

POLITECNICO DI TORINO

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA MECCANICA E AEROSPAZIALE

LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE



Tesi Magistrale

SVILUPPO PRELIMINARE DI UNA METODOLOGIA
PER ANALISI AEROACUSTICHE
MEDIANTE SOFTWARE CONVERGE™

CANDIDATO

Tagliavia Fabio

RELATORE

Prof. Ing. Renzo Arina

TUTOR AZIENDALE

Ing. Andrea Bianco

Anno accademico 2020-2021

Sommario

L'aeroacustica è una sottodisciplina dell'acustica che studia i meccanismi di generazione e propagazione del rumore in flussi comprimibili turbolenti. Negli ultimi anni si è visto un crescente interesse nello studio dell'aeroacustica, specialmente in campo aeronautico, con conseguente sviluppo di metodologie per predire il rumore aerodinamico. Il presente lavoro, condotto all'interno dell'azienda POWERTECH Engineering S.r.l., si concentra sullo sviluppo preliminare di una metodologia per analisi aeroacustiche 3D-CFD svolte con l'utilizzo del programma di simulazione CONVERGE™. I segnali acustici e aeroacustici sono caratterizzati da degli ordini di grandezza estremamente piccoli rispetto alle tipiche grandezze fluidodinamiche, di conseguenza le simulazioni aeroacustiche devono essere caratterizzate da un grado di precisione significativamente più elevato rispetto all'analisi del solo campo di moto fluido. Ciò si traduce nella necessità di utilizzare griglie di calcolo raffinate e impostazioni di calcolo avanzati, in grado di minimizzare le dissipazioni numeriche. Tuttavia, in ambito industriale è fortemente necessario ridurre al minimo i tempi di sviluppo prodotto e conseguentemente i tempi di calcolo. Conseguentemente deve essere trovato un compromesso nell'impostazione delle simulazioni che garantisca un sufficiente grado di precisione dei risultati e contemporaneamente un tempo di simulazione accettabile. In questo studio sono stati effettuati diversi test con lo scopo di investigare in via preliminare le proprietà e le funzionalità disponibili in CONVERGE per lo svolgimento di simulazioni aeroacustiche. Inizialmente è stata svolta una verifica base delle potenzialità del software riproducendo il caso di un monopolo acustico. Successivamente si è passati all'analisi di un getto 3D mediante soluzione numerica diretta del campo acustico (Direct Numerical Simulation - DNS). Il setup di calcolo desiderato prevede l'utilizzo di domini di estensione limitata, con condizioni al contorno che permettano di emulare la radiazione di campo aperto in spazi ridotti, tali da minimizzare i costi computazionali. L'indagine del getto 3D si è focalizzata sulla forma del dominio di calcolo e l'implementazione di funzionalità che evitino la riflessione di onde spurie nel dominio, come le Navier Stokes Characteristics Boundary Conditions oppure gli sponge layers. I risultati ottenuti sono promettenti ma il campo acustico presenta componenti di rumore o dissipazione numerica non desiderata. Possibili studi futuri prevedono un'investigazione sui fenomeni di dissipazione numerica causati dalla mesh e dai modelli numerici con lo scopo di migliorare la descrizione del fenomeno aeroacustico.

Indice

1	Introduzione	1
2	Acustica ed aeroacustica	3
2.1	Nozioni di Acustica	3
2.1.1	Caratteristiche del suono	4
2.1.2	Pressione, Potenza e intensità sonora	4
2.2	Aeroacustica	8
2.2.1	Fluidodinamica	9
2.2.2	Equazioni costitutive	11
2.2.3	Approssimazioni e forme alternative delle equazioni di base	12
2.2.4	Equazioni d'onda	13
2.2.5	Funzione di Green e formulazione integrale	14
2.2.6	Funzione di Green nel campo libero	16
2.2.7	Analogia Aeroacustica di Lighthill	17
2.2.8	Formulazione di Ffowcs Williams-Hawkings	19
2.2.9	Analisi Computazionale	21
3	CONVERGE	28
3.1	Introduzione a CONVERGE	28
3.2	Funzionalità per il calcolo aeroacustico	29
3.2.1	Fixed embedding	29
3.2.2	Inlaid meshing	30
3.2.3	Navier Stokes Characteristic Boundary Conditions	31
3.2.4	Sponge layer	34
3.2.5	Mesh frequency cut-off	35
3.2.6	Schemi numerici spaziali e temporali	36
3.2.7	Courant Freiderichs Lewy	41
4	Sviluppo della metodologia di calcolo	42
4.1	Verifica funzionalità di base: simulazione di un monopolo	42

4.1.1	Setup di Calcolo	43
4.1.2	Risultati	46
4.2	Simulazione di un getto 3D	54
4.2.1	Dati di letteratura	54
4.3	Jet 3D plenum sferico	57
4.3.1	Setup di calcolo	57
4.3.2	Risultati	60
4.4	Jet 3D plenum box rettangolare	68
4.4.1	Setup di calcolo	68
4.4.2	Risultati e confronto con dati di letteratura	71
4.4.3	Confronto con un differente schema numerico	85
5	Conclusioni	93

Nomenclatura

Simboli romani

c	Velocità del suono
e	Energia specifica
f	Frequenza
f_{cut}	Mesh Cutoff frequency
h	Entalpia specifica
I	Intensità acustica
\mathbf{I}	Matrice identità
tk_e	Energia cinetica turbolenta
L_T	Lunghezza scala turbolenta
M	Numero di Mach
p	Pressione
q	Flusso termico
t	Tempo
T	Temperatura
T_{ij}	Tensore dello stress di Lighthill
u	Velocità

Simboli greci

ε	Rapporto di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta
ρ	Densità
σ_{ij}	Tensore dello stress di taglio

τ	Tempo ritardato
τ_{ij}	Termine dissipativo viscoso
ω	Rapporto di dissipazione specifico dell'energia cinetica turbolenta

Pedici, apici e accenti

$(\cdot)_{ref}$	Condizione di riferimento
$(\cdot)_0$	Condizione ambiente
$(\cdot)'$	Componente fluttuante
$\overline{(\cdot)}$	Quantità mediata nel tempo

Abbreviazioni

3D	Tre dimensioni
CAA	Computational AeroAcoustics
CFD	Computational Fluid Dynamics
CFL	Courant–Friedrichs–Lewy
dB	Decibel
DDES	Delayed Detached Eddy Simulation
DES	Detached Eddy Simulation
DNS	Direct Numerical Simulation
FWH	Ffowcs Williams and Hawkings
FFT	Fast Fourier Transform
IDDES	Improved Delayed Detached Eddy Simulation
IL	Acoustic Intensity Level
LES	Large Eddy Simulation
PWL	Sound PoWer Level
PWT	POWERTECH S.r.l.
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes
RMS	Root-Mean-Square
SPL	Sound Pressure Level

Capitolo 1

Introduzione

L'Aeroacustica è la parte dell'acustica che studia la produzione e la propagazione sonora a partire dal moto dei fluidi, dalla loro turbolenza e dalle forze scambiate nell'interazione con eventuali superfici. Grazie al continuo sviluppo tecnologico e alle numerose tecniche di calcolo numerico impiegate per lo studio dei fenomeni fluidodinamici, il comportamento acustico dei fluidi viene analizzato sempre più nel dettaglio. Tipicamente il rumore generato dai flussi turbolenti si verifica ad elevata velocità, quando i termini inerziali delle equazioni di governo sovrastano i termini viscosi, il che avviene solitamente ad alti numeri di Reynolds. Tale meccanismo risulta però di difficile valutazione a causa della non linearità del fenomeno e dal fatto che i fenomeni acustici coinvolgono grandezze caratterizzate da variazioni molto piccole, di ordine infinitesimo se raffrontate ai fenomeni idrodinamici che caratterizzano il moto dei flussi turbolenti. L'AeroAcustica Computazionale (CAA), una branca specifica della Fluidodinamica Computazionale (CFD), è largamente utilizzata per predire il rumore aeroacustico. Un esempio di fenomeno aeroacustico è l'emissione sonora di un velivolo nelle fasi di decollo, che è per la maggior parte generata dalla scia del getto turbolento dietro i motori come illustrato in Fig. 1.1.

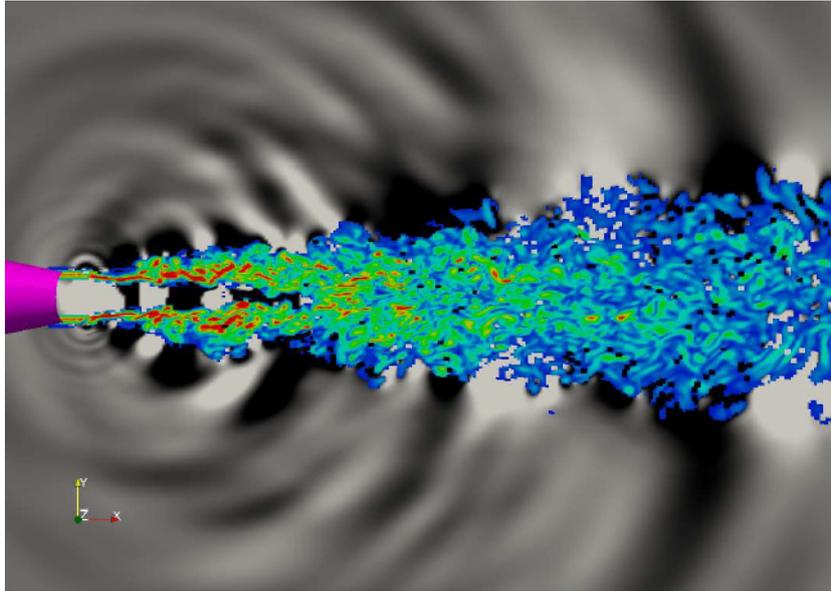


Figura 1.1: Rappresentazione CFD-3D di un getto attraverso la vorticità istantanea (colorato) sovrapposta all'andamento della pressione acustica (scala di grigi) [2].

Il presente lavoro di tesi, condotto alla POWERTECH Engineering S.r.l., si concentra nello sviluppo preliminare di una metodologia per analisi aeroacustiche mediante software CONVERGE™, un programma di simulazione CFD 3D. Nel dettaglio l'obiettivo della tesi è l'individuazione di un setup di calcolo aeroacustico preliminare, che garantisca un giusto compromesso in termini di tempo di simulazione e accuratezza dei risultati, allo scopo di poter essere applicato con successo in ambito industriale.

Nel primo capitolo sono introdotti i concetti base del suono e della generazione del rumore, mostrando nel dettaglio le leggi che governano la propagazione delle onde e la modellazione numerica turbolenta nell'ambito dell'aeroacustica computazionale. A seguire vi è un capitolo dedicato alle descrizioni delle caratteristiche distintive del software CONVERGE™, con particolare riferimento ai modelli utilizzabili per le simulazioni aeroacustiche. Successivamente sono descritte le simulazioni svolte durante l'attività di tesi, i setup di calcolo indagati e l'analisi dei risultati che sono stati ottenuti.

Capitolo 2

Acustica ed aeroacustica

Nel capitolo dedicato all'acustica ed aeroacustica vengono richiamate le nozioni e le equazioni utili a comprendere i fenomeni aeroacustici. Nella prima parte vengono descritti i concetti introduttivi nell'ambito dell'acustica e le sue proprietà. Successivamente vengono forniti i dettagli relativi alle equazioni che governano la fluidodinamica e come possano essere modellate per evidenziare i fenomeni aeroacustici. Infine vengono presentati le principali caratteristiche nell'analisi computazionale e le proprietà dei modelli utilizzati per la risoluzione numerica.

2.1 Nozioni di Acustica

Le onde sono delle perturbazioni di tipo oscillatorio o vibratorio che si propagano nello spazio implicando trasporto di energia e non di materia. Le onde di tipo elastico o meccanico sono quelle che si propagano in mezzi materiali solidi, liquidi o gassosi e tra queste rientrano le onde sonore. Si può osservare inoltre che, a parte un trascurabile assorbimento di energia da parte del mezzo in cui si propagano le onde, il moto vibratorio si mantiene finché queste non incontrano un ostacolo che ne impedisce la progressione o ne perturba il moto e ne muta la velocità. A seguito del contatto con un ostacolo, l'ulteriore propagazione dell'onda può avvenire per riflessione, rifrazione e diffrazione.

La propagazione delle onde può essere descritta mediante i parametri di ampiezza, lunghezza d'onda e frequenza. L'ampiezza rappresenta lo spostamento massimo di un punto dalla posizione di equilibrio; la lunghezza d'onda λ rappresenta la distanza percorsa dall'onda in un periodo o la minima distanza tra due punti in cui lo spostamento dalla configurazione di equilibrio assume lo stesso valore; la frequenza (f) indica il numero di vibrazioni complete che avvengono in 1 secondo e si misura in Hertz (Hz).

2.1.1 Caratteristiche del suono

Il suono propaga mediante onde longitudinali la cui forma è rappresentata nella Fig. 2.1.

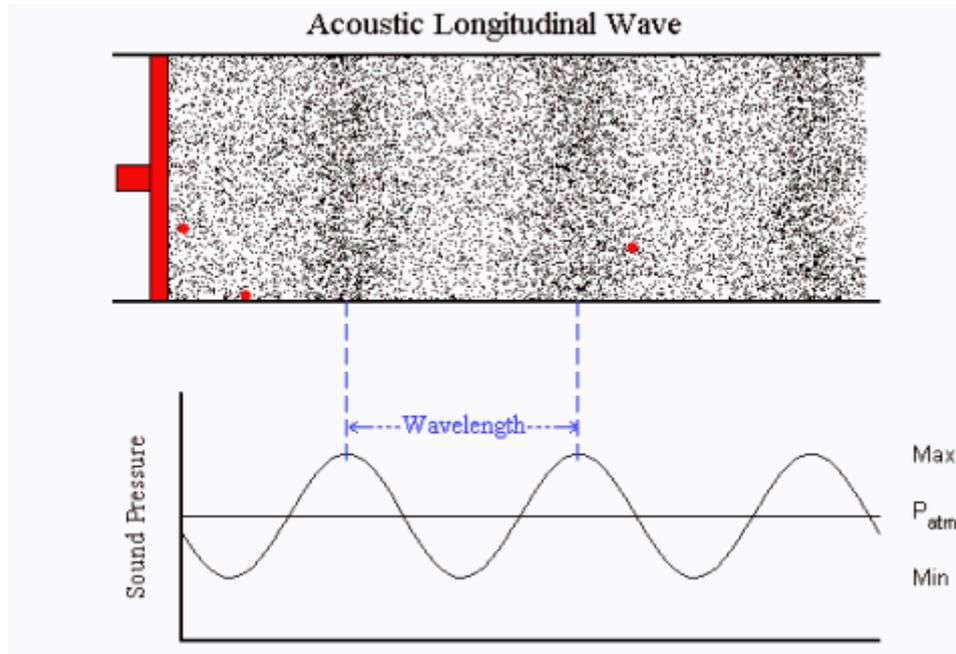


Figura 2.1: Onda longitudinale.

La velocità di propagazione caratteristica dipende sia dal mezzo che dalle condizioni termodinamiche. Per i gas è normalmente possibile legare tra loro le condizioni termodinamiche attraverso la legge dei gas ideali:

$$p = \rho RT, \quad (2.1)$$

dove R è la costante specifica del gas definita dal rapporto $R = \frac{k_b}{m_w}$ con k_b è la costante di Boltzmann e m_w è la massa molecolare.

2.1.2 Pressione, Potenza e intensità sonore

Alla propagazione sonora si associa un trasporto di energia definita da diversi parametri, tra i quali:

- *Pressione sonora* p' , misurata in Pascal, $Pa = N/m^2$;
- *Potenza sonora* P_w , energia nell'unità di tempo, Watt, W ;
- *Intensità sonora* I , potenza per unità di superficie, W/m^2 ;

Si definisce pressione sonora p' la variazione di pressione rispetto alla pressione media nel mezzo. E' possibile definire un indice sintetico p'_{rms} , che rappresenta il valore di pressione costante che darebbe lo stesso effetto della $p'^2(t)$ oscillante in termini di intensità acustica. Nel caso di un segnale periodico con periodo T :

$$p'^2 = p'_{rms}{}^2 = \frac{1}{T} \int_{t_0-T/2}^{t_0+T/2} p'^2(t) dt. \quad (2.2)$$

Nel caso in cui $p'(t)$ non è periodica è possibile definire la media su un tempo $T \rightarrow \infty$. Le variazioni di pressione sonora coinvolgono diversi ordini di grandezza ed è quindi opportuno esprimere in scala logaritmica, definendo il livello di potenza sonora (Sound Pressure Level SPL), misurato in dB:

$$SPL \equiv 10 \log_{10} \left(\frac{p'_{rms}{}^2}{p'_{ref}{}^2} \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{p'_{rms}}{p'_{ref}} \right). \quad (2.3)$$

La pressione di riferimento tipicamente utilizzata è pari al livello sonoro della soglia di udibilità, corrispondente alle fluttuazioni di pressione associate all'agitazione molecolare ($p_{ref} = 2 \cdot 10^{-5} Pa$ nell'aria, $p_{ref} = 1 \cdot 10^{-6} Pa$ nell'acqua). Ipotizzando di utilizzare come fluido di riferimento l'aria si può osservare come la soglia dell'udito a 1kHz è tipicamente intorno a $SPL = 0$ dB mentre la soglia del dolore si aggira intorno a $SPL = 140$ dB, come è visibile anche nella Fig. 2.2. Tali considerazioni si possono collegare al fatto che le fluttuazioni di pressioni acustica sono di ordini di grandezza estremamente piccoli [15]. Per il caso del limite del dolore per esempio $\frac{p'}{p_0} = O(10^{-3})$, ciò giustifica le linearizzazioni applicate alle leggi fluidodinamiche in ambito di simulazioni inerenti i fenomeni acustici.

Si definisce intensità acustica la potenza, P , trasportata dalle onde sonore per unità di superficie, S , nella direzione perpendicolare alla superficie stessa:

$$\vec{I}(x, t) = p(x, t) \cdot \vec{u}(x, t). \quad (2.4)$$

Definito il valore di riferimento p_{ref} è possibile definire il valore corrispondente dell'intensità acustica I_{ref} nel caso di onda piana:

$$I_{ref} = \frac{p'_{ref}{}^2}{\rho_0 c_0} = \frac{4 \cdot 10^{-10}}{400} = 10^{-12} \frac{W}{m^2}. \quad (2.5)$$

Dove l'impedenza caratteristica del mezzo di propagazione $\rho_0 c_0 = 424.23 \frac{kg}{m^2 s}$ è valida per l'aria alle condizioni atmosferiche.

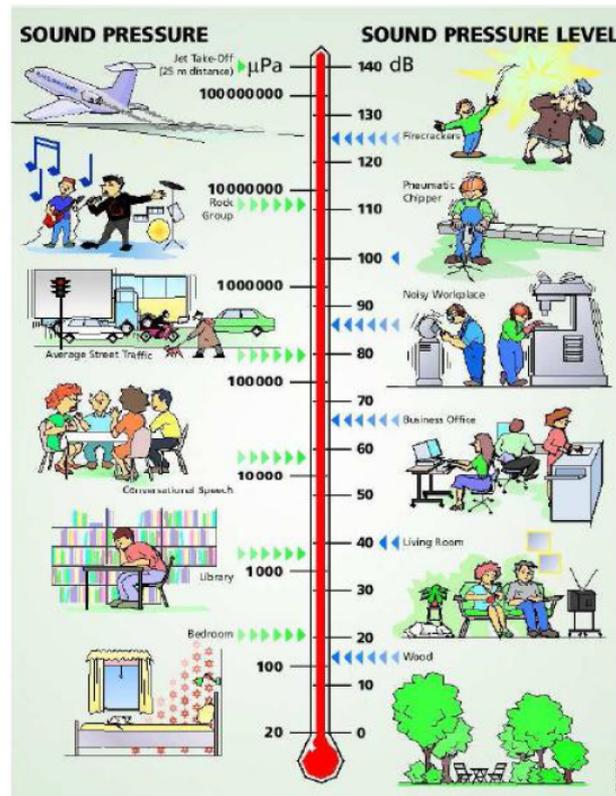


Figura 2.2: Esempio di livelli di rumorosità espresso in dB.

La potenza acustica su una superficie si definisce come il prodotto della pressione sonora e la velocità, in un dato punto sulla superficie nella direzione normale ad essa, integrata sulla superficie:

$$P = \int_S \vec{I}(x, t) \cdot \vec{n} dS. \quad (2.6)$$

Nello stesso modo si definisce la potenza di riferimento $P_{ref} = 10^{-12}$ W. I livelli di potenza acustica e intensità acustica in dB sono ottenuti come:

$$PWL = 10 \log_{10} \left(\frac{P_w}{P_{ref}} \right) = 10 \log_{10}(P_w) + 120 \text{ dB}. \quad (2.7)$$

$$IL = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_{ref}} \right) = 10 \log_{10}(I) + 120 \text{ dB}. \quad (2.8)$$

La valutazione soggettiva del suono da parte dell'uomo è influenzata dall'ampia gamma di pressioni e frequenze entro la quale l'orecchio percepisce segnali utili. L'area di sensibilità acustica, ossia l'insieme di valori all'interno del quale l'orecchio può funzionare, è determinata a bassi livelli di pressione sonora dalla soglia di udibilità e ad alti livelli dalla soglia di dolore. La risposta uditiva umana non è costante né in relazione alle frequenze né ai livelli di intensità che la pressione sonora possiede, per cui si introducono le curve di ponderazione necessarie per simulare il

comportamento dell'orecchio umano a livelli bassi, medi e alti. Per ottenere con adeguata approssimazione l'effettiva sensazione umana è indispensabile compensare i livelli sonori ottenuti alle diverse frequenze. Applicare una curva di ponderazione equivale ad applicare un filtro al segnale in ingresso, con caratteristiche che derivano dall'analisi delle curve isofoniche, ovvero curve al variare della frequenza che rappresentano i livelli di pressione acustica in grado di produrre la stessa sensazione sonora all'ascoltatore [3]. Ciascuna curva è caratterizzata da un valore di livello di sensazione sonora espressa in *phon*, numericamente uguale al valore di pressione acustica, espressa in dB, del suono a $1kHz$ che ha prodotto lo stesso livello di sensazione, come è visibile nella Fig. 2.3 [4].

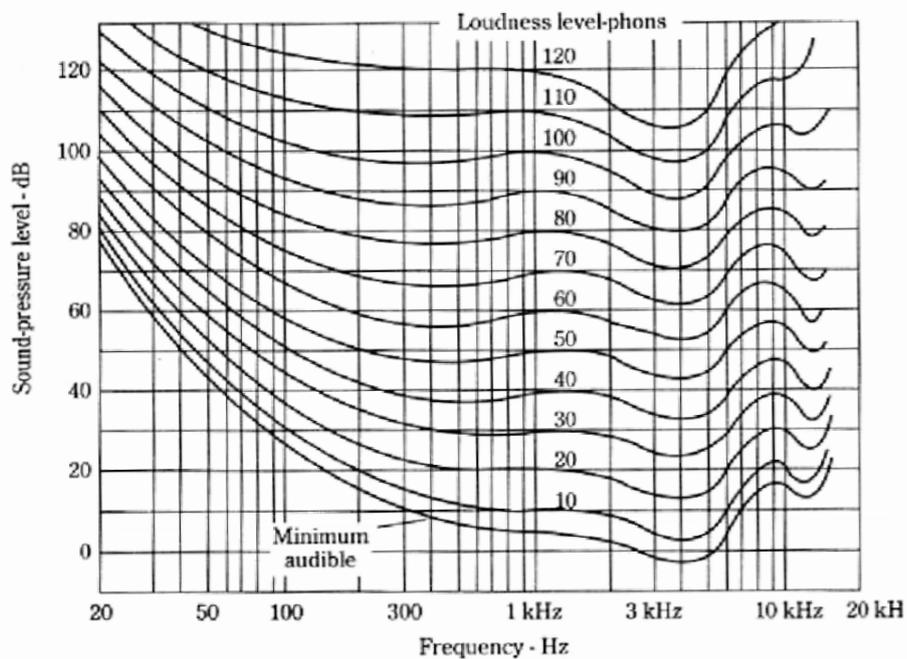


Figura 2.3: Curve isofoniche di Fletcher-Munson.

Le curve di ponderazione possono essere di diversa natura, come è visibile nella Fig. 2.4, ognuna delle quali possiede un proprio range di frequenze applicativo ideale. Un esempio è la curva A, la più utilizzata in quanto tende ad attenuare drasticamente le frequenze inferiori a $1kHz$ enfatizzando quelle comprese tra $1kHz$ e $5kHz$. Là dove l'intensità sonora invece raggiunge valori molto elevati, come nel caso del rumore generato dal motore degli aerei, la curva di ponderazione di tipo D è la più raccomandata.

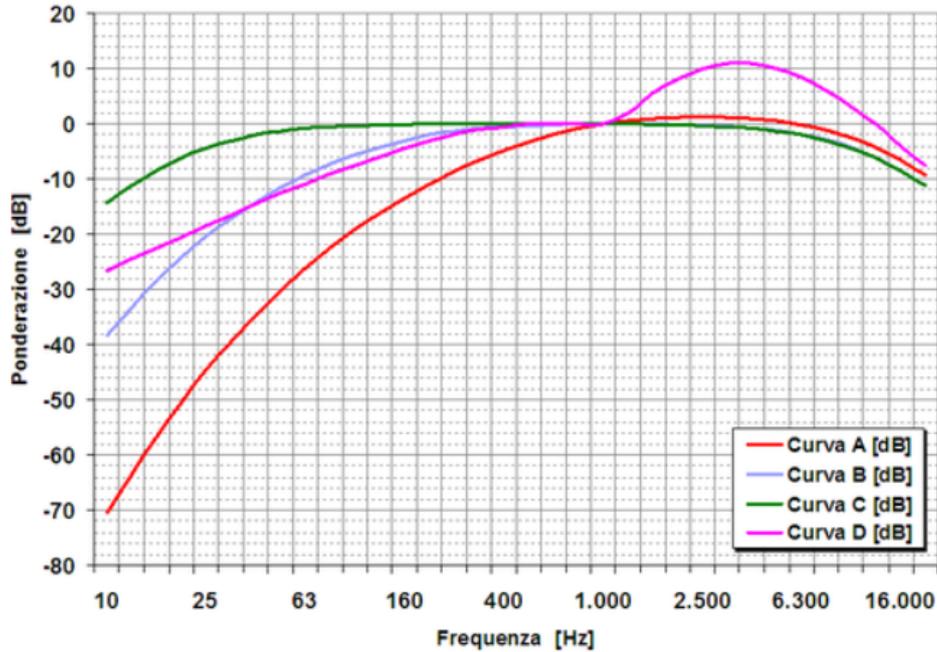


Figura 2.4: Curve di ponderazione.

La funzione pesata, indicata tramite il parametro $W(f)$, modifica la pressione acustica tramite la seguente formulazione generale:

$$(p'_{rms})_W = W(f) \cdot p'_{rms}. \quad (2.9)$$

Il livello dell' SPL ponderato che prende in considerazione tali fattori si determina attraverso:

$$(SPL)_W = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{(p'_{rms})_W^2}{p_{ref}^2} \right) = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{W(f) \cdot (p'_{rms})^2}{p_{ref}^2} \right) = SPL + \Delta L_w(f). \quad (2.10)$$

2.2 Aeroacustica

A causa della non linearità delle equazioni costitutive è molto difficile prevedere la produzione del suono nei flussi di fluido. La generazione sonora avviene tipicamente per flussi ad alta velocità, per i quali il termine inerziale non lineare è molto più grande del termine viscoso (numeri di Reynolds alti), di conseguenza il termine acustico e aeroacustico rappresentano solo una piccola parte energetica del flusso. Il fatto che il campo sonoro sia in un certo senso una piccola perturbazione del flusso può, tuttavia, essere utilizzato per ottenere soluzioni approssimate in modo semplificato. La letteratura alla base dell'aeroacustica fornisce tali approssimazioni

e allo stesso tempo definisce la metodologia per il calcolo dell'acustica. L'idea che la differenza tra il flusso effettivo e il flusso di riferimento è identificata come una fonte di suono è stata formalizzata da Lighthill [13, 14]. Una seconda idea chiave di Lighthill è stata l'uso di equazioni integrali come soluzione formale, tramite le quali il campo sonoro è ottenuto come una convoluzione della funzione del Green e della fonte del rumore. La funzione di Green è la risposta lineare del flusso di riferimento, utilizzata per definire il campo acustico, a una sorgente puntiforme impulsiva [13].

Diversi solutori commerciali hanno implementato algoritmi dedicati ad analisi ae-roacustiche per le applicazioni più differenti, sfruttando parallelamente l'incremento costante delle potenze di calcolo a disposizione.

2.2.1 Fluidodinamica

Equazioni di massa, quantità di moto e energia

Il considerare un fluido come mezzo continuo implica che grandezze fisiche come la velocità v e la densità ρ siano funzioni delle coordinate spazio-temporali (x, t) . Si considerano le equazioni fondamentali di massa, quantità di moto ed energia applicate ad una piccola particella di fluido di volume V : definito elemento materiale, dato ρ la densità del fluido, la massa è quindi semplicemente $\rho \cdot V$. L'equazione della conservazione della massa espressa in un sistema lagrangiano sarà:

$$d(\rho \cdot V) = \rho \cdot dV + Vd\rho = 0. \quad (2.11)$$

Ponendoci in un sistema di riferimento che si muove con la stessa velocità del fluido l'equazione si può riscrivere come:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot \vec{v} = 0. \quad (2.12)$$

Dove la derivata Lagrangiana è legata alla derivata euleriana tramite la seguente equazione:

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \rho. \quad (2.13)$$

Per un sistema di coordinate cartesiane $x = (x_1, x_2, x_3)$ possiamo scrivere l'equazione in forme indice:

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + v_i \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x_i}, \quad \text{dove} \quad v_i \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x_i} = v_1 \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x_1} + v_2 \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x_2} + v_3 \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x_3}. \quad (2.14)$$

Sostituendo la 2.14 nella 2.13 la legge della conservazione della massa diventa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0. \quad (2.15)$$

La 2.15 è definita come la forma conservativa dell'equazione della conservazione della massa. Per convenienza si può introdurre il termine sorgente Q_m in questa equazione:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_i}{\partial x_i} = Q_m. \quad (2.16)$$

In un'approssimazione non relativistica tale termine sorgente di massa è zero e viene solo introdotto per rappresentare l'influenza sul flusso di fenomeni complessi, quali ad esempio la combustione. Per i casi presi in considerazione tale termine non viene mai inserito all'interno dei calcoli [1].

Si introduce l'equazione della conservazione della quantità di moto applicando la seconda legge di Newton ad una particella fluida, in accordo con l'approssimazione non relativistica:

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\nabla \cdot \vec{P} + \vec{f}. \quad (2.17)$$

Dove \vec{f} è la densità del campo di forza che agisce sulla massa del fluido, mentre $-\nabla \vec{P}$ è la forza netta agente sulla superficie dell'elemento volume infinitesimale, questa forza è espressa in termini di tensore degli stress \vec{P} . Usando la legge di conservazione della massa 2.15 senza termine sorgente ($Q_m = 0$) otteniamo l'equazione della quantità di moto in forma conservativa:

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{P} + \rho v v) = f \quad \text{oppure} \quad \frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_i v_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial P_{ij}}{\partial x_j} + f_i. \quad (2.18)$$

La parte isotropica $p\delta_{ij}$ del tensore corrisponde all'effetto della pressione idrodinamica $p = \frac{P_{ii}}{3}$:

$$P_{ij} = p\delta_{ij} - \sigma_{ij}, \quad (2.19)$$

dove $\delta_{ij} = 0$ per $i \neq j$ e $\delta_{ij} = 1$ per $i = j$. La deviazione σ_{ij} dal comportamento idrostatico corrisponde in un fluido semplice all'effetto della viscosità. Si definisce un fluido semplice quel fluido per cui σ_{ij} è simmetrico.

L'equazione dell'energia applicata ad un elemento materiale è:

$$\rho \frac{D(e + \frac{1}{2}v^2)}{Dt} = -\nabla \cdot \vec{q} - \nabla \cdot (\vec{P} \cdot \vec{v}), + \vec{f} \cdot \vec{v} + Q_w, \quad (2.20)$$

dove e è l'energia interna per unità di massa. $v = ||\vec{v}||$, q è il flusso termico e Q_w è la produzione di calore per unità di volume. Nella forma conservativa questa equazione diventa:

$$\frac{\partial \rho(e + \frac{1}{2}v^2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho v_i \left(e + \frac{1}{2}v^2 \right) = -\frac{\partial q_i}{\partial x_i} - \frac{\partial P_{ij} v_j}{\partial x_i} + f_i v_i + Q_w. \quad (2.21)$$

Le leggi della conservazione della massa, quantità di moto ed energia nella forma differenziale sono valide soltanto quando le derivate delle variabili del flusso sono definite. Quando queste leggi sono applicate all'unità di volume V si ottiene la formulazione integrale per le quali le equazioni restano valide in presenza di discontinuità come onde d'urto, per tale ragione sono ampiamente utilizzate pur avendo un costo computazionale superiore [13].

2.2.2 Equazioni costitutive

Le equazioni di massa, quantità di moto ed energia coinvolgono molte più incognite delle equazioni. Le informazioni aggiuntive necessarie per rendere il sistema di equazioni risolvibile sono fornite da informazioni empiriche sotto forma di equazioni costitutive. Un'ottima approssimazione si ottiene assumendo che il fluido debba essere localmente in equilibrio termodinamico e ciò implica per un fluido omogeneo che due variabili di stato intrinseche determinano completamente lo stato del fluido. Per l'acustica è conveniente scegliere la densità ρ e l'entropia specifica s come variabili [13]. Tutte le altre variabili di stato intrinseche sono funzione di ρ e di s e da ciò si può definire l'energia interna e completamente tramite una relazione come la 2.22:

$$e = e(\rho, s), \quad (2.22)$$

la quale viene definita equazione termica di stato ed è determinata empiricamente. La 2.22 può essere scritta in forma differenziale come:

$$de = \left(\frac{\partial e}{\partial \rho} \right)_s d\rho + \left(\frac{\partial e}{\partial s} \right)_\rho ds. \quad (2.23)$$

Confrontandolo con l'equazione fondamentale della termodinamica:

$$de = Tds - pd\rho^{-1}, \quad (2.24)$$

e fornendo l'equazione termodinamica per la temperatura e pressione:

$$T = \left(\frac{\partial e}{\partial s} \right)_\rho \quad p = \rho^2 \left(\frac{\partial e}{\partial s} \right)_s, \quad (2.25)$$

dato che p è anche funzione della ρ e s si ha:

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s d\rho + \left(\frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho ds. \quad (2.26)$$

Dato che il suono è considerato una perturbazione pressione-densità isoentropica ($ds = 0$), la velocità del suono $c = c(\rho, s)$ è quindi definita come:

$$c = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s}. \quad (2.27)$$

In molte applicazioni il fluido considerato è aria alle condizioni ambiente, sotto tali condizioni possiamo assumere la legge dei gas ideali valida:

$$p = \rho RT. \quad (2.28)$$

Per definizione di tali gas l'energia interna è funzione soltanto della temperatura $e = e(T)$ e si ha:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\gamma RT}, \quad (2.29)$$

dove $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ è il rapporto di Poisson dato dal rapporto del calore specifico a pressione costante e a volume costante [13].

2.2.3 Approssimazioni e forme alternative delle equazioni di base

Quando non è presente alcuna fonte di entropia, la generazione del suono è dominata dalle fluttuazioni del tensore di Reynolds $\rho v_i v_j$. La generazione del suono corrisponde quindi spesso alle condizioni per le quali il termine $\frac{\partial \rho v_i v_j}{\partial x_j}$ nell'equazione della quantità di moto 2.18 è grande rispetto a $|\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial h_j}|$. Supponendo che entrambi i gradienti abbiano ordine di grandezza pari ad una scala di lunghezza caratteristica del fenomeno in studio, D , e che la velocità sia dell'ordine di una scala caratteristica U_0 si ricava che $Re = \frac{U_0 D}{\nu} \gg 1$, dove Re è il numero di Reynolds.

In tal caso si può anche dimostrare che la dissipazione di energia è limitata a sottili strati limite in prossimità di pareti ed ostacoli intorno ai quali si muove il flusso in oggetto per le quali le scale temporali, dell'ordine di $\frac{U_0}{D}$, permettono di assumere il flusso isoentropico.

In realtà, un flusso turbolento è essenzialmente dissipativo e sulle scale temporali rilevanti per la produzione del suono la dissipazione è trascurabile al di fuori degli strati limite viscosi alle pareti. Inoltre spesso si presume che il trasferimento di calore sia limitato a sottili strati limite in corrispondenza della parete e che la maggior parte del flusso sia essenzialmente isotermico. Vedremo più avanti che quando l'entropia del flusso non è uniforme, la convezione di queste disomogeneità è un'importante fonte di suono. Un aspetto rilevante per affrontare lo studio del suono è la suddivisione del termine della velocità in due elementi, il potenziale scalare ϕ e un vettore di flusso ψ :

$$v = \nabla \phi + \nabla \times \psi. \quad (2.30)$$

I quali sono legati al termine della vorticità ω attraverso:

$$\omega = \nabla_{\mathbf{x}} v = \nabla_{\mathbf{x}}(\nabla_{\mathbf{x}}\psi). \quad (2.31)$$

Per un flusso potenziale omoentropico ($\nabla s = 0$, $v = \nabla\phi$) senza forze esterne ($f = 0$) l'equazione di Eulero, ricavata imponendo la condizione di flusso senza attrito all'equazione della quantità di moto, è pari a:

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + f, \quad (2.32)$$

può essere modificata per ottenere l'equazione di Bernoulli:

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} + B = g(t), \quad (2.33)$$

dove la funzione $g(t)$ può essere assorbita nella definizione del potenziale ϕ senza perdere alcuna generalità e B va ad identificare l'entalpia totale $B = i + \frac{1}{2}v^2$ [13]. Per un flusso quasi incomprimibile, come nelle onde acustiche, si può approssimare l'entalpia come:

$$i = \int \frac{dp}{\rho} \cong \frac{p}{\rho_0}. \quad (2.34)$$

Sotto queste condizioni e considerando il fatto che la propagazione delle onde acustiche in un mezzo uniforme porta ad avere termini di v molto piccoli l'equazione di Bernoulli linearizzata si riduce a:

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{p}{\rho_0} = 0. \quad (2.35)$$

2.2.4 Equazioni d'onda

Si possono definire le varie proprietà delle onde acustiche in flusso facendo riferimento alle variabili nello stato di riferimento p_0, ρ_0, s_0, v_0 tramite le seguenti espressioni:

$$p' = p - p_0, \quad \rho' = \rho - \rho_0, \quad s' = s - s_0, \quad v' = v - v_0, \quad (2.36)$$

dove per un fluido fermo $v_0 = 0$. Assumendo che f, Q_w e le perturbazioni siano abbastanza piccole per linearizzare le equazioni possiamo trascurare il flusso termico e gli effetti viscosi. Le equazioni del moto (2.15, 2.18) si riducono a:

$$\frac{\partial\rho'}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot v' = 0, \quad \rho_0 \frac{\partial v'}{\partial t} + \nabla p' = f, \quad (2.37)$$

e l'equazione costitutiva diventa:

$$p' = c_0^2 \rho' + \left(\frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho s'. \quad (2.38)$$

Sottraendo la divergenza dell'equazione della quantità di moto linearizzata dalla derivata del tempo dell'equazione della conservazione della massa si ricava:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} = -\nabla^2 p' = -\nabla \cdot f. \quad (2.39)$$

Combinando l'equazione dell'entropia con l'equazione costitutiva del campo e considerando che non vi sono termini sorgenti l'equazione finale per l'onda si riduce a:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = q = 0. \quad (2.40)$$

In assenza di un termine sorgente, $q = 0$, il campo sonoro è dovuto alle perturbazioni iniziali o dalle condizioni al contorno.

2.2.5 Funzione di Green e formulazione integrale

Usando il teorema di Green possiamo ottenere un'equazione integrale che include gli effetti di sorgenti, le condizioni al contorno e le condizioni iniziali sul campo acustico. La funzione di Green $G(x, t|y, \tau)$ è definita come la risposta del flusso a una sorgente puntiforme impulsiva rappresentata dalla funzione δ variabile nello spazio e tempo:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 G}{\partial t^2} - \nabla^2 G = \delta(x - y)\delta(t - \tau), \quad (2.41)$$

dove $\delta(x - y) = \delta(x_1 - y_1)\delta(x_2 - y_2)\delta(x_3 - y_3)$. La funzione $\delta(t)$ non è una funzione comune con un significato puntuale, ma una funzione generalizzata formalmente definita dalla sua proprietà di filtro:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(t)\delta(t) dt = F(0), \quad (2.42)$$

per qualsiasi funzione $F(t)$.

La definizione della funzione di Green G è completata specificando le condizioni al contorno in una superficie S con normale esterna n che racchiude sia la sorgente posta in posizione y sia l'osservatore posto alla posizione x . Una condizione al contorno generalmente indicata è la relazione lineare tra il valore della funzione di Green G della superficie S e il gradiente $n \cdot \nabla G$ allo stesso punto. Se questa relazione è una proprietà della superficie e indipendente da G , si definisce superficie reagente localmente. Una tale condizione al contorno è solitamente espressa nel dominio di Fourier in termini di un'impedenza $Z(\omega)$ della superficie S , ovvero il rapporto tra pressione e componente di velocità normale, come segue:

$$\frac{i}{\omega\rho_0}Z(\omega) = \frac{\hat{G}}{n \cdot \nabla_x \hat{G}}, \quad (2.43)$$

Dove \hat{G} è la trasformata di Fourier dell'equazione di Green definita da:

$$\hat{G}(x,\omega|y,\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G(x,t|y,\tau) e^{-i\omega t} dt, \quad (2.44)$$

e il suo inverso:

$$G(x,t|y,\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{G}(x,\omega|y,\tau) e^{i\omega t} d\omega. \quad (2.45)$$

Un problema quando si utilizza l'analisi di Fourier è la causalità della soluzione, per questo è necessario imporre restrizioni alla dipendenza di Z e $1/Z$ dalla frequenza w .

La causalità implica che non c'è risposta prima che l'impulso $\delta(x-y)\delta(t-\tau)$ sia stato rilasciato, quindi:

$$G(x,t|y,\tau) = 0 \quad \text{per} \quad t < \tau. \quad (2.46)$$

Considerando una funzione di Green che non necessariamente soddisfa le attuali condizioni al contorno di una sorgente prevalente q sulla superficie S e che non necessariamente svanisca prima di un tempo t_0 l'equazione generale d'onda diventa:

$$\begin{aligned} p'(x,t) = & \int_{t_0}^t \int_V q(y,\tau) G(x,t|y,\tau) dV_y d\tau \\ & + \int_{t_0}^t \int_S \left(G(x,t|y,\tau) \nabla_y p' - p'(y,t) \nabla_y G \right) \cdot n dS_y d\tau \\ & + \frac{1}{c_0^2} \int_V \left[G(x,t|y,\tau) \frac{\partial p'}{\partial \tau} - p'(y,\tau) \frac{\partial G}{\partial \tau} \right]_{\tau=t_0} dV_y, \end{aligned} \quad (2.47)$$

dove $dV_y = dy_1 dy_2 dy_3$. Il primo integrale è la convoluzione della sorgente q con la risposta all'impulso G , la funzione di Green. Il secondo integrale rappresenta l'effetto delle differenze tra le effettive condizioni fisiche al contorno sulla superficie S e le condizioni applicate alla funzione del Green. Quando la funzione di Green soddisfa le stesse condizioni al contorno lineari che reagiscono localmente come l'attuale campo, questo integrale di superficie svanisce. In tal caso diciamo che la funzione è "su misura". L'ultimo integrale rappresenta il contributo delle condizioni iniziali all'istante t_0 nel campo acustico. Se $q = 0$ e $p' = 0$ per dato lasso di tempo iniziale, possiamo impostare $t_0 = -\infty$ e tralasciare questo termine.

Si nota che nella derivazione dell'equazione integrale 2.47 abbiamo utilizzato la relazione di reciprocità per la funzione di Green:

$$G(x,t|y,\tau) = G(y,-\tau|x,-t). \quad (2.48)$$

A causa della simmetria dell'operatore d'onda considerato, la risposta acustica misurata in x al tempo t di una sorgente posta in y lanciata al tempo τ è uguale alla risposta misurata in y al tempo $-\tau$ di una sorgente posta in x sparata all'istante $-t$. Il cambio di segno del tempo $t \rightarrow -\tau$ e $\tau \rightarrow -t$ è necessario per rispettare la causalità. La relazione di reciprocità verrà utilizzata successivamente per determinare l'approssimazione a bassa frequenza di una funzione di Green su misura, è un metodo particolarmente potente per il flusso vicino a una discontinuità su una parete. In molti casi, tuttavia, è più conveniente utilizzare una funzione di Green molto semplice come la funzione di Green per il campo libero G_0 [13].

2.2.6 Funzione di Green nel campo libero

La funzione di Green nel dominio aperto è il campo acustico recepito da un osservatore a una posizione x al tempo t da una pulsazione $\delta(x - y)\delta(t - \tau)$ rilasciata in y al tempo τ . Si fa riferimento a una soluzione d'onda sferica nella forma:

$$\hat{G}_0 = \frac{A}{r} e^{-ikr} \quad \text{dove} \quad r = ||x - y||, \quad (2.49)$$

con l'obiettivo di determinare l'ampiezza A si integra l'equazione d'onda su una sfera compatta di raggio a_0 attorno a y . Facendo uso della funzione delta si trova:

$$\begin{aligned} -\frac{e^{-i\omega\tau}}{2\pi} &= \int_V (k^2 + \hat{G}_0 + \nabla^2 \hat{G}_0) dV \simeq \int_V \nabla^2 \hat{G}_0 dV = \\ &= \int_S \frac{\partial \hat{G}_0}{\partial r} dS = 4\pi a_0^2 \left(\frac{\partial \hat{G}_0}{\partial r} \right)_{r=a_0}. \end{aligned} \quad (2.50)$$

Usando l'approssimazione del campo vicino $(\partial \hat{G}_0 / \partial r)_{r=a_0} \simeq A/a_0^2$ possiamo calcolare l'ampiezza A e troviamo:

$$\hat{G}_0 = \frac{1}{8\pi^2 r} e^{-i\omega\tau - ir/c_0}, \quad (2.51)$$

che porta alla trasformazione inversa di Fourier.

$$G_0 = \frac{1}{4\pi r} \delta(t - \tau - r/c_0). \quad (2.52)$$

Si osserva che al tempo t e a una distanza r dalla sorgente il tempo di emissione di un impulso sarà pari a:

$$t_e = t - \frac{r}{c_0}. \quad (2.53)$$

Dato che G_0 dipende da $r = ||x - y||$, piuttosto che da valori individuali di x o di y , la funzione di Green nel campo libero non soddisfa solo la relazione di reciprocità 2.48 ma anche la relazione di simmetria:

$$\frac{\partial G_0}{\partial x_i} = \frac{G_0}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x_i} = -\frac{G_0}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial y_i} = -\frac{\partial G_0}{\partial y_i}. \quad (2.54)$$

Approcciare la sorgente dal punto di vista di un ascoltatore è lo stesso che approssimare un ascoltatore dal punto di vista della sorgente dato che $\partial r / \partial x_i = -\partial r / \partial y_i$ [13].

2.2.7 Analogia Aeroacustica di Lighthill

Finora è stato considerato il campo acustico generato in un fluido fermo da un campo di forza f esterno o dalla produzione di calore Q_w ed è stato inoltre ipotizzato che le sorgenti inducano perturbazioni lineari. Lighthill ha proposto una generalizzazione di questo approccio al caso di una regione con sorgente arbitraria circondata da un fluido. Si suppone che l'ascoltatore sia circondato da un fluido di riferimento (p_0, ρ_0, s_0, c_0 uniformi e costanti e $v_0 = 0$) in cui le piccole perturbazioni acustiche sono descritte dall'equazione omogenea delle onde lineari 2.40. L'idea chiave di Lighthill è derivare dalle esatte equazioni di conservazione della massa 2.15 con $Q_m = 0$ e conservazione della quantità di moto 2.18 un'equazione d'onda non omogenea che si riduce ad una forma omogenea nella sola regione che circonda l'ascoltatore. Derivando nel tempo l'equazione di conservazione della massa e sottraendo la divergenza dell'equazione della quantità di moto si ottiene:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (P_{ij} + \rho v_i v_j) - \frac{\partial f_i}{\partial x_i}. \quad (2.55)$$

Aggiungendo il termine di $\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2}$ ad entrambi i lati e facendo uso della definizione per cui: $\sigma_{ij} = p \delta_{ij} - P_{ij}$ possiamo riscrivere:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\rho v_i v_j - \sigma_{ij}) - \frac{\partial f_i}{\partial x_i} + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{p'}{c_0^2} - \rho' \right), \quad (2.56)$$

dove le perturbazioni p' e ρ' sono definite come:

$$p' = p - p_0 \quad e \quad \rho' = \rho - \rho_0. \quad (2.57)$$

L'equazione così ottenuta di Lighthill può essere riformulata:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}, \quad (2.58)$$

dove:

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + (p' - c_0^2 \rho') \delta_{ij} - \tau_{ij}, \quad (2.59)$$

è il tensore di Lighthill. Questa equazione, costituendo soltanto una forma diversa delle Navier-Stokes, è valida per ogni fenomeno fluidodinamico e non è risultato di una linearizzazione. L'analogia acustica si basa sul fatto che il moto fluido è interpretato come un campo nel quale le fluttuazioni, di ampiezza qualsiasi, si propagano come onde con velocità di propagazione costante c_0 . T_{ij} descrive implicitamente tutti i fenomeni possibili di produzione del suono da parte della corrente: convezione, propagazione e rifrazione attraverso la corrente, dissipazione delle fluttuazioni per effetto della viscosità e della conduzione termica [17].

A partire dell'equazione 2.58 Lighthill introduce un'approssimazione basata su più punti:

- Basso numero di Mach in cui le azioni meccaniche dominano sugli effetti termici, per cui $\tau_{ij} \ll \rho u_i u_j$;
- Assenza di variazioni di entropia per cui $p' - c_0^2 \rho' = 0$;
- Assenza di feedback, ciò comporta che il termine sorgente è espresso solo in funzione del tensore di Reynolds definito all'interno della corrente fluida e non dipende dalle fluttuazioni acustiche, la corrente turbolenta e le oscillazioni acustiche sono disaccoppiate.

Sulla base delle assunzioni introdotte l'equazione di Lighthill assume una forma esplicita del tipo:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\rho_0 V_i V_j). \quad (2.60)$$

L'equazione 2.56 può essere risolta formalmente da una formulazione integrale del tipo 2.47, permettendo di conseguenza di ridurre l'effetto di possibili errori casuali generati all'interno del flusso. Ad esempio, secondo l'analogia di Lighthill la potenza irradiata nel dominio aperto da un getto isotermico turbolento è proporzionale all'ottava potenza della velocità, U_0^8 . Questo risultato è ottenuto dalla soluzione formale per condizioni di spazio libero:

$$p'(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{-\infty}^{\infty} \int_V \rho v_i v_j \frac{\delta(t - \tau - \frac{r}{c_0})}{4\pi r} dV_y d\tau = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_V \left[\frac{\rho v_i v_j}{4\pi r} \right]_{\tau=t_e} dV_y, \quad (2.61)$$

dove $r = ||x - y||$ e $t_e = t - r/c_0$. Assumendo che il suono sia prodotto principalmente dalle grandi strutture turbolente con lunghezza tipica della stessa scala del diametro D del getto, si può stimare che la frequenza dominante sia $f = U_0/D$,

dove U_0 è la velocità del getto all'uscita dell'ugello. Quindi il rapporto fra il diametro e la lunghezza d'onda acustica è pari a $Df/c_0 = U_0/c_0 = M$. Questo implica che a bassi numeri di Mach è possibile trascurare il tempo ritardato t_e se la regione della sorgente è limitata a pochi diametri del condotto. Dato inoltre che $\rho \sim \rho_0$ e $v \sim U_0$ si può assumere che $\rho v_i v_j \sim \rho_0 U_0^2$, dall'approssimazione di campo lontano $\partial/\partial x_i = -\partial/(c_0 \partial t) \sim 2\pi f/c_0$ si trova:

$$p'(x, t) \sim \rho_0 U_0^2 M^2 \frac{D}{||x||}, \quad (2.62)$$

dove si è ignorato l'effetto della termine convettivo nella produzione del suono, la potenza radiata è calcolabile tramite:

$$\langle I \rangle \simeq 4\pi ||x||^2 \langle p' v_r' \rangle = \frac{\langle p'^2 \rangle}{\rho c_0^2} \sim \rho_0 U_0^3 M^5 D^2 \sim U_0^8. \quad (2.63)$$

Si nota che tale legge implica che è possibile indurre una notevole diminuzione del rumore acustico nel caso di un jet riducendo il numero di Mach mentre per mantenere la spinta necessaria, è necessario aumentare la sezione del getto.

La teoria di Lighthill è stata piuttosto unica nella sua previsione di un fenomeno fisico prima che gli esperimenti fossero sufficientemente accurati per verificarlo. Si nota che in realtà è stato trascurato qualsiasi contributo dalle fluttuazioni di entropia o forze esterne. Ciò significa che se venisse usato, come input per l'analogia, i dati ottenuti da una simulazione numerica che include una significativa dissipazione viscosa e forze spurie, dovremmo comunque prevedere l'ordine di grandezza della legge [13].

2.2.8 Formulazione di Ffowcs Williams-Hawkings

Una delle formulazioni principali che è stata proposta come generalizzazione dell'analogia di Lighthill è stata quella di Ffowcs Williams e Hawkings. Nel 1968, essi hanno proposto un approccio alternativo nel quale i corpi solidi appaiono come sorgenti acustiche in un mezzo illimitato. Considerando un dominio di integrazione Ω i cui contorni non sono fissi, contenente le sorgenti di rumore, è possibile eseguire un'approssimazione delle equazioni dell'acustica. Si considera un corpo in moto nel fluido, racchiuso in una superficie σ_y , i cui punti abbiano velocità $U(x, t)$, come è visibile nella Fig. 2.5. Nella formulazione si suppone che il mezzo acustico, a riposo e sede della propagazione, si estenda in tutto lo spazio, anche in quello occupato dal corpo. Di fatto quest'ultimo scompare come entità materiale: il problema consiste nel determinare un campo acustico che sia corretto esternamente a σ_y e arbitrariamente scelto dentro. L'esistenza di σ_y si traduce in una distribuzione superficiale di

sorgenti il cui effetto acustico (nel campo esterno) è equivalente a quello del moto del corpo solido [16].

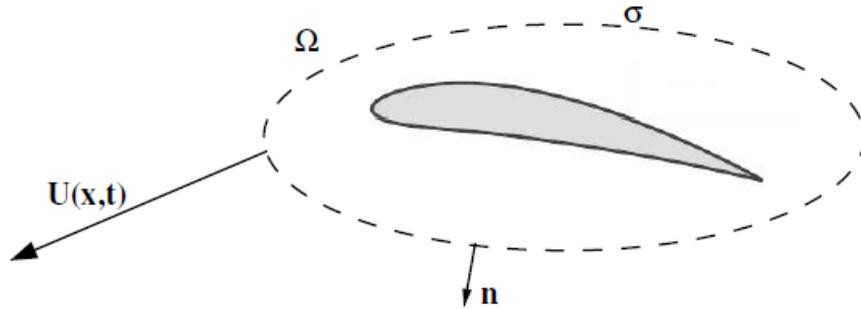


Figura 2.5: Schema della formulazione di Ffowcs Williams e Hawkins.

Il fatto che il campo acustico è un campo potenziale implica che la scelta delle sorgenti di superficie non è univoca: scelte diverse possono infatti produrre lo stesso campo acustico esterno a σ_y ma con differenti campi interni, per via di questa natura fittizia si assume che il campo acustico all'interno di σ_y sia nullo. La superficie è mobile ma rigida e la velocità U dei suoi punti è determinata da una legge di moto rigido del tipo:

$$U(x, t) = U(x_0, t) + \Omega \mathbf{x}(x - x_0), \quad (2.64)$$

dove x_0 è un punto del corpo e Ω è la sua velocità angolare. Se il corpo è rigido la superficie σ_y può coincidere con il suo effettivo contorno, se invece è deformabile σ_y va assunta più grande e la velocità $u_i(x, t)$ del fluido sulla superficie è distinta da quella di corpo rigido $U_i(x, t)$. Il campo acustico nullo all'interno di σ_y è ottenuto mediante un formalismo basato sulle funzioni generalizzate:

$$H(g) = \begin{cases} 0 & \text{dentro } \sigma \quad g < 0 \\ 1 & \text{fuori } \sigma \quad g > 0 \end{cases} \quad (2.65)$$

Dove il fattore $g(x, t)$ si annulla là dove si segue il moto della superficie σ_y . Su queste basi si considera inoltre che:

$$\delta(g) = \frac{\partial H}{\partial g} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial H}{\partial t} = \delta(g) \frac{\partial g}{\partial t} \quad \text{e} \quad \frac{\partial H}{\partial x_i} = \delta(g) \frac{\partial g}{\partial x_i}. \quad (2.66)$$

Applicando queste considerazioni all'equazioni costitutive e combinandole tra di loro si ottiene:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} [\rho' H(g)] - c_0^2 \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} [\rho' H(g)] = \frac{\partial}{\partial t} (Q_m \delta(g)) - \frac{\partial}{\partial x_i} (F_i \delta(g)) + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (T_{ij} H(g)). \quad (2.67)$$

Dove Q_m racchiude il termine di una distribuzione di sorgenti di massa, F_i indica una distribuzione superficiale di forze su σ_y .

L'equazione di FWH è l'estensione dell'equazione di Lighthill al caso in cui la soluzione cercata è differente da 0 soltanto all'esterno di una superficie mobile σ_y e si riduce se $g > 0$ ovunque: in tal caso σ_y scompare con $\delta(g) = 0$ e $H(g) = 1$ ovunque. La presenza del contorno mobile si traduce nella comparsa di una sorgente monopolare e una dipolare distribuite su σ_y che saranno le fonti dalle quali si andrà a definire l'acustica nel campo esterno [16].

2.2.9 Analisi Computazionale

La simulazione numerica dei fenomeni aeroacustici è strettamente legata alla descrizione dei fenomeni turbolenti, dato che il suono viene generato dalle interazioni turbolente all'interno dei getti fluidi. Allo scopo di dettagliare i diversi approcci numerici utilizzabili per la simulazione del comportamento turbolento dei fluidi, è necessario effettuare un breve richiamo degli aspetti fenomenologici principali della turbolenza. Una delle principali caratteristiche della turbolenza è espressa dal concetto della cascata energetica, definita da Richardson nel 1922. Esso afferma che la turbolenza è composta da vortici di differente grandezza: i vortici più grandi sono caratterizzati da una dimensione spaziale paragonabile alla scala del flusso, ed inoltre sono caratterizzati da numeri di Reynolds elevati, rappresentativi di effetti viscosi trascurabili. La predominanza degli effetti inerziali sui vortici più grandi porta ad una loro instabilità e conseguente rottura, con generazione di vortici di scala spaziale più piccola e trasferimento di energia. Il processo di rottura dei vortici e trasferimento energetico verso scale spaziali più piccole si ripete fino al raggiungimento della scala molecolare. Al raggiungimento della scala molecolare la dimensione dei vortici è sufficientemente piccola da risultare stabile grazie agli effetti della viscosità, in virtù della quale avvengono dissipazioni energetiche dette "viscose". La scala spaziale molecolare viene definita di Kolmogorov $\eta = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$. Il rapporto di dissipazione ε è determinato dal trasferimento energetico dal flusso medio ai vortici più piccoli, di conseguenza si può supporre che tale rapporto sia pari a:

$$\varepsilon = \frac{U^3}{L}. \quad (2.68)$$

Nel 1941 Kolmogorov propose la sua teoria secondo la quale a numeri di Reynolds sufficientemente alti e considerando i vortici turbolenti come statisticamente isotropici, è possibile definire lo spettro energetico in due range, uno inerziale e uno dissipativo. Dal punto di vista computazionale la teoria di Kolmogorov richiede la soluzione numerica di tutte le scale spaziali, compresa la scala molecolare. Tale requisito comporta simulazioni particolarmente onerose dal punto di vista dei tempi e delle risorse di calcolo, per tale ragione sono stati sviluppate nel corso degli anni delle metodologie di calcolo approssimate che introducono modelli empirici per la descrizione di alcune scale spaziali turbolente. Nel dettaglio è possibile distinguere le seguenti tipologie di modellazioni numeriche della turbolenza:

- Direct Numerical Simulation (DNS)
- Large Eddy Simulation (LES)
- Reynolds-Averaged Navier Stokes (RANS)
- Hybrid RANS/LES, Detached Eddy Simulation (DES)

Un riassunto delle varie modalità può essere compreso nella Fig. 2.6 che mostra il livello di precisione dei metodi elencati indicando a sua volta come siano legati all'ordine di grandezza delle scale turbolente.

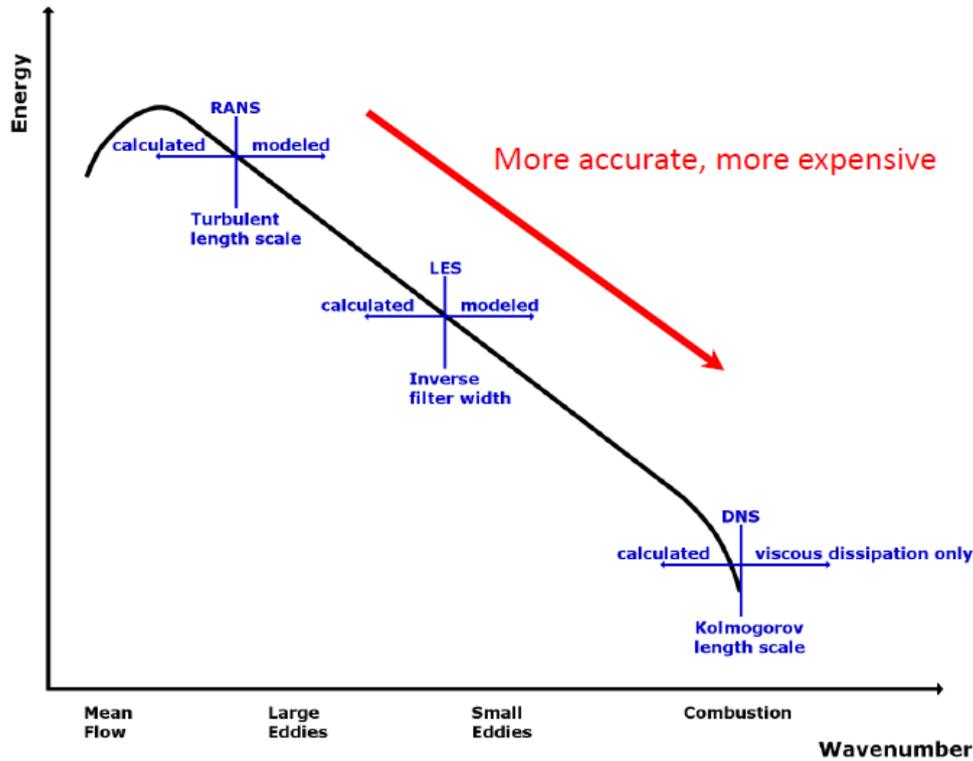


Figura 2.6: Confronto di scale di turbolenza risolte e modellate nei metodi RANS, LES e DNS.

Direct numerical simulation

L'approccio DNS consiste nella risoluzione delle equazioni di Navier-Stokes fino alla scala di Kolmogorov e rappresenta il metodo che garantisce il più alto grado di accuratezza della soluzione [9]. Nel tentativo di fornire l'idea del costo computazionale si definisce il numero di celle nella mesh approssimativamente dalla formula:

$$N = \frac{64L^3}{\eta^3}, \quad (2.69)$$

dove L indica la grandezza del dominio computazionale ed η rappresenta la scala di Kolmogorov, mentre il tempo computazionale si può generalmente assumere $t \propto 64 \cdot \zeta Re$, con ζ un coefficiente di solito pari a 0.1, che lega il numero di Reynolds turbolento a quello medio del flusso. Queste relazioni mostrano chiaramente come le DNS implicino un enorme costo computazionale, il quale non è attualmente accettabile in ambito industriale nonostante le capacità dei computer si siano evolute notevolmente negli ultimi anni [9].

Large Eddy Simulation

L'idea alla base delle LES è di ridurre il costo computazionale rispetto all'approccio DNS, in cui tutte le scale turbolente vengono risolte. Si utilizza la griglia come filtro spaziale dove le scale turbolente più grandi vengono risolte direttamente mentre quelle più piccole vengono modellate dai subgrid models:

$$\phi_i = \langle \phi_i \rangle + \phi_i''', \quad \langle \phi_i \rangle = \frac{\overline{\rho\phi_i}}{\bar{\rho}}, \quad \langle \overline{\rho\phi_i'''} \rangle \neq 0, \quad (2.70)$$

dove l'operazione di filtraggio è definita da:

$$\langle \phi_i(x) \rangle = \int_V G(x, y) \phi(y) dy, \quad (2.71)$$

in cui $G(x, y)$ va ad identificare il filtro di convoluzione kernel, mentre il termine ϕ_i definisce un campo spaziale generico [6]. Come nelle situazioni precedenti si vanno a distinguere vari modelli atti a definire il termine legato al tensore τ_{ij} :

$$\tau_{ij} = \langle \rho \rangle (\langle u_i u_j \rangle - \langle u_i \rangle \langle u_j \rangle). \quad (2.72)$$

- Il modello Smagorinsky concentra la sua attenzione nella viscosità dei vortici e prevede che il tensore dello stress SGS sia definito come $\tau_{ij} = -2\nu_y \langle S_{ij} \rangle$, con:

$$\nu_t = C_s^2 \Delta^2 \sqrt{\langle S_{ij} \rangle \langle S_{ij} \rangle}, \quad (2.73)$$

dove C_s è una costante di Smagorinsky calcolata basandosi sul flusso locale e Δ indica la grandezza di cella.

- Upwind implicit LES, in questo modello gli effetti delle dissipazioni SGS sono calcolate considerando la velocità con uno schema upwind di primo ordine.
- Dynamic Structure Model: questo modello riduce il flusso di energia tra quello risolto e quello filtrato dalla scala di sottogriglia risolvendo l'equazione del trasporto per k_{sgs} . Il tensore dello stress SGS è calcolato attraverso il parametro di Leonard:

$$L_{ij} = \langle \langle u_i \rangle \langle u_j \rangle \rangle - \langle \langle u_i \rangle \rangle \langle \langle u_j \rangle \rangle, \quad \tau_{ij} = 2k_{sgs} \frac{L_{ij}}{L_{kk}}. \quad (2.74)$$

Reynolds-Averaged Navier Stokes

L'approccio delle RANS consiste nel mediare nel tempo le equazioni di moto del flusso e di scomporre le variabili nelle loro componenti medie ed oscillanti. Applicando questo processo ad un intervallo di tempo abbastanza grande se paragonato

con la scala del tempo della turbolenza, e sufficientemente piccolo rispetto al tempo di evoluzione del flusso medio si ottengono delle relazioni caratteristiche distintive del flusso, rappresentative degli stress indotti a causa della turbolenza. Le RANS forniscono una buona accuratezza per i flussi in applicazioni aeronautiche o turbomacchine dove sono presenti curvature delle linee di flusso, distacco dello strato limite, la separazione e la ricircolazione anche in presenza di gradiente avversi di pressione [5]. Le equazioni in gioco, considerando che i termini con il \sim rappresentano le medie pesate per la densità e che i termini $'$ indicano le fluttuazioni turbolente, sono:

$$u_i = \tilde{u}_i + u'_i, \quad \tilde{u}_i = \frac{\overline{\rho u_i}}{\bar{\rho}}, \quad \overline{\rho u'_i} = 0. \quad (2.75)$$

Inserendole nelle equazioni di conservazione della massa e della quantità di moto si ottiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_j}{\partial x_j} &= 0 \quad (2.76) \\ \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_j}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} &= -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\bar{\rho} \widetilde{u'_i u'_j}), \end{aligned} \quad (2.77)$$

Dove il termine $-\bar{\rho} \widetilde{u'_i u'_j}$ rappresenta il tensore di Reynolds il quale, a causa della sua non linearità, richiede una modellazione aggiuntiva per la chiusura delle equazioni RANS. Una delle relazioni empiriche più utilizzate per la chiusura del sistema di equazioni è l'ipotesi di Boussinesq, la quale prevede una relazione diretta tra il tensore degli sforzi turbolenti e la velocità media di deformazione del flusso, in analogia alla legge che lega sforzo e deformazione di Newton. A causa dell'analogia, la costante di proporzionalità che lega il tensore turbolento alla velocità di deformazione media del flusso è denominata viscosità turbolenta. Nel seguito sono richiamati brevemente alcuni modelli turbolenti RANS basati sull'ipotesi di Boussinesq:

- Modello standard $k-\varepsilon$: è un modello a due variabili che risolve le equazioni del trasporto per l'energia cinetica turbolenta (k) e il rapporto turbolento di dissipazione (ε):

$$\mu_t = c_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad k = \frac{1}{2} \widetilde{u'_i u'_i}, \quad \varepsilon = \nu \widetilde{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k}}. \quad (2.78)$$

Questo modello possiede un'accuratezza limitata là dove si richiede una previsione accurata della viscosità dei vortici e quindi del mixing turbolento, in flussi con forti gradienti di pressioni avversi, grandi curvature o separazioni.

- RNG $k-\varepsilon$ model: questo modello a due equazioni differisce dal modello standard $k-\varepsilon$ per via di un termine addizionale aggiunto nel fattore ε che deriva

dalla teoria del gruppo di Rinormalizzazione (RNG). Questa modifica permette al modello di comportarsi meglio in aree in rapida compressione o espansione.

- Modello $\zeta - f$ e modello $v^2 - f$: Sono dei modelli $k - \varepsilon$ inizialmente proposti per flussi a bassi numeri di Reynolds, perchè risultano adatti alla descrizione del flusso nella zona viscosa. Il termine f va ad indicare una funzione di rilassamento che descrive gli effetti anisotropici a parete, v è la velocità normale alla corrente mentre ζ indica la velocità normalizzata con k . Grazie a questi parametri espressi in maniera esplicita descrive bene il comportamento vicino la parete e gli effetti legati alle forte variazioni di pressione.
- Modello standard $k - \omega$: Considera il rapporto di dissipazione specifico $\omega = \varepsilon/k$, si comporta molto bene nel caso di strato limite, ma è molto sensibile alle condizioni in campo aperto [9].
- Modello $k - \omega$ SST: Tale schema, sviluppato da Menter et al. [25] nel 1993, ha la proprietà principale di utilizzare un modello $k - \omega$ nelle zone più vicine allo strato limite e pareti mentre nelle zone del campo aperto il modello passa automaticamente ad uno schema $k - \varepsilon$. Tale sistema è molto vantaggioso per via del fatto che si riescono ad evitare i problemi comuni dei modelli $k - \omega$ i quali sono più sensibili alla turbolenza nel campo aperto [26].

Empiricamente per una griglia poco raffinata le RANS producono un risultato migliore rispetto alle LES, mentre nel caso in cui ci si può permettere un costo computazionale più elevato le LES sono raccomandate, giustificate dal fatto che utilizzando una scala di griglia il più piccola possibile si raggiunge il grado di precisione ottenuto con le DNS. Utilizzando invece delle griglie di calcolo intermedie si ottiene la possibilità di risolvere in modo numerico i vortici turbolenti più grandi, mentre i vortici più piccoli sono modellati in modo empirico, ottenendo una considerevole riduzione del peso computazionale rispetto alle simulazioni DNS. Gli ordini di grandezza del numero di celle N per i diversi metodi si possono definire: $N \sim Re^{9/4}$ per le DNS, $N \sim Re^{9/5}$ per le LES mentre le RANS possono avere N fino a mille volte in meno rispetto le LES [9]. La Fig. 2.7 mostra il risultato di un'analisi di un getto attraverso le varie metodologie introdotte, si nota come il numero di dettagli del flusso presente nelle simulazioni DNS sia notevolmente superiore e mostra come l'interpretazione di un dato fenomeno può essere differente in funzione dello schema utilizzato [21].

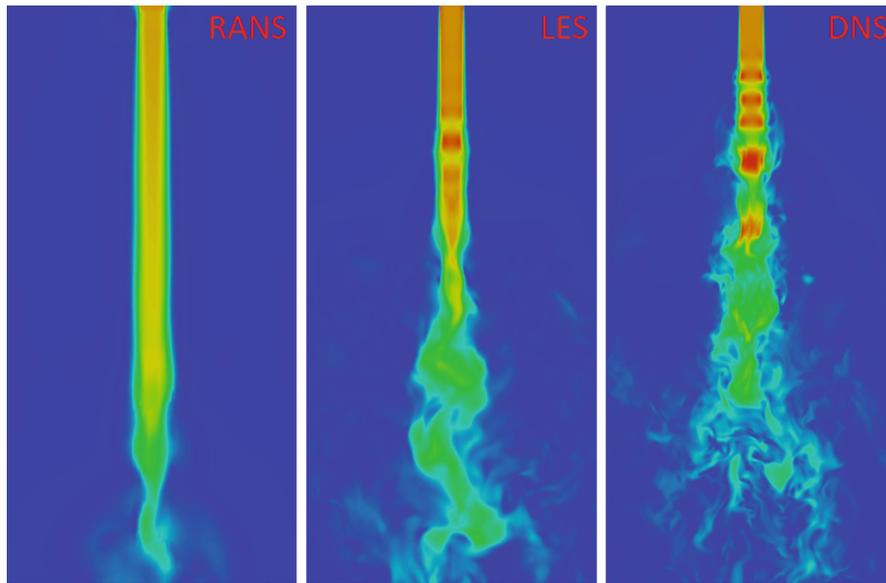


Figura 2.7: Confronto di un getto risolto con le diverse metodologie RANS, LES e DNS.

Detached Eddy Simulation

La DES è un approccio di modellazione ibrido che combina caratteristiche della simulazione RANS in alcune parti del flusso e LES in altre. Strato limite e regioni irrotazionali del flusso vengono risolte utilizzando un modello di chiusura RANS, con lo scopo di ridurre il costo computazionale. Quando la griglia è abbastanza fine il modello DES emula un modello LES. Il modello DES fu formulato per la prima volta da Spalart nel 1997. La prima formulazione utilizzava come parametro principale per la transizione RANS/LES la dimensione della cella, tuttavia tale caratteristica fu modificata allo scopo di migliorare la descrizione degli strati limite con l'introduzione di modelli, quali le Delayed DES di Spalart et al. [10] e Improved Delayed DES di Shur et al. [12]. La metodologia DES rappresenta ottimo compromesso dal punto di vista computazionale, posizionandosi nel mezzo tra le simulazioni RANS e le simulazioni LES, garantendo però un'accuratezza di simulazione molto prossima alle LES. Per tale ragione la metodologia DES è stata adottata nelle simulazioni svolte nell'ambito di questa attività di tesi.

Capitolo 3

CONVERGE

Nel presente capitolo vengono descritte le funzionalità e le caratteristiche principali del programma di simulazione CFD-3D CONVERGE. Inizialmente si mostrano alcune proprietà inerenti la mesh e le loro funzionalità per il calcolo aeracustico. Successivamente si introducono gli strumenti utilizzati nell'attività di tesi per la realizzazione di un dominio che rispettasse le condizioni ideali per una corretta propagazione acustica priva di riflessione di onde spurie. Infine vengono descritti i possibili schemi numerici spaziali e temporali che possono essere utilizzati in CONVERGE e le limitazioni che ne conseguono.

3.1 Introduzione a CONVERGE

CONVERGE è un programma di fluidodinamica computazionale (CFD) caratterizzato da aspetti distintivi che lo differenziano da gran parte dei codici concorrenti, primo tra tutti la capacità di generare automaticamente la mesh sulla base dei controlli definiti dall'utente [6]. Tale metodo di generazione della griglia elimina la necessità di eseguire manualmente la creazione della mesh permettendo di risparmiare tempo in fase di setup, un aspetto particolarmente importante specie in ambito industriale. La griglia generata in modo automatico è di tipo esaedrico ortogonale, aspetto che limita notevolmente il costo computazionale e permette di realizzare facilmente schemi numerici dotati di elevata accuratezza.

Tra le altre caratteristiche distintive del software CONVERGE possono essere indicate in particolare:

- disponibilità di modelli di raffinamento automatico delle griglia in funzione dell'evoluzione dei risultati di simulazione (Automatic Mesh Refinement - AMR);
- time-step autoadattativo in funzione dell'evoluzione della soluzione numerica;
- capacità di modellare reazioni di cinetica chimica dettagliata (solutore SAGE);
- elevata scalabilità del solutore di calcolo su più nodi, per l'ottimizzazione del calcolo parallelo.

3.2 Funzionalità per il calcolo aeroacustico

CONVERGE possiede differenti funzionalità di recente implementazione le quali sono state specificatamente pensate per le simulazioni aeroacustiche. Di seguito le funzionalità utilizzate durante questo lavoro di tesi verranno brevemente illustrate.

3.2.1 Fixed embedding

Con il termine *fixed embedding* si indica la possibilità dell'utente di eseguire raffinamenti della griglia direzionali e localizzati, al fine di ottenere una maggiore risoluzione e precisione della soluzione numerica calcolata. La forma di tale rifinitura è gestita completamente dall'utente e la grandezza delle celle all'interno di questa zona è definita dall'equazione:

$$\text{cell size embedding} = \frac{\text{base grid}}{2^{\text{embedding scale}}}, \quad (3.1)$$

dove con *base grid* si intende la grandezza delle celle base del dominio, mentre l'*embedding scale* fa riferimento al livello di raffinamento desiderato dall'utente. E' possibile gestire il passaggio da una zona della mesh avente celle estremamente piccole ad una zona con celle grandi soltanto attraverso progressivi raddoppi o dimezzamenti della dimensione locale delle celle, di conseguenza tale dimensionamento segue un continuo rapporto di 2 nel passaggio da un livello di raffinamento ad un altro. La Fig. 3.1 mostra il passaggio dalla cella base, ovvero quella con grandezza maggiore, alle celle più raffinate caratterizzate da una sequenza di *fixed embedding* posti in serie tra di loro nella zona di uscita del getto.

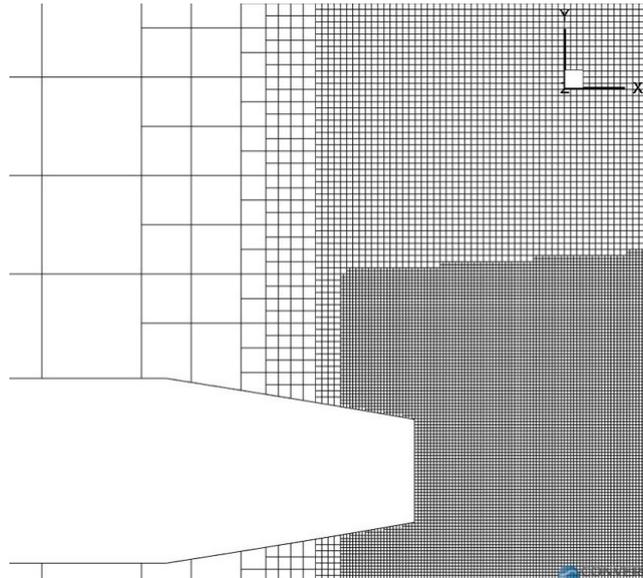


Figura 3.1: Esempio di fixed embedding posti all'uscita di un ugello.

3.2.2 Inlaid meshing

L'inlaid meshing è una funzionalità di recente implementazione in CONVERGE che consiste nella creazione di parti di mesh attraverso l'estrusione di celle che delimitano il dominio di calcolo o, in alternativa, nell'importare porzioni di mesh volumiche dotate di celle esaedriche con orientamento a piacere. Questa tipologia di mesh è particolarmente adatta alla descrizione, ad esempio, degli strati limite che si sviluppano in prossimità delle pareti. Al contrario del fixed embedding, infatti, permette l'ottenimento di una griglia raffinata in direzione normale alle pareti senza comportare un contemporaneo raffinamento della griglia lungo le pareti stesse.

Un altro esempio di applicazione dell'inlaid meshing risulta essere il profilo alare nelle zone dello strato limite, dove il gradiente di velocità lungo la normale alla superficie assume un valore elevato. La struttura è possibile osservarla nella Fig. 3.2: a partire dalla forma del profilo sono state create delle celle per estrusione dei quadrati posti sulle superfici del profilo, con direzionalità normale al profilo stesso.

Uno degli aspetti positivi di questa caratteristica è che per flussi con direzionalità conosciuta si possono ottenere dei risultati molto accurati ad un costo computazionale ridotto. L'inlaid mesh può essere creata allo scopo di interessare soltanto una parte del dominio di calcolo, ed in tal caso il software si occupa di interfacciare automaticamente l'inlaid mesh con la griglia esaedrica realizzata in modo automatico. L'inlaid mesh, a differenza della griglia esaedrica generata dal software durante il calcolo, deve essere generata in fase di pre-processing, ed è a carico dell'utente l'onere di garantire un'adeguata qualità delle celle generate. Un problema di instabilità

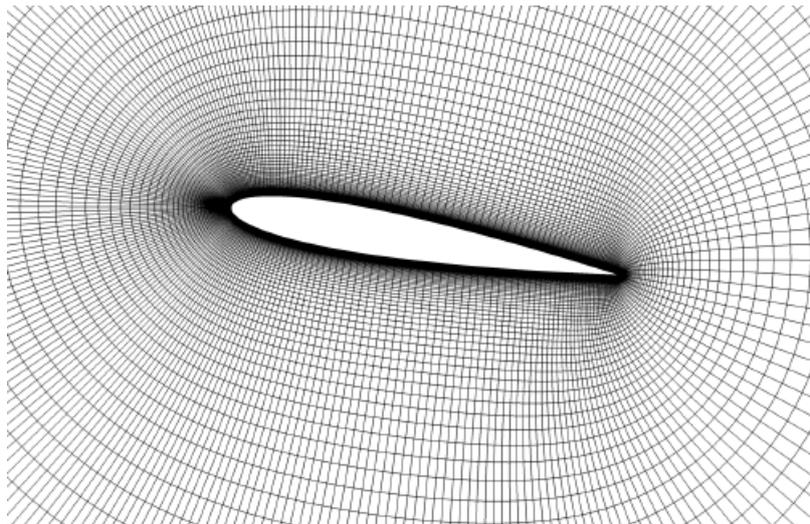


Figura 3.2: Inlaid mesh nel profilo alare.

numerica che si può presentare è legato dal passaggio dall'inlaid mesh alle celle di base della griglia quando le due tipologie di mesh presentano localmente delle celle di dimensione molto differente. Il problema, generalmente si risolve aggiungendo dei fixed embedding in modo tale da rendere tale passaggio il più regolare possibile [9].

3.2.3 Navier Stokes Characteristic Boundary Conditions

Le Navier Stokes Characteristic Boundary Conditions (NSCBC) sono delle condizioni al contorno sviluppate allo scopo di ridurre la riflessione di onde spurie nel dominio di calcolo. Considerando un'analisi a volumi finiti delle equazioni di Eulero in 1D:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + A \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad \text{con} \quad A = \frac{\partial F}{\partial U}, \quad (3.2)$$

dove U è il vettore delle variabili conservative mentre F è il vettore di flusso attraverso la superficie. Analizzando in forma matriciale è possibile dimostrare che gli autovalori del sistema si possono raggruppare in 3 differenti equazioni:

$$\lambda_1 = u - c \quad (3.3)$$

$$\lambda_{2,3,4} = u \quad (3.4)$$

$$\lambda_5 = u + c \quad (3.5)$$

Dove λ_1 e λ_5 rappresentano gli autovalori rispettivamente delle onde di pressione entrante ed uscente, alle quali vengono associate le ampiezze L_1 ed L_5 .

Basandosi su queste considerazioni Poinot e Lele hanno sviluppato un metodo numerico correlato alle NSCBC con le assunzioni che il flusso sia laminare e 1D

[8]. Le equazioni che ricavano legano l'ampiezza d'onda, L_i , all'evoluzione temporale delle primitive variabili di Navier-Stokes (ρ, u, v, w, p). Le ampiezze d'onda L_1, L_2, L_3, L_4, L_5 corrispondono rispettivamente all'onda acustica entrante (velocità $u - c$), all'onda entropica (velocità u), la prima onda vorticoso (velocità u), la seconda onda vorticoso (u) e l'onda acustica uscente (velocità $u + c$). Uno schema generale è visibile nella Fig.3.3 [7, 8]. Sulla base di queste assunzioni le espressioni diventano:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{c^2} [L_2 + \frac{1}{2}(L_5 + L_1)] = 0, \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2\rho c} (L_5 - L_1) = 0, \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + L_3 = 0, \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + L_4 = 0, \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{1}{2}(L_5 + L_1) = 0. \quad (3.10)$$

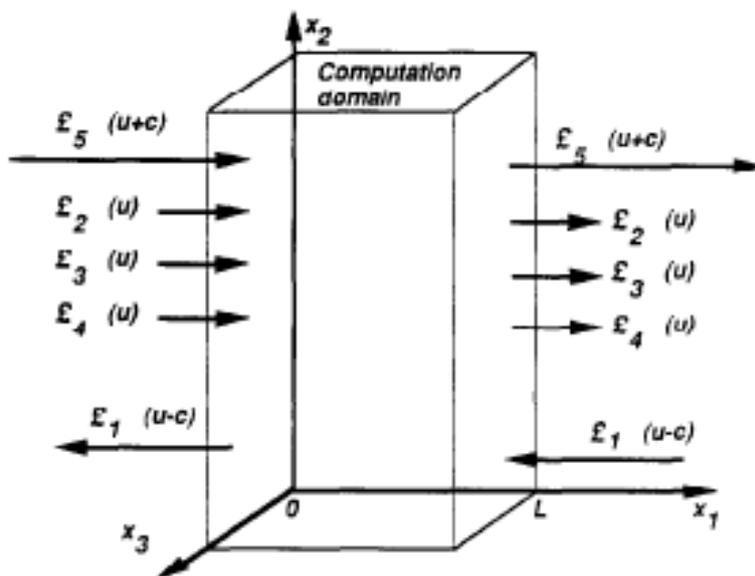


Figura 3.3: Rappresentazione delle ampiezze d'onda caratteristiche.

Dove le ampiezze d'onda sono definite come:

$$L_1 = (u_1 - c) \left(\frac{\partial p}{\partial x_i} - \rho c \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right), \quad (3.11)$$

$$L_2 = u_1 \left(c^2 \frac{\partial \rho}{\partial x_1} - \frac{\partial p}{\partial x_1} \right), \quad (3.12)$$

$$L_3 = u_1 \frac{\partial u_2}{\partial x_1}, \quad (3.13)$$

$$L_4 = u_1 \frac{\partial u_3}{\partial x_1}, \quad (3.14)$$

$$L_5 = (u_1 + c) \left(\frac{\partial p}{\partial x_1} + \rho c \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right). \quad (3.15)$$

Per eliminare gli effetti di riflessione a parete in una superficie, che sia di entrata o di uscita di un flusso subsonico, sarà necessario imporre che $L_1 = 0$ ma tale forte imposizione può generare dei salti di pressione nel dominio. A tal proposito non viene mai assunto L_1 pari a 0 ma viene piuttosto assunto pari ad un valore empirico tale da garantire stabilità alla simulazione ed evitare riflessioni di onde spurie nel range di frequenza di interesse. Il parametro L_1 è calcolabile mediante:

$$L_1 = K(p - p_\infty), \quad (3.16)$$

con K una costante definita da:

$$K = \sigma(1 - M^2) \frac{c}{L}, \quad (3.17)$$

con M il massimo numero di Mach nel flusso, L è indicativa di una grandezza caratteristica nel dominio, σ è una costante di smorzamento e c è la velocità del suono. Si può dimostrare che tale parametro K è legato con la frequenza di taglio esercitata dalle condizioni al contorno sulle onde incidenti attraverso la formula:

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{K}{4\pi} \quad (3.18)$$

ricordando che la frequenza di taglio va ad identificare un limite per cui le onde con $f > f_c$ lasceranno il dominio, viceversa verranno riflesse. Dal punto di vista aeroacustico bisogna realizzare ed imporre una condizione di f_c tale che sia minore delle frequenze caratteristiche del dominio computazionale [7]. Per un dato caso di studio, fissati i termini M , c ed L , K dipende da σ . Secondo Selle et al. [7] tale σ dovrà essere compreso tra un valore minimo, al di sotto del quale si possono osservare derive nella pressione media all'interno del dominio di calcolo, e un limite massimo, dato che nel caso in cui si superasse tale valore i primi modi di risonanza del dominio non verranno smorzati. Il limite minimo non è fissato dall'acustica ma

è fortemente dipendente dai parametri computazionali (numero di Reynolds, effetti 3D e geometria) e secondo dei dati da letteratura di Selle et al. [7] valori inferiori a 0.1 spesso aumentano il tempo di convergenza e nei casi più estremi non permettono l'ottenimento di una pressione media costante all'interno del dominio di calcolo. Il valore di massimo sperimentato per prevenire un ritorno acustico per il caso di un condotto 1D è dato da $\sigma_{max} = \pi$, di conseguenza il K massimo ottenibile è dato da:

$$K_{max} = \pi(1 - M^2) \frac{c}{L}. \quad (3.19)$$

Nel presente studio, affrontando la simulazione di un getto 3D, la procedura seguita per determinare il valore della costante K è stata la seguente:

1. è stata stimata la prima frequenza di risonanza del dominio di calcolo, attraverso formule semplificate;
2. è stato calcolato il valore di K_{max} attraverso la 3.18;
3. è stato assunto un valore di σ e di conseguenza è stato calcolato un valore di L ;
4. è stata svolta una simulazione 3D-CFD e si è monitorato l'andamento delle onde di pressione nel dominio di calcolo. A seconda della presenza di onde riflesse dai boundaries o di una pressione media nel dominio non costante, il valore di K è stato modificato iterativamente.

All'ottenimento di una simulazione stabile con riflessione di onde acustiche al di fuori del range di frequenze di interesse si è determinato il valore della costante K finale.

3.2.4 Sponge layer

A differenza delle condizioni NSCBC, il metodo dello sponge layer prevede la creazione di un volume di celle che ha lo scopo di assorbire gradualmente le fluttuazioni di pressione. Questa metodologia è realizzata aggiungendo nelle equazioni di Navier Stokes un termine dissipativo, che può essere costante o aumentare linearmente con lo spessore del layer, il quale smorza notevolmente le onde di pressione. I parametri indicativi per la definizione dello sponge layer sono:

- L'origine del volume dello sponge layer;
- la direzione di propagazione;
- la lunghezza di propagazione.

Quest'ultima condizione influenza il costo computazionale della simulazione per via del fatto che una maggiore lunghezza corrisponde ad un maggior numero di celle coinvolte. Dal punto di vista fisico, tuttavia, è consigliabile realizzare la zona di dissipazione con un'estensione che sia al minimo pari alla massima lunghezza d'onda che desidera dissipare [19].

3.2.5 Mesh frequency cut-off

Come anticipato nel paragrafo relativo alla generazione di suono da parte dei vortici turbolenti, è necessario che la griglia di calcolo sia in grado di descrivere adeguatamente non solo la propagazione del suono ma anche la generazione e quindi i vortici turbolenti. La verifica di adeguatezza della mesh al fenomeno che si desidera simulare può essere fatta soltanto a posteriori, aspetto che costituisce un significativo ostacolo all'attività numerica. Nel corso degli anni è stata identificata una grandezza che può essere ricavata in analisi stazionarie la quale permette di stimare l'adeguatezza di una griglia di calcolo per la descrizione del suono generato dai vortici turbolenti: tale grandezza viene denominata mesh frequency cut-off ed esprime attraverso una quantità scalare la massima frequenza risolvibile da parte della mesh. Tale parametro è particolarmente importante in ambito aeroacustico e dipende dall'energia cinetica turbolenta, tke , espressa mediante la seguente equazione:

$$tke = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}), \quad (3.20)$$

data dalla somma delle varianze delle componenti fluttuanti della velocità la cui forma generale si può esprimere come:

$$\overline{u'^2} = \frac{1}{T} \int_0^T (u(t) - \bar{u})^2 dt, \quad (3.21)$$

dove per $u(t)$ si intende la velocità del flusso mentre \bar{u} indica la sua componente media nel tempo. Nel documento [11] Mendonça mostra che, per una data cella di dimensione Δx la più piccola struttura vorticoso turbolenta catturata dalla mesh è definita dalla grandezza della cella stessa Δx , sulla base di ciò la mesh frequency cut-off nella sua forma generale si ricava attraverso:

$$f_{cut} = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}tke}}{2\Delta}, \quad (3.22)$$

con Δ si fa riferimento alla dimensione della cella. Nella Fig. 3.4 si mostra la distribuzione della f_{cut} nel caso dell'uscita di un getto caratterizzato da una sequenza di fixed embedding nella zona centrale del flusso in cui è visibile l'effetto della dimensione delle celle.

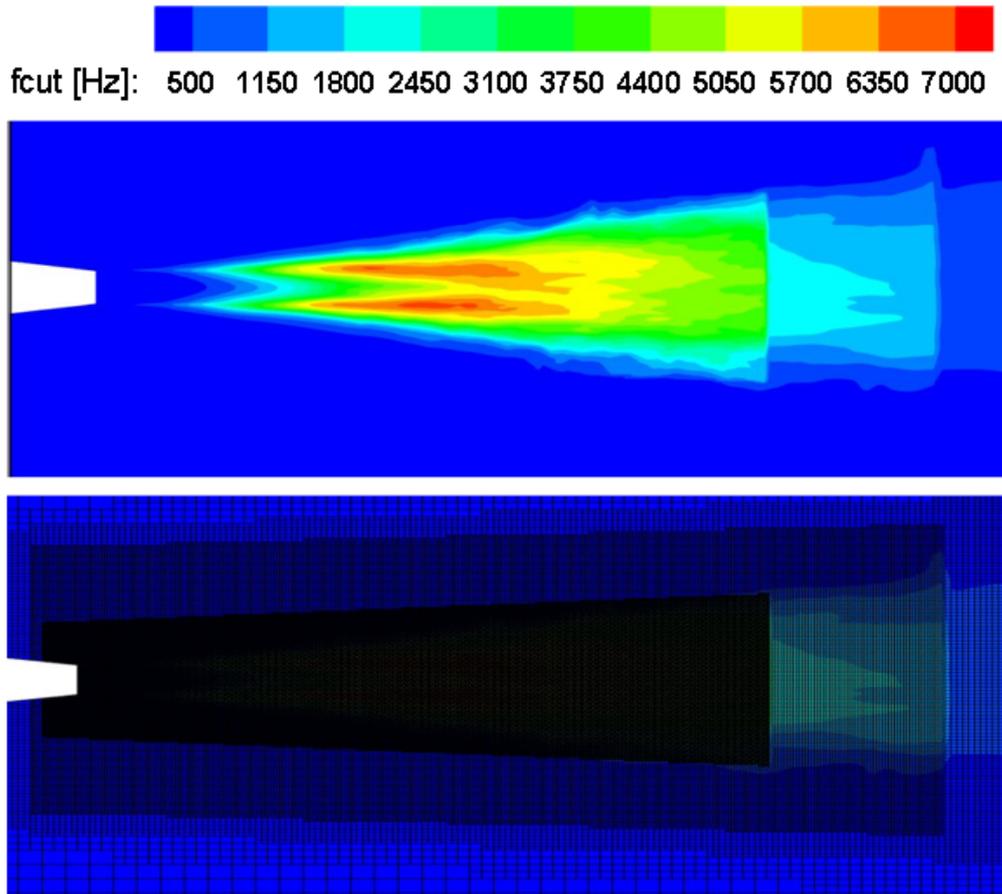


Figura 3.4: Rappresentazione $f_{cut}[Hz]$ nel caso dell'uscita di un getto.

3.2.6 Schemi numerici spaziali e temporali

CONVERGE risolve con un approccio ai volumi finiti le equazioni di conservazione, dove le quantità delle variabili vengono calcolate e conservate nei centri cella prendendo in considerazione i flussi attraverso le interfacce e i termini di sorgente interna. Prendendo come riferimento la 3.5 che mostra 3 celle adiacenti, con U_i il vettore della variabile ed F_i il vettore flusso, e considerando l'equazione di trasporto della variabile scalare ϕ :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial u \phi}{\partial x} = 0, \quad (3.23)$$

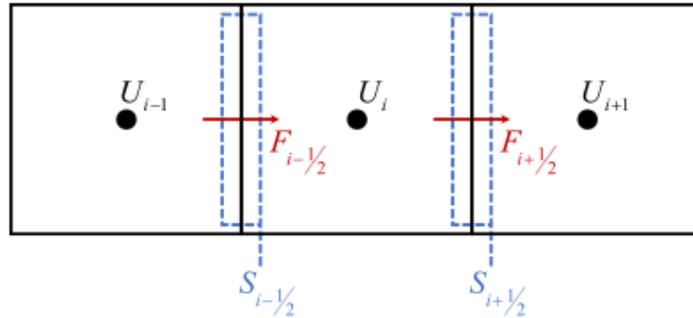


Figura 3.5: Rappresentazione di 3 celle adiacenti con flusso 1D.

è possibile definire le equazioni necessarie per interpolare i valori di ϕ nelle interfacce e di conseguenza approssimare l'intero andamento nel dominio. Le forme più semplici si distinguono in:

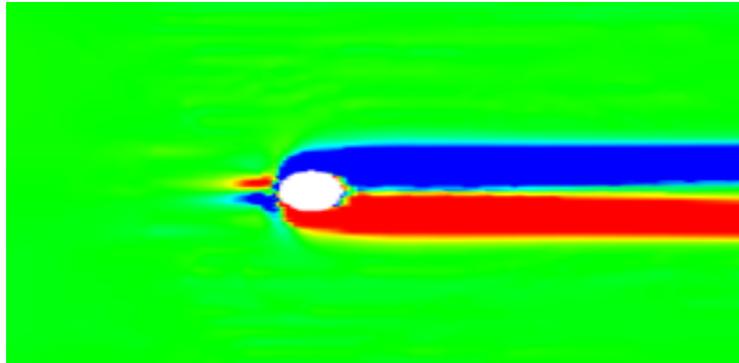
- una soluzione del secondo ordine centrale dove:

$$\phi_{i+1/2} = \frac{1}{2}\phi_i + \frac{1}{2}\phi_{i+1}, \quad \phi_{i-1/2} = \frac{1}{2}\phi_i + \frac{1}{2}\phi_{i-1}. \quad (3.24)$$

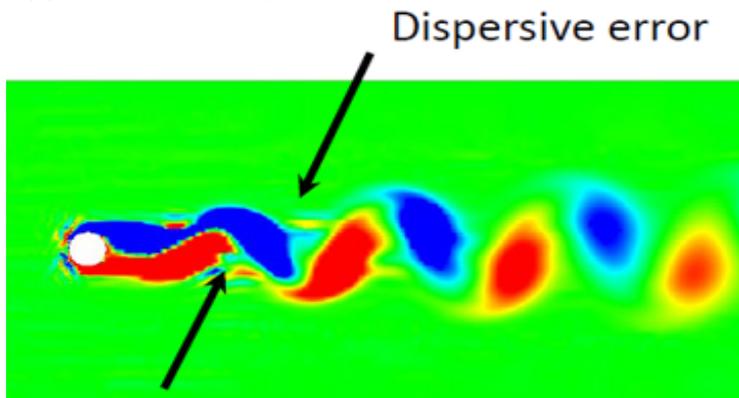
- una soluzione del primo ordine Upwind dove:

$$\phi_{i+1/2} = \phi_i, \quad \phi_{i-1/2} = \phi_{i-1}. \quad (3.25)$$

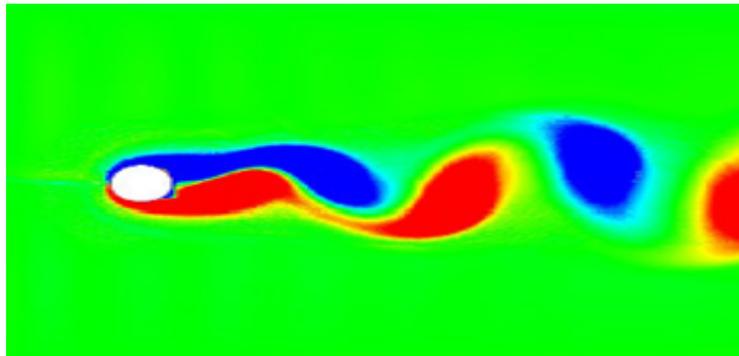
Nelle Fig. 3.6a, 3.6b e 3.6c si mostra un confronto dei metodi introdotti nel caso di un cilindro immerso in un flusso. Si nota come la risoluzione del primo ordine upwind, per una descrizione accettabile del fenomeno, richieda l'utilizzo di celle di dimensione minore rispetto a quella richiesta dal secondo ordine centrale.



(a) Primo ordine upwind con mesh uniforme di 10 mm.



(b) Secondo ordine centrale con mesh uniforme di 10 mm.



(c) Primo ordine upwind con mesh uniforme di 0.2 mm.

Figura 3.6: Confronto schemi numerici per il caso di un cilindro immerso in un flusso.

Con l'intento di permettere l'utilizzo di uno schema che sia accurato e stabile allo stesso tempo, CONVERGE rende disponibile un Monotone upwind scheme for conservation laws (MUSCL), caratterizzato da un'accuratezza del secondo ordine nello spazio per il termine convettivo. Questo metodo calcola la ϕ_{face} utilizzando un'espansione in serie di Taylor dal centro cella fino all'interfaccia, ed è definito come:

$$\phi(x) = \bar{\phi} + \Phi \frac{\partial \phi}{\partial x} (x - x_{center}), \quad (3.26)$$

dove con il termine Φ si va ad indicare un limitatore di flusso, atto a migliorare la stabilità numerica limitando i gradienti delle soluzioni in una cella oppure riducendo il flusso attraverso l'interfaccia. Nella Fig. 3.7 si mostra un confronto fra schemi numerici:

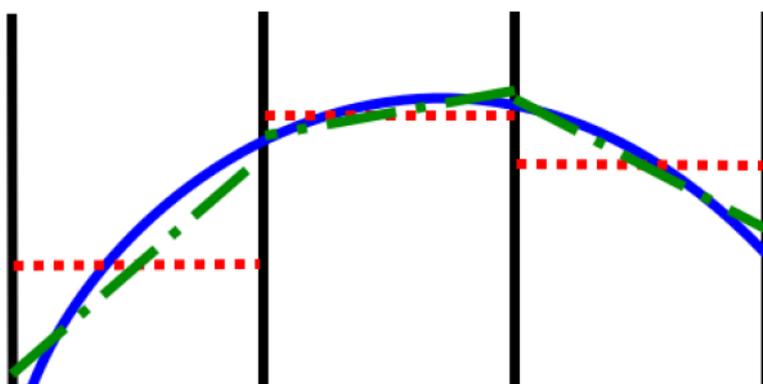


Figura 3.7: Andamento reale della variabile (—), approssimazione del primo ordine centrato (---), schema MUSCL del secondo ordine (- - -).

L'upwinding ha un effetto stabilizzante nella simulazione, ma riduce il livello di accuratezza dell'interpolazione ed è implementato nel metodo MUSCL attraverso:

$$\Phi_{face} = (1 - \beta)\Phi_{upwind} + \beta \left(\frac{\Phi_L + \Phi_R}{2} \right). \quad (3.27)$$

Di conseguenza, là dove si sceglie un fattore $\beta = 0$ il metodo utilizzato è un'approssimazione del secondo ordine upwind, viceversa se $\beta = 1$ lo schema è del secondo ordine centrale[6]. Molti fenomeni reali sono modellizzati da sistemi di equazioni differenziali ordinarie (ODE), ovvero equazioni in cui sono correlate una funzione incognita e le sue derivate di ordine fino a m :

$$y^m(t) = f(t, y(t), y'(t), \dots, y^{m-1}(t)). \quad (3.28)$$

Introducendo una griglia nell'intervallo temporale da $t_0 = a$ a $t_n = b$ e considerando per semplicità che i nodi siano equidistanti tra di loro si può definire:

$$h = \frac{b - a}{n} = t_{k+1} - t_k \forall k. \quad (3.29)$$

Lo schema numerico temporale si distingue per via della formulazione che calcola l'approssimazione $y_k \simeq y(t_k)$ per $k = 1, \dots, n$. CONVERGE offre la possibilità di utilizzare tre diversi metodi:

- Schema esplicito: tale formulazione è quella che possiede un minor costo computazionale ma è limitata nella scelta del parametro h per via della stabilità numerica. Si definisce esplicito per via del fatto che la variabile incognita nell'istante $k + 1$ è dipendente esclusivamente dal suo valore nell'istante k :

$$y_{k+1} = y_k + hf(t_k, y_k), \quad (3.30)$$

dove con $f(t_k, y_k)$ si va ad indicare la funzione lineare di propagazione della variabile y . Lo schema di discretizzazione temporale esplicita disponibile in CONVERGE è del primo ordine di precisione;

- Schema implicito: tale formulazione non possiede limitazioni sull'intervallo h , la legge di dipendenza è definita da:

$$y_{k+1} = y_k + hf(t_{k+1}, y_{k+1}), \quad (3.31)$$

di conseguenza per una chiusura delle equazioni è necessario considerare l'intero arco evolutivo della variabile, caratteristica che aumenta notevolmente il costo computazionale mantenendo però una maggiore stabilità dello schema esplicito. Lo schema di discretizzazione temporale implicita disponibile in CONVERGE è del primo ordine di precisione;

- Schema dei trapezi o di Crank-Nicolson: tale formulazione è più accurata del sistema implicito però possiede una limitazione nell'intervallo temporale, come nello schema esplicito, per una stabilità numerica e possiede una struttura del tipo [18]:

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{2}(f(t_k, y_k) + f(t_{k+1}, y_{k+1})). \quad (3.32)$$

Lo schema di discretizzazione temporale Crank-Nicolson disponibile in CONVERGE è del secondo ordine di precisione, pertanto è stato utilizzato per le simulazioni aeroacustiche oggetto della tesi.

3.2.7 Courant Freiderichs Lewy

Una condizione necessaria per la convergenza numerica della soluzione delle equazioni alle derivate parziali risulta essere la condizione di Courant-Friedrichs-Lewy (CFL). Questo parametro viene utilizzato là dove si fa riferimento a schemi numerici espliciti temporali, come conseguenza il passo temporale deve essere più piccolo di un intervallo di tempo limite, altrimenti la simulazione produrrà risultati ampiamente scorretti. Per esempio, se un'onda attraversa una griglia di calcolo discreta allora l'intervallo temporale deve essere più piccolo del tempo necessario all'onda per attraversare due punti adiacenti alla griglia. L'equazione di riferimento è:

$$C = \frac{u \cdot \Delta t}{\Delta x} < C_{Max}, \quad (3.33)$$

dove u rappresenta la velocità di flusso, Δt e Δx sono gli intervalli temporali e spaziali della simulazione. La costante C_{max} dipende dalla tipologia di equazione che deve essere risolta e dal tipo di schema numerico utilizzato dalla soluzione, infatti se lo schema è esplicito allora C_{max} è dell'ordine di 1 mentre nel caso in cui fosse implicito, dato che sono meno sensibili alle instabilità numeriche, il valore di C_{max} può essere più elevato. L'equazione può essere espressa mettendo in evidenza differenti termini quali per esempio quelli convettivi (la velocità), diffusivi o il numero di Mach. In CONVERGE esistono diverse definizioni del parametro CFL, ognuna legata ad una grandezza specifica (velocità, diffusione, onde di pressione, ecc.). L'utente deve definire i limiti massimi di ciascun parametro CFL che il solutore può raggiungere durante la simulazione, ed a partire da essi viene calcolato il time-step massimo ammissibile durante la simulazione. Il solutore di CONVERGE si occupa di adattare il time-step ai vincoli definiti tramite i parametri CFL in modo dinamico, durante la simulazione, permettendo una riduzione dei tempi di calcolo.

Capitolo 4

Sviluppo della metodologia di calcolo

In questo capitolo vengono illustrate le simulazioni che sono state effettuate, le impostazioni di calcolo e i risultati che sono stati ottenuti durante l'attività di sviluppo di una metodologia di calcolo aeroacustico preliminare. Lo sviluppo della metodologia ha coinvolto due fasi:

1. verifica delle funzionalità aeroacustiche di base del software CONVERGE;
2. analisi di un getto 3D.

Nella prima parte del capitolo viene descritto la fase di sviluppo della metodologia, per la quale è stato analizzato il suono emesso da un semplice monopolo. Successivamente viene trattato il caso di un getto 3D con quel che concerne gli studi che sono stati effettuati e i dati in letteratura che sono stati presi come riferimento. Infine attraverso l'analisi dei risultati si definiscono le caratteristiche e i limiti della metodologia di calcolo sviluppata.

4.1 Verifica funzionalità di base: simulazione di un monopolo

Il monopolo rappresenta uno dei casi più basilari di simulazione per via della poca complessità della geometria che lo compone. E' utile considerare tale caso per la verifica delle funzionalità di base di CONVERGE, valutando il segnale acustico ottenuto nel dominio di calcolo rispetto alla sorgente monopolare e ricavando così informazioni circa l'adeguatezza delle impostazioni di calcolo.

4.1.1 Setup di Calcolo

Il setup finale di calcolo è stato preceduto da una serie di sperimentazioni riguardanti le condizioni al contorno, la griglia di calcolo e gli schemi numerici. Per brevità nel seguito si riportano soltanto le impostazioni di calcolo finali risultanti quali miglior compromesso per l'attività di studio. La geometria studiata è rappresentata in Fig. 4.1 ed è caratterizzata da:

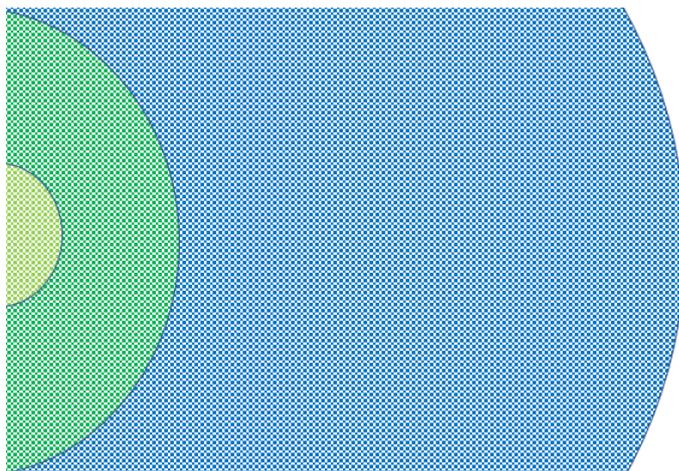


Figura 4.1: Rappresentazione della geometria del Monopolo.

- Una sfera di diametro di 0.2 m, tale superficie rappresenta la sorgente monopolare della simulazione ed è definita come inflow boundary, al quale è associato un flusso di massa entrante nel dominio di calcolo. Il monopolo è stato simulato con l'emissione di un segnale acustico a 100 Hz, attraverso l'imposizione di una portata oscillante con ampiezza massima pari a 1.7 g/s a temperatura ambiente (300 K);
- Una sfera di diametro di 0.4 m la cui funzionalità è quella di costituire una superficie permeabile al flusso, utilizzata dall'algoritmo di propagazione di Ffwocs Williams Hawkins per l'acustica;
- Una sfera di diametro di 2 m rappresentativa della superficie esterna del dominio e definita come outflow della simulazione. Su di essa sono state applicate le condizioni di NSCBC con valore di pressione ambiente pari a 101325 Pa.

Nel tentativo di ottenere il massimo grado di accuratezza la mesh interna è stata raffinata utilizzando strategie di fixed embedding ed è stata realizzata seguendo queste linee principali:

- Al fine di ottenere un numero minimo di 30 celle per lunghezza d'onda, necessario per evitare errori di dispersione, si è imposto come grandezza base delle celle una dimensione di 0.04 m, più che sufficiente per garantire la propagazione acustica di un'onda di frequenza di 100 Hz ;
- Allo scopo di ridurre ulteriormente eventuali errori di dispersione tra la sorgente monopolare e la superficie di FWH, si è impostato un fixed embedding, anch'esso di forma sferica, di diametro di 0.6 m, nel quale le celle hanno dimensione pari a 0.01 m;
- Nella zona della superficie esterna, al fine di evitare la presenza di celle tagliate direttamente a contatto con l'outflow boundary, si è impostata un'inlaid mesh con delle dimensioni di celle dello stesso ordine di grandezza della base grid size. La presenza dell'inlaid mesh, in particolare, si è rivelata essere fondamentale per garantire il corretto comportamento delle onde acustiche nel momento in cui vengono in contatto con l'outflow boundary.

La Fig. 4.2 mostra la distribuzione e l'organizzazione della mesh nel dominio.

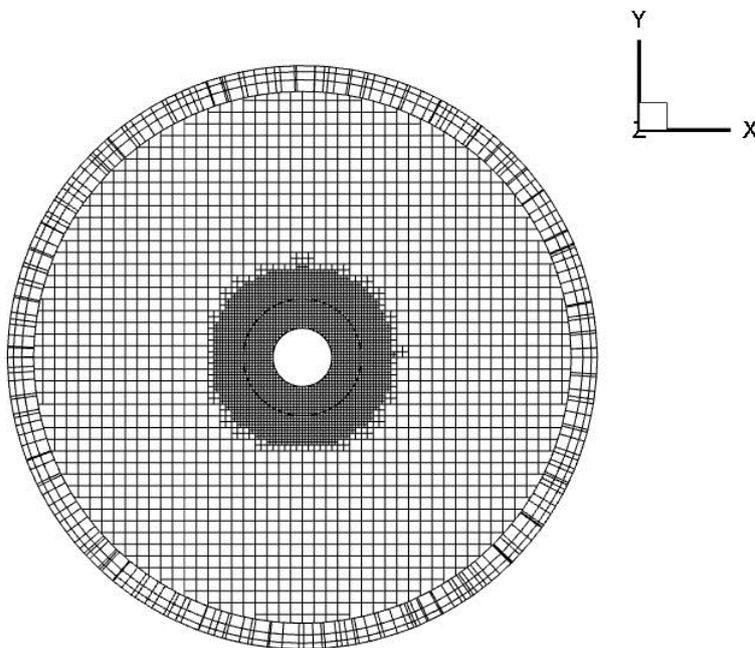


Figura 4.2: Rappresentazione della mesh del Monopolo.

La Fig. 4.3 mostra i dettagli relativi alla condizione di inflow imposta sulla superficie interna del dominio di calcolo

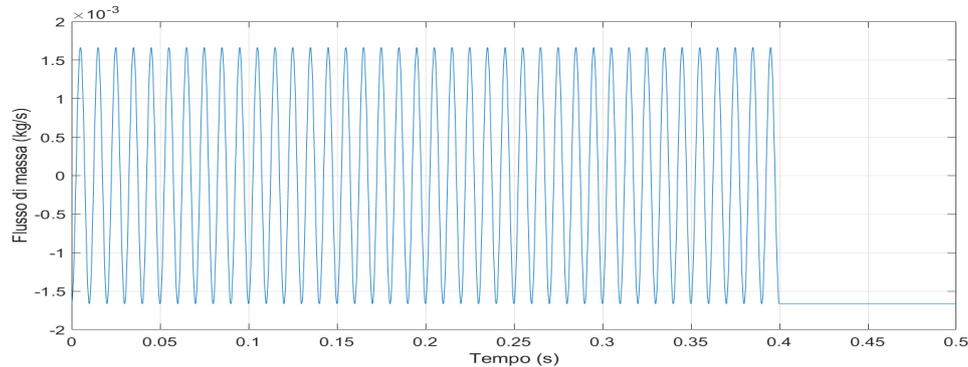


Figura 4.3: Rappresentazione del flusso di massa nella sorgente.

Sono stati posizionati all'interno del dominio di calcolo dei sensori virtuali nei quali sono state estratte informazioni riguardanti l'evoluzione temporale delle grandezze acustiche e fluidodinamiche (pressione, velocità, ecc.). In aggiunta è stato posizionato un microfono virtuale posizionato in campo acustico lontano, il quale riceve informazioni attraverso la propagazione del segnale acustico acquisito sulla superficie di FWH. Il microfono virtuale si differenzia dai sensori virtuali per il fatto di non costituire un punto all'interno del dominio di calcolo, pertanto le informazioni ad esso riferite non sono direttamente ricavate dall'acquisizione locale del segnale acustico quanto piuttosto dalla propagazione del segnale acquisito sulla superficie di FWH.

- Sensore virtuale 1: $[0.8; 0; 0]$ m;
- Sensore virtuale 2: $[0.21; 0; 0]$ m;
- Sensore virtuale 3: $[0.15; 0; 0]$ m;
- Microfono virtuale: $[1; 0; 0]$ m.

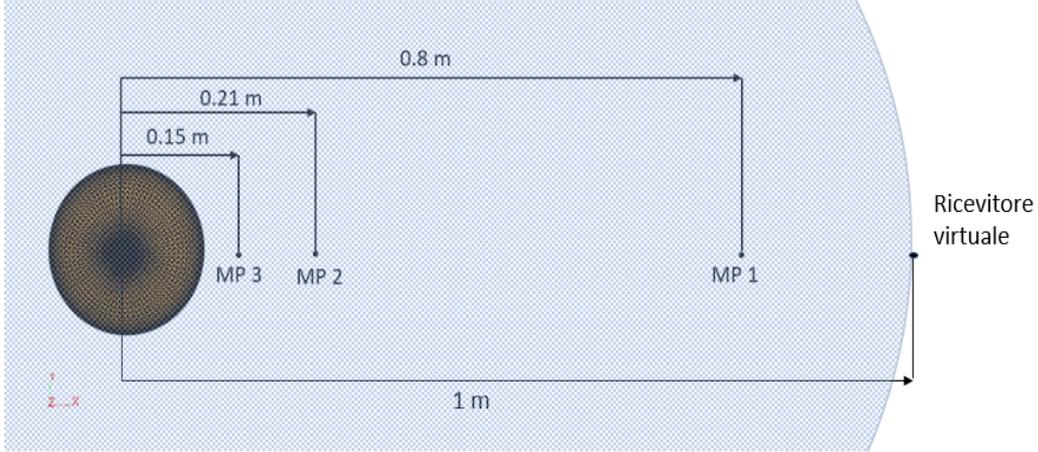


Figura 4.4: Rappresentazione dei sensori virtuali e ricevitore nel dominio.

La condizione di parete non riflettente esterna è realizzata attraverso l'imposizione delle NSCBC e quindi definendo un parametro K . Per il calcolo della prima frequenza di risonanza del dominio di calcolo sferico si è fatto riferimento all'articolo di Daniel A. Russel et al. [20] che definisce:

$$f_0 = 2.08 \frac{c}{2\pi D/2} = 114\text{Hz}. \quad (4.1)$$

Da questo fattore si è determinato il limite massimo di K attraverso $K_{max} = 4\pi f_0 = 1444\text{Hz}$. Su queste considerazioni sono stati scelti i parametri σ e L tale per cui si rientra in questo limite:

$$\sigma = 0.1, \quad L = 0.9\text{m}, \quad K = \sigma \frac{c}{L} (1 - M^2) = 38.4\text{Hz}. \quad (4.2)$$

Il modello di turbolenza utilizzato è il RANS RNG $k-\varepsilon$, questa scelta è legata al fatto che la turbolenza presente è trascurabile, quindi essendo presenti solo pulsazioni l'utilizzo di tale metodo è più che sufficiente. Lo schema spaziale utilizzato per quanto riguarda le equazioni del momento, dell'energia, delle specie e della densità è del secondo ordine centrato mentre la turbolenza è risolta con un primo ordine upwind. Lo schema numerico temporale impostato è di tipo implicito mentre il numero di celle totale è pari a $2.1 \cdot 10^5$.

4.1.2 Risultati

La prima verifica effettuata nei risultati è la presenza di una pressione media costante nel dominio di calcolo, durante la fase di emissione sonora del monopolo. L'andamento della pressione media nel dominio è rappresentato in figura 4.5.

Come si può notare l'andamento della pressione media è caratterizzato da una fase iniziale transitoria, legata al fenomeno di inizializzazione del calcolo, in cui la

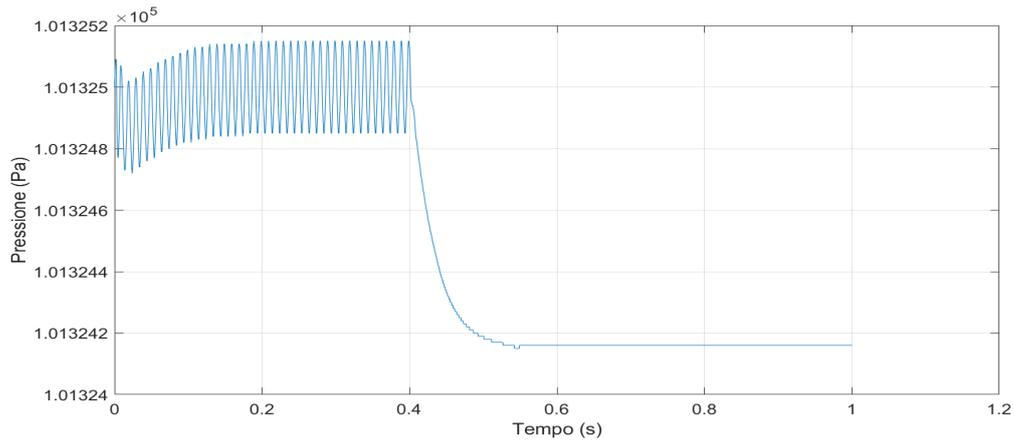


Figura 4.5: Rappresentazione della pressione media nel dominio.

pressione oscilla con la stessa frequenza della forzante in aggiunta ad una oscillazione a bassa frequenza. Raggiunto un tempo di 0.15 s l'oscillazione a bassa frequenza appare scomparsa e la pressione media risulta oscillare perfettamente intorno al valore imposto dalla condizione al contorno di periferia, pari a 101325 Pa. Quando la sorgente cessa di esistere, a 0.4 s, la pressione segue un decadimento rapido fino al raggiungimento di un valore stazionario. L'intervallo preso in considerazione ai fini acustici è compreso fra 0.15 s e 0.4 s in cui la pressione oscilla stabilmente intorno la pressione ambiente, come è visibile dalla Fig. 4.6.

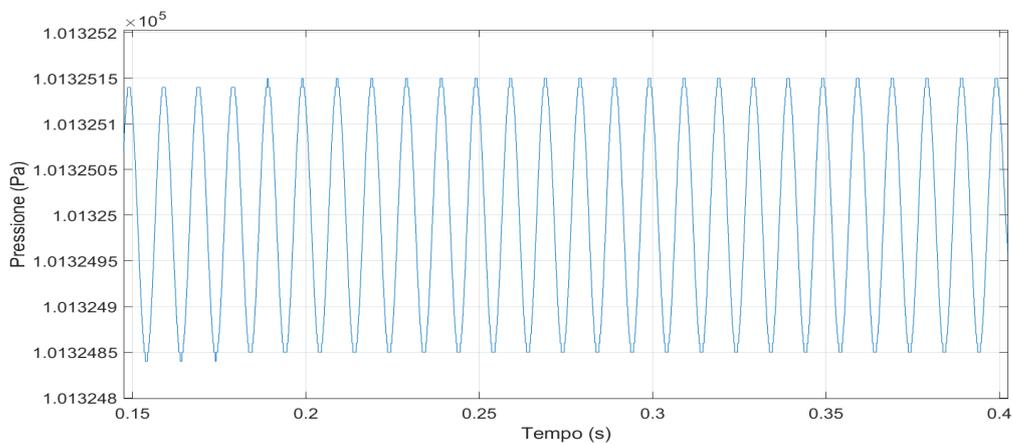


Figura 4.6: Rappresentazione della pressione media nel dominio con intervallo di tempo selezionato.

Dato che l'intento primario è lo studio del comportamento acustico del dominio, è stato analizzato l'andamento della pressione acustica nei vari sensori virtuali e microfoni virtuali. Come è visibile nella Fig. 4.7, l'andamento è concorde con la natura della sorgente sonora, ovvero un andamento oscillante con una frequenza di 100 Hz

attorno al valore medio di 101325 Pa e con una differenza di ampiezze concorde con la distribuzione spaziale dei ricevitori. Si fa presente inoltre l'ordine di grandezza della variabile della pressione acustica, fattore che è fortemente influenzato dalla bassa intensità che possiede il flusso di massa entrante nel dominio. Il software si dimostra in grado di descrivere oscillazioni di pressione con intensità inferiore ad 1 Pa, tipiche dei segnali acustici.

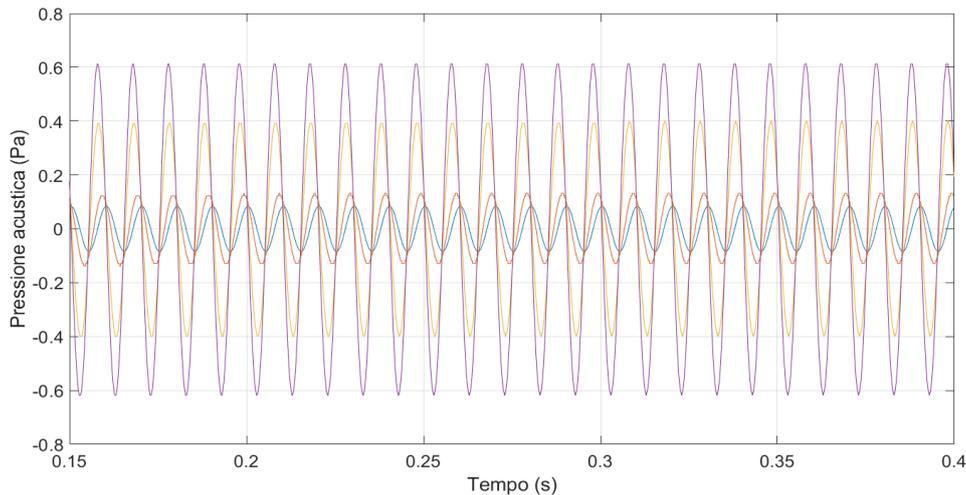


Figura 4.7: Rappresentazione della pressione acustica del microfono virtuale (—), del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—).

Uno dei parametri utilizzato per valutare l'acustica è la Power Spectral Density, espressa in dB/Hz , la quale mostra l'andamento del contenuto energetico irradiato al variare della frequenza. Per poter rappresentare tale parametro, viene utilizzata la trasformata di Fourier per poter passare dal dominio del tempo a quello delle frequenze prendendo in considerazione l'intervallo definito precedentemente. Durante questo passaggio è necessario definire una frequenza di campionamento per andare a rappresentare correttamente i risultati della simulazione ed evitare interpretazioni errate della distribuzione dei dati. A tal proposito durante la simulazione è stata imposta una frequenza di scrittura delle informazioni campionate dai sensori virtuali la quale è pari a $f_{sampling} = 1 \cdot 10^5 Hz$. Tale frequenza soddisfa abbondantemente la condizione di Nyquist dove la $f_{nyquist}$ va ad indicare il requisito minimo per evitare che si presenti il fenomeno dell'aliasing nella digitalizzazione dei dati, ed è pari a:

$$f_{nyquist} > 2 \cdot f_{segnale}, \quad (4.3)$$

dove in questa situazione $f_{segnale} = 100 Hz$. Si ricorda che, nell'ambito della

pressione acustica, la PSD si esprime formalmente come:

$$PSD = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{f_s} \frac{p'^2}{p_{ref}^2} \right). \quad (4.4)$$

Il grafico che si ricava è quello rappresentato nella Fig. 4.8, dove si mostra il confronto tra i vari sensori virtuali con il microfono virtuale.

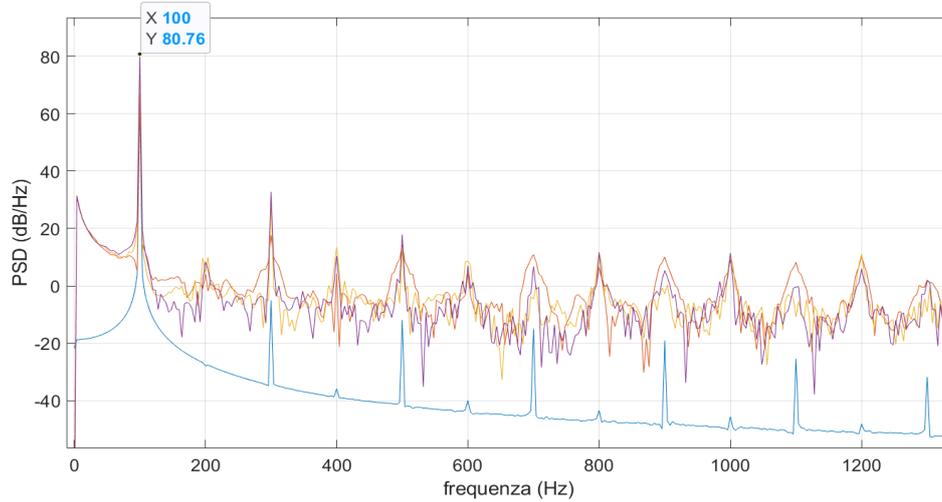


Figura 4.8: Rappresentazione della PSD con range di frequenze ridotto del microfono virtuale (—), del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—).

Basandosi su questi andamenti si possono trarre alcune conclusioni:

- Il picco di maggiore intensità della PSD dei vari ricevitori si presenta correttamente alla frequenza di 100 Hz, attraverso la Fig. 4.9 si nota come l'intensità varia correttamente in funzione della posizione:
 - Sensore virtuale 3: 80.75 dB/Hz;
 - Sensore virtuale 2: 77 dB/Hz;
 - Sensore virtuale 1: 67.2 dB/Hz;
 - Microfono virtuale: 63.42 dB/Hz.

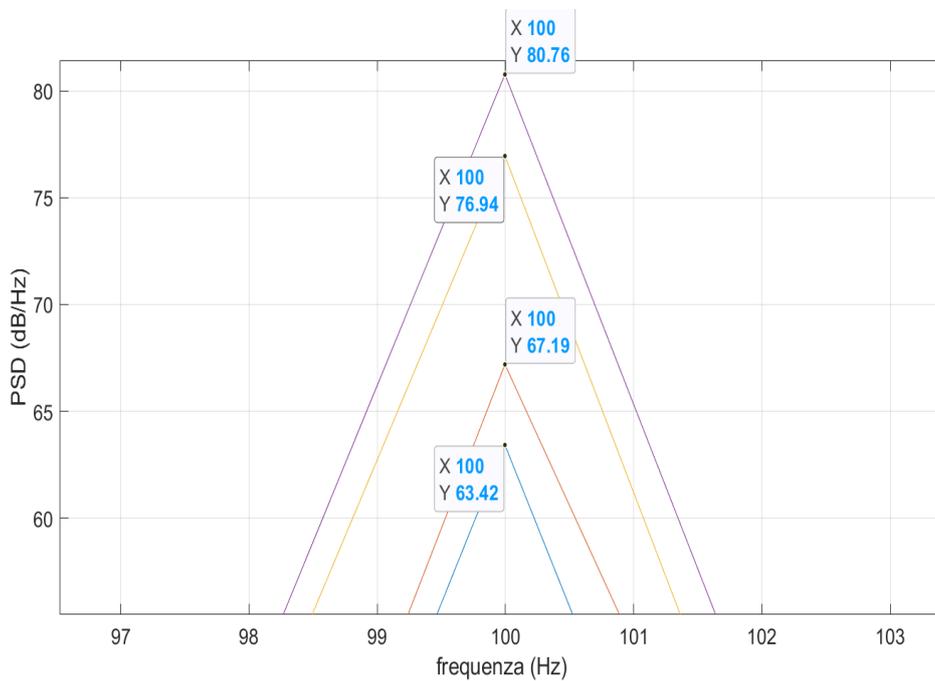


Figura 4.9: Rappresentazione della PSD a $f = 100\text{Hz}$ del microfono virtuale (—), del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—).

- Uno dei motivi per cui l'andamento dei sensori virtuali risulta essere frastagliato e con una grande differenza rispetto al ricevitore virtuale in termini di dB/Hz dopo il primo picco è legato al grado di precisione nella scrittura dei risultati, come è visibile nella Fig. 4.10. In tale figura, che rappresenta un ingrandimento della Fig. 4.7, si nota una chiara struttura a gradini per quanto riguarda la rappresentazione della dei sensori virtuali.

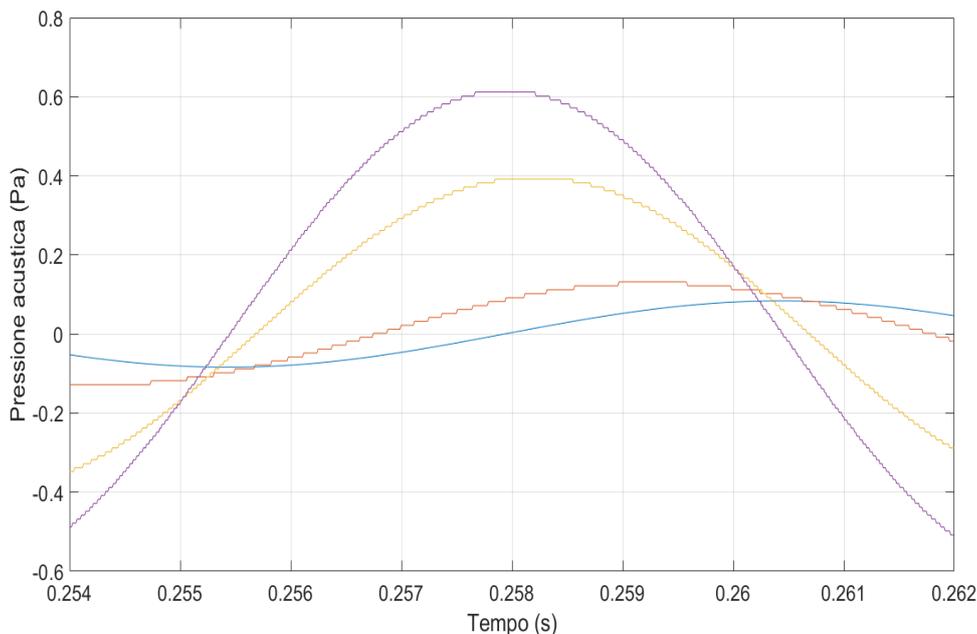


Figura 4.10: Focus della pressione acustica del microfono virtuale (—), del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—).

- Quello che ci si aspetta dalla PSD di una sorgente monopolare è un unico picco, in questo caso a 100 Hz . Differentemente da quello previsto, quello che si verifica in questo caso è un susseguirsi di picchi, ad un'alternanza di 100 Hz . Le possibili cause per l'origine di tale fenomeno sono:
 - presenza di riflessioni residue da parte dell'outflow boundary;
 - presenza di dissipazioni numeriche/rumore numerico.

Un discorso analogo si applica alla rappresentazione dell'SPL come è visibile nella Fig. 4.11. Il primo picco si presenta alla frequenza di 100 Hz e, come visto già nella PSD, sono presenti altri picchi di intensità via via minore all'aumentare della frequenza.

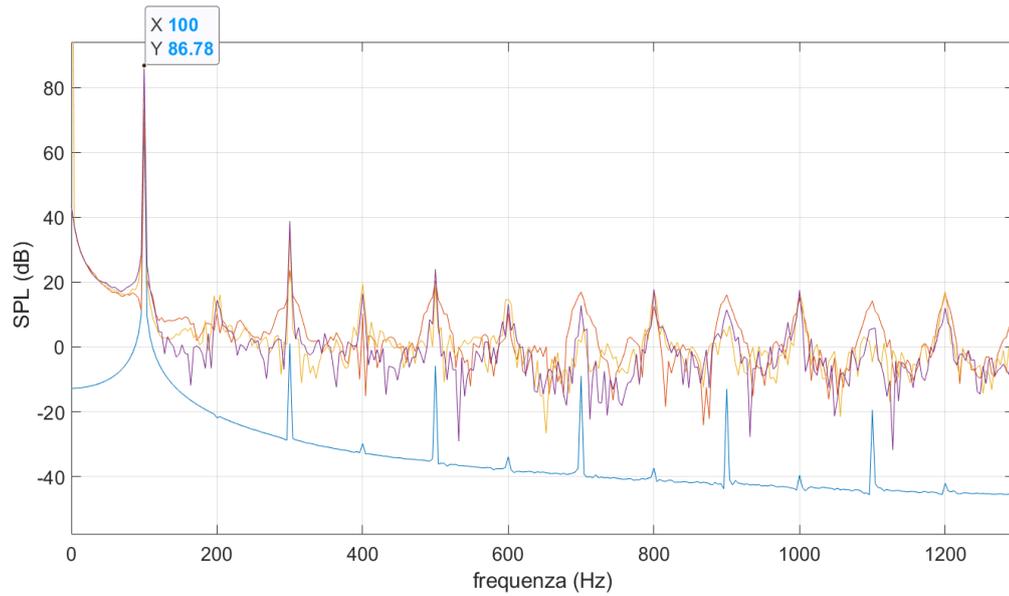


Figura 4.11: Rappresentazione SPL in funzione della frequenza del microfono virtuale (—), del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—).

Applicando uno zoom nella zona del primo picco, come è visibile nella Fig. 4.12 si verifica che la variazione di intensità tra i vari ricevitori è concorde con la loro posizione nello spazio:

- Sensore virtuale 3: 86.8 *dB*;
- Sensore virtuale 2: 83 *dB*;
- Sensore virtuale 1: 73.2 *dB*;
- Microfono virtuale: 69.44 *dB*.

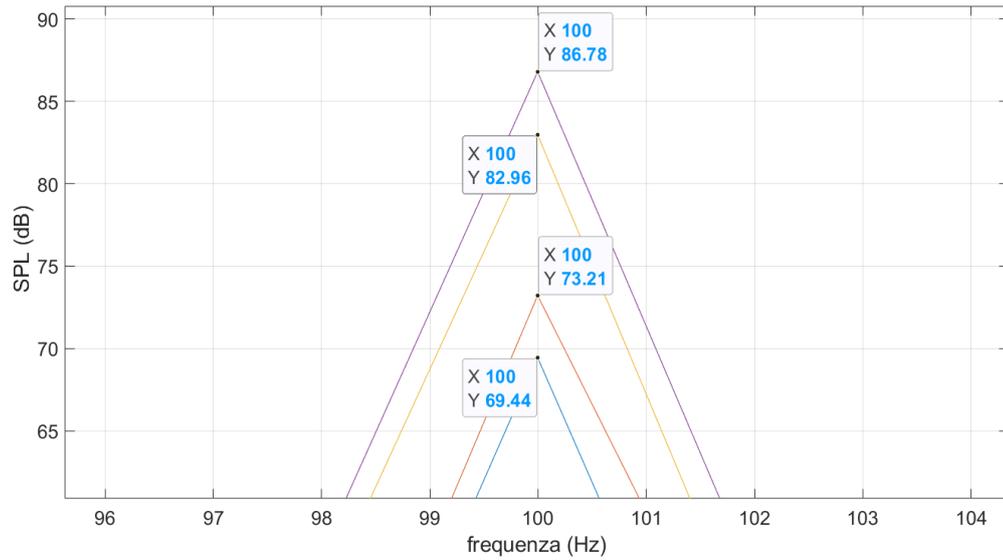


Figura 4.12: Focus della SPL dei ricevitori alla frequenza di 100 Hz del microfono virtuale (—), del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—).

I risultati ottenuti sono stati reputati sufficienti a verificare l'idoneità del software di calcolo per le simulazioni aeroacustiche, in considerazione del fatto che la sorgente monopolare analizzata è dotata di intensità ridotte.

4.2 Simulazione di un getto 3D

La fase successiva di questo elaborato si concentra nello sviluppo di una metodologia di calcolo dedicata allo studio di un getto 3D. Nella prima parte si descrivono i dati di letteratura utilizzati come riferimento. In seguito si descrivono i risultati ottenuti utilizzando un dominio di forma sferica. Nella parte finale viene descritto lo studio del getto 3D effettuato con un dominio di forma prismatica.

4.2.1 Dati di letteratura

Durante lo studio sono stati presi come riferimento dei dati presenti in diverse pubblicazioni che esaminavano il caso di un getto, in condizioni simili a quelle simulate. Il primo articolo a cui si è fatto riferimento è stato quello pubblicato da Ahuja et al. [22] pubblicato nel *Journal of Sound and Vibration* nel 1973, nel quale illustrano le misurazioni del campo acustico per 3 diversi getti subsonici di aria fredda esaminati in una camera anecoica, ovvero con pareti appositamente costruite per eliminare la riflessione dei segnali acustici. La struttura sperimentale è visibile nella Fig. 4.13:

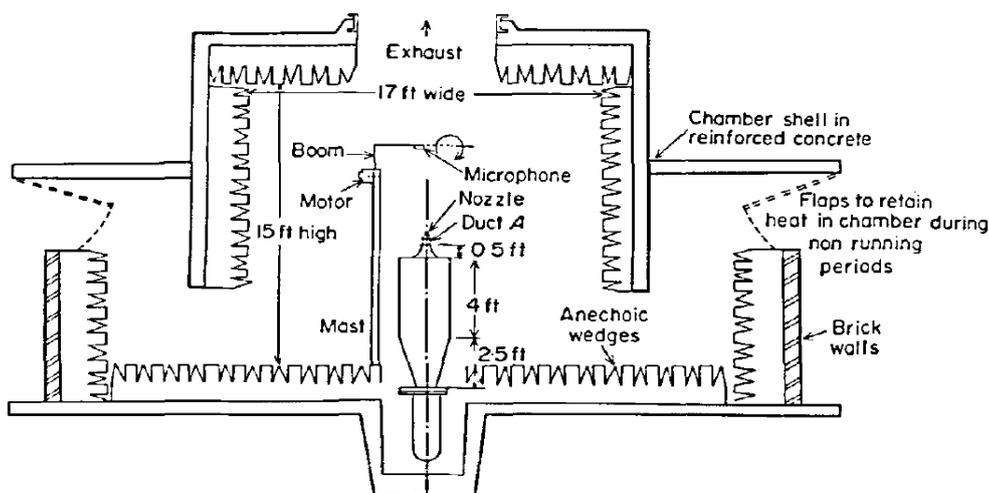


Figura 4.13: Sezione della camera anecoica utilizzata in Ahuja.

L'analisi acustica è stata effettuata sfruttando dei ricevitori posti ad una distanza fissa di 6 ft (1.83 m) con angolazioni differenti rispetto al getto e con un range di velocità da 200 ft/s a 1000 ft/s , a intervalli di 100 ft/s . Nella Fig. 4.14 si mostra un esempio dei risultati che sono stati ottenuti. Tale grafico mostra l'andamento dell'SPL dei vari sensori virtuali al variare della frequenza, espressa in termini di 1/3 banda di ottava, di un getto di diametro $d = 2.4\text{ inch}$ (0.061 m) con velocità del flusso uscente di 152 m/s . Si possono distinguere gli SPL per:

- Ricevitore posto a 20° con (—) ;
- Ricevitore posto a 30° con x ;
- Ricevitore posto a 45° con $+$;
- Ricevitore posto a 60° con \square ;
- Ricevitore posto a 90° con \triangle ;
- Ricevitore posto a 120° con \circ .

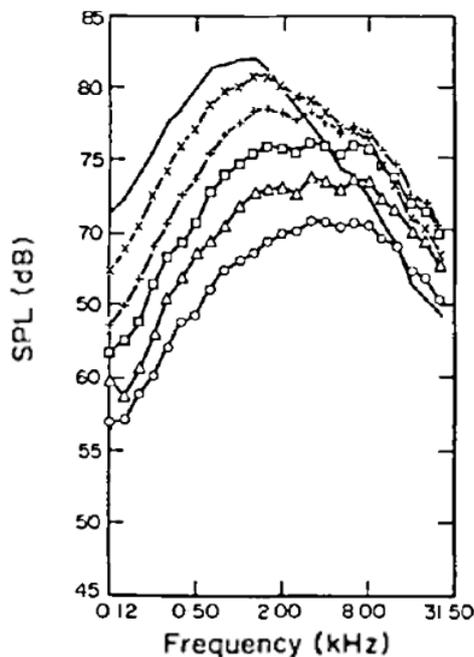


Figura 4.14: SPL in funzione della frequenza espressa in termini di 1/3 banda di ottava.

Altri articoli che sono stati presi in considerazione sono stati quelli di Viswanathan, "Aeroacoustics of hot jets" del 2004 [23] e "Jet Aeroacoustics testing: issues and implications" del 2003 [24]. Tali articoli illustrano uno studio sistematico dell'effetto della temperatura nel rumore generato dai getti subsonici, di differenti diametri e al variare del numero di Reynolds, avvenuti in una struttura della Boeing dedicata all'analisi aeroacustica a basse velocità. Seppur l'intento primario dello studio fatto è diverso, è stato possibile estrarre dei risultati utili al fine di confrontarli con i dati ottenuti in simulazione. La struttura della sperimentazione è visibile nella Fig. 4.15 in sezione mentre la Fig. 4.16 mostra i risultati ottenuti dell'SPL di un ricevitore posto a 90° rispetto all'uscita del getto di diametro di $2.5 \text{ inch} = 0.064 \text{ m}$ con una distanza di $d = 4.572 \text{ m}$ al variare del numero di Mach e rappresenta un esempio dei grafici presi in considerazione da questa letteratura.

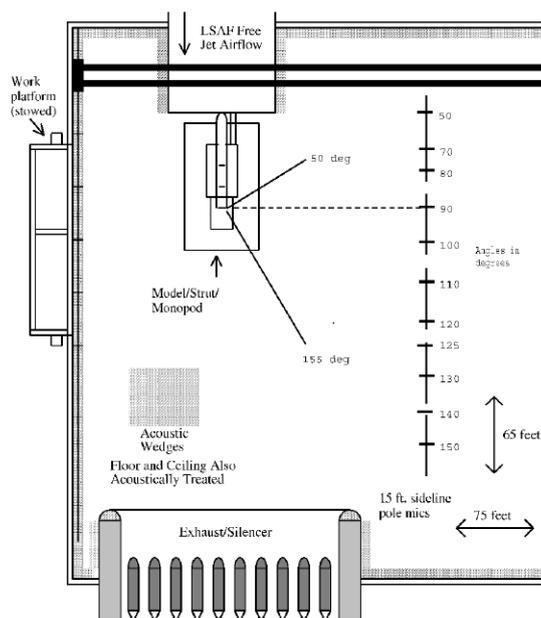


Figura 4.15: Sezione del setup di misurazione di Viswanathan.

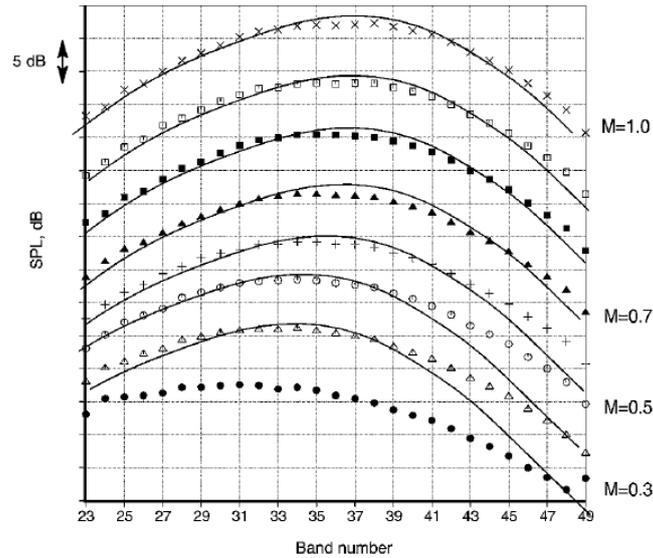


Figura 4.16: Confronto dello spettro di un ricevitore a 90° al variare del numero di Mach.

4.3 Jet 3D plenum sferico

La preparazione e lo sviluppo del caso in esame è stato accompagnato da una fase di sperimentazione focalizzata nella ricerca dell'impostazione di calcolo ottimale che potesse realizzare una simulazione stabile, garantire la propagazione acustica ed evitare il fenomeno delle riflessioni spurie. La scelta di tale plenum è stata giustificata dalla semplicità geometrica che presenta e dal fatto che nel caso del monopolo non ha portato a fenomeni di instabilità, soprattutto se accoppiato con le NSCBC.

4.3.1 Setup di calcolo

Il getto fluido fuoriesce da una sezione cilindrica di raggio di $r = 3.1 \cdot 10^{-2} m$ ed è caratterizzato da un numero di Mach $M = 0.3$. La struttura geometrica esterna è caratterizzata da un plenum sferico, centrato alle coordinate $[1.8; 0; 0] m$ con un raggio di $2.2 m$ al fine di contenere uno spazio adeguato per consentire la piena evoluzione del flusso. La Fig. 4.17 mostra indicativamente come nel dominio siano presenti una successione di 5 fixed embedding nella zona del getto. La Fig. 4.18 mostra tali raffinamenti e dell'inlaid mesh creato appositamente nella superficie esterna, fondamentale per garantire il corretto comportamento delle onde acustiche nel momento in cui vengono in contatto tale parete.



Figura 4.17: Rappresentazione dominio sferico del caso del jet 3D.

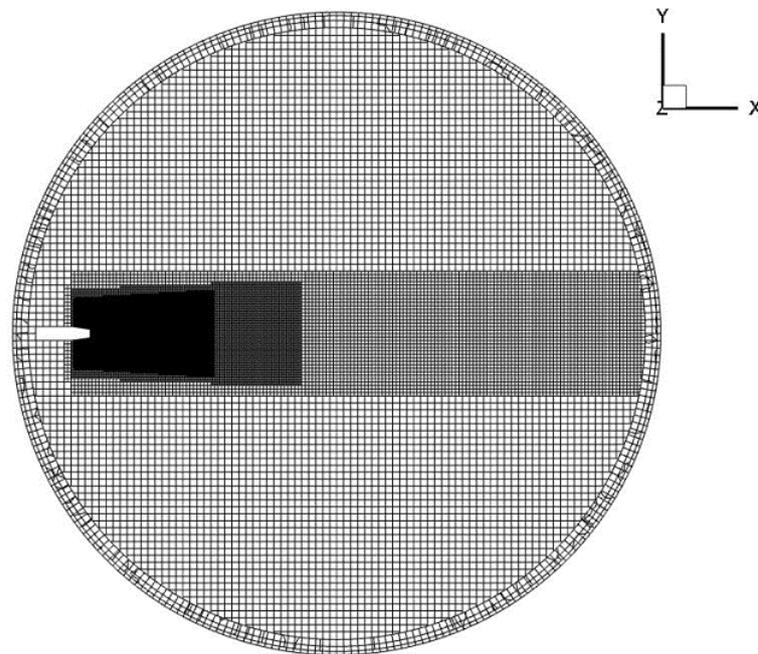


Figura 4.18: Rappresentazione della mesh del caso jet 3D con plenum sferico.

Come accennato in precedenza la condizione principale utilizzata in questo caso per evitare il fenomeno di riflessione di onde spure nel dominio sono state le NSCBC, le quali sono state imposte sull'outlet boundary. Il primo modo di risonanza, per una sfera avente le dimensioni indicate, si presenta ad una frequenza di $105 Hz$. Considerando come riferimento [20], che porta a definire un $K_{max} = 1195 Hz$, sono stati scelti come parametri imposti nelle NSCBC:

$$\sigma = 0.25, \quad L = 0.16m, \quad K = \frac{c}{L}\sigma(1 - M^2) = 490Hz, \quad (4.5)$$

indicando come pressione media $101325 Pa$.

Dal punto di vista della discretizzazione spaziale si è scelto di utilizzare nell'ambito delle equazioni del momento, dell'energia, della densità e delle specie uno schema base con secondo ordine centrale mentre nell'ambito turbolento si è impostato un primo ordine upwind giustificato dal fatto che un ordine centrale avrebbe potuto introdurre degli errori dispersivi. Dal punto di vista invece della discretizzazione temporale si è scelto di utilizzare uno schema di tipo implicito, mentre il numero totale di celle nella simulazione corrisponde a $6.6 \cdot 10^6$. Al fine di osservare l'evoluzione dei fenomeni all'interno del dominio sono stati inseriti dei sensori virtuali mentre non sono stati presi in considerazione i microfoni virtuali per via del fatto che l'interesse principale dello studio è stata l'analisi del campo acustico vicino. Le posizioni dei sensori virtuali, visibili nella Fig. 4.19, sono:

- Sensore virtuale 1: $[0.212; 0; 0.212] m$;
- Sensore virtuale 2: $[0.5; 0; 0.212] m$;
- Sensore virtuale 3: $[0.8; 0; 0.3] m$.

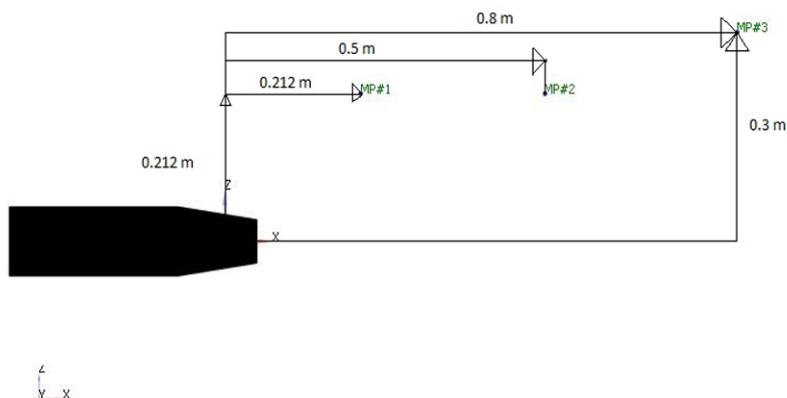


Figura 4.19: Posizione dei sensori virtuali del caso jet 3D con plenum sferico.

4.3.2 Risultati

Come nel caso del monopolo il primo parametro che è utile analizzare è l'andamento medio della pressione nel dominio, la sua rappresentazione è visibile nella Fig. 4.20:

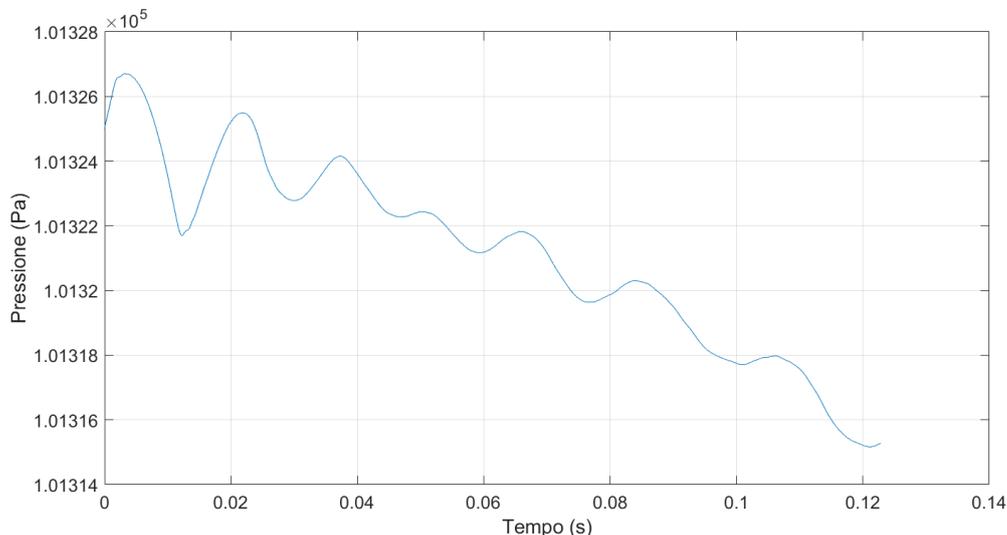


Figura 4.20: Andamento della pressione media nel dominio nel caso di un getto con plenum sferico.

La pressione mostra un carattere oscillatorio che, dopo una prima fase, acquista un andamento medio con pendenza negativa. Tale andamento, seppur di piccola intensità, segnala un comportamento differente rispetto a quello previsto idealmente, ovvero oscillante attorno ad un valore medio trascurando la fase transitoria iniziale. L'andamento così determinato non è accettabile, poiché indicativo di un'instabilità interna che si sta propagando nel periodo di simulazione e che potrebbe portare ad una successiva divergenza dei risultati. Tale comportamento è segno che le NSCBC applicate alla superficie esterna non stiano funzionando in modo adeguato, riflettendo delle onde di pressione che alterano la propagazione interna. La conferma di tale fenomeno di riflessione di onde spurie è stata ricercata attraverso ulteriori analisi dei risultati.

I primi elementi che si andranno ad osservare sono le pressioni acustiche dei sensori virtuali 1, 2, 3. Dato che la pressione media temporale nel dominio non è costante, come è visibile in Fig. 4.20, per il calcolo della pressione acustica è stato necessario considerare la variabilità spaziale. La formula generale:

$$p'(x, t) = p(x, t) - \bar{p}(x), \quad (4.6)$$

è stata applicata nelle coordinate spaziali dei sensori virtuali, in modo tale da distinguere la pressione media effettiva, \bar{p} , tra un ricevitore ed un altro. La Fig. 4.21

illustra come il fenomeno del transitorio iniziale sembra concludersi intorno a 0.4 s dato che in seguito gli andamenti assumono un percorso quasi regolare, per cui andando a trascurare questa fase iniziale si riduce il range di osservazione nell'intervallo visibile in Fig. 4.22.

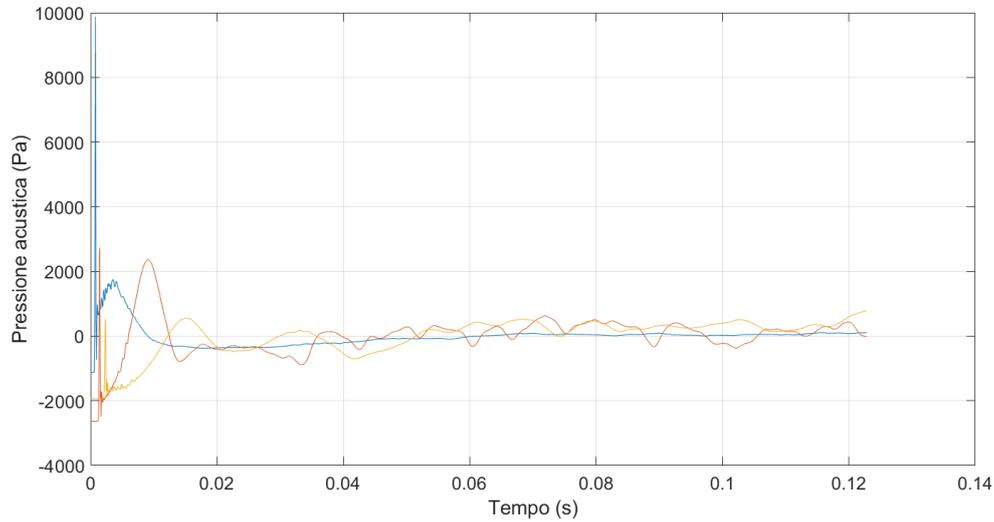


Figura 4.21: Andamento della pressione acustica del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—) nel caso di un getto con plenum in un intervallo temporale di 0.12 s.

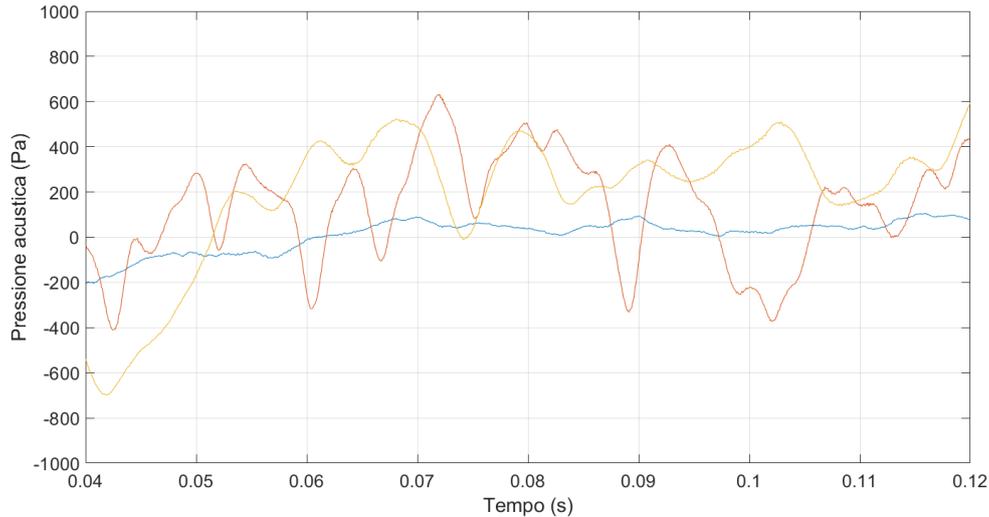


Figura 4.22: Andamento della pressione acustica del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—) nel caso di un getto con plenum sferico con un intervallo temporale ridotto a partire da 0.04 s.

L'origine turbolenta di una sorgente acustica produce un andamento della pressione p' di natura frastagliata oscillante attorno ad un valore medio, composta principalmente da onde a basse frequenza ed elevata intensità sommate ad un contributo di alte frequenze e bassa intensità. La considerazione principale che si fa osservando i grafici di figura 4.21 e 4.22 è che l'andamento sembra avvicinarsi all'effettiva evoluzione acustica generata da una sorgente turbolenta se non fosse che in termini di ampiezza il segnale della pressione assume ordini di grandezza troppo elevati da poter essere classificati come acustica. Trascurando la prima fase transitoria ed estraendo i segnali PSD e dell'SPL dei vari sensori virtuali, si osserva come i massimi ottenuti, nel range di frequenza di interesse, abbiano dei valori elevati per un'origine turbolenta di tale intensità. Per il caso della PSD si può osservare che i primi picchi alla frequenza di 60 Hz sono:

- Sensore virtuale 1: 118.4 dB/Hz;
- Sensore virtuale 2: 115.3 dB/Hz;
- Sensore virtuale 3: 108.1 dB/Hz.

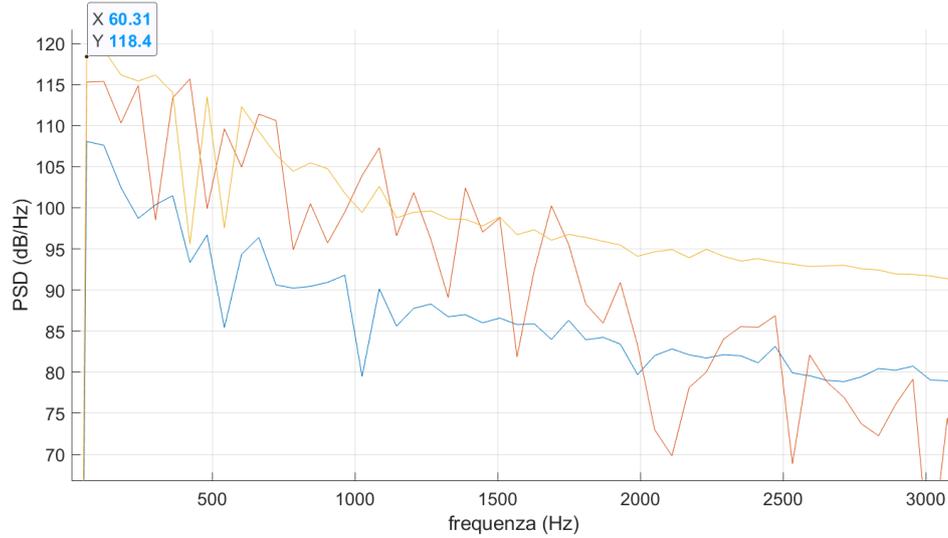


Figura 4.23: Rappresentazione della PSD del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—) nel caso del getto con plenum sferico.

Mentre nel caso dell'SPL i primi picchi, sempre alla frequenza di 60 Hz , sono:

- Sensore virtuale 1: 136.2 dB ;
- Sensore virtuale 2: 133.1 dB ;
- Sensore virtuale 3: 126 dB .

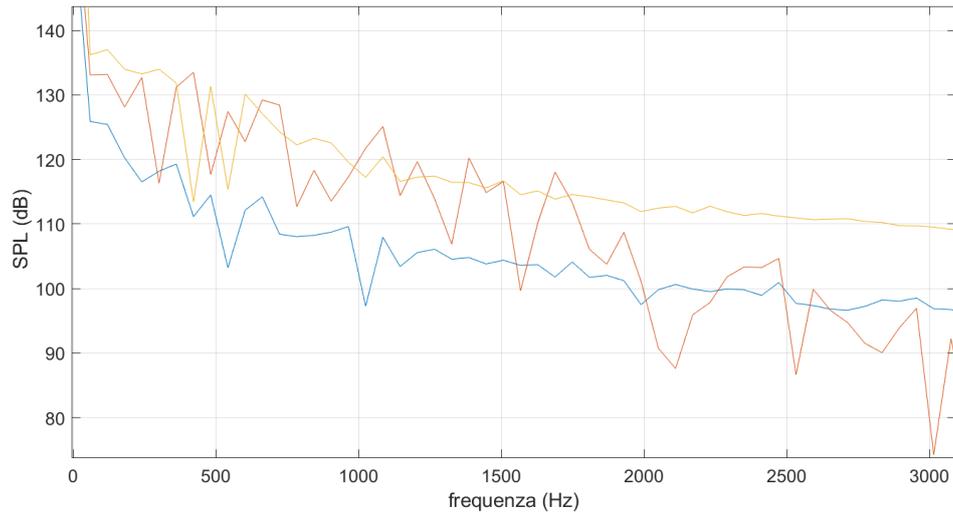


Figura 4.24: Rappresentazione dell'SPL del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—) nel caso del getto con plenum sferico.

La motivazione principale che è stata osservata è legata al fatto che le pareti esterne imposte con le NSCBC riflettessero delle onde di pressione spurie a bassa frequenza, le quali ritornando nel dominio hanno amplificato l'ampiezza della pressione acustica. La causa alla base dei risultati ottenuti è da ricercare nella presenza di riflessioni di onde acustiche a bassa frequenza, le quali amplificano l'ampiezza di oscillazione della pressione acustica all'interno del dominio.

La Fig. 4.25 mostra in una sequenza di intervalli l'evoluzione iniziale della pressione acustica nel dominio. Nella Fig. 4.25a si nota l'onda principale che è in procinto di imbattersi nella parete esterna laterale nel lato destro della figura mentre le figure 4.25b-4.25c mostrano gli istanti successivi di tempo. Le zone evidenziate mostrano il fenomeno della sovrapposizione di onde acustiche uscenti con quelle riflesse dalla superficie esterna, fenomeno che altera la propagazione acustica nel dominio.

Acoustic Pressure [Pa]: -10.00 -7.78 -5.56 -3.33 -1.11 1.11 3.33 5.56 7.78 10.00

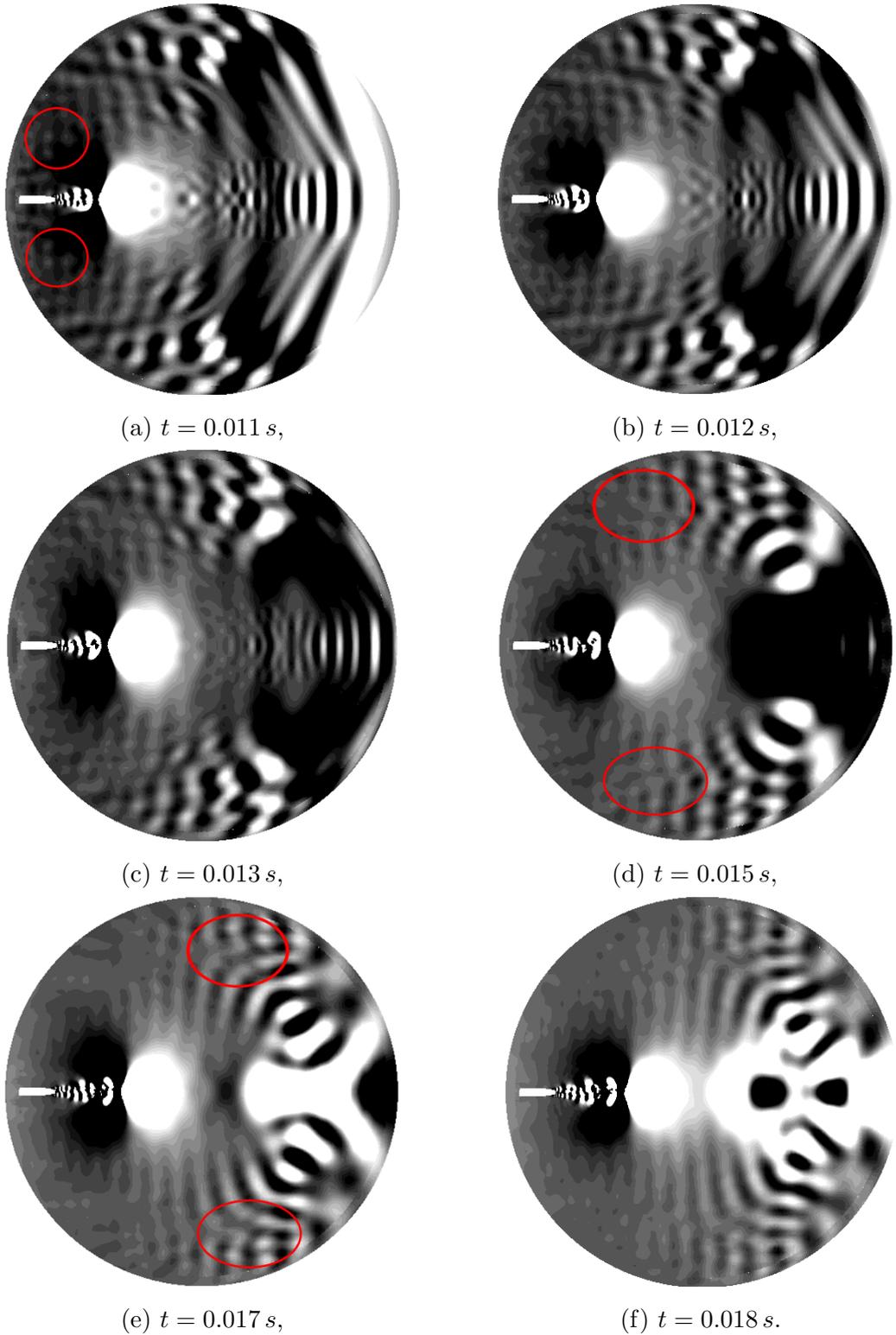


Figura 4.25: Pressione acustica nel dominio sferico di un getto 3D.

La Fig. 4.26 mostra una sequenza del dominio in alcuni intervalli successivi, in cui la fase transitoria iniziale si è conclusa. Le Fig. 4.26a e Fig.4.26b mostrano chiaramente il fenomeno della sovrapposizione delle onde di pressione in prossimità della parete esterna. Nelle zone evidenziate delle Fig. 4.26c e 4.26d si evidenziano delle bolle di pressione che nascono dalla parete e si propagano all'interno del dominio.

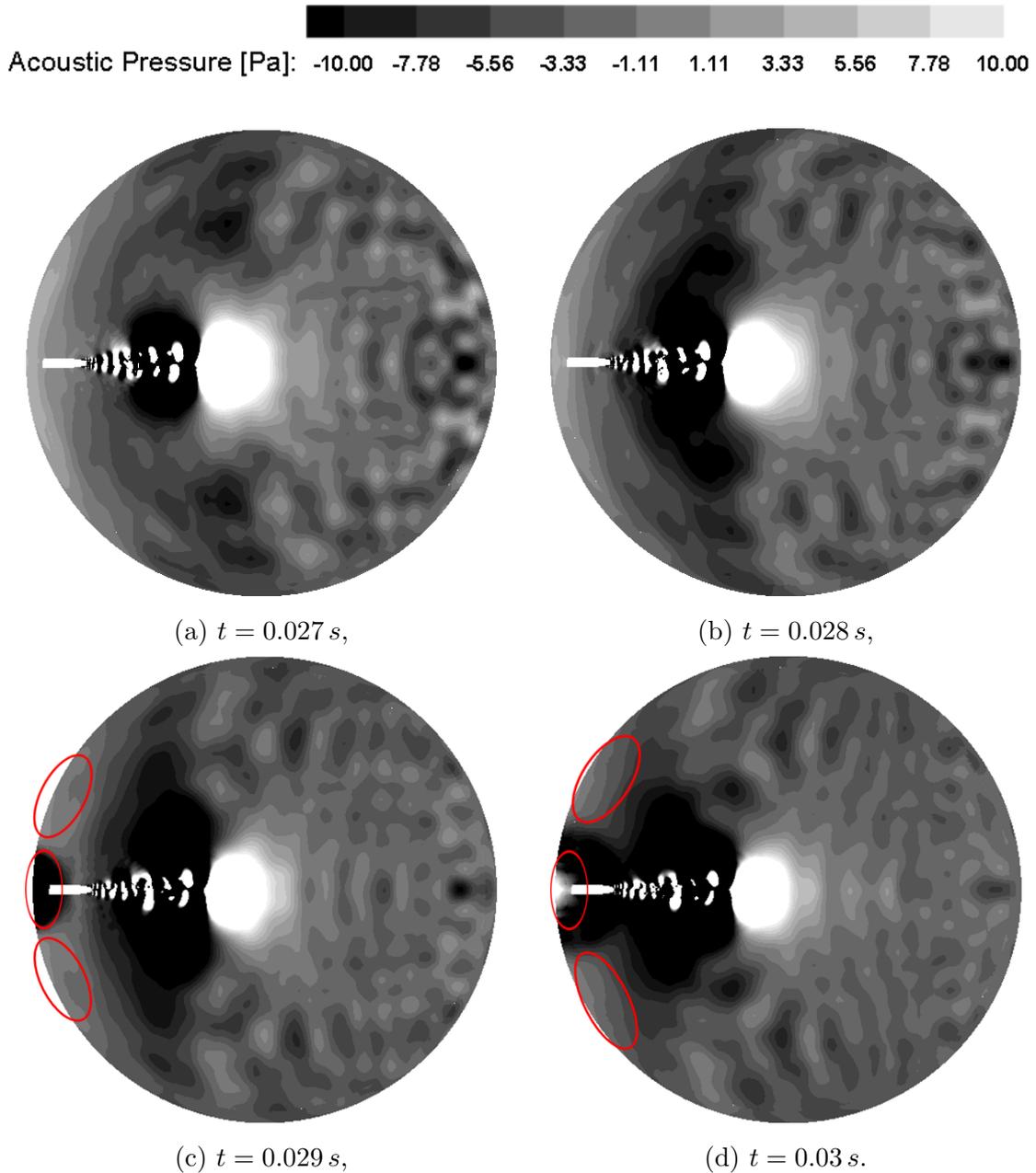


Figura 4.26: Pressione acustica nel dominio sferico di un getto 3D.

I risultati hanno mostrato come l'analisi del getto 3D mediante un plenum sferico e condizioni al contorno NSCBC porti all'ottenimento di una simulazione instabile dal punto di vista della pressione media nel dominio. In particolare il valore del fattore di smorzamento K risulta essere evidentemente troppo basso per permettere la stabilizzazione della pressione media nel dominio di calcolo, ma allo stesso così elevato da causare la riflessione di onde spurie da parte delle pareti del plenum. Non è quindi possibile trovare un valore di smorzamento idoneo alla corretta descrizione dei fenomeni fisici caratterizzanti un getto 3D, mediante il setup descritto. Ciò è dovuto presumibilmente alla dimensione del plenum simulata: aumentando il raggio della sfera utilizzata per simulare il plenum, infatti, si aumenterebbe la distanza interposta tra l'ingresso del flusso nel dominio di calcolo e la condizione al contorno di campo acustico lontano. Inoltre, si ridurrebbe la prima frequenza di risonanza del sistema, creando presumibilmente un range di frequenza idoneo alla definizione di un fattore di smorzamento K accettabile. L'aumento della dimensione del plenum, tuttavia, ha come conseguenza un significativo aumento del numero di celle del dominio di calcolo. Tale aspetto è fortemente indesiderato perchè direttamente legato al tempo di calcolo, per tale ragione è stato deciso di proseguire l'attività di studio con una diversa forma del plenum in cui sfocia il getto 3D oggetto di analisi.

4.4 Jet 3D plenum box rettangolare

Allo scopo di realizzare una simulazione stabile e che al contempo permetta la caratterizzazione del comportamento acustico del getto 3D, senza osservare riflessioni di onde spurie dalle condizioni al contorno del dominio di calcolo, si è deciso di indagare un plenum di forma prismatica. Con tale forma di plenum risultano di difficile applicazione le condizioni al contorno di tipo NSCBC, in quanto non è possibile garantire che l'orientazione delle superfici di contorno del dominio di calcolo sia normale alle onde acustiche incidenti. Per tale ragione si è quindi scelto di utilizzare una diversa strategia di gestione del segnale acustico uscente dal dominio di calcolo: gli sponge layer. Quest'ultimi si presentano come un'alternativa affidabile per smorzare le onde di pressione riceventi annullando possibili fenomeni di riflessione a parete.

4.4.1 Setup di calcolo

La struttura e la geometria del getto non sono stati modificati rispetto al caso precedente, mantenendo la sezione di uscita con un raggio di $r = 3.1 \cdot 10^{-2} m$ con una Mach del flusso pari a $M = 0.4$. Il plenum rettangolare è organizzato in modo tale da avere una lunghezza, lungo l'asse delle x , pari a $l = 3.472 m$, un'altezza e una larghezza pari a $h = 2.47 m$, come è visibile in Fig. 4.27.

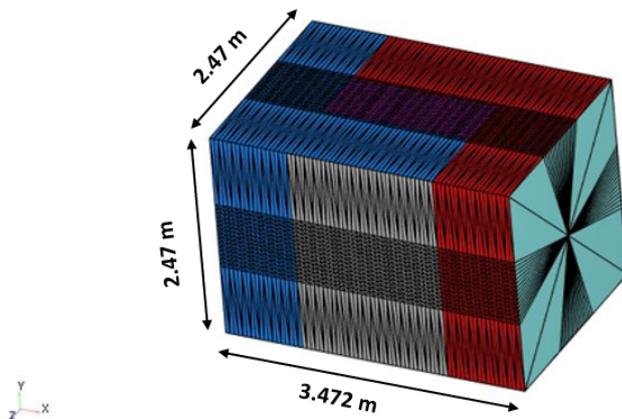


Figura 4.27: Rappresentazione della geometria del getto 3D con plenum box.

Sono stati inseriti all'interno del dominio una sequenza di 5 livelli di fixed embedding a partire dall'uscita del getto fino alla superficie estrema del plenum. Si è imposto una tale struttura per ottenere sia un passaggio graduale dalle varie grandezze di cella sia per garantire una dimensione delle celle adeguata alla descrizione della generazione del suono da parte dei vortici turbolenti nella zona subito dopo

l'uscita del getto. In particolare la zona di mesh più raffinata ha celle di dimensione pari a:

$$\text{cell size embedding} = \frac{\text{base grid}}{2^{\text{embedding scale}}} = \frac{0.0496 \text{ m}}{2^5} = 1.55 \cdot 10^{-3} \text{ m}. \quad (4.7)$$

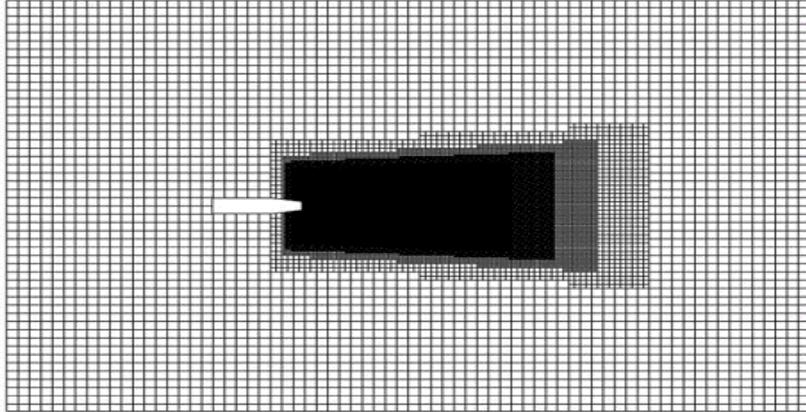


Figura 4.28: Mesh del getto 3D con plenum box.

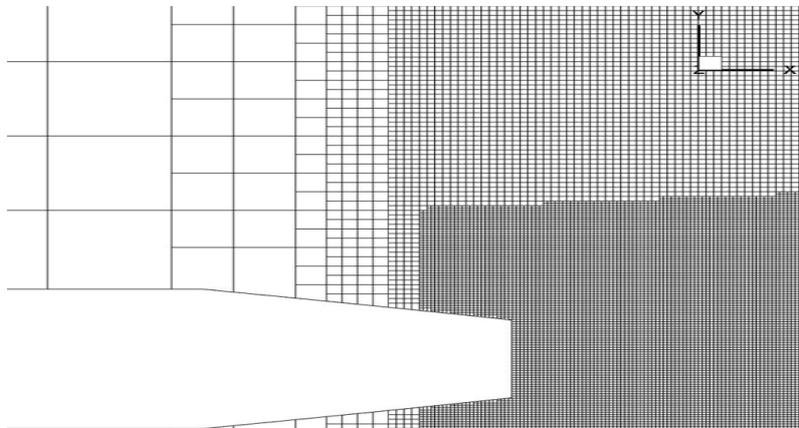


Figura 4.29: Focus della mesh nella zona di uscita del getto 3D.

Come introdotto precedentemente, la simulazione si concentra prevalentemente sull'utilizzo degli sponge layer. La superficie del plenum è suddivisa in 3 diverse zone, come visibile nella Fig. 4.30. La Fig. 4.31 mostra la visuale in un piano $y - z$ indicando le dimensioni degli strati interni. In tutte le superfici laterali si è imposta come condizione al contorno la pressione ambiente di 101325 Pa e una velocità che rispettasse la condizione di Neumann pari a 0, ovvero che la derivata della componente normale alla superficie deve essere nulla.

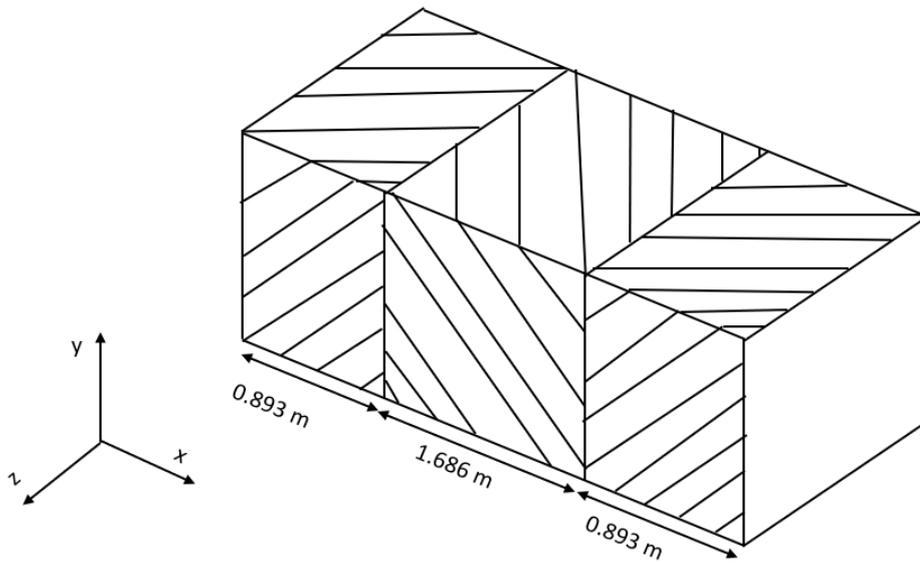


Figura 4.30: Organizzazione spaziale degli sponge layer nel getto 3D con plenum box.

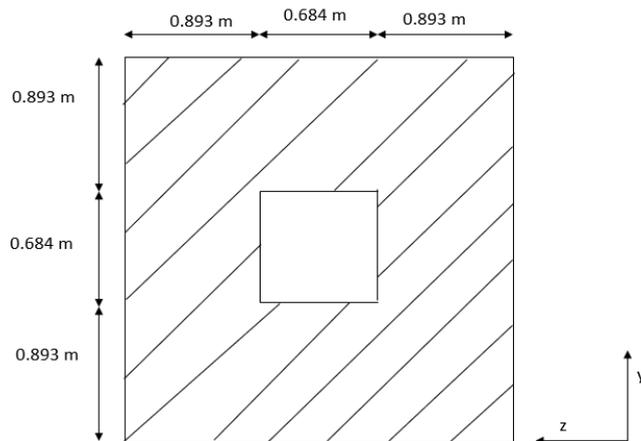


Figura 4.31: Organizzazione spaziale degli sponge layer nel getto 3D con plenum box nella zona centrale.

Lo schema numerico spaziale utilizzato nella simulazione per la quantità di moto, la densità, le specie, l'energia e per la turbolenza è del tipo MUSCL del secondo ordine centrale ricostruito mentre lo schema temporale è impostato con un metodo dei trapezi o Crank-Nicolson. La tipologia di simulazione effettuata è la stessa del caso precedente, ovvero una DES SST $k - \omega$, mentre il numero totale di celle presenti è $1.6 \cdot 10^7$. Nel dominio inoltre sono stati inseriti dei sensori virtuali con l'intento di osservare come si propaga l'acustica, confrontando, con opportune considerazioni, con i dati forniti dalla letteratura. La convenzione utilizzata per la scrittura dei sensori virtuali prevede l'espressione della distanza dall'uscita del getto e dell'angolazione rispetto all'asse $x = 0$, come è visibile in Fig. 4.32:

- Sensore virtuale 1: $d = 0.312 \text{ m}$, $\alpha = 45^\circ$;
- Sensore virtuale 2: $d = 0.55 \text{ m}$, $\alpha = 26^\circ$;
- Sensore virtuale 3: $d = 0.86 \text{ m}$, $\alpha = 21^\circ$;

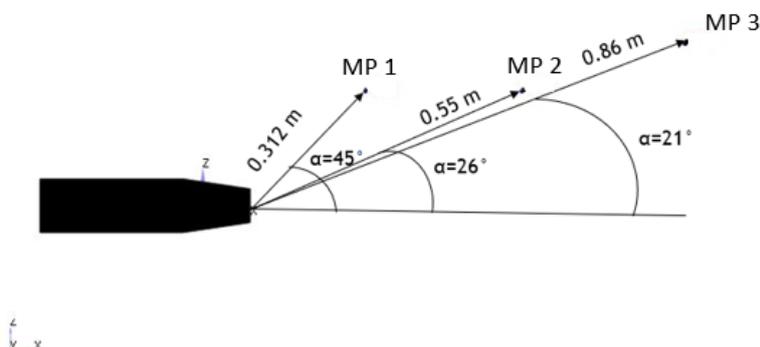


Figura 4.32: Rappresentazione dei Sensore virtuale del getto 3D con plenum box.

4.4.2 Risultati e confronto con dati di letteratura

L'andamento della pressione media del dominio ha un comportamento idealmente corretto, infatti in una prima fase vi è il transitorio iniziale che dopo circa 0.03 s si stabilizza attorno ad un valore medio costante, com'è visibile nella Fig. 4.33. I problemi riscontrati in precedenza con il plenum sferico e le NSCBC relative al fenomeno delle riflessioni a parete, e una conseguente instabilità interna, non si presentano in questa simulazione. Ne consegue che lo strumento dello sponge layer

funziona in modo adeguato, garantendo una continua stabilità numerica ed eliminando, come è visibile attraverso le analisi successive, il fenomeno della riflessioni spurie, caratteristica necessaria per una visione corretta dell'acustica interna.

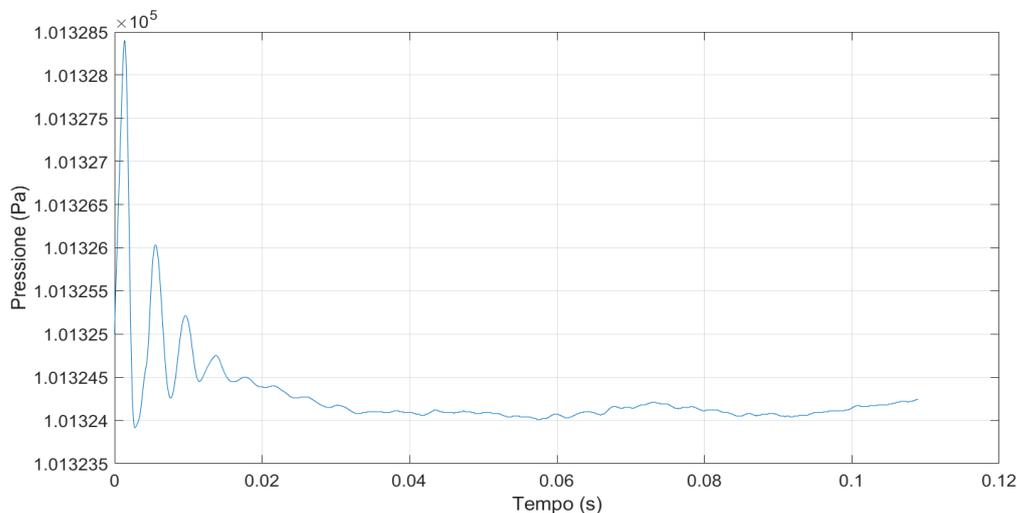


Figura 4.33: Andamento della pressione media nel dominio.

Si osservano di seguito gli andamenti della pressione acustica nei vari sensori virtuali. La Fig. 4.34 illustra come la fase transitoria iniziale influenza i primi 0.015s per poi tendere a stabilizzarsi limitando l'ampiezza delle oscillazioni. La Fig. 4.35 successiva mostra uno zoom relativo al comportamento a regime del segnale acustico, una volta esaurito il transitorio iniziale. I risultati mostrano un andamento concorde con l'acustica generata da una sorgente turbolenta e, a differenza del caso precedente, l'ampiezza delle variazioni è caratterizzata da un ordine di grandezza compatibile con i dati di letteratura. Si nota infatti come nel tratto prescelto la pressione acustica del Sensore virtuale 1 varia fino ad un massimo di $10 Pa$, del Sensore virtuale 2 fino a circa $15 Pa$ e del Sensore virtuale 3 fino a $19 Pa$.

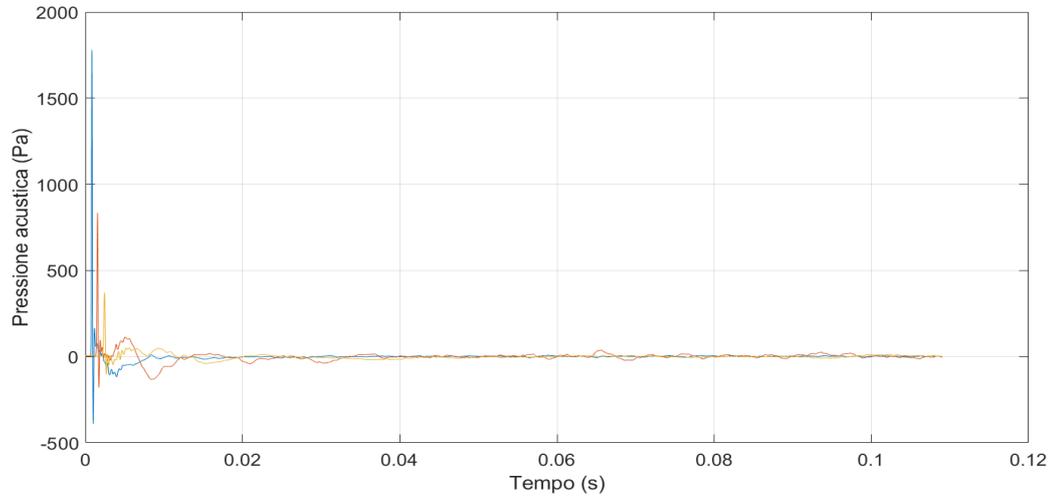


Figura 4.34: Rappresentazione della pressione acustica del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—) nel caso del getto con plenum box.

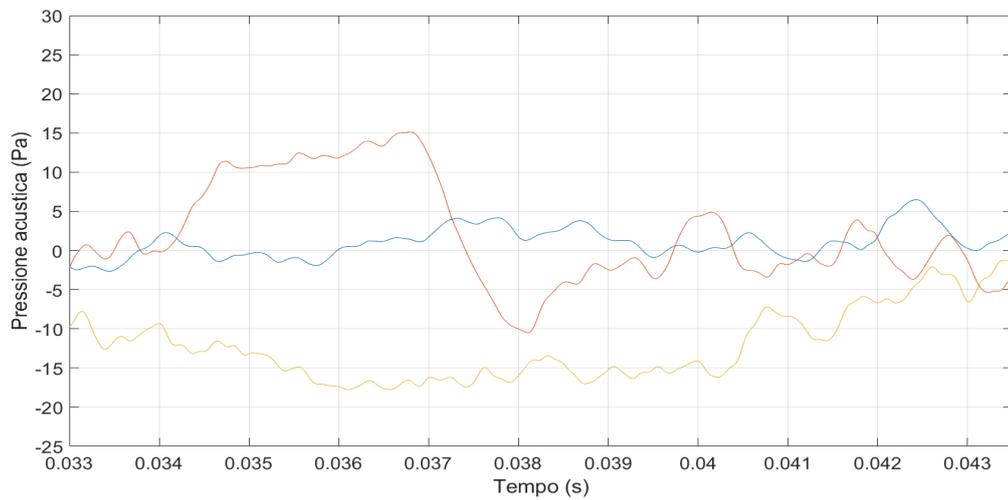
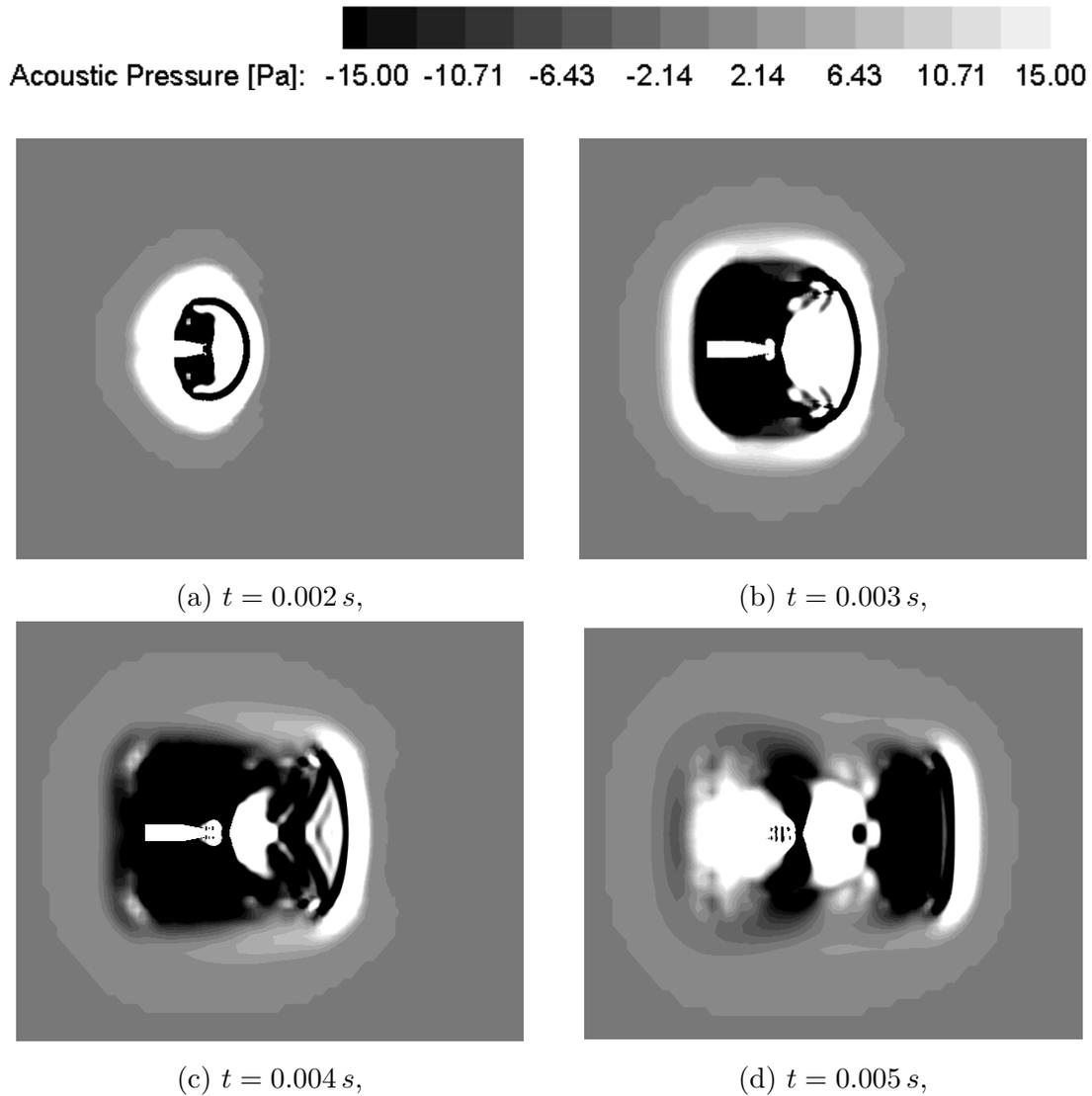


Figura 4.35: Zoom della pressione acustica del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—) nel caso del getto con plenum box.

La Fig. 4.37 mostra una sequenza di intervalli temporali della pressione acustica in un piano $x - y$ a $z = 0$ nel dominio nelle fasi iniziali. Si nota come l'onda principale generata viene smorzata nelle zone di inizio contatto con gli sponge layer, in particolar modo nelle zone laterali e precedenti all'uscita del getto si osserva come l'onda viene dissipata istantaneamente. Nella direzione positiva del flusso invece si nota come l'onda di pressione viene rallentata dall'effetto viscoso dello strato eliminando ogni fenomeno di riflessione delle pareti, realizzando così la fenomenologia desiderata.



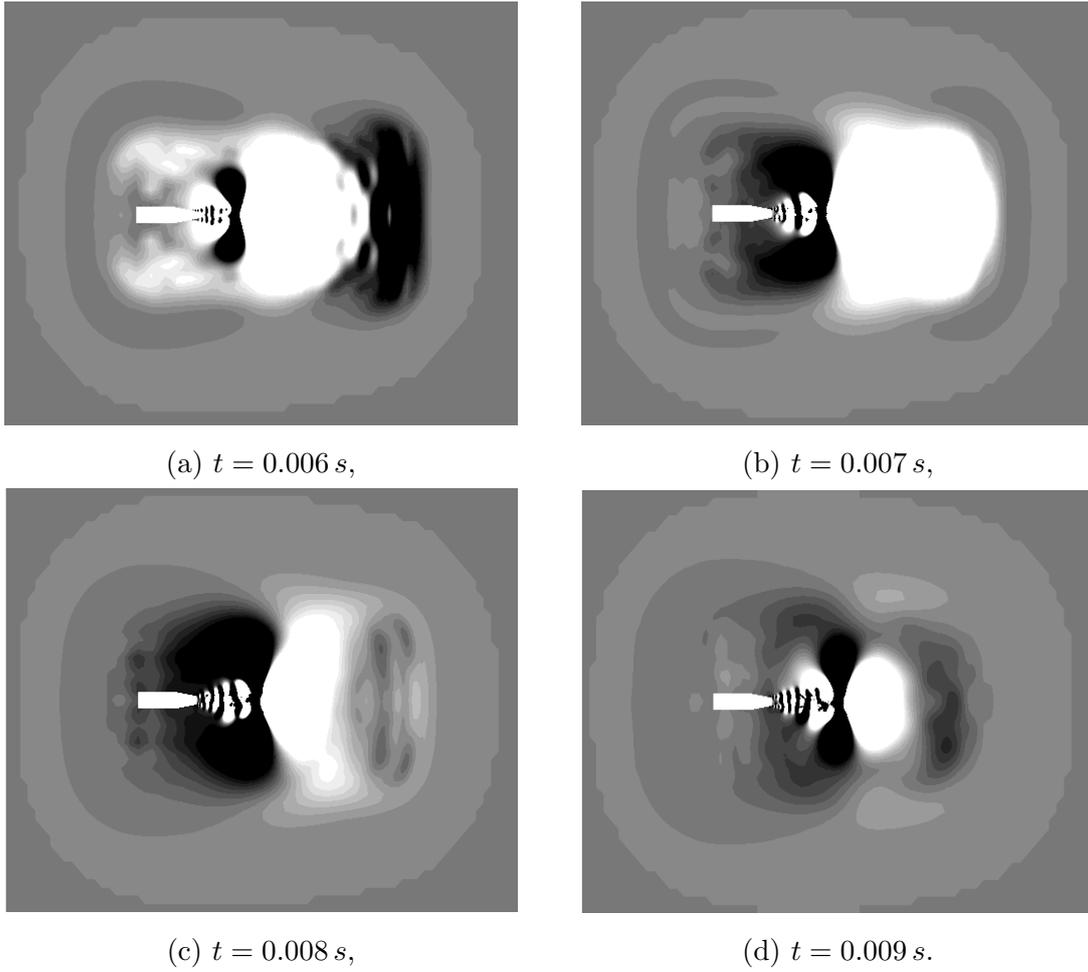
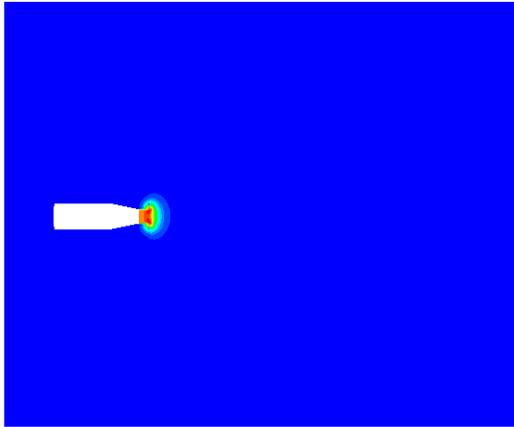
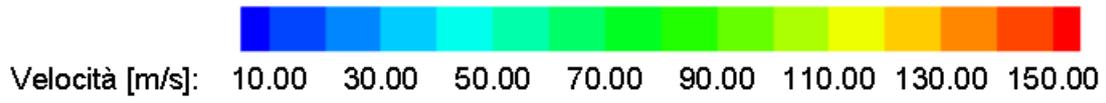
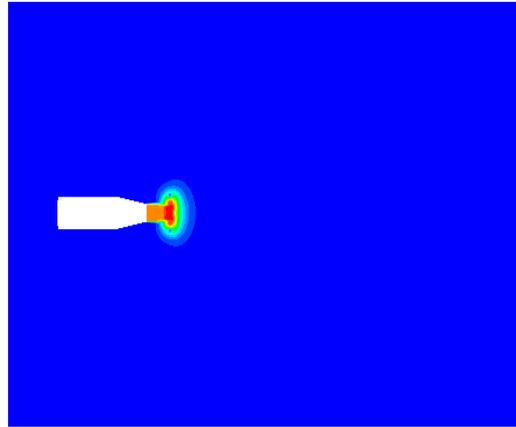


Figura 4.37: Pressione acustica nel dominio di un getto 3D con plenum box.

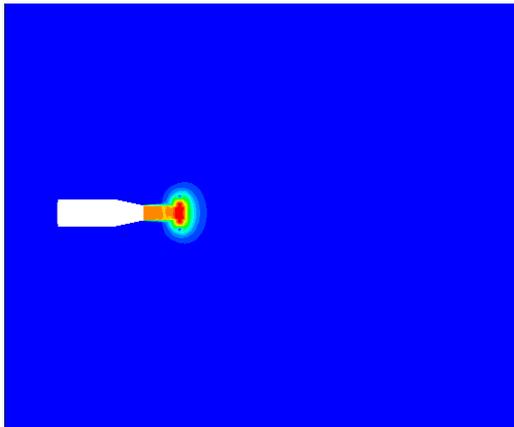
Nelle immagini successive si mostra nella stessa sequenza temporale l'andamento della velocità nel piano $x - y$ con $z = 0$.



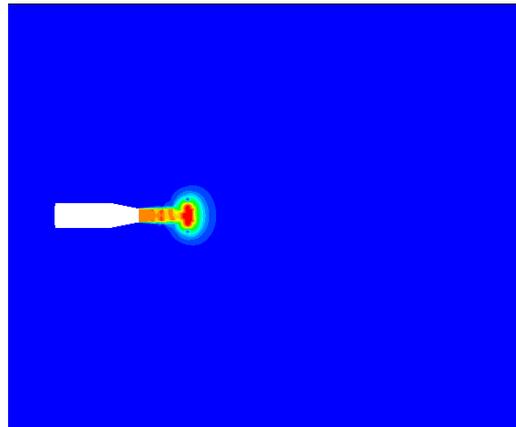
(a) $t = 0.002 \text{ s}$,



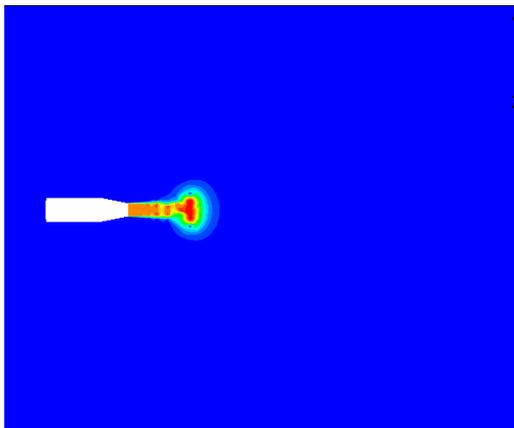
(b) $t = 0.003 \text{ s}$,



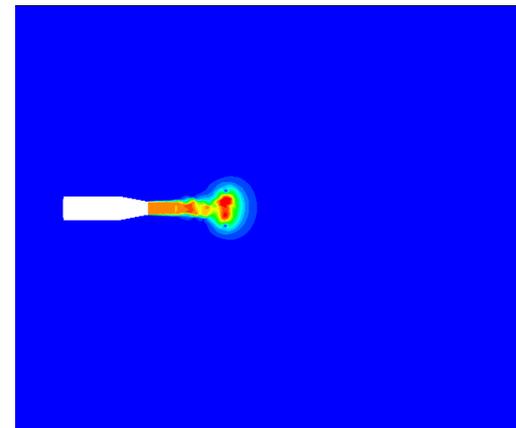
(c) $t = 0.004 \text{ s}$,



(d) $t = 0.005 \text{ s}$,



(e) $t = 0.006 \text{ s}$,



(f) $t = 0.007 \text{ s}$,

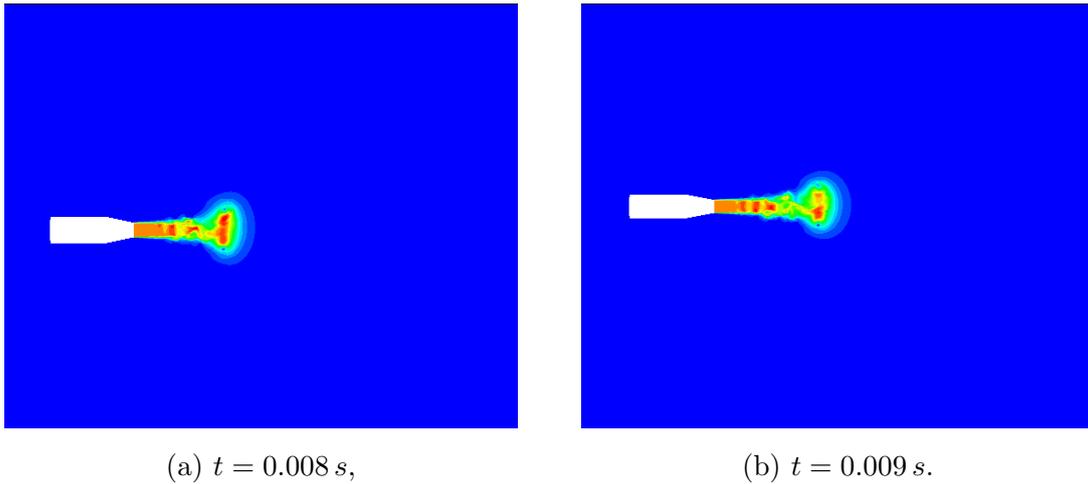


Figura 4.39: Andamento velocità media nel dominio di un getto 3D con plenum box.

Nel seguito sono state rappresentate alcune variabili di interesse estratte dai risultati ottenuti a regime dalla simulazione 3D-CFD, al fine di mostrare come sotto altri punti di vista la simulazione riproduca correttamente dal punto di vista macroscopico il fenomeno di un getto 3D. L'intervallo temporale prescelto è $t = 0.1 s$ poichè andando ad osservare la Fig. 4.33 si nota che la simulazione si è già stabilizzata.

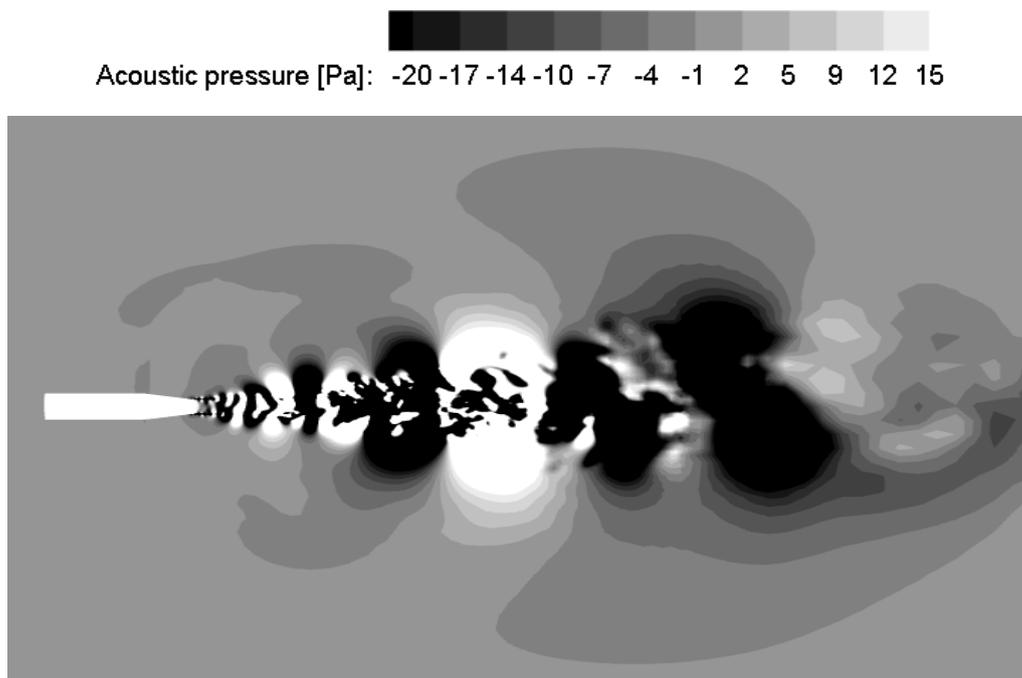


Figura 4.40: Pressione acustica nel dominio a $t = 0.1 s$.

La Fig. 4.40 mostra come la pressione acustica si comporta all'uscita del getto, evidenziando l'alternanza dei valori massimi e minimi con un andamento plausibile considerando come sorgente acustica il getto. Si sottolinea come le onde acustiche non siano presenti ai lati del getto, all'esterno della zona in cui sono posizionati i sensori virtuali, in quanto dissipate dagli sponge layers.

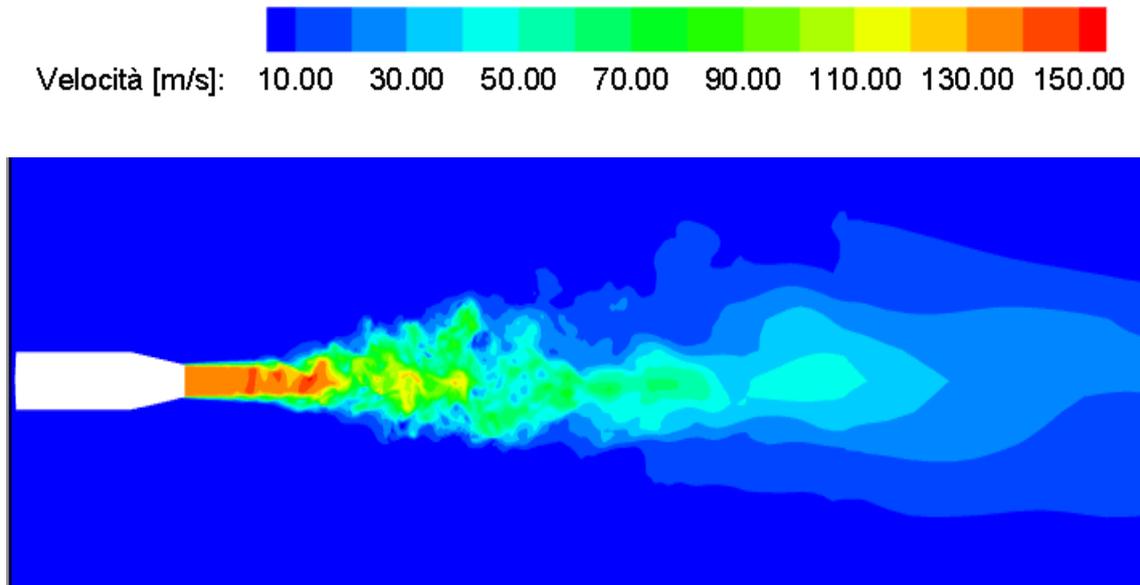


Figura 4.41: Velocità magnitude nel dominio a $t = 0.1$ s.

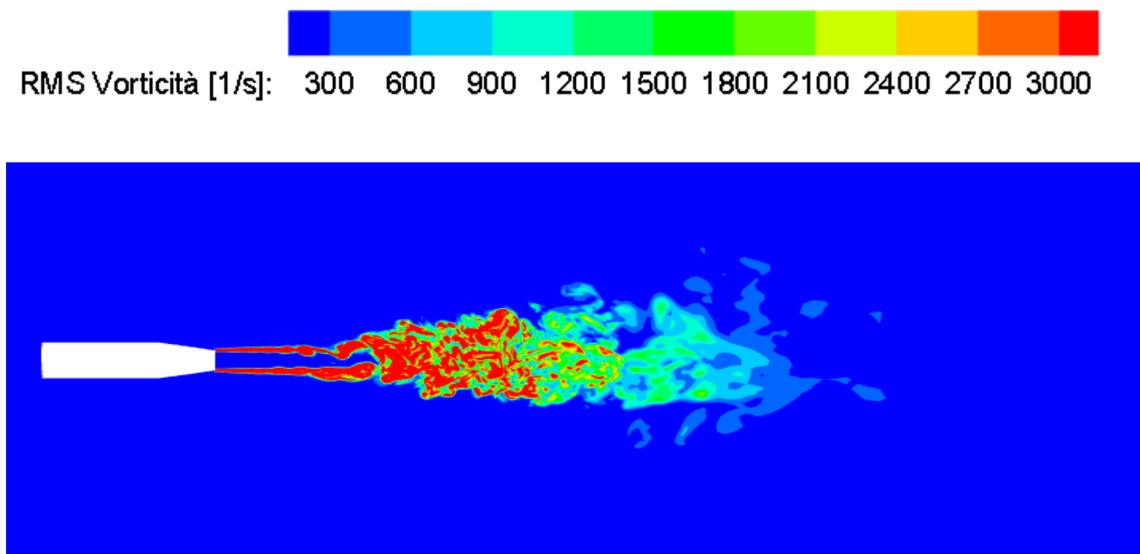


Figura 4.42: RMS della vorticità nel dominio a $t = 0.1$ s.

La Fig. 4.41 mostra l'evoluzione della magnitudine della velocità all'uscita del getto. Permette inoltre di visualizzare come il getto stesso sia strutturato con un "core" centrale ad elevata velocità, mentre nelle zone laterali si forma uno shear layer, dovuto all'interazione del getto con il plenum circostante. Tale strato cresce di spessore spostandosi da sinistra verso destra fino a quando l'instabilità porta alla sua rottura, distruggendo il core centrale, creando a sua volta una zona turbolenta in cui il flusso del getto rallenta e si dissipa, a causa delle interazioni viscose che avvengono con il plenum. Attraverso la Fig. 4.42 si può osservare con uno sguardo più preciso come lo shear layer si evolve a partire dall'uscita del getto e in particolar modo le dimensioni dei vortici turbolenti generati. Nella prima zona di rottura dello shear layer e del core i vortici possiedono delle dimensioni elevate, ma procedendo verso destra, l'effetto dell'interazione viscosa con il plenum porta ad una continua rottura degli stessi, generando vortici di dimensione sempre più piccola, fino a quando non si dissipano completamente nel plenum.

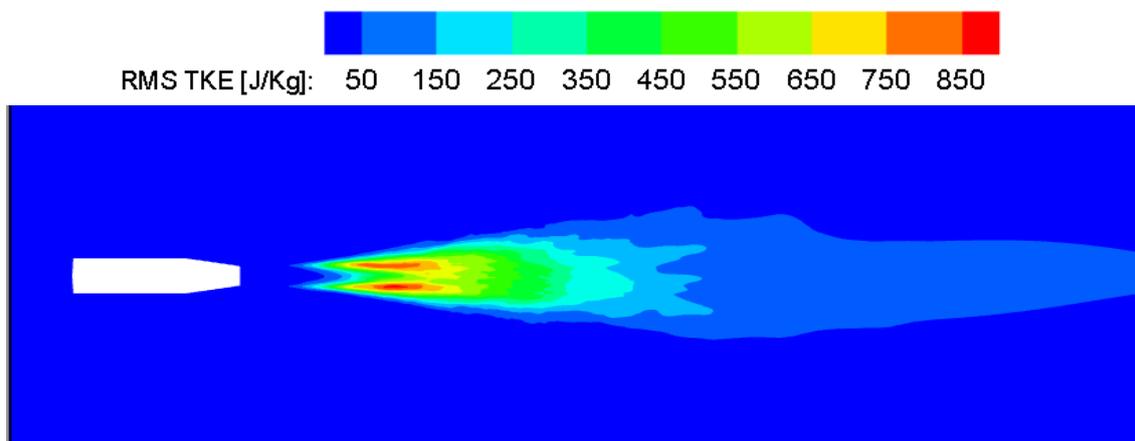


Figura 4.43: Andamendo della RMS della TKE nel dominio a $t = 0.1 s$.

La Fig. 4.43 mostra invece come si sviluppa la variabile dell'energia cinetica turbolenta, attraverso la RMS della tke, direttamente correlata alla deviazione standard delle componenti fluttuanti della velocità lungo le 3 direzioni dello spazio. A sua volta tale parametro è stato utilizzato per verificare che la mesh frequency cutoff si mantenga al di sopra del range target di $3000 Hz$, come è visibile nella Fig. 4.44.

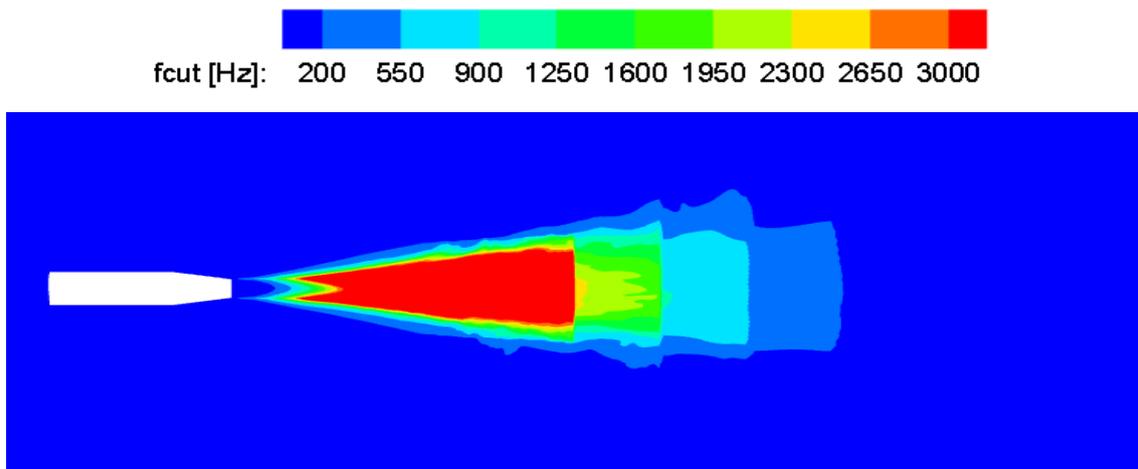


Figura 4.44: Andamendo della f_{cut} nel dominio a $t = 0.1$ s.

Come nei casi precedenti si procede nell'analisi della PSD e dell' SPL dei vari sensori virtuali a confronto tra loro. Basandosi sulla rappresentazione della pressione media nel dominio, si è preso in considerazione l'intervallo temporale che parte da 0.04 s fino alla conclusione della simulazione per applicare la trasformata di Fourier e passare al dominio delle frequenze. Un'importante considerazione da fare è che la banda di frequenza al di sotto dei 1000 Hz non è da considerare attendibile visto il piccolo intervallo temporale simulato, intorno a 0.1 s. Ciò è legato al fatto che per le onde a quelle date frequenze, il tempo elaborato non permette di avere un numero di onde statisticamente significativo per l'analisi. La Fig. 4.45 mostra l'andamento della PSD dei sensori virtuali, il fattore principale che si nota è come l'intensità assuma dei valori tali per cui possano essere classificati come acustica. Tale caratteristica, che lo distingue dalla simulazione precedente, è una diretta conseguenza dell'ordine di grandezza delle oscillazioni della pressione sonora.

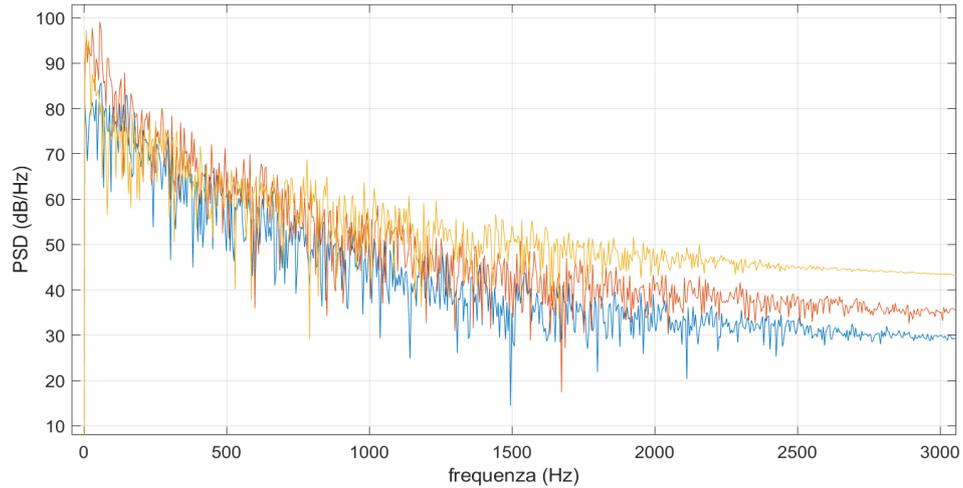


Figura 4.45: Andamento della PSD del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—) nel caso del getto con plenum box.

L'andamento dell'SPL è visibile in Fig. 4.46, si nota come le considerazioni legate all'ordine di grandezza fatte per la PSD si possono applicare anche in questo caso.

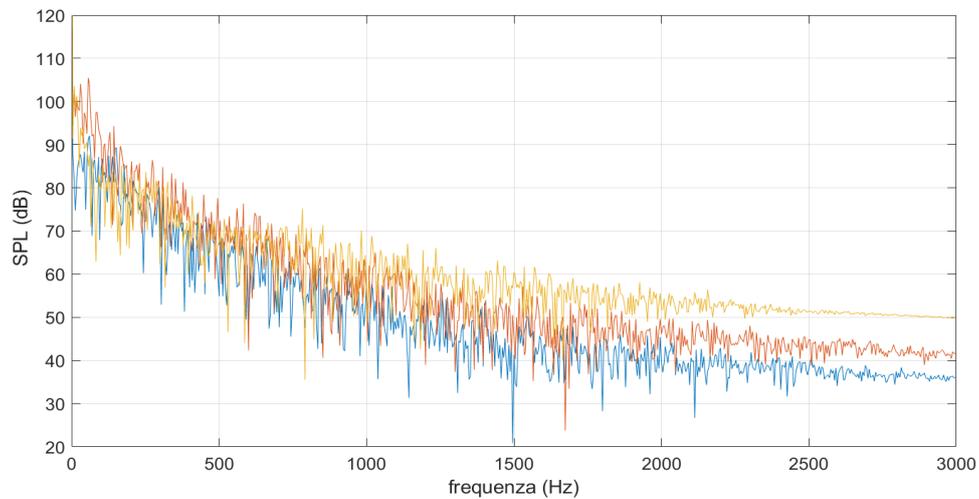


Figura 4.46: Andamento dell'SPL del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—) nel caso del getto con plenum box.

Dato che i risultati ottenuti mostrano l'acustica generata e come essa si propaga, in particolar modo nei ricevitori, un ulteriore passaggio per la validità degli esiti è stato il confronto con i dati di letteratura. Prima di ciò sono state necessarie fare alcune considerazioni:

- I dati sperimentali sono riferiti a segnali acustici acquisiti a distanze superiori rispetto alla posizione dei sensori virtuali utilizzati in simulazione;
- la posizione dei sensori virtuali è stata scelta allo scopo di limitare il peso computazionale, dato che la mesh deve essere in grado di descrivere correttamente la propagazione acustica delle onde a più alta frequenza almeno fino ai microfoni (30 celle per lunghezza d'onda);
- in virtù di queste differenze, volendo cercare un confronto, si è assunto che il segnale acquisito dai sensori virtuali sia rappresentativo di una segnale acustico uniformemente distribuito su una sfera e che si propaghi nello spazio seguendo la propagazione sferica, fino ad arrivare alla posizione dei microfoni usati nei test sperimentali di letteratura. Si sta cioè assumendo che:
 1. il suono non sia direzionale;
 2. la propagazione sia perfettamente sferica a partire dal sensore virtuale.

Tali condizioni implicano che la pressione acustica è legata alla distanza seguendo una proporzionalità del tipo $\propto \frac{1}{r}$, in termini di SPL il risultato che si ottiene sarà dato da:

$$SPL_i = SPL + \Delta SPL, \quad \text{con} \quad \Delta SPL = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{d_1}{d_2}\right), \quad (4.8)$$

dove con d_1 si intende la distanza del Sensore virtuale della simulazione rispetto al centro della sezione di uscita dell'ugello, d_2 indica la distanza del ricevitore dei dati di letteratura. SPL_i invece indica il valore ipotetico dell'SPL che si avrebbe in un ricevitore posto ad una distanza d_2 sapendo quanto vale a d_1 e considerando una propagazione sferica. In seguito ad opportune trasformazioni legate al passaggio al dominio delle frequenze espresse in 1/3 banda di ottava, sono stati ottenuti i grafici a seguire. Le Fig. 4.47, 4.48 e 4.49 mostrano il confronto fatto dei risultati ottenuti in simulazione con i dati sperimentali di Ahuja et al. [22] in diversi ricevitori, mentre la Fig. 4.50 prende in considerazione i dati espressi in Viswanathan et al. [24].

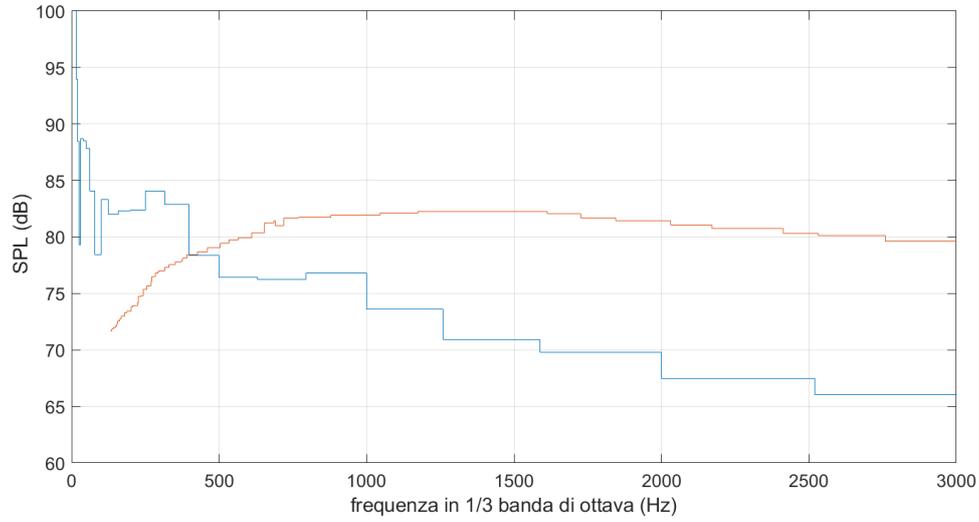


Figura 4.47: Confronto dell'SPL in funzione della frequenza, in termini di 1/3 banda di ottava, tra il sensore virtuale 3 della simulazione (—) e il ricevitore posto a 20° nel documento di Ahuja et al. [22] (—).

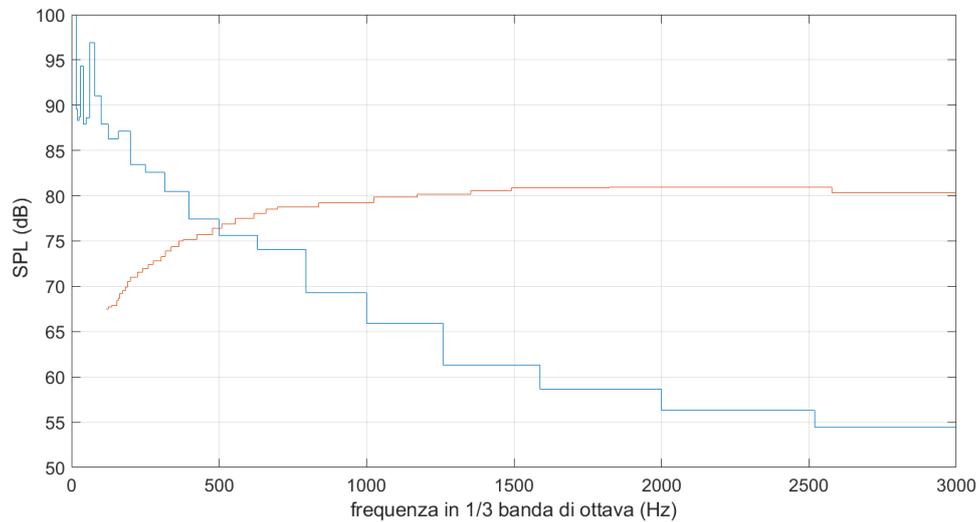


Figura 4.48: Confronto dell'SPL in funzione della frequenza, in termini di 1/3 banda di ottava, tra il sensore virtuale 2 della simulazione (—) e il ricevitore posto a 30° nel documento di Ahuja et al. [22] (—).

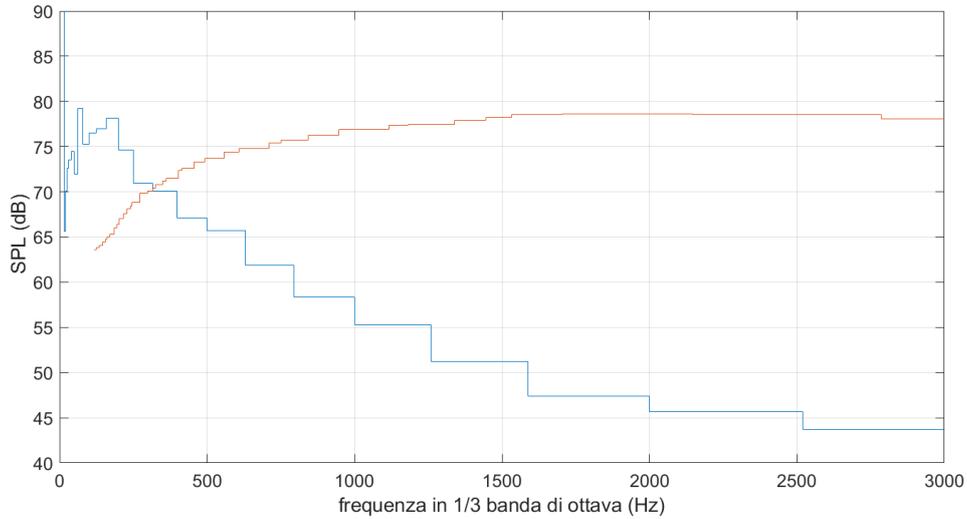


Figura 4.49: Confronto dell'SPL in funzione della frequenza, in termini di 1/3 banda di ottava, tra il sensore virtuale 1 della simulazione (—) e il ricevitore posto a 45° nel documento di Ahuja et al. [22] (—).

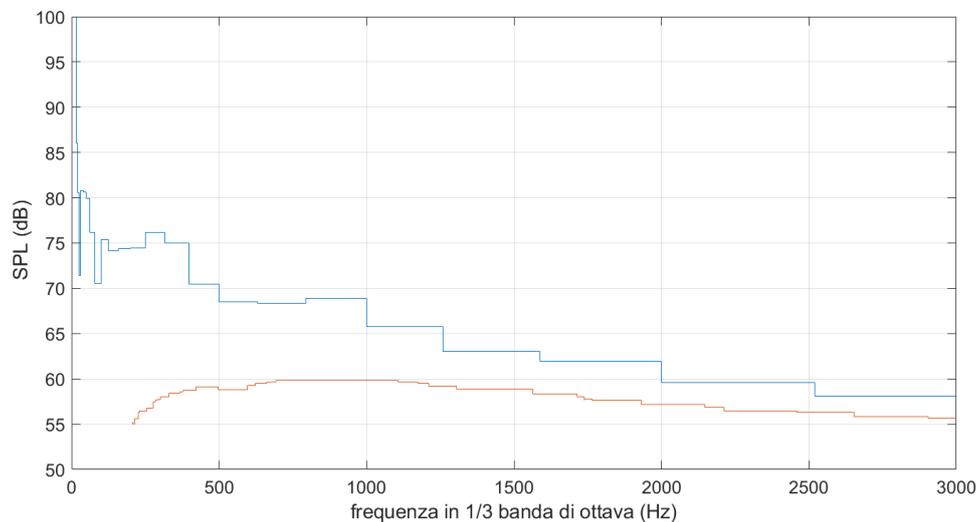


Figura 4.50: Confronto dell'SPL in funzione della frequenza, in termini di 1/3 banda di ottava, tra il sensore virtuale 3 della simulazione (—) e il ricevitore posto a 20° nel documento di Viswanathan et al. [24] (—).

Sulla base degli andamenti visualizzati si può notare che, ad eccezione delle Fig. 4.47 e 4.50, la differenza degli andamenti è molto evidente, raggiungendo in determinati punti differenze in termini di *SPL* estremamente elevati. I motivi principali di ciò si possono ricollegare a:

- Nel caso della simulazione i sensori virtuali erano posizionati ad una distanza relativamente vicina, massimo di 0.9 m , se confrontati con i ricevitori della letteratura, $d = 1.83\text{ m}$ per il caso di Ahuja e $d = 4.572\text{ m}$ per il caso di Viswanathan. Tale considerazione riguarda l'utilizzo dell'approssimazione di propagazione sferica delle onde acustiche, la quale non tiene conto della reale propagazione acustica e degli effetti di direzionalità che interessano i fenomeni turbolenti.
- Il tempo totale di simulazione può essere un fattore rilevante, in particolare le oscillazioni che avvengono ad una frequenza al di sotto dei 1000 Hz non effettuano un numero sufficienti di cicli per essere correttamente descritte, di conseguenza i dati simulati in tale range probabilmente non sono attendibili. In questo caso la simulazione ha elaborato l'evoluzione del caso del getto 3D per poco più di 0.1 s mentre i dati sperimentali della letteratura provengono da un'analisi più duratura dal punto di vista temporale.
- Possibili fenomeni di dissipazione numerica o rumore numerico generato dalla simulazione stessa che può ulteriormente accentuare questa differenza evidente in termini di *SPL* tra le varie curve.

4.4.3 Confronto con un differente schema numerico

Al fine di minimizzare il fattore della dissipazione numerica è stato simulato un ulteriore caso in cui, mantenendo la medesima geometria e setting, si è impostato come schema numerico per la risoluzione un MUSCL del secondo ordine upwind con un modello temporale implicito. Per semplicità di suddivisione la simulazione con schema numerico del secondo ordine upwind e implicito è stata denominata caso 2, mentre la simulazione precedente è denominata caso 1. La Fig. 4.51 mostra l'andamento della pressione media nel dominio, la quale non presenta alcuna differenza evidente rispetto al caso 1.

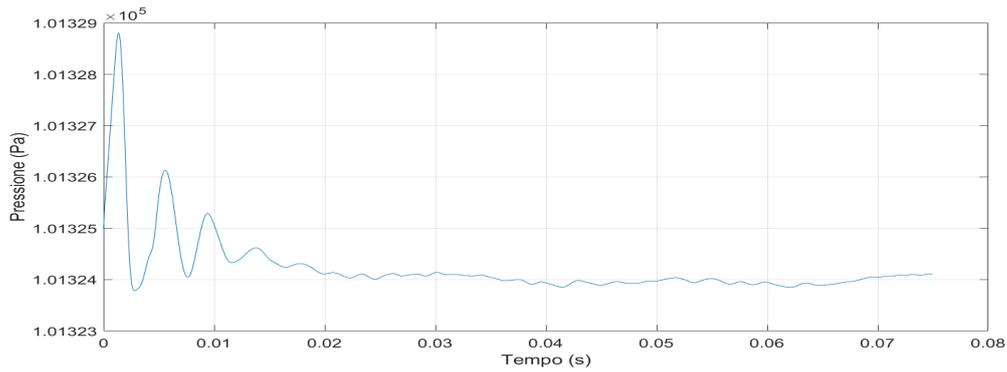


Figura 4.51: Rappresentazione della pressione media nel dominio del getto del caso 2.

Le Fig. 4.52 e 4.53 mostrano l'andamento della pressione acustica nei vari sensori virtuali. Si nota come la principale differenza, rispetto allo schema numerico del secondo ordine centrale, è legata ad un comportamento meno frastagliato, quindi con uno smorzamento degli effetti delle onde di pressione ad alte frequenze e bassa intensità. Ciò è possibile notarlo attraverso il confronto delle Fig. 4.53 e 4.54, le quali mostrano il medesimo intervallo temporale.

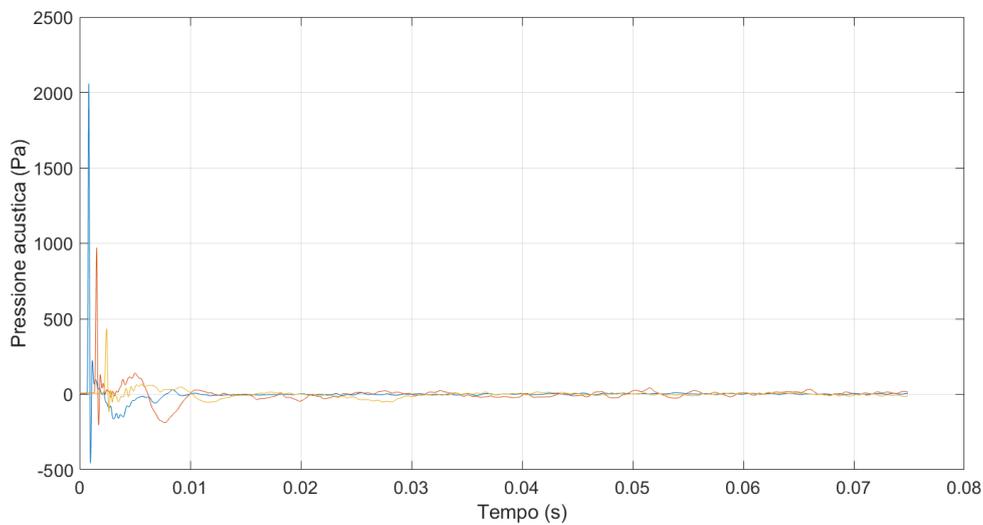


Figura 4.52: Rappresentazione della pressione acustica del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—) nel caso 2.

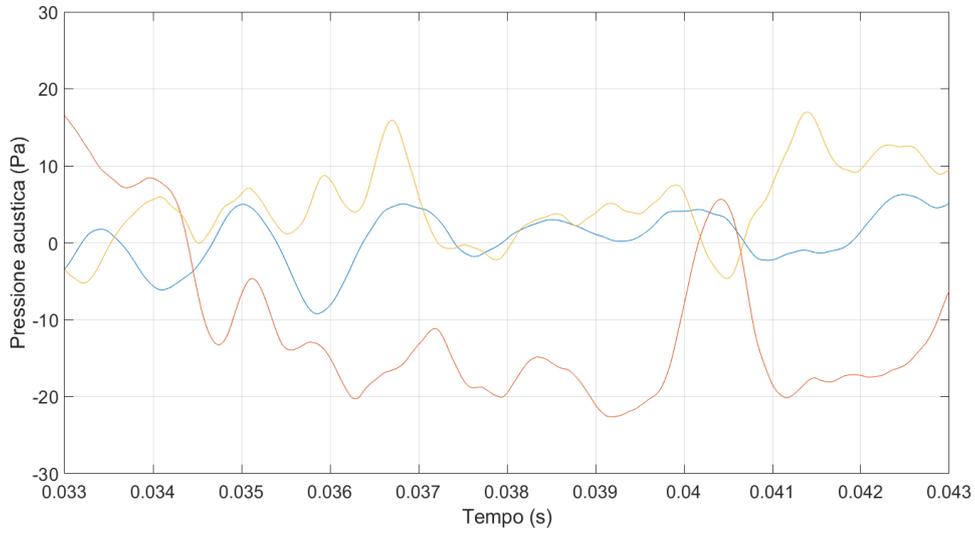


Figura 4.53: Rappresentazione di uno zoom della pressione acustica del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—) nel caso 2.

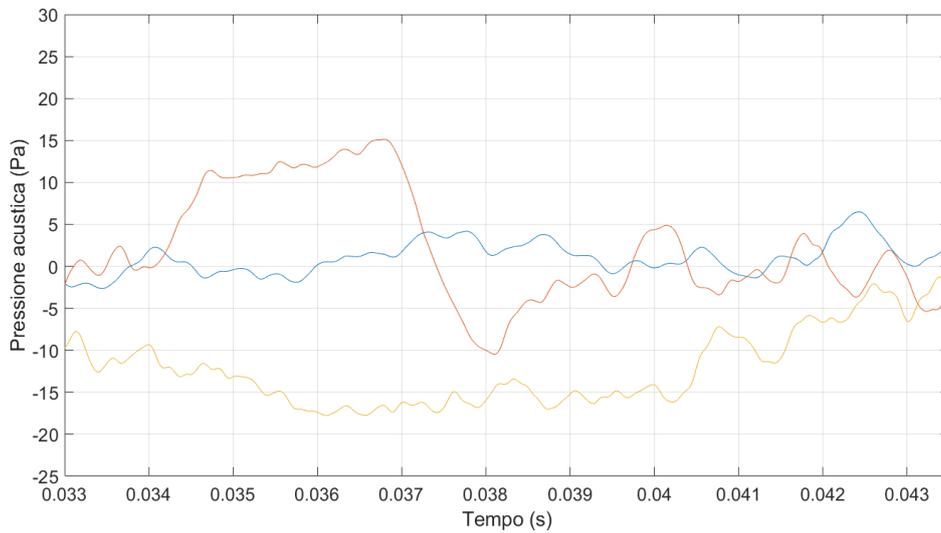


Figura 4.54: Rappresentazione di uno zoom della pressione acustica del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—) nel caso 1.

Le successive rappresentazioni mostrano un confronto della PSD, nei rispettivi sensori virtuali, tra le ultime due simulazioni, con l'intento di mostrare l'influenza generata dalla scelta dello schema numerico. La trasformazione nel dominio delle frequenze per entrambi i casi è avvenuto prendendo in considerazione un intervallo temporale di 0.045 s a partire da un istante in cui il transitorio iniziale si è consumato e la simulazione si è stabilizzata. In tutti e tre i casi mostrati si nota una certa differenza negli andamenti, in particolar modo a frequenze più alte le curve tendono a separarsi mantenendo una distanza per lo più costante. Nelle zone a frequenze più basse si nota che, seppur le curve siano sovrapposte in determinate parti, l'influenza dello schema numerico è visibile.

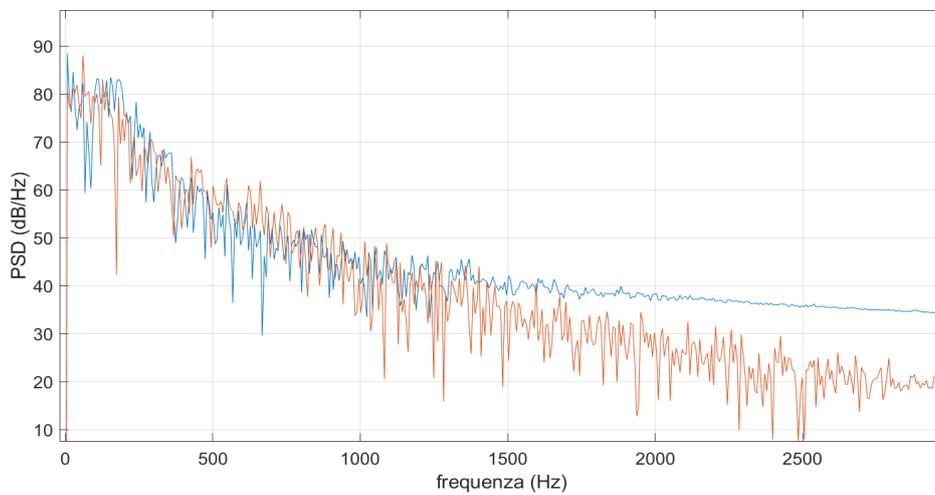


Figura 4.55: Rappresentazione della PSD del sensore virtuale 1 del caso 1 (—), del caso 2 (—).

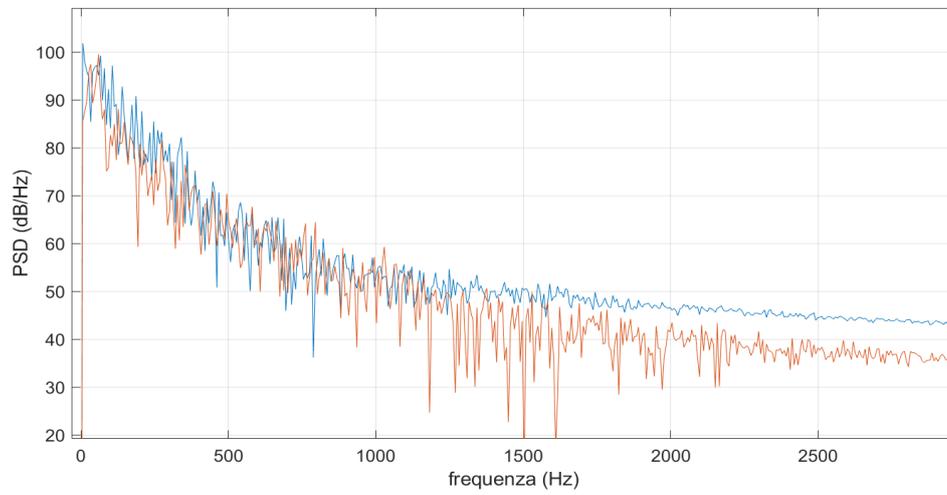


Figura 4.56: Rappresentazione della PSD del sensore virtuale 2 del caso 1 (—), del caso 2 (—).

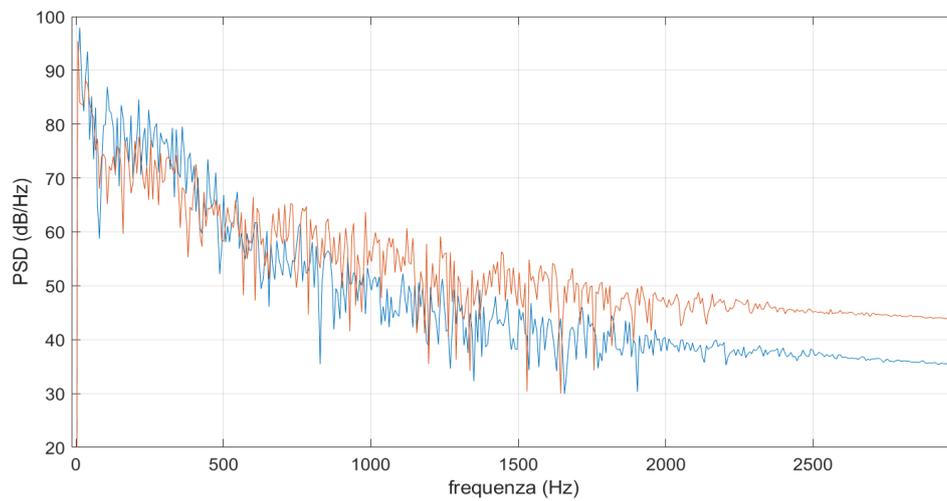


Figura 4.57: Rappresentazione della PSD del sensore virtuale 3 del caso 1 (—), del caso 2 (—).

Le successive immagini illustrano l'SPL dei vari sensori virtuali confrontati con i dati di letteratura di Ahuja et al. [22] e Viswanathan et al. [24].

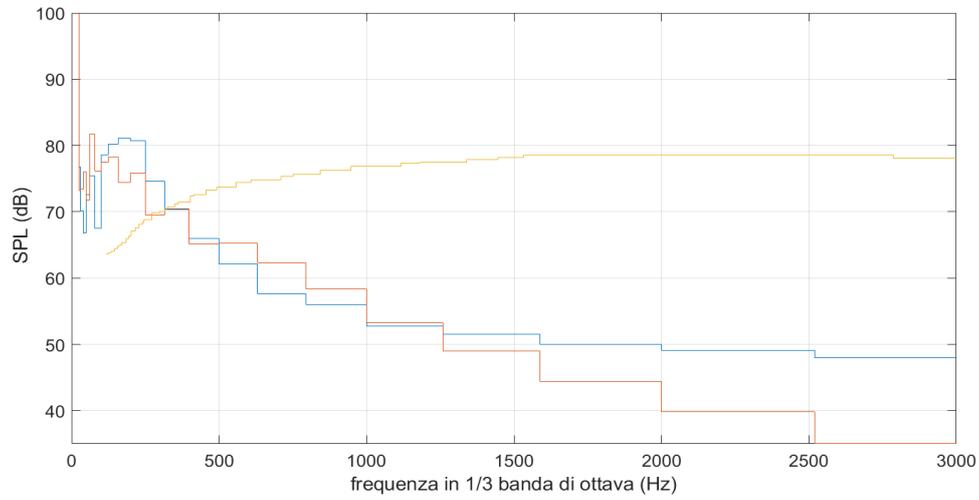


Figura 4.58: Rappresentazione dell'SPL del sensore virtuale 1 del caso 1 (—), del caso 2 (—), del ricevitore posto a 45° nel documento di Ahuja et al. [22] (—).

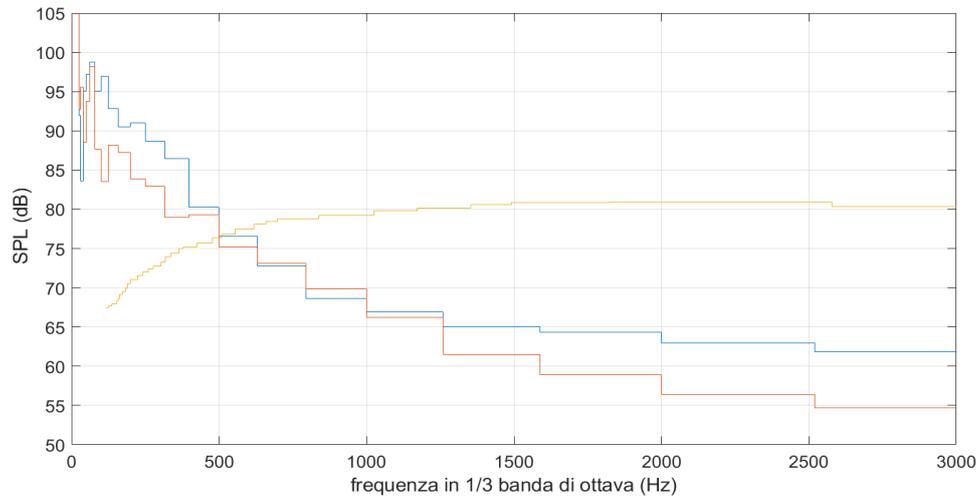


Figura 4.59: Rappresentazione dell'SPL del sensore virtuale 2 del caso 1 (—), del caso 2 (—), del ricevitore posto a 30° nel documento di Ahuja et al. [22] (—).

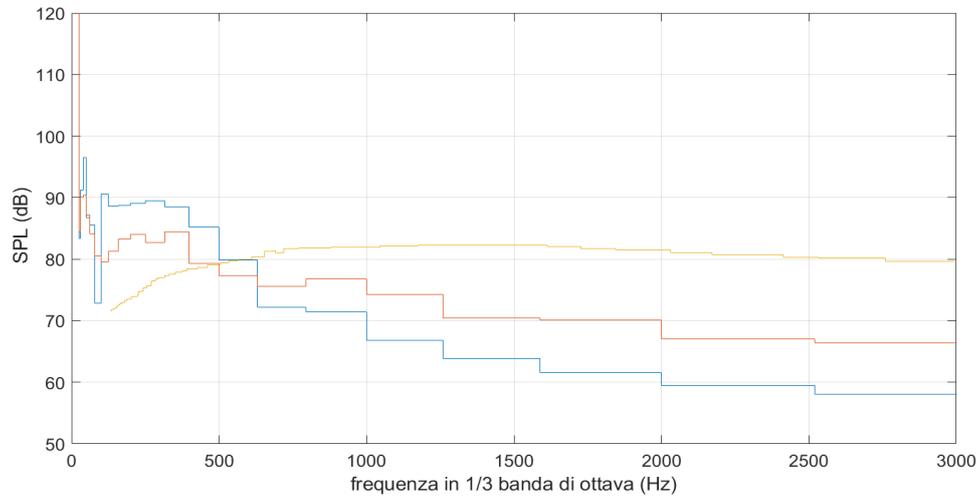


Figura 4.60: Rappresentazione dell'SPL del sensore virtuale 3 del caso 1 (—), del caso 2 (—), del ricevitore posto a 20° nel documento di Ahuja et al. [22] (—).

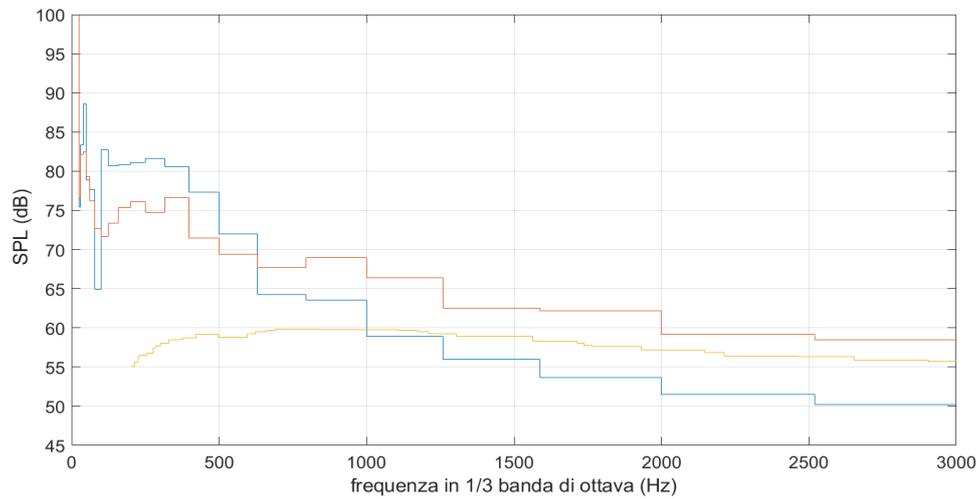


Figura 4.61: Rappresentazione dell'SPL del sensore virtuale 3 del caso 1 (—), del caso 2 (—), del ricevitore posto a 20° nel documento di Viswanathan et al. [24] (—).

L'indagine effettuata per capire se ci fosse una dissipazione numerica legata allo schema numerico utilizzato ha definito dei risultati differenti tra i due casi ma mostrando sempre sostanziali differenze rispetto ai dati sperimentali, ad eccezione della Fig. 4.61, è pertanto lecito presumere che:

- l'origine delle discrepanze tra dati sperimentali e risultati numerici è da attribuire principalmente alla non validità delle ipotesi sui cui è stato basato il confronto. Cioè che esiste una direttività del suono per questo tipo di getti simulati e che non si può assumere una propagazione sferica utilizzando il segnale acustico acquisito da un singolo microfono posto nel near-field;
- se l'origine fosse stata infatti la sola dissipazione numerica allora il cambio di schema avrebbe dovuto mostrare un trend chiaro di miglioramento/peggioramento dei risultati rispetto al dato sperimentale, ma non è stato così, dato che le curve dei due casi si sono incrociate più volte nei loro percorsi.

Capitolo 5

Conclusioni

In definitiva il programma CFD 3D CONVERGE™ dispone di differenti strumenti utilizzabili per l'esecuzione di simulazioni per il calcolo aeroacustico. La prima fase, ovvero quella dedicata alla creazione e modellazione della mesh è supportata da una vasta gamma di proprietà, quali l'inlaid mesh e fixed embedding, che sono stati ampiamente utilizzati nell'arco dell'attività di tesi e si sono rivelati essenziali per la stabilità delle simulazioni. L'obiettivo primario che si è ricercato è stato quello di poter realizzare un dominio di estensione limitata, con condizioni al contorno che permettano di emulare la radiazione di campo aperto con un risoluzione spaziale e temporale adeguata per minimizzare i costi computazionali.

Tra gli strumenti principali che CONVERGE™ fornisce per la realizzazione di tale obiettivo sono stati utilizzati le Navier Stokes Characteristics Boundary Conditions e gli sponge layer. Il test di verifica delle funzionalità applicato al caso semplice del monopolo ha ottenuto dei risultati reputati sufficienti a verificare l'idoneità del software di calcolo per le simulazioni aeroacustiche. Sono stati evidenziati però, nelle variabili nel post-processing, delle proprietà influenzate da possibili fenomeni dissipativi, riflessioni residue da parte dell'outflow boundary o dal grado di precisione di scrittura dei risultati.

Successivamente l'attenzione si è spostata ad una sorgente sonora turbolenta, ovvero il caso del getto 3D. Nella prima fase sono state sperimentate le NSCBC applicate nelle pareti esterne del dominio. Gli esiti mostrati hanno indicato come l'acustica sia stata influenzata da possibili riflessioni di onde a basse frequenze da parte delle pareti.

Nelle fasi successive della sperimentazione sono stati utilizzati gli sponge layer. Tale strumento, seppur limitato dalla condizione di una geometria a forma di parallelepipedo, ha mostrato dei risultati promettenti. Il fenomeno delle riflessioni spurie a parete non si è più presentato e le simulazioni hanno mostrato chiaramente

l'evolversi dell'acustica interna nel dominio, garantendo stabilità nell'avanzamento della soluzione. Il riscontro con i dati in letteratura ha evidenziato differenze non trascurabili in termini di SPL, legato a possibili fattori di approssimazione utilizzati per compiere tale confronto.

Dal punto di vista del costo computazionale affrontato si è osservato che, per elaborare $0.05 s$ di simulazione con intervalli di $1 \cdot 10^{-3} s$ in una piattaforma con 22 core, il caso del getto 3D con il plenum sferico ha impiegato all'incirca 1 giorno e 12 ore, mentre il caso 1 e 2 del getto 3D con plenum box hanno impiegato rispettivamente all'incirca 4 giorni e 8 ore e 5 giorni e 10 ore. Questo fattore fa intendere come il costo computazionale legato al tempo di analisi nelle simulazioni affrontate ha assunto un ruolo preponderante e la ricerca di una metodologia capace di ridurre tale aspetto rimane uno dei fattori principali negli studi futuri. Quest'ultime considerazioni conclusive hanno introdotto come i possibili progetti futuri si possano applicare nella ricerca dell'ottimizzazione dello strumento delle NSCBC di pari passo con l'aggiornamento del software, dato che i risultati ottenuti si sono rivelati promettenti. Altri aspetti da poter approfondire potrebbero includere un confronto dell'effetto di diversi schemi numerici, uno studio del campo di applicabilità degli sponge layer, una guida nella scelta dei parametri da applicare al variare dalla simulazione ottenendo così il setting ideale per una metodologia di calcolo aeroacustico in CONVERGE™ che può essere esportato in casi pratici nell'applicazione aerospaziale e automotive, come il rumore generato nelle fasi di decollo da un motore aeronautico oppure il suono provocato dal condotto di scarico nelle macchine.

Elenco delle figure

1.1	Rappresentazione CFD-3D di un getto attraverso la vorticità istantanea (colorato) sovrapposta all'andamento della pressione acustica (scala di grigi) [2].	2
2.1	Onda longitudinale.	4
2.2	Esempio di livelli di rumorosità espresso in dB.	6
2.3	Curve isofoniche di Fletcher-Munson.	7
2.4	Curve di ponderazione.	8
2.5	Schema della formulazione di Ffowcs Williams Hawkins.	20
2.6	Confronto di scale di turbolenza risolte e modellate nei metodi RANS, LES e DNS.	23
2.7	Confronto di un getto risolto con le diverse metodologie RANS, LES e DNS.	27
3.1	Esempio di fixed embedding posti all'uscita di un ugello.	30
3.2	Inlaid mesh nel profilo alare.	31
3.3	Rappresentazione delle ampiezze d'onda caratteristiche.	32
3.4	Rappresentazione $f_{cut}[Hz]$ nel caso dell'uscita di un getto.	36
3.5	Rappresentazione di 3 celle adiacenti con flusso 1D.	37
3.6	Confronto schemi numerici per il caso di un cilindro immerso in un flusso.	38
3.7	Andamento reale della variabile (—), approssimazione del primo ordine centrato (— —), schema MUSCL del secondo ordine (— —).	39
4.1	Rappresentazione della geometria del Monopolo.	43
4.2	Rappresentazione della mesh del Monopolo.	44
4.3	Rappresentazione del flusso di massa nella sorgente.	45
4.4	Rappresentazione dei sensori virtuali e ricevitore nel dominio.	46
4.5	Rappresentazione della pressione media nel dominio.	47

4.6	Rappresentazione della pressione media nel dominio con intervallo di tempo selezionato.	47
4.7	Rappresentazione della pressione acustica del microfono virtuale (—), del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—).	48
4.8	Rappresentazione della PSD con range di frequenze ridotto del microfono virtuale (—), del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—).	49
4.9	Rappresentazione della PSD a $f = 100Hz$ del microfono virtuale (—), del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—).	50
4.10	Focus della pressione acustica del microfono virtuale (—), del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—).	51
4.11	Rappresentazione SPL in funzione della frequenza del microfono virtuale (—), del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—).	52
4.12	Focus della SPL dei ricevitori alla frequenza di $100 Hz$ del microfono virtuale (—), del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—).	53
4.13	Sezione della camera anecoica utilizzata in Ahuja.	54
4.14	SPL in funzione della frequenza espressa in termini di 1/3 banda di ottava.	55
4.15	Sezione del setup di misurazione di Viswanathan.	56
4.16	Confronto dello spettro di un ricevitore a 90° al variare del numero di Mach.	57
4.17	Rappresentazione dominio sferico del caso del jet 3D.	58
4.18	Rappresentazione della mesh del caso jet 3D con plenum sferico.	58
4.19	Posizione dei sensori virtuali del caso jet 3D con plenum sferico.	59
4.20	Andamento della pressione media nel dominio nel caso di un getto con plenum sferico.	60
4.21	Andamento della pressione acustica del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—) nel caso di un getto con plenum sferico in un intervallo temporale di $0.12 s$	61
4.22	Andamento della pressione acustica del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—) nel caso di un getto con plenum sferico con un intervallo temporale ridotto a partire da $0.04 s$	62

4.23	Rappresentazione della PSD del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—) nel caso del getto con plenum sferico.	63
4.24	Rappresentazione dell'SPL del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—) nel caso del getto con plenum sferico.	64
4.25	Pressione acustica nel dominio sferico di un getto 3D.	65
4.26	Pressione acustica nel dominio sferico di un getto 3D.	66
4.27	Rappresentazione della geometria del getto 3D con plenum box.	68
4.28	Mesh del getto 3D con plenum box.	69
4.29	Focus della mesh nella zona di uscita del getto 3D.	69
4.30	Organizzazione spaziale degli sponge layer nel getto 3D con plenum box.	70
4.31	Organizzazione spaziale degli sponge layer nel getto 3D con plenum box nella zona centrale.	70
4.32	Rappresentazione dei Sensore virtuale del getto 3D con plenum box.	71
4.33	Andamento della pressione media nel dominio.	72
4.34	Rappresentazione della pressione acustica del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—) nel caso del getto con plenum box.	73
4.35	Zoom della pressione acustica del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—) nel caso del getto con plenum box.	73
4.37	Pressione acustica nel dominio di un getto 3D con plenum box.	75
4.39	Andamento velocità media nel dominio di un getto 3D con plenum box.	77
4.40	Pressione acustica nel dominio a $t = 0.1 s$	77
4.41	Velocità magnitude nel dominio a $t = 0.1 s$	78
4.42	RMS della vorticità nel dominio a $t = 0.1 s$	78
4.43	Andamento della RMS della TKE nel dominio a $t = 0.1 s$	79
4.44	Andamento della f_{cut} nel dominio a $t = 0.1 s$	80
4.45	Andamento della PSD del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—) nel caso del getto con plenum box.	81
4.46	Andamento dell'SPL del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—) nel caso del getto con plenum box.	81
4.47	Confronto dell'SPL in funzione della frequenza, in termini di 1/3 banda di ottava, tra il sensore virtuale 3 della simulazione (—) e il ricevitore posto a 20° nel documento di Ahuja et al. [22] (—).	83

4.48	Confronto dell'SPL in funzione della frequenza, in termini di 1/3 banda di ottava, tra il sensore virtuale 2 della simulazione (—) e il ricevitore posto a 30° nel documento di Ahuja et al. [22] (—).	83
4.49	Confronto dell'SPL in funzione della frequenza, in termini di 1/3 banda di ottava, tra il sensore virtuale 1 della simulazione (—) e il ricevitore posto a 45° nel documento di Ahuja et al. [22] (—).	84
4.50	Confronto dell'SPL in funzione della frequenza, in termini di 1/3 banda di ottava, tra il sensore virtuale 3 della simulazione (—) e il ricevitore posto a 20° nel documento di Viswanathan et al. [24] (—).	84
4.51	Rappresentazione della pressione media nel dominio del getto del caso 2.	86
4.52	Rappresentazione della pressione acustica del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—) nel caso 2.	86
4.53	Rappresentazione di uno zoom della pressione acustica del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—) nel caso 2.	87
4.54	Rappresentazione di uno zoom della pressione acustica del sensore virtuale 1 (—), del sensore virtuale 2 (—), del sensore virtuale 3 (—) nel caso 1.	87
4.55	Rappresentazione della PSD del sensore virtuale 1 del caso 1 (—), del caso 2 (—).	88
4.56	Rappresentazione della PSD del sensore virtuale 2 del caso 1 (—), del caso 2 (—).	89
4.57	Rappresentazione della PSD del sensore virtuale 3 del caso 1 (—), del caso 2 (—).	89
4.58	Rappresentazione dell'SPL del sensore virtuale 1 del caso 1 (—), del caso 2 (—), del ricevitore posto a 45° nel documento di Ahuja et al. [22] (—).	90
4.59	Rappresentazione dell'SPL del sensore virtuale 2 del caso 1 (—), del caso 2 (—), del ricevitore posto a 30° nel documento di Ahuja et al. [22] (—).	90
4.60	Rappresentazione dell'SPL del sensore virtuale 3 del caso 1 (—), del caso 2 (—), del ricevitore posto a 20° nel documento di Ahuja et al. [22] (—).	91
4.61	Rappresentazione dell'SPL del sensore virtuale 3 del caso 1 (—), del caso 2 (—), del ricevitore posto a 20° nel documento di Viswanathan et al. [24] (—).	91

Bibliografia

- [1] A. Hirschberg. *"Introduction to aero-acoustics of interna flows"*, March 2001.
- [2] Najafi-Yazdi, Alireza. *"Large Eddy Simulation of Sound Generation by Turbulent Reacting and Nonreacting Shear Flows"*.
- [3] Sonora S.r.l., Società di ingegneria, Laboratorio Accreditato di taratura, Curve di ponderazione, definizioni e differenze, <https://www.sonorasrl.com/curve-di-ponderazione-definizioni-e-differenze/>.
- [4] Università degli studi di Ferrara, insegnamenti per Acustica applicata, <https://www.unife.it/ing/meccanica/insegnamenti/Acustica-applicata/materialedidattico/udito.pdf>.
- [5] Bruno Chouat, *"The state of the Art of Hybrid RANS/LES Modeling of the Simulation of Turbolent Flows"*, 2017, Springer Science+ Buisness Media.
- [6] Converge CFD manual serie, May, 2020, Converge science.
- [7] Laurent Selle, Franck Nicoud, Thierry Poinso, *"The actual impedance of non reflective boundary conditions: implications for the computation of renonators"*, AIAA journal, 2004, Open Archive Toulouse Archieve Ouverte.
- [8] T.J. Ponsot, S.K. Lele, *Boundary Conditions for Direct Simulations of Compressible Viscous Flows*, 1991, Journal of computational physics.
- [9] Converge training, Converge science.
- [10] Spalart, P.R., Deck, S., Shur, M.L., Squires, K.D., Strelets, M. Kh., e Travin, A.K., *"A new Version of Detached-Eddy Simulation, Resistant to Ambiguous Grid Densities"*, Theroretical and Computational Fluid Dynamic, 20:181-195,2006, DOI:10.1007/s00162-006-0015-0.
- [11] Mendonça, F., Read, A., Caro, S., Debatin, K. and Caruelle, B. 2005, *"Aeroacoustic Simulation of Double Diaphragm Orifices in an Aircraft Climate Cooling System"*, AIAA-2005-2976.

-
- [12] Shur, M.L., Spalart, P.R., Strelets, M.Kh., and Travin, A.K., "*A Hybrid RANS-LES Approach with Delayed-DES and Wall-Modeled LES Capabilities*", International Journal of Heat and Fluid Flow, 26(6):1638-1649, 2008. DOI: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2008.07.001.
- [13] A. Hirschberg, S.W. Rienstra, "*An introduction to aeroacoustics*", July, 2004.
- [14] M.J., Lighthill, "*On sound generated aerodynamically I and II*", atti della Royal Society di Londra, Serie A 211 (1952) e A 222 (1954).
- [15] R.Arina, "*Introduzione aeroacustica*", Politecnico di Torino, 2020, note relative al corso di Aeroacustica per la laurea Magistrale in ingegneria Aerospaziale.
- [16] R.Arina, "*Formulazione di Ffwoes-Williams e Hawkings*", Politecnico di Torino, 2020, note relative al corso di Aeroacustica per la laurea Magistrale in ingegneria Aerospaziale.
- [17] R.Arina, "*Rumore aerodinamico*", Politecnico di Torino, 2020, note relative al corso di Aeroacustica per la laurea Magistrale in ingegneria Aerospaziale.
- [18] S. Pieraccini, "*ODE*", Politecnico di Torino, 2020, note relative al corso di Metodi numerici e calcolo scientifico per la laurea Magistrale in ingegneria Aerospaziale.
- [19] Gengsheng Wei, "*The sponge Layer Method in FLOW-3D*", Flow Science, Inc., Ottobre 2015.
- [20] Daniel A. Russel, "*Basketballs as spherical acoustic cavities*", Department of Physics, Kettering University, Flint, Michigan 48504, Dicembre 2009, DOI:10.1119/1.3290176.
- [21] Rodriguez S., Springer, Cham, "*LES and DNS Turbulence Modeling. In: Applied Computational Fluid Dynamics and Turbulence Modeling*", 2019.
- [22] K.K.Ahuja, K. W. Bushell, "*An experimental study of subsonic Jet noise and comparison with theory*", Journal of Sound and Vibration (1973), 30(3), 317-341.
- [23] K. Viswanathan, "*Aeroacoustics of hot jet*", 2004, The Boeing Company, MS 67-ML, PO Box 3707, Seattle, WA 98124-2207, USA, DOI: 10.1017/S0022112004000151.
- [24] K. Viswanathan, "*Jet Aeroacoustics testing: issue and Implications*", Settembre, 2003, The Boeing Company, Seattle, AIAA journal.

- [25] Menter, F. T. e Kuntz, M., 2002, "*Adaption of Eddy viscosity Turbulence Models to Unsteady Separated Flows Behind Vehicles*", in *The Aerodynamics of Heavy Vehicles: Truck, Buses and trains*, Springer, Asilomar, CA.
- [26] "*SST k-omega model*", [https://www.cfd-online.com/Wiki/SST k-omega model](https://www.cfd-online.com/Wiki/SST_k-omega_model)