

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale



Tesi di Laurea Magistrale

Simulazione numerica della retro-propulsione supersonica: effetti della
griglia e delle condizioni al contorno

Relatori: Prof. Domenic D'Ambrosio

Prof. Roberto Marsilio

Candidato: Dario Yarallahy

Sommario

Nella storia, diversi sono stati gli atterraggi senza equipaggio su Marte avvenuti con successo. I sistemi usati per far sì che questi potessero avvenire hanno impiegato le soluzioni più variegata e, ancora oggi, si studiano nuove configurazioni in base alle differenti esigenze, come quella, ad esempio, di portare a compimento una spedizione umana sul pianeta rosso.

Al fine di perseguire quest'ultimo obiettivo, si è visto come le precedenti soluzioni impiegate per portare a termine lo sbarco di robot, le quali si basavano essenzialmente sull'architettura impiegata per le missioni "Vikings" degli anni '70, risultino essere sostanzialmente non praticabili per missioni di approdo con equipaggio umano, in quanto queste hanno avuto, e continuano ad avere, come grandi limiti da una parte la massa del carico pagante fatto atterrare (al più 900 kg con la missione MSL ("Mars Science Laboratory"), quando invece una missione con esseri umani necessiterebbe di payload fino anche a 100 tonnellate) e dall'altra l'ancora poca accuratezza per quanto riguarda la posizione del sito di atterraggio.

Fissato questo punto, una delle futuribili soluzioni per procedere con lo sbarco su Marte si ipotizza essere l'uso della retropropulsione supersonica (la stessa utilizzata da SpaceX per il rientro dei suoi lanciatori sulla Terra), anziché l'uso di paracaduti supersonici combinata con la retropropulsione subsonica; in questo lavoro, allora, si cercherà di portare avanti quanto realizzato da altri autori riguardo la simulazione numerica di un ipotetico corpo a forma di cilindro con all'estremità un cono sferico dotato di un ugello nella mezzeria: si simulerà, nello specifico, l'opposizione di due flussi supersonici (uno in uscita dall'ugello stesso e l'altro proveniente in verso opposto rappresentante la corrente indisturbata impattante il corpo nella fase di atterraggio) in prima battuta considerando il corpo dotato di ugello, quindi con la presenza di un convergente, di una gola e di un divergente, per poi, successivamente, andare ad eliminarlo del tutto ponendo sulla sezione di uscita le condizioni di Mach, pressione totale e temperatura totale che si avevano nel caso precedente. Lo scopo di questo lavoro, infatti, risulta essere quello di comparare le due casistiche (con e senza ugello) al fine di rilevare affinità ed eventuali differenze.

Il presente lavoro, poi, procederà con l'andare a modificare le condizioni del gas impiegato ai fini della retropropulsione sempre per un caso di un singolo ugello piazzato nella mezzeria con la modifica, in particolare, del suo calore specifico a pressione costante e della sua temperatura totale, la quale verrà raddoppiata e poi anche triplicata: in questo modo si andrà a considerare un gas sufficientemente caldo ma non abbastanza da dare luogo a fenomeni di dissociazione.

L'ultimo passo consisterà nel confrontare i risultati ottenuti con quelli di altri autori, al fine di evidenziarne le congruenze ed interpretare le varie difformità.

Indice

Indice delle figure	iv
Indice delle tabelle	vii
1 Introduzione	1
2 Entry, Descent and Landing (EDL) ed applicazioni retropropulse	2
2.1 Introduzione	2
2.2 Esempi di retropropulsione nei sistemi di EDL per sistemi terrestri	2
2.2.1 Soyuz	2
2.2.2 Space Shuttle.....	5
2.2.3 Falcon 9 - SpaceX.....	5
2.3 Sistemi di EDL per applicazioni marziane	7
2.3.1 Atmosfera e topologia marziana	7
2.3.2 Principali problematiche per lo sbarco su Marte.....	9
2.3.3 Cronologia delle varie missioni su Marte	11
2.3.4 Caratteristiche e problematiche delle attuali tecnologie EDL.....	15
2.3.5 Soluzioni alternative	17
3 Campo di moto.....	19
3.1 Introduzione	19
3.2 Ugello convergente-divergente	19
3.3 Urto Obliquo	20
3.4 Analisi di un getto supersonico ed applicazione alla retropropulsione supersonica.....	25
4 Equazioni di governo e metodi numeri	29
4.1 Introduzione	29
4.2 Ipotesi alla base delle equazioni di Navier -Stokes	29
4.3 Equazioni di Navier-Stokes.....	32
4.4 Modelli di chiusura turbolenti	35
4.4.1 Definizione del tensore degli sforzi di Reynolds	35
4.4.2 Modello One-Equation.....	37
4.4.3 Modello Two-Equations	38
4.4.4 Modello LES.....	40
4.5 Passaggio dal continuo al discreto.....	43
5 Descrizione dei modelli in analisi	49
5.1 Introduzione	49
5.2 Modello sperimentale.....	49
5.2.1 Descrizione della galleria, del modello e delle prese di pressione	49
5.3 Modello numerico	52
5.3.1 Introduzione	52

5.3.2	Valori fisici di riferimento	52
5.3.3	Dominio di calcolo, condizioni al contorno, mesh, modello fisico e solutore	54
6	Risultati.....	66
6.1	Introduzione	66
6.2	Risultati sperimentali.....	66
6.2.1	Coefficiente di pressione.....	66
6.2.2	Analisi in frequenza	69
6.3	Risultati numerici	70
6.3.1	Introduzione	70
6.3.2	Coefficiente di pressione - Risultati.....	70
6.3.2.1	Caso con ugello @ $T^0 = 347,1$ K & C_p costante.....	71
6.3.2.2	Caso senza ugello @ $T^0 = 347,1$ K & C_p costante	73
6.3.2.3	Caso con ugello @ $T^0 = 649,2$ K & C_p costante.....	75
6.3.2.4	Caso con ugello @ $T^0 = 649,2$ K & C_p variabile.....	77
6.3.2.5	Caso con ugello @ $T^0 = 1041,3$ K & C_p variabile.....	79
6.3.3	Analisi in frequenza - Risultati	81
6.3.3.1	Caso con ugello @ $T^0 = 347,1$ K & C_p costante.....	81
6.3.3.2	Caso senza ugello @ $T^0 = 347,1$ K & C_p costante	81
6.3.3.3	Caso con ugello @ $T^0 = 694,2$ K & C_p costante.....	82
6.3.3.4	Caso con ugello @ $T^0 = 649,2$ K & C_p variabile.....	83
6.3.3.5	Caso con ugello @ $T^0 = 1041,3$ K & C_p variabile.....	84
7	Conclusioni	86
	Bibliografia.....	88

Indice delle figure

Figura 2.1: Visualizzazione dei tre moduli della Soyuz [9].....	3
Figura 2.2: Ingresso in atmosfera terrestre del modulo di discesa [9]	3
Figura 2.3: Dispiegamento dei vari paracaduti [9]	4
Figura 2.4: Azionamento dei motori [9]	4
Figura 2.5: Posizionamento dei sei motori [9].....	5
Figura 2.6: Profilo di volo di "Falcon 9" con focus sulla traiettoria del primo stadio [12].....	6
Figura 2.7: Confronto tra l'atmosfera terrestre e quella marziana [1]	8
Figura 2.8: Topografia di Marte [16].....	9
Figura 2.9: Elevazione bi-modale della superficie marziana e punti di sbarco delle varie missioni [1].....	10
Figura 2.10: Vista esplosa della navicella spaziale [19]	12
Figura 2.11: Configurazione di crociera [19]	12
Figura 2.12: Assetto di ingresso e dispiegamento del paracadute [19].....	13
Figura 2.13: Separazione del "Backshell" e sequenza di caduta libera [19].....	13
Figura 2.14: Visualizzazione dello "skycrane" e fase di allontanamenti del DS [19].....	13
Figura 2.15: Sequenza delle manovre di EDL - Parte 1 di 3 [19].....	14
Figura 2.16: Sequenza delle manovre di EDL - Parte 2 di 3 [19].....	14
Figura 2.17: Sequenza delle manovre di EDL - Parte 3 di 3 [19].....	15
Figura 2.18: Visualizzazione del paracadute "disk gap band" [20]	15
Figura 2.19: Confronto tra due coefficienti balistici [1]	16
Figura 2.20: Regione supersonica e subsonica di dispiegamento del paracadute [1]	17
Figura 2.21: Varie traiettorie di ingresso al crescere di " β " [1]	17
Figura 3.1: Varie casistiche di funzionamento dell'ugello convergente-divergente [24].....	19
Figura 3.2: Formazione di un urto obliquo su di una rampa [25]	21
Figura 3.3: Caso urto obliquo con $\delta < \delta^*$ [25]	21
Figura 3.4: Caso urto obliquo con $\delta = \delta^*$ [25]	22
Figura 3.5: Caso urto obliquo con $\delta^* < \delta < \delta_{max}$ [25]	22
Figura 3.6: Caso urto obliquo con $\delta > \delta_{max}$ [25].....	22
Figura 3.7: Diagramma " $\beta - \delta$ " relativo all'urto obliquo [25].....	23
Figura 3.8: Soluzioni estreme per quanto riguarda l'urto obliquo.....	24
Figura 3.9: Schema qualitativo dell'urto curvo generatosi a monte di una sfera	24
Figura 3.10: Getto supersonico sfociante in ambiente in quiete [8]	25
Figura 3.11: Caso getto sovraespanso [8].....	26
Figura 3.12: Caso getto sottoespanso [8].....	26
Figura 3.13: Caso getto fortemente sottoespanso [8].....	27
Figura 3.14: Caso di getto fortemente sottoespanso investito da una corrente supersonica [2].....	28
Figura 4.1: Esempio di dominio preso in considerazione [28]	33

Figura 4.2: Visualizzazione della discretizzazione in celle [29].....	43
Figura 4.3: Dettaglio di due celle attigue.....	44
Figura 4.4: Distribuzione lineare della funzione in ogni cella.....	45
Figura 4.5: Cella e contorno.....	47
Figura 5.1: Schema della galleria del vento "UPWT" [30].....	49
Figura 5.2: Schema dell'ugello a monte della camera di prova [30].....	50
Figura 5.3: Schema del supporto al modello in camera di prova [30].....	50
Figura 5.4: Schema del modello utilizzato in galleria del vento [30].....	51
Figura 5.5: Distribuzione delle prese di pressione sulla superficie del modello [30].....	51
Figura 5.6: Modello a singolo getto con relativa strumentazione [30].....	52
Figura 5.7: Geometria del dominio di calcolo (caso con ugello).....	55
Figura 5.8: Elenco delle parti #1.....	55
Figura 5.9: Elenco delle parti #2.....	56
Figura 5.10: Geometria del dominio di calcolo (caso con ugello).....	58
Figura 5.11: Dettaglio della sezione di uscita senza ugello.....	59
Figura 5.12: Visualizzazione dei due blocchi necessari al controllo volumetrico.....	61
Figura 5.13: Mesh complessiva con dettaglio.....	61
Figura 5.14: Visualizzazione dei due blocchi.....	63
Figura 5.15: Visualizzazione del cono.....	63
Figura 5.16: Mesh complessiva e dettaglio.....	64
Figura 5.17: Andamento della legge polinomiale in temperatura per quanto riguarda il calore specifico a pressione costante.....	64
Figura 6.1: Variazione del campo di moto al variare del numero di Mach [30].....	66
Figura 6.2: Andamento del coefficiente di pressione sul "Forebody" (zona prodiera del corpo) parametrizzato con il numero di Mach [30].....	67
Figura 6.3: Andamento del coefficiente di pressione sul "Forebody" parametrizzato con il coefficiente di spinta [30].	67
Figura 6.4: Variazione della "standoff distance" al variare del coefficiente di pressione [30].....	68
Figura 6.5: Mappa della distribuzione del coefficiente di pressione in base al coefficiente di spinta [30].....	68
Figura 6.6: Rilevazione dell'armonica principale e secondarie per la Run 165.....	70
Figura 6.7: Campo di moto con rilevamento delle strutture caratteristiche.....	71
Figura 6.8: Confronto tra l'andamento del coefficiente di pressione sull'"Aftbody" sperimentale e numerico.....	72
Figura 6.9: Confronto tra l'andamento del coefficiente di pressione sul "Forebody" sperimentale e numerico.....	72
Figura 6.10: Campo di moto nel caso senza ugello.....	73
Figura 6.11: Confronto del coefficiente di pressione sull'"Aftbody" tra il caso con e senza ugello.....	74
Figura 6.12: Confronto del coefficiente di pressione sul "Forebody" tra il caso senza e con ugello.....	75
Figura 6.13: Confronto del coefficiente di pressione sull'"Aftbody" tra il caso con temperatura totale normale e raddoppiata.....	76
Figura 6.14: Confronto del coefficiente di pressione sul "Forebody" tra il caso con temperatura totale normale e raddoppiata.....	77

Figura 6.15: Confronto del coefficiente di pressione sull'"Aftbody" tra i diversi casi	78
Figura 6.16: Confronto del coefficiente di pressione sul "Forebody" tra i diversi casi	79
Figura 6.17: Confronto finale tra i vari valori di coefficiente di pressione sull'"Aftbody"	80
Figura 6.18: Confronto finale tra i vari valori del coefficiente di pressione sul "Forebody"	80
Figura 6.19: Analisi in frequenza del caso con ugello a T^0 pari a 347,1 K con C_p costante	81
Figura 6.20: Analisi in frequenza del caso senza ugello a T^0 pari a 347,1 K con C_p costante	82
Figura 6.21: Analisi in frequenza del caso con ugello a T^0 pari a 649,2 K con C_p costante	83
Figura 6.22: Analisi in frequenza del caso con ugello a T^0 pari a 649,2 K con C_p variabile	84
Figura 6.23: Analisi in frequenza con ugello a T^0 pari a 1041,3 K con C_p variabile	85

Indice delle tabelle

Tabella 2.1: Composizione dell'atmosfera marziana	7
Tabella 2.2: Caratteristiche principali dell'atmosfera marziana	8
Tabella 5.1: Caratteristiche fisiche principali del campo di moto in analisi	53
Tabella 5.2: Valori per il caso a T^0 raddoppiata.....	53
Tabella 5.3: Valori per il caso a T^0 triplicata	53
Tabella 5.4: Caratteristiche geometriche	54
Tabella 5.5: Elenco delle condizioni al contorno	57
Tabella 5.6: "Default Controls" per il caso con ugello	60
Tabella 5.7: "Custom Controls" per le pareti dell'ugello	60
Tabella 5.8: "Custom Controls" per le pareti del corpo	60
Tabella 5.9: "Custom Controls" per la parete di simmetria dell'ugello	61
Tabella 5.10: "Default Controls" per il caso senza ugello	62
Tabella 5.11: "Custom Controls" per le pareti del corpo	62
Tabella 5.12: "Custom Controls" per la sezione di sbocco dell'ugello	62
Tabella 5.13: Modello fisico adottato	65
Tabella 5.14: Caratteristiche del solutore	65
Tabella 6.1: Proprietà e caratteristiche del getto assialsimmetrico con incidenza nulla [30].....	69
Tabella 6.2: Confronto della "standoff distance" tra il caso sperimentale (con ugello) e quello numerico (senza ugello)	75

Capitolo 1

1 Introduzione

Nella storia dell'uomo, gli Stati Uniti d'America sono stati i primi a sbarcare con successo sulla superficie marziana con le missioni "Viking 1" e "Viking 2" nel 1976 [1]. Ad oggi, altri quattro sbarchi addizionali sono stati compiuti; tutti questi hanno avuto in comune il sistema di ingresso planetario basato sulle tecnologie di entrata, discesa e atterraggio (Entry, Descent and Landing - EDL) sviluppate per le due missioni Viking; sono stati impiegati dunque dei corpi tozzi come aeroshell, paracaduti supersonici e subsonici, sistemi di propulsione per il tratto finale di discesa in linea con quanto fatto per le prime due spedizioni. Simile è stata anche la modalità di sbarco sul pianeta rosso: questa infatti è avvenuta con una prima fase di ingresso planetario in condizioni ipersoniche durante la quale si è dissipata la maggior parte dell'energia cinetica detenuta dal corpo; successivamente si sono dispiegati i paracaduti supersonici ed infine, nella fase di approdo vera e propria, si sono utilizzate varie metodologie per un "soft touchdown". Tutte le missioni sono dunque state accumulate dall'impiego di paracaduti subsonici, mentre la fase terminale dell'EDL ha visto maggiore variabilità, con, ad esempio, l'uso di dispositivi gonfiabili per le missioni MER (Mars Exploration Rover) e Mars PathFinder, o, nel caso della missione "Mars Science Laboratory" ("MSL"), l'uso dello "skycrane", ovvero di una sorta di gru sospesa in aria in grado di calare il rover impiegato per la missione vera e propria. Un approfondimento del sistema EDL impiegato proprio da quest'ultima missione verrà riportato in seguito.

Un approccio di questo tipo si è visto essere congeniale per quanto riguarda missioni di sbarco per soli robot con masse di payload molto limitate (al massimo si è raggiunta quasi la tonnellata con la missione MSL), mentre si è dimostrato essere inadeguato per quanto riguarda esplorazioni di Marte condotte con una robotica avanzata (la quale necessiterebbe di un payload di almeno 2 tonnellate) e, a maggior ragione, per esplorazioni umane (le quali necessiterebbero invece di un payload variabile tra 20 e 100 tonnellate) [2]: in particolare, per quest'ultime, si richiederebbero condizioni insostenibili per il dispiego e l'utilizzo di paracaduti supersonici come risultato di alti coefficienti balistici, vincoli sulle dimensioni dell'aeroshell e una densità atmosferica molto più bassa rispetto a quella terrestre [1]: sostanzialmente si avrebbero delle forti limitazioni per quanto riguarda l'altitudine dalla quale far partire la decelerazione vera e propria, in quanto questa coinciderebbe con quote molto basse e quindi con una ridotta, se non insufficiente, capacità di manovrare per eventuali correzioni; inoltre si dovrebbero utilizzare dei paracaduti di grandi dimensioni (anche oltre i 30 m) e questo potrebbe far sì che il velivolo non sia in grado di raggiungere delle condizioni di dispiegamento accettabili. Al fine, poi, di far fronte all'alto numero di Mach e all'alta pressione dinamica venutasi a creare al momento dello schieramento del paracadute, sarebbe necessario impiegare un tessuto resistente al calore ed alle sollecitazioni [3] il quale richiederebbe nuovi metodi di validazione [4].

Come alternativa, allora, sono stati condotti numerosi studi sulla retropropulsione supersonica (SRP), ovvero sulla possibilità di iniziare la fase di retropropulsione già in condizioni supersoniche in concomitanza o a posto di deceleratori aerodinamici dispiegabili, in modo da consentire lo sbarco di carichi paganti più grandi. Molte delle conoscenze attuali circa la retropropulsione supersonica sono basate sulle ricerche sperimentali eseguite prima delle missioni Viking negli anni '60 e nei primi anni '70 [5].

Fondamentalmente, la retropropulsione supersonica ha come elemento principale l'interdipendenza tra l'onda d'urto generata a monte del velivolo ed il flusso retropropulso: questa induce una grande resistenza aerodinamica che è in grado di dissipare l'energia cinetica del corpo stesso. Sebbene la maggior parte della letteratura sia concentrata sui risultati ottenuti in galleria del vento, sono state completate numerose investigazioni circa le capacità delle moderne analisi computative nel riprodurre le interazioni dei flussi appena descritti, proprio perché i test a terra ed in volo in condizioni di ingresso risultano essere di difficile realizzazione oltre che proibitivi in termini di costi; proprio per questo, come appena detto, lo sviluppo di questa tecnologia può essere migliorato con la capacità di prevedere numericamente il campo di moto utilizzando la CFD ("Computational Fluid Dynamics") [6].

In generale, predizioni accurate sulla stabilità del campo di moto degli aeroshell costituiti da corpi tozzi dotati di retropropulsione supersonica usando la CFD richiedono l'abilità di catturare urti staccati, interazioni urto-urto, zone di ricircolazione, separazione di strati limite indotti da urti, getti sottoespansi e altamente sottoespansi [2].

Come detto in precedenza, il presente lavoro si inserisce proprio in quest'ottica, ed in particolare tende a valutare non solo quale sia il grado di similitudine tra la simulazione numerica e test in galleria del vento, ma anche quale sia il grado di reciprocità tra i diversi codici in modo tale da poter scegliere l'uno o l'altro in base alle diverse esigenze.

Capitolo 2

2 Entry, Descent and Landing (EDL) ed applicazioni retropropulse

2.1 Introduzione

Per “Entry, Descent and Landing” (EDL) si intende l’insieme di componenti, sistemi, validazioni e operazioni volte a portare in maniera sicura un velivolo dalle condizioni di approccio ad un pianeta al contatto con la superficie del pianeta stesso, o al transito nell’atmosfera del corpo [7]. Come suggerisce il nome, l’EDL si compone di tre fasi, che risultano essere:

- (Aeroassist and Atmospheric) Entry: si intendono delle tecnologie intra-atmosferiche che decelerano la navicella spaziale dalla fase di arrivo iperbolico attraverso la fase ipersonica di ingresso.
- Descent: si intendono le tecnologie che fanno da ponte tra la porzione ipersonica della sequenza di entrata e la parte finale di atterraggio. La discesa include generalmente il volo in condizioni supersoniche e subsoniche elevate; tipicamente inizia con il dispiegamento di un dispositivo decelerante (come ad esempio un paracadute) e si conclude con la fase terminale che può essere propulsa o utilizzare anche altri sistemi di sbarco. Tipicamente può includere il distacco dei deceleratori supersonici, il riorientamento del velivolo in modo da facilitare il rilevamento della superficie e l’utilizzo della propulsione per allontanarsi dalla superficie nel caso siano rilevati dei problemi.
- Landing: la fase di atterraggio inizia con i preparativi finali per l’atterraggio (come può essere il dispiegamento dei sistemi di interazione con la superficie planetaria) e si conclude con l’atterraggio stesso, che viene completato quando l’energia cinetica dell’impatto è stata completamente dissipata ed il velivolo è ad una velocità nulla rispetto al terreno.

Per retropropulsione, invece, si intende una modalità di decelerazione del velivolo utilizzando una spinta opposta al verso di avanzamento del velivolo stesso [8].

2.2 Esempi di retropropulsione nei sistemi di EDL per sistemi terrestri

Al momento, la tecnologia di retropropulsione è stata utilizzata su velivoli spaziali per i più disparati motivi: per manovre di uscita dall’orbita, mediante l’orbiter di Space Shuttle, per decelerare la fase di rientro ipersonica e supersonica di un velivolo spaziale (in questo caso si parla di retropropulsione supersonica), come nel caso di Falcon 9 di SpaceX, per mitigare l’impatto al suolo, come nel caso della Soyuz, o ancora per rallentare la fase finale di atterraggio, come nel caso di Viking e di Mars Science Laboratory [8].

Di seguito si andranno a dare dei rapidi sguardi sia per quanto riguarda l’EDL sia per quanto riguarda la retropropulsione per quello che concerne i primi impieghi citati, mentre, nel paragrafo successivo, si approfondiranno maggiormente quelli impiegati per l’uso su Marte.

2.2.1 Soyuz

Per quanto riguarda l’atterraggio della Soyuz, in generale si ricorda che fino a tre membri dell’equipaggio possono ritornare dalla stazione spaziale internazionale utilizzando tale navicella. Essa è composta da tre elementi collegati alle estremità (**Figura 2.1**), ovvero il modulo orbitale, il modulo di strumentazione/propulsione ed il modulo di discesa, con quest’ultimo occupato dall’equipaggio. Nel momento antecedente al rientro, i primi due moduli vengono distaccati, cosicché brucino in atmosfera, a differenza, ovviamente, del modulo di discesa:



Figura 2.1: Visualizzazione dei tre moduli della Soyuz [9]

Più nello specifico, una volta che la Soyuz è partita, il modulo orbitale non è più necessario, per cui viene eiettato circa tre ore dopo lo sgancio dalla stazione spaziale internazionale; contemporaneamente, viene eiettato anche il modulo di strumentazione/propulsione, dopo, cioè, che sia passata una mezzora da che i suoi motori principali abbiano compiuto il loro ultimo compito, ovvero un'ultima accensione in modo da allontanare e far cadere la Soyuz dalla propria orbita. Con quest'ultimo modulo si ha anche la perdita dei due pannelli solari ad esso agganciati.

Dopo aver perso due terzi della sua massa, la Soyuz raggiunge l'interfaccia di ingresso, cioè un punto a 400.000 piedi (121.920 m) sopra la Terra, dove l'attrito dovuto all'ispessimento dell'atmosfera inizia a riscaldare le sue superfici esterne, tre ore dopo lo sgancio (**Figura 2.2**):

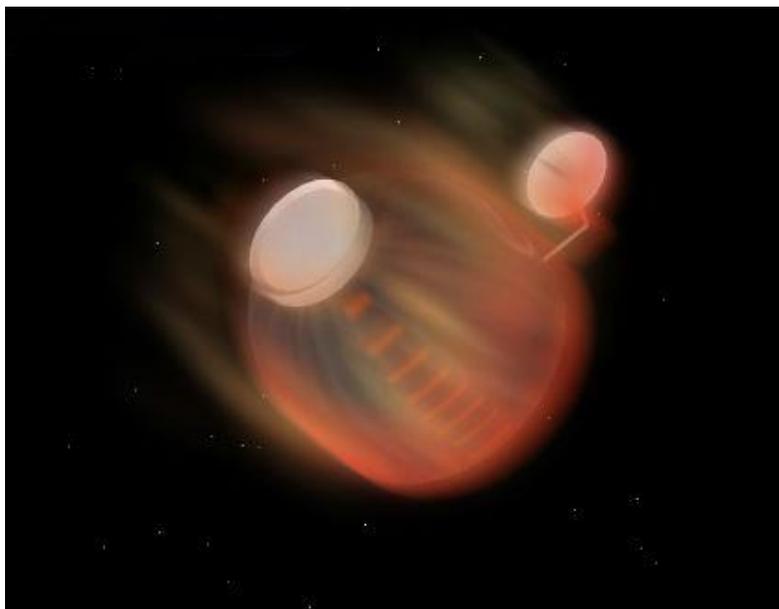


Figura 2.2: Ingresso in atmosfera terrestre del modulo di discesa [9]

Otto minuti dopo il raggiungimento di tale quota, la sonda possiede una velocità di discesa pari a 755 piedi al secondo (828 km/h). Nelle ultimissime fasi dell'atterraggio, la sua velocità dovrà calare a soli 5 piedi al secondo (5,5 km/h), con una velocità di touchdown ancor più inferiore.

2. Entry, Descent and Landing (EDL) ed applicazioni retropropulse

I principali dispositivi per rallentare la corsa della sonda sono quattro paracaduti, dispiegati 15 minuti prima dell'atterraggio. I primi ad essere schierati sono due paracaduti pilota, seguiti da un parafreno attaccato al secondo paracadute pilota, il quale è in grado di rallentare la sonda da 755 a 262 piedi al secondo (828 → 287 km/h) (**Figura 2.3**):

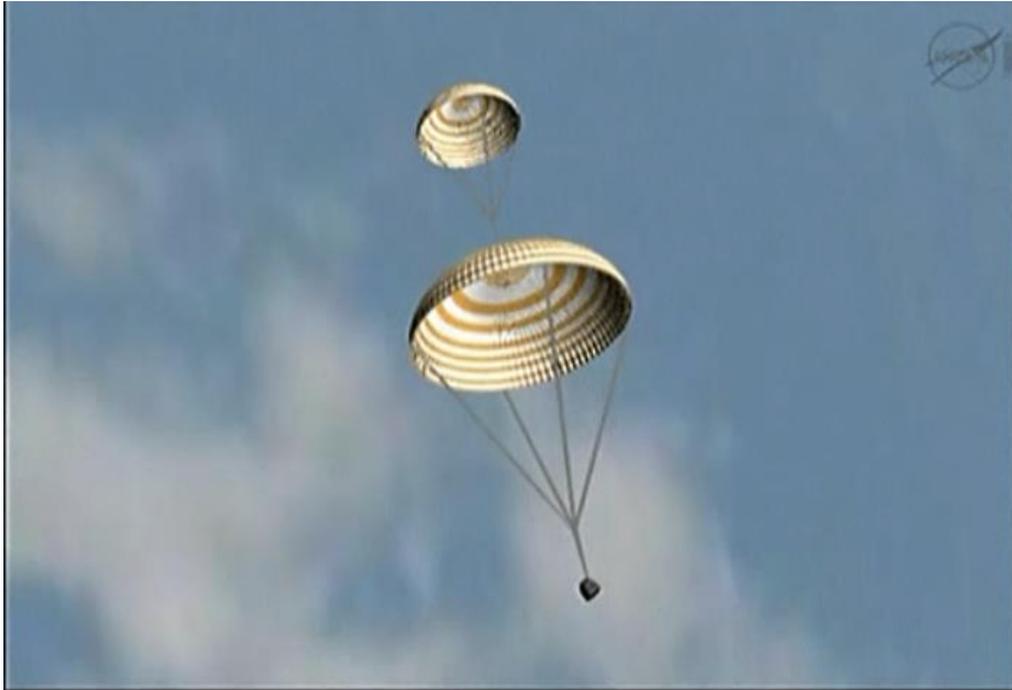


Figura 2.3: Dispiegamento dei vari paracaduti [9]

Il paracadute principale è l'ultimo ad emergere. Le sue imbracature spostano l'assetto del veicolo in modo da formare un angolo di 30 gradi rispetto al suolo, dissipando il calore, per poi ritornare ad una discesa verticale prima dell'atterraggio. Tale paracadute rallenta la Soyuz fino ad una velocità di 24 piedi al secondo (26 km/h), ma questa è ancora troppo alta per uno sbarco in sicurezza; pertanto, un secondo prima del touchdown, due set di tre piccoli motori sul fondo del veicolo si azionano, in modo da ottenere una toccata più delicata [10] (**Figura 2.4** e **Figura 2.5**):

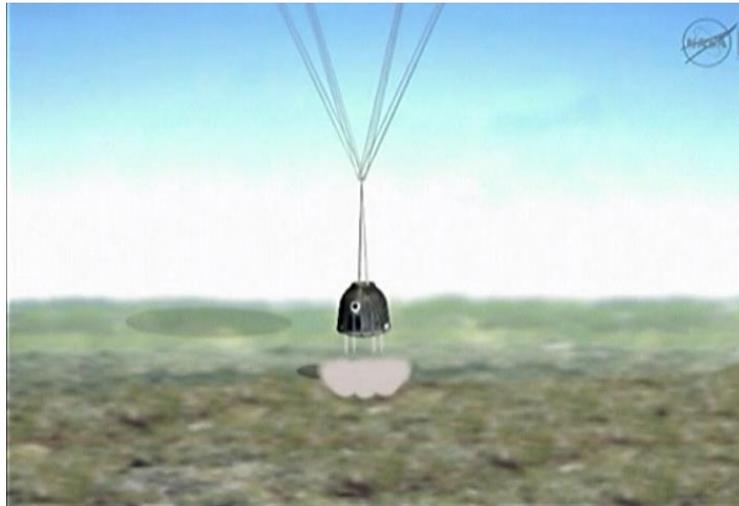


Figura 2.4: Azionamento dei motori [9]

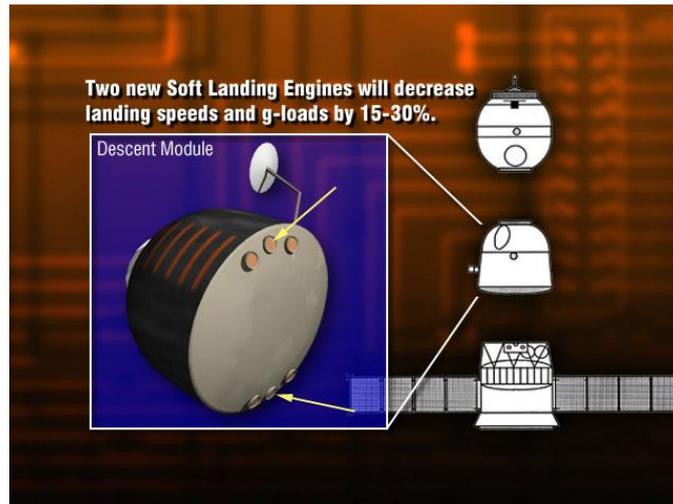


Figura 2.5: Posizionamento dei sei motori [9]

2.2.2 Space Shuttle

Per quanto riguarda lo Space Shuttle, il suo sistema di manovrabilità orbitale (SSOMS - Space Shuttle Orbital Maneuvering System) è costituito da un sistema di motori a propellente liquido ipergolico. Il sistema ha permesso all'orbiter di eseguire varie manovre orbitali a seconda dei requisiti di ogni missione: immissione orbitale dopo lo spegnimento del motore principale, correzioni di traiettoria durante il volo e l'ultima accensione deorbitante per il rientro [11]; raramente lo SSOMS è stato, almeno in parte, parzialmente acceso nell'ascesa dello Shuttle per l'immissione in orbita.

2.2.3 Falcon 9 - SpaceX

Un'applicazione molto recente della retropropulsione è, come detto, la decelerazione da condizioni ipersoniche e supersoniche durante la fase di rientro di un lanciatore, nota come retropropulsione supersonica. Fino ad oggi solo la compagnia privata spaziale "SpaceX" ha usato tale tipologia di rallentamento durante la fase ipersonica del rientro (definita "re-entry burn") del primo stadio del sistema portante "Falcon 9" [8], il cui profilo di lancio viene riportato nella figura seguente (Figura 2.6). In questo modo si è aperta una frontiera per la risoluzione di uno dei più grandi problemi in ambito spaziale, ovvero il riutilizzo di alcuni componenti delle missioni ed il conseguente abbattimento dei costi:

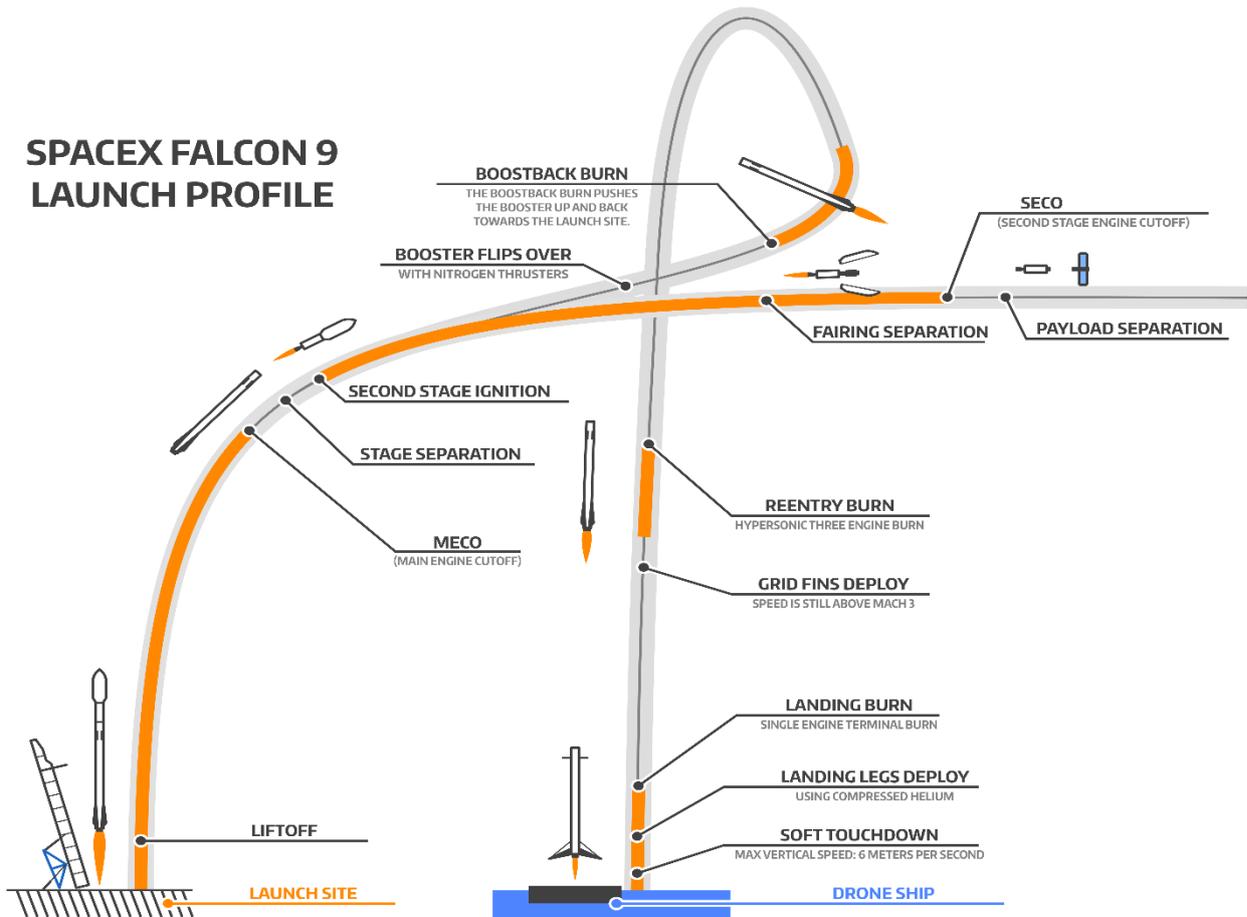


Figura 2.6: Profilo di volo di "Falcon 9" con focus sulla traiettoria del primo stadio [12]

Subito dopo il lancio, l'ascesa di "Falcon 9" dura fino al raggiungimento di una quota di circa 80 km, quando i motori principali si spengono. Successivamente, il primo ed il secondo stadio si separano: i motori di quest'ultimo continuano ad essere accesi così da proseguire nel raggiungimento della sua orbita, con la separazione della carenatura a cui segue lo spegnimento del motore e la successiva separazione del payload, mentre il primo stadio si prepara per il rientro. In particolare avviene il suo capovolgimento grazie all'uso di thruster alimentati ad azoto ed il suo reindirizzamento al sito di lancio usando tre dei nove motori principali (fase "boostback burn"). L'accensione dei motori principali è la prima delle tre manovre di retropropulsione che il primo stadio compie nel suo ritorno sulla Terra; in seguito, si ha la descrizione di un cerchio, con il conseguente raggiungimento del suo picco di altitudine ed il successivo rientro balistico. Ad alta quota (70-50 km a seconda della missione) i tre motori sono nuovamente accesi in modo da operare una seconda manovra di retropropulsione (fase "reentry burn"). Tale fase è condotta in modo da diminuire la velocità di ingresso: in questo modo i carichi sul velivolo sono ridotti nel momento di ingresso all'interno degli strati più densi dell'atmosfera. Dopo circa 30 secondi, i motori vengono spenti e il primo stadio continua nella sua discesa balistica. Poco prima del terreno, il motore centrale viene acceso per frenare e dirigere lo stadio nel sito d'atterraggio, dove poi avverrà l'atterraggio vero e proprio [8].

2.3 Sistemi di EDL per applicazioni marziane

2.3.1 Atmosfera e topologia marziana

Nel caso specifico di Marte, facendo riferimento alla figura che segue (**Figura 2.7**), si ha un'atmosfera molto dissimile rispetto a quella del nostro pianeta: a differenza della Terra, infatti, dove la resistenza offerta dall'aria e dovuta alla nostra spessa atmosfera concentra le traiettorie di discesa dei vari veicoli aerodinamici, come lo Shuttle o le capsule con paracadute, verso velocità verticali di discesa accettabilmente basse (1-20 m/s), l'atmosfera rarefatta di Marte richiede una sorta di retropropulsione o un sistema di touchdown saldamente collaudato per impatti ad alta velocità al fine di garantire un atterraggio sicuro: pertanto il cuore della stragrande parte di energia residua derivante dall'ingresso iperbolico ed orbitale (> 99%) viene dissipato dai 50 ai 10 km di altezza sopra il suolo nella fase di volo ipersonico (Mach > 5) [13]; l'azione congiunta di un basso valore di densità atmosferica e del fatto che questa sia disponibile a ridosso della superficie marziana fa sì che il grosso delle forze aerodinamiche applicabili siano disponibili vicino al suolo e quindi, nell'intervallo temporaneo in cui la velocità risulta essere bassa abbastanza per dispiegare dei deceleratori supersonici o subsonici (anche dei sistemi di retropropulsione supersonica), il veicolo potrebbe trovarsi troppo vicino al terreno ed avere a disposizione un tempo insufficiente per preparare l'atterraggio.

Da quanto detto si capisce pertanto come la rimozione dell'energia residua del velivolo in ingresso atmosferico marziano sia il nodo più cruciale da risolvere per un eventuale missione con equipaggio e come, allo stesso modo, sia necessario prestare particolare attenzione anche alla corretta dissipazione della stessa, in quanto un atterraggio con un errore sulla dissipazione dell'energia residua superiore a 3 parti per miliardo (3 ppb) potrebbe significare un fallimento per alcuni dispositivi di atterraggio. Per questo, per le progettazioni di future missioni, sarà fondamentale centrare il sito di atterraggio con uno scarto non superiore ai 10 km in modo da soddisfare gli obiettivi di missione e puntare ad un territorio di approdo sicuro [13].

L'atmosfera di Marte si può vedere come uno strato di gas che circonda il pianeta stesso. Principalmente questa è costituita da anidride carbonica (95.32%), azoto molecolare (2.6%) e argon (1.6%) [14]. Sono anche presenti tracce di vapore d'acqua, ossigeno, monossido di carbonio, idrogeno e altri gas nobili. Riassumendo, si ha la seguente composizione (**Tabella 2.1**):

Composizione Atmosfera Marziana	
CO ₂	95,32%
N ₂	2,60%
Ar	1,60%
O ₂	0,13%
CO	0,07%
Vapor acqueo	0,03%
NO _x	0,01%

Tabella 2.1: Composizione dell'atmosfera marziana

L'atmosfera marziana, inoltre, è più fine rispetto a quella terrestre, come visibile nella figura che segue.

2. Entry, Descent and Landing (EDL) ed applicazioni retropropulse

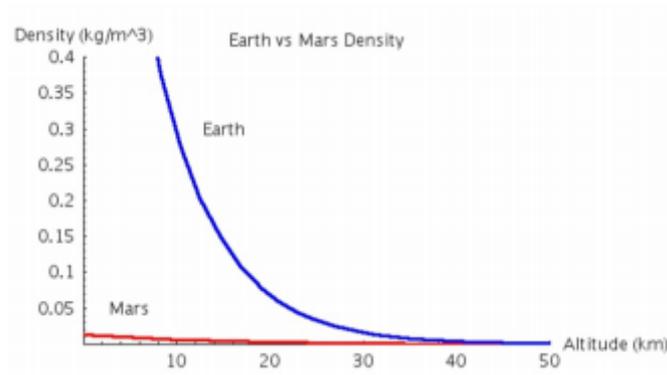


Figura 2.7: Confronto tra l'atmosfera terrestre e quella marziana [1]

La pressione media sulla superficie è di circa 610 Pa; tale valore si attesta essere intorno allo 0,60% del valore vigente al livello del mare sulla Terra in condizioni standard. Per quanto riguarda la densità media, questa risulta essere pari all'incirca a $0,0147 \text{ kg/m}^3$. Per la temperatura, invece, l'atmosfera di Marte è più fredda di quella terrestre: a causa della maggiore distanza dal Sole, infatti, Marte riceve meno energia solare e ha una temperatura effettiva inferiore (variabile tra i 215 e 218 K, con estremi di 140-310 K) [15]. Inoltre la massa molecolare, essendo l'atmosfera costituita prevalentemente di anidride carbonica, è pari $43,34 \text{ g/mol}$. C'è infine da sottolineare come tali valori siano soggetti ad escursioni, a seconda delle ore quotidiane, della stagione o ancora del tipo di emisfero selezionato.

Di seguito si riporta una tabella riassuntiva con tutte le caratteristiche marziane appena enunciate (**Tabella 2.2**):

Caratteristiche principale atmosfera marziana	
Pressione Media [Pa]	610
Densità Media [kg/m^3]	0,0147
Temperatura Media [K]	216
Massa Molare [g/mol]	43,34

Tabella 2.2: Caratteristiche principali dell'atmosfera marziana

Per quanto concerne invece la topologia di Marte, questa è molto variabile; detto questo, appare evidente come vi sia una dicotomia: mentre infatti a settentrione c'è la presenza di pianure che sono state appiattite da colate di lava, a meridione sono presenti degli altopiani, venutisi a formare dall'impatto con asteroidi. Nella figura che segue (**Figura 2.8**) viene riportato quanto detto:

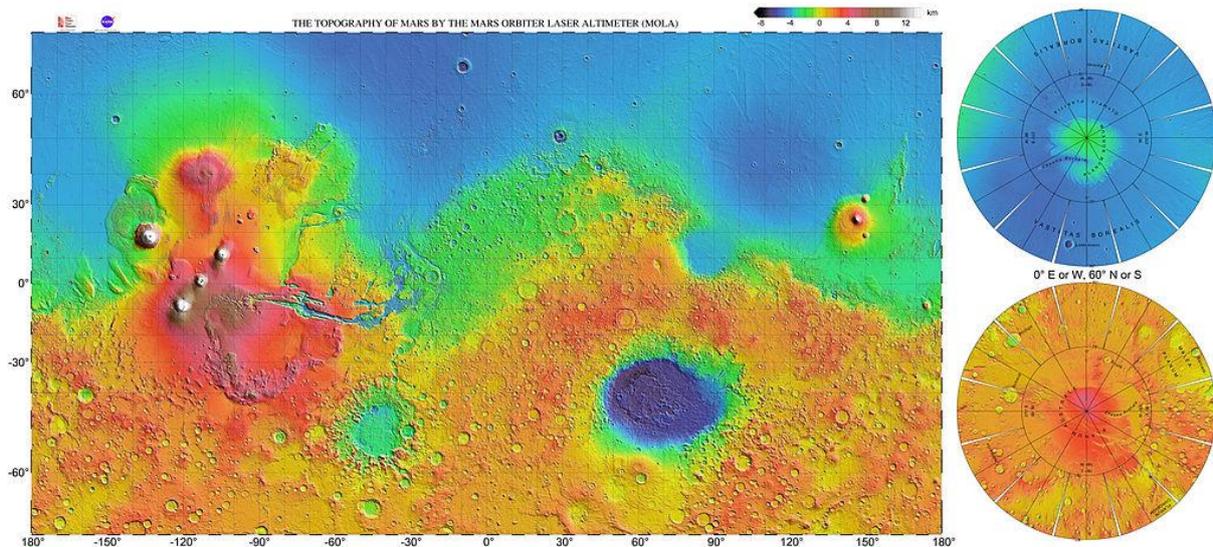


Figura 2.8: Topografia di Marte [16]

2.3.2 Principali problematiche per lo sbarco su Marte

Alla luce di quanto detto, la progettazione di sistemi di EDL per un approdo su Marte si configura essere una delle più ardue sfide ingegneristiche. Queste, infatti, provengono principalmente da tre problematiche, come riportato nel lavoro di “*Braun and Manning*” [1]:

- Un’atmosfera che è spesso abbastanza per scaldare le superfici del corpo, ma non è adatta per raggiungere una velocità terminale sufficientemente bassa.
- Una superficie caratterizzata dalla presenza di pietre, crateri ed irregolarità.
- Un elevato costo di qualifica delle nuove tecnologie di EDL dovuto alla difficoltà nel replicare l’ambiente marziano.

Si vanno ora a snocciolare brevemente quelli che sono i tre punti ora citati.

Per quanto riguarda il primo, partendo dal presupposto che Terra e Marte presentano grandi differenze in dimensione ed in massa (le quali vanno ad inficiare direttamente la velocità di ingresso attraverso l’attrazione gravitazionale), la più grande variazione per quanto riguarda i sistemi EDL tra i due pianeti risulta consistere proprio nell’atmosfera sottile di Marte; come detto in precedenza infatti, dato che le decelerazioni dalle condizioni ipersoniche avvengono a più basse altitudini rispetto alla Terra a causa proprio della densità di Marte e del suo gradiente (cioè in quale modo la densità risulta essere distribuita in “altezza”), il tempo rimanente per il conseguente dispiegamento dei sistemi di EDL risulta sempre costituire una preoccupazione a causa del fatto che si potrebbe avere a disposizione un periodo per lo schieramento dei deceleratori supersonici e subsonici insufficiente.

Ci sono da considerare anche altri fattori [1]:

- L’atmosfera marziana è molto variabile durante l’anno.
- L’alto contenuto di polvere nella bassa atmosfera che può occasionalmente capitare ne incrementa la temperatura, abbassando conseguentemente la densità e imponendo una scelta più conservativa per quanto riguarda il sistema di approdo.
- La superficie marziana presenta un’elevazione bi-modale (**Figura 2.9**), per cui metà della stessa non può essere utilizzata per l’atterraggio dei lander della presente e passata generazione a causa della poca atmosfera a disposizione per rallentare la loro discesa:

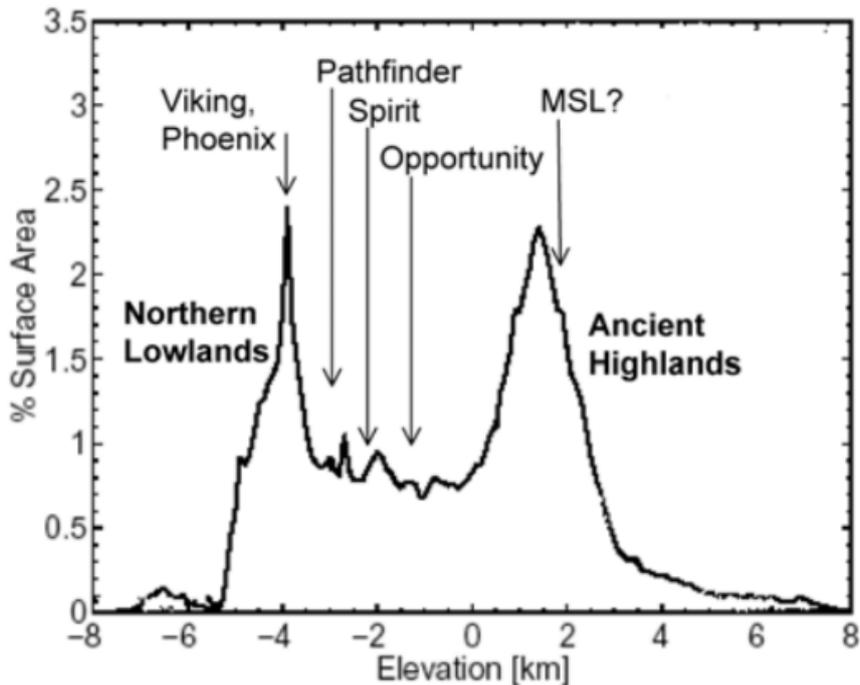


Figura 2.9: Elevazione bi-modale della superficie marziana e punti di sbarco delle varie missioni [1]

Ad oggi, tutti gli sbarchi su Marte avvenuti con successo sono stati effettuati in siti con elevazione inferiore a 1,4 km MOLA (Mars Orbiter Laser Altimeter, ovvero uno dei cinque dispositivi del Mars Global Surveyor (MGS) destinato a trasmettere l'altimetria del suolo di Marte) [1]; inoltre, come già detto in fase di presentazione, l'accoppiata tra la bassa densità atmosferica ed i requisiti di missione per la decelerazione, uniti anche con ragioni economiche, hanno comportato l'adozione di sistemi di EDL basati sulla tecnologia della navetta "Viking", dunque un cono sferico di 70 gradi progettato per avere un alto coefficiente di resistenza in condizioni di volo ipersoniche.

Per quanto riguarda i pericoli presenti sulla superficie di Marte, vi sono diverse categorie di rischio; riferendosi ai lander dotati di gambe, i rischi collegati alla presenza di pietrisco sono una delle più grandi sfide dal punto di vista delle tolleranze, in quanto questi dispositivi sono costruiti per avere una distanza dal terreno di soli 20/30 cm (dopo l'"appiattimento" delle gambe per assorbire i carichi dovuti all'atterraggio). Inoltre, la presenza di pietre costituisce un pericolo anche per il sistema propulsivo: i thruster terminali per la discesa non possono essere attivi per più di un centinaio di millisecondi in prossimità del terreno (circa entro un metro) senza che si vengano a creare delle fosse, vengano lanciati piccoli frammenti verso il sistema di atterraggio e senza che venga prodotta una contropressione destabilizzante nelle vicinanze del terreno sul fondo del lander; c'è l'ulteriore problema, poi, della presenza di massi disposti su delle discese dell'ordine di grandezza del lander: possono infatti sorgere ulteriori problemi dovuti al ribaltamento della macchina e all'impossibilità di dispiegare i pannelli solari. Infine, entità superficiali di grandi dimensioni come colline, crateri e fosse pongono rischi non solo per i sistemi di touchdown, ma anche per i sensori di terra: i radar altimetri e Doppler, infatti, potrebbero essere ingannati dalla presenza di falsipiani e altre caratteristiche del suolo fittizie, così come potrebbe essere problematica la rilevazione della velocità orizzontale [1].

Infine, per quanto riguarda la qualificazione del volo spaziale, a causa del piccolo arco di tempo in cui l'EDL viene impiegato (al più 8 minuti) e l'ulteriore complessità di passare da uno stadio al successivo, si ha che la maggior parte dei sottosistemi chiave dell'EDL sono non ridondati; pertanto essi devono dare prova di un'ottima affidabilità. Questo fatto, associato anche all'elevato costo legato alla riproduzione delle caratteristiche di Marte in termini di ambienti ipersonici e supersonici, ha spostato l'interesse della progettazione ingegneristica su tecnologie di EDL che si rifacciano a quelle già testate e che hanno svolto con successo il proprio compito piuttosto che procedere su una nuova strada, almeno fino a quando questo sarà possibile. A causa poi del fatto che non si può effettuare una prova di volo concreta data la differenza di atmosfera tra la Terra e Marte, come processo di validazione di un componente è necessario includere una notevole parte legata alla simulazione [1].

2.3.3 Cronologia delle varie missioni su Marte

Il primo tentativo di atterraggio su Marte fu eseguito per la prima volta nel 1971 mediante la missione sovietica “Mars 2” che culminò però in un fallimento; nello stesso anno, sempre l’unione sovietica, riuscì a completare quasi con successo tale proposito, con la missione “Mars 3”: questa infatti riuscì a trasmettere dalla superficie marziana per 20 secondi prima di silenziarsi per sempre [1].

I cinque tentativi di successo degli Stati Uniti d’America incominciarono nel 1976 con il doppio atterraggio della missione “Viking” (“Viking 1” e “Viking 2”): tali missioni risultano inoltre essere di notevole importanza anche perché la tecnologia EDL utilizzata ha costituito poi la base sulla quale sono stati progettati i futuri sistemi di EDL. Più di 20 anni dopo, infatti, nel 1997, il team di “Mars Pathfinder” (MPF) ha adattato la tecnologia di ingresso e di discesa della Viking coniugandola con l’architettura terminale di atterraggio utilizzata nel 1971 dai sovietici. Più recentemente, ma ancora nel segno delle missioni “Vikings”, il sistema EDL utilizzato da “Mars Exploration Rover” (MER), che ha fatto atterrare Spirit e Opportunity Rover all’inizio del 2004, è stato un significativo aggiornamento del progetto dell’EDL di Mars Pathfinder; In tempi recenti, sono sbarcati su Marte il lander “Phoenix” (2007) e “Mars Science Laboratory” (2009), i quali, a loro volta, hanno apportato delle migliorie sui progetti EDL dei loro predecessori.

Brevemente, si vanno ad analizzare, sempre facendo riferimento al lavoro di “*Braun and Manning*” [1] le varie missioni che si sono susseguite nel corso degli anni, focalizzandosi poi più nello specifico sull’ultima missione citata, ovvero “MSL”.

Le missioni “Viking” del 1976 sono state in gran parte influenzate dal design dei lander lunari (“Lunar Surveyor” e “Apollo”) e non hanno avuto vincoli di sorta da un punto di vista economico. Poiché dunque si partiva da un foglio bianco e si dovevano progettare da zero molte componenti come gli aeroshell, la protezione termica, il paracadute supersonico, il radar Doppler ed i sistemi di discesa motorizzati, i costi sono prontamente lievitati rispetto a quanto preventivato inizialmente; i radar altimetrici e Doppler sono stati utilizzati per rilevare la velocità orizzontale e i motori a propulsione monopropellente sono stati impiegati per portare il lander entro una velocità compresa tra i $2,4 \pm 1$ m/s in verticale e <1 m/s in orizzontale [1]. La filosofia progettuale è ricaduta sul realizzare un sistema EDL piuttosto leggero con un basso payload; ciò ha comportato la possibilità di implementare carrelli di atterraggio con tolleranze minime dal suolo [17]. Alla luce di queste scelte, si è reso necessario atterrare in dei siti relativamente piatti e privi di rocce.

Per quanto la missione “Mars Pathfinder” svoltasi nel 1997, questa ebbe come grande vincolo il risparmio economico, con un progetto che ricalcava ancora il design dei lander fatti sbarcare sulla Luna e su Marte. Per procedere in questa maniera, i tecnici della NASA hanno adottato ancora una volta i sistemi di EDL usati anche per le missioni “Vikings” (con un controllo passivo dell’assetto) e l’uso di un motore a propellente solido a basso costo in modo da proteggere il lander da una varietà più ampia di velocità d’impatto al suolo rispetto alla soluzione con carrello. Operare in questo modo ha anche reso non più necessario l’uso del radar Doppler per stimare la velocità orizzontale [1].

Per quello che concerne la missione “MER” invece, originariamente si volevano apportare variazioni minime rispetto alla missione “MPF”; tuttavia, a causa di una massa sospesa da calare superiore del 50% e anche a dei dati meteorologici aggiornati e migliorati, sono stati introdotti nuovi sistemi di controllo orizzontali ed un nuovo estimatore di velocità orizzontale in modo da assicurare un sistema EDL più affidabile [1].

Anche la missione “Phoenix” ha avuto come stella polare nella sua realizzazione il risparmio economico: nello specifico si sono rivisti i sistemi per la stima della velocità orizzontale, utilizzando dei radar multiraggio, ed i motori acceleranti sono stati rimpiazzati da motori off-pulsed ad alti cicli di utilizzo.

Per quanto riguarda la missione “Mars Science Laboratory”, uno dei principali vincoli di progetto per i lander da discesa propulsivi è stato quello di generare un plume (ovvero il pennacchio formato dai gas di scarico in uscita dagli ugelli) che creasse una bassa pressione a terra o comunque consentisse di passare il minor tempo possibile in prossimità della superficie. Questi vincoli hanno avuto lo scopo di evitare la creazione di fosse pericolose sulla superficie ed il lancio di pietre e detriti: la realizzazione di tale piano è anche dipesa dalla velocità con la quale calare il rover sulla superficie. Tanto più questa era elevata, tanto più ci si avvicinava al vincolo di progetto.

Una caratteristica della missione che, tra l’altro, ha anche costituito un’importante sfida tecnologica per la realizzazione del sistema di atterraggio, è stata il posizionamento del sistema di propulsione terminale e dei suoi serbatoi di propellente sotto il rover. Tuttavia, in virtù della loro distanza dalla superficie, i motori di discesa sospesi sopra il payload hanno permesso di portare il rover sulla superficie con velocità molto più basse senza un significativo aumento del propellente [1]. Questo sistema di discesa (ovvero lo “Skycrane”) ha eliminato la necessità di un sistema di atterraggio pesante e allo stesso tempo ha fornito una maggiore tolleranza del lander alle pendenze e alle rocce [18].

2. Entry, Descent and Landing (EDL) ed applicazioni retropropulse

Entrando più nello specifico, per quanto riguarda il Mars Science Laboratory, questa è stata una missione che ha avuto come compito la ricerca di prove di vita su Marte attraverso numerosi strumenti scientifici in dotazione al rover. I vincoli di atterraggio hanno imposto che l'area di sbarco fosse un'ellisse di circa 12,5 km (assumendo l'assenza di vento) fino ad 1 km di altezza MOLA. Questi vincoli più stringenti circa il sito di atterraggio e l'errore ad esso associato hanno fatto sì che la navetta spaziale avesse bisogno di una certa dose di portanza per decelerare maggiormente nella sottile atmosfera marziana; inoltre, un più ristretto ellisse in cui confinare l'atterraggio ha imposto la necessità di usare parte di quella portanza per un ingresso guidato. Ecco perché lo sbarco di un rover sulla superficie di Marte ha richiesto un sistema di EDL, come si andrà a descrivere in seguito, in discontinuità con quanto progettato per le missioni precedenti [19].

Nelle pagine che seguono si prenderà in considerazione il lavoro svolto da *Prakash R. et al.* [19] per quanto riguarda la composizione dello "spacecraft" e delle fasi di atterraggio relative alla missione "MSL".

Considerando la navicella spaziale vera e propria, questa è composta da un "cruise stage", un "entry aeroshell", un "Descent Stage (DS)" ed un "backshell"; il DS ed il rover sono contenuti all'interno della navicella stessa. Durante la crociera, l'aeroshell è attaccato allo "spin stabilized" del cruise stage, come riportato in figura (Figura 2.10):

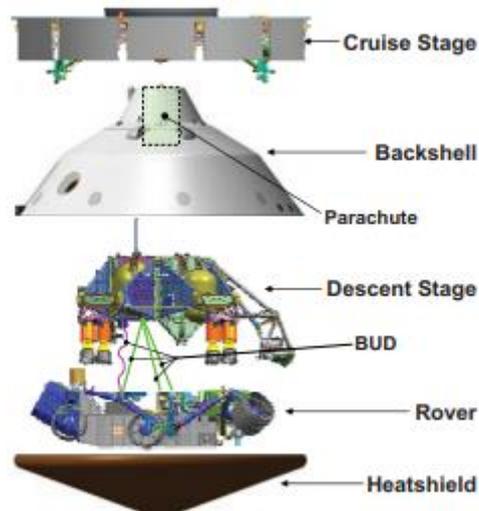


Figura 2.10: Vista esplosa della navicella spaziale [19]

Due masse bilancianti di crociera (CBMs-Cruise Balance Masses) sono attaccate all'esterno dell'aeroshell per mantenere lo sfasamento del centro di gravità nullo mentre la navicella è in rotazione durante la crociera. Subito dopo che il cruise stage si è separato dalla navicella, le CBMs sono eiettate prima dell'ingresso in atmosfera in modo da rendere possibile un ingresso controllato tramite una forza portante ottenuta mediante lo spostamento del centro di massa dagli assi di simmetria. La configurazione di ingresso è riportata in figura (Figura 2.11), così come le direzioni approssimate dei vettori della portanza, della resistenza e della velocità:

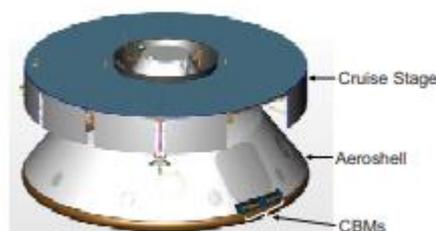


Figura 2.11: Configurazione di crociera [19]

La navicella conserva questa configurazione fino alla fase di discesa con paracadute, come riportato in figura (Figura 2.12):

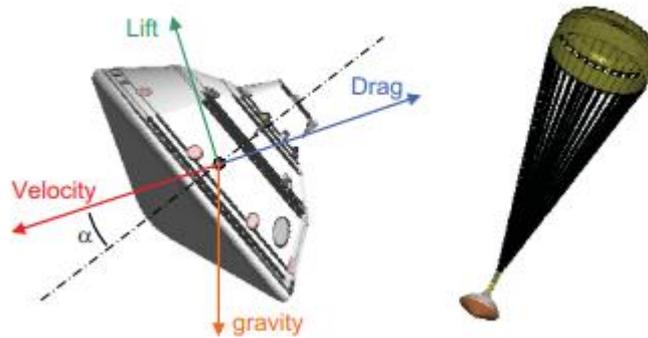


Figura 2.12: Assetto di ingresso e dispiegamento del paracadute [19]

Dopo il dispiegamento del paracadute supersonico, lo scudo termico viene espulso per esporre entrambi il DS ed il rover, il quale comprende il "Powered Descent Vehicle" (PDV). Insieme al "descent stage" sono presenti il "Terminal Descent Sensor" (TDS), il "Mars Lander Engines" (MLEs) ed il "Bridle Umbilical Device" (BUD). Una volta che la navicella ha raggiunto una quota ed una velocità adeguate, il backshell si separa dal PDV. Nel momento in cui quest'ultimo scende, i MLEs decelerano il sistema ancor di più, come riportato in figura (Figura 2.13):



Figura 2.13: Separazione del "Backshell" e sequenza di caduta libera [19]

Durante la discesa del PDV, il rover si separa dai DS ed è calato dal BUD che sostanzialmente consiste in tre briglie portanti ed una singola briglia non portante elettrica: questa configurazione è nota come "sky crane". Durante la discesa del rover, il sistema di mobilità del rover è schierato. Una volta che il rover tocca terra le briglie sono tagliate ed il DS vola via per evitare eventuali contatti, come riportato in figura (Figura 2.14):



Figura 2.14: Visualizzazione dello "sky crane" e fase di allontanamento del DS [19]

La sequenza di eventi dell'EDL viene riportata nelle seguenti tre figure (Figura 2.15, Figura 2.16 e Figura 2.17); complessivamente si hanno le seguenti varie fasi: Approccio finale a Marte, Partenza dell'EDL, Ingresso nell'esosfera Discesa con paracadute, Discesa retropropulsa, sky crane, e Allontanamento in volo del DS [19]:

2. Entry, Descent and Landing (EDL) ed applicazioni retropropulse

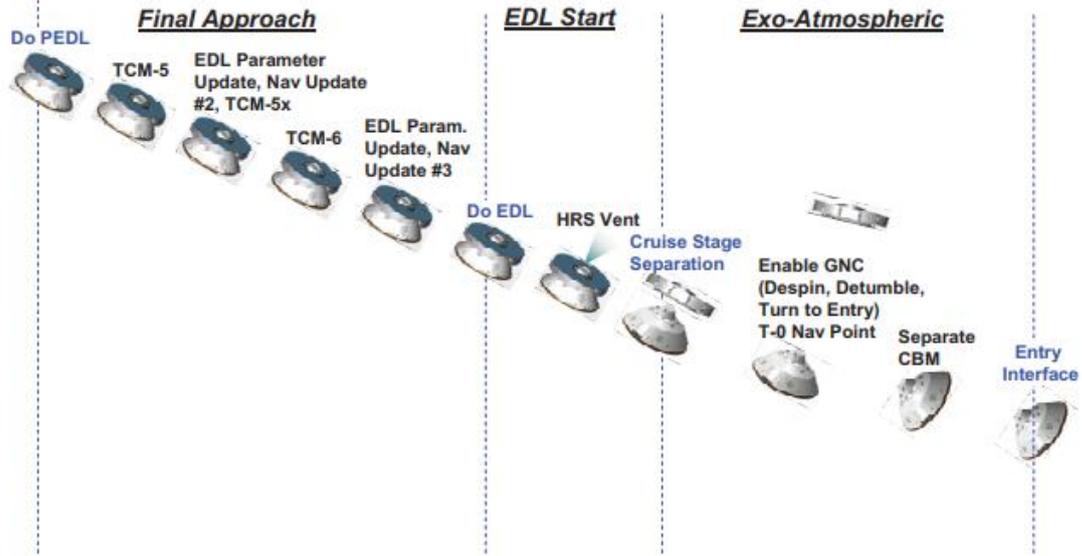


Figura 2.15: Sequenza delle manovre di EDL - Parte 1 di 3 [19]

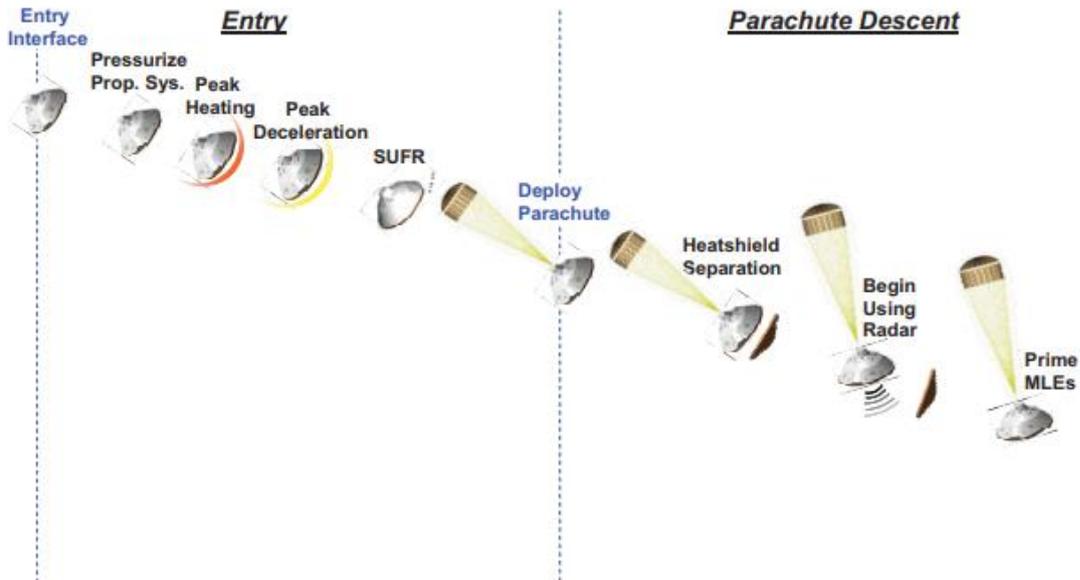


Figura 2.16: Sequenza delle manovre di EDL - Parte 2 di 3 [19]

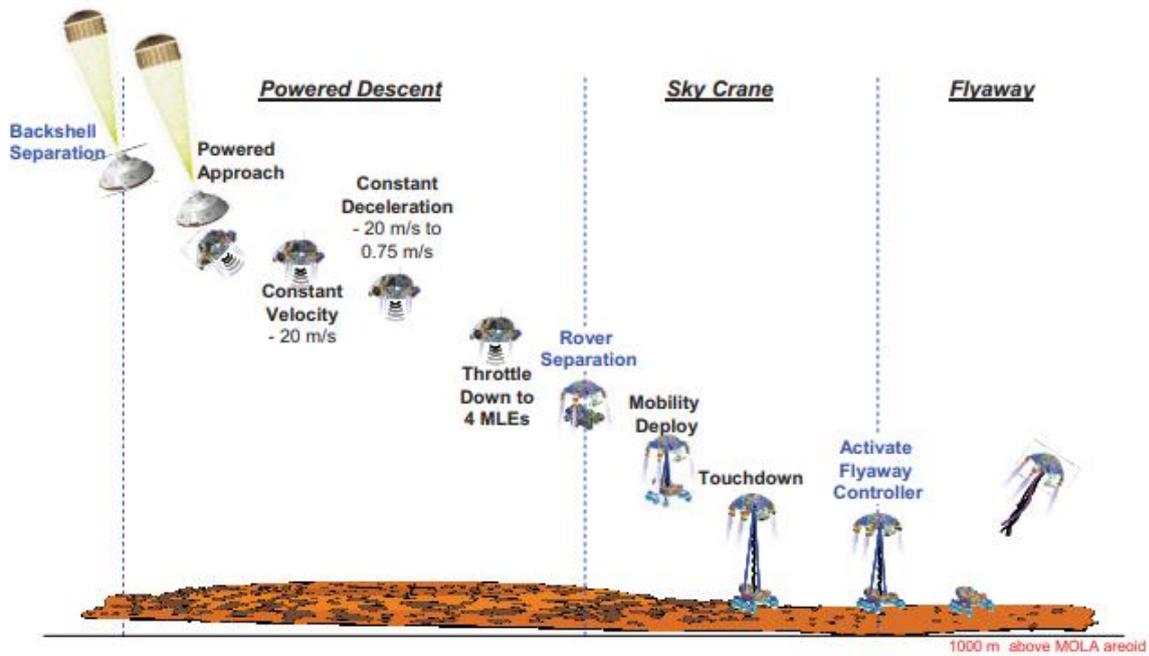


Figura 2.17: Sequenza delle manovre di EDL - Parte 3 di 3 [19]

2.3.4 Caratteristiche e problematiche delle attuali tecnologie EDL

Come è stato già discusso ampiamente in precedenza, gran parte dei sistemi di EDL marziana sono stati realizzati basandosi sulla tecnologia impiegata nelle prime due missioni “Vikings”: nello specifico l’uso e lo sviluppo dell’”aeroshell” a forma di cono sferico a 70°, l’impiego del materiale ablativo con il quale realizzare la protezione termica sul “Forebody” e l’impiego di un paracadute supersonico “disk-gap band” riportato in figura (Figura 2.18):

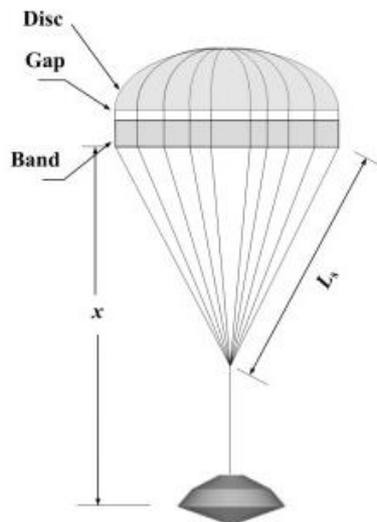


Figura 2.18: Visualizzazione del paracadute "disk gap band" [20]

hanno costituito (a meno di piccole modifiche) la base di partenza per le missioni di approdo su Marte.

L’”aeroshell”, infatti, è stato utilizzato in ogni missione, principalmente per il suo alto coefficiente di resistenza sviluppato in condizioni ipersoniche ($C_{D\alpha=0^\circ} = 1,68$), per la presenza di una grande mole di dati riferiti a questo corpo ed anche perché una forma differente dell’”aeroshell” non avrebbe particolari effetti su tale coefficiente [1].

A questo punto è importante introdurre un parametro molto importante che regola, oltre le varie fasi di atterraggio su Marte, anche i profili di riscaldamento. Tale parametro è il coefficiente balistico (ipersonico), così definito:

$$\beta = \frac{m}{C_D A} \quad (2.1)$$

in cui:

- “ m ” è la massa del velivolo esposto alla corrente.
- “ C_D ” è il coefficiente di resistenza del velivolo esposto alla corrente.
- “ A ” è l’area trasversale del velivolo esposto alla corrente.

Un coefficiente balistico basso determina dei picchi di calore e valori di decelerazione inferiori per quanto riguarda la decelerazione di un corpo, il quale, però, inizia tale fase ad altezze più grandi nell’atmosfera di Marte ed ha, pertanto, un margine temporale maggiore per le fasi di discesa ed atterraggio conseguenti. L’idea, pertanto, è quella di ridurre il più possibile tale parametro perché esso incide notevolmente sulla quota di dispiegamento del paracadute supersonico e sulle conseguenti fasi di azionamento del sistema EDL [1], come si può notare nella seguente figura (**Figura 2.19**) ed anche perché velivoli con alti valori di “ β ” soffrono anche di riscaldamento aerotermodinamico, oltre all’incertezza correlata alla sua quantificazione a causa di effetti radiativi e transizioni al regime turbolento [21] [22].

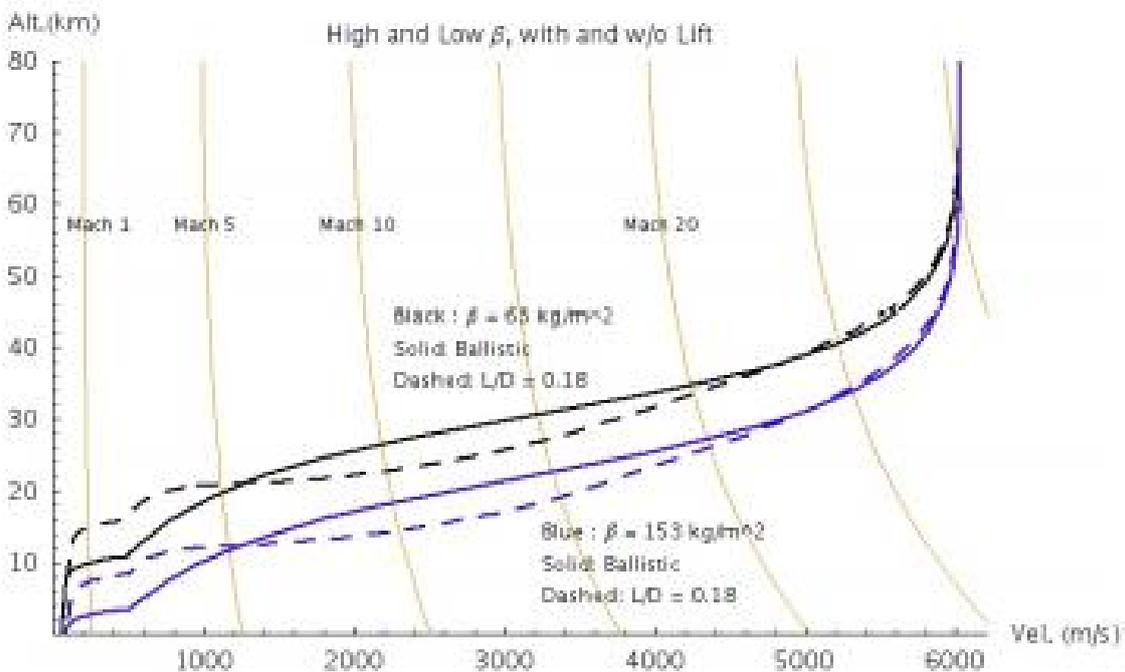


Figura 2.19: Confronto tra due coefficienti balistici [1]

Si può notare come, tanto più “ β ” è basso, tanto più una medesima velocità è raggiunta a quote più alte.

Tendenzialmente, poi, per ridurre il coefficiente balistico, si cerca di propendere verso diametri dell’aeroshell quanto più grandi possibili compatibilmente con gli spazi disponibili nel lanciatore e con i siti di prova [1]; tuttavia, proprio a causa del fatto che oltre una certa misura non si può andare e che con il progredire della complessità delle missioni si andrà verso un aumento della massa del payload imbarcato, la tendenza dei prossimi anni, proseguendo con questa tecnologia, sarebbe quella di aumentare il coefficiente balistico. Per fare un esempio, ad oggi “ β ” varia tra 63 e 94 kg/m^2 ; tuttavia, per la missione “MSL”, si è raggiunto un valore pari a 153 kg/m^2 (con un “aeroshell” di diametro pari a 4,6 m) a causa della massa eccezionale trasportata.

Si comincia a capire dunque che è proprio l’aumento di massa e, conseguentemente, l’aumento del coefficiente balistico a porre un limite per quanto riguarda questo tipo di applicazioni che si sono fino al giorno d’oggi utilizzate. Facendo ancora una volta riferimento al lavoro di *Braun & Manning* [1], il vincolo maggiore per il dispiegamento di un paracadute supersonico si palesa nel rientrare all’interno di una determinata regione che ha per limiti sia il numero di Mach (da Mach 1,1 a Mach 2,1) sia la pressione dinamica di schieramento (da 250 Pa a 1200 Pa) (**Figura 2.20**):

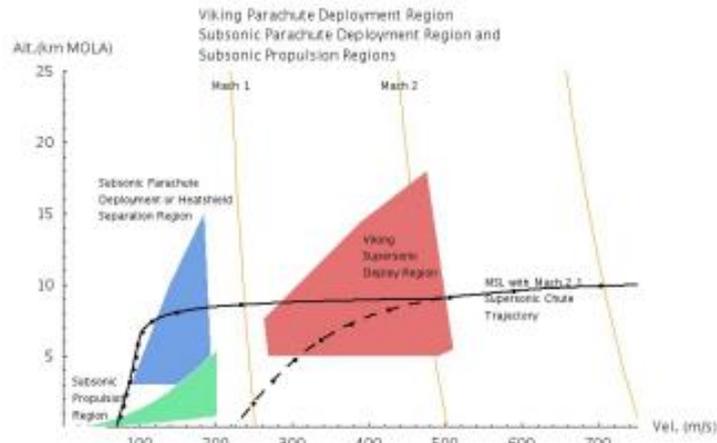


Figura 2.20: Regione supersonica e subsonica di dispiegamento del paracadute [1]

Affinché il paracadute supersonico possa essere utilizzato, è necessario che il “profilo di discesa”, o meglio la traiettoria di tutti i dispositivi di EDL basati sulla tecnologia delle missioni “Vikings”, rientri all’interno della regione in rosso [1].

Come si vede poi dalla figura che segue (Figura 2.21):

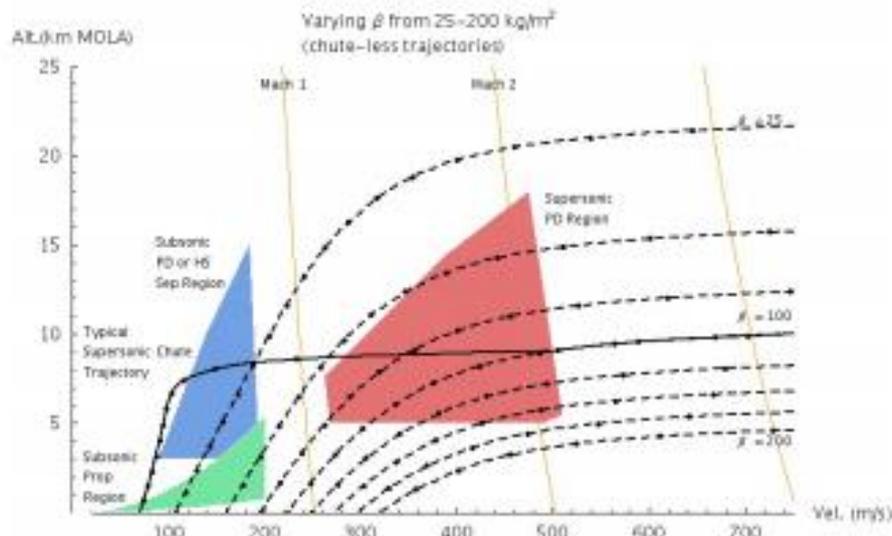


Figura 2.21: Varie traiettorie di ingresso al crescere di “ β ” [1]

al crescere del coefficiente balistico, superata la soglia limite raggiunta con la missione “MSL”, le traiettorie incomincerebbero a ricadere al di fuori dell’area di dispiegamento ottimale del paracadute supersonico e non si potrebbe più procedere in questo senso.

2.3.5 Soluzioni alternative

Nasce allora la necessità di sviluppare ed in seguito testare nuove tecnologie per permettere lo sbarco anche a payload con massa superiore. Gli autori dell’articolo a cui si è fatto maggiore riferimento, *Braun & Manning* [1], hanno proposto varie soluzioni:

- Riduzione di “ β ” sotto 50 kg/m^2 attraverso l’incremento di “ A ”, dunque della superficie di riferimento
- Estensione della regione di dispiegamento del paracadute supersonico
- Retropropulsione supersonica
- Incremento di portanza senza riduzione della resistenza
- “Aerocapture”

Ai fini del presente lavoro, e anche per non appesantirlo eccessivamente, si darà qualche accenno alla tecnologia più volte fin qui nominata, dunque la retropropulsione supersonica.

2. Entry, Descent and Landing (EDL) ed applicazioni retropropulse

Gli studi ad essa inerenti cominciarono tra gli anni '60 e gli anni '70 per poi venire accantonati in favore delle tecnologie che si sono sopra citate; solo ultimamente sono stati rispolverati a causa della necessità di ampliare la massa del carico pagante da far sbarcare su Marte.

I primi studi, in particolare, furono condotti in galleria del vento su dei modelli in scala ed ebbero come oggetto di analisi gli effetti del getto in uscita da un ugello sullo strato limite oltre che lo studio degli urti stessi. Proprio quest'ultimo ambito di ricerca ha posto le basi per la teoria dello strato limite d'urto ed, in generale, per i futuri test in galleria del vento. Oggigiorno, invece, gli studi sono maggiormente focalizzati ancora una volta sui test in galleria del vento, ma ultimamente stanno prendendo sempre più piede, anche grazie a capacità di calcolo sempre più importanti, le analisi numeriche tramite CFD.

Concentrandosi maggiormente sulla retropropulsione supersonica vera e propria, si possono identificare almeno tre grandi vantaggi [23]:

- L'utilizzo di una retropropulsione renderebbe il progetto complessivo della navetta, sotto un certo punto di vista, più semplice, in quanto servirebbero meno deceleratori aerodinamici e conseguentemente meno stadi con i quali suddividere l'intera operazione di sbarco.
- Date le dimensioni ridotte dei deceleratori aerodinamici, le operazioni di stivaggio e di schieramento dei vari sistemi risulterebbero essere più facili.
- Infine, avendo un getto pienamente indirizzabile, si avrebbe un controllo addizionale oltre che (e questa, come detto, è la ragione che, negli ultimi tempi, ha fatto rivalutare questa soluzione) la possibilità di consegnare carichi paganti di massa maggiore.

Tuttavia, affinché questa tecnologia possa configurarsi come una valida e percorribile opzione futura per le prossime missioni su Marte, è necessario venire a capo di alcune complicazioni che l'hanno limitata e fatta accantonare [23]:

- La prima e più grande problematicità è l'incognita riguardante la possibilità di poter accendere i motori con un flusso supersonico avverso. Ad oggi, non ci sono ancora dati sperimentali mostranti che questo sia possibile, perfino con la bassa pressione atmosferica vigente su Marte.
- In secondo luogo, l'aerodinamica ed i controlli sarebbero affetti dal "plume" prodotto dal motore e dal campo di moto che si verrebbe a generare con l'interazione tra questo ed il flusso reverso.
- In ultimo, sarebbe opportuno analizzare con maggior dettaglio il riscaldamento convettivo e radiativo dovuto ai gas caldi in uscita dal motore durante l'EDL.

Queste appena citate sono le maggiori sfide, ma in generale, si dovrebbero risolvere altre problematiche di ambito più generale come ad esempio le strategie di sbarco ed i test di volo [23].

Capitolo 3

3 Campo di moto

3.1 Introduzione

In questo capitolo si richiameranno alcune nozioni base per quanto riguarda il campo di moto sviluppatosi all'interno di un ugello (in particolare un ugello convergente-divergente) e si andrà a calare il problema più nello specifico considerando il caso di un flusso fortemente sottoespanso con particolare attenzione a quanto riportato in letteratura. Inoltre si darà una panoramica generale sui particolari fenomeni che si vengono a sviluppare nell'intorno di un corpo emettente un flusso supersonico e al contempo investito da una corrente supersonica, dunque l'urto curvo e staccato a monte del corpo stesso.

3.2 Ugello convergente-divergente

A differenza dell'ugello semplicemente convergente, la cui uscita può essere al più sonica, con un ugello convergente-divergente si può avere in uscita un flusso supersonico. Per le considerazioni che si faranno di seguito, si andranno a prendere in esame le ipotesi di urto di spessore infinitesimo (dell'ordine del libero cammino medio) e di flusso unidimensionale.

Si va pertanto a considerare un ugello collegato ad un serbatoio di portata infinita all'interno del quale vi è un gas in quiete, tale per cui risulta che:

$$V = 0 \quad (3.1)$$

$$p = p^0 \quad (3.2)$$

Il funzionamento di tale dispositivo dipende dal valore della contropressione " p_e ", ovvero dal valore di pressione che si ha nell'ambiente in cui sfocia il flusso in provenienza dall'ugello. Oltre a tale entità, esistono altre due grandezze, ancora una volta relative all'ambiente esterno all'ugello, di grande importanza, ovvero " p_c " e " p_f ", rispettivamente il primo valore di pressione per la quale la gola diventa critica e la pressione al di sotto della quale si ha un'uscita supersonica.

In figura (Figura 3.1) vengono riportate le diverse configurazioni di funzionamento che si possono avere a seconda del particolare valore di " p_e ":

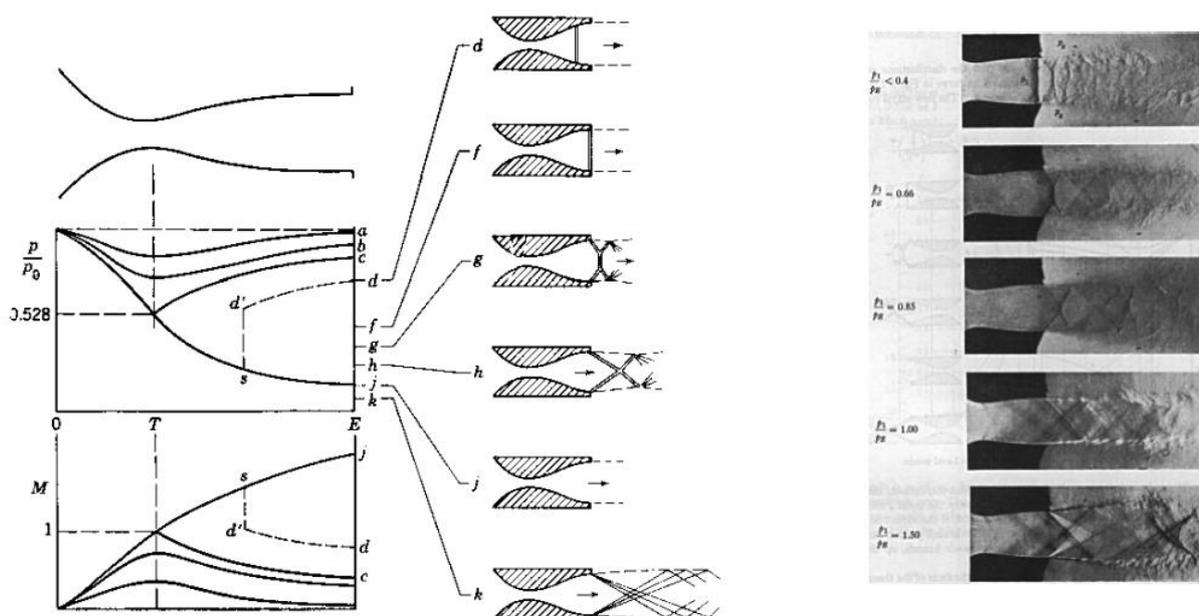


Figura 3.1: Varie casistiche di funzionamento dell'ugello convergente-divergente [24]

Si possono pertanto analizzare i vari casi:

- CASO “a” ($p_e = p_a = p^0$)

In questo caso non si ha moto perché sussiste la stessa pressione in ambo le estremità dell’ugello.

- CASO “b” ($p_c < p_e < p_a$)

In questo caso all’interno del convergente la velocità del flusso aumenta fino ad arrivare al valore massimo in gola; tale grandezza è sempre e comunque subsonica e comporterà anche il valore minimo di pressione, che però, essendo $p_b > p_c$, sarà maggiore di “ p^* ”, ovvero la pressione che rende critica la gola (pressione critica); successivamente la velocità va diminuendo perché si ha un flusso subsonico all’interno di un divergente, che quindi funge da diffusore e aumenta la pressione fino a “ p_b ”.

- CASO “c” ($p_e = p_c$)

In questo caso, in gola, si realizza un numero di Mach unitario, e, pertanto, la gola è strozzata: in tale zona, dunque, si raggiunge il valore di pressione critico “ p^* ”. Tale valore di pressione critica, come detto, sarà mantenuto per tutti i valori di “ p_e ” inferiori di “ p_c ”. Più a valle, poi, la pressione recupera fino a quando, in uscita, si ritorna al valore di “ p_c ”.

- CASO “d” ($p_f \leq p_e < p_c$)

In questo caso la gola resta sempre sonica; questa volta, però, la pressione continua a diminuire ancora per un tratto di divergente, generando, in tale pezzo, un flusso supersonico. Accade però che si vada a formare un urto retto che incrementa di colpo la pressione che, per il restante tratto di divergente, cresce fino a raggiungere il designato valore di “ p_e ”. Tanto più questa è bassa, tanto più l’urto si avvicina all’uscita dell’ugello così come la ricompressione. Al limite, per $p_e = p_f$, l’urto sarà piazzato esattamente sulla sezione di uscita.

- CASO “g” ($p_j \leq p_e < p_f$)

Nel caso in cui la pressione “ p_e ” sia inferiore rispetto a “ p_f ”, all’uscita dell’ugello il flusso sarà supersonico e si instaurerà la pressione “ p_j ”, ovvero la pressione di progetto per la quale il flusso evolve isoentropicamente fino, per l’appunto, al raggiungimento di tale grande grandezza; tuttavia, per accordare la pressione allo sbocco dell’ugello con la pressione dell’ambiente circostante (più grande della prima) è necessario un urto (obliquo) per incrementare la pressione fino al valore suddetto. In questo caso l’ugello viene definito sovraespanso.

- CASO “j” ($p_e = p_j$)

Come detto in precedenza, questa è la pressione di progetto, per la quale, dunque, il flusso evolve isoentropicamente; all’uscita del getto si ha un flusso supersonico. In questo caso l’ugello è definito adattato.

- CASO “k” ($p_e \leq p_j$)

Essendo $p_e < p_f$, ancora una volta all’uscita dell’ugello si avrà un flusso supersonico e ancora una volta in tale zona si instaurerà la pressione “ p_j ”; tuttavia, in questo caso, “ p_e ” risulta essere anche inferiore rispetto a quest’ultima, pertanto, per accordarle, dovrà nascere un fascio di espansione tale da diminuire la pressione da “ p_j ” a “ p_e ”. In questo caso l’ugello è definito sottoespanso.

C’è da sottolineare il fatto che la presenza dell’onda d’urto obliqua e del fascio di espansione non incide né sulla portata in uscita dall’ugello né sul numero di Mach di uscita dall’ugello, mentre la presenza dell’onda d’urto retta non incide sulla portata in uscita ma incide sul numero di Mach; il fatto che la portata si conservi indipendentemente dagli eventi che accadono dentro o fuori l’ugello deriva dal fatto che tutti e tre i fenomeni avvengono per $p_e < p_c$, ovvero per una pressione che è inferiore rispetto al valore di pressione ambiente che rende critica la gola.

3.3 Urto Obliquo

Per poter analizzare l’onda d’urto curva e staccata che si viene a formare a monte del corpo è conveniente prima procedere con la descrizione di un urto obliquo e attaccato che si viene a creare su di un cuneo investito da una corrente supersonica (Figura 3.2):

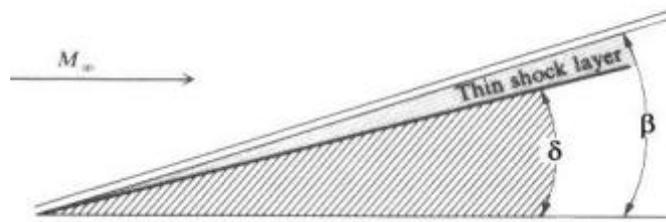


Figura 3.2: Formazione di un urto obliquo su di una rampa [25]

Con “ M_∞ ” si indica il numero di Mach della corrente di monte che investe il corpo; si indica con “ δ ” l’angolo di deflessione della linea di corrente rispetto alla condizione indisturbata e con “ β ” l’angolo che l’onda d’urto obliqua forma rispetto alla linea di corrente; nel caso particolare in cui l’urto obliquo sia generato da una rampa, come in questo caso, la deflessione della linea di corrente coincide con l’angolo di inclinazione della rampa, in quanto a valle dell’urto le linee di corrente si adattano istantaneamente alla pendenza della parete.

Definendo con “2” le condizioni a valle dell’urto, con “ ∞ ” le condizioni di monte, con “ ϵ ” la somma dei due angoli $\delta + \beta$, con il pedice “n” la componente normale della generica grandezza rispetto all’urto e con “ γ ” il rapporto tra i calori specifici del gas a pressione ed a volume costante, per quanto riguarda gli urti curvi valgono le seguenti relazioni:

$$M_2^2 = \frac{(\gamma - 1)M_\infty^2 \sin^2 \epsilon + 2}{(2\gamma M_\infty^2 \sin^2 \epsilon - \gamma + 1) \sin^2 \beta} \quad (3.3)$$

$$\frac{p_2}{p_\infty} = (\gamma + 1)^{-1} (2\gamma M_\infty^2 \sin^2 \epsilon - \gamma + 1) \quad (3.4)$$

$$\frac{T_2}{T_\infty} = (\gamma + 1)^{-2} (2\gamma M_\infty^2 \sin^2 \epsilon - \gamma + 1) \left[\gamma - 1 + \frac{2}{M_\infty^2 \sin^2 \epsilon} \right] \quad (3.5)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_\infty} = \frac{V_{n\infty}}{V_{n2}} = (\gamma + 1) M_\infty^2 \sin^2 \epsilon [2 + (\gamma - 1) M_\infty^2 \sin^2 \epsilon]^{-1} \quad (3.6)$$

$$\frac{p_2^0}{p_\infty^0} = \left[(\gamma + 1)^{-(\gamma+1)} \left(\gamma - 1 + \frac{2}{M_\infty^2 \sin^2 \epsilon} \right)^\gamma (2\gamma M_\infty^2 \sin^2 \epsilon - \gamma + 1) \right]^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (3.7)$$

$$C_{p2} = \frac{4(M_\infty^2 \sin^2 \beta - 1)}{(\gamma + 1) M_\infty^2} \quad (3.8)$$

Si vede ora che cosa accade per quanto riguarda un flusso supersonico impattante una rampa ad inclinazione variabile “ δ ”:

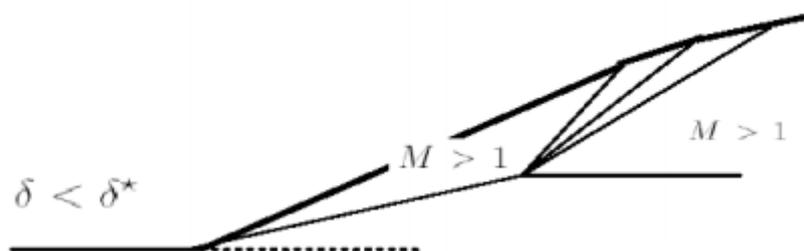


Figura 3.3: Caso urto obliquo con $\delta < \delta^*$ [25]

Figura 3.3: Nel caso in cui $\delta < \delta^*$, la rampa genera un urto obliquo debole tale per cui a valle dell'urto $M_2 > 1$; successivamente, con il secondo spigolo, si origina un fascio di espansione che, con continuità (evoluzione isoentropica), accelera il flusso e lo riporta parallelo alla parete.

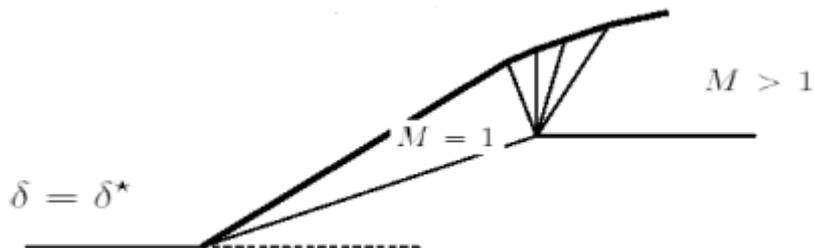


Figura 3.4: Caso urto obliquo con $\delta = \delta^$ [25]*

Figura 3.4: Quando $\delta = \delta^*$, il flusso a valle dell'onda d'urto diventa sonico. Successivamente c'è sempre un fascio di espansione ed il ritorno in condizioni supersoniche.

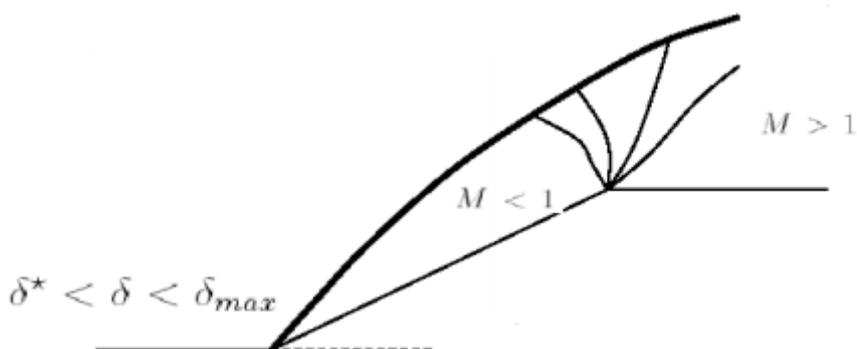


Figura 3.5: Caso urto obliquo con $\delta^ < \delta < \delta_{max}$ [25]*

Figura 3.5: Se la rampa è ancor più inclinata ($\delta^* < \delta < \delta_{max}$) c'è un intervallo di valori di "δ" in corrispondenza del quale a ridosso della rampa si può avere ancora un urto attaccato, ma non più obliquo, in quanto il flusso a valle dell'onda è subsonico. A causa di questo, non tutte le linee di corrente a valle deviano allo stesso modo e ciò costituisce il motivo per il quale l'urto è curvo e non obliquo (ci sono infatti dei segnali che rimontano). C'è anche da notare che tale intervallo di angoli è molto ridotto ($\sim 1^\circ$)

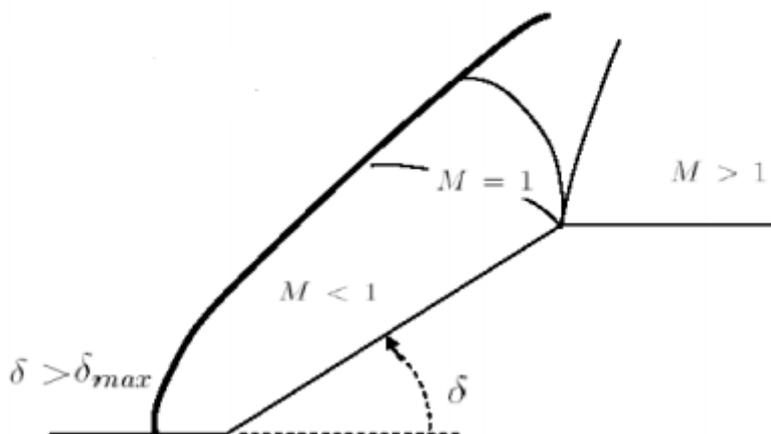


Figura 3.6: Caso urto obliquo con $\delta > \delta_{max}$ [25]

Figura 3.6: Nel caso in cui $\delta > \delta_{max}$, anche se si ha una rampa, non è più possibile avere un urto attaccato, in quanto questo risulta essere necessariamente staccato. In questo caso ci si ritrova ad avere un flusso subsonico a valle dell'urto; successivamente è presente un fascio di espansione che riporta il flusso a M_∞ .

Esiste una relazione tra la deflessione della parete e l'inclinazione dell'urto che viene espressa dalla seguente relazione:

$$tg\delta = 2cotg\beta \left[\frac{M_\infty^2 \sin^2 \beta - 1}{M_\infty^2 (\gamma + \cos 2\beta) + 2} \right] \quad (3.9)$$

A livello grafico si ha la seguente figura (**Figura 3.7**):

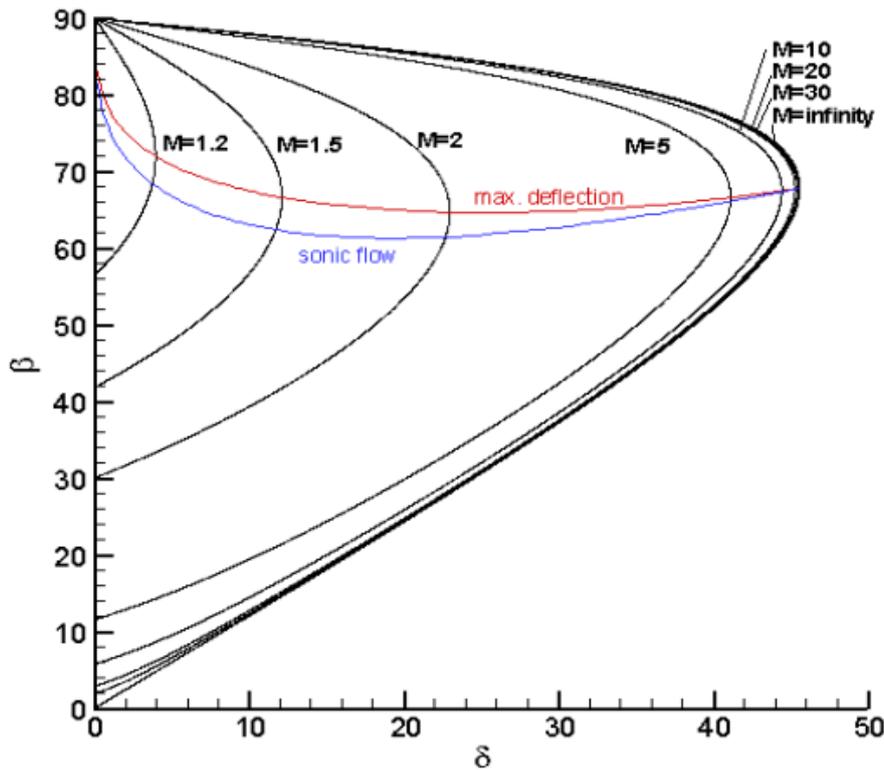


Figura 3.7: Diagramma “ $\beta - \delta$ ” relativo all'urto obliquo [25]

Il grafico è parametrizzato con il numero di Mach e presenta il valore di “ γ ” fissato ($\gamma = 1,4$).

Come si nota dal diagramma, a fissato valore di “ δ ” sono presenti due valori di “ β ”; due soluzioni si hanno anche quando “ δ ” è pari a 0: qualunque sia il valore di “ M_∞ ” una soluzione sarà sempre quella per $\beta = 90^\circ$ (definita soluzione di “urto forte”) cioè l'urto retto a valle della quale la corrente non deflette ($\delta = 0^\circ$) e rallenta fino a valori subsonici. L'altra soluzione (definita soluzione di “urto debole”) è quella di urto evanescente, cioè l'urto è così debole da essere coincidente con la caratteristica in termini di pendenza, ovvero “ μ ”; considerando, ad esempio il caso di “ M_∞ ” pari a 2, si hanno le seguenti due situazioni, riportate in figura (**Figura 3.8**):

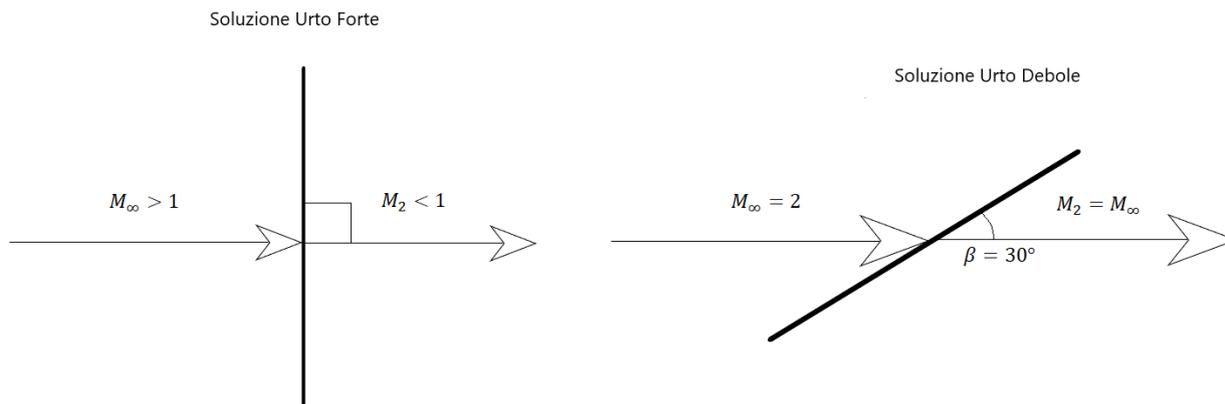


Figura 3.8: Soluzioni estreme per quanto riguarda l'urto obliquo

Ciò è confermato anche a livello matematico, in quanto risulta che:

$$\mu = \arcsin\left(\frac{1}{M_\infty}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = 30^\circ \rightarrow \beta = \mu = 30^\circ \quad (3.10)$$

Tutti gli altri punti che si trovano sulla curva isoMach a $M_\infty = 2$ rappresentano i restanti tratti di urto forte e urto debole; valori di urti deboli fanno sì che l'urto, nel caso di presenza della rampa, sia attaccato ed obliquo, mentre valori di urto forte, dato che si è superato il valore di " δ_{max} ", portano l'urto a staccarsi dalla parete ed a diventare curvo.

Un urto attacco su di una rampa necessariamente deve essere debole; tuttavia, la stessa rampa, può avere anche un urto staccato davanti a sé quando $\delta > \delta_{max}$: su di esso sarà presente tutta la collezione di urti, da quello retto fino a quelli deboli ed, infine, quello evanescente, cioè la linea caratteristica.

Si prenda allora in considerazione, solamente a fine esemplificativo, il caso di un corpo tozzo (sfera) investito da una corrente supersonica a $M_\infty = 2$ rappresentato in figura (Figura 3.9):

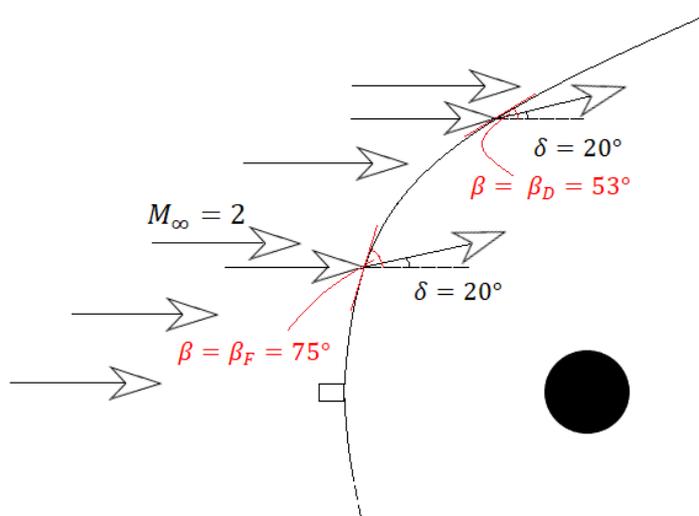


Figura 3.9: Schema qualitativo dell'urto curvo generatosi a monte di una sfera

Come detto in precedenza, per un dato angolo di deflessione " δ " ci sono due soluzioni di " β ". Per esempio, per $\delta = 20^\circ$ si ha:

$$\beta_F = 75^\circ \quad (3.11)$$

$$\beta_D = 53^\circ \quad (3.12)$$

Riprendendo quello che si diceva, lungo l'intero urto staccato sono presenti le varie casistiche di urti; si comincia con quello retto, che si viene formando in prossimità della mezzzeria del corpo (asse "x"): in questo caso " δ " è pari 0° , mentre " β " è pari a 90° . Da questo punto in poi, la seconda grandezza continua a diminuire fino a raggiungere il valore minimo prescritto per il dato numero di Mach (in questo caso 30°), mentre la prima variabile prima cresce fino a raggiungere il valore massimo " δ_{max} ", ovvero quello di massima deflessione della corrente una volta superato l'urto (e tale valore è prossimo a quello che rende sonica la corrente " $\delta_{M=1}$ ") per poi diminuire fino ad annullarsi nuovamente in corrispondenza della linea caratteristica. Pertanto, a partire dall'urto normale, è possibile individuare un punto in cui la tangente locale forma con la direzione "x" un angolo $\beta = \beta_F = 75^\circ$. In tale punto la deflessione che ha subito la corrente è pari a $\delta = 20^\circ$. Successivamente, procedendo lungo l'urto curvo, si individua un altro punto in cui la tangente alla curva forma un angolo $\beta = \beta_D = 53^\circ$ con la direzione "x". Ancora una volta, in corrispondenza di tale punto, la corrente deflette di $\delta = 20^\circ$. Come affermato, dunque, in corrispondenza di un urto curvo, per una stessa deflessione della corrente si hanno due possibili angoli di inclinazione dell'urto (" β_F " e " β_D ").

3.4 Analisi di un getto supersonico ed applicazione alla retropropulsione supersonica

Si va ora ad investigare più nel dettaglio il getto fuoriuscente da un ugello, inizialmente nel caso di sbocco in ambiente in quiete, e poi, come avviene nella retropropulsione supersonica, nel caso di flusso avverso proveniente da valle. Si comincia dunque con il caso in quiete.

La figura (Figura 3.10) riporta, come detto, un getto supersonico che sfocia in un mezzo in quiete:

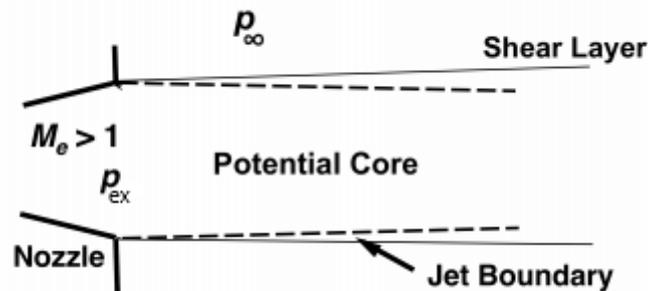


Figura 3.10: Getto supersonico sfociante in ambiente in quiete [8]

La figura di cui sopra si riferisce ad un caso di ugello adattato, dove cioè, come detto in precedenza, la pressione di uscita dall'ugello " p_{ex} " è uguale a quella dell'ambiente circostante " p_∞ ". Si identificano in particolare alcune peculiarità tipiche proprio di questo campo di moto:

- Frontiera del getto ("Jet Boundary"): si tratta di un'isobara che delimita il getto dall'ambiente circostante.
- Pennacchio ("Plume"): Regione interna del getto generata dai gas caldi in uscita dall'ugello.
- Strato di taglio ("Shear Layer"): a causa delle differenti velocità tra il flusso costituente il getto in uscita dall'ugello e l'ambiente esterno in quiete si viene a formare uno strato di taglio con la presenza di un gradiente di velocità perpendicolare alla direzione del getto stesso che è dovuto proprio alle differenti velocità e che ha lo scopo di raccordare questi due diversi campi di moto. All'interno di tale strato dominano gli effetti dissipativi; la struttura è inoltre tale per cui lo spessore va progressivamente aumentando a mano a mano che ci si sposta verso valle, riducendo la porzione di getto in cui la velocità rimane costantemente pari al valore massimo assunto nella sezione di sbocco: questa componente del campo viene definita cuore potenziale ("Potential Core") proprio perché al suo interno sono assenti qualsiasi tipo di fenomeni dissipativi e pertanto rimane costante la pressione totale, che è appunto un indice di eventuale presenza di tali effetti [8].

Come si può osservare, il getto si va allargando man mano che si procede verso valle. Le ragioni dell'allargamento sono essenzialmente due:

- Ogni massa di gas è caratterizzata da un certo livello di quantità di moto. Considerato un volume di controllo definito in un tratto di getto e la massa al suo interno, questa non può variare, in quanto non sono presenti forze esterne. Ci sono, però, gli effetti viscosi, per cui considerando i profili di velocità ad inizio e fine volume di controllo, la pressione totale va riducendosi, e questo comporta una riduzione della velocità, dato che la pressione statica è costante e pari al valore ambiente.

Poiché, però, la quantità di moto deve rimanere invariata, e la densità del flusso è fissata, al getto non resta che occupare un volume più grande ($m = \rho \cdot Vol$), da cui l'allargamento della sezione.

- Quando il getto è turbolento, e prima o poi lo diventa sicuramente, la sua forma diventa irregolare nel tempo e nello spazio, e questo fa sì che zone che inizialmente non erano lambite dal getto, all'istante successive lo siano, dunque una porzione di gas fermo può venir inglobata all'interno del getto nell'incedere del tempo: questo provoca un ingrossamento della sezione.

L'effetto del trascinamento all'interno del getto, inoltre, fa anche sì che la portata vada aumentando.

Come detto, oltre al getto adattato, sono presenti anche i casi di getti sottoespansi e sovraespansi. Queste condizioni dipendono solamente dal rapporto delle pressioni dell'ugello, cioè dal rapporto " p_{ex}/p_{∞} ".

Riprendendo quanto scritto poco fa, in figura (Figura 3.11) viene riportato il caso di un getto sovraespanso, ovvero un getto per il quale risulta che $p_{ex} < p_{\infty}$:

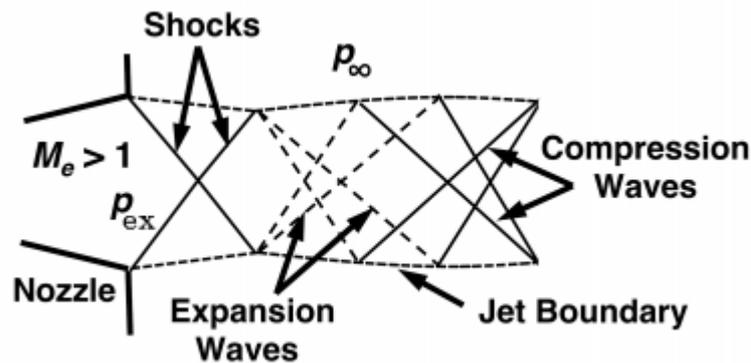


Figura 3.11: Caso getto sovraespanso [8]

Il fatto che la pressione in uscita risulti essere inferiore rispetto a quella dell'ambiente esterno porta alla formazione delle due onde d'urto oblique (di compressione) rappresentate in figura che hanno per l'appunto lo scopo di innalzare la pressione. Tali onde vengono poi riflesse sul "Jet Boundary", questa volta sotto forma di onde d'espansione e queste, a loro volta, interagendo con la frontiera del getto, vengono riflesse come onde d'urto oblique e così via fino a quando il mescolamento lungo la frontiera del getto con l'ambiente esterno dissipa la struttura del "plume" [26].

La figura (Figura 3.12) riporta invece il caso di un getto sottoespanso, tale per cui $p_{ex} > p_{\infty}$:

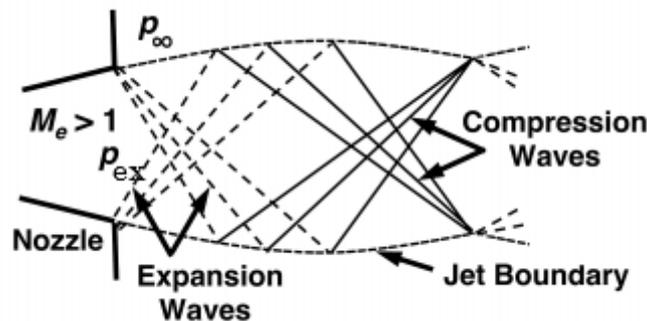


Figura 3.12: Caso getto sottoespanso [8]

Questo caso risulta essere simile a quello ricavato in precedenza ma, come visto prima, anziché onde d'urto, si vengono a generare delle onde d'espansione di Prandtl-Meyer (fascio di espansione) nella sezione di uscita al fine di diminuire la pressione fino al valore di " p_{∞} ". Anche in questo caso tali onde vengono riflesse verso la frontiera del getto, questa volta

come onde di compressione; di qui in seguito il campo di moto si comporta esattamente come il caso di getto sovraespanso: il continuo rimpallo tra onde d'urto e fascio di espansione, infatti, continua fino a quando il rimescolamento lungo il "Jet Boundary" dissipa la struttura del "plume" [26].

Nelle fasi di utilizzo, gli ugelli di un razzo si trovano ad operare tipicamente in condizioni nelle quali la pressione atmosferica circostante è significativamente inferiore rispetto alla pressione di uscita dell'ugello ($p_\infty \ll p_{ex}$): dunque in condizioni di estrema sottoespansione. Questo elevato rapporto delle pressioni instauratosi in tale scenario porta ad una modifica delle configurazioni di espansioni e compressioni vista per il caso di ugello sottoespanso come viene riportato nella figura sottostante (Figura 3.13):

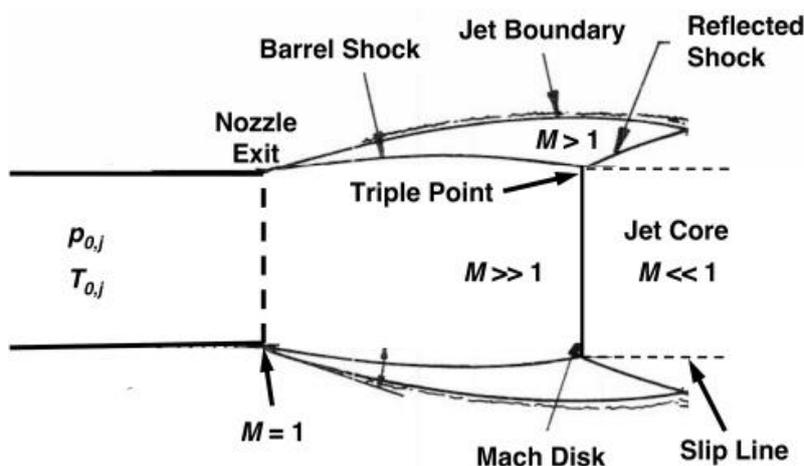


Figura 3.13: Caso getto fortemente sottoespanso [8]

Nella sezione di uscita il flusso passa attraverso un fascio di espansione e continua ad espandersi, formando un nucleo interno inviscido supersonico. Le crescenti onde d'espansione si riflettono sul confine del getto, rappresentato da un'isobara, come onde di compressione; in seguito vanno in coalescenza per formare un "barrel shock" (urto "a botte") [27]. Il "barrel shock" separa il nucleo interno, cioè il plume in espansione, dall'ambiente esterno, mentre all'esterno uno strato di taglio ad alta velocità si va formando lungo la frontiera del getto. L'intersezione del disco di Mach, ovvero un forte urto normale, con il "barrel shock" porta alla formazione di un punto triplo dal quale diparte un urto obliquo riflesso: il nucleo interno supersonico che passa attraverso il disco di Mach diviene subsonico, mentre il flusso passante attraverso il "barrel shock" e l'urto obliquo riflesso rimane sempre supersonico ma con un valore di Mach inferiore [26].

Per arrivare alla descrizione del campo di moto della retropropulsione supersonica è necessario mettere insieme i fenomeni descritti in precedenza, dunque il flusso supersonico proveniente da monte ed un getto supersonico prodotto dal getto ed originato in verso opposto.

Per quanto riguarda la retropropulsione supersonica, il getto altamente sottoespanso va ad impattare, come detto, contro il flusso di monte supersonico. A questo punto si ha lo scontro tra due correnti dirette in versi opposti: in particolare il "plume" del getto cozza contro il flusso supersonico di monte e questo porta alla formazione dell'urto curvo generatosi proprio davanti al corpo. Una volta attraversato, la corrente diviene subsonica; le stesse condizioni si vengono anche a generare dopo il disco di Mach, ovvero l'urto retto che raccorda le due estremità dell'urto a botte. Viene a formarsi anche un punto di arresto all'intersezione di questi due flussi subsonici, oltre che una superficie di contatto che separa il nucleo subsonico del getto e il flusso subsonico dietro l'urto curvo, con un punto di stagnazione che si viene a formare lungo tale superficie [2], come illustrato in figura (Figura 3.14) per un caso di singolo getto:

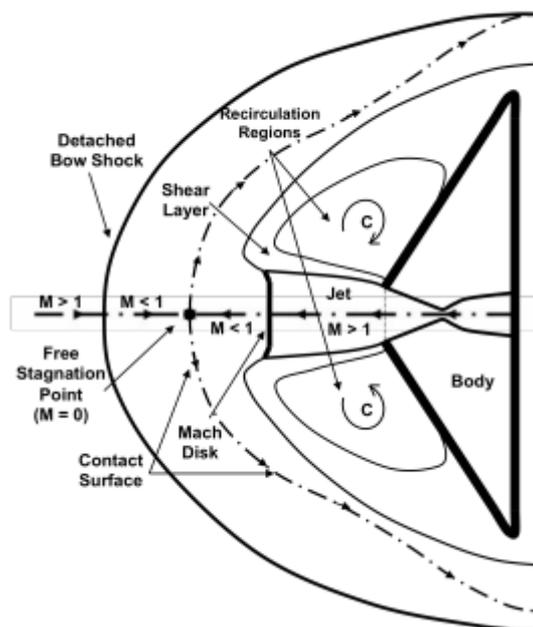


Figura 3.14: Caso di getto fortemente sottoespanso investito da una corrente supersonica [2]

L'intersezione tra il flusso che viene deviato verso la zona poppiera del corpo ed il flusso supersonico e subsonico lungo lo strato di taglio forma grandi regioni di ricircolazione sopra la prua del corpo. Proprio lo strato di taglio è una regione di mescolamento formatasi in direzione parallela al vettore velocità nello strato d'urto tra il "barrel shock", mentre le regioni di ricircolo impattano significativamente sulla diffusione del getto lontano dalla sezione di uscita del corpo. I grandi gradienti di velocità tra il flusso subsonico dietro l'urto curvo e il getto supersonico in verso opposto portano alla formazione degli strati di taglio supersonici che definiscono il contorno esterno del getto. La ricircolazione e l'alta pressione dietro l'urto curvo impongono un significativo rimescolamento all'interno dello strato di taglio contornante il plume che si va generando mano a mano che il getto ruota [2]. L'effetto complessivo dell'interazione tra il getto e la corrente di monte è lo schermaggio del corpo dal flusso in arrivo. Dati sperimentali e ulteriori ricerche [5] hanno inoltre messo in mostra grandi regioni in cui il campo di moto generato dalla retropropulsione supersonica è instazionario sotto certe condizioni, con la presenza, inoltre, di ampie regioni di ricircolazione supersoniche propaganti disturbi e di strati di taglio ad alta velocità trasferenti tali disturbi lungo il contorno del getto così come indietro, nelle regioni di ricircolo subsoniche.

Gli autori, poi, [2] hanno fatto notare come la scia a poppa del corpo possa essere significativamente più grande rispetto a quella per un flusso del getto senza opposizione a causa dell'ostruzione creata dall'insieme di corpo e getto. Si sottolinea anche il fatto che le condizioni di monte, l'area della sezione di uscita ed il coefficiente di spinta possono potenzialmente inficiare la formazione della scia.

Capitolo 4

4 Equazioni di governo e metodi numerici

4.1 Introduzione

In questo capitolo si andranno a richiamare le equazioni fondamentali della fluidodinamica, indispensabili quindi anche per lo studio del campo di moto di un veicolo in rientro atmosferico, ovvero le equazioni di Navier-Stokes; successivamente le si vedranno declinate per un possibile approccio allo studio dei flussi turbolenti, andando pertanto a citare le equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds (RANS - Reynolds Averaged Navier-Stokes) anche se si anticipa sin d'ora che i casi trattati in seguito saranno unicamente laminari.

4.2 Ipotesi alla base delle equazioni di Navier -Stokes

Prima ancora di andare a riportare le equazioni di cui sopra, è necessario enunciare quali sono le assunzioni che devono essere soddisfatte affinché queste siano valide; tali condizioni sono in totale otto:

- Ipotesi del continuo ($Kn \ll 1$):

Tale ipotesi impone che ci siano diverse scale di differenza tra la scala esterna " L ", ovvero quella del sistema esterno, e quella molecolare " λ ", con quest'ultima di molto più piccola rispetto alla prima ($\lambda \ll L$); pertanto, definendo il numero di Knudsen come il rapporto tra le due grandezze, si ha che:

$$Kn = \frac{\lambda}{L} \ll 1 \quad (4.1)$$

Tuttavia, visto l'elevato numero di molecole, ragionare a livello molecolare diventa molto complicato, per cui si considera ciò che accade a livello di una "particella fluida", cioè un insieme di molecole in numero sufficientemente grande da poter avere un equilibrio termodinamico e quindi delle grandezze statistiche di pressione e temperatura ottenute mediante un'opportuna analisi statistica e correlate tra di loro da equazioni di stato; indicando pertanto con " l " la dimensione della particella fluida, si ha che:

$$\lambda \ll l \ll L \quad (4.2)$$

Analogamente, in termini di tempo " τ " associato alla dinamica della particella fluida:

$$t_m \ll \tau \ll T \quad (4.3)$$

dove " t_m " indica il tempo medio tra due successive collisioni molecolari e " T " la scala temporale esterna.

Per equilibrio si intende che tutte le molecole all'interno del sistema abbiano la stessa energia: in associazione alle molecole ci sono infatti dei gradi di libertà (traslazionali, rotazionali, vibrazionali ed elettronici) variabili in base al tipo di molecola ed attivi a seconda di quella che è l'energia (pertanto la temperatura) associata alla particella. Una molecola sarà dunque in equilibrio nel caso in cui tutta l'energia sia distribuita equamente a livello statistico su tutti i gradi di libertà, ovvero se mediamente questi siano attivi più o meno allo stesso modo; tale ipotesi va sotto il nome di ipotesi di Boltzmann.

Complessivamente, dunque, affinché sia rispettata l'ipotesi di mezzo continuo, è necessario verificare che la particella fluida sia caratterizzata da un ordine di grandezza più grande del cammino libero tra le molecole " λ ", che il numero di molecole all'interno di ogni particella fluida sia elevato e che vi sia, sempre all'interno della particella fluida, l'equilibrio termodinamico.

- Assenza di reazioni chimiche.
- Assenza di reazioni nucleari:

Non sono presenti reazioni nucleari, pertanto massa ed energia sono conservate separatamente.

- Assenza di forze di volume.
- Ipotesi di Fourier:

Tale ipotesi implica che il flusso termico conduttivo possa scriversi come:

$$q_i = -k \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (4.4)$$

- Assenza di radiazioni.
- Ipotesi di Fluido Newtoniano:

Le equazioni che si vogliono ricavare non cercano di descrivere cosa accade a livello molecolare, in quanto si vuole che la descrizione degli aspetti fenomenologici avvenga a livello di particella fluida. Tra i vari processi che si devono modellizzare ci sono quelli diffusivi: questi avvengono a livello molecolare per cui, per poter essere inseriti ed avere il giusto significato nelle equazioni finali, è necessario che vengano descritti a livello di particella fluida. Il fenomeno della diffusione è associato alle collisioni tra le molecole, il che comporta il trasferimento di quantità di moto e di energia interna; è necessario, pertanto, che questo venga espresso con una matematica coerente con quella usata nel bilancio della quantità di moto e di energia.

Come detto, la diffusione avviene a corto raggio, per cui può essere rappresentata a livello molecolare usando la teoria cinetica dei gas: si valuta dunque ciò che avviene in corrispondenza di un punto all'interno della particella fluida. Per far ciò è possibile ragionare in termini di espansione di Taylor. Data la linearità del fenomeno, l'approssimazione locale nell'intorno del punto è sufficiente che sia svolta lungo il solo percorso che porta la molecola ad avere una collisione; detto questo, è necessario, come riportato in precedenza, ricondurre il fenomeno a livello di particella fluida. Per modellare le azioni diffusive su tale scala, sempre perché si considerano interazioni a piccolo raggio, si può ritenere valida l'ipotesi per la quale i flussi di quantità di moto scambiati tra una particella fluida e quella adiacente per effetto della diffusione molecolare siano lineari con le deformazioni stesse che le particelle subiscono, le quali sono, a loro volta, legate al tensore velocità di deformazione, motivo per cui la diffusione può essere allora associata ad un tensore dei flussi di quantità di moto legati alla diffusione molecolare (o, più comunemente, tensore degli sforzi):

$$p_{ij} = (p_{ij})_{eq} + (p_{ij})_{diseq} = \tau_{ij} - p\delta_{ij} \quad (4.5)$$

Come si può notare, tale tensore è costituito da due parti:

- Una parte di equilibrio che ha una struttura isotropa, associata al fatto che la particella al suo interno risulta essere in equilibrio termodinamico e quindi l'unico possibile trasferimento di quantità di moto e di energia si ha per semplice trasporto causato dalla presenza di un gradiente di pressione:

$$(p_{ij})_{eq} = -p\delta_{ij} \quad (4.6)$$

- Una parte di disequilibrio che ha una struttura anisotropa, associata al fatto che all'interno del sistema c'è moto e quindi si ha che la particella che prima era in equilibrio adesso non lo è più perché deformata dal campo di moto. L'unico trasferimento di quantità di moto e di energia, quindi, si ha per semplice trasporto causato dalla presenza di un gradiente di velocità. Comunque tale disequilibrio termodinamico a cui si fa riferimento è un blando disequilibrio:

$$(p_{ij})_{diseq} = 2\mu D_{ij} - \mu_1 D_{kk} \delta_{ij} \quad (4.7)$$

Nella parte di disequilibrio si evidenzia l'ipotesi di linearità tra i flussi di quantità di moto e le deformazioni che le particelle subiscono per mezzo dei due coefficienti di Lamè:

- “ μ ” è il coefficiente di viscosità dinamica che garantendo la presenza di un termine anisotropo “ D_{ij} ” quantifica l'influenza del tensore velocità di deformazione; in generale “ μ ” è un coefficiente che quantifica il trasferimento di quantità di moto dovuto alla collisione molecolare che risulta essere proporzionale alla “ T^n ”, con $n = 0,7$.
- “ μ_1 ” è il coefficiente di Lamè che, garantendo la presenza di un termine isotropo, ovvero “ $D_{kk} \delta_{ij}$ ”, permette il conservarsi della proprietà di invarianza, secondo la quale i tensori sono indipendenti dal sistema di riferimento (quindi la traccia del tensore risulta essere diversa da zero).

Dato che deve essere garantito il soddisfacimento della proprietà di invarianza (altrimenti non si sta parlando di tensori) se si guarda alla somma delle componenti diagonali del tensore parte di disequilibrio “ $(p_{ij})_{diseq}$ ” si deve avere che il valor medio degli sforzi normali risulti essere invariante rispetto alle rotazioni del sistema di riferimento:

$$(p_{11} + p_{22} + p_{33})_{diseq}/3 = p_{kk}/3 = 2/3 \mu D_{kk} - \mu_1 D_{kk} = (2/3 \mu - \mu_1) D_{kk} = \eta D_{kk}, \quad (4.8)$$

$$\text{con } \eta = 2/3 \mu - \mu_1$$

“ η ” è la viscosità volumica e tale quantità lega il valor medio degli sforzi normali della parte di disequilibrio alla divergenza della particella fluida, cioè alla variazione di volume. Con la definizione di “ η ” si ha che il tensore dei flussi di quantità di moto si scrive come:

$$p_{ij} = (p_{ij})_{eq} + (p_{ij})_{diseq} = -p \delta_{ij} + 2\mu D_{ij} - \mu_1 D_{kk} \delta_{ij} = -p \delta_{ij} + 2\mu D_{ij} - (2/3 \mu - \eta) D_{kk} \delta_{ij} \quad (4.9)$$

Tale equazione prende il nome di equazione costitutiva dei fluidi newtoniani. Essa è una relazione lineare secondo la quale i flussi di quantità di moto associati alla diffusione molecolare sono costituiti da due parti:

- Una parte isotropa associata all’equilibrio termodinamico che, per ipotesi del continuo, è presente nella particella fluida.
- Una parte anisotropa associata al disequilibrio termodinamico per il moto attorno alla particella. Tale parte di disequilibrio presenta, a sua volta:
 - o Un contributo anisotropo associato a come si sta deformando la particella fluida per effetto dei gradienti di velocità all’interno del campo di moto (blando disequilibrio termodinamico).
 - o Un contributo isotropo associato ad una possibile espansione o compressione della particella fluida (forte disequilibrio termodinamico che non deve però essere presente al fine di garantire la validità dell’ipotesi del continuo).

Si capisce allora che nella diffusione l’isotropia non è solamente associata all’equilibrio ma anche ad una possibile espansione o compressione della particella fluida.

Si è detto che, in generale, ad una molecola è possibile associare diversi gradi di libertà, ed in condizioni di equilibrio l’energia è equamente ripartita tra tutti i gradi di libertà. Da un punto di vista statistico dell’equilibrio termodinamico si sta adottando l’ipotesi di Boltzmann, secondo la quale un sistema è in equilibrio quando tutti i gradi di libertà associati al sistema hanno lo stesso peso. Durante espansioni/compressioni rapide non tutti i gradi di libertà associati alle molecole si riassetano secondo gli stessi modi e tempi:

- In una compressione si verifica un accumulo di energia sui gradi traslazionali ed un ritardo nella distribuzione dell’energia sugli altri gradi di libertà.
- In un’espansione si verifica un accumulo di energia sui gradi rotazionali ed un ritardo nella distribuzione dell’energia sugli altri gradi di libertà.

In entrambi i casi si viola l’ipotesi di Boltzmann e quindi anche l’ipotesi del continuo in quanto la particella non è più in condizioni di equilibrio termodinamico. Quando si instaura un’espansione/compressione rapida c’è un rallentamento nella ripartizione dell’energia, la particella non riesce istante per istante ad adeguarsi alla condizione di equilibrio (a meno che non ci sia un riassetamento istantaneo dell’equilibrio del sistema stesso). Questo fenomeno ha delle conseguenze, infatti:

- Se la compressione è rapida, “ $D\rho/Dt$ ” aumenta.
- Se l’espansione è rapida, “ $D\rho/Dt$ ” diminuisce.

Considerando l’equazione di continuità, si ha che:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} = -\nabla \cdot \mathbf{V} = -D_{kk} \quad (4.10)$$

Se si ritorna a come è stato scritto il coefficiente di viscosità volumica:

$$\begin{aligned} p_{ij} &= (p_{ij})_{eq} + (p_{ij})_{diseq} = -p\delta_{ij} + 2\mu D_{ij} - (2/3\mu - \eta)D_{kk}\delta_{ij} \\ &= -p\delta_{ij} + 2\mu D_{ij} - (2/3\mu - \eta)\frac{1}{\rho}\frac{D\rho}{Dt}\delta_{ij} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Tale situazione di non equilibrio all'interno della particella è coerente con il fatto che $\eta \neq 0$, infatti andando a calcolare il valor medio degli sforzi normali:

$$\frac{p_{kk}}{3} = -p + 2\mu\frac{D_{kk}}{3} - (2/3\mu - \eta)D_{kk} \neq -p \quad (4.12)$$

Si ha che il valore medio degli sforzi normali è diverso dal valore che si ha all'equilibrio; come minimo si hanno due valori di pressione differenti mentre al massimo si possono avere tre componenti di sforzi normali ognuno diverso dall'altro. Ragionando sulla pressione media globale data dalla somma degli sforzi normali, questa può essere superiore o inferiore al valore di pressione all'equilibrio ed al valor medio. Ciò dimostra come in tale situazione all'interno della particella sia presente un brusco squilibrio causato proprio dall'effetto della viscosità volumica "η".

Solo se $\eta = 0$ (ipotesi di Stokes - tale condizione si raggiunge solo dando abbastanza tempo al sistema di ridistribuire l'energia) allora il valor medio degli sforzi normali risulterebbe essere uguale alla pressione di equilibrio termodinamico:

$$\frac{p_{kk}}{3} = -p + 2\mu\frac{D_{kk}}{3} - 2/3\mu D_{kk} = -p \quad (4.13)$$

In questo modo non è presente alcun squilibrio all'interno della particella fluida ed è quindi valida l'ipotesi di Boltzmann.

Si può dunque concludere tale parte dicendo che la viscosità volumica "η" non è associata alla presenza di gradienti di velocità nell'intorno di un punto ma alla possibile contrazione/espansione, dunque variazioni di volume, che subisce la particella. Queste, per avere una certa influenza, devono avvenire su tempi estremamente ridotti in modo che la particella si riassetti e ritorni nella condizione di equilibrio, presentando un'equa ripartizione dell'energia su tutti i gradi di libertà. Le variazioni di volume, per essere considerate rapidissime, devono avvenire in un intervallo di tempo prossimo al tempo tra la collisione di due molecole ($\sim 10^{-9}$ s), in quanto il tempo per ritornare all'equilibrio termodinamico è coincidente con quello associato a due urti successivi.

La validità dell'ipotesi di Stokes è necessario che sia verificata per coerenza sulla validità dell'ipotesi del continuo. Con tale ipotesi si definisce una nuova equazione costitutiva per i fluidi:

$$p_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu D_{ij} - \frac{2}{3}\mu D_{kk}\delta_{ij} \quad (4.14)$$

4.3 Equazioni di Navier-Stokes

Ora che si sono enunciate le assunzioni che stanno alla base delle equazioni di Navier-Stokes, le si vanno ad esplicitare; prima di arrivare a ciò, però, è necessario enunciare prima le leggi di conservazione: per conservazione si intende che la variazione di una proprietà intensiva del fluido, cioè associata alle singole particelle, all'interno di un volume specificato è dovuta al contributo di sorgenti della quantità, interne al volume di controllo e superficiali, ed al bilancio netto tra il flusso in ingresso e quello in uscita della quantità, imputabili al movimento del fluido stesso. Quindi la legge di conservazione definisce il tasso di variazione di una quantità conservativa durante l'evoluzione della corrente. In meccanica dei fluidi le leggi di conservazione che regolano il movimento e l'evoluzione di un fluido definiscono la conservazione della massa, della quantità di moto e dell'energia [28].

Per la definizione della legge di conservazione scalare si considera la figura seguente (**Figura 4.1**):

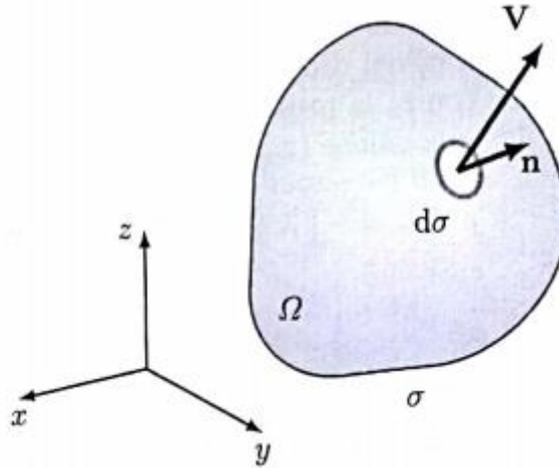


Figura 4.1: Esempio di dominio preso in considerazione [28]

Mettendo assieme tutti i contributi sopra citati, si giunge alla legge di conservazione in forma integrale per la variabile scalare “ q ”:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial q}{\partial t} d\Omega = - \oint_{\sigma} \mathbf{f}(q, \mathbf{V}) \cdot \mathbf{n} d\sigma + \int_{\Omega} q_v d\Omega + \oint_{\sigma} \mathbf{q}_s \cdot \mathbf{n} d\sigma \quad (4.15)$$

Nel caso in cui la variabile conservativa sia un vettore “ \mathbf{Q} ”, i flussi e le sorgenti superficiali diventano delle quantità tensoriali; si ottiene pertanto:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} d\Omega = - \oint_{\sigma} \mathbf{F}(\mathbf{q}, \mathbf{V}) \cdot \mathbf{n} d\sigma + \int_{\Omega} \mathbf{q}_v d\Omega + \oint_{\sigma} \mathbf{Q}_s \cdot \mathbf{n} d\sigma \quad (4.16)$$

A questo punto si possono enunciare le equazioni della meccanica dei fluidi; queste, per un fluido viscoso, si ottengono applicando i seguenti principi:

- Conservazione della massa: la massa non si crea né si distrugge;
- Conservazione della quantità di moto: la variazione della quantità di moto è uguale alle forze applicate;
- Conservazione dell’energia: l’energia non si crea né si distrugge.

La conservazione della massa è una condizione di natura cinematica e non riguarda le forze applicate al fluido nel volume di controllo, che invece intervengono nel principio di conservazione della quantità di moto che è una forma generalizzata della legge di Newton, e nel principio di conservazione dell’energia che è una formulazione del primo principio della termodinamica [28].

Per quanto riguarda l’equazione di conservazione della massa, la variabile scalare è la massa per unità di volume, ovvero la densità “ ρ ”; si scrive pertanto:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\Omega = - \int_{\Omega} \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) d\Omega \quad (4.17)$$

Essendo il volume “ Ω ” arbitrario, la relazione precedente è identicamente soddisfatta se in ogni punto è soddisfatta la relazione:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (4.18)$$

Per quanto riguarda l’equazione di conservazione della quantità di moto, la variabile vettoriale risulta essere la quantità di moto per unità di volume “ $\rho \mathbf{V}$ ”; come sorgenti vi sono le forze di campo per unità di volume “ $\rho \mathbf{f}$ ” e le forze superficiali rappresentate dal tensore degli sforzi “ $\mathbf{\Pi}$ ”:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{V}) d\Omega = - \int_{\Omega} \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \mathbf{V}) d\Omega + \int_{\Omega} \nabla \cdot \mathbf{\Pi} d\Omega + \int_{\Omega} \rho \mathbf{f} d\Omega \quad (4.19)$$

Come prima, poiché il volume “ Ω ” è arbitrario, si scrive:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \rho \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = \nabla \cdot \mathbf{\Pi} + \rho \mathbf{f} \quad (4.20)$$

Per quanto riguarda l’equazione di conservazione dell’energia, la variabile scalare risulta essere l’energia totale per unità di massa “ E ”, ottenuta come somma tra l’energia interna “ ϵ ” e l’energia cinetica “ $V^2/2$ ”; come sorgenti superficiali si ha il lavoro per unità di tempo degli sforzi superficiali “ $\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{V}$ ” ed i flussi superficiali di calore “ $-\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}$ ”, mentre come sorgenti volumetriche si ha il lavoro per unità di tempo delle forze di campo “ $\rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{V}$ ” e le sorgenti di calore volumiche “ Q_v ”:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho E d\Omega = - \oint_{\sigma} \rho E \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} d\sigma + \oint_{\sigma} (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{V}) \cdot \mathbf{n} d\sigma + \int_{\Omega} \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{V} d\Omega - \oint_{\sigma} \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} d\sigma + \int_{\Omega} Q_v d\Omega \quad (4.21)$$

da cui risulta:

$$\rho \frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho E \mathbf{V}) = \nabla \cdot (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{V}) + \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{V} - \nabla \cdot \mathbf{q} + Q_v \quad (4.22)$$

Scomponendo il tensore degli sforzi “ $\mathbf{\Pi}$ ” nella parte isotropa e non isotropa, si ottiene:

$$\rho \frac{\partial E}{\partial t} + \rho \mathbf{V} \cdot \nabla E = -\nabla \cdot (p \mathbf{V}) + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{V}) + \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{V} - \nabla \cdot \mathbf{q} + Q_v \quad (4.23)$$

A questo punto, andando ad esplicitare gli sforzi viscosi “ $\boldsymbol{\tau}$ ” ed il flusso di calore “ \mathbf{q} ” (mediante l’ipotesi di Fourier) si ottengono le equazioni di Navier-Stokes:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (4.24)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \left[\mu (\nabla \mathbf{V} + \nabla \mathbf{V}^T) - \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{V}) \mathbf{I} \right] + \rho \mathbf{f} \quad (4.25)$$

$$\rho \left(\frac{\partial E}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla E \right) = -\nabla \cdot (p \mathbf{V}) + \nabla \cdot \left\{ \left[\mu (\nabla \mathbf{V} + \nabla \mathbf{V}^T) - \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{V}) \mathbf{I} \right] \cdot \mathbf{V} \right\} + \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{V} + \nabla \cdot (k \nabla T) + Q_v \quad (4.26)$$

Per chiudere il sistema, si aggiungono ulteriori equazioni valide per un gas perfetto:

$$p = \rho R T \quad (4.27)$$

$$\epsilon = C_v T \quad (4.28)$$

Infine, si hanno delle relazioni anche per determinare la viscosità dinamica “ μ ” e la conducibilità termica “ k ”:

$$\mu = \mu(T) \quad (4.29)$$

$$k = k(T) \quad (4.30)$$

Arrivati a questo punto si è giunti a scrivere un set di equazioni differenziali alle ordinate parziali in cui compaiono dei termini non lineari la cui risoluzione risulta essere molto complessa ad eccezione di alcuni semplici casi che però non hanno reali scopi pratici.

4.4 Modelli di chiusura turbolenti

4.4.1 Definizione del tensore degli sforzi di Reynolds

Usare nel complesso le equazioni di Navier-Stokes per descrivere fenomeni turbolenti può essere molto oneroso in termini di calcolo; in alcuni casi, pertanto, è necessario semplificare il modello che descrive tali eventi. Un moto turbolento statisticamente stazionario può essere scomposto in un moto medio ed in un moto di fluttuazioni, intese come deviazioni del segnale istantaneo dal valor medio. Tale decomposizione, che va sotto il nome di decomposizione alla Reynolds, può essere applicata a qualsiasi grandezza caratteristica del moto, pertanto:

$$u_i(\mathbf{x}, t) = U_i(\mathbf{x}) + u'_i(\mathbf{x}, t) \quad (4.31)$$

$$p(\mathbf{x}, t) = P(\mathbf{x}) + p'(\mathbf{x}, t) \quad (4.32)$$

$$T(\mathbf{x}, t) = \theta(\mathbf{x}) + T'(\mathbf{x}, t) \quad (4.33)$$

I valori medi risultano essere:

$$U_i(\mathbf{x}) \equiv \bar{u}_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{t} \int_{t_0}^{t_0+t} u_i(\mathbf{x}, t) dt \quad (4.34)$$

$$P(\mathbf{x}) \equiv \bar{p}(\mathbf{x}) = \frac{1}{t} \int_{t_0}^{t_0+t} p(\mathbf{x}, t) dt \quad (4.35)$$

$$\theta(\mathbf{x}) \equiv \bar{T}(\mathbf{x}) = \frac{1}{t} \int_{t_0}^{t_0+t} T(\mathbf{x}, t) dt \quad (4.36)$$

mentre le fluttuazioni risultano essere definite come:

$$u'_i(\mathbf{x}, t) = u_i(\mathbf{x}, t) - U_i(\mathbf{x}) \quad (4.37)$$

$$p'(\mathbf{x}, t) = p(\mathbf{x}, t) - P(\mathbf{x}) \quad (4.38)$$

$$T'(\mathbf{x}, t) = T(\mathbf{x}, t) - \theta(\mathbf{x}) \quad (4.39)$$

Risulta inoltre che, dalla definizione di valor medio e per le proprietà dell'operatore di media, si abbia:

$$\bar{U}_i(\mathbf{x}) = U_i(\mathbf{x}) \quad (4.40)$$

$$\bar{u}_i = \frac{1}{t} \int_{t_0}^{t_0+t} [u_i(\mathbf{x}, t) - U_i(\mathbf{x})] dt = \bar{U}_i(\mathbf{x}) - U_i(\mathbf{x}) = 0 \quad (4.41)$$

Applicando tale decomposizione lineare alle equazioni di Navier-Stokes si ha:

$$\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.42)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} \quad (4.43)$$

Complessivamente si ha un sistema di 4 equazioni in 10 incognite, per cui, per poter chiudere il sistema, è necessario introdurre dei modelli che descrivano in modo ottimale la fisica che c'è dietro al termine “ $u'_i u'_j$ ”; poiché il sistema, per essere chiuso, deve contenere solo le “ U_i ”, è necessario che “ $u'_i u'_j$ ” sia descritto unicamente in termini di “ U_i ”.

C'è da sottolineare come il termine inerziale dovuto al prodotto delle fluttuazioni “ $u'_i u'_j$ ” sia molto difficile da studiare da un punto di vista fisico, in quanto è relativo ad azioni a lungo termine che interagiscono dinamicamente tra di loro e modificano il campo anche a notevole distanza sia nel tempo che nello spazio. Mentre per la diffusione molecolare si è riusciti a rappresentare bene le azioni a breve termine associate alle collisioni tra molecole dicendo che, per il modello a “palla da biliardo”, le molecole viaggiano in modo indipendente fino a quando non entrano in collisione con altre molecole nel loro intorno, nel caso del termine inerziale il tutto si complica, perché sono presenti nel sistema entità non lineari, frutto di accoppiamenti tra varie scale che non sono più localizzate nell'intorno della molecola; tuttavia, solitamente, si assume che le fluttuazioni “ $u'_i u'_j$ ” abbiano un comportamento simile a quello della diffusione molecolare. In questo modo alle fluttuazioni si associa la stessa struttura matematica della diffusione molecolare, anche se questo comporta un limite evidente di validità per quanto riguarda tale modello di turbolenza; se pertanto è possibile far coincidere la dinamica delle fluttuazioni con quella della diffusione molecolare, è possibile altresì definire un tensore degli sforzi apposito che viene definito tensore degli sforzi di Reynolds:

$$R_{ij}(\mathbf{x}, t) = -\overline{\rho u'_i u'_j} \quad (4.44)$$

Tale tensore è un tensore del secondo ordine associato, come appena visto, al prodotto delle fluttuazioni tra le diverse componenti di velocità; i suoi termini diagonali costituiscono gli sforzi normali (sono infatti i termini che contengono le auto-correlazioni), mentre i termini non diagonali sono gli sforzi di taglio (sono infatti i termini che contengono le semplici correlazioni). Il tensore inoltre è simmetrico, per cui:

$$\overline{u'_i u'_j} = \overline{u'_j u'_i} \quad (4.45)$$

Le RANS possono che essere riscritte nel seguente modo:

$$\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.46)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ -P \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \overline{\rho u'_i u'_j} \right\} \quad (4.47)$$

Nella seconda equazione si nota la presenza di tre tensori:

- $-P \delta_{ij}$: tensore di pressione medio.
- $\mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$: tensore degli sforzi viscosi.
- $-\overline{\rho u'_i u'_j}$: tensore degli sforzi di Reynolds, ovvero il tensore del flusso di quantità inerziale associato alle fluttuazioni.

C'è ancora da sottolineare il fatto che, con l'introduzione del modello degli sforzi di Reynolds, la fisica che c'è dietro le fluttuazioni viene sostanzialmente eliminata e si ha pertanto un'approssimazione del campo medio; tuttavia in questo modo non si valuta il flusso turbolento in sé perché ciò che lo caratterizza sono proprio le fluttuazioni mentre la dinamica delle fluttuazioni è stata modellizzata in funzione delle velocità medie. Si hanno pertanto informazioni sul campo di moto medio e non su quello che fanno le perturbazioni.

Riccollegandosi a quanto detto in precedenza, applicando la decomposizione lineare ad un sistema che di per sé è non lineare, si ottiene un sistema in cui sono presenti 6 variabili. Il sistema non è chiuso, e per essere risolto va applicato un modello per il tensore degli sforzi di Reynolds “ $-\overline{\rho u'_i u'_j}$ ”, il quale, come detto, rappresenta il flusso medio del momento di ordine due associato alle fluttuazioni turbolente. Secondo il modello proposto da Boussinesq, si introduce una viscosità turbolenta “ ν_T ” per cui il tensore degli stress di Reynolds può essere visto come:

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} + \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} = \rho \nu_T \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) = -\rho \cdot a_{ij} \equiv 2\rho \nu_T \overline{S_{ij}} \quad (4.48)$$

Sostituendo, si giunge alla seguente riscrittura:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[- \left(P + \frac{2}{3} \rho k \right) \delta_{ij} + \rho v_{eff} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (4.49)$$

Risultano essere presenti:

- $k = \overline{u'_i u'_j} / 2$ = energia cinetica media turbolenta per unità di massa (conto dei termini diagonali)
- $\overline{S_{ij}}$ = tensore del tasso di deformazione medio
- $v_{eff} = \nu + \nu_T(\mathbf{x}, t)$
- a_{ij} = tensore anisotropo

Così facendo si è definita la forma del tensore degli sforzi di Reynolds, ma a questo punto il problema si è spostato sulla definizione della viscosità turbolenta “ ν_T ”. Generalmente, tale grandezza può essere ricavata sfruttando l’analogia con la teoria cinetica dei gas per cui la viscosità può essere vista come il prodotto di una lunghezza per una velocità. Si hanno diversi modelli a disposizione:

- Zero-equation models: tali modelli si basano su delle semplici relazioni algebriche.
- One-equation models: tali modelli prevedono la presenza di un’equazione di trasporto ed una relazione algebrica.
- Two-equation models: tali modelli prevedono la presenza di due equazioni di trasporto.

Il modello di “ ν_T ” maggiormente utilizzato è quello di Smagorinsky (che rientra nella prima tipologia di metodi) che è associato al concetto di “mixing length” “ $l_m(\mathbf{x})$ ”, ovvero la dimensione tipica di una particella fluida:

$$\nu_T = l_m^2 \overline{\Omega} = l_m^2 (2 \overline{\Omega_{ij} \Omega_{ij}})^{1/2}, \text{ con } \overline{\Omega_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.50)$$

In questo caso, come detto in precedenza, la viscosità cinematica è vista sempre nella sua tipica struttura di velocità per una lunghezza caratteristica. La dimensione tipica di una particella fluida può essere dedotta su osservazioni sperimentali.

4.4.2 Modello One-Equation

Sempre sfruttando l’analogia con la teoria cinetica dei gas, la viscosità può essere vista come il prodotto di una lunghezza per una velocità; si ha allora che:

$$\nu_T(\mathbf{x}, t) = u^*(\mathbf{x}, t) \cdot l^*(\mathbf{x}, t) \quad (4.51)$$

A differenza del modello di Smagorinsky, adesso va definita non solo la lunghezza caratteristica “ $l^*(\mathbf{x}, t)$ ” ma anche la velocità caratteristica “ $u^*(\mathbf{x}, t)$ ”. Secondo un modello ad un’equazione si impone che:

$$l^* = l_m \quad (4.52)$$

$$u^* = ck^{1/2} \quad (4.53)$$

Per cui si può scrivere che:

$$\nu_T = ck^{1/2} l_m \quad (4.54)$$

Risulta in particolare che “ k ”, ovvero l’energia cinetica turbolenta definita come il valore quadratico medio delle fluttuazioni, sia pari a $k = 1/2 \overline{q^2}$, con $\overline{q^2} = \overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}$ e sia calcolabile tramite l’equazione per l’energia cinetica delle fluttuazioni:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \Pi - \epsilon - \frac{\partial I_i}{\partial x_i} \quad (4.55)$$

Dove:

- Π = termine di produzione:

$$-\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (4.56)$$

- ϵ = termine di dissipazione turbolenta, modellato tenendo conto che il rateo di dissipazione è stimato a partire dalle caratteristiche della scala integrale come:

$$\epsilon = \frac{U_L^3}{L} \rightarrow \epsilon = C_D \frac{k^{3/2}}{l_m}, \text{ con } C_D \text{ costante} \quad (4.57)$$

- I_i = termine diffusivo, modellato come:

$$I_i = -\frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i}, \text{ con } \sigma_k \text{ costante} \quad (4.58)$$

Ricapitolando, nel modello ad una sola equazione si ha:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \text{ (equazione di continuità)} \quad (4.59)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} \text{ (equazioni di Reynolds)} \quad (4.60)$$

Le equazioni di chiusura sono:

$$-\overline{u'_i u'_j} + \frac{2}{3} k \delta_{ij} = 2\nu_T \overline{S_{ij}} \quad (4.61)$$

Con tale modello la viscosità turbolenta e l'energia turbolenta sono determinate rispettivamente nel seguente modo:

$$\nu_T = ck^{1/2} l_m \quad (4.62)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \Pi - \epsilon - \frac{\partial I_i}{\partial x_i} \quad (4.63)$$

Per le costanti si usano i seguenti valori:

$$c = 0,55 \quad (4.64)$$

$$C_D = c^3 \quad (4.65)$$

$$\sigma_k = 1 \quad (4.66)$$

“ l_m ”, invece, va determinato sperimentalmente.

4.4.3 Modello Two-Equations

Ancora una volta, sfruttando l'analogia con la teoria cinetica dei gas:

$$\nu_T(\mathbf{x}, t) = u^*(\mathbf{x}, t) \cdot l^*(\mathbf{x}, t) \quad (4.67)$$

Per quanto riguarda la velocità e la lunghezza caratteristica, si ha che:

$$l^* = k^{3/2} / \epsilon \quad (4.68)$$

$$u^* = k^{1/2} \quad (4.69)$$

Per cui si può scrivere che:

$$\nu_T = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4.70)$$

Ancora una volta “ k ” corrisponde all’energia cinetica turbolenta definita come il valore quadratico medio delle fluttuazioni; essa è pari a $k = 1/2 \bar{q}^2$, con $\bar{q}^2 = \bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2$ ed è calcolabile tramite l’equazione per l’energia cinetica delle fluttuazioni:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \Pi - \epsilon - \frac{\partial I_i}{\partial x_i} \quad (4.71)$$

In questo modello “ ϵ ”, che continua ancora a coincidere con il termine di dissipazione turbolenta, viene ricavato come:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + U_i \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \Pi - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right) \quad (4.72)$$

Come prima, si ha che:

- Π = termine di produzione:

$$-\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (4.73)$$

- I_i = termine diffusivo, modellato come:

$$I_i = -\frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i}, \text{ con } \sigma_k \text{ costante} \quad (4.74)$$

Ricapitolando, nel modello a due equazioni si ha:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \text{ (equazione di continuità)} \quad (4.75)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} \text{ (equazioni di Reynolds)} \quad (4.76)$$

Le equazioni di chiusura sono:

$$-\overline{u'_i u'_j} + \frac{2}{3} k \delta_{ij} = 2\nu_T \bar{S}_{ij} \quad (4.77)$$

Con tale modello la viscosità turbolenta, l’energia turbolenta ed i termini di dissipazione turbolenta sono determinati rispettivamente nel seguente modo:

$$\nu_T = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4.78)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \Pi - \epsilon - \frac{\partial I_i}{\partial x_i} \quad (4.79)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + U_i \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \Pi - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right) \quad (4.80)$$

Per le costanti si usano i seguenti valori:

$$C_\mu = 0,09 \quad (4.81)$$

$$C_{\epsilon 1} = 1,44 \quad (4.82)$$

$$C_{\epsilon 2} = 1,92 \quad (4.83)$$

$$\sigma_k = 1,0 \quad (4.84)$$

$$\sigma_\epsilon = 1,3 \quad (4.85)$$

Il modello a due equazioni appena presentato prende il nome di modello “ $k - \epsilon$ ”.

C'è ancora da sottolineare il fatto che ci sono dei limiti di applicazione ai modelli che sono stati appena presentati, in quanto il modello di Boussinesq, per la linearità assegnata tra il tensore “ a_{ij} ” ed il tensore “ S_{ij} ” tramite la viscosità “ ν_T ”, non è così prettamente valido per descrivere flussi fortemente vorticosi e con significative curvature, come ad esempio possono essere le regioni di separazione dello strato limite e le scie.

4.4.4 Modello LES

Supponendo che sia valida l'ipotesi di isotropia per le piccole scale (ipotesi di Kolmogorov), sono presenti caratteristiche che non dipendono dalla contingenza del problema e quindi è possibile utilizzare delle proprietà generali per modellarle. Plasmando le piccole scale è noto a priori come queste si comportino e si presenta dunque solo la necessità di risolvere direttamente le grandi scale. Nel conseguimento di tale scopo, si vanno ad utilizzare le equazioni complete di Navier-Stokes che però adesso saranno valutate su di una griglia decisamente meno fitta rispetto alle simulazioni DNS e come conseguenza all'interno delle equazioni di Navier-Stokes si avranno dei termini in più che derivano dall'aver modellato le scale più piccole. A tale scopo si può scomporre il campo di velocità “ $u_i(\mathbf{x}, t)$ ” come una somma di una componente di velocità di larga scala “ $\tilde{U}_i(\mathbf{x}, t)$ ” ed una componente di velocità di piccola scala “ $u'_i(\mathbf{x}, t)$ ” detto anche contributo di sottogriglia poiché è relativo a fenomeni turbolenti visibili sotto la scala che si risolve che però non è determinata direttamente in quanto modellata; risulta pertanto che:

$$u_i(\mathbf{x}, t) = \tilde{U}_i(\mathbf{x}, t) + u'_i(\mathbf{x}, t) \quad (4.86)$$

L'espressione della velocità di larga scala si ottiene a partire dal campo di velocità vero e proprio tramite un'operazione di filtro:

$$\tilde{U}_i(\mathbf{x}, t) = \int G(\mathbf{r}, \mathbf{x}) \cdot u'_i(\mathbf{x} - \mathbf{r}, t) d\mathbf{r} \quad (4.87)$$

Il tipo di funzione filtro che si utilizza dipende dal modello usato per simulare le piccole scale. Il concetto di fondo è che applicando un filtro al campo di velocità si è in grado di modulare la soluzione in modo tale che questa rappresenti bene un intorno “ Δ ” del campo di moto, mentre al di fuori di tale intorno la funzione di filtro decade a zero.

Si hanno, in particolare, le seguenti caratteristiche:

- $\int G(\mathbf{r}, \mathbf{x}) d\mathbf{r} = 1$.
- Se la funzione filtro è omogenea, è indipendente da “ \mathbf{x} ”.
- “ $G(\mathbf{r}, \mathbf{x})$ ” è tale che decade a zero fuori dall'intervallo $|\mathbf{r}| = O(\Delta)$, dove “ Δ ” è l'ampiezza del filtro.
- La spaziatura del filtro è proporzionale all'ampiezza del filtro specificata “ Δ ”.

Con tale operazione si valuta una media del campo di velocità “ $u_i(\mathbf{x}, t)$ ” nella regione di spaziatura “ Δ ” intorno al punto del campo “ \mathbf{x} ” considerato. L'operazione di media rimuove le scale più piccole di $O(\Delta)$ e produce un campo di velocità filtrato “ $\tilde{U}_i(\mathbf{x}, t)$ ” che contiene solo le scale di grandezza “ $O(\Delta)$ ” e superiore. Quindi a partire dal campo di velocità “ $u_i(\mathbf{x}, t)$ ” con l'operazione di filtro si ottiene un campo “ $\tilde{U}_i(\mathbf{x}, t)$ ” che segue l'andamento di “ $u_i(\mathbf{x}, t)$ ” ma non mostra le fluttuazioni di piccola scala, poiché queste appariranno nel campo di velocità modellato “ $u'_i(\mathbf{x}, t)$ ”.

La struttura del filtro è importante perché influenza molto i risultati delle simulazioni. Infatti una volta definita la scomposizione del campo di velocità, applicando tale scomposizione alle equazioni di bilancio di massa, si ha che sia il campo di velocità di larga scala che quello di piccola scala sono entrambi solenoidali:

$$\frac{\partial \widehat{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.88)$$

$$\frac{\partial u_i'}{\partial x_i} = 0 \quad (4.89)$$

mentre per l'equazione di bilancio della quantità di moto:

$$\frac{\partial \widehat{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \widehat{u}_i \widehat{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \widehat{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \widehat{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (4.90)$$

Nell'eseguire l'operazione di media così come riportato nell'equazione di bilancio della quantità di moto:

$$\widehat{u}_i \widehat{u}_j = (\widehat{U}_i + u_i')(\widehat{U}_j + u_j') \quad (4.91)$$

E' necessario considerare il fatto che $\widehat{U}_i \widehat{U}_j = \widehat{U}_i \widehat{U}_j$ è una quantità differente da " $\widehat{u}_i \widehat{u}_j$ " proprio per effetto delle fluttuazioni nelle piccole scale " \widehat{u}_i " e " \widehat{u}_j ". Sono proprio tali grandezze che deve essere modellate; si parla, in particolare, di tensore degli stress residui, o anche stress di sottogriglia:

$$\tau_{ij} = \widehat{u}_i \widehat{u}_j - \widehat{U}_i \widehat{U}_j \quad (4.92)$$

Per come è definito il tensore " τ_{ij} " esso contiene la distribuzione del campo di velocità di larga scala " \widehat{U}_i " e la distribuzione del campo di velocità di piccola scala " u_i ".

Resta adesso da modellare tale tensore per simulare il contributo delle piccole scale. Concettualmente nel plasmarle si prende spunto da come è stata eseguita la modellazione delle equazioni costitutive per l'agitazione molecolare. Queste rappresentano dei flussi di quantità di moto associati all'agitazione molecolare e sono una rappresentazione a livello di particella fluida del comportamento di un numero elevato di molecole. Il tensore degli stress residui " τ_{ij} " viene pertanto suddiviso in un contributo anisotropo " τ_{ij}^a " ed in uno isotropo " $-1/3 \tau_{ij} \delta_{ij}$ ":

$$\tau_{ij}^a = \tau_{ij} - 1/3 \tau_{ij} \delta_{ij} \rightarrow \frac{\partial \widehat{U}_i}{\partial t} + \widehat{U}_j \frac{\partial \widehat{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \widehat{P}}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}^a}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \widehat{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (4.93)$$

dove si è inglobato il contributo dello stress isotropo all'interno della pressione filtrata:

$$\widehat{P} \equiv P + \frac{1}{3} \rho \tau_{ij} \delta_{ij} \quad (4.94)$$

Bisogna però dire che procedendo in questo modo si sta commettendo un errore. Infatti è necessario tenere a mente che la diffusione è un processo a piccolissime scale, le quali, a loro volta, hanno come grandezza caratteristica il libero cammino medio, mentre la turbolenza non è affatto un fenomeno a piccola scala, in quanto è a lungo termine ed è tale per cui tutti gli oggetti più piccoli influenzano quelli più grandi e viceversa.

In definitiva si ha il seguente sistema di equazioni:

$$\frac{\partial \widehat{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.95)$$

$$\frac{\partial u_i'}{\partial x_i} = 0 \quad (4.96)$$

$$\frac{\partial \widehat{U}_i}{\partial t} + \widehat{U}_j \frac{\partial \widehat{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \widehat{P}}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}^a}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \widehat{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (4.97)$$

Si presenta a questo punto il problema della chiusura, per cui va aggiunto un modello che simuli il concetto di scala di similarità e quindi porti a definire un'espressione di " τ_{ij}^a ". Il tipo di modello più comunemente utilizzato è quello che vede l'uso di una viscosità turbolenta, per cui:

$$\tau_{ij}^a = -2\nu_T \widehat{S}_{ij} \quad (4.98)$$

Si ha:

$$\widehat{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \widehat{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widehat{U}_j}{\partial x_i} \right) = \text{tensore filtrato del tasso di deformazione} \quad (4.99)$$

Tale viscosità turbolenta risulta essere ordini ed ordini di grandezza più grande della diffusione molecolare ed è funzione della struttura del campo di moto. Una volta definito " τ_{ij}^a " è necessario definire " ν_T ". Il modello maggiormente utilizzato è quello di Smagorinsky che è associato al concetto di lunghezza di scala di Smagorinsky:

$$\nu_T = l_s^2 (2\widehat{S}_{ij}\widehat{S}_{ij})^{1/2}, \text{ con } l_s \text{ lunghezza di scala di Smagorinsky} \quad (4.100)$$

" l_s " è proporzionale all'ampiezza del filtro " Δ ". In conclusione risulta:

$$\tau_{ij}^a = -2(C_s \Delta)^2 (2\widehat{S}_{ij}\widehat{S}_{ij})^{1/2} \cdot \widehat{S}_{ij} \quad (4.101)$$

dove " C_s " è un coefficiente detto coefficiente di Smagorinsky che va determinato sperimentalmente.

Introdotta il modello per il tensore degli sforzi anisotropo il sistema di equazioni è un sistema chiuso, per cui applicando le condizioni al contorno si è in grado, una volta discretizzate le equazioni nel tempo e nello spazio, di ricavare una soluzione numerica.

Per le condizioni al contorno bisogna stare attenti a come si definisce il filtro, ad esempio quando si è prossimi a parete non si può pensare di porre la dimensione del filtro a zero perché non si risolverebbe più una LES ma si passerebbe ad una DNS. A parete il modello LES andrebbe rivisto in maggior dettaglio anche perché in tutto questo discorso le piccole scale sono considerate sempre isotrope perché si ipotizza trascurabile l'influenza delle condizioni al contorno. Quando però si è vicini a parete questa influenza non può più essere trascurata.

Bisogna inoltre considerare che in alcuni casi di applicazione il modello di Smagorinsky non è poi così tanto adeguato, infatti:

- Un singolo valore per la costante " C_s " non è adeguato per descrivere differenti campi di moto.
- Gli stress di sottogriglia non si annullano in prossimità di un contorno solido; conseguentemente devono essere introdotte delle funzioni di smorzamento per tener in conto degli effetti di parete vicina.
- Funzioni intermittenti devono essere introdotte per i flussi transitori (così da modificare " C_s ").
- Il modello di Smagorinsky non può tener in conto dei flussi di energia provenienti dalle piccole scale e dirette alle grandi scale (flussi che non sono indifferenti).
- L'anisotropia per le piccole scale in vicinanza alle pareti non può essere tenuta in conto nel modello.
- Il modello di Smagorinsky necessita anche di essere modificato nei casi di presenza di stratificazioni fitte di densità e rotazioni, anche quando il Reynolds turbolento è alto.

In questi casi elencati vanno applicate delle correzioni sul modello iniziale e, nel far ciò, bisogna sempre limitare il numero di costanti che vanno introdotte all'interno del modello. Infatti se ne possono avere al più due, altrimenti si perde il contenuto fisico del modello stesso.

Le differenze che il modello LES presenta rispetto a quello RANS sono:

- Il campo di velocità " $\widehat{U}_i(\mathbf{x}, t)$ " è un campo di velocità random, non coincide quindi con un valor medio e quindi dipende dal tempo

- Il valor medio del contributo di sottogriglia “ $u'_i(\mathbf{x}, t)$ ” non è zero

Il vantaggio rispetto alle equazioni mediate alla Reynolds è che con un modello LES le fluttuazioni dipendono sia dallo spazio che dal tempo. Con un modello LES, inoltre, dato che le piccole scale vengono semplicemente modellate, si capisce come lo spettro che se ne ricava sia fortemente limitato alle grandi scale.

4.5 Passaggio dal continuo al discreto

Il metodo ai volumi finiti è il modo più naturale per discretizzare le equazioni integrali sopra citate; si vanno pertanto a richiamare le equazioni, scritte in questo caso in un'altra forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega + \int_{\sigma} \rho(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) d\sigma = 0 \quad (4.102)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \mathbf{V} d\Omega + \int_{\sigma} \rho \mathbf{V}(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) d\sigma + \int_{\sigma} p(\mathbf{I} \cdot \mathbf{n}) d\sigma - \int_{\sigma} (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n}) d\sigma = \int_{\Omega} \rho \mathbf{f} d\Omega \quad (4.103)$$

$$\int_{\Omega} \frac{\partial E}{\partial t} d\Omega + \int_{\sigma} [(E + p)(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n})] d\sigma - \int_{\sigma} (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{V}) \cdot \mathbf{n} d\sigma + \int_{\sigma} (\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}) d\sigma = \int_{\Omega} \rho(\mathbf{f} \cdot \mathbf{V}) d\Omega \quad (4.104)$$

Discretizzare ai volumi finiti significa sostanzialmente discretizzare gli integrali. Il metodo viene definito così perché il dominio di calcolo viene scomposto in una serie di volumi definiti “celle” (ciò vale anche per quello che riguarda il caso 2D, in quanto si considerano elementi di area con spessore unitario), come si vede dalla seguente figura (Figura 4.2):

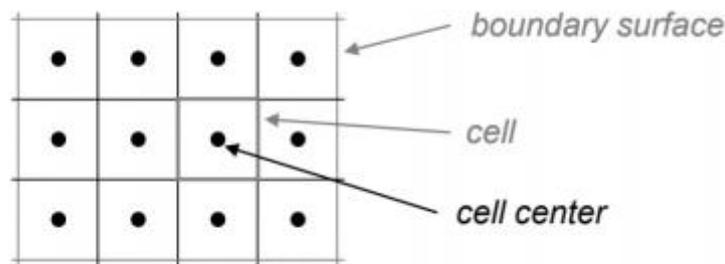


Figura 4.2: Visualizzazione della discretizzazione in celle [29]

Come si nota, ogni cella possiede un centro e presenta dei confini che la delimitano dalle celle circostanti: nel caso 3D si hanno 6 facce di confine, mentre nel caso 2D se ne hanno 4 di altezza unitaria.

I metodi numerici che assegnano i valori termodinamici e cinematici alle celle vengono definiti “Cell-Centered Schemes”; esistono tuttavia altri metodi che assegnano tali valori ai nodi, ovvero ai vertici della cella, e questi vengono definiti “Cell Vertex Schemes”. Infine, ci sono metodi che calcolano alcune variabili nei centri ed altre nei nodi: in questo caso si parla di “Staggered Schemes”. Per i fini del presente lavoro si andrà a considerare il caso 2D dato che, come si vedrà, il problema in analisi, pur essendo a rigore un caso 3D, avrà delle peculiarità tali da poter essere considerato 2D.

Entrando più nello specifico della discretizzazione, come si può vedere dalle equazioni precedenti, sono presenti sia integrali di superficie che integrali di volume. Prendendo in considerazione i primi, si ha che questi possono essere espressi mediante una formula esatta come la somma degli integrali superficiali su ogni faccia:

$$\int_{\sigma} f d\sigma = \sum_{k=1}^{N_k} \int_{\sigma_k} f d\sigma \quad (4.105)$$

Con:

- f : generica funzione (scalare o vettoriale).
- σ_k : area della k -esima superficie di confine tra una cella e l'altra.
- N_k : numero delle facce.

Quella che è stata sopra descritta è, come detto, un'espressione esatta; tuttavia si deve approssimare l'integrale su ogni faccia; da definizione, risulta che questo può essere scritto come il prodotto del valor medio della funzione sulla superficie per la superficie stessa:

$$\int_{\sigma_k} f d\sigma = \bar{f}_k \sigma_k \sim f_k \sigma_k \quad (4.106)$$

Il valor medio della funzione è proprio il valore che viene approssimato ed è per questo che l'ultima espressione è approssimata.

Detto questo, ci sono vari modi di approssimare: un primo modo di procedere potrebbe essere quello di far coincidere il valore della funzione con quello che la stessa assume al centro della faccia (i due valori coinciderebbero se la distribuzione della funzione fosse lineare): tale approssimazione è accurata al secondo ordine, in quanto sarebbe corretta se la distribuzione lungo la faccia di "f" fosse, per l'appunto, lineare.

Un'altra possibilità è quella di usare il valore nei nodi (spigoli) secondo la regola del trapezio (**Figura 4.3**):

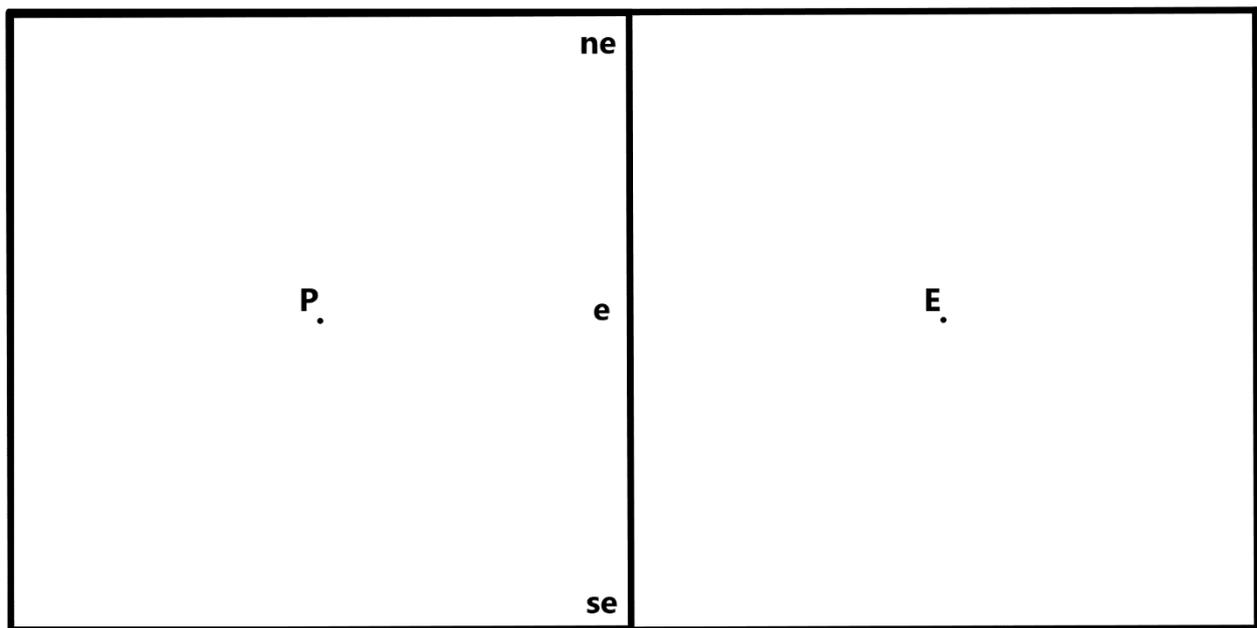


Figura 4.3: Dettaglio di due celle attigue

$$\int_{\sigma_e} f d\sigma \sim \frac{1}{2} (f_{ne} + f_{se}) \sigma_e \quad (4.107)$$

Anche questo è un metodo accurato al secondo ordine.

L'ultima possibilità è quella di usare sia i valori al centro cella sia quelli nei vertici:

$$\int_{\sigma_e} f d\sigma \sim \frac{1}{6} (f_{ne} + 4f_e + f_{se}) \sigma_e \quad (4.108)$$

Tale formula è accurata al quarto ordine.

Bisogna prestare attenzione però nel caso in cui si esegua l'approssimazione usando quest'ultimo metodo: i valori nei 3 punti sopra riportati, infatti, non sono dati ma vengono ricavati tramite interpolazione; se questa è condotta con schemi che sono meno accurati del 4° ordine l'ordine di accuratezza complessivo del metodo si abbassa, in quanto prevalgono gli ordini di accuratezza più bassi.

Per quanto riguarda la discretizzazione degli integrali di volume, analogamente a quanto scritto in precedenza:

$$\int_{\Omega} q d\Omega = \bar{q}\Omega \sim q_P\Omega \quad (4.109)$$

in cui:

- \bar{q} : Valore medio di “ q ” (dove “ q ” è ancora una volta una generica funzione scalare o vettoriale) all’interno del volume.
- q_P : Valore di “ q ” al centro del volume.

Imponendo un valore medio della funzione coincidente con quello al centro volume, si ipotizza una distribuzione tale da generare un metodo accurato al secondo ordine.

Metodi con approssimazioni di ordini superiori richiedono la conoscenza della funzione in differenti zone della cella oltre che al centro; ad esempio, un metodo del quarto ordine di accuratezza può essere ottenuto dalla seguente funzione polinomiale:

$$q(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 + a_6x^2y + a_7xy^2 + a_8x^2y^2 \quad (4.110)$$

Le nove incognite (a_i , con $i = 0, \dots, 8$) possono essere ricavate per interpolazione della funzione al centro cella, ai nodi ed al centro delle facce.

Tutti i valori devono essere ricavati con interpolazioni che sfruttino ordini almeno del quarto ordine di accuratezza pena l’abbassamento dell’ordine del metodo di discretizzazione.

Come si vede, nelle formule sono presenti anche dei valori della funzione calcolati all’interfaccia tra due celle limitrofe.

A questo punto si deve operare una differenza per quanto riguarda il calcolo della componente diffusiva e della componente convettiva delle equazioni: per la prima, è necessario discretizzare l’integrale di una derivata; per far ciò si può utilizzare uno schema centrato, ipotizzando che ci sia una distribuzione lineare tra due centri cella di celle vicine; riprendendo la **Figura 4.3**, e considerando uno sviluppo in serie di Taylor centrato in “ P ” e poi in “ E ” si ha:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_e \sim \frac{f_E - f_P}{x_E - x_P} + \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_e \frac{(x_E - x_e)^2 - (x_e - x_P)^2}{2(x_E - x_P)} - \left(\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}\right)_e \frac{(x_E - x_e)^3 + (x_e - x_P)^3}{6(x_E - x_P)} \quad (4.111)$$

Sia che le griglia sia equispaziata, sia che non lo sia, una discretizzazione di questo tipo è accurata al 2° ordine.

Per quanto riguarda il termine convettivo, operando mediante uno schema *ENO* (Essentially Non-Oscillatory) è possibile ottenere una discretizzazione che sia al contempo sia stabile che sufficientemente accurata (2° ordine).

In tali metodi si ipotizza di avere una distribuzione lineare a tratti, come viene mostrato nella figura che segue (**Figura 4.4**): ciò porta l’accuratezza del metodo al secondo ordine.

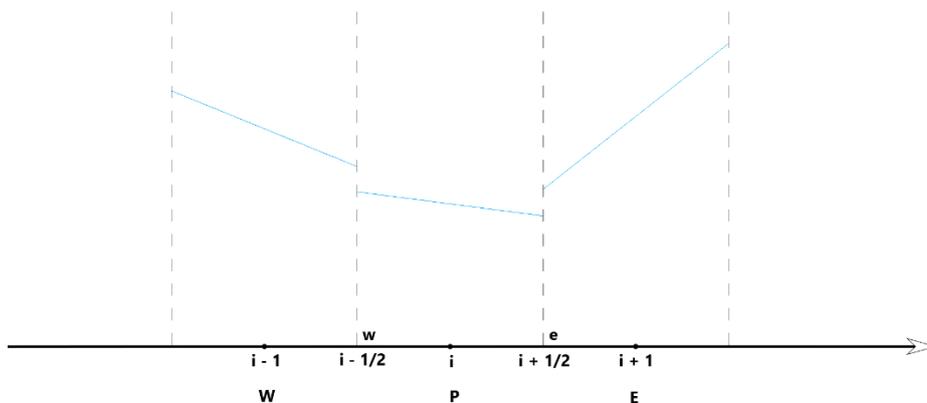


Figura 4.4: Distribuzione lineare della funzione in ogni cella

Il valore che la funzione assume all’interfaccia, indicato con “ $f(x)$ ”, risulta essere pari a:

$$f(x) = f_i + \sigma_i(x - x_i), \text{ con } x_{i-1/2} < x < x_{i+1/2} \quad (4.112)$$

A questo punto è necessario risolvere due problemi: avendo infatti indicato con “ i ” il valore della generica grandezza a centro cella, è necessario valutare sia il valore della coppia (f_i, x_i) sia il valore di “ σ_i ”, ovvero della pendenza della retta.

Per quanto riguarda il primo problema, si utilizza il metodo *upwind*, ovvero un metodo che capisce da dove “soffia il vento”; per capire di che cosa si tratta, si considera l’esempio svolto sulla frontiera “ e ”: il valore della funzione su tale interfaccia “ f_e ” risulta essere pari a:

$$f_e = f_p \text{ se } (\mathbf{V} \cdot \mathbf{n})_e > 0 \quad (4.113)$$

$$f_e = f_E \text{ se } (\mathbf{V} \cdot \mathbf{n})_e < 0 \quad (4.114)$$

Una volta ricavato il valore di “ f_e ” in base al corrispettivo centro cella, si ricava anche quello di “ x_i ”.

Per quanto riguarda la scelta della pendenza, si hanno due possibilità:

$$\sigma_i = \sigma_i^+ = \frac{f_{i+1} - f_i}{x_{i+1} - x_i} \quad (4.115)$$

oppure:

$$\sigma_i = \sigma_i^- = \frac{f_i - f_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \quad (4.116)$$

Come detto, dunque, la scelta di “ σ_i ” potrebbe ricadere o su “ σ_i^+ ” o su “ σ_i^- ”. Esiste un particolare metodo che prende in considerazione le pendenze delle due rette che giungono all’interfaccia, le confronta e poi decide quale considerare per ottenere la pendenza da inserire all’interno dell’equazione che dà il valore della funzione all’interfaccia. Tale metodo viene definito *Limiter* , per cui si ha:

$$\sigma_i = \text{LIMITER}[\sigma_i^+, \sigma_i^-] \quad (4.117)$$

Esistono vari tipi di limiter, ad esempio c’è quello MinMod: esso prende le due pendenze e sceglie quella in valore assoluto più piccola nel caso in cui queste abbiano lo stesso segno (entrambe positive o entrambe negative) mentre se hanno segni opposti annulla il valore della pendenza così da far coincidere l’entità della funzione sulla frontiera a quella nel centro cella [29].

Per quanto riguarda le condizioni al contorno, nei volumi finiti queste vengono assegnate sulle facce. In particolare, si può assegnare o il valore della funzione sul contorno, dando quelle che si definiscono condizioni al contorno di Dirichlet, oppure si può assegnare la derivata prima spaziale, dando quelle che vengono definite condizioni al contorno di Von Neumann. Nel primo caso si avrà già in mano il valore del flusso convettivo, mentre quello diffusivo si otterrà una volta discretizzata la derivata alla frontiera con una differenza finita. Viceversa, nel secondo caso, si otterrà subito il flusso diffusivo, mentre quello convettivo verrà ricavato tramite interpolazione.

Procedendo in questa maniera si ottiene uno schema che è accurato al primo ordine. Se però tutti i valori della funzione nelle varie interfacce sono state ottenuti mediante uno schema ENO, dunque uno schema accurato al secondo ordine, complessivamente si avrebbe un’accuratezza del primo ordine, proprio perché prevale il grado più basso. Per mantenere l’accuratezza al secondo ordine anche sul contorno, si può utilizzare il “polynomial fitting”: in questo modo si dà sempre una tra la condizione al contorno di Dirichlet e quella di Von Neumann, ma questa volta si dice che la funzione nell’intorno del contorno varia come una parabola. In altre parole, per ricavare il valore della funzione o della sua derivata a seconda di quale condizione al contorno viene imposta, vengono utilizzati tre punti, cosicché, come detto in precedenza, anche sui bordi si abbia un’accuratezza del secondo ordine.

Un’altra peculiarità tipica di un metodo ai volumi finiti è la presenza di uno schema temporale esplicito ed implicito. Per sottolineare la differenza, si prendono in considerazione le equazioni di Navier-Stokes nel caso incompressibile. Nel set di tali equazioni non è più presente l’equazione di bilancio dell’energia, in quanto le equazioni di continuità e di bilancio della quantità di moto sono disaccoppiate da quest’ultima: la densità, infatti, diviene una variabile indipendente per cui non vale più l’equazione di stato dei gas perfetti, che viene sostituita da un’esclusiva dipendenza della densità nei confronti

della temperatura. Così facendo, la pressione assume il ruolo di una quantità caratteristica del fluido che, adattandosi istantaneamente, permette al campo di moto di soddisfare la condizione di incompressibilità in ogni istante secondo l'equazione di Poisson.

Una volta specificato questo, si va allora a prendere in considerazione il caso dell'equazione di bilancio della quantità di moto lungo "x":

$$\rho \int_{\Omega} \frac{\partial u}{\partial t} d\Omega + \int_{\sigma} p n_x d\sigma + \rho \int_{\sigma} u(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) d\sigma - \mu \int_{\sigma} (\nabla u \cdot \mathbf{n}) d\sigma = 0 \quad (4.118)$$

Per valutare come l'equazione evolve nel tempo, la si integra temporalmente tra un istante "t^k" ed il successivo "t^{k+1}":

$$\begin{aligned} \rho \int_{t^k}^{t^{k+1}} \left(\int_{\Omega} \frac{\partial u}{\partial t} d\Omega \right) dt + \int_{t^k}^{t^{k+1}} \left(\int_{\sigma} p n_x d\sigma \right) dt + \rho \int_{t^k}^{t^{k+1}} \left(\int_{\sigma} u(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) d\sigma \right) dt \\ - \mu \int_{t^k}^{t^{k+1}} \left(\int_{\sigma} (\nabla u \cdot \mathbf{n}) d\sigma \right) dt = 0 \end{aligned} \quad (4.119)$$

Poiché il volume è fisso nel tempo si può scrivere:

$$\begin{aligned} \rho \int_{\Omega} \left(\int_{t^k}^{t^{k+1}} \frac{\partial u}{\partial t} dt \right) d\Omega + \int_{t^k}^{t^{k+1}} \left(\int_{\sigma} p n_x d\sigma \right) dt + \rho \int_{t^k}^{t^{k+1}} \left(\int_{\sigma} u(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) d\sigma \right) dt \\ - \mu \int_{t^k}^{t^{k+1}} \left(\int_{\sigma} (\nabla u \cdot \mathbf{n}) d\sigma \right) dt = 0 \end{aligned} \quad (4.120)$$

Da cui ancora:

$$\begin{aligned} \rho \int_{\Omega} (u^{k+1} - u^k) d\Omega + \int_{t^k}^{t^{k+1}} \left(\int_{\sigma} p n_x d\sigma \right) dt + \rho \int_{t^k}^{t^{k+1}} \left(\int_{\sigma} u(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) d\sigma \right) dt \\ - \mu \int_{t^k}^{t^{k+1}} \left(\int_{\sigma} (\nabla u \cdot \mathbf{n}) d\sigma \right) dt = 0 \end{aligned} \quad (4.121)$$

"u^{k+1}" e "u^k" rappresentano i valori delle componenti di velocità lungo "x" valutati rispettivamente all'istante temporale "t^{k+1}" e all'istante temporale "t^k".

Andando a discretizzare anche nello spazio, e rifacendosi alla figura di cui sotto (**Figura 4.5**) si ottiene:

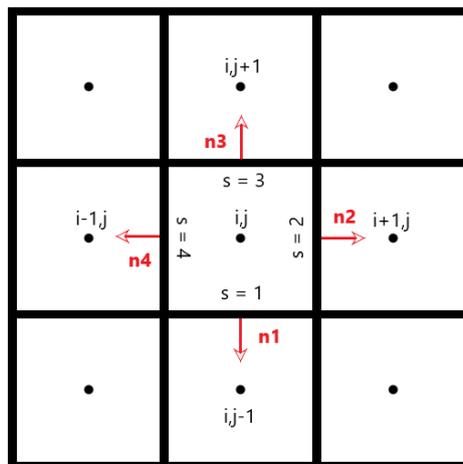


Figura 4.5: Cella e contorno

$$\begin{aligned} \rho(u_{i,j}^{k+1} - u_{i,j}^k)\Delta\Omega + \int_{t^k}^{t^{k+1}} \left[\sum_{S=1}^{N_S} (pn_x)_S \Delta\sigma_S \right]_{i,j} dt + \rho \int_{t^k}^{t^{k+1}} \left[\sum_{S=1}^{N_S} u_S (\mathbf{V} \cdot \mathbf{n})_S \Delta\sigma_S \right]_{i,j} dt \\ - \int_{t^k}^{t^{k+1}} \mu \left[\sum_{S=1}^{N_S} (\nabla u \cdot \mathbf{n})_S \Delta\sigma_S \right]_{i,j} dt = 0 \end{aligned} \quad (4.122)$$

All'interno dell'equazione citata, l'incognita da ricavare risulta essere “ $u_{i,j}^{k+1}$ ”; come si vede poi, le funzioni integrande richiedono la conoscenza delle variabili termodinamiche e cinematiche sulla frontiera delle diverse celle nei due istanti temporali considerati “ t^{k+1} ” e “ t^k ”. Ora, si può assumere che tali valori rimangano nel tempo costantemente pari al valore che esse detenevano all'istante di partenza “ t^k ”: in questo modo l'unica variabile effettiva è “ $u_{i,j}^{k+1}$ ” in quanto quelle che sarebbero state ulteriori incognite, cioè i valori delle funzioni integrande calcolate all'istante successivo, in realtà non lo sono, dato che dipendono da quantità note (anche se calcolate mediante interpolazioni), cioè dai valori delle variabili assunte all'istante corrente “ t^k ”. Un metodo di questo tipo viene definito esplicito.

Nel caso in cui, invece, la determinazione del termine “ $u_{i,j}^{k+1}$ ” richieda la conoscenza delle funzioni integrande sia al passo temporale corrente che a quello successivo (come nel caso di una distribuzione lineare delle funzioni) si parla di schema implicito. In questo caso l'incognita non è solo “ $u_{i,j}^{k+1}$ ”, ma sono anche tutte le variabili da calcolare nell'istante temporale “ t^{k+1} ”.

Per concludere questa parte, si può dire che uno schema esplicito, per poter ricavare “ $u_{i,j}^{k+1}$ ”, necessita di una sola equazione (cioè, in questo caso, dell'equazione di bilancio della quantità di moto valutata lungo “ x ” e nella cella “ i, j ”) ma non è stabile per valori di “ Δt ” molto elevati; viceversa, uno schema implicito, per poter restituire il valore dell'incognita, necessita di un sistema algebrico da risolvere tipicamente per via iterativa ma risulta essere, almeno a livello teorico, incondizionatamente stabile.

Un ultimo aspetto che è necessario considerare è la condizione CFL (Courant-Friedrichs-Lewy): questa è una condizione necessaria ma non sufficiente affinché un sistema iperbolico sia stabile. Tale condizione impone una limitazione sull'intervallo temporale “ Δt ”. Valutando, per semplicità, un caso unidimensionale, e considerando l'interfaccia separante due celle contigue, si hanno delle linee caratteristiche che spirano in una certa direzione partendo da una cella e terminano nella limitrofa con una certa velocità “ a ”. Affinché l'informazione trasportata da tali linee caratteristiche provenga unicamente dalla cella contigua e non da altre, è necessario limitare tale intervallo di tempo imponendo, per l'appunto, la condizione CFL:

$$\Delta t \leq \Delta x / |a|, \quad \text{con } \Delta x \text{ pari alla distanza tra i due centri cella} \quad (4.123)$$

Più in generale, in un caso a n -dimensioni, la condizione CFL viene così adattata:

$$C = \Delta t \left(\sum_{i=1}^n \frac{u_{x_i}}{\Delta x_i} \right) \leq C_{max} \quad (4.124)$$

“ C_{max} ” è pari ad 1 nel caso esplicito e maggiore nel caso implicito.

Capitolo 5

5 Descrizione dei modelli in analisi

5.1 Introduzione

Come detto in precedenza, ad oggi, solamente una manciata di studi sono stati condotti per cercare di capire i fenomeni fluidodinamici associati alla retropropulsione supersonica, e molti di questi sono stati eseguiti più di una decina di anni fa; il loro obiettivo consisteva sostanzialmente nello scoprire il comportamento aerodinamico di vari sistemi di SRP di EDL marziana eventualmente utilizzabili per una missione. Per quanto questi siano stati importanti ed utili al fine di ricavarne quante più informazioni possibili, non sono stati in grado di produrre dei dati utili al confronto con le moderne tecniche di analisi numerica, quindi con la CFD. Proprio per questo il lavoro condotto da *Berry&Rhode* [30], rispetto al quale si confronteranno i valori ricavati numericamente, costituisce un'importante fonte per un confronto più rigoroso con i vari valori che si otterranno. In questo capitolo ci si accinge a descrivere il caso che si prende in considerazione come modello per la comparazione, che è appunto quello di *Berry&Rhode* [30]; in seguito, si darà una descrizione per sommi capi dei passi e delle caratteristiche che hanno portato alla realizzazione del modello numerico dal quale sono stati tratti i risultati che si descriveranno nel capitolo successivo.

5.2 Modello sperimentale

5.2.1 Descrizione della galleria, del modello e delle prese di pressione

Il lavoro di *Berry&Rhode* [30] è stato compiuto al NASA "Langley Research Center" ("LaRC") "Unitary Plan Wind Tunnel" ("UPWT"); questa è una galleria del vento a circuito chiuso a flusso continuo con due camere di prova quadrate di lato 4 ft (circa 1,21 m) e con una lunghezza pari a 7 ft (circa 2,13 m). Gli elementi primari del UPWT sono un sistema di azionamento del compressore da 100.000 cavalli (73,5 MW), un sistema di alimentazione e di evacuazione dell'aria secca, un sistema di raffreddamento e tubi di interconnessione che permettono la circolazione dell'aria attraverso una delle due sezioni di prova. Uno schema di tale impianto è riportato nella seguente figura (**Figura 5.1**):

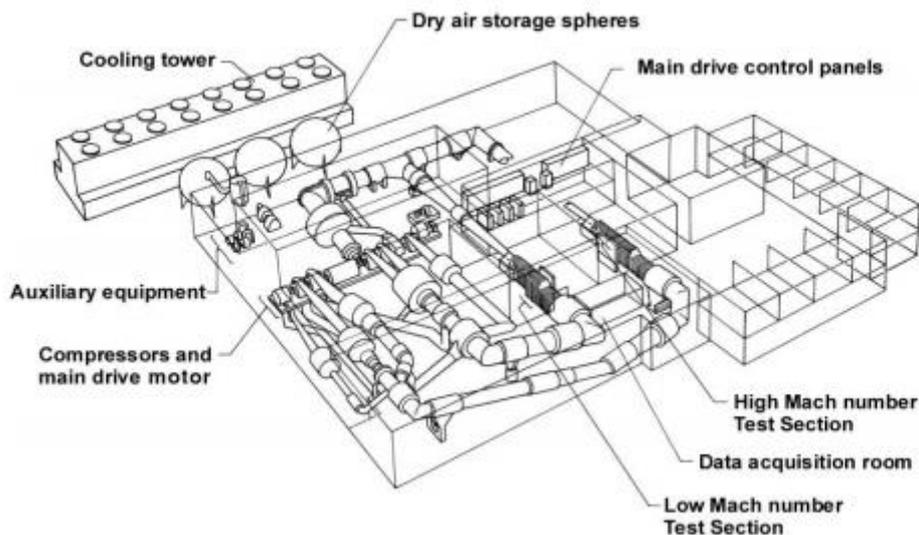


Figura 5.1: Schema della galleria del vento "UPWT" [30]

Il numero di Mach nella prima camera di prova varia tra 1,5 e 2,86, mentre nella seconda va da 2,3 a 4,63; per quanto riguarda la pressione totale, questa può raggiungere un valore massimo di 50 psia (circa 3,4 bar) nella prima camera ed un massimo di 100 psia (circa 6,8 bar) nella seconda. Ogni stanza presenta un ugello asimmetrico a blocco scorrevole che viene usato per accelerare il flusso fino alle condizioni desiderate mediante la variazione del rapporto tra la sezione di gola e quella di uscita, conseguita proprio tramite lo spostamento del blocco scorrevole, come riportato in figura (**Figura 5.2**)

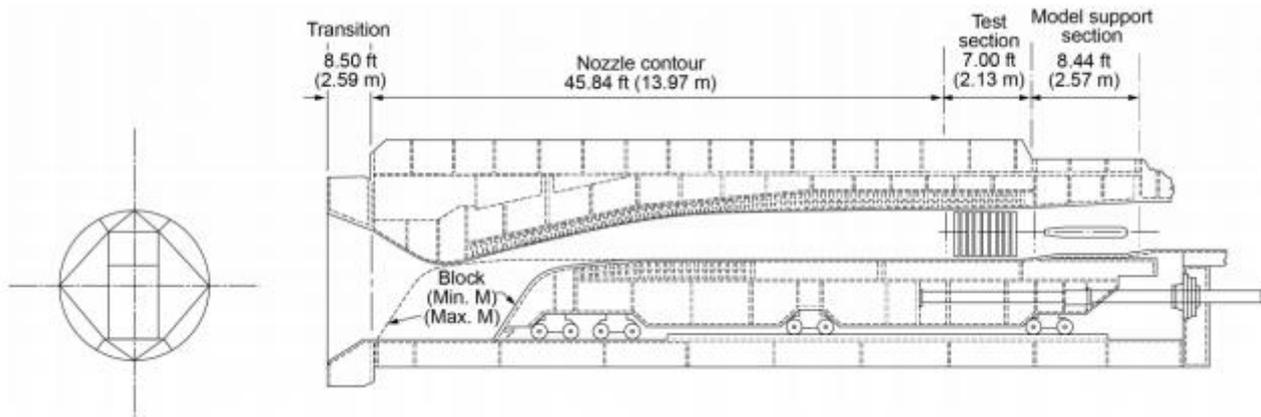


Figura 5.2: Schema dell'ugello a monte della camera di prova [30]

Per la sperimentazione i due autori hanno preso in considerazione proprio la seconda camera di prova: questa presenta sei compressori centrifughi che sono usati in combinazione tra di loro in base al numero di Mach richiesto; come riferimento, la camera presenta degli intervalli del numero di Reynolds variabili tra $1 \cdot 10^6$ e $5 \cdot 10^6$ per piede ed una temperatura che può essere tipicamente o di 125° F o di 150° F (rispettivamente circa 51° C e 65° C), a seconda delle operazioni.

Come riportato in figura (Figura 5.3):

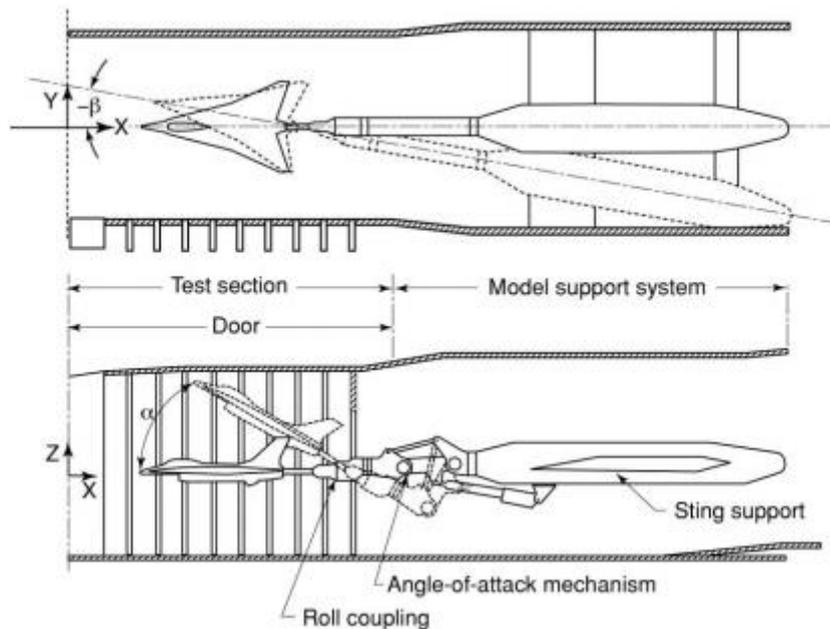


Figura 5.3: Schema del supporto al modello in camera di prova [30]

il sistema di movimentazione e sostegno delle prese è costituito da uno spuntone montato a parete che è capace di muoversi in avanti ed indietro fino a 36,25 in (circa 0,92 m). Fisso sullo spuntone è presente un supporto alla presa che permette lo spostamento in direzione “y” di 20 in (circa 0,508 m) ed una rotazione attorno all’asse “z” di $\pm 12^\circ$. Tramite degli appositi meccanismi, è possibile simulare anche dei momenti di beccheggio e rollio, che ricadono rispettivamente nell’intervallo tra $-15^\circ/30^\circ$ e $0^\circ/257^\circ$ [30].

Per quanto riguarda il modello vero e proprio, esso include una zona prodiera costituita da una cono sferico di 70° appositamente strumentato sulla cui superficie possono essere ospitati al più quattro ugelli (anche se, nel caso numerico, si andrà a considerare solamente il caso di un unico ugello centrale) seguita da una parte poppiera di forma cilindrica lunga 9,55 in (circa 0,242m); un prospetto di tale modello è riportato nella figura seguente (Figura 5.4):

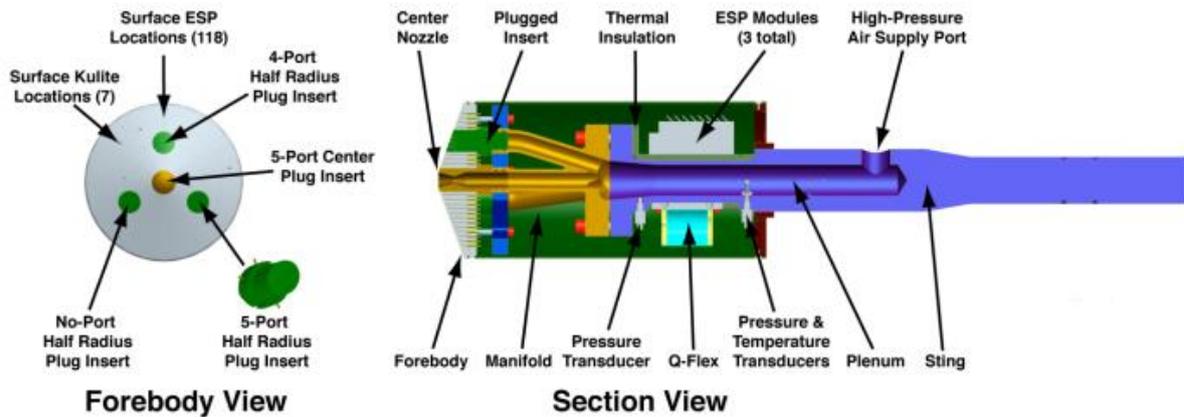


Figura 5.4: Schema del modello utilizzato in galleria del vento [30]

Come da figura, il modello assemblato è stato progettato con un supporto (“Sting”) parzialmente cavo che alimenta un setto (“Plenum”) interno collegato ad ogni ugello tramite un collettore a quattro porte. Il plenum è un “tubo” di diametro costante con 5 gradi di svasatura che porta al collettore. L’insieme del supporto e del collettore fornisce il supporto strutturale per tenere in posizione il corpo anteriore con i quattro ugelli. Il corpo di poppa è invece composto da due gusci semicilindrici e fornisce un involucro non portante. Lungo la mezzeria del corpo è posto l’ugello centrale, mentre i restanti tre sono disposti a metà strada tra l’asse di simmetria ed il diametro massimo del corpo prodiero; inoltre, quest’ultimi sono distanziati radialmente di 120°. Gli ugelli presenti hanno un rapporto d’area tra uscita e gola di 4:1; c’è infine da segnalare il fatto che il modello non è stato progettato dagli autori per replicare alcuna delle configurazioni correnti o in scala in quanto lo scopo è stato quello di fornire dati di convalida CFD per le diverse configurazioni di getto [30].

Per quanto riguarda il tipo di strumentazione, le misurazioni sul modello sono state eseguite mediante 167 prese superficiali di pressione collegate a tre moduli trasduttori di pressione a scansione elettronica (ESP) “Pressure Systems, Inc.” (attualmente di proprietà di Measurement Specialties) situati all’interno del modello. Due moduli a 64 porte ($0 \div 5 \pm 0,005 \text{ psid}$ ($0 \div 340 \pm 0,34 \text{ mbar}$)) sono stati utilizzati per misurare le pressioni statiche superficiali di superficie in 118 posizioni sul corpo anteriore del modello, oltre alle 4 posizioni sul corpo posteriore, mentre un modulo a 48 porte ($(0 \div 2,4 \pm 0,003 \text{ psid})$ ($0 \div 163 \pm 0,204 \text{ mbar}$)) è stato utilizzato per misurare le pressioni nelle restanti 45 posizioni sul corpo di poppa. Uno schema delle posizioni delle porte di superficie è fornito nella seguente figura (Figura 5.5):

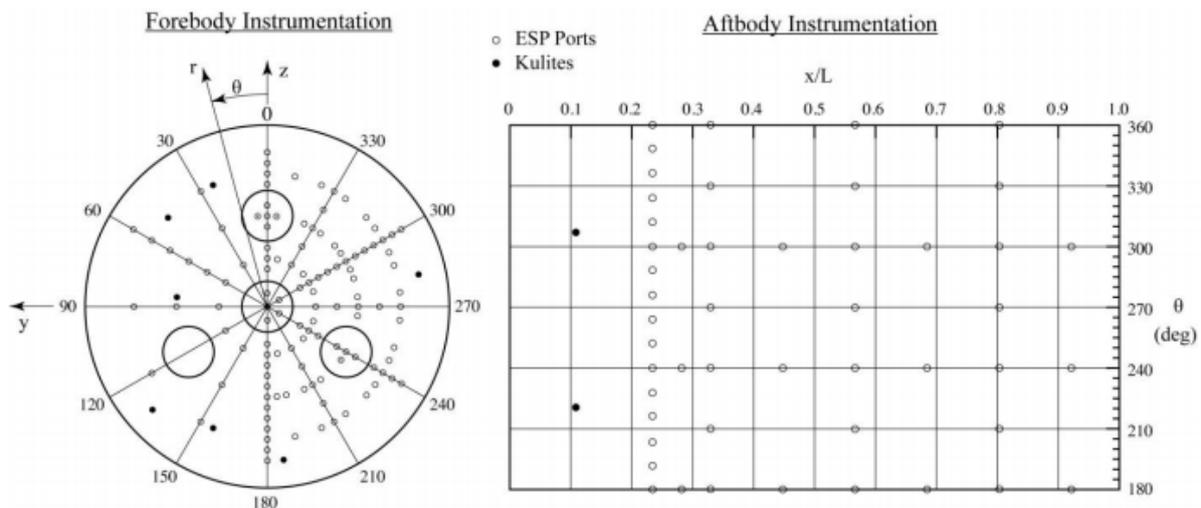


Figura 5.5: Distribuzione delle prese di pressione sulla superficie del modello [30]

L’alto numero di prese di pressione è volto a fornire dati per la convalida CFD e per aiutare l’analisi di incertezza sperimentale a valle della prove. E’ stata poi considerata un’incertezza sulla stima del coefficiente di pressione coincidente con il valore della deviazione standard pari a $\sigma = 0,00754$ nella cui entità ha inciso in maniera preponderante la non uniformità del flusso. Per far sì che ci fosse la massima probabilità di considerare il reale valore del coefficiente di pressione si è considerato un intervallo di variazione pari a $C_p \pm 3\sigma$.

Oltre alle prese già citate, si sono impiegati anche sette trasduttori di pressione “Kulite XCS-062-5A” del diametro di 0,625 in (circa 0,015 m) ($0 \div 5 \pm 0,013 \text{ psid}$ ($0 \div 340 \pm 0,885 \text{ mbar}$)) posti a filo della superficie dell'avancorpo del modello ed utilizzati per misurare le pressioni superficiali fluttuanti; i Kulites sono pertanto stati inclusi per monitorare e misurare eventuali oscillazioni ad alta frequenza derivanti dall'interazioni tra il getto ed il flusso indisturbato di monte ed i segnali in uscita sono stati contemporaneamente inviati ad entrambi i sistemi di acquisizione dati, cioè quello standard e quello ad alta velocità, in modo da fornire simultaneamente misure di pressione mediate nel tempo ed istantanee.

Le misure di pressione superficiale ESP sono state acquisite con il sistema “Esterline 8400” a 10 scansioni al secondo. I canali di dati rimanenti sono stati acquisiti a 30 scansioni al secondo attraverso un sistema “NEFF 620”. I dati di pressione fluttuanti dai trasduttori Kulite, invece, sono stati campionati a 40.000 scansioni al secondo per un periodo di campionamento di 2,5 secondi utilizzando un sistema di dati ad alta velocità basato su “National Instruments/Labview” sincronizzato con il sistema di dati standard [30].

Complessivamente, la figura che segue (**Figura 5.6**) mostra la configurazione complessiva del caso ad un'unica presa; questa è sicuramente la più semplice per il confronto con l'analisi CFD che ci si appresta a fare ed è anche quella che ha prodotto dei risultati più vicini a quelli in bibliografia.

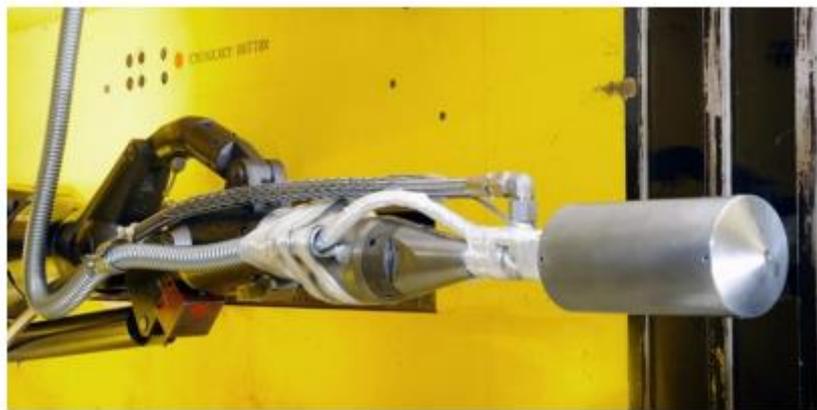


Figura 5.6: Modello a singolo getto con relativa strumentazione [30]

5.3 Modello numerico

5.3.1 Introduzione

Quello che allora ci si accinge a fare ora è andare a descrivere il set up numerico dei diversi casi: in particolare si procederà con l'espone le caratteristiche comuni a tutti i casi (come ad esempio la geometria dell'ugello nei casi in cui questo è presente o le condizioni iniziali), specificando volta per volta le eventuali differenze; in seguito, nel capitolo successivo, si andranno a confrontare i diversi risultati ed a evidenziare eventuali differenze o similarità.

5.3.2 Valori fisici di riferimento

Per quanto riguarda i valori delle varie grandezze fisiche in gioco, si prenderà come riferimento il lavoro di *Barry&Rhode* [30], il quale viene riassunto nei suoi tratti più salienti nel lavoro di *Kleb et al.* [31]. L'analisi in questione è indicata come la *Run 165*: si tratta del caso con un singolo ugello posto nella mezzeria del corpo, il quale presenta le caratteristiche che sono già state citate nelle sezioni precedenti. In tabella (**Tabella 5.1**) vengono riportati i dati più significativi del campo di moto e del flusso interno all'ugello:

Condizioni iniziali	Valori
$Mach_{\infty}$	4,6
Re/ft	1,50E+06
T_{∞} [K]	65

T^0_{getto} [K]	347,1
p_{∞} [Pa]	535,65
p^0_{getto} [MPa]	4,137
C_T	1,97
Portata in massa [kg/s]	0,281

Tabella 5.1: Caratteristiche fisiche principali del campo di moto in analisi

Considerando invece i casi con temperatura totale variata, non cambia nulla rispetto ai valori appena citati, eccezion fatta, ovviamente, proprio per tale variabile (Tabella 5.2 e Tabella 5.3):

Condizioni iniziali	Valori
$Mach_{\infty}$	4,6
Re/ft	1,50E+06
T_{∞} [K]	65
T^0_{getto} [K]	694,2
p_{∞} [Pa]	535,65
p^0_{getto} [MPa]	4,137
C_T	1,97
Portata in massa [kg/s]	0,281

Tabella 5.2: Valori per il caso a T^0 raddoppiata

Condizioni iniziali	Valori
$Mach_{\infty}$	4,6
Re/ft	1,50E+06
T_{∞} [K]	65
T^0_{getto} [K]	1041,3
p_{∞} [Pa]	535,65
p^0_{getto} [MPa]	4,137
C_T	1,97
Portata in massa [kg/s]	0,281

Tabella 5.3: Valori per il caso a T^0 triplicata

I valori appena citati concorrono per la definizione delle condizioni iniziali: in particolare, le condizioni asintotiche (identificate con il pedice “ ∞ ”) si riferiscono alla corrente indisturbata di monte, mentre le condizioni totali sono quelle che si hanno all’interno dell’ugello (nei casi in cui la sua presenza sia contemplata).

5.3.3 Dominio di calcolo, condizioni al contorno, mesh, modello fisico e solutore

Per quanto riguarda il modello fisico, la prima cosa da fare per l'analisi numerica è andare a costituire il dominio di calcolo; sostanzialmente si forma il "calco" del modello fisico in analisi, cioè si crea un dominio di una certa forma (rettangolare) a cui è stato "sottratto" la forma del corpo; a partire dal lavoro di *Barry&Rhode* [30] si possono ottenere le seguenti misure (**Tabella 5.4**):

Misure	Valore
Angolo Ugello Convergente [deg]	20
Angolo Ugello Divergente [deg]	15
Diametro Ugello Gola [m]	0,003175
Diametro Ugello Uscita [m]	0,00635
A_{exit}/A_{throat}	4
Lunghezza Forebody [m]	0,059
Angolo Forebody [deg]	70
Diametro Forebody [m]	0,0635
Raggio di raccordo Forebody-Aftbody [m]	0,059
Lunghezza Aftbody [m]	0,2425
Lunghezza «Freestream Inlet» [m]	0,5
Lunghezza «Freestream Outlet» [m]	0,4365
Lunghezza «Top Wall» [m]	0,53
Spessore Corpo 3D [m]	0,002

Tabella 5.4: Caratteristiche geometriche

Si procede, dunque, con la costituzione del dominio vero e proprio. La prima cosa che c'è da sottolineare è il fatto che il calcolo che si va ad eseguire, così come tutti gli altri, è bidimensionale, per cui lo spessore considerato è indifferente (in questo caso lo si è imposto pari a 2 mm). In secondo luogo, poiché saranno presenti fenomeni fluidodinamici locati a monte del corpo ed anche nel suo intorno, è necessario considerare dei margini del dominio sufficientemente distanti da quelle che sono le pareti del corpo in modo da poterli catturare. Alla luce di questi accorgimenti, si è costituito il seguente volume di calcolo (**Figura 5.7**):

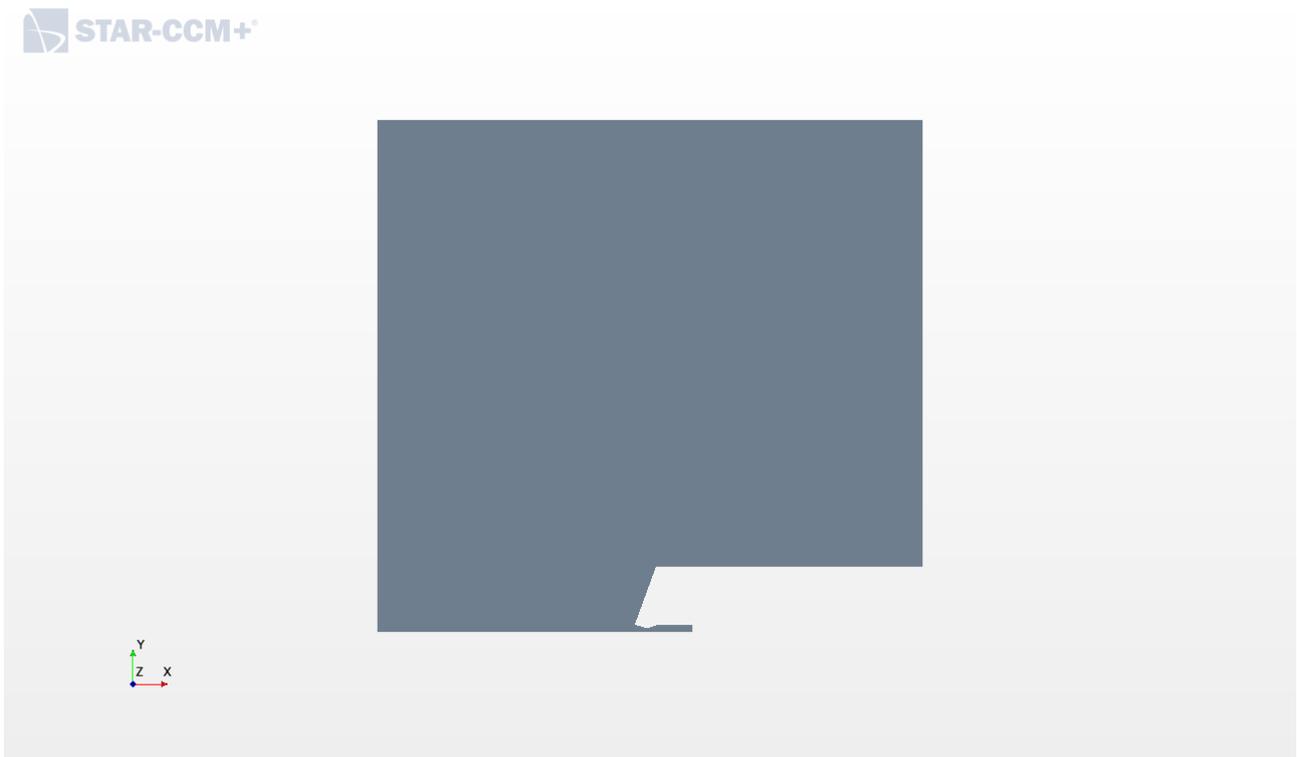


Figura 5.7: Geometria del dominio di calcolo (caso con ugello)

Al fine di specificare quelle che sono le varie condizioni al contorno, si evidenziano le varie parti con le quali si è suddiviso il dominio di calcolo (**Figura 5.8**):

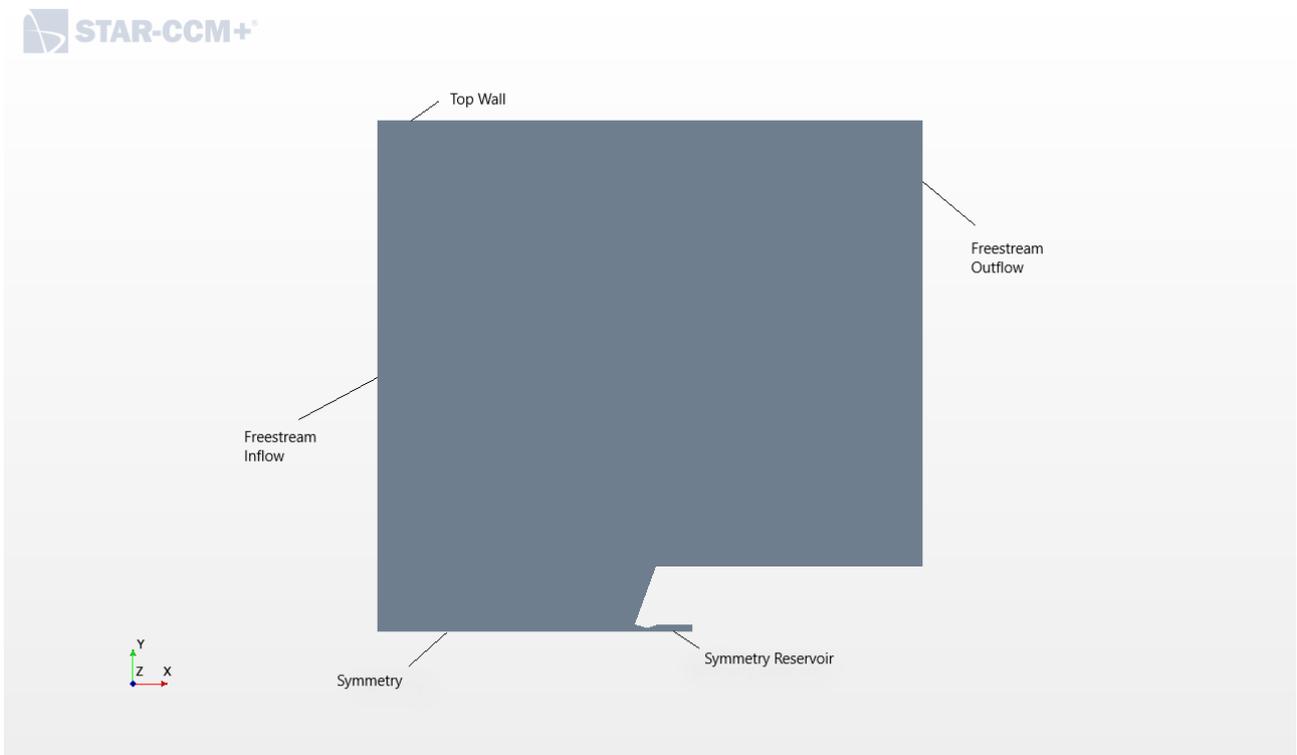


Figura 5.8: Elenco delle parti #1

Nel dettaglio, nella zona dell'ugello e della giunzione tra parte prodiera e poppiera si ha la seguente figura (**Figura 5.9**):

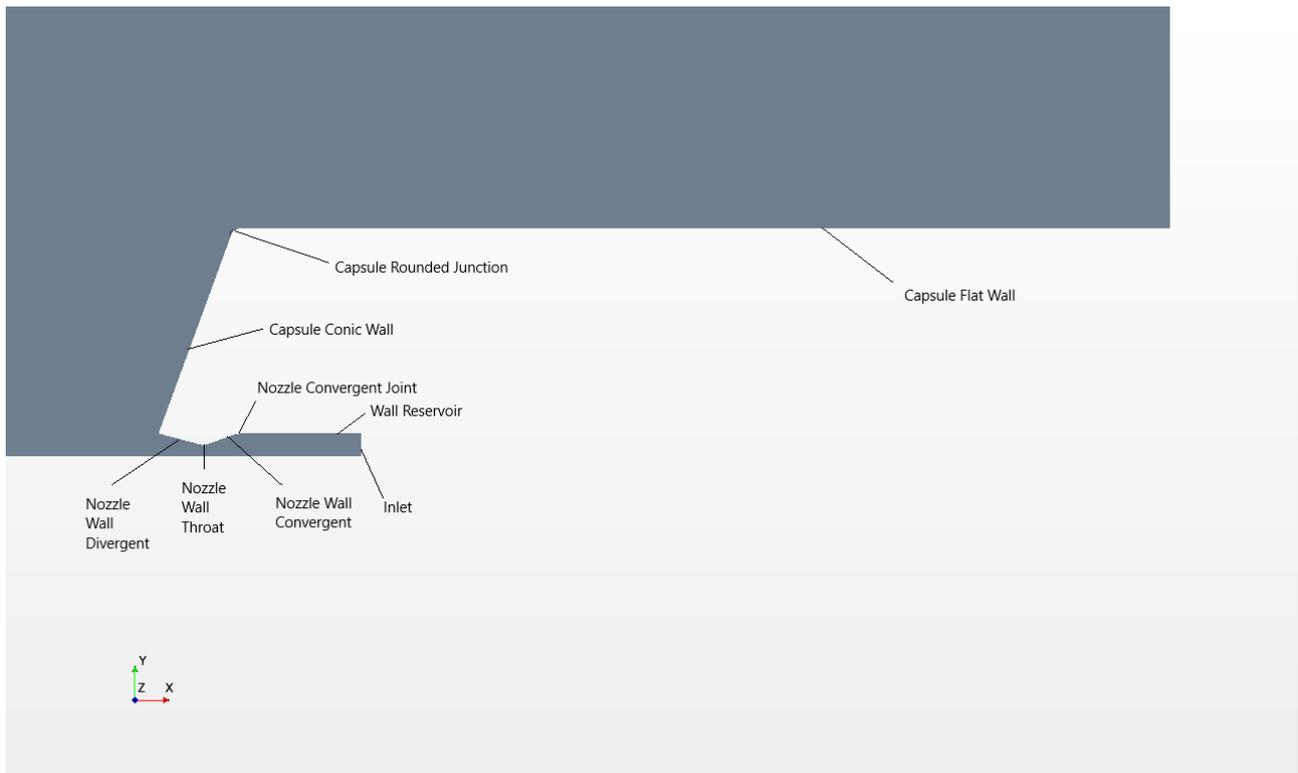


Figura 5.9: Elenco delle parti #2

Anticipando quanto si troverà nel proseguo, si indicherà con la dicitura “Forebody” quello che qui viene riportato come “Capsule Conic Wall”, ovvero la parte prodiera, mentre con “Aftbody” si designerà quello che qui viene riportato come “Conic Flat Wall”, cioè la parte poppiera.

Come si nota, il dominio è costituito da una sorta di parallelepipedo; questo ha lati 0,5 m sulla parte di destra, 0,4365 m su quella di sinistra, 0,53 m sul lato superiore. Per quanto riguarda, invece, la dimensione del “forebody”, si ha 0,059 m con un raggio di raccordo tra questo e l’”aftbody” pari a 0,00254 m. Come detto il caso in analisi, così come quelli che seguiranno, è bidimensionale; tuttavia il programma di calcolo richiede che, anche in questa situazione, si costruisca un dominio tridimensionale (di spessore arbitrario) che solo in seguito, tramite la voce “Badge for 2D Meshing”, verrà interpretato come 2D. A questo scopo si costituiscono le due superfici “z0” e “z+”, che sono rispettivamente le superfici parallele al piano “z = 0”, contenenti anche l’ugello, poste a “z = 0 m” ed a “z = 0,002 m” (ovvero lo spessore che si è arbitrariamente imposto).

A questo punto è possibile specificare le condizioni al contorno, come dalla seguente tabella (Tabella 5.5):

Parti	Tipologia di condizioni al contorno
Capsule Flat Wall	Wall
Capsule Rounded Junction	Wall
Capsule Conic Wall	Wall
Freestream Outflow	Pressure Outlet
Freestream Inflow	Free Stream
Inlet	Stagnation Inlet
Nozzle Convergent Joint	Wall
Nozzle Wall Convergent	Wall

Nozzle Wall Divergent	Wall
Nozzle Wall Throat	Wall
Symmetry	Axis
Symmetry Reservoir	Axis
Top Wall	Free Stream
Wall Reservoir	Wall
z+	Wall
z0	Wall

Tabella 5.5: Elenco delle condizioni al contorno

Brevemente, si dà un piccolo accenno sulle condizioni appena citate:

- Wall: Tale condizione fa sì che le pareti sulle quali questa è applicata siano impermeabili al fluido che le circonda; inoltre, su di esse, vale la condizione di “no-slip”, per cui la velocità relativa tra la parete e la prima particella fluida che scorre su di essa è 0.
- Pressure Outlet: E’ la condizione che tipicamente si imposta su una parte in cui si preveda possa uscire un flusso e che richiede l’imposizione del valore di pressione e temperatura statiche; in questo caso si sono utilizzate quelle specificate nella tabella di cui sopra.
- Free Stream: Tale condizione permette di ricreare il flusso che si sviluppa in una posizione sufficientemente lontana dal corpo in analisi; si devono specificare i valori di pressione statica, temperatura statica e numero di Mach, oltre alla direzione della corrente stessa. Per quest’ultimo parametro, per come si è costruita la simulazione, si prenderà in considerazione un flusso orientato come l’asse “x”, mentre le prime tre variabili sono quelle specificate nella tabella precedente.
- Stagnation Inlet: Tale condizione è usata per imporre una condizione di ingresso di un flusso all’interno di un ambiente e può essere vista come la presenza di un serbatoio posto abbastanza a monte della parete sulla quale è applicata tale condizione. E’ necessario specificare la pressione e la temperatura totale, oltre che la pressione statica supersonica di uscita tramite la quale è possibile risalire al corrispondente valore del numero di Mach.
- Axis: Tale condizione permette di costituire un asse attorno al quale generare un caso assialsimmetrico.

Nel caso in cui non sia prevista la presenza dell’ugello, l’intera sua struttura è sostituita con una nuova parete denominata “Nozzle Inlet” che si comporta come una fonte di gas in espansione e sulla quale si applica la condizione al contorno di “Stagnation Inlet” (la stessa che si aveva nel caso precedente per la sezione di ingresso nell’ugello) ricavata dall’entità dei valori di pressione totale, temperatura totale e pressione statica supersonica sulla sezione di uscita dell’ugello. In particolare, quest’ultimo parametro viene calcolato una volta che si conosce il numero di Mach sulla sezione di uscita: si può procedere utilizzando un modello unidimensionale di ugello, noto, come è, il rapporto d’area e sfruttando anche la funzione del Mach “ $f(M)$ ” e la legge di continuità:

$$\dot{m}_{throat} = \dot{m}_{exit} = \tag{5.1}$$

$$= \frac{p^0 A_{throat}}{\sqrt{RT^0}} f(M = 1) = \frac{p^0 A_{exit}}{\sqrt{RT^0}} f(M_e) = \tag{5.2}$$

$$= f(M_e) = \frac{A_{throat}}{A_{exit}} f(M = 1) = \tag{5.3}$$

$$= \sqrt{\frac{\gamma M_e^2}{\left(1 + \frac{(\gamma - 1)M_e^2}{2}\right)^{\gamma+1/\gamma-1}}} = \frac{1}{4} \cdot 0,6847 \quad (5.4)$$

Procedendo con un metodo indiretto, si risale ad un valore del numero di Mach in uscita dalla sezione pari a 2,94 circa; a questo punto è possibile calcolare il valore dalla pressione statica in uscita dall'ugello come:

$$p_e = \frac{p_e^0}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_e^2\right)^{\gamma/\gamma-1}} = 123277 \text{ Pa} \quad (5.5)$$

Sotto queste condizioni è possibile andare a modificare pertanto la geometria del dominio ottenendo (**Figura 5.10**):

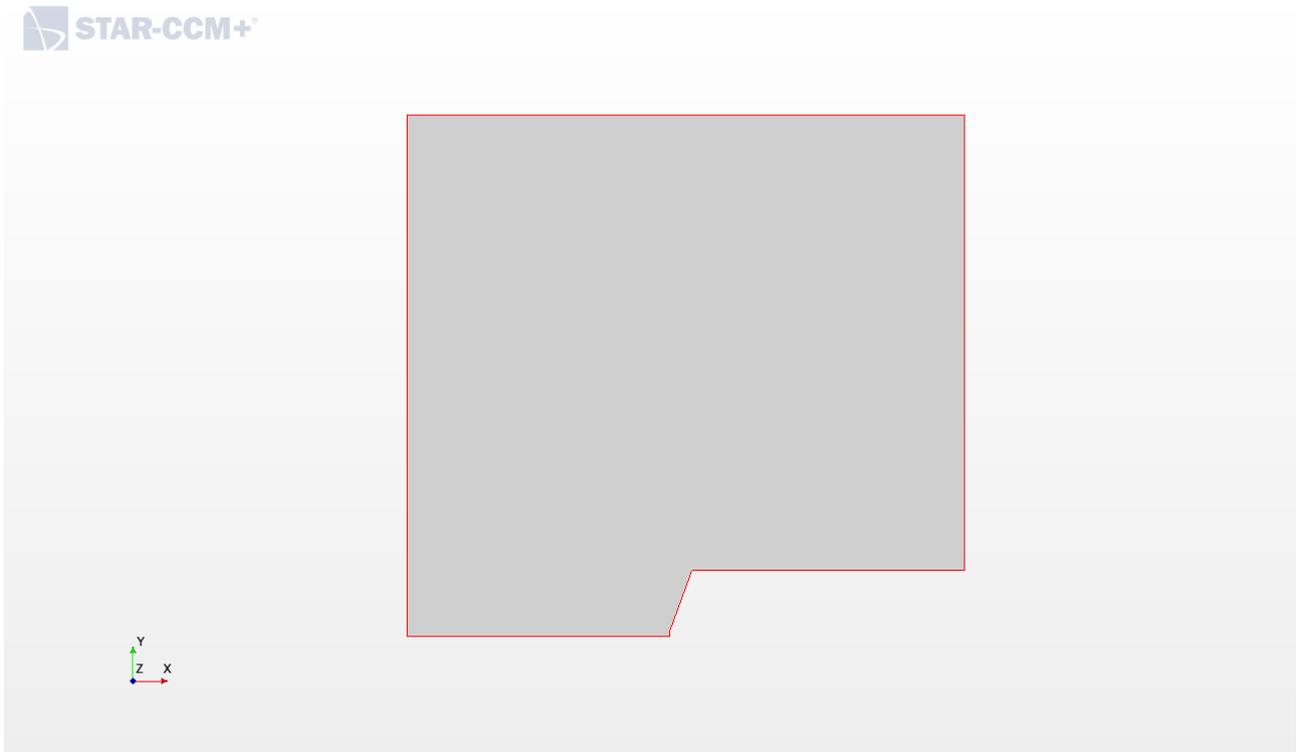


Figura 5.10: Geometria del dominio di calcolo (caso con ugello)

Nello specifico, si ha che (**Figura 5.11**):

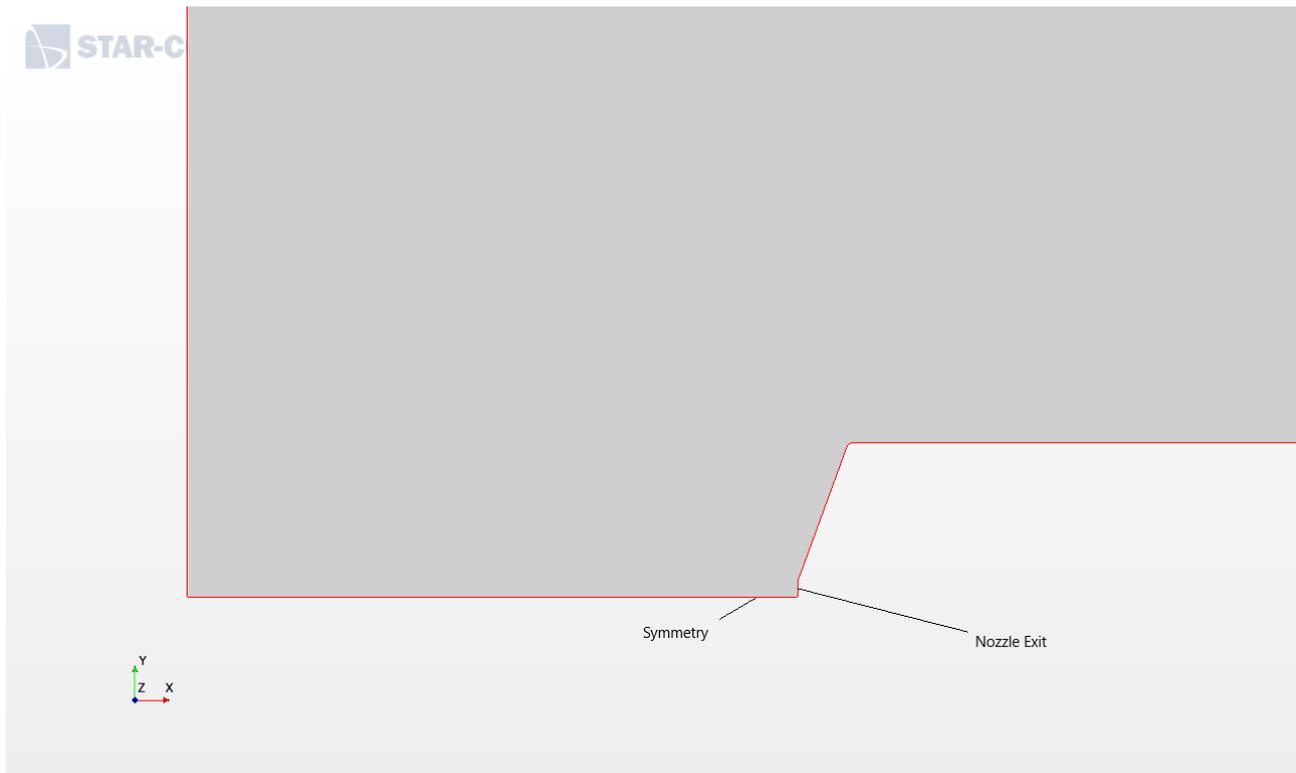


Figura 5.11: Dettaglio della sezione di uscita senza ugello

Come si nota, la nuova parte, corrispondente alla sezione di uscita dell'ugello, è stata rinominata "Nozzle Exit": per essa continua comunque a vigere come condizione al contorno la "Stagnation Inlet" ma questa volta, anziché porre una pressione statica supersonica pari a 0 come nel caso con ugello, si pone il valore ricavato in precedenza; l'altra peculiarità rispetto al caso precedente è la presenza di una nuova superficie di simmetria, denominata anche qui "Symmetry", che continua ancora ad avere come condizione al contorno "Axis"; essa è più corta rispetto a quella del caso precedente.

Per quanto riguarda la discretizzazione del dominio di calcolo e dunque la creazione di una "mesh", per prima cosa è necessario andare a definire una grandezza di riferimento, denominata "Base Size", rispetto alla quale verranno calcolate, in termini percentuali, le altre grandezze. Si è deciso di far coincidere questa con il raggio della sezione di uscita dell'ugello, pari a 0,00635 m. Una volta eseguita tale operazione, come anticipato anche prima, si è dovuto "far capire" al programma che il caso in analisi era bidimensionale: pertanto si è selezionata l'opzione "Badge for 2D Meshing", mediante la quale è stato possibile procedere in questo senso per poi realizzare la griglia vera e propria con il comando "Automated Mesh (2D)". Concentrandosi nello specifico sulla griglia, si è imposto che le celle fossero di forma poligonale e che fosse presente anche la possibilità di costituire a parete (laddove cioè è imposta la condizione al contorno "Wall") il "prism layer", ovvero uno o più strati replicanti la presenza dello strato limite.

A questo punto si è proceduto con la generazione della mesh; in ambo i due casi (con e senza ugello) si sono seguite le stesse procedure imponendo però dei valori differenti: sostanzialmente dapprima si sono specificate delle grandezze, come ad esempio la dimensione target, la dimensione minima delle celle o quella di riferimento da utilizzare in assenza di controlli più specifici e settoriali, ed in seguito si sono realizzati proprio quest'ultimi. Questi hanno riguardato un gruppo specifico di pareti ed anche settori del dominio e si è potuto procedere alla loro creazione mediante la realizzazione di corpi appositi, come si vedrà in seguito; il primo tipo di controlli vanno sotto il nome di "Default Controls", mentre i secondi vengono definiti come "Custom Controls".

Si espone ora la descrizione di quanto fatto per il caso con ugello; per quanto riguarda i "Default Controls" si ha (**Tabella 5.6**):

Default Controls	
Base Size [m]	0,00635
Target Surface Size [percentage of base]	500

Minimum Surface Size [percentage of base]	50
Surface Curvature [#Pts/circle]	36
Surface Growth Rate	1,3
Number of Prism Layers	2
Prism Layer Near Wall Thickness [m]	1,0E-05
Prism Layer Total Thickness [percentage of base]	33,33

Tabella 5.6: "Default Controls" per il caso con ugello

In questo caso si sono eseguiti quattro tipi di controlli superficiali ed un unico tipo di controllo volumetrico che, come detto, fa riferimento a dei corpi appositamente creati per coprire una porzione di dominio: nello specifico, si sono presi due blocchi con sezione rettangolare (come si vedrà in seguito) e di spessore pari a quello del dominio stesso.

Il primo controllo superficiale è stato posto sulle pareti costituenti l'ugello, dunque "Nozzle Convergent Joint", "Nozzle Wall Convergent", "Nozzle Wall Divergent", "Nozzle Wall Throat" e "Wall Reservoir"; lo scopo è stato quello di infittire le celle a ridosso di queste pareti, andando altresì ad aumentare il numero di strati costituenti il "prism layer". Nella tabella seguente (Tabella 5.7) vengono riportate le principali caratteristiche:

Custom Controls - Nozzle Walls Controls	
Target Surface Size [percentage of base]	2
Number of Prism Layers	10
Prism Layer Near Wall Thickness	1,0E-5 m
Prism Layer Total Thickness [percentage of base]	4
Minimum Surface Size [percentage of base]	1
Surface Curvature [#Pts/circle]	180

Tabella 5.7: "Custom Controls" per le pareti dell'ugello

Il secondo tipo di controllo superficiale ha interessato il confine superiore del dominio, dunque il "Top Wall" ed è semplicemente consistito nel disabilitare la presenza del "prism layer" su tale parete.

Il terzo tipo di controllo ha riguardato le pareti del corpo vero e proprio, dunque "Capsule Conic Wall", "Capsule Rounded Junction" e "Capsule Flat Wall". In questo caso si è giocato maggiormente sulla modifica del "prism layer", come si vede dalla seguente tabella (Tabella 5.8):

Custom Controls - Body Walls Controls	
Number of Prism Layers	10
Prism Layer Near Wall Thickness	1,0E-5 m
Prism Layer Total Thickness [percentage of base]	6
Surface Curvature [#Pts/circle]	72

Tabella 5.8: "Custom Controls" per le pareti del corpo

L'ultimo controllo superficiale ha riguardato la parete di simmetria dell'ugello "Symmetry Reservoir": in questo caso si sono modificate leggermente le dimensioni delle celle a ridosso di tale parete (**Tabella 5.9**):

Custom Controls - Symmetry Reservoir Controls	
Target Surface Size [percentage of base]	2
Minimum Surface Size [percentage of base]	1
Surface Curvature [#Pts/circle]	180

Tabella 5.9: "Custom Controls" per la parete di simmetria dell'ugello

Per quanto riguarda il controllo volumetrico, si sono creati i due blocchi riportati nella seguente figura (**Figura 5.12**):

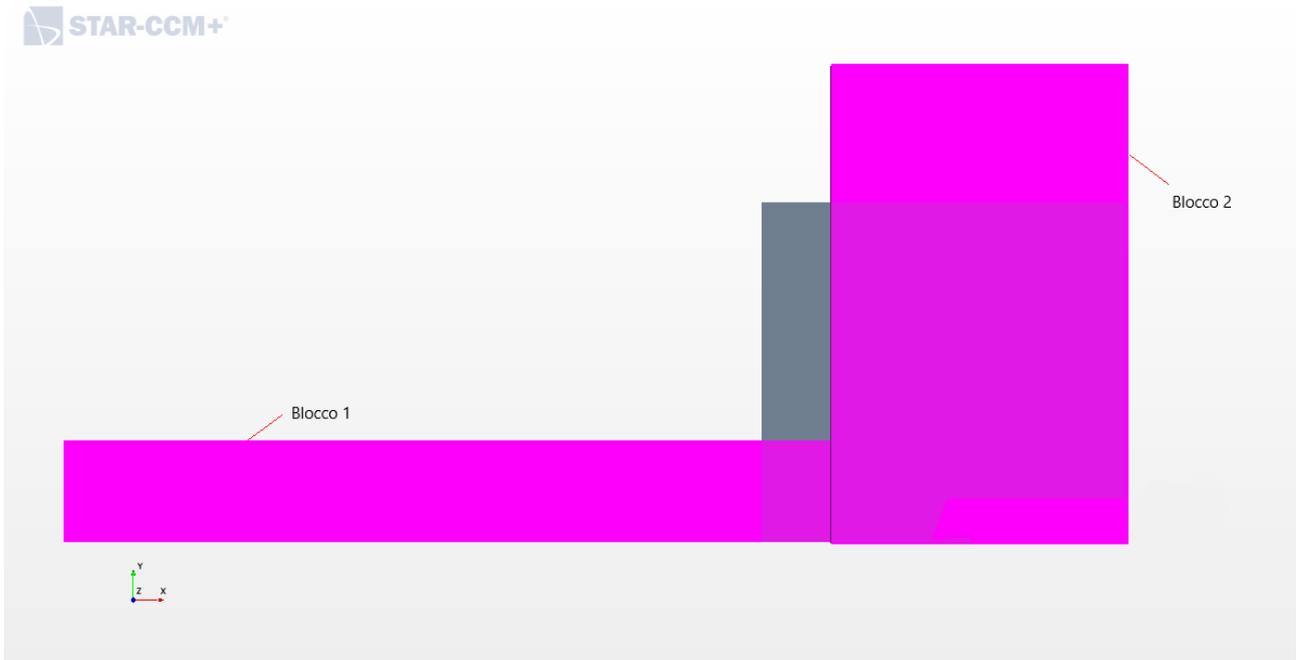


Figura 5.12: Visualizzazione dei due blocchi necessari al controllo volumetrico

Per questo tipo di controllo si è modificata solamente la dimensione delle celle rientranti all'interno dei due blocchi: sempre riferendosi al valore percentuale espresso nei confronti della dimensione di riferimento, si è presa in considerazione una dimensione delle celle pari al 25% della base.

Complessivamente, si è ottenuta la seguente griglia (**Figura 5.13**):

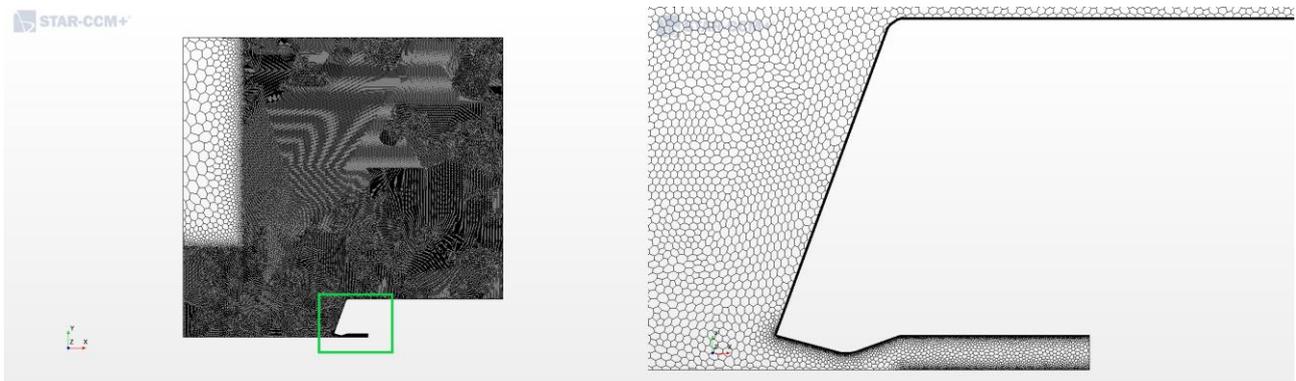


Figura 5.13: Mesh complessiva con dettaglio

Si procede ora con la descrizione della generazione della griglia nel caso senza ugello; per quanto riguarda i “Default Controls” si ha la seguente tabella (Tabella 5.10):

Default Controls	
Base Size [m]	0,00635
Target Surface Size [percentage of base]	300
Minimum Surface Size [percentage of base]	30
Surface Curvature [# Pts/circle]	36
Surface Growth Rate	1,05
Number of Prism Layers	10
Prism Layer Stretching	1,6
Prism Layer Total Thickness [percentage of base]	8

Tabella 5.10: “Default Controls” per il caso senza ugello

Per quanto riguarda i “Custom Controls” è stato eseguito un solo controllo superficiale sulle pareti del corpo e tre controlli volumetrici. Per la prima tipologia si sono considerate, come nel caso con ugello, le tre pareti “Capsule Conic Wall”, “Capsule Rounded Junction” e “Capsule Flat Wall” modificando le dimensioni delle celle confinanti, come da seguente tabella (Tabella 5.11):

Custom Controls - Body Walls Controls	
Target Surface Size [percentage of base]	78,74
Minimum Surface Size [percentage of base]	10
Surface Curvature [# Pts/circle]	360

Tabella 5.11: “Custom Controls” per le pareti del corpo

Andando a considerare invece i controlli imposti sulla parete recante le stesse condizioni che si avevano sulla sezione di uscita dell’ugello nella simulazione precedente si ha (Tabella 5.12):

Custom Controls - Nozzle Exit	
Number of Prism Layers	10
Prism Layer Stretching	1,6
Prism Layer Total Thickness [Percentage of Base]	8

Tabella 5.12: “Custom Controls” per la sezione di sbocco dell’ugello

Per quanto riguarda invece i tre controlli volumetrici, si sono definiti i seguenti tre corpi, cioè due blocchi ed un cono, come mostrato nelle due figure seguenti (Figura 5.14 e Figura 5.15):

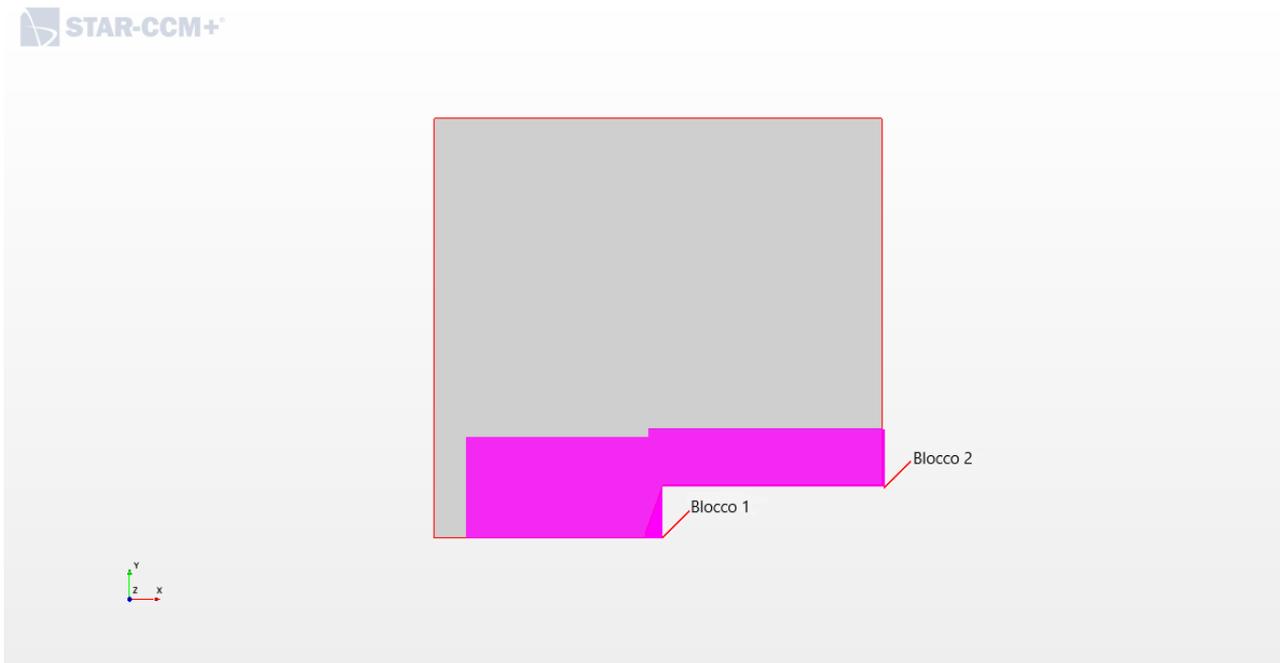


Figura 5.14: Visualizzazione dei due blocchi

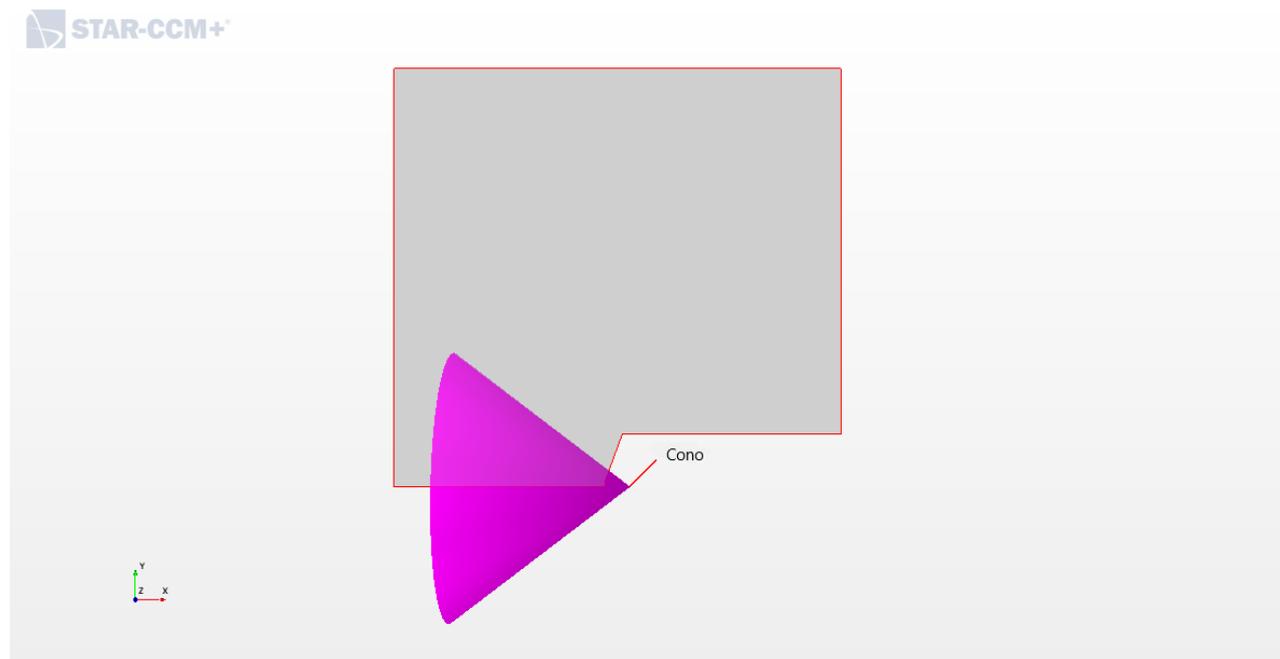


Figura 5.15: Visualizzazione del cono

Per tutti e tre i controlli si è andata solamente a modificare la dimensione delle celle; nel caso dei primi due blocchi la variazione è stata la stessa ed è consistita nel portare tale misura a 0,001 m (in termini assoluti), mentre per il cono si è considerata una percentuale della base pari al 10%.

Complessivamente si ha la seguente griglia per il caso senza ugello (**Figura 5.16**):

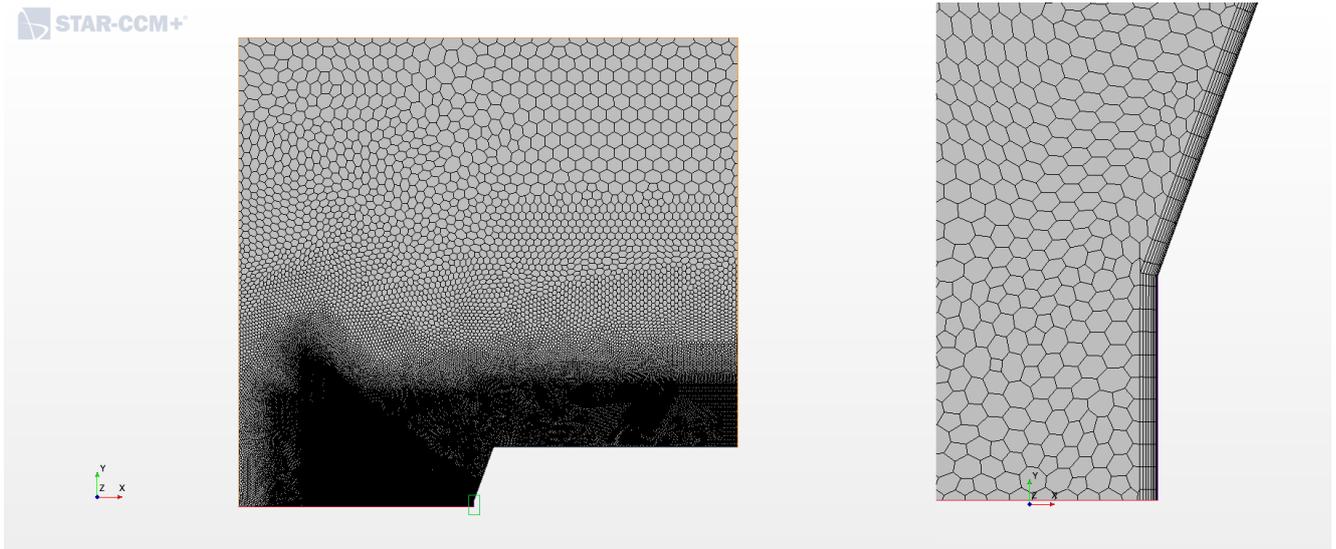


Figura 5.16: Mesh complessiva e dettaglio

Si riporta ora quello che è il modello fisico che si è preso in considerazione; in questo caso non ci sono state differenze tra il caso con ugello e quello senza ugello: si è elaborato infatti lo stesso fluido. L'unica differenza è stata quando si è andata a raddoppiare ed a triplicare la temperatura totale: per avere una simulazione più vicina alla realtà, dato un maggiore grado di energia detenuto dal gas e pertanto un maggior eccitamento da parte dei vari gradi di libertà, si è andato a considerare un valore di calore specifico calcolato a pressione costante non più fisso con la temperatura ma variabile con essa secondo la seguente legge polinomiale preimpostata in STAR-CCM+ (Figura 5.17):

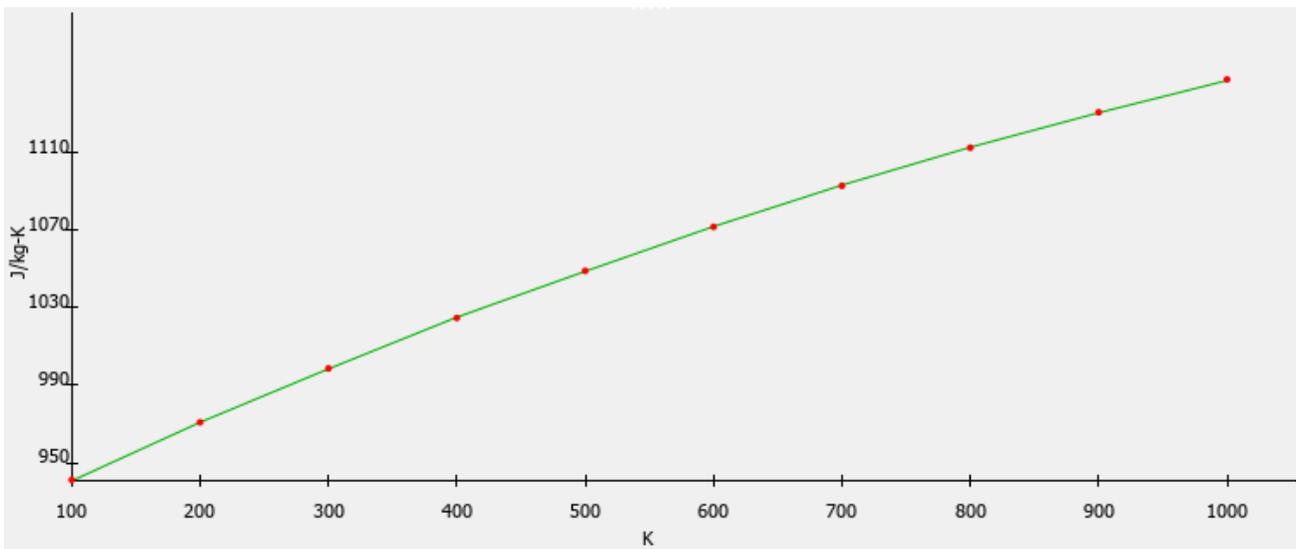


Figura 5.17: Andamento della legge polinomiale in temperatura per quanto riguarda il calore specifico a pressione costante

Per quanto riguarda il modello fisico utilizzato, si ha la seguente tabella (Tabella 5.12):

Modello fisico
Axisymmetric
Coupled Energy
Coupled Flow
Gas

Gradients
Ideal Gas
Implicit Unsteady
Laminar
Solution Interpolation
Wall Distance

Tabella 5.13: Modello fisico adottato

Infine, si va a considerare il tipo di solutore adottato; anche qui questo rimane identico sia che si utilizzi il modello con l'ugello sia che si utilizzi quello senza. Come anticipato in precedenza, si impiega il modello implicito non stazionario; questo è del secondo ordine a livello temporale e presenta un passo temporale pari a $1\mu s$ ($1 \cdot 10^{-6}$). Si è imposto poi un numero di Courant pari a 0,8: questo è stato applicato mediante una rampa lineare avente come punto di partenza l'iterazione 500 e come punto di arrivo il valore sopra citato alla 1500esima iterazione. Nella tabella sottostante vengono riportate le caratteristiche salienti di tali solutore (Tabella 5.13):

Caratteristiche del solutore
Implicit Unsteady
Partitioning
Wall Distance
Coupled Implicit

Tabella 5.14: Caratteristiche del solutore

Capitolo 6

6 Risultati

6.1 Introduzione

In questo capitolo si procede con l'analisi eseguita sul modello in STAR-CCM+; inizialmente si considereranno i risultati ottenuti a livello sperimentale da *Barry&Rhode* [30] per il caso testato, dunque quello con un unico ugello a temperatura totale pari a 347,1 K e con calore specifico costante con la temperatura e poi si andrà ad esaminare il caso analogo eseguito però a livello numerico. Successivamente, una volta appurata la coerenza tra i due risultati, si procederà con un'ulteriore verifica, andando a valutare il caso senza ugello, in cui cioè l'intera struttura, dunque convergente, sezione di gola e divergente, viene eliminata e sulla sezione di uscita si pone quella particolare condizione al contorno vista in precedenza replicante le condizioni di uscita dall'ugello stesso in termini di pressione totale, temperatura totale e pressione statica supersonica (cioè un surrogato del numero di Mach sulla sezione di uscita). Infine, si prenderà in considerazione un caso analogo al primo considerato, ma questa volta si andrà ad aumentare la temperatura totale del gas in modo tale da iniziare preliminarmente a considerare gli effetti di alta temperatura senza però arrivare alla dissociazione del gas stesso, che, in questo caso, è aria. La temperatura totale verrà inizialmente raddoppiata e si vedranno le differenze imponendo dapprima un calore specifico costante con la temperatura ed in seguito un calore specifico variabile con essa secondo la legge polinomiale descritta nel capitolo precedente. L'ultima casistica che si considererà sarà quella in cui si andrà a triplicare la temperatura totale adottando ancora una volta un calore specifico variabile.

6.2 Risultati sperimentali

6.2.1 Coefficiente di pressione

In figura (**Figura 6.1**) vengono riportate delle configurazioni sperimentalmente ricavate andando a variare il numero di Mach:



Figura 6.1: Variazione del campo di moto al variare del numero di Mach [30]

Il flusso che fuoriesce dall'ugello centrale forma un "barrel shock" che risulta essere alla sua estremità, laddove quindi è posto il punto triplo, più ampio rispetto alle dimensioni del modello stesso. Tale getto induce una piccola quantità di instabilità nel campo di moto in corrispondenza della regione anulare del punto triplo, ma, a parte questo leggero ondeggiamento, il resto del campo è abbastanza stabile per tutti i numeri di Mach nel caso in cui si consideri un'incidenza " α " pari a 0° . I dati di pressione sul corpo anteriore, riportati nella seguente figura (**Figura 6.2**) e facenti riferimento all'andamento del coefficiente di pressione dalla mezzeria fino alla spalla, sono relativamente piatti, indicando pertanto una grande zona di separazione del flusso dovuta al ricircolo anulare del "plume" dell'ugello [30].

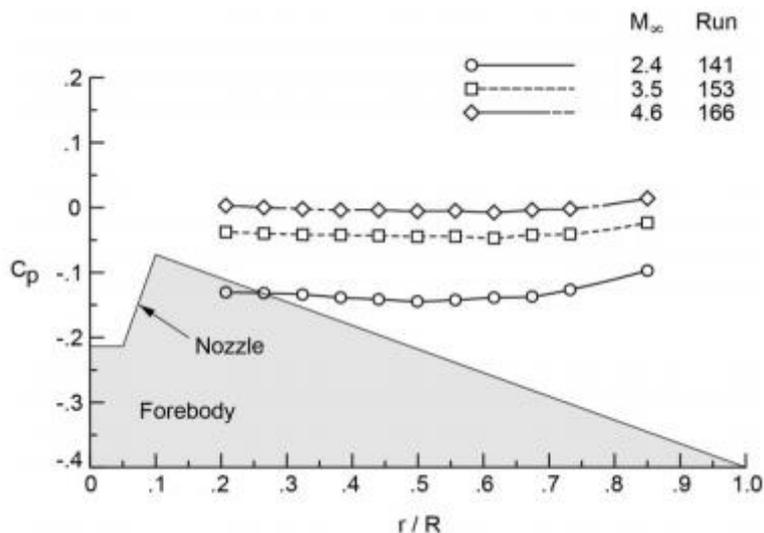


Figura 6.2: Andamento del coefficiente di pressione sul "Forebody" (zona prodiera del corpo) parametrizzato con il numero di Mach [30]

Proseguendo, l'effetto dell'aumento del coefficiente di spinta " C_T " definito come:

$$C_T = \frac{T}{p^0 A_T} \quad (6.1)$$

in cui:

- T : Spinta
- p^0 : Pressione Totale
- A_T : Area di gola

per l'ugello centrale a $M_\infty = 4,6$ e $\alpha = 0^\circ$ è mostrato nella seguente figura (Figura 6.3):

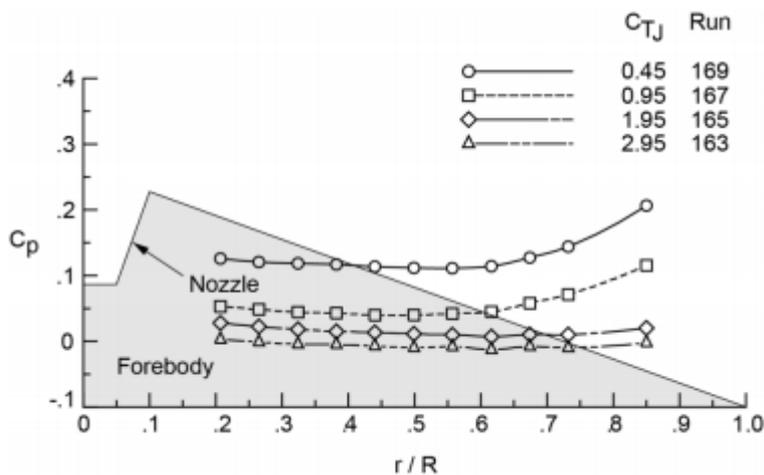


Figura 6.3: Andamento del coefficiente di pressione sul "Forebody" parametrizzato con il coefficiente di spinta [30]

Dal lavoro di *Berry&Rhoad* [30] si nota come la distanza dall'ugello dell'urto curvo ("standoff distance"), così come la larghezza massima del "barrel shock", sia direttamente proporzionale al coefficiente di spinta; risulta, infatti (Figura 6.4):

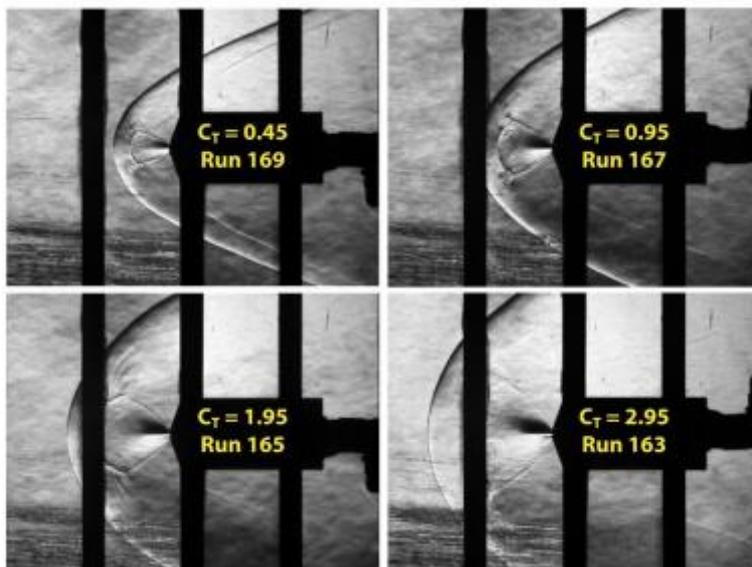


Figura 6.4: Variazione della "standoff distance" al variare del coefficiente di pressione [30]

Come si può osservare, le diverse visualizzazioni rivelano che il campo di moto è costante, con l'eccezione della regione del punto triplo. I dati sulla pressione mostrano che il flusso sul corpo anteriore è per lo più separato, con la regione della spalla, cioè quella a confine tra il "Forebody" e l'"Aftbody", maggiormente colpita dal cambiamento dei livelli di spinta [30].

Si può apprezzare l'effetto del coefficiente di spinta anche andando a considerare le mappe isobare praticate sul contorno della sezione frontale del corpo (Figura 6.5):

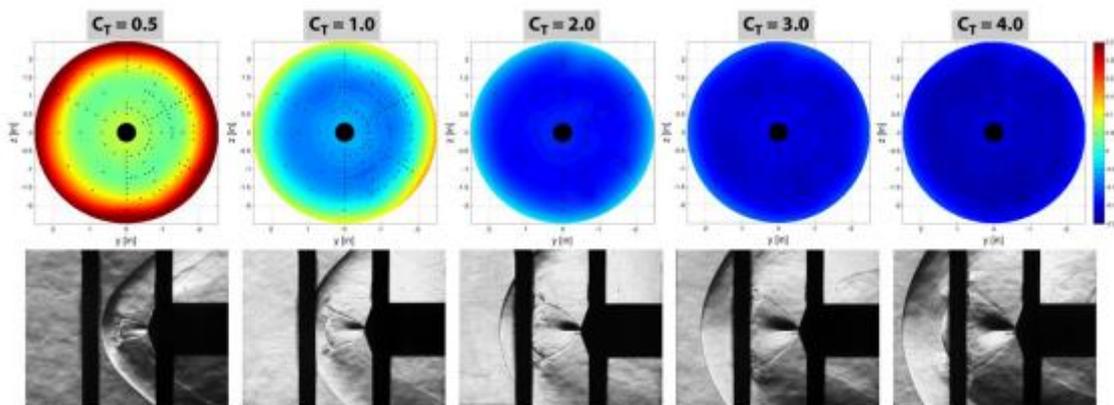


Figura 6.5: Mappa della distribuzione del coefficiente di pressione in base al coefficiente di spinta [30]

Il caso riportato in figura non è rappresentativo di quello che si prende in considerazione in questo studio (infatti, sebbene $\alpha = 0^\circ$, $M_\infty = 2,4$, nel caso in esame si avrà $M_\infty = 4,6$); esso riporta l'andamento del coefficiente di pressione in funzione del coefficiente di spinta con anche la presenza delle immagini schlieren associate ai rispettivi campi di moto.

Gli autori hanno anche osservato che, per i casi di spinta più alti, la dimensione del disco di Mach alla fine del "plume" è maggiore del diametro del corpo anteriore, il che offre una schermatura più efficiente dal flusso in arrivo. Per coefficienti di spinta inferiori o uguali a uno, il "plume" scherma solo parzialmente il corpo anteriore, quindi, come risultato, la regione della spalla vede un aumento della pressione. Nel caso di spinta più bassa, l'immagine schlieren suggerisce un nuovo urto davanti alla spalla del corpo anteriore, indicando un flusso supersonico in quella regione. Le tendenze mostrate qui per Mach 2,4 sono comunque rappresentative di quelle osservabili per altri numeri di Mach [30].

Considerando la tabella di cui sotto (Tabella 6.1):

M_∞	C_T	Test/Run	P_J/P_{T2}	m_J/m_∞	L_S (in)	R_S (in)	L_J (in)	R_J (in)
2.4	0	T1853/274	–	–	1.04	3.92	–	–
	0.46	319	1.9	0.0017	4.18	6.61	2.59	1.06
	0.97	139	3.8	0.0036	5.63	8.81	3.66	1.64
	1.98	141,318	7.5	0.0074	7.54	11.79	4.99	2.59
	3.00	137	11.2	0.0113	9.10	14.10	5.69	3.37
	4.02	136	14.7	0.0150	10.47	16.31	6.81	4.10
3.5	0	T1853/276	–	–	0.71	2.97	–	–
	0.22	158	1.0	0.0009	3.14	4.21	1.99	0.56
	0.45	157	2.0	0.0020	3.98	5.44	2.59	1.06
	0.94	154	4.0	0.0042	5.35	7.21	3.67	1.77
	1.97	153,320	7.8	0.0087	7.24	9.83	5.09	2.95
	2.96	150	11.7	0.0132	8.86	12.40	5.78	3.70
4.6	0	T1853/86	–	–	0.68	2.93	–	–
	0.22	171	1.0	0.0011	3.10	3.98	2.07	0.64
	0.45	169	2.0	0.0022	3.91	5.22	2.62	1.17
	0.94	167	4.0	0.0047	5.34	6.97	3.70	1.95
	1.97	165,321	8.0	0.0095	7.22	9.67	5.09	3.04
	2.96	163	11.8	0.0145	8.58	11.52	5.78	3.75

Tabella 6.1: Proprietà e caratteristiche del getto assialsimmetrico con incidenza nulla [30]

vengono riportate varie informazioni; nello specifico:

- P_J/P_{T2} : rapporto tra la pressione statica del getto e la pressione totale del flusso di monte una volta superato l'urto "a botte".
- m_J/m_∞ : rapporto tra le portate in massa del getto e del flusso di monte.
- L_S : dimensione longitudinale della "standoff distance".
- R_S : dimensione radiale della "standoff distance".
- L_J : dimensione longitudinale del "barrel shock".
- R_J : dimensione radiale del "barrel shock".

Dai dati tabulati, si può notare come la forma del plume sia principalmente guidata dal rapporto tra la pressione statica del getto e la pressione totale a valle dell'urto, poiché le dimensioni del plume sono in gran parte coerenti tra i tre numeri di Mach. D'altra parte, la "standoff distance" varia con il numero di Mach.

Per i calcoli che si andranno a fare, come detto, si prenderà in considerazione il caso a $M_\infty = 4,6$, ed in particolare il "Test Run" 165.

6.2.2 Analisi in frequenza

Nel lavoro di *Codoni and Berry* [32] vengono riportati i risultati condotti in galleria del vento per quanto riguarda l'analisi in frequenza derivante dall'analisi non stazionaria delle misure di pressione dinamica rilevate principalmente nella parte prodiera ("Forebody") del corpo mediante l'utilizzo delle sette prese di pressione "Kulite" poste proprio in tale zona. Il risultato per il caso in analisi è il seguente (Figura 6.6):

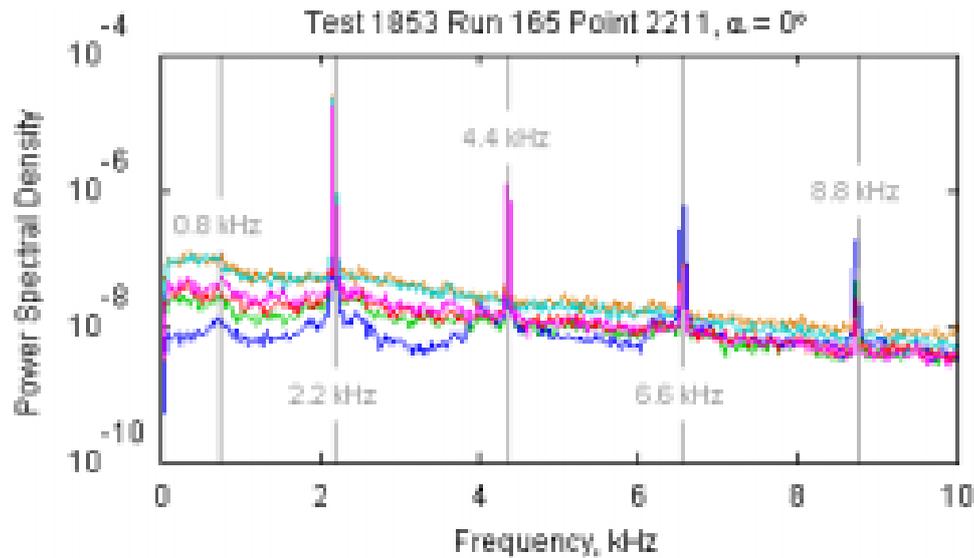


Figura 6.6: Rilevazione dell'armonica principale e secondarie per la Run 165

Come da figura, per la “Run 165”, cioè il caso in analisi, è presente un’armonica principale posta ad una frequenza di 2,2 KHz; le armoniche superiori sono via via disposte a frequenze più elevate e multiple di quella fondamentale, come da definizione.

6.3 Risultati numerici

6.3.1 Introduzione

I risultati ottenuti per le varie casistiche verranno suddivisi in due grandi categorie a seconda della grandezza in analisi, ovvero una prima parte relativa al coefficiente di pressione sviluppatosi sulle pareti del corpo, ed in particolare sulla zona prodiera (“Forebody”) e su quella poppiera (“Aftbody”). Nella seconda parte, invece, si andrà ad eseguire un’analisi in frequenza circa il distacco delle strutture vorticosi a partire dal punto triplo (le cui coordinate vengono specificate nel lavoro di *Kleb et al.* [31]).

6.3.2 Coefficiente di pressione - Risultati

Prima che si espongano i risultati è necessario specificare il fatto che il coefficiente di pressione è una misura che per definizione è calcolata istantaneamente; tuttavia, se si fosse proceduto in questa maniera, si sarebbe catturato solamente un frammento del campo di moto complessivo in divenire sul corpo in analisi: pertanto, al fine di integrare i risultati ed avere delle conclusioni quanto più globali possibili, si è eseguito un conto che mediasse i diversi valori ottenuti ad ogni passo temporale (di periodo 10 μ s); solamente quando tale media non è più variata eccessivamente la si è acquisita.

Inoltre, dato l’inevitabile transitorio sviluppatosi una volta che si è fatta partire la simulazione, si sono scartate dalle medie le prime iterazioni in cui la soluzione risultava essere mutabile.

Per quanto riguarda il calcolo del coefficiente di pressione, si utilizza la sua definizione:

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2} \quad (6.2)$$

E’ bene sottolineare il fatto che le grandezze asintotiche sono quelle inerenti l’atmosfera marziana, così come la velocità asintotica di monte corrisponde a quella del test case preso in considerazione; si ha pertanto:

- $\rho_\infty = 0,0287 \text{ kg/m}^3$
- $p_\infty = 535,65 \text{ Pa}$
- $V_\infty = 743,6 \text{ m/s}$ (ricavata da $M_\infty = 4,6$)

6.3.2.1 Caso con ugello @ $T^0 = 347,1 \text{ K}$ & C_p costante

Inizialmente si dà un breve accenno al campo di moto che si va formando (**Figura 6.7**):

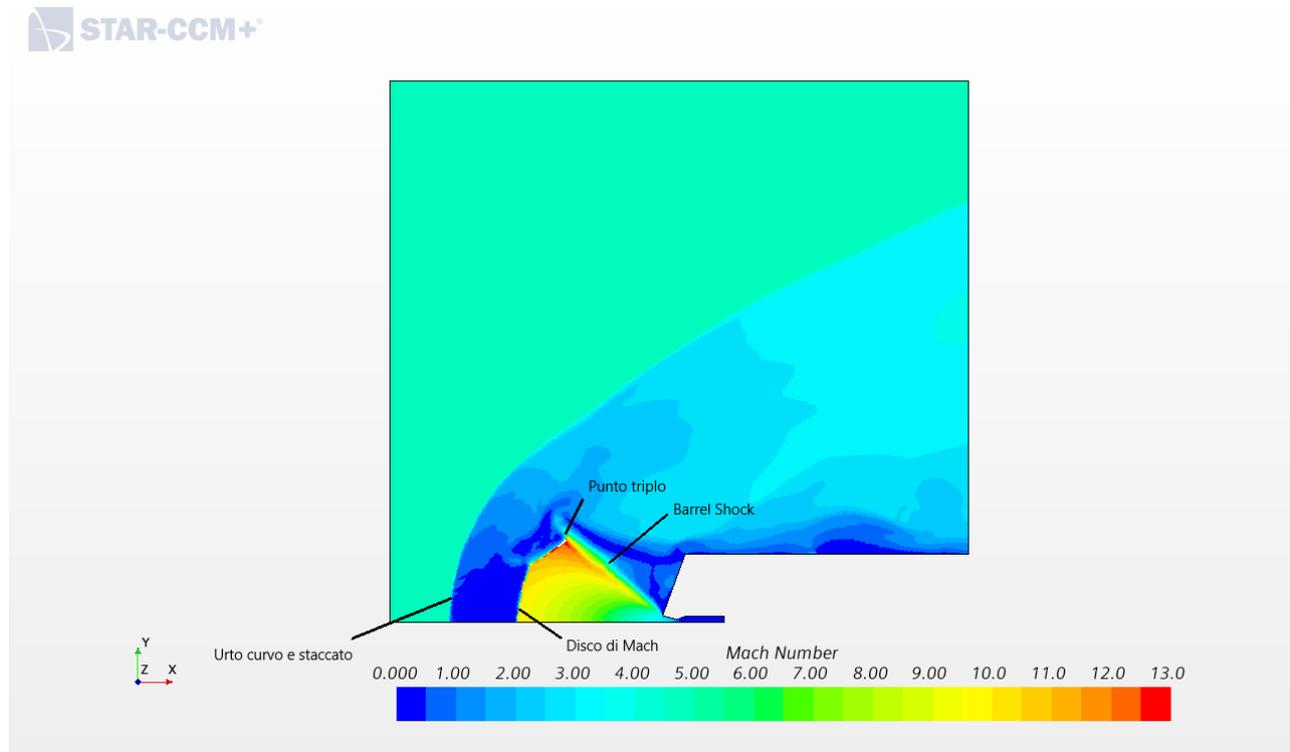


Figura 6.7: Campo di moto con rilevamento delle strutture caratteristiche

Come si può notare, e come anche detto nei capitoli precedenti, il problema che ci si trova ad affrontare è quello in cui due correnti parallele in direzione ma opposte in verso si vengono a scontrare: in altri termini, c'è un flusso di monte, coincidente con quello impattante la navicella nella fase di atterraggio che viene a scontrarsi con quello generato dalla fuoriuscita dei gas di scarico dall'ugello. Tale scontro porta alla formazione delle strutture evidenziate nella figura sopra riportata.

Pertanto, come prima conseguenza, si viene a formare un urto curvo e staccato che, in prossimità della mezzeria del corpo, può essere visto come un urto retto. La corrente, una volta attraversata tale cortina, viene bruscamente rallentata nel giro di pochi liberi cammini medi: nello specifico esisterà un punto in cui la corrente si arresterà, dunque ci sarà la presenza di un punto di arresto. Spostandosi verso l'esterno, l'urto diverrà via via sempre meno intenso, evolvendo come descritto nel capitolo passato. Dall'altra parte si ha un flusso fortemente sottoespanso che evolve a partire dall'uscita dell'ugello generando la tipica forma a campana che viene definita, come detto in precedenza, "plume" del getto. A contornare tale flusso in piena accelerazione è presente un urto a botte ("barrel shock") che culmina con la presenza di un punto triplo sulla sua sommità: è proprio questa struttura che introduce nel campo di moto altrimenti abbastanza stazionario l'elemento di instazionarietà dovuto proprio alla sua oscillazione. Questa, infatti, porta alla formazione ("shedding") di strutture vorticosi che si sfilano e vengono trascinate verso valle, inducendo quell'instabilità di cui si diceva poc'anzi; tali elementi turbolenti, infatti, vanno ad impattare sul corpo, ed in particolare sulla zona di confine tra "Forebody" e "Aftbody": da qui, in parte vengono riflessi sull'urto a botte deformandolo e portando il punto triplo ad oscillare nuovamente ed a produrre nuove strutture vorticosi secondo un fenomeno ciclico ed in parte continuano il loro avanzamento verso la zona poppiera del corpo, dunque l'"Aftbody".

Caratteristica del getto fortemente sottoespanso è anche la presenza di un disco di Mach posto al termine del "plume" a valle del quale si ha un rallentamento della corrente fino a quando il flusso oltrepassante l'urto curvo e staccato e quello attraversante l'urto retto rappresentato proprio dal disco di Mach non si raccordano in termini di variabili cinematiche e termodinamiche.

Nella figura che segue viene riportato l'andamento del coefficiente di pressione sulla zona poppiera rapportato con i risultati ottenuti sperimentalmente da *Kleb et al.* [31] al netto delle incertezze (**Figura 6.8**):

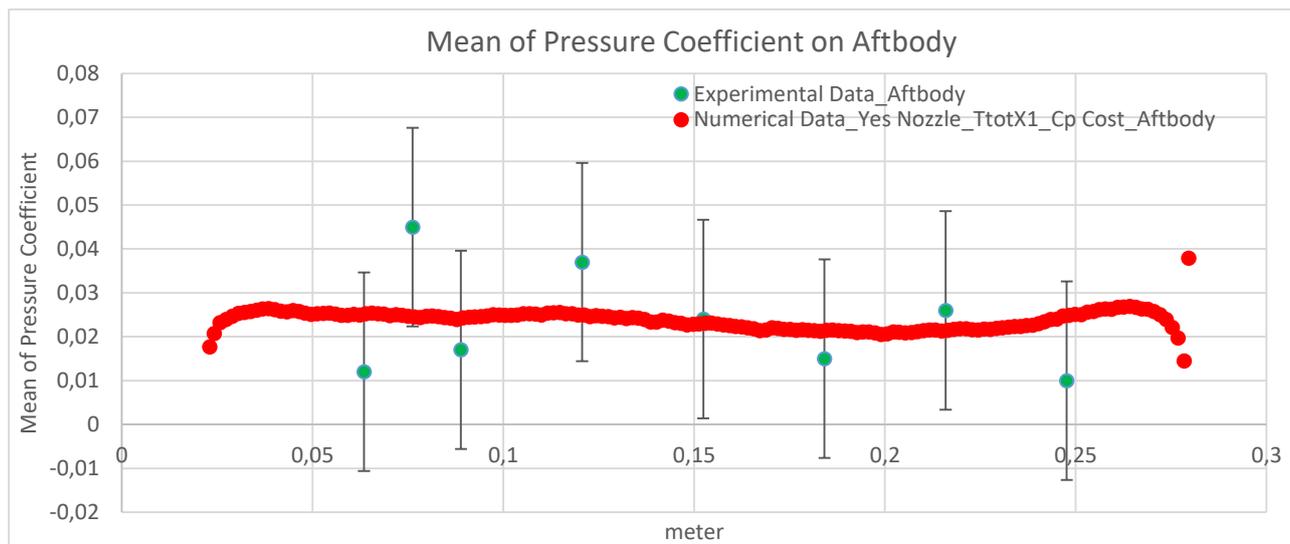


Figura 6.8: Confronto tra l'andamento del coefficiente di pressione sull'"Aftbody" sperimentale e numerico

Nella figura appena mostrata, con i pallini rossi si riporta il risultato numerico, mentre con quelli verdi quello sperimentale.

Come si nota, l'andamento numerico resta più o meno costante, con una lieve diminuzione nella parte terminale del corpo e un salto nella periferia a confine con il "Freestream Outflow" dovuto all'allineamento con le condizioni al contorno lì imposte. Per quanto riguarda il confronto con i risultati sperimentali, tenendo conto delle incertezze sulle varie misure, si può dire come, tutto sommato, i due andamenti siano più o meno in linea, considerando anche il fatto che i valori in gioco sono molto bassi, per cui anche una minima incertezza sulle misure realizzate comporta delle variazioni non di poco conto. C'è anche da aggiungere il fatto che la regione poppiera è fortemente influenzata dal campo di moto sviluppatosi a monte, per cui anche una piccola incertezza sulla dimensioni del modello o una non uniformità del flusso più marcata del previsto possono avere conseguenze non di poco conto sui risultati considerati.

Nella figura seguente si riporta il coefficiente di pressione questa volta rilevato sulla parte prodiera (Figura 6.9):

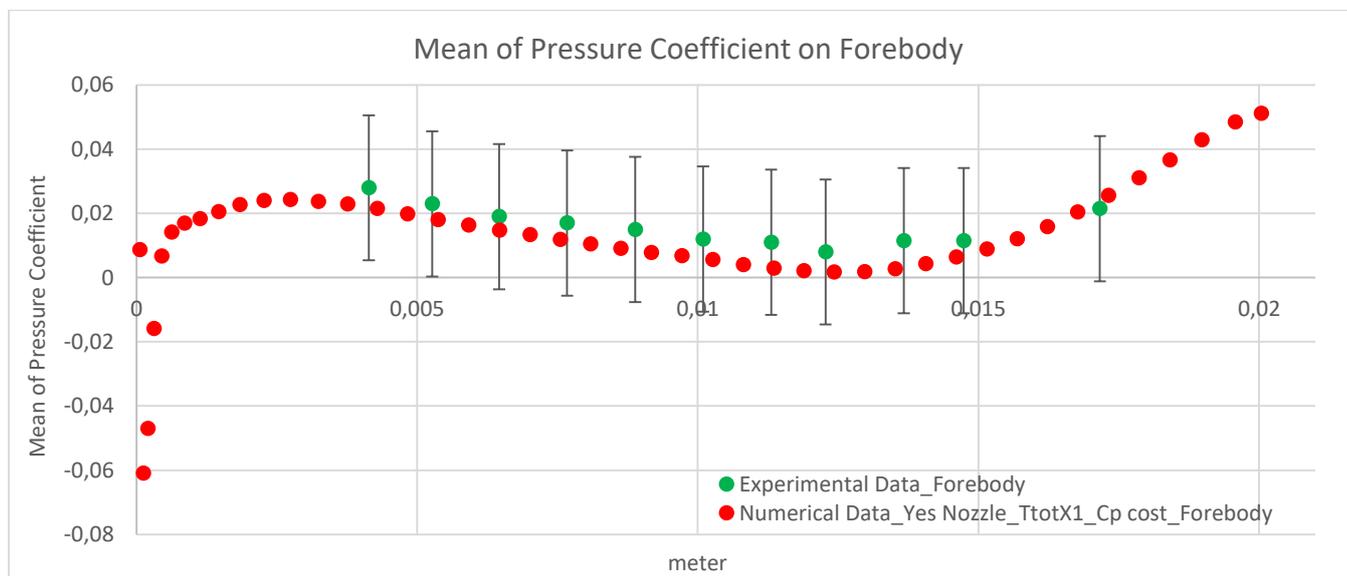


Figura 6.9: Confronto tra l'andamento del coefficiente di pressione sul "Forebody" sperimentale e numerico

Una cosa che è bene rimarcare è il fatto che, complessivamente, il "Forebody" ha una lunghezza di circa 0,06 m (come riportato nelle tabelle del capitolo precedente) contro i 0,02 m riportati nella figura di cui sopra: questo perché si è considerata la proiezione del coefficiente di pressione lungo l'asse "x", cioè quello di mezzzeria.

Una volta fissato tale appunto, dal caso in analisi si può notare come vi sia una ben marcata aderenza tra i due risultati: è importante sottolinearlo sia perché ciò testimonia un elevato grado di affidabilità del codice il quale è pertanto in grado

di replicare quasi fedelmente l'andamento rilevato empiricamente, sia anche perché la parte prodiera è quella che per prima si trova a fronteggiare gli elevati carichi dovuti al distacco delle strutture vorticose a partire dal punto triplo: è pertanto necessario avere dei risultati affidabili per avere almeno una prima stima sulle forze aerodinamiche che si possono generare su tale parte di corpo.

6.3.2.2 Caso senza ugello @ $T^0 = 347,1 \text{ K}$ & C_p costante

Il campo di moto che si va generando è identico a quello del caso con ugello (**Figura 6.10**):

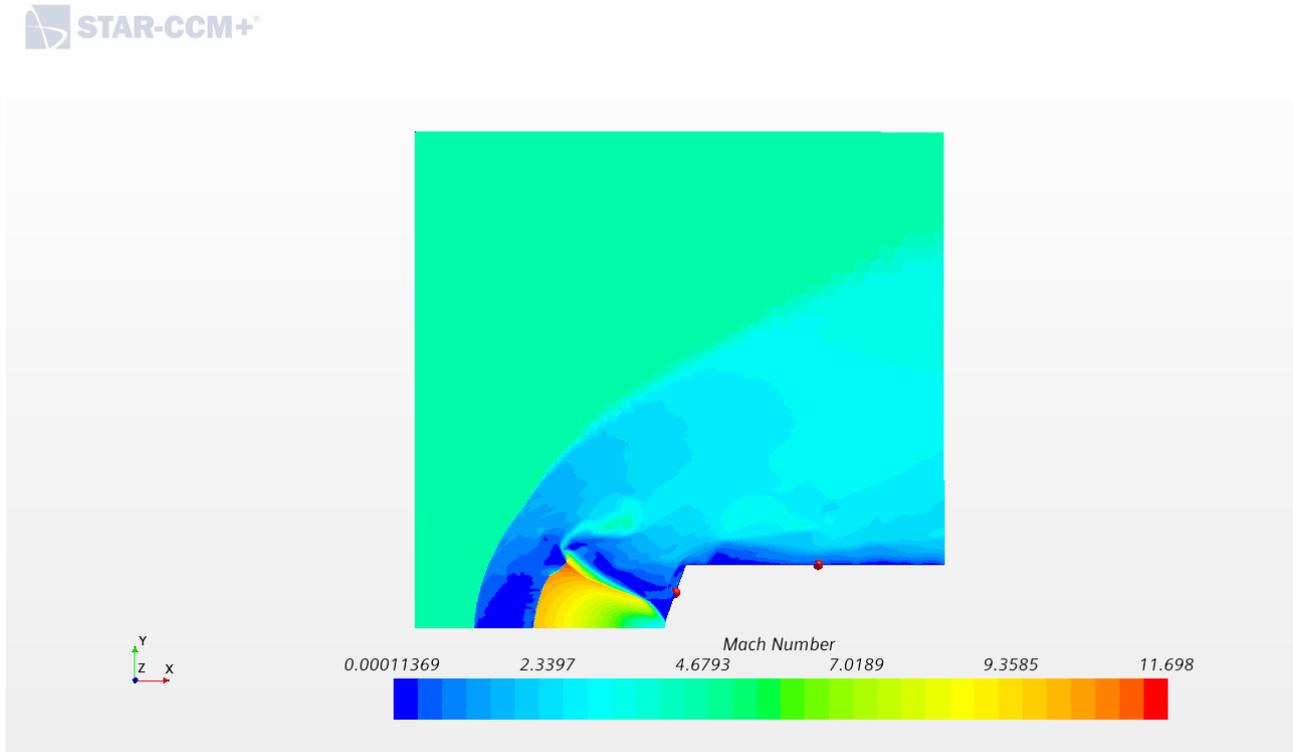


Figura 6.10: Campo di moto nel caso senza ugello

Come si può notare, la struttura del campo risulta essere sostanzialmente identica e, nello specifico, si può vedere con maggiore chiarezza la formazione e l'emissione della struttura vorticosa a partire dal punto triplo. Sul "Forebody" e sull'"Aftbody" sono presenti due punti rossi che però non hanno a che fare con la simulazione ed individuano invece la presenza di due punti ulteriori li posti per eseguire ulteriori misurazioni.

Per quanto riguarda l'andamento del coefficiente di pressione sull'"Aftbody" confrontato con il caso senza ugello si ha (**Figura 6.11**):

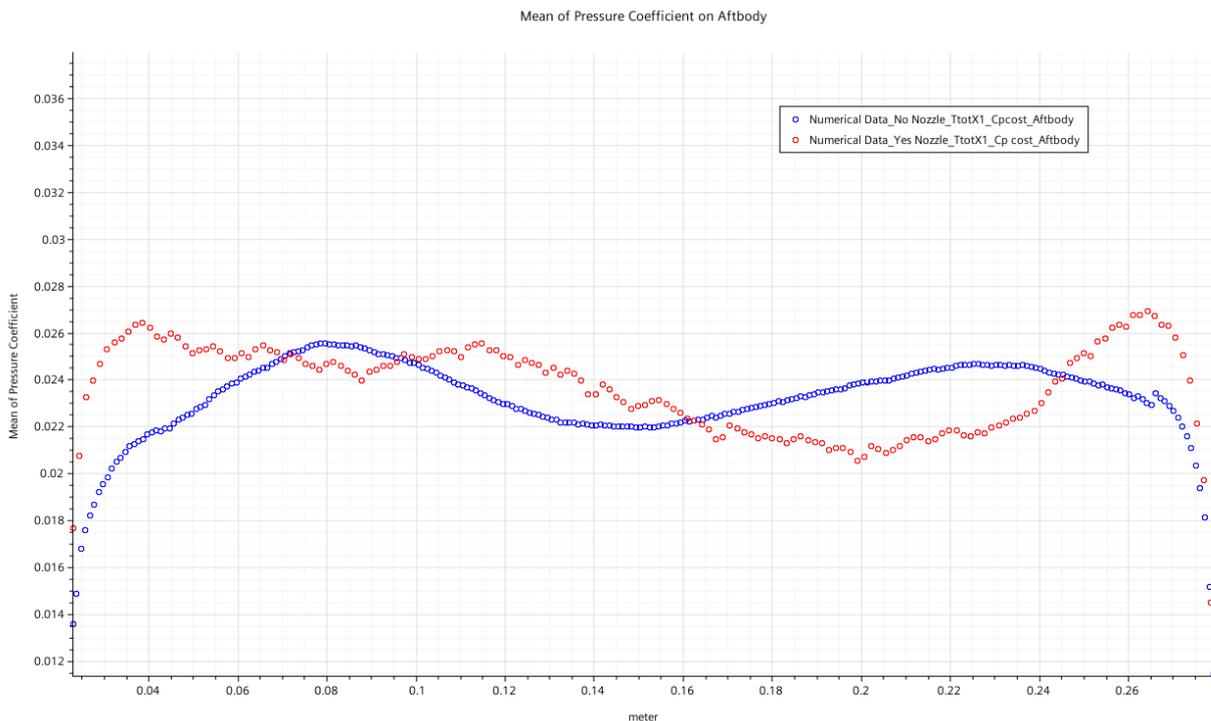


Figura 6.11: Confronto del coefficiente di pressione sull'"Aftbody" tra il caso con e senza ugello

La prima cosa che si nota è che come valori assoluti i due risultati si avvicinano molto; relativamente più grandi differenze si riscontrano per quanto riguarda gli andamenti delle due curve, nel senso che è come se la curva blu (cioè quella del caso senza ugello) “anticipasse” quella rossa (che è invece quella del caso con ugello), ovvero è come se le corrispondenti fasi, ad esempio di crescita del coefficiente, avvenissero ad una stazione spaziale anteriore per quanto riguarda il caso senza ugello. Una spiegazione a ciò potrebbe risiedere nel fatto che è diversa la griglia che si è utilizzata nei due casi, per cui, sebbene i valori risultino essere in linea, a seconda della differenti dimensioni della cella, si hanno andamenti lievemente differenti.

Per quanto riguarda invece l’andamento sul “Forebody” si ha (**Figura 6.12**):

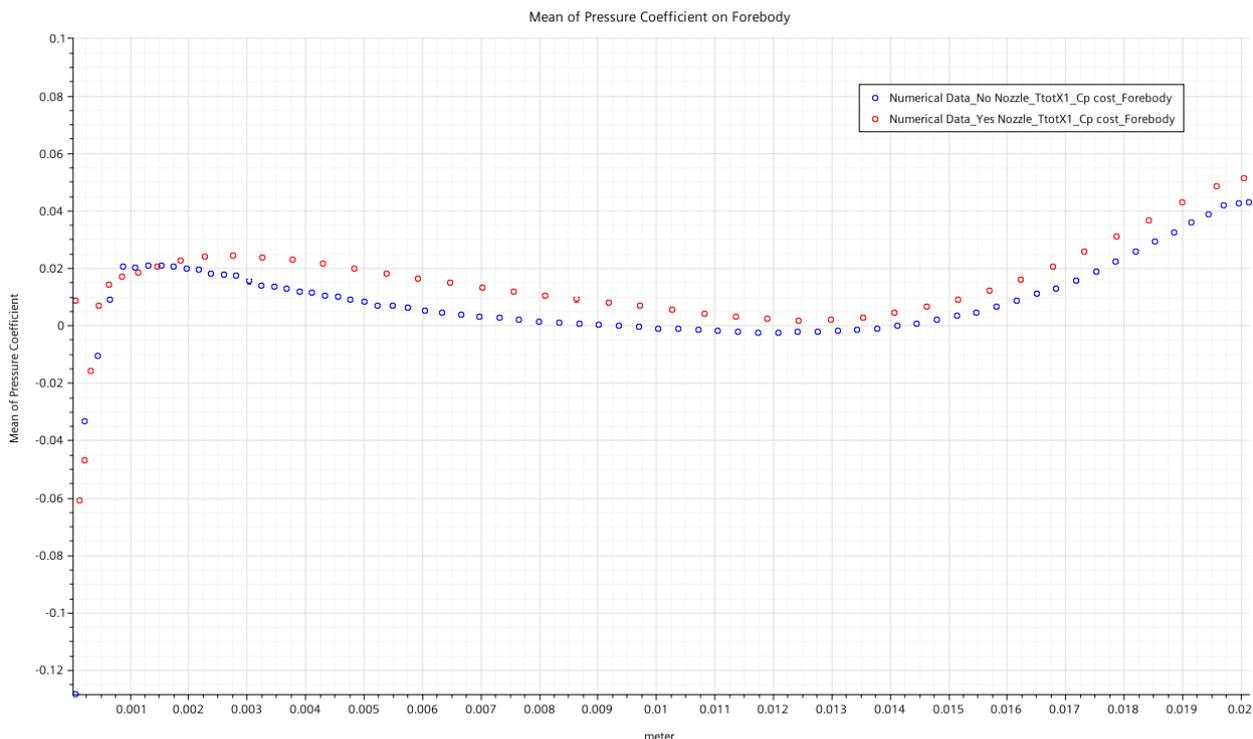


Figura 6.12: Confronto del coefficiente di pressione sul "Forebody" tra il caso senza e con ugello

Ancora una volta con i pallini blu si riporta il coefficiente di pressione nel caso senza ugello e con quelli rossi il caso con ugello; qui, come si può notare a partire dalla figura di cui sopra, vi è una maggiore aderenza tra le due casistiche in termini di distribuzione della grandezza lungo tutto il "Forebody" (ancora una volta vale il discorso della proiezione lungo l'asse "x"); anche per quanto riguarda i valori veri e propri, si ha una buona corrispondenza tra i due casi.

Un altro parametro importante e caratteristico del campo di moto che si va generando è la "standoff distance", ovvero la distanza che intercorre tra la corrente indisturbata di monte (quella che possiede un numero di Mach pari a 4,6) e, in questo caso, la sezione di uscita dell'ugello (che invece emette una corrente con un numero di Mach pari a 2,94). Si hanno i seguenti risultati (Tabella 6.2):

Mean Standoff Distance [m]	Standoff distance for the test case reference [m]
0,188730647	0,1833

Tabella 6.2: Confronto della "standoff distance" tra il caso sperimentale (con ugello) e quello numerico (senza ugello)

Le rilevazioni sono state ottenute considerando la media delle varie "standoff distance" rilevate ogni 10 μ s; come scritto in precedenza, il confronto è stato effettuato prendendo a riferimento sia i risultati del lavoro di *Kleb et al.* [31], i quali si riferivano ad un caso con ugello, sia i risultati relativi a questo paragrafo, che, come visto, risultano essere senza ugello.

Anche in questo caso è possibile dire che quanto ottenuto sia paragonabile e ciò ribadisce il fatto che tale simulazione possa replicare quella completa.

6.3.2.3 Caso con ugello @ $T^0 = 649,2$ K & C_p costante

Per quanto riguarda il coefficiente di pressione sul "Forebody" si ha (Figura 6.13):

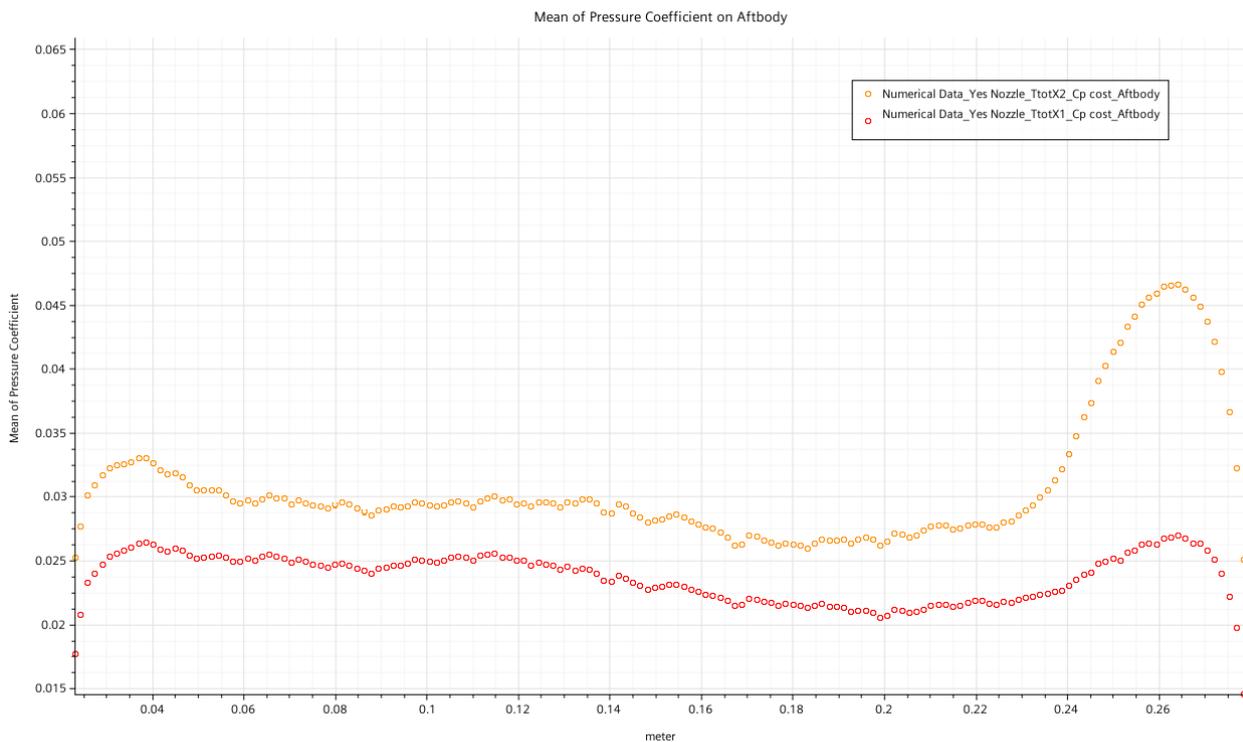


Figura 6.13: Confronto del coefficiente di pressione sull'"Aftbody" tra il caso con temperatura totale normale e raddoppiata

Il fatto che, nel caso di temperatura totale raddoppiata, la pressione statica, e dunque il coefficiente di pressione vada aumentando, è giustificabile con il fatto che il gas detiene un contenuto energetico superiore. Ancora una volta si nota come l'andamento delle due curve sia molto simile, con una più grande differenza riscontrabile nella parte terminale della zona poppiera, al confine con il "Freestream Output"; una spiegazione possibile di tale andamento potrebbe essere il fatto che il caso con una temperatura totale raddoppiata, avendo fissato la temperatura statica, comporta una componente cinetica più elevata. Questo fa sì che nella zona terminale del dominio, dove viene imposta una particolare condizione al contorno riguardante la pressione (statica), vi sia un flusso localmente più veloce che per adattarsi alle condizioni di uscita necessita di una compressione maggiore da cui il picco in corrispondenza di tale punto.

Per quanto riguarda l'andamento del coefficiente di pressione nella zona del "Forebody" si ha la seguente situazione (**Figura 6.14**):

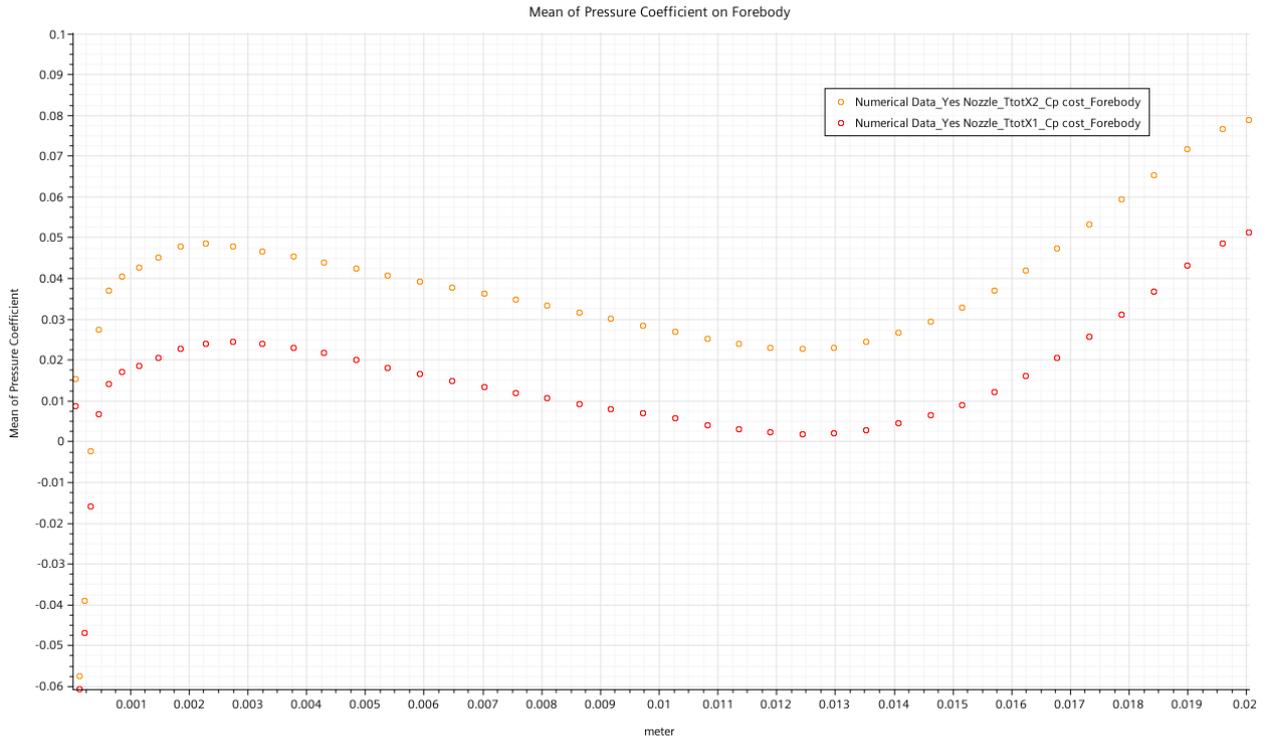


Figura 6.14: Confronto del coefficiente di pressione sul "Forebody" tra il caso con temperatura totale normale e raddoppiata

Ancora una volta risulta quanto è stato detto nella sezione precedente, dunque si ha un coefficiente di pressione più elevato e ciò è dovuto al fatto che il contenuto omototalentalpico del gas è aumentato. Per il resto si può notare ancora una volta, così come accadeva anche per le altre visualizzazioni sul "Forebody", che i due andamenti siano molto più simili rispetto a quanto avveniva per la zona poppiera del corpo.

6.3.2.4 Caso con ugello @ $T^0 = 649,2 \text{ K}$ & C_p variabile

Come di consueto, si riporta prima l'andamento del coefficiente di pressione per quanto riguarda l'"Aftbody" (Figura 6.15):

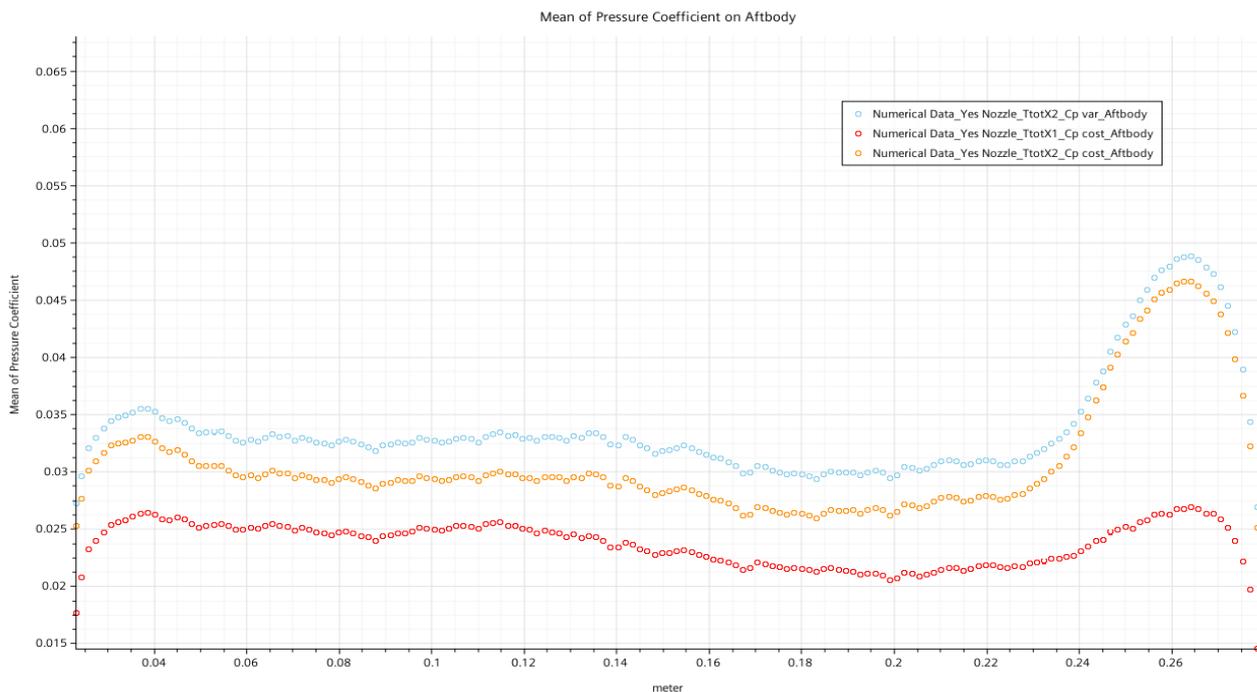


Figura 6.15: Confronto del coefficiente di pressione sull'"Aftbody" tra i diversi casi

In questo caso si rileva una temperatura statica mediamente più elevata a fronte di una densità che, nel confronto con il caso a calore specifico costante con la temperatura, rimane pressoché invariata. Dall'equazione di stato dei gas perfetti, dunque:

$$p = \rho RT, \text{ con } R \text{ costante universale dei gas} \quad (6.3)$$

si ha una pressione, e quindi un coefficiente relativo, maggiore.

Per quanto riguarda l'andamento del coefficiente di pressione sul "Forebody si ha (**Figura 6.16**):

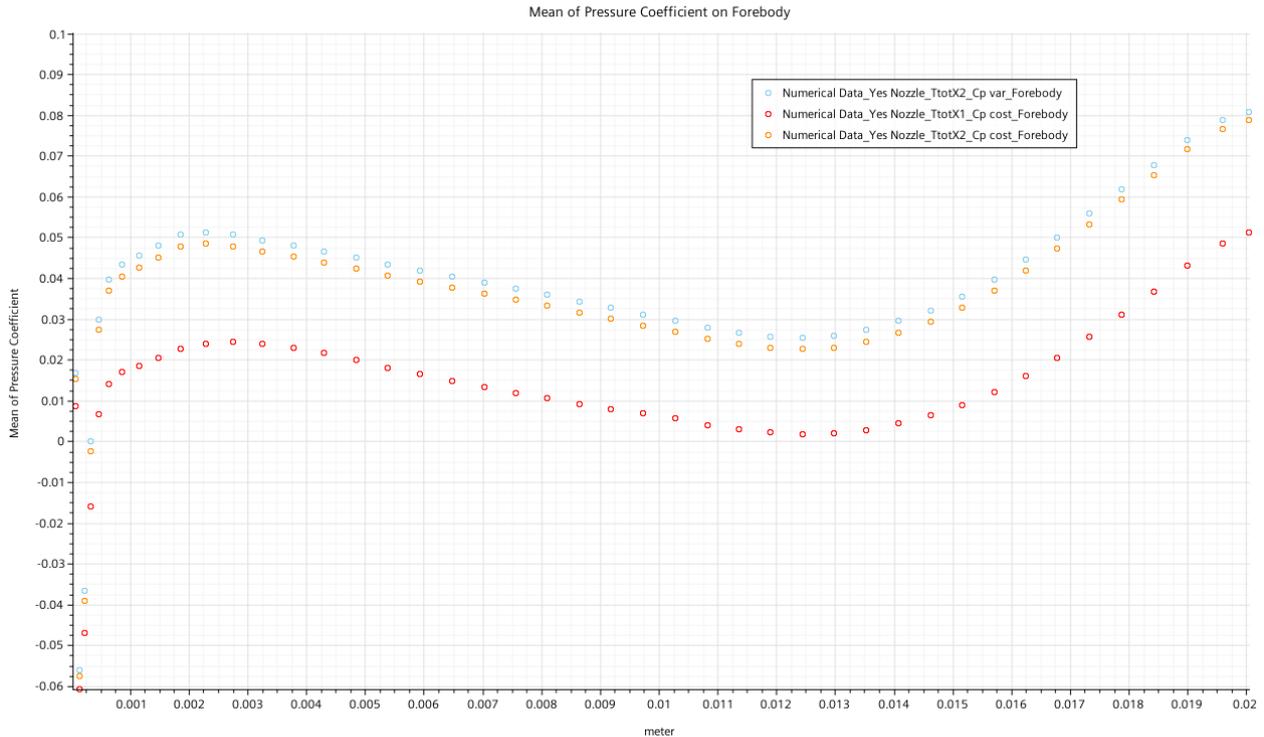


Figura 6.16: Confronto del coefficiente di pressione sul "Forebody" tra i diversi casi

Al solito, su questa parte del corpo, la corrispondenza tra i vari andamenti è più marcata; si osserva comunque uno scostamento, seppur minimo, tra il caso a calore specifico costante e quello variabile, con una maggiorazione per quest'ultimo; inoltre si nota come l'incremento di coefficiente di pressione dovuto alla presenza di un calore specifico variabile in temperatura sia inferiore rispetto a quello determinato da un incremento di temperatura totale: tale evidenza, che si rileverà anche per l'analisi in frequenza, sta dunque a segnalare un peso maggiore della temperatura totale sulla variazione del contenuto energetico del gas rispetto a quello determinato dalla dipendenza del calore specifico rispetto alla temperatura statica.

6.3.2.5 Caso con ugello @ $T^0 = 1041,3 \text{ K}$ & C_p variabile

Considerando l'"Aftbody" si ha (Figura 6.17):

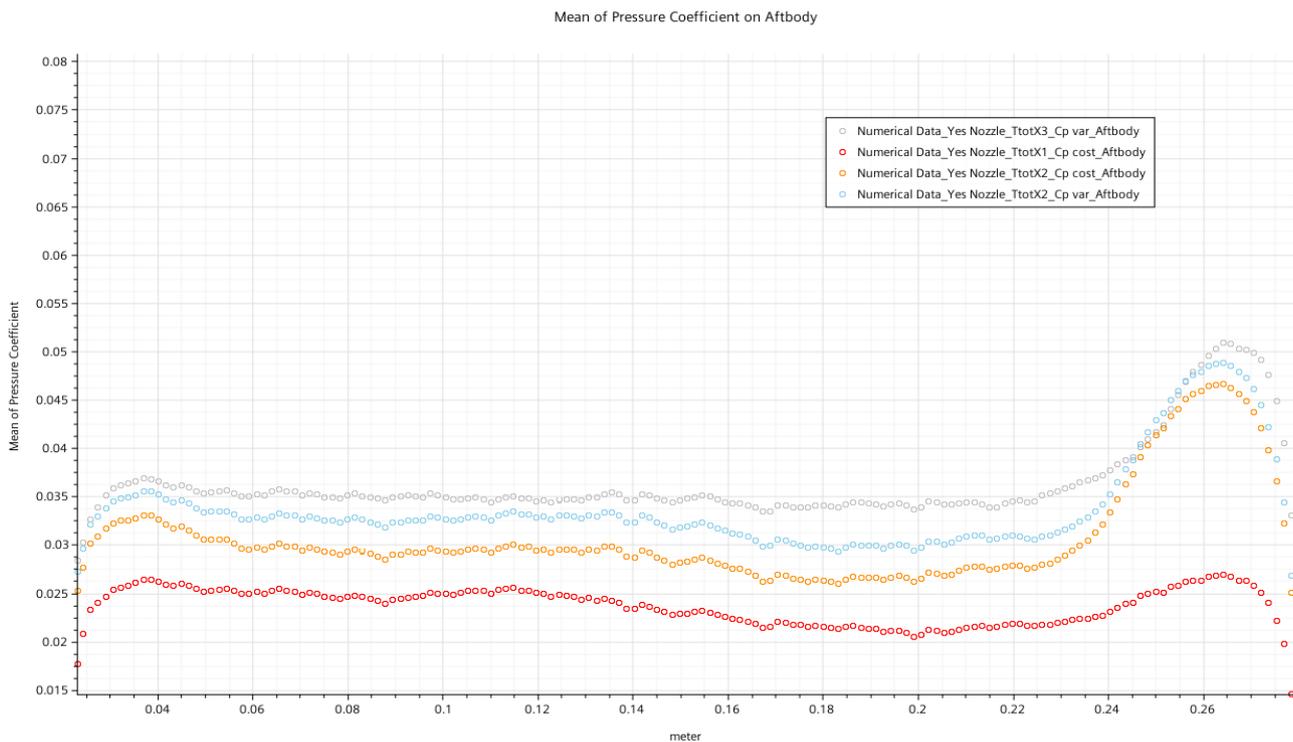


Figura 6.17: Confronto finale tra i vari valori di coefficiente di pressione sull'"Aftbody"

Il risultato che è stato qui trovato risulta essere in linea con quanto descritto in precedenza, dunque un valore più elevato legato al maggior quantitativo energetico detenuto dal gas.

Per quanto riguarda il coefficiente di pressione sul "Forebody" si ha (**Figura 6.18**):

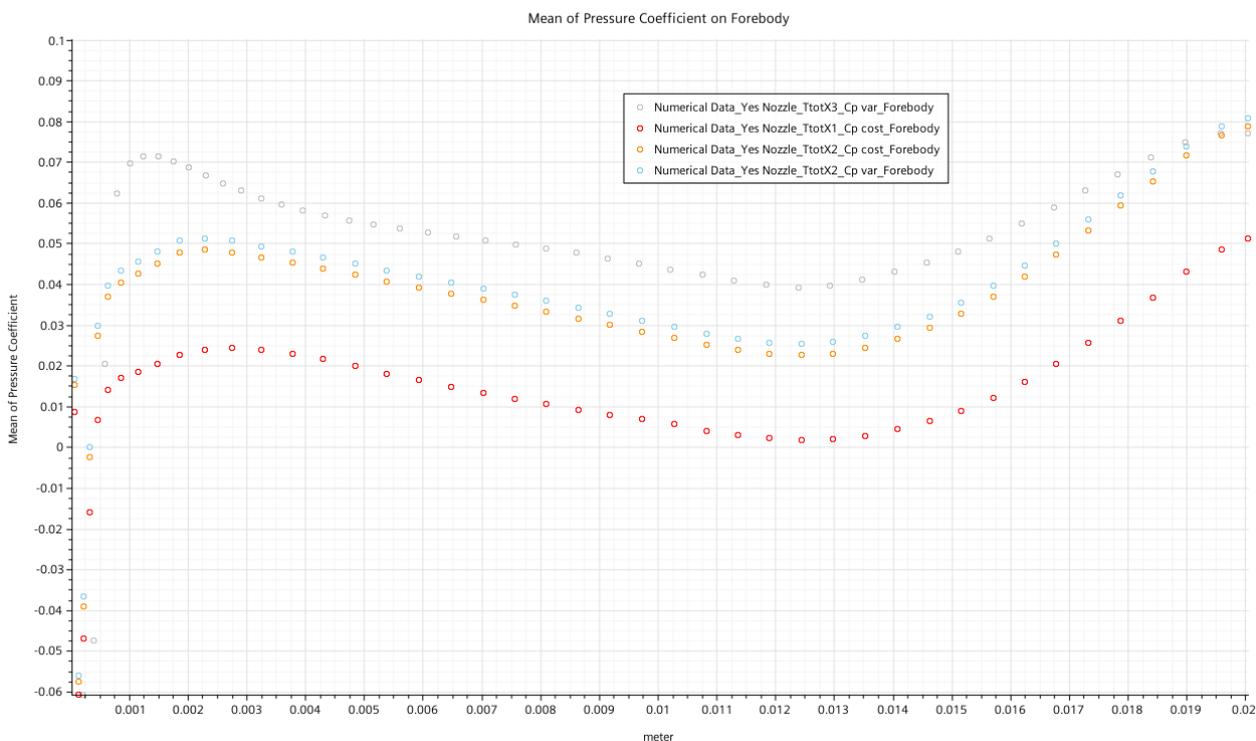


Figura 6.18: Confronto finale tra i vari valori del coefficiente di pressione sul "Forebody"

6.3.3 Analisi in frequenza - Risultati

In questa ultima sezione si procede con l'analisi in frequenza: sostanzialmente si va a valutare qual è la frequenza di distacco dei vortici a partire dal punto triplo. Per far questo si andrà a prendere in considerazione il punto piazzato sul Forebody, in coerenza con quanto fatto dagli autori nell'esperienza sperimentale.

Per andare a valutare quanto scritto in precedenza si è inizialmente considerata la storia temporale della pressione sul punto piazzato nel "Forebody". Successivamente si è passati al dominio della frequenza effettuando una trasformazione di Fourier del segnale in ingresso così da transitare da un piano temporale ad uno delle frequenze e determinare i modi dominanti.

A partire dai valori della frequenza è stato possibile calcolare la funzione di densità spettrale, mediante la quale si è ricavata la forza della variazione del segnale in ingresso, dunque la frequenza attorno alla quale si hanno le maggiori oscillazioni: in sostanza, tanto più elevato era un picco di frequenza, tanto più grande era l'intensità di tale funzione e tanto più rilevante era il modo associato, pertanto l'armonica. Va da sé che il picco massimo corrisponderà all'armonica fondamentale, mentre gli altri picchi minori risulteranno corrispondere alle armoniche secondarie.

6.3.3.1 Caso con ugello @ $T^0 = 347,1 \text{ K}$ & C_p costante

Dall'analisi in frequenza si può osservare quanto segue (Figura 6.19):

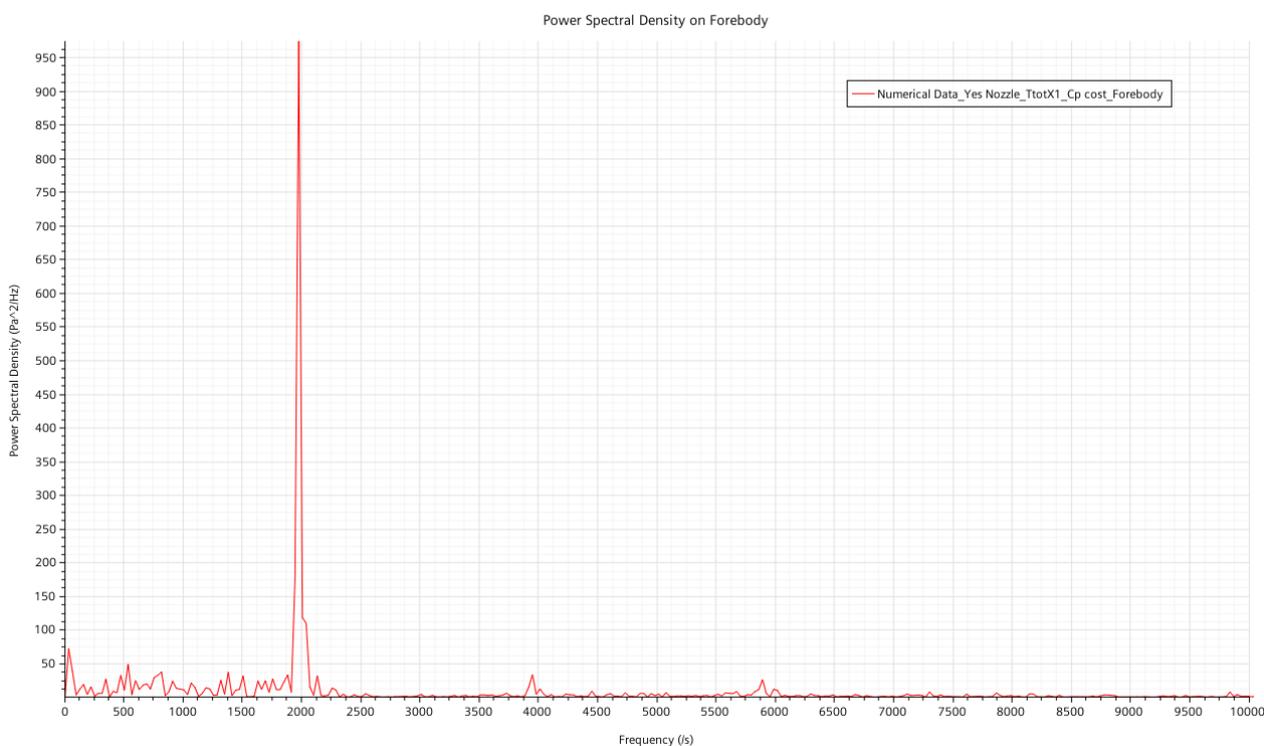


Figura 6.19: Analisi in frequenza del caso con ugello a T^0 pari a 347,1 K con C_p costante

Come si può osservare, si ha sostanzialmente quanto ricavato anche sperimentalmente dal lavoro di *Codoni and Berry* [32], dunque un'armonica fondamentale piazzata circa a 2 KHz (precisamente a 1973,62), con delle armoniche secondarie piazzate a 4 KHz e 6 KHz circa.

6.3.3.2 Caso senza ugello @ $T^0 = 347,1 \text{ K}$ & C_p costante

In questo caso si ha (Figura 6.20):

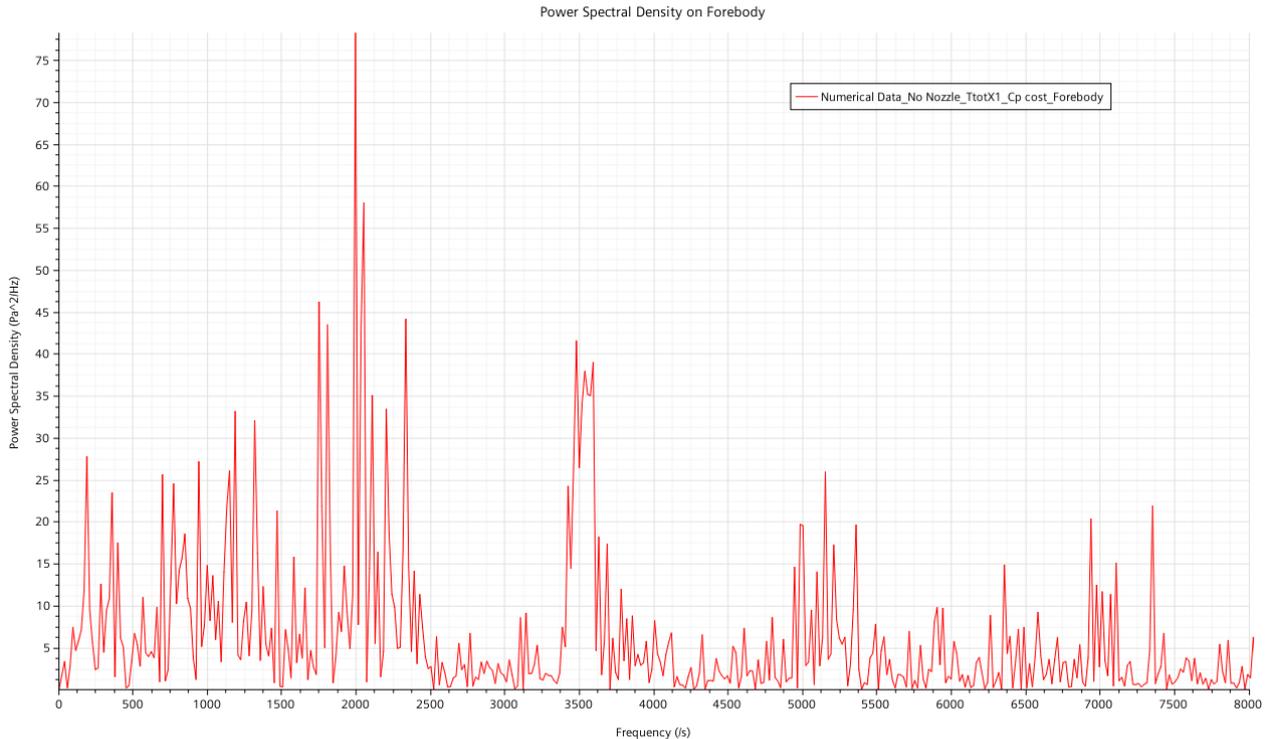


Figura 6.20: Analisi in frequenza del caso senza ugello a T^0 pari a 347,1 K con C_p costante

Ancora una volta si nota come il picco della funzione di densità spettrale si trovi nell'intorno della frequenza di 2 KHz, ad indicare che questa è la frequenza con la quale si sfilano i vortici anche per il caso senza ugello, mentre si osserva un arretramento per quanto riguarda la frequenza relativa alle armoniche superiori.

Come si nota, inoltre, il segnale in questo caso sembrerebbe contenere un rumore maggiore rispetto al caso con ugello; c'è però da considerare come le scale di riferimento siano tra loro differenti (950 Pa²/Hz del caso con ugello contro i 75 Pa²/Hz del caso senza), con quella relativa a quest'ultima casistica molto meno ampia rispetto a quella vista in precedenza; se infatti si fosse considerato lo stesso riferimento non sarebbe stato possibile individuare il picco sui 2000 Hz. A maggior conferma di tale fatto, la più grande delle armoniche secondarie (piazzata nel caso senza ugello a 3500 Hz circa) ha su per giù la stessa entità in termini di Pa²/Hz delle armoniche secondarie viste nel caso con ugello.

C'è da sottolineare anche il fatto che i risultati che si sono ottenuti sono stati generati imponendo una discretizzazione temporale al secondo ordine: è importante notare questo perché gli stessi calcoli con la stessa griglia ma con un solutore al primo ordine nel tempo (come si è impostato inizialmente) hanno condotto a dei risultati diversi.

6.3.3.3 Caso con ugello @ $T^0 = 694,2$ K & C_p costante

Dall'analisi in frequenza risulta che (Figura 6.21):

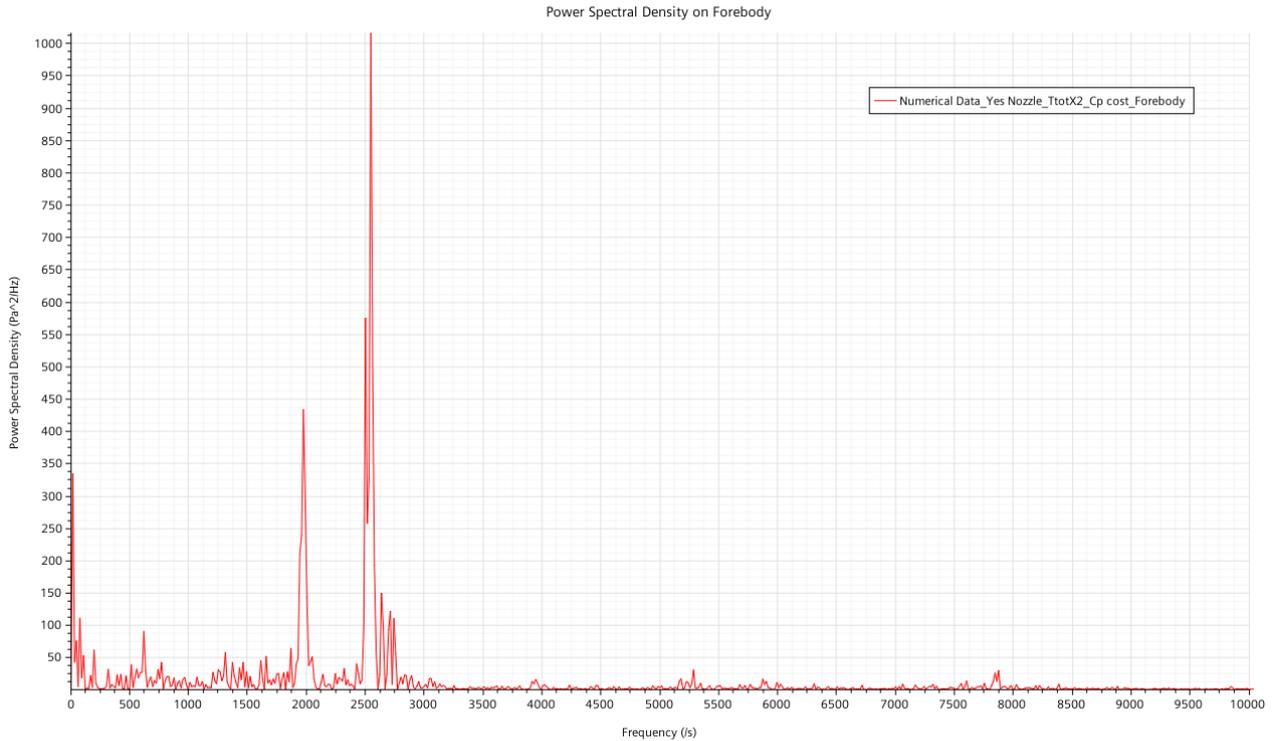


Figura 6.21: Analisi in frequenza del caso con ugello a T^0 pari a 649,2 K con C_p costante

Si può notare in questo caso come continui a persistere un picco in corrispondenza di 2 KHz; questa volta, però, non risulta essere il più elevato in quanto, come si nota, ne è presente un altro a cui si associa il valore massimo di funzione di densità spettrale: tutto questo sembrerebbe allora delineare una tendenza, per quanto riguarda la frequenza di emissione delle strutture vorticosi, a crescere con l'aumentare della temperatura totale e quindi del contenuto energetico complessivo del gas. Sono inoltre presenti, anche se in misura marginale, le armoniche di ordine superiore.

6.3.3.4 Caso con ugello @ $T^0 = 649,2$ K & C_p variabile

Valutando l'analisi in frequenza del problema si ha che (Figura 6.22):

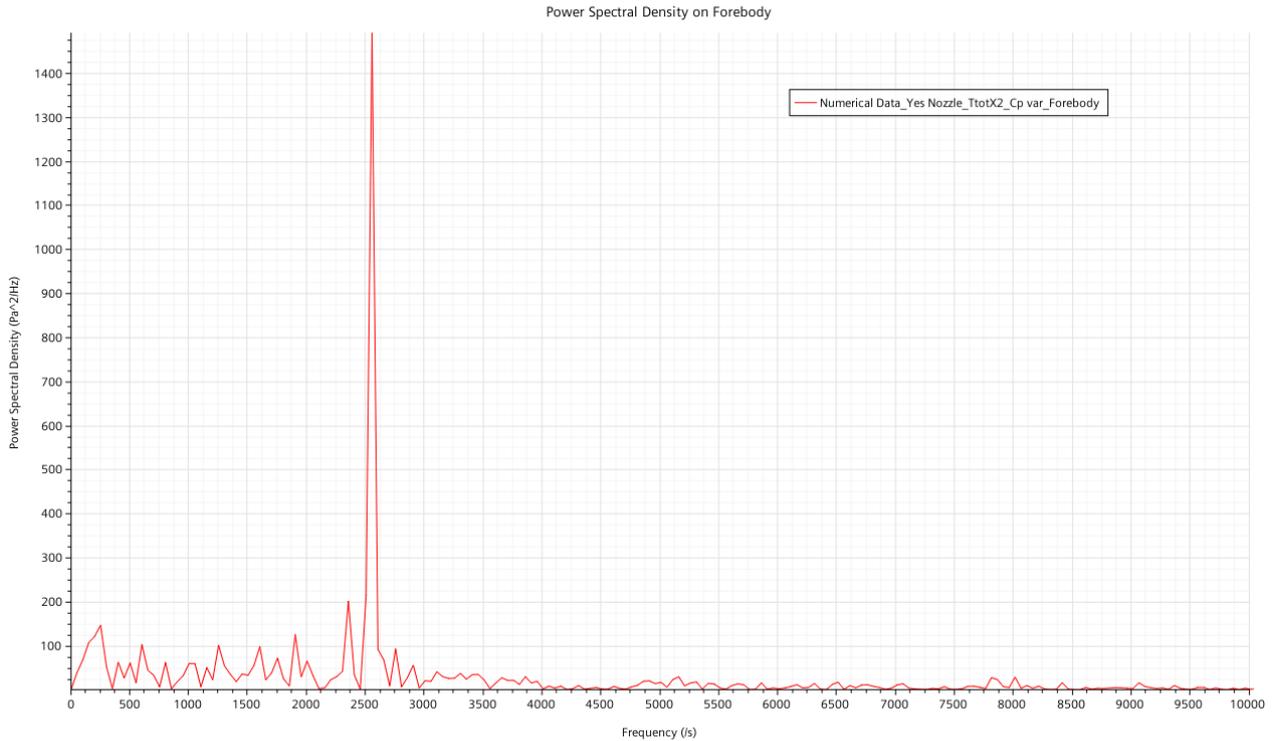


Figura 6.22: Analisi in frequenza del caso con ugello a T^0 pari a 649,2 K con C_p variabile

Dalla figura si nota come il picco questa volta risulti più o meno coincidere con quello ricavato per il caso a calore specifico costante (qui, infatti, il picco ha frequenza pari a 2553,7 Hz, mentre lì ha frequenza 2543,61 Hz); da questo si potrebbe allora desumere che l'influenza del calore specifico variabile con la temperatura non abbia degli effetti apprezzabili per quanto riguarda la frequenza di sfilamento dei vortici a partire dal punto triplo.

6.3.3.5 Caso con ugello @ $T^0 = 1041,3$ K & C_p variabile

Analizzando l'analisi in frequenza si ha che (Figura 6.23):

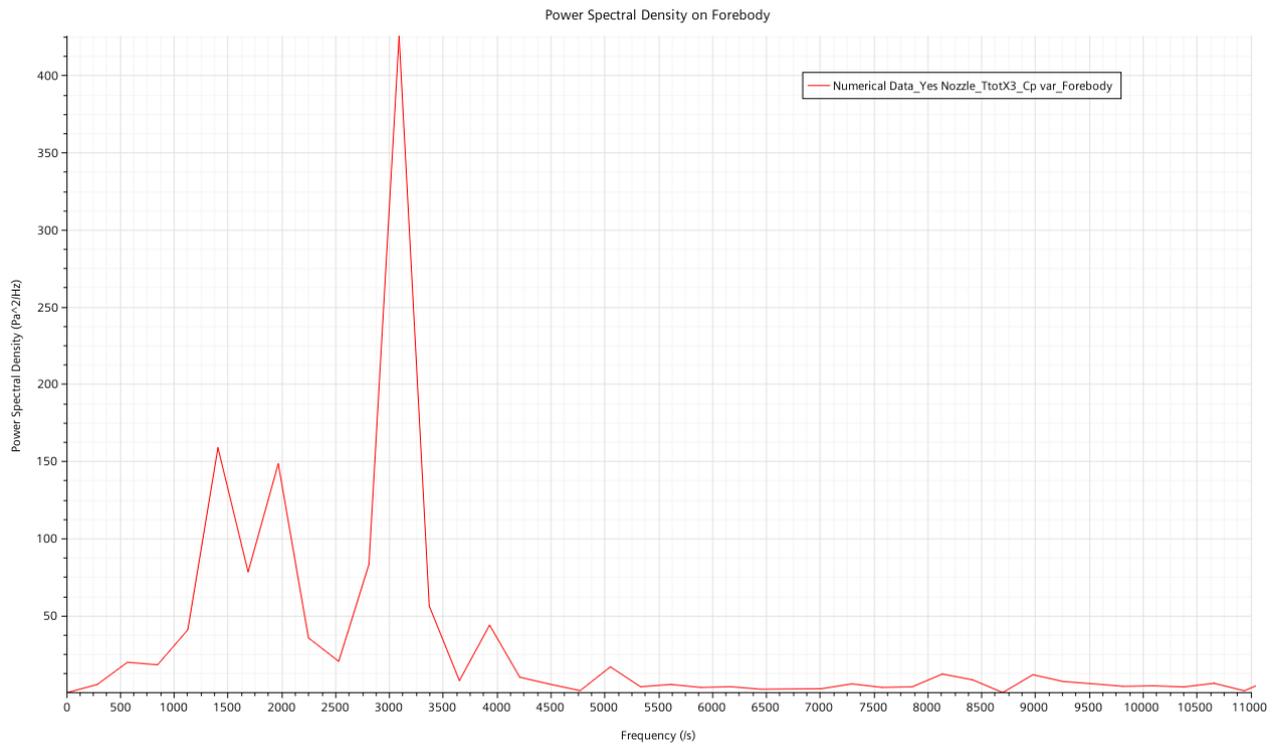


Figura 6.23: Analisi in frequenza con ugello a T^0 pari a 1041,3 K con C_p variabile

Come anche enunciato precedentemente, con l'aumentare della temperatura totale va aumentando anche la frequenza di emissione delle strutture vorticosse.

Capitolo 7

7 Conclusioni

Si è giunti al termine del presente lavoro e pertanto è doveroso compiere un breve riepilogo di quanto si è svolto e ricavato in questa sede.

Si è iniziato con l'introdurre il problema, dunque con il citare il sempre più crescente interesse verso tecnologie futuribili diverse da quelle finora adottate per lo sbarco su Marte; nello specifico, si è nominata la retropropulsione supersonica, che è stato poi l'oggetto centrale della presente discussione. Prima però di descriverla, si sono visti degli esempi di retropropulsione (nel caso di "SpaceX" con "Falcon 9" anche di retropropulsione supersonica) già esistenti ed utilizzati principalmente per uso terrestre ma anche per l'ultima fase (subsonica) dell'EDL marziano.

Successivamente, si sono enunciate le tecnologie usate in passato, ma che poi, per varie ragioni, sono state adattate anche per impieghi moderni, entrando in maggior dettaglio nella descrizione della capostipite, cioè quella relativa alle missioni "Vikings", e di quella relativa alla missione "Mars Science Laboratory", che ha costituito la sua massima espressione ed anche il culmine di impiego. Si è spiegato quindi il perché, effettivamente, la si debba abbandonare in favore di nuove tecnologie, quali, per l'appunto, la retropropulsione supersonica, della quale si sono esposti i vantaggi di impiego ma anche quelle che tutt'ora risultano essere delle problematiche da risolvere per un prossimo sfruttamento.

Passando oltre, si è richiamato il campo di moto tipico di tale configurazione, quindi le caratteristiche di un urto obliquo e le diverse casistiche di funzionamento dell'ugello convergente-divergente, soffermandosi in particolare su quella che è tipica della retropropulsione supersonica, dunque il caso fortemente sottoespanso e le sue caratteristiche peculiari (che poi effettivamente sono state riscontrate anche nel caso numerico). A questo punto si sono declinate anche le equazioni fondamentali che regolano il campo, dunque quelle di Navier-Stokes, enunciando in aggiunta le ipotesi costitutive, e si è dato un cenno al metodo di chiusura turbolento, oltre al passaggio dal continuo al discreto.

Giunti qui, si è entrati nella simulazione vera e propria: facendo riferimento al lavoro di *Berry&Rhode* [30], ed in particolare alla galleria del vento da essi utilizzata, oltre che al set up strumentale montato sul modello, si sono descritti a mano a mano tutti i passaggi che hanno portato alla creazione della simulazione.

L'ultima fase è stata quella del confronto: in particolare, inizialmente si sono paragonati i risultati ottenuti sperimentalmente con quelli ottenuti per via numerica, ricavando dei buoni riscontri al netto delle incertezze sulle misurazioni. In seguito si è svolto il nocciolo del presente lavoro, cioè la comparazione dei risultati, sia in termini di coefficiente di pressione che di frequenza di emissione delle strutture vorticose, tra il caso con ugello ed il caso senza ugello. I risultati sono stati incoraggianti, soprattutto per quanto riguarda la frequenza: ciò ha permesso di dire che è possibile dunque anche utilizzare questo secondo caso per eventuali studi su simulazioni più onerose da un punto di vista computazionale.

Successivamente si è voluto verificare il comportamento di un gas con contenuto energetico maggiore rispetto a quello base andando ad aumentare la temperatura totale senza che però questo comportasse effetti dissociativi di grandi entità: si è avuta la conferma di come la struttura del corpo sia più sollecitata a livello aerodinamico, così come maggiore è risultata essere la frequenza di emissione delle strutture vorticose; ovviamente le due cose si sono viste andare di pari passo con l'aumento della temperatura totale, per cui, come facilmente immaginabile, tanto più questa aumentava, tanto più grandi erano le sollecitazioni.

Infine, si è visto l'effetto di un calore specifico variabile secondo una legge polinomiale con la temperatura rispetto al caso costante (che si è utilizzato per le altre simulazioni): si è evidenziato come questo comportasse un effetto di aumento di temperatura statica che ha fatto sì che effettivamente i carichi aerodinamici aumentassero (a parità di temperatura totale) così come la frequenza di sfilamento delle strutture vorticose; tuttavia tali incrementi sono stati modesti ed inferiori rispetto a quelli ottenuti accrescendo la temperatura totale.

Volendo tirare le conclusioni di tale lavoro si può dunque dire che effettivamente i casi con ugello e senza ugello possono considerarsi, almeno a livello di sollecitazioni aerodinamiche e di frequenza di emissione delle strutture vorticose, simili, anche se non completamente interscambiabili, in quanto, per l'analisi dinamica (Time-Dependent), il caso senza ugello restituisce dei risultati che non sono così in accordo con quelli relativi al caso con ugello, pertanto, per ulteriori analisi in questo senso, sarebbe necessario considerare l'ugello; il caso numerico, poi, ha confermato, almeno a livello di carichi aerodinamici, quanto rilevato a livello sperimentale. Infine si è dato il là per ulteriori e più approfonditi studi circa un gas caldo reagente, trovando comunque dei risultati in parte prevedibili nei quali il contenuto energetico del gas, e dunque, in

ultima analisi, i carichi aerodinamici agenti sulla struttura, si sono dimostrati essere dipendenti dalla temperatura totale del gas con un contributo più limitato del calore specifico variabile in temperatura.

Bibliografia

- [1] R. D. Braun and R. M. Manning, «Mars Exploration Entry Descent and Landing Challenges» *Journal of Spacecraft and Rockets*.
- [2] A. M. Korzum et al., «Comparison of Inviscid and Viscous Aerodynamics Predictions of Supersonic Retropropulsion Flowfield» *Georgia Institute of Technology*.
- [3] J. S. Sreelekshmi et al., «Guidance with Supersonic Retropropulsion for Mars Pinpoint Landing» *International Conference on Computer Communication and Informatics*, 2019.
- [4] A. M. Korzum et al., «A Concept for the Entry, Descent and Landing of High-mass Payload at Mars» *Acta Astronautica*.
- [5] A. M. Korzum, R. D. Braun and J. R. Cruz, «Survey of Supersonic Retropropulsion Technology for Mars Entry, Descent and Landing» *Journal of Spacecraft and Rockets*.
- [6] D. G. Schauerhamer et al., «"Supersonic Retropropulsion CFD Validation with Ames Unitary Plan Wind Tunnel Test Data».
- [7] [Online]
https://www.lpi.usra.edu/sbag/goals/capability_inputs/2015_Tech_9_entry_descent_landing.pdf.
- [8] F. Zilker, «Aerothermal Analysis of Re-usable First Stage during Rocket Retro-propulsion» *Institut für Thermodynamik der Luft- und Raumfahrt (ITLR)*.
- [9] [Online]
<https://www.bbc.com/news/av/science-environment-15831296>.
- [10] N. S. Landing. [Online]
https://www.nasa.gov/mission_pages/station/structure/elements/soyuz/landing.html, 2017.
- [11] [Online]
<https://web.archive.org/web/20110629115908/http://science.ksc.nasa.gov/shuttle/technology/sts-newsref/sts-oms.html>.
- [12] [Online]
<https://forum.kerbalspaceprogram.com/index.php?/topic/129790-image-spacex-falcon-9-launch-profile/>.
- [13] R. Manning and M. Adler, «Landing on Mars» *Jet Propulsion Laboratory*.
- [14] F. B. Heather, «Initial SAM calibration gas experiments on Mars: Quadrupole mass spectrometer results and implications» *Planetary and Space Science*.
- [15] R. Haberle, «SOLAR SYSTEM/SUN, ATMOSPHERES, EVOLUTION OF ATMOSPHERES | Planetary Atmospheres: Mars» 2015.

- [16] [Online]
<https://attic.gsfc.nasa.gov/mola/images.html>.
- [17] J. Pohlen, B. Maytum, I. Ramsey and U. Blanchard, «The Evolution of the Viking Landing Gear» *JPL Technical Memorandum*, 1977.
- [18] T. Rivellini, «Challenges of Landing on Mars» *Frontiers in Engineering*, vol. 34, n. 4, 2004.
- [19] R. Prakash et al., «Mars Science Laboratory Entry, Descent and Landing System Overview,» *Study of Jet Propulsion Laboratory*.
- [20] G. Xinglong, Z. Qingbin and T. Qiangang, «Numerical modelling of Mars supersonic disk-gap-band parachute inflation» *ScienceDirect*.
- [21] M. Wright et al., «Status of Aerothermal Modeling for Current and Future Mars Exploration Mission» in *2006 IEEE Aerospace Conference*, Big Sky, 2006.
- [22] K. Edquist, «Afterbody Heating Predictions for a Mars Science Laboratory Entry Vehicle» in *AIAA Thermophysics Conference*, Toronto, 2006.
- [23] M. N. Brandt, «Supersonic Retro-Propulsion Computational Fluid Dynamics» *Embry-Riddle Aeronautical University - Dissertations and Theses*.
- [24] A. Di Marco, «Appunti di meccanica dei fluidi:Modulo di Fluidodinamica» *Uniroma3*.
- [25] D. D'Ambrosio, «Appunti di Fluidodinamica nel volo spaziale – Modulo “Aerotermodinamica del Rientro”» *Politecnico di Torino*.
- [26] A. Korzum, «Aerodynamic and Performance Characterization of Supersonic Retropropulsion for Application to Planetary Entry and Descent» *Institute of Technology*.
- [27] M. Abbett, «Mach Disk in Underexpanded Exhaust Plumes. Technical report» *AIAA Journal*, 1971.
- [28] R. Arina, *FONDAMENTI DI AERODINAMICA*, Torino: LEVROTTO & BELLA, 2015.
- [29] D. D'Ambrosio, «Appunti di Fluidodinamica Computazionale».
- [30] S. A. Berry and M. N. Rhode, «Supersonic Retropropulsion Test 1853 in NASA LaRC Unitary Plan Wind Tunnel Test Section 2» *Langley Research Center*.
- [31] B. Kleb et al., «Toward Supersonic Retropropulsion CFD Validation» *American Institute of Aeronautics and Astronautics*.
- [32] J. R. Codoni and S. A. Berry, «Analysis of Dynamic Data from Supersonic retropropulsion Experiments in NASA Langley's Unitary Plan Wind Tunnel» *American Institute of Aeronautics and Astronautics*.