

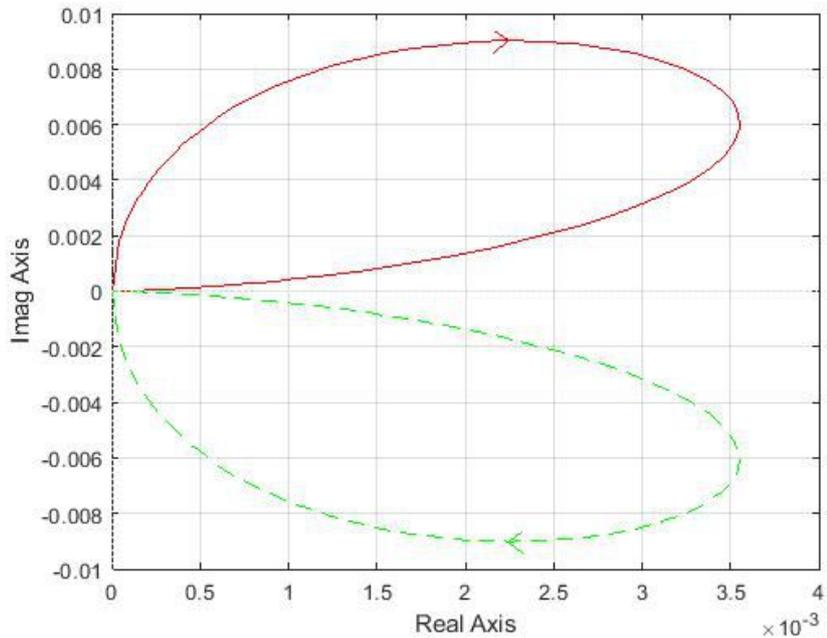


Figura 76: Diagramma di Nyquist di $G_{\theta F}$

Come previsto, a causa della presenza di un polo a parte reale positiva, il sistema ad anello chiuso è instabile. infatti, $N = Z - P \Rightarrow 0 = Z - 1 \Rightarrow Z = 1$. Il PID interno può essere progettato automaticamente attraverso la funzione di autotuning che è presente nel blocco PID in Simulink. Si possono realizzare due tipi di autotuning(Figure 77): una basata sulla funzione di trasferimento e una sulla risposta in frequenza.

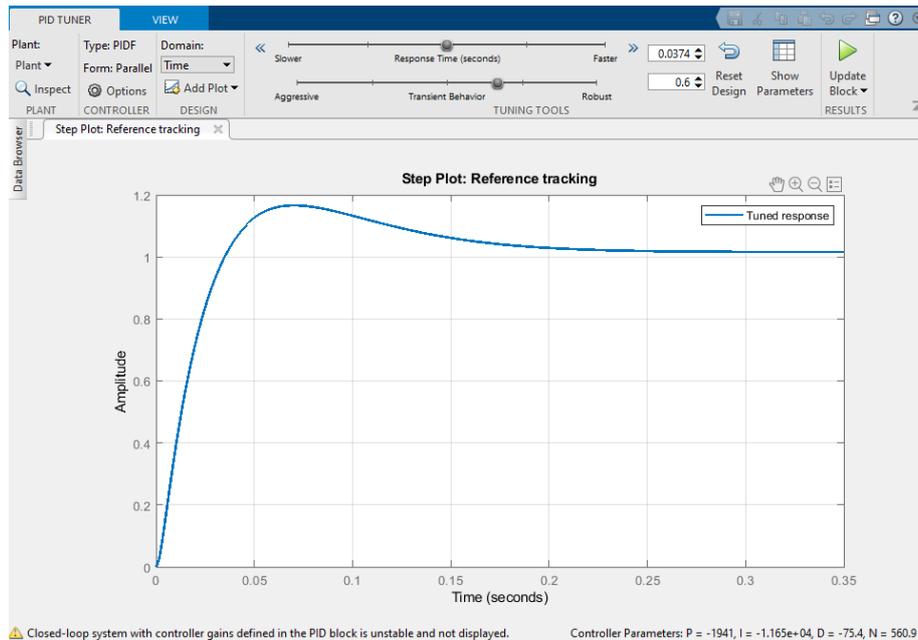


Figura 77: PID auto tuning

Se possibile, l'autotuning fornisce un primo controllore che stabilizza l'anello in cui è posto, considerando come segnale di riferimento un gradino unitario. Questa funzione, però, consente anche di cercare un controllore che sia più robusto, in presenza di disturbi, e più veloce in termini di tempo di salita. Quest'ultimo è identificato come il tempo che l'uscita impiega a raggiungere per la prima volta il valore del segnale di riferimento. Generalmente, questi due parametri sono inversamente proporzionali nel senso che, se si considera un controllore molto rapido, di sicuro non può essere anche molto robusto, e viceversa. In questo caso, una buona performance si ottiene con un controllore che assicura un tempo di salita $t_r = 0.032s$. La funzione di trasferimento dell'anello chiuso più interno è:

$$C_{\theta}(s) = \frac{-1.049 * 10^5 (s + 32.68)(s + 12.74)}{s(s + 1250)} \quad (21)$$

La nuova funzione di trasferimento ad anello aperto, riferita all'anello interno, diventa:

$$G_{ol\theta}(s) = \frac{69016(s + 32.68)(s + 12.74)}{(s + 9.586)(s + 3.675)(s - 3.294)(s + 1250)} \quad (22)$$

Il diagramma di Nyquist di tale funzione di trasferimento è mostrato in figura 78:

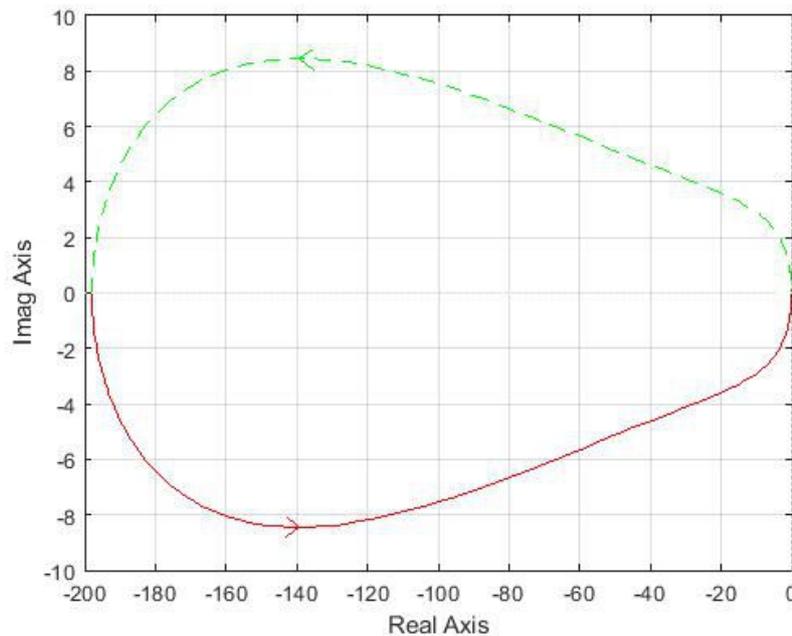


Figura 78: Diagramma di Nyquist di $G_{ol\theta}$

Come mostrato nel diagramma di Nyquist, ora la funzione ad anello aperto gira intorno al punto $(-1+j0)$, in modo antiorario, risultando in $Z = 0$. Attraverso il diagramma di Bode, si può visualizzare anche il margine di guadagno e di fase, in figura 79:

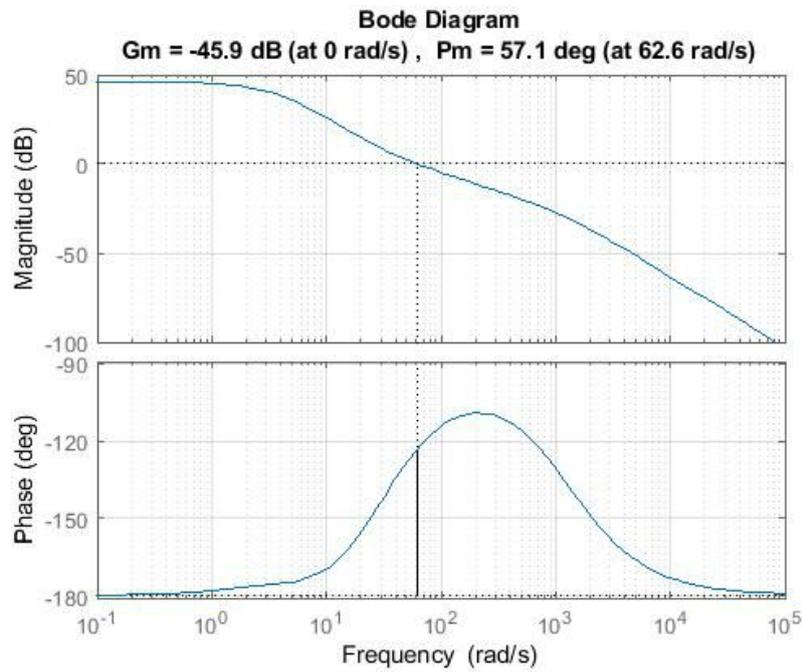


Figura 79: Margini di guadagno e di fase di $G_{ol\theta}$

La funzione di trasferimento ad anello chiuso finale può essere scritta come:

$$G_{cl\theta}(s) = \frac{C_\theta(s)G_{\theta F}(s)}{1 + C_\theta(s)G_{\theta F}(s)} = \frac{69016(s + 32.68)(s + 12.74)}{(s + 1194)(s + 12.4)(s^2 + 53.65s + 1931)} \quad (23)$$

I relativi diagrammi di Bode sono riportati in figura 80:

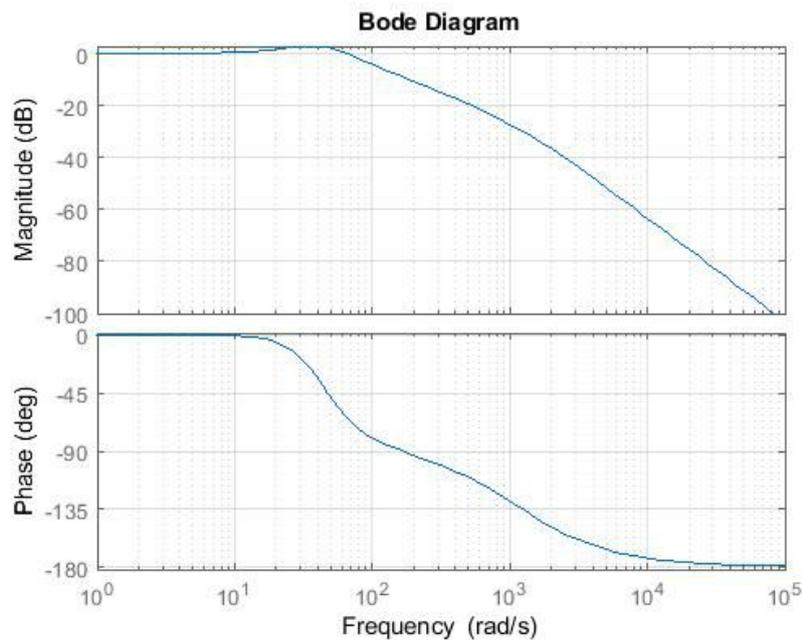


Figura 80: Diagrammi di Bode di $G_{cl\theta}$

Una volta stabilizzato l'anello interno, l'ultimo step è cercare un controllore che renda l'intero sistema in retroazione stabile. Come fatto precedentemente, si considera la funzione ad anello aperto con un controllore unitario:

$$G_{olx}(s) = G_{cl\theta}(s)G_{x\theta}(s) = \frac{-55213(s + 32.68)(s + 12.74)(s + 3.742)(s - 3.273)}{s^2(s + 1194)(s + 12.4)(s^2 + 53.65s + 1931)} \quad (24)$$

il cui diagramma di Nyquist è visibile in figura 81:

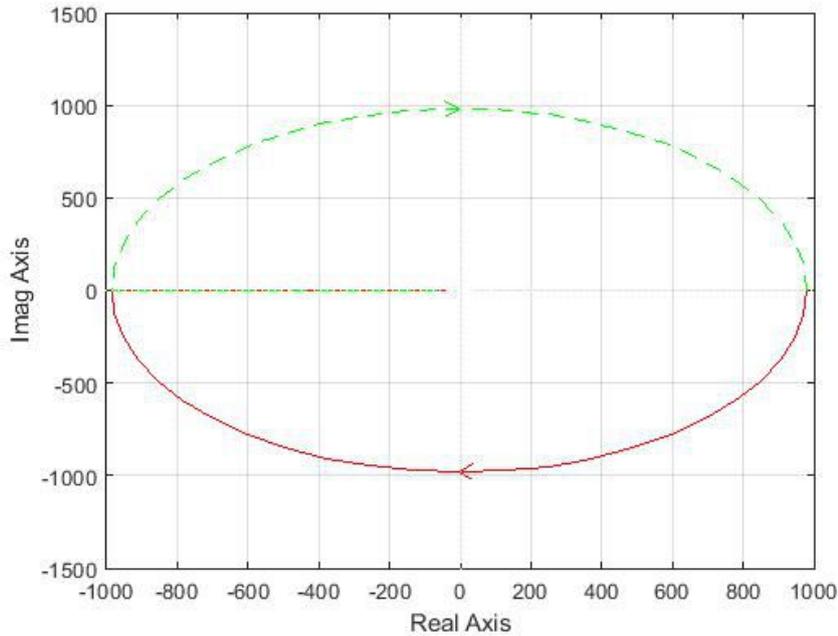


Figura 81: Diagramma di Nyquist di G_{olx}

E' possibile vedere che la funzione ad anello aperto effettua un incircolamento antiorario attorno al punto di equilibrio e non presenta poli a parte reale positiva. Questo implica che il sistema ad anello chiuso è instabile, con $Z = 1$. Il controllore PID viene progettato attraverso la funzione di autotuning, ottenendo la funzione di trasferimento finale:

$$C_x(s) = \frac{0.29389(s + 0.155)(s + 0.1126)}{s(s + 2.5036)} \quad (25)$$

Questo controllore stabilizza l'intero sistema in retroazione, e ciò è visibile dal diagramma di Nyquist (figura 82) e dai diagrammi di Bode (figura 83) della nuova funzione di trasferimento ad anello aperto:

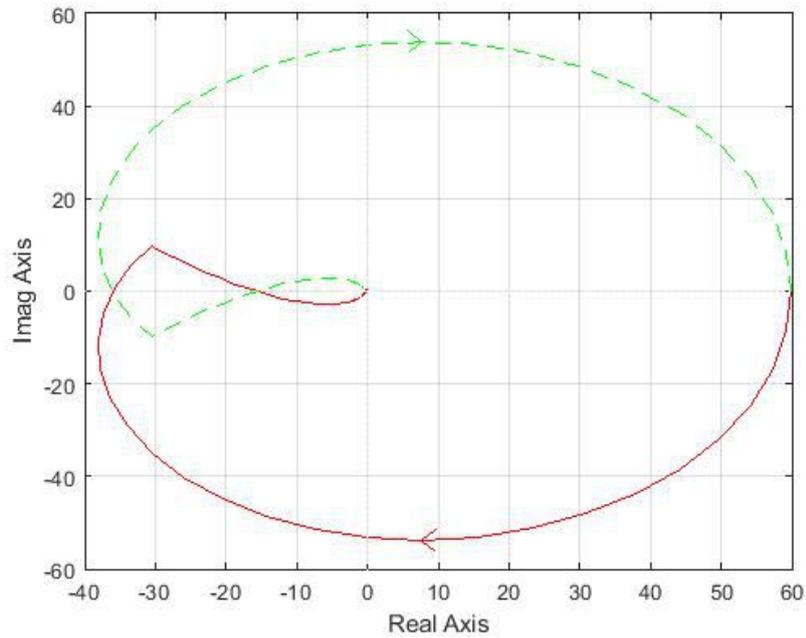


Figura 82: Diagramma di Nyquist della nuova G_{olx}

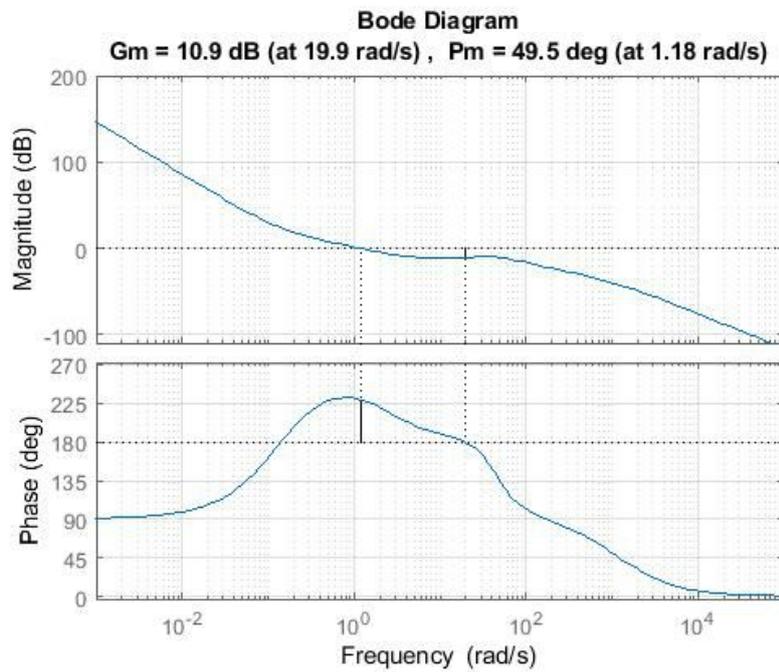


Figura 83: Margini di guadagno e di fase di G_{olx}

La funzione di trasferimento ad anello chiuso finale è data da:

$$G_{clx}(s) = \frac{-16227(s + 0.155)(s + 0.1126)(s - 3.273)(s + 3.742)(s + 12.74)(s + 32.68)}{(s + 1208)(s + 12.3)(s + 0.2393)(s + 0.09852)(s^2 + 2.719s + 2.81)(s^2 + 39.52s + 1467)} \quad (26)$$

il cui diagramma di Bode è riportato in figura 84:

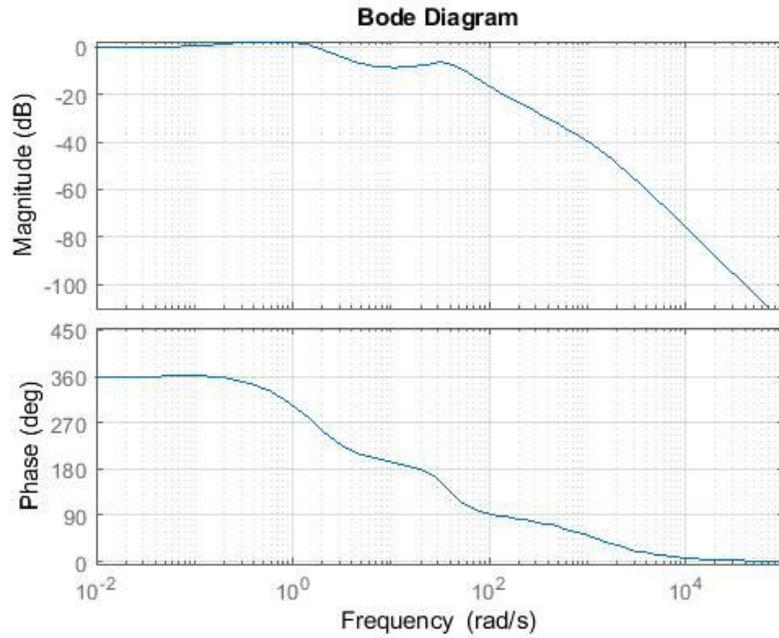


Figura 84: Diagramma di Bode della G_{clx} finale

Non è necessario, in questo caso, eseguire un'analisi del caso non lineare poiché i PID progettati per il modello linearizzato funzionano correttamente anche per il caso non lineare. Il passo successivo consiste nel mostrare il comportamento dell'intero sistema non lineare, ponendo particolare attenzione al comportamento della posizione lineare del carrello e dell'angolo del pendolo rispetto all'asse verticale. Questa simulazione viene eseguita considerando tre diverse condizioni iniziali sull'angolo, vale a dire $\theta_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = 6^\circ$ e $\theta_0 = 12^\circ$.

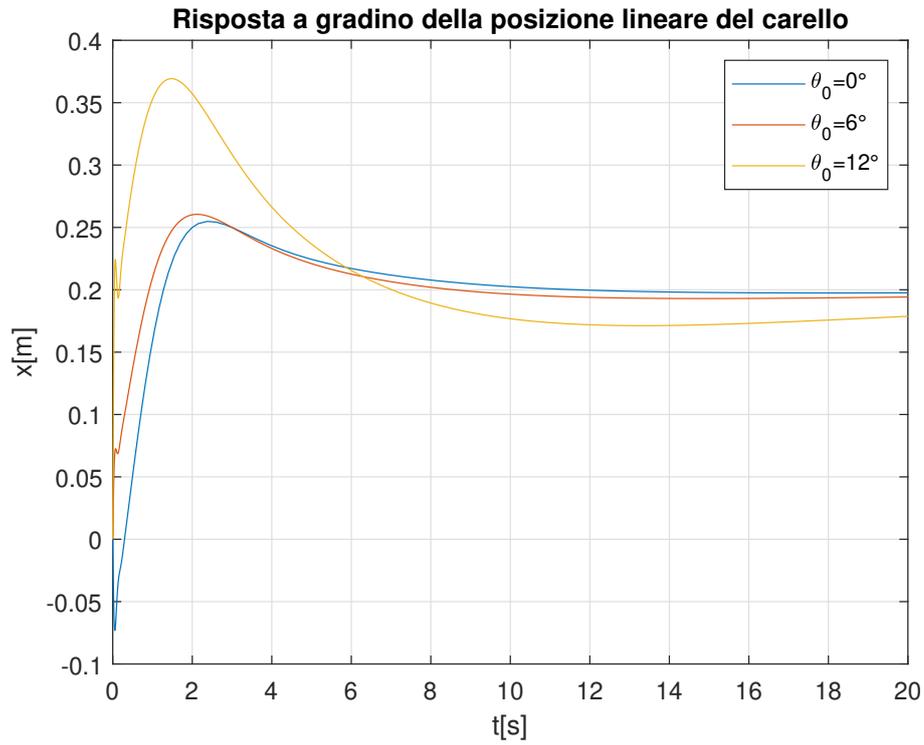


Figura 85: Risposta al gradino della posizione del carrello nell'architettura in cascata

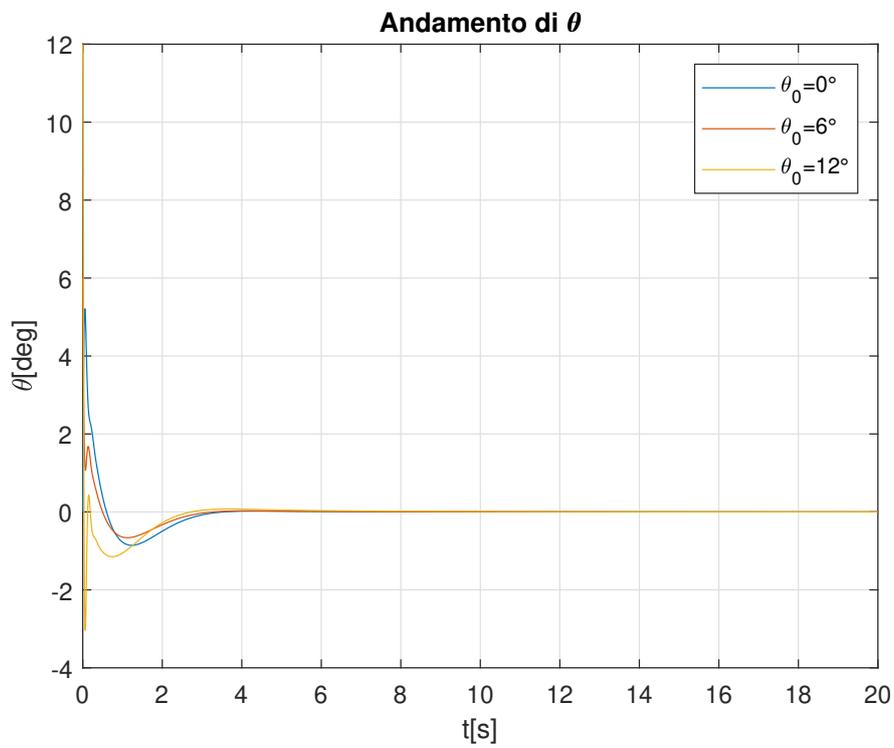


Figura 86: Andamento dell'angolo del pendolo nell'architettura in cascata

Considerando la Figura 85, è possibile notare che, partendo da una condizione iniziale nulla sull'angolo e imponendo un gradino di $200mm$ come segnale di riferimento, il tempo di salita è di circa $1.3s$ e l'overshoot è 25% . Ciò significa che il carrello, prima, si allontana dal setpoint definito di circa $25mm$, quindi spegne il suo movimento, praticamente, in circa $6.5s$, arrivando al punto stabilito. Maggiore è la condizione iniziale dell'angolo, maggiore diventa l'overshoot, insieme al tempo di salita. Ciò significa che le prestazioni stanno peggiorando e il carrello impiega molto più tempo per concludere il suo movimento. Se l'angolo di partenza aumenta ulteriormente, i PID progettati non garantiscono più stabilità e la risposta al gradino presenterebbe un comportamento divergente.

La Figura 86, invece, riporta il comportamento dell'angolo del pendolo in funzione delle condizioni iniziali. Si può notare che la risposta angolare è più veloce di quella del carrello, per tutte e tre le condizioni iniziali. Dopo un piccolo undershoot, che aumenta leggermente con la condizione iniziale, il pendolo raggiunge la posizione desiderata di 0° in circa $2,7s$.

5.4 PID parallelo

L'altra tipologia di controllore implementato è il sistema costituito da due regolatori PID disposti in parallelo, come visibile in figura 87:

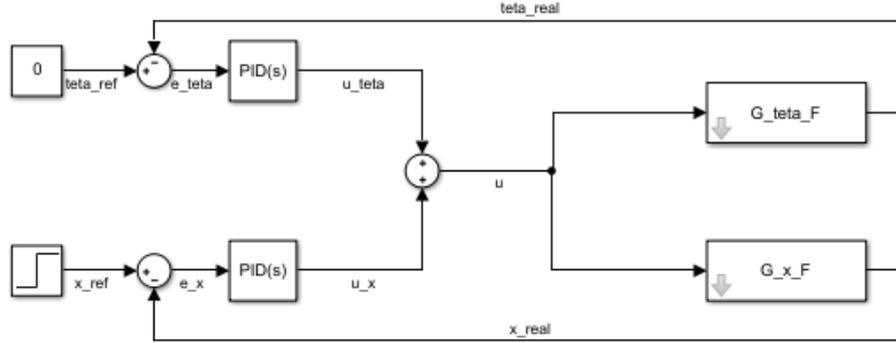


Figura 87: Schema di PID in parallelo

Questa tipologia di sistema di controllo è caratterizzata da un input dato dalla somma di due contributi: uno proveniente dal PID che controlla l'angolo del pendolo u_θ ed uno proveniente dal PID che regola la posizione del carrello u_x .

$$\begin{cases} u(s) = u_\theta(s) + u_x(s) \\ u_\theta(s) = C_\theta(s)e_\theta(s) \\ u_x(s) = C_x(s)e_x(s) \end{cases} \quad (27)$$

Dove C_θ e C_x sono, rispettivamente, le funzioni di trasferimento dei controllori sull'angolo del pendolo e sulla posizione lineare del carrello. Considerando il caso generale, si possono identificare due riferimenti nel modello da cui è possibile trarre due errori di inseguimento:

$$\begin{cases} e_\theta(s) = \theta_{ref}(s) - \theta_{real}(s) \\ e_x(s) = x_{ref}(s) - x_{real}(s) \end{cases} \quad (28)$$

Sostituendo le equazioni degli errori d'inseguimento nel sistema precedente e ricordando che:

$$\begin{cases} \theta_{real}(s) = \frac{G_{\theta F}(s)}{u(s)} \\ x_{real}(s) = \frac{G_{x F}(s)}{u(s)} \end{cases} \quad (29)$$

È possibile ottenere l'espressione finale del segnale di input che alimenta sia la funzione di trasferimento tra x e l'input sia quella tra θ e l'input.

$$u(s) = \frac{C_\theta(s)\theta_{ref}(s) + C_x(s)x_{ref}(s)}{1 + C_\theta(s)G_{\theta F}(s) + C_x(s)G_{x F}(s)} \quad (30)$$

Come si può dedurre dall'equazione, nel caso generale il problema diventa complesso da trattare con le tipiche metodologie di controllo, a causa della presenza di due segnali di riferimento e due output. Di fatti, il sistema è MIMO, Multiple Inputs Multiple Outputs. Per poter semplificare la trattazione, senza perdere l'obiettivo di tale analisi, il segnale di riferimento riferito al PID su θ può essere scelto pari a zero. Infatti, lo scopo è di mantenere

il pendolo nella posizione verticale di $\theta = 0$. In questo modo il problema è semplificato ed il nuovo input diventa:

$$u(s) = \frac{C_x(s)x_{ref}(s)}{1 + C_\theta(s)G_{\theta F}(s) + C_x(s)G_{xF}(s)} \quad (31)$$

Il primo step, come nel caso del PID in cascata, è quello di trovare un controllore che stabilizzi il sistema in anello chiuso contenente $G_{\theta F}(s)$. Dato che risulta essere lo stesso caso del PID in cascata, una scelta intelligente del PID è quella di considerare il PID precedente:

$$C_\theta(s) = \frac{-29981(s + 29.47)(s + 9.38)}{s(s + 656.1)} \quad (32)$$

Prima di iniziare con l'analisi del PID sul ramo della posizione lineare, è utile mostrare che, imponendo un controllo unitario su x , la funzione di trasferimento risultante non è stabile attraverso il diagramma di Nyquist (figura 88):

$$G_{olx}(s) = \frac{G_{xF}(s)}{1 + C_\theta(s)G_{\theta F}(s)} = \frac{0.52632(s + 3.742)(s - 3.273)(s + 1250)}{s(s + 1194)(s + 12.4)(s^2 + 53.65s + 1931)} \quad (33)$$

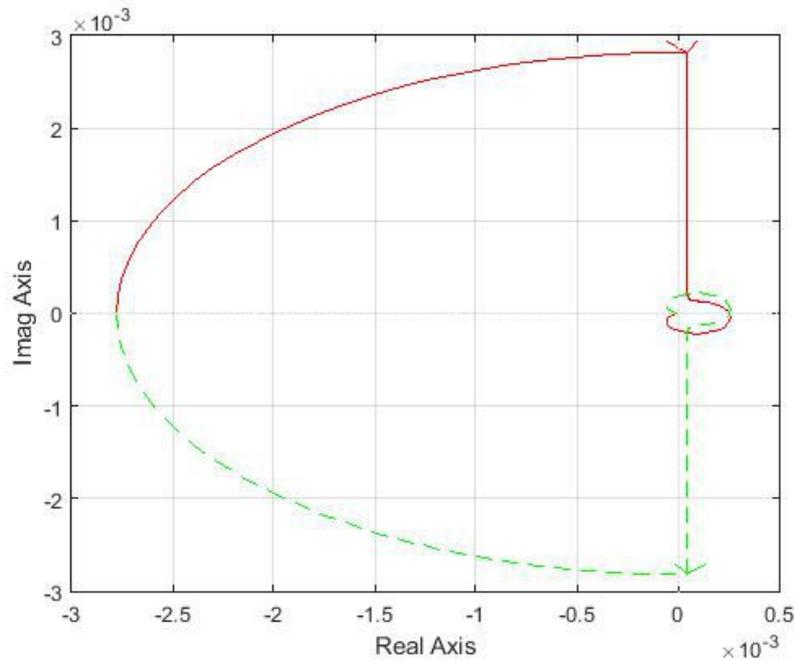


Figura 88: Diagramma di Nyquist di G_{olx}

Come si può notare dal diagramma di Nyquist, è presente un incircolamento nel punto $(-1, j0)$ in senso orario, da cui si può dedurre che la funzione ad anello chiuso è instabile. Lo step successivo è trovare un controllore PID che stabilizzi la funzione di trasferimento ad anello chiuso totale. Un modo per fare ciò è quello di applicare il metodo di Ziegler-Nichols, che ora può essere utilizzato perché il sistema si può stabilizzare con il solo guadagno negativo. Questo metodo è stato sviluppato nel 1942 ed il suo scopo è cercare il valore critico da cui si possono calcolare gli altri parametri del PID. Il primo step è incrementare

(o decrementare) il guadagno costante del controllore finché l'output del sistema di controllo raggiunge il limite di stabilità, come mostrato in figura 89.

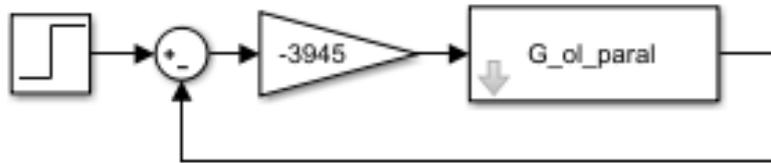


Figura 89: Schema per l'applicazione del metodo di Ziegler-Nichols

Procedendo a tentativi, è possibile raggiungere il valore di -3945 , grazie al quale il sistema raggiunge i suoi limiti di stabilità mostrando un comportamento completamente oscillatorio (figura 90):

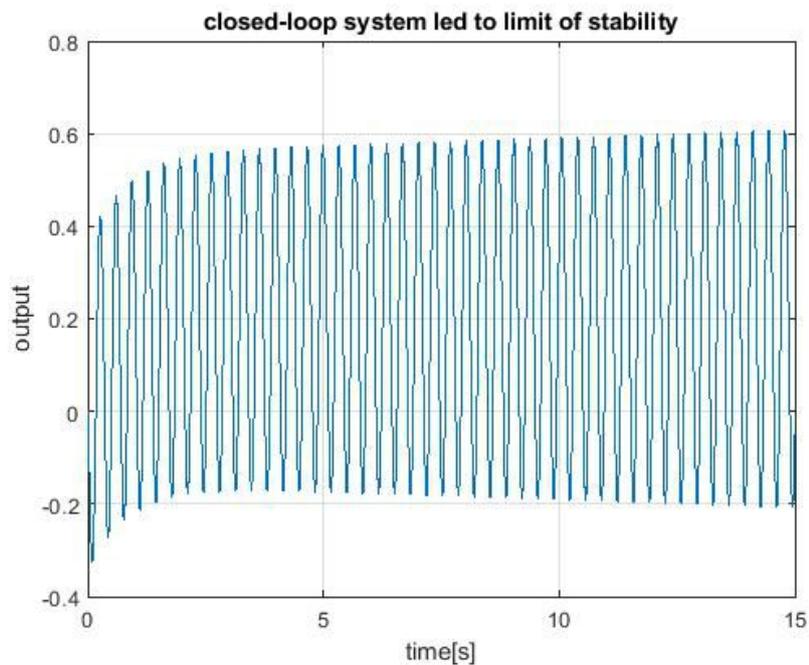


Figura 90: Limite di stabilità con il metodo di Ziegler-Nichols

Da questo grafico è possibile ricavare, calcolando il tempo tra un picco e l'altro, il periodo critico $T_c = 0.34s$, che è usato per settare i parametri del PID generale, usando la seguente tabella:

Controller type	K_p	T_i	T_d	K_i	K_d
P	$0.5K_c$	-	-	-	-
PI	$0.45K_c$	$T_c/1.2$	-	K_p/T_i	-
PD	$0.8K_c$	-	$T_c/8$	-	$K_d T_d$
PID	$0.6K_c$	$T_c/2$	$T_c/8$	K_p/T_i	$K_d T_d$

Figura 91: Tabella di Ziegler-Nichols

Poiché l'obiettivo del metodo è effettuare il tuning del controllore PID, viene considerata l'ultima riga della tabella. I parametri calcolati sono:

$$\begin{cases} K_p = -2574 \\ T_i = 0.17 \\ T_d = 0.0425 \\ K_i = -1.5141 * 10^4 \\ K_d = 109.395 \end{cases} \quad (34)$$

Con questi parametri, il sistema generale diventa stabile ma le performance ottenute non sono del tutto soddisfacenti, dato che si presenta un comportamento oscillante in entrambi gli output, come mostrato in figura 92:

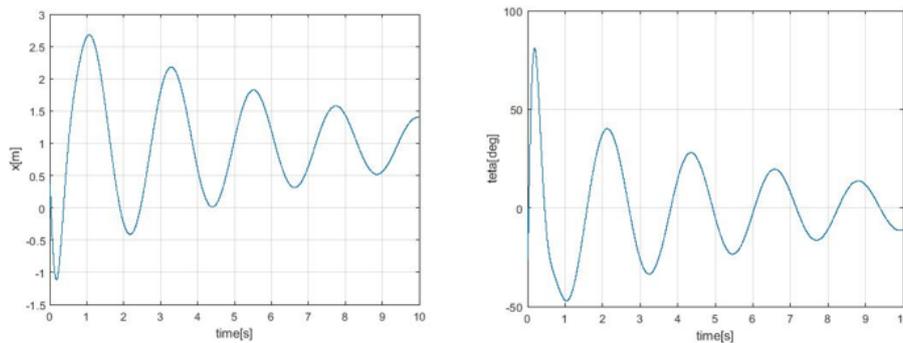


Figura 92: Andamento di x e θ con i valori forniti dal metodo di Ziegler-Nichols

Nonostante il sistema sia stabile, dalla simulazione è possibile notare che il sistema è ancora ai limiti di stabilità e quindi anche la presenza di piccole perturbazioni potrebbe rendere instabile il sistema, in quanto poco robusto. A partire da questi parametri è stato possibile effettuare un autotuning grazie al quale è stato possibile trovare un ottimo controllore. I nuovi valori del controllore PID sono:

$$\begin{cases} K_p = -3402.9 \\ K_i = -700.8 \\ K_d = 574.9 \\ N = 5.9 \end{cases} \quad (35)$$

E' possibile vedere che ora il sistema è stabile, considerando i diagrammi di Nyquist e Bode, dove sono mostrati il margine di fase e di guadagno della funzione ad anello aperto.

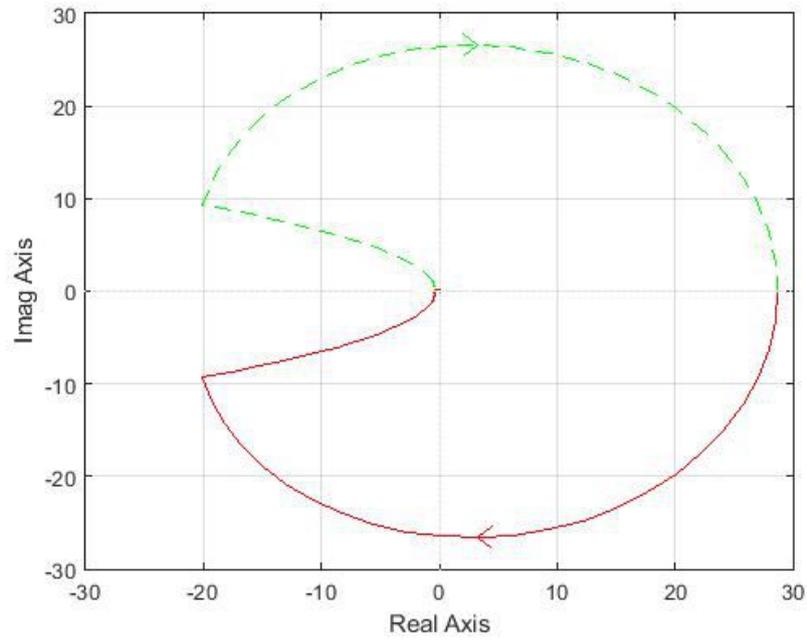


Figura 93: Diagramma di Nyquist di $G_{ol}(s)$ con i parametri PID finali

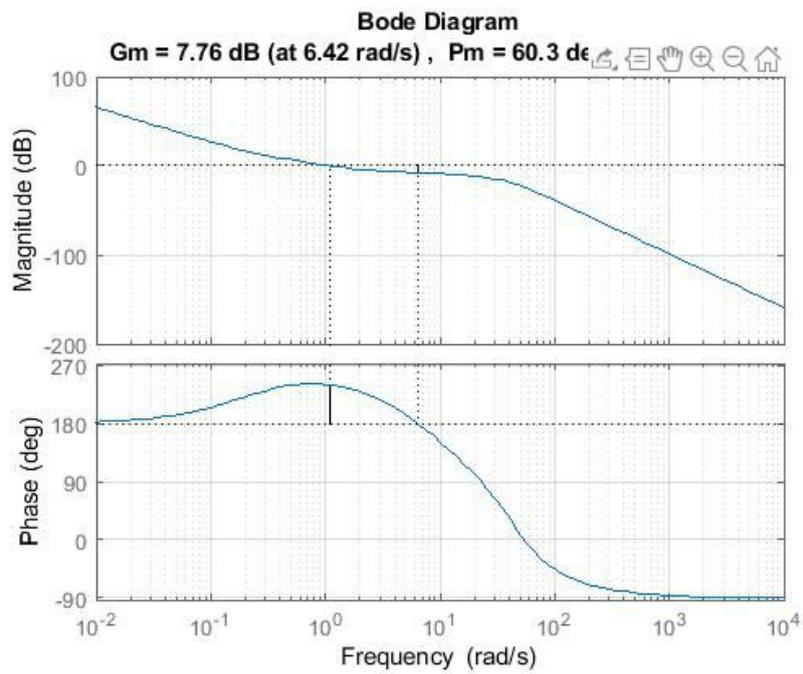


Figura 94: Margine di fase e di guadagno di $G_{ol}(s)$ con i parametri PID finali

La funzione di trasferimento ad anello chiuso diventa:

$$G_{cl}(s) = \frac{-1.1967 * 10^{-12}(s + 3.742)(s - 3.273)(s + 0.199)(s + 1250)(s + 9.167 * 10^{15})}{(s + 1194)(s + 1.043)(s + 0.2637)(s^2 + 9.341s + 44.75)(s^2 + 61.32s + 2277)} \quad (36)$$

i cui diagrammi di Bode sono mostrati in figura 95:

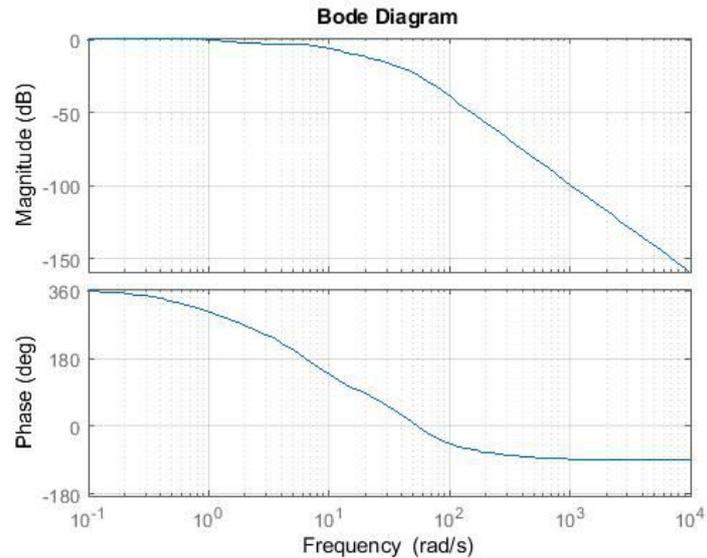


Figura 95: Diagrammi di Bode di $G_{cl}(s)$

Come nel caso a cascata, l'architettura in parallelo progettata per il caso lineare funziona correttamente anche per il sistema meccanico non lineare, poiché ha ancora poche non linearità.

Per verificare il comportamento del sistema non lineare, il passo successivo è riportare la risposta al gradino della posizione lineare del carrello e l'andamento dell'angolo del pendolo, considerando come condizioni iniziali sull'angolo 0° , 6° e 12° .

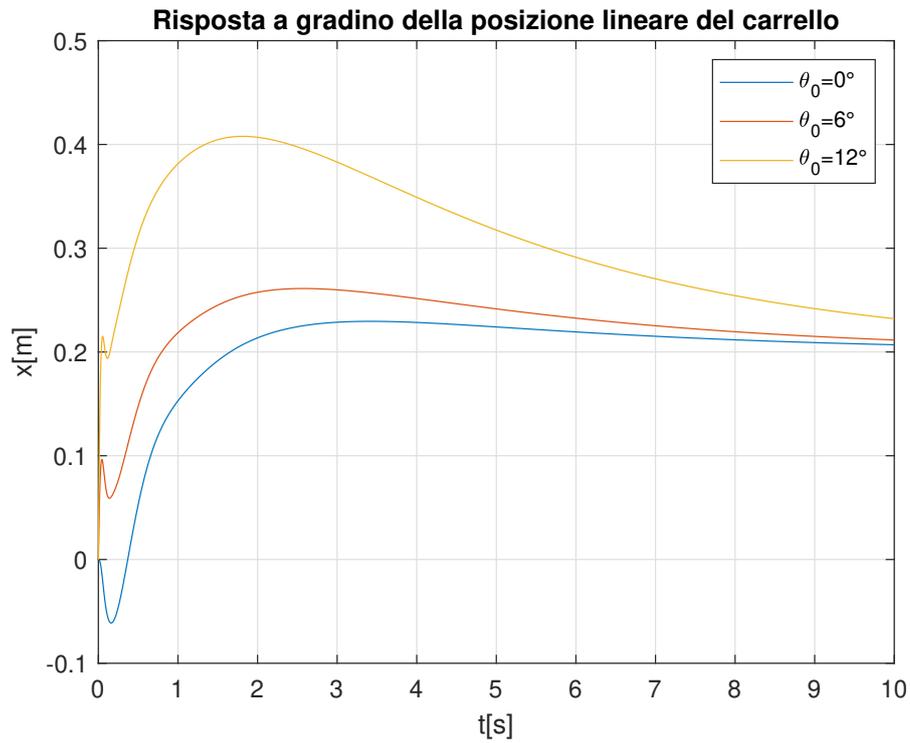


Figura 96: Risposta al gradino della posizione del carrello nell'architettura in parallelo

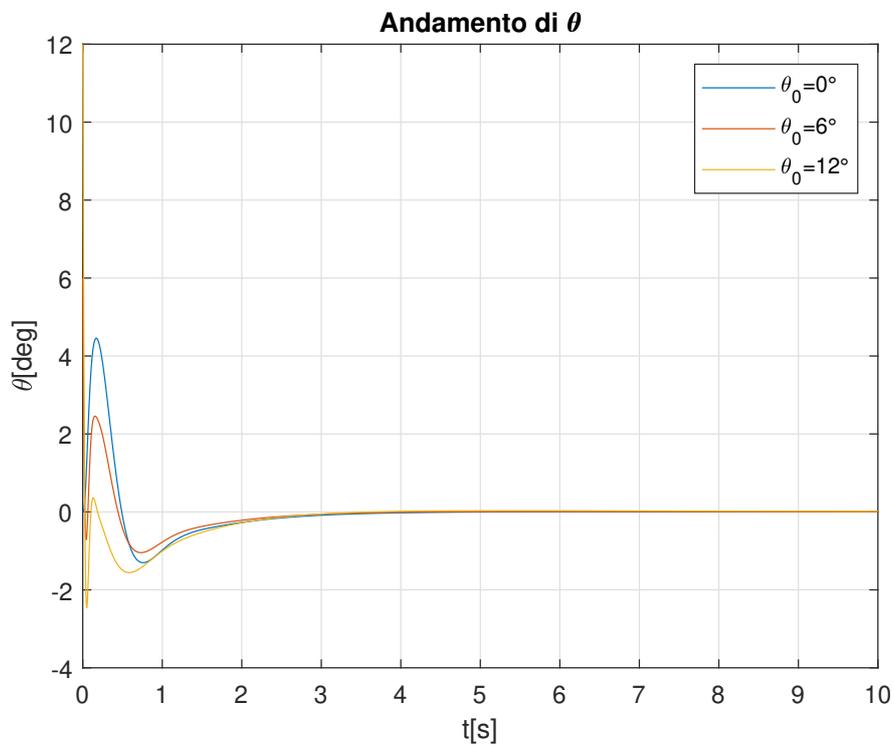


Figura 97: Andamento dell'angolo del pendolo nell'architettura in parallelo

La Figura 96 mostra la risposta al gradino della posizione lineare del carrello, con un setpoint di 200mm e variando la condizione iniziale sull'angolo. Considerando una condizione iniziale nulla, si può notare che il carrello, dopo un piccolo undershoot, presenta un tempo di salita di circa 1.8s , un overshoot di circa 12% e conclude il suo moto, praticamente, in circa 7s . Più gravosa è la condizione iniziale, più aumenta l'overshoot e la risposta al gradino del carrello rallenta. Il tempo necessario per estinguere il suo movimento e raggiungere il setpoint diventa sempre più alto con il crescere della condizione iniziale. I due PID progettati non possono più stabilizzare il sistema se l'angolo di partenza del pendolo viene scelto ancora più grande, risultando in un sistema instabile. La Figura 97 mostra, invece, l'andamento dell'angolo del pendolo variando la sua condizione iniziale. Come nel caso a cascata, la risposta angolare è molto più veloce di quella del carrello e va a zero in circa 2s , per tutte le condizioni iniziali considerate. L'unico effetto che si può notare è il leggero aumento dell'undershoot.

5.5 Model Predictive Control

Da un punto di vista pratico, nel progettare un controllore, generalmente, non è possibile considerare limitazioni sul segnale $u(t)$ in ingresso all'impianto e sull'uscita $y(t)$. È necessario un approccio di tipo trial-and-error che, a volte, può essere difficile da applicare. Le limitazioni fisiche dei dispositivi di attuazione impongono dei limiti forti sul segnale di controllo. Per esempio, considerando un sistema pendolo carrello attuato pneumaticamente, esisterà una forza massima applicabile in funzione della superficie del cilindro e delle pressioni in gioco. Quando il segnale di input $u(t)$ supera i limiti inferiori o superiori, compare il fenomeno della saturazione (Figura 98), trasformando il problema lineare iniziale in uno non lineare. Generalmente, se la zona di saturazione è piccola, il comportamento del sistema generale potrebbe non cambiare. Potrebbero esserci maggiori problemi in presenza di lunghe zone di saturazione che potrebbero causare un peggioramento delle performance (in termini di overshoot e rise time) e, nei casi peggiori, una perdita di stabilità.

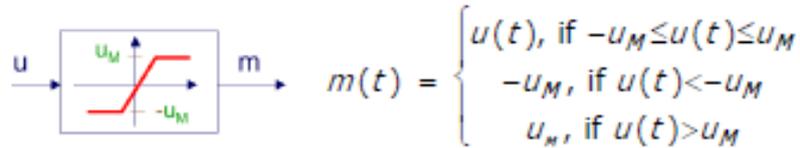


Figura 98: Fenomeno della saturazione

Per risolvere tale problema, un possibile approccio è il Model Predictive Control, il cui scopo è prevedere il comportamento futuro delle variabili di stato considerate per sviluppare un'azione di controllo ottima. Tale modello genera un'azione di controllo minimizzando una funzione di costo a cui possono essere applicate delle limitazioni sia sull'input che sull'output, come mostrato in figura 99:

$$\min_{\Delta u(k|k)} \sum_{i=0}^{H_p} (y(k+i|k) - r(i))^T Q_y (y(k+i|k) - r(i)) + \Delta u^T(k+i|k) R \Delta u(k+i|k)$$

$$\Delta U(k|k) = [\Delta u(k|k) \quad \Delta u(k+1|k) \quad \dots \quad \Delta u(k+H_p-1|k)]^T$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \begin{bmatrix} x(k+1) \\ u(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ I \end{bmatrix} \Delta u(k) \\ u_{\min} \leq u(k+i|k) \leq u_{\max}, i = 0, \dots, H_p - 1 \\ \Delta u_{\min} \leq \Delta u(k+i|k) \leq \Delta u_{\max}, i = 0, \dots, H_p - 1 \\ y_{\min} \leq y(k+i|k) \leq y_{\max}, i = 1, \dots, H_p \end{cases}$$

Figura 99: Principio di base dell'MPC

In poche parole, la funzione di costo considera due quantità: la prima è l'errore di inseguimento, la seconda è la variazione di input. Entrambe sono controllate attraverso le due matrici di peso Q e R . La funzione di costo viene applicata fino ad un certo orizzonte di predizione H_p , che accresce la qualità del controllo quanto più alto è il suo valore. Lo svantaggio è legato alla complessità computazionale che può diventare molto esosa se H_p è

troppo grande. Le limitazioni sull'input, sulla variazione di input e sull'output sono imposte attraverso delle disequazioni lineari. In particolare, quelle sull'input sono limitazioni forti, nel senso che non possono essere mai superate. Quindi se esiste un controllore fisicamente realizzabile, la saturazione è sicuramente evitata. Le limitazioni sull'output, invece, sono morbide, nel senso che possono essere superate di piccole quantità se necessario. Per procedere alla realizzazione del controllore, devono essere settati parametri e quantità in Matlab. Prima di tutto, poiché coinvolge un sistema a tempo discreto, l'impianto di partenza, a tempo continuo, deve essere discretizzato. Per questa ragione, il primo passo consiste nel considerare il sistema lineare tempo-invariante scritto nella sua forma matriciale:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (37)$$

Nel caso in esame, cioè il sistema formato dal solo pendolo e carrello, considerando come stati:

$$\begin{cases} x_1 = x \\ x_2 = \dot{x} \\ x_3 = \theta \\ x_4 = \dot{\theta} \end{cases} \quad (38)$$

E come uscite la posizione lineare del carrello e l'angolo del pendolo rispetto all'asse verticale, le matrici diventano:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -9.4737 & -0.5158 & 0.0197 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 11.8421 & -10.3158 & -0.4939 \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5263 \\ 0 \\ -0.6579 \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$D = 0 \quad (42)$$

Un passaggio fondamentale è la selezione della frequenza di campionamento (o periodo di campionamento), che deve essere grande abbastanza (piccolo abbastanza) da evitare la sovrapposizione delle repliche periodiche, nota come aliasing, secondo il criterio di Nyquist-Shannon. Ma non deve essere troppo grande (troppo piccolo) per evitare problemi computazionali. Nel caso in esame, un buon comportamento del sistema si ottiene con un periodo di $T_s = 0.03s$.

Una volta che viene definito il sistema, deve essere discretizzato usando il periodo di campionamento scelto, attraverso il comando `c2d`, e considerando come metodo di ricostruzione del segnale lo ZOH(zero order hold). Le matrici discrete sono salvate in ulteriori variabili, come mostrato in figura 100:

```

%now I create the discrete time system
sys_dt=c2d(sys,Ts,'zoh');
%now I define the discrete matrixes
Ad=sys_dt.a;
Bd=sys_dt.b;
Cd=sys_dt.c;
Dd=sys_dt.d;

```

Figura 100: Produzione del sistema tempo discreto e salvataggio in ulteriori variabili

Le matrici discrete risultanti nel caso in esame sono:

$$A_d = \begin{bmatrix} 1 & 0.0261 & -0.0002 & 0 \\ 0 & 0.7527 & -0.0135 & 0.0003 \\ 0 & 0.0048 & 0.9954 & 0.0297 \\ 0 & 0.3064 & -0.3092 & 0.9808 \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.0137 \\ -0.0003 \\ -0.017 \end{bmatrix} \quad (44)$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$D_d = 0 \quad (46)$$

Successivamente deve essere settata una lista parametri:

- $C_y = \text{eye}(4)$, che rappresenta l'output misurato, che corrisponde sempre agli stati misurati;
- $C_z = C_d$, $D_z = [0; 0]$ legati agli output controllati;
- $C_c = C_d$, $D_c = 0$, collegati agli output limitati;
- Q è una matrice quadrata, dove sulla diagonale sono posti i pesi per gli errori di inseguimento riferiti agli stati considerati; in questo caso delle buone performance sono ottenute con:

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 18 \end{bmatrix} \quad (47)$$

- R è riferito agli input ed è scelto pari a $R = 0.1$;
- z_{max} e z_{min} determinano la presenza di limitazioni sull'output; in questo caso il primo output (posizione del carrello) va da 0 a 0.5, il secondo 0, in riferimento alle limitazioni fisiche della guida lineare su cui si muove il carrello; il secondo output non presenta limiti;
- u_{max} e u_{min} fanno riferimento alle limitazioni sull'input;
- du_{max} e du_{min} sono collegati alle limitazioni sulle variazioni dell'ingresso ed in questo caso sono poste ad infinito;

- h è pari al periodo di campionamento;
- $cmode$ seleziona il modo con cui il sistema lavora; se è pari a zero è presente la modalità feedback dagli stati, che lavora su un falso sistema che ha come output tutti gli stati considerati; se vale due, è applicato un filtro di Kalman al sistema discreto considerato. Ora è scelto pari a zero;
- H_p e H_u sono, rispettivamente, l'orizzonte di predizione e di controllo. Inizialmente, sono scelti uguali a 50 ma, una volta progettato il controllore, possono essere ridotte fino a quando si nota un peggioramento delle performance. Il primo, in ogni caso, deve risultare maggiore o uguale del secondo. H_w è invece il primo campione di penalità, che generalmente non viene considerato e quindi posto ad 1;
- z_{blk} e u_{blk} sono collegati ai segnali di blocco e sono scelti uguali ad 1, ad indicare la loro assenza;
- W e V sono le matrici di covarianza da considerare solo nel caso del filtro di Kalman.

Una volta che sono stati settati tutti i parametri, il controllore finale è ricavato attraverso la seguente funzione:

```
md=MPCInit (Ad,Bd,Cy,Cz,Dz,Cz,Dz,Hp,Hw,zblk,Hu,ublk, ...
du_max,du_min,u_max,u_min,z_max, ...
z_min,Q,R,[],[],h,cmode,solver);
```

Figura 101: Funzione generante il controllore MPC

Lo studio delle performance del controllore è stato sviluppato attraverso un modello Simulink, riportato in figura 102:

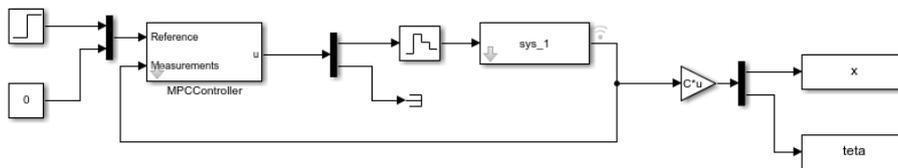


Figura 102: MPC-Schema a blocchi in Simulink

Dove sys_1 è il falso sistema le cui uscite sono tutti gli stati, e come segnale di riferimento si presenta un segnale a gradino per la posizione del carrello, un valore costante e nullo per la posizione angolare del pendolo. Per visualizzare il comportamento complessivo del sistema, il passo successivo è mostrare la risposta al gradino della posizione lineare del carrello, imponendo un segnale di riferimento del passo di $200mm$ e l'angolo del pendolo. Questa analisi considera solo la condizione iniziale sull'angolo uguale a $ang0$.

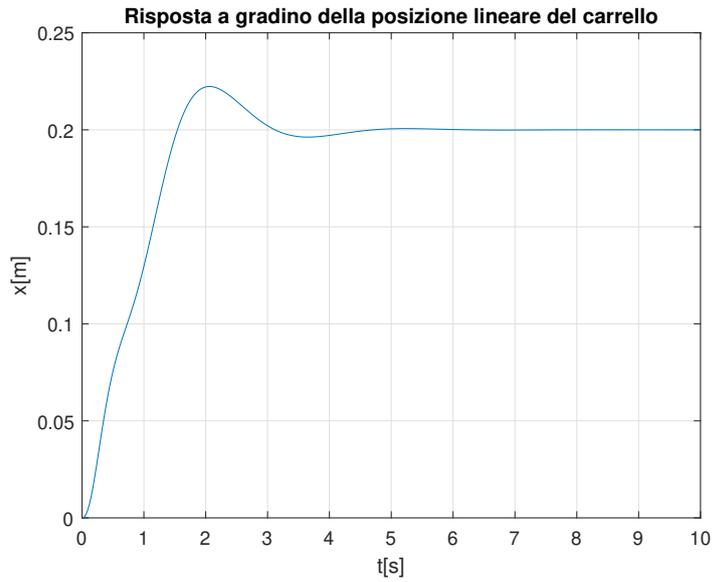


Figura 103: Risposta al gradino della posizione del carrello nell'architettura con controllo MPC

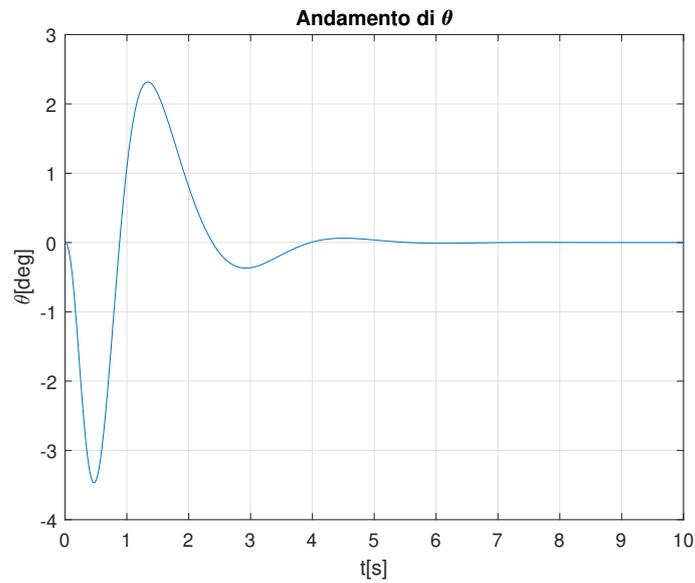


Figura 104: Andamento dell'angolo del pendolo nell'architettura con controllo MPC

La figura 103 mostra la risposta al gradino del carrello. Presenta un tempo di salita di circa 1,56s, un overshoot di circa 11% e il setpoint può essere considerato raggiunto dopo circa 3s.

La Figura 104 riporta, invece, l'andamento dell'angolo del pendolo. Dopo un undershoot di circa 3.4° l'angolo raggiunge un overshoot di 2.3°. Infine, dopo un nuovo piccolo undershoot di circa 0.2°, l'angolo si azzerava in circa 4s.

6 Electromechanical model

Il sistema elettromeccanico è costituito da un servomotore brushless connesso al pendolo-carrello tramite un giunto ad elastomeri ed una trasmissione del tipo vite-madrevite a ricircolo di sfere. La trasmissione permette il trasferimento della potenza proveniente dal motore al sistema pendolo carrello attraverso la generazione di un vincolo cinematico tra la rotazione dell'albero motore e lo spostamento lineare del carrello. Questa relazione cinematica è legata al passo della vite, definita come segue:

$$i_v = \frac{2\pi}{p_v} \quad (48)$$

Ciò permette non solo di legare la posizione ma anche la velocità e l'accelerazione del carrello a quella della vite:

$$i_v = \frac{\alpha}{x} = \frac{\dot{\alpha}}{\dot{x}} = \frac{\ddot{\alpha}}{\ddot{x}} \quad (49)$$

Dove con x, \dot{x} e \ddot{x} si indicano rispettivamente la posizione, velocità e accelerazione del carrello mentre con $\alpha, \dot{\alpha}$ e $\ddot{\alpha}$ rappresentano la posizione angolare, velocità angolare e accelerazione angolare della vite/motore.

Il motore elettrico utilizzato è un servomotore brushless a magneti permanenti, il cui circuito equivalente è mostrato in Figura 105:

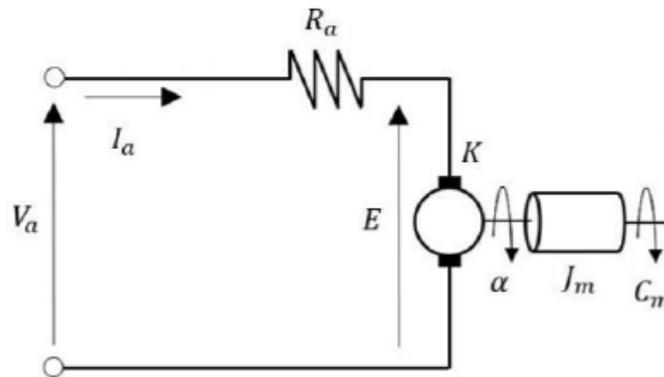


Figura 105: Modello circuitale del motore elettrico

Il motore elettrico considerato presenta delle assunzioni che semplificano la modellazione:

- il circuito magnetico è lineare;
- l'attrito meccanico è trascurabile;
- l'induttanza di armatura L_a è trascurabile.

Attraverso la legge di Kirchhoff applicata alla maglia è possibile esprimere la seguente relazione:

$$V_a(t) = R_a I_a(t) + E(t) \quad (50)$$

Dove con $E(t)$ si indica la forza controelettromotrice d'armatura che viene ricondotta alla velocità angolare del rotore:

$$E(t) = K \dot{\alpha}_{motore} \quad (51)$$

A partire dalla tensione applicata al motore è possibile ricavare la coppia generata da quest'ultimo tramite la correlazione che intercorre fra la corrente di armatura e la coppia motrice:

$$C_m(t) = KI_a(t) \quad (52)$$

Tipicamente il motore è collegato ad un sistema da movimentare che genera una coppia resistente C_r opposta alla coppia motrice C_m . Considerando il sistema complessivo si può scrivere una relazione di equilibrio dinamico alla rotazione dell'albero motore:

$$C_m(t) - C_r(t) = J_{tot}\ddot{\alpha} \quad (53)$$

Dove J_{tot} il termine inerziale complessivo del sistema ed è dato dal momento d'inerzia del motore e dal momento d'inerzia del sistema da movimentare riportato sull'asse motore. Il modello complessivo, costituito dal sistema meccanico ed elettrico è mostrato in Figura 106:

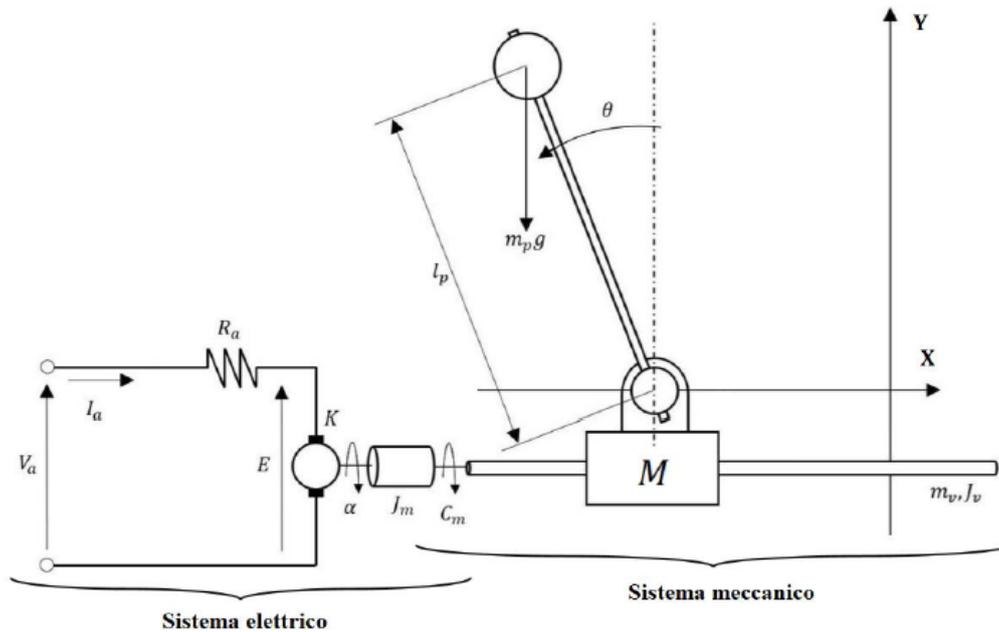


Figura 106: Overall electromechanical system

Accoppiando i due sistemi si vincola la vite all'albero motore e ricordando il vincolo cinematico tra la rotazione della vite e lo spostamento lineare del carrello (equazione 46) è possibile scrivere che:

$$\begin{cases} \alpha = \alpha_{motore} = \alpha_{vite} = x_{carrello}i_v \\ \dot{\alpha} = \dot{\alpha}_{motore} = \dot{\alpha}_{vite} = \dot{x}_{carrello}i_v \\ \ddot{\alpha} = \ddot{\alpha}_{motore} = \ddot{\alpha}_{vite} = \ddot{x}_{carrello}i_v \end{cases} \quad (54)$$

Per il motore valgono ancora le relazioni espresse precedentemente, l'unica modifica si attua per l'equazione (50) perché si indica come ricavare J_{tot} e si precisa che la coppia C_r è la coppia resistente generata dalla vite. Quest'ultima deriva direttamente dal sistema di

trasmissione e risulta correlabile alla forza orizzontale F applicata al carrello:

$$\begin{cases} C_m(t) - C_r(t) = J_{tot}\ddot{\alpha} \\ C_r(t) = \frac{F(t)}{\eta i_v} \\ J_{tot} = J_{motore} + J_{vite} \end{cases} \quad (55)$$

Combinando le equazioni (11) e (46) si può esprimere la componente di forza F applicata al carrello considerando i vincoli cinematici, questo conduce alla seguente relazione:

$$F(t) = (M + m)\frac{\ddot{\alpha}}{i_v} + m_p l_p \dot{\theta}(t)^2 \sin(\theta(t)) - m_p l_p \ddot{\theta} \cos(\theta(t)) + c \frac{\dot{\alpha}}{i_v} \quad (56)$$

Sostituendo l'equazione (53) nell'equazione precedentemente data di $C_r(t)$ con l'equazione (53) si ottiene:

$$C_r(t) = \frac{(M + m)\frac{\ddot{\alpha}}{i_v} + m_p l_p \dot{\theta}(t)^2 \sin(\theta(t)) - m_p l_p \ddot{\theta} \cos(\theta(t)) + c \frac{\dot{\alpha}}{i_v}}{\eta i_v} \quad (57)$$

Questo conduce alla relazione dinamica finale che permette di ricavare l'accelerazione $\ddot{\alpha}$ del sistema:

$$\ddot{\alpha}(t) = \frac{1}{J_{eq}} (K I_a(t) - \frac{m_p l_p \dot{\theta}(t)^2 \sin(\theta(t)) - m_p l_p \ddot{\theta} \cos(\theta(t)) + c \frac{\dot{\alpha}}{i_v}}{\eta i_v}) \quad (58)$$

dove J_{eq} è dato da:

$$J_{eq} = J_{tot} + \frac{M + m}{\eta i_v^2} \quad (59)$$

6.1 Modelli Simulink

Le simulazioni numeriche sono state create sviluppando il modello Simulink del sistema complessivo. La costruzione del modello si basa sulle equazioni non lineari complete del gruppo carrello-pendolo che vengono integrate con le equazioni relative al motore e alla trasmissione determinate nei paragrafi precedenti.

Per rendere più leggibili e comprensibili gli schemi sono stati creati dei sottosistemi, al cui interno sono presenti le equazioni complessive.

Il sistema complessivo sviluppato in Simulink è riportato in Figura 107:

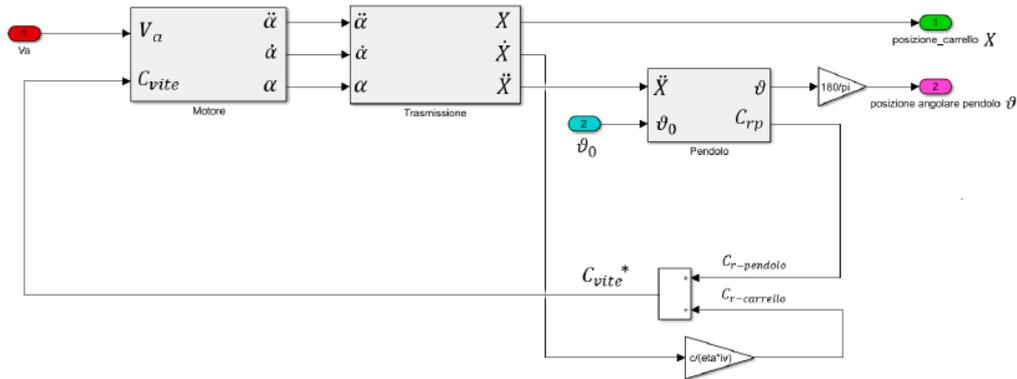


Figura 107: Sistema elettromeccanico in Simulink

Il modello è composto da tre sottosistemi principali caratterizzanti il motore, la trasmissione e il pendolo. Da questi schemi potrebbe sembrare che il carrello non sia presente, in realtà è incluso negli output del blocco relativo alla trasmissione date le relazioni cinematiche viste in (46). Gli input del sistema sono la tensione di alimentazione V_a e l'angolo iniziale del pendolo θ_0 . Attraverso la simulazione il modello determina i valori assunti nel tempo dell'angolo $\theta(t)$ e della posizione del carrello $X(t)$.

Esplodendo ogni singolo blocco si nota che questi rappresentano la conversione in linguaggio Simulink delle equazioni costituenti del particolare sottosistema fisico. Il modello del motore è mostrato in Figura 108:

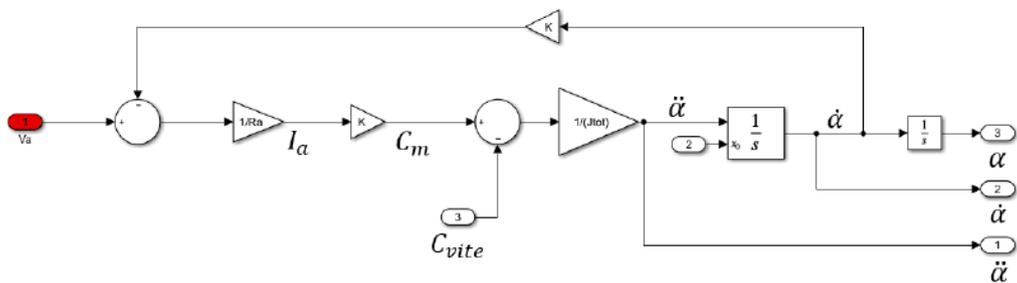


Figura 108: Modello del motore

In Figura 109 è riportato il modello della trasmissione:

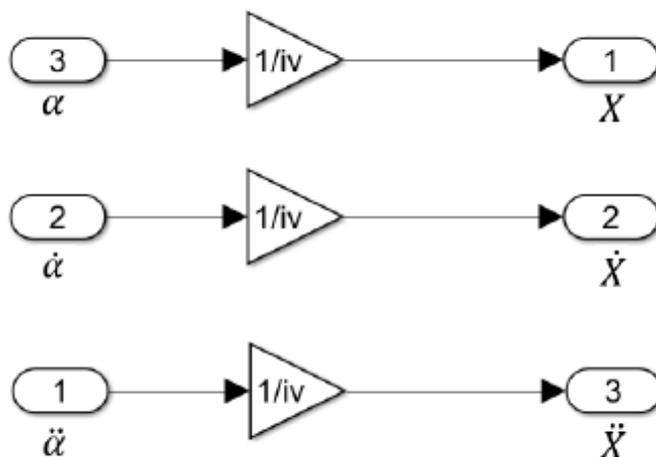


Figura 109: Modello trasmissione

Infine in Figura 110 il modello del pendolo:

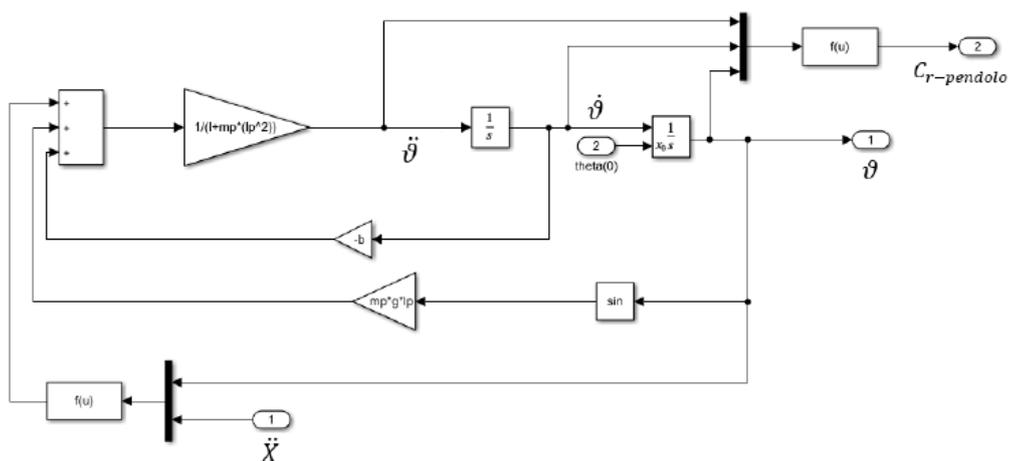


Figura 110: Modello del pendolo

6.2 Linearizzazione del modello

Il controllo del modello elettromeccanico prevede in primo luogo lo studio del modello linearizzato attraverso l'utilizzo delle funzioni di trasferimento d'interesse. Si individuano tre funzioni di trasferimento che descrivono il sistema. La prima prende il nome G_{xV_a} e collega la posizione del carrello X all'input di tensione V_a ; la seconda collega l'angolo assunto dal pendolo θ all'input di tensione V_a e prende il nome di $G_{\theta V_a}$; l'ultima è la funzione di trasferimento $G_{x\theta}$ tra la posizione del carrello X e l'angolo θ .

Queste funzioni di trasferimento vengono utilizzate, come nel caso precedente, per progettare i controlli PID, in cascata ed in parallelo. Questa sezione mostra i risultati ottenuti in caso di sistema lineare e li confronta con il caso non lineare, evidenziando che nel complesso il sistema non lineare è più complesso e richiede una variazione dei parametri PID per funzionare correttamente. A causa della complessità di questo sistema, G_{xV_a} e $G_{\theta V_a}$ sono state ricavate tramite lo strumento "App model linearizer" in Simulink. Innanzitutto, questo strumento richiede l'utilizzo del "Linearization manager", che permette di imporre l'input e l'output di interesse nel sistema non lineare complessivo. Per esempio, per valutare G_{xV_a} , viene imposto come input il ramo relativo a V_a e come output il ramo x , come mostrato in Figura 111:

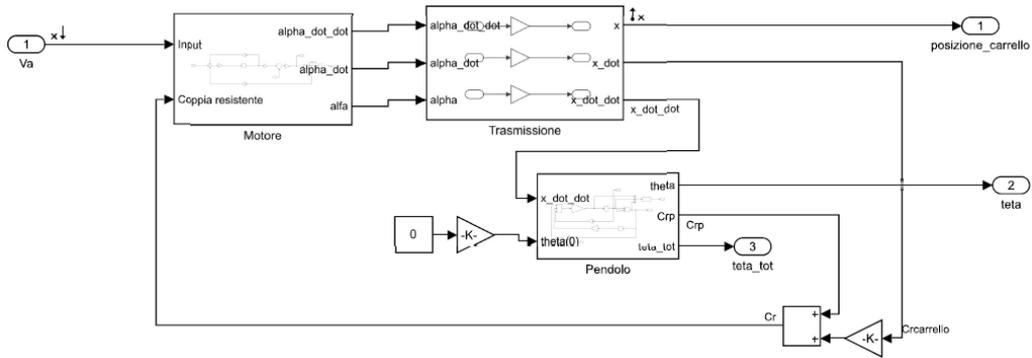


Figura 111: Linearization manager per la valutazione di G_{xV_a}

Una volta imposti input e output, lo strumento "App model linearizer" provvede al calcolo delle matrici A,B,C,D del sistema SISO linearizzato:

$$A = \begin{bmatrix} -0.1798 & 0 & 3612 & -0.4761 & 22.14 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -196.3 & 0 & -629.6 & 0 & 0 \\ -0.0004088 & 0 & 8.212 & -0.3021 & 14.05 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (60)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 370.4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (61)$$

$$C = [0 \quad 0.00159200 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (62)$$

$$D = 0 \quad (63)$$

dal quale è possibile ottenere la relativa funzione di trasferimento:

$$G_{xV_a}(s) = \frac{2129.9}{s(s^2 + 629.8s + 7.091 * 10^5)} \quad (64)$$

Seguendo gli stessi step viene poi ricavata $G_{\theta V_a}$ imponendo come output il ramo di θ . Si ottengono le seguenti matrici:

$$A = \begin{bmatrix} -0.1798 & 3612 & -0.4761 & 22.14 \\ -196.3 & -629.6 & 0 & 0 \\ -0.0004088 & 8.212 & -0.3021 & 14.05 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (65)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 370.4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (66)$$

$$C = [0 \ 0 \ 0 \ 1] \quad (67)$$

$$D = 0 \quad (68)$$

Da cui si ricava $G_{\theta V_a}$:

$$G_{\theta V_a} = \frac{3041.7(s - 8.28 * 10^{-6})}{(s + 3.895)(s - 3.594)(s^2 + 629.8s + 7.091 * 10^5)} \quad (69)$$

Infine l'ultima funzione di trasferimento può essere ottenuta come rapporto tra G_{xV_a} e $G_{\theta V_a}$:

$$G_{x\theta} = \frac{0.70023(s + 3.895)(s - 3.594)}{s(s - 8.28 * 10^{-6})} \quad (70)$$

Di seguito vengono raffigurati i diagrammi di Bode delle tre funzioni considerate:

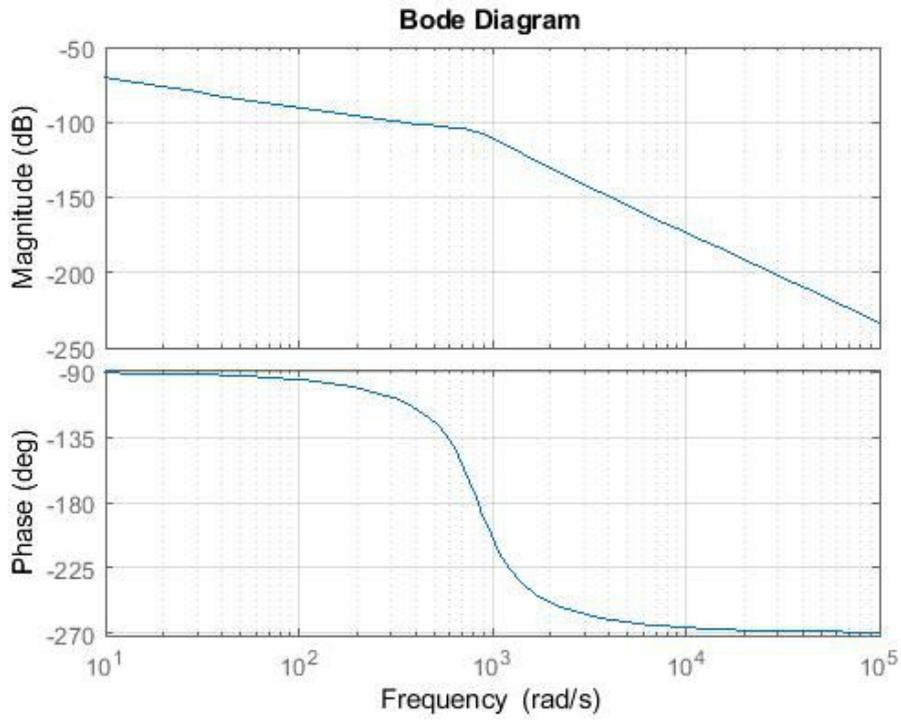


Figura 112: Diagramma di Bode di G_{xV_a}

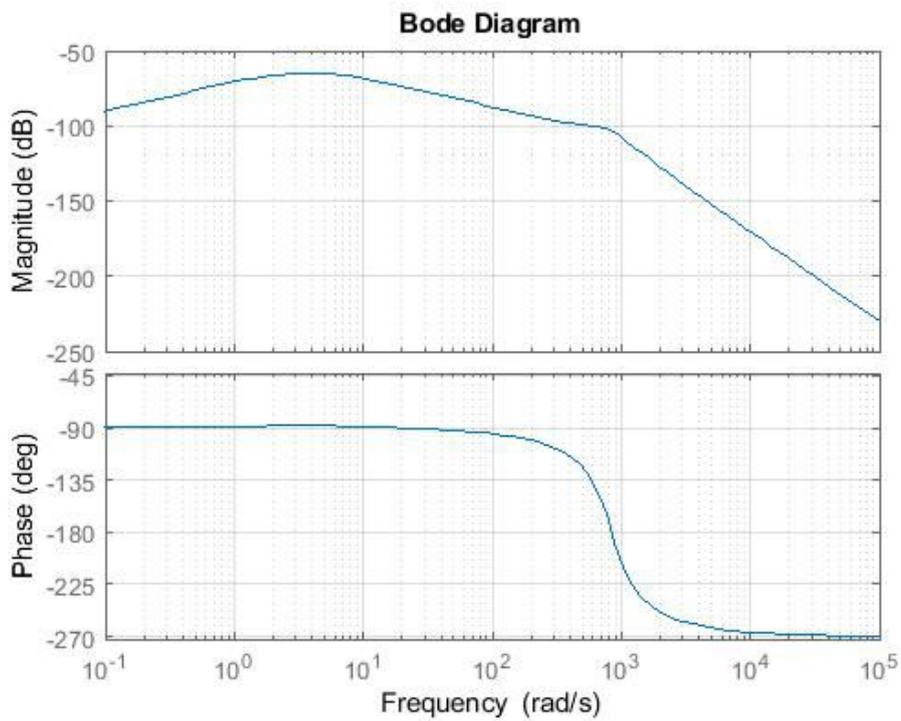


Figura 113: Diagramma di Bode di $G_{\theta V_a}$

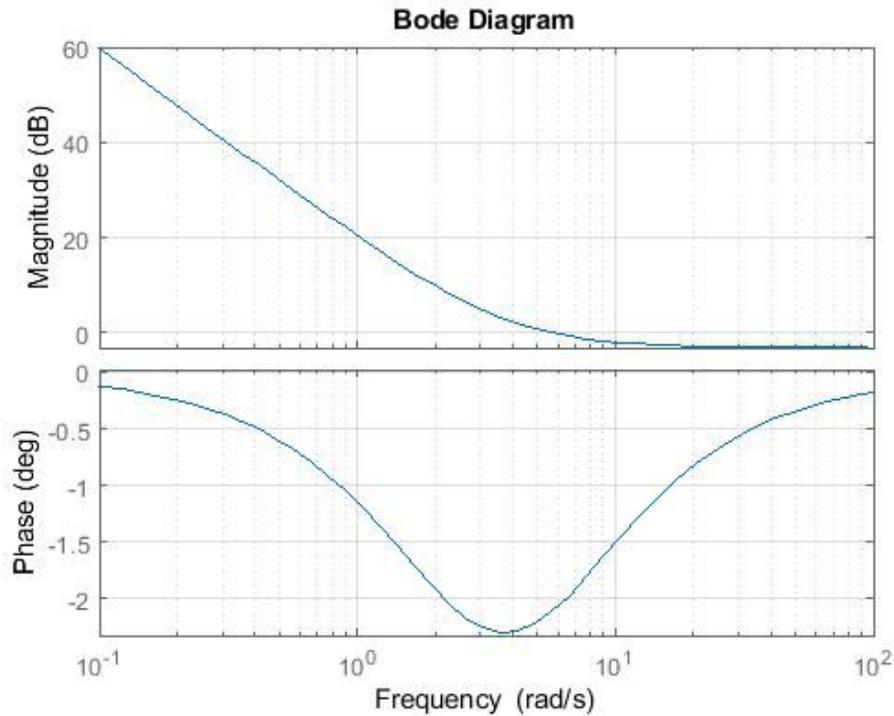


Figura 114: Diagramma di Bode di $G_{x\theta}$

6.3 Controllo tramite PID in cascata

La progettazione dei controllori PID in cascata si realizza seguendo gli stessi passaggi riportati nella sezione 5.3. Viene mostrato lo schema a cui si riferisce 115:

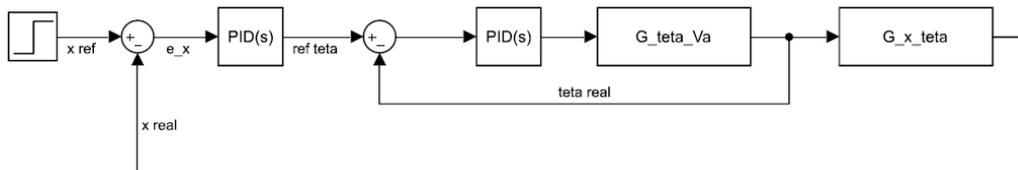


Figura 115: Schema controllo in cascata

Il primo passo consiste nel progettare il controllo PID interno, al fine di stabilizzare la funzione di trasferimento $G_{\theta V_a}$ in anello chiuso. Infatti, il suo diagramma di Nyquist, mostrato in Figura 116, dimostra la sua instabilità supponendo un controllore PID interno unitario.

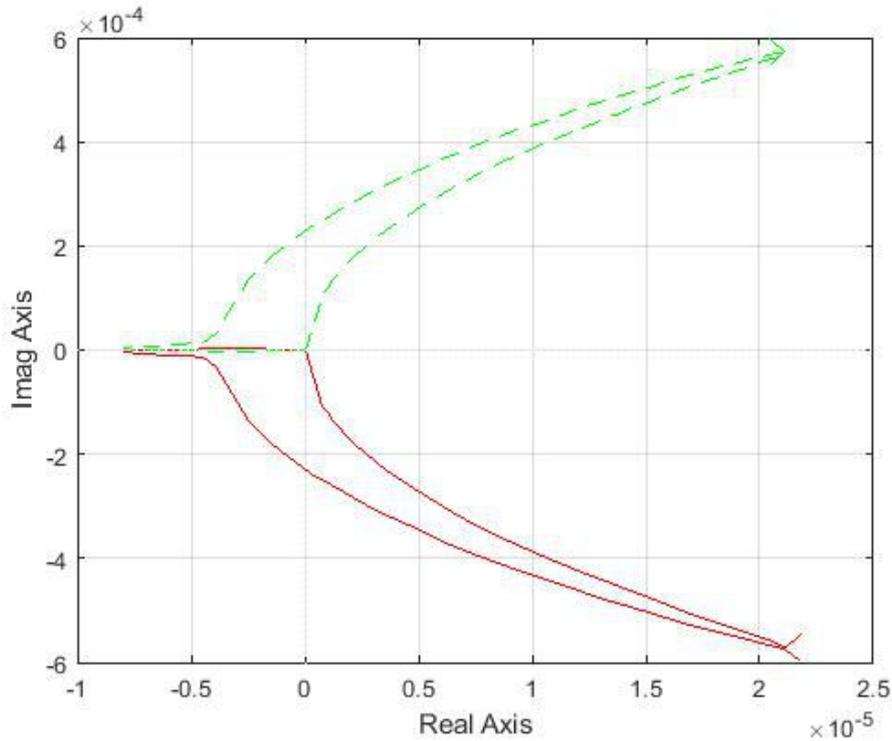


Figura 116: Nyquist diagram of $G_{\theta V_a}$

Il controllore PID interno è progettato tramite l'aiuto dello strumento di autotuning presente in Simulink. A causa della complessità del sistema e quindi delle funzioni di trasferimento interessate, questo strumento non riesce a trovare immediatamente un controllore stabilizzante. Occorre agire sul rise time, uno dei due parametri che caratterizzano lo strumento di autotuning. Scegliendo un tempo troppo piccolo (es. $10ms$), i parametri PID risultanti sono troppo alti, soprattutto il coefficiente integrativo il cui valore si aggira intorno a 10^5 . Variando il parametro di rise time è stato possibile trovare un buon compromesso in termini di tempo e parametri PID. Imponendo un tempo di salita di circa $2s$, la funzione di trasferimento PID risultante è:

$$PID_{\theta}(s) = \frac{32789(s + 16.78)(s + 4)}{s(s + 457.1)} \quad (71)$$

La nuova funzione di trasferimento interno ad anello aperto(open loop) diventa:

$$G_{ol\theta}(s) = \frac{9.9736 * 10^6 (s + 16.78)(s + 4)}{(s + 457.1)(s + 3.895)(s - 3.594)(s^2 + 629.8s + 7.091 * 10^5)} \quad (72)$$

il cui diagramma di Nyquist e Bode sono rappresentati in Figura 117 e Figura 118:

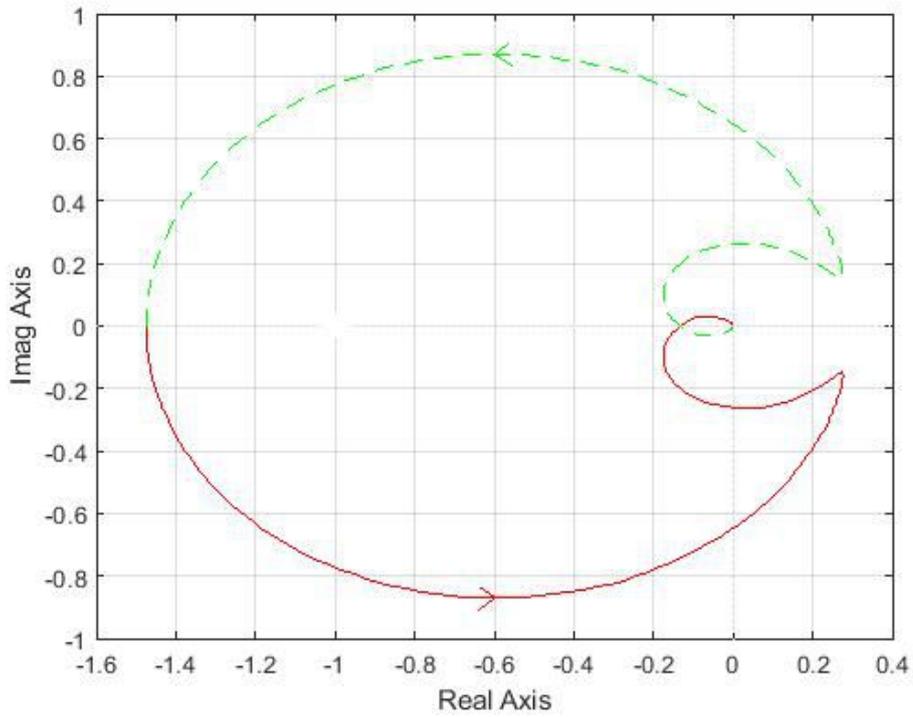


Figura 117: Diagramma di Nyquist $G_{ol\theta}$

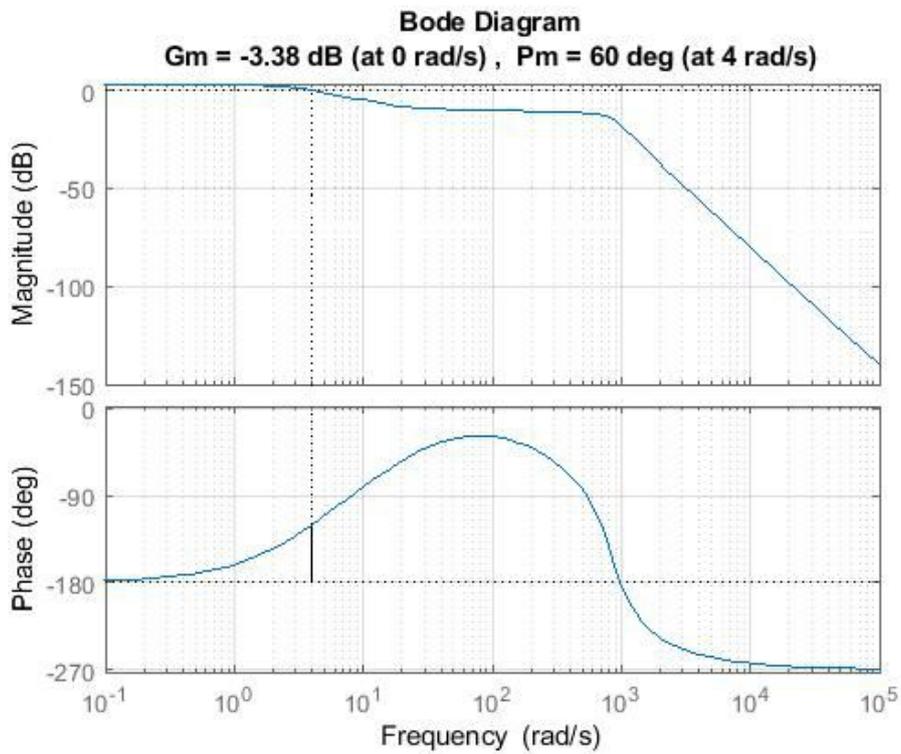


Figura 118: Diagramma di Bode $G_{ol\theta}$

L'incircolamento antiorario nel punto instabile $(-1, 0j)$ compensa il polo instabile presente nella funzione di trasferimento ad anello aperto, generando una funzione di trasferimento ad anello chiuso stabile.

L'ultimo passo consiste nel trovare il controllore PID esterno, agendo sulla posizione lineare del carrello. La funzione di anello chiuso interna diventa:

$$G_{cl\theta}(s) = \frac{G_{ol\theta}(s)}{1 + G_{ol\theta}(s)} = \frac{9.9736 * 10^7 (s + 16.78)(s + 4)}{(s + 596.8)(s + 3.767)(s + 1.366)(s^2 + 485.2s + 7.022 * 10^5)} \quad (73)$$

Il controllore PID esterno è necessario per ottenere un sistema stabile globale. Infatti, supponendo un PID unitario, la funzione di trasferimento ad anello chiuso globale è instabile, dato che presenta un polo instabile e come mostrato nel diagramma di Nyquist (Figura Figure 119) non si ha un incircolamento antiorario per annullarlo.

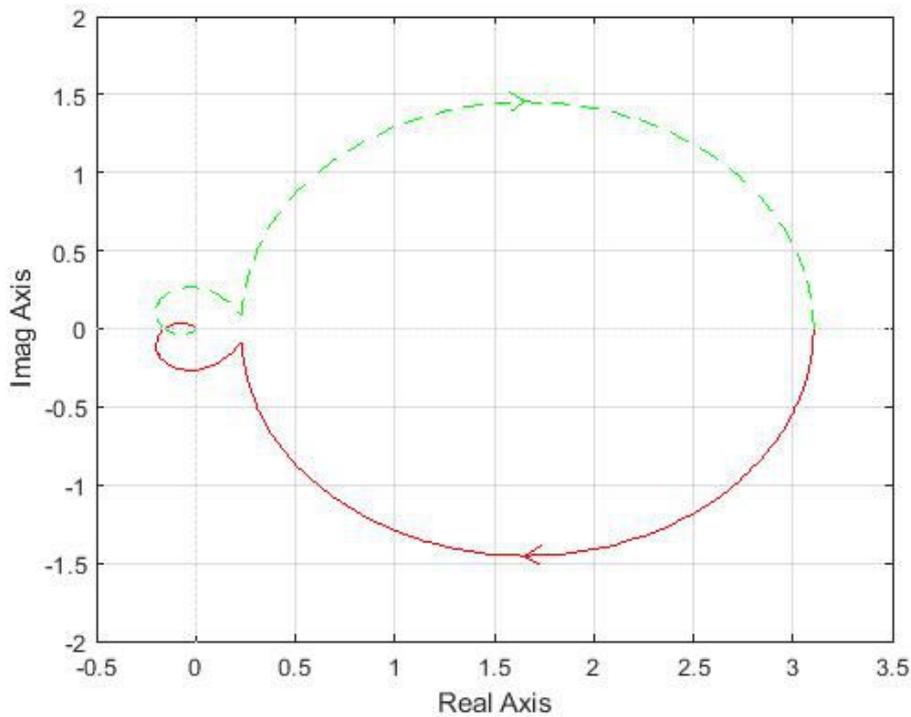


Figura 119: Diagramma di Nyquist di G_{olx}

Come nel caso precedente, il controllore PID esterno è progettato tramite lo strumento di autotuning in Simulink, agendo sul tempo di salita. Considerando un tempo di salita di circa 4s, la funzione di trasferimento PID esterna finale diventa:

$$PID_x(s) = \frac{-0.056742(s + 0.03813)(s + 0.02279)}{s(s + 4.196)} \quad (74)$$

La funzione di trasferimento ad anello aperto finale diventa:

$$G_{olx}(s) = \frac{-5.6562 * 10^6 (s + 0.03813)(s + 0.02279)(s + 4)(s + 16.78)}{s(s + 4.196)(s + 3.767)(s + 1.366)(s + 596.8)(s^2 + 485.2s + 7.022 * 10^5)} \quad (75)$$

il cui diagramma di Nyquist e i relativi margini di ampiezza e di fase sono mostrati in Figura 120 e Figura 121:

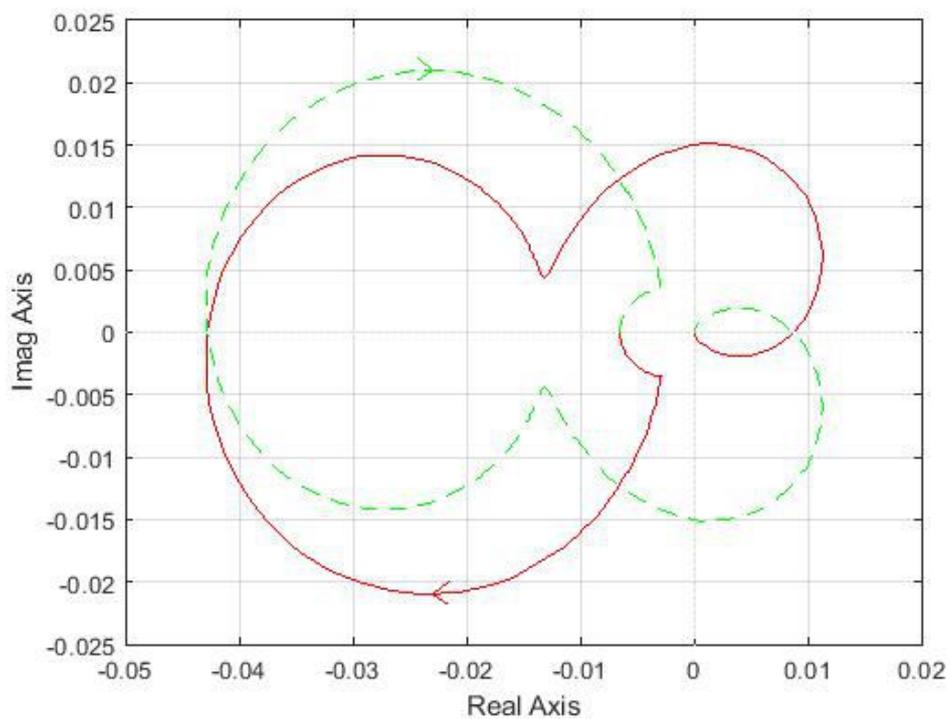


Figura 120: Diagrammi di Nyquist della definitiva G_{olx}

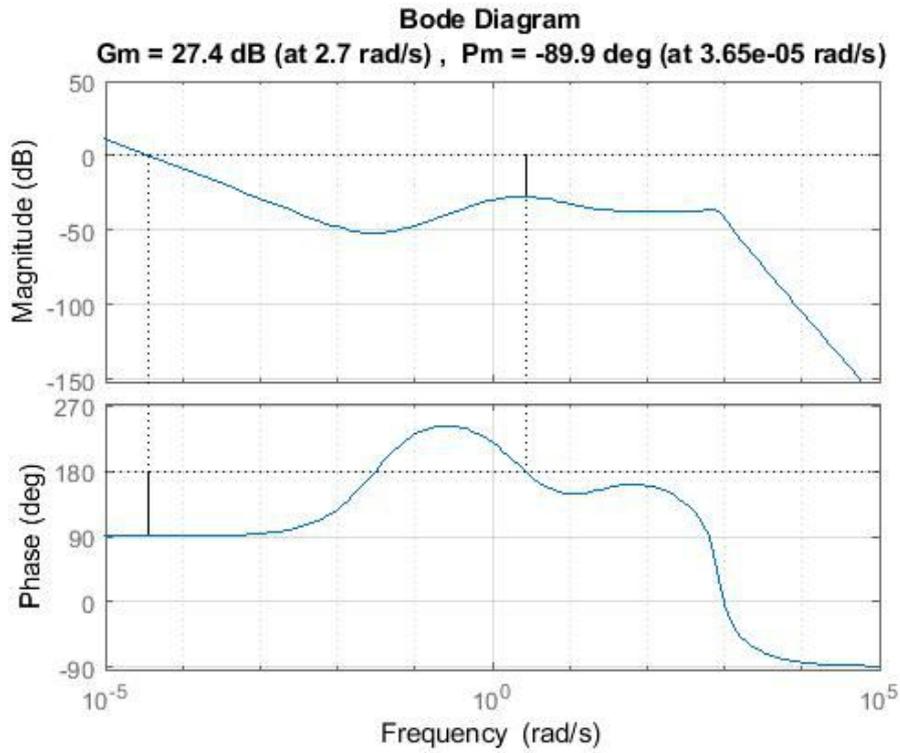


Figura 121: Margini di ampiezza e fase di G_{olx}

La funzione di trasferimento ad anello chiuso complessiva risultante è uguale a:

$$G_{clx}(s) = \frac{-5.6592 * 10^6 (s + 0.03813)(s + 0.02279)(s + 4)(s + 16.78)}{(s + 589.6)(s + 4.133)(s + 3.57)(s + 1.486)(s - 3.658 * 10^{-5})(s^2 + 492.7s + 7.015 * 10^5)} \quad (76)$$

Il cui diagramma di Bode è rappresentato in Figura 122:

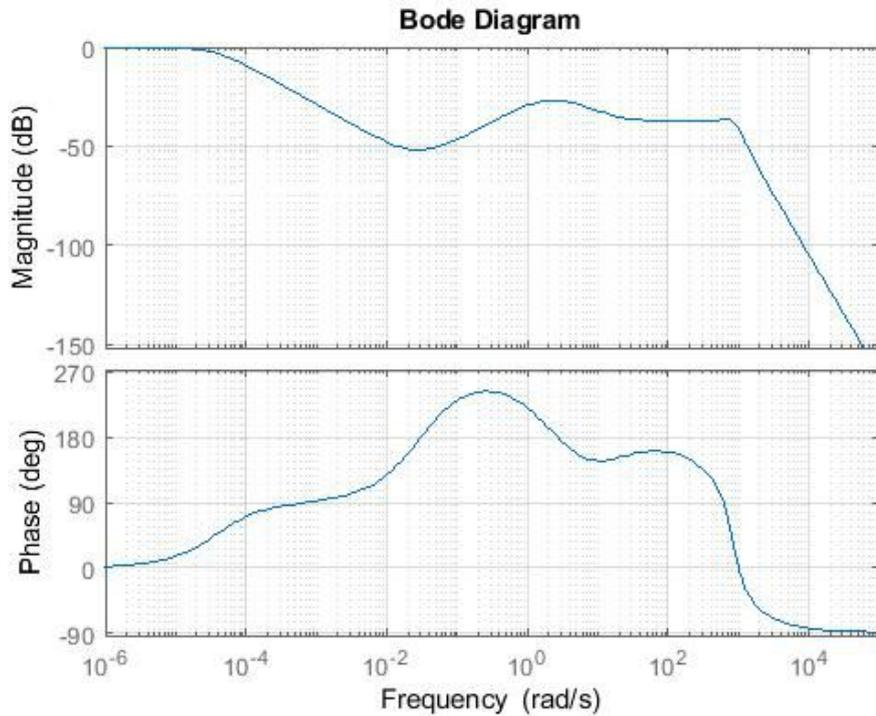


Figura 122: Diagramma di Bode definitivo di G_{clx}

A differenza del semplice sistema meccanico, i PID che stabilizzano il sistema lineare non funzionano correttamente per quello non lineare. Al fine di trovare controllori che stabilizzino l'intero sistema non lineare, viene considerato uno schema a cascata in cui le funzioni di trasferimento lineare vengono sostituite con il modello completo non lineare, lo schema a blocchi è mostrato in Figura 123:

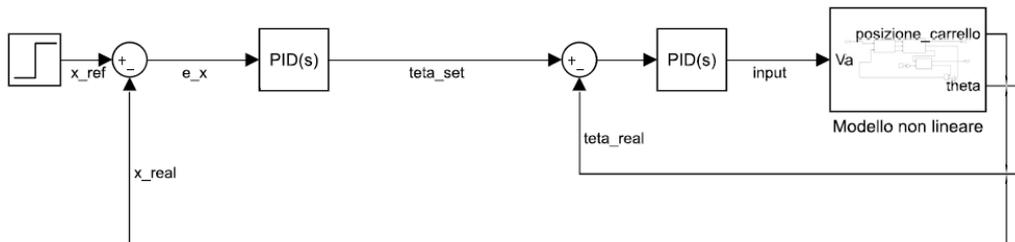


Figura 123: Schema del controllo in cascata con il sistema non lineare

Come nel caso precedente, lo strumento di autotuning aiuta a trovare sia il controller PID interno che quello esterno. Per quanto riguarda quello interno, si ottengono prestazioni adeguate con il seguente controllore:

$$PID_{\theta nl}(s) = \frac{4291.7(s + 359)(s + 28.57)}{s(s + 268.1)} \quad (77)$$

Una volta individuato il controller PID interno, la stessa procedura porta alla progettazione

del PID esterno, la cui funzione di trasferimento è:

$$PID_{xnl}(s) = \frac{-0.28031(s + 0.06933)(s + 0.05415)}{s(s + 3.966)} \quad (78)$$

Come eseguito in precedenza, è utile riportare la risposta al gradino della posizione lineare del carrello, con un'ampiezza di 200mm , e l'angolo del pendolo.

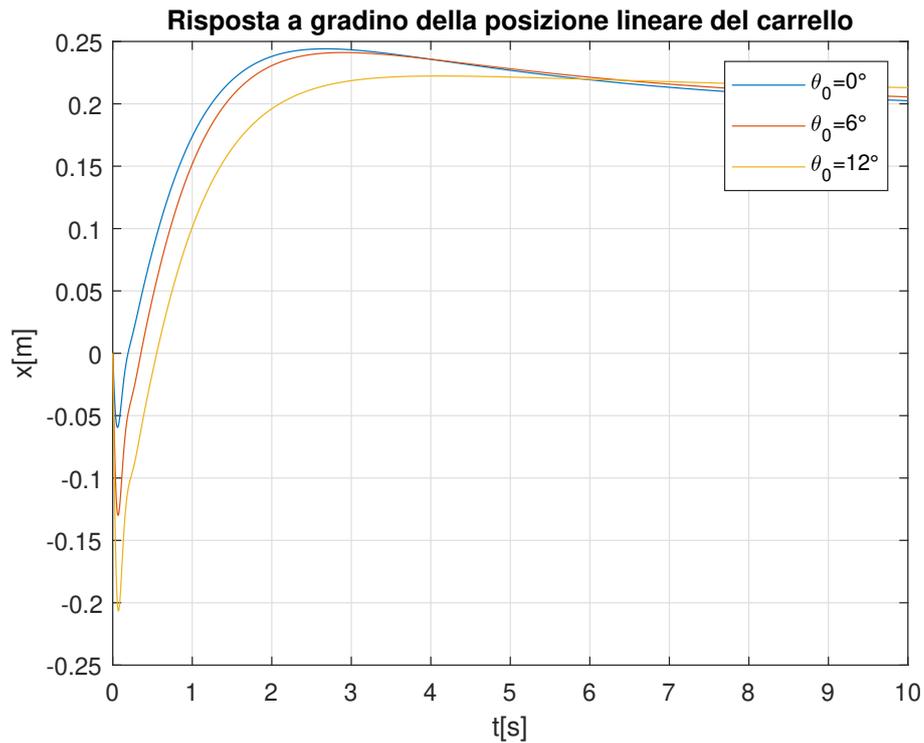


Figura 124: Risposta al gradino della posizione del carrello nell'architettura in cascata del sistema elettromeccanico

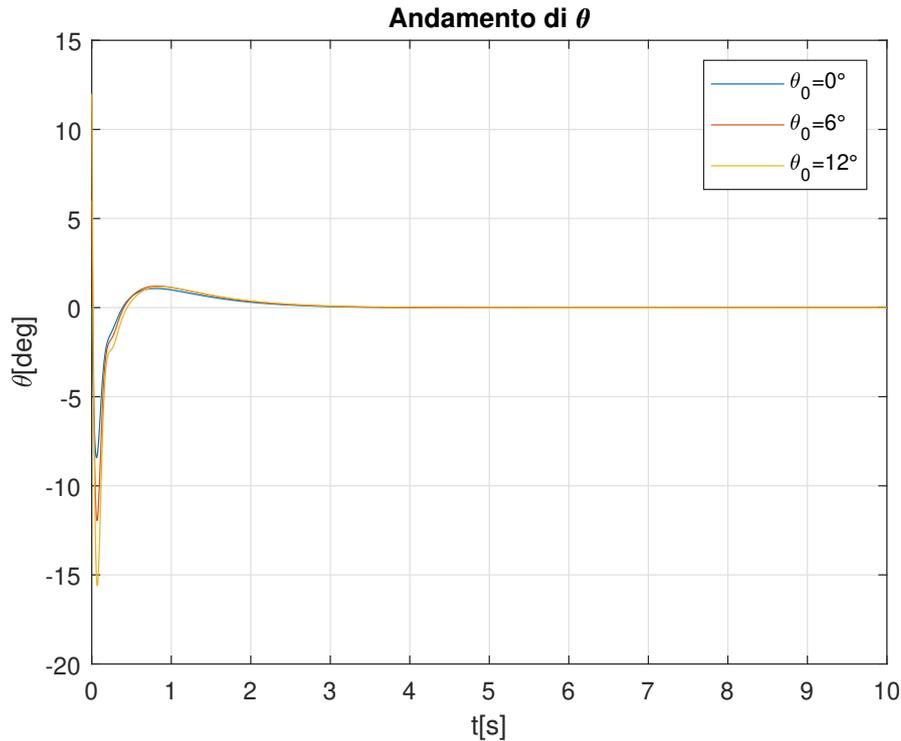


Figura 125: Andamento dell'angolo del pendolo nell'architettura in cascata del sistema elettromeccanico

Le simulazioni vengono eseguite considerando le stesse tre condizioni iniziali di prima. La Figura 124 mostra la risposta al gradino della posizione lineare del carrello. Si può notare che, considerando una condizione iniziale nulla, la risposta presenta un overshoot maggiore, circa 24,3%, ma è più veloce; infatti il tempo di salita è di circa 1,35s e il setpoint si può considerare raggiunto in circa 8s. Inoltre, l'undershoot iniziale è molto piccolo ma aumenta considerando angoli iniziali maggiori. Tali condizioni riducono l'overshoot della risposta al gradino, ma la rallentano dato che i tempi di salita e di assestamento aumentano. La Figura 125 mostra, invece, l'andamento dell'angolo del pendolo. Si può vedere che il pendolo raggiunge la sua posizione verticale in circa 2s, qualunque sia la condizione iniziale considerata.

6.4 Controllo tramite PID in parallelo

Il secondo tipo di tecnica di controllo considerata è lo schema PID parallelo, come mostrato in Figura 126:

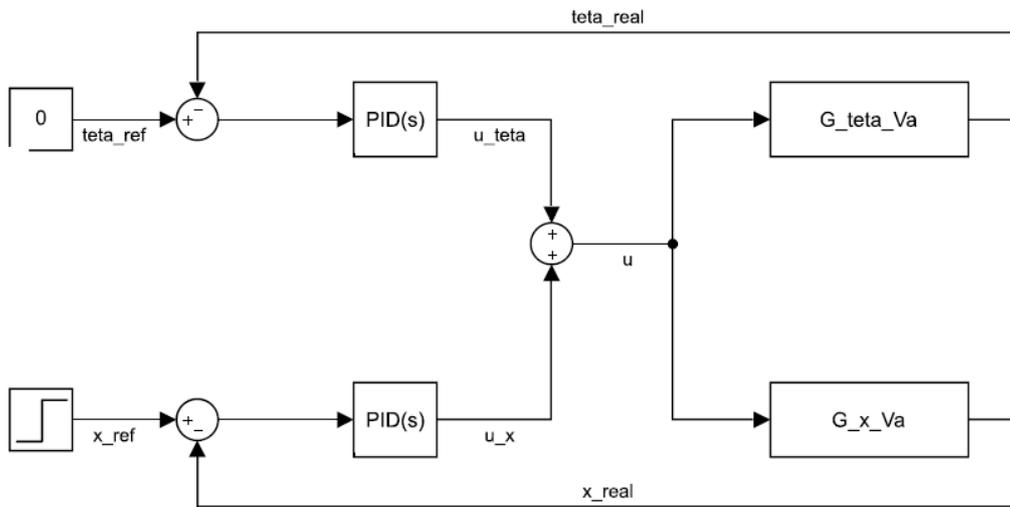


Figura 126: Schema PID parallelo con sistema lineare

La logica su cui si basa questa tecnica, è riportata in dettaglio nella sezione 5.4. Le funzioni di trasferimento considerate sono la $G_{\theta Va}$, che fornisce l'angolo del pendolo in uscita, e $G_{x Va}$, che fornisce la posizione del carrello. L'input completo che alimenta entrambe le funzioni di trasferimento è la somma di due contributi, u_{θ} proveniente dal PID che agisce sull'angolo e u_x dal PID che agisce sulla posizione del carrello.

Il primo passo è stabilizzare $G_{\theta Va}$ e, per semplicità, viene preso in considerazione lo stesso PID_{θ} del caso a cascata.

Prima di iniziare con l'analisi del PID sul ramo x, è utile mostrare che, imponendo un controllo unitario su x, la funzione ad anello aperto risultante non è stabile, mediante il grafico di Nyquist (Figura 127):

$$G_{olx}(s) = \frac{G_{xVa}(s)}{1 + C_{\theta}(s)G_{\theta F}(s)} = \frac{2129.9(s + 457.1)(s + 3.895)(s - 3.594)}{s(s + 596.8)(s + 3.767)(s + 1.366)(s^2 + 485.2s + 7.022 * 10^5)} \quad (79)$$

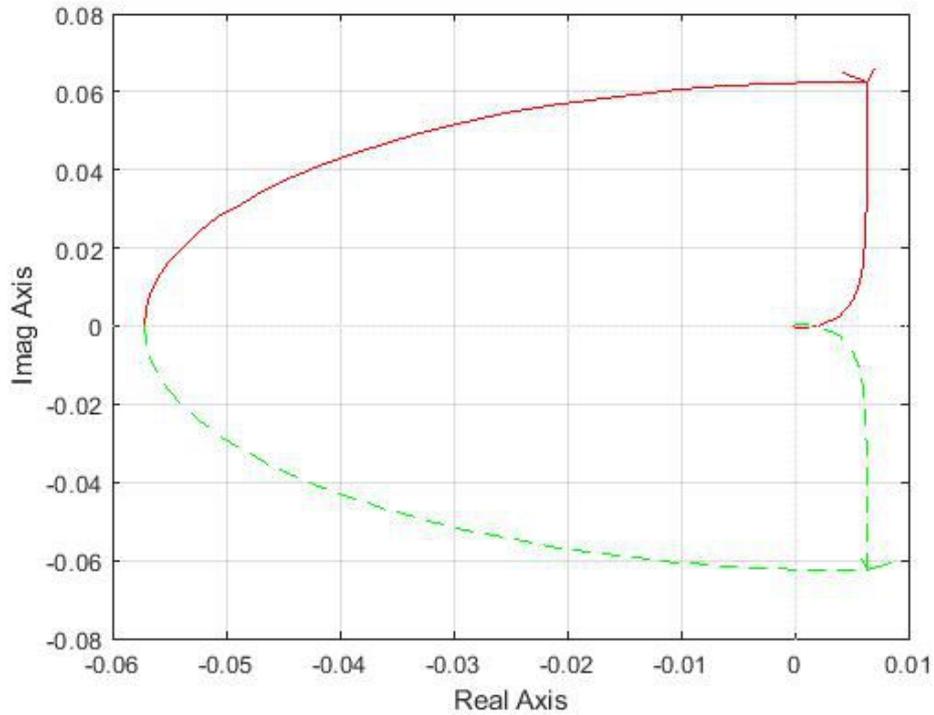


Figura 127: Diagramma di Nyquist di G_{olx}

L'autotuning permette la valutazione del PID agendo sulla posizione lineare del carrello. La funzione di trasferimento risultante di questo PID è la seguente:

$$PID_x(s) = \frac{-1191.6(s + 1.076)(s + 0.1271)}{s(s + 7.272)} \quad (80)$$

La funzione di trasferimento ad anello aperto è la seguente:

$$G_{olx}(s) = \frac{-2.538 * 10^6 (s + 457.1)(s + 3.895)(s - 3.594)(s + 1.076)(s + 0.1271)}{s^2 (s + 596.8)(s + 7.272)(s + 3.767)(s + 1.366)(s^2 + 485.2s + 7.022 * 10^5)} \quad (81)$$

il cui diagramma di Nyquist e i margini di stabilità sono riportati in Figura 128 and Figure 129:

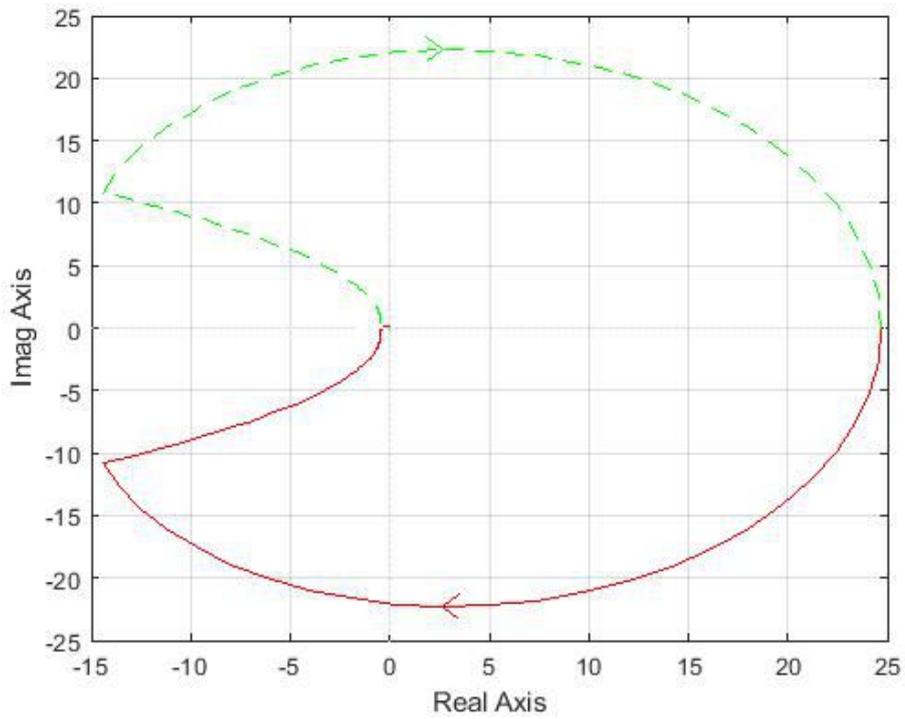


Figura 128: Diagramma di Nyquist di G_{olx}

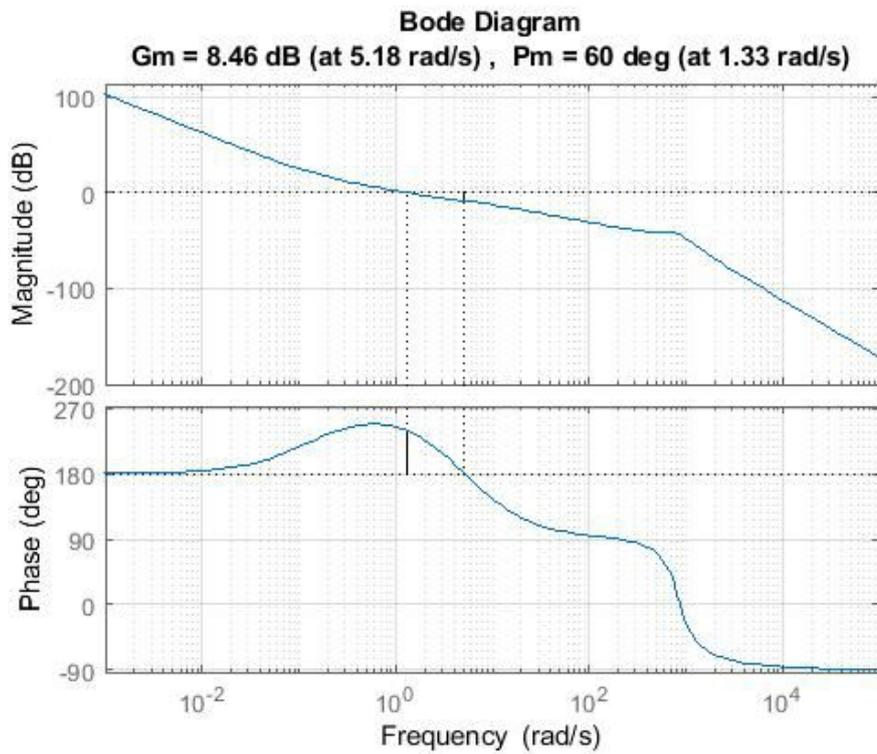


Figura 129: Margini di fase e di ampiezza di G_{olx}

La funzione ad anello chiuso finale della configurazione in parallelo è data da:

$$G_{clx}(s) = \frac{-2.538 * 10^6 (s + 457.1)(s + 3.895)(s - 3.594)(s + 1.076)(s + 0.1271)}{(s + 596.1)(s + 4.067)(s + 0.8017)(s + 0.1456)(s^2 + 4.618s + 11.16)(s^2 + 488.8s + 7.034 * 10^5)} \quad (82)$$

i cui diagrammi di Bode sono mostrati in figura 130:

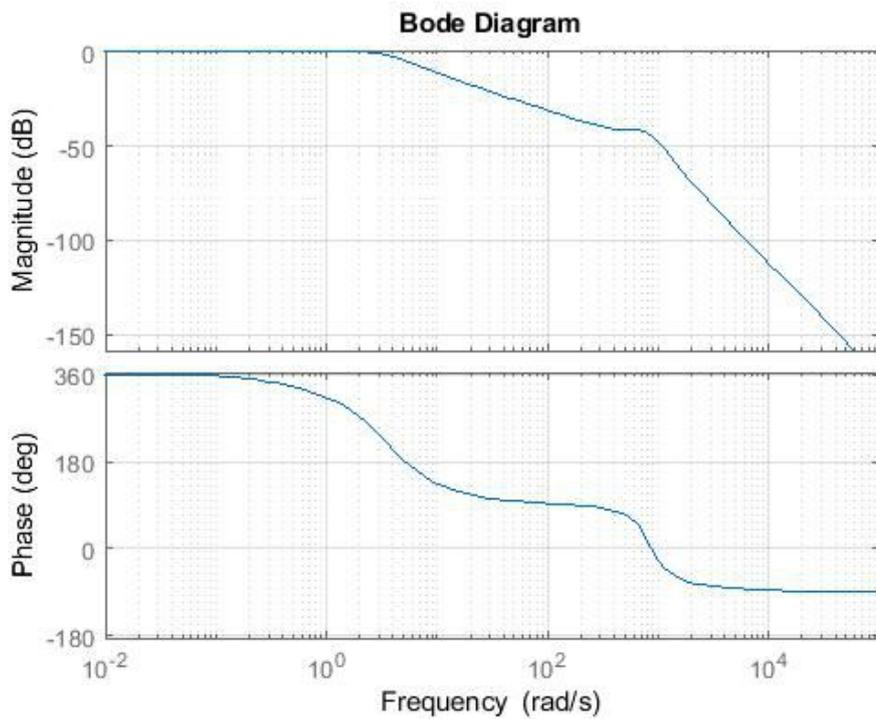


Figura 130: Diagrammi di Bode G_{clx}

Come nel caso in cascata, il sistema non lineare non è stabilizzato tramite i controllori PID che agiscono sulle funzioni di trasferimento lineari, a causa della complessità del sistema. Pertanto, è necessario progettare nuovamente sia il PID che agisce sull'angolo, sia quello che agisce sulla posizione lineare del carrello.

Viene mostrato lo schema parallelo non lineare completo in Figura 131:

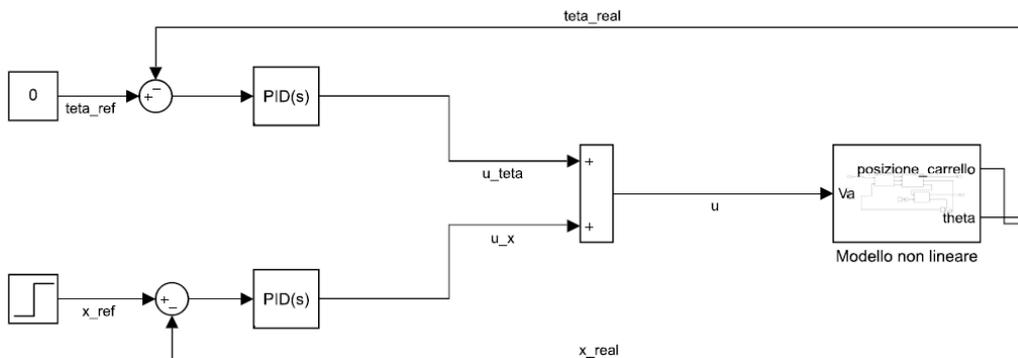


Figura 131: Schema parallelo non lineare

Il PID che agisce sull'angolo è progettato imponendo un tempo di salita di circa 0,3s. La funzione di trasferimento risultante, fornita dallo strumento di autotuning è la seguente:

$$PID_{\theta}(s) = \frac{1.2194 * 10^5 (s + 530.8)(s + 24.96)}{s(s + 7721)} \quad (83)$$

Una volta definito tale PID, il passo finale è trovare un PID che agisca sulla posizione lineare del carrello che possa stabilizzare il sistema non lineare complessivo. Lo strumento di autotuning non riesce a trovare immediatamente un controller funzionante; come negli altri casi è necessario imporre un tempo di salita adeguato. Scegliendo come tempo di salita 1s, il PID finale è dato da:

$$PID_x(s) = \frac{-2.09(s + 9.039 * 10^4)(s + 0.2438)}{s(s + 7.253)} \quad (84)$$

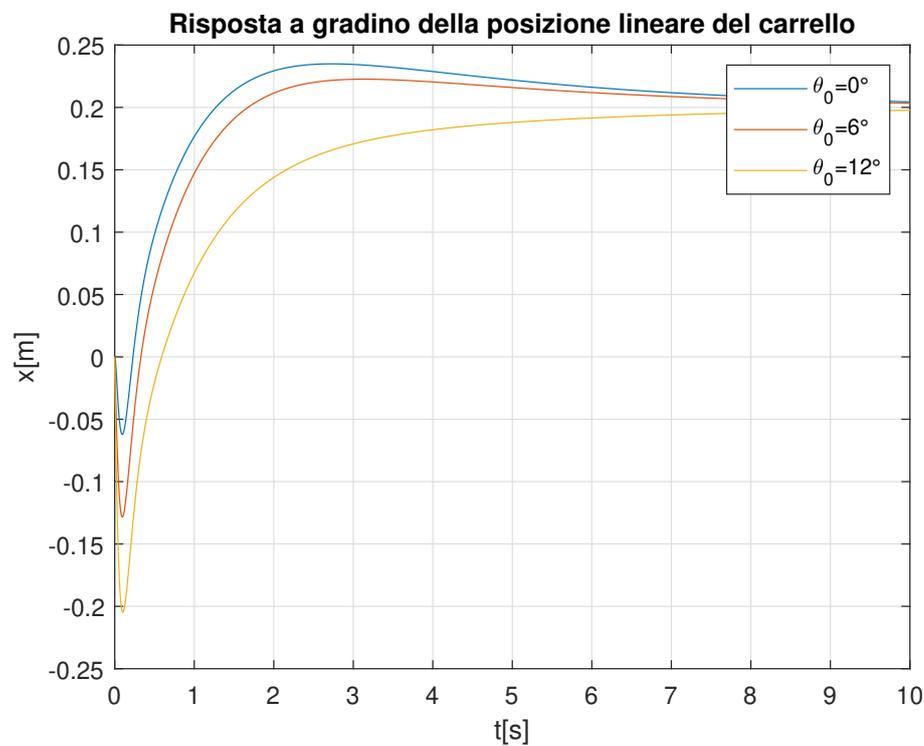


Figura 132: Risposta al gradino della posizione del carrello nell'architettura in parallelo del sistema elettromeccanico

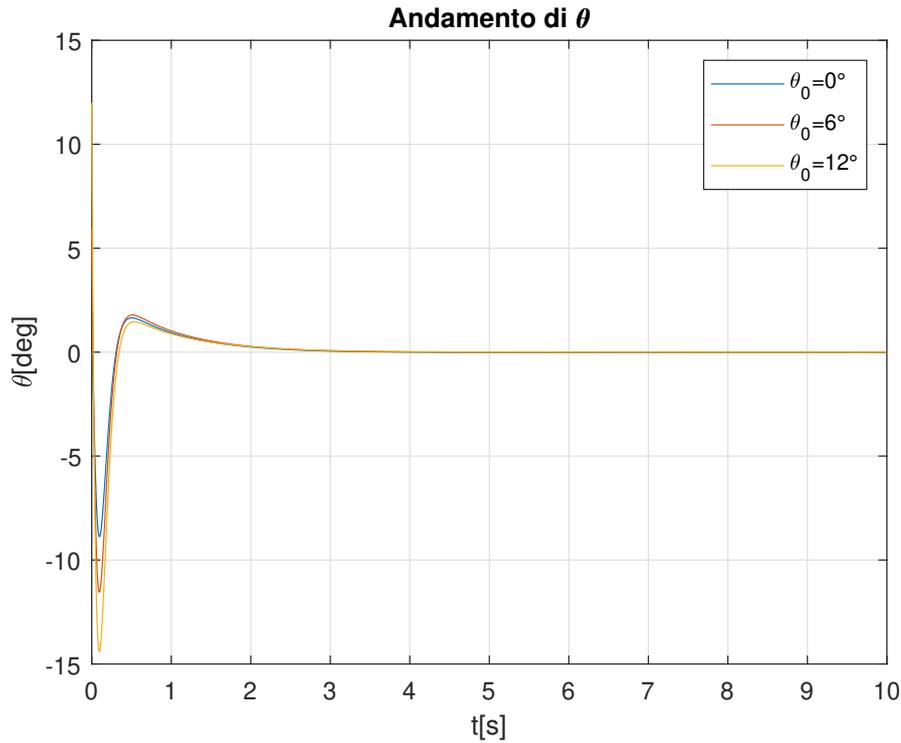


Figura 133: Andamento dell'angolo del pendolo nell'architettura in parallelo del sistema elettromeccanico

La figura 132 mostra un comportamento simile della risposta al gradino del carrello come quello fornito dall'architettura a cascata. Una condizione iniziale nulla sull'angolo del pendolo fa sì che la risposta presenti un overshoot maggiore, circa 23,8%, ma è più veloce in termini di tempo di salita e tempo di assestamento. Il tempo di salita è di circa 1.2s mentre il tempo di assestamento è di circa 7.5s, entrambi aumentano al variare della condizione iniziale. L'ultima simulazione, con $\theta_0 = 12^\circ$, non presenta più un overshoot, causando un tipo di risposta più lenta.

La figura 133, invece, mostra che l'angolo si annulla in circa 2s, qualunque sia la condizione iniziale considerata. L'unica differenza risiede nell'undershoot iniziale che è sempre più grande.

7 Fase sperimentale

La fase sperimentale si collega alla strategia di controllo definita nei capitoli precedenti, in particolare al progetto di controllori PID disposti in cascata. Differentemente da quanto definito nel capitolo 6, non è stato possibile effettuare un controllo in tensione attraverso l'utilizzo degli oggetti tecnologici in TIA Portal. Il controllo applicato è stato sviluppato considerando come input l'accelerazione imposta al carrello. Un primo tentativo di controllo è stato implementato sul dispositivo PLC Siemens s7-1200, per poi sviluppare il controllo finale su un PLC Siemens s7-1500, dispositivo più performante.

7.1 Strategia di controllo s7-1200

Una volta definito l'asse di posizione, secondo le istruzioni riportate nel capitolo 4, i due controllori PID vengono inseriti in un blocco "Cycle interrupt", che interrompe periodicamente il blocco Main per eseguire i comandi al suo interno. Date le limitate prestazioni di questo dispositivo, il più piccolo tempo di ciclo che si è riuscito ad imporre, senza causare l'overflow, è di $8ms$. La struttura ladder completa del "Cycle interrupt" è riportata in appendice C. Nel Segmento 1 si ha la lettura dell'angolo che il pendolo presenta rispetto all'asse verticale, fornito dal sensore angolare descritto nel capitolo 2.1.6. Nei Segmenti 2 e 3 si ha la generazione del setpoint angolare in input al PID_{θ} interno. L'uscita di tale PID è un input di accelerazione, ma i blocchi tecnologici utilizzabili in questo PLC non consentono di agire direttamente su tale grandezza fisica.

Si è quindi pensato di agire in maniera indiretta sull'accelerazione tramite l'oggetto tecnologico *MC_Change_Dynamic*. La velocità massima dell'asse viene divisa per l'uscita del PID_{θ} , ottenendo il "rumpup&downtime". Il "rump-up time" rappresenta il tempo necessario all'asse per portarsi alla velocità massima imposta. Il "rump-down time" rappresenta il tempo necessario all'asse per arrestarsi da una velocità pari a quella massima. Ad un decremento del "rump-up time" corrisponde un incremento di accelerazione, in quanto il sistema riduce il tempo necessario per portarsi da una velocità nulla a quella massima. In definitiva, agendo sul "rump-up time" si modifica indirettamente l'accelerazione imposta al sistema; il "rump-down time" agisce indirettamente sulla decelerazione.

L'oggetto tecnologico *MC_Change_Dynamic* non aggiorna l'accelerazione in real-time; necessita infatti di un segnale di esecuzione per ogni aggiornamento. Questo viene effettuato nei Segmenti 7 e 9; una volta che il *MC_Change_Dynamic* ha effettuato il cambiamento di dinamica, il segnale di "Done" passa allo stato logico 1 andando ad attivare il blocco "P_trig", resettando l' "Execute" dei blocchi *MC_Change_Dynamic*. Al ciclo successivo, l' "Execute" è settato permettendo un nuovo aggiornamento della dinamica.

L'ultimo segmento è costituito dall'oggetto tecnologico *MC_MoveJog*, che movimentava l'asse secondo gli input forniti con la dinamica imposta dai blocchi precedenti.

Le limitate performance di questo PLC non hanno portato ai risultati sperati, non permettendo una stabilizzazione del pendolo. Gli oggetti tecnologici utilizzabili risultano infatti essere limitati ed inoltre l'unico telegramma utilizzabile è il "Telegramma 3", che non consente la comunicazione IRT (Isochronous Real-Time) tra Drive e PLC.

7.2 Strategia di controllo s7-1500

Dati i limiti descritti precedentemente del PLC s7-1200, l'algoritmo di controllo è stato implementato su un PLC di gamma superiore, in particolare un PLC Siemens s7-1512C-1

PN. In primo luogo, è ora possibile considerare il "Telegramma 105", che consente una comunicazione sincrona (IRT) tra Drive e PLC. I blocchi tecnologici, inoltre, consentono la manipolazione di più parametri di input al blocco, quali l'accelerazione, la decelerazione e il jerk. Rispetto al caso precedente, ora si ha anche il vantaggio di poter agire direttamente su questi parametri ed effettuare quindi un vero e proprio controllo in accelerazione.

Un ulteriore vantaggio è legato alla possibilità di ridurre il tempo di ciclo del "Cycle-interrupt" da $8ms$ a $4ms$, senza causare overflow.

La sua struttura ladder completa è riportata in appendice C, così come il "Main". Quest'ultimo contiene il blocco *MC_Power*, necessario all'attivazione dell'asse tecnologico; un blocco *MC_Reset*, per poter riattivare l'asse in caso di errori ed un blocco *MC_MoveAbsolute*, per riportare il carrello alla posizione lineare di $200mm$, in caso di errori vari, come il raggiungimento dei finecorsa software. Inoltre, contiene dei blocchi "Move" che permettono di scrivere i parametri di entrambi i controllori attraverso un blocco dati.

Il cuore del controllo è all'interno del "Cycle-interrupt".

Il Segmento 1 contiene il PID_x che ha come setpoint un valore impostato da una variabile definita in un blocco dati. La retroazione è fornita dalla posizione reale del carrello, trasmessa attraverso l'encoder assoluto presente nel motore. L'output del PID, fornito in un range di $\pm 100\%$, viene generato in base ai seguenti parametri mostrati in figura 134:

Parametri PID

Attiva immissione manuale

Guadagno proporzionale: 0.46

Tempo di integrazione: 1.0 s

Tempo derivativo: 1.2 s

Coefficiente ritardo derivativo: 0.155

Ponderazione del componente P: 1.0

Ponderazione del componente D: 1.0

Tempo di campionamento dell'algoritmo PID: 0.004 s

Regola per l'ottimizzazione

Struttura del regolatore: PID

Figura 134: Parametri PID_x

Il Segmento 2 permette di scalare l'uscita percentuale del PID generando un setpoint di angolo compreso tra $\pm 3^\circ$. Tale intervallo si è dimostrato fornire un setpoint angolare adeguato alla stabilizzazione del sistema. Nel Segmento 3 si ha l'elaborazione e conversione del segnale analogico di tensione proveniente dal sensore. Nel Segmento 4 è inserito il PID_θ il cui setpoint coincide con l'uscita scalata del PID_x e la retroazione è data dal valore reale dell'angolo fornito dal Segmento 3. L'output del PID, fornito in un range di $\pm 100\%$, viene generato in base ai seguenti parametri mostrati in figura 135:

Parametri PID

Attiva immissione manuale

Guadagno proporzionale:

Tempo di integrazione: s

Tempo derivativo: s

Coefficiente ritardo derivativo:

Ponderazione del componente P:

Ponderazione del componente D:

Tempo di campionamento dell'algoritmo PID: s

Regola per l'ottimizzazione

Struttura del regolatore:

Figura 135: Parametri PID_{θ}

L'uscita, in percentuale, viene scalata e normata nel Segmento 5 convertendola in un input di accelerazione in un range compreso tra $0 \frac{mm}{s^2}$ e $10000 \frac{mm}{s^2}$.

Il Segmento 6 contiene un blocco tecnologico $MC_MoveJog$, che consente il moto del carrello. La movimentazione in direzione positiva dell'asse x avviene solo quando l'uscita del PID_{θ} è positiva; al contrario, il moto in direzione negativa avviene quando l'uscita del PID_{θ} è negativa. L'input "Velocity" rappresenta la massima velocità consentita dal blocco, ed è stata fissata a $1000 \frac{mm}{s}$ tramite variabile inserita in un blocco dati. La movimentazione avviene con una accelerazione fissata dai valori scalati del PID_{θ} e con un jerk imposto tramite blocco dati. Gli ultimi segmenti del codice sono utilizzati per effettuare un monitoraggio delle grandezze d'interesse, come tracking error, accelerazione richiesta, input di angolo. Esse sono state di fondamentale importanza per la taratura manuale dei PID.

7.2.1 Taratura dei PID e problematiche riscontrate

Il processo di progettazione dei PID prevede di considerare dapprima solamente il PID_{θ} . Esso è tarato considerando un setpoint angolare costante e nullo. Data la rapidità del sistema da controllare, la struttura del controllore implementata è quella di un PD, proporzionale-derivativo. Il K_p e il T_d sono stati tarati manualmente fino al raggiungimento di un controllore capace di garantire un rapido annullamento dell'errore d'inseguimento dell'angolo. Imponendo degli impulsi all'asta del pendolo, risultava che, alla fine della taratura, il sistema annullasse molto rapidamente tali variazioni.

La difficoltà iniziale nella taratura è stata riscontrata nella lentezza della risposta del motore, che non riusciva ad inseguire gli input di accelerazione richiesti, nonostante valori elevati dei parametri PD. La causa principale è legata al valore settato di default del jerk. Questo provocava delle variazioni molto lente di accelerazione. Il problema è stato risolto settando manualmente il jerk al suo valore massimo possibile, che garantisce una variazione pressoché istantanea dell'accelerazione. La seconda problematica è stata riscontrata nel valore di default del "Coefficiente ritardo derivativo", pari ad 1. Esso influenza enormemente la componente derivativa del PID, identificando la banda passante del filtro passa alto. Valori troppo alti di questo parametro rallentano eccessivamente l'azione dell'effetto derivativo.

Data la rapidità del sistema da controllare, un effetto ottimale della componente derivativa si ottiene considerando un "Coefficiente ritardo derivativo" pari a 0.004 s corrispondenti ad una frequenza di 250 Hz .

Una volta progettato il controllore PID_θ , lo step successivo prevede la taratura del PID_x . Esso ha lo scopo di permettere il raggiungimento di un setpoint di posizione del carrello, mantenendo il pendolo in posizione verticale.

I tempi di campionamento di entrambi i controllori sono stati scelti pari a 4 ms , in modo che lavorassero in sincronia con il "Cycle-interrupt". E' stata necessaria una taratura manuale di entrambi i PID perché il modello teorico simulato non corrisponde perfettamente a quello reale. Questo scostamento è legato alla mancanza di molte informazioni circa il Drive e Motore.

7.2.2 Influenza dei parametri PID

Come precisato, la taratura dei parametri PID è avvenuta per "trial and error". In questa sezione vengono confrontati gli effetti delle variazioni di alcuni parametri PID, nell'intorno dei valori definitivi scelti per le prove sperimentali. In particolare vengono analizzati gli effetti del termine K_p , relativo al PID_x , e i termini K_p e T_d relativi al PID_θ .

Lo scopo della taratura è trovare i parametri PID che minimizzino le oscillazioni angolari e quelle del carrello intorno al setpoint. Per analizzare le prime, si valuta un parametro adimensionale dato dal rapporto tra il range di oscillazione a regime e il range massimo di angolo. Le oscillazioni del carrello sono trattate similmente definendo un ulteriore parametro adimensionale che rapporta il range di oscillazione a regime e la corsa massima del carrello.

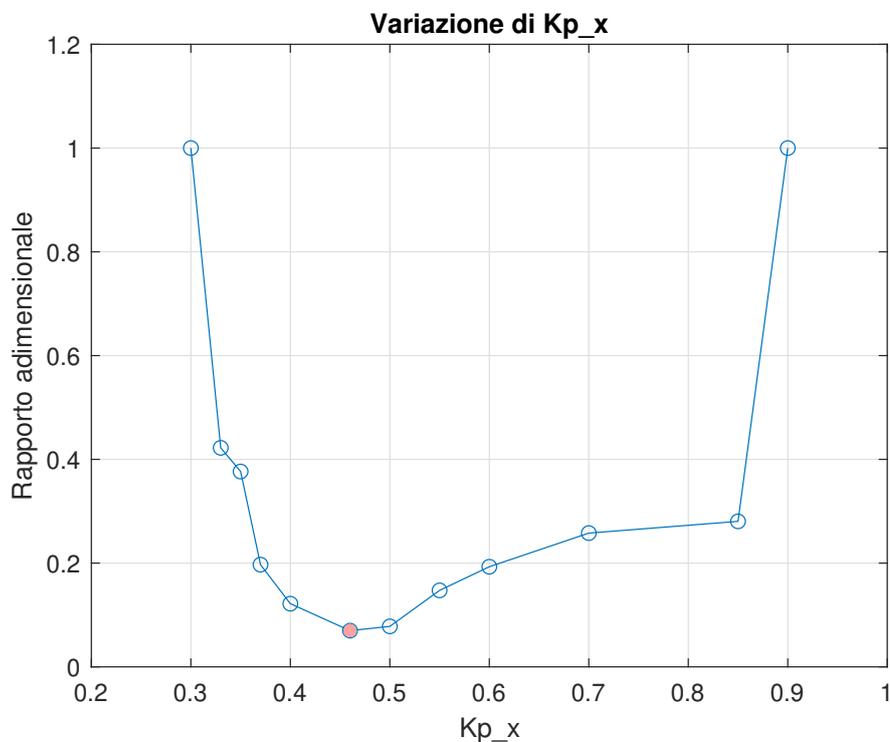


Figura 136: Effetto di K_{p_x} sulle oscillazioni a regime del carrello

In Figura 136 è mostrato l'effetto della variazione del coefficiente proporzionale K_{px} sulle oscillazioni a regime del carrello. Il punto evidenziato in arancione coincide con il valore definitivo scelto per le prove sperimentali ed è pari a $K_{px} = 0.46$.

Considerando un intorno destro di tale punto, si può notare che le oscillazioni tendono a crescere lentamente fino ad un valore di K_{px} pari a 0.85, per poi innescare delle oscillazioni tali da raggiungere i fine corsa per $K_{px} = 0.9$. Una variazione nell'intorno sinistro invece induce ad un incremento delle oscillazioni molto più rapido, raggiungendo il fine corsa per un valore di $K_{px} = 0.3$.

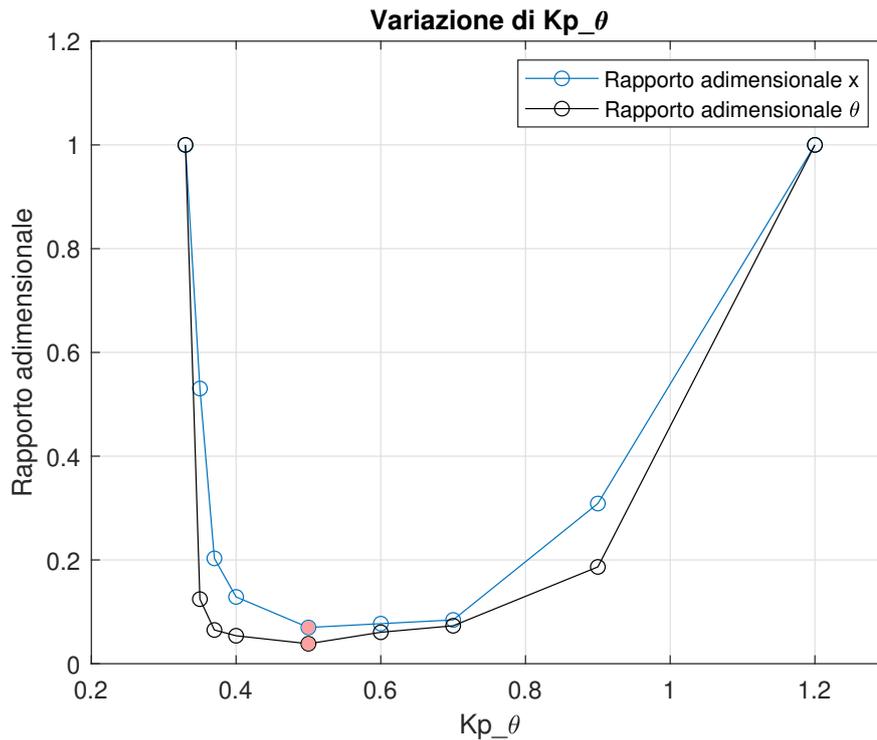


Figura 137: Effetto di $K_{p\theta}$ sulle oscillazioni a regime del carrello e dell'angolo

La Figura 137 mostra gli effetti della variazione del coefficiente proporzionale $K_{p\theta}$ sui rapporti adimensionali delle oscillazioni del carrello e dell'angolo.

Come nel caso precedente, i punti in arancione coincidono con il $K_{p\theta}$ scelto per i test ed è pari a $K_{p\theta}=0.5$. Anche in questo caso l'intorno destro presenta un incremento di oscillazioni più lento portando il sistema ai fine corsa per un valore di $K_{p\theta}=1.2$. L'intorno sinistro presenta una variazione più repentina, in quanto si ha il raggiungimento del limite della corsa per $K_{p\theta}=0.33$.

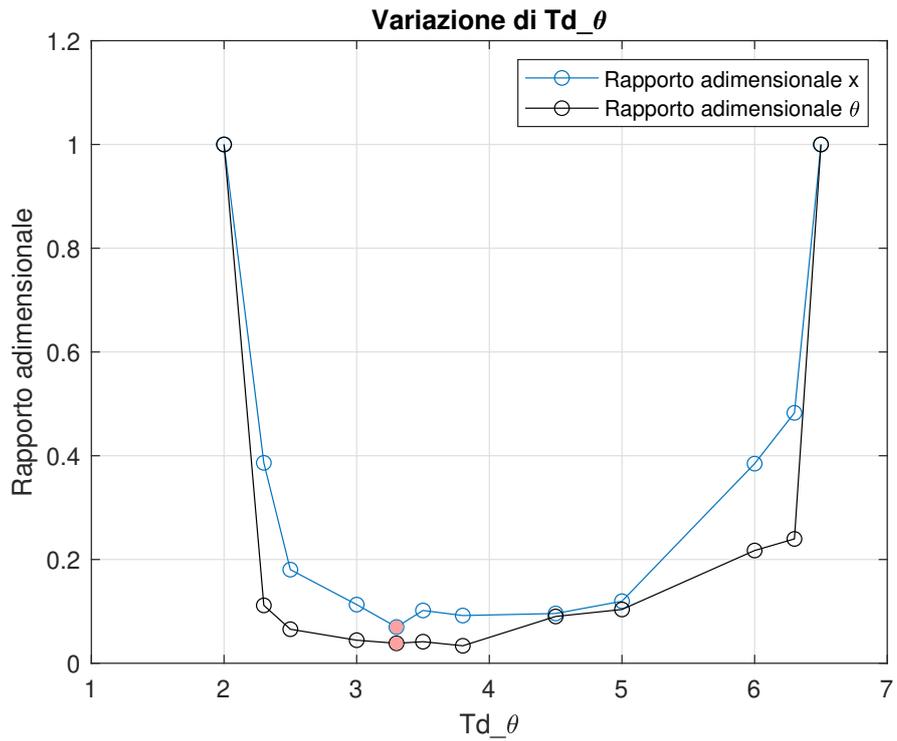


Figura 138: Effetto di $T_{d\theta}$ sulle oscillazioni a regime del carrello e dell'angolo

La Figura 138 mostra l'influenza del $T_{d\theta}$ sui rapporti adimensionali considerati. In questo caso i punti arancioni, corrispondenti ad un $T_{d\theta} = 3.3$, mostrano che la scelta del $T_{d\theta}$ definitivo non è quello che ottimizza il rapporto angolare θ , seppur di poco. Il valore ottimale si avrebbe per un valore di $T_{d\theta} = 3.8$. La scelta è stata effettuata come compromesso, considerando che l'oscillazione del carrello risulta minimizzata. In linea generale il comportamento, sia nell'intorno destro che sinistro, è simile a quanto descritto nei grafici precedenti.

7.3 Risultati sperimentali

Le prove sperimentali sono state condotte considerando la risposta del sistema a quattro tipologie di segnali:

- Segnale a gradino
- Onda quadra
- Onda sinusoidale
- Disturbo impulsivo

In particolare, i primi tre segnali rappresentano dei setpoint di posizione che il sistema deve inseguire, l'ultimo è un disturbo applicato all'asta del pendolo per valutare la robustezza dei controllori progettati.

La risposta ad un segnale a gradino è stata analizzata anche variando i parametri fisici lunghezza dell'asta e massa concentrata del pendolo.

7.3.1 Risposta ad un segnale a gradino e a disturbi impulsivi

La prima prova consiste nell'applicare un segnale a gradino al setpoint di posizione lineare. In particolare, le prove vengono condotte con il carrello in posizione iniziale di $x = 100mm$ e viene imposto un gradino di ampiezza $A = 150mm$. Inizialmente, l'asta ha lunghezza pari a $l = 550mm$ e la massa concentrata del pendolo vale $m = 180g$.

L'andamento della posizione lineare del carrello è mostrato in figura 139:

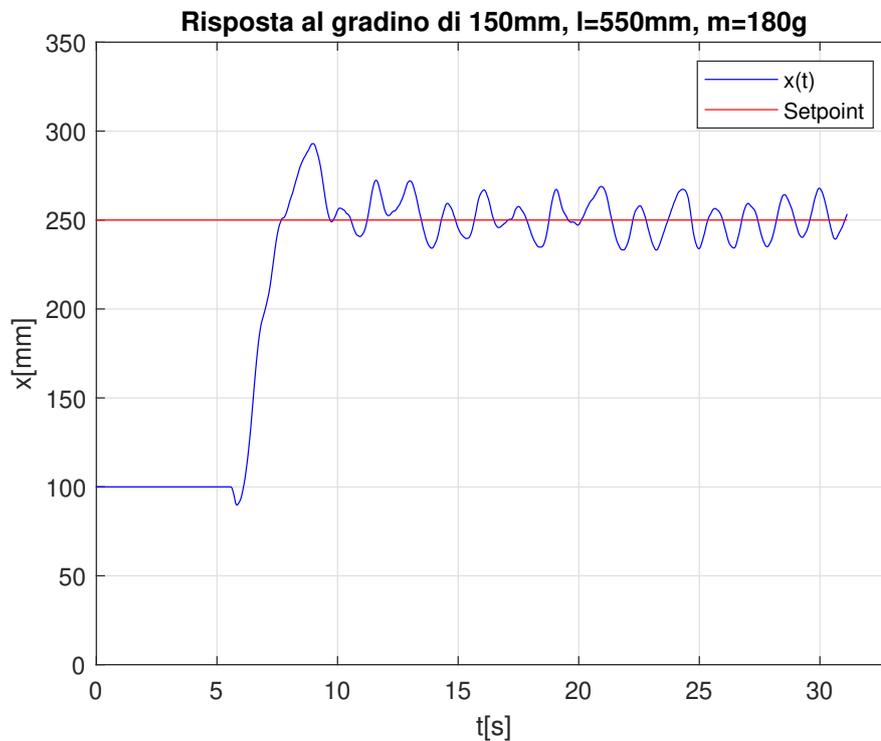


Figura 139: Risposta al segnale a gradino con $l = 550mm$ e $m = 180g$

Dopo un piccolo undershoot, legato al fatto che il sistema è a non minima rotazione di fase, il carrello si porta alla posizione richiesta con un rise time di 2,14s ed un overshoot massimo del 17%. Raggiunta la fase di regime, la posizione del carrello permane nell'intorno del setpoint $x_{SET} \pm 17mm$.

L'andamento dell'angolo θ è mostrata in figura 140:

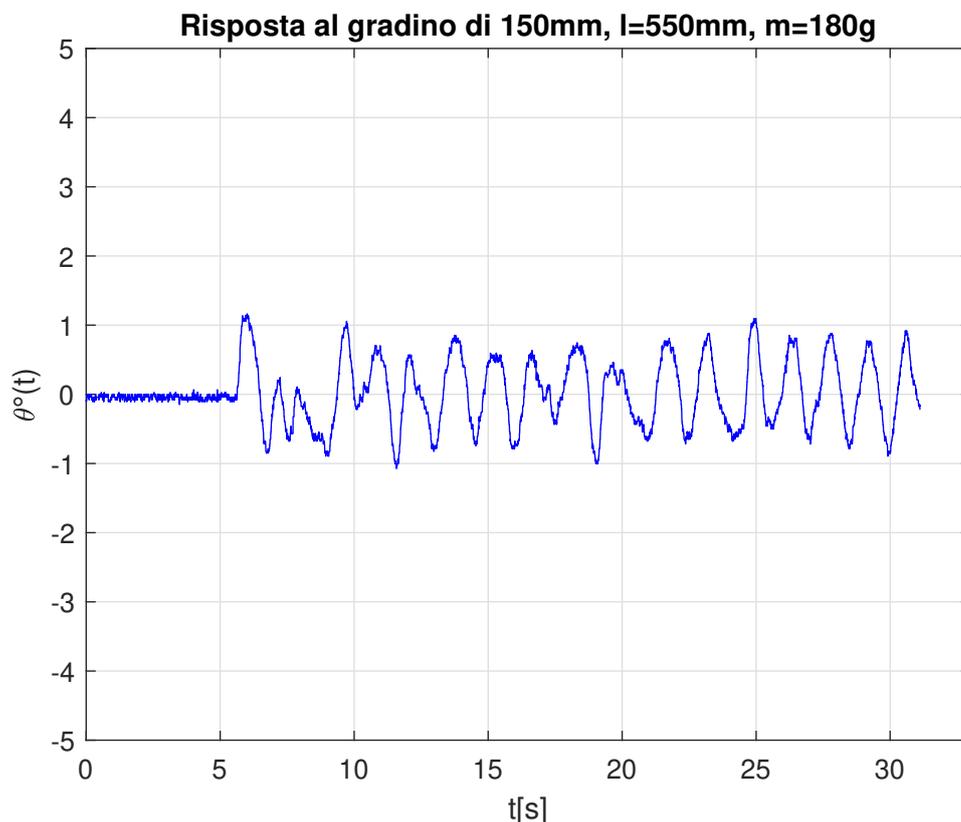


Figura 140: Andamento di θ al segnale a gradino con $l = 550mm$ e $m = 180g$

Dall'andamento si nota che l'angolo θ oscilla tra $\pm 1^\circ$, dovute alle continue correzioni che il sistema impone per il mantenimento dell'asta del pendolo in posizione verticale.

Sulla stessa configurazione, una volta raggiunto il regime, è stata valutata la robustezza del sistema sottoponendolo a dei disturbi impulsivi, generati da dei colpi inferti alla massa concentrata. I risultati sono visibili in figura 141 e in figura 142:

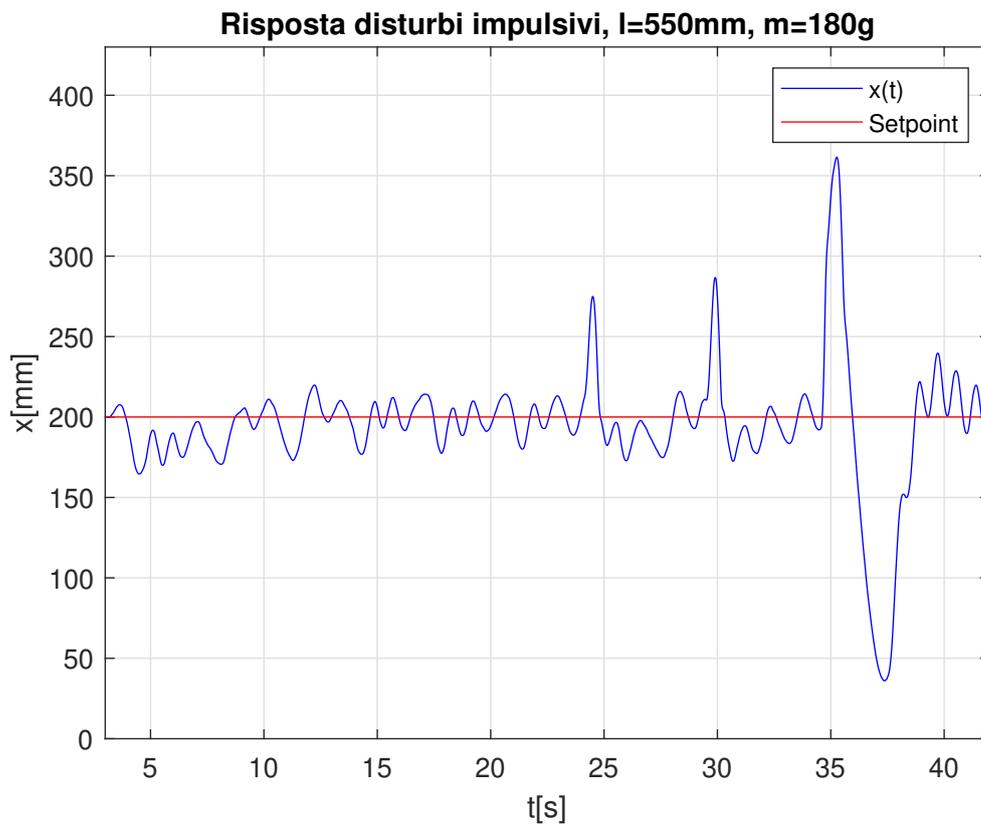


Figura 141: Risposta al disturbo impulsivo con $l = 550mm$ e $m = 180g$

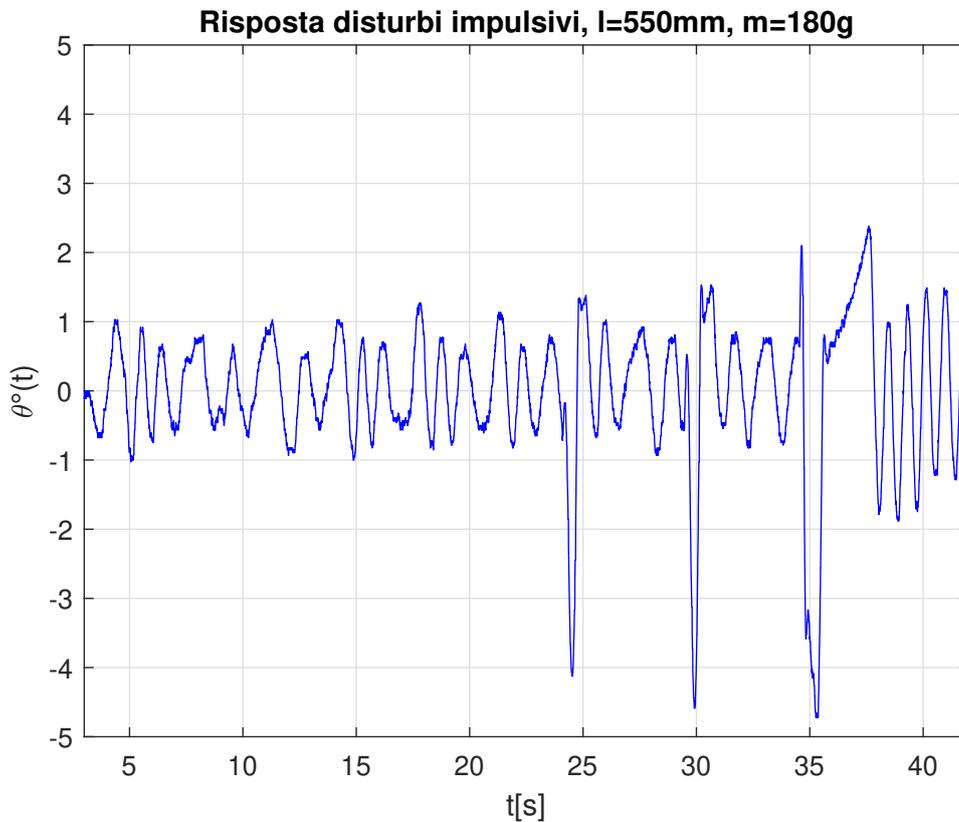


Figura 142: Risposta angolare al disturbo impulsivo con $l = 550mm$ e $m = 180g$

Dai grafici sopra riportati, si può notare che, nonostante svariati impulsi di diversa intensità, il sistema reagisce prontamente cercando di riportare l'asta in posizione verticale. Per fare ciò è necessario che il carrello si muova nella stessa direzione verso cui si è spostato il pendolo, per poi ritornare al suo setpoint. Impulsi più consistenti, che portano l'asta ad angoli maggiori di $\pm 6^\circ$, non riescono ad essere reietti, data la corsa limitata.

Successivamente, mantenendo la lunghezza dell'asta invariata e lo stesso segnale a gradino, viene modificata la massa concentrata del pendolo, portandola dapprima da $m = 180g$ a $m = 560g$ e poi da $m = 560g$ a $m = 800g$. In questo caso, dopo aver raggiunto la fase di regime al gradino, è stata valutata la risposta a diversi impulsi. I risultati sono riportati nelle figure sottostanti:

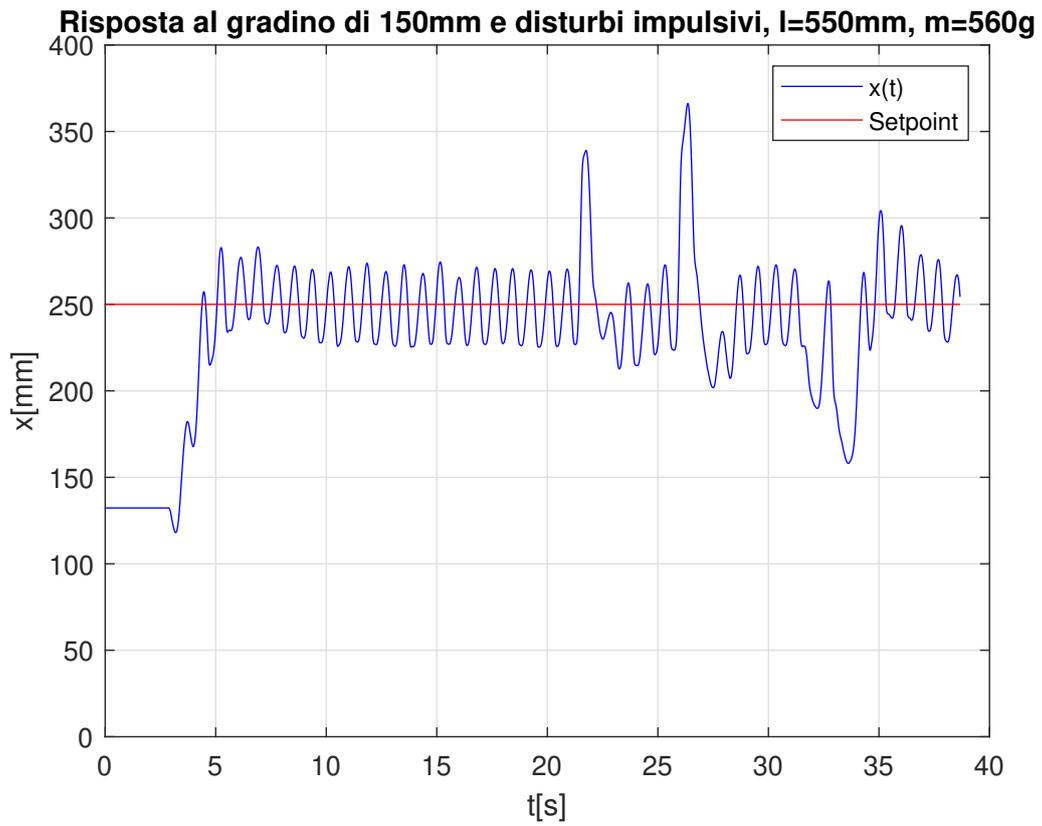


Figura 143: Risposta al segnale a gradino e ai disturbi impulsivi con $l = 550mm$ e $m = 560g$

Risposta al gradino di 150mm e disturbi impulsivi, $l=550mm$, $m=560g$

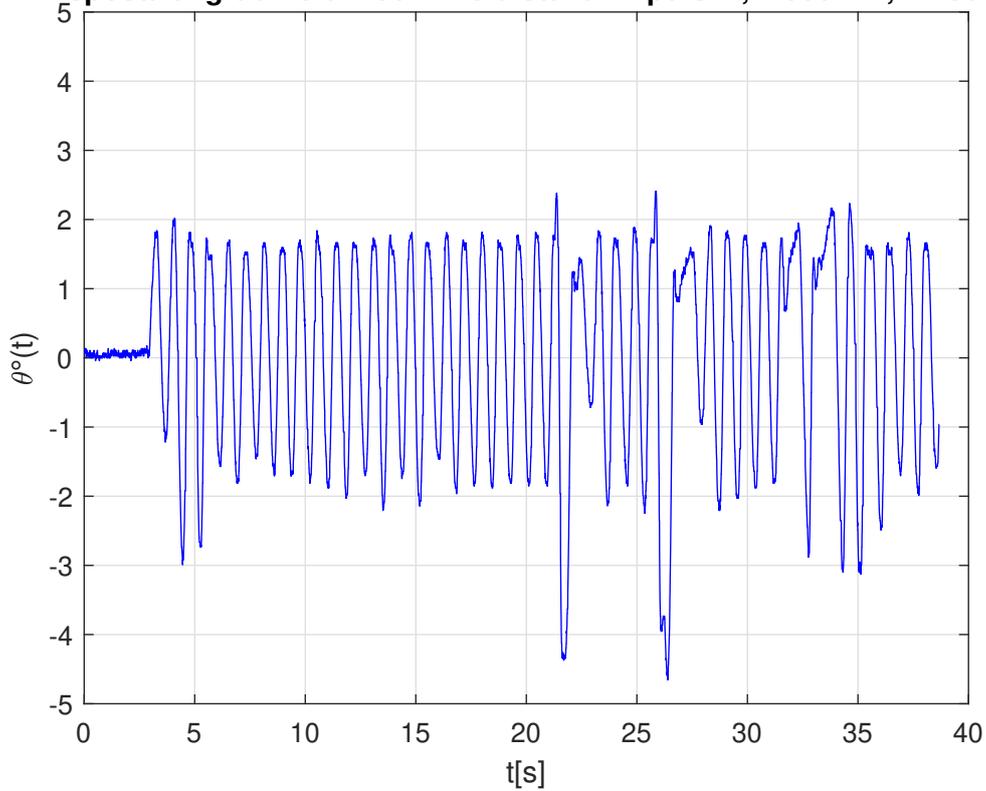


Figura 144: Andamento di θ al segnale a gradino e ai disturbi impulsivi con $l = 550mm$ e $m = 560g$

Dopo un piccolo undershoot, il carrello si porta alla posizione richiesta con un rise time di $1,562s$ ed un overshoot massimo del 13%. Raggiunta la fase di regime, la posizione del carrello permane nell'intorno del setpoint $x_{SET} \pm 21mm$. Dall'andamento si nota che l'angolo θ oscilla tra $\pm 2^\circ$.

Anche in questo caso, sottoponendo il sistema a vari disturbi impulsivi, si nota la robustezza del sistema complessivo.

L'ultima variazione di massa presenta i seguenti risultati:

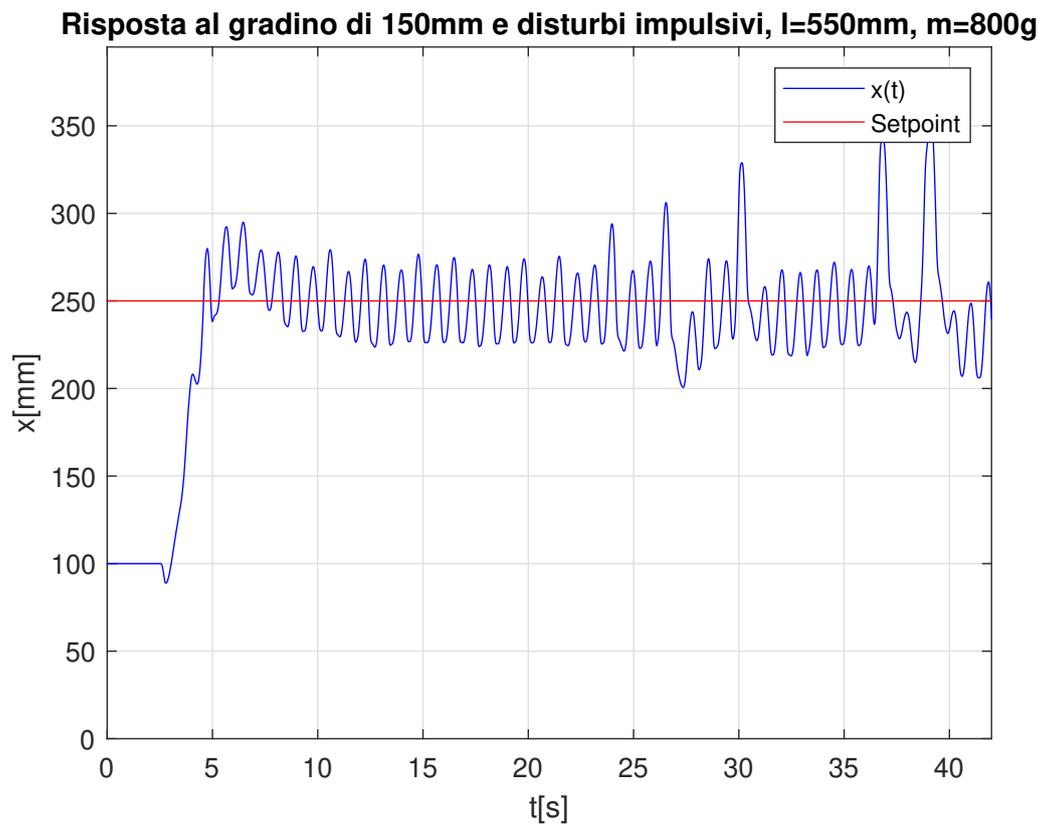


Figura 145: Risposta al segnale a gradino e ai disturbi impulsivi con $l = 550mm$ e $m = 800g$

Risposta al gradino di 150mm e disturbi impulsivi, $l=550mm$, $m=800g$

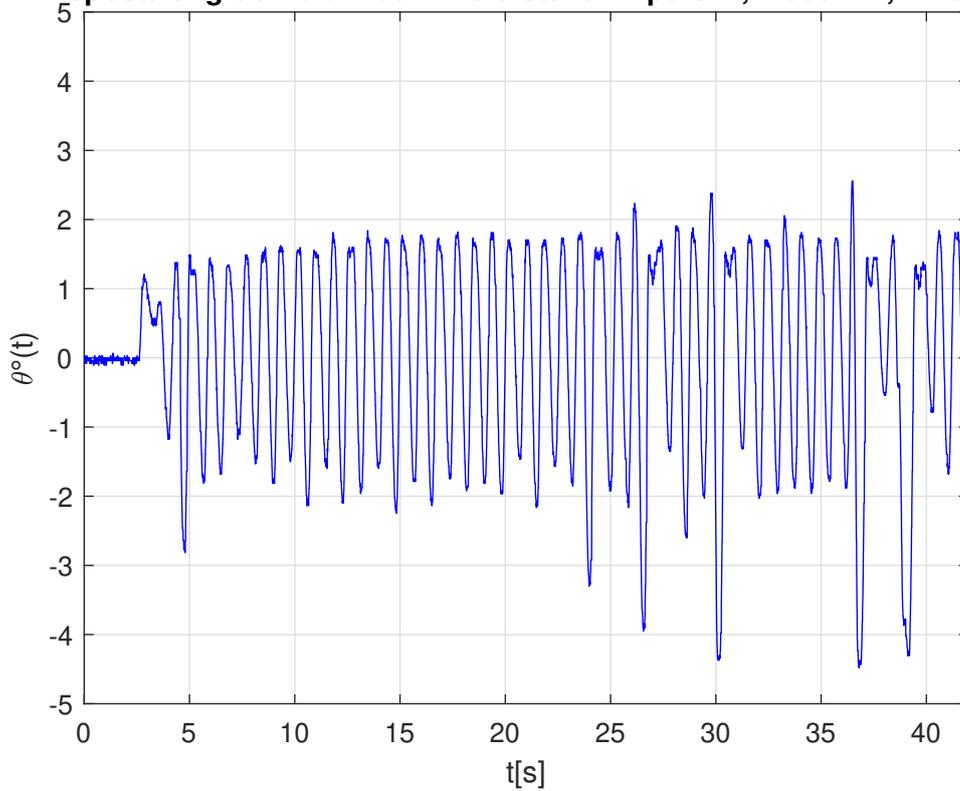


Figura 146: Andamento di θ al segnale a gradino e ai disturbi impulsivi con $l = 550mm$ e $m = 800g$

Dopo il caratteristico undershoot, il carrello si porta alla posizione richiesta con un rise time di $2,088s$ ed un overshoot massimo del $17,6\%$. Raggiunta la fase di regime, la posizione del carrello permane nell'intorno del setpoint $x_{SET} \pm 24mm$. Dall'andamento si nota che l'angolo θ oscilla tra $\pm 2^\circ$.

Anche in questo caso, sottoponendo il sistema a vari disturbi impulsivi, si nota la robustezza del sistema complessivo.

Infine, la stessa prova è stata effettuata accorciando l'asta a $400mm$ con una massa di $180g$. I risultati sono riportati nelle figure sottostanti:

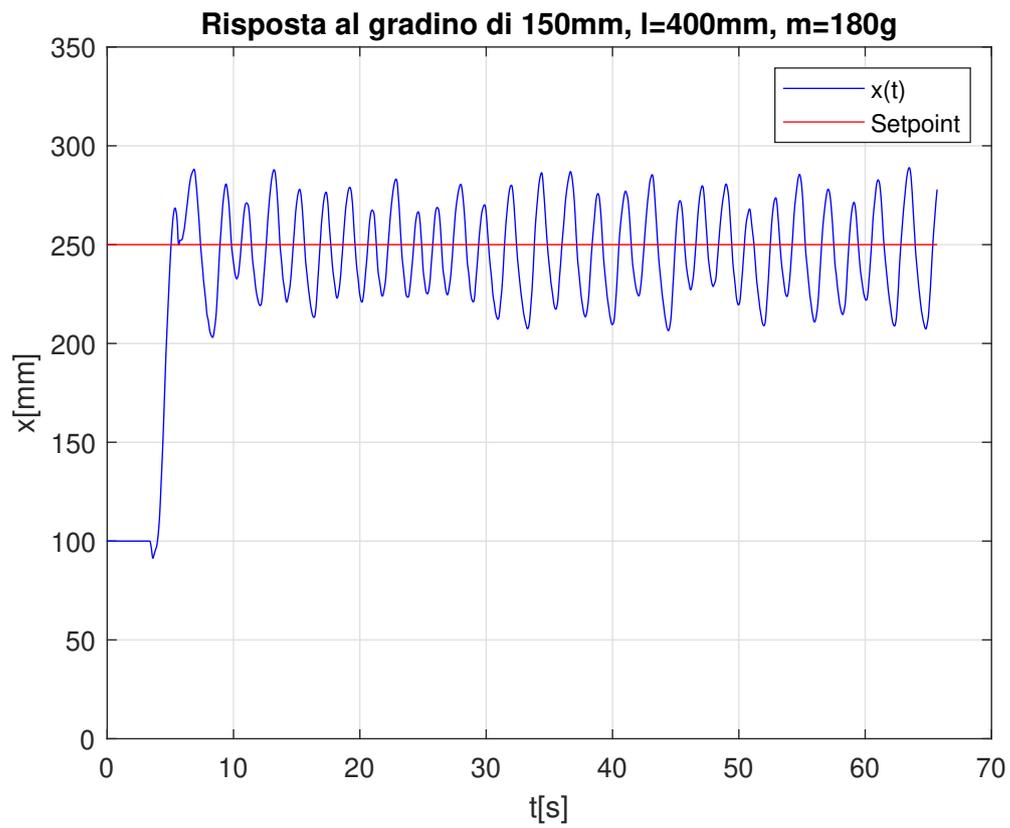


Figura 147: Risposta al segnale a gradino con $l = 400\text{mm}$ e $m = 180\text{g}$

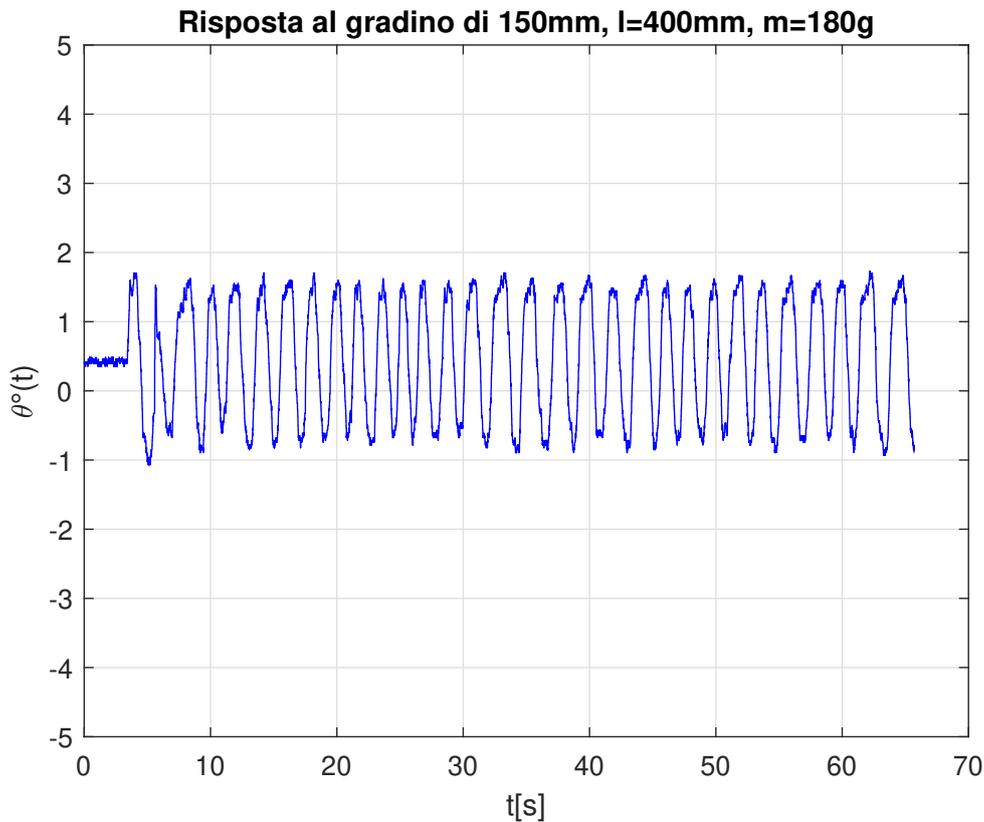


Figura 148: Andamento di θ al segnale a gradino con $l = 400\text{mm}$ e $m = 180\text{g}$

Confrontando i risultati di tutte le prove eseguite, è possibile ricavare alcune considerazioni. Incrementando la massa posta all'estremità del pendolo, a parità di lunghezza del pendolo, si genera un aumento del tempo di salita e dell'overshoot. Questo è dovuto al fatto che la dinamica del sistema è rallentata data la crescita della massa concentrata. Una differenziazione si deve fare per la prima prova, eseguita con $l=550\text{ mm}$ e $m=180\text{ g}$. In questo caso, infatti, il comportamento del sistema non segue quanto delineato precedentemente. Invece di presentare il minor tempo di salita, data la più piccola massa considerata, la risposta è quella più lenta, anche se l'angolo risulta oscillare in un range più piccolo. L'ultimo prova è stata effettuata con la lunghezza minima possibile per l'asta del pendolo, pari a $l=400\text{ mm}$. In linea di principio, escludendo il primo test, tutte le altre prove evidenziano che aumentando la massa concentrata e riducendo la lunghezza dell'asta, la dinamica del sistema risulta rallentata.

7.3.2 Risposta ad un segnale ad onda quadra

In questa sezione vengono presentate tre prove di inseguimento di un segnale ad onda quadra. Il test è stato eseguito fissando la lunghezza del pendolo ad un valore di 550 mm ed inserendo una massa alla sua estremità di 180 g . La prova è stata inizialmente svolta imponendo un'onda quadra di ampiezza $A=100\text{ mm}$ e periodo $T=10\text{ s}$, successivamente è stata fissata l'ampiezza e si è testato il comportamento portando il periodo a $T=8\text{ s}$ ed infine a $T=5\text{ s}$. I risultati delle prove sono visibili nelle figure sottostanti:

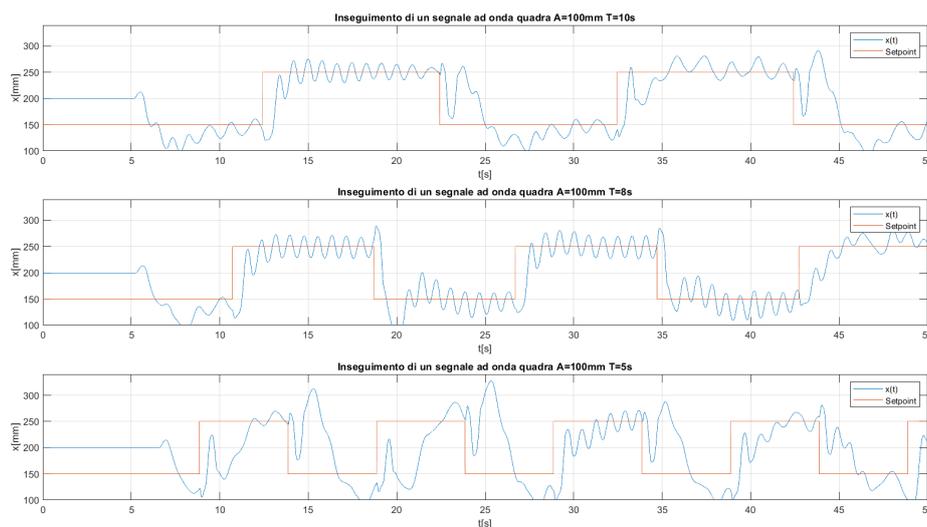


Figura 149: Risposta del carrello ad un'onda quadra

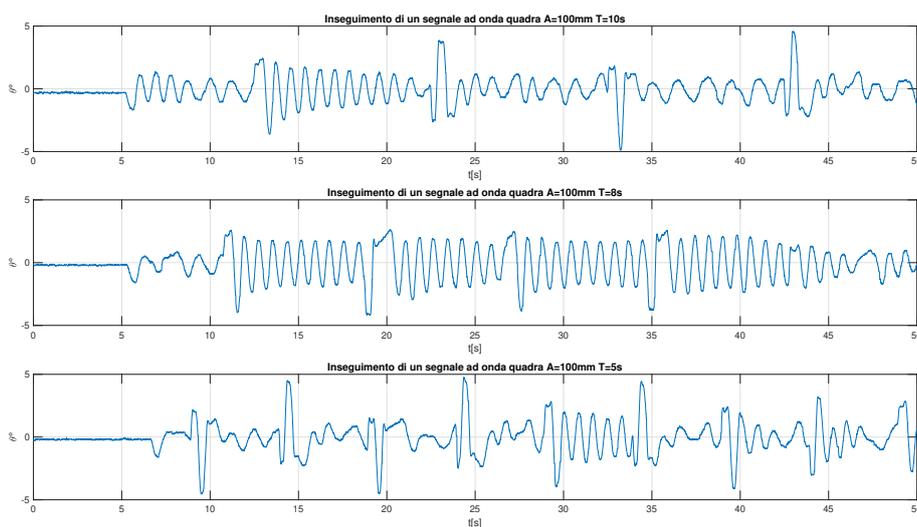


Figura 150: Risposta dell'angolo del pendolo ad un'onda quadra

La Figura 149 mostra il comportamento della posizione del carrello per le diverse onde quadre considerate. Si può notare che, considerando i periodi $T=10\text{ s}$ e $T=8\text{ s}$, la risposta del sistema risulta buona dato che il carrello riesce ad inseguire i continui cambi di setpoint, imposti dall'onda quadra. L'ultimo caso invece mostra un inseguimento del segnale non ottimale; il periodo di $T=5\text{ s}$ rende l'onda troppo rapida, il carrello non riesce a stabilizzarsi nell'intorno del setpoint prima che lo stesso vari. La Figura 150, invece, mostra l'andamento dell'angolo per le diverse onde quadre considerate. I primi due casi presentano una buona risposta, dato che l'angolo oscilla di pochi gradi intorno al suo valore nullo, presentando dei picchi solo in prossimità della variazione dell'onda quadra. L'ultimo caso, invece, non presenta una buona risposta perché si evidenziano oscillazioni maggiori e più irregolari. Questo è legato all'incapacità del carrello di inseguire l'onda quadra con periodo $T=5\text{ s}$.

7.3.3 Risposta ad un segnale ad onda sinusoidale

Le ultime prove effettuate riguardano l'inseguimento di un segnale ad onda sinusoidale. La lunghezza del pendolo è stata fissata a 550 mm mentre la massa concentrata è pari a 180 g . Sono state effettuate diverse prove considerando un'ampiezza dell'onda pari a $A=100\text{ mm}$ imponendo un periodo di 10 s , 7.5 s e 6 s ; infine è stata effettuata una sola prova con ampiezza $A=50\text{ mm}$ e periodo di 6 s .

Il primo caso analizzato è costituito da un periodo $T=10\text{ s}$, corrispondente ad una frequenza $f=0.1\text{ Hz}$, e un'ampiezza $A=100\text{ mm}$. La risposta del sistema è rappresentata in Figura 151:

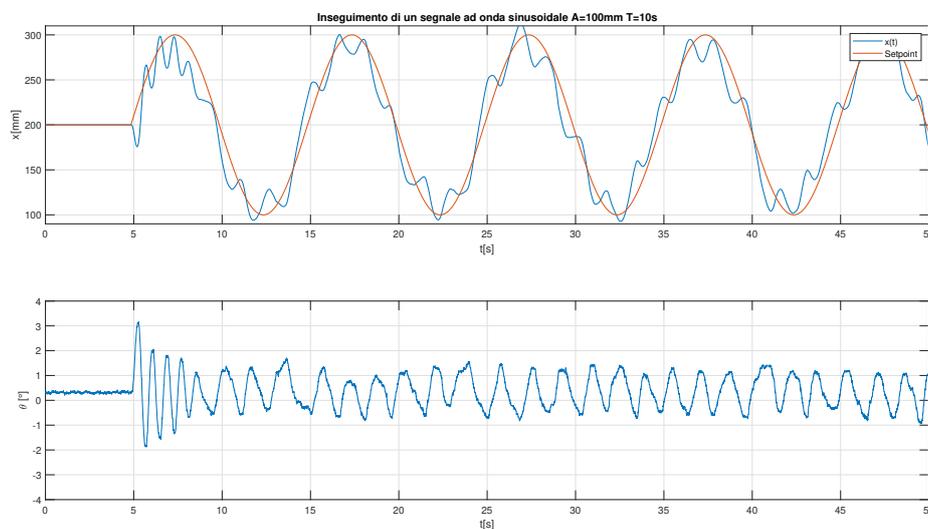


Figura 151: Risposta del sistema ad un'onda sinusoidale con $A=100\text{ mm}$ e $T=10\text{ s}$

Si nota che il carrello riesce ad inseguire il riferimento sinusoidale con delle piccole oscillazioni, evidenziando un buon comportamento della risposta. L'angolo non subisce l'effetto della variazione del setpoint imposto al carrello, poiché dopo un piccolo overshoot di circa 3° , continua ad oscillare in un range di $\pm 1^\circ$ intorno allo zero.

Successivamente è stato ridotto il periodo T dell'onda, portandolo ad un valore di $T=7.5\text{ s}$ (corrispondente ad una frequenza $f=0.13\text{ Hz}$). La risposta è mostrata in figura 152. Si

può notare che, rispetto al caso precedente, il carrello non riesce ad inseguire il riferimento sinusoidale perfettamente. Infatti, un incremento della frequenza dell'onda, genera delle oscillazioni maggiori rispetto al segnale di riferimento ed uno sfasamento che inizia ad accentuarsi. L'angolo non subisce molto l'effetto della variazione del setpoint imposto al carrello, poiché continua ad avere un comportamento abbastanza buono; infatti dopo un piccolo overshoot di circa 4° , continua ad oscillare in un range di $\pm 1.8^\circ$ intorno allo zero.

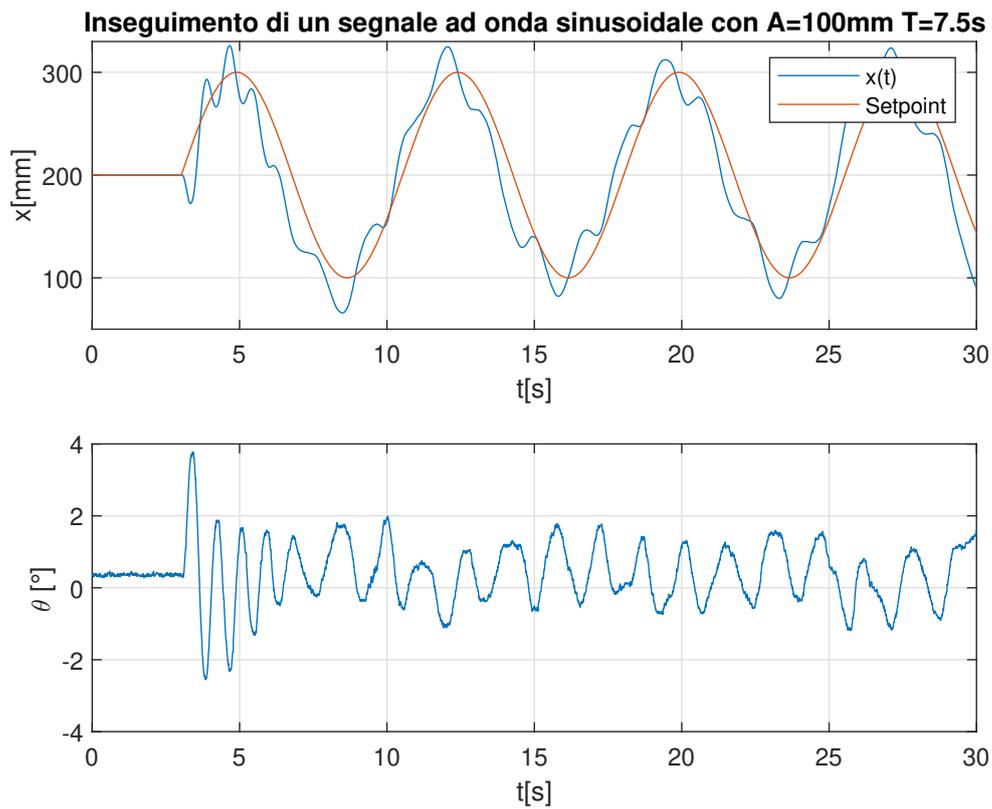


Figura 152: Risposta del sistema ad un'onda sinusoidale con $A=100 \text{ mm}$ e $T=7.5 \text{ s}$

L'ultima prova effettuata con $A=100 \text{ mm}$ presenta un periodo di $T=6 \text{ s}$ (corrispondente ad una frequenza di $f=0.17 \text{ Hz}$).

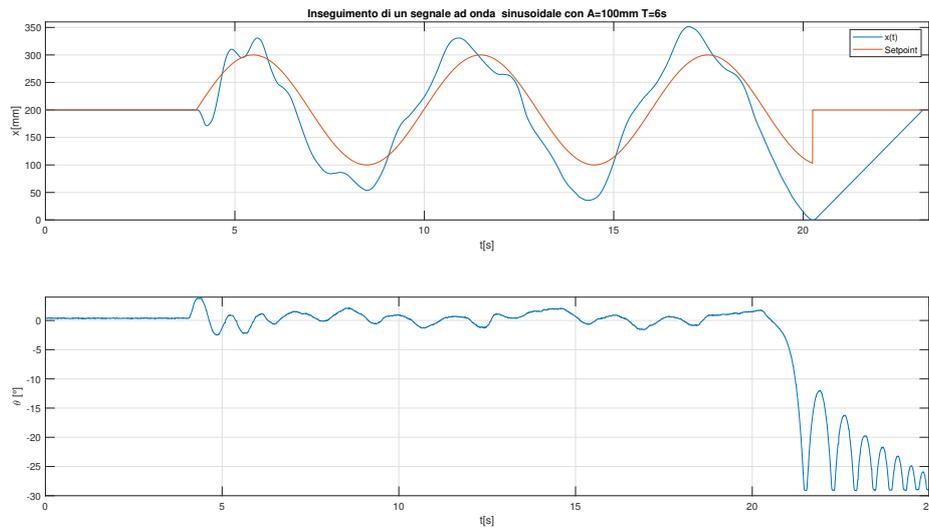


Figura 153: Risposta del sistema ad un'onda sinusoidale con $A=100\text{ mm}$ e $T=6\text{ s}$

Come si può notare dalla Figura 153, il carrello in questa configurazione non riesce più ad inseguire correttamente l'onda sinusoidale. Infatti, le oscillazioni tendono a divergere portando il carrello a raggiungere il finecorsa software causando un errore e il conseguente reset del sistema. L'angolo, comunque, presenta un range di variazione abbastanza piccolo fino a quando non si ha il reset del sistema che causa un'oscillazione naturale che porta il pendolo alla posizione estrema negativa.

Nell'ultima prova è stato imposto lo stesso periodo precedente ($T=6\text{ s}$) ma un'ampiezza $A=50\text{mm}$, per testare se una minore oscillazione consente al carrello di inseguire correttamente il segnale di riferimento, alla fissata frequenza.

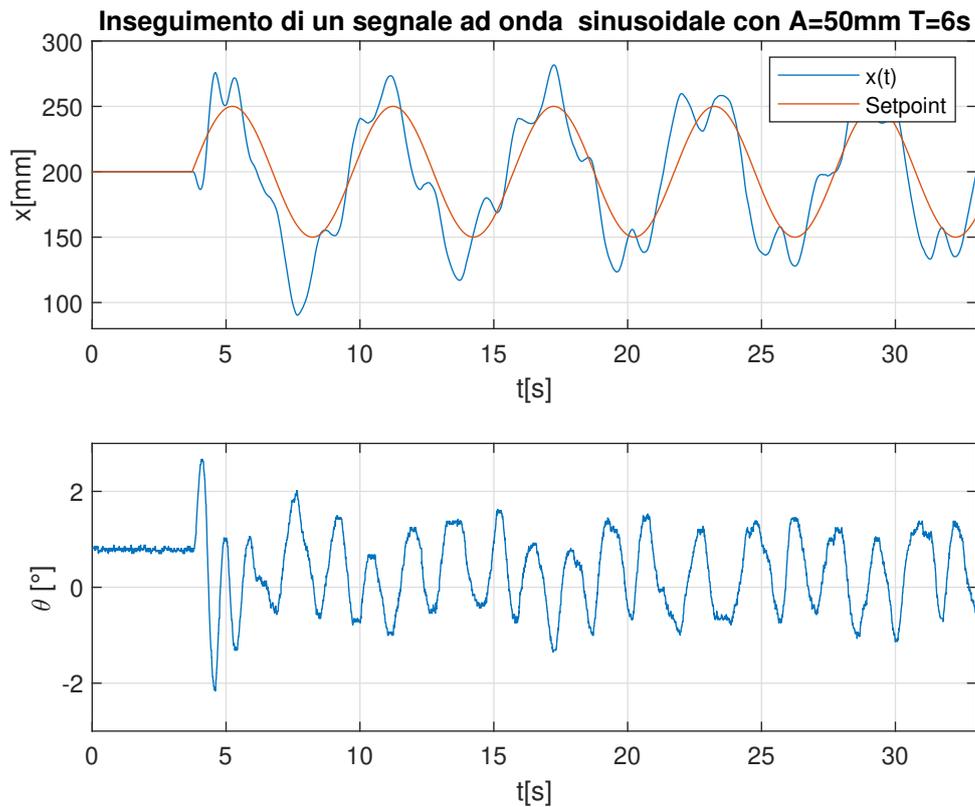


Figura 154: Risposta del sistema ad un'onda sinusoidale con $A=50 \text{ mm}$ e $T=6 \text{ s}$

La risposta è rappresentata in Figura 154. Si può notare come il carrello fatichi ad inseguire il riferimento, generando delle oscillazioni importanti rispetto al segnale imposto, ma che non causano una divergenza della risposta. La risposta dell'angolo risulta essere abbastanza buona, dopo un piccolo overshoot si assesta nell'intorno del valore nullo. Si può concludere che, incrementando la frequenza dell'onda sinusoidale, risulta più complesso ottenere una risposta che insegue fedelmente il segnale di riferimento sinusoidale. Per migliorare il comportamento ad una data frequenza, si può ridurre l'ampiezza d'oscillazione.

8 Sviluppi futuri

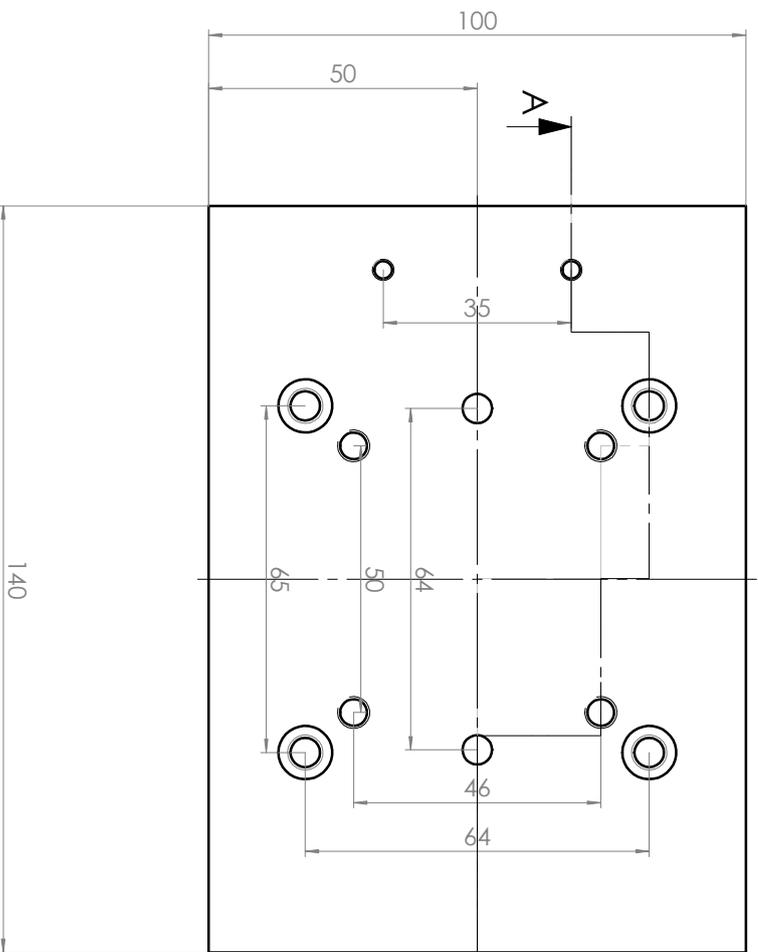
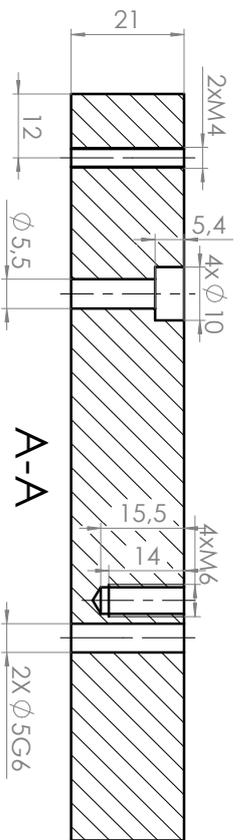
Nella presente sezione si riassumono alcune idee per un futuro sviluppo dell'attività sperimentale.

In primo luogo si potrebbe cercare di ottimizzare i parametri PID ricavati, per migliorare il funzionamento del sistema, e successivamente tentare di stabilizzare il sistema usando uno schema di controllo con due PID in parallelo. Si potrebbe anche tentare un controllo non agendo più in accelerazione ma in velocità.

Un ulteriore aspetto è legato alla possibilità di cercare un modello che rappresenti più fedelmente il sistema reale, in particolare una modellizzazione migliore del sistema d'attuazione. In questo modo risulterebbe più facile la taratura dei parametri PID. Si potrebbero adottare le tecniche di identificazione, anche robuste, per trovare una funzione di trasferimento che approssimi al meglio questo sistema.

Un'ulteriore possibilità di sviluppo potrebbe consentire la connessione del TIA Portal con l'ambiente Matlab/Simulink. Questo si può effettuare sfruttando lo standard di comunicazione OPC. Potrebbe quindi risultare possibile implementare ulteriori architetture di controllo, come l'MPC, in ambiente Matlab/Simulink, e inviare i segnali di input al PLC. Il progetto di tesi è stato sviluppato basando la sezione sperimentale sulla movimentazione di assi tramite oggetti tecnologici. Una possibilità di sviluppo futuro potrebbe basarsi sulla metodologia EPos, implementabile in un drive della gamma S120. Essa consente di chiudere gli anelli di posizione, velocità e corrente direttamente nel Drive. Questo permetterebbe di ridurre i tempi di calcolo, alleggerendo il carico computazionale del PLC. In questo caso devono essere adottati dei nuovi blocchi del TIA PORTAL, come il blocco "*Sina_Speed*", "*Sina_Pos*" e "*Sina_Para*". Infine, si potrebbe tentare, se possibile, un controllo di tensione o di coppia sfruttando dei telegrammi personalizzabili le cui parole possono essere gestite attraverso un settaggio tramite il programma Starter.

9 Appendice A: Disegni tecnici

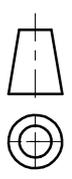


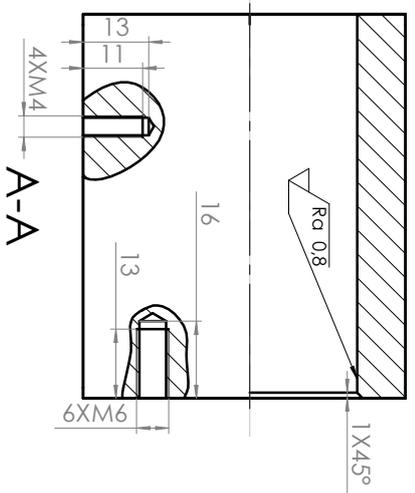
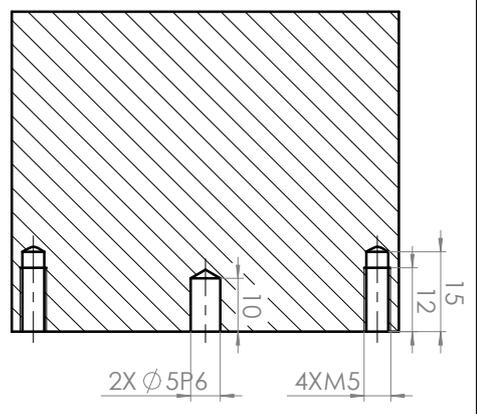
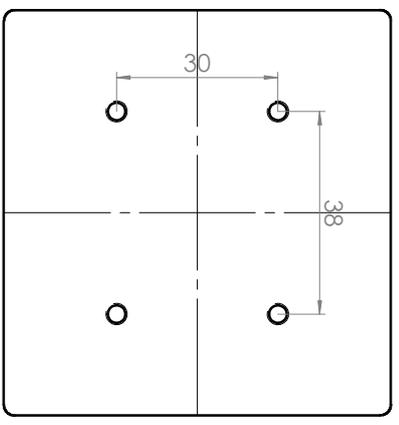
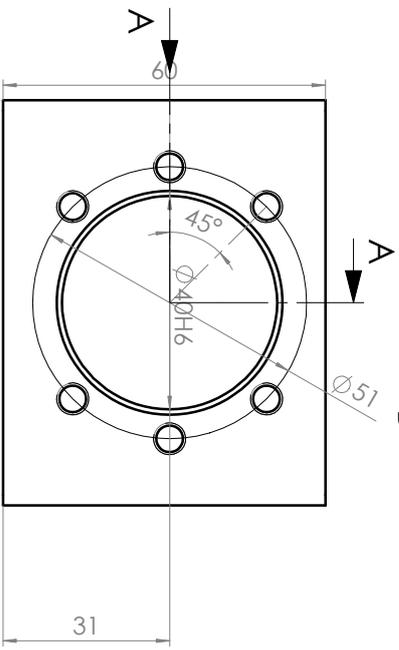
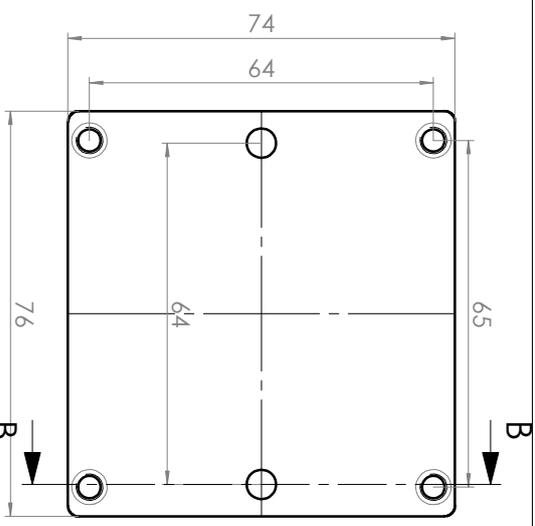
Raccordi non quotati R2
Tolleranze generali UNI EN 2768-mK

Q.TA' _	MATERIALE Alluminio	ALIEVO	Creto
OGGETTO DESCRIZIONE	Piastra superiore	SQUADRA E CORSO	SCALA 1.1
		GRADO DI FINITURA FOGLIO A3 1/1	PESO (Kg) DATA



Politecnico di
Torino
Corso Duca degli Abruzzi 24 - 10129 Torino





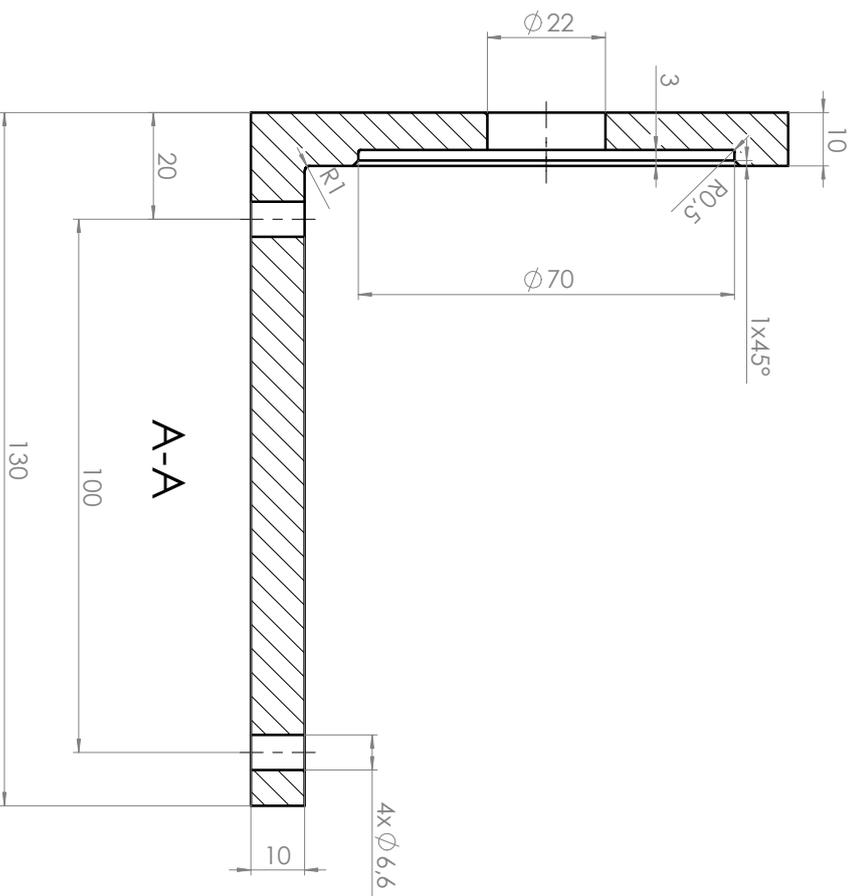
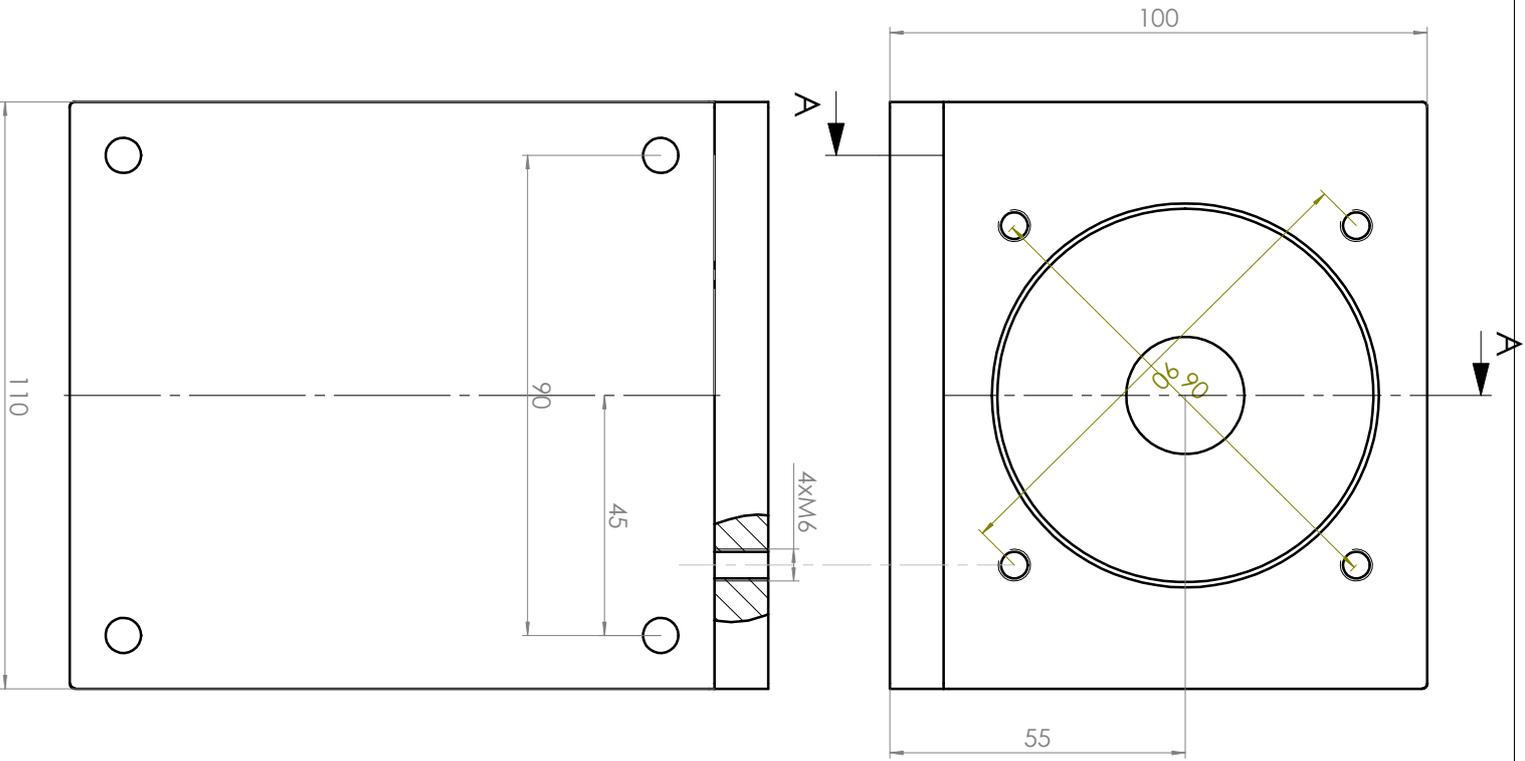
Raccordi non quotati R2
Tolleranze generali UNI EN 2768-mK

Q.TA	MATERIALE	ALIEVO	Creio
	Alluminio		
OGGETTO	SQUADRA E CORSO		
DESCRIZIONE	Plastra inferiore		
GRADO DI FINITURA		PESO (Kg)	SCALA
V (V)			1:1
FOGLIO		Disegno N.	DATA



Politecnico di
Torino

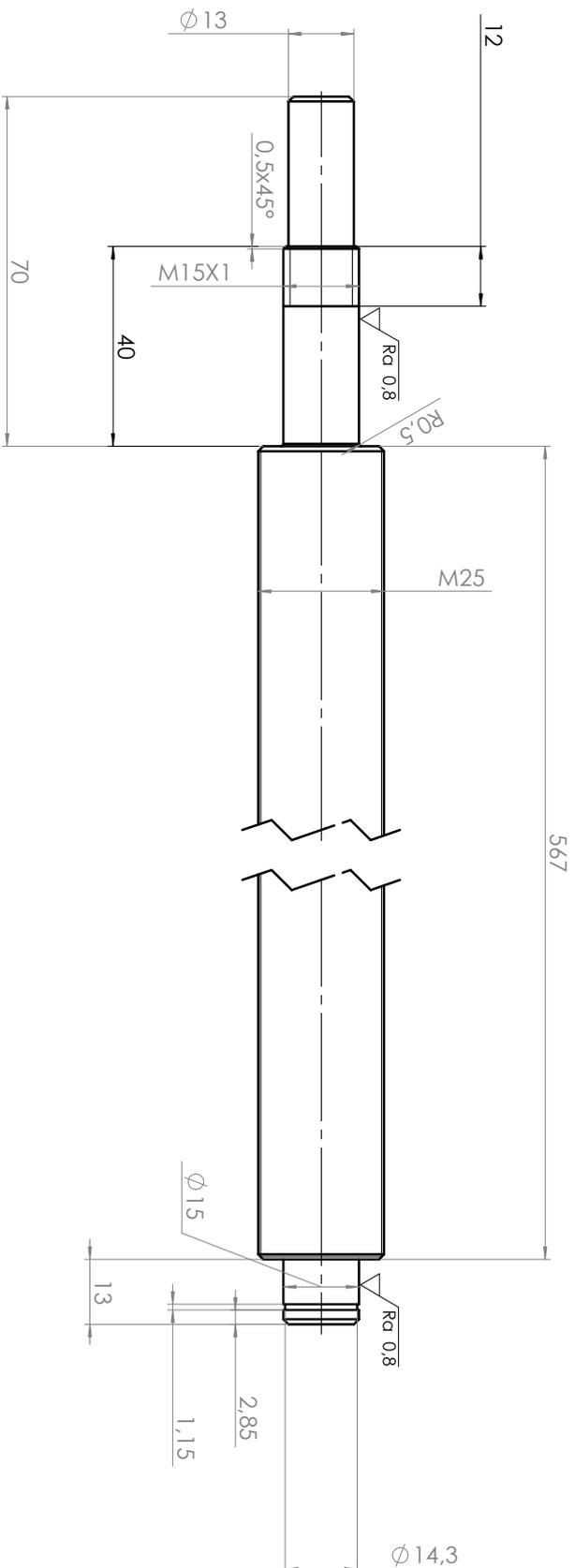
Corso Duca degli Abruzzi 24 - 10129 Torino



Raccordi non quotati R1
Tolleranze generali UNI EN 2768-mK

Q.TA' _	MATERIALE Acciaio	ALIEVO	Creto
OGGETTO	SQUADRA E CORSO		SCALA 1:1
DESCRIZIONE	flangia	GRADO DI FINITURA √ (√)	DATA
POLITECNICO DI TORINO		PESO (Kg)	Disegno N.
Corso Duca degli Abruzzi 24 - 10129 Torino			





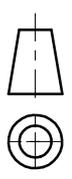
Smussi non quotati 1x45°
Tolleranze generali UNI EN 2768-mK

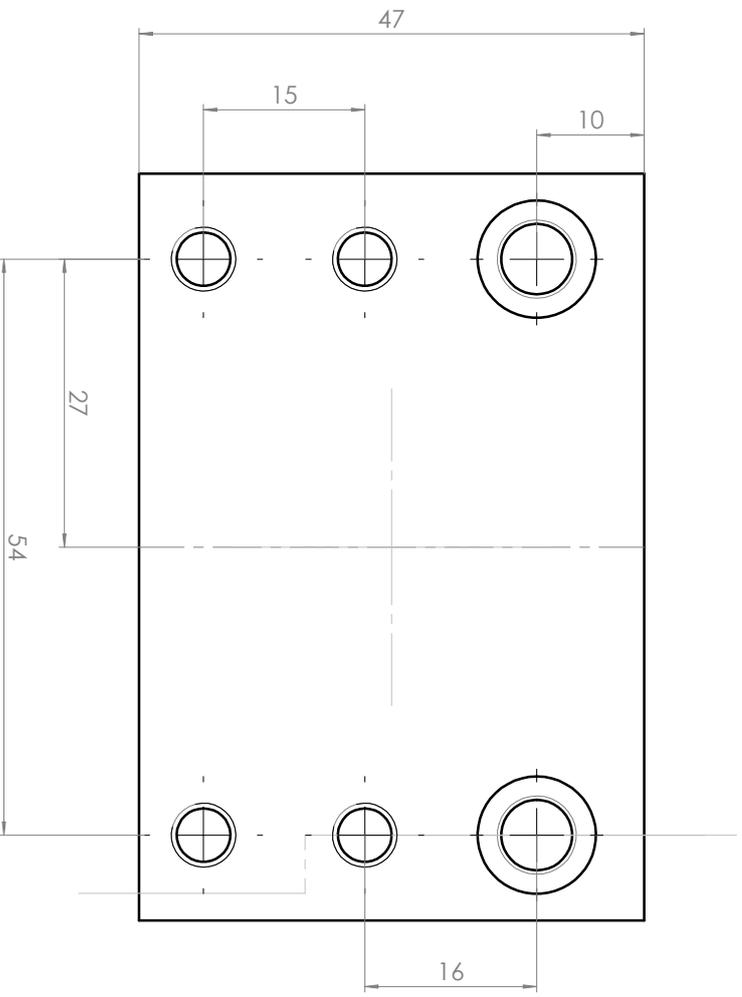
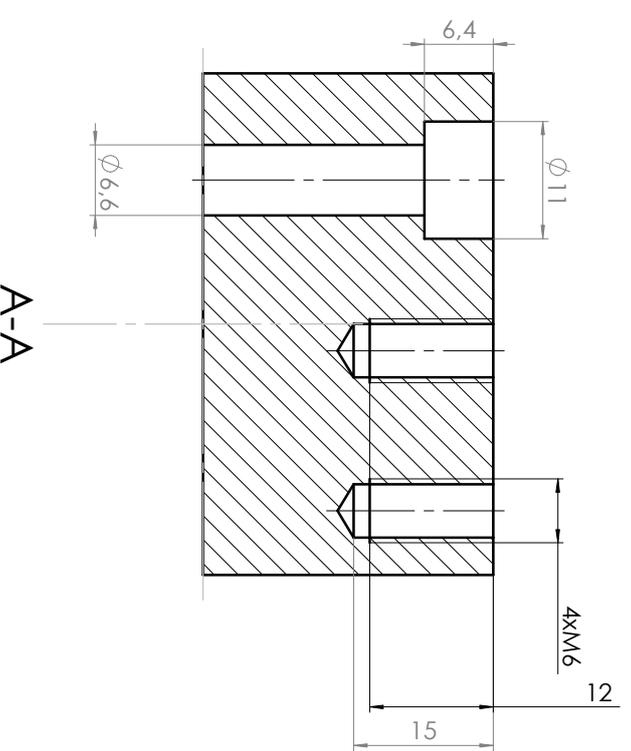
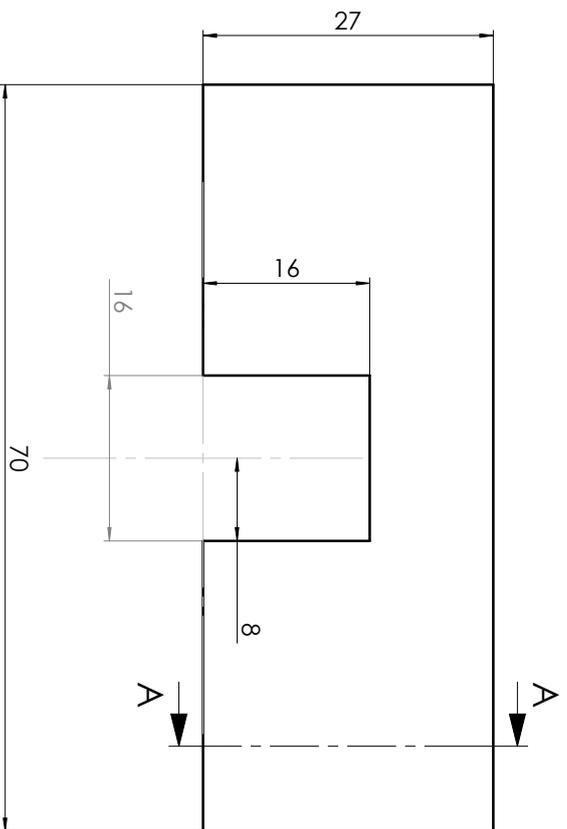
Q.TA'	MATERIALE	ALIEVO	Creatio
OGGETTO		SQUADRA E CORSO	SCALA 1:2
DESCRIZIONE	Vite R25-10-0650-0650	GRADO DI FINITURA	DATA



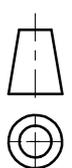
Politecnico di
Torino
Corso Duca degli Abruzzi 24 - 10129 Torino

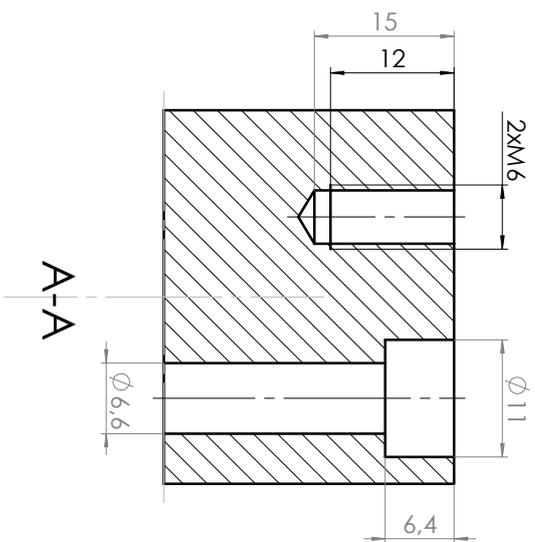
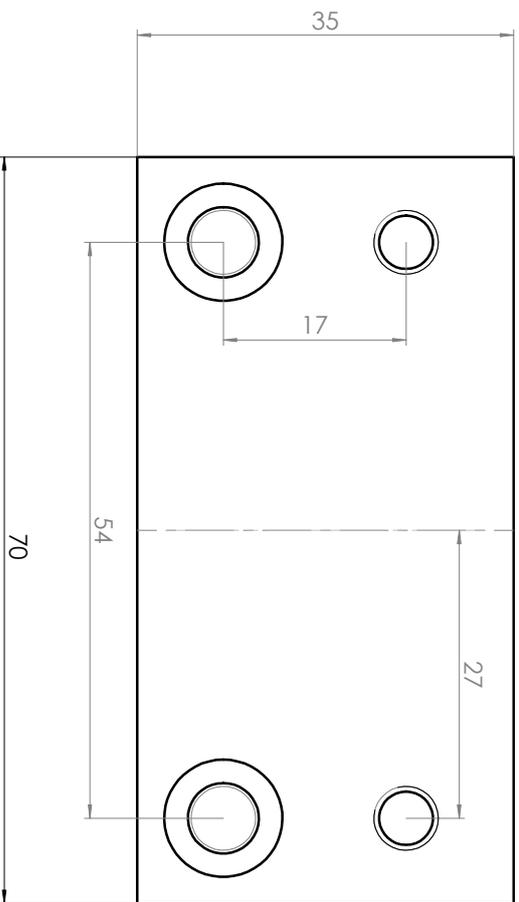
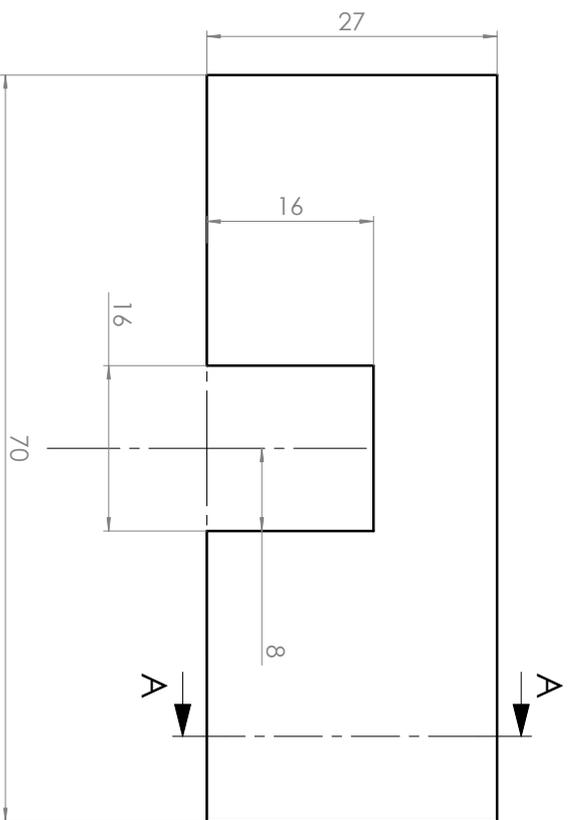
GRADO DI FINITURA	PESO (Kg)	Disegno N.
✓ (✓)		
A3 1/1		





Raccordi non quotati R0,5
Tolleranze generali UNI EN 2768-mK

Q.TA' _	MATERIALE Acciaio	ALIEVO	Crelio
OGGETTO DESCRIZIONE	Base supporto BK		SQUADRA E CORSO
GRADO DI FINITURA ∇ (∇)	PESO (Kg)	SCALA 2:1	DATA
 <p>Politecnico di Torino</p> <p>Corso Duca degli Abruzzi 24 - 10129 Torino</p>		Disegno N.	



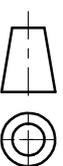
Raccordi non quotati R0,5
Tolleranze generali UNI EN 2768-mK

Q.TA' _	MATERIALE Acciaio	ALIEVO	Credito
OGGETTO DESCRIZIONE	Base supporto BF15		SCALA 2:1
		SQUADRA E CORSO	DATA
		GRADO DI FINITURA √ (√)	PESO (Kg)
			Disegno N.



Politecnico di
Torino

Corso Duca degli Abruzzi 24 - 10129 Torino



10 Appendice B: Ladder s7-1500

S7-1500 DEFINITIVO

Cyclic interrupt [OB30]

Cyclic interrupt Proprietà

Generale

Nome	Cyclic interrupt	Numero	30	Tipo	OB	Linguaggio	KOP
------	------------------	--------	----	------	----	------------	-----

Numerazione	Automatico
-------------	------------

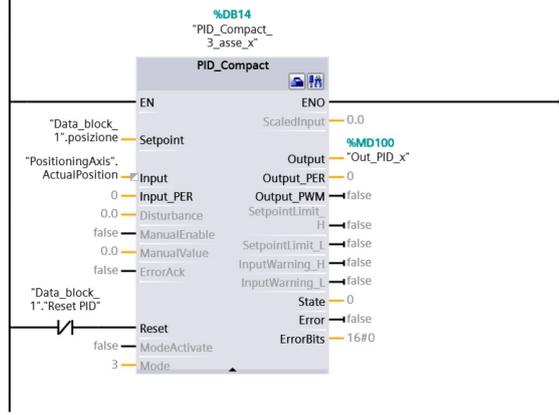
Informazioni

Titolo		Autore		Commento		Famiglia	
Versione	0.1	ID definito dall'utente					

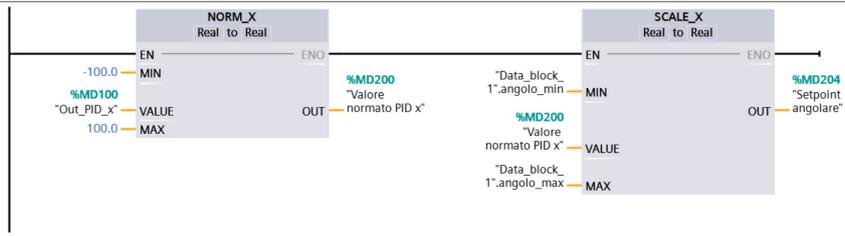
Cyclic interrupt

Nome	Tipo di dati	Valore di default	Commento
▼ Input			
Initial_Call	Bool		Initial call of this OB
Event_Count	Int		Events discarded
Temp			
Constant			

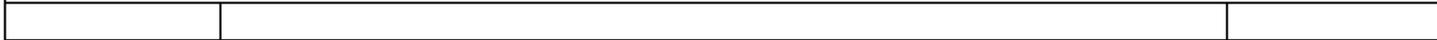
Segmento 1: PID X

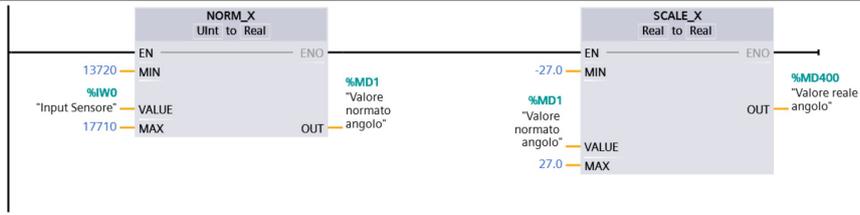


Segmento 2: Creazione del setpoint angolare

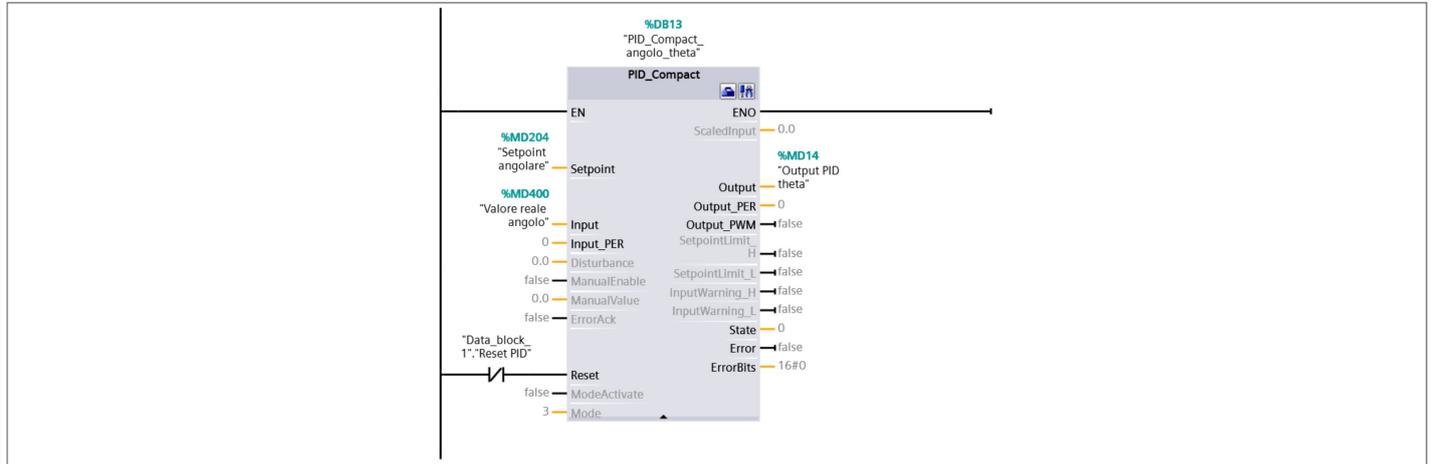


Segmento 3: Lettura angolo reale da sensore angolare

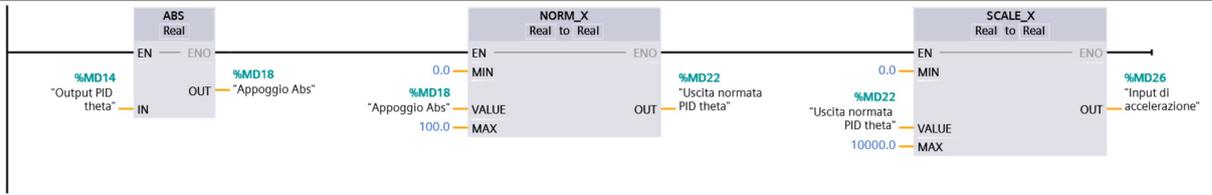




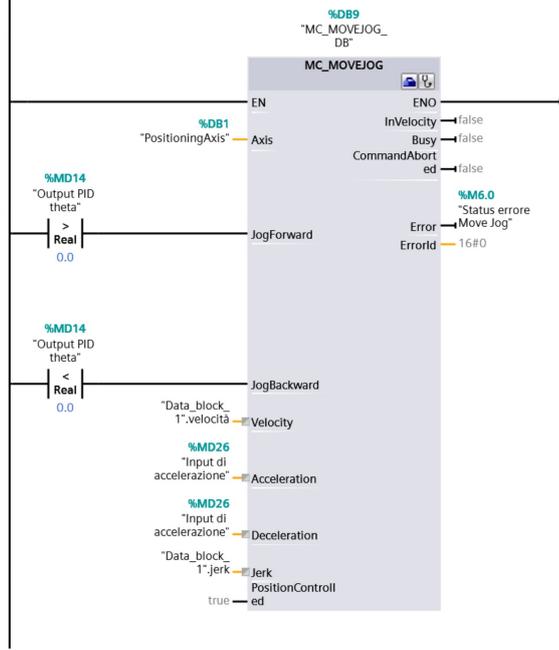
Segmento 4: PID theta



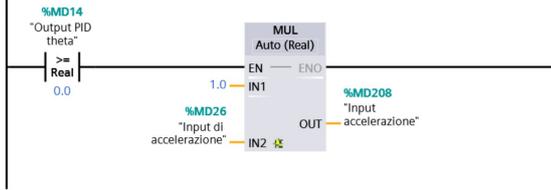
Segmento 5: Generazione input accelerazione



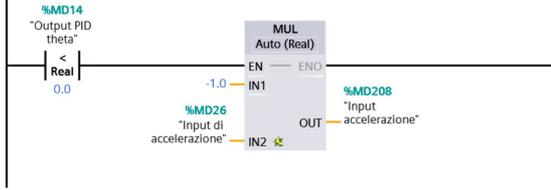
Segmento 6: Movimentazione asse



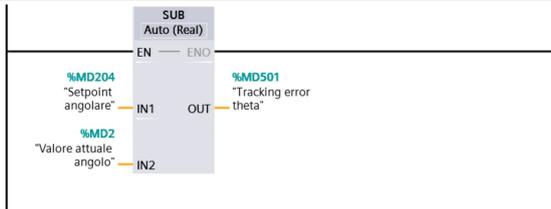
Segmento 7: Elaborazione accelerazione per tracce



Segmento 8: Elaborazione decelerazione per tracce



Segmento 9: Tracking error theta



Segmento 10: Tracking error x



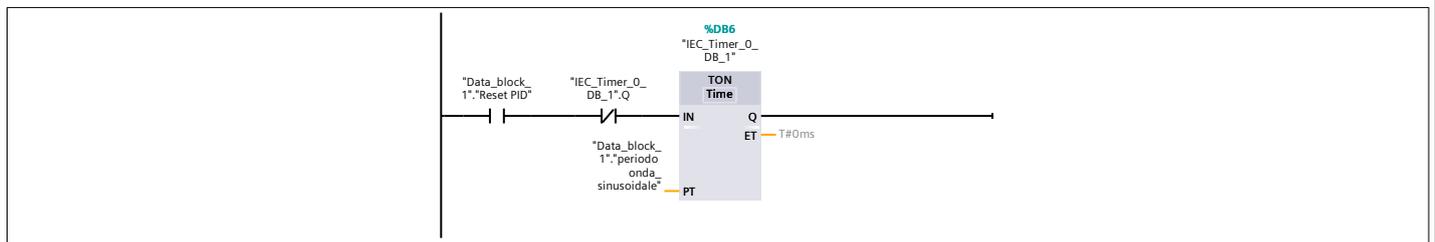
Cyclic interrupt_sine [OB31]

Cyclic interrupt_sine Proprietà

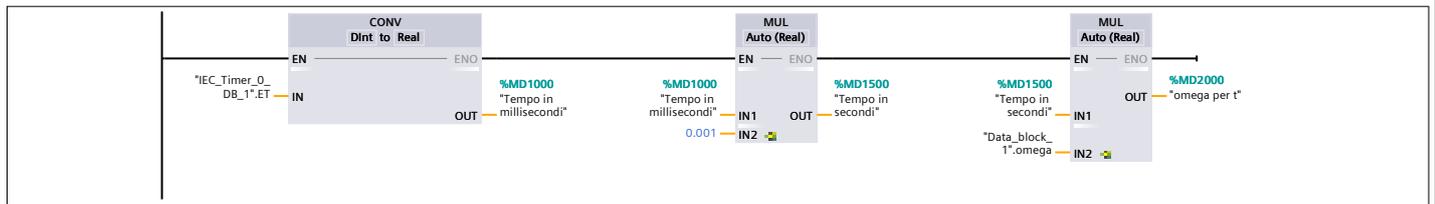
Generale							
Nome	Cyclic interrupt_sine	Numero	31	Tipo	OB	Linguaggio	KOP
Numerazione	Automatico						
Informazioni							
Titolo	Generazione onda sinusoidale	Autore		Commento		Famiglia	
Versione	0.1	ID definito dall'utente					

Nome	Tipo di dati	Valore di default	Commento
▼ Input			
Initial_Call	Bool		Initial call of this OB
Event_Count	Int		Events discarded
Temp			
Constant			

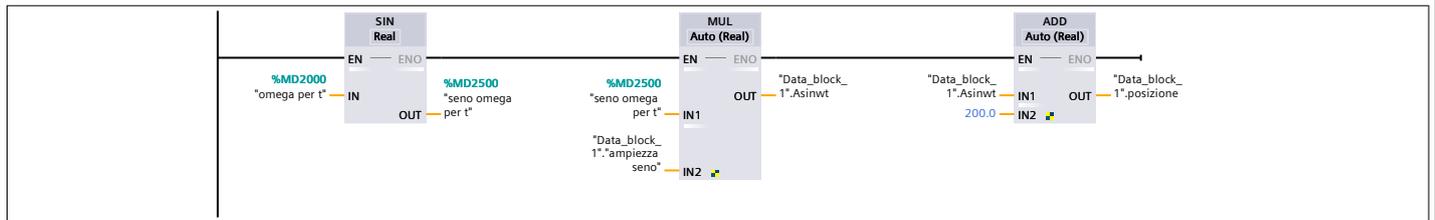
Segmento 1: Attivazione onda sinusoidale ed impostazione del periodo



Segmento 2: Generazione del valore omega*t



Segmento 3: Calcolo di $x=A_o+ A*\sin(\omega*t)$



Onda quadra [FB1]

Onda quadra Proprietà

Generale

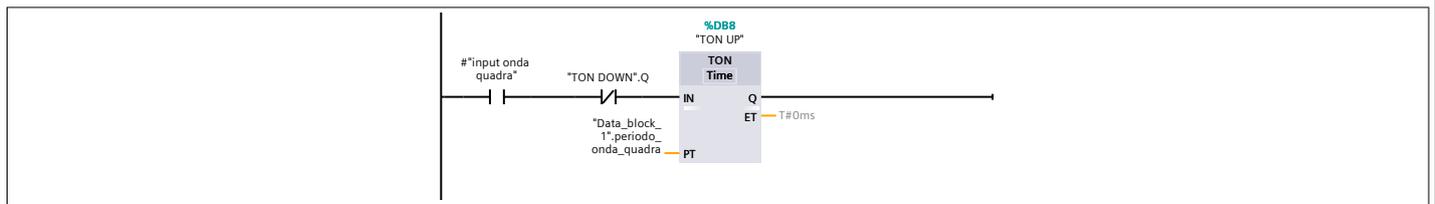
Nome	Onda quadra	Numero	1	Tipo	FB	Linguaggio	KOP
Numerazione	Automatico						

Informazioni

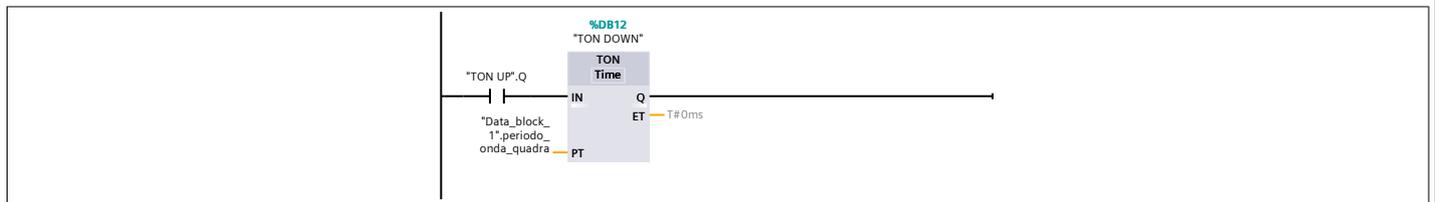
Titolo		Autore		Commento		Famiglia	
Versione	0.1	ID definito dall'utente					

Nome	Tipo di dati	Valore di default	Ritenzione	Accessibile da HMI/OPC UA/Web API	Scrivibile da HMI/OPC UA/Web API	Visibile in HMI Engineering	Valore di impostazione	Controllo	Commento
▼ Input									
input onda quadra	Bool	false	Non a ritenzione	True	True	True	False		
▼ Output									
setpoint	Real	0.0	Non a ritenzione	True	True	True	False		
InOut									
Static									
Temp									
Constant									

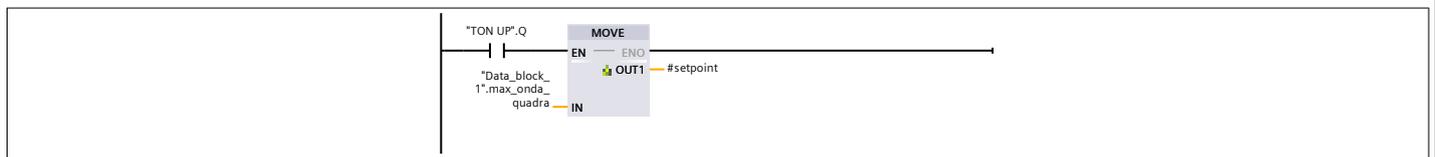
Segmento 1:



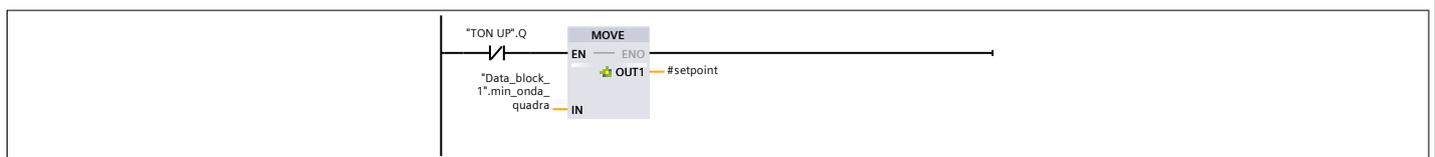
Segmento 2:



Segmento 3:



Segmento 4:



11 Appendice C: Ladder s7-1200

Cyclic interrupt [OB30]

Cyclic interrupt Proprietà

Generale

Nome	Cyclic interrupt	Numero	30	Tipo	OB	Linguaggio	KOP
Numerazione	Automatico						

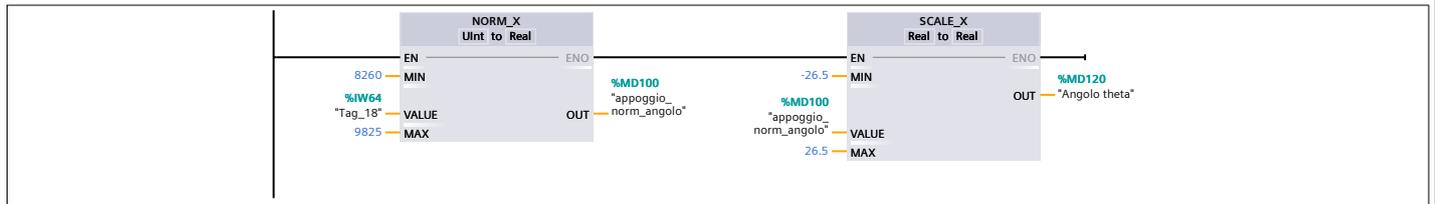
Informazioni

Titolo		Autore		Commento		Famiglia	
Versione	0.1	ID definito dall'utente					

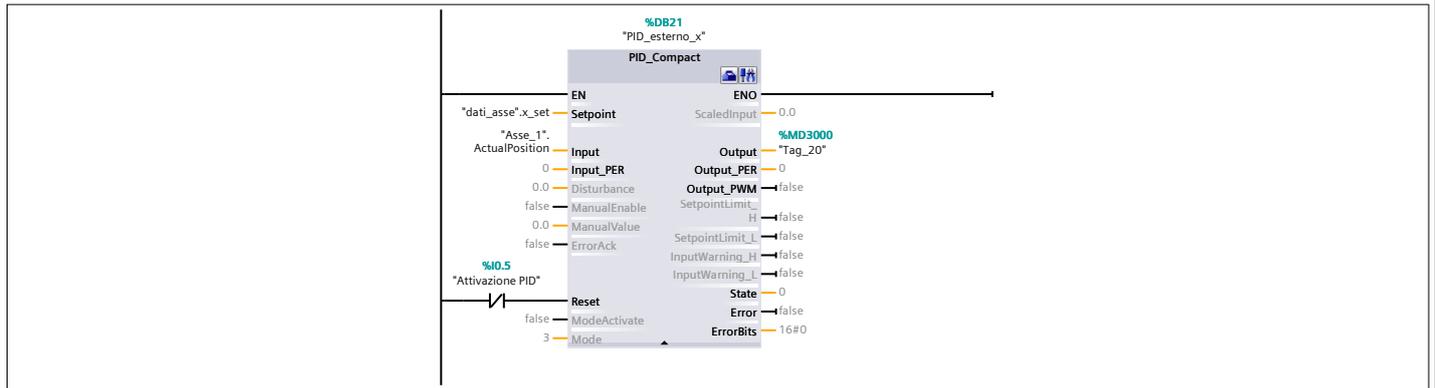
Nome	Tipo di dati	Valore di default	Commento
▼ Input			
Initial_Call	Bool		Initial call of this OB
Event_Count	Int		Events discarded
Temp			
Constant			

Segmento 1: Lettura angolo

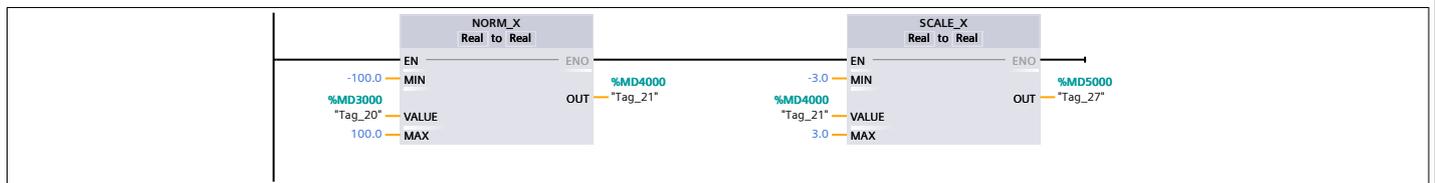
Letture l'input analogico proveniente dal sensore angolare ed operazioni di norma e scala per avere in uscita l'angolo in gradi



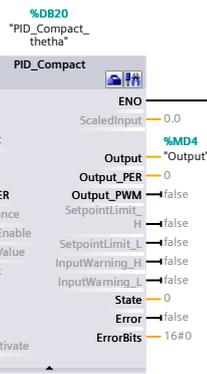
Segmento 2: PID di posizione



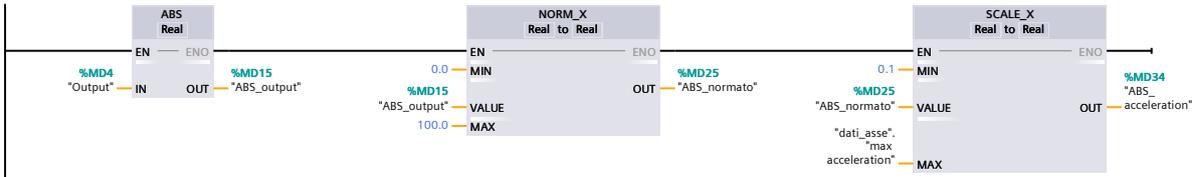
Segmento 3: Creazione setpoint angolare



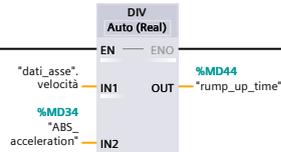
Segmento 4: PID angolare



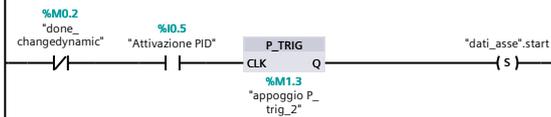
Segmento 5: Input di accelerazione



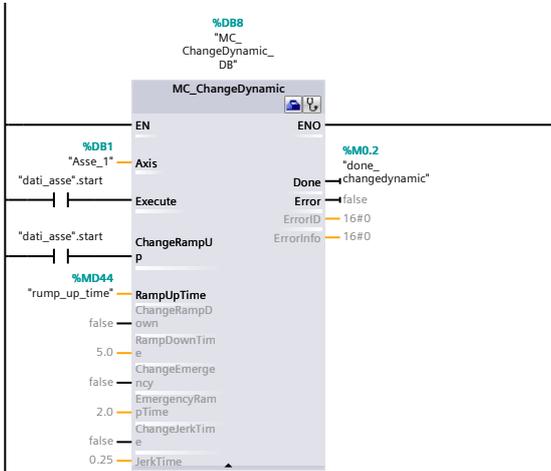
Segmento 6: Rump up time



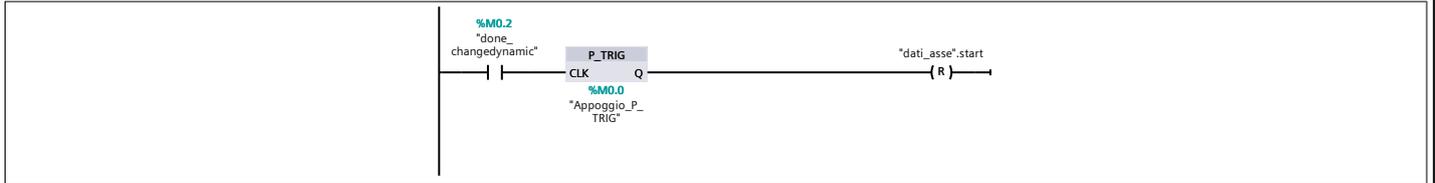
Segmento 7: Attivazione Change_dynamic



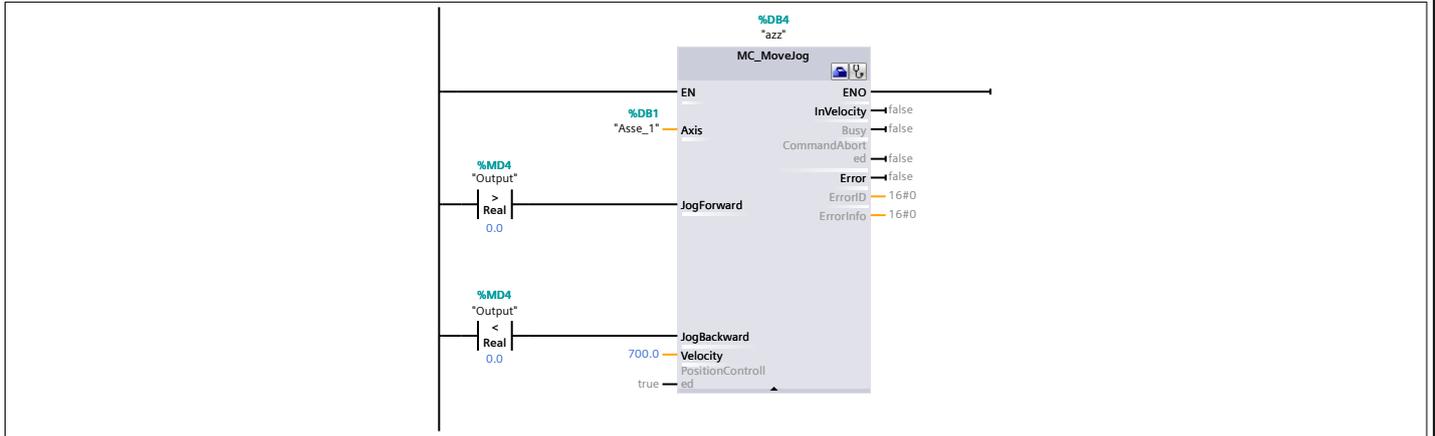
Segmento 8: Blocco per la modifica della dinamica dell'asse



Segmento 9: Reset Change_dynamic



Segmento 10: Movimentazione dell'asse



Riferimenti bibliografici

- [1] Olfa Boubaker. The inverted pendulum benchmark in nonlinear control theory: A survey. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 10:233–242, 09 2013.
- [2] Y. Baba, M. Izutsu, Y. Pan, and K. Furuta. Design of control method to rotate pendulum. In *2006 SICE-ICASE International Joint Conference*, pages 2381–2385, 2006.
- [3] Amr Roshdy, Lin Yu zheng, Hany F. Mokbel, and Wang Tongyu. Stabilization of real inverted pendulum using pole separation factor. pages 406–410. Atlantis Press, 2012/12.
- [4] E. Vinodh Kumar and Jovitha Jerome. Robust lqr controller design for stabilizing and trajectory tracking of inverted pendulum. *Procedia Engineering*, 64:169 – 178, 2013. International Conference on Design and Manufacturing (IConDM2013).
- [5] L. B. Prasad, B. Tyagi, and H. O. Gupta. Modelling and simulation for optimal control of nonlinear inverted pendulum dynamical system using pid controller and lqr. In *2012 Sixth Asia Modelling Symposium*, pages 138–143, 2012.
- [6] Z. Shenghao and S. Jinchun. Intelligent predictive fuzzy control for pneumatic inverted pendulum. In *2011 6th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*, pages 968–972, 2011.
- [7] G. Calafiore. *Appunti di Controlli Automatici*. Edizioni CLUT, Torino, 2006.
- [8] G. Calafiore. *Elementi di Automatica*. Edizioni CLUT, Torino, 2004.
- [9] N. Schiavoni P. Bolzern, R. Scattolini. *Fondamenti di controlli automatici*. McGraw-Hill, Milano, 2008.
- [10] M. Pontin. *Modellazione, realizzazione e controllo mediante PLC di un sistema a pendolo inverso ad attuazione pneumatica*. Politecnico di Torino, Torino, 2018.
- [11] G. Pepe. *Analisi teorico sperimentale di un sistema a pendolo inverso con attuatore pneumatico controllato*. Politecnico di Torino, Torino, 2017.